

N° d'ordre : 2010-ISAL-0121

Année 2010

Thèse

Approche mésoscopique pour la mise en forme des renforts tissés de composites

par

Sébastien GATOULLAT

présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le grade de Docteur

Formation doctorale

Ecole doctorale Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

Spécialité : Mécanique

Soutenue le 13/12/2010 devant la commission d'examen

Jury

J.-F. Caron	Directeur de Recherche	Institut Navier, ENPC, Marne-la-Vallée	Rapporteur
A. Saouab	Professeur	LOMC, Université du Havre, Le Havre	Rapporteur
C. Geindreau	Professeur	L3S-R, Université Joseph Fourier, Grenoble	Président
S. Otin	Ingénieur de Recherche	SNECMA, Villaroche	Examineur
P. Boisse	Professeur	LaMCoS, INSA, Lyon	Directeur
E. Vidal-Sallé	Maître de Conférence HDR	LaMCoS, INSA, Lyon	Directrice

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quadriennal 2007-2010

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<u>CHIMIE DE LYON</u> http://sakura.cpe.fr/ED206 M. Jean Marc LANCELIN Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
E.E.A.	<u>ELECTRONIQUE,</u> <u>ELECTROTECHNIQUE,</u> <u>AUTOMATIQUE</u> http://www.insa-lyon.fr/eea M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
E2M2	<u>EVOLUTION, ECOSYSTEME,</u> <u>MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u> http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2 M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-</u> <u>SANTE</u> Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
INFOMATHS	<u>INFORMATIQUE ET</u> <u>MATHEMATIQUES</u> http://infomaths.univ-lyon1.fr M. Alain MILLE	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 infomaths@bat710.univ-lyon1.fr - alain.mille@iris.cnrs.fr
Matériaux	<u>MATERIAUX DE LYON</u> M. Jean Marc PELLETIER Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr
MEGA	<u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE</u> <u>CIVIL, ACOUSTIQUE</u> M. Jean Louis GUYADER Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 - Fax : 04 72 43 72 37 meqa@lva.insa-lyon.fr
ScSo	<u>ScSo*</u> M. OBADIA Lionel Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Résumé

Approche mésoscopique pour la mise en forme des renforts tissés de composites

La simulation de la mise en forme des renforts tissés permet d'étudier les conditions de faisabilité d'une telle opération en limitant les essais expérimentaux et donc les coûts de développement. La simulation permet d'accéder à des informations telles que la position des fibres après formage et leur état de déformation ainsi que de prédire l'apparition de défauts (plissements, glissements de mèches, rupture de fibres/mèches). La définition du comportement mécanique des tissus nécessaire à ces simulations peut se faire à différentes échelles. Seuls les modèles définis à l'échelle macroscopique permettent à l'heure actuelle d'effectuer ce type de simulations. Les modèles aux échelles inférieures permettent alors de définir le comportement macroscopique d'un renfort à partir de l'assemblage de ses constituants élémentaires. Le passage méso/macro (ou micro/macro) s'accompagne dans ce cas d'une perte d'information liée au passage d'une description discrète à une description continue. Le modèle que nous proposons consiste en une description à l'échelle mésoscopique des renforts permettant la simulation de pièces à l'échelle macroscopique. Cela est rendu possible par une simplification de la description mésoscopique grâce à l'utilisation d'éléments de coques. Un modèle de comportement hypoélastique spécifique à la mèche est alors considéré. En particulier, la direction des fibres est strictement suivie et un comportement élastique non linéaire permettant de prendre en compte la compaction transverse est défini. L'identification et la validation du modèle sont effectués grâce aux essais usuels de caractérisation des renforts. Outre le fait de décrire correctement le comportement en cisaillement des tissus, le modèle permet de prédire les plissements et les glissements de mèches. Des simulations de mise en forme illustrent ces capacités.

Mots clés : renforts tissés, composites, mise en forme, propriétés mécaniques, analyse mésoscopique, hypoélasticité, éléments finis

Abstract

Mesosopic approach for the forming of composite woven reinforcements

Woven reinforcements forming simulation allows studying feasibility conditions of such processes limiting experimental tests and therefore development costs. Simulation allows accessing to information such as fibre positions after forming and their deformation state as well as predicting the onset of defects (wrinkles, yarns sliding, fibre/yarn fracture). The definition of the fabric mechanical behaviour necessary for these simulations can be done at different scales. Today only the macroscopic scale allows simulations of forming processes. Models at lower scales then allow to define the macroscopic behaviour of reinforcement from the assembly of their elementary components. The meso/macro (or micro/macro) transition is accompanied by an information loss due to the transition from a discrete description to a continuous one. The proposed model consist in a mesoscopic description of the reinforcement allowing the simulation of forming processes at the macroscopic scale. This is possible thanks to a simplification of the description by using shell elements. A hypoelastic behaviour specific of the yarn is then considered. In particular, fibre direction is strictly tracked and a non linear elastic behaviour is defined, allowing the consideration of the transverse compaction of the yarn. Identification and validation of the model are done using classical characterisation tests. In addition to a good description of the shearing behaviour of fabrics, the model allows the prediction of wrinkles and yarns sliding. Forming simulations illustrate these capabilities.

Keywords : woven reinforcements, composites, forming, mechanical properties, mesoscopic analysis, hypoelasticity, finite elements

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Christian GEINDREAU d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse ainsi que Jean-François CARON et Abdelghani SAOUAB d'avoir rapporté mes travaux. Leurs remarques m'ont beaucoup aidé à préparer ma soutenance et à clarifier certains éléments de mon mémoire. Je remercie également Stéphane OTIN d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Mes remerciements s'adressent aussi à Philippe BOISSE qui m'a proposé ce thème de recherche et a dirigé mes travaux durant ces trois années ainsi qu'à Emmanuelle VIDAL-SALLE qui a codirigé mon travail. La réussite de ma thèse est due en grande partie aux discussions que nous avons eues et à l'aide qu'Emmanuelle m'a apportée. Je tiens également à remercier Nahïène HAMILA avec qui j'ai eu de nombreuses et riches discussions qui ont participé à l'avancement de ma réflexion.

Cette thèse doit également sa réussite à la bonne ambiance de travail dans laquelle j'ai évolué. Ainsi, je souhaite remercier les occupants du 3^{ème} étage du bâtiment J. Jacquard. En particulier, je remercie Pierre BADEL pour le temps qu'il m'a consacré lors de mon arrivée et qui m'a permis de bien m'intégrer dans le laboratoire. Je remercie également Adrien CHARMETANT et Sylvain BEL avec qui j'ai eu de nombreux échanges. Je n'oublie pas les autres membres de l'équipe avec qui j'ai eu plaisir à travailler : Tarek MABROUKI, Fabrice MORESTIN, Daniel AHMAD avec qui j'ai partagé mon bureau un an, Charlotte FLORIMOND, Emmanuel DE LUYCKER, Quang Thanh NGUYEN, Jean-Guillaume ORLIAC, Peng WANG, Audrey WENDLING, Philippe LONJOU, Lionel MAIFFREDY et Gérard SIARRAS. Je souhaite également remercier les autres membres de l'équipe MSE.

Je n'oublie pas Arnaud SANDEL qui a joué un grand rôle tout au long de ma formation d'ingénieur puis de docteur. Il m'a conforté dans mon choix de faire de la mécanique puis de suivre un double cursus franco-allemand. Je suis également reconnaissant envers Daniel SCHWARZER et Carsten PROPPE de l'Université de Karlsruhe de m'avoir permis de confirmer mon goût pour la recherche scientifique.

Le succès de cette thèse n'aurait pas été possible sans ma famille qui m'a soutenu, en particulier ma mère. Mes collègues doctorants avec qui j'ai tissé des relations amicales m'ont également permis surmonter les doutes dans les moments difficiles et j'espère vivre avec eux encore de nombreux bons moments. Pour finir, j'évoquerai ma passion, l'aviron. Cette pratique sportive a été pour moi un moyen de décompresser et de me vider l'esprit des tracas quotidiens. Mon club tient une grande part dans mon équilibre personnel et je souhaite également remercier mes équipiers.

Merci à tous !

Table des matières

Résumé	3
Abstract.....	4
Remerciements	5
Table des matières	7
Liste des illustrations	9
Liste des tableaux	12
Introduction	13
Matériaux composites et mise en forme	15
1.1. Les matériaux composites	16
1.1.1. La matrice	16
1.1.2. Les matériaux composites fibreux	17
1.1.3. Les fibres et mèches	18
1.1.4. Les renforts	18
1.1.4.1. Unidirectionnels	19
1.1.4.2. NCFs	19
1.1.4.3. Tricots	19
1.1.4.4. Tissus 2D	19
1.1.4.5. Tissus 3D : interlocks	21
1.1.4.6. Tresses	21
1.2. Les procédés de mise en forme	21
Comportement mécanique des renforts tissés et modélisation	27
2.1. Comportement mécanique des renforts tissés	28
2.1.1. Mécanismes de déformation à l'échelle mésoscopique	30
2.1.1.1. Tension d'une mèche	30
2.1.1.2. Compaction transverse d'une mèche	31
2.1.1.3. Flexion	32
2.1.2. Caractérisation des renforts tissés à l'échelle macroscopique	32
2.1.2.1. Tension biaxiale	32
2.1.2.2. Cisaillement	35
2.1.2.3. Flexion	40
2.2. Modélisation	42
2.2.1. Modélisation à l'échelle microscopique	43
2.2.2. Modélisation à l'échelle mésoscopique	43
2.2.3. Modélisation à l'échelle macroscopique	48
2.2.3.1. L'approche géométrique	48
2.2.3.2. Les approches mécaniques	50
2.2.3.3. Conclusion sur les descriptions à l'échelle macroscopique	51
2.3. Conclusion	51
Modélisation mésoscopique	53
3.1. Modélisation géométrique	54
3.1.1. Choix du modèle mésoscopique	54
3.1.2. Calcul des paramètres géométriques	56
3.2. Cadre de travail	61

3.2.1.	Hypoélasticité.....	61
3.2.2.	Suivi de la direction des fibres.....	61
3.3.	Comportement d'une mèche.....	63
3.3.1.	Comportement transverse	63
3.3.1.1.	Isotropie transverse	63
3.3.1.2.	Compaction transverse.....	63
3.3.2.	Comportement longitudinal	64
3.3.2.1.	Comportement élastique linéaire de la mèche	64
3.3.2.2.	Effets du comportement transverse sur l'élasticité longitudinale.....	65
3.3.3.	Comportement en flexion.....	67
3.4.	Création du modèle avec MATLAB.....	67
3.5.	Implémentation dans le code ABAQUS	68
3.5.1.	Modélisation géométrique.....	68
3.5.2.	Orientation des éléments.....	69
3.5.3.	Comportement.....	69
3.5.4.	Algorithme de contact.....	69
3.5.5.	Routine utilisateur VUMAT	69
3.6.	Conclusion	71
Identification		73
4.1.	Essai de traction d'une mèche	74
4.2.	Essai de flexion d'une mèche	76
4.3.	Simulation de l'essai de cisaillement à l'échelle mésoscopique	78
4.3.1.	Choix du motif élémentaire de tissage.....	78
4.3.2.	Conditions aux limites	79
4.3.3.	Résultats	82
4.3.3.1.	Module de cisaillement dans le plan de la mèche.....	82
4.3.3.2.	Loi de comportement dans la direction transversale.....	85
4.3.3.3.	Energies mises en jeu.....	86
4.4.	Simulation de l'essai de cisaillement de cadre	87
4.4.1.	Conditions aux limites	87
4.4.2.	Résultats	89
4.4.3.	Energies mises en jeu.....	92
4.5.	Conclusion	92
Validation et simulation de la mise en forme		95
5.1.	Validation.....	96
5.1.1.	Essai de traction biaxiale.....	96
5.1.2.	Simulation de l'essai de traction de biais	98
5.1.2.1.	Cinématique	98
5.1.2.2.	Effort de cisaillement.....	101
5.2.	Simulation de la mise en forme	105
5.2.1.	Simulation d'un emboutissage hémisphérique	105
5.2.2.	Simulation de mise en forme d'un double dôme.....	109
5.3.	Conclusion	116
Synthèse		119
Perspectives.....		120
Bibliographie.....		121

Liste des illustrations

Figure 1.1 - Différents matériaux composites usuels	16
Figure 1.2 - Renforts bidimensionnels non tissés.....	18
Figure 1.3 - Renforts bidimensionnels tissés [BER99]	20
Figure 1.4 - Définition de l'embuvage [CLA04]	20
Figure 1.5 - Renfort tridimensionnels	21
Figure 1.6 - Schéma de principe du moulage au contact [HOM10].....	22
Figure 1.7 - Etapes du procédé RTM ("Resin Transfer Moulding") [BAD08c]	22
Figure 1.8 - Schéma de principe du VARTM [HOM10]	23
Figure 1.9 - Schéma de principe de l'infusion sous vide [HOM10]	23
Figure 1.10 - Pièces structurelles complexes réalisées grâce à des renforts fibreux	24
Figure 2.1 - Différentes échelles pour l'étude des renforts fibreux [BAD08c]	28
Figure 2.2 - Non glissement entre les mèches de chaîne et de trame [CHE01]	29
Figure 2.3 - Glissements entre mèches lors de la mise en forme d'un double dôme.....	29
Figure 2.4 - Comportement en tension biaxiale des mèches de trame d'un taffetas de verre équilibré [BUE98]. Ici, le coefficient k est défini par la relation : $k = \varepsilon_{chaîne} / \varepsilon_{trame}$	30
Figure 2.5 - Images tomographiques de taffetas (l'échelle est valable pour les deux images) [BAD08c]	31
Figure 2.6 - Courbes expérimentales de compression de 20 couches de taffetas de verre [SAU98] pour différentes pressions cibles.....	32
Figure 2.7 - Traction uniaxiale correspondant au cas libre Figure 2.4 [BAD08c].....	33
Figure 2.8 - Ondulation des mèches expliquant la non linéarité des courbes de traction biaxiale [BOI04].....	34
Figure 2.9 - Dispositif de traction biaxiale [BUE98]	35
Figure 2.10 - Mécanismes de déformation et comportement en cisaillement.....	35
Figure 2.11 - Essai de cisaillement de cadre	37
Figure 2.12 - Cinématique de l'essai de cadre	38
Figure 2.13 - Essai de traction de biais [LUY09a]	39
Figure 2.14 - Cinématique de l'essai de traction de biais [LUY09a].....	40
Figure 2.15 - Essai de flexion standardisé ASTM [BIL08].....	41
Figure 2.16 - Courbe de flexion représentant le moment par unité de longueur en fonction de la courbure pour un renfort interlock G1151 [®] (Hexel) [BIL08]	42
Figure 2.17 - Simulation à l'échelle mésoscopique du cisaillement d'un taffetas [DUR10]	43
Figure 2.18 - Modèle de Kawabata [KAW73a]	44
Figure 2.19 - Deux CER envisageables pour l'étude mésoscopique du taffetas [BAD08c]....	45
Figure 2.20 - Modèle proposé par Hivet [HIV03].....	46
Figure 2.21 - Modèle mésoscopique de taffetas cisailé d'un angle de 54° [BAD07].....	47
Figure 2.22 - Principe de l'algorithme du filet [BOI04]	49
Figure 2.23 - Simulation de mise en forme par la méthode du filet d'une pièce non développable pour deux orientations différentes du renfort [BOR02].....	49
Figure 2.24 - Position d'un noeud O au sein de son voisinage (a) et ressorts modélisant les différentes rigidités du renfort (b-d) [SZE05]	50
Figure 2.25 - Simulation d'emboutissage hémisphérique de différents renforts	51

Figure 3.1 - Modèle de taffetas arc/droite de type 1 proposé par Hivet [HIV03].....	54
Figure 3.2 - Modèles volumiques de taffetas.....	55
Figure 3.3 - Sections de mèches et épaisseur nodale dans le cadre d'une modélisation par des éléments de coque [NIL09].....	55
Figure 3.4 - Modèle utilisant des éléments de membrane proposé par Sapozhnikov et al. [SAP07].....	56
Figure 3.5 - Période d'une mèche de taffetas modélisée par de éléments de poutre.....	56
Figure 3.6 - Modèle de taffetas simplifié.....	57
Figure 3.7 - Cycles de charge et décharge en tension de mèches constituées de fibres de différentes natures [BUE98]	65
Figure 3.8 - Compaction transverse d'une mèche	66
Figure 4.1 - Courbe de traction d'une mèche ondulée (cas libre) modélisée par des éléments de membrane ou de coque	75
Figure 4.2 - Obtention du modèle de mèche pour l'étude de la flexion	77
Figure 4.3 - Comparaison entre les profils déformés en flexion.....	78
Figure 4.4 - Modèle mésoscopique simplifié pour l'étude du cisaillement à l'échelle mésoscopique	79
Figure 4.5 - Conditions aux limites appliquées à un motif élémentaire [BAD07]	79
Figure 4.6 - Mèches de chaîne de la CER, leurs noeuds (cercles bleu) et les noeuds permettant d'imposer les conditions aux limites macroscopiques (points rouges)	81
Figure 4.7 - Vue mésoscopique d'un taffetas sur lequel ont été tracées les directions des mèches chaîne et trame [DUM03b]	82
Figure 4.8 - Influence de la rigidité de cisaillement	83
Figure 4.9 - Influence de la rigidité sur l'énergie de cisaillement.....	84
Figure 4.10 - Effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement de la CER	85
Figure 4.11 - Phases de l'essai de cisaillement	86
Figure 4.12 - Energies de déformation mises en jeu lors de la simulation du cisaillement d'une CER.....	87
Figure 4.13 - Conditions aux limites "CL4"	88
Figure 4.14 - Flexion des mèches au bord du cadre de cisaillement [DUM03a].....	88
Figure 4.15 - Conditions aux limites "CL2"	89
Figure 4.16 - Cisaillement d'un renfort de taffetas de 24x24 mèches.....	89
Figure 4.17 - Effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement lors de la simulation de l'essai de cadre	90
Figure 4.18 - Effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement lors de la simulation de l'essai de cadre	91
Figure 4.19 - Energies de déformation des mèches mises en jeu lors de la simulation de l'essai de cisaillement de cadre	92
Figure 5.1 - Courbe d'effort en fonction de la déformation en traction biaxiale	96
Figure 5.2 - Energies de déformation mises en jeu lors de la simulation de l'essai de traction biaxiale.....	97
Figure 5.3 - Echantillon de taffetas de 53x53 mèches à l'état initial	98
Figure 5.4 - Déformée d'un renfort de taffetas modélisé par différents types d'éléments au cours d'une traction de biais.....	99

Figure 5.5 - Comparatif des cinématiques des simulations de traction de biais pour les modélisations utilisant des éléments de membrane ou de coque	100
Figure 5.6 - Cinématique de l'essai de traction de biais (vitesse de chargement divisée par deux par rapport à la Figure 5.5)	101
Figure 5.7 - Effort normalisé en fonction de l'angle de cisaillement.....	102
Figure 5.8 - Cinématique de la simulation de l'essai de traction de biais.....	103
Figure 5.9 - Effort de cisaillement normalisé. Les déformées correspondant aux points rouges sont données Figure 5.10.	103
Figure 5.10 - Déformation de l'échantillon au cours de la simulation de l'essai de traction de biais. Les images correspondent aux points rouges Figure 5.9.	104
Figure 5.11 - Glissements des mèches lors d'un essai de traction de biais.....	105
Figure 5.12 - Géométrie (a) et modèle éléments finis (b) du dispositif d'emboutissage hémisphérique.....	106
Figure 5.13 - Vue tridimensionnelle du renfort après mise en forme	107
Figure 5.14 - Vue de dessus du renfort après mise en forme	107
Figure 5.15 - Comparaison de l'angle de cisaillement mesuré expérimentalement et déterminé par simulation selon une diagonale du renfort en fonction de la distance au centre	108
Figure 5.16 - Vue éclatée du modèle éléments finis pour la simulation de la mise en forme du double dôme	110
Figure 5.17 - Renforts de taffetas mis en forme de double dôme	111
Figure 5.18 - Angle de cisaillement suivant le chemin représenté par la ligne rouge Figure 5.17	112
Figure 5.19 - Mise en forme du double dôme pour un taffetas de verre d'orientation initiale $0^{\circ}/90^{\circ}$	113
Figure 5.20 - Mise en forme du double dôme pour un taffetas de verre d'orientation initiale $\pm 45^{\circ}$	113
Figure 5.21 - Comparaison de l'angle de cisaillement en différents points lors de la mise en forme du double dôme.....	115
Figure 5.22 - Comparaison de l'avalement en différents points lors de la mise en forme du double dôme	116

Liste des tableaux

Tableau 3.1 - Valeurs du modèle discrétisé de taffetas.....	60
Tableau 3.2 - Valeur des paramètres du modèle discrétisé selon le cas envisagé. Les valeurs en gras sont celles qui sont modifiées par rapport à leur valeur standard.....	60
Tableau 4.1 - Caractéristiques des mèches constitutives du taffetas de verre équilibré	74
Tableau 4.2 - Caractéristiques du taffetas de verre équilibré.....	74
Tableau 4.3 - Paramètres identifiés pour le modèle mésoscopique de taffetas de verre.....	92

Introduction

Les matériaux composites connaissent une utilisation grandissante dans de nombreux domaines. Le domaine des transports, en particulier celui des transports aéronautiques, montre un grand intérêt pour ce type de matériaux. Le contexte économique et environnemental impose aux acteurs de ce secteur un allègement des structures permettant des gains en terme de capacité de chargement et d'économie d'énergie. En effet, outre le coût croissant de l'énergie dû à la raréfaction des énergies fossiles, l'opinion publique se montre de plus en plus sensible aux impacts environnementaux des transports. Les leaders du transport aéronautique introduisent donc les matériaux composites proposant de bonnes caractéristiques mécaniques pour une masse réduite dans leurs appareils. Ainsi les derniers modèles proposés par les constructeurs européen Airbus, l'A350 XWB, et américain Boeing, le 787, sont composés à 50% (en masse) de matériaux composites. L'A350 XWB est notamment doté d'un fuselage et d'un caisson central, pièce structurelle reliant les ailes de l'avion au fuselage, réalisés grâce à des matériaux composites.

Dans ce contexte, la maîtrise de l'élaboration des pièces est un point clé. Si les procédés de fabrication concernant les matériaux usuels tels que les métaux ont été largement étudiés et sont aujourd'hui assez bien maîtrisés, ceux, relativement jeunes, s'appliquant aux matériaux composites demandent à être mieux connus afin d'assurer l'automatisation et la reproductibilité des processus industriels. Lors de la fabrication d'une pièce renforcée par des fibres en particulier, le renfort est d'abord mis en forme avant qu'une résine ne vienne figer la structure de la pièce. La présente étude se focalise sur la première de ces étapes au cours de laquelle les renforts fibreux présentent la particularité de pouvoir être fortement déformés, permettant ainsi la réalisation de formes complexes. La connaissance du comportement très particulier du renfort est alors indispensable pour garantir le succès de la mise en forme et la qualité des pièces fabriquées. On s'intéresse ainsi à la forme finale du renfort, à la position et à l'orientation des fibres mais aussi à l'apparition possible de défauts tels que les plissements du renfort, la rupture ou la décohésion de mèches.

La maîtrise de la mise en forme des renforts fibreux nécessite donc de connaître leur comportement mécanique et leurs mécanismes de déformation. A l'échelle macroscopique, les renforts présentent une forte raideur en tension dans le plan et c'est leur grande aptitude à se déformer de façon importante en cisaillement et en flexion qui permet leur mise en forme. Cependant, pour de fortes déformations, les rigidités correspondantes peuvent devenir importantes et entraîner l'apparition de défauts. A l'échelle d'une mèche, la raideur en tension est le phénomène de premier ordre et la déformation s'effectue principalement en compaction de la mèche dans la direction transverse et en flexion. Ainsi, plusieurs échelles peuvent être considérées lors de l'étude des renforts, notamment les échelles de la mèche et du renfort macroscopique. L'objectif des simulations à l'échelle de la mèche est alors généralement de déterminer le comportement macroscopique du renfort pour ensuite alimenter les modèles macroscopiques. Le travail présenté propose une modélisation basée à l'échelle de la mèche permettant la simulation de la mise en forme des renforts fibreux.

Ce manuscrit se compose de cinq chapitres au fil desquels la mécanique des renforts tissés et leurs modélisations sont présentées. En se basant sur la nature multiéchelle des renforts, une modélisation à l'échelle mésoscopique de l'ensemble du renfort permettant la simulation de la mise en forme est proposée.

Le premier chapitre introduit les matériaux composites, en particulier les matériaux composites fibreux. Dans le couple renfort/matrice qui les constitue, on s'intéresse alors plus précisément au renfort dont les propriétés et la structure sont détaillées. Certaines méthodes de mise en forme concernées par le présent travail sont ensuite présentées.

La nature multiéchelle des renforts tissés est analysée dans le deuxième chapitre. Le comportement des constituants élémentaires est détaillé pour chaque échelle ainsi que les liens entre les phénomènes aux différentes échelles. Une revue des différents modèles à chaque échelle est alors effectuée, permettant de situer le modèle proposé.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation du modèle mésoscopique que nous proposons. Les aspects de la modélisation géométrique du renfort et du comportement des mèches qui le composent y sont détaillés.

Le quatrième chapitre traite de l'identification des caractéristiques du modèle. Les essais expérimentaux étant effectués à l'échelle macroscopique, l'identification des caractéristiques des mèches, qui sont de nature mésoscopique, est alors réalisée en utilisant une méthode inverse.

Le cinquième chapitre permet de rendre compte de la validité du modèle. La simulation de l'essai de traction de biais, qui valide le modèle en cisaillement, fournit un résultat inédit en simulation concernant la cinématique de l'essai, confirmant ainsi l'intérêt de l'approche. Les limitations du modèle sont également discutées. Enfin, des résultats de simulation de la mise en forme sont présentés. Les résultats fournis par le modèle sont alors confrontés aux résultats expérimentaux, notamment ceux du benchmark international concernant la mise en forme d'un double dôme. En particulier, les angles de cisaillement et l'avalement du renfort en différents points sont comparés.

1

Matériaux composites et mise en forme

EN QUELQUES MOTS...

Nous présentons dans ce chapitre les renforts fibreux utilisés pour l'élaboration de pièces composites. Nous verrons pourquoi les fibres sont particulièrement intéressantes pour ce type d'application avant de décrire leur mode d'assemblage et les propriétés des mèches qu'elles composent. Si les propriétés des mèches constitutives d'un renfort conditionnent beaucoup son comportement, leur mode d'assemblage est également très important. Les différents types de renforts et leurs propriétés seront présentés, permettant ainsi de situer les renforts tissés concernés par ce travail. Enfin, différents procédés de mise en forme auxquels cette étude s'applique sont présentés.

1.1.	Les matériaux composites	16
1.1.1.	La matrice	16
1.1.2.	Les matériaux composites fibreux	17
1.1.3.	Les fibres et mèches	18
1.1.4.	Les renforts	18
1.1.4.1.	Unidirectionnels	19
1.1.4.2.	NCFs	19
1.1.4.3.	Tricots	19
1.1.4.4.	Tissus 2D	19
1.1.4.5.	Tissus 3D : interlocks	21
1.1.4.6.	Tresses	21
1.2.	Les procédés de mise en forme	21

1.1. Les matériaux composites

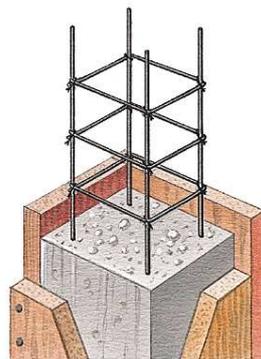
Un matériau composite est par définition l'association de plusieurs composants non miscibles entre eux. Le terme composite peut avoir un sens très large. Dans la suite de ce manuscrit, ce terme sera utilisé pour désigner l'association de composants de natures différentes. Ainsi, un alliage de métaux ne rentrera pas dans cette désignation. Alliage ou composite tel que défini précédemment ont été imaginés pour la même raison : profiter des caractéristiques intéressantes de chaque composant afin que le matériau obtenu ait des propriétés supérieures aux propriétés de ses composants pris indépendamment.

Pour les applications qui nous intéressent, deux composants principaux constituent le matériau composite : un renfort et une matrice. Le renfort peut être de nature particulière ou fibreuse. Il peut avoir pour fonction d'améliorer les propriétés de la matrice (poids, résistance à l'usure, propriétés thermiques) ou jouer un rôle mécanique prépondérant, apportant ainsi la plus grande part de résistance et/ou de rigidité à la structure. La matrice permet alors d'assurer la cohésion et de figer l'ensemble. Les propriétés du matériau composite dépendent donc des matériaux constituant le renfort et la matrice mais également de leur distribution spatiale et de leurs interactions.

L'invention des matériaux composites n'est pas récente puisque depuis très longtemps le torchis constitué de fibres végétales liées entre elles par de la terre a été utilisé comme matériau de construction (Figure 1.1.a). Il a aujourd'hui laissé la place aux bétons (ciment renforcé par des particules de silice) et aux bétons armés (béton renforcé par une structure métallique) pour la construction de bâtiments (Figure 1.1.b). Dans le domaine de l'automobile, les pneumatiques sont des structures composites complexes constitués de caoutchouc renforcé par des tissus et des câbles (Figure 1.1.c). Le sport est également un domaine où les matériaux composites sont très présents mais c'est dans le domaine de l'aéronautique que les composites qui nous intéressent sont utilisés.



a. torchis [TOR10]



b. béton armé [BET10]



c. pneumatique [PNE10]

Figure 1.1 - Différents matériaux composites usuels

1.1.1. La matrice

Quels que soient les rôles mécaniques respectifs du renfort et de la matrice, cette dernière a pour fonction de protéger les fibres, de les lier entre elles et de transférer les efforts aux

fibres. En fonction de la nature de la matrice, on peut distinguer trois catégories de matériaux composites :

- Les composites à matrice organique sont les plus largement répandus dans l'industrie. Sans entrer dans le détail des différentes résines utilisées, on peut cependant noter qu'il existe deux grandes familles : les résines thermoplastiques qui sont liquides à chaud et les résines thermodurcissables qui restent solides après polymérisation. Ce sont principalement ces matrices qui concernent les renforts fibreux et donc le présent travail.
- Les composites à matrice céramique, dont les plus connues sont les bétons, sont également largement répandues. Les matrices céramiques sont également utilisées pour des applications où une résistance aux très hautes températures est requise.
- Les composites à matrice métallique.

1.1.2. Les matériaux composites fibreux

Actuellement, les matériaux composites fibreux sont de plus en plus utilisés. Le choix des matériaux constitutifs ainsi que le mode d'assemblage des différents composants leur permettent de répondre à de nombreuses spécifications. Parmi les propriétés majeures qu'ils offrent, on peut noter :

- la possibilité de réalisation de formes complexes, permettant l'intégration de plusieurs fonctions. Là où une pièce équivalente en métal nécessiterait de nombreuses opérations d'usinage et/ou d'assemblage, une partie de ces opérations peut être évitée avec les matériaux composites.
- leurs bonnes caractéristiques spécifiques (caractéristiques par unité de masse) permettant un gain de poids ;
- leur bonne ténacité (ou résistance aux dommages) offrant une grande sûreté aux structures ;
- leurs qualités d'amortissement des vibrations permettant, entre autres, la réduction des nuisances sonores ;
- leur bonne résistance à la fatigue permettant la création de structures durables ;
- l'absence d'assujettissement à la corrosion, contrairement aux matériaux métalliques ;

Parmi ces propriétés, nous avons souligné les bonnes caractéristiques spécifiques. Nous allons maintenant expliciter ce point et justifier le fait que les matériaux fibreux sont particulièrement intéressants.

Une des principales idées directrices lors de l'élaboration d'un matériau composite est la diminution de la masse. On recherche alors des constituants ayant des propriétés mécaniques élevées pour une masse volumique faible, soit des propriétés spécifiques les plus élevées possible. Lorsque l'on considère les matériaux usuels élaborés sous forme massive, on constate que l'acier, les alliages d'aluminium, le bois ou le verre ont des modules d'élasticité spécifiques comparables. Par contre, lorsque l'on compare leurs contraintes spécifiques à rupture, on constate que celle du verre est nettement supérieure à celles des autres matériaux cités. Il peut donc être intéressant d'utiliser le verre en complément d'un autre matériau pour élaborer un composite, le verre ne pouvant être utilisé seul du fait de sa fragilité. De plus, les contraintes à rupture spécifiques mesurées expérimentalement se révèlent plus faibles que celles déterminées théoriquement. Cette différence provient des nombreux défauts présents dans les matériaux lors de leur élaboration massive. Pour minimiser cette différence, il est nécessaire d'utiliser des procédés d'élaboration faisant apparaître le moins de défauts possible. L'élaboration de fibres de très faible diamètre (quelques micromètres) permet de remplir cet objectif.

1.1.3. Les fibres et mèches

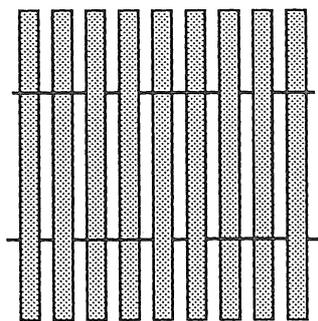
Il existe un très grand nombre de fibres pouvant être mises en oeuvre. Elles peuvent être minérales (verre, carbone, ...) ou organique (aramide ou kevlar[®], cellulose, ...). Ces fibres ont un diamètre de quelques micromètres. Les fibres discontinues sont utilisées comme charges d'une matrice ou sont destinées à l'élaboration de mats, nappes où les fibres sont disposées sans aucune orientation préférentielle. Les fibres continues sont assemblées pour constituer des fils ou mèches. La cohésion des fibres au sein de la mèche peut être obtenue soit par torsion soit grâce à un ensimage (revêtement surfacique des fibres). Cet ensimage, en outre d'assurer la cohésion entre les fibres, protège celles-ci de l'abrasion, permet d'éviter l'apparition de charges électrostatiques et améliore la mouillabilité et la compatibilité chimique entre les fibres et la résine. Les mèches ainsi constituées vont donc se caractériser par :

- la nature des fibres qui les composent (verre, carbone, aramide, ...)
- la manière d'assembler les fibres (assemblage avec ou sans torsion, ensimage, ...)
- leur masse linéaire, exprimée en tex (1 tex = 1 g/km) ;
- le nombre de fibres par mèche ;
- leur rigidité (en N) qui relie l'effort exercé sur la mèche à son allongement ;
- la ténacité (en N), c'est-à-dire l'effort nécessaire pour rompre une mèche.

1.1.4. Les renforts

Il existe de nombreuses possibilités d'assemblage des mèches. On peut les classer en deux grandes catégories selon que leur structure est surfacique (mats que nous avons brièvement décrits dans la section précédente, unidirectionnels, "NCFs", tissus bidimensionnels et tricots) ou tridimensionnelle (tissus tridimensionnels, tresses).

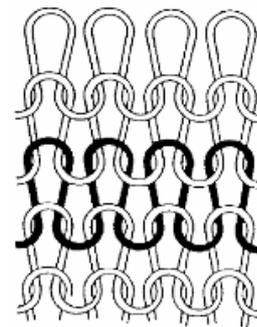
Dans la suite de ce manuscrit, on utilisera les termes de chaîne et de trame pour désigner, lorsqu'il y a lieu, les deux directions perpendiculaires de mèches. Dans un métier à tisser, en effet, la direction chaîne est la direction de tissage tandis que la trame est liée à la navette qui se déplace perpendiculairement. La manière dont les mèches de chaîne et de trame sont agencées définit l'armure du tissu.



a. unidirectionnel [BER99]



b. non tissé ou NCF [GIR10]



c. tricot [GOM98]

Figure 1.2 - Renforts bidimensionnels non tissés

1.1.4.1. Unidirectionnels

Les unidirectionnels (Figure 1.2.a) sont des nappes de mèches de chaîne disposées parallèlement. Ces renforts ne permettent pas de résister à une déformation dans la direction trame puisque aucune mèche n'est présente longitudinalement dans cette direction. Ainsi, il est seulement possible d'élaborer des pièces présentant une simple courbure suivant la direction chaîne, une courbure suivant la direction trame entraînant une séparation des fibres.

1.1.4.2. NCFs

Les non-tissés ou NCFs ("Non Crimp Fabrics" en anglais) représentés Figure 1.2.b sont constitués de plusieurs nappes d'unidirectionnels maintenues entre elles par des fils de couture. Les NCFs peuvent être constitués de plusieurs nappes de mèches chaîne et trame. L'absence d'ondulation des mèches confère à la structure une grande rigidité en tension dans le plan tandis que les fines coutures permettent une rotation aisée des différentes couches. Ce type d'assemblage permet d'obtenir un renfort plus rigide en traction dans les directions des fibres qu'un renfort tissé puisque les mèches sont rectilignes tout en permettant d'assurer une cohésion entre les mèches des différents réseaux.

1.1.4.3. Tricots

Les tricots (Figure 1.2.c) sont obtenus par bouclage d'une unique mèche. Ils ont une très grande souplesse et peuvent donc être facilement mis en forme. Ces renforts permettent de réaliser des formes complexes mais leur rigidité n'est alors pas très importante.

1.1.4.4. Tissus 2D

Les tissus bidimensionnels sont réalisés dans des métiers à tisser par entrelacement de mèches de chaîne et de mèches de trame. Le mode d'entrelacement, appelé armure, peut se classer en trois catégories (Figure 1.3) :

- taffetas ou toile : chaque mèche de trame passe successivement au dessus puis en dessous d'une mèche de chaîne. Le fort entrelacement des mèches donne au taffetas une importante rigidité et une faible déformabilité.
- sergé $m \times n$: chaque mèche de trame passe successivement au dessus de m puis en dessous de n mèches de chaîne. Les points de liage (c'est-à-dire les croisements où une mèche de trame passe en dessous d'une mèche de chaîne) successifs forment une diagonale. La variation des paramètres m et n permet d'obtenir des tissus de rigidité de cisaillement variable. On peut remarquer que le taffetas est en fait un sergé 1×1 .
- satin de n de décrochement m : chaque mèche de trame passe au dessus de $(n-1)$ puis sous une mèche de chaîne. Les points de liage consécutifs ne forment pas de diagonale et leur position est définie par le décrochement m . Cette armure est très souple et facilement déformable en cisaillement.

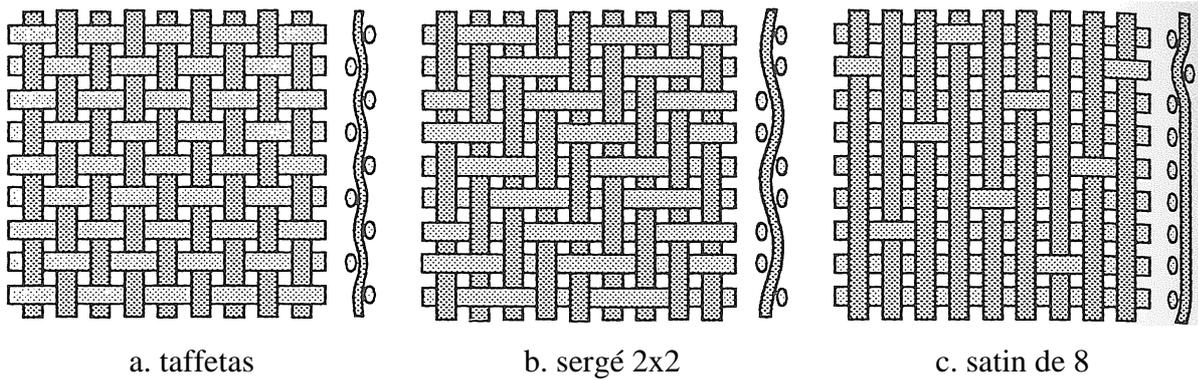


Figure 1.3 - Renforts bidimensionnels tissés [BER99]

Nous avons vu qu'il existe de nombreuses façons d'assembler des mèches. Nous allons dans cette étude nous limiter aux tissus bidimensionnels que nous appellerons par la suite simplement tissus. Un tissu peut être composé de mèches de chaîne et de trame de différentes natures ou de mèches hybrides composées de différentes fibres. De plus, les mèches chaîne et trame ne sont pas toujours de même section et ne comportent pas toujours le même nombre de fibres. Dans le cas où les deux réseaux sont identiques, on parle de tissu équilibré. En résumé, un tissu va principalement se caractériser par :

- les mèches utilisées ;
- l'armure ;
- la densité de mèches (en mèches/mm) pour chaque réseau. La périodicité (en mm^{-1}) se définit alors comme étant l'inverse de la densité.
- l'embuvage qui caractérise l'ondulation des mèches et s'exprime en pourcentage (voir Figure 1.4). Il est défini par :

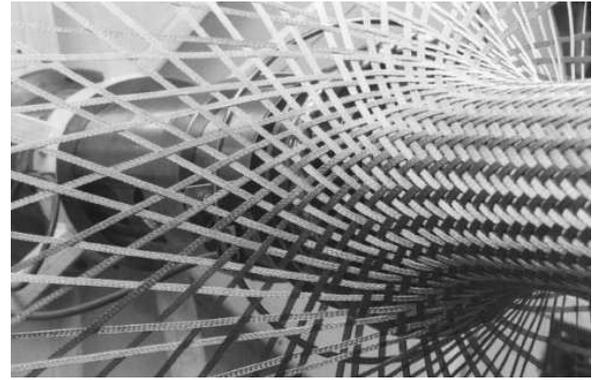
$$e = \frac{\text{longueur d'une mèche} - \text{longueur du tissu dont elle est extraite}}{\text{longueur du tissu}} \times 100 \quad (1.1)$$



Figure 1.4 - Définition de l'embuvage [CLA04]



a. interlock [LUY09a]



b. tresse [CAR10]

Figure 1.5 - Renfort tridimensionnels

1.1.4.5. Tissus 3D : interlocks

De la même manière que les tissus bidimensionnels, les tissus tridimensionnels (Figure 1.5.a) sont tissés mais au lieu de s'entrecroiser sur deux plans, les mèches de trame croisent plusieurs plans de mèches de chaîne. Le tissu ainsi obtenu peut alors atteindre une épaisseur d'une dizaine de centimètres.

1.1.4.6. Tresses

Une tresse (Figure 1.5.b) est un entrelacement de plusieurs mèches. Elle peut être élaborée dans un plan telle la tresse (ou natte) à trois brins largement utilisée pour les coiffures ou de manière à former une structure tubulaire autour d'un mandrin ou d'une âme dans le cas de l'élaboration de cordages.

1.2. Les procédés de mise en forme

Les renforts tissés (bi- ou tridimensionnels) sur lesquels porte notre étude étant destinés à être mis en forme par moulage, nous nous intéresserons uniquement aux procédés de ce type. De nombreux procédés de formage par moulage existent [BER99, GAY97]. Ils varient en fonction de la nature des matériaux constituant le renfort et la matrice, de l'importance des séries à effectuer, de la cadence et du coût de production recherchés. Nous allons faire ici une description très simplifiée de quelques procédés de moulage.

Le moulage au contact (Figure 1.6) est le plus simple procédé auquel nous allons nous intéresser. Lors de ce procédé, le renfort est placé dans un moule manuellement puis, s'il n'est pas déjà pré-imprégné de résine, celle-ci est ajoutée. Ensuite, un opérateur fait pénétrer la résine dans le renfort (dans le cas où celui-ci n'est pas déjà imprégné) et compacte l'ensemble à l'aide d'un rouleau afin de chasser les bulles d'air. Ce type de procédé permettant de traiter des petites séries de pièces de grandes dimensions est fortement dépendant de l'opérateur. En effet, la manière dont celui-ci dépose le renfort dans le moule et la pression qu'il exerce sur le rouleau lors de la compaction de l'ensemble influent grandement sur les propriétés finales de la pièce. D'autres procédés de mise en forme permettent de parer à ces inconvénients et par là même d'assurer la reproductibilité des pièces et offrent la possibilité d'automatiser le procédé.

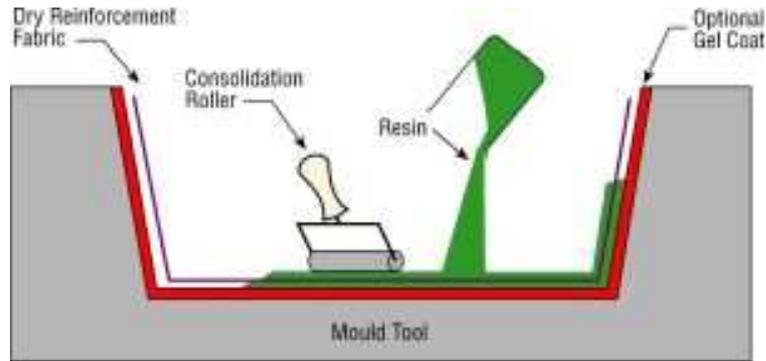


Figure 1.6 - Schéma de principe du moulage au contact [HOM10]

Le moulage par poinçon et matrice permet d'appliquer une pression contrôlée à l'ensemble constitué du renfort et de la résine. Un contre moule (ou poinçon) remplace alors la roulette manipulée par l'opérateur lors du moulage au contact. Si ce procédé permet de garantir un certain niveau de compaction, la dépose de la résine reste effectuée par un opérateur et de ce fait, la quantité déposée et sa répartition est sujette à des variations.

Le moulage par injection de résine ("Resin Transfer Moulding" en anglais) permet d'automatiser complètement le procédé (Figure 1.7). Le renfort est placé entre le moule (ou matrice) et le poinçon. Ce dernier vient alors emboutir le renfort jusqu'à ce qu'il ait pris la forme du moule, le renfort étant éventuellement maintenu par des serre-flans. La résine est ensuite injectée sous une pression élevée dans le renfort avant d'être polymérisée.

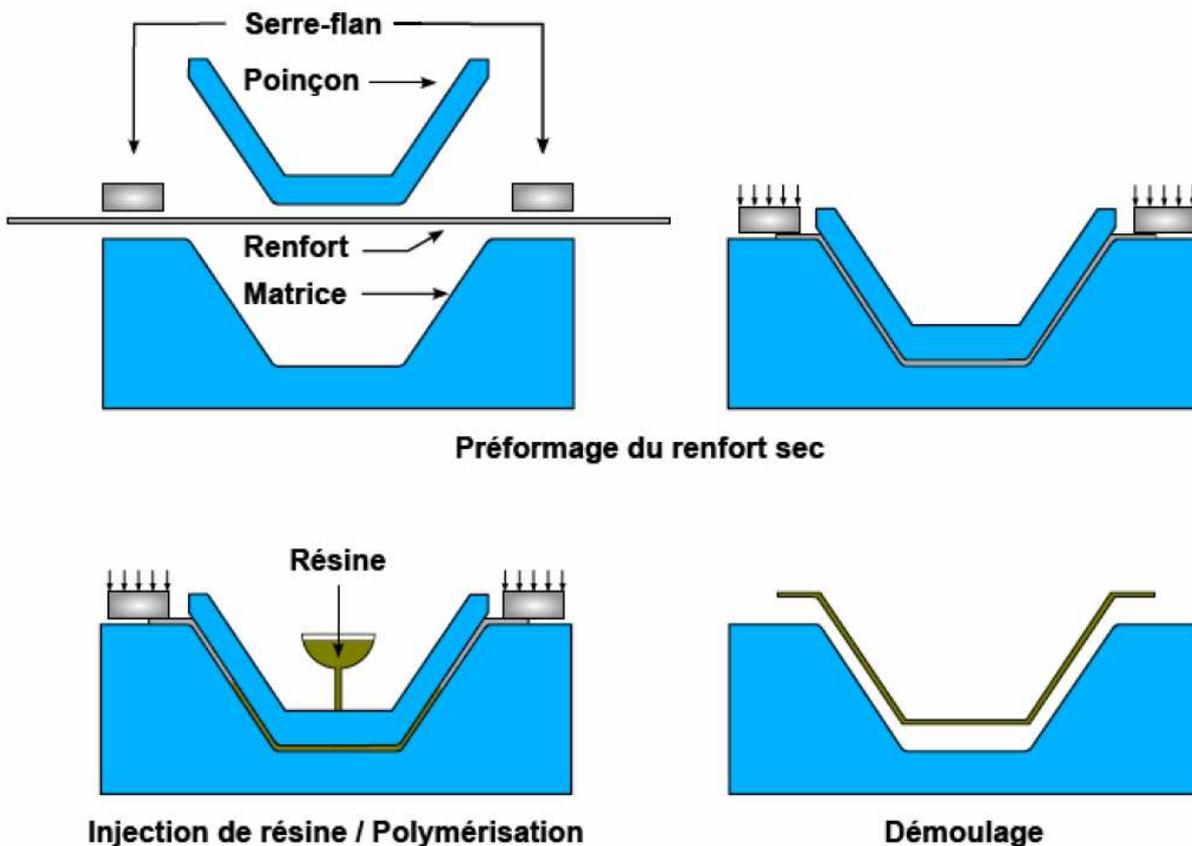


Figure 1.7 - Étapes du procédé RTM ("Resin Transfer Moulding") [BAD08c]

Le VARTM ("Vacuum Assisted Resin Transfer Moulding") consiste à placer le renfort entre le moule et une membrane étanche, le poinçon exerçant une pression sur l'ensemble constitué du renfort et de la membrane (Figure 1.8). Le vide est alors fait grâce à un ou des orifices placés sur le moule, la membrane entraînant le renfort. Une fois le vide fait, la résine est injectée à faible pression à l'opposé des orifices d'évacuation et la dépression aide à l'entraînement de la résine dans la pièce. Lorsque la résine a complètement remplacé le vide, la pièce est polymérisée.

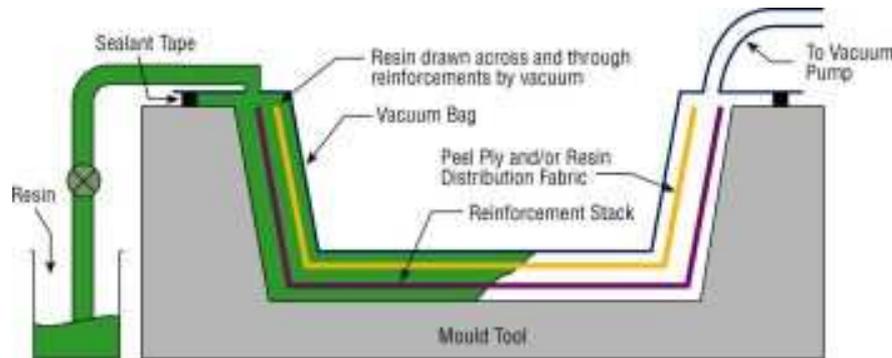


Figure 1.8 - Schéma de principe du VARTM [HOM10]

Enfin, le procédé d'infusion sous vide consiste à placer le renfort entre le moule et une membrane étanche (Figure 1.9). Le vide est ensuite fait et la dépression créée entraîne la résine dans le renfort. Lorsque le renfort est imprégné de résine, celle-ci est polymérisée.

