

# Thèse

## Essais de Caractérisation des Structures Tissées

Présentée devant

L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir

Le grade de docteur en Mécanique

Ecole doctorale: Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique  
Spécialité : MECANIQUE, GENIE MECANIQUE, GENIE CIVIL

Par

**Samia DRIDI**

Soutenue le 28/06/2010 devant la Commission d'examen

### Jury MM

---

DOGUI Abdelwaheb	Professeur (ENIM Tunisie)	Directeur
BOISSE Philippe	Professeur (INSA de Lyon)	Directeur
SAKLI Faouzi	Professeur (ISET Tunisie)	Rapporteur
DREAN Jean Yves	Professeur (ENSISA Mulhouse)	Rapporteur
SIDOROFF François	Professeur (Ecole centrale de Lyon)	Examineur
BELHADJ SALAH Hédi	Professeur (ENIM Tunisie)	Examineur

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS) CNRS UMR 5259  
18-20, rue des Sciences F69621 VILLEURBANNE CEDEX France

Laboratoire de Génie Mécanique (LGM), Ecole Nationale des ingénieurs de Monastir, Avenue  
Ibn Eljazzar, 5019 Monastir, Tunisie

# Essais de Caractérisation des structures tissées

---

## Résumé

Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude et la modélisation de comportement mécanique de structure tissée.

On commence par présenter les propriétés des matériaux testés grâce aux essais de caractérisation. Une base des données expérimentales est constituée afin d'analyser le comportement mécanique du tissu sous certaines sollicitations, et en particulier le cisaillement, moyennant la technique de corrélation d'image.

Ensuite, en adoptant une approche hyperélastique, un modèle simplifié est développé permettant d'étudier numériquement l'influence de rapport des rigidités de traction et de cisaillement sur le comportement mécanique tissu suite à une extension à 45°.

Enfin, en se basant sur approche phénoménologique, une loi de comportement hyperélastique en puissance est proposée. Ce modèle est implanté dans une routine Vumat d'Abaqus/Explicit. Il est identifié à partir des essais de traction et de cisaillement et validé par certains cas de mise en forme des renforts tissés.

**Mots clés :** Structure tissée, Hyperélasticité, Bias extension test, Picture frame test, Corrélation d'image, Simulation numérique

# Tests of Characterization of Weave Structures

---

## **Abstract**

In this work, we interested to the study and the modelling of mechanical behaviour of weave structure.

We begin by presenting the properties of tested materials thanks to tests of characterization. An experimental data base is established to analyze the mechanical behaviour of fabric under some solicitations, in particular the shear, using the technique of digital image correlation.

Then, by adopting a hyperelastic approach, a simplified model is developed allowing to study numerically the influence of the report of tensile and shearing rigidities on the mechanical behaviour of woven fabric, further to an extension in  $45^\circ$ .

Finally, by basing on phenomenological approach, a hyperelastic behaviour law is proposed. This model is implanted in a routine Vumat. It is identified from the tensile and the shearing tests and validated by certain cases of composite reinforcement forming.

**Keyword:** Weave structure, Hyperelasticity, Bias extension test, Picture frame test, Digital Image correlation, Numerical simulation.

## INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quadriennal 2007-2010

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://sakura.cpe.fr/ED206">http://sakura.cpe.fr/ED206</a>  M. Jean Marc LANCELIN  Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://www.insa-lyon.fr/eea">http://www.insa-lyon.fr/eea</a> M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2">http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</a>  M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</b>  Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL  Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> M. Alain MILLE	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 <a href="mailto:infomaths@bat710.univ-lyon1.fr">infomaths@bat710.univ-lyon1.fr</a> - alain.mille@liris.cnrs.fr
<b>Matériaux</b>	<b>MATERIAUX DE LYON</b>  M. Jean Marc PELLETIER  Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b>  M. Jean Louis GUYADER  Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@lva.insa-lyon.fr
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b>  M. OBADIA Lionel  Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

## Table des matières

<b>Introduction générale.....</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre 1: Présentation de Contexte.....</b>	<b>13</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1. Définitions .....</b>	<b>14</b>
<b>1.2. Les armures fondamentales.....</b>	<b>14</b>
1.2.1. La toile (ou taffetas): .....	14
1.2.2. Le sergé: .....	15
1.2.3. Le satin: .....	15
<b>1.3. Types des tissus.....</b>	<b>15</b>
1.3.1. Tissu traditionnel.....	15
1.3.2. Tissu à usage technique.....	16
<b>1.4. Caractérisation mécanique.....</b>	<b>16</b>
1.4.1. Caractérisation mécanique de fil .....	16
1.4.1.1. Titre de fil.....	16
1.4.1.2. Essai de traction sur fil [NFG03] .....	16
1.4.1.3. Essai de torsion [NFG07] .....	18
1.4.2. Caractérisation mécanique du tissu .....	18
1.4.2.1. Essai de traction sur tissu.....	19
1.4.2.2. Essai de cisaillement .....	20
1.4.2.3. Essai de flexion .....	21
<b>1.5. Comportement en cisaillement d'un tissu .....</b>	<b>21</b>
1.5.1. Bias extension test.....	22
1.5.2. Picture frame test.....	24
<b>1.6. Modélisation de cisaillement .....</b>	<b>27</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>29</b>
<b>Chapitre2 : Analyse du Champ de Déformation en Cisaillement .....</b>	<b>30</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>30</b>
<b>2.1. Caractérisation des matériaux testés.....</b>	<b>31</b>
2.1.1. Contexture .....	31
2.1.2. Caractéristiques des fils.....	31
2.1.2.1. Coefficient de torsion .....	31
2.1.2.2. Essai de traction à la rupture des fils.....	32
2.1.3. Comportement en traction des tissus.....	33
2.1.3.1. Essai de traction 0°/90° .....	33
2.1.3.2. Essai de traction à 45° .....	35
2.1.4. Essai de flexion .....	36
2.1.4.1. Numérisation de Tombé .....	36
2.1.4.2. Mesure du coefficient de drapé .....	38
<b>2.2. Analyse de champ de déformation en cisaillement .....</b>	<b>39</b>
2.2.1. Corrélation d'image.....	40
2.2.1.1. Corrélation d'image bidimensionnelle (2D) .....	40
a. Principe.....	40
b. Equipement.....	41
2.2.1.2. Corrélation d'image Tridimensionnelle (3D).....	41

a. Principe.....	41
b. Equipement.....	42
2.2.2. Bias extension test.....	42
2.2.2.1. Réponse globale en bias extension test.....	44
2.2.2.2. Validité de la valeur moyenne optique.....	46
2.2.2.3. Réponse locale en bias extension test.....	47
2.2.2.4. Angle critique de cisaillement et la forme des plis.....	48
2.2.2.5. Homogénéité de déformation en bias extension test.....	49
2.2.3. Picture frame test.....	54
2.2.3.1. Réponse globale en picture frame test.....	57
2.2.3.2. Réponse locale en picture frame test.....	58
2.2.3.3. Homogénéité de déformation en picture frame test.....	59
<b>Conclusion.....</b>	<b>63</b>
<b>Chapitre3 : Modèle de Comportement Hyperélastique pour Structures Tissées.....</b>	<b>64</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>64</b>
<b>3.1. Sollicitations planes sur structure à deux directions matérielles privilégiée.....</b>	<b>65</b>
3.1.1. Sollicitation de traction uni-axiale.....	67
3.1.2. Interprétation à 3 zones de l'essai bias extension.....	68
3.1.3. Interprétation homogène du picture frame test.....	69
<b>3.2. Comportement hyperélastique.....</b>	<b>70</b>
3.2.1. Modèle quadratique simplifié.....	71
3.2.1.1. Présentation du modèle.....	71
3.2.1.2. Réponses à un essai de traction hors axes.....	72
3.2.1.3. Réponse à un essai de cisaillement pur avec $\psi_0 = -\pi/4$ .....	74
3.2.2. Modèle en puissance.....	75
3.2.2.1. Présentation de modèle.....	75
3.2.2.2. Réponses à un essai de traction $0^\circ/90^\circ$ .....	76
3.2.2.3. Réponse à un essai de cisaillement pur avec $\psi_0 = -\pi/4$ .....	77
<b>Conclusion.....</b>	<b>78</b>
<b>Chapitre 4 : Simulation Numérique.....</b>	<b>79</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>79</b>
<b>4.1. Implantation sous Abaqus.....</b>	<b>80</b>
4.1.1. Projection de tenseur de Cauchy dans la base de Green –Naghdi.....	80
4.1.2 Algorithmes des routines.....	81
<b>4.2. Interperation d'un essai d'extension à <math>45^\circ</math>.....</b>	<b>82</b>
4.2.1 Analyse de l'état de déformation.....	84
4.2.2 Analyse de l'état de contrainte.....	86
4.2.3 Analyse de variation d'angle entre les fils.....	90
4.2.4 Analyse d'élongation dans la direction de fil.....	90
<b>4.3. Identification des paramètres de la loi hyperélastique en puissance.....</b>	<b>94</b>
4.3.1. Paramètres de la traction.....	94
4.3.2. Paramètre de cisaillement.....	95
<b>4.4. Validation de modèle.....</b>	<b>98</b>
4.4.1 Caractérisation mécanique des tissus utilisés.....	99
4.4.1.1. Taffetas de Verre équilibré.....	99
4.4.1.2. Sergé 2x2 de polyamide déséquilibré.....	100
4.4.2 Simulation de mise en forme des renforts tissés.....	102

4.4.2.1. Simulation de la mise en forme d'une boîte «carrée» de taffetas de verre équilibré.....	102
4.4.2.2. Simulation de la mise en forme d'un hémisphère de sergé 2x2 de polyamide déséquilibré .....	103
<b>4.5. Simulation de picture frame test.....</b>	<b>107</b>
<b>4.6. Limite du modèle hyperélastique en puissance .....</b>	<b>109</b>
4.6.1. Simulation de traction biaxiale.....	109
4.6.2. Simulation de drapé.....	111
<b>Conclusion.....</b>	<b>113</b>
<b>Conclusion Générale et Perspectives .....</b>	<b>114</b>
<b>Annexe.....</b>	<b>116</b>
<b>Références Bibliographiques.....</b>	<b>117</b>

**Tables des figures**

Figure 1.1: Armure toile.....	14
Figure 1.2 : Armure sergé 3. ....	15
Figure 1.3: Armure de satin de 5 _décochement de 2.....	15
Figure 1.4 : Sens de torsion de fil.....	16
Figure 1.5: Module de Young [SAV99].....	17
Figure 1.6: Module de la corde [SAV99].....	17
Figure 1.7: Module de la sécante [SAV99].....	18
Figure 1.8: Module de la tangente [SAV99]. ....	18
Figure 1.9: Dispositif de traction biaxiale sur une éprouvette en croix [BUE01].....	19
Figure 1.10: Comportement en tension biaxiale pour un sergé 2x2 de carbone [BUE01]. ....	19
Figure 1.11: Principe de cisaillement simple. ....	20
Figure 1.12: Principe de cisaillement pur.....	20
Figure 1.13: Principe de drapemètre . ....	21
Figure 1.14: Principe de PJN [POT02]. ....	22
Figure 1.15: Méthodes expérimentales de mesure de cisaillement sur tissu.....	22
Figure 1.16: Cinématique de bias extension test.....	23
Figure 1.17: Mécanisme de cisaillement d'un interlock de carbone [LOM07]. ....	24
Figure 1.18: Cinématique de picture frame test. ....	24
Figure 1.19: Exemples des dispositifs de picture frame.....	25
Figure 1.20: Deux différents cadres. ....	25
Figure 1.21: Définition de $F_{sh}$ .....	26
Figure 1.22: Courbe de comportement en cisaillement d'un renfort tissé de fibre de verre (armure taffetas), avec des prises de vue mésoscopiques [DUM03b]. ....	26
Figure 1.23: Modèle géométrique de Pierce [PIE37].....	27
Figure 1.24: Modèle de cisaillement de Olofson [OLO67]. ....	28
Figure 1.25: Modèle de Kawabata [KAW73c]. ....	28
Figure 1.26: Modèle géométrique de King [KIN03].....	29
Figure 2.1: Tissus testés. ....	31
Figure 2.2: Fil de Coton tordu.....	31
Figure 2.3: Multi filament en polyester.....	31
Figure 2.4: Courbes de traction des fils de la Toile. ....	32
Figure 2.5: Courbes de traction des fils de Sergé.....	33
Figure 2.6: Courbes de traction des fils de Satin.....	33
Figure 2.7: Réponse en traction 0°/90°. ....	34
Figure 2.16: Courbes de traction 45°. ....	35
Figure 2.17: Bras Faro.....	36
Figure 2.18: Table support. ....	36
Figure 2.19: Numérisation de tombé.....	36
Figure 2.20: Reconstruction 3D de tombé. ....	37
Figure 2.21: Dépôt du tissu. ....	38
Figure 2.22: Essai de drapage. ....	38
Figure 2.23: Photos de drapé.....	38
Figure 2.24: Principe de mesure de coefficient de drapé [NFG09]. ....	39
Figure 2.25: Vue microscopique des tissus.....	39
Figure 2.26: Evolution d'un pattern entre les images gauche et droite [CLE01].....	40
Figure 2.27: Equipement pour la corrélation 2D.....	41
Figure 2.28: Mire de calibrage. ....	42
Figure 2.29: Système stéréoscopique. ....	42

Figure 2.30: Bias extension test sur la toile. ....	43
Figure 2.31: Bias extension test et équipement optique. ....	43
Figure 2.32: Répétitivité de bias extension test. ....	44
Figure 2.33: Réponse globale de cisaillement en bias extension test. ....	45
Figure 2.34: Réponse globale de cisaillement en bias extension test pour des faibles sollicitations. ....	45
Figure 2.35: Contour des isovaleurs de $\theta^\circ$ en bias extension test. ....	46
Figure 2.36: Comparaison entre les valeurs d'angle de cisaillement de 2 corrélations. ....	46
Figure 2.37: Comparaison entre les valeurs d'angle dans 3 zones. ....	47
Figure 2.38: Réponse locale de cisaillement en bias extension test. ....	47
Figure 2.39: Comparaison entre les valeur mesurées et théoriques de l'angle de cisaillement. ....	48
Figure 2.40: Début d'apparition plis sur la toile. ....	48
Figure 2.41: Forme des plis. ....	49
Figure 2.42: Evolution de déformation de Green Lagrange. ....	50
Figure 2.43: Evolution de l'angle de cisaillement entre les 3 zones de l'éprouvette en bias extension test. ....	52
Figure 2.44: lignes de mesure. ....	52
Figure 2.45: Evolution de la déformation des fils durant le bias extension test. ....	53
Figure 2.46: Picture frame-LGM. ....	54
Figure 2.47: Picture frame-LaMCoS. ....	54
Figure 2.48: Essai de picture frame. ....	55
Figure 2.49: Apparition des plis en picture frame test. ....	55
Figure 2.50: Répétitivité des essais picture frame-LGM. ....	56
Figure 2.51: Répétitivité des essais de picture frame-LaMCoS. ....	57
Figure 2.52: Réponse globale de cisaillement en picture frame test. ....	58
Figure 2.53: Réponse globale de cisaillement en picture frame test aux faibles sollicitations. ....	58
Figure 2.54: Réponse Locale de cisaillement en picture frame test. ....	58
Figure 2.55: Contour des iso valeurs de $\theta^\circ$ en picture frame test. ....	59
Figure 2.56: Evolution des angles de cisaillement le long des diagonales du cadre. ....	60
Figure 2.57: Hétérogénéité des déformations en picture frame test. ....	61
Figure 2.58: Evolution des déformations des fils en picture frame test. ....	62
Figure 3.1: Directions matérielles et repérage des configurations. ....	65
Figure 3.2: Cinématique de la traction hors axes. ....	67
Figure 3.3: Cinématique de bias extension test. ....	68
Figure 3.4: Cinématique de picture frame test. ....	69
Figure 4.1: Base de projection. ....	80
Figure 4.2: Modèle éléments finis. ....	82
Figure 4.3: Sens d'orientation de matériau par rapport à l'élément. ....	83
Figure 4.4: Contour des iso valeurs de $E_{g12}$ avec $\frac{k_3}{k} = 0.007$ à un déplacement de 20% de longueur initiale. ....	84
Figure 4.5 : Evolution de $E_l$ sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale. ....	85
Figure 4.6 : Evolution de $\frac{E_2}{E_1}$ sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale... ..	87
Figure 4.7 : Evolution de $\frac{S_2}{S_1}$ sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale... ..	88
Figure 4.8 : Variation de $\frac{S_2}{S_1}$ en fonction $\frac{E_2}{E_1}$ sur la ligne 1 à un déplacement de 10% ..... de longueur initiale. ....	89

Figure 4.9 : Evolution de l'angle entre les fils sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale.....	91
Figure 4.10 : Variation $E_{g11}$ le long de la ligne 2 à un déplacement de 10%de longueur ...	92
Figure 4.11.: Variation de $\frac{S_2}{S_1}$ en fonction $\frac{E_2}{E_1}$ sur la ligne 3 à un déplacement de 10% de longueur.....	93
Figure 4.12: Identification des paramètres de la traction de Toile.....	94
Figure 4.13 : Identification des paramètres de la traction de Sergé.....	94
Figure 4.14: Identification des paramètres de la traction de Satin.....	95
Figure 4.15. Algorithme d'optimisation par la méthode inverse.....	96
Figure 4.16. Comparaison entre les réponses expérimentale et numérique en bias extension test.....	97
Figure 4.17: Optimisation des paramètres de la traction de taffetas de verre équilibrée à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].....	99
Figure 4.18. Optimisation des paramètres de cisaillement de taffetas de verre équilibrée à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].....	100
Figure 4.19: Optimisation des paramètres en traction de sergé 2x2 de polyamide déséquilibré à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].....	101
Figure 4.20: Optimisation des paramètres en cisaillement sergé 2x2 de polyamide déséquilibré à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].....	101
Figure 4.21: Simulation numérique de la mise en forme d'une boîte carrée.....	102
Figure 4.22: les outils utilisés pour l'emboutissage hémisphérique [DUM03b].....	104
Figure 4.23: Modèle éléments finis de la mise en forme hémisphérique.....	104
Figure 4.24: Simulation de picture frame test.....	107
Figure 4.25: Comparaison entre les réponses numérique et expérimentale de picture frame test.....	108
Figure 4.26: Adimensionnement des réponses des essais de bias extension et pictureframe.....	109
Figure 4.27: Comparaison entre la réponse expérimentale [BUE01] et numérique en traction biaxiale de taffetas de verre équilibrée.....	110

## Introduction générale

La fabrication des tissus est connue depuis longtemps. Avec les progrès scientifiques et l'apparition des nouvelles technologies, l'usage des tissus a dépassé le domaine traditionnel pour conquérir le domaine technique. La variété des armures et la diversité des matières utilisées donnent aux tissus un comportement mécanique spécifique qui devenue un centre d'intérêt pour beaucoup des travaux de recherches.

Cette thèse est réalisée dans le cadre de coopération entre l'école nationale des ingénieurs de Monastir (ENIM) et l'institut nationale des sciences appliqués (INSA) de Lyon dont l'objectif est d'analyser expérimentalement et numériquement le comportement mécanique de la structure tissée en grande déformation.

Ce mémoire se subdivise en quatre chapitres :

Dans premier chapitre, nous avons présenté, en premier lieu, les différentes terminologies de textile tissé en citant les différents essais expérimentaux utilisés pour caractériser les propriétés mécaniques du tissu. En second lieu, nous avons rapporté quelques approches développées dans la littérature pour modéliser le comportement mécanique de la structure tissée.

Dans le deuxième chapitre, une campagne des essais expérimentaux est réalisée sur trois tissus d'habillement. Les tissus testés sont constitués à partir des armures toile, serge et satin. Après avoir déterminé la contexture de chaque tissu, les étoffes sont soumises aux essais suivants :

- Traction unidirectionnelle (direction chaîne, direction trame et direction en biais),
- Cisaillement (Bias extension test et le Picture frame test),
- Flexion (mesure de coefficient de drapé).

Pendant cette étude, nous nous sommes intéressés au comportement de cisaillement de la structure tissée. Nous avons analysé le champ de déformation et vérifié les hypothèses adoptées pour interpréter ces essais, moyennant la technique de la corrélation d'image.

Dans le troisième chapitre, nous avons développé un premier modèle hyperélastique simplifié permettant d'étudier le comportement du tissu en cisaillement suivant le rapport entre la rigidité en cisaillement et la rigidité en traction.

En se basant sur une approche phénoménologique, un deuxième modèle hyperélastique en puissance a été proposé permettant de décrire le comportement mécanique en traction et en cisaillement de la structure tissée en tenant compte de l'interaction entre la chaîne et la trame. Une étude analytique est menée pour déterminer la réponse de matériau aux certaines sollicitations suivant les modèles proposés.

Dans le quatrième chapitre, nous avons implémenté les modèles sous Abaqus /Explicit grâce aux routines Vumat. En utilisant le modèle simplifié, nous avons comparé les réponses numérique et analytique du tissu à la suite d'une extension unidirectionnelle à 45° sur trois éprouvettes différentes et avec cinq rapports des rigidités.

Le deuxième modèle est identifié à partir des essais de traction à 0°/90° et l'essai de bias extension pour les trois tissus testés et il est validé par les essais de la mise en forme des renforts tissés en exploitant les résultats expérimentaux trouvés dans la littérature. A la fin de

ce chapitre nous avons présenté quelques résultats numériques de la simulation de picture frame test et les limites de modèle.

En conclusion, nous avons proposé quelques perspectives pour améliorer le modèle.

# Chapitre 1: Présentation de Contexte

## Introduction

La structure tissée est un assemblage de deux réseaux ou plus de structure unidirectionnelle (fil, mèche) liés entre eux selon un mode de tissage bien déterminé.

La structure tissée bidimensionnelle se forme essentiellement de deux réseaux dits chaîne et trame. Ce type de tissu est utilisé dans le domaine traditionnel (habillement, ameublement, ..) ainsi que dans le domaine technique (renfort tissé pour les matériaux composites, prothèse...) alors que la structure tri-dimensionnelle est limitée à l'usage technique.

Le mode de tissage et les matériaux utilisés pour la fabrication dépendent évidemment de l'utilité du tissu et le domaine d'application.

Pour un tissu d'habillement on cherche plutôt un bel aspect et une facilité de manipulation pendant la fabrication industrielle des habits avec un maximum de confort. Pour cela les matériaux utilisés sont souvent à l'origine des fibres naturelles telles que le coton, la laine. Pour des raisons économiques, des fibres artificielles (acrylique...) et synthétiques (polyester...) ont été introduites.

Dans le cas des renforts composites, on cherche une bonne propriété mécanique et thermique avec une bonne aptitude à la mise en forme. Les matériaux les plus répandus sont des fibres de carbone et de verre.

Dans ce premier chapitre, nous présentons quelques terminologies de textile tissé et certains essais de caractérisation mécanique du tissu. Ensuite nous citons quelques approches de modélisation de structure tissée existées dans la littérature.

## 1.1. Définitions

Le tissage est défini comme étant «l'art d'entrelacer de deux séries de fils pour produire des tissus, ces deux séries de fils sont perpendiculaire entre elles» [DUQ76].

Un tissu est un article textile formé par l'entrelacement des fils de chaîne et des fils de trame. Cet entrecroisement est réalisé au cours du tissage sur métier à tisser.

-La *chaîne* est l'ensemble des fils parallèles au sens d'avancement du tissu encours de fabrication.

-La *trame* est l'ensemble des fils perpendiculaires aux fils de chaîne, nommé aussi *duites*.

-Le *compte en chaîne* (ou de trame) est le nombre des fils de chaîne (ou de trame) par unité de longueur (centimètre).

-L'*embuvage* est la différence entre la longueur de fil de chaîne extrait du tissu à l'état tendu et la longueur de ce même fil inséré dans le tissu.

-Le *retrait* est la différence entre la longueur de fil de trame extrait du tissu à l'état tendu et la longueur de la même trame insérée dans le tissu.

Quand le fil de chaîne passe sur le fil de trame, on dit que le métier a «pris»le fil de chaîne et quand le fil de chaîne est sous le fil de trame, on dit que le métier a «laissé ou sauté» le fil de trame d'où la notion de «pris» et de «laissé».

-Le *flotté* est le nombre des laissés entre deux pris (sur le même fil).

-L'*armure* est le mode d'entrecroisement des fils de chaîne et de trame.

-Le *rapport d'armure* est le plus petit motif répétitif dans le tissu.

-Le *décochement* est la gradation de liage des chaînes avec les trames au fur et à mesure du tissage.

- La *mise en carte* est la représentation schématique de l'armure, elle s'effectue sur papier quadrillé dont la rangé longitudinale représente un fil de chaîne et la rangé transversale représente un fil de trame.

## 1.2. Les armures fondamentales

Toutes les armures de tissage dérivent de l'un des trois armures fondamentales suivantes:  
La toile, le sergé et le satin.

### 1.2.1. La toile (ou taffetas):

C'est l'armure la plus simple (voir Fig.1.1), chaque fil de chaîne passe alternativement au dessus et en dessous de chaque de fil de trame.



Figure 1.1: Armure toile.

### 1.2.2. Le sergé:

Une armure de sergé se caractérise par un effet oblique (diagonal) obtenu en décochant un fil de chaîne à chaque duite. La plus petite armure est le sergé de 3 dont le rapport en chaîne et en trame est de 3 chaînes et 3 duites (voir Fig.1.2). Le rapport de l'armure sergé est limité par la longueur des flottés.

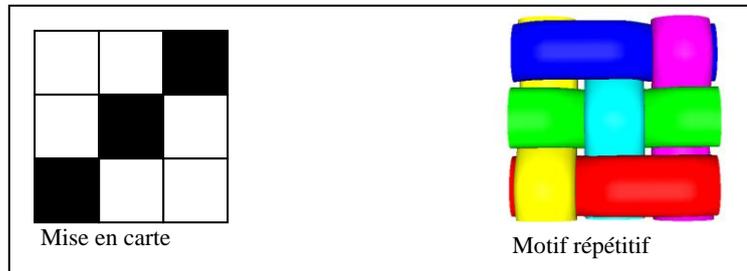


Figure 1.2 : Armure sergé 3.

### 1.2.3. Le satin:

L'armure satin donne au tissu un aspect uni. C'est une armure dont la chaîne ou la trame domine de façon à donner un aspect lustre à l'endroit du tissu et mat à l'envers. L'endroit du tissu est caractérisé par une forte prédominance des flottés de chaîne ou de trame. Comme le sergé, l'armure satin n'a qu'un seul point de liage sur chaque chaîne et sur chaque duite de rapport d'armure (voir Fig.1.3).

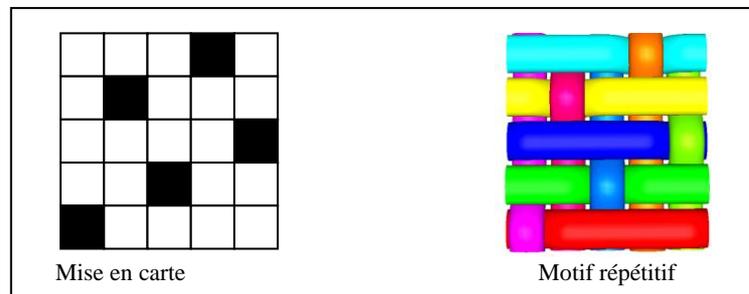


Figure 1.3: Armure de satin de 5 \_décochement de 2.

## 1.3. Types des tissus

### 1.3.1. Tissu traditionnel

Depuis longtemps, le tissage a comme objectif la fabrication des habits. Pour tisser un tissu traditionnel, les fibres constituant le fil sont souvent unies entre elles par une torsion assurant la cohésion. Un fil peut être tordu dans le sens «S» ou «Z», (voir Fig.1.4). La torsion se mesure en « tours par mètre ».

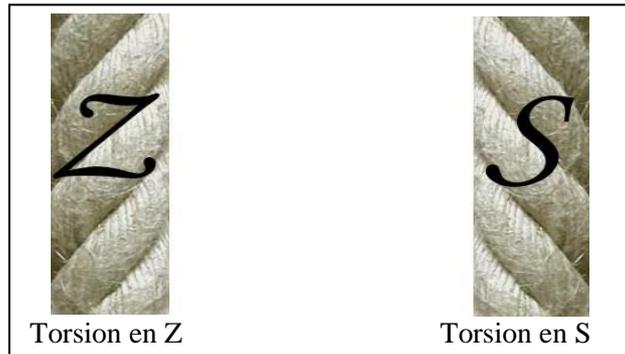


Figure 1.4 : Sens de torsion de fil.

### 1.3.2. Tissu à usage technique

Les textiles à usage techniques (TuT) se différencient des textiles traditionnels par le soin qui est apporté à choisir leurs constituants, leurs armures, leurs paramètres de fabrication, et les post-traitements éventuels. Ils bénéficient alors de caractéristiques physiques adaptées à une application spécifique. Le TuT peut être un tissu, un tricot ou bien un non-tissé. Ce type de textile a fait le centre d'intérêt de beaucoup des travaux de recherches.

## 1.4. Caractérisation mécanique

Pour caractériser mécaniquement un tissu, nous avons besoin d'avoir une idée sur les propriétés mécaniques des fils qui les constituent.

### 1.4.1. Caractérisation mécanique de fil

#### 1.4.1.1. Titre de fil

Le fil se caractérise par une masse linéique dite «le titre». Deux types de "titre" peuvent être calculés, le titre conditionné et le titre déshydraté qui donne la masse linéique commerciale. La détermination du titre conditionné se fait par la mesure de la masse et de la longueur d'un fil dans l'atmosphère de conditionnement des textiles. Le titre déshydraté est déterminé par la pesée d'un fil de longueur donnée après dessiccation de celui-ci à l'étuve dans des conditions spécifiées [NFG04].

Le système d'unité utilisé est le « tex » et l'équation qui fournit la valeur de la masse linéique d'un fil est la suivante:

$$\text{Titre} = \frac{M(g)}{L(m)} \times 1000 \quad (1.1)$$

Où, M est la masse du fil exprimée en gramme et L est la longueur du fil exprimée en mètre.

#### 1.4.1.2. Essai de traction sur fil [NFG03]

Cet essai est utilisé pour déterminer la force et l'allongement des fils soumis à une traction jusqu'à la rupture.

La courbe contient plus d'informations que juste la résistance à la traction de l'échantillon. Les principales caractéristiques qu'on peut dégager de la courbe force-allongement sont:

-La limite élastique «yield point»: la courbe contient souvent un point de diminution de pente. Ce point est la "limite d'élasticité ou limite élastique". Au-dessous de la limite élastique, l'extension du matériau est considérée comme élastique et l'éprouvette retourne à sa longueur initiale quand la force est arrêtée. Au-dessus de la limite élastique, une partie de l'extension est non recouvrable et l'éprouvette maintient une portion de son extension à la fin de l'essai.

-Le module d'élasticité: La pente de la première partie linéaire de la courbe jusqu'à la limite élastique est connue comme le module initial (module d'Young). Il existe un nombre de modules possibles qui peuvent être mesurés:

- Module de Young: Cette valeur est obtenue à partir de la pente de la région linéaire la plus raide de la courbe (voir Fig.1.5).

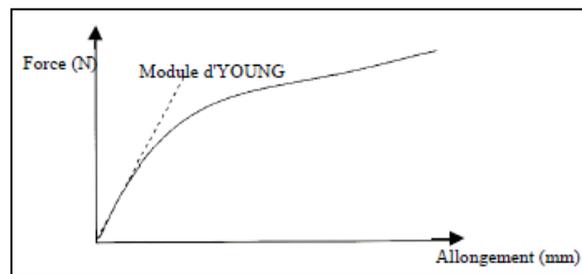


Figure 1.5: Module de Young [SAV99].

- Module de la corde : Cette valeur est la pente de la ligne droite tracée entre deux points de la courbe (voir Fig.1.6).

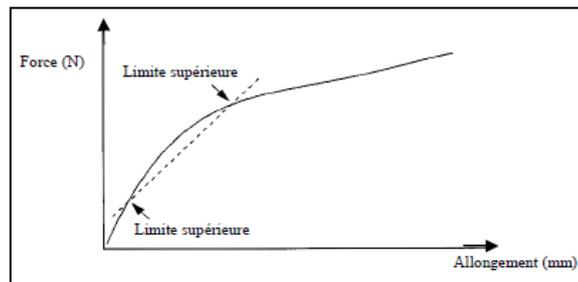


Figure 1.6: Module de la corde [SAV99].

- Module de la sécante : Cette valeur est la pente de la ligne droite tracée entre l'origine et un point indiqué sur la courbe. Elle est souvent mesurée simplement comme une valeur d'extension à une force donnée (voir Fig.1.7).

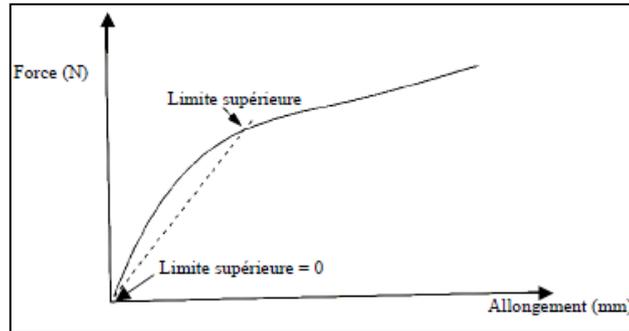


Figure 1.7: Module de la sécante [SAV99]

- Module de la tangente : Cette valeur est la pente de la ligne droite tracée à une tangente à la courbe en un point spécifié. (voir Fig.1.8).

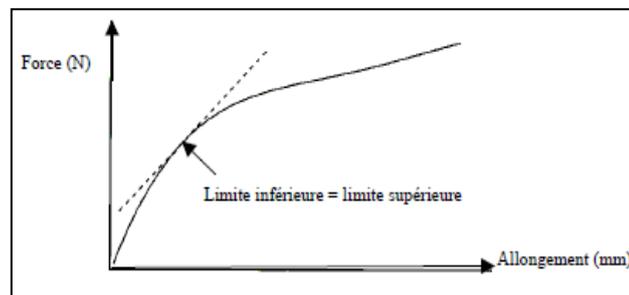


Figure 1.8: Module de la tangente [SAV99].

-La capacité de travail: C'est la surface limitée par la courbe force-allongement et l'axe des abscisses.

#### 1.4.1.3. Essai de torsion [NFG07]

La torsion d'un fil est caractérisée par le sens et le nombre de tours par mètre. La mesure de torsion s'effectue par un torsiomètre équipé d'une pince mobile permettant d'avoir une distorsion jusqu'à la parallélisation des fibres suivie d'une torsion dans le sens inverse jusqu'à retrouver la longueur initiale.

Le coefficient de la torsion  $K$  est donné par Eq.(1.2) :

$$K = T \sqrt{\frac{\text{Titre en tex}}{1000}} \quad (1.2)$$

Avec  $T$  est la torsion en nombre de tours par mètres indiquée par le torsiomètre.

#### 1.4.2. Caractérisation mécanique du tissu

Les principaux comportements mécaniques du tissu sont : le comportement en traction dans les sens chaîne et trame, le comportement en cisaillement et le comportement en flexion. Pour déterminer ces caractéristiques, des essais mécaniques sur des éprouvettes sont nécessaires à réaliser tout en respectant les normes en vigueur pour chaque type d'essai.

### 1.4.2.1. Essai de traction sur tissu

La propriété mécanique force-allongement est indispensable pour l'évaluation de la rigidité du tissu. Cette mesure se fait par la mise sous tension d'une éprouvette du tissu en la sollicitant par une traction. Les propriétés force-allongement du tissu sont différentes dans les deux directions. Il faut effectuer des mesures dans les deux directions orthogonales chaîne et trame. Afin de réaliser la mesure force-allongement, on distingue deux procédés des essais: Traction uni-axiale et traction biaxiale.

- *Traction uni-axiale*: L'essai est effectué à l'aide d'une machine de traction conventionnelle en respectant la norme [NFG00]. Grâce à cet essai nous pouvons calculer le module élastique et le coefficient de Poisson dans les deux directions.
- *Traction biaxiale*: ce test est réalisé sur des machines spécifiques [KAW73a] [BUE01], [WIL08a]. Un dispositif récent, permettant des essais de traction sur des matériaux tissés dans les deux directions simultanément, a été conçu au LMSP (Laboratoire de Mécanique des Systèmes et des Procèdes, Orléans) présenté par la figure 1.9, repose sur le principe de deux losanges déformables. Il permet de mener des essais à un rapport de déformations imposé entre les deux directions de tissage. Les mesures des déformations sont faites soit par les méthodes optiques, soit par des systèmes mécaniques.

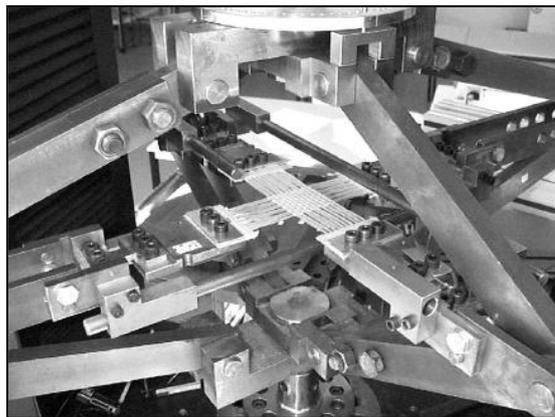


Figure 1.9: Dispositif de traction biaxiale sur une éprouvette en croix [BUE01].

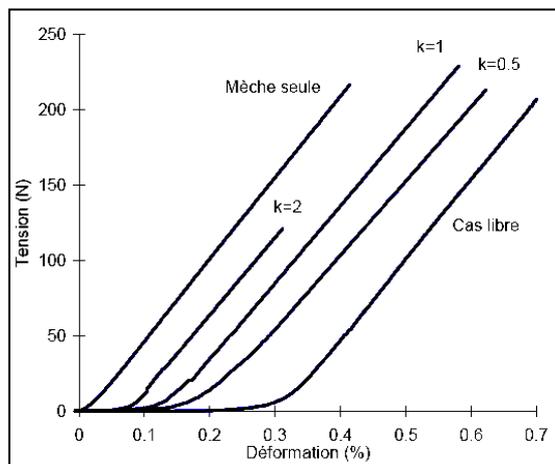


Figure 1.10: Comportement en tension biaxiale pour un sergé 2x2 de carbone [BUE01].

La figure 1.10 présente les courbes expérimentales d'un essai de traction biaxiale sur un tissu équilibré, le sergé 2x2 de carbone avec différents rapports de bi-axialité  $k$  :

$$k = \frac{\varepsilon_{Chaine}}{\varepsilon_{Trame}} \text{ avec } (\varepsilon : \text{Déformation}).$$

Les courbes de force-déformation mettent en évidence l'influence du tissage sur le comportement qui est nettement non linéaire, bien que celui des mèches seules soit linéaire. Les non linéarités sont observées aux faibles efforts et les linéarités sont visibles aux efforts plus importants. La partie linéaire du comportement est caractérisée par une rigidité proche de celle des mèches seules en traction.

#### 1.4.2.2. Essai de cisaillement

Il existe deux types de cisaillement : cisaillement simple et cisaillement pur, qui peuvent être définis comme suit :

- *Le cisaillement simple*, se produit lorsqu'une étoffe de forme carré ou rectangulaire se déforme parallèlement par rapport à deux côtés opposés (voir Fig.1.11).

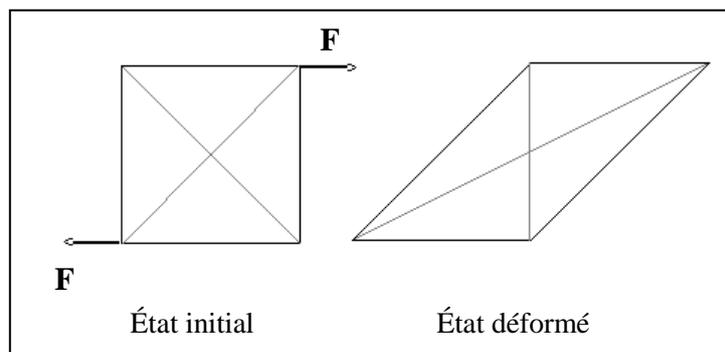


Figure 1.11: Principe de cisaillement simple.

- *Le cisaillement pur*: Le cisaillement pur peut se produire quand une éprouvette de forme carré est soumise à une sollicitation de traction suivant la diagonale mais elle garde la même surface. Autrement dit la déformation est due à la variation d'angle entre les fils qui gardent la même longueur initiale (voir Fig.1.12).

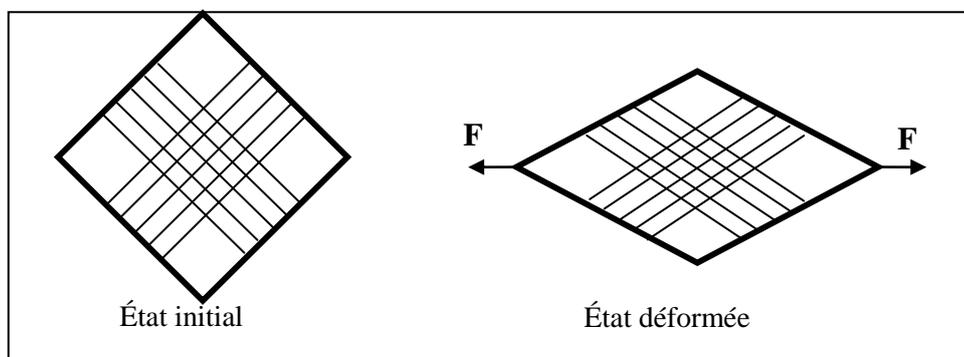


Figure 1.12: Principe de cisaillement pur.

### 1.4.2.3. Essai de flexion

L'essai de flexion permet l'évaluation de drapé du tissu. La flexion décrit la résistance à la déformation sous une sollicitation normale à la surface du tissu.

La flexion du tissu peut être évaluée par la méthode de drapé en utilisant un drapemètre, dont le principe est illustré par la figure 1.13. Une éprouvette circulaire de diamètre  $C$  est tenue concentrique entre deux petits disques "support" de diamètre  $A$ . Il est permis à ses bords de tomber du support en projetant une ombre irrégulière, dont l'aire est équivalente à celle d'un cercle de diamètre  $B$ .

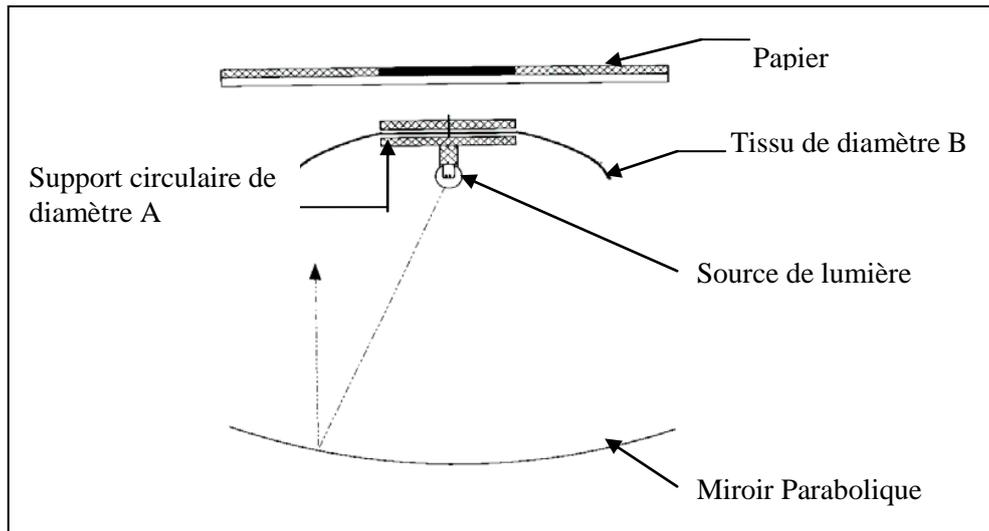


Figure 1.13: Principe de drapemètre .

Le coefficient de drapé  $f$  est donné par la formule Eq (1.3):

$$f = \frac{B^2 - A^2}{C^2 - A^2} \quad (1.3)$$

Sa valeur varie de zéro pour un tissu parfaitement flexible à l'unité pour un tissu extrêmement raide [NFG09].

## 1.5. Comportement en cisaillement d'un tissu

Le tissu se caractérise par sa possibilité de se cisailer dans le plan, cette particularité contribue dans la performance et l'apparence des articles confectionnés. Le cisaillement est la déformation la plus significative pendant le processus de la mise en forme des renforts tissés [LON96], [ZOU06] d'où la nécessité d'étudier le cisaillement pour modéliser le comportement mécanique du tissu.

Depuis 1956, Mark et Taylor [MAR56] ont mis une hypothèse importante pour interpréter le cisaillement du tissu. En effet, ils supposent que durant le cisaillement les fils constituant le tissu sont inextensibles et ils ne peuvent que pivoter sans glissement autour de point de liage [BOI95]. Cette hypothèse est dite de Pin-Jointed-Net (PJM) dont le principe est illustré par la figure 1.14.

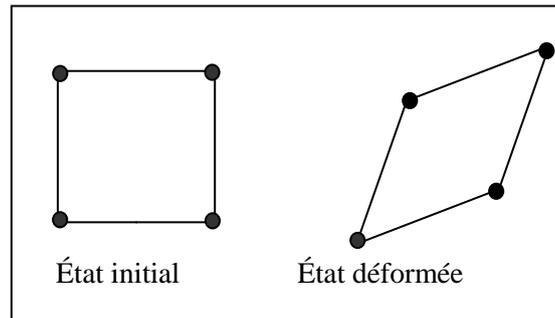


Figure 1.14: Principe de PJN [POT02].

Il existe trois méthodes expérimentales permettent de mesurer la réponse en cisaillement de la structure tissée (voir Fig.1.15).

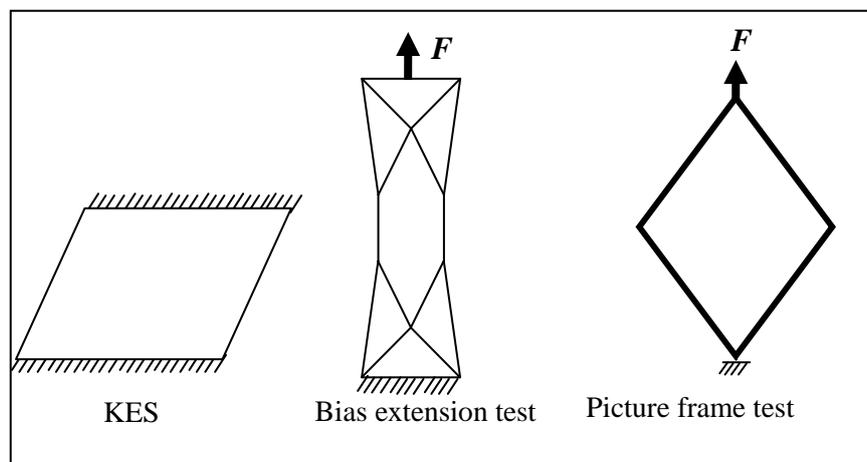


Figure 1.15: Méthodes expérimentales de mesure de cisaillement sur tissu.

La première méthode est dite «Kawabata Evaluation System for Fabric» (KES-F) selon laquelle une étoffe textile de dimension 200mm x 50mm fixée par deux arrêts opposés et cisailée en tirant l'un de deux avec une vitesse constante [KAW80]. Cette méthode n'offre pas des résultats satisfaisants car le dispositif ne permet pas d'obtenir des grands angles de cisaillement [HUJ97]. Ce dispositif n'a pas été créé afin d'étudier les textiles techniques, mais plutôt les textiles pour l'habillement.

