

THESE

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

Spécialité : MECANIQUE

par

Christophe BARD

(Agrégré de Mécanique)

(Ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan)

MODELISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES TRANSMISSIONS PAR ENGRENAGES

Soutenue le : 24 Avril 1995

devant la Commission d'Examen

Jury MM. J. RICHARD
J. FRENE
R. J. GIBERT
M.LALANNE
D. PLAY
M. DUSSAC
M. VIALLE

Président
Rapporteur
Rapporteur

Examineurs

ECOLES DOCTORALES

Janvier 1995

- **Ecole Doctorale Matériaux de Lyon =
INSA - ECL - UCBL - U. Chambéry - ENS**

Responsable : Pr. P.F. GOBIN

Formations doctorales :

- Génie des matériaux (Pr. GUENIN)
 - Sciences des matériaux (Pr. HOAREAU)
 - Matériaux macromoléculaires et composites (Pr. CHABERT)
-

- **Ecole Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon :
Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA) =
ECL - INSA - UCBL**

Responsable : Pr. J. BATAILLE

Formations doctorales :

- Acoustique (Pr. COMTE-BELLOT)
 - Génie civil : Sols, Matériaux, Structures physique
du bâtiment (Pr. LAREAL)
 - Mécanique (Pr. BATAILLE)
 - Thermique et Energétique (Pr. LAURENT)
-

- **Ecole Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon :
Electronique, Electrotechnique, Automatique (EEA) =
INSA - ECL - UCBL - U. Chambéry - U. St Etienne**

Responsable : Pr. P. PINARD

Formations doctorales :

- Acoustique (Pr. COMTE-BELLOT)
- Automatique industrielle (Pr. JUTARD)
- Dispositifs de l'électronique intégrée (Pr. PINARD)
- Génie biologique et médical (Pr. GAUTHERON)
- Génie Electrique (Pr. AURIOL)
- Signal, image, parole (Pr. LACOUME)

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON**DEPARTEMENT DES ETUDES DOCTORALES**

FORMATIONS DOCTORALES	RESPONSABLE INSA	ETABLISSEMENTS COHABILITES (Le premier cité est l'établissement pilote)
ACOUSTIQUE	Pr. G. GIMENEZ BAT. 502	ECL + INSA + LYON 1
ANALYSE ET MODELISATION DE SYSTEMES BIOLOGIQUES	Pr. P. NARDON BAT. 406	LYON 1 + INSA + GRENOBLE 1 + ENGREF PARIS
AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE	Pr. A. JUTARD BAT. 303	INSA + LYON 1 + ECL + UNIV. CHAMBERY
BIOCHIMIE	Pr. M. LAGARDE BAT. 406	LYON 1 + INSA
DISPOSITIFS DE L'ELECTRONIQUE INTEGREE	Pr. P. PINARD BAT. 502	INSA + ECL + LYON 1 + UNIV. ST ETIENNE
GENIE BIOLOGIQUE ET MEDICAL	Pr. R. GOUTTE BAT. 502	LYON 1 + INSA + GRENOBLE 1 + UNIV. ST ETIENNE + UNIV. CHAMBERY
GENIE CIVIL : SOLS, MATERIAUX STRUCTURES, PHYSIQUE DU BATIMENT	Pr. P. LAREAL BAT. 304	INSA + LYON 1 + ECL + ENTPE
GENIE ELECTRIQUE	Pr. J-P. CHANTE BAT. 401	ECL + INSA + LYON 1
GESTION ET TRAITEMENT DES DECHETS	Pr. J. VERON BAT. 404	INSA
INGENIERIE INFORMATIQUE	Pr. P. PREVOT BAT. 502	INSA + ECL + UNIV. CHAMBERY + LYON 1
MATERIAUX MACROMOLECULAIRES ET COMPOSITES	Pr. H. SAUTEREAU BAT. 403	LYON 1 + INSA + UNIV. ST ETIENNE + ECL
MECANIQUE	Pr. G. DALMAZ BAT. 113	ECL + INSA + LYON 1
METHODES DE CONCEPTION EN BATIMENT AMENAGEMENT ET TECHNIQUES URBAINES	Pr. M. MIRAMOND BAT. 304	INSA + UNIV. CHAMBERY + ