

UNIVERSITE DE LYON
Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon

ECOLE DOCTORALE MEGA
(Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique)

Doctorat
Génie Mécanique

François BESSON

**Comportement dynamique des directions assistées électriques
dans un environnement véhicule. Modélisation et analyse.**

*Thèse dirigée par Michèle GUINGAND et Philippe VELEX
Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS)
UMR 5259 CNRS - INSA de Lyon*

Soutenue le 16 Mars 2010

Jury :

AUBRY Evelyne	Professeur	Université de Haute Alsace	Présidente
CASSAR Stéphane	Chef de section	JTEKT Europe	
FERRARIS-BESSO Guy	Professeur	INSA Lyon	
GUINGAND Michèle	MdC	INSA Lyon	
KUBO Aizoh	Professeur	KBGT (Japon)	Rapporteur
SWIDER Pascal	Professeur	Université de Toulouse	Rapporteur
VELEX Philippe	Professeur	INSA Lyon	

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quadriennal 2007-2010

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<p><u>CHIMIE DE LYON</u> http://sakura.cpe.fr/ED206</p> <p>M. Jean Marc LANCELIN</p> <p>Insa : R. GOURDON</p>	<p>M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr</p>
E.E.A.	<p>1. <u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> 2. http://www.insa-lyon.fr/eea</p> <p>M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54</p>	<p>M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN</p>
E2M2	<p><u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u> http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</p> <p>M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES</p>	<p>M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr</p>
EDISS	<p><u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTE</u></p> <p>Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE</p>	<p>M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax : 04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr</p>
INFOMATHS	<p><u>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</u> http://infomaths.univ-lyon1.fr M. Alain MILLE</p> <p>Secrétariat : C. DAYEYAN</p>	<p>M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 infomaths@bat710.univ-lyon1.fr - alain.mille@liris.cnrs.fr</p>
Matériaux	<p><u>MATERIAUX DE LYON</u></p> <p>M. Jean Marc PELLETIER</p> <p>Secrétariat : C. BERNAVON 83.85</p>	<p>M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr</p>
MEGA	<p><u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u></p> <p>M. Jean Louis GUYADER</p> <p>Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12</p>	<p>M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@lva.insa-lyon.fr</p>
ScSo	<p><u>ScSo*</u></p> <p>M. OBADIA Lionel</p> <p>Insa : J.Y. TOUSSAINT</p>	<p>M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr</p>

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Ces travaux ont été préparés au sein de :

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA)
Bâtiment Jean d'Alembert
18-20, rue des Sciences
F69621 VILLEURBANNE CEDEX
FRANCE

Comportement dynamique des directions assistées électriques dans un environnement véhicule. Modélisation et analyse.

Résumé (français)

Cette étude a pour objectif de comprendre et simuler le comportement dynamique des directions assistées électriques (DAE) afin de réduire les nuisances sonores et vibratoires générées par ce mécanisme. Un modèle d'ensemble est développé pour permettre des simulations en régime transitoire. Suite à des travaux existants, l'accent a été mis sur la modélisation des deux engrenages et de leurs systèmes à rattrapage de jeu. Les modèles non linéaires mis au point rendent compte du comportement dynamique transitoire en intégrant les jeux de fonctionnement des éléments. La transmission de ce comportement dynamique à l'environnement du mécanisme (le véhicule et le conducteur) est simulée : les roulements et les carters du mécanisme sont intégrés au modèle d'ensemble. Une méthode d'analyse du comportement dynamique transitoire des DAE est définie. L'originalité des travaux réside dans le choix d'outils ciblés sur l'analyse des sources de vibrations dans une DAE, sur les voies de transferts possibles, et sur la perception de ces vibrations par le conducteur et leur transmission au véhicule. Une partie expérimentale conséquente permet de valider l'ensemble des modèles développés ainsi que les outils d'analyse mis au point. La démarche complète est présentée sur une DAE, permettant de donner un ensemble de recommandations sur la conception de ce mécanisme pour réduire les nuisances sonores et vibratoires.

Mots clés (français)

Directions assistées, dynamique, vibrations, éléments finis, engrenage roue, engrenage vis sans fin, engrenage pignon-crémaillère.

Dynamic behavior of Electric Power Steering systems: coupling with surroundings. Modeling and analysis.

Résumé (anglais)

This study aims to understand and simulate the dynamic behavior of electric power steering (EPS) to reduce noise and vibration generated by this mechanism. A global model is developed to perform transient simulations. Following the existing work, the emphasis has been placed on modeling of the two gears and their anti-backlash systems. Nonlinear models developed reflect the transient dynamic behavior including operating clearances of elements. The transmission of the dynamic behavior to the surroundings of the mechanism (vehicle and driver) is simulated: the bearings and housings of the mechanism are integrated into the global model. A method of analyzing transient dynamic behavior of EPS is defined. The originality of the work is in the choice of tools focused on analyzing the sources of vibration in EPS, on the possible ways of transfers, and on the perception of vibrations by the driver and the transmission to the vehicle. A lot of experiments were performed to validate all the models developed and the analysis tools defined. The complete approach is presented for one EPS, giving a set of recommendations on the design of this mechanism to reduce noise and vibration it generates.

Mots clés (anglais)

Power steering, dynamics, vibrations, finite elements, worm gear, rack-and-pinion gear.

Remerciements

Ces travaux de recherche ont été réalisés au sein du Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS) de l'INSA de Lyon, UMR 5259, dirigé par Alain COMBESCURE, et au centre technique de la société JTEKT Europe dirigé par Vincent CLAPEAU. Je tiens à les remercier tous deux pour m'avoir accueilli au sein de leur unité et m'avoir fait confiance pour mener ces travaux.

Je suis très sensible à l'honneur que me font les Professeurs Evelyne AUBRY (présidente du jury), Pascal SWIDER et Aizoh KUBO (rapporteurs) en acceptant de juger ce travail et de participer au jury.

J'ai une pensée très particulière pour deux « drôles de dames » sans qui je ne présenterais pas ces travaux aujourd'hui : Céline BORDEGARAY, qui m'a patiemment transmis son savoir et sa motivation avant de voler vers d'autres défis, et Michèle GUINGAND, qui m'a savamment et chaleureusement encadré pendant plus de trois ans !

Merci à Philippe VELEX, qui a accepté de co-encadrer mes travaux, ainsi qu'à Guy FERRARIS et Jean-Pierre DE VAUJANY qui ont donné beaucoup de leur temps et de leur énergie. J'ai beaucoup apprécié de travailler avec vous et j'ai beaucoup appris !

Je tiens également à remercier Bruno REYNARD et Stéphane CASSAR, responsables de mes activités au sein de la société. Merci pour la confiance que vous m'avez accordée et votre soutien au sein du centre technique.

Sans pouvoir tous les citer, je remercie tous les membres de ce centre technique qui ont participé de près ou de loin à mes travaux et qui ont donc contribué à leur progression. J'ai trouvé un environnement de travail très humain. Quelque soit le département d'appartenance, nous avons su travailler en parfaite collaboration.

Il en va de même pour les membres du laboratoire. Je tiens ici à faire une parenthèse pour remercier tous les doctorants (et autres !) qui ont partagé mon bureau, mes réflexions, mes doutes, mes pauses et quelques moments très festifs. Merci de m'avoir offert un cadre de travail si chaleureux. Je remercie particulièrement Fabrice VILLE pour son aide précieuse sur les frottements aux dentures d'engrenages.

Je souhaite remercier toutes les personnes qui ont activement participé à mes travaux au travers de stages dans la société ou de projets d'études : Isidro XAVIER-MARTIN, Vincent LE MOUEL, Marion LAUR, Jean-Charles DURR, Caroline ROMEYRON, Thiago KOVTUNIN, Olivier REGALDO, Cécile LASFARGUES, Elise BOITA et François POULY. J'espère qu'ils ont autant appris à ces occasions que j'ai appris en les côtoyant.

Je tiens également à saluer ma famille et mes amis qui ne se sont pas encore reconnus dans ces lignes. Ils m'ont amené cet équilibre indispensable à mon bien-être pendant toutes ces années de travail intensif.

Un grand merci à tous ceux qui ont eu la délicatesse de se déplacer pour m'écouter et me soutenir ce 16 mars, mais aussi à tous ceux qui auraient aimé le faire.

Enfin (et non ... je ne t'avais pas oublié), merci à Christian BARBIER, mon partenaire de « jeux » préféré, élément inclassable et insaisissable, qui m'a côtoyé, supporté, aidé, embêté, ... mais toujours respecté ! Ces travaux t'appartiennent aussi.

Table des matières

Introduction générale.....	11
I- Contexte des travaux de recherche.....	14
I.1. Contexte des travaux de recherche.....	14
I.2. Position des travaux de recherche.....	19
II- Etat de l’art.....	21
II.1. Modélisation des DAE : la chaîne cinématique.....	21
II.2. Modélisation des DAE : extension aux interfaces véhicule.....	32
II.3. Modélisation des DAE : méthodes et outils d’analyse.....	45
II.4. Bilan.....	53
III- Modélisation du mécanisme non linéaire de DAE.....	54
III.1. Modélisation de la ligne poussoir.....	55
III.2. Frottement à la denture de l’engrenage pignon-crémaillère.....	66
III.3. Modélisation des roulements à billes.....	72
III.4. Modélisation des carters.....	82
III.5. Code de calcul associé.....	90
IV- Méthode et outils d’analyse.....	92
IV.1. Objectifs.....	92
IV.2. Méthode d’analyse.....	93
IV.3. Signaux caractéristiques.....	95
IV.4. Outils d’analyse.....	104
IV.5. Outils d’analyse : adaptation aux plan d’expériences.....	109
IV.6. Synthèse.....	113

V-	Validations expérimentales.....	114
V.1.	Démarche de validation expérimentale	114
V.2.	Application : validations sur la P-EPS D	121
V.3.	Bilan	127
VI-	Mise en œuvre de la démarche sur une DAE : modélisation et analyse.....	128
VI.1.	Objectifs	128
VI.2.	Modélisation de la P-EPS D complète	129
VI.3.	Analyse du comportement dynamique de la P-EPS D.....	137
VI.4.	Synthèse	157
	Conclusion générale et perspectives	159
	Références bibliographiques	162
VII-	Annexes	168
VII.1.	Annexe 1 : Modèles élémentaires de Bordegaray	168
VII.2.	Annexe 2 : Mesure du coefficient de frottement.....	171
VII.3.	Annexe 3 : Modélisation des roulements	173
VII.4.	Annexe 4 : Modélisation de la P-EPS D	178

Introduction générale

Le confort des automobiles est une notion qui n'a cessé de prendre de l'importance au cours des dernières décennies. Le confort vibratoire et sonore en constitue une part grandissante et participe de ce fait à la qualité perçue du véhicule. Dans ce contexte, les nuisances sonores et vibratoires des GMP (Groupe Moto Propulseur) ont été considérablement amoindries et les nuisances liées aux autres organes d'une automobile ne peuvent plus être négligées. Les concepteurs de directions assistées ont donc engagé depuis quelques années les études nécessaires à la compréhension du comportement dynamique de leurs systèmes, et donc à une meilleure maîtrise de ce comportement et de ses effets sur le mécanisme lui-même et sur son environnement : le véhicule et le conducteur.

Afin d'améliorer la conception de ses systèmes d'un point de vue bruit et vibrations, la société JTEKT mène de nombreuses actions. Elle a, en particulier, décidé d'engager une collaboration avec le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS UMR 5256) de l'INSA de Lyon. L'objectif de cette collaboration est la prévision du comportement dynamique des directions assistées électriques (DAE) à partir des paramètres de conception et la transmission des vibrations vers le véhicule et le conducteur. La société espère ainsi réduire considérablement les temps et coûts de développement en limitant les phases d'essais de validation.

Une première convention CIFRE a débuté en 2003 [14] entre JTEKT et l'INSA de Lyon. Les objectifs étaient une meilleure compréhension des phénomènes physiques et le développement d'un code de calcul capable de simuler le comportement dynamique des DAE. Ces dernières étant des mécanismes complexes, une approche par modules a été mise en place : l'accent à tout d'abord été mis sur deux engrenages qui constituent les sources de bruits principales identifiées. Les modèles dynamiques capables de simuler les phénomènes observés ont été développés. De la même façon, l'ensemble de la chaîne cinématique a été modélisé. Cependant, la notion de transmission des vibrations à l'environnement de la DAE

n'a pas été abordée, les travaux menés n'ayant pas conduit aux développements de modèles adéquats pour les roulements et les carters du mécanisme. De plus, le modèle proposé pour la ligne poussoir (système à rattrapage de jeu de l'engrenage pignon-crémaillère) n'a pas pu être validé.

Une seconde convention CIFRE a débuté en 2007 dont les objectifs de recherche sont :

- Modéliser un mécanisme non-linéaire complexe (DAE) jusqu'aux interfaces avec le véhicule et le conducteur pour simuler son comportement dynamique.
- Définir des méthodes et outils d'analyse de ce comportement simulé. L'accent sera mis sur le couplage avec le véhicule et le conducteur.
- Valider les modélisations proposées, les méthodes et outils avec des résultats expérimentaux.
- Mettre en œuvre les méthodes et outils sur un modèle de DAE complète et montrer leur pertinence à être intégrés dans les processus de conception de ces mécanismes.

Les travaux de recherches présentés ici s'attachent donc à répondre à ces objectifs. Ils sont présentés selon six chapitres organisés comme suit :

Le premier chapitre présente le contexte et la position des travaux de recherche. Pour cela, une description des mécanismes étudiés est tout d'abord donnée : les DAE. Ces mécanismes sont, d'un point de vue dynamique, non linéaires et complexes. Les différentes problématiques dynamiques associées à ces mécanismes sont exposées. Enfin, la problématique ciblée par ces travaux est détaillée.

Le deuxième chapitre propose un état de l'art sur le comportement dynamique des systèmes non linéaires complexes que sont les DAE. Les méthodes de modélisation et d'analyse de ces mécanismes sont appréhendées. Les travaux menés jusqu'à présent sur les DAE sont peu nombreux et fonctionnels. Les travaux de la première convention CIFRE citée constituent la principale référence bibliographique dans ce domaine. En revanche, les travaux menés sur des

éléments spécifiques (roulements et carters) nécessaires à l'extension de ces travaux sont nombreux.

Le troisième chapitre présente la modélisation du mécanisme non linéaire de DAE. Les améliorations apportées au modèle de la chaîne cinématique par rapport aux travaux de Bordegaray [14] sont détaillées. Le modèle de la ligne poussoir n'a pas pu être validé lors des travaux précédents. Un modèle qui dissocie le poussoir de la crémaillère est proposé. En ce qui concerne l'engrenage pignon-crémaillère, les validations expérimentales des travaux présentés ont montré l'importance du frottement de la denture : le modèle de cet engrenage est donc amélioré afin de prendre en compte ce frottement. Ensuite, la modélisation des éléments qui permettent d'étendre le modèle d'une DAE jusqu'aux interfaces avec le véhicule est présentée : roulements et carters. Des modèles issus de la littérature sont adaptés pour la modélisation des DAE. Le code de calcul utilisant l'ensemble de ces modèles pour simuler le comportement d'une DAE complète et l'analyser est présenté succinctement.

Le quatrième chapitre détaille la méthode et les outils d'analyse du comportement dynamique des DAE. Des outils issus de la littérature sont organisés en une méthode d'analyse adaptée au mécanisme étudié. Cette méthode servira de base à l'ensemble des travaux et des études de simulation menées sur une DAE au sein de la société. Les outils utilisés sont appliqués sur des signaux caractéristiques définis pour les DAE.

Le cinquième chapitre expose les méthodes de validations expérimentales appliquées pour l'ensemble des modèles développés, ainsi que pour les signaux caractéristiques définis au chapitre précédent. La démarche, les bancs d'essai et les résultats pour une DAE sont présentés. Des travaux de validation ont été menés sur quatre directions différentes à assistance sur le pignon (P-EPS : Pinion-Electric Power Steering) et une direction à assistance à double pignon (DP-EPS : Double Pinion-EPS). Les résultats sont présentés sur un cas particulier appelé P-EPS D.

Enfin, le sixième chapitre présente une mise en œuvre de la démarche complète (modélisation et analyse) pour l'étude du comportement dynamique d'une DAE. La DAE support pour cet exemple d'application est la P-EPS D dont la validation expérimentale est présentée au chapitre précédent.

I- Contexte des travaux de recherche

Ce premier chapitre présente le contexte et la position des travaux de recherche. Pour cela, une description des mécanismes étudiés est tout d'abord donnée : les DAE. Ces mécanismes sont, d'un point de vue dynamique, non linéaires et complexes. Les différentes problématiques dynamiques associées à ces mécanismes sont exposées. Enfin, la problématique ciblée par ces travaux est détaillée.

I.1. Contexte des travaux de recherche

I.1.1. Les directions assistées électriques

Les travaux de recherche présentés portent sur les directions assistées électriques (DAE). Une direction automobile est composée de plusieurs carters et d'une chaîne cinématique qui relie le volant aux extrémités des biellettes. Quand le conducteur tourne le volant, la crémaillère ainsi que les biellettes sont entraînées en translation par l'intermédiaire de la colonne de direction et de l'engrenage pignon-crémaillère. Les biellettes étant reliées aux roues par l'intermédiaire du porte fusée, leur translation provoque le pivotement des roues.

Il existe plusieurs types d'architectures de directions assistées électriques (Figure 1), notamment les directions assistées sur colonne (C-EPS : Column-Electric Power Steering), sur crémaillère (R-EPS : Rack-Electric Power Steering ou DP-EPS : Double Pinion-Electric Power Steering) et sur pignon (P-EPS : Pinion-Electric Power Steering).

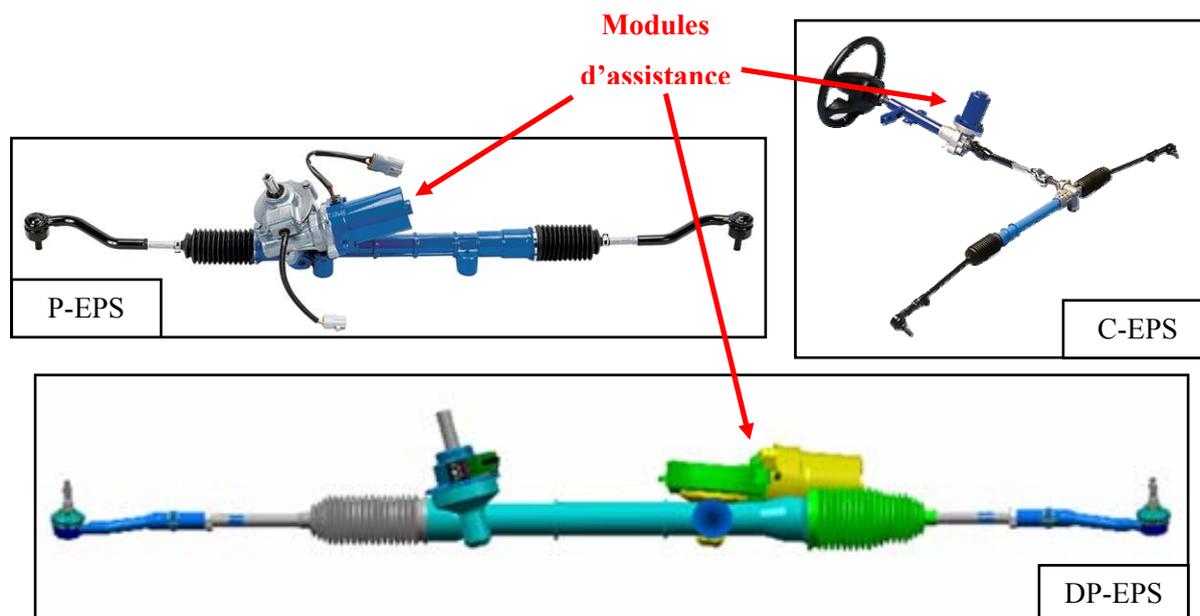


Figure 1 : différents types de directions assistées électriques

Les modèles proposés dans ce document permettent la modélisation de l'ensemble de ces architectures. La chaîne cinématique d'une DAE comprend trois blocs : la direction manuelle, le module d'assistance et la colonne de direction (Figure 2 : vue d'ensemble d'une P-EPS, sans colonne).

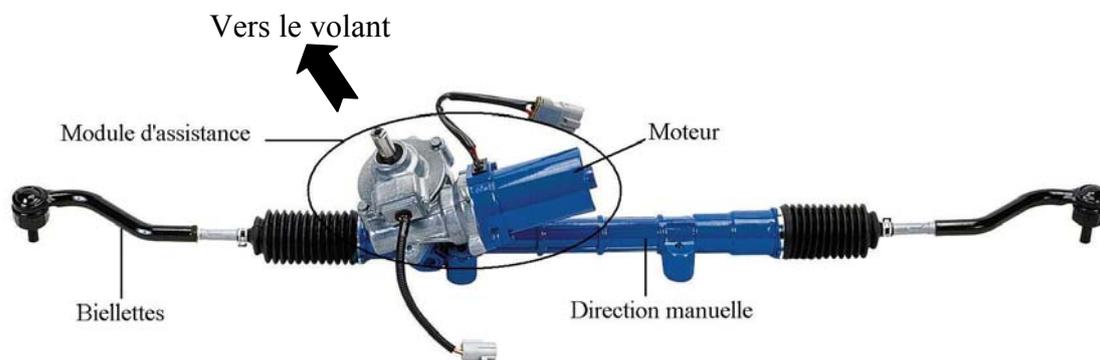


Figure 2 : vue d'ensemble d'une P-EPS

I.1.1.1. Direction manuelle

La direction manuelle d'une DAE (Figure 3) est similaire aux directions non assistées. Elle comporte l'engrenage pignon-crémaillère, son système à rattrapage de jeu (poussoir), un palier et les biellettes.

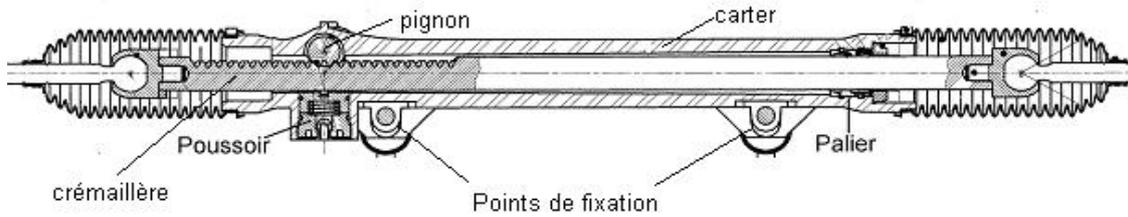


Figure 3 : direction manuelle

La ligne poussoir (Figure 4) est composée du poussoir et de son patin, d'une vis poussoir (liée au carter de la direction) dans laquelle est fichée une bague élastomère et d'un ressort entre ces deux pièces.

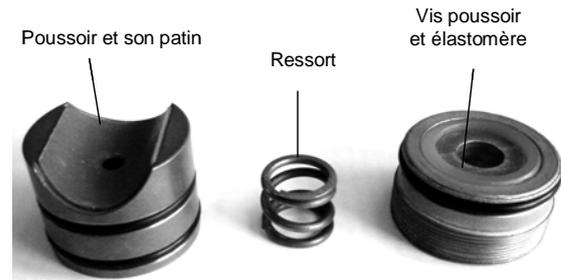


Figure 4 : pièces constitutives de la ligne poussoir

I.1.1.2. Module d'assistance

L'assistance au conducteur, transmise par un engrenage roue et vis sans fin (Figure 5), est assurée grâce à un moteur électrique entraînant la vis sans fin. Un système à rattrapage de jeu (ressort ABLIS) peut être associé à cet engrenage. En effet, la roue en matériau plastique est sujette à de grandes variations de géométrie pour des variations de température et d'humidité.

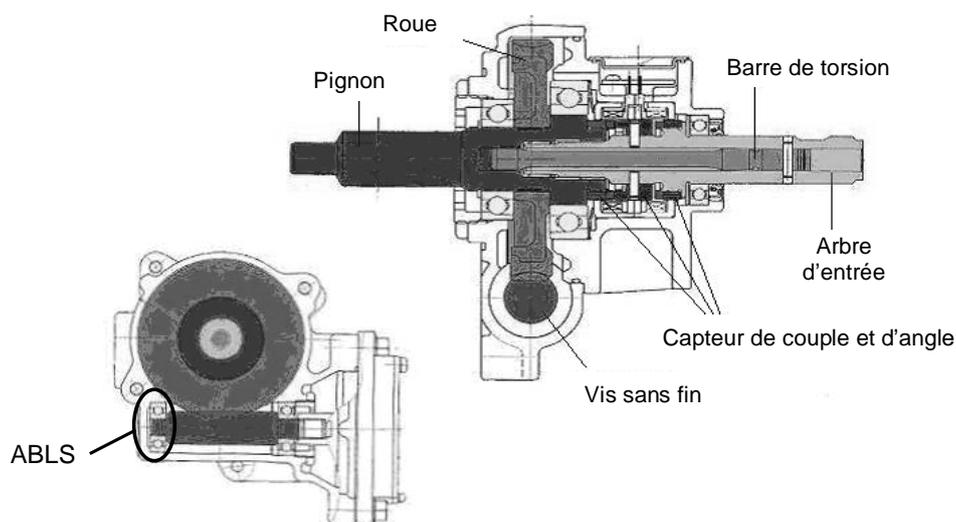


Figure 5 : module d'assistance

La chaîne cinématique du module d'assistance est également composée de trois arbres : le pignon, la barre de torsion et l'arbre d'entrée, ainsi que des roulements à billes qui les supportent. Le couple d'assistance, transmis par l'engrenage roue et vis sans fin au pignon (grand rapport de réduction), est déterminé par le calculateur à partir de la mesure de la déformation de la barre de torsion et de la vitesse du véhicule.

I.1.1.3. Colonne de direction

La colonne est composée de deux arbres, de roulements et d'une transmission à double cardan (Figure 6). Elle est fixée sur la traverse du véhicule par l'intermédiaire d'un carter.

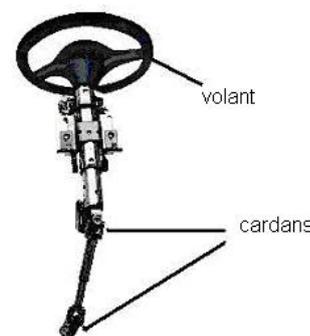


Figure 6 : colonne de direction

I.1.1.4. Les DAE : des mécanismes non-linéaires complexes

Une DAE constitue un mécanisme non-linéaire, complexe, étant donné les jeux de fonctionnement présents dans plusieurs de ses éléments constitutifs : les engrenages, leurs systèmes à rattrapage de jeu et les roulements principalement. La complexité du mécanisme provient du nombre de ces éléments et du couplage de leurs comportements.

I.1.2. Comportement dynamique des DAE : problématiques

Les problématiques dynamiques concernant les DAE peuvent être abordées selon deux préoccupations : les performances du système et le confort du conducteur.

I.1.2.1. Les performances du système

Les performances du système concernent des notions telles que sa stabilité, la gestion de son arrivée en butée ou le ressenti de la route par le conducteur à travers le mécanisme. Cette problématique résulte d'un fort couplage entre le comportement mécanique du mécanisme et la technologie d'assistance (moteur électrique et son asservissement). Les phénomènes cités sont étudiés entre 0 et 100 Hz environ. Le couplage avec le comportement dynamique du train

avant dans cette même bande de fréquences est étudié. Différentes excitations extérieures du mécanisme sont considérées afin de couvrir l'ensemble de ses situations de fonctionnement (excitations par le conducteur ou par la route). Le comportement unidimensionnel du mécanisme DAE est donc étudié. Les études de simulation sont basées sur des modèles 1D linéaires ou non-linéaires (prise en compte de jeux de fonctionnement).

I.1.2.2. Le confort du conducteur

Le confort du conducteur dépend du comportement dynamique de la DAE, par les vibrations ressenties au volant et dans le véhicule, ainsi que par les bruits perceptibles. Le comportement tridimensionnel du mécanisme est mis en jeu. La DAE peut soit servir de voie de passage de vibrations d'un autre élément du véhicule (par exemple le groupe moto propulseur), soit générer elle-même des vibrations qui seront transmises au conducteur et/ou au véhicule, par transmission solidienne ou par rayonnement. Les vibrations transmises au conducteur sont étudiées sur une bande de fréquences entre 0 et 350 Hz principalement, afin de prendre en compte la sensibilité humaine aux vibrations solidiennes. Les vibrations qui peuvent engendrer un bruit rayonné sont étudiées à plus hautes fréquences, au-delà de 1kHz. Les études de simulation concernant le confort du conducteur doivent donc se baser sur des modèles 3D du mécanisme non-linéaire afin de reproduire les phénomènes incriminés. Deux problématiques peuvent être distinguées. Les processus d'excitation du mécanisme mettent en jeu des phénomènes différents. Dans les deux cas, les engrenages de la DAE (pignon-crémaillère et roue et vis sans fin), et leurs systèmes à rattrapage de jeux, sont identifiés comme les sources principales de vibrations du mécanisme.

Une problématique concerne une excitation par le moteur électrique de la DAE. Celui-ci délivre le couple d'assistance nécessaire au conducteur en phase de braquage des roues. Le comportement dynamique propre du moteur couplé à celui des engrenages (erreur de transmission, variation du nombre de dents en prise, etc.) peuvent générer des vibrations dans le mécanisme.

Une autre problématique concerne une excitation extérieure du mécanisme : le conducteur, la route ou le véhicule. L'excitation consiste en un mouvement oscillatoire : mouvement alterné au volant ou roulage sur des pavés par exemple, qui peut être à très basse fréquence (quelques dizaines de hertz). Les jeux d'engrènement des engrenages du mécanisme, et tous les jeux de fonctionnement des autres éléments (systèmes à rattrapage de jeu des engrenages, roulements, etc.) peuvent générer des vibrations et des bruits par chocs. L'assistance peut être activée ou non lors de ces phases vibratoires transitoires.

I.2. Position des travaux de recherche

Le comportement dynamique des DAE étudié dans ces travaux de recherche (Figure 7) résulte des chocs générés au sein de la chaîne cinématique de la structure lors du mouvement de celle-ci sous une excitation extérieure alternative à basse fréquence (quelques dizaines de hertz). Deux situations de fonctionnement produisent typiquement ce genre d'excitation : roulage sur pavé (excitation route) ou mouvement alternatif au volant du conducteur (excitation volant).

La structure « s'auto excite » par chocs : il s'agit d'un mécanisme non linéaire (jeux d'engrènement, jeux de fonctionnement des systèmes à rattrapage de jeu, jeu des roulements, etc.). Les vibrations ainsi générées sont transmises et en partie dissipées dans les sous structures linéaires de la DAE (carters, arbres, etc.). Le comportement dynamique étudié consiste donc en un mouvement vibratoire tridimensionnel et transitoire d'un mécanisme non linéaire faiblement chargé. La modélisation de l'ensemble de la DAE, du volant jusqu'aux interfaces véhicule (extrémités biellettes et fixation au berceau du véhicule) est requise.

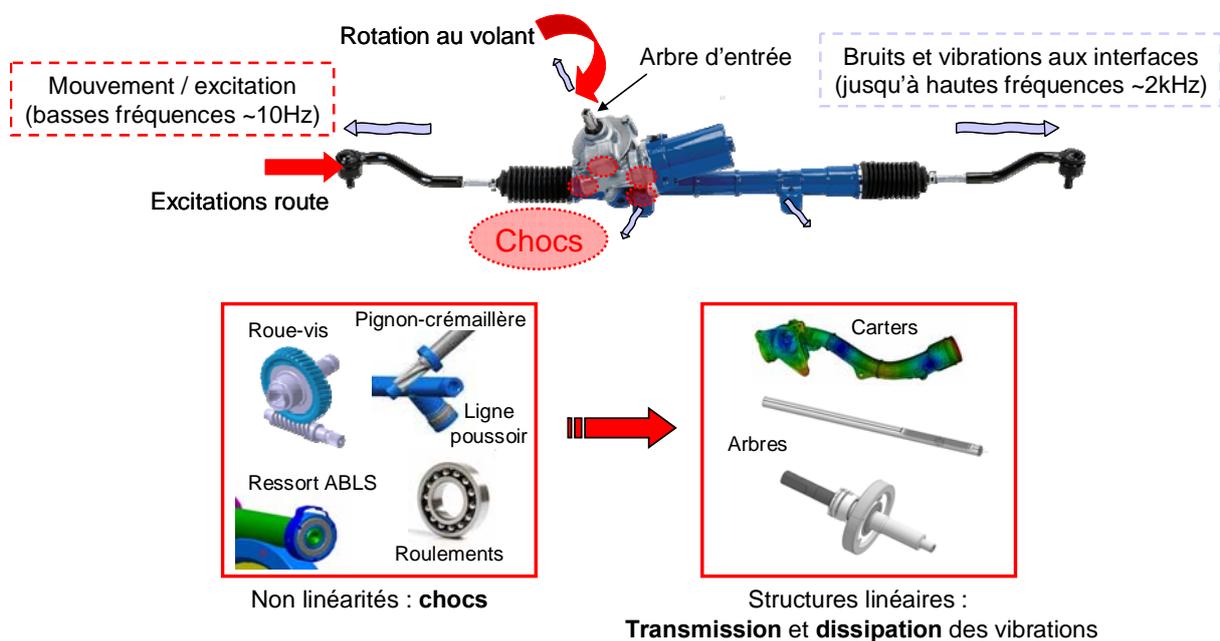


Figure 7 : comportement dynamique d'une DAE, position des travaux de recherche

La génération d'un couple d'assistance par le moteur électrique n'est pas prise en compte. Seul le comportement mécanique du mécanisme est étudié. L'asservissement du moteur

électrique n'est donc pas modélisé. Le moteur se comporte donc comme un élément mécanique passif dans les travaux présentés.

L'étude du comportement dynamique de ce mécanisme concerne donc la génération des vibrations au sein de la chaîne cinématique et leur transmission vers l'environnement de la DAE au travers des carters, des biellettes et de la colonne de direction (Figure 8). L'étude de la perception de ces vibrations est également réalisée.

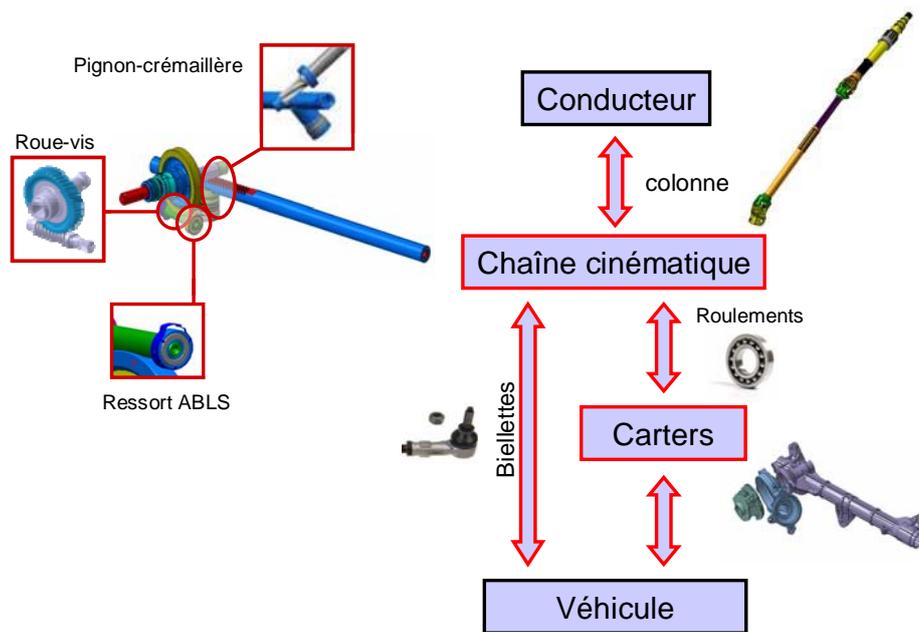


Figure 8 : la DAE et son environnement

II- Etat de l'art

Ce chapitre propose un état de l'art sur le comportement dynamique des systèmes non linéaires complexes que sont les DAE. Les méthodes de modélisation et d'analyse de ces mécanismes sont appréhendées. Les travaux menés jusqu'à présent sur les DAE sont peu nombreux et fonctionnels. Les travaux de la première convention CIFRE [14] constituent la principale référence bibliographique dans ce domaine. En revanche, les travaux menés sur des éléments spécifiques (roulements et carters) nécessaires à l'extension de ces travaux sont nombreux.

II.1. Modélisation des DAE : la chaîne cinématique

Dans cette partie, les travaux de modélisation de Bordegaray [14] sont repris. Ils constituent une modélisation complète de la chaîne cinématique des DAE pour la problématique étudiée (chapitre 1), du volant aux extrémités crémaillère, et sont à la base du code de calcul développé pour simuler le comportement dynamique des DAE. L'ensemble des travaux de recherche décrits dans la suite de ce document a été intégré dans ce code de calcul et constitue donc la suite logique des travaux de Bordegaray. Les modèles non linéaires élémentaires proposés par Bordegaray sont tout d'abord présentés : les engrenages, la ligne poussoir et les cardans. La seconde partie porte sur la résolution des équations du mouvement avec l'algorithme de Newmark. L'accent est porté sur la gestion des non linéarités du système.

II.1.1. Modèles non linéaires élémentaires

II.1.1.1. Engrenage roue et vis sans fin

L'engrenage roue et vis sans fin constitue une source des nuisances constatées. Le jeu de battement de cet engrenage est notamment mis en cause. Un modèle prenant en compte cette possibilité est proposé.

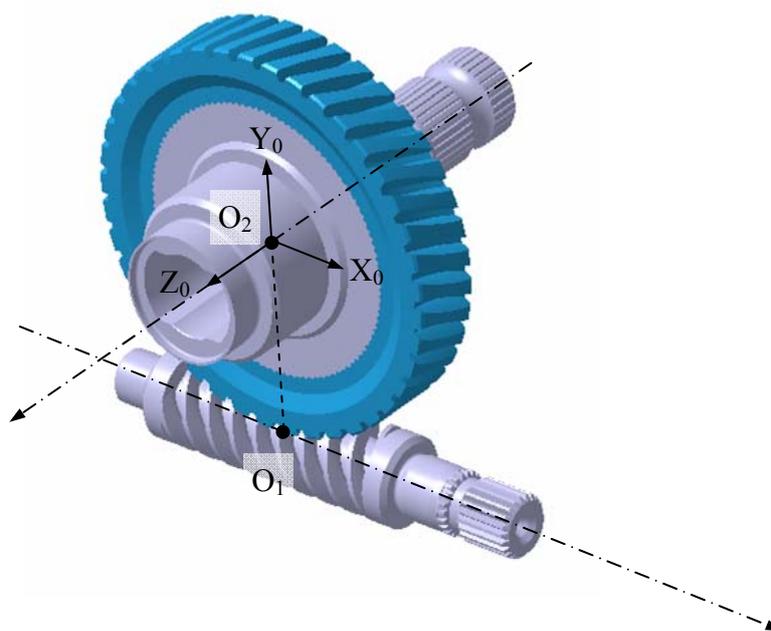


Figure 9 : repère du modèle de l'engrenage roue et vis sans fin

Ce modèle comporte 2 nœuds, O_1 et O_2 , et 6 ddl par nœud. Le vecteur des ddl s'écrit :

$$d^t = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \varphi_1 \quad \psi_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \varphi_2 \quad \psi_2\}_{/R_0} \quad (\text{II.1})$$

Le repère R_0 lié à cet élément est défini comme suit : l'axe X_0 est l'axe de la vis, l'axe Y_0 est la ligne des centres O_1O_2 , l'axe Z_0 complétant le trièdre direct.

Les hypothèses retenues pour la modélisation de l'interface d'engrènement sont les suivantes :

- pour une configuration, le point de contact ainsi que la normale au contact sont invariants au cours de l'engrènement,
- la raideur est considérée constante lorsque les 2 corps sont en contact et nulle lorsque l'engrenage est dans le jeu, ce qui conduit au diagramme effort - rapprochement des corps figure 10.

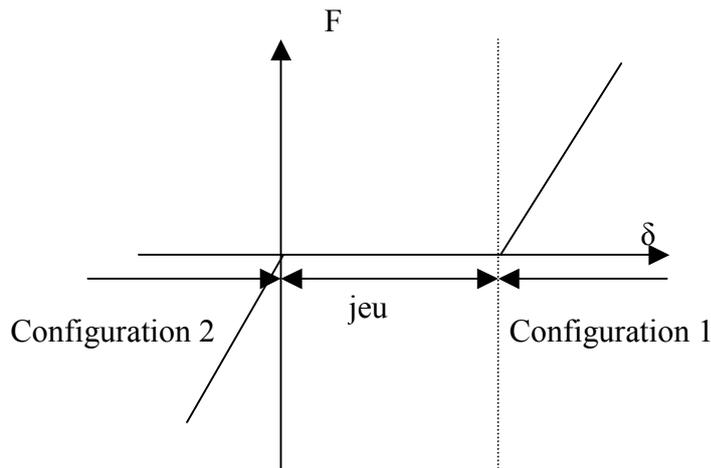


Figure 10 : diagramme effort-rapprochement des corps pour l'engrenage roue et vis sans fin

Etant donnée la présence d'un jeu d'engrènement non négligeable, le contact entre la roue et la vis sans fin peut avoir lieu dans deux configurations différentes (Figure 10). Les matrices de rigidité d'engrènement sont obtenues de la manière suivante [13] :

- expression des deux normales au contact,
- détermination de la position relative de la roue et de la vis $\vec{\Delta}$ en un point donné N dans le repère R_0 . Pour cela, les déplacements de points N_1 et N_2 appartenant respectivement à la vis et à la roue sont exprimés en fonction des déplacements des centres O_1 et O_2 ,
- pour chacune des deux configurations, $\vec{\Delta}$ est projetée sur la normale correspondante pour obtenir l'expression du rapprochement des corps δ_i dans chacune des deux configurations :

$$\delta_i = V_i^t \cdot d \quad (\text{II.2})$$

- les matrices de rigidité dans chaque configuration sont déterminées à partir des énergies de déformation :

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} k_1 (\delta_1 - \text{jeu})^2 \\ U_2 &= \frac{1}{2} k_2 \delta_2^2 \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Pour la configuration 1, l'application des équations de Lagrange, permet de déterminer la matrice de rigidité :

$$K_1 = k_1 V_1 V_1^t \quad (\text{II.4})$$

et le deuxième terme conduit à des efforts extérieurs :

$$\{F\} = k_1 \text{jeu} \{V_1\} \quad (\text{II.5})$$

Lorsque l'engrenage est dans le jeu, l'énergie de déformation est nulle.

Pour la configuration 2 :

$$K_2 = k_2 V_2 V_2^t \quad (\text{II.6})$$

La matrice de rigidité d'engrènement dans la configuration i est donc le produit de la raideur d'engrènement par une matrice V_i rassemblant des termes géométriques relatifs à l'engrenage.

Les expressions de V_1 et V_2 sont données en annexe VII.1.1.

La matrice d'amortissement est construite de la même façon :

$$C_i = c_i V_i V_i^t \quad (\text{II.7})$$

Des essais ont permis de valider ce modèle : les rotations, vitesses et accélérations angulaires de la roue et de la vis issues de la simulation ont été confrontées à des mesures. L'essai présenté consiste à imposer une rotation sinusoïdale à 6Hz et 0.9rad d'amplitude crête à crête sur la vis d'un réducteur (P-EPS A, voir chapitre 5). Les résultats sur la vitesse angulaire de la roue sont présentés (Figure 11).

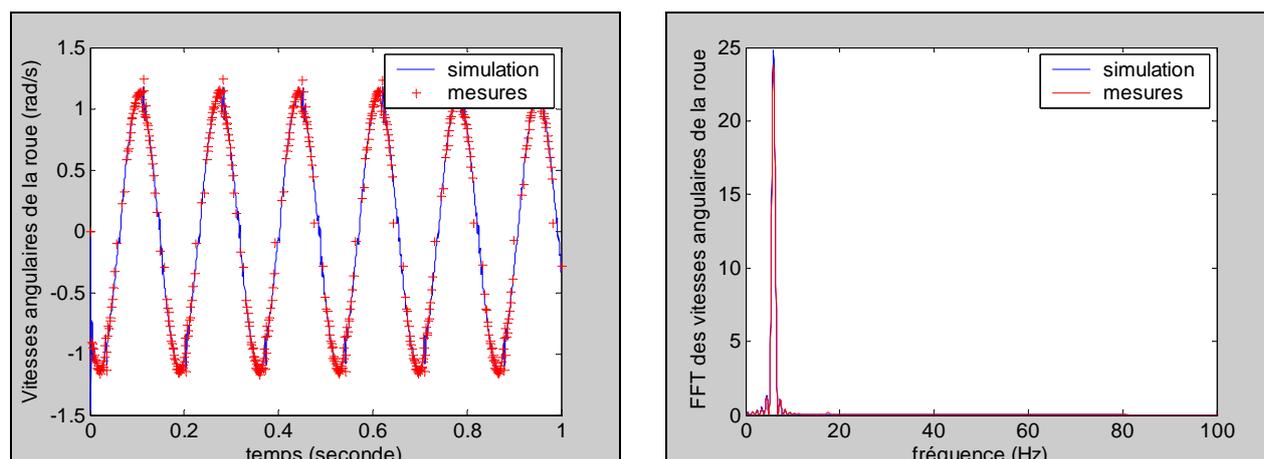


Figure 11 : comparaison simulation/mesures-vitesses angulaires de la roue

La vitesse calculée a une amplitude et une fréquence égales à celles de la vitesse mesurée. Un zoom des zones d'amplitudes maximales (Figure 12) permet de voir que la simulation respecte les oscillations présentes en mesure. Leurs amplitudes ainsi que leurs fréquences sont en effet égales.

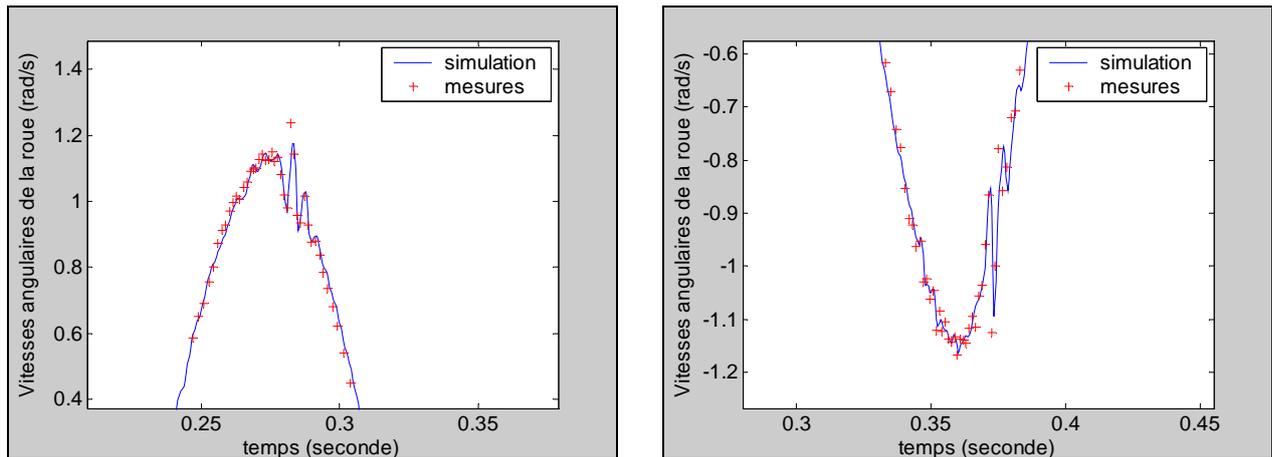


Figure 12 : agrandissements des comparaisons sur les vitesses angulaires de la roue

II.1.1.2. Engrenage pignon – crémaillère

La démarche est identique à celle suivie pour l'engrenage roue et vis sans fin. Les hypothèses retenues sont celles des engrenages cylindriques hélicoïdaux : la raideur est constante au cours de l'engrènement, le point de contact ainsi que la normale au contact sont invariants pour une configuration donnée. De plus, le modèle est linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

Le repère de cet élément est lié à la crémaillère : l'axe X_0 est l'axe de la crémaillère, l'axe Y_0 a pour direction la ligne des centres (1-2), l'axe Z_0 complétant le trièdre direct.

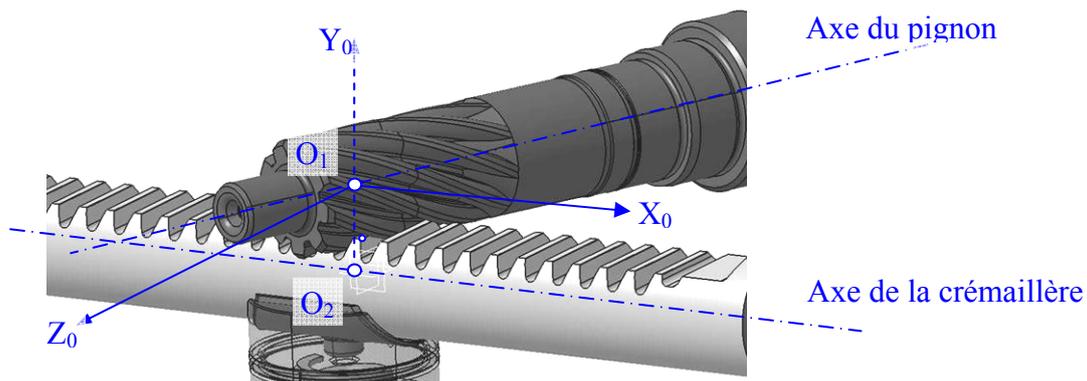


Figure 13 : repère du modèle de l'engrenage pignon-crémaillère

Les 2 corps sont supposés indéformables et reliés par une raideur et un amortissement dans la direction de la normale au contact. En position initiale (c'est-à-dire quand la crémaillère est plaquée contre le pignon) et compte tenu du rapport de conduite important (engrenage hélicoïdal avec des angles d'hélices importants sur le pignon), le jeu de battement est

considéré nul. L'engrenage est alors dans la configuration 3 (Figure 14). La variation d'entraxe due au possible recul du poussoir lors de la mise en couple entraîne deux configurations de contact dans l'engrènement (configurations 1 et 2, figure 14).

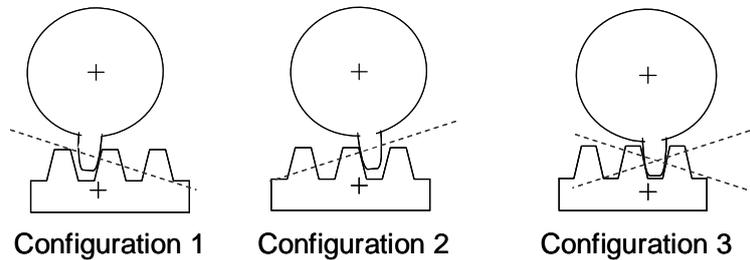


Figure 14 : configurations de contact du pignon -crémaillère

Pour chacune de ces configurations, la matrice de rigidité d'engrènement est obtenue à partir de l'expression de l'énergie de déformation.

$$U_i = \frac{1}{2} k_i \delta_i^2 = \frac{1}{2} k_i d^t \underbrace{A_i A_i^t}_{L_i} d \quad (\text{II.8})$$

Avec k_i : raideur d'engrènement suivant la normale au contact dans la configuration i .

Il en résulte une matrice L_i pour chaque configuration, dont les termes sont des paramètres géométriques de l'engrenage. Le produit de cette matrice L_i par la raideur d'engrènement k_i donne la matrice de rigidité d'engrènement. Il en va de même pour la matrice d'amortissement d'engrènement. Les termes des matrices A_i sont donnés en annexe VII.1.2.

De la même façon que pour l'engrenage roue et vis sans fin, le modèle de l'engrenage pignon-crémaillère a été validé par comparaison avec des mesures expérimentales. Dans ce cas-là, une rotation a été imposée au pignon de la P-EPS A (voir chapitre 5), et la translation de la crémaillère mesurée. La vitesse de translation est présentée (Figure 15) : l'amplitude et la fréquence sont respectées. De légères différences entre la simulation et les essais sont observables pour une vitesse longitudinale nulle (flèche A sur la figure 15) ou pour une accélération longitudinale nulle (flèche B sur la figure 15).

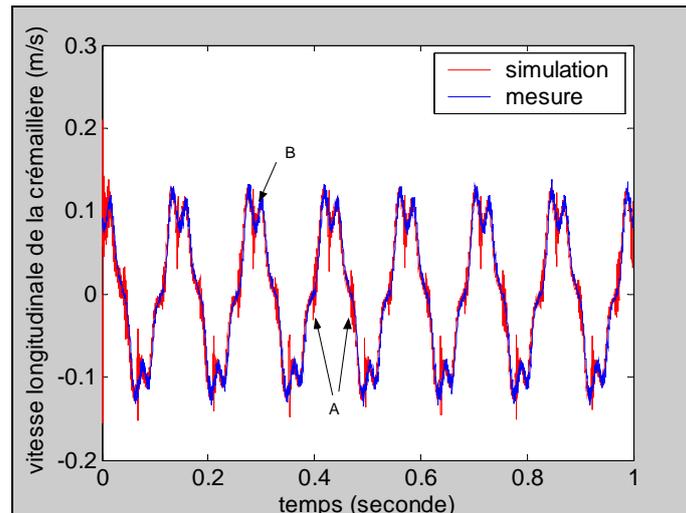


Figure 15 : comparaison simulation/essais : vitesse longitudinale de la crémaillère

La bonne corrélation de ce mouvement montre cependant que la démarche proposée pour le développement de ce modèle, notamment pour la prise en compte de l'angle de croisement, est correcte.

II.1.1.3. Ligne poussoir

La modélisation proposée pour la ligne poussoir [14] (Figure 16) permet de simuler l'influence de la ligne poussoir sur les mouvements radiaux de la crémaillère. Deux raideurs non linéaires (Figure 17) placées dans les deux directions du modèle plan (Y_0 et Z_0) permettent de modéliser cette influence. Le couplage des deux directions, dû à la forme du poussoir, est estimé.

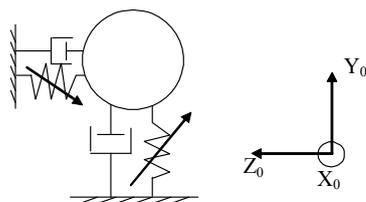


Figure 16 : modèle de la ligne poussoir

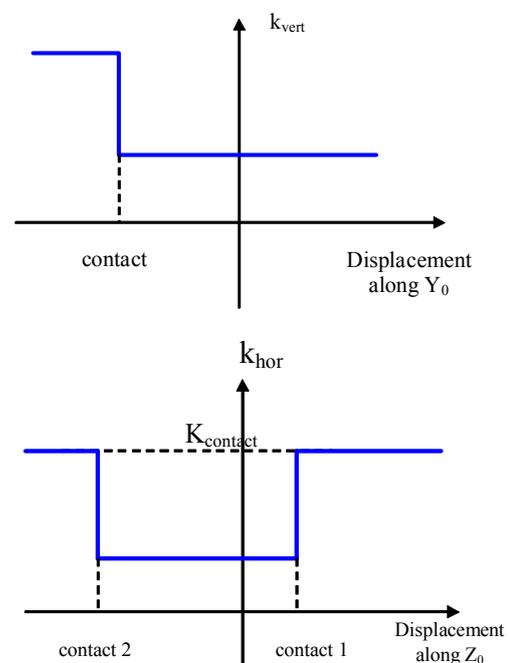


Figure 17 : raideurs du modèle

Pendant les mêmes essais que ceux réalisés pour valider le modèle de l'engrenage pignon-crémaillère (Figure 18, P-EPS A, voir chapitre 5), les déplacements radiaux de la crémaillère (axes Y et Z) ont été mesurés. Ils dépendent principalement du comportement de la ligne poussoir. Les déplacements aux points A et B obtenus expérimentalement et par simulation sont comparés.

