

## **THÈSE**

**CONTRÔLE MODAL DE STRUCTURES À PARTIR D'UN MODÈLE  
CONDENSÉ EXPÉRIMENTAL, APPLICATION À UN ROTOR SUR PALIERS  
MAGNÉTIQUES ACTIFS**

Présentée devant

**l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

pour obtenir

**le GRADE DE DOCTEUR**

École doctorale :

**Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**

Spécialité :

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

par

**Xavier DE LEPINE**

**Ingénieur Mécanicien**

Thèse soutenue le jour mois année devant la Commission d'examen

### **Jury**

PIERRE ARGOUL	Chargé de recherche (HDR)	Rapporteur
ANDRÉ PREUMONT	Professeur	Rapporteur
JEAN-LOUIS GUYADER	Professeur	Examineur
HANNES BLEULER	Professeur	Examineur
JARIR MAHFOUD	Maître de Conférence	Examineur
JOHAN DER HAGOPIAN	Maître de Conférence (HDR)	Directeur de thèse



SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
	<b><u>CHIMIE DE LYON</u></b>  Responsable : M. Denis SINOÛ	M. Denis SINOÛ Université Claude Bernard Lyon 1 Lab. Synthèse Asymétrique UMR UCB/CNRS 5622 Bât. 308, 2 <sup>ème</sup> étage 43, bd du 11 Novembre 1918 69622 VILLEUBANNE Cédex Tél : 04.72.44.81.83 Fax : 04.78.89.89.14 <a href="mailto:sinou@univ-lyon1.fr">sinou@univ-lyon1.fr</a>
E2MC	<b><u>ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS</u></b>  Responsable : M. Alain BONNAFOUS	M. Alain BONNAFOUS Université Lyon 2 Lab. d'Economie des transports 14, avenue Berthiot 69363 LYON Cédex Tél : 04.78.69.72.76 <a href="mailto:alain.bonnafoous@ish-lyon.cnrs.fr">alain.bonnafoous@ish-lyon.cnrs.fr</a>
EEA	<b><u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u></b>  Responsable : M. Daniel BARBIER	M. Alain BONNAFOUS INSA de Lyon Lab. Physique de la Matière Bât. Blaise PASCAL 69621 VILLEUBANNE Cédex Tél : 04.72.43.64.43 Fax : 04.73.43.60.82 <a href="mailto:daniel.barbier@insa-lyon.fr">daniel.barbier@insa-lyon.fr</a>
E2M2	<b><u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u></b>  Responsable : M. Jean-Pierre FLANDROIS	M. Jean-Pierre FLANDROIS UMR 5558 Biométrie et Biologie Evolutive Equipe dynamique des populations bactériennes Faculté de Médecine Lyon-Sud Laboratoire de Bactériologie BP 12 69600 OULLINS Tél : 04.78.86.31.50 Fax : 04.72.43.13.88 <a href="mailto:e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr">e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr</a>
EDIIS	<b><u>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</u></b> <a href="http://www.insa-lyon.fr/ediis">http://www.insa-lyon.fr/ediis</a>  Responsable : M. Lionel BRUNIE	M. Lionel BRUNIE INSA de Lyon EDIIS Bât. Blaise PASCAL 69621 VILLEUBANNE Cédex Tél : 04.72.43.60.55 Fax : 04.72.72.26.01 <a href="mailto:ediis@insa-lyon.fr">ediis@insa-lyon.fr</a>
EDISS	<b><u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</u></b> <a href="http://www.ibcp.fr/ediss">http://www.ibcp.fr/ediss</a>  Responsable : M. Alain-Jean COZZONE	M. Alain-Jean COZZONE IBCP (UCBL 1) 7, passage du Vercors 69367 LYON Cédex07 Tél : 04.72.72.26.75 Fax : 04.72.72.26.01 <a href="mailto:cozzone@ibcp.fr">cozzone@ibcp.fr</a>
	<b><u>MATERIAUX DE LYON</u></b> <a href="http://www.ec-lyon.fr/aites/edml">http://www.ec-lyon.fr/aites/edml</a>  Responsable : M. Jacques JOSEPH	M. Jacques JOSEPH Ecole Centrale de Lyon Bât. F7 Lab. Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces 36, avenue Guy de Collongue BP 163 69111 ECULLY Cédex Tél : 04.72.18.62.51 Fax : 04.72.18.60.90 <a href="mailto:jacques.joseph@ec-lyon.fr">jacques.joseph@ec-lyon.fr</a>
Math IF	<b><u>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALES</u></b> <a href="http://www.ens-lyon.fr/MathIF">http://www.ens-lyon.fr/MathIF</a>  Responsable : M. Franck WAGNER	M. Franck WAGNER Université Claude Bernard Lyon 1 Institut Girard Desargues UMR 5028 MATHEMATIQUES Bât. Doyen Jean Braconnier (Bureau 101bis, 1 <sup>er</sup> étage) 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43.27.86 Fax : 04.73.43.16.87 <a href="mailto:wagner@desargues.univ-lyon1.fr">wagner@desargues.univ-lyon1.fr</a>
MEGA	<b><u>MECANIQUE, ENERGETIQUES, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u></b> <a href="http://www.lmfa.ec-lyon.fr/ec-lyon.fr/autres/MEGA.index.html">http://www.lmfa.ec-lyon.fr/ec-lyon.fr/autres/MEGA.index.html</a>  Responsable : M. François SIDOROFF	M. François SIDOROFF Ecole Centrale de Lyon Lab. Tribologie et Dynamique des Systèmes Bât G8 36, avenue Guy de Collongue BP 163 69111 ECULLY Cédex Tél : 04.72.18.62.14 Fax : 04.72.18.65.37 <a href="mailto:francois.sidoroff@ec-lyon.fr">francois.sidoroff@ec-lyon.fr</a>



# Remerciements

D'un point de vue général, je remercie les personnes du LDMS et du LAMCOS qui ont permis d'avoir une ambiance agréable de travail. Cela concerne aussi bien les doctorants, les enseignants chercheurs et les secrétaires.

Je remercie les rapporteurs pour m'avoir permis d'enrichir le texte original grâce à leurs commentaires. Je remercie également mes encadrants de thèse, sans qui ce travail n'aurait pu être effectué. Je n'oublie pas les membres du jury qui se sont déplacés pour assister à la soutenance de mes travaux.

Je remercie aussi Atanas, Emmanuelle, Lucie, Benoît, Michel, Guillaume (les deux), Fabrice (les deux), Baptiste, Vincent, et plein d'autres encore.

Je remercie également Laurence pour son aide en expérimental, Nicolas pour les discussions concernant le travail ou autre, et bien sûr Pascale, Monique et Jeanine pour m'avoir supporté.

Je donne aussi mes remerciements à mes parents pour m'avoir soutenu malgré la distance. Mais je remercie surtout Elodie, qui, en plus de me soutenir tous les jours, est prête à partager ma vie pour longtemps...



# Résumé

Ce travail présente un modèle condensé expérimental qui peut être utilisé pour le contrôle modal de structures. L'intérêt de ce modèle est d'être aisé à utiliser tout en étant efficace pour le contrôle. Les bases théoriques sur lesquelles repose l'identification de ce modèle sont présentées. L'approche est validée en simulation numérique et expérimentalement. Son utilisation pour le contrôle modal est présentée, et est validée en simulation. L'application de la méthode pour le contrôle modal de structures avec des actionneurs magnétiques est présentée. Il est montré qu'un modèle inverse des actionneurs est nécessaire pour appliquer la méthode. L'approche de contrôle modal avec actionneurs magnétiques est validée expérimentalement. Une application de l'approche avec un rotor sur paliers magnétiques est introduite en simulation. La démarche d'identification et de contrôle est exposée. Le travail se conclut sur l'extension du modèle condensé expérimental dans le cadre du suivi de comportement. L'étude est appliquée à un rotor sur paliers à roulements en simulation, et permettent de reconstruire les efforts agissant sur la structure à partir de mesures.

**MOTS CLÉS :** contrôle modal, modèle condensé expérimental, actionneurs magnétiques, rotor



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction : état de l'art</b>	<b>19</b>
1.1	Contrôle de structures . . . . .	20
1.2	Contrôle des rotors . . . . .	22
1.3	Objectif de l'étude . . . . .	24
<b>2</b>	<b>Contrôle et modélisation : introduction du Modèle Condensé Expérimental (MCE)</b>	<b>27</b>
2.1	Méthodes de contrôle et de modélisation . . . . .	28
2.1.1	Contrôle . . . . .	28
2.1.2	Modélisation . . . . .	32
2.1.3	Identification de modèles . . . . .	33
2.1.4	Contrôle modal . . . . .	40
2.2	Modèle Condensé Expérimental (MCE) . . . . .	44
2.2.1	Dynamique du MCE . . . . .	45
2.2.2	Identification de la matrice d'évolution du MCE . . . . .	47
2.2.3	Identification de la matrice d'action du MCE . . . . .	50
2.3	Utilisation pour le contrôle . . . . .	54
2.3.1	Observateur du MCE . . . . .	54
2.3.2	Modes complexes . . . . .	55
2.3.3	Implémentation dans la boucle de contrôle . . . . .	56
2.4	Application sur un cas simple : contrôle d'un treillis plan . . . . .	57
2.4.1	Description du modèle du treillis . . . . .	57
2.4.2	Identification du MCE sur le treillis . . . . .	59
2.4.3	Résultats . . . . .	62
2.5	Conclusions . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Contrôle modal de structures avec Paliers Magnétiques Actifs (PMA)</b>	<b>67</b>
3.1	Lois de l'électromagnétisme appliquées au SMA . . . . .	68
3.1.1	Généralités . . . . .	68

3.2	Contrôle de structures avec des actionneurs magnétiques . . . . .	73
3.2.1	Linéarisation autour d'un point de fonctionnement . . . . .	73
3.2.2	Actionneurs électromagnétiques avec MCE : modèle inverse des SMA . . . . .	78
3.3	Validation expérimentale : contrôle d'une poutre avec des Supports Magnétiques Actifs . . . . .	80
3.3.1	Conception et élaboration du banc expérimental . . . . .	80
3.3.2	Validation du réseau de la bobine . . . . .	90
3.3.3	Procédures d'identification . . . . .	90
3.3.4	Résultats . . . . .	94
3.4	Conclusions . . . . .	97
<b>4</b>	<b>Application au rotor avec PMA</b>	<b>101</b>
4.1	Modélisation de rotors . . . . .	102
4.1.1	Approche énergétique . . . . .	102
4.1.2	Le disque . . . . .	103
4.1.3	L'arbre . . . . .	103
4.1.4	Les paliers . . . . .	105
4.1.5	Le balourd . . . . .	106
4.2	Application numérique : faisabilité du contrôle du rotor d'une pompe turbomoléculaire . . . . .	108
4.2.1	Procédure d'identification du MCE sur le rotor sur PMA . . . . .	108
4.2.2	Modèle utilisé pour les simulations . . . . .	109
4.2.3	Identification du MCE sur le rotor . . . . .	113
4.2.4	Contrôleur basé sur le MCE . . . . .	114
4.3	Conclusion . . . . .	121
<b>5</b>	<b>Perspectives : suivi de comportement</b>	<b>123</b>
5.1	Modèle rotor sur paliers à roulements . . . . .	124
5.1.1	Présentation du modèle . . . . .	124
5.1.2	Identification du MCE sur le rotor . . . . .	129
5.1.3	Identification de la matrice d'action sur les plans d'équilibrage . . . . .	132
5.2	Résultats et limites de la méthode . . . . .	133
5.2.1	Réponse du rotor en rotation - comparaison avec le MCE . . . . .	133
5.2.2	Reconstruction du balourd . . . . .	134
5.3	Conclusions . . . . .	143
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>145</b>

<b>A Réseaux de neurones</b>	<b>159</b>
A.1 Architecture . . . . .	159
A.1.1 Les neurones à entrées paramétrées . . . . .	160
A.1.2 Les neurones à non-linéarité paramétrée . . . . .	161
A.2 Réseau de neurones (couches de neurones) . . . . .	162
A.2.1 Sortie du réseau . . . . .	164
A.3 Matrice des gains avec la représentation Matlab . . . . .	164
<b>B Prescriptions sur l'identification du MCE</b>	<b>169</b>
B.1 Filtre numérique . . . . .	169
B.2 Calcul d'exponentielles de matrices . . . . .	170
<b>C Condensation de Guyan</b>	<b>171</b>
<b>D Méthodes de calcul des fréquences et des modes d'un système</b>	<b>175</b>
D.1 Introduction . . . . .	175
D.2 La méthode directe . . . . .	175
D.3 La méthode de Rayleigh-Ritz . . . . .	176
D.4 La méthode itérative . . . . .	177
<b>E Contrôle modal - critères d'observabilité et de contrôlabilité</b>	<b>181</b>
E.1 Introduction . . . . .	181
E.2 Définitions . . . . .	181
E.3 Matrices de contrôlabilité et d'observabilité . . . . .	182
<b>F Identification expérimentale du MCE du treillis</b>	<b>185</b>
F.1 Présentation des objectifs du banc expérimental . . . . .	185
F.2 Présentation du banc . . . . .	185
F.3 Présentation des résultats . . . . .	187
<b>G Retour intégral et suivi de consigne</b>	<b>189</b>
<b>H Matrice d'action du modèle d'états discrétisé</b>	<b>191</b>

# Table des figures

2.1	Principe du contrôleur par anticipation ( <i>feedforward</i> ) . . . . .	29
2.2	Principe du contrôleur par rétroaction ( <i>feedback</i> ) . . . . .	30
2.3	Identification des paramètres d'un modèle . . . . .	34
2.4	Erreur de sortie : $\varepsilon(t)$ . . . . .	38
2.5	Erreur de prédiction : $e(t)$ . . . . .	39
2.6	Implémentation du contrôleur modal avec <i>observateur</i> . . . . .	44
2.7	Identification des paramètres de $A_{d-MCE}$ avec un réseau de neurones	50
2.8	Procédure expérimentale pour l'identification de $A_{d-MCE}$ . . . . .	51
2.9	Identification des paramètres de $B_{d-MCE}$ avec un réseau de neurones	52
2.10	Procédure expérimentale pour l'identification de $B_{d-MCE}$ . . . . .	53
2.11	Implémentation du contrôleur modal avec <i>observateur MCE</i> . . . . .	58
2.12	Présentation du système . . . . .	60
2.13	Effet du filtre numérique ou d'une fréquence d'échantillonnage trop élevée sur $A_{MCE}$ . . . . .	61
2.14	Evolution des pôles sur le plan complexe. Les pôles de $A_{MCE}$ sont notés par + et les pôles de la matrice $A_{MCE} - LC$ sont notés par $\times$ .	62
2.15	Schéma de la méthode de réglage des gains de l'observateur MCE	63
2.16	Effet de l'observateur MCE sur les signaux issus des capteurs placés sur le treillis. Un bruit de mesure fictif est ajouté aux capteurs en simulation, et la structure est excitée par choc sur ses modes supérieurs. Trait fin pour le signal issu du capteur et trait épais pour la reconstruction de l'observateur MCE. . . . .	64
2.17	Schéma de la méthode de réglage des gains du contrôleur MCE . . . . .	64
2.18	Réponse du treillis soumis à un balayage sinus sur la plage $[0, 1000Hz]$ . . . . .	65
2.19	Réponse du treillis soumis à une sollicitation de type échelon. . . . .	65
2.20	Efforts délivrés par le contrôleur quand le treillis est soumis à une sollicitation de type échelon. . . . .	66
3.1	Dessin d'un SMA en 3D . . . . .	70

3.2	Dessin d'un SMA en 2D . . . . .	70
3.3	Sustentation magnétique pour un système à 1 degré de liberté . . .	74
3.4	Schéma d'un système masse-ressort sans amortissement . . . . .	77
3.5	Schéma de la boucle de contrôle modal MCE avec modèle inverse des actionneurs magnétiques . . . . .	79
3.6	Schéma du montage . . . . .	81
3.7	Schéma du support des SMA . . . . .	83
3.8	Montage pour l'évaluation des efforts délivrés par les actionneurs magnétiques . . . . .	85
3.9	Schéma de la procédure d'évaluation de la force électromagnétique générée par le SMA en fonction de l'entrefer . . . . .	86
3.10	Efforts SMA en fonction de l'intensité d'alimentation et de l'entrefer ( $e = 0.8mm$ , $e = 0.5mm$ et $e = 0.3mm$ ) pour un bobinage de $N = 180$ tours . . . . .	87
3.11	Schéma du montage électrique effectué pour s'assurer de l'absence de comportement hystérétique du SMA en dynamique . . . . .	87
3.12	Schéma du montage pour la mesure de l'entrefer en temps réel . .	88
3.13	Courbe d'étalonnage de l'amplificateur de courant . . . . .	89
3.14	Validation de la structure du réseau de neurones utilisé pour l'iden- tification des paramètres du SMA (la réponse du réseau est signalé par le signe +) . . . . .	91
3.15	Reconstruction issue de l'équation récurrente de l'EQ. 2.46 (+) comparée à la réponse filtrée de la structure . . . . .	92
3.16	Schéma de la procédure d'identification fine des paramètres du SMA. Les paramètres entourés sont utilisés pour alimenter le ré- seau de neurones spécialisé . . . . .	93
3.17	Interface graphique <i>ControlDesk</i> utilisée pour le pilotage des SMA	94
3.18	Schéma du réseau spécialisé utilisé pour l'identification des para- mètres du SMA . . . . .	95
3.19	Schéma de la boucle de contrôle MCE complète avec modèle in- verse de SMA . . . . .	95
3.20	Présentation du dispositif expérimental complet . . . . .	96
3.21	FFT des signaux issus de la structure après sollicitation au marteau de choc . . . . .	96
3.22	Réglage et rôle de l'observateur MCE . . . . .	97
3.23	Comparaison des réponses de la poutre contrôlée (trait épais) et non contrôlée (trait fin) . . . . .	98
3.24	Schéma du principe du retour intégral avec le modèle inverse du SMA . . . . .	98

3.25	Suivi de consigne du contrôle avant et après la mise en place d'un retour intégral . . . . .	99
3.26	Comparaison des réponses fréquentielles entre la structure non contrôlée (trait fin) et la structure contrôlée (trait épais) au capteur 1. . . . .	99
3.27	Efforts délivrés par les bobines au cours du temps . . . . .	100
4.1	Paramétrage du disque du rotor . . . . .	104
4.2	Section droite du disque . . . . .	105
4.3	Schéma des raideurs et amortissements apportés au rotor par l'intermédiaire du palier . . . . .	105
4.4	Balourds sur le rotor . . . . .	107
4.5	Repérage du balourd . . . . .	107
4.6	Mise en place du rotor sur des suspensions à raideurs faibles . . . . .	108
4.7	Photo de la pompe . . . . .	109
4.8	Schémas des parties principales du rotor . . . . .	110
4.9	Schéma d'un PMA (vue en coupe) . . . . .	111
4.10	Modèle éléments finis conçu sous Rotorinsa . . . . .	112
4.11	Schéma des éléments utilisés pour le modèle . . . . .	113
4.12	Réponses du rotor à l'arrêt en boucle fermée (trait épais) et du rotor en boucle ouverte (trait fin) pour des suspensions aux raideurs inférieures ( $\frac{K_{suspensions}}{2}$ ) à celles des suspensions utilisées pour l'identification. Le contrôleur est le contrôleur MCE classique . . . . .	116
4.13	Contrôleur MCE basé sur l'arbre placé sur des suspensions . . . . .	117
4.14	Contrôleur MCE basé sur l'arbre placé sur des suspensions. Un retour proportionnel "simulant" le comportement des suspensions utilisées pour l'identification est ajouté. . . . .	117
4.15	Réponses du rotor à l'arrêt contrôlé (trait épais) et du rotor non contrôlé (trait fin) pour le contrôleur avec retour proportionnel (adimensionné) . . . . .	118
4.16	Réponses du rotor en rotation à 6 000 <i>tr/mn</i> contrôlé (trait épais) et du rotor non contrôlé (trait fin) pour le contrôleur avec retour proportionnel (adimensionné) . . . . .	119
4.17	Réponses du rotor en rotation à 42 000 <i>tr/mn</i> contrôlé (trait épais) et du rotor non contrôlé (trait fin) pour le contrôleur avec retour proportionnel (adimensionné) . . . . .	120
4.18	Réponse de l'arbre en rotation à 6 000 <i>tr/mn</i> quand il est soumis aux efforts de balourds . . . . .	121
5.1	Photo du rotor utilisé pour les simulations . . . . .	125
5.2	Modèle éléments finis du rotor à roulements conçu sous Rotorinsa . . . . .	126

5.3	Schéma simplifié du rotor utilisé pour les simulations . . . . .	127
5.4	Erreur systématique du rotor en rotation à cause du balourd . . . . .	131
5.5	Acquisition des signaux après sollicitation de type choc avec référence de phase . . . . .	132
5.6	Identification de $B_{d-MCE \text{ rotor}}$ avec une excitation harmonique suivant les deux directions du plan d'équilibrage . . . . .	133
5.7	Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. Les fréquences sont comprises dans $[0 \text{ tr/mn } 3\,000 \text{ tr/mn}]$ . . . . .	135
5.8	Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. Les fréquences sont comprises dans $[3\,000 \text{ tr/mn } 9\,000 \text{ tr/mn}]$ . . . . .	136
5.9	Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. Les fréquences sont comprises dans $[12\,000 \text{ tr/mn } 15\,000 \text{ tr/mn}]$ . . . . .	137
5.10	Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. La fréquence est de $18\,000 \text{ tr/mn}$	138
5.11	Comparaison des diagrammes de Campbell du rotor (points noirs) et du MCE (ronds bleus) . . . . .	139
5.12	Zoom 1 sur la comparaison des diagrammes de Campbell du rotor (points noirs) et du MCE (ronds bleus) . . . . .	140
5.13	Zoom 2 sur la comparaison des diagrammes de Campbell du rotor (points noirs) et du MCE (ronds bleus) . . . . .	140
5.14	Réponse du rotor et du MCE à un balourd $1g.cm$ pour des fréquences comprises dans $[0 \text{ tr/mn } 15\,000 \text{ tr/mn}]$ . . . . .	141
5.15	Schéma de la procédure de reconstruction du balourd en temps réel	142
5.16	Reconstruction du balourd en temps réel pour des signaux non bruités lors de l'identification . . . . .	143
5.17	Reconstruction du balourd en temps réel pour des signaux bruités lors de l'identification . . . . .	144
A.1	Représentation du neurone selon Dreyfus <i>et al.</i> [2002] . . . . .	159
A.2	Neurone à trois entrées avec biais selon Dreyfus <i>et al.</i> [2002] . . . . .	160
A.3	Exemple de neurone à non-linéarité paramétrée . . . . .	161
A.4	Représentation d'un réseau de neurones non-bouclé avec couches cachées . . . . .	163
A.5	Représentation générale d'un réseau avec sortie directe . . . . .	163
A.6	Représentation <i>Matlab</i> ® d'un réseau une couche . . . . .	165
A.7	Représentation <i>Matlab</i> ® abrégée d'un réseau une couche . . . . .	166
A.8	Représentation <i>Matlab</i> ® d'un réseau à plusieurs couches . . . . .	166

F.1	Photo du banc expérimental mis en œuvre pour l'identification du MCE . . . . .	186
F.2	Comparaison des réponses de la structure (trait épais) et du MCE (trait fin pointillé) aux capteurs . . . . .	188
H.1	Hypothèse du B.O.Z. : $F_c(t)$ est supposé constant sur $[t_0, t_0 + \Delta t]$ .	192

# Liste des tableaux

2.1	Dimensions et caractéristiques mécaniques du treillis . . . . .	59
3.1	Caractéristiques du SMA . . . . .	82
3.2	Tableau des performances du contrôleur en fonction du mode . . .	97
B.1	Quelques polynômes de Butterworth . . . . .	170



# Chapitre 1

## Introduction : état de l'art

*Ce travail s'inscrit dans la continuité de la conception d'un contrôleur neuro-flou débuté lors de travaux antérieurs effectués au laboratoire. La conception de ce type de contrôleur nécessite un modèle neuronal de la structure à contrôler. Jusqu'ici, ces travaux faisaient appel aux équations des structures. Ici, une approche d'identification neuronale expérimentale est développée.*

*Le contrôle de structures est mis en place pour maîtriser le comportement dynamique des dispositifs. L'objectif est de contenir le niveau vibratoire de la structure, afin de diminuer au mieux l'endommagement de ses composants et de minimiser la fatigue des matériaux. Ce chapitre est composé de trois parties. Le contrôle de structures est exposé en première partie. Quelques méthodes de contrôle et d'actionneurs sont introduites. En seconde partie, le cas du contrôle des rotors est présenté. Les rotors sustentés sur paliers magnétiques actifs sont présentés. En dernière partie, l'objectif de l'étude est exposé : un modèle condensé expérimental est utilisé pour effectuer le contrôle modal de structures sur un rotor sur paliers magnétiques actifs.*

## 1.1 Contrôle de structures

L'étude du contrôle du comportement vibratoire des structures a pour objectif de minimiser les effets de vibrations quand elles sont soumises à des perturbations. Il existe plusieurs approches pour effectuer du contrôle de structures : le contrôle passif, le contrôle actif, et le contrôle hybride.

Le principe du contrôle passif repose sur la dissipation de l'énergie vibratoire à l'aide d'éléments amortissants ajoutés à la structure. Dans les trente dernières années, les travaux dans lesquels sont mis en œuvre le contrôle passif uniquement ont été effectués. Ainsi, Purcell (Purcell [1977]) propose dans les années 70 une étude comparative sur les matériaux utilisés dans le contrôle passif ; Azcoitia (Azcoitia et Karimi [2001]), présente un matériau ferromagnétique qui présente des qualités dissipatives intéressantes ; et Harland (Harland *et al.* [2001]) qui développe des travaux de contrôle reposant sur du contrôle passif adaptatif.

Le principe du contrôle actif, quant à lui, repose sur des échanges d'énergie entre la structure et le contrôleur par le biais des actionneurs. Il s'avère que le contrôle actif peut s'appliquer à des domaines plus larges, et est souvent plus efficace, notamment quand il est couplé au contrôle passif (Allen [1977]) : la terminologie pour ce type de contrôle est le contrôle hybride, ou semi-passif. Parmi les travaux faisant intervenir le contrôle semi-passif, ceux de Chang (Chang et Shabana [1987]), Clark (Clark [1999]), et plus récemment, ceux de Li (Li *et al.* [2005]) peuvent être cités.

Afin de mettre en place une boucle de contrôle, un modèle de la structure à contrôler peut être nécessaire. Dans un premier temps, les modèles utilisés ne prennent en compte qu'un nombre limité de paramètres, et donc de degrés de liberté (Gupta *et al.* [1980]). L'amélioration des méthodes de modélisation, notamment les modèles Eléments Finis (EF, Denman et Jeon [1985]) et la méthode d'expansion modale (Biswas et Klafter [1988]), permettent de prendre en compte beaucoup plus de spécificités de la structure, et d'intégrer aux schémas de contrôle le comportement des actionneurs. Il existe de nombreux types d'actionneurs, comme les actionneurs piézo-céramiques (Sung *et al.*), piézo-électriques (Baz et Poh [1988]), les fluides électro-rhéologiques (Chen et Yang [2003]; Mendoza *et al.* [2003]), les matériaux à mémoire de forme (Rogers *et al.* [1990]), les paliers magnétiques (Schweitzer et Ulbrich [1980]), par exemple.

L'efficacité du contrôle dépend de la précision du modèle utilisé. Or, dans des conditions réelles de fonctionnement, il est difficile de prendre en compte toutes les caractéristiques propres au système à contrôler, et donc d'avoir un modèle qui reproduise le comportement du système de façon suffisamment précise. C'est pourquoi des méthodes d'identification de paramètres de modèles sont mises au point. Les travaux de Creamer et Jabbari (Creamer et Junkins [1988]; Jabbari et Gibson

[1988]), la méthode des sous-espace de Van-Overschee (Van Overschee et De Moor [1996]) et Ljung (Ljung [1999]) peuvent être cités. Des méthodes de recalage de modèles EF sont également mises au point (Zimmerman et Widengren [1990]).

On peut être amené à utiliser des modèles EF de plus en plus complexes, et il n'est plus raisonnable d'intégrer la totalité du modèle dans la boucle de contrôle, le temps nécessaire au calcul de la force de contrôle devenant trop important. C'est pour cette raison que des méthodes de réduction de modèles sont mises au point. Parmi ces méthodes, les méthodes de sous-structuration (Dodds et Lopez [1980]; Lou *et al.* [2003]), de réduction modale, ou " pseudo-modale " (Lalanne et Ferraris [1998]) peuvent être citées.

Le modèle de la structure est utilisé pour calculer les gains nécessaires à l'estimation de la commande de contrôle. Pour calculer ces gains, les techniques de régulation par placement de pôles (Baruh [1987]) sont étudiées, et amènent à calculer la commande à partir de gains assignés aux valeurs Proportionnelles, Intégrales et Dérivées (PID) des signaux délivrés par les capteurs. D'autre part, des algorithmes sont développés pour optimiser le contrôle. Pour l'optimisation de l'emplacement des actionneurs, la méthode des grammians (Moore [1979]; Bru *et al.* [2004]) peut être citée. Pour l'optimisation des gains de contrôle, la minimisation d'une fonctionnelle linéaire quadratique (méthode LQR : Linear Quadratic Regulator) est largement utilisée. Les méthodes LQR sont complétées par les méthodes LQG (Linear Quadratic Gaussian), qui prennent en compte les erreurs stochastiques issues des capteurs. Dans ce cas, un filtre de Kalman (Kalman [1960]; Alam *et al.* [1995]; Song *et al.* [2002]) est utilisé.

Les techniques de placement de pôles (optimisées ou non) peuvent être appliquées dans l'espace physique (Padiyar *et al.* [1980]; Zhang *et al.* [2000]) ou dans l'espace modal (Meirovitch et Silverberg [1984]). Cette dernière méthode présente l'avantage d'effectuer un contrôle global de la structure avec un minimum de capteurs et d'actionneurs (Gaudiller et Der Hagopian [1996]), mais expose le contrôle à des instabilités dues au *spillover* décrit par Balas (Balas [1978]). Ce phénomène vient du fait que les observateurs d'états (ou reconstruteurs d'états), qui reconstruisent les quantités modales de la structure en temps réel, sont issus de modèles qui ne prennent en compte qu'un nombre limité de modes. Si l'observateur est mal réglé, il devient sensible aux modes qui ne sont pas pris en compte dans la modélisation (*spillover d'observation*) et aux bruits de mesure, et par conséquent peut provoquer des instabilités lors du bouclage avec le contrôleur modal (*spillover de contrôle*).

Parmi les algorithmes de contrôle, les méthodes de contrôle s'appuyant sur des critères de robustesse, telle que  $H_\infty$  (Lai *et al.* [2005]) ou le contrôle des modes glissants (Sinha et Kao [1991]; Allen *et al.* [2000]) peuvent être évoquées.

Plus récemment, des techniques de calcul de contrôleurs issus des réseaux de

neurones (Jang *et al.* [1997]; Dreyfus *et al.* [2002]) émergent. Elles s'appuient souvent sur l'identification d'un modèle neuronal qui est ensuite utilisé pour identifier un contrôleur neuronal (Narendra et Parthasarathy [1990]; Polycarpou et Ioannou [1992]; Ghaboussi et Joghataie [1995]; Bani Hani et Ghaboussi [1998]; Al-Nassar *et al.* [2000]; Kim *et al.* [2004]). De façon parallèle, des contrôleurs issus de la logique floue (Zadeh [1965]) sont étudiés (Casciati *et al.* [1994]; Beale et Lee [1995]) et appliqués (Kim et Clark [1999]; Lei *et al.* [2000]; Malhis *et al.* [2005]) au contrôle de structures. Ces contrôleurs démontrent qu'ils sont adaptés au contrôle de structures non linéaires (Ahlawat et Ramaswamy [2001]). Les lois de contrôle sont calculées à partir de formulations linguistiques de type *Si - et/ou - alors* issues d'une expertise.

Ces dix dernières années, les travaux mettant en commun ces deux technologies se multiplient. Parmi ces travaux, ceux de Tyan (Tyan *et al.* [1996]), qui utilisent les réseaux pour effectuer des diagnostics de défauts, et la logique floue pour le contrôle peuvent être cités ; Burakov, Chan et Couzon (Burakov [2001]; Chan *et al.* [2001]; Couzon [2003]), quant à eux, intègrent des contrôleurs neuro-flous dans la boucle de contrôle ; et pour les plus récents, les travaux de Lin (Lin [2005]) qui intègre cette approche aux *smart-materials*, de Oh (Oh *et al.* [2005]) qui associe l'algorithmie génétique au design du contrôleur et de Leu (Leu *et al.* [2005]), qui applique des observateurs neuro-flous adaptatifs au contrôle de structures non-linéaires, peuvent être évoqués.

Les méthodes de contrôle actif de structures sont appliquées dans de nombreux domaines. Ceux-ci vont de l'aérospatiale (Kaplow et Velman [1980]) au génie civil (Setareh [2002]). Le domaine dans lequel se situe notre étude concerne le contrôle des arbres des machines tournantes, ceux-ci étant considérés comme rigides ou souples.

## 1.2 Contrôle des rotors

Les machines tournantes sont souvent utilisées pour transformer l'énergie. Leurs domaines d'application sont aussi variés que l'aéronautique (hélicoptères), l'industrie mécanique (turbines, compresseurs), l'industrie électronique et pharmaceutique (pompes à vide), etc. Dans un souci d'augmentation de la productivité et de diminution des coûts, la masse de l'arbre tournant (rotor) tend à diminuer tandis que sa vitesse de rotation augmente. Les phénomènes vibratoires auxquels est soumis le rotor sont de plus en plus importants, et peuvent amener à l'instabilité du système. C'est pourquoi les technologies sont développées pour augmenter la puissance massique tout en contenant le niveau vibratoire en dessous d'un seuil acceptable.

Dans les années 70-80, les travaux de recherche appliqués aux machines tournantes ont pour objectif principal de comprendre les phénomènes vibratoires qui peuvent conduire à l'instabilité du système. Il n'y a alors pour solution que de diminuer au mieux les défauts d'axisymétrie (à l'origine des balourds) lors de la fabrication, ou alors d'adjoindre des dispositifs visant à limiter les vibrations (Willem [1977]; Adams [1978]). Les vitesses de rotation qui font intervenir les modes flexibles de l'arbre tournant sont alors évitées.

Les années 80-90 voient l'émergence des premiers balbutiement du contrôle actif appliqué aux rotors. La maîtrise du comportement dynamique des rotors permet de franchir les vitesses de rotation correspondant aux modes flexibles du rotor (Allaire *et al.* [1983]; Stanway et Burrows [1981]; Firoozian et Stanway [1988]; Ulbrich [1987]). Parallèlement, des travaux qui visent à améliorer la modélisation des phénomènes régissant les mouvements du rotor sont menés (Imam *et al.* [1982]; Berthier *et al.* [1983]).

Afin d'appliquer le contrôle au rotor, des actionneurs adaptés doivent être développés. La faisabilité du contrôle avec des matériaux intelligents est explorée (Straub [1996]), notamment les matériaux piézoélectriques, qui ont l'avantage d'être compacts (Palazzolo *et al.* [1991]; Kanestrom et Egeland [1993]). Des travaux qui visent à transmettre l'action de contrôle par des paliers actifs sont également menés. Ces paliers "intelligents" peuvent être de type hydraulique, à viscosité variable (Kollias et Dimarogonas [1993]), ou piézo-électrique (Simões *et al.* [2005]) notamment.

Les actionneurs magnétiques peuvent être évoqués parmi ceux qui émergent notablement. Ils présentent l'avantage d'agir sans contact, ce qui permet de limiter les problèmes de maintenance et d'usure (Sinha et Kao [1991]). L'amélioration des dispositifs électroniques permettent de faire évoluer les actionneurs magnétiques. Ils peuvent jouer le rôle, à la fois de paliers et d'actionneurs (PMA : Paliers Magnétiques Actifs)(Schweitzer et Ulbrich [1980]). Ceci permet d'élargir les domaines d'application des machines tournantes. Néanmoins, le comportement non-linéaire des PMA rend nécessaire la mise en place d'une boucle de contrôle.

Les forces électromagnétiques générées par les paliers magnétiques sont fonctions du flux électromagnétique qui parcourt le circuit magnétique. Le pilotage en courant est plus simple à implémenter que leur pilotage en tension. C'est pour cette raison que dans la plupart des réalisations mettant en œuvre des PMA, un pilotage en courant est effectué. Néanmoins, les forces électromagnétiques générées par les PMA sont reliées au courant qui les alimentent par une fonction fortement non-linéaire. Ainsi, afin d'intégrer le comportement non-linéaire des PMA dans la boucle de contrôle, les déplacements du rotor sont considérés petits autour du point d'équilibre en lévitation magnétique à l'arrêt. La relation entre les forces électromagnétiques et le courant peut alors être linéarisée. Avec cette approche, des stra-

tégies de contrôle de type PID (Knospe *et al.* [1995]) ont pu être réalisées, et parmi les travaux les plus récents, des contrôles robustes ont été mis en œuvre (Jang *et al.* [2005]; Yu *et al.* [2005]). Lorsque les vitesses de rotation sont très élevées, l'effet gyroscopique du rotor couplé au comportement non-linéaire des PMA peut mettre en défaut les contrôleurs linéaires de type PID (Habib et Inayat-Hussain [2004]).

Dans l'optique d'améliorer les performances des machines tournantes, il devient alors important de développer des contrôleurs qui prennent en compte à la fois le comportement dynamique du rotor excité sur ses modes flexibles élevés, et le comportement non-linéaire des PMA.

### 1.3 Objectif de l'étude

La stratégie de contrôle utilisée dans ce travail repose sur l'approche modale, notamment pour son efficacité sur l'ensemble de la structure. Néanmoins, les matrices utilisées pour construire l'observateur et le contrôleur sont issues des modèles EF, qui demandent souvent un recalage afin de reproduire fidèlement le comportement dynamique de la structure. C'est la raison pour laquelle sont développées dans ce travail une approche d'identification et une méthode de réglage de contrôleur. Cette approche s'appuie sur une propriété des structures mécaniques dont le mouvement peut être découplé sur la base de ses modes. A l'issue de l'identification, un modèle à la fois précis et réduit est utilisé pour le réglage du contrôleur modal. Ce modèle est appelé *Modèle Condensé Expérimental (MCE)*, et son identification est particulièrement bien adaptée aux conditions propres à l'expérimentation.

Dans le chapitre suivant sont exposées les principales approches de modélisation et d'identification de modèles de structures, et le contrôle qui en découle. La distinction est ainsi présentée entre les méthodes classiques d'identification et l'identification du MCE. Cette partie se termine sur un exemple uniquement en simulation. Une structure en treillis est utilisée.

Le troisième chapitre présente comment le contrôle modal basé sur le MCE peut être utilisé avec les actionneurs magnétiques, avec pour perspective d'étendre la méthode aux PMA. La méthode classique de linéarisation du comportement non-linéaire des actionneurs magnétiques autour d'un point de fonctionnement est exposée. Il est montré qu'il est nécessaire d'utiliser un modèle inverse des actionneurs magnétiques afin qu'ils puissent être intégrés dans la stratégie de contrôle modal mettant en œuvre le MCE. Cette partie se conclut sur une application expérimentale de la méthode complète afin de valider l'approche. Une poutre est utilisée parce que son comportement s'apparente à celui d'un rotor à l'arrêt.

Dans le quatrième chapitre, la mise en équation des rotors est présentée. Le modèle EF du rotor est utilisé pour les simulations. Le modèle utilisé est celui d'une pompe turbo-moléculaire fabriquée par *Alcatel Vacuum Technology* utilisée dans l'industrie de la micro-électronique. Sa fonction est de créer un vide important nécessaire au procédé de fabrication de pièces électroniques. Un procédé d'identification du MCE sur ce type de structure est réalisé et est appliqué dans le cadre du contrôle modal du rotor.

Une perspective est exposée dans le chapitre cinq. Dans cette partie, il est montré que le MCE peut être appliqué au suivi de comportement d'un rotor sur paliers à roulements. Un modèle d'un rotor existant au laboratoire est utilisé pour la présentation de la méthode. La méthode présente une procédure d'identification qui permet de prendre en compte l'effet gyroscopique du rotor afin d'accéder à la reconstruction des caractéristiques d'un balourd *a priori* inconnu. Les résultats sont présentés en conclusion de cette partie.

Le sixième chapitre présente la conclusion générale de ce travail.



## Chapitre 2

# Contrôle et modélisation : introduction du Modèle Condensé Expérimental (MCE)

*Dans le chapitre suivant, différentes méthodes de contrôle sont exposées. La distinction est faite entre la méthode du contrôle modal et les autres méthodes de contrôle. Ce type de méthode implique qu'il est possible d'accéder à un modèle précis de la structure à contrôler. Afin d'obtenir un tel modèle, une procédure d'identification est nécessaire. Différentes méthodes d'identification de modèles sont exposées. Le principe du Modèle Condensé Expérimental (MCE) est proposé comme une alternative à la procédure de recalage nécessaire aux autres méthodes de modélisation. La méthode d'identification du MCE et son utilisation pour le contrôle sont présentées. La méthode est appliquée en simulation sur un treillis. Les résultats d'identification du MCE sur le treillis, et de contrôle modal à partir de celui-ci sont satisfaisants.*

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Méthodes de contrôle et de modélisation . . . . .</b>	<b>28</b>
2.1.1	Contrôle . . . . .	28
2.1.2	Modélisation . . . . .	32
2.1.3	Identification de modèles . . . . .	33
2.1.4	Contrôle modal . . . . .	40
<b>2.2</b>	<b>Modèle Condensé Expérimental (MCE) . . . . .</b>	<b>44</b>
2.2.1	Dynamique du MCE . . . . .	45
2.2.2	Identification de la matrice d'évolution du MCE . . . . .	47
2.2.3	Identification de la matrice d'action du MCE . . . . .	50
<b>2.3</b>	<b>Utilisation pour le contrôle . . . . .</b>	<b>54</b>
2.3.1	Observateur du MCE . . . . .	54
2.3.2	Modes complexes . . . . .	55
2.3.3	Implémentation dans la boucle de contrôle . . . . .	56
<b>2.4</b>	<b>Application sur un cas simple : contrôle d'un treillis plan . . . . .</b>	<b>57</b>
2.4.1	Description du modèle du treillis . . . . .	57
2.4.2	Identification du MCE sur le treillis . . . . .	59
2.4.3	Résultats . . . . .	62
<b>2.5</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>66</b>

---

## 2.1 Méthodes de contrôle et de modélisation

### 2.1.1 Contrôle

#### Contrôle par anticipation et contrôle par rétroaction

Les deux grandes familles de stratégies de contrôle sont :

- le contrôle par anticipation ou *feedforward control*
- le contrôle par rétroaction ou *feedback control* (dans lequel s'inscrit ce travail)

Le contrôle par anticipation est souvent utilisé pour amenuiser les vibrations acoustiques (Nelson et Elliott [1992]), bien qu'il ait été montré qu'il pouvait s'avérer également efficace pour le contrôle de structures (Fuller *et al.* [1996]). Le principe, décrit dans la FIG. 2.1, s'appuie sur la possibilité de mesurer la grandeur à contrôler (capteur d'erreur) ainsi que de la grandeur qui perturbe le système (source primaire). Ces signaux sont alors fournis au contrôleur, qui calcule alors une source secondaire qui est appliquée au système. Le but du contrôle est de minimiser l'erreur de sortie du système, ce qui permet d'atteindre un objectif pré-défini. Il s'agit

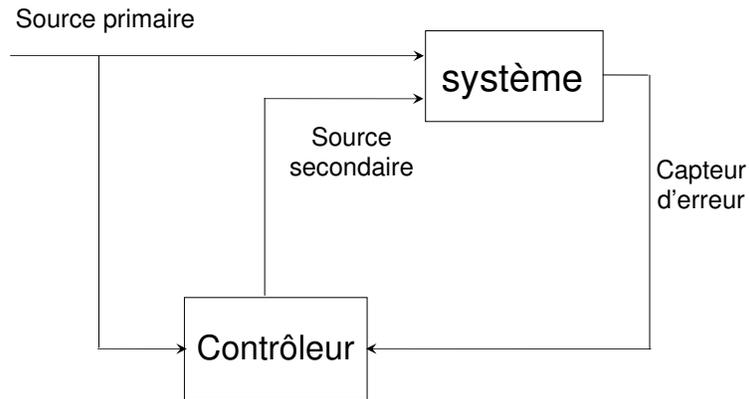


FIG. 2.1 – Principe du contrôleur par anticipation (*feedforward*)

d'une approche locale qui donne en général de bons résultats. Néanmoins, cette approche peut avoir pour inconvénient d'induire des perturbations à l'extérieur de la zone de contrôle.

Contrairement au contrôle par anticipation, la grandeur de perturbation n'est pas connue pour le contrôle par rétroaction. Il est toutefois préférable d'avoir une estimation du type de perturbations auxquelles le système contrôlé est soumis. Le principe est décrit dans la FIG. 2.2. Les efforts de contrôle ne sont estimés qu'à partir des signaux issus des capteurs et sont appliqués à la structure au travers des actionneurs. Le contrôle par rétroaction est particulièrement bien adapté aux structures faiblement amorties. Il existe deux types d'approches pour le contrôle par rétroaction : les méthodes de contrôle sans modèle (exemple : *active damping*) et les méthodes de contrôle basées sur un modèle (*model based control*).

**Exemple de contrôle sans modèle : amortissement actif** L'objectif de l'amortissement actif est de diminuer les pics de résonances de la fonction de transfert en boucle fermée qui s'écrit (en termes de variables de Laplace ( $s = d/dt$ )) :

$$F(s) = \frac{y(s)}{r(s)} \quad (2.1)$$

Cette approche présente la propriété intéressante d'être applicable sans le mo-

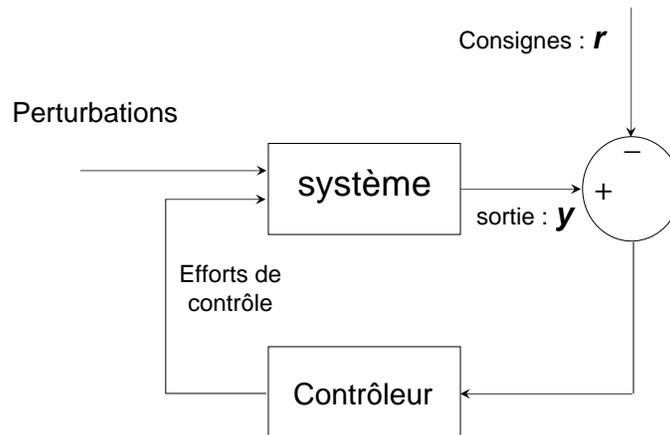


FIG. 2.2 – Principe du contrôleur par rétroaction (*feedback*)

dèle de la structure à contrôler. De plus, la stabilité du contrôle est garantie si le capteur et l'actionneur sont placés au même point sur la structure (*collocalisé*) (Preumont [1997]). Pour certaines applications telles que le suivi de consigne ou le contrôle ciblé de certains modes, il peut être nécessaire d'appliquer une stratégie mettant en œuvre un modèle simplifié de la structure à contrôler.

Le contrôle basé sur un modèle permet d'obtenir le contrôle global de la structure sur la plage de fréquences correspondante à la perturbation. L'emplacement et le nombre des capteurs et des actionneurs peuvent être optimisés (Gaudiller et Der Hagopian [1996]) en fonction de critères pratiques ou énergétiques. Les désavantages de la méthode sont les suivants :

- l'effet des modes qui ne sont pas pris en compte dans le modèle peuvent être amplifiés, ce qui peut conduire à du *spillover*.
- le modèle doit être suffisamment précis pour ne pas déstabiliser le contrôleur en boucle fermée : des différences entre le modèle et la structure peuvent rendre le contrôleur inadapté. Une phase d'identification ou de recalage est souvent nécessaire (ces notions sont expliquées plus loin).

Par la suite, nous nous intéresserons principalement aux contrôleurs basés sur un modèle de la structure à contrôler.

## Méthodes de contrôle basées sur un modèle

De nombreuses méthodes de contrôle basées sur un modèle existent. La nature de la méthode utilisée dépend de la nature du système à contrôler et des actionneurs utilisés (linéaire ou non-linéaire) pour le contrôle. Parmi les méthodes de contrôle linéaire, les plus connues sont les suivantes :

- La méthode du placement de pôles (**Pole Placement**) : les gains du contrôleur linéaire sont calculés afin d'imposer les pôles du système en boucle fermée. C'est une méthode simple et efficace qui permet d'avoir une certaine maîtrise de la vitesse de stabilisation du système contrôlé. Néanmoins, les efforts délivrés par le contrôleur ne sont pas pris en compte, et une étude postérieure peut alors être nécessaire pour ne pas dépasser les capacités des actionneurs (Burrows *et al.* [1993]).
- La commande optimale **LQR (LQ)** pour **Linear Quadratic Regulator** : la loi de commande est calculée afin d'aboutir à un compromis entre des grandeurs image de l'énergie de vibration et de l'énergie délivrée par les actionneurs. La somme de ces deux grandeurs représente la fonctionnelle à minimiser pour obtenir la loi de commande optimale.
- La commande optimale **LQG** pour **Linear Quadratic Gaussian** : extension probabiliste de la méthode LQ. Elle permet de prendre en compte le caractère stochastique des bruits de mesure. Le critère d'optimalité est alors porté sur l'espérance mathématique du critère quadratique.
- La méthode **IMSC** pour **Independent Modal Space Control**, ou contrôle modal : méthode qui consiste à utiliser comme variables d'état les quantités modales issues du découplage des équations du mouvement. Cette méthode permet de contrôler les modes de vibration du système de façon indépendante (Meirovitch et Baruh [1983]; Baz *et al.*).

A ces méthodes ont également été ajoutées des considérations de robustesse de type  $H_\infty$  (Wang *et al.* [2005]). L'objectif est d'estimer le domaine de fonctionnement dans lequel la boucle de contrôle est stable. Ceci a pour but de prendre en compte les incertitudes dues à la modélisation.

Parmi les méthodes de contrôle non-linéaire, peuvent être cités :

- Le contrôle par modes glissants (**Sliding Mode Control**) : le principe consiste à permuter rapidement entre deux valeurs de gains de contrôle afin d'amener la trajectoire de l'état de la structure sur une surface voulue (Slotine et Sastry [1982]; Allen *et al.* [2000]).
- Le contrôle par commande floue (**Fuzzy Control**) : calcul de la commande à partir d'un algorithme (moteur d'inférence) d'aide à la décision faisant appel à la logique floue (Zadeh [1965]). Basé sur le raisonnement humain, le principe de cette méthode consiste à construire des règles de type « si

...et/ou ...alors » avec les signaux issus des capteurs comme variables. Les équations non-linéaires du système à contrôler ne sont donc pas incluses dans le contrôleur (Battaini *et al.* [1998]).

- Le contrôle neuronal (**Neural Networks Control**) : les réseaux de neurones synthétiques sont utilisés pour construire le contrôleur neuronal. Les bonnes performances de l'algorithmie d'apprentissage de ces outils permettent d'obtenir aisément une fonction approximatrice du comportement du système non-linéaire à contrôler. Le contrôleur neuronal est alors identifié à partir du modèle neuronal du système, et les critères d'identification sont évalués en fonction des performances recherchées (Ghaboussi et Joghataie [1995]).

Il existe également des combinaisons de ces différentes méthodes dans les développements les plus récents. Les travaux de Yang *et al.* [2005] peuvent être cités pour ses travaux mettant en application une approche neuro-floue ; Malhis *et al.* [2005] pour ses travaux sur le contrôle flou appliqué dans l'espace des modes ou encore Lu *et al.* [2004] pour une application de commande adaptative mettant en œuvre la logique floue et le contrôle par modes glissants.

L'efficacité de ces méthodes de contrôle repose sur la fiabilité des modèles utilisés. Bien que de nombreux outils de modélisation existent sur le marché, il est souvent nécessaire de recalibrer les modèles afin de reproduire fidèlement le comportement dynamique de la structure à contrôler. C'est pour cette raison qu'il est important de connaître les différentes méthodes de modélisation et d'identification qui existent afin d'opter pour l'approche la plus adaptée.

### 2.1.2 Modélisation

Le contrôle de structures s'appuie souvent sur la modélisation de la structure à contrôler. La modélisation permet d'effectuer le réglage du contrôleur en simulation avant de l'implémenter dans la boucle de contrôle de la structure réelle. Le rôle du modèle est de reproduire en simulation le comportement dynamique de la structure dans le domaine d'application déterminé par le concepteur. De nombreux types de modèles existent, notamment en automatisme, dont les deux familles principales sont les modèles de **représentation** et les modèles de **connaissance** (Borne *et al.* [1992]).

Les modèles de représentation ne permettent pas, le plus souvent, d'interpréter physiquement les phénomènes étudiés. Ils sont constitués d'un ensemble de relations mathématiques qui vont relier les différentes variables du processus dans un domaine d'évolution donné. Les paramètres de tels modèles peuvent n'avoir aucun sens particulier connu.

Les modèles de connaissance sont, quant à eux, des modèles dont les caractéristiques et les équations ont été établies en faisant appel à des modèles plus généraux

mettant en œuvre les lois de la physique, de la chimie, etc. Ils sont beaucoup plus riches en signification que les modèles de représentation, et contiennent toutes les informations utiles sur le processus étudié. Par contre, ils sont en général difficiles à déterminer et de mise en œuvre complexe. Il est alors nécessaire de procéder à des phases d'identification des paramètres du modèle.

Dans le contexte de contrôle modal qui nous intéresse dans ce travail, il est important que les caractéristiques dynamiques du modèle utilisé donnent une image cohérente de la dynamique de la structure à contrôler. C'est pour cette raison que le modèle qui est utilisé dans ce travail est de type modèle de connaissance. Une phase d'identification est alors nécessaire pour obtenir un modèle pertinent de la structure.

### 2.1.3 Identification de modèles

L'identification constitue une phase importante dans la définition d'un modèle de connaissance : c'est par elle que le choix de la classe du modèle à adopter s'effectue, et que les valeurs des paramètres qui le caractérisent vont se préciser. Le plus souvent, l'identification s'effectue en optimisant un critère de qualité qui caractérise l'écart entre le comportement du processus (repéré par un ensemble de mesures), et celui de son modèle (étudié par simulation) pour un ensemble de sollicitations données. Les problèmes d'identification font en général partie des trois ensembles suivants :

- Les données issues de l'expérience : le problème consiste à choisir une expérience donnant le maximum d'informations, afin que l'identification soit la plus pertinente possible.
- Les modèles : le choix d'un modèle candidat peut s'effectuer à partir des lois physiques régissant le comportement du système. Les paramètres de ces modèles peuvent être peu connus ou mal connus (*boîtes grises*). Dans le cas où le comportement de la structure n'est pas connu *a priori*, il s'agit de modèles *boîtes noires*.
- Les algorithmes d'identification : ils permettent de préciser les paramètres du modèle candidat à partir des données.

L'identification d'un système est donc une procédure interactive (FIG. 2.3) où les choix doivent être remis en question à chaque fois que le modèle échoue lors de sa confrontation avec l'expérience. Ces phases de mise à jour de paramètres sont appelées phases de *recalages*. Ces procédures peuvent s'avérer longues et fastidieuses dans plusieurs cas :

- Dans le cas où les liaisons de la structure seraient difficiles à modéliser (encastresments) ou à évaluer (l'amortissement aux liaisons).

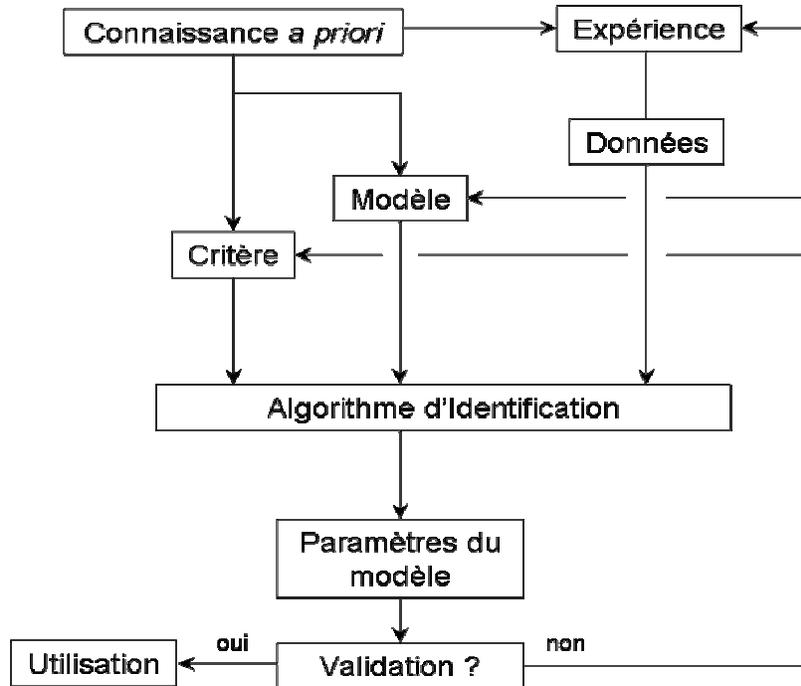


FIG. 2.3 – Identification des paramètres d’un modèle

- Dans le cas où le nombre de composants de la machine à contrôler serait élevé (rotor à plusieurs étages).
- etc.

Les systèmes à contrôler qui seront considérés dans ce travail sont les Systèmes Linéaires Invariants dans le Temps (SLIT). En continu, ce type de système peut être décrit soit par sa réponse impulsionnelle, soit sa fonction de transfert, soit par son équation d’état.

La réponse impulsionnelle  $h(t)$  du système est un modèle non paramétrique qui relie l’entrée  $u(t)$  et la sortie  $y(t)$  par un produit de convolution (EQ. 2.2) :

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)u(t - \tau) d\tau, t > 0 \quad (2.2)$$

Par opposition, la fonction de transfert est composé de deux modèles paramétriques (au numérateur et au dénominateur) qui traduisent l’équation différentielle reliant la sortie à l’entrée :

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (2.3)$$

L'équation d'état est issue du modèle d'état. Celui-ci est caractérisé par un ensemble de  $n$  variables, en nombre minimum, regroupées dans un vecteur  $x$  de  $\mathbb{R}^n$  appelé vecteur d'état. Ce vecteur d'état est connu à l'instant  $t_0 \in \mathbb{R}$ . A partir du modèle, l'évolution des  $p$  entrées  $u \in \mathbb{R}^p$  sur l'intervalle  $T = [t_0, \tau]$  permet de prévoir l'évolution de  $x(t)$  sur  $T$ . Si nous adoptons une approche déterministe, il existe alors une fonction  $\varphi(t, t_0, x(t_0), u[t_0, t])$  appelée fonction de transition d'état telle que :

$$x(t) = \varphi(t, t_0, x(t_0), u[t_0, t]) \quad (2.4)$$

avec les propriétés :

$$\begin{cases} \varphi(t, t, x(t), u[t, t]) = x(t), \\ \varphi(t, t_0, x(t_0), u[t_0, t]) = \varphi(t, t_1, \varphi(t_1, t_0, x(t_0), u[t_0, t_1]), u[t_1, t]), \\ \forall t_1 \in [t_0, t_1] \end{cases} \quad (2.5)$$

Bien que le modèle utilisé décrive le comportement de structures continues, les états sont observés et commandés en des points et à des instants dénombrables. Le modèle d'état est conçu à partir des équations du mouvement de la structure, dont les matrices sont issues d'une modélisation EF.

### Méthodes non paramétriques

Les méthodes non paramétriques sont mises en œuvre essentiellement pour obtenir directement la réponse impulsionnelle du système. Parmi ces méthodes, la méthode de *déconvolution* peut être citée, et elle consiste à inverser numériquement l'opération de convolution. Cette méthode permet d'obtenir un nombre fini de valeurs approchées de la réponse impulsionnelle d'un système linéaire. Il existe également la méthode de *corrélation*, dont le principe consiste à utiliser les propriétés statistiques des bruits de mesure de façon à obtenir une forme de la réponse impulsionnelle. Elle présente un double avantage sur la méthode de déconvolution : elle est plus rapide d'exécution (réduction de la longueur des enregistrements), et elle permet de diminuer le niveau de bruit.

### Identification de modèles paramétriques

L'identification de modèles paramétriques comprend plusieurs approches au niveau de l'analyse. Peuvent être cités :

- l'analyse indicielle,
- l'analyse fréquentielle,
- et les méthodes des fonctions orthogonales.

**L'analyse indicielle** consiste à enregistrer l'évolution de la sortie du système lorsque l'entrée passe instantanément d'une valeur à une autre (entrée en échelon). Un modèle préalable de la structure est déterminé, et les valeurs des coefficients du modèle sont calculées en fonction de la réponse du système. Cette méthode a pour principal inconvénient que le système doit être isolé de toute influence externe, ce qui n'est pas toujours techniquement réalisable.

Pour un système du premier ordre, le modèle est de la forme :

$$F(s) = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (2.6)$$

où  $\tau$  est la constante de temps du système.

Pour les systèmes du deuxième ordre, les modèles sont de la forme :

$$F(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta\tau_n s + \tau_n^2 s^2} = \frac{f_n^2}{f_n^2 + 2\zeta f_n s + s^2} \quad (2.7)$$

dans laquelle  $\zeta$  est le coefficient d'amortissement,  $\tau_n$  est la constante de temps naturelle, soit l'inverse de la fréquence naturelle  $f_n$ .

A titre d'information, pour les systèmes d'ordre supérieur à 2, il existe les méthodes de Strejć, Schwarze et Hudzovic.

**L'analyse fréquentielle** consiste à exciter le système avec des entrées harmoniques. L'excitation peut être de type balayage fréquentiel simple (le relevé ne s'effectue qu'une fois que le système a atteint son régime permanent), balayage rapide (*chirp*) ou bruit blanc. Ces trois approches sont équivalentes uniquement si le système est parfaitement linéaire. L'objectif est de chercher les paramètres de la fonction de transfert. Lorsque l'on explore une plage suffisamment grande de fréquences, il est alors possible de tracer le diagramme de Bode du système. Dans certains cas simples, il est possible d'estimer directement les coefficients de la fonction de transfert. Cependant, de façon générale, on se sert des relevés graphiques de Bode pour estimer la fonction de transfert du modèle en y détectant des directions asymptotiques. Dans le cas général, la fonction de transfert d'un modèle d'ordre  $n$  est de la forme :

$$F(s) = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} b_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i} \quad (2.8)$$

où les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  doivent être estimés.

**La méthode des fonctions orthogonales** consiste à écrire les mesures  $u(t)$  et  $y(t)$  obtenues dans une base de fonctions orthogonales entre elles. La solution des équations différentielles caractéristiques du modèle peut alors s'écrire comme une décomposition linéaire de ces fonctions.

Soit un intervalle de temps  $[a, b] \in [-\infty, +\infty]$ . Un ensemble de fonctions définies par :

$$\phi(t) = \{\varphi_i, i \in \mathbb{N}, t \in [a, b]\} \quad (2.9)$$

est orthogonal s'il existe une fonction poids  $w(t)$  définie positive sur  $[a, b]$ , telle que :

$$\forall (i, j) \in \mathbb{N}^2, \int_a^b w(t) \varphi_i \varphi_j(t) dt = r_i \delta_{ij} \quad (2.10)$$

Avec  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker définit par :

$$\begin{cases} \delta_{ij} = 1, & \text{si } i = j \\ \delta_{ij} = 0, & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.11)$$

Si, de plus,

$$\forall i \in \mathbb{N}, \int_a^b w(t) f(t) \varphi_i(t) dt = 0, \Rightarrow f(t) = 0 \quad (2.12)$$

alors  $\phi(t)$  est complète et représente une base de l'espace des fonctions sur  $[a, b]$ . Dans ces conditions, toute fonction  $f(t)$  définie sur  $[a, b]$  et telle que :

$$\int_a^b w(t) f^2(t) dt < \infty \quad (2.13)$$

peut être écrite dans la base  $\phi(t)$  sous la forme :

$$\forall t \in [a, b], f(t) = \sum_{i \in \mathbb{N}} f_i \varphi_i(t) \quad (2.14)$$

où,

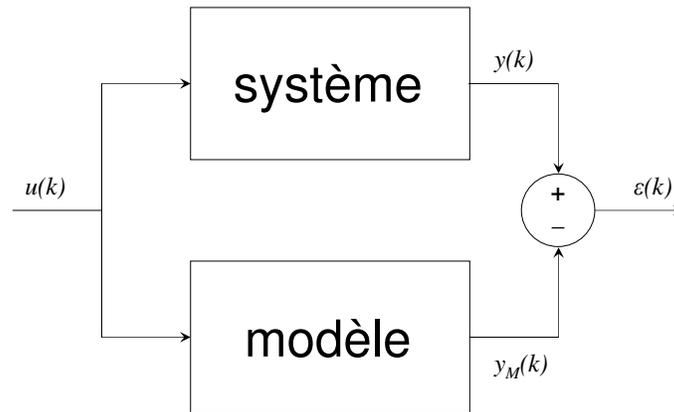


FIG. 2.4 – Erreur de sortie :  $\varepsilon(t)$

$$\forall i \in \mathbb{N}, f_i = \frac{1}{r_i} \int_a^b w(t) f(t) \phi_i(t) dt \quad (2.15)$$

Les trois grandes classes de fonctions orthogonales sont : les *fonctions trigonométriques*, les *polynômes orthogonaux* (Chebyshev, Legendre, Hermite ou Jacobi) et les *fonctions de Walsh*.

### Identification de modèles paramétriques discrets

Le développement des calculateurs numériques rend l'utilisation des modèles discrets de plus en plus courante, non seulement au niveau de l'acquisition des données, mais surtout pour l'application de la commande qui sera calculée à partir du modèle. Il est donc justifié de rechercher directement le modèle discret du système étudié.

Lorsque la structure du modèle est choisie, la détermination des paramètres du modèle peut se faire suivant deux classes de méthodes : celles basées sur l'*erreur de sortie*  $\varepsilon(t)$  (FIG. 2.4), et celles basées sur l'*erreur de prédiction*  $(e(t))$  (FIG. 2.5).

Si l'on suppose que le modèle recherché est une équation de récurrence de la forme :

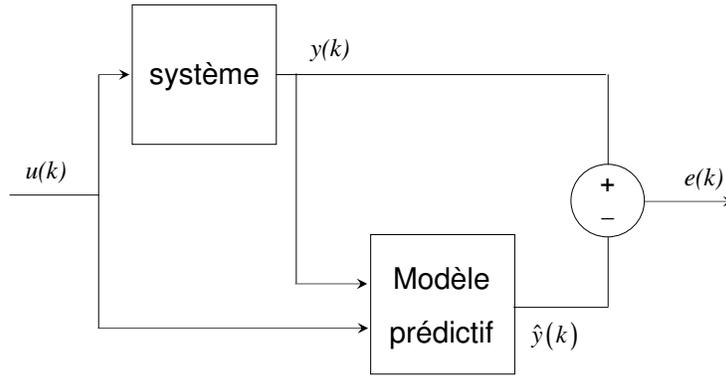


FIG. 2.5 – Erreur de prédiction :  $e(t)$

$$y_M(k) + a_1 y_M(k-1) + \dots + a_n y_M(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (2.16)$$

Le modèle prédictif correspondant est :

$$\hat{y}(k) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) - a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n) \quad (2.17)$$

où  $y_M(k)$ ,  $\hat{y}(k)$  et  $y(k)$  sont respectivement les sorties du modèle, du modèle prédictif et du système échantillonné à l'instant  $k$ .

Dans chacun des cas, l'erreur correspondante a pour expression :

$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= y(k) - y_M(k), \\ e(k) &= y(k) - \hat{y}(k) \end{aligned} \quad (2.18)$$

ce qui conduit à une erreur de sortie **non linéaire** en fonction des paramètres  $(a_1, \dots, a_n$  et  $b_0, \dots, b_n)$  et une erreur de prédiction **linéaire** en fonction de ces paramètres. L'identification des paramètres est donnée à partir de la minimisation d'une fonctionnelle (généralement quadratique) de ces erreurs, les méthodes basées sur l'erreur de sortie font appel aux notions de programmation non linéaire ou

aux équations de sensibilité. Par contre, celles basées sur l'erreur de prédiction conduisent aux méthodes de moindres carrés.

Le choix de minimiser un critère quadratique présente deux avantages : l'interprétation physique de ce type de critère est facile à effectuer (EQ. 2.18) et à traiter mathématiquement :

$$\begin{aligned} \rho(N) &= \sum_{k=0}^N \varepsilon^2(k) \\ r(N) &= \sum_{k=0}^N e^2(k) \end{aligned} \quad (2.19)$$

#### 2.1.4 Contrôle modal

Le contrôle modal est une méthode de contrôle qui fait appel à un modèle de connaissance de la structure à contrôler. C'est une méthode qui se propose d'effectuer un contrôle sur les déformées modales de la structure, si tant est que les critères d'observabilité et de contrôlabilité sont respectés (voir ANNEXE P.181). Cette approche permet d'obtenir un contrôle global de la structure avec un minimum de capteurs et d'actionneurs. Pour cela, un modèle préalable de la structure est conçu pour reproduire fidèlement son comportement dynamique sur une large plage de fréquences. Classiquement, un logiciel de modélisation éléments finis (EF) de type ANSYS® ou ABAQUS® est utilisé pour faire une première estimation des matrices de masse, de raideur et d'amortissement de la structure. La comparaison entre la réponse expérimentale de la structure sur la plage de fréquence et la réponse du modèle EF permettent de recalibrer le modèle. Les procédures de recalages sont diverses, et suivent la méthode itérative décrite dans la FIG. 2.3. La dimension du modèle EF dépendra de la nature du système à modéliser. Les matrices de masse et de raideur du modèle sont alors utilisées pour écrire les équations du mouvement de la structure. Afin que les équations du mouvement puissent être découplées dans l'espace de ses modes, des hypothèses sont émises pour construire la matrice d'amortissement du modèle : elle peut être construite suivant la méthode de Rayleigh, elle peut être choisie comme étant proportionnelle aux matrices de masse et de raideur (Lalanne *et al.* [1984]), elle peut être construite directement dans l'espace des modes, etc.

Les équations du mouvement d'un système linéaire à  $n$  degrés de liberté s'écrivent :

$$M_{n \times n} \ddot{x}_{n \times 1} + C_{n \times n} \dot{x}_{n \times 1} + K_{n \times n} x_{n \times 1} = F_{n \times 1} \quad (2.20)$$

avec  $M_{n \times n}$ ,  $C_{n \times n}$  et  $K_{n \times n}$ , qui sont les matrices de masse, d'amortissement et de raideur,  $\ddot{x}_{n \times 1}$ ,  $\dot{x}_{n \times 1}$  et  $x_{n \times 1}$  respectivement vecteurs d'accélération, vitesse

et déplacement.  $F_{n \times 1}$  représente le vecteur des forces extérieures agissant sur le système.

La recherche des fréquences propres et modes propres de l'équation du mouvement du modèle s'effectue à partir de l'EQ. 2.20 sans second membre (mouvement libre). Suivant la taille du modèle de la structure, différentes méthodes de calcul des fréquences et des modes peuvent être utilisées :

- **La méthode directe** : le problème des valeurs propres, vecteurs propres du modèle conservatif associé est résolu directement (EQ. 2.21). Les valeurs propres représentent le carré de la pulsation propre ( $\omega^2$ ), et les vecteurs propres ( $X$ ) sont les composantes de la matrice des modes :

$$(K_{n \times n} - \omega^2 M_{n \times n})X = 0 \quad (2.21)$$

Cette méthode n'est efficace que pour les modèles ne mettant en œuvre que peu de degrés de liberté.

- **La méthode de Rayleigh-Ritz** : les calculs sont effectués à partir d'une estimation de la forme des modes. Les fréquences propres du système sont alors obtenues en utilisant les équations de Lagrange. Cette méthode permet de diminuer la complexité du problème, mais les solutions peuvent être très inexactes, étant donné que les estimations de la forme des modes ne sont pas toujours évidentes (voir ANNEXE P.175).
- **La méthode itérative** : les équations du modèle conservatif associé sont utilisées pour mettre en place un algorithme itératif qui converge vers les fréquences et les modes du modèle. Néanmoins, c'est la matrice  $A = K_{n \times n}^{-1} M_{n \times n}$  qui est utilisée dans l'algorithme, ce qui implique que la matrice de raideur est facilement inversible, or ce n'est pas toujours le cas avec les modèles qui ont de nombreux degrés de liberté. C'est malgré tout la méthode qui reste la plus fréquemment utilisée (voir ANNEXE P.175).

Quelque soit la méthode de calcul utilisée, les déplacements aux degrés de liberté du modèle sans second membre pourra s'écrire :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^m \Phi_{ij} q_j(t), \quad 1 \leq i \leq n, \quad 1 \leq j \leq m, \quad \forall t \quad (2.22)$$

$\Phi_{ij}$  représente la  $i^{\text{ème}}$  composante du mode  $j$ . Si  $n$  est grand, la méthode de calcul des modes du modèle peut amener  $m$  à être inférieur à  $n$ , ce qui rendrait  $\Phi$  non carrée.  $q_j$  représente la variable indépendante correspondante au  $j^{\text{ème}}$  mode. Par la suite,  $q_j$  est appelée la quantité modale du mode  $j$ .

La matrice des modes vérifie les propriétés :

$$\begin{aligned} \Phi^t M_{n \times n} \Phi &= \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & m_m \end{bmatrix}, \\ \Phi^t K_{n \times n} \Phi &= \begin{bmatrix} k_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & k_2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & k_m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Les matrices  $\Phi^t M_{n \times n} \Phi$  et  $\Phi^t K_{n \times n} \Phi$  sont respectivement les matrices modales de masse et de raideur du modèle. La matrice d'amortissement modale sera également diagonale si l'hypothèse des modes découplés est émise lors de la conception du modèle. Dans le cas où  $m$  serait inférieur à  $n$  (c'est-à-dire que le nombre de modes calculés est inférieur au nombre de degrés de liberté du modèle), les matrices constitutives des équations du mouvement dans l'espace modal sont de taille inférieure à celle des équations du mouvement dans l'espace physique (EQ. 2.20). Il s'agit d'une méthode de réduction modale. Elle met en œuvre la troncature modale de la réponse temporelle du modèle. Lorsque les réponses temporelles sont obtenues à partir de schémas numériques, la troncature modale permet une économie importante du temps de calcul.

Les équations du mouvement sont découplées telles que :

$$\Phi^t M_{n \times n} \Phi \ddot{q} + \Phi^t C_{n \times n} \Phi \dot{q} + \Phi^t K_{n \times n} \Phi q = \Phi^t F_{n \times 1} \quad (2.24)$$

C'est à partir de ces équations que sont calculés les efforts modaux issus du contrôleur. Afin d'obtenir les quantités modales nécessaires au contrôle, tous les degrés de liberté du modèle sont indispensables. Or, d'un point de vue expérimental, il est inconcevable d'utiliser autant de capteurs que de degrés de liberté que possède le modèle. C'est pour cette raison qu'un outil mathématique est utilisé pour reconstruire la totalité de l'état du modèle à partir d'un nombre réduit de degrés de liberté : il s'agit d'un *observateur* ou *reconstructeur d'état*. Une boucle de rétroaction basée sur la différence entre l'état de la structure "mesuré" et l'estimation de l'observateur assure la convergence de la reconstruction sur l'état réel.

EQ. 2.24 peut s'écrire sous la forme d'état suivante :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times n} \\ -(\Phi^t M_{n \times n} \Phi)^{-1} (\Phi^t K_{n \times n} \Phi) & -(\Phi^t M_{n \times n} \Phi)^{-1} (\Phi^t C_{n \times n} \Phi) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ (\Phi^t M_{n \times n} \Phi)^{-1} \Phi^t \end{bmatrix} F_{n \times 1} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Ou encore,

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = A_{modal} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + B_{modal} F_{n \times 1} \quad (2.26)$$

Les signaux  $y$  issus des capteurs sont traduits par la matrice d'observation  $C$ , et sont définis tels que :

$$y = C \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} = C \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \zeta \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

L'observateur reconstruit l'état du modèle complet selon l'équation :

$$\begin{Bmatrix} \hat{q} \\ \hat{\dot{q}} \end{Bmatrix} = A_{modal} \begin{Bmatrix} \hat{q} \\ \hat{\dot{q}} \end{Bmatrix} + L \left( y - \zeta \begin{Bmatrix} \hat{q} \\ \hat{\dot{q}} \end{Bmatrix} \right) + B_{modal} F_{n \times 1} \quad (2.28)$$

Avec  $L$  la matrice des gains de l'observateur d'état.

Si les efforts agissant sur la structure sont considérés connus, la différence de EQ. 2.26 et EQ. 2.28 donne la dynamique de l'observateur modal :

$$\dot{\varepsilon} = (A_{modal} - L\zeta)\varepsilon \quad (2.29)$$

Avec :

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \hat{q} \\ \hat{\dot{q}} \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

L'observateur converge si la matrice  $(A_{modal} - L\zeta)$  est de Hurwitz, c'est-à-dire que la partie réelle de ses pôles est négative. Sa convergence est d'autant plus rapide que les pôles sont à gauche dans le plan complexe et proche de l'axe des réels. Les gains du contrôleur et de l'observateur sont choisis de façon analogue suivant les méthodes décrites en PARTIE 2.1.1. La contrôlabilité et l'observabilité sont deux approches duales, dont les détails sont présentés en ANNEXE P.181. L'observateur n'est utilisé que pour des sollicitations ponctuelles dans le temps, et ne répond pour le contrôle qu'en régime transitoire. Il joue le rôle de filtre modal en temps

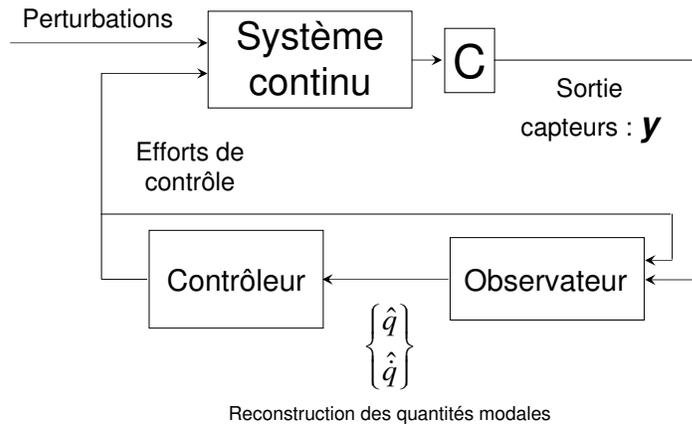


FIG. 2.6 – Implémentation du contrôleur modal avec *observateur*

réel (Meirovitch et Baruh [1985]). Le schéma récapitulatif de l'implémentation du contrôleur modal avec observateur est présenté FIG. 2.6.

Le contrôle modal ne sera efficace que si la modélisation est suffisamment proche de la structure à contrôler. Le recalage de modèles est d'autant plus complexe et laborieux que le nombre de degrés de liberté nécessaires pour décrire le comportement dynamique de la structure est élevé. La méthode mettant en œuvre le Modèle Condensé Expérimental propose une alternative intéressante au recalage de modèles EF complexes, de part sa simplicité d'identification, son utilisation aisée, et de sa taille réduite.

## 2.2 Modèle Condensé Expérimental (MCE)

La démarche d'implémentation d'un contrôleur modal agissant sur une Bande Fréquentielle Ciblée (BFC), réglé à partir d'un Modèle Condensé Expérimental (MCE) de la structure à contrôler est présentée dans cette section. Ce modèle présente l'avantage d'être identifié directement sur la structure. Ce MCE est alors utilisé pour contrôler autant de modes que de capteurs disponibles.

Les aspects théoriques qui justifient l'identification de ce MCE à partir des capteurs sur la structure sont exposés (De Lépine *et al.* [2006a]). Il est montré que

le modèle ainsi identifié reconstruit les déplacements de la structure avec le contenu fréquentiel correspondant au nombre de modes identifiés. Un observateur conçu à partir du MCE permet de filtrer en temps réel les signaux issus de la structure complète. Les matrices de masse, raideur et amortissement équivalentes du MCE n'étant pas symétriques dans le cas général, il est ensuite nécessaire d'utiliser les modes complexes pour en découpler les équations du mouvement, et ainsi effectuer le contrôle modal de la structure.

En fin de section, une application numérique sur un treillis est présentée. Il est montré qu'une régression linéaire à partir d'un choc dont les déplacements sont filtrés suffit pour identifier le MCE réduit aux capteurs qui sont disposés sur la structure. Un réseau de neurones linéaire à une couche est utilisé pour cette tâche. Un observateur et un contrôleur sont réglés à partir du MCE. L'ensemble "observateur - contrôleur" est ensuite appliqué sur la structure complète sollicitée par différents types de perturbations. Les réponses de la structure contrôlée et non contrôlée soumise à un balayage sinus sont comparées. Il est constaté qu'il n'y a pas de *spillover*.

En conclusion de cette partie sont présentées une critique des résultats et les perspectives de ce travail.

### 2.2.1 Dynamique du MCE

On se propose d'identifier un modèle condensé de la structure réelle sur autant de modes que de capteurs disponibles. Cette identification s'effectue directement à partir des signaux issus des capteurs. La méthode de condensation s'apparente à la condensation de Guyan (ANNEXE P.171, extrait de Preumont [1997]), qui est une technique utilisée pour réduire la taille de modèles EF.

EQ. 2.20 peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_c & M_{nc} \\ M_{nc}^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{x}_{nc} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_c & C_{nc} \\ C_{nc}^T & C_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{x}_{nc} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_c & K_{nc} \\ K_{nc}^T & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_c \\ x_{nc} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c \\ F_{nc} \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

Le vecteur  $x_c$  est de dimension  $r \times 1$ ,  $r$  étant le nombre de capteurs.  $x_c$  et  $x_{nc}$  représentent respectivement les signaux issus des capteurs (ou degrés de liberté connus) et les degrés de liberté non captés (ou *inconnus*).

Dans l'espace des modes, le vecteur de déplacement peut s'écrire :

$$\begin{Bmatrix} x_c \\ x_{nc} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_r & \phi_{ni} \\ \phi_{nc} & \phi'_{ni} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_i \\ q_{ni} \end{Bmatrix}, 1 \leq i \leq r; r+1 \leq ni \leq n \quad (2.32)$$

$q_i$  et  $q_{ni}$  sont respectivement les variables correspondantes aux modes dont les fréquences appartiennent à la BFC et ceux qui n'y appartiennent pas. La matrice  $\phi_r$

représente la partie de la matrice des modes associée aux degrés de liberté connus et aux quantités modales à contrôler. La matrice  $\phi_{ni}$  représente la partie de la matrice des modes associée aux degrés de liberté connus et aux quantités modales des modes non contrôlés.  $\phi_{nc}$  est associée aux degrés de liberté non connus et aux quantités modales des modes à contrôler, et  $\phi'_{ni}$  correspond à la partie de la matrice des modes associée aux degrés de liberté non connus et des quantités modales des modes non identifiés pour le contrôle.

Lors de l'identification, la structure est sollicitée en conditions initiales (ou après le choc : mouvement libre). D'une manière générale, les modes dont la réponse est la plus importante correspondent à ceux dont la fréquence est la plus basse. De plus, si un filtre numérique passe-bas est utilisé, les  $q_{ni}$  peuvent être considérées comme très inférieures en valeur absolue aux  $q_i$ .

Par conséquent, si on définit :

$$\begin{cases} x_c = \phi_r q_i + \phi_{ni} q_{ni} = x_{ci} + x_{cni} \\ x_{nc} = \phi_{nc} q_i + \phi'_{ni} q_{ni} = x_{nci} + x_{ncni} \end{cases} \quad (2.33)$$

On peut alors écrire :

$$\begin{cases} |q_{ni}| \ll |q_i| \\ x_{nci} = \phi_{nc} \phi_r^{-1} x_{ci} \end{cases} \quad (2.34)$$

EQ. 2.34 introduite dans les  $r$  premières équations de EQ. 2.31 donne les équations du MCE :

$$[M_c + M_{nc} \phi_{nc} \phi_r^{-1}] \ddot{x}_{ci} + [C_c + C_{nc} \phi_{nc} \phi_r^{-1}] \dot{x}_{ci} + [K_c + K_{nc} \phi_{nc} \phi_r^{-1}] x_{ci} = F_c \quad (2.35)$$

Ou encore,

$$M_{MCE} \ddot{x}_{ci} + C_{MCE} \dot{x}_{ci} + K_{MCE} x_{ci} = F_c \quad (2.36)$$

Les équations du mouvement du MCE représentent ceux de la structure complète sur ses  $r$  capteurs, et dont la dynamique a subit une troncature sur ses  $r$  premiers modes.

Les différences entre la méthode MCE et la condensation de Guyan sont les suivantes :

- Les hypothèses qui sont à la base des deux méthodes sont distinctes. Pour la méthode de Guyan, une hypothèse entre les inerties des *nœuds maitres* et des *nœuds esclaves* est appliquée. En ce qui concerne l'identification du MCE, l'hypothèse est posée sur les contributions modales lors d'une sollicitation de la structure complète.

- Les matrices initiales (avant condensation) de masse, de raideur et d’amortissement doivent être estimées avant condensation pour la méthode de Guyan, contrairement à celle du MCE. La méthode de Guyan s’appuie sur une condensation s’appliquant à du calcul tandis que le MCE s’appuie uniquement sur un procédé d’identification expérimental.

Les différences dans la nature des matrices mises en jeu dans chacune de ces méthodes entraînent une différence dans la manière de les inclure dans la boucle de contrôle (modes complexes). Une étude supplémentaire pourrait être nécessaire pour évaluer avec précision les implications de ces différences, notamment d’un point de vue physique. On peut supposer que la base de cette différence vient de l’identification entièrement expérimentale du MCE. Dans cette étude, ce sont uniquement les propriétés du MCE qui sont exposées.

### 2.2.2 Identification de la matrice d’évolution du MCE

Il est possible d’écrire les équations du MCE pour de nombreuses positions des capteurs sur la structure. Néanmoins, d’un point de vue expérimental, les mouvements de celle-ci en ces points doivent être suffisamment grands en amplitude pour que le rapport signal sur bruit soit relativement important. Quelques tests numériques ont donné l’indication que l’identification était encore correcte pour des bruits de mesure dont la dispersion allait jusqu’à environ 10% de l’amplitude maximale du signal.

L’EQ. 2.36 peut s’écrire sous la représentation d’états suivante :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{ci} \\ \ddot{x}_{ci} \end{Bmatrix} = A_{MCE} \begin{Bmatrix} x_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} + B_{MCE} F_c \quad (2.37)$$

avec,

$$A_{MCE} = \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & I_{r \times r} \\ -M_{MCE}^{-1} K_{MCE} & -M_{MCE}^{-1} C_{MCE} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

et,

$$B_{MCE} = \begin{bmatrix} 0_{r \times r} \\ M_{MCE}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Les équations du MCE ne peuvent s’écrire que si la condition EQ. 2.34 est vérifiée. C’est la raison pour laquelle il est préférable de procéder à une identification en deux phases distinctes plutôt que de solliciter la structure en bruit blanc. Les identifications sont effectuées comme suit :

L’identification de la matrice d’évolution ( $A_{MCE}$ ) d’une part,

L’identification de la matrice d’action ( $B_{MCE}$ ) d’autre part.

## Sollicitation en conditions initiales

L'identification de la matrice d'évolution  $A_{MCE}$  nécessite la mise en mouvement libre de la structure. Une sollicitation de type choc est particulièrement adaptée pour cette tâche. La bande passante de la sollicitation doit inclure la BFC. Une étude numérique sommaire a montré que des sollicitations en conditions initiales ou par *chirp* (suivi du mouvement libre) donnent des résultats concluants. Ces résultats pourraient donner des perspectives intéressantes pour l'identification du MCE avec les actionneurs montés (pour l'identification en temps réel : contrôle adaptatif, par exemple). Néanmoins, cela demande une très grande maîtrise du comportement des actionneurs en place.

La procédure d'identification en conditions expérimentales est simple : la structure est sollicitée avec un marteau de choc dont la bande passante est relativement importante. L'analyse fréquentielle (de type Fast Fourier Transformation) des signaux issus des capteurs permet de visualiser le nombre de modes excités. Il est choisi pour le MCE d'avoir *autant de pôles que de capteurs disposés sur la structure*. La borne supérieure de la BFC est alors choisie entre la fréquence du  $r^{\text{ème}}$  mode (qui fait partie des modes à contrôler) et la fréquence du  $(r + 1)^{\text{ème}}$  mode (qui ne fait pas partie des modes à contrôler).

## Filtre numérique

*Capteurs* : Les équations d'état du MCE sont définies en fonction des déplacements, des vitesses et des accélérations de points de la structure. Bien qu'il existe des capteurs de vitesses (vélocimètre laser), il n'est pas toujours facile de les positionner, notamment à cause de l'encombrement et coût. Les capteurs d'accélération ne sont pas idéaux non plus car ils sont fixés à la structure, et donc peuvent modifier son comportement dynamique. Il est beaucoup plus pratique d'utiliser des capteurs de déplacements sans contact pour l'identification.

Un filtre numérique est utilisé pour effectuer un post-traitement des signaux issus des capteurs. Cette approche présente deux avantages :

- Il permet de diminuer le bruit de mesure des capteurs de déplacement. Ceci facilite l'obtention des vitesses qui sont calculées à partir d'une simple dérivation numérique des signaux.
- Il diminue également l'influence des modes supérieurs, ce qui permet de respecter la condition de l'EQ. 2.34.

Afin que les vitesses soient bien les images des déplacements à chaque instant, un filtre numérique sans déphasage temporel est utilisé (voir ANNEXE P.169). La fonction *Matlab*® correspondante est *filtfilt*. Ses principes sont décrits dans Oppenheim et Schaffer [1989]. Les accélérations ne sont pas nécessaires pour l'identifica-

tion de  $A_{MCE}$ .

### Matrice d'évolution du MCE discrétisé : utilisation d'un réseau de neurones

Expérimentalement, les données issues des capteurs sont cadencées par une horloge de période fixe qui correspond à la fréquence d'échantillonnage  $\Delta t$ . De ce fait, c'est la matrice du MCE discrétisé qui est identifiée à partir des signaux issus de la structure. Si la structure est en mouvement libre, l'équation d'état du MCE s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} = A_{MCE} \begin{Bmatrix} x_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

qui peut s'écrire également :

$$\dot{X}(t) = A_{MCE}X(t), \quad \forall t \quad (2.41)$$

La solution de EQ. 2.41 est de la forme :

$$X(t) = X_0 e^{A_{MCE}t} \quad (2.42)$$

L'état du système à l'instant  $t + \Delta t$  s'écrit :

$$X(t + \Delta t) = X_0 e^{A_{MCE}(t+\Delta t)} = e^{A_{MCE}\Delta t} X_0 e^{A_{MCE}t} = e^{A_{MCE}\Delta t} X(t) \quad (2.43)$$

L'équation de récurrence du MCE discrétisé en mouvement libre est de la forme :

$$X(k+1) = A_{d-MCE}X(k), \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad (2.44)$$

avec,

$$A_{d-MCE} = e^{A_{MCE}\Delta t} \quad (2.45)$$

Le calcul de cette matrice n'est pas nécessaire lors de l'identification, étant donné que c'est la matrice qui est obtenue expérimentalement. C'est de la qualité de l'algorithme d'identification de l'EQ. 2.44 que dépend la qualité du MCE. Il s'agit d'une régression linéaire simple dont les valeurs de base sont détériorées par la présence de bruit de mesure et de l'influence du filtre numérique. Un réseau de neurones à une couche linéaire est utilisé pour cette opération. Il est facile d'utilisation et il présente l'avantage de s'adapter facilement à la taille du problème, tout en ayant une algorithmie d'apprentissage stable (Levenberg [1944]; Marquardt [1963]). Cette propriété permet d'évoquer la perspective de les appliquer à des systèmes non linéaires, et d'identifier un contrôleur neuronal de façon automatique

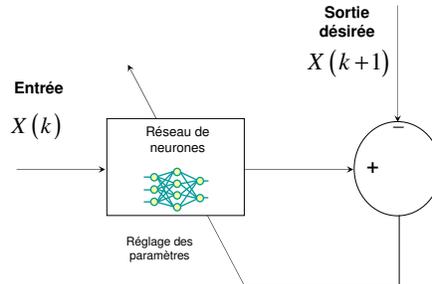


FIG. 2.7 – Identification des paramètres de  $A_{d-MCE}$  avec un réseau de neurones

(Bani-Hani et Ghaboussi [1998]). Dans le cas qui nous intéresse, le temps d'apprentissage est relativement peu important (de une à dix secondes) pour un ordinateur standard (processeur cadencé à 2.8 GHz). L'environnement *Matlab*® est utilisé pour leur manipulation, et la terminologie est présentée en ANNEXE P.159 (FIG. 2.7). Les biais du réseau sont fixés à zéro et les poids des connexions représentent les termes de la matrice  $A_{d-MCE}$ . Le nombre de neurones est égal à deux fois le nombre de capteurs utilisés pour l'identification. La procédure expérimentale est présentée FIG. 2.8.

Afin d'accéder aux quantités modales du MCE, il est nécessaire de convertir la matrice d'état du MCE discrétisé en matrice d'état du MCE continu. La manipulation à effectuer n'est pas forcément aisée, et est décrite dans Davies et Higham [2003]. La fonction *d2c* (pour *discrete to continue*) de *Matlab*® est utilisée pour effectuer la conversion.

