

THÈSE

CONTRIBUTIONS A LA MODÉLISATION MÉCANIQUE DU COMPORTEMENT DE MÈCHES DE RENFORTS TISSÉS A L'AIDE D'UN SCHÉMA ÉLÉMENTS FINIS IMPLICITE

Présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le GRADE DE DOCTEUR

École doctorale :

Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité :

MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

par

Charlotte FLORIMOND
Ingénieur

Thèse soutenue le 29 novembre 2013 devant la Commission d'examen

Jury

G. BERNHART	Professeur (Mines d'Albi)	Rapporteur
M. CORET	Professeur (École Centrale Nantes)	Rapporteur
S. COMAS-CARDONA	Professeur (École Centrale Nantes)	Examineur
F. MORESTIN	Professeur (INSA de Lyon)	Examineur
G. PÉRIÉ	Ingénieur (SNECMA)	Examineur
E. VIDAL-SALLÉ	Professeur (INSA de Lyon)	Directeur de thèse
F. BOUSSU	Maître de conférences (ENSAIT)	Invité

LaMCoS - UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<u>CHIMIE DE LYON</u> http://www.edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	<u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> http://edeea.ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 65 55 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	<u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u> http://e2m2.universite-lyon.fr Insa : H. CHARLES	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 e2m2@univ-lyon1.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</u> http://www.ediss-lyon.fr Sec : Samia VUILLERMOZ Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Louis Pradel Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69677 BRON Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 68 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
INFOMATHS	<u>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</u> http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec :Renée EL MELHEM	Mme Sylvie CALABRETTO Université Claude Bernard Lyon 1 INFOMATHS Bâtiment Braconnier 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44.82.94 Fax 04 72 43 16 87 infomaths@univ-lyon1.fr
Matériaux	<u>MATERIAUX DE LYON</u> http://ed34.universite-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr
MEGA	<u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> http://mega.ec-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	<u>ScSo*</u> http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Emmanuelle Vidal-Sallé pour m'avoir proposé ce sujet de thèse et pour m'avoir fait confiance pour mener à bien ce projet de recherche, bien que beaucoup de travail soit encore nécessaire au terme de ces trois années.

Je tiens également à remercier Nahiène qui a su partager et transmettre sa passion pour la science et la recherche, sans qui je n'aurais peut-être pas choisi cette voie, mais aussi pour sa disponibilité, ses conseils d'un grand secours, et auprès duquel j'ai appris à ne pas baisser les bras.

Un grand merci à toute l'équipe du "monde étrange du troisième étage", avec dans l'ordre plus ou moins chronologique et en espérant n'oublier personne Sylvain, Daniel, Adrien, Sébastien, Jean-Guillaume, Sylvain, Naïm, Eduardo, pour tous ces moments partagés. Mais aussi à Aline, Audrey, Caroline et Loane pour les "repas-filles" organisés régulièrement !

Je n'ai jamais remercié mes parents pour m'avoir soutenue pendant toutes ses années, et sans qui je ne serais pas là aujourd'hui. Merci pour m'avoir donné ce goût pour les études et cette soif d'apprendre.

Et par-dessus tout, merci à celui qui a partagé mon quotidien depuis tout ce temps, qui a su m'encourager dans les moments les plus difficiles, mais également partager mon enthousiasme lors des "bons jours", (sans doute plus rares mais il y en a eu tout de même !), mon premier entraîneur de volley qui m'a transmis ses passions, merci pour les années passées et sans qui je ne partagerais pas toutes les perspectives d'avenir qui se présentent à nous.

CONTRIBUTIONS À LA MODÉLISATION MÉCANIQUE DU COMPORTEMENT DE MÈCHES DE RENFORTS TISSÉS À L'AIDE D'UN SCHÉMA ÉLÉMENTS FINIS IMPLICITE

Résumé

La simulation du procédé de fabrication de renforts fibreux secs est un enjeu majeur pour l'étude de l'élaboration de matériaux composites, dont l'utilisation dans les industries de pointe s'intensifie rapidement. Ainsi, l'influence du métier à tisser sur la qualité des renforts est primordiale dans la caractérisation de leurs propriétés mécaniques.

Une campagne d'essais expérimentaux est tout d'abord réalisée, de manière à identifier les phénomènes physiques mis en jeu. Les différents modes de déformation de la mèche sont ainsi étudiés : élongation, compaction, cisaillement et distorsion. Est étudié également le comportement en flexion et en frottement, afin de mieux appréhender l'effet du procédé de tissage sur les mèches.

Deux types de lois de comportement élastiques sont envisagés : une loi hypoélastique et une loi hyperélastique. Sont développées les propriétés de chacune d'entre elles, ainsi que les grandeurs caractéristiques nécessaires à leur implémentation dans le logiciel commercial ABAQUS/Standard. Les algorithmes de deux sous-routines sont présentés, correspondant à l'une ou l'autre de ces lois. Le choix est fait de modéliser le comportement mécanique de la mèche à l'aide d'une loi hyperélastique isotrope transverse de type St-Venant, par l'intermédiaire de la sous-routine ABAQUS/Standard UANISOHYPER_INV. Enfin, une identification des paramètres matériau à l'aide d'une méthode inverse est proposée. Sont comparés les résultats obtenus par simulation avec les résultats expérimentaux. La loi de comportement alors déterminée permet de mettre en place des simulations de procédé de tissage.

Mots clés

renforts tissés, composites, propriétés mécaniques, analyse mésoscopique, simulation implicite, hypoélasticité, hyperélasticité, procédé de tissage, fibre de verre

CONTRIBUTIONS TO THE MECHANICAL MODELLING OF GLASS FIBRE TOWS BEHAVIOR WITH A FINITE ELEMENTS IMPLICIT SIMULATION SCHEME

Abstract

Simulating the manufacturing process of woven preforms is a major task for understanding the development of composite materials, used in high performance industries. The effect of the weaving loom on the preforms is very important to characterize their mechanical properties.

Experimental tests are realised to identify the physical phenomenon. Different deformation modes are studied : elongation, compaction, shear and distorsion. The bending and friction behavior are also important to understand the effect of weaving process.

Two constitutive laws are considered : a hypoelastic law and a hyperelastic law. An analyse of their properties is presented, and their implementation in a commercial software, ABAQUS/Standard, is detailed. In this purpose, two subroutines can be used. The modelisation of the mechanical behavior of the tows is finally realised with a transversely isotropic hyperelastic St-Venant model, with the subroutine ABAQUS/Standard UANISOHYPER_INV. To conclude, an identification method is presented and the simulated results are compared to experimental tests. The obtained constitutive behavior is finally used to simulate the weaving process.

Keywords

woven fabrics, composite material, mechanical properties, mesoscopic analysis, implicite simulation, hypoelasticity, hyperelasticity, weaving process, glass fibre

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	ix
Introduction	1
1 Les renforts fibreux pour matériaux composites : présentation générale	3
1.1 Matériau composite : généralités	4
1.2 Le procédé de fabrication	7
1.2.1 Fabrication des mèches	7
1.2.2 Fabrication du renfort sec	8
1.2.3 Fabrication du composite	10
1.3 Comportement mécanique des renforts fibreux et de ses constituants	12
1.3.1 Comportement à l'échelle mésoscopique	12
1.3.2 Comportement à l'échelle macroscopique	17
1.3.3 Remarques générales sur le comportement de mèches et de renforts	22
1.4 Modélisation et simulation du comportement des mèches et des renforts fibreux	24
1.4.1 Modélisation à l'échelle microscopique	24
1.4.2 Modélisation à l'échelle mésoscopique	25
1.4.3 Modélisation à l'échelle macroscopique	29
1.4.4 Simulation de procédés de fabrication de renforts	32
1.5 Conclusion du chapitre 1	35
2 Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts	37
2.1 Comportement mécanique de la mèche	39
2.2 Comportement longitudinal de la mèche	40
2.2.1 Protocole expérimental	40
2.2.2 Résultats	42
2.2.3 Conclusion sur les essais de traction sur mèche	46
2.3 Comportement en flexion de la mèche	46

2.3.1	Protocole expérimental	46
2.3.2	Résultats	47
2.3.3	Conclusion sur les essais de flexion sur mèches	48
2.4	Comportement en frottement de la mèche	48
2.4.1	Protocole expérimental	49
2.4.2	Résultats	51
2.4.3	Conclusion sur le comportement en frottement	52
2.5	Comportement en traction uniaxiale du renfort	53
2.5.1	Protocole expérimental	54
2.5.2	Résultats	55
2.5.3	Conclusion sur les essais de traction sur renforts	58
2.6	Comportement dans le plan transverse	58
2.6.1	Protocole expérimental	58
2.6.2	Résultats	59
2.6.3	Conclusion sur les essais de compression sur renforts	60
2.7	Conclusion du chapitre 2	61
3	Lois de comportement pour les mèches de renforts tissés	63
3.1	Mécanique des milieux continus en grandes transformations	64
3.1.1	Système de référence	65
3.1.2	Mesure des déformations	65
3.1.3	Mesure des contraintes	68
3.1.4	Indifférence matérielle et principe d'objectivité	69
3.2	Lois hypoélastiques	70
3.2.1	Définitions	70
3.2.2	Dérivée objective adaptée aux matériaux fibreux	71
3.2.3	Tenseur d'élasticité tangent eulérien	73
3.3	Lois hyperélastiques	74
3.3.1	Définitions	74
3.3.2	Loi hyperélastique basée sur des invariants "physiques"	77
3.3.3	Potentiels d'énergie polyconvexes et coercifs pour un comporte- ment isotrope transverse	79
3.4	Implémentation des lois de comportement dans ABAQUS/Standard	83
3.4.1	Spécificités du calcul implicite	84
3.4.2	Implémentation de la sous-routine UMAT pour les matériaux hy- poélastiques	86
3.4.3	Implémentation des sous-routines pour les matériaux hyperélastiques	88
3.5	Conclusion du chapitre 3	89
4	Simulation à l'échelle mésoscopique du comportement mécanique de la mèche	91
4.1	Méthode d'identification des paramètres matériaux	92
4.1.1	Algorithme d'optimisation	92
4.1.2	Optimisation à l'aide d'ABAQUS/Standard	93

4.2	Identification des paramètres matériaux	95
4.2.1	Caractérisation géométrique des mèches et des renforts étudiés . .	96
4.2.2	Simulation du comportement de la mèche en traction	98
4.2.3	Simulation du comportement du taffetas en compression	99
4.2.4	Simulation du comportement du taffetas en traction uniaxiale . .	102
4.3	Validation des paramètres matériau	104
4.3.1	Comportement du renfort en cisaillement pur	104
4.3.2	Perspectives sur la validation de la loi de comportement	107
4.4	Simulation du procédé de tissage	109
4.4.1	Mise en place du modèle : conditions aux limites et chargements .	110
4.4.2	Résultats	112
4.5	Conclusion du chapitre 4	112
	Conclusions et perspectives	117
	Annexe A : Correspondance entre les formulations par invariants classiques et par invariants modifiés	121
	Bibliographie	123

Table des figures

1.1	Armures 2D : (a) taffetas ; (b) sergé 2x2 ; (c) satin de 8 ; (d) tricot	5
1.2	Embuvage d'une mèche	5
1.3	Armures 3D de renforts fibreux	6
1.4	Procédé de filage et d'assemblage des mèches en fibre de verre [CHA 11]	8
1.5	Microscopie de fibre de verre	8
1.6	Tomographie-X d'une mèche de 300 tex	8
1.7	Schéma d'un métier à tisser et principaux outils du procédé	9
1.8	Cycle de tissage type sur machine Dornier pour une armure en fibre de verre	10
1.9	Principe de l'infusion sous vide	11
1.10	Schéma de principe du procédé RTM [BOI 04]	11
1.11	Différentes échelles d'un renfort tissé	12
1.12	Comportement d'une mèche de verre[DUM 03]	14
1.13	Préparation de mèches [AST90]	14
1.14	Vue en coupe par tomographie X de la section d'une mèche : a) au repos ; b) sous tension biaxiale [BAD 08c]	15
1.15	Exemples de distorsion (a) et cisaillement longitudinal (b) de la mèche . .	15
1.16	Mécanismes intervenant dans la flexion d'une mèche [CHA 11]	16
1.17	Test de type cantilever proposé par Peirce	17
1.18	Validation de l'hypothèse de non-glissement entre mèches [BOI 95]	18
1.19	Courbe expérimentale de traction uniaxiale sur taffetas de verre [BUE 98] et phénomènes mis en jeu	18
1.20	Courbes de compactations successives d'un taffetas de verre [CHA 11] . . .	19
1.21	Essai de compaction sur renfort	19
1.22	Bias test sur G1151, adoucissement et hystérésis [DEL 09a]	20
1.23	Trois types de tests de cisaillement	20
1.24	Essai de bias test	21
1.25	Essai de picture frame	21
1.26	Tension (chaîne et trame) lors d'un essai picture frame [LAU 08]	22
1.27	Répétabilité de l'essai de bias test [PEN 05]	23
1.28	Simulation de cisaillement sur un taffetas [DUR 10]	25
1.29	Section initiale définie par contacts entre fibres [DUR 10]	25
1.30	Trajectoire d'une mèche [LOM 00]	26
1.31	Description matricielle du motif de tissage [VER 05]	26

1.32	Trois cas d'interpénétration de mèches [LOM 07]	27
1.33	Exemples de géométries obtenues par WiseTex [LOM 04]	27
1.34	Modèle géométrique de la trajectoire et section d'une mèche [HIV 05]	28
1.35	Taffetas obtenu par le modèle de Hivet	28
1.36	Deux Cellules Élémentaires Représentatives pour une même armure [BAD 07]	28
1.37	Méthode du filet [BOI 04]	30
1.38	Approche discrète [SZE 06]	30
1.39	Simulation du drapage d'un double dôme obtenue avec le modèle hypo- élastique de [KHA 10]	31
1.40	Approche semi-discrète pour interlock [DEL 09b]	31
1.41	Approche semi-discrète pour NCF [CRE 06]	31
1.42	Discrétisation d'une mèche [WAN 01]	32
1.43	Élément de contact entre deux nœuds [WAN 01]	32
1.44	Modélisation d'un 3-D tressé [WAN 01]	33
1.45	Modélisation d'un tissé 2D (a) et d'un tressé 3D (b), échelles méso- scopique et microscopique [ZHO 04]	33
1.46	Modélisation de sections d'un 3D tressé [MIA 08]	34
1.47	Modélisation de procédé de tricotage : comparaison géométrique [DUH 06]	35
2.1	Etude de la covariance dans deux directions perpendiculaires de la section transverse d'une mèche [BAD 08a]	39
2.2	Modes de déformation de la mèche : (a) élongation ; (b) compaction ; (c) distorsion ; (d) cisaillement longitudinal [CHA 11]	40
2.3	Montage expérimental de traction sur mèche	41
2.4	Résultats expérimentaux de traction sur chaînes extraites de taffetas (a), de sergé 2x2 (b), de satin de 8 (c) et de bobine (300 tex)	44
2.5	Résultats expérimentaux de traction sur chaînes extraites de taffetas (a), de sergé 2x2 (b), de satin de 8 (c) et de bobine (900 tex) [KOO 13]	45
2.6	Détermination du module de flexion G	47
2.7	Résultats expérimentaux de flexion sur chaînes, trames et mèches ex- traites de bobines (300 tex)	48
2.8	Vues de face (A) et de côté (B) du TriboTouch [FAG 11]	49
2.9	Orientation de la direction de fibre par rapport à la direction de glissement	50
2.10	Éprouvette réalisée à partir de mèches de satin	50
2.11	Vue microscopique d'une éprouvette après essai de frottement	50
2.12	Essais de frottement mèche/métal à 0°(a) et 90°(b)	51
2.13	Essais de frottement mèches/mèches à 0°(a), 45°(b) et 90°(c)	52
2.14	Talons en papier de verre	53
2.15	Mors percés avec caoutchouc	53
2.16	Schématisation du montage expérimental de traction sur renfort à l'aide du dispositif de traction sur mèche (a) [KOO 13] et d'un dispositif dédié (b)	55
2.17	Essais de traction uniaxiale sur taffetas (a) et sergé 2x2 (b) en 300 tex dans la direction chaîne	56

2.18	Essais de traction uniaxiale sur taffetas (a) et sergé 2x2 (b) en 900 tex dans la direction chaîne	56
2.19	Essais de traction uniaxiale sur taffetas (a) et sergé 2x2 (b) en 900 tex dans la direction trame	57
2.20	Schématisation du test de compression sur renfort (a) et montage expérimental équivalent (b)	59
2.21	Résultats de compression sur taffetas (a), sergé 2x2 (b) et satin de 8 (c) . .	60
3.1	Configuration initiale C_0 et configuration actuelle déformée $C(t)$	65
3.2	Définition du vecteur contrainte	68
3.3	Définition de la rotation suivant la direction des fibres [BAD 08b]	72
3.4	Algorithme de la sous-routine UMAT pour une loi hypoélastique	87
4.1	Algorithme d'optimisation des paramètres matériau par méthode inverse .	95
4.2	Sections de mèches de 300 tex extraites de bobine (a), de taffetas (b), de sergé 2x2 (c) et de satin (d)	97
4.3	Sections de mèches de 900 tex extraites de bobine (a), de taffetas (b), de sergé 2x2 (c) et de satin (d)	97
4.4	Embuvages de taffetas (a), de sergé 2x2 (b) et de satin (c)	98
4.5	Caractérisation du comportement longitudinal E_A de la mèche	99
4.6	Modèle de compression sur taffetas : CER et conditions aux limites . . .	100
4.7	Courbes expérimentale et simulées de compression sur taffetas en 300 tex	101
4.8	Courbes expérimentale et simulée de compression sur taffetas en 300 tex .	101
4.9	Courbes expérimentale et simulée de compression sur taffetas en 900 tex .	101
4.10	CER de taffetas en 300 tex : conditions aux limites et chargement	102
4.11	Courbes expérimentale et simulée de traction uniaxiale sur taffetas de 300 tex	103
4.12	Courbes expérimentale et simulée de traction uniaxiale sur taffetas en 900 tex	103
4.13	Augmentation d'un modèle d'une Cellule Élémentaire Représentative . .	104
4.14	Comparaison des résultats obtenus entre deux tailles de modèles	104
4.15	Montage expérimental pour un essai de bias test	105
4.16	Validation du bias extension test	106
4.17	Comparaison entre angles de cisaillement théorique et expérimental . . .	106
4.18	Résultats de bias test sur taffetas et sergé 2x2	107
4.19	Frontières et points appairés d'une CER	108
4.20	CER déformée et champ de déplacement correspondant [BAD 08a] . . .	108
4.21	Modèle de bias test sur taffetas : CER et conditions aux limites	109
4.22	CER de serge	109
4.23	CER de satin de 8	109
4.24	Lisses montées sur cadre pour l'ouverture de foule	111
4.25	Influence du coup de peigne sur le taffetas	111
4.26	Procédé de tissage du taffetas	114

4.27 Procédé de tissage du sergé 2x2	115
--	-----

Liste des tableaux

1.1	Compositions massiques principales des fibres de verre (%) [BER 08] . . .	6
2.1	Rigidités longitudinales de mèches de 300 et 900 tex (N)	43
2.2	Rigidités longitudinales de mèches de trame de 900 tex (N)	44
2.3	Deuxième série d'essais sur mèches de chaîne et trame de 900 tex (N) . .	45
2.4	Rigidités longitudinales de renforts (N)	57
3.1	Description eulérienne et lagrangienne [LEM 09]	69
3.2	Dérivées objectives et lois de comportement associées [BEL 00]	71
3.3	Définitions des dérivées des invariants	78
3.4	Définitions des dérivées de \mathbf{C}	78
3.5	Valeurs propres de D_{iso} et D_{trn}	82
3.6	Schémas implicites classiques dérivés du schéma de Newmark [BOR 12] . .	85
4.1	Densités de renforts (fils/cm)	96
4.2	Caractéristiques géométriques des mèches de 300 et 900 tex (μm)	97
4.3	Embuvages des renforts de 300 et 900 tex (%)	98

Liste des tableaux

Introduction

A l'heure actuelle, les problématiques économiques et écologiques majeures dans le domaine des transports tel que l'industrie automobile, aéronautique ou même encore aérospatiale amènent à envisager de nouvelles solutions afin de réduire les coûts, principalement ceux concernant la consommation de carburant. Dans cette optique, une des premières solutions consiste à alléger les structures. De nombreuses études ont été réalisées sur le comportement et l'utilisation de matériaux composites pour les substituer aux matériaux classiques. Ainsi, les matériaux composites ont été progressivement introduits pour remplacer, dans un premier temps, les pièces non structurelles. Aujourd'hui, utilisés de façon exponentielle, ils prennent un rôle majeur, comme dans l'Airbus A350 ou le Boeing 787 qui en sont constitués à 50 % en masse. Plus particulièrement, les excellentes caractéristiques mécaniques des matériaux composites à renfort fibreux tissé en font des solutions d'avenir.

Ces matériaux ont la particularité d'être très rigides dans la direction des fibres, ce qui n'est pas le cas dans le plan transverse des mèches. Ainsi, de fortes disparités apparaissent selon les directions de sollicitations appliquées aux renforts et leur rigidité en cisaillement est très faible en regard de la rigidité en tension. Cet atout permet de réaliser des pièces de forme complexe, y compris des formes à double courbure. L'étude de la mise en forme de tels renforts est donc particulièrement intéressante et permet de déterminer les géométries et orientations des mèches. En effet, celles-ci sont prépondérantes dans les études de perméabilité nécessaires à la caractérisation mécanique du composite final.

Cependant, l'étude de la mise en forme de renfort nécessite une bonne connaissance des caractéristiques mécaniques de celui-ci. La présence de défauts, d'endommagements ou de contraintes résiduelles dus au procédé de tissage est alors critique pour la suite de la fabrication du composite. La caractérisation de l'état mécanique du renfort en sortie de métier à tisser est alors primordiale pour alimenter les études réalisées en aval de ce procédé. Cependant, la littérature ne fait état que de peu d'études allant dans ce sens.

C'est pourquoi le projet ANR (ANR-09-MAPR-0018) NUMTISS, dans lequel s'inscrit cette thèse, porte sur la mise au point d'une chaîne numérique permettant, à partir de la mèche, d'étudier le procédé de tissage de renforts. L'objectif est de déduire leur géométrie réelle ainsi que leur état de contraintes, en vue de caractériser l'étape d'infusion de résine pour l'obtention du composite final. Ce projet, financé par l'Agence Nationale pour la Recherche, prend la forme d'une collaboration entre différents partenaires : l'Ecole Nationale des Arts et Industries Textiles avec le laboratoire GEMTEX, l'INSA de Lyon avec le laboratoire LaMCoS, l'Ecole des Mines de Douai avec le laboratoire Armines et les

industriels SNECMA et HERAKLES du groupe SAFRAN, ainsi que TRP-Charvet.

Le rôle du LaMCoS au sein de ce projet est double. Il s'agit dans un premier temps de caractériser le comportement de mèches en fibre de verre, puis dans un second temps de mettre en place un modèle de simulation implicite du procédé de tissage. En effet, la détermination de contraintes résiduelles au sein du renfort n'est pas envisageable avec une simulation explicite. Afin de réaliser cette étude, ce travail de thèse sera décomposé en quatre grandes parties.

Le premier chapitre de ce manuscrit constitue une présentation générale des composites. Afin de mieux appréhender les enjeux liés à leur production, nous nous attarderons plus particulièrement sur le procédé de fabrication et la caractérisation mécanique des renforts fibreux tissés. Un état de l'art de la simulation de ces deux points majeurs y est également présenté.

Le second chapitre détaille tout d'abord les spécificités du comportement mécanique d'une mèche de renfort en fibre de verre. Celui-ci découle directement des caractéristiques d'une fibre, mais dépend également fortement des interactions entre fibres et des phénomènes dus à l'assemblage de celles-ci. Les différents essais expérimentaux mis en place pour les caractériser sont alors détaillés. Dans un second temps, le comportement des renforts et leur caractérisation expérimentale sont étudiés. Les résultats obtenus, que ce soit à l'échelle de la mèche ou du renfort, en fonction des différents protocoles expérimentaux utilisés y sont également discutés. Ainsi, la caractérisation expérimentale des renforts a permis de mettre en évidence l'influence du procédé de fabrication sur les caractéristiques mécaniques des mèches.

Le troisième chapitre présente les bases de la mécanique des milieux continus nécessaires à la mise en place des lois de comportement pour les mèches. Bien que ce comportement présente clairement des caractéristiques élasto- et visco-plastiques, il ne sera dans un premier temps pas pris en compte, et le comportement défini dans ce manuscrit est purement élastique. Deux types de loi sont abordés, les lois hypoélastiques et hyperélastiques, et les spécificités de chacune y sont présentées. Le choix se portera sur l'une ou l'autre de ces lois, selon les avantages, inconvénients et difficultés d'implémentation dans le logiciel commercial ABAQUS/Standard.

Enfin, le dernier chapitre concerne l'identification des paramètres matériau nécessaires à la définition de la loi de comportement mécanique des mèches et à la mise en œuvre de celles-ci. Pour ce faire, un algorithme d'optimisation couplé à des modélisations ABAQUS/Standard est utilisé afin de corréliser au mieux le comportement simulé avec les observations expérimentales. Une fois la loi de comportement identifiée, la modélisation du procédé de tissage est alors présentée.

Chapitre 1

Les renforts fibreux pour matériaux composites : présentation générale

L'objectif de ce travail de thèse est de modéliser le procédé de tissage des renforts fibreux pour matériaux composites, et donc d'étudier leur comportement mécanique. Dans ce premier chapitre, les renforts fibreux pour matériaux composites sont donc présentés de manière à mieux appréhender les enjeux liés à leur production. Les différents types de renforts sont détaillés, ainsi que les principales étapes de leur fabrication ayant une influence sur leur structure finale. Leurs modes de déformation sont explicités, ainsi que les différentes méthodes de modélisation permettant de simuler numériquement leur comportement mécanique.

Sommaire

1.1	Matériau composite : généralités	4
1.2	Le procédé de fabrication	7
1.2.1	Fabrication des mèches	7
1.2.2	Fabrication du renfort sec	8
1.2.3	Fabrication du composite	10
1.3	Comportement mécanique des renforts fibreux et de ses constituants	12
1.3.1	Comportement à l'échelle mésoscopique	12
1.3.2	Comportement à l'échelle macroscopique	17
1.3.3	Remarques générales sur le comportement de mèches et de renforts	22
1.4	Modélisation et simulation du comportement des mèches et des renforts fibreux	24
1.4.1	Modélisation à l'échelle microscopique	24
1.4.2	Modélisation à l'échelle mésoscopique	25
1.4.3	Modélisation à l'échelle macroscopique	29
1.4.4	Simulation de procédés de fabrication de renforts	32
1.5	Conclusion du chapitre 1	35

1.1 Matériau composite : généralités

Un matériau composite est par définition un assemblage d'au moins deux constituants non miscibles, conférant à ce matériau des propriétés que les composants ne possèdent pas de manière individuelle. De tels assemblages permettent de répondre à des besoins spécifiques qui ne peuvent être satisfaits à l'aide de matériaux "classiques". Leur utilisation est ancienne, puisque cette définition inclut le bois, l'os, le torchis... En général, un matériau composite est constitué d'un renfort présentant les caractéristiques mécaniques recherchées (rigidité, ténacité), et d'une matrice pour assurer la cohésion de la structure. Les possibilités d'assemblage pour réaliser un matériau composite deviennent alors nombreuses et permettent de répondre à des besoins industriels de plus en plus spécifiques. Les domaines de l'aéronautique, de l'automobile ou de l'aérospatiale par exemple nécessitent des structures de plus en plus légères, tout en maintenant le même niveau de tenue mécanique.

Les matrices

Les matrices utilisées généralement à l'heure actuelle peuvent être classées en deux catégories : les matrices organiques et les matrices minérales. Les matrices organiques sont des polymères thermoplastiques, thermodurcissables ou des élastomères et représentent aujourd'hui la très grande majorité des composites industriels. Les matrices minérales peuvent être métalliques, céramiques ou encore d'autres espèces minérales telles que le graphite et sont nécessaires lorsque l'utilisation finale du matériau composite est hostile aux matrices organiques (haute température par exemple). Les renforts étudiés par la suite sont destinés à des matériaux composites à matrice organique. De part leur faible viscosité avant réticulation, facilitant la phase d'injection de résine dans le renfort sec, les matrices thermodurcissables sont les plus couramment utilisées.

Les renforts

Plusieurs catégories de renforts existent, se distinguant les unes des autres grâce à leur géométrie, particulière ou fibreuse.

Tout d'abord les renforts particuliers sont généralement des inclusions dispersées dans la matrice et sont peu utilisés pour des applications structurelles.

Les renforts fibreux peuvent être classés en deux catégories différentes : les fibres courtes et les fibres continues. Les fibres courtes, orientées ou non, sont assemblées en nappes appelées mats et représentent un apport volumique de fibres de l'ordre de 30%. Ce type de renfort est utilisé pour améliorer le comportement de la matrice seule et le matériau composite obtenu est un "polymère renforcé". Les fibres continues, quant à elles, représentent un apport volumique de fibres de l'ordre de 70%. La longueur des fibres est alors de l'ordre de grandeur des dimensions de la pièce finie, et elles sont assemblées de manière ordonnée, de telle façon que les directions privilégiées des fibres confèrent au matériau composite ses principales caractéristiques mécaniques. Dans ce type de matériau, la matrice n'est présente que pour protéger le renfort et lui apporter la cohésion nécessaire à son utilisation finale. Ce type de composite est largement utilisé

dans les milieux industriels où leur qualité résistance/poids est très prisée (aéronautique, automobile, aérospatiale...).

Les fibres continues peuvent être assemblées à l'aide de différentes méthodes. On distingue les nappes unidirectionnelles (UD), assemblage de fibres superposées formant des "plis". Plusieurs plis peuvent être cousus avec des orientations différentes permettant alors d'obtenir un Non-Crimp Fabric (NCF). Les fibres peuvent également être assemblées en mèches, elles-mêmes étant alors tressées, tricotées ou encore tissées. Nous nous intéresseront ici aux renforts tissés. Les tissés sont un entrecroisement de mèches selon deux directions perpendiculaires, chaîne et trame. Les agencements de mèches peuvent être alors de différents types, appelés "armures" (taffetas, sergé, satin...), représentés figure 1.1. Le type d'armure confère au renfort des propriétés mécaniques différentes, notamment du point de vue du cisaillement, plus aisé pour les sergés ou le satin que pour le taffetas.

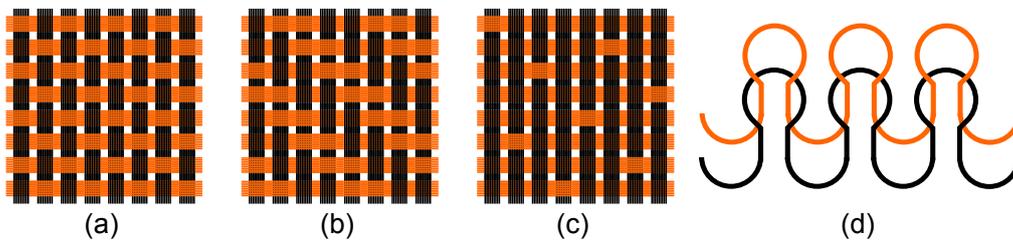


Figure 1.1: Armures 2D : (a) taffetas ; (b) sergé 2x2 ; (c) satin de 8 ; (d) tricot

De manière générale, un renfort tissé peut être défini par un certain nombre de paramètres : son armure, ses mèches, son taux de renforts (mèches/mm) dans chaque direction, ainsi que son embuvage (%) défini par l'équation 1.1.

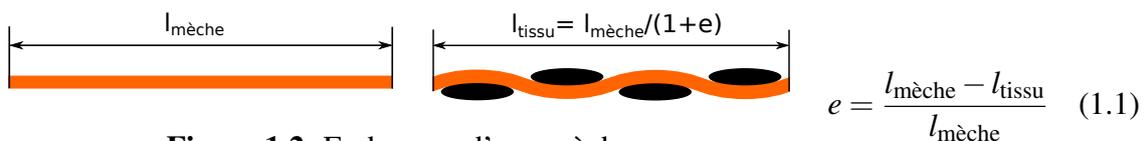


Figure 1.2: Embuvage d'une mèche

Il existe également les tissés 3D, où le tissage est réalisé dans les trois directions. Les différents agencements de structures présentés figure 1.3 ont une forte influence sur le comportement en tension de ces tissés [GU 02] :

- cas 1 : les mèches de chaîne relient deux couches l'une avec l'autre ;
- cas 2 : les mèches de chaîne sur les surfaces extérieures traversent toute l'épaisseur de l'échantillon pour relier toutes les couches entre elles ;
- cas 3 : les mèches de chaîne relient plusieurs couches mais suivent la même trajectoire ;
- cas 4 : les mèches de chaîne relient plusieurs couches de manière aléatoire.

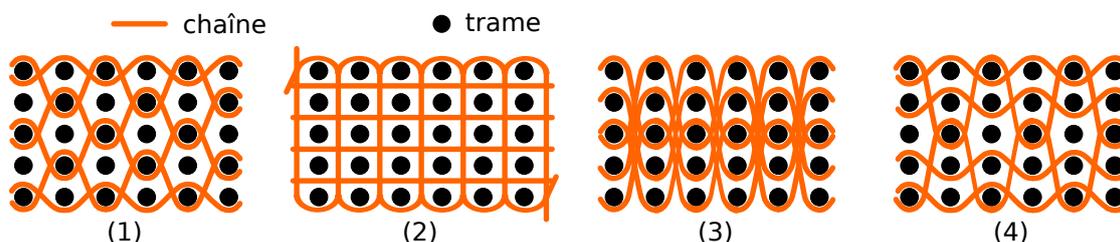


Figure 1.3: Armures 3D de renforts fibreux

Le verre

Les renforts tissés étudiés dans ce manuscrit seront tous constitués de fibres continues de verre. Ce type de fibres peut présenter beaucoup de compositions différentes, dont les plus couramment utilisées sont présentées dans le tableau 1.1. La composition standard est la composition de type E à usage général, et sera celle utilisée pour les fibres des renforts étudiés ici. C'est une composition avec un taux de trioxyde de bore B_2O_3 inférieur à 5 % en masse pour des applications de renforts classiques et de résines thermoplastiques ou thermodurcissables [BER 08]. Il existe deux autres types de verre E : type E avec un taux de B_2O_3 entre 5 et 10 % en masse à usage électronique et type E-CR sans B_2O_3 . Concernant les autres compositions standards, l'intérêt de la composition de type A réside principalement dans son bas coût de fabrication et est utilisée pour le verre plat ou le verre de bouteille. La composition de type C est généralement utilisée lorsqu'une bonne résistance à la corrosion est nécessaire, typiquement pour les fibres d'isolation.

	Type E	Type C	Type A		Type E	Type C	Type A
SiO_2	52-62	64	72	Fe_2O_3	0.05-0.8		
Al_2O_3	12-16	4	0.3	TiO_2	0-1.5		
CaO	16-25	8	10	R_2O	0-2		
MgO	0-5	3	2.8	F_2	0-1		
Na_2O		14	14.2	K_2O		1	
B_2O_3	0-10	6		SO_3			0.6

Tableau 1.1: Compositions massiques principales des fibres de verre (%) [BER 08]

Des verres de spécialités permettent d'obtenir des caractéristiques supérieures aux verres décrits précédemment. Les verres à hautes performances mécaniques, de type R, H, S ou S_2 , se distinguent des verres E par une résistance en traction et un module d'Young plus élevés respectivement de 20 % et 15 %. Les verres à hautes performances chimiques, de type AR ou E-CR, ont une très bonne résistance à la corrosion acide. Enfin les verres à hautes performances diélectriques, de type D et LD, sont développés pour des applications électroniques telles que les circuits imprimés dans la téléphonie mobile [BER 08].

1.2 Le procédé de fabrication

Plusieurs étapes sont nécessaires pour obtenir un composite à renfort fibreux. Tout d'abord, les fibres de verre doivent être produites, puis assemblées en mèches. Ces mèches sont ensuite elles-mêmes assemblées de manière à obtenir un renfort (tissu, tricot, tresse...). Enfin, le renfort sec obtenu doit être mis en forme puis imprégné de résine (la matrice) et ainsi obtenir une pièce composite finale.

1.2.1 Fabrication des mèches

Le procédé le plus couramment utilisé pour la production de fibres de verre est la fusion directe, c'est-à-dire le fibrage du verre fondu en continu dans un four [BER 08]. Ce procédé est le plus utilisé car il permet d'optimiser les rendements de production : les tirées (quantité de verre fibré par jour). Plusieurs étapes, illustrées figure 1.4, peuvent être distinguées :

- la préparation du batch : mélange des matières premières nécessaires au type de verre produit ;
- la fusion du batch à 1500°C pour obtenir le verre fondu ;
- le fibrage : étirage du verre à grande vitesse après passage dans la filière et refroidissement ;
- l'ensimage ;
- l'assemblage des fibres en mèche et enfin le bobinage.

L'ensimage est une opération consistant à traiter la surface des fibres à l'aide d'un produit. Celui-ci joue un rôle prépondérant tout au long de la durée de vie des fibres. Sa fonction principale est d'assurer la compatibilité entre le verre et la matrice dans le matériau composite fini et permet ainsi d'obtenir les meilleures caractéristiques mécaniques du composite. Toutefois, pendant la mise en œuvre des mèches, il permet également de les protéger de l'abrasion et assure la cohésion des fibres. De part les nombreuses fonctions remplies par l'ensimage, sa composition peut être très variable d'un producteur à l'autre. Cependant, il contient principalement des agents filmogènes collants, des agents lubrifiants, des agents adoucissants et des agents mouillants [BER 08].

Le nombre de fibres dans une mèche, une fois assemblée, est couramment caractérisé par l'unité Tex :

$$1 \text{ tex} = 1 \text{ g.km}^{-1} \quad (1.2)$$

Deux types de mèches sont utilisées pour les renforts étudiés dans ce manuscrit, des mèches de 300 et de 900 tex, assemblées respectivement à l'aide de 600 fibres de verre d'un diamètre approximatif de 16 μm et 2000 fibres de 14 μm (figure 1.5). Leur densité

linéaire varie entre 279 et 325 tex pour une valeur nominale de 302 tex, tandis qu'elle varie entre 838 et 974 tex pour une valeur nominale de 906 tex (valeurs mesurées selon la norme ISO 1889). Les mèches doivent être stockées dans un environnement frais et sec, la température étant comprise entre 22 et 23°C et le taux d'humidité variant entre 60 et 65 %. En ce qui concerne les caractéristiques mécaniques directement mesurables sur les fibres, leur module d'élasticité en traction est de l'ordre de 72 à 73 GPa.

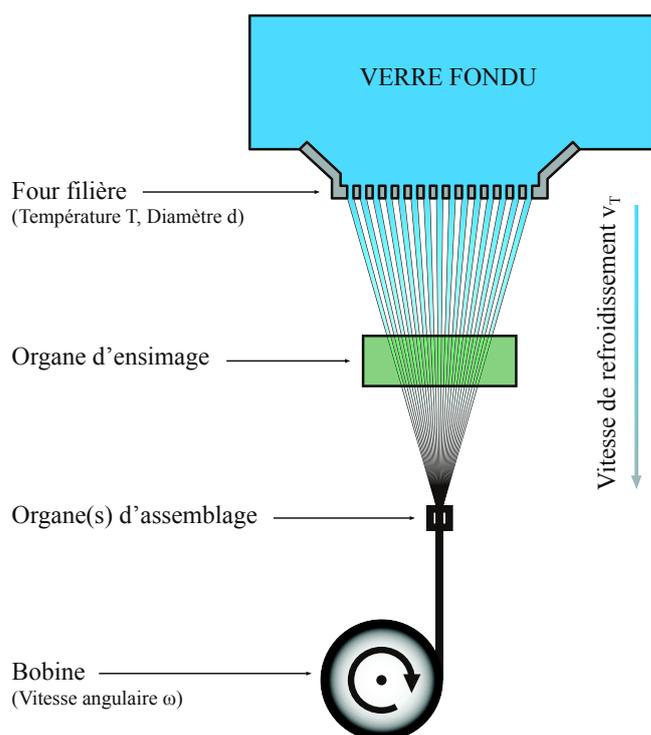


Figure 1.4: Procédé de filage et d'assemblage des mèches en fibre de verre [CHA 11]

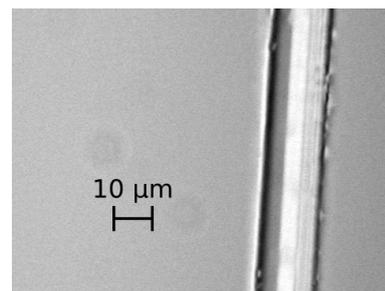


Figure 1.5: Microscopie de fibre de verre



Figure 1.6: Tomographie-X d'une mèche de 300 tex

1.2.2 Fabrication du renfort sec

Comme vu au paragraphe 1.1, différents types d'armures peuvent être obtenus à partir de mèches : tissus, tricots et tresses. L'objet de ce travail de thèse porte sur le tissage des renforts, nous nous limiterons donc à ce procédé. Une armure tissée est obtenue sur un métier à tisser, de la même manière que les textiles d'habillement.

Qu'est-ce qu'un métier à tisser ?

Un métier à tisser est une machine permettant de tisser deux séries de fils perpendiculaires entre elles. Celui utilisé pour les renforts étudiés dans ce manuscrit est une machine Dornier.

Le métier à tisser est alimenté en mèches par l'intermédiaire de bobines, préparées lors de

l'étape de bobinage nécessaire avant toute étape de tissage. Les mèches de chaînes sont mises en place sur l'ensouple du métier (grosse bobine) de manière à ce qu'elles soient bien parallèles : c'est l'ourdissage. Le procédé de tissage en lui même nécessite un certain nombre d'étapes, illustrées figure 1.7 :

- l'ouverture de foule : cette étape consiste à imposer un mouvement vertical aux mèches de chaîne, créant ainsi un angle d'ouverture dans lequel peut être insérée une mèche de trame. Deux ensembles de chaînes sont alors créés, l'un ayant un mouvement opposé à l'autre (l'un monte et l'autre descend, et vice-versa). Chaque ensemble de chaînes est solidaire d'un cadre, par l'intermédiaire de pièces nommées lisses. Une lisse est une pièce métallique percée dans laquelle est passée une chaîne.
- l'insertion de la trame : elle se fait sur la machine Dornier à l'aide de deux lances, l'une amenant la trame au milieu du métier, la deuxième lance la récupérant au milieu pour l'amener du côté opposé du métier. D'autres systèmes d'insertion de trame existent. Certains permettent d'amener la trame d'un bout à l'autre du métier : la navette ou encore des projectiles, masselottes équipées d'un système de pincement de la trame et généralement au nombre de 15. D'autres fonctionnent par jet d'air ou jet d'eau.
- le coup de peigne : une fois la mèche de trame entièrement insérée entre les chaînes, elle est tassé contre le tissu par le peigne.

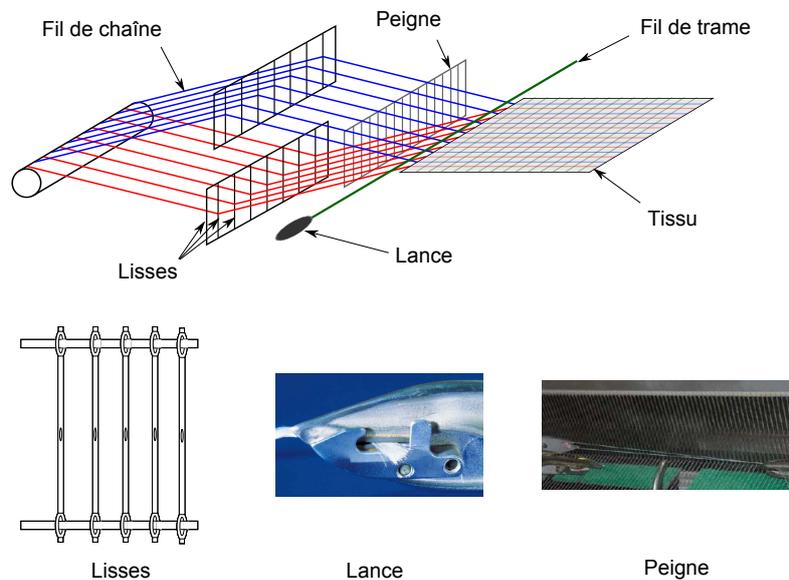


Figure 1.7: Schéma d'un métier à tisser et principaux outils du procédé

Certaines étapes du procédé peuvent être très traumatisantes pour les mèches. Les lisses ont une très faible épaisseur, ce qui en fait une étape critique pour la santé des mèches. Le frottement des mèches (chaînes ou trames) avec la lance ou le peigne est très important. De plus, beaucoup d'autres outils du métier à tisser (tels que les casse-chaînes permettant de prévenir de la rupture d'une mèche) ne sont pas décrits ici mais peuvent également

abîmer ou détruire des mèches. Enfin, les contacts entre les mèches elles-mêmes sont très nombreux, et les zones potentiellement endommagées peuvent alors être non négligeables. La simulation numérique du procédé permet alors d'identifier ces différentes zones et d'optimiser les paramètres de tissage de manière à réduire au maximum les endommagements et défauts, voire à les faire disparaître dans l'idéal.

La cinématique de tissage

Un cycle de tissage type a été défini comme étant la cinématique imposée aux différentes mèches chaînes et trames entre deux coups de peigne. Les caractéristiques de cette cinématique retenues en vue de la modélisation du procédé sont présentées figure 1.8 : l'évolution de l'angle de foule en fonction du temps ainsi que les temps correspondants au coup de peigne et à l'insertion d'une trame.

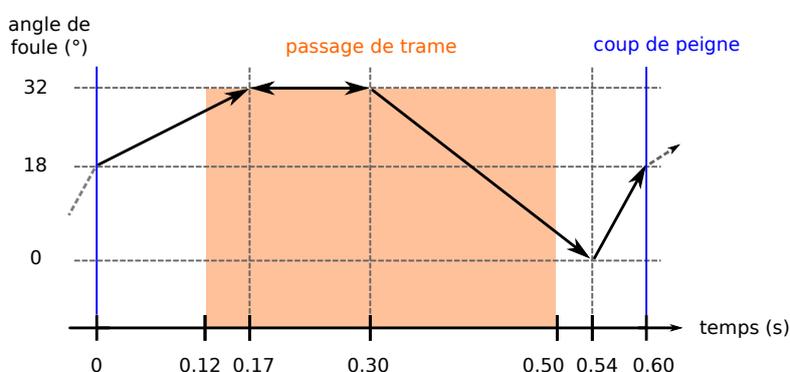


Figure 1.8: Cycle de tissage type sur machine Dornier pour une armure en fibre de verre

1.2.3 Fabrication du composite

Les procédés utilisés pour produire les composites à renforts tissés et à matrice polymère peuvent être de type LCM (Liquid Composite Moulding). Parmi eux, les deux les plus utilisés sont l'infusion sous vide et le RTM (Resin Transfer Moulding) [POT 99]. Le principe de ce type de procédé est de mouler le renfort sec, puis d'ajouter la résine à la pièce. Le procédé d'ajout de résine est l'opération qui diffère entre l'infusion sous vide et le RTM. Le fait de mouler le renfort sec permet d'obtenir une pièce composite finale très proche de la pièce désirée, et ainsi de minimiser les étapes d'usinage et donc les coûts. Ces procédés, dits "procédés moule fermé", permettent un contrôle strict des composés organiques volatiles émis lors de la fabrication, la résine n'étant alors pas en contact direct avec l'atmosphère.