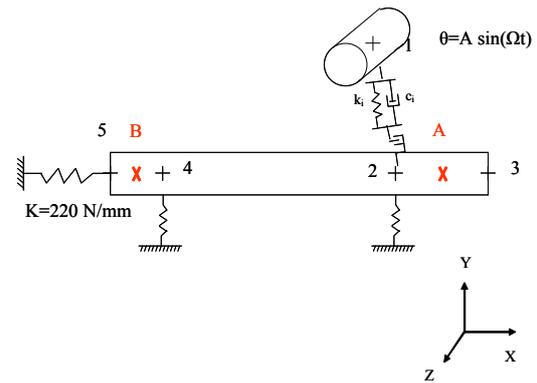


Figure 18 : modèle de recalage et validation

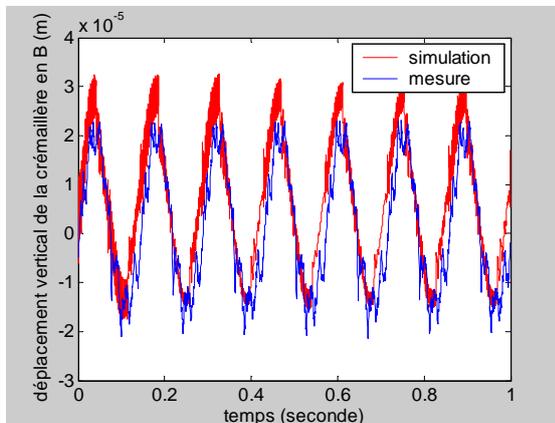


Figure 19 : point B, axe Y

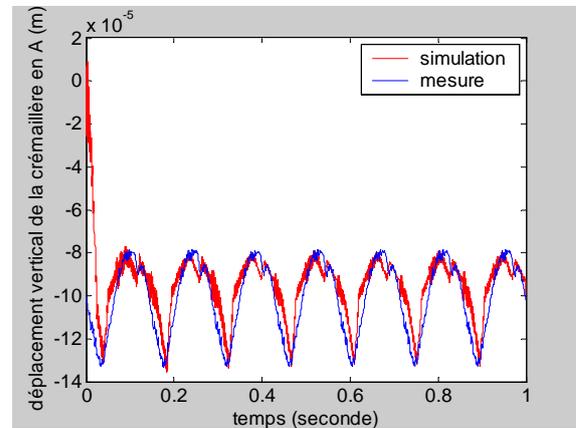


Figure 20 : point A, axe Y

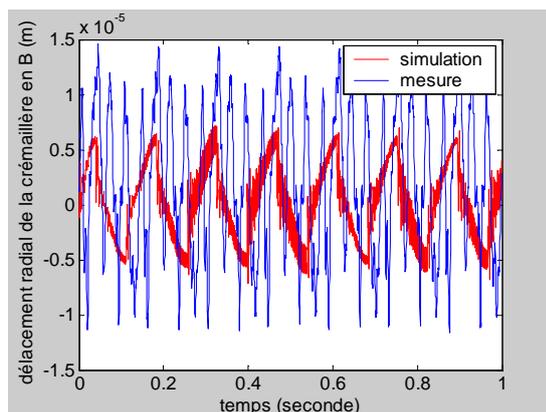


Figure 21 : point B, axe Z

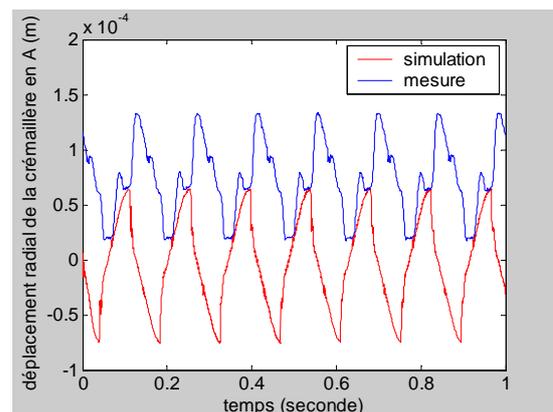


Figure 22 : point A, axe Z

La comparaison est satisfaisante pour les déplacements selon l'axe Y (Figure 19, Figure 20), mais pas pour ceux selon l'axe Z (Figure 21, Figure 22). Le modèle n'a donc pas pu être validé. Le modèle de la ligne poussoir doit donc être amélioré.

II.1.1.4. Cardans

A partir du modèle cinématique d'un joint de cardan simple [23], Bordegaray [14] propose le modèle dynamique d'une transmission par cardans représenté figure 23. Ce modèle compte 2 nœuds et 1 ddl par nœud. Pour chacun des 2 cardans, la raideur en torsion k_i et l'amortissement en torsion c_i du croisillon sont intégrés dans le modèle. Le ddl $\theta_{i1,2}$, qui n'est pas conservé par la suite, permet de prendre en compte la cinématique liée au cardan. Les mâchoires sont supposées rigides en torsion et sont représentées par deux inerties I_{i1} et I_{i2} . Les arbres sont modélisés par des éléments poutre.

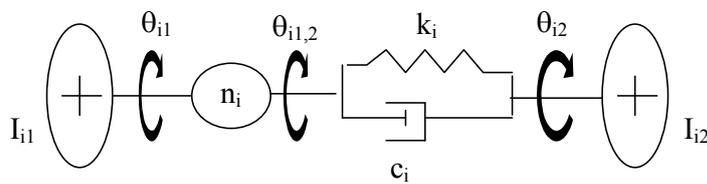


Figure 23 : modèle dynamique du joint de cardan

Pour chacun des deux cardans, l'énergie cinétique T_i , l'énergie de déformation U_i et l'énergie de dissipation R_i s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2}(I_{i1}\dot{\theta}_{i1}^2 + I_{i2}\dot{\theta}_{i2}^2) \\ U_i &= \frac{1}{2}k_i(\theta_{i2} - \theta_{i1,2})^2 \\ R_i &= \frac{1}{2}c_i(\dot{\theta}_{i2} - \dot{\theta}_{i1,2})^2 \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

L'application des équations de Lagrange donne, après prise en compte de la cinématique et linéarisation des équations, les matrices de masse, d'amortissement et de raideur pour chaque cardan :

$$M_i = \begin{bmatrix} I_{i1} & 0 \\ 0 & I_{i2} \end{bmatrix} \quad C_i = c_i \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad K_i = k_i \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

Le vecteur des efforts extérieurs T_{ext} s'écrit :

$$T_{\text{ext}_i} = \begin{cases} c_i n_i (1 - n_i) \dot{\theta}_{i1} + c_i (n_i - 1) (\dot{\theta}_{i2} - \dot{\theta}_{i1}) + k_i (n_i - 1) (\theta_{i2} - \theta_{i1}) + k_i n_i \xi_i \\ c_i (n_i - 1) \dot{\theta}_{i1} - k_i \xi_i \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

II.1.2. Résolution numérique

La réponse dynamique transitoire de la modélisation d'une DAE (déplacements, vitesses et accélérations de chacun des noeuds de la structure EF), lorsqu'elle est soumise à une excitation extérieure, est obtenue par résolution numérique de son équation du mouvement sous forme matricielle :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C(\delta)]\{\dot{q}\} + [K(\delta)]\{q\} = \{F(t, \delta)\} \quad (\text{II.12})$$

Le modèle comporte de nombreuses non linéarités, tels que les engrenages. Les matrices de raideur et d'amortissement sont donc variables au cours du mouvement : elles dépendent de la configuration de chaque élément non linéaire. Il en est de même pour le vecteur des efforts extérieurs qui dépend, de plus, de l'excitation imposée au système.

II.1.2.1. Algorithme de résolution

La réponse temporelle du système est obtenue à l'aide d'un schéma d'intégration numérique pas à pas basé sur la formulation implicite de Newmark [14]. Les équations du mouvement à l'instant $n+1$ s'écrivent :

$$[M]\{\ddot{X}_{n+1}\} + [C]\{\dot{X}_{n+1}\} + [K]\{X_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} \quad (\text{II.13})$$

Il est possible d'écrire, à partir du développement limité de X_{n+1} avec une accélération moyenne sur un pas de temps :

$$\begin{cases} \{X_{n+1}\} = \{X_n\} + \Delta t \cdot \{\dot{X}_n\} + \frac{\Delta t^2}{2} \left[(1-2\lambda) \cdot \{\ddot{X}_n\} + 2\lambda \cdot \{\ddot{X}_{n+1}\} \right] \\ \{\dot{X}_{n+1}\} = \{\dot{X}_n\} + \Delta t \cdot \left[(1-\chi) \cdot \{\ddot{X}_n\} + \chi \cdot \{\ddot{X}_{n+1}\} \right] \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

Les déplacements à l'instant $n+1$ valent alors :

$$\left(\frac{4[M]}{\Delta t^2} + \frac{2[C]}{\Delta t} + [K] \right) \cdot \{X_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} + \left(\frac{4[M]}{\Delta t^2} + \frac{2[C]}{\Delta t} \right) \cdot \{X_n\} + \left(\frac{4[M]}{\Delta t} + [C] \right) \cdot \{\dot{X}_n\} + [M] \cdot \{\ddot{X}_n\} \quad (\text{II.15})$$

On en déduit les vitesses et les accélérations à l'instant $n+1$:

$$\begin{cases} \dot{X}_{n+1} = -\dot{X}_n + \frac{2}{\Delta t} (X_{n+1} - X_n) \\ \ddot{X}_{n+1} = -\ddot{X}_n + \frac{2}{\Delta t} (\dot{X}_{n+1} - \dot{X}_n) \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

II.1.2.2. Gestion des non linéarités

Les raideurs (et amortissements) non linéaires du système, ainsi que tout autre fonction non linéaire par morceaux des modèles, sont approchés par une fonction continue pour la résolution numérique du problème. Pour les engrenages par exemple, les valeurs de la raideur et de l'amortissement sont données par le diagramme ci-contre.

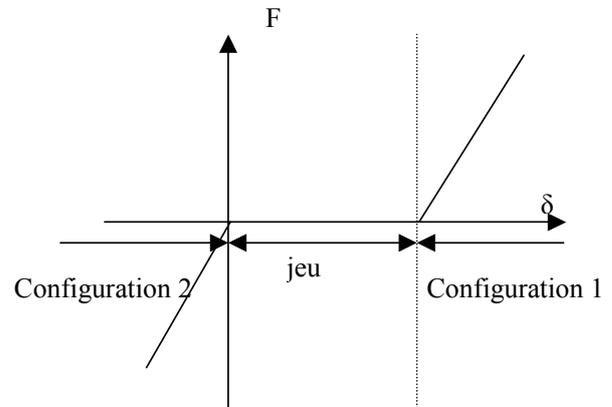


Figure 24 : diagramme d'effort

La raideur et l'amortissement d'engrènement sont linéaires par morceau. Afin de connaître la configuration de l'engrènement, les rapprochements des corps δ_1 et δ_2 dans chacune des configurations sont calculés. L'assemblage des matrices de raideur K_i et d'amortissement C_i est différent selon les valeurs des rapprochements. La méthode retenue consiste à approcher la raideur par une fonction continue basée sur la fonction arctangente.

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2} + \frac{1}{\pi} (k_1 \arctan(\lambda(\delta - jeu)) + k_2 \arctan(-\lambda\delta)) \quad (\text{II.17})$$

k_1 et k_2 sont respectivement la valeur de la raideur d'engrènement en configuration 1 et en configuration 2. δ est le rapprochement des corps. La raideur est représentée (Figure 25) pour un jeu égal à $4 \cdot 10^{-5}$ m.

L'utilisation de cette fonction permet un gain considérable en temps de calcul. Pour les autres non linéarités du modèle, la même démarche est adoptée, en adaptant la fonction au cas considéré.

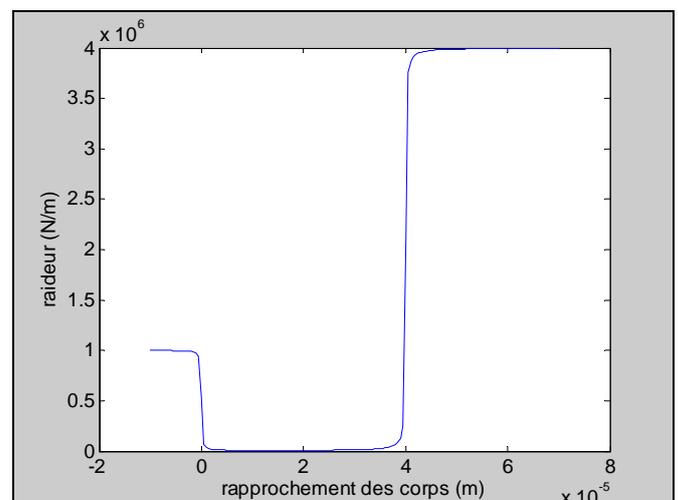


Figure 25 : approximation de la raideur

II.2. Modélisation des DAE : extension aux interfaces véhicule

Dans cette partie, une synthèse bibliographique sur les éléments nécessaires à l'extension de la modélisation des DAE jusqu'aux interfaces avec le véhicule est présentée : les roulements, puis les carters : condensation de modèles EF.

II.2.1. Les roulements à billes

II.2.1.1. Description sommaire de l'élément technologique

Un roulement est un élément technologique qui permet de réaliser une liaison mobile entre deux éléments en rotation l'un par rapport à l'autre. Un roulement transmet également des efforts radiaux et axiaux entre ces deux éléments.

Un roulement est composé de (Figure 26) :

1. plusieurs éléments roulants,
2. une cage pour maintenir les éléments roulants,
3. une bague intérieure,
4. une bague extérieure.

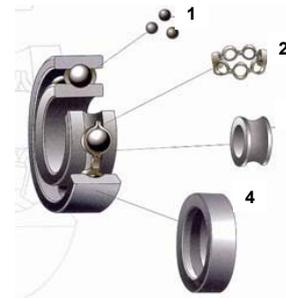


Figure 26 : composition d'un roulement

Pour fonctionner correctement, un roulement est lubrifié afin de faciliter le mouvement des différents constituants entre eux : des joints peuvent donc être ajoutés afin d'assurer l'étanchéité. Un roulement présente également des jeux axiaux et radiaux indispensables à son bon fonctionnement (Figure 27).

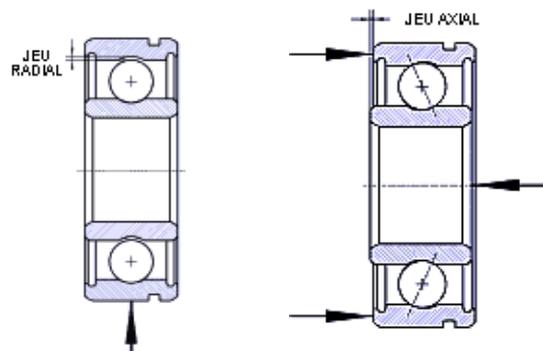


Figure 27 : jeux de fonctionnement (roulement à bille)

Pour un roulement, on définit un angle de contact (Figure 28) entre l'élément roulant et les bagues comme étant l'angle formé par la normale au contact et la perpendiculaire à l'axe du roulement. L'angle de contact dépend du jeu radial, du rayon de courbure du chemin des billes et augmente légèrement lorsqu'une charge axiale est appliquée.

On définit également un angle de déversement (Figure 29) comme étant la variation de la position angulaire d'une bague par rapport à l'autre (désalignement). La valeur de cet angle dépend du jeu radial, du rayon de courbure du chemin des billes et de la construction interne du roulement.

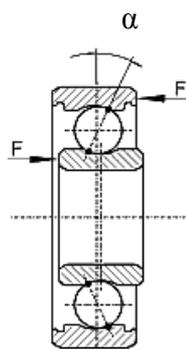


Figure 28 : angle de contact

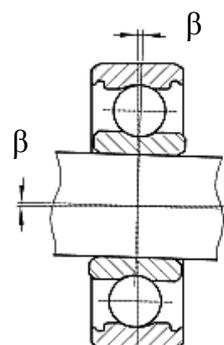


Figure 29 : angle de déversement

La cinématique des éléments d'un roulement peut être déterminée. Elle est propre à chaque type de roulement et à son utilisation. On peut déterminer les vitesses de rotation des éléments, la fréquence de passage des éléments roulants sur les bagues, etc.

II.2.1.2. Modèles globaux : les roulements dans leur environnement

Les roulements représentent une solution technologique largement utilisée dans les systèmes en rotation. Ces systèmes sont présents dans de nombreux domaines de l'industrie (production d'énergie, automobile, aéronautique, etc.). Leur comportement dynamique fait donc l'objet de nombreux travaux de recherche afin de mieux maîtriser leur comportement vibratoire. Ces travaux de recherche se sont longtemps focalisés sur les sources majeures d'excitation dans ces systèmes (dentures dans le cas de rotor engrenant, effet gyroscopique et balourd sinon). Les roulements ont souvent été considérés comme des conditions aux limites des systèmes modélisés, avec l'hypothèse que ces systèmes sont assemblés dans un environnement (carter) rigide. Des études plus récentes s'intéressent à l'influence des roulements sur la dynamique de ces systèmes.

En effet, Bourdon [15] rappelle que, dans un système, les roulements modifient les masses et donc les inerties mises en jeu, participent à la flexibilité et à l'amortissement de la structure et sont éventuellement source d'excitation [28]. Les roulements influencent donc la dynamique du système dans lequel ils sont présents. Ainsi, si les études se sont, historiquement, tout d'abord focalisées sur la caractérisation statique des roulements (analyse de la distribution de charge, des rigidités et de la durée de vie), elles s'orientent plus récemment vers la notion de transmissibilité des vibrations par les roulements [15][41][42][43][44][45][46] et vers leur dynamique interne [54]. Enfin, Bourdon [15] rappelle que, généralement, les excitations engendrées par les roulements dans un système tournant sont négligées devant celles introduites par l'engrènement ou les effets gyroscopiques et de balourds.

II.2.1.3. Modélisation de la rigidité des roulements

La rigidité d'un roulement est un concept très complexe qui fait référence à des comportements fortement non linéaires. En effet, la rigidité d'un roulement est gouvernée par les rigidités de contact entre les bagues et les éléments roulants. Dans un système réel, ces éléments sont tous déformables et leurs rigidités de contact ne peuvent pas être assimilées à une raideur linéaire unidirectionnelle. De plus, les roulements présentent des jeux de fonctionnement qui impliquent le fait que le nombre d'éléments roulants en contact avec les bagues n'est pas constant selon les conditions d'utilisation (charge du roulement) et que la géométrie du contact de chaque élément peut aussi varier.

L'ensemble des modèles proposés dans la littérature est basé sur une linéarisation plus ou moins explicite de la relation entre les efforts appliqués aux roulements et les déplacements relatifs des bagues. Les différentes modélisations dynamiques de la rigidité des paliers à roulement découlent de la manière dont cette relation est identifiée. Dans tous les cas, il s'agira d'une rigidité K_t linéarisée au voisinage d'un chargement statique ou sur une plage de fonctionnement (linéarisation par morceaux [38][39]). Suivant les approches, cette grandeur est soit un scalaire soit une matrice qui permet d'écrire, autour d'un point de fonctionnement défini par une charge F_0 et une déflexion δ_0 , la relation :

$$\Delta F = K_t \Delta \delta \quad (\text{II.18})$$

La matrice de raideur tangente correspond à la matrice jacobienne de F par rapport à δ :

$$K_T = \frac{\partial F}{\partial \delta} \quad (\text{II.19})$$

Bourdon [15] identifie alors trois manières de modéliser la rigidité d'un roulement dans un modèle global.

Modélisation par des rigidités élémentaires

Il s'agit, dans ce cas, de modéliser la rigidité d'un roulement par un ensemble de rigidités linéaires ou non [37] représentatives des raideurs axiale et radiale du roulement. La manière dont les valeurs de ces rigidités sont obtenues est rarement explicitée dans les publications.

Bourdon [15] rappelle qu'elles peuvent être obtenues de manière numérique en utilisant par exemple les formules de Palmgren ou de Krämer qui, à partir des caractéristiques génériques des roulements (diamètres, nombre de corps roulant, etc.) et d'hypothèses simplificatrices (pas de jeux, environnement rigide, angles de contact ne variant pas, etc.) donnent des valeurs approchées de la relation effort - déplacement. Ces formules correspondent à des cas de charges distincts (purement radiale ou purement axiale), ce qui implique un découplage au niveau des roulements entre les mouvements radiaux (flexion des arbres) et axiaux (extension). Ces rigidités élémentaires peuvent également être obtenues de manière expérimentale. De façon analogue, Tiwari [62] modélise les roulements par une force de restitution déterminée expérimentalement dans deux directions.

Modélisation par une matrice de rigidité

Afin d'améliorer la modélisation précédemment présentée, plusieurs auteurs proposent de modéliser les couplages entre tous les mouvements relatifs des bagues. Bourdon [15] explique que le principe de ces approches est de réaliser un modèle quasi-statique du roulement isolé de son environnement, de lui appliquer un torseur d'efforts représentatifs des efforts de fonctionnement vus par le roulement et d'en déduire une matrice de rigidité linéarisée. C'est cette matrice qui est ensuite introduite dans des modèles dynamiques.

Lim et Singh [42][43][44][45][46] proposent ainsi une matrice de rigidité prenant en compte les six degrés de liberté du centre de rotation des roulements (sachant que la rigidité est nulle autour de l'axe de rotation du roulement et donc pour les termes couplés avec celui-ci également). Ce modèle ainsi que tous ceux qui en découlent s'appuient sur une approche quasi-statique afin de calculer l'équilibre des roulements et la répartition des charges par une

approche systématique (la méthode numérique utilisée est celle de Newton-Raphson) et une prise en compte plus fine de la géométrie interne des roulements. Les roulements sont en effet caractérisés par leurs paramètres cinématiques et géométriques : angle de contact à vide α_0 , jeu radial, coefficient de raideur K_m pour le contact entre les bagues et les éléments roulants, désalignement angulaire, précharge, rayon de la piste de roulage intérieure pour les roulements à bille ou rayon nominal pour les roulements à rouleaux. Les hypothèses retenues sont généralement :

- Seuls les petits mouvements de vibration sont retenus.
- La relation effort - déplacement pour chaque élément roulant (élastique) est définie par la théorie de Hertz :

$$Q = K_m \cdot \delta^n \quad (\text{II.20})$$

- La charge supportée par chaque élément roulant est décrite par sa position relative sur la piste de roulage du roulement.
- La position angulaire entre chaque élément roulant reste constante (cage rigide).
- Les effets secondaires (forces centrifuges et moments gyroscopiques) sont négligés.
- Les aspects tribologiques ne sont pas considérés : roulement non lubrifié. Les effets de compression du film lubrifiant font l'objet de travaux particuliers axés sur de grandes vitesses de rotation des systèmes [29].

De nombreux auteurs se sont basés sur les études de Lim et Singh pour les étendre à d'autres types de roulements [57] et les compléter en prenant en compte par exemple la précharge appliquée [41].

Ces travaux permettent d'envisager d'introduire, dans des modèles globaux, des matrices de rigidité représentatives des roulements permettant de considérer la transmission des vibrations entre les arbres de la structure tournante et les carters de la structure. Certains auteurs étudient ainsi l'influence de carters sur la dynamique d'une structure en condensant celui-ci aux liaisons avec les roulements [40]. Cependant, Bourdon [15] rappelle que ces modèles sont basés sur l'hypothèse que les bagues du roulement sont indéformables. S'ils permettent d'étudier la transmission des vibrations, ces modèles ne permettent donc pas de prendre en compte les effets d'un environnement flexible (déformation des bagues).

Modélisation prenant en compte la flexibilité statique de l'environnement

Afin de prendre en compte la flexibilité statique des carters, des travaux récents proposent de modéliser la déformation des bagues extérieures des roulements. Se basant sur les travaux de Lim et Singh, Lahmar [41] propose des modèles de roulements (à billes et à rouleaux conique et cylindrique) avec bague extérieure déformable pour prendre en compte un environnement (carter) flexible, mais il se limite aux seuls problèmes quasi-statiques (l'effet de masse du carter n'est pas pris en compte). S'appuyant également sur les travaux précédents, Bourdon [15] a mis en place un principe de modélisation « unifiée » des roulements à billes, à rouleaux cylindriques et à rouleaux coniques, pouvant s'introduire dans une modélisation éléments finis classique, en vue de la résolution d'un problème non-linéaire. Ces éléments prennent en compte la géométrie interne des paliers à roulement et permettent d'obtenir les efforts exercés par les bagues et les épaulements sur le corps roulant, les angles de contact ou de désalignement, la matrice de rigidité linéarisée associée à chaque corps roulant. L'idée essentielle de ces travaux est de discrétiser le roulement en corps roulants (billes ou rouleaux), et d'associer à chacun d'eux un élément de liaison numérique. Cet élément corps roulant relie un nœud de la bague intérieure à un nœud de la bague extérieure par l'intermédiaire d'une matrice de rigidité de dimension 10×10 . Pour cela, les bagues intérieures et extérieures sont discrétisées (poutres courbes à sections constantes).

II.2.1.4. Précharge

Précharger un roulement consiste à déplacer son point de fonctionnement par l'introduction d'un déplacement ou d'un effort (loi non linéaire entre les deux). Le principe est de maintenir un nombre de corps roulants chargés suffisants (au moins la moitié) durant le fonctionnement. La précharge va donc diminuer ou supprimer le jeu dans les roulements et, pour une charge utile donnée, diminuer la déformation élastique associée. Ceci aura pour effet la diminution ou la suppression du jeu (silence de fonctionnement et compensation des phénomènes d'usure et de « tassement »), et la diminution de la déformation élastique (augmentation de la rigidité équivalente, guidage plus précis de l'arbre et augmentation de la durée de vie si la précharge est correctement dimensionnée).

La précharge est donc souhaitable, mais des études montre qu'elle doit être correctement déterminée afin de ne pas compromettre la durée de vie du roulement [3].

Plusieurs auteurs [3][38][39][55][3] insistent sur l'importance de la précharge, notamment si un roulement doit fonctionner avec des charges faibles voir nulles ou à des vitesses élevées, afin d'éviter de rencontrer un régime de fonctionnement chaotique.

II.2.1.5. Amortissement

La modélisation de l'amortissement dû aux roulements est un problème qui rejoint les problèmes génériques de la prise en compte de l'amortissement dans les modèles. La modélisation la plus courante est l'utilisation d'amortissements modaux. Ainsi, Kahraman [39] propose des coefficients d'amortissement visqueux qui conduisent à une matrice d'amortissement diagonale. Néanmoins, certains auteurs évoquent la possibilité de modéliser le roulement par un système « ressort – amortisseur » sans préciser comment la valeur numérique de l'amortisseur équivalent est obtenue. Par exemple, Lim et Singh [43][44] proposent de prendre en compte l'amortissement visqueux dû aux paliers à roulements par une matrice proportionnelle à la matrice de rigidité, sans préciser la méthode de détermination de cette matrice. D'autres auteurs comme Wensing [64] abordent le problème de l'amortissement en utilisant la théorie de lubrification élastohydrodynamique (EHL) des roulements. Cette approche théorique doit cependant être couplée avec une détermination par la même méthode de la rigidité des roulements.

II.2.1.6. Modélisation des roulements à billes pour les DAE

Afin d'étendre la modélisation des DAE aux interfaces véhicule, il est nécessaire de mettre en place une modélisation adéquate des roulements afin de simuler l'influence de l'environnement de la chaîne cinématique, c'est-à-dire les différents carters de cette structure. Les modèles de roulements doivent permettre de prendre en compte la transmission des vibrations de cette chaîne cinématique vers les carters. Il s'avère qu'une simple modélisation des roulements par des rigidités élémentaires ne peut pas permettre cela. Les roulements doivent donc être modélisés par une matrice de rigidité qui permettra de coupler les différents mouvements relatifs des bagues. La difficulté portera sur la façon dont cette matrice sera déterminée. Il s'agit de ne pas mettre en place un modèle trop complexes qui demanderait des temps de calculs importants (par rapport aux modèles de la chaîne cinématique) mais qui prenne tout de même en compte le fonctionnement particulier des DAE pour l'application étudiée (faibles charges, régimes transitoires, jeux) et la précharge appliquée à certains roulements de la structure.

II.2.2. La condensation de modèles EF

Afin d'étendre la modélisation jusqu'aux interfaces avec le véhicule, les carters de la DAE sont modélisés. Pour des raisons de temps de calcul, il n'est pas possible d'intégrer au modèle de la DAE des carters maillés par des éléments finis volumiques. Une modélisation condensée des carters devra alors être réalisée.

II.2.2.1. Objectifs et intérêts

L'objectif des méthodes de sous structuration est de permettre le calcul de la réponse d'une structure en statique et en dynamique (réponse temporelle et fréquentielle) à partir de la connaissance de la réponse des différentes parties de cette structure (sous structures). Ces méthodes sont particulièrement bien adaptées pour des modèles mis en place par la méthode des éléments finis (EF), d'où l'appellation « super éléments » utilisée par certains auteurs [6][15] pour désigner les sous structures. Le nombre de degrés de liberté (ddl) de la structure complète calculée est ainsi considérablement réduit. En effet, les méthodes de sous structuration consistent à condenser les matrices représentatives de la structures aux nœuds de jonction des sous structures pour le calcul de la structure complète. Ainsi, seuls les ddl de jonctions sont conservés dans le calcul de la structure complète.

L'un des premiers intérêts des méthodes de sous structuration est donc de réduire le nombre de ddl de la structure à calculer, et par conséquent les temps de calcul. Cet intérêt est mis en avant par de nombreux auteurs, notamment par ceux qui ont mis en place des modèles globaux de structures complexes. Ainsi, Bourdon [15] met à profit une méthode de sous structuration pour améliorer les temps de calculs de sa modélisation dynamique globale d'une boîte de vitesses automobile. Ce type de méthode peut aussi être utilisé à son avantage pour des modèles mixtes multi-corps – EF [63] parfois mis en place en robotique si des structures flexibles sont considérées.

Afin de réduire encore les temps de calcul pour une structure complexe, il est possible de coupler les méthodes de sous structuration à la méthode de superposition modale [22][35]. En effet, si chaque sous structure est un système linéaire, il est possible d'effectuer une troncature modale pour ne conserver que les premiers modes de déformation de la sous structure. Ainsi, les temps de calcul relatifs à une sous structure sont améliorés si celle-ci comporte un grand nombre de ddl. Cependant, Imbert [35] rappelle que cette méthode doit être utilisée avec

précaution : l'influence des modes supérieurs tronqués sur les modes inférieurs conservés doit être quantifiée si nécessaire.

Dans le cas de la mise en place de modèles globaux de structures complexes, les méthodes de sous structuration peuvent également être mises à profit pour discrétiser une structure en super éléments linéaires connectés entre eux par des éléments non linéaires [20]. Quelle que soit la méthode adoptée pour gérer les non linéarités (linéarisation autour d'un point de fonctionnement [15] ou adoption d'une loi non linéaire représentative [6]), ceci permet de diminuer considérablement les temps de calcul de ces structures et de faciliter la mise en place des sous structures par des personnes différentes. Mais on peut également penser que cette discrétisation d'un modèle global d'une structure peut permettre, même si cette éventualité n'est pas traitée dans la littérature, d'en rationaliser l'exploitation : elle peut faciliter la mise en place de critères de conception de la structure étudiée focalisés sur une sous structure ou un élément de jonction par exemple.

II.2.2.2. La méthode des sous structures en statique

La condensation statique consiste à réduire le nombre de ddl (modélisation EF) considérés pour un élément ou une structure en vue de simplifier la résolution statique du système associé. Les ddls de la structure sont différenciés entre ddls interne à la structure et ddl externes ou de liaison. Dans le cas d'une structure complexe, celle-ci est divisée en plusieurs sous structures condensées. Cette méthode a été décrite par Przemieniecki [35].

La sous structuration statique se divise en trois phases :

- Analyse des sous structures à frontière fixe (détermination des matrices condensées de rigidité et des efforts, ainsi que des relations linéaires entre ddl internes et externes de la structure condensée) : la condensation statique est appliquée à chaque sous structure définie.
- Assemblage des sous structures et résolution globale : les matrices condensées de chaque sous structure sont assemblées. On procède de la même façon que lors de l'assemblage des matrices d'EF classiques. La résolution du système obtenu donne les déplacements de liaison de la structure.
- Calculs de restitution : les déplacements internes de chaque sous structure sont calculés à partir des relations déterminées.

II.2.2.3. La méthode des sous structures en dynamique

Les méthodes de sous structuration sont beaucoup utilisées pour l'analyse dynamique des structures complexes. L'utilisation de ces méthodes se justifie à la fois par le gain de temps de calcul obtenu et par les possibilités offertes pour l'organisation de la modélisation de structure complexes. Une des premières méthodes proposées est la méthode de condensation à plusieurs niveaux de Guyan [35]. Les méthodes de synthèse modale sont des variantes de la méthode de Ritz dans lesquelles on choisit comme vecteurs de base pour chaque sous structure des modes de déformation statique et des modes propres avec différentes sortes de conditions aux limites. Les différentes méthodes diffèrent donc par ce choix de vecteurs de base. Ces méthodes offrent une précision supérieure à la méthode de Guyan avec une efficacité numérique bien meilleure.

Classification des méthodes de synthèse modale

Les différentes méthodes sont basées sur différents choix de modes de sous structures ainsi que sur diverses procédures de couplage. Pour chaque sous structure on définit des ddl internes et des ddl externes ou de liaison.

Les différents choix des modes de sous structures sont les suivants :

- *Modes statiques de liaison* : les déplacements d'interface sont imposés ; ce sont les mêmes modes que pour la sous structuration statique.
- *Modes d'attache* : les modes de déformation statique sont produits par des forces unité sur les ddl de liaison ; ces modes sont donc solution des équations d'équilibre.
- *Modes propres* : ils peuvent être définis avec différents types de conditions sur les déplacements d'interface (libres, fixes ou hybrides) ou à interfaces chargées.

Imbert [35] retient la classification suivante pour les méthodes de synthèse modale :

- *Méthodes avec interface fixe* : Hurty [34] développe cette méthode qui est améliorée par Craig et Bampton [18] ; cette méthode utilise comme modes des sous structures les modes statiques de liaison et les modes propres à interface fixe ; Bamford [7] a montré que la prise en compte de modes d'attache améliorerait la convergence.
- *Méthodes de substitution modale* : Benfield et Hruda [10] généralisent la méthode des « branch modes » de Gladwell [27] ; cette méthode est bien adaptée pour une sous structuration à plusieurs niveaux ; les modes propres du constituant principal sont à interfaces libres ou chargées pour une meilleur convergence.

- *Méthodes avec interfaces libres* : les premières méthodes de ce type sont connues pour leurs mauvaises propriétés de convergence ; MacNeal [47] et Rubin [58] ont montré que l'utilisation de la correction de flexibilité résiduelle (prise en compte de l'effet statique des modes tronqués) améliore la précision de ces méthodes.
- *Méthodes hybrides* : MacNeal [47], Hintz [33], Craig et Chang [19] ont proposé des méthodes hybrides.

Méthode avec interface fixe

Plus communément connue sous le nom de « Méthode de Craig et Bampton », c'est la méthode retenue pour la modélisation des carters d'une DAE. Il s'agit d'une méthode de Ritz dont les vecteurs de bases pour chaque sous structure sont les modes statiques de liaison et l'ensemble tronqué des modes propres à interface fixe. Cette méthode peut aussi être utilisée avec l'ensemble complet des modes propres à interface fixe si le modèle de la structure étudiée possède un nombre de ddl raisonnable, comme le propose Demailly [20]. La méthode avec l'ensemble tronqué est détaillée au chapitre 3 de ce document.

En résumé, la méthode de Craig et Bampton se décompose en trois phases :

- Analyse statique et modale de chaque sous structure
 - Calcul des modes statiques d'interface.
 - Calcul des matrices de rigidité et de masse condensées aux ddl d'interface.
 - Calcul des modes propres avec interfaces fixes.
- Analyse modale et/ou dynamique du système complet
 - Calcul des matrices de rigidité et de masse du système.
- Résolution du problème et restitution
 - Calcul des déplacements nodaux d'interface et interne pour chaque sous structure.

Les avantages de cette méthode consistent en sa précision et sa généralité.

En revanche, cette méthode, par la présence des ddl d'interface dans le vecteur d'état, n'est pas forcément très bien adaptée si la structure étudiée est complexe avec beaucoup de ddl d'interface. Le choix des modes propres à frontières fixes peut ne pas être adapté à certains types de problèmes. Cette méthode n'est presque pas compatible avec l'utilisation de données de sous structures d'origine expérimentale.

Imbert [35] conclut donc que la méthode de Craig et Bamton est une méthode efficace mais limitée à des données de sous structures obtenues à partir de modèles EF.

Cette méthode a fait l'objet de nombreuses études et a été complétée par certains auteurs. Rixen [56] propose une méthode duale de la méthode de Craig et Bampton qui consiste à écrire la compatibilité des forces aux interfaces. Duchereau et Soize [22] l'utilisent pour une structure faiblement amortie. Qu [51][52] propose pour sa part des techniques pour appliquer la méthode de Craig et Bampton à des systèmes fortement amortis. Enfin, plusieurs auteurs [4][6][15][20][21] utilisent la méthode de Craig et Bampton en connectant les sous structures entre elles par l'intermédiaire d'éléments non linéaires. Dans ces travaux, l'amortissement est introduit par la méthode modale.

Méthode de substitution modale

Il s'agit d'une méthode particulièrement adaptée pour un système défini par un constituant principal et des constituants secondaires (branches).

L'avantage majeur de cette méthode est que les ddl d'interface ne sont pas dans le vecteur d'état, ce qui est pratique si la structure est complexe. Elle présente une bonne convergence (modes avec interface chargée). De plus, cette méthode est compatible avec l'utilisation de données expérimentales de sous structures.

En revanche, cette méthode est moins générale que celle de Craig et Bampton et mal adaptée à certaines topologies de structure.

Méthode de McNeal

La méthode de McNeal est une méthode à interface libre (peut être étendue à l'utilisation de modes propres avec conditions hybrides). Elle nécessite la prise en compte de l'effet statique des modes supérieurs tronqués par une correction de flexibilité résiduelle.

Les ddl d'interface ne sont pas dans le vecteur d'état, ce qui est pratique si la structure est complexe. Cette méthode est très générale et compatible avec l'utilisation de données expérimentales de sous structure.

Cependant cette méthode ne délivre pas de résultats très précis.

Synthèse

Imbert [35] résume ainsi les qualités souhaitables pour une méthode de synthèse modale :

- Généralité
 - des topologies de structures,
 - des interfaces (hyperstatiques),
 - des conditions d'interfaces des modes propres utilisés (fixes, libres, hybrides),
 - possibilité : de synthèse d'amortissement,
de calcul de réponse dynamique.

- Modularité : possibilité d'analyse des sous structures de façon indépendante.

- Performances (précision, fiabilité, efficacité numérique)
 - Convergence sur les fréquences et modes propres du système, sur les forces d'interface, sur les contraintes locales,
 - Importance des effets de troncature modale (masse résiduelle, flexibilité résiduelle, géométrie résiduelle),
 - Possibilité de contrôle des erreurs.

- Compatibilité avec l'utilisation de données de sous structures d'origine expérimentale.

En conclusion, aucune méthode n'est optimale. Il est nécessaire de choisir une méthode adaptée à l'application souhaitée. Dans notre cas, la méthode de Craig et Bampton semble particulièrement adaptée, notamment par son efficacité et son application aisée aux modèles EF. On pourra ainsi définir des sous structures linéaires reliées entre elles par des éléments non linéaires (engrenages, roulements, etc.).

II.3. Modélisation des DAE : méthodes et outils d'analyse

II.3.1. Contexte

Un des objectifs des travaux de recherche présentés dans ce document est de définir un ensemble de méthodes et outils d'analyse du comportement dynamique simulé des DAE. L'accent doit être mis sur le couplage avec le véhicule et le conducteur.

Afin de répondre à cet objectif, pour le contexte d'étude défini, un état de l'art des méthodes et outils appliqués à l'analyse du comportement dynamique des systèmes mécaniques a été réalisé. L'application à des mécanismes complexes a été étudiée [14][15][16][21][65]. La recherche bibliographique s'est organisée selon trois thèmes : sources de vibrations, transmission de vibrations et perceptions de vibrations.

Concernant les sources de vibrations, le « rattle noise » a fait l'objet de nombreuses études [9][49][60][61], ainsi que les machines tournantes [20][40]. Le rattle noise est étudié pour les transmissions de puissance et présente de nombreuses similarités avec le contexte d'étude défini. Une synthèse bibliographique dédiée est donc présentée. Des travaux concernant l'identification et la quantification des sources de vibrations sont également appropriés [13][36][66][67] et présentés en détail dans un second temps. La méthode des ondelettes [48][53] a été abordée.

La problématique liée à la transmission des vibrations fait appel à de nombreuses notions académiques dans le domaine des vibrations. Cependant, un travail concernant le couplage d'un mécanisme non linéaire avec une base linéaire est présenté [49]. L'analyse temps-fréquence d'un signal est détaillée par la suite.

Enfin, les notions de perception des vibrations ont fait l'objet de nombreuses publications. Ces travaux [1][2][25][26] ont servi de références pour de nombreux outils proposés dans ce rapport.

II.3.2. Sources de vibrations

II.3.2.1. Le rattle noise

Le rattle noise est perçu comme une nuisance sonore et vibratoire. Il est principalement étudié dans les boîtes de vitesses automobiles (BVA, graillonnement) ou les mécanismes de transfert de puissance au ralenti. En effet, il s'agit de chocs de dentures générés dans un engrenement dont un des deux pignons n'est pas chargé. La problématique est donc proche du contexte défini pour l'étude du comportement dynamique des DAE. Il peut être mesuré entre 0 et 12kHz [60]. Tangasawi [61] limite sa mesure des phénomènes induits entre 0 et 3kHz.

Les critères appliqués sur des résultats de simulation, pour déterminer le seuil d'apparition du rattle noise, portent principalement sur la cinématique des engrenages et de la chaîne cinématique associée [9][16][17][60]. Un critère sur l'accélération et l'énergie cinétique des engrenages mis en jeu dans du rattle noise semble pertinent [9]. La valeur RMS des données mesurées ou simulées est souvent utilisée [9].

L'étude modale de la structure complète linéarisée permet d'identifier les chemins de transfert des vibrations nées dans les engrenages [61] : la connaissance du comportement modal des arbres et des carters semble primordial pour la compréhension des phénomènes.

Deux points semblent donc fortement émerger de l'ensemble de ces travaux.

Premièrement : la quantification du rattle noise (seuil et évolution). Une approche énergétique liée à la source (engrenages) semble pertinente. Deuxièmement : la transmission des vibrations dans la structure. La connaissance du comportement modal de la structure permet d'analyser cette transmission et de prédire les fréquences qui apparaîtront dans la réponse de la structure.

Même si certains auteurs soulignent l'importance des phénomènes de dissipation dans la structure (amortissements, frottements), ce troisième point n'est pas détaillé dans les travaux cités.

Cette démarche peut être appliquée à l'étude du comportement dynamique des DAE, en élargissant les sources possibles d'impacts et donc de génération de vibration. Elles ne sont pas restreintes aux seuls engrenages. Leurs systèmes à rattrapage de jeux ou les roulements à

billes non préchargés par exemple sont également sources de vibrations par impacts. Une modélisation tridimensionnelle de la structure est donc utilisée. L'analyse modale de la structure linéarisée sera utilisée, ainsi qu'une description énergétique des sources de vibrations.

II.3.2.2. Identification, quantification : ondelettes et autres critères

Une des difficultés majeures dans l'étude de mécanismes complexes qui génèrent du bruit est d'identifier la source et le chemin de transfert des vibrations qu'ils génèrent. Une méthode d'identification proposée est d'utiliser la transformée par ondelettes [36][66][67]. Il s'agit de détecter un signal anormal en construisant une ondelette mère à partir d'un signal de mesure (moyenne avec au moins quatre signaux mesurés) puis en transformant un autre signal par ondelettes à partir de cette ondelette mère : s'il contient ce même signal anormal, celui-ci sera détecté en utilisant une analyse WIC (Wavelet Instantaneous Correlation). Cette méthode peut être appliquée à l'analyse de signaux simulés. Elle sera donc détaillée par la suite et utilisée.

Bordegaray [13][14] analyse le comportement vibratoire d'un engrenage roue et vis sans fin. La modélisation de l'engrenage retient le « backlash » (jeu d'engrènement) de l'engrenage comme la principale source de vibration dans ce système : un fonctionnement sous faible charge et sous sollicitation alternative est retenue. L'application concerne les DAE : roulage sur pavé ou excitation alternative au volant par exemple. La problématique est proche de celle du rattle noise dans une BVA (Boîte de Vitesses Automobile). Le critère retenu permet d'analyser les chocs dans l'engrenage en amplitude et en durée. Il fait intervenir les accélérations du système et sa masse. Il est homogène à une puissance dérivée selon le temps. Le système étudié se limite à une roue et une vis qui forment un engrenage. L'application de ce critère à un mécanisme élargi pose la question de la masse associée aux degrés de liberté de l'élément d'engrenage : elle dépend de la modélisation de la vis, de la roue et des éléments connectés.

II.3.3. Transmission de vibrations : couplages

Oppenheimer [49] présente une application plus générale de la prédiction du bruit rayonné par un mécanisme excité par des impacts. Une exemple est le rattle noise. Les DAE dans le contexte défini peuvent être une autre application. La méthodologie consiste à étudier le mécanisme et ses supports de façon découplée dans un premier temps, puis de déterminer la nécessité de coupler les deux par un critère énergétique. Le critère consiste à comparer les

énergies prédites pour le mécanisme avec support rigide et pour le support flexible excité par les efforts aux liaisons du mécanisme avec support rigide (analyse découplée).

II.3.4. Perception de bruit et vibrations

Plusieurs auteurs ont travaillé sur la notion de confort au volant d'une automobile et de gêne due aux vibrations du volant. Les signaux caractéristiques utilisés pour ces études sont des accélérations tangentielles du volant [1][2][24][25][26]. Il s'agit donc du comportement dynamique en rotation du volant. Les vibrations dans les autres directions ne sont pas étudiées. Ces études considèrent que l'inconfort au volant est dû aux vibrations dans la bande de fréquences de 0 à 350 Hz environ, étant donné que le système tactile humain ne perçoit pas les vibrations au-delà de cette fréquence [24][26]. Ces mêmes études montrent également que le contenu fréquentiel de cette bande pour l'accélération tangentielle au volant participe fortement à la qualité de la perception de la route par le conducteur, en particulier entre 0 et 80 Hz [26]. La difficulté consiste donc à rendre compatibles deux problématiques : assurer un bon ressenti de la route au conducteur tout en conservant son confort. Cette problématique est compliquée par le fait que des vibrations de la DAE ou d'autres systèmes du véhicule peuvent intervenir dans cette bande fréquentielle et être ressenties au volant par le conducteur, par exemple les vibrations du GMP [1].

Les outils d'analyse retenus sont des spectres d'accélérations pondérés pour prendre en compte la perception humaine [24] ou des sommations de signaux par exemple. Ajovalasit [1] propose, entre autre, le Vibration Dose Value (VDV) pour ses études, qui donne une mesure cumulative de l'exposition aux vibrations. Soit $A(t)$ l'accélération tangentielle au volant :

$$VDV = \left[\int_0^T A^4(t) dt \right]^{1/4} \quad (II.21)$$

Comparé à la valeur RMS de l'accélération (II.22), le VDV traduit mieux la grande sensibilité de la perception humaine aux pics de vibrations de grande amplitude d'un signal.

$$A_{RMS} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T A^2(t) dt \right]^{1/2} \quad (II.22)$$

Tous les travaux issus de la littérature proposent des résultats liés à un contexte d'étude particulier. Mais les résultats sont très dépendants de ce contexte [2]. Il semblerait nécessaire de travailler en collaboration avec les constructeurs automobiles pour analyser la perception des vibrations au volant.

II.3.5. Wavelet Instantaneous Correlation (WIC)

Zhang [67] propose une méthode pour détecter et évaluer un « signal particulier ». Basée sur la transformée par ondelettes (WT : Wavelet Transform), cette méthode consiste dans un premier temps à construire une ondelette mère (MW : Mother Wavelet) à partir du signal particulier que l'on souhaite détecter et évaluer dans un autre signal. Il s'agit ensuite d'effectuer la WT du signal à analyser et de détecter et évaluer le signal particulier dans le signal à analyser par corrélation entre la MW et le signal à analyser en utilisant les coefficients de la WT.

Afin de palier aux deux difficultés de cette méthode (1 – conserver l'information sur la phase du signal qui sert à construire la MW ; 2 – sélectionner correctement le signal qui sert à construire la MW), Zhang [67] propose de construire une MW réelle, complexe et symétrique (SCRMW : Symetric Complex Real Mother Wavelet, Figure 31).

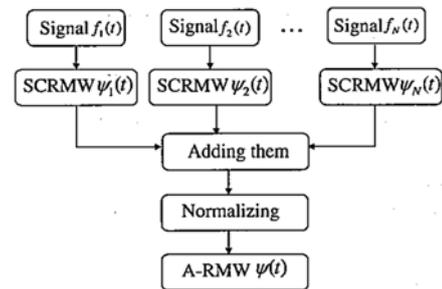


Figure 30 : Construction d'un A-RMW

Dans le cas d'un signal support expérimental, la SCRMW peut être construite à partir de plusieurs signaux support, une RMW moyenne est alors proposée (A-RMW : Average-Real Mother Wavelet, Figure 30).

La WT d'un signal $f(t)$ est définie comme :

$$W(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \overline{\psi_{a,b}(t)} \cdot dt \quad (\text{II.23})$$

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

où $1/a$ est la fréquence et b le temps. $\overline{\psi_{a,b}(t)}$ et $\psi_{a,b}(t)$ sont des fonctions complexes conjuguées. La fonction $\psi(t)$ est la MW et satisfait la condition d'admissibilité qui peut se résumer au fait que la fonction tend rapidement vers zéro à l'infini.

Le WIC (Wavelet Instantaneous Correlation) $R(b)$ est défini comme la WT sur la base de la MW pour sa fréquence centrale, i.e. pour $a = 1$:

$$R(b) = |W(a = 1, b)| \quad (\text{II.24})$$

La procédure pour construire une SCRMW admissible pour une analyse par WIC est la suivante :

- (1) La portion du signal de support est isolée par fenêtrage (fenêtre de Hanning) du signal. La moyenne du signal est annulée pour satisfaire la condition d'admissibilité et construire un RMW $\psi_R(t)$. Cette RMW est normée :

$$\|\psi_R\| = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_R(t)^2 dt \right]^{1/2} = 1 \quad (\text{II.25})$$

- (2) La transformée de Fourier de la RMW $\psi_R(t)$ est réalisée.
- (3) La transformée de Hilbert du spectre obtenu est réalisée.
- (4) Le gain et la phase du spectre sont amalgamés dans le même signal.
- (5) La transformée de Fourier inverse est réalisée sur le spectre ainsi formulé : la SCRMW $\psi(t)$ est construite.

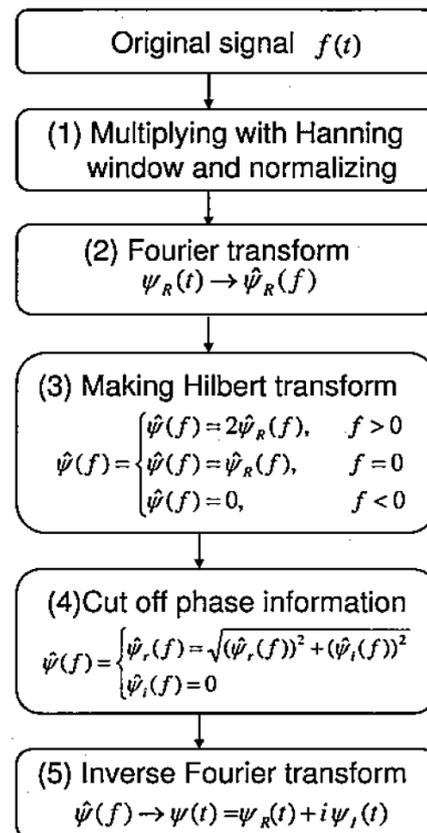


Figure 31 : Construction d'une SCRMW [67]

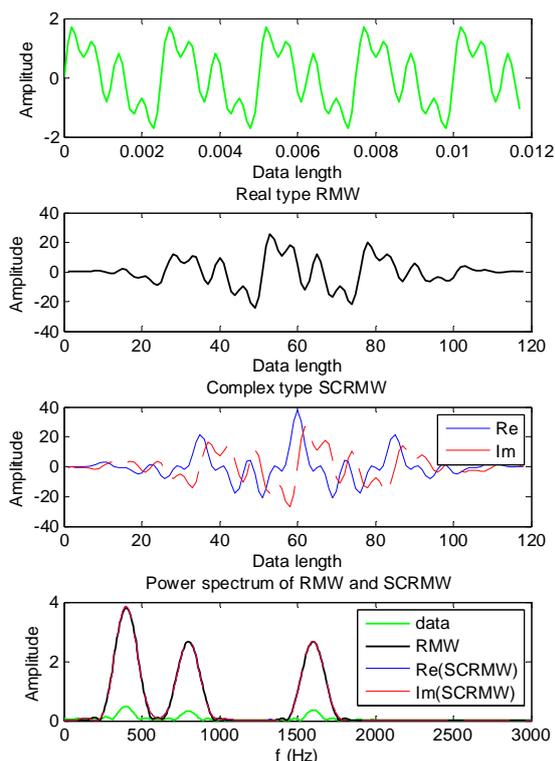


Figure 32 : construction d'une SCRMW, exemple

La démarche présentée ci-dessus est appliquée à la fonction suivante :

$$\begin{aligned}
 f(t) = & \sin(800\pi t) \\
 & + 0.7 \sin(1600\pi t) \\
 & + 0.7 \sin(3200\pi t)
 \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Les graphes ci-contre (Figure 32) montrent, dans l'ordre :

- le signal support initial ;
- la RMW : étape (1) ;
- la SCRMW : étape (5), parties réelle et complexe ;
- le spectre de ces différents signaux.

Les spectres des différents signaux montrent que leur contenu fréquentiel est commun. La forme et le contenu fréquentiel de la SCRMW représentent le signal qui sera détecté et évalué dans un autre signal par une analyse WIC.