Les deux autres méthodes sont le bias extension test et le picture frame test auxquels on va s'intéresser dans les prochains paragraphes.

### 1.5.1. Bias extension test

Le bias extension test est couramment utilisé pour caractériser le comportement en cisaillement du tissu [JOH95] [PRO97]. Ce test est très apprécié pour sa simplicité de mise en oeuvre. Pendant cet essai, les fils de chaîne et de trame de l'éprouvette sont orientés à 45° par rapport à la direction de la force de traction. L'échantillon est fixé par l'un des extrémités et attiré par l'autre. L'éprouvette est découpée tel que le rapport  $\lambda$ =longueur/largeur soit supérieur ou égal 2 [WAN98], [POT02].

Le bias extension test est souvent interprété en adoptant les deux hypothèses suivantes :

- La déformation est homogène par partie,

- Pas d'élongation des fils pendant la déformation.

Trois zones apparaissent dans l'éprouvette déformée présentées dans la figure 1.16; un cisaillement pur a eu lieu dans les zones A et B. L'angle de cisaillement dans la zone B est la moitié de celui dans la zone A. Par contre la zone C reste indéformable durant le test [ZHU07b], [McG97].

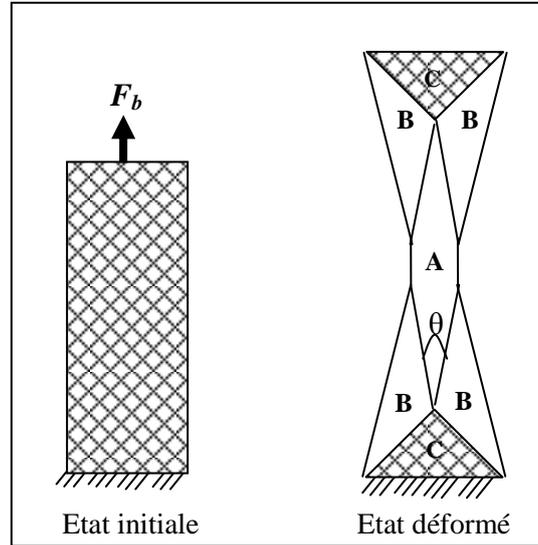


Figure 1.16: Cinématique de bias extension test.

En se basant sur la géométrie déformée de l'éprouvette, l'angle de cisaillement est défini comme suit :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - 2 \arccos\left(\frac{D+d}{\sqrt{2}D}\right) \quad (1.4)$$

Avec  $D$  et  $d$  sont respectivement la longueur de diagonale de la zone A et le déplacement de mors mobile de la machine de traction.

Vu l'absence d'une norme qui exige un seul mode opératoire et une seule dimension de l'éprouvette à tester, il était nécessaire de faire standardiser la réponse de cisaillement en bias extension test pour un même matériau de différentes dimensions. Quelques chercheurs ont proposé des méthodes d'adimensionnement, tel que John [JOH95] qui a préconisé de calculer une déformation et une contrainte juste au niveau de la zone centrale de l'éprouvette tout en négligeant les zones demi cisailées. Une autre méthode développée par Delucker dans [DEL09] en se basant sur une approche énergétique et en introduisant la notion de couple surfacique unitaire de cisaillement. Il propose d'utiliser la notion de couple de cisaillement, présenté par l'expression Eq. (1.5), au lieu de la force de cisaillement pour adimensionner l'essai de bias.

$$C_s(\varphi) = \frac{1}{2S_1} (F_b \sqrt{D^2 - d^2} - 2dD - S_2 C_s\left(\frac{\varphi}{2}\right)) \quad (1.5)$$

Avec  $C_s(\varphi)$  et  $C_s\left(\frac{\varphi}{2}\right)$  sont respectivement les couples surfaciques de cisaillement dans la zone cisailée et demi cisailée alors que  $F_b$  est la force appliquée sur l'éprouvette.  $S_1$  et  $S_2$  sont respectivement les surfaces des zones A et B.

Plusieurs investigations expérimentales sont réalisées pour étudier le comportement en cisaillement du tissu en bias extension test. La majorité des études sont faites sur des renforts tissés et montrent que pendant un essai de cisaillement les mèches pivotent les unes par rapport aux autres avec une faible résistance due au frottement entre elles. Progressivement

les intersites se combent et une compression transverse des mèches vient s'ajouter à ce frottement. Les intersites ne se ferment pas simultanément ce qui traduit une résistance progressive s'achève par un phénomène de blocage en cisaillement et une apparition des plis. Ce phénomène est mis en évidence par la technique de la corrélation d'image à l'échelle mésoscopique présenté par la figure 1.17.

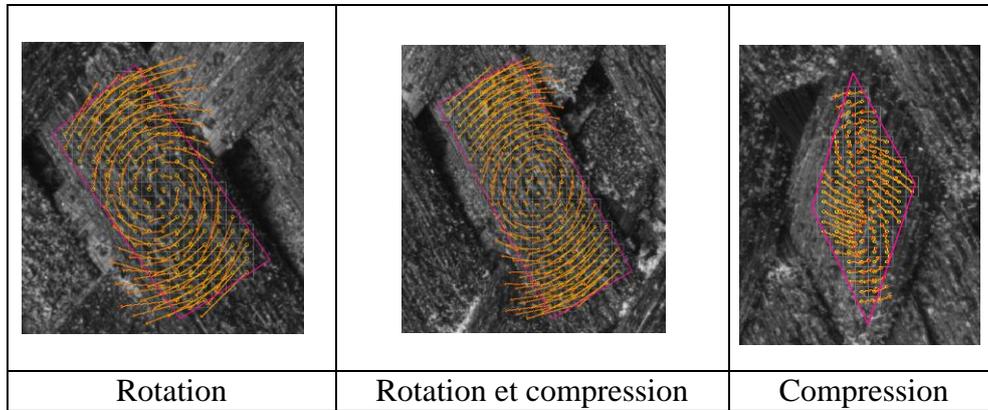


Figure 1.17 : Mécanisme de cisaillement d'un interlock de carbone [LOM07].

En utilisant la technique de mesure des champs de déformation, dans le travail Cao [CAO08], on trouve un décalage entre les valeurs optiques des angles de cisaillement et les valeurs théoriques dans la zone centrale de l'éprouvette du tissu de verre pour différentes valeurs de  $\lambda$ . Ce résultat est vérifié aussi dans le travail de Lomov [LOM07] sur les tissus interlock de carbone.

### 1.5.2. Picture frame test

Le picture frame est un cadre métallique articulé dans les 4 coins. Entre ses quatre barres, une éprouvette en croix est fixée. Le dispositif est monté sur une machine de traction. La force motrice permet de pivoter les articulations, ce qui introduit la variation d'angle entre les fils du tissu ainsi une cinématique de cisaillement pur est imposée par le cadre (voir Fig.1.18). L'angle de cisaillement a la même expression que dans le cas de bias extension test, présentée par l'équation Eq. (1.4).

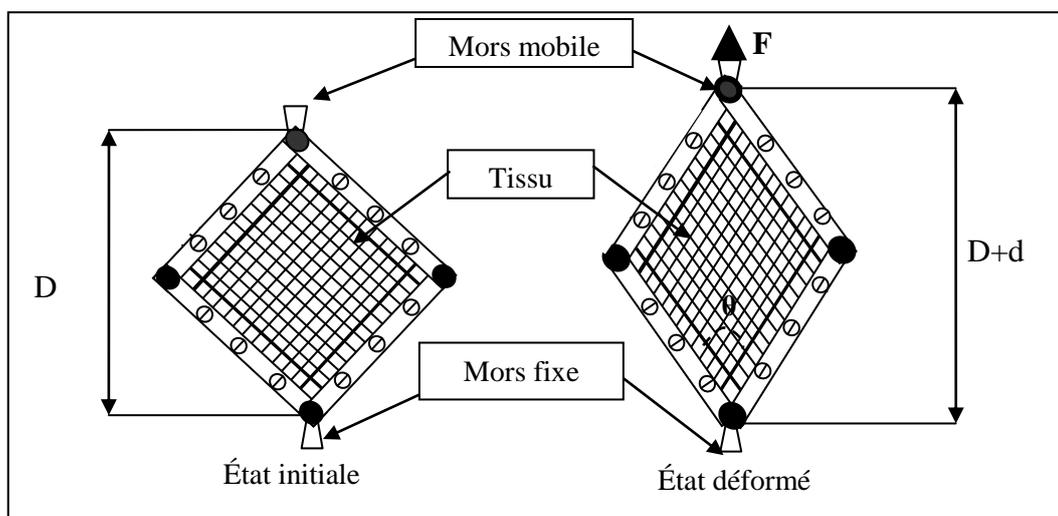


Figure 1.18: Cinématique de picture frame test.

La difficulté majeure rencontrée pendant cet essai est l'alignement du tissu. Autrement dit pour avoir un essai répétitif, il faut que les fils soient perpendiculaires aux barres du cadre [MIL07] [PEN04]. Un désalignement des fils par rapport aux directions du cadre aura pour effet d'introduire des déformations longitudinales dans les mèches [LEB03] [CHA04]. A cette difficulté s'ajoute le problème de contrôle de la prétention exercée par les barres du cadre sur l'étoffe au démarrage et durant le test [LAU08]. Pour cela certains chercheurs ont proposé des différents designs et différentes dimensions des cadres [ZHU07a], [CAO08] (voir Fig.1.19).

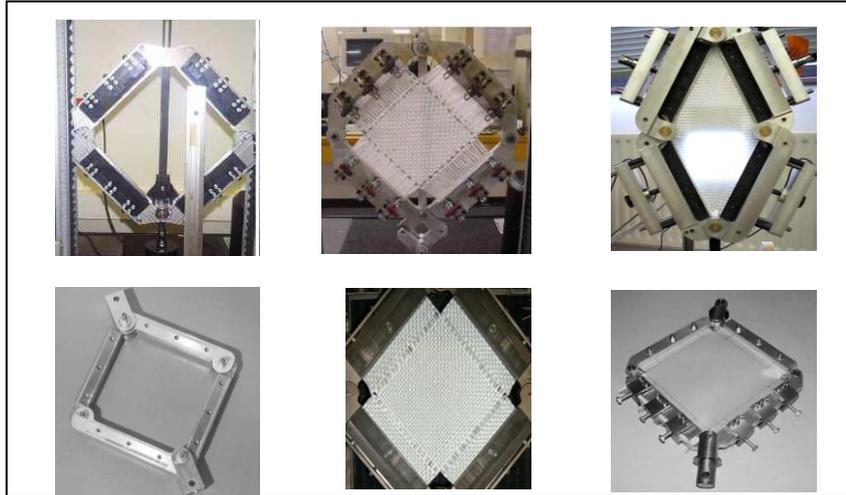


Figure 1.19: Exemples des dispositifs de picture frame.

Devant ces variétés des dispositifs, Peng [PEN04] a proposé une formule générale d'adimensionnement, présentée par l'équation Eq. (1.6). En se basant sur le fait que pour le même angle de cisaillement, la puissance intérieure par unité de volume de l'éprouvette est pareille sur les différents cadres (voir Fig.1.20).

$$\frac{F}{f} = \frac{L_{Tissu}^2}{L_{cadre}} \frac{l_{cadre}}{l_{Tissu}^2} \quad (1.6)$$

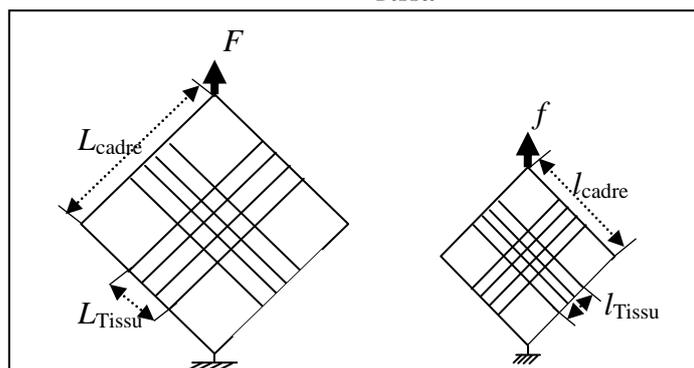


Figure 1.20: Deux différents cadres.

Une autre expression présentée par Eq. (1.7) est proposée par Harrison et Cao dans [HAR04], [CAO04] en introduisant l'effort de cisaillement « $F_{sh}$ » tangent au coté du cadre unitaire (voir Fig.1.21).

$$F_{sh} = \frac{F}{2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (1.7)$$

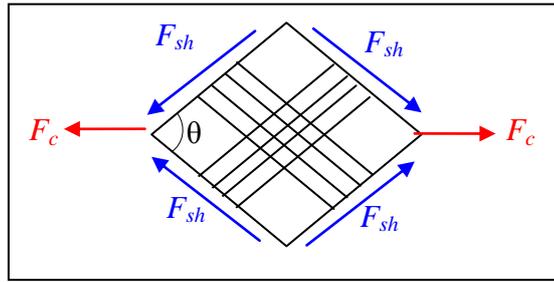


Figure 1.21: Définition de  $F_{sh}$ .

La quantité  $F_{sh}$  a été calculée autrement par Delucker [DEL09] en utilisant la notion de couple de cisaillement surfacique (voir Eq. (1.8)):

$$F_{sh} = \frac{C_s}{2 \sin(\frac{\theta}{2}) \cos(\frac{\theta}{2})} \quad (1.8)$$

Avec  $C_s$  est le couple surfacique de cisaillement présenté par Eq. (1.9) :

$$C_s = F_c \frac{L_{cadre}}{L_{tissu}^2} \sin(\frac{\theta}{2}) \quad (1.9)$$

Avec  $L_{cadre}$  est l'arrêt de cadre et  $L_{tissu}$  est la dimension du tissu.

Beaucoup des études se sont consacrées à la construction de la courbe de comportement en cisaillement du matériau tissé [McG97], [MOH00], [PEN02], [CAO08] en répondant aux certaines lois de comportement et des autres chercheurs se sont intéressés à l'étude expérimentale de cet essai, moyennant la technique de mesure de champ aux échelles macro et méso. Ces observations optiques multi échelles ont permis de tracer une courbe de synthèse permettant de faire une correspondance entre le comportement macroscopiques et mésoscopiques de tissu. La courbe présentée par Dumont dans [DUM03a] et illustrée par la figure 1.22 a été tracée avec la cinématique réelle mesurée à la surface de l'éprouvette. Au début de l'essai, les mèches sont perpendiculaires. Pendant la première phase, elles tournent les unes par rapport aux autres, puis le contact s'intervient entre certaines mèches parallèles tandis qu'il reste encore quelques intersites, enfin le tissu est "verrouillé" et les mèches se compriment latéralement.

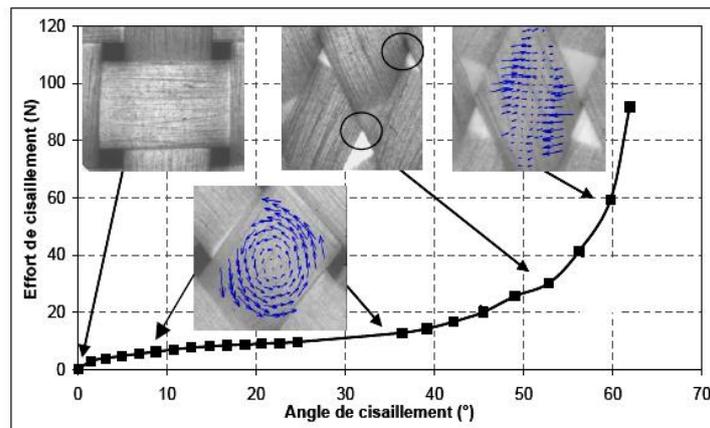


Figure 1.22: Courbe de comportement en cisaillement d'un renfort tissé de fibre de verre (armure taffetas), avec des prises de vue mésoscopiques [DUM03b].

Dans son travail [DUM03a, b], Dumont a montré que le champ de déformation a été beaucoup plus homogène dans l'éprouvette renforcée avec des talons. L'angle déduit de la

mesure de champ local est proportionnel à celui obtenu par la cinématique globale du cadre jusqu'à un angle de  $60^\circ$ . Il apparaît ensuite une divergence jusqu'à la fin de l'essai ( $65^\circ$ ). La mesure reste cependant toujours inférieure à la solution théorique donnée par l'équation Eq. (1.4). D'autre part, il a mis en évidence le début d'apparition des plis qui peut être retardé s'il y avait une précontrainte exercée sur le tissu au démarrage de l'essai.

## 1.6. Modélisation de cisaillement

La déformation en cisaillement des tissus est différente de celle des autres matériaux. Ce comportement dépend des propriétés des fils et de l'armure [KON04]. Le cisaillement influe d'une part sur le drapé et l'apparence de tissu traditionnel [ZHA00], [ZHA01] et d'autre part sur la perméabilité des renforts tissés et leur aptitude à la mise en forme [LON96], [LON98], [VER08] d'où la nécessité d'étudier le cisaillement dans le but de modéliser la drappabilité [ZHA07] et le formage des tissus.

La caractérisation de cisaillement a attiré l'attention des chercheurs depuis des années afin d'atteindre deux objectifs communs: la mesure de la réponse non linéaire de matériau pendant un test de cisaillement et la détermination de la limite de déformation.

Les premiers modèles développés sont des modèles géométriques utilisés par Robertson [ROB84], Van West [VAN90] et Long [LON96] pour simuler le drapage du tissu. L'approche géométrique permet d'avoir une solution rapide mais elle ne tient pas compte des propriétés des matériaux, c'est juste une première approximation de comportement de tissu.

Des autres modèles analytiques à l'échelle mésoscopique sont développés. Ces modèles utilisent des formulations mathématiques pour relier le comportement mécanique des fils au comportement macroscopique de tissu. Au début les chercheurs ont utilisé le modèle géométrique de Pierce [PIE37]. C'est l'exemple classique dans la modélisation des propriétés mécaniques des tissus en fonction de la contexture. Dans ce modèle, Pierce suppose que les fils sont quasi-incompressibles avec une section circulaire et en même temps parfaitement flexibles. Ainsi, la courbure d'un fil est uniforme et imposée par la section droite du fil entrecroisé tel qu'il s'est présenté sur la figure 1.23.

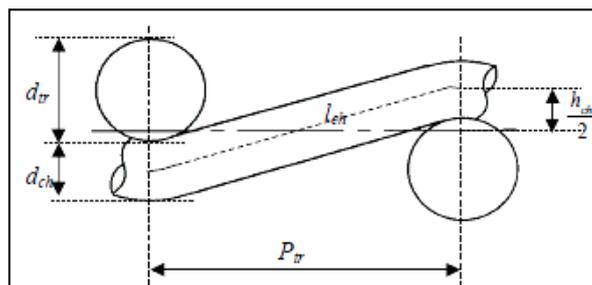


Figure 1.23: Modèle géométrique de Pierce [PIE37].

Le modèle suppose une structure initiale du tissu d'armure toile, composée des fils uniformes de section circulaire, mais malheureusement ce modèle ne permet de traiter que des tissus simples.

Pour cela, Olofson [OLO64] a proposé un modèle plus généralisé qui tient compte de variation de forme de section des fils. Par la suite dans [OLO67], il a développé un autre

modèle d'après lequel un élément d'armure toile sous une contrainte de cisaillement se déforme suivant la figure 1.24.

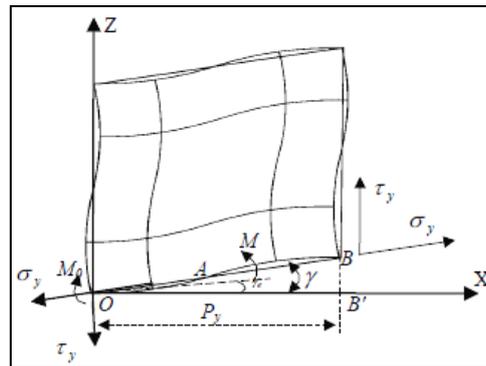


Figure 1.24: Modèle de cisaillement de Olofson [OLO67].

L'angle de cisaillement dans ce modèle est dû en partie au glissement entre les fils aux points d'entrecroisement et en partie à la flexion des fils.

En 1973, Kawabata a proposé, dans ses travaux [KAW73a, b, c], un modèle qui tient compte de l'effet d'ondulation des fils. Il a développé une forme empirique à cinq paramètres expérimentaux en faisant intervenir la force de compression et l'angle entre les fils pour calculer le moment de cisaillement (voir Fig.1.25).

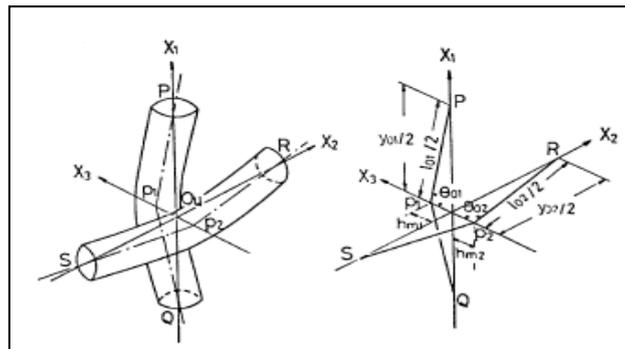


Figure 1.25: Modèle de Kawabata [KAW73c].

Alors que Nguyen [NUG99] a négligé l'effet d'ondulation et il a supposé que seule la flexion des fils contribue au cisaillement de tissu.

En 2002, Long dans [LON02] a développé un modèle méso-macro pour calculer la résistance en cisaillement intervenant le coefficient de frottement avec une section de fil de forme lenticulaire. Ce modèle a vérifié une bonne concordance avec le résultats expérimental de tissu de verre.

King [KIN05], [KIN03] a développé un modèle avec lequel les fils sont présentés par des poutres de sections elliptiques, liés en PJN au niveau des points de liage hors le plan de tissu (voir Fig.1.26). Il a présenté le moment de cisaillement sous une forme linéaire en fonction d'angle de rotation des fils. Ce modèle a été en bonne concordance avec les essais expérimentaux (Traction uni axiale, Bias extension test, Picture frame test ...) réalisés sur un tissu de kevlar.

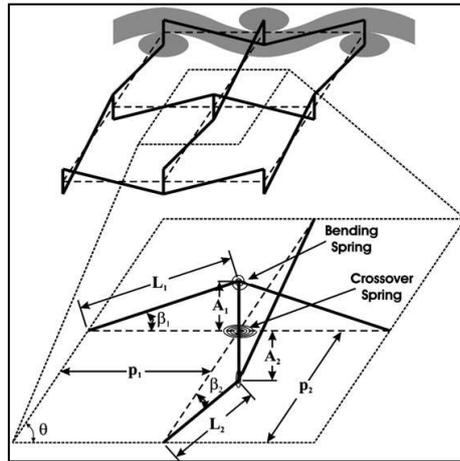


Figure 1.26: Modèle géométrique de King [KIN03].

La limite de ces modèles est l'incorporation des formes empiriques et semi empiriques, d'autre part l'extension de ces modèles sur des autres tissus n'est pas toujours évidente. Pour cela certains chercheurs ont recours à la modélisation numérique [HAM08] [BAL06], [BOI08], [BAD08].

Compte tenu de l'importance des phénomènes observés à l'échelle de la maille élémentaire, certains chercheurs ont choisi de se placer à l'échelle mésoscopique [PAG02], [BAD07] pour mettre en évidence l'interaction entre la chaîne et la trame durant un test de cisaillement. Les réponses des modèles dépendent des conditions aux limites appliquées à la structure [LIN09] de fait que la section des mèches n'a pas toujours la même forme [POT06a,b].

La modélisation numérique a permis de simuler le drapage de tissu traditionnel, [VIL02], [WAN99], [VAN90] et la mise en forme des renforts tissés [WIL06], [WIL08b].

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la terminologie utilisée en textile tissé et quelques essais expérimentaux exploités pour déterminer le comportement mécanique de fil et tissu. Nous nous sommes intéressés au comportement en cisaillement de la structure tissé en point de vue expérimentation et modélisation. L'attention accordée à l'étude de cisaillement, montre l'importance de ce phénomène dans le procédé de la mise en forme des renforts tissés [KAW96], [XIA06].

Le tissu malgré sa faible résistance, il ne peut cisailier que jusqu'à un angle seuil dit «angle de blocage» après avoir le dépassé des plis commencent à apparaître [NAU08], et le tissu se verrouille [SKO07], [CHA03].

Les mécanismes de déformation de la structure tissée apparaissent très différents de ceux identifiés pour un matériau continu. Ils nécessitent donc d'être examinés expérimentalement afin d'être compris et modélisés.

## **Chapitre2 : Analyse du Champ de Déformation en Cisaillement**

### **Introduction**

Dans ce chapitre, on présente les contextures et les propriétés mécaniques des matériaux testés grâce aux essais de caractérisation.

Ensuite une base des données expérimentales est constituée afin d'analyser le champ de déformation en cisaillement de l'éprouvette suite aux essais de bias extension et picture frame, moyennant la technique de corrélation d'image.

## 2.1. Caractérisation des matériaux testés

### 2.1.1. Contexture

Les matériaux testés sont des tissus d'habillement avec les trois armures fondamentales présentées par la figure 2.1.

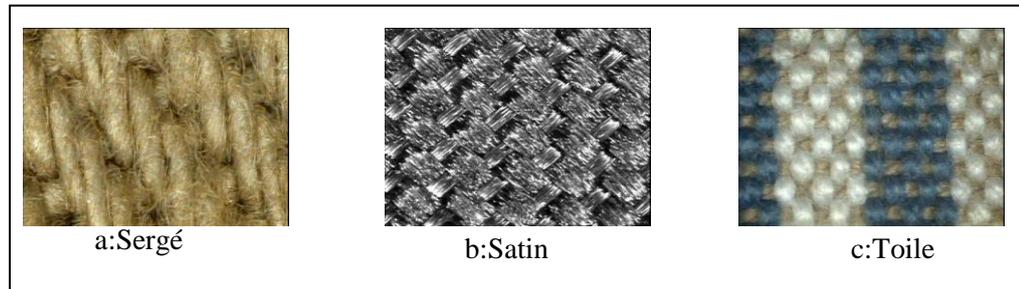


Figure 2.1: Tissus testés.

Les contextures des tissus sont déterminées selon la norme [NFG04] et présentées dans le tableau 2.1 :

Tableau 2.1 : Contextures des tissus.

Armure	Composition	Compte chaîne (fil/cm)	Compte trame (fil/cm)	Embuvage (%)	Retrait (%)	Masse surfacique ( $\text{g/m}^2$ )	Epaisseur (mm)
Toile	100% coton	24	18	6,8	3,2	215,61	0,2
Sergé3	100% coton	34	18	4,7	4	276,35	0,2
Satin 5_deco..2	100% polyester	30	37	2,2	2,2	103,76	0,2

### 2.1.2. Caractéristiques des fils

#### 2.1.2.1. Coefficient de torsion

Les fils de coton, composants les tissus toile et sergé, sont constitués par des fibres assemblées par une torsion qui assure la cohésion entre elles et permet d'augmenter la rigidité du fil (voir Fig.2.2) ; alors que le satin est tissé à partir de multi filaments de polyester assemblés sans torsion (voir Fig.2.3).



Figure 2.2: Fil de Coton tordu.

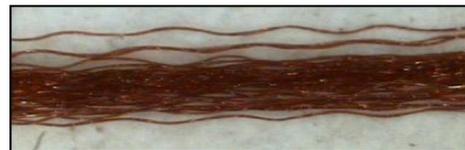


Figure 2.3: Multi filament en polyester.

Selon la norme [NFG04], les fils de coton sont placés entre les pinces de torsiomètre pour mesurer le nombre de tours de la torsion. Leurs coefficients de torsion sont calculés suivant Eq. (1.2), alors que leurs titres sont déterminés selon la formule Eq. (1.1). Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.2.

**Tableau 2.2 : Titres et torsions des fils**

	TISSU					
	Toile		Sergé		Satin	
	Chaîne	Trame	Chaîne	Trame	Chaîne	Trame
Titre (tex)	46.22	47.41	29,63	69.62	16.65	20.15
Sens de la torsion	S	S	Z	Z	Sans torsion	Sans torsion
coefficient de torsion $K$	523.92	471.18	624.16	432,99		

**2.1.2.2. Essai de traction à la rupture des fils**

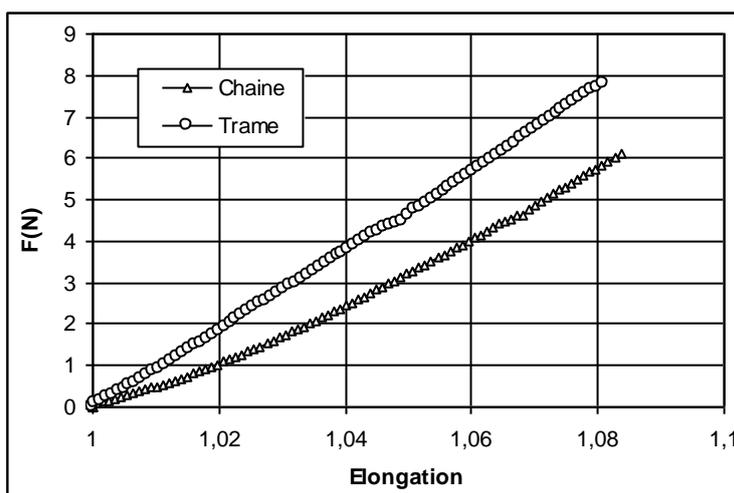
Afin de déterminer le comportement des fils, des essais de traction à la rupture sont réalisés sur des fils extraits des tissus. Ces essais sont effectués sur des échantillons de longueur entre pinces de 500 mm [NFG03] avec un capteur de force de 1kN et une vitesse de déplacement de 10mm/min. Chaque essai est répété 5 fois. Les dispersions des courbes force-elongation, (élongation = longueur finale/longueur initiale) sont évaluées par les coefficients de variations relatives (CV%) (voir annexe) présentés dans le tableau 2.3.

**Tableau 2.3 : CV (%) des essais de traction des fils.**

Tissu	chaîne	trame
Toile	8.92	1.09
Sergé	7.47	2.97
Satin	3.12	2.5

On désigne par courbe «reproductible», la courbe la plus proche de la courbe moyenne dans une série des essais.

Pour comparer les rigidités de chaîne et de trame dans les trois tissus, les courbes reproductibles sont représentées dans les figures 2.4, 2.5 et 2.6.



**Figure 2.4: Courbes de traction des fils de la Toile.**

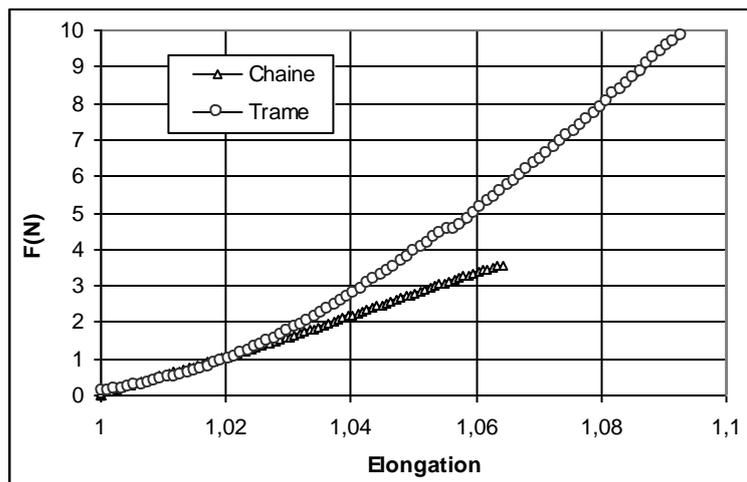


Figure 2.5: Courbes de traction des fils de Sergé.

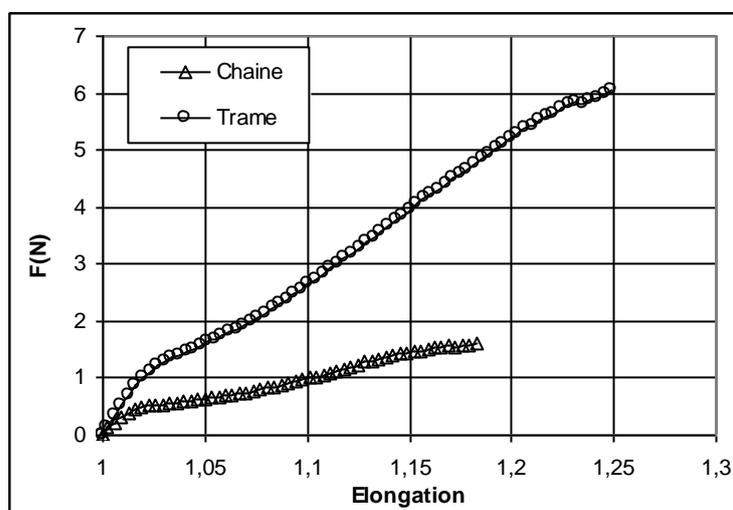


Figure 2.6: Courbes de traction des fils de Satin.

Les figures précédentes montrent que la trame est plus rigide que la chaîne et cela peut être dû au fait que la trame possède une masse linéique plus importante que la chaîne.

En général la fibre de coton est une fibre naturelle courte [INT01], la traction à la rupture de fil est due au glissement des fibres plus qu'à la cassure des fibres elle-même. Alors que le filament de polyester est de la longueur plus importante que celle de fibre naturelle, donc la traction à rupture de fil de polyester est due principalement à la cassure des filaments plus qu'au glissement.

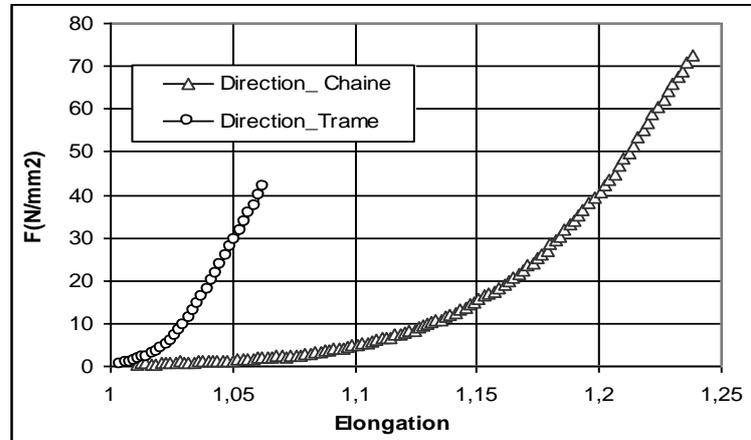
### 2.1.3. Comportement en traction des tissus

#### 2.1.3.1. Essai de traction 0°/90°

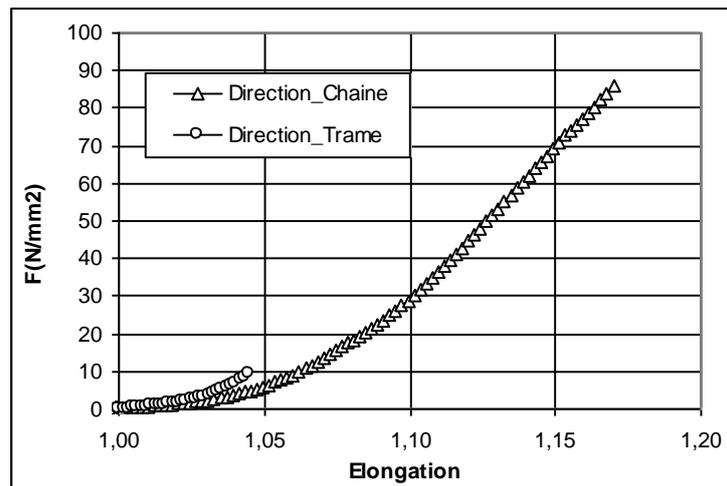
Les essais de traction dans les directions chaîne et trame sont réalisés sur des éprouvettes conformément à la norme [NFG00]. Les échantillons ont un largeur de 50 mm et une longueur entre pinces de 200 mm. Un capteur de force de 5kN a été utilisé. Les essais sont effectués à une vitesse de 100 mm/min. Sur chaque tissu, cinq essais de traction sont réalisés dans chaque direction. Les coefficients de variations des tests sont regroupés dans le tableau 2.4

Tableau 2.4: CV (%) des essais de traction des tissus.

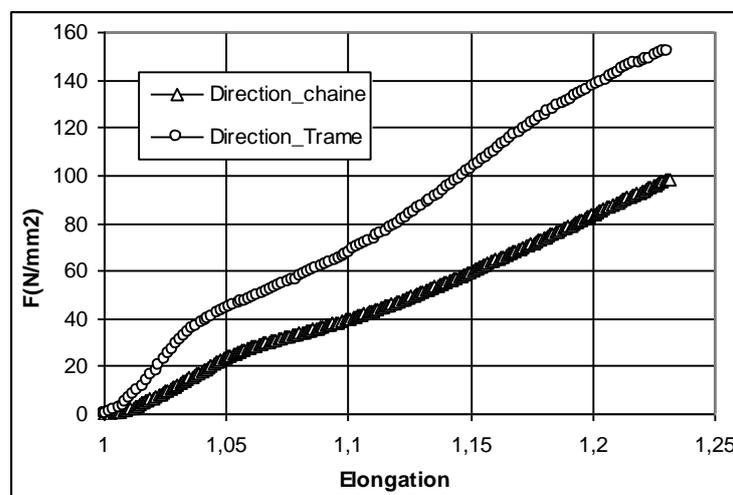
Tissu	chaîne	trame
Toile	23.02	17.68
Sergé	20.29	14.22
Satin	8.92	7.01



Toile



Sergé



Satin

Figure 2.7: Réponse en traction 0°/90°.

La figure 2.7 montre que la traction dans la direction trame est plus rigide que celle dans la direction chaîne. La mesure de la pente à l'origine permet d'évaluer le module de Young des tissus dans les deux directions. Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau 2.5. D'autre part, l'aspect non linéaire est plus visible dans les réponses en traction des tissus que celles des fils, ce qui met en évidence l'effet du tissage et de la texture.

**Tableau 2.5 : Modules de Young des tissus.**

Module de young (N/mm <sup>2</sup> )	Tissu					
	Toile		Sergé		Satin	
	Chaîne	Trame	Chaîne	Trame	Chaîne	Trame
	30.31	151.55	68.79	84.22	177.92	828.7

### 2.1.3.2. Essai de traction à 45°

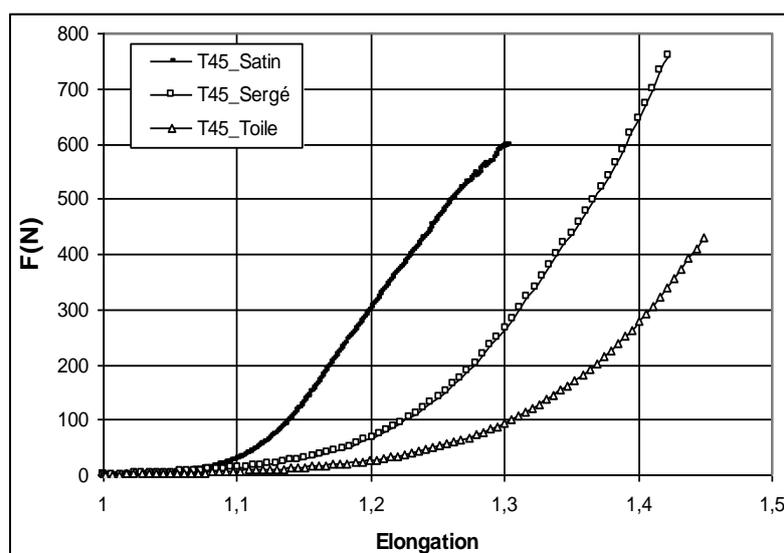
La traction à 45° (T45) permet de donner une idée sur le comportement du tissu suite aux sollicitations hors axes.

Les éprouvettes sont découpées de telle façon que les fils de chaîne et de trame soient orientés à 45° par rapport la direction de la force de traction. Ces tests sont réalisés à l'aide du dynamomètre LLOYD LRSK avec un capteur de force de 1kN et une vitesse déplacement de 10mm/min.

Cinq essais sont réalisés sur la toile, le sergé et le satin dont les coefficients de variation sont respectivement de l'ordre de 14.26%, 9.87% et 5.23%

Les courbes reproductibles des réponses en traction à 45° présentées dans la figure 2.16, possèdent la même allure.

Elles démarrent avec une faible pente jusqu'à une élongation de 1.1. Ensuite elles se rigidifient progressivement avec l'apparition des plis.



**Figure 2.16: Courbes de traction 45°.**

### 2.1.4. Essai de flexion

Pour étudier la flexion de tissu, nous avons réalisé deux types d'essai, le premier consiste à la numérisation de drapé de tissu et le deuxième c'est l'évaluation de coefficient de drapé.

#### 2.1.4.1. Numérisation de Tombé

La numérisation de tombé des tissus est réalisée à l'aide d'un bras Faro, une machine de mesure tridimensionnelle (MMT) portable, présenté par la figure 2.17. C'est un bras poly articulé (7 articulations) qui permet de mesurer à l'aide d'un faisceau laser, des coordonnées des points de surface avec une précision de 0.2mm. Les données sont ensuite envoyées vers l'ordinateur pour reconstituer la CAO de la structure mesurée. Cette machine est couramment utilisée dans les domaines aérospatiaux, automobiles, moulage ... [INT02].

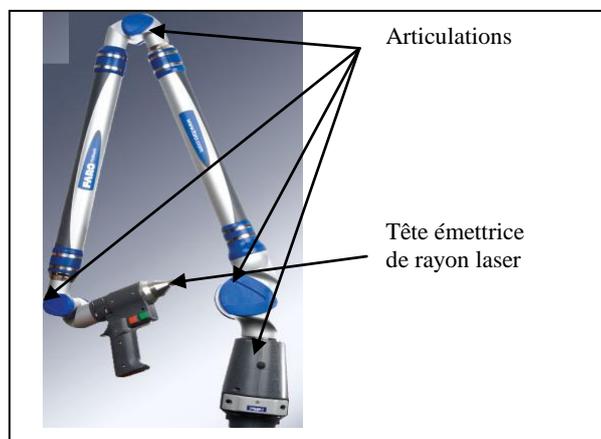


Figure 2.17: Bras Faro.

Les tissus sont coupés sous forme d'un carré de dimension 480mm de coté puis ils sont repassés et relaxés. Ensuite le tissu est posé sur une petite table à deux bases; ronde et carrée (voir Fig.2.18) et laissé tomber sous son propre poids. Le quart de tissu est scanné (voir Fig.2.19).

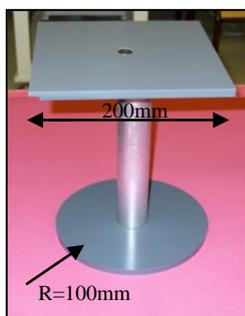
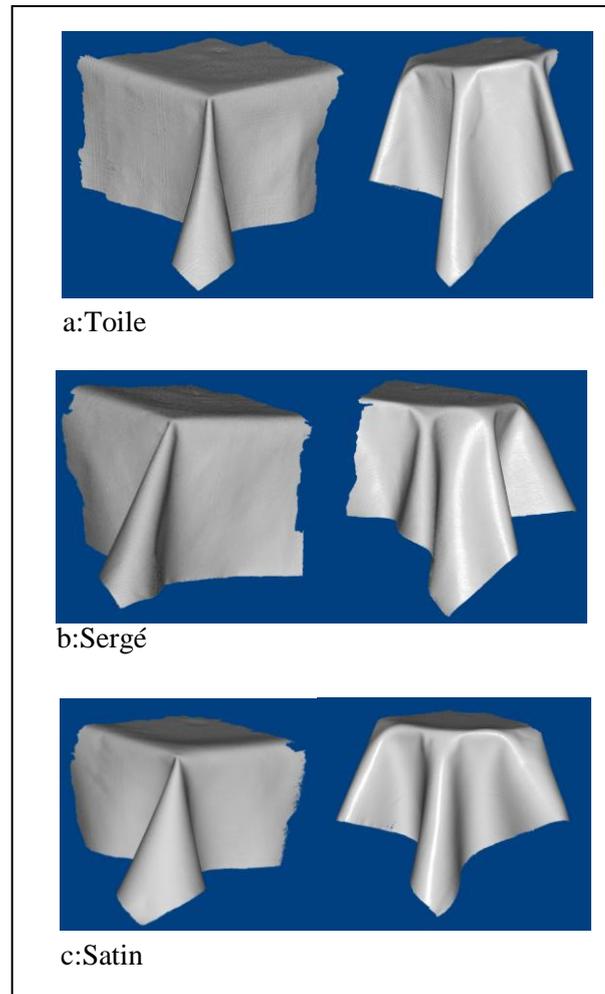


Figure 2.18: Table support.



Figure 2.19: Numérisation de tombé.

Le fichier point établi par la numérisation permet de reconstruire la structure 3D du drapé de tissu sur les deux faces de la table. La figure 2.20 présente la reconstruction du drapé pour les trois tissus suivant les deux formes.



**Figure 2.20: Reconstruction 3D de tombé.**

On voit bien que sur la face carrée, un seul pli se forme dans le point anguleux de la table mais avec une largeur et une profondeur qui varient d'un tissu à l'autre. Le pli de la toile possède la largeur la plus faible et la profondeur la plus importante.

Ce phénomène est lié non seulement aux comportements en cisaillement et en flexion de tissu [BRE94] mais aussi à l'architecture de l'armure de tissu.

La structure de l'armure toile donne au tissu un aspect raide et tendu due au fait que sur la cellule élémentaire, chaque fil est fixé par deux points de liage. Pour cela lorsqu'il est soumis à son propre poids, le tissu toile garde cet aspect droit par conséquent le pli formé apparaît tendu avec une largeur très faible et une profondeur remarquable.

Par contre avec les armures sergé et satin, un seul point de liage existe sur chaque fil. Ainsi ces deux tissus se trouvent plus lâche que la toile. La largeur de pli de satin est plus importante que celle de sergé grâce aux flottés qui caractérisent cette armure ce qui donne au satin un aspect souple.

Le drapage fait apparaître, sur la base ronde, trois plis dont la largeur varie en fonction des armures.

### 2.1.4.2. Mesure du coefficient de drapé

Le coefficient de drapé est un indice de flexibilité d'un tissu. Il est mesuré grâce à un drapemètre. La mesure est réalisée comme suit:

L'éprouvette est découpée sous forme des disques de rayon de 30cm.

L'étoffe est déposée sur un disque support et tenue par un autre disque de maintien dans une boîte.

La boîte est ensuite fermée avec un couvercle permettant de laisser passer la lumière juste à partir d'un disque en verre et le reste du couvercle est couvert par de papier noir (voir Fig.2.21).

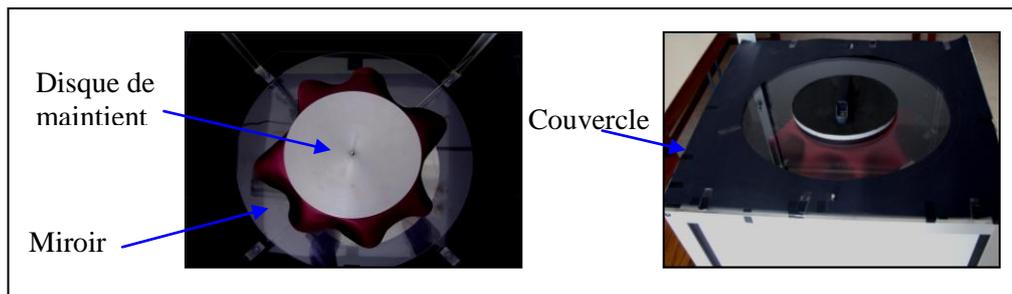


Figure 2.21: Dépôt de tissu.