L'infusion sous vide

Dans ce procédé, le renfort sec est placé entre un moule et une membrane étanche, comme décrit figure 1.9. La mise sous vide du renfort permet de plaquer celui-ci sur le moule et

d'entraîner l'écoulement de la résine. Un drain, matériau poreux placé entre la membrane et le renfort, facilite la distribution de la résine au sein du renfort. L'infusion sous vide est moins onéreuse que le procédé RTM, cependant le contrôle de l'épaisseur de la pièce est moins aisé et l'état de surface du côté de la membrane est généralement moins bon que du côté du moule.

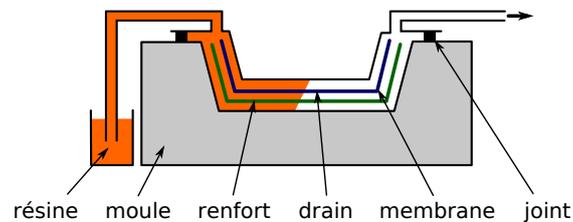


Figure 1.9: Principe de l'infusion sous vide

Le procédé RTM

Le procédé RTM (Resin Transfer Moulding) se décompose en trois étapes, comme présenté figure 1.10. La première étape, le préformage du renfort sec, consiste à mettre en forme le renfort dans un moule constitué d'une matrice et d'un poinçon. Ceci permet de mieux contrôler l'épaisseur de la pièce, les deux parties du moule étant rigides contrairement à l'infusion sous vide. L'état de surface des deux côtés de la pièce est également meilleur. L'ajout de serre-flanc permet de tendre le renfort et d'éviter l'apparition de plis. Le renfort étant mis en forme, la résine est alors injectée et polymérisée (par chauffage pour une matrice thermodurcissable, par refroidissement pour une matrice thermoplastique). La pièce peut alors être démoulée. Une étape critique de ce procédé est la mise en forme du renfort sec. Celle-ci a une très forte influence sur la qualité de l'imprégnation de la résine et donc sur les caractéristiques mécaniques de la pièce composite obtenue. Elle constitue également le point fort du procédé RTM, la grande capacité de déformation du renfort sec permettant alors d'obtenir des formes non développables.

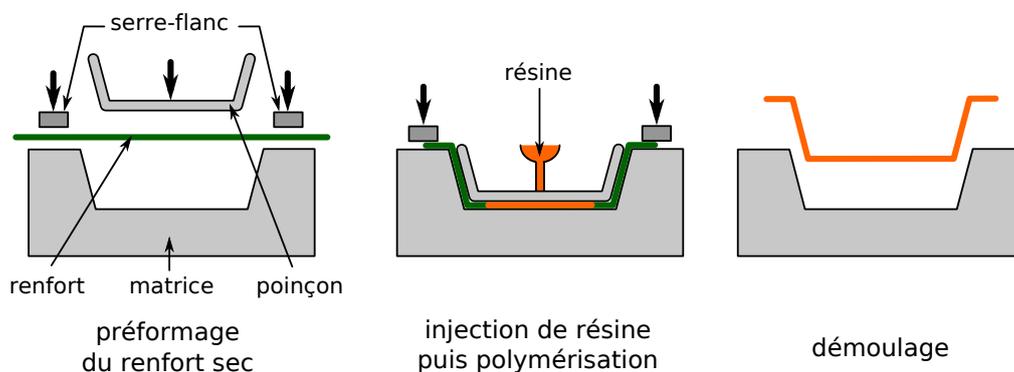


Figure 1.10: Schéma de principe du procédé RTM [BOI 04]

1.3 Comportement mécanique des renforts fibreux et de ses constituants

La méthode d'obtention d'un renfort tissé par assemblage de fibres et de mèches implique trois échelles d'observation différentes présentées figure 1.11 : une échelle macroscopique correspondant au renfort dans son ensemble, une échelle mésoscopique correspondant à la taille de la mèche et enfin une échelle microscopique correspondant à la fibre. Dans le but d'une simulation du procédé de tissage, une échelle microscopique n'est pas envisageable, ce qui implique bien évidemment une étude à une échelle mésoscopique. Les mèches présentent une rigidité de tension importante dans la direction des fibres mais une faible rigidité en flexion et en compression [GEL 96][GAS 00]. Ces différences impliquent un comportement longitudinal très différent du comportement transversal.

La mise en place de modèles de simulation et donc la détermination de lois de comportement nécessite une caractérisation expérimentale du matériau considéré. Il est à noter que les essais de caractérisation peuvent être complexes à mettre en place à l'échelle d'une mèche, de part la très faible rigidité dans le plan transverse. Certains modes de déformation de la mèche sont alors caractérisés par l'étude du comportement du renfort à l'échelle macroscopique, cet aspect sera discuté par la suite. Il convient donc de bien expliciter le comportement d'une mèche mais également du renfort, de manière à pouvoir identifier le comportement global à l'échelle mésoscopique.

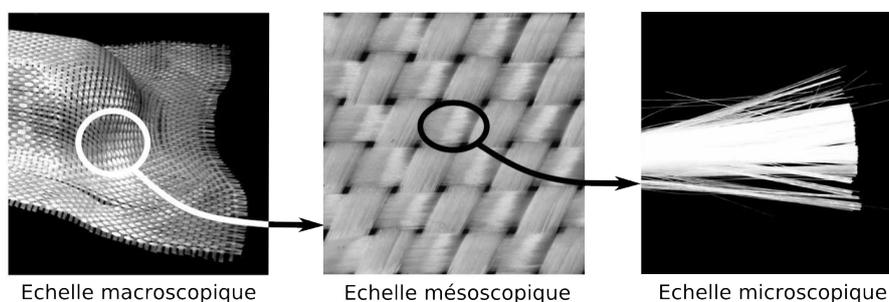


Figure 1.11: Différentes échelles d'un renfort tissé

1.3.1 Comportement à l'échelle mésoscopique

Le comportement de la mèche est dépendant des modes d'interactions entre les fibres la constituant. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour observer la structure des tissus à cette échelle [HIV 05]. Tout d'abord des méthodes 3D avec contact, mais non conseillées dans le cas de renfort fibreux à cause de la faible rigidité transverse de la mèche : le moindre contact modifierait alors la structure du renfort. Des méthodes optiques existent mais ne permettraient d'observer que les parties visibles. Il s'agirait alors

de couper le renfort pour pouvoir l'observer à cœur, ce qui modifie là aussi sa structure. La solution consisterait à enduire le renfort de résine transparente pour maintenir la forme des mèches, cependant la résine pénètre entre les fibres par capillarité et là encore la forme réelle des sections n'est plus observable. La méthode la plus couramment utilisée pour l'observation de mèches est la tomographie aux rayons X [DES 05][BAD 08c], qui a l'avantage d'être une méthode d'observation non destructive. Les modes de déformation, quant à eux, peuvent être mis en évidence par des manipulations expérimentales ou des considérations physiques.

Tomographie aux rayons X

La tomographie par absorption de rayons X est une méthode non destructive permettant la reconstruction 3D ou en coupe d'un objet massif. Elle repose sur le principe de la radiographie et l'enregistrement du rayonnement transmis à travers l'objet étudié. En effet, l'absorption des rayons X se traduit par une diminution d'intensité du faisceau traversant la matière observée, ce qui se traduit par la loi de Beer-Lambert :

$$I_x = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (1.3)$$

où I_x est l'intensité transmise à travers l'épaisseur x de la matière par un faisceau incident d'intensité I_0 , et μ est le coefficient d'absorption linéique du matériau (en m^{-1}). La reconstruction par tomographie 2D permet de visualiser l'objet observé à cœur : des radiographies sont effectuées en faisant varier l'angle de vue de l'objet afin d'obtenir un jeu de radios correspondant à un tour complet de l'échantillon. Ce jeu de radios permet de déterminer le coefficient local d'absorption en tout point de l'objet, et donc également de reconstruire, à l'aide d'algorithmes mathématiques, la géométrie 3D de l'échantillon. Cette méthode est couramment utilisée pour l'observation de caractéristiques géométriques de renforts fibreux, mais également pour l'observation de zones de ruptures de mèches ou de décohésion [ARO 06].

Comportement longitudinal de la mèche

Une mèche est constituée d'un grand nombre de fibres de verres, 600 ou 2000 fibres dans notre cas. Lors de la mise sous tension d'une mèche, ces fibres ne se tendent pas toutes simultanément, ce qui implique une non-linéarité du comportement longitudinal de la mèche en début de tension, comme montré sur la figure 1.12. Ceci est dû au procédé de fabrication de la mèche, ainsi que du type de verre utilisé.

L'identification du comportement longitudinal d'une mèche en terme de contrainte n'a que peu de sens. En effet, l'expression de la contrainte dépend de la section apparente de la mèche, c'est-à-dire que si la section diminue, pour un même effort, la contrainte augmente. Or, le nombre de filaments au sein d'une mèche étant constant, le comportement en tension de la mèche est identique, quelle que soit l'évolution de sa section. Ainsi il convient de caractériser le comportement par une rigidité, rapport de l'effort sur la déformation.

Les essais de tension de mèche sont normalisés (norme ASTM D4018-81 [AST90]) et doivent être réalisés selon le protocole présenté figure 1.13. L'éprouvette doit être

composée d'au moins 10000 filaments et imprégnée de résine de manière à assurer une tenue correcte de l'échantillon. Selon les cas, il peut être nécessaire de mouler les extrémités de l'éprouvette dans une résine pour éviter le glissement de celle-ci dans les mors de la machine de traction.

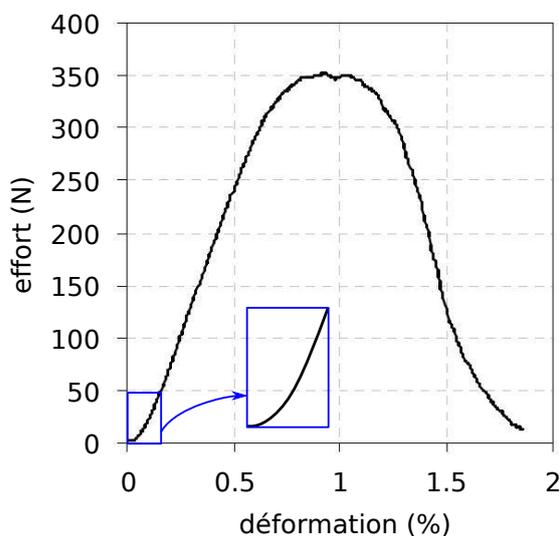


Figure 1.12: Comportement d'une mèche de verre[DUM 03]

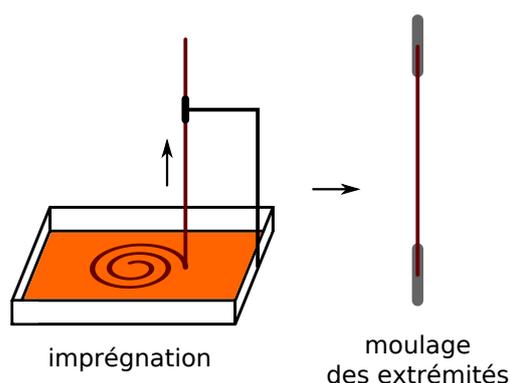


Figure 1.13: Préparation de mèches [AST90]

Compaction dans le plan transverse de la mèche

Est défini par compaction le changement d'aire dans le plan transverse de la mèche, c'est-à-dire dans le plan perpendiculaire à la direction des fibres. La rigidité dans le plan transverse de la mèche est beaucoup plus faible que la rigidité longitudinale, ce qui fait de la compaction un mode de déformation majeur de la mèche. De plus, la compaction d'une mèche est directement liée à la densité de fibres, ce qui en fait un paramètre primordial pour les études de perméabilité nécessaires aux étapes d'injection de résine type RTM ou autre.

Plusieurs étapes apparaissent au cours de la compaction d'une mèche : tout d'abord les fibres se réorganisent de manière à combler les vides, puis un blocage est progressivement atteint et la rigidité de compaction de la mèche tend vers la rigidité du verre massif. Ce phénomène est illustré figure 1.14 où les vides entre fibres de la section initiale n'apparaissent plus après tension biaxiale du tissu, au cours de laquelle la mèche se compacte [BAD 08c].

La caractérisation expérimentale du comportement de compaction d'une mèche est très complexe à mettre en œuvre. Il est généralement préféré une identification par méthode inverse à partir d'un essai de compaction à l'échelle macroscopique [GAS 00][POT 08], c'est-à-dire sur renfort sec. C'est également ce qui sera fait dans ce manuscrit.

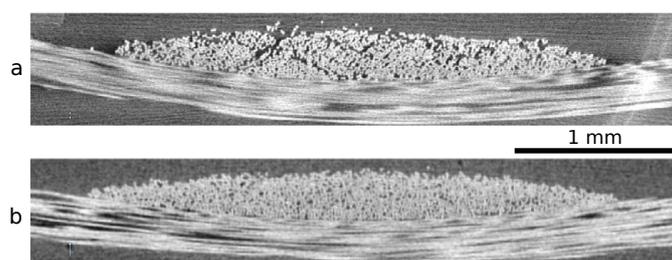


Figure 1.14: Vue en coupe par tomographie X de la section d'une mèche : a) au repos ; b) sous tension biaxiale [BAD 08c]

Cisaillements de la mèche

Le comportement de la mèche étant fortement anisotrope dans la direction des fibres, deux modes de cisaillement peuvent être dissociés [CHA 11] : une distorsion (cisaillement dans le plan transverse de la mèche) et un cisaillement dans la direction des fibres (appelé par la suite cisaillement longitudinal), illustrés figure 1.15. La distorsion correspond au changement de forme dans le plan transverse, pour lequel les fibres se réorganisent, comme dans le cas de la compaction. Elles glissent donc les unes par rapport aux autres et ce réarrangement est fortement influencé par l'état de compaction de la mèche. En effet, si la mèche est compactée, les interactions entre fibres sont plus importantes et le comportement se voit alors rigidifié. La résistance au glissement des fibres est alors dépendante de la compaction, mais aussi de l'ensimage de la mèche, présent pour assurer une cohésion entre les fibres. C'est également ce frottement qui confère une rigidité de cisaillement longitudinale à la mèche.

Ce phénomène de couplage entre compaction et cisaillement (distorsion ou cisaillement longitudinal) est donc vrai pour les deux modes de cisaillement mais est difficile à caractériser expérimentalement. De même que pour la compaction, il est plus aisé d'identifier ces modes de déformation par méthode inverse.

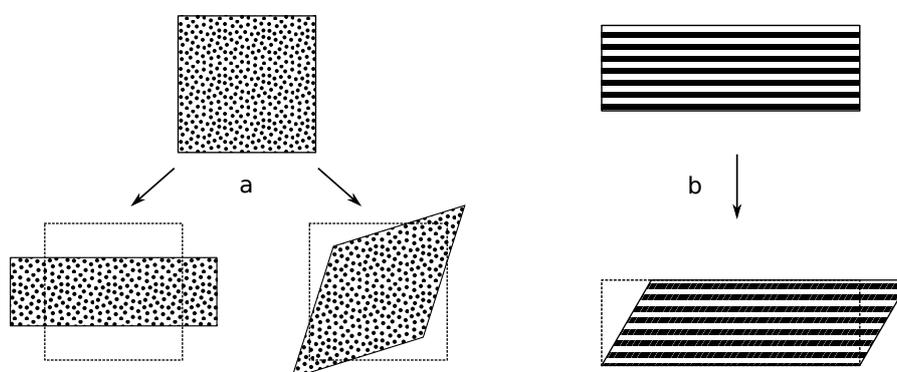


Figure 1.15: Exemples de distorsion (a) et cisaillement longitudinal (b) de la mèche

Comportement de la mèche en flexion

Le comportement en flexion d'une mèche est encore peu connu à l'heure actuelle, bien qu'important dans le cas de modélisation mésoscopique de renforts secs. Dans le cadre de l'étude du procédé de tissage, ce phénomène est très important, notamment au niveau des lisses permettant l'ouverture de foule. Trois phénomènes sont susceptibles de se produire lorsqu'une mèche est soumise à une flexion, flexion trois points par exemple [CHA 11] : un cisaillement longitudinal de la mèche, une flexion de chaque fibre constituant la mèche et un flambement latéral de fibres au niveau de l'appui central. En effet, comme vu précédemment, le frottement entre les fibres et l'ensimage de la mèche implique une raideur en cisaillement longitudinal, mais cette cohésion entre fibres est trop importante pour que le cisaillement longitudinal se propage jusqu'aux extrémités de la mèche. Ceci explique l'apparition de flambement au sein de la mèche figure 1.16.

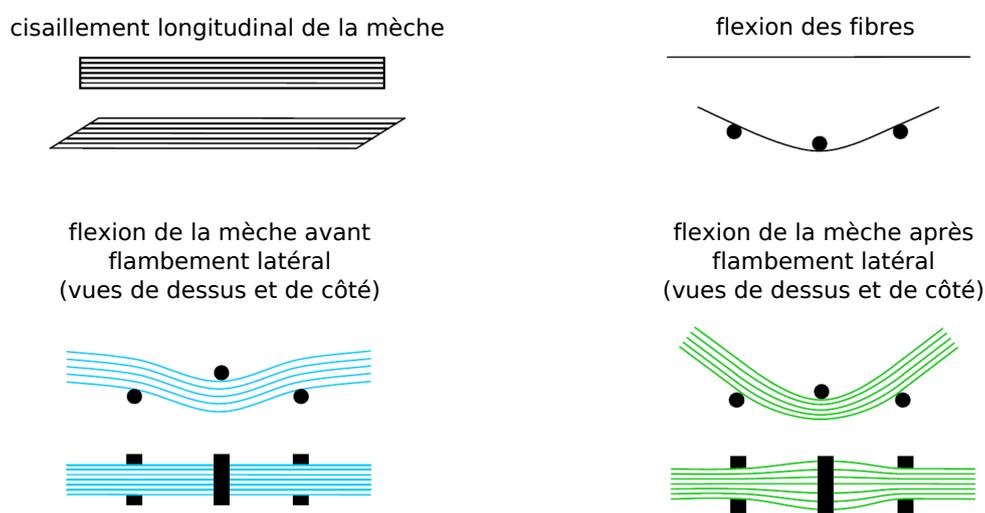


Figure 1.16: Mécanismes intervenant dans la flexion d'une mèche [CHA 11]

La rigidité de flexion d'une mèche est très faible, voire prise comme nulle dans certaines études [BOI 06]. Cependant, il faut être vigilant sur le fait que des rigidités quasi-nulles peuvent conduire à des instabilités lors de la modélisation numérique. Plusieurs méthodes expérimentales, adaptables à une mèche de renfort, ont été mises au point pour identifier la rigidité en flexion du tissu [BIL 10].

Peirce a été le premier à mettre en place une méthode de caractérisation macroscopique du comportement de flexion [PEI 30]. En supposant une relation linéaire entre le moment de flexion et la courbure, il propose un test de type cantilever pour déterminer la rigidité de flexion. Cet essai est actuellement un standard de normes ASTM très utilisé pour mesurer la flexion des tissus d'habillement. La machine utilisée est un modèle de type Taber Industries (figure 1.17(a)). Le principe de l'essai est de placer l'éprouvette sur un plan horizontal et de la faire glisser de manière à la placer en porte-à-faux. La mèche

est alors uniquement soumise à son propre poids et, pour une longueur de surplomb l donnée, elle vient en contact avec un plan incliné à 41.5° (figure 1.17(b)). Cet essai est très simple à réaliser, mais son dépouillement repose sur le fait que la rigidité en flexion est supposée constante, ce qui n'est pas le cas.

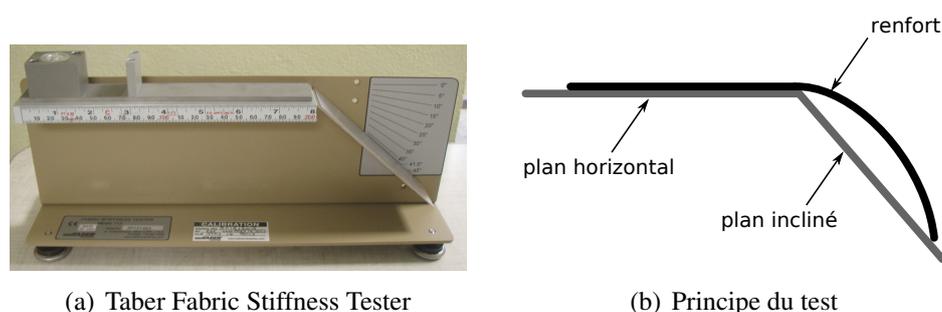


Figure 1.17: Test de type cantilever proposé par Peirce

L'identification du caractère non-linéaire du comportement en flexion peut se faire à l'aide du dispositif de flexion du KES (Kawabata Evaluation System for fabrics), permettant de déterminer le moment en fonction de la courbure. Il consiste à fixer une bande de tissu entre des mors imposant une cinématique de flexion pure. Cet essai peut être complexe à mettre en place pour des renforts de composites, leur raideur en flexion étant beaucoup plus importante que celles des tissus d'habillement pour lesquels ce dispositif a été développé. Un autre système a alors été développé pour déterminer plus finement le comportement du renfort [BIL 10]. Celui-ci repose sur le même principe que le dispositif ASTM (flexion sous poids propre), mais un système optique permet d'obtenir le profil de l'échantillon en fonction de la longueur de surplomb.

1.3.2 Comportement à l'échelle macroscopique

Selon les modes de déformations étudiés, le comportement d'une mèche peut être très complexe à identifier de manière expérimentale. C'est pourquoi il est parfois nécessaire de caractériser le comportement de renfort à l'échelle macroscopique et, par méthode inverse, identifier le comportement de la mèche. Il est donc important de noter que les renforts héritent des comportements mécaniques des mèches, mais présentent également des caractéristiques propres à leur structure.

Une hypothèse classique de l'étude macroscopique de renforts tissés est l'absence de glissement relatif entre une chaîne et une trame. Cette hypothèse est à la base des modèles continus de renforts. Si du glissement apparaît entre le réseau chaîne et le réseau trame, le renfort ne peut plus être considéré comme un matériau continu. Ceci a été validé dans le cas d'un taffetas de verre soumis à un emboutissage de type "poinçon hémisphérique"

[BOI 95]. La figure 1.18 montre que des traits tracés avant emboutissage dans les direction chaîne et trame se coupent au même endroit après déformation. L'apparition de glissement entre réseaux ou de détissage a fait l'objet du développement d'un modèle spécifique à ce genre de défaut [GAT 10][GAT 13].

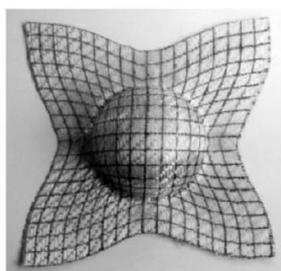


Figure 1.18: Validation de l'hypothèse de non-glissement entre mèches [BOI 95]

Comportement en traction

La traction uniaxiale est un cas de chargement bien connu pour les renforts tissés. Lors de ce type d'essai, une forte réduction de l'embuvage dans la direction de mèche sollicitée est observée, phénomène couplé bien entendu avec une forte augmentation de l'embuvage dans la deuxième direction de mèche. Une fois l'embuvage de la direction des mèches sollicitée réduit à zéro, celles-ci subissent une élongation. Ces mécanismes sont décrits figure 1.19 et impliquent un comportement fortement non-linéaire : la rigidité est très faible tant que l'embuvage n'est pas entièrement résorbé, puis vaut la somme des rigidités des mèches dans la direction sollicitée.

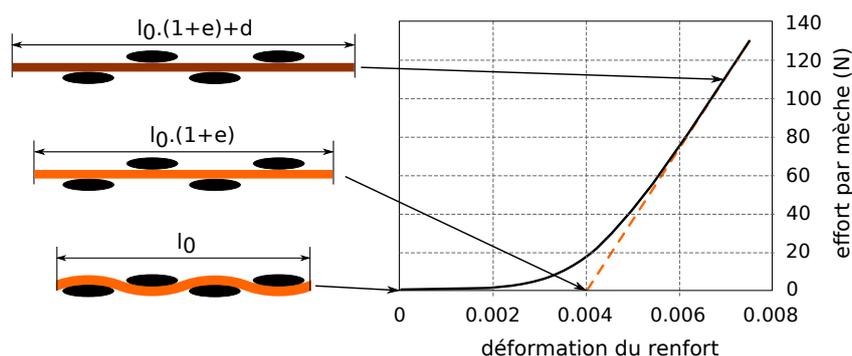


Figure 1.19: Courbe expérimentale de traction uniaxiale sur taffetas de verre [BUE 98] et phénomènes mis en jeu

La forte augmentation de l'embuvage dans la direction orthogonale à la direction de sollicitation est en contradiction avec l'hypothèse de non-glissement entre les deux réseaux

chaîne et trame, la longueur de ces mèches restant constante. Cependant, les renforts étudiés ont un embuvage très faible (inférieur à 1%) et le phénomène d'"avalement" de la mèche dans la direction orthogonale est négligeable.

Comportement en compression

Il a été vu précédemment que le comportement en compression d'une mèche seule est particulièrement difficile à caractériser. C'est pourquoi ce mode de déformation sera étudié sur renfort. La compaction du renfort a une influence directe sur la mise en forme et la phase d'injection de la matrice au cours du procédé RTM. En effet, le renfort est écrasé au cours de ce procédé de manière à augmenter la densité de fibre de la pièce finale, c'est-à-dire d'augmenter le rapport performances mécaniques/masse. Cette étape de compaction a également une influence directe sur la perméabilité du renfort, paramètre étudié par les Mines de Douai au sein du projet NUMTISS.

La raideur initiale du renfort en écrasement est très faible, comme le montre la figure 1.20. Lorsque la densité de fibres devient trop importante et qu'intervient un blocage latéral entre mèches, la raideur augmente alors fortement. Plusieurs écrasements successifs d'une même éprouvette mettent en évidence l'influence de l'histoire de la déformation sur le comportement du renfort, ce qui peut également s'appliquer à une mèche. Il est donc à noter que le comportement d'une mèche ou d'un renfort n'est pas uniquement élastique et dépend entre autre de réarrangements de fibres au sein de la mèche.

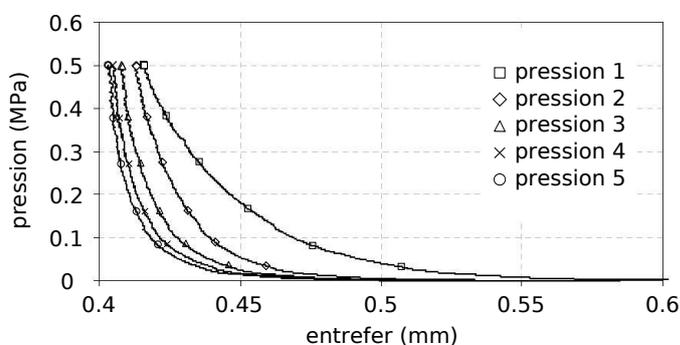


Figure 1.20: Courbes de compactions successives d'un taffetas de verre [CHA 11]



Figure 1.21: Essai de compaction sur renfort

Un essai de compaction sur renfort consiste à venir mettre en place une éprouvette entre deux plateaux et à appliquer une pression sur l'éprouvette. Ceci semble simple à mettre en place, mais plusieurs points méritent d'être mentionnés. Tout d'abord, le frottement du renfort avec les outils de compression peut nettement influencer le comportement du tissu. Le réarrangement des fibres au sein des mèches implique des phénomènes de relaxation difficiles à caractériser. Enfin les efforts mis en jeu sont très importants en regard des déplacements mis en œuvre ce qui implique l'utilisation de machines de capacité importante où la mesure de l'entrefer peut s'avérer délicate.

Comportement en cisaillement

La mise en forme de renfort est possible grâce à la faible rigidité de ceux-ci en cisaillement, ce qui en fait un mode de déformation majeur. Le comportement en cisaillement dans le plan du renfort peut se décrire en deux étapes, identifiées par corrélation d'images [DUM 03]. Tout d'abord les deux réseaux de mèches pivotent l'un par rapport à l'autre en un mouvement relatif de rotation pure, ce qui est en adéquation avec l'hypothèse de non-glissement entre mèches. L'effort de cisaillement reste faible lors de cette étape. Dans un second temps les interstices se combent au fur et à mesure que l'angle de cisaillement augmente, et une rigidification en cisaillement a lieu lorsque les contacts latéraux entre mèches prennent de l'importance. Ce phénomène apparaît pour des angles de cisaillement compris entre 40° et 50° et le cisaillement pur du renfort est remplacé par de la compaction latérale de mèche.

Le comportement en cisaillement d'un renfort est donc fortement non-linéaire de part l'apparition de différents modes de déformation. De plus, le réarrangement des mèches et le frottement inter-mèches impliquent un comportement hystérétique à la décharge et un adoucissement à la recharge, comme le montre la figure 1.22.

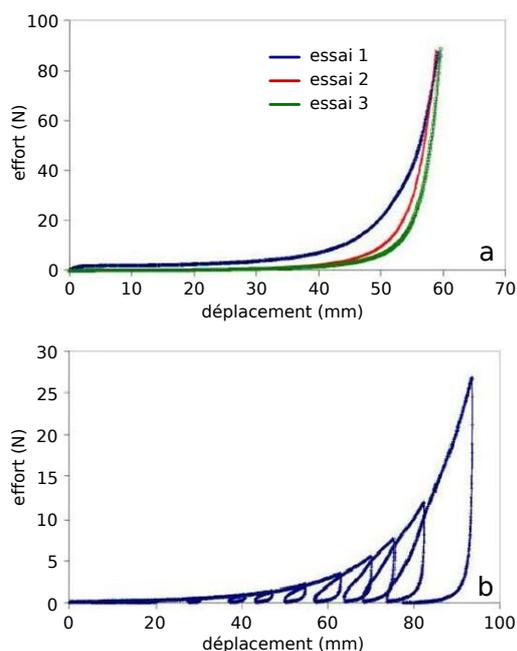


Figure 1.22: Bias test sur G1151, adoucissement et hystérésis [DEL 09a]

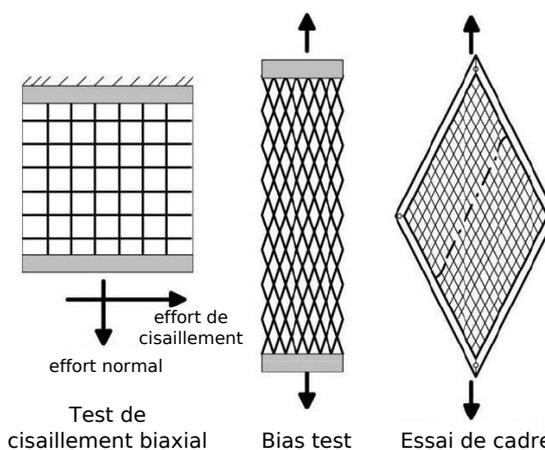


Figure 1.23: Trois types de tests de cisaillement

Trois tests différents présentés figure 1.23 peuvent être réalisés pour étudier le comportement en cisaillement : le test de cisaillement biaxial, le bias test et l'essai de cadre (ou picture frame) [POT 06].

Le test de cisaillement biaxial consiste à imposer un effort normal constant et à mesurer

la force de cisaillement et l'angle de cisaillement correspondant.

Le bias test consiste à réaliser un essai de traction sur une éprouvette rectangulaire dont les mèches (chaîne et trame) sont inclinées de 45° par rapport à la direction de traction [CAO 08][HAR 04]. En supposant une rigidité longitudinale des mèches infinie et une rigidité en cisaillement du renfort nulle, et si l'hypothèse de non-glissement entre les réseaux est vérifiée, ce test conduit à une cinématique bien particulière où trois zones différentes dans l'échantillon peuvent être distinguées [BAD 08a] (figure 1.24) : une zone non déformée A, une zone "demi-cisaillée" B cisaillée d'un angle $\gamma/2$ et une zone cisaillée C d'un angle γ . L'angle théorique de cisaillement peut alors être défini en fonction de l'allongement d de l'éprouvette :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \arccos \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(1 + \frac{d}{L_0 - L_a} \right) \right) \quad (1.4)$$

Pour des angles de cisaillement importants, du détissage apparaît et les mèches glissent les unes par rapport aux autres, ce qui entraîne d'une part une sur-évaluation de l'angle de cisaillement et d'autre part un non-respect des hypothèses de cet essai.

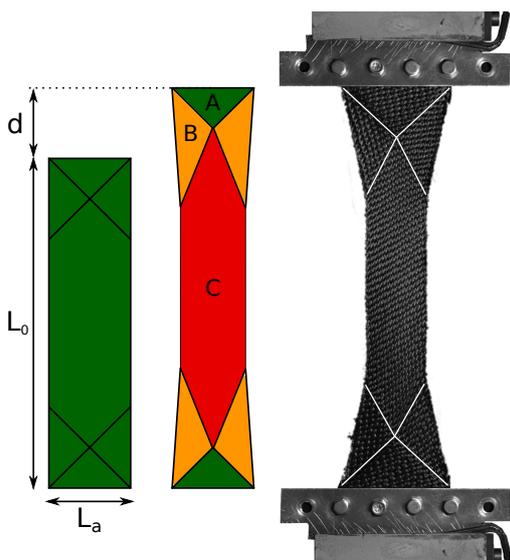


Figure 1.24: Essai de bias test

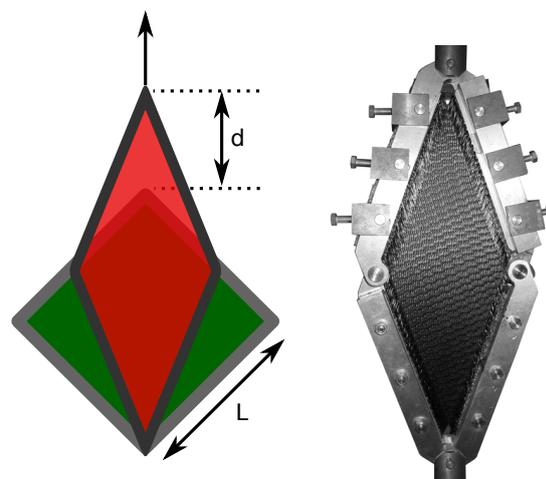


Figure 1.25: Essai de picture frame

L'essai de cadre, ou picture frame, consiste à réaliser un essai de traction sur un cadre articulé en ses quatre coins, le déplacement étant imposé sur deux coins opposés. Le renfort est mis en place dans ce cadre, ce qui permet d'obtenir du cisaillement pur sur tout l'échantillon, comme présenté figure 1.25. L'angle de cisaillement est donc défini comme la variation d'angle entre les deux réseaux de mèches et peut être directement relié au déplacement d du cadre de manière géométrique :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \arccos \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{d}{L} \right) \quad (1.5)$$

Bien que classique, ce type d'essai présente plusieurs difficultés. Tout d'abord, l'alignement des mèches avec le cadre est complexe à assurer, créant alors de la tension dans les mèches, comme montré figure 1.26. Cette tension, prépondérante vis-à-vis du cisaillement, fausserait les résultats [LEB 03]. De plus, la tension dans les mèches apparaît nécessairement lors de la mise en place de l'éprouvette dans le cadre et influence énormément les résultats du picture frame, comme le montre J. Launay et al. [LAU 08], et le fait de ne pas pouvoir contrôler correctement le maintien de l'échantillon amène à des résultats peu répétables [LOM 06]. Ensuite, les mèches doivent être théoriquement en liaison pivot avec le bord du cadre, ce qui n'est bien sûr pas envisageable de réaliser en pratique. La mèche flambe donc localement [WIL 08], créant des déformations parasites difficiles à évaluer. Enfin, l'angle de cisaillement déduit du picture frame peut être bien différent de l'angle de cisaillement réel dans l'éprouvette [WIL 08], ce qui implique de déterminer le champ de déformation par corrélation d'images plutôt que de le déduire du déplacement des bords de l'échantillon.

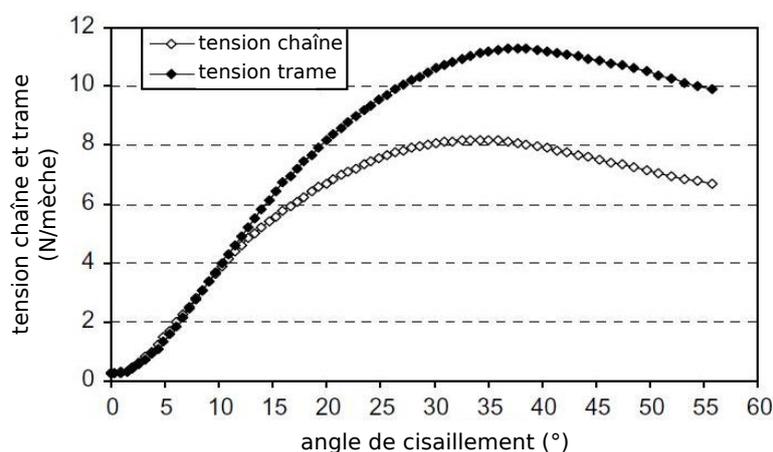


Figure 1.26: Tension (chaîne et trame) lors d'un essai picture frame [LAU 08]

1.3.3 Remarques générales sur le comportement de mèches et de renforts

Le comportement mécanique d'une mèche est globalement non-linéaire. Différents types d'essais peuvent être mis en place pour caractériser son comportement en tension ou en flexion. Certains font l'objet d'une norme, comme l'essai de traction sur mèche. Cependant, nous avons vu que cet essai ne peut s'appliquer que dans des conditions très particulières, non réunies dans le cadre de ce manuscrit. Il conviendra donc de mettre en place un nouveau protocole expérimental. D'autres modes de déformation peuvent être couplés, comme la compaction et le cisaillement, ce qui complexifie grandement leur identification. La caractérisation complète du comportement mécanique d'une mèche ne

peut se faire qu'à l'aide d'essais sur renforts et d'une méthode inverse.

Enfin, beaucoup de difficultés peuvent apparaître lors d'essais expérimentaux sur mèches ou renforts, comme vu pour le picture frame. Une des difficultés récurrentes pour tous types d'essais est que le début exact du chargement est souvent difficile à repérer, ce qui entraîne des problèmes de répétabilité de l'essai. Ce phénomène est illustré figure 1.27 où des courbes de plusieurs essais se superposent après avoir appliqué un décalage d'origine [PEN 05].

Il est important de prendre en compte tous ces phénomènes pour identifier et modéliser le comportement de mèches.

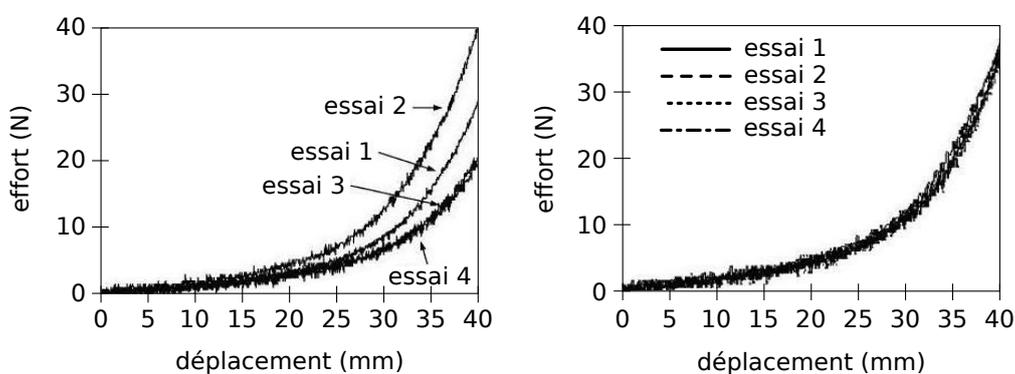


Figure 1.27: Répétabilité de l'essai de bias test [PEN 05]

1.4 Modélisation et simulation du comportement des mèches et des renforts fibreux

De nombreuses simulations ont déjà été mises en place pour l'étude de la perméabilité des renforts, mais aussi sur leur mise en forme. Ainsi différents modèles ont été développés, permettant de déterminer la faisabilité de la pièce avant toute élaboration de prototype physique et d'éviter de nombreuses études expérimentales souvent longues et coûteuses. La simulation de la mise en forme de renforts permet d'obtenir certaines informations telles la rupture de mèches en cas de tension trop importante, le flambement local de mèche en cas de forte compression, l'apparition de plissements, l'apparition de zones sèches dans le cas d'un taux volumiques de fibres trop grand, etc...

L'identification de ces phénomènes nécessiterait un processus expérimental d'essais/erreurs très lourd à mettre en place pour chaque type de pièce réalisée si l'on ne fait pas appel à la simulation numérique. Celle-ci est primordiale pour déterminer l'orientation des mèches dans la pièce finie, les caractéristiques mécaniques du composite obtenu, mais aussi pour l'étude de la phase d'injection de la résine. Cependant, l'étude des ces caractéristiques et de l'apparition de défauts ne se place pas toujours à la même échelle. C'est pourquoi différents types de simulation ont été développés. Les modèles à l'échelle microscopique permettent d'étudier les fibres et leurs interactions. Les modèles à l'échelle mésoscopique sont utilisés pour étudier le comportement de la mèche et déterminer les caractéristiques locales du renfort. Les modèles à l'échelle macroscopique, quant à eux, permettent d'étudier le comportement du tissu dans sa globalité, ainsi que de prédire l'apparition de plissements ou de glissements de mèches.

La simulation du comportement des tissus est essentielle dans ce travail de thèse pour identifier le comportement de la mèche, cependant l'objectif est de simuler le procédé de tissage et les études concernant les procédés de fabrication tels que le tissage, le tricotage ou le tressage restent moins nombreux.

Dans cette section nous verrons donc les différents modèles déjà existants pour la simulation du comportement des renforts, ainsi que les études concernant les différents procédés de fabrication des renforts fibreux.

1.4.1 Modélisation à l'échelle microscopique

L'objectif ici est de modéliser le comportement d'un renfort fibreux à partir du comportement des fibres, constituant les mèches. Il s'agit donc de prendre en compte le frottement et le réajustement des fibres lors d'une déformation appliquée au renfort. Les interactions entre fibres et entre mèches sont très nombreuses et par conséquent la simulation est actuellement limitée à un faible nombre de mèches, soit un petit échantillon de tissu. Certaines études, dont celle de Durville [DUR 10], permettent d'obtenir des résultats prometteurs sur la simulation à l'échelle microscopique de renforts, comme illustré figure 1.28.

Dans ce travail, la géométrie initiale du tissu, à savoir la trajectoire des fibres et des mèches ainsi que la forme de la section des mèches, est obtenue à partir des contacts entre les différentes fibres et mèches. Le contact entre deux éléments est étudié dans la publication de D. Durville [DUR 05] et est modélisé tout d'abord en déterminant les zones dans lesquelles les géométries sont suffisamment proches les unes des autres. Le problème est discrétisé pour pouvoir déterminer à chaque incrément de temps les points susceptibles d'être en contact. Une fois ces points obtenus, le contact est modélisé en construisant une géométrie intermédiaire aux deux éléments. La section obtenue alors, illustrée figure 1.29, est très proche de celle observée par tomographie, présentée précédemment figure 1.14.

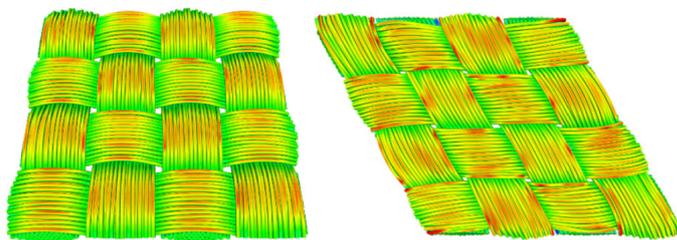


Figure 1.28: Simulation de cisaillement sur un taffetas [DUR 10]

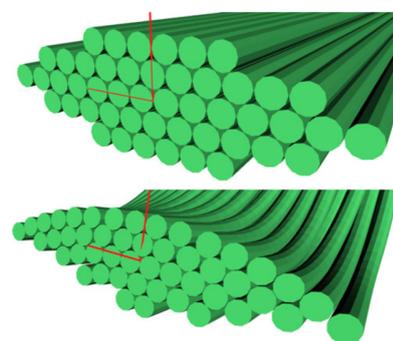


Figure 1.29: Section initiale définie par contacts entre fibres [DUR 10]

1.4.2 Modélisation à l'échelle mésoscopique

A cette échelle, la fibre n'est plus prise en compte et la mèche est considérée comme un matériau continu. La simulation se base donc sur la connaissance du comportement des mèches et permet d'en déduire un comportement plus global à l'échelle macroscopique. De plus, il est alors possible d'étudier la perméabilité locale d'un renfort en vue d'études d'écoulement de résine. La description du renfort à l'échelle mésoscopique nécessite 3 données principales : la description de la géométrie, les conditions aux limites à appliquer au modèle et la loi de comportement de la mèche.

Description de la géométrie

Il a été vu précédemment que le moyen le plus efficace pour l'observation de la géométrie d'un renfort est la tomographie aux rayons X. En effet, cette méthode est non intrusive et permet donc d'observer à cœur un échantillon tout en s'assurant de ne pas avoir modifier ses caractéristiques par un quelconque traitement. Il s'agit alors de déterminer un modèle géométrique pour la description des mèches (trajectoire, forme des sections en différents points...). Il a été vu au paragraphe 1.3.1 que l'utilisation de la tomographie aux rayons

X permet d'accéder à la géométrie interne du renfort, sa variabilité d'un échantillon à un autre, l'épaisseur des mèches, la longueur des mèches ou encore la densité de mèches. Une modélisation a été proposée par S. Lomov [LOM 00] pour les renforts tissés 2D et 3D, prenant en compte des paramètres géométriques et mécaniques (densité linéaire, dimension des sections des mèches, coefficient de frottement, loi de compression, rigidité de flexion). Cette modélisation décompose la trajectoire d'une mèche en trois parties élémentaires présentées figure 1.30 : une partie horizontale (1) reliant deux rangées de mèches adjacentes, une partie verticale (2) reliant une mèche d'une couche à celle de la couche supérieure (pour les renforts 3D) et une partie "contournante" (3). Cependant, cette modélisation considère des sections de mèches circulaires et constantes, ce qui est bien loin de la réalité. Ce modèle a conduit à un logiciel, WiseTex, développé à l'université de Louvain [VER 05] et prenant en compte un minimum de paramètres géométriques et mécaniques. C'est un modèle s'appuyant sur un algorithme de minimum d'énergie pour prédire la géométrie. En effet, la géométrie est tout d'abord décrite par la ligne moyenne des mèches et les sections des mèches à chaque croisement (de formes lenticulaires ou elliptiques). Le motif de tissage est décrit de manière matricielle comme illustré figure 1.31. Puis en effort transversal, relié au comportement de la mèche en compaction, est appliqué à chaque croisement, permettant de définir l'interaction entre les deux réseaux de mèches et ainsi la forme des sections transverse. Le problème de minimisation de l'énergie est ensuite résolu de manière à caractériser l'ensemble des paramètres de la description géométrique du renfort. Ce logiciel permet de déterminer rapidement des géométries complexes de renforts 2D et 3D.