II.3.6. Analyse temps-fréquence

L'analyse temps-fréquence d'un signal non stationnaire consiste à suivre l'évolution de ses caractéristiques spectrales au cours du temps (Figure 34). Deux méthodes peuvent être utilisées : la transformée de Fourier à court terme (SFT : Short Fourier Transform) ou l'analyse par ondelettes (WT : Wavelet Transform, scalogramme). La spécificité de ces deux méthodes d'analyse réside dans leur localisation en temps et en fréquence, c'est-à-dire dans la résolution temporelle et fréquentielle de l'analyse (Figure 33). La SFT résulte d'une discrétisation régulière de l'espace temps-fréquence contrairement à la WT. Dans le cas de la WT, la résolution temporelle est fine et la résolution fréquentielle est grossière pour des fréquences élevées, et vice versa pour des fréquences faibles.

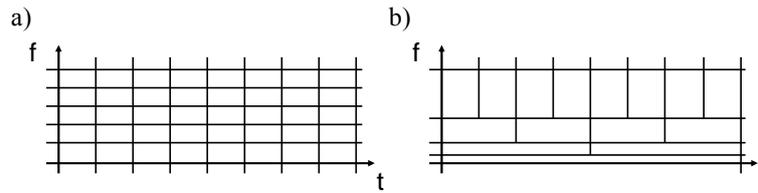


Figure 33 : résolution des analyses temps-fréquence a) SFT b) WT

Pour le type de signaux que nous souhaitons analyser, il est préférable que la résolution temporelle soit constante sur toute l'amplitude du spectre. La SFT sera donc préférée à la WT. La SFT consiste à réaliser la transformée de Fourier du signal à analyser sur une fenêtre glissante dans le temps (Figure 34) :

$$X(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot h(t - \tau) \cdot e^{-2\pi j \nu t} \cdot dt \quad (\text{II.27})$$

Avec :

- $x(t)$: le signal temporel ;
- $h(t - \tau)$: la fenêtre glissante ;
- $X(\tau, \nu)$: la transformée de Fourier du signal sur la fenêtre de temps considérée.

Pour un signal discret, la SFFT (Short Fast Fourier Transform) est définie par :

$$X(\Gamma, m) = \frac{1}{N} \sum_0^{N-1} x(n) \cdot h(n - \Gamma) \cdot e^{-\frac{2\pi j n m}{N}} \quad (\text{II.28})$$

La résolution fréquentielle Δf de l'analyse dépend donc directement de :

- la résolution temporelle Δt souhaitée ;
- le taux de recouvrement des fenêtres glissantes η .

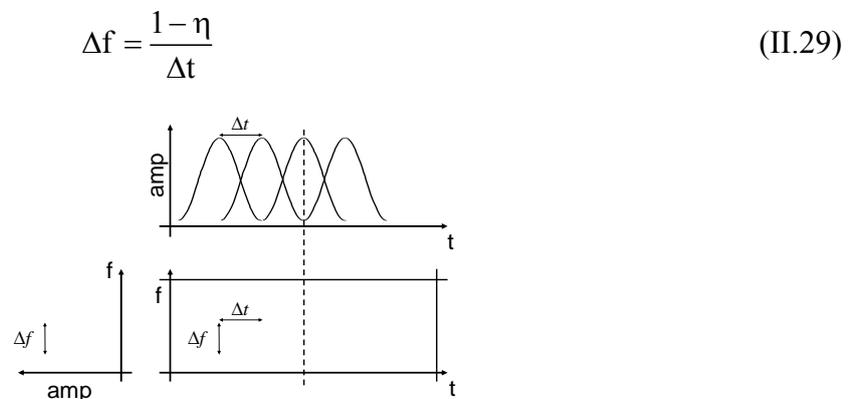


Figure 34 : analyse temps-fréquence d'un signal par SFFT fenêtrée

II.4. Bilan

Peu de travaux issus de la littérature sont appliqués au comportement dynamique des DAE, en particulier dans le contexte ciblé : comportement dynamique transitoire tridimensionnel, engendré par une excitation extérieure oscillatoire.

Bordegaray a étudié le comportement dynamique de la chaîne cinématique de ces mécanismes dans le contexte défini. Les modèles d'engrenages proposés (roue et vis sans fin, et pignon-crémaillère) seront réutilisés et améliorés si nécessaires dans les travaux de recherche présentés ici, ainsi que le modèle des transmissions par cardans. En revanche, le modèle de la ligne poussoir n'ayant pas pu être validé, il sera profondément modifié. Les méthodes de résolution numérique (schéma de Newmark et gestion des non linéarités) seront réutilisés également.

Afin d'étendre la modélisation des DAE jusqu'aux interfaces avec le véhicule, les roulements à billes du mécanisme et ses carters seront modélisés. De nombreux auteurs ont déjà travaillé sur la modélisation des roulements, ainsi que sur des méthodes de condensation de modèles EF pour la modélisation de carters. Les modèles développés dans les travaux de recherche présentés ici sont donc basés sur des techniques issues de la littérature et adaptés aux particularités du contexte étudié et au code de calcul mis en place.

Enfin, basée sur des outils issus de la littérature (analyse WIC et analyse temps-fréquence par exemple), la méthode qui sera proposée pour l'analyse du comportement dynamique des DAE est une méthode originale adaptée à la particularité de ces mécanismes et de leur comportement.

III- Modélisation du mécanisme non linéaire de DAE

Ce chapitre présente la modélisation du mécanisme non linéaire de DAE. Les améliorations apportées au modèle de la chaîne cinématique par rapport aux travaux de Bordegaray [14] sont tout d'abord détaillées. Le modèle de la ligne poussoir n'a pas pu être validé lors des travaux précédents. Un modèle qui dissocie le poussoir de la crémaillère est proposé. Les validations expérimentales des travaux présentés ici ont montré l'importance du frottement de la denture de l'engrenage pignon-crémaillère : le modèle de cet engrenage est donc amélioré afin de prendre en compte ce frottement. Ensuite, la modélisation des éléments qui permettent d'étendre le modèle d'une DAE jusqu'aux interfaces avec le véhicule est présentée : roulements et carters. Des modèles issus de la littérature sont adaptés pour la modélisation des DAE. Enfin, une présentation succincte du code de calcul utilisant l'ensemble de ces modèles pour modéliser une DAE complète et résoudre son comportement dynamique et l'analyser, ainsi que son utilisation est faite.

III.1. Modélisation de la ligne poussoir

III.1.1. Description générale et hypothèses

Une ligne poussoir est composée principalement de : un poussoir, un ressort (de raideur faible), une vis poussoir et des joints toriques (Figure 35).

Une précharge est appliquée au ressort par l'intermédiaire de la vis poussoir. Ce système permet un recul de la crémaillère de quelques micromètres. En cas de recul maximum, le poussoir est en contact avec la vis poussoir, le ressort n'étant pas complètement comprimé. La valeur du recul poussoir est déterminée à partir des erreurs de fabrication cumulées du pignon et de la crémaillère (faux rond du pignon notamment).

Une bague en élastomère peut être insérée dans la vis poussoir (Figure 36). Le poussoir comprime l'élastomère avant d'arriver en butée sur le carter. Le recul poussoir autorisé est inférieur à la hauteur de la bague élastomère dépassant de la vis poussoir. La position d'équilibre statique de la ligne poussoir (direction assemblée) est donc réalisée avec ressort et élastomère partiellement comprimés.

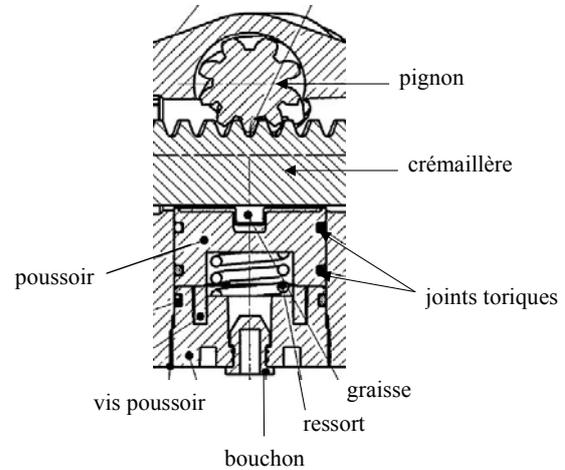


Figure 35 : ligne poussoir dans son environnement

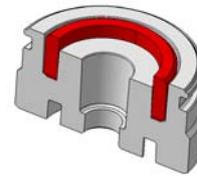


Figure 36 : bague élastomère (rouge) dans la vis poussoir (gris), vue en coupe

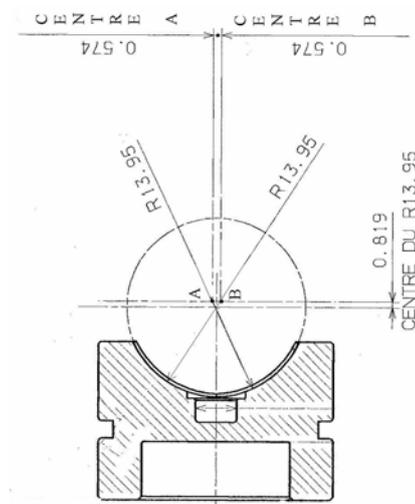


Figure 37 : profil d'un poussoir

Le profil du poussoir (plan normal à la crémaillère) est formé de deux arcs de cercle de même rayon mais dont les centres ne sont pas dans l'axe du poussoir et de rayon supérieur à celui de la crémaillère (Figure 37). Ceci implique que la crémaillère et le poussoir présentent un contact théorique possible de chaque côté du poussoir selon les efforts appliqués au mécanisme. La forme circulaire du poussoir entraîne un couplage entre les mouvements de la crémaillère suivant l'axe de la ligne poussoir et suivant l'axe perpendiculaire dans le plan du profil (Figure 37). Le jeu entre le carter et le poussoir (de l'ordre de quelques micromètres de chaque côté du poussoir) et les efforts tridimensionnels imposés par l'engrènement pignon crémaillère peuvent entraîner un basculement du poussoir dans son logement.

Le modèle retenu pour la ligne poussoir d'une DAE est un modèle en deux dimensions dans le plan normal à l'axe de la crémaillère (plan (Y_0, Z_0) , Figure 38).

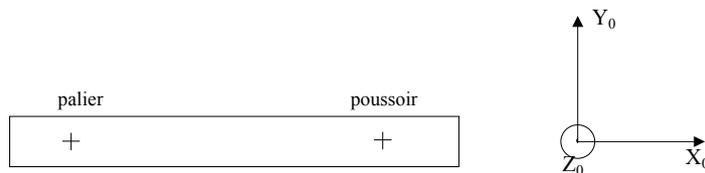


Figure 38 : schématisation de la crémaillère

Le poussoir est considéré comme un solide indéformable sauf aux points de contact entre le patin de la ligne poussoir et la crémaillère de la DAE. Il est donc décrit par son centre de gravité G , les centres de courbure D_1 et D_2 , ainsi que par les angles et les normales des deux contacts possibles. La masse et l'inertie de l'élément poussoir sont appliquées à son centre de gravité G . Les degrés de liberté (ddl) admissibles pour le centre de gravité G du poussoir sont les deux translations (v_G , w_G) selon les axes du plan de modélisation (Y_0, Z_0) , ainsi que la rotation θ_G autour de l'axe normal à ce plan afin de pouvoir simuler le basculement du poussoir (Figure 39).

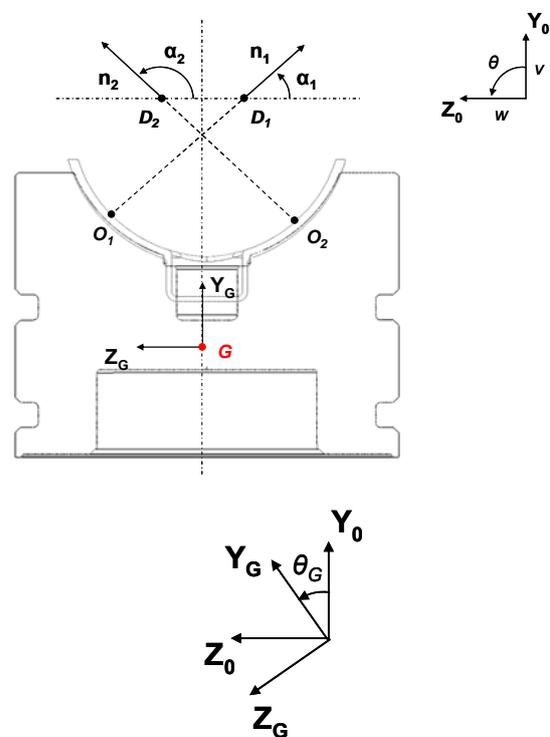


Figure 39 : modélisation de la ligne poussoir, définition des repères

Le point de fonctionnement du système est défini par la position initiale au repos du centre de la crémaillère O^* par rapport aux centres de courbure du poussoir (Figure 40) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O^*D_1} \cdot \overrightarrow{Z_G} &= b_1 = -b & \overrightarrow{O^*D_2} \cdot \overrightarrow{Z_G} &= b_2 = b \\ \overrightarrow{O^*D_1} \cdot \overrightarrow{Y_G} &= a & \overrightarrow{O^*D_2} \cdot \overrightarrow{Y_G} &= a \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

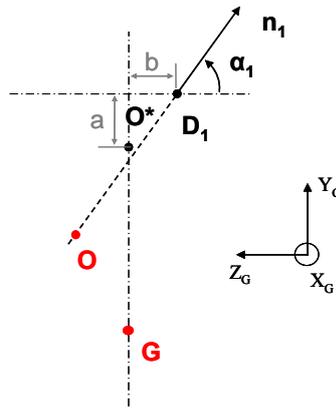


Figure 40 : position relative des différents points décrivant le modèle de la ligne poussoir

On définit, de plus, le paramètre :

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (\text{III.2})$$

Le point O représente le centre de la crémaillère en fonctionnement. L'hypothèse de petits déplacements est retenue. On peut alors exprimer les déplacements de tout point M de coordonnées $\left\{ \begin{matrix} Y_M \\ Z_M \end{matrix} \right\}_{R_G}$ appartenant au solide « poussoir indéformable » :

$$\overrightarrow{dep}(M) = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ v_M \\ w_M \end{matrix} \right\}_{R_0} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ v_G - Z_M \cdot \theta_G \\ w_G + Y_M \cdot \theta_G \end{matrix} \right\}_{R_0} \quad (\text{III.3})$$

Les déplacements du carter environnant le poussoir sont exprimés de la même façon : il est supposé rigide aux alentours du poussoir et lié à un point C confondu avec G.

Les raideurs de contact sont assemblées entre la crémaillère et le poussoir quand le contact est géométriquement réalisé. La raideur axiale non linéaire du modèle représente la compression

du ressort et de l'élastomère, puis l'arrivée en butée du poussoir sur la vis poussoir. La raideur horizontale est dissociée et appliquée entre trois points distincts des solides « poussoir indéformable » et carter. Ainsi, chaque joint torique du système est associé à une raideur en compression non linéaire pour prendre en compte l'arrivée en butée du poussoir sur son carter au point considéré (points J_1 et J_2 et leurs symétriques). De la même façon, une raideur de butée est associée au sommet du poussoir (point P_1 et son symétrique). Toutes ces informations, ainsi que les grandeurs géométriques associées sont schématisées (Figure 41).

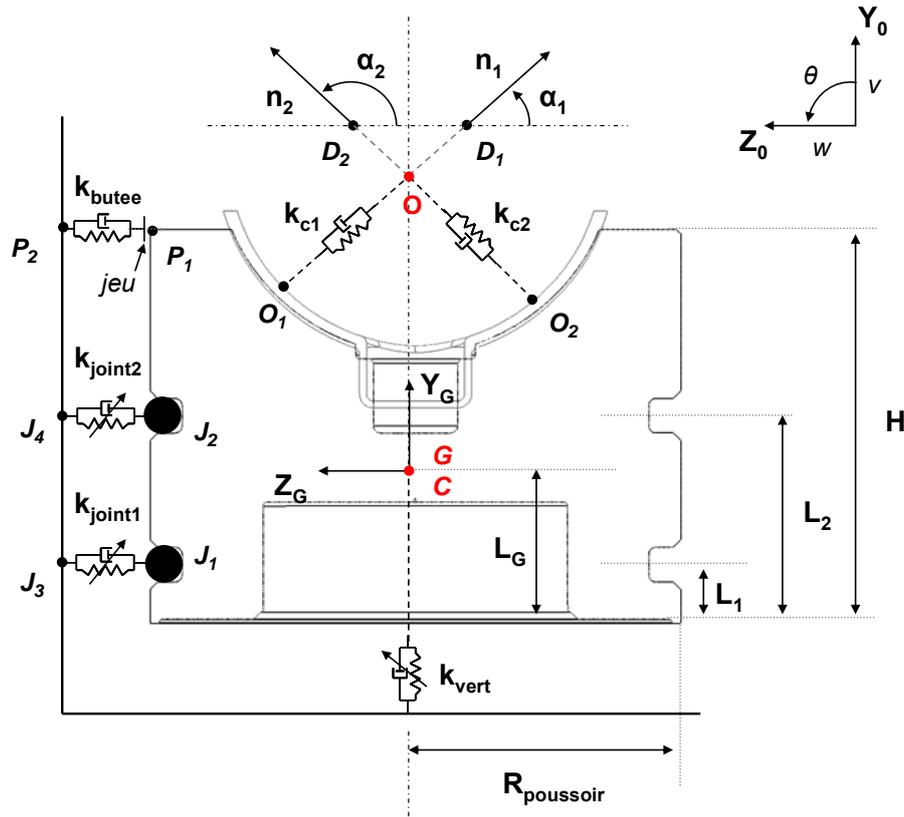


Figure 41 : modélisation de la ligne poussoir

Les déplacements horizontaux des points du poussoir s'expriment alors :

$$\begin{aligned}
 w_{J_1} &= w_G - (L_G - L_1) \cdot \theta_G \\
 w_{J_2} &= w_G - (L_G - L_2) \cdot \theta_G \\
 w_R &= w_G + (H - L_G) \cdot \theta_G
 \end{aligned}
 \tag{III.4}$$

Sous l'hypothèse que les déplacements du poussoir selon Y_0 sont très petits devant les dimensions du poussoir, les déplacements horizontaux des points du carter s'expriment :

$$\begin{aligned}
 w_{J_3} &= w_G - (L_G - L_1) \cdot \theta_G \\
 w_{J_4} &= w_G - (L_G - L_2) \cdot \theta_G \\
 w_{P_2} &= w_G + (H - L_G) \cdot \theta_G
 \end{aligned}
 \tag{III.5}$$

III.1.2. Matrices élémentaires

Soit (Y_0, Z_0) le repère élémentaire de l'élément poussoir. Les déplacements, vitesses et accélérations seront exprimés dans ce repère pour la construction des matrices élémentaires de la modélisation de la ligne poussoir. Ces matrices élémentaires seront assemblées aux matrices globales du système dans un repère global (X, Y, Z) pour la résolution numérique du problème général (II.12).

III.1.2.1. Matrice raideur

Pour chacune des raideurs k_i définies du modèle de la ligne poussoir, l'énergie de déformation associée U_i peut être exprimée pour $\Delta_i > jeu$ sous la forme :

$$U_i = \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot \Delta_i^2 + (k_1 - k_2) \cdot (\Delta_i - jeu) \cdot jeu
 \tag{III.6}$$

Soit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial \Delta_i} = k_i^* \cdot \Delta_i
 \tag{III.7}$$

Avec :

$$k_i^* = k_2 + (k_1 - k_2) \frac{jeu}{\Delta_i}
 \tag{III.8}$$

Avec Δ_i la déformation de la raideur sous une charge F , exprimée en fonction des degrés de liberté (ddl) associés au modèle de la ligne poussoir, k_i^* la valeur apparente de la raideur non linéaire en fonction de Δ_i , et k_1 et k_2 les raideurs tangentes pour respectivement $\Delta_i < jeu$ et $\Delta_i > jeu$ (Figure 42).

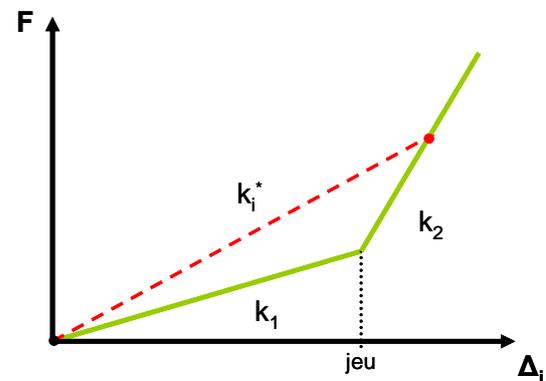


Figure 42 : effort non linéaire

Concernant les raideurs axiales et horizontales, il est ainsi possible de déterminer la matrice de rigidité tangente (III.9) de la ligne poussoir dans la base des déplacements $\delta = \langle v_G \ w_G \ \theta_G \ v_C \ w_C \ \theta_C \rangle$.

$$[k_p] = \begin{bmatrix} [k'] & -[k'] \\ -[k'] & [k'] \end{bmatrix}$$

$$[k'] = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ & k_{22} & k_{23} \\ sym & & k_{33} \end{bmatrix} \quad (III.9)$$

$$k_{11} = k_{vert}$$

$$k_{22} = k_{joint1} + k_{joint2} + k_{butee}$$

$$k_{23} = -(L_G - L_1).k_{joint1} - (L_G - L_2).k_{joint2} + (H - L_G).k_{butee}$$

$$k_{33} = (L_G - L_1)^2.k_{joint1} + (L_G - L_2)^2.k_{joint2} + (H - L_G)^2.k_{butee}$$

Un effort équivalent de la forme suivante est ajouté au second membre lors du passage d'une raideur k_1 à une raideur k_2 :

$$F = \begin{Bmatrix} (k_2 - k_1).jeu \\ -(k_2 - k_1).jeu \end{Bmatrix} \quad (III.10)$$

Concernant les raideurs de contact, il s'agit d'exprimer les écrasements aux contacts. Les normales aux contacts s'écrivent :

$$\vec{n}_i = \begin{Bmatrix} \sin \alpha_i \\ -\cos \alpha_i \end{Bmatrix}_{R_G} = \begin{Bmatrix} \sin \alpha_i + \theta_G \cdot \cos \alpha_i \\ -\cos \alpha_i + \theta_G \cdot \sin \alpha_i \end{Bmatrix}_{R_0}, \quad i = 1, 2 \quad (III.11)$$

Les écrasements s'expriment :

$$\Delta_i = \overrightarrow{OD_i} \cdot \vec{n}_i - d \quad (III.12)$$

Soit (Figure 43) :

$$\Delta_i = \left(\overline{OO^*} + \overline{O^*D_i} \right) \cdot \vec{n}_i - d$$

$$\Delta_i = \left(\left\{ \begin{array}{c} v_{O^*} - v_O \\ w_{O^*} - w_O \end{array} \right\}_{R_0} + \left\{ \begin{array}{c} a \\ b_i \end{array} \right\}_{R_G} \right) \cdot \vec{n}_i - d \quad (\text{III.13})$$

$$\Delta_i = \left(\left\{ \begin{array}{c} v_G - v_O \\ w_G + (L-a) \cdot \theta_G - w_O \end{array} \right\}_{R_0} + \left\{ \begin{array}{c} a - b_i \cdot \theta_G \\ b_i + a \cdot \theta_G \end{array} \right\}_{R_0} \right) \cdot \vec{n}_i - d$$

En négligeant les termes du second ordre, on obtient :

$$\Delta_i \cong (v_G - v_O + a) \cdot \sin \alpha_i + (-w_G + w_O - b_i - (L-a) \cdot \theta_G) \cdot \cos \alpha_i - d \quad (\text{III.14})$$

Avec :

$$\begin{aligned} b_1 &= -b \\ b_2 &= b \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

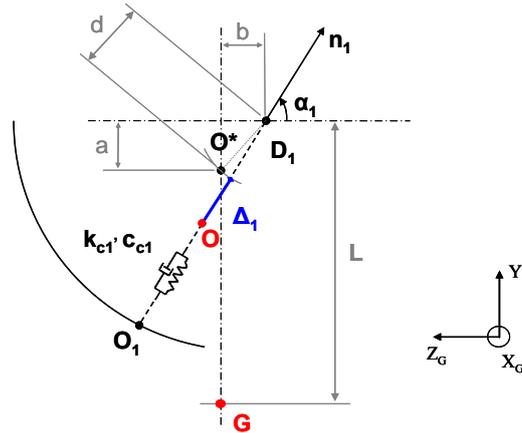


Figure 43 : écrasement du contact patin / crémaillère

Les équations de Lagrange permettent de déterminer la matrice du contact poussoir - crémaillère (III.16) et un vecteur géométrique (III.17) dû aux conditions de contact ajouté au second membre avec les efforts extérieurs dans la base de déplacements

$$\delta = \langle v_O \quad w_O \quad v_G \quad w_G \quad \theta_G \rangle.$$

$$[k_{contact}] = \sum_i k_{c_i} \cdot \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha_i & -\sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i & -\sin^2 \alpha_i & \sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i & (L-a) \cdot \sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i \\ & \cos^2 \alpha_i & \sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i & -\cos^2 \alpha_i & -(L-a) \cdot \cos^2 \alpha_i \\ & & \sin^2 \alpha_i & -\sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i & -(L-a) \cdot \sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i \\ & & & \cos^2 \alpha_i & (L-a) \cdot \cos^2 \alpha_i \\ sym & & & & (-(L-a) \cdot \cos \alpha_i)^2 \end{bmatrix} \quad (III.16)$$

$$\{F_{contact}\} = \sum_i k_{c_i} \cdot (-a \cdot \sin \alpha_i + b_i \cdot \cos \alpha_i + d) \cdot \begin{Bmatrix} -\sin \alpha_i \\ \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \\ -\cos \alpha_i \\ -(L-a) \cdot \cos \alpha_i \end{Bmatrix} \quad (III.17)$$

Ainsi, la matrice de rigidité élémentaire associée à la modélisation de la ligne poussoir est telle que :

$$[K] = [k_p] + [k_{contact}] \quad (III.18)$$

III.1.2.2. Matrice d'amortissement

La matrice d'amortissement élémentaire associée à la modélisation de la ligne poussoir est déduite de la même façon des énergies de dissipation de chaque élément d'amortissement (placés en parallèle de chaque raideur) qui se dérivent :

$$\frac{\partial R_i}{\partial \Delta_i} = c_i^* \cdot \dot{\Delta}_i \quad (III.19)$$

III.1.2.3. Matrice masse

L'énergie cinétique du système s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{v}_G^2 + \dot{w}_G^2) + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \dot{\theta}_G \quad (III.20)$$

Les équations de Lagrange permettent alors de déterminer la matrice de masse de la ligne poussoir dans la base des accélérations $\delta = \langle \ddot{v}_G \quad \ddot{w}_G \quad \ddot{\theta}_G \rangle$:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ & m & 0 \\ sym & & I \end{bmatrix} \quad (III.21)$$

III.1.3. Gestion du contact

Les raideurs définies aux contacts possibles du poussoir et de la crémaillère, k_{c1} et k_{c2} , interviennent dans la modélisation du système seulement si le contact est géométriquement possible. La condition géométrique retenue est que le contact est possible, de chaque côté, seulement si l'écrasement au contact considéré est positif ou nul. Soit :

$$\Delta_i \begin{cases} \geq 0, & \text{contact} \\ < 0, & \text{pas contact} \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

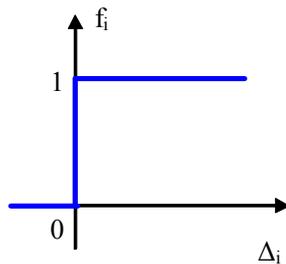


Figure 44 : fonction de gestion du contact

On définit ainsi deux fonctions jeu (Figure 44) qui permettent de déterminer k_{c1} et k_{c2} au cours du mouvement du système à partir de k_c , raideur théorique du contact :

$$k_{c_i} = f_i \cdot k_c \quad (\text{III.23})$$

Ces informations sont résumées sur la figure suivante (Figure 45) :

- Zone 1 : contact en $Z_0 < 0$;
- Zone 2 : contact en $Z_0 > 0$;
- Zone 3 : aucun contact ;
- Zone 4 : contact des deux côtés.

La condition retenue est suffisante pour de petits déplacements relatifs de O par rapport à G autour de la position de référence O^* .

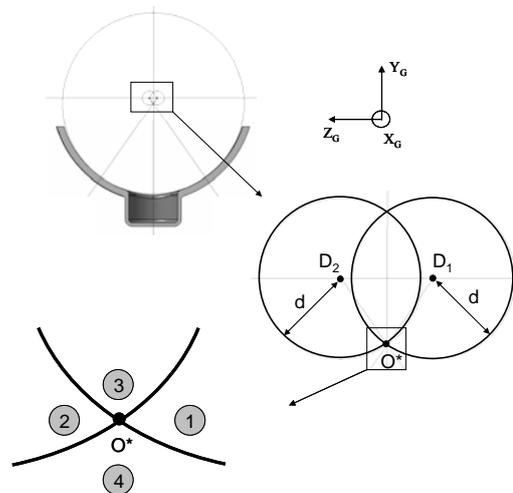


Figure 45 : gestion du contact

III.1.4. Angles de contact

Les angles de contact α_i entre la crémaillère et le patin de la ligne poussoir sont actualisés à chaque pas de temps du calcul de la réponse temporelle du problème. Il sont définis tels que :

$$\tan \alpha_i = \frac{\overline{OD}_i \cdot \overline{Y}_G}{-\overline{OD}_i \cdot \overline{Z}_G} \quad (\text{III.24})$$

Avec :

$$\overline{OD}_i = \begin{Bmatrix} v_G - v_C + a - b_i \cdot \theta_G \\ w_G - w_C + b_i + L \cdot \theta_G \end{Bmatrix}_{R_0} \quad (\text{III.25})$$

$$\overline{Y}_G = \begin{Bmatrix} 1 \\ \theta_G \end{Bmatrix}_{R_0} \quad \overline{Z}_G = \begin{Bmatrix} -\theta_G \\ 1 \end{Bmatrix}_{R_0}$$

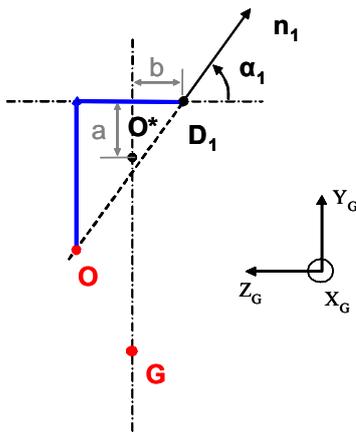


Figure 46 : définition des angles de contact

En négligeant les termes du second ordre, on obtient :

$$\tan \alpha_i = \frac{v_G - v_C + a}{-(w_G - w_C + b_i + (L - a) \cdot \theta_G)} \quad (\text{III.26})$$

III.1.5. Validation du modèle [11]

La synthèse bibliographique (chapitre 2) rappelle que Bordegaray [14] n'a pas validé son modèle de ligne poussoir (sur P-EPS A, voir chapitre 5). Les déplacements radiaux de la crémaillère (Figure 47, axes Y et Z) ont été mesurés au cours d'un essai qui consiste à imposer la rotation du pignon. Ils dépendent principalement du comportement de la ligne poussoir. Les déplacements au point B selon Y (Figure 48) et Z (Figure 49) obtenus

expérimentalement et par simulation sont comparés et rappelés ici.

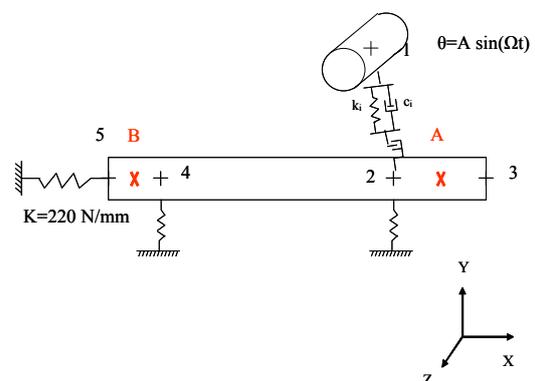


Figure 47 : modèle pour la validation

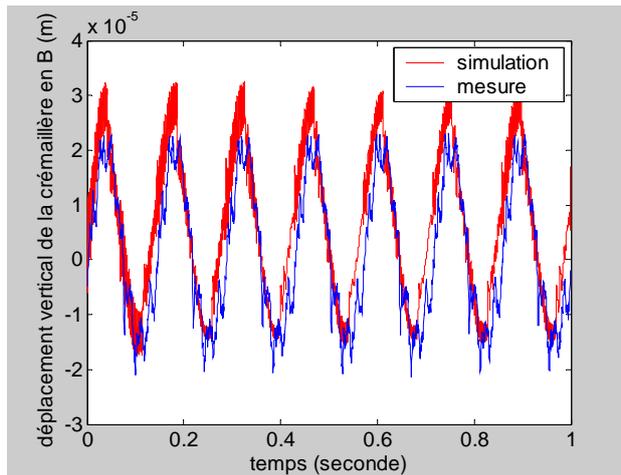


Figure 48 : point B, axe Y

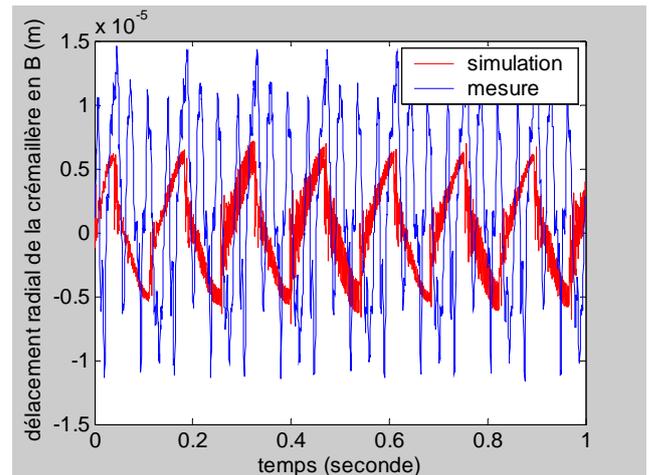


Figure 49 : point B, axe Z

Au cours d'essai similaires (sur P-EPS B, voir chapitre 5), les déplacements au même point sont comparés, le nouveau modèle de poussoir étant utilisé pour la simulation.

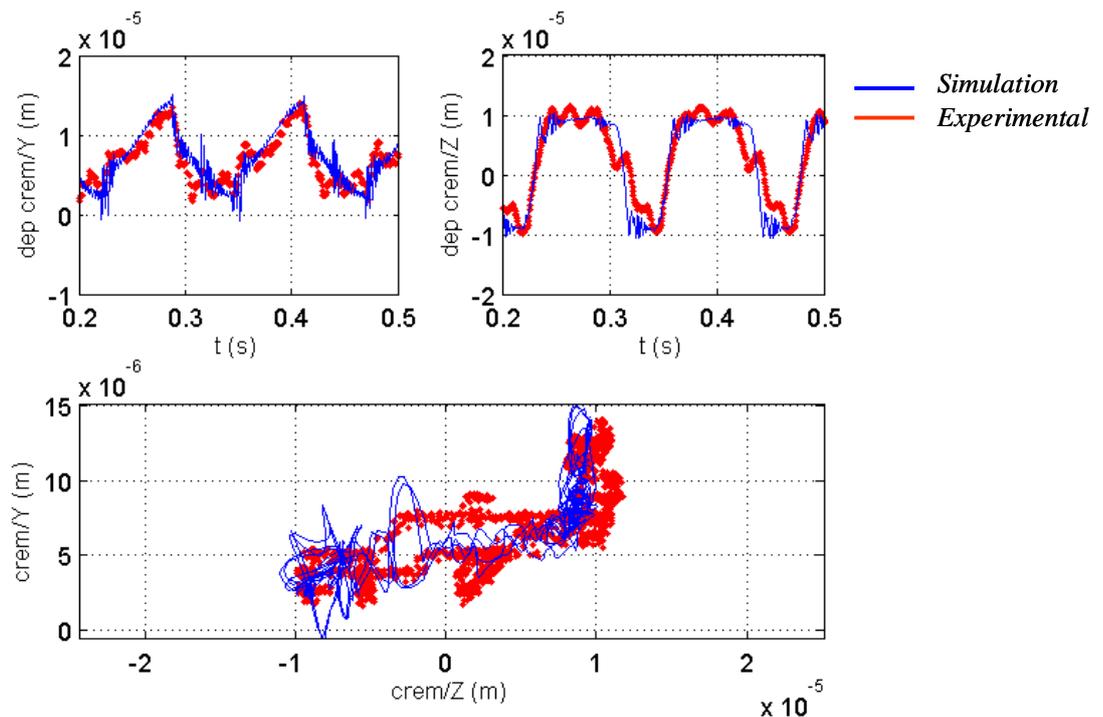


Figure 50 : résultats avec le nouveau modèle de poussoir

Le modèle proposé pour la ligne poussoir permet de simuler le bon comportement radial pour la crémaillère. Dissocier le poussoir de la crémaillère, et prendre en compte les mouvements de basculement possibles de celui-ci, ainsi que l'angle de contact variable entre celui-ci et la crémaillère ont permis de mieux simuler son action sur les mouvements radiaux de la crémaillère.

III.2. Frottement à la denture de l'engrenage pignon-crémaillère

III.2.1. Modélisation de l'engrenage pignon et crémaillère

La modélisation pour l'engrènement pignon et crémaillère est celle proposée par Bordegaray [14]. Cette modélisation considère le point de contact ainsi que la normale au contact comme invariants au cours de l'engrènement. Les efforts de frottement générés par la vitesse de glissement relatif des dentures au contact ne sont pas considérés.

Lors des essais de validation sur P-EPS complète B et C (chapitre 5), un phénomène lié au mouvement radial de la crémaillère a été observé (Figure 51) : les déplacements obtenus dans cette direction sont inverses par rapport à ceux attendus en considérant la direction de l'effort à la denture de l'engrènement comme source unique de déplacement de la crémaillère dans cette direction. Les déplacements obtenus par simulation sont inverses à ceux obtenus en expérimental (Figure 52), ceci s'explique car l'origine de ce phénomène n'est pas modélisée.

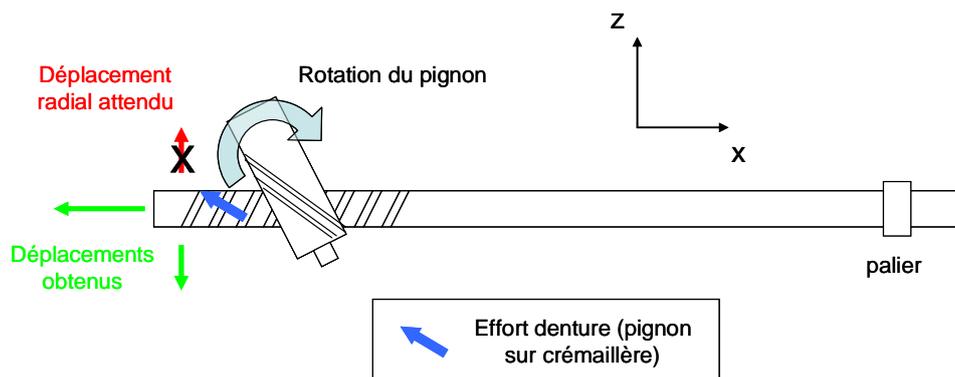


Figure 51 : phénomène observé

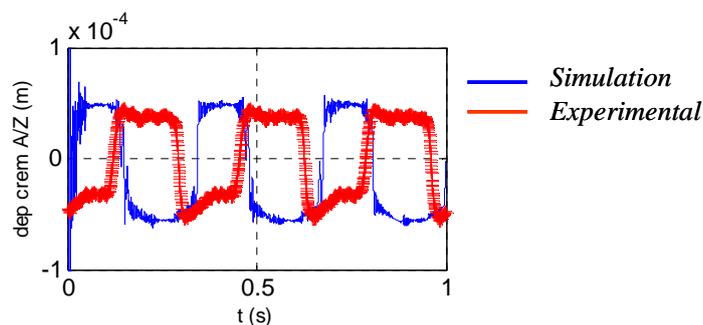


Figure 52 : exemple de résultat au point considéré (P-EPS C, voir chapitre 5)

L'étude du glissement relatif des dentures d'un engrenage pignon-crémaillère montre que l'effort de frottement généré est à l'origine de ce phénomène. La modélisation de cet effort permettra de corréliser la simulation avec les résultats expérimentaux.

III.2.2. Glissement relatif des dentures dans un engrenage gauche hélicoïdal

L'engrenage pignon et crémaillère d'une DAE est un engrenage gauche hélicoïdal (angle de croisement non nul). Ces engrenages présentent la particularité de générer du frottement de denture longitudinal dépendant des angles d'hélice mis en jeu. Ainsi, la vitesse de glissement relatif V_g en un point quelconque M de la ligne d'action de ces engrenages résulte de la superposition du glissement longitudinal et du glissement dirigé dans le sens de la hauteur des dents (appelé « glissement de profil »). Alors que la vitesse de glissement longitudinal v_l peut être considérée comme constante en tout point de la ligne d'action, la vitesse de glissement de profil v_g est variable : elle est nulle au primitif (point I), va en croissant au fur et à mesure que le point de contact s'éloigne du primitif, et change de sens en ce point.

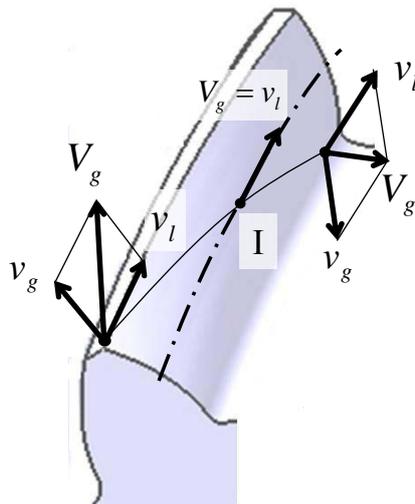


Figure 53 : variation de la vitesse de glissement totale

La modélisation de Bordegaray de l'engrenage pignon et crémaillère considère le point de contact comme invariant au cours de l'engrènement. Le point choisi est le barycentre des efforts au cours du passage de la dent dans le contact. En pratique, ce point est trouvé très proche du rayon primitif, où il n'y a pas de glissement de profil. En ce point, nous considérons donc :

$$V_g = v_l \quad (\text{III.27})$$

Afin de modéliser les efforts de frottement à la denture de l'engrenage pignon et crémaillère, et au vu de l'équation (III.27), nous développerons donc dans la suite de ce mémoire le calcul de la vitesse de glissement longitudinal. Les efforts de frottements dus à la vitesse de glissement de profil ne seront pas pris en compte.

III.2.3. Modélisation de l'effort de frottement longitudinal

III.2.3.1. Notations principales et définition des repères

$i = 1$	relatif au pignon
$i = 2$	relatif à la crémaillère
β_i	angle d'hélice (rad)
$\Sigma = \beta_1 + \beta_2$	angle de croisement (rad)
ω_1	vitesse de rotation du pignon (rad/s)
$r_1 > 0$	rayon primitif du pignon (m)
v_2	vitesse de translation de la crémaillère (m/s)
v_l	vitesse de glissement longitudinal au primitif (m/s)
δ_i	axe de l'engrenage
Δ_c	axe de la crémaillère
N_i	point d'engrènement au primitif
Δ_M	tangente commune aux hélices des engrenages
$\Delta'_M \perp \Delta_M$	normale commune à N_1 et N_2
μ	coefficient de frottement
F_t	effort tangent
F_n	effort normal

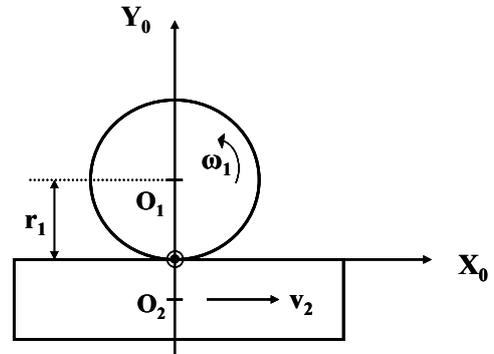
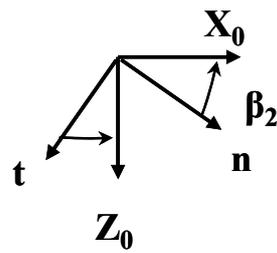


Figure 54 : engrenage pignon et crémaillère

III.2.3.2. Vitesse de glissement longitudinal [31]

Soient N_1 et N_2 les points d'engrènement au primitif appartenant respectivement au pignon et à la crémaillère. La vitesse de translation de N_1 , perpendiculairement à δ_1 , est $v_1 = \omega_1 \cdot r_1$ au cours de l'engrènement et celle de N_2 , perpendiculairement à δ_2 , est v_2 . Soit :



$$\vec{v}_1 = \omega_1 \cdot r_1 \cdot \begin{Bmatrix} \cos \beta_1 \\ \sin \beta_1 \end{Bmatrix}_{(\vec{n}, \vec{t})} \quad (\text{III.28})$$

$$\vec{v}_2 = v_2 \cdot \begin{Bmatrix} \cos \beta_2 \\ -\sin \beta_2 \end{Bmatrix}_{(\vec{n}, \vec{t})} \quad (\text{III.29})$$

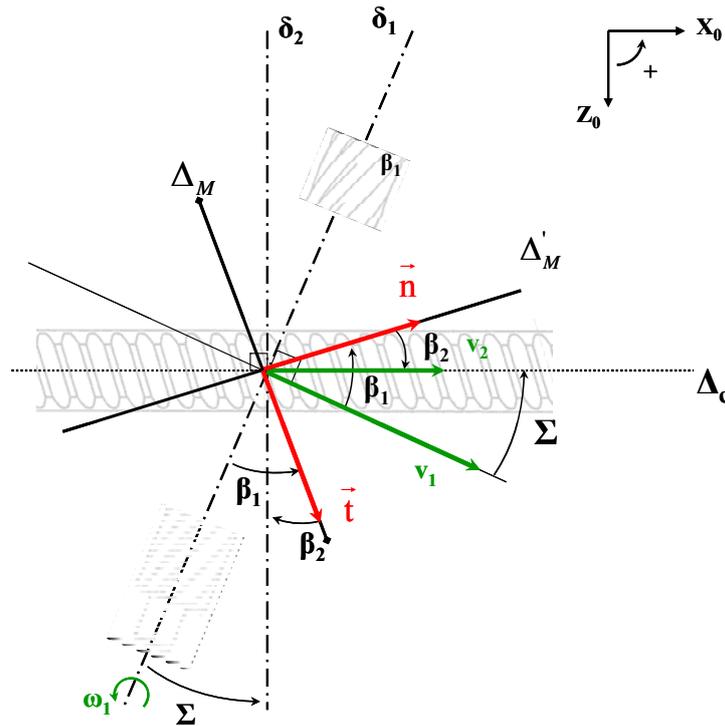


Figure 55 : engrenement pignon et crémaillère

Comme N_1 et N_2 restent en contact au cours de l'engrenement, leurs vitesses sur leur normale commune sont égales (équiprojectivité des vitesses) :

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 \cdot \vec{n} &= \vec{v}_2 \cdot \vec{n} \\ \omega_1 \cdot r_1 \cdot \cos \beta_1 &= v_2 \cdot \cos \beta_2 \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

La vitesse de glissement relatif entre N_1 et N_2 est (donc au primitif) :

$$\vec{v}_l = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad (\text{III.31})$$

Soit, en considérant les relations (III.28), (III.29) et (III.30) :

$$\vec{v}_l = \begin{cases} v_2 \cdot \cos \beta_2 - \omega_1 \cdot r_1 \cdot \cos \beta_1 = 0 \\ -v_2 \cdot \sin \beta_2 - \omega_1 \cdot r_1 \cdot \sin \beta_1 \end{cases}_{(\vec{n}, \vec{t})} \quad (\text{III.32})$$

Et donc :

$$\vec{v}_l = -\omega_1 \cdot r_1 \cdot (\sin \beta_1 + \cos \beta_1 \cdot \tan \beta_2) \cdot \vec{t} \quad (\text{III.33})$$

Ou encore :

$$\vec{v}_l = -\omega_1 \cdot r_1 \cdot \left(\frac{\sin \Sigma}{\cos \beta_2} \right) \cdot \vec{t} \quad (\text{III.34})$$

Ainsi nous voyons que, contrairement à un engrenage à axes parallèles pour lequel il n'existe aucun glissement au point primitif, il existe un glissement longitudinal dans les engrenages gauches. La vitesse de glissement longitudinal est tangente aux angles d'hélice.

III.2.3.3. Loi de frottement

La loi de frottement proposée au point de contact est la loi de Coulomb. La force \vec{F} au point de contact peut se décomposer en une composante normale et une composante tangentielle au contact : $\vec{F} = F_n \cdot \vec{n} + F_t \cdot \vec{t}$. On peut alors écrire, au contact décrit précédemment :

$$\vec{F}_t = -\mu \cdot |F_n| \cdot \frac{v_l}{|v_l|} \cdot \vec{t} \quad (\text{III.35})$$

Et :

$$\vec{F}_t \cdot \vec{Z}_0 = -\mu \cdot |F_n| \cdot \frac{v_l}{|v_l|} \cdot \cos \beta_2 \quad (\text{III.36})$$

Avec :

$$\frac{v_l}{|v_l|} = \text{signe}(v_l) = \text{signe} \left(-\omega_1 \cdot \frac{\sin \Sigma}{\cos \beta_2} \right) \quad (\text{III.37})$$

III.2.3.4. Mouvement radial de la crémaillère (axe Z_0)

L'effort statique de denture projeté sur l'axe Z_0 est tel que :

$$\begin{aligned} F_{Z_0} &= |F_n| \cdot \vec{n} \cdot \vec{Z}_0 \\ F_{Z_0} &= \text{signe}(\omega_1) \cdot |F_n| \cdot \sin \beta_2 \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

L'effort de frottement peut donc inverser le sens du mouvement radial de la crémaillère (axe Z_0) si $\vec{F}_t \cdot \vec{Z}_0$ et F_{Z_0} sont de signes opposés (soit Σ et β_2 de signes opposés) et $|\vec{F}_t \cdot \vec{Z}_0| > |F_{Z_0}|$, soit :

$$\mu > |\tan \beta_2| \quad (\text{III.39})$$

III.2.3.5. Modèle numérique

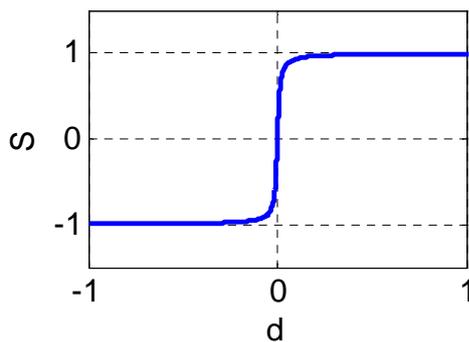


Figure 56 : approximation de la fonction signe

L'effort de frottement (III.35) est calculé à chaque pas de temps de l'intégration numérique du problème général (II.12) pour être ajouté au second membre. La fonction signe (III.37) est approchée par une fonction continue S bornée entre -1 et 1 et dont l'expression est :

$$S(d) = \frac{2}{\pi} \arctan(\sigma \cdot d) \quad (\text{III.40})$$

Avec σ un paramètre qui permet de gérer la forme de la fonction.

III.2.4. Mesure du coefficient de frottement et corrélation

Le coefficient de frottement d'un contact acier – acier lubrifié avec la graisse utilisée dans les DAE considérées a été mesuré (Annexe 2). Pour cette mesure, les conditions du contact réel ne sont pas parfaitement reproduites (glissement pur sur l'appareil de mesure, état de surface, quantité de lubrifiant au contact). La valeur du coefficient obtenu montre cependant qu'il est de nature à générer un effort de frottement longitudinal suffisamment important pour perturber les mouvements radiaux considérés. De plus, les résultats numériques obtenus par simulation intégrant l'effort de frottement modélisé montrent, en comparaison avec les résultats obtenus sans cet effort de frottement, que les mouvements radiaux de la crémaillère qui étaient inverses en simulation et en expérimental sont dorénavant concordants.

Les simulations sur P-EPS B sont présentées avec et sans intégration de l'effort de frottement. Les résultats expérimentaux associés à ces simulations sont également montrés.

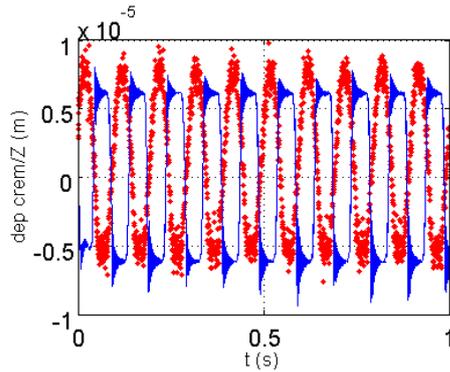
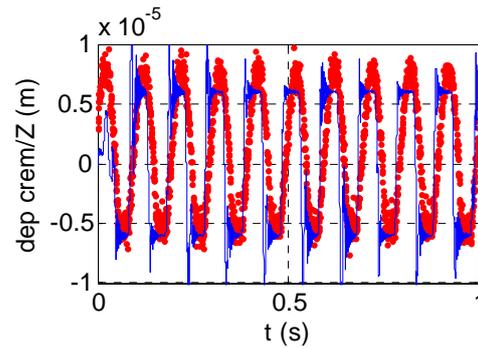


Figure 57 : coefficient de frottement nul

Figure 58 : coefficient de frottement $\mu=0.12$

Sous l'action de l'effort de frottement, les mouvements radiaux de la crémaillère selon l'axe Z simulés (en bleu) et mesurés (en rouge) ne sont plus inversés.

III.3. Modélisation des roulements à billes

III.3.1. Modélisation de Bordegaray

La modélisation proposée par Bordegaray [14] pour les roulements des directions assistées électriques (DAE) considère les roulements comme des conditions aux limites parfaites pour la chaîne cinématique des DAE.

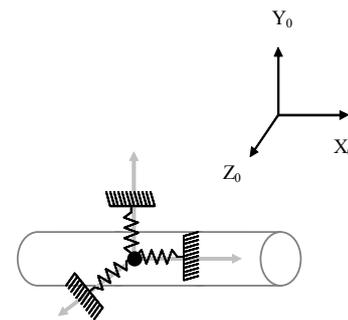


Figure 59 : rigidités d'un roulement connecté à un arbre

Seules les rigidités en translation du roulement sont considérées : la rigidité axiale du roulement par une raideur linéaire, et les rigidités radiales par deux raideurs linéaires perpendiculaires (Figure 59). La chaîne cinématique est donc supposée être intégrée dans un carter infiniment rigide. Un tel modèle ne peut pas expliquer comment le comportement vibratoire de la chaîne cinématique des DAE est transmis à ses carters (rigides ou flexibles) ou à d'autres éléments à travers les roulements. En vue de l'intégration des carters flexibles dans la modélisation globale des DAE, une nouvelle modélisation est proposée pour les roulements à billes des DAE qui permet de prendre en compte la rigidité du roulement dans toutes les directions de l'espace (rotations comprises) et surtout les couplages possibles entre les différentes directions, étant donnée la géométrie d'un roulement à billes.

III.3.2. Modèle non-linéaire proposé pour les roulements à billes [12]

En terme de raideur, la modélisation des roulements à billes décrite dans la partie qui suit s'inspire des travaux de Lim et Singh [42][43] et de Lahmar [41]. Elle est basée sur une description géométrique des roulements et permet de définir analytiquement les matrices constitutives d'un élément « roulement à billes » qui sera assemblé au modèle élément fini global d'une DAE pour la résolution numérique du problème général de la dynamique (II.12).