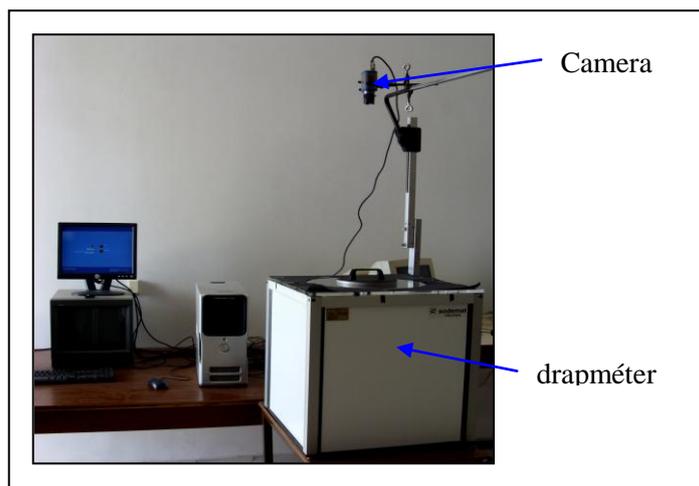


Figure 2.22: Essai de drapage.

Une camera d'acquisition est placée au dessus permettant de capter l'ombre des plis réfléchis sur le miroir (voir Fig.2.22). Les photos acquises pour les trois tissus sont présentées par la figure 2.23.

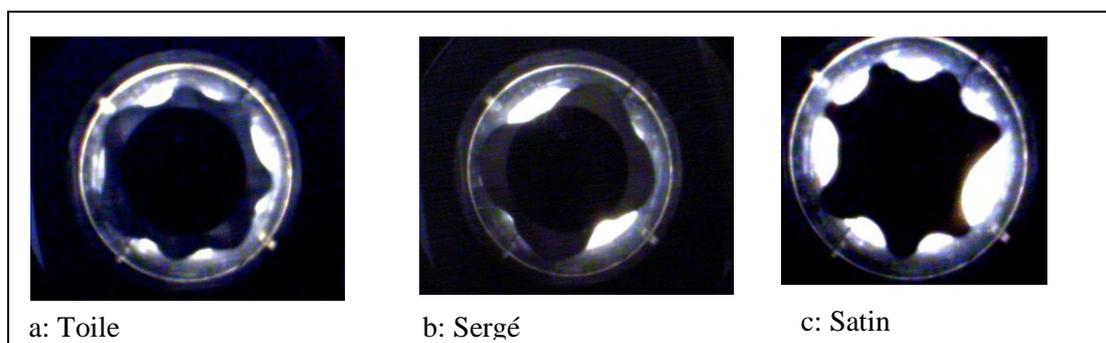


Figure 2.23: Photos de drapé.

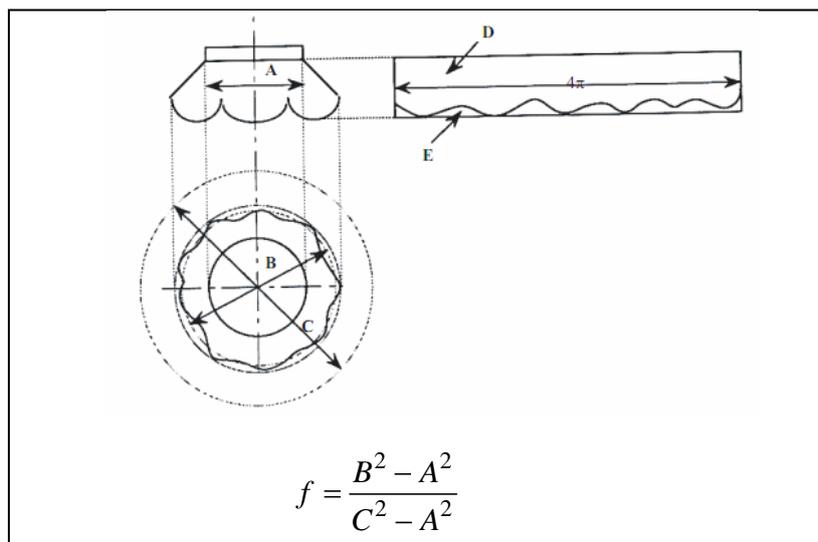


Figure 2.24: Principe de mesure de coefficient de drapé [NFG09].

Suivant la norme [NFG09], 16 mesures sont prises des photos. Les coefficients de drapé sont calculés selon la formule présentée dans la figure 2.24 et regroupés dans le tableau 2.6 :

Tableau 2.6: Coefficients de drapé  $f$ .

Tissu	Toile	Sergé	Satin
$f$	0.169	0.133	0.111

D'après les valeurs de  $f$ , le satin est le plus flexible alors que la toile est la plus raide. Cela est dû à la particularité des trois armures. En effet, une observation microscopique des tissus (voir Fig.2.25), montre que la toile comporte beaucoup plus des points de liage par rapport aux autres tissus. D'autre part, les flottés de satin sont plus longs que ceux de sergé ce qui lui confère un aspect plus lâche.

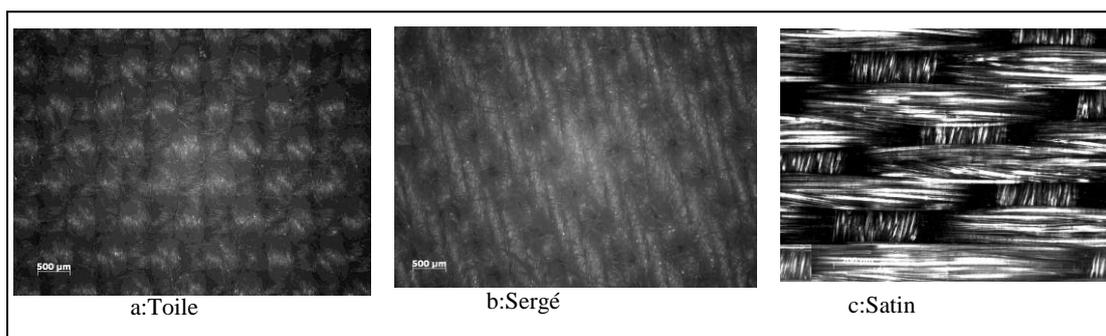


Figure 2.25: Vue microscopique des tissus.

## 2.2. Analyse de champ de déformation en cisaillement

Cette partie est consacrée à l'analyse expérimentale, à travers la technique de mesure de champs par corrélation d'images, du champ de déformation généré dans les essais de bias extension et de picture frame. L'objectif principal étant la confrontation des mesures avec les hypothèses classiques utilisées pour interpréter ces essais :

- Etat de déformation en cisaillement pur, donc pas de déformation des fils.

- Homogénéité du champ de déformation (dans toute la structure pour l'essai de picture frame et par zone dans l'essai de bias extension).

## 2.2.1. Corrélation d'image

### 2.2.1.1. Corrélation d'image bidimensionnelle (2D)

#### a. Principe

Pour démarrer la corrélation, l'opérateur doit choisir une zone d'étude sur l'image qui sera discrétisée en un ensemble des carré des pixels appelés patterns, il doit choisir la taille de patterns (entre 6 à 32 pixels) et la distance entre des centres des patterns adjacents (ente 6 et 20 pixels). Le choix de taille de patterns et le pas de grille dépendent de motifs déposés et de la densité des points mesurés. La corrélation est basée sur les niveaux de gris qui sont interpolés, soit par une fonction bilinéaire, soit par spline cubique [CLE01].

La méthode de corrélation est basée sur la recherche des champs des déplacements homogènes bilinéaires de chacun des patterns de la zone d'intérêt. Soit un pattern de 2 pixels x 2 pixels subissant un déplacement. Son état initial  $m_1$  est présenté par « pattern gauche » et son état déformé  $m_2$  est présenté par « pattern droit » (voir Fig.2.26) et son champ de déplacement est défini par Eq. (2.1):

$$\begin{cases} DU(u_1, v_1) = a_u \cdot u_1 + b_u \cdot v_1 + c_u \cdot u_1 \cdot v_1 + d_u \\ DV(u_1, v_1) = a_v \cdot u_1 + b_v \cdot v_1 + c_v \cdot u_1 \cdot v_1 + d_v \end{cases} \quad (2.1)$$

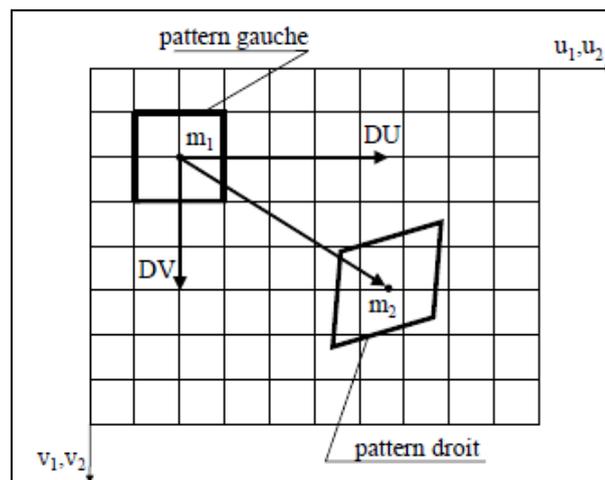


Figure 2.26: Evolution d'un pattern entre les images gauche et droite [CLE01].

Soient  $f_1(u_1, v_1)$  et  $f_2(u_2, v_2)$  les fonctions discrètes représentent respectivement les niveaux de gris dans l'image de référence et la déformée. Si les images ont les mêmes conditions d'éclairage, on utilise un coefficient de corrélation au moindre carrée (voir Eq.(2.2))

$$C = \int_S (f_1(u_1, v_1) - f_2(u_2, v_2))^2 \cdot du_1 \cdot dv_1 \quad (2.2)$$

Où S représente la surface du pattern.

Par contre si les images ne sont pas prises dans les mêmes conditions ni par la même camera, on utilise un coefficient de corrélation croisé (voir Eq. (2.3)).

$$C = \frac{\int_s f_1(u_1, v_1) \cdot f_2(u_2, v_2) \cdot du_1 \cdot dv_1}{\sqrt{\int_s f_1(u_1, v_1)^2 \cdot du_1 \cdot dv_1 \cdot \int_s f_2(u_2, v_2)^2 \cdot du_1 \cdot dv_1}} \quad (2.3)$$

Selon le choix de l'utilisateur, le coefficient présenté par Eq. (2.2) ou Eq. (2.3) est minimisé pour chercher le champ de déplacement de pattern [SCH00], [SUT09].

### b. Equipement

Pour effectuer une mesure sur la totalité de l'éprouvette, nous avons utilisé une camera numérique Hamamatsu C4742-95 avec une carte d'acquisition ICPIC et un objectif de 16mm, permettant avoir des images avec une résolution de 1024 x 1024 pixels. Pour se localiser sur une zone de l'éprouvette, un objectif télécentrique est monté sur la camera. L'ensemble est placé ensuite sur platine micrométrique qui permet la synchronisation du déplacement de la camera avec le déplacement de la zone centrale au cours de l'essai (voir Fig.2.27).

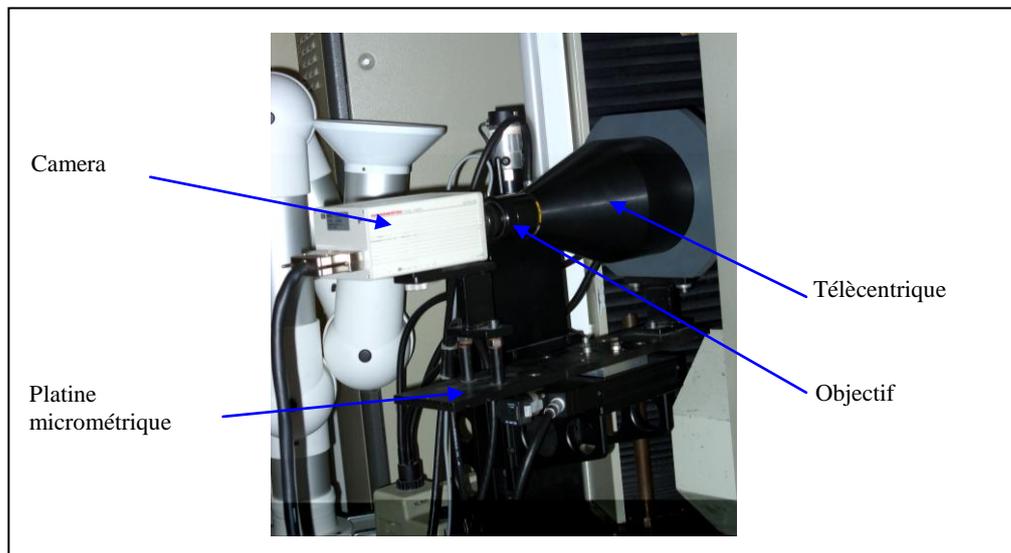


Figure 2.27: Equipement pour la corrélation 2D.

### 2.2.1.2. Corrélation d'image Tridimensionnelle (3D)

#### a. Principe

La corrélation tridimensionnelle (3D) est réalisée à l'aide d'un système stéréoscopique. Le montage est un ensemble de 2 cameras indépendantes. Avant de commencer l'essai, il faut calibrer le système. Ce calibrage consiste à déterminer les paramètres de la fonction reliant les coordonnées en 3D des points de l'espace et les coordonnées en 2D de ces points projetés sur les deux plans d'images.

Clerc [CLE01] annonce le problème de calibrage ainsi: étant donné un ensemble de Nb points de contrôle des coordonnées en 3D connus  $\{X_i, Y_i, Z_i\}_{i=1..Nb \text{ Point}}$  appartenant à une mire (voir Fig.2.28), il faut déterminer les paramètres de la fonction de projection associée au capteur pour que leur projection corresponde au mieux aux mêmes points extraits des images

$\{u_i, v_i\}_{i=1..NbPoint}$ . Les points de contrôle peuvent être des points, des coins, des intersections des droites, des cercles...

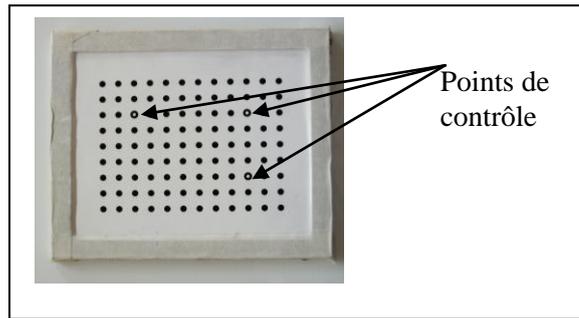


Figure 2.28: Mire de calibration.

### b. Equipement

Le système stéréoscopique utilisé est formé par deux cameras LIMESS avec deux objectifs de 50mm et un système d'éclairage présentés par la figure 2.29. La résolution d'image est de l'ordre 2045 pixels x 2045 pixels. Pour le calibration nous avons utilisé la mire 9.02mm

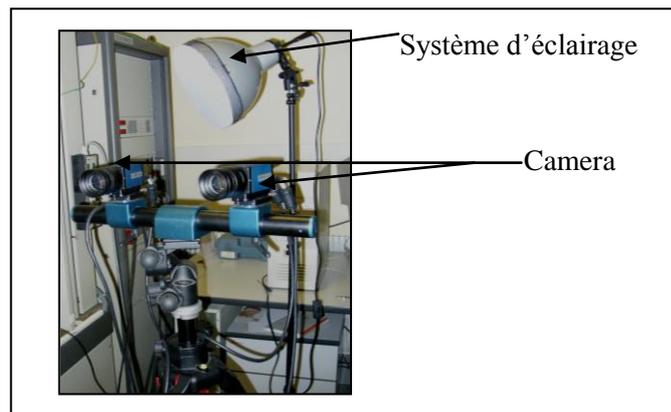


Figure 2.29: Système stéréoscopique.

### **2.2.2. Bias extension test**

Les essais de bias extension sont réalisés sur des éprouvettes rectangulaires de 150mm de longueur et 50 mm de largeur (un rapport de longueur / largeur  $=\lambda=3$ ). Les fils de chaîne et de trame sont orientés à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de l'éprouvette.

Pour réussir la corrélation, les éprouvettes de toile et de sergé sont pulvérisées avec de l'encre de chine alors que les éprouvettes de satin sont mouchetées avec de la poudre blanche à cause de la brillance du tissu. Ce mouchage permet d'augmenter la répartition aléatoire de niveau de gris des photos acquises. Les tests sont effectués sur une machine de traction (voir Fig.2.30) avec une vitesse de 10mm/min synchronisée avec une camera d'acquisition à une vitesse de 5 photos/seconde (voir Fig.2.31).

Les corrélations en 2 D et en 3D sont effectuées respectivement sous Icasoft et Vic 3D.

Cinq essais sont réalisés sur chaque tissu. Les coefficients de variation des courbes force-angle de cisaillement de toile, sergé et satin sont respectivement de l'ordre de 7.77%, 7.10% et 43.35%.

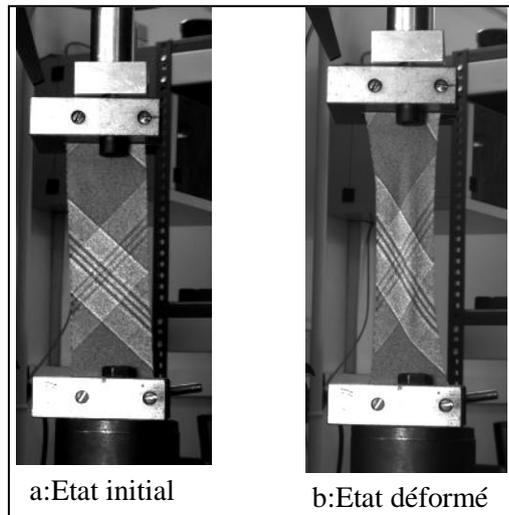


Figure 2.30: Bias extension test sur la toile.

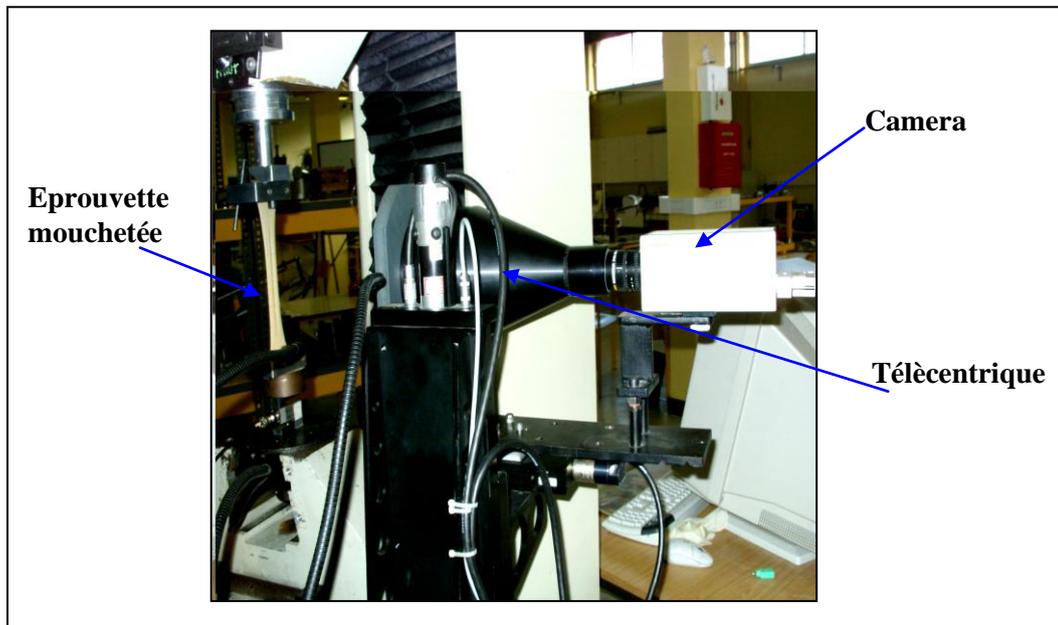
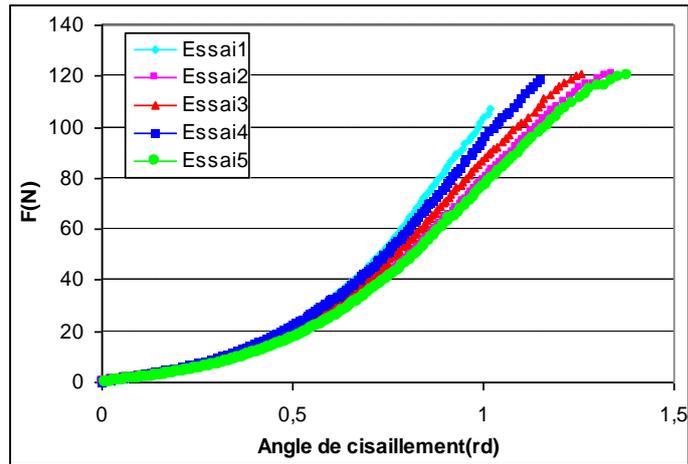
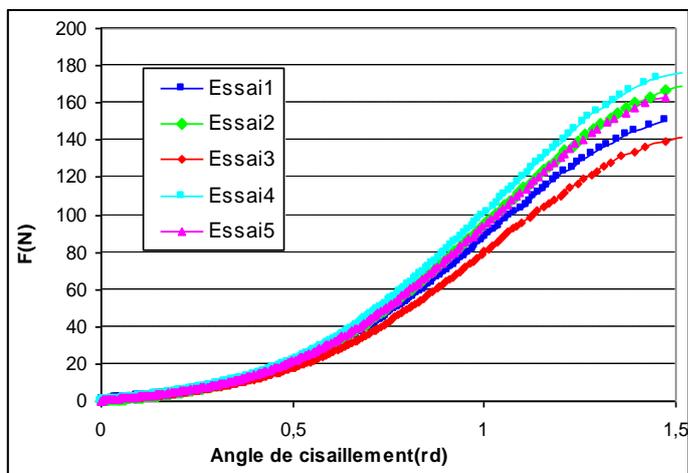


Figure 2.31: Bias extension test et équipement optique.

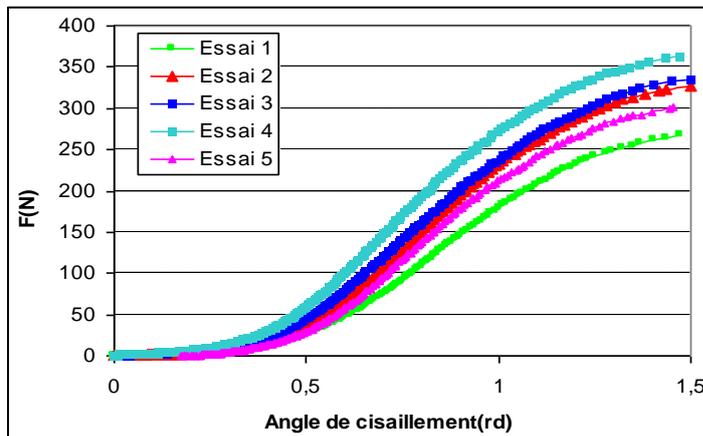
Les courbes présentées dans la figure 2.32 montrent une bonne répétitivité de test pour des faibles angles de cisaillement. Ensuite la dispersion est devenue plus importante. Contrairement aux renforts tissés, le bias extension test sur les tissus d'habillement donne naissance aux plis qui apparaissent à partir d'un angle critique dit l'angle de blocage de cisaillement [DOM05], [DOM08]. L'instabilité et l'hétérogénéité de structure peuvent expliquer la dispersion observée vers la fin de l'essai sur le même tissu. Cette dispersion s'accroît en allant de la toile vers le satin. Pour analyser ce test, nous avons utilisé la courbe reproductible de chaque série des essais (Essai 2 pour les trois séries).



a :Toile



b : Sergé



c : Satin

Figure 2.32: Répétitivité de bias extension test.

### 2.2.2.1. Réponse globale en bias extension test

On désigne par « réponse globale », la courbe force-déplacement donnée par les capteurs de la machine de traction. Les courbes des réponses globales (Essai 2 de chaque série d'essai) en bias extension test (BE) sont présentées par la figure 2.33.

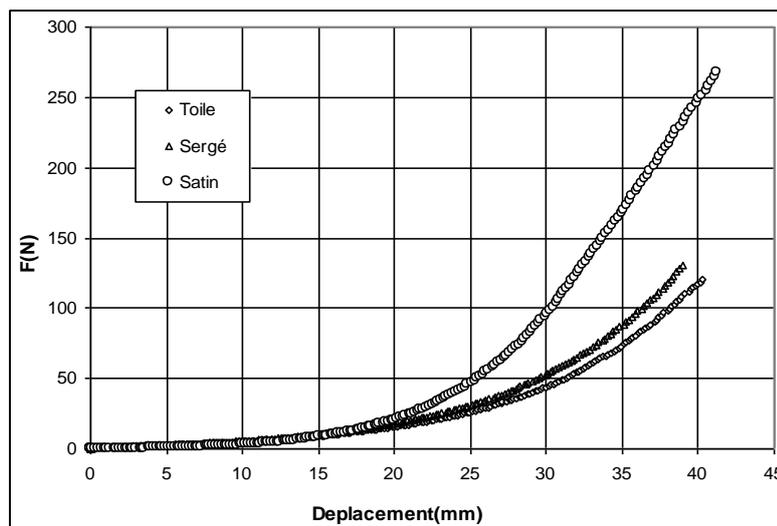


Figure 2.33: Réponse globale de cisaillement en bias extension test.

On observe que les réponses des trois tissus possèdent la même allure. La résistance des tissus augmente progressivement en fonction du déplacement. Au cours de cet essai, les plis ne tardent pas longtemps pour apparaître au milieu de l'éprouvette.

La figure 2.34 présente un zoom du début des courbes de la figure 2.33. Contrairement à ce qui était observé vers la fin des courbes dans la figure 2.33, au début de l'essai le satin est le moins rigide.

En effet, au début du test, la déformation est due à la rotation des fils autour des points de liage du tissu, la résistance au cisaillement est alors due principalement au frottement entre les fils. Comme le coefficient de frottement des fils de coton ( $\approx 0.6$ ) [INT03] est plus important que celui des mèches de polyester ( $\approx 0.3$ ) [HAS07], la résistance au cisaillement du tissu de satin est moins importante que celles de toile et de sergé.

Après avoir atteint l'angle critique, les vides entre les fils se comblerent et les fils se mettent en contact en donnant naissance aux plis.

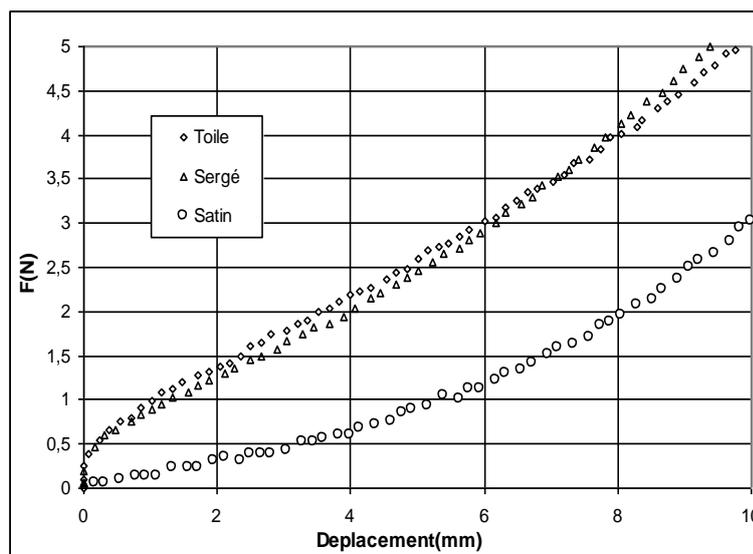


Figure 2.34: Réponse globale de cisaillement en bias extension test pour des faibles sollicitations.

### 2.2.2.2. Validité de la valeur moyenne optique

La figure 2.35 présente les iso valeurs de l'angle  $\theta^\circ$  entre les fils. On peut distinguer trois zones caractéristiques de l'essai.

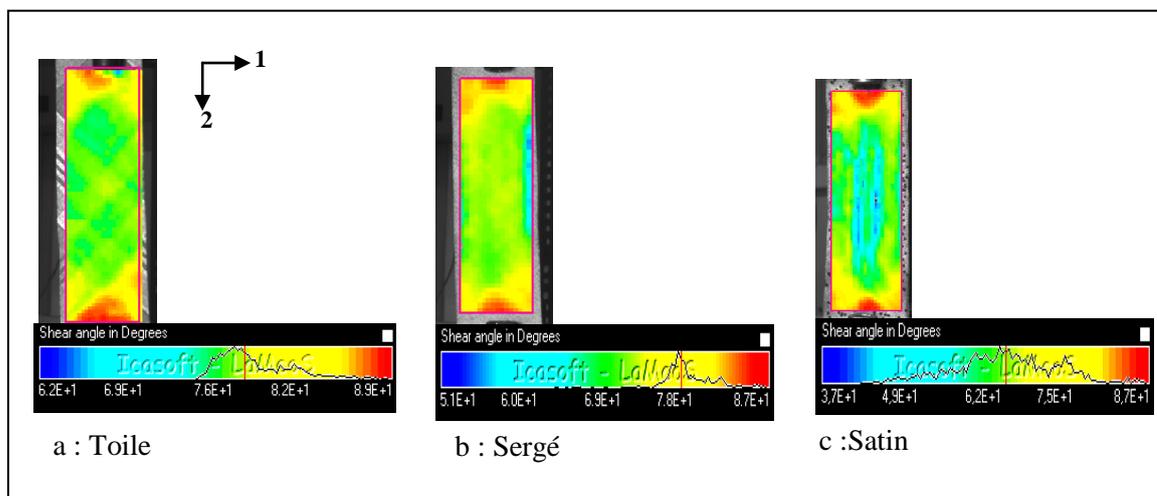


Figure 2.35: Contour des isovaleurs de  $\theta^\circ$  en bias extension test.

Avant d'exploiter les résultats de la corrélation, nous avons examiné la répétitivité des valeurs mesurées par la corrélation dans la même zone d'intérêt et sur différentes zones d'étude. Pour cela nous avons choisi 5 photos acquises pendant le bias extension test sur la toile entre lesquelles nous avons effectué deux corrélations sur deux zones d'étude différentes et nous avons relevé des valeurs de l'angle de cisaillement sur une même zone d'intérêt (un trait horizontal au centre de l'éprouvette). Les résultats sont présentés par la figure 2.36. On constate que les valeurs de l'angle de cisaillement issues des deux corrélations sont identiques sur les trois premières photos, par contre un petit décalage subsiste sur la dernière photo. En effet, la dernière photo (photo 80) est prise au moment de l'apparition des plis autrement dit un mouvement hors plan a perturbé les résultats de la corrélation.

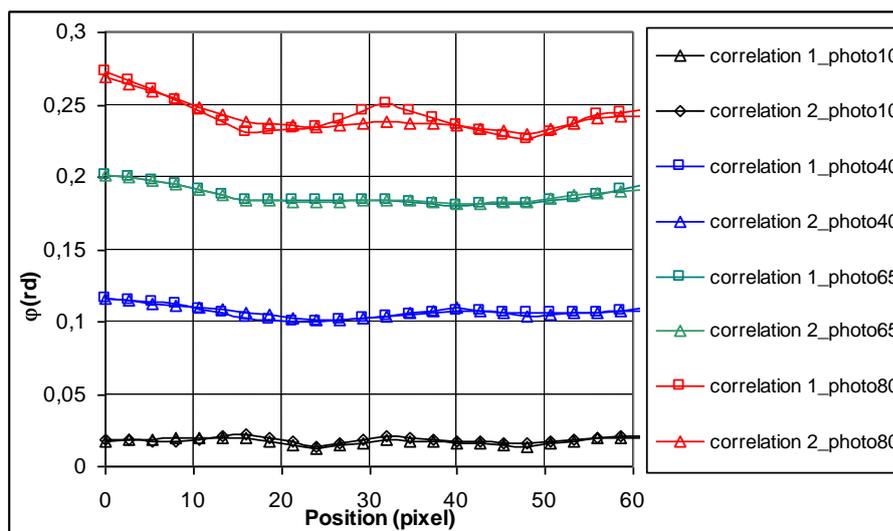


Figure 2.36: Comparaison entre les valeurs d'angle de cisaillement de 2 corrélations.

D'autre part, pour déterminer l'angle de cisaillement dans la zone centrale de l'éprouvette, nous avons besoin de calculer la moyenne des angles issus de la corrélation sur toute une région. Pour cela il fallait vérifier la notion de la valeur moyenne sur différentes zones d'étude

dans la partie centrale de l'éprouvette. Nous avons déterminé les valeurs des angles de cisaillement dans trois régions différentes de l'éprouvette de sergé et nous avons comparé les résultats avec l'angle de cisaillement théorique calculé à partir de Eq. (1.4). Les résultats sont illustrés dans la figure 2.37. En premier temps, on remarque que la notion de la valeur moyenne de l'angle de cisaillement mesuré est bien vérifiée dans les trois zones. En second temps, on constate qu'il y a une bonne concordance entre la valeur analytique et la valeur mesurée de l'angle de cisaillement pour des faibles déplacements. En dépassant 2,5mm, un décalage entre les deux valeurs s'accroît en augmentant le déplacement et les valeurs moyennes ne sont plus les mêmes.

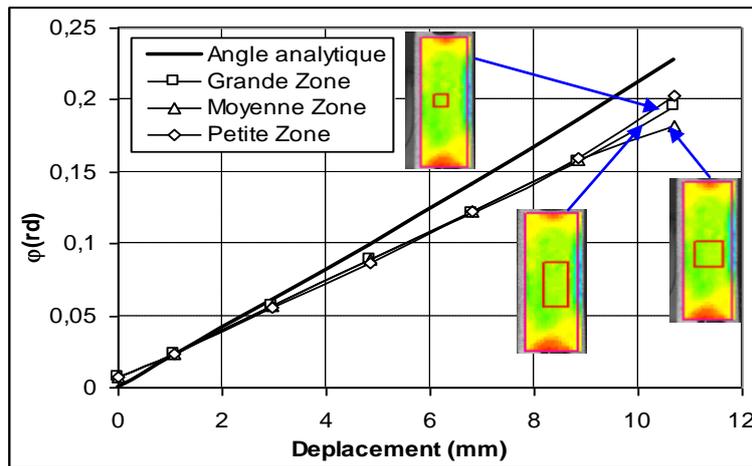


Figure 2.37: Comparaison entre les valeurs d'angle dans 3 zones.

### 2.2.2.3. Réponse locale en bias extension test

On désigne par «réponse locale», la courbe de force en fonction de l'angle de cisaillement moyenne mesuré par la corrélation. En mesurant la valeur moyenne des angles de cisaillement dans les zones centrales des tissus, nous avons tracé les courbes de cisaillement présentées par la figure 2.38. A cause du mouvement hors plan, Icasoft n'a pas pu corréler pour des grands déplacements. La mesure a montré que le satin possède la plus faible rigidité au cisaillement et le plus petit angle critique. Alors que la toile et le sergé ont des rigidités très proches et les plis apparaissent un peu en retard par rapport au satin.

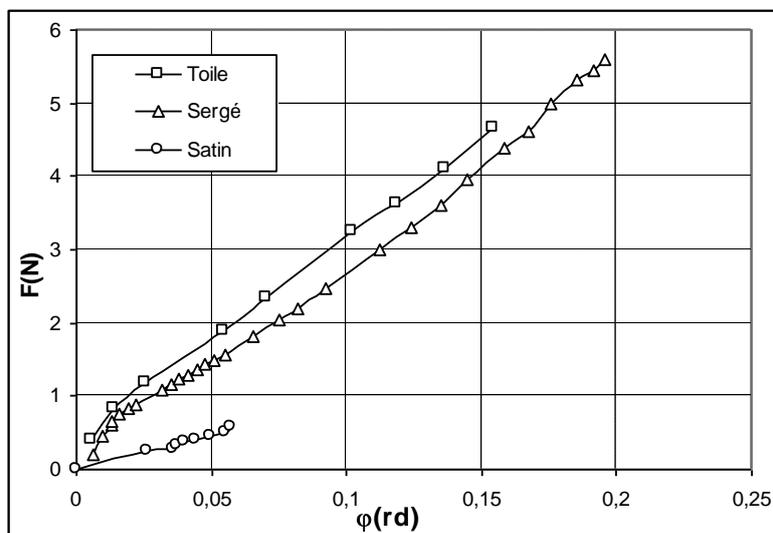


Figure 2.38: Réponse locale de cisaillement en bias extension test.

La figure 2.39 illustre un décalage qui augmente avec le déplacement entre les valeurs mesurées et théoriques de l'angle de cisaillement. Cela prouve que le cisaillement en biais extension test ne respecte pas parfaitement l'hypothèse PJN. En effet, les trois tissus subissent un cisaillement pur juste au début de l'essai jusqu'à un angle de blocage.

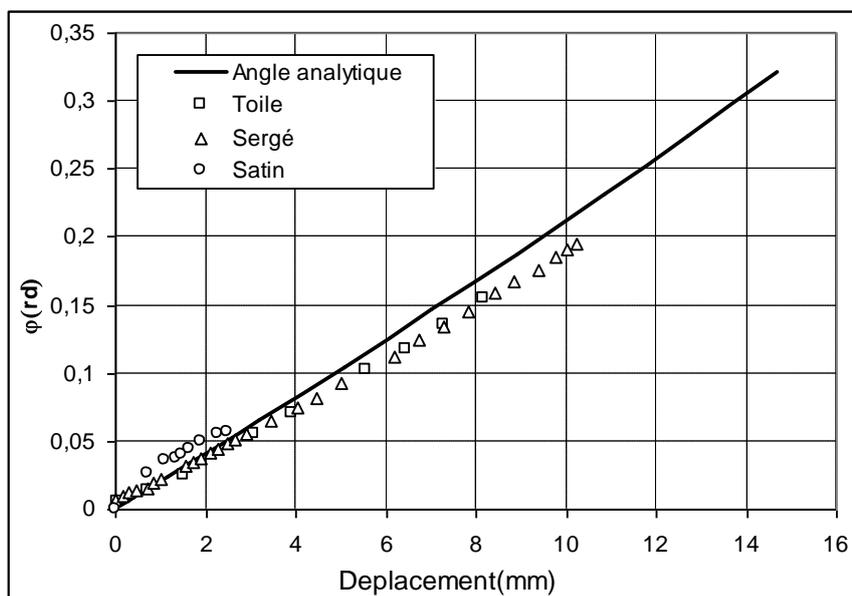


Figure 2.39: Comparaison entre les valeurs mesurées et théoriques de l'angle de cisaillement.

#### 2.2.2.4. Angle critique de cisaillement et la forme des plis

A l'aide de corrélation tridimensionnelle sous VIC 3D, on a pu déterminer l'angle limite de cisaillement pour les trois tissus par la détection du début de mouvement hors plan déclenchant le pli (voir Fig.2.40). Les angles limite de cisaillement dit aussi les angles critiques ou angles de blocage  $\phi_c$  pour les trois tissus sont présentés dans le tableau 2.7.

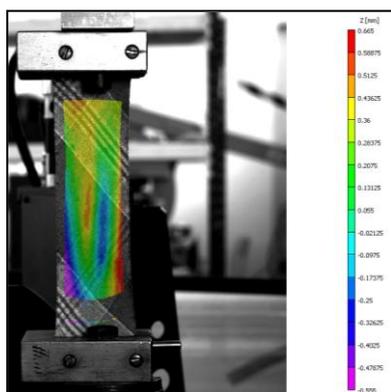


Tableau 2.7: Angle critique de cisaillement en biais extension .

Tissu	Angle critique $\phi_c$ (rd)
Toile	0.26
Sergé	0.24
Satin	0.04

Figure 2.40: Début d'apparition plis sur la toile.

On remarque que l'angle critique de la toile (0.26 rd) est légèrement plus important que celui du sergé (0.24 rd) alors que celui du satin est beaucoup plus faible (0.04 rd). Puisque le satin est le plus dense, la rotation des fils ne peut pas atteindre un angle très important, ce qui fait que le blocage de cisaillement a eu lieu en avance par rapport à la toile et le sergé.

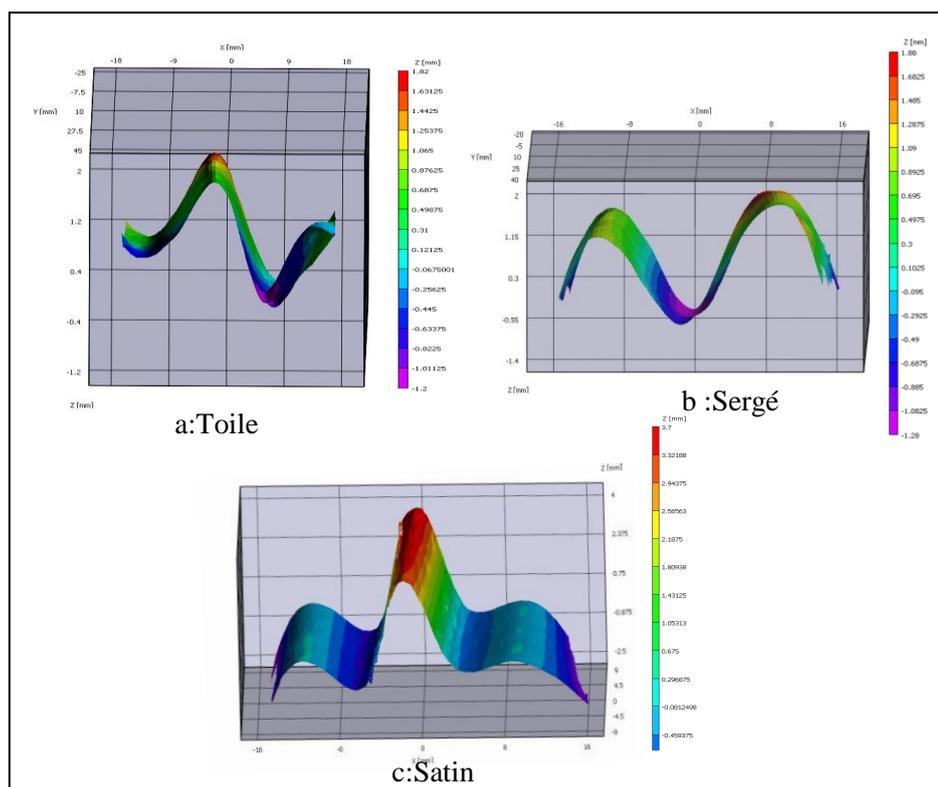


Figure 2.41: Forme des plis.

Les formes et le nombre des plis varient d'un tissu à l'autre. La figure 2.41 illustre les profils des plis apparus sur la toile (voir Fig. 2.41a) et le sergé (voir Fig.2.41b) à un déplacement de 26mm et celui sur le satin (voir Fig.2.41c) à 13mm de déplacement. Sur l'éprouvette de toile, apparaissent 2 plis, sur le sergé 3 plis et sur satin 5 plis. D'autre part, la forme des plis dans la toile se caractérise par des bords plus ou moins aplatis alors que pour le sergé et le satin, après avoir atteint l'angle de blocage, le tissu commence à s'enrouler sur les bords à cause de l'aspect diagonal de l'armure, accélérant ainsi la formation de plis au centre de l'éprouvette.

En récapitulant, on peut dire que la courbe force-allongement de la réponse en biais extension test se compose de deux parties.

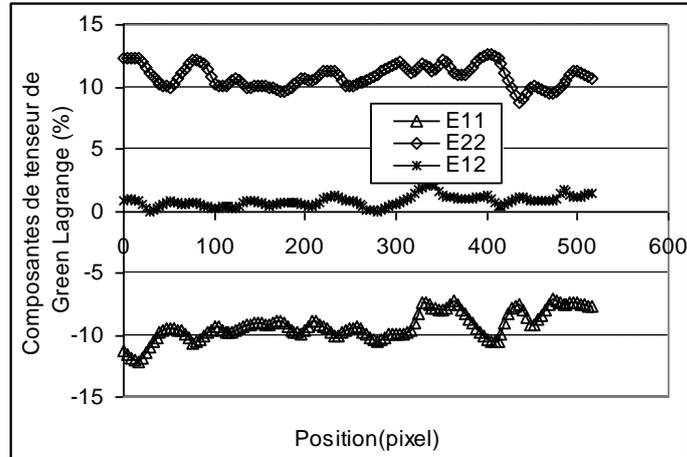
La première est la zone de cisaillement limitée par un angle de blocage. Dans cette partie, seul le frottement entre les fils engendre la rigidité au cisaillement, pour cela, le satin possède une rigidité plus faible que la toile et le sergé. L'angle critique dépend seulement de la contexture du tissu et non pas de coefficient de frottement. Ce résultat est vérifié récemment dans le travail Naujokaityte [NAU08].

La deuxième partie de la courbe présente la zone d'apparition des plis. Cette partie est caractérisée par une rigidité plus importante. Il n'y a plus de cisaillement mais plutôt de la compression latérale.

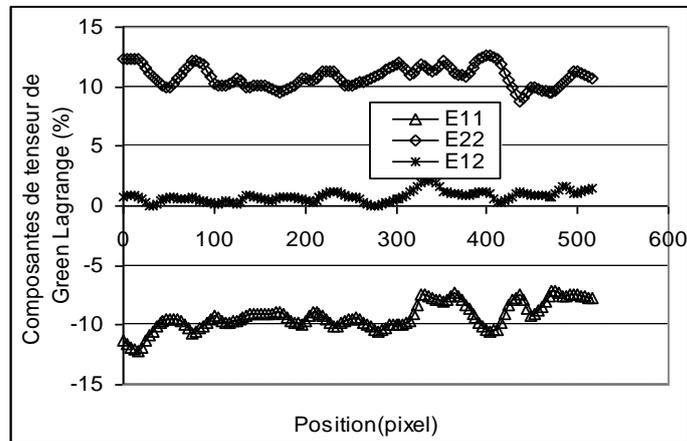
#### 2.2.2.5. Homogénéité de déformation en biais extension test

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à étudier l'homogénéité de déformation dans la zone centrale de tissu avant l'apparition des plis.