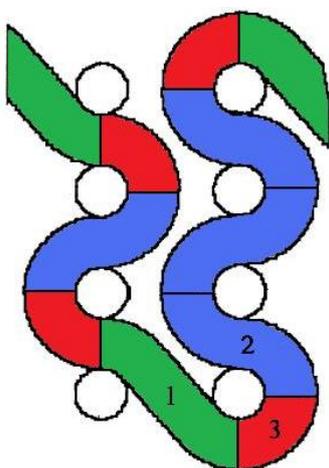


Figure 1.30: Trajectoire d'une mèche [LOM 00]

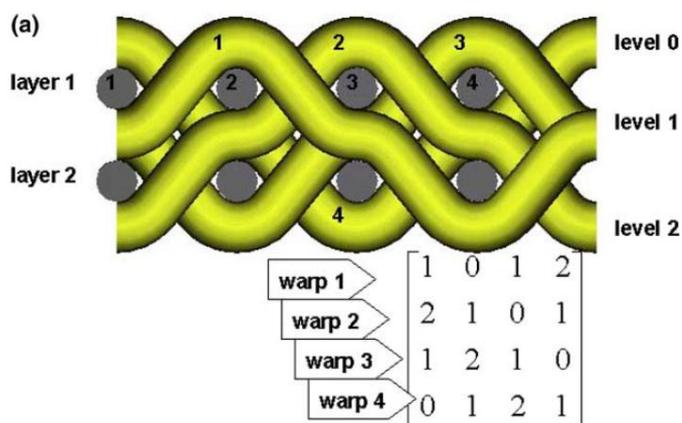


Figure 1.31: Description matricielle du motif de tissage [VER 05]

Cependant, il faut veiller à ce que le modèle géométrique obtenu soit cohérent, c'est-à-dire qu'il n'y ait pas d'interpénétration entre les mèches. Ce point n'était à l'origine pas vérifié dans WiseTex, comme le montre la figure 1.32 où trois cas d'interpénétration sont illustrés [LOM 07] : tout d'abord dans le cas de mèches plates dans des tissés

orthogonaux (a), ou à l'intersection de mèches plates non orthogonales entre elles (b), ou encore dans des tissés 3D très denses. Une méthode a été par la suite implémentée pour pallier ces défauts [VER 05]. Cette description permet d'obtenir la position et le volume occupés par les mèches au sein d'une cellule élémentaire, des exemples sont donnés figure 1.33. WiseTex permet donc d'obtenir la géométrie de renforts, mais à partir d'observations géométriques et de données mesurées sur des renforts déjà existants et étudiés. De plus, toute l'histoire des mèches lors du procédé de fabrication n'est pas prise en compte.

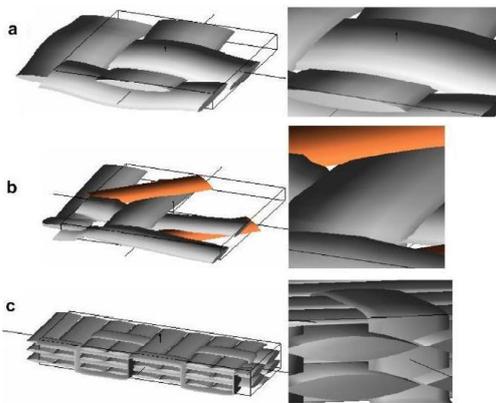


Figure 1.32: Trois cas d'interpénétration de mèches [LOM 07]

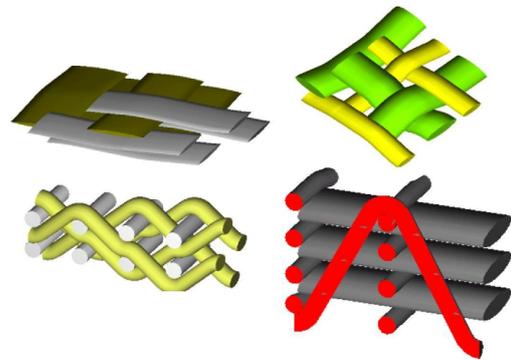


Figure 1.33: Exemples de géométries obtenues par WiseTex [LOM 04]

Un autre type de modèle a été développé par Hivet et Boisse [HIV 05]. Ce modèle géométrique ne s'intéresse qu'aux renforts tissés 2D mais permet d'assurer l'absence d'interpénétration entre les mèches. C'est pourquoi ce type de modélisation est utilisée dans ce manuscrit. Dans ce modèle, la section de la mèche varie le long de sa ligne moyenne et est définie en un certain nombre de points de contrôle, nombre variable selon le type d'armure considéré (figure 1.34). Ces points définissent trois zones caractéristiques : zone de contact plan entre M1 et M2, zone de contact courbe entre M2 et M3 et zone libre entre M3 et M4. Les sections sont donc définies pour chacun de ces points de contrôle et leur contour est divisé en quatre parties. Des formes simplifiées peuvent être obtenues de manière à faciliter la discrétisation de la géométrie en éléments finis. A l'aide de ces formes, trois paramètres sont nécessaires pour modéliser un taffetas équilibré, et six pour un taffetas déséquilibré. Un exemple obtenu à l'aide de ce modèle est donné figure 1.35

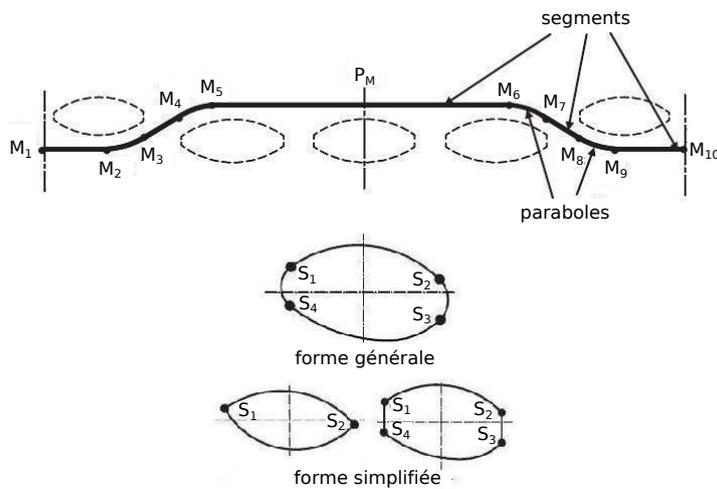


Figure 1.34: Modèle géométrique de la trajectoire et section d'une mèche [HIV 05]

Figure 1.35: Taffetas obtenu par le modèle de Hivet

Problématique des conditions aux limites

Pour modéliser la géométrie d'un renfort, il convient de déterminer une Cellule Élémentaire Représentative (CER), permettant de modéliser et de satisfaire les conditions aux limites, que ce soit en chargement, en périodicité ou en symétries. La CER doit être la plus petite possible pour optimiser les temps de calcul. Il peut en exister plusieurs pour un même renfort [BAD 07], mais les conditions aux limites sont alors différentes. Ce cas est présenté figure 1.36 où pour la CER notée (a), une partie des conditions aux limites ne correspond pas à des points matériels. Il est à noter que ces "trous" dans les conditions aux limites peuvent évoluer dans un cas de chargement en cisaillement par exemple. Les conditions aux limites doivent donc être modifiées pendant la simulation, ce qui est beaucoup plus complexe à modéliser. Le choix de la CER en fonction des cas étudiés est donc très important. De plus, la caractérisation géométrique de la CER est primordiale puisque fortement influente sur les résultats de simulation obtenus [TAR 01].

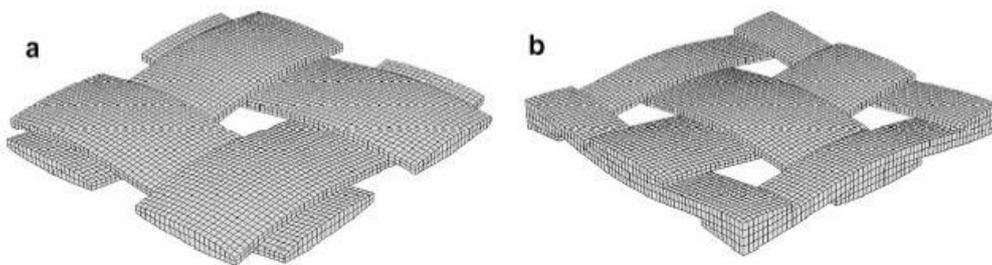


Figure 1.36: Deux Cellules Élémentaires Représentatives pour une même armure [BAD 07]

Choix de la loi de comportement

Une fois la géométrie de la CER définie et discrétisée par éléments finis, il convient bien sûr de définir sa loi de comportement, c'est-à-dire sa réponse à une sollicitation donnée. A l'échelle mésoscopique, il s'agit de déterminer une loi de comportement du matériau "mèche", la mèche étant considérée comme continue. Ce comportement est très spécifique, puisque très anisotrope dans la direction des fibres. La plupart des études utilisent des modèles hypoélastiques pour décrire ce comportement. L'un des premiers a été défini par Gasser *et al.* [GAS 00] : la mèche est considéré comme orthotrope où seules les contributions en tension dans la direction des fibres et la compaction dans le plan transverse sont pris en compte. Par la suite, les travaux de Hagège [HAG 04] ont montré que l'utilisation des dérivées objectives classiques telles Jaumann ou Green-Nagdhi ne permettent pas de garantir l'objectivité des lois de comportement type "mèche" (travaux poursuivis par Badel [BAD 08a]). D'autres études ont permis de développer des modèles hyperélastiques [CHA 11] où le comportement d'une mèche est défini pour quatre modes de déformation découplés. Le détail de toutes ces problématiques sera repris dans la suite de ce manuscrit.

1.4.3 Modélisation à l'échelle macroscopique

A cette échelle, l'objectif est de simuler la mise en forme des renforts. Cette échelle ne peut bien sûr pas être utilisée dans le cadre de ce projet, mais il est intéressant de noter que beaucoup de méthodes de simulation existent, chacune pour des cas spécifiques. Il sera fait ici une description rapide des modèles développés pour la simulation à l'échelle macroscopique. La première est la méthode du filet qui est une approche géométrique. Les autres méthodes sont des approches mécaniques (discrète, semi discrète et continue).

Approche géométrique : méthode du filet

Cette méthode, aussi appelée approche cinématique, repose sur certaines hypothèses [BOI 04] : les mèches sont inextensibles, les intersections entre les réseaux de chaîne et trame ne peuvent pas glisser et les rotations entre les deux réseaux sont libres. La position d'un point est déterminée par rapport à celle de deux de ses voisins, comme le montre la figure 1.37 : la position du point C est déterminée à partir des positions des points A et B. Les mèches étant inextensibles, il se situe à l'intersection des deux géodésiques issues de A et de B distantes de ceux-ci de la longueur du côté de la maille. Le résultat obtenu dépend donc fortement de la justesse des données initiales du point et des deux directions des mèches de chaîne et de trame en ce point. Les résultats des modélisations diffèrent selon la position choisie pour le point initial, comme le montre Wang *et al.* [WAN 99]. Cette méthode permet de réaliser des calculs rapides, mais les hypothèses nécessaires à sa mise en œuvre restreignent fortement son utilisation. De plus, aucune différenciation mécanique n'est faite selon les renforts étudiés et le résultat obtenu est identique pour n'importe quel tissu.

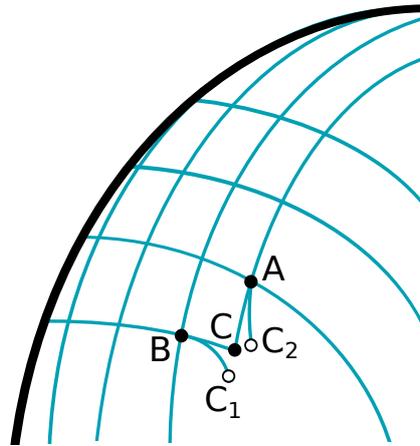


Figure 1.37: Méthode du filet [BOI 04]

Approche mécanique : approche discrète

L'approche discrète est une approche macroscopique consistant à modéliser le renfort par des nœuds reliés entre eux par des barres selon les directions chaîne et trame pour modéliser la traction biaxiale. Des ressorts linéaires sont ajoutés pour modéliser la torsion, le cisaillement et la flexion [SZE 06]. Cette approche est illustrée figure 1.38 et est utilisée principalement dans les simulations de comportement de tissus d'habillement (drapage), les approches semi discrètes et continues étant préférées pour l'étude de renforts techniques.

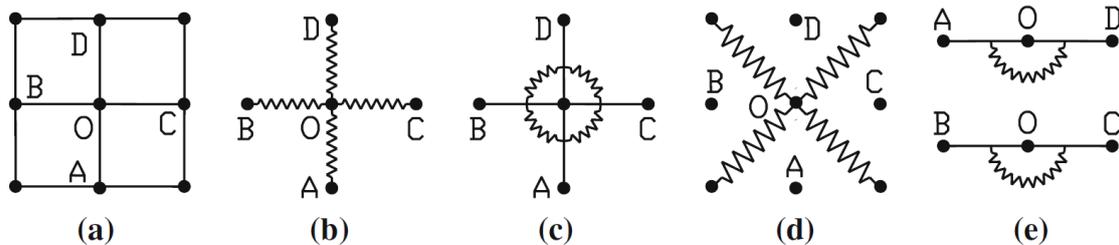


Figure 1.38: Approche discrète [SZE 06]

Approche mécanique : approche continue

Les approches continues sont des approches macroscopiques considérant le renfort comme un matériau solide continu, nécessitant d'homogénéiser le matériau. La difficulté de cette approche réside dans le choix de la loi de comportement. Des modèles de comportement hyper-élastiques anisotropes ont été développés [AIM 07][DRI 10], ainsi que des modèles hypoélastiques [PEN 05][KHA 10]. Un exemple de résultat obtenu avec un de ces modèles est présenté figure 1.39.

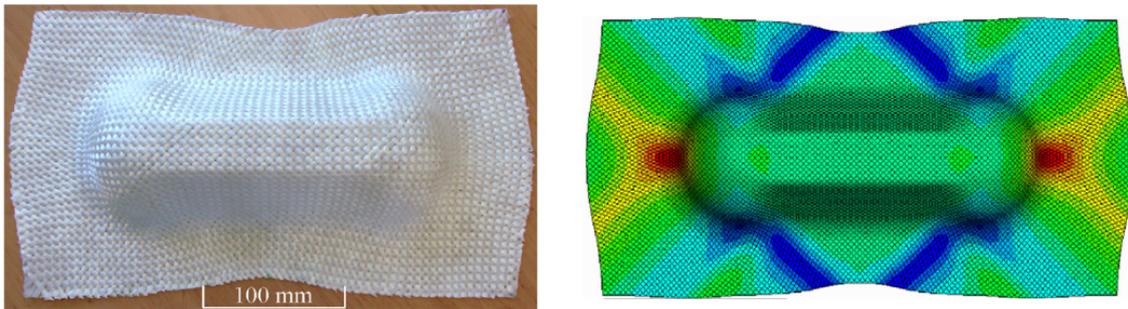


Figure 1.39: Simulation du drapage d'un double dôme obtenue avec le modèle hypoélastique de [KHA 10]

Approche mécanique : approche semi-discrète

Les approches semi-discrètes sont une combinaison des deux approches présentées précédemment. De Luycker [DEL 09b] propose un nouvel élément présenté figure 1.40. Il est constitué d'un élément solide pour modéliser les phénomènes de cisaillement et de compaction transverse, associé à des barres pour les phénomènes de tension de mèches. Creech et Pickett [CRE 06] modélisent les NCF en prenant en compte les couches de mèches unidirectionnelles par un solide continu et les coutures par des barres, comme illustré figure 1.41. Ces deux approches permettent de dissocier du comportement global le comportement très différent des mèches et des coutures en tension. Boisse *et al.* [BOI 06] a montré que la prise en compte de la rigidité de cisaillement permet de modéliser l'apparition de plissements, mais la forme de ces plissements ne peut être déterminée qu'en introduisant la rigidité en flexion, comme le montrent les travaux de Hamila *et al.* [HAM 09].

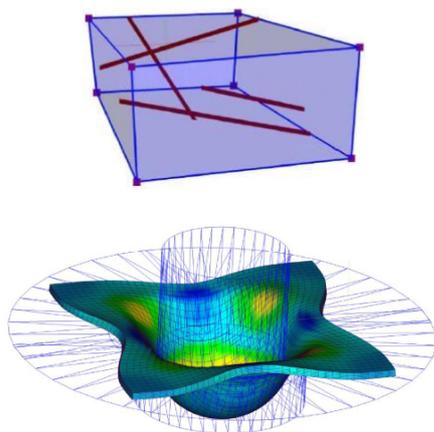


Figure 1.40: Approche semi-discrète pour interlock [DEL 09b]

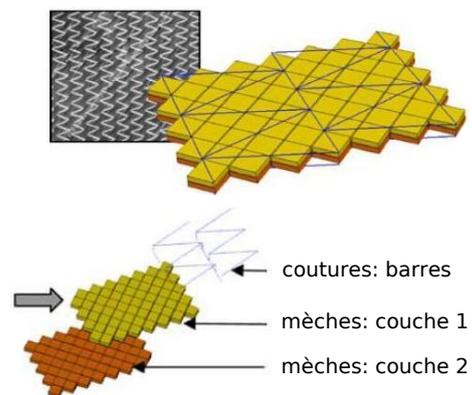


Figure 1.41: Approche semi-discrète pour NCF [CRE 06]

1.4.4 Simulation de procédés de fabrication de renforts

Bien que des logiciels tels que WiseTex permettent de mettre en place des géométries pour différentes armures de renforts, l'histoire de leur fabrication n'est pas prise en compte. Cependant, le procédé de fabrication influence fortement la géométrie et les caractéristiques mécaniques du renfort, et donc par conséquent de la pièce composite finale. En effet, des tensions sont appliquées aux mèches durant la fabrication, le contact avec les nombreux outils des machines peuvent les dégrader, ainsi que les différentes zones de frottement entre les mèches elles-mêmes. Quelques modèles ont été proposés pour simuler le procédé de fabrication, à l'échelle mésoscopique mais également l'échelle microscopique.

Modélisation à l'échelle mésoscopique

Dans le cadre de renforts tissés, un "élément numérique" développé par Wang et Sun [WAN 01] permet de représenter une mèche par un élément 1D ayant une section circulaire. La mèche est discrétisée par un ensemble de barres cylindriques, appelés "éléments numériques" et reliés par des nœuds sans frottement (figure 1.42).



Figure 1.42: Discretisation d'une mèche [WAN 01]

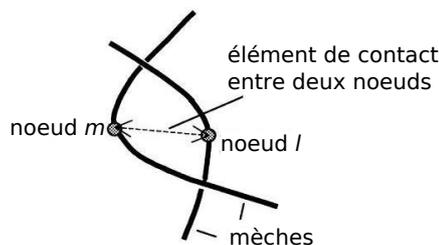


Figure 1.43: Élément de contact entre deux nœuds [WAN 01]

La longueur d'un élément étant prise très petite, le contact entre mèches peut être représenté par un contact entre deux nœuds. Il y a contact (glissement ou non selon le coefficient de frottement) lorsque la distance minimale entre deux nœuds est inférieure ou égale au diamètre des mèches. Dans ce cas est ajouté un élément de contact, illustré figure 1.43.

Ce modèle a été utilisé pour modéliser la micro-structure de 3-D tissés, où le frottement est pris comme nul. La trajectoire des mèches au sein du renfort peut ainsi être connue. Les résultats obtenus sont présentés figure 1.44.

Modélisation à l'échelle microscopique

Une des limitations principales de la modélisation précédente est le fait que la section des mèches est considérée comme constante dans la direction des fibres. Or le réarrangement de ces dernières lors de l'application d'un chargement implique une section variable. Les travaux de Zhou *et al.* [ZHO 04] améliorent donc cette modélisation en considérant la mèche non plus comme un seul élément, mais comme un assemblage de fibres. Ces

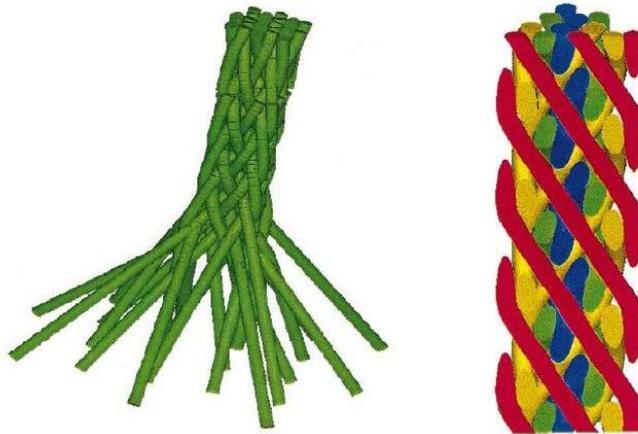


Figure 1.44: Modélisation d'un 3-D tressé [WAN 01]

dernières sont alors discrétisées par la même méthode que dans l'étude de Wang et Sun [WAN 01]. Une fois ces dernières assemblées pour former une mèche (en considérant le même type de contact que précédemment), le procédé de fabrication peut être simulé de la même manière. La figure 1.45 compare le résultat obtenu pour un tissé 2-D entre une modélisation à l'échelle mésoscopique et une modélisation à l'échelle microscopique (a), ainsi que pour un tressé 3-D (b). Il apparaît alors que les sections obtenues sont bien plus proches des sections réelles que pour la modélisation à l'échelle mésoscopique.

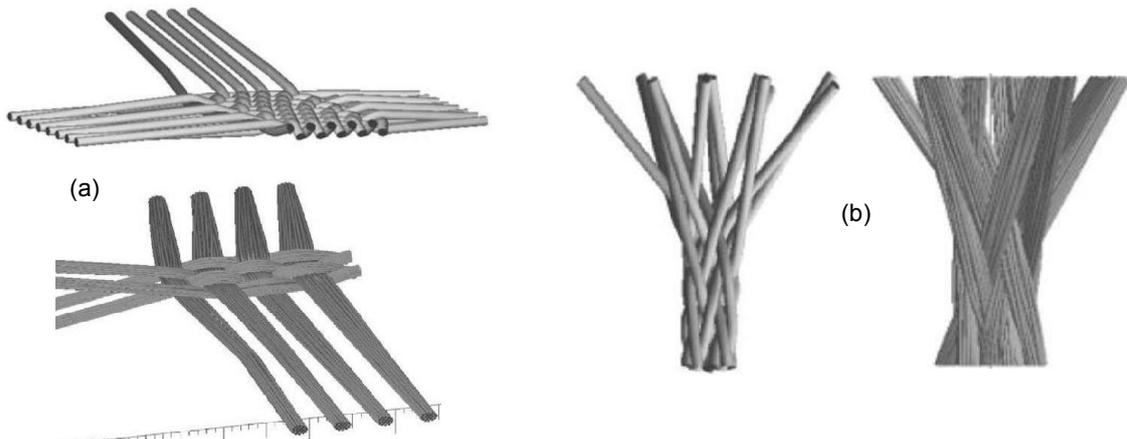


Figure 1.45: Modélisation d'un tissé 2D (a) et d'un tressé 3D (b), échelles mésoscopique et microscopique [ZHO 04]

Une des difficultés de ce genre de modélisation est l'efficacité et la rapidité du calcul. Comme dans le cas des modélisations du comportement de renforts à l'échelle microscopique, le nombre de filaments pris en compte dans une mèche reste bien sûr à l'heure

actuelle très limité. Par conséquent l'identification du comportement d'une mèche à partir des caractéristiques d'une fibre reste difficile à mettre en place. Cependant, Miao *et al.* [MIA 08] a déterminé qu'à partir de 19 fibres, l'ajout supplémentaire de fibres diffère peu le résultat obtenu, comme illustré figure 1.46. Il est à noter tout de même que le nombre réel de filaments est bien supérieur (ils peuvent être au nombre de plusieurs milliers). Ainsi le comportement identifié comme étant du frottement entre quelques fibres dans le cas de ce travail peut s'avérer en réalité correspondre à d'autres phénomènes dus au nombre important de fibres.

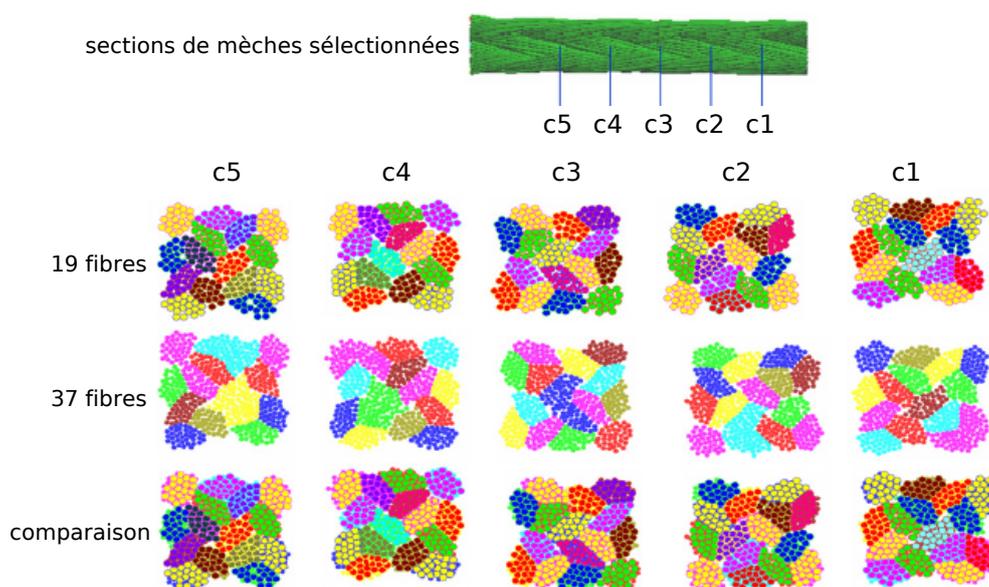


Figure 1.46: Modélisation de sections d'un 3D tressé [MIA 08]

Outre les considérations de contact entre fibres, la simulation d'un procédé de fabrication nécessite de déterminer d'autres paramètres. Dans le cadre du tricotage de renforts fibreux, Duhovic et Bahattacharyya [DUH 06] ont pris en compte les caractéristiques de la machine utilisée, les propriétés matériau et certains paramètres non physiques.

En effet, certains paramètres de la machine elle-même influencent directement le résultat obtenu, tels que la position, le mouvement et la géométrie des aiguilles, la vitesse du tricotage, le frottement entre aiguilles et mèches... Les mêmes phénomènes s'appliquent bien sûr aux autres procédés.

Dans cette étude, chaque fibre des mèches est représentée par une suite de poutres à section circulaire. Ces éléments élastiques linéaires se transmettent les forces de tension, flexion et torsion. La longueur de ces éléments doit être choisie de manière à obtenir une représentation proche de la réalité, mais aussi de manière à avoir un temps de résolution raisonnable. Les éléments de la machine tels que les aiguilles sont représentés par des corps rigides. Les contacts fibres/fibres ou fibres/machine sont modélisés par un

algorithme vérifiant la non pénétration grâce au diamètre des fibres.

D'autres paramètres à définir concernent la résolution en elle-même, à savoir le pas de temps, le paramètre de contact (détermine la fréquence des contacts à chaque pas de temps), le facteur d'échelle...

La simulation proposée par Duhovic et Bahattacharyya [DUH 06] modélise 20 fibres par mèches, permettant de réduire le temps de résolution tout en obtenant un résultat proche de la réalité. Les mèches sont modélisées par un assemblage hexagonal fermé de fibres. Une comparaison géométrique entre un tricotage réel et le résultat de la simulation est une première vérification de la modélisation. Les résultats obtenus sont très proches de la réalité, comme présenté figure 1.47. Cependant, là encore le nombre de fibres modélisées reste très faible en regard de la réalité.

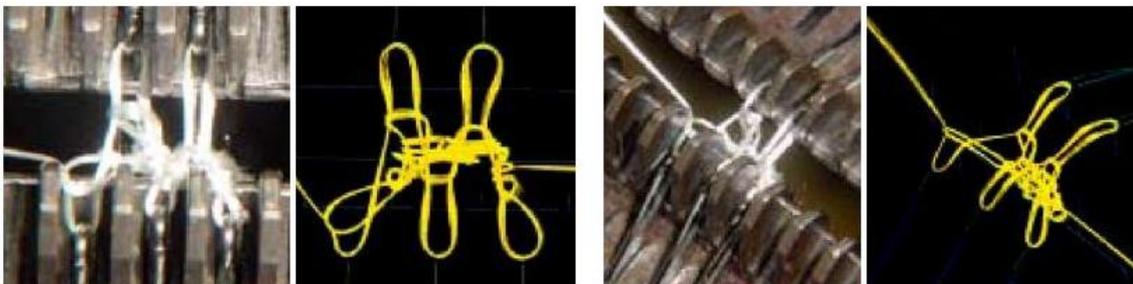


Figure 1.47: Modélisation de procédé de tricotage : comparaison géométrique [DUH 06]

1.5 Conclusion du chapitre 1

Les spécificités du comportement des renforts fibreux ont été abordées au cours de ce chapitre. Celles-ci peuvent être classiquement identifiées par une série d'essais expérimentaux : tension sur mèche ou sur renfort, compression, flexion, cisaillement. Ces essais seront utilisés pour l'identification de nos mèches, mais ils peuvent être complexes à mettre en place, les rigidités étant particulièrement différentes selon les déformations appliquées. Il a également été vu qu'il faut porter une attention particulière au repérage du début d'essai, de manière à obtenir des résultats répétables.

Plusieurs échelles sont envisageables lorsqu'il s'agit de modéliser le comportement de renforts fibreux. Dans le cadre d'une simulation du procédé de tissage de ces renforts, c'est un non-sens de parler de modélisation à l'échelle macroscopique, la notion de matériau continu n'étant alors plus valide. Se pose alors la question de l'échelle microscopique. Il a été vu précédemment que le nombre de fibres pris en compte dans ce genre de modélisation est nettement inférieur au nombre de fibres réelles. Le choix se porte donc tout naturellement à une étude à l'échelle mésoscopique, permettant de mettre en évidence les comportements multiples de la mèche, tout en gardant un temps de calcul raisonnable.

Les modèles mis en place à l'heure actuelle à cette échelle pour la simulation de procédés ne permettent pas de rendre compte d'une évolution de section de la mèche, celle-ci étant considérée comme circulaire et constante. L'objectif est alors de développer un modèle mésoscopique de mèche pour la simulation du procédé de tissage permettant d'obtenir une géométrie réelle, ainsi que de quantifier les contraintes subies par la mèche le long de son parcours dans le métier à tisser.

Pour cela, le choix de la loi de comportement, hypoélastique ou hyperélastique, sera explicité au cours de ce manuscrit et les difficultés induites par ces différentes modélisations seront abordées. De plus, les problématiques d'implémentation de ces lois de comportement dans un code de calcul, ici ABAQUS/Standard, seront détaillées.

Chapitre 2

Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

Dans ce second chapitre seront présentés les spécificités du comportement mécanique d'une mèche de renfort en fibre de verre et les différents essais expérimentaux mis en place pour les caractériser. En effet, l'identification de paramètres matériaux définis pour une loi de comportement ne peut se faire qu'à l'aide de résultats expérimentaux. Cependant, certains modes de déformation de la mèche ne sont pas identifiables par manipulations expérimentales directes. Ainsi, des essais expérimentaux sur renforts suivis d'une identification par méthode inverse doivent être mis en place pour caractériser ces modes. Nous verrons donc les différents protocoles expérimentaux choisis pour déterminer ces paramètres, ainsi que les résultats obtenus. De plus, cette caractérisation permet également de mettre en évidence l'effet du procédé de tissage sur les caractéristiques mécaniques des mèches.

Sommaire

2.1	Comportement mécanique de la mèche	39
2.2	Comportement longitudinal de la mèche	40
2.2.1	Protocole expérimental	40
2.2.2	Résultats	42
2.2.3	Conclusion sur les essais de traction sur mèche	46
2.3	Comportement en flexion de la mèche	46
2.3.1	Protocole expérimental	46
2.3.2	Résultats	47
2.3.3	Conclusion sur les essais de flexion sur mèches	48
2.4	Comportement en frottement de la mèche	48

2.4.1	Protocole expérimental	49
2.4.2	Résultats	51
2.4.3	Conclusion sur le comportement en frottement	52
2.5	Comportement en traction uniaxiale du renfort	53
2.5.1	Protocole expérimental	54
2.5.2	Résultats	55
2.5.3	Conclusion sur les essais de traction sur renforts	58
2.6	Comportement dans le plan transverse	58
2.6.1	Protocole expérimental	58
2.6.2	Résultats	59
2.6.3	Conclusion sur les essais de compression sur renforts	60
2.7	Conclusion du chapitre 2	61

2.1 Comportement mécanique de la mèche

Isotropie transverse

Comme vu au chapitre 1, une mèche est un assemblage de fibres. L'ensimage permet d'en assurer la cohésion et celui-ci est supposé suffisamment compact pour que les fibres ne puissent pas se déplacer librement indépendamment les unes des autres. De plus, des essais mécaniques sur une mèche, réalisés à l'intérieur d'un tomographe dans les travaux de Latil *et al.* [LAT 11], permettent de déterminer les mouvements des fibres. La déformation microscopique de la mèche ainsi observée permet d'affirmer que cette dernière peut être considérée comme un matériau continu. La distribution des fibres dans une section de mèche a également été observée dans les travaux de thèse de Badel [BAD 08a] à l'aide d'un calcul de covariance. La covariance, calculée dans une direction sur une section transverse de la mèche, renseigne sur la distribution spatiale des fibres dans cette direction. Cette covariance, illustrée figure 2.1 est similaire dans les deux directions perpendiculaires (largeur et épaisseur) de la mèche, ce qui permet de conclure que la distribution de fibres dans le plan transverse de la mèche est isotrope. La mèche peut donc être homogénéisée en un matériau continu isotrope transverse.

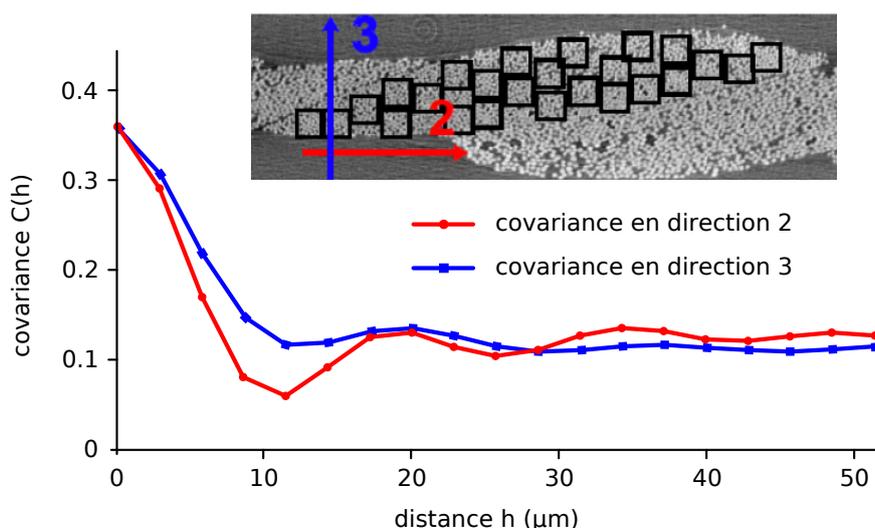


Figure 2.1: Etude de la covariance dans deux directions perpendiculaires de la section transverse d'une mèche [BAD 08a]

Modes de déformation

La mise en place de la simulation du comportement mécanique de mèches de renforts nécessite de pouvoir être identifié au préalable de manière expérimentale. Il découle directement de l'agencement des fibres à l'échelle microscopique. Différents modes de déformation, caractérisés dans ce manuscrit, ont été introduits au paragraphe 1.3.1 et sont illustrés figure 2.2 : l'élongation dans la direction de fibres, le cisaillement longitudinal,

et la compaction et la distorsion dans le plan transverse. A cela est ajouté l'étude du comportement de la mèche en flexion, ainsi que l'étude du frottement, permettant de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu.

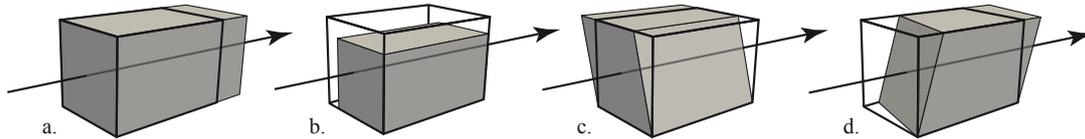


Figure 2.2: Modes de déformation de la mèche : (a) élongation ; (b) compaction ; (c) distorsion ; (d) cisaillement longitudinal [CHA 11]

Si les comportements en élongation et en flexion sont relativement aisés à caractériser, il n'en est pas de même pour les autres modes de déformation. En effet, ces derniers ne sont pas directement identifiables à l'aide de manipulations expérimentales sur mèche, mais nécessitent une identification indirecte à l'aide du comportement du renfort tissé.

2.2 Comportement longitudinal de la mèche

Les essais de tension sur mèches sont normalisés [AST90] selon le protocole présenté au paragraphe 1.3.1. Cependant, ce type d'essai est réalisé sur des mèches comprenant au moins 10000 fibres. Les mèches étudiées ici ne comprennent qu'au maximum 2000 filaments, il serait alors nécessaire d'assembler plusieurs mèches pour réaliser l'échantillon. Il est à noter que la méthode d'assemblage pourrait influencer ou masquer le comportement d'une mèche seule. De plus, l'imprégnation de l'échantillon ne permet pas de déterminer les phénomènes mis en jeu à l'échelle microscopique, prépondérants dans le comportement de la mèche sèche à l'échelle mésoscopique. Il est donc nécessaire de définir un nouveau protocole expérimental.

2.2.1 Protocole expérimental

Dispositif expérimental

La machine utilisée est une Schenk Méca d'une capacité de 250 kN, pilotée en déplacement. Un montage a été créé spécialement pour ce type d'essai. Deux tiges sont chacune montée sur les mors supérieur et inférieur de la machine. La mèche est alors enroulée autour et l'essai de traction est réalisé sur l'équivalent de deux mèches, comme illustré figure 2.3. Les résultats sont bien sûr ensuite ramenés à une mèche seule.

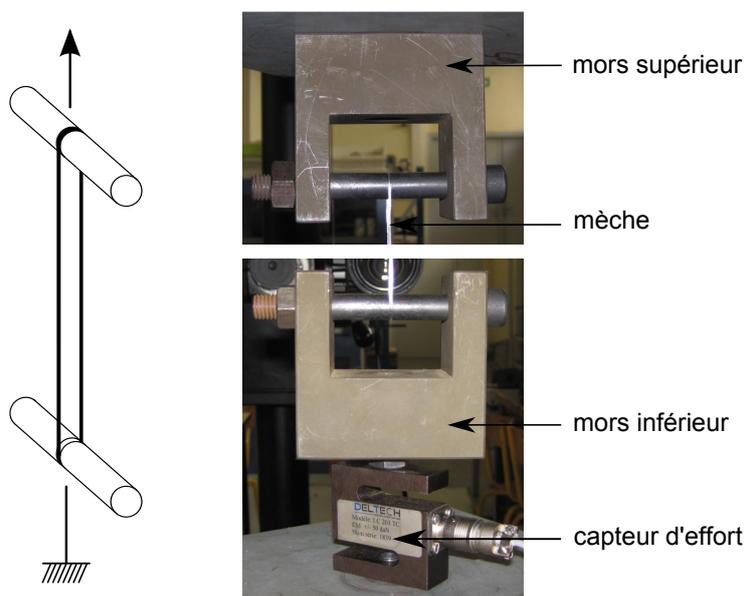


Figure 2.3: Montage expérimental de traction sur mèche

Préhension de la mèche

La difficulté réside dans le mode de fixation de la mèche. Un simple nœud entre les deux extrémités de la mèche ou un enroulement de celles-ci autour des deux tiges ne permettent pas de s'affranchir du glissement de la mèche. De plus, un nœud endommage fortement la mèche et une rupture brutale apparaît rapidement lors des essais. La méthode la plus efficace consiste à coller les deux extrémités de la mèche ensemble, à l'aide d'une colle type cyanoacrylate. Le glissement de l'éprouvette est supposé nul au niveau des mors et ne vient donc pas perturber la mesure du déplacement imposé.

Capteurs de mesures

Les efforts mesurés sont faibles par rapport à la capacité de la machine, de l'ordre de 200 N et de 500 N pour des mèches de 300 tex et de 900 tex respectivement. Des capteurs externes de 500 N et de 5000 N sont donc nécessaires pour déterminer précisément les efforts mis en jeu.

Se pose ensuite la question de la mesure de la déformation de la mèche. Plusieurs méthodes de mesures existent, telles que des mesures par extensométrie, par capteurs de déplacement ou encore par mesure de champs [LEM 09]. Une mesure par extensométrie nécessite de coller une jauge sur l'éprouvette, ce qui n'est pas envisageable dans le cas d'une mèche en fibres de verre. En effet, les déformations induites localement lors d'un essai de tension sur mèche ne sont pas homogènes et ne permettent donc pas de déduire le comportement global en traction. Une mesure de déformation peut également être réalisée par une mesure de déplacement, à l'aide d'un extensomètre à couteaux par exemple. Cette méthode ne sera pas non plus utilisée car ce moyen

de mesure serait trop endommageant pour la mèche, impliquant une rupture locale de fibres au contact avec les couteaux. L'utilisation d'un interféromètre laser comme moyen de mesure de déplacement sans contact n'a pas été concluante. En effet, un interféromètre laser permet de déterminer un allongement entre deux repères. Cependant, ces derniers sont particulièrement délicats à réaliser sur une mèche, la surface n'étant pas plane. La mesure du déplacement n'a donc pas été possible à l'aide de cette méthode. La détermination de la déformation par mesures de champs, quant à elle, nécessite l'application sur l'éprouvette d'un mouchetis contrasté avec la surface de l'échantillon [LOM 08]. L'essai étant filmé, la déformation locale de l'éprouvette est déterminée à l'aide d'un logiciel permettant de caractériser le champ de déformations du mouchetis. La surface de la mèche ne se prête pas au dépôt d'un mouchetis, ce qui ne permet pas de retenir cette méthode. Finalement, en prenant des longueurs d'éprouvettes importantes (de l'ordre de 600 mm), les déplacements imposés deviennent alors suffisamment grands pour être mesurables directement par le capteur interne à la machine.

2.2.2 Résultats

Les essais de traction sur mèches ont été réalisés sur différents types de mèches : chaînes et trames extraites des trois armures 2D étudiés dans ce manuscrit (taffetas, sergé 2x2 et satin de 8, en 300 et 900 tex), ainsi que sur des mèches sorties de bobines. Ces dernières ont été réalisées à l'aide de mèches directement achetées au fournisseur, mais auxquelles a été appliqué un retordage de 25 tour/m. Ce procédé permet d'améliorer la tenue de la mèche lors du tissage et d'atténuer l'abrasion contre les parties actives du métier à tisser. Les caractéristiques déterminées sur des mèches extraites de bobine permettent d'obtenir une référence pour mettre en avant l'effet du procédé de tissage.

Essais de traction sur mèches de chaînes

Cinq éprouvettes de chaque type de mèche ont été testées. Comme vu au paragraphe 1.3.1, le comportement longitudinal de la mèche est caractérisé en rigidité. Les résultats obtenus sont donc présentés en terme de courbes effort/déformation.

Les rigidités de tous les types de mèches respectivement en 300 tex et 900 tex sont du même ordre de grandeur, comme illustré figure 2.4 et figure 2.5. Elles s'élèvent à 8466 N avec un écart-type de 87 et 36151 N avec un écart-type de 1064 respectivement (tableau 2.1). Ce dernier est relativement élevé, les essais de traction étant plus complexes à mettre en œuvre sur les mèches en 900 tex. En effet, les efforts mis en jeu sont beaucoup plus élevés, et la tenue de la colle est plus discutable. La répétabilité de ce type d'essai est alors beaucoup plus faible.

Un autre point, précédemment abordé au paragraphe 1.3.3, concerne la détection de début de traction. Il est particulièrement délicat de juger la bonne mise en place d'une mèche sur le dispositif expérimental et certaines peuvent alors être montées avec une légère tension initiale. Ce phénomène apparaît pour deux essais de traction sur mèches de chaîne de 300 tex extraites de satin, illustré figure 2.4 (c).

	Essais n°	1	2	3	4	5	Moyenne	Ecart type
300 tex	TC ¹	8543.6	8243.4	8403.2	8305.8	8617.2	8423	17.04
	SGC ²	8611.5	8618.1	8509.4	8576.2	8458.2	8555	69.05
	SC ³	8290	8420.6	8412	8365.6	8339.6	8366	53.78
	B ⁴	8470.4	8478.7	8513.6	8576.4	8566.9	8521	48.94
							8466	87.32
900 tex	TC ¹	37100	35467	35873	36805		36311	768.27
	SGC ²	33552	35318	36424	38134		35857	1924.38
	SC ³	-	33900	35977	-		34939	1468.66
	B ⁴	37496	37121	38591	36785		37498	784.25
							36151	1064.17

Tableau 2.1: Rigidités longitudinales de mèches de 300 et 900 tex (N)

L'essai étant relativement complexe à réaliser (pas de rupture de fibres lors de la mise en place de la mèche sur les mors, éviter de faire pénétrer trop de colle par capillarité), les résultats obtenus peuvent être validés par comparaison aux valeurs théoriques pour le verre massif. En effet, connaissant le nombre de filaments par mèche (600 et 2000 pour les mèches en 300 et 900 tex respectivement) ainsi que leur diamètre (14 μm et 16 μm), la section équivalente en verre massif s'exprime :

$$S = \text{nb}_{\text{filaments}} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \begin{cases} 600 \cdot \pi \cdot (16 \cdot 10^{-3})^2 / 4 = 0.1206 \text{ mm}^2 \text{ (300 tex)} \\ 2000 \cdot \pi \cdot (14 \cdot 10^{-3})^2 / 4 = 0.3079 \text{ mm}^2 \text{ (900 tex)} \end{cases} \quad (2.1)$$

Finalement, les modules d'Young du verre massif déduits des rigidités K mesurées des mèches s'expriment :

$$E = \frac{K}{S} = \begin{cases} 8466 / 0.1206 = 70.2 \text{ GPa (300 tex)} \\ 36151 / 0.3079 = 117.4 \text{ GPa (900 tex)} \end{cases} \quad (2.2)$$

Par comparaison à la valeur théorique du module d'Young du verre s'élevant à 72-73 GPa [BER 08], il peut être conclu que les essais réalisés sur mèches de 300 tex permettent d'obtenir des résultats en cohérence avec la littérature en terme de rigidité du verre seul, ce qui n'est pas le cas pour les essais sur mèches de 900 tex. Le module d'Young pour ces dernières est largement surestimé, ce qui peut s'expliquer par un nombre de filaments beaucoup plus important, donc une influence des interactions entre fibres non négligeable.

-
1. chaîne extraite de taffetas
 2. chaîne extraite de sergé
 3. chaîne extraite de satin
 4. mèche extraite de bobine

2. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

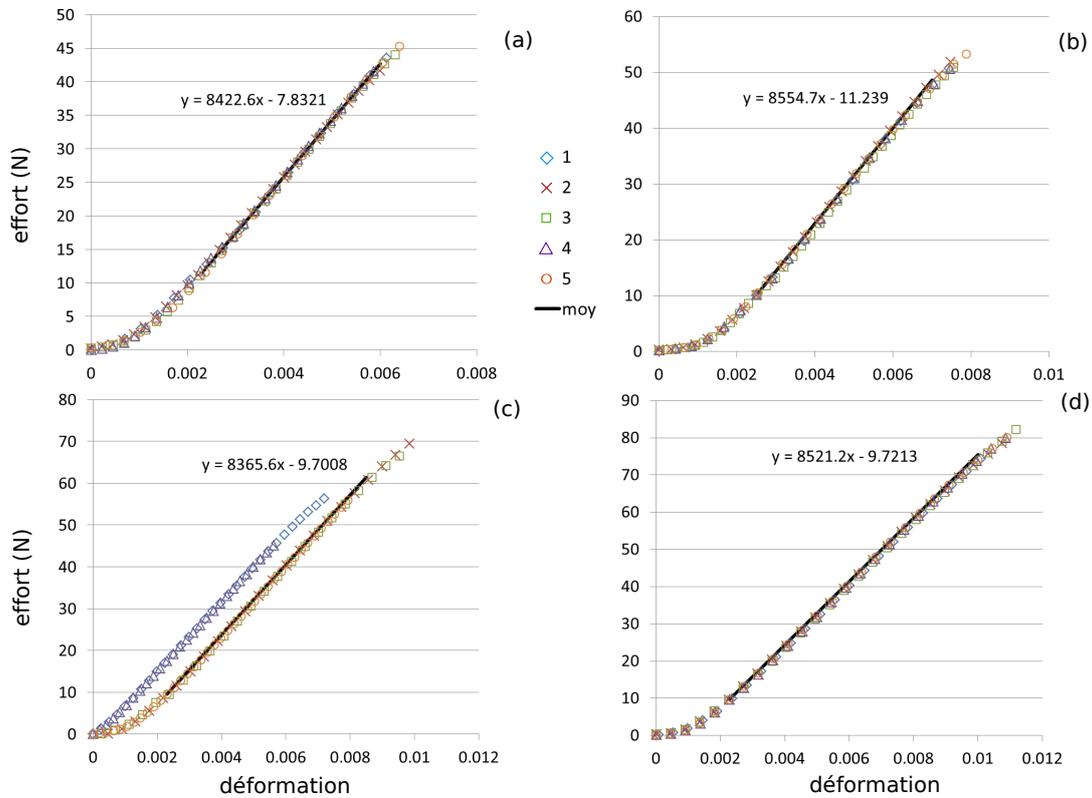


Figure 2.4: Résultats expérimentaux de traction sur chaînes extraites de taffetas (a), de sergé 2x2 (b), de satin de 8 (c) et de bobine (300 tex)

Comparaisons entre mèches de chaîne et mèches de trame

Les mêmes essais que précédemment sont réalisés sur mèches de trame extraites des trois types d'armure en 900 tex. Les résultats présentés tableau 2.2 montrent une nette différence avec les rigidités déterminées sur mèches de chaîne.

Essais n°	1	2	3	4	Moyenne	Ecart type
TT¹	42698	43062	42604	-	42788	242
SGT²	38373	39286	38371	-	38677	527
ST³	40940	41332	40057	38511	40210	1251
					40558	2078

Tableau 2.2: Rigidités longitudinales de mèches de trame de 900 tex (N)

1. trame extraite de taffetas
2. trame extraite de sergé
3. trame extraite de satin

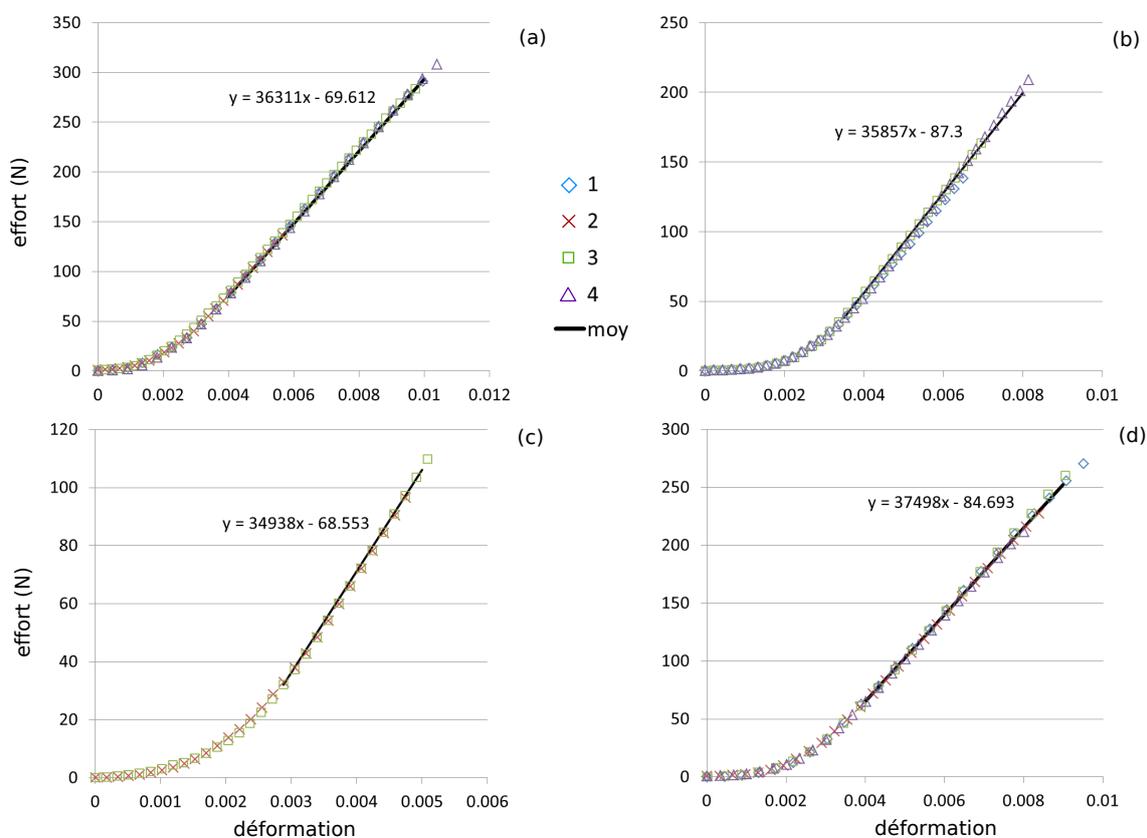


Figure 2.5: Résultats expérimentaux de traction sur chaînes extraites de taffetas (a), de sergé 2x2 (b), de satin de 8 (c) et de bobine (900 tex) [KOO 13]

Une deuxième série d'essais est alors menée deux mois plus tard sur des mèches extraites de taffetas dans les deux directions chaîne et trame. Les résultats tableau 2.3 montrent une évolution des rigidités des mèches de trame, ce qui n'est pas le cas pour les chaînes. Ceci permet de mettre en évidence l'influence des conditions de stockage ainsi que celle du procédé de tissage sur l'ensimage. En effet, celui-ci, déjà détérioré sur des mèches de chaîne par le procédé, est resté intact sur la première série d'essais sur trames. Après deux mois, les conditions climatiques de stockage n'étant pas nécessairement respectées, celui-ci s'est vu également endommagé, expliquant la chute de rigidité.

Essais n°	1	2	3	4	5	Moyenne	Ecart type
TC	36229	36377	36534	36257	36288	36364	124
TT	37695	36223	36423	-	-	36323	141

Tableau 2.3: Deuxième série d'essais sur mèches de chaîne et trame de 900 tex (N)

2.2.3 Conclusion sur les essais de traction sur mèche

La campagne d'essais menée sur les différents type de mèches de chaîne en 300 et 900 tex (extraites de bobine, taffetas, sergé 2x2 et satin) a permis de mettre en évidence l'influence des interactions entre les fibres. En effet, celles-ci, négligeables dans le cas d'une mèche de 300 tex, ont une nette influence sur les rigidités obtenues pour les mèches de 900 tex. Ainsi, le fait de considérer la mèche en tant que matériau continu permet d'identifier et de prendre en compte ces phénomènes, chose impossible encore à l'heure actuelle pour des modélisations à l'échelle microscopique, le nombre de filaments pris en compte étant trop faible.

Ces essais permettent également de conclure, en adéquation avec les résultats de Lee *et al.* [LEE 01] [LEE 02], que le procédé de tissage n'implique pas de ruptures de fibres majeures au sein de la mèche. Cependant, les essais réalisés sur mèches de trame permettent de mettre en avant une détérioration de l'ensimage sur les mèches de chaîne, influençant leur rigidité longitudinale.

Cette détérioration peut également apparaître par de mauvaises conditions de stockage. En effet, ceci explique le fait que la rigidité de mèches de bobine soit plus faible que celle des mèches de trame, la bobine n'ayant pas été stockée dans les mêmes conditions. Pour conclure, les renforts ayant été stockés de la même manière, les différences de rigidités observées permettent de conclure à une détérioration de l'ensimage due au procédé de tissage. Cependant, la campagne d'essais doit être approfondie, dans le sens où la valeur de ces rigidités peut nettement varier si les conditions de stockage optimales ne sont pas respectées.

2.3 Comportement en flexion de la mèche

Le comportement en flexion est caractérisé à l'aide du dispositif de Peirce [PEI 30], test de type cantilever. L'objectif ici est de déterminer l'ordre de grandeur de la rigidité de flexion des mèches étudiées.

2.3.1 Protocole expérimental

Le dispositif utilisé est une machine type Taber[©] Industries. Une mèche est positionnée sur un plateau horizontal. Pour déterminer la rigidité de flexion, l'éprouvette est glissée à une vitesse de 120 mm/min et est placée en porte-à-faux jusqu'à ce que, soumise à son propre poids, son extrémité atteigne le plan incliné à 41.5°. Le module de flexion G est alors défini par [BIL 08] [SZA 03] :

$$G = \frac{l^3}{8} \cdot \frac{\cos(\theta/2)}{\tan(\theta)} \cdot q \quad \text{où} \quad q = \frac{m \cdot g}{l} \quad (2.3)$$

où q est le poids par unité de surface, l est la longueur de surplomb, m est la masse de la mèche, g l'accélération de la pesanteur et θ est l'angle de test. L'angle $\theta = 41.5^\circ$ est utilisé de telle manière à ce que le calcul de G soit simplifié :

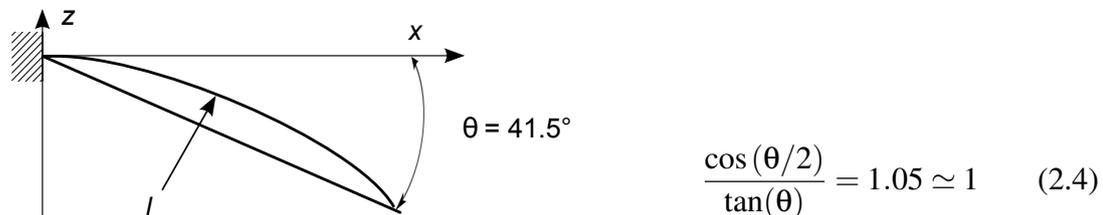


Figure 2.6: Détermination du module de flexion G

2.3.2 Résultats

Les essais de flexion sur mèches ont été réalisés sur différents types de mèches : chaînes et trames extraites des trois armures 2D étudiées dans ce manuscrit (taffetas, sergé 2x2 et satin de 8, en 300 tex), ainsi que sur des mèches sorties de bobines. Là encore, les caractéristiques déterminées sur des mèches extraites de bobine permettent d'obtenir une référence pour mettre en avant l'effet du procédé de tissage.

Essais de flexion sur mèches de chaîne

La figure 2.7 présente les modules de flexion des différentes mèches. Cinq éprouvettes ont été utilisées pour chaque type de mèches. Les différences observées peuvent être classées en deux catégories : les mèches extraites de taffetas et de sergé 2x2 d'une part, les mèches extraites de satin et de bobine d'autre part. Ce phénomène peut s'expliquer par la différence d'embuvage entre les armures. En effet, celui-ci, ainsi que le nombre d'ouvertures de foule, est plus important pour un taffetas ou un sergé 2x2. La zone de contact avec les lisses étant particulièrement endommageante, la détérioration de l'ensimage de la mèche est alors plus importante pour des armures à plus fort embuvage. Cet effet se ressent sur la rigidité en flexion de la mèche dans le sens où l'ensimage confère à celle-ci une meilleure tenue et une meilleure cohésion.

Essais de flexion sur mèches de trame

Les essais de flexion sur mèches ont également été réalisés sur des trames extraites des trois armures différentes. Les différences de module de flexion avec les mèches de chaîne est significatif (figure 2.7). En effet, le procédé de tissage est beaucoup moins endommageant pour les mèches de trame, celles-ci ne subissant que peu d'étapes au cours du procédé. Cependant, ce phénomène est moins marqué pour les mèches extraites du taffetas où l'embuvage est le plus important et suffit alors à la détérioration de l'ensimage.

2. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

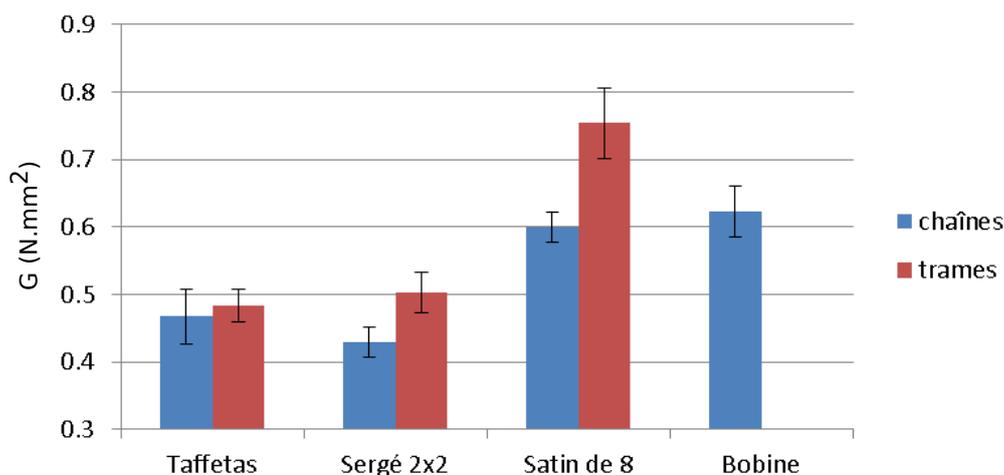


Figure 2.7: Résultats expérimentaux de flexion sur chaînes, trames et mèches extraites de bobines (300 tex)

2.3.3 Conclusion sur les essais de flexion sur mèches

Ces essais permettent de mettre en avant la détérioration de l'ensimage par les outils du métier à tisser, ainsi que par les conditions de stockage. La cohésion et la rigidité de la mèche sont directement liées à la qualité de l'ensimage. Son endommagement se traduit donc par une baisse de rigidité en flexion, nettement visible sur les résultats présentés précédemment. Selon les types de mèches, et donc leur histoire, l'ensimage est alors plus ou moins détérioré.

2.4 Comportement en frottement de la mèche

Le frottement est un phénomène très important à l'échelle mésoscopique et participe fortement à la dégradation des mèches au cours du procédé de tissage. Plusieurs zones critiques peuvent être distinguées :

- l'insertion de la trame : les frottements induits entre la lance et les mèches de chaîne sont importants lors de cette étape, et la détérioration des mèches est accentuée par la vitesse importante d'insertion. Cependant, les efforts normaux sont certainement relativement faibles ;
- l'ouverture de foule : le contact entre les mèches de chaîne et les lisses est une zone critique pour la santé des mèches et, contrairement à l'insertion de trame, la tension dans les chaînes implique un effort normal non négligeable. De plus, cette cinématique implique également du frottement entre mèches de chaînes ;
- la fermeture de foule : celle-ci a lieu en même temps que l'insertion de trame, ce qui implique un frottement important entre la trame et les chaînes.

Différents types de frottements peuvent alors être distingués :

- frottement mèche/métal dans la direction de fibres correspondant aux contacts lisses/chaînes ;
- frottement mèche/métal perpendiculaire à la direction de fibres correspondant aux contacts lance/chaînes ;
- frottement mèche/mèche entre deux mèches perpendiculaires (chaînes et trame) correspondant à l'insertion de la trame ;
- frottement mèche/mèche entre chaînes, ayant n'importe quelle orientation par rapport à la direction de fibres, correspondant à l'ouverture de foule.

Ainsi, trois configurations de frottement différentes sont testées : 0° , 90° et 45° . Les résultats obtenus ont fait l'objet d'une communication [FLO 13].

2.4.1 Protocole expérimental

Des mesures de frottement sur renforts en fibres de carbone ont déjà été menées dans les travaux de Vidal-Sallé et Massi [VID 12]. Les résultats obtenus avec le dispositif mis en place dans cette étude, appelé TriboTouch [FAG 11], étant jugés satisfaisants, le même protocole est utilisé ici. Illustré figure 2.8, la partie mobile de ce dispositif permet de translater un échantillon (a) par l'intermédiaire d'un mécanisme souple sans frottement (b). Ce dernier, composé de pièces rigides connectées à l'aide de joints flexibles (c), a une rigidité très faible. Ainsi, sa souplesse permet d'assurer la mesure d'efforts normaux et tangents faibles. La translation de l'éprouvette est réalisée à l'aide d'un actionneur à électro-aimant (d). Deux capteurs de pression (e) permettent de mesurer les efforts normaux à chaque extrémité du support de l'éprouvette, à une fréquence de 512 Hz.

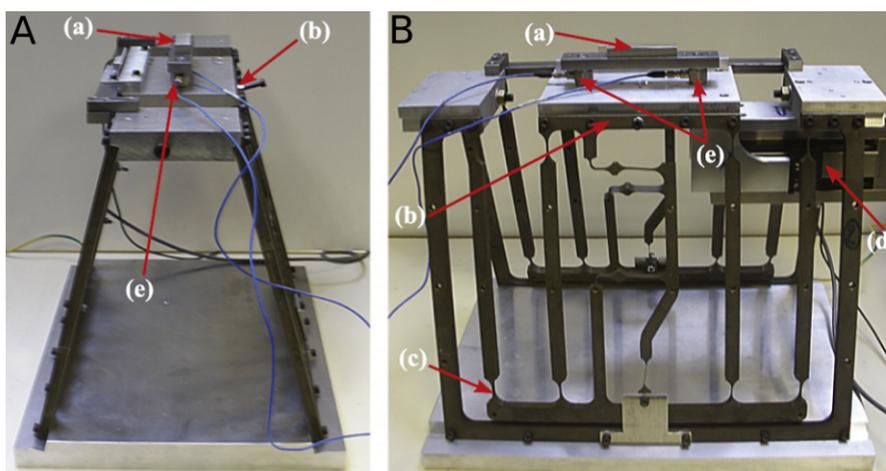


Figure 2.8: Vues de face (A) et de côté (B) du TriboTouch [FAG 11]

2. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

Ce dispositif expérimental, développé à l'origine pour mesurer la perception tactile par vibrations induites, a été adapté pour la mesure du frottement sur renforts fibreux. Ainsi la partie supérieure fixe (le doigt) a été remplacée par un dispositif présenté figure 2.9, permettant d'ajuster l'orientation de la direction des fibres par rapport à la direction de glissement, de 0° à presque 90° . Cependant, pour des angles supérieurs à 50° , la méthode de mise en place des éprouvettes ne permet pas de maintenir celles-ci correctement tout au long des essais, ils seront donc conduits à des angles d'orientation inférieurs à 45° . Après post-traitement [FAG 11], les efforts normaux et tangentiels sont déterminés et permettent alors de déduire un coefficient de frottement de type Coulomb.

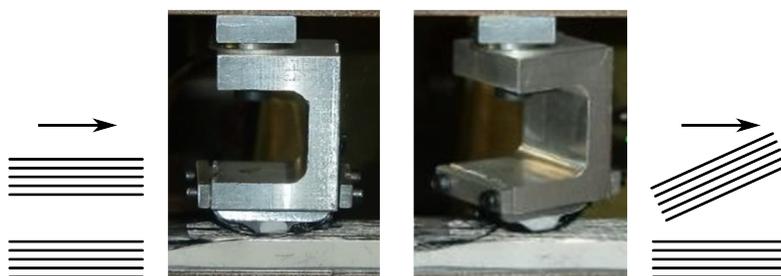


Figure 2.9: Orientation de la direction de fibre par rapport à la direction de glissement

La largeur des éprouvettes testées est de 20 mm, pour une distance parcourue de 60 mm. Ces dimensions permettent de considérer les effets de bords comme négligeables. La vitesse imposée à la partie mobile du dispositif est de 10 mm/s, correspondant à la vitesse d'insertion de la trame. L'éprouvette métallique utilisée pour caractériser le frottement mèche/outil est une plaque d'épaisseur 0.05 mm dont la rugosité correspond aux parties métalliques des outils industriels. Les échantillons de mèches sont réalisés à l'aide de mèches de 300 tex extraites de satin de 8 et assemblées de manière à réaliser une nappe continue, comme illustrée figure 2.10. Trois tests ont été réalisés pour chaque type d'essai de manière à vérifier leur répétabilité. L'effort normal est imposé et correspond au poids de la partie fixe du dispositif expérimental. Cependant, il peut évoluer au cours de l'essai selon l'homogénéité et la planitude de la surface de l'éprouvette. Les efforts normaux et tangentiels sont donc mesurés tout au long de l'essai.

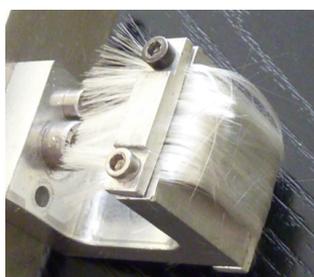


Figure 2.10: Éprouvette réalisée à partir de mèches de satin



Figure 2.11: Vue microscopique d'une éprouvette après essai de frottement

2.4.2 Résultats

Des essais de frottement mèches/métal et mèches/mèches ont été menés, de manière à caractériser les différentes zones de frottement rencontrées au cours du procédé de tissage. Pour le cas mèches/métal, les tests ont été réalisés pour des orientations de 0° (glissement dans la direction de fibres correspondant au contact lisses/chaînes) et de 90° (glissement perpendiculaire à la direction de fibres correspondant au contact lance/chaînes). Dans le deuxième cas de frottement mèches/mèches, les essais ont été réalisés pour des orientations à 0° et à 45° (frottement entre mèches de chaîne), ainsi qu'à 90° (frottement entre trame et chaînes). Les efforts normaux et tangentiels sont déterminés par post-traitement, et par conséquent le coefficient de frottement.

Essais de frottement mèche/métal

Les résultats obtenus pour le cas de glissement à 0° sont présentés figure 2.12 (a). La répétabilité des tests est jugée satisfaisante, le coefficient de frottement étant presque constant sur toute la durée de l'essai. La valeur moyenne de ce dernier est de 0.22, ce qui est en adéquation avec la littérature [COR 13].

Le coefficient de frottement dans le cas de glissement à 90° est plus faible avec une valeur moyenne de 0.15, également vérifiée dans la littérature.

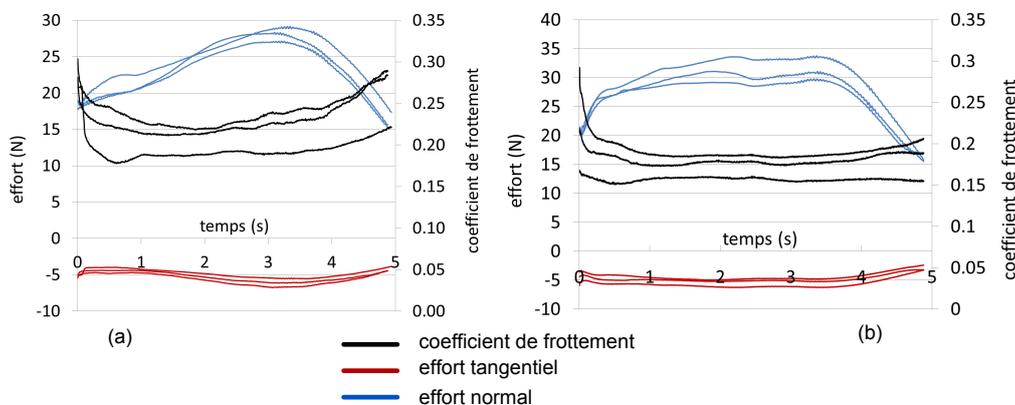


Figure 2.12: Essais de frottement mèche/métal à 0° (a) et 90° (b)

Essais de frottement mèches/mèches

Le coefficient de frottement le plus important est observé dans le cas d'un glissement longitudinal. Ces résultats pour les essais de frottement mèches/mèches correspondent aux valeurs obtenues dans la littérature [ALL 12]. C'est le cas le plus endommageant pour les mèches entraînant une casse de fibres, illustrée figure 2.11. Ces fibres cassées pénètrent alors dans les autres mèches en contact, augmentant localement le coefficient de frottement. Ce phénomène explique la dispersion des résultats dans cette direction de glissement, mais n'est pas observé dans les deux autres configurations (0° et 45°), car impossible pour des raisons géométriques. La valeur élevée du coefficient de frottement

2. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

pour le cas longitudinal s'explique également par un effort normal relativement important par rapport aux efforts mis en jeu au cours du procédé de tissage. Cette remarque concerne également le cas du glissement à 45° et cette campagne d'essais devrait être conduite pour des efforts normaux plus faibles.

L'ordre de grandeur de ces efforts imposés pour les tests à 90° est quant à lui correct, et ces derniers n'ont que peu d'influence sur les résultats obtenus. La constance du coefficient de frottement de 0.18, en adéquation avec la littérature [ALL 12], indique une faible usure.

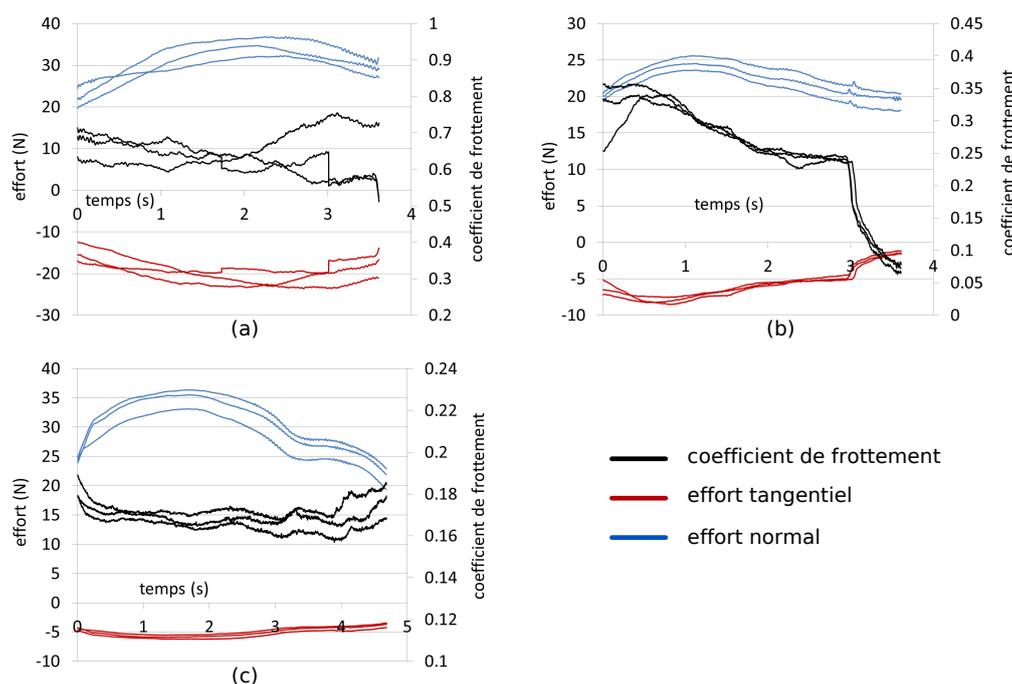


Figure 2.13: Essais de frottement mèches/mèches à 0° (a), 45° (b) et 90° (c)

2.4.3 Conclusion sur le comportement en frottement

Les essais menés pour l'étude du frottement permettent de mettre en évidence les configurations les plus endommageantes pour les mèches. Le coefficient de frottement ne variant qu'entre 0.15 et 0.22 entre les deux directions de glissement (0° et 90°), l'anisotropie du contact n'influence que peu le comportement en frottement mèche/métal. Dans le cas de glissement longitudinal, la légère augmentation du coefficient de frottement à la fin de l'essai indique que l'usure de la mèche n'est pas nulle.

L'effet de la direction de glissement semble bien plus important dans le cas du frottement mèches/mèches. De manière à mieux correspondre aux ordres de grandeurs rencontrés lors du procédé de tissage, ces essais doivent être complétés par une étude de l'influence de l'effort normal appliqué.

2.5 Comportement en traction uniaxiale du renfort

Le cisaillement longitudinal de la mèche peut être caractérisé par un essai de traction uniaxiale sur renfort. Cet essai est particulièrement délicat à mettre en œuvre, dans la mesure où l'échantillon, en fibre de verre, présente une faible épaisseur, entraînant un glissement important dans les mors de la machine. Plusieurs solutions ont été testées :

- papier de verre collé sur les extrémités de l'éprouvette (figure 2.14) : le glissement est très important dans les mors et entraîne une usure prématurée de ces derniers ;
- mors percés avec caoutchouc (figure 2.15) : des mors particuliers sont mis en place, de telle manière que l'éprouvette soit maintenue entre deux plaques de caoutchouc, dont le serrage est assuré par vissage. Le glissement est toujours très important dans les mors ;
- mors percés et talons vissés : le même dispositif que précédemment est utilisé, mais les talons en caoutchouc sont collés sur l'éprouvette. Les extrémités de l'échantillon ainsi consolidées sont percées de manière à être solidarisiées avec les mors. La déformation des talons en caoutchouc vient nettement influencer les résultats. Des essais avec d'autres matériaux tels que PVC, acier, et d'autres colles (epoxy, superglu) ne permettent pas de s'affranchir du glissement de l'éprouvette ;
- corrélation d'images 2D pour déterminer la déformation réelle : cette méthode est délicate à mettre en place dans le sens où elle permet de déterminer une déformation locale. En effet, même en veillant à une bonne mise en place de l'éprouvette dans les mors, toutes les mèches ne se tendent pas simultanément et il est complexe de déterminer un allongement global de l'éprouvette ;
- module de traction sur mèche réadapté : un essai de traction est réalisé sur un échantillon de renfort enroulé autour de deux tiges et dont les extrémités sont collées. Cette méthode permet d'obtenir des résultats satisfaisants, bien qu'ayant les mêmes inconvénients que dans le cas de la traction sur mèche (mise en place de la colle, non-glissement de l'éprouvette sur les mors) ;
- utilisation de mors spéciaux : une solution a été apportée par TRP-Charvet, utilisant des mors directement adaptés à ce genre d'essai.

Les deux dernières solutions sont retenues pour réaliser les essais de traction sur renfort, dont le protocole expérimental associé est développé ci-après.



Figure 2.14: Talons en papier de verre



Figure 2.15: Mors percés avec caoutchouc

2.5.1 Protocole expérimental

Deux dispositifs expérimentaux ont été retenus ci-dessus. Le protocole d'essais réadapté à partir du montage expérimental de traction sur mèche a été utilisé pour caractériser le comportement des renforts en 900 tex. Le comportement des renforts en 300 Tex, quant à lui, a été identifié à l'aide des mors spécifiques développés pour ce genre d'essais.

Dispositif de traction sur mèche réadapté

La machine utilisée est une Schenk Méca d'une capacité de 250 kN, pilotée en déplacement. Le montage expérimental est le même que pour les essais de traction sur mèche, présenté au paragraphe 2.2.1. Pour rappel, deux tiges sont chacune montée sur les mors supérieur et inférieur de la machine. Le renfort est alors enroulé autour et l'essai de traction est réalisé sur l'équivalent de deux renforts, comme illustré figure 2.16. Ce dispositif assure le non-glissement de l'éprouvette dans les mors de la machine tout en assurant une répartition homogène des efforts par rapport à la direction de sollicitation. Ce dernier point est important dans la mesure où il permet d'éviter la détérioration du montage expérimental, notamment du capteur d'effort.

Les mêmes difficultés que dans le cas de la traction sur mèche en termes de mesures d'efforts et de déplacements sont rencontrées ici. De la même manière, les efforts seront donc mesurés à l'aide d'un capteur d'effort externe d'une capacité de 5000 N, et les déplacements seront mesurés directement à l'aide du capteur interne de la machine. En effet, une mesure de déplacement ou de déformation externe s'avère difficile à mettre en place, comme vu au paragraphe 2.2.1. Les deux extrémités du renfort sont là aussi collées. Cependant, les efforts mis en jeu sont relativement importants, la quantité de colle nécessaire est donc plus importante, il faut alors veiller à ce que celle-ci ne remonte pas par capillarité au sein de l'éprouvette. Ainsi, la jonction éprouvette sèche/éprouvette encollée est imprégnée d'huile de silicone afin d'éviter ce phénomène.

Trois éprouvettes de chaque type de renfort en 900 tex sont testées à l'aide de ce dispositif (taffetas et sergé 2x2). Pour chaque essai, une bande de renfort équivalente à une dizaine de mèches est préparée. Ce paramètre est variable en fonction du type d'armure testé. La vitesse de déplacement est imposée à 1 mm/min.

Utilisation de mors spécifiques

L'industriel TRP-Charvet a proposé un dispositif expérimental spécialement conçu pour ce type d'essai. La machine utilisée est une machine de traction instrumentée de mors pneumatiques ondulés. Un blocage mécanique est assuré à l'aide d'une tige métallique, comme présenté figure 2.16. Le nombre de mèches dans la direction de sollicitation est de 12 pour le taffetas et 18 pour le sergé 2x2. Ce protocole a permis de caractériser le comportement en traction de taffetas et de sergé 2x2 en 300 tex.

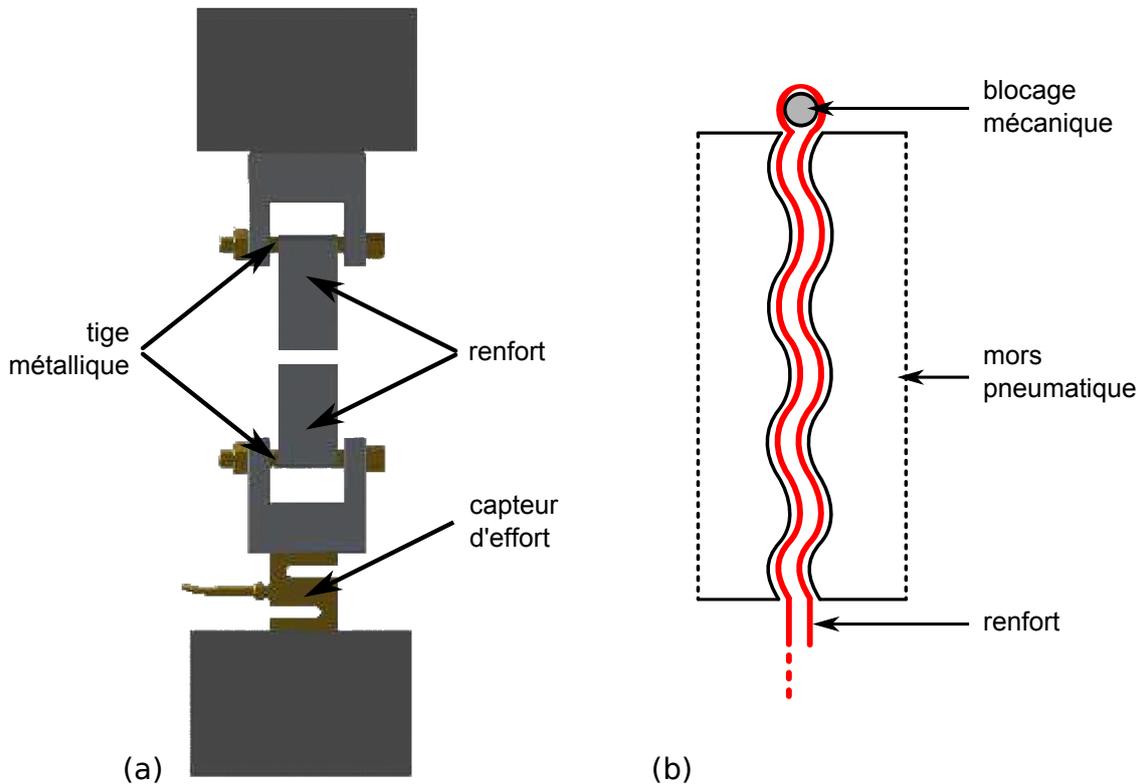


Figure 2.16: Schématisation du montage expérimental de traction sur renfort à l'aide du dispositif de traction sur mèche (a) [KOO 13] et d'un dispositif dédié (b)

2.5.2 Résultats

Les essais de traction uniaxiale sur renforts ont été menés sur taffetas et sergé 2x2 en 300 et 900 tex. Ces renforts étant équilibrés, ils sont caractérisés dans la direction chaîne. Cependant, des essais dans la direction trame sont réalisés sur les renforts en 900 tex, de manière à vérifier que le comportement est identique. Les résultats obtenus sont résumés tableau 2.4. Nous nous intéressons ici à l'effort équivalent à une mèche, permettant de déterminer la rigidité de celle-ci au sein du renfort et de mettre en évidence l'effet de l'armure sur le résultat obtenu.

Le nombre de mèches alignées dans la direction de sollicitation nécessaire à la réalisation d'éprouvettes en satin de 8 est très important de part la nature de l'armure. Les efforts induits lors de l'essai sont donc également plus importants et augmentent le risque de glissement de l'échantillon dans les mors de la machine. De plus, la très faible tenue du satin implique que sa manipulation induit des déformations, voire une détérioration des mèches ne permettant pas d'assurer la validité de l'essai. Le comportement du satin en traction n'est alors pas caractérisé ici.

2. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

Traction uniaxiale dans la direction chaîne

Les résultats de traction uniaxiale sur renforts en 300 tex et 900 tex sont présentés figure 2.17 et figure 2.18 respectivement. Le comportement est similaire entre le taffetas et le sergé 2x2. Cependant, le sergé présente une rigidification plus tardive que le taffetas. En effet, l'embuvage des chaînes du taffetas est plus important que celui du sergé, la déformation à appliquer pour tendre au maximum les mèches est donc plus importante. Concernant les rigidités présentées tableau 2.4, elles sont du même ordre de grandeur entre les deux types d'armures, bien que non égales. La différence observée s'explique par un effet de structure, la déformée finale des mèches dans la direction de sollicitation dépendant de l'armure du renfort.

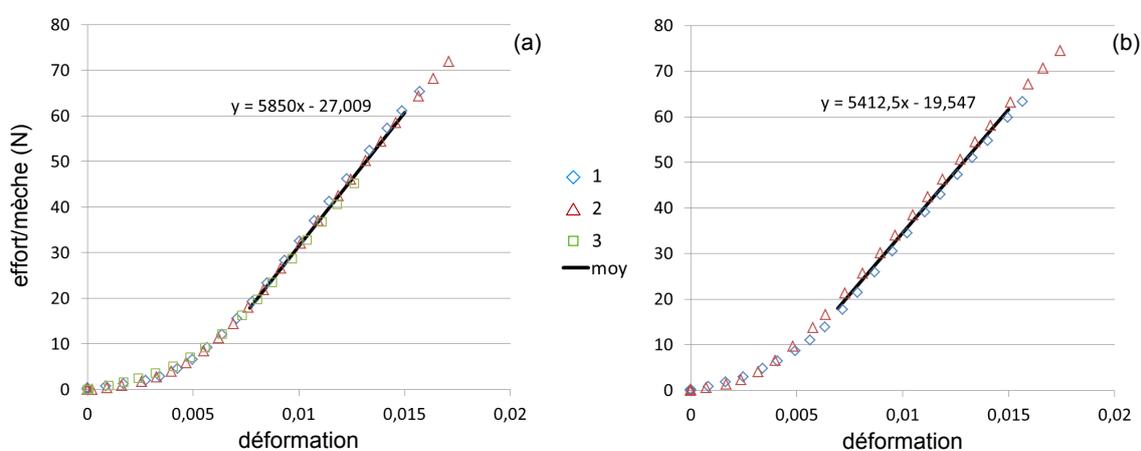


Figure 2.17: Essais de traction uniaxiale sur taffetas (a) et sergé 2x2 (b) en 300 tex dans la direction chaîne

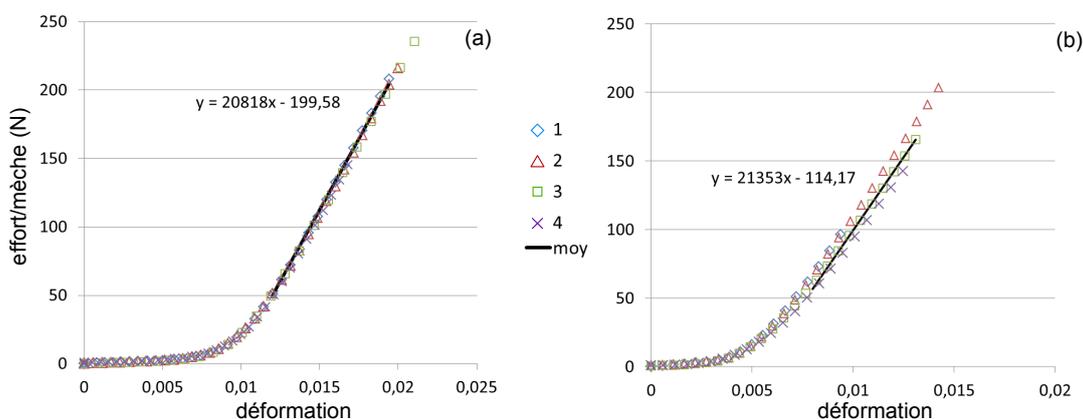


Figure 2.18: Essais de traction uniaxiale sur taffetas (a) et sergé 2x2 (b) en 900 tex dans la direction chaîne

Traction uniaxiale dans la direction trame

Les résultats obtenus pour les essais de traction uniaxiale sur renforts en 900 tex dans la direction trame sont identiques à ceux dans la direction chaîne. En effet, ces tissus sont équilibrés et présentent le même embuvage dans leur deux directions, l'effet de structure sur les rigidités longitudinale des renforts reste donc le même.

Cependant, on peut observer que la rigidification des renforts peut ne pas avoir lieu pour une déformée identique. Ceci peut être dû au fait que les tensions appliquées dans les deux directions lors du procédé de tissage implique une légère différence d'embuvage, mais aussi au fait que le début de l'essai est particulièrement complexe à identifier, comme abordé au paragraphe 1.3.3.

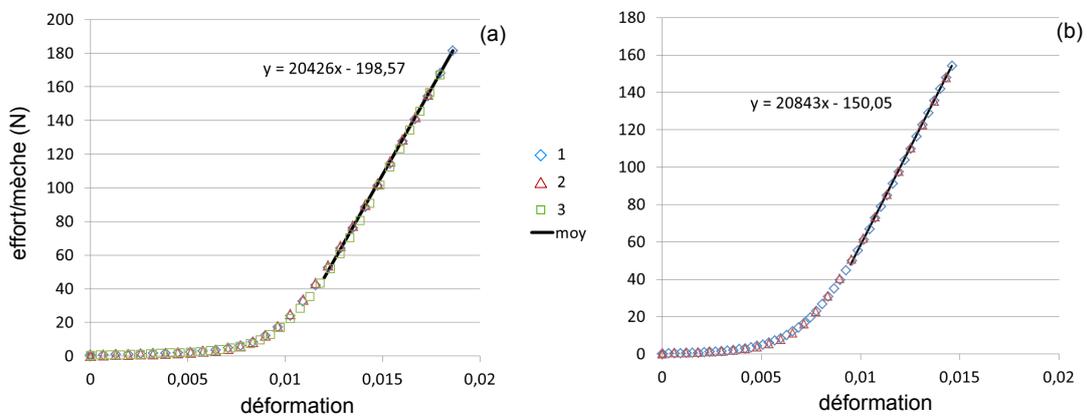


Figure 2.19: Essais de traction uniaxiale sur taffetas (a) et sergé 2x2 (b) en 900 tex dans la direction trame

	Essais n°	1	2	3	4	Moyenne	Ecart type
300 tex	TC ¹	6008	5853	5689	-	5850	159.52
	SGC ²	5456	5369	-	-	5412.5	61.52
900 tex	TC ¹	20115.21	21263	21018.5	20876.13	20818	495.15
	SGC ²	21847.6	21986	21693.65	19883	21353	986.98
	TT ³	20519.3	20126	20632.9	-	20426	266
	SGT ⁴	21093.9	20592	-	-	20843	354.9

Tableau 2.4: Rigidités longitudinales de renforts (N)

1. taffetas dans le sens chaîne
2. sergé dans le sens chaîne
3. taffetas dans le sens trame
4. sergé dans le sens trame

2.5.3 Conclusion sur les essais de traction sur renforts

Les essais de traction uniaxiale sur renforts permettent de mettre en évidence l'effet de structure dû aux différentes armures étudiées. En effet, les rigidités obtenues sont beaucoup plus faibles que celles sur mèches seules, l'embuvage des mèches de renforts dans la direction de sollicitation ne pouvant pas être entièrement résorbé. De plus, une différence est notable entre les deux armures testées ici.

Une méthode d'identification inverse appliquée sur ces essais permettront, dans la suite de ce manuscrit, de caractériser le comportement en cisaillement longitudinal des mèches en 300 et 900 tex.

2.6 Comportement dans le plan transverse

Le comportement dans le plan transverse des mèches peut être caractérisé par des essais de compression sur renfort, où il s'agit de mesurer la réponse du renfort en effort en fonction d'un écrasement imposé. Ce mode de déformation est prépondérant lors du procédé de tissage pendant l'étape de fermeture de foule, une fois que la mèche de trame est insérée. Il est donc nécessaire de le caractériser. Ce type d'essai paraît relativement simple à réaliser, il faut toutefois être vigilant à certains facteurs rendant l'expérimentation difficile :

- la surface de contact entre le tissu et les outils étant importante, le frottement doit être minimisé au maximum de manière à ne pas influencer le comportement en écrasement du renfort ;
- le réarrangement des fibres au sein des mèches est particulièrement important lors de ce type d'essai, impliquant un effet de relaxation non négligeable et difficilement quantifiable ;
- les efforts mis en jeu lors de ce type d'essai sont importants, l'utilisation d'une machine de forte capacité s'avère donc être nécessaire, ce qui complique la mesure précise des faibles déplacements imposés sur l'éprouvette.

Ces points doivent donc être pris en compte lors de la mise en place du protocole expérimental.

2.6.1 Protocole expérimental

La machine utilisée est une machine Zwick de traction-compression d'une capacité de 100 kN. Les efforts et plus encore les déplacements mesurés sont très faibles en regard de la capacité de la machine, des capteurs externes sont alors utilisés. Un capteur d'effort de 5000 N est mis en place dans le montage expérimental, ainsi qu'un capteur de déplacement de 5 mm de course, comme illustré figure 2.20. L'éprouvette est placée entre deux plateaux, dont un rotulé monté sur le mors inférieur. Ceci permet d'assurer

le parallélisme entre les deux plateaux. Ces derniers sont en téflon de manière à réduire l'influence de leur frottement sur le renfort. Les éprouvettes sont préparées de telle façon qu'elles recouvrent entièrement les plateaux. Cependant, il faut veiller à ce qu'elles ne soient pas soumises à de la flexion sous poids propre pour ne pas parasiter la réponse du renfort en compression. Leur dimension est alors de 110 mm^2 environ. La vitesse imposée de déplacement du mors supérieur est de 2 mm/min .

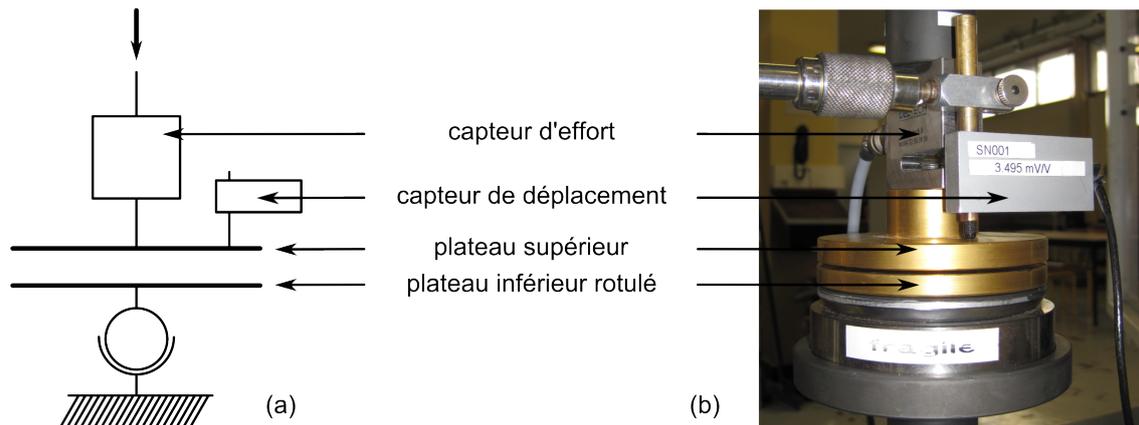


Figure 2.20: Schématisation du test de compression sur renfort (a) et montage expérimental équivalent (b)

D'après les travaux de Fernandez Espinosa [ESP 11], la manipulation de ce type de renfort lors de la découpe des éprouvettes et de leur mise en place dans la machine implique une déformation résiduelle importante : l'épaisseur du renfort est alors supérieure de 30 % à celle indiquée par le fournisseur. Il a été ainsi démontré qu'une première compression sur le tissu lui redonne sa géométrie initiale. Les essais de compression sur renforts présentés dans ce manuscrit sont donc réalisés après réarrangement du renfort.

2.6.2 Résultats

Les essais de compression sur renforts ont été réalisés sur les trois armures étudiées (taffetas, sergé 2x2 et satin de 8) en 300 et 900 tex. Les résultats obtenus sont présentés figure 2.21 en termes d'effort mesuré en fonction du déplacement imposé du mors supérieur. Trois éprouvettes de chaque type de renfort ont été testées de manière à valider la répétabilité de cet essai, illustrée figure 2.20 dans le cas du 300 tex.

Le comportement du taffetas est similaire à celui du sergé 2x2, cependant celui du satin se distingue nettement des précédents. Ceci est dû à un effet de structure. En effet, les jeux entre les mèches au sein du satin sont plus importants que dans le cas des autres armures. Le blocage latéral des mèches intervient donc pour des compressions plus importantes. Ce point est important dans le cas d'études d'infusion ou d'injection de

2. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

résine, dans le sens où la pression à appliquer pour obtenir le même taux volumique de fibres sera alors nettement différente.

On peut remarquer que le comportement du taffetas et du sergé en 300 tex s'inverse dans le cas des renforts en 900 tex. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que les tensions appliquées sur les mèches lors du procédé de tissage sont différentes pour les deux cas et influencent la structure du tissu. De plus, le comportement entre taffetas et sergé est relativement proche, et le début de compression est difficile à déterminer.

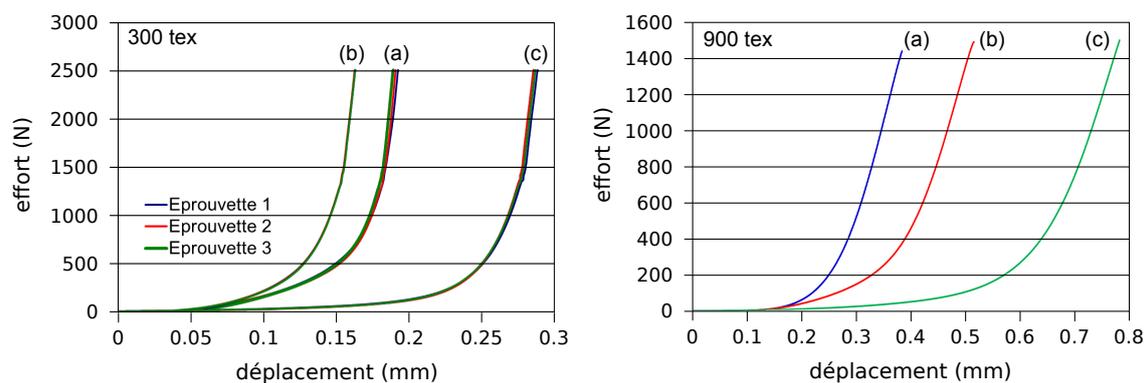


Figure 2.21: Résultats de compression sur taffetas (a), sergé 2x2 (b) et satin de 8 (c)

2.6.3 Conclusion sur les essais de compression sur renforts

Les modes de déformation de la mèche activés lors de cet essai sont principalement de la compaction et de la distorsion, présentés au paragraphe 2.1. La compression sur tissus permet donc d'identifier le comportement dans le plan transverse des mèches. Cependant, l'embuage des mèches est réduit au cours de cet essai, du cisaillement longitudinal apparaît donc également et doit être identifié au préalable.

Le protocole expérimental mis en place permet de prendre en compte certains phénomènes importants dans ce type d'essais, notamment le frottement entre l'éprouvette et les deux plateaux, mais aussi le réarrangement important des fibres au sein des mèches. La répétabilité de l'essai ainsi obtenue est satisfaisante. Les résultats permettent d'observer l'influence du type d'armure sur le comportement du renfort. En effet, une nette différence apparaît entre le comportement du satin d'un côté et celui du taffetas et du sergé de l'autre.

Une méthode inverse appliquée aux résultats expérimentaux présentés précédemment permettra dans la suite de ce manuscrit de caractériser le comportement d'une mèche dans son plan transverse et ainsi d'identifier les paramètres matériau agissant lors de ce type d'essai.

2.7 Conclusion du chapitre 2

La caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches a été présentée au cours de ce chapitre, en particulier les comportements en tension, en flexion et en frottement de ces dernières. L'isotropie transverse de la mèche et donc les modes de déformations en résultant ont été explicités.

L'influence des interactions entre fibres a été mise en évidence par les essais de traction sur mèches. Bien que négligeables dans le cas de mèches en 300 tex, celles-ci sont nettement remarquables pour du 900 tex. Ces phénomènes seront pris en compte dans la modélisation du comportement de la mèche dans le sens où les paramètres matériau identifiés alors en découleront.

Concernant l'influence du procédé de tissage sur la santé des mèches, il a été montré que celui-ci implique une détérioration de l'ensimage, observé dans le cas des essais de flexion sur mèches, mais également au cours des essais de traction. Cependant, il est à noter que le métier à tisser n'engendre pas de casses majeures de fibres, sauf si le frottement longitudinal entre mèches de chaînes devient trop élevé. Ce dernier point est donc important à prendre en compte dans le paramétrage du métier.

De part la nature des mèches, certains modes de déformation de celles-ci ne peuvent pas être caractérisés directement. Il est alors nécessaire de les identifier par méthode inverse à l'aide d'essais expérimentaux menés sur tissus. La caractérisation du comportement des renforts a donc été présentée au cours de ce chapitre, en traction uniaxiale et en compression. En effet, ces deux types d'essais permettent de déformer les mèches en distorsion, cisaillement longitudinal et compaction, modes de déformation difficilement applicables sur une mèche seule.

La caractérisation du comportement d'une mèche peut être faite sur un seul type d'armure. Cependant, il est intéressant de comparer les résultats obtenus entre les trois armures étudiées au cours de cette thèse (taffetas, sergé 2x2 et satin de 8), des effets de structure étant nettement observables. Ces derniers doivent être retrouvés lors de la mise en place de simulations sur les différents renforts. Ainsi, une identification des paramètres matériau d'une mèche sur un type d'armure doit permettre de retrouver le bon comportement dans le cas d'armures différentes.

2. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des mèches et des renforts

Chapitre 3

Lois de comportement pour les mèches de renforts tissés

Les bases de la mécanique des milieux continus sont rappelées au cours de ce chapitre de manière à mettre en place des lois de comportement pour les mèches. Sont abordées les problématiques induites par deux types de loi, hypoélastique et hyperélastique, ainsi que leur mise en œuvre dans ABAQUS/Standard.

Sommaire

3.1 Mécanique des milieux continus en grandes transformations	64
3.1.1 Système de référence	65
3.1.2 Mesure des déformations	65
3.1.3 Mesure des contraintes	68
3.1.4 Indifférence matérielle et principe d'objectivité	69
3.2 Lois hypoélastiques	70
3.2.1 Définitions	70
3.2.2 Dérivée objective adaptée aux matériaux fibreux	71
3.2.3 Tenseur d'élasticité tangent eulérien	73
3.3 Lois hyperélastiques	74
3.3.1 Définitions	74
3.3.2 Loi hyperélastique basée sur des invariants "physiques"	77
3.3.3 Potentiels d'énergie polyconvexes et coercifs pour un comportement isotrope transverse	79
3.4 Implémentation des lois de comportement dans ABAQUS/Standard	83
3.4.1 Spécificités du calcul implicite	84
3.4.2 Implémentation de la subroutine UMAT pour les matériaux hypoélastiques	86
3.4.3 Implémentation des routines pour les matériaux hyperélastiques	88
3.5 Conclusion du chapitre 3	89

Notations

Un tenseur euclidien \mathbf{T} à valeurs réelles d'ordre n est une application n -linéaire vers l'espace des réels définie sur le produit cartésien de n fois l'espace. On note L_n l'ensemble des tenseurs d'ordre n :

$$T_n \in L_n(\mathbb{R}^{3n}, \mathbb{R})$$

Pour des raisons de clarté dans l'écriture des équations, les notations suivantes sont utilisées pour distinguer l'ordre des tenseurs :

T pour un tenseur d'ordre 0

\mathbf{T} pour un tenseur d'ordre 1

\mathbf{T} pour un tenseur d'ordre 2

\mathbb{T} pour un tenseur d'ordre 4

Les tenseurs d'ordre 2 symétriques, orthogonaux ou inversibles, sous-ensembles de L_2 sont notés :

$$Sym = \{\mathbf{T} \in L_2 : \mathbf{T} = \mathbf{T}^T\}$$

$$Orth = \{\mathbf{T} \in L_2 : \mathbf{T} = \mathbf{T}^{-T}\}$$

$$Inv = \{\mathbf{T} \in L_2 : \det(\mathbf{T}) \neq 0\}$$

Les abréviations suivantes seront utilisées par la suite :

$$cof\mathbf{T} = \mathbf{T}^{-T} \cdot \det(\mathbf{T})$$

$$adj\mathbf{T} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \det(\mathbf{T}) = (cof\mathbf{T})^T$$

où $cof\mathbf{T}$ est la matrice des cofacteurs de $\mathbf{T} \in Inv$.

3.1 Mécanique des milieux continus en grandes transformations

La modélisation adoptée pour caractériser le comportement mécanique de la mèche correspond à un comportement purement élastique. Il est à noter que ce dernier présente des spécificités pouvant s'apparenter à un comportement élasto-plastique. En effet, les changements de géométries dus au réarrangement des fibres apparaissent comme n'étant pas totalement réversibles, du moins à l'échelle de temps considérée (relativement courte puisque correspondant à l'échelle de temps d'un essai expérimental). De plus, les mouvements relatifs des fibres au sein d'une mèche conduisent nécessairement à de la dissipation par frottement. Ces phénomènes ne sont pas pris en compte dans ce manuscrit, cependant leur introduction dans les modèles utilisés ici est une perspective intéressante d'évolution à ce travail.

La mise en place d'un modèle de comportement de mèche nécessite de définir certaines grandeurs de base, bien connues en mécanique des milieux continus, et rappelées ci-après.

3.1.1 Système de référence

La description des mouvements des milieux continus nécessite de définir la façon dont est repéré un point donné. Deux types de repérages existent, la description eulérienne et la description lagrangienne [LEM 09] :

- les variables d'Euler sont le temps et les coordonnées (x_1, x_2, x_3) de la position du point matériel M du milieu à l'instant t . La configuration de référence est la configuration actuelle déformée ;
- les variables de Lagrange sont le temps et les coordonnées $(X_1 = x_1^0, X_2 = x_2^0, X_3 = x_3^0)$ de la position initiale M_0 du point matériel M du milieu l'instant à t . La configuration de référence est la configuration initiale non déformée.

Le mouvement est alors défini par la fonction $x(X, t)$ qui donne la position x à l'instant t d'un point référencé par X , et définit donc la transformation faisant passer de la configuration de référence C_0 à la configuration actuelle déformée C_t , comme illustré figure 3.1.

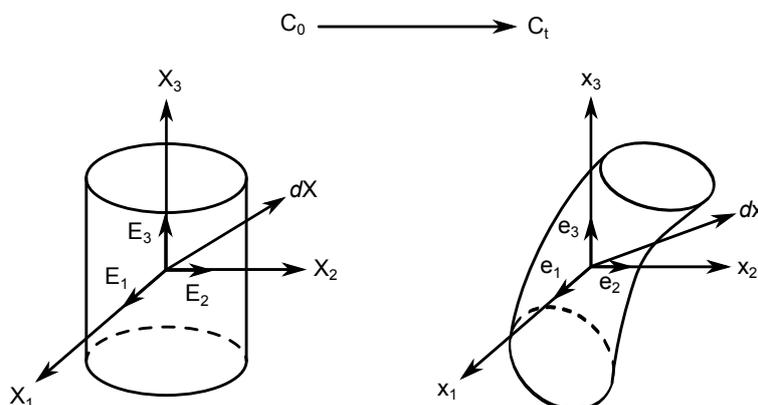


Figure 3.1: Configuration initiale C_0 et configuration actuelle déformée $C(t)$

3.1.2 Mesure des déformations

La mécanique des milieux continus nécessite de pouvoir exprimer la transformation du domaine étudié. Pour cela deux descriptions peuvent être considérées, s'appuyant sur les définitions précédentes : une description eulérienne et une description lagrangienne. Dans les deux cas, une transformation peut se décomposer en trois types de mouvements : une translation de corps rigide, une rotation de corps rigide et une déformation. La translation de corps rigide est directement éliminée dans le sens où elle est équivalente à un simple changement d'origine du repérage. La transformation se décompose donc généralement en une rotation de corps solide et une déformation. La déformation elle-même peut se décomposer en un changement de volume à forme constante et changement de forme à volume constant.

Description en vitesse

En ce plaçant dans le cadre d'une description eulérienne, la vitesse du point M peut s'exprimer :

$$\vec{v}(M) = \vec{v}(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \quad (3.1)$$

Cette définition est insuffisante pour décrire le comportement global du milieu, il est nécessaire de lui adjoindre le champ des gradients de vitesse $\mathbf{l} = \mathbf{grad} \vec{v}$. En décomposant \mathbf{l} en sa partie symétrique et sa partie antisymétrique, on peut définir les tenseurs taux de déformation \mathbf{d} et taux de rotation \mathbf{w} :

$$\mathbf{l} = \mathbf{d} + \mathbf{w} \quad \mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{l} + \mathbf{l}^t) \quad \mathbf{w} = \frac{1}{2}(\mathbf{l} - \mathbf{l}^t) \quad (3.2)$$

Grandes transformations

La formulation précédente permet de décrire le mouvement, cependant l'étude des milieux solides nécessite de caractériser l'état actuel par rapport à une configuration donnée. De nouvelles notions de déformations doivent alors être introduites. Soit M repéré par \vec{x} un point du milieu dans sa configuration actuelle C_t à l'instant t . Il correspond au point $M_0 = M(t=0)$ repéré par $\vec{X} = \vec{x}(t=0)$ en variables de Lagrange par rapport à sa configuration initiale C_0 à t_0 . Soit $\vec{\mathcal{F}}$ la transformation qui permet de passer de M_0 à M pour un vecteur \vec{x} :

$$\vec{x}(M) = \vec{\mathcal{F}}(\vec{X}(M_0), t_0, t) \quad (3.3)$$

La déformation du milieu au voisinage de M_0 et M peut s'exprimer à partir de la transformation linéaire tangente définie par :

$$d\vec{x} = \mathbf{F}.d\vec{X} \quad (3.4)$$

où \mathbf{F} est le tenseur gradient de la transformation $\vec{\mathcal{F}}$:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \vec{\mathcal{F}}}{\partial \vec{X}} \quad \text{ou} \quad F_{ij} = \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial X_j} \quad (3.5)$$

D'après le théorème de la décomposition polaire du gradient de la transformation, il est possible de décomposer de manière unique la transformation en rotation de corps rigide et en déformation de la matière, comme évoqué précédemment :

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}.\mathbf{U} = \mathbf{V}.\mathbf{R} \quad (3.6)$$

où \mathbf{R} est un tenseur de rotation (orthogonal direct) et \mathbf{U} et \mathbf{V} sont des tenseurs symétriques définis positifs appelés tenseurs de déformation pure. Il a été vu également que la déformation peut se décomposer en un changement de volume et un changement de forme. Soit dV un volume élémentaire et $dA = dA.N$ un élément de surface de normale N , tous deux en configuration initiale. Le volume déformé dv est donné par le jacobien

de la transformation (déterminant du tenseur gradient de la transformation) et la surface déformée $da = da.n$ de normale n est donnée par la formule de Nanson :

$$dv = J.dV \quad , \quad J = \det(\mathbf{F}) \quad \quad da.n = J.\mathbf{F}^{-t}.\mathbf{N}.dA \quad (3.7)$$

Les variations de longueur et d'angle au sein du milieu peuvent être analysées à l'aide du produit scalaire de deux vecteurs élémentaires en configuration déformée :

$$\begin{aligned} du.dv &= du_i dv_i = F_{ij} dU_j F_{ik} dV_k = dU_j F_{ji}^t F_{ik} dV_k \\ &= dU.\mathbf{F}^t.\mathbf{F}.dV \\ &= dU.\mathbf{C}.dV \end{aligned} \quad (3.8)$$

où $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t.\mathbf{F} = \mathbf{U}^2$ est le tenseur de Cauchy-Green droit, mesure du produit scalaire des vecteurs déformés. La variation de ce produit scalaire entre la configuration initiale et la configuration déformée s'exprime :

$$\begin{aligned} du.dv - dU.dV &= dU.\mathbf{C}.dV - dU.dV \\ &= dU.(\mathbf{C} - \mathbf{I}).dV \\ &= dU.2\mathbf{E}.dV \end{aligned} \quad (3.9)$$

où $\mathbf{E} = 1/2(\mathbf{C} - \mathbf{I})$ est le tenseur des dilatations de Green-Lagrange. Les deux tenseurs précédemment définis sont exprimés sur la configuration initiale, ils sont donc généralement dits "lagrangiens". Les tenseurs dits "eulériens" correspondants en configuration actuelle sont définis par :

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{b}^{-1}) \quad (3.10)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{F}.\mathbf{F}^t = \mathbf{V}^2 \quad (3.11)$$

Ils sont appelés respectivement tenseur d'Euler-Almansi et tenseur de Cauchy-Green gauche.

Vitesse de déformation

De la même manière que pour une description en vitesse, on peut définir pour une description lagrangienne en grandes transformations le tenseur gradient de vitesse \mathbf{L} (correspondant à $\dot{\mathbf{l}}$) à partir du tenseur gradient de la transformation \mathbf{F} :

$$d\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{F}}.d\mathbf{X} = \dot{\mathbf{F}}.\mathbf{F}^{-1}.d\mathbf{x} = \mathbf{L}.d\mathbf{x} \quad (3.12)$$

Hypothèse des petites perturbations

Dans le cas d'une transformation infinitésimale, les deux types de description introduites précédemment peuvent être confondues, c'est l'hypothèse des petites perturbations : petites déformations, petits déplacements et petites rotations.

3.1.3 Mesure des contraintes

Considérons un solide déformable virtuellement coupé en deux sous-domaines, avant et après transformation (figure 3.2). L'équilibre de chacun de ces deux sous-domaines implique l'existence de forces internes à la frontière entre les deux. Soit ds un élément de surface infinitésimal de cette frontière, soumis à un effort df . Le vecteur contrainte est alors défini par :

$$t = \frac{df}{ds} \quad (3.13)$$

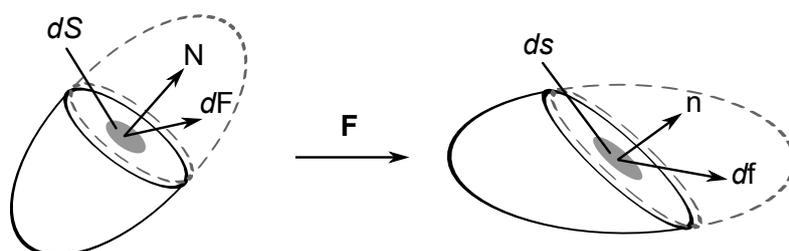


Figure 3.2: Définition du vecteur contrainte

Selon le théorème de Cauchy, ce vecteur contrainte ne dépend linéairement, au point considéré, que de la normale n à la surface élémentaire ds . Il existe donc un tenseur d'ordre deux, appelé tenseur des contraintes de Cauchy σ , tel que :

$$t = \sigma.n \quad (3.14)$$

Ce tenseur est symétrique, de part l'écriture de l'équation de moment du principe fondamental de la dynamique et représente les efforts internes exprimés en configuration actuelle déformée. En effet, les équations 3.13 et 3.14 permettent de définir l'effort exercé sur la surface élémentaire comme :

$$df = \sigma.n.ds \quad (3.15)$$

Il est possible d'exprimer d'autres tenseurs de contraintes à l'aide de dF , dS et N qui sont respectivement l'effort, la surface élémentaire et la normale ramenés en configuration initiale :

$$\begin{aligned} df &= \mathbf{P}.N.ds \\ dF &= \mathbf{S}.N.ds \\ df &= \boldsymbol{\tau}.\mathbf{F}^{-T}.N.ds \end{aligned} \quad (3.16)$$

Ces tenseurs sont respectivement appelés premier tenseur de Piola-Kirchhoff, second tenseur de Piola-Kirchhoff et tenseur de Kirchhoff. Le tenseur des contraintes de Cauchy σ , permettant d'obtenir le vecteur contrainte dans la configuration actuelle en fonction de la normale dans la configuration actuelle, est un tenseur eulérien. A l'inverse, le second tenseur de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} , permettant d'obtenir le vecteur contrainte dans la configuration

initiale en fonction de la normale dans la configuration initiale, est un tenseur lagrangien. Le premier tenseur de Piola-Kirchhoff \mathbf{P} et le tenseur de Kirchhoff τ ne sont ni eulériens ni lagrangiens, ils sont dits bipoints.

Les deux types de descriptions, eulérienne et lagrangienne, sont résumés tableau 3.1.

Description en vitesse	Description en transformation finie
Variables d'Euler $M = M(\vec{x}, t)$	Variables de Lagrange $M = M(\vec{X}, t_0, t)$
Configuration actuelle	Configuration initiale
Vitesse \vec{v}	Transformation $\vec{x}(M) = \vec{\mathcal{F}}(\vec{X}(M_0), t_0, t)$
Gradient des vitesses $\mathbf{l} = \mathbf{grad} \vec{v}$	Gradient de la transformation linéaire tangente $\mathbf{F} = \frac{\partial \vec{\mathcal{F}}}{\partial \vec{X}}$
Tenseur des taux de déformation $\mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{l} + \mathbf{l}')$	Tenseur de Green-Lagrange $\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}' \cdot \mathbf{F} - \mathbf{1})$
Tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$	Tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ Tenseur de Piola-Kirchhoff 1 \mathbf{P} Tenseur de Piola-Kirchhoff 2 \mathbf{S}

Tableau 3.1: Description eulérienne et lagrangienne [LEM 09]

3.1.4 Indifférence matérielle et principe d'objectivité

Une loi de comportement doit vérifier le principe d'indifférence matérielle, c'est-à-dire qu'elle doit s'écrire sous une forme indépendante de l'observateur. Par conséquent, les grandeurs mises en jeu doivent respecter le principe d'objectivité. En effet, l'objectivité traduit l'indépendance de ces grandeurs au repère ou référentiel choisi, c'est-à-dire que quel que soit le changement de référentiel d'observation en termes de rotations/translations, elles doivent rester fondamentalement les mêmes [SID 82]. Il est donc nécessaire de définir et de travailler avec des grandeurs objectives. A ce titre, on peut citer [LEM 09] :

- tout scalaire ;
- tout tenseur écrit dans la configuration de référence C_0 (tel que le tenseur de déformation de Green-Lagrange \mathbf{E} et le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff \mathbf{S}) ;
- toute dérivée temporelle d'un tenseur défini dans la configuration de référence C_0 (telle que $\dot{\mathbf{E}}$ et $\dot{\mathbf{S}}$).

Cependant, il est important de noter que les dérivées temporelles des grandeurs définies dans la configuration actuelle déformée C_t ne sont pas objectives. Ainsi, la dérivée $\dot{\sigma}$ du tenseur des contraintes de Cauchy n'est pas objective. Les dérivées temporelles $\dot{\mathbf{F}}$ du gradient de la transformation et $\dot{\mathbf{P}}$ du premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff ne sont également pas objectives. Cependant, plusieurs dérivées temporelles objectives existent, telles que Jaumann ou Green-Naghdi, ce point sera détaillé dans la suite de ce manuscrit.

Les notions de bases de mécanique des milieux continus ayant été rappelées, il convient maintenant de déterminer quel type de loi de comportement utiliser de manière à formaliser au mieux les mécanismes de déformation intervenant dans le cadre de l'étude des mèches en fibre de verre. Deux types de loi sont abordés : les lois hypoélastiques et les lois hyperélastiques. Le choix de l'une ou l'autre est conditionné par le fait que chacune d'entre elles permettent de modéliser certains aspects du comportement mécanique, mais également par le fait que la modélisation est effectuée à l'aide d'un logiciel commercial, ABAQUS/Standard. Ces différents points sont explicités par la suite.

3.2 Lois hypoélastiques

La simulation numérique du procédé de tissage nécessite la connaissance du comportement spécifique des mèches. Une mèche est un assemblage de fibres ayant une rigidité longitudinale prédominante vis-à-vis des autres caractéristiques mécaniques. Le comportement d'une mèche dépend donc des caractéristiques des fibres d'un côté, et également du comportement en frottement de l'autre, le nombre de contacts étant très important. La plupart des modélisations à l'échelle mésoscopique utilisent un matériau continu pour décrire ce comportement spécifique [TAR 01][HIV 05][BAD 07]. Les différents aspects du comportement de la mèche doivent être pris en compte en tant que matériau continu. Une approche hypoélastique permet d'exprimer le comportement du matériau en fonction du tenseur gradient de la transformation \mathbf{F} . Elle permet de modéliser les non-linéarités géométriques dues aux grands déplacements et aux grandes déformations de la mèche. Elle permet également de traiter les problèmes de non-linéarités matérielles. Ce type de loi a été retenue dans le cadre des travaux de Badel [BAD 08a] pour la modélisation du comportement de renforts fibreux.

3.2.1 Définitions

Une loi hypoélastique, écrite en taux, relie un tenseur d'ordre 2 traduisant la cinématique du milieu à un autre tenseur d'ordre 2 traduisant les efforts de cohésion de la matière par l'intermédiaire du tenseur de comportement d'ordre 4. Elle s'exprime alors de la manière suivante :

$$\sigma^{\nabla} = \mathbb{C} : \mathbf{D} \quad (3.17)$$

où \mathbf{D} et \mathbb{C} sont, respectivement, le tenseur taux de déformation et le tenseur d'élasticité

tangent du quatrième ordre. σ^{∇} est une dérivée objective de σ , tenseur des contraintes de Cauchy. Une dérivée objective peut s'écrire sous la forme :

$$\sigma^{\nabla} = \dot{\sigma} - \Omega \cdot \sigma - \sigma \cdot \Omega^t \quad (3.18)$$

où $\Omega = \dot{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{Q}^t$ est le spin du repère tourné avec la rotation \mathbf{Q} . Différentes dérivées objectives existent, telles que les dérivées de Jaumann, de Green-Naghdi ou de Truesdell, présentées tableau 3.2.

	Taux de contrainte	Loi en taux
Dérivée de Jaumann du tenseur de Cauchy	$\sigma^{\nabla J} = \dot{\sigma} - \mathbf{W} \cdot \sigma - \sigma \cdot \mathbf{W}^t$	$\sigma^{\nabla J} = \mathbb{C}^{\sigma J} : \mathbf{D}$
Dérivée de Jaumann du tenseur de Kirchhoff	$\tau^{\nabla J} = \dot{\tau} - \mathbf{W} \cdot \tau - \tau \cdot \mathbf{W}^t$	$\tau^{\nabla J} = \mathbb{C}^{\tau J} : \mathbf{D}$
Dérivée de Truesdell du tenseur de Cauchy	$\sigma^{\nabla \tau} = \dot{\sigma} + \text{div}(\mathbf{v})\sigma - (\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot \sigma - \sigma \cdot (\mathbf{D} + \mathbf{W})^t$	$\sigma^{\nabla \tau} = \mathbb{C}^{\sigma \tau} : \mathbf{D}$
Dérivée de Green-Naghdi du tenseur de Cauchy	$\sigma^{\nabla G} = \dot{\sigma} - \Omega \cdot \sigma - \sigma \cdot \Omega^t$ $\Omega = \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^t$	$\sigma^{\nabla G} = \mathbb{C}^{\sigma G} : \mathbf{D}$

Tableau 3.2: Dérivées objectives et lois de comportement associées [BEL 00]

Les différents tenseurs d'élasticité tangents eulériens associés à ces dérivées objectives sont reliés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbb{C}^{\sigma \tau} &= \mathbb{C}^{\sigma J} - \mathbb{C}^* \\ \mathbb{C}^* &= \mathbb{C}' - \sigma \otimes \mathbf{I} \\ \mathbb{C}' : \mathbf{D} &= \mathbf{D} \cdot \sigma + \sigma \cdot \mathbf{D} \end{cases} \quad (3.19)$$

$$\mathbb{C}^{\sigma \tau} = J^{-1} \mathbb{C}^{\tau J} - \mathbb{C}' \quad (3.20)$$

$$\begin{cases} \mathbb{C}^{\sigma \tau} &= \mathbb{C}^{\sigma G} - \mathbb{C}^* - \mathbb{C}^{spin} \\ \mathbb{C}^{spin} : \mathbf{D} &= (\mathbf{W} - \Omega) \cdot \sigma + \sigma \cdot (\mathbf{W} - \Omega)^t \end{cases} \quad (3.21)$$

3.2.2 Dérivée objective adaptée aux matériaux fibreux

Hagège *et al.* [HAG 05] a établi que les dérivées objectives classiques présentées précédemment ne sont pas judicieuses dans le cas de matériaux fibreux. La rigidité longitudinale est très importante vis-à-vis du comportement dans le plan transverse, et la direction des fibres, qui ne peut alors pas être décrite à l'aide d'une rotation moyenne de la matière, doit être suivie exactement. La dérivée objective, utilisée dans ce manuscrit, a été définie par Badel *et al.* [BAD 08b] et s'appuie sur la rotation des fibres, correspondant ainsi au repère d'isotropie transverse de la mèche. De cette manière, les composantes de rigidité longitudinale et de rigidités transverses, très différentes, peuvent être distinguées.

On définit alors la base $\{f_i\} = \{f_1, f_2, f_3\}$ comme base liée à la direction des fibres $\{f_1\}$. Notons Φ la rotation des fibres. La dérivée objective, que l'on appellera dérivée objective matérielle, illustrée figure 3.3, s'exprime alors de la manière suivante :

$$\sigma^{\nabla\Phi} = \dot{\sigma} - \Omega_{\Phi} \cdot \sigma - \sigma \cdot \Omega_{\Phi}^t \quad (3.22)$$

où $\Omega_{\Phi} = \dot{\Phi} \cdot \Phi^t$ est le spin de la rotation des fibres. La démarche proposée pour le calcul de cette rotation est la suivante [BAD 08b] :

- calcul de la direction actuelle des fibres f_1 à partir de la direction initiale des fibres f_1^0 connue et du gradient de la transformation \mathbf{F} :

$$f_1 = \frac{\mathbf{F} \cdot f_1^0}{\|\mathbf{F} \cdot f_1^0\|} \quad (3.23)$$

- projection de la direction 2 f_2 dans le plan normal à f_1 afin de construire une base orthonormée, en supposant que f_2 ait subi la même transformation \mathbf{F} que f_1 :

$$f_2 = \frac{\mathbf{F} \cdot f_2^0 - ((\mathbf{F} \cdot f_2^0) \cdot f_1) \cdot f_1}{\|\mathbf{F} \cdot f_2^0 - ((\mathbf{F} \cdot f_2^0) \cdot f_1) \cdot f_1\|} \quad (3.24)$$

- calcul de la direction 3 f_3 par produit vectoriel des deux autres directions :

$$f_3 = f_1 \wedge f_2 \quad (3.25)$$

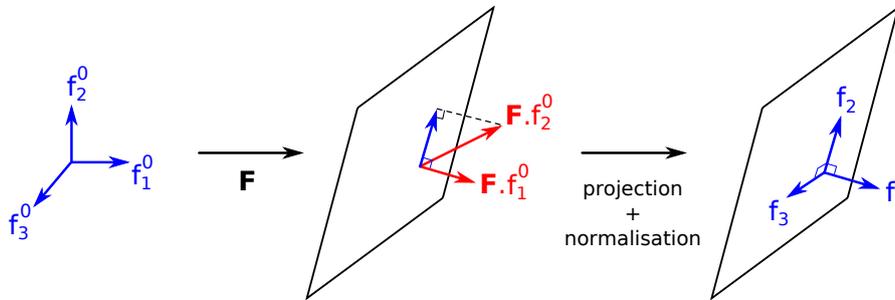


Figure 3.3: Définition de la rotation suivant la direction des fibres [BAD 08b]

Est obtenue ainsi la matrice de rotation décrivant la direction actualisée des fibres au sein de la mèche et donc la base dite "matérielle" :

$$\Phi = [\{f_1\}\{f_2\}\{f_3\}] \quad (3.26)$$

Il est alors possible, à l'aide de cette rotation, d'assurer le respect du principe de l'indifférence matérielle et de l'objectivité. Ainsi, une loi de comportement hypoélastique spécifique aux matériaux fibreux peut s'exprimer simplement par :

$$\sigma^{\nabla\Phi} = \mathbb{C}^{\sigma\Phi} : \mathbf{D} \quad (3.27)$$

3.2.3 Tenseur d'élasticité tangent eulérien

Le taux de contraintes objectif ayant été défini équation 3.27, il convient maintenant d'explicitier la forme du tenseur d'élasticité tangent eulérien $\mathbb{C}^{\sigma\Phi}$, dépendant de paramètres matériau à identifier.

La mèche est considérée comme étant un matériau isotrope transverse [BAD 08c], qui peut être caractérisé par le tenseur \mathbb{C} suivant [DAN 94] :

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

où les constantes de rigidités s'expriment :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2^2 \Delta} \\ C_{22} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\ C_{12} = \frac{\nu_{12}(1 + \nu_{32})}{E_1 E_2 \Delta} \\ C_{23} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{12}}{E_1 E_2 \Delta} \\ C_{44} = G_{12} \\ \Delta = \frac{1 - 2\nu_{12}\nu_{21}(1 + \nu_{32}) - \nu_{23}\nu_{32}}{E_1 E_2^2} \end{array} \right. \quad (3.29)$$

De plus, le coefficient de poisson ν_{12} est nul, ce qui implique $C_{12} = 0$. Le comportement de la mèche peut alors être défini par cinq paramètres matériau :

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & C & D & 0 & 0 & 0 \\ & & C & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ sym & & & & G & 0 \\ & & & & & B \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

E étant le module d'élasticité longitudinal, G le module de cisaillement longitudinal intervenant lors des transformations de type flexion, B et C caractérisant le comportement dans le plan transverse. Dans les travaux de Badel [BAD 08b], la définition des paramètres matériau du comportement dans le plan transverse (ie. B , C et D) repose sur un découplage entre transformation sphérique et transformation déviatorique, correspondant

respectivement à la compaction (augmentation de la densité de mèches) et à la distorsion (changement de forme de la section de mèche). Ce découplage permet de formaliser le comportement transverse par deux paramètres matériau A et B :

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{A+B}{2} & \frac{A-B}{2} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{A-B}{2} & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ sym & & & & G & 0 \\ & & & & & B \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Tous ces paramètres dépendent de l'état de déformation du matériau et peuvent être caractérisés à l'aide de manipulations expérimentales. Le principal avantage de ce type de loi de comportement est la facilité à être enrichie de manière à formaliser un comportement non linéaire visco-élastique ou visco-plastique.

3.3 Lois hyperélastiques

La définition de lois de comportement hyperélastiques est basée sur le premier et le second principe de la thermodynamique, c'est-à-dire sur l'inégalité de Clausius-Duhem. Ce type de loi diffère donc des lois hypo-élastiques, dans le sens où ces dernières sont dépourvues de fondements thermodynamiques.

3.3.1 Définitions

Dans la configuration initiale et dans la configuration actuelle déformée, l'inégalité de Clausius-Duhem s'exprime respectivement :

$$\Phi_0 = -\rho_0(\dot{\psi} - \dot{\theta}\eta) - \frac{1}{\theta} \mathbf{Q} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} \geq 0 \quad (3.32)$$

$$\Phi = -\rho(\dot{\psi} - \dot{\theta}\eta) - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{X}} + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \geq 0 \quad (3.33)$$

où Φ_0 et Φ sont les dissipations par unité de volume initial et final, ψ est l'énergie libre spécifique par unité de masse, θ est la température, \mathbf{Q} et \mathbf{q} sont les vecteurs flux de chaleur en configuration initiale et en configuration actuelle déformée respectivement. Dans le cas de la mécanique telle qu'utilisée dans ce manuscrit, les effets thermiques sont négligés. La température est donc considérée comme homogène et la transformation comme étant isotherme. Les dissipations s'expriment alors :

$$\Phi_0 = -\rho_0 \dot{\psi} + \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} \quad (3.34)$$

$$\Phi = -\rho\psi + \sigma : \mathbf{D} \quad (3.35)$$

Un matériau hyperélastique est un matériau dont l'énergie de déformation par unité de volume initial $w = \rho_0\psi$ ne dépend que de l'état actuel de déformation et qui est non dissipatif, c'est-à-dire que les dissipations 3.34 et 3.35 sont nulles. On peut déduire de ces deux conditions les équations suivantes, relations de base des lois de comportement hyperélastiques :

$$\begin{aligned} w &= w(\mathbf{F}) = \rho_0\psi \\ \dot{w}(\mathbf{F}) &= \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Il a été montré [CIA 88] que pour respecter le principe d'indifférence matérielle, il faut et il suffit que l'énergie de déformation soit une fonction du tenseur de Cauchy-Green droit :

$$\begin{aligned} w &= w(\mathbf{C}) = \rho_0\psi \\ \dot{w}(\mathbf{C}) &= \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}\mathbf{S} : \dot{\mathbf{C}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Ainsi, les problématiques liées aux dérivées objectives n'ont pas lieu d'être dans ce type de formulation. On en déduit alors :

$$\dot{w}(\mathbf{C}) = \frac{1}{2}\mathbf{S} : \dot{\mathbf{C}} \Leftrightarrow \left(\frac{\partial w}{\partial \mathbf{C}} - \frac{1}{2}\mathbf{S} \right) : \dot{\mathbf{C}} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{S} = 2 \frac{\partial w}{\partial \mathbf{C}} \quad (3.38)$$

L'équation 3.38 constitue l'expression générale des lois de comportement hyperélastiques. Ces dernières nécessitent alors uniquement la définition de l'énergie de déformation w correspondant au comportement mécanique du matériau. Ce potentiel n'est admissible que s'il vérifie les conditions suivantes :

- w s'annule lorsque le matériau n'est soumis à aucune sollicitation :

$$w(\mathbf{I}) = 0 \quad (3.39)$$

- w respecte le principe d'indifférence matérielle :

$$w(\mathbf{F}) = w(\mathbf{QF}), \forall \mathbf{Q} \in \mathcal{SO}_3 \quad (3.40)$$

- w respecte les symétries du matériau :

$$w(\mathbf{F}) = w(\mathbf{FQ}), \forall \mathbf{Q} \in \mathcal{G} \subset \mathcal{SO}_3 \quad (3.41)$$

où \mathcal{G} est le groupe de symétries du matériau. La condition 3.39 dépend de la forme choisie pour l'énergie de déformation. La condition 3.40 est satisfaite par l'utilisation du tenseur de Cauchy-Green droit comme argument de w . La condition 3.41 est satisfaite par l'introduction d'invariants du tenseur de Cauchy-Green droit. En effet, dans le cas d'un matériau isotrope, w est isotrope, et ceci si et seulement si il peut être représenté par une fonction de trois invariants de \mathbf{C} :

$$w(\mathbf{C}) \text{ est isotrope} \Leftrightarrow \exists \tilde{w} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, w(\mathbf{C}) = \tilde{w}(I_1, I_2, I_3) \quad (3.42)$$

où les invariants classiquement utilisés sont les coefficients du polynôme caractéristique de \mathbf{C} :

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{Tr}(\mathbf{C}) \\ I_2 &= \frac{1}{2} \left(\text{Tr}(\mathbf{C})^2 - \text{Tr}(\mathbf{C}^2) \right) \\ I_3 &= \text{Det}(\mathbf{C}) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Dans le cas d'un matériau isotrope transverse, une direction privilégiée \mathbf{m} (normée) est définie dans la configuration initiale. Elle permet alors de définir le tenseur de structure $\mathbf{M} = \mathbf{m} \otimes \mathbf{m}$ caractéristique du groupe de symétrie du matériau. Dans ce cas, l'énergie de déformation peut s'écrire :

$$w(\mathbf{C}) = \tilde{w}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) \quad (3.44)$$

où $I_4 = \mathbf{C} : \mathbf{M}$ et $I_5 = \mathbf{C}^2 : \mathbf{M}$. Une loi de comportement hyperélastique isotrope transverse peut alors être caractérisée par le second tenseur de Piola-Kirchhoff défini par :

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial w}{\partial \mathbf{C}} = 2 \left(\frac{\partial w}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w}{\partial I_4} \frac{\partial I_4}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w}{\partial I_5} \frac{\partial I_5}{\partial \mathbf{C}} \right) \quad (3.45)$$

Le tenseur des contraintes de Cauchy, nécessaire dans l'implémentation de loi de comportement dans un logiciel commercial tel que ABAQUS/Standard peut alors s'exprimer :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^t \quad (3.46)$$

La dérivée temporelle de 3.45 s'écrit alors :

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbb{D} : \frac{1}{2} \dot{\mathbf{C}} \quad (3.47)$$

où \mathbb{D} est le tenseur d'élasticité tangent lagrangien d'ordre 4 :

$$\mathbb{D} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{C}} = 4 \frac{\partial^2 w}{\partial \mathbf{C} \partial \mathbf{C}} \quad (3.48)$$

Dans le cas d'un matériau isotrope transverse, \mathbb{D} s'écrit :

$$\mathbb{D} = 4 \cdot \sum_1^5 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_i^2} \left(\frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \otimes \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \right) + \frac{\partial w}{\partial I_i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}} \left(\frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial I_i \partial I_j} \left(\frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \otimes \frac{\partial I_j}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial I_j}{\partial \mathbf{C}} \otimes \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \right) \right] \quad (3.49)$$

La convergence d'un calcul implicite est assurée s'il y a existence d'un minimum global de l'énergie de déformation. Pour cela, certaines conditions doivent être satisfaites [ITS 04] : le potentiel de déformation doit être polyconvexe, coercif et nul si le matériau n'est soumis à aucune sollicitation.

Un potentiel d'énergie de déformation $w_C(\mathbf{C}) : \text{Inv} \rightarrow \mathbb{R}$ est dit polyconvexe [BAL 77] si et seulement si il existe un potentiel d'énergie de déformation convexe $\hat{w}(\mathbf{C}, \text{adj}(\mathbf{C}), \text{det}(\mathbf{C})) : (\text{Inv}, \text{Inv}, \mathbb{R}^+) \rightarrow \mathbb{R}$ tel que :

$$w_C(\mathbf{C}) = \hat{w}(\mathbf{C}, \text{adj}(\mathbf{C}), \det(\mathbf{C}))$$

Un potentiel d'énergie de déformation est dit coercif s'il tend vers l'infini à l'infini. Ceci implique, entre autres, que le tenseur d'élasticité \mathbb{D} doit être défini positif, c'est-à-dire que ses valeurs propres doivent être strictement positives.

3.3.2 Loi hyperélastique basée sur des invariants "physiques"

Charmetant [CHA 11] a mis en place une loi hyperélastique pour les mèches de renfort formulée à l'aide d'invariants porteurs de sens physique, et ceci dans le cadre de modélisations numériques sous ABAQUS/Explicit. Cette approche, inspirée des travaux de Criscione [CRI 01], est basée sur une décomposition multiplicative du gradient de la transformation \mathbf{F} . Différentes parties de \mathbf{F} correspondant chacune à un mode de déformation peuvent alors être mises en évidence, et chacun des termes de cette décomposition est caractérisé par un invariant dit "physique", relié aux invariants classiques. L'avantage de ce type de formulation réside dans le découplage des modes de déformation, permettant ainsi de les mettre en évidence et de les identifier séparément.

Quatre modes de déformation de la mèche, présentés paragraphe 2.1, peuvent être alors identifiés : l'élongation, le cisaillement, la compaction et la distorsion (cisaillement dans le plan transverse). Pour chacun d'eux, un invariant peut être défini :

$$\begin{aligned} I_{elong} &= \frac{1}{2} \ln(I_4) \\ I_{cis} &= \sqrt{\frac{I_5}{I_4^2} - 1} \\ I_{comp} &= \frac{1}{4} \ln\left(\frac{I_3}{I_4}\right) \\ I_{dist} &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{I_1 I_4 - I_5}{2\sqrt{I_3 I_4}} + \sqrt{\left(\frac{I_1 I_4 - I_5}{2\sqrt{I_3 I_4}}\right)^2 - 1}\right) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Ainsi, le second tenseur de Piola-Kirchhoff 3.45 peut se définir tel que :

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial w}{\partial \mathbf{C}} = 2 \left(\frac{\partial w}{\partial I_{elong}} \frac{\partial I_{elong}}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w}{\partial I_{cis}} \frac{\partial I_{cis}}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w}{\partial I_{comp}} \frac{\partial I_{comp}}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w}{\partial I_{dist}} \frac{\partial I_{dist}}{\partial \mathbf{C}} \right) \quad (3.51)$$

Le tenseur d'élasticité \mathbb{D} correspondant doit donc présenter des valeurs propres non nulles, même si le matériau n'est soumis à aucunes sollicitations. Dans ce cas, l'équation 3.49 peut s'écrire, après dérivation des invariants définie tableau 3.3, dérivation de \mathbf{C} définie tableau 3.4 et simplifications :

3. Lois de comportement pour les mèches de renforts tissés

$$\begin{aligned}
\mathbb{D} = & 4 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_1^2} \cdot \mathbf{I} + \frac{\partial^2 w}{\partial I_3^2} \cdot I_3^2 \cdot \mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C}^{-1} + \frac{\partial^2 w}{\partial I_4^2} \cdot \mathbf{M} + \frac{\partial^2 w}{\partial I_5^2} (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) \otimes (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) \right] \\
& + 4 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_1 \partial I_3} \cdot I_3 \cdot (\mathbf{I} \otimes \mathbf{C}^{-1} + \mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{I}) + \frac{\partial^2 w}{\partial I_1 \partial I_4} (\mathbf{I} \otimes \mathbf{M} + \mathbf{M} \otimes \mathbf{I}) \right] \\
& + 4 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_1 \partial I_5} (\mathbf{I} \otimes (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) + (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) \otimes \mathbf{I}) \right] \tag{3.52} \\
& + 4 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_3 \partial I_4} I_3 (\mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{M} + \mathbf{M} \otimes \mathbf{C}^{-1}) \right] \\
& + 4 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_3 \partial I_5} I_3 (\mathbf{C}^{-1} \otimes (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) + (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) \otimes \mathbf{C}^{-1}) \right] \\
& + 4 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_4 \partial I_5} (\mathbf{M} \otimes (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) + (\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}) \otimes \mathbf{M}) \right]
\end{aligned}$$

Invariant	Dérivée première $\frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}}$	Dérivée seconde $\frac{\partial^2 I_i}{\partial \mathbf{C}^2}$
I_1	\mathbf{I}	0
I_2 [BON 08]	$2 \cdot \mathbf{C}$	$2 \cdot \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{C}}$
I_3 (dérivée directionnelle [BON 08])	$I_3 \mathbf{C}^{-1}$	$I_3 \left(\mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C}^{-1} + \frac{\partial \mathbf{C}^{-1}}{\partial \mathbf{C}} \right)$
I_4	\mathbf{M}	0
I_5	$\mathbf{C} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}$	$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{C}} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{M} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{C}}$

Tableau 3.3: Définitions des dérivées des invariants

$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{C}}$	$\left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{C}} \right)_{ijkl} = \delta_{mk} \cdot \delta_{jl}$
$\frac{\partial \mathbf{C}^{-1}}{\partial \mathbf{C}} = -\mathbf{C}^{-1} \odot \mathbf{C}^{-1}$ [HOL 00]	$\left(\frac{\partial \mathbf{C}^{-1}}{\partial \mathbf{C}} \right)_{ijkl} = -\frac{1}{2} \left(\mathbf{C}_{ik}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{jl}^{-1} + \mathbf{C}_{il}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{jk}^{-1} \right)$

Tableau 3.4: Définitions des dérivées de \mathbf{C}

Les valeurs propres de \mathbb{D} doivent être strictement positives, c'est-à-dire que $D_{1212} > 0$.
Or :

$$D_{1212} = 4 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_3^2} \cdot I_3^2 \cdot \left(\mathbf{C}_{12}^{-1} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial I_5^2} (\mathbf{C}_{12})^2 \right] + 8 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial I_3 \partial I_5} \cdot I_3 \cdot \left(\mathbf{C}_{12}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{12} \right) \right] \tag{3.53}$$

avec

$$C_{12}^{-1} = -\frac{1}{I_3} (C_{12} \cdot C_{33} - C_{23} \cdot C_{13}) \quad (3.54)$$

Donc :

$$\begin{aligned} D_{1212} &= 4 \cdot (C_{12} \cdot C_{33} - C_{23} \cdot C_{13})^2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial I_3^2} \\ &+ 4 \cdot C_{12} \cdot \left(C_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial I_5^2} + 2 \cdot (C_{12} \cdot C_{33} - C_{23} \cdot C_{13}) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial I_3 \partial I_5} \right) \end{aligned}$$

Finalement, à l'état naturel (déchargé) :

$$D_{1212} = 0$$

Pour conclure, il manque un terme constant permettant d'assurer la stricte positivité de D_{1212} , terme associé à l'invariant I_2 , absent des invariants physiques présentés précédemment. En effet, la dérivée seconde de I_2 par rapport au tenseur de Cauchy-Green droit s'exprime [BOR 12] :

$$\frac{\partial^2 I_2}{\partial \mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

et est donc constante et non dépendante de l'état de déformation. A noter que cette dérivée est associée à la dérivée première du potentiel de déformation par rapport à I_2 , cette dernière doit donc également être non nulle et donc se compenser par ailleurs de manière à assurer la condition 3.39. L'ajout de I_2 dans cette formulation par invariants physiques n'est donc pas trivial.

3.3.3 Potentiels d'énergie polyconvexes et coercifs pour un comportement isotrope transverse

La mise en place de lois de comportement hyperélastiques en simulation implicite nécessite d'être particulièrement vigilant à la définition du potentiel d'énergie de déformation. Plusieurs modèles pour des comportements isotropes transverses ont été développés.

Lürding *et al.* [LÜR 01] ont défini un potentiel d'énergie basé sur cinq invariants, les trois invariants classiques I_1 , I_2 et I_3 , ainsi que deux invariants correspondants à l'élongation et l'orientation de la direction de fibres respectivement.

Schröder *et al.* [SCH 08] ont découplé le potentiel d'énergie de déformation en une somme d'un potentiel isotrope de type Mooney-Rivlin et d'un potentiel d'isotropie transverse, également définis à l'aide de cinq invariants.

Itskov [ITS 04] a mis en place un potentiel d'énergie de type polynomial avec un nombre variable de termes, défini par l'utilisateur. Dans le cas présenté dans ces travaux, le potentiel est tronqué à l'ordre 3, ce qui implique un nombre de paramètres matériau égal à 12. Contrairement aux modèles cités précédemment où il y a cinq paramètres à caractériser, ce nombre est élevé. L'avantage du découplage du potentiel entre potentiel isotrope et potentiel transverse est qu'il permet de modéliser le comportement isotrope transverse à moindre coût, bien que ces types de comportements soient moins riches que le modèle de Itskov.

Enfin, Bonnet et Burton [BON 98] ont également développé des modèles hyperélastiques basés sur la décomposition du potentiel, l'un basé sur un potentiel isotrope de Saint-Venant et l'autre sur un potentiel isotrope néo-Hookéen, la partie isotrope transverse étant de forme polynomiale. La simplicité de ces modèles nous a conduit à les choisir dans un premier temps pour mettre en place les modèles de simulation du procédé de tissage.

Potentiel d'énergie de type Saint-Venant

Le potentiel de déformation peut se décomposer en une somme de deux potentiels, l'un isotrope et l'autre orthotrope. Le second permet de représenter le comportement dans le plan transverse :

$$w(\mathbf{C}) = w_{iso}(I_1, I_2, I_3) + w_{trn}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) \quad (3.56)$$

où les invariants utilisés sont les invariants classiques décrits précédemment. Ainsi, le second tenseur de Piola-Kirchhoff s'exprime :

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_{iso} + \mathbf{S}_{trn} \quad \mathbf{S}_{iso} = 2 \cdot \frac{\partial w_{iso}}{\partial \mathbf{C}} \quad \mathbf{S}_{trn} = 2 \cdot \frac{\partial w_{trn}}{\partial \mathbf{C}} \quad (3.57)$$

Le potentiel classique de St-Venant est utilisé pour le potentiel isotrope, dont découle le tenseur d'élasticité tangent lagrangien :

$$w_{iso} = \frac{1}{2} \lambda (Tr \mathbf{E})^2 + \mu \mathbf{E} : \mathbf{E} \quad \rightarrow \quad \mathbb{C}_{iso} = \lambda \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu \mathbb{I} \quad (3.58)$$

Concernant le potentiel d'énergie de déformation dans le plan transverse, la forme la plus simple satisfaisant les conditions présentées au paragraphe 3.3.1 (polyconvexité et coercivité) s'écrit sous la forme :

$$w_{trn} = [\alpha + \beta(I_1 - 3) + \gamma(I_4 - 1)](I_4 - 1) - \frac{1}{2} \alpha (I_5 - 1) \quad (3.59)$$

Il en découle :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{S}_{trn} = 2\beta(I_4 - 1)\mathbf{I} + 2[\alpha + \beta(I_1 - 3) + 2\gamma(I_4 - 1)]\mathbf{M} - \alpha(\mathbf{C}\mathbf{M} + \mathbf{M}\mathbf{C}) \\ \mathbb{C}_{trn} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}_{trn}}{\partial \mathbf{C}} = 8\gamma\mathbf{M} \otimes \mathbf{M} + 4\beta(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{M}) - 2\alpha\mathbb{M} \end{array} \right. \quad (3.60)$$

avec

$$\mathbb{M}_{ijkl} = M_i M_l \delta_{jk} + \delta_{ik} M_j M_l \quad (3.61)$$

On peut donc écrire :

$$\mathbf{S} = (\mathbb{C}_{iso} + \mathbb{C}_{trn}) : \mathbf{E} \quad (3.62)$$

L'implémentation de lois de comportement nécessite une écriture sous forme matricielle :

$$S = (D_{iso} + D_{trn}).E \quad (3.63)$$

où

$$D_{iso} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 & 0 \\ & sym & & & \mu & 0 \\ & & & & & \mu \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

et, dans le cas où la direction de fibre est selon la direction 1 :

$$D_{trn} = \begin{bmatrix} 8\beta + 8\gamma - 4\alpha & 4\beta & 4\beta & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & -\alpha & 0 & 0 \\ & sym & & & -\alpha & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Or, dans le cas d'un matériau isotrope transverse, la matrice de comportement pour une loi de St-Venant se note :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{E_A(1-\nu)}{m} & \frac{E_A\nu}{m} & \frac{E_A\nu}{m} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{E(1-n\nu^2)}{m(1+\nu)} & \frac{E(\nu+n\nu^2)}{m(1+\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{E(1-n\nu^2)}{m(1+\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ & & & G_A & 0 & 0 \\ & sym & & & G_A & 0 \\ & & & & & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Par identification, on peut définir les paramètres λ , μ , α , β et γ en fonction des quatre

3. Lois de comportement pour les mèches de renforts tissés

paramètres matériau E , E_A , ν et G_A :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{E(\nu + n\nu^2)}{m(1 + \nu)} \\ \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \\ \alpha = \mu - G_A \\ \beta = \frac{E\nu(n - 1)}{4m(1 + \nu)} \\ \gamma = \frac{E_A(1 - \nu)}{8m} - \frac{\lambda + 2\mu}{8} + \frac{\alpha}{2} - \beta \\ m = 1 - \nu - 2n\nu^2 \\ n = \frac{E_A}{E} \end{array} \right. \quad (3.67)$$

Les conditions permettant d'assurer le respect du second principe de la thermodynamique impose que D soit défini positif. Il convient donc de déterminer les relations entre les différents paramètres matériau pour assurer cette condition. Pour ce faire, les valeurs propres de D doivent être positives. Par conséquent, les valeurs propres de D_{iso} et D_{trn} sont prises positives. Ces valeurs propres sont présentées tableau 3.5.

Valeurs propres de D_{iso}	$3\lambda + 2\mu$ 2μ (double) μ (triple)
Valeurs propres de D_{trn}	$4\beta + 4\gamma - 2\alpha + 2\sqrt{\alpha^2 - 4\alpha\beta - 4\alpha\gamma + 12\beta^2 + 8\beta\gamma + 4\gamma^2}$ $4\beta + 4\gamma - 2\alpha - 2\sqrt{\alpha^2 - 4\alpha\beta - 4\alpha\gamma + 12\beta^2 + 8\beta\gamma + 4\gamma^2}$ 0 (double) $-\alpha$ (double)

Tableau 3.5: Valeurs propres de D_{iso} et D_{trn}

La condition de positivité sur les valeurs propres de D_{iso} et l'existence des premières valeurs propres D_{trn} impliquent, en imposant $\nu = 0$ et $E < E_A$, la relation suivante :

$$\frac{E}{2} < G_A \quad (3.68)$$

Pour conclure, le modèle de type St-Venant permet simplement de mettre en place une loi hyperélastique isotrope transverse par décomposition d'un potentiel d'énergie de déformation en une somme de deux potentiels, l'un isotrope et l'autre orthotrope, tous deux dépendant de cinq paramètres matériau. Les conditions sur ces paramètres nécessaires pour respecter le second principe de la thermodynamique sont les suivantes (solution non

unique) :

$$\begin{cases} \mathbf{v} = 0 \\ E < E_A \\ \frac{E}{2} < G_A \end{cases} \quad (3.69)$$

Potentiel d'énergie de type néo-Hookéen

Le modèle précédent est limité à des cas où les déformations restent relativement faibles. Un modèle de type néo-Hooke permet d'étendre le modèle précédent à des cas plus larges, et surtout à un comportement non-linéaire. De la même manière que précédemment, on peut écrire le potentiel d'énergie de déformation, le second tenseur de Piola-Kirchhoff et le tenseur d'élasticité lagrangien :

$$\begin{cases} w = w_{nh} + w_{trn} \\ w_{nh} = \frac{1}{2}\mu(I_1 - 3) - \mu \ln(J) + \frac{1}{2}\lambda(J - 1)^2 \\ w_{trn} = [\alpha + \beta \ln(J) + \gamma(I_4 - 1)](I_4 - 1) - \frac{1}{2}\alpha(I_5 - 1) \end{cases} \quad (3.70)$$

$$\begin{cases} \mathbf{S} = \mathbf{S}_{nh} + \mathbf{S}_{trn} \\ \mathbf{S}_{nh} = \mu(\mathbf{I} - \mathbf{C}^{-1}) + \lambda J(J - 1)\mathbf{C}^{-1} \\ \mathbf{S}_{trn} = 2\beta(I_4 - 1)\mathbf{C}^{-1} + 2[\alpha + 2\beta \ln(J) + 2\gamma(I_4 - 1)]\mathbf{M} - \alpha(\mathbf{C}\mathbf{M} + \mathbf{M}\mathbf{C}) \end{cases} \quad (3.71)$$

$$\begin{cases} \mathbb{C} = \mathbb{C}_{nh} + \mathbb{C}_{trn} \\ \mathbb{C}_{nh} = \lambda J(2J - 1)\mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C}^{-1} + 2[\mu - \lambda J(J - 1)]\mathbb{G} \\ \mathbb{C}_{trn} = 8\gamma\mathbf{M} \otimes \mathbf{M} + 4\beta(\mathbf{M} \otimes \mathbf{C}^{-1} + \mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{M}) - 2\alpha\mathbb{M} - 4\beta(I_4 - 1)\mathbb{G} \\ \mathbb{G}_{ijkl} = (\mathbf{C}^{-1})_{ik}(\mathbf{C}^{-1})_{jl} \end{cases} \quad (3.72)$$

3.4 Implémentation des lois de comportement dans ABAQUS/Standard

La définition de lois de comportement spécifiques dans ABAQUS/Standard peut se faire par l'intermédiaire de sous-routines codées en FORTRAN. Après un bref rappel sur les schémas d'intégration temporelles les plus classiques, l'implémentation des sous-routines nécessaires à la mise en place des lois précédemment décrites est explicitée.

3.4.1 Spécificités du calcul implicite

Schémas d'intégration temporelle

Dans un problème dynamique non-linéaire, les équations de la dynamique sont résolues pas à pas à l'aide de schémas d'intégration temporelle itératifs. Le temps est discrétisé en incréments, espacés d'un pas de temps donné. Ainsi, l'équation de la dynamique 3.73 discrétisée en temps, peut s'écrire à l'incrément i :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f}_{ext} - \mathbf{f}_{int} \quad (3.73)$$

$$\rightarrow \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{(i)} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{(i)} = \mathbf{f}_{ext}^{(i)} - \mathbf{f}_{int}^{(i)} \quad (3.74)$$

où \mathbf{u} est le déplacement des nœuds, \mathbf{M} la matrice de masse, \mathbf{C} la matrice d'amortissement, et \mathbf{f}_{int} et \mathbf{f}_{ext} sont respectivement les efforts internes et externes aux nœuds. Un résidu \mathbf{r} est induit par la linéarisation nécessaire à l'obtention de l'équation 3.74 :

$$\mathbf{r} = \mathbf{f}_{ext}^{(i+1)} - \mathbf{f}_{int}^{(i+1)} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{(i+1)} \quad (3.75)$$

Le schéma d'intégration temporelle définit la manière dont sont calculés le déplacement, la vitesse et l'accélération à chaque incrément de temps. Les schémas de Newmark sont les plus utilisés [NEW 59], dans lesquels le déplacement et la vitesse sont d'abord développés en séries de Taylor et tronqués au jerk avec deux coefficients de pondération :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(i+1)} &= \mathbf{u}^{(i)} + \Delta t^{(i)}\dot{\mathbf{u}}^{(i)} + \frac{(\Delta t^{(i)})^2}{2}\ddot{\mathbf{u}}^{(i)} + \beta(\Delta t^{(i)})^2\dot{\ddot{\mathbf{u}}}^{(i)} \\ \dot{\mathbf{u}}^{(i+1)} &= \dot{\mathbf{u}}^{(i)} + \Delta t^{(i)}\ddot{\mathbf{u}}^{(i)} + \gamma(\Delta t^{(i)})^2\dot{\ddot{\mathbf{u}}}^{(i)} \end{aligned} \quad (3.76)$$

L'accélération étant supposée linéaire sur l'incrément, le jerk peut s'écrire sous la forme :

$$\dot{\ddot{\mathbf{u}}}^{(i)} = \frac{\ddot{\mathbf{u}}^{(i+1)} - \ddot{\mathbf{u}}^{(i)}}{\Delta t^{(i)}} \quad (3.77)$$

Les expressions classiques du déplacement et de la vitesse associées au schéma de Newmark sont alors obtenues en réintégrant cette expression dans les équations 3.77 :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(i+1)} &= \mathbf{u}^{(i)} + \Delta t^{(i)}\dot{\mathbf{u}}^{(i)} + \frac{(\Delta t^{(i)})^2}{2} \left[(1 - 2\beta)\ddot{\mathbf{u}}^{(i)} + 2\beta\ddot{\mathbf{u}}^{(i+1)} \right] \\ \dot{\mathbf{u}}^{(i+1)} &= \dot{\mathbf{u}}^{(i)} + \Delta t^{(i)} \left[(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{u}}^{(i)} + \gamma\ddot{\mathbf{u}}^{(i+1)} \right] \end{aligned} \quad (3.78)$$

Le jeu de paramètres (β, γ) définit le schéma d'intégration que l'on souhaite utiliser, la stabilité et la précision en dépendant fortement. Lorsque le déplacement à l'incrément $i + 1$ peut être directement obtenu en fonction du déplacement, de la vitesse et de l'accélération à l'incrément i , le schéma est dit explicite. Dans le cas contraire, le schéma est dit implicite.

Schémas implicites

Dans le cas d'un schéma implicite, le déplacement ne pouvant pas être directement déterminé, il est alors nécessaire de prédire une solution à partir des données connues à l'incrément i , c'est-à-dire qu'une première estimation du déplacement peut être faite à l'aide des équations 3.74 et 3.75 :

$$\mathbf{u}^{(i+1)} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{r} \quad (3.79)$$

La difficulté de cette prédiction réside dans l'inversion de la matrice de raideur tangente. Un algorithme itératif, l'algorithme de Newton-Raphson, est ensuite mis en place pour corriger cette prédiction et contrôler le résidu de manière à faire converger la solution vers une solution satisfaisant l'équation d'équilibre. C'est ce qui fait la force de ce schéma, l'équilibre n'étant pas vérifié dans le cas d'un schéma explicite.

L'objectif de ce travail de thèse est de mettre en place une modélisation visant à obtenir, à terme, les contraintes résiduelles au sein du renfort tissé. Il est alors nécessaire d'utiliser un schéma implicite de manière à obtenir un résultat fiable.

Un schéma implicite est inconditionnellement stable dans le cas où $2\beta \geq \gamma \geq \frac{1}{2}$, et la précision de second ordre (l'erreur diminue avec le carré de l'incrément de temps) est obtenue pour $\gamma = \frac{1}{2}$. À l'inverse, si $2\beta < \gamma$ et $\gamma \geq \frac{1}{2}$, alors le schéma est conditionnellement stable et l'incrément de temps doit remplir la condition suivante, fonction de ω^{max} , fréquence naturelle maximale du système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t \leq \frac{\omega^{crit}}{\omega^{max}} \\ \omega^{crit} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\gamma - 2\beta}} \end{array} \right. \quad (3.80)$$

Les schémas implicites les plus couramment utilisés sont résumés tableau 3.6.

Schéma	β	γ	Stabilité
Accélération moyenne	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	inconditionnelle
Accélération linéaire	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	conditionnelle
Fox-Goodwin	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	conditionnelle

Tableau 3.6: Schémas implicites classiques dérivés du schéma de Newmark [BOR 12]

Le schéma utilisé dans ABAQUS/Standard est la méthode d'accélération moyenne, inconditionnellement stable. Le point fort de ce type de schéma est que le pas de temps n'est pas limité et peut prendre ainsi des valeurs relativement grandes, permettant de réaliser des calculs en peu d'itérations. Cependant, dans le cas de matériaux non-linéaires, la convergence de l'algorithme pour satisfaire l'équation de la dynamique peut s'avérer

difficile et une diminution du pas de temps est alors nécessaire, augmentant d'autant le nombre d'itérations et le temps total de calcul.

3.4.2 Implémentation de la subroutine UMAT pour les matériaux hypoélastiques

L'objectif de cette section est d'explicitier la mise en place de la loi hypoélastique présentée au paragraphe 3.2 dans ABAQUS/Standard. Cette loi est codée par l'utilisateur dans une subroutine UMAT (User Material), codée en FORTRAN. Cette routine est appelée par ABAQUS à chaque pas de temps et chaque point d'intégration pour actualiser les contraintes.

Le but de cette routine est d'actualiser les contraintes à l'incrément $i + 1$ en fonction des contraintes à l'incrément i et de la loi de comportement du matériau définie par l'utilisateur. Pour ce faire, il convient de travailler dans une base dite "base matérielle" définie au paragraphe 3.2.2. Ainsi les contraintes dans cette base peuvent être actualisées de la manière suivante :

$$\sigma_{mat}^{i+1} = \sigma_{mat}^i + \Delta\sigma_{mat} \quad (3.81)$$

avec

$$\Delta\sigma_{mat} = \sigma^{\nabla\Phi} \cdot \Delta t = \mathbb{C}^{\sigma\Phi} : \mathbf{D} \cdot \Delta t \quad (3.82)$$

La dérivée objective utilisée par ABAQUS/Standard est la dérivée de Jaumann du tenseur des contraintes de Cauchy, il est alors nécessaire de calculer les contraintes actualisées dans la base de Jaumann. Toute la difficulté de cette loi réside alors dans le calcul de la rotation entre base matérielle et base de Jaumann, ainsi que dans la détermination de la matrice de raideur tangente dans la base de Jaumann, nécessaire à la convergence de l'algorithme.

Les données d'entrées de la UMAT fournies par ABAQUS sont le tenseur gradient de la transformation \mathbf{F} au début et à la fin de l'incrément dans la base globale¹, l'incrément de rotation $DROT$ de la base de Jaumann et l'incrément de déformation $\Delta\epsilon$, également dans la base globale.

Les données de sorties qui doivent être retournées à ABAQUS sont le tenseur des contraintes de Cauchy actualisées σ dans la base de Jaumann et le tenseur d'élasticité eulérien de Jaumann $DDSDDE = \mathbb{C}^{\sigma J}$. Ce dernier, nécessaire à la convergence de l'algorithme itératif de Newton-Raphson, n'est pas calculé dans le cas d'un schéma explicite, comme c'est le cas dans les travaux de Badel [BAD 08a]. L'algorithme développé pour l'implémentation de la loi hypoélastique est présenté figure 3.4.

1. Ceci est vrai lorsque la commande **orientation* n'est pas utilisée pour définir la direction de fibres au sein du modèle. Lorsque cette commande est présente (ce qui est souvent le cas car beaucoup plus simple à utiliser pour définir les orientations matérielles), le tenseur gradient de la transformation \mathbf{F} est alors fourni au début d'incrément dans la base de Jaumann de début d'incrément et en fin d'incrément dans la base de Jaumann de fin d'incrément. La détermination du changement de base entre base matérielle et base de Jaumann est alors beaucoup plus complexe, la rotation des fibres étant calculée à partir de \mathbf{F} .

Toute la difficulté réside alors dans l'identification du tenseur du quatrième ordre $\mathbb{C}^{\sigma J}$, ce qui revient à calculer un tenseur de type \mathbb{C}^{spin} défini par l'équation 3.21, où Ω est alors Ω_{Φ} . La rotation Φ n'étant pas définie comme une grandeur tensorielle, la formalisation mathématique de Ω_{Φ} est alors très complexe.

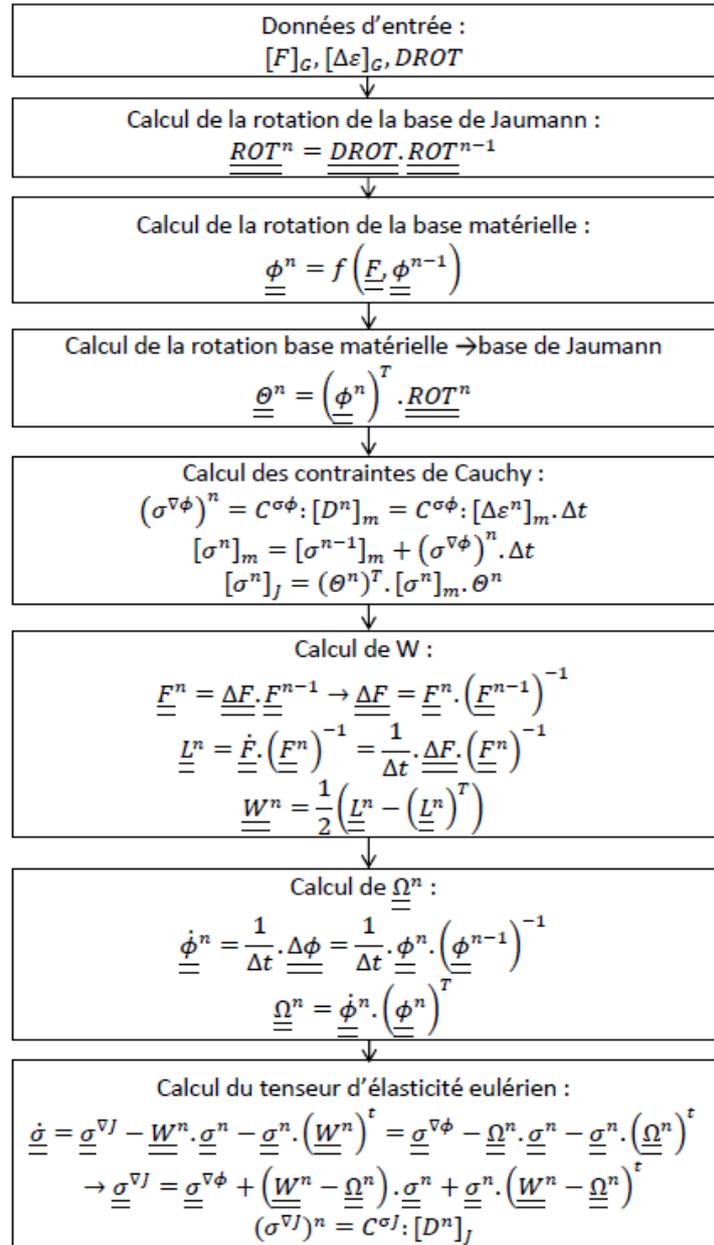


Figure 3.4: Algorithme de la subroutine UMAT pour une loi hypoélastique

3.4.3 Implémentation des sous-routines pour les matériaux hyperélastiques

L'implémentation de lois hyperélastiques telles que présentées au paragraphe 3.3.3 peut se faire à l'aide de deux sous-routines différentes dans ABAQUS/Standard : une UMAT (User MATerial) abordée au paragraphe précédent et une UANISOHYPER_INV (User ANISotropic HYPERelastic material behavior using the INVariant formulation). Le but de cette section est donc de présenter les avantages et inconvénients de chacune d'entre elles et ainsi de choisir la plus adaptée à notre modélisation.

Implémentation de la UMAT

Les données d'entrée et les données de sortie nécessaires à l'implémentation d'une UMAT ont été décrites au paragraphe 3.4.2. Pour rappel, sont donnés par ABAQUS les tenseurs gradient de la transformation \mathbf{F} en début et en fin d'incrément dans la base globale, ainsi que l'incrément de déformation $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ dans la base globale également et l'incrément de rotation $DROT$ de la base de Jaumann. Les données de sortie sont le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ dans la base de Jaumann et le tenseur d'élasticité eulérien $DDSDDE = \mathbb{C}^{\sigma J}$. Le tenseur \mathbf{F} étant connu, il est aisé de déterminer le tenseur de Cauchy-Green droit \mathbf{C} (équation 3.8) permettant de calculer le second tenseur de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} (équation 3.16) à l'aide de potentiels et d'invariants définis par l'utilisateur. L'obtention de $\boldsymbol{\sigma}$ est alors immédiate.

La dernière étape, spécifique au calcul implicite, est de calculer le tenseur d'élasticité eulérien de Jaumann. Le tenseur d'élasticité lagrangien \mathbb{D} , défini par l'équation 3.49, s'obtient à partir d'un calcul lourd de dérivées tensorielles premières et secondes du potentiel d'énergie de déformation. Une fois déterminé, il est alors aisé de calculer le tenseur d'élasticité eulérien correspondant à la dérivée objective de Truesdell du tenseur des contraintes de Cauchy [BEL 00] :

$$(\mathbb{C}^{\sigma \tau})_{ijkl} = F_{iI}F_{jJ}F_{kK}F_{lL}(\mathbb{D})_{IJKL} \quad (3.83)$$

Il s'agit alors de déterminer le tenseur d'élasticité correspondant à la dérivée objective de Jaumann du tenseur des contraintes de Cauchy à l'aide de l'équation 3.19.

Ces étapes de calcul sont toutes particulièrement lourdes à mettre en place. Une sous-routine spécifique à ce genre de lois hyperélastiques est disponible dans ABAQUS/Standard et est décrite ci-après.

Implémentation de la UANISOHYPER_INV

Ce type de sous-routine est spécifique aux lois hyperélastiques définies par une formulation par invariants. Il est à noter que ABAQUS travaille à partir d'un gradient de la transformation modifié :

$$\bar{\mathbf{F}} = J^{-\frac{1}{3}} \cdot \mathbf{F} \quad (3.84)$$

Ainsi, les invariants classiques fournis par ABAQUS en entrée de sous-routine sont modifiés

également :

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = J^{-\frac{2}{3}} I_1 \\ \bar{I}_2 = J^{-\frac{4}{3}} I_2 \\ J = \sqrt{I_3} \\ \bar{I}_4 = J^{-\frac{2}{3}} I_4 \\ \bar{I}_5 = J^{-\frac{4}{3}} I_5 \end{cases} \quad (3.85)$$

Les données de sortie qui doivent être fournies à ABAQUS sont les dérivées premières et secondes du potentiel d'énergie de déformation défini par l'utilisateur par rapport aux invariants modifiés. Le potentiel peut être exprimé, selon les variables par rapport auxquelles il est défini :

$$U(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J, \bar{I}_4, \bar{I}_5) = W(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) \quad (3.86)$$

Les lois hyperélastiques utilisées dans ce manuscrit sont définies à l'aide des invariants classiques non modifiés, il convient donc de déterminer les dérivées premières et secondes correspondantes aux dérivées que l'on doit fournir à ABAQUS. La correspondance entre les deux formulations, par invariants classiques et par invariants modifiés, est décrite Annexe A.

Ainsi, cette formulation est beaucoup plus simple à mettre en place, dans le sens où les dérivées nécessaires sont uniquement des dérivées scalaires et non tensorielles, et surtout il n'est pas nécessaire de déterminer le tenseur d'élasticité eulérien. C'est donc cette subroutine qui sera privilégiée dans la suite de ce manuscrit.

3.5 Conclusion du chapitre 3

Les bases de la mécanique des milieux continus ont été rappelées au cours de ce chapitre. Ainsi, les formulations de lois hypoélastiques et hyperélastiques ont pu être détaillées. Les lois décrites dans ce manuscrit ne concernent que des matériaux purement élastiques. Les lois hypoélastiques présentent néanmoins l'avantage de pouvoir être aisément enrichies de manière à décrire des comportements visco-élastiques ou viscoplastiques. En effet, les réarrangements de fibres ne sont a priori pas totalement réversibles et le frottement induit implique nécessairement de la dissipation. Cependant, il a été montré dans ce chapitre que la mise en place de telles lois dans ABAQUS/Standard est relativement complexe, bien que ce ne soit pas le cas dans ABAQUS/Explicit. L'adaptation en simulation implicite de la loi de comportement développée par P. Badel [BAD 08a] en simulation explicite paraît donc difficile, dans le sens où la détermination du tenseur d'élasticité eulérien correspondant à la dérivée de Jaumann du tenseur des contraintes de Cauchy paraît très difficile.

Une loi hyperélastique paraît donc plus envisageable pour décrire les phénomènes induits lors de la déformation de mèches. En effet, la formulation par invariants est aisément implémentable dans ABAQUS/Standard à l'aide de la subroutine UANISOHYPER_INV. Différentes lois ont été abordées, la plus simple sera utilisée dans la suite de ce manuscrit,

3. Lois de comportement pour les mèches de renforts tissés

de manière à mettre en place les modélisations nécessaires à la simulation du procédé de tissage. L'amélioration du comportement mécanique de la mèche à l'aide de lois plus riches est une perspective majeure à ce travail de thèse, de manière à mieux modéliser les phénomènes complexes mis en jeu.

Chapitre 4

Simulation à l'échelle mésoscopique du comportement mécanique de la mèche

L'objectif ici est d'identifier les paramètres matériau de la loi de comportement hyperélastique de type St-Venant. Pour ce faire, un algorithme d'optimisation couplé à des modélisations ABAQUS/Standard est utilisé afin de corrélérer au mieux le comportement simulé avec les observations expérimentales. Une comparaison entre différentes armures est faite afin de valider l'identification du comportement de la mèche. Ainsi, tout ce qui a été développé au cours de ce manuscrit pourra permettre de réaliser des simulations de tissage, présentées en fin de ce chapitre.

Sommaire

4.1	Méthode d'identification des paramètres matériaux	92
4.1.1	Algorithme d'optimisation	92
4.1.2	Optimisation à l'aide d'ABAQUS/Standard	93
4.2	Identification des paramètres matériaux	95
4.2.1	Caractérisation géométrique des mèches et des renforts étudiés	96
4.2.2	Simulation du comportement de la mèche en traction	98
4.2.3	Simulation du comportement du taffetas en compression	99
4.2.4	Simulation du comportement du taffetas en traction uniaxiale	102
4.3	Validation des paramètres matériau	104
4.3.1	Comportement du renfort en cisaillement pur	104
4.3.2	Perspectives sur la validation de la loi de comportement	107
4.4	Simulation du procédé de tissage	109
4.4.1	Mise en place du modèle : conditions aux limites et chargements	110
4.4.2	Résultats	112
4.5	Conclusion du chapitre 4	112

4.1 Méthode d'identification des paramètres matériaux

Un des points majeurs de la mise en place d'un modèle de comportement est l'identification des paramètres matériau nécessaires à la définition de la loi de comportement définie. La loi utilisée ici est la loi hyperélastique isotrope transverse de type St-Venant décrite au paragraphe 3.3.3. Quatre paramètres matériau doivent être identifiés : E , E_A , G_A et ν . Le coefficient de poisson ν est pris nul [BAD 08a] et le module de rigidité longitudinale E_A est aisément identifiable par les essais de traction sur mèche. Concernant les deux autres paramètres, l'identification est moins directe et doit être réalisée sur les essais de compression et de traction uniaxiale. Ainsi, une méthode inverse est utilisée [GAS 00] [SCH 92] : certains paramètres matériaux d'un modèle donné sont ajustés de manière à ce que le résultat obtenu coïncide au mieux possible avec un résultat expérimental de référence. C'est donc une méthode itérative, utilisant un algorithme d'optimisation pour minimiser l'erreur obtenue entre simulation et expérimental à chaque modification des paramètres. Cet algorithme est détaillé dans cette section ainsi que les modèles de simulation à mettre en place pour l'identification.

4.1.1 Algorithme d'optimisation

L'objectif ici est d'optimiser les paramètres E et G_A de manière à obtenir un résultat cohérent avec les courbes expérimentales de compression et traction uniaxiale. Le problème consiste alors à minimiser une erreur e , mesure de l'écart entre les courbes simulées et expérimentales. Pour cela, la méthode des moindres carrés est utilisée.

Problème d'optimisation

Il s'agit de comparer deux courbes et de minimiser l'erreur entre les deux. Soient $n_e(x_e, y_e)$ et $n_s(x_s, y_s)$ l'ensemble des points des courbes expérimentale et simulée respectivement. Les abscisses des points ne correspondant pas, le choix est fait ici d'interpoler la courbe expérimentale sur la courbe simulée, choix non déterminant pour la précision du résultat final de l'algorithme. Soient $n_i(x_i, y_i)$ l'ensemble des points expérimentaux interpolés, calculés comme suit :

- recherche des points expérimentaux $n_e^1(x_e^1, y_e^1)$ et $n_e^2(x_e^2, y_e^2)$ encadrant l'abscisse x_s du point de la courbe simulée considéré :

$$x_e^1 \leq x_s \leq x_e^2 \quad (4.1)$$

- interpolation linéaire des ordonnées y_e^1 et y_e^2 à l'abscisse x_i :

$$y_i = y_e^1 + \frac{y_e^2 - y_e^1}{x_e^2 - x_e^1} (x_i - x_e^1) \quad (4.2)$$

L'erreur de la courbe simulée par rapport à la courbe expérimentale est alors calculée par la méthode des moindres carrés :

$$e = \sum_{n_s} (y_i - y_s)^2 = \sum_n e_n \quad (4.3)$$

C'est cette erreur que l'on cherche à minimiser de manière à ce que la courbe simulée se rapproche au plus de la courbe expérimentale. L'algorithme utilisé pour cela est l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme de Levenberg-Marquardt permet de minimiser une fonction non linéaire et dépendant de plusieurs variables. Dans notre cas, la fonction à minimiser est l'erreur e définie par l'équation 4.3 dépendant du vecteur paramètres $\underline{p} = \{E_A, E, G_A, \nu\}$. Ainsi, on cherche \underline{p} tel que $e(\underline{p}) = 0$. L'algorithme de Levenberg-Marquardt interpole l'algorithme de Gauss-Newton et l'algorithme du gradient. L'algorithme de Gauss-Newton présente l'avantage d'une convergence rapide mais peut osciller autour de la solution, tandis que l'algorithme du gradient, bien que moins rapide, permet d'approcher plus précisément la solution. Ainsi, l'algorithme de Levenberg-Marquardt [MAR 63] [SCH 92] présente les avantages de chacun de ces deux algorithmes et permet, à chaque itération i , de calculer le nouveau vecteur paramètres :

$$\underline{p}_{i+1} = \underline{p}_i - (\underline{H} + \lambda \underline{I})^{-1} \cdot \underline{g}_i \quad (4.4)$$

où $\underline{g}_i = \nabla_p e(\underline{p}_i)$ est le gradient de e au point considéré, \underline{H} est la hessienne de e et λ est le paramètre de Levenberg. Lorsque λ est grand, l'algorithme se rapproche de celui du gradient et, inversement, s'il est faible l'algorithme se rapproche de celui de Gauss-Newton. Ainsi, si l'algorithme converge rapidement, λ est diminué de manière à se rapprocher plus finement de la solution et, à l'inverse, si la convergence est plus délicate λ est augmenté de manière à faire varier les paramètres dans la direction de plus grande pente.

Dans le cas d'une fonction d'erreur au sens des moindres carrés telle que définie par l'équation 4.3, l'écriture de cet algorithme peut être simplifiée [BAD 08a] :

$$\underline{p}_{i+1} = \underline{p}_i - \left(\underline{J}_i^T \cdot \underline{J}_i + \lambda \underline{I} \right)^{-1} \cdot \left(\underline{J}_i^T \cdot e(\underline{p}) \right) \quad (4.5)$$

où \underline{J} est le gradient de e par rapport aux paramètres \underline{p} . Ainsi, il n'est plus nécessaire de calculer la matrice hessienne \underline{H} , ce qui est un net avantage par rapport à une fonction d'erreur quelconque. Il est à noter que cet algorithme ne trouvera qu'un minimum local de la fonction d'erreur si celle-ci ne présente pas qu'un minimum global. Le minimum trouvé peut donc dépendre fortement du point de départ et des coefficients choisis, et la convergence vers le minimum global n'est pas assurée.

4.1.2 Optimisation à l'aide d'ABAQUS/Standard

L'algorithme présenté précédemment permet d'optimiser le jeu de paramètres de la loi de comportement hyperélastique. Il convient maintenant de spécifier son application à des modèles ABAQUS/Standard. L'erreur calculée est basée sur les données expérimentales

de la forme $(\epsilon_i; F^{exp}(\epsilon_i))$ d'une part, et sur les résultats des simulations $(\epsilon_i; F^{simu}(\epsilon_i, \underline{p}))$ d'autre part. Ainsi, l'erreur se calcule :

$$e = \sum_i e_i = \sum_i (F^{simu}(\epsilon_i, \underline{p}) - F^{exp}(\epsilon_i)) \quad (4.6)$$

Le gradient de e , $\underline{J} = \underline{\nabla}_{\underline{p}} e$, au point i considéré s'exprime donc :

$$J_{ij} = \frac{\partial (F^{simu}(\epsilon_i, \underline{p}) - F^{exp}(\epsilon_i))}{\partial p_j} = \frac{\partial F^{simu}(\epsilon_i, \underline{p})}{\partial p_j} \quad (4.7)$$

F^{simu} n'étant connu que numériquement, ses dérivées sont approchées par différences finies :

$$J_{ij} = \frac{F^{simu}(\epsilon_i, p_1 \dots p_j + \Delta p_j \dots p_q) - F^{simu}(\epsilon_i, p_1 \dots p_j \dots p_q)}{\Delta p_j} \quad (4.8)$$

où $q = 4$ est le nombre de paramètres. Ainsi, l'algorithme d'optimisation obtenu est résumé figure 4.1. Il reste à spécifier le critère de convergence, nécessaire pour stopper l'algorithme. Il peut porter sur les paramètres, l'erreur ou leurs variations relatives. Le choix est fait ici de baser le critère d'arrêt sur la valeur de l'erreur au sens des moindres carrés. Y est ajouté un nombre maximal d'itérations pour des raisons pratiques, le temps de calcul des simulations pouvant être relativement important. Cet algorithme est alors codé dans Matlab, logiciel offrant de bonnes fonctionnalités de calcul matriciel, ainsi que la possibilité de piloter ABAQUS/Standard de manière à lancer les calculs par éléments finis "à distance".

De plus, contrairement à ABAQUS/Explicit, il n'est pas possible de définir un fichier de sortie ABAQUS avec les résultats en terme d'effort et de déformation pour un nombre de points donnés. Cependant, les résultats doivent présenter le même nombre de données de manière à pouvoir appliquer l'algorithme d'optimisation. Ainsi, une routine Python a été codée de manière à pouvoir récupérer, directement à partir du fichier résultat ABAQUS pour chaque incrément de temps, les valeurs nécessaires à l'optimisation et une fonction Matlab permet par la suite d'en extraire un nombre de points donnés. L'avantage de récupérer le nombre de points désiré après calcul est de ne pas bloquer l'optimisation, même dans le cas d'un calcul non abouti.

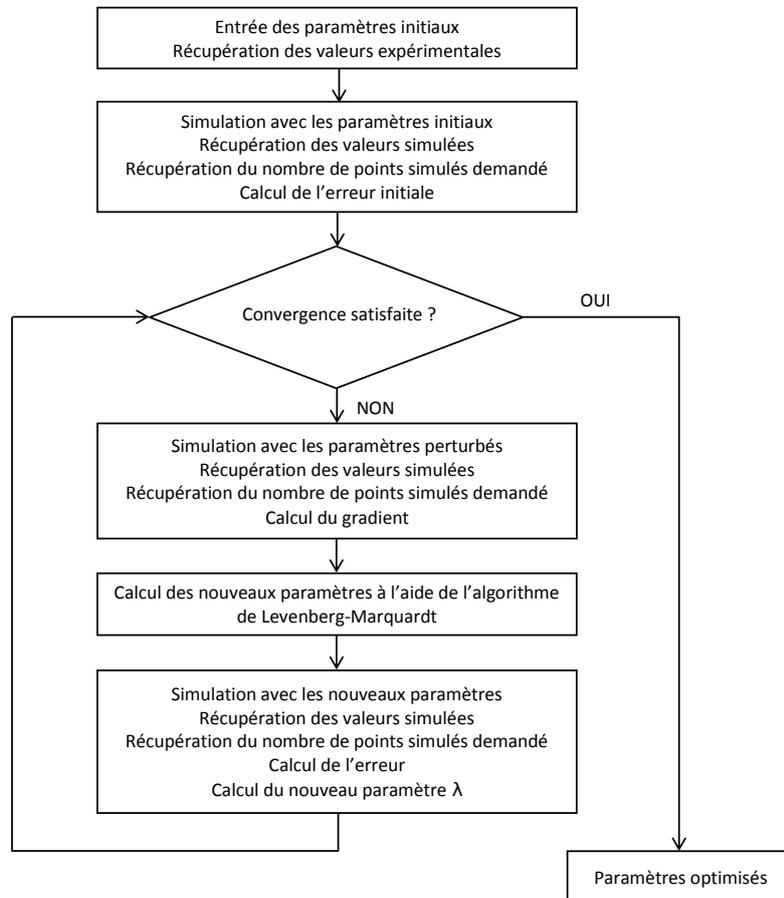


Figure 4.1: Algorithme d'optimisation des paramètres matériau par méthode inverse

4.2 Identification des paramètres matériaux

L'algorithme d'optimisation présenté précédemment nous permet d'identifier les deux paramètres matériau E et G_A , identifiés à l'aide des essais de compression et de traction uniaxiale sur renfort respectivement. En effet, le module de rigidité transverse E intervient dans le cadre de la compaction, tandis que le module de cisaillement G_A caractérise la désondulation des mèches lors de l'essai de traction uniaxiale. Il convient donc de mettre en place les modèles par éléments finis¹ correspondants aux essais expérimentaux réalisés avec les différentes mèches et armures étudiées dans ce manuscrit.

1. La loi de comportement est codée dans la subroutine UANISOHYPER_INV et est appelée par l'intermédiaire de la commande "`*anisotropic hyperelastic, user, formulation=invariant, type=compressible, local directions=1, properties=4`" suivies des paramètres matériau, ici au nombre de quatre. Les orientations matérielles sont définies par la commande "`*orientation`" pour laquelle une direction privilégiée est précisée, le comportement étant isotrope transverse.

4.2.1 Caractérisation géométrique des mèches et des renforts étudiés

Les caractéristiques géométriques des mèches et des renforts ont été déterminées à l'aide de tomographies au rayons X, méthode présentée au paragraphe 1.3.1. Les images obtenues ainsi permettent de mesurer, au cœur des renforts, leurs dimensions caractéristiques nécessaires à la mise en place des modèles par éléments finis. Ces dernières sont au nombre de quatre :

- la forme de la section de la mèche : elle peut être principalement lenticulaire ou rectangulaire ;
- la taille de la section de la mèche : largeur et épaisseur ;
- l'embuvage du renfort : il caractérise l'importance de l'ondulation des mèches et est défini par l'équation 1.1 ;
- la densité de mèches dans le tissu : exprimée en fils/cm, elle détermine l'importance des jeux entre les mèches au sein du renfort.

Les deux premiers paramètres (forme et taille de section) concernent aussi bien les mèches extraites de renforts que les mèches au sein des tissus. En effet, la rigidité longitudinale est caractérisée à l'aide des essais de traction sur mèches seules. La densité de mèches, quant à elle, est une caractéristique du cahier des charges et est résumée tableau 4.1 pour les différentes armures. Il est à noter que toutes les valeurs de ces paramètres fournies dans ce manuscrit, excepté pour la densité de mèches, sont des valeurs moyennes mesurées au cœur des renforts, permettant ainsi de s'affranchir d'éventuels effets de bords dus à la découpe et à la préparation des échantillons.

Type	Densité de mèche (tex)	Densité de renfort (fils/cm)
2D ¹	300	7
	900	4
3D (4 couches) ²	300	28
	900	16

Tableau 4.1: Densités de renforts (fils/cm)

Forme et taille de section

Les sections des mèches extraites de bobines et des trois armures étudiées en 300 et 900 tex sont présentées respectivement figure 4.2 et figure 4.3. Il apparaît nettement que les mèches sorties directement de bobine présentent globalement une section de forme rectangulaire (bien que celle-ci soit relativement variable), contrairement aux mèches extraites de renfort présentant une section de forme lenticulaire.

1. Armures 2D de taffetas, sergé 2x2 ou satin de 8

2. Armures 3D de quatre couches de taffetas, sergé 2x2 ou satin de 8. Ces armures ne sont pas abordées dans ce manuscrit, mais ont été tissées dans le cadre du projet NUMTISS.

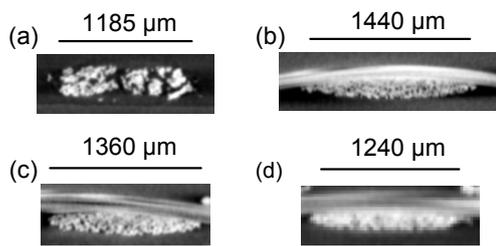


Figure 4.2: Sections de mèches de 300 tex extraites de bobine (a), de taffetas (b), de sergé 2x2 (c) et de satin (d)

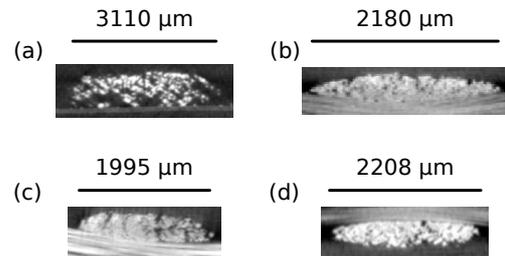


Figure 4.3: Sections de mèches de 900 tex extraites de bobine (a), de taffetas (b), de sergé 2x2 (c) et de satin (d)

Il est à noter également que la section de la mèche peut prendre une forme différente au contact de certains outils du métier à tisser. C'est le cas par exemple avec les lisses, au contact desquelles la mèche peut prendre une forme circulaire. Cette différence s'explique par la très faible rigidité transverse de la mèche, impliquant alors que la forme de la section évolue en fonction des contacts et des efforts appliqués sur la mèche.

Les mesures de largeur et d'épaisseur de sections sont présentées tableau 4.2. Les écart-types des différentes séries de mesures sont acceptables, bien que nettement plus importants dans le cas de la mesure de la largeur des mèches extraites de bobine et de satin de 8. En effet, les jeux entre les mèches au sein du satin sont beaucoup plus importants que dans le cas des autres armures et les efforts latéraux sont alors beaucoup plus faibles, rejoignant le cas des mèches extraites de bobine. Ce résultat est à mettre en parallèle avec ceux des essais de compression sur renfort, ou le comportement du satin est nettement différent de celui du taffetas et du sergé.

		300 tex		900 tex	
		Moyenne	Écart-type	Moyenne	Écart-type
Bobine	largeur	1184	106	3116	173
	épaisseur	361	33	776	65
Taffetas	largeur	1435	47	2186	47
	épaisseur	178	6	353	15
Sergé 2x2	largeur	1357	46	1999	59
	épaisseur	189	14	437	13
Satin de 8	largeur	1242	104	2209	178
	épaisseur	231	28	563	48

Tableau 4.2: Caractéristiques géométriques des mèches de 300 et 900 tex (μm)

Embuvaige

L'embuvaige, défini par l'équation 1.1 et représenté figure 4.4 dans le cas des renforts en 300 tex, permet de mettre en évidence l'ondulation d'une mèche au sein d'un renfort. Il caractérise ainsi la différence entre la longueur de tissu représentée en bleu et la longueur de la mèche représentée en rouge. Ainsi, plus la valeur de l'embuvaige est petite, plus

l'ondulation de la mèche considérée est faible. En effet, les valeurs les plus importantes concernent les taffetas, alors que les plus faibles se retrouvent dans le cas des satins (cf. tableau 4.3).

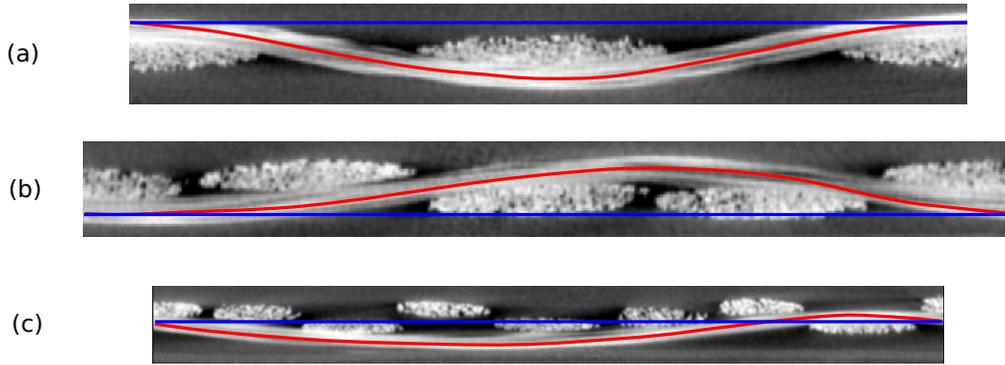


Figure 4.4: Embuvages de taffetas (a), de sergé 2x2 (b) et de satin (c)

		$L_{\text{mèche}} (\mu\text{m})$	$L_{\text{tissu}} (\mu\text{m})$	Embuvage (%)
300 tex	Taffetas	5239	5193	0.88
	Sergé 2x2	5784	5780	0.42
	Satin de 8	11028	10995	0.30
900 tex	Taffetas	4799	4755	0.92
	Sergé 2x2	9584	9525	0.62
	Satin de 8	12676	12622	0.43

Tableau 4.3: Embuvages des renforts de 300 et 900 tex (%)

Les caractéristiques géométriques des renforts étant connues, il convient maintenant de mettre en place les modèles par éléments finis correspondants. Les modèles de renforts sont réalisés à l'aide d'un tableur Excel générant automatiquement les maillages ayant les bonnes caractéristiques géométriques, ainsi que les bonnes orientations matérielles.

4.2.2 Simulation du comportement de la mèche en traction

Le comportement en traction de la mèche est caractérisé par le module d'élasticité longitudinal E_A . Pour rappel des résultats obtenus au paragraphe 2.2.2, la rigidité longitudinale des mèches de 300 et 900 tex est respectivement 8466 N et 36151 N. Les sections de mèches correspondantes étant de 0.186 mm^2 et 0.349 mm^2 , on peut directement en

déduire le module d'élasticité :

$$\begin{cases} E_A = \frac{8466}{0.186} = 45516 \text{ MPa} \\ E_A = \frac{36151}{0.349} = 103584 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.9)$$

Ainsi, le résultat obtenu, par comparaison aux courbes expérimentales, est présenté figure 4.5. Le comportement défini par la loi de St-Venant étant uniquement linéaire, nous ne prenons en compte pour cette identification que la partie linéaire de la caractérisation expérimentale. Le réarrangement de fibres en début d'essai ne peut donc pas être modélisé avec ce type de loi de comportement. Il est à noter que le module d'élasticité longitudinal varie avec la section de la mèche, la rigidité étant constante. Ainsi, il convient de modifier E_A selon les sections initiales des mèches modélisées.

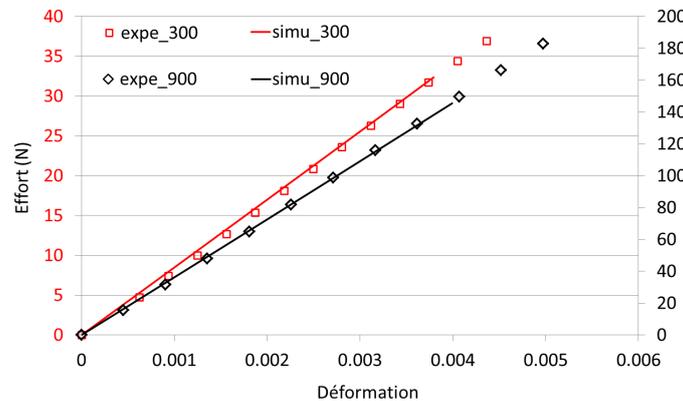


Figure 4.5: Caractérisation du comportement longitudinal E_A de la mèche

4.2.3 Simulation du comportement du taffetas en compression

La mise en place de simulations d'essais de compression sur renfort nécessite de déterminer la Cellule Élémentaire Représentative (CER), dont deux types sont décrits au paragraphe 1.4.2. Dans le cadre de l'identification des mèches à l'aide de compression et de traction uniaxiale, le choix se porte sur la CER notée (a) et illustrée figure 4.6. Le modèle éléments finis est réalisé à l'aide d'éléments à huit points d'intégration C3D8. La géométrie ayant été définie au paragraphe 4.2.1, il convient maintenant d'explicitier les conditions aux limites et les chargements appliqués lors de la simulation.

Conditions aux limites

Deux plateaux sont modélisés à l'aide de surfaces rigides et les déplacements de ceux-ci sont imposés par l'intermédiaire de points de référence qui leurs sont associés, comme illustré figure 4.6. Les mèches sont bloquées à une de leurs extrémités selon la direction

globale de fibres. La direction de compaction, quant à elle, est laissée libre.

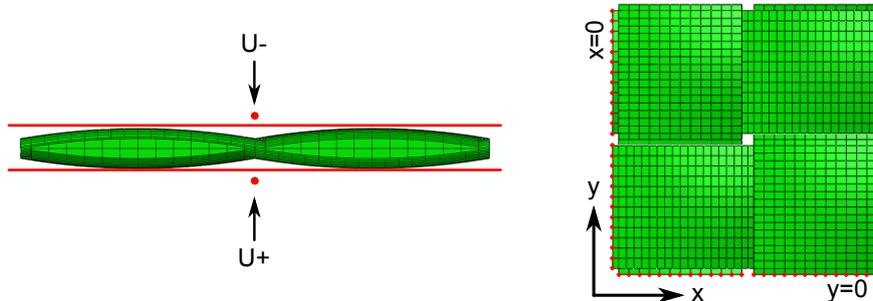


Figure 4.6: Modèle de compression sur taffetas : CER et conditions aux limites

Paramètres matériaux

Une optimisation par méthode inverse telle que présentée au paragraphe 4.1 est réalisée pour déterminer un jeu de paramètres matériau permettant d'obtenir un comportement du taffetas en compression correspondant au comportement observé expérimentalement. L'optimisation est ici faite sur le paramètre E , paramètre prépondérant dans le cadre de la sollicitation imposée. La courbe expérimentale de la compression sur taffetas en 300 tex est présentée figure 4.7. Le comportement réel du renfort présente deux parties distinctes : une première très souple et une seconde très rigide où le blocage en compression est atteint très rapidement. En effet, la compression de la mèche implique une augmentation de la fraction volumique de fibres, jusqu'à ce que la valeur maximale soit atteinte. Ce type de comportement ne peut pas être obtenu avec une loi de comportement linéaire. Il est possible alors d'identifier les paramètres matériau de manière à caractériser l'une ou l'autre des deux parties du comportement. Le choix sera fait d'optimiser les paramètres matériau de la mèche de telle façon à ce que le renfort ait le comportement en compression souple de la première partie de l'essai expérimental. En effet, l'objectif étant la simulation du procédé de tissage, les fortes valeurs de compression ne seront pas atteintes. Il est à noter que celles-ci doivent être caractérisées précisément dans le cadre de simulations de mise en forme et de procédés types RTM (cf. paragraphe 1.2.3) où la compression joue un rôle majeur.

Les courbes d'optimisation des paramètres matériau dans le cas de la mèche de 300 tex sont présentées figures 4.7. Il apparaît que pour la première itération, le comportement a globalement la bonne rigidité, cependant il n'est pas assez souple en début d'essai. Ce problème est dû au fait que le comportement utilisé pour la simulation de la compression est linéaire, c'est-à-dire que la rigidification progressive de la mèche en compression, nettement visible sur la fin de l'essai, est également présente en début d'essai. Cette partie ne pourra donc pas être obtenue avec le modèle actuel. Il est cependant à noter que le début de l'essai de compression étant particulièrement délicat à détecter, il serait nécessaire d'approfondir la campagne expérimentale de manière à caractériser au mieux la rigidification initiale de la mèche.

Les paramètres matériau modifiés pour les itérations suivantes impliquent une courbe simulée ne présentant pas une pente correcte vis-à-vis de la courbe expérimentale. Ainsi, ces paramètres induisent un comportement trop souple pour modéliser la première partie de la courbe expérimentale.

$$\left\{ \begin{array}{l} 300 \text{ tex} \\ E_A = 45516 \text{ MPa} \\ G_A = 2000 \text{ MPa} \\ E = 320 \text{ MPa} \\ \nu = 0 \end{array} \right. \quad (4.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 900 \text{ tex} \\ E_A = 103584 \text{ MPa} \\ G_A = 2000 \text{ MPa} \\ E = 50 \text{ MPa} \\ \nu = 0 \end{array} \right. \quad (4.11)$$

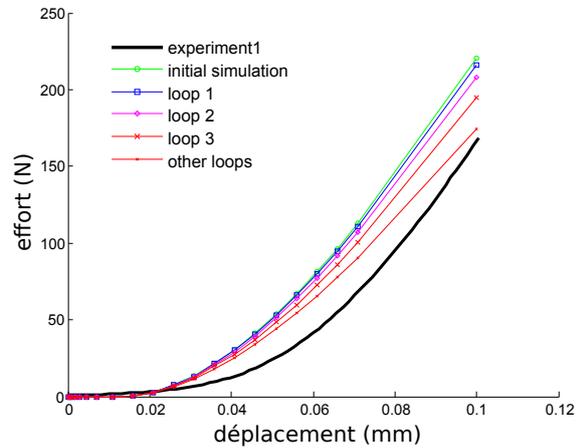


Figure 4.7: Courbes expérimentale et simulées de compression sur taffetas en 300 tex

L'objectif ici est de caractériser le comportement moyen de la mèche en compression dans la première partie de la courbe expérimentale évoquée précédemment. Est donc privilégiée l'obtention d'une pente correspondant à la courbe expérimentale, et non pas le comportement en rigidification en début ou en fin d'essai, comme illustré figures 4.8. Cependant, concernant le comportement en compression sur 900 tex, une rigidité moyenne n'apparaît pas sur la courbe expérimentale présentée figure 4.9. Ceci peut-être du au fait que le début d'essai ait été moins bien déterminé, la campagne expérimentale devrait alors être approfondie. Les paramètres retenus alors sont indiqués équations 4.10 et 4.11. La valeur de G_A , n'intervenant pas dans ce cas de sollicitation, est donc prise de manière arbitraire.

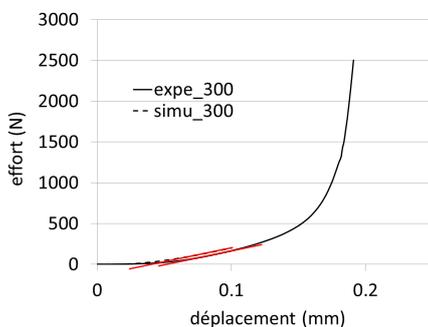


Figure 4.8: Courbes expérimentale et simulée de compression sur taffetas en 300 tex

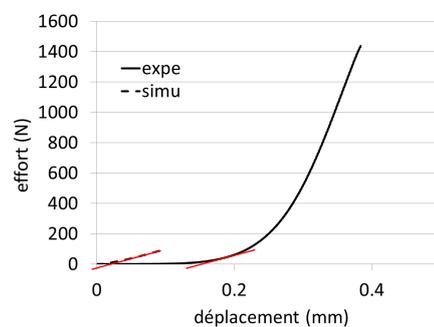


Figure 4.9: Courbes expérimentale et simulée de compression sur taffetas en 900 tex

4.2.4 Simulation du comportement du taffetas en traction uniaxiale

Les paramètres E_A , E et ν ayant été déterminés, il convient maintenant de caractériser G_A . Pour ce faire, le même modèle de CER est utilisé que pour la mise en place de la compression au paragraphe précédent, seules les conditions aux limites sont modifiées.

Conditions aux limites

Le phénomène majeur apparaissant au début d'un essai de traction uniaxiale est le désembuvage des mèches dans le sens de la sollicitation. Cela implique une augmentation forte de l'embuvage dans la direction de mèche perpendiculaire. Ainsi, une condition d'antisymétrie au niveau du déplacement dans la direction de ces mèches est imposée de manière à pouvoir observer ce phénomène. Les mèches sollicitées sont quant à elles bloquées dans la direction de traction. La troisième direction est imposée symétrique entre chaque extrémités de ces deux mèches. Le chargement est alors imposé par l'intermédiaire d'un point de référence, nécessaire pour récupérer les efforts en extrémité de mèche. Ces conditions sont illustrées figure 4.10.

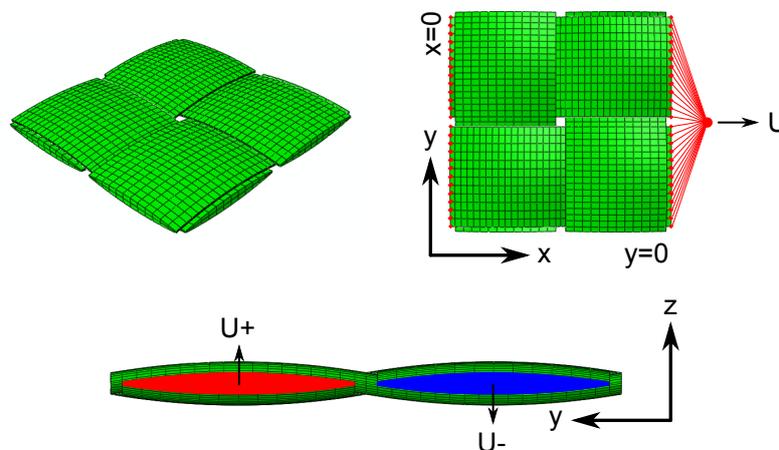


Figure 4.10: CER de taffetas en 300 tex : conditions aux limites et chargement

Paramètres matériaux

Le paramètre déterminé ici est le paramètre G_A , prépondérant dans le cadre de la sollicitation imposée. De la même manière que précédemment, il est caractérisé de telle façon que le comportement global soit respecté. Les paramètres matériau retenus sont indiqués équations 4.12 et 4.13.

$$\left\{ \begin{array}{l} E_A = 45516 \text{ MPa} \\ G_A = 5000 \text{ MPa} \\ E = 320 \text{ MPa} \\ \nu = 0 \end{array} \right. \quad (4.12)$$

300 tex

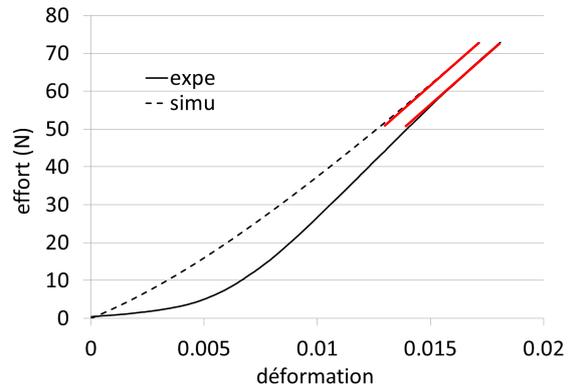


Figure 4.11: Courbes expérimentale et simulée de traction uniaxiale sur taffetas de 300 tex

$$\left\{ \begin{array}{l} E_A = 103584 \text{ MPa} \\ G_A = 1000 \text{ MPa} \\ E = 1000 \text{ MPa} \\ \nu = 0 \end{array} \right. \quad (4.13)$$

900 tex

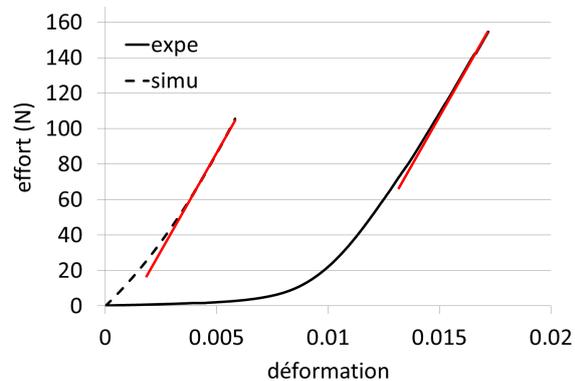


Figure 4.12: Courbes expérimentale et simulée de traction uniaxiale sur taffetas en 900 tex

Ainsi, la loi hyperélastique de type St-Venant décrite au paragraphe 3.3.3 mise en place dans notre modélisation permet de mettre en évidence les phénomènes dus à la structure du renfort. En effet, bien que le comportement soit linéaire, le résultat obtenu figures 4.11 et 4.12 présente un comportement non-linéaire dans le sens où la mise en tension des mèches sollicitées implique un désenroulement de celles-ci, et donc une mise en tension progressive. Cependant, il est à noter que les résultats obtenus sont tout de même très éloignés des résultats expérimentaux. Les phénomènes de rigidification dans le plan transverse de la mèche dus à la compaction de celle-ci ne sont pas modélisés, la loi de comportement utilisée étant linéaire.

Choix de la taille de modèle

Bien que le modèle d'une CER soit périodique et symétrique, la question se pose de la pertinence d'un tel modèle vis-à-vis du nombre de mèches modélisées par rapport aux phénomènes que l'on souhaite mettre en avant. En effet, le désenroulement d'une mèche implique l'augmentation de sa "longueur" et cet allongement dépend donc directement

de la longueur de mèche modélisée. Ainsi, une comparaison est faite entre un modèle de CER et un modèle plus important illustré figure 4.13, les conditions aux limites imposées étant identiques. Les résultats obtenus, pour le jeu de paramètres déterminés précédemment, sont présentés figure 4.14. Il apparaît que les résultats sont parfaitement identiques, traduisant la pertinence du choix d'une CER dans ce type de simulation.

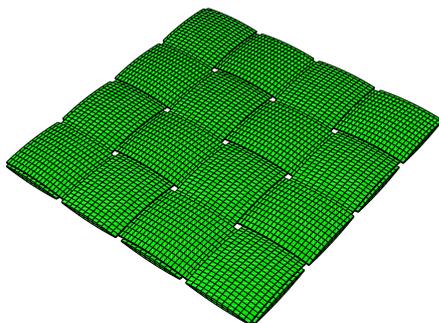


Figure 4.13: Augmentation d'un modèle d'une Cellule Élémentaire Représentative

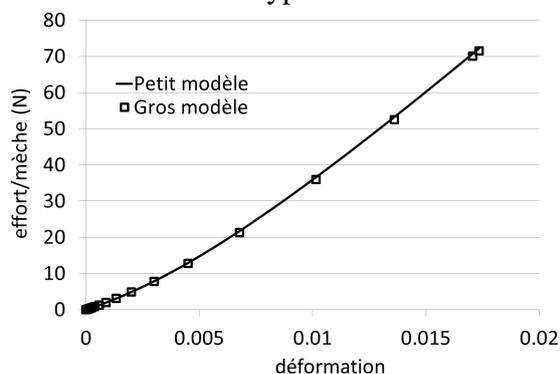


Figure 4.14: Comparaison des résultats obtenus entre deux tailles de modèles

4.3 Validation des paramètres matériau

Les paramètres matériau ont été identifiés précédemment. Il convient maintenant de valider le comportement mécanique caractérisé à l'aide d'un nouvel essai expérimental. La courbe ainsi obtenue, comparée à la simulation correspondante, permet de vérifier la validité de la loi de comportement.

4.3.1 Comportement du renfort en cisaillement pur

L'essai utilisé pour valider le comportement de la mèche est un essai de cisaillement pur sur renfort. La rigidité en cisaillement du tissu étant très faible, c'est un mode de déformation majeur. Différents types d'essais expérimentaux pour réaliser un essai de cisaillement pur sont décrits au paragraphe 1.3.2. Le picture frame présentant plusieurs difficultés, dont la plus importante est l'apparition de tension parasite dans les mèches, le bias extension test sera retenu.

Pour rappel, le bias test est un essai de traction sur une éprouvette où les mèches sont inclinées de 45° par rapport à la direction de sollicitation. Supposant quelques hypothèses, la cinématique induite dans l'éprouvette se découpe alors en trois zones distinctes : une région (A) non cisailée, une région (B) demi-cisailée et une région (C) cisailée (cf. figure 1.24).

Protocole expérimental

Trois points doivent être vérifiés lors de la mise en place d'un essai de bias test. Tout d'abord, ce test est valide uniquement s'il y a non-glissement des mèches à leur

intersection. Cette hypothèse a été validée lors de mise en forme de renfort [BOI 95]. Cependant, un détissage apparaît lors de l'essai, ce qui est en contradiction avec cette hypothèse. Il conviendra alors de la vérifier. Ensuite, la rigidité longitudinale des mèches doit être bien supérieure à leur rigidité transverse, ce qui est le cas pour le type de mèche étudiée dans ce manuscrit. Enfin, pour des considérations géométriques, la longueur de l'éprouvette doit être au moins deux fois supérieure à sa largeur, ce qui permet d'assurer la cinématique de déformation attendue au sein du renfort [HAR 04].

La machine utilisée est une machine de traction-compression Schenck Méca d'une capacité de 250 kN. Les efforts mis en jeu sont faibles vis-à-vis de la capacité de la machine, un capteur d'effort externe de 500 daN est alors utilisé, comme indiqué figure 4.15. La vitesse de déplacement du mors mobile est imposée à 30 mm/min.

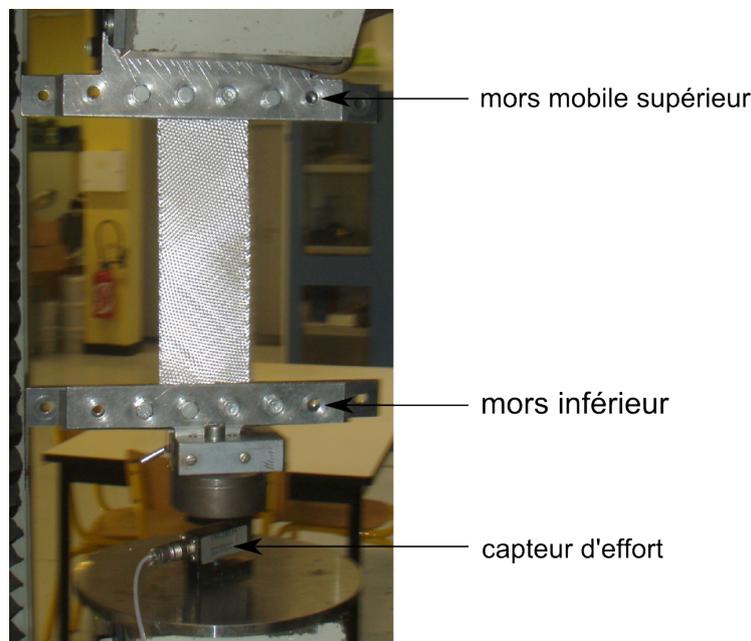


Figure 4.15: Montage expérimental pour un essai de bias test

Validation de l'essai

L'hypothèse de non-glissement des mèches est valide uniquement pour un angle de cisaillement inférieur à une valeur maximale [HAR 04]. Cette valeur correspond au moment où le blocage en cisaillement apparaît, lorsque les mèches entrent en contact latéralement. Ceci peut être vérifié par comparaison entre l'angle de cisaillement mesuré expérimentalement et l'angle de cisaillement théorique, défini par :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(1 + \frac{d}{L_0 - L_a} \right) \right) \quad (4.14)$$

où d est le déplacement imposé au mors mobile, et L_0 et L_a sont respectivement la

4. Simulation à l'échelle mésoscopique du comportement mécanique de la mèche

longueur et la largeur de l'éprouvette. L'angle de cisaillement expérimental peut être déterminé par corrélation d'images 2D [LOM 08]. Cette méthode permet de suivre les déformations locales au sein de l'éprouvette grâce à un mouchetis appliqué sur le renfort. L'essai étant filmé, une série d'images synchronisées avec le déplacement imposé est obtenue, grâce à laquelle un logiciel, ici IcaSoft, détermine la déformation du mouchetis, donc de l'éprouvette au cours de l'essai. Les trois régions différentes apparaissent clairement au cours du bias test, comme illustré figure 4.16, et l'angle de cisaillement expérimental suit correctement l'évolution de l'angle théorique (cf. figure 4.17), et ceci pour un angle de cisaillement inférieur à 25° .

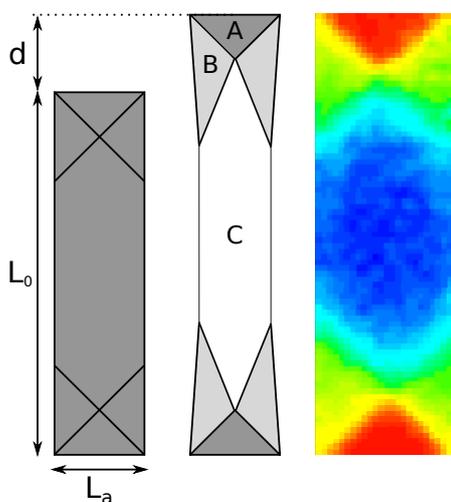


Figure 4.16: Validation du bias extension test

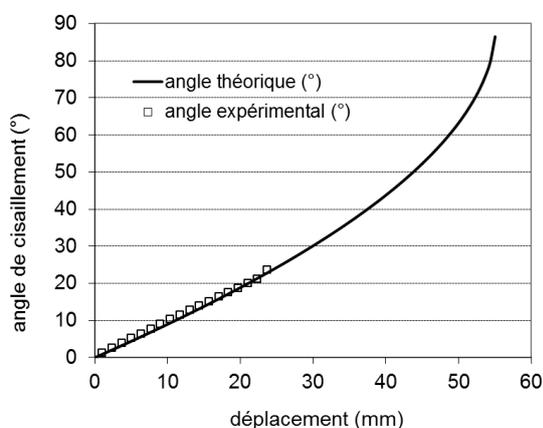


Figure 4.17: Comparaison entre angles de cisaillement théorique et expérimental

La difficulté de ce type d'essai réside dans le dépôt du mouchetis sur l'éprouvette. La viscosité de la matière utilisée doit être suffisamment faible pour pouvoir être déposée, mais suffisamment importante pour ne pas pénétrer par capillarité dans les mèches. En effet, la mesure de déformation porte sur le cisaillement du renfort à l'échelle mésoscopique, et les réarrangements de mèches à l'échelle microscopique ne sont pas pris en compte. Le dentifrice est une matière idéale du point de vue viscosité. Mélangé à de la poudre de carbone et du colorant afin de lui fournir un contraste suffisamment important avec la fibre de verre, il s'est avéré très efficace dans le cadre de la corrélation d'images.

Résultats

Les essais de bias test ont été réalisés sur cinq éprouvettes de taffetas et sergé 2x2. Les résultats sont présentés figure 4.18. Le comportement observé est similaire entre le taffetas et le sergé 2x2.

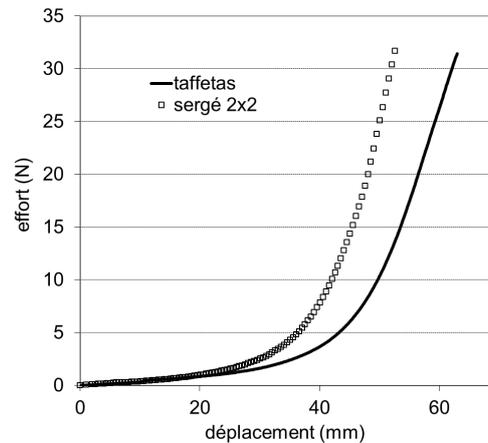


Figure 4.18: Résultats de bias test sur taffetas et sergé 2x2

4.3.2 Perspectives sur la validation de la loi de comportement

Les paramètres matériau nécessaires à la caractérisation du comportement de la mèche ont été identifiés sur des essais de traction sur mèches et de compression et de traction uniaxiale sur renforts. Ainsi, la loi de comportement définie doit permettre de réaliser d'autres types de simulations sur ces mêmes renforts et de prédire correctement les résultats obtenus. L'essai mis en place pour réaliser cette validation est l'essai de bias extension test décrit précédemment. Cette simulation est particulièrement délicate à mettre en œuvre. Certaines conditions à respecter pour la mise en données sont abordées dans la suite de ce manuscrit.

4.3.2.1 Simulation du bias extension test

Se pose ici à nouveau le choix de la Cellule Élémentaire Représentative. Dans le cas d'un essai de cisaillement, il a été vu au paragraphe 1.4.2 qu'il faut privilégier la CER notée (b) sur la figure 1.36. En effet, il est alors possible de définir des conditions aux limites de manière continue, et donc beaucoup plus simplement qu'avec une CER utilisée précédemment dans les cas de compression et de traction uniaxiale. Or la définition des conditions aux limites est un point majeur de la modélisation par éléments finis. Elle est particulièrement délicate dans le cas d'une modélisation de cisaillement. Ainsi, on peut s'appuyer sur l'écriture suivante [BAD 08a]. Divisons la frontière de la CER considérée en deux paires $\{\partial V_{\alpha}^{-}, \partial V_{\alpha}^{+}\}_{\alpha=1,2}$, comme illustré figure 4.19. Deux points $\underline{X}_{\alpha}^{-}$ et $\underline{X}_{\alpha}^{+}$ sont alors dits "appairés" et l'un est l'image de l'autre en raison de la périodicité de la structure. Notons $\underline{\varphi}_m$ le champ de déplacement macroscopique connu s'appliquant à la CER et correspondant à la cinématique de l'essai de cisaillement, et \underline{w} le champ de déplacement local inconnu que l'on cherche à déterminer, illustrés figure 4.20. Ainsi, il vient, de part

4. Simulation à l'échelle mésoscopique du comportement mécanique de la mèche

la périodicité de structure macroscopique déformée :

$$\underline{w}(\underline{X}_\alpha^-) = \underline{w}(\underline{X}_\alpha^+) \quad (4.15)$$

Notons \underline{X}_c^- et \underline{X}_c^+ deux coins appairés. Afin d'éviter les mouvements de corps rigide de la CER, le déplacement en ces sommets est imposé nul :

$$\underline{w}(\underline{X}_c^-) = \underline{w}(\underline{X}_c^+) = 0 \quad (4.16)$$

Notons les positions actuelles déformées \underline{x}_α^- et \underline{x}_α^+ de deux points appairés. Peut s'écrire alors la relation suivante :

$$\underline{x}_\alpha^+ - \underline{x}_\alpha^- = \underline{\varphi}_m(\underline{X}_\alpha^+) - \underline{\varphi}_m(\underline{X}_\alpha^-) \quad (4.17)$$

Les équations 4.16 et 4.17 constituent alors les conditions aux limites du modèle et s'expriment en termes de déplacements imposés et de relations² entre les déplacements des points aux frontières respectivement. Le modèle ainsi mis en place et la cinématique recherchée est décrit figure 4.21

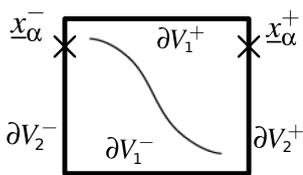


Figure 4.19: Frontières et points appairés d'une CER

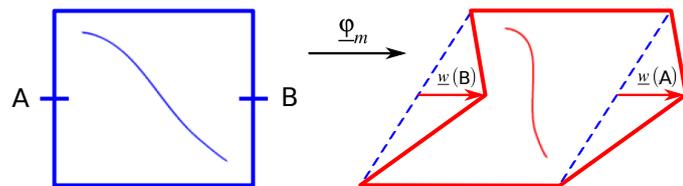


Figure 4.20: CER déformée et champ de déplacement correspondant [BAD 08a]

4.3.2.2 Comparaisons pour différentes armures

L'identification des paramètres matériau de la mèche par méthode inverse à l'aide d'essais expérimentaux sur renforts est une méthode classique de mise en place de loi de comportements [POT 08][BAD 08a][CHA 11]. Cependant, il est intéressant de vérifier que cette méthode est bien valide pour caractériser le comportement de la mèche, dans le sens où le comportement identifié doit pouvoir permettre de caractériser d'autres armures réalisées avec les mêmes mèches. En effet, l'identification a été réalisée sur les armures de taffetas, vérifier que notre loi de comportement permet d'obtenir les bons résultats avec le sergé 2x2 et le satin serait intéressant.

Dans cette optique, un modèle de sergé 2x2 a été réalisé de la même manière que pour le taffetas, à l'aide d'Excel pour générer les maillages et orientations matérielles.

2. Ces relations sont implémentées dans ABAQUS par l'intermédiaire de la commande *Equation qui permet de définir des combinaisons linéaires entre les degrés de libertés des nœuds du maillage. Ainsi, il est important de réaliser un maillage régulier afin de garantir que chaque nœud du maillage à une frontière du modèle ait son image sur la frontière opposée.

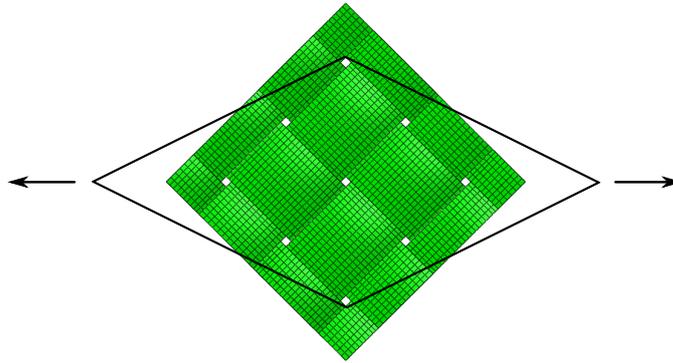


Figure 4.21: Modèle de bias test sur taffetas : CER et conditions aux limites

La géométrie ainsi définie peut être complétée en termes de conditions aux limites et chargement en fonction de la sollicitation envisagée. Le modèle de satin de 8, quant à lui, a été réalisé à l'aide de la méthode développée par Wendling [WEN 13] permettant de générer n'importe quelle armure à l'aide de considérations géométriques. Ces deux modèles sont présentés figure 4.22 et figure 4.23 respectivement. Les conditions de symétrie pour ces deux armures sont de même nature que celles imposées dans le cas du taffetas : symétries ou antisymétries des déplacements sur les extrémités de mèches, déplacement imposé par l'intermédiaire d'un point de référence. Par manque de temps, les simulations sur ces renforts n'ont pas été réalisées, seuls les modèles sont présentés ici.

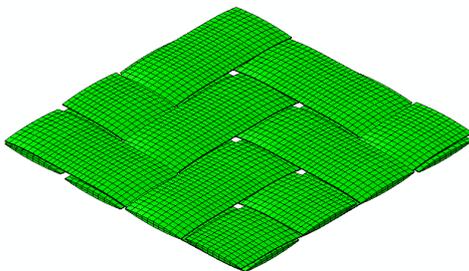


Figure 4.22: CER de serge

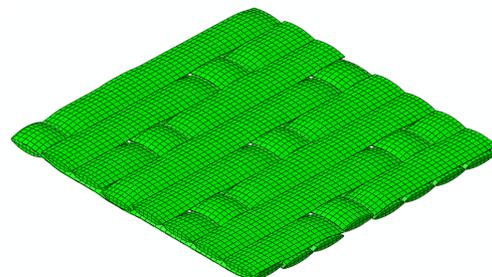


Figure 4.23: CER de satin de 8

4.4 Simulation du procédé de tissage

L'objectif de ce travail de thèse est de mettre en place un modèle de simulation du procédé de tissage en termes de loi de comportement, cinématique de tissage ou encore type de mèches utilisées. Dans notre cas, sont étudiées des mèches en fibres de verre de deux densités différentes (300 et 900 tex). Ainsi, deux jeux de paramètres ont été identifiés au paragraphe 4.2 pour la loi de comportement hyperélastique de type St-Venant.

Les principales étapes du procédé de tissage sont l'ouverture de foule, l'insertion de la trame, la fermeture de foule et le coup de peigne. Un cycle de tissage type a été défini comme étant la cinématique imposée aux différentes mèches chaînes et trames entre deux coups de peigne. Les caractéristiques de cette cinématique retenues sont déterminées en fonction du temps, un cycle étant de 0,6s. L'évolution de l'angle de foule en fonction du temps est alors connue ainsi que les temps correspondants au coup de peigne et à l'insertion d'une trame.

4.4.1 Mise en place du modèle : conditions aux limites et charge-ments

Les outils du métier à tisser ne sont pas modélisés. Leur influence sur les mèches et le renfort sont pris en compte par l'intermédiaire de déplacements imposés, correspondants aux mouvements des outils. Dans un premier temps seront explicitées chaque étape du procédé, pour finalement réaliser une simulation complète du tissage.

Ouverture de foule

L'ouverture de foule correspond au déplacement des chaînes permettant de créer une ouverture entre deux nappes de mèches de manière à insérer une mèche de trame. Ainsi, chaque mèche de chaîne est insérée dans une lisse, elle-même solidaire d'un cadre. Chaque nappe correspond à un cadre, et c'est le déplacement vertical opposé entre ces deux cadres qui permet l'ouverture de foule. Ceci est illustré figure 4.24. Ainsi, il convient d'imposer le déplacement adéquat en extrémité de mèches de chaînes, permettant d'obtenir selon la longueur de mèche modélisée le bon angle d'ouverture de foule, à savoir ici 32° . L'extrémité de la mèche opposée est quand à elle, dans un premier temps, considérée comme encastrée. C'est la mise en place progressive du tissu qui permettra, au fur et à mesure, de se rapprocher des conditions aux limites réelles. Le déplacement est imposé sur les nœuds de l'extrémité de la mèche. En effet, la largeur des lisses est très faible, comme illustré figure 4.24 (de l'ordre du mm). Ainsi la zone de contact entre lisse et mèche est très petite, ce qui en fait une zone critique pour la santé des mèches.

Coup de peigne

Le coup de peigne est une étape majeure dans l'étude de l'influence du procédé de tissage sur la dégradation des mèches. En effet, de part les caractéristiques géométriques du peigne, celui-ci vient impacter la mèche de trame sur une zone réduite. De plus, le frottement induit entre les dents du peigne et les mèches de chaîne se situe sur une longueur importante des chaînes. Or, il a été vu au paragraphe 2.4.2 que cette orientation (0°) correspond au cas pour lequel le coefficient de frottement mèche/métal est le plus important.

Des vidéos rapides ont été réalisées au cours du tissage du taffetas étudié dans ce manuscrit par Vilfayeau [VIL 13] pour observer l'effet de certains outils sur les mèches.