### 2.2.3 Identification de la matrice d'action du MCE

La matrice d'action du modèle d'état du MCE représente l'influence d'efforts sur la structure. Dans le but de régler les gains du contrôleur, il est important de connaître l'influence des actionneurs sur le MCE, et par extension, sur la structure. Dans le contexte de contrôle modal qui nous intéresse ici, il n'est pas nécessaire d'identifier la totalité de la matrice d'action pour obtenir un contrôleur satisfaisant. Néanmoins, il est impératif que les actionneurs soient collocalisés avec les capteurs pour permettre de calculer les forces physiques de contrôle à partir des efforts calculés dans l'espace des modes (EQ. 2.68).

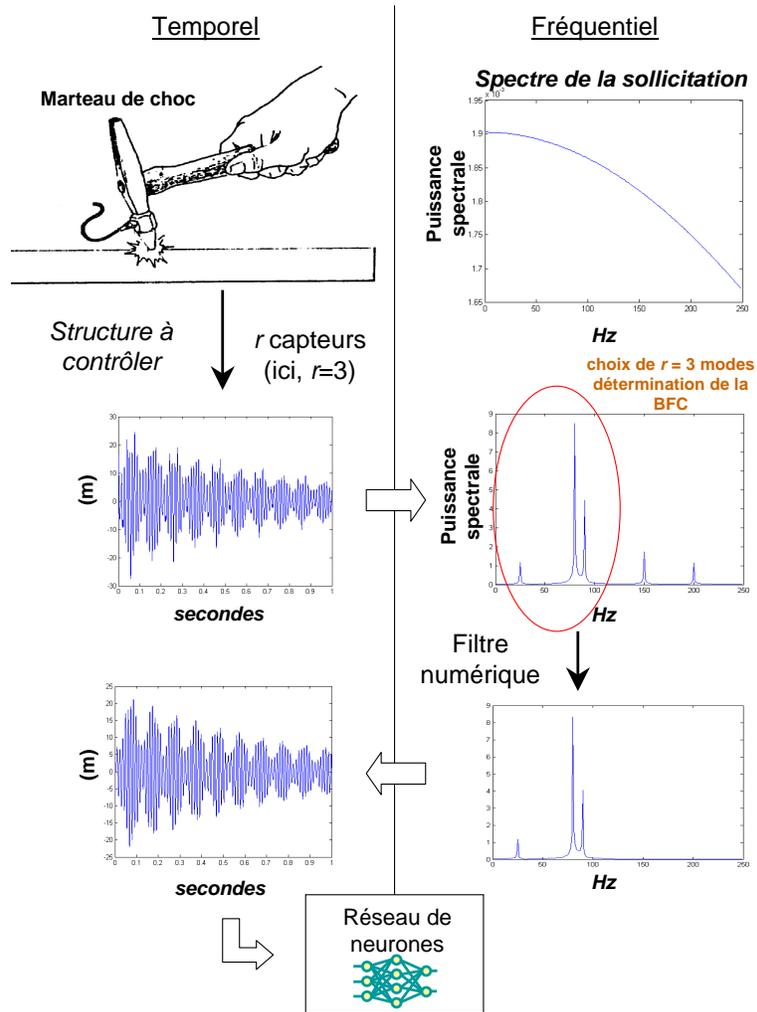


FIG. 2.8 – Procédure expérimentale pour l'identification de  $A_d-MCE$

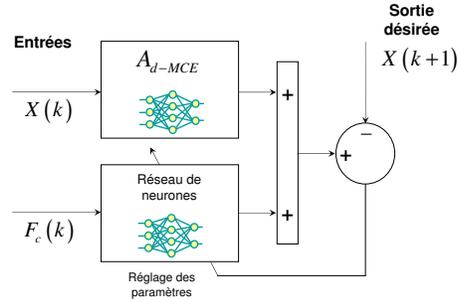


FIG. 2.9 – Identification des paramètres de  $B_{d-MCE}$  avec un réseau de neurones

### Excitation harmonique dans la BFC aux points d'action

Quand la structure est soumise à une excitation, l'équation récurrente du MCE discrétisé s'écrit :

$$X(k+1) = A_{d-MCE}X(k) + B_{d-MCE}F_c(k) \quad (2.46)$$

La matrice d'action du MCE ne peut être identifiée sur la structure que si la relation de l'EQ. 2.34 est vérifiée. Une méthode simple consiste à solliciter la structure à l'aide de l'actionneur avec une excitation de type harmonique dont la fréquence appartiendrait à la BFC. L'identification est effectuée une fois que la structure a atteint son régime permanent. Cette méthode présente l'avantage d'être aisément réalisable. De plus, la fréquence d'excitation peut être choisie comme étant "assez proche" d'une fréquence de résonance, ce qui a pour résultat d'améliorer le rapport signal sur bruit. D'une façon analogue à précédemment, un réseau de neurones est utilisé pour l'identification des paramètres de  $B_{d-MCE}$  (FIG. 2.9). La procédure mise en place respecte celle d'une démarche expérimentale et est présentée FIG. 2.10.

En faisant l'hypothèse d'échantillonneur bloqueur d'ordre zéro (BOZ), la matrice d'action identifiée égale :

$$B_{d-MCE} = A_{MCE}^{-1} [A_{d-MCE} - I_{2r \times 2r}] B_{MCE} \quad (2.47)$$

La démonstration est présentée en ANNEXE P.191.

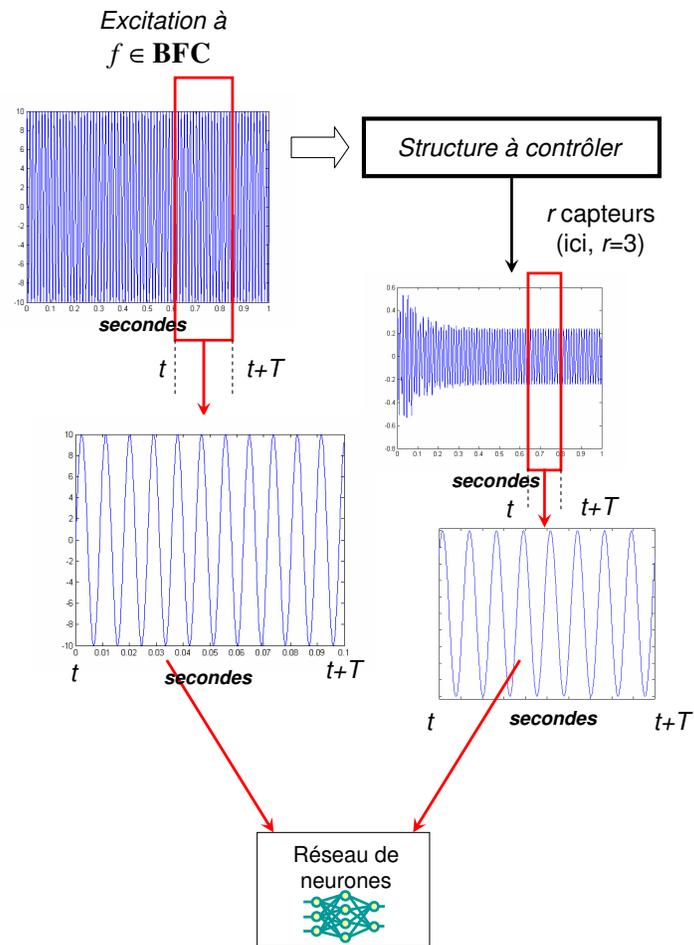


FIG. 2.10 – Procédure expérimentale pour l'identification de  $B_{d-MCE}$

## 2.3 Utilisation pour le contrôle

### 2.3.1 Observateur du MCE

Le contrôleur modal est réglé sur les modes du MCE. Or, lors d'une sollicitation quelconque, la structure est excitée sur tous ses modes. Afin d'éviter le spillover issu des modes dont les fréquences sont hors de la BFC, il est nécessaire de régler un observateur à partir du MCE. Il permettra de filtrer en temps réel les signaux des capteurs sur les modes identifiés du MCE.

Les EQ. 2.32 et EQ. 2.33 permettent d'écrire (dans le cas général où  $\phi$  n'est pas carrée) :

$$x_{ncni} = \phi'_{ni} (\phi_{ni}^T \phi_{ni})^{-1} \phi_{ni}^T x_{cni} \quad (2.48)$$

Les  $r$  premières équations de EQ. 2.31 s'écrivent :

$$M_{MCE} \ddot{x}_{ci} + M^* \ddot{x}_{cni} + C_{MCE} \dot{x}_{ci} + C^* \dot{x}_{cni} + K_{MCE} x_{ci} + K^* x_{cni} = F_c \quad (2.49)$$

Avec :

$$\begin{cases} M^* = M_c + M_{nc} \phi'_{ni} (\phi_{ni}^T \phi_{ni})^{-1} \phi_{ni}^T \\ C^* = C_c + C_{nc} \phi'_{ni} (\phi_{ni}^T \phi_{ni})^{-1} \phi_{ni}^T \\ K^* = K_c + K_{nc} \phi'_{ni} (\phi_{ni}^T \phi_{ni})^{-1} \phi_{ni}^T \end{cases} \quad (2.50)$$

EQ. 2.49 peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{ci} \\ \ddot{x}_{ci} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & I_{r \times r} \\ -M_{MCE}^{-1} K_{MCE} & -M_{MCE}^{-1} C_{MCE} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & 0_{r \times r} & 0_{r \times r} \\ -M_{MCE}^{-1} K^* & -M_{MCE}^{-1} C^* & -M_{MCE}^{-1} M^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{cni} \\ \dot{x}_{cni} \\ \ddot{x}_{cni} \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0_{r \times r} \\ M_{MCE}^{-1} \end{bmatrix} F_c \end{aligned} \quad (2.51)$$

Les équations du reconstituer d'états issu du MCE s'écrivent :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \hat{\dot{x}}_{ci} \\ \hat{\ddot{x}}_{ci} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & I_{r \times r} \\ -M_{MCE}^{-1} K_{MCE} & -M_{MCE}^{-1} C_{MCE} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{x}_{ci} \\ \hat{\dot{x}}_{ci} \end{Bmatrix} \\ &+ LC \left[ \begin{Bmatrix} x_c \\ \dot{x}_c \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \hat{x}_{ci} \\ \hat{\dot{x}}_{ci} \end{Bmatrix} \right] \\ &+ \begin{bmatrix} 0_{r \times r} \\ M_{MCE}^{-1} \end{bmatrix} F_c \end{aligned} \quad (2.52)$$

La dynamique de l'observateur peut être calculée en soustrayant l'EQ. 2.52 à l'EQ. 2.51 :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} x_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \hat{x}_{ci} \\ \hat{\dot{x}}_{ci} \end{Bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = [A_{MCE} - LC] \boldsymbol{\varepsilon} - \left[ LC + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{r \times r} & \mathbf{0}_{r \times r} \\ -M_{MCE}^{-1} K^* & -M_{MCE}^{-1} C^* \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} x_{cni} \\ \dot{x}_{cni} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{r \times r} \\ -M_{MCE}^{-1} M^* \end{bmatrix} \ddot{x}_{cni} \quad (2.54)$$

La matrice  $L$  représente la matrice des gains de l'observateur MCE.  $C$  est la matrice d'observation. L'EQ. 2.54 montre que la matrice  $A_{MCE}$  est suffisante pour régler la dynamique de l'observateur. Les déplacements et vitesses reconstruits par l'observateur sont ceux de la structure réduite à ses  $r$  premiers modes. Il joue le rôle d'un filtre modal non déphasé. L'influence des modes supérieurs est assimilable à des efforts extérieurs qui disparaissent au cours du temps.

### 2.3.2 Modes complexes

Du fait que l'identification du MCE s'effectue directement sur la structure à contrôler, les matrices équivalentes de masse, raideur et amortissement du MCE décrites dans l'EQ. 2.35 ne sont pas symétriques. Ceci est dû à une disparité des facteurs d'amortissement.

De cette propriété, il découle que les modes qui découplent les équations du mouvement du MCE sont complexes (Lin et Yu [2004]).

La solution du problème de valeurs propres, vecteurs propres de l'EQ. 2.37 sans second membre peut s'écrire :

$$x = e^{\lambda t} d \quad (2.55)$$

$\lambda$  étant la valeur propre et  $d$  le vecteur propre droit associé, solution de :

$$A_{MCE} d = \lambda d \quad (2.56)$$

Les solutions du problème de vecteurs propres gauches associés doivent être également calculées pour découpler les équations du mouvement dans l'espace modal :

$$A_{MCE}^T g = \lambda g \quad (2.57)$$

Les solutions des problèmes de valeurs propres, vecteurs propres des équations EQ. 2.56 et EQ. 2.57 ont les mêmes valeurs propres, mais ont des vecteurs propres

différents. Les deux ensembles de vecteurs propres peuvent être normalisés pour satisfaire les conditions :

$$g_s^T d_t = 2\delta_{st}, g_s^T A_{MCE} d_t = 2\lambda_t \delta_{st}; s, t = 1, 2, \dots, 2r \quad (2.58)$$

Les valeurs propres et les vecteurs propres se présentent comme conjugués deux à deux et peuvent être représentés comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta_s &= a_s \pm ib_s; \Gamma_s = c_s \pm id_s; s = 1, 2, \dots, r \\ \lambda_s &= \sigma_s \pm i\omega_s; s = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (2.59)$$

Les matrices modales peuvent s'exprimer en termes réels telles que :

$$\begin{aligned} D &= [a_1 b_1 a_2 b_2 \cdots a_r b_r]; \\ G &= [c_1 d_1 c_2 d_2 \cdots c_r d_r] \end{aligned} \quad (2.60)$$

Avec les relations :

$$G^T D = I_{r \times r}; G^T A_{MCE} D = [\Lambda] \quad (2.61)$$

Où :

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & \omega_1 \\ -\omega_1 & \sigma_1 \end{bmatrix} & \cdots & \cdots & 0_{2 \times 2} \\ \vdots & \begin{bmatrix} \sigma_2 & \omega_2 \\ -\omega_2 & \sigma_2 \end{bmatrix} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0_{2 \times 2} & \cdots & \cdots & \begin{bmatrix} \sigma_r & \omega_r \\ -\omega_r & \sigma_r \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Les équations du mouvement de l'EQ. 2.37 sont découplées en utilisant la transformation linéaire de l'EQ. 2.63 et en pré-multipliant par  $G^T$  :

$$x = Dq \quad (2.63)$$

$$\dot{q} = [\Lambda]q + G^T B_{MCE} F_c \quad (2.64)$$

### 2.3.3 Implémentation dans la boucle de contrôle

Les efforts modaux sont calculés à partir des quantités modales reconstruites par l'observateur du MCE. Chaque mode est représenté par deux composantes distinctes qui doivent être utilisées simultanément pour le calcul de l'effort modal.

L'effort de contrôle pour le mode  $p$  s'écrit dans l'espace modal :

$$F_{modal\ p} = -K_p q_p, \quad 1 \leq p \leq r \quad (2.65)$$

avec,

$$K_p = \begin{bmatrix} \alpha_p & \beta_p \\ -\beta_p & \alpha_p \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Les  $\alpha_p$  agissent sur l'amortissement induit par le contrôleur, tandis que les  $\beta_p$  agissent sur la fréquence du système en boucle fermée (la rapidité du contrôleur) (EQ. 2.67).

De l'EQ. 2.62, on peut écrire pour le mode  $p$  :

$$\dot{q}_p \text{ contrôlé} = \begin{bmatrix} \sigma_p - \alpha_p & \omega_p - \beta_p \\ -(\omega_p - \beta_p) & \sigma_p - \alpha_p \end{bmatrix} q_p \text{ contrôlé} \quad (2.67)$$

Les efforts modaux sont ensuite traduits dans l'espace physique tels que :

$$F_{modal} = G^T B_{MCE} F_c \rightarrow F_c = (B_{MCE}^T B_{MCE})^{-1} B_{MCE}^T G^{-T} F_{modal} \quad (2.68)$$

Le schéma de contrôle qui met en œuvre l'observateur du MCE est présenté dans la FIG. 2.11.

## 2.4 Application sur un cas simple : contrôle d'un treillis plan

### 2.4.1 Description du modèle du treillis

Ce treillis a été choisi car il représente une structure relativement élaborée, et est présent au laboratoire pour utilisation en travaux pratique. Bien qu'il n'y avait pas le matériel nécessaire au contrôle modal de la structure, il présente l'avantage d'être utilisable pour l'identification d'un MCE en conditions expérimentales. Les résultats de cette identification sont présentés en ANNEXE P.185. Dans ce qui suit, l'identification et le contrôle modal sont présentés uniquement en simulation.

Il s'agit d'un treillis en  $\Pi$  constitué de trois barres en acier liées rigidement entre elles. Ses dimensions et ses caractéristiques mécaniques sont données TAB. 2.1. Le treillis est encastré par ses pieds. Le système est représenté par un modèle EF de 17 éléments à trois degrés de liberté par nœud à masse répartie (FIG. 2.12). Les mouvements considérés sont dans le plan du treillis. Les degrés de liberté pris en

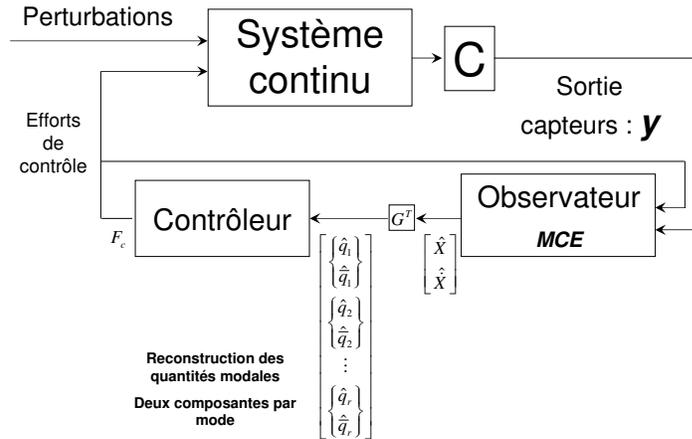


FIG. 2.11 – Implémentation du contrôleur modal avec *observateur MCE*

compte doivent être mesurables par des capteurs de déplacement. Des amortissements modaux de 0.005 sur tous les modes sont utilisés pour construire le modèle de simulation. L'objectif est de contrôler les quatre premiers modes de la structure. Par conséquent, le MCE qui sera identifié devra avoir quatre pôles. C'est pour cette raison que quatre capteurs doivent être utilisés pour l'identification du MCE. Ceux-ci sont répartis sur la structure sans connaissance préalable du comportement de celle-ci. Dans l'exemple présenté ici, les numéros des nœuds choisis sont 2, 8, 11 et 16, qui correspondent respectivement aux capteurs 1, 2, 3 et 4. Le point d'excitation correspond au point de transmission d'effort de l'actionneur. Dans un contexte de contrôle modal, afin de convertir les efforts modaux dans l'espace physique, l'actionneur est collocalisé avec un des capteurs. L'emplacement correspondant au capteur 2 a été choisi. L'étude fréquentielle des réponses issues des capteurs décrite PARTIE 2.4.2 montre que les quatre modes à contrôler sont "visibles" en ce point.

Le modèle est construit avec le logiciel EF ANSYS®, et les matrices de masse, de raideur et d'amortissement sont exportées vers l'environnement Matlab®. L'environnement Simulink® est utilisé pour obtenir les réponses temporelles de la structure soumise aux sollicitations nécessaires à l'identification du MCE (PARTIE 2.2.2 et PARTIE 2.2.3). Différents schémas numériques ont été testés et n'ont pas donné de différences notables. Le schéma numérique utilisé pour les simulations est de type Runge-Kutta dont la dénomination Matlab® est *ode45 - Dormand-Prince*

Dimensions du treillis (m)	
$h$	$5.5 \cdot 10^{-3}$
$h_1$	$1.4 \cdot 10^{-1}$
$b$	$3.0 \cdot 10^{-2}$
$L_1$	$1.5 \cdot 10^{-1}$
$L_1$	$3.8 \cdot 10^{-1}$
$L_1$	$1.5 \cdot 10^{-1}$
Caractéristiques mécaniques	
Densité	$7800 \text{ kg/m}^3$
Module d'Young	$2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Coefficient de Poisson	0.3

TAB. 2.1 – Dimensions et caractéristiques mécaniques du treillis

(Dormand et Prince [1980]). La tolérance relative est de  $1 \cdot 10^{-3}$ .

#### 2.4.2 Identification du MCE sur le treillis

La procédure d'identification suit celle décrite en PARTIE 2.2.2 et PARTIE 2.2.3. La fréquence d'échantillonnage de l'étude est fixée à  $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ , et les signaux sont soumis à un filtre anti-repliement. Une analyse fréquentielle des signaux issus des capteurs pour différents points de sollicitation par marteau de choc est effectuée. Cette phase permet de s'assurer que les modes sont correctement excités, et que le choc n'est pas appliqué sur un nœud de vibration de l'un de ces modes. Les quatre premières fréquences obtenues lors de l'analyse fréquentielle sont  $83 \text{ Hz}$ ,  $118 \text{ Hz}$ ,  $159 \text{ Hz}$  et  $185 \text{ Hz}$ . Pour les raisons décrites en PARTIE 2.2.2, un filtre numérique non déphasé est utilisé sur les réponses temporelles issues des capteurs. Le filtre est de type *Butterworth 8 pôles* dont la construction est décrite en ANNEXE P.169. Ce sont les signaux filtrés qui sont utilisés pour l'identification de  $A_{d-MCE}$ . La valeur des pôles de  $A_{MCE}$  permet de donner une indication sur la pertinence de l'identification. Les raisons qui peuvent affecter l'efficacité de l'identification sont :

- L'effet transitoire du filtre. La réponse impulsionnelle du filtre introduit une modulation du signal qui altère la qualité de l'identification. Les conséquences de cet effet sont des pôles aberrants de la matrice  $A_{MCE}$  obtenue (différents de ceux issus de l'analyse fréquentielle), ou l'apparition de termes qui n'ont pas de sens physique (FIG. 2.13). Les premiers et les derniers termes des données issues des capteurs doivent être ôtés de l'ensemble d'apprentissage (ANNEXE P.169).
- La fréquence d'échantillonnage qui doit être "raisonnable". Si la fréquence

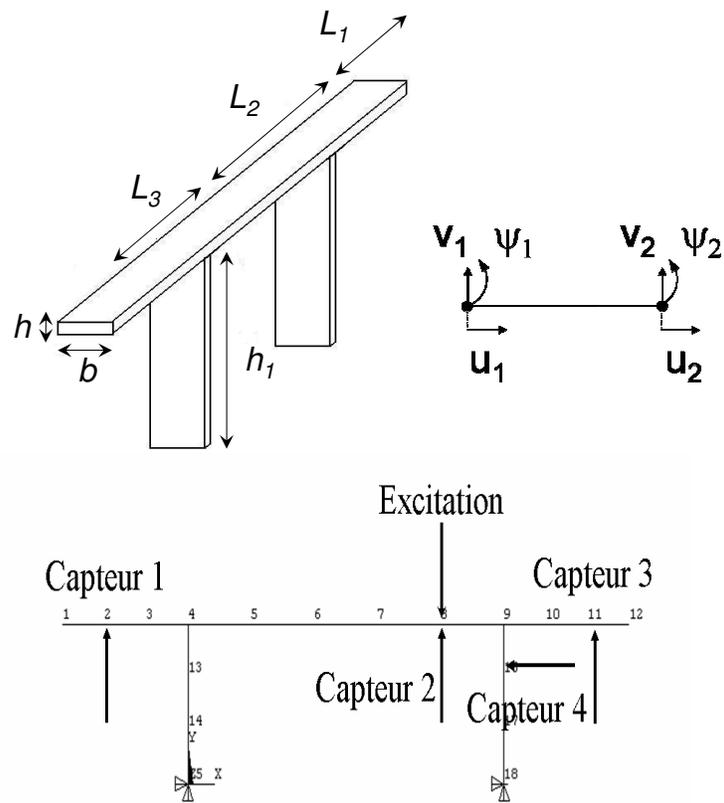


FIG. 2.12 – Présentation du système

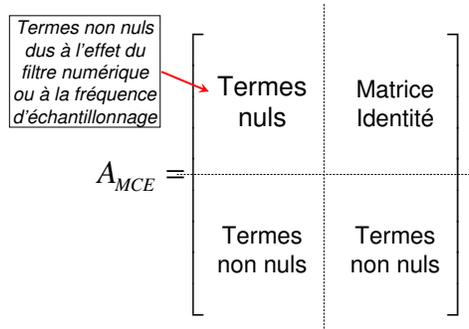


FIG. 2.13 – Effet du filtre numérique ou d'une fréquence d'échantillonnage trop élevée sur  $A_{MCE}$

est trop basse, le critère de Shannon n'est pas respecté et l'identification donne des erreurs dont l'origine est évidente. Par contre, si la fréquence est trop élevée, l'opération de passage de la matrice  $A_{d-MCE}$  du MCE discrétisé à la matrice  $A_{MCE}$  du MCE continu peut causer des problèmes d'ordre numérique. Il s'agit de l'opération *logarithme matriciel* qui, pour de faibles erreurs au niveau de l'ensemble d'apprentissage, donnent de grandes différences au niveau du résultat. L'effet sur la matrice  $A_{MCE}$  qui peut découler d'un sur-échantillonnage sont similaires à celui causé par l'effet transitoire du filtre (FIG. 2.13). Il a été vu que pour l'ordre de grandeur des fréquences qui nous intéresse (la centaine de  $Hz$ ), des fréquences d'échantillonnage supérieures à  $10^5 Hz$  n'induisent pas d'erreurs numériques notables.

- Le bruit de mesure. S'il est trop important, le filtre numérique n'est pas suffisant pour en éliminer l'effet, ce qui induira une mauvaise évaluation des vitesses aux points de mesure. Néanmoins, des études sommaires indiquent que l'identification reste correcte pour des bruits dont la dispersion approche 10% de la valeur maximale du signal. Il est également toujours possible d'augmenter la valeur des sollicitations (pour améliorer le rapport signal sur bruit) lors de l'excitation par marteau de choc ou harmonique, ou de s'approcher d'une fréquence de résonance pour l'identification de  $B_{d-MCE}$ . Il est toutefois déconseillé d'exciter la structure exactement sur une de ses fréquences de résonance. Ceci peut induire des rotations de phase qui peuvent fortement dégrader l'identification de  $B_{d-MCE}$ .

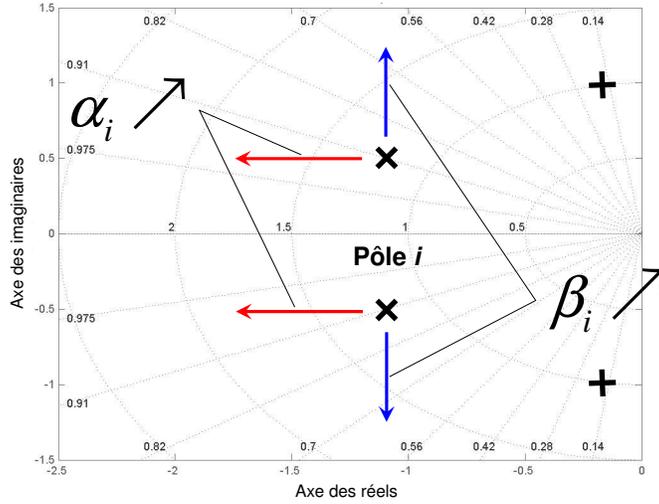


FIG. 2.14 – Evolution des pôles sur le plan complexe. Les pôles de  $A_{MCE}$  sont notés par + et les pôles de la matrice  $A_{MCE} - LC$  sont notés par ×.

### 2.4.3 Résultats

L'observateur et le contrôleur sont réglés en simulation à partir du MCE avant d'être appliqués à la structure complète. Le réglage de l'observateur consiste à régler les gains de la matrice  $L$  de l'EQ. 2.54. La rapidité de convergence de l'observateur dépend de l'emplacement des pôles de la matrice  $A_{MCE} - LC$  sur le plan complexe. Les capteurs utilisés sont des capteurs de déplacement, donc  $C$  est définie :

$$C = [I_{r \times r} \ 0_{r \times r}] \quad (2.69)$$

avec  $r = 4$ . Si la valeur absolue de la partie réelle des pôles est trop importante, l'observateur converge trop vite, ce qui induit la reconstruction, voire l'amplification, du bruit de mesure des capteurs et l'influence des modes supérieurs. Ceci équivaut à des gains de  $L$  trop importants. Les pôles de l'observateur sont de la forme :

$$eig(A_{MCE} - LC) = -\alpha_i \pm j\beta_i, \quad j = \sqrt{-1} \quad (2.70)$$

L'évolution des pôles de l'observateur est visualisée sur le plan complexe est fonction des valeurs de  $L$  (FIG. 2.14). Ceux-ci peuvent être réglés par placement

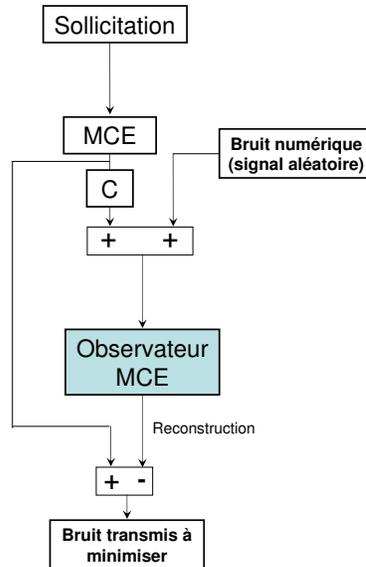


FIG. 2.15 – Schéma de la méthode de réglage des gains de l'observateur MCE

de pôles ou suivant un calcul optimal de type LQ. Une analyse de transmission du bruit de mesure est effectuée en simulation avec le MCE pour optimiser les gains de  $L$ . Un bruit numérique important est ajouté à la sortie du MCE en simulation, et le bruit transmis dans l'état reconstruit par l'observateur est minimisé en faisant varier les gains de  $L$  (FIG. 2.15).

Le résultat du réglage des gains de l'observateur MCE sur la structure est présenté FIG. 2.16. L'observateur MCE permet de minimiser l'effet du bruit de mesure et des modes supérieurs non pris en compte lors de l'identification. Son rôle de filtre modal non déphasé est ici clairement visible.

La procédure de réglage du contrôleur à partir du MCE est présentée FIG. 2.17. Afin de mettre en évidence l'efficacité du contrôle, l'observateur MCE et le contrôleur réglés à partir du MCE sont implémentés dans la boucle de contrôle conformément au schéma présenté FIG. 2.11. Le treillis est soumis à plusieurs types de perturbations sur des nœuds du modèle choisis aléatoirement. Le contrôle s'avère stable et efficace. Sur la FIG. 2.18, le treillis est soumis à un balayage sinus sur la plage  $[0, 1000\text{Hz}]$  suivant la flèche au nœud 10. On peut signaler que le contrôleur MCE n'induit pas d'effet déstabilisateur de type spillover au niveau des modes dont les fréquences n'appartiennent pas à la BFC. Il s'agit du compromis optimal de réglage de la matrice de gains de l'observateur. La reconstruction est suffisamment

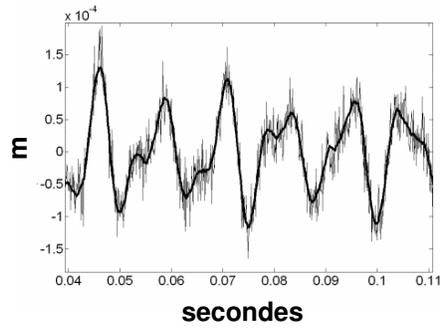


FIG. 2.16 – Effet de l’observateur MCE sur les signaux issus des capteurs placés sur le treillis. Un bruit de mesure fictif est ajouté aux capteurs en simulation, et la structure est excitée par choc sur ses modes supérieurs. Trait fin pour le signal issu du capteur et trait épais pour la reconstruction de l’observateur MCE.

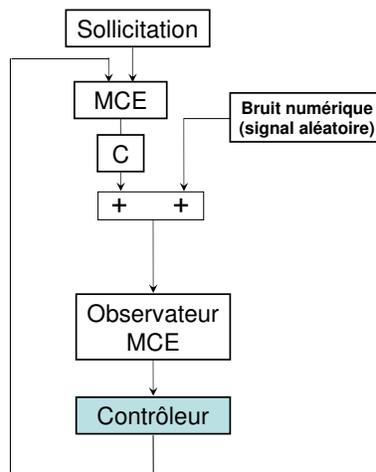


FIG. 2.17 – Schéma de la méthode de réglage des gains du contrôleur MCE

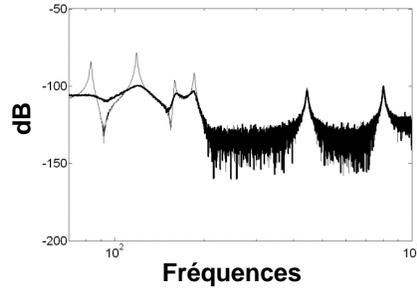


FIG. 2.18 – Réponse du treillis soumis à un balayage sinus sur la plage  $[0, 1000Hz]$ .

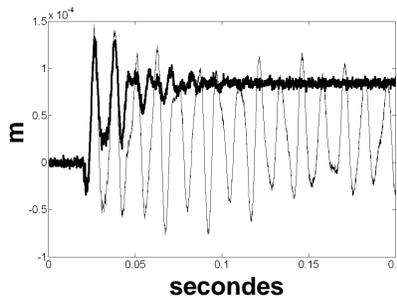


FIG. 2.19 – Réponse du treillis soumis à une sollicitation de type échelon.

rapide pour obtenir un contrôle correct de la structure, tout en ne reconstruisant pas les contributions des modes supérieurs. Une étude supplémentaire peut être nécessaire pour extraire un critère de réglage de ces gains en fonction de la réponse de la structure (critère de robustesse).

Sur la FIG. 2.19, le treillis est soumis à une excitation de type échelon. Il peut être observé que la dynamique du treillis est bien amortie, bien que subsiste une composante continue. Les efforts de contrôle sont présentés FIG. 2.20. Il est observé que les efforts sont constants et non nuls en régime établi. Ceci vient de l'absence de retour intégral pour effectuer un suivi de consigne. Le contrôle s'avère efficace dans les deux cas de figure (balayage sinus et réponse à une sollicitation échelon).

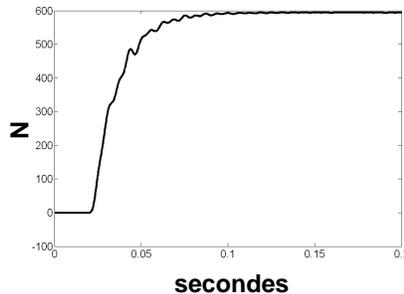


FIG. 2.20 – Efforts délivrés par le contrôleur quand le treillis est soumis à une sollicitation de type échelon.

## 2.5 Conclusions

La méthode d'identification du MCE sur une structure est présentée. Il s'agit d'une méthode pouvant s'adapter facilement aux placement des capteurs disponibles. Le réglage et l'implémentation d'un observateur et d'un contrôleur basés sur le MCE sont également présentés. La méthode MCE présente l'avantage de ne pas avoir à estimer un modèle de la structure avant l'identification des matrices d'état du MCE. Celles-ci sont identifiées directement à partir des signaux de la structure filtrés lorsque celle-ci est sollicitée en conditions initiales (après un choc, par exemple). Ce sont ces matrices qui sont directement identifiées sur la structure, et qui sont utilisées pour le contrôle.

Le MCE est utilisé pour régler un filtre en temps réel des signaux issus de la structure à contrôler. Cette phase, effectuée en simulation, pourrait être complétée avec des critères supplémentaires augmentant la vitesse de reconstruction tout en minimisant l'effet des modes supérieurs sur le contrôleur. Le contrôleur modal permet ensuite d'agir sur chacun des modes de celui-ci.

Ces méthodes sont appliquées sur une structure de type treillis en simulation. Les résultats de l'identification, du filtrage modal et du contrôle sont satisfaisants. Néanmoins, les actionneurs mis en œuvre dans ces simulations sont considérés parfaits, avec une relation linéaire entre commande et force restituée. Or, l'objectif final de ce travail est d'appliquer cette méthode à une machine tournante dont les paliers / actionneurs sont des Paliers Magnétiques Actifs. De par leur comportement non-linéaire, ces actionneurs ne peuvent être implémentés tels quels dans une boucle de contrôle mettant en œuvre le MCE. La stratégie choisie pour implémenter ce type d'actionneur est d'utiliser un modèle inverse des PMA pour linéariser leur comportement. Cette approche est présentée dans le chapitre suivant.

## Chapitre 3

# Contrôle modal de structures avec Paliers Magnétiques Actifs (PMA)

*Le principe d'actionnement électromagnétique est présenté. Le cas simple d'une bille sustentée par des bobines est utilisé afin de montrer l'effet de la fréquence d'excitation sur la raideur équivalente. La méthode d'identification du MCE selon la méthode proposée est ensuite confrontée au système en lévitation magnétique dont le comportement est linéarisé autour d'un point de fonctionnement. Il est montré que ce comportement n'est pas compatible avec la méthode MCE. C'est la raison pour laquelle un modèle inverse des actionneurs magnétiques est introduite. La méthode est validée expérimentalement avec une poutre encastrée-libre. Les résultats sont présentés en fin de chapitre.*

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Lois de l'électromagnétisme appliquées au SMA . . . . .</b>	<b>68</b>
3.1.1	Généralités . . . . .	68
<b>3.2</b>	<b>Contrôle de structures avec des actionneurs magnétiques .</b>	<b>73</b>
3.2.1	Linéarisation autour d'un point de fonctionnement . .	73
3.2.2	Actionneurs électromagnétiques avec MCE : modèle inverse des SMA . . . . .	78
<b>3.3</b>	<b>Validation expérimentale : contrôle d'une poutre avec des Supports Magnétiques Actifs . . . . .</b>	<b>80</b>
3.3.1	Conception et élaboration du banc expérimental . . . .	80
3.3.2	Validation du réseau de la bobine . . . . .	90
3.3.3	Procédures d'identification . . . . .	90
3.3.4	Résultats . . . . .	94
<b>3.4</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>97</b>

---

## 3.1 Lois de l'électromagnétisme appliquées au SMA

### 3.1.1 Généralités

Dans cette partie, les lois générales de l'électromagnétisme sont rappelées afin d'amener aux lois qui régissent les PMA.

#### Lois fondamentales

Les lois de l'électromagnétisme découlent de la création d'un champ vectoriel  $\vec{B}$  lors de la circulation d'un courant électrique  $i$ , et qui induit une force (force de Laplace). A l'échelle macroscopique dans une matière linéaire, homogène et isotrope, l'induction magnétique  $\vec{B}$  est reliée au champ magnétique  $\vec{H}$  par la relation :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} = \mu \vec{H} \quad (3.1)$$

avec,

$\vec{B}$  : l'induction magnétique en  $\frac{V \cdot s}{m^2} = T$

$\vec{H}$  : le champ magnétique en  $\frac{A}{m} = H$

$\mu_0 = 0.4 \cdot \pi \cdot 10^{-6}$  : la perméabilité magnétique du vide. Il s'agit d'une constante universelle en  $\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$

$\mu_r$  : la perméabilité magnétique du milieu sans dimension [ ]. Ordre de grandeur : [400-500] pour l'acier, [2000-3000] pour la tôle de dynamo, [1] pour l'aluminium, etc.

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  : perméabilité magnétique du matériau dans lequel circule le champ d'induction magnétique.

La relation linéaire de l'EQ. 3.1 n'est valable qu'avant le domaine de saturation du matériau. Au-delà, la relation entre l'induction magnétique et le champ magnétique devient non-linéaire.

Soit une surface ( $S$ ). Le flux magnétique  $\phi$  à travers cette surface s'exprime :

$$\phi = \iint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} \quad (3.2)$$

La loi du flux conservatif de l'induction magnétique s'écrit :

$$\oiint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (3.3)$$

Soit une courbe ( $c$ ) fermée. Le théorème d'Ampère s'écrit sous sa forme générale :

$$\oint_{(c)} \vec{H} d\vec{l} = \sum_{\text{A travers } (c)} i + \underbrace{\frac{d}{dt} \left( \iint_{(c)} \vec{D} d\vec{S} \right)}_{\text{courant de déplacement}} \quad (3.4)$$

avec,  $\vec{D}$  le vecteur de déplacement à travers la surface qui s'appuie sur ( $c$ ). EQ. 3.4 n'est utilisée qu'en haute fréquence. Par la suite, c'est l'EQ. 3.5 qui est utilisée.

$$\oint_{(c)} \vec{H} d\vec{l} = \sum_{\text{A travers } (c)} i \quad (3.5)$$

### Circuit magnétique

Soit le Support Magnétique Actif (SMA) présenté en FIG. 3.1. Il s'agit d'une version non circulaire des Paliers Magnétiques Actifs (PMA) utilisés pour les rotors. Ils ne possèdent qu'une seule ligne d'action à la différence des PMA qui peuvent en posséder plusieurs (deux dans le cas des PMA de PARTIE 4.2.2). Le noyau en matériau ferromagnétique est parcouru par un flux magnétique  $\phi$  induit par une bobine de  $N$  spires parcourue par un courant électrique  $I$ . En raison de sa symétrie, le flux magnétique est identique dans les deux moitiés du SMA (FIG. 3.2). Selon la loi d'Ampère :

Hypothèse : il n'y a pas de fuite des lignes de champs à l'extérieur du circuit magnétique. Les circulations sur  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  sont donc nulles. Tout le flux induit par

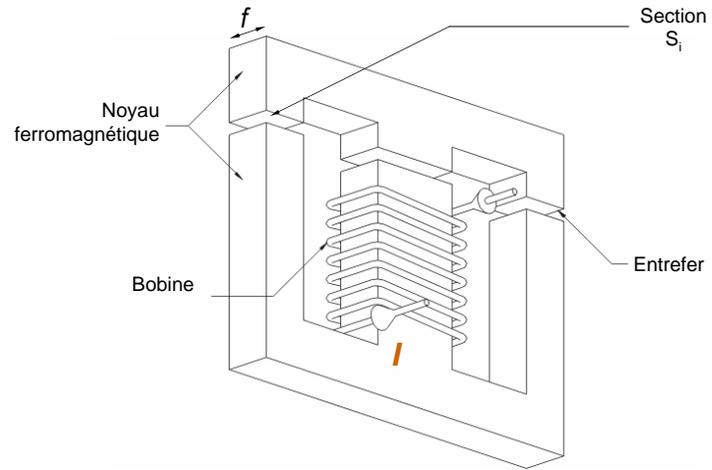


FIG. 3.1 – Dessin d'un SMA en 3D

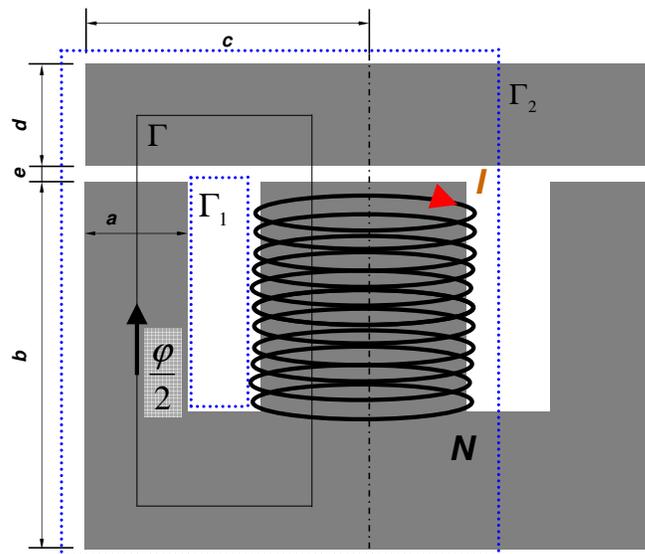


FIG. 3.2 – Dessin d'un SMA en 2D

le courant  $I$  circule dans ce volume de la même manière que dans un circuit électrique. Par analogie, il peut être défini ici un circuit magnétique. Si le matériau ferromagnétique n'est pas saturé, il canalise le flux. Si le circuit comporte un entrefer (comme c'est le cas ici avec  $e$ ), il faut que celui-ci soit court pour que le flux reste canalisé.

Sur la courbe  $\Gamma$ , la loi d'Ampère (EQ. 3.5) s'écrit :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = 2 \cdot H_1 \left(b - \frac{a}{2}\right) + 2 \cdot H_2 e + 2 \cdot H_3 \left(d - \frac{a}{2}\right) + 2 \cdot H_4 (c - a) = NI \quad (3.6)$$

L'hypothèse du circuit magnétique implique un flux constant et une induction magnétique  $\vec{B}$  en tout point perpendiculaire à la section droite  $S_i$ . La loi de conservation du flux (EQ. 3.2) donne :

$$B_1 = \frac{\Phi/2}{S_1}, B_2 = \frac{\Phi/2}{S_2}, B_3 = \frac{\Phi/2}{S_3}, B_4 = \frac{\Phi/2}{S_4} \quad (3.7)$$

Ce qui, à partir de la relation EQ. 3.1, permet d'écrire :

$$H_1 = \frac{\Phi/2}{\mu_0 \mu_m S_1}, H_2 = \frac{\Phi/2}{\mu_0 \mu_a S_2}, H_3 = \frac{\Phi/2}{\mu_0 \mu_m S_3}, H_4 = \frac{\Phi/2}{\mu_0 \mu_m S_4} \quad (3.8)$$

Avec  $\mu_m$  la perméabilité magnétique relative du matériau ferromagnétique et  $\mu_a$  la perméabilité magnétique de l'air. Si le SMA est conçu de sorte que le tube de flux soit de dimensions constantes :

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S = a \cdot f \quad (3.9)$$

EQ. 3.8 et EQ. 3.9 permettent de ré-écrire EQ. 3.6 telle que :

$$\frac{\Phi}{\mu_0} \left( \frac{b - a/2}{\mu_m} + \frac{e}{\mu_a} + \frac{d - a/2}{\mu_m} + \frac{c - a}{\mu_m} \right) = NI \quad (3.10)$$

Ce qui permet d'écrire la relation :

$$\Phi = \frac{\mu_0 N I a f}{\frac{e}{\mu_a} + \frac{b+c+d-2a}{\mu_m}} \quad (3.11)$$

### Auto-induction et force électromagnétique du SMA

La bobine parcourue par un courant  $I$ , est traversée par un flux  $\Phi$  induit par  $I$ . Si la bobine n'est pas saturée, le flux **totalisé d'auto-induction**  $\Psi$  est proportionnel au courant  $I$  qui le crée tel que :

$$\Psi = N\phi = LI \quad (3.12)$$

EQ. 3.12 donne la définition du coefficient d'auto-induction du SMA :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 a f}{\frac{e}{\mu_a} + \frac{b+c+d-2a}{\mu_m}} \quad (3.13)$$

La bobine accumule de l'énergie lorsqu'il y a un flux magnétique et donc un courant  $I$ . Cette énergie est fournie par la source pendant l'établissement du courant.