III.3.2.1. Notations principales

Z	nombre de billes	
D	diamètre des billes	
d_i	diamètre du chemin de roulement intérieur	
d_o	diamètre du chemin de roulement extérieur	
d_m	diamètre moyen $d_m = \frac{1}{2}(d_i + d_o)$	
r_i	rayon de courbure du chemin de roulement intérieur	
r_o	rayon de courbure du chemin de roulement extérieur	
P_d	jeu diamétral $P_d > 0$	
r_p	serrage radial du roulements $r_p < 0$	
A_0	distance entre les centres de courbures des deux bagues hors charge	
α_0	angle de contact hors charge	
A_j	distance entre les centres de courbures des deux bagues sous charge pour la bille n°j	
α_j	angle de contact sous charge pour la bille n°j	
R_j	position radiale du centre de courbure de la bague intérieure	$R_j = \frac{d_i}{2} + r_i$
ψ_j	position angulaire de la j ^{ième} bille $\psi_j = \psi_1 + (j-1)\frac{2\pi}{Z}$	
z_p	précharge axiale sur le roulement en terme de déplacement	
τ	constante de proportionnalité de la matrice d'amortissement du roulement	

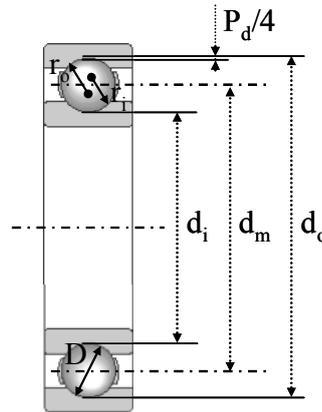


Figure 60 : description géométrique d'un roulement à billes

III.3.2.2. Définition des repères

Le repère élémentaire de l'élément roulement est le repère $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié à sa bague extérieure. L'origine de ce repère est le centre de la bague extérieure (Figure 61). L'axe \vec{z} correspond à l'axe de rotation du roulement, l'axe \vec{x} est selon une direction arbitraire pour un palier à roulement isolé et repère la bille n°1 du roulement (donc $\psi_1 = 0$), l'axe \vec{y} est tel que le trièdre $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ soit direct.

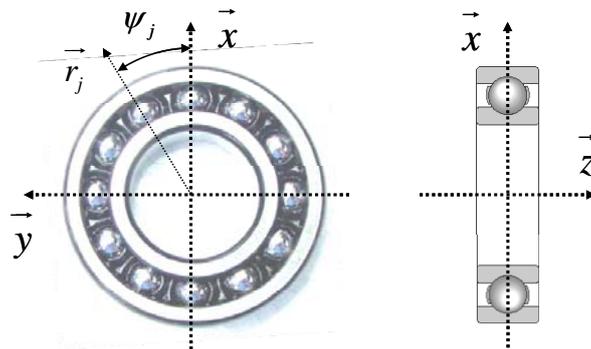


Figure 61 : définition des repères d'un roulement à billes

Le repère local $R'(\vec{r}_j, \vec{p}_j, \vec{z})$ est lié à la cage de l'élément roulement. A l'instant initial, il est confondu avec le repère R et définit la position angulaire de chaque bille n°j. Son origine est le centre de la bague intérieure.

Les matrices constitutives de l'élément roulement (raideur, amortissement et masse) seront exprimées dans le repère élémentaire R . Le vecteur des déplacements associés est $\langle \delta_x \ \delta_y \ \delta_z \ \beta_x \ \beta_y \ \beta_z \rangle_R$, composé de déplacements en translation et en rotation relatifs de la bague intérieure par rapport à la bague extérieure.

Les matrices élémentaires seront assemblées aux matrices globales du système dans un repère global (X, Y, Z) pour la résolution numérique du problème général (II.12).

III.3.2.3. Hypothèses

Tous les éléments du roulement sont considérés comme des corps rigides sauf au contact avec un autre élément, leur géométrie est parfaite (bagues lisses et circulaires, billes parfaitement sphériques).

La présence de la cage maintient un écart angulaire constant entre chaque bille.

Les vitesses de rotation d'arbre en jeu sont peu élevées : la force centrifuge et le moment gyroscopique éventuels sont négligés.

Les questions de tribologie ne sont pas traitées, le roulement est considéré comme non lubrifié. Seuls les petits mouvements de vibration autour d'un point de fonctionnement sont considérés : la rigidité du roulement sera donc décrite par une matrice tangente de raideur linéarisée autour du point de fonctionnement qui évolue au cours du temps.

III.3.2.4. Calculs préliminaires

Considérons le cas général où la bague intérieure du roulement tourne à la vitesse ω_i et la bague extérieure à la vitesse ω_o dans un repère commun. Dans l'hypothèse où il y a roulement sans glissement des billes sur les chemins de roulement, nous exprimons la vitesse de rotation de la cage ω_c :

$$\omega_c = \frac{\omega_i}{2}(1 - \gamma) + \frac{\omega_o}{2}(1 + \gamma) \quad (\text{III.41})$$

Avec

$$\gamma = \frac{D}{d_m} \cos \alpha_0 \quad (\text{III.42})$$

La vitesse de rotation de la cage ainsi définie peut être prise en compte pour déterminer la position des billes du roulement à chaque instant :

$$\psi_j(t) = \psi_1 + (j - 1) \frac{2\pi}{Z} + \omega_c t \quad (\text{III.43})$$

III.3.2.5. Relations effort - déplacement du roulement

Etat initial du roulement

La présence d'un jeu diamétral P_d (Figure 60 : description géométrique d'un roulement à billes) initial au sein du roulement définit une position initiale du roulement (toutes les billes sont en contact avec les bagues intérieure et extérieure mais ne subissent aucune charge ni précharge) où les deux bagues sont décalées axialement l'une par rapport à l'autre (Figure 62).

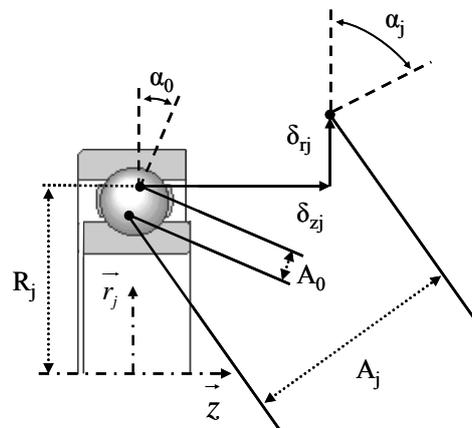


Figure 62 : mouvements des centres de courbure des bagues du roulement

Dans ces conditions, la distance initiale entre les centres de courbures des chemins de roulement est :

$$A_0 = r_o + r_i - D \quad (\text{III.44})$$

L'angle de contact initial, défini positif dans la configuration ci-dessus (Figure 62), est donné par :

$$\cos \alpha_0 = 1 - \frac{P_d}{2A_0} \quad (\text{III.45})$$

Etat déformé du roulement : écrasement des billes

En présence d'un chargement (et éventuellement d'une précharge), l'écrasement de la bille $n^{\circ}j$ selon la normale aux contacts bille – bagues (définie par l'angle α_j) peut s'exprimer :

$$\Delta_j = \begin{cases} A_j - A_0, & A_j - A_0 > 0 \\ 0, & A_j - A_0 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{III.46})$$

Avec

$$\begin{aligned} A_j &= \sqrt{\delta_{zj}^{*2} + \delta_{rj}^{*2}} \\ \delta_{zj}^* &= A_0 \sin \alpha_0 + \delta_{zj} \\ \delta_{rj}^* &= A_0 \cos \alpha_0 + \delta_{rj} \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

Les déplacements axial (axe \vec{z}) et radial (axe \vec{r}_j) du centre de courbure de la bague intérieure au niveau de la bille n^oj sont donnés en fonction des déplacements relatifs des deux bagues (Figure 63) :

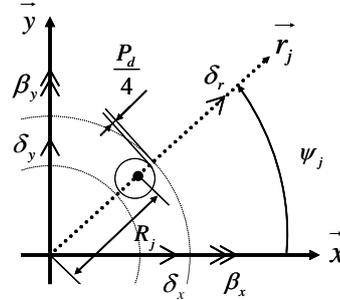


Figure 63 : décomposition des déplacements du centre de courbure de la bague intérieure

$$\begin{aligned} \delta_{zj} &= (\delta_z + z_p) + R_j (\beta_x \sin \psi_j - \beta_y \cos \psi_j) - A_0 \sin \alpha_0 \\ \delta_{rj} &= \delta_x \cos \psi_j + \delta_y \sin \psi_j - \frac{r_p}{2} \end{aligned} \quad (\text{III.48})$$

Etat déformé du roulement : charge sur les billes [30][41]

La charge Q_j subie par la bille n^oj provoquant l'écrasement Δ_j est exprimée en considérant la théorie de Hertz [50][30] :

$$Q_j = K_p \cdot \Delta_j^{3/2} \quad (\text{III.49})$$

Le calcul de K_p est détaillé en annexe VII.3.1

Etat déformé du roulement : équilibre du roulement

Sous charge, l'équilibre de la bague intérieure dans le repère lié à la bague extérieure peut être déduit par la sommation des efforts exercés par l'ensemble des Z billes chargées ou non sur cette bague et le moment au centre du roulement :

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^Z Q_j \begin{Bmatrix} \cos \alpha_j \cos \psi_j \\ \cos \alpha_j \sin \psi_j \\ \sin \alpha_j \end{Bmatrix} \quad (\text{III.50})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^Z R_j \cdot Q_j \cdot \sin \alpha_j \begin{Bmatrix} \sin \psi_j \\ -\cos \psi_j \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \sin \alpha_j &= \frac{\delta_{zj}^*}{A_j} \\ \cos \alpha_j &= \frac{\delta_{rj}^*}{A_j} \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Les équations (III.49), (III.50) et (III.51) permettent alors de réécrire les relations effort – déplacement du roulement :

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{\Delta_j^{3/2}}{A_j} \begin{Bmatrix} \delta_{rj}^* \cos \psi_j \\ \delta_{rj}^* \sin \psi_j \\ \delta_{zj}^* \end{Bmatrix} \quad (\text{III.52})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = K_p \sum_{j=1}^Z R_j \cdot \frac{\Delta_j^{3/2} \cdot \delta_{zj}^*}{A_j} \begin{Bmatrix} \sin \psi_j \\ -\cos \psi_j \\ 0 \end{Bmatrix}$$

III.3.2.6. Raideur du roulement

Les relations effort – déplacement du roulement (III.52) sont exprimées en fonction de paramètres dépendant directement des déplacements relatifs de la bague intérieure du roulement $\langle \delta_x \ \delta_y \ \delta_z \ \beta_x \ \beta_y \ \beta_z \rangle_R$ (cf. équations (III.46), (III.47) et (III.48)). Nous pouvons donc en déduire une matrice de raideur tangente 6x6 au point de fonctionnement considéré :

$$[K]_b = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial \delta_j} & \frac{\partial F_i}{\partial \beta_j} \\ \frac{\partial M_i}{\partial \delta_j} & \frac{\partial M_i}{\partial \beta_j} \end{bmatrix}, \quad i, j = x, y, z \quad (\text{III.53})$$

$$[K]_b = \begin{bmatrix} k_{\delta_x \delta_x} & k_{\delta_x \delta_y} & k_{\delta_x \delta_z} & k_{\delta_x \beta_x} & k_{\delta_x \beta_y} & 0 \\ & k_{\delta_y \delta_y} & k_{\delta_y \delta_z} & k_{\delta_y \beta_x} & k_{\delta_y \beta_y} & 0 \\ & & k_{\delta_z \delta_z} & k_{\delta_z \beta_x} & k_{\delta_z \beta_y} & 0 \\ & & & k_{\beta_x \beta_x} & k_{\beta_x \beta_y} & 0 \\ & sym & & & k_{\beta_y \beta_y} & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.54})$$

Les termes de la matrice de raideur sont détaillés en annexe VII.3.2.

III.3.2.7. Extension au cas d'une bague extérieure mobile

L'expression de la matrice de raideur $[K]_b$ donnée au chapitre précédent peut être généralisée au cas d'un roulement logé dans un carter flexible. Dans ce cas, le roulement est lié à l'arbre en rotation en un point : le centre de la bague intérieure, et au carter en un point également : le centre de la bague extérieure. Le roulement est considéré comme suffisamment petit et ses bagues comme rigides par rapport au restant de la structure.

Le vecteur de déplacement associé, dans le repère global du problème général, est donc le vecteur $\langle \delta_{xi} \ \delta_{yi} \ \delta_{zi} \ \beta_{xi} \ \beta_{yi} \ \beta_{zi} \ \delta_{xo} \ \delta_{yo} \ \delta_{zo} \ \beta_{xo} \ \beta_{yo} \ \beta_{zo} \rangle$, représentant les six degrés de liberté (ddl) des centres de la bague intérieure et de la bague extérieure. La matrice de raideur d'un roulement défini par deux nœuds à six ddl est donc :

$$[K]_B = \begin{bmatrix} [K]_b & -[K]_b \\ -[K]_b & [K]_b \end{bmatrix} \quad (\text{III.55})$$

III.3.2.8. Amortissement du roulement

L'amortissement du roulement est considéré comme étant constitué d'un amortissement proportionnel à la matrice de raideur définie, auquel peut s'ajouter un amortissement constant :

$$[C]_B = \tau [K]_B + [C_{cst}]_B \quad (\text{III.56})$$

III.3.2.9. Masse et inerties du roulement

Afin de prendre en compte les effets de masse et d'inertie induits par la présence d'un roulement dans un mécanisme, l'hypothèse est faite que toute la masse du roulement est répartie sur les bagues intérieure et extérieure, pas sur les billes. Le roulement est considéré comme un disque (Figure 64) de géométrie égale à celle du roulement (épaisseur h , rayons intérieur R_i et extérieur R_o). Ce disque est discrétisé en deux disques indépendant selon le rayon moyen R_m tel que :

$$R_m = \frac{R_i + R_o}{2} \quad (\text{III.57})$$

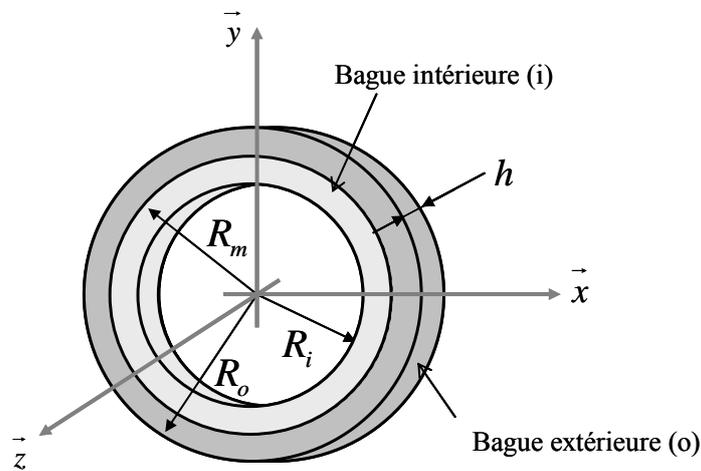


Figure 64 : schéma de la répartition définie des masses et inertie dans un roulement

La masse totale du roulement est donc répartie sur les deux disques telle que :

$$m = m_i + m_o \quad (\text{III.58})$$

Le calcul des masses et inerties du roulement est détaillées en annexe VII.3.3.

La matrice de masse associée au vecteur des accélérations $\langle \ddot{\delta}_{xi} \quad \ddot{\delta}_{yi} \quad \ddot{\delta}_{zi} \quad \ddot{\beta}_{xi} \quad \ddot{\beta}_{yi} \quad \ddot{\beta}_{zi} \quad \ddot{\delta}_{xo} \quad \ddot{\delta}_{yo} \quad \ddot{\delta}_{zo} \quad \ddot{\beta}_{xo} \quad \ddot{\beta}_{yo} \quad \ddot{\beta}_{zo} \rangle$ est donc la matrice diagonale :

III.4. Modélisation des carters

III.4.1. Contexte et démarche

Afin d'étendre la modélisation jusqu'aux interfaces avec le véhicule, les carters de la DAE sont modélisés. Pour des raisons de temps de calcul, il n'est pas possible d'intégrer au modèle de la DAE des carters maillés par des éléments finis volumiques. Une modélisation condensée des carters devra alors être réalisée.

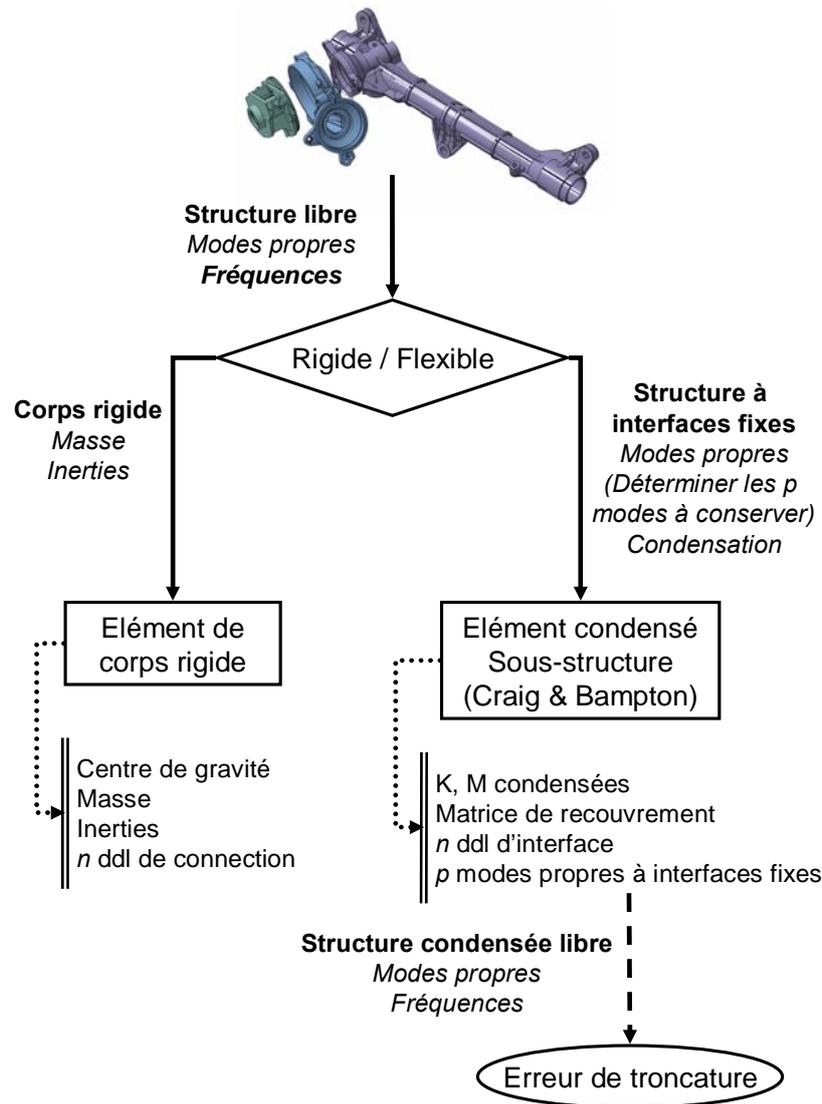


Figure 66 : démarche pour la condensation des carters

La démarche adoptée pour condenser les carters (Figure 66) pourra être appliquée à n'importe quel sous ensemble linéaire d'une DAE. Elle consiste à déterminer dans un premier temps si le carter peut être considéré comme flexible en calculant ses modes et fréquences propres en

conditions aux limites libres. Un carter flexible pourra être condensé en utilisant l'ensemble tronqué de ses modes propres à interfaces fixes (sous structuration), pour être intégré dans la modélisation de la DAE comme un élément défini par ses matrices de masse et de raideur, ainsi que par ses nœuds d'interface. Un carter qui apparaîtrait comme étant rigide peut être intégré à la modélisation d'une DAE comme un élément de corps rigide, défini par sa masse, ses inerties et ses nœuds d'interface.

Deux nouveaux types d'éléments sont donc proposés pour la modélisation d'une DAE :

- un élément de sous structuration : superélément ;
- un élément de corps rigide.

III.4.2. La sous structuration : la méthode de synthèse modale de Craig et Bampton

Structure à condenser

Il s'agit de réduire le nombre de ddl (modélisation EF) considérés pour une structure en vue de simplifier la résolution dynamique du système associé. Soit :

$$[M] \cdot \{\ddot{q}\} + [K] \cdot \{q\} = \{F\} \quad (\text{III.61})$$

Avec $[K]$ la matrice de rigidité représentative de la structure

$[M]$ la matrice de masse représentative de la structure

$\{q\}$ le vecteur des déplacements

$\{F\}$ le vecteur des forces équivalentes

Les ddl de la structure sont différenciés

entre (Figure 67) :

- ddl internes (i) à la structure,
- ddl externes, d'interface ou de jonction (j).

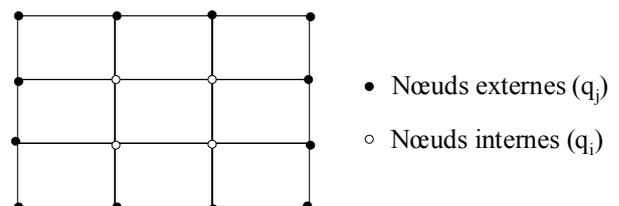


Figure 67 : partition des ddl d'une structure

Soit :

$$q = \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix}, F = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix}, K = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ij} \\ M_{ji} & M_{jj} \end{bmatrix} \quad (\text{III.62})$$

Modes statiques de liaison

Les modes statiques Φ_{ij} de liaison sont déterminés en appliquant successivement un déplacement unité sur chaque ddl de jonction, les autres étant bloqués. Si la structure à condenser ne subit aucun chargement extérieur, ils sont donc définis tels que :

$$\Phi_{ij} = -[K_{ii}]^{-1} \cdot [K_{ij}] \quad (\text{III.63})$$

Modes propres à interfaces fixes

Les modes propres à interfaces fixes x_i de la structure à condenser sont les solutions propres du système homogène :

$$K_{ii} \cdot x_i = \lambda \cdot M_{ii} \cdot x_i \quad (\text{III.64})$$

La matrice tronquée des modes propres avec interfaces fixes est donc :

$$\varphi_{ip} = [x_i^{(1)} \dots x_i^{(p)}] \quad (\text{III.65})$$

Condensation

Les déplacements internes d'une sous structure sont approchés par :

$$q_i = \Phi_{ij} \cdot q_j + \varphi_{ip} \cdot \eta_p \quad (\text{III.66})$$

avec η_p le vecteur des coordonnées modales.

Nous pouvons donc définir la transformation :

$$\begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{ij} & \varphi_{ip} \\ I & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} q_j \\ \eta_p \end{Bmatrix} = \Psi \cdot \xi \quad (\text{III.67})$$

Nous pouvons alors calculer les énergies de la sous structure :

Energie de déformation

$$U = \frac{1}{2} q^T \cdot K \cdot q = \frac{1}{2} \xi^T \cdot \bar{K} \cdot \xi \quad (\text{III.68})$$

Avec

$$\bar{K} = \Psi^T \cdot K \cdot \Psi = \begin{bmatrix} \bar{K}_{jj} & 0 \\ 0 & k_p \end{bmatrix} \quad (\text{III.69})$$

Dans laquelle

$$\bar{K}_{jj} = [K_{jj}] - [K_{ij}]^T \cdot [K_{ii}]^{-1} \cdot [K_{ij}] \quad (\text{III.70})$$

est la matrice de rigidité statiquement condensée et

$$k_p = m_p \cdot \omega_p^2 = \varphi_{ip}^T \cdot K_{ii} \cdot \varphi_{ip} \quad (\text{III.71})$$

est la matrice diagonale des rigidités généralisées des modes propres encastrés.

Energie cinétique

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T \cdot M \cdot \dot{q} = \frac{1}{2} \dot{\xi}^T \cdot \bar{M} \cdot \dot{\xi} \quad (\text{III.72})$$

Avec

$$\bar{M} = \Psi^T \cdot M \cdot \Psi = \begin{bmatrix} \bar{M}_{jj} & \bar{M}_{jp} \\ \bar{M}_{pj} & m_p \end{bmatrix} \quad (\text{III.73})$$

Dans laquelle

$$\bar{M}_{jj} = \Phi_{ij}^T \cdot M_{ii} \cdot \Phi_{ij} + M_{jj} \quad (\text{III.74})$$

est la matrice de masse condensée aux interfaces,

$$m_p = \varphi_{ip}^T \cdot M_{ii} \cdot \varphi_{ip} \quad (\text{III.75})$$

est la matrice de masse généralisée des modes propres encastrés et

$$\bar{M}_{jp} = \Phi_{ij}^T \cdot M_{ii} \cdot \varphi_{ip} + M_{ij}^T \cdot \varphi_{ip} \quad (\text{III.76})$$

est la matrice de couplage de masse entre les modes statiques d'interface et les modes propres à frontière fixe.

Travail des forces extérieures

$$W = \int q^T \cdot F \cdot dq = \int \xi^T \cdot \bar{F} \cdot d\xi \quad (\text{III.77})$$

Avec

$$\bar{F} = \Psi^T \cdot F \quad (\text{III.78})$$

Soit

$$\begin{Bmatrix} \bar{F}_i \\ \bar{F}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_{ij}^T \cdot F_i + F_j \\ \phi_{ip}^T \cdot F_i \end{Bmatrix} \quad (\text{III.79})$$

La résolution dynamique du système condensé linéaire non dissipatif est réalisée sur l'équation du mouvement :

$$\bar{M} \cdot \ddot{\xi} + \bar{K} \cdot \xi = \bar{F} \quad (\text{III.80})$$

III.4.3. Élément fini de corps rigide : méthodologie et terminologie

L'élément de corps rigide développé (Figure 68) est intégré au code de calcul pour la résolution du problème général de la dynamique d'un système (II.12).

La base des déplacements de l'élément de corps rigide est exprimée :

$$\{\delta\} = \langle u \ v \ w \ \theta \ \varphi \ \psi \rangle_{O^*,x,y,z} \quad (\text{III.81})$$

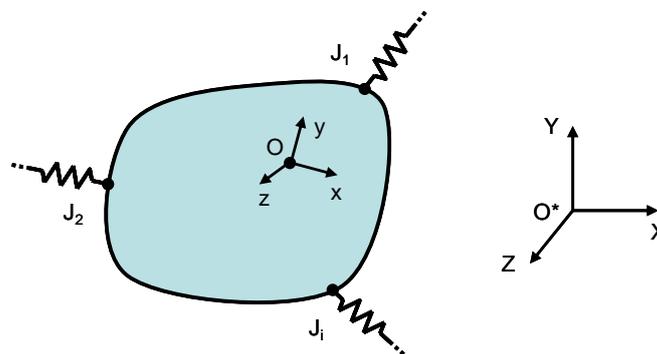


Figure 68 : corps rigide et repères global et local

L'élément de corps rigide contribue uniquement en masse et en inertie à la structure modélisée. Les déplacements de n'importe quel point du corps rigide (en particulier les nœuds

de connexion J_i au système) peuvent être exprimés en fonction des déplacements d'un point de référence O appartenant à ce corps. Etant donné cette relation, le problème (II.12) sera résolu sur les ddl du point de référence.

Masse et inertie du corps rigide

La masse M et l'inertie I du corps rigide sont connues et exprimées dans le repère local de l'élément :

$$[I] = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ & I_{22} & I_{23} \\ sym & & I_{33} \end{bmatrix}_{O,x,y,z} \quad (\text{III.82})$$

Réduction du problème au point de référence

Les matrices de raideur, d'amortissement et d'effort extérieur du problème doivent être exprimées en réduisant les ddl des nœuds de connexion J_i du corps rigide aux ddl de son nœud de référence O . En retenant l'hypothèse de petits déplacements, les déplacements des nœuds de connexion J_i peuvent être exprimés en fonction des déplacements du nœud de référence O dans le repère global (O^*, X, Y, Z), et vice versa :

$$\begin{aligned} \{\delta_{J_i}\} &= [G]_i \cdot \{\delta_o\} \\ \{\delta_o\} &= [G_i]^{-1} \cdot \{\delta_{J_i}\} \end{aligned} \quad (\text{III.83})$$

Avec :

$$[G_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_i - Z_o & -(Y_i - Y_o) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_i - Z_o) & 0 & X_i - X_o \\ 0 & 0 & 1 & Y_i - Y_o & -(X_i - X_o) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{O^*,X,Y,Z} \quad (\text{III.84})$$

Où X , Y et Z sont les coordonnées du point dans le repère global.

$$\begin{aligned} [\bar{K}] &= [R]^t [K] [R] \\ \{\bar{F}\} &= [R]^t \{F\} \end{aligned} \quad (\text{III.91})$$

Résolution du problème

Le problème à résoudre est alors :

$$[M]\{\ddot{\bar{q}}\} + [\bar{C}(\delta)]\{\dot{\bar{q}}\} + [\bar{K}(\delta)]\{\bar{q}\} = \{\bar{F}(t, \delta)\} \quad (\text{III.92})$$

Reconstruction des déplacements, vitesses et accélérations

Les déplacements, vitesses et accélération calculés sont reconstruits pour les nœuds de connexion du corps rigide selon l'équation (III.85).

III.5. Code de calcul associé

Un code de calcul EF (baptisé J-AMES : Jtekt-Advanced Models for Eps with lamcoS) est développé en langage Matlab afin d'assembler tous les modèles évoqués pour modéliser une DAE complète (ou des sous ensembles de DAE), de simuler son comportement dynamique et de l'analyser.

III.5.1. Bibliothèque d'EF dédiés

Une bibliothèque d'EF dédiés basée sur l'ensemble des modèles développés est disponible dans le code de calcul. Les EF marqués d'une étoile (*) sont basés sur des modèles développés dans l'entreprise partenaire et qui ne sont pas accessibles dans la littérature.

- EF linéaires : poutres (élément spécifique à deux nœuds et 8 ddls par nœud particulièrement efficace aux changements de section), superéléments, corps rigides.
- EF non linéaires : engrenage roue et vis sans fin, engrenage pignon-crémaillère, ligne poussoir, ressort ABLS*, joints de cardan, roulement à billes, rotules de biellettes*.

III.5.2. Paramétrage des EF

Chaque EF est paramétré par des grandeurs de type :

- géométrie (jeux, angles, longueurs, ...) ;
- raideurs et amortissement ;
- masses et inerties.

Ces paramètres sont obtenus à partir de :

- plans de définition (géométrie, masse et inertie) ;
- caractérisations expérimentales (raideurs) ;
- outils spécifiques de calcul de comportement sous charge des engrènements [32] développés au LaMCoS (Rouvis et Krepi : raideur d'engrènement, point d'application des efforts et ligne d'action, valeurs moyennes [14]) ;
- code de calcul EF du commerce (superéléments).

III.5.3. Assemblage

L'ensemble de la structure modélisée est assemblé dans un fichier de données regroupant les informations nécessaires :

- nœuds de structures et leurs coordonnées,
- éléments et leurs paramètres,
- conditions aux limites,
- excitations extérieures.

Une notice explicative a été rédigée afin de guider l'utilisateur dans la rédaction de ce fichier de données.

III.5.4. Résolution numérique

La réponse dynamique transitoire temporelle de la modélisation d'une DAE (déplacements, vitesses et accélérations de chacun des noeuds de la structure EF), lorsqu'elle est soumise à une excitation extérieure, est obtenue par résolution numérique de son équation du mouvement sous forme matricielle :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C(\delta)]\{\dot{q}\} + [K(\delta)]\{q\} = \{F(t, \delta)\} \quad (\text{III.93})$$

Le schéma numérique de résolution et la méthode de gestion des non linéarités sont définis par Bordegaray [14] (chapitre 2).

La réponse dynamique modale de la structure linéaire ou linéarisée autour d'une configuration donnée Δ , non amortie, est obtenue par la méthode classique de calcul des valeurs et vecteurs propres du problème suivant :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K(\Delta)]\{q\} = \{0\} \quad (\text{III.94})$$

III.5.5. Analyse des résultats

Le post-traitement des résultats de la résolution numérique est réalisé selon la méthode définie au chapitre 4 (avec les outils associés). Le code de calcul intègre l'ensemble de ces outils. La méthode définit les analyses à réaliser et leur bénéfice.

IV- Méthode et outils d'analyse

Ce chapitre détaille la définition de la méthode et des outils d'analyse du comportement dynamique des DAE. Des outils issus de la littérature sont utilisés et organisés en une méthode d'analyse adaptée au mécanisme étudié. Cette méthode servira de base à l'ensemble des travaux et des études de simulation menées sur une DAE. Les outils utilisés sont appliqués sur des signaux caractéristiques définis pour les DAE.

IV.1. Objectifs

L'ensemble des travaux présentés précédemment permet de définir la modélisation complète d'une DAE afin de simuler son comportement dynamique. Ainsi les déplacements, vitesses et accélérations en chaque nœud d'une DAE modélisée sont simulés pour une excitation extérieure et des conditions aux limites définies. L'objectif des travaux présentés dans ce chapitre est de définir une méthode et des outils d'analyse de ces résultats permettant de :

- mener des études d'influence des paramètres de conception d'une DAE sur son comportement dynamique ;
- discriminer une DAE selon son comportement dynamique ;
- comparer différentes technologies de DAE selon leurs performances en terme de comportement dynamique ;
- identifier les modifications à apporter lors de la conception d'une DAE pour améliorer son comportement dynamique.

La méthode et les outils définis devront donc pouvoir être utilisés lors des phases de conception d'une DAE et d'analyse d'un problème de bruyance sur un système existant (amélioration du système).

IV.2. Méthode d'analyse

La méthode d'analyse du comportement dynamique d'une DAE est schématisée ci-dessous (Figure 69).

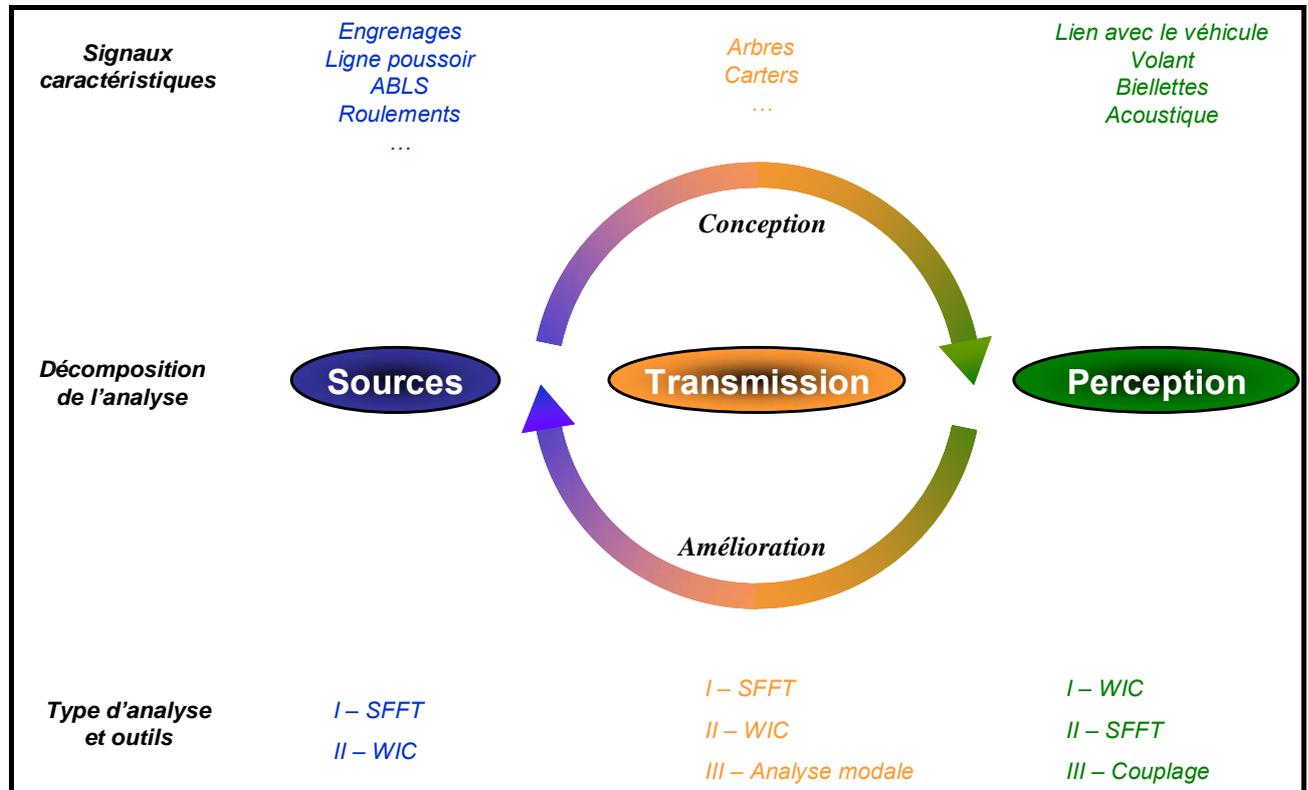


Figure 69 : Analyse du comportement dynamique d'une DAE, méthode

Elle se décompose selon trois problématiques :

- Etude des sources de vibration : cette problématique concerne l'ensemble des « non linéarités » de la structure DAE, en particulier les engrenages et leurs systèmes à rattrapage de jeu, mais aussi les roulements par exemple.
- Etude de la transmission des vibrations et de leur dissipation dans les sous structures linéaires de la DAE : crémaillère, carters, pignon, corps des biellettes, etc.
- Etude de la perception des vibrations générées par la DAE dans son environnement : le conducteur et le véhicule.

Ces études sont basées sur l'analyse de « signaux caractéristiques » représentatifs du comportement dynamique des éléments impliqués dans chaque problématique. Ils seront définis dans ce chapitre.

Deux types d'analyse sont proposés :

- des analyses dites « de conception » : il s'agit d'analyser le comportement dynamique d'une DAE à partir des sources jusqu'à la perception. Ce type d'analyse peut être mené en phase de conception de la DAE, la structure n'existe pas nécessairement. Elle a pour objectif d'assurer que les vibrations perçues par l'environnement de la DAE sont « acceptables ».
- Des analyses dites « d'amélioration » ou de « re-conception » : un problème de bruit et/ou vibrations « non acceptable » a été identifié en terme de perception (en simulation ou expérimentalement). Il s'agit alors d'analyser le comportement dynamique de la DAE à partir de la perception jusqu'aux sources pour identifier les modifications pertinentes à réaliser sur la structure pour corriger le problème.

Les outils utilisés pour ces analyses sont les suivants :

- analyse temps-fréquences d'un signal (SFFT : Short Fast Fourier Transform) ;
- identification d'un signal anormal en utilisant la transformée par ondelettes (MW : Mother Wavelet ou ondelette mère construite à partir d'un signal témoin, WIC : Wavelet Instantaneous Correlation ou corrélation instantanée par ondelettes du signal témoin dans un autre signal) ;
- analyse des couplages entre la DAE et son environnement ;
- analyse modale du mécanisme non-linéaire.

Les seuils et les critères permettant de définir l'acceptabilité des vibrations perçues par l'environnement de la DAE seront fixés ultérieurement pour les signaux caractéristiques définis. Ils seront basés sur l'expérience acquise dans l'étude du comportement dynamique des DAE. Les spécifications des constructeurs peuvent également servir de références.

Les signaux caractéristiques et les outils utilisés dans cette méthode sont définis dans la suite de ce chapitre.

IV.3. Signaux caractéristiques

L'ensemble des signaux caractéristiques du comportement dynamique des DAE, sur lesquels les analyses de ce comportement sont basées, est défini.

IV.3.1. Sources de vibrations : non linéarités du mécanisme

IV.3.1.1. Aspects généraux

L'objectif est de définir des signaux caractéristiques pour les principales non linéarités identifiées pour un mécanisme de DAE :

- engrenages ;
- ligne poussoir ;
- ressort ABLIS ;
- roulements à bille.

Les signaux caractéristiques sont définis à partir de déplacements, vitesses et accélérations sur les ddls associés à l'élément non-linéaire. Ils peuvent être associés à une masse ou une raideur relative pour avoir la dimension d'une énergie (ou puissance).

IV.3.1.2. Engrenages

Les signaux caractéristiques des non linéarités du mécanisme induites par les engrenages roue et vis sans fin et pignon-crémaillère sont basés sur la définition des écrasements à la denture dans les éléments finis associés. Ces écrasements sont définis [14] tels que :

$$\Delta_i = V_i^t \cdot \delta \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

- V_i : vecteur exprimé en fonction des paramètres géométriques de l'engrenage ;
- δ : la base des déplacements nodaux de l'élément ;
- $i = 1, 2$: configuration d'engrènement.

La vitesse et l'accélération associées à cet écrasement s'expriment donc :

$$\begin{aligned} \dot{\Delta}_i &= \frac{d\Delta_i}{dt} = V_i^t \cdot \dot{\delta} \\ \ddot{\Delta}_i &= \frac{d\dot{\Delta}_i}{dt} = V_i^t \cdot \ddot{\delta} \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

Le signal caractéristique des engrenages est alors défini comme :

$$S_{\text{eng}}^i = \dot{\Delta}_i \cdot \ddot{\Delta}_i \quad (\text{IV.3})$$

IV.3.1.3. Ligne poussoir

Le signal caractéristique de la non linéarité du mécanisme induite par la ligne poussoir est basé sur le mouvement du poussoir et l'expression de son énergie cinétique. L'énergie cinétique associée au mouvement du poussoir est définie comme :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{\delta}^2 \quad (\text{IV.4})$$

Avec $\dot{\delta}$ les vitesses nodales de l'élément et M la matrice de masse associée. La puissance associée (et donc le signal caractéristique de la ligne poussoir) est définie comme :

$$P_c = \frac{dE_c}{dt} \quad (\text{IV.5})$$

$$P_c = M \cdot \dot{\delta} \cdot \ddot{\delta}$$

Avec $\ddot{\delta}$ les accélérations nodales de l'élément.

IV.3.1.4. Ressort ABLIS

Le signal caractéristique de la non linéarité du mécanisme induite par le ressort ABLIS est basé sur la définition de « l'écrasement » de ce ressort dans l'élément fini associé. L'écrasement défini ici représente les mouvements du point intérieur du ressort ABLIS (associé à la vis) par rapport au point extérieur (associé au carter) :

$$\delta = \begin{Bmatrix} v_{\text{int}} - v_{\text{ext}} \\ w_{\text{int}} - w_{\text{ext}} \end{Bmatrix}_{(Y,Z)} = \begin{Bmatrix} \delta_{\text{vert}} \\ \delta_{\text{hor}} \end{Bmatrix}_{(Y,Z)} \quad (\text{IV.6})$$

Avec les vitesses et accélérations associées :

$$\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt} = \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_{\text{vert}} \\ \dot{\delta}_{\text{hor}} \end{Bmatrix}_{(Y,Z)} \quad (\text{IV.7})$$

$$\ddot{\delta} = \frac{d\dot{\delta}}{dt} = \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_{\text{vert}} \\ \ddot{\delta}_{\text{hor}} \end{Bmatrix}_{(Y,Z)} \quad (\text{IV.8})$$

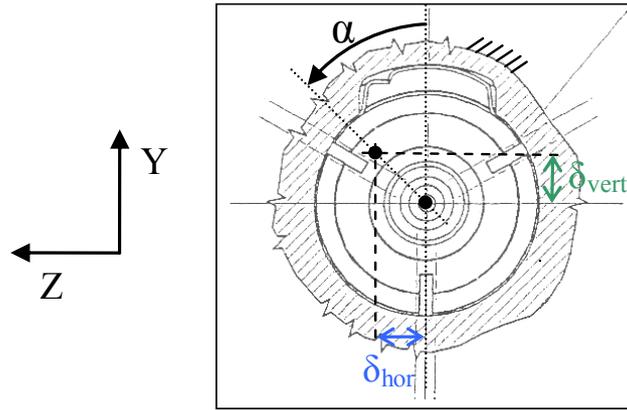


Figure 70 : écrasement associé à la modélisation du ressort ABLs

On peut alors définir l'écrasement selon la direction du contact orienté par l'angle α :

$$\Delta = \sqrt{\delta_{\text{vert}}^2 + \delta_{\text{hor}}^2} \quad (\text{IV.9})$$

La vitesse et l'accélération associées à cet écrasement sont définies :

$$\dot{\Delta} = \frac{d\Delta}{dt} = \frac{\delta_{\text{vert}} \cdot \dot{\delta}_{\text{vert}} + \delta_{\text{hor}} \cdot \dot{\delta}_{\text{hor}}}{\Delta} \quad (\text{IV.10})$$

$$\ddot{\Delta} = \frac{d\dot{\Delta}}{dt} = \frac{(\dot{\delta}_{\text{vert}}^2 + \delta_{\text{vert}} \cdot \ddot{\delta}_{\text{vert}} + \dot{\delta}_{\text{hor}}^2 + \delta_{\text{hor}} \cdot \ddot{\delta}_{\text{hor}}) \Delta - (\delta_{\text{vert}} \cdot \dot{\delta}_{\text{vert}} + \delta_{\text{hor}} \cdot \dot{\delta}_{\text{hor}}) \cdot \dot{\Delta}}{\Delta^2} \quad (\text{IV.11})$$

Le signal caractéristique de la non linéarité de la structure induite par le ressort ABLs est alors défini comme :

$$S_{\text{ABLS}} = \dot{\Delta} \cdot \ddot{\Delta} \quad (\text{IV.12})$$

IV.3.1.5. Roulements à billes

Deux signaux caractéristiques sont définis pour la non linéarité induite par les roulements à billes : un basé sur le mouvement des bagues du roulement, un autre basé sur la déformation de ses billes.

Mouvement des bagues du roulement

L'énergie cinétique associée au mouvement des bagues du roulement est définie comme :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{x}^2 \quad (\text{IV.13})$$

Le vecteur \dot{x} est le vecteur des vitesses nodales de l'élément roulement à bille, M étant la matrice de masse associée (masses et inerties des bagues du roulement).

Le signal caractéristique associé au mouvement des bagues du roulement est la puissance associée à cette énergie, définie comme :

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{dE_c}{dt} \\ P_c &= M \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} \end{aligned} \quad (IV.14)$$

Le vecteur \ddot{x} est le vecteur des accélérations nodales de l'élément roulement à bille. Seuls les mouvements radiaux et de basculement des bagues seront pris en compte : la rotation des bagues autour de l'axe du roulement ne résulte pas d'une non linéarité et pourra être étudié en terme de perception.

Déformation des billes du roulement

L'énergie de déformation associée à un roulement à bille est définie comme la somme des énergies de déformation de chaque bille du roulement. La charge Q_j subie par la bille n°j provoquant l'écrasement Δ_j s'exprime selon l'équation (III.49). L'énergie de déformation associée à une bille est donc définie comme :

$$\begin{aligned} E_{d_j} &= \int Q_j \cdot d\Delta_j \\ E_{d_j} &= \int K_p \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot d\Delta_j \\ E_{d_j} &= \frac{2}{5} \cdot K_p \cdot \Delta_j^{5/2} \end{aligned} \quad (IV.15)$$

L'énergie de déformation d'un roulement à bille s'exprime donc :

$$E_d = \sum_j E_{d_j} \quad (IV.16)$$

Le signal caractéristique associé à la déformation des billes du roulement est la puissance associée à cette énergie, définie comme :

$$\begin{aligned} P_d &= \frac{dE_d}{dt} \\ P_d &= \frac{d}{dt} \left(\sum_j E_{d_j} \right) = \sum_j \frac{dE_{d_j}}{dt} = \sum_j P_{d_j} \end{aligned} \quad (IV.17)$$

Avec la puissance associée à une bille :

$$P_{d_j} = \frac{dE_{d_j}}{dt} = K_p \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \dot{\Delta}_j \quad (\text{IV.18})$$

$\dot{\Delta}_j$ est la vitesse associée à l'écrasement d'une bille. Cette vitesse peut être calculée en fonction des déplacements et vitesses relatifs des bagues du roulement. Son expression est liée à celle de l'écrasement Δ_j (équations (III.46) à (III.48)).

On définit donc :

$$\dot{\Delta}_j = \frac{d\Delta_j}{dt} = \begin{cases} \frac{dA_j}{dt}, & A_j - A_0 > 0 \\ 0, & A_j - A_0 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.19})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \frac{dA_j}{dt} &= \frac{1}{2A_j} \cdot \frac{d}{dt} (\delta_{z_j}^{*2} + \delta_{r_j}^{*2}) \\ \frac{dA_j}{dt} &= \frac{1}{2A_j} \left(2\delta_{z_j}^* \frac{d\delta_{z_j}^*}{dt} + 2\delta_{r_j}^* \frac{d\delta_{r_j}^*}{dt} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.20})$$

Et :

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_{z_j}^*}{dt} &= \dot{\delta}_z + R_j \left((\dot{\beta}_y + \beta_x \cdot \omega_c) \cos \psi_j + (\dot{\beta}_x - \beta_y \cdot \omega_c) \sin \psi_j \right) \\ \frac{d\delta_{r_j}^*}{dt} &= (\dot{\delta}_x + \delta_y \cdot \omega_c) \cos \psi_j + (\dot{\delta}_y - \delta_x \cdot \omega_c) \sin \psi_j \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

Remarque : les roulements dans la démarche définie

Les roulements à billes sont classés dans les sources de vibrations pour la méthode mise en place. Cependant, il faut noter qu'ils pourraient également être considérés comme des éléments de transmission. En effet, ces éléments vont principalement transmettre les vibrations de la chaîne cinématique aux carters s'ils sont préchargés. Mais dans le cas d'un roulement non préchargé (jeu non comblé), celui-ci va pouvoir amplifier ces vibrations, voir initier de nouveaux chocs. La prise en compte de ces éléments sera donc adaptée à l'analyse menée. L'énergie de déformation semble par exemple moins caractéristique pour un roulement non préchargé.

IV.3.2. Transmission solidienne et dissipation

Pour une structure linéaire définie par ses matrices de raideur K , de masse M et d'amortissement C , les énergies de déformation E_d et cinétique E_c sont définies en fonction des déplacements x , vitesses \dot{x} et accélérations \ddot{x} de la structure. Les puissances associées sont définies telles que :

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (\text{IV.22})$$

On a donc :

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \\ P_d &= K \cdot x \cdot \dot{x} \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{x}^2 \\ P_c &= M \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$

La puissance dissipée élémentaire dans la structure est définie comme :

$$P_r = C \cdot \dot{x}^2 \quad (\text{IV.25})$$

IV.3.3. Perception solidienne : couplage avec l'environnement de la DAE

Le couplage de la DAE avec son environnement en terme de comportement dynamique solidien se fait en plusieurs points (Figure 71) :

1. le volant : couplage avec le conducteur ;
2. les points de fixation sur le berceau du véhicule ;
3. les biellettes : couplage avec le train avant du véhicule ;
4. les points de fixation des carters de la colonne sur le tablier du véhicule.



Figure 71 : interfaces de la DAE avec son environnement

Les signaux caractéristiques définis pour ces points de couplage sont présentés.

IV.3.3.1. Le volant

L'étude de la perception des vibrations au volant est principalement basée sur des résultats accélérométriques afin de pouvoir obtenir un lien direct avec des données mesurées. Concernant la rotation du volant (Figure 72), l'accélération tangentielle au volant A_t ou l'accélération en rotation A_r sont considérées, les deux étant liées par le rayon du volant. L'accélération tangentielle peut être mesurée sur banc ou sur véhicule. L'accélération en rotation sera utilisée dans le cas d'une étude basée sur le modèle d'une DAE sans colonne.

L'étude portera alors sur l'extrémité de l'arbre d'entrée. Dans ce cas, les accélérations dans l'axe de l'arbre d'entrée et radiales peuvent également être étudiées.

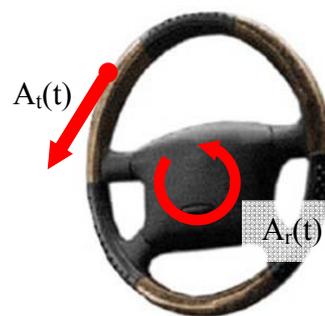


Figure 72 : accélérations au volant

IV.3.3.2. Extrémités crémaillère / biellettes

Pour l'étude d'une structure avec les biellettes modélisées, celles-ci seront considérées comme :

- un organe de transmission des vibrations : corps des biellettes ;
- une interface avec le véhicule : extrémité BCR (Boîtier Côté Roue).

Les signaux définis dans le chapitre IV.3.2 pourront donc s'appliquer à l'étude de la transmission des vibrations via le corps des biellettes. Pour caractériser l'interface avec le véhicule, les deux signaux suivants seront étudiés :

- effort transmis dans l'axe de la biellette ;
- accélération de l'extrémité de la biellette fixée au train avant du véhicule.

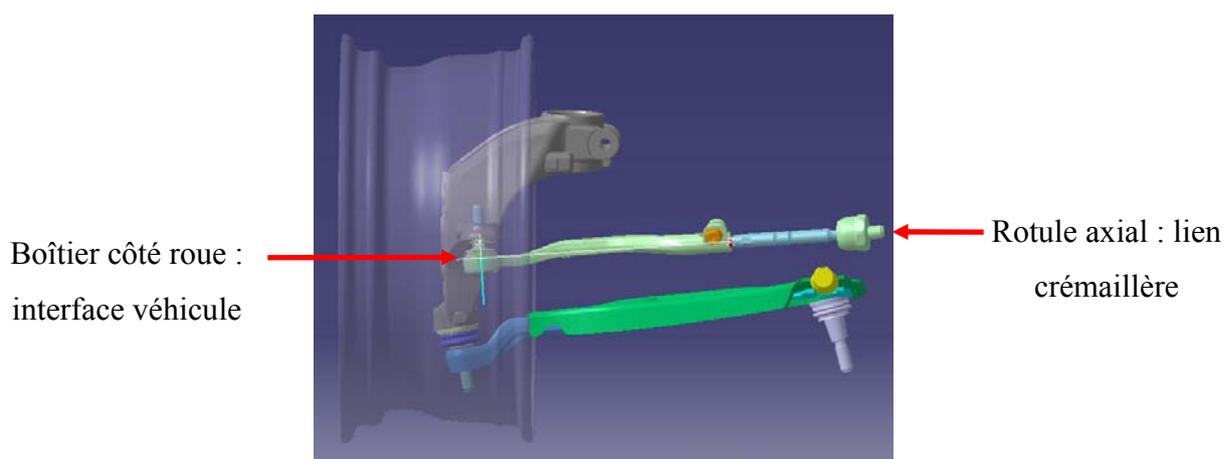


Figure 73 : biellette, interfaces

L'étude des efforts transmis et de l'accélération peut être effectuée en bout de crémaillère si les biellettes ne sont pas modélisées.

IV.3.3.3. Points de fixation au berceau et au tablier du véhicule

Les efforts aux points de fixation avec le véhicule (Figure 74 : points de fixation au berceau d'un véhicule) peuvent être calculés à partir des résultats de simulation pour une DAE modélisée avec ses carters. Le contenu fréquentiel de ces efforts peut être analysé pour étudier l'énergie transmise par la DAE au véhicule en ces points.