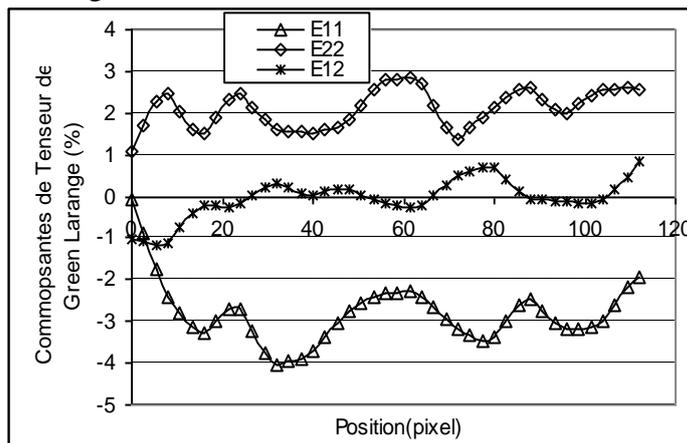
La figure 2.42, montre l'évolution des composantes du tenseur des déformations de Green Lagrange, dans le repère d'Icasoft, sur une ligne horizontale au centre de l'éprouvette à un déplacement de 12 mm sur la toile, 8 mm sur le sergé et 2 mm sur le satin.



a:Toile



b:Sergé



c :Satin

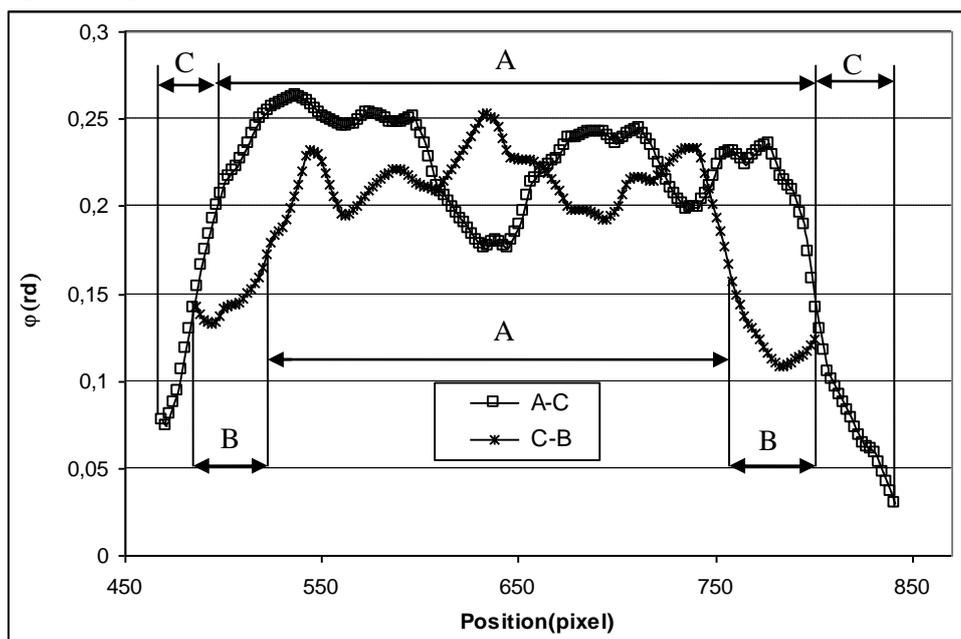
Figure 2.42: Evolution de déformation de Green Lagrange.

D'après le tableau 2.8, on remarque que pour les trois tissus, malgré une forte dispersion, la composante  $E_{12}$  est très faible alors que  $E_{11}$  et  $E_{22}$  ont des valeurs opposées ce que vérifient bien l'interprétation théorique du cisaillement pur (voir chapitre suivant).

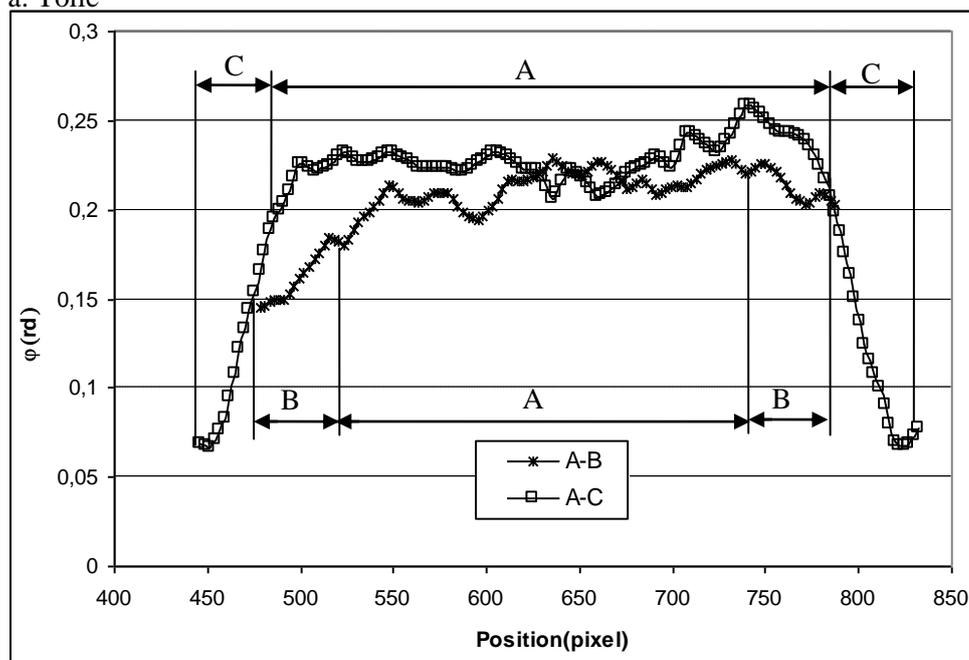
**Tableau 2.8 Composantes de tenseur de Green Lagrange**

Tissu	$E_{11}$		$E_{22}$		$E_{12}$	
	Valeur moyenne(%)	Ecart type(%)	Valeur moyenne(%)	Ecart type(%)	Valeur moyenne(%)	Ecart type(%)
Toile	-9.2	1.14	10	0.88	0.7	0.46
Sergé	-1.7	0.37	1.6	0.25	0.1	0.16
Satin	-2.81	0.74	2.1	0.45	0.04	0.46

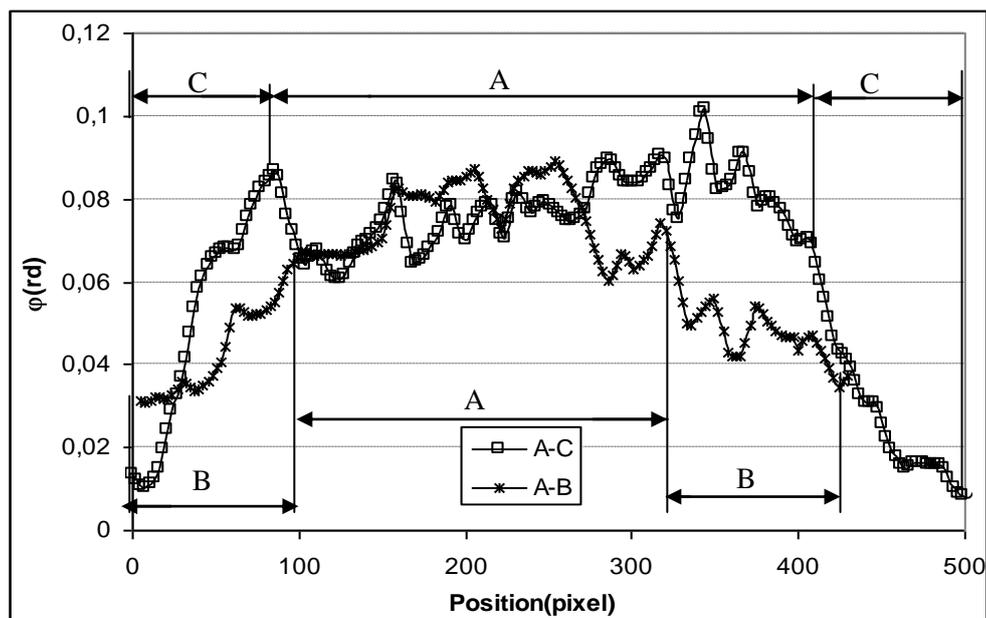
La figure 2.43a et la figure 2.43b présentent l'angle de cisaillement sur l'éprouvette de la toile le long de deux lignes présentées par la figure 2.44, pour un déplacement de 12 mm. Les mêmes mesures sont effectuées sur l'éprouvette de satin, à un déplacement de 1mm et illustrées par la figure 2.43c.



a: Toile



b: Sergé



c: Satin  
 Figure 2.43: Evolution de l'angle de cisaillement entre les 3 zones de l'éprouvette en biais extension test.

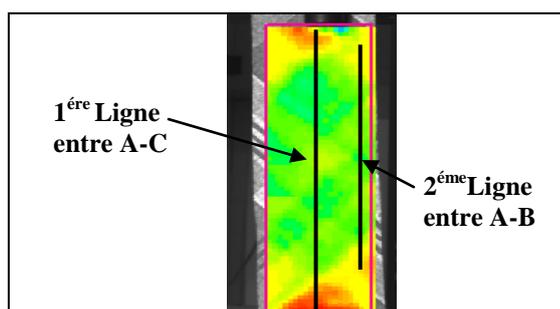


Figure 2.44: lignes de mesure

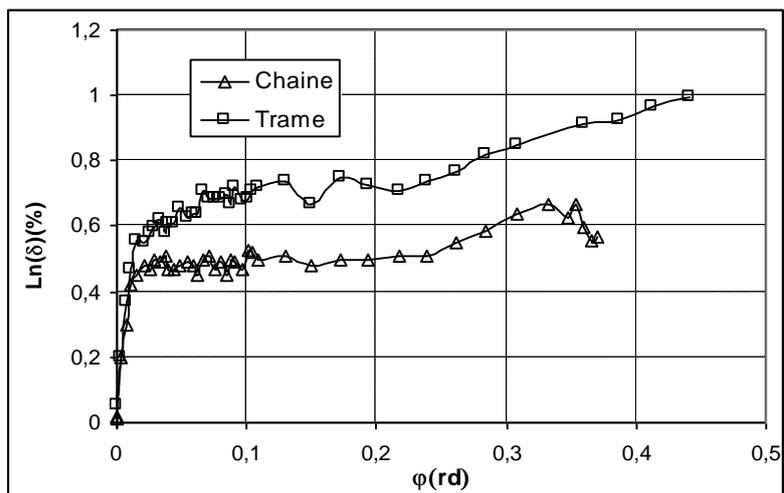
Tableau 2.9: Mesure de l'angle de cisaillement

Tissu	Angle de cisaillement	Ligne 1		Ligne 2	
		A	C	A	B
toile	Valeur moyenne (rd)	0.22	0.06	0.21	0.14
	CV(%)	12.13	43.44	1.95	7.55
Sergé	Valeur moyenne (rd)	0.22	0.10	0.21	0.19
	CV(%)	3.95	37.35	3.95	12.17
Satin	Valeur moyenne (rd)	0.07	0.04	0.07	0.04
	CV(%)	11.53	56.01	11.21	26.24

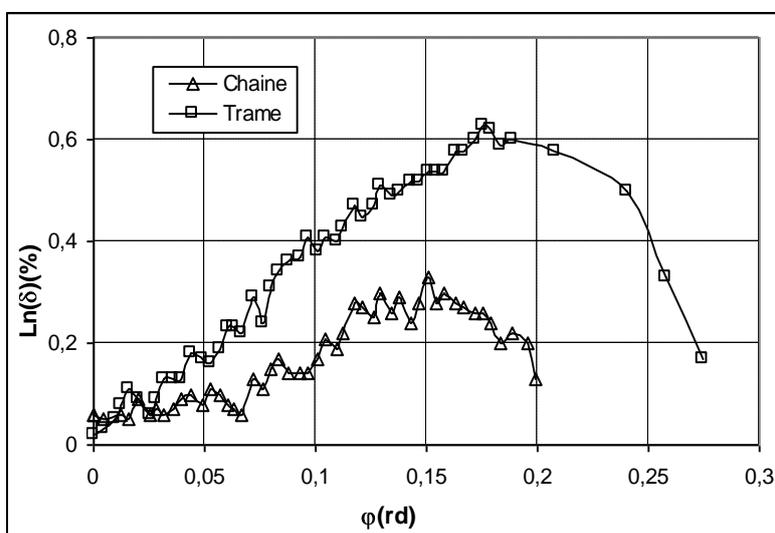
La figure 2.43 montre que l'angle de cisaillement n'est pas homogène dans les différentes zones de tissu.

Le tableau 2.9 montre que l'angle de cisaillement dans la zone B n'est pas exactement la moitié de celui dans la zone A et la zone C est légèrement déformée.

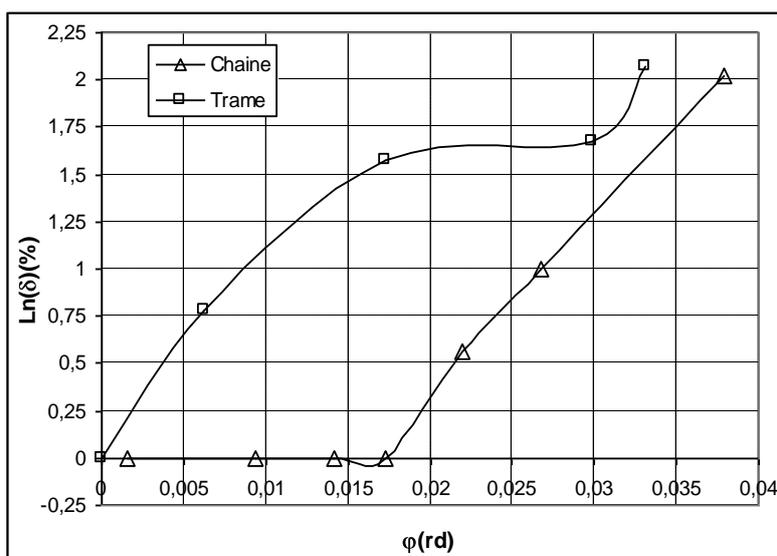
Pour analyser la déformation des fils nous avons utilisé deux jauges dans les deux directions du tissu permettant de déterminer l'élongation  $\delta$  (longueur finale /longueur initiale) au cours de l'essai.



a: Toile



b: Sergé



c: Satin

Figure 2.45: Evolution de la déformation des fils durant le bias extension test.

La figure 2.45 montre que durant le bias extension test les fils subissent une légère élongation jusqu'à un angle bien déterminé partir duquel le tissu se comprime à cause de l'apparition des plis.

### 2.2.3. Picture frame test

Les essais sont réalisés sur deux types de cadres articulés. Les dimensions du premier, réalisé au «laboratoire de Génie Mécanique » (LGM), sont représentées dans la figure 2.46. Les dimensions de second réalisé au laboratoire de Mécanique de contact et des structures (LaMCoS) sont présentées dans la figure 2.47.

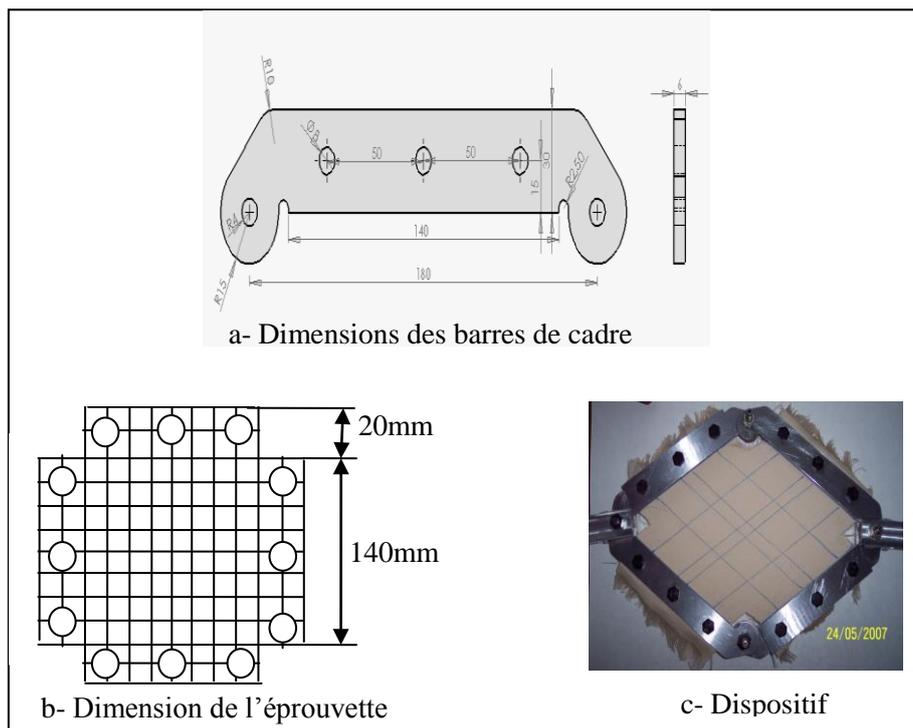


Figure 2.46: Picture frame-LGM.

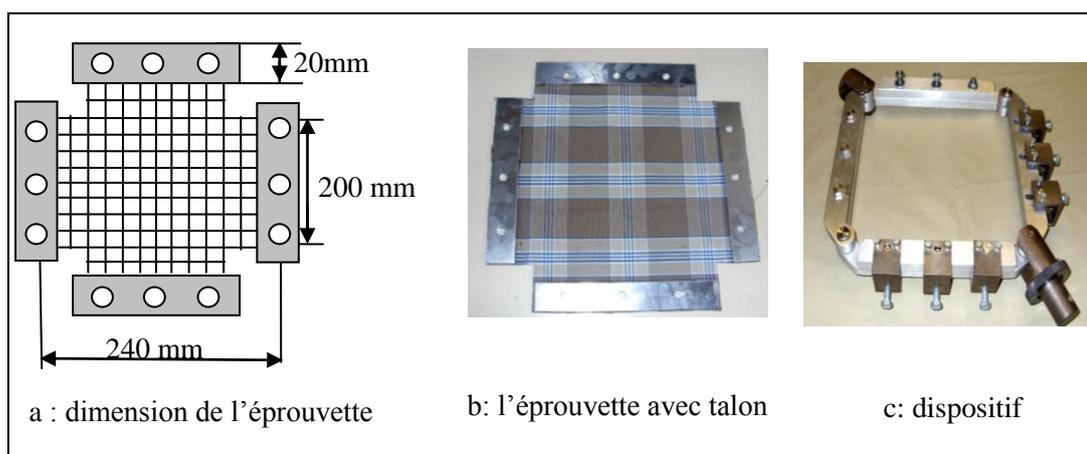


Figure 2.47: Picture frame-LaMCoS.

Sur le picture frame de LGM, on a testé des éprouvettes en croix des dimensions 140 mm x 140 mm, trouées aux extrémités (voir Fig.2.46b) pour les fixer directement entre les barres de cadre (voir Fig.2.46c).

Le même test a été réalisé sur le cadre du LaMCoS. Le dispositif mesure 240mm x 240mm équipé par des tendeurs en U permettant d'exercer une prétenion grâce aux vis de serrage (voir Fig.2.47c). L'éprouvette est découpée selon les dimensions présentées par la figure 2.47a et renforcée par des talons en aluminium (voir Fig.2.47b). Les tests réalisés sur le picture frame du LaMCoS sont traités avec la corrélation d'image en 2D. Le dispositif est monté sur une machine de traction avec un capteur de force de 5kN (voir Fig.2.48). L'essai est effectué à une vitesse de déplacement 10mm/min. Au cours des tests, on remarque qu'à partir d'une certaine valeur de déplacement, des plis commencent à apparaître sur les étoffes (voir Fig.2.49).



Figure 2.48: Essai de picture frame

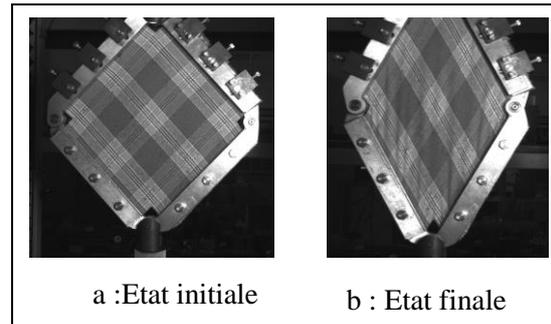
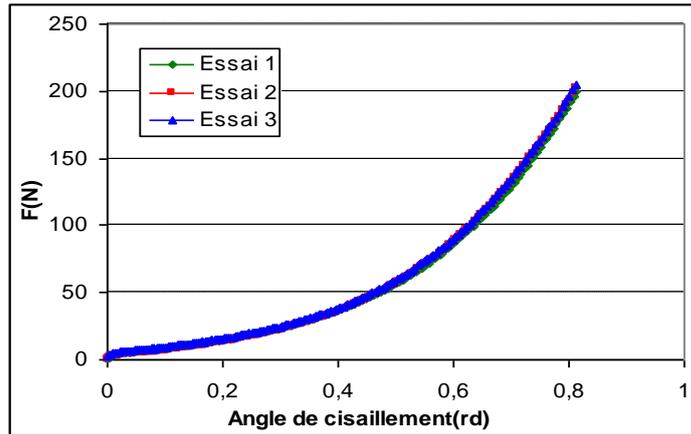


Figure 2.49: Apparition des plis en picture frame test.

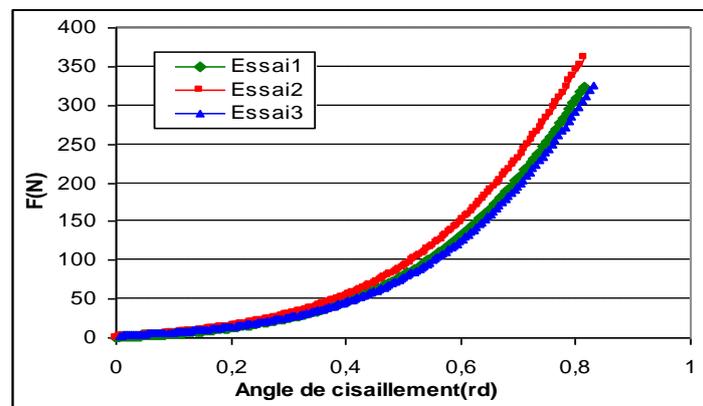
Sur chaque tissu, trois tests sont réalisés avec chaque dispositif. Malgré la difficulté de contrôler les conditions aux limites de l'essai, les figures 2.50 et 2.51 montrent une bonne répétitivité au début de test. On remarque bien que la dispersion des courbes est plus visible vers la fin de l'essai à cause des plis. La dispersion des réponses est évaluée par les coefficients de variation présentés dans les tableaux 2.10.

Tableau 2.10: CV(%) des essais de picture frame.

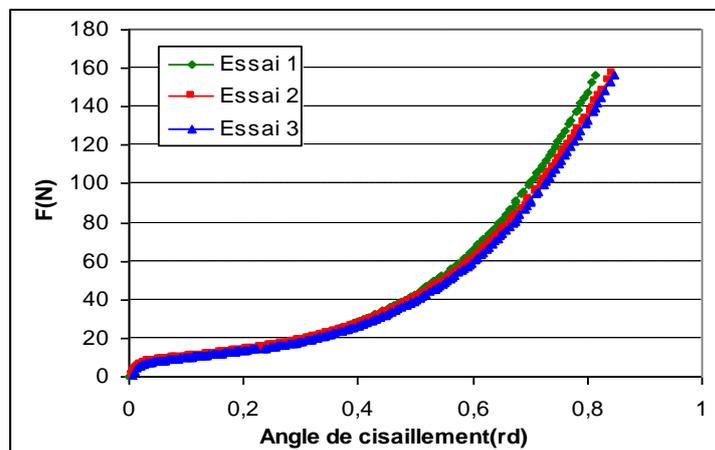
Tissu	PF_laMCoS	PF_LGM
Toile	6.53	9.01
Sergé	15.14	12.83
Satin	14.74	3.47



a : Toile

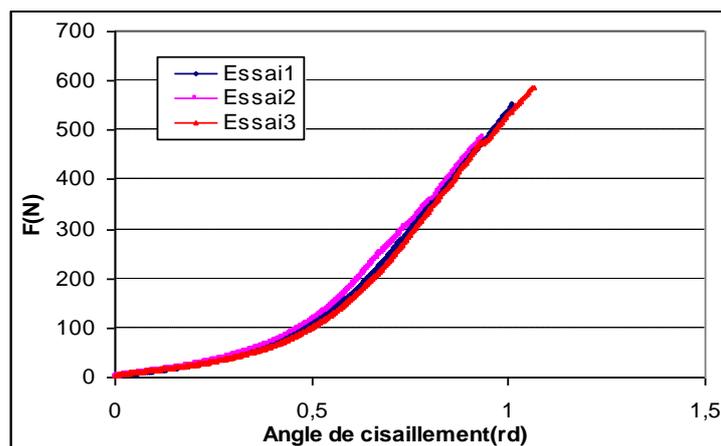


b: Sergé

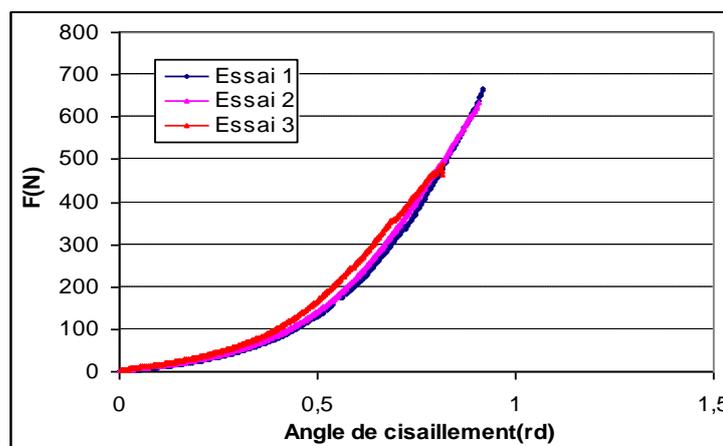


c : Satin

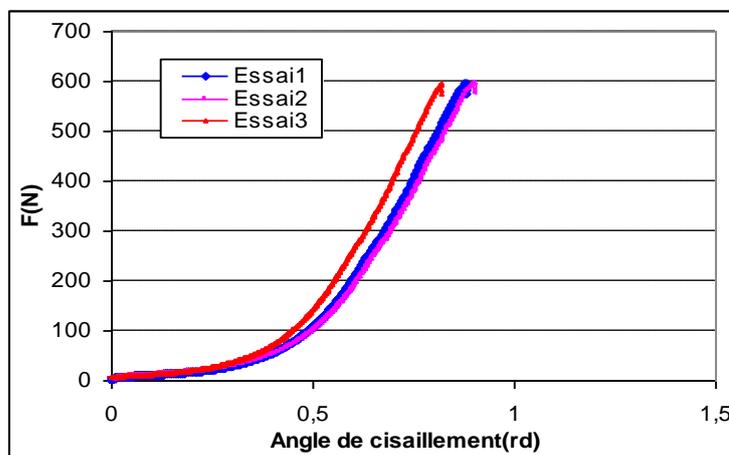
**Figure 2.50: Répétitivité des essais picture frame-LGM.**



a: Toile



b: Sergé



c : Satin

Figure 2.51: Répétitivité des essais de picture frame-LaMCoS.

### 2.2.3.1. Réponse globale en picture frame test

A fin de comparer les réponses en cisaillement sur les deux dispositifs, nous avons appliqué la formule de normalisation proposée par Peng [PEN04] présentée par Eq.(1.6). La figure 2.52 montre une bonne concordance entre les réponses des trois tissus sur les deux dispositifs jusqu'à un angle limite (voir Fig.2.53). En augmentant le déplacement, les courbes des essais réalisés au LaMCoS deviennent plus rigides que ceux réalisés au LGM.

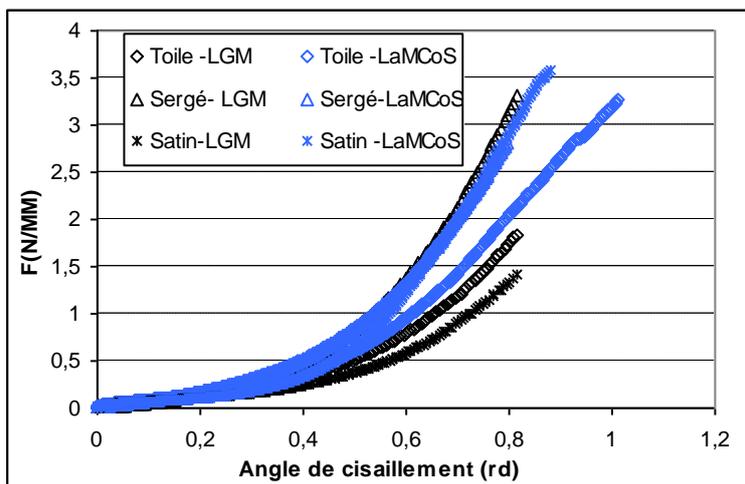


Figure 2.52: Réponse globale de cisaillement en picture frame test.

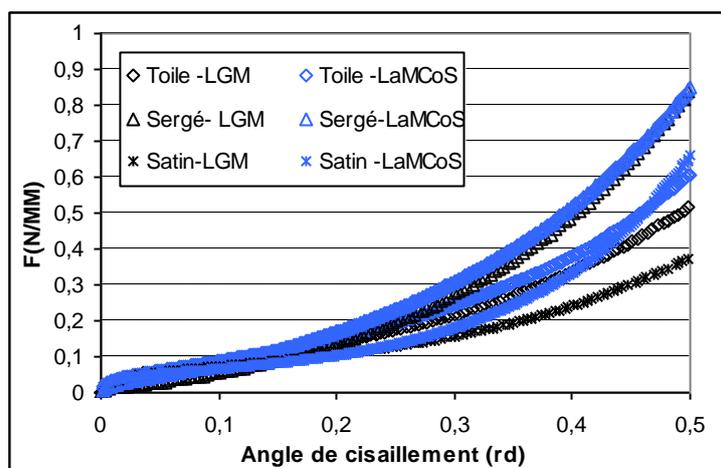


Figure 2.53: Réponse globale de cisaillement en picture frame test aux faibles sollicitations.

### 2.2.3.2. Réponse locale en picture frame test

En comparant la valeur moyenne des angles de cisaillement mesurés sur toute l'éprouvette et la valeur théorique, la figure 2.54 montre que l'angle mesuré par la corrélation d'image coïncide bien avec l'angle calculé par Eq.(1.4). Cela prouve que la rotation des fils est bien menée par la cinématique de cadre.

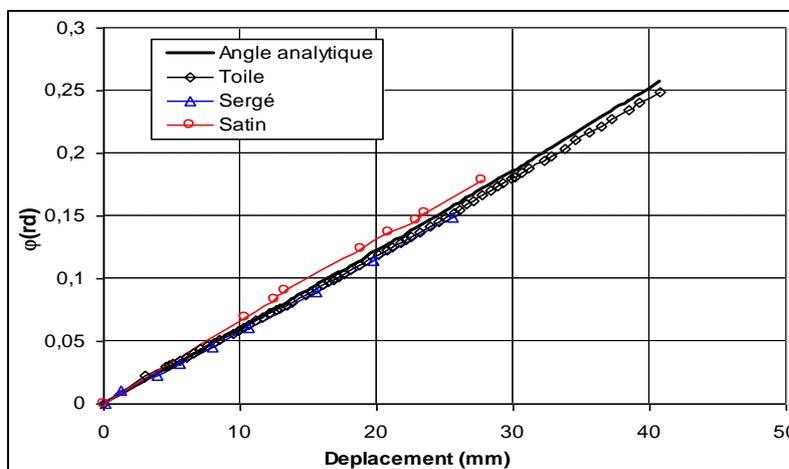


Figure 2.54: Réponse locale de cisaillement en picture frame test.

2.2.3.3. Homogénéité de déformation en picture frame test

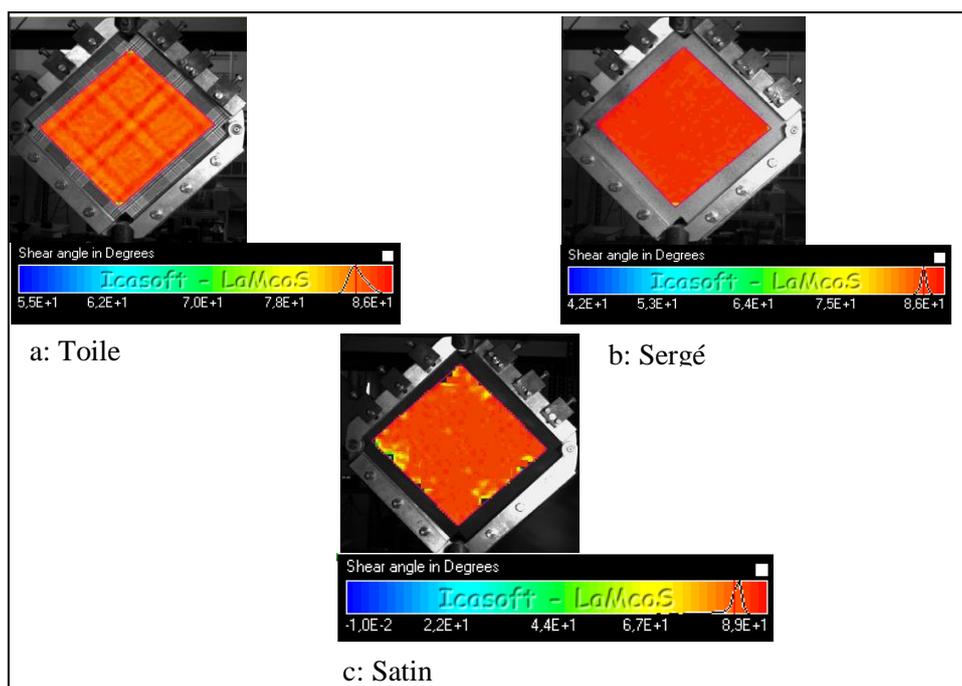


Figure 2.55: Contour des iso valeurs de  $\theta^\circ$  en picture frame test.

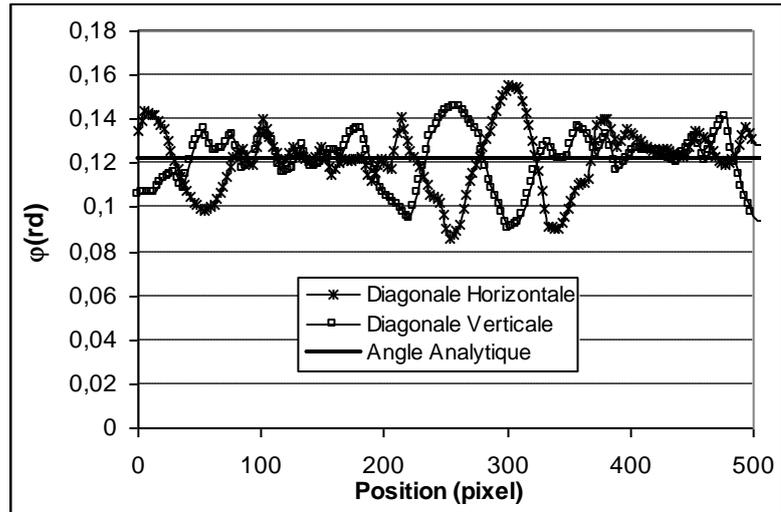
On s'intéresse en premier temps à l'homogénéité de l'angle de cisaillement. La figure 2.55 présente les iso valeurs de l'angle  $\theta^\circ$  entre les fils pour un déplacement de 20mm correspondant à un angle de cisaillement théorique de l'ordre de 0.122 rd.

La figure 2.56 montre l'évolution de l'angle de cisaillement mesuré le long des deux diagonales du cadre pour les trois tissus. La dispersion des angles mesurés est regroupée dans le tableau 2.11

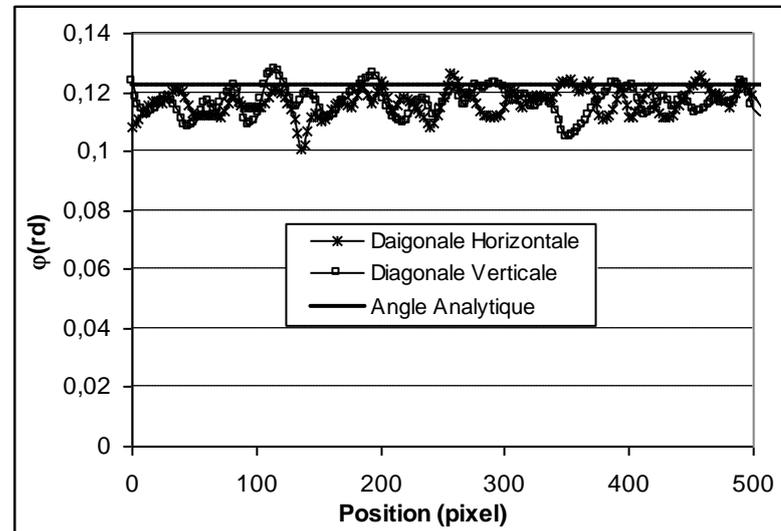
Tableau 2.11: CV(%) des angles de cisaillement mesurés sur les diagonales

Tissu	Diagonale horizontale		Diagonale verticale	
	Valeur moyenne (%)	CV(%)	Valeur moyenne (%)	CV (%)
Toile	0.123	11.7	0.121	10.9
Sergé	0.117	4	0.117	3.7
Satin	0.127	11	0.123	1

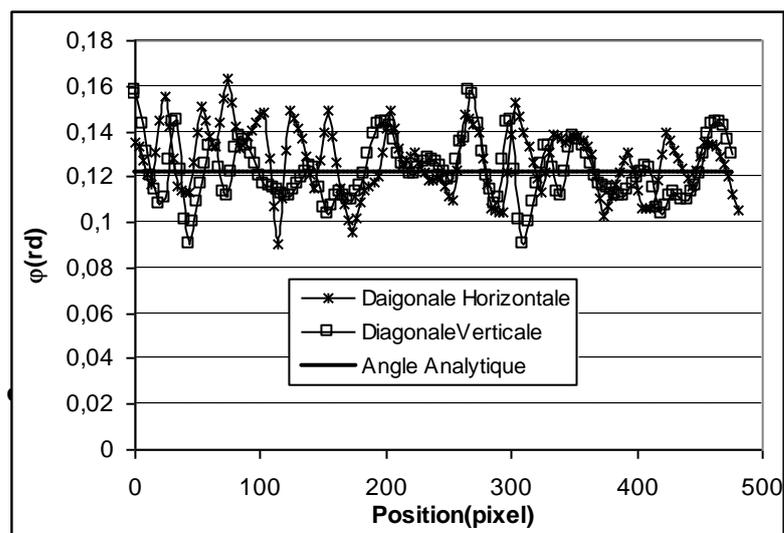
A partir de tableau 2.11, on remarque que la valeur moyenne de l'angle de cisaillement sur les trois tissus est très proche de la valeur théorique prévue. La dispersion des valeurs mesurées est moins importante que celle dans le cas de bias extension test.



a: Toile



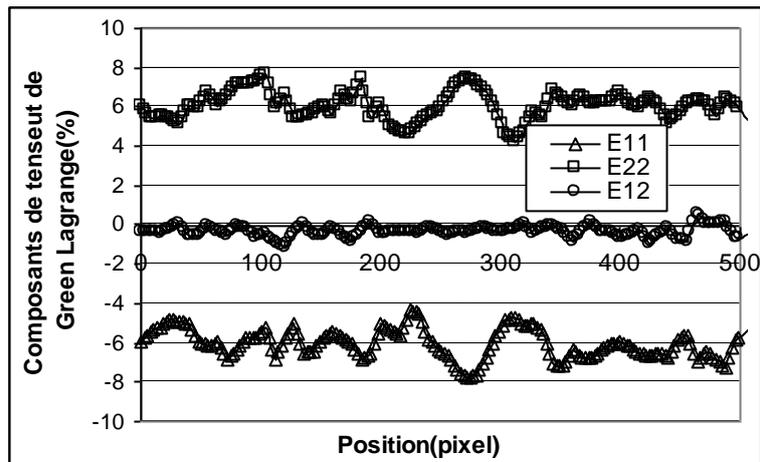
b: Sergé



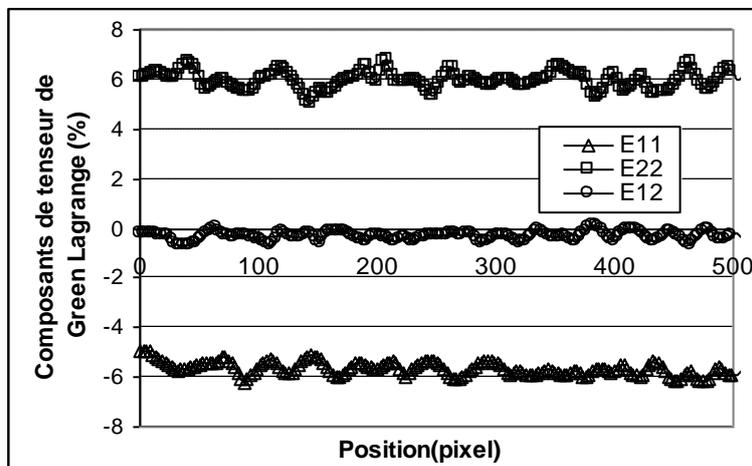
c : Satin

Figure 2.56: Evolution des angles de cisaillement le long des diagonales du cadre.

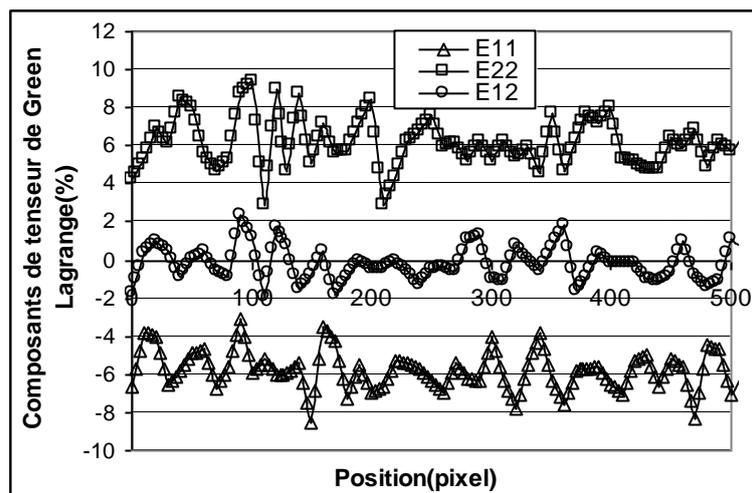
En second lieu, on a relevé les valeurs des déformations de Green Lagrange dans le repère d'Icasoft, le long de la diagonale horizontale du cadre et les résultats sont donnés dans la figure 2.57.



a: Toile



a: Sergé



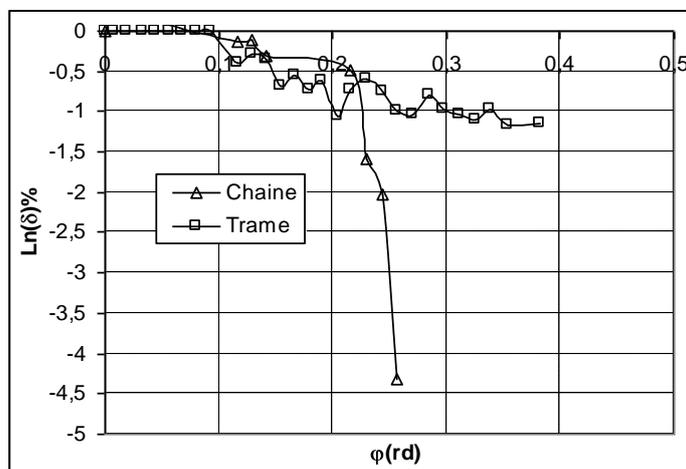
c: Satin

Figure 2.57: Hétérogénéité des déformations en picture frame test.

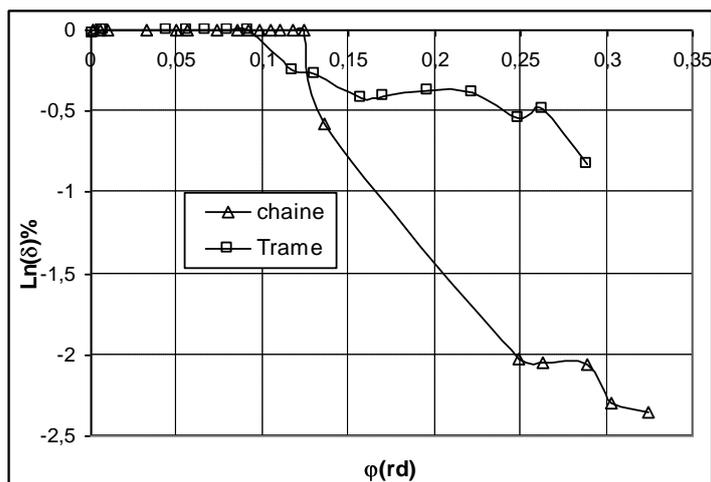
Les composantes ( $E_{11}$ ,  $E_{22}$ ) ont des valeurs moyennes à peu près opposées dans la toile, le sergé et le satin. Ils sont égaux respectivement à  $(-5.98\%, 5.99\%)$ ,  $(-5.65\%, 5.95\%)$

et (-5.77%, 6.17%). Les valeurs moyennes de  $E_{12}$  sont très faibles et elles sont respectivement de l'ordre de -0.35%, -0.32% et -0.17%.

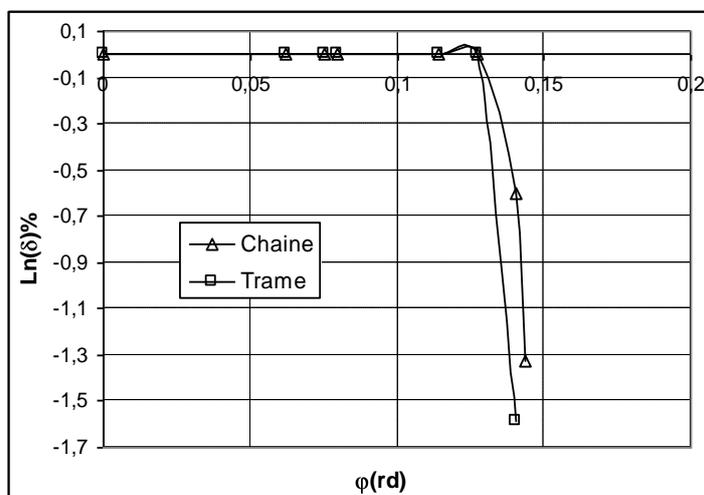
Pour vérifier l'hypothèse de non allongement des fils, nous avons tracé deux jauges suivant les directions des fils et nous avons déterminé les elongations correspondantes des fils dans les 3 tissus. Les mesures sont présentées par la figure 2.58.



a: Toile



b: Sergé



c: Satin

Figure 2.58: Evolution des déformations des fils en picture frame test.

Dans les trois tissus, on constate que les fils gardent la même longueur au début du test jusqu'à un angle de blocage à partir duquel les plis commencent à apparaître.

En récapitulant, on peut dire que malgré la difficulté de sa mise en place et l'exigence des conditions aux limites de l'essai de picture frame, il se trouve plus homogène que le bias extension test. D'une part, les angles mesurés vérifient bien ceux prévus par la théorie et d'autre part les fils ne subissent pas d'allongement durant l'essai.

En observant les photos du test, on remarque que le premier pli apparaît au niveau de pivots latéraux du cadre, le déplacement correspondant permet de calculer l'angle limite de cisaillement (voir tableau 2.12). Les plis apparaissent très en retard par rapport au bias extension test. Cela peut être dû à la prétention au début de l'essai. Cette prétention qui a servi à tendre le tissu et faire obéir la structure à la cinématique du cadre.

**Tableau 2.12: Angles critiques de cisaillement en picture frame test**

Tissu	Angle critique $\varphi_c$ (rd)
Toile	0.49
Sergé	0.32
Satin	0.17

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement en cisaillement de la structure tissée à travers des essais expérimentaux réalisés sur trois étoffes tissées selon les trois armures fondamentales: la toile, le sergé et le satin.

Nous avons commencé par présenter les contextures des trois tissus et déterminer leurs caractéristiques mécaniques.

En second temps, nous nous sommes intéressés à l'analyse des champs de déformation générés dans les essais de bias extension et le picture frame moyennant la technique de corrélation d'image.

Cette analyse a montré que la déformation de cisaillement n'est pas homogène dans les trois zones caractéristiques de bias extension test et les fils ont subi un léger allongement durant le test.

Par contre en picture frame test, on montre que la déformation est bien homogène et l'hypothèse de non allongement des fils est bien vérifiée avant l'angle de blocage de cisaillement.