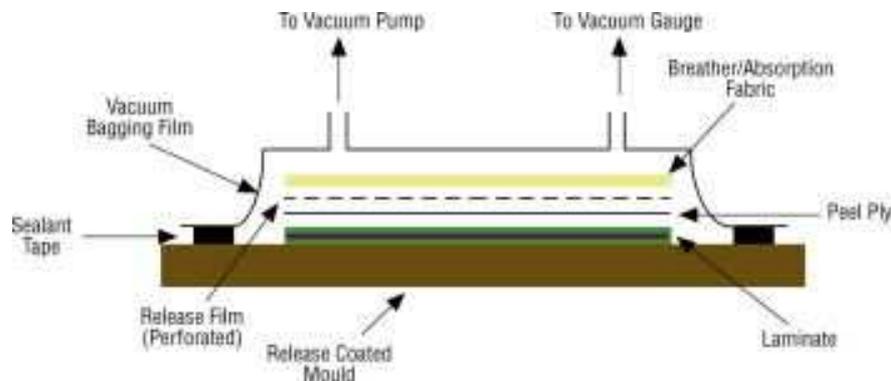


Figure 1.9 - Schéma de principe de l'infusion sous vide [HOM10]

Les deux derniers procédés évoqués permettent ainsi de produire des pièces en grandes séries avec un bonne reproductibilité du fait de l'automatisation possible. De plus, ils sont applicables à de nombreux types de renforts, autorisent la réalisation de formes relativement complexes (Figure 1.10) et permettent d'atteindre des taux volumiques de fibres compris dans une large gamme. Enfin, la précision géométrique atteignable et les bons états de surface après formage limitent les opérations d'usinage ultérieures. Toutes ces raisons justifient l'engouement pour ces procédés de mise en forme.



a. pièce structurelle de l'hélicoptère NH-90 d'Eurocopter réalisée par infusion sous vide [ZIY08]



b. aube de soufflante de turboréacteur Snecma [SNE10]

Figure 1.10 - Pièces structurelles complexes réalisées grâce à des renforts fibreux

Cependant, la mise au point de ces procédés nécessite de longues et onéreuses campagnes d'essais afin de déterminer les différents paramètres à utiliser. La simulation numérique apparaît alors comme étant le meilleur moyen pour réduire les essais à effectuer. Les simulations peuvent être classées en deux catégories : les simulations mécaniques concernant la mise en forme du renfort et les simulations d'injection faisant intervenir les couplages entre la résine fluide et la structure du renfort. Les simulations de mise en forme doivent permettre :

- la détermination des conditions de la mise en forme (orientation du renfort, pression des serre-flans, vitesse d'emboutissage, ...) ;
- la prévision de l'apparition de défauts sur la pièce (plissement du renfort, zones sans renfort, rupture de mèches) ;
- la détermination de la position des mèches et des éventuelles contraintes résiduelles, ces deux données étant nécessaires au calcul des caractéristiques mécaniques de la pièce finale ;
- le calcul du tenseur de perméabilité nécessaire à la détermination des conditions d'injection de la résine.

Les simulations mécaniques de la mise en forme d'un renfort nécessitent la connaissance du comportement de celui-ci. Le prochain chapitre présentera les différentes sollicitations qu'un renfort peut subir et sa réponse à celles-ci. Nous verrons également que du fait de sa nature, un renfort tissé peut être modélisé à différentes échelles et nous présenterons différentes approches permettant la modélisation des tissus.

EN RESUME...

Les matériaux composites constituent une grande famille de matériaux dans laquelle les matériaux composites fibreux nous intéressent. Dans les applications de haute technologie, les fibres sont continues et assemblées en mèches. Celles-ci peuvent alors être tissées afin d'assurer une bonne cohésion au sein du renfort. Les propriétés de ce dernier dépendent alors des caractéristiques mécaniques des fibres ainsi que des caractéristiques géométriques de sa structure. Lors de l'élaboration des pièces structurelles complexes, le renfort est tout d'abord mis en forme avant que sa structure soit figée grâce à une matrice. Afin de simuler ce processus, il est nécessaire de connaître le comportement du renfort.

2

Comportement mécanique des renforts tissés et modélisation

EN QUELQUES MOTS...

Constitués de fibres assemblées en mèches tissées, les renforts auxquels nous nous intéressons sont de nature multiéchelles. En fonction de l'échelle à laquelle ils vont être observés, les phénomènes mis en jeu peuvent être très différents. Nous verrons par exemple que le cisaillement du renfort à l'échelle macroscopique est dû à de la compression transverse des mèches. Ces différentes échelles d'observations se retrouvent dans les modélisations proposées. Nous ferons alors une revue des principales descriptions proposées qui permettra de situer le modèle proposé dans ce travail.

2.1.	Comportement mécanique des renforts tissés	28
2.1.1.	Mécanismes de déformation à l'échelle mésoscopique	30
2.1.1.1.	Tension d'une mèche	30
2.1.1.2.	Compaction transverse d'une mèche	31
2.1.1.3.	Flexion	32
2.1.2.	Caractérisation des renforts tissés à l'échelle macroscopique	32
2.1.2.1.	Tension biaxiale.....	32
2.1.2.2.	Cisaillement	35
2.1.2.3.	Flexion	40
2.2.	Modélisation	42
2.2.1.	Modélisation à l'échelle microscopique.....	43
2.2.2.	Modélisation à l'échelle mésoscopique	43
2.2.3.	Modélisation à l'échelle macroscopique	48
2.2.3.1.	L'approche géométrique	48
2.2.3.2.	Les approches mécaniques	50
2.2.3.3.	Conclusion sur les descriptions à l'échelle macroscopique	51
2.3.	Conclusion	51

Au cours du chapitre précédent et particulièrement dans la section 1.1, nous avons entrevu qu'un matériau composite est un assemblage de constituants élémentaires ou de sous-ensembles. Dans le cas des matériaux composites fibreux, un ensemble de fibres constitue une mèche, un ensemble de mèche constituant à son tour un motif de tissage. Ainsi, trois échelles d'observation vont pouvoir être distinguées (Figure 2.1) :

- l'échelle microscopique (c) est l'échelle des fibres. A cette échelle, chaque fibre de quelques micromètres de diamètre peut être distinguée parmi les milliers que comporte une mèche. C'est la plus petite échelle que nous considérerons dans ce travail.
- l'échelle mésoscopique (b) est l'échelle de la mèche. A cette échelle, on ne distingue plus les différentes fibres et on considère que la mèche est constituée par un matériau continu homogène au comportement équivalent à l'ensemble des fibres. Les motifs de tissage sont parfaitement visibles à cette échelle. Elle permet donc de caractériser géométriquement un tissu. En conséquence, on définit généralement une CER (Cellule Élémentaire Représentative) à cette échelle. La CER, également appelée motif élémentaire, est le plus petit motif périodique permettant la reconstruction complète du tissu.
- l'échelle macroscopique (a) est l'échelle du renfort tissé qui peut mesurer de quelques centimètres à plusieurs mètres. A cette échelle, le renfort semble continu et s'apparente à une surface dans l'espace.

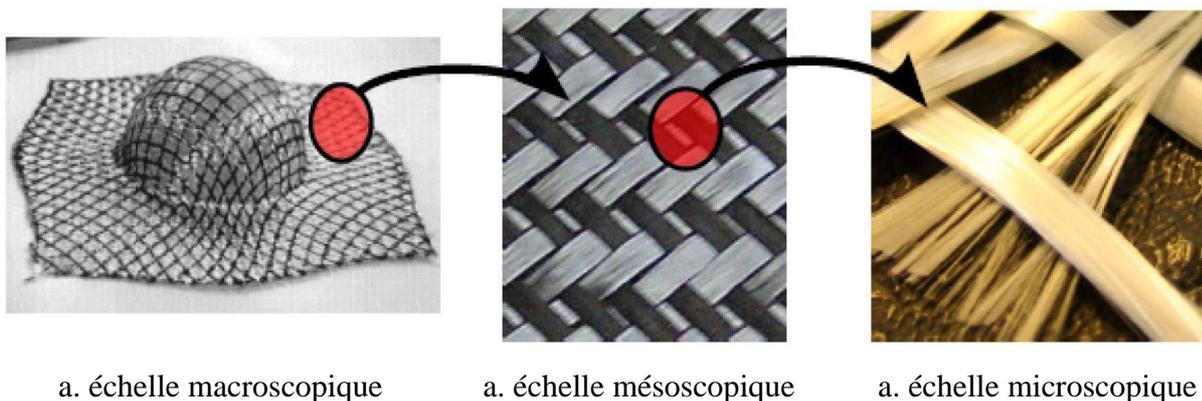


Figure 2.1 - Différentes échelles pour l'étude des renforts fibreux [BAD08c]

Ces trois échelles coexistent au sein du renfort fibreux. Le comportement du renfort à l'échelle macroscopique est dicté par les phénomènes mis en jeu aux échelles inférieures. Ainsi, les caractéristiques mécaniques des fibres, leurs interactions entre elles et les interactions entre mèches définissent le comportement macroscopique du renfort. Nous allons décrire dans la suite de ce chapitre comment se comporte un renfort quand il est soumis à diverses sollicitations. Quand l'échelle d'observation ne sera pas précisée, il sera implicitement fait référence à l'échelle macroscopique alors que nous la préciserons le cas échéant.

2.1. Comportement mécanique des renforts tissés

Une première hypothèse forte généralement faite lors de l'étude de la mise en forme des renforts tissés concerne le non glissement entre les mèches de chaîne et les mèches de trame [BOI97]. Des essais de mise en forme ont été effectués avec des tissus sur lesquels des lignes droites continues ont été tracées dans les directions chaîne et trame. Après mise en forme du

renfort (Figure 2.2), ces lignes sont restées continues, ce qui valide l'hypothèse faite. En effet, dans le cas où un glissement serait apparu, des zones sans lignes correspondant aux points où les mèches chaîne et trame se chevaucheraient initialement auraient été découvertes.



Figure 2.2 - Non glissement entre les mèches de chaîne et de trame [CHE01]

Cette hypothèse peut être satisfaisante dans certains cas comme l'expérience précédemment décrite le montre. Cependant, elle peut être mise en défaut dans certaines conditions comme l'illustre la Figure 2.3 sur laquelle des glissements entre mèches apparaissent. Un des intérêts d'une approche mésoscopique pour la simulation de la mise en forme est alors de prédire ces glissements.

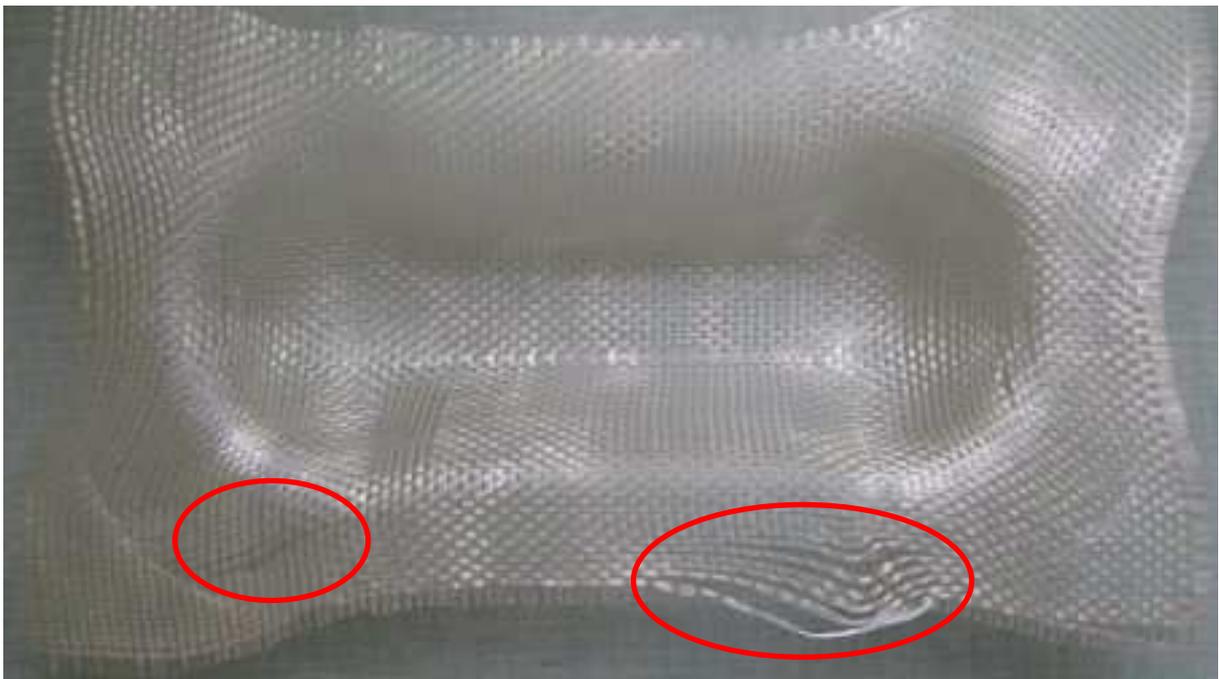


Figure 2.3 - Glissements entre mèches lors de la mise en forme d'un double dôme

Afin de comprendre le comportement d'un renfort tissé à l'échelle macroscopique, il est nécessaire d'étudier au préalable comment se comportent ses constituants aux échelles inférieures, notamment à l'échelle mésoscopique. Cette échelle permet en effet d'étudier le comportement d'une mèche et les interactions entre mèches. De ce fait, nous allons dans la suite de ce chapitre commencer par décrire les mécanismes de déformation à l'échelle mésoscopique avant de nous intéresser au comportement macroscopique des renforts et à leur caractérisation.

2.1.1. Mécanismes de déformation à l'échelle mésoscopique

2.1.1.1. Tension d'une mèche

Lorsque l'on tend une mèche constituée de milliers de fibres continues, celles-ci n'étant pas exactement parallèles même si elles ont été assemblées sans torsion, elles vont tout d'abord se tendre progressivement une à une jusqu'à être toutes en très légère tension. Cette mise sous tension progressive des différentes fibres explique la non linéarité observée sur la courbe d'effort en fonction de la déformation d'une mèche seule (Figure 2.4). Les élongations des mèches sont limitées à quelques pourcents mais comme leur rigidité est très grande, les efforts résultants peuvent être importants.

Quand on considère une mèche, la notion de contrainte n'est pas évidente. En effet, comme on peut le voir Figure 2.5, la mèche étant constituée de fibres, il n'y a pas continuité de la matière en son sein. Or ce sont les fibres qui prennent en charge les efforts. La variation des espaces entre fibres, indépendante du diamètre de ces dernières, entraîne une variation de la section apparente de la mèche alors que la somme des sections des fibres reste relativement constante. De ce fait, la notion de contrainte est discutable quand on se réfère à une mèche et à la place de module d'élasticité on parle de rigidité, définie comme étant le rapport de l'effort sur la déformation.

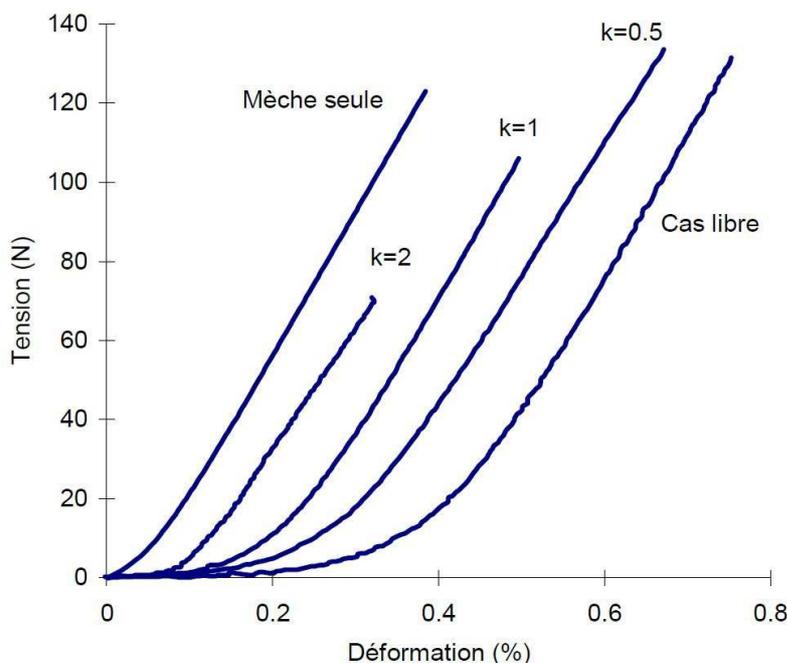
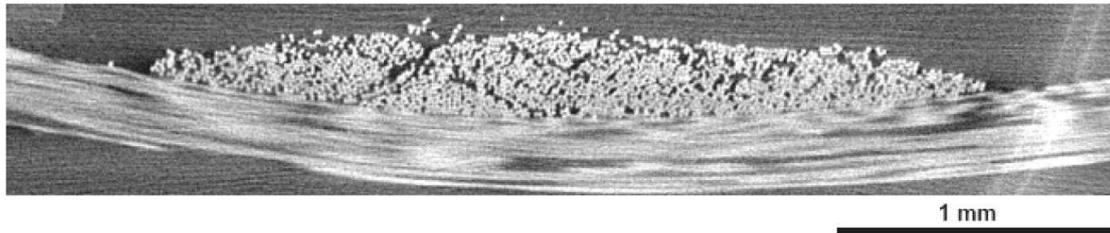
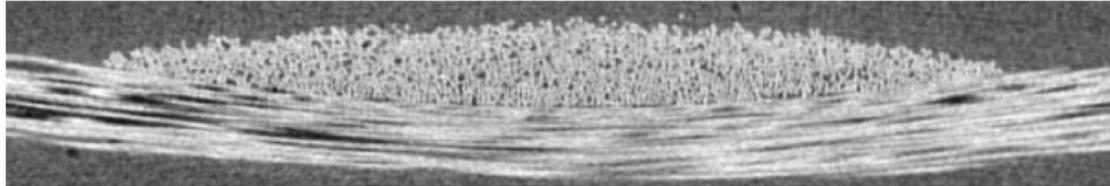


Figure 2.4 - Comportement en tension biaxiale des mèches de trame d'un taffetas de verre équilibré [BUE98]. Ici, le coefficient k est défini par la relation : $k = \varepsilon_{chaîne} / \varepsilon_{trame}$.



a. section initiale d'une mèche du renfort



b. section d'une mèche du renfort sollicité en traction biaxiale

Figure 2.5 - Images tomographiques de taffetas (l'échelle est valable pour les deux images) [BAD08c]

2.1.1.2. Compaction transverse d'une mèche

Au repos, comme nous l'avons déjà signalé dans la section précédente, les fibres qui constituent la mèche ne sont pas parfaitement parallèles et ne forment donc pas un ensemble compact (Figure 2.5.a). Pour cette raison, la compaction d'une mèche dans un plan transverse à la direction des fibres présente un comportement non linéaire. Avant d'être sollicitées mécaniquement, les fibres se réorganisent afin de former un ensemble compact (Figure 2.5.b). L'effort de compaction augmente alors progressivement jusqu'à ce que la rigidité en compression du matériau constitutif des fibres soit atteinte. A partir de la déformation correspondante, l'effort augmente linéairement en fonction de la déformation de compression (Figure 2.6).

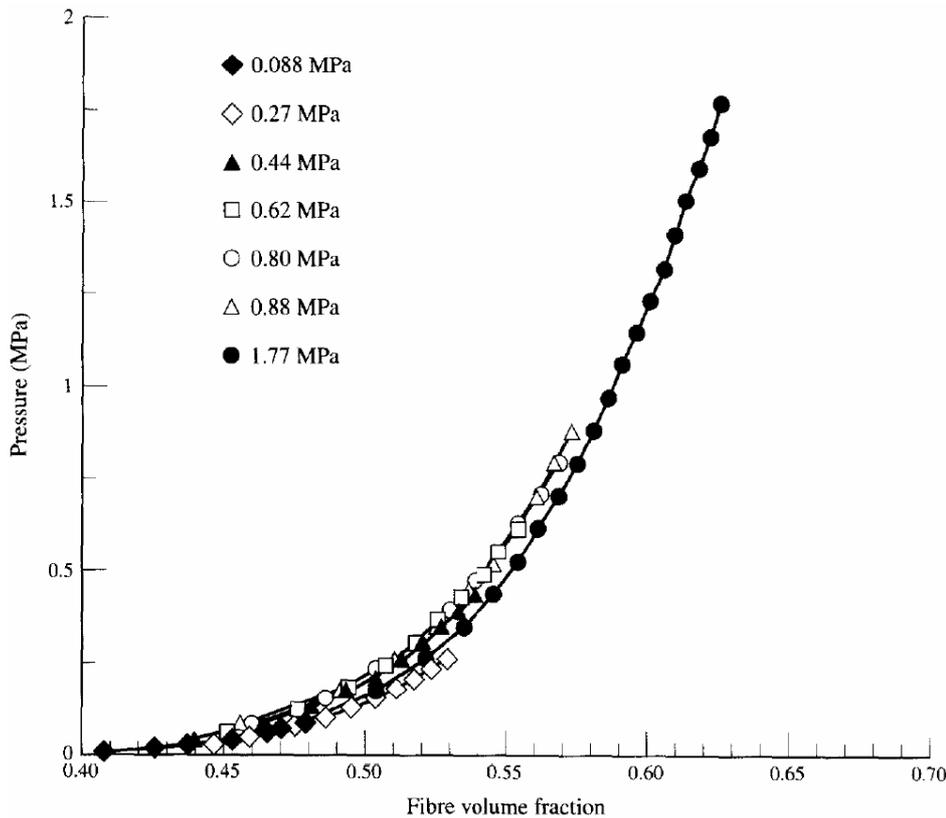


Figure 2.6 - Courbes expérimentales de compression de 20 couches de taffetas de verre [SAU98] pour différentes pressions cibles

La loi de compaction transverse d'une mèche est une donnée intrinsèquement mésoscopique puisqu'elle découle du placement géométrique des fibres au sein de la mèche et de leurs interactions. De ce fait, la détermination de cette loi de comportement n'est pas chose aisée. Cette difficulté est souvent contournée en identifiant une loi de compaction à partir d'un essai de caractérisation à l'échelle macroscopique [BAD08b].

2.1.1.3. Flexion

Les fibres constituant les mèches ayant un diamètre de quelques micromètres, celles-ci sont très flexibles. Assemblées en mèches, cette importante flexibilité est transmise à la mèche. Elle permet d'ailleurs le tissage des renforts. La rigidité de flexion des tissus techniques n'est donc pas très importante et favorise leur mise en forme. Elle est d'ailleurs considérée nulle dans certaines études [DON00, HAM07a, HAM08].

2.1.2. Caractérisation des renforts tissés à l'échelle macroscopique

2.1.2.1. Tension biaxiale

2.1.2.1.1. Phénoménologie

Si l'on s'intéresse maintenant non plus à une mèche seule mais à un tissu, les mèches ne sont plus pratiquement rectilignes au repos mais ondulées ou embuvées comme défini section 1.1.4.4. Lors de la traction sur un des réseaux de mèches du tissu, l'autre réseau étant libre, les mèches sollicitées se déforment tout d'abord pour revenir à une position rectiligne avant de se

tendre (Figure 2.7). La non linéarité induite par cette réduction d'embuvage est beaucoup plus importante que celle évoquée précédemment pour une mèche seule. Cette non linéarité sera d'autant plus importante que la modification d'embuvage sera grande. Elle est donc maximale quand on tend un seul réseau de mèche : son embuvage passe de sa valeur initiale à une valeur nulle (cas libre Figure 2.4).

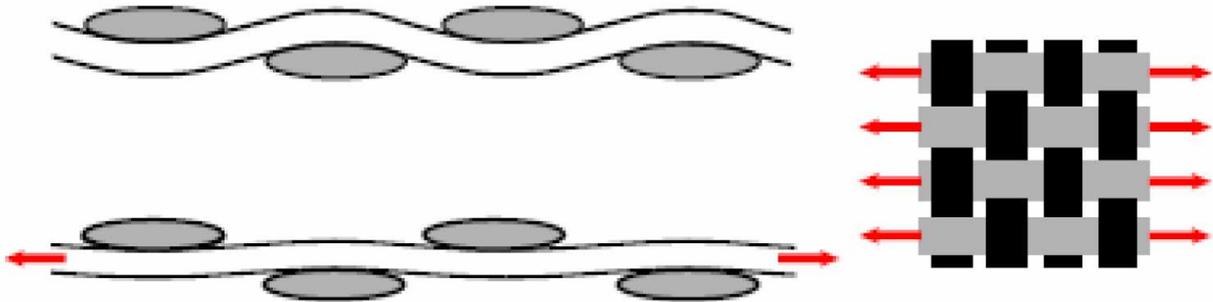


Figure 2.7 - Traction uniaxiale correspondant au cas libre Figure 2.4 [BAD08c]

Dans le cas libre, le second réseau de mèches n'intervient que par le fait qu'il impose aux mèches du premier d'être ondulées. Les mèches de ce réseau sont libres et donc non tendues (cas b Figure 2.8). Dans le cas général, les deux réseaux sont tendus et l'on définit le coefficient k comme le rapport des déformations du tissu dans les directions chaîne et trame de l'échantillon testé. Le coefficient k peut alors être défini par la relation suivante (ou son inverse) :

$$k = \frac{\mathcal{E}_{chaîne}}{\mathcal{E}_{trame}} \quad (2.1)$$

On obtient alors un ensemble de courbes caractérisant le comportement en traction biaxiale dans le plan du renfort, la courbe $k = 1$ étant la traction équi-biaxiale. Lors d'un essai de traction biaxiale (cas a Figure 2.8), les mèches de chaîne (pour fixer les idées) sont ondulées mais les mèches de trame subissent comme elles une traction donc leur position d'équilibre n'est plus la mèche rectiligne. Leur embuvage est alors réduit conduisant à une non linéarité intermédiaire entre le cas d'une mèche seule et le cas libre (Figure 2.4). Une fois la non linéarité passée, toutes les courbes effort/déformation ont la même pente : une mèche seule ou le renfort tissé ont alors la même rigidité.

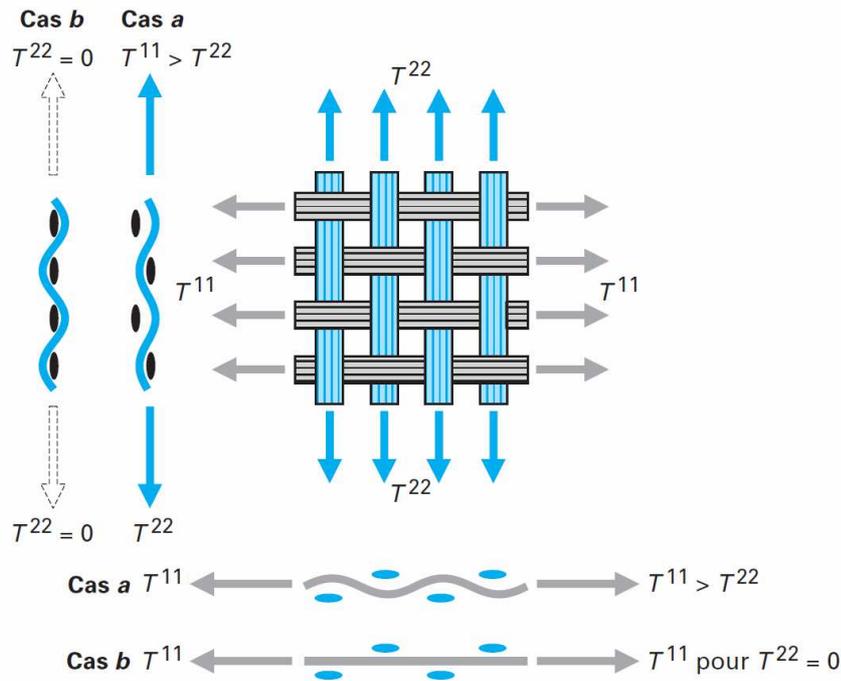


Figure 2.8 - Ondulation des mèches expliquant la non linéarité des courbes de traction biaxiale [BOI04]

2.1.2.1.2. Essai de traction biaxiale

Les dispositifs expérimentaux utilisés pour caractériser le comportement des renforts en traction biaxiale sont nombreux [KAW73a, BUE01, WIL08a]. Cependant, tous fonctionnent suivant le même principe. Un échantillon de renfort carré ou en forme de croix, les mèches latérales ayant été enlevées, est fixé sur ses bords. Les mèches non fixées sont laissées ou non sur l'échantillon (Figure 2.9). Il a été montré dans [WIL08a] que le fait de les laisser améliore l'homogénéité du champ de déformation de la zone centrale. En effet, les enlever modifie les conditions aux limites des mèches du bord. Le déplacement des mèches est contraint de manière à obtenir le rapport de tension k désiré. Le champ de déformation calculé à partir du déplacement des bords de l'échantillon pouvant fortement différer du champ de déformation effectif dans la zone centrale [WIL08a], il est conseillé d'utiliser une méthode de corrélation d'images, pour le déterminer.

La difficulté de cet essai réside dans le fait qu'il est difficile d'avoir un échantillon avec toutes les mèches d'un même réseau dans le même état de tension. La détection du début de l'essai est de ce fait difficile, certaines mèches étant déjà sous tension alors que d'autres ne le sont pas encore. Cette difficulté est renforcée par la présence de la zone non linéaire des courbes effort/déformation, les efforts étant relativement faibles pour de petites déformations. Pour répondre à cette difficulté, une légère tension, équivalente à quelques dixièmes de Newton par mèche, est appliquée sur l'échantillon [BOI97, WIL08a].

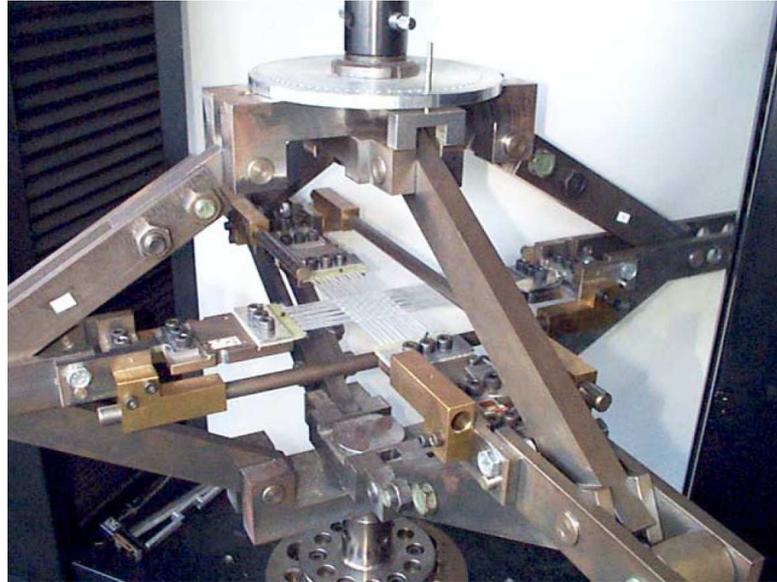
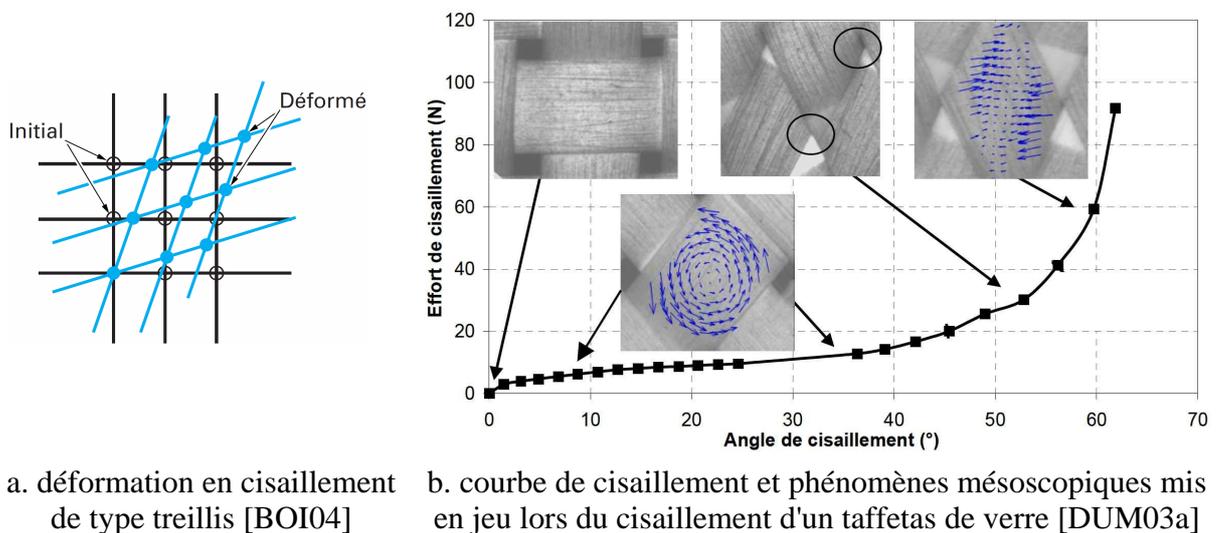


Figure 2.9 - Dispositif de traction biaxiale [BUE98]

2.1.2.2. Cisaillement

2.1.2.2.1. Phénoménologie

Le tissage permet aux mèches de tourner les unes par rapport aux autres dans le plan du renfort. Les mèches sont rigides donc très peu déformables dans la direction des fibres. Associée à l'hypothèse de non glissement entre les réseaux chaîne et trame faite en début de chapitre, cette caractéristique permet de considérer dans un premier temps le renfort comme un treillis de barres articulées à leurs extrémités (Figure 2.10.a).



a. déformation en cisaillement de type treillis [BOI04]

b. courbe de cisaillement et phénomènes mésoscopiques mis en jeu lors du cisaillement d'un taffetas de verre [DUM03a]

Figure 2.10 - Mécanismes de déformation et comportement en cisaillement

Si l'on s'intéresse à la courbe d'effort de cisaillement (que l'on définira précisément un peu plus loin) en fonction de l'angle de cisaillement (rotations relatives entre les deux réseaux de mèches), on peut distinguer trois zones. Pour des angles de cisaillement faibles (inférieurs à 40° Figure 2.10), les mèches tournent les unes par rapport aux autres. L'effort à fournir est

alors très faible puisqu'il s'agit seulement de s'opposer aux frottements entre mèches, l'effort normal étant faible, et au changement d'ondulation par flexion des mèches. Les fibres ont également la possibilité de glisser les unes sur les autres dans la direction transverse afin de se conformer à la cinématique imposée. A partir d'un angle généralement compris entre 40° et 50° , les mèches vont progressivement entrer en contact latéralement. Elles vont alors commencer à se compacter transversalement, entraînant une forte croissance de l'effort de cisaillement, jusqu'à atteindre un angle de blocage. L'énergie nécessaire pour continuer à compacter les mèches transversalement étant alors supérieure à l'énergie nécessaire à la flexion du renfort, des plissements vont apparaître. Dans la littérature, la notion d'angle de blocage n'est pas clairement définie. En effet, certains auteurs utilisent cette notion pour désigner l'angle pour lequel les mèches entrent en contact latéral, c'est-à-dire au début de la transition entre la première et la seconde pente de la courbe présentée Figure 2.10.b, tandis que d'autres situent cet angle à la fin de la transition. En utilisant cette dernière définition, l'angle de blocage correspond à peu de chose près à l'angle d'apparition des plissements puisque la forte augmentation de la rigidité en cisaillement conduit le renfort à flamber. On voit donc que la notion d'angle de blocage, plutôt que désignant une valeur précise, désigne une plage d'angles de transition entre deux rigidités (et donc deux comportements) d'un renfort en cisaillement.

Du fait de la grande rigidité des mèches dans leur direction longitudinale ne permettant pas de grandes déformations, le cisaillement plan est avec la flexion un mécanisme de déformation privilégié des renforts tissés. Ils permettent en effet aux tissus de prendre des formes variées et complexes. Afin de maîtriser au mieux leur mise en oeuvre, il est nécessaire de caractériser le plus précisément possible le comportement en cisaillement des renforts. Deux essais sont principalement effectués pour caractériser les tissus techniques : le test de cadre ("picture frame test") et le test de traction de biais ("bias extension test").

2.1.2.2.2. Essai de cadre

Le principe de l'essai de cadre (Figure 2.11) est d'imposer une cinématique de cisaillement pur sur l'ensemble de l'éprouvette. Pour ce faire, un cadre rigide constitué de quatre côtés de même longueur assemblés par des liaisons pivots à leurs extrémités est utilisé. Une éprouvette carrée (moins éventuellement quelques mèches latérales) est fixée au cadre par des talons, les mèches étant parallèles aux bords du cadre. Le cadre est ensuite fixé à une machine de traction par deux de ses coins diagonalement opposés.

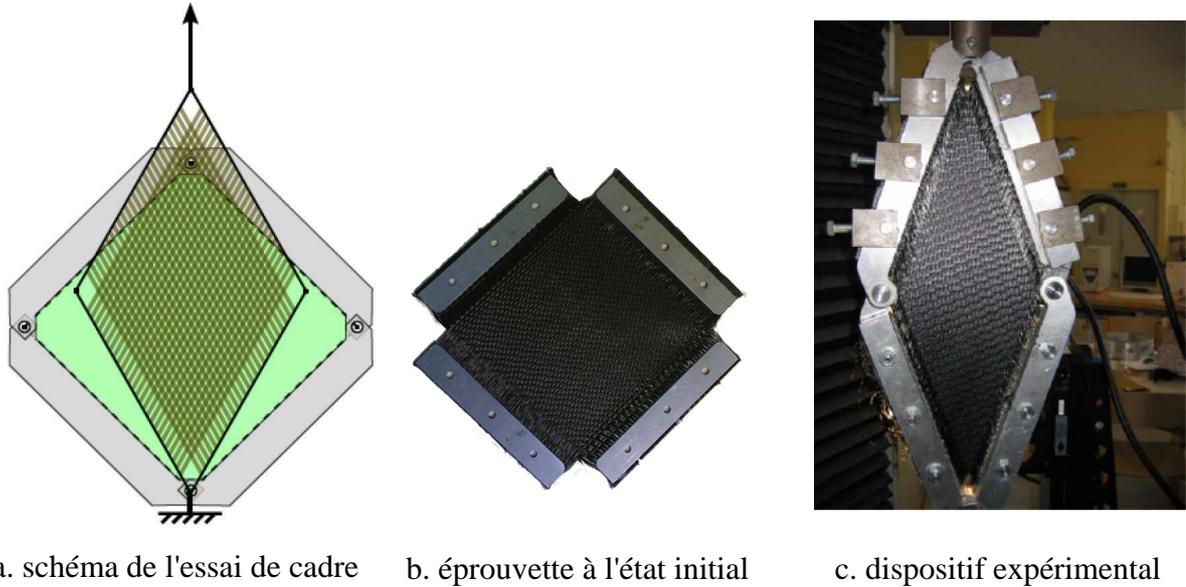


Figure 2.11 - Essai de cisaillement de cadre

Lors de l'essai, le cadre subit la cinématique schématisée Figure 2.12. L'angle de cisaillement γ est défini par :

$$\gamma = \theta_0 - 2\theta = \frac{\pi}{2} - 2\theta \quad (2.2)$$

De plus, si on considère le triangle BOC, on peut exprimer l'angle de cisaillement en fonction des déplacements des coins du cadre :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \left(\frac{L\sqrt{2} + 2dx}{2L} \right) \quad (2.3)$$

Ainsi, à partir du déplacement relatif des mors de la machine de traction, on peut piloter la déformation en cisaillement du renfort. En vue de comparer les résultats expérimentaux et issus de la simulation pour des renforts de tailles différentes, différentes méthodes de normalisation ont été comparées [CAO08]. Le travail de cisaillement du renfort peut s'exprimer comme étant le produit du couple C et de l'angle γ de cisaillement ou encore de l'effort de traction F par le déplacement dx . En se basant sur ces considérations énergétiques, on peut retenir la relation :

$$F_{norm} = \frac{F}{2 \cos \theta} \cdot \frac{L_{frame}}{L_{fabric}^2} \quad (2.4)$$

où F_{norm} est l'effort normalisé de cisaillement, F l'effort de traction sur le cadre, L_{frame} la longueur du côté du cadre et L_{fabric} la longueur du côté de la zone tissée du renfort. L'effort normalisé F_{norm} n'a pas de réalité physique, il permet seulement de comparer les résultats obtenus pour différentes tailles de renforts.

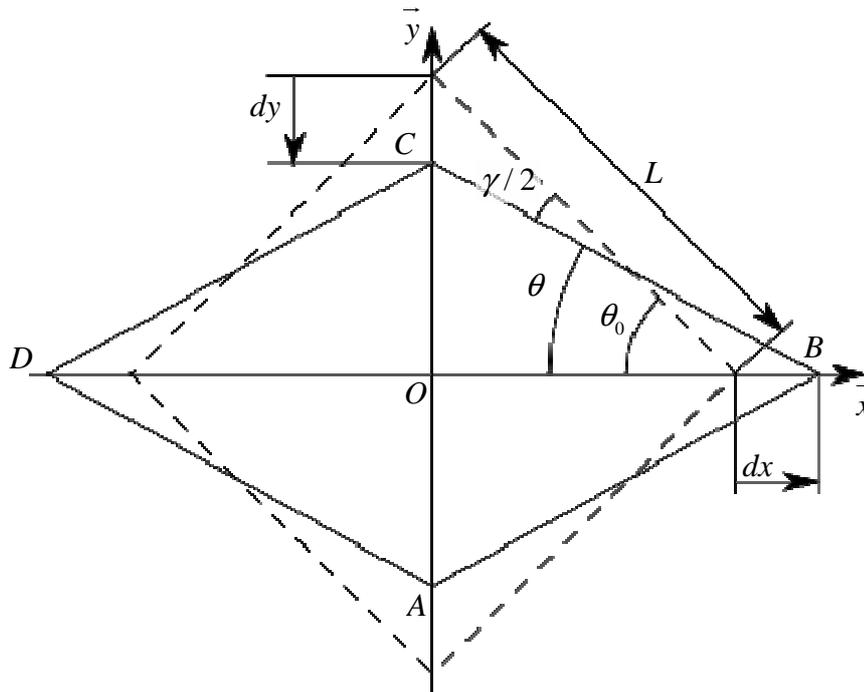


Figure 2.12 - Cinématique de l'essai de cadre

L'essai de cisaillement de cadre, bien que très satisfaisant du point de vue théorique, présente des difficultés de mise en oeuvre. La plus grande réside dans le placement du tissu dans le cadre. En effet, un petit défaut de parallélisme des mèches par rapport aux bords du cadre entraîne un allongement de celles-ci. Du fait de leur grande rigidité, cette petite déformation conduit à une augmentation importante de l'effort, masquant ainsi la contribution de la rigidité de cisaillement du renfort [CHA03, MIL07]. De plus, la rigidité de cisaillement est fortement dépendante de la tension des mèches du tissu [BRE96, LAU08]. La fixation du renfort au cadre nécessite donc un contrôle précis de cette donnée, ce qui n'est pas toujours chose aisée. Enfin, les talons de fixation du renfort au cadre doivent assurer une bonne tenue longitudinale des mèches. Quand c'est le cas, on constate une flexion des mèches à l'encastrement [DUM03a, DUM03b, WIL08a, ZHU07a]. Ce dernier point incite à privilégier l'utilisation d'échantillon pour lesquels le rapport L_{fabric} / L_{frame} est faible afin d'obtenir un champ de cisaillement le plus homogène possible dans la zone tissée [WIL08a]. Les difficultés de mise en oeuvre de l'essai de cisaillement de cadre ont conduit à l'utilisation d'un second essai de caractérisation des renforts tissés en cisaillement : l'essai de traction de biais.

2.1.2.2.3. Essai de traction de biais

Lors d'un essai de traction de biais, un échantillon de tissu de forme rectangulaire dont les mèches sont orientées à 45° par rapport aux bords est utilisé (Figure 2.13.a). L'éprouvette est ensuite fixée par ses petits côtés aux mors d'une machine de traction. Au cours de l'essai, trois zones du tissu peuvent être distinguées :

- une zone centrale (en rose sur le schéma) dans laquelle le tissu est cisailé. Cette zone contient des mèches de chaîne et de trame dont les deux extrémités sont libres.
- une zone non cisailée (en vert) composée de mèches de chaîne et de trame ayant une extrémité fixée à un mors et une extrémité libre.

- une zone de cisaillement intermédiaire (en bleu) dite demi cisailée. Cette zone est constituée de mèches ayant une extrémité fixe et une extrémité libre pour l'un des deux réseaux et de mèches ayant les deux extrémités libres pour l'autre.

Afin que ces trois zones soient bien distinctes, il est nécessaire que le rapport de la longueur L sur la largeur l de l'échantillon soit supérieur ou égal à deux. L'avantage de cet essai par rapport à l'essai de cadre présenté précédemment est que toutes les mèches ont au moins une extrémité libre. De ce fait, leur tension est très limitée et une erreur d'orientation des mèches de quelques degrés ne conduit pas à d'importantes tensions parasites. L'essai de traction de biais est donc plus simple à mettre en oeuvre.

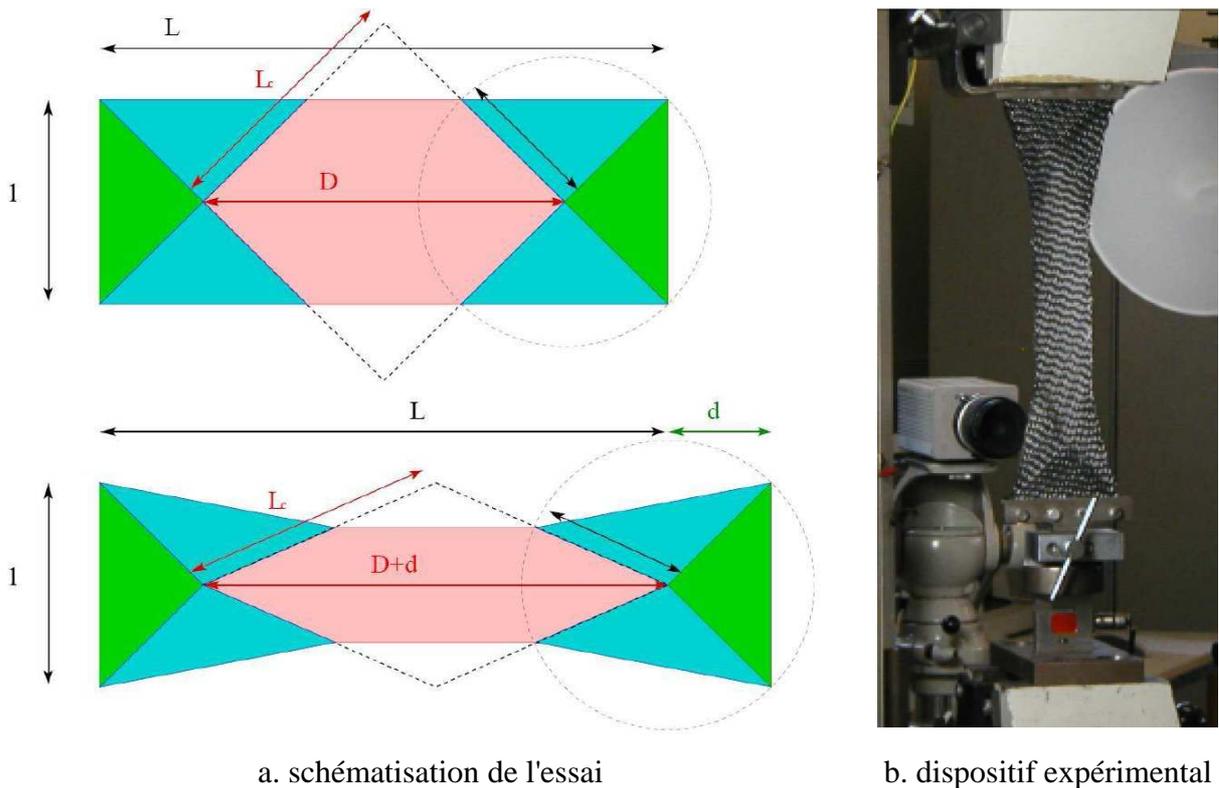


Figure 2.13 - Essai de traction de biais [LUY09a]

La mesure de l'angle de cisaillement au sein de l'échantillon peut être effectuée grâce à des techniques de corrélation d'images [LOM08] ou bien être déduite du déplacement relatif des mors. En effet, en considérant l'hypothèse de non glissement des mèches, on peut déduire la relation suivante entre l'angle de cisaillement γ dans la zone centrale et le déplacement d des mors de la machine de traction :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \arccos\left(\frac{D+d}{D\sqrt{2}}\right) \quad (2.5)$$

Cette dernière méthode reste cependant approximative puisqu'il a été montré qu'à partir d'un certain angle de cisaillement du glissement apparaît [LUY09a, POT06, ZHU07b] (Figure 2.14).

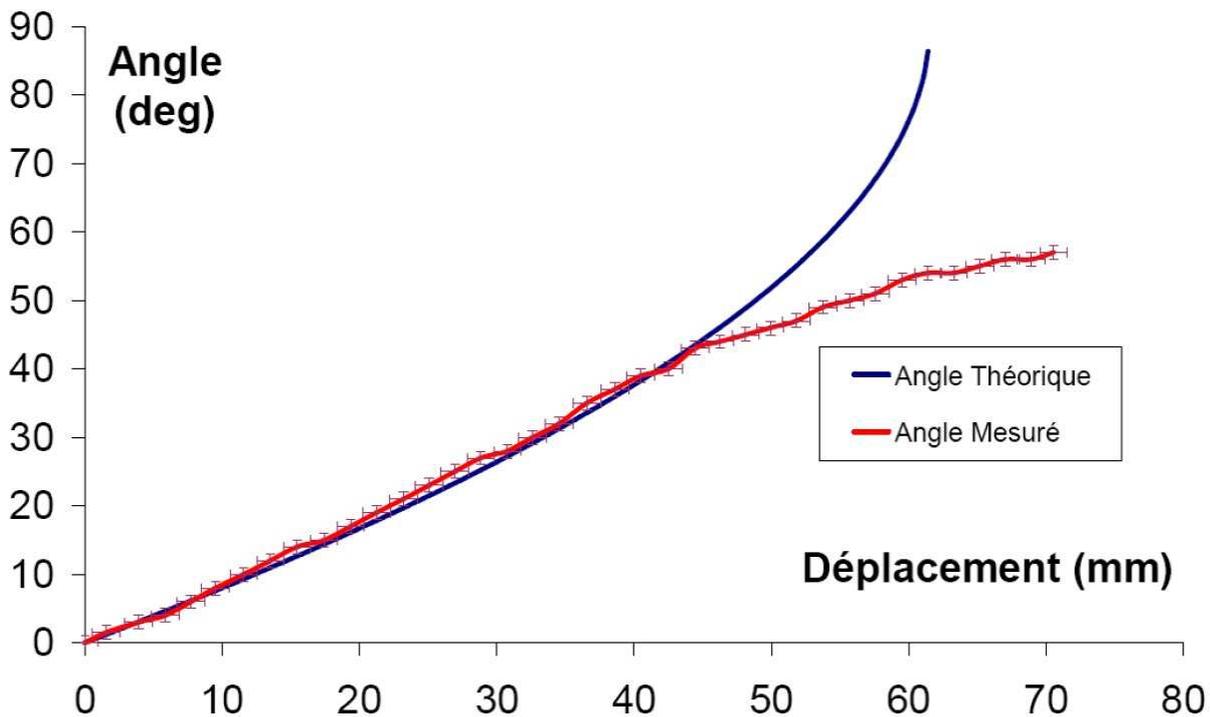


Figure 2.14 - Cinématique de l'essai de traction de biais [LUY09a]

De même que pour l'essai de cadre, une approche énergétique est utilisée afin de déterminer un effort de cisaillement normalisé [CAO08, DEL09, HAR04]. Pour ce faire, on fait l'hypothèse que les zones non cisailées ne se déforment pas et que le couple résistant dépend seulement de l'angle de cisaillement. De plus, on suppose que l'angle de cisaillement dans les zones dites demi cisailées est égal à la moitié de l'angle de cisaillement dans la zone centrale, cette dernière hypothèse se vérifiant expérimentalement [LOM08]. En posant la puissance de déformation comme étant le produit de l'effort F par la vitesse de traction \dot{d} mais aussi le produit du couple C par la vitesse $\dot{\gamma}$ de cisaillement, on peut définir un effort normalisé de cisaillement F_{sh} relié à l'angle de cisaillement γ par la relation :

$$F_{sh}(\gamma) = \frac{1}{(2L-3l)\cos\gamma} \left[\left(\frac{L}{l} - 1 \right) F \left(\cos\frac{\gamma}{2} - \sin\frac{\gamma}{2} \right) - lF_{sh} \left(\frac{\gamma}{2} \right) \cos\frac{\gamma}{2} \right] \quad (2.6)$$

où F est l'effort de traction mesuré par la machine. L'effort de cisaillement calculé peut alors être comparé à celui issu de l'essai de cadre donné par la relation (2.4).