Dans le cas du SMA, l'énergie magnétique (ou co-énergie magnétique) emmagasinée dans une bobine s'écrit :

$$W_{magn} = \int_0^I \Psi dI = \int_0^I LI dI = \frac{1}{2} LI^2 \quad (3.14)$$

Lorsque le courant croît (en valeur absolue), l'énergie emmagasinée dans la bobine croît. Cette énergie est rendue au circuit lorsque le courant décroît : c'est ce qui produit la puissance réactive en excitation harmonique.

Dans le cas d'un circuit magnétique avec entrefer, la force d'attraction magnétique s'écrit :

$$F_{magn} = \frac{\partial W_{magn}}{\partial e} \quad (3.15)$$

Ce qui donne la relation qui définit la force électromagnétique créée par le SMA :

$$F_{magn} = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial e} = -\frac{1}{2} \frac{\mu_0}{\mu_a} \frac{N^2 I^2 a f}{\left(\frac{e}{\mu_a} + \frac{b+c+d-2a}{\mu_m}\right)^2} \quad (3.16)$$

La perméabilité magnétique de l'air est égale à l'unité ( $\mu_a = 1$ ). Le signe moins de l'EQ. 3.16 signale que l'actionneur magnétique ne peut agir qu'en traction, quelque soit le signe de l'intensité d'alimentation. C'est la raison pour laquelle deux actionneurs sont nécessaires pour effectuer une action de contrôle efficace. Par la suite, la force électromagnétique créée par le SMA n'est considérée qu'en valeur absolue. La relation peut s'écrire alors :

$$|F_{magn}| = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 I^2 a f}{\left(e + \frac{b+c+d-2a}{\mu_m}\right)^2} \quad (3.17)$$

C'est cette propriété d'attraction qui a été utilisée pour convertir les éléments magnétiques en actionneurs sans contact, notamment pour les systèmes mécaniques en rotation (Schweitzer et Ulbrich [1980]). Afin d'intégrer ces éléments dans la boucle de contrôle, il a été nécessaire de linéariser leur comportement autour d'un point de fonctionnement. Par la suite, il va être montré pourquoi cette approche ne peut pas être admise dans la stratégie de contrôle avec MCE, et pourquoi il est nécessaire d'utiliser un modèle inverse des actionneurs magnétiques.

## 3.2 Contrôle de structures avec des actionneurs magnétiques

### 3.2.1 Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

#### Equations d'états

Soit le modèle à un degré de liberté présenté dans la FIG. 3.3. Ce modèle peut représenter une bille sustentée par deux actionneurs magnétiques *bobine 1* et *bobine 2*. L'équation du mouvement de la masse s'écrit :

$$m\ddot{y} = F_1 - F_2 + mg \quad (3.18)$$

Avec  $g$  l'accélération terrestre. Afin de simplifier les équations, considérons le  $\mu_m$  du matériau des actionneurs très grand. L'EQ. 3.17 se simplifie pour les *bobine 1* et *bobine 2* telle que :

$$F_1 = \lambda_1 \frac{i_1^2}{(e_0 - y)^2}, F_2 = \lambda_2 \frac{i_2^2}{(e_0 + y)^2} \quad (3.19)$$

avec,

$$\lambda_i = \frac{1}{2} \mu_0 N_i^2 S_i \quad (3.20)$$

En supposant la surface du tube de courant constante pour chaque actionneur et égale à  $S_i$ .

Les courants  $i_1$  et  $i_2$  satisfont les équations électriques suivantes :

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL_1}{dt} \\ U_2 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_2}{dt} \end{aligned} \quad (3.21)$$

avec,

$U_1$  et  $U_2$  les tensions aux bornes des bobines

$R_1$  et  $R_2$  les résistances des circuits électriques

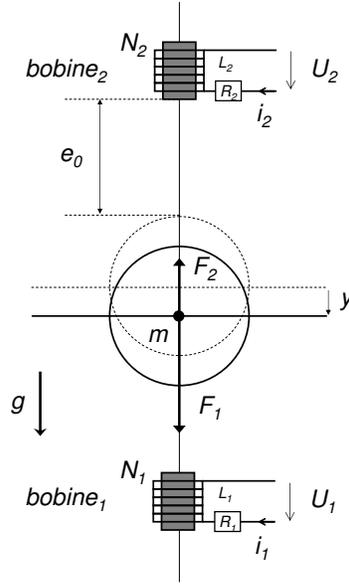


FIG. 3.3 – Sustentation magnétique pour un système à 1 degré de liberté

$L_1$  et  $L_2$  les coefficients d'auto-inductance des bobines, qui s'écrivent également (EQ. 3.13) :

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{e_0 - y}, L_2 = \frac{\lambda_2}{e_0 + y} \quad (3.22)$$

Les équations mécaniques (EQ. 3.18) et électromagnétiques (EQ. 3.21) permettent d'écrire le système sous la forme d'états non-linéaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{\lambda_1}{m} \frac{x_3^2}{(e_0 - x_1)^2} - \frac{\lambda_2}{m} \frac{x_4^2}{(e_0 + x_1)^2} + g \\ \dot{x}_3 = - \left( \frac{R_1}{\lambda_1} (e_0 - x_1) + \frac{x_2}{(e_0 - x_1)} \right) x_3 + \left( \frac{e_0 - x_1}{\lambda_1} \right) U_1 \\ \dot{x}_4 = - \left( \frac{R_2}{\lambda_2} (e_0 + x_1) - \frac{x_2}{(e_0 + x_1)} \right) x_4 + \left( \frac{e_0 + x_1}{\lambda_2} \right) U_2 \end{cases} \quad (3.23)$$

avec,  $[x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [y, \dot{y}, i_1, i_2]^T$ .

Sous cette représentation, il peut être mis en évidence que les tensions aux bornes des bobines sont les variables de commande qui influent sur le déplacement.

La position d'équilibre est définie pour  $\ddot{y} = \dot{y} = 0$ . Les points d'équilibre se retrouvent définis par :

$$\begin{cases} \frac{\lambda_1 i_{10}^2}{(e_0 - y_0)^2} - \frac{\lambda_2 i_{20}^2}{(e_0 + y_0)^2} + mg = 0 \\ U_{10} = R_1 i_{10} \\ U_{20} = R_2 i_{20} \end{cases} \quad (3.24)$$

De plus, sachant que l'intensité  $i_{20}$  peut s'exprimer en fonction de  $i_{10}$  telle que :

$$i_{20} = (e_0 + y_0) \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{i_{10}^2}{(e_0 - y_0)^2} + \frac{mg}{\lambda_2}} \quad (3.25)$$

L'ensemble d'équilibre  $(y_0, U_{10}, U_{20})$  est :

$$\begin{cases} y_0 \\ U_{10} = R_1 i_{10} \\ U_{20} = R_2 (e_0 + y_0) \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{1}{(e_0 - y_0)^2} \left(\frac{U_{10}}{R_1}\right)^2 + \frac{mg}{\lambda_2}} \end{cases} \quad (3.26)$$

L'étude du système en petits déplacements autour du point d'équilibre est effectuée à partir de la Jacobienne du système non-linéaire défini en EQ. 3.23. Les petites variations autour de la position de repos sont définies par :

$$\begin{aligned} U_1 &= U_{10} + \tilde{u}_1 \\ U_2 &= U_{20} + \tilde{u}_2 \\ y &= y_0 + \tilde{y} \\ i_1 &= i_{10} + \tilde{i}_1 \\ i_2 &= i_{20} + \tilde{i}_2 \end{aligned}$$

Le vecteur d'état du système linéarisé est donc :

$$[z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4]^T = [\tilde{y} \ \dot{\tilde{y}} \ \tilde{i}_1 \ \tilde{i}_2]^T \quad (3.27)$$

L'EQ. 3.23 devient :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

avec,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{m} \left( \frac{\lambda_1 i_{10}^2}{(e_0 - y_0)^3} + \frac{\lambda_2 i_{20}^2}{(e_0 + y_0)^3} \right) & 0 & 2 \frac{\lambda_1}{m} \frac{i_{10}}{(e_0 - y_0)^2} & 2 \frac{\lambda_2}{m} \frac{i_{20}}{(e_0 + y_0)^2} \\ 0 & -\frac{i_{10}}{(e_0 - y_0)} & -\frac{R_1}{\lambda_1} (e_0 - y_0) & 0 \\ 0 & \frac{i_{20}}{(e_0 + y_0)} & 0 & -\frac{R_2}{\lambda_2} (e_0 + y_0) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

et,

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{(e_0 - y_0)}{\lambda_1} & 0 \\ 0 & \frac{(e_0 + y_0)}{\lambda_2} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

### Raideur équivalente

L'objectif de ce travail est d'effectuer le contrôle modal d'un rotor sur paliers magnétiques. Un MCE identifié sur la structure est utilisé pour appliquer ce contrôle. Le mode d'identification du MCE implique que l'arbre du rotor puisse être sollicité avec une excitation de type choc. L'idée de cette partie est d'analyser la faisabilité de l'identification lorsque l'arbre serait en lévitation magnétique. C'est la raison pour laquelle la raideur équivalente "vue" par la masse en sustentation est évaluée.

Soit le système masse à un degré de liberté de la FIG. 3.4. L'équation du mouvement libre de la masse s'écrit :

$$\ddot{y} = -\frac{K_{eq}}{m} \tilde{y} \quad (3.31)$$

Soit en variable de Laplace :

$$s^2 \tilde{y} = -\frac{K_{eq}}{m} \tilde{y} \quad (3.32)$$

Les équations du système électromagnétique linéarisé de l'EQ. 3.28 en mouvement libre (sans commande) donnent :

- $\frac{d^2 \tilde{y}}{dt^2} = \frac{2}{m} \left( \underbrace{\frac{\lambda_1 i_{10}^2}{(e_0 - y_0)^3} + \frac{\lambda_2 i_{20}^2}{(e_0 + y_0)^3}}_{K_1} \right) \tilde{y} + 2 \underbrace{\frac{\lambda_1 i_{10}}{m (e_0 - y_0)^2}}_{K_2} \tilde{i}_1 + 2 \underbrace{\frac{\lambda_2 i_{20}}{m (e_0 + y_0)^2}}_{K_3} \tilde{i}_2$
- $\frac{d \tilde{i}_1}{dt} = - \underbrace{\frac{i_{10}}{(e_0 - y_0)}}_{K_4} \frac{d \tilde{y}}{dt} - \underbrace{\frac{R_1}{\lambda_1} (e_0 - y_0)}_{K_5} \tilde{i}_1$
- $\frac{d \tilde{i}_2}{dt} = \underbrace{\frac{i_{20}}{(e_0 + y_0)}}_{K_6} \frac{d \tilde{y}}{dt} - \underbrace{\frac{R_2}{\lambda_2} (e_0 + y_0)}_{K_7} \tilde{i}_2$

Soit en variables de Laplace :

- $\tilde{i}_1 = -\frac{sK_4}{s+K_5} \tilde{y}$
- $\tilde{i}_2 = \frac{sK_6}{s+K_7} \tilde{y}$

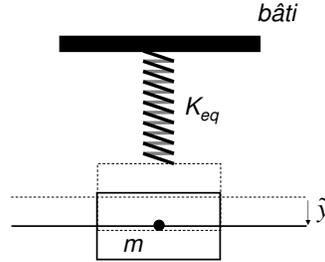


FIG. 3.4 – Schéma d'un système masse-ressort sans amortissement

$$\begin{aligned}
 s^2 \tilde{y} &= \left( K_1 - \frac{sK_2K_4}{s+K_5} + \frac{sK_3K_6}{s+K_7} \right) \tilde{y} \\
 &= \left[ \frac{2}{m} \frac{\lambda_1 i_{10}^2}{(e_0 - y_0)^3} \left( 1 + \frac{s}{s + \frac{R_1}{\lambda_1} (e_0 - y_0)} \right) + \frac{2}{m} \frac{\lambda_2 i_{20}^2}{(e_0 + y_0)^3} \left( 1 + \frac{s}{s - \frac{R_2}{\lambda_2} (e_0 + y_0)} \right) \right] \tilde{y}
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

L'analogie avec l'EQ. 3.32 donne une raideur électromagnétique équivalente :

$$K_{eq} = - \left[ 2 \frac{\lambda_1 i_{10}^2}{(e_0 - y_0)^3} \left( 1 + \frac{s}{s + \frac{R_1}{\lambda_1} (e_0 - y_0)} \right) + 2 \frac{\lambda_2 i_{20}^2}{(e_0 + y_0)^3} \left( 1 + \frac{s}{s - \frac{R_2}{\lambda_2} (e_0 + y_0)} \right) \right] \tag{3.34}$$

Il peut être mis en évidence que, d'une part, la raideur équivalente du système linéarisé est négative. Ceci implique que le système est instable en absence de commande. La méthode d'identification de la matrice d'évolution du MCE (PARTIE 2.2.2) ne peut être mise en œuvre sans mise en place préalable d'un contrôleur, ce qui est aberrant. D'autre part, la raideur équivalente varie en fonction de la fréquence d'oscillation. Dans le cas d'un rotor, la présence obligatoire d'un balourd implique que la masse "vue" par le palier soit excitée à une fréquence synchrone de la vitesse de rotation du rotor. Ceci a pour conséquence de faire varier

la raideur équivalente du palier, et donc d'influer sur le comportement dynamique du MCE identifié préalablement. Sachant que le contrôleur modal est réglé à partir du MCE, celui-ci devient moins efficace, voire peut rendre le système instable en boucle fermée. Il est donc possible de conclure que l'approche mettant en œuvre la linéarisation du comportement des actionneurs n'est pas compatible avec une approche de contrôle modal avec un MCE.

L'alternative à l'utilisation d'un système d'états linéarisé autour d'un point de fonctionnement est la mise en œuvre d'un modèle inverse des actionneurs magnétiques. Ceci a pour but de linéariser, non pas le comportement des actionneurs, mais de rendre la chaîne de commande linéaire entre la synthèse de la commande et l'action qui est appliquée de façon effective sur le système en sustentation.

### 3.2.2 Actionneurs électromagnétiques avec MCE : modèle inverse des SMA

L'idée d'un modèle inverse est d'estimer les variables à utiliser en fonction de la sortie désirée, et cela *en amont* de la commande. Ici, la sortie désirée est la force de sortie de l'actionneur magnétique. Les équations du comportement des actionneurs magnétiques peuvent s'écrire à partir de l'approche électrique (EQ. 3.21), ou de l'approche énergétique (EQ. 3.17). Si un pilotage des actionneurs en tension est choisi, c'est l'EQ. 3.21 qui doit être utilisée. La relation qui existe entre la tension et la dérivée temporelle de l'intensité rend difficile l'inversion de la fonction qui régit les lois électriques des bobines.

En revanche, le pilotage des bobines en intensité est beaucoup plus aisé en utilisant l'EQ. 3.17. L'effort délivré par l'actionneur magnétique est proportionnel au carré de l'intensité de commande et inversement proportionnel au carré de l'entrefer. S'il est possible de détecter l'entrefer  $e_i$  de la partie mobile de l'actionneur magnétique  $i$ , il est alors facile de calculer l'intensité de commande  $I_{ic}$  nécessaire pour obtenir un effort désiré  $F_{ic}$  en sortie, selon la relation :

$$I_{ic} = \frac{e_i + \gamma_i}{\sqrt{\lambda_i}} \sqrt{F_{ic}} \quad (3.35)$$

avec,

$$\gamma_i = \frac{b_i + c_i + d_i - 2a_i}{\mu_{m_i}} \quad (3.36)$$

L'EQ. 3.35 doit être utilisée pour chacun des actionneurs magnétiques. Cette relation présente l'avantage d'être facile à mettre en œuvre dans une boucle de contrôle, du fait que les calculs à effectuer en temps réel sont peu importants. Ainsi,

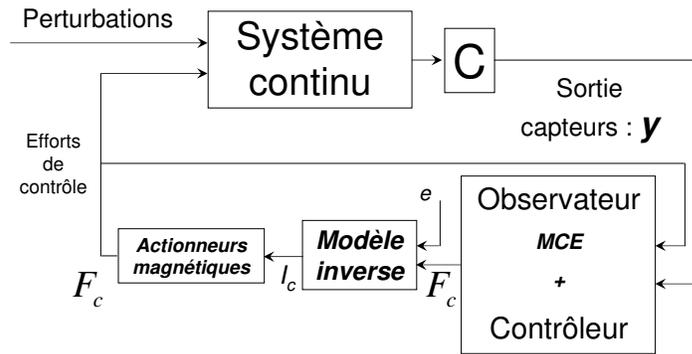


FIG. 3.5 – Schéma de la boucle de contrôle modal MCE avec modèle inverse des actionneurs magnétiques

la boucle de contrôle modal avec MCE présentée dans la FIG. 2.11 devient celle présentée en FIG. 3.5.

Les limitations de cette méthode sont les suivantes :

- Les paramètres  $\lambda_i$  et  $\gamma_i$  des actionneurs magnétiques doivent être connus avec précision. Une mauvaise évaluation de ces paramètres induit une mauvaise évaluation de la commande en intensité  $I_c$ , ce qui équivaut à un effort  $F_c$  en sortie différent de celui prévu initialement. L'algorithme d'identification de ces paramètres doit pouvoir prendre en compte le caractère non-linéaire des actionneurs magnétiques. Pour cela, un réseau de neurones spécialisé est utilisé (PARTIE 3.3.2). De plus, la procédure de prise d'informations pour l'identification doit être adaptée aux conditions expérimentales (PARTIE 3.3.3).
- La mesure de l'entrefer pour chacun des actionneurs doit être effectuée avec précision. Or, dans les conditions qui nous intéressent (vibrations de structures de dimensions "moyennes"), l'amplitude des vibrations est de l'ordre de la dizaine de micromètres, ce qui donne des entrefers qui sont de l'ordre du millimètre. Les capteurs de déplacements disponibles au laboratoire ont des dimensions beaucoup trop importantes pour être utilisés directement à la verticale des actionneurs magnétiques. Afin de contourner ce problème,

il est possible de reconstruire ce déplacement (à l'aide d'un observateur par exemple) ou faire une moyenne des déplacements de part et d'autre des actionneurs magnétiques. C'est la deuxième approche qui a été choisie : il s'agit d'une méthode plus commode à mettre en œuvre. Les résultats sont satisfaisants (PARTIE 3.3.4).

- L'EQ. 3.17 ne met pas en évidence les conditions électriques que doivent respecter les appareillages pour être correctement dimensionnés pour le contrôle. Une étude de dimensionnement doit être effectuée pour les fils dont sont constituées les bobines, et pour l'amplificateur de courant qui est utilisé pour piloter les actionneurs magnétiques (PARTIE 3.3.1).

Afin de valider l'approche du contrôle modal avec MCE avec des actionneurs non-linéaires de type magnétiques, le contrôle d'une poutre encastrée-libre est effectué sur un banc expérimental. L'objectif est de montrer que les erreurs inhérentes aux conditions expérimentales, et qui ne peuvent pas forcément être prises en compte dans les équations de comportement, n'altèrent pas l'efficacité du contrôle.

### **3.3 Validation expérimentale : contrôle d'une poutre avec des Supports Magnétiques Actifs**

#### **3.3.1 Conception et élaboration du banc expérimental**

Le montage choisi pour valider l'approche de contrôle modal MCE de structures avec des actionneurs magnétiques est une poutre encastrée-libre (De Lépine *et al.* [2006b]). La raison principale de ce choix est que le comportement d'un rotor à l'arrêt (sans prise en compte de l'effet gyroscopique) est identique à celui d'une poutre. Les résultats expérimentaux issus de ce montage peuvent donc donner une indication importante sur la faisabilité et l'efficacité de la méthode pour une application à des rotors sur PMA.

#### **Montage**

La poutre est encastrée sur un bâti qui est lui-même fixé rigidement à une masse importante posée sur des ressorts à faible raideur. L'encastrement est assuré par une masse de 8kg vissée sur le bâti qui prend en tenaille la poutre à contrôler (FIG. 3.6). L'encastrement n'est pas parfait et son effet peut varier en fonction de la pression de serrage au niveau des vis. Ce comportement est connu mais n'est pas évalué afin de montrer l'efficacité de la méthode d'identification du MCE pour le contrôle. En effet, étant donné qu'aucun modèle EF n'est conçu pour reproduire le comportement dynamique de la structure, les éventuelles imperfections de montage sont directement prises en compte lors de l'identification.

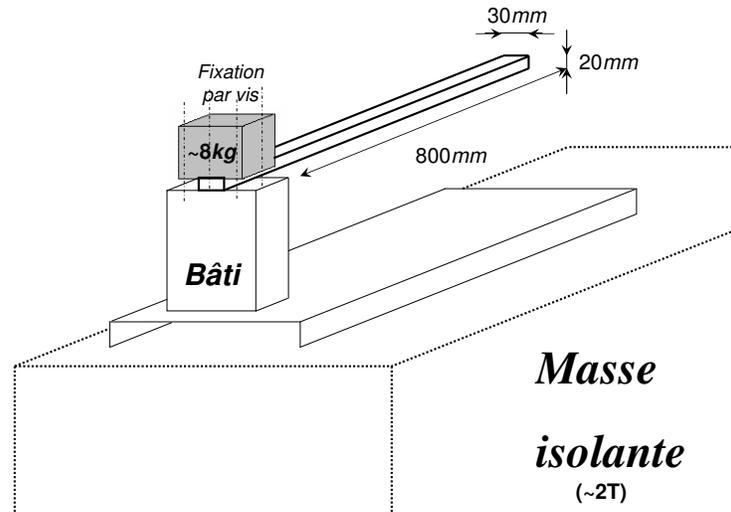


FIG. 3.6 – Schéma du montage

### Capteurs

Les capteurs de déplacements utilisés sont de type inductif. Ils présentent l'avantage d'être sans contact, et donc ne modifient pas le comportement de la structure lors de leur utilisation. Ils sont basés sur la modification du champ magnétique provoquée par le mouvement de la structure-cible. Les désavantages à noter sont les suivants :

- Le rapport  $\frac{V}{m}$  varie en fonction du matériau-cible. Un étalonnage préalable est nécessaire pour s'assurer une bonne lisibilité des signaux.
- Leur comportement est linéaire sur une plage d'amplitude limitée. Ceux choisis ont une amplitude de 2mm. L'ordre de grandeur des vibrations étant la dizaine de micromètres, les performances de ces capteurs sont satisfaisants.
- Les capteurs doivent être suffisamment espacés entre eux pour ne pas interférer (deux fois le diamètre du capteur). Cette condition est facilement respectée, sauf éventuellement pour la mesure de l'entrefer de l'actionneur magnétique, qui est basée sur la moyenne des déplacements.

Les capteurs sont soutenus par des supports verticaux métalliques de manière à ce que la première fréquence de résonance soit relativement élevée (400Hz). Les fréquences générées par la commande mises en œuvre lors du contrôle influent

<i>a</i>	10 mm
<i>b</i>	40 mm
<i>c</i>	30 mm
<i>d</i>	10 mm
<i>f</i>	21.1 mm
<i>S</i>	211 mm <sup>2</sup>
<i>N</i>	180 tours

TAB. 3.1 – Caractéristiques du SMA

peu sur les supports. La mise en œuvre du contrôle modal par MCE permet de s'affranchir d'une étude poussée du placement des capteurs pour l'identification du MCE. Les capteurs doivent être situés en des points où les signaux issus des mouvements de la structure soient significatifs par rapport au bruit de mesure.

### Supports Magnétiques Actifs

Les SMA qui sont utilisés comme actionneurs sont fabriqués sur la base de la FIG. 3.2. Un empilement de tôles en forme de E en fer doux est utilisé comme matériau ferromagnétique pour former le noyau. Les dimensions du SMA sont présentées dans le TAB. 3.1. Comme il est montré dans l'EQ. 3.16, un actionneur magnétique ne peut effectuer qu'un effort de traction. C'est pour cette raison qu'il est nécessaire d'appliquer deux SMA l'un en face de l'autre, afin qu'ils puissent agir suivant le même axe, mais dans des directions opposées. Un support métallique est conçu à cet effet (FIG. 3.7).

**Nombre de spires :** Le nombre  $N$  de spires influe sur la force délivrée par l'actionneur magnétique (EQ. 3.17) et sur le coefficient d'auto-inductance de la bobine (EQ. 3.13). L'actionneur doit être dimensionné pour délivrer un effort suffisant pour garantir le contrôle, tandis que le coefficient d'auto-inductance ne doit pas être trop élevé pour ne pas dépasser les capacités de l'amplificateur de courant utilisé dans le montage. Un compromis sur le nombre de spires doit être trouvé pour respecter ces deux conditions. Comme les coefficients  $\lambda_i$  (EQ. 3.20) et  $\gamma_i$  (EQ. 3.36) ne sont pas connus avec une grande précision, un montage est conçu pour évaluer les efforts que peuvent délivrer les actionneurs magnétiques en fonction d'un entrefer connu. Un capteur de force statique (principe du pont de Weaston) est utilisé en regard avec le SMA pour estimer la force délivrée en fonction du nombre de spires et l'intensité d'alimentation (FIG. 3.8(a)). L'évaluation de l'entrefer est effectuée avec des comparateurs posés sur le plan du SMA. La surface de référence

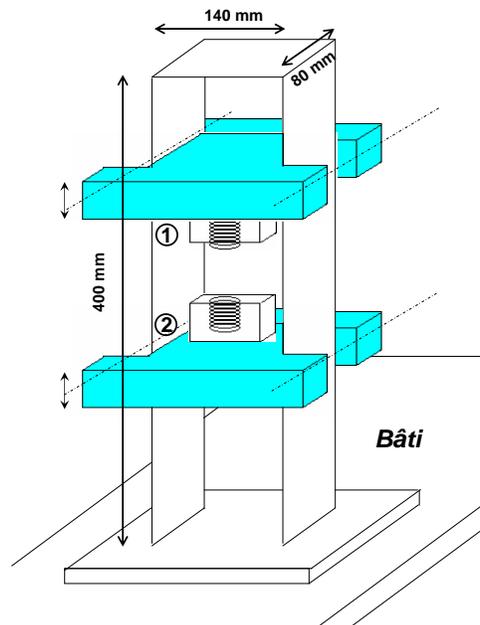
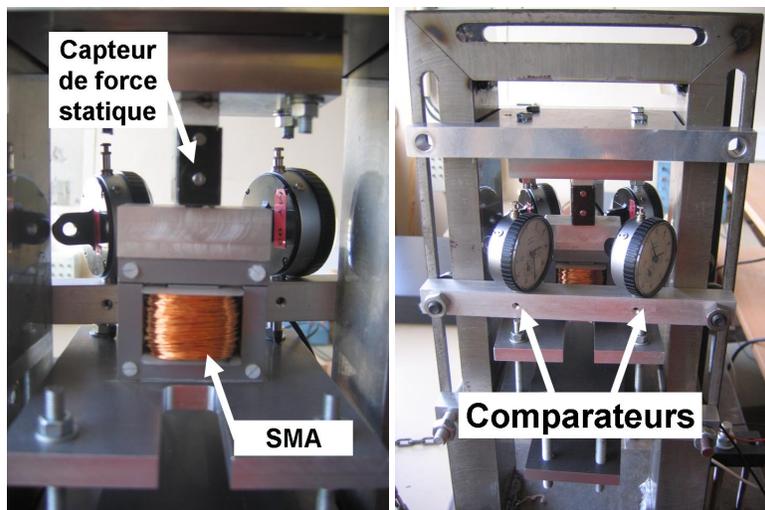


FIG. 3.7 – Schéma du support des SMA

est choisie comme étant le contact entre la partie mobile et la partie fixe du SMA ( $e = 0$ ). Les comparateurs permettent ensuite d'avoir une mesure de la différence d'altitude avec une précision d'un centième de  $mm$  (FIG. 3.8(b)). Le récapitulatif de la procédure est présenté FIG. 3.9. Les résultats pour des actionneurs à  $N = 180$  sont présentés FIG. 3.10. Les entrefers utilisés pour les mesures sont :  $e = 0.8mm$ ,  $e = 0.5mm$  et  $e = 0.3mm$ . Des valeurs supérieures de l'entrefer donnent des efforts difficiles à évaluer (bruit de mesure du capteur de force statique), tandis que des valeurs plus petites sollicitent excessivement le montage mécanique (efforts trop élevés  $\rightarrow$  déformation des pièces du montage). On peut signaler la présence d'une aimantation rémanente lors de la descente en intensité. En effet, pour chaque valeur d'entrefer, les efforts délivrés sont inférieurs pour des valeurs d'intensité croissantes que pour des valeurs d'intensité décroissantes. Cette différence est d'autant plus grande que la force maximale atteinte est importante. Ce phénomène peut également être la conséquence de la déformation des matériaux de montage, bien que cette hypothèse ne soit pas prépondérante, car les efforts délivrés ne sont pas suffisamment élevés pour déformer les pièces de façon conséquente. Quoiqu'il en soit, la reproductibilité des mesures assure un montage stable, bien que perfectible pour la mesure de l'entrefer, et une mesure de l'effort électromagnétique délivré plus précise (PARTIE 3.3.3). Un montage électrique est mis en place pour vérifier que cet effet de rémanence n'est pas gênant en dynamique (FIG. 3.11(a)). La courbe de Lissajous résultante d'une excitation harmonique montre qu'il n'y a pas d'effet hystérique à prendre en compte en dynamique (FIG. 3.11(b)) pour l'amplitude d'excitation qui correspond à ce travail ( $0A < I < 2A$ ). Les mesures sont effectuées à entrefer constant.

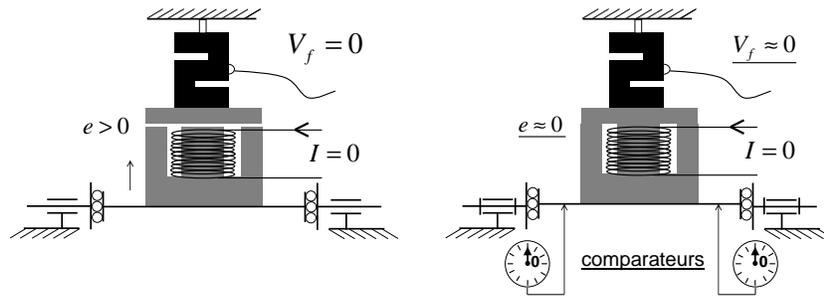
**Mesure de l'entrefer en temps réel :** La mesure de l'entrefer est un point important pour obtenir le bon fonctionnement de l'actionneur magnétique en temps réel. L'efficacité du modèle inverse du SMA dépend de la précision d'acquisition de ce signal. Les conditions d'encombrement mécanique et de déformation de la poutre préconisent une évaluation de l'entrefer par rapport à l'écart entre les SMA après la mise en place de la poutre. Ainsi, une fois les SMA situés de part et d'autre de la poutre, c'est la moyenne des déplacements de part et d'autre des SMA qui est utilisée. Ensuite, les valeurs maximales ( $x_{max}$ ) et minimales ( $x_{min}$ ) du débattement de la poutre sont utilisées comme références pour la mesure des entrefers en temps réel (FIG. 3.12). C'est cette configuration qui est utilisée pour l'identification des paramètres des SMA.

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ e_1 = x_{max} - x \\ e_2 = x - x_{min} \end{cases} \quad (3.37)$$

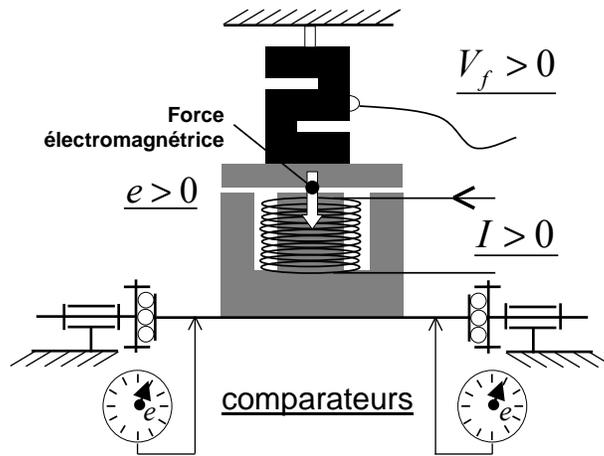


(a) Capteur de force statique pour estimer les efforts délivrés par les actionneurs magnétiques  
 (b) Capteur de force statique avec comparateurs pour l'estimation de l'entrefer de l'actionneur magnétique

FIG. 3.8 – Montage pour l'évaluation des efforts délivrés par les actionneurs magnétiques



(a) Approche du SMA afin d'amener l'entrefer à zéro. La valeur  $V_f$  du capteur de force étalonné est fixé à zéro  
 (b) Contact du SMA assuré par la valeur du capteur de force qui oscille autour de zéro. Pose des comparateurs pour référencer les altitudes. Blocage des degrés de liberté horizontaux



(c) Le plan du SMA est abaissé suivant la verticale. La valeur de l'entrefer est donnée par les comparateurs. Une fois que le degré de liberté vertical est bloqué à l'entrefer désiré, un courant d'alimentation  $I$  est émis. La force électromagnétique induite attire la partie mobile du SMA et donne une valeur  $V_f$  non nulle.

FIG. 3.9 – Schéma de la procédure d'évaluation de la force électromagnétique générée par le SMA en fonction de l'entrefer

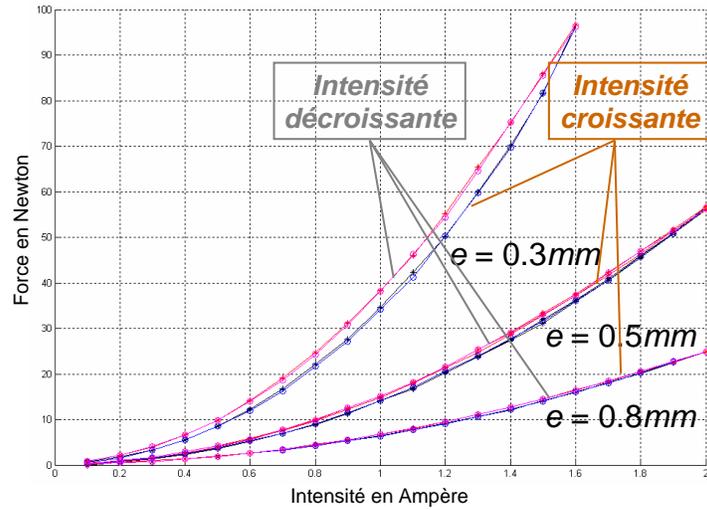
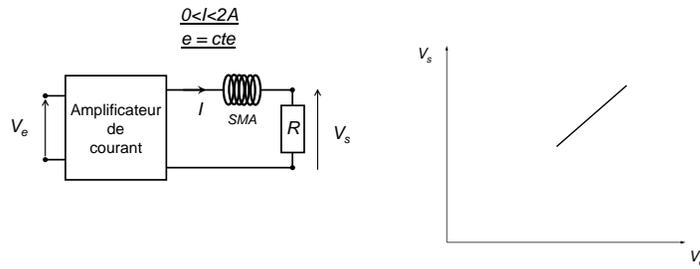


FIG. 3.10 – Efforts des SMA en fonction de l'intensité d'alimentation et de l'entrefer ( $e = 0.8\text{mm}$ ,  $e = 0.5\text{mm}$  et  $e = 0.3\text{mm}$ ) pour un bobinage de  $N = 180$  tours



(a) Schéma du montage pour vérifier l'absence d'effet hystérique en dynamique (b) Courbe de Lissajous issue d'une entrée harmonique appliquée au SMA

FIG. 3.11 – Schéma du montage électrique effectué pour s'assurer de l'absence de comportement hystérique du SMA en dynamique

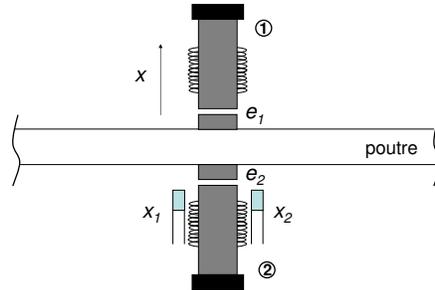


FIG. 3.12 – Schéma du montage pour la mesure de l'entrefer en temps réel

### Ligne d'action de la commande

**Interface de contrôle :** L'interface de pilotage des SMA est *dSpace*®, qui présente le double avantage d'être facile d'accès, et d'être compatible avec *Matlab*®. Ceci procure la facilité supplémentaire d'effectuer rapidement les identifications et la mise en place de la boucle de contrôle. La boucle de contrôle est conçue sous *Simulink*®, puis après compilation, les variables expérimentales peuvent être manipulées directement sous *dSpace*®. Le matériel *dSpace*® est une carte *ds1005*. Les signaux de pilotage issus de la carte sont des tensions. Afin de contrôler les SMA, il est impératif de convertir les tensions en intensités qui en soient les images non déphasées. C'est la raison pour laquelle un amplificateur de courant est nécessaire pour la mise en place de la boucle de contrôle.

**Amplificateur de courant :** L'amplificateur de courant a été fourni par *Alcatel Vacuum Technology*. Il s'agit du type d'amplificateur qui est utilisé par la compagnie pour piloter les PMA de ses pompes turbomoléculaires. Le dispositif peut fournir une sortie en intensité de 3A pour une entrée en tension de  $\pm 10V$ . Les courbes de la FIG. 3.10 suggèrent que ces caractéristiques suffiront pour piloter les SMA dans les conditions qui nous intéressent. Une phase d'étalonnage de l'amplificateur de courant est nécessaire pour convertir correctement les efforts de contrôle voulus en tension d'entrée pour l'amplificateur de courant. La relation entre l'intensité de sortie et la tension d'entrée est présentée FIG. 3.13. Le résidu représente la différence entre les valeurs réelles et la fonction d'interpolation. Les courants sont répartis entre les SMA en fonction du signe de la tension d'entrée. Les deux actionneurs sont connectés à la sortie en courant de l'amplificateur, mais un seul

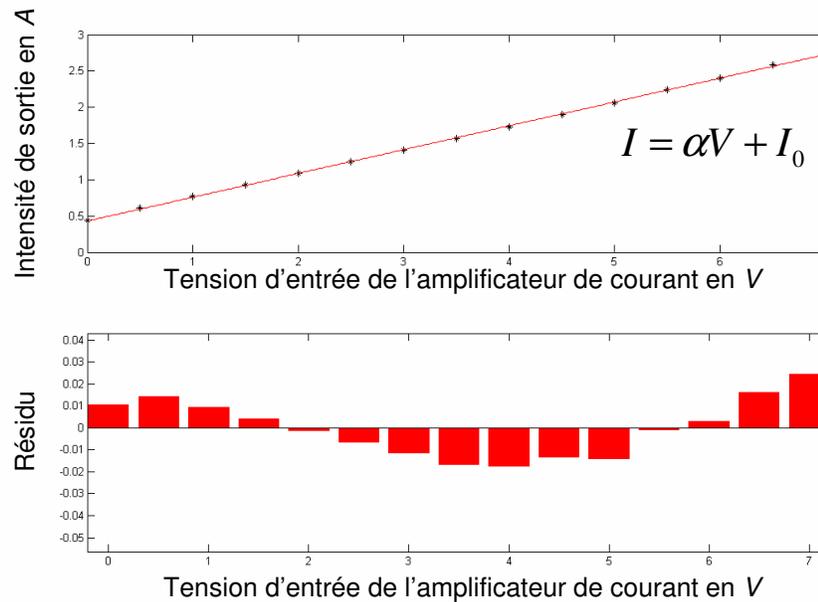


FIG. 3.13 – Courbe d'étalonnage de l'amplificateur de courant

des deux est alimenté à la fois. Néanmoins, une intensité résiduelle  $I_0$  existe quand l'amplificateur est mis sous tension (avec des tensions de contrôle nulles).

### Marteau de choc

Pour la sollicitation de la structure nécessaire à l'identification de la matrice d'évolution du MCE, un marteau de choc *Bruël & Kjaer* est utilisé. Le signal image de l'impact est issu d'une cellule de force piézoélectrique converti par l'intermédiaire d'un amplificateur de charge. La valeur réelle en Newton de la force à l'impact n'a pas d'importance pour l'identification. Il n'est utilisé que pour solliciter la structure en conditions initiales pour l'identification (PARTIE 2.2.2).

### Pot électrodynamique

Pour l'identification de la matrice d'action du MCE, il est nécessaire d'exciter le système à une fréquence fixe appartenant à la BFC (PARTIE 2.2.3). Afin d'avoir

une valeur précise correspondant à la force d'excitation, un pot électrodynamique associé à un capteur de force **B & K** de type piézoélectrique est utilisé.

### 3.3.2 Validation du réseau de la bobine

L'identification des paramètres  $\lambda_i$  et  $\gamma_i$  des SMA nécessite l'utilisation d'un algorithme qui puisse prendre en compte le caractère non-linéaire de leur comportement. Un réseau de neurones est choisi pour cette tâche, notamment parce qu'ils sont pratiques à utiliser et donnent des résultats très satisfaisants. La structure du réseau est construite de sorte qu'il reproduise le comportement décrit dans l'EQ. 3.17 avec pour entrée l'entrefer et l'intensité, et pour sortie l'effort électromagnétique. Afin de valider la construction du réseau de neurones, les données issues des essais de traction effectués à l'aide des actionneurs magnétiques sont utilisées. Comme l'effet de rémanence n'est pas pris en compte dans l'équation du SMA, le réseau effectue l'approximation la plus proche de l'ensemble des données. Les entrées en entrefer et en intensité sont ensuite appliquées au réseau après identification, et les résultats permettent ensuite de valider la procédure (FIG. 3.14). Bien que les résultats de l'identification soient concluants, la mesure n'est pas suffisamment précise pour que les paramètres issus de l'identification soient utilisés tels quels dans la boucle de contrôle. D'une part, cette imprécision provient notamment de l'effet de rémanence magnétique induit par le montage. Mais d'autre part, si l'actionneur n'est pas sollicité suffisamment au cours de l'acquisition, le rapport signal sur bruit est trop mauvais pour effectuer une identification correcte à cause du type de capteur de force utilisé. Une procédure d'identification à mettre en place avec les actionneurs sur la structure est nécessaire pour minimiser ces erreurs.

### 3.3.3 Procédures d'identification

La méthode d'identification du MCE de la structure est similaire à celle présentée en PARTIE 2.2.2 et PARTIE 2.2.3. La sollicitation au marteau de choc est suffisante pour obtenir la matrice d'évolution du MCE, et l'identification à partir des données de la structure et du capteur de force dynamique pour une excitation harmonique permet d'obtenir la matrice d'action du MCE. Le contrôle des pôles et de la reconstruction des déplacements (l'EQ. 2.46 est utilisée) avec le MCE identifié suffit pour valider l'identification du MCE (FIG. 3.15).

Par contre, l'utilisation d'un modèle inverse implique que les paramètres soient suffisamment bien identifiés pour que l'opération de linéarisation de l'effort de contrôle soit effectuée correctement. La procédure d'identification des paramètres des SMA est présentée sur la FIG. 3.16 :

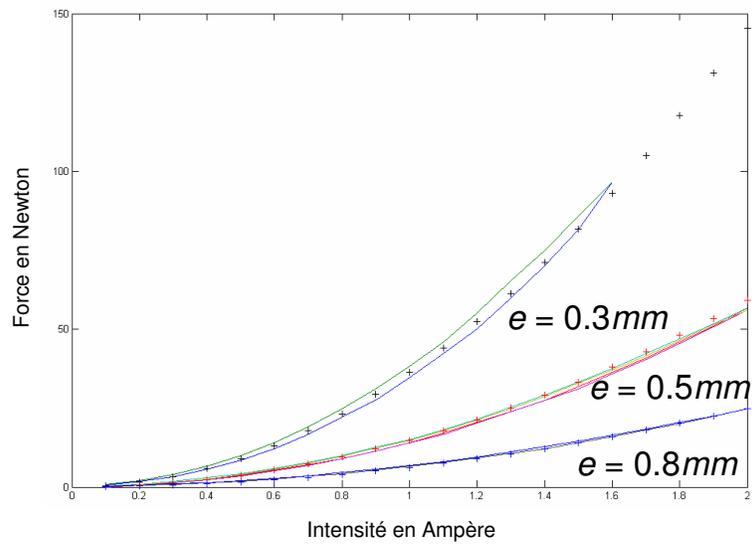
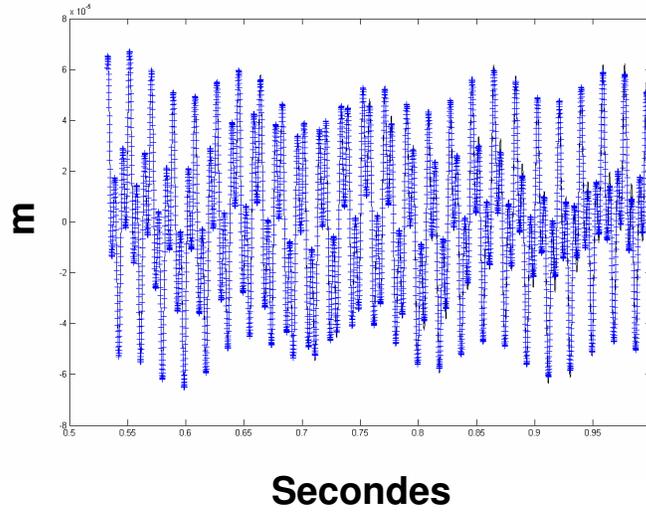
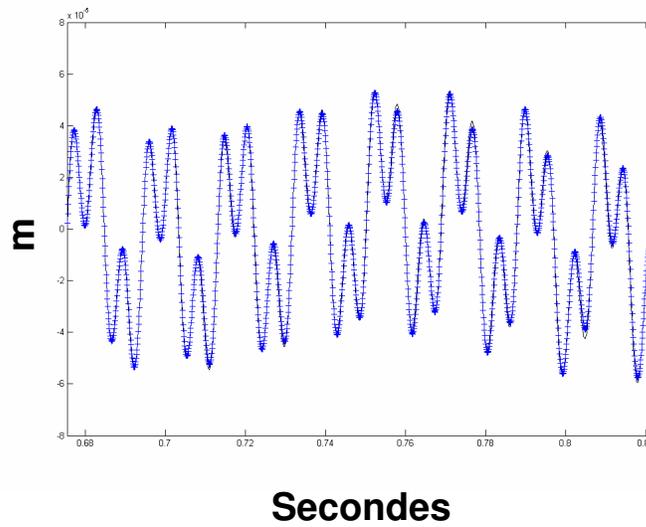


FIG. 3.14 – Validation de la structure du réseau de neurones utilisé pour l’identification des paramètres du SMA (la réponse du réseau est signalé par le signe +)



(a) Réponse temporelle du MCE identifié comparée à la réponse filtrée de la structure



(b) Zoom de la reconstruction temporelle issue du MCE identifié

FIG. 3.15 – Reconstruction issue de l'équation récurrente de l'EQ. 2.46 (+) comparée à la réponse filtrée de la structure

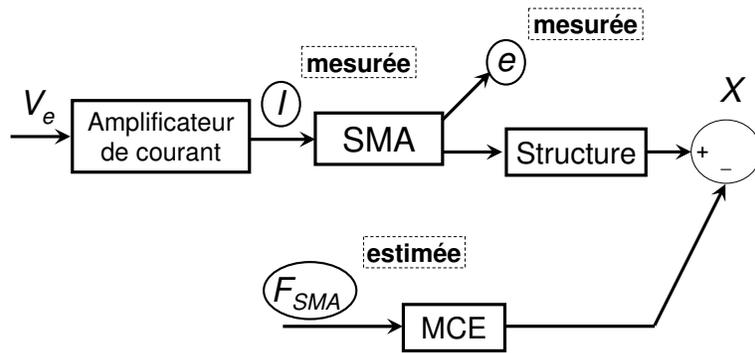


FIG. 3.16 – Schéma de la procédure d'identification fine des paramètres du SMA. Les paramètres entourés sont utilisés pour alimenter le réseau de neurones spécialisé

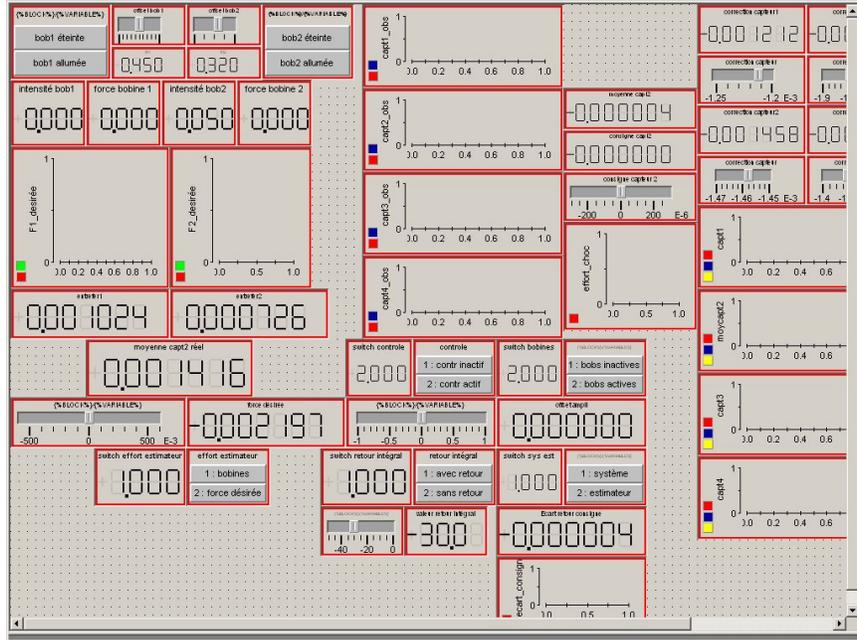


FIG. 3.17 – Interface graphique *ControlDesk* utilisée pour le pilotage des SMA

Une commande en tension est appliquée à l’amplificateur de courant qui alimente le SMA. Un ampère-mètre est utilisé pour récupérer le signal  $I$  qui correspond à l’intensité d’alimentation du SMA. Celui-ci applique une force électromagnétique sur la structure. Ceci a pour conséquence de diminuer l’entrefer  $e$ , qui est mesuré selon la méthode décrite dans la FIG. 3.12. Parallèlement, le *ControlDesk* de *dSpace*® (FIG. 3.17) est utilisé pour agir sur le MCE identifié à l’aide d’un effort fictif. La correspondance entre les déplacements au niveau des capteurs permet d’estimer l’effort électromagnétique  $F_{SMA}$  délivré par le SMA. Les valeurs de  $I$ ,  $e$  et  $F_{SMA}$  sont utilisées pour alimenter le réseau de neurones spécialisé qui permet d’identifier les paramètres  $\lambda_i$  et  $\gamma_i$  (voir FIG. 3.18).