## Chapitre 3 : Modèle de Comportement Hyperélastique pour Structures Tissées

### Introduction

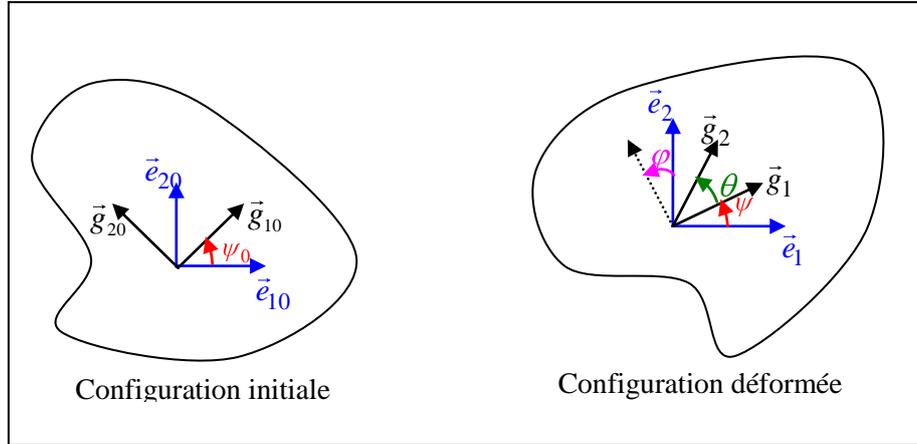
On propose dans ce chapitre, deux modèles hyperélastiques orthotropes pour structure à deux directions matérielles privilégiées tel que les structures tissées. Les deux modèles sont développés pour des sollicitations dans le plan.

Le premier modèle se ramène à un modèle linéaire entre le second tenseur de contrainte de Piola Kirchoff et le tenseur de déformation de Green –Lagrange. Il est utilisé pour simuler numériquement l’essai de traction 45° et le bias extension et analyser les champs de déformation et de contrainte générés par ces essais. Sa simplicité permet d’étudier l’influence du rapport entre la rigidité en cisaillement et celle en extension sur l’état de déformation et de contrainte dans ces tests.

Le second modèle, avec plus de coefficients, est utilisé pour modéliser le comportement des tissus présentés au chapitre 2. Des tentatives d’identification et de validation, sont réalisées au chapitre 4.

Il est évident que le comportement des structures tissées est loin d’être non dissipatif, un modèle hyperélastique ne peut donc pas convenir, surtout pour des sollicitations à vitesses variables ou cycliques. Par contre, dans le cas de chargement monotones à vitesse constante, les modèles hyperélastiques, de construction relativement aisée, peuvent convenir.

### 3.1. Sollicitations planes sur structure à deux directions matérielles privilégiées



**Figure 3.1: Directions matérielles et repérage des configurations.**

Une des caractéristiques essentielles des structures tissées est l'existence de deux directions matérielles privilégiées: directions des fils de chaîne et de trame.

Nous considérons donc un milieu continu possédant deux directions matérielles [AIM09] définies par les deux tenseurs unitaires  $\mathbf{g}_1$  et  $\mathbf{g}_2$  décrits comme suit ( $\vec{g}_1$  et  $\vec{g}_2$  étant deux vecteurs unitaires portés sur les deux directions privilégiées) :

$$\mathbf{g}_1 = \vec{g}_1 \otimes \vec{g}_1 ; \mathbf{g}_2 = \vec{g}_2 \otimes \vec{g}_2 \quad (3.1)$$

On désignera par  $\mathbf{g}_{10}$  et  $\mathbf{g}_{20}$  la position de ces directions matérielles dans la configuration de référence (supposée non déformée et non sollicitée). On supposera dans toute la suite que les deux directions matérielles sont orthogonales dans la configuration de référence:

$$\mathbf{g}_{10} : \mathbf{g}_{20} = 0 \quad (3.2)$$

$\vec{g}_1$  et  $\vec{g}_2$  son reliées respectivement à  $\vec{g}_{10}$  et  $\vec{g}_{20}$  par le tenseur gradient de transformation  $\mathbf{F}$  comme suit :

$$\vec{g}_1 = \frac{\mathbf{F}\vec{g}_{10}}{|\mathbf{F}\vec{g}_{10}|} ; \vec{g}_2 = \frac{\mathbf{F}\vec{g}_{20}}{|\mathbf{F}\vec{g}_{20}|} \quad (3.3)$$

On désigne par  $\delta_1$  et  $\delta_2$  les allongements relatifs respectivement à la direction  $\vec{g}_{10}$  et  $\vec{g}_{20}$  :

$$\delta_1 = |\mathbf{F}\vec{g}_{10}| \text{ et } \delta_2 = |\mathbf{F}\vec{g}_{20}| \quad (3.4)$$

On considère une sollicitation plane dans le plan  $(\vec{g}_{10}, \vec{g}_{20})$ ,  $(\vec{g}_1, \vec{g}_2)$  le seul mouvement de glissement pris en compte est donc celui dans le plan de sollicitation [DOG88]. En s'intéressant aux composantes planes, le tenseur gradient de transformation  $\mathbf{F}$  peut s'écrire comme suit:

$$\mathbf{F} = \delta_1 \vec{g}_1 \otimes \vec{g}_{10} + \delta_2 \vec{g}_2 \otimes \vec{g}_{20} \quad (3.5)$$

L'angle  $\theta$  entre les deux directions matérielles  $\vec{g}_1$  et  $\vec{g}_2$  (voir Fig.3.1) s'écrit en fonction de  $\mathbf{F}$  :

$$\cos(\theta) = \vec{g}_1 \cdot \vec{g}_2 = \frac{1}{\delta_1 \delta_2} \vec{g}_{10} \cdot \mathbf{C} \cdot \vec{g}_{10} \text{ avec } \mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (3.6)$$

On désigne par « angle de cisaillement », l'angle  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$

On définit deux repères pour les configurations initiale et déformée (voir Fig.3.1):

- Le « repère matériel » orthonormé direct, désigné par  $Rg$ , est constitué par  $(\vec{g}_{10}, \vec{g}_{20})$  dans la configuration de référence et par  $(\vec{g}_1, \vec{g}_2)$  dans la configuration déformée.

On désigne par  $\mathbf{F}_g$  la matrice des composantes du tenseur gradient de transformation  $\mathbf{F}$  dans le repère  $Rg$ :

$$\mathbf{F}_g : \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \cos(\theta) \\ 0 & \delta_2 \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

- Le « repère de sollicitation » orthonormé direct, désigné par  $Rs$ , est constitué par  $(\vec{e}_{10}, \vec{e}_{20})$  dans la configuration de référence et par  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$  dans la configuration déformée.

On désigne par  $\mathbf{F}_s$  la matrice des composantes du tenseur gradient de transformation  $\mathbf{F}$  dans le repère  $Rs$ :

$$\mathbf{F}_s : \begin{bmatrix} f_1 & f_1 \gamma \\ 0 & f_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

On désigne par  $\psi_0$  l'angle  $(\vec{e}_{10}, \vec{g}_{10})$  qui oriente, dans la configuration initiale, le repère matériel par rapport au repère de sollicitation. La matrice de passage associée est désignée par  $\Psi_0$  :

$$\Psi_0 = \begin{bmatrix} \cos(\psi_0) & \sin(\psi_0) \\ -\sin(\psi_0) & \cos(\psi_0) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Les matrices des composantes des tenseurs de dilatations (Cauchy Green droit)  $\mathbf{C}$  et de déformation de Green Lagrange  $\mathbf{E}$  dans les deux repères sont reliés par  $\Psi_0$  :

$$\mathbf{C}_g = \Psi_0 \mathbf{C}_s \Psi_0^T ; \mathbf{E}_g = \Psi_0 \mathbf{E}_s \Psi_0^T \quad (3.10)$$

On suppose que le comportement du matériau est orthotrope et que le plan  $(\vec{g}_{10}, \vec{g}_{20})$  est un plan de symétrie. Les matrices  $\mathbf{S}_g$  et  $\mathbf{S}_s$  des composantes du second tenseur de contrainte de Piola Kirchhoff  $\mathbf{S}$  sont telles que leurs composantes 13 et 23 sont nulles. La seule composante de cisaillement est donc celle relative au plan de la sollicitation. Ces matrices se déduisent l'une de l'autre par la matrice de passage.

$$\mathbf{S}_s = \Psi_0^T \cdot \mathbf{S}_g \cdot \Psi_0 \quad (3.11)$$

Le premier tenseur de Piola Kirchhoff  $\mathbf{\Pi}_s$  dans la base de sollicitation  $Rs$  est donné par la relation suivante :

$$\mathbf{\Pi}_s = \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{S}_s \quad (3.12)$$

### 3.1.1. Sollicitation de traction uni-axiale

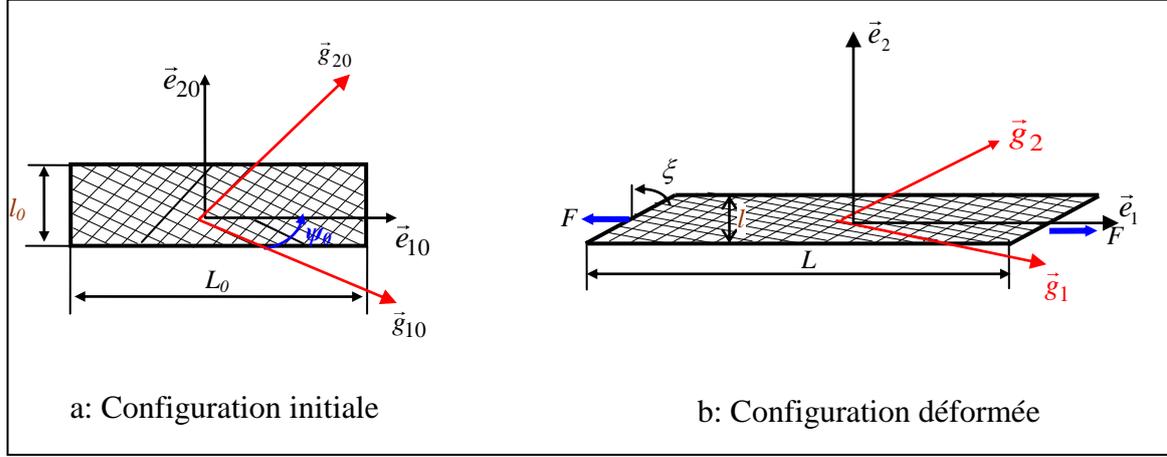


Figure 3.2: Cinématique de la traction hors axes.

➤ Tenseur de Gradient Transformation  $\mathbf{F}_s$

Pendant un test de traction uni-axiale (hors axes) (voir Fig.3.2), le tenseur gradient de transformation  $\mathbf{F}_s$  est défini dans [DOG88] comme suit :

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} f_1 & f_1 \gamma \\ 0 & f_2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Avec  $f_1 = \frac{L}{L_0}$ ,  $f_2 = \frac{l}{l_0}$  et  $\gamma = \frac{f_2 \tan(\xi)}{f_1}$

➤ Le tenseur de déformation de Green Lagrange  $\mathbf{E}_s$

$\mathbf{E}_s$  est donné par la relation suivante [DOG88]:

$$\mathbf{E}_s = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{12} & E_{22} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Avec  $E_{11} = \frac{f_1^2 - 1}{2}$ ,  $E_{22} = \frac{f_2^2 - 1 + f_1^2 \gamma^2}{2}$ ,  $E_{12} = \frac{\gamma f_1^2}{2}$

➤ Second tenseur Piola Kirchoff  $\mathbf{S}_s$

Une traction uni-axiale est décrite par un tenseur de contrainte dont la seule composante non nul est celle suivant l'axe de la traction. Ainsi  $\mathbf{S}_s$  s'écrit comme suit:

$$\mathbf{S}_s = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

La relation (3.12) donne l'expression de  $\mathbf{\Pi}_s$  :

$$\mathbf{\Pi}_s = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Avec  $P = \frac{F}{S_0} = f_1 S$  (3.9)

$F$  est la force de traction et  $S_0$  est la section initiale de l'éprouvette.

La traction  $0^\circ/90^\circ$  est un cas particulier de traction hors axes avec  $\psi_0 = 0$  (ou  $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$ ) et  $\gamma = 0$ .

### 3.1.2. Interprétation à 3 zones de l'essai bias extension

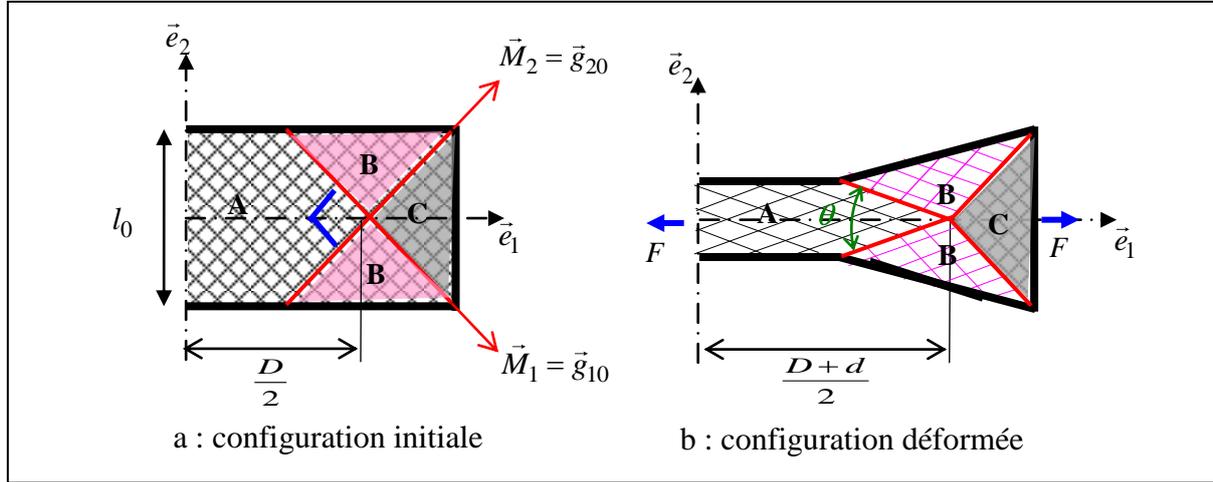


Figure 3.3: Cinématique de bias extension test.

Ce test, présenté précédemment, est interprété en adoptant les hypothèses suivantes:

-Les fils ne subissent aucune déformation durant le test :  $\delta_1 = \delta_2 = 1$

-Les déformations sont homogènes dans les zone A et B (voir Fig.3.3) alors que la zone C ne subisse aucune déformation.

Ainsi une déformation de cisaillement pur aura lieu dans la zone A avec un angle de cisaillement est égale le double de celui dans la zone B.

➤ Tenseur Gradient de transformation  $F_s$

Le tenseur de transformation  $F_s$  dans la zone A est donné par :

$$F_s = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\varphi}{2}) + \sin(\frac{\varphi}{2}) & 0 \\ 0 & \cos(\frac{\varphi}{2}) - \sin(\frac{\varphi}{2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \cos(\frac{\theta}{2}) & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \sin(\frac{\theta}{2}) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Avec  $\varphi$  est l'angle de cisaillement dans la zone A définie par:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - 2a \cos(\frac{D+d}{\sqrt{2}D}) \quad (3.11)$$

➤ Tenseur de déformation de Green Lagrange  $E_s$

Le tenseur des déformations de Green Lagrange est défini dans la zone A comme suit:

$$E_s = E(\varphi) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ avec } E(\varphi) = \frac{1}{2} \sin(\varphi) \quad (3.12)$$

➤ Puissance des efforts intérieurs  $P_{int}$

La puissance des efforts intérieurs par unité de volume dans la zone A est donnée par :

$$\omega_A = \mathbf{S}_s : \dot{\mathbf{E}}_s = \frac{1}{2} \cos(\varphi) \left[ S_{s11}(\varphi) - S_{s22}(\varphi) \right] \dot{\varphi} \quad (3.13)$$

La puissance des efforts intérieurs par unité de volume dans la zone B est donnée par :

$$\omega_B = \frac{1}{4} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left[ S_{s11}\left(\frac{\varphi}{2}\right) - S_{s22}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \dot{\varphi} \quad (3.14)$$

Ainsi la puissance des efforts intérieurs dans toute l'éprouvette est égal à :

$$P_{int} = -(V_A \cdot \omega_A + V_B \cdot \omega_B) \quad (3.15)$$

Avec  $V_A$  et  $V_B$  sont respectivement les volumes initiaux des zones A et B et ils sont définis par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} V_B &= e_0 l_0^2 \\ V_A &= e_0 \left( D l_0 - \frac{l_0^2}{2} \right) = e_0 D l_0 - \frac{1}{2} V_B \end{aligned} \quad (3.16)$$

Avec  $e_0$  est l'épaisseur de l'éprouvette.

➤ La puissance des efforts extérieurs  $P_{ext}$

La puissance des efforts extérieurs dans le bias extension test est définie par la relation suivante:

$$P_{ext} = F \cdot \dot{d} = \frac{1}{2} F D \left[ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \dot{\varphi} \quad (3.17)$$

➤ Expression de la force  $F$

La force  $F$  est calculée, en supposant une évolution quasi statique, en écrivant que la somme de la puissance des efforts intérieurs  $P_{int}$  et celle des efforts extérieurs  $P_{ext}$  est nulle, on aura :

$$F = 2e_0 l_0 \frac{\omega_A}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \left[ 1 - \frac{l_0}{2D} \left( 1 - \frac{\omega_B}{\omega_A} \right) \right] \quad (3.18)$$

### 3.1.3. Interprétation homogène du picture frame test

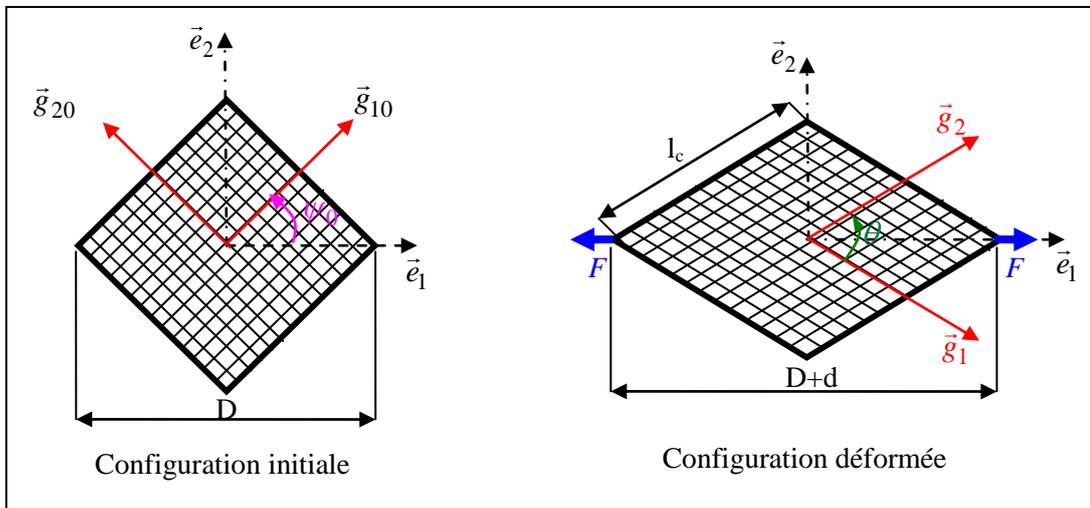


Figure 3.4: Cinématique de picture frame test.

Comme pour la sollicitation précédente, ce test est classiquement interprété en adoptant l'hypothèse d'homogénéité de déformation et celle de non allongement des fils ceci implique que le champ de déformation est de cisaillement pur.

➤ Tenseur Gradient de Transformation  $F_s$

Sous une interprétation homogène, en picture frame test, le tenseur gradient de transformation  $F_s$  est donné par la relation (3.10), il s'exprime de la même manière que dans le cas de bias extension test dans la zone centrale A (voir Fig.3.4)

➤ Tenseur de déformation de Green Lagrange  $E_s$

$E_s$  en picture frame test s'écrit de la même manière que dans le cas de bias extension test dans la zone A et représenté par la relation (3.12).

➤ Puissances des efforts intérieurs  $P_{int}$

La puissance des efforts intérieurs en picture frame test est donnée par

$$P_{int} = -V_0 \mathbf{S}_s : \dot{\mathbf{E}}_s = \frac{e_0 l_c^2}{2} \cos(\varphi) S_{s11}(\varphi) - S_{s22}(\varphi) \dot{\varphi} \quad (3.19)$$

➤ Puissances des efforts extérieurs  $P_{ext}$

$$P_{ext} = F \dot{d} = \frac{l_c F}{\sqrt{2}} \left( \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right) \dot{\varphi} \quad (3.20)$$

➤ Expression de la force  $F$

Le calcul de la force  $F$  se fait de la même manière que le cas précédent :

$$F = \frac{e_0 l_c}{\sqrt{2}} \frac{\cos(\varphi)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} S_{s11} - S_{s22} \quad (3.21)$$

### 3.2. Comportement hyperélastique

En formalisme lagrangien, le comportement hyperélastique est complètement défini par la donnée d'une énergie de déformation  $W(\mathbf{E})$  dépendant du tenseur de déformation de Green Lagrange  $\mathbf{E}$ . Le second tenseur de contrainte de Piola Kirchhoff  $\mathbf{S}$  dérive alors de cette énergie :

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} \quad (3.22)$$

La physique du comportement est complètement définie par le choix de  $W(\mathbf{E})$ . Nous allons supposer que l'énergie  $W$  est une **fonction isotrope** de  $(\mathbf{E}, \mathbf{g}_{10}, \mathbf{g}_{20}, \mathbf{g}_{30})$  ; ce qui implique qu'elle est orthotrope par rapport à  $\mathbf{E}$ . Compte tenu des théorèmes de représentation des fonctions isotropes, l'énergie  $W$  dépend donc des 7 invariants orthotropes :

$$\mathbf{g}_{i0} : \mathbf{E}, \mathbf{g}_{i0} : \mathbf{E}^2, tr(\mathbf{E}^3).$$

Les structures tissées étant très minces, nous nous intéressons plus particulièrement à des sollicitations planes (contraintes ou déformations planes) dans le plan  $(\vec{g}_1, \vec{g}_2)$ . Dans ce cas, ne subsiste que 4 invariants orthotropes indépendants figurant dans l'expression de potentiel d'énergie comme suit :

$$W(I_1, I_2, I_3, I_{12}) \quad (3.23)$$

Nous choisissons les invariants suivants (tous les autres s'obtiennent en fonction de ces 4) :

$$I_1 = \mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{E} ; I_2 = \mathbf{g}_2 \cdot \mathbf{E} ; I_3 = \mathbf{g}_3 \cdot \mathbf{E} \text{ et } I_{12} = (\mathbf{g}_1 \mathbf{E} : \mathbf{E} \mathbf{g}_2)^{1/2} \quad (3.24)$$

Les invariants  $I_i$  mesurent les allongements relatifs aux 3 directions  $\mathbf{g}_{i0}$  ; l'invariant  $I_{12}$  mesure le glissement dans le plan  $(\vec{g}_1, \vec{g}_2)$ , donc la variation d'angle entre les deux directions chaîne et trame.

Si on désigne par  $E_{g_{ij}}$  les composantes de  $\mathbf{E}_g$  (matrice des composantes de  $\mathbf{E}$  dans le repère  $Rg$ ), les 4 invariants sont définis comme suit :

$$I_1 = E_{g_{11}} = \frac{1}{2}(\delta_1^2 - 1) \quad (3.25)$$

$$I_2 = E_{g_{22}} = \frac{1}{2}(\delta_2^2 - 1) \quad (3.26)$$

$$I_3 = E_{g_{33}} = \frac{1}{2}(\delta_3^2 - 1) \quad (3.27)$$

$$I_{12} = |E_{g_{12}}| = \frac{1}{2} \delta_1 \delta_2 |\cos(\theta)| \quad (3.28)$$

L'énergie de déformation est donc fonction des allongements  $\delta_i$  et de l'angle  $\theta$

Le second tenseur de contrainte de Piola Kirchhoff  $\mathbf{S}$  s'écrit alors :

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{g}_{10} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{g}_{20} + \frac{\partial W}{\partial I_3} \mathbf{g}_{30} + \frac{\partial W}{\partial I_{12}} \frac{1}{2I_{12}} (\mathbf{g}_{10} \mathbf{E} \mathbf{g}_{20} + \mathbf{g}_{20} \mathbf{E} \mathbf{g}_{10}) \quad (3.29)$$

Les composantes de  $\mathbf{S}$  dans le repère  $Rg$  s'écrivent comme suit :

$$S_{g_{11}} = \frac{\partial W}{\partial E_{g_{11}}}, S_{g_{22}} = \frac{\partial W}{\partial E_{g_{22}}}, S_{g_{33}} = \frac{\partial W}{\partial E_{g_{33}}} \text{ et } S_{g_{12}} = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial E_{g_{12}}} \quad (3.30)$$

Dans la suite, nous allons supposer qu'il y a un découplage entre le comportement en dilatation et celui en cisaillement. Deux choix peuvent être faits :

- **Choix 1** :  $W = W_d(\delta_i) + W_c(I_{12})$
- **Choix 2** :  $W = W_d(\delta_i) + W_c(|\cos(\theta)|)$

Dans le second, il y a un découplage complet entre l'énergie de dilatation et celle de cisaillement pur. Dans le premier un certain couplage subsiste dans l'expression de  $I_{12}$ .

Avec le premier choix, la composante  $S_{g_{12}}$  ne dépend que de  $E_{g_{12}}$ ; alors qu'avec le second, cette composante dépend de  $E_{g_{12}}$ ,  $E_{g_{11}}$  et  $E_{g_{22}}$ .

### 3.2.1. Modèle quadratique simplifié

#### 3.2.1.1. Présentation du modèle

On présente un modèle quadratique simplifié basé sur les hypothèses suivantes :

- Modèle bidimensionnel: on néglige les contraintes et les déformations normales (contraintes et déformations planes).
- L'énergie de déformation est quadratique par rapport aux invariants, le modèle sera donc linéaire entre  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{E}$ .
- On néglige le couplage l'effet de  $I_{12}$  et ceux de  $I_i$ .

L'énergie de déformation est donc prise sous la forme suivante:

$$W = \frac{1}{2}k_1I_1^2 + \frac{1}{2}k_2I_2^2 + k_{12}I_1I_2 + k_3I_{12}^2, \text{ avec } k_i > 0; k_{12}^2 < k_1k_2 \quad (3.31)$$

Ce qui abouti à la loi de comportement suivante :

$$\mathbf{S} = (k_1I_1 + k_{12}I_2)\mathbf{g}_{10} + (k_2I_2 + k_{12}I_1)\mathbf{g}_{20} + k_3(\mathbf{g}_{10}\mathbf{E}\mathbf{g}_{20} + \mathbf{g}_{20}\mathbf{E}\mathbf{g}_{10}) \quad (3.32)$$

L'écriture de cette loi dans le repère  $Rg$  donne :

$$\begin{bmatrix} S_{g_{11}} \\ S_{g_{22}} \\ S_{g_{12}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_{12} & 0 \\ k_{12} & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{g_{11}} \\ E_{g_{22}} \\ E_{g_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} E_{g_{11}} \\ E_{g_{22}} \\ E_{g_{12}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_{12} & 0 \\ c_{12} & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{g_{11}} \\ S_{g_{22}} \\ S_{g_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\text{Avec } c_1 = \frac{k_2}{k_1k_2 - k_{12}^2}, c_2 = \frac{k_1}{k_1k_2 - k_{12}^2}, c_3 = \frac{1}{k_3} \text{ et } c_{12} = \frac{-k_{12}}{k_1k_2 - k_{12}^2} \quad (3.35)$$

### 3.2.1.2. Réponse à un essai de traction hors axes

En combinant la loi de comportement quadratique simplifié, présenté par (3.33), et les relations (3.6), (3.7) (3.8), on aura:

$$S = \frac{E_{11}}{C(\psi_0)}; \quad P = \frac{f_1E_{11}}{C(\psi_0)} \quad (3.36)$$

$$E_{22} = -\nu(\psi_0)E_{11} \quad (3.37)$$

$$E_{12} = g(\psi_0)E_{11} \quad (3.38)$$

$$\text{Avec: } C(\psi_0) = c_1 \cos^4(\psi_0) + c_2 \sin^4(\psi_0) + \frac{1}{2}(c_3 + c_{12})\sin^2(2\psi_0) \quad (3.39)$$

$$g(\psi_0) = \frac{\sin(2\psi_0) \left[ c_1 \cos^2(\psi_0) - c_2 \sin^2(\psi_0) - (c_3 + c_{12})\cos(2\psi_0) \right]}{2C(\psi_0)} \quad (3.40)$$

$$\nu(\psi_0) = \frac{(2c_3 + 2c_{12} - c_1 - c_2)\sin^2(2\psi_0) - c_{12}}{4C(\psi_0)} \quad (3.41)$$

Les coefficients  $C(\psi_0)$ ,  $\nu(\psi_0)$  et  $g(\psi_0)$  décrivent respectivement la souplesse, l'effet de Poisson et le rapport de cisaillement dans la direction  $\psi_0$ .

❖ Traction «chaîne» et «trame» à  $0^\circ/90^\circ$

Les équations (3.39), (3.40) et (3.41) donnent :

$$C_0 = C(\psi = 0) = c_1 = \frac{k_2}{k_1k_2 - k_{12}^2} \quad (3.42)$$

$$C_{90} = C(\psi_0 = 90) = c_2 = \frac{k_1}{k_1 k_2 - k_{12}^2} \quad (3.43)$$

$$g_0 = g(\psi_0 = 0) = 0 \quad (3.44)$$

$$g_{90} = g(\psi_0 = 90) = 0$$

(3.45)

$$\nu_0 = \nu(\psi_0 = 0) = -\frac{c_{12}}{c_1} = \frac{k_{12}}{k_2} \quad (3.46)$$

$$\nu_{90} = \nu(\psi_0 = 90) = -\frac{c_{12}}{c_2} = \frac{k_{12}}{k_1} \quad (3.47)$$

En combinant les équations (3.9), (3.36), (3.42) et (3.43), on déduit l'expression de la force de traction  $F$  ( $F_0$  dans la direction chaîne et  $F_{90}$  dans la direction trame) :

$$F_0 = S_0 \frac{f_1 E_{11}}{C_0} = \frac{S_0 (k_1 k_2 - k_{12}^2)}{2k_2 L_0^3} U (L_0 + U)(2L_0 + U) \quad (3.48)$$

$$F_{90} = S_0 \frac{f_1 E_{11}}{C_{90}} = \frac{S_0 (k_1 k_2 - k_{12}^2)}{2k_1 L_0^3} U (L_0 + U)(2L_0 + U) \quad (3.49)$$

Avec  $U = L - L_0$

❖ Traction à 45°

Les équations (3.39), (3.40) et (3.41) permettent d'avoir:

$$C_{45} = C(\psi_0 = 45^\circ) = \frac{1}{2k_3} + \frac{k_1 + k_2 - 2k_{12}}{4(k_1 k_2 - k_{12}^2)} \quad (3.50)$$

$$\nu_{45} = \nu(\psi_0 = 45^\circ) = \left[ \frac{1}{2k_3} - \frac{k_1 + k_2 - 2k_{12}}{4(k_1 k_2 - k_{12}^2)} \right] \frac{1}{C_{45}} \quad (3.51)$$

$$g_{45} = g(\psi_0 = 45^\circ) = \frac{k_2 - k_1}{4(k_1 k_2 - k_{12}^2) C_{45}} \quad (3.52)$$

En remplaçant (3.36) et (3.50), dans la relation (3.9), on aura la force  $F_{45}$  sous la forme suivante:

$$F_{45} = S_0 \frac{f_1 E_{11}}{C_{45}} = \frac{2k_3 S_0 f_1 (f_1^2 - 1)(k_1 k_2 - k_{12}^2)}{2k_1 k_2 - 2k_{12}^2 + k_3 (k_1 + k_2 - 2k_{12})} \quad (3.53)$$

Durant la traction à 45°, les fils subissent des déformations (de Green Lagrange) qui peuvent être déterminés comme suit:

$$E_1 = \frac{1}{2} |\mathbf{F}_s \cdot \vec{g}_{10}|^2 - 1 = \frac{k_1 - k_{12}}{2(k_1 k_2 - k_{12}^2)} \frac{E_{11}}{C_{45}} \quad (3.54)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} |\mathbf{F}_s \cdot \vec{g}_{20}|^2 - 1 = \frac{k_2 - k_{12}}{2(k_1 k_2 - k_{12}^2)} \frac{E_{11}}{C_{45}} \quad (3.55)$$

Pour un tissu équilibré ( $k_1=k_2=k$ ),  $E_1 = E_2 = E$ , les équations (3.54.) et (3.55) deviennent équivalentes à la relation suivante :

$$E = \frac{k_3}{k + k_3 + k_{12}} E_{11} \quad (3.56)$$

En générale, pour un tissu le coefficient  $k_{12}$  et  $k_3$  sont très faibles devant  $k_1$  et  $k_2$ . Le rapport entre la déformation des fils et celle du tissu  $\frac{E}{E_{11}}$  croit en augmentant  $k_3$  et diminue en fonction de  $k_{12}$ .

### 3.2.1.3. Réponse à un essai de cisaillement pur avec $\psi_0=-\pi/4$

Les tenseurs  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{E}$  sont donc sous la forme (3.10) et (3.12) ( $I_1=I_2=0$ ). Les composantes de  $\mathbf{S}$  dans  $\mathbf{R}_s$  sont données par :

$$\mathbf{S}_s = S(\varphi) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ avec } S(\varphi) = \frac{1}{2} k_3 \sin(\varphi) \quad (3.57)$$

#### ❖ Bias extension test

La puissance des efforts intérieurs dans la zone A est donnée par la relation (3.13) :

$$\omega_A = \frac{1}{4} k_3 \sin(2\varphi) \dot{\varphi} \quad (3.58)$$

Pour déterminer la puissance des efforts intérieurs par unité de volume dans la zone B, on remplace  $\varphi$  par  $\frac{\varphi}{2}$  dans les expressions (3.58) et on aura :

$$\omega_B = \frac{1}{8} k_3 \sin(\varphi) \dot{\varphi} \quad (3.59)$$

La puissance des efforts extérieurs donnée par la relation (3.17) est égal a:

$$P_{ext} = F \cdot \dot{d} = \frac{1}{2} FD \left[ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \dot{\varphi} \quad (3.60)$$

En remplaçant (3.58) et (3.59) dans (3.18), l'expression de la force  $F$  aura la forme suivante

$$F = e_0 w_0 k_3 \sin(\varphi) \left[ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \left[ 1 + \frac{1}{4(\lambda - 1) \cos(\varphi)} (1 - 2 \cos(\varphi)) \right] \text{ où } \lambda = \frac{D + w_0}{w_0} \quad (3.61)$$

On constate que, quand on tire sur une éprouvette rectangulaire avec  $\psi_0 = -\frac{\pi}{4}$ , selon que l'on suppose que la déformation est homogène sur toute la structure (traction hors axes) ou qu'elle est homogène par zone et sans déformation des fils (bias extension test), on obtient deux expressions différentes de la force  $F$  (voir les relations (3.53) et (3.61)).

❖ Picture frame test

En cisaillement pur  $I_1=I_2=0$ , le second tenseur de Piola Kirchhoff  $S_s$  dans la picture frame test est présenté aussi par la relation (3.57).

En combinant (3.21) et (3.57), on aura l'expression de la force  $F$  comme suit :

$$F = \frac{De_0k_3}{2} \left[ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \sin(\varphi) \quad (3.62)$$

### 3.2.2. Modèle en puissance

#### 3.2.2.1. Présentation du modèle

Dans ce modèle, on utilise les invariants de tenseur de Cauchy Green Droit  $C$ .

Le potentiel d'énergie  $W$  est présenté comme suit :

$$W = k_1 |J_1 - 1|^a + k_2 |J_2 - 1|^b + k_{12}(J_1 - 1)(J_2 - 1) + k_3 J_{12}^{k_4} \quad (3.63)$$

Avec :

$$J_1 = tr(C \cdot \mathbf{g}_{10}) = C_{g_{11}} = \delta_1^2 = 2I_1 + 1 \quad (3.64)$$

$$J_2 = tr(C \cdot \mathbf{g}_{20}) = C_{g_{22}} = \delta_2^2 = 2I_2 + 1 \quad (3.65)$$

$$J_{12} = \frac{Tr(C \cdot \mathbf{g}_{10} \cdot C \cdot \mathbf{g}_{20})}{J_1 J_2} = \frac{C_{g_{12}}^2}{C_{g_{11}} C_{g_{22}}} = \cos(\theta)^2 = 4 \frac{I_{12}^2}{J_1 J_2} \quad (3.66)$$

La loi de comportement est définie par la relation (3.22) peut être écrit aussi sous la forme suivant:

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{E}} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} = 2 \left[ \frac{\partial W}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial W}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial W}{\partial J_{12}} \frac{\partial J_{12}}{\partial \mathbf{C}} \right] \quad (3.67)$$

$$\frac{\partial J_i}{\partial \mathbf{C}} = \frac{\partial (tr(\mathbf{C} \cdot \mathbf{g}_{i0}))}{\partial \mathbf{C}} = \frac{\partial (\mathbf{C} : \mathbf{g}_{i0})}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{g}_{i0} \quad i=1..2 \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial J_{12}}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{J_1 J_2} (\mathbf{g}_{10} \mathbf{C} \mathbf{g}_{20} + \mathbf{g}_{20} \mathbf{C} \mathbf{g}_{10}) - \frac{J_{12}}{J_1} \mathbf{g}_{10} - \frac{J_{12}}{J_2} \mathbf{g}_{20} \quad (3.69)$$

En remplaçant (3.68) et (3.69) dans (3.67), on déduit l'expression de tenseur  $\mathbf{S}$  :

$$\mathbf{S} = 2 \left[ \frac{\partial W}{\partial J_1} \mathbf{g}_{10} + \frac{\partial W}{\partial J_2} \mathbf{g}_{20} + \left( \frac{1}{J_1 J_2} (\mathbf{g}_{10} \mathbf{C} \mathbf{g}_{20} + \mathbf{g}_{20} \mathbf{C} \mathbf{g}_{10}) - \frac{J_{12}}{J_1} \mathbf{g}_{10} - \frac{J_{12}}{J_2} \mathbf{g}_{20} \right) \frac{\partial W}{\partial J_{12}} \right] \quad (3.70)$$

Dans le repère  $R_g$ , les composante de  $\mathbf{S}$  sont comme suit:

$$\text{Avec :} \quad S_{g_{11}} = 2 \left[ \frac{\partial W}{\partial J_1} - \frac{J_{12}}{J_1} \frac{\partial W}{\partial J_{12}} \right] \quad (3.71)$$

$$S_{g_{22}} = 2 \left[ \frac{\partial W}{\partial J_2} - \frac{J_{12}}{J_2} \frac{\partial W}{\partial J_{12}} \right] \quad (3.72)$$

$$S_{g_{12}} = 2 \sqrt{\frac{|J_{12}|}{J_1 J_2}} \frac{\partial W}{\partial J_{12}} \text{sgn}(\mathbf{E}_{g_{12}}) \quad (3.73)$$

Avec :

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial J_1} &= 2ak_1 |J_1 - 1|^{a-2} E_{g11} + 2k_{12} E_{g22} \\ \frac{\partial W}{\partial J_2} &= 2bk_2 |J_2 - 1|^{b-2} E_{g22} + 2k_{12} E_{g11} \\ \frac{\partial W}{\partial J_{12}} &= k_3 k_4 J_{12}^{k_4-1}\end{aligned}\quad (3.74)$$

L'expression (3.73) peut être écrite alors comme suit :

$$S_{g12} = 4k_3 k_4 \frac{J_{12}^{k_4-1}}{J_1 J_2} E_{g12} \quad (3.75)$$

### 3.2.2.2. Réponse à un essai de traction 0°/90°

Le tenseur gradient de transformation  $F$  est donné par la relation (3.5) avec  $\gamma = 0$  ainsi  $F_s$  s'est écrit:

$$F_s = \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix} \text{ avec } f_1 = \frac{L}{L_0} = \sqrt{J_1} \text{ et } f_2 = \frac{l}{l_0} = \sqrt{J_2} \quad (3.76)$$

Pendant la traction 0°/90° et il n'a pas de cisaillement donc :  $J_{12} = 0$

Ainsi les équations (3.71), (3.72) et (3.75) donnent les composantes de tenseur de contrainte  $S_g$  de traction dans la direction 0° (chaîne) comme suit:

$$S_{g11} = 2 \frac{\partial W}{\partial J_1} = 2 \left[ k_1 a (J_1 - 1)^{a-1} + k_{12} (J_2 - 1) \right] \quad (3.77)$$

$$S_{g22} = 2 \frac{\partial W}{\partial J_2} = 2 \left[ k_{12} (J_1 - 1) - k_2 b (1 - J_2)^{b-1} \right] \quad (3.78)$$

$$S_{g12} = 2 \sqrt{\frac{|J_{12}|}{J_1 J_2}} \frac{\partial W}{\partial J_{12}} = 0 \quad (3.79)$$

En tenant compte de l'effet de Poisson, on a :

$$S_{g22} = 0 \Rightarrow J_2 = 1 - \left[ \frac{k_{12} (J_1 - 1)}{bk_2} \right]^{\left( \frac{1}{b-1} \right)} \quad (3.80)$$

En remplaçant (3.80) dans (3.77), on aura:

$$S_{g11} = 2 \left[ ak_1 (J_1 - 1)^{a-1} - k_{12} \left[ \frac{k_{12} (J_1 - 1)}{bk_2} \right]^{\left( \frac{1}{b-1} \right)} \right] \quad (3.81)$$

$$S_{g22} = S_{g12} = 0 \quad (3.82)$$

De fait que les deux repères  $R_s$  et  $R_g$  se coïncident ( $\psi_0 = 0$ ) alors  $S_s = S_g$ .

En remplaçant (3.81) dans (3.9), on trouve l'expression de la force de traction dans la direction  $0^\circ$  (chaîne) sous la forme suivante:

$$F_0 = PS_0 = 2l_0e_0\sqrt{J_1} \left[ ak_1(J_1-1)^{a-1} - k_{12} \left[ \frac{k_{12}(J_1-1)}{bk_2} \right]^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} \right] \quad (3.83)$$

En suivant la même démarche pour la traction dans la direction  $90^\circ$  (trame); on aura l'expression de la force de traction dans la direction trame comme suit:

$$F_{90} = PS_0 = 2l_0e_0\sqrt{J_1} \left[ bk_2(J_1-1)^{b-1} - k_{12} \left[ \frac{k_{12}(J_1-1)}{ak_1} \right]^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \right] \quad (3.84)$$

### 3.2.2.3. Réponse à un essai de cisaillement pur avec $\psi_0 = -\pi/4$

En cisaillement pur on a:

$$J_1 = J_2 = 1 \quad (3.85)$$

Dans le repère  $R_g$  les composantes de  $S_g$  sont données par :

$$S_{g_{11}} = S_{g_{22}} = -2k_3k_4J_{12}^{k_4} \quad (3.86)$$

$$S_{g_{12}} = 2k_3k_4J_{12}^{k_4-1}\sqrt{|J_{12}|} \quad (3.87)$$

Pour  $\psi_0 = -\frac{\pi}{4}$ , les composants de tenseur  $S_s$  sont définis par:

$$S_{s_{11}} = -2k_3k_4J_{12}^{k_4-1}(J_{12} - \sqrt{|J_{12}|}) \quad (3.88)$$

$$S_{s_{11}} = -2k_3k_4J_{12}^{k_4-1}(J_{12} + \sqrt{|J_{12}|}) \quad (3.89)$$

$$S_{s_{12}} = 0 \quad (3.90)$$

#### ❖ Bias extension test

La relation (3.13) donne la puissance des efforts intérieurs dans la zone A sous la forme, suivante :

$$w_A = 2k_3k_4 \sin(\theta) \cos(\theta)^{2k_4-2} |\cos(\theta)| \quad (3.91)$$

Dans la zone B, la puissance des efforts intérieurs est obtenue en remplaçant  $\theta$  par  $\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}$  dans l'équation (3.91) et on aura:

$$w_B = k_3k_4 \sin\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)^{2k_4-2} \left| \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right| \quad (3.92)$$

La force  $F$  est donnée l'expression (3.18) devient égale à :

$$F = \sqrt{2} \left[ \frac{V_A \left[ 2k_3 k_4 \sin(\theta) \cos(\theta)^{2k_4-2} |\cos(\theta)| \right] + V_B \left[ k_3 k_4 \sin\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)^{2k_4-2} \left| \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right| \right]}{D \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right] \quad (3.93)$$

❖ Picture frame test

Les tenseurs cinématiques en picture frame test ont les mêmes expressions que ceux en bias extension test dans la zone A. Les composants de second tenseur de Piola Kirchhoff  $S_s$  sont donnés aussi par les relations (3.88), (3.89) et (3.90).

En remplaçant (3.88) et (3.89) dans (3.21), on obtient l'expression de la force  $F$ :

$$F = 4e_0 l_c k_3 k_4 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos(\theta)^{2k_4-2} |\cos(\theta)| \quad (3.94)$$

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté en premier lieu, un premier modèle hyperélastique quadratique simplifié qui a permis d'étudier de manière simplifiée certaines spécificités de la structure tissée en répondant aux différentes sollicitations.

En second lieu nous avons développé une deuxième loi hyperélastique en puissance plus généralisée et nous avons analysé le comportement de la structure tissée suite aux certains essais expérimentaux.

Dans le chapitre suivant, nous nous sommes intéressés à la simulation numérique de comportement mécanique de tissu en adoptant les deux modèles présentés précédemment

## Chapitre 4 : Simulation Numérique

### Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'analyser numériquement le comportement mécanique de la structure tissée.

En se basant sur l'étude analytique présentée dans le chapitre précédent, nous avons utilisé le modèle hyperélastique simplifié pour étudier l'homogénéité des états de déformation et de contrainte dans une éprouvette soumise à une extension à  $45^\circ$ .

Ensuite nous avons identifié les paramètres de modèle hyperélastique en puissance à partir des essais de traction et de cisaillement. Ce modèle, validé par la mise en forme de deux renforts tissés, permet de simuler le picture frame test, la traction biaxiale et le drapé du tissu.

## 4.1. Implantation sous Abaqus

Les modèles hyperélastiques proposés sont implantés sous Abaqus/Explicit par le biais de routines Vumat programmées sous Fortran permettant de définir la loi de comportement. Les Vumat permettant de donner les composantes de tenseur des contraintes de Cauchy projetés dans la base de Green-Naghdi.

### 4.1.1. Projection de tenseur de Cauchy dans la base de Green –Naghdi

Soient les bases suivantes ( voir Fig.4.1):

- $s = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , la base orthonormée directe globale de Abaqus,
- $g = (\vec{g}_{10}, \vec{g}_{20})$ , la base orthonormée directe de l'orientation initiale des fils,
- $N = (\vec{N}_1, \vec{N}_2)$ , la base de Green-Naghdi,
- La base mixte  $s \otimes g$ .

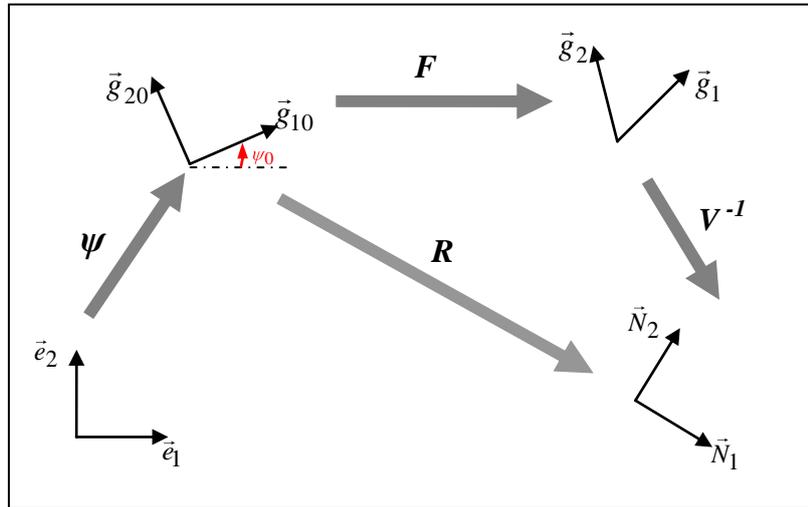


Figure 4.1: Base de projection.