2.1.2.3. Flexion

Si le comportement en flexion des textiles d'habillement a été largement étudié depuis de nombreuses années, l'intérêt de la communauté scientifique pour celui des tissus techniques est plus récent. La rigidité de flexion est d'ailleurs souvent négligée. Cependant, les dernières études ont montré qu'elle joue un rôle important dans la formation des plissements (moment d'apparition, forme et taille) lors de la mise en forme [HAM07b] incitant ainsi la communauté scientifique à l'étudier. Plusieurs dispositifs expérimentaux permettant d'obtenir la relation

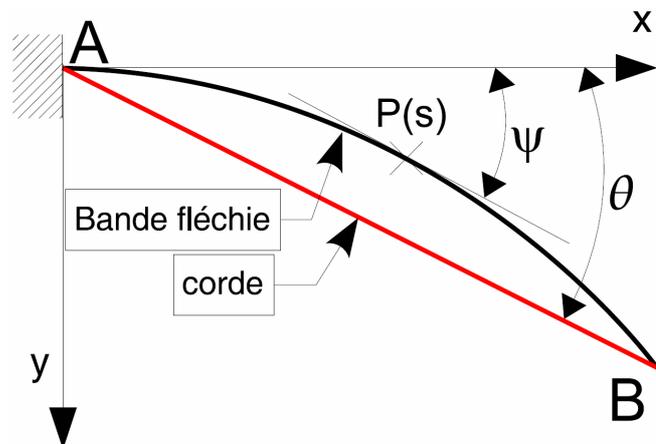
entre la courbure et le moment fléchissant existent [PEI30, KAW80, BIL08]. Parmi ces dispositifs, celui proposé par Peirce a été simplifié et a donné lieu à une version standardisée reprise par plusieurs normes [AST08, ISO78, NF80].

La Figure 2.15 présente le flexomètre (a) et son schéma de principe (b). Le flexomètre est constitué d'un plan horizontal et d'un plan incliné. Pour tester un échantillon en flexion, on en pose une bande sur le plan horizontal, ses bords étant parallèles à ceux du support et son extrémité étant au niveau de l'angle entre les deux plans. Une plaque transparente de masse définie est alors posée sur l'échantillon. Sa masse doit être suffisante pour maintenir le renfort sur le plan horizontal mais également assez faible pour ne pas l'écraser exagérément. Au niveau de l'intersection entre le plan horizontal et le plan incliné, on considère alors que le renfort est encastré. L'ensemble constitué du renfort et de la plaque est translaté jusqu'à ce que l'extrémité du renfort touche le plan incliné. La distance de translation permet alors la mesure de la longueur de surplomb l_s . L'angle supplémentaire θ de celui formé par les deux plans est égal à $41,5^\circ$. Pour cet angle particulier, la relation reliant la longueur de flexion c à la longueur de surplomb l_s proposée par Pierce dans le cas où l'angle θ est quelconque se simplifie pour donner l'expression suivante :

$$c^3 = \frac{l_s^3}{8} \quad (2.7)$$



a. flexomètre standard à plan incliné



b. schéma de principe de l'essai standardisé

Figure 2.15 - Essai de flexion standardisé ASTM [BIL08]

Ce test est relativement simple à mettre en oeuvre mais son exploitation est plus complexe. En effet, la loi reliant le moment de flexion à la courbure du renfort est fortement non linéaire (Figure 2.16). Cette méthode permet néanmoins d'évaluer l'ordre de grandeur de la rigidité de flexion du renfort. En particulier, la comparaison d'un profil fléchi obtenu expérimentalement et d'un profil obtenu par une simulation permet d'évaluer si la rigidité de flexion définie lors de la simulation est réaliste.

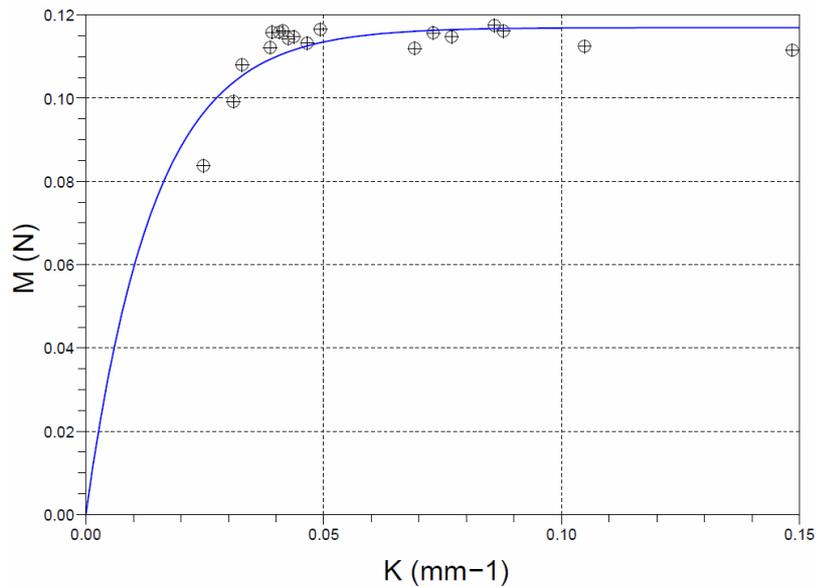


Figure 2.16 - Courbe de flexion représentant le moment par unité de longueur en fonction de la courbure pour un renfort interlock G1151® (Hexel) [BIL08]

2.2. Modélisation

La modélisation du comportement des renforts tissés s'est développée ces dernières années pour deux raisons principales. D'une part, la caractérisation des renforts de manière expérimentale où le développement d'un tissu en vue d'une application particulière prend du temps et coûte relativement cher. Nous avons déjà vu section 2.1.2 que les essais expérimentaux de caractérisation des tissus peuvent être délicats à effectuer. Dans le cas d'essais visant à développer une mise en forme, outre l'étape de préparation des échantillons commune aux essais de caractérisation, l'étape de conception et de fabrication des outillages peut être renouvelée à plusieurs reprises. D'autre part, le développement de l'informatique permet de réaliser des calculs d'une complexité grandissante dans des délais toujours plus courts. Les simulations permettent ainsi un gain de temps et une réduction des essais expérimentaux. Le faible coût du matériel informatique comparé au coût d'un dispositif expérimental est également un argument de taille plaçant pour la simulation. Ces avantages se révèlent d'autant plus évidents lorsque l'on envisage d'étudier un renfort qui n'existe pas encore.

En plus des problématiques de temps et d'argent qui plaident pour la simulation, cette dernière permet d'accéder à des données que l'expérimentation ne permet pas ou difficilement d'obtenir telles que la position des fibres/mèches après mise en forme. Cette donnée peut être obtenue pour la surface du renfort par des méthodes optiques traditionnelles mais l'utilisation de la tomographie, limitée à de petites zones, est nécessaire pour l'avoir en volume. La connaissance de la position des fibres/mèches permet notamment :

- de calculer les caractéristiques mécaniques finales de la pièce ;
- de calculer le tenseur de perméabilité du renfort mis en forme. Cette donnée est nécessaire pour simuler l'étape d'injection de résine et obtenir une répartition uniforme de celle-ci.

La simulation autorise également la détermination des éventuelles contraintes résiduelles de mise en forme. Les simulations doivent également permettre de déterminer les conditions de la mise en forme telles que la vitesse d'emboutissage, la pression du(des) serre(s)-flan(s) et

l'orientation à donner au tissu. La prédiction de l'apparition de défauts tels que les plissements ou la rupture de fibres/mèches est également d'un grand intérêt. Nous allons présenter les principaux modèles utilisés pour simuler le comportement des renforts. Nous faisons le choix de les classer en fonction de l'échelle de leurs constituants élémentaires. Nous commencerons par l'échelle microscopique pour laquelle les fibres seront considérées avant de présenter les modèles aux échelles mésoscopique et macroscopique.

2.2.1. Modélisation à l'échelle microscopique

L'objectif d'un modèle microscopique est de déterminer le comportement d'un renfort à partir du comportement du constituant le plus simple : la fibre. On considère alors que chaque mèche en contient un certain nombre interagissant au sein de la mèche et entre mèches. Les données d'entrée du modèle, les caractéristiques mécaniques et rhéologiques des fibres, ont une expression simple et sont relativement aisées à déterminer. Des simulations sont alors effectuées sur une à quelques cellules de tissage (Figure 2.17). Le matériau constitutif des fibres peut être considéré comme continu mais la difficulté d'une telle approche réside dans la gestion du très important nombre de contacts entre fibres. Certaines études réalisées à cette échelle sur les tricots [DUH06] et les tissus [DUR10, ZHO04] fournissent des résultats très intéressants. Cependant, compte tenu des capacités de calcul actuellement disponibles, ces modèles sont limités à quelques dizaines de fibres par mèche et à quelques cellules tissées.

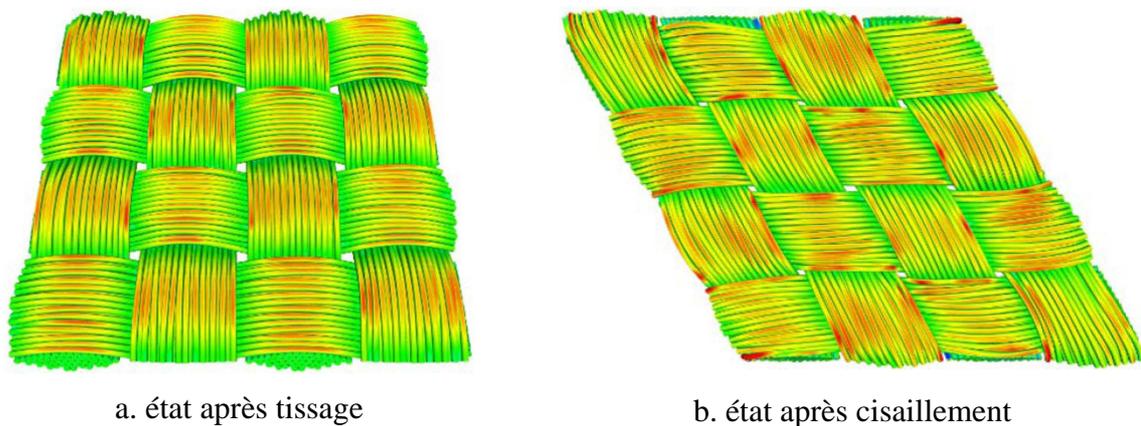


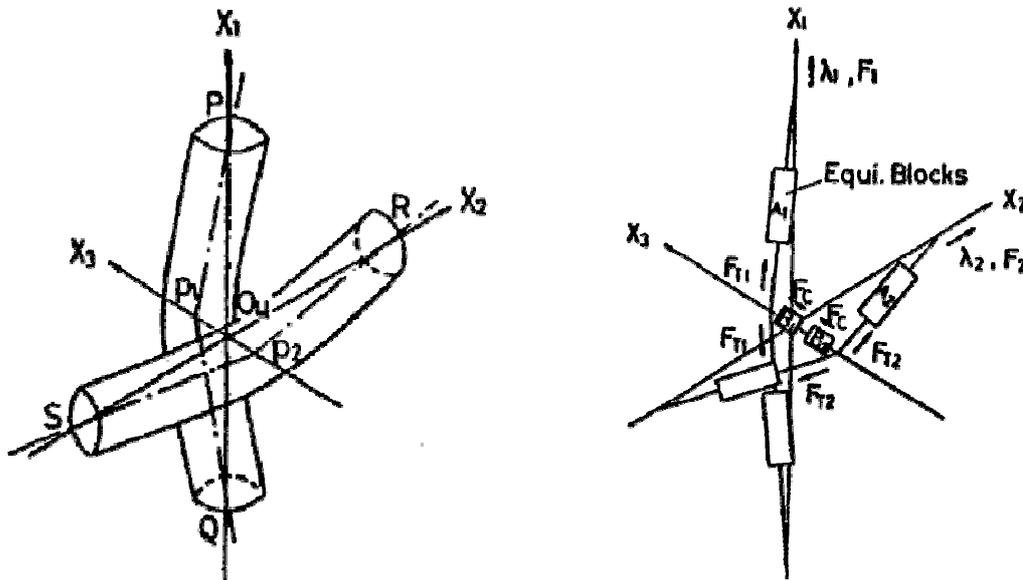
Figure 2.17 - Simulation à l'échelle mésoscopique du cisaillement d'un taffetas [DUR10]

2.2.2. Modélisation à l'échelle mésoscopique

Dans un modèle à l'échelle mésoscopique, le constituant élémentaire n'est plus la fibre mais la mèche. Celle-ci est considérée comme continue au sein du renfort et elle interagit avec les autres mèches du tissu. L'objectif d'un modèle mésoscopique est avant tout de déterminer le comportement du renfort modélisé à partir de la connaissance du comportement des mèches qui le composent et ainsi alimenter les modèles macroscopiques.

Le modèle mésoscopique, proposé par Kawabata, considère les mèches comme composées de segments de droite [KAW73a] (Figure 2.18). Celles-ci sont alors modélisées par des éléments de barre en traction dont le comportement élastique, linéaire ou non, est modélisé par les blocks A_1 et A_2 . Les interactions et le comportement des mèches en compaction sont modélisés par les blocks B_1 et B_2 aux intersections. Ce modèle permet l'étude

de la traction biaxiale [KAW73b] de manière analytique. Ce type de modèle permet d'approcher le comportement des renforts, notamment en traction biaxiale, mais les simplifications et hypothèses faites sont trop importantes par rapport aux nombreux phénomènes mis en jeu pour permettre une modélisation réaliste du cisaillement. Il est alors nécessaire de connaître la forme des mèches et donc de la décrire.



a. représentation de la structure unitaire

b. modélisation de la structure unitaire

Figure 2.18 - Modèle de Kawabata [KAW73a]

Augmentant la complexité du modèle, le passage d'une description telle que celle décrite au paragraphe précédant à une description volumique peut nécessiter la détermination d'une cellule élémentaire représentative (CER) du tissu. Elle correspond au plus petit motif de tissage permettant de reconstruire le tissu complet (Figure 2.19) et permet l'étude des sollicitations élémentaires que peut subir un renfort. Il est alors important de traduire la périodicité du renfort par des conditions aux limites appropriées [BAD07]. L'étude d'un tissu en utilisant une description volumique des mèches s'accompagne nécessairement d'une discrétisation du modèle de tissage en vue de son traitement par une méthode numérique telle que celle des éléments finis.

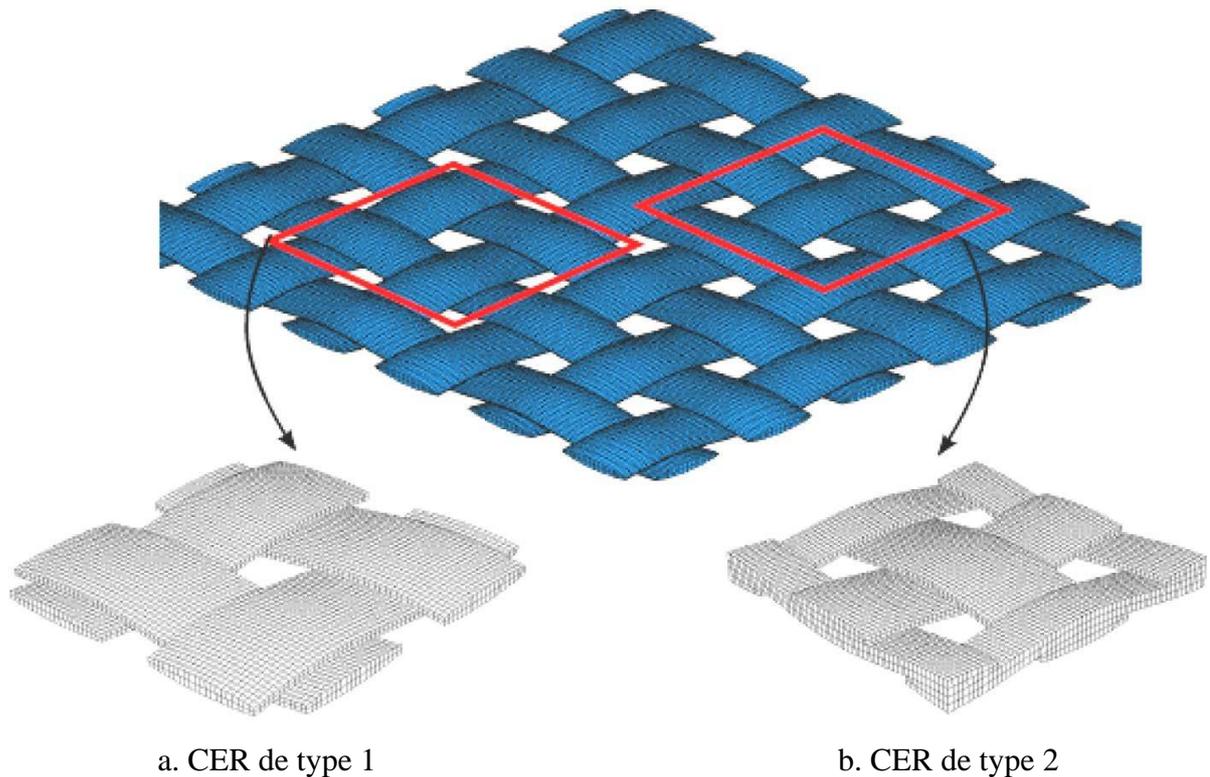
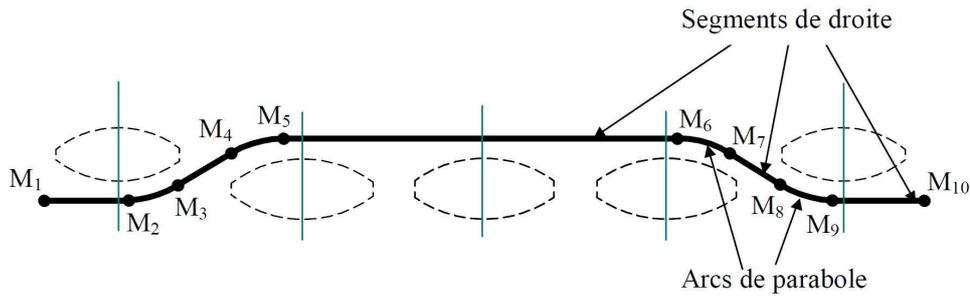
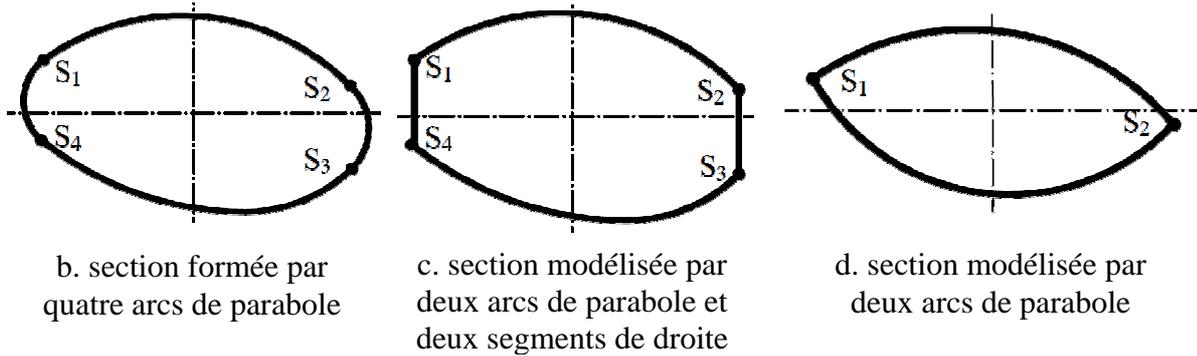


Figure 2.19 - Deux CER envisageables pour l'étude mésoscopique du taffetas [BAD08c]

D'une manière générale, la description géométrique d'un tissu consiste en la donnée de la trajectoire de la ligne moyenne de chaque mèche et de ses sections caractéristiques en différents points. Des segments de droite, d'ellipse, de sinusé ou des arcs de cercle sont utilisés à cet effet. A partir d'observations expérimentales effectuées en microscopie 3D et en tomographie, Hivet a proposé un modèle géométrique [HIV03, HIV05] (Figure 2.20). Ce modèle prend notamment en compte le fait que les formes de deux mèches de chaîne et de trame sont complémentaires à leur intersection. Ce point, qui peut paraître évident, est à souligner puisque tous les modèles mésoscopiques proposés n'assurent pas la non interpénétration des mèches ni l'absence de vides entre elles. Il entraîne également le fait que les sections des mèches sont non symétriques dans le cas général. Le matériau constitutif des mèches est généralement considéré comme orthotrope dans une description mésoscopique des renforts et la direction des fibres est strictement suivie. Ce type de modèle a prouvé sa capacité à décrire le comportement mécanique des renforts tissés en traction biaxiale [HIV08] et en cisaillement [BAD08b, BAD08c] (Figure 2.21).



a. modélisation de la trajectoire d'une mèche dans un sergé 3x2



b. section formée par quatre arcs de parabole

c. section modélisée par deux arcs de parabole et deux segments de droite

d. section modélisée par deux arcs de parabole

Figure 2.20 - Modèle proposé par Hivet [HIV03]

Une autre description mésoscopique proposée prend pour point de départ l'équilibre mécanique des mèches [LOM00a, LOM00b, LOM06]. En prenant en compte les phénomènes de traction, compression, flexion, torsion des mèches et les frottements, une minimisation de l'énergie de déformation permet de déterminer la géométrie initiale du renfort. Ce modèle nécessite des données expérimentales concernant la traction longitudinale, la compression transversale, la flexion, et la torsion d'une mèche qui sont difficiles à obtenir. De plus, l'hypothèse est faite que les sections de mèches sont symétriques, ce qui est contraire aux observations expérimentales. Enfin, cette méthode ne garantit pas la non interpénétration des mèches. Cette méthode est à la base du logiciel "WiseTex" développé à l'Université de Louvain [LOM00a, LOM06, VER05].

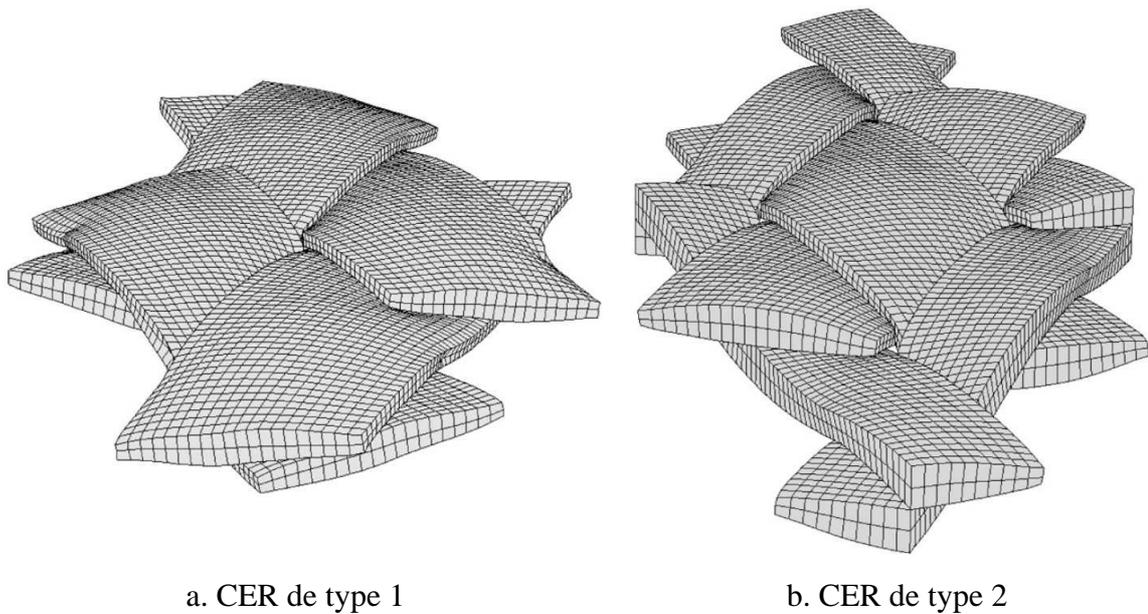


Figure 2.21 - Modèle mésoscopique de taffetas cisailé d'un angle de 54° [BAD07]

Afin d'obtenir un modèle de tresse, une autre stratégie a été proposée [PIC09]. Elle consiste à définir la trajectoire de la ligne moyenne des mèches. La frontière extérieure du renfort est ensuite générée. Le volume des mèches croît alors sans dépasser la frontière jusqu'à ce qu'elles aient le volume désiré.

Les modélisations mésoscopiques de ce type présentent l'avantage de décrire précisément la géométrie des mèches et du tissage et de ce fait permettent de considérer les contacts entre mèches de manière précise. Elles permettent ainsi d'obtenir les propriétés macroscopiques du tissu à partir des propriétés des mèches. La contrepartie réside dans le fait que ces méthodes ne permettent pas la simulation de la mise en forme des renforts tissés. En effet, leur extension de la CER au tissu complet n'est pas envisageable à ce jour étant donnée la capacité de calcul nécessaire. De plus, les phénomènes macroscopiques tels que les plissements et les glissements de mèches ne peuvent pas être mis en évidence, les plissements intervenant à l'échelle macroscopique et les glissements étant exclus du fait des conditions aux limites imposées.

D'autres modèles utilisant une description mésoscopique du renfort mais ne se limitant pas à la description d'une CER ont été proposés. Ils ont d'abord été développés par la communauté scientifique afin de simuler les impacts balistiques sur les renforts fibreux. Ces modèles consistent en une simplification des modèles mésoscopiques précédemment évoqués afin de pouvoir traiter des tailles de renforts plus importantes. Certains utilisent une discrétisation volumique plus grossière [DUA06] tandis que d'autres modélisent les mèches par des éléments de coque [NIL09] ou de membrane [BAR07, SAP07]. Ces modèles, que nous présenterons brièvement dans le prochain chapitre, fournissent de très bons résultats mais ne sont pas utilisables directement pour la simulation de la mise en forme des renforts. En effet, ils font principalement intervenir la déformation longitudinale des mèches et une loi d'endommagement de celles-ci, le cisaillement du tissu restant marginal contrairement au cas qui nous intéresse. Enfin, on peut citer le travail proposé par Crech et al. [CRE06] qui

modélisent des renforts NCF en décrivant les mèches unidirectionnelles par des éléments continus et les coutures par des éléments de barre.

2.2.3. Modélisation à l'échelle macroscopique

A l'échelle macroscopique, l'objectif des modèles proposés est la simulation de la mise en forme des renforts. Les fibres et mèches ne sont plus représentées dans le modèle et leurs propriétés mécaniques ne sont plus considérées puisque le tissu dispose alors de son propre comportement, celui-ci étant bien sûr hérité de celui de ses composants aux échelles inférieures. Le comportement des renforts tissés se caractérise alors, comme nous l'avons évoqué section 2.1.2, par ses composantes en traction biaxiale, cisaillement et flexion. Un modèle à l'échelle macroscopique nécessite donc soit d'effectuer une caractérisation expérimentale afin de déterminer le comportement macroscopique du tissu, soit d'effectuer des simulations aux échelles inférieures afin d'effectuer la transition entre le comportement des fibres/mèches et celui du renfort. La complexité d'un modèle macroscopique se situe alors dans la loi de comportement du matériau et non plus dans celle des composants du tissu et dans leurs interactions. Il est alors permis d'effectuer des calculs sur des structures complètes. Plusieurs types d'approches existent. Nous allons successivement présenter une approche purement géométrique puis les approches mécaniques : les approches discrètes, continues et semi discrètes.

2.2.3.1. L'approche géométrique

L'approche géométrique (ou cinématique) est comme son nom l'indique purement géométrique. Elle repose sur plusieurs hypothèses fortes. La première est l'hypothèse de non glissement entre les mèches de trame et de chaîne formulée section 2.1. De plus, les mèches sont considérées comme inextensibles et la rigidité de cisaillement du renfort nulle. Ainsi, le renfort s'apparente à un système de barres inextensibles (mais infiniment flexibles) reliées entre elles par des liaisons rotules. Enfin, comme la mécanique est absente de cette approche la mise en forme se fait sans effort et sans frottement.

La mise en oeuvre de cette méthode est connue sous le nom d'algorithme du filet [MAR56, VAN91] schématisé Figure 2.22.a. La position du point C est déterminée à partir des positions des points A et B. Les mèches étant inextensibles, il se situe à l'intersection des deux géodésiques issues de A et de B distantes de ceux-ci de la longueur du côté de la maille. L'algorithme permet ainsi de calculer de proche en proche la position des noeuds du maillage à partir de la donnée initiale d'un point et des deux directions des mèches de chaîne et de trame en ce point. Cette donnée initiale doit être sûre car elle conditionne le résultat obtenu. La résolution de cet algorithme est un problème non linéaire qui peut néanmoins être rapidement résolu par des méthodes numériques (Figure 2.23).

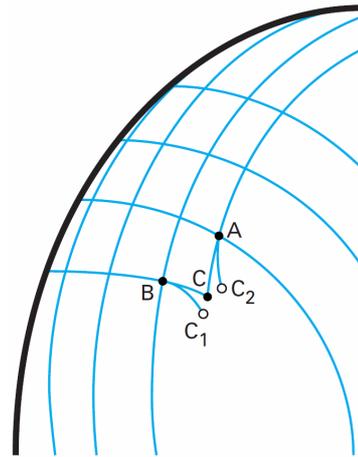


Figure 2.22 - Principe de l'algorithme du filet [BOI04]

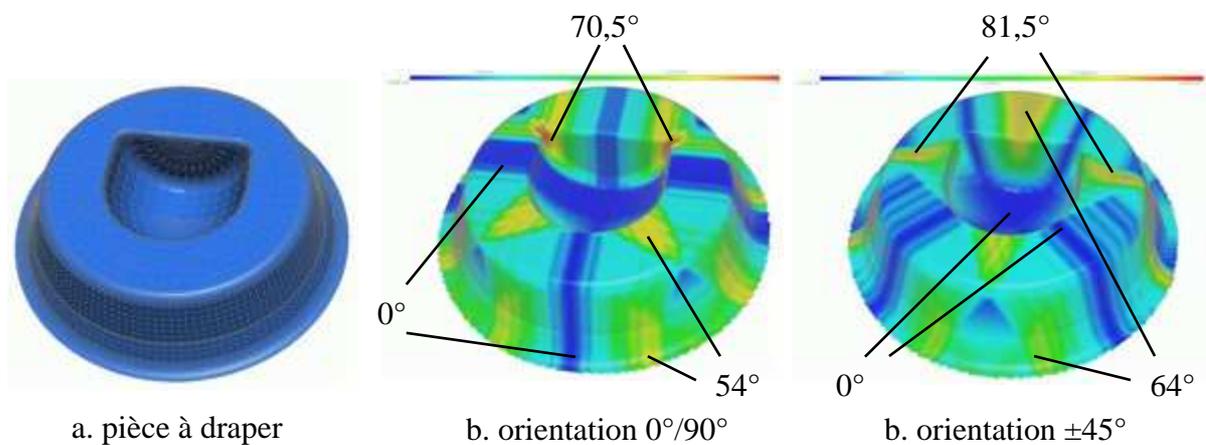


Figure 2.23 - Simulation de mise en forme par la méthode du filet d'une pièce non développable pour deux orientations différentes du renfort [BOR02]

Cette méthode, utilisée par certains logiciels, permet de calculer rapidement le drapage d'un tissu et d'obtenir la carte des angles de cisaillement entre les mèches de chaîne et de trame. Cependant, les hypothèses fortes effectuées limitent l'exploitation des résultats de cette méthode. En effet, l'approche étant géométrique, les résultats ne dépendent ni du matériau constitutif du renfort ni des efforts extérieurs. De plus, les angles de cisaillement calculés peuvent atteindre des valeurs très élevées non conformes à la réalité. En effet, en réalité, la compaction des mèches limite l'angle de cisaillement à l'angle de blocage avant que le renfort ne plisse. Connaissant l'angle de blocage d'un renfort, un résultat obtenu proche ou supérieur à celui-ci permet toutefois d'envisager des difficultés de mise en forme. Enfin, les interactions avec les outils, notamment les frottements, ne sont pas prises en compte. Cette méthode est donc intéressante pour effectuer une première approche de la mise en forme d'un renfort mais la considération des phénomènes mécaniques est nécessaire pour obtenir des résultats plus précis.

2.2.3.2. Les approches mécaniques

2.2.3.2.1. Approches discrètes

A l'échelle macroscopique, les approches discrètes modélisent le renfort par un ensemble de noeuds formant une surface [BEN07, SZE05]. Ceux-ci sont reliés entre eux par des barres dans les directions chaîne et trame pour modéliser les phénomènes de traction biaxiale (Figure 2.24.a). Les jonctions des barres aux noeuds étant libres, des ressorts linéaires sont ajoutés pour modéliser les phénomènes de cisaillement (Figure 2.24.c) et de flexion (Figure 2.24.d).

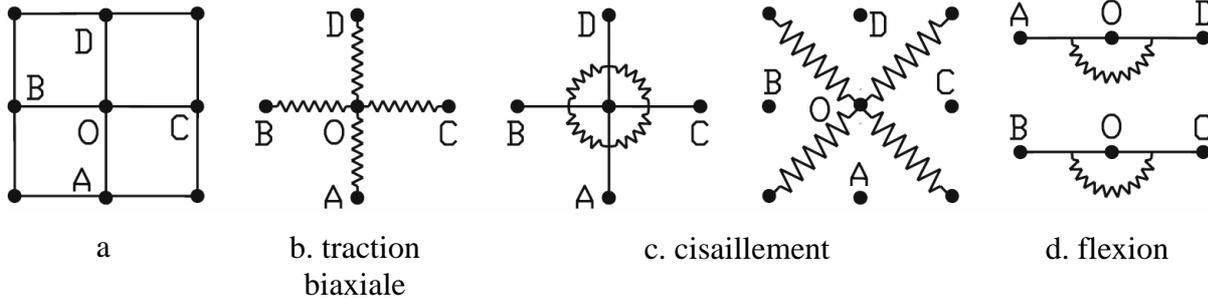


Figure 2.24 - Position d'un noeud O au sein de son voisinage (a) et ressorts modélisant les différentes rigidités du renfort (b-d) [SZE05]

Ces approches sont surtout rencontrées dans la communauté des scientifiques travaillant sur les tissus d'habillement pour simuler le drapage, les méthodes continues et semi discrètes étant préférées pour l'étude des renforts techniques.

2.2.3.2.2. Approches continues

Certaines approches considèrent le renfort comme un solide continu [AIM07, DON01, KHA09, PEN05, THI07]. Une homogénéisation du matériau est alors effectuée afin de définir un continuum anisotrope qui peut alors être intégré dans des éléments de membrane ou de coque dans le cadre d'une étude par la méthode des éléments finis. L'identification des paramètres homogénéisés du matériau est alors une étape difficile, ceux-ci dépendant de l'état de déformation du renfort. De plus, le suivi des directions d'anisotropie, essentiel pour l'obtention de résultats réalistes, est également un point délicat.

2.2.3.2.3. Approches semi discrète

Dans certaines approches semi discrètes, les mèches ou cellules de tissage du renfort sont prises en compte sans apparaître explicitement [BOI05, HAM07a, HAM08]. Leurs déformations en tension, cisaillement et éventuellement flexion sont calculées à partir des déplacements nodaux. Ainsi, dans une modélisation par la méthode des éléments finis, un élément peut contenir plusieurs cellules élémentaires. Son énergie de déformation sera alors donnée, dans le cas d'une modélisation par des éléments de coque, par :

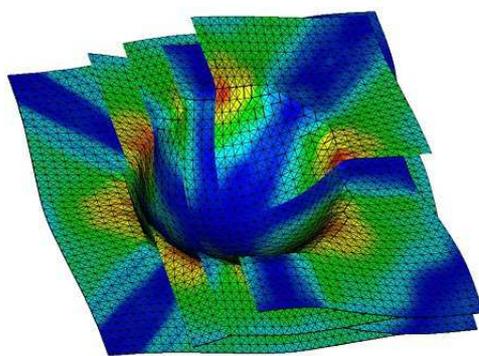
$$\begin{aligned}
 W_{\text{int}} = & \sum_{p=1}^{n_{\text{cell}}} \left({}^p \boldsymbol{\varepsilon}_{11}(\vec{\eta}) {}^p T^{11}(\boldsymbol{\varepsilon}_{11}, \boldsymbol{\varepsilon}_{22}) {}^p L_1 + {}^p \boldsymbol{\varepsilon}_{22}(\vec{\eta}) {}^p T^{22}(\boldsymbol{\varepsilon}_{11}, \boldsymbol{\varepsilon}_{22}) {}^p L_2 \right) + \sum_{p=1}^{n_{\text{cell}}} \left({}^p \boldsymbol{\gamma}(\vec{\eta}) {}^p C(\boldsymbol{\gamma}) \right) \\
 & + \sum_{p=1}^{n_{\text{cell}}} \left({}^p \boldsymbol{\chi}_{11}(\vec{\eta}) {}^p M^{11}(\boldsymbol{\chi}_{11}) {}^p L_1 + {}^p \boldsymbol{\chi}_{22}(\vec{\eta}) {}^p M^{22}(\boldsymbol{\chi}_{22}) {}^p L_2 \right)
 \end{aligned} \quad (2.8)$$

où n_{cell} est le nombre de cellules de tissage représentées par l'élément ; ε_{11} , ε_{22} (resp. T^{11} et T^{22}) sont les déformations (resp. tensions) longitudinales dans les directions des mèches chaîne et trame ; γ (resp. C) est l'angle (resp. couple) de cisaillement du renfort et χ_{11} et χ_{22} (resp. M^{11} et M^{22}) sont les courbures (resp. moments de flexion) des mèches chaîne et trame. L_1 et L_2 sont les dimensions d'une cellule élémentaire dans les direction chaîne et trame et $\vec{\eta}$ est le champ des déplacements virtuels.

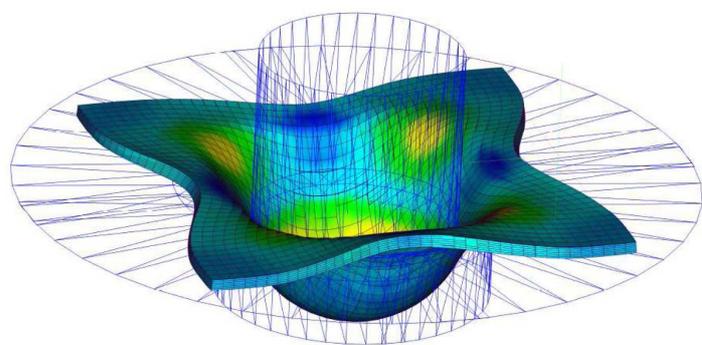
D'autres approches consistent à modéliser certains phénomènes par des éléments discrets et d'autres par des éléments continus. Ainsi, de Luycker et al. [LUY09b] proposent un modèle de renfort interlock associant des éléments de barre pour décrire les phénomènes de tension des mèches et une phase solide représentant les phénomènes de cisaillement et de compaction transverse.

2.2.3.3. Conclusion sur les descriptions à l'échelle macroscopique

Les approches macroscopiques permettent d'effectuer des calculs sur des structures complètes (Figure 2.25), éventuellement constituées de différentes couches de renfort. Des phénomènes n'apparaissant pas aux échelles inférieures peuvent alors être mis en évidence tels que les plissements. Leur apparition est synonyme de défaut pour la pièce mise en forme. La possibilité de les détecter est donc une qualité très intéressante des modèles macroscopiques. Par contre, du fait de la disparition physique des fibres/mèches, il n'est pas possible de connaître la position de celles-ci ainsi que la forme de leurs sections. Les phénomènes de glissements des réseaux chaîne et trame ne peuvent pas non plus être modélisés du fait des hypothèses considérées.



a. multipli constitué de 5 couches
[HAM08]



b. renfort Interlock 3D [LUY09a]

Figure 2.25 - Simulation d'emboutissage hémisphérique de différents renforts

2.3. Conclusion

Les matériaux composites tissés présentent une structure multiéchelle. La caractérisation de leur comportement et leur description peut se faire à l'une des trois échelles : microscopique pour les fibres, mésoscopique pour les mèches et macroscopique pour la cellule élémentaire de tissage. Nous avons ainsi pu constater que plus l'échelle est petite, plus le comportement des constituants élémentaires du modèle est simple. Ainsi, le comportement

d'une fibre est plus simple que celui d'une mèche, lui-même plus simple que celui d'un tissu. Par contre le nombre de constituants interagissant entre eux à prendre en compte sera plus élevé dans une description à l'échelle microscopique : un tissu est composé de quelques dizaines ou centaines de mèches, chacune étant constituée de milliers de fibres. Un compromis doit donc être trouvé entre le nombre de constituants, indicateur de la complexité du problème, et l'échelle à laquelle la description des phénomènes que l'on souhaite modéliser est faite.

EN RESUME...

Les composites tissés sont des matériaux complexes multiéchelles. A l'échelle microscopique, les fibres sont continues et ont un comportement élastique linéaire simple. A l'échelle mésoscopique les mèches sont tissées, formant ainsi des cellules élémentaires de tissage. Le comportement d'une mèche est alors plus complexe que celui d'une parmi les milliers de fibres qui la composent. Elle présente une rigidité importante dans la direction longitudinale, un comportement en compaction dans les directions transverses fortement non linéaire et reste très flexible. A l'échelle macroscopique, le renfort est également très souple en flexion. Il présente une forte rigidité dans les directions des mèches et une faible résistance au cisaillement dans son plan qui permet sa mise en forme. A chaque échelle d'observation, des modèles sont proposés. Si les modèles à l'échelle microscopique permettant de caractériser le comportement du renfort en fonction de celui des fibres, ils sont actuellement trop gourmands en ressources de calcul pour être utilisés intensément. Les modèles à l'échelle mésoscopique fournissant le comportement du renfort en fonction des caractéristiques des mèches leur sont alors préférés. Les modèles macroscopiques ont, eux, pour objectif de simuler la mise en forme du renfort à partir de son comportement fourni par les modèles aux échelles inférieures ou par les essais expérimentaux.

3

Modélisation mésoscopique

EN QUELQUES MOTS...

Le modèle proposé dans ce travail a pour objectif d'allier une description du renfort à l'échelle des mèches tout en permettant la simulation de mise en forme de préformes de grandes dimensions. Dans ce but, la modélisation géométrique revêt une importance toute particulière. Une fois celle-ci déterminée, le comportement mécanique des mèches doit être implémenté. La nature fibreuse du matériau impose alors de prendre un certain nombre de précautions dans sa définition qui sont détaillées. Enfin, les points pratiques concernant la création du modèle et son traitement dans le logiciel de calcul sont détaillés.

3.1.	Modélisation géométrique	54
3.1.1.	Choix du modèle mésoscopique	54
3.1.2.	Calcul des paramètres géométriques	56
3.2.	Cadre de travail	61
3.2.1.	Hypoélasticité	61
3.2.2.	Suivi de la direction des fibres	61
3.3.	Comportement d'une mèche	63
3.3.1.	Comportement transverse	63
3.3.1.1.	Isotropie transverse	63
3.3.1.2.	Compaction transverse	63
3.3.2.	Comportement longitudinal	64
3.3.2.1.	Comportement élastique linéaire de la mèche	64
3.3.2.2.	Effets du comportement transverse sur l'élasticité longitudinale	65
3.3.3.	Comportement en flexion	67
3.4.	Création du modèle avec MATLAB	67
3.5.	Implémentation dans le code ABAQUS	68
3.5.1.	Modélisation géométrique	68
3.5.2.	Orientation des éléments	69
3.5.3.	Comportement	69
3.5.4.	Algorithme de contact	69
3.5.5.	Routine utilisateur VUMAT	69
3.6.	Conclusion	71

La modélisation que nous proposons a pour objectif de permettre la simulation de la mise en forme de renforts à l'échelle macroscopique tout en offrant une description mésoscopique de la structure. Pour ce faire, il est indispensable d'utiliser une modélisation géométrique beaucoup plus simple que celle proposée par Hivet [HIV03, HIV05] et évoquée au chapitre précédent. Elle s'inspire en ce sens des modèles proposés par la communauté scientifique travaillant sur les problèmes de balistique présentés section 2.2.2. Les phénomènes mis en jeu ne sont cependant pas les mêmes : petites déformations et efforts de tension importants pour les renforts balistiques, grandes déformations en cisaillement et efforts de tension faibles pour les renforts lors de leur mise en forme.

3.1. Modélisation géométrique

3.1.1. Choix du modèle mésoscopique

La modélisation géométrique que nous avons choisi d'adopter se base sur celle proposée par Hivet [HIV03] présentée Figure 3.1 dans le cas du taffetas. La ligne moyenne d'une mèche y est définie par des arcs de cercles (M_1M_2) et des segments de droites (M_2M_3). Dans la suite de ce document, nous ferons référence à ces deux parties en utilisant les termes de "partie courbe" et de "ligne droite". La section des mèches est, elle, définie par deux arcs de cercles identique à ceux définissant la partie courbe. Ainsi, une mèche de chaîne et une mèche de trame ont des formes complémentaires au contact, évitant ainsi les interpénétrations et les vides.

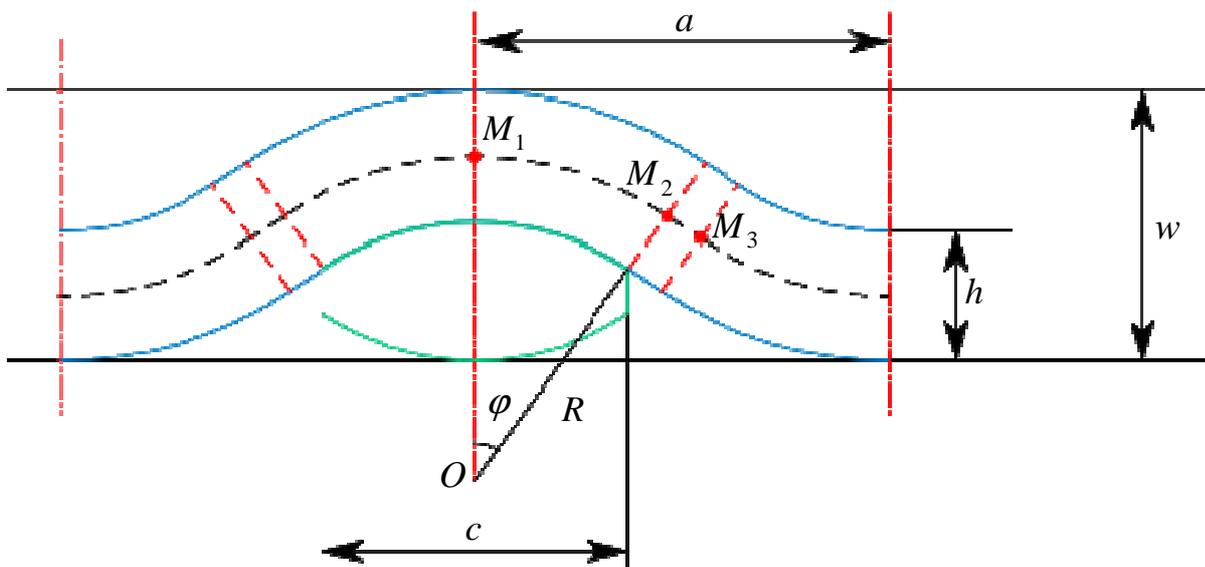


Figure 3.1 - Modèle de taffetas arc/droite de type 1 proposé par Hivet [HIV03]

Afin de pouvoir traiter des problèmes faisant intervenir des renforts de grande dimension, il est indispensable de simplifier le modèle géométrique proposé par Hivet. En effet, celui-ci est avant tout destiné à être utilisé dans le cadre d'une étude mésoscopique de la CER en étant discrétisé par des éléments volumiques. En s'inspirant des modèles proposés par la communauté scientifique travaillant sur les problèmes de balistique, nous avons identifié plusieurs simplifications possibles :

- garder une description volumique mais en réduisant très nettement le nombre d'éléments décrivant d'une part la ligne moyenne et d'autre part la section de la mèche ; c'est la solution

adoptée par Duan et al. [DUA06]. Ainsi, là où le modèle proposé par Badel [BAD08c] comporte 47214 degrés de liberté pour une cellule élémentaire de taffetas, celui de Duan et al. n'en compte que 2970 (Figure 3.2), ce qui reste excessif.

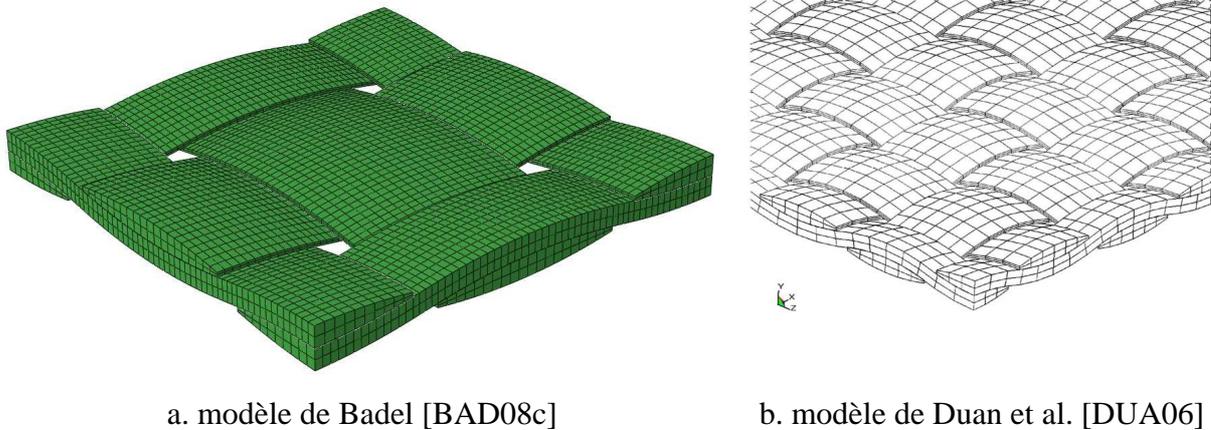


Figure 3.2 - Modèles volumiques de taffetas

- modéliser la mèche par des éléments de coque. Cette simplification revient à ne considérer la compaction transverse de la mèche que dans sa largeur. Un seul élément est alors nécessaire dans l'épaisseur de la mèche pour considérer la flexion et des épaisseurs nodales variables permettent de rendre compte de la forme de la section des mèches (Figure 3.3); c'est la solution proposée par Nilakantan et al. [NIL09]. La CER de leur modèle de taffetas comporte alors 1980 degrés de liberté et leur modélisation conduirait à une réduction d'un tiers le nombre de degrés de liberté dans le cas où la même précision que Badel et al. serait adoptée.

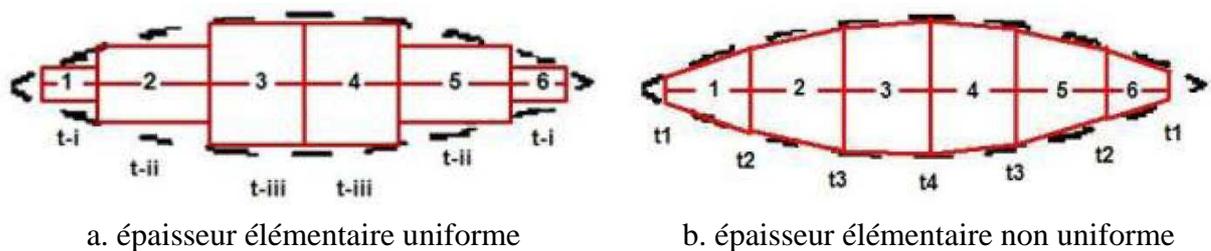


Figure 3.3 - Sections de mèches et épaisseur nodale dans le cadre d'une modélisation par des éléments de coque [NIL09]

- modéliser la mèche par des éléments de membrane. Une telle modélisation revient, en plus des hypothèses effectuées lors de la modélisation par des éléments de coque, à négliger la rigidité des mèches en flexion et permet de diviser le nombre de degrés de liberté du modèle par deux par rapport à une modélisation par des éléments de coque [BAR07]. La simplification du modèle a été poussée à l'extrême par Sapozhnikov et al. [SAP09] qui n'ont utilisé qu'un élément dans la largeur de la mèche et ont réduit la modélisation de l'ondulation à sa plus simple expression (Figure 3.4). Leur modèle ne compte alors que 216 degrés de liberté pour une CER de taffetas.

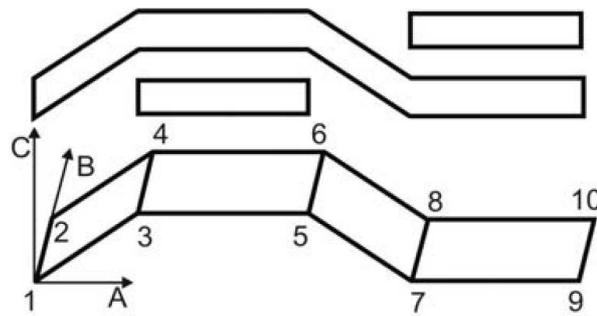


Figure 3.4 - Modèle utilisant des éléments de membrane proposé par Sapozhnikov et al. [SAP07]

- modéliser la mèche par des éléments de poutre (Figure 3.5). Dans une telle modélisation, seules les rigidités en tension et en flexion des mèches sont prises en compte. Cependant, le comportement d'un renfort en cisaillement est fortement influencé par le comportement transverse des mèches. Dans une telle modélisation, les mèches sont rigides transversalement, ce qui ne permet pas de rendre compte du comportement en cisaillement du renfort de manière réaliste.



Figure 3.5 - Période d'une mèche de taffetas modélisée par de éléments de poutre

Dans ce travail, nous avons fait le choix de simplifier de manière importante la description géométrique du renfort afin de pouvoir travailler sur de grandes pièces. Nous avons alors successivement mis en place des modélisations en utilisant des éléments de membrane et de coque.

Dans le cadre d'une modélisation par des éléments de membrane, la même modélisation que celle proposée par Sapozhnikov et al. [SAP07] a été utilisée (Figure 3.4). Ainsi, la partie courbe de la mèche, n'étant plus décrite que par un élément, a été réduite à une ligne droite. Nous continuerons toutefois d'employer le terme "partie courbe" pour désigner cette zone. De même, un seul élément permet de décrire la ligne droite de la ligne moyenne. La section des mèches prend alors une forme rectangulaire.

Enfin, lors de la modélisation du renfort par des éléments de coque, la même description géométrique que celle utilisée avec des éléments de membrane a été utilisée. Cependant, la densité d'éléments dans la largeur de la mèche et dans sa direction longitudinale a parfois été augmentée. La partie courbe est toutefois restée plane lors de la densification du maillage.

3.1.2. Calcul des paramètres géométriques

Le modèle arc/droite de type 1 proposé par Hivet [HIV03] (Figure 3.1) pour la modélisation du taffetas fait intervenir 23 inconnues dans le cas général. Dans le cas où le taffetas est équilibré, c'est à dire que les mèches de chaîne et de trame ont les mêmes caractéristiques, le nombre d'inconnues se réduit à 3. Pour l'identification du modèle, Hivet propose alors de considérer les 3 paramètres géométriques suivants :

- l'embuvage e , exprimé en pourcentage ;
- la densité de mèche d , exprimée en mm^{-1} ;
- la largeur de mèche c , exprimée en mm.

D'après les paramètres géométriques pris comme données, les autres paramètres du modèle peuvent être calculés. Ceux-ci sont résumés ici :

- périodicité a du tissage :

$$a = 1/d \quad (3.1)$$

- rayon R de l'arc de cercle $\widehat{M_1M_2}$:

$$R = \frac{c}{2 \sin \varphi} \quad (3.2)$$

- longueur L de l'arc de cercle $\widehat{M_1M_2}$:

$$L = \frac{1}{2} a (1 + e) = 2R\varphi + \frac{a - c}{2 \cos \varphi} \quad (3.3)$$

- épaisseur w du tissu :

$$w = 4R(1 - \cos \varphi) + 2(a - c) \tan \varphi \quad (3.4)$$

Compte tenu que le taffetas est équilibré, l'épaisseur de la mèche est alors égale à la demi épaisseur du tissu ($h = w/2$).

Tous les paramètres géométriques calculés précédemment sont des paramètres idéaux. Cependant Hivet a pu vérifier que l'épaisseur du tissu calculée correspond à l'épaisseur mesurée expérimentalement, les autres paramètres étant plus difficilement accessibles expérimentalement. Lors des simulations, les mèches vont être discrétisées par un nombre fini d'éléments. Au cours de cette discrétisation, tous les paramètres ne pourront pas garder leur valeur idéale, certaines valeurs pouvant varier de manière non négligeable. Dans le cas d'une modélisation par des éléments de membrane ou de coque, certains de ces paramètres devront changer de valeur. En effet, le modèle que nous proposons (Figure 3.6) étant très simplifié, toutes les relations entre paramètres ne peuvent pas être satisfaites.

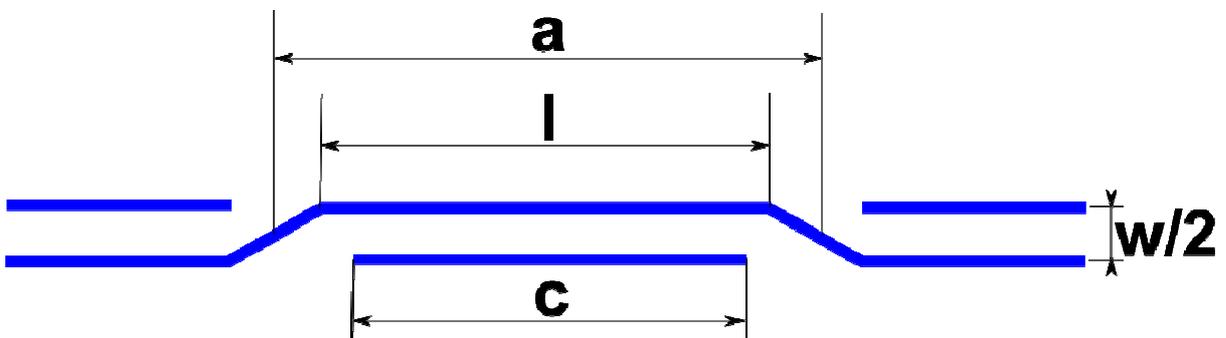


Figure 3.6 - Modèle de taffetas simplifié

Dans notre modèle simplifié il n'y a plus équivalence des résultats quels que soient les trois paramètres choisis comme données. Ainsi, pour modéliser un renfort quels que soient les paramètres expérimentaux de densité de mèche, d'embuvage, de largeur de mèche et

d'épaisseur de tissu auront été mesurés, seuls trois d'entre eux vont pouvoir garder leur valeur expérimentale. Nous nous proposons donc d'étudier les différents cas de figure afin de déterminer quel paramètre peut être modifié sans trop porter préjudice à la modélisation.

La densité de mèche d permet comme dans le modèle de Hivet de déterminer la périodicité a du tissage. Le paramètre d'embuvage permet ensuite de déterminer la longueur de mèche ondulée L_{dp} par demi période :

$$L_{dp} = a(1+e) \quad \text{pour le tissu réel} \quad (3.5)$$

$$L_{dp} = l + \sqrt{(a-l)^2 + \frac{w^2}{4}} \quad \text{pour le tissu discrétisé} \quad (3.6)$$

Les données qui décrivent la géométrie du tissage que nous considérons sont les suivantes (Figure 3.6) :

- densité de mèches d ;
- périodicité a ;
- embuvage e ;
- épaisseur du tissu w ;
- longueur de la partie courbe de la mèche (ou plateau) l ;
- longueur de la mèche par demi période L_{dp} .

Les 3 équations (3.1), (3.5) et (3.6) relient les différents paramètres. Disposant de 6 paramètres à déterminer reliés entre eux par 3 équations, notre problème dispose de 3 degrés de liberté. Ainsi, 3 paramètres donnés suffisent pour définir notre problème comme dans le modèle proposé par Hivet. Les 6 paramètres d , a , e , w , l et L_{dp} ne peuvent pas être choisis indépendamment. La question est donc de savoir quel paramètre parmi d , a , e , w , l et L_{dp} peut être approché et quels sont les paramètres que l'on ne peut pas se permettre de modifier ? En d'autres termes, il s'agit de déterminer les paramètres dimensionnels associés à des paramètres matériaux, des autres. Une modification des premiers pourra alors être compensée par une modification des paramètres matériaux contrairement à une modification des seconds.

1) La densité d peut être modifiée, ce qui modifie inévitablement en même temps la périodicité.

$$a = \frac{l}{2+e} + \frac{\sqrt{e^2 l^2 + \frac{w^2}{4} e(2+e)}}{e(2+e)} \quad (3.7)$$

On détermine ensuite $d = 1/a$.

Signification : Le tissu est plus ou moins dense donc les contacts latéraux entre les mèches lors d'un essai de cisaillement vont avoir lieu plus ou moins tard. L'angle critique de cisaillement sera donc modifié et avec lui tout le comportement de plissement.

Conclusion : Cette solution, qui modifie le comportement du renfort en cisaillement, semble être à éviter.

2) L'embuvage e peut être modifié.

$$e = \frac{l}{a} + \frac{1}{a} \sqrt{(a-l)^2 + \frac{w^2}{4}} - 1 \quad (3.8)$$

Signification : Si l'on fait varier l'embuvage, le comportement des mèches en traction est modifié puisque lors de la traction l'embuvage de la mèche est diminué à effort faible avant que l'effort n'augmente. De plus, une augmentation de l'embuvage signifie que l'on rallonge les mèches. La densité surfacique du tissu augmente donc à proportion du poids de mèche ajouté par unité de surface.

Remède partiel : La densité du matériau constituant les mèches peut être modifiée pour que la densité surfacique du tissu reste inchangée.

Conclusion : Cette solution, qui modifie le comportement du renfort en traction biaxiale, semble être à éviter.

3) La longueur l du plateau peut être changée.

$$l = a \left(1 + \frac{e}{2} \right) - \frac{w^2}{8ae} \quad (3.9)$$

Signification : La modification de la longueur du plateau contraint le choix de la largeur des mèches c . En effet, pour que le modèle reste cohérent (c'est-à-dire qu'il n'apparaisse pas d'interpénétration des mèches) il faut que la largeur de mèche soit inférieure ou égale à la longueur du plateau. Cette solution entraîne donc la modification de la section des mèches (même problème que pour le cas 1) ainsi qu'une modification de l'angle de cisaillement critique dans le cas où la largeur de mèche doit être modifiée.

Conclusion : Le problème de cette solution peut venir de la modification de la largeur de mèche alors que la modification de la section des mèches peut facilement être résolu par le choix des caractéristiques mécaniques du matériaux constitutif des mèches. En effet, si la largeur de mèche est modifiée, les contacts latéraux entre mèches seront précipités ou retardés, modifiant ainsi l'angle d'apparition du blocage en cisaillement. Cette solution semble donc être à éviter.

4) L'épaisseur w peut être modifiée.

D'après sa définition, l'épaisseur w est égale à deux fois l'amplitude crête à crête que décrit la ligne moyenne d'une mèche (Figure 3.1 et Figure 3.6). Si l'on discrétise la ligne moyenne en prenant des nœuds lui appartenant, la longueur de celle-ci sera diminuée (on remplace en effet des arcs de cercle par les cordes correspondantes). On modifie alors l'embuvage (qui est un de nos principaux paramètres d'entrée du modèle). Une autre méthode pour discrétiser la trajectoire de la ligne moyenne des mèches est de choisir des nœuds n'appartenant pas forcément à la ligne moyenne réelle mais permettant de conserver

la longueur de celle-ci et donc la valeur de l'embuvage. On peut alors déterminer l'épaisseur du tissu à partir des autres paramètres :

$$w = 2\sqrt{ae(2a + ae - 2l)} \quad (3.10)$$

Signification : La section des mèches, puisque celle-ci dépend de leur épaisseur, sera modifiée ainsi que la densité surfacique du renfort.

Remède : Afin de laisser la résistance des mèches inchangée, on peut artificiellement modifier les propriétés mécaniques du matériau les constituant afin que la rigidité des mèches reste la même. La densité de celui-ci peut également être modifiée pour respecter la densité surfacique du tissu. Enfin, une épaisseur de contact conforme aux mesures expérimentales peut être définie pour les contacts entre le renfort et les outils de mise en forme.

Conclusion : Cette solution semble être la meilleure.

Les valeurs que nous avons considérées pour notre modèle sont celles déterminées expérimentalement par Hivet. Elles sont résumées dans le Tableau 3.1.

Densité de mèches d	Périodicité a	Embuvage e	Epaisseur du tissu w	Longueur du plateau l
0.22 mm^{-1}	4.54 mm	0.4 %	0.71 mm	3.8 mm

Tableau 3.1 - Valeurs du modèle discrétisé de taffetas

Ces valeurs n'étant pas compatibles entre elles dans notre modèle, des modifications sont nécessaires selon le cas considéré. Le Tableau 3.2 présente les valeurs des différents paramètres suivant chaque cas.

Cas	Densité de mèches $d \text{ (mm}^{-1}\text{)}$	Périodicité $a \text{ (mm)}$	Embuvage e	Longueur de mèche par demi période $L_{dp} \text{ (mm)}$	Longueur du plateau $l \text{ (mm)}$	Epaisseur du tissu $w \text{ (mm)}$
1	0,16	6,3081	0,4%	6,3333	3,8	0,713321
2	0,22	4,5455	1,8%	4,6264	3,8	0,713321
3	0,22	4,5455	0,4%	4,5636	1,1	0,713321
4	0,22	4,5455	0,4%	4,5636	3,8	0,331288

Tableau 3.2 - Valeur des paramètres du modèle discrétisé selon le cas envisagé. Les valeurs en gras sont celles qui sont modifiées par rapport à leur valeur standard.

La modification de la densité de mèche (cas 1) ainsi que la modification de la longueur du plateau (cas 3) entraînent une modification du comportement du renfort en cisaillement, celle de l'embuvage (cas 2) la modification du comportement en traction biaxiale. La seule modification qui semble ne pas poser trop de problèmes est celle de l'épaisseur du renfort (cas 4). C'est donc la solution que nous choisissons.

3.2. Cadre de travail

3.2.1. Hypoélasticité

Le modèle que nous proposons est purement élastique. Il se place dans le cadre des grandes transformations et doit de ce fait être capable de traiter des non linéarités géométriques dues à de grands déplacements et déformations. Le modèle doit également permettre de traiter d'éventuelles non linéarité matérielles. Une formulation hyperélastique [AIM07, DRI10] peut être envisagée mais la nécessaire détermination d'un potentiel pour ce type de formulation peut être difficile à effectuer. Nous avons donc retenu une formulation hypoélastique pour notre modèle. Ce type de formulation reste proche d'une formulation élastique, la différence résidant dans le fait que la loi de comportement ne relie plus des contraintes à des déformations mais des taux de contraintes à des taux de déformation. Enfin, ce type de formulation permet d'étendre sans trop d'effort notre modèle à des comportements viscoélastiques ou viscoplastiques.

Les lois hypoélastiques [TRU55a, TRU55b, XIA97, XIA98] peuvent s'écrire sous la forme :

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^{\vee} = \underline{\underline{\underline{C}}} : \underline{\underline{\underline{D}}} \quad (3.11)$$

où $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^{\vee}$ est une dérivée objective, c'est-à-dire réalisée dans un repère lié à la matière, du tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}$ qui sera explicitée section 3.2.2 et $\underline{\underline{\underline{D}}}$ le tenseur des taux de déformations. $\underline{\underline{\underline{C}}}$ est le tenseur de comportement du quatrième ordre.

3.2.2. Suivi de la direction des fibres

Un des problèmes majeurs de la modélisation d'un matériau fibreux concerne le suivi de la direction des fibres. Ce problème fait intervenir la notion d'objectivité en mécanique. Certaines grandeurs physiques telles que la position d'un point, la température ou la contrainte au sein d'un matériau sont indépendante de l'observateur que celui-ci soit fixe ou mobile par rapport à la matière et sont donc définies comme objectives. Les grandeurs telles que la vitesse et l'accélération sont au contraire des grandeurs non objectives. Le fait que la position d'un point soit objective alors que sa vitesse ne l'est pas illustre le fait que la dérivée d'une grandeur objective n'est, elle, pas nécessairement objective. Des précautions sont donc à prendre sur le choix du repère de dérivation pour que la dérivée obtenue représente la grandeur voulue.

Lorsque l'on dérive une grandeur dans un référentiel en mouvement par rapport au temps, la dérivée représente la variation de cette grandeur dans le temps. Cette variation est due à deux phénomènes : la variation de la grandeur en elle-même et la variation perçue par l'observateur en raison de son mouvement relatif. C'est ce second terme qui peut rendre la dérivation non objective. On peut alors définir une dérivée comme objective si elle est effectuées dans un repère lié à la matière et donc immobile par rapport à celui-ci. Lorsque l'on souhaite dériver une grandeur de manière objective dans un repère en mouvement, par exemple le tenseur de contrainte $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}$, il est nécessaire de calculer son expression dans un

repère fixe par rapport à la matière avant d'effectuer la dérivation puis d'exprimer de nouveau le tenseur dans le repère mobile. Cette démarche se traduit par la relation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\vee} = \underline{\underline{Q}} \cdot \left[\frac{d}{dt} \left(\underline{\underline{Q}}^T \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{Q}} \right) \right] \cdot \underline{\underline{Q}}^T \quad (3.12)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}^{\vee}$ est la dérivée objective du tenseur $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{Q}}$ est le tenseur de passage de la base fixe vers la base tournée. Le problème pourrait être résolu si tous les points de la matière étaient fixes les uns par rapport aux autres or lorsque l'on considère une déformation, cela n'est pas le cas et plusieurs définitions sont alors possibles pour le repère lié à la matière et donc pour le tenseur $\underline{\underline{Q}}$:

- La rotation $\underline{\underline{R}}$ issue de la décomposition polaire du gradient de la transformation $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{R}}$ permet de considérer la rotation moyenne de la matière. C'est la rotation utilisée dans la dérivation de Green-Naghdi.
- La rotation $\underline{\underline{R}}_J$, définie par son spin $\underline{\underline{\Omega}}$ issu de la décomposition du gradient des vitesses $\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{\Omega}}$, permet de considérer un repère de dérivation tournant à la même vitesse moyenne que la matière. C'est la rotation utilisée par la dérivée de Jaumann.
- Un repère de dérivation lié à la direction longitudinale des fibres a été proposé par Hagège [HAG04]. Badel et al. ont montré que seul un tel repère permettait la prise en compte correcte des déformations dans un milieu fibreux à une direction de fibres tel qu'une mèche [BAD08a, BAD08c, BAD09].

Le logiciel ABAQUS propose, soit la première, soit la seconde dérivée. Une adaptation est donc nécessaire pour utiliser une dérivée liée à la direction des fibres. Ce point sera explicité section 3.5.5.

La rotation matérielle liée à la direction des fibres permettant d'assurer l'objectivité des différentes grandeurs manipulées peut être déterminée grâce au tenseur gradient de la transformation. En effet, la direction initiale des fibres $\underline{\underline{f}}_1^0$ est transportée convectivement par ce tenseur :

$$\underline{\underline{f}}_1 = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{f}}_1^0 \quad ; \quad \underline{\underline{m}}_1 = \frac{\underline{\underline{f}}_1}{\|\underline{\underline{f}}_1\|} \quad (3.13)$$

La transformation par le tenseur $\underline{\underline{F}}$ ne conservant pas l'orthogonalité des vecteurs, les images des deux autres directions matérielles initiales ne sont pas orthogonales à $\underline{\underline{f}}_1$. Il est donc nécessaire de projeter l'image de l'une d'elles dans le plan orthogonal à la direction des fibres, la troisième direction se déduisant des deux premières :

$$\underline{\underline{f}}_2 = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{f}}_2^0 - \left[\left(\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{f}}_2^0 \right) \cdot \underline{\underline{f}}_1 \right] \underline{\underline{f}}_1 \quad ; \quad \underline{\underline{m}}_2 = \frac{\underline{\underline{f}}_2}{\|\underline{\underline{f}}_2\|} \quad (3.14)$$

$$\underline{\underline{m}}_3 = \underline{\underline{m}}_1 \wedge \underline{\underline{m}}_2 \quad (3.15)$$

Le tenseur de rotation $\underline{\underline{M}}$ transforme un vecteur de la base initiale $\{\underline{e}^0\}$ en un vecteur de la base matérielle liée aux fibres $\{\underline{m}\} : \underline{m}_i = \underline{\underline{M}} \cdot \underline{e}_i^0$. Le tenseur de rotation $\underline{\underline{R}}$ transforme un vecteur de la base initiale $\{\underline{e}^0\}$ en un vecteur de la base de Green-Naghdi $\{\underline{e}\} : \underline{e}_i = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{e}_i^0$. Le tenseur de rotation $\underline{\underline{P}} = P^{ij} \underline{e}_i^0 \otimes \underline{e}_j^0$ transformant un vecteur de la base de Green-Naghdi $\{\underline{e}\}$ en un vecteur de la base matérielle liée aux fibres $\{\underline{m}\}$ est donc donné par la relation :

$$\underline{\underline{P}} = \underline{\underline{M}} \cdot \underline{\underline{R}}^T \quad (3.16)$$

La matrice $[\underline{P}]^T$ permet alors d'exprimer les coordonnées d'un vecteur \underline{a} dans la base $\{\underline{m}\}$ en fonction de ses coordonnées dans la base $\{\underline{e}\}$:

$$\{\underline{a}\}_{\{\underline{m}\}} = [\underline{P}]^T \{\underline{a}\}_{\{\underline{e}\}} \quad (3.17)$$

3.3. Comportement d'une mèche

Nous avons présenté le comportement d'une mèche de manière qualitative au chapitre précédent. Le modèle géométrique que nous avons retenu étant maintenant défini, nous allons expliciter la définition du comportement des éléments finis modélisant la mèche.

3.3.1. Comportement transverse

3.3.1.1. Isotropie transverse

L'étude par tomographie aux rayons X à l'échelle microscopique d'échantillons de taffetas en tension biaxiale et en cisaillement a montré que la distribution géométrique des fibres dans une section de la mèche peut être considérée comme isotrope [BAD08b, BAD08c]. Le matériau constitutif des mèches peut ainsi être défini comme étant isotrope transverse.

3.3.1.2. Compaction transverse

Les observations effectuées par Badel [BAD08c] l'ont poussé à considérer que le comportement d'une section transverse de mèche est la combinaison d'un changement de surface et d'un changement de forme. Il décompose ainsi la déformation d'une section en une composante "sphérique" (par abus de langage, sphérique étant adapté à une transformation spatiale et non bidimensionnelle) et en une composante déviatorique. La déformation d'une section de mèche de direction \underline{f}_1 s'exprime alors dans le plan $(\underline{f}_2, \underline{f}_3)$ par la matrice :

$$[\tilde{\underline{\underline{E}}}_T]_{\{\underline{f}_i\}} = \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_{22} & \underline{\varepsilon}_{23} \\ \underline{\varepsilon}_{23} & \underline{\varepsilon}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_s & 0 \\ 0 & \underline{\varepsilon}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_d & \underline{\varepsilon}_{23} \\ \underline{\varepsilon}_{23} & -\underline{\varepsilon}_d \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \underline{\varepsilon}_s = \frac{\underline{\varepsilon}_{22} + \underline{\varepsilon}_{33}}{2} \\ \underline{\varepsilon}_d = \frac{\underline{\varepsilon}_{22} - \underline{\varepsilon}_{33}}{2} \end{cases} \quad (3.18)$$

Le matériau étant élastique, le même type de décomposition peut être effectué pour les contraintes. De plus, la dérivation et l'intégration étant des opérations linéaires, cette décomposition est également valable pour des incréments de déformation et de contrainte.

Badel montre ensuite que les incréments de contraintes "sphérique" $\Delta\sigma_s$ et déviatoriques $\Delta\sigma_d$ et $\Delta\sigma_{23}$ peuvent être reliés aux déformations correspondantes par deux coefficients A et B :

$$\Delta\sigma_s = A\Delta\varepsilon_s \quad ; \quad \Delta\sigma_d = B\Delta\varepsilon_d \quad ; \quad \Delta\sigma_{23} = B\Delta\varepsilon_{23} \quad (3.19)$$

Ces deux coefficients permettent ainsi de relier le tenseur des incréments de contrainte au tenseur des incréments de déformation par la relation :

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{22} \\ \Delta\sigma_{33} \\ \Delta\sigma_{23} \end{Bmatrix}_{\{f_i\}} = \begin{bmatrix} (A+B)/2 & (A-B)/2 & 0 \\ (A-B)/2 & (A+B)/2 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix}_{\{f_i \otimes f_i\}} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{22} \\ \Delta\varepsilon_{33} \\ \Delta\varepsilon_{23} \end{Bmatrix}_{\{f_i\}} \quad (3.20)$$

En se basant sur les observations expérimentales, Badel propose alors pour les coefficients A et B les formes suivantes :

$$\begin{aligned} A &= A_0 e^{-p\varepsilon_s} e^{n\varepsilon_{11}} \\ B &= B_0 e^{-p\varepsilon_s} \end{aligned} \quad (3.21)$$

A_0 , B_0 , p et n étant des coefficients constants caractérisant la mèche.

Dans le modèle que nous proposons, les mèches étant modélisées par des éléments de membrane ou de coque sans pincement, la compaction transverse dans la direction perpendiculaire au plan du renfort (direction 3 ci-dessus) n'est pas prise en compte. Il s'agit d'une lacune du modèle dont nous discuterons à la section 5.1.1. Le comportement transverse de la mèche fait donc uniquement intervenir la compaction transverse dans la direction 2. Considérant un matériau élastique, la loi de comportement de la section transverse des éléments est alors de la forme :

$$\Delta\sigma_{22} = C\Delta\varepsilon_{22} \quad (3.22)$$

En suivant le même raisonnement que Badel, on peut affirmer que la rigidité de la mèche va augmenter avec la compaction transverse et avec la tension appliquée. Ainsi, on peut proposer la forme suivante pour le coefficient C :

$$C = C_0 e^{-p'\varepsilon_{22}} e^{n'\varepsilon_{11}} \quad (3.23)$$

C_0 , p' et n' étant des coefficients constants à déterminer, point que l'on développera au chapitre 4.

3.3.2. Comportement longitudinal

3.3.2.1. Comportement élastique linéaire de la mèche

Nous avons fait le choix de définir le comportement de la mèche comme étant élastique linéaire. Nous négligeons de ce fait la non linéarité mentionnée section 2.1.1.1 constatée lors de la traction d'une mèche. Cette hypothèse est effectuée dans un souci de simplification du

modèle de manière à ne pas introduire dans celui-ci trop de phénomènes différents. Une fois le rôle de chaque phénomène clairement identifié, l'introduction de la non linéarité du comportement de la mèche en traction ne constitue pas une difficulté.

Cette non linéarité est en réalité fortement liée à la nature des fibres constituant la mèche et à leur mode d'assemblage. En effet, Buet-Gautier [BUE98] a montré que l'ensimage des mèches de fibres de verre testées ne confère pas à la mèche une bonne compaction initiale, entraînant la non linéarité de la courbe de traction (Figure 3.7.a). Le conditionnement des mèches de carbone n'entraîne, lui, aucune non linéarité du comportement de la mèche en traction (Figure 3.7.b). Enfin, les courbes de charge et de décharge superposées confirment l'hypothèse faite concernant l'élasticité des mèches.

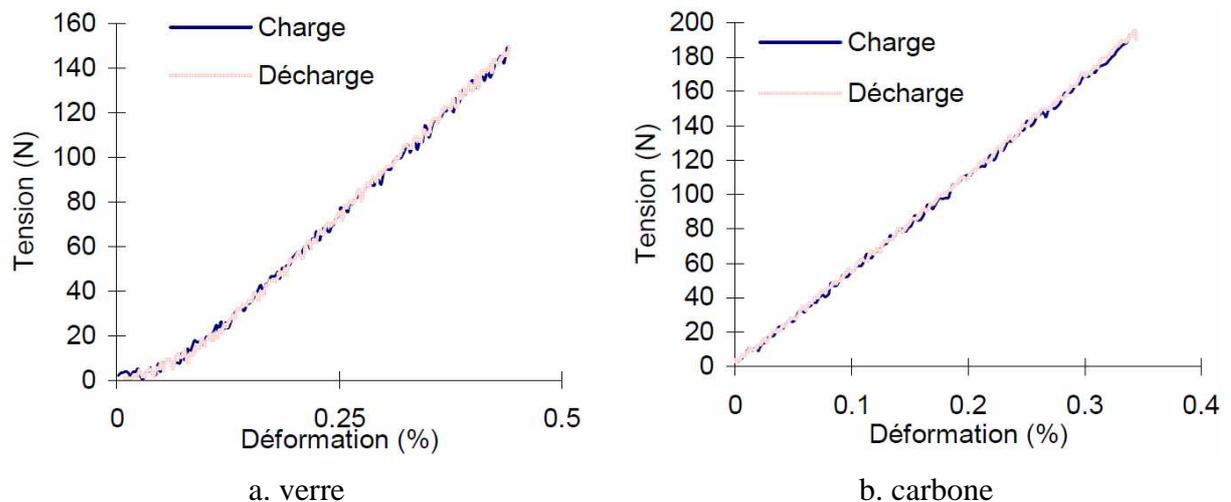


Figure 3.7 - Cycles de charge et décharge en tension de mèches constituées de fibres de différentes natures [BUE98]

3.3.2.2. Effets du comportement transverse sur l'élasticité longitudinale

Dans le cadre de notre étude, nous avons choisi de travailler avec le code de calcul par éléments finis ABAQUS. Celui-ci, comme les autres codes de calcul de ce type disponibles, traite des lois de comportement reliant des contraintes (ou incréments de contrainte) à des déformations (ou incréments de déformation) par l'intermédiaire de modules d'élasticité (et non de raideurs). La compaction transverse de la mèche est principalement due au comblement des vides présents entre les fibres (Figure 3.8). Le diamètre des fibres, lui, reste constant et donc il en est de même pour la surface fibreuse prenant en charge les efforts. La compaction transverse, que la mèche soit modélisée par des éléments continus ou structuraux, a pour effet de réduire la section apparente de ceux-ci, particulièrement dans le cadre de grandes transformations. Le module d'élasticité longitudinal de la mèche ayant été calculé d'après la section apparente initiale S_0 , la diminution de la section de la mèche entraîne automatiquement la diminution de sa raideur dans les mêmes proportions. Il est donc indispensable de corriger le module d'élasticité longitudinal de la mèche afin que sa raideur reste constante dans cette direction.

Soit R_1 la raideur longitudinale de la mèche de section initiale S_0 et de section courante S . La raideur R_1 étant constante, on peut calculer les modules d'élasticité initial E_1^0 et courant E_1 :

$$E_1^0 = \frac{R_1}{S_0} \quad ; \quad E_1 = \frac{R_1}{S} \quad (3.24)$$

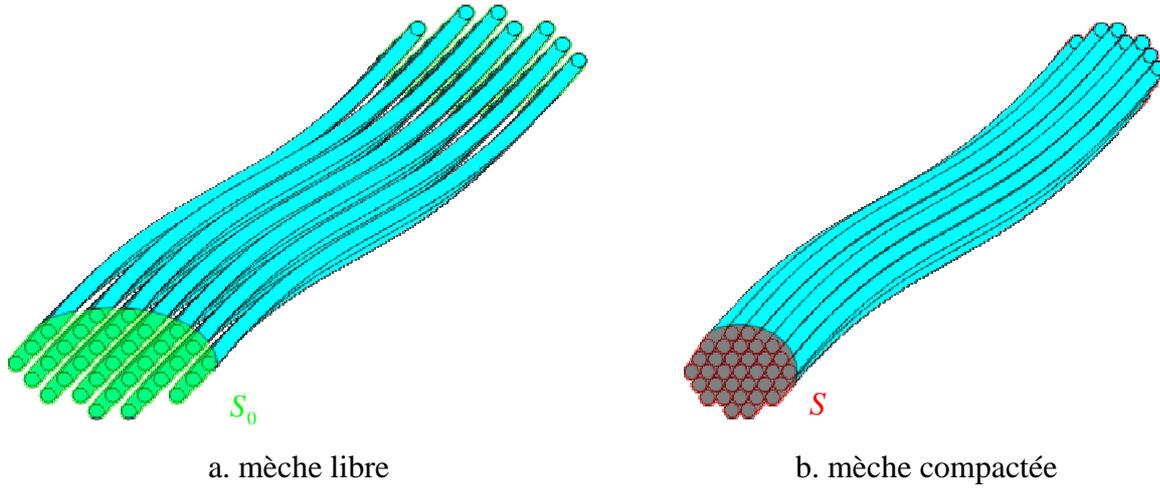


Figure 3.8 - Compaction transverse d'une mèche

Afin que la raideur de la mèche reste constante au cours du calcul, il est donc nécessaire que le module d'élasticité satisfasse la relation :

$$E_1 = E_1^0 \frac{S_0}{S} \quad (3.25)$$

Initialement, les éléments de la mèches sont orientés par les vecteurs unitaires \underline{f}_1^0 , \underline{f}_2^0 et \underline{f}_3^0 . L'aire de la surface élémentaire initiale unitaire est alors donnée par :

$$dS_0 = \|\underline{f}_2^0 \wedge \underline{f}_3^0\| = 1 \quad (3.26)$$

Lors de la déformation de la mèche, les vecteurs \underline{f}_i^0 vont être transformés par le gradient \underline{F} et la projection de leur image par \underline{F} dans le plan orthogonal à $\underline{f}_1 = \underline{F} \cdot \underline{f}_1^0$ permet de déterminer les nouvelles directions matérielles transverses \underline{f}_2 (calculé grâce à la relation (3.14)) et \underline{f}_3 (vecteurs non normés) ainsi que l'aire image de la surface élémentaire dS :

$$\underline{f}_3 = \underline{F} \cdot \underline{f}_3^0 - \left[(\underline{F} \cdot \underline{f}_3^0) \cdot \underline{f}_1 \right] \underline{f}_1 - \left[(\underline{F} \cdot \underline{f}_3^0) \cdot \underline{f}_2 \right] \underline{f}_2 \quad (3.27)$$

$$dS = \|\underline{f}_2 \wedge \underline{f}_3\| \quad (3.28)$$

En conclusion, afin de garantir une rigidité constante à la mèche, le module d'élasticité constitutif des éléments doit être réactualisé à chaque incrément par la relation :

$$E_1 = E_1^0 \frac{dS_0}{dS} = \frac{E_1^0}{\| \underline{f}_2 \wedge \underline{f}_3 \|} \quad (3.29)$$

3.3.3. Comportement en flexion

Nous avons choisi de modéliser les mèches par des éléments de coque ; leur comportement en flexion est donc dicté par la théorie éponyme et ne prend pas en compte la nature fibreuse des mèches. Considérer une mèche de largeur et d'épaisseur définies et constituée d'un matériau de module d'élasticité longitudinal donné conduirait à fortement surévaluer la rigidité de flexion longitudinale de la mèche. En effet, celle-ci étant constituée de milliers de fibres, elle est beaucoup plus souple qu'une mèche continue de même section transversale. Afin de prendre ce point en compte, la rigidité en flexion de la mèche est définie par le biais de son épaisseur qui peut donc être définie comme une épaisseur structurelle. Par contre, pour la prise en compte des contacts, une épaisseur correspondant à l'épaisseur réelle de la mèche est définie.

3.4. Création du modèle avec MATLAB

Le nombre de mèches contenues dans un renfort dans le cadre d'une simulation de mise en forme est relativement important. De ce fait, la définition du modèle éléments finis, basé sur une description mésoscopique, est une étape longue et fastidieuse. Un outil utilisant l'interface du logiciel MATLAB a donc été créé afin d'automatiser complètement la création de la mise en données. La première étape effectuée par le logiciel est le calcul des paramètres géométriques du modèle mésoscopique de Hivet [HIV03]. Ceux-ci sont ensuite utilisés pour déterminer les paramètres de notre modèle mésoscopique simplifié comme présenté section 3.1.

Une fois les paramètres géométriques du tissage déterminés, la phase de maillage peut avoir lieu. La stratégie adoptée est de définir d'abord un tissage filaire. Pour chaque noeud de la ligne moyenne, il est alors possible de définir une section transversale sur laquelle seront placés les noeuds des éléments de membrane, de coque ou d'éléments volumiques. C'est au cours de cette phase que l'orientation des mèches dans le renfort est prise en compte.

Le tissage filaire effectué, la génération des éléments de dimension supérieure peut commencer. Cette étape, au cours de laquelle des noeuds vont être ajoutés de manière à conserver une définition ordonnée des noeuds et des éléments, doit notamment traiter le cas des éléments se trouvant sur les bords du renfort.

La définition des éléments du modèle est effectuée de manière homogène afin que l'orientation des fibres puisse être définie automatiquement à partir de la numérotation des noeuds interne à l'élément. Tous les groupes de noeuds et d'éléments nécessaires à la définition d'équations entre noeuds, de surfaces de contact et de conditions aux limites sont également créés. Afin de pouvoir être utilisé avec ABAQUS, un fichier ".inp" est créé. Il contient toute la définition du modèle, à savoir :

- la définition des noeuds, des éléments ainsi que de leur orientation et leur comportement dans le cas des membranes ou coques ;

- la définition éventuelle des outils de mise en forme ;
- la définition des groupes de noeuds et d'éléments ;
- la définition des équations permettant de garantir, s'il y a lieu, les conditions de périodicité ;
- la définition des surfaces, des contacts et du type d'interactions ;
- la définition des conditions aux limites et chargements ;
- la requête des données de sortie.

Le développement de l'outil numérique automatisant l'étape de mise en données s'est fait avec une volonté de le rendre évolutif et donc utilisable par un large nombre. Dans ce but, le soin a été pris de lui donner une structure claire et commentée. En résumé, cet outil permet actuellement :

- la création de modèles de taffetas, de sergé et de satin ;
- la définition d'éléments uni- ou bidimensionnels ;
- la définition des modèles pour des simulation d'essai de cisaillement de cadre et de traction de biais ainsi que pour des simulations de mise en forme pour différentes orientations de mèches ($0^\circ/90^\circ$ ou $\pm 45^\circ$).

3.5. Implémentation dans le code ABAQUS

Le modèle que nous proposons a été mis en oeuvre dans le cadre de la méthode des éléments finis. Pour ce faire, le logiciel commercial ABAQUS a été utilisé. Celui-ci, qui propose déjà de nombreuses fonctionnalités, permet en outre de programmer des routines utilisateur afin de définir des lois de comportement particulières. Les deux formulations, implicite et explicite, sont proposées par le logiciel. Nous travaillerons dans le cadre de la formulation explicite, celle-ci permettant la prise en compte des nombreux contacts entre mèches. Les simulations seront effectuées en dynamique. Cependant, nous veillerons à ce qu'elles correspondent à une transformation quasi statique, c'est-à-dire que l'énergie cinétique reste négligeable devant les autres énergies mises en jeu.

3.5.1. Modélisation géométrique

La modélisation géométrique a été effectuée par des éléments de membrane et de coque à quatre noeuds. Pour chaque type d'élément, ABAQUS propose une version en intégration réduite et une version en intégration complète. Les éléments à intégration réduite ne possèdent qu'un seul point d'intégration et sont donc très appréciés pour réduire les temps de calcul. Cependant, certaines transformations conduisent à une déformation nulle au point d'intégration et peuvent donc se faire sans apport d'énergie. Ces transformations appelées modes à énergie nulle ou modes sablier (à cause de la forme des éléments qu'ils entraînent) conduisent alors à des instabilités. Afin d'ignorer ces modes de déformation, des stabilisations ont été développées. Elles fonctionnent très bien avec les matériaux standards utilisés dans les codes de calcul mais dans la cas d'un matériau fibreux ayant une direction forte d'orthotropie comme c'est le cas dans notre étude, elles ne sont pas efficaces et un développement particulier de celles-ci serait nécessaire. Les éléments à intégration complète, plus stables dans le cadre de cette étude, ont donc été utilisés malgré le coût en temps de calcul qu'ils représentent.

3.5.2. Orientation des éléments

Pour pouvoir suivre la direction des mèches dans ABAQUS, il est important de définir une orientation pour chaque élément. Dans le cadre de notre étude, la direction longitudinale des mèches est toujours confondue avec des arêtes d'éléments, ce qui permet une orientation simple de ceux-ci.

3.5.3. Comportement

Pour les membranes, le choix de la section consiste simplement en la définition de son épaisseur. Les propriétés mécaniques sont alors déduites des dimensions de l'élément (largeur et épaisseur) et des caractéristiques du matériau constitutif.

Pour les coques plusieurs possibilités sont offertes. Leur comportement peut être défini de la même manière que pour les membranes par la définition de leur épaisseur et du matériau constitutif ou alors être découplé de leur géométrie. Dans ce cas, le comportement est défini à partir de la donnée de la matrice reliant des efforts généralisés (efforts et moments) aux déformations généralisées (déformations et courbures) mais ce type de définition ne permet pas l'utilisation d'une routine utilisateur et donc le suivi correct des directions des fibres dans la mèche.

3.5.4. Algorithme de contact

Deux possibilités sont offertes par ABAQUS/Explicit pour la gestion du contact : l'algorithme des contacts par paires ("contact pair algorithm") ou l'algorithme de contact général ("general contact algorithm").

L'algorithme de contact général a été utilisé avec les éléments de membrane et de coque. Il autorise les contacts entre arêtes des éléments, contrairement à l'algorithme de contact par paires [AAU08]. Lors du cisaillement, ce sont les contacts de ce type qui vont s'établir latéralement entre les différentes mèches. Il est donc important de les prendre en considération.

3.5.5. Routine utilisateur VUMAT

Dans ABAQUS/Explicit, lorsque l'on utilise des éléments de membrane ou de coque, la dérivée de Green-Naghdi est utilisée comme dérivée objective. Or nous avons vu à la section 3.2.2 que seule une dérivée liée à la direction des fibres peut être utilisée lorsque l'on considère un matériau fibreux à une direction de fibres. Il est donc nécessaire d'intervenir dans le programme afin que les déformations et les contraintes soient cumulées dans une base matérielle liée aux fibres et non dans la base de Green-Naghdi. Pour assurer cette fonction, une routine utilisateur VUMAT a été programmée.

La dérivée de Green-Naghdi est basée sur la rotation $\underline{\underline{R}}$ issue de la décomposition polaire $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}}$. Les données tensorielles des déformations et des contraintes fournies par le code à la VUMAT sont exprimées dans la base tournante suivant cette rotation. Les vecteurs qui composent cette base, que l'on notera $\{\underline{e}\}$, vérifient alors $\underline{e}_i = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{e}_i^0$.

La routine utilisateur a pour fonction de définir le comportement du matériau. Pour chaque incrément, le logiciel fournit :

- le gradient de la transformation à la fin du pas de temps $\underline{\underline{F}}^{n+1}$ exprimé dans une base mixte $\{\underline{A} \otimes \underline{e}^0\}$. En effet, pour des orientations d'éléments particulières, la base $\{\underline{A}\}$ ne correspond pas à la base $\{\underline{e}^0\}$ [GAU07]. Cependant, il est possible de projeter ce tenseur dans la base $\{\underline{e}^0 \otimes \underline{e}^0\}$ en utilisant ses composantes à l'instant initial.
- le tenseur de déformation droit à la fin du pas de temps $\underline{\underline{U}}^{n+1}$ exprimé dans la base initiale $\{\underline{e}^0 \otimes \underline{e}^0\}$;
- le tenseur des contraintes de Cauchy au début du pas de temps $\underline{\underline{\sigma}}^n$ exprimé dans la base de Green-Naghdi $\{\underline{e}^n \otimes \underline{e}^n\}$
- l'incrément de déformation logarithmique au milieu du pas de temps $\underline{\underline{\Delta \epsilon}}^{n+1/2}$ exprimé dans la base de Green-Naghdi $\{\underline{e}^{n+1/2} \otimes \underline{e}^{n+1/2}\}$

En sortie de routine, les composantes du tenseur des contraintes en fin de pas de temps exprimées dans la base de Green-Naghdi $\{\underline{e}^{n+1} \otimes \underline{e}^{n+1}\}$ doivent être retournées. Elles sont calculées à l'aide de la formule de Hughes & Winget [HUG80] couramment utilisée dans les codes de calcul par éléments finis :

$$\left[\underline{\underline{\sigma}}^{n+1} \right]_{\{m^{n+1} \otimes m^{n+1}\}} = \left[\underline{\underline{\sigma}}^n \right]_{\{m^n \otimes m^n\}} + \left[\underline{\underline{C}}^{n+1/2} \right]_{\{m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2}\}} : \left[\underline{\underline{D}}^{n+1/2} \right]_{\{m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2}\}} \Delta t \quad (3.30)$$

où $\{m\}$ est la base matérielle image de la base $\{\underline{e}^0\}$ par la rotation définissant la dérivée objective, $\underline{\underline{C}}$ est le tenseur de comportement du matériau et $\underline{\underline{D}}$ le taux de déformation. Les tenseurs des taux de déformation $\underline{\underline{D}}$ et de comportement du matériau $\underline{\underline{C}}$ sont exprimés dans cette formule au milieu du pas de temps ($t = n + 1/2$). Or les données des tenseurs gradient de la transformation $\underline{\underline{F}}$ et des élongations à droite $\underline{\underline{U}}$ sont exprimés à la fin du pas de temps ($t = n + 1$). Cependant, Badel [BAD08c] a montré que la projection du tenseur $\underline{\underline{D}}$ (resp. $\underline{\underline{C}}$) dans la base $\{m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2}\}$ (resp. $\{m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2} \otimes m^{n+1/2}\}$) est égale à la projection dans la base $\{m^{n+1} \otimes m^{n+1}\}$ (resp. $\{m^{n+1} \otimes m^{n+1} \otimes m^{n+1} \otimes m^{n+1}\}$) de son image par la rotation effectuée entre les instants $t = n + 1/2$ et $t = n + 1$.

L'algorithme de la routine utilisateur VUMAT est le suivant :

- calcul des composantes de l'inverse du tenseur des déformations pures à droite $\left[\underline{\underline{U}}^{n+1} \right]_{\{e^0 \otimes e^0\}}^{-1}$
- calcul des composantes du tenseur de rotation $\underline{\underline{R}}$:

$$\left[\underline{\underline{R}}^{n+1} \right]_{\{e^0 \otimes e^0\}}^{-1} = \left[\underline{\underline{F}}^{n+1} \right]_{\{e^0 \otimes e^0\}} \left[\underline{\underline{U}}^{n+1} \right]_{\{e^0 \otimes e^0\}}^{-1} \quad (3.31)$$

- calcul des directions matérielles \underline{f}_i^{n+1} grâce aux relations (3.13) à (3.15) ;

- calcul de l'aire de la surface de la section transverse grâce à la relation (3.28) ;
- calcul des composantes du tenseur de rotation \underline{P} transformant un vecteur de la base de Green-Naghdi $\{\underline{e}\}$ en un vecteur de la base matérielle $\{\underline{m}\}$ grâce à la relation (3.16) ;
- expression de l'incrément de déformation dans la base matérielle $\{\underline{m} \otimes \underline{m}\}$ grâce à la relation (3.17) :

$$\left[\underline{\Delta \mathcal{E}^{n+1/2}} \right]_{\{\underline{m}^{n+1} \otimes \underline{m}^{n+1}\}} = [P]^T \cdot \left[\underline{\Delta \mathcal{E}^{n+1/2}} \right]_{\{\underline{e}^{n+1} \otimes \underline{e}^{n+1}\}} \cdot [P] \quad (3.32)$$

- calcul de l'incrément de contrainte et cumul des contraintes dans la base matérielle grâce à la relation (3.30) :

$$\left[\underline{\sigma}^{n+1} \right]_{\{\underline{m}^{n+1} \otimes \underline{m}^{n+1}\}} = \left[\underline{\sigma}^n \right]_{\{\underline{m}^{n+1} \otimes \underline{m}^{n+1}\}} + \left[\underline{C}^{n+1/2} \right]_{\{\underline{m}^{n+1/2} \otimes \underline{m}^{n+1/2} \otimes \underline{m}^{n+1/2} \otimes \underline{m}^{n+1/2}\}} : \left[\underline{\Delta \mathcal{E}^{n+1/2}} \right]_{\{\underline{m}^{n+1/2} \otimes \underline{m}^{n+1/2}\}} \quad (3.33)$$

- expression du tenseur des contraintes dans la base de Green-Naghdi :

$$\left[\underline{\sigma}^{n+1} \right]_{\{\underline{e}^{n+1} \otimes \underline{e}^{n+1}\}} = [P] \cdot \left[\underline{\sigma}^{n+1} \right]_{\{\underline{m}^{n+1} \otimes \underline{m}^{n+1}\}} \cdot [P]^T \quad (3.34)$$

3.6. Conclusion

La modélisation proposée se caractérise principalement par deux aspects : la description géométrique du renfort et le comportement de ses constituants élémentaires. La description prenant en compte chaque mèche indépendamment nécessite une discrétisation relativement grossière pour être efficace tout en respectant les paramètres de tissage du renfort. Le comportement affecté aux mèches doit, lui, refléter la nature particulière de l'assemblage des fibres. Ainsi, il doit suivre strictement leur direction pour éviter l'apparition de tensions artificielles. De plus, le comportement élastique non linéaire des mèches dans leur plan transverse lors de leur compaction doit être pris en compte. Ces aspects liés au comportement du matériau constitutif des mèches est géré par une routine utilisateur VUMAT dans ABAQUS tandis que la nature discrète de la modélisation proposée a nécessité le développement d'un outil logiciel dans MATLAB.

EN RESUME...

Nous proposons une modélisation mésoscopique basée sur une discrétisation des mèches par des éléments de membrane ou de coque. Ainsi, la description géométrique du renfort tissé est relativement simple et permet de réduire de manière importante le nombre de degrés de liberté du modèle dans le cadre de la méthode des éléments finis. Les nombreux contacts intervenant entre les mèches privilégiant une formulation explicite du problème, le comportement du matériau constitutif des mèches est défini dans le cadre de l'hypoélasticité. Celui-ci étant isotrope transverse, la direction des fibres est strictement suivie afin de cumuler les déformations et les contraintes dans un repère objectif. Le comportement longitudinal est défini linéaire tandis que dans la direction transverse il traduit la rigidification de la mèche avec son état de compaction. Afin d'automatiser l'étape de mise en données, un outil

informatique a été développé sous MATLAB et une routine utilisateur VUMAT permet de définir le comportement du matériau dans ABAQUS.

4 Identification

EN QUELQUES MOTS...

Le modèle étant défini, son identification à un renfort existant est une étape nécessaire antérieure à sa validation. Dans ce but, on utilise différents essais permettant de ne faire intervenir qu'un seul phénomène non identifié à la fois. Ces essais ne peuvent pas tous être effectués à l'échelle de la mèche dont nous cherchons à identifier le comportement. Certains sont alors faits à une autre échelle et une identification inverse est réalisée.

4.1.	Essai de traction d'une mèche.....	74
4.2.	Essai de flexion d'une mèche.....	76
4.3.	Simulation de l'essai de cisaillement à l'échelle mésoscopique.....	78
4.3.1.	Choix du motif élémentaire de tissage	78
4.3.2.	Conditions aux limites	79
4.3.3.	Résultats	82
4.3.3.1.	Module de cisaillement dans le plan de la mèche	82
4.3.3.2.	Loi de comportement dans la direction transversale	85
4.3.3.3.	Energies mises en jeu	86
4.4.	Simulation de l'essai de cisaillement de cadre.....	87
4.4.1.	Conditions aux limites	87
4.4.2.	Résultats	89
4.4.3.	Energies mises en jeu	92
4.5.	Conclusion.....	92

L'objectif de cette étude étant le développement d'une nouvelle approche pour la modélisation de la mise en forme, nous avons choisi de baser notre travail sur un renfort relativement simple : le taffetas. Cependant, la démarche que nous proposons est valable pour un renfort de sergé ou de satin. Outre sa simplicité, l'avantage qu'offre le taffetas est qu'il a été largement étudié et que de nombreuses données expérimentales sont disponibles. Les caractéristiques du renfort étudié et des mèches le constituant sont données Tableau 4.1 et Tableau 4.2.

Assemblage	Masse linéaire	Rigidité	Ténacité
sans torsion	1230 tex	37500 N	340 N

Tableau 4.1 - Caractéristiques des mèches constitutives du taffetas de verre équilibré

Densité	Embuage
0.22 mèches/mm	0.4 %

Tableau 4.2 - Caractéristiques du taffetas de verre équilibré

4.1. Essai de traction d'une mèche

La première caractéristique de notre modèle que nous devons identifier est la rigidité longitudinale des mèches. Cette démarche est aisée puisque nous connaissons les caractéristiques de la section des mèches modélisées. La détermination du module d'élasticité longitudinal se déduit donc de la rigidité R_1 de la mèche de largeur c et d'épaisseur $h = w/2$ par la relation :

$$E_1 = \frac{R_1}{c \cdot h} \quad (4.1)$$

Dans le cas où le comportement est défini directement par la relation entre les efforts et les déformations généralisées comme cela peut être le cas pour les éléments de coque, la rigidité peut être exprimée par unité de longueur et donc être seulement divisée par l'épaisseur de l'élément. La réponse du modèle en traction dans le sens des mèches peut alors être vérifiée en effectuant une simulation de traction dans la direction des fibres d'une mèche initialement ondulée (cas libre). On peut alors extraire des résultats la courbe d'effort en fonction de la déformation donnée Figure 4.1.

Dans le cas de la traction d'une mèche seule, c'est-à-dire initialement rectiligne, la simulation conduit à une relation proportionnelle entre effort de traction et déformation longitudinale. Si l'on compare la courbe obtenue avec celle obtenue par Buet [BUE98] expérimentalement, on constate que la non linéarité initiale n'est pas prise en compte. Cette non linéarité est due, comme nous l'avons évoqué section 2.1.1.1, à une réorganisation des fibres qui ne sont pas initialement alignées dans la direction de traction. Nous avons choisi de ne pas prendre en compte ce phénomène dans notre modèle. Sa mise en place peut cependant se faire de manière relativement simple de la même façon que la non linéarité du module d'élasticité dans la direction transverse dans le plan de la mèche est introduit (voir section 3.3.1).

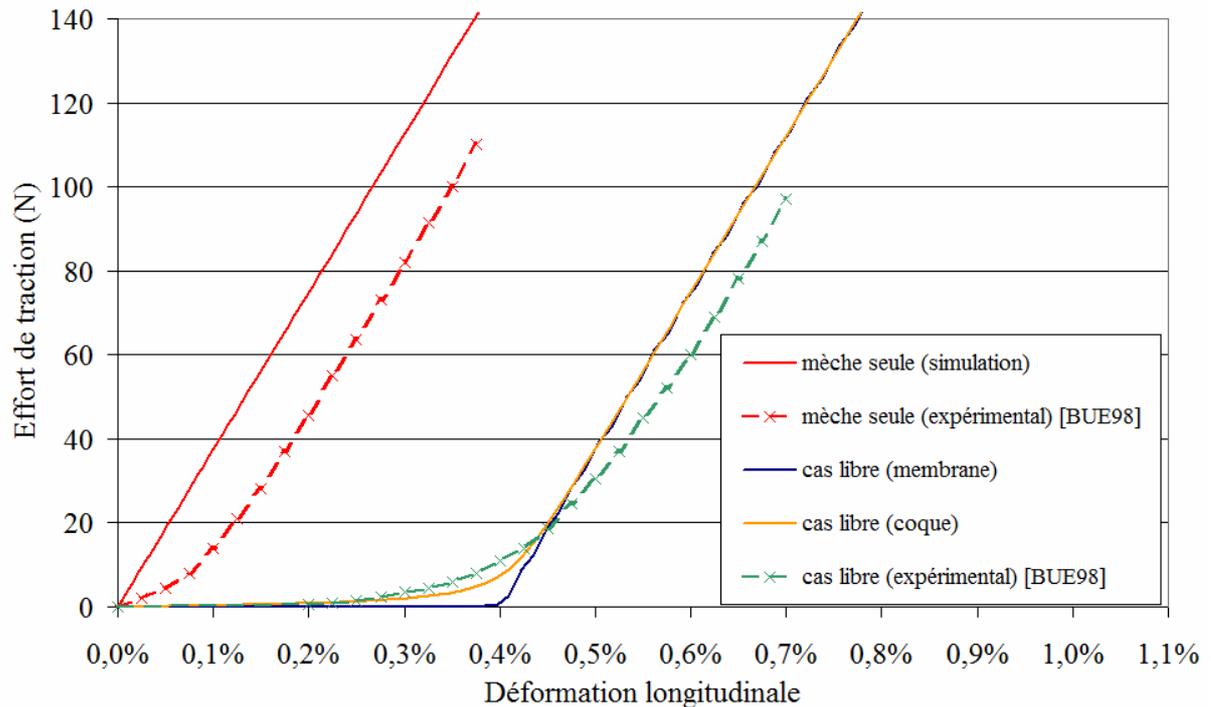


Figure 4.1 - Courbe de traction d'une mèche ondulée (cas libre) modélisée par des éléments de membrane ou de coque

Que ce soit dans le cas des éléments de membrane ou de coque, la courbe obtenue dans le cas libre présente deux parties. Pour des déformations faibles jusqu'à 0,4% ici, l'effort augmente très faiblement, celui dans le cas des éléments de coque étant supérieur à celui dans le cas des éléments de membrane du fait de la rigidité de flexion. Cette partie correspond à l'alignement des fibres suivant la direction de traction. On vérifie que l'embuvage du modèle correspond bien à l'embuvage du tissu modélisé puisque c'est pour cette valeur (0,4%) que la transition entre les deux parties de la courbe s'effectue. Dans la seconde partie, l'effort augmente linéairement en fonction de la déformation. En effet, toutes les fibres sont alors alignées et celles-ci se déforment élastiquement dans la direction longitudinale. On peut vérifier, en calculant leur raideur, que cette dernière correspond bien à la raideur définie puisque l'écart relatif entre les deux valeurs est inférieur au pourcent. Quand on compare la courbe obtenue en utilisant des éléments de coque à la courbe déterminée expérimentalement par Buet [BUE98], on constate que la non linéarité est moins prononcée dans ce dernier cas. Ce point peut s'expliquer par le fait que dans la réalité les frottements entre mèches sont beaucoup plus importants que ce qui est pris en compte dans le modèle. En effet, les surfaces de contact entre deux mèches chaîne et trame sont importantes et il existe des efforts résiduels de tissage au sein du renfort. Dans notre modèle, ces efforts résiduels ne sont pas considérés et le faible nombre d'éléments décrivant les surfaces de contact ne permet pas de prendre en compte des surfaces de contact effectives importantes. Ainsi, quand les deux éléments en vis-à-vis ne sont pas parfaitement parallèles, la surface de contact entre eux est réduite, diminuant de ce fait les efforts de frottement.

Dans l'étude du taffetas de verre qui sert de support pour la présentation de notre modèle, l'identification de la rigidité longitudinale des mèches se fait de manière unique puisque les deux réseaux chaîne et trame sont constitués des mêmes mèches et que l'embuvage est le

même. Dans le cas général où ce n'est pas le cas, cette identification doit être faite pour chaque réseau indépendamment.

4.2. *Essai de flexion d'une mèche*

Lors de la mise en forme de renforts fibreux, leur faible rigidité en flexion leur permet de se déformer selon ce mode relativement facilement avec des efforts faibles. La rigidité en flexion est à ce titre souvent négligée lors des simulations. Par contre, il a été montré que celle-ci influait grandement sur la formation des plissements [HAM07b]. Notre modélisation ayant pour objectif de les prédire, il est important que les mèches qui constituent le renfort aient une rigidité de flexion réaliste. Une identification de ce paramètre est alors nécessaire. Dans le modèle que nous proposons, la rigidité de flexion dans la direction longitudinale est gouvernée, quand elle existe (éléments de coque), par l'épaisseur h et la largeur c de l'élément et par le module d'élasticité du matériau E_1 . Ainsi, dans la direction longitudinale le moment fléchissant M_1 est donné en fonction de la courbure χ_1 par la relation :

$$M_1 = \frac{ch^3 E_1}{12} \chi_1 \quad (4.2)$$

Le but de cette identification étant plus de déterminer un ordre de grandeur pour la rigidité de flexion des mèches que de caractériser précisément un tissu, nous nous sommes servis des résultats expérimentaux obtenus par Giraud [GIR10] concernant les renforts fibreux. Ces essais ont été effectués à l'aide d'un dispositif expérimental du type du flexomètre standard à plan incliné.

Afin de limiter le temps de calcul de chaque simulation, une seule mèche (chaîne, pour fixer les idées) a été prise en compte. Cette mèche unique a été prise de longueur égale à la longueur de surplomb constatée expérimentalement (Figure 4.2.a). Afin que la densité surfacique soit équivalente à celle du renfort utilisé expérimentalement, la masse des morceaux de mèche de trame en regard de la mèche chaîne a été prise en compte (Figure 4.2.b). Une masse volumique corrigée considérant la masse des morceaux de mèche de trame a alors été définie pour les éléments de mèche chaîne concernés (Figure 4.2.c). Les noeuds d'une extrémité de la mèche ont été encastrés et un champ de gravité a été appliqué à la mèche.

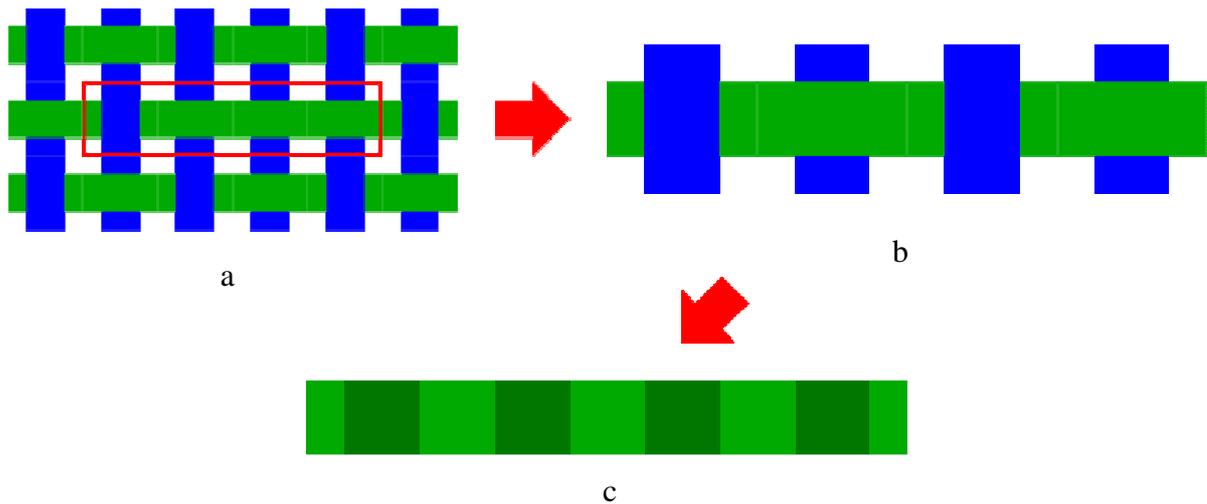


Figure 4.2 - Obtention du modèle de mèche pour l'étude de la flexion

Les profils déformés du renfort déterminé expérimentalement et de la mèche obtenu par simulation sont présentés Figure 4.3. Dans notre modèle, le produit chE_1 définit la rigidité de la mèche. Sa rigidité de flexion étant proportionnelle au produit ch^3E_1 , c'est l'épaisseur des éléments de mèche h qui va servir de paramètre pour l'identification de cette rigidité. L'épaisseur h ayant permis d'identifier la déformée en flexion est alors $h = 0.04mm$. On peut noter que l'encastrement semble plus rigoureux dans le cas de la simulation. Expérimentalement, la tangente à l'encastrement ne semblant pas horizontale pour le profil déformé, on peut se demander si le renfort n'a pas été trop comprimé ou endommagé à cet endroit. De plus, l'extrémité du profil expérimental semble indiquer que l'angle du plan incliné est supérieur à $41,5^\circ$. Ces deux points peuvent être imputables au traitement des images ayant permis d'identifier le profil et au seuillage permettant d'extraire celui-ci. Cependant, malgré des différences notables entre les deux profils, l'identification de l'ordre de grandeur de la rigidité de flexion a pu être effectuée.

La détermination du paramètre d'épaisseur de la mèche h détermine la rigidité de flexion de la mèche dans la direction transversale puisque la longueur de la partie "courbe" est fixée et que sa rigidité dans la direction transverse est déterminée par identification du comportement en cisaillement du renfort (voir section 4.3). Cela ne pose pas de problème puisque, dans notre modèle, les mèches sont décrites par un seul élément dans leur largeur, la flexion dans la direction transverse étant ainsi rendue impossible. Dans la réalité, les mèches étant composées de fibres parallèles, leur caractérisation en flexion dans la direction transverse du plan du renfort n'a d'ailleurs pas de sens.

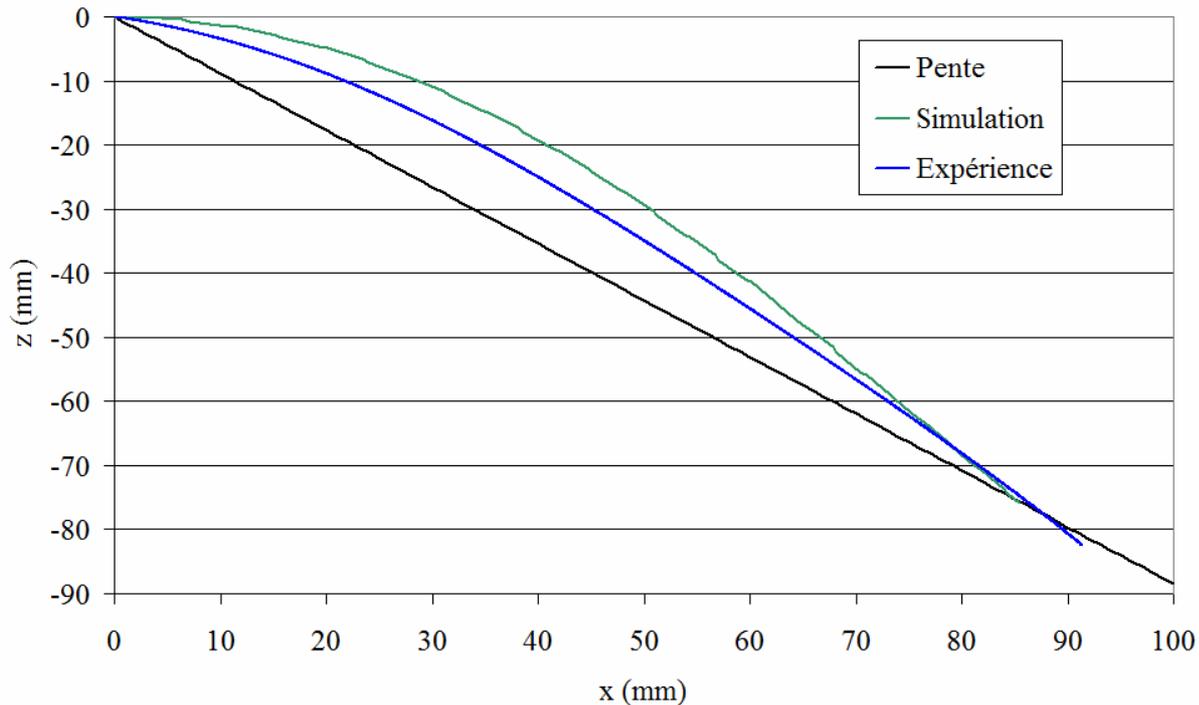


Figure 4.3 - Comparaison entre les profils déformés en flexion

De la même manière que pour l'identification de la rigidité de tension des mèches, l'identification des paramètres des mèches en flexion doit être effectuée pour chaque réseau si ceux-ci ne sont pas constitués des mêmes mèches.

4.3. Simulation de l'essai de cisaillement à l'échelle mésoscopique

4.3.1. Choix du motif élémentaire de tissage

Dans le cas du taffetas, deux CER ou motifs de tissage sont envisageables pour l'étude mésoscopique du renfort. Ceux-ci ont déjà été présentés Figure 2.19. Badel a montré que si les deux CER permettent l'étude du comportement du tissu en traction biaxiale, la CER de type 2 est préférable pour l'étude du comportement en cisaillement [BAD08c]. En effet, dans le cas de l'utilisation de la CER de type 1 certaines zones situées à la frontière du motif ne sont pas matérielles. Lors du cisaillement, des contacts doivent apparaître dans ces zones entre des mèches du motif et des mèches extérieures à ce dernier. Leur prise en compte est alors complexe. Nous utiliserons donc une CER de type 2 présenté Figure 4.4 pour laquelle les conditions aux limites sont définies sur des zones matérielles du renfort.

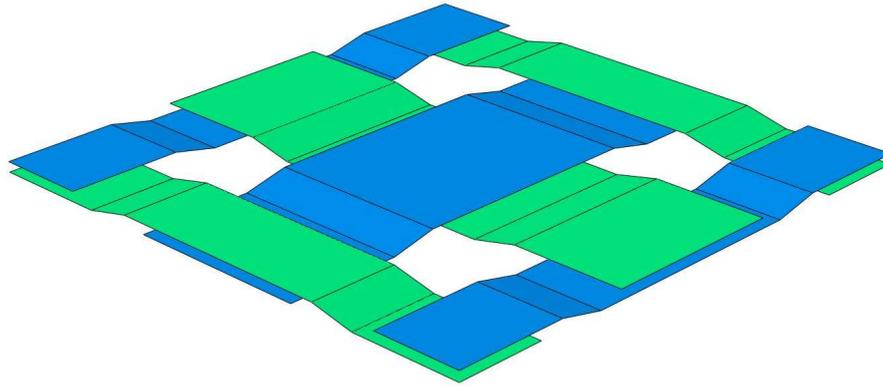
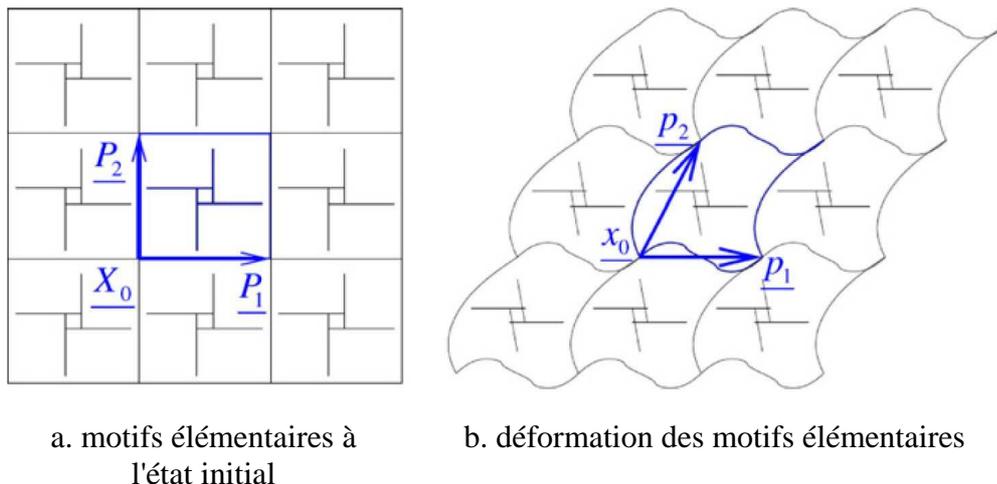


Figure 4.4 - Modèle mésoscopique simplifié pour l'étude du cisaillement à l'échelle mésoscopique

4.3.2. Conditions aux limites

Les conditions aux limites à imposer sur une CER de renfort dans le cadre d'une étude mésoscopique doivent permettre d'imposer la cinématique de la déformation de cisaillement tout en traduisant la périodicité du motif [BAD07]. Deux types de conditions aux limites sont alors appliquées (Figure 4.5) : des conditions imposant la cinématique macroscopique du cisaillement et des conditions de périodicité.



a. motifs élémentaires à l'état initial

b. déformation des motifs élémentaires

Figure 4.5 - Conditions aux limites appliquées à un motif élémentaire [BAD07]

Les conditions imposant la déformation macroscopique sont appliquées pour chaque mèche en un point de chaque extrémité. Ces noeuds, qui ne coïncident pas avec des noeuds du maillage des mèches, se situent dans le plan médian du renfort et sont indiqués par des points rouges Figure 4.6. Dans l'idéal, la déformation macroscopique du motif est imposée par les seuls noeuds situés aux coins de la CER (LUnC, LUpC, RUnC et RUpC). Cependant, utilisant une résolution explicite (quasi statique) dans le cadre de la méthode des éléments finis et ayant une description grossière des surfaces de contacts, un déplacement de corps rigide de la mèche centrale important peut apparaître. La décision a donc été prise d'imposer la cinématique macroscopique également à celle-ci par l'intermédiaire des noeuds RB1 et LB1 pour la mèche chaîne (UpB1 et UnB1 pour la mèche trame centrale). Cette solution ne surcontraint pas exagérément le modèle puisque le déplacement imposé au noeud milieu de la section de la mèche correspond au déplacement subit par celui-ci comme on peut l'apercevoir

Figure 2.21.b. Si les noeuds des coins du motif correspondent dans le plan à des noeuds du maillage, ce n'est pas le cas des noeuds destinés à entraîner la mèche centrale. Dans ce but, les relations suivantes concernant, par exemple, les noeuds 23 et 24 doivent être satisfaites :

$$\frac{1}{2}(u_i^{23} + u_i^{24}) = u_i^{LB1} \Leftrightarrow x_i^{23} + x_i^{24} = 2x_i^{LB1} \quad \text{pour } i = 1 \text{ à } 3 \quad (4.3)$$

u représentant les déplacements, x la position des noeuds et i le degré de liberté concerné, les degrés de liberté 1 à 3 correspondant aux translations et ceux de 4 à 6 aux rotations.

Les conditions de périodicité, quant à elles, sont imposées aux autres noeuds des extrémités et des bords des mèches. Les noeuds appartenant à deux sections extrêmes d'une même mèche, opposés deux à deux, doivent avoir des déplacements (et rotations dans le cas des coques) égaux par rapport aux noeuds imposant la cinématique de la déformation. Ainsi, par exemple, sur la Figure 4.6 les relations suivantes concernant les noeuds 14 et 24 qui se correspondent doivent être satisfaites :

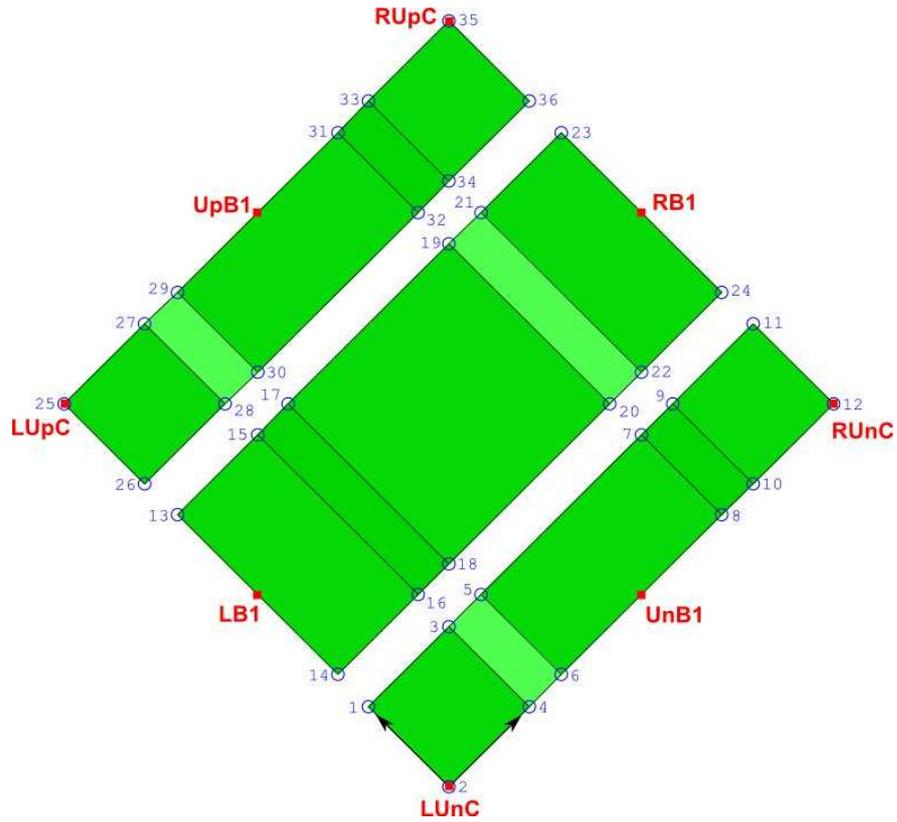
$$\begin{aligned} u_i^{24} - u_i^{14} = 0 &\Leftrightarrow x_i^{24} - x_i^{14} = x_i^{RUnc} - x_i^{LUnc} \quad \text{pour } i = 1 \text{ à } 3 \\ u_i^{24} - u_i^{14} = 0 &\Leftrightarrow x_i^{24} - x_i^{14} = 0 \quad \text{pour } i = 4 \text{ à } 6 \text{ dans le cas des coques} \end{aligned} \quad (4.4)$$

De la même manière, afin d'assurer la périodicité des mèches dans la direction transverse dans le plan des mèches, le même type de relations que celles présentées précédemment (4.4) doivent être satisfaites. Ainsi, par exemple, les noeuds 6 et 29 sont reliés par les équations :

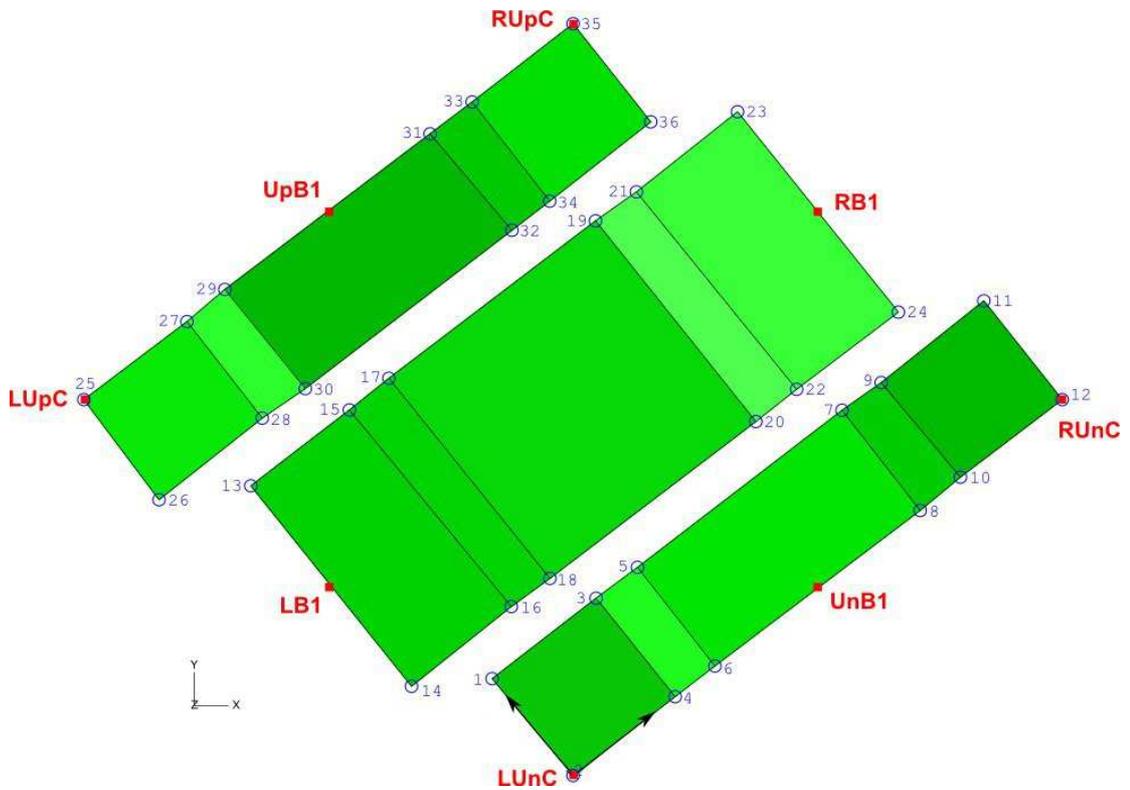
$$\begin{aligned} u_i^{29} - u_i^6 = 0 &\Leftrightarrow x_i^{29} - x_i^6 = x_i^{LUpc} - x_i^{LUnc} \quad \text{pour } i = 1 \text{ à } 3 \\ u_i^{29} - u_i^6 = 0 &\Leftrightarrow x_i^{29} - x_i^6 = 0 \quad \text{pour } i = 4 \text{ à } 6 \text{ dans le cas des coques} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Enfin, seuls les déplacements nodaux sont imposés aux noeuds du maillage situés aux coins du motif. Dans le cas de l'utilisation d'éléments de coque, les relations (4.4) et (4.5) concernant les rotations nodales doivent être appliquées à ces noeuds.

Dans ABAQUS, les commandes *EQUATION et *MPC permettent de spécifier des relations entre les degrés de libertés des noeuds. Ainsi, les relations du type de la relation (4.3) ont été définies grâce à la commande *MPC du type SLIDER permettant ainsi aux noeuds 23, 24 et RB1 (par exemple) de rester alignés. Les relations (4.4) et (4.5) sont quant à elles imposées grâce à la commande *EQUATION.



a. état au repos



b. état cisailé

Figure 4.6 - Mèches de chaîne de la CER, leurs noeuds (cercles bleu) et les noeuds permettant d'imposer les conditions aux limites macroscopiques (points rouges)

4.3.3. Résultats

4.3.3.1. Module de cisaillement dans le plan de la mèche

Lors de nos simulations, nous avons étudié l'influence de la rigidité en cisaillement dans le plan de la mèche. Cette rigidité qui est due aux frottements longitudinaux entre fibres est relativement faible. En effet, les mèches utilisées pour le renfort que nous avons étudié sont constituées de fibres parallèles assemblées sans torsion. Leur cohésion est donc faible. Il en est donc de même pour le module de cisaillement qui doit de toute façon être faible devant les modules d'élasticité longitudinal et transversal de la mèche.

Il a été montré expérimentalement par Dumont et al. [DUM03b] que lors de la déformation en cisaillement des renforts tissés, les sections transverses des mèches restent perpendiculaires à la direction des fibres (Figure 4.7). Pour ce faire, ils ont tracé des lignes suivant les directions chaîne et trame du renfort au repos. Compte tenu du tissage, en parcourant une de ces droites sur sa longueur, le trait décrit successivement (pour un taffetas) la direction des fibres d'une mèche puis la section transverse d'une mèche de l'autre réseau. Après cisaillement, les deux réseaux de droites restées perpendiculaires en leurs intersections montrent qu'il n'y a pas de cisaillement à l'intérieur de la mèche et donc que les sections transverses des mèches restent droites et perpendiculaires à la direction des fibres. Ce résultat implique que les mèches ne sont pas cisillées dans le plan du renfort malgré leur faible rigidité de cisaillement.

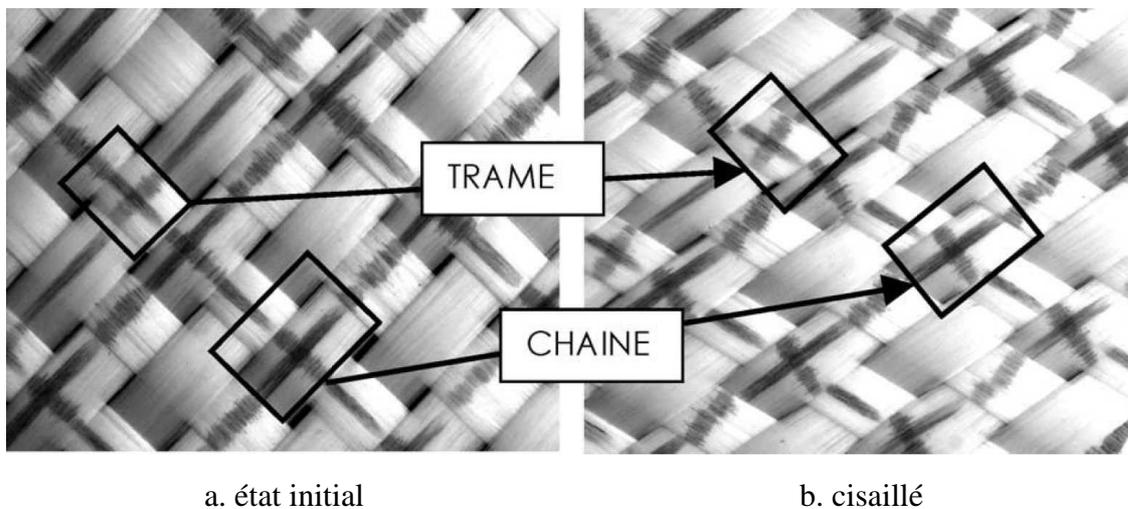
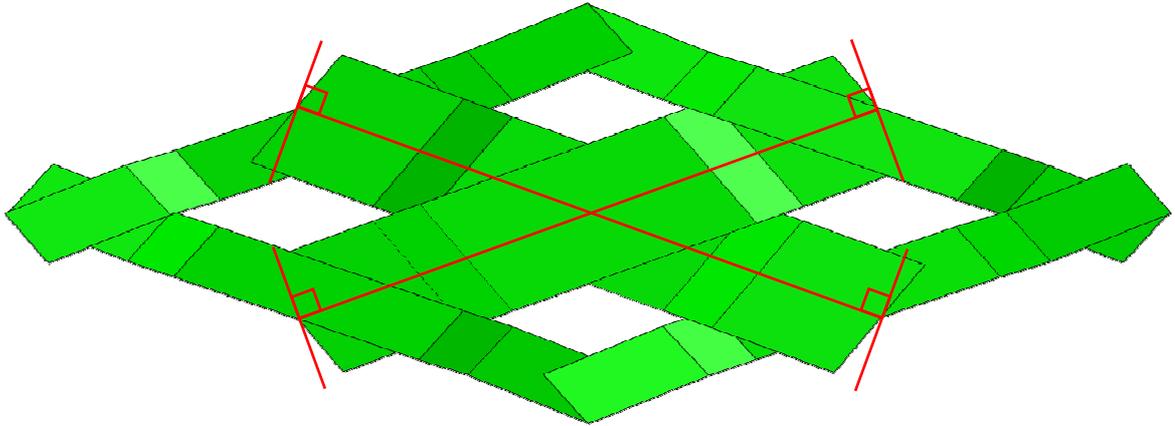


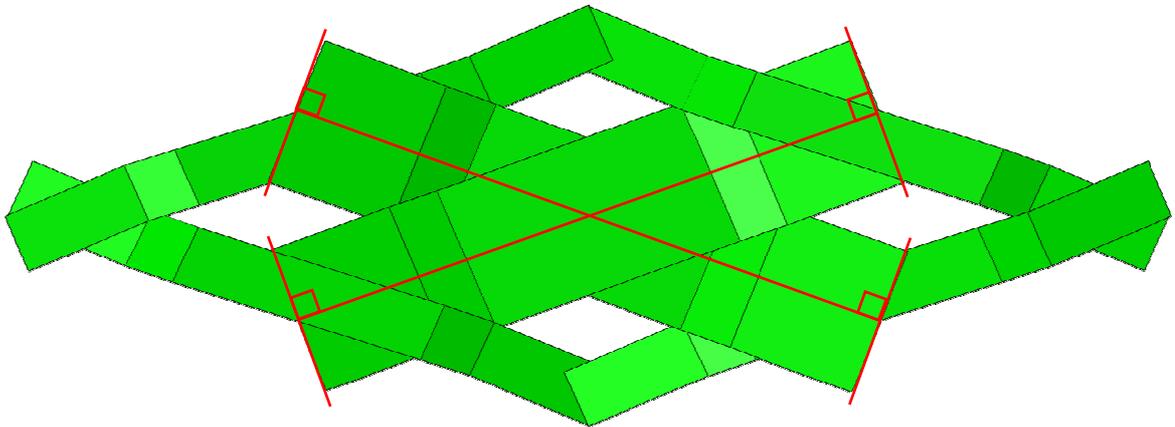
Figure 4.7 - Vue mésoscopique d'un taffetas sur lequel ont été tracées les directions des mèches chaîne et trame [DUM03b]

Lors d'une simulation d'essai de cisaillement d'un renfort, le cisaillement des mèches ne doit donc pas être un mode de déformation influant. Le module de cisaillement du matériau constituant les mèches doit alors être assez important pour que celles-ci ne soient pas cisillées dans le plan mais il doit tout de même rester faible devant les modules d'élasticité longitudinal et transversal. Dans les conditions aux limites que nous imposons, la section de la mèche (qui doit rester droite) est libre de s'orienter dans n'importe quelle direction par rapport à la ligne moyenne de la mèche. Le fait qu'elle reste perpendiculaire à cette ligne moyenne

traduit le fait que la raideur en cisaillement de la mèche est suffisante pour qu'elle soit entraînée en rotation (Figure 4.8.b) plutôt que cisailée (Figure 4.8.a).



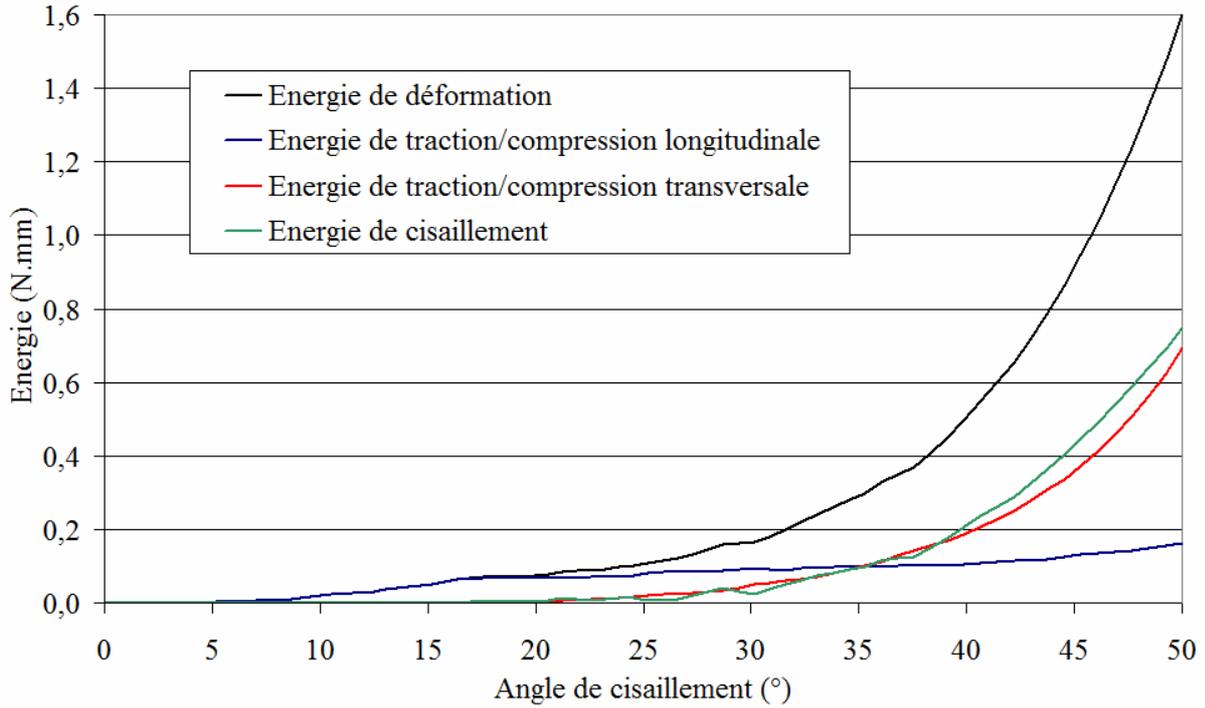
a. rigidité de cisaillement trop faible entraînant le cisaillement de la mèche



b. rigidité de cisaillement suffisante permettant l'entraînement en rotation des mèches

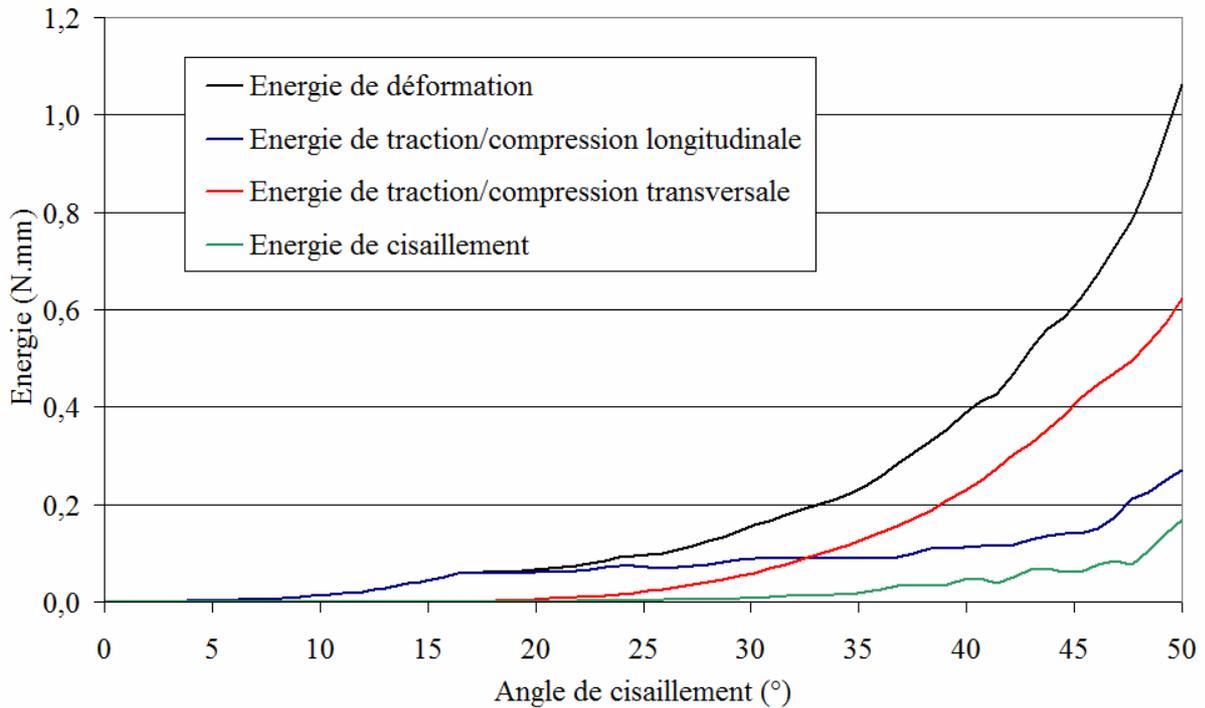
Figure 4.8 - Influence de la rigidité de cisaillement

La détermination de la rigidité en cisaillement de la mèche peut être également effectuée par la considération des énergies de déformation (Figure 4.9). Lorsque la rigidité de cisaillement est trop faible (Figure 4.9.a), ce mécanisme de déformation est privilégié. L'énergie de cisaillement est alors importante, étant ici du même ordre de grandeur que la compaction transversale. Lorsque la rigidité de cisaillement est suffisante (Figure 4.9.b), la déformation de la mèche en cisaillement est limitée, ce qui conduit à une énergie de cisaillement faible par rapport à l'énergie de compaction transversale.



a. rigidité de cisaillement trop faible

La part de l'énergie de cisaillement dans l'énergie de déformation totale est importante.



b. rigidité de cisaillement suffisante

La part de l'énergie de cisaillement reste faible.

Figure 4.9 - Influence de la rigidité sur l'énergie de cisaillement

4.3.3.2. Loi de comportement dans la direction transversale

Lors du cisaillement du motif, la compaction des mèches dans la direction transverse du plan de cisaillement est le mécanisme de déformation prépondérant. En effet, les mèches ne sont pas étirées si ce n'est par conséquence du changement d'ondulation dû à la variation des surfaces de contact. Nous avons également souligné à la section précédente que les mèches se déforment peu par cisaillement. Nous montrerons que ces hypothèses sont bien vérifiées en étudiant les énergies mises en jeu pour chaque mode de déformation section 4.3.3.3.

Puisque le cisaillement dans le plan fait essentiellement intervenir le comportement transverse de la mèche, ce dernier sera identifié grâce à l'effort de cisaillement normalisé défini section 2.1.2.2.2. Celui-ci est calculé à partir de l'énergie de déformation du motif et des déplacements des coins de ce dernier. Les données expérimentales utilisées pour l'identification sont celles issues du benchmark international effectué par Cao et al. [CAO08]. Nous avons identifié des résultats proposés deux courbes enveloppant les résultats des différentes équipes : celle de Hong Kong University of Science and Technology (HKUST) et celle de Northwestern University (NU). Parmi les résultats proposés lors de ce benchmark, nous avons écarté ceux du Laboratoire de Mécanique des Systèmes et des Procédés (LMSP), de l'University of Massachusetts Lowell (UML) et de la Katholieke Universiteit Leuven (KUL 1st.) parce que le début des courbes proposées traduit une tension initiale des mèches importante. Les résultats de cette dernière équipe (KUL 1st.) et (KUL 3rd.), qui propose des courbes sur une plage d'angles de cisaillement plus restreinte, ont également été écartés. La courbe de l'effort de cisaillement normalisé, calculé grâce à la relation (2.4), est présentée Figure 4.10.

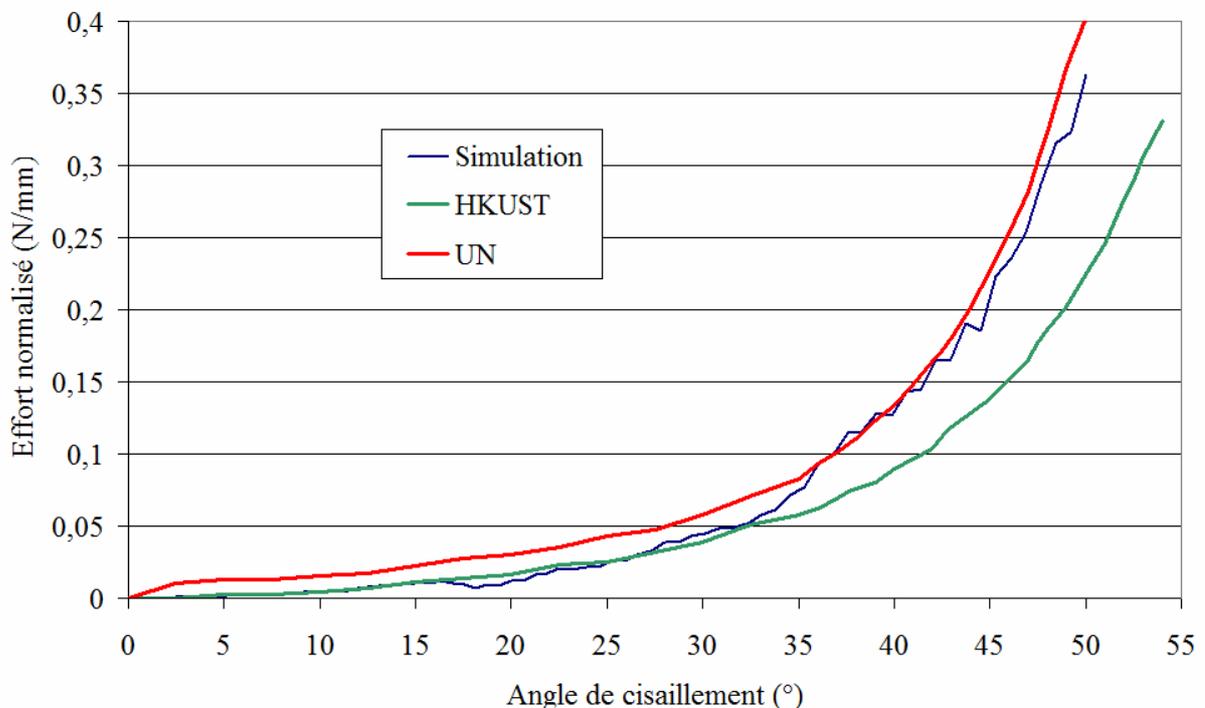


Figure 4.10 - Effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement de la CER

Pour des angles de cisaillement allant jusqu'à 15° , les mèches ont essentiellement un mouvement de rotation. Les deux éléments de chaîne et de trame superposés modélisant chacun la partie courbe d'une mèche tournent dans des plans parallèles (Figure 4.11.a). Entre 15° et 20° , on constate une légère chute de l'effort imputable au changement des conditions de contact entre les mèches. En effet, les éléments modélisant la partie droite des mèches chaîne et trame rentrent en contact (Figure 4.11.b). La compaction transversale des mèches commence alors, faisant augmenter l'effort de manière exponentielle. Les conditions de contact provoquent alors des perturbations passagères qui se traduisent par une courbe qui devient moins lisse qu'en début de simulation.