### 3.3.4 Résultats

Le schéma de la boucle de contrôle avec MCE complète qui met en œuvre le modèle inverse du SMA est présenté FIG. 3.19. Le dispositif expérimental est présenté FIG. 3.20.

Une excitation au marteau de choc permet d’obtenir les signaux utilisés pour déterminer la BFC et d’identifier le MCE (FIG. 3.21). Le nombre de capteurs détermine le nombre de pôles du MCE et la largeur de la BFC en fonction de la

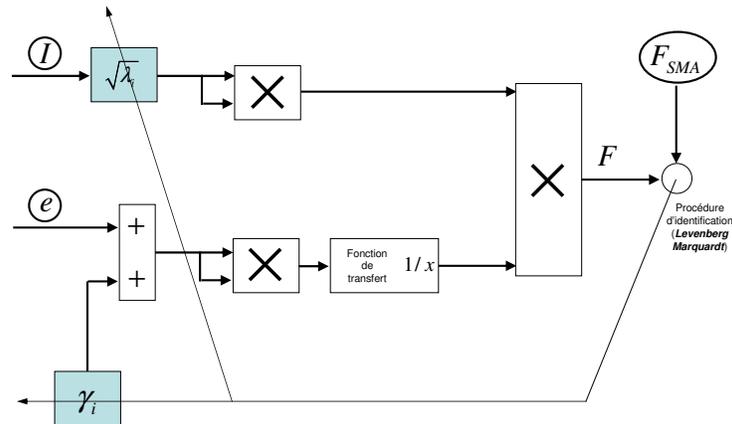


FIG. 3.18 – Schéma du réseau spécialisé utilisé pour l'identification des paramètres du SMA

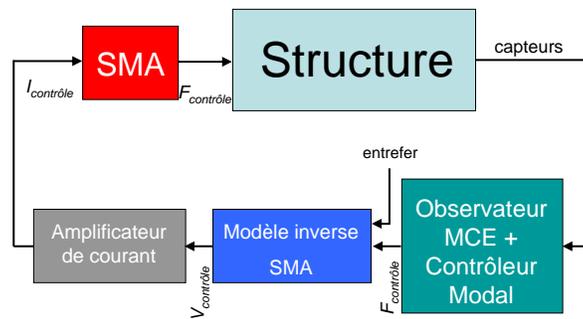


FIG. 3.19 – Schéma de la boucle de contrôle MCE complète avec modèle inverse de SMA

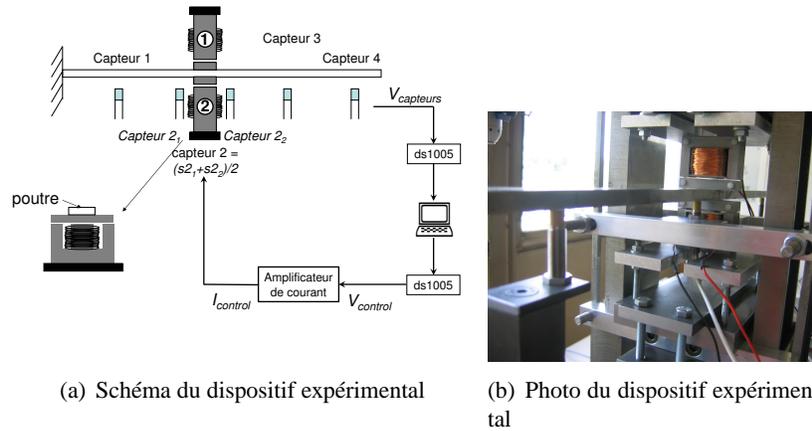


FIG. 3.20 – Présentation du dispositif expérimental complet

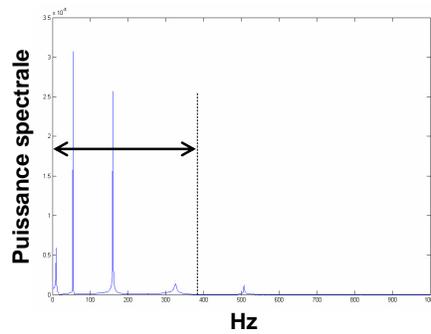
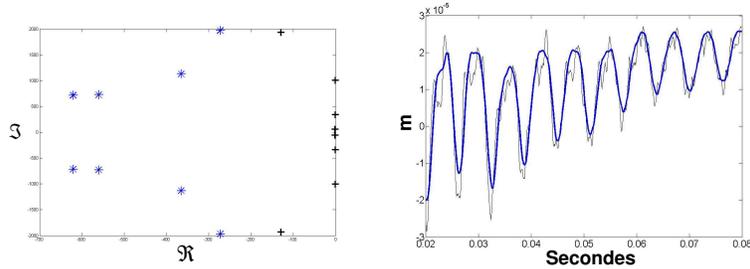


FIG. 3.21 – FFT des signaux issus de la structure après sollicitation au marteau de choc

réponse. Sachant que le nombre de capteurs est de quatre, la BFC est choisie entre 0 et 400Hz.

L'observateur est réglé à partir du MCE sur la base de ses pôles (FIG. 3.22(a)) et joue un rôle de filtre modal. Il permet d'obtenir la réponse de la structure filtrée sans déphasage en temps réel, comme présenté sur la FIG. 3.22(b).

Les efforts sont calculés conformément à l'EQ. 2.68 et les résultats du contrôle modal avec MCE en utilisant le modèle inverse des SMA s'avèrent très concluants. La dynamique de la structure est fortement amortie quand le contrôleur est mis en marche. La courbe de la FIG. 3.23 montre la comparaison des réponses de la structure à un choc au même point. Les réponses sont normées par rapport à l'amplitude du choc de perturbation. Un léger *overshoot* (réponse maximale de la structure



(a) Carte des pôles de l'observateur MCE (\*) et du MCE (+)  
 (b) Fonction de filtre modal en temps réel de l'observateur MCE (trait fin pour la structure et trait épais pour l'observateur)

FIG. 3.22 – Réglage et rôle de l'observateur MCE

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Atténuation	25 dB	30 dB	35 dB	Indéfinissable

TAB. 3.2 – Tableau des performances du contrôleur en fonction du mode

contrôlée supérieure à la réponse maximale de la structure non contrôlée) est à déplorer : ce comportement est souvent associé à l'utilisation d'un observateur (Baz [1992]). En complément au contrôle de la dynamique de la structure, un contrôle de position (fixé à zéro) est effectué en appliquant un retour intégral (ANNEXE P.189) sur le signal issu du capteur 2 (FIG. 3.25). Le principe est présenté FIG. 3.24. Ceci permet d'appliquer un suivi de consigne à la structure dont le principe est applicable au rotor sur paliers magnétiques.

Les performances du contrôleur sont présentées dans le TAB. 3.2. La comparaison des courbes dans l'espace des fréquences entre la structure contrôlée et non contrôlée est présentée FIG. 3.26 (capteur 1).

Les efforts électromagnétiques délivrés FIG. 3.27 au point correspondant au capteur 2, et la puissance consommée pour le contrôle est de 8.6 mW.

### 3.4 Conclusions

La méthode de contrôle modal MCE est appliquée à des actionneurs non-linéaires de type magnétique. Un dispositif expérimental est mis au point afin de démontrer que la méthode était suffisamment stable pour être applicable dans les conditions inhérentes à l'expérimentation telles que les bruits de mesure, et l'im-

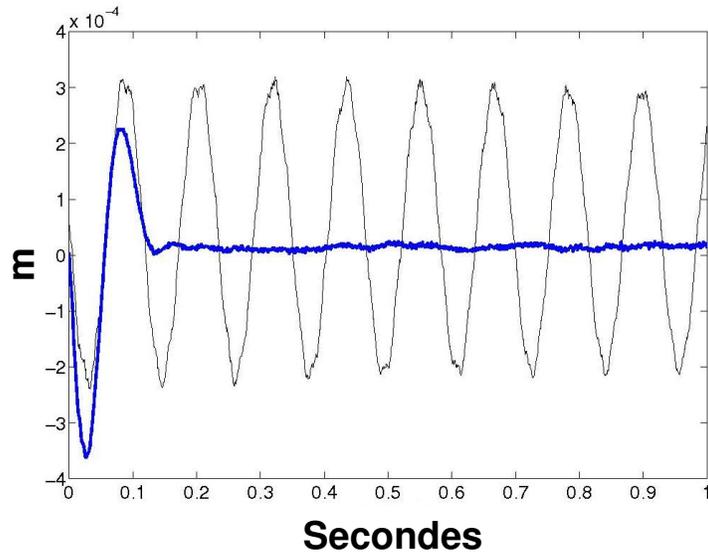


FIG. 3.23 – Comparaison des réponses de la poutre contrôlée (trait épais) et non contrôlée (trait fin)

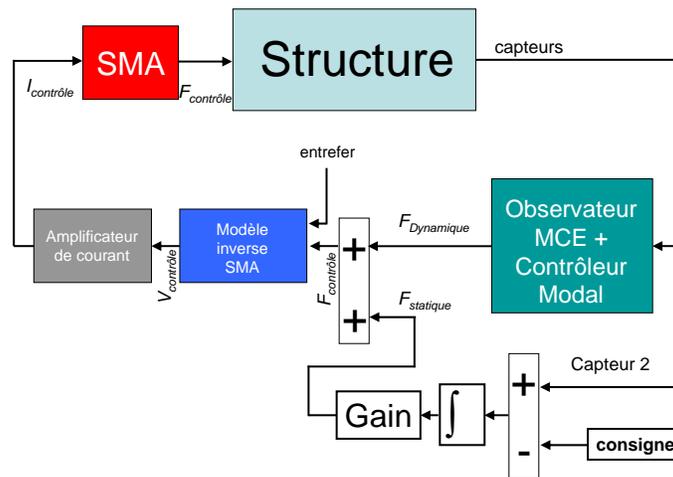


FIG. 3.24 – Schéma du principe du retour intégral avec le modèle inverse du SMA

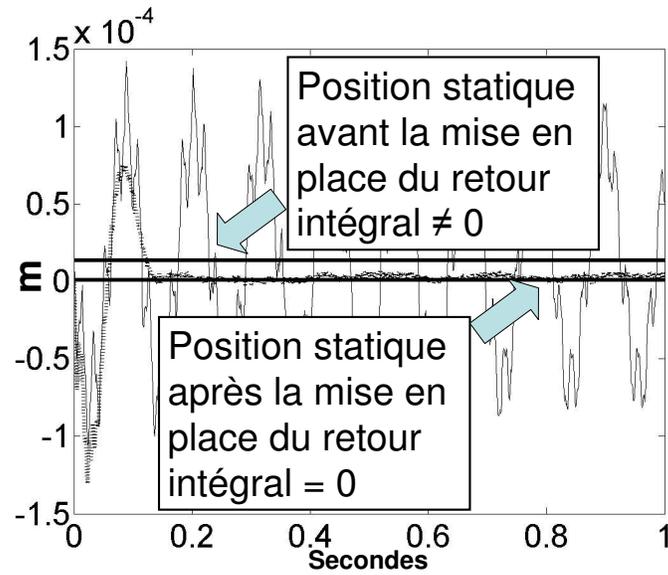


FIG. 3.25 – Suivi de consigne du contrôle avant et après la mise en place d'un retour intégral

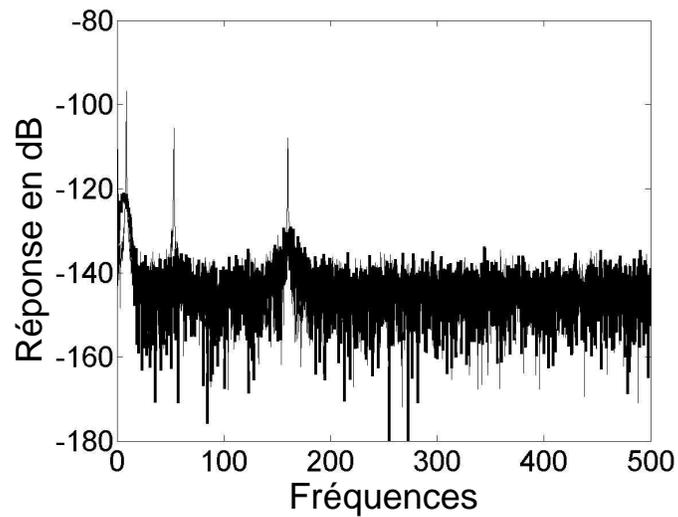


FIG. 3.26 – Comparaison des réponses fréquentielles entre la structure non contrôlée (trait fin) et la structure contrôlée (trait épais) au capteur 1.

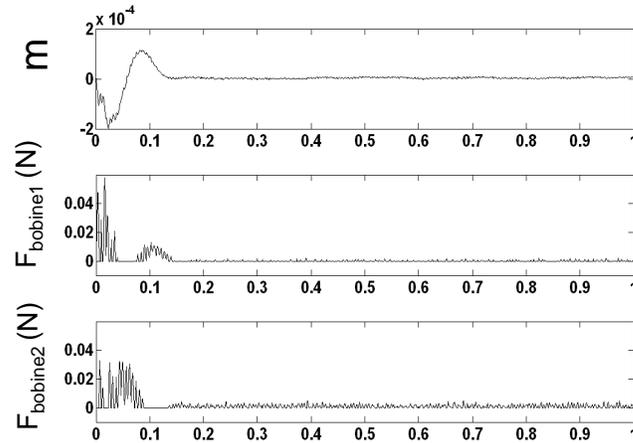


FIG. 3.27 – Efforts délivrés par les bobines au cours du temps

perfection des matériaux. Sachant que le comportement d'un rotor à l'arrêt est assimilable à celui d'une poutre, la structure académique choisie est une poutre encastree-libre. Les résultats issus du banc expérimental s'avèrent concluants, aussi bien pour l'identification que pour le contrôle qui en découle. Ceci permet de supposer que les perspectives d'application réelles à un rotor sont pertinentes. Par la suite, la méthode est appliquée à un rotor correspondant à ceux utilisés par *Alcatel Vacuum Technology* en simulation, mais proche de l'expérimentation. Cette étude numérique permet de mettre en place les bases d'une procédure d'application de la méthode de contrôle modal MCE à une pompe sustentée sur PMA.

## Chapitre 4

# Application au rotor avec PMA

*La méthode de contrôle modal à partir d'un MCE est appliquée à un rotor sustenté par paliers magnétiques actifs. Le modèle EF du rotor utilisé est celui d'une pompe turbomoléculaire d'Alcatel Vacuum Technology. L'approche du palier inverse est utilisée pour implémenter les PMA. L'identification du MCE sur l'arbre est effectuée quand celui-ci est placé sur des suspensions dont la raideur est connue. Cette raideur doit être prise en compte dans le contrôle pour ne pas rendre le contrôle en boucle fermée instable. Il est montré que le contrôleur reste efficace quand l'arbre est en rotation.*

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Modélisation de rotors . . . . .</b>	<b>102</b>
4.1.1	Approche énergétique . . . . .	102
4.1.2	Le disque . . . . .	103
4.1.3	L'arbre . . . . .	103
4.1.4	Les paliers . . . . .	105

4.1.5	Le balourd . . . . .	106
<b>4.2</b>	<b>Application numérique : faisabilité du contrôle du rotor d'une pompe turbomoléculaire . . . . .</b>	<b>108</b>
4.2.1	Procédure d'identification du MCE sur le rotor sur PMA	108
4.2.2	Modèle utilisé pour les simulations . . . . .	109
4.2.3	Identification du MCE sur le rotor . . . . .	113
4.2.4	Contrôleur basé sur le MCE . . . . .	114
<b>4.3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>121</b>

---

## 4.1 Modélisation de rotors

Le comportement non-linéaire d'un rotor est dû à l'effet gyroscopique induit par sa rotation. A la différence d'une structure linéaire classique, les fréquences de résonance de la structure évoluent au cours du temps. Afin d'appliquer un contrôle sur le rotor, il est important de tenir compte de cette propriété. C'est la raison pour laquelle les équations classiques de rotors doivent être étudiées. L'étude du comportement dynamique des rotors a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Les paragraphes suivants sont issus de Lalanne et Ferraris [1998]. Dans cette partie sont présentés comment les différents éléments constitutifs d'un rotor (disque, arbre, palier et balourds) sont agencés pour écrire les équations du mouvement du rotor.

### 4.1.1 Approche énergétique

Une machine tournante est composée de quatre types d'éléments de base : l'arbre, les disques, les paliers et les balourds. Les balourds sont des défauts de symétrie qui peuvent être d'origine mécanique (défaut de fabrication) ou thermique. Ils sont inévitables, et doivent être pris en compte dans la modélisation. Chacun de ces éléments a une modélisation spécifique qui est ensuite intégrée dans la modélisation complète du rotor. L'expression de l'énergie cinétique est nécessaire pour caractériser les disques, l'arbre et les balourds. L'énergie de déformation est nécessaire pour caractériser l'arbre. Les fonctions de dissipation sont utilisées pour caractériser l'amortissement du système. Pour des rotors complexes, une formulation par éléments finis est utilisée. Pour chaque élément, des calculs d'énergies cinétiques élémentaires  $T_i$ , d'énergies de déformation élémentaires  $U_i$  et des fonctions de dissipation de Rayleigh  $R_i$  sont effectués. Les énergies totales  $T$ ,  $U$  et  $R$  qui sont respectivement les énergies cinétiques, les énergies de déformation et les fonctions de dissipation de Rayleigh s'écrivent :

$$T = \sum_{i=1}^N T_i, U = \sum_{i=1}^N U_i, R = \sum_{i=1}^N R_i \quad (4.1)$$

Les équations du mouvement sont ensuite obtenues en appliquant Lagrange tel que :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \left( \frac{\partial U}{\partial q_i} \right) + \left( \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} \right) = F q_i \quad (4.2)$$

avec  $1 \leq i \leq N$ ,  $N$  étant le nombre de degrés de liberté pris en compte,  $q_i$  sont les coordonnées indépendantes généralisées,  $\dot{q}_i$  sont les coordonnées généralisées dérivées par rapport au temps,  $F q_i$  sont les efforts généralisés. L'expression du travail virtuel des forces dûes aux paliers permet de déterminer ces efforts généralisés. Expérimentalement, les caractéristiques d'amortissement sont déterminées à partir de la caractérisation des paliers (mesures), l'amortissement de l'arbre étant négligé. Les matrices d'amortissement sont alors introduites dans les équations du mouvement sans utiliser de fonctions de dissipation. Ainsi, dans un souci de simplification dans la présentation de la méthode, les fonctions de dissipation de Rayleigh sont supposées nulles ( $R_i = 0$ ).

### 4.1.2 Le disque

Le disque est supposé rigide, et n'est caractérisé que par son énergie cinétique. Le repère  $R_0(X, Y, Z)$  est le repère galiléen et le repère  $R(x, y, z)$  est lié au disque (FIG. 4.1). On suppose que le disque ne se déplace que dans le plan  $XZ$ . Les déplacements suivant les axes  $X$  et  $Z$  sont notés respectivement  $u$  et  $w$ . Le système de coordonnées  $(x, y, z)$  est relié au système de coordonnées  $XYZ$  par l'intermédiaire des angles  $\psi, \theta, \phi$ .

L'énergie cinétique peut alors s'écrire :

$$T_D = \frac{M_D}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{I_{Dx}}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{I_{Dy}}{2} (\dot{\phi}^2 + 2\dot{\phi}\dot{\psi}\dot{\theta}) \quad (4.3)$$

$\dot{\phi}$  est la vitesse de rotation du rotor. Le terme  $I_{Dy}\dot{\phi}\dot{\psi}\dot{\theta}$  représente l'effet gyroscopique (Coriolis).  $M_D$  est la masse du disque.  $I_{Dx}$  et  $I_{Dy}$  sont respectivement les inerties suivant  $x$  et  $y$ .

### 4.1.3 L'arbre

L'arbre est représenté par une poutre de section circulaire et est caractérisé par l'énergie de déformation.

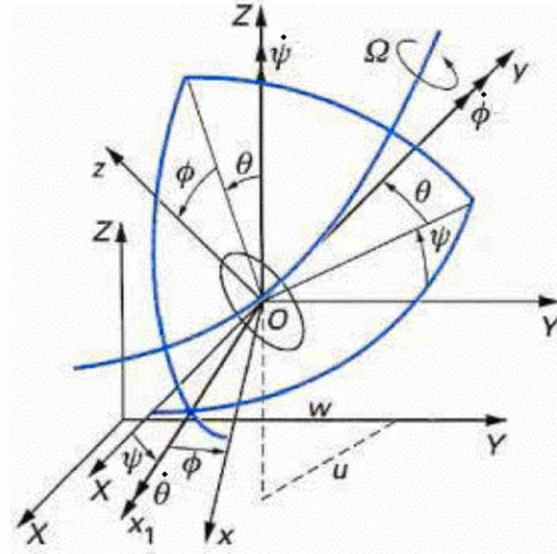


FIG. 4.1 – Paramétrage du disque du rotor

L'énergie cinétique de l'arbre est une extension de celle du disque. Pour un élément de longueur  $L$ , de section droite constante, l'expression de l'énergie cinétique est :

$$T_A = \frac{1}{2} \rho S_A \int_0^L (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{1}{2} \rho I \int_0^L (\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) dy + \rho I L \dot{\phi}^2 + 2 \rho I \dot{\phi} \int_0^L \dot{\psi} \theta dy \quad (4.4)$$

Où  $\rho$  est la masse par unité de volume,  $S$  est l'aire de la section droite de la poutre et  $I$  le moment d'inertie diamétral.

Afin de calculer l'énergie de déformation de l'arbre, il est nécessaire d'écrire la déformation longitudinale de la poutre en un point de sa section droite. Soit  $C$  le centre géométrique de la poutre,  $B(x, z)$  est un point de la section droite (FIG. 4.2),  $E$  est le module d'Young,  $\varepsilon$  et  $\sigma$  sont les déformations et les contraintes,  $u^*$  et  $w^*$  sont les déplacements du centre géométrique par rapport aux axes  $x$  et  $z$ .

L'énergie de déformation peut s'écrire alors :

$$U_A = \frac{1}{2} E \int_0^L \left[ I_z \left( \cos \phi t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin \phi t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left( \sin \phi t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos \phi t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (4.5)$$

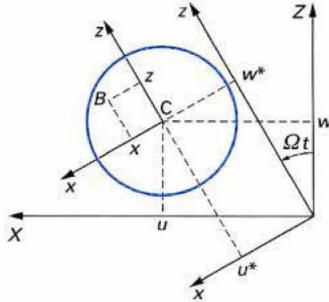


FIG. 4.2 – Section droite du disque

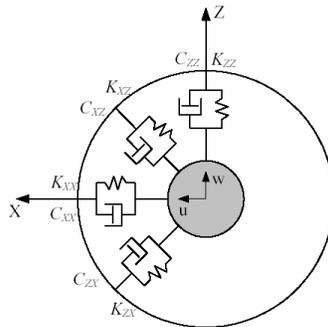


FIG. 4.3 – Schéma des raideurs et amortissements apportés au rotor par l'intermédiaire du palier

Finalement, pour le cas le plus courant d'un arbre symétrique, (où  $I = I_x = I_z$ ), l'énergie de déformation s'écrit :

$$U_A = \frac{1}{2}EI \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (4.6)$$

#### 4.1.4 Les paliers

Les caractéristiques de raideur et d'amortissement sont supposées connues. Le travail virtuel  $\delta W$  des forces extérieures agissant sur l'arbre se met sous la forme (FIG. 4.3) :

$$\delta W = -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w \quad (4.7)$$

ou sous une forme plus compacte :

$$\delta W = F_u\delta u + F_w\delta w \quad (4.8)$$

$F_u$  et  $F_w$  sont les composantes de la force généralisée et s'expriment sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Fréquemment :  $k_{xx} \neq k_{zz}$  ;  $c_{xx} \neq c_{zz}$  , et  $k_{xz} \neq k_{zx}$  ;  $c_{xz} \neq c_{zx}$  pour un palier quelconque.

#### 4.1.5 Le balourd

Les irrégularités sont généralement réparties de façon continue et aléatoire le long du rotor (FIG. 4.4(a)). Il peut être modélisé par des masses concentrées situées dans différents plans (FIG. 4.4(b)). Le balourd est modélisé par une masse  $m_b$  située à la distance  $d$  du centre géométrique de l'arbre et son énergie cinétique doit être calculée.

A l'arrêt, la position  $M_i$  de chaque masse équivalente  $m_i$  est définie par son abscisse sur l'axe  $Y$  (qui est constante), la distance  $d_i = C_i M_i$  ( $C_i$  est le centre de la section de l'arbre au plan  $i$ ) et l'angle  $\alpha_i$  que fait la masse avec le repère tournant de référence. Lors de la rotation, chaque masse  $m_i$  est liée à l'arbre en position déformée (FIG. 4.5).

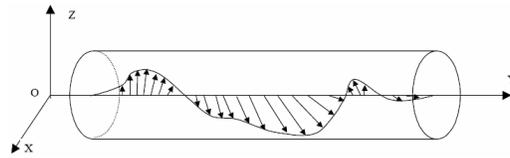
L'énergie cinétique du balourd  $i$  s'écrit :

$$T_{bi} = \frac{m_i}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \dot{\phi}^2 d_i^2 + 2\dot{\phi}\dot{u}d_i \cos(\dot{\phi}t + \alpha_i) - 2\dot{\phi}\dot{w}d_i \sin(\dot{\phi}t + \alpha_i)) \quad (4.10)$$

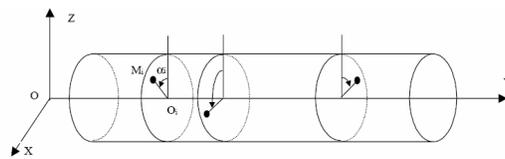
Qui peut se mettre sous la forme simplifiée :

$$T_{bi} = m_i \dot{\phi} d_i (\dot{u} \cos(\dot{\phi}t + \alpha_i) - \dot{w} \sin(\dot{\phi}t + \alpha_i)) \quad (4.11)$$

L'application des équations de Lagrange fournit la force tournante due aux balourds.



(a) Distribution aléatoire des balourds



(b) Modélisation plan des balourds

FIG. 4.4 – Balourds sur le rotor

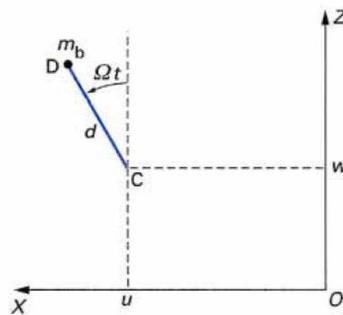


FIG. 4.5 – Repérage du balourd

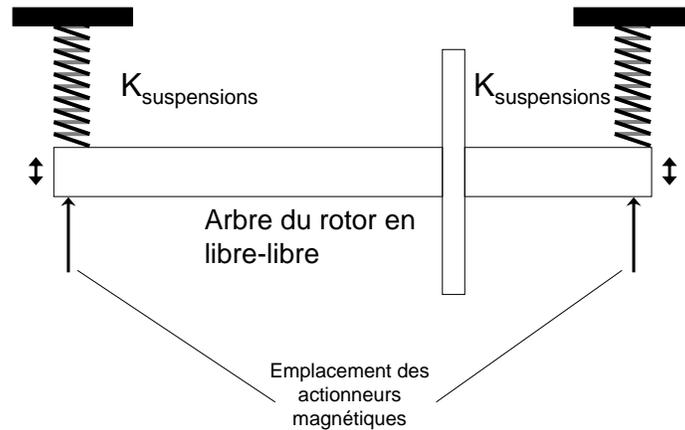


FIG. 4.6 – Mise en place du rotor sur des suspensions à raideurs faibles

## 4.2 Application numérique : faisabilité du contrôle du rotor d'une pompe turbomoléculaire

### 4.2.1 Procédure d'identification du MCE sur le rotor sur PMA

Selon la procédure décrite en PARTIE 2.2.2, il est nécessaire d'effectuer l'identification des caractéristiques de la structure non-contrôlée. Or, dans le cas du rotor en suspension sur PMA, celui-ci ne peut fonctionner que si le contrôle est déjà appliqué. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'utiliser une méthode d'identification qui serait adaptée à la configuration d'arbre en libre-libre.

La méthode proposée dans cette partie consiste à effectuer l'identification préalable du MCE sur la structure, lorsque celle-ci est sur des suspensions souples de raideur connue (FIG. 4.6). Ainsi, une fois le MCE identifié, l'ensemble observateur-contrôleur modal basé sur le MCE est alors utilisé avec les modèles inverses des PMA pour effectuer le contrôle de la structure en rotation. Cette méthode présente l'avantage d'être applicable expérimentalement.

Sachant que ce sont les paliers magnétiques qui permettent la sustentation du rotor, ils jouent le rôle des actionneurs. D'un point de vue pratique, il est très difficile de placer un capteur de déplacement dans le plan du palier magnétique. Des méthodes mettant en œuvre les propriétés inductives des paliers permettent d'ajouter aux paliers une fonction de capteur ("self-sensing", Vischer et Bleuler [1993])



FIG. 4.7 – Photo de la pompe

ont été développées, mais qui ne sont pas abordées dans ce travail. Dans notre étude, les capteurs sont considérés très proches des paliers magnétiques.

## 4.2.2 Modèle utilisé pour les simulations

### Présentation du système

Le rotor utilisé pour les simulations possède les caractéristiques du rotor utilisé dans Couzon [2003]. Il s'agit d'un groupe turbopompe de la société *Alcatel Vacuum Technology* (FIG. 4.7) dont la fonction consiste à créer un vide poussé dans une enceinte ( $6.10^{-9}$  bar). Cette machine est essentiellement destinée à des applications dans les domaines de l'électronique et pharmaceutique. Les contrôleurs actuels de ces paliers sont de type PID, et ne permettent que le contrôle des modes du corps solide du rotor. En fonctionnement, le rotor est en position verticale. La position verticale du rotor est assurée par une butée magnétique en queue de rotor. La gravité n'est donc pas prise en compte lors des simulations.

La turbine de la pompe est composée de deux parties principales :

- *La cellule* qui est en alliage d'aluminium. Par un système de six étages d'aubes, elle permet de créer une dépression lors de la rotation (FIG. 4.8(a)).



(a) Schéma de la cellule

(b) Schéma du rotor du moteur

FIG. 4.8 – Schémas des parties principales du rotor

- *Le rotor du moteur* par lequel la transmission du mouvement de rotation est effectuée (FIG. 4.8(b)). Il est équipé de tôles en ferrite au niveau des PMA pour fermer le circuit magnétique.

### Présentation des Paliers Magnétiques Actifs

Le schéma des PMA est présenté FIG. 4.9. Un palier est composé de quatre pôles magnétiques possédant chacun deux bobines enroulées autour des deux cornes d'un pôle. L'angle formé entre l'axe de symétrie d'un pôle est de  $\frac{\pi}{8}$ . On appelle entrefer nominal  $W$  la distance entre la surface du rotor centré à l'arrêt et l'extrémité d'une corne polaire. Le palier présente l'avantage d'agir suivant les deux directions du plan.

Les hypothèses de fonctionnement des PMA sont les mêmes que celles utilisées pour les SMA. La mise en équation s'effectue de manière analogue. Etant donné que les PMA vont être utilisés en simulation, on peut considérer que les modèles inverse des PMA seront parfaits. Cette hypothèse implique que le caractère non-linéaire du comportement des PMA est complètement éludé selon la méthode décrite en PARTIE 3.2.2 et validée en PARTIE 3.3.4. Par la suite, les efforts générés par les PMA seront considérés comme linéarisés.

### Présentation du modèle éléments finis

Pour réaliser les simulations, un modèle E.F. proche du système réel est utilisé. Lors de l'identification et du contrôle, ce modèle est considéré comme inconnu, et l'approche est identique à celle utilisée pour le contrôle de la poutre avec des actionneurs magnétiques. Le modèle E.F. a été conçu avec le logiciel *Rotorinsa*® (FIG. 4.10). Il s'agit d'un modèle de 44 éléments dont les nœuds ont 4 degrés de

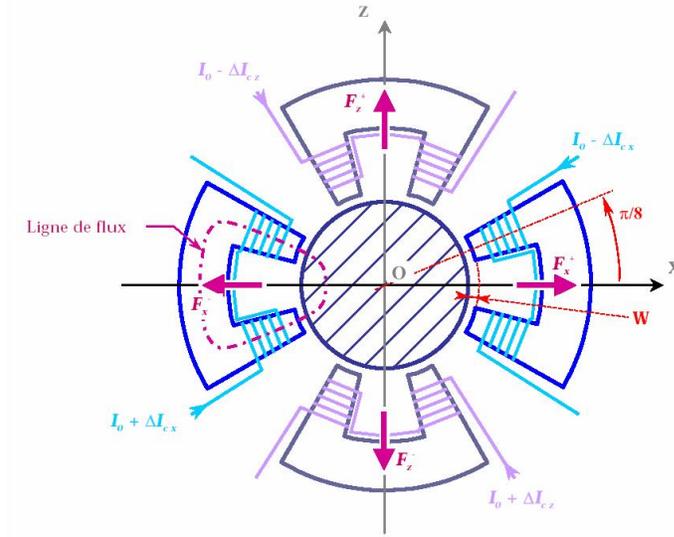


FIG. 4.9 – Schéma d'un PMA (vue en coupe)

liberté chacun (FIG. 4.11). Le modèle est recalé géométriquement (calcul de la position du centre d'inertie, de la masse, des inerties axiale et polaire) puis recalé fréquentiellement sur la première fréquence de flexion du rotor libre-libre à l'arrêt par rapport à celle mesurée par *Alcatel*. Les résultats du recalage sont présentés dans (Couzon [2003]). Ce travail assure que le modèle utilisé est cohérent.

Les équations EQ. 4.1, EQ. 4.3 et EQ. 4.4 montrent que l'effet gyroscopique crée un couplage entre les degrés de liberté  $u$  et  $w$  (FIG. 4.11). L'application des équations de Lagrange (EQ. 4.2) permettent d'écrire les équations du mouvement du rotor pour un modèle à  $n$  éléments sous la forme générale (Lalanne et Ferraris [1998]) :

$$M\ddot{\delta}_n + [C_p + \dot{\phi}C_g]_n \dot{\delta}_n + [K_p + K_a + \ddot{\phi}K_g]_n \delta_n = F_n \quad (4.12)$$

avec,

$$\delta_n = \{u_1 \ w_1 \ \psi_1 \ \theta_1 \ \dots \ u_N \ w_N \ \psi_N \ \theta_N\}^T \quad (4.13)$$

$M$  matrice de masse symétrique,  $C_p$  matrice non symétrique d'amortissement visqueux dû aux paliers et aux actionneurs,  $C_g$  matrice gyroscopique antisymétrique liée aux vitesses,  $K_p$  matrice de raideur non symétrique des paliers,  $K_a$  matrice de raideur symétrique de l'arbre,  $K_g$  matrice gyroscopique liée aux déplacements et  $F$  vecteur des forces extérieures agissant sur le rotor (forces de contrôle,

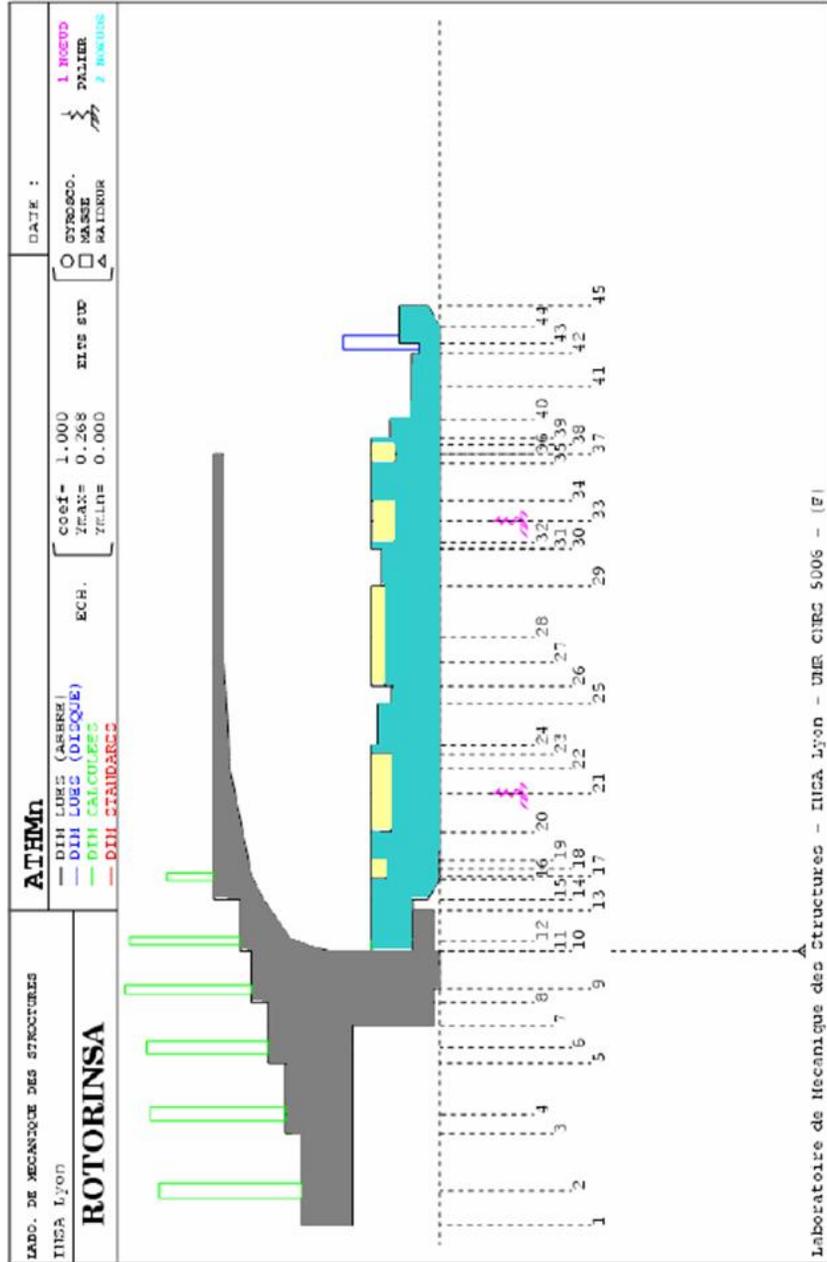


FIG. 4.10 – Modèle éléments finis conçu sous Rotorinsa

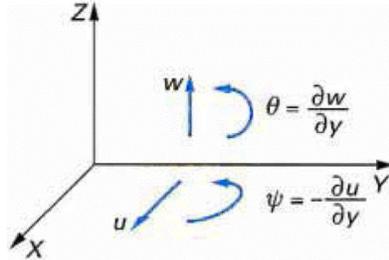


FIG. 4.11 – Schéma des éléments utilisés pour le modèle

forces de balourds, etc.).  $\delta$ ,  $\dot{\delta}$  et  $\ddot{\delta}$  sont respectivement les déplacements, les vitesses et les accélérations aux nœuds.  $\dot{\phi}$  est la vitesse de rotation de l'arbre en  $rd/s$  et  $\ddot{\phi}$  est l'accélération de rotation de l'arbre en  $rd/s^2$ .

Le vecteur des efforts  $F$  représente les efforts extérieurs qui agissent sur la structure. Lors d'une montée en vitesse, ce sont les forces de balourds qui agissent sur la structure. Ce sont ces efforts, combinés aux effets gyroscopiques, qui excitent le système lors du passage d'une vitesse critique.

Les matrices constitutives du modèle sont ensuite implémentées sous *Simulink*® afin de mettre en œuvre la méthode d'identification et de contrôle avec un MCE. La matrice d'amortissement est conçue en ajoutant un amortissement modal constant de 2% sur tous les modes.

### 4.2.3 Identification du MCE sur le rotor

L'identification du MCE sur le rotor implique que la structure à contrôler doit être soumise à une excitation de type choc. Les déplacements qui sont ensuite récupérés au droit des actionneurs sont alors utilisés pour l'identification des matrices constitutives du MCE. Dans notre cas, la structure à contrôler est un rotor en lévitation magnétique. La méthode classique de sollicitation avec marteau de choc est alors impossible à appliquer dans ce cas précis. Il est indispensable de procéder à une identification préliminaire du MCE sur le rotor posé sur des suspensions. Pour s'approcher le plus possible des conditions expérimentales, on suppose que le rotor est posé sur des suspensions à raideur connue. L'identification du MCE est alors effectuée pour une sollicitation au marteau de choc pour la matrice d'évolution, et harmonique pour la matrice d'action. L'idée est alors d'utiliser le MCE ainsi identifié pour construire le contrôleur qui pilotera les paliers. Du point de vue de la

simulation, les raideurs connues des suspensions utilisées au cours de l'identification sont choisies à  $2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$  suivant les directions  $u$  et  $w$ .

Sachant que les actionneurs doivent être collocalisés avec les capteurs, les plans des paliers sont choisis pour placer les quatre premiers capteurs suivant les directions  $u$  et  $w$ , c'est-à-dire aux nœuds 21 et 33. Afin de contrôler les deux premiers modes du corps solide et le premier mode flexible du rotor, un troisième plan de capteurs est nécessaire. Il est choisi de le placer au plan correspondant au nœud 27. L'emplacement existant des capteurs de ce type de pompe permet de supposer qu'il est technologiquement possible de les placer en ce point. L'excitation harmonique nécessaire à l'identification de la matrice d'action doit être effectuée aux plans des paliers magnétiques. Le point de sollicitation au marteau de choc est choisi sur le nœud 25.

L'identification s'effectue de la façon suivante : l'identification des matrices d'évolution et d'action du MCE s'effectue de façon identique à celle décrite en PARTIE 2.2.2 et en PARTIE 2.2.3 suivant les directions  $u$  et  $w$ . Le rotor doit pour cela être à l'arrêt. Les matrices qui sont ainsi obtenues représentent alors les MCE de deux poutres indépendantes suivant les directions  $u$  et  $w$ .

### **Résultats de l'identification**

L'identification aux capteurs est très satisfaisante sur les trois premiers modes du rotor à l'arrêt. La fréquence du premier mode flexible est d'environ  $840 \text{ Hz}$  tandis que la fréquence du deuxième mode flexible est de l'ordre de  $2\,600 \text{ Hz}$ . La BFC est donc fixée à  $1\,500 \text{ Hz}$ .

#### **4.2.4 Contrôleur basé sur le MCE**

Les raideurs des suspensions sont diminuées progressivement jusqu'à une valeur très faible du palier, ce qui correspond au rotor en libre-libre en condition limite. Les observateurs/contrôleurs peuvent alors être réglés indépendamment suivant chacune des directions.