La relation entre le tenseur de contraintes de Cauchy et celui de Piola Kirchhoff 2 dans la base globale est donnée par:

$$\sigma_s = \frac{1}{J} F_s S_s F_s^T \quad (4.1)$$

La projection de tenseur des contraintes de Cauchy dans la base de Green-Naghdi est donnée par :

$$\sigma_N = R_{s \otimes g}^T \sigma_s R_{s \otimes g} \quad (4.2)$$

En remplaçant (4.1) dans (4.2) on aura :

$$\sigma_s = \frac{1}{J} R_{s \otimes g}^T F_s S_s F_s^T R_{s \otimes g} \quad (4.3)$$

Or: 
$$R_{s \otimes g} = R_s \psi_s \quad (4.4)$$

La décomposition polaire de  $F$  donne :

$$F_s = R_s U_s \quad (4.5)$$

Avec  $U$  le tenseur d'élongation droite et  $R$  le tenseur de rotation.

On aura donc :

$$\mathbf{R}_{s \otimes g}^T \mathbf{F}_s = \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{R}_s^T \mathbf{R}_s \mathbf{U}_s = \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{U}_s \quad (4.6)$$

$$\mathbf{F}_s^T \mathbf{R}_{s \otimes g} = \mathbf{U}_s^T \mathbf{R}_s^T \mathbf{R}_s \boldsymbol{\psi}_s = \mathbf{U}_s^T \boldsymbol{\psi}_s \quad (4.7)$$

En combinant (4.3), (4.6) et (4.7) on aura :

$$\boldsymbol{\sigma}_N = \frac{1}{J} \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{U}_s \mathbf{S}_s \mathbf{U}_s^T \boldsymbol{\psi}_s \quad (4.8)$$

Le tenseur d'élongation droit  $\mathbf{U}$  est connu dans la base dans l'orientation initiale «g», sa projection dans la base globale «s» est donnée par:

$$\mathbf{U}_s = \boldsymbol{\psi}_s \mathbf{U}_g \boldsymbol{\psi}_s^T \quad (4.9)$$

Or: 
$$\boldsymbol{\psi}_s = \boldsymbol{\psi}_g^T \quad (4.10)$$

En remplaçant (4.6) et (4.7) et (4.9) dans (4.3) on aura:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_N &= \frac{1}{J} \boldsymbol{\psi}_s^T \boldsymbol{\psi}_s \mathbf{U}_g \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{S}_s \boldsymbol{\psi}_s \mathbf{U}_g \boldsymbol{\psi}_s^T \boldsymbol{\psi}_s \\ &= \frac{1}{J} \boldsymbol{\psi}_s^T \boldsymbol{\psi}_s \mathbf{U}_g \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{S}_s \boldsymbol{\psi}_s \mathbf{U}_g^T \boldsymbol{\psi}_s^T \boldsymbol{\psi}_s \end{aligned} \quad (4.11)$$

Après simplification, le tenseur de contraintes de Cauchy est exprimé dans la base de Green–Naghdi sous la forme suivante:

$$\boldsymbol{\sigma}_N = \frac{1}{J} \mathbf{U}_g \mathbf{S}_g \mathbf{U}_g^T \quad (4.12)$$

#### 4.1.2 Algorithmes des routines

Deux routines sont programmées pour décrire les deux modèles.

*Entrée des Vumat*

- Le tenseur  $\mathbf{F}$  dans la base mixte:  $\mathbf{F}_{s \otimes g}$
- Le tenseur  $\mathbf{U}$  dans la base d'orientation initiale:  $\mathbf{U}_g$

• *Sortie des Vumat*

Les composantes de tenseur des contraintes de Cauchy projetées dans la base de Green–Naghdi

*Algorithme de la routine Routine 1:*

Début de boucle :

Pour tous les points Gauss:

- Calculer les composantes de  $\mathbf{E}$  dans la base d'orientation initiale suivant la relation suivante :  $\mathbf{E}_g = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I})$ .
- Calculer les invariants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_{12}$  à partir des composants de  $\mathbf{E}_g$  suivant les relations (3.25), et (3.26) et (3.28).
- Calculer les composantes de premier tenseur de Kirchhoff  $\mathbf{S}_g$  dans la base «g» suivant les relations (3.33).
- Calculer les composantes de tenseur de Contraintes de Cauchy dans la base de Green – Naghdi suivant la relation (4.12)

Fin de boucle

*Algorithme de la routine Routine 2:*

Début de boucle:

Pour tous les points Gauss:

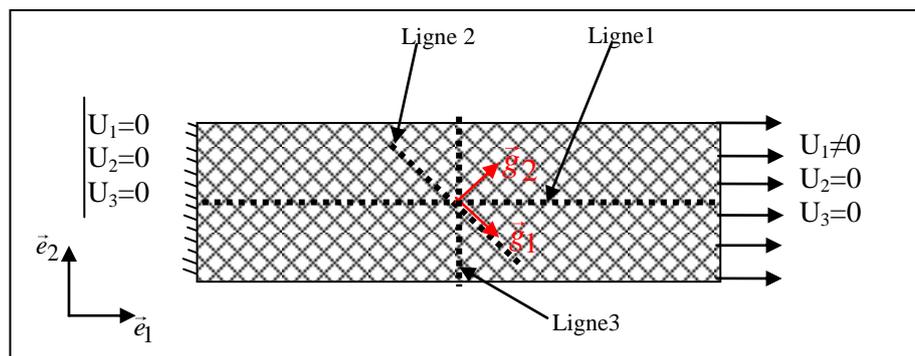
- Calculer les composantes de  $\mathbf{C}$  dans la base d'orientation initiale suivant la relation suivante:  $\mathbf{C}_g = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ .
- Calculer les invariants  $J_1, J_2$  et  $J_{12}$  à partir des composants de  $\mathbf{C}_g$  suivant les relations (3.64), (3.65) et (3.66)
- Calculer les composantes de  $\mathbf{E}$  selon la relation suivante:  $\mathbf{E}_g = \frac{1}{2}(\mathbf{C}_g - \mathbf{I})$
- Calculer les composantes de premier tenseur de Kirchhoff  $\mathbf{S}$  dans la base «g» suivant les relations (3.71), (3.72) et (3.75).
- Calculer les composantes de tenseur de Contraintes de Cauchy dans la base de Green – Naghdi suivant la relation (4.12).

Fin de boucle.

**4.2. Interprétation d'un essai d'extension à 45°**

L'étude analytique de modèle quadratique (voir chapitre 3) a montré que la traction à 45° peut être interprétée comme étant un bias extension test, si la rigidité en cisaillement est très faible devant celle de la traction. En utilisant la routine 1, nous avons exploité le modèle quadratique simplifié pour simuler une éprouvette soumise à une extension uni-axiale à 45°. En faisant varier le rapport entre la rigidité en cisaillement et la rigidité en traction, et en changeant le rapport  $\lambda = \text{longueur/largeur}$ , nous étudions les états des contraintes et des déformations dans la structure. Pour simplifier le calcul, on suppose que le tissu est équilibré ( $k_1=k_2=k$ ) et on néglige l'interaction entre la chaîne et la trame ( $k_{12}=0$ ).

L'éprouvette est modélisée en 2D sous forme rectangulaire fixée par l'une de ses extrémités et subit un déplacement unidirectionnel par l'autre (voir Fig.4.2). Le modèle est maillé avec des éléments membrane M3D4R, de telle sorte que l'orientation des fils chaîne et trame soient alignés avec les bords de l'élément (voir Fig.4.3a).

**Figure 4.2: Modèle éléments finis.**

Le choix de ce type de maillage est justifié dans [XIA06] et [XIA03] qui montrent que durant l'extension 45°, le maillage avec des éléments, dont l'orientation de matériau est en biais, (voir Fig.4.3b) peut perturber les résultats numériques.

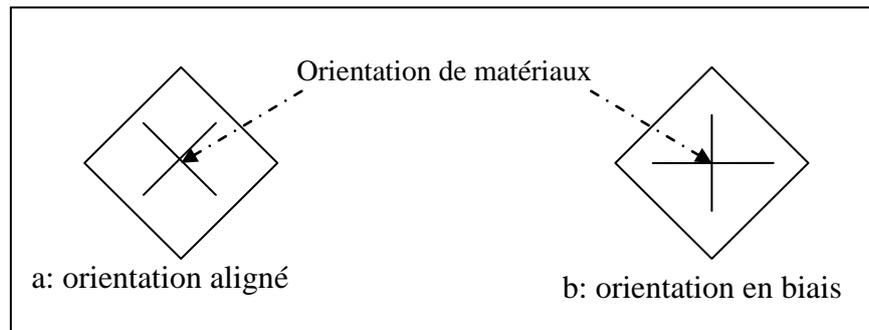


Figure 4.3: Sens d'orientation de matériau par rapport à l'élément.

L'étude est faite sur 3 modèles éléments finis (MEF). Le tableau 4.1 représente les dimensions des modèles utilisés dans cette analyse.

Tableaux 4.1: Dimensions des modèles éléments finis (MEF)

MEF	Longueur (mm)	Largeur (mm)	$\lambda$
1	100	50	2
2	150	50	3
3	200	50	4

L'équation (3.7) (voir §3.1.1), on montre que dans le cas de la traction à  $45^\circ$ , on a:

$$\frac{S_2}{S_1} = 0 \quad (4.13)$$

$S_1$  et  $S_2$  sont respectivement le maximum et le minimum principaux de  $S_g$ .

Alors que en biais extension test le rapport des contraintes principaux dans la zone centrale A de l'éprouvette, présenté par l'équation (3.57) (voir §3.2.1.3) donne :

$$\frac{S_2}{S_1} = -1 \quad (4.14)$$

En diagonalisant de tenseur de déformation de Green Lagrange  $E_g$ , donné par l'équation (3.34) (§3.2.1.1) pour un tissu équilibré ( $k_1=k_2=k$ ), on montre que dans le cas de la traction à  $45^\circ$ :

$$\frac{E_2}{E_1} = -\frac{k - k_3}{k_3 + k} \quad (4.15)$$

$E_1$  et  $E_2$  sont respectivement le maximum et le minimum principaux de  $E_g$ .

Alors que dans la zone centrale A de l'éprouvette en biais extension test, l'équation (3.12) (voir §3.1.2) donne :

$$\frac{E_2}{E_1} = -1 \quad (4.16)$$

Ces interprétations seront comparées avec les résultats numériques des trois modèles des éléments finis.

### 4.2.1 Analyse de l'état de déformation

Nous avons simulé le test d'extension à 45° avec  $k=700$  et  $\frac{k_3}{k} \in 0.007, 0.02, 0.1, 0.3, 1$  pour les trois MEF.

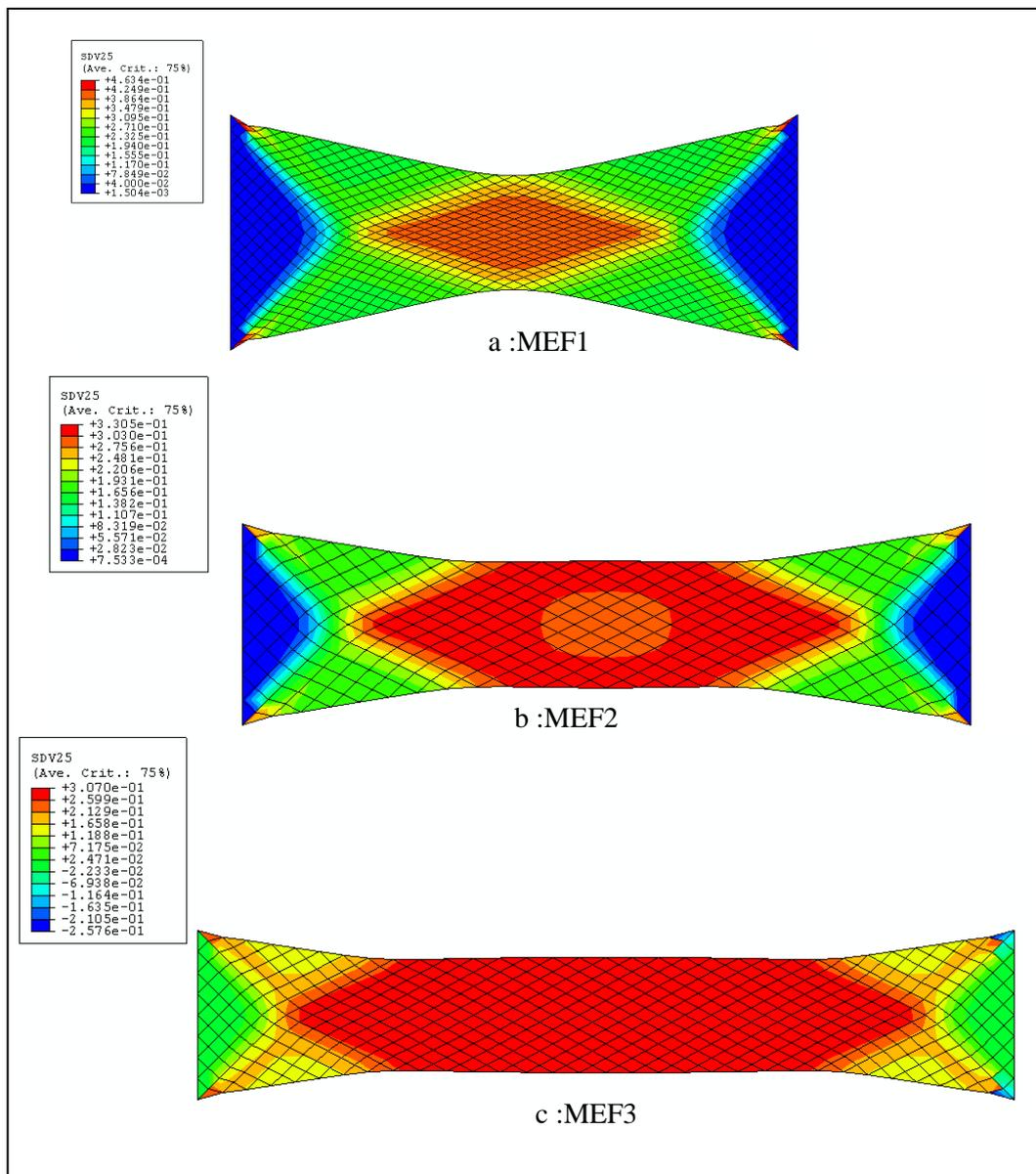
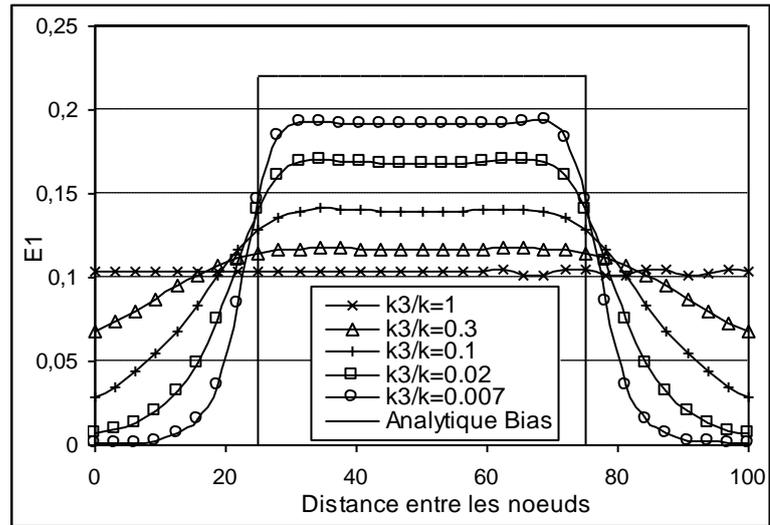
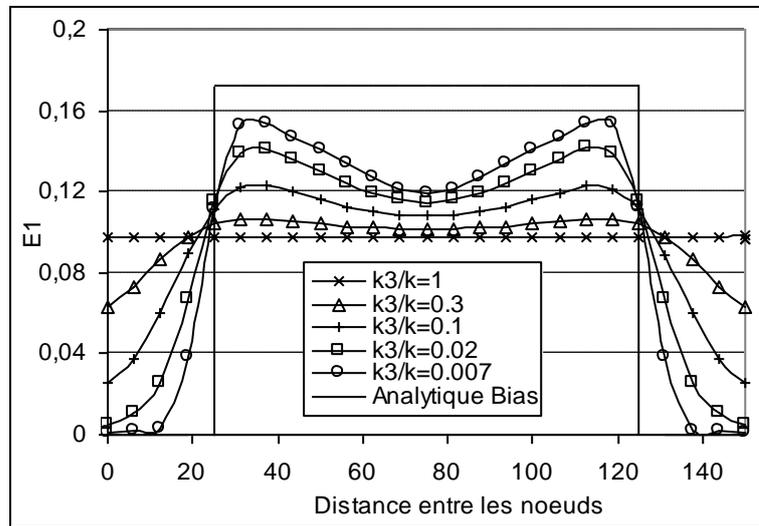


Figure 4.4: Contour des iso valeurs de  $E_{g12}$  avec  $\frac{k_3}{k} = 0.007$  à un déplacement de 20% de longueur initiale.

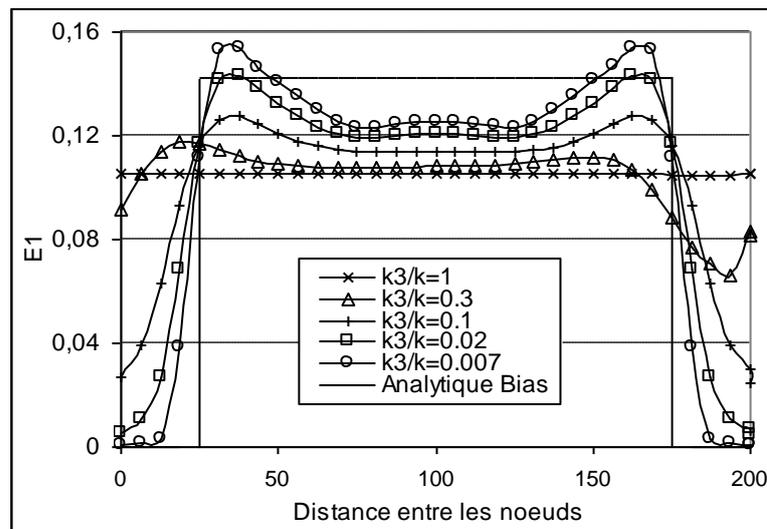
La figure 4.4, montre que pour le plus faible de rapport  $\frac{k_3}{k}$ , les trois zones apparaissent sur MEF dont l'homogénéité varie en fonction de rapport  $\lambda$ .



a:MEF1



b:MEF2



c:MEF3

Figure 4.5 : Evolution de  $E_1$  sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale.

Pour analyser de près l'état de déformation, une étude est réalisée sur trois lignes dans MEF présentées sur la figure 4.2

La première ligne est horizontale désignant l'axe de MEF. La seconde est une ligne oblique au milieu de MEF suivant l'orientation de matériau et la troisième est une ligne verticale passant par le centre de l'éprouvette.

La figure 4.5 montre que plus le rapport  $\lambda$  augmente, plus la déformation dans la zone centrale devient plus en plus hétérogène. En premier lieu, en comparant ces résultats avec la valeur analytique de  $E_1$  correspondant au même déplacement dans le cas de bias extension test, on remarque que les valeurs numériques les plus importantes de  $E_1$  se localisent dans la zone centrale de MEF qui correspond à la zone A dans bias. En second lieu, on constate que plus le rapport des rigidités diminue, plus les valeurs numériques s'approchent de la valeur analytique mais elles ne coïncident pas. Cela est observé aussi dans les graphes de la figure 4.6 qui prouvent que pour le même déplacement de 10%, le rapport de minimum et de maximum principaux des déformations de Green Lagrange tend vers -1 lorsque le rapport des rigidités devient trop faible conformément à l'équation Eq. (4.16) (voir § 4.2).

On peut dire donc qu'au point de vue déformation, l'extension à 45° peut être considérée comme étant un bias extension test lorsque la rigidité en cisaillement est très faible devant la celle en traction ce qui bien le cas de la structure tissée.

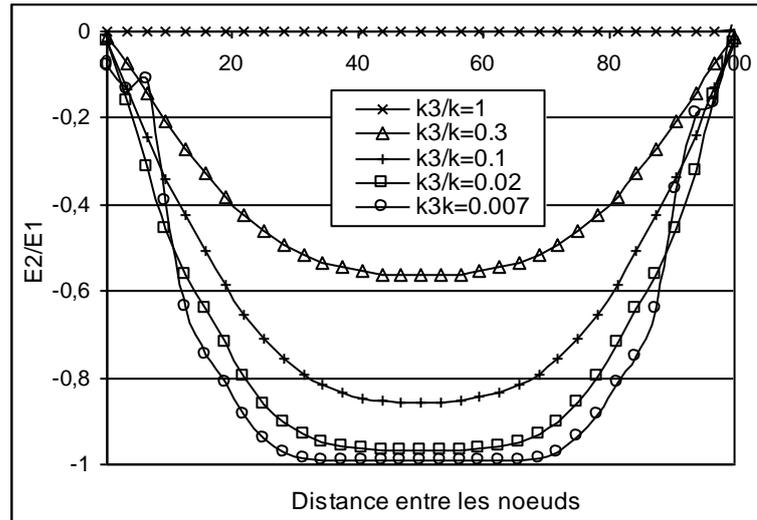
#### 4.2.2 Analyse de l'état de contrainte

Sur la ligne1 et à un déplacement de 10% de longueur initiale, nous avons présenté l'évolution de rapport de minimum et de maximum principaux de second tenseur de Piola Kirchhoff  $S$  sur la figure 4.7. On constate que l'homogénéité de contrainte diminue avec  $\lambda$  et que le rapport de  $S_1$  et  $S_2$  est beaucoup plus proche de 0 que -1. Cela nous permet de dire que l'état de contrainte pendant l'extension à 45° vérifie bien celle de la traction à 45° pour les trois MEF et pour les différents rapports des rigidités.

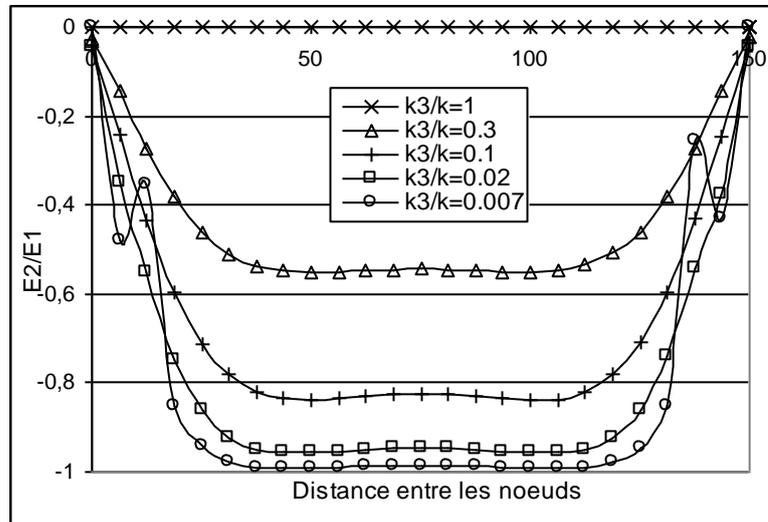
La figure 4.8 présente la variation de  $S_2/S_1$  en fonction de  $E_2/E_1$  dans un élément aux centres des MEF. Ces graphiques montrent bien que le rapport des déformations tend vers -1 lorsque le rapport des rigidités tend vers des valeurs plus faibles, alors que le rapport de contrainte est toujours au voisinage de 0 dans tous les cas.

Jusqu'à ce stade, on montre que l'extension à 45° est un bias extension test avec un l'état de contrainte de traction.

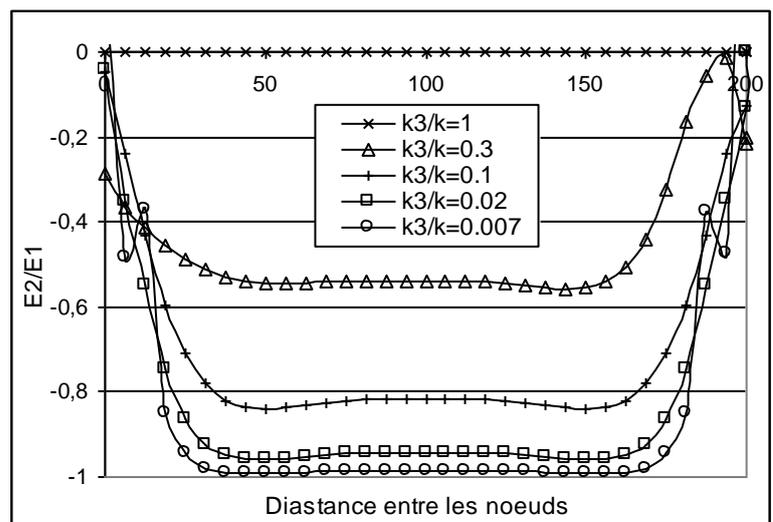
Dans les prochains paragraphes, on s'intéresse à l'étude de variation d'angle entre les fils et l'élongation dans la direction de matériau.



a:MEF1

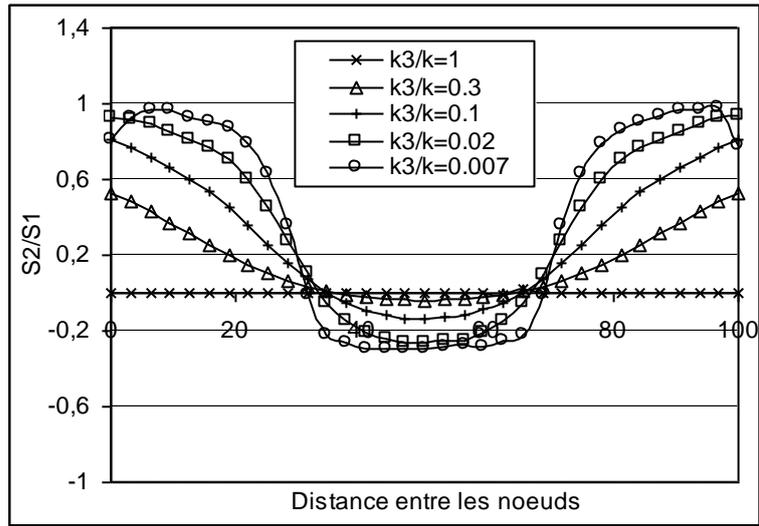


b:MEF2

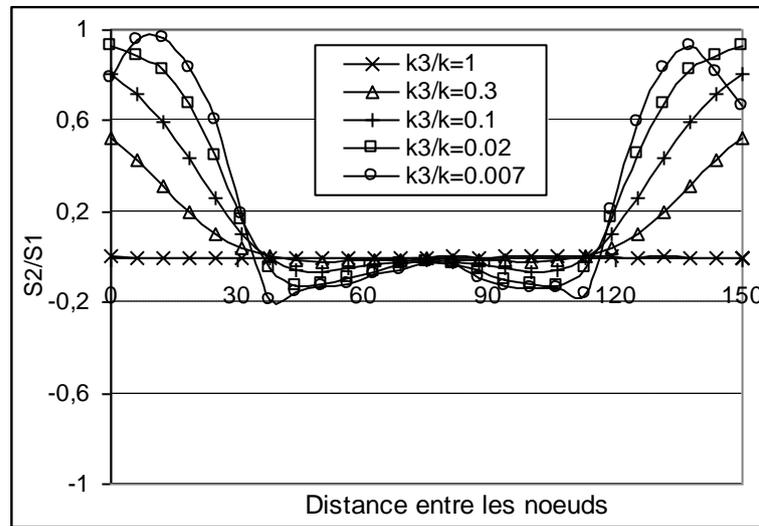


c:MEF3

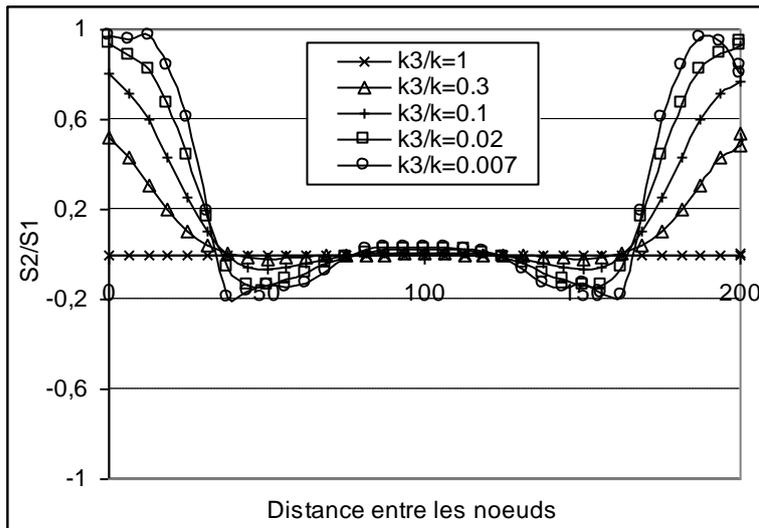
Figure 4.6 : Evolution de  $\frac{E_2}{E_1}$  sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale.



a:MEF1

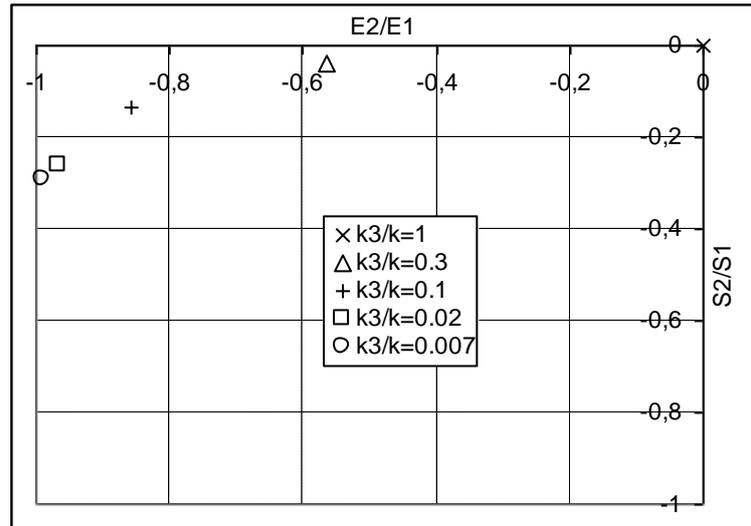


b:MEF2

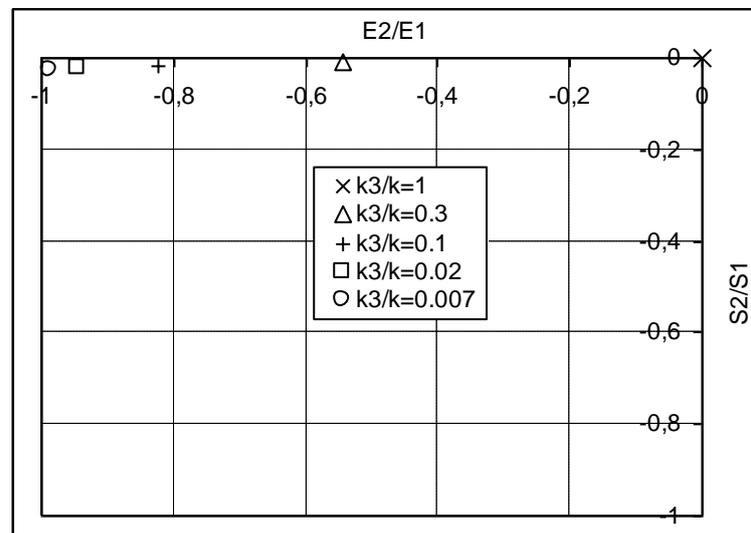


c:MEF3

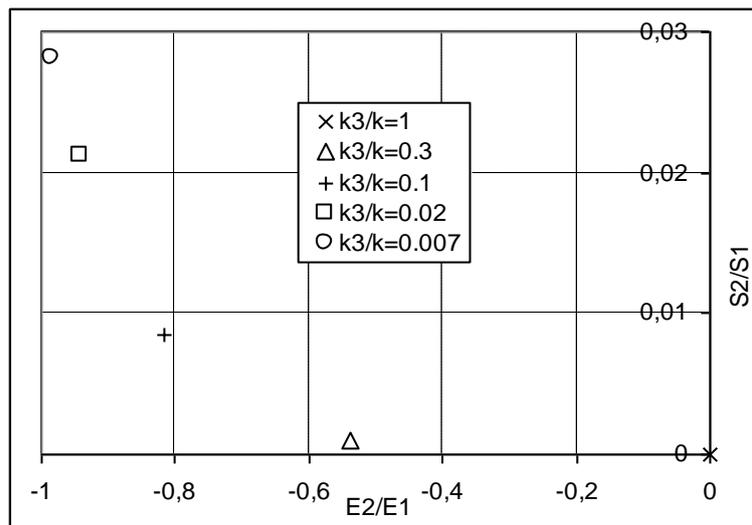
Figure 4.7 : Evolution de  $\frac{S_2}{S_1}$  sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale



a:MEF1



b:MEF2



c:MEF3

**Figure 4.8 : Variation de  $\frac{S_2}{S_1}$  en fonction  $\frac{E_2}{E_1}$  sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale.**

### 4.2.3 Analyse de variation d'angle entre les fils

Selon la loi quadratique simplifiée, l'angle  $\theta$  entre les directions matérielles peut être déterminé, en fonction des composants de tenseur de Green Lagrange, comme suit:

$$\theta_N = \arccos\left(\sqrt{\frac{(2E_{g12})^2}{(2E_{g22}+1)(2E_{g11}+1)}}\right) \quad (4.17)$$

D'autre part selon l'interprétation analytique de la traction à 45°, cet angle est équivalent à:

$$\theta_T = \arccos\left(\frac{E_{11}(1-\nu_{45})}{\sqrt{(E_{11}+E_{22}+1)^2}}\right) \quad (4.18)$$

L'angle entre les fils dans la zone centrale en bias extension test peut être exprimé en fonction de déplacement 'd' comme suit:

$$\theta_B = 2\arccos\left(\frac{D+d}{\sqrt{2}D}\right) \quad (4.19)$$

La figure 4.9 représente une comparaison entre les valeurs numériques et les valeurs analytiques de  $\theta$  en bias extension test et en traction à 45° (T45) le long de la ligne 1 à déplacement de 10% sur les trois MEF. On constate que  $\theta_N$  est plus homogène dans MEF1 et tend vers la valeur de  $\theta_B$  dans la zone centrale lorsque le rapport des rigidités tend vers la valeur la plus faible, en restant très loin des valeurs  $\theta_T$ . Ainsi on peut dire que pendant l'extension à 45°, l'angle de cisaillement s'approche aux valeurs prévues en bias extension test pour des rigidités en cisaillement très faibles.

### 4.2.4 Analyse d'élongation dans la direction de fil

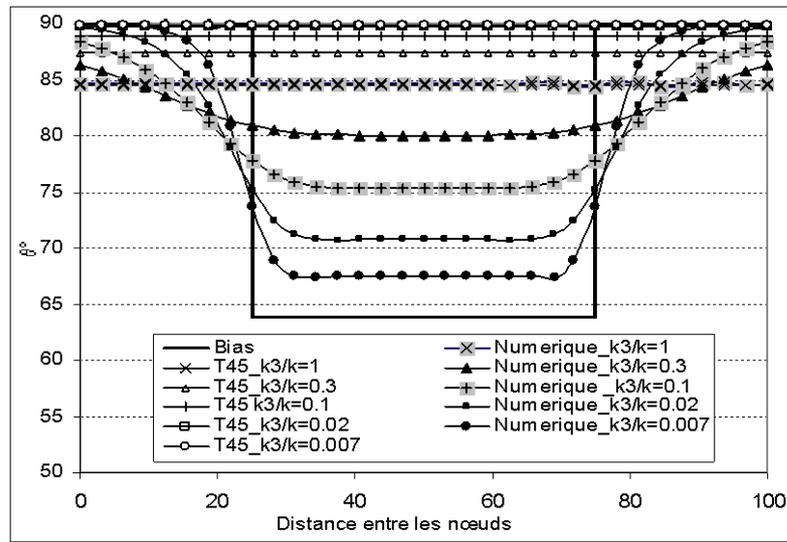
Le bias extension test est toujours interprété avec l'hypothèse de non allongement des fils. Pour cela dans le modèle éléments finis, les nœuds suivant les directions matérielles doivent vérifier la relation suivant:

$$E_{g11} = E_{g22} = 0$$

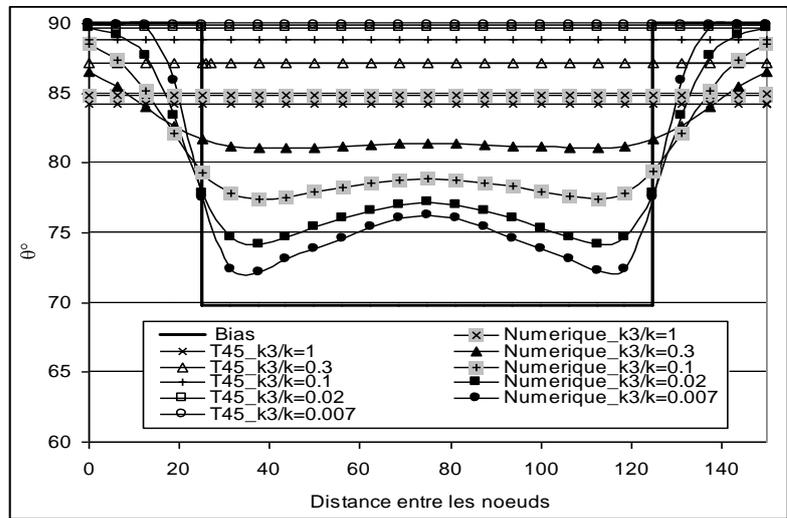
Alors que durant la traction à 45°, pour un tissu tel que  $k_1=k_2=k$  et  $k_{12}=0$ , les nœuds suivant les directions matérielles doivent vérifier Eq. (3.56) (§ 3.2.1.2)

Dans les trois MEF, nous avons déterminé la déformation de Green Lagrange  $E_{g11}$  de nœuds de la ligne 2 et nous avons comparé les valeurs numériques de déformation avec les valeurs prévues dans le cas de bias et de la traction à 45°. Les résultats sont présentés sur les graphes de la figure 4.10. On remarque que la déformation est homogène le long de la ligne et que la déformation numérique correspond exactement à ce qui était prévue dans le cas de la traction à 45° sur le trois MEF avec les différents rapports de rigidités.

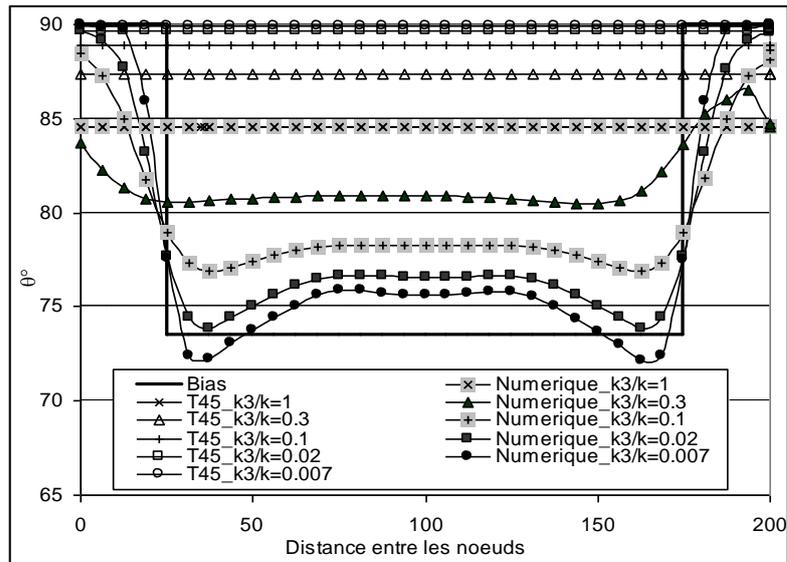
La même analyse précédente est faite le long de la ligne 3 et les résultats sont identiques au cas précédent en déformation et en contrainte (voir Fig.4.11).



a:MEF1

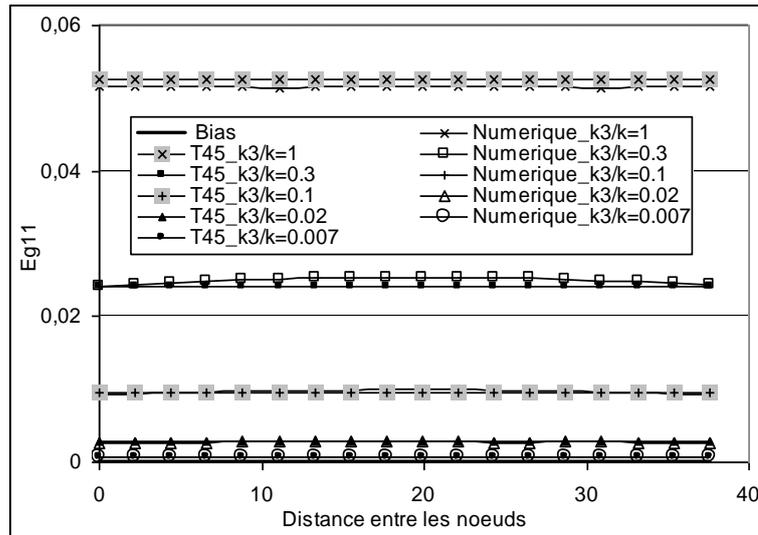


b:MEF2

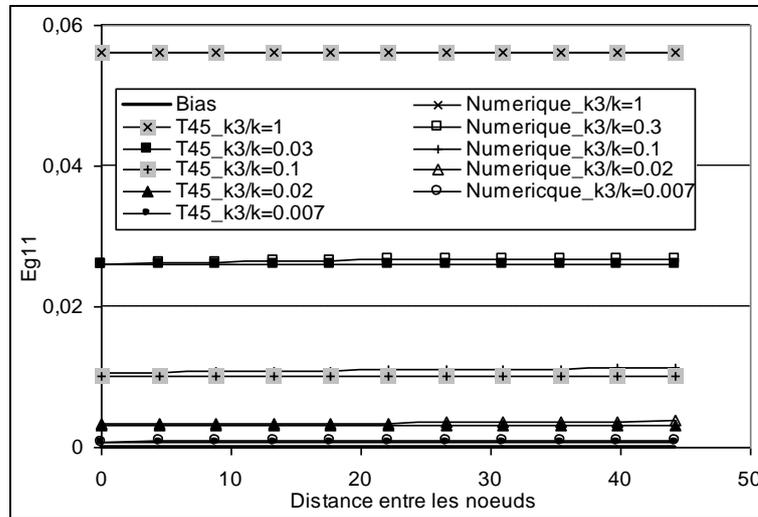


c:MEF3

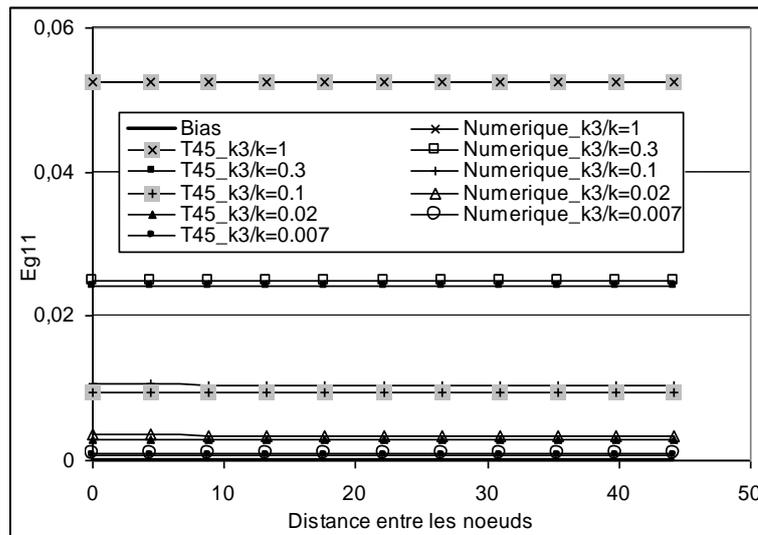
Figure 4.9 : Evolution de l'angle entre les fils sur la ligne 1 à un déplacement de 10% de longueur initiale.



a:MEF1

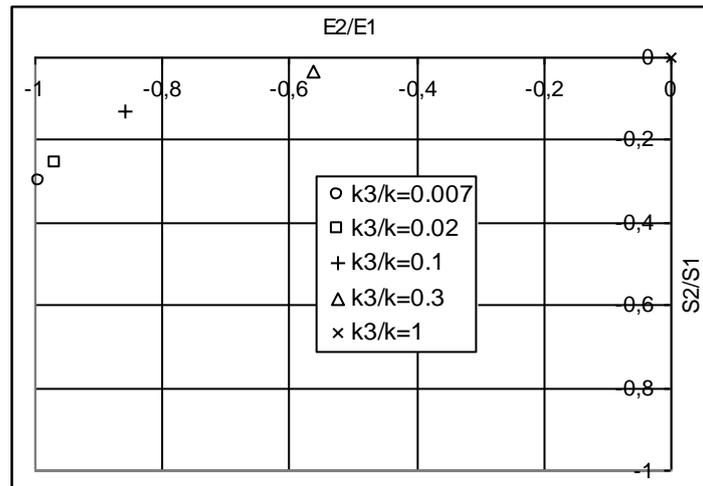


b:MEF2

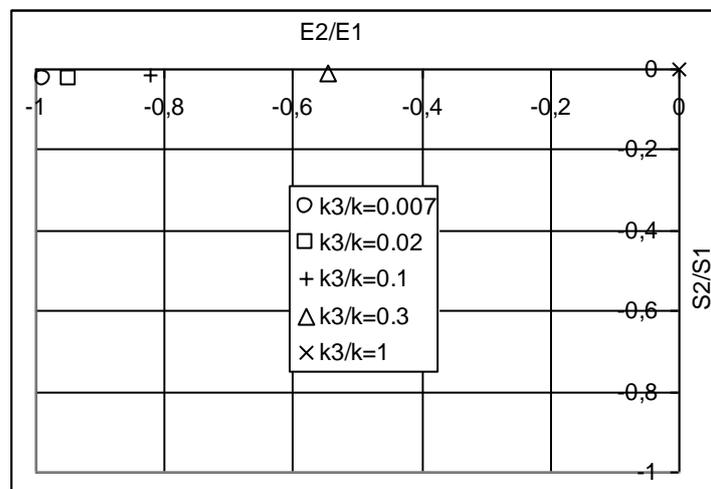


c:MEF3

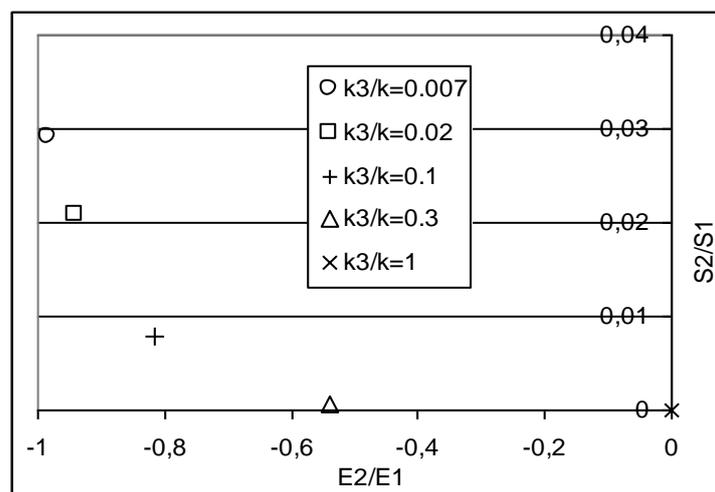
Figure 4.10 : Variation  $E_{g11}$  le long de la ligne 2 à un déplacement de 10% de longueur initiale



a:MEF1



b:MEF2



c:MEF3

Figure 4.11. : Variation de  $\frac{S_2}{S_1}$  en fonction  $\frac{E_2}{E_1}$  sur la ligne 3 à un déplacement de 10% de longueur initiale.