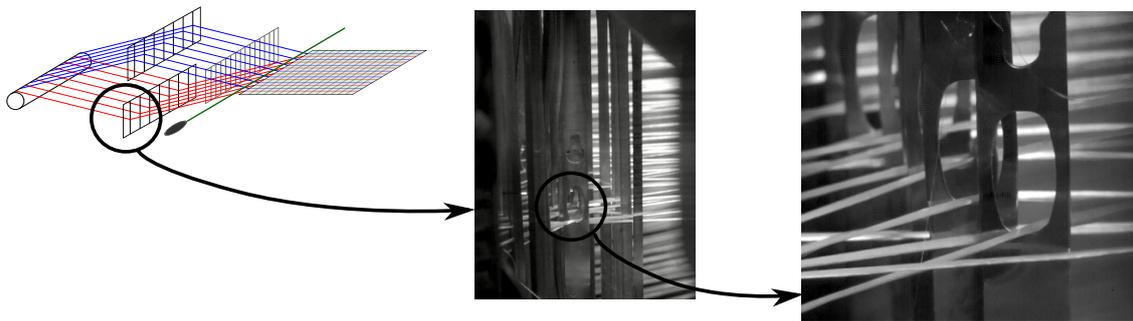


Figure 4.24: Lisses montées sur cadre pour l'ouverture de foule

En particulier a été filmée la zone d'insertion de trame, et donc par conséquent le coup de peigne. Est présentée figure 4.25 la séquence du coup de peigne, où apparaît nettement que l'impact de celui-ci a une influence sur une largeur de tissu d'environ trois ou quatre mèches de trame. Ainsi, dans une optique de détermination de géométries réelles et contraintes résiduelles, la simulation du tissage doit prendre en compte le fait que les effets de bords concernant le coup de peigne ne sont négligeables qu'à partir d'un certain nombre de mèche déjà tissées. Cependant, la modélisation de cette étape nécessite une très bonne connaissance des caractéristiques géométriques du métier à tisser, dans le sens où la distance entre point de façade (début du tissu) et coup de peigne doit être mesurée précisément. De plus, les zones d'impact des dents du peigne sur les mèches de trame doivent être maillées très finement, et la largeur de la zone de contact connue. Ces informations sont pour le moment manquantes, le coup de peigne sera donc simplement modélisé par un déplacement imposé sur la tranche de la mèche de trame, dans le but de mettre en place les premières simulation du procédé.

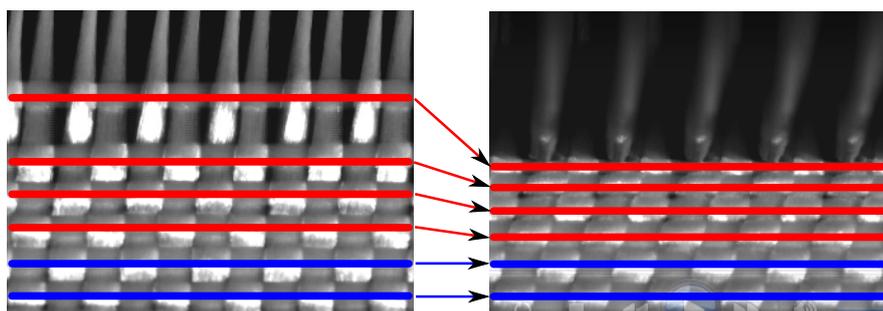


Figure 4.25: Influence du coup de peigne sur le taffetas

Insertion de trame

La dernière étape majeure du procédé de tissage est l'insertion de la mèche de trame entre les deux nappes de chaînes. Celle-ci est dans le cas des renforts étudiés au cours de

cette thèse réalisée à l'aide de deux lances, l'une entraînant la trame jusqu'au milieu du métier à tisser où l'autre lance la récupère pour la tirer sur la largeur totale du tissu. La trame est donc pincée dans les lances, puis coupée lorsque l'insertion est terminée. La préhension de la mèche par la lance a donc une influence sur l'extrémité de la trame, qui se trouve ensuite être à l'extérieur du tissu. Ainsi, cette étape est simplement modélisée à l'aide d'un déplacement imposé à l'extrémité de la mèche de trame, le pincement de la lance n'ayant pas d'influence sur une zone de la trame présente dans le renfort.

4.4.2 Résultats

Les conditions décrites précédemment pour la modélisation du procédé de tissage ont été mises en place pour deux modèles : le tissage du taffetas et celui du sergé 2x2. Pour des raisons de taille de CER, trois mèches de chaînes et trois mèches de trames sont modélisées dans le cas du taffetas. Ce nombre est élevé à cinq dans le cas du sergé 2x2. La section des mèches modélisées est prise lenticulaire dans un premier temps, la loi de comportement utilisée dans ce travail de thèse ne permettant pas de bien définir le comportement en compression. En effet, les mèches de chaînes, par exemple, ont une section circulaire de part le contact avec les lisses. Ainsi, lors du tissage avec les mèches de trame, elles sont compactées jusqu'à prendre la forme lenticulaire classique dans le cas de renforts 2D. Ce phénomène n'est donc pas modélisé pour le moment.

Pour des raisons de simplicité, le calcul est divisé en plusieurs *step*, où un *step* correspond à une ouverture/fermeture de foule (durée de 0.6 s comme illustré figure 1.2.2). Le respect de l'angle de foule implique une modification du déplacement imposé aux chaînes à chaque *step*. En effet, la valeur de l'angle simulée dépend de la longueur de mèche déplacée, et celle-ci varie en fonction du nombre de mèches de trame insérées. Il est également à noter que dans le cas du sergé, la moitié des chaînes est déplacée à chaque *step*, l'autre moitié restant en position angle de foule maximum. Les différentes étapes du procédé obtenues sont présentées figure 4.26 et figure 4.27 pour le taffetas et le sergé respectivement.

Le cas du tissage de sergé 2x2 permet de mettre en évidence les limitations du comportement identifié et mis en place à l'aide de la loi hyperélastique de type St-Venant. En effet, le calcul, non abouti, présente des erreurs tout au long de la simulation et des problèmes de contacts apparaissent, illustrés figure 4.27.6. Le comportement étant trop raide par rapport à la réalité, les mèches ne peuvent pas fléchir suffisamment pour permettre de modéliser le procédé de tissage du sergé.

4.5 Conclusion du chapitre 4

L'identification des paramètres matériau de la loi de comportement hyperélastique de type St-Venant a été détaillée au cours de ce chapitre. Pour ce faire, une méthode inverse à

l'aide de l'algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt a été mise en place. La loi de comportement utilisée ici est linéaire, et ne permet donc pas pour le moment de modéliser tous les phénomènes apparaissant lors de la déformation de mèches. Cependant, la sélection de plages de déformations moyennes permet d'identifier les paramètres matériau de manière à obtenir un comportement correspondant. Ainsi, la loi mise en place permet de modéliser la compaction de la mèche pour des écrasements relativement faibles du renfort, ou encore la traction uniaxiale à l'aide d'un cisaillement moyen de la mèche. Ceci permet de caractériser le comportement de la mèche pour des sollicitations classiques, bien que non extrêmes.

Dans un deuxième temps, les simulations de procédé de tissage pour un taffetas et un sergé 2x2 ont été détaillées. Elles permettent de déterminer les zones susceptibles de voir apparaître des contraintes importantes, mais également de prédire les effets des différents paramètres de tissage, que ce soit en valeur d'ouverture de foule, ou encore en tensions imposées sur les mèches.

La mise en place d'une loi de comportement non linéaire permettra, par la suite de ce travail de thèse, de caractériser plus finement les phénomènes de rigidification. Ainsi, la simulation du procédé ne pourra être que plus prédictive, et les effets du choix de l'armure mieux évalués. De plus, le choix de la section circulaire initiale pourra être fait, la compression de la mèche étant plus fidèle. L'évolution de cette section au fur et à mesure du tissage pourra alors être étudiée, ainsi que l'impact non négligeable du peigne sur la mèche de trame.

4. Simulation à l'échelle mésoscopique du comportement mécanique de la mèche

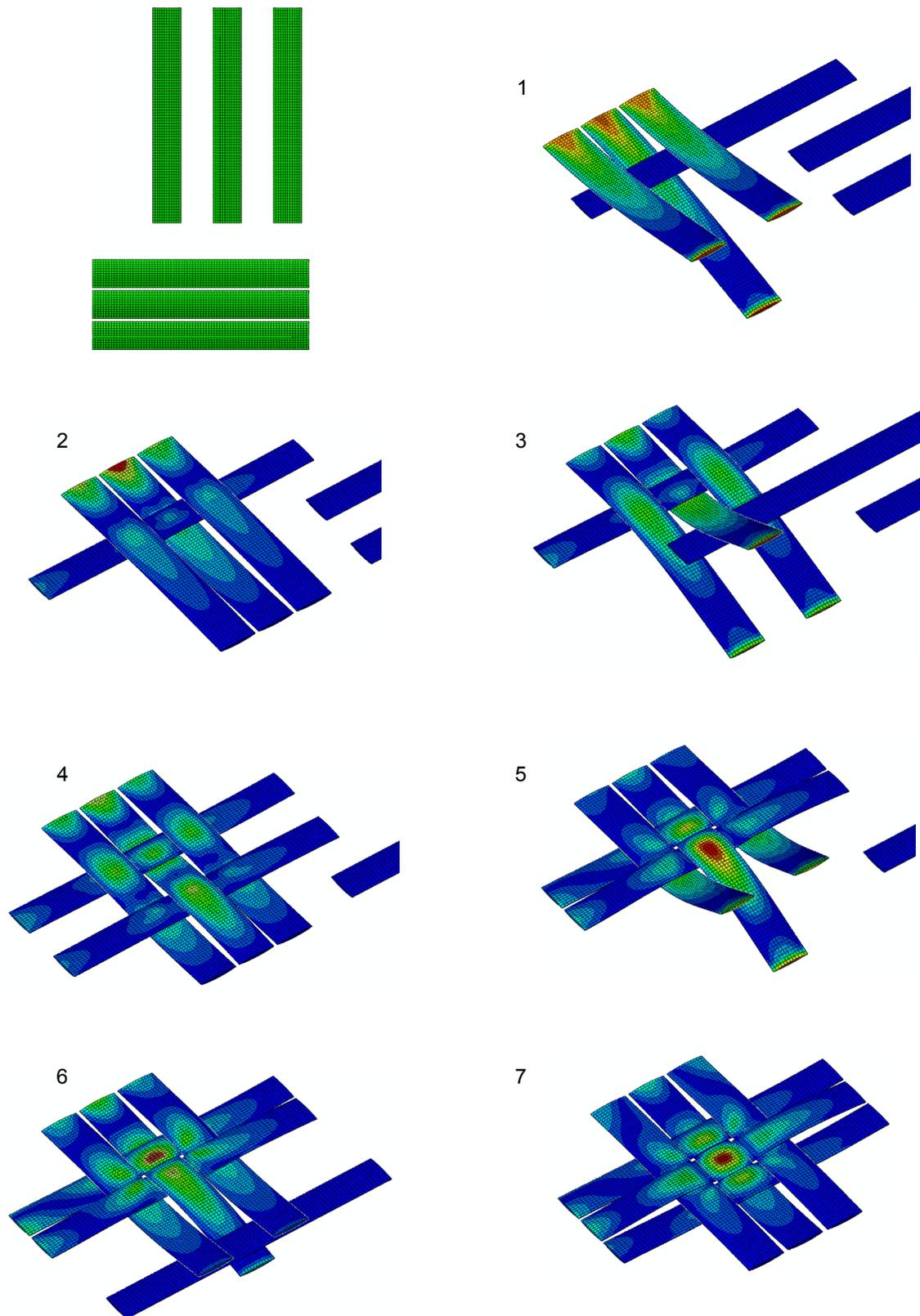


Figure 4.26: Procédé de tissage du taffetas

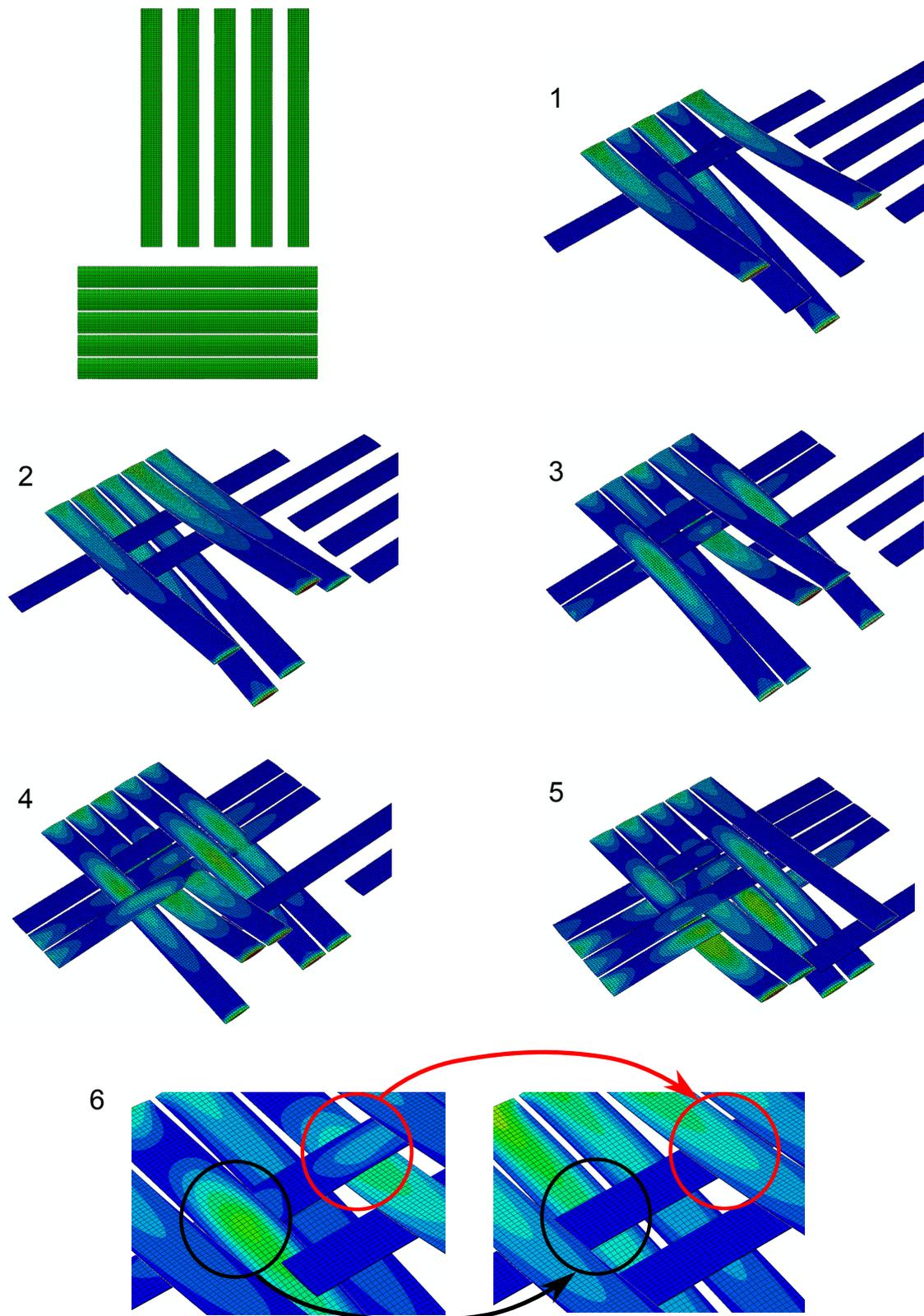


Figure 4.27: Procédé de tissage du sergé 2x2

Conclusions et perspectives

La détermination des caractéristiques de renforts secs en vue de modélisations de mises en forme ou encore d'imprégnation est une avancée majeure dans le domaine des matériaux composites. Aujourd'hui, des logiciels permettent de prédire les géométries de renforts selon les armures souhaitées, mais les connaissances en termes d'impacts du procédé de fabrication restent limitées. La caractérisation du procédé de tissage et ses effets sur la santé du renfort à la sortie du métier à tisser est une étape importante à étudier et passe par la mise en place d'une modélisation éléments finis à l'aide d'un schéma implicite.

Dans cette optique, une modélisation à l'échelle mésoscopique est retenue. En effet, le nombre de fibres pris en compte dans les modélisations à l'échelle microscopique est nettement inférieur au nombre de fibres réelles. Ainsi, il est possible de mettre en évidence les comportements multiples de la mèche, tout en gardant un temps de calcul raisonnable. Les études actuelles de simulation de procédés de fabrication ne permettent pas de rendre compte d'une évolution de section de la mèche, celle-ci étant considérée comme circulaire et constante. L'objectif est alors de développer un modèle mésoscopique de mèche pour la simulation du procédé de tissage permettant d'obtenir une géométrie réelle, ainsi que de quantifier les contraintes subies par la mèche au cours de son parcours dans le métier à tisser.

Pour cela, il est d'abord nécessaire de caractériser expérimentalement le comportement des mèches, notamment en traction, compression, cisaillement, flexion et frottement. Une détérioration de l'ensimage dû au procédé de tissage a ainsi pu être mise en évidence dans le cadre d'essais de flexion et de traction sur mèches. Cependant, il est à noter que le métier à tisser n'engendre pas de ruptures majeures de fibres, sauf si le frottement longitudinal entre mèches de chaînes devient trop élevé. Ce dernier point est donc important à prendre en compte dans le paramétrage du métier. De part la nature des mèches, certains modes de déformation ne peuvent pas être caractérisés directement, il est alors nécessaire de les identifier par méthode inverse à l'aide d'essais expérimentaux menés sur tissus. Des essais de compression et de traction uniaxiale permettent de déformer les mèches en distorsion, cisaillement longitudinal et compaction, modes de déformation difficilement applicables sur une mèche seule.

Un point important pour toute modélisation par éléments finis concerne le choix du type de loi de comportement à mettre en place afin de représenter au mieux les phénomènes physiques mis en jeu. Les lois décrites dans ce manuscrit ne concernent que des matériaux purement élastiques. Cependant, les réarrangements de fibres ne sont a priori pas totale-

ment réversibles et le frottement induit implique nécessairement de la dissipation. D'un côté, les lois hypoélastiques présentent l'avantage de pouvoir être aisément enrichies de manière à décrire des comportements visco-élastiques ou visco-plastiques. D'un autre côté, les lois hyperélastiques permettent de s'affranchir des problématiques d'objectivité, particulièrement cruciales dans le contexte des grandes transformations. Le choix a été fortement orienté par la facilité d'implémentation de ces lois dans ABAQUS/Standard. En effet, la mise en place de lois de comportement hypoélastiques telles que définies dans les travaux de Badel [BAD 08a] est relativement complexe dans ABAQUS/Standard, bien que ce ne soit pas le cas dans ABAQUS/Explicit. Leur adaptation en simulation implicite est particulièrement délicate, dans le sens où il paraît très complexe de déterminer le tenseur d'élasticité eulérien correspondant à la dérivée de Jaumann du tenseur des contraintes de Cauchy. Une loi hyperélastique est donc plus envisageable pour décrire les phénomènes induits lors de la déformation de mèches dans le cadre de simulations implicites. En effet, la formulation par invariants est aisément implémentable dans ABAQUS/Standard à l'aide de la subroutine UANISOHYPER_INV. Différentes lois isotropes transverses ont été abordées, celle de type St-Venant décrite dans les travaux de Bonet et Burton [BON 98] est utilisée de manière à mettre en place les modélisations nécessaires à la simulation du procédé de tissage.

La dernière étape dans la mise au point de nouveaux modèles concerne l'identification des paramètres matériau nécessaires à la loi de comportement choisie. Elle est réalisée soit directement, soit par méthode inverse à l'aide de l'algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt. La loi de comportement utilisée ici est linéaire, et ne permet donc pas pour le moment de modéliser tous les phénomènes apparaissant lors de la déformation de mèches. Cependant, des paramètres matériau permettant de modéliser un comportement correspondant aux essais expérimentaux pour une plage de déformations moyenne ont été retenus. Ainsi, la loi mise en place permet de modéliser la compaction de la mèche pour des écrasements relativement faibles du renfort, ou encore la traction uniaxiale à l'aide d'un cisaillement moyen de la mèche. Ceci permet de caractériser le comportement de la mèche pour des sollicitations classiques, bien que non extrêmes. Les simulations du procédé de tissage pour un taffetas et un sergé 2x2 permettent de déterminer les zones susceptibles de voir apparaître des contraintes importantes, mais également de prédire les effets des différents paramètres de tissage, que ce soit en terme d'ouverture de foule, ou encore de tensions imposées sur les mèches.

Ce travail de thèse a permis de poser les bases d'une simulation implicite du comportement de mèches en fibre de verre. La caractérisation du comportement d'une mèche peut être faite sur un seul type d'armure. Cependant, il serait intéressant de comparer les résultats obtenus entre les trois armures étudiées au cours de cette thèse (taffetas, sergé 2x2 et satin de 8), des effets de structure étant nettement observables expérimentalement. Ces derniers doivent être retrouvés lors de la mise en place de simulations sur les différents renforts. Ainsi, une identification des paramètres matériau d'une mèche sur un type d'armure doit permettre de retrouver le bon comportement dans le cas d'armures différentes.

L'amélioration du comportement mécanique de la mèche à l'aide de lois plus riches est une perspective majeure à ce travail de thèse, de manière à mieux modéliser les phénomènes complexes mis en jeu. En effet, certains modes de déformation, très souples, induisent des modes à énergie nulle "naturels" et donc des instabilités numériques. En ce sens, une étude sur le type d'élément le plus adéquat est une piste pour améliorer la convergence du calcul. L'intégration réduite à l'aide d'éléments hexaédriques C3D8R n'a pas été envisagée afin de ne pas avoir à ajouter de raideurs fictives pour éviter les modes à énergie nulle et garder une loi de comportement telle que nous souhaitons la définir. Les éléments C3D8I avec modes incompatibles permettent de mieux gérer la flexion, que l'on sait être problématique. Cependant, ils n'apportent pas de solution remarquable au problème de ratio important de raideurs selon les directions considérées. Les éléments C3D8 utilisés ici sont les éléments standards disponibles dans ABAQUS et permettant de n'utiliser aucun artifice de calcul. La prise en compte de la souplesse du matériau et des non-linéarités du comportement est un point crucial dans la mise au point d'une loi de comportement et pourrait être mieux implémentée à l'aide d'un nouvel élément, développé dans une subroutine UEL.

La mise en place d'une loi de comportement fidèle au comportement physique de la mèche ouvre de nombreuses perspectives d'études. L'objectif du projet NUMTISS étant en partie la détermination de géométries de renforts à la sortie du métier à tisser, l'évolution de la section de la mèche le long de son parcours pourrait être déterminée, et plus particulièrement l'influence de ces changements sur la géométrie finale de la section. En effet, dans le cas d'armures 3D, il apparaît nettement que les sections des mèches au sein des renforts est rectangulaire, contrairement aux structures 2D présentées dans ce manuscrit où elle est de forme lenticulaire. Les géométries, très variables, dépendent donc fortement des armures choisies et une modélisation fidèle permettrait de les prédire. Ainsi, la simulation du procédé ne pourra être que plus prédictive, et les effets du choix de l'armure mieux évalués.

Un autre objectif de ce travail de thèse est la détermination de contraintes résiduelles dans le renfort dues au procédé de tissage. Une étape cruciale pour la santé des mèches est le coup de peigne, actuellement modélisé à l'aide d'un simple déplacement. En réalité, il a été vu que le peigne vient impacter la mèche de trame insérée et a une influence sur trois à quatre mèches de trame du renfort. Prendre en compte ce phénomène nécessite de mesurer précisément les caractéristiques géométriques du métier à tisser, afin de pouvoir déterminer la distance entre le point de façure et le peigne en position avancée. Les zones de contact des dents du peigne étant relativement faibles, c'est une étape critique de la modélisation du procédé de tissage.

Un autre phénomène important lors de la déformation de renfort est le frottement entre mèches, mais également lors du procédé de tissage avec les outils du métier à tisser. Caractérisé expérimentalement, il serait intéressant de modéliser ce frottement anisotrope, les modélisations actuelles utilisant un frottement isotrope classique. En effet, le frottement lors du tissage a lieu dans toutes les directions : frottement mèche/métal dans la direction de fibres, frottement mèche/métal et mèche/mèche dans la direction perpendiculaire aux fibres et frottement mèche/mèche d'orientation variable. Ainsi, l'effet sur les

géométries finales et les contraintes induites pourrait être caractérisé.

Enfin, une mise en donnée de procédé de tissage peut devenir rapidement lourde à mettre en place. Une génération automatique de fichiers de mises en données à l'aide de logiciel tels que Matlab serait un atout majeur pour modéliser des tissages d'armures plus complexes, telles que des satin, voire même des armures 3D.

Annexe A : Correspondance entre les formulations par invariants classiques et par invariants modifiés

Dérivées premières

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{I}_1} = J^{\frac{2}{3}} \frac{\partial W}{\partial I_1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{I}_2} = J^{\frac{4}{3}} \frac{\partial W}{\partial I_2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial J} = \frac{2 I_1}{3 J} \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{4 I_2}{3 J} \frac{\partial W}{\partial I_2} + 2J \frac{\partial W}{\partial I_3} + \frac{2 I_4}{3 J} \frac{\partial W}{\partial I_4} + \frac{4 I_5}{3 J} \frac{\partial W}{\partial I_5}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{I}_4} = J^{\frac{2}{3}} \frac{\partial W}{\partial I_4}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{I}_5} = J^{\frac{4}{3}} \frac{\partial W}{\partial I_5}$$

Dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_1^2} = J^{\frac{4}{3}} \frac{\partial^2 W}{\partial I_1^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_2^2} = J^{\frac{8}{3}} \frac{\partial^2 W}{\partial I_2^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_4^2} = J^{\frac{4}{3}} \frac{\partial^2 W}{\partial I_4^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_5^2} = J^{\frac{8}{3}} \frac{\partial^2 W}{\partial I_5^2}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 U}{\partial J^2} = & -\frac{2}{9} \frac{I_1}{J^2} \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{2}{3} \frac{I_1}{J^2} \left[\frac{2}{3} I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1^2} + \frac{4}{3} I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_2} + 2J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_3} + \frac{2}{3} I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_4} + \frac{4}{3} I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_5} \right] \\
 & + \frac{4}{9} \frac{I_2}{J^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} + \frac{4}{3} \frac{I_2}{J^2} \left[\frac{2}{3} I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_2} + \frac{4}{3} I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2^2} + 2J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_3} + \frac{2}{3} I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_4} + \frac{4}{3} I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_5} \right] \\
 & + 2 \frac{\partial W}{\partial I_3} + 2 \left[\frac{2}{3} I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_3} + \frac{4}{3} I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_3} + 2J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_3^2} + \frac{2}{3} I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_3 \partial I_4} + \frac{4}{3} I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_3 \partial I_5} \right] \\
 & - \frac{2}{9} \frac{I_4}{J^2} \frac{\partial W}{\partial I_4} + \frac{2}{3} \frac{I_4}{J^2} \left[\frac{2}{3} I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_4} + \frac{4}{3} I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_4} + 2J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_3 \partial I_4} + \frac{2}{3} I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_4^2} + \frac{4}{3} I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_4 \partial I_5} \right] \\
 & + \frac{4}{9} \frac{I_5}{J^2} \frac{\partial W}{\partial I_5} + \frac{4}{3} \frac{I_5}{J^2} \left[\frac{2}{3} I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_5} + \frac{4}{3} I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_5} + 2J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_3 \partial I_5} + \frac{2}{3} I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_4 \partial I_5} + \frac{4}{3} I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_5^2} \right]
 \end{aligned}$$

Dérivées secondes croisées

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_1 \partial \bar{I}_2} &= J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_2} \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_1 \partial J} &= \frac{2}{3} J^{-\frac{1}{3}} \left[\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1^2} + 2I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_2} + 3J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_3} + I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_4} + 2I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_5} \right] \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_1 \partial \bar{I}_4} &= J^{\frac{4}{3}} \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_4} \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_1 \partial \bar{I}_5} &= J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_5} \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_2 \partial J} &= \frac{2}{3} J^{\frac{1}{3}} \left[2 \frac{\partial W}{\partial I_2} + I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_2} + 2I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2^2} + 3J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_3} + I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_4} + 2I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_5} \right] \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_2 \partial \bar{I}_4} &= J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_4} \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_2 \partial \bar{I}_5} &= J^{\frac{8}{3}} \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_5} \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial J \partial \bar{I}_4} &= \frac{2}{3} J^{-\frac{1}{3}} \left[2 \frac{\partial W}{\partial I_4} + I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_4} + 2I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_4} + 3J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_3 \partial I_4} + I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_4^2} + 2I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_4 \partial I_5} \right] \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial J \partial \bar{I}_5} &= \frac{2}{3} J^{\frac{1}{3}} \left[2 \frac{\partial W}{\partial I_5} + I_1 \frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \partial I_5} + 2I_2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_2 \partial I_5} + 3J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_3 \partial I_5} + I_4 \frac{\partial^2 W}{\partial I_4 \partial I_5} + 2I_5 \frac{\partial^2 W}{\partial I_5^2} \right] \\
 \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{I}_4 \partial \bar{I}_5} &= J^2 \frac{\partial^2 W}{\partial I_4 \partial I_5}
 \end{aligned}$$

Bibliographie

- [AIM 07] AIMÈNE Y.
Approche hyperélastique pour la simulation des renforts fibreux en grandes transformations. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2007.
- [ALL 12] ALLAOUI S., HIVET G., OUAGNE P.
Analyze of the contact behaviour between two layers of dry glass plain weave fabrics. *Key Engineering Materials*, vol. 504-506, 2012, p. 313-318.
- [ARO 06] AROUSH R.-B., MAIRE E., GAUTHIER C., YOUSSEF S., CLOETENS P., WAGNER H.
A study of fracture of unidirectional composites using in situ high-resolution synchrotron X-ray microtomography. *Composites Science and Technology*, vol. 66, 2006, p. 1348-1353.
- [AST90] *ASTM standards and literature references for composite materials*. ASTM, 1990.
- [BAD 07] BADEL P., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Computational determination of in-plane shear mechanical behaviour of textile composite reinforcements. *Computational Materials Science*, vol. 40, n° 4, 2007, p. 439-448.
- [BAD 08a] BADEL P.
Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2008.
- [BAD 08b] BADEL P., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Large deformation analysis of fibrous materials using rate constitutive equations. *Computers & Structures*, vol. 86, 2008, p. 1164-1175.
- [BAD 08c] BADEL P., VIDAL-SALLÉ E., MAIRE E., BOISSE P.
Simulation and tomography analysis of textile composite reinforcement deformation at the mesoscopic scale. *Composites Science and Technology*, vol. 68, 2008, p. 2433-2440.
- [BAL 77] BALL J. M.
Convexity conditions and existence theorems in non-linear elasticity. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 63, 1977, p. 337-403.
- [BEL 00] BELYTSCHKO T., LIU W., MORAN B.
Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. 2000.

- [BER 08] BERTHEREAU A., DALLIES E.
Fibres de verre de renforcement. rapport, 2008, Techniques de l'Ingénieur.
- [BIL 08] DE BILBAO E., SOULAT D., HIVET G., LAUNAY J., GASSER A.
Bending test of composite reinforcements. *International Journal of Material Forming*, vol. 1, n° 4, 2008, p. 835-838.
- [BIL 10] DE BILBAO E., SOULAT D., HIVET G., GASSER A.
Experimental study of bending behaviour of reinforcements. *Experimental Mechanics*, vol. 50, 2010, p. 333-351.
- [BOI 95] BOISSE P., CHEROUAT A., GELIN J. C., SABHI H.
Experimental study and finite element simulation of a glass fiber fabric shaping process. *Polymer Composites*, vol. 16, n° 1, 1995, p. 83-95.
- [BOI 04] BOISSE P.
Mise en forme des renforts fibreux de composites. *Techniques de l'Ingénieur*, vol. AM3734, 2004, page 10.
- [BOI 06] BOISSE P., ZOUARI B., DANIEL J. L.
Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite preforming. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, n° 12, 2006, p. 2201-2212.
- [BON 98] BONNET J., BURTON A.
A simple orthotropic, transversely isotropic hyperelastic constitutive equation for large strain computations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 162, 1998, p. 151-164.
- [BON 08] BONNET J., WOOD R. D.
Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis. Cambridge University Press, 2008.
- [BOR 12] DE BORST R., CRISFIELD M. A., REMMERS J. J. C., VERHOOSSEL C. V.
Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Wiley, 2012.
- [BUE 98] BUET-GAUTIER K.
Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 1998.
- [CAO 08] CAO J., AKKERMAN R., BOISSE P., CHEN J., CHENG H. S., DE GRAAF E. F., GORCZYCA J. L., HARRISON P., HIVET G., LAUNAY J., LEE W., LIU L., LOMOV S., LONG A., DE LUYCKER E., MORESTIN F., PADVOISKIS J., PENG X., SHERWOOD J., STOILOVA T., TAO X., VERPOEST I., WILLEMS A., WIGGERS J., YU T., ZHU B.
Characterization of mechanical behaviour of woven fabrics : Experimental methods and benchmark results. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 39, 2008, p. 1037-1053.
- [CHA 11] CHARMETANT A.
Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement mécanique de préformes tissées de composites. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011.

- [CIA 88] CIARLET P.
Mathematical Elasticity, Volume 1 : Three dimensional elasticity. Elsevier, 1988.
- [COR 13] CORNELISSEN B., RIETMAN B., AKKERMAN R.
Frictional behaviour of high performance fibrous tows : Friction experiments. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 44, 2013, p. 95-104.
- [CRE 06] CREECH G., PICKETT A. K.
Meso-modelling of Non-Crimp Fabric composites for coupled drape and failure analysis. *Journal of Materials Science*, vol. 41, n° 20, 2006, p. 6725-6736.
- [CRI 01] CRISCIONE J., DOUGLAS A., HUNTER W.
Physically based strain invariant set for materials exhibiting transversely isotropic behavior. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, 2001, p. 871-897.
- [DAN 94] DANIEL I. M., ISHAI O.
Engineering Mechanics of Composite Materials. Oxford University Press, 1994.
- [DEL 09a] DE-LUYCKER E.
Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2009.
- [DEL 09b] DE-LUYCKER E., MORESTIN F., BOISSE P., MARSAL D.
Simulation of 3D interlock composite preforming. *Composite Structures*, vol. 88, n° 4, 2009, p. 615-623.
- [DES 05] DESPLENTERE F., LOMOV S. V., WOERDEMAN D. L., VERPOEST I., WEVERS M., BOGDANOVICH A.
Micro-CT characterization of variability in 3D textile architecture. *Composites Science and Technology*, vol. 65, n° 13, 2005, p. 1920-1930.
- [DRI 10] DRIDI S.
Essais de caractérisation des structure tissées. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2010.
- [DUH 06] DUHOVIC M., BAHATTACHARYYA D.
Simulating the deformation mechanisms of knitted fabric composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, n° 11, 2006, p. 1897-1915.
- [DUM 03] DUMONT F.
Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de renforts de composites tissés. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2003.
- [DUR 05] DURVILLE D.
Numerical simulation of entangled materials mechanical properties. *Journal of Materials Science*, vol. 40, n° 22, 2005, p. 5941-5948.
- [DUR 10] DURVILLE D.
Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers. *International Journal of Material Forming*, vol. 3, n° S2, 2010, p. 1241-1251.
- [ESP 11] ESPINOSA M. C. F.
Analyse expérimentale du comportement en compression et flexion de deux renforts de composite pour l'aéronautique. Master's thesis, INSA de Lyon, 2011.

- [FAG 11] FAGIANI R., MASSI F., CHATELET E., BERTHIER Y., AKAY A.
Tactile perception by friction induced vibrations. *Tribology International*, vol. 44, 2011, p. 1100-1110.
- [FLO 13] FLORIMOND C., RAMEZANI-DANA H., VIDAL-SALLÉ E.
Identification of fibre degradation due to friction during the weaving process. *Key Engineering Materials*, vol. 554-557, 2013, p. 416-422.
- [GAS 00] GASSER A., BOISSE P., HANKLAR S.
Mechanical behaviour of dry fabric reinforcements. 3D simulations versus biaxial tests. *Computational Materials Science*, vol. 17, 2000, p. 7-20.
- [GAT 10] GATOUILLAT S.
Approche mésoscopique pour la mise en forme des renforts tissés de composites. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2010.
- [GAT 13] GATOUILLAT S., BAREGGI A., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Meso modelling for composite preform shaping ũ Simulation of the loss of cohesion of the woven fibre network. *Composites : Part A*, vol. 54, 2013, p. 135-144.
- [GEL 96] GELIN J. C., CHEROUAT A., BOISSE P., SABHI H.
Manufacture of thin composite structures by the RTM process : numerical simulation of the shaping operation. *Composites Science and Technology*, vol. 56, n° 7, 1996, p. 711-718.
- [GU 02] GU H., ZHILI Z.
Tensile behavior of 3D woven composites by using different fabric structures. *Materials & Design*, vol. 23, n° 7, 2002, p. 671-674.
- [HAG 04] HAGÈGE B.
Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations : application aux renforts tricotés. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2004.
- [HAG 05] HAGÈGE B., BOISSE P., BILLOËT J. L.
Finite element analyses of knitted composite reinforcement at large strain. *Revue Européenne des Eléments Finis*, vol. 14, n° 6-7, 2005, p. 767-776.
- [HAM 09] HAMILA N., BOISSE P., SABOURIN F., BRUNET M.
A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 79, 2009, p. 1443-1466.
- [HAR 04] HARRISON P., CLIFFORD M., LONG A.
Shear characterisation of viscous woven textile composites : a comparison between picture frame and bias extension experiments. *Composites Science and Technology*, vol. 64, 2004, p. 1453-1465.
- [HIV 05] HIVET G., BOISSE P.
Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 42, n° 1, 2005, p. 25-49.

- [HOL 00] HOLZAPFEL G. A.
Nonlinear Solid Mechanics. Wiley, 2000.
- [ITS 04] ITSKOV M., AKSEL N.
A class of orthotropic and transversely isotropic hyperelastic constitutive models based on a polyconvex strain energy function. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, 2004, p. 3833-3848.
- [KHA 10] KHAN M., MABROUKI T., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Numerical and experimental analyses of woven composite reinforcement forming using a hypoelastic behaviour-application to the double dome benchmark. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 210, 2010, p. 378-388.
- [KOO 13] KOO-SIN-LIN C.
Modélisation numérique du tissage de taffetas en fibres de verre pour renforts de composites fibres continues. Master's thesis, INSA de Lyon, 2013.
- [LAT 11] LATIL P., ORGÉAS L., GEINDREAU C., DUMONT P., DU ROSCOAT S. R.
Towards the 3D in situ characterisation of deformation micro-mechanisms within a compressed bundle of fibres. *Composites Science and Technology*, vol. 71, 2011, p. 480-488.
- [LAU 08] LAUNAY J., HIVET G., DUONG A. V., BOISSE P.
Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements. *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 2, 2008, p. 506-515.
- [LEB 03] LEBRUN G., BUREAU M. N., DENAULT J.
Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of in-traply shear properties of PP/glass commingled fabrics. *Composite Structures*, vol. 61, n° 4, 2003, p. 341-352.
- [LEE 01] LEE B., LEONG K., HERSZBERG I.
Effect of weaving on the tensile properties of carbon fibre tows and woven composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 20, 2001, p. 652-670.
- [LEE 02] LEE B., RUDOV-CLARK S., MOURITZ A., BANNISTER M., HERSZBERG I.
Effect of weaving damage on the tensile properties of three-dimensional woven composites. *Composite Structures*, vol. 57, 2002, p. 405-413.
- [LEM 09] LEMAITRE J., CHABOCHE J., BENALLAL A., DESMORAT R.
Mécanique des matériaux solides. Dunod, 2009.
- [LOM 00] LOMOV S. V., GUSAKOV A. V., HUYSMANS G., PRODROMOU A., VERPOEST I.
Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites. *Composites Science and Technology*, vol. 60, n° 11, 2000, p. 2083-2095.
- [LOM 04] LOMOV S. V., VERPOEST I.
. « WiseTex - Virtual textile reinforcement software », 2004.

- [LOM 06] LOMOV S. V., VERPOEST I.
Model of shear of woven fabric and parametric description of shear resistance of glass woven reinforcements. *Composites Science and Technology*, vol. 66, n° 7-8, 2006, p. 919-933.
- [LOM 07] LOMOV S. V., IVANOV D. S., VERPOEST I., ZAKO M., KURASHIKI T., NAKAI H., HIROSAWA S.
Meso-FE modelling of textile composites : Road map and data flow and algorithms. *Composites Science and Technology*, vol. 67, n° 9, 2007, p. 1870-1891.
- [LOM 08] LOMOV S. V., BOISSE P., LUYCKER E. D., MORESTIN F., VANCLOOSTER K., VANDEPITTE D., VERPOEST I., WILLEMS A.
Full-field strain measurements in textile deformability studies. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 39, n° 8, 2008, p. 1232-1244.
- [LüR 01] LÜRDING D., BASAR Y., HANSKÖTTER U.
Application of transversely isotropic materials to multi-layer shell elements undergoing finite rotations and large strains. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, 2001, p. 9493-9503.
- [MAR 63] MARQUARDT D.
An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 11, 1963, p. 431-441.
- [MIA 08] MIAO Y., ZHOU E., WANG Y., CHEESEMAN B. A.
Mechanics of textile composites : Micro-geometry. *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 7-8, 2008, p. 1671-1678.
- [NEW 59] NEWMARK N.
A method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 85, 1959, p. 67-94.
- [PEI 30] PEIRCE F.
The "handle" of cloth as a measurable quantity. *The Journal of the Textile Institute*, vol. 21, 1930, p. 377-416.
- [PEN 05] PENG X. Q., CAO J.
A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 36, n° 6, 2005, p. 859-874.
- [POT 99] POTTER K. D.
The early history of the resin transfer moulding process for aerospace applications. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 30, n° 5, 1999, p. 619-621.
- [POT 06] POTLURI P., CIUREZU D. P., RAMGULAM R.
Measurement of meso-scale shear deformations for modelling textile composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, n° 2, 2006, p. 303-314.

- [POT 08] POTLURI P., SAGAR T.
Compaction modelling of textile preforms for composite structures. *Composite Structures*, vol. 86, 2008, p. 177-185.
- [SCH 92] SCHNUR D., ZABARAS N.
An inverse method for determining elastic material properties and a material interface. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, 1992, p. 2039-2057.
- [SCH 08] SCHRÖDER J., NEFF P., EBBING V.
Anisotropic polyconvex energies on the basis of crystallographic motivated structural tensors. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 56, 2008, p. 3486-3506.
- [SID 82] SIDOROFF F.
Cours sur les grandes déformations. 1982.
- [SZA 03] SZABLEWSKI P., KOBZA W.
Numerical Analysis of Peirce's Cantilever and Test for the Bending Rigidity of Textiles. *FIBRES & TEXTILES in Eastern Europe*, vol. 11, 2003.
- [SZE 06] SZE K. Y., LIU X. H.
A new skeletal model for fabric drapes. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, vol. 2, n° 3-4, 2006, p. 79-97.
- [TAR 01] TARFAOUI M., AKESBI S.
A finite element model of mechanical properties of plain weave. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, vol. 187, 2001, p. 439-448.
- [VER 05] VERPOEST I., LOMOV S. V.
Virtual textile composites software Wisetex : integration with micro-mechanical and permeability and structural analysis. *Composites Science and Technology*, vol. 65, n° 15-16, 2005, p. 2563-2574.
- [VID 12] VIDAL-SALLÉ E., MASSI F.
Friction measurement on dry fabric for forming simulation of composite reinforcement. *Key Engineering Materials*, vol. 504-506, 2012, p. 319-324.
- [VIL 13] VILFAYEAU J., CRÉPIN D., BOUSSU F., SOULAT D., BOISSE P.
Numerical approach of the weaving process for textile composite. *ICCM19*, 2013.
- [WAN 99] WANG J., PATON R., PAGE J. R.
The draping of woven fabric preforms and prepregs for production of polymer composite components. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 30, n° 6, 1999, p. 757-765.
- [WAN 01] WANG Y., SUN X.
Digital-element simulation of textile processes. *Composites Science and Technology*, vol. 61, n° 2, 2001, p. 311-319.
- [WEN 13] WENDLING A.
Simulation à l'échelle mésoscopique de la mise en forme de renforts de composite tissés. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2013.

- [WIL 08] WILLEMS A., LOMOV S. V., VERPOEST I., VANDEPITTE D.
Optical strain fields in shear and tensile testing of textile reinforcements. *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 3-4, 2008, p. 807-819.
- [ZHO 04] ZHOU G., SUN X., WANG Y.
Multi-chain digital element analysis in textile mechanics. *Composites Science and Technology*, vol. 64, n° 2, 2004, p. 239-244.

FOLIO ADMINISTRATIF

THÈSE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

NOM : FLORIMOND

DATE de SOUTENANCE : 29/11/2013

Prénoms : Charlotte

TITRE : Contributions à la modélisation mécanique du comportement de mèches de renforts tissés à l'aide d'un schéma éléments finis implicite

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2013-ISAL-0136

École doctorale : MEGA

Spécialité : Mécanique - Génie Mécanique - Génie Civil

RÉSUMÉ :

La simulation du procédé de fabrication de renforts fibreux secs est un enjeu majeur pour l'étude de l'élaboration de matériaux composites, dont l'utilisation dans les industries de pointe s'intensifie rapidement. Ainsi, l'influence du métier à tisser sur la qualité des renforts est primordiale dans la caractérisation de leurs propriétés mécaniques.

Une campagne d'essais expérimentaux est tout d'abord réalisée, de manière à identifier les phénomènes physiques mis en jeu. Les différents modes de déformation de la mèche sont ainsi étudiés : élongation, compaction, cisaillement et distorsion. Est étudié également le comportement en flexion et en frottement, afin de mieux appréhender l'effet du procédé de tissage sur les mèches.

Deux types de lois de comportement élastiques sont envisagés : une loi hypoélastique et une loi hyperélastique. Sont développées les propriétés de chacune d'entre elles, ainsi que les grandeurs caractéristiques nécessaires à leur implémentation dans le logiciel commercial ABAQUS/Standard. Les algorithmes de deux sous-routines sont présentées, correspondant à l'une ou l'autre de ces lois. Le choix est fait de modéliser le comportement mécanique de la mèche à l'aide d'une loi hyperélastique isotrope transverse de type St-Venant, par l'intermédiaire de la sous-routine ABAQUS/Standard UANISOHYPER_INV. Enfin, une identification des paramètres matériau à l'aide d'une méthode inverse est proposée. Sont comparés les résultats obtenus par simulation avec les résultats expérimentaux. La loi de comportement alors déterminée permet de mettre en place des simulations de procédé de tissage.

MOTS-CLÉS : renforts tissés, composites, propriétés mécaniques, analyse mésoscopique, simulation implicite, hypoélasticité, hyperélasticité, procédé de tissage, fibre de verre

Laboratoire(s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides
UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon
20, avenue Albert Einstein
69621 Villeurbanne Cedex FRANCE

Directeur de thèse : Madame le Professeur Emmanuelle VIDAL-SALLE

Président du jury : COMAS-CARDONA Sébastien

Composition du jury : CORET Michel
COMAS-CARDONA Sébastien
PERIE Guillaume
BOUSSU François

BERNHART Gérard
MORESTIN Fabrice
VIDAL-SALLE Emmanuelle