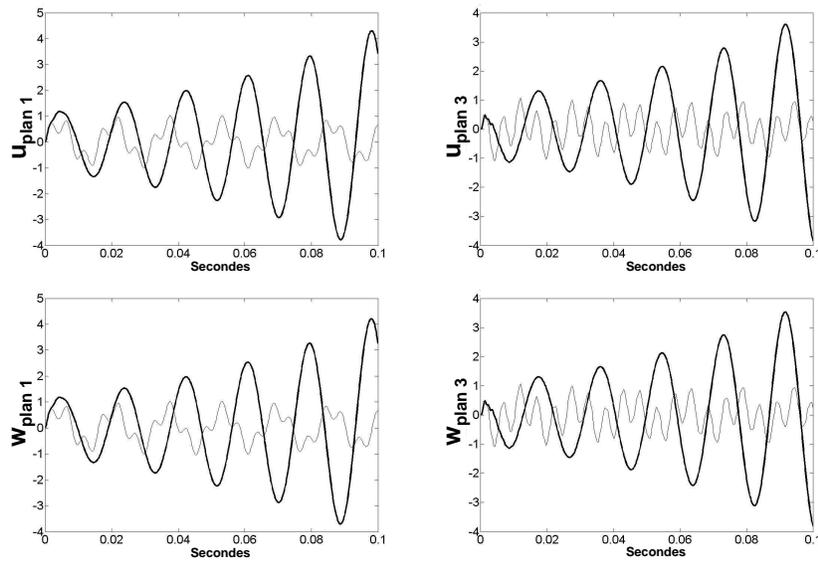
Une fois le contrôleur réglé à partir du MCE, il est soumis au rotor dont les valeurs de raideur de suspension sont différentes. Les performances du contrôleur sont mitigées et amènent à nuancer la validité de l'approche. Les simulations sont menées pour des paliers dont les raideurs sont référencées par rapport à celles des suspensions utilisées pour l'identification. L'effet gyroscopique est également introduit dans les simulations pour évaluer la stabilité du contrôleur conçu à partir du MCE. Les résultats sont présentés ci-après.

### **Rotor dont les raideurs des paliers sont inférieures à celles des suspensions utilisées pour l'identification.**

Afin de se retrouver dans les conditions de fonctionnement du rotor sustenté par paliers magnétiques, il est nécessaire que l'arbre en rotation soit libre à ses conditions limite. Du point de vue de la simulation, ceci équivaut à avoir une raideur très faible au niveau des paliers. Comme il était nécessaire d'avoir une raideur non nulle pour l'identification de MCE, l'objectif de cette partie est d'évaluer la pertinence de cette approche pour le contrôle. Par la suite, la réponse du rotor à l'arrêt est observée pour une raideur maximale aux paliers de  $2.10^5 \text{ N/m}$ . Les simulations montrent que le contrôleur devient instable pour une valeur des raideurs aux paliers de  $\frac{K_{suspensions}}{2} = 1.10^5$  (FIG. 4.12). Cette instabilité est due au fait que l'observateur MCE est basé sur le MCE identifié sur l'ensemble "arbre + suspension". Il est alors nécessaire d'adapter la conception du contrôleur à cette instabilité. Le principe du contrôleur présenté en FIG. 3.24 a montré son efficacité en conditions expérimentales. Un contrôleur basé sur l'ensemble "arbre + suspension + contrôleur MCE" est donc efficace (FIG. 4.13). Afin d'adapter la méthode à un ensemble "arbre libre-libre + contrôleur complet", il est nécessaire que cet ensemble ait la même dynamique que l'ensemble "arbre + suspension + contrôleur MCE". Le contrôleur complet doit donc inclure le contrôleur MCE (basé sur le MCE identifié) et un retour proportionnel sur les déplacements afin de reproduire le comportement des suspensions utilisées lors de l'identification. Le gain est donc de  $K_{suspensions}$  (FIG. 4.14).

**Contrôle sans effet gyroscopique :** Le rotor à l'arrêt est soumis à une sollicitation de type choc en des points différents de la structure, et le comportement du rotor est fortement amorti. Le contrôleur peut être qualifié de *stable et efficace*. La FIG. 4.15 donne les réponses en déplacement du rotor contrôlé et non contrôlé aux plans 1 et 3.

**Contrôle avec effet gyroscopique :** Le rotor en rotation est soumis à une sollicitation de type choc en différents points de la structure, et le comportement du rotor est également fortement amorti. Bien que l'effet gyroscopique du rotor ne soit pas pris en compte lors de l'identification du MCE, le contrôleur peut être qualifié de *stable et efficace*. La FIG. 4.16 présente la réponse du rotor en déplacements pour une vitesse de rotation de  $6\ 000 \text{ tr/mn}$ . La FIG. 4.17, quant à elle, présente la réponse du rotor pour une vitesse de rotation de  $42\ 000 \text{ tr/mn}$ , et montre les limites du contrôleur, qui commence à induire un effet excitant à la structure (*spillover*). Il est à noter que ce comportement n'est pas déstabilisant.



(a) Réponse du rotor à l'arrêt au plan 1 pour des suspensions à raideurs inférieures ( $\frac{K_{suspensions}}{2}$ )  
 (b) Réponse du rotor à l'arrêt au plan 3 pour des suspensions à raideurs inférieures ( $\frac{K_{suspensions}}{2}$ )

FIG. 4.12 – Réponses du rotor à l'arrêt en boucle fermée (trait épais) et du rotor en boucle ouverte (trait fin) pour des suspensions aux raideurs inférieures ( $\frac{K_{suspensions}}{2}$ ) à celles des suspensions utilisées pour l'identification. Le contrôleur est le contrôleur MCE classique

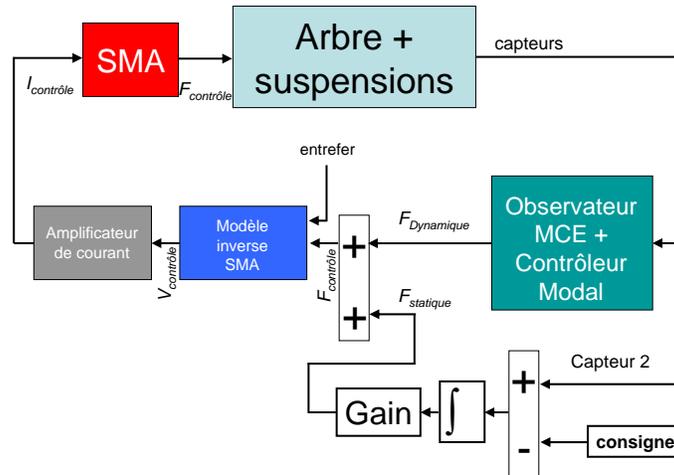


FIG. 4.13 – Contrôleur MCE basé sur l’arbre placé sur des suspensions

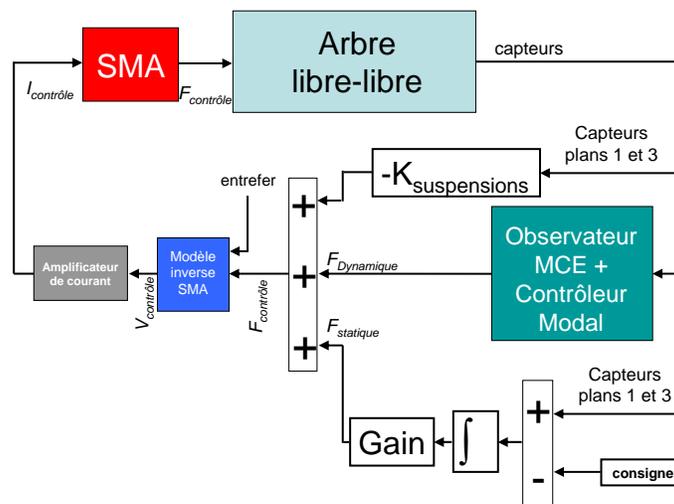
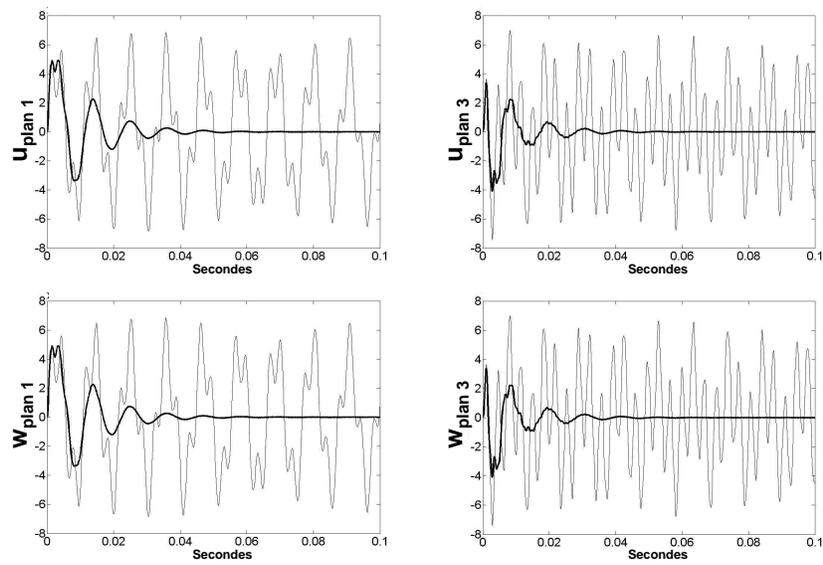
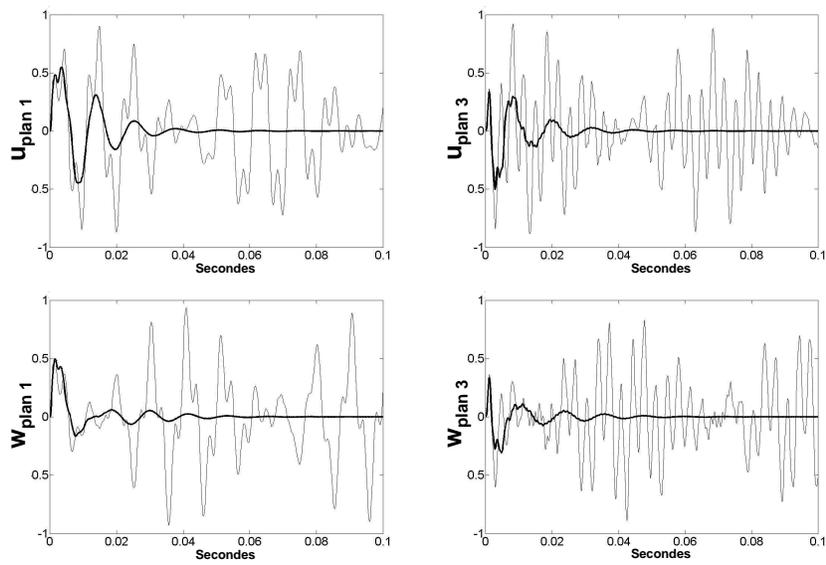


FIG. 4.14 – Contrôleur MCE basé sur l’arbre placé sur des suspensions. Un retour proportionnel "simulant" le comportement des suspensions utilisées pour l’identification est ajouté.



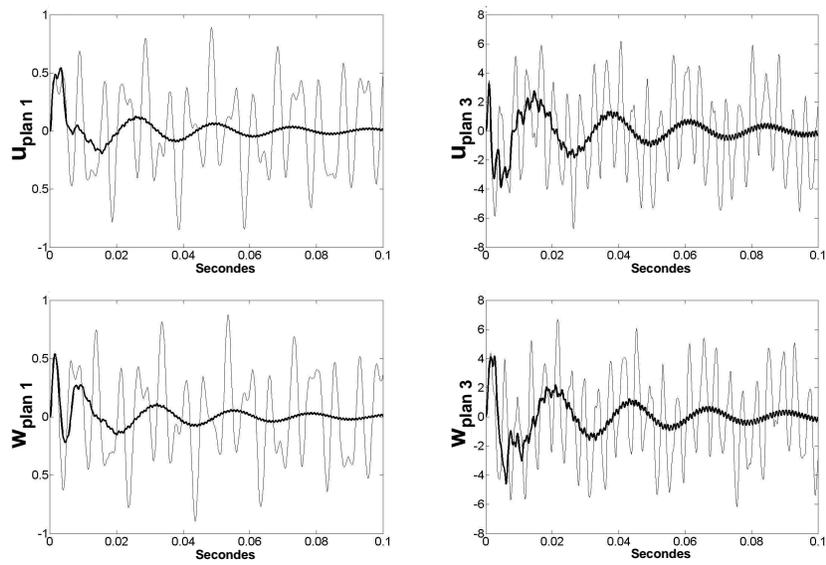
(a) Réponse du rotor à l'arrêt au plan 1 pour le contrôleur avec retour proportionnel (b) Réponse du rotor à l'arrêt au plan 3 pour le contrôleur avec retour proportionnel

FIG. 4.15 – Réponses du rotor à l'arrêt contrôlé (trait épais) et du rotor non contrôlé (trait fin) pour le contrôleur avec retour proportionnel (adimensionné)



(a) Réponse du rotor en rotation à 6 000  $tr/mn$  au plan 1 pour le contrôleur avec retour proportionnel  
 (b) Réponse du rotor en rotation à 6 000  $tr/mn$  au plan 3 pour le contrôleur avec retour proportionnel

FIG. 4.16 – Réponses du rotor en rotation à 6 000  $tr/mn$  contrôlé (trait épais) et du rotor non contrôlé (trait fin) pour le contrôleur avec retour proportionnel (adimensionné)



(a) Réponse du rotor en rotation à 42 000  $tr/mn$  au plan 1 pour le contrôleur avec retour proportionnel  
 (b) Réponse du rotor en rotation à 42 000  $tr/mn$  au plan 3 pour le contrôleur avec retour proportionnel

FIG. 4.17 – Réponses du rotor en rotation à 42 000  $tr/mn$  contrôlé (trait épais) et du rotor non contrôlé (trait fin) pour le contrôleur avec retour proportionnel (adimensionné)

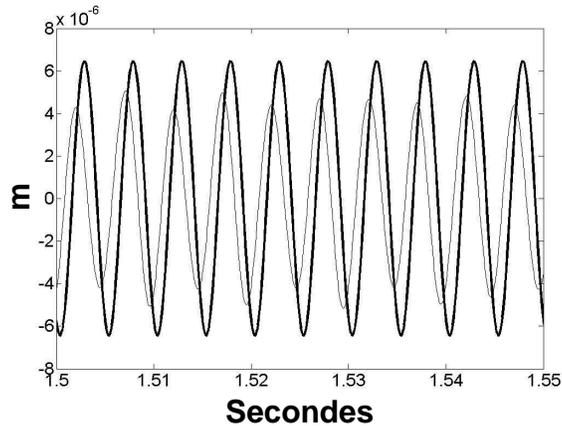


FIG. 4.18 – Réponse de l’arbre en rotation à 6 000  $tr/mn$  quand il est soumis aux efforts de balourds

**Réponse au balourd :** Deux balourds sont ajoutés aux nœuds 24 et 29. Sachant que la fonction de l’observateur est de reconstruire l’état du système en régime transitoire, il est intéressant de voir le comportement de la structure soumise à une excitation harmonique inconnue en boucle fermée. La FIG. 4.18 montre que la structure en boucle fermée est stable quand elle est soumise aux efforts de balourds. Le trait fin représente le déplacement réel de la structure et le trait épais représente l’état reconstruit. La fréquence de rotation est de 6 000  $tr/mn$ . Une étude à plusieurs fréquences de rotation a été menée pour étayer cette hypothèse. Le contrôleur peut être qualifié de *stable*.

### 4.3 Conclusion

Le contrôle modal à partir d’un MCE a été appliqué à un rotor sustenté par paliers magnétiques. Le modèle utilisé est basé sur une pompe réelle de la société *Alcatel Vacuum Technology*. Une procédure d’identification du MCE de l’arbre en libre-libre a été exposée. Elle est basée sur l’identification du MCE sur l’arbre posé sur des suspensions à raideur connue dans un premier temps. Dans un second temps, les suspensions sont retirées afin de ramener l’arbre dans des conditions libre-libre. Les résultats des simulations montrent qu’il est nécessaire d’ajouter un retour proportionnel sur les déplacements. Le gain de contrôle supplémentaire doit assurer la raideur initiale des suspensions. Avec un tel contrôleur, il est alors possible d’effectuer le contrôle stable et efficace du rotor malgré l’effet gyroscopique

qui apparaît quand l'arbre entre en rotation. Dans les perspectives de ce travail, le cas où les capteurs sont légèrement décalés par rapport aux actionneurs peut être étudié. De plus, on peut penser que l'on pourrait prendre en compte l'effet gyroscopique de l'arbre en fonctionnement.

Le résultat du contrôle de rotors dont les raideurs aux paliers sont constantes permet d'émettre l'hypothèse que l'identification du MCE sur ce type de rotor peut donner des indications sur l'évolution du système au cours du temps, notamment pour le suivi de comportement. Dans le chapitre suivant, une perspective de l'identification du MCE sur un rotor sur paliers à roulements est exposée, avec pour conclusion, la reconstruction de l'effet du balourd en temps réel.

## Chapitre 5

# Perspectives : suivi de comportement

*L'identification d'un MCE est utilisée pour le suivi de comportement d'un rotor sur paliers à roulements. L'objectif est de reconstruire les efforts qui excitent la structure à partir de mesures. Il est alors possible d'obtenir l'évolution de l'arbre en rotation et d'effectuer une détection de défauts au cours du temps. La méthode implique d'utiliser le MCE identifié pour avoir un modèle inverse qui reconstruit les efforts de balourds. Le modèle EF d'un rotor sur paliers à roulements recalé en laboratoire est utilisé. La méthode est confrontée à l'évolution dans le temps d'un balourd qui simule la dilatation thermique d'un disque, et le décollement d'une aube en simulation numérique. Les résultats sont présentés quand les déplacements sont soumis à du bruit ou non.*

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Modèle rotor sur paliers à roulements . . . . .</b>	<b>124</b>
5.1.1	Présentation du modèle . . . . .	124
5.1.2	Identification du MCE sur le rotor . . . . .	129
5.1.3	Identification de la matrice d'action sur les plans d'équi- librage . . . . .	132
<b>5.2</b>	<b>Résultats et limites de la méthode . . . . .</b>	<b>133</b>
5.2.1	Réponse du rotor en rotation - comparaison avec le MCE133	
5.2.2	Reconstruction du balourd . . . . .	134
<b>5.3</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>143</b>

---

## 5.1 Modèle rotor sur paliers à roulements

Afin de répondre aux normes de sécurité liées aux machines tournantes, l'équilibrage de la machine est effectué dans un premier temps. Parmi les méthodes d'équilibrage, la méthode des coefficients d'influence est largement mise à contribution (Darlow [1987]; Lee *et al.* [2005]; Kang *et al.* [2000]). Le principe est de compenser les vibrations dues aux forces centrifuges résultantes de la non-coïncidence entre l'axe d'inertie et l'axe de rotation. Dans un second temps, des méthodes actives de diminution des vibrations peuvent être utilisées. Ces méthodes sont relativement nombreuses, et peuvent faire appel à l'équilibrage actif (Wang *et al.* [2005]; Willem [1977]; Alauze *et al.* [2001]), ou au contrôle actif de rotors (Yu *et al.* [2005]; Lim *et al.* [2005]; Li et Wang [2005]), notamment avec des composants "intelligents" (fluides rhéologiques, éléments piézoélectriques, etc.).

Afin d'effectuer le suivi du comportement de la structure, il faut définir un modèle fidèle, qui peut être utilisé comme un modèle inverse dont les sorties sont les différentes forces qui agissent sur le système. Dans cette partie, on se propose d'appliquer la méthode d'identification du MCE pour le suivi de comportement du rotor. Il est vu comment cette méthode peut être mise en œuvre sur un rotor industriel, et comment il peut être utilisé pour le suivi de comportement. Dans ce cadre, l'effet gyroscopique du rotor est pris en compte et mis à contribution pour effectuer le suivi de comportement.

### 5.1.1 Présentation du modèle

Pour les simulations, un rotor sur paliers à roulements est utilisé. Dans cette configuration, il est en effet possible d'identifier le MCE directement sur la structure, sans avoir à effectuer le démontage de la machine à l'inverse du rotor sur



FIG. 5.1 – Photo du rotor utilisé pour les simulations

paliers magnétiques (PARTIE 4.2.1). Le rotor utilisé est présenté FIG. 5.1, et le modèle E.F. est conçu sous *Rotorinsa*® pour effectuer les simulations. Ce modèle est présenté FIG. 5.2. Le modèle est recalé dans le travail de Ricardo Simões (Simões *et al.* [2005]). Le rotor présenté comporte un arbre principal composé de 11 tronçons d'arbres de diamètres différents. Les disques sont au nombre de deux. Le schéma présenté en FIG. 5.3 donne des dimensions principales du rotor, notamment les positions des disques principaux et des paliers. Le rotor est supporté à ses extrémités par trois paliers dissymétriques à roulement  $P_{A1}$ ,  $P_{A2}$  et  $P_{A3}$  dont deux sont identiques ( $P_{A1}$  et  $P_{A2}$ ). Le TAB. 5.1 présente les caractéristiques des éléments montrés sur le schéma. Les raideurs et les amortissements des paliers ne sont pas couplés dans les deux directions  $x$  et  $z$ .

Le modèle est composé de 49 éléments de poutre à 4 degrés de liberté par nœud. Les disques sont modélisés par des masses et des inerties ponctuelles aux nœuds correspondants (18 et 33 pour les disques principaux). Les caractéristiques de raideur et d'amortissement des paliers sont introduites aux nœuds 5, 7 et 43. Afin que le modèle de simulation ne soit pas trop important en taille, le modèle

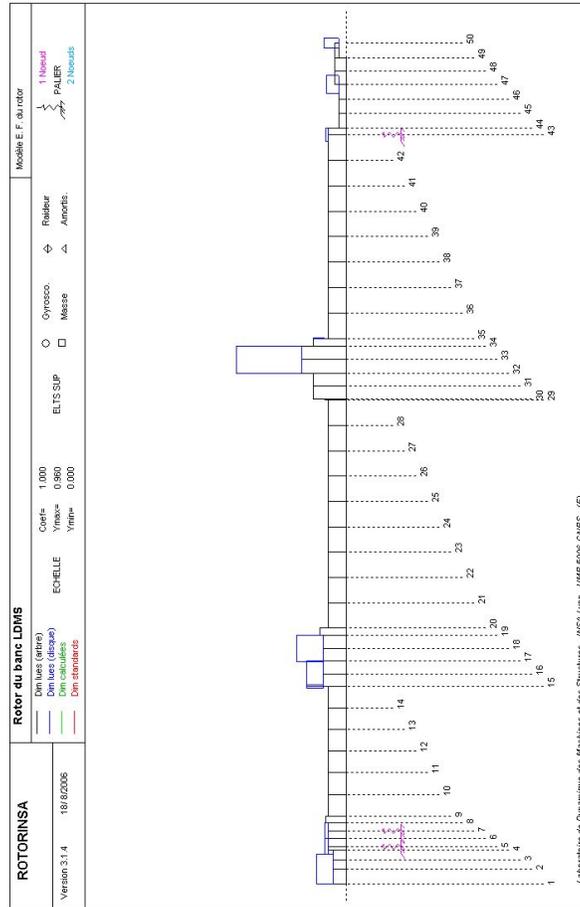


FIG. 5.2 – Modèle éléments finis du rotor à roulements conçu sous Rotorinsa

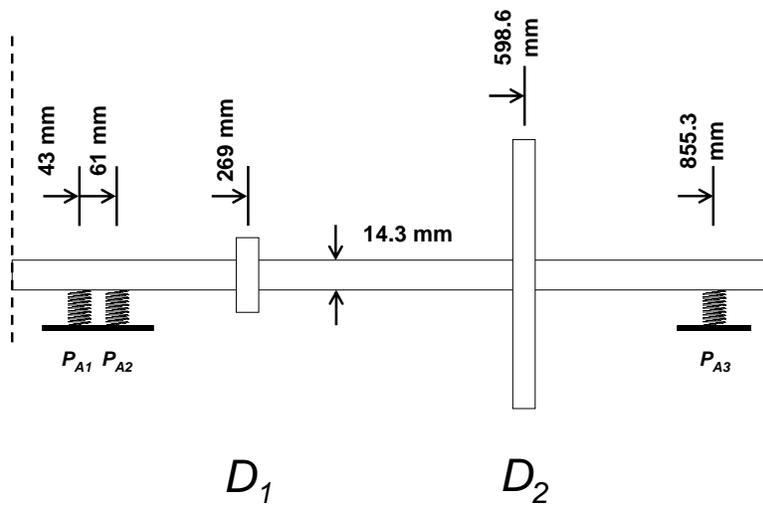


FIG. 5.3 – Schéma simplifié du rotor utilisé pour les simulations

est réduit sur ses 12 premiers modes selon la méthode pseudo-modale (Lalanne et Ferraris [1998]). Le modèle est ensuite implémenté sous *Simulink*® afin d'obtenir les réponses en transitoire.

Caractéristiques	Valeurs	Unités
<b>Rotor</b>		
Masse du Rotor	25.67	kg
Masse du disque $D_1$	1.83	kg
Masse du disque $D_2$	9.8	kg
Module d'Young	$2.1 \cdot 10^{11}$	$N/m^2$
Masse volumique	7800	$kg/m^3$
<b>Palier 1 et Palier 2</b>		
Raideur $K_{xx1}$	$2.1 \cdot 10^8$	$N/m$
Raideur $K_{zz1}$	$3.5 \cdot 10^7$	$N/m$
Amortissement $C_{xx1}$	$1.6 \cdot 10^3$	$N.s/m$
Amortissement $C_{zz1}$	$1.6 \cdot 10^3$	$N.s/m$
<b>Palier 3</b>		
Raideur $K_{xx2}$	$1 \cdot 10^7$	$N/m$
Raideur $K_{zz2}$	$9 \cdot 10^6$	$N/m$
Amortissement $C_{xx2}$	$1 \cdot 10^3$	$N.s/m$
Amortissement $C_{zz2}$	$1 \cdot 10^3$	$N.s/m$

D'une manière générale, les termes de la matrice gyroscopique liés aux déplacements  $K_g$  sont négligeables comparés à ceux de  $K_p$  et  $K_a$ . Il faudrait des accélérations en rotation colossales pour que ces termes aient une influence significative sur le mouvement de la structure. Dans notre cas, ces termes sont négligés. L'EQ. 4.12 s'écrit :

$$M\ddot{\delta}_n + [C_p + \dot{\phi}C_g]_n \dot{\delta}_n + [K_p + K_a]_n \delta_n = F_n \quad (5.1)$$

L'effet gyroscopique dû à la rotation est caractérisé essentiellement par la matrice gyroscopique liée aux vitesses  $C_g$ . Cette matrice a pour effet de modifier les fréquences de résonance de la structure en fonction de la vitesse de rotation, et il convient de l'identifier correctement pour avoir un modèle précis de la structure, notamment lors du choix de la fréquence de coupure du filtre non déphasé utilisé pour définir la BFC.

## 5.1.2 Identification du MCE sur le rotor

### Approche théorique

La méthode d'identification de la matrice d'évolution du MCE est similaire à celle qui est décrite en PARTIE 2.2.2. Quand le rotor est à l'arrêt, la vitesse de rotation  $\dot{\phi}$  est nulle, ce qui ramène l'EQ. 5.1 à la forme classique de l'équation du mouvement d'une poutre par exemple. Le MCE qui peut être identifié à partir des capteurs peut alors s'écrire :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{ci} \\ \ddot{x}_{ci} \end{Bmatrix} = A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi}=0)} \begin{Bmatrix} x_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} + B_{MCE \text{ rotor}} F_c \quad (5.2)$$

avec,

$$A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi}=0)} = \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & I_{r \times r} \\ -M_{MCE \text{ rotor}}^{-1} K_{MCE \text{ rotor}} & -M_{MCE \text{ rotor}}^{-1} C_{MCE \text{ rotor}} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

et,

$$B_{MCE \text{ rotor}} = \begin{bmatrix} 0_{r \times r} \\ M_{MCE \text{ rotor}}^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Néanmoins, dans cette configuration, il n'est pas possible d'accéder à la matrice gyroscopique du MCE. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire de mettre l'arbre en rotation pour obtenir la partie gyroscopique du MCE à identifier. Comme stipulé en PARTIE 5.1.1, l'effet gyroscopique modifie les fréquences de résonance de la structure en fonction de la vitesse de rotation. L'EQ. 2.34 montre que la validité du MCE repose sur la forme des modes, qui ne varie pas forcément quand le rotor est en rotation. Le  $A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi}=0)}$  du MCE reste valide tant que la matrice des modes reste inchangée. Cela implique que l'identification devra être effectuée à une fréquence de rotation fixe à laquelle les modes n'ont pas changé "d'ordre" (mode n°1, mode n°2, etc.). Ceci est vrai pour une fréquence de rotation qui n'est pas trop élevée. Dans ce cas, la matrice d'évolution du MCE pour le rotor à une vitesse de rotation non nulle peut s'écrire :

$$\begin{aligned} A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} \neq 0)} &= \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & I_{r \times r} \\ -M_{MCE \text{ rotor}}^{-1} K_{MCE \text{ rotor}} & -M_{MCE \text{ rotor}}^{-1} C_{MCE \text{ rotor}} \end{bmatrix} \\ &+ \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & 0_{r \times r} \\ 0_{r \times r} & -M_{MCE \text{ rotor}}^{-1} C_{gMCE \text{ rotor}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Il est alors possible d'accéder à la matrice gyroscopique du MCE en faisant l'opération simple ( $\dot{\phi}$  étant connu) :

$$A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} \neq 0)} - A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} = 0)} = \dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}} \quad (5.6)$$

avec,

$$G_{MCE \text{ rotor}} = \begin{bmatrix} 0_{r \times r} & 0_{r \times r} \\ 0_{r \times r} & -M_{MCE \text{ rotor}}^{-1} C g_{MCE \text{ rotor}} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Comme dans la PARTIE 2.2.2, c'est la matrice d'évolution du MCE discrétisé qui va être identifiée. Dans notre cas, la matrice d'évolution du MCE pour  $\dot{\phi} = 0$  est alors :

$$A_{d-MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} = 0)} = e^{A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} = 0)} \Delta t} \quad (5.8)$$

Lorsque la vitesse de rotation est non nulle, la matrice d'évolution du MCE discrétisé est alors :

$$\begin{aligned} A_{d-MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} \neq 0)} &= e^{(A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} = 0)} + \dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}}) \Delta t} \\ &= e^{(A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} = 0)} \Delta t)} \cdot e^{\dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}} \Delta t} \\ &= A_{d-MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} = 0)} \cdot e^{\dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}} \Delta t} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Il est alors possible d'obtenir la matrice gyroscopique du MCE associé avec l'opération :

$$(A_{d-MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} = 0)})^{-1} A_{d-MCE \text{ rotor } (\dot{\phi} \neq 0)} = e^{\dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}} \Delta t} \xrightarrow{d2c} \dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}} \quad (5.10)$$

Le couplage entre les degrés de liberté suivant les deux directions du plan implique qu'il faille effectuer l'identification du MCE avec des capteurs suivant les deux directions. C'est pour cette raison que l'identification est effectuée avec 8 capteurs de déplacement, quatre suivant la direction  $u$  et quatre suivant la direction  $w$ . L'objectif est d'identifier les quatre premiers modes du rotor à l'arrêt suivant la direction  $u$  et les quatre premiers modes du rotor à l'arrêt suivant la direction  $w$ . Une fois l'arbre en rotation, le couplage des degrés de liberté peut alors être exprimé.

Le MCE est identifié sur la plage fréquentielle qui correspondant aux 8 premiers modes du système (4 suivant la direction  $u$  et 4 suivant la direction  $w$ ). La réponse à une excitation de type choc indique que la fréquence du 8<sup>ème</sup> mode est de 569 Hz, et que le 9<sup>ème</sup> mode est à 886 Hz, la fréquence de coupure du filtre passe-bas du type butterworth 8 pôles est fixée à 700 Hz. Les capteurs sont placés aux nœuds 14, 18, 33 et 40.

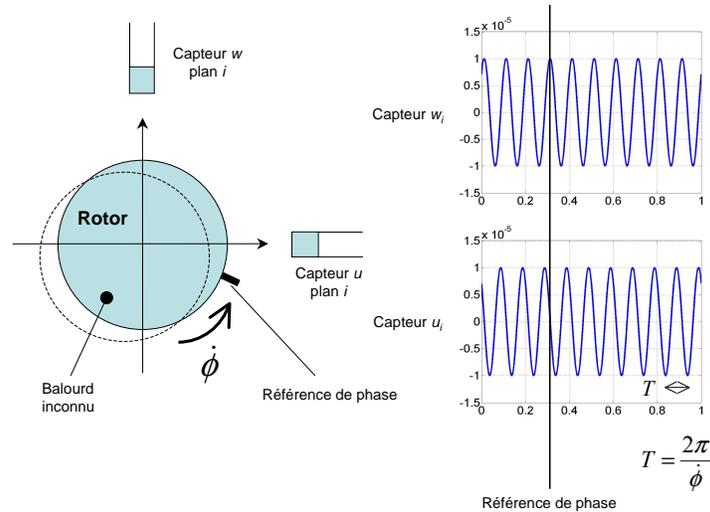


FIG. 5.4 – Erreur systématique du rotor en rotation à cause du balourd

Comme dans la PARTIE 2.4, les simulations sont effectuées de manière à être le plus proche possible des conditions expérimentales. C'est pour cette raison que des bruits de mesures sont ajoutés artificiellement aux déplacements nodaux correspondants à l'emplacement des capteurs. La fréquence d'échantillonnage est de 10 kHz.

#### Approche pratique : utilisation d'une référence de phase

L'identification de la matrice gyroscopique du MCE implique que l'arbre soit en rotation. Or, lors de cette rotation, le rotor est excité par un balourd dont les caractéristiques sont inconnues *a priori*. Il s'inscrit alors dans les signaux issus des capteurs une erreur systématique qui influencerait grandement sur la qualité de l'identification de la matrice d'évolution  $A_{d-MCE\ rotor} (\dot{\phi} \neq 0)$  lors de l'excitation de l'arbre avec une sollicitation de type choc (FIG. 5.4). Afin d'éviter ce problème, il est possible de faire une étude synchrone en faisant appel à une référence de phase.

**Référence de phase :** Le principe d'identification avec la référence de phase est le suivant :

- Acquisition des signaux "à vide" ( $signaux_{\text{à vide}}$ ), à une vitesse  $\dot{\phi} = cte$ . Le régime permanent doit être atteint. La référence des signaux est donnée par la référence de phase.

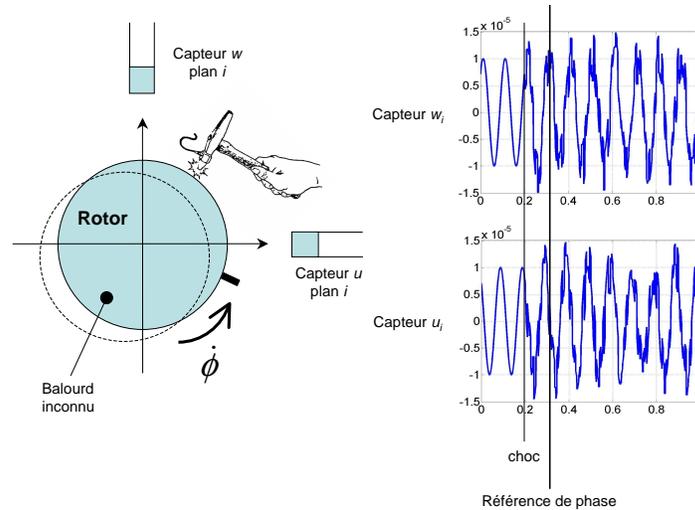


FIG. 5.5 – Acquisition des signaux après sollicitation de type choc avec référence de phase

- Acquisition des signaux "après choc" ( $signaux_{après\ choc}$ ) présenté sur la FIG. 5.5.
- C'est la différence ( $signaux_{après\ choc} - signaux_{à\ vide}$ ) =  $signaux_{identification}$  qui est utilisée pour l'identification de  $A_{d-MCE\ rotor} (\dot{\phi} \neq 0)$ .

Cette méthode présente l'avantage d'être applicable également à l'effet des capteurs inductifs sur les signaux. En effet, la sensibilité de ces capteurs est fonction du matériau cible. Or, pour des éléments du rotor qui ne sont pas isotropes, il est possible que des erreurs systématiques affectent la qualité des signaux. A partir d'un principe analogue à celui mis en œuvre pour le balourd inconnu, la méthode de la référence de phase peut également s'appliquer.

### 5.1.3 Identification de la matrice d'action sur les plans d'équilibrage

Dans ce travail, l'objectif est d'estimer le balourd sur le rotor au cours du temps. Physiquement, il s'agit de défauts de symétrie des éléments tournants qui sont dûs au processus de fabrication ou d'effets thermiques. Il est possible de modéliser ces balourds par des masselottes réparties aléatoirement le long du rotor, comme présenté sur la FIG. 4.4(a). Bien sûr, ce sont les balourds dont le produit ( $distance\ à\ l'axe \times masse$ ) est la plus importante qui ont le plus d'influence sur la réponse du rotor. Or, les éléments du rotor qui ont le plus de masse avec le plus

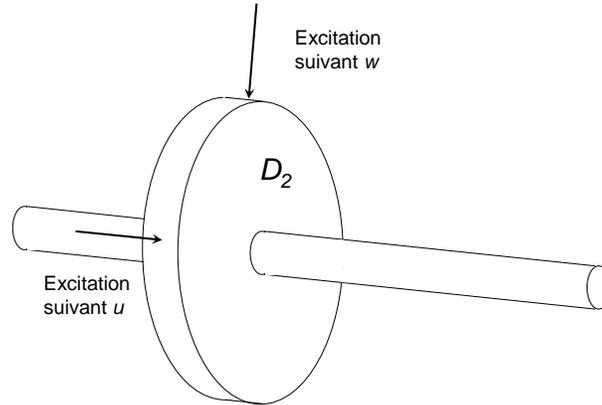


FIG. 5.6 – Identification de  $B_{d-MCE\ rotor}$  avec une excitation harmonique suivant les deux directions du plan d'équilibrage

grand rayon sont les disques. C'est la raison pour laquelle la modélisation des balourds par des masselottes sur des plans est judicieuse (FIG. 4.4(b)). Ces plans correspondent aux disques présents sur le rotor et sont appelés "plans d'équilibrage". Par la suite, on pose comme hypothèse de simulation que le rotor n'a qu'un balourd sur son disque le plus important (disque  $D_2$  au nœud 33). Afin d'accéder aux efforts induits par les balourds, il est impératif d'obtenir la matrice de transmission d'effort sur le plan d'équilibrage considéré. De façon analogue à la méthode présentée en PARTIE 2.2.3, une excitation harmonique dans la BFC est appliquée suivant les deux directions du plan (FIG. 5.6). Cette manipulation est effectuée avec le rotor à l'arrêt, en utilisant la matrice  $A_{d-MCE\ rotor}(\phi=0)$  pour identifier la matrice  $B_{d-MCE\ rotor}$ . C'est cette matrice qui est utilisée pour reconstruire en temps réel les efforts du balourd dans le plan d'équilibrage.

## 5.2 Résultats et limites de la méthode

### 5.2.1 Réponse du rotor en rotation - comparaison avec le MCE

Afin de quantifier la qualité de reconstruction du MCE, et en particulier par rapport à sa matrice gyroscopique, il est possible (en simulation), de faire un balayage fréquentiel quand le rotor est en rotation. Cette procédure permet d'expliquer les

différences entre le MCE et le rotor lors de la reconstruction du balourd.

Les FIG. 5.7 et FIG. 5.8, et les FIG. 5.9 et FIG. 5.10 montrent la comparaison des réponses du MCE et du rotor sur le capteur 2 pour une excitation de 10 N sur le plan d'équilibrage correspondant au disque  $D_2$  (trait épais pour le rotor et trait fin pour le MCE). La FIG. 5.7(a) montre la comparaison des réponses pour le rotor à l'arrêt. Lorsque le rotor entre en rotation, l'effet gyroscopique commence à avoir de l'influence sur la réponse. Les autres figures présentent la comparaison entre le MCE et le rotor quand celui-ci est soumis à une excitation harmonique en balayage fréquentiel et qu'il tourne à 3 000  $tr/mn$ , 6 000  $tr/mn$ , 9 000  $tr/mn$ , 12 000  $tr/mn$ , 15 000  $tr/mn$  et 18 000  $tr/mn$ .

Ces différentes courbes montrent dans quelle mesure les modes aux fréquences les plus élevées viennent influencer sur les modes aux fréquences plus basses. En effet, ces modes se " déplacent " sous l'effet gyroscopique et viennent agir sur les modes aux fréquences les plus basses. Les diagrammes de Campbell sont présentés en FIG. 5.11, FIG. 5.12 et FIG. 5.13. C'est pourquoi la réponse aux efforts du balourd est valable sur une plage fréquentielle inférieure à celle correspondant à l'identification (BFC). La réponse du rotor (capteur 2) à un balourd de 1g.cm placé sur le disque  $D_2$  est comparée à celle du MCE soumis au même balourd. Cette comparaison est présentée FIG. 5.14 quand le système atteint le régime permanent.

La réponse au balourd du rotor et du MCE sont différents sur la deuxième vitesse critique pour les raisons expliquées plus haut. Néanmoins, le MCE donne des résultats satisfaisants pour des vitesses de rotation inférieures à 10 000  $tr/mn$ .

## 5.2.2 Reconstruction du balourd

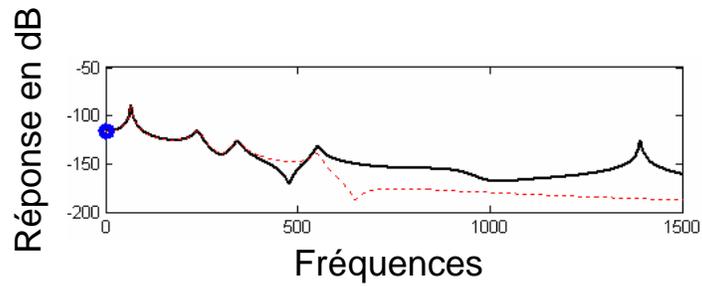
Le MCE avec prise en compte de l'effet gyroscopique s'écrit sous sa forme générale :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{ci} \\ \ddot{x}_{ci} \end{Bmatrix} = \left( A_{MCE \text{ rotor } (\dot{\phi}=0)} + \dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}} \right) \begin{Bmatrix} x_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} + B_{MCE \text{ rotor}} F_c \quad (5.11)$$

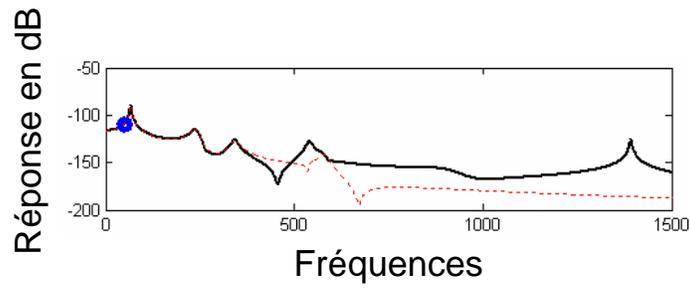
Du fait que la matrice  $B_{MCE \text{ rotor}}$  est identifiée sur un plan d'équilibrage,  $F_c$  représente les efforts de balourds  $F_{balourd}$  sous lesquels la structure est soumise. On peut alors obtenir les efforts du balourd à partir de l'état du système conformément à l'EQ. 5.12 :

$$\Theta \left( \begin{Bmatrix} \dot{x}_{ci} \\ \ddot{x}_{ci} \end{Bmatrix} - \left( A_{MCE \text{ rotor } \dot{\phi}=0} + \dot{\phi} G_{MCE \text{ rotor}} \right) \begin{Bmatrix} x_{ci} \\ \dot{x}_{ci} \end{Bmatrix} \right) = F_{balourd} \quad (5.12)$$

$$\Theta = \left( B_{MCE \text{ rotor}}^T B_{MCE \text{ rotor}} \right)^{-1} B_{MCE \text{ rotor}}^T \quad (5.13)$$

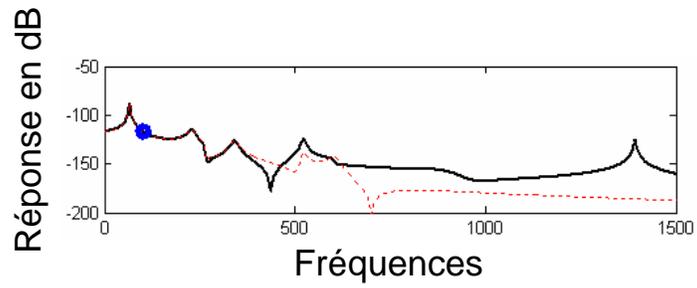


(a) Excitation harmonique à  $10\text{ N}$  sur le disque  $D_2$  pour le rotor à l'arrêt. Comparaison avec le MCE.

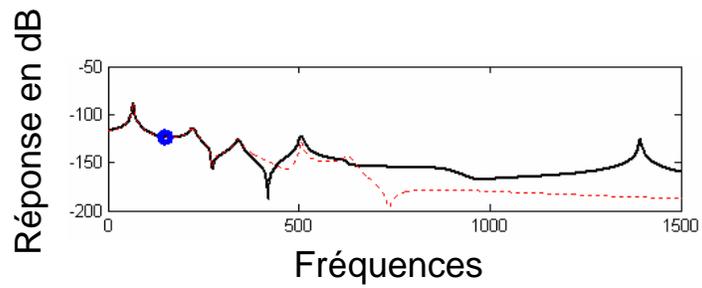


(b) Réponses du rotor et le MCE pour une vitesse de rotation de  $3\ 000\text{ tr/mn}$ .

FIG. 5.7 – Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. Les fréquences sont comprises dans  $[0\text{ tr/mn } 3\ 000\text{ tr/mn}]$

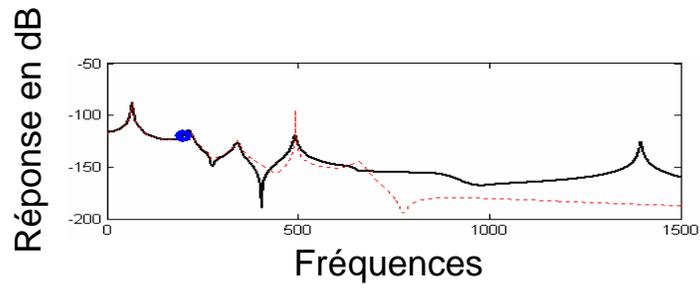


(a) Réponses du rotor et le MCE pour une vitesse de rotation de 6 000 *tr/mn*.

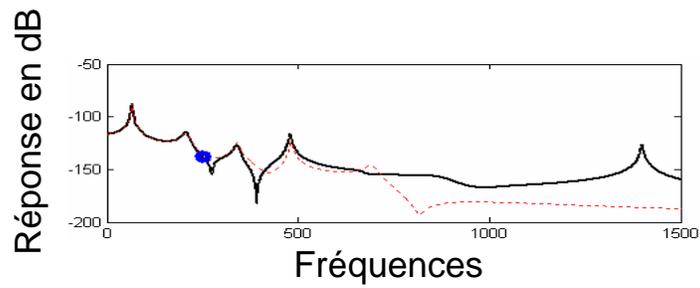


(b) Réponses du rotor et le MCE pour une vitesse de rotation de 9 000 *tr/mn*.