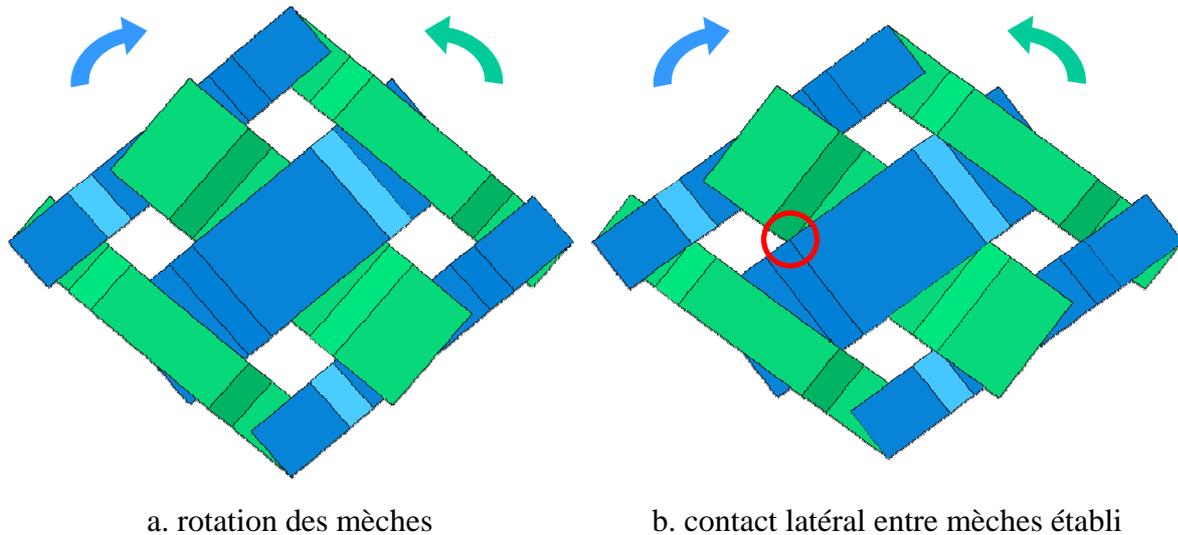


Figure 4.11 - Phases de l'essai de cisaillement

La loi de comportement telle que nous l'avons définie section 3.3.1 permettant d'identifier la courbe d'effort de cisaillement normalisé à l'échelle de la CER n'est pas unique. En effet, plusieurs quadruplets (c, C_0, n', p') permettent l'identification de cette courbe.

4.3.3.3. Energies mises en jeu

Afin de s'assurer que les phénomènes mis en jeu sont ceux observés expérimentalement, l'énergie de déformation du renfort a été décomposée de manière à faire apparaître les phénomènes de traction dans la direction des fibres, la compaction transverse ainsi que le cisaillement interne aux mèches. Cette décomposition est présentée Figure 4.12.

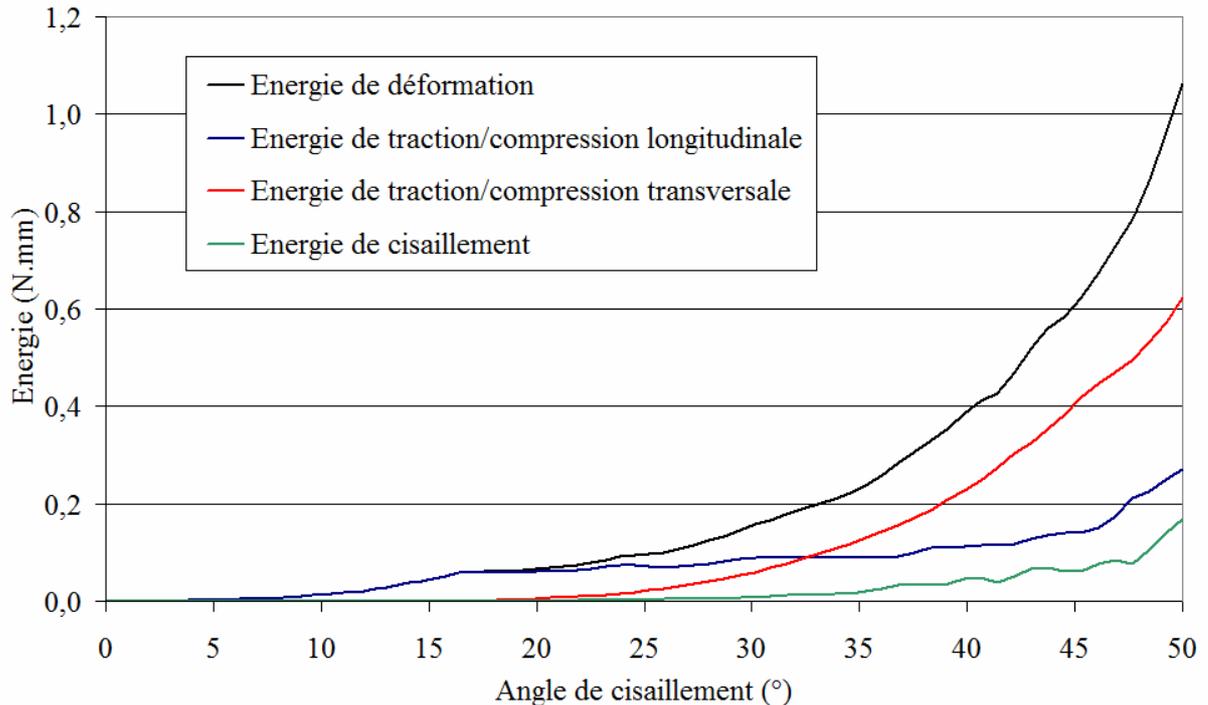


Figure 4.12 - Energies de déformation mises en jeu lors de la simulation du cisaillement d'une CER

Il apparaît qu'en début de simulation, ce sont d'abord les phénomènes de traction qui rentrent en jeu, permettant la rotation des mèches. Lorsque les contacts latéraux entre mèches apparaissent (entre 15° et 20°), les phénomènes de compaction transverse augmentent de façon exponentielle, prenant rapidement le dessus sur la traction longitudinale. L'entrée en jeu de la compaction transverse coïncide avec celle du cisaillement. En effet, la compaction favorise le cisaillement de la mèche. La compaction reste cependant prépondérante devant les autres modes de déformation. Nous verrons section 4.4.3 que cela est d'autant plus vrai pour des échantillons de renfort plus grands. Nous attribuons cette différence aux nombreuses contraintes appliquées au motif pour satisfaire les conditions aux limites par rapport aux faibles possibilités de déformation de celles-ci à cause du faible nombre d'éléments décrivant chaque mèche.

4.4. Simulation de l'essai de cisaillement de cadre

4.4.1. Conditions aux limites

Lors d'un essai expérimental de cisaillement de cadre, l'échantillon de tissu est fixé au niveau des bords du cadre. Les extrémités des mèches sont alors contraintes à rester sur le cadre (mouvement dans le plan de cisaillement) et ne peuvent pas se déplacer selon la direction perpendiculaire. Les conditions aux limites correspondantes baptisées "CL4" sont illustrées Figure 4.13.

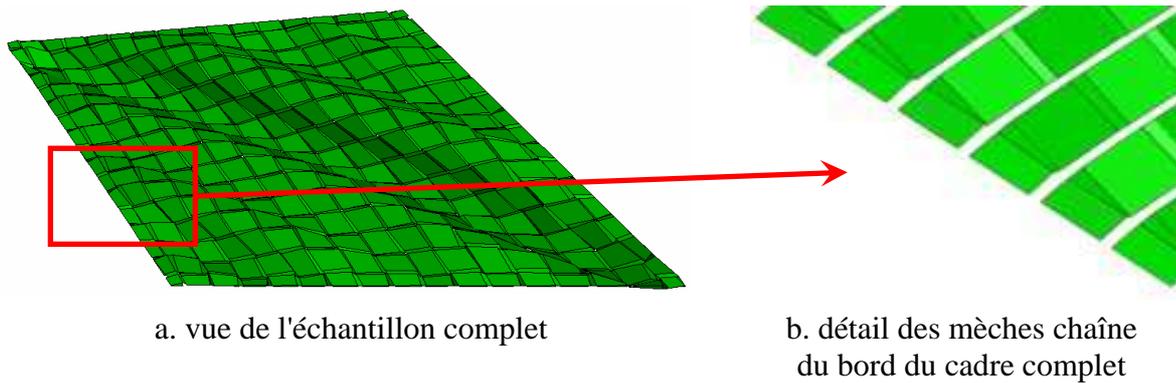


Figure 4.13 - Conditions aux limites "CL4"

Macroscopiquement, ces conditions aux limites sont tout à fait représentatives de l'essai expérimental. Cependant, si l'on observe la déformation subie par les mèches au bord du cadre, on peut constater qu'elles fléchissent dans le plan pour s'accommoder de la déformation imposée. Ce phénomène est également observable expérimentalement [DUM03a, DUM03b, WIL08a, ZHU07a] comme le montre la Figure 4.14.

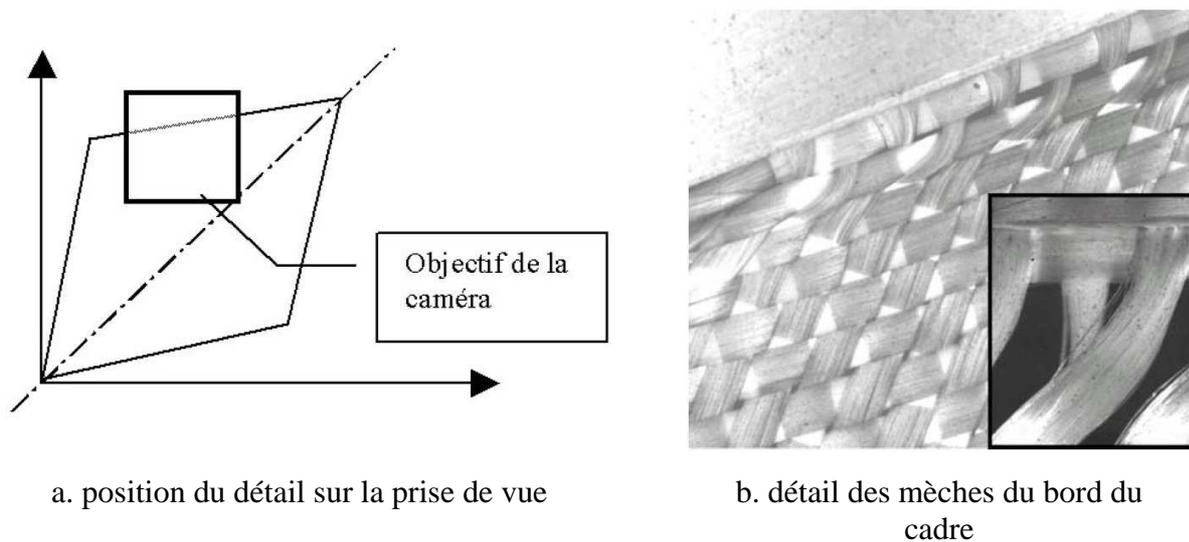


Figure 4.14 - Flexion des mèches au bord du cadre de cisaillement [DUM03a]

Ce phénomène très localisé n'influe pas beaucoup sur les résultats expérimentaux étant donnée la faible rigidité en flexion des mèches. Lors de la simulation, ce phénomène fait intervenir la flexion des mèches mais aussi le cisaillement dans le plan de celles-ci. Pour le minimiser lors des expérimentations, les extrémités des mèches sont parfois noyées dans une matrice souple avant d'être fixées aux mors. Les mèches peuvent ainsi tourner plus facilement sans fléchir. Avec ces astuces expérimentales, on se rapproche de la situation idéale pour laquelle tout se passe comme si chaque mèche était en liaison pivot avec le cadre à ses extrémités. Les conditions aux limites correspondantes baptisées "CL2" sont illustrées Figure 4.15. Ces conditions aux limites permettent de comparer plus aisément des simulations de tissus de tailles différentes puisque les "effets de bords" précédemment mentionnés (flexion des mèches et éventuellement cisaillement) sont minimisés. Dans nos simulations d'essai de

cadre à l'échelle macroscopique, nous utiliserons donc les conditions aux limites de type "CL2".

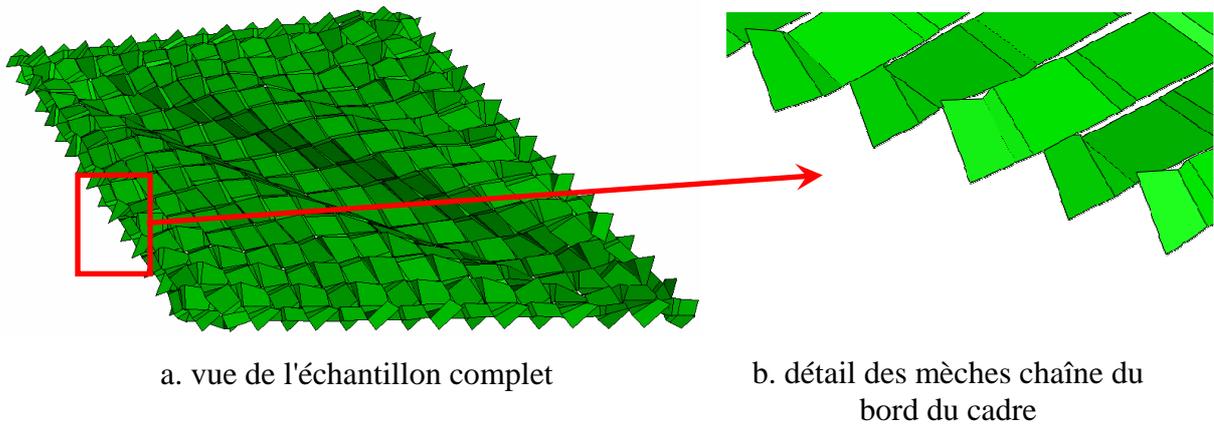


Figure 4.15 - Conditions aux limites "CL2"

4.4.2. Résultats

Comme nous l'avons déjà mentionné section 4.3.3.2, la simulation du cisaillement d'un motif élémentaire de tissage ne permet pas de déterminer de manière unique le quadruplet (c, C_0, n', p') définissant le comportement transverse des mèches. Lorsque l'on considère un motif élémentaire de tissage, le plissement du renfort n'est pas pris en compte. Or celui-ci intervient quand l'énergie à fournir pour continuer de compacter transversalement les mèches est supérieure à celle permettant le flambement des mèches et donc le plissement du tissu (Figure 4.16). L'angle de cisaillement à atteindre pour voir apparaître les plissements est alors une donnée supplémentaire pour identifier la loi de comportement des mèches.

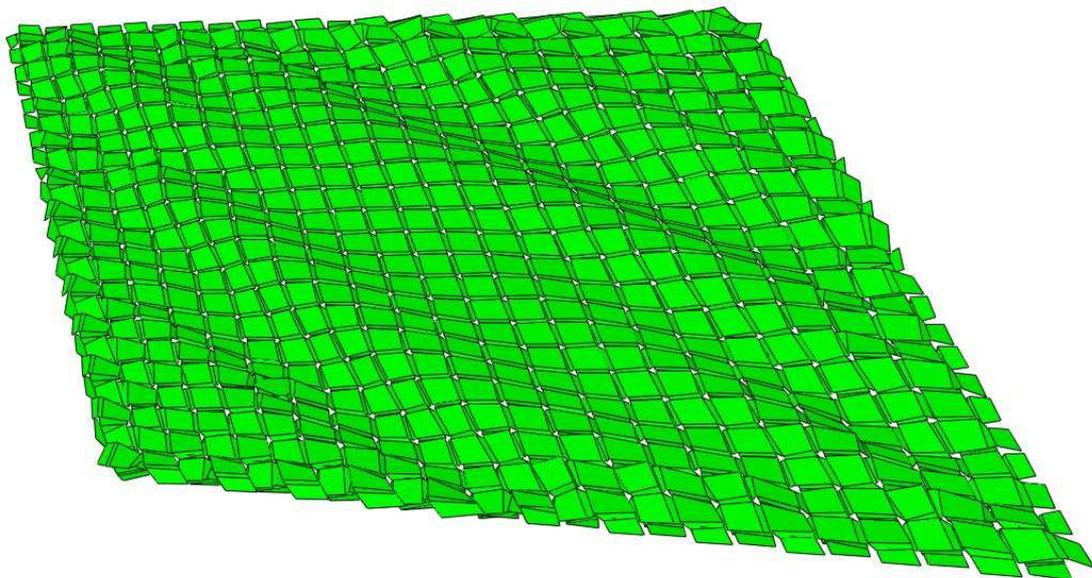


Figure 4.16 - Cisaillement d'un renfort de taffetas de 24x24 mèches

Lorsque l'on cisaille le renfort, l'effort initial nécessaire à la déformation reste relativement faible jusqu'à ce que l'angle de blocage soit atteint. Cette faible résistance peut

alors être traduite dans le modèle soit par une absence de contacts entre mèches dans la direction transverse du plan soit par la présence de ces contacts mais une rigidité transverse initiale des mèches faible. Dans le premier cas, le paramètre de largeur de mèche c est alors inférieur au paramètre de longueur l de la partie "courbe" de la mèche (Figure 3.6). Dans le second cas, le triplet (C_0, n', p') définissant le comportement transverse des mèches conduit à une évolution de l'effort de compaction en fonction de la déformation transverse fortement non linéaire. Plusieurs couples largeur / comportement transverse de la mèche permettant d'identifier les résultats expérimentaux grâce à une simulation de cisaillement d'une CER, l'angle d'apparition des plissements permet de lever cette indétermination et d'identifier le quadruplet (c, C_0, n', p') .

Si la détermination d'un quadruplet (c, C_0, n', p') permettant l'identification de la courbe d'effort de cisaillement normalisé est relativement aisée, la détermination du quadruplet permettant d'identifier à la fois cette courbe et l'angle d'apparition des plissements est plus difficile. Ainsi, la courbe présentée Figure 4.17 correspond bien aux courbes déterminées expérimentalement mais aucun plissement n'apparaît, bien que la simulation ait été menée jusqu'à un angle de 70° . On peut observer sur cette courbe un saut de l'effort normalisé de cisaillement autour de 45° . Ce saut peut s'expliquer par le fait que pour cet angle de cisaillement, les conditions de contact entre mèches deviennent plus sévères, entraînant une instabilité numérique. C'est à partir de cet angle que les mèches se compactent de manière importante.

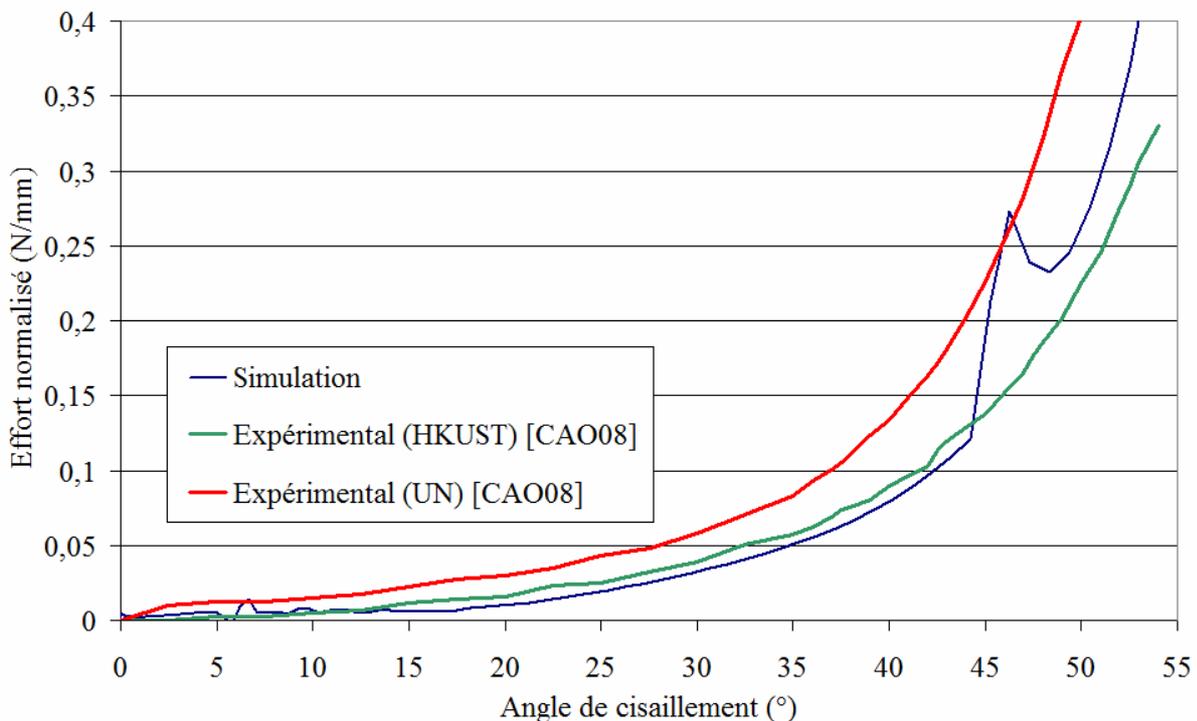


Figure 4.17 - Effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement lors de la simulation de l'essai de cadre

Afin d'étudier les raisons de l'absence de plissements du renfort lors de la simulation du cisaillement de cadre, la rigidité de flexion a été diminuée en divisant par 400 l'épaisseur

structurale des mèches. Ainsi, leur flexion est facilitée, ce qui leur permet de flamber plus facilement. La courbe d'effort de cisaillement normalisé correspondante est présentée Figure 4.18. Elle présente alors une croissance beaucoup plus faible que celle présentée Figure 4.17, le cisaillement pour des angles faibles imposant aux mèches de se déformer principalement en flexion. A partir de l'angle de blocage, compris entre 40° et 50° , on observe une forte croissance de l'effort de cisaillement normalisé, les plissements, quand à eux, n'apparaissant que pour un angle de cisaillement de 68° . Dans le cas du taffetas de verre étudié, le quadruplet ($c = 3.0\text{mm}$, $C_0 = E_1 / 10^5$, $n' = 0$, $p' = 7$) a alors pu être déterminé.

L'angle de cisaillement de 68° peut sembler être un angle de blocage en cisaillement du renfort élevé. Dans l'étude utilisée comme référence pour les résultats expérimentaux, l'angle de blocage pour lequel la compaction transverse des mèches apparaît est situé autour de 45° [CAO08]. Si les plissements apparaissent pour un angle de cisaillement supérieur à ce dernier, ils n'est pas indiqué s'ils sont apparus pour un angle inférieur à 60° , angle jusqu'auquel les essais de cisaillement ont été conduits. Dans une autre étude menée par Long [LON02], l'angle d'apparition des plissements est situé entre 60° et 68° selon le taffetas de verre considéré. Enfin, on peut également souligner le fait que l'absence de compaction de la mèche dans l'épaisseur du renfort dans notre modèle rend le tissu moins souple que ce qu'il est réellement.

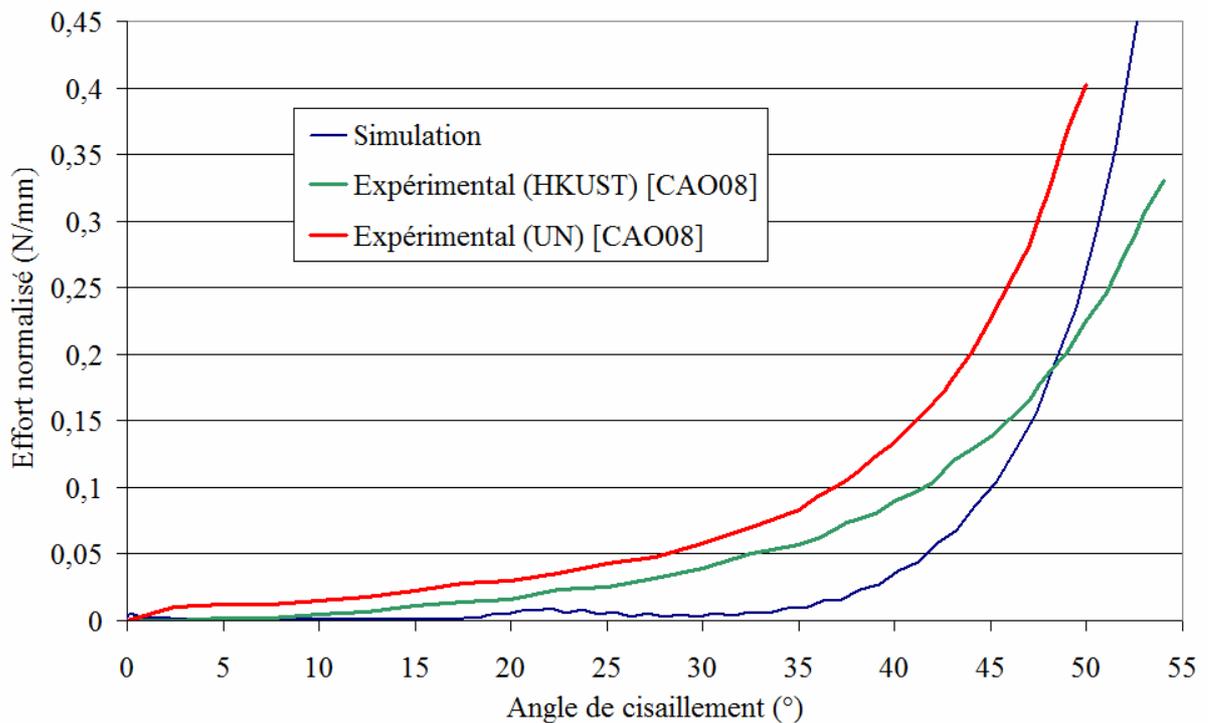


Figure 4.18 - Effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement lors de la simulation de l'essai de cadre

Les paramètres permettant l'identification du modèle mésoscopique de taffetas de verre sont donnés Tableau 4.3.

largeur des éléments de mèche	épaisseur des éléments de mèche	E_1^0	C_0	n'	p'	G_{12}
3,0 mm	0,04 mm	312500 MPa	1 MPa	0	7	3 MPa

Tableau 4.3 - Paramètres identifiés pour le modèle mésoscopique de taffetas de verre

4.4.3. Energies mises en jeu

Comme dans le cas de l'étude du cisaillement de la CER, la décomposition des énergies mises en jeu a été effectuée et est présentée Figure 4.19. L'observation des différentes énergies mises en jeu montre que l'énergie de compaction transverse tient une part beaucoup plus grande que lors de la simulation du cisaillement du motif de tissage. De l'énergie de tension apparaît en fin de simulation pour des angles de cisaillement supérieurs à 55°.

A la section 4.3.3.3 nous avons évoqué l'hypothèse que le nombre d'éléments décrivant le motif du renfort était trop faible par rapport aux nombreuses contraintes appliquées. En effet, lors de la simulation du cisaillement du motif élémentaire, des conditions aux limites contraignent 15% des noeuds et 80% des éléments. Lors de la simulation d'un essai de cisaillement de cadre comme celui présenté ici, si la proportion des noeuds contraints reste comparable à celle observée précédemment (10%), celle des éléments chute à 12%. L'influence des conditions aux limites est alors moindre dans ce dernier cas, expliquant que l'on obtienne des résultats plus conformes à ce qui est observé expérimentalement.

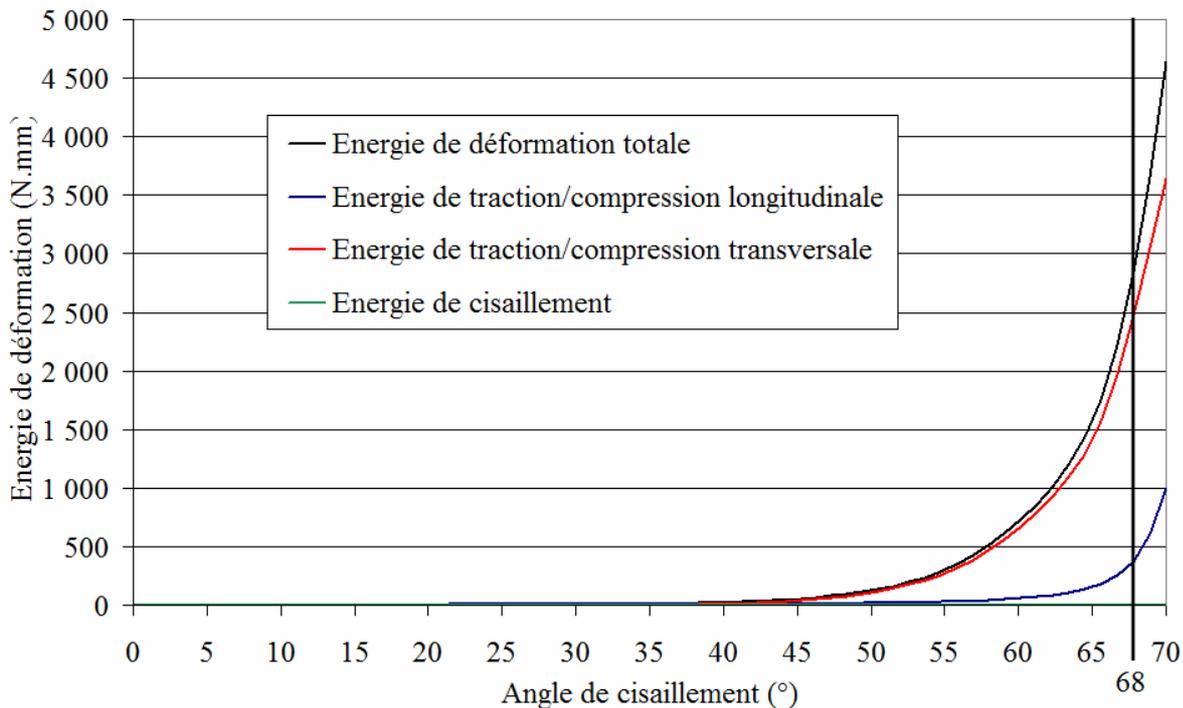


Figure 4.19 - Energies de déformation des mèches mises en jeu lors de la simulation de l'essai de cisaillement de cadre

4.5. Conclusion

L'identification du comportement élastique linéaire du matériau en traction s'effectue par un essai de traction d'une mèche seule. On vérifie lors de la traction dans le cas libre la valeur

de la rigidité de tension ainsi que la valeur de l'embuvage des mèches. Un essai de flexion utilisant un flexomètre standard à plan incliné permet d'évaluer l'ordre de grandeur de la rigidité de flexion des mèches, paramètre influant lors de la formation de plissements. Le comportement des mèches sous ces deux sollicitations effectué, l'identification du comportement du renfort en cisaillement constitue le coeur du problème. A l'échelle mésoscopique, l'identification est possible avec plusieurs jeux de paramètres. La simulation à l'échelle macroscopique permet alors de préciser le jeu de paramètres à partir de la détermination de l'angle d'apparition des plissements. Le cisaillement au sein de la mèche n'est, lui, pas un mécanisme de déformation prépondérant. Sa détermination est alors effectuée de manière à ce que les sections de la mèche restent orthogonales à sa ligne moyenne.

EN RESUME...

Afin d'identifier le comportement du matériau constitutif des mèches, les essais de traction uniaxiale, de flexion et de cisaillement de cadre sont utilisés. L'essai de traction d'une mèche permet d'identifier sa rigidité longitudinale et un essai de flexion permet de déterminer les paramètres géométriques permettant d'identifier sa rigidité de flexion. La simulation de l'essai de cisaillement d'une cellule élémentaire de tissage permet de déterminer la loi de comportement dans la direction transversale de la mèche et un critère permettant de déterminer le module de cisaillement du matériau est proposé. Enfin, l'essai de cisaillement de cadre permet de préciser les paramètres permettant d'identifier le comportement transverse des mèches grâce à l'identification de l'angle d'apparition des plissements.

5

Validation et simulation de la mise en forme

EN QUELQUES MOTS...

Le modèle proposé ayant été identifié, il est maintenant nécessaire de vérifier que ses prédictions s'avèrent conformes aux essais expérimentaux. La validation du comportement en cisaillement est ainsi effectuée et l'intérêt de la nature discrète de la modélisation est mis en évidence. Des simulations de mise en forme peuvent alors être menées.

5.1.	Validation	96
5.1.1.	Essai de traction biaxiale	96
5.1.2.	Simulation de l'essai de traction de biais	98
5.1.2.1.	Cinématique	98
5.1.2.2.	Effort de cisaillement	101
5.2.	Simulation de la mise en forme	105
5.2.1.	Simulation d'un emboutissage hémisphérique	105
5.2.2.	Simulation de mise en forme d'un double dôme	109
5.3.	Conclusion	116

5.1. Validation

Les paramètres du modèle que nous avons proposé ont pu être identifiés par des simulations en traction et en cisaillement à l'échelle mésoscopique et macroscopique. Nous allons maintenant présenter quelques simulations permettant sa validation. Ainsi, nous allons présenter des simulations de traction biaxiale et d'essai de traction de biais.

5.1.1. Essai de traction biaxiale

Pour effectuer une simulation de l'essai de traction biaxiale, on utilise le même type de conditions aux limites que pour les essais de cisaillement. La cinématique est pilotée par deux noeuds situés aux extrémités des mèches et des relations entre les degrés de liberté permettent d'assurer d'une part la périodicité du motif et d'autre part qu'il subisse bien de la traction biaxiale.

La Figure 5.1 présente la courbe d'effort par mèche en fonction de la déformation en traction du motif pour une traction équibiaxiale ($k=1$). Les courbes de traction d'une mèche seule et de traction biaxiale dans le cas libre ont également été tracées pour faciliter les comparaisons ainsi que les courbes obtenues expérimentalement par Buet [BUE98]. Sur la courbe obtenue par simulation, on remarque que la non linéarité pour les déformations faibles de la courbe de traction équibiaxiale est peu marquée, la courbe étant de ce fait proche de la courbe de traction d'une mèche seule. Cette courbe est ainsi relativement éloignée de celle obtenue expérimentalement.

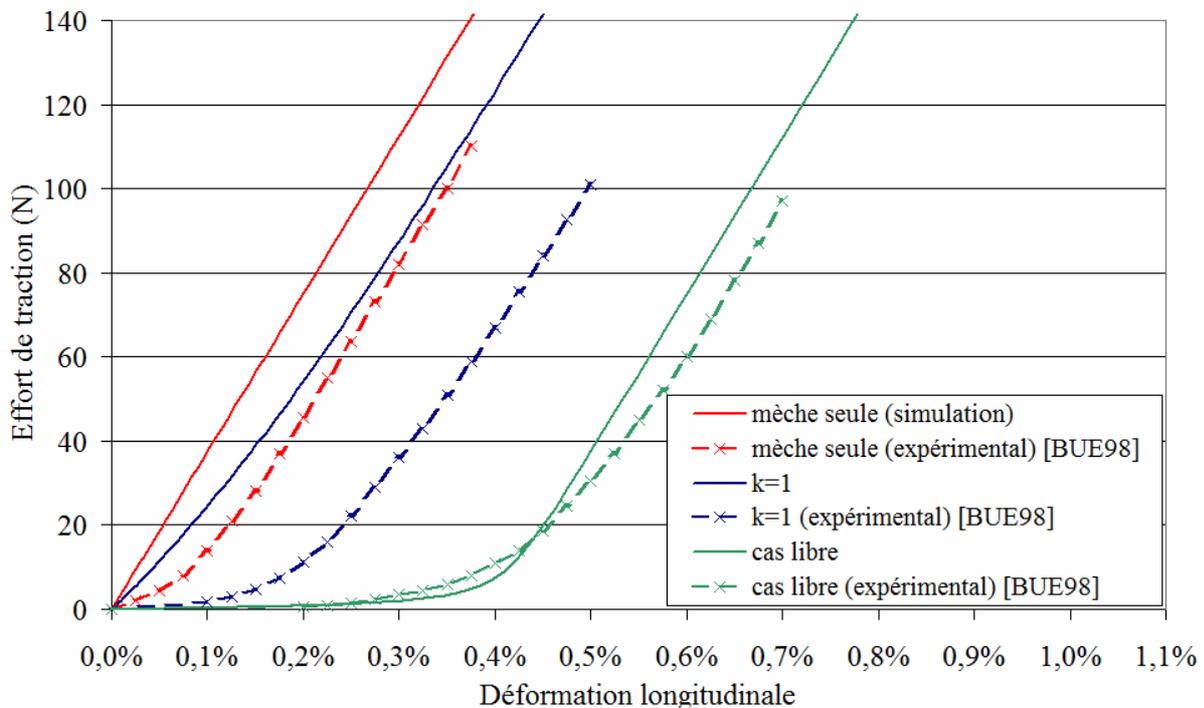


Figure 5.1 - Courbe d'effort en fonction de la déformation en traction biaxiale

La faible non linéarité de la courbe de traction équibiaxiale (ou de toute autre courbe autre que celles de traction d'une mèche seule ou de traction biaxiale dans le cas libre) s'explique

par l'absence de compaction de la mèche dans la direction de l'épaisseur du renfort. En effet, expérimentalement, cette non linéarité provient essentiellement de l'écrasement de la mèche et si, lors du cisaillement l'écrasement transverse dans le plan du tissu est prépondérant, c'est celui dans son épaisseur qui intervient majoritairement lors de la traction biaxiale. Les membranes ou coques utilisées dans notre modèle n'étant pas déformables dans cette direction, elle ne peuvent pas rendre compte de ce phénomène. L'introduction artificielle d'une non linéarité de tension compensant l'absence de compaction dans l'épaisseur des mèches n'est pas envisageable. En effet, dans le cas de la tension biaxiale, la réponse de la mèche est conditionnée par son état de déformation longitudinale mais aussi par la tension de la mèche de l'autre réseau qu'elle croise. Or dans le cas d'un traitement par éléments finis du problème, les deux mèches appartenant à des corps différents, le couplage n'est pas possible.

L'absence de compaction dans la direction de l'épaisseur du tissu n'est pas réductrice pour simuler la mise en forme des renforts puisque lors de ce processus, les mèches ne sont généralement pas ou peu tendues et que les tissus se déforment prioritairement en cisaillement plan et en flexion. La non linéarité que l'on observe malgré l'absence de compaction transverse des mèches lors de cette simulation est essentiellement due à la déondulation des mèches lors de leur traction. La trop grande rigidité du renfort en traction biaxiale peut également expliquer le fait que lors du cisaillement du renfort, les plissements apparaissent pour des angles relativement élevés. En effet, il a été montré expérimentalement que plus les mèches sont tendues plus l'angle d'apparition des plissement est élevé [BRE96, LAU08].

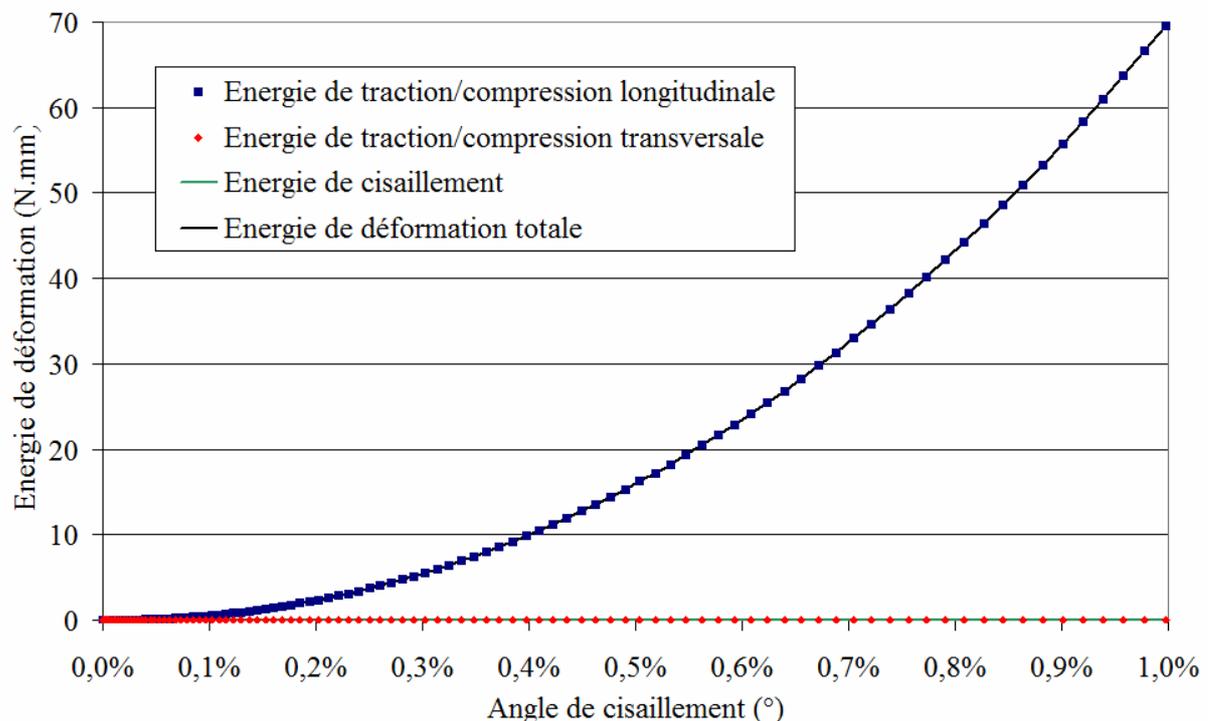


Figure 5.2 - Energies de déformation mises en jeu lors de la simulation de l'essai de traction biaxiale

On vérifie à partir des différentes énergies mises en jeu que l'énergie de tension est largement prépondérante (Figure 5.2). L'énergie de flexion qui intervient également lors de la traction biaxiale est alors négligeable. En effet, la raideur et la déformation de flexion sont très inférieures à la raideur et à la déformation de tension.

5.1.2. Simulation de l'essai de traction de biais

L'essai de traction de biais, brièvement présenté section 2.1.2.2.3, est un essai très utilisé pour la caractérisation des renforts tissés. Il fait intervenir le cisaillement du renfort tout en assurant que les mèches ne soient pas tendues. En effet, chaque mèche est fixée au maximum par une de ses extrémités ; les tensions parasites dues à un mauvais positionnement du renfort ou à des conditions aux limites un peu sévères sont ainsi évitées. Lors de cet essai, le renfort se déformant essentiellement en cisaillement, les tensions de mèches qui apparaissent restent faibles et assurent la transmission des efforts afin d'imposer la cinématique de l'essai. L'essai de traction de biais doit permettre de valider notre modèle vis-à-vis des phénomènes mis en jeu, notamment le cisaillement et la compaction transverse dans le plan du renfort.

Le maillage utilisé pour la simulation de la traction de biais est constitué de mèches chaînes et trames orientées à $\pm 45^\circ$ par rapport à la direction de traction. On peut deviner Figure 5.3 les différentes zones caractéristiques de l'essai. Afin qu'aucun élément ne soit à cheval entre deux zones, certains éléments ont été découpés. Nous avons cependant vérifié au cours de nos différentes simulations que ce découpage n'est pas absolument nécessaire. Les conditions aux limites sont appliquées aux noeuds situés sur les bords étroits de l'échantillon (points rouges Figure 5.3). Un déplacement leur est appliqué dans la direction de traction. Celui-ci est de sens opposé pour les noeuds des bords gauche et droit afin que le centre de l'éprouvette reste fixe. Ces noeuds sont fixes dans les direction transversales et les rotations nodales (dans le cas des éléments de coque) sont laissées libres.

La simulation est effectuée grâce au code éléments finis ABAQUS en dynamique explicite. Deux types d'éléments ont été utilisés : des éléments de membrane et des éléments de coque à quatre noeuds (S4 et M3D4), tous deux à intégration complète.

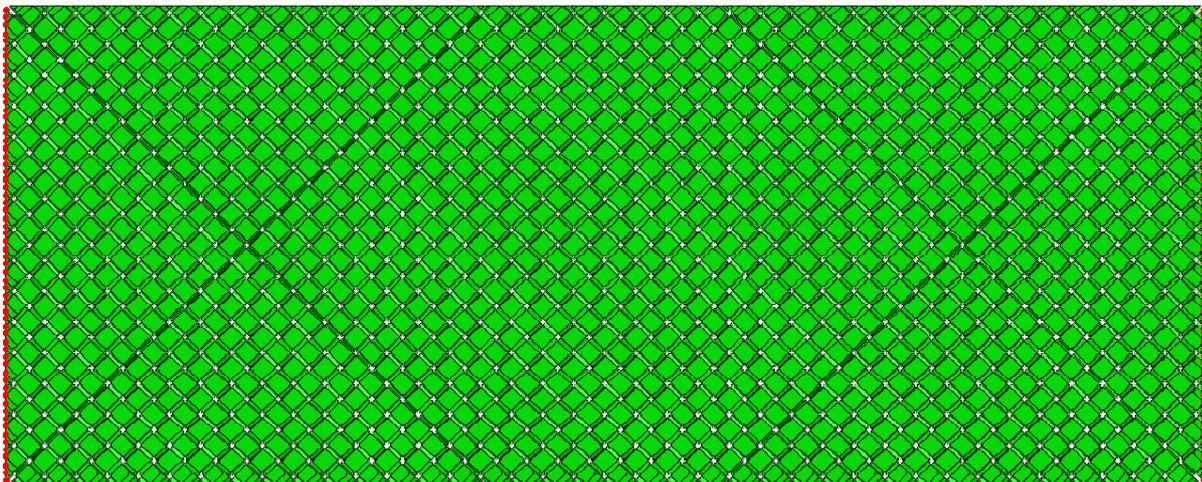


Figure 5.3 - Echantillon de taffetas de 53x53 mèches à l'état initial

5.1.2.1. Cinématique

Lors de l'essai de traction de biais, l'éprouvette de renfort se déforme et les trois zones caractéristiques présentées Figure 2.13.a apparaissent. Le contour de l'éprouvette est alors très caractéristique et permet de déterminer la relation (2.5) reliant la distance de traction à l'angle de cisaillement au centre de l'échantillon. Cette relation repose sur l'hypothèse que les mèches ne glissent pas les unes sur les autres et est donc seulement valable en début d'essai (Figure

2.14). Il est important que les simulations respectent cette cinématique. Afin que l'on puisse considérer que la transformation est quasi statique, il faut notamment veiller à ce que les simulations effectuées en dynamique explicite, comme c'est le cas dans ce travail, satisfassent à cette condition.

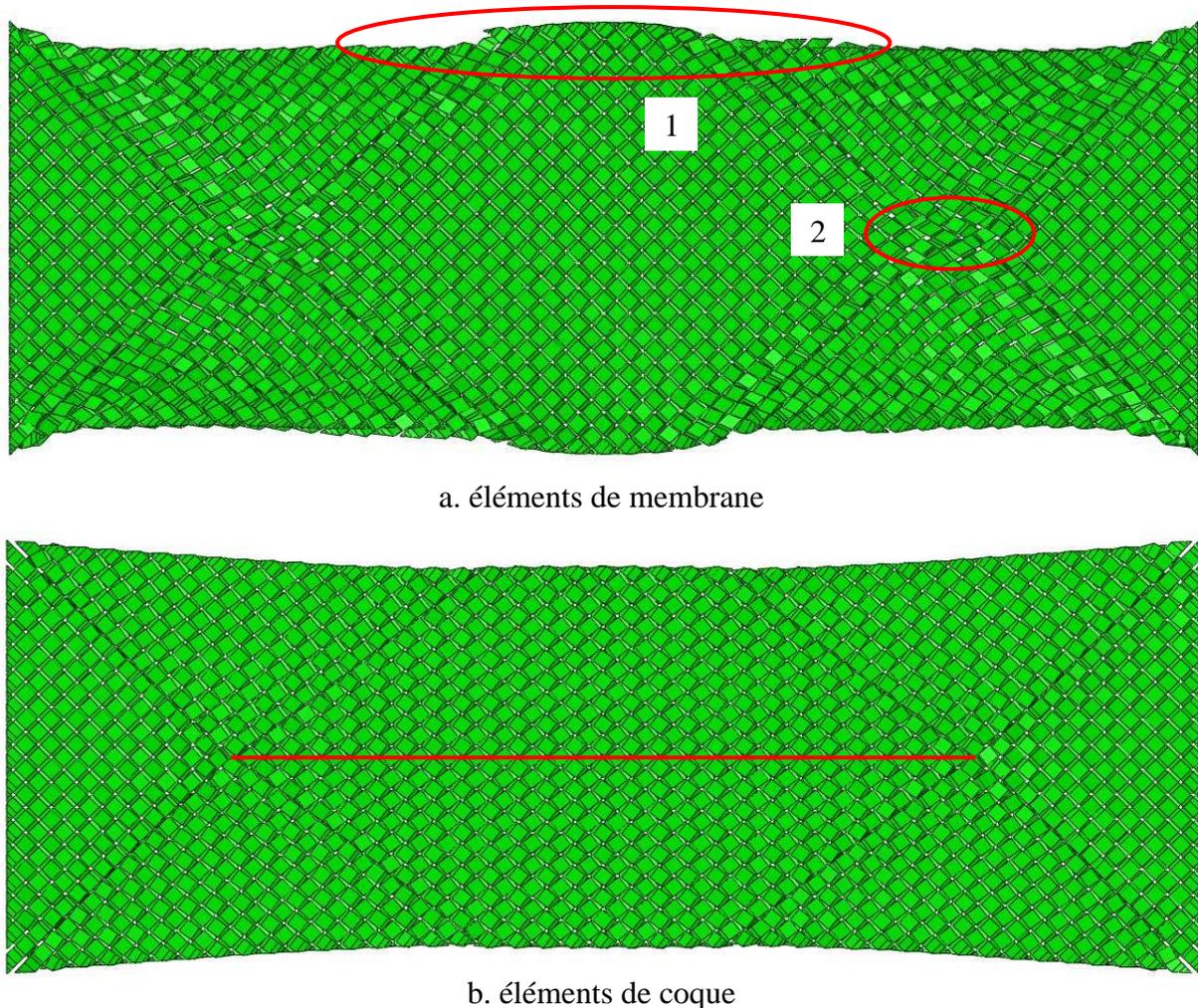


Figure 5.4 - Déformée d'un renfort de taffetas modélisé par différents types d'éléments au cours d'une traction de biais

La Figure 5.4 présente les déformées d'un échantillon de taffetas modélisé par des éléments de membrane (a) ou de coque (b). Les deux simulations ont été effectuées dans les mêmes conditions. Les images des deux échantillons, d'une dimension initiale de $250 \times 100 \text{ mm}^2$, ont été prises pour une traction de 20mm. Si les trois zones se distinguent très bien dans les deux cas, on peut constater qu'un glissement des mèches apparaît dans le cas de la modélisation par des éléments de membrane. Ce glissement est repérable au niveau des bords supérieur et inférieur de l'échantillon où un saut est visible entre la zone cisailée et les zones demi-cisailées (zone 1) mais également au point où les trois zones se rejoignent (zone 2). A cet endroit, on observe alors une flexion des mèches dans le plan traduisant le fait qu'elles glissent au lieu d'entraîner la zone centrale en cisaillement. Ce glissement peut s'expliquer par l'absence de rigidité des mèches en flexion. En effet, dans ce cas et les mèches n'étant pas tendues, le frottement ne joue pas son rôle puisque aucun effort dans la direction

orthogonale au plan du renfort ne s'applique. Les mèches entraînées par leur extrémité fléchissent dans le plan (zone 2) jusqu'à ce que la compaction transverse ne bloque le glissement, permettant alors le cisaillement dans la zone centrale. On constate alors une augmentation de l'angle de cisaillement se propageant de la zone 2 au centre de l'éprouvette et donc une inhomogénéité de l'angle de cisaillement dans la zone centrale. Dans la modélisation du renfort par des éléments de coque, la rigidité de flexion des mèches permet l'apparition d'efforts normaux et donc la cohésion des mèches grâce au frottement.