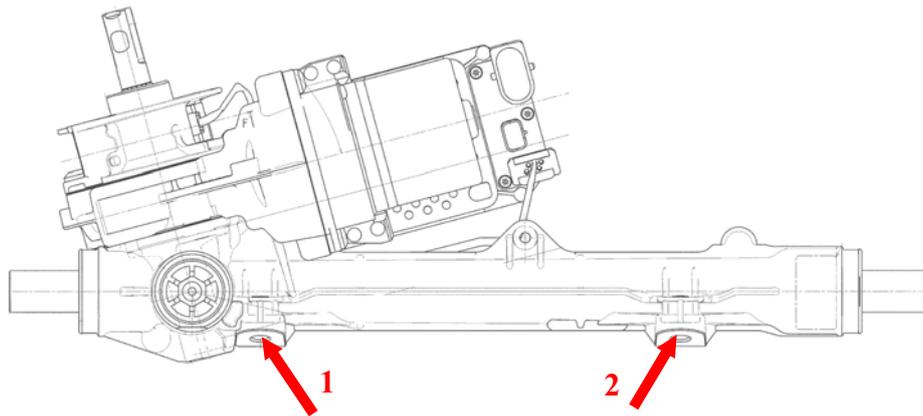


Figure 74 : points de fixation au berceau d'un véhicule

Pour définir un signal caractéristique général, l'effort aux points de fixation du véhicule est défini par sa norme selon les trois directions de l'espace :

$$F_i = \sqrt{F_{i_x}^2 + F_{i_y}^2 + F_{i_z}^2} \quad (\text{IV.26})$$

Avec :

- i : le point de fixation considéré ;
- X, Y, Z : les trois directions de l'espace.

Le couple transmis en ces points est défini de la même façon :

$$M_i = \sqrt{M_{i_x}^2 + M_{i_y}^2 + M_{i_z}^2} \quad (\text{IV.27})$$

Ainsi, les signaux caractéristiques des efforts transmis aux points de fixation avec le véhicule sont :

$$S_{F_i} = \left\{ \begin{array}{l} F_i \\ M_i \end{array} \right\} \quad (\text{IV.28})$$

IV.3.4. Perception acoustique

L'outil de simulation du comportement dynamique des DAE développé ne permet pas de simuler des résultats acoustiques liés à ce comportement dynamique. Aucun signal caractéristique acoustique n'est donc défini pour une étude basée sur cet outil.

Cependant, dans le cas d'une analyse du comportement dynamique d'une DAE dite « d'amélioration » (Figure 69, page 93) suite à la perception d'un signal acoustique problématique sur un système réel, une mesure acoustique peut servir de base à la construction d'une ondelette mère pour une analyse WIC (voir paragraphe suivant).

IV.4. Outils d'analyse

Les outils utilisés pour ces analyses sont les suivants :

- analyse temps-fréquences d'un signal (SFFT : Short Fast Fourier Transform) ;
- identification d'un signal anormal en utilisant la transformée par ondelettes (analyse WIC : Wavelet Instantaneous Correlation ou corrélation instantanée par ondelettes) ;
- analyse des couplages entre la DAE et son environnement ;
- analyse modale du mécanisme non-linéaire DAE.

Les deux premiers outils sont définis dans la synthèse bibliographique proposée au chapitre 2 de ce document. Les outils d'analyse des couplages de la DAE avec son environnement sont définis ici, ainsi que l'outil : analyse modale pour un mécanisme non-linéaire.

IV.4.1. Couplages de la DAE avec son environnement

IV.4.1.1. Le volant

Le conducteur du véhicule n'est pas considéré comme une condition aux limites de la structure DAE. Le volant (ou l'arbre d'entrée si la colonne n'est pas modélisée) sera donc libre de toutes conditions aux limites, excepté pour des études particulières à volant encasté.

Afin de prendre en compte la grande sensibilité de la perception humaine aux pics de vibrations de grande amplitude d'un signal A (par exemple une accélération), le critère « Vibration Dose Value » (VDV [1]) est utilisé pour caractériser les accélérations étudiées :

$$\text{VDV} = \left[\int_0^T A^4(t) dt \right]^{1/4} \quad (\text{IV.29})$$

Dans le cadre d'une étude d'une DAE modélisée avec la colonne en flexion (modélisation à venir) et le volant, les vibrations du volant dans les autres directions peuvent être étudiées à travers l'énergie cinétique du volant et la puissance associée (IV.24) sur tous ses degrés de liberté sauf la rotation autour de son axe.

Si le volant est modélisé comme une structure déformable, l'énergie de déformation et la puissance associée (IV.23) pourront également être étudiées.

Concernant le domaine fréquentiel d'étude lié à ces signaux, la fonction de pondération W_s [24] permet de prendre en compte la sensibilité tactile humaine en fonction de la fréquence du signal. Cette fonction de pondération est définie par une atténuation de l'amplitude du spectre de ce signal :

- de 3 Hz à 6.3 Hz : -0 dB / octave
- de 6.3 Hz à 50 Hz : -6 dB / octave
- de 50 Hz à 160 Hz : -0 dB / octave
- de 160 Hz à 315 Hz : -10 dB / octave

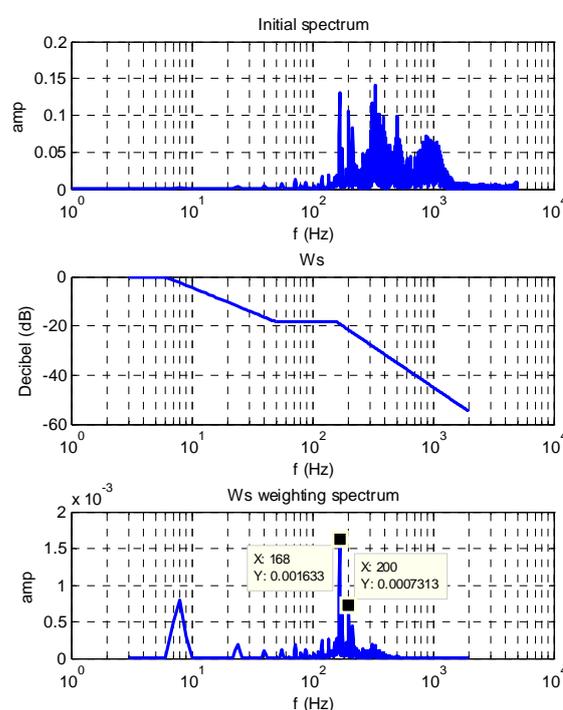


Figure 75 : exemple d'un spectre pondéré par la fonction de pondération W_s

La dernière bande de fréquence peut être étendue jusqu'à 2000 Hz. Cette fonction de pondération est liée à la faible sensibilité tactile humaine au-delà de 300 Hz. L'exemple présenté (Figure 75, de haut en bas : spectre initial, fonction de pondération, spectre pondéré) met en évidence la prépondérance du contenu à 168 Hz et 200 Hz du signal analysé en terme de perception tactile.

L'ensemble des études menées sur les vibrations aux volants devra être réalisé en commun avec des études de modélisation 1D des DAE afin de coupler les notions de ressenti au volant,

traitées à partir de ces modèles. En effet, les travaux issus de la littérature ont montré que les vibrations au volant dans la bande de fréquence 0 – 80 Hz permettent au conducteur d’avoir un bon ressenti de son véhicule. Il ne s’agit donc pas simplement d’atténuer l’ensemble des vibrations dans cette bande de fréquences.

IV.4.1.2. Points de fixation au berceau du véhicule

Le berceau du véhicule est considéré comme rigide pour les études du comportement dynamique des DAE. En effet, ces études seront souvent corrélées avec des essais sur banc rigide. De plus, la modélisation du comportement dynamique du berceau (possible par superéléments par exemple) implique la maîtrise de données non propriété de JTEKT. Il est donc préférable de considérer des conditions aux limites rigides aux points de fixation de la DAE avec le berceau du véhicule.

Certains constructeurs spécifient des efforts à ne pas dépasser en ces points dans des conditions précisées. Ces spécifications sont données sous la forme de gabarits fréquentiels (Figure 76).

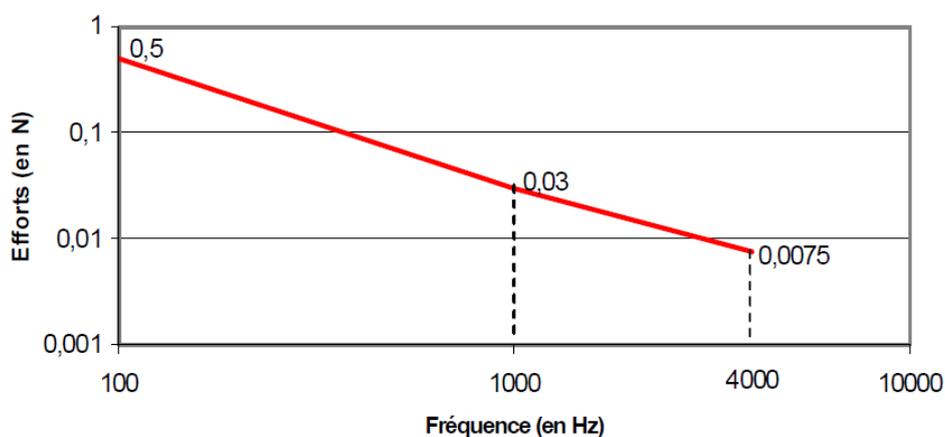


Figure 76 : exemple de spécification constructeur

Le contenu fréquentiel des efforts aux points de fixation (FFT, analyse temps-fréquence) sera donc analysé pour étudier l'énergie transmise par la DAE au véhicule en ces points. La définition des efforts sera adaptée aux spécifications constructeurs utilisées.

IV.4.1.3. Points de fixation au tablier du véhicule

La DAE est mécaniquement liée au tablier du véhicule par le carter de la colonne de direction. Cette interface ne sera pas étudiée tant que seule la torsion de la colonne est modélisée [14]. Lorsque la flexion de la colonne sera modélisée, la transmission des vibrations induites via les carters de la colonne au tablier du véhicule sera étudiée.

Dans le cas d'une C-EPS, l'étude aux points de fixation des carters est similaire à l'étude aux points de fixation au berceau du véhicule.

IV.4.1.4. Bielles

Le train avant du véhicule est considéré comme une condition aux limites flexible pour la DAE. Il sera donc modélisé de façon plus ou moins complexe selon l'étude envisagée. Cette condition aux limites ne peut pas être considérée comme rigide étant donné le lien direct avec la chaîne cinématique de la DAE.

L'analyse du couplage entre la DAE et le train avant du véhicule est basée sur les signaux caractéristiques définis. Aucune spécification constructeur n'est associée à ces signaux. Le contenu fréquentiel de ces signaux (FFT, analyse temps-fréquence) sera analysé.

IV.4.2. Analyse modale d'un mécanisme non-linéaire

L'analyse modale d'une DAE consiste à calculer les fréquences et modes propres de la structure modélisée non amortie. Cette analyse peut être réalisée sur des structures linéaires seules ou assemblées (poutres, superélément, corps rigides, etc.), ou sur une structure non linéaire. Pour ce dernier cas, la structure analysée est linéarisée en un point de fonctionnement. Ce point de fonctionnement est défini pour un instant donné de la réponse temporelle de la structure. Les matrices de raideur tangente et de masse de la structure, dans la configuration du point de fonctionnement choisi, sont extraites pour résoudre le problème aux valeurs propres :

$$\omega^2 [M] \phi = [K] \phi \quad (\text{IV.30})$$

avec

- $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$ $i^{\text{ème}}$ fréquence propre de la structure ;
- ϕ_i $i^{\text{ème}}$ mode propre de la structure.

L'évolution dans le temps des fréquences propres d'une structure non-linéaire peut être analysée et représentée sous la forme suivante (Figure 77) :

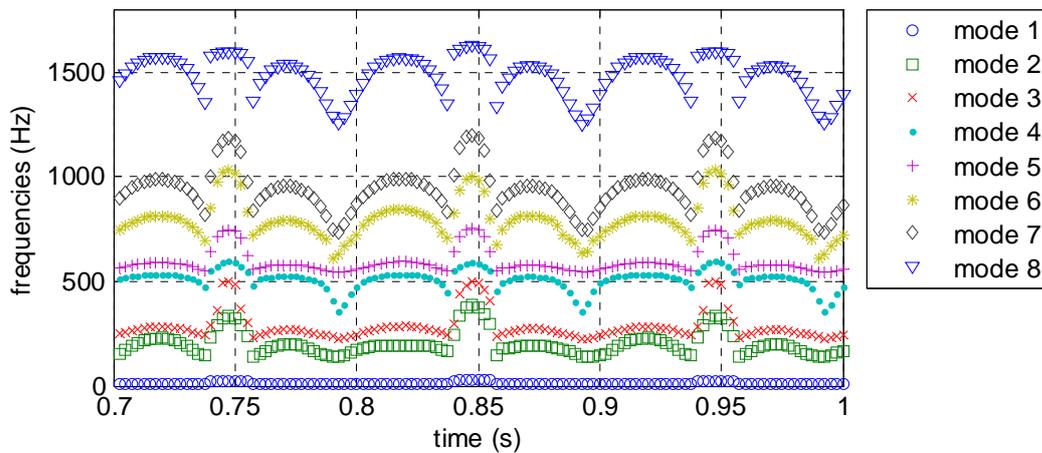


Figure 77 : évolution des fréquences propres d'une structure non-linéaire

Les modes peuvent être décrits et visualisés par une représentation géométrique de la forme du mode (Figure 78, déformation des éléments) ou par une représentation énergétique relative. Il s'agit alors d'exprimer l'énergie de déformation (et/ou cinétique) de chaque élément de la structure et de présenter le résultat par rapport à l'énergie totale associée au mode analysé (Tableau 1).

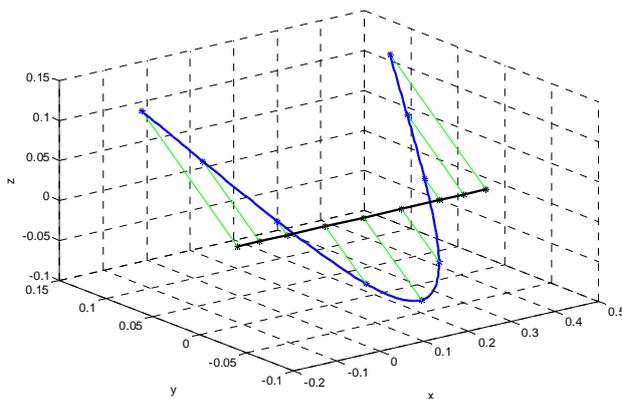


Figure 78 : représentation géométrique de la forme d'un mode

Tableau 1: description énergétique d'un mode propre de structure

Elément	% d'énergie
Elément #1	%
Elément #2	%
Elément #3	%
...	%
Elément #N	%
Somme	100 %

IV.5. Outils d'analyse : adaptation aux plans d'expériences

Les outils d'analyse du comportement dynamique d'une DAE définis dans ce chapitre sont utilisés, dans le cadre d'une étude d'investigation, selon la méthode définie (Figure 69 : Analyse du comportement dynamique d'une DAE, méthode). Dans le but de réaliser également des études d'influences de paramètres sélectionnés sur le comportement dynamique des DAE, et afin de conserver une cohérence d'analyse, ils sont également utilisés dans des plans d'expériences, en se basant sur les signaux caractéristiques définis.

IV.5.1. Bilan des signaux et outils utilisables pour une étude paramétrique

IV.5.1.1. Rappels

Afin de pouvoir être traitée comme réponse pour une étude paramétrique, une combinaison signal / outil doit fournir comme résultat une valeur scalaire. Par exemple, un signal temporel ne peut pas être utilisé directement et doit subir un post-traitement adapté pour obtenir un scalaire représentatif de l'information utile de ce signal (valeur RMS, etc.).

IV.5.1.2. Outils

- **Analyse temps-fréquence** : cet outil, tout à fait pertinent pour une étude d'investigation, n'est pas du tout adapté à une étude paramétrique ; les informations obtenues ne peuvent pas se résumer à un scalaire.
- **WIC** : cet outil peut servir à définir des signaux temporels supports pour une analyse paramétrique ; un post-traitement sera nécessaire pour obtenir un scalaire représentatif.
- **Couplage avec l'environnement** :
 - **Au volant** : le VDV (IV.29) est directement utilisable pour une étude paramétrique ; le spectre pondéré peut être utilisé via un post-traitement.
 - **Aux biellettes** : signaux caractéristiques temporels en effort et accélérations : un post-traitement nécessaire pour obtenir un scalaire représentatif.
 - **Efforts aux points de fixation** : les spectres et gabarits constructeurs peuvent être utilisés via un post-traitement.
 - **Analyse modale** : mêmes conclusions que pour l'analyse temps-fréquence.

IV.5.1.3. Signaux caractéristiques

- **Sources** : signaux caractéristiques temporels $S(t)$.
- **Transmission** : signaux caractéristiques temporels en puissances $P(t)$.
- **Perception** : signaux temporels et fréquentiels

IV.5.1.4. Bilan

Seul le VDV peut être utilisé directement pour des études paramétriques. Les autres signaux caractéristiques devront subir un post-traitement adapté, utilisant des outils définis comme le WIC ou des post-traitements plus classiques comme la valeur RMS d'un signal par exemple.

IV.5.2. Post-traitement en vue d'une étude paramétrique

IV.5.2.1. Signaux caractéristiques de sources, transmission et biellettes

L'objectif est de cibler l'analyse paramétrique sur un phénomène identifié. Ceci peut être réalisé en utilisant l'outil d'analyse WIC. La démarche est la suivante :

1. Construire une ondelette mère de référence pour un phénomène identifié.
2. Réaliser une analyse WIC sur les signaux à étudier : $R_i(t)$.
3. Post-traitement de $R_i(t)$ pour obtenir un (des) scalaire(s) représentatif(s).

Remarque : cette démarche permet de réaliser une étude paramétrique pour un phénomène identifié ; l'étude d'investigation préalable est indispensable.

L'étape 3 est précisée :

L'objectif est de définir des scalaires capables de discriminer deux signaux $R_i(t)$, sachant que ces signaux seront souvent de la forme suivante :

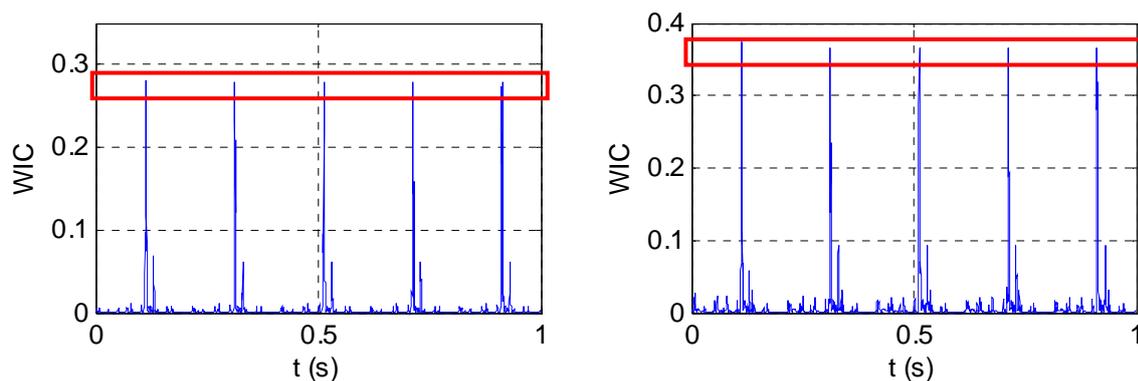


Figure 79 : $R_i(t)$, évolution de l'amplitude des pics principaux

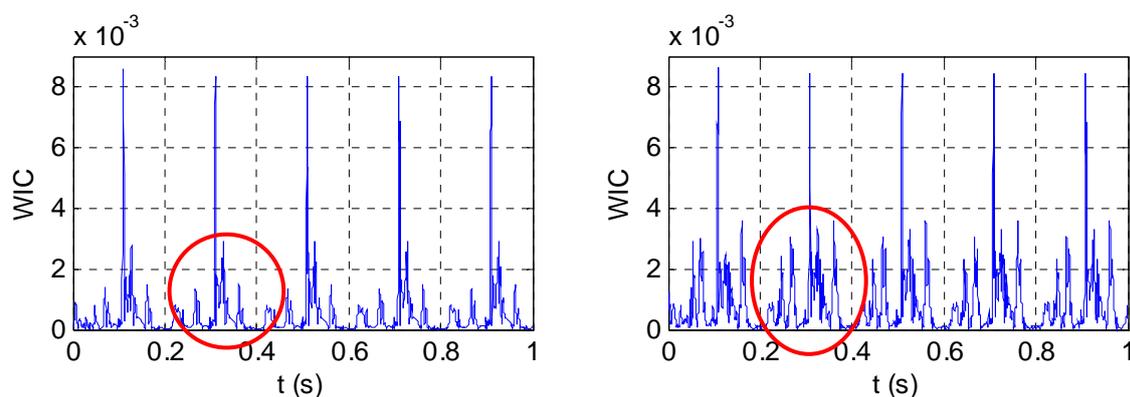


Figure 80 : $R_i(t)$, évolution du nombre de pics secondaires

Deux cas de discrimination se présentent : différence d'amplitude des pics principaux (Figure 79) ou augmentation du nombre de pics secondaires (Figure 80). Pour traduire ces deux cas, deux scalaires sont proposés :

- La valeur RMS du signal sur N périodes de l'excitation extérieure principale.
- La moyenne des maxima de chaque même N périodes.

Ainsi, la combinaison de ces deux scalaires permet de connaître la nature de l'évolution du signal.

IV.5.2.2. Perception tactile au volant

Le VDV est directement utilisable pour une étude paramétrique.

La valeur RMS du spectre pondéré sera prise entre 3 et 2000 Hz pour une étude paramétrique.

IV.5.2.3. Efforts aux points de fixation

Les efforts aux points de fixation avec le véhicule sont comparés à une spécification constructeur via un gabarit fréquentiel (Figure 76 : exemple de spécification constructeur).

L'objectif de conception est d'obtenir un spectre inférieur au gabarit sur la plage considéré.

Le post-traitement proposé pour une étude paramétrique consiste donc à calculer la valeur RMS de la partie du spectre supérieure au gabarit, soit :

f	Fréquence
$X(f)$	Spectre des efforts aux points de fixation
$G(f)$	Gabarit de la spécification constructeur
$\tilde{X}(f)$	Partie du spectre supérieure au gabarit
\tilde{X}_{RMS}	Valeur RMS de $\tilde{X}(f)$

$$\tilde{X}(f) = \begin{cases} 0, & X(f) \leq G(f) \\ X(f) - G(f), & X(f) > G(f) \end{cases} \quad (\text{IV.31})$$

$$\tilde{X}_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N (\tilde{X}(m))^2} \quad (\text{IV.32})$$

IV.6. Synthèse

Une méthode d'analyse du comportement dynamique des DAE a été construite (Figure 69 : Analyse du comportement dynamique d'une DAE, méthode) permettant de :

- mener des études d'influence de leurs paramètres de conception ;
- discriminer différentes DAE ;
- comparer différentes technologies ;
- identifier les modifications à apporter pour améliorer ce comportement.

Cette méthode se décompose selon trois problématiques : étude des sources de vibrations, de leur transmission (et dissipation) et de leur perception par le conducteur et le véhicule. Les « signaux caractéristiques » représentatifs du comportement dynamique des éléments impliqués dans chaque problématique ont été définis. Chaque étude est basée sur l'analyse de ces signaux. L'analyse peut être soit de « conception » (analyser le comportement dynamique d'une DAE à partir des sources jusqu'à la perception), soit « d'amélioration » ou de « re-conception » (analyser le comportement dynamique de la DAE à partir de la perception jusqu'aux sources). Les outils utilisés pour ces analyses ont été définis (analyse temps-fréquences d'un signal, identification d'un signal anormal en utilisant la transformée par ondelettes, analyse des couplages entre la DAE et son environnement, analyse modale du mécanisme non-linéaire de DAE). Enfin, la méthode a été adaptée pour être utilisée dans le cadre d'une étude paramétrique.

V- Validations expérimentales

Ce chapitre expose les méthodes de validations expérimentales appliquées pour l'ensemble des modèles développés, ainsi que pour les signaux caractéristiques définis au chapitre précédent. La démarche, les bancs d'essai, et les résultats pour une DAE particulière sont présentés. Des travaux de validation ont été menés sur quatre P-EPS différentes (DAE à assistance sur le pignon) et une DP-EPS (DAE à assistance sur un pignon auxiliaire). Seuls des résultats sur la P-EPS D sont présentés pour alléger le mémoire.

V.1. Démarche de validation expérimentale

V.1.1. Description de la démarche

L'ensemble des travaux de modélisation est validé par comparaison entre des résultats de simulation et des mesures. La démarche adoptée consiste à valider chacun des éléments modélisés, puis les assemblages d'éléments par modules : réducteur, module d'assistance, direction manuelle et direction complète.

La démarche peut donc se résumer de la façon suivante, en termes de niveaux de validation :

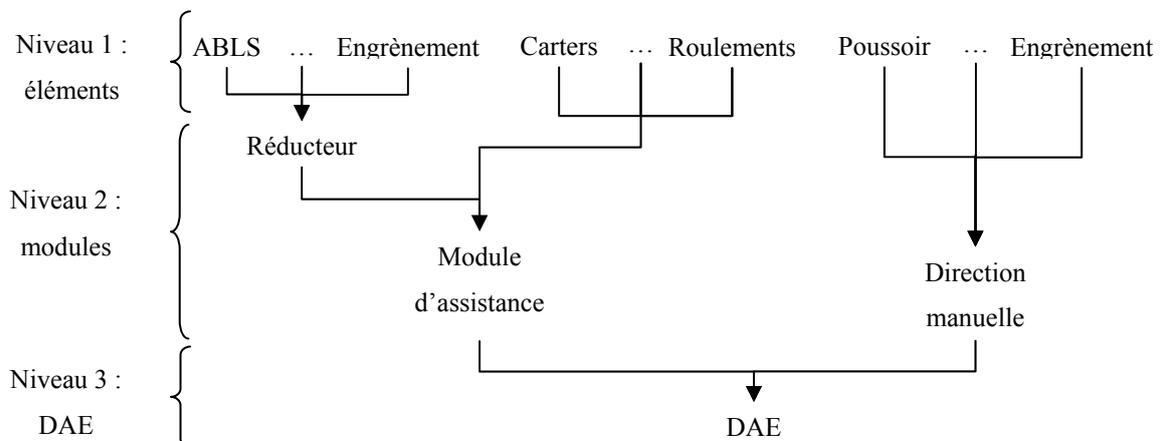


Figure 81 : Niveaux de validations expérimentales

Pour le niveau 1, concernant les éléments non linéaires (engrènements, systèmes à rattrapage de jeux, roulements à billes, etc.), il s'agit principalement de caractériser les paramètres descriptifs de l'élément (jeux, raideurs, etc.). Ces caractérisations sont basées le plus souvent sur des relations efforts - déplacements, ce qui conduit à une validation du comportement quasi-statique de l'élément. Ainsi, les outils spécifiques de calcul de comportement sous charge des engrènements (Rouvis et Krepî) sont également validés à ce niveau. Pour les éléments linéaires (carters, poutres, etc.), le comportement modal de l'élément est validé expérimentalement.

Pour les niveaux 2 et 3 (modules et DAE complète), une validation du comportement dynamique temporel transitoire est réalisée. Il s'agit (Figure 82) d'exciter le mécanisme avec une excitation représentative de la problématique étudiée (chapitre 1) : excitation oscillatoire extérieure (volant ou route). Le mécanisme non linéaire génère des chocs au sein de sa chaîne cinématique qui créent des vibrations qui sont transmises jusqu'aux interfaces avec le véhicule et le conducteur. Le comportement dynamique est ainsi mesuré (selon le mécanisme utilisé) :

- sur la chaîne cinématique
 - mesures de déplacements : comportement basses fréquences (<100Hz)
 - mesures d'accélération : comportement hautes fréquences (>100Hz)
- sur les carters : mesures d'accélération
- aux interfaces véhicules
 - mesures d'accélération
 - mesures d'efforts : comportement basses et hautes fréquences



Figure 82 : validation dynamique temporelle

V.1.2. Bancs d'essais : description générale

V.1.2.1. Validation niveau 1

Les bancs d'essais associés au niveau 1 de validation sont spécifiques à chaque élément. Pour les éléments linéaires, il s'agit de moyens de mesures conventionnels du comportement modal d'une structure. Ces moyens de mesures ne sont pas présentés ici. Pour les éléments non linéaires, il s'agit d'un actionneur capable d'appliquer un effort mesuré sur l'élément isolé associé à un (des) capteur(s) de déplacement pour déterminer une relation expérimentale effort - déplacement. Le banc de mesure de la relation associée au mouvement axial de la ligne poussoir est présenté comme exemple.

Un effort F est appliqué sur le poussoir selon l'axe de la ligne poussoir (Figure 83) et mesuré par un capteur d'effort. Pour ce faire, le carter de la direction est découpé à la verticale du poussoir. La crémaillère est retirée, la ligne poussoir n'est pas précontrainte. Le déplacement v_G du poussoir dans la même direction est mesuré à travers la vis poussoir.

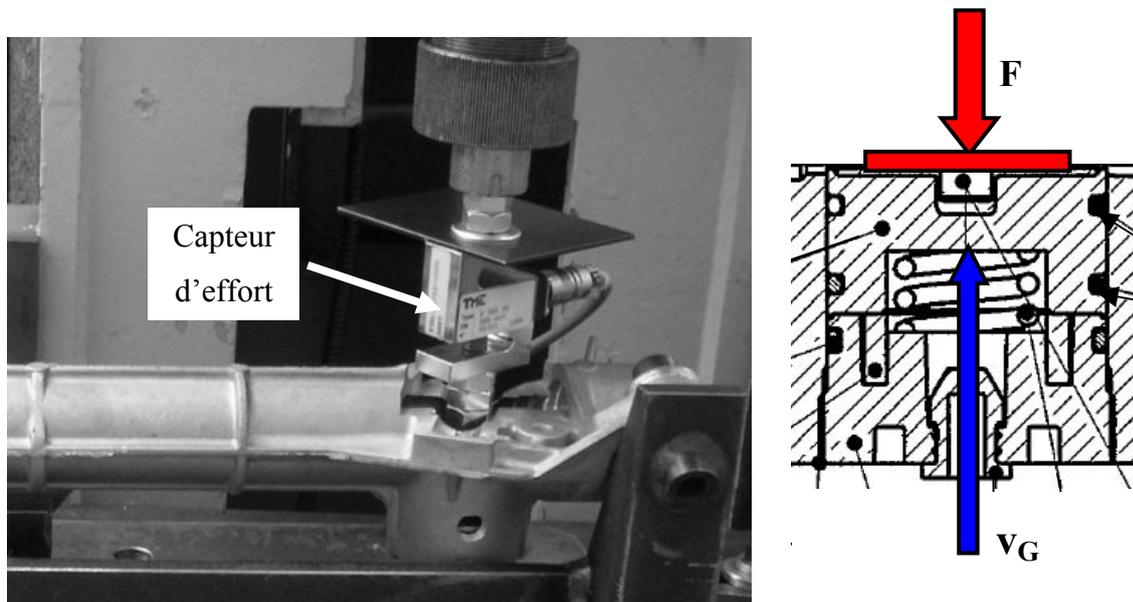


Figure 83 : banc d'essai, mouvement axial poussoir

Les résultats expérimentaux (Figure 84) permettent d'identifier la relation effort - déplacement de l'élément dans la direction considérée :

1. Effort de décollement des joints toriques de la ligne poussoir.
2. Raideur de compression du ressort de la ligne poussoir.
3. Raideur de compression de l'élastomère ajoutée à celle du ressort puis arrivée en butée sur le carter.

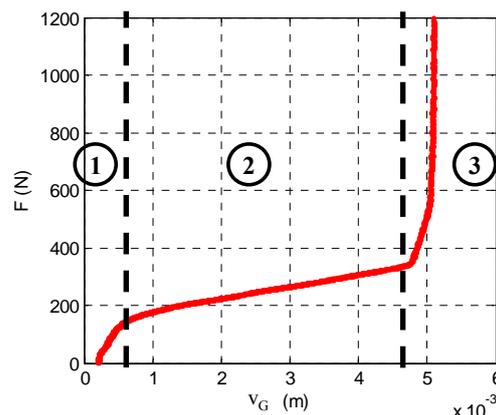


Figure 84 : résultats expérimentaux (axial)

V.1.2.2. Validation niveaux 2 et 3

Pour mettre en place la démarche de validation des modèles de modules de DAE (niveau 2) et de DAE complètes (niveau 3), les bancs d'essais mis en place sont composés de (Figure 85 : banc d'essai P-EPS B. Figure 88 : banc d'essai P-EPS D, mesures aux interfaces) :

- un actionneur qui permet d'amener une excitation extérieure oscillatoire ;
- une DAE ou un module de DAE avec ses conditions aux limites :
 - un banc rigide sur lequel est fixé le mécanisme ;
 - un ressort ou des élastomères en bout de crémaillère. Des essais sont aussi réalisés en conditions aux limites libres en bout de crémaillère.
- des capteurs.

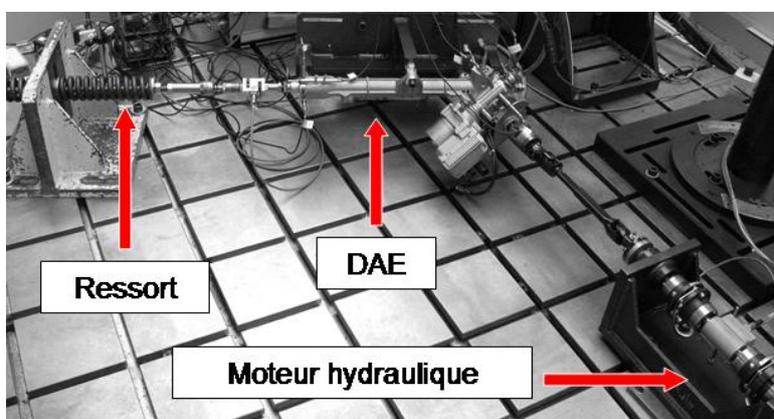


Figure 85 : banc d'essai P-EPS B

Les capteurs utilisés sont :

- des capteurs de déplacements (LVDT) ;
- des codeurs optiques (mesures de rotations) ;
- des capteurs d'effort ;
- des accéléromètres.

L'implantation de ces capteurs sur les mécanismes validés nécessite de nombreuses adaptations (Figure 86) : des DAE standards sont modifiées afin de recevoir l'ensemble des capteurs.

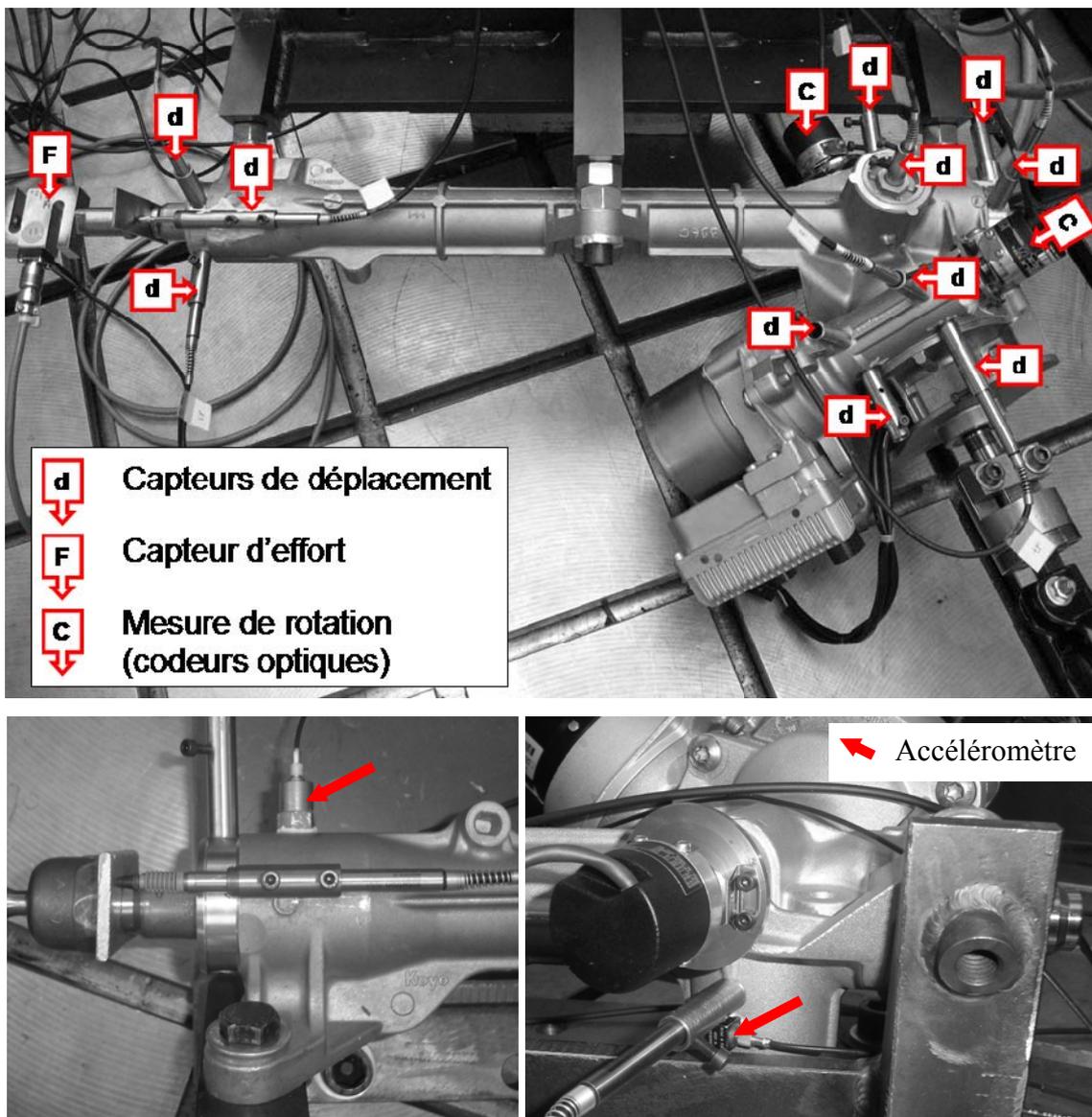


Figure 86 : banc d'essai P-EPS B, implantation des capteurs

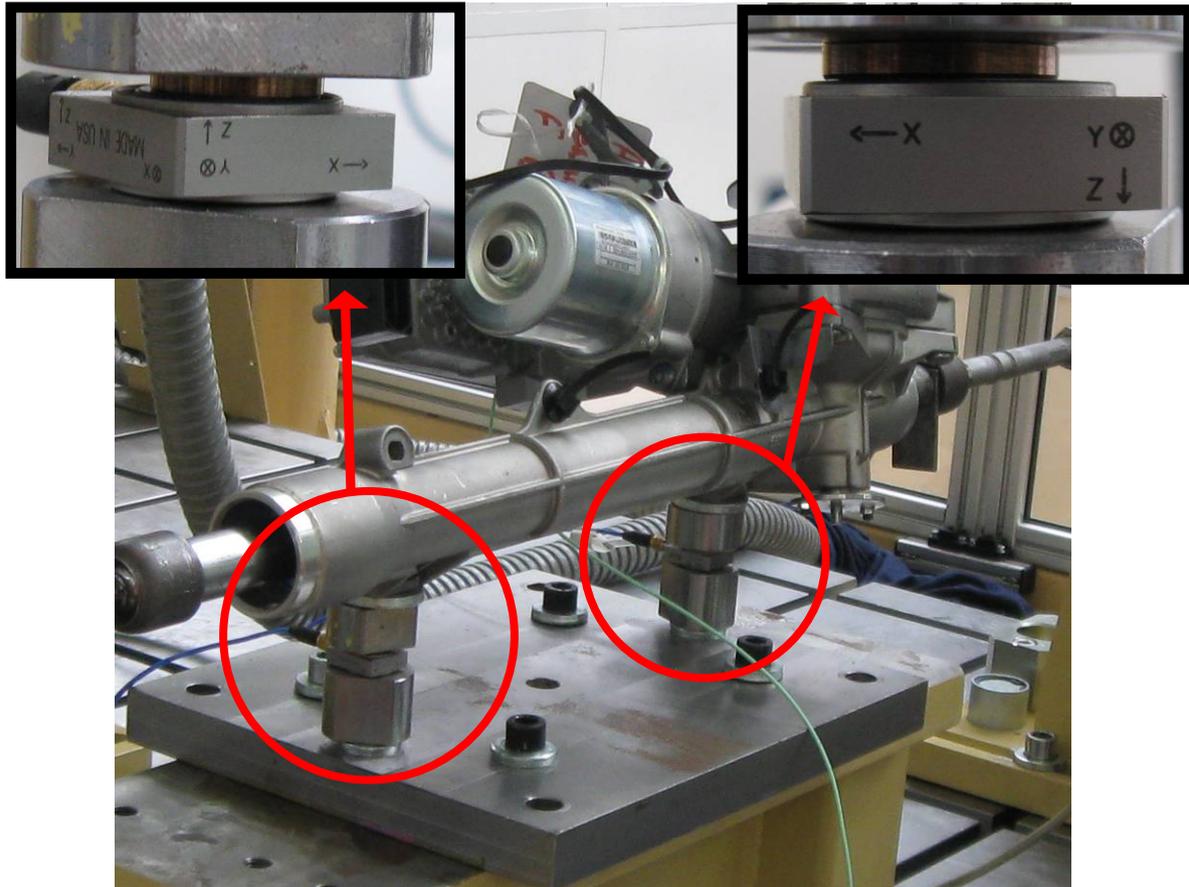


Figure 89 : banc d'essai P-EPS D, mesure des efforts aux points de fixation



Figure 90 : banc d'essai P-EPS D, mesure des efforts dans les biellettes

V.1.3. Travaux de validation

La démarche présentée pour la validation de l'ensemble des travaux de modélisation a été réalisée sur quatre DAE différentes : trois P-EPS et une DP-EPS (Tableau 2). Ces validations ont accompagné le développement du code de calcul. Ainsi, les P-EPS A et C n'ont pas été modélisées avec leurs carters. La validation effectuée sur DP-EPS ayant pour objectif de

valider l'assemblage des modèles élémentaires pour une nouvelle architecture, elle a été réalisée directement sur la DAE complète.

Tableau 2 : synthèse des validations expérimentales

	P-EPS				DP-EPS
	A	B	C	D	
Réducteur	X	X			
Module d'assistance	X	X	X	X	
Direction manuelle	X	X	X	X	
DAE (sans carters)	X	X	X		
DAE (avec carters)		X		X	X

V.2. Application : validations sur la P-EPS D

Les travaux de validations expérimentales réalisés sur la P-EPS D (niveau 3 : DAE complète) sont présentés.

V.2.1. Bancs d'essai

Deux bancs d'essais ont été utilisés pour valider le comportement dynamique de la P-EPS D :

- Un banc de mesure des déplacements et accélérations du mécanisme, y compris sur carters (Figure 87 : schématisation du banc d'essai P-EPS D) : banc n°1.
- Un banc de mesure des efforts et accélérations aux interfaces véhicule (Figure 88 : banc d'essai P-EPS D, mesures aux interfaces) : banc n°2.

La même DAE a été utilisée sur les deux bancs.

V.2.2. Modélisation de la P-EPS D

La servo direction de la DAE utilisée est donc modélisée de la même façon pour les deux bancs d'essais reproduits, selon le modèle décrit au chapitre 6 (détails en annexe VII.4.3). Les modélisations de la colonne, des biellettes et des conditions aux limites sont adaptées au banc considéré :

- Banc n°1 : pas de colonne, pas de biellettes, conditions aux limites libres en bout de crémaillère.
- Banc n°2 : colonne et biellettes (angles nuls, différents de la configuration véhicule), élastomères connectés en bout de crémaillère. Les élastomères sont modélisés avec un modèle à effort de restitution caractérisé expérimentalement (modèle de Dahl [4][5][59]).

V.2.3. Validations expérimentales

Les résultats présentés sont quelques exemples représentatifs de l'ensemble des travaux de validations réalisés. Afin de ne pas alourdir la présentation, il a été choisi d'en présenter un nombre restreint. Le choix s'est porté sur des résultats qui permettent de justifier la validation des modèles développés, mais également représentatifs des problèmes rencontrés et des limites de leur validité. Ils ne constituent donc en aucun cas une étude exhaustive de validation. La répétitivité et la reproductibilité des mesures ne sont pas présentées.

L'excitation imposée pour ces résultats est une rotation sinusoïdale au volant (banc n°2) ou en extrémité d'arbre d'entrée (banc n°1) de fréquence égale à 8Hz et d'amplitude de 5°. L'excitation mesurée sur banc est utilisée comme donnée d'entrée pour la simulation.

La convention de représentation graphique retenue pour analyser les graphes de recalage essais / simulations est la suivante :

— *Simulation*
— *Experimental*

V.2.3.1. Mesures sur la chaîne cinématique de la DAE

Le couple équivalent introduit dans la structure est calculé au point d'application du déplacement imposé à la structure (arbre d'entrée). Il est comparé à la mesure du couple réalisée sur le banc expérimental (Figure 91).

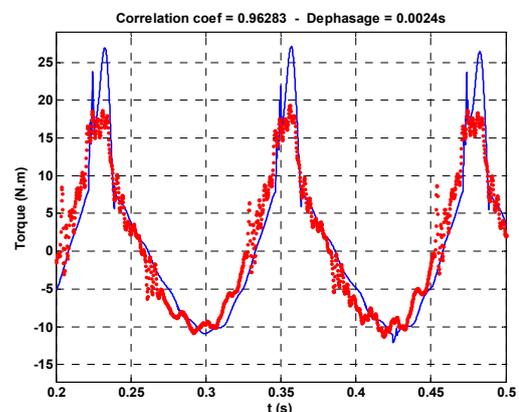


Figure 91 : couple équivalent

L'étude de ce couple montre que la chaîne cinématique modélisée permet de reproduire le couple expérimental sur l'arbre d'entrée en amplitude. La chaîne cinématique semble donc correctement modélisée. A titre d'exemple, les déplacements de la vis sans fin mesurés près du ressort ABLs sont présentés (Figure 92) dans le système d'axes suivants (déplacement axial : axe x) :

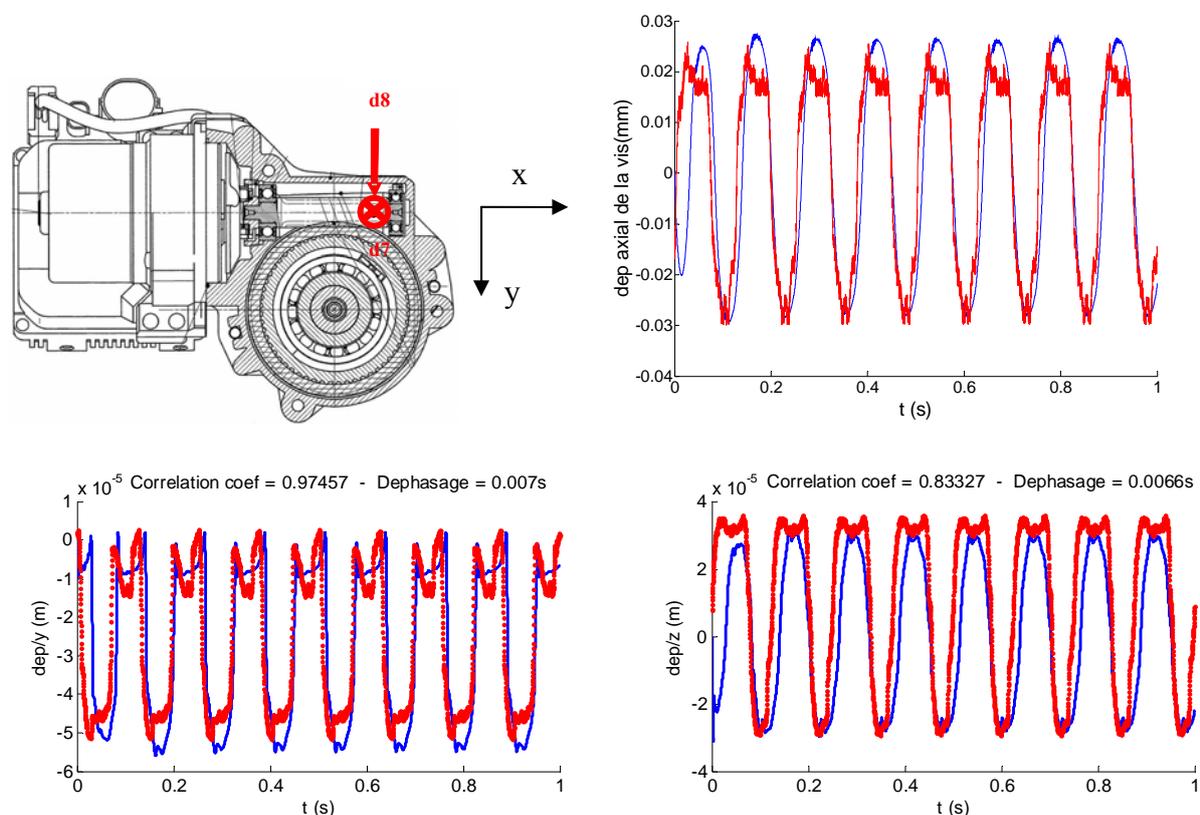


Figure 92 : déplacements de la vis sans fin

Ces résultats mettent en exergue la pertinence de la modélisation des éléments non linéaire de la DAE, en l'occurrence ici l'engrènement roue et vis sans fin, le ressort ABLs et le roulement de la vis sans fin côté moteur. Ils permettent de valider la bonne modélisation de ces éléments, principalement en terme de géométrie (jeux, angles de denture, etc.). Sur les résultats présentés, on note notamment que le jeu du ressort ABLs semble correctement modélisé étant donné l'amplitude des mouvement radiaux de la vis (axes y et z) au point de mesure. En revanche, la raideur du ressort ABLs est certainement en cause concernant la différence de forme du mouvement radial en z. Toutefois, ces résultats sont suffisamment bien corrélés pour valider la modélisation. Enfin, étant donné l'amplitude du mouvement axial de la vis (axe x), le jeu considéré dans le roulement coté moteur est validé : c'est principalement ce jeu qui définit l'amplitude de mouvement possible pour la vis selon cet axe.

Ainsi, l'étude des mouvements des éléments de la chaîne cinématique de la DAE permet de valider la simulation des phénomènes à basses fréquences ($<100\text{Hz}$) : les déplacements des différents éléments. Etant donné le caractère non linéaire d'un certain nombre de ces éléments (jeux de fonctionnement), la validation de ces déplacements permet de valider que les chocs qui naissent au sein de la chaîne cinématique au moment des passages des éléments dans leurs jeux et génèrent des vibrations apparaissent aux bons instants.

V.2.3.2. Mesures sur les carters de la DAE

Les résultats selon l'axe X de l'accéléromètre positionné sur le carter de la DAE au niveau du poussoir sont présentés (Figure 93). Cette accélération permet de mettre en évidence certaines hypothèses retenues pour la modélisation du mécanisme.

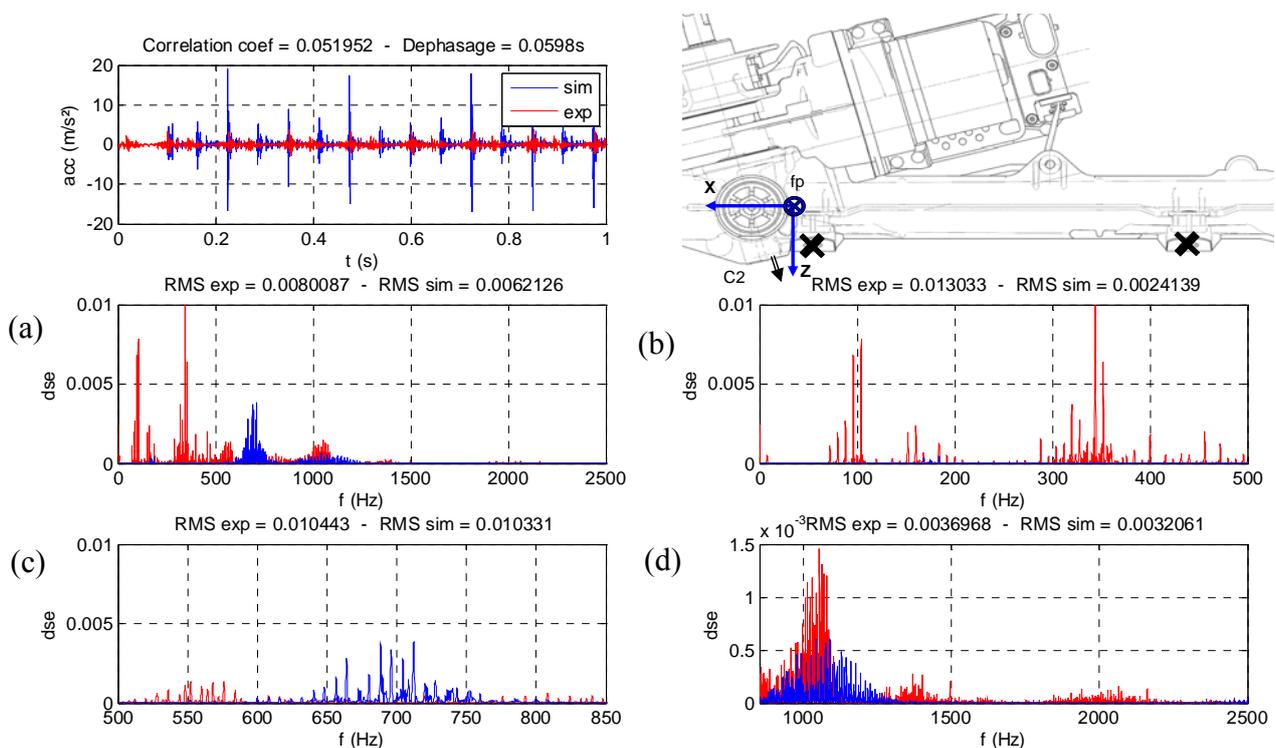


Figure 93 : accélération sur le carter selon x

Le signal temporel montre que les chocs dans le mécanisme sont générés aux bons instants (pics d'accélération). Le spectre en dessous de 500Hz (b) met en évidence l'absence de transmission d'effort en ce point et dans cette direction : ceci est dû à la modélisation plane de la ligne poussoir retenue (modélisation dans le plan (yz) du capteur). La ligne poussoir modélisée ne transmet donc pas d'effort selon l'axe x. Au-delà de 500 Hz (c), on remarque

une amplitude importante du spectre expérimental aux alentours de 570 Hz. Ces vibrations sont certainement transmises directement par les carters du module d'assistance au carter de direction. Le même phénomène est visible sur le spectre de simulation mais aux alentours de 700 Hz. L'ensemble des carters du module et le MCU (Motor Control Unit) sont modélisés comme un corps rigide : cette modélisation est donc beaucoup plus rigide que la structure réelle, ce qui explique la différence obtenue en terme de fréquences. Les résultats au-delà de 900 Hz (d) montrent que le comportement modal du carter de direction semble bien simulé.

Ainsi, l'étude du contenu fréquentiel des signaux d'accélération mesurés sur les éléments linéaires de la DAE (comme les carters et la crémaillère) permet de valider la simulation de la transmission des vibrations générées au sein de la chaîne cinématique jusqu'aux interfaces de la DAE. Le domaine fréquentiel validé est limité par les moyens expérimentaux. Il s'étend pour les résultats présentés jusqu'à 2500Hz.