FIG. 5.8 – Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. Les fréquences sont comprises dans [3 000 *tr/mn* 9 000 *tr/mn*]

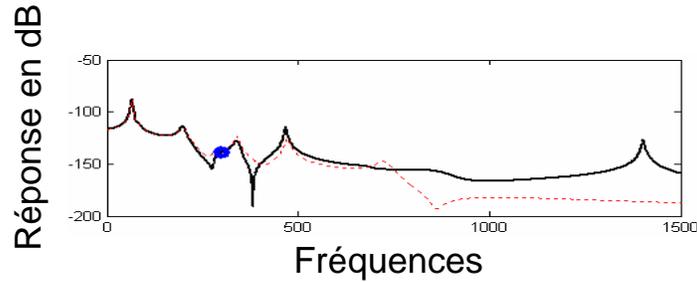


(a) Réponses du rotor et du MCE pour une vitesse de rotation de 12 000 *tr/mn*.



(b) Réponses du rotor et du MCE pour une vitesse de rotation de 15 000 *tr/mn*.

FIG. 5.9 – Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. Les fréquences sont comprises dans [12 000 *tr/mn* 15 000 *tr/mn*]



(a) Réponses du rotor et du MCE pour une vitesse de rotation de 18000 *tr/mn*.

FIG. 5.10 – Comparaison entre les réponses du MCE et les réponses du rotor soumis à une excitation harmonique. La fréquence est de 18 000 *tr/mn*

Sachant que les déplacements sont issus des capteurs placés sur la structure, les vitesses et les accélérations peuvent être obtenues par dérivations numériques successives des déplacements soumis à un filtrage analogique. L'état ainsi obtenu est alors utilisé pour obtenir les efforts du balourd agissant sur le plan d'équilibrage suivant les deux directions  $u$  et  $w$ . Le schéma de la procédure de reconstruction est présenté FIG. 5.15.

Afin de tester l'efficacité de la reconstruction du balourd, et l'influence du bruit de mesure sur la qualité de l'identification, un balourd variant dans le temps est appliqué au modèle après identification du MCE avec effet gyroscopique. La variation du balourd correspond à la dilatation thermique d'une pale, suivi du décrochage de cette pale. C'est la raison pour laquelle la masse et la phase du balourd varient au cours du temps. Bien sûr, comme le travail est effectué en simulation, la comparaison du balourd réel et le balourd reconstruit est possible. Notons que seule la reconstruction du balourd est accessible dans la réalité.

Les figures exposées montrent une étude menée sans bruit artificiel dans les mesures, et une étude avec du bruit artificiel dans les mesures (une dispersion comprise entre 5 et 10% de l'amplitude maximale des déplacements). Ceci permet d'évaluer la sensibilité de la méthode en fonction des conditions expérimentales. Dans les deux cas, il s'agit d'une montée en vitesse du rotor de 0 *tr/mn*

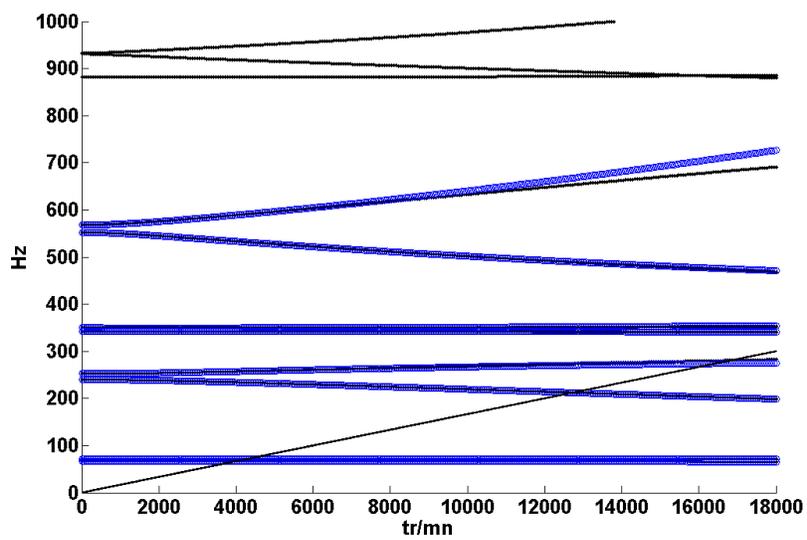


FIG. 5.11 – Comparaison des diagrammes de Campbell du rotor (points noirs) et du MCE (ronds bleus)

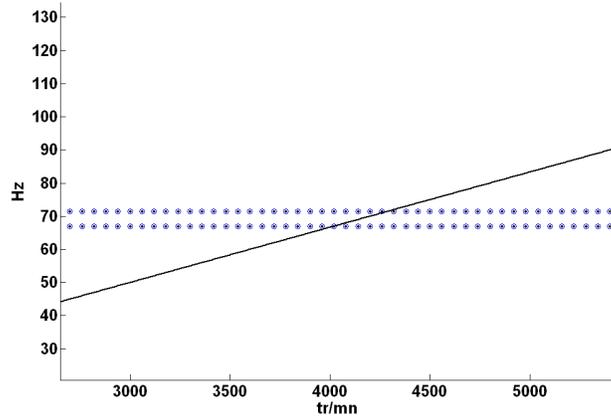


FIG. 5.12 – Zoom 1 sur la comparaison des diagrammes de Campbell du rotor (points noirs) et du MCE (ronds bleus)

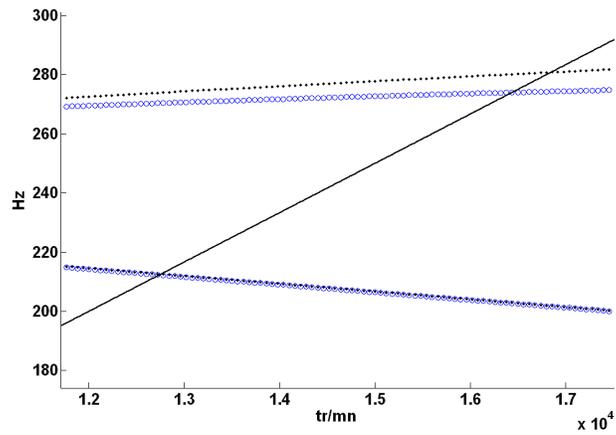


FIG. 5.13 – Zoom 2 sur la comparaison des diagrammes de Campbell du rotor (points noirs) et du MCE (ronds bleus)

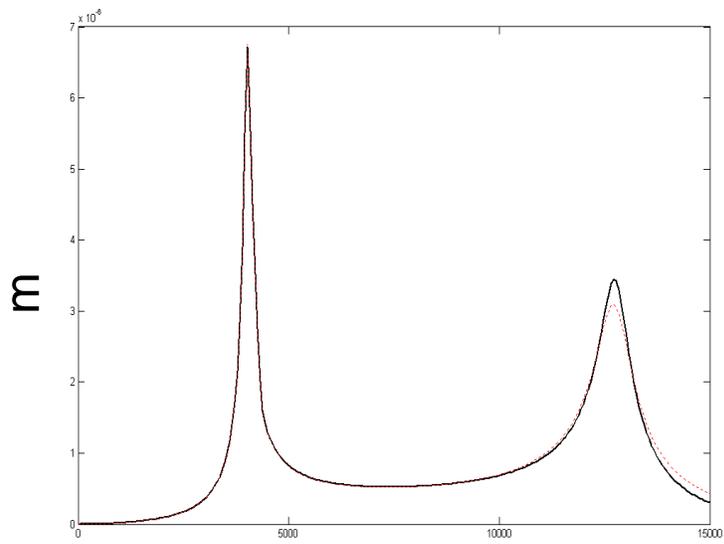


FIG. 5.14 – Réponse du rotor et du MCE à un balourd  $1g.cm$  pour des fréquences comprises dans  $[0 tr/mn 15 000 tr/mn]$

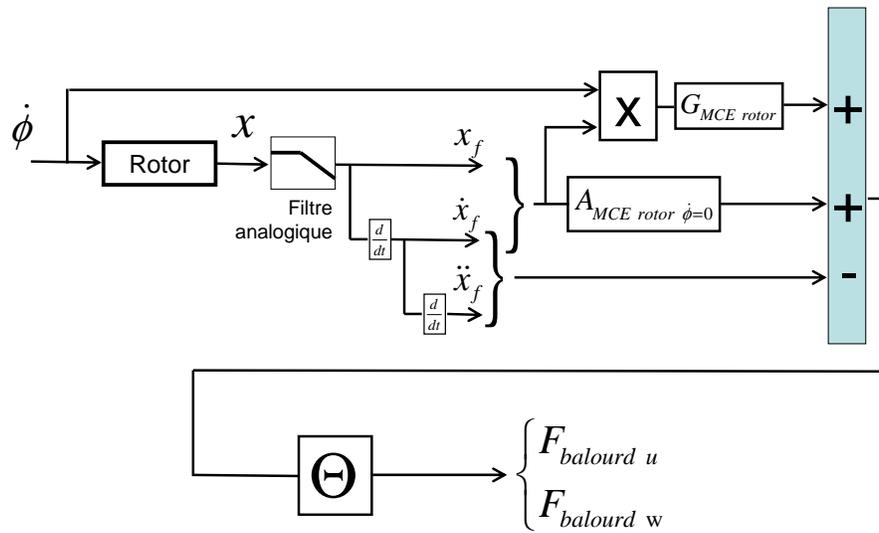


FIG. 5.15 – Schéma de la procédure de reconstruction du balourd en temps réel

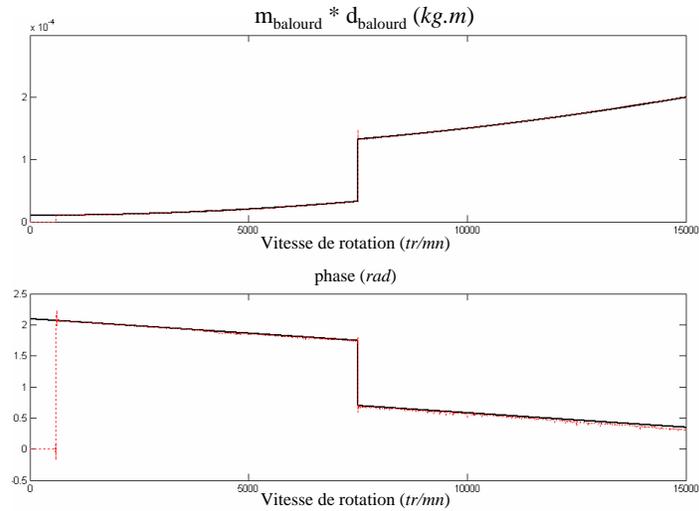


FIG. 5.16 – Reconstruction du balourd en temps réel pour des signaux non bruités lors de l’identification

à 15 000  $tr/mn$ , avec le balourd variant en fonction de la vitesse de rotation. Le cas présenté en FIG. 5.16 montre les résultats pour des signaux non bruités, et nous pouvons observer les meilleurs résultats que peut donner la reconstruction. La FIG. 5.17 présente la reconstruction de la masse et de la phase du balourd pour une identification bruitée. On peut observer que l’erreur principale de reconstruction advient lors du passage d’une fréquence critique (notamment pour la reconstruction de la phase), tandis qu’aux autres fréquences, la reconstruction est relativement correcte. Néanmoins, on peut observer que la méthode est sujette à des erreurs quand les signaux sont bruités, et donc est relativement sensible.

### 5.3 Conclusions

Ce chapitre propose une extension de la méthode MCE au suivi de comportement de rotor. Les méthodes d’identification de ce MCE sont similaires à celles présentées dans les chapitres précédents, mais des approches supplémentaires ont dû être utilisées pour s’adapter à la problématique de l’effet gyroscopique. Afin de prendre en compte l’effet gyroscopique dans le MCE, deux étapes étaient nécessaires : l’identification sur les deux directions du plan de la section droite du rotor, et une étude synchrone ajoutée à la méthode classique d’identification. L’identification de la matrice d’action du MCE sur un plan d’équilibrage s’est avérée né-

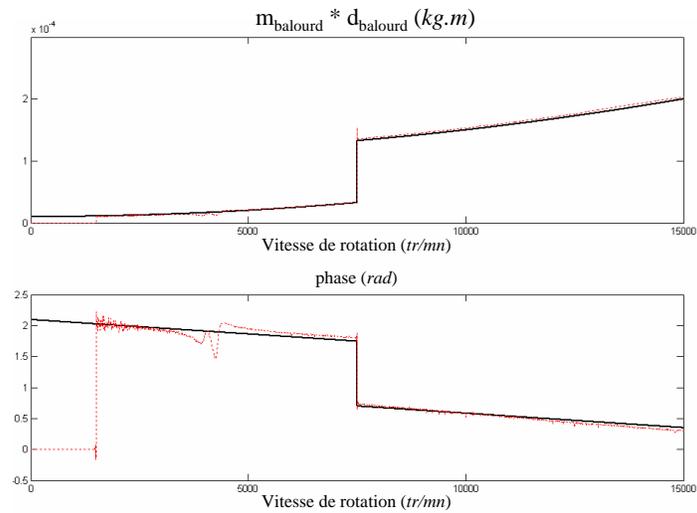


FIG. 5.17 – Reconstruction du balourd en temps réel pour des signaux bruités lors de l'identification

cessaire pour la reconstruction du balourd sur ce même plan. Le MCE identifié est ensuite utilisé pour reconstruire les efforts du balourd en temps réel à l'aide d'un filtre analogique appliqué aux capteurs de déplacements placés sur la structure. Les résultats sont encourageants, bien qu'il semble que la méthode soit sensible au bruit de mesure présent aux capteurs lors de l'identification. Des études avec des balourds sur plusieurs plans d'équilibre sont nécessaires pour conforter la méthode, et bien sûr son application en expérimentation (Mahfoudh *et al.* [2007]).

## **Chapitre 6**

# **Conclusion générale**

Ce travail s'inscrit dans le développement d'un contrôle actif neuro-flou de structures. Afin de concevoir ce contrôleur, il est nécessaire d'avoir un modèle neuronal de la structure. Ce modèle peut être ensuite intégré dans l'algorithmie d'apprentissage. Initialement, la méthode était développée à partir des équations de la structure. Dans ce travail, une approche expérimentale d'identification en utilisant un réseau de neurones a pu être développée et validée.

Cette démarche permet d'obtenir un modèle réduit de la structure à partir de mesures expérimentales. Ce modèle est indispensable pour mettre en place un contrôle modal. Celui-ci peut alors être réglé directement à partir de ce modèle.

Dans un premier temps, l'approche théorique correspondante au modèle condensé expérimental a été exposée, et la démarche expérimentale a été mise en place par simulation et validée expérimentalement. Des simulations numériques ont été proposées pour valider la méthode de contrôle modal à partir du modèle condensé expérimental. Des études supplémentaires restent nécessaires pour extraire des critères de robustesse pour la conception d'un observateur et du contrôleur modal associé.

Dans un second temps, la méthode a été appliquée en expérimentation à une poutre avec un actionneur magnétique. Il a été montré qu'il est nécessaire d'utiliser un modèle inverse de l'actionneur afin de contrôler la poutre dans l'espace de ses modes en utilisant un modèle condensé expérimental. Cette méthode permet de linéariser le comportement non-linéaire des actionneurs électromagnétiques sans effectuer de linéarisation autour d'un point de fonctionnement, et de garantir un contrôle modal efficace.

Dans l'étape suivante le contrôle modal d'un rotor sustenté par paliers magnétiques actifs utilisant un modèle condensé expérimental a été effectué. L'identification du modèle condensé expérimental est réalisée sur le rotor suspendu sur des raideurs connues. Il a été montré qu'il était nécessaire d'ajouter au contrôleur réglé sur le modèle condensé expérimental un retour proportionnel dont les gains représentaient les raideurs des suspensions. Le contrôleur ainsi implémenté s'avère performant, mais un effet de spillover peut apparaître à des vitesses de rotation élevées. C'est un effet qui est dû au gyroscopique qui n'est pas pris en compte dans le contrôleur. C'est un aspect qui pourra être traité dans des travaux futurs. Cette approche reste à être validée expérimentalement.

L'ensemble de ces résultats montrent que l'approche de contrôle modal à partir d'un modèle condensé expérimental est efficace, sous réserve que l'arbre puisse être étudié en libre-libre. Cette approche reste à être validée en conditions expérimentales.

L'identification du modèle condensé expérimental a conduit à l'obtention d'un modèle inverse qui peut être utilisé pour le suivi de comportement de structures. Une procédure d'identification qui prend en compte l'effet gyroscopique est pro-

posée. Le modèle obtenu permet alors de reconstruire les efforts agissant sur le système et prévoir le comportement dynamique du rotor en transitoire/régime permanent. Les résultats sont encourageants. Une étude plus approfondie, notamment en conditions expérimentales, est souhaitable pour valider la méthode.

En conclusion générale de ce travail, l'approche expérimentale qui permet d'identifier un modèle de la structure à partir d'un réseau de neurones a été validée. De ce fait, dans la suite des travaux, l'implémentation automatisée d'un contrôleur neuro-flou mettant en œuvre la méthode proposée reste à étudier.

## Bibliographie

- M. L. ADAMS : Keep rotor vibration under control. *Power*, 122(8):28–29, 1978.
- A. AHLAWAT et A. RAMASWAMY : Multiobjective optimal structural vibration control using fuzzy logic control system. *Journal of Structural Engineering*, 127(11):1330–1337, 2001.
- Y. N. AL-NASSAR, M. SIDDIQUI et A. Z. AL-GARNI : Artificial neural networks in vibration control of rotor-bearing systems. *Simulation Practice and Theory*, 7(8):729–740, 2000.
- S. ALAM, K. YAMADA et S. BABA : Kalman filter approach for galloping control of a bridge tower. *Computers and Structures*, 57(1):67–79, 1995.
- C. ALAUZE, J. DER HAGOPIAN et L. GAUDILLER : Active balancing of turbomachinery : application to large shaft lines. *Journal of Vibration and Control*, 7(2):249–278, 2001.
- P. E. ALLAIRE, D. W. LEWIS et J. D. KNIGHT : Active vibration control of a single mass rotor on flexible supports. *Journal of the Franklin Institute*, 315(3):211–222, 1983.
- M. ALLEN, F. BERNELLI-ZAZZERA et R. SCATTOLINI : Sliding mode control of a large flexible space structure. *Control Engineering Practice*, 8(8):861–871, 2000.
- R. R. ALLEN : Dynamics of linear systems with semiactive force generators. *AIAA journal*, 15(2):137–144, 1977.
- C. AZCOITIA et A. KARIMI : Soft magnetic materials for optimized vibration control. In *8th European Magnetic Materials and Applications Conference (EMMA 2000), Jun 7-10 2000*, vol. 373-376 de *Materials Science Forum*, p. 765–768, Kyiv, 2001.
- M. BALAS : Modal control of certain flexible dynamic systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 16(3):450–462, 1978.
- K. BANI HANI et J. GHABOUSSI : Neural networks for structural control of a benchmark problem, active tendon system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27:1225–1245, 1998.
- K. BANI-HANI et J. GHABOUSSI : Nonlinear structural control using neural networks. *Journal of Engineering Mechanics*, p. 319–327, 1998.

- H. BARUH : Recursive pole placement method for large flexible structures. *In Vibration Control and Active Vibration Suppression. Presented at the 1987 ASME Design Technology Conferences - 11th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise.*, vol. 4 de American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE, p. 79–84, Boston, MA, USA, 1987. ASME, New York, NY, USA.
- M. BATTAINI, F. CASCIATI et L. FARAVELLI : Fuzzy control of structural vibration. an active mass system driven by a fuzzy controller. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27(11):1267–1276, 1998.
- A. BAZ : Neural observer for dynamic systems. *Journal of Sound and Vibration*, 152(2):227–243, 1992.
- A. BAZ et S. POH : Performance of an active control system with piezoelectric actuators. *Journal of Sound and Vibration*, 126(2):327–343, 1988.
- A. BAZ, P. STUDER et S. POH : Modified independent modal space control method for active control of flexible systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Mechanical Engineering Science*, 203(2):103–112. TY - JOUR Year = 1989.
- D. BEALE et S. LEE : Applicability of fuzzy control for flexible mechanisms. *In Proceedings of the 1995 ASME Design Engineering Technical Conference, Sep 17-20 1995*, vol. 84 de American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE, p. 203–209, Boston, MA, USA, 1995.
- P. BERTHIER, G. FERRARIS et M. LALANNE : Prediction of critical speeds, unbalance and nonsynchronous forced response of rotors. *In 53rd Symposium on Shock and Vibration. Part 4 : Damping and Machinery Dynamics.*, Shock and Vibration Bulletin, p. 103–111, Danvers, MA, USA, 1983. Naval Research Lab, Shock and Vibration Information Cent, Washington, DC, USA.
- S. K. BISWAS et R. D. KLAFTER : Dynamic modeling and optimal control of flexible robotic manipulators. *In Proceedings - 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation.*, p. 15–20 BN – 0–8186–0852–8, Philadelphia, PA, USA, 1988. IEEE, New York, NY, USA.
- P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J. P. RICHARD, F. ROTELLA et I. ZAMBETTAKIS : *Modélisation et Identification des Processus*. Technip, Paris, 1992.
- R. BRU, C. COLL et N. THOME : Gramian matrices and balanced model of generalized systems. *Applied Mathematics and Computation (New York)*, 148(2):341–350, 2004.

- M. BURAKOV : Structure of a neurofuzzy controller for control of dynamic objects. *Izvestiya Akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, (6):160–165, 2001.
- C. BURROWS, P. KEOGH et R. TASALTIN : Closed-loop vibration control of flexible rotors - an experimental study. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Mechanical Engineering Science*, 207(1):1–17, 1993.
- F. CASCIATI, L. FARAVELLI et T. YAO : Fuzzy logic in active structural control. In *Proceedings of the 1994 1st International Joint Conference of NAFIPS/IFIS/NASA, Dec 18-21 1994*, p. 268–272, San Antonio, TX, USA, 1994. IEEE.
- C. CHAN, X. LIU et W. YEUNG : Self-tuning neurofuzzy control for nonlinear systems with offset. In *Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, Jul 25-28 2001*, vol. 2 de *Annual Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society - NAFIPS*, p. 1021–1026, Vancouver, BC, Canada, 2001. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- C. W. CHANG et A. A. SHABANA : Hybrid control of flexible multi-body systems. *Computers and Structures*, 25(6):831–844, 1987.
- S. H. CHEN et G. YANG : A method for determining locations of electro-rheological dampers in structures. *Smart Materials and Structures*, 12(2):164–170, 2003.
- W. W. CLARK : Semi-active vibration control with piezoelectric materials as variable stiffness actuators. *Proceedings of the 1999 Smart Structures and Materials - Passive Damping and Isolation, Mar 1-Mar 2 1999 Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 3672:123–130, 1999.
- P.-Y. COUZON : *Contrôle actif neuro-flou de structures ; Application aux rotors supportés par paliers magnétiques actifs*. Thèse de doctorat, Insa de Lyon, 2003.
- N. G. CREAMER et J. L. JUNKINS : Identification method for lightly damped structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 11(6):571–576, 1988.
- M. DARLOW : Balancing of high-speed machinery - theory, methods, and experimental results. *Mechanical Systems and Signal Processing.*, 1(105-134), 1987.
- P. I. DAVIES et N. J. HIGHAM : A schur-parlett algorithm for computing matrix functions. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 25(2):646–485, 2003.

- X. DE LÉPINE, J. DER HAGOPIAN et J. MAHFOUDH : Contrôle modal à partir d'un modèle condensé équivalent réduit, application à un treillis. *In Vibrations, Chocs et bruits*, Lyon, France, 2006a.
- X. DE LÉPINE, J. DER HAGOPIAN et J. MAHFOUDH : Development of a condensed reduced model based modal control method for rotors supported by active magnetic bearings. *In The tenth International Symposium on Magnetic Bearings*, Martigny, Switzerland, 2006b.
- E. D. DENMAN et G. J. JEON : Control of large flexible systems via eigenvalues relocation. *Finite Elements in Analysis and Design*, 1(3):241–253, 1985.
- R. H. J. DODDS et L. A. LOPEZ : Substructuring in linear and nonlinear analysis. 15(4):583–597, 1980. TY - JOUR Compilation and indexing terms, Copyright 2006 Elsevier Inc. All rights reserved U1 - 80100007207 U2 - SUBSTRUCTURING.
- J. DORMAND et P. PRINCE : A family of embedded runge-kutta formulae. *J. Comp. Appl. Math.*, 6:19–26, 1980.
- G. DREYFUS, J. M. MARTINEZ, M. SAMUELIDES, M. B. GORDON, F. BADRAN, S. THIRIA et L. HÉRAULT : *Réseaux de Neurones, Méthodologies et Applications*. Paris, eyrolles édn, 2002.
- R. FIROOZIAN et R. STANWAY : Active vibration control of turbomachinery : A numerical investigation of modal controllers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2(3):243–264, 1988.
- C. FULLER, S. J. ELLIOTT et P. A. NELSON : *Active Control of Vibration*. Academic Press Inc., Londres, 1996.
- L. GAUDILLER et J. DER HAGOPIAN : Active control of flexible structures using a minimal number of components. *Journal of Sound and Vibration*, 193(3):713–741, 1996.
- J. GHABOUSSI et A. JOGHATAIE : Active control of structures using neural networks. *Journal of Engineering Mechanics*, 121(4):555–567, 1995.
- N. K. GUPTA, R. W. DU VAL et J. FULLER : New approach to active control of rotorcraft vibration. *AIAA Pap Collect of Tech Pap - AIAA Guid and Control Conf, Aug 11-13 1980*, p. 347–358, 1980.
- M. K. HABIB et J. I. INAYAT-HUSSAIN : Fuzzy logic based control of rotor motion in active magnetic bearings. *In 2004 IEEE Conference on Cybernetics and*

*Intelligent Systems, Dec 1-3 2004*, 2004 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems, p. 1218–1224 BN – 0780386442, Singapore, 2004. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., New York, NY 10016-5997, United States.

- N. HARLAND, B. MACE et R. JONES : Adaptive-passive control of vibration transmission in beams using electro/magnetorheological fluid filled inserts. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 9(2):209–220, 2001.
- E. IMAM, J. DER HAGOPIAN et M. LALANNE : Contribution to the dynamic behavior of flexible mechanisms. In *52nd Symposium on Shock and Vibration. Part 1 : Welcome, Keynote Address, Invited Papers, Rotor Dynamics and Machinery Vibration.*, Shock and Vibration Bulletin, p. 125–13, New Orleans, LA, USA, 1982. Naval Research Lab, Shock and Vibration Information Cent, Washington, DC, USA.
- F. JABBARI et J. S. GIBSON : Vector-channel lattice filters and identification of flexible structures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(5):448–456, 1988.
- J.-S. R. JANG, C.-T. SUN et E. MIZUTANI : *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*. Upper Saddle River NJ, prentice hall édn, 1997.
- M.-J. JANG, C.-L. CHEN et Y.-M. TSAO : Sliding mode control for active magnetic bearing system with flexible rotor. *Journal of the Franklin Institute*, 342(4):401–419, 2005.
- R. E. KALMAN : On the general theory of control systems. In *Proceedings of the 1st IFAC, Moscow Congress, Russia*, 1960.
- R. K. KANESTROM et O. EGELAND : Design of a nonlinear active vibration damping system for a flexible truss structure. In *Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control. Part 2 (of 4), Dec 15-17 1993*, vol. 2 de *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, p. 1404–1405, San Antonio, TX, USA, 1993. Publ by IEEE, Piscataway, NJ, USA.
- Y. KANG, Y. CHANG, M. TSENG, P. TANG et Y. CHANG : A modified approach based on influence coefficient method for balancing crank-shafts. *Journal of Sound and Vibration*, 234(2):277–296, 2000.
- C. E. KAPLOW et J. R. VELMAN : Active local vibration isolation applied to a flexible space telescope. 3(3):227–233, 1980.

- D.-H. KIM, J.-H. HAN, D.-H. KIM et I. LEE : Vibration control of structures with interferometric sensor non-linearity. *Smart Materials and Structures*, 13(1):92–99, 2004.
- S. KIM et W. W. CLARK : Fuzzy logic semi-active vibration control. *Adaptive Structures and Material Systems - 1999 (The ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition)*, Nov 14–Nov 19 1999 American Society of Mechanical Engineers, Aerospace Division (Publication) AD, 59:367–372, 1999.
- C. R. KNOSPE, R. W. HOPE, S. J. FEDIGAN et R. D. WILLIAMS : Experiments in the control of unbalance response using magnetic bearings. *Mechatronics*, 5 (4):385–400, 1995.
- A. KOLLIAS et A. D. DIMAROGONAS : Damping of rotor vibrations using electrorheological fluids in disc type devices. In *Third International Conference on Adaptive Structures, Nov 9–11 1992*, vol. 2040 de *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, p. 176–193, San Diego, CA, USA, 1993. Publ by Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, Bellingham, WA, USA.
- S. LAI, Y. WANG et D.-M. SUN : Robust active vibration control for a flexible plate based on frequency domain identified model. *Xitong Fangzhen Xuebao / Journal of System Simulation*, 17(4):957–961, 2005.
- M. LALANNE, P. BERTHIER et J. DER HAGOPIAN : *Mechanical Vibrations for Engineers*. John Wiley and Sons Ltd, New York, 1984.
- M. LALANNE et G. FERRARIS : *Rotordynamics Prediction in Engineering*. John Wiley and Sons Ltd, New York, 2<sup>e</sup> éd., 1998.
- S.-H. LEE, B.-S. KIM, J.-D. MOON et D.-H. KIM : A study on active balancing for rotating machinery using influence coefficient method. In *2005 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation CIRA 2005, Jun 27–30 2005*, Proceedings of IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, CIRA, p. 659–664, Espoo, Finland, 2005. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., Piscataway, NJ 08855-1331, United States.
- S. LEI, A. PALAZZOLO, U. NA et A. KASCAK : Non-linear fuzzy logic control for forced large motions of spinning shafts. *Journal of Sound and Vibration*, 235 (3):435–449, 2000.

- Y.-G. LEU, W.-Y. WANG et T.-T. LEE : Observer-based direct adaptive fuzzy-neural control for nonaffine nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 16(4):853–861, 2005.
- K. LEVENBERG : A method for the solution of certain problems in least squares. *Quart. Appl. Math.*, 2:164–168, 1944.
- R. LI, M. YU, W. CHEN, C. LIAO et X. DONG : Control of automotive suspensions vibration via magneto rheological damper. *Jixie Gongcheng Xuebao/Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 41(6):128–132, 2005.
- W. LI et L. WANG : Review on vibration control technology of high-speed rotor system. *Jixie Qiandu/Journal of Mechanical Strength*, 27(1):44–49, 2005.
- S. LIM, S.-M. PARK et K.-I. KIM : A vibration control of high-speed rotor systems using electrorheological fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 284(3-5):685–703, 2005.
- J. LIN : A vibration absorber of smart structures using adaptive networks in hierarchical fuzzy control. *Journal of Sound and Vibration*, 287(4-5):683–705, 2005.
- Y.-H. LIN et H.-C.-C. YU : Active modal control of a flexible rotor. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18(5):1117–1131, 2004.
- L. LJUNG : *System Identification - Theory For the User*. Upper Saddle River NJ, prentice hall édn, 1999.
- G. LOU, T. WU et C. CHENG : Boundary element analysis of packed silencers with a substructuring technique. *Special Issue on Acoustics Engineering Analysis with Boundary Elements*, 27(7):643–653, 2003.
- Q. LU, Z. PENG, F. CHU et J. HUANG : Active vibration control using direct adaptive fuzzy sliding mode controller. *Jixie Gongcheng Xuebao/Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 40(1):90–94, 2004.
- J. MAHFOUDH, X. DE LÉPINE, N. LÉVECQUE et J. DER HAGOPIAN : Numerical and experimental investigations for rotation machines balancing without test run. In P. VAROTO et M. TRINDADE, éds : *XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*, Ilhabela, Brazil, 2007.
- M. MALHIS, L. GAUDILLER et J. DER HAGOPIAN : Fuzzy modal active control of flexible structures. *Journal of Vibration and Control*, 11:67–88, 2005.
- D. MARQUARDT : An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM J. Appl. Math.*, 11:431–441, 1963.

- L. MEIROVITCH et H. BARUH : Robustness of the independent modal space control method. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 6(1):20–25, 1983.
- L. MEIROVITCH et H. BARUH : Implementation of modal filters for control of structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 8(6):707–716, 1985.
- L. MEIROVITCH et L. M. SILVERBERG : Active vibration suppression of a cantilever wing. *Journal of Sound and Vibration*, 97(3):489–498, 1984.
- M. MENDOZA, F. DONADO et J. CARRILLO : Synthesis and characterization of micrometric ceramic powders for electro-rheological fluids. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 64(11):2157–2161, 2003.
- B. C. MOORE : Principal component analysis in nonlinear systems : Preliminary results. *Proc IEEE Conf Decis Control Incl Symp Adapt Processes 18th, Dec 12-14 1979 Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 2:1057–1060, 1979.
- K. S. NARENDRA et K. PARTHASARATHY : Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions in Neural Networks*, 1(1):4–27, 1990.
- P. NELSON et S. J. ELLIOTT : *Active Control of Sound*. Academic Press, London, 1992.
- S. OH, S. ROH et T. AHN : Parameter estimation of fuzzy controller using genetic optimization and neurofuzzy networks. *In Second International Symposium on Neural Networks : Advances in Neural Networks - ISSN 2005, May 30-Jun 1 2005*, vol. 3498 de *Lecture Notes in Computer Science*, p. 107–112, Chongqing, China, 2005. Springer Verlag, Heidelberg, D-69121, Germany.
- A. V. OPPENHEIM et R. W. SCHAFER : *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice hall édn, 1989.
- K. R. PADIYAR, S. S. PRABHU, M. A. PAI et K. GOMATHI : Design of stabilizers by pole assignment with output feedback. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2(3):140–146, 1980.
- A. PALAZZOLO, S. JAGANNATHAN, G. MONTAGUE, A. KASCAK et L. KIRALY : Hybrid active vibration control of rotorbearing systems using piezoelectric actuators. *In 1991 ASME Design Technical Conference presented at the 13th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Sep 22-25 1991*, vol. 38 de

*American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE*, p. 227–240 BN – 0–7918–0629–4, Miami, FL, USA, 1991. Publ by ASME, New York, NY, USA.

- M. M. POLYCARPOU et P. A. IOANNOU : Modelling, identification and stable adaptive control of continuous-time nonlinear dynamical systems using neural networks. *In Proceedings of the 1992 American Control Conference*, 1992.
- A. PREUMONT : *Vibration Control of Active Structures*. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht / Boston / Londres, 1997.
- W. E. PURCELL : Materials for noise and vibration control. *Sound and Vibration*, 11(7):20429, 1977.
- C. ROGERS, C. FULLER et C. LIANG : Active control of sound radiation from panels using embedded shape memory alloy fibers. *Journal of Sound and Vibration*, 136(1):164–170, 1990.
- G. SCHWEITZER et H. ULBRICH : Magnetic bearings - a novel type of suspension. *I Mech E Conf Publ 1980-4, Int Conf - Vib in Rotating Mach*, (2):151–156, 1980.
- M. SETAREH : Floor vibration control using semi-active tuned mass dampers. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 29(1):76–84, 2002.
- R. SIMÕES, J. DER HAGOPIAN et J. MAHFOUDH : About the implementation of an optimal modal controller in flexible rotor by using piezoelectric actuators. *In 7th IFToMM-Conference on Rotor Dynamics*, Vienne, Autriche, 2005.
- A. SINHA et C. KAO : Independent modal sliding mode control of vibration in flexible structures. *Journal of Sound and Vibration*, 147(2):352–358, 1991.
- J. J. SLOTINE et S. SASTRY : Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators. *International Journal of Control*, 1982.
- Y. SONG, Y. YU, C. ZHANG et Z. WU : Stochastic optimal control of residual vibration of flexible redundant manipulators. *Jixie Gongcheng Xuebao/Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 38(9):33–37, 2002.
- R. STANWAY et C. R. BURROWS : Stabilization of a flexible rotor by eigenvalue assignment. *Int Conf on Control and Its Appl, Mar 23-25 1981*, (194):102–105, 1981.
- F. K. STRAUB : Feasibility study of using smart materials for rotor control. *Smart Materials and Structures*, 5(1):1–10, 1996.

- C.-C. SUNG, V. V. VARADAN, X.-Q. BAO et V. K. VARADAN : Active control of torsional vibration using piezoceramic sensors and actuators. *In Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*.
- C.-Y. TYAN, P. P. WANG et D. R. BAHLER : An application on intelligent control using neural networks and fuzzy logic. *Neurocomputing*, 12:345–363, 1996.
- H. ULBRICH : Control of flexible rotors by active elements. *In Rotating Machinery Dynamics. Presented at the 1987 ASME Design Technology Conferences - 11th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise.*, vol. 2 de *American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE*, p. 191–196, Boston, MA, USA, 1987. ASME, New York, NY, USA.
- P. VAN OVERSCHEE et B. DE MOOR : *Subspace Identification for Linear Systems : Theory, Implementation Applications*. Kluwer Academic Publ., Boston, 1996.
- D. VISCHER et H. BLEULER : Self-sensing active magnetic levitation. *5th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Aug 3-5 1992 IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2):1276–1281, 1993.
- X. WANG, J. CHEN, W. GAO, L. DU et F. MA : Active vibration control to intelligent plate based on  $h_{\infty}$  theory. *Yingyong Lixue Xuebao/Chinese Journal of Applied Mechanics*, 22(4):517–521, 2005.
- R. A. WILLEM : Simple mechanical means for dynamic balancing of rigid rotors. *Technos*, 6(2):41–48, 1977.
- S. YANG, Y. TUNG et Y. LIU : Neuro-fuzzy system design methodology for vibration control. *Asian Journal of Control*, 7(4):393–400, 2005.
- H.-C. YU, Y.-H. LIN et C.-L. CHU : Robust modal vibration suppression of a flexible rotor. *Mechanical Systems and Signal Processing*, In Press, Corrected Proof, 2005.
- L. A. ZADEH : Fuzzy sets. *Information and Control*, 8:338–353, 1965.
- G. ZHANG, J. FURUSHO et M. SAKAGUCHI : Vibration suppression control of robot arms using a homogeneous-type electrorheological fluid. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 5(3):302–309, 2000.
- D. ZIMMERMAN et M. WIDENGREN : Correcting finite element models using a symmetric eigenstructure assignment technique. *AIAA Journal*, 28(9):1670–1676, 1990.



## Annexe A

# Réseaux de neurones

### A.1 Architecture

*Définition : Un neurone est une fonction algébrique non linéaire, paramétrée, à valeurs bornées  $c$ .*

Les variables sur lesquelles opère le neurone sont habituellement désignées sous le terme d'entrées du neurone, et la valeur de la fonction sous celui de sortie.

Une première représentation est montrée FIG. A.1.

$y$  : sortie du neurone =  $f(x_1, x_2, \dots, x_n; w_1, w_2, \dots, w_m)$ , [scalaire].

$x_1, x_2, \dots, x_n$  : entrées du neurone.  $x_i$  = [scalaire] mais  $X$  = vecteur  $n \times 1$ . Il s'agit des variables.

$w_1, \dots, w_m$  : paramètres du neurone.  $w_i$  = [scalaire].

$f$  = fonction non-linéaire déterminant la sortie du neurone.

La fonction  $f$  peut être paramétrée de manière quelconque. On peut distinguer

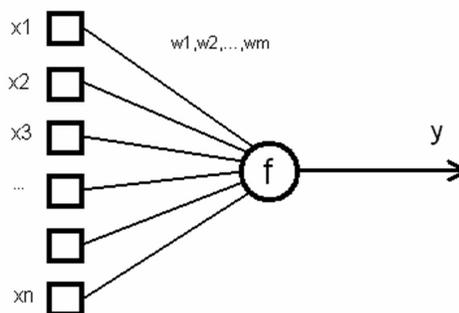


FIG. A.1 – Représentation du neurone selon Dreyfus *et al.* [2002]

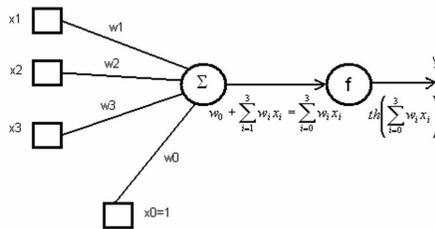


FIG. A.2 – Neurone à trois entrées avec biais selon Dreyfus *et al.* [2002]

deux types de neurones, en fonction de la manière dont interviennent leurs paramètres :

- Neurones à entrées paramétrées
- Neurones à non-linéarité paramétrée

### A.1.1 Les neurones à entrées paramétrées

Ce sont les neurones les plus fréquemment utilisés. Pour cette catégorie, un paramètre est associé à chaque entrée du neurone. La sortie du neurone à  $n$  entrées  $x_i$ ,  $i = 1$  à  $n$ . Le plus souvent, fonction  $f$  est la composition de deux opérations :

- Le calcul du "potentiel"
- Le calcul d'une fonction non-linéaire du potentiel, dite "fonction d'activation"

#### Calcul du potentiel

Il s'agit de l'opération effectuée sur les entrées du neurone. Le résultat de cette opération est ensuite soumise à la fonction d'activation. Le calcul du potentiel consiste souvent à la somme des entrées, pondérées par les paramètres. A cette somme, il peut être également ajouté une entrée particulière, appelée biais (FIG. A.2), qui a une valeur constante égale à 1, et qui est également pondérée. L'indice de la pondération associée au biais est généralement égal à 0.

Potentiel d'un neurone calculé par la somme des entrées pondérées par les paramètres, avec ajout d'un biais.

$$\text{Exemple de potentiel : } v = w_0 + \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

$w_0$  : paramètre associé au biais  $w_i$  : paramètre associé à la  $i^{\text{ème}}$  entrée

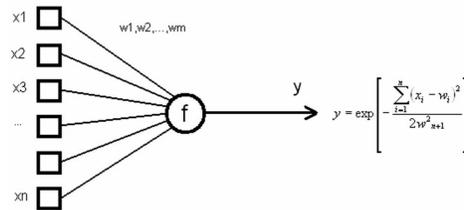


FIG. A.3 – Exemple de neurone à non-linéarité paramétrée

Remarque : les paramètres de ce type de neurone sont communément appelés poids.

### Calcul de la fonction d'activation

Cette fonction non-linéaire a pour entrée le potentiel du neurone. Cette fonction peut être tout à fait quelconque. Néanmoins, cette fonction est souvent une sigmoïde. D'autres fonctions peuvent être utilisées en fonction du problème.

*Remarque* : une fonction sigmoïde est une fonction en forme de "s" symétrique par rapport à 0, telle que la fonction tangente hyperbolique ou arctangente.

Les entrées sont sous la forme d'un vecteur colonne à R lignes (R=nombre d'entrées). Les poids sont sous la forme d'un vecteur ligne à R colonnes pour un neurone. Le biais est bien différencié des entrées. Ici, le calcul du potentiel est effectué par une somme (*net.InputFcn='netsum'* sous Matlab). Il existe la fonction produit (*'netprod'*). Les autres opérations doivent être définies manuellement (Custom function).

*Remarque* : les neurones dont le potentiel est une fonction polynomiale des entrées sont appelés neurones d'ordre supérieur.

### A.1.2 Les neurones à non-linéarité paramétrée

Les paramètres de ces neurones interviennent directement dans la fonction d'activation. Cette fonction peut être une fonction radiale (RBF pour Radial Basis Function) ou encore une ondelette. Le nombre de paramètres n'est donc pas nécessairement égal au nombre d'entrées (d'ailleurs, en général ce n'est pas le cas). Un schéma est présenté FIG. A.3.

## A.2 Réseau de neurones (couches de neurones)

L'intérêt des neurones réside dans les propriétés qui résultent de leur association en réseaux, c'est-à-dire de la composition des fonctions non linéaires réalisées par chacun des neurones. On distingue deux types de réseaux de neurones : les réseaux non-bouclés, et les réseaux bouclés.

*Réseau non-bouclé* : Un réseau de neurones non-bouclé réalise une (ou plusieurs) fonction algébrique de ses entrées, par composition des fonctions réalisées par chacun des neurones.

*Réseau bouclé* : Un réseau de neurones bouclé à temps discret réalise une (ou plusieurs) équation aux différences non linéaires, par composition des fonctions réalisées par chacun des neurones et des retards associés à chacune des connexions.

*Propriété du réseau de neurones bouclé* : Tout réseau de neurones bouclé, aussi complexe soit-il, peut être mis sous une forme canonique, comportant un réseau de neurones non-bouclé dont certaines sorties (les variables d'état) sont ramenées aux entrées par des bouclages de retard unité (plus de détails dans Dreyfus *et al.* [2002]).

Cette propriété met en avant que l'élément de base est le réseau de neurones non-bouclé. C'est donc ce type de réseau qui sera explicité ci-après.

*Description* : un réseau de neurones non-bouclé est représenté graphiquement par un ensemble de neurones "connectés" entre eux, l'information circulant des entrées vers les sorties sans "retour en arrière". Les neurones qui effectuent le dernier calcul de la composition de fonctions sont les neurones de sortie ; ceux qui effectuent des calculs intermédiaires sont les neurones cachés (FIG. A.4).

*Remarque* : attention à la mention "couche d'entrée" ou "neurone d'entrée". Cette expression est trompeuse, car les entrées ne sont pas des neurones : elles ne réalisent aucun traitement de l'information, puisqu'elles ne font que transmettre les valeurs des variables.

L'exemple de la FIG. A.5 de réseau à deux couches à  $n + 1$  entrées ( $n$  entrées + un biais), une couche de  $N_c$  neurones cachés à fonction d'activation sigmoïde et un neurone de sortie linéaire. Sa sortie  $g(x, w)$  est une fonction algébrique non linéaire du vecteur des entrées  $x = [x_1, x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  et du vecteur des paramètres  $w$  qui possède  $(n + 1)N_c + (N_c + 1)$  valeurs.

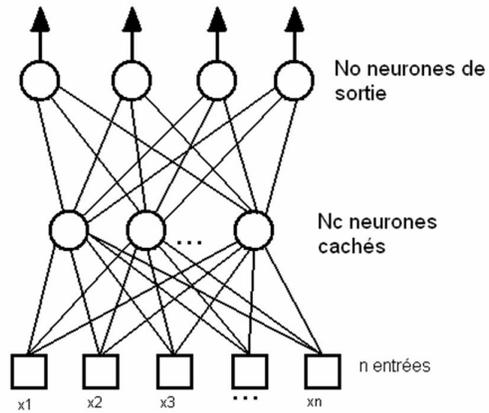


FIG. A.4 – Représentation d'un réseau de neurones non-bouclé avec couches cachées

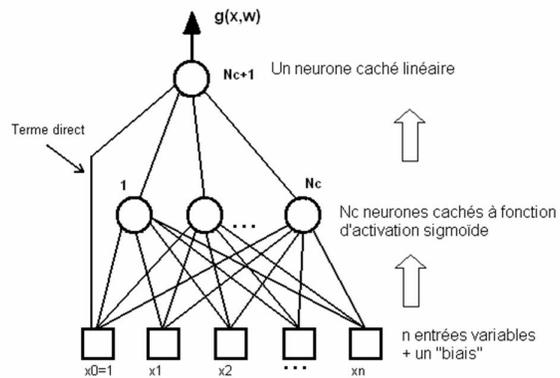


FIG. A.5 – Représentation générale d'un réseau avec sortie directe

### A.2.1 Sortie du réseau

$$\begin{aligned}
 g(x, w) &= \sum_{i=1}^{N_c} \left[ w_{N_c+1,i} \text{th} \left( \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j + w_{j0} \right) \right] + w_{N_c+1,0} \\
 &= \sum_{i=1}^{N_c} \left[ w_{N_c+1,i} \text{th} \left( \sum_{j=0}^n w_{ij} x_j \right) \right] + w_{N_c+1,0}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Par convention,  $w_{ij}$  est le paramètre relatif à la connexion allant du neurone  $j$  vers le neurone  $i$ .