Pour quantifier le glissement des mèches lors de la simulation, on trace l'évolution de l'angle de cisaillement en fonction du déplacement imposé aux bords de l'échantillon. Les courbes correspondant aux modélisations utilisant des éléments de membrane ou de coque évoquées précédemment ainsi que les courbes théorique et expérimentale sont présentées Figure 5.5.

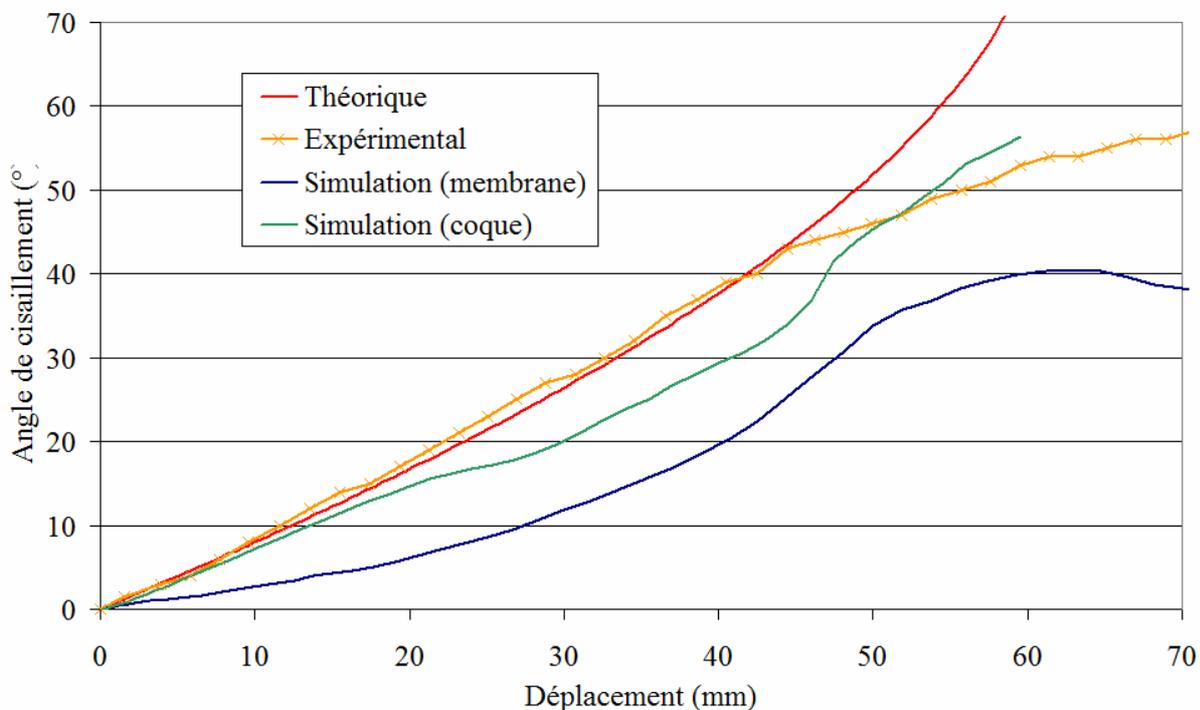


Figure 5.5 - Comparatif des cinématiques des simulations de traction de biais pour les modélisations utilisant des éléments de membrane ou de coque

Une moyenne des angles de cisaillement aux différents croisements entre mèches de chaîne et de trame situés sur la ligne rouge Figure 5.4.b a été effectuée dans le cas de la simulation. Sur ce graphique, on constate que dès le début de la simulation, du glissement apparaît lors de l'utilisation d'éléments de membrane. Ainsi, la courbe correspondante se décale vers la droite de la courbe théorique alors que les courbes expérimentale et issue de la simulation avec des éléments de coque suivent cette dernière. Le glissement borne l'angle de blocage en cisaillement à une quarantaine de degré dans le cas d'une modélisation avec des éléments de membrane. Dans le cas de l'utilisation d'éléments de coque, la cinématique du test correspond à la cinématique expérimentale. Des glissement subsistent mais ceux-ci sont dus à un chargement trop rapide du renfort. En effet, lorsque l'on divise par deux la vitesse de

chargement, la courbe issue de la simulation se rapproche de la courbe expérimentale comme le montre la Figure 5.6.

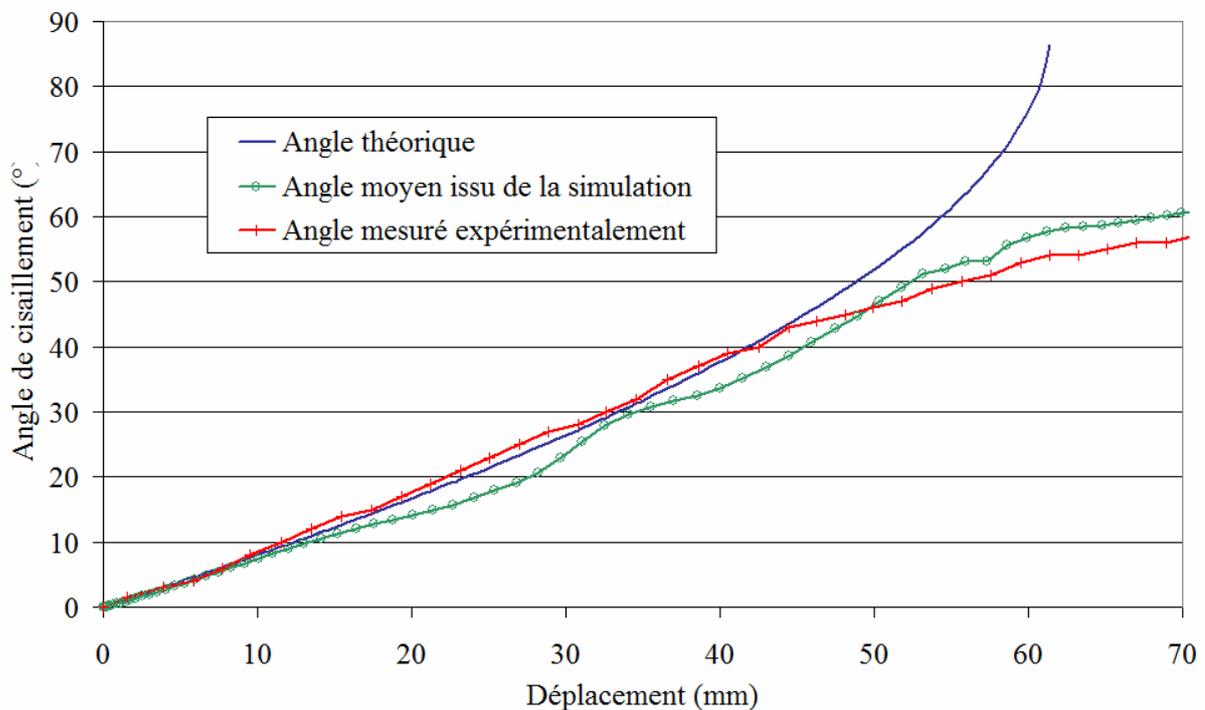


Figure 5.6 - Cinématique de l'essai de traction de biais (vitesse de chargement divisée par deux par rapport à la Figure 5.5)

Ainsi, le modèle que nous proposons permet de prédire la cinématique de l'essai de traction de biais. Jusqu'à présent, aucun autre modèle à notre connaissance ne permettait d'arriver à ce résultat.

5.1.2.2. Effort de cisaillement

Outre les résultats que fournit notre modèle concernant la cinématique de l'essai, la simulation de l'essai de traction de biais doit permettre de valider les différentes hypothèses effectuées concernant le comportement en cisaillement du renfort. Les propriétés utilisées sont celles ayant été identifiées et mentionnées dans le chapitre précédent. En particulier, l'épaisseur structurale donnée aux mèches est celle ayant permis l'identification en flexion et non pas celle permettant l'apparition des plissements. Les données expérimentales utilisées pour la comparaison des résultats sont celles issues du benchmark international effectué par Cao et al. [CAO08], benchmark ayant fourni les données expérimentales nécessaires à l'identification. Nous avons identifié des résultats de cette étude deux courbes enveloppant les résultats des différentes équipes : celle obtenue pour un échantillon de $100 \times 300 \text{ mm}^2$ par les équipes de l'Institut National des Sciences Appliquées (INSA) et de Northwestern University (NU) et celle obtenue pour un échantillon de $100 \times 200 \text{ mm}^2$ par l'équipe de l'University of Nottingham (UN). La courbe de l'effort de cisaillement normalisé, calculé grâce à la relation (2.6), est présentée Figure 5.7.

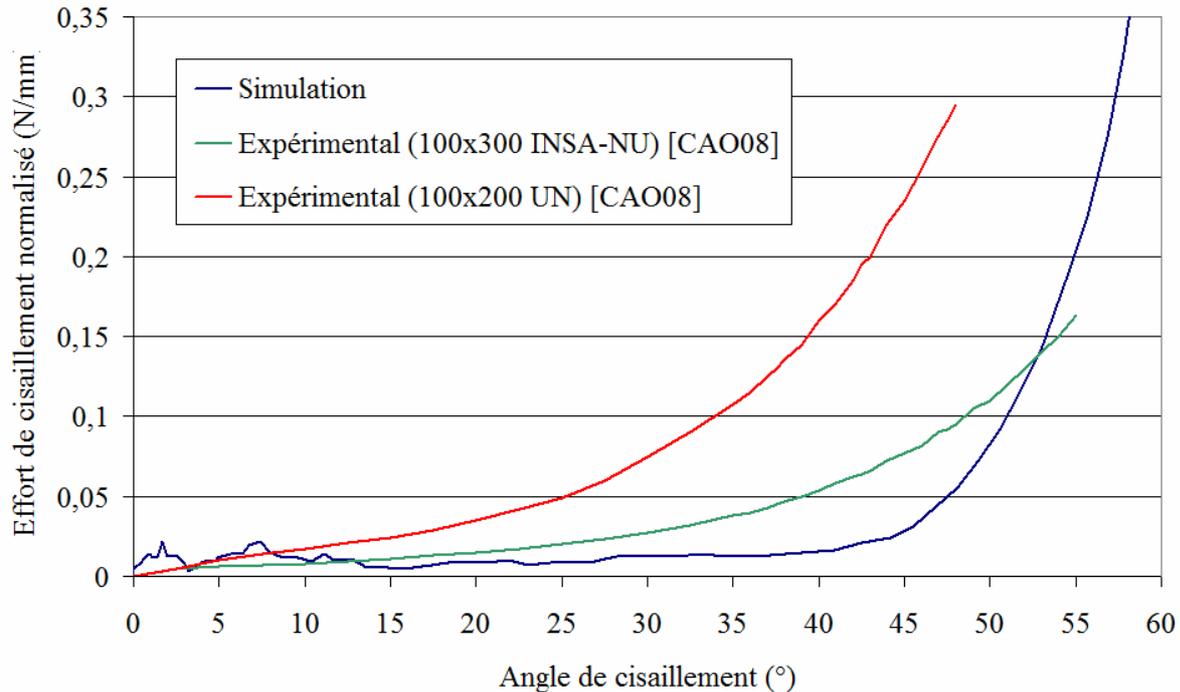


Figure 5.7 - Effort normalisé en fonction de l'angle de cisaillement

Pour les angles de cisaillement inférieurs à 45° l'effort de cisaillement normalisé augmente faiblement. Outre le fait que la résistance au cisaillement est faible pour de tels angles, les glissements expliquent ce constat. La dynamique de la simulation entraîne un léger glissement dès le début et même si celui-ci reste faible, il provoque un retard de l'augmentation de l'effort. Pour un angle de cisaillement d'environ 45° , les mèches rentrent en contact latéralement et la compaction latérale commence. Dans le benchmark précédemment cité, cette valeur de 45° pour l'angle de blocage, qui est alors défini comme l'angle pour lequel la compaction transverse commence, est également constatée. A partir de cet angle, l'effort augmente fortement.

Si l'on s'intéresse à la cinématique de cette simulation (Figure 5.8) on peut constater que l'angle de cisaillement augmente jusqu'à une valeur d'environ 62° avant de se stabiliser. Une fois que cet angle limite est atteint, les mèches se mettent à glisser. Contrairement aux glissements apparaissant en début de simulation à cause des effets dynamiques pour lesquels une succession d'états d'adhérence et de glissement avaient lieu, ceux-ci sont continus et s'accompagnent d'une chute de l'effort (Figure 5.9). L'énergie nécessaire au glissement des mèches de l'échantillon est alors inférieure à l'énergie nécessaire à la compaction latérale de ces dernières. L'angle permettant le plissement du renfort n'ayant pas été atteint, on peut seulement affirmer qu'il est supérieur à 62° , ce qui est conforme à l'identification effectuée. Des images des déformées du renfort au cours de la simulation sont données Figure 5.10 et les efforts correspondants sont notés par les points rouges Figure 5.9. Le léger glissement des mèches intervenant au début de la simulation se remarque sur la Figure 5.10.a et la Figure 5.10.b au bord de l'échantillon. Une fois l'angle limite de 62° (Figure 5.10.c) atteint, ce glissement augmente. Sur cette dernière déformée, on peut voir une zone ombrée traduisant un léger plissement au bord de l'échantillon. Ce plissement ne semble pas être dû à un blocage du renfort mais à la dynamique du chargement. En effet, c'est dans la zone centrale que la

compaction des mèches est la plus importante et c'est donc dans cette zone que les plissements devraient apparaître en premier. De plus, lors des essais expérimentaux, aucun plissement n'apparaît. Lorsque le renfort se bloque en cisaillement, les mèches glissent les une sur les autres comme le montre la Figure 5.11.

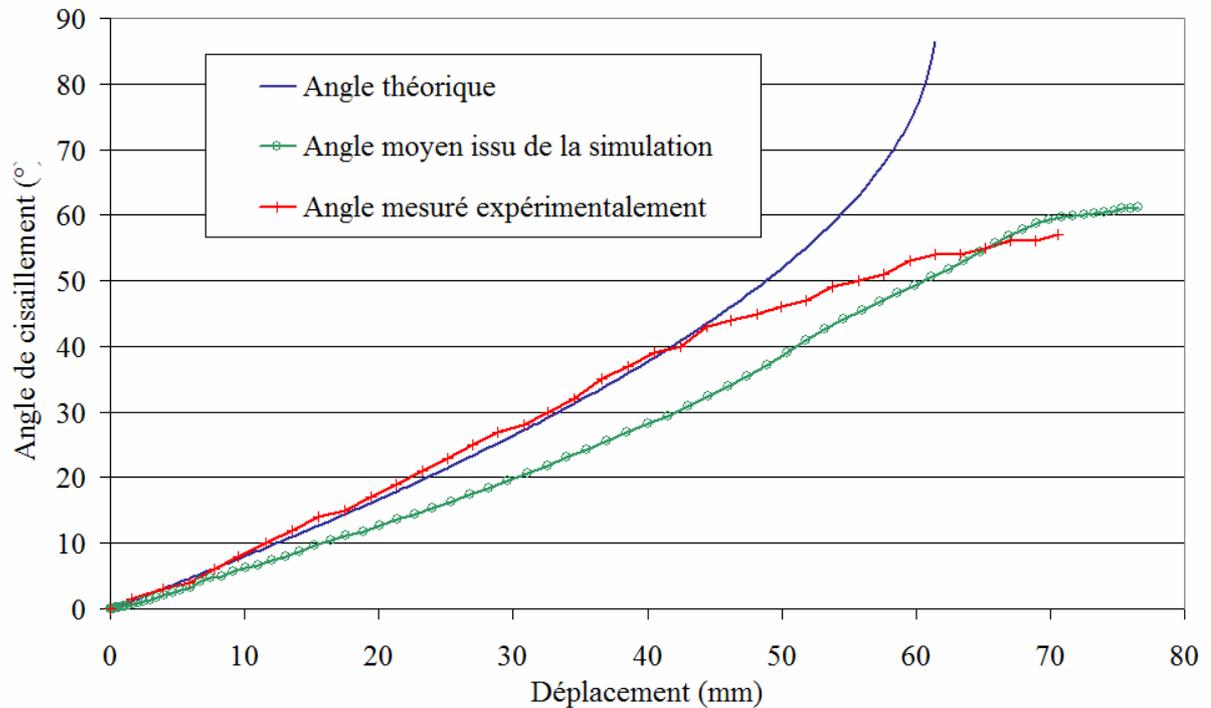


Figure 5.8 - Cinématique de la simulation de l'essai de traction de biais

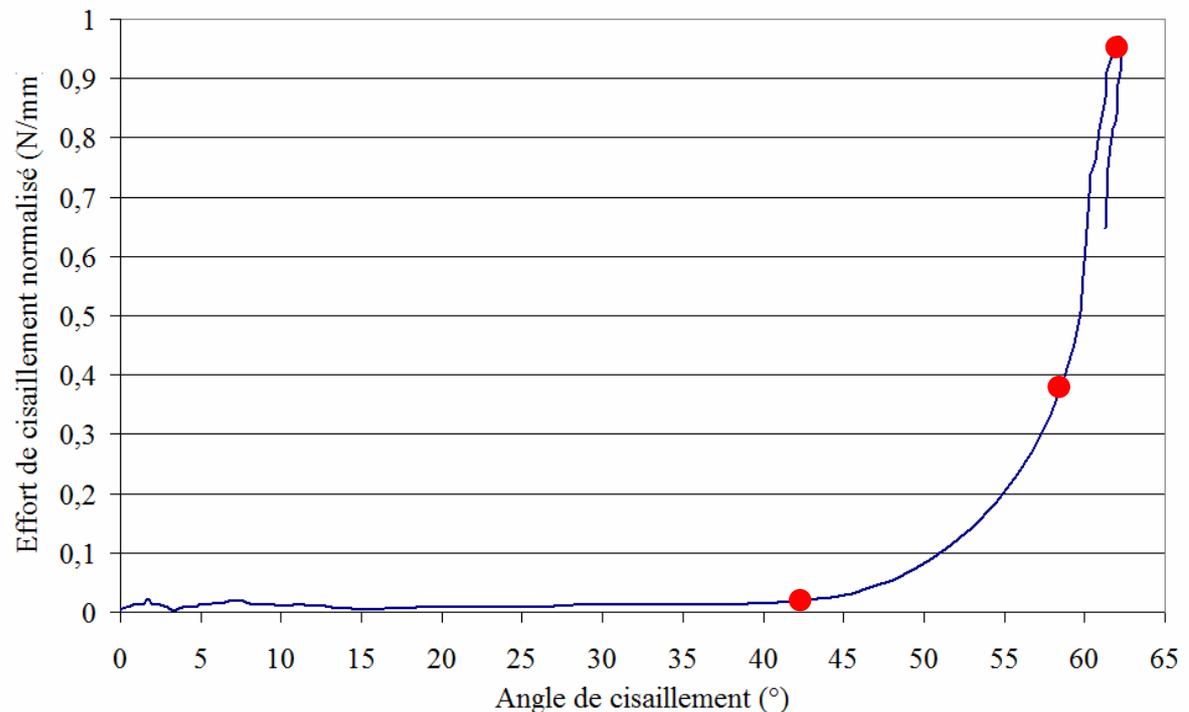


Figure 5.9 - Effort de cisaillement normalisé. Les déformées correspondant aux points rouges sont données Figure 5.10.

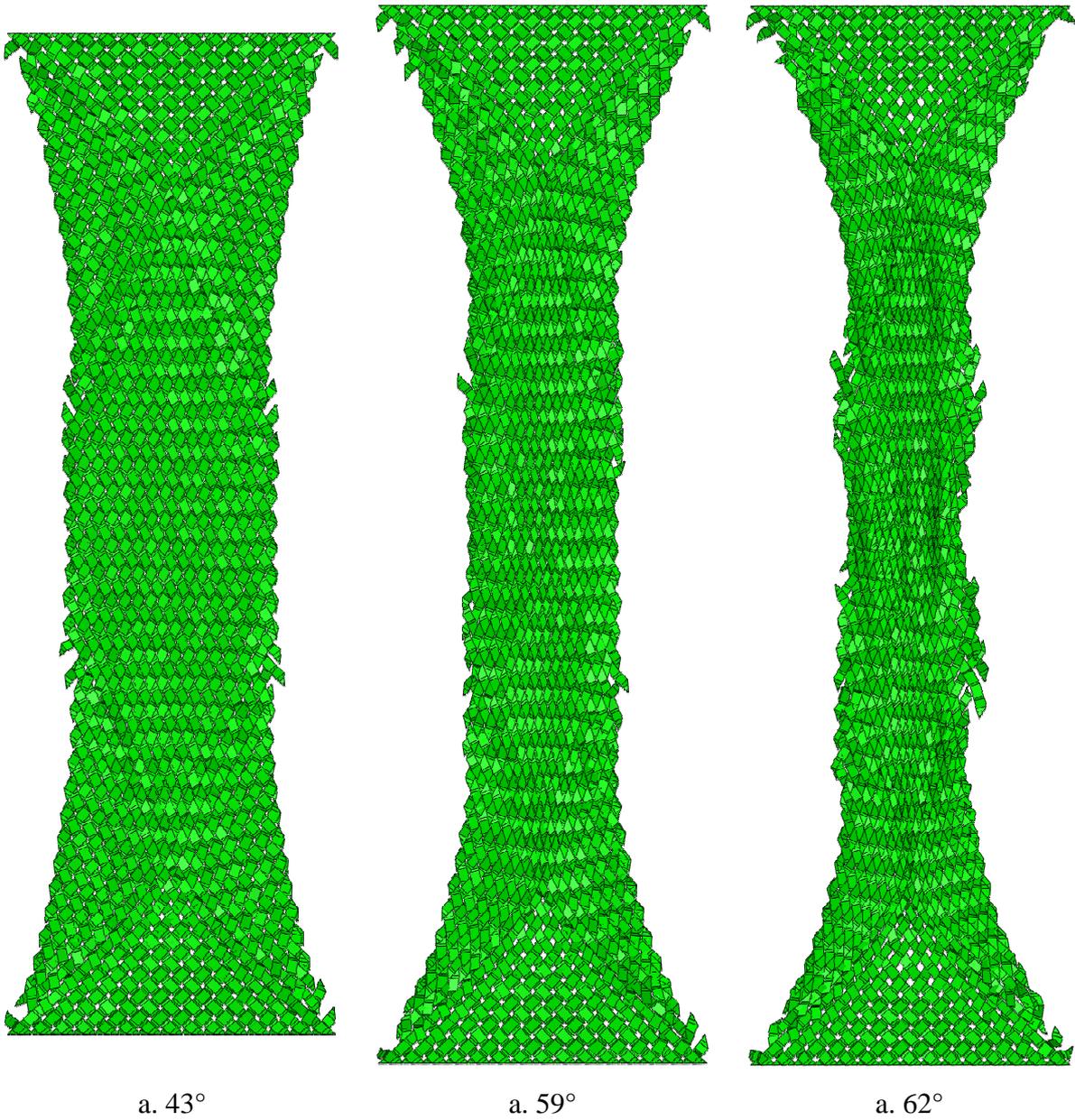


Figure 5.10 - Déformation de l'échantillon au cours de la simulation de l'essai de traction de biais. Les images correspondent aux points rouges Figure 5.9.

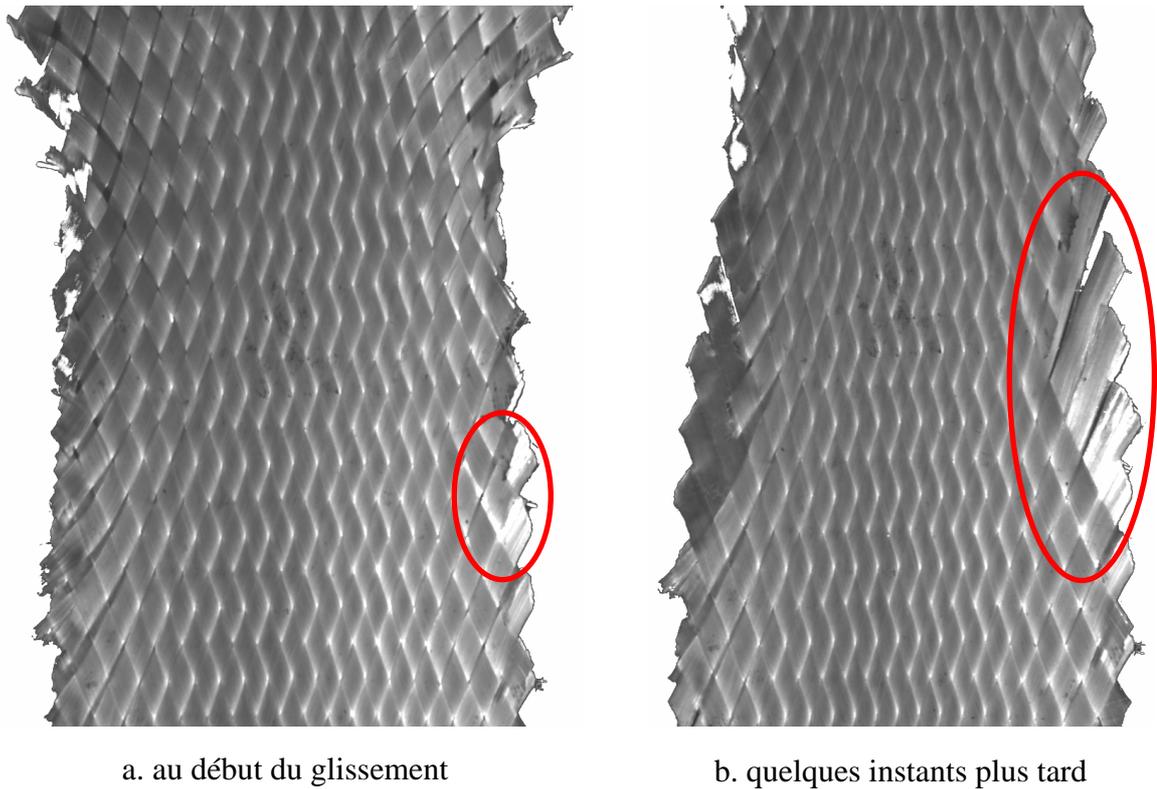


Figure 5.11 - Glissements des mèches lors d'un essai de traction de biais

Ainsi, la simulation de l'essai de traction de biais permet de valider le comportement du renfort en cisaillement identifié au chapitre précédent. La rotation des mèche pour des angles de cisaillement faibles nécessite peu d'effort. A partir de 45° les mèches rentrent en contact latéralement et commencent à se compacter. L'effort augmente alors de manière importante avant de diminuer quand l'angle limite de 62° est atteint et que les mèches se détissent.

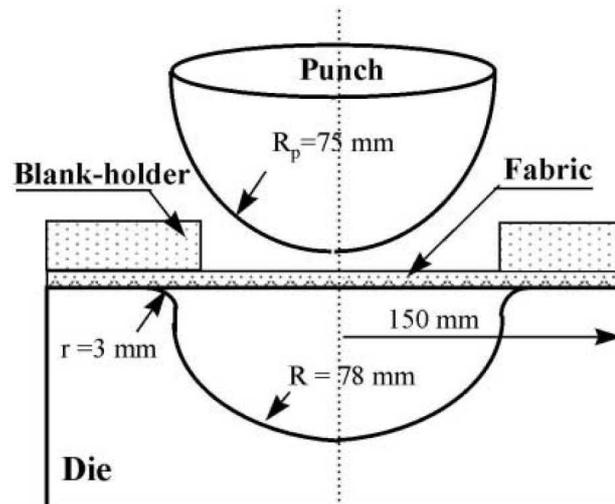
5.2. Simulation de la mise en forme

Le modèle que nous avons proposé a pu être identifié et validé grâce aux essais usuels réalisées sur les renforts tissés de composites. Il est maintenant possible de réaliser des simulations de mise en forme, but d'un tel modèle. En effet, compte tenu des coûts financiers et en terme de temps de développement important lié à la mise en place d'un dispositif de mise en forme, la simulation doit permettre d'étudier un certain nombre de paramètres avant de passer à la phase des essais. Ainsi, la géométrie des outils peut être optimisée afin d'éviter que des défauts, principalement les plissements, apparaissent au cours de la mise en forme. La vitesse d'emboutissage et l'effort à appliquer au(x) serre(s)-flan(s) peuvent également être étudiés dans le but de prévenir les défauts tels que la rupture de fibres/mèches ou le glissement de certaines mèches.

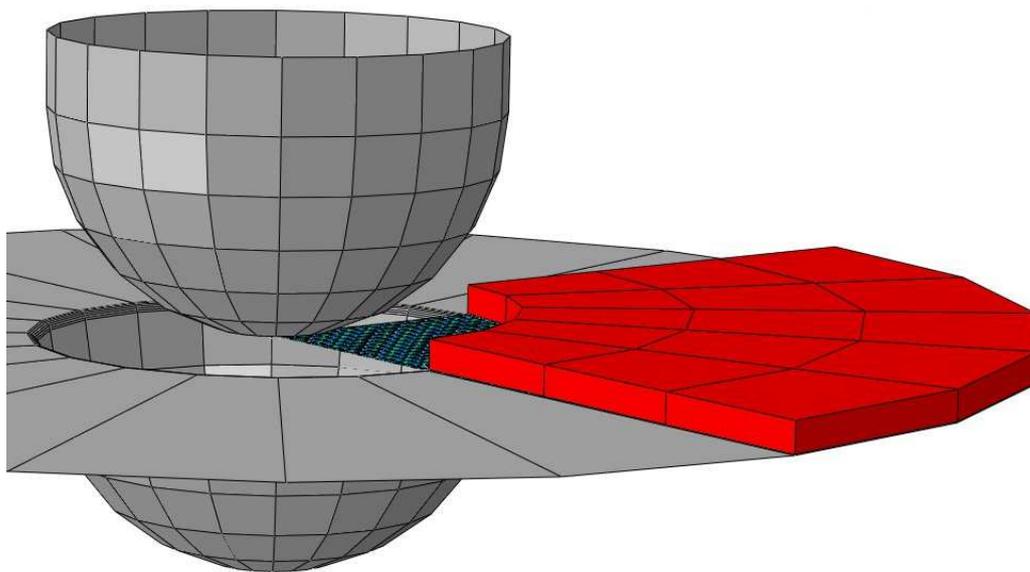
5.2.1. Simulation d'un emboutissage hémisphérique

L'emboutissage hémisphérique est une des mises en forme les plus simples et a fait l'objet de plusieurs publications. Un renfort carré de 300mm de côté est embouti par un poinçon hémisphérique de rayon 75mm (Figure 5.12.a). La matrice utilisée peut être hémisphérique,

hypothèse que nous retiendrons, ou borgne [BOI01, BOI97]. Enfin, le renfort peut être maintenu par un serre-flan.



a. [CHE01]

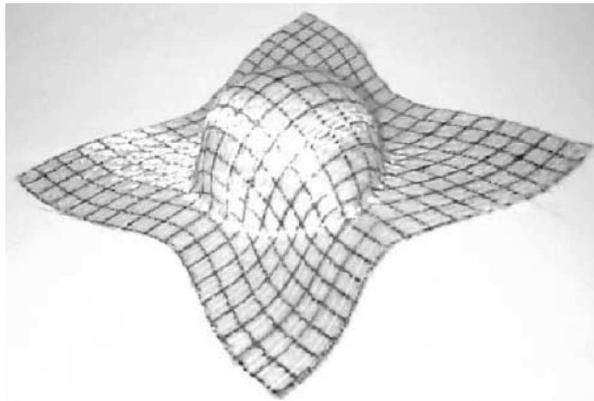


b

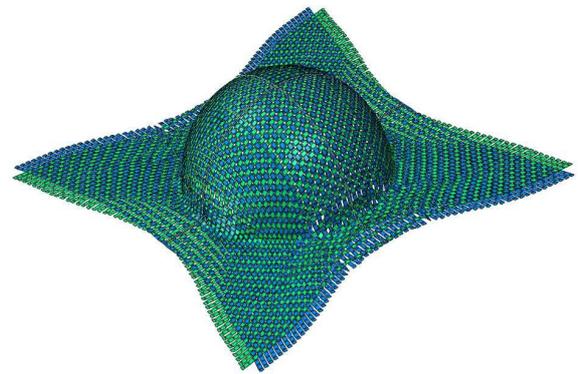
Figure 5.12 - Géométrie (a) et modèle éléments finis (b) du dispositif d'emboutissage hémisphérique

Afin d'économiser du temps de calcul et étant données les symétries du problème, seul un quart de la géométrie a été modélisé. Le tissu a été maillé avec des éléments de coque, les mèches étant parallèles aux plans de symétrie définissant le quart d'hémisphère, le poinçon et la matrice ont été définis par des surfaces analytiques (qui apparaissent complètes Figure 5.12.b), tandis que le serre-flan a été modélisé à l'aide d'éléments solides associés à un matériau aux caractéristiques proches de celles de l'acier. Des conditions aux limites traduisant la symétrie du renfort et du serre-flan leur sont appliquées. Un coefficient de frottement de 0.3 a été défini pour les contacts entre mèches et entre les outils et les mèches.

Une pression de 1 kPa a été appliquée sur le serre-flan. La Figure 5.13 et la Figure 5.14 présentent différentes vues des déformées expérimentale (a) et obtenue par simulation (b).

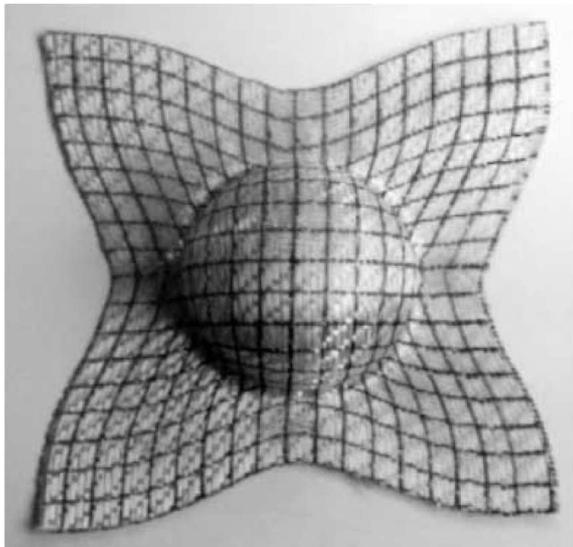


a. expérimental [CHE01]

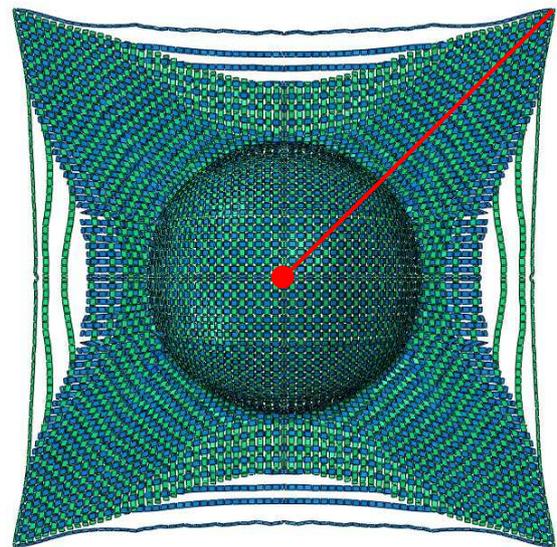


b. simulation

Figure 5.13 - Vue tridimensionnelle du renfort après mise en forme



a. expérimental [CHE01]



b. simulation

Figure 5.14 - Vue de dessus du renfort après mise en forme

En comparant les déformées, on peut tout d'abord constater que la simulation conduit à une forme du bord du renfort semblable à celle obtenue expérimentalement. Lors de sa mise en forme, le renfort est entraîné par le poinçon dans la matrice. Cet entraînement, ou avalement, est un paramètre important permettant la comparaison entre simulation et essais expérimentaux. On peut le caractériser par la valeur du déplacement des bords du tissu lors de sa mise en forme. La similitude entre les deux prouve que le modèle que nous avons défini traduit un comportement de renfort tissé. Cependant, nous pouvons déjà remarquer quelques différences. La simulation fournit un avalement réduit au niveau des plans médians horizontal et vertical par rapport à celui obtenu expérimentalement. Constatation liée à la précédente, on peut remarquer que les coins de la déformée du renfort obtenu par simulation ont une forme

plus pointue, la cause semblant être la présence d'un angle de cisaillement supérieur selon les lignes diagonales dans le cas de la simulation. Afin de confirmer cette hypothèse, nous avons mesuré l'angle de cisaillement en différents points suivant une diagonale du renfort (ligne rouge sur la Figure 5.14.b). La Figure 5.15 présente les résultats de cette mesure ainsi que les résultats expérimentaux obtenus par Cherouat et al. [CHE01] et Dong et al. [DON01]. Les angles sont exprimés en fonction du rapport L/S , L étant la distance du point du renfort au sommet de l'hémisphère en suivant la forme de la matrice et S étant la longueur d'un arc de huitième de sphère.

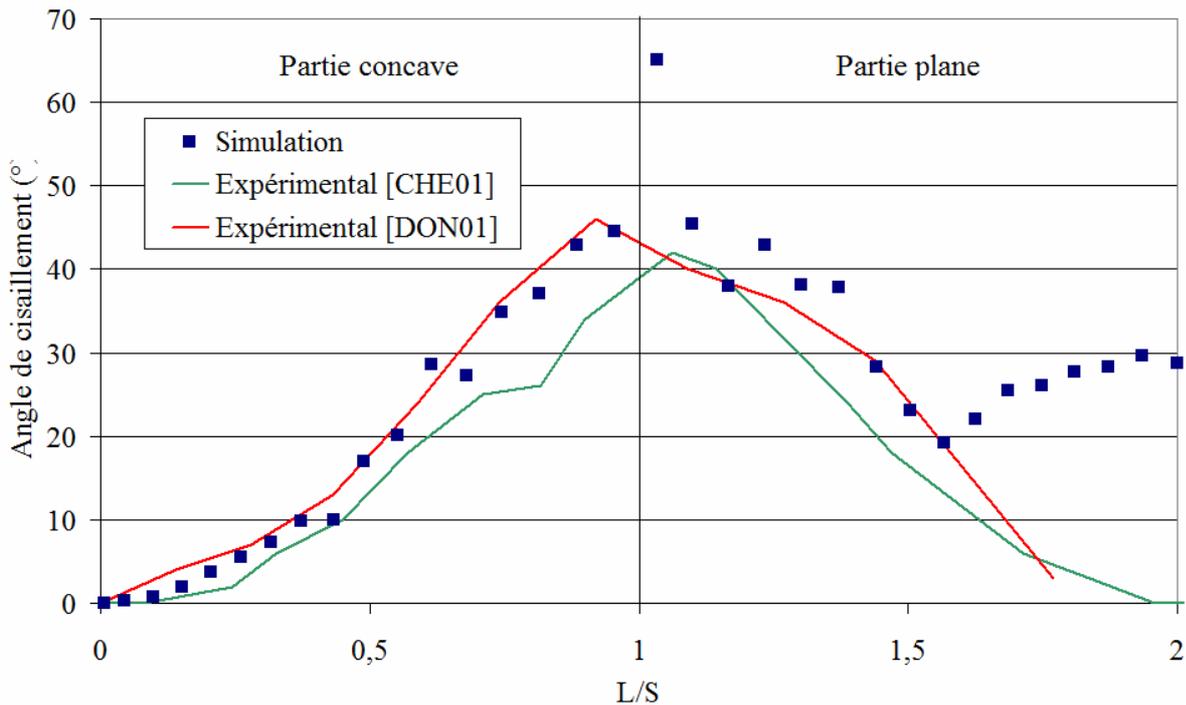


Figure 5.15 - Comparaison de l'angle de cisaillement mesuré expérimentalement et déterminé par simulation selon une diagonale du renfort en fonction de la distance au centre

Sur la Figure 5.15, on constate que l'angle de cisaillement croît du point situé au sommet de l'hémisphère jusqu'au point situé dans la zone de transition entre la partie concave et la partie plane avant de décroître. Cette tendance est confirmée par les mesures expérimentales effectuées sur le renfort après mise en forme [GEL96, CHE01, DON01]. Globalement, les angles de cisaillement déterminés par la simulation correspondent aux valeurs expérimentales. Cependant, on peut noter deux différences. Tout d'abord, on observe que la valeur de l'angle de cisaillement au niveau de la transition entre les deux parties du renfort est surévaluée. Cette surévaluation est due à une importante distorsion des éléments situés à proximité du point de mesure. Elle n'est observée que pour un point de mesure et ne remet donc pas en cause le modèle. L'autre différence notable est à observer pour des valeurs du rapport L/S comprises entre 1.5 et 2. L'angle de cisaillement augmente de nouveau après avoir commencé à chuter. Une étude paramétrique telle que celle effectuée par Dong et al. [DON00] serait nécessaire afin de déterminer la cause de ce phénomène. Dans l'étude citée, on peut en effet observer la même augmentation de l'angle de cisaillement, variable pour différentes simulations. Les paramètres menant à une grande variabilité de l'angle de cisaillement dans la zone mentionnée

ci-dessus sont alors la vitesse d'emboutissage et les coefficients de frottement entre mèches et entre les outils et les mèches.

On ne manquera pas de remarquer Figure 5.14.b que certaines mèches sont sorties de la structure tissée. Ces glissements peuvent arriver expérimentalement mais il arrive souvent que les mèches concernées, situées aux bords de l'échantillon, tombent ou soient enlevées par l'expérimentateur avant son essai. Ce point montre l'intérêt de la modélisation que nous proposons. Aucune autre méthode ne permet de prédire ce type de phénomènes. Or ces derniers peuvent être très dommageables pour la pièce finale. Ils peuvent être dus à une trop faible cohésion des mèches entre elles, à une pression appliquée sur le serre-flan trop importante ou bien, comme c'est sûrement le cas pour notre simulation, à une vitesse d'emboutissage trop importante.

Cet exemple prouve la capacité du modèle à simuler la mise en forme d'un renfort tissé. Les résultats obtenus montrent que le modèle permet d'obtenir les mêmes informations que les modèles macroscopique et que des données inaccessibles auparavant telles que les glissements de mèches sont fournies.

5.2.2. Simulation de mise en forme d'un double dôme

La mise en forme du double dôme fait l'objet d'un benchmark piloté par Sherwood (University of Massachusetts Lowell) regroupant plusieurs équipes de recherche dans le monde [WCBF]. Le dispositif de mise en forme du double dôme est présenté Figure 5.16. Il est constitué, comme pour le dispositif d'emboutissage hémisphérique, d'un poinçon, d'une matrice et d'un serre-flan. Dans le modèle éléments finis, le poinçon et la matrice sont maillés par des éléments rigides et le serre-flan a été maillé avec des éléments de coque auxquelles a été associé un matériau aux caractéristiques correspondant à celles d'un acier. Le renfort tissé de dimension $310 \times 500 \text{mm}^2$ a été modélisé par des éléments de coque. Deux orientations initiales du renfort différentes ont été étudiées : $0^\circ/90^\circ$ et $\pm 45^\circ$. Contrairement à la simulation de l'emboutissage hémisphérique, la totalité du renfort a été représentée, évitant ainsi la définition de conditions de symétrie. Un coefficient de frottement de 0.3 a été défini pour les contacts entre mèches et entre les outils et les mèches. Une pression d'environ 12 kPa a été appliquée sur le serre-flan.

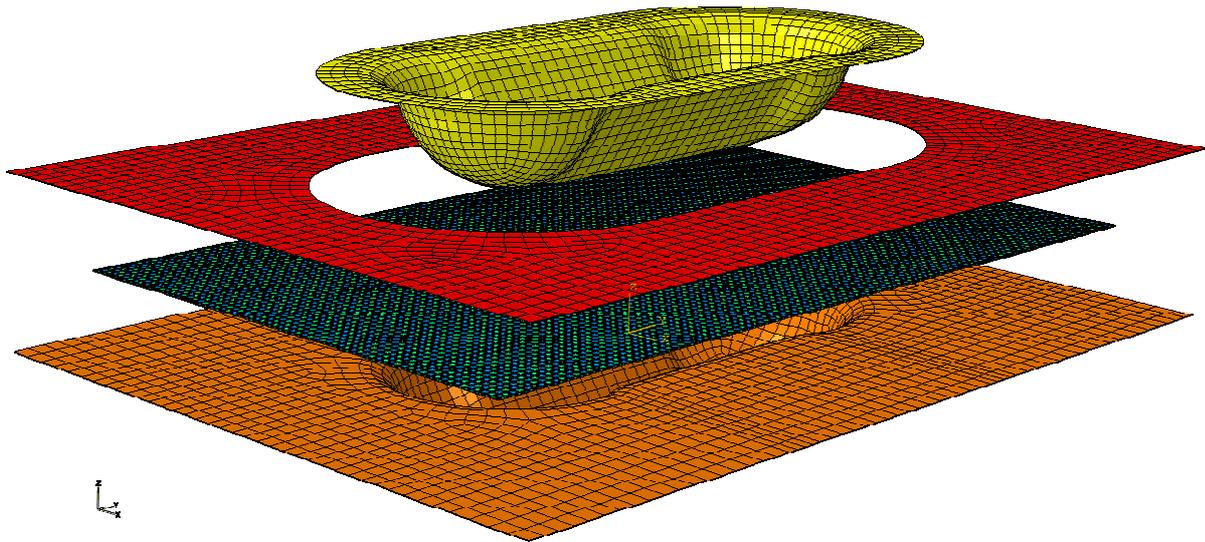


Figure 5.16 - Vue éclatée du modèle éléments finis pour la simulation de la mise en forme du double dôme

La Figure 5.17 présente une vue de dessus des renforts de taffetas orientés à $0^\circ/90^\circ$ (a) et à $\pm 45^\circ$ (b) après mise en forme. Comme pour l'emboutissage hémisphérique, la mesure de l'angle de cisaillement au sein du renfort et l'avalement de ce dernier lors de sa mise en forme vont permettre les comparaisons avec les données expérimentales.

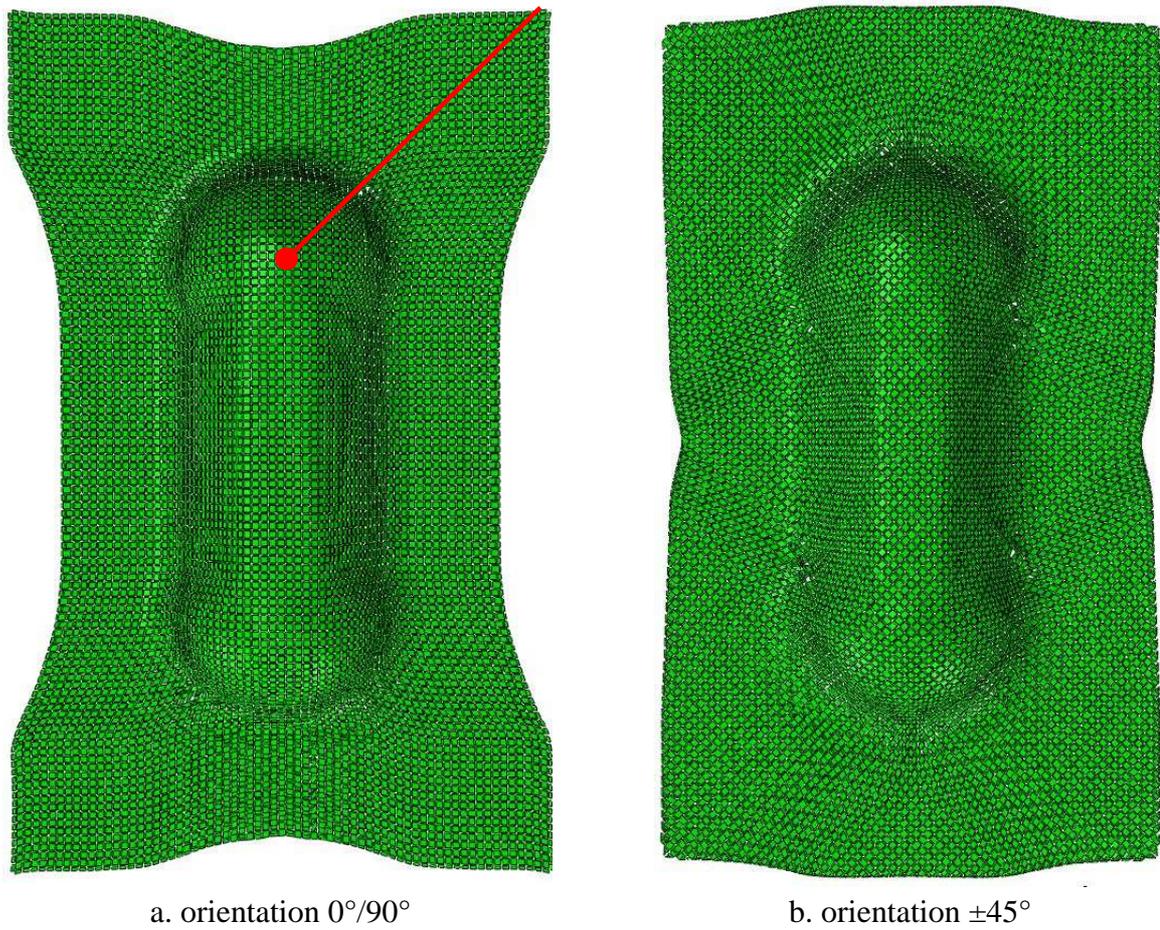


Figure 5.17 - Renforts de taffetas mis en forme de double dôme

Willems et al. [WIL08b] ont mesuré l'angle de cisaillement, pour un renfort orienté à $0^\circ/90^\circ$, suivant un chemin partant du sommet de la partie sphérique de la géométrie et dirigé suivant un de ses coins (ligne rouge Figure 5.17.a). Seuls les angles de cisaillement de la partie concave ont été mesurés. Une comparaison entre les angles de cisaillement obtenus par simulation et ces résultats expérimentaux est présentée Figure 5.18. On constate une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et ceux issus de la simulation pour les angles de cisaillement inférieurs à 20° . Au delà, c'est-à-dire, dans les zones où le mouvement de l'outil est principalement parallèle à la surface du renfort, on observe un glissement relativement important des mèches qui a pour effet de minimiser l'angle de cisaillement. Un coefficient de frottement trop élevé entre les outils et le renfort ou un entrefer trop faible peuvent être la cause de cette minimisation. Concernant cette seconde possibilité, la description géométrique utilisée pour la définition des outils est celle utilisée lors du benchmark [WCBF]. Les simulations effectuées dans ce cadre utilisent des descriptions continues basées sur des éléments de membrane ou de coque. Dans notre modèle, même si l'épaisseur du renfort est la même que dans les descriptions continues, le fait qu'il soit constitué de plusieurs corps en contact entre eux peut nécessiter un espace plus important entre le poinçon et la matrice afin de laisser une plus grande liberté de mouvement aux mèches.