V.2.3.3. Mesures aux interfaces véhicule

Les mesures des efforts aux points de fixations de la P-EPS D (Figure 94) avec le véhicule sont présentés (mesures réalisées sur le banc d'essai n°2).

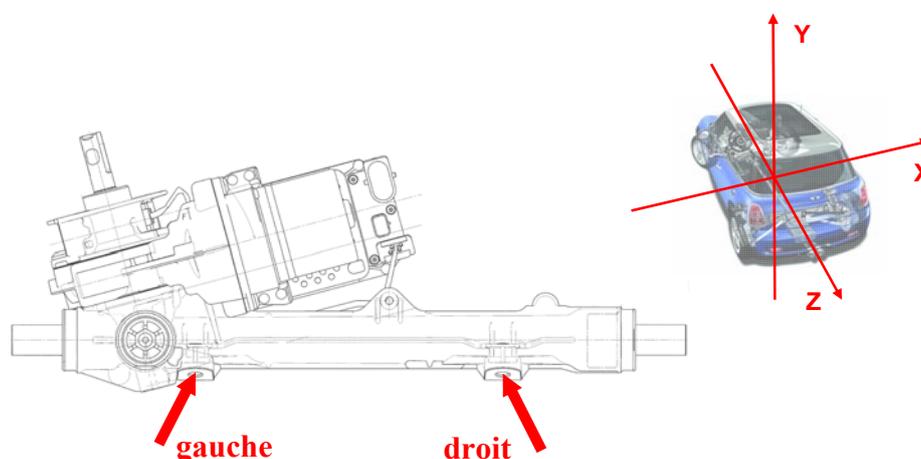


Figure 94 : points de fixation au berceau du véhicule

Les résultats temporels dans le repère de simulation sont donnés au point gauche et au point droit (Figure 95). Les spectres selon les trois axes du repère de simulation de la somme des efforts au deux points de fixation sont également présentés (Figure 96). Il s'agit d'une spécification constructeur (voir chapitre 4). Le gabarit associé est superposé aux spectres expérimentaux et de simulation.

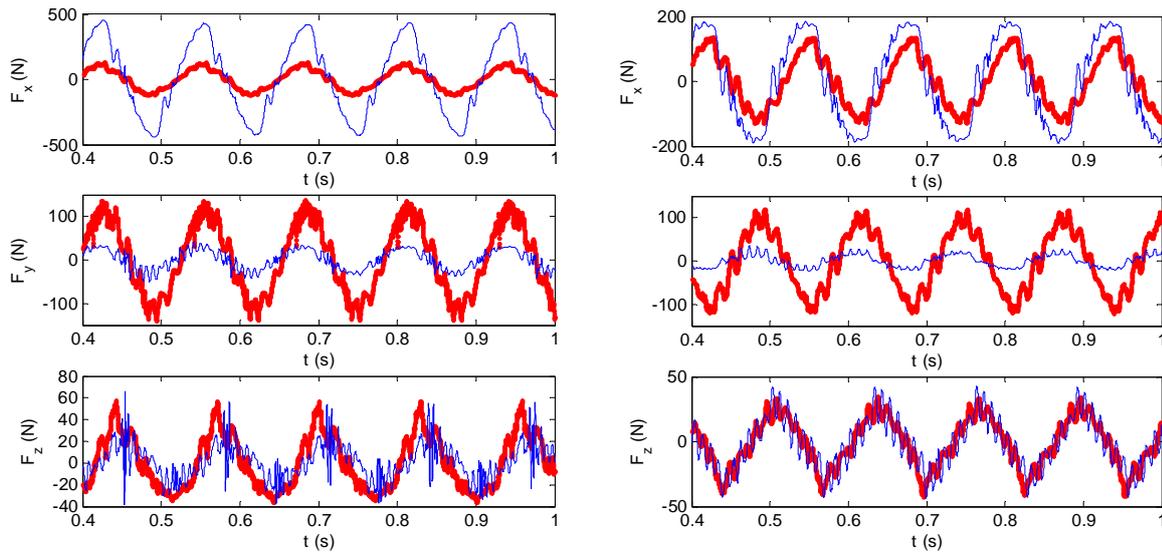


Figure 95 : point de fixation gauche (figures à gauche) et droit (figures à droite)

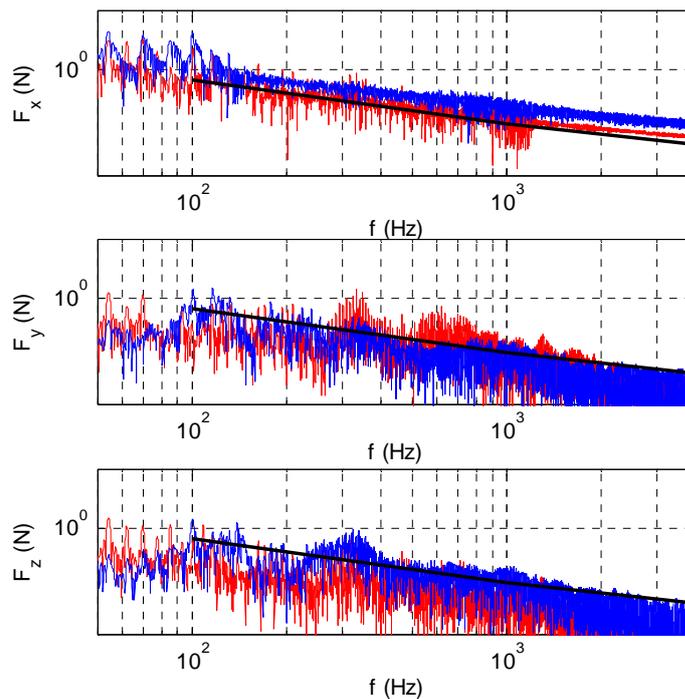


Figure 96 : spectres des efforts et gabarit constructeur

L'objectif, aux interfaces avec le véhicule est de valider l'analyse obtenue par simulation. En l'occurrence, il s'agit dans ce cas de valider que les spectres obtenus en simulation dépassent le gabarit sur les mêmes bandes de fréquences que les spectres expérimentaux. Etant donné les résultats corrélés sur les carters à 2500Hz maximum, la validation sera effective ici sur la même bande de fréquences.

Selon l'axe X, les deux spectres dépassent globalement le gabarit. Les amplitudes en simulation sont supérieures aux amplitudes expérimentales. Selon l'axe Y, le phénomène inverse est observé. Cependant, le dépassement du gabarit est obtenu, de la même façon que sur les résultats expérimentaux, excepté entre 500 et 800Hz. Selon l'axe Z, les résultats simulés montrent, comme les résultats expérimentaux, un fort dépassement du gabarit entre 100 et 160Hz, ainsi que entre 250 et 400Hz, puis un dépassement modéré entre 400 et 1600Hz. Ainsi, l'étude des vibrations transmises à l'environnement de la DAE selon les outils définis au chapitre 4 de ce document permet de valider l'ensemble des travaux de modélisation réalisés, et donc la simulation de la génération des vibrations au sein de la chaîne cinématique du mécanisme, et leur transmissions (et dissipation) à travers ses structures linéaires (arbres, carters). Elle permet également de valider l'utilisation des outils définis (chapitre 4) pour l'analyse du comportement dynamique des DAE aux interfaces avec leur environnement sur des signaux de simulation.

V.3. Bilan

Les travaux de modélisation sont validés par comparaison entre des résultats de simulation et des mesures expérimentales. La démarche adoptée est décrite, elle se décompose en trois niveaux de validation : chaque élément modélisé est validé, puis les assemblages d'éléments par modules : réducteur, module d'assistance, direction manuelle, et enfin la modélisation de directions complètes. L'ensemble des travaux de validation est répertorié. Chacun d'entre eux a donné lieu à la conception d'un banc d'essai spécifique, à la réalisation d'une campagne d'essai complète avec différentes conditions aux limites et différentes excitations pour la structure, à une analyse détaillée des résultats expérimentaux, et enfin à une comparaison entre ces résultats et ceux issus de la simulation du comportement dynamique du modèle du banc d'essai. L'ensemble de ces travaux a été réalisé en collaboration avec les services essais de l'entreprise et a fait l'objet de rapports techniques détaillés. Il a été choisi de ne pas présenter le détail de ces travaux dans ce mémoire, afin de ne pas l'alourdir. Seuls quelques résultats de validations de la P-EPS D ont été présentés. Le choix s'est porté sur des résultats qui permettent de justifier la validation des modèles développés, mais également représentatifs des problèmes rencontrés et des limites de leur validité. Des travaux de validation continueront d'accompagner les développements futurs du code de calcul selon la démarche définie dans ce chapitre.

VI- Mise en œuvre de la démarche sur une DAE : modélisation et analyse

Ce dernier chapitre présente une mise en œuvre de la démarche complète (modélisation et analyse) pour l'étude du comportement dynamique d'une DAE. La DAE support pour cet exemple d'application est la P-EPS D dont la validation du modèle est présentée au chapitre précédent.

VI.1. Objectifs

La P-EPS D complète est modélisée pour simuler son comportement dynamique pour une excitation extérieure et des conditions aux limites définies. La méthode et les outils décrits précédemment (Chapitre 4) sont utilisés pour analyser ce comportement. Trois analyses de cette DAE sont proposées dans ce mémoire selon cette méthode.

Premièrement, une analyse « d'amélioration » est réalisée : il s'agit d'analyser le comportement dynamique de la P-EPS D par l'étude des signaux caractéristiques de perception définis pour une DAE. Les efforts aux points de fixation avec le berceau du véhicule sont analysés, ainsi que les signaux représentatifs de la perception du conducteur. L'étude de ces signaux met en évidence des phénomènes dynamiques indésirables, tant au niveau de la perception du conducteur que des efforts transmis au véhicule. Complétée par l'étude de signaux caractéristiques de transmission pour une DAE, elle conduit à donner une préconisation de conception pour la P-EPS D.

Une deuxième analyse est donc présentée, dans le but de valider la préconisation issue de la première. Il s'agit donc de mettre en œuvre par simulation cette préconisation et d'en investiguer les bénéfices. Les modifications apportées à la modélisation sont donc tout d'abord présentées. Puis, les signaux caractéristiques de perception définis pour une DAE

sont analysés comparativement à ceux obtenus lors de la première analyse. Ainsi, les bénéfices de la préconisation en question sur la perception humaine et les efforts transmis au véhicule sont mis en évidence.

La troisième analyse a pour objectif d'investiguer l'influence de la modification d'un paramètre de conception de la DAE sur son comportement dynamique. Il s'agit donc d'une analyse de « conception » au sens de la méthode définie. Une modification envisagée est l'augmentation du jeu du roulement de la vis sans fin côté moteur. Ce roulement est, sur la P-EPS D, à jeu réduit. Cela signifie que ce n'est pas un roulement standard. Pour réduire le coût du mécanisme, il est envisagé de le remplacer par un roulement similaire, mais à jeu standard. La modification induite pour la modélisation de la DAE est tout d'abord présentée. Puis l'analyse de « conception » est réalisée comparativement à la P-EPS avec le roulement à jeu réduit : les signaux caractéristiques du roulement (source de vibrations) sont analysés (analyse WIC), puis la transmission et la perception des vibrations induites par cette source sont étudiées. Cette analyse met en évidence l'influence de la modification de ce paramètre de conception sur les accélérations aux biellettes et les efforts transmis au véhicule.

VI.2. Modélisation de la P-EPS D complète

L'ensemble de la P-EPS D (Figure 97) est modélisé (Figure 98). « L'ensemble de la P-EPS D » signifie l'assemblage de :

- la colonne de direction (modélisation en torsion) : points A, B et C ;
- la servo direction : points C, D, L et L' ;
- les biellettes : points L, H, L' et H'.

Les valeurs numériques et le fichier de données final sont détaillés en annexe VII.4.

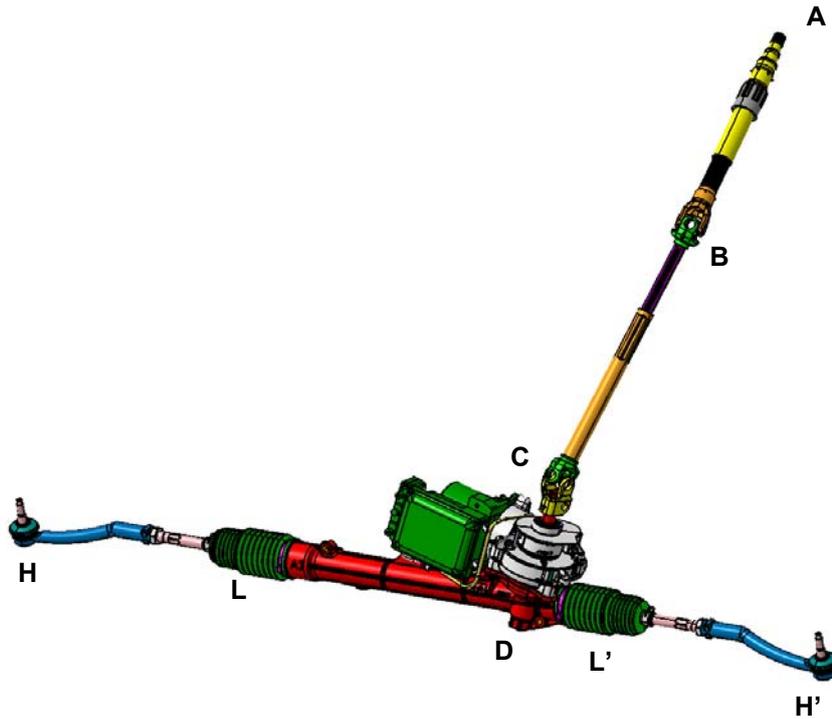
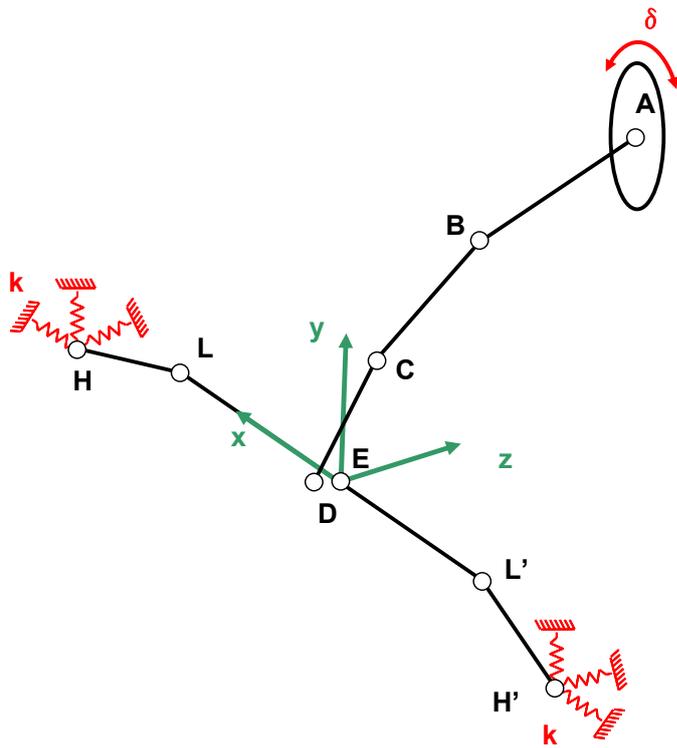


Figure 97 : P-EPD (CAO)



Point	Noeud
A	45
B	/
C	/
D	3
E	18
H	37 / 38
L	35 / 36
H'	33/34
L'	31 / 32

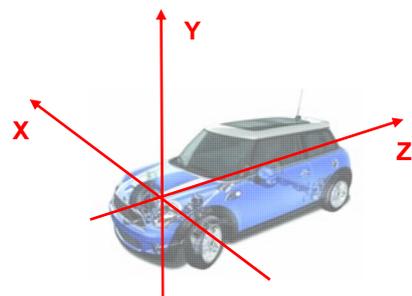


Figure 98 : schéma du modèle complet de la direction D

VI.2.1. Colonne de direction

La colonne de la P-EPS D est modélisée en torsion par un assemblage de poutres (arbres), de cardans et de disque (volant) :



Figure 99 : colonne de la P-EPS D (CAO)

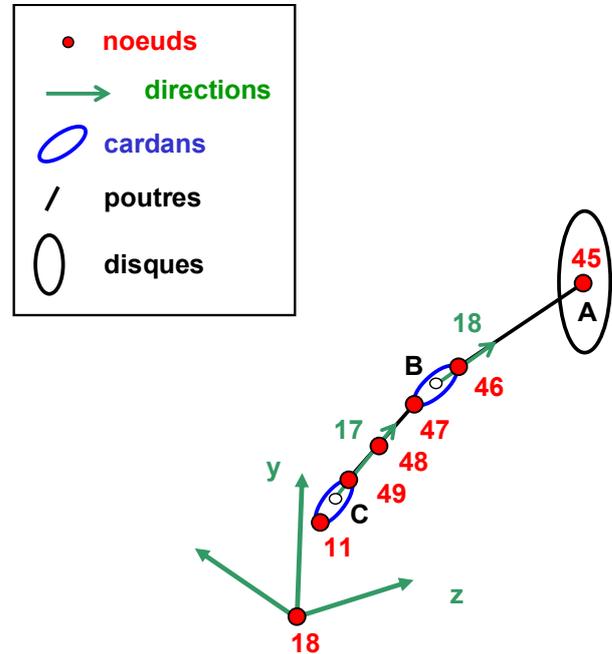


Figure 100 : modélisation de la colonne de la P-EPS D

La structure est modélisée pour un véhicule roulant en ligne droite dans sa position de référence.

VI.2.2. Bielles

Les biellettes de la direction D sont modélisées. Une biellette est composée de (Figure 101) :

- une rotule axiale (RA, lien avec la crémaillère) ;
- un corps de biellette ;
- une rotule côté roue (lien avec le train avant du véhicule, Boîtier Côté Roue BCR).

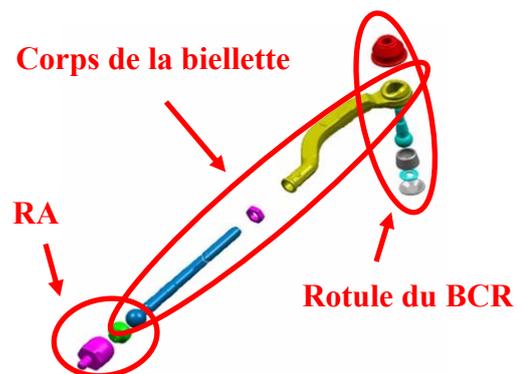


Figure 101 : composition d'une biellette

Seuls les deux premiers éléments sont modélisés ici. La rotule du BCR n'est pas modélisée. Les conditions aux limites de la structure complète sont appliquées directement sur le corps de la biellette.

VI.2.2.1. Nœuds et direction du modèle liés aux biellettes

Les nœuds et directions du modèle de la direction D utiles à la modélisation de la biellette sont schématisés (Figure 102).

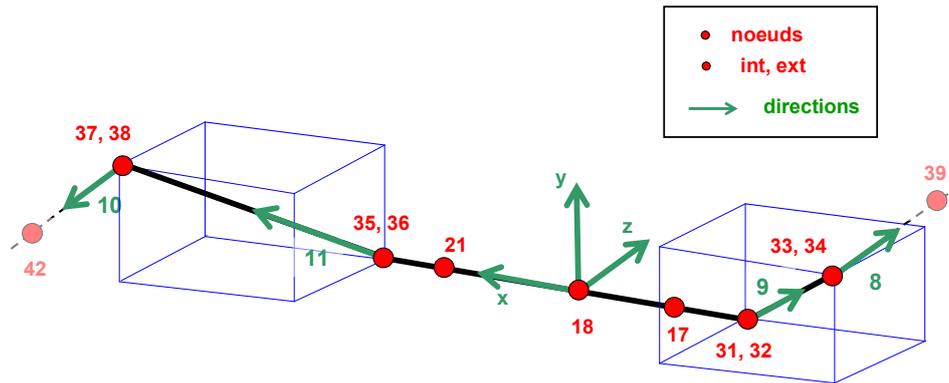


Figure 102 : biellettes, nœuds et directions

La structure est modélisée pour un véhicule roulant en ligne droite dans sa position de référence.

VI.2.2.2. Modélisation de la rotule axiale (RA)

Le boîtier de la rotule axiale (droite et gauche) est modélisé par un corps solide (Figure 103). Il lie les nœuds 17 et 32 à gauche, et 21 et 36 à droite. Les liaisons rotules droite et gauche sont modélisées par des EF dédiés.

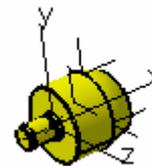


Figure 103 : boîtier de la RA

VI.2.2.3. Modélisation du corps des biellettes

Les corps des biellettes droite et gauche sont modélisés par des superéléments condensés à partir du modèle EF volumique du corps de la biellette droite. Le superélément du corps de la biellette gauche est obtenu par symétrie du résultat de la condensation du corps de la biellette droite (Figure 104).

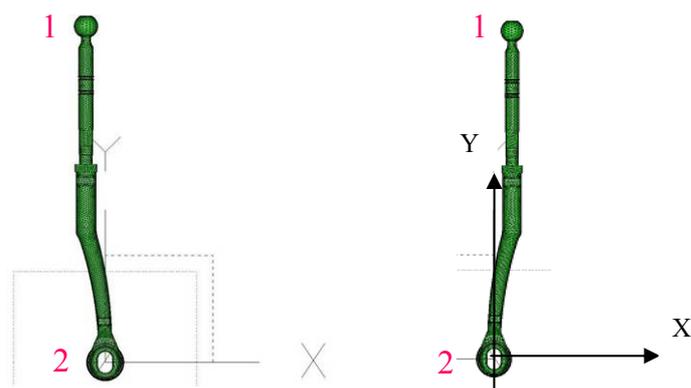
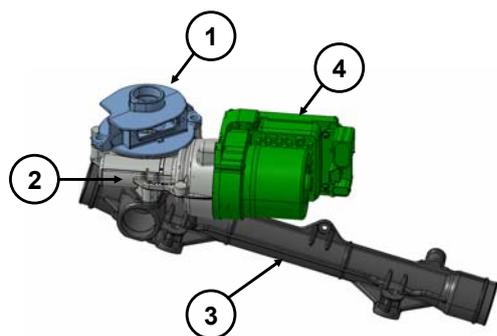


Figure 104 : corps des biellettes gauche et droite avant condensation

VI.2.3. Servo direction

VI.2.3.1. Modélisation des carters



La P-EPD possède trois carters et un ensemble MCU (Motor Control Unit) :

1. carter du capteur de couple ;
2. carter du réducteur ;
3. carter de la direction ;
4. MCU : assemblage de l'ECU (Electronic Control Unit) et du moteur d'assistance.

Le repère local associé aux carters de la P-EPD est défini ci-contre. Son origine est située à l'intersection de l'axe crémaillère et de l'axe poussoir. Les axes sont :

- X sur l'axe poussoir,
- Y sur l'axe crémaillère,
- Z pour former un trièdre droit.

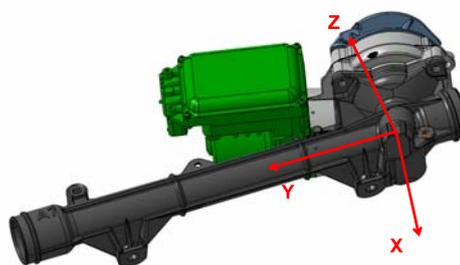


Figure 105 : repère local des carters

Les nœuds d'interface de chaque carter possèdent six ddl chacun et sont définis aux points de liaison avec la chaîne cinématique (par exemple les roulements) ou avec l'extérieur (points d'attache avec le berceau du véhicule) ou avec un autre carter. Ils sont situés hors matière, au

centre de l'élément mécanique de liaison, et reliés aux nœuds environnant du carter EF (circonférence ou surface) par des éléments rigides.

Le carter de direction est considéré comme flexible et donc introduit dans la modélisation de la P-EPS D comme un superélément : structure EF condensée en 8 nœuds d'interface (Figure 106).

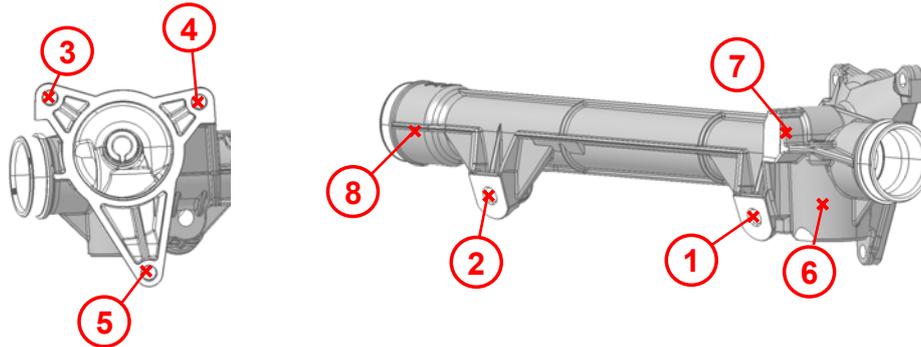


Figure 106 : nœuds d'interface du carter de direction

Les nœuds d'interface sont :

- 1 et 2 : liaison avec le berceau du véhicule,
- 3, 4 et 5 : liaison avec le carter réducteur,
- 6 : liaison avec le poussoir,
- 7 : centre de la bague extérieure de la douille sur le pignon,
- 8 : centre du palier en plastique.

L'assemblage des carters du module et du MCU est introduit comme un corps rigide.

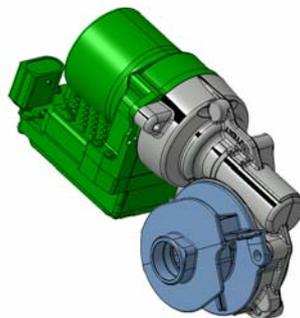


Figure 107 : carters du module avec MCU

VI.2.3.2. Modélisation des sous structures linéaires de la P-EPS D

La crémaillère

La crémaillère de la P-EPS D est condensée à partir d'un modèle poutre de la structure (Figure 108). Les nœuds d'interface retenus sont les nœuds :

- 1 : extrémité ;
- 3 : engrènement ;
- 7 : palier ;
- 9 : extrémité.

La torsion de la crémaillère n'est pas considérée.

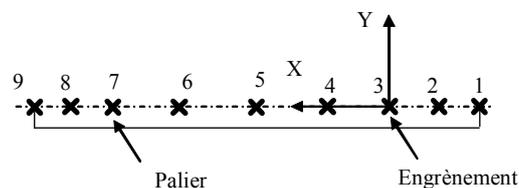


Figure 108 : crémaillère

La vis sans fin

La vis sans fin est modélisée comme un corps rigide. L'inertie du moteur électrique est ajoutée directement sur la vis.

La ligne pignon

La structure pignon/barre de torsion/arbre d'entrée/roue est condensée à partir d'un modèle poutres et disques de la structure (Figure 109). Les nœuds d'interface retenus sont les nœuds :

- 2 : douille ;
- 4 : engrenage pignon crémaillère ;
- 6 : roulement ;
- 8 : engrenage roue et vis sans fin ;
- 9 : prise tournevis ;
- 10 : roulement ;
- 16 : prise tournevis ;
- 18 : roulement ;
- 21 : connexion au moteur hydraulique.

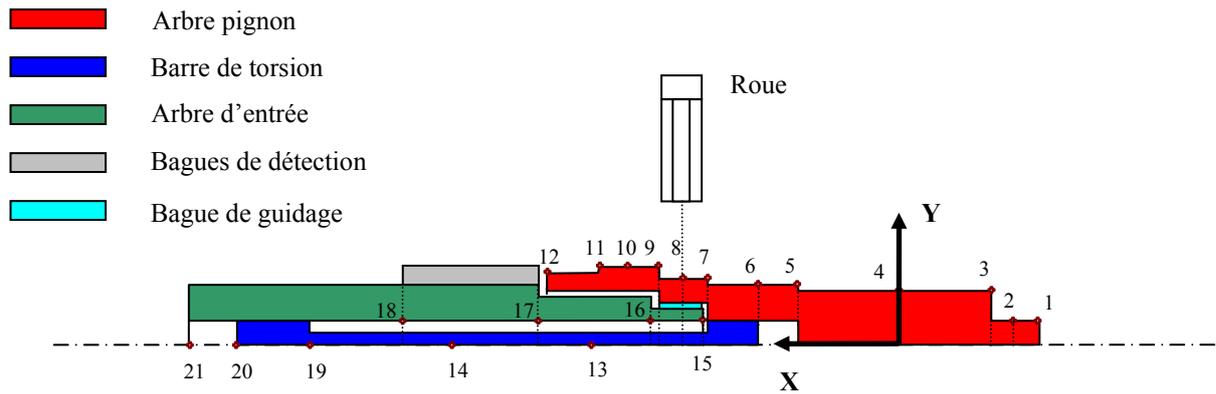


Figure 109 : ligne pignon

VI.2.3.3. Assemblage de la servo direction D

Les nœuds et les directions de la modélisation de la direction complète sont décrits (Figure 110).

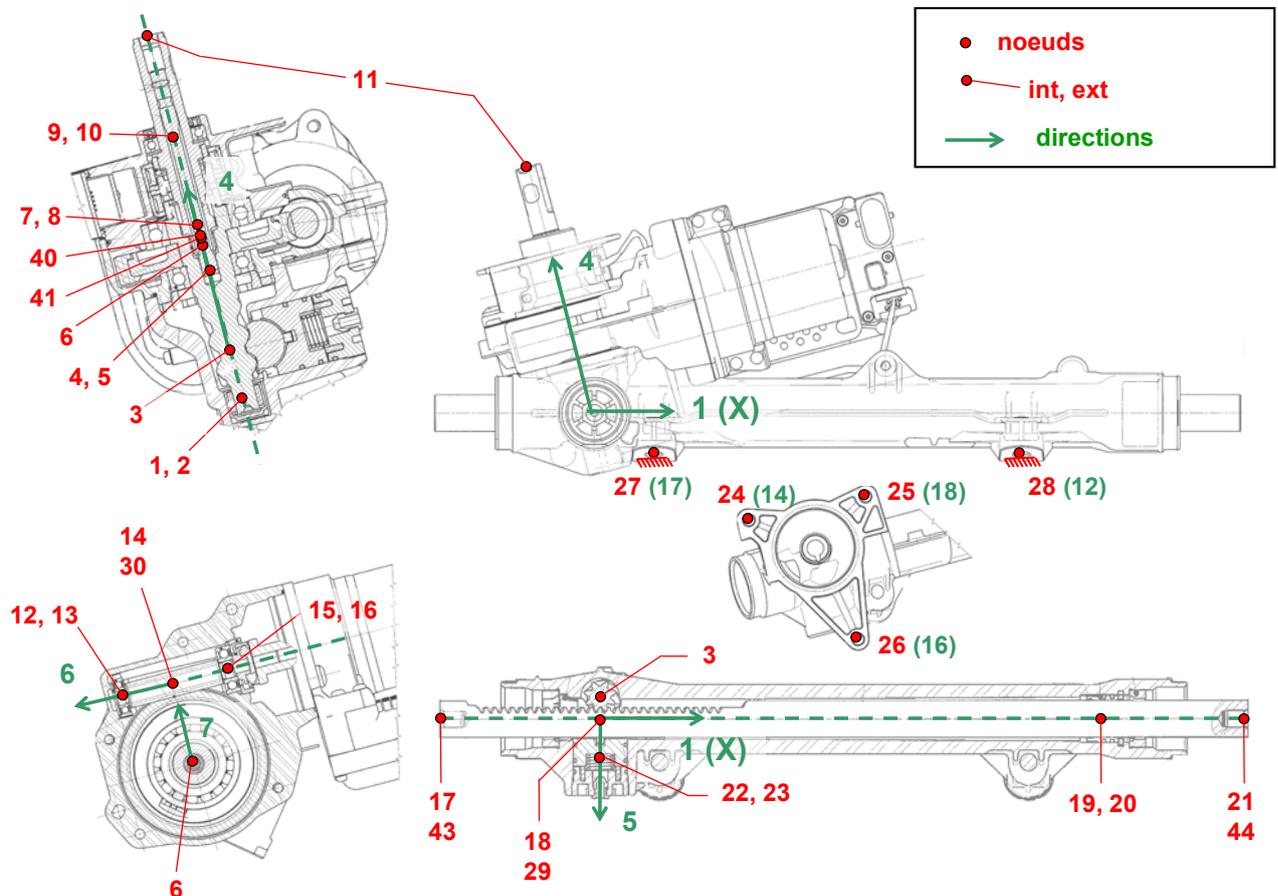


Figure 110 : servo direction D, nœuds et directions

Ces nœuds sont les nœuds d'interface des superéléments et corps rigides qui seront reliés entre eux par les éléments non linéaires ou linéaires décrits en annexe.

VI.2.4. Excitation extérieure et conditions aux limites

Les conditions aux limites du mécanisme adoptées pour cette analyse sont :

- Points de fixation au berceau du véhicule : encastrés (berceau rigide).
- Extrémités côté roues des biellettes : raideurs et amortisseurs en translation (VI.1) selon les trois directions de l'espace.

$$\begin{aligned}k &= 450.10^3 \text{ N/m} \\c &= 100 \text{ N.s/m}\end{aligned}\tag{VI.1}$$

L'excitation est apportée au volant par un déplacement angulaire imposé (VI.2).

$$\begin{aligned}\delta &= A. \sin(2\pi.f.t) \\A &= 10^\circ \\f &= 5\text{Hz}\end{aligned}\tag{VI.2}$$

L'analyse est réalisée sans assistance (power off).

VI.3. Analyse du comportement dynamique de la P-EPS D

VI.3.1. Analyse « d'amélioration »

Le comportement dynamique de la P-EPS D est analysé en utilisant les méthodes et les outils définis chapitre 4. L'analyse « d'amélioration » sera menée à partir des signaux caractéristiques de perception simulés pour orienter la conception de la DAE afin d'en améliorer ses performances de ce point de vue. Deux aspects de perception seront traités :

- efforts aux points de fixation avec le véhicule : ces efforts seront analysés, les outils et méthodes définies permettront de définir des préconisations de conception pour mieux respecter une spécification constructeur ;
- les signaux caractéristiques de la perception du conducteur seront analysés, des préconisations de conception seront également déduites.

VI.3.1.1. Efforts aux points de fixation avec le véhicule

Analyse des efforts aux points de fixation

Les efforts aux points de fixation avec le véhicule sont étudiés selon une spécification constructeur (Figure 111 : gabarit). Les efforts sont sommés sur les deux points de fixation (Figure 112) dans chacune des directions du repère de la modélisation de la DAE pour respecter la spécification constructeur.

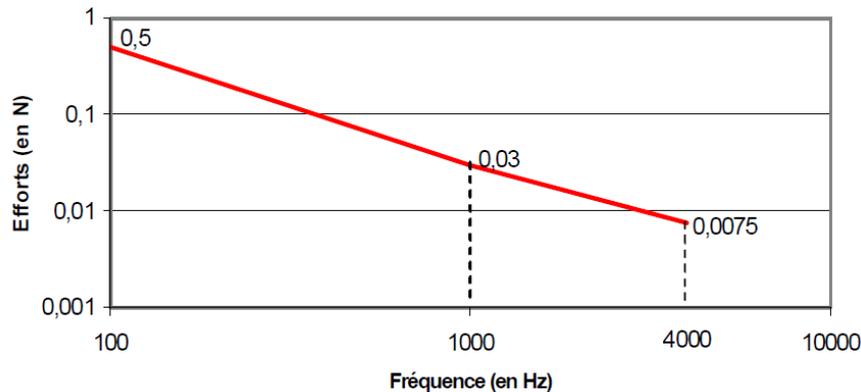


Figure 111 : exemple de spécification constructeur, pour chaque axe du repère du modèle

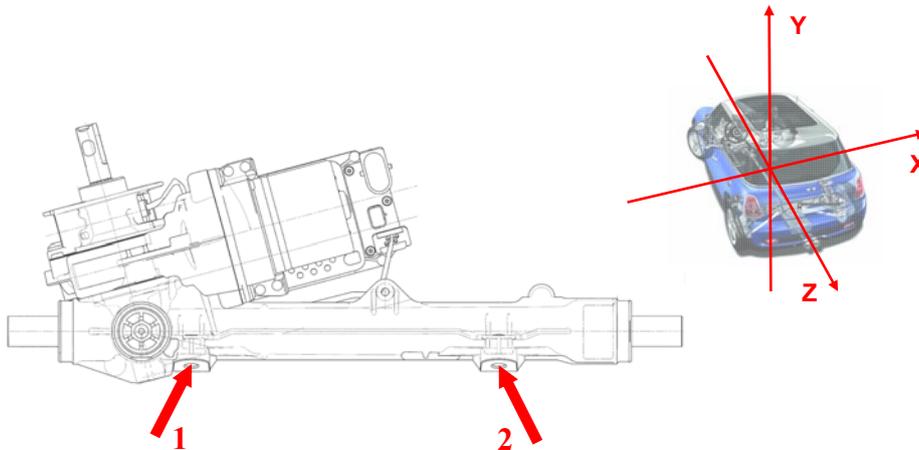


Figure 112 : points de fixation au véhicule de la P-EPS D et repère du modèle

Les efforts transmis par la P-PES D au véhicule (Figure 113) dépassent globalement le gabarit proposé par la spécification constructeur sur toute la bande de fréquences considérée (100 – 4000 Hz), selon les trois directions. Dans la direction y, les résultats sont cependant plus satisfaisants. Il s'agit alors d'identifier un paramètre de conception susceptible d'améliorer ces résultats.

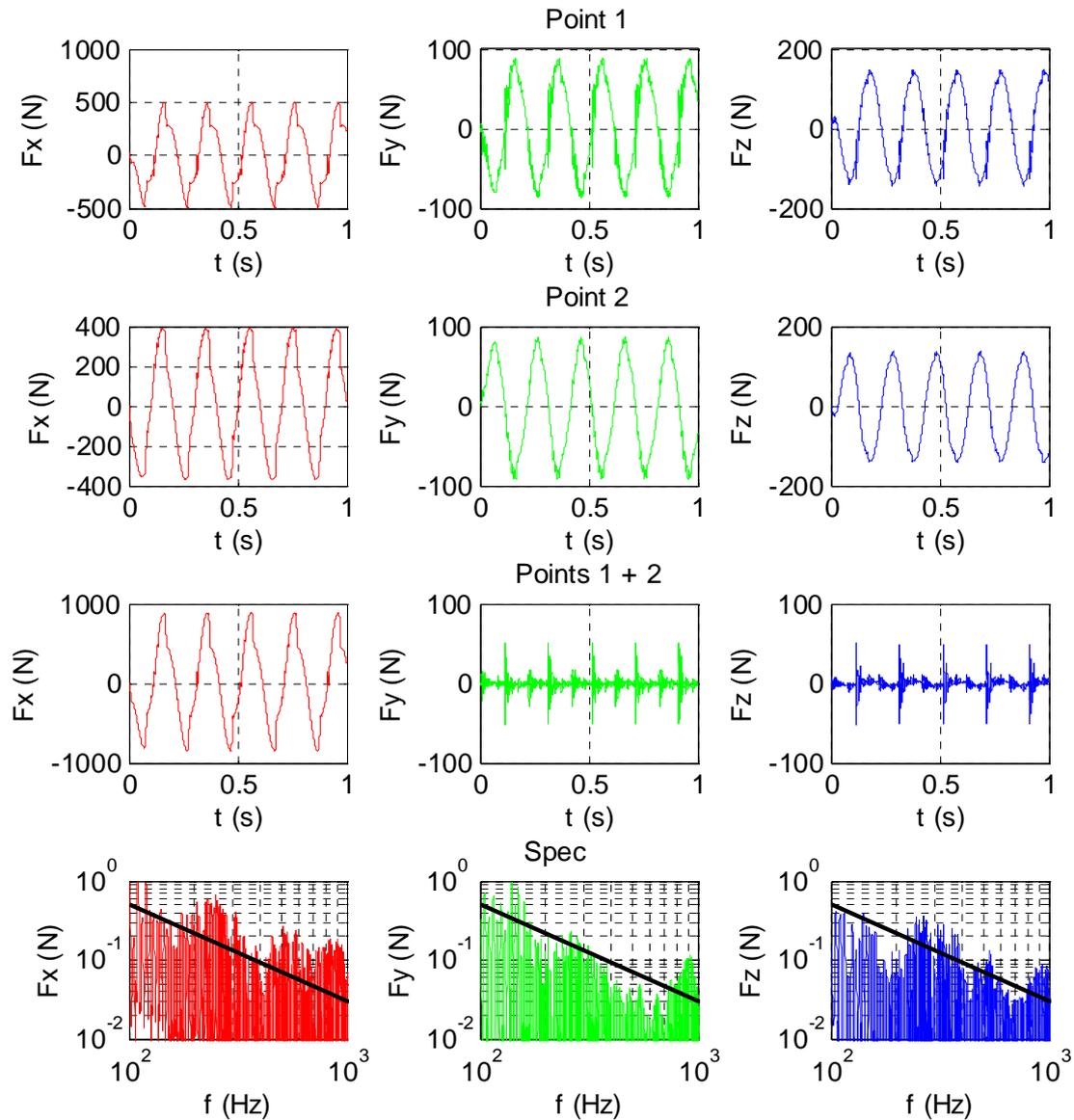


Figure 113 : efforts aux point de fixation et spectres fréquentiels, axe x (rouge), axe y (vert), axe z (bleu)

Comportement dynamique des carters

Les points de fixation aux véhicules sont sur les carters de la DAE. Le comportement dynamique de ces carters est donc analysé.

Les signaux caractéristiques du carter de direction (flexible) et de l'ensemble rigide carter réducteur – carter capteur – MCU sont donc présentés. Le carter de direction est flexible. Il dissipe en partie l'énergie présente dans la structure et se déforme également. Cette déformation participe à la transmission d'efforts au véhicule. Son énergie cinétique est

négligeable. L'ensemble rigide est caractérisé par son énergie cinétique et la puissance associée. Ses mouvements participent à la déformation du carter de direction.

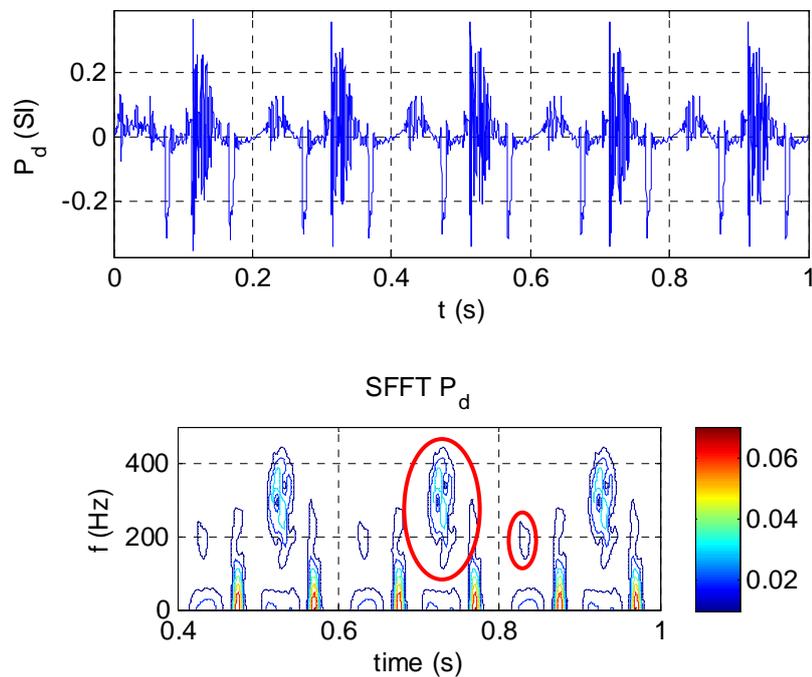


Figure 114 : puissance en déformation du carter de direction et SFFT ($\Delta t=0.002s$, $\Delta f=50Hz$)

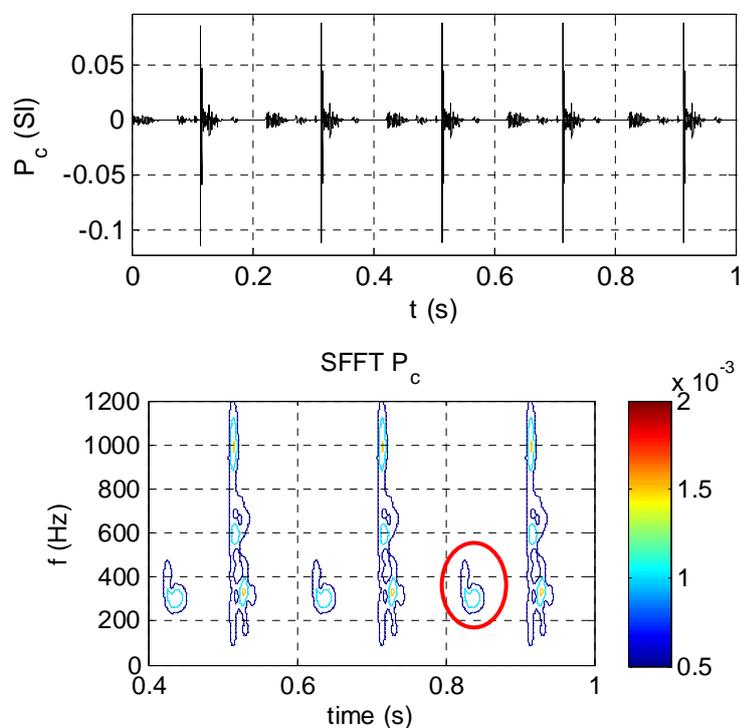


Figure 115 : puissance cinétique associée de l'ensemble rigide carters module + MCU et SFFT ($\Delta t=0.002s$, $\Delta f=50Hz$)

L'analyse temps-fréquences de ces deux signaux caractéristiques montre un contenu important entre 150 et 450 Hz pour la déformation du carter de direction (Figure 114) et entre 250 et 500 Hz, et entre 100 et 1200 Hz pour les mouvements des carters du module (Figure 115). Ces signaux sont représentatifs des vibrations des carters de la DAE sous la sollicitation considérée, et donc des efforts transmis au berceau du véhicule (Figure 113).

Analyse modale des carters assemblés

L'ensemble des carters de la P-EPS D sont assemblés : carter de direction (flexible) et ensemble rigide carter réducteur – carter capteur – MCU (Figure 116). Une analyse modale de cette structure encastrée aux points d'attache avec le véhicule est réalisée.

Les premières fréquences obtenues sont :

- 172 Hz
- 207 Hz
- 420 Hz
- 797 Hz
- 1025 Hz
- 1265 Hz

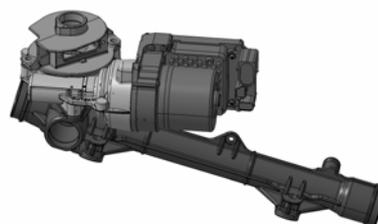


Figure 116 : carters et MCU, P-EPS D

Une analyse modale du carter de direction seul encastré aux points de fixation avec le véhicule montre que sa 1^{ère} fréquence propre de vibration est de 1205 Hz. La présence des basses fréquences précédentes est donc liée à la présence du MCU (masse en porte-à-faux) et à des mouvements de ballottement de celui-ci.

Conclusions et préconisations

L'analyse des signaux caractéristiques des carters de la DAE couplée à une analyse modale de l'assemblage de ces carters met en évidence que les fréquences identifiées sur les signaux caractéristiques concordent avec les fréquences propres de l'assemblage considéré. La position en porte-à-faux du MCU semble donc être à l'origine des phénomènes observés. Elle semble avoir un impact important sur les déformations engendrées dans le carter de crémaillère, et donc sur les efforts transmis au véhicule aux points de fixation, par le ballottement du MCU qu'elle rend possible. Limiter ce ballottement permettrait, selon

l'analyse conduite, de limiter les efforts transmis au véhicule sur une bande de fréquences comprise entre 100 et 1000 Hz environ.

VI.3.1.2. Perception du conducteur

Analyse des accélérations au volant et sur l'arbre d'entrée

L'analyse de l'accélération en rotation du volant (spectre pondéré, chapitre 4) ne présente aucune particularité. Les accélérations axiale et radiale en bout d'arbre d'entrée sont également analysées, étant donnée que la colonne n'est modélisée qu'en torsion. Ces accélérations peuvent se propager à travers la colonne jusqu'au volant, même si cela n'est pas, pour l'instant, modélisé.

L'accélération axiale de l'extrémité de l'arbre d'entrée (Figure 117, VDV = 3.3) présente un contenu fréquentiel entre 140 et 160 Hz qui pourrait être perçu comme une gêne par le conducteur s'il se transmet via la colonne.

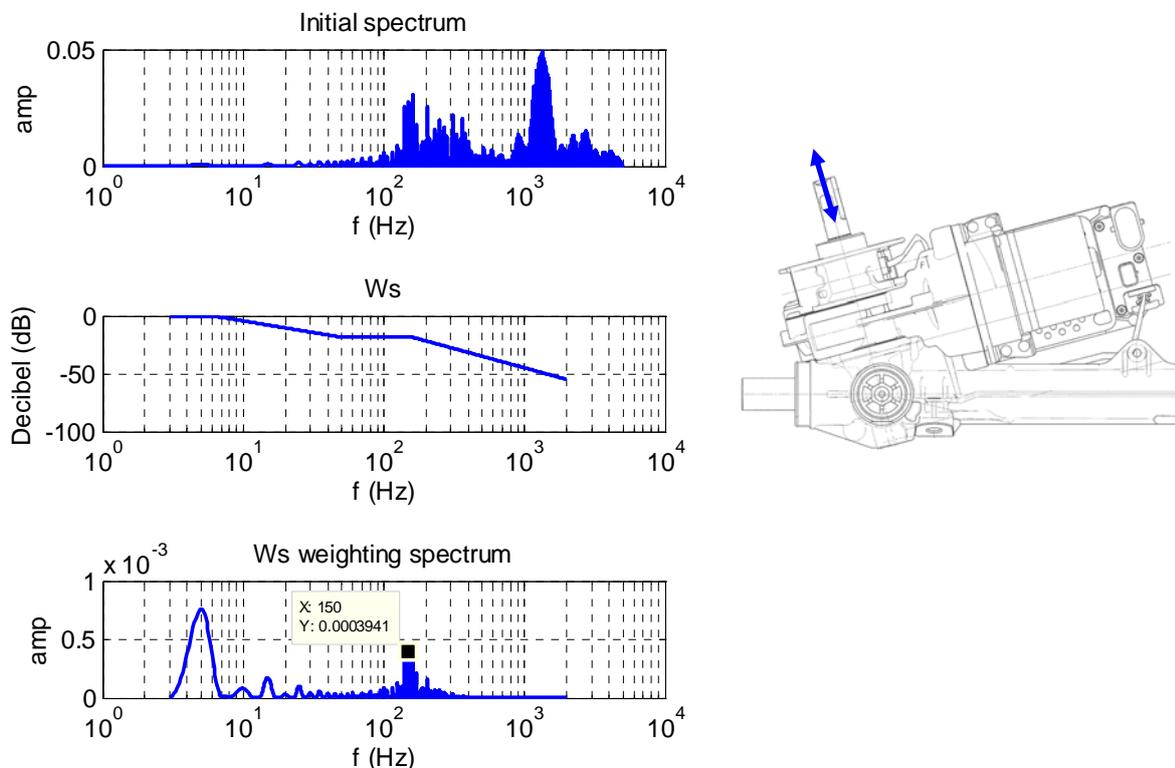
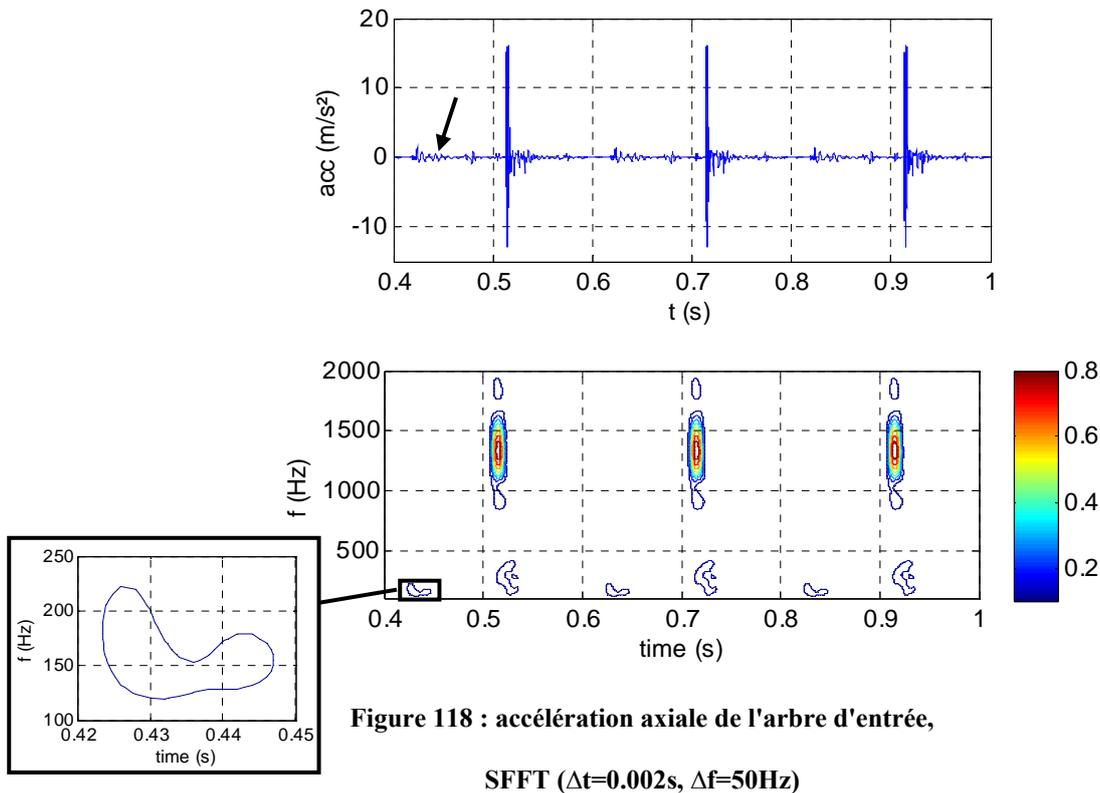


Figure 117 : accélération axiale de l'arbre d'entrée, spectre pondéré

Il est donc nécessaire de comprendre l'origine de ce phénomène afin de pouvoir l'atténuer. Le signal temporel et son analyse temps-fréquence sont présentés (Figure 118). Le contenu fréquentiel du signal présente une composante aux alentours de 150Hz périodique (flèche et encadré). Cette composante peut être à l'origine du phénomène considéré. Celui-ci n'est pas de type choc, mais plutôt une conséquence de la réponse modale de la structure. Une étude modale de la structure complète linéarisée est donc réalisée.



Analyse modale de la direction complète à l'instant considéré

La localisation temporelle du phénomène incriminé permet de faire une analyse modale de la structure complète linéarisée à cet instant. L'instant choisi est $t = 4.285$ secondes (Figure 119)

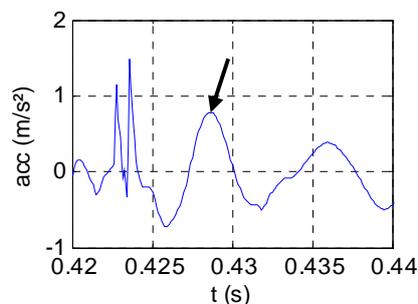


Figure 119 : localisation temporelle de l'analyse modale

L'analyse modale de la structure permet d'identifier trois modes proches de la bande de fréquences considérée (140 – 160 Hz). Une description énergétique de ces modes est donnée (Tableau 3, énergie de déformation).