**Réseau de RBF (Radial Basis Function) :** Les paramètres relatifs aux RBF ne sont pas attachés aux connexions, mais à la non-linéarité elle-même ; en revanche, le neurone de sortie (linéaire) réalise une somme pondérée des sorties des neurones cachés.

Pour le même réseau, avec des fonctions d'activation radiales gaussiennes :

$$g(x, w) = \sum_{i=1}^{N_c} \left[ w_{N_c+1,i} \exp \left( - \frac{\sum_{j=0}^n (x_j - w_{ij})^2}{2w_i^2} \right) \right] \tag{A.2}$$

Ici, interviennent :

- Poids de la dernière couche
- Paramètre des fonctions radiales

*Remarque 1 :* les poids des connexions de la première couche sont tous égaux à 1.

*Remarque 2 :* Dans ces réseaux, la sortie est une fonction linéaire des poids de la dernière couche de connexions, et elle est une fonction non linéaire des paramètres des gaussiennes.

### A.3 Matrice des gains avec la représentation Matlab

La FIG. A.6 montre une couche de neurones avec la notation *Matlab*®. La matrice des paramètres (poids) s'écrit :

$$W = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \cdots & w_{1,R} \\ w_{2,1} & & & w_{1,R} \\ \vdots & & & \vdots \\ w_{S,1} & w_{S,2} & & w_{S,R} \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

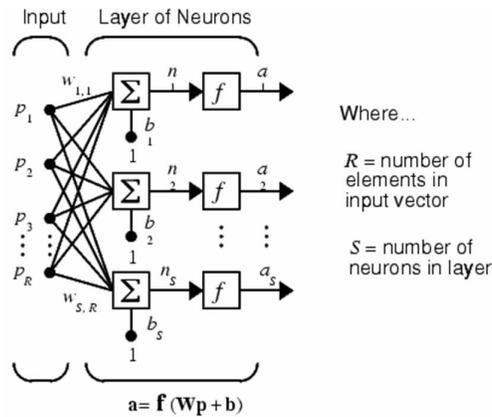


FIG. A.6 – Représentation *Matlab*® d'un réseau une couche

Avec  $S$  : numéro du neurone de destination.  $R$  : numéro du neurone de provenance.

La notation abrégée est présentée FIG. A.7.

*Remarques :*

Il y a :

- Autant de sorties que de neurones.
- Un seul type de fonction d'activation pour couche.
- Opération terme à terme.

Plusieurs couches de neurones sont présentées FIG. A.8.

Matrice des paramètres :  $IW_{i,j}$  : Matrice relative aux entrées  $LW_{i,j}$  : Matrice relative aux autres couches (couches cachées et couches de sortie)

$i$  : couche de destination  $j$  : couche de provenance. Dans le cas de  $IW$ , la provenance concerne forcément les entrées.

La matrice de paramètres générale d'un réseau de neurones est sur trois niveaux :

$LW$  (matrice de poids entre couches : [nbre de couches  $\times$  nbre de connections inter-couches])

⇓

$W$  (entre couches et entrées de couche : [nbre de neurones  $\times$  nbre d'entrées])

⇓

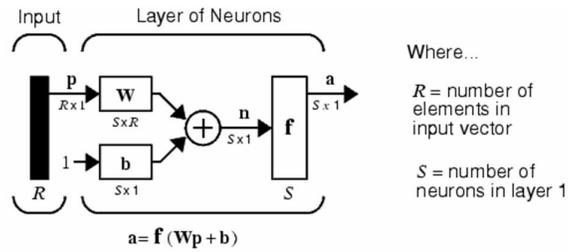


FIG. A.7 – Représentation *Matlab*® abrégée d'un réseau une couche

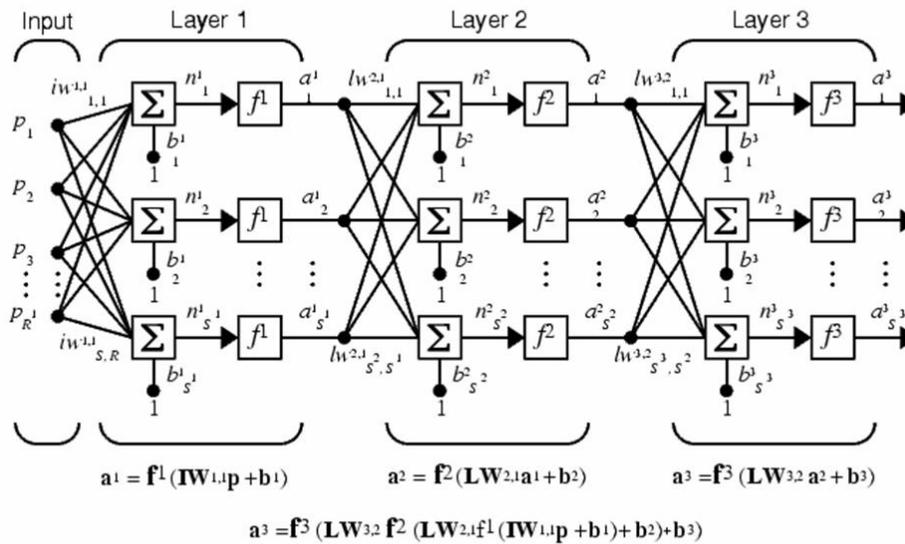


FIG. A.8 – Représentation *Matlab*® d'un réseau à plusieurs couches

$W$  (entre neurones et entrées de couche : [vecteur colonne de dimension 'nbre d'entrées'])

Ce sont les poids entre couches qui sont récupérés pour obtenir les gains des matrices discrètes utilisées pour l'identification. Il est aisé de rendre la récupération de ces gains systématique après l'apprentissage.



## Annexe B

# Prescriptions sur l'identification du MCE

### B.1 Filtre numérique

Le filtre numérique est l'outil qui permettra de séparer à la fois l'influence du bruit au niveau des capteurs et des modes supérieurs. Les signaux sont traités "offline" et sont issus des capteurs de déplacement. Parmi les différents types de filtres qui existent, ce sont ceux de type Butterworth qui sont utilisés. Ce type de filtre présente l'avantage d'être très plat à l'origine, et d'amplitude régulière en bande passante. Cette propriété permet d'obtenir des signaux utilisables pour l'identification du MCE. En effet, l'effet de modulation du filtre altère la qualité de l'identification du MCE. Les fonctions de transmission  $H(s)$  du filtre de Butterworth (inverse des fonctions de transfert) sont présentées dans le TAB. B.1 en fonction de l'ordre  $n$  du filtre.

Ces fonctions de transmission sont des fonctions normalisées des filtres qui sont ensuite dénormalisées pour s'adapter à l'étude. La fonction de transfert des filtres montre que les signaux sont déphasés en fonction de la fréquence filtrée. Afin de minimiser l'influence de cette modulation dans l'identification du MCE, un filtre numérique sans déphasage est utilisé. Dans l'interface *Matlab*®, c'est la fonction *filtfilt* qui est utilisée. La procédure est la suivante :

- Estimer les coefficients du filtre avec la commande *Matlab*® :

$$[b,a] = \text{butter}(\text{frequence}, \text{ordre})$$

- Appeler la fonction :

$$\text{signal filtré} = \text{filtfilt}(b,a, \text{signal non filtré})$$

- Oter les premières et les dernières valeurs du signal filtré afin d'éviter les effets de "fenêtrage". Ces effets n'ayant pas de sens physique, l'identification

n	H(s)
1	$(1 + s)$
2	$(1 + 1.414s + s^2)$
3	$(1 + s)(1 + 1.000s + s^2)$
4	$(1 + 1.848s + s^2)(1 + 0.765s + s^2)$
5	$(1 + s)(1 + 1.618s + s^2)(1 + 0.618s + s^2)$
6	$(1 + 1.932s + s^2)(1 + 1.414s + s^2)(1 + 0.518s + s^2)$
7	$(1 + s)(1 + 1.802s + s^2)(1 + 1.247s + s^2)(1 + 0.445s + s^2)$
8	$(1 + 1.962s + s^2)(1 + 1.663s + s^2)(1 + 1.111s + s^2)(1 + 0.390s + s^2)$
9	$(1 + s)(1 + 1.879s + s^2)(1 + 1.532s + s^2)(1 + 1.000s + s^2)(1 + 0.347s + s^2)$

TAB. B.1 – Quelques polynômes de Butterworth

risque d'en être très altérée.

## B.2 Calcul d'exponentielles de matrices

Le calcul d'exponentielles de matrices est essentiellement utilisé pour travailler avec des modèles discrétisés. Dans le cadre de l'identification du MCE, ces matrices sont directement identifiées. Mais il peut être nécessaire de calculer ces matrices afin de diminuer le temps de calcul dans le cas d'un contrôle en temps réel. En effet, l'utilisation de matrices continues implique l'utilisation d'intégration en temps, qui peut consommer du temps de calcul.

Plusieurs méthodes existent pour calculer des exponentielles de matrices. Nous pouvons citer l'*approximation de Pade*, le *développement par série de Taylor*, et le calcul par *valeurs propres, vecteurs propres*. Le choix des méthodes s'effectue en fonction du problème demandé.

La fonction *Matlab*® qui permet d'obtenir un modèle discrétisé à partir des matrices d'un modèle continu est appelée *d2c*.

## Annexe C

# Condensation de Guyan

Cette partie est issue du livre Preumont [1997]. La taille d'un modèle discrétisé obtenu par éléments finis est fonction de la représentation de la raideur choisie. Pour des géométries compliquées, ce modèle peut devenir très important, surtout avec les générateurs automatiques de maillage, qui sont maintenant communs dans les logiciels EF. Avant de résoudre le problème de valeurs propres et vecteurs propres de l'EQ. D.3, il peut être intéressant de réduire la taille du modèle de l'EQ. D.1 en condensant les degrés de liberté avec *peu* ou *pas* d'inertie, et qui ne sont pas excités par des efforts extérieurs. Les degrés de liberté qui doivent être condensés, notés par  $x_2$  par la suite, sont souvent appelés *nœuds esclaves* tandis ceux qui sont gardés dans le modèle réduit sont appelés *nœuds maîtres*, et seront notés par  $x_1$  par la suite.

Dans un premier temps, considérons la vibration forcée d'une structure où les nœuds esclaves ne sont pas excités, et n'ont pas d'inertie ; l'équation qui gouverne le mouvement de cette structure s'écrit :

$$\begin{pmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

qui peut se ré-écrire :

$$M_{11}\ddot{x}_1 + K_{11}x_1 + K_{12}x_2 = f_1 \quad (\text{C.2})$$

$$K_{21}x_1 + K_{22}x_2 = 0 \quad (\text{C.3})$$

Selon l'EQ. C.3, les nœuds esclaves  $x_2$  sont complètement déterminés par les nœuds maîtres.

$$x_2 = -K_{22}^{-1}K_{21}x_1 \quad (\text{C.4})$$

En ré-introduisant cette relation dans l'EQ. C.2, nous obtenons l'équation réduite :

$$M_{11}\ddot{x}_1 + (K_{11} - K_{22}^{-1}K_{21})x_1 = f_1 \quad (\text{C.5})$$

qui ne prend en compte que  $x_1$ .

L'idée de la réduction de Guyan est de supposer que la relation *maître-esclave* de l'EQ. C.4 reste vraie même quand  $x_2$  possède un peu d'inertie (quand la sous-matrice  $M_{22}$  n'est pas identiquement nulle) ou quand des efforts sont appliqués. Nous supposons la relation suivante :

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ -K_{22}^{-1}K_{21} \end{pmatrix} x_1 = Lx_1 \quad (\text{C.6})$$

Les matrices réduites de masse et de raideur sont obtenues en substituant la transformation de l'EQ. C.6 dans le calcul de l'énergie cinétique et l'énergie élastique :

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}\dot{x}^T M \frac{1}{2}\dot{x}^T M \dot{x} = \frac{1}{2}\dot{x}_1^T L^T M L \dot{x}_1 = \frac{1}{2}\dot{x}_1^T \hat{M} \dot{x}_1 \\ U &= \frac{1}{2}\dot{x}^T K \frac{1}{2}\dot{x}^T K \dot{x} = \frac{1}{2}\dot{x}_1^T L^T K L \dot{x}_1 = \frac{1}{2}\dot{x}_1^T \hat{K} \dot{x}_1 \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

avec,

$$\begin{aligned} \hat{M} &= L^T M L \\ \hat{K} &= L^T K L \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

De la seconde équation, il découle que  $\hat{K} = K_{11} - K_{22}^{-1}K_{21}$  comme dans l'EQ. C.5. Si les efforts extérieurs sont appliqués sur  $x_2$ , les efforts réduits sont obtenus en mettant en équation le travail virtuel :

$$\delta x^T f = \delta x_1^T L^T f = \delta x_1^T \hat{f}_1 \quad (\text{C.9})$$

avec

$$\hat{f} = L^T f = f_1 - K_{22}^{-1}K_{21}f_2 \quad (\text{C.10})$$

Au final, l'équation réduite s'écrit :

$$\hat{M}\ddot{x}_1 + \hat{K}x_1 = \hat{f}_1 \quad (\text{C.11})$$

En général, il n'est pas nécessaire de considérer la matrice d'amortissement dans la réduction, parce qu'elle est rarement connue à ce moment de l'analyse. La condensation de Guyan peut être réalisée automatiquement dans les logiciels EF qui existent dans le commerce, et les nœuds maîtres et esclaves sont sélectionnés

par l'utilisateur. Lors de la sélection, les étapes suivantes doivent être gardées à l'esprit :

- Les degrés de liberté sans inertie ou sur lesquels sont soumis des efforts peuvent être condensés sans altérer la précision du calcul.
- Les degrés de liberté en mouvement de translation possèdent plus d'informations que ceux en mouvement de rotation. En sélectionnant les nœuds maîtres, il est préférable de choisir les nœuds en mouvement de translation, surtout si d'importantes amplitudes modales sont prévues.
- Il peut être démontré que l'erreur dans la forme du mode  $\phi_i$  associée à la condensation de Guyan est une fonction croissante de rapport :

$$\frac{\omega_i^2}{\eta_1^2} \quad (\text{C.12})$$

où  $\omega_i^2$  est la pulsation naturelle du mode  $i$  et  $\eta_1^2$  est la première pulsation naturelle du système contraint, où tous les nœuds maîtres  $x_1$  ont été bloqués ( $\eta_1$  est la solution la plus faible de  $\det(K_{22} - \eta^2 M_{22})$ ). Par conséquent,  $\eta_1$  doit être suffisamment supérieur à la bande de fréquences (pulsation)  $\omega_b$  dans laquelle le modèle doit être précis. Le fait de considérer l'effet de contraintes supplémentaires sur  $\eta_1$  peut souvent être utilisé comme une indication pour aider au choix des nœuds maîtres  $x_1$ .



## Annexe D

# Méthodes de calcul des fréquences et des modes d'un système

### D.1 Introduction

Les méthodes décrites ci-dessous sont présentées de façon plus complète dans Lalanne *et al.* [1984]. L'hypothèse de base de ces calculs est que de faibles amortissements ont seulement un effet du second ordre sur les fréquences. On peut également montrer qu'un amortissement faible n'a que peu d'influence sur la forme des modes. C'est la raison pour laquelle on peut considérer que l'amortissement peut être négligé quand celui-ci est faible.

### D.2 La méthode directe

Le problème des équations du mouvement sans amortissement s'écrit :

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (\text{D.1})$$

Ses solutions sont recherchées sous la forme :

$$x = X e^{rt} = X e^{j\omega t} \quad (\text{D.2})$$

Ceci amène à :

$$(K - \omega^2 M)X = 0 \quad (\text{D.3})$$

Les fréquences sont obtenues en fixant le déterminant de la matrice  $(K - \omega^2 M)$  à zéro ; ainsi, pour chaque valeur de  $\omega_i$ , les composantes de  $X$  sont déterminées et normalisées pour donner les modes  $\phi_i$ . La méthode directe n'est efficace que pour un nombre réduit de degrés de liberté.

### D.3 La méthode de Rayleigh-Ritz

C'est la généralisation de la méthode de Rayleigh effectuée par Ritz. Cette méthode est utilisée pour réduire le nombre de degrés de liberté du système et pour estimer la fréquence la plus basse. Dans un premier temps, des hypothèses "raisonnables" sont émises afin d'estimer les déplacements du système. Ritz suggéra d'écrire cette hypothèse sous forme matricielle.

$$\begin{aligned} x &= (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n) \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} \\ &= \gamma p \end{aligned} \quad (D.4)$$

où  $\gamma_i$  sont des vecteurs de dimensions  $N$ , avec  $n \ll N$ . L'EQ. D.4 doit satisfaire géométriquement les conditions limites du système, c'est-à-dire les contraintes en déplacement et en pente. En ré-écrivant l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique à partir de l'EQ. D.4, nous obtenons :

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \dot{p}^T M \dot{p} \\ U &= \frac{1}{2} \gamma^T M \gamma \end{aligned} \quad (D.5)$$

En utilisant les équations de Lagrange, on obtient :

$$\dot{\gamma}^T M \gamma \ddot{p} + \gamma^T K \gamma p = 0 \quad (D.6)$$

Le système décrit dans l'EQ. D.6 est d'ordre  $n$ , dont la valeur est très inférieure à celle du système complet. Cette réduction de l'ordre simplifie la recherche des fréquences et des modes propres, mais la solution n'est pas exacte. Après avoir résolu l'EQ. D.6 avec la méthode directe, ou n'importe quelle autre méthode, les déplacements physiques sont recalculés à partir de l'EQ. D.6. En pratique, le choix des vecteurs  $\gamma_i$  n'est pas évident. Le vecteur  $\gamma_1$  peut être raisonnablement choisi comme étant la déflexion statique du système soumis aux efforts de gravité.

## D.4 La méthode itérative

La méthode itérative consiste à calculer les fréquences et les modes de façon successive. La méthode présentée ci-après est une méthode parmi beaucoup d'autres. Soit l'EQ. D.3 :

$$\omega^2 MX = KX \quad (\text{D.7})$$

qui peut se ré-écrire :

$$AX = \frac{1}{\omega^2} X \quad (\text{D.8})$$

avec,

$$A = K^{-1}M \quad (\text{D.9})$$

Faisons le choix du vecteur d'essai  $\phi_{(1)}$  qui est suffisamment général pour être une combinaison linéaire de tous les modes du système. Ce vecteur s'écrit alors :

$$\phi_{(1)} = a_1\phi_1 + a_2\phi_2 + \dots \quad (\text{D.10})$$

avec :

$$a_1, a_2, \dots \neq 0$$

Le produit de A avec l'EQ. D.10 donne :

$$A\phi_{(1)} = a_1A\phi_1 + a_2A\phi_2 + \dots \quad (\text{D.11})$$

L'EQ. D.8 permet d'écrire :

$$A\phi_1 = \frac{\phi_1}{\omega_1^2} ; A\phi_2 = \frac{\phi_2}{\omega_1^2} ; \dots \quad (\text{D.12})$$

Ce qui permet d'écrire l'EQ. D.11 telle que :

$$A\phi_{(1)} = a_1 \frac{\phi_1}{\omega_1^2} + a_2 \frac{\phi_2}{\omega_1^2} + \dots \quad (\text{D.13})$$

Nous pouvons répéter ce processus avec un nouveau vecteur d'essai :

$$\phi_{(2)} = A\phi_{(1)} \quad (\text{D.14})$$

Ce qui nous donne :

$$\begin{aligned}
A\phi_{(2)} &= a_1 \frac{A\phi_1}{\omega_1^2} + a_2 \frac{A\phi_2}{\omega_1^2} + \dots \\
&= a_1 \frac{\phi_1}{\omega_1^4} + a_2 \frac{\phi_2}{\omega_1^4} + \dots
\end{aligned} \tag{D.15}$$

Après  $r$  itérations, le résultat obtenu est :

$$A\phi_{(r)} \cong a_1 \frac{\phi_1}{\omega_1^{2r}} \tag{D.16}$$

Et après  $(r + 1)$  itérations, le résultat obtenu est :

$$A\phi_{(r+1)} \cong \frac{1}{\omega_1^2} A\phi_{(r)} \tag{D.17}$$

Les EQ. D.16 et EQ. D.17 permettent de déterminer  $\omega_1$  et  $\phi_1$ . Le processus sera d'autant plus rapide ( $r$  petit) que  $\omega_1 \ll \omega_2$ . Pour le calcul de  $\omega_2$ , la méthode est identique, si ce n'est que le nouveau vecteur d'essai  $\phi_{(1)}$  doit satisfaire :

$$\phi_1^T M \phi_{(1)} = 0 \tag{D.18}$$

En combinant les EQ. D.18 et EQ. D.10, nous obtenons :

$$\phi_1^T M (a_1 A\phi_1 + a_2 A\phi_2 + \dots) = a_1 \phi_1^T M \phi_1 + a_2 \phi_1^T M \phi_2 + \dots = 0 \tag{D.19}$$

En utilisant la relation d'orthogonalité des modes par rapport à la matrice de masse :

$$\phi_j^T K \phi_i = 0 \text{ si, } i \neq j \tag{D.20}$$

On obtient :

$$a_1 \phi_1^T M \phi_1 = 0 \tag{D.21}$$

Or, comme  $\phi_1^T M \phi_1 \neq 0$ , cela signifie que  $a_1 = 0$ . Par conséquent, la condition EQ. D.18 assure que  $\phi_{(1)}$  n'a aucune composante de  $\phi_1$ . L'utilisation de  $\phi_{(1)}$  permet donc de converger vers les valeurs de  $\omega_2$  et  $\phi_2$ .

Le processus d'élimination de la composante  $\phi_1$  à partir du vecteur d'essai est appelé "balayage" ("sweeping") de  $\phi_1$  de  $\phi_{(1)}$ . Afin de déterminer les plus hautes fréquences, il est nécessaire d'utiliser une fonction d'essai qui a été "balayée" de tous les autres modes.

La procédure décrite ci-dessus peut aussi être effectuée en utilisant  $M^{-1}K$  au lieu de  $K^{-1}M$ . L'avantage de cette approche réside dans l'inversion aisée de  $M$  si celle-ci est diagonale. Par contre, les fréquences vont converger de la plus haute

fréquence à la plus basse ( $\omega_N, \omega_{N-1}, \dots, \omega_1$ ). Cette alternative est utilisée uniquement pour des systèmes ayant un nombre limité de degrés de liberté.



## Annexe E

# Contrôle modal - critères d'observabilité et de contrôlabilité

### E.1 Introduction

La contrôlabilité mesure la capacité pour un actionneur de contrôler tous les états d'un système dans une configuration donnée. De façon similaire, l'observabilité fait référence à la capacité d'un capteur à donner toutes les informations nécessaires à l'estimation de l'état complet d'un système dans une configuration donnée. De manière classique, la théorie du contrôle fournit des tests de contrôlabilité et d'observabilité basés sur le rang des matrices de contrôlabilité et d'observabilité : le système est dit contrôlable si la matrice de contrôlabilité est de rang plein, et est dit observable si la matrice d'observabilité est de rang plein. En pratique, cette condition n'est pas toujours suffisante, et des études plus avancées peuvent être nécessaires. Ce chapitre ne traite que les cas simples, et plus d'informations sont disponibles dans Preumont [1997].

### E.2 Définitions

Considérons le système linéaire invariant dans le temps :

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{E.1}$$

$$y = Cx \tag{E.2}$$

- le système est dit *complètement contrôlable* si l'état du système peut être mené de zéro à n'importe quel état  $x^*$  en un temps fini.
- le système est dit *stabilisable* si toutes les valeurs propres instables sont contrôlables, ou, en d'autres termes, si le sous-espace non contrôlable est stable.
- Le système est dit *complètement observable* si l'état  $x$  peut être déterminé à partir de la connaissance de  $u$  et  $y$  sur un temps fini. Dans la littérature spécialisée, l'observabilité fait référence à la détermination de l'état actuel à partir de sorties futures, tandis que la détermination de l'état à partir de sorties précédentes est appelée restructibilité. Dans le cas de systèmes linéaires invariants dans le temps, ces concepts sont équivalents et n'ont pas besoin d'être distingués.
- Le système est dit *déTECTABLE* si toutes les valeurs propres instables sont observables, ou de manière équivalente, si le sous-espace non observable est stable.

### E.3 Matrices de contrôlabilité et d'observabilité

La façon la plus simple d'introduire la matrice de contrôlabilité est de considérer le système discrétisé à  $n$  dimensions à une entrée décrit par l'équation :

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k) \quad (\text{E.3})$$

où  $A$  est la matrice d'évolution du système est  $b$  le vecteur faisant référence à la matrice d'action du système. Si on suppose que le système commence au repos,  $x(0) = 0$ , les valeurs successives du vecteur d'état résultantes de l'entrée scalaire  $u(k)$  sont :

$$\begin{aligned}
 x(1) &= bu(0) \\
 x(2) &= Ax(1) + bu(1) = Abu(0) + bu(1) \\
 &\dots \\
 x(n) &= A^{n-1}bu(0) + A^{n-2}bu(1) + \dots + bu(n-1)
 \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

qui s'écrit :  $x(n) = (b, Ab, A^2b, \dots, A^{n-1}b) \begin{Bmatrix} u(n-1) \\ \dots \\ u(1) \\ u(0) \end{Bmatrix}$

avec  $n$  l'ordre du système. La matrice  $n \times n$  qui s'écrit :

$$\gamma = (b, Ab, A^2b, \dots, A^{n-1}b) \quad (\text{E.5})$$

est appelée *matrice de contrôlabilité* ; ses colonnes représentent le vecteur d'état qui peut être atteint après exactement  $n$  pas de temps. Si  $\gamma$  est de rang plein, le vecteur d'état peut être amené de n'importe quelle valeur  $x^*$  après seulement  $n$  pas de temps. L'EQ. E.4 nous donne :

$$\begin{Bmatrix} u(n-1) \\ \cdots \\ u(1) \\ u(0) \end{Bmatrix} = \gamma^{-1}x^* \quad (\text{E.6})$$

Ensuite, en considérant les valeurs de  $x_N$  pour  $N > n$ , nous trouvons :

$$x_N = (b, Ab, A^2b, \dots, A^{N-1}b) \begin{Bmatrix} u(N-1) \\ \cdots \\ u(1) \\ u(0) \end{Bmatrix} \quad (\text{E.7})$$

Il advient que le rang de la matrice :

$$(b, Ab, A^2b, \dots, A^{N-1}b) \quad (\text{E.8})$$

est le même que celui de  $\gamma$ , et que les colonnes des deux matrices recouvrent le même espace. C'est une conséquence du théorème de Cayley-Hamilton, qui stipule que toute matrice  $A$  satisfait sa propre équation caractéristique. Par conséquent, si l'équation caractéristique de  $A$  s'écrit :

$$\alpha(s) = \det(sI - A) = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n = 0 \quad (\text{E.9})$$

Alors,  $A$  satisfait l'équation matricielle :

$$A^n + a_1A^{n-1} + \dots + a_{n-1}A + a_nI = 0 \quad (\text{E.10})$$

Il en découle que pour tout  $m > n$ ,  $A^m b$  est une combinaison linéaire des colonnes de la matrice de contrôlabilité  $\gamma$ ; en résultat, augmenter le nombre de colonnes de  $A^m b$  n'augmente pas l'espace qui sera décrit. En conclusion, le système décrit dans l'EQ. E.3 est complètement contrôlable si et seulement si (ssi) le rang de la matrice de contrôlabilité  $\gamma$  est  $n$ . Bien que ce résultat soit établi pour un système discrétisé linéaire à une seule entrée, il est également valable pour les systèmes à plusieurs entrées discrétisés ou continus. Le système linéaire invariant dans le temps de l'EQ. E.1 avec  $r$  entrées est complètement contrôlable ssi la matrice de contrôlabilité de dimensions  $n \times (n \times r)$  telle que :

$$\gamma = (B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B) \quad (\text{E.11})$$

est telle que :

$$\text{rank}(\gamma) = n \quad (\text{E.12})$$

On dit alors que la paire  $(A, B)$  est contrôlable. Si  $\gamma$  est d'ordre plein, le sous-espace décrit par ses colonnes définit le sous-espace contrôlable du système.

De manière similaire, le système décrit par les EQ. E.1 et EQ. E.2 est dit observable *ssi* la matrice *d'observation* qui s'écrit :

$$\vartheta = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (\text{E.13})$$

est telle que :

$$\text{rank}(\vartheta) = n \quad (\text{E.14})$$

Dans ce cas, on dit que la paire  $(A, C)$  est observable :

Sachant que :

$$\vartheta^T = (C^T, A^T C^T, \dots, (A^T)^{n-1} C^T) \quad (\text{E.15})$$

on peut conclure que la paire  $(A, C)$  est observable *ssi* le système dual  $(A^T, C^T)$  est contrôlable. De façon analogue, la paire  $(A, B)$  est contrôlable *ssi* le système dual  $(A^T, B^T)$  est observable.

## **Annexe F**

# **Identification expérimentale du MCE du treillis**

### **F.1 Présentation des objectifs du banc expérimental**

Dans la continuité du travail de simulation présenté en PARTIE 2.4, un banc expérimental a été mis en place pour l'identification d'un MCE sur ce même treillis. Afin d'être relativement proche de la simulation, les capteurs et pot d'excitation ont été placés de façon similaire sur la structure réelle. Cette manipulation a pour objectif de montrer que la méthode d'identification MCE est effectivement simple à mettre en œuvre, mais de montrer également que la méthode s'accorde bien avec les caractéristiques difficilement quantifiables de la structure expérimentale. En effet, les liaisons de la structure sont effectuées par soudure dont les caractéristiques de raideur et d'amortissement sont difficilement quantifiables, tout comme les liaisons d'encastrement au niveau des pieds du treillis. Les différences entre une éventuelle modélisation et la réalité peuvent amener à effectuer des recalages qui sont évités avec l'approche de l'identification MCE.

### **F.2 Présentation du banc**

Le matériel utilisé est similaire à celui utilisé pour l'identification du MCE de la poutre. Les capteurs de déplacements (TQ 402) sont des capteurs inductifs sans contact étalonnés préalablement. Le marteau de choc utilisé est un Impact Hammer Type 8202. Le choc a été appliqué à plusieurs endroits de la structure pour vérifier la stabilité du résultat. Il est à noter qu'il faut veiller à ce que la structure soit correctement isolée pour ne pas exciter des composants externes à la structure (bâti, etc.). L'embout utilisé pour le marteau est composé de caoutchouc.

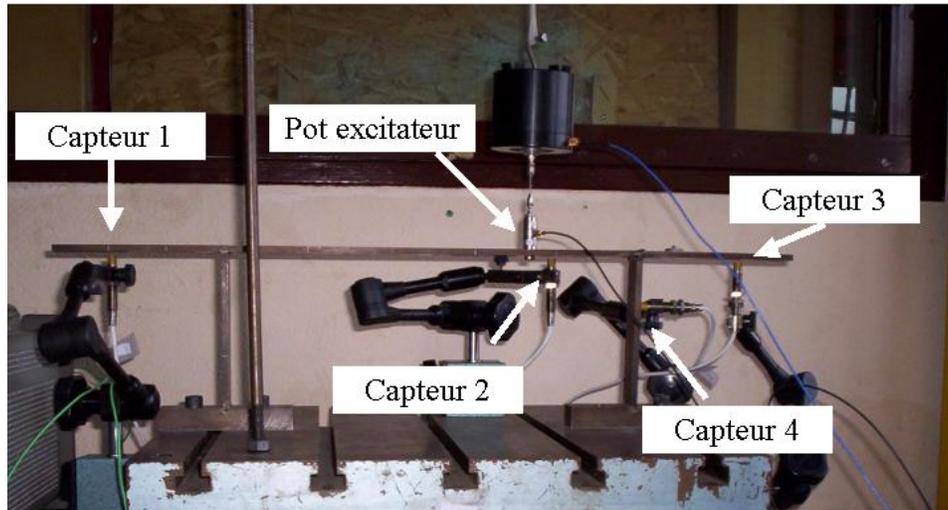


FIG. F.1 – Photo du banc expérimental mis en œuvre pour l'identification du MCE

La plage de fréquences qu'il atteint est suffisante pour exciter les modes ciblés. Sa bande passante à  $-3 \text{ dB}$  est de  $230 \text{ Hz}$  environ. La quatrième fréquence ciblée est de  $210 \text{ Hz}$  environ. Un module de *LMS*® est utilisé pour effectuer l'acquisition temporelle des signaux issus du marteau de choc et des capteurs de déplacement. Les résultats qui suivent ont été obtenus avec une fréquence d'échantillonnage de  $28.5 \text{ kHz}$  environ (Shannon est respecté pour la fréquence la plus haute). Le banc expérimental est présenté FIG. F.1.

Une étude préalable à l'identification montre que pour les modes qui agissent beaucoup sur les liaisons soudure, les points de la structure ne sont pas en phase. Causé par l'irrégularité de structure créée par les liaisons par soudure, ce phénomène peut être modélisé par des modes complexes. L'identification du MCE sur cette structure sans prendre en compte cette particularité pourra montrer l'efficacité de la méthode.

### F.3 Présentation des résultats

Les matrices d'évolution et de d'action du MCE du treillis ont été identifiées selon les méthodes décrites dans PARTIE 2.2.2 et PARTIE 2.2.3. Afin de vérifier le bon déroulement de l'identification, un balayage sinus est effectué au niveau du point d'action utilisé pour l'identification. Du fait que le MCE soit une condensation de la structure sur les modes appartenant à la BFC, la dynamique du MCE doit être proche de celle de la structure complète sur la BFC. Les amplitudes aux points des capteurs et les phases par rapport à l'excitation de la structure et du MCE sont comparées. Les résultats sont présentés FIG. F.2.

Les résultats sont concluants, et les erreurs sur les fréquences de résonances et leurs amplitudes sont très faibles. Il est à noter, néanmoins, que des différences minimales existent au niveau de certains pics de résonance, notamment que certaines amplitudes sont plus faibles, pour une valeur de la fréquence plus basse. Ceci vient du fait que lors de l'identification de la matrice d'évolution, l'anneau de force utilisé pour l'identification de la matrice d'action n'était pas présent, ce qui a induit une identification faussée de la matrice d'évolution. Cet anneau de force apporte une masse ponctuelle au point où il est posé, et a tendance à rabaisser la fréquence et l'amplitude des modes pour lesquels l'anneau est sur un ventre. Cette remarque montre que l'identification est très précise, tout en étant simple d'application, ce qui montre que cette approche reste performante.

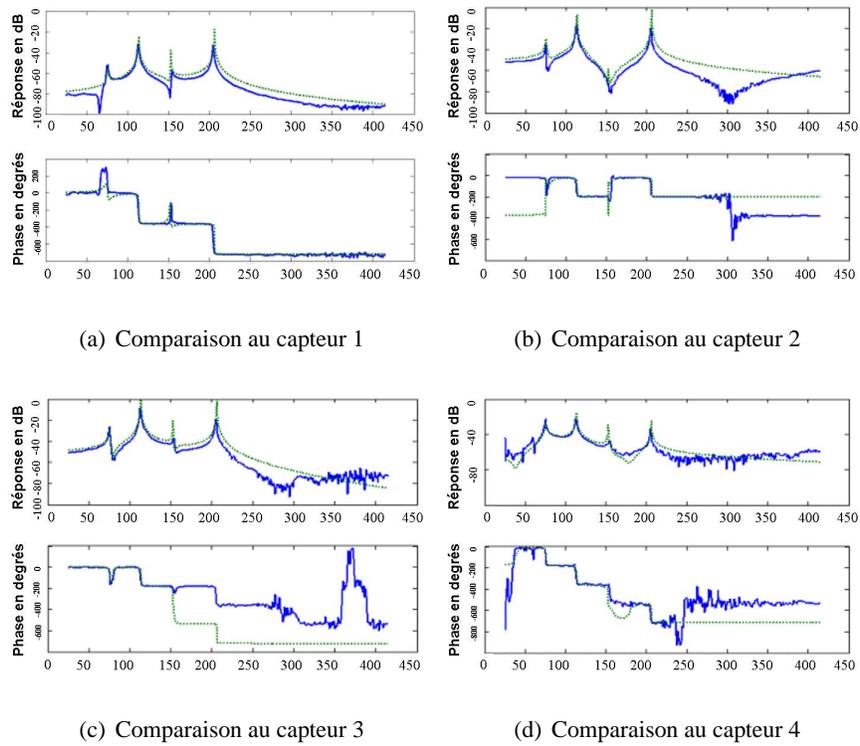


FIG. F.2 – Comparaison des réponses de la structure (trait épais) et du MCE (trait fin pointillé) aux capteurs

## Annexe G

# Retour intégral et suivi de consigne

Les méthodes de contrôle modal basées sur un modèle EF ou sur un MCE ne sont adaptées qu'au contrôle de la *dynamique* de la structure. En effet, les observateurs mis en place permettent de reconstruire les états du modèle du système à partir des informations recueillies au niveau des capteurs. Le pilotage de la position d'un point de la structure n'est pas pris en charge par cette approche. La mise en place d'une boucle de contrôle supplémentaire en parallèle avec le contrôle de la dynamique de la structure peut alors s'avérer nécessaire pour compléter les fonctions du contrôleur. Dans le cadre du contrôle d'une pompe sur paliers magnétiques, cette approche est nécessaire pour mettre l'arbre en position de fonctionnement.

La méthode visant à piloter un point de la structure est appelée "suivi de consigne", et met en œuvre une force calculée à partir de l'intégrale de la différence entre la position actuelle et la position désirée d'un point de la structure. Cette approche présente l'avantage de faire converger de manière asymptotique la différence de positions vers zéro.

La dérivée de l'effort de contrôle  $F_c$  par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{dF_c(t)}{dt} = -K(x(t) - z) \quad (\text{G.1})$$

avec  $K > 0$ , le gain du contrôle par retour intégral,  $x$  la position initiale de la structure au point de contrôle, et  $z$  la position désirée. La méthode implique que le capteur et l'actionneur soient collocalisés. La dérivée de l'effort sera d'autant plus grande que la différence entre la position et la consigne sera importante. Cette valeur tend vers zéro pour une différence qui diminue. La valeur du gain de contrôle ne doit pas être trop importante pour ne pas déstabiliser le contrôle global. En effet,

pour un gain trop important, le contrôle de la dynamique de la structure peut être altérée. Une approche mettant en jeu l'état augmenté peut être utilisée.

En définitive, l'effort de contrôle s'écrit alors :

$$F_c(t) = -K \int_{t_0}^t (x(t) - z) dt + F_c(t_0) \quad (\text{G.2})$$

## Annexe H

# Matrice d'action du modèle d'états discrétisé

$$B_{d-MCE} = A_{MCE}^{-1} [A_{d-MCE} - I_{2r \times 2r}] B_{MCE} \quad (H.1)$$

*Démonstration :*

Soit le changement de variable :

$$\begin{aligned} X(t) &= e^{A_{MCE}t} z(t) \\ \rightarrow \dot{X}(t) &= A_{MCE} e^{A_{MCE}t} z(t) + e^{A_{MCE}t} \dot{z} \end{aligned} \quad (H.2)$$

L'égalité de l'EQ. 2.37 et l'EQ. H.2 donne :

$$\cancel{A_{MCE} e^{A_{MCE}t} z(t)} + e^{A_{MCE}t} \dot{z} = \cancel{A_{MCE} e^{A_{MCE}t} z(t)} + B_{MCE} F_c \quad (H.3)$$

On obtient :

$$\dot{z}(t) = e^{-A_{MCE}t} B_{MCE} F_c \quad (H.4)$$

L'intégrale de  $\dot{z}(t)$  entre les instants  $t_0$  et  $t$  donne :

$$\begin{aligned} z(t) &= z_0 + \int_{t_0}^t e^{-A_{MCE}\tau} B_{MCE} F_c(\tau) d\tau \\ &= e^{-A_{MCE}t_0} X(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-A_{MCE}\tau} B_{MCE} F_c(\tau) d\tau \\ \rightarrow X(t) &= e^{A_{MCE}(t-t_0)} X(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A_{MCE}(t-\tau)} B_{MCE} F_c(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (H.5)$$

Fixons la valeur finale de  $t$  à  $t_0 + \Delta t$ . EQ. H.5 devient :

$$X(t_0 + \Delta t) = e^{A_{MCE}\Delta t} X(t_0) + \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} e^{A_{MCE}(t_0 + \Delta t - \tau)} B_{MCE} F_c(\tau) d\tau \quad (\text{H.6})$$

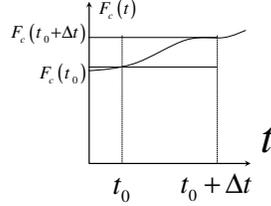


FIG. H.1 – Hypothèse du B.O.Z. :  $F_c(t)$  est supposé constant sur  $[t_0, t_0 + \Delta t]$

L'hypothèse du B.O.Z., présenté FIG. H.1 suppose l'effort constant sur une période d'échantillonnage. Cette hypothèse est d'autant plus vraie que  $\Delta t$  est petit.

Si on pose :

$$t_0 + \Delta t - \tau = \alpha \quad \rightarrow \quad d\tau = -d\alpha \quad (\text{H.7})$$

En conséquence,

$$\begin{aligned} \tau = t_0 &\quad \rightarrow \quad \alpha = \Delta t \\ \tau = t_0 + \Delta t &\quad \rightarrow \quad \alpha = 0 \end{aligned} \quad (\text{H.8})$$

L'EQ. H.6 devient (attention à l'inversion des bornes de l'intégrale) :

$$X(t_0 + \Delta t) = e^{A_{MCE}\Delta t} X(t_0) + \int_0^{\Delta t} e^{A_{MCE}\alpha} d\alpha B_{MCE} F_c(t_0) \quad (\text{H.9})$$

Le développement en série de Taylor de  $e^{A_{MCE}\alpha}$  s'écrit :

$$e^{A_{MCE}\alpha} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(A_{MCE}\alpha)^i}{i!} = I_{2r \times 2r} + \frac{A_{MCE}\alpha}{1!} + \frac{A_{MCE}^2 \alpha^2}{2!} + \frac{A_{MCE}^3 \alpha^3}{3!} + \dots \quad (\text{H.10})$$

d'où, en faisant une approximation à l'ordre 2, l'EQ. H.9 devient :

$$X(t_0 + \Delta t) = e^{A_{MCE}\Delta t} X(t_0) + \left[ I_{2r \times 2r} \Delta t + \frac{A_{MCE}\Delta t^2}{2} + \frac{A_{MCE}\Delta t^3}{3!} + \dots \right] B_{MCE} F_c(t_0) \quad (\text{H.11})$$

Or,

$$\begin{aligned}
e^{A_{MCE}\Delta t} &= I_{2r \times 2r} + \frac{A_{MCE}\Delta t}{1!} + \frac{A_{MCE}^2\Delta t^2}{2!} + \dots \\
e^{A_{MCE}\Delta t} - I_{2r \times 2r} &= A_{MCE}\Delta t + \frac{A_{MCE}^2\Delta t^2}{2!} + \dots \\
A_{MCE}^{-1} [e^{A_{MCE}\Delta t} - I_{2r \times 2r}] &= I_{2r \times 2r}\Delta t + \frac{A_{MCE}\Delta t^2}{2!} + \dots
\end{aligned} \tag{H.12}$$

EQ. H.11 devient alors :

$$X(t_0 + \Delta t) = e^{A_{MCE}\Delta t} X(t_0) + A_{MCE}^{-1} [e^{A_{MCE}\Delta t} - I_{2r \times 2r}] B_{MCE} F_c(t_0) \tag{H.13}$$

Si on pose :

$$\begin{aligned}
t_0 &= k \\
t_0 + \Delta t &= k + 1
\end{aligned} \tag{H.14}$$

L'EQ. H.13 devient l'équation de récurrence EQ. 2.46, avec EQ. 2.47 vérifiée. Le passage de la matrice d'action du MCE discrétisé à la matrice d'action du MCE continu s'effectue de façon analogue à la matrice d'évolution du MCE (cf. PARTIE 2.2.2).



FOLIO ADMINISTRATIF

THÈSE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

NOM : De Lépine

DATE de SOUTENANCE : 20 décembre 2006

Prénoms : Xavier, Benoît

TITRE : Contrôle modal de structures à partir d'un modèle condensé expérimental, application à un rotor sur paliers magnétiques actifs

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2006-ISAL-00127

École doctorale : MEGA

Spécialité : Mécanique - Génie Mécanique - Génie Civil

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis

CLASSE :

RÉSUMÉ :

Ce travail présente un modèle condensé expérimental qui peut être utilisé pour le contrôle modal de structures. L'intérêt de ce modèle est d'être aisé à utiliser tout en étant efficace pour le contrôle. Les bases théoriques sur lesquelles repose l'identification de ce modèle sont présentées. L'approche est validée en simulation numérique et expérimentalement. Son utilisation pour le contrôle modal est présentée, et est validée en simulation. L'application de la méthode pour le contrôle modal de structures avec des actionneurs magnétiques est présentée. Il est montré qu'un modèle inverse des actionneurs est nécessaire pour appliquer la méthode. L'approche de contrôle modal avec actionneurs magnétiques est validée expérimentalement. Une application de l'approche avec un rotor sur paliers magnétiques est introduite en simulation. La démarche d'identification et de contrôle est exposée. Le travail se conclut sur l'extension du modèle condensé expérimental dans le cadre du suivi de comportement. L'étude est appliquée à un rotor sur paliers à roulements en simulation, et permettent de reconstruire les efforts agissant sur la structure à partir de mesures.

MOTS-CLÉS : contrôle modal, modèle condensé expérimental, actionneurs magnétiques, rotor

Laboratoire(s) de recherche : Laboratoire de Dynamique des Machines et des Structures  
UMR CNRS 5006 - INSA de Lyon  
20, avenue Albert Einstein  
69621 Villeurbanne Cedex FRANCE

Directeur de thèse : Johan Der Hagopian (Maître de conférence HDR)

Président du jury : Jean-Louis Guyader

Composition du jury : Pierre Argoul  
Jean-Louis Guyader  
Jarir Mahfoud  
André Preumont  
Hannes Bleuler  
Johan Der Hagopian