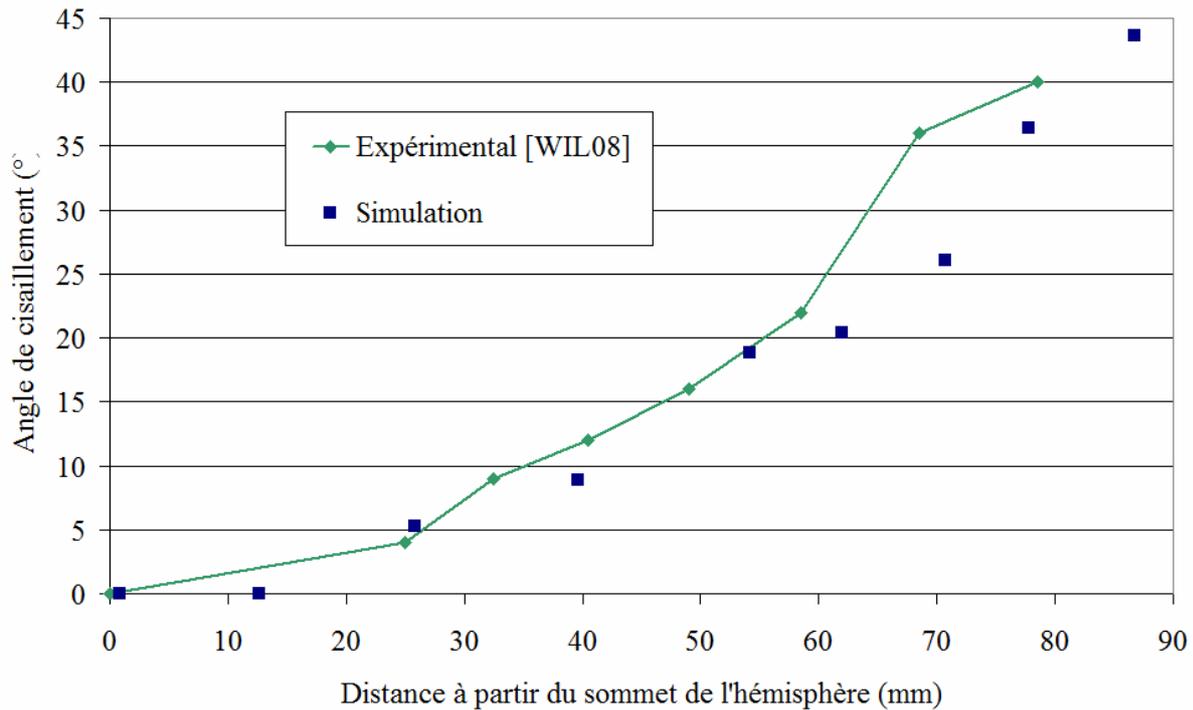


Figure 5.18 - Angle de cisaillement suivant le chemin représenté par la ligne rouge Figure 5.17

D'autres mesures expérimentales de l'angle de cisaillement ont été effectuées par Khan et al. [KHA09, KHA10]. L'angle de cisaillement a été mesuré en différents points du renfort (points 1 à 13 Figure 5.19 et 1 à 10 Figure 5.20). La comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par simulation est présentée pour les deux orientations de renfort Figure 5.21.

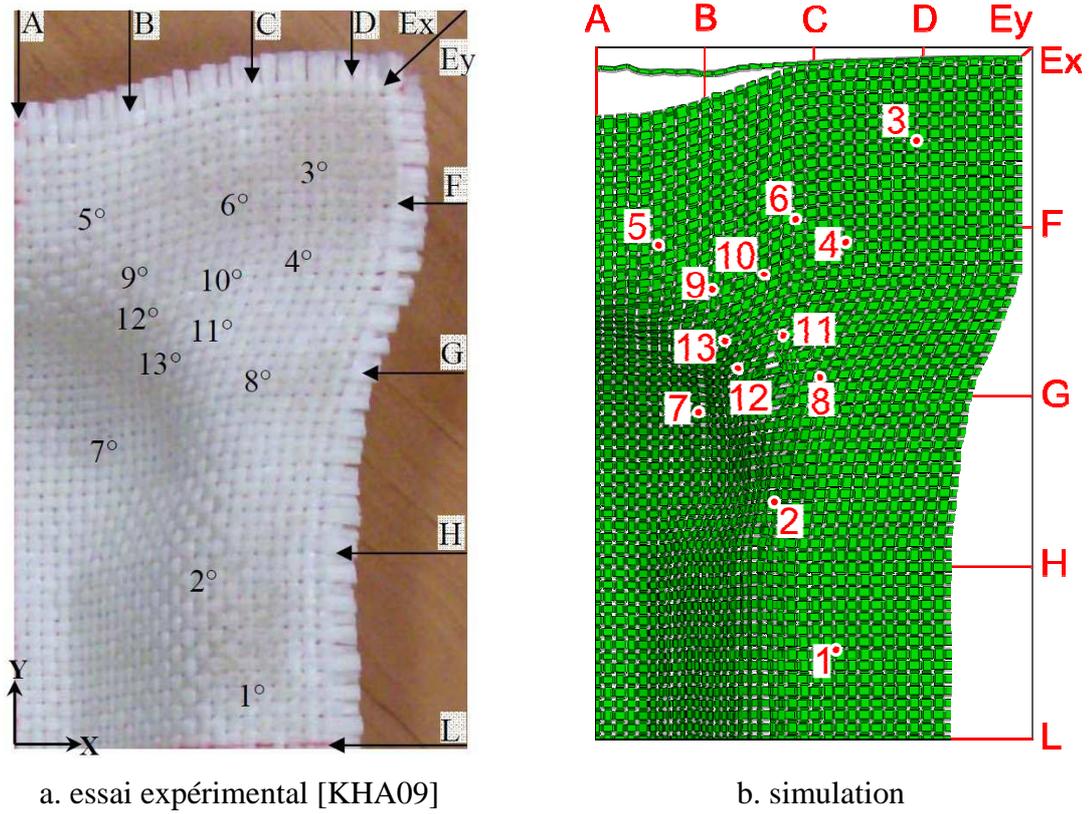


Figure 5.19 - Mise en forme du double dôme pour un taffetas de verre d'orientation initiale $0^\circ/90^\circ$

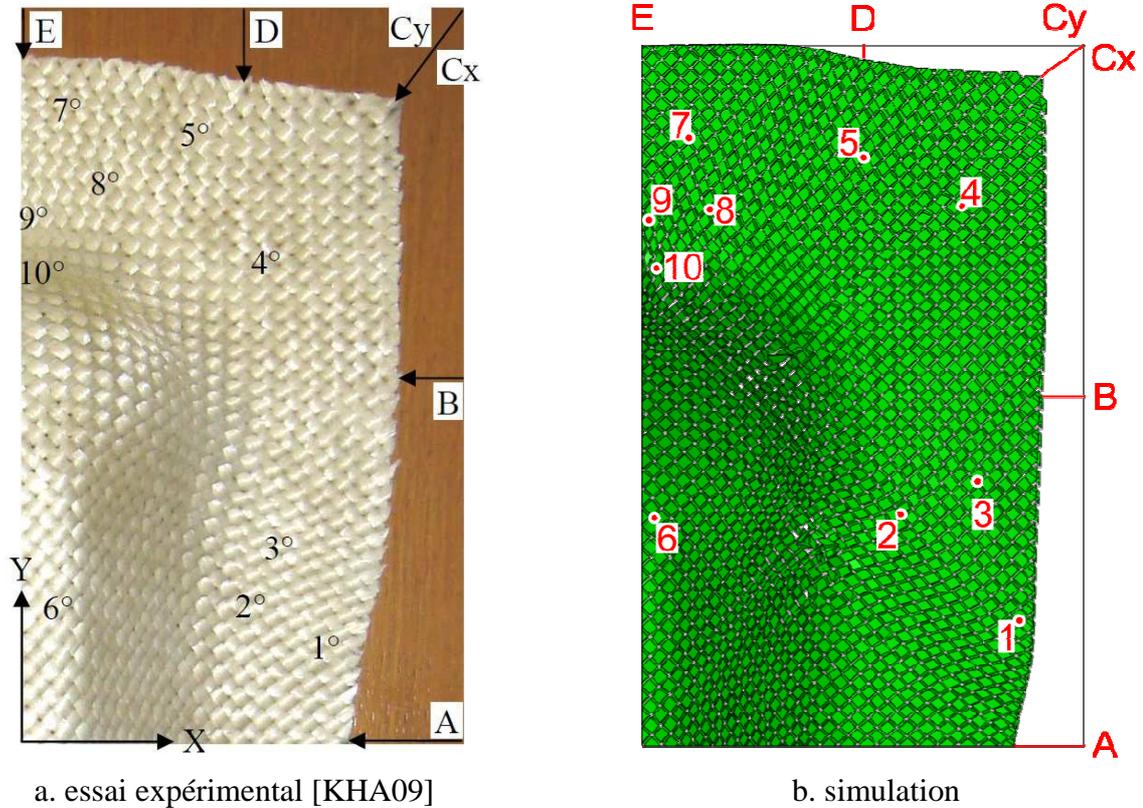
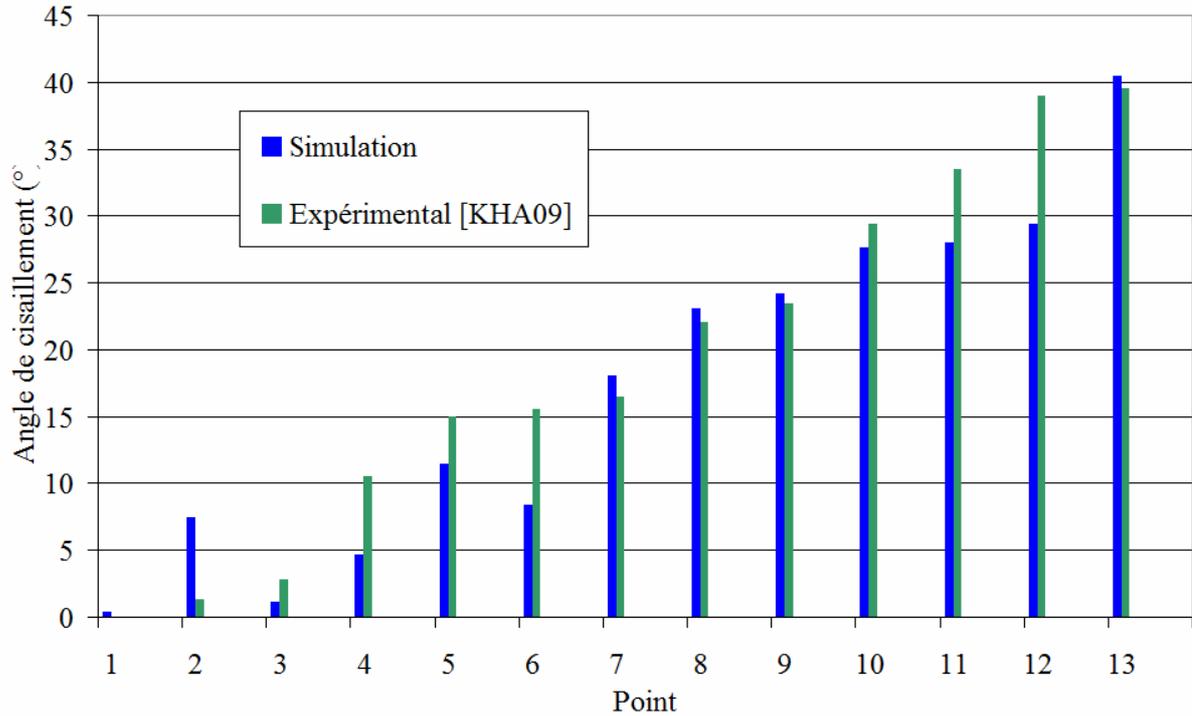


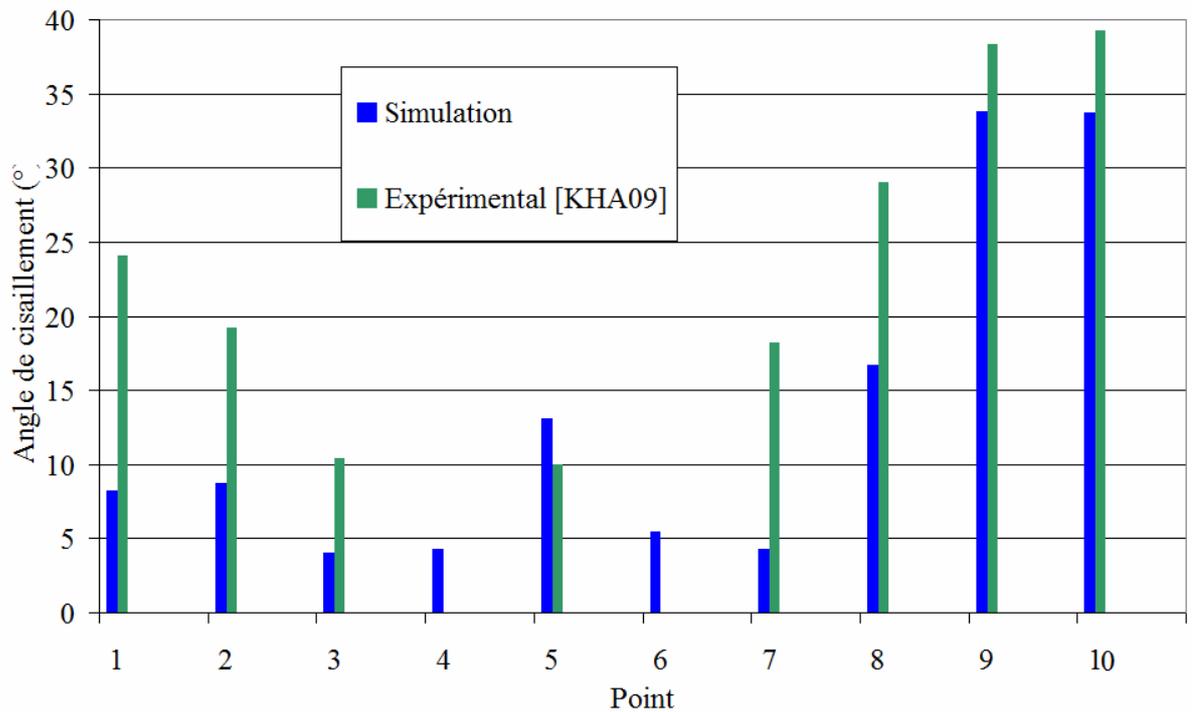
Figure 5.20 - Mise en forme du double dôme pour un taffetas de verre d'orientation initiale $\pm 45^\circ$

Dans le cas du renfort orienté à $0^\circ/90^\circ$, la simulation fournit une bonne prédiction de l'angle de cisaillement. Si la sous-estimation de l'angle de cisaillement aux points 11 et 12 semble avoir pour cause la raison exposée au paragraphe précédent, celle des points 3 à 6 provient sûrement de la vitesse trop rapide d'emboutissage lors de la simulation, la déformation du renfort se propageant du centre vers l'extérieur. La surestimation au point 2 est quant à elle sans doute due à une déformation singulière de l'élément au point de mesure. Dans le cas du renfort orienté à $\pm 45^\circ$, même si la tendance relative est respectée, les angles de cisaillement ont globalement été sous-estimés par la simulation. La vitesse d'emboutissage trop importante semble être la cause de ces écarts. En effet, on constate qu'au cours de la mise en forme des glissements importants entre mèches de chaîne et de trame apparaissent.

L'avalement a également été mesuré en différents points répartis uniformément sur les échantillons de taffetas de verre orientés à $0^\circ/90^\circ$ (Figure 5.19) et à $\pm 45^\circ$ (Figure 5.20). Les graphiques présentés Figure 5.22 permettent de comparer les résultats expérimentaux et ceux issus de la simulation. Si la simulation prédit relativement bien les avalements dans le cas de la mise en forme du taffetas orienté à $\pm 45^\circ$, on peut noter que dans le cas du taffetas orienté à $0^\circ/90^\circ$, le modèle numérique sous évalue parfois ceux-ci. Les points concernés (points C et F) se situent dans des zones de transition où l'avalement passe d'une valeur importante à une valeur faible. Cette sous évaluation peut être attribuée à la trop grande vitesse de mise en forme précédemment mentionnée.



a. orientation à 0°/90°



b. orientation à ±45°

Figure 5.21 - Comparaison de l'angle de cisaillement en différents points lors de la mise en forme du double dôme

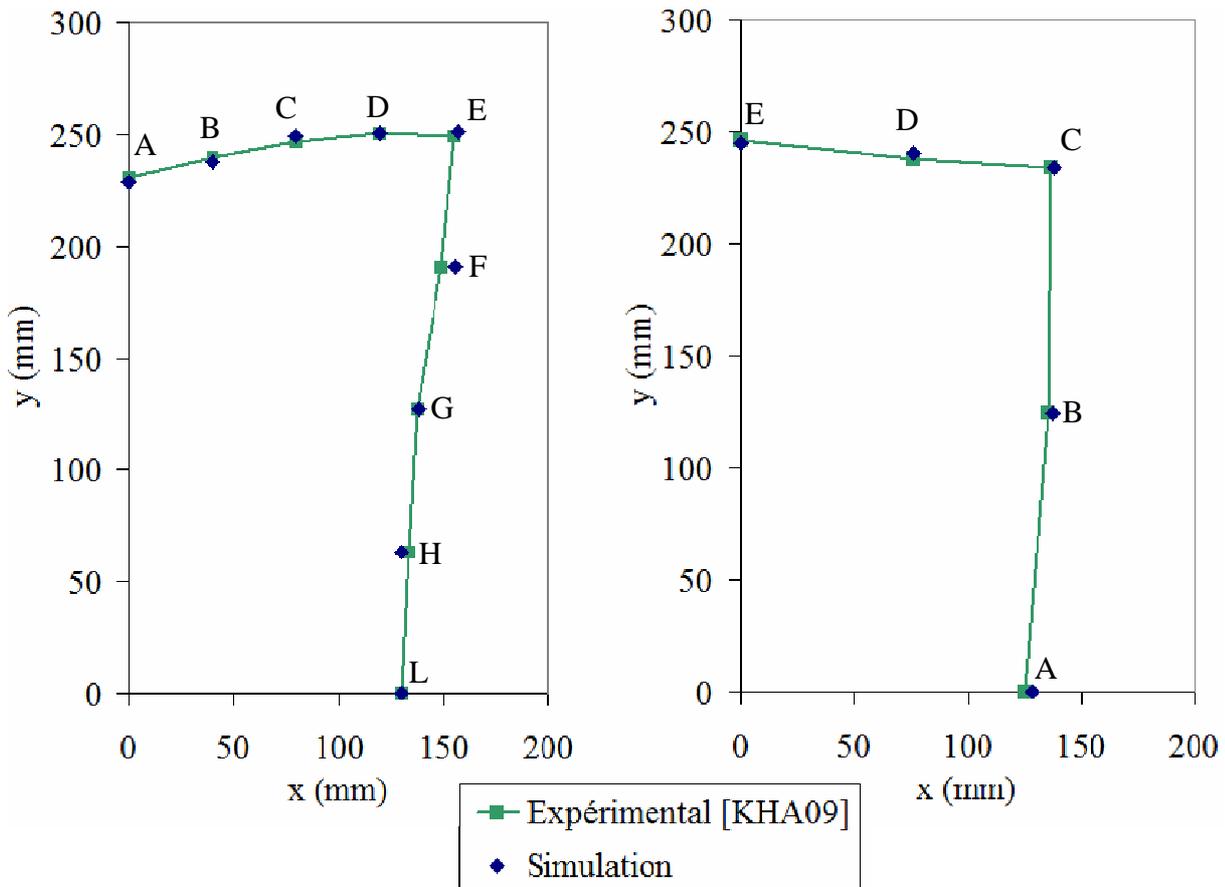
a. orientation à $0^\circ/90^\circ$ b. orientation à $\pm 45^\circ$

Figure 5.22 - Comparaison de l'avalement en différents points lors de la mise en forme du double dôme

La simulation de la mise en forme du double dôme pour des renforts dont les mèches sont orientées à $0^\circ/90^\circ$ et $\pm 45^\circ$ permet de valider la modélisation présentée. On a pu montrer qu'elle permet de prédire les angles de cisaillement au sein du renfort ainsi que l'avalement de celui-ci en bonne concordance avec les résultats expérimentaux.

5.3. Conclusion

Le modèle mésoscopique discret que nous proposons permet de prédire le comportement macroscopique du renfort en cisaillement à partir des caractéristiques géométriques du tissage et du comportement des mèches qui le constituent. Il n'est pas bien adapté à la description des états de tension biaxiale mais cela n'apparaît pas comme un obstacle à la simulation de la mise en forme puisque c'est principalement en cisaillement et en flexion que les renforts sont déformés. Les simulations de mise en forme présentées montrent que le modèle permet de prédire les angles des cisaillement au sein du renfort ainsi que l'avalement de celui-ci lors de son emboutissage. Par rapport aux modèles existants, celui que nous proposons permet en outre de prédire la décohésion des mèches. La mise en évidence des plissements lors de la mise en forme est également possible. Cette possibilité, montrée lors de l'identification du modèle, n'a malheureusement pas pu être exploitée lors de la mise en forme, les emboutissages hémisphérique et du double dôme n'étant pas assez sévères pour cela.

EN RESUME...

Le modèle proposé est validé en cisaillement par la simulation du test de traction de biais. Les conditions aux limites peu contraignantes de cet essai permettent de mettre en évidence le rôle important de la rigidité de flexion des mèches. Un des intérêts de l'approche discrète proposée est révélé par la bonne prédiction de la cinématique réelle de l'essai et le comportement en cisaillement est conforme aux essais expérimentaux. La simulation de l'essai de traction biaxiale montre par contre que notre modélisation n'est pas bien adaptée à ce type de sollicitations. Cependant, la traction biaxiale n'étant pas un mécanisme de déformation prépondérant lors de la mise en forme, l'absence de compaction transverse dans l'épaisseur de la mèche à l'origine de cette lacune n'apparaît pas comme un obstacle majeur. Les simulations d'emboutissage hémisphérique prédisent bien les angles de cisaillement du renfort même si l'influence de certains paramètres tels que la vitesse d'emboutissage et les coefficients de frottement mériteraient d'être étudiés plus précisément. Les simulations d'emboutissage du double dôme pour différentes orientations de renfort fournissent également une prédiction des angles de cisaillement en concordance avec les essais expérimentaux. Enfin, l'avalement du renfort lors de la mise en forme prédit par la simulation correspond aux données expérimentales.

Synthèse

L'utilisation des renforts fibreux de composites s'accompagne de besoins en terme de connaissance de ces matériaux et de maîtrise des procédés de mise en oeuvre associés. Un des enjeux forts du développement de ce type de matériaux est l'automatisation des procédés de fabrication permettant à la fois la diminution des coûts de production et la reproductibilité des pièces à qualité constante. Les outils de simulation apparaissent alors comme indispensables à la conception des pièces de hautes performances et nécessitent le développement de modèles adaptés aux matériaux fibreux.

Différentes échelles d'observation peuvent être considérées lors de l'étude et la modélisation des renforts tissés, de l'échelle microscopique des fibres à l'échelle macroscopique du renfort en passant par l'échelle mésoscopique des mèches. Les différents modèles existant permettent soit le passage d'une échelle à une autre soit la simulation de la mise en forme en effectuant des hypothèses fortes, notamment concernant la cohésion des mèches au sein du renfort. Le modèle proposé a pour objectif de permettre la simulation de la mise en forme des renforts tout en adoptant une description des mèches contenues dans ces derniers. La description géométrique moins précise que celle utilisée dans les modèles mésoscopiques de cellules élémentaires représentatives permet alors d'éviter le passage méso/macro. Le caractère discret du renfort est alors conservé, ce qui permet de mettre en évidence des phénomènes non accessibles avec les modèles continus.

La nature fibreuse des mèches nécessite la définition d'un comportement mécanique particulier. La direction des fibres, direction forte d'anisotropie au sein de la mèche, est strictement suivie et permet de définir la dérivée objective du milieu fibreux. Le comportement du matériau fibreux est alors considéré élastique linéaire dans la direction longitudinale et isotrope dans le plan transverse. Dans ce plan, le comportement est défini non linéaire, la rigidification du matériau lors de sa compaction traduisant le comblement des vides entre fibres puis leur écrasement.

Le modèle, implémenté dans un code de calcul par éléments finis, a pu être identifié à l'aide de simulations d'essais simples. Le comportement des mèches en traction, flexion et compaction transverse a ainsi pu être identifié, soit de manière directe soit par identification inverse. Le modèle a alors pu être validé. Le comportement du renfort en cisaillement se révèle être en accord avec les données expérimentales et les phénomènes de plissement pour des angles élevés de cisaillement du renfort peuvent être prédits. Le plissement du renfort n'est alors pas du à l'introduction d'une loi de cisaillement menant au blocage mais à la combinaison des caractéristiques géométriques du tissage et du comportement des mèches, notamment dans la direction transverse. La prédiction des phénomènes de glissements est également un grand atout du modèle proposé. Dans les modélisations à l'échelle mésoscopique d'une cellule élémentaire, aucun glissement ne peut avoir lieu puisque les conditions aux limites appliquées les préviennent. Dans les modélisations macroscopiques, le caractère continu des différentes descriptions proposées empêche également la désolidarisation des mèches (qui ne sont d'ailleurs pas représentées individuellement). Au contraire de ces modèles, l'utilisation d'une description mésoscopique pour la simulation à l'échelle macroscopique permet de ne pas contraindre exagérément les mouvements entre

mèches. Les déplacements relatifs importants pouvant survenir peuvent alors entraîner des glissements, phénomènes observés dans certaines situations.

Appliqué à la simulation de la mise en forme, les résultats de simulation fournis par le modèle ont montré une bonne concordance avec les données expérimentales. L'ensemble des résultats obtenus soulignent la pertinence du modèle proposé même si celui-ci reste perfectible.

Perspectives

Lors de ce travail et plus particulièrement au cours des simulations de mise en forme effectuées, les phénomènes de plissements ne sont pas apparus. L'emboutissage hémisphérique et celui du double dôme n'imposent en effet pas des conditions assez sévères pour leur formation. Une mise en forme, même purement académique, au cours de laquelle des plissements apparaîtraient permettrait de valider leur prédiction numérique dans un tel cas.

Le modèle proposé a été identifié et validé pour un renfort de taffetas mais peut s'appliquer à d'autres armures de tissus bidimensionnels. Il peut alors être intéressant de confirmer ses capacités à modéliser un renfort tel qu'un sergé ou un satin. Dans la même optique, il est possible d'étendre la modélisation à certains tissus tridimensionnels, tels que les renforts interlocks. Certaines adaptations des outils de mise en données ont d'ailleurs déjà été apportées en ce sens.

L'extension de la modélisation aux tissus tridimensionnels peut nécessiter d'introduire les phénomènes de compaction dans l'épaisseur de la mèche. Dans le modèle proposé, l'absence de cette compaction n'est pas trop problématique dans le sens où les renforts bidimensionnels se déforment essentiellement en cisaillement et flexion. Si son introduction permettrait de mieux décrire l'état de déformation en traction biaxiale pour ce type de renforts, il s'agit d'un phénomène essentiel dans le cas des tissus épais pour lesquels la compaction dans l'épaisseur du renfort peut être importante. Plusieurs possibilités apparaissent alors pour gérer l'écrasement des mèches dans les deux directions transversales. Il peut être fait appel à des éléments volumiques mais le bénéfice de l'utilisation de cette solution peut être annulé par la dégradation des performances en flexion. Une autre solution est le développement d'éléments finis dédiés à ce type de problèmes. Des coques ou même des poutre dites "à pincement" permettraient alors d'introduire la compaction dans les deux directions transverses des mèches tout en gardant le bénéfice des capacités de ces types d'éléments en flexion. Il pourrait alors être plus aisé de développer ce type de solution dans un logiciel "maison" tel que Plastfibre plutôt que dans un code commercial.

Bibliographie

- [AAU08] **Abaqus Version 6.8 Analysis User's Manual.** Dassault Systemes Simulia Corp., 2008
- [AIM07] **Aimène, Y.** *Approche hyper-élastique pour la simulation des renforts fibreux en grandes transformations.* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2007, 133 p.
- [AST08] **ASTM.** *Standard test method for stiffness of fabrics.* ASTM D1388-08. West Conshohocken : ASTM, 2008, 6 p.
- [BAD07] **Badel P., Vidal-Sallé E., Boisse P.** *Computational determination of in-plane shear mechanical behaviour of textile composite reinforcements.* Computational Materials Science, 2007, vol. 40, n°4, pp. 439-448
- [BAD08a] **Badel P., Vidal-Sallé E., Boisse P.** *Large deformation analysis of fibrous materials using rate constitutive equations.* Computers & Structures, 2008, vol. 86, n°11-12, pp. 1164-1175
- [BAD08b] **Badel P., Vidal-Sallé E., Maire E., Boisse P.** *Simulation and tomography analysis of textile composite reinforcement deformation at the mesoscopic scale.* Composite Science and Technology, 2008, vol. 68, n°12, pp. 2433-2440
- [BAD08c] **Badel P.** *Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X.* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2008, 149 p.
- [BAD09] **Badel P., Gauthier S., Vidal-Sallé E., Boisse P.** *Rate constitutive equations for computational analyses of textile composite reinforcement mechanical behaviour during forming.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2009, vol. 40, n°8, pp. 997-1007
- [BAR07] **Barauskas R., Abraitien A.** *Computational analysis of impact of a bullet against the multilayer fabrics in LS-DYNA.* International Journal of Impact Engineering, 2007, vol. 34, n°7, pp. 1286-1305
- [BEN07] **Ben Boubaker B., Haussy B., Ganghoffer J.-F.** *Discrete models of woven structures. Macroscopic approach.* Composites Part B: Engineering, 2007, vol. 38, n°4, pp. 498-505
- [BER99] **Berthelot J.-M.** *Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures.* 3^{ème} éd. Paris : Tec & Doc, 1999, 642 p.
ISBN 2-7430-0349-9
- [BET10] **Larousse.** *armé, armée adjectif.* [en ligne] **In:** Encyclopédie contributive Larousse en ligne. Disponible sur : <<http://www.larousse.fr/encyclopedie/nom-commun-autre/arm%C3%A9/22888>> (consulté le 07.07.2010)
- [BIL08] **de Bilbao E.** *Analyse et identification du comportement en flexion des renforts fibreux de composites.* Thèse de doctorat Institut Prisme, Orléans : Université d'Orléans, 2008, 129 p.

- [BOI01] **Boisse P., Gasser A., Hivet G.** *Analyses of fabric tensile behaviour: determination of the biaxial tension–strain surfaces and their use in forming simulations.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2001, vol. 32, n°10, pp. 1395-1414
- [BOI04] **Boisse P.** *Mise en forme des renforts fibreux de composites.* Techniques de l'Ingénieur, AM 3734, 2004, 10 p.
- [BOI05] **Boisse P., Gasser A., Hagege B., Billoët J.-L.** *Analysis of the mechanical behavior of woven fibrous material using virtual tests at the unit cell level.* Journal of Materials Science, 2005, vol. 40, n°22, pp. 5955-5962
- [BOI97] **Boisse P., Borr M., Buet K., Cherouat, A.** *Finite element simulations of textile composite forming including the biaxial fabric behaviour.* Composites Part B: Engineering, 1997, vol. 28 n°4, pp. 453-464
- [BOR02] **Borouchaki H., Cherouat A.** *Une nouvelle approche géométrique pour le drapage de structures composites.* Revue des composites et des matériaux avancés, 2002, vol. 12, n°3, pp. 407-421
- [BRE96] **Breuer U., Neitzel M., Ketzer V., Reinicke R.** *Deep drawing of fabric-reinforced thermoplastics: Wrinkle formation and their reduction.* Polymer Composites, 1996, vol. 17, n°4, pp. 643–647
- [BUE98] **Buet-Gauthier K.** *Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés.* Thèse de doctorat LMMS, Orléans : Université d'Orléans, 1998, 129 p.
- [BUE01] **Buet-Gautier K., Boisse P.** *Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements.* Experimental Mechanics, 2001, vol. 41, n°3, pp. 260-269
- [CAO08] **Cao J., Akkerman R., Boisse P., Chen J., Cheng H. S., de Graaf E. F., Gorczyca J. L., Harrison P., Hivet G., Launay J., Lee W., Liu L., Lomov S. V., Long A., de Luycker E., Morestin F., Padvoiskis J., Peng X. Q., Sherwood, J., Stoilova T., Tao X. M., Verpoest I., Willems A., Wriggers J., Yu T. X., Zhu B.** *Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: Experimental methods and benchmark results.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2008, vol. 39, n°6, pp. 1037-1053
- [CAR10] **B&F Carter.** *Carter - Industrial Braiders, Standers, Drum Twisting & Armouring Machines* [en ligne]. Disponible sur : <<http://www.bfcarter.co.uk>> (consulté le 21.07.2010)
- [CHA03] **Chang S. H., Sharma S. B., Sutcliffe M. P. F.** *Microscopic investigation of tow geometry of a dry satin weave fabric during deformation.* Composites Science and Technology, 2003, vol. 63, n°1, pp. 99-111
- [CHE01] **Cherouat A., Billoët J.-L.** *Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics.* Journal of Materials Processing Technology, 2001, vol. 118, n°1-3, pp. 460-471
- [CLA04] **Clarke S., Wary P.** *Méthode de conception d'un tissage composite 3D - Modélisation par éléments finis.* Rapport de projet de fin d'étude, Lyon : INSA de Lyon, 2004, 33p.

-
- [CRE06] **Creech G., Pickett A. K.** *Meso-modelling of Non-Crimp Fabric composites for coupled drape and failure analysis.* Journal of Materials Science, 2006, vol. 41, n°20, pp. 6725-6736
- [DON00] **Dong L., Lekakou C., Bader M. G.** *Solid-mechanics finite element simulations of the draping of fabrics: a sensitivity analysis.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2000, vol. 31, n°7, pp. 639-652
- [DON01] **Dong L., Lekakou C., Bader M. G.** *Processing of Composites: Simulations of the Draping of Fabrics with Updated Material Behaviour Law.* Journal of Composite Materials, 2001, vol. 35, n°2, pp. 138-163
- [DRI10] **Dridi S.** *Essais de caractérisation des structures tissées.* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2010
- [DUA06] **Duan Y., Keefe M., Bogetti T. A., Powers B.** *Finite element modeling of transverse impact on a ballistic fabric.* International Journal of Mechanical Sciences, 2006, vol. 48, n°1, pp. 33-43
- [DUH06] **Duhovic M., Bhattacharyya D.** *Simulating the deformation mechanisms of knitted fabric composites.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2006, vol. 37, n°11, p. 1897-1915
- [DUM03a] **Dumont F.** *Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement de renforts de composites tissés.* Thèse de doctorat, Paris : Université de Paris VI, 2003, 149 p.
- [DUM03b] **Dumont F., Hivet G., Rotinat R., Launay J., Boisse P., Vacher P.** *Mesures de champs pour des essais de cisaillement sur des renforts tissés.* Mécanique & Industries, 2003, vol. 4, n°6, pp. 627-635
- [DUR10] **Durville D.** *Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers.* International Journal of Material Forming, 2010, published online
DOI 10.1007/s12289-009-0674-7
- [GAU07] **Gauthier S.** *Utilisation de modèles de comportement hypoélastique pour les analyses macroscopiques et mésoscopiques des milieux fibreux.* Rapport de stage de Master, Master MEGA, Lyon : INSA de Lyon, 2007, 97 p.
- [GAY97] **Gay D.** *Matériaux composites. 4^{ème} éd.* Paris : Hermès, 1997, 672 p. (Matériaux) ISBN 2-86601-586-X
- [GEL96] **Gelin J. C., Cherouat A., Boisse P., Sabhi H.** *Manufacture of thin composite structures by the RTM process: numerical simulation of the shaping operation.* Composites Science and Technology, 1996, vol. 56, pp. 711-718
- [GIR10] **Giraud J.** *Mise en forme de pièces composites pour hélicoptères : caractérisation et simulation de renforts NCF.* Rapport de stage de Master, Master MEGA, Lyon : INSA de Lyon, 2010, 67 p.
- [GOM98] **Gommers B., Verpoest I., Van Houtte P.** *Analysis of knitted fabric reinforced composites: Part I. Fibre orientation distribution.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 1998, vol. 29, n°12, pp. 1579-1588

- [HAG04] **Hagège B.** *Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations : application aux renforts tricotés.* Thèse de doctorat, Paris : ENSAM de Paris, 2004, 262 p.
- [HAM07a] **Hamila N., Boisse P.** *A meso-macro three node finite element for draping of textile composite preforms.* Applied Composite Materials, 2007, vol. 14, n°4, pp. 235-250
- [HAM07b] **Hamila N.** *Simulation de la mise en forme des renforts composites mono et multi plis.* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2007, 136 p.
- [HAM08] **Hamila N., Boisse P.** *Simulations of textile composite reinforcement draping using a new semi-discrete three node finite element.* Composites Part B: Engineering, 2008, vol. 39, n°6, pp. 999-1010
- [HAR04] **Harrison P., Clifford M. J., Long A. C.** *Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame and bias extension experiments.* Composites Science and Technology, 2004, vol. 64, n°10-11, pp. 1453-1465
- [HIV03] **Hivet G.** *Modélisation mésoscopique pour le comportement bi-axial et la mise en forme des renforts de composites tissés.* Thèse de doctorat LMSP, Orléans : Université d'Orléans, 2003, 146 p.
- [HIV05] **Hivet G., Boisse P.** *Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis.* Finite Elements in Analysis and Design, 2005, vol. 42, n°1, pp. 25-49
- [HIV08] **Hivet G., Boisse P.** *Consistent mesoscopic mechanical behaviour model for woven composite reinforcements in biaxial tension.* Composites Part B: Engineering, 2008, vol. 39, n°2, pp. 345-361
- [HOM10] **Home Made Composites (HomMaCom)** *Organizing your composite factory* [en ligne]. Disponible sur : <http://www.composites.ugent.be/home_made_composites/organizing_your_composite_workshop.html> (consulté le 20.09.2010)
- [HUG80] **Hughes T. J. R., Winget J.** *Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large-deformation analysis.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1980, vol. 15, n°12, pp. 1862-1867
- [ISO78] **ISO.** *Verre textile. Tissus. Détermination de la rigidité conventionnelle en flexion. Méthode du flexomètre à angle fixe.* ISO 4604-78. Genève : ISO, 1978
- [KAW73a] **Kawabata S., Niwa M., Kawai H.** *The finite-deformation theory of plain-weave fabrics. Part I: The biaxial-deformation theory.* Journal of the Textile Institute, 1973, vol.64, n°2, pp. 21-46
- [KAW73b] **Kawabata S., Niwa M., Kawai H.** *The finite-deformation theory of plain-weave fabrics. Part II: The uniaxial-deformation theory.* Journal of the Textile Institute, 1973, vol. 64, n°2, pp. 47-61
- [KAW80] **Kawabata S.** *The standardization and analysis of hand evaluation.* The TextileMachinery Society of Japan, 1980

-
- [KHA09] **Khan M. A.** *Numerical and experimental forming analyses of textile composite reinforcements based on a hypoelastic behaviour.* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2009, 188 p.
- [KHA10] **Khan M. A., Mabrouki T., Vidal-Sallé E., Boisse P.** *Numerical and experimental analyses of woven composite reinforcement forming using a hypoelastic behaviour. Application to the double dome benchmark.* Journal of Materials Processing Technology, 2010, vol. 210, n°2, pp. 378-388
- [LOM00a] **Lomov S. V., Gusakov, A. V., Huysmans G., Prodromou A., Verpoest I.** *Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites.* Composites Science and Technology, 2000, vol. 60, n°11, pp. 2083-2095
- [LOM00b] **Lomov S. V., Verpoest I.** *Compression of Woven Reinforcements: A Mathematical Model.* Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2000, vol. 19, n°16, pp. 1329-1350
- [LOM06] **Lomov S. V., Verpoest I.** *Model of shear of woven fabric and parametric description of shear resistance of glass woven reinforcements.* Composites Science and Technology, 2006, vol. 66, n°7-8, pp. 919-933
- [LOM08] **Lomov S. V., Boisse P., de Luycker E., Morestin F., Vanclooster K., Vandepitte D., Verpoest I., Willems A.** *Full-field strain measurements in textile deformability studies.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2008, vol. 39, n°8, pp. 1232-1244
- [LON02] **Long A.** *Characterisation and Modelling of Fabric Deformation During Forming of Textile Composites.* International Journal of Forming Processes, 2002, vol. 4, n°3/4, pp. 285-301
- [LAU08] **Launay J., Hivet G., Duong A.V., Boisse P.** *Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements.* Composites Science and Technology, 2008, vol. 68, n°2, pp. 506-515
- [LUY09a] **de Luycker E.** *Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks.* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2009, 148 p.
- [LUY09b] **de Luycker E., Morestin F., Boisse P., Marsal D.** *Simulation of 3D interlock composite preforming.* Composite Structures, 2009, vol. 88, n°4, pp. 615-623
- [MAR56] **Mark C, Taylor H. M.** *The fitting of woven cloth to surfaces.* Journal of the Textile Institute, 1956, vol.47, pp. 477-88.
- [MIL07] **Milani A. S., Nemes J. A., Abeyaratne R. C., Holzapfel G. A.** *A method for the approximation of non-uniform fiber misalignment in textile composites using picture frame test.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2007, vol. 38, n°6, pp. 1493-1501
- [NF80] **AFNOR.** *Verre textile. Tissus. Détermination de la rigidité conventionnelle en flexion. Méthode du flexomètre à angle fixe.* NF B 38-206. Paris : AFNOR, 1980, 4 p.

- [NIL09] **Nilakantan G., Keefe M., Gillespie J. W., Bogetti T. A.** *Simulating the Impact of Multi-Layer Fabric Targets using a Multi-Scale Model and the Finite Element Method.* pp.506-515 **In: Advani S. G., Gillespie, J. W. Eds. Recent Advances in Textile Composites (Proceedings of the 9th International Conference on Textile Composites)**, 13-15 October 2008, University of Delaware John M. Clayton Hall, Newark, Delaware, USA, Lancaster : DEStech Publications, Inc., 2008, 535 p.
ISBN 978-1-932078-81-7
- [PEI30] **Peirce F. T.** *The "handle" of cloth as a measurable quantity.* Journal of the Textile Institute, 1930, vol. 21, pp. 377-416
- [PEN05] **Peng X. Q., Cao J.** *A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2005, vol. 36, n°6, pp. 859-874
- [PIC09] **Pickett A. K., Sirtautas J., Erber A.** *Braiding Simulation and Prediction of Mechanical Properties.* Applied Composite Materials, 2009, vol. 16, n°6, pp. 345-364
- [PNE10] **Peugeot Calvisson - Garrage Murraciale** [en ligne] Disponible sur : <<http://www.peugeotcalvisson.com>> (consulté le 15.06.2010)
- [POT06] **Potluri P., Perez Ciurezu D. A., Ramgulam R. B.** *Measurement of meso-scale shear deformations for modelling textile composites.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2006, vol. 37, n°2, pp. 303-314
- [SAP07] **Sapozhnikov S. B., Forental M. V., Dolganina N. Y.** *Improved methodology for ballistic limit and blunt trauma estimation for use with hybrid metal/textile body armor.* **In: Proceedings of the micro-symposium "Finite element modelling of textiles and textile composites"**, 26-28 September 2007, Saint-Petersburg, Russia
- [SAU98] **Saunders R. A., Lekakou C., Bader M. G.** *Compression and microstructure of fibre plain woven cloths in the processing of polymer composites.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 1998, vol. 29, n°4, pp. 443-454
- [SNE10] **SNECMA Snecline** [en ligne]. Disponible sur : <http://www.snecma.com/snecline/getNewsletter.php?id=577&newsletter_lg=fr> (consulté le 20.09.2010)
- [SZE05] **Sze K. Y., Liu X. H.** *A new skeletal model for fabric drapes.* International Journal of Mechanics and Materials in Design, 2005, vol. 2, n°3-4, pp. 79-97
- [THI07] **ten Thije R. H. W., Akkerman R., Huétink J.** *Large deformation simulation of anisotropic material using an updated Lagrangian finite element method.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, vol. 196, n°33-34, pp. 3141-3150
- [TOR10] **Ets CARRON.** *Torchis et Colombage* [en ligne]. Disponible sur : <<http://www.torchis-colombage.com/>> (consulté le 07.07.2010)
- [TRU55a] **Truesdell C.** *Hypo-elasticity.* Journal of Rational Mechanics Analysis, 1955, vol. 4, pp. 83-133
- [TRU55b] **Truesdell C.** *The simplest rate theory of pure elasticity.* Communication of Pure Applied Mechanics, 1955, vol. 8, pp. 123-132

-
- [VAN91] **Van Der Weeën F.** *Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1991, vol. 31, n°7, pp. 1415-1426
- [VER05] **Verpoest I., Lomov S. V.** *Virtual textile composites software WiseTex: Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis.* Composites Science and Technology, 2005, vol. 65, n°15-16, pp. 2563-2574
- [WCBF] *Woven Composites Benchmark Forum* [en ligne]. Disponible sur : <<http://www.wovencomposites.org/index.php>> (consulté le 31.08.2010)
- [WIL08a] **Willems A., Lomov S.A., Verpoest I., Vandepitte D.** *Optical strain fields in shear and tensile testing of textile reinforcements.* Composites Science and Technology, 2008, vol. 68, n°3-4, pp. 807-819
- [WIL08b] **Willems A., Lomov S. V., Verpoest I., Vandepitte D., Harrison P., Yu W. R.** *Forming simulation of a thermoplastic commingled woven textile on a double dome.* pp. 965-968 **In: Boisse P., Morestin F., Vidal-Sallé E. Eds. Proceedings of the 11th ESAFORM Conference on Material Forming, 23-25 April 2008, Lyon, France, Paris : Springer, 2008, 1441 p.**
- [XIA97] **Xiao H., Bruhns O. T., Meyers A.** *Hypo-Elasticity Model Based upon the Logarithmic Stress Rate.* Journal of Elasticity, 1997, vol. 47, n°1, pp. 51-68
- [XIA98] **Xiao H., Bruhns O. T., Meyers A.** *On objective corotational rates and their defining spin tensors.* International Journal of Solids and Structures, 1998, vol. 35, n°30, pp. 4001-4014
- [ZHO04] **Zhou G., Sun X. K., Wang Y. Q.** *Multi-chain digital element analysis in textile mechanics.* Composites Science and Technology, 2004, vol. 64, n°2, pp. 239-244
- [ZHU07a] **Zhu B., Yu T. X., Tao X. M.** *An experimental study of in-plane large shear deformation of woven fabric composite.* Composites Science and Technology, 2007, vol. 67, n°2, pp. 252-261
- [ZHU07b] **Zhu B., Yu T. X., Tao X. M.** *Large deformation and slippage mechanism of plain woven composite in bias extension.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2007, vol. 38, n°8, pp. 1821-1828
- [ZIY08] **Ziyad K.** *Utilisation d'un outil de simulation par éléments finis pour l'amélioration de la fabrication de préformes composites pour des pièces d'hélicoptère.* Rapport de stage de Master, Master MEGA, Lyon : INSA de Lyon, 2008, 70 p.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : GATOULLAT DATE de SOUTENANCE : 13/12/2010

Prénoms : Sébastien

TITRE : Approche mésoscopique pour la mise en forme des renforts tissés de composites

NATURE : Doctorat Numéro d'ordre : 2010-ISAL-0121

Ecole doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

Spécialité : Mécanique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RESUME :

La simulation de la mise en forme des renforts tissés permet d'étudier les conditions de faisabilité d'une telle opération en limitant les essais expérimentaux et donc les coûts de développement. La simulation permet d'accéder à des informations telles que la position des fibres après formage et leur état de déformation ainsi que de prédire l'apparition de défauts (plissements, glissements de mèches, rupture de fibres/mèches). La définition du comportement mécanique des tissus nécessaire à ces simulations peut se faire à différentes échelles. Seuls les modèles définis à l'échelle macroscopique permettent à l'heure actuelle d'effectuer ce type de simulations. Les modèles aux échelles inférieures permettent alors de définir le comportement macroscopique d'un renfort à partir de l'assemblage de ses constituants élémentaires. Le passage méso/macro (ou micro/macro) s'accompagne dans ce cas d'une perte d'information liée au passage d'une description discrète à une description continue. Le modèle que nous proposons consiste en une description à l'échelle mésoscopique des renforts permettant la simulation de pièces à l'échelle macroscopique. Cela est rendu possible par une simplification de la description mésoscopique grâce à l'utilisation d'éléments de coques. Un modèle de comportement hypoélastique spécifique à la mèche est alors considéré. En particulier, la direction des fibres est strictement suivie et un comportement élastique non linéaire permettant de prendre en compte la compaction transverse est défini. L'identification et la validation du modèle sont effectués grâce aux essais usuels de caractérisation des renforts. Outre le fait de décrire correctement le comportement en cisaillement des tissus, le modèle permet de prédire les plissements et les glissements de mèches. Des simulations de mise en forme illustrent ces capacités.

MOTS-CLES : renforts tissés, composites, mise en forme, propriétés mécaniques, analyse mésoscopique, hypoélasticité, éléments finis

Laboratoire de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS), UMR5259
18-20 Rue des Sciences, 69621 Villeurbanne Cedex, France

Directeurs de thèse : BOISSE Philippe et VIDAL-SALLE Emmanuelle

Président de jury : GEINDREAU Christian

Composition du jury : CARON Jean-François, SAOUAB Abdelghani, GEINDREAU Christian, OTIN Stéphane, BOISSE Philippe, VIDAL-SALLE Emmanuelle