Tableau 3 : modes propres de la structure complète linéarisée

Fréquence	144 Hz	163 Hz	167 Hz
CL gauche	16.6 %	20.6 %	12.9 %
Biellette gauche	7.9 %	9.9 %	5.6 %
Crémaillère	23.9 %	28.0 %	17.0 %
Poussoir	34.8 %	4.1 %	2.5 %
Carter de direction	12.0 %	30.4 %	56.9 %
Somme	95.2 %	93.0 %	94.9 %

Les modes identifiés font principalement intervenir :

- Le train avant gauche, condition aux limites (CL) de la DAE.
- La biellette gauche.
- La crémaillère.
- Le poussoir (surtout pour le 1^{er}).
- Le carter de direction.

Il s'agit donc de modes de la chaîne cinématique couplés à un mode de carter (voir l'analyse modale de l'assemblage des carters de la direction D page 141, avec un premier mode à 172 Hz). Le mode de chaîne cinématique est dépendant de la condition aux limites de la structure, donc du train avant du véhicule.

Conclusions et préconisations

Le couplage des modes de chaîne cinématique et du premier mode des carters assemblés met le MCU en mouvement de vibration entre 140 et 170 Hz et provoque l'accélération identifiée comme néfaste sur l'arbre d'entrée de la DAE. Le phénomène identifié est bien d'origine modale. La transmission des vibrations se fait à travers les carters de la DAE.

Limiter les mouvements du MCU par un point de fixation supplémentaire permettrait d'augmenter les fréquences propres de l'assemblage de carters, et ainsi d'éviter le couplage avec les modes de la chaîne cinématique identifiés. Ainsi, l'accélération axiale de l'arbre d'entrée de la DAE ne devrait plus présenter un contenu énergétique important entre 140 et 160 Hz. La gêne au conducteur serait alors évitée.

VI.3.1.3. Conclusions et préconisations

L'analyse du comportement dynamique de la direction D modélisée avec la démarche et les outils proposés a permis de mettre en exergue l'importance du comportement dynamique de l'assemblage des carters de la DAE. L'analyse des signaux de perception au niveau du conducteur et du berceau du véhicule a montré les défauts du système actuel. A la vue des critères choisis (spécification constructeur pour les efforts transmis au véhicule, spectre pondéré pour prendre en compte la sensibilité tactile humaine pour les accélérations au volant), le système actuel n'est pas satisfaisant.

Les outils utilisés ont permis de montrer que la position en porte-à-faux du MCU semble être à l'origine de plusieurs phénomènes observés. Elle semble avoir un impact important sur les déformations engendrées dans le carter de crémaillère, et donc sur les efforts transmis au véhicule aux points de fixation, par le ballotement du MCU qu'elle rend possible. Elle autorise également la transmission des vibrations de la chaîne cinématique sur une plage de fréquences donnée à l'arbre d'entrée de la DAE. Limiter ce ballotement permettrait, selon l'analyse conduite, de limiter les efforts transmis au véhicule sur une bande de fréquences comprise entre 100 et 1000 Hz environ, et d'annuler le phénomène néfaste entre 140 et 160 Hz sur l'accélération axiale de l'arbre d'entrée.

VI.3.2. Analyse de la P-EPS D avec MCU bloqué

La première analyse a permis de conclure sur la nécessité de limiter les mouvements du MCU. Afin de valider cette préconisation, le comportement dynamique de la P-EPS D modélisée avec un MCU bloqué est analysé. Les signaux caractéristiques de perception définis pour une DAE sont analysés comparativement à ceux obtenus lors de la première analyse. Ainsi, les bénéfices de la préconisation en question sur la perception humaine et les efforts transmis au véhicule sont mis en évidence.

VI.3.2.1. Modèle de la P-EPS D avec MCU bloqué

Le modèle est celui de référence, à la différence près que l'ensemble « carter réducteur + carter capteur + MCU » est encastré. Cet ensemble étant modélisé comme un corps rigide, sa fixation sur un support rigide revient à encastrer tous les points de cet ensemble.

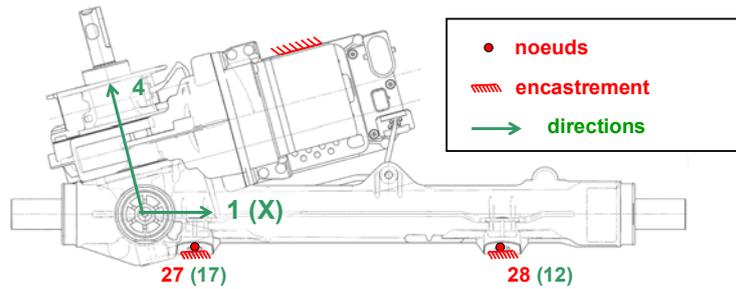


Figure 120 : servo direction D, MCU bloqué

VI.3.2.2. Efforts transmis au véhicule (berceau avant)

La comparaison des résultats obtenus précédemment pour le modèle D de référence et ceux obtenus avec le MCU bloqué montre que le spectre obtenu est d'amplitude inférieure sur toute la gamme de la spécification (Figure 121, 100 – 4000 Hz). Il faut également noter que, entre 0 et 1000 Hz, la modification apportée permet de limiter considérablement les dépassements du seuil de la spécification obtenus pour la P-EPS D de référence. Ces résultats sont en adéquation avec l'analyse « d'amélioration » réalisée sur cette DAE.

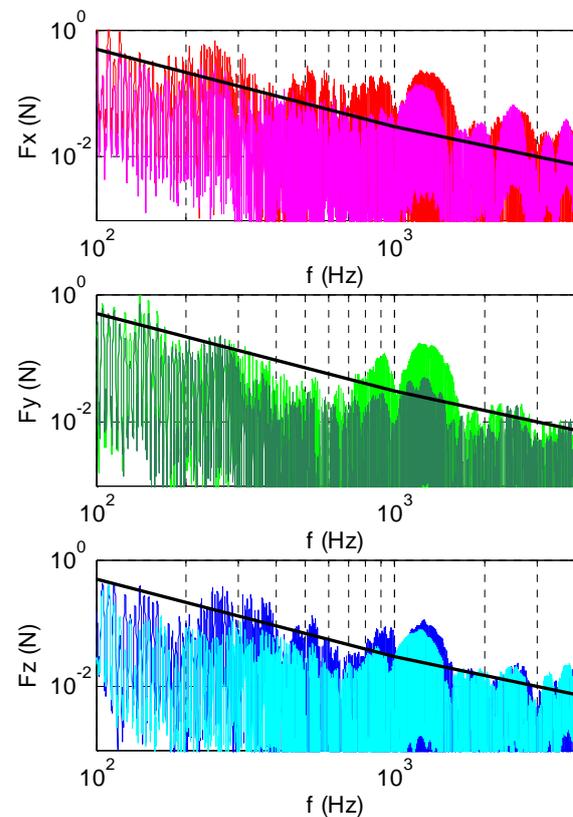


Figure 121 : amélioration du niveau d'efforts transmis au véhicule (berceau)

Légende

	Direction D normale
	Direction D avec MCU bloqué

VI.3.2.3. Perception du conducteur

Parmi les signaux analysés pour le modèle de référence en terme de perception du conducteur, l'accélération axiale de l'arbre d'entrée de la DAE présente un contenu fréquentiel (spectre pondéré) entre 140 et 160 Hz qui peut être perçu par le conducteur (transmission par la colonne) de façon négative. La modification apportée sur la direction D (MCU bloqué) atténue le contenu du spectre à cette fréquence (Figure 122). Le conducteur ne risque plus de percevoir des vibrations inconfortables liées au mouvement axial de l'arbre d'entrée de la DAE.

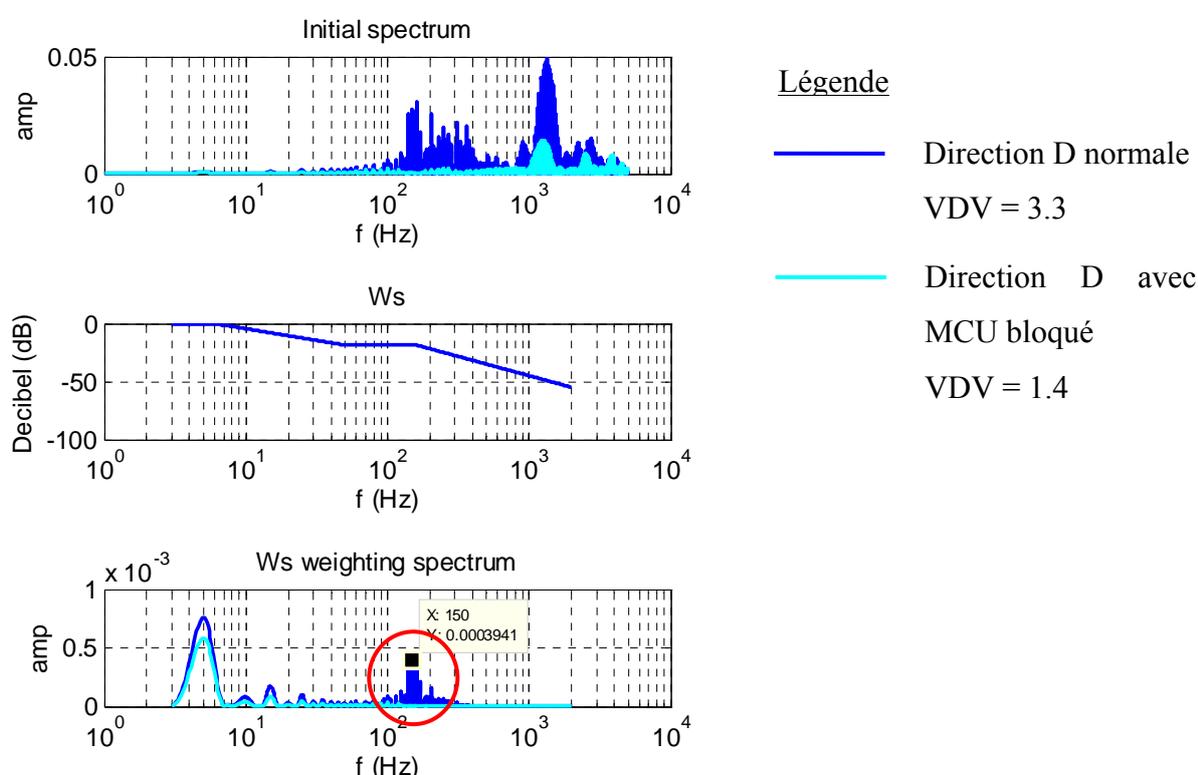


Figure 122 : amélioration de l'accélération axiale de l'arbre d'entrée, spectre initial et pondéré

VI.3.2.4. Conclusions

Limiter le ballonnement du MCU a permis de confirmer deux impacts positifs concernant le comportement dynamique de la P-EPS D. Premièrement, les efforts transmis au véhicule (berceau) via le carter de direction présentent un spectre fréquentiel beaucoup plus acceptable vis-à-vis du gabarit proposé par le constructeur. Deuxièmement, l'accélération axiale de l'arbre d'entrée de la DAE (spectre fréquentiel) ne contient plus la composante aux environs

de 140 – 160 Hz qui aurait pu être ressentie par le conducteur (transmission par la colonne) de façon négative. Au contraire, aucun effet bénéfique n'a pu être identifié pour la transmission au train avant du véhicule (les résultats ne sont pas présentés).

L'analyse du comportement dynamique de la P-EPS D a donc permis de montrer le rôle de la position en porte-à-faux du MCU sur le comportement dynamique de cette DAE, et de préconiser une modification de conception qui permet d'améliorer la performance du mécanisme en terme de composantes dynamiques transmises à son environnement.

VI.3.3. Analyse de « conception »

Un paramètre de conception de la P-EPS D est modifié. Le jeu du roulement de la vis sans fin côté moteur est augmenté. Ce roulement est, sur la P-EPS D, à jeu réduit (précontrainte radiale). Cela signifie que ce n'est pas un roulement standard. Pour réduire le coût du mécanisme, il est envisagé de le remplacer par un roulement similaire, mais à jeu standard (pas de précontrainte). La modification induite pour la modélisation de la DAE est tout d'abord présentée. Puis l'analyse de « conception » est réalisée comparativement à la P-EPS avec le roulement à jeu réduit.

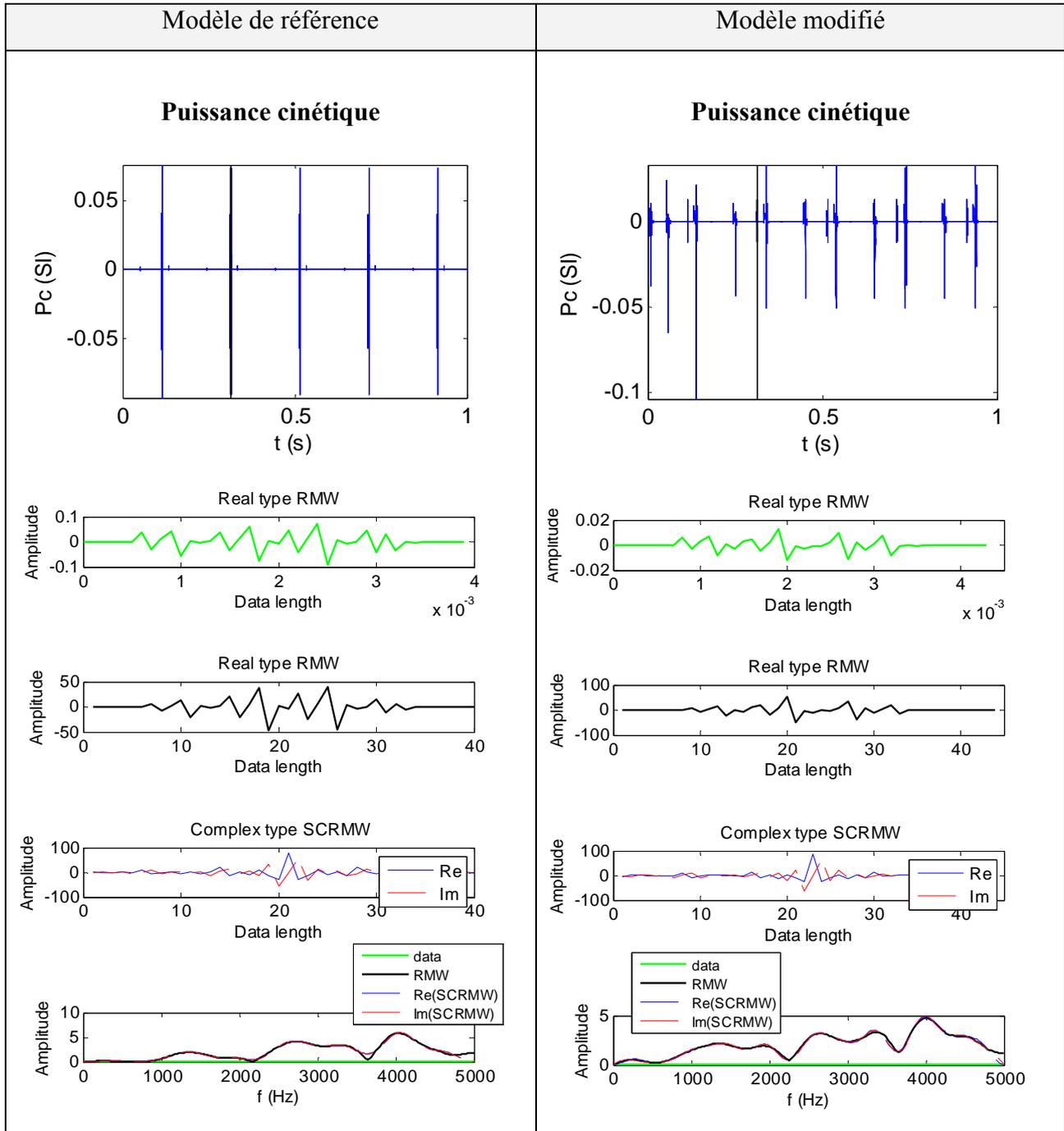
Dans un premier temps, une ondelette mère est construite à partir des deux signaux caractéristiques définis pour le roulement à billes considéré (sur la vis, côté moteur) pour la DAE de référence et pour celle modifiée. Ensuite, une analyse WIC comparative sera menée à partir de cette ondelette mère sur des signaux caractéristiques de transmission et de perception sur chaque DAE. Cette analyse permettra de déterminer les signaux caractéristiques de perception affectés par la modification. Enfin, ces signaux seront comparés pour les deux directions afin de vérifier la nature de l'influence de la modification.

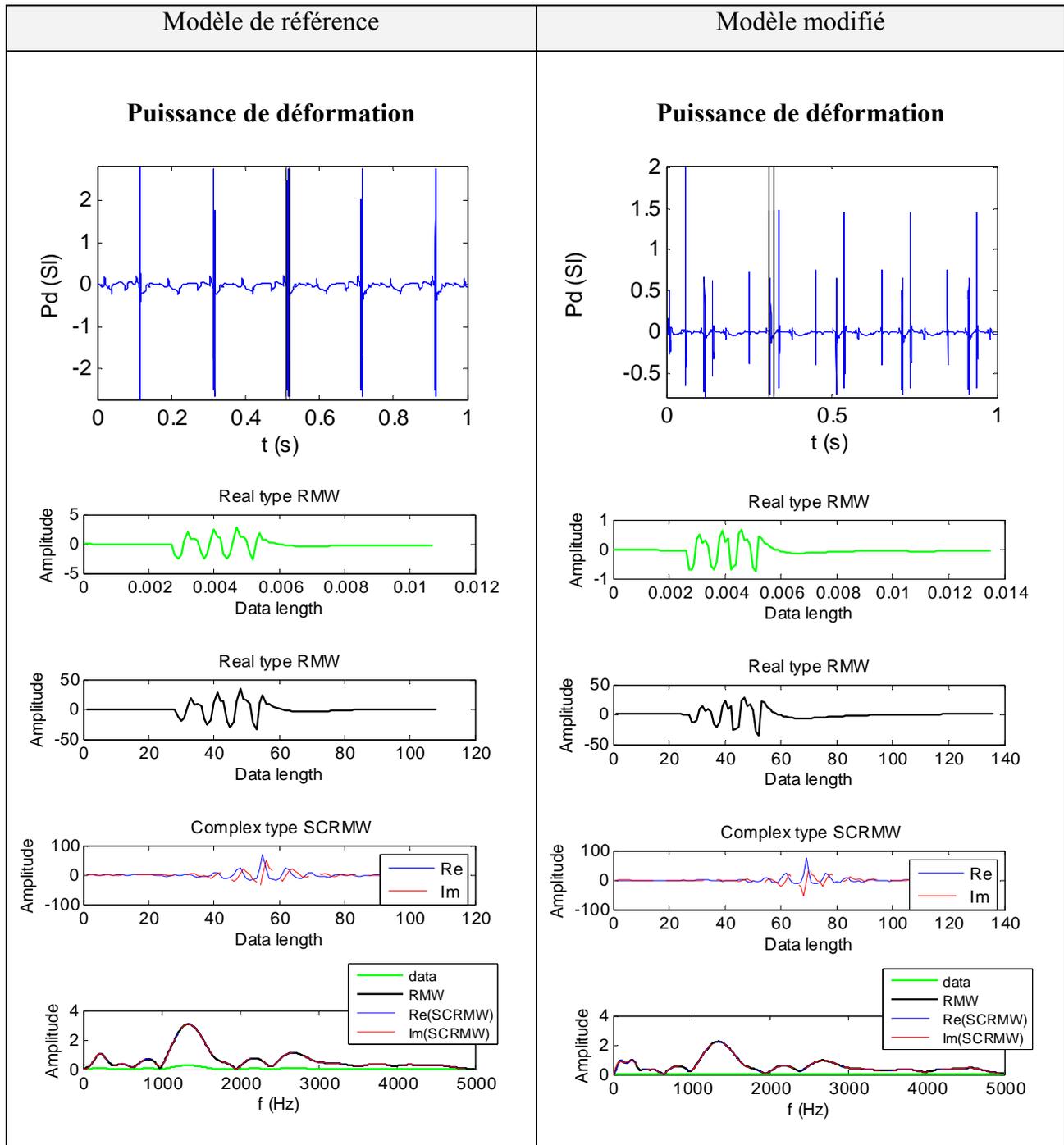
VI.3.3.1. Modèle de la P-EPS D avec le paramètre modifié

Le modèle est celui de référence, avec seul le jeu radial du roulement de la vis sans fin côté moteur modifié : il est porté à 50 μ m (pour -6,5 μ m initialement).

VI.3.3.2. Construction d'une ondelette mère

La modification de la P-EPS D porte sur le roulement de la vis côté moteur. Une ondelette mère est donc construite en vue d'une analyse WIC à partir des signaux caractéristiques de ce roulement.

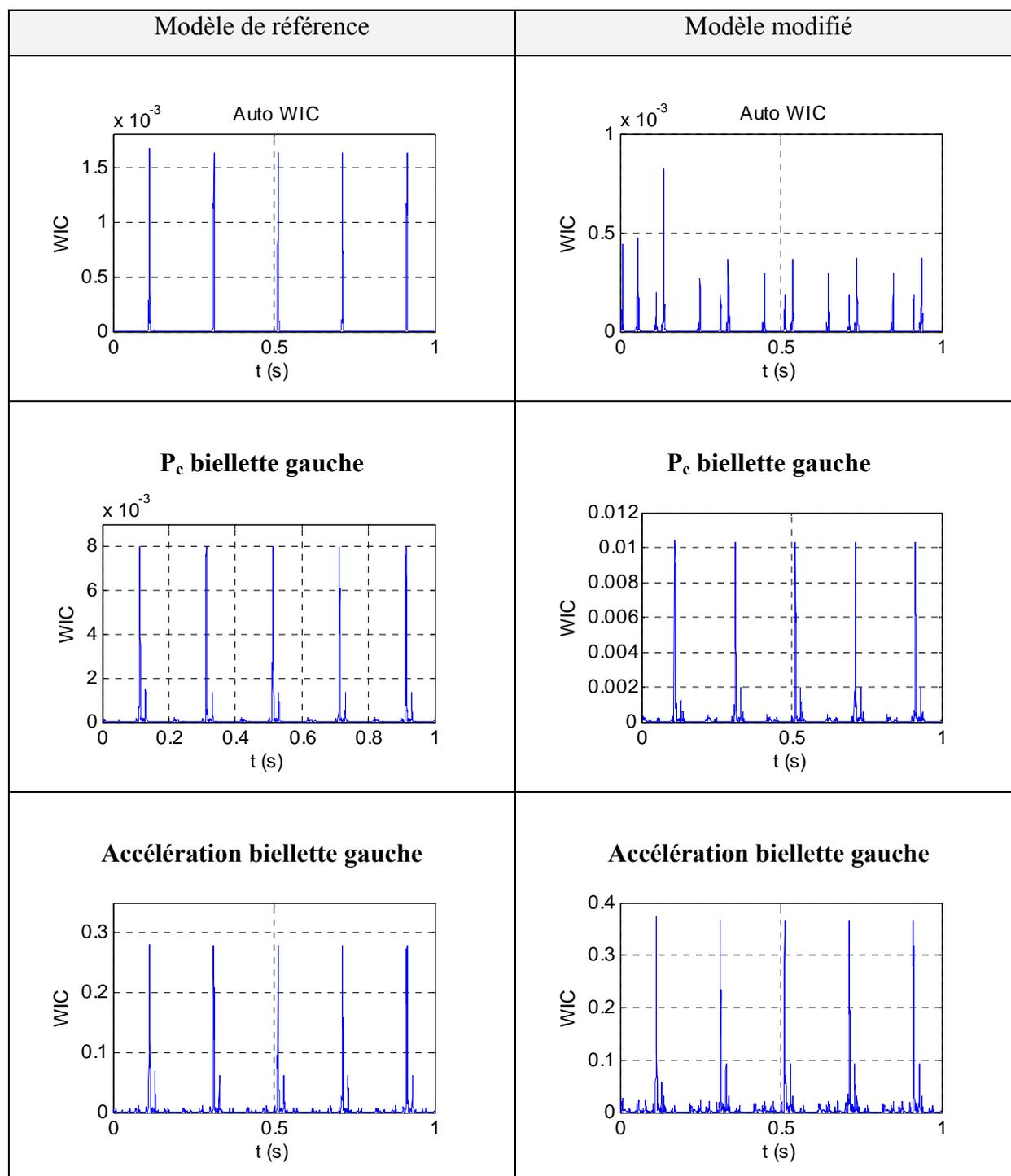


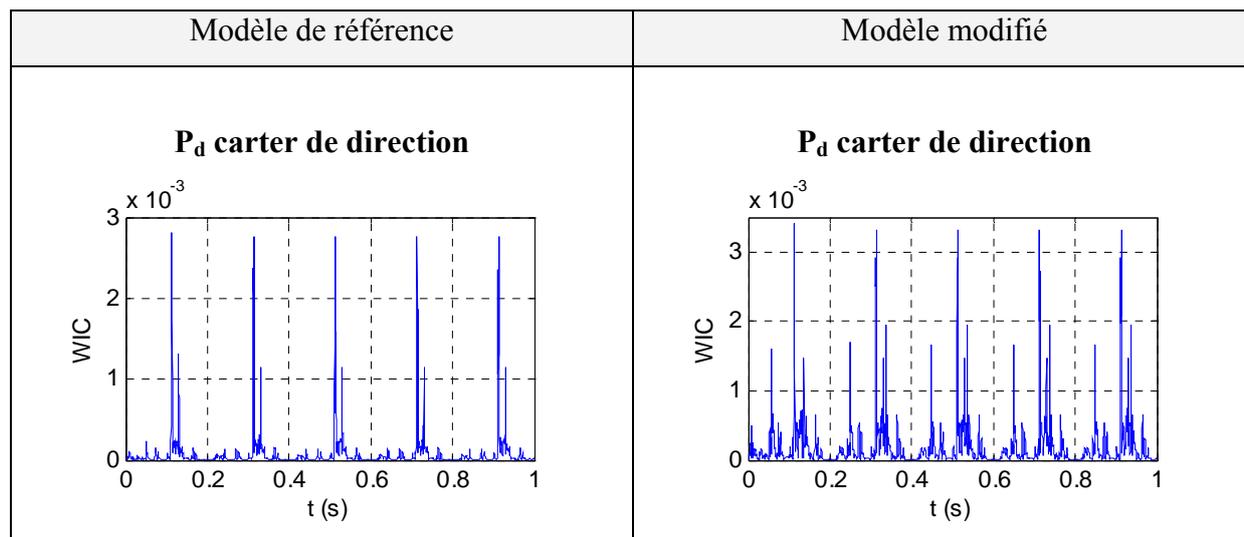


VI.3.3.3. Analyses WIC

Seuls les signaux montrant une différence entre le modèle de référence et le modèle modifié sont présentés.

Ondelette mère construite sur la puissance cinétique du roulement

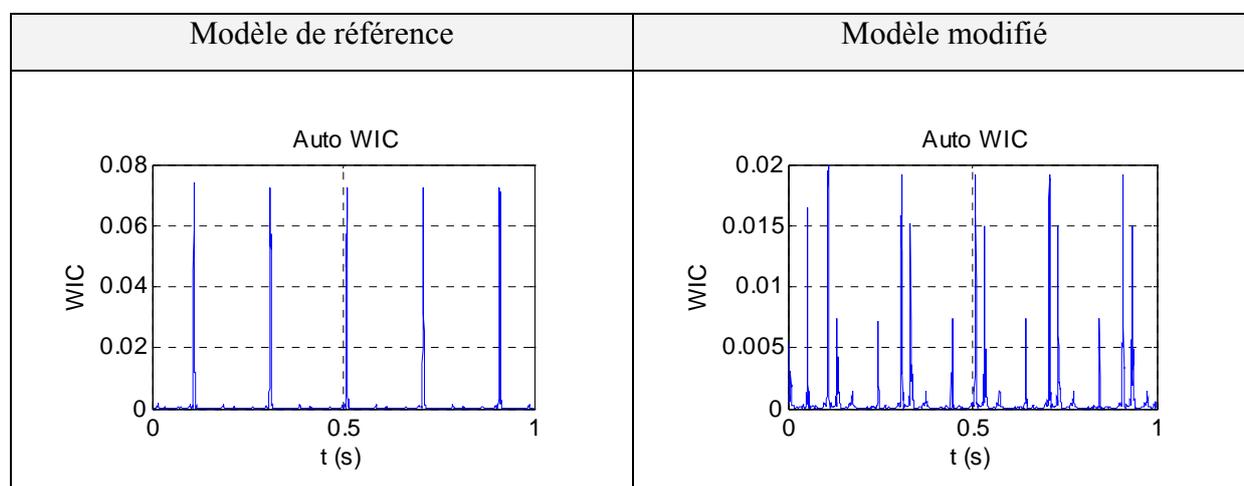


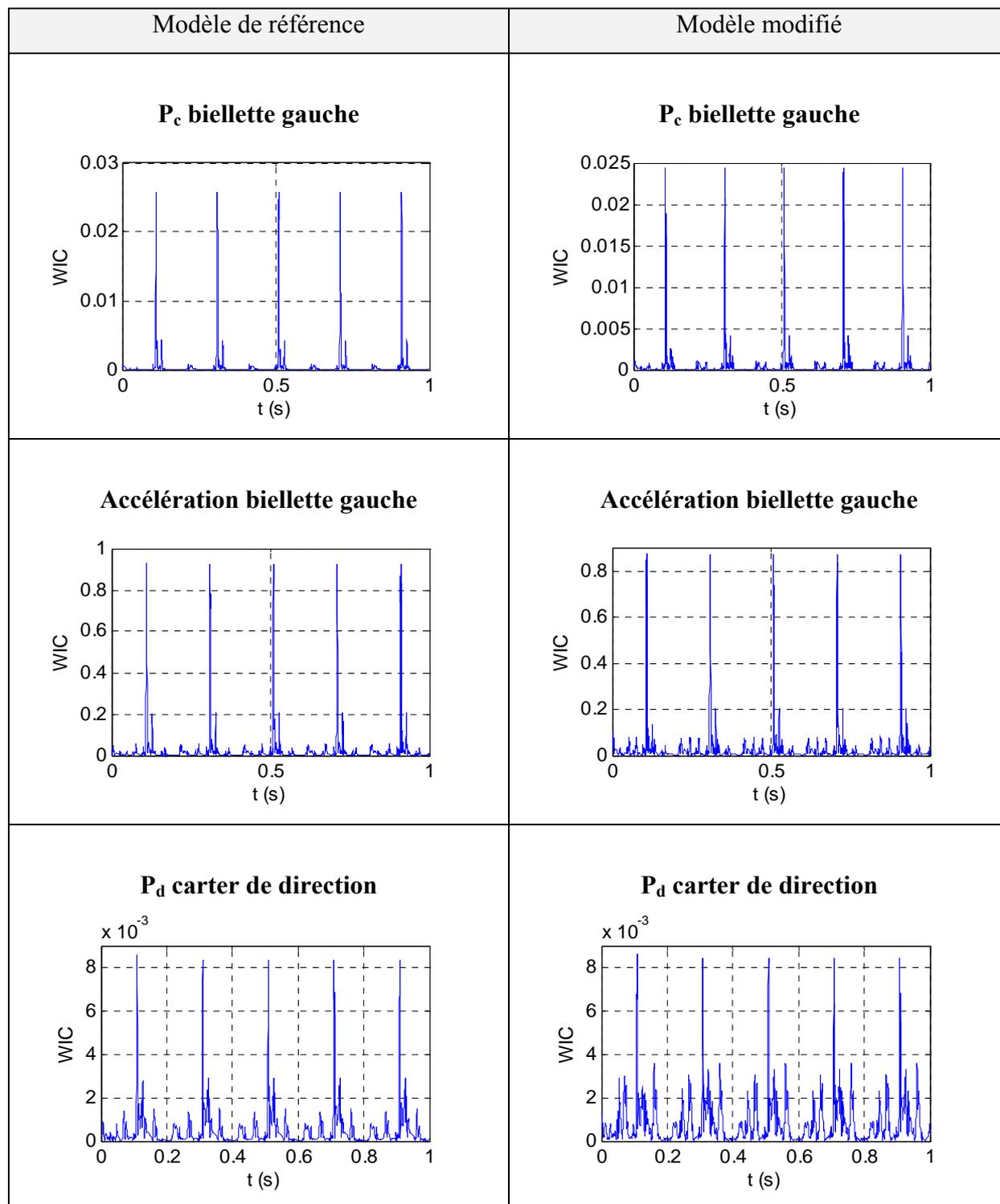


L'analyse des signaux de la biellette gauche montre deux résultats similaires (même forme du signal) mais avec une amplitude plus importante pour le modèle modifié.

En revanche, l'analyse sur le carter de direction met en évidence que le signal analysé est très influencé dans sa forme par la modification apportée à la DAE. L'amplitude des pics principaux est plus élevée, ainsi que le nombre et l'amplitude des pics secondaires.

Ondelette mère construite sur la puissance de déformation du roulement





L'analyse des signaux de la biellette gauche présente des résultats similaires en forme et en amplitude. L'analyse sur le carter de direction montre, au contraire, que le signal analysé est très influencé dans sa forme par la modification apportée à la direction. L'amplitude des pics principaux reste identique, mais le nombre et l'amplitude des pics secondaires augmentent.

Conclusions

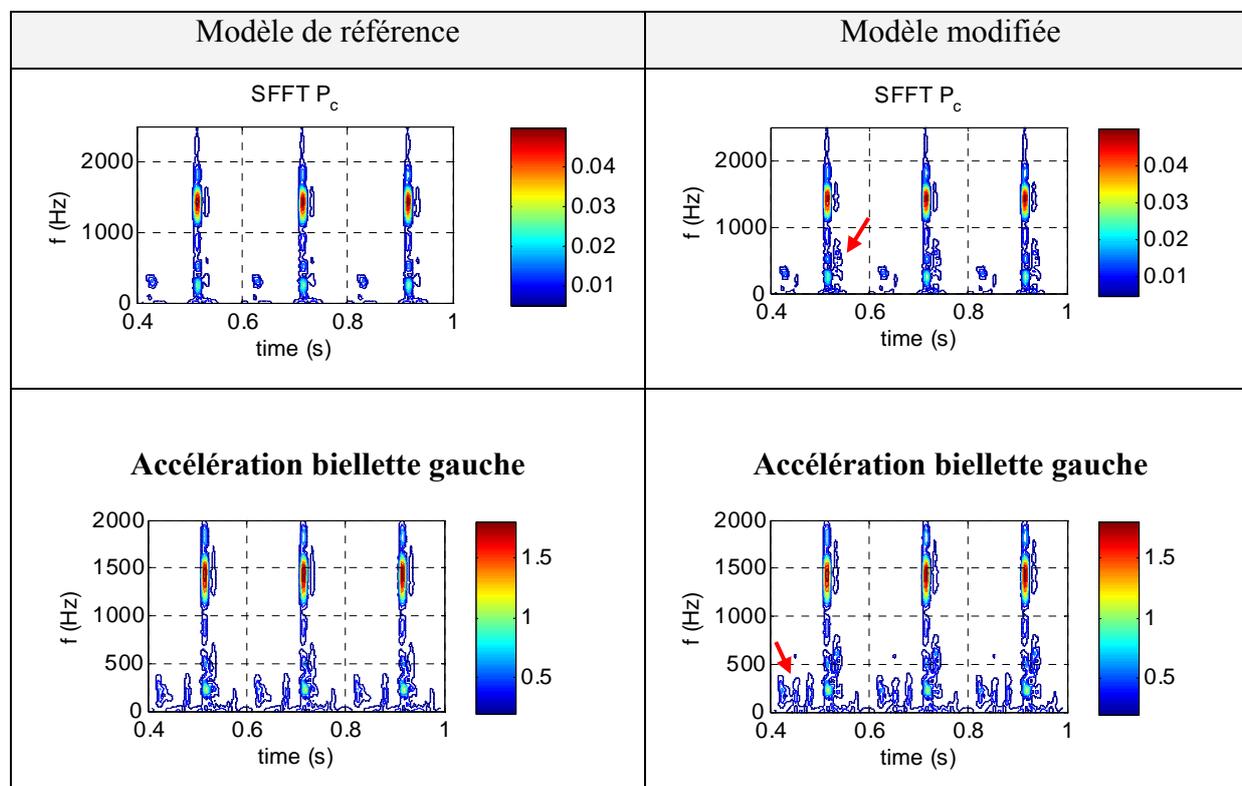
Les analyses WIC semblent donc indiquer que :

- Les phénomènes transmis par la biellette gauche restent identiques mais avec des amplitudes plus élevées.
- La modification apportée influence fortement les vibrations transmises par le carter de direction, et par conséquent certainement les efforts transmis au véhicule.

Afin d'approfondir cette analyse, le comportement dynamique des biellettes est analysé, ainsi que celui du carter de direction. Enfin, les efforts aux points de fixation des directions de référence et modifiée seront comparés.

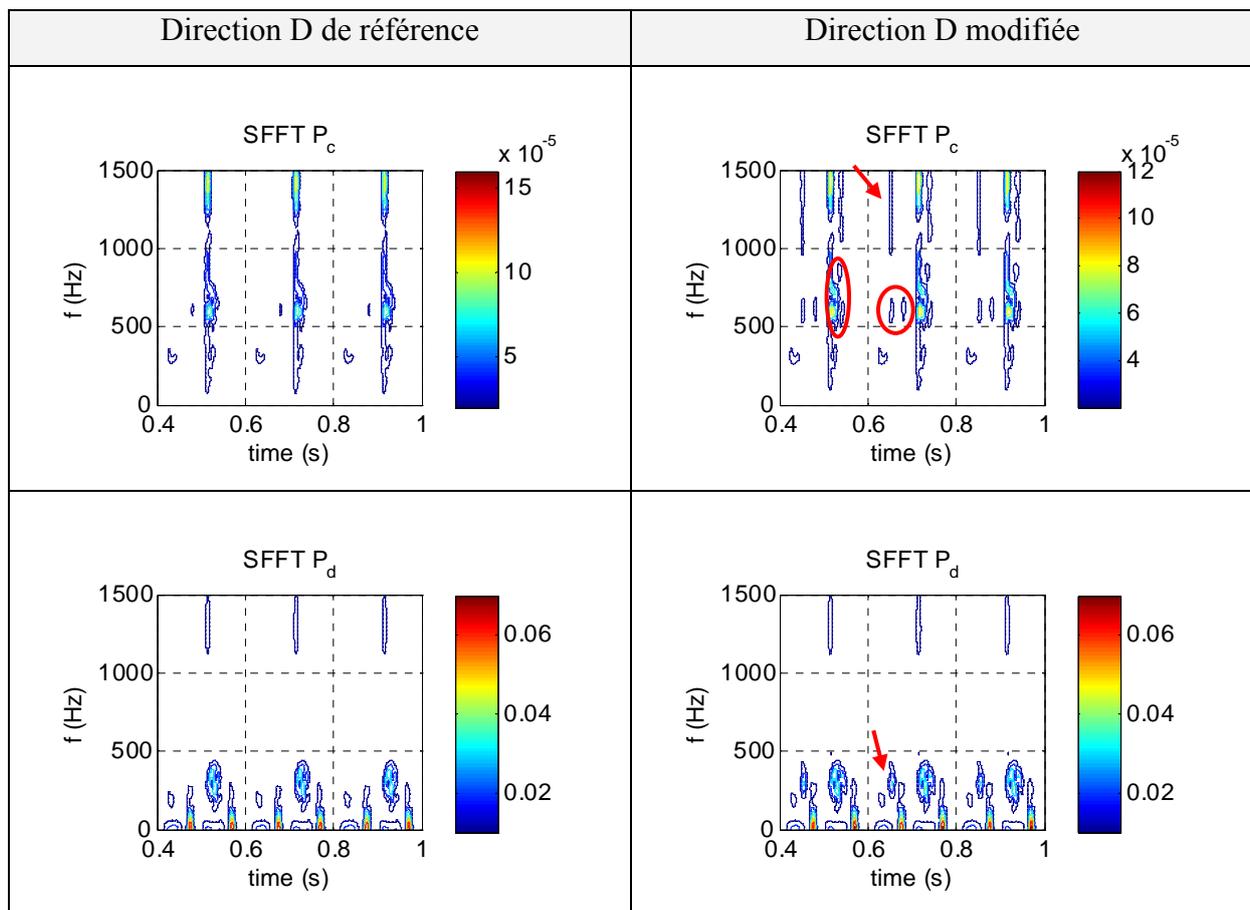
Il est intéressant de noter que l'analyse basée sur l'ondelette mère construite à partir de la puissance cinétique du roulement montre plus de différences. Ceci montre que la modification apportée (augmentation du jeu) provoque un comportement avec plus de chocs, plutôt que des phénomènes liés à la déformation du roulement. L'énergie cinétique du roulement comporte donc plus d'informations sur ces phénomènes.

VI.3.3.4. Analyse du comportement dynamique des biellettes



Conformément aux analyses WIC précédentes, le comportement dynamique des biellettes (puissance cinétique du corps de biellette et accélération de l'extrémité côté véhicule) ne présente pas de grandes différences entre la DAE de référence et la DAE modifiée. On note principalement une augmentation de l'amplitude des phénomènes signalés (marques rouges) dans la bande de fréquences de 200 à 800 Hz (P_c), ainsi qu'un dédoublement des phénomènes signalés entre 100 et 400 Hz (accélération).

VI.3.3.5. Analyse du comportement dynamique du carter de direction



Conformément aux analyses WIC précédentes, le comportement dynamique du carter de direction (P_c , P_d) est fortement influencé par la modification apportée à la DAE. La puissance cinétique (P_c) montre de nouveaux phénomènes entre 500 et 800 Hz, ainsi qu'au-delà de 1000 Hz. Ces phénomènes résultent de la transmission des chocs initiés dans le roulement, dus à l'augmentation de son jeu radial. De la même façon, la puissance de déformation (P_d) montre l'apparition de nouveaux phénomènes vibratoires entre 200 et 400 Hz.

VI.3.3.6. Analyse des efforts aux points de fixation

L'analyse du comportement dynamique du carter de direction indique que les efforts aux points de fixation de la direction modifiée risquent d'être affectés par la modification apportée entre 200 et 400 Hz, ainsi que entre 500 et 800 Hz, puis au-delà de 1000 Hz.

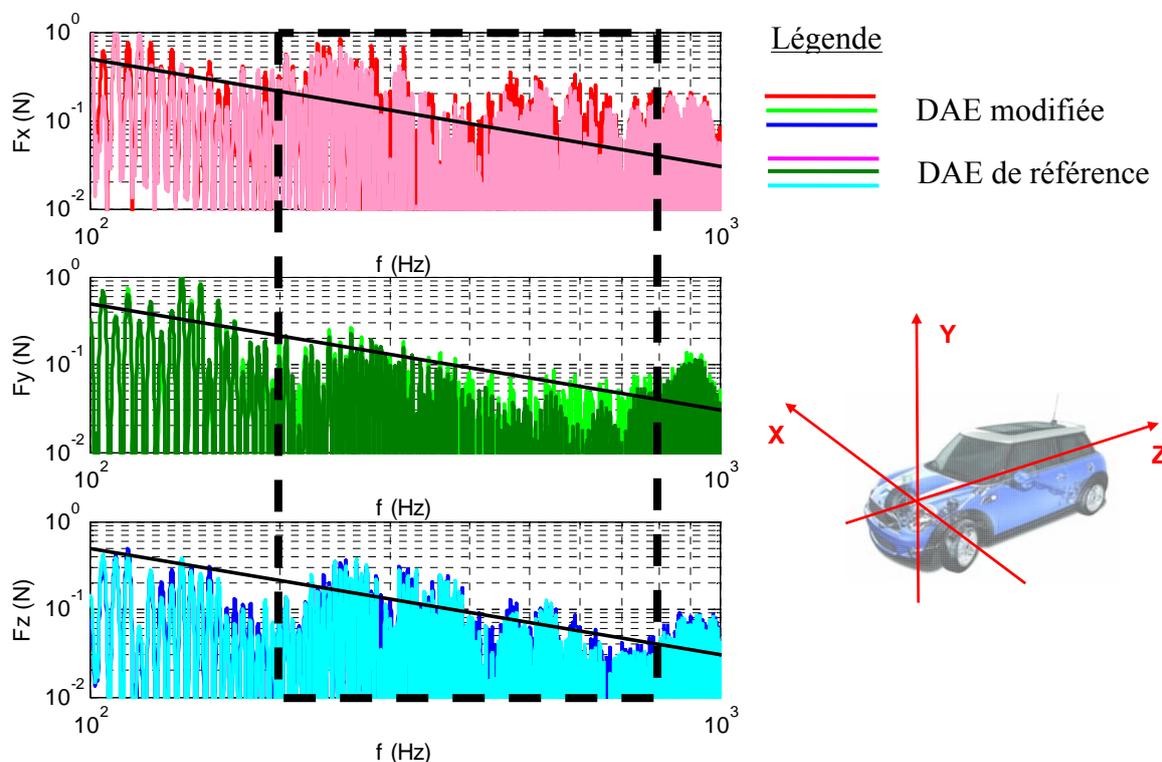


Figure 123 : efforts aux points de fixation de la direction D

Au-delà de 1000 Hz, l'influence n'est pas significative. En revanche, entre 200 et 800 Hz (Figure 123), l'influence est critique, notamment selon les direction x et y . La modification apportée au roulement de la vis côté moteur de la direction D augmente sensiblement les efforts aux points de fixation sur cette bande de fréquence. On peut noter, en particulier, que cette modification fait passer le spectre des efforts selon la direction y entre 500 et 800 Hz au-delà du gabarit considéré.

VI.3.3.7. Conclusions et perspectives

La modification apportée à la P-EPS D de référence consiste à augmenter le jeu du roulement de la vis côté moteur. Ce jeu est porté d'une valeur initiale négative ($-6.5\mu\text{m}$, précontrainte) à une valeur positive ($50\mu\text{m}$, jeu). Il s'agit d'une modification envisageable dans un processus de conception.

Cette modification influence les vibrations transmises au véhicule au niveau du train avant (biellettes), et principalement aux points de fixation avec le berceau. En conclusion, l'utilisation d'un roulement à jeu réduit est recommandée.

Les méthodes et les outils utilisés ont permis d'arriver à cette conclusion, qui n'était pas évidente de prime abord. Il a en effet été montré qu'une modification sur un roulement support de la vis engendre une augmentation des efforts aux points de fixation sur le berceau sur une certaine gamme de fréquences. Les signaux caractéristiques définis pour les roulements à billes ont permis de construire une ondelette mère contenant des informations relatives au comportement dynamique du roulement modifié. Les analyses WIC à partir de cette ondelette mère ont permis d'identifier les voies de transmission des vibrations induites par cette modification (plus de chocs). L'analyse des signaux caractéristiques de transmission des éléments identifiés (biellette gauche et carter de direction) a montré les domaines de fréquences influencés par cette modification. Enfin, l'analyse des signaux de perception au niveau des biellettes et du carter de direction (efforts aux points de fixation) a permis de confirmer les éléments déterminés précédemment et de quantifier l'influence de la modification sur le comportement dynamique de la P-EPS D.

VI.4. Synthèse

La P-EPS D complète a été modélisée pour simuler son comportement dynamique pour une excitation extérieure et des conditions aux limites définies. La méthode et les outils décrits précédemment (Chapitre 4) ont été utilisés pour analyser ce comportement. Trois analyses de cette DAE ont été présentées selon cette méthode.

Premièrement, une analyse « d'amélioration » a été réalisée : l'analyse du comportement dynamique de la P-EPS D par l'étude des signaux caractéristiques de perception définis pour une DAE a mis en évidence des phénomènes dynamiques indésirables, tant au niveau de la perception du conducteur que des efforts transmis au véhicule. Complétée par l'étude de signaux caractéristiques de transmission pour une DAE, cette analyse a conduit à donner une préconisation de conception pour la P-EPS D : limiter les mouvements possibles du MCU.

Une deuxième analyse (P-EPS D avec MCU bloqué) a permis de mettre en évidence les bénéfices de la préconisation en question sur la perception humaine et les efforts transmis au véhicule : les phénomènes dynamiques indésirables identifiés sont fortement réduits.

La troisième analyse a permis d'investiguer l'influence de la modification d'un paramètre de conception de la DAE sur son comportement dynamique : la modification est l'augmentation du jeu du roulement de la vis sans fin côté moteur. Cette analyse de « conception » (analyse des signaux caractéristiques du roulement (source de vibrations) puis de transmission et de perception) a mis en évidence l'influence de la modification de ce paramètre sur les accélérations aux biellettes et les efforts transmis au véhicule. L'utilisation d'un roulement à jeu réduit est recommandée.

Ces trois analyses montrent la pertinence de la méthode et des outils mis en place (Chapitre 4) comme aide à la conception des DAE en terme de comportement dynamique. Ils orientent les choix de conception vers des solutions techniques permettant de réduire les problèmes liés à la dynamique du système. Ces orientations peuvent être vérifiées. Ils permettent de prédire le comportement dynamique d'une DAE modifiée en comparaison avec une DAE de référence et d'évaluer la pertinence de cette modification.

Conclusion générale et perspectives

L'amélioration du confort vibratoire et sonore du conducteur et des passagers d'une automobile représente une part importante des efforts de conception des constructeurs. Les concepteurs et fabricants de DAE participent à cet effort. La société JTEKT, notamment à travers sa collaboration avec le LaMCoS, s'est engagée dans un processus de travail dont l'objectif était double :

- comprendre les phénomènes mis en jeu dans la dynamique des DAE en simulant son comportement,
- définir une méthode et des outils d'analyse de ce comportement simulé, afin de mieux maîtriser la conception de ce système.

La société a ainsi souhaité réduire considérablement les temps et coûts de développement en limitant les phases d'essais de validation.

Les travaux de recherche exposés dans ce document, issus d'une convention CIFRE entre la société JTEKT et le LaMCoS, ont permis d'atteindre ces objectifs. Ils ont été menés sur la base des travaux précédents, la collaboration entre ces deux entités ayant débutée en 2003 par une première convention CIFRE. Le comportement dynamique d'une DAE complète peut être simulé et analysé, en particulier la transmission des vibrations à l'environnement de la DAE. Il est possible d'obtenir les efforts transmis au berceau du véhicule (critère important pour les constructeurs).

Pour arriver à cela, certains modèles d'éléments de la chaîne cinématique des DAE ont été améliorés. Le modèle de la ligne poussoir a été totalement revu afin de dissocier le poussoir de la crémaillère. Ainsi, le mouvement de basculement de celui-ci peut être simulé, ce qui a pour effet de mieux prendre en compte l'effet du poussoir sur les mouvements radiaux de la crémaillère. En effet, ces mouvements dépendent directement de la ligne poussoir. La validité

de cette modélisation a été montrée en comparant, notamment, les mouvements simulés avec des mesures expérimentales.

Celles-ci ont également permis de mettre en évidence l'importance du frottement sur la denture de l'engrenage pignon-crémaillère sur ces mouvements. Le modèle de cet engrenage a donc été amélioré pour prendre en compte ce frottement. Les mouvements radiaux de la crémaillère ont une incidence directe sur les accélérations qui seront transmises au train avant du véhicule par la DAE. Il était donc important de valider la simulation de ces mouvements.

Afin d'étendre la modélisation de la DAE jusqu'aux interfaces avec le berceau avant du véhicule, des modèles pour les roulements à billes et pour les carters des DAE ont été proposés. Les efforts transmis au berceau du véhicule sont des données importantes que les constructeurs automobiles spécifient (via des gabarits fréquentiels à respecter). La modélisation de la DAE permet donc de simuler le couplage du comportement de sa chaîne cinématique avec celui de ses carters, et ainsi de prédire les efforts dynamiques transmis au berceau du véhicule.

Un modèle adapté de roulement à bille a été proposé : en effet, ce sont notamment ces éléments qui assurent le couplage de ces comportements. Le modèle proposé est suffisamment évolué pour simuler ces couplages, mais raisonnablement coûteux en temps de calcul.

C'est cette même contrainte qui a amené à introduire une méthode de condensation de modèles EF dans le code de calcul développé pour la modélisation des carters. En effet, il n'était pas envisageable d'intégrer des modèles EF volumiques de carters. Seuls quelques dizaines de degrés de liberté peuvent être alloués à ces modèles. La méthode de condensations de maillages EF de Craig et Bampton a donc été implémentée dans le code de calcul. Elle permet d'intégrer des modèles EF volumiques condensés de carters à la modélisation des DAE, mais également de condenser des modèles linéaires issus du code de calcul. La sous-structuration de la modélisation d'une DAE a également été mise à profit pour diminuer globalement les temps de calcul et pour faciliter l'analyse des résultats de simulation. Enfin, la possibilité de modéliser un corps rigide a été implémentée dans le code de calcul.

L'ensemble d'une DAE peut donc être modélisé et son comportement dynamique simulé. Une méthode d'analyse de ces résultats a donc été proposée, afin d'en permettre une exploitation optimale et rapide. La méthode, basée sur un ensemble d'outil de la littérature, propose une démarche générale pour l'analyse du comportement dynamique des DAE, applicable quelque soit la DAE considérée, en particulier l'architecture utilisée. Cette méthode propose de

considérer trois phénomènes différents : la génération des vibrations, leur transmission et leur perception. L'ensemble des signaux caractéristiques du comportement d'une DAE sur lesquelles la méthode d'analyse est basée est défini selon cette discrétisation du problème. La méthode permet de prédire le comportement d'une DAE lors de sa conception et de statuer sur son acceptabilité en définissant des critères d'analyse communs à l'ensemble des DAE. Les seuils restent à fixer. La méthode permet également d'investiguer le comportement dynamique d'une DAE existante et de comprendre l'origine des problèmes liés à la problématique de départ de l'étude. Des validations expérimentales ont permis de valider la simulation des efforts aux points de fixation de la DAE.

L'ensemble des modèles développés permet donc de modéliser une DAE, quelque soit son architecture. Le code de calcul associé permet la simulation de son comportement dynamique, pour des temps de calculs raisonnables (20 minutes de calcul environ pour calculer une seconde du comportement dynamique d'une DAE complète). La méthode d'analyse définie permet une analyse efficace de ces résultats. Largement appliqués sur des P-EPS, ces travaux sont aujourd'hui en phase d'application sur des architectures innovantes comme les DP-EPS. Ils seront également appliqués sur des C-EPS. Cet outil de simulation du comportement dynamique des DAE est utilisé pour leur conception par l'entreprise JTEKT.

Le développement de l'outil de simulation continue afin de s'adapter aux futures technologies qui seront introduites dans les DAE : engrenage roue et vis à angle de croisement quelconque, engrenage pignon-crémaillère à pas variable, solution alternative à la ligne poussoir, etc.

Afin d'élargir son champ d'investigation, l'intégration du moteur électrique d'assistance aux modèles existants permettrait d'étudier le couplage entre le comportement dynamique mécanique des DAE et l'asservissement de l'assistance. Des travaux ont déjà été conduits en ce sens et ont montré l'intérêt de cette perspective, mais également ses difficultés.