### 4.3. Identification des paramètres de la loi hyperélastique en puissance

En adoptant le modèle en puissance pour décrire le comportement mécanique du tissu, nous avons commencé à identifier ses paramètres.

#### 4.3.1. Paramètres de la traction

Dans les expressions de la force en traction dans le sens chaîne et trame présentées respectivement par Eq.(3.83) et Eq.(3.84) ( voir§3.3.2.2), figurent les paramètres suivants:  $a$ ,  $b$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_{12}$ . Pour les déterminer nous avons recouru à l'ajustement des courbes expérimentales en traction  $0^\circ/90^\circ$  de trois tissus avec les expressions analytiques de la force sous Origin. Les paramètres sont identifiés selon la méthode de moindre carrée et ils sont regroupés dans le tableau.4.3.

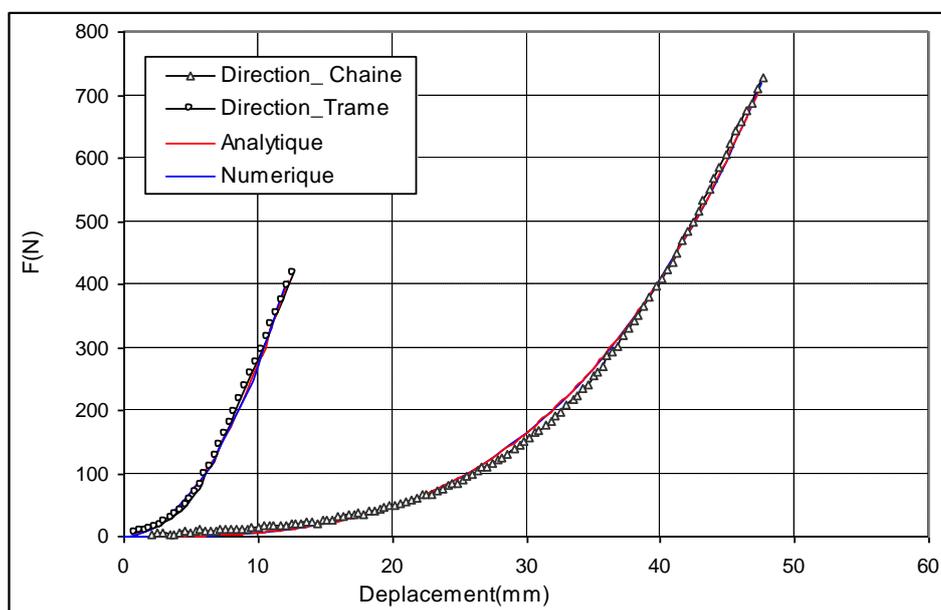


Figure 4.12: Identification des paramètres de la traction de Toile.

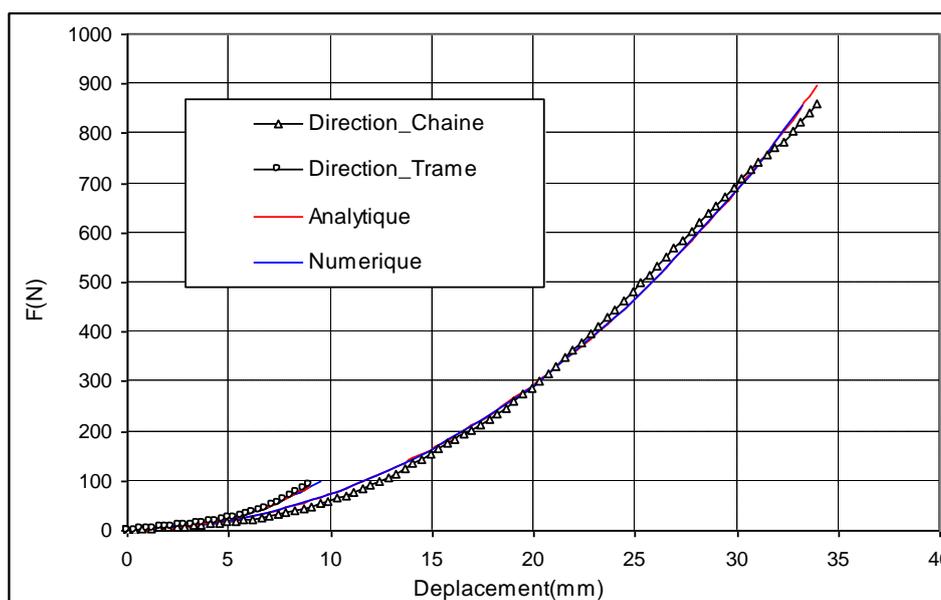


Figure 4.13 : Identification des paramètres de la traction de Sergé.

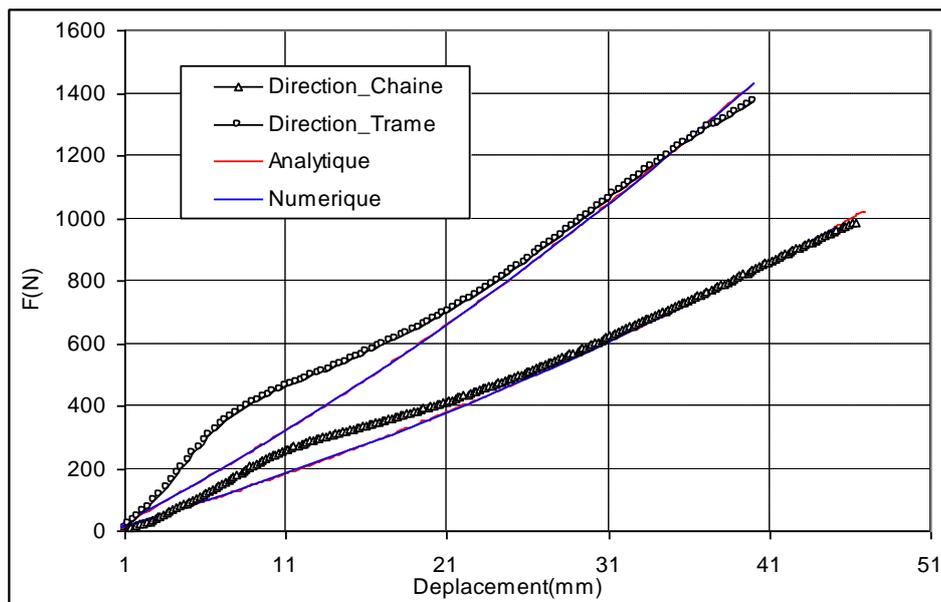


Figure 4.14: Identification des paramètres de la traction de Satin.

Tableau 4.3 : Paramètres identifiés en traction

Paramètres	Tissus		
	Toile	Sergé	Satin
$a$	3.802	2.862	2.015
$b$	2.896	3.138	2.002
$k_1$	44.810	85.906	39.599
$k_2$	337.771	223.794	67.966
$k_{12}$	0.035	0.035	0.013

En utilisant les paramètres identifiés pour lancer une simulation numérique de la traction chaîne et trames, on montre que la traction  $0^\circ/90^\circ$  est plus homogène dans la toile (voir Fig.4.12) et le sergé (voir Fig.4.13) que dans le satin (voir Fig.4.14) et cela est justifié par la bonne concordance entre les courbes de la réponse analytique et numérique de toile et de sergé.

#### 4.3.2. Paramètre de cisaillement

Pour optimiser les paramètres  $k_3$  et  $k_4$  de cisaillement figurant dans l'équation Eq.(3.93), nous avons utilisé la méthode d'identification inverse à partir de l'essai de bias extension test. Cette méthode consiste à ajuster les paramètres de modèle en comparant les résultats numériques avec les données expérimentales. L'algorithme utilisé dans cette étude est l'algorithme de Levenberg\_Marquardt qui était fréquemment utilisé pour identifier des lois de comportement [SCH92]. La méthode inverse utilisée est décrite par l'organigramme représenté dans la figure 4.15.

Les paramètres de cisaillement de trois tissus suivant le modèle hyperélastique en puissance sont représentés dans le tableau 4.4.

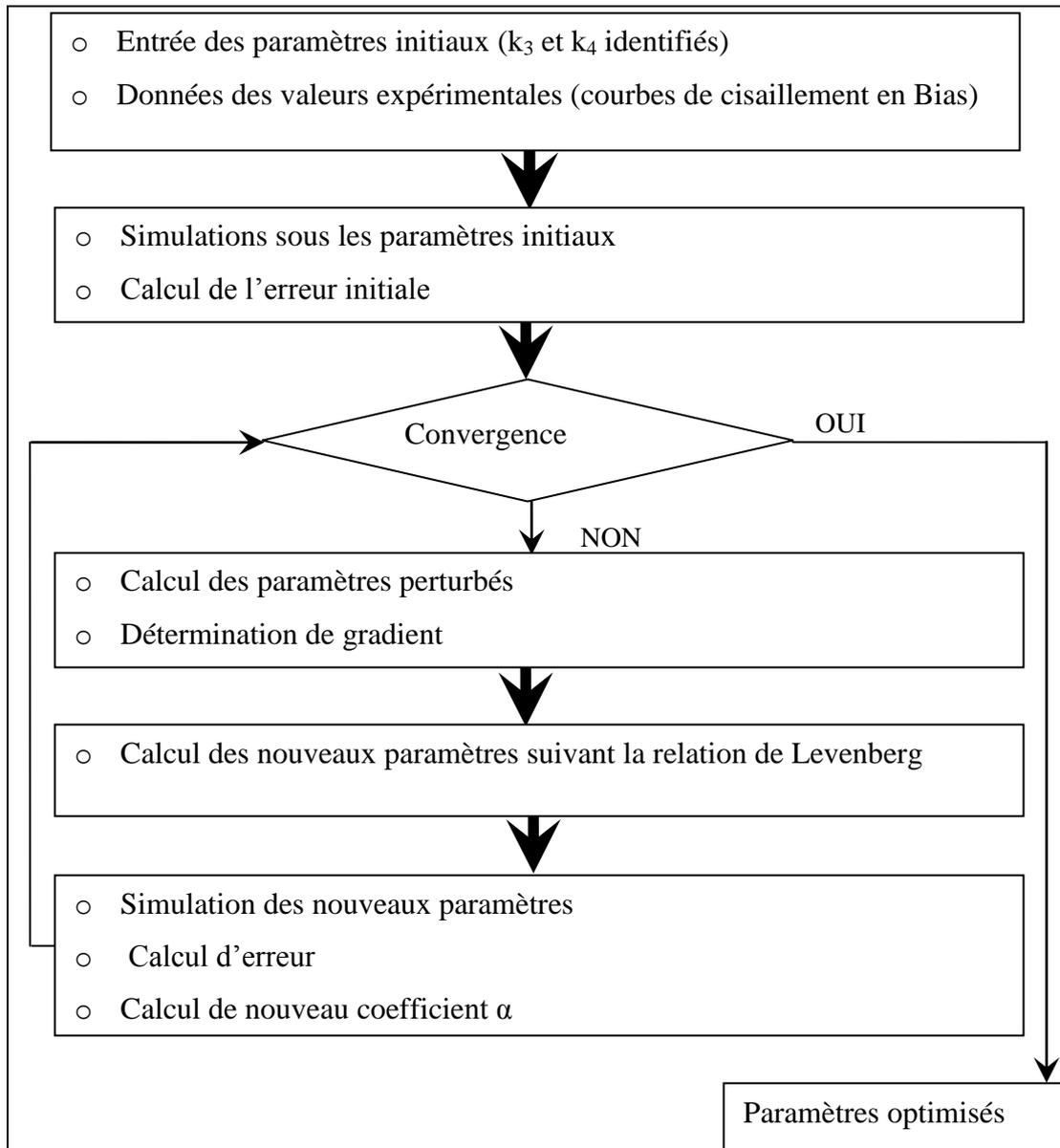
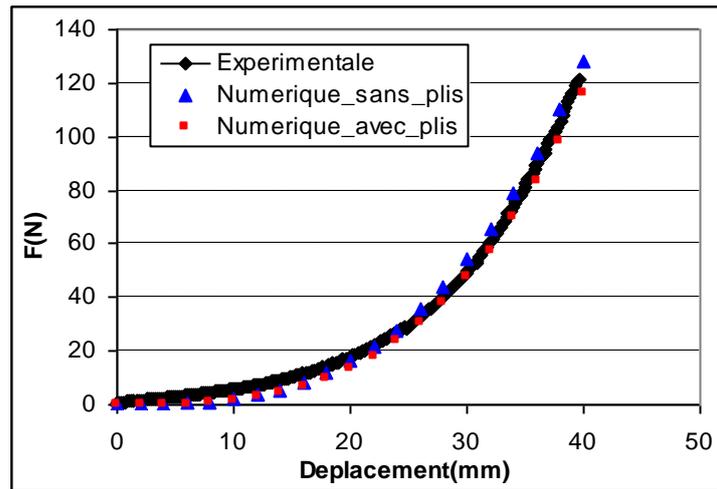


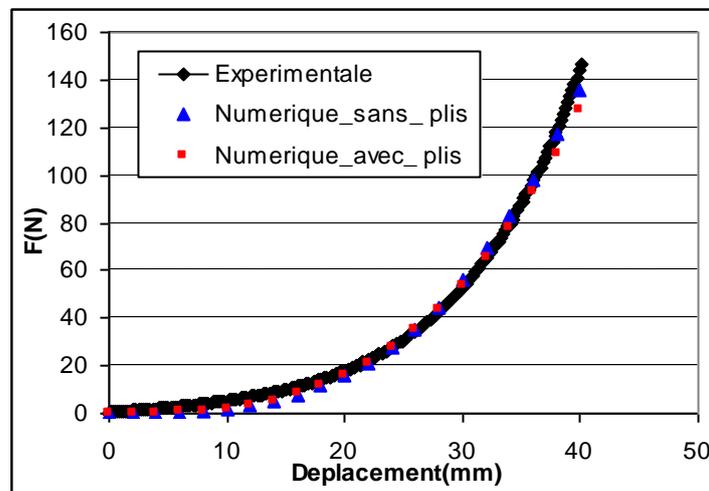
Figure 4.15. Algorithme d'optimisation par la méthode inverse.

Tableau 4.4: Paramètres optimisés de cisaillement

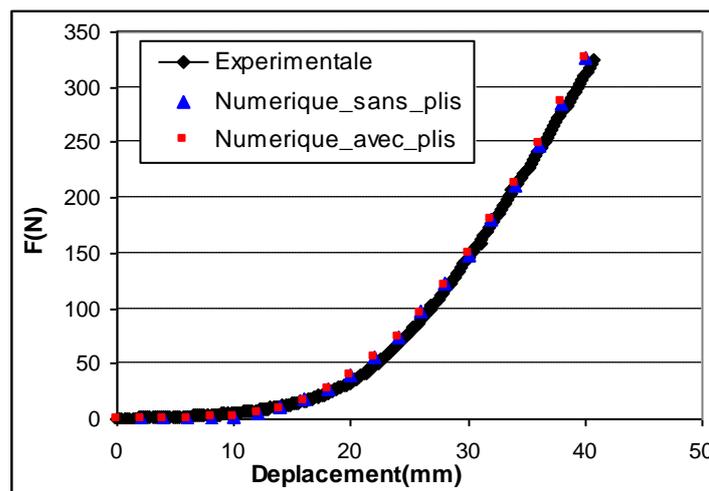
Paramètres	Tissu		
	Toile	Sergé	Satin
$k_3$	14.92	10.792	51.571
$k_4$	2.022	2.188	2.796



a: Toile



b: Sergé



c: Satin

Figure 4.16. Comparaison entre les réponses expérimentale et numérique en bias extension test.

Pendant le bias extension test et après avoir dépassé un déplacement bien déterminé, des plis commencent à apparaître le long de l'éprouvette, ce qui n'était pas observé dans la simulation numérique de test. Pour cela nous avons provoqué une perturbation sur trois nœuds de MEF en leur accordant un déplacement suivant la normal d'une amplitude de 0.001 mm juste au début de l'essai.

La simulation numérique réalisée avec les paramètres optimisés, montre que cette perturbation fait apparaître des plis qui persistent jusqu'à la fin de l'essai et dont la profondeur a dépassé 0.001mm pour atteindre 2mm (voir tableau 4.5). Ce qui prouve une instabilité de structure. La figure 4.16 montre que ce mouvement hors plan n'a pas changé la réponse globale.

Tableau 4.5: Contour des iso valeurs de  $E_{12}$  et  $U_3$ .

	MEF_ Bias test _sans _plis	MEF_ Bias test _avec _plis
	Iso valeurs de composante de cisaillement de Green-Lagarange $E_{12}$	Iso valeurs de $U_3$
Toile		
Sergé		
Satin		

#### 4.4. Validation de modèle

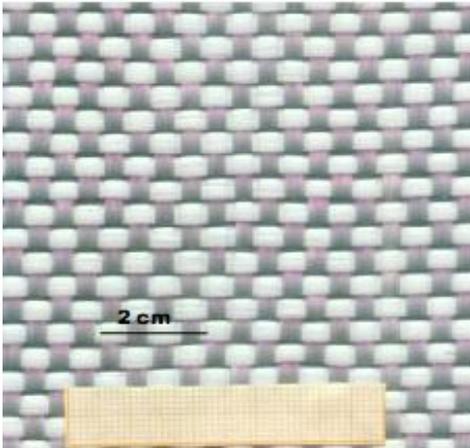
Pour valider le modèle proposé, nous avons recours aux tests de la mise en forme des renforts tissés (tissu à usage technique). Nous avons utilisés deux types des tissus: un taffetas de verre équilibré et un sergé 2x2 de polyamide déséquilibré. Le premier est embouti sous la forme d'une boîte carré et le deuxième sous forme hémisphérique.

### 4.4.1 Caractérisation mécanique des tissus utilisés

#### 4.4.1.1. Taffetas de Verre équilibré

La contexture du tissu taffetas de verre équilibré est représentée dans le tableau 4.6. Les courbes des réponses en traction et en cisaillement sont prises de travaux de Dumont [DUM03b]. Ces courbes sont utilisées pour identifier les paramètres de modèle hyperélastique en puissance.

Tableau 4.6: Contexture de taffetas de verre équilibrée [DUM03b]

	<u>Armure</u> : Taffetas (toile)
	<u>Largeur des mèches (mm)</u> : wc=3.2 , wt=3.1
	<u>Densité (mèche/mm)</u> : nc=0.251, nt=0.248
	<u>Embufrage retrait (%)</u> : Sc=0.5, St=0.54
	<u>Densité surfacique</u> : $w_{\text{fibre}}=600\text{g/mm}^2$ <u>l'angle de blocage en cisaillement</u> : 52°

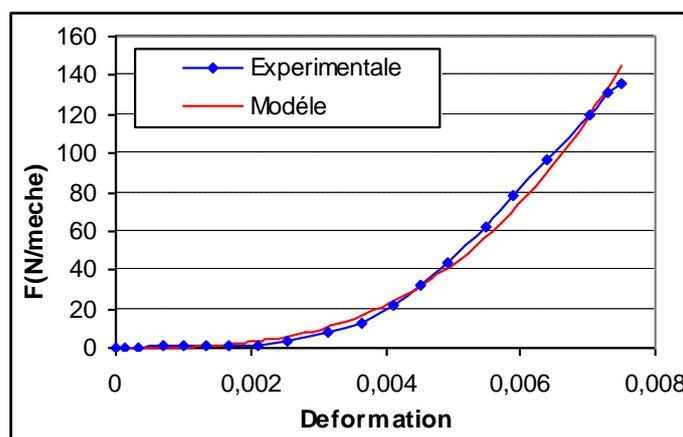


Figure 4.17: Optimisation des paramètres de la traction de taffetas de verre équilibrée à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].

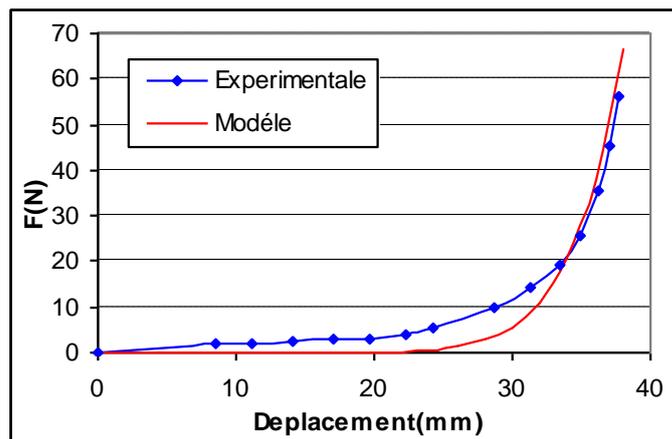


Figure 4.18: Optimisation des paramètres de cisaillement de taffetas de verre équilibrée à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].

Les paramètres de traction sont identifiés en ajustant la réponse analytique de modèle en puissance avec la réponse expérimentale (voir Fig.4.17). Alors que les paramètres de cisaillement sont optimisés par la méthode d'indentification inverse (voir Fig.4.18). Les paramètres de modèle en puissance décrivant le comportement mécanique du tissu de verre équilibré sont regroupés dans le tableau 4.7

Tableau 4.7 : Paramètres optimisés de taffetas de verre équilibré

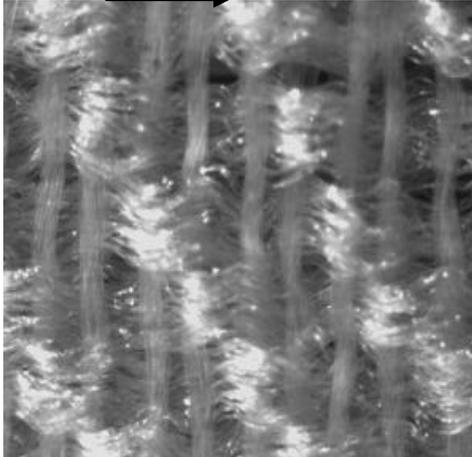
Paramètres	Valeurs
$k_1$	5307748.967
$k_2$	5307748.967
$a$	3.99
$b$	3.99
$k_{12}$	0.015
$k_3$	1.324
$k_4$	5.294

#### 4.4.1.2. Sergé 2x2 de polyamide déséquilibré

Ce tissu est constitué des fibres de polyamide (nylon 6x6). Les mèches de chaîne sont rectilignes constituées de fibrines parallèles et très ordonnées. Celles de trames sont très onduleuses à cause de la texturation (voir tableau 4.8), ce qui donne à la mèche un aspect très extensible et élastique même pour de grandes elongations.

Les paramètres de modèle en puissance sont identifiés à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b] (voir Fig.4.19 et Fig.4.20) et regroupés dans le tableau 4.9.

Tableau 4.8: Sergé 2x2 de polyamide déséquilibré [DUM03b].

	<u>Armure :</u> Sergé2x2
	<u>Largeur des mèches (mm)</u> wc=0.05-0.15, wt=0.2-0.3
	<u>Densité (mèches/mm)</u> nc=2.85, nt=2.85
	<u>Densité surfacique :</u> $w_{\text{fibre}}=350\text{g/m}^2$
	<u>Fraction volumique de fibres</u> $V_f=56.2\%$

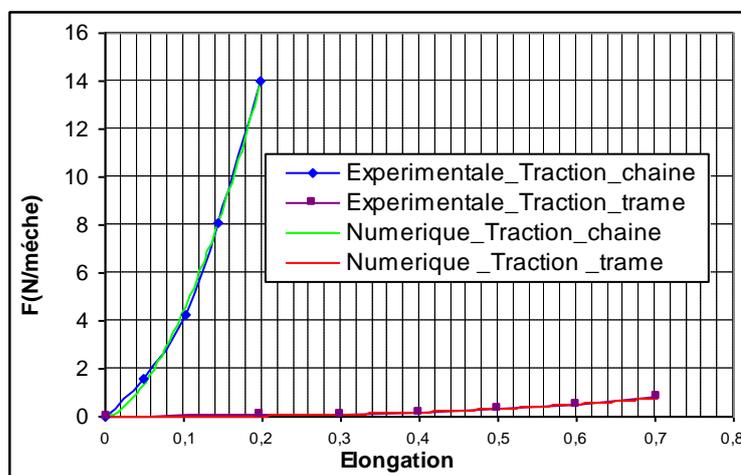


Figure 4.19: Optimisation des paramètres en traction de sergé 2x2 de polyamide déséquilibré à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].

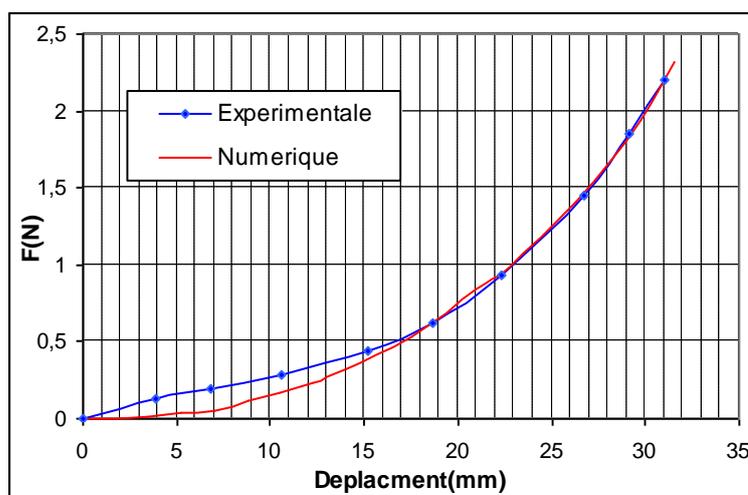


Figure 4.20: Optimisation des paramètres en cisaillement sergé 2x2 de polyamide déséquilibré à partir des travaux expérimentaux de Dumont [DUM03b].

**Tableau 4.9: Paramètres optimisés de sergé 2x2 de polyamide déséquilibré.**

Paramètres	Valeurs
$k_1$	10.317
$k_2$	0.0344
$a$	2.59
$b$	3.06
$k_{12}$	0.015
$k_3$	0.1
$k_4$	1.75

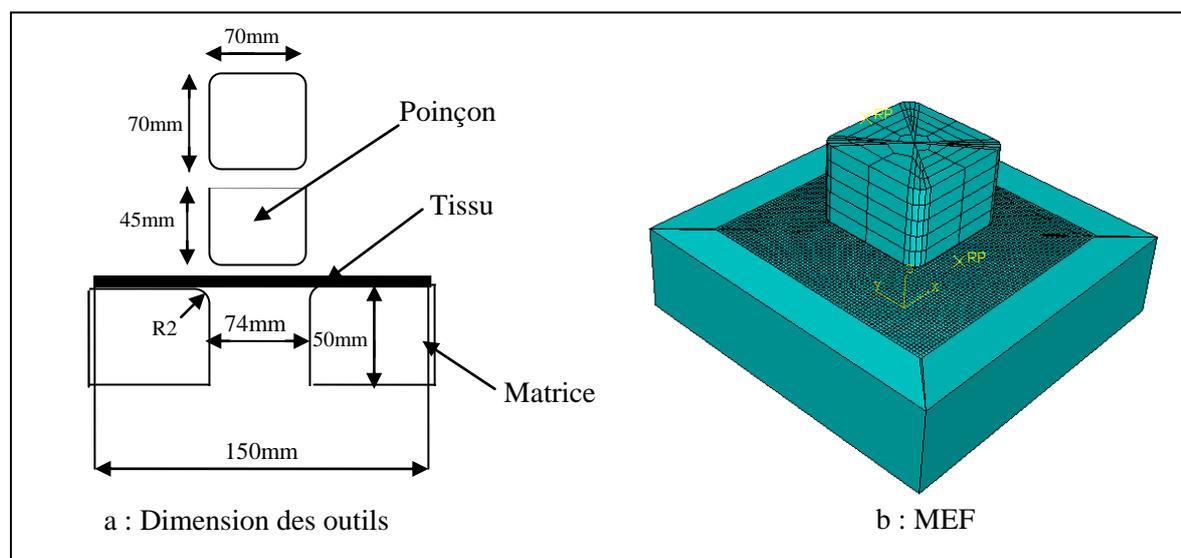
#### 4.4.2 Simulation de mise en forme des renforts tissés

La simulation des procédés de la mise en forme est réalisée sous Abaqus/explicit moyennant la routine 2 décrivant la loi de comportement hyperélastique en puissance.

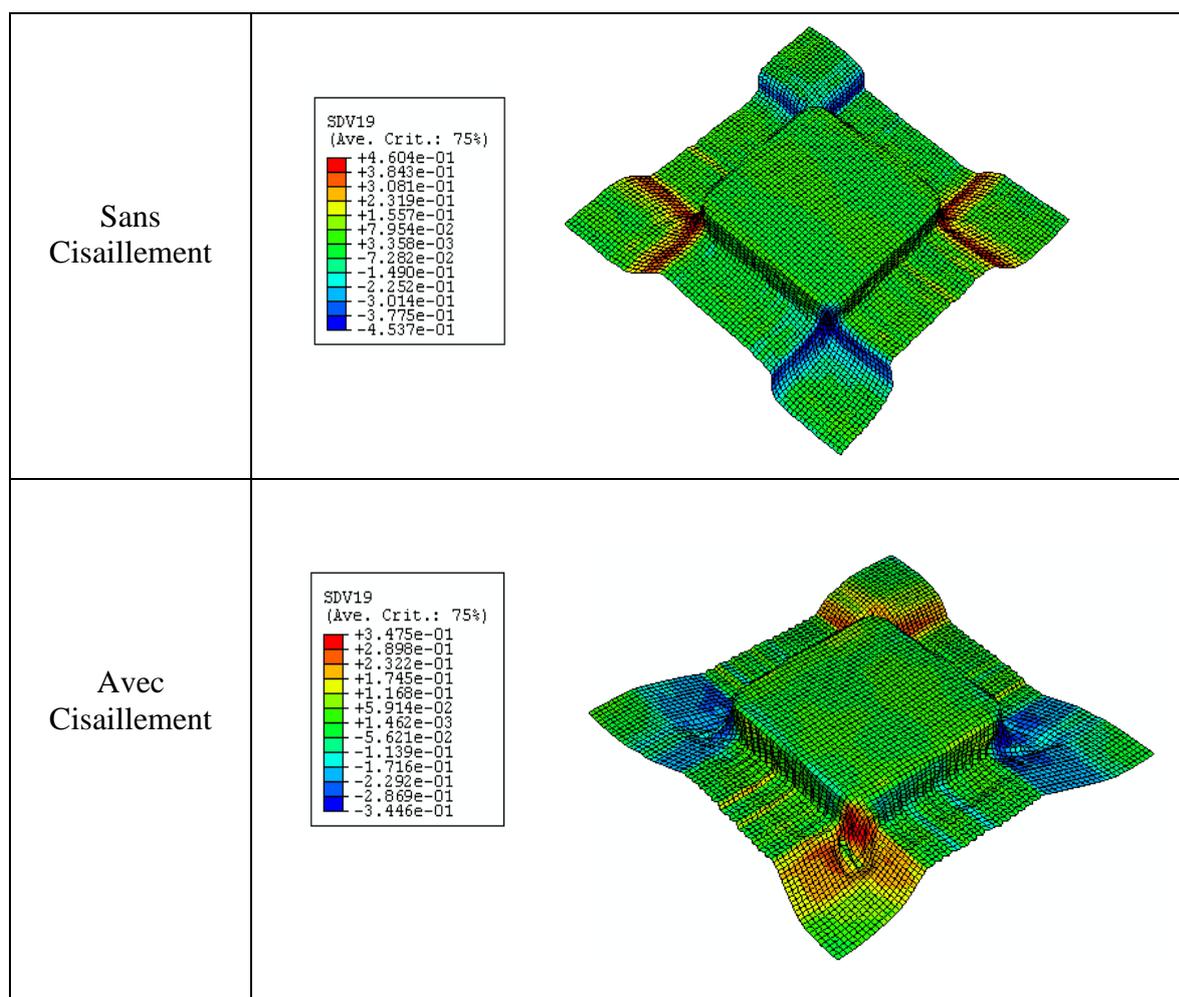
A fin de mieux comprendre l'influence de l'introduction de la rigidité de cisaillement sur la simulation, on utilise deux types de formulations. La première tient compte de la rigidité de tension seulement, tandis que le second intègre également celle de cisaillement.

##### 4.4.2.1. Simulation de la mise en forme d'une boîte «carrée» de taffetas de verre équilibré

Les dimensions des outils sont données par la figure 4.21a. Le poinçon et la matrice sont modélisés avec des formes analytiques rigides. Alors que le tissu est modélisé par une membrane maillée avec l'élément M3D4R (voir Fig.4.21b).



**Figure 4.21: Simulation numérique de la mise en forme d'une boîte carrée.**

**Tableau 4.10 : Comparaison entre résultats numérique de la mise en forme d'une boîte « carré » de taffetas de verre équilibré.**

A partir de tableau 4.10, on remarque que la composante de cisaillement de Green Lagrange  $E_{12}$  est assez différente dans deux approches, elle est plus importante de le cas sans rigidité en cisaillement. On observe l'absence des plis avec l'approche en tension pourtant on dépasse l'angle limite de blocage de ce tissu ( $52^\circ$ ) en arrivant à  $67^\circ$ . Par contre ces plis se sont très développés dans le second cas. On constate aussi que la variation d'angle entre les deux directions matérielles, par rapport à l'état initiale, apparaît beaucoup moins importante dans le cas avec rigidité en cisaillement. Le maximum d'angle de cisaillement dans les zones plissées est de l'ordre de  $40^\circ$ . Ainsi on montre le rôle de rigidité de cisaillement dans l'apparition d'instabilité de structure.

#### 4.4.2.2. Simulation de la mise en forme d'un hémisphère de sergé 2x2 de polyamide déséquilibré

Pour simuler ce test, nous avons utilisé un poinçon, une matrice et un serre flan. Le poinçon et la matrice impriment la forme finale au flan tissé. Le flan désigne le matériau à emboutir. Le serre flan est un outil qui permet d'appliquer un effort (6kg) de serrage sur le flan afin de limiter son avalement dans la matrice et retarder l'apparition de plis (voir Fig.4.22a). Les dimensions des outils sont présentées par la figure 4.22b. La matrice et le poinçon sont

modélisés avec des formes analytiques rigides alors que le serre flan poinçon est un discret rédige. Le tissu est maillé avec des éléments M3D4R (voir Fig.4.23).

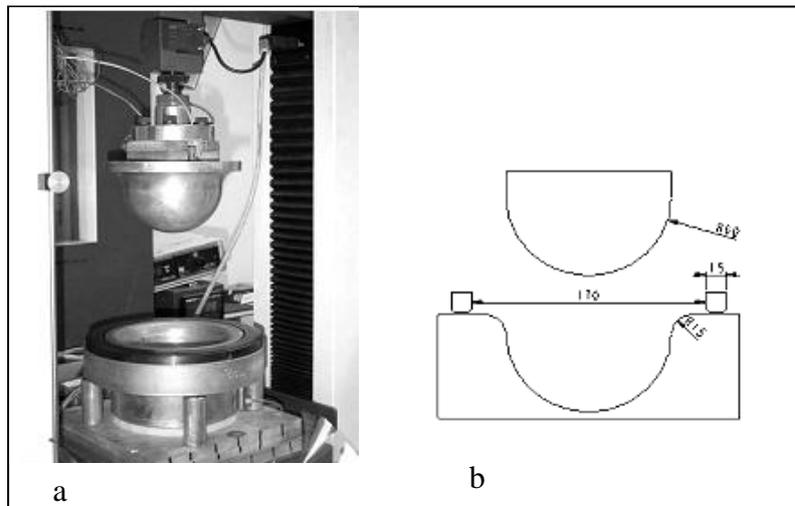


Figure 4.22: les outils utilisés pour l'emboutissage hémisphérique [DUM03b].

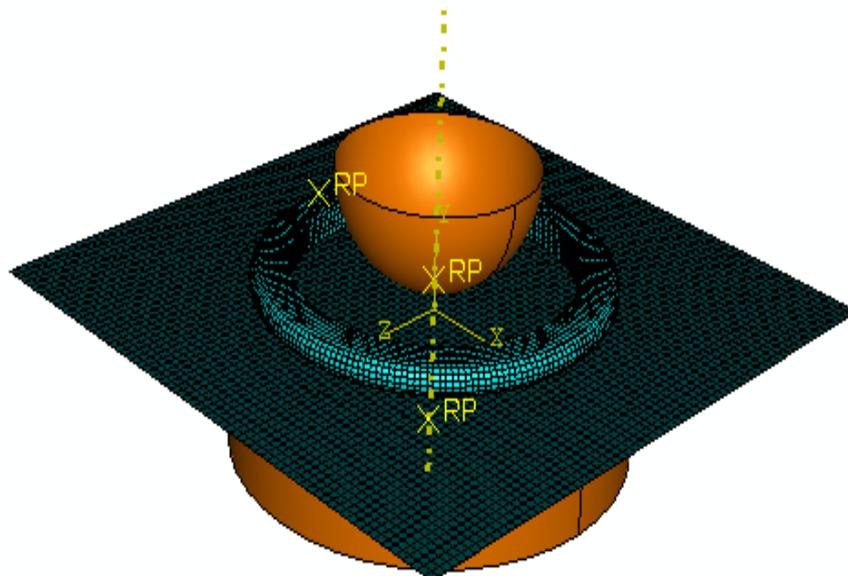
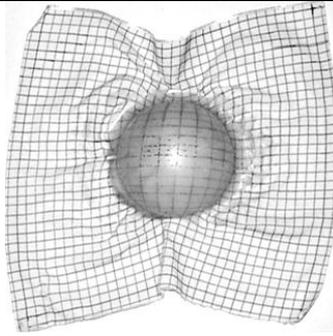
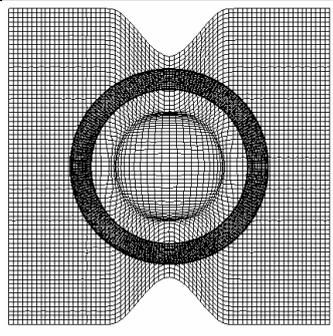
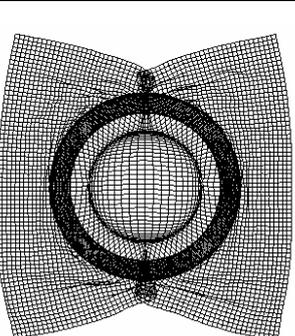
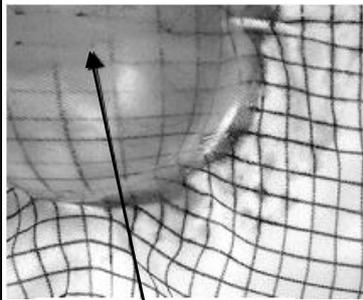
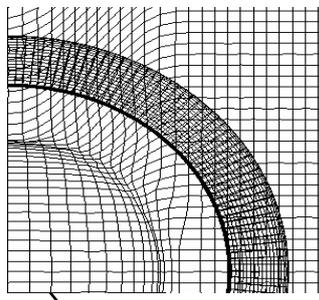
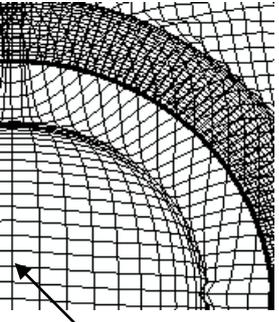


Figure 4.23: Modèle éléments finis de la mise en forme hémisphérique.

La déformée expérimentale de sergé 2x2 de polyamide (voir tableau 4.11) montre que dans la direction chaîne, correspondant aux mèches les plus rigides, il y avait un avalement important du tissu dans la matrice, conduisant à l'apparition de plis. Cela est bien vérifié dans l'approche avec rigidité en cisaillement. Par contre dans l'autre direction les mèches se déforment très fortement. Le rapport de ces déformations, au sommet de l'hémisphère, est de l'ordre de 1,8. Alors que le résultat numérique donne un rapport de 1.87 dans le cas de simulation sans rigidité en cisaillement et une valeur de 1.78 dans le second cas.

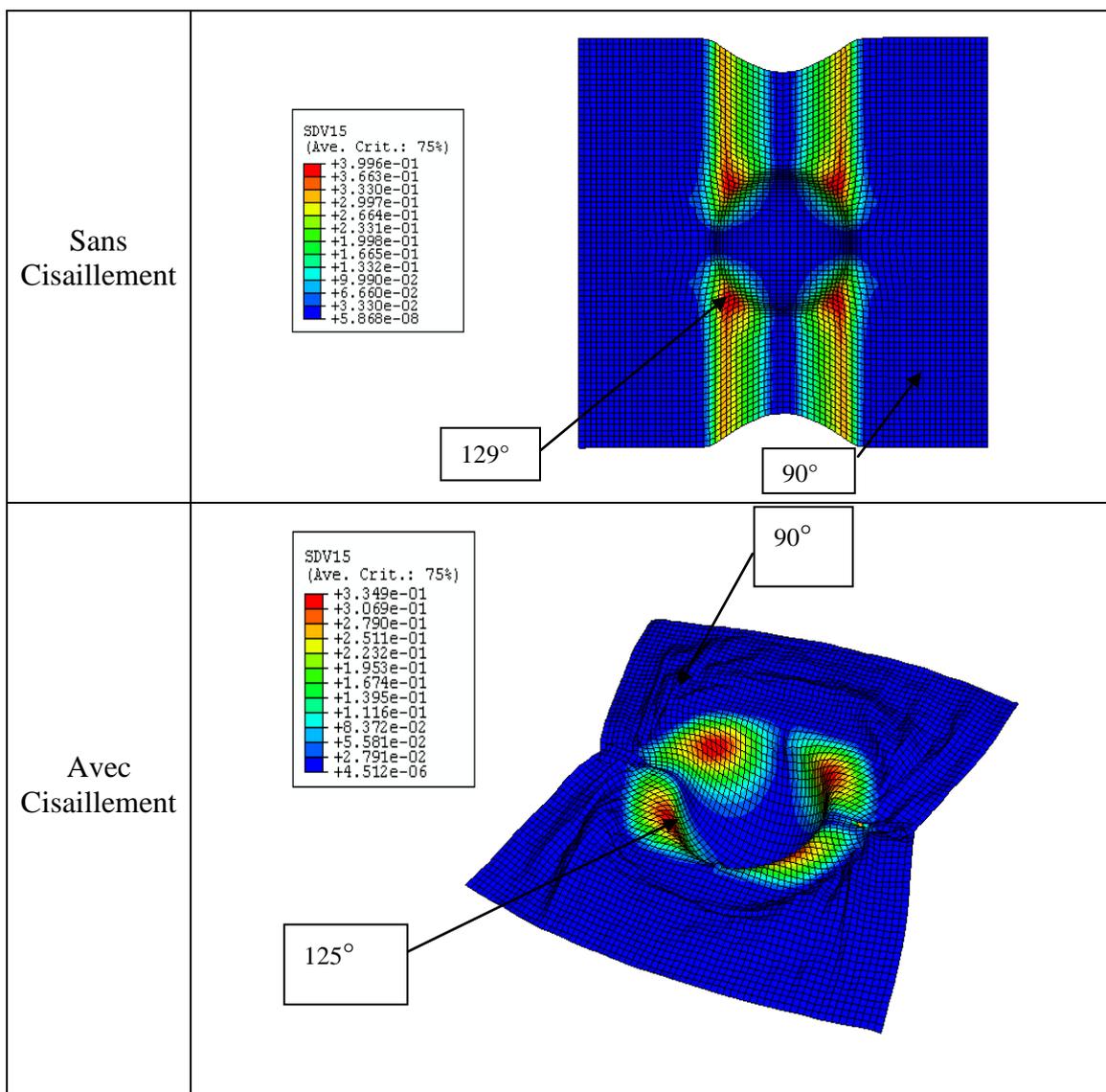
**Tableau 4.11: Comparaison entre les résultats numérique et expérimentale [DIM03b] de la mise en forme hémisphérique de sergé 2x2 de polyamide déséquilibré.**

Expérimentation	Sans cisaillement	Avec cisaillement
		
 <div data-bbox="261 1108 576 1182" style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <math>L_{trame}/L_{chaîne}=1.80</math> </div>	 <div data-bbox="651 1108 965 1182" style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <math>L_{trame}/L_{chaîne}=1.87</math> </div>	 <div data-bbox="1002 1108 1289 1182" style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <math>L_{trame}/L_{chaîne}=1.78</math> </div>

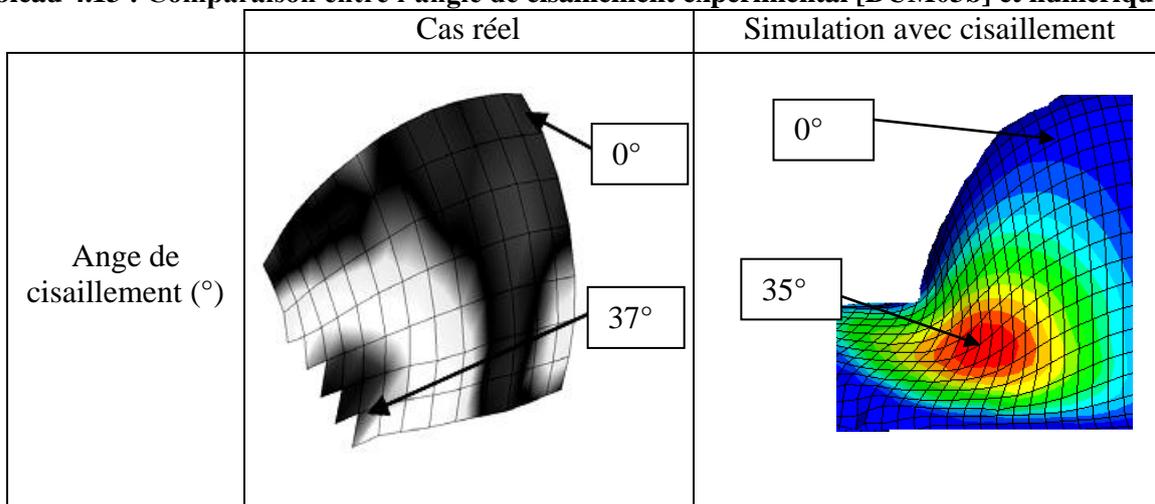
Dans tableau 4.12, on présente la variation d'angle entre les mèches, l'introduction de la rigidité de cisaillement influence les résultats d'orientation des mèches. Ils montrent une réduction des rotations relatives des mèches, le maximum étant de  $125^\circ$ , au lieu de  $129^\circ$  sans rigidité de cisaillement.