Enfin, pour ne pas limiter la problématique étudiée aux cas d'excitations extérieures oscillatoires, l'ensemble des modèles de la chaîne cinématique liés à la génération des vibrations serait à reconsidérer. Les modèles liés à la propagation des vibrations (roulements, carters, etc.) ainsi que les méthodes et outils d'analyse sont en revanche totalement utilisables dans cette perspective.

Mais la perspective la plus proche est certainement de continuer à intégrer encore plus efficacement l'outil dans les processus de conception de l'entreprise.

Références bibliographiques

- [1] Ajovalasit M. Giacomini J. *Human subjective response to steering wheel vibration caused by diesel engine idle*. Proc. IMechE. 219 Part D: J. Automobile Engineering (2005) 499-510
- [2] Ajovalasit M. Giacomini J. *Non-linear dependency of the subjective perceived intensity of steering wheel rotational vibration*. International Journal of Industrial Ergonomics 39 (2009) 58-67
- [3] Alfares M.A. Elsharkawy A.A *Effects of axial preloading of angular contact ball bearings on the dynamics of a grinding machine spindle system*. Journal of Materials Processing Technology 136 (2003) 48-59
- [4] Al Majid A. Dufour R. *Formulation of a Hysteretic Restoring Force Model. Application to Vibration Isolation*. Nonlinear Dynamics 27 (2002) 69-85
- [5] Al Majid A. Dufour R. *Harmonic response of a structure mounted on an isolator modelled with a hysteretic operator: experiments and prediction*. Journal of Sound and Vibration 277 (2004) 391-403
- [6] Baeza L. Roda A. Nielsen J.C.O. *Railway vehicle/track interaction analysis using a modal substructuring approach*. Journal of Sound and Vibration 293 (2006) 112-124
- [7] Bamford R.M. *A modal combinaison program for dynamic analysis of structures*. Tech. Memo., Jet Propulsion Lab., Pasadena, Ca. (1967) 33-290
- [8] Barbier C. Besson F. de Vaujany J.P. Reynard B. *Dynamic behavior of electric power steering*. 5^{ème} colloque SIA « Confort automobile et ferroviaire », Le Mans, France (2008)
- [9] Barthod M. Hayne B. Tébec J.-L. Pin J.-C. *Experimental study of dynamic and noise produced by a gearing excited by a multi-harmonic excitation*. Applied Acoustics 68 (2007) 982-1002

- [10] Benfield W.A. Hruda R.F. *Vibration analysis of structures by component mode substitution*. AIAA 9-7 (1971) 1255-1261
- [11] Besson F. Ferraris G. Guingand M. de Vaujany J.P. *Modèle dynamique de la ligne poussoir de directions assistées électriques*. 16^{ème} colloque : Vibrations, Chocs et Bruit, Ecully, France (2008)
- [12] Besson F. Ferraris G. Guingand M. de Vaujany J.P. *Simulation of the dynamic behavior of Electric Power Steering systems using dedicated finite elements*. Journal of System Design and Dynamics 3-3 (2009) 429-440
- [13] Bordegaray C. Ferraris G. Guingand M. de Vaujany J.P. *Dynamic behavior of a worm gear*. Proc. of ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Long Beach, California USA (2005) Ref : DETC2005-85198
- [14] Bordegaray C. *Comportement dynamique des directions assistées électriques : théorie et expérimentations*. Thèse LDMS. Lyon : INSA Lyon (2007) 223 p.
- [15] Bourdon A. *Modélisation dynamique globale des boîtes de vitesses automobiles*. Thèse CASM. Lyon : INSA Lyon (1997) 221 p.
- [16] Couderc P. *Comportement dynamique des chaînes de transmission automobiles*. Thèse LMSt. Lyon : INSA de Lyon (1997) 160 p.
- [17] Couderc P. Callenaire J. Der Hagopian J. Ferraris G. *Vehicle driveline dynamic behavior: experimentation and simulation*. Journal of Sound and Vibration 218(1) (1998) 133-157
- [18] Craig Jr R.R. Bampton M.C.C. *Coupling of substructures for dynamic analysis*. AIAA 6-7 (1968) 1313-1319
- [19] Craig Jr R.R. Chang C.J. *On the use of attachment modes in substructure coupling for dynamic analysis*. AIAA-ASME 18th Struc. Dyn. And Mat. Conference, San Diego (1977)
- [20] Demailly D. *Etude du comportement non-linéaire dans le domaine fréquentiel. Application à la dynamique rotor*. Thèse. Lyon : Ecole Centrale de Lyon (2003) 229 p.
- [21] Develay C. *Etude et réduction du bruit de grailonnement des boîtes de vitesse automobiles*. Thèse LMSt. Lyon : INSA de Lyon (2000) 140 p.

- [22] Duchereau J. Soize C. *Dynamique transitoire de chocs des structures avec incertitudes aléatoires non homogènes par sous-structuration dynamique*. 13^e colloque : Vibrations, Chocs et Bruit, Ecully, France (2002)
- [23] Dudita F. *Transmissions par cardan*. Paris : Eyrolles (1971) 320 p.
- [24] Giacomini J. Shayaa M.S. Dormegnien E. Richard L. *Frequency weighting for the evaluation of steering wheel rotational vibration*. International Journal of Industrial Ergonomics 33 (2004) 527-541
- [25] Giacomini J. Fustes F. *Subjective equivalence of steering wheel vibration and sound*. International Journal of Industrial Ergonomics 35 (2005) 517-526
- [26] Giacomini J. Woo Y.J. *A study of the human ability to detect road surface type on the basis of steering wheel vibration feedback*. Proc. IMechE. 219 Part D: J. Automobile Engineering (2005) 1259-1270
- [27] Gladwell B.M.L. *Branch mode analysis of vibrating systems*. Journal of Sound and Vibration 1-1 (1964) 41-69
- [28] Gohar R. Akturk N. *Vibrations associated with ball bearings*. ImechE C553/044 (1998)
- [29] Hagi G.D. Gafitanu M.D. *Dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearing*. Wear 211 (1997) 22-29
- [30] Harris T.A. *Rolling bearing analysis*. USA : John Wiley & sons, 4th Ed. (2001)
- [31] Henriot G. *Engrenages : conception, fabrication, mise en oeuvre*. Paris : Dunod, 7^{ème} édition (1999)
- [32] Hiltcher Y. Guingand M. de Vaujany J.P. *Load sharing of worm gear with a plastic wheel*. Journal of Mechanical Design 129-1 (2007) 23-30
- [33] Hintz R.M. *Analytical method in component modal analysis*. AIAA 13-8 (1976) 1007-1010
- [34] Hurty W.C. *Dynamic analysis of structural systems using component modes*. AIAA 4-4 (1965) 68-685
- [35] Imbert J.F. *Analyse des structures par éléments finis*. 3^{ème} édition. Toulouse : Cépaduès-éditions (1991) 506 p.

- [36] Ishii H. Uemura H. Zhang Z. Ikeuchi H. *Identification of noise source in electric power steering system using wavelet transform*. SAE International (2007) 07NVC-301
- [37] Jauregui J.C. Gonzalez O.M. *Sliding bearing non linear vibration prediction*. Proceedings of DETC99, ASME Design Technical Conferences, Las Vegas, Nevada USA (1999)
- [38] Kahraman A. Singh R. *Non-linear dynamics of a spur gear pair*. Journal of Sound and Vibration 142 (1990) 49-75
- [39] Kahraman A. Singh R. *Non-linear dynamics of a geared rotor-bearing system with multiple clearances*. Journal of Sound and Vibration 144 (1991) 469-506
- [40] Kang G. Chang Y.P. Tsai J.W. Mu L.H. Chang Y.F. *An investigation in stiffness effects on dynamics of rotor-bearing-foundation systems*. Journal of Sound and Vibration 231-2 (2000) 343-374
- [41] Lahmar F. *Interactions entre la dynamique de l'engrènement et les paliers à roulements*. Thèse LMC. Lyon : INSA de Lyon (2000) 251 p.
- [42] Lim T.C. Singh R. *Vibration transmission through rolling element bearings, part I: Bearing stiffness formulation*. Journal of Sound and Vibration 139-2 (1990) 179-199
- [43] Lim T.C. Singh R. *Vibration transmission through rolling element bearings, part II: System studies*. Journal of Sound and Vibration 139-2 (1990) 201-225
- [44] Lim T.C. Singh R. *Vibration transmission through rolling element bearings. Part III: Geared rotor system studies*. Journal of Sound and Vibration 151 (1991) 31-54
- [45] Lim T.C. Singh R. *Vibration transmission through rolling element bearings, part IV: statistical energy analysis*. Journal of Sound and Vibration 153 (1992) 37-50
- [46] Lim T.C. Singh R. *Vibration Transmission through Rolling Element Bearings, Part V: Effect of Distributed Contact Load on Roller Bearing Stiffness Matrix*. Journal of Sound and Vibration 169-4 (1994) 547-553
- [47] MacNeal R.H. *A hybrid method of component mode synthesis*. Computers and structures 1-4 (1971) 581-601
- [48] Max J. Lacombe J.L. *Méthodes et techniques de traitement du signal*. Paris : Dunod, 5th Ed. (2004)
- [49] Oppenheimer C.H, Dubowsky S., *A methodology for predicting impact-induced acoustic noise*. Journal of Sound and Vibration 266 (2003) 1025-1051

- [50] Palmgren A. *Ball and Roller Bearing Engineering*. Philadelphia : Burbank, 3rd Ed. (1959)
- [51] Qu Z.Q. Chang W. *Dynamic condensation method for viscously damped vibration systems in engineering*. Engineering Structures 23 (2000) 1426-1432
- [52] Qu Z.Q. Panneer Selvam R. *Insight into the dynamic condensation technique of non-classically damped models*. Journal of Sound and Vibration 272 (2004) 581-606
- [53] Rémond D. *Contribution à l'étude et à l'analyse expérimentale du bruit d'engrènement*. Thèse, Lyon : INSA de Lyon (1991) 232 p.
- [54] Reviron O. Nélias D. Legrand E. *Modélisation dynamique des roulements à rouleaux cylindriques : évaluation des efforts rouleaux/cage en vue d'optimiser le dimensionnement des cages*. Actes des Journées Internationales Francophones de Tribologie (JIFT 1999 de la STF), Toulouse, 5-7 mai 1999. Roulements et Tribologie, ed. G. Jeanblanc et G. Inglebert, SIRPE (Paris), (2001) 35-45
- [55] Rigaud E. et al. *Variabilité des régimes critiques d'une boîte de vitesses : influence des précharges de roulements*. Mécanique & Industries 4 (2003) 107-112
- [56] Rixen D.J. *A dual Craig–Bampton method for dynamic substructuring*. Journal of Computational and Applied Mathematics 168 (2004) 383-391
- [57] Royston T.J. Basdogan I. *Vibration transmission through self-aligning (spherical) rolling element bearing: theory and experiment*. Journal of Sound and Vibration 215 (1998) 997-1014
- [58] Rubin S. *Improved component mode representation for structural dynamic analysis*. AIAA 13-8 (1975) 995-1006
- [59] Saad P. Al Majid A. Thouverez F. Dufour R. *Equivalent rheological and restoring force models for predicting the harmonic response of elastomer specimens*. Journal of Sound and Vibration 290 (2006) 619-639
- [60] Shim S.B. Park Y.J. Kim K.U. *Reduction of PTO rattle noise of an agricultural tractor using an anti-backlash gear*. Biosystems engineering 100 (2008) 346-354
- [61] Tangasawi O. Theodossiades S. Rahnejat H. *Lightly loaded lubricated impacts: Idle gear rattle*. Journal of Sound and Vibration 308 (2007) 418-430
- [62] Tiwari R. *On-line identification and estimation of non-linear stiffness parameters of bearings*. Journal of Sound and Vibration 234-5 (2000) 906-910

- [63] Wang X. Mills J. *Dynamic modeling of a flexible-link planar parallel platform using a substructuring approach*. Mechanism and Machine Theory 41 (2006) 671–687
- [64] Wensing J.A. *On the dynamics of ball bearings*. Thèse. Pays-Bas, Enschede : Université de Twente (1998) 183 p.
- [65] Yakhou K., *Validation expérimentale d'un modèle dynamique de BVA*. Thèse CASM, Lyon : INSA de Lyon (1999) 198p.
- [66] Zhang Z. Tomita E. *Knocking detection using wavelet instantaneous correlation method*. JSAE Review 23 (2002) 443-449
- [67] Zhang Z. et al. *Designing average complex real signal mother wavelet and applying it in abnormal signal detection*. International Journal Of Innovative Computing, Information and Control 4-4 (2008) 1009-1022

VII- Annexes

VII.1. Annexe 1 : Modèles élémentaires de Bordegaray

VII.1.1. Engrenage roue et vis sans fin

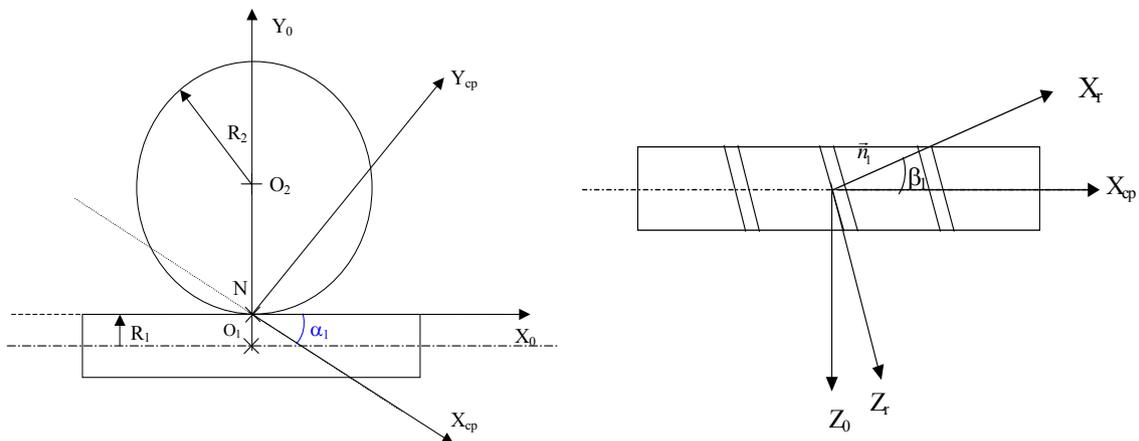


Figure 124: définition des angles - configuration 1

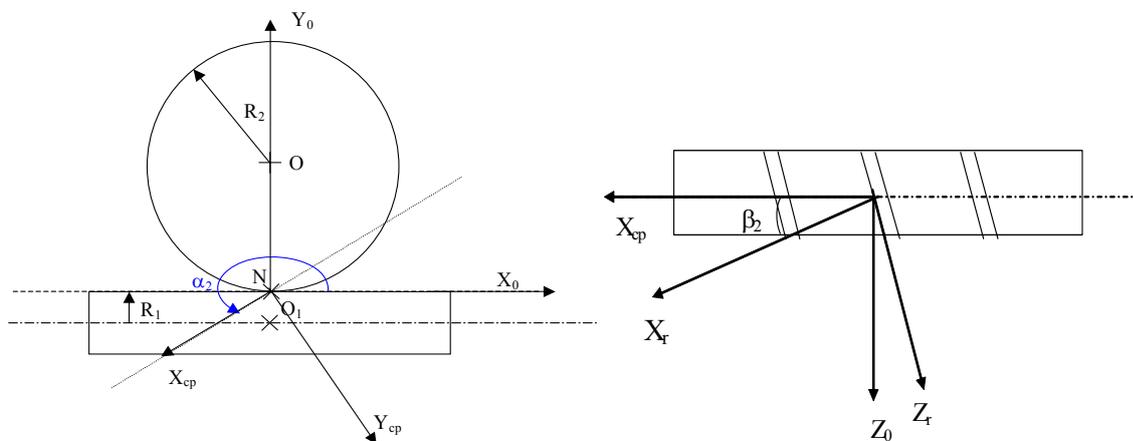


Figure 125 : définition des angles - configuration 2

$$\{V_1\} = \begin{Bmatrix} -\cos \alpha_1 \cos \beta_1 \\ \cos \beta_1 \sin \alpha_1 \\ \sin \beta_1 \\ \frac{P_z}{2\pi} \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \\ -x_0 \sin \beta_1 - z_0 \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \\ (a + y_0) \cos \alpha_1 \cos \beta_1 + x_0 \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \\ \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \\ -\cos \beta_1 \sin \alpha_1 \\ -\sin \beta_1 \\ -y_0 \sin \beta_1 + z_0 \cos \beta_1 \sin \alpha_1 \\ z_0 \cos \alpha_1 \cos \beta_1 + x_0 \sin \beta_1 \\ -y_0 \cos \alpha_1 \cos \beta_1 - x_0 \cos \beta_1 \sin \alpha_1 \end{Bmatrix} \quad \{V_2\} = \begin{Bmatrix} -\cos \alpha_2 \cos \beta_2 \\ -\cos \beta_2 \sin \alpha_2 \\ -\sin \beta_2 \\ \frac{P_z}{2\pi} \cos \alpha_2 \cos \beta_2 \\ x_0 \sin \beta_2 - z_0 \cos \alpha_2 \cos \beta_2 \\ (a + y_0) \cos \alpha_2 \cos \beta_2 - x_0 \sin \alpha_2 \cos \beta_2 \\ \cos \alpha_2 \cos \beta_2 \\ \cos \beta_2 \sin \alpha_2 \\ \sin \beta_2 \\ -z_0 \sin \alpha_2 \cos \beta_2 + y_0 \sin \beta_2 \\ z_0 \cos \alpha_2 \cos \beta_2 - x_0 \sin \beta_2 \\ -y_0 \cos \alpha_2 \cos \beta_2 + x_0 \sin \alpha_2 \cos \beta_2 \end{Bmatrix}$$

VII.1.2. Engrenage pignon-crémaillère

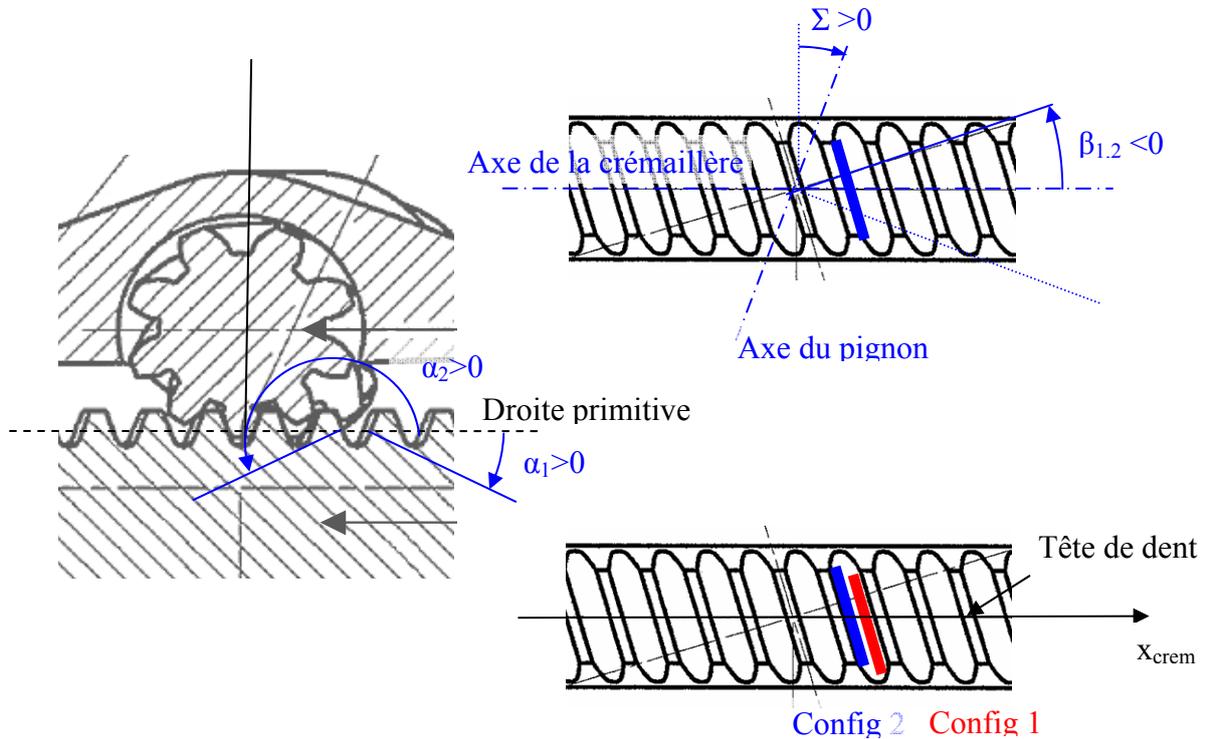


Figure 126 : définition des angles

$$A_1 = \begin{Bmatrix} \cos\alpha_1 \cos\beta \\ -\sin\alpha_1 \cos\beta \\ \sin\beta \\ z_0 \sin\alpha_1 \cos\beta + y_0 \sin\beta \\ z_0 \cos\alpha_1 \cos\beta - x_0 \sin\beta \\ -x_0 \sin\alpha_1 \cos\beta - y_0 \cos\alpha_1 \cos\beta \\ -\cos\alpha_1 \cos\beta \\ \sin\alpha_1 \cos\beta \\ -\sin\beta \\ -z_0 \sin\alpha_1 \cos\beta - (a + y_0) \sin\beta \\ -z_0 \cos\alpha_1 \cos\beta + x_0 \sin\beta \\ (a + y_0) \cos\alpha_1 \cos\beta + x_0 \sin\alpha_1 \cos\beta \end{Bmatrix} \quad A_2 = \begin{Bmatrix} \cos\alpha_2 \cos\beta \\ \sin\alpha_2 \cos\beta \\ -\sin\beta \\ -z_0 \sin\alpha_2 \cos\beta - y_0 \sin\beta \\ z_0 \cos\alpha_2 \cos\beta + x_0 \sin\beta \\ -y_0 \cos\alpha_2 \cos\beta + x_0 \sin\alpha_2 \cos\beta \\ -\cos\alpha_2 \cos\beta \\ -\sin\alpha_2 \cos\beta \\ \sin\beta \\ z_0 \sin\alpha_2 \cos\beta + (a + y_0) \sin\beta \\ -z_0 \cos\alpha_2 \cos\beta - x_0 \sin\beta \\ (a + y_0) \cos\alpha_2 \cos\beta - x_0 \sin\alpha_2 \cos\beta \end{Bmatrix}$$

VII.2. Annexe 2 : Mesure du coefficient de frottement

Des mesures du coefficient de frottement d'un contact acier – acier lubrifié avec la graisse utilisée dans les directions testées (directions A, B et C) ont été entreprises au laboratoire LaMCoS. Ces mesures sont réalisées pour un contact bille - plan en glissement pur dans des conditions de charge, de température et de vitesse de glissement le plus proche possible des conditions de contact réelles (Tableau 4: conditions d'opération du contact). L'état de surface des matériaux n'est cependant pas représentatif de celui des dentures (rugosité plus élevée sur la denture). Des mesures ont été réalisées sur le même contact dans deux cas : lubrifié avec la même graisse que l'engrenage et non lubrifié (contact sec).

Tableau 4: conditions d'opération du contact

	Ordre de grandeur	
	Contact de test (bille – plan)	Contact réel (denture)
Charge au contact	1100-1300 MPa	~1000 MPa
Température d'opération	Température ambiante : 23°C	Température ambiante : 23°C
Etat de surface	10 nanomètres	1 micromètre

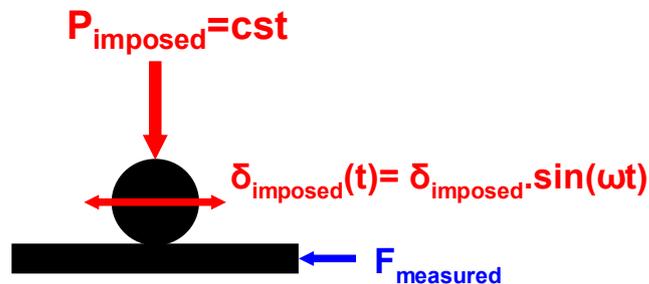


Figure 127 : mesure du coefficient de contact acier - acier

Les résultats obtenus (Figure 128) montrent que le coefficient de frottement acier – acier d'un contact bille- plan en glissement pur avec la graisse considérée est de environ 0,12 (deux tests à contact lubrifié à différentes charges et différentes vitesses de glissement).

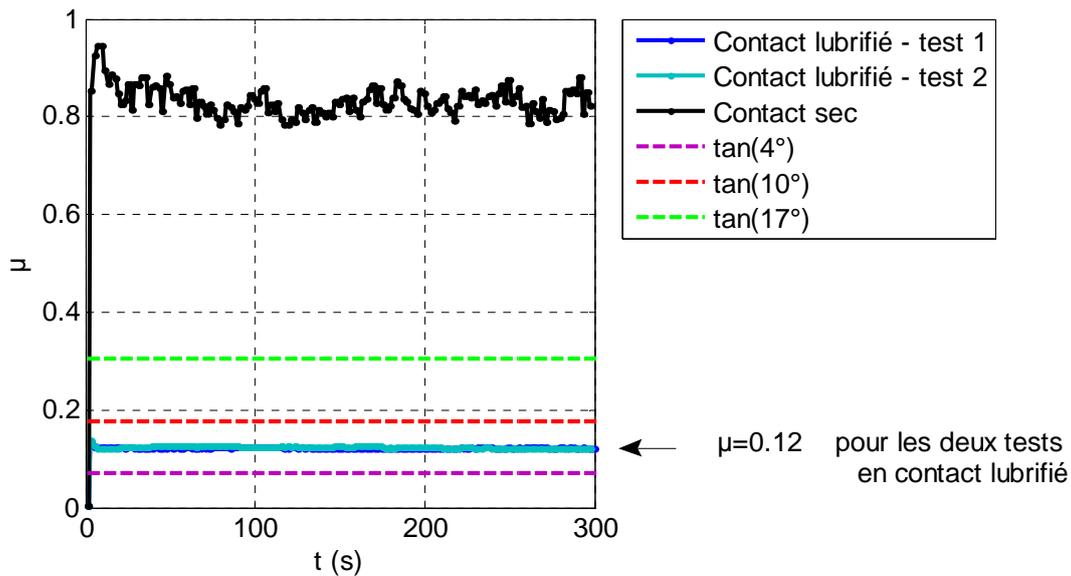


Figure 128 : résultats de mesures

Cette valeur est comparée avec la tangente des angles d'hélice de quelques directions (A, B, C) selon la relation (III.39) : $\mu > |\tan \beta_2|$. La mesure du coefficient de frottement du même contact sec est portée sur le graphe de résultats (courbe noire). Cette mesure confirme que le coefficient de frottement du contact testé parfaitement lubrifié est très inférieur à celui du contact sec. Un contact partiellement lubrifié, plus représentatif des conditions de fonctionnement d'une DAE (lubrification non contrôlée), travaille donc avec un coefficient de frottement intermédiaire.

Tableau 5 : Synthèse des observations expérimentales

Système de direction	A	B	C	D
Angle d'hélice crémaillère	17°	4°	10°	7°
Tangente de l'angle d'hélice	0.3057	0.0699	0.1763	0.1228
Phénomène observé expérimentalement	Non	Oui	Oui	Pas testée

Ces mesures montrent donc, considérant la relation (III.39), que le coefficient de frottement dans l'engrenage pignon et crémaillère est suffisamment élevé pour que l'effort de frottement modifie le mouvement radial de la crémaillère sur la direction B. Les différences relevées entre le contact réel et le contact testé laisse penser qu'il peut en être de même sur la direction C.

VII.3. Annexe 3 : Modélisation des roulements

VII.3.1. Calcul de K_p

K_p est le coefficient de proportionnalité dépendant de la géométrie du contact et du matériau :

$$K_p = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{K_{p_1}}\right)^{1,5} + \left(\frac{1}{K_{p_2}}\right)^{1,5}} \right]^{1,5} \quad (\text{VII.1})$$

K_{p_1} et K_{p_2} étant les coefficients de proportionnalité relatifs respectivement aux contacts bille – bague intérieure et bille – bague extérieure :

$$K_{p_i} = E' . R_{x_i}^{1/2} . \left[f_{\delta} \left(\frac{R_{z_i}}{R_{x_i}} \right) \right]^{-3/2} \quad (\text{VII.2})$$

Avec :

- $E' = \frac{2}{\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}}$ le module d'élasticité équivalent du contact

E' est défini à partir des modules de Young et des coefficients de Poisson respectifs des corps 1 et 2 du contact (billes et chemins de roulements).

- R_{x_i} et R_{z_i} les rayons équivalents du contact

Dans le cas des roulements à billes, les rayons équivalents sont définis comme suit :

Contact bille – bague intérieure : $R_z = \frac{1}{\left(-\frac{1}{r_i} + \frac{2}{D}\right)}$ et $R_x = \frac{1}{\left(\frac{2}{d_i} + \frac{2}{D}\right)}$

Contact bille – bague extérieure : $R_z = \frac{1}{\left(-\frac{1}{r_o} + \frac{2}{D}\right)}$ et $R_x = \frac{1}{\left(-\frac{2}{d_o} + \frac{2}{D}\right)}$

- $f_\delta \left(\frac{R_z}{R_x} \right)$ la fonction tabulée ci-dessous (Tableau 6) dépendant de la forme du contact :

Tableau 6 : fonction tabulée f_δ

R_z / R_x	f_δ
1	1.311
1.2409	1.263
1.9429	1.166
2.8425	1.088
3.8972	1.019
5.0901	0.964
6.4963	0.916
8.7644	0.858
11.1175	0.814
14.830	0.762
21.220	0.701
30.531	0.643
45.926	0.581
72.80	0.518
122.43	0.454
218.83	0.390
408.16	0.331
739.74	0.281
1100.7	0.252
1843.3	0.219
3834.1	0.179
13577	0.125
∞	0

VII.3.2. Termes de la matrice de raideur

$$k_{\delta_x \delta_x} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{\Delta_j^{3/2} \cdot \cos^2 \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{rj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 - \delta_{rj}^{*2} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.3})$$

$$k_{\delta_x \delta_y} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{\Delta_j^{3/2} \cdot \sin \psi_j \cdot \cos \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{rj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 - \delta_{rj}^{*2} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.4})$$

$$k_{\delta_x \delta_z} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{\Delta_j^{3/2} \cdot \delta_{rj}^* \cdot \delta_{zj}^* \cdot \cos \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j}{\Delta_j} - 1 \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.5})$$

$$k_{\delta_x \beta_x} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \delta_{rj}^* \cdot \delta_{zj}^* \cdot \sin \psi_j \cdot \cos \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j}{\Delta_j} - 1 \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.6})$$

$$k_{\delta_x \beta_y} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \delta_{rj}^* \cdot \delta_{zj}^* \cdot \cos^2 \psi_j \cdot \left(1 - \frac{3/2 \cdot A_j}{\Delta_j} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.7})$$

$$k_{\delta_y \delta_y} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{\Delta_j^{3/2} \cdot \sin^2 \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{rj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 - \delta_{rj}^{*2} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.8})$$

$$k_{\delta_y \delta_z} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{\Delta_j^{3/2} \cdot \delta_{rj}^* \cdot \delta_{zj}^* \cdot \sin \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j}{\Delta_j} - 1 \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.9})$$

$$k_{\delta_y \beta_x} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \delta_{rj}^* \cdot \delta_{zj}^* \cdot \sin^2 \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j}{\Delta_j} - 1 \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.10})$$

$$k_{\delta_y \beta_y} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \delta_{rj}^* \cdot \delta_{zj}^* \cdot \sin \psi_j \cdot \cos \psi_j \cdot \left(1 - \frac{3/2 \cdot A_j}{\Delta_j} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.11})$$

$$k_{\delta_z \delta_z} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{\Delta_j^{3/2} \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{zj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 - \delta_{zj}^{*2} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.12})$$

$$k_{\delta_z \beta_x} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \sin \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{zj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 - \delta_{zj}^{*2} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.13})$$

$$k_{\delta_z \beta_y} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \cos \psi_j \cdot \left(\delta_{zj}^{*2} - \frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{zj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.14})$$

$$k_{\beta_x \beta_x} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j^2 \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \sin^2 \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{zj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 - \delta_{zj}^{*2} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.15})$$

$$k_{\beta_x \beta_y} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j^2 \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \sin \psi_j \cdot \cos \psi_j \cdot \left(\delta_{zj}^{*2} - \frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{zj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.16})$$

$$k_{\beta_y \beta_y} = K_p \sum_{j=1}^Z \frac{R_j^2 \cdot \Delta_j^{3/2} \cdot \cos^2 \psi_j \cdot \left(\frac{3/2 \cdot A_j \cdot \delta_{zj}^{*2}}{\Delta_j} + A_j^2 - \delta_{zj}^{*2} \right)}{A_j^3} \quad (\text{VII.17})$$

VII.3.3. Masses et inerties du roulement

Si le roulement est constitué d'un matériau de masse volumique ρ :

$$\begin{aligned} m &= \pi (R_o^2 - R_i^2) \rho h \\ m_i &= \pi (R_m^2 - R_i^2) \rho h \\ m_o &= \pi (R_o^2 - R_m^2) \rho h \end{aligned} \quad (\text{VII.18})$$

Soit :

$$\begin{aligned} m_i &= \frac{R_m^2 - R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \cdot m \\ m_o &= \frac{R_o^2 - R_m^2}{R_o^2 - R_i^2} \cdot m \end{aligned} \quad (\text{VII.19})$$

Les inerties polaire I_p et diamétrale I_d de chaque disque s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} I_{p_i} &= \frac{m_i}{2} (R_m^2 + R_i^2) \\ I_{p_o} &= \frac{m_o}{2} (R_m^2 + R_o^2) \end{aligned} \tag{VII.20}$$

Et

$$\begin{aligned} I_{d_i} &= \frac{m_i}{12} (3R_m^2 + 3R_i^2 + h^2) \\ I_{d_o} &= \frac{m_o}{12} (3R_o^2 + 3R_m^2 + h^2) \end{aligned} \tag{VII.21}$$

VII.4. Annexe 4 : Modélisation de la P-EPS D

VII.4.1. Colonne de direction

La structure est modélisée pour un véhicule roulant en ligne droite dans sa position de référence (Tableau 7). Attention, les positions sont données dans le repère véhicule (Figure 98, différent du repère du modèle), en millimètres.

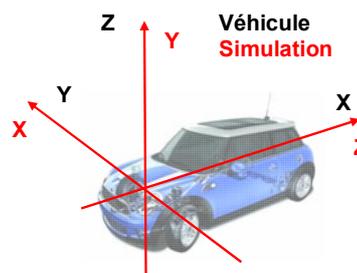


Figure 129: repères

Tableau 7 : géométrie de la colonne

Point	X	Y	Z
A	924.9	-335	705.2
B	502.2	-335	532.534
C	229.135	-224.20	247.705

Elément disque

Nœud	45
Inertie polaire (kg.m ²)	0.023

Éléments poutre

Nœuds 1 / 2	45 / 46
Rayon intérieur (mm)	10.2
Rayon extérieur (mm)	15.2

Nœuds 1 / 2	47 / 48
Rayon intérieur (mm)	0
Rayon extérieur (mm)	8

Nœuds 1 / 2	48 / 49
Rayon intérieur (mm)	10
Rayon extérieur (mm)	12

Eléments cardans (paire)

Nœuds cardan 1	46 / 47
Nœuds cardan 2	49 / 11
Inerties radiales des fourches (kg.m ²)	2e-5
Raideur en torsion (N/m)	1000
Amortissement en torsion (Ns/m)	0.05
γ_{12}	32° = 0.5585 rad
β_{12}	32° = 0.5585 rad

VII.4.2. Bielles

VII.4.2.1. Nœuds et direction du modèle liés aux biellettes

La structure est modélisée pour un véhicule roulant en ligne droite dans sa position de référence (Tableau 8). Attention, les positions sont données dans le repère véhicule (Figure 98, différent du repère du modèle), en millimètres.

Tableau 8 : configurations des biellettes de la P-EPS D

Coordonnées des points caractéristiques	L (RA)			H (BCR)			Conditions véhicule (ball pin Phi 82)
	X	Y	Z	X	Y (+/-)	Z	
Virage à gauche	182	376.5	58	114.527	727.933	157.041	Saut
				113.482	740.543	83.358	Référence
				111.247	735.140	-7.114	Rebond
Ligne droite	182	304.5	58	131.269	662.687	141.643	Saut
				131.370	672.198	68.079	Référence
				130.117	663.798	-19.974	Rebond
Virage à droite	182	232.5	58	104.851	588.805	128.454	Saut
				101.774	595.018	54.865	Référence
				97.307	582.984	-30.629	Rebond

VII.4.2.2. Modélisation de la rotule axiale (RA)

$$m = 0.268kg$$

(VII.22)

$$I_o = 1.10^{-5} \times \begin{bmatrix} 4.2 & 0 & 0 \\ & 10 & 0 \\ sym & & 10 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$$

Tableau 9 : liaisons rotule

Rotule	droite	gauche
Nœud intérieur	35	31
Nœud extérieur	36	32
Raideur axiale (N/m)	1e8	
Raideur radiale (N/m)	1e8	
Amortissement proportionnel axial	1e-5	
Amortissement proportionnel radial	1e-5	
Couple de décollement / glissement en rotation (Nm)	5.9 / 2.4	
Couple de décollement / glissement en basculement (Nm)	5.3 / 1.7	

VII.4.2.3. Modélisation du corps des biellettes

L'amortissement proportionnel associé aux deux superéléments « corps de biellette droite » et « corps de biellette gauche » est de 5.10^{-5} .

VII.4.3. Servo direction

VII.4.3.1. Modélisation des carters

Le carter de direction est introduit dans la modélisation de la direction D comme un superélément. L'amortissement associé est proportionnel à la raideur du superélément avec un coefficient de 9.10^{-5} .

L'assemblage des carters du module et du MCU est introduit comme un corps rigide. Les caractéristiques de masse et d'inertie (en $kg.m^2$) de cette structure sont les suivantes :

$$m = 4.27kg$$

(VII.23)

$$I_o = 1.10^{-3} \times \begin{bmatrix} 87 & -6 & -6 \\ & 43 & -36 \\ sym & & 59 \end{bmatrix}_{(X,Y,Z)}$$

VII.4.3.2. Modélisation des sous structures linéaires de la P-EPS D

La vis sans fin

La vis sans fin est modélisée comme un corps rigide. L'inertie du moteur électrique est ajoutée directement sur la vis. Le nœud de référence choisi est le centre du repère. Les inerties sont données dans le système d'axe défini :

$$m = 0,133\text{kg}$$

(VII.24)

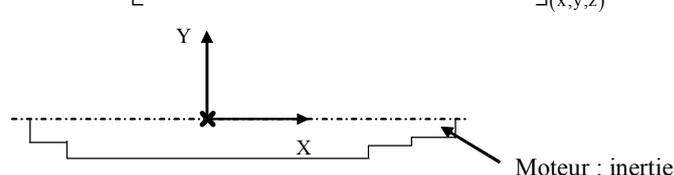
$$I = \begin{bmatrix} 8,15 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 7,0 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 7,0 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$$


Figure 130 : vis sans fin

VII.4.3.3. Assemblage de la servo direction D

Élément poussoir

Nœuds 18, 22 et 23.

Raideur du ressort (N/m)	25000
Raideur de l'élastomère (N/m)	4e7
Raideur verticale en butée sur la vis (N/m)	5e7
Amortissement vertical (N/(m/s))	2000
Butée verticale = recul poussoir (m)	-90e-6
Raideur horizontale des joints (N/m)	1e6 (x2)
Raideur horizontale en butée (N/m)	1e7 (x3)
Amortissement horizontal (N/(m/s))	200 (x3)
Jeu horizontal (m)	11e-6
Raideur de contact (N/m)	1.8e7
Amortissement de contact (N/(m/s))	800
Masse (kg)	0.155
Inertie (kg/m ²)	2.3e-5
Angle de contact (degrés)	Calculé (poussoir circulaire)
Rayon de courbure du patin / décalage (m)	14e-3 / 0.57e-3
Rayon de la crémaillère (m)	13e-3
Rayon du poussoir (m)	19e-3
H (m)	28.22e-3

L_1 (m)	3.95e-3
L_2 (m)	14.65e-3
L_G (m)	12.95e-3

Élément d'engrènement pignon et crémaillère

Nœuds 3 et 18.

Angle de croisement (°)	15
Entraxe nominal (m)	0.01591
Raideur d'engrènement (N/m)	1e8
Amortissement d'engrènement (N/(m/s))	1500
Jeu de battement (m)	0
Nombre de dents du pignon	8
Rayon primitif du pignon (m)	8.4125e-3
Angle de pression normal (°)	20
Angle d'hélice de la crémaillère (°)	7 (hélice à gauche)
Coefficient de frottement à la denture	0

Élément d'engrènement roue et vis sans fin

Nœuds 14 et 6.

Entraxe nominal (m)	0.0555
Angle de pression (°)	14.5
Angle d'hélice (°)	20 (hélice à droite)
Pas de la vis (m)	0.0165489
Rayon primitif de la roue (m)	0.0482636
Jeu de battement (m)	0
Raideur d'engrènement directe (N/m)	2e6
Raideur d'engrènement retro (N/m)	2e6
Amortissement d'engrènement direct (N/(m/s))	500
Amortissement d'engrènement retro (N/(m/s))	500

Élément ressort ABL5

Nœuds 12 et 13.

Raideur verticale (N/m)	15500
Raideur de contact (N/m)	138500
Amortissement de contact (N/(m/s))	500
Raideur horizontale (N/m)	7e4
Rayon de carter (m)	0.0137
Rayon de roulement (m)	0.0134
Angle de contact initial (°)	0

Eléments roulements

Les éléments roulements sont détaillés selon le modèle suivant :

Nom Dimension ext.	Z	D (m)	Pd (m)	zp (m)
	ro (m)	ri (m)	dm (m)	h (m)
	matériau	masse (kg)	Ri (m)	Ro (m)
	to_amort	C_trans (N/(m/s))	C_rot (N/(m/s))	0

Roulement du pignon vers la douille (Nœuds 4 et 5)

DG2547-1C4 25*47*12	10	0.00635	23.5e-6	168.4e-6
	0.003477	0.003382	0.0357	0.012
	acier	0.082	0.0125	0.0235
	1e-3	0	0.8	0

Roulement du pignon vers l'arbre d'entrée (Nœuds 7 et 8)

DG3562-1C4 35*62*14	11	0.0079375	9e-6	-165e-6
	0.004386	0.004187	0.049	0.014
	acier	0.156	0.0175	0.031
	1e-3	0	0.8	0

Roulement de l'arbre d'entrée (Nœuds 9 et 10)

DG1935B-CS9 35*19.06*7	12	0.0039688	-29e-6	0
	0.002103	0.002103	0.027	0.007
	acier	0.025	0.0095	0.0175
	1e-3	0	0.8	0

Roulement de la vis côté moteur (Nœuds 15 et 16)

6201ZZ-CS3 12*32*10	7	0.0059531	-6.5e-6	0
	0.00314	0.003051	0.022	0.01
	acier	0.036	0.006	0.016
	1e-3	0	0.002	0

Eléments bagues

Douille (Nœuds 1 et 2)

Raideur radiale (N/m)	4e8
Raideur axiale (N/m)	0
Amortissement radial (N/(m/s))	500
Amortissement axial (N/(m/s))	0

Palier de crémaillère (Nœuds 19 et 10)

Raideur radiale (N/m)	1e6
-----------------------	-----

Raideur axiale (N/m)	0
Amortissement radial (N/(m/s))	100
Amortissement axial (N/(m/s))	0

Prise tournevis

Nœuds 40 et 41.

Butée négative (°)	-3.6
Butée positive (°)	5.0
Raideur en butée (N/m)	1700
Amortissement en butée (N/(m/s))	1

Frotteurs

Un frottement de 210N est placé selon l'axe crémaillère sur le nœud 18 (crémaillère) pour modéliser l'effort de coulissement.

Un frottement de 0.8Nm est placé autour de l'axe du pignon sur le nœud 4 (pignon) pour modéliser l'effort de couple à vide.

VII.4.4. Fichier de données : P-EPS D complète

1	0	0	0	1	0	0			
2	0	0	0	0	1	0			
3	0	0	0	0	0	1			
4		0					0.0050834143555687	-0.0150760405441747	-0.258819045102521
							0.915294589553702	0.308623583392358	
5	0	0	0	0			-0.319510644598913	0.947582686623171	
6							-0.0152703236610487	0.0413529543639975	0.0557235899835604
							-0.24525244610749	-0.0826954399351814	-0.965925826289068
7							-0.0152703236610487	0.0590857951392371	0.00313275087597444
							0.319510644598913	0.947582686623171	0
8							-0.5001938877485	0.0100779487734985	-0.0506293379466118
							-0.00166764270061384	0.981338089335053	-0.192283055384634
9							-0.1325	0	0
							-0.990287874356316	0.0271423344290291	-0.136356956495049
10							0.8441938877485	0.0100779487734985	-0.0506293379466118
							0.00166764270061384	-0.981338089335053	-0.192283055384634
11							0.4765	0	0
							0.990287874356316	0.0271423344290291	-0.136356956495049
12							-0.055391	0.0423564912425414	-0.040841449222824
									1
13							0.038367	0.064264728798905	-0.0271889043987283
									1
14							0.003356	0.019707204316538	0.0755962118827804
									1
15							0.042	-0.0409999757415704	0.0290001830027095
									1
16							0.302	-0.0409999757415704	0.0290001830027095
									1
17							-0.0522	0.189705	0.047135
									-0.1108
18							-0.163	0.474534	0.3202
									0
									0.172666
									0.4227
									99999,
									1
									-0.0296
									4
									2
									-0.0296
									4
									3
									0
									4
									0.04336
									4
									5
									0.04336
									4
									6
									0.059
									4
									7
									0.07306
									4

```

8 0.07306 4
9 124.96e-3 4
10 124.96e-3 4
11 181.86e-3 4
12 0.0355 6
13 0.0355 6
14 0 6
15 -0.0380 6
16 -0.0380 6
17 -0.1129 1
18 0 1
19 0.3512 1
20 0.3512 1
21 0.4569 1
22 0.027331 5
23 0.027331 5
24 0 12
25 0 13
26 0 14
27 0 15
28 0 16
29 0 4
30 0 6
31 0 9
32 0 9
33 0 8
34 0 8
35 0 11
36 0 11
37 0 10
38 0 10
39 1 8
40 0.06626 4
41 68.86e-3 4
42 1 10
43 -0.1129 1
44 0.4569 1
45 456.61e-3 18
46 21e-3 18
47 388.84e-3 17
48 183.92e-3 17
49 21e-3 17
99999,
101 0 0.319510644598913 -0.947582686623171
102 0.258819045102521 -0.910211175198133 -0.323699623936532
103 -0.981196149950117 -0.203899491743493 -0.026971849951621
104 -0.981196149950117 -0.523410136342406 0.92061083667155
105 1 0 0
106 1 0.319510644598913 -0.947582686623171
107 0 -0.319510644598913 0.947582686623171
108 0.95065550262802 0.286605400471488 0.138419029918742
109 -1 0 0
110 -1.48109996750577 0.0394689900118405 0.141619015466747
111 1.82509996750577 0.0394689900118405 0.141619015466747
112 1.46678787435632 0.0271423344290291 -0.136356956495049
113 -1.12278787435632 0.0271423344290291 -0.136356956495049
114 -0.163 0.474534 0.3202
99999,
1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
2 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
3 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
4 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
5 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
6 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
7 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
8 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
9 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
10 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0

```

```

11 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
12 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
13 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
14 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
15 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
16 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
17 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0
18 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0
19 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0
20 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
21 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0
22 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0
23 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
24 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
25 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
26 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
27 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
28 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
29 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
30 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
31 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
32 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
33 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
34 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
35 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
36 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
37 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
38 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
39 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
40 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
41 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
42 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
43 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
44 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
45 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1
46 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1
47 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1
48 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1
49 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1
99999,
1 2e11 0.3 7800
99999,
1 2e6 2e6 0e-5 0
2 14.5 20 194.5 20
3 0 -48.2636e-3 0 0
4 500 500 16.5489e-3 0
5 1e8 1e8 0 8
6 20 -7 200 -7
7 0 -8.4125e-3 0 0
8 1500 1500 15 1
9 25000 4e7 5e7 2000
10 -90e-6 0 1.8e7 800
11 1e6 1e7 200 11e-6
12 0 0.155 2.3e-5 0.57e-3
13 13e-3 14e-3 19e-3 0
14 28.22e-3 3.95e-3 14.65e-3 12.95e-3
15 0 1e6 1e6 0
16 0 100 100 0
17 0 0 0 0
18 0 4e8 4e8 0
19 0 500 500 0
20 15.5e3 138.5e3 500 0.7e5
21 13.4e-3 13.7e-3 0 0
22 10 0.00635 0.0235e-3 168.4e-6
23 0.003477 0.003382 0.0357 0.012
24 1 0.082 0.0125 0.0235
25 1e-3 0 0.002 0
26 11 0.0079375 0.009e-3 -165e-6

```

```

27 0.004386 0.004187 0.049 0.014
28 1 0.156 0.0175 0.031
29 12 0.0039688 -0.029e-3 0
30 0.002103 0.002103 0.027 0.007
31 1 0.025 0.0095 0.0175
32 7 0.0059531 -0.0065e-3 0
33 0.00314 0.003051 0.022 0.01
34 1 0.036 0.006 0.016
35 87e-3 43e-3 59e-3 4.27
36 -6e-3 -6e-3 -36e-3 0
37 9e-5 0 0 0
38 5e-5 0 0 0
39 8.15e-5 7e-5 7e-5 0.133
40 0 0 0 0
41 1e-3 0 0.8 0
42 1700 -3.6 1700 5.0
43 1 -3.6 1 5.0
44 0 18.5e-3 0 0
45 1e8 1e8 -1 -2
46 0 0 1e-5 1e-5
47 450e3 450e3 450e3 0
48 100 100 100 0
49 4.2e-5 10e-5 10e-5 0.268
50 10.2e-3 15.2e-3 0 0
51 0e-3 8e-3 0 0
52 0 0.023 0 0
53 0.00002 0.00002 1e3 0.05
54 0.00002 0.00002 1e3 0.05
55 0 0.558505360638185 0.558505360638185 0
56 0 1e-6 0 0
57 10e-3 12e-3 0 0
99999,
21 poutre
1 1 45 46 105 0 50
2 1 47 48 105 0 51
3 1 11 9 105 0 56
4 1 48 49 105 0 57
99999,
41 cardans
1 46 47 1 2 53 17
2 49 11 4 3 54 55
99999,
71 prise tournevis
1 40 41 42 43
99999,
1 disques
1 1 11 102 101 1 17
2 1 45 114 105 1 52
99999,
31 eng rvsf
1 14 6 104 1 2 3 4
99999,
32 eng pigcre
1 3 18 106 5 6 7 8
99999,
51 poussoir
1 18 22 23 106 9 10 11 12 13 14
99999,
61 bagues
1 19 20 105 106 15 17 16 17
2 1 2 102 101 18 17 19 17
3 37 38 110 105 47 17 48 17
4 33 34 111 109 47 17 48 17
99999,
62 ressort ABLs
1 12 13 103 104 20 21
99999,
63 roulements à billes

```

```

1 4 5 102 101 22 23 24 41
2 7 8 102 101 26 27 28 41
3 9 10 102 101 29 30 31 41
4 15 16 103 104 32 33 34 25
99999,
91 rotules
1 35 36 105 106 45 46
2 31 32 109 106 45 46
99999,
81 superéléments
1 18 22 105 37
A7R_Direction_3
2 18 19 106 38
A7R_Cremaillere
3 3 6 107 38
A7R_Pignon3
4 37 42 110 38
bielletteA7_4modes
5 33 39 111 38
bielletteA7_4modes_sym
99999,
82 corps rigide
1 29 107 105 35 36
2 30 108 104 39 40
3 44 105 106 49 40
4 43 109 106 49 40
99999,
99999,
Superelement : noeuds d'interface
1 8 0
27
28
24
25
26
23
2
20
2 4 0
17
18
19
21
3 9 0
1
3
4
6
40
7
41
9
11
4 2 0
35
37
5 2 0
31
33
99999,
Corps rigide : noeuds d'interface
1 8 0
5
8
10
13
16
24

```

```
25
26
2 3 0
12
14
15
3 2 0
21
36
4 2 0
17
32
99999,
Friction
1 1
5.9 2.4 0
2 1
5.3 1.7 0
3 1
210 210 0
4 1
0.8 0.8 0
99999,
99999,
deplacement_impose
1 45 114 105 2 2 0 0
2 18 105 106 1 -3 1 1
3 4 102 101 2 -4 1 1
4 27 102 101 1 0 0 0
5 27 102 101 2 0 0 0
6 28 102 101 1 0 0 0
7 28 102 101 2 0 0 0
8 34 102 101 1 0 0 0
9 38 102 101 1 0 0 0
10 49 114 105 2 1 0 0
11 46 114 105 2 1 0 0
12 47 114 105 2 1 0 0
13 48 114 105 2 1 0 0
99999,
99999,
```


FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : BESSON

DATE de SOUTENANCE : 16 mars 2010

Prénoms : François

TITRE : Comportement dynamique des directions assistées électriques dans un environnement véhicule. Modélisation et analyse.

NATURE : Doctorat Numéro d'ordre : 2010 ISAL 0017

Ecole doctorale : MEGA

Spécialité : Génie Mécanique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RESUME :

Cette étude a pour objectif de comprendre et simuler le comportement dynamique des directions assistées électriques (DAE) afin de réduire les nuisances sonores et vibratoires générées par ce mécanisme. Un modèle d'ensemble est développé pour permettre des simulations en régime transitoire. Suite à des travaux existants, l'accent a été mis sur la modélisation des deux engrenages et de leurs systèmes à rattrapage de jeu. Les modèles non linéaires mis au point rendent compte du comportement dynamique transitoire en intégrant les jeux de fonctionnement des éléments. La transmission de ce comportement dynamique à l'environnement du mécanisme (le véhicule et le conducteur) est simulée : les roulements et les carters du mécanisme sont intégrés au modèle d'ensemble. Une méthode d'analyse du comportement dynamique transitoire des DAE est définie. L'originalité des travaux réside dans le choix d'outils ciblés sur l'analyse des sources de vibrations dans une DAE, sur les voies de transferts possibles, et sur la perception de ces vibrations par le conducteur et leur transmission au véhicule. Une partie expérimentale conséquente permet de valider l'ensemble des modèles développés ainsi que les outils d'analyse mis au point. La démarche complète est présentée sur une DAE, permettant de donner un ensemble de recommandations sur la conception de ce mécanisme pour réduire les nuisances sonores et vibratoires.

MOTS-CLES :

Directions assistées, dynamique, vibrations, éléments finis, engrenage roue, engrenage vis sans fin, engrenage pignon-crémaillère.

Laboratoire (s) de recherche :

LaMCoS – UMR 5259 CNRS – INSA LYON

Directeurs de thèse :

Michèle GUINGAND et Philippe VELEX

Président de jury :

AUBRY Evelyne

Composition du jury :

CASSAR Stéphane, FERRARIS-BESSO Guy, GUINGAND Michèle, KUBO Aizoh, SWIDER Pascal, VELEX Philippe