En tenant compte de rigidité de cisaillement, les valeurs d'angle de cisaillement numérique sont très proches des valeurs expérimentales (voir tableau 4.13)

**Tableau 4.12 : Iso valeurs de  $\cos^2(\theta)$  de la déformée en emboutissage hémisphérique de sergé 2x2 de polyamide déséquilibré.**



**Tableau 4.13 : Comparaison entre l'angle de cisaillement expérimental [DUM03b] et numérique**



#### 4.5. Simulation de picture frame test

Le picture frame est le second test utilisé pour déterminer la réponse en cisaillement de la structuré tissées. A fin de comparer les réponses numérique et expérimentale, nous avons utilisé les paramètres identifiés pour les tissus traditionnels pour simuler le picture frame test en utilisant le modèle hyperélastique en puissance. Le contour des iso valeurs de  $E_{12}$  est présenté dans la figure 4.24.

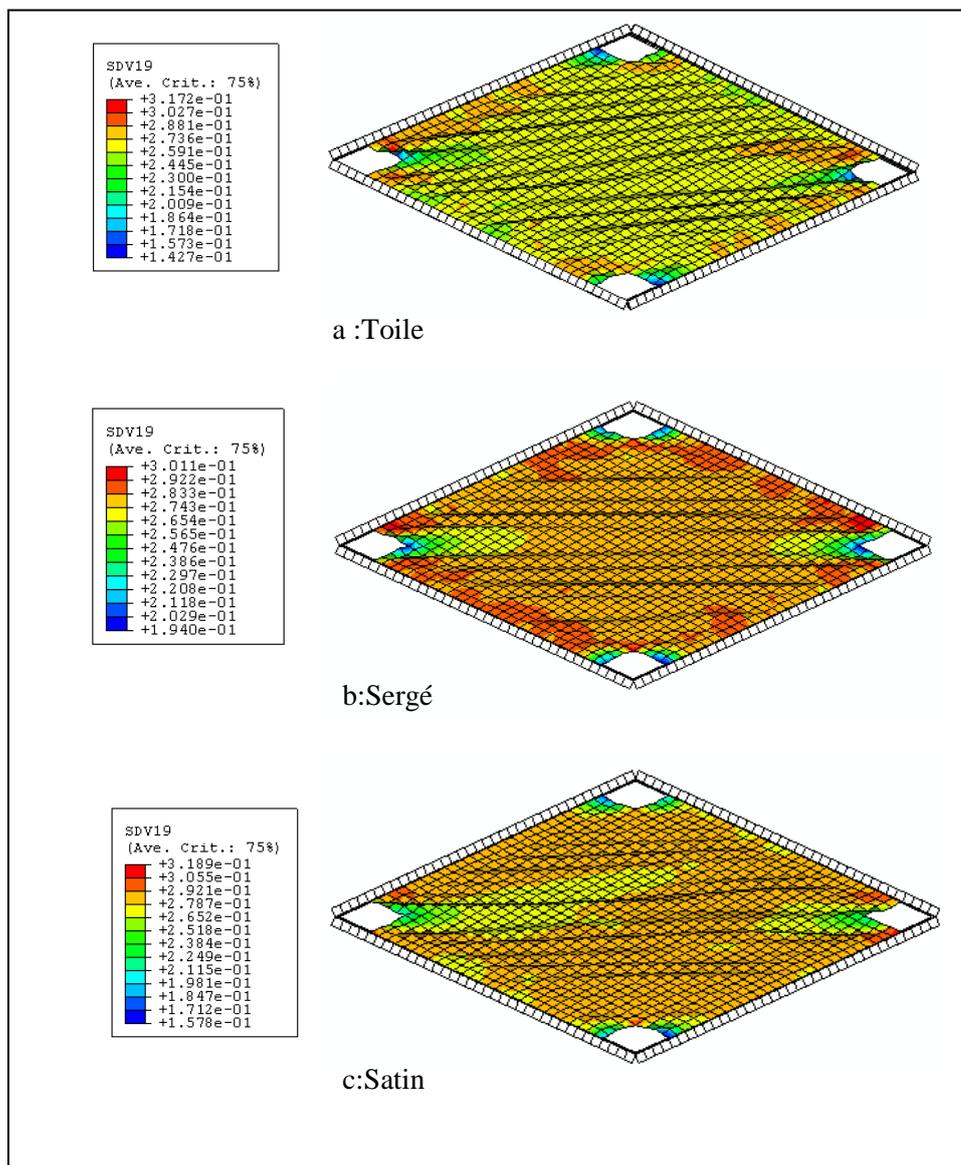
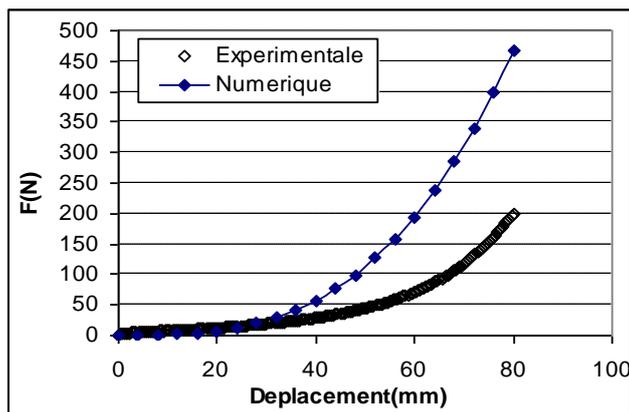
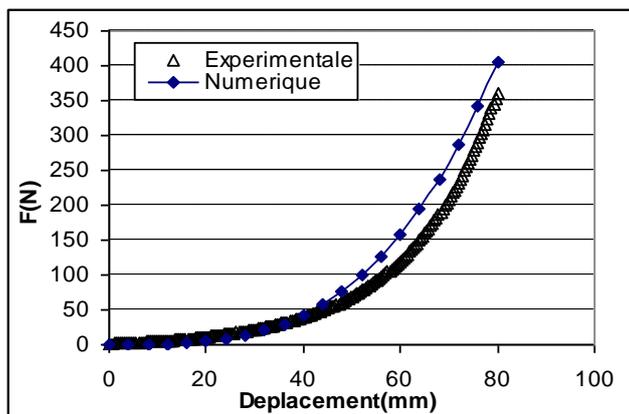


Figure 4.24: Simulation de picture frame test.

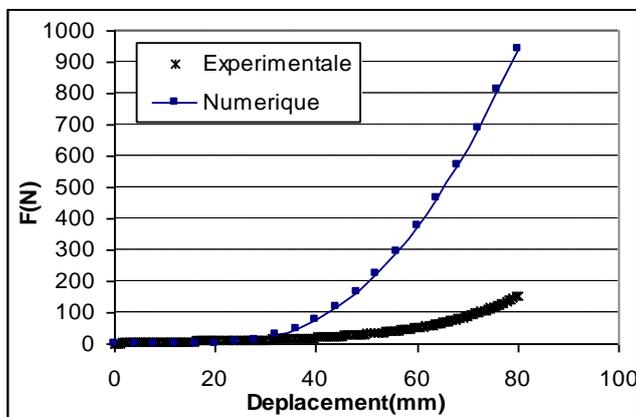
On remarque que le modèle éléments finis présente des plis conformément à l'expérience. Par contre les courbes numériques force-déplacement sont plus rigides que les courbes expérimentales (voir Fig.4.25) et les plis numériques apparaissent beaucoup plus en avance par rapport aux plis expérimentaux.



a: Toile



b: Sergé



c: Satin

Figure 4.25: Comparaison entre les réponses numérique et expérimentale de picture frame test.

Pour déterminer la cause de ce décalage, on a comparé les réponses expérimentales en picture frame test et en bias extension test pour les trois tissus en faisant l'adimensionnement des courbes. Pour normaliser les réponses en bias extension et en picture frame, Boisse dans [BOI06] propose d'utiliser la notion de couple surfacique de cisaillement en se basant sur l'équilibre de puissances développées par la machine et dans de l'éprouvette, on peut écrire:

$$F \cdot \dot{d} = S_0 \cdot C(\varphi) \cdot \dot{\varphi}$$

Ou'  $C(\varphi)$  représente le couple surfacique de cisaillement et  $S_0$  la surface initiale de l'éprouvette. Dans le cas de picture frame test, on a :

$$\dot{d} = \sqrt{2}.L_c.(\cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2})\dot{\varphi} \quad (4.20)$$

On aura donc:

$$C(\varphi) = \frac{\sqrt{2}.F.L}{S_0} (\cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2}) \quad (4.21)$$

De la même manière, on montre que le couple de cisaillement surfacique en biais extension test est déterminé par la relation suivante:

$$Fd = (S_\varphi.C(\varphi) + \frac{S_{\varphi/2}}{2}.C(\frac{\varphi}{2}))\dot{\varphi} \quad (4.22)$$

Pour le même matériau on a le même couple surfacique de cisaillement dans les deux tests l'égalité entre les équations (4.21) et (4.22) permet d'exprimer le couple de surfacique de cisaillement en fonction de l'angle par itération. Les courbes adimensionnées sont présentées par la figure 4.26.

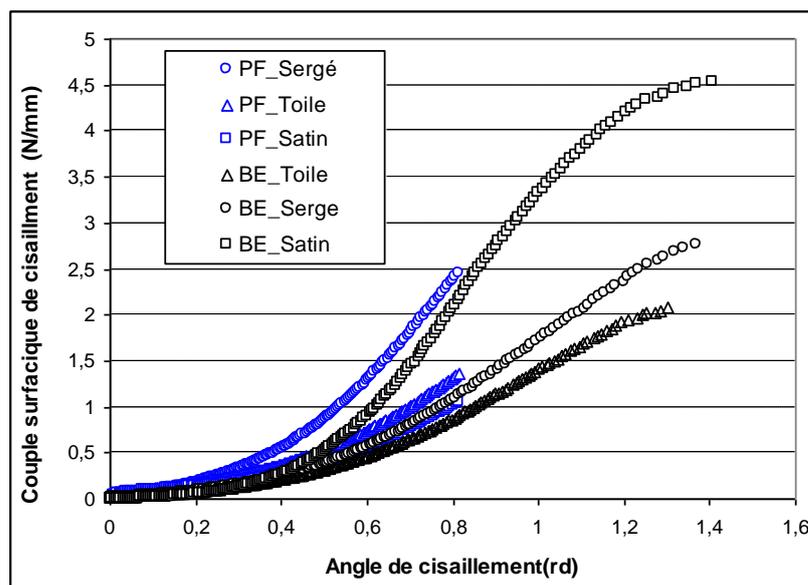


Figure 4.26: Adimensionnement des réponses des essais de biais extension et picture frame.

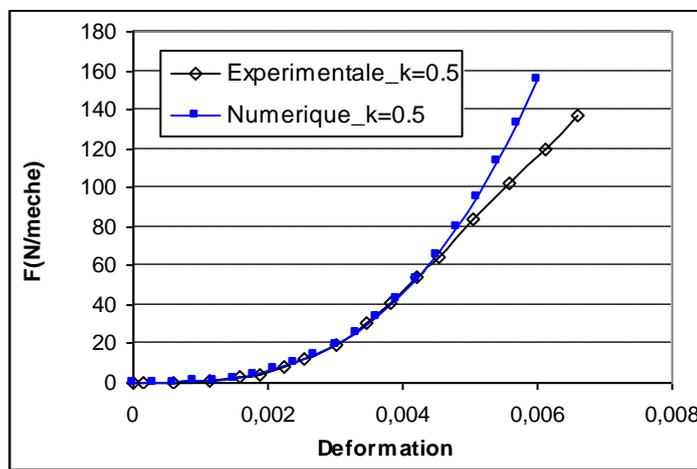
La figure 4.26 montre que en dépassent un angle de cisaillement de 0.2 rd, présentant l'angle limite de cisaillement en biais extension test, le couple surfacique de cisaillement n'est plus le même dans les deux tests pour les trois tissus. De fait que les paramètres de modèle sont optimisés à partir de la réponse de cisaillement en biais extension test, en utilisant ces paramètres, la simulation numérique de picture frame test est devenue instable en dépassant les angles limites de cisaillement en biais extension test.

## 4.6. Limite du modèle hyperélastique en puissance

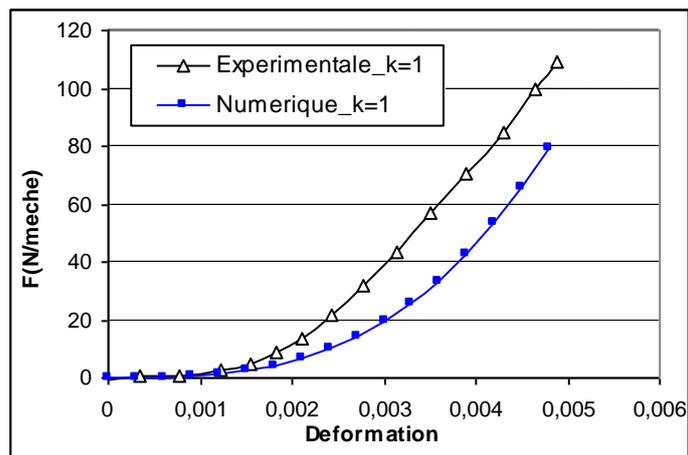
### 4.6.1. Simulation de traction biaxiale

La traction biaxiale permet de mettre en évidence le phénomène d'interaction entre la chaîne et la trame. Nous avons simulé la traction biaxiale pour le taffetas de verre équilibrée, présenté dans le tableau 4.6 (voir § 4.4.1.1). Nous avons comparé les résultats numériques avec les réponses expérimentales des travaux de BUET [BUE01]. En utilisant les paramètres présentés dans le tableau 4.7, nous avons simulé la traction biaxiale de taffetas de verre équilibré pour un rapport de bi-axialité  $\mathbf{k} = \{0.5, 1, 2\}$ . D'après la courbe de figure 4.18, les

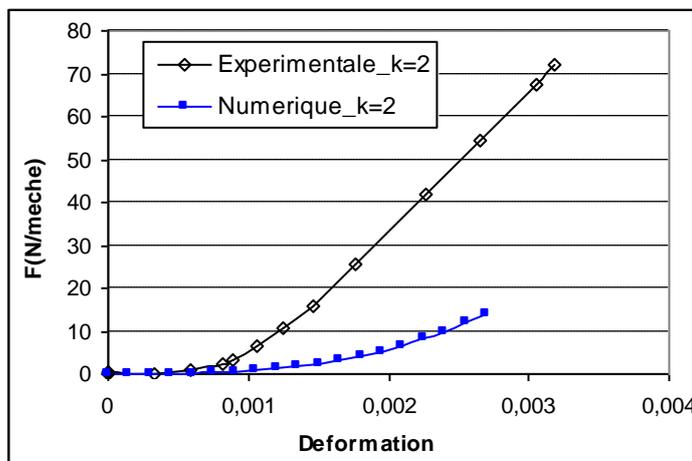
paramètres identifiés permettent d'avoir une concordance entre la courbe expérimentale (cas libre) et la courbe numérique. En utilisant ces paramètres pour simuler l'essai de traction biaxiale pour  $k=0.5$  (voir Fig.4.27a), on constate que la réponse numérique correspond bien avec la réponse expérimentale jusqu'à une déformation de 5% ensuite la rigidité de courbe numérique devient plus importante. Plus le rapport de bi-axialité  $k$  augmente, plus le décalage entre les courbes augmente (voir Fig.4.27b Fig.4.27c).



a



b



c

Figure 4.27: Comparaison entre la réponse expérimentale [BUE01] et numérique en traction biaxiale de taffetas de verre équilibrée.

Le modèle hyperélastique ne tient pas compte d'aucun effet dissipatif dans le tissu tel que le frottement et le glissement des fibres au cours de sollicitation.

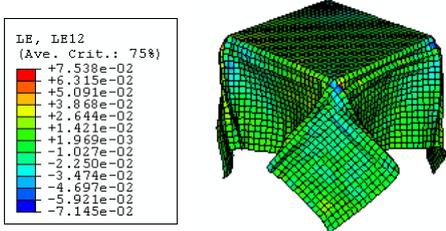
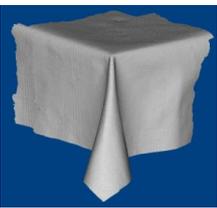
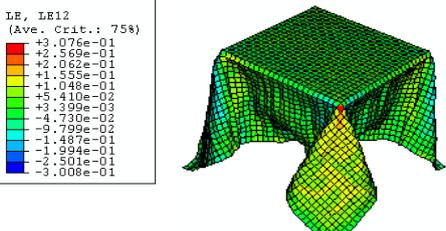
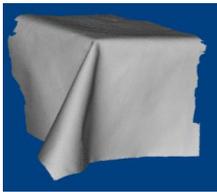
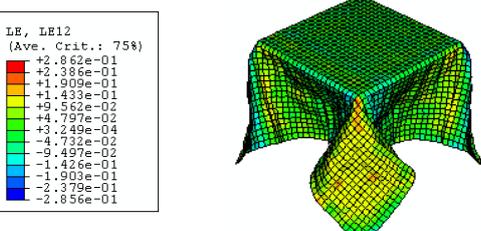
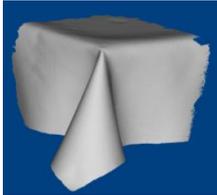
#### 4.6.2. Simulation de drapé

Pendant la simulation de la mise en forme des renforts tissés et le picture frame test, nous avons remarqué que l'introduction de la rigidité de cisaillement provoque une instabilité dans la structure qui se manifeste sous forme des plis. Pendant ces simulations le tissu est modélisé sous forme d'une membrane à une rigidité nulle en flexion. L'apparition des plis pendant l'emboutissage d'un renfort tissé est un phénomène gênant qui peut défigurer la forme de la pièce désirée. Les questions auxquelles nous avons essayé de répondre dans ce paragraphe sont les suivants :

- Est ce que ces plis sont forcés à apparaître a cause d'une sollicitation particulière ;
- Est ce que, on peut se contenter de rigidité en cisaillement d'un élément membrane pour avoir la même forme des plis recherchés.

Pour cela nous avons simulé le drapé des trois tissus habillements en utilisant les modèles hyperélastique à puissance et nous avons comparé la déformée numérique avec l'expérimentale.

Tableau 4.14 : Comparaison entre drapé expérimental et numérique sur une table carré

Tissu	Simulation	Expérimentation
Toile		
Sergé		
Satin		

Pendant la simulation, le tissu est soumis à son propre poids et il tombe sur une table grâce à la force de gravité.

Le tableau 4.14 montre une localisation des plis aux niveaux des coins de la table là où la valeur de composant de cisaillement est maximale. Malgré sa présence dans le même endroit que l'expression, la profondeur et la largeur des plis numériques sont très loin d'être vérifiées par l'expérimentation.

**Tableau 4.15 : Comparaison entre drapé expérimental et numérique d'un tissu carré sur une table carré ronde**

Tissu	Simulation	Expérimentation
Toile		
Sergé		
Satin		

Pour s'assurer que les plis numériques ne sont pas apparus à cause des coins anguleux, une simulation de drapé sur une table rond est réalisée pour les trois tissus. Le tableau 4.15 montre que la modélisation du tissu par un élément membrane permet d'avoir des plis pendant son drapé sur une table ronde mais avec des formes différentes de l'expérimentale.

Cela peut être aussi justifié en comparant les vues de dessous de drapé numérique et expérimentale des tissus de forme ronde sur une table ronde est illustré par le tableau 4.16.

Dans les différentes formes de drapé, on remarque que ces plis sont causés par la rigidité de cisaillement non nulle de la structure tissé. La profondeur, la largeur et le nombre des plis numérique ne correspondent pas aux résultats expérimentaux. D'où la nécessité d'avoir une quantité décrivant le comportement en flexion [BRE94], [TAI01], [HAM08] dans le modèle proposé.

**Tableau 4.16 : Comparaison entre drapé expérimental et numérique d'un tissu rond sur une table carré ronde**

Tissu	Vue de Face Numérique	Vue de dessous numérique	Vue de dessous expérimentale
Toile			
Sergé			
Satin			

## Conclusion

Dans ce chapitre, en premier lieu, nous avons analysé les états de contrainte et de déformation d'un tissu soumis à une extension uni-axiale  $45^\circ$  en utilisant un modèle hyperélastique simplifié. Nous avons montré que l'état de contrainte au centre d'une éprouvette, soumise à une extension à  $45^\circ$ , est un état contrainte de traction même pour des faibles rigidités en cisaillement. Alors que son état de déformation dépend de rapport des rigidités de cisaillement et de traction.

En second lieu, nous avons identifié les paramètres de modèle hyperélastique en puissance à partir des essais de traction  $0^\circ/90^\circ$  et le bias extension test. Ce modelé est validé par l'essai de la mise en forme de renfort tissé en boîte 'carré' et en hémisphère.

Finalement, nous avons montré les limites de ce modèle à décrire le comportement en traction biaxiale du tissu et son insuffisance à modéliser le drapé.

## Conclusion Générale et Perspectives

L'objectif de ce travail est d'analyser le comportement mécanique des matériaux tissés à partir d'une étude expérimentale et numérique.

Afin d'aboutir à la voie que nous avons suivie dans nos recherches, nous avons commencé par une étude de la littérature faisant l'objet de premier chapitre.

Nous avons débuté par une présentation de la terminologie utilisée dans le domaine de tissage. Ensuite, nous avons cité les différents tests utilisés pour déterminer les propriétés mécaniques du fil et du tissu.

À ce stade nous nous sommes intéressés aux essais exploités pour décrire le comportement en cisaillement du tissu en particulier les essais de bias extension et de picture frame. Pour achever ce chapitre nous avons présenté quelques approches proposées pour modéliser le comportement mécanique de la structure tissée.

Le deuxième chapitre est consacré à une analyse expérimentale effectuée sur trois tissus d'habillement, le premier est un tissu d'armure toile en coton, le second est un tissu d'armure sergé en coton et le dernier est tissu d'armure satin en polyester. Cette étude s'appuie sur une analyse par corrélation d'image.

Au début nous avons déterminé la contenance de chaque tissu et les propriétés mécaniques des fils qui les constituent. Ensuite nous avons présenté le principe de la technique de corrélation d'image en 2D et en 3D, avec laquelle nous avons traité les essais de cisaillement en bias extension teste et picture frame test.

En comparant l'angle théorique de cisaillement et celui obtenu par la mesure par corrélation d'image, nous avons montré que le picture frame test vérifie les hypothèses de cisaillement pur plus que le bias extension test. La technique de mesure de champs de déplacement nous a permis d'étudier l'homogénéité de déformation pendant ces deux tests.

Pour pouvoir étudier numériquement le comportement mécanique du tissu, nous avons eu besoin de développer une loi de comportement. Pour cela, une étude analytique a été faite dans de troisième chapitre.

Nous avons proposé, en premier lieu, un premier modèle hyperélastique quadratique simplifié qui tient compte de comportement en traction dans les deux directions du tissu, de l'interaction entre la chaîne et la trame et de comportement en cisaillement. En adoptant cette première loi, nous avons analysé le comportement du tissu à la suite des tests de traction uniaxiale ( $0^\circ/90^\circ$  et  $45^\circ$ ) et les tests de cisaillement (bias extension et picture frame).

En second lieu, en se basant sur une approche phénoménologique, nous avons proposé un deuxième modèle hyperélastique en puissance.

Nous avons déterminé la réponse analytique en traction et en cisaillement selon les deux modèles.

Cette étude analytique, nous a permis de simuler numériquement le comportement mécanique de matériau tissé.

Nous avons commencé ce dernier chapitre en implantant les deux modèles hyperélastique sous Abaqus/Explicit moyennant deux routines Vumat. En utilisant le modèle simplifié, nous avons analysé l'état de contrainte et de déformation d'une structure tissée soumis à une

extension unidirectionnelle à  $45^\circ$ . Nous avons montré que la structure est en l'état de déformation de bias lorsque la rigidité en cisaillement est très faible devant celle de la traction, ce qui est généralement le cas pour tissu. Par contre son état de contrainte est un état de contrainte de traction à  $45^\circ$  quelque soit cette rigidité

Ensuite, nous avons identifié les paramètres de modèle hyperélastique en puissance à partir les tests de traction  $0^\circ/90^\circ$  et l'essai de bias extension pour les trois tissus déjà testés. Ce modèle est validé par la mise en forme du renfort tissé. En adoptant ce modèle, nous avons comparé la réponse numérique et la réponse expérimentale de picture frame test pour les trois tissus d'habillement.

A la fin de ce chapitre, nous avons montré la limite de ce modèle à décrire le comportement en traction biaxiale et à modéliser le drapé du tissu.

En perspective, nous proposons en premier lieu d'améliorer le modèle hyperélastique en puissance pour satisfaire au comportement biaxiale de la structure tissée. En utilisant la technique de mesure des champs de déformation, nous pouvons déterminer l'évolution des coefficients de Poisson dans la direction chaîne et trame et modifier le terme décrivant l'interaction entre les deux directions.

En second lieu, nous avons montré qu'on ne peut pas se contenter de la résistance en cisaillement pour décrire le drapé du tissu. Pour cela, nous proposons d'introduire une quantité décrivant la rigidité en flexion dans l'expression de modèle en puissance.

## Annexe

On suppose réaliser  $p$  essais. Chaque essai est désigné par un indice  $i$  (de 1 à  $p$ ).

Chaque essai  $i$  est défini par un fichier de points  $(x_{ij}, y_{ij})$  content  $n_i$  points ( $j$  de 1 à  $n_i$ ).

- Courbes interpolées ( $C_i$ ) :

Chaque courbe expérimentales  $i$  est interpolée à l'aide d'une fonction d'interpolation  $f_i$  (dite aussi courbe de tendance) avec un coefficient de corrélation est égal 1.

Choisissons une série des abscisses  $X_i$  qui servira à retracer toutes les courbes expérimentales  $C_i$  tel que

$Y_i = f_i(X_i)$  avec  $Y_i$  est le nouveau ordonné de courbe  $C_i$ .

- Courbe moyenne ( $\bar{C}$ ):

On détermine la courbe moyenne de toutes les courbes avec les mêmes abscisses  $X_j$  ( $j$  de 1 à  $n$ ).

$$\bar{C} : (X_i, \bar{Y}_j)$$

$$\bar{Y}_j = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p Y_{ij}$$

- Ecart de  $C_i$  par rapport à  $\bar{C}$  ( $R_i$ ) :

- 

On détermine  $R_i$  représentant l'écart relatif de la courbe de l'essai  $i$  par rapport à la courbe moyenne :

$$R_i = \left[ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( \frac{Y_{ij}}{\bar{Y}_j} - 1 \right)^2 \right]^{1/2}$$

- Indice de Répétabilité ( $R$ ) : Type de Coefficient de variation ( $C_v$ )

On défini l'indice de répétabilité de l'essai comme suit :

$$R = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p R_i$$

## Références Bibliographiques

- [AIM09] AIMENE A., VIDALL-SALLE E., HAGEGE B. SIDIROFF F. BOISSE P. Hperelastic approach for composite reinforcement large deformation analysis. *Journal of composite material*, 2010, vol.44, pp.5-26.
- [BAD07] BADEL P., VIDAL-SALLÉ E., MAIRE E., BOISSE P. Computational determination of in-plane shear mechanical behaviour of textile composite reinforcements. *Computation Material Science*, 2007, vol 40, pp 439–448.
- [BAD08] BADEL P., VIDAL-SALLÉ E., MAIRE E., BOISSE P. Simulation and tomography analysis of textile composite reinforcement deformation at the mesoscopique scale. *Composite, science and technology*, 2008,vol 68,pp 2433-2440.
- [BAL06] BALLHAUSE D., KONIG M., KROPLIN B. Modelling of woven fabrics with the discrete element methods. 3 European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, Lisbon, Portugal, 5–8 June 2006.
- [BOI06] BOISSE P., ZOUARI B., DANIEL J., Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite performing. *Composites: Part A*, 2006, vol 37, pp 2201–2212.
- [BOI08] BOISSE P., HAMILA N., HELENON F. , HAGEGE B., CAO, J. Different approaches for woven composite reinforcement forming simulation, *International Journal of Materials forming* ,2008, vol 1, pp21-29.
- [BOI95] BOISSE P., CHEROUAT A., GELIN JC., SABHI H. Experimental study and finite element simulation of a glass fiber fabric shaping Process. *Polymer composites*, 1995, vol. 16, pp. 83-95.
- [BRE94] BREEN D.E., HOUSE D.H., WOZNY J.M. Predicting the drape of woven cloth interacting particles . *SIGGRAPH*, Florida, July24-29, 1994.
- [BUE01] BUET-GAUTIER K., BOISSE P. Experimental analysis and modelling of biaxial mechanical behaviour of woven composite reinforcements, *experimental mechanic*, 2001, vol. 41, pp 260-269.
- [CAO04] CAO J., CHENG H.S., YU T.X., ZHU B., TAO X.M., LOMOV S.V., STOILOVA TZ., VERPOEST. I., BOISSE P, LAUNAY J., HIVET G., LIU L., CHEN J.,GRAAF E.F., AKKERMAN R. A cooperative benchmark effort on testing of woven composites. 7th ESAFOM conference of material forming, Trondheim, Norway , 2004, pp 305-308.
- [CAO08] CAO J., AKKERMAN R., BOISSE P., Chen J., Cheng H.S., De Graaf E.F., Gorczyca J.L., Harrison P., Hivet G., Launay J., Lee W., Liu L., Lomov S.V., Long A., De Luycker E., Morestin F., Padvoiskis J., Peng X.Q., Sherwood J., Stoilova Tz., Tao X.M., Verpoest I., Willems A., Wiggers J., Yu T.X, Zhu B. Characterization of mechanical behaviour of woven fabrics: experimental

- methods and benchmark results. *Composites: Part A*, 2008 vol 38, pp1037-1053.
- [CHA03]** CHANGS H., SHARMAS B., SUTCLIFFE M. Microscopic investigation of tow geometry of a dry satin weave fabric during deformation. *Composites Science and Technology*, 2003, vol 63 ,pp 99–111.
- [CHA04]** CHANG SH., SUTCLIFFE MPF., SHARMA SB. Microscopic investigation of tow geometry changes in a woven prepreg material during draping and consolidation. *Composites Science and Technology*, 2004, vol. 64, pp1701–1707.
- [CLE01]** CLERC P. Mesure de champs de déplacements et de déformations par stéréovision et corrélation d'images numériques. Thèse de doctorat en mécanique. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon ,2001.
- [DEL09]** DE LUYCKER E. Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks. Thèse de doctorat en mécanique. L'Institut National des Sciences Appliquées INSA de Lyon, 2009.
- [DOG88]** DOGUI A. Cinématique bidimensionnelles en grandes déformations, application à la traction hors axes et à la torsion. *Journal de mécanique théorique et appliqué*, 1988, vol 7, pp 43-64.
- [DOM05]** DOMSKIENĖ J. STRAZDIENĖ E. Investigation of fabric shear behaviour. *FIBRES & TEXTILES*, 2005, vol. 13, pp50-55.
- [DOM08]** NAUJOKAITYT L., STRAZDIENĖ E., DOMSKIENĖ J. Investigation of fabric behavior in bias extension, at lows loads. *FIBRES & TEXTILES*, 2008, vol. 16, pp59-63.
- [DUM03a]** DUMONT F., HIVET G., ROTINAT R., LAUNAY J., BOISSE P., VACHER P. Mesures de champs pour des essais de cisaillement sur des renforts tissés. *Mécanique & Industries*, 2003, vol 4, pp 627–635.
- [DUM03b]** DUMONT, F. Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de renforts de composites tissés, Thèse de doctorat en mécanique, Université de Paris 6, 2003.
- [DUQ76]** DUQUESNE H. le tissage et ses armures, Collection de l'institut textile de France, 1976, p22-29.
- [ELH01]** EL HASANE.T. Thèse de doctorat en mécanique, Université Bordeaux I, 2001.
- [GAR02]** GARCIA D., PENAZZI L., A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3D displacements: application to sheet metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2002, vol 125, pp.736-742.
- [GAR99]** GARCIA D., ORTEU J.J. 3D deformation measurement using stereo correlation applied to the forming of metal or elastomer sheets, In: *Proc. Intern.*

- Workshop on Video-Controlled Materials Testing, Ecole des Mines de Nancy, 1999.
- [HAM08] HAMILA N., BOISSE P. Simulations of textile composite reinforcement draping using a new semi-discrete three node finite element .Composite: Part B, 2008, vol 39, pp 999-1010.
- [HAR04] HARRISON P., CLIFFORDN M.J., LONG A.C. Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame and bias extension experiments. Composites Science and Technology, 2004, vol 64, pp 1453–1465.
- [HAS07] HASHMI S.A.R., DWIVEDI U.K., CHAN N. Graphite modified cotton fibre reinforced polyester composites under sliding wear conditions. Wear, 2007, vol 262, pp1426–1432.
- [HUJ97] HU J.L., ZHANG Y.T. The KES shear test for fabrics. Textile Research Journal, 1997, vol 67, pp 654–664.
- [INT01] <http://www.futura-science.com>
- [INT02] <http://www.faro.com>
- [INT03] [http://www.agsierra.com/coefficient\\_of\\_friction\\_lab.htm](http://www.agsierra.com/coefficient_of_friction_lab.htm)
- [JOH95] JOHNSON AF. Rheological model for the forming of fabric-reinforced thermoplastic sheets. Composites Manufacturing, 1995, vol. 6, pp 153-160.
- [KAW73a] KAWABATA S., NIWA M., KAWAI H. The finite deformation theory of the plain weave fabrics –part I: the Biaxial deformation theory. Journal of Textile Institute, 1973,vol 63,pp 21-46.
- [KAW73b] KAWABATA, S., NIWA, M., KAWAI, H. The finite deformation theory of plain weave fabrics. Part II: The uniaxial deformation theory. Journal of Textile Institute, 1973, vol 64, pp 47–61.
- [KAW73c] KAWABATA, S., NIWA, M., KAWAI, H. The finite deformation theory of plain weave fabrics. Part 3: The shear deformation theory. Journal of Textile Institute, 1973, vol64, pp 62–85.
- [KAW80] KAWABATA S. The standardisation and analysis of hand evaluation, The Textile Machinery Society of Japan, Osaka, 1980.
- [KAW96] KAWABATA S., INOUE M. , NIWA, M. Theoretical analysis of the non linear deformation properties of a triaxial weave under biaxial stress fields. Composites Science and Technology, 1996, vol 56, pp 261-271.
- [KIN03] KING.M.J. An Energy –based constitutive model for the plane mechanical of woven fabric.These de doctorat en mécanique, Massachusetts Institute of Technology, 2003.

- [KIN05] KING M.J., JEANANISILAWONG P, SOCRATE S. A continuum constitutive model for the mechanical behavior of woven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, vol 42, pp 3867–3896.
- [KON04] KONG H., MOURITZ AP., PATON R. Tensile extension properties and deformation mechanisms of multiaxial non-crimp fabrics. *Composite Structures*, 2004, vol 66, pp 249–259.
- [LAU08] LAUNAY J., H4ET G., DUONG A., BOISSE P. Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements. *Composites Science and Technology*, 2008, vol 68, pp 506–515.
- [LEB03] LEBRUN G., BUREAU MN., DENAULT J. Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of intraply shear properties of PP/glass commingled fabrics. *Composite Structures*, 2003, vol. 61, pp. 341–352.
- [LIN09] LIN H, CLIFFORD MJ. CLONG A., SHERBURN M. Finite element modelling of fabric shear. modelling and simulation. *Material Science And Engineering*, 2009, vol1, pp16-20.
- [LOM07] LOMOV S., BOISSE P., DELUYCKER E., MORESTIN F , VANCLOOSTER K., VANDEPITTE D., VERPOEST I., WILLEMS A. Full-field strain measurements in textile deformability studies. *Composite part A*, 2007, pp9-14.
- [LON02] LONG AC., SOUTER BJ., ROBITAILLE F., RUDDCD. Effects of fibre architecture on reinforcement fabric deformation. *Plastics, Rubber and Composite*. 2002, vol 31, pp 87–97.
- [LON96] LONG A. C., RUDD C. D., BLAGDON M., SMITH P. Characterising the processing and performance of aligned reinforcements during performing manufacture. *Composites: Part A*, 1996 ,vol 27, pp 247–53.
- [LON98] LONG A. C., BLANCHARD P. J., RUDD C. D., SMITH P. The development of an integrated process model for liquid composite moulding. *Composite: Part A*, 1998, vol 29, pp 847-854.
- [MAR56] MARK C., TAYLOR H.M. The finitting of woven cloth to surface. *Journal of Textile Institute*, 1956,vol47, pp 477-488.
- [McG97] McGUINNESS GB., BRADAIGH CM. Development of rheological model for forming flow and picture-frame shear testing of fabric reinforced thermoplastic sheets. *Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics*, 1997, vol.73, pp1-28.
- [MIL07] MILANI A.S., NEMES J.A., ABEYARATNE R.C., HOLZAPFEL G.A. A method for the approximation of non-uniform fiber misalignment in textile composites using picture frame test. *Composites: Part A*, 2007, vol 38,

pp1493–1501.

- [MOH00] MOHAMMED U., LEKAKOU L., BADER M. Shear deformation and micromechanics of woven fabrics. *Composites Part A*, 2000, vol 35, pp 299-308.
- [NAU08] NAUJOKAITYTÉ L., STRAZDIÉNE E., DOMSKIENE J. Investigation of fabric behaviour in bias extension at low loads, *Fibres & Textiles*, 2008, vol 16, pp 59-63.
- [NFG00] ESSAIS DES ETOFFES, Détermination de la force de rupture et d'allongement de rupture par traction. Recueil des normes françaises textile, tome 2, 1985, AFNOR, NFG 07-001, pp60-65.
- [NFG03] TEXTILE, Méthode de détermination de la force de rupture et de l'allongement de rupture d'un fil (Essai fil individuel). Recueil des normes françaises textile, tome 1, 1971, NFG 07-03, pp49-51.
- [NFG04] ESSAIS DES ETOFFES, méthodes de détermination de certaines caractéristiques. Recueil des normes françaises textile, tome 2, 1985, AFNOR, NFG 07-104, p118.
- [NFG09] ESSAIS DES ETOFFES, méthodes de détermination du drapé d'un tissu ou d'un tricot, NFG07-109, recueil des normes française textiles tome 2, 1985, p153.
- [NUG99] NGUYEN M., HERSZBERG I., PATON R. The shear properties of woven carbon fabric. *Composite structure*, 1999, vol 47, pp767–79.
- [OLO64] OLOFSON B. A General Model of a Fabric as a Geometric -Mechanical Structure. *Journal of Textile Institute*, 1964, vol55, pp 541-557.
- [OLO67] OLOFSON B. A study of inelastic Deformations of Textile Fabrics. *Journal of Textile Institute*, 1967, vol6, p 221-232.
- [PAG02] PAGE J., WANG J. Prediction of shear force using 3D non-linear FEM analyses for a plain weave carbon fabric in a bias extension state. *Finite element in analysis and design*, 2002, vol 38, pp 755–764.
- [PEN02] PENG X., CAO J. A dual homogenization and finite element approach for material characterization of textile composites. *Composites Part B: Engineering*, 2002, vol 33, pp 45-56.
- [PEN04] PENG X.Q., CAO J., CHEN J., XUE P., LUSSIER D.S., LIU L. Experimental and numerical analysis on normalization of picture frame tests for composite materials. *Composites Science and Technology*, 2004, vol 64, pp 11–21.
- [PIE37] PIERCE PT. The geometry of cloth structure. *Journal of Textile Institut* ,1937, pp 45-95.

- [POT02]** POTTER K. Bias Extension measurement on cross plied unidirectionnel prepreg. Composites: Part A, 2002, vol 33, pp63-67.
- [POT06a]** POTLURI P., PEREZ CIUREZU D.A., RAMGULAM R.B. Measurement of meso-scale shear deformations for modelling textile composites. Composites: Part A, 2006, vol37, pp 303–314.
- [POT06b]** POTLURI P., PARLAK I., RAMGULAM R., SAGAR TV. Analysis of two deformations in textile perform subjected to forming to forces. Composites sciences and Technology, 2006, vol 65, pp297-305.
- [PRO97]** PRODORMOU AG., CHEN J. On the relationship between shear angle and wrinkling of textile composite preforms. Composites Part A, 1997, vol. 28, pp 491-503.
- [ROB84]** ROBERTSON R., HSIUE E., YEH G . Continuous fiber rearrangements during the moulding of fiber composites. Polymer Composites, 1984, vol 53, pp 191–197.
- [SAV99]** SAVILLE B.P. Physical Testing of Textiles. Cambridge: Wood head Publishing Limited and The textile Institute ,1999. Disponible sur: <http://books.google.fr>  
ISBN 1855733676
- [SCH00]** SCHREIEL, H.W., BRAASCH J.R., SUTTON M.A. Systematic Errors in Digital Image Correlation Caused by Intensity Interpolation. Optical Engineering ,2000, vol 39, pp2915-2921
- [SCH92]** SCHNUR DS, ZABARAS N. An inverse method for determining elastic material properties and a material interface. International Journal of Numerical Methods inEngineering, 1992, vol. 33, pp2039-2057.
- [SKO07]** SKORDOS A.A, MONROY ACEVES C., SUTCLIFFE M.P.F. A simplified rate dependent model of forming and wrinkling of pre impregnated woven composites. Composites: Part A, 2007, vol 38, pp 318–1330.
- [SUT09]** SUTTON M.A, ORTEU J., SCHEREIR H. Image Correlation for shape , Motion ,and deformation measurements. Springer 2009.
- [SUT83]** SUTTON M., WOLTERS W., JPETERS W. H., RANSON W. F., MCNEILL S. R. Determination of displacements using an improved digital correlation method. Image & Vision Computing, 1983, vol 3, pp133-139.
- [TAI01]** TAIBI, E. Caractérisation, modélisation et simulation du comportement d'un tissu textile, Thèse cotutelle, 2001, Université de Mohammed V, Université de Bordeaux I.
- [TOU97]** TOUCHAL-MGUIL S., MORESTIN F., BRUNET M. Various experimental application of digital image correlation method. CMEM, 1997, Rhodes, pp45-48.

- [VAN90] VANWEST B. P., PIPES R. B., KEEFE M. A simulation of the draping of bidirectional fabrics over arbitrary surfaces. *Journal of Textile Institute*, 1990, vol 4, pp 448–60.
- [VER08] VERLEYE B., CROCE R., GRIEBEL M., KLITZ M., LOMOV S V., MORREN G., SOL H., VERPOEST I. , ROOSE D. Permeability of textile reinforcements: simulation, influence of shear and validation. *Composite Science and Technology*, 2008, vol 68, pp 2804–10.
- [VIL02] VILLARDJ. , BOROUCHAKI H., CHAPELLE D. Simulation du drapé des tissus par maillages adaptatifs. *Comptes rendue .Mathématique*, 2002, pp1631-1673.
- [WAN98] WANG J., PAGE J.R., PATOD R. Experimental investigation of the draping properties of reinforcement fabrics. *Composites Science and Technology*, 1998, vol 58, pp 229-231.
- [WAN99] WANG J., PATON R., PAGE J.R. The draping of woven fabric performs and prepregs for production of polymer composite components. *Composites: Part A*, 1999, vol 30, pp757–765.
- [WIL06] WILLEMS A., LOMOV S.V,VANDEPITTE D., VERPOESTI. Thermoforming of a woven textile thermoplastic composite: a preliminary material sensitivity study, 7<sup>th</sup> National Congress on theoretical and Applied Mechanics, 2006, Belgium.
- [WIL08a] WILLEM A., LOMOV SV., VERPOEST I.VANDEPITTER D. Optical strain fields in shear and tensile testing of textile reinforcement. *Composites sciences and Technology*, 2008, vol68, pp 807-819.
- [WIL08b] WILLEMS A., LOMOV SV., VERPOEST I.,VANDEPITTE D. Harrisson P., Yu WR. Forming simulation of thermoplastic commingled woven textile on a double dome,11h ESAFORM,Conference on material forming , 2008, Lyon .
- [XIA03] XIAOBO Y., LIANGCHI Z, YIU-WING M., Modelling and finite element treatment of intra-ply shearing of woven fabric. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, pp47–52.
- [XIA06] XIAOBO,Y., BRUCE, C., DIMIAN,M., LIN, Y., YIU, W. Interplay shear locking in finite element analyses of woven fabric forming processes. *Composites: Part A*, 2006, vol 37, pp790–803
- [ZHA00] ZHANG Y.T., FU Y.B. A micromechanical model of woven fabric and its application to the analysis of buckling under uniaxial tension Part 1: The micromechanical model. *International Journal of Engineering Science* , 2000, vol 38 , pp1895-1906.

- [ZHA01]** ZHANG Y.T., FU Y.B. A micro-mechanical model of woven fabric and its application to the analysis of buckling under uniaxial tension. Part 2: buckling analysis. *International Journal of Engineering Science*, 2001, vol 39, pp 1-13.
- [ZHA07]** ZHANG Y.T., LIU C.Y., DU R.X. Buckling analysis of plain knitted fabric sheets under simple shear in an arbitrary direction, *International Journal of Solids and Structures*, 2007, vol 44, pp 7049–7060.
- [ZHU07a]** ZHU B., YU T.X., TAO X.M. An experimental study of in-plane large shear deformation of woven fabric composite. *Composites Science and Technology*, 2007, vol 67, pp 252–261.
- [ZHU07b]** ZHU B., YU T.X., TAO X.M. Large deformation and slippage mechanism of plain woven composite in bias extension. *Composites: Part A*, 2007, vol 38, pp 1821–1828.
- [ZOU06]** ZOUARI B., DANIEL J .L, BOISSE P.A woven reinforcement forming simulation method influence of the shear stiffness .*Computers and Structure* 2006, vol 84, pp351–363.

## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

**NOM : DRIDI**

(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

**DATE de SOUTENANCE : 28 juin 2010**

**Prénoms : Samia**

**TITRE : Essais de caractérisation des structures tissées**

**NATURE : Doctorat**

**Numéro d'ordre : 2010-ISAL-0041**

**Ecole doctorale : Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique (MEGA)**

**Spécialité : Mécanique**

**Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 /**

**et bis**

**CLASSE :**

**RESUME :** Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude et la modélisation de comportement mécanique de structure tissée.

On commence par présenter les propriétés des matériaux testés grâce aux essais de caractérisation. Une base des données expérimentales est constituée afin d'analyser le comportement mécanique du tissu sous certaines sollicitations, et en particulier le cisaillement, moyennant la technique de corrélation d'image.

Ensuite, en adoptant une approche hyperélastique, un modèle simplifié est développé permettant d'étudier numériquement l'influence de rapport des rigidités de traction et de cisaillement sur le comportement mécanique tissu suite à une extension à 45°.

Enfin, en se basant sur approche phénoménologique, une loi de comportement hyperélastique en puissance est proposée. Ce modèle est implanté dans une routine Vumat d'Abaqus/Explicit. Il est identifié à partir des essais de traction et de cisaillement et validé par certains cas de mise en forme des renforts tissés.

**MOTS-CLES :** Structure tissée, Hyperélasticité, Bias extension test, Picture frame test, corrélation d'image, Simulation numérique

**Laboratoire (s) de recherche :** le laboratoire de mécanique des contacts et des structures (LaMCoS) et le laboratoire de génie mécanique (LGM).

**Directeur de thèse:** Philippe BOISSE et Abdelwaheb DOGUI

**Président de jury :**

**Composition du jury :**

**DOGUI Abdelwaheb**

Professeur (ENIM Tunisie)

Directeur

**BOISSE Philippe**

Professeur (INSA de Lyon)

Directeur

**SAKLI Faouzi**

Professeur (ISET Tunisie)

Rapporteur

**DREAN Jean Yves**

Professeur (ENSISA Mulhouse)

Rapporteur

**SIDOROFF François**

Professeur (Ecole centrale de Lyon)

Examineur

**BELHADJ SALAH Hédi**

Professeur (ENIM Tunisie)

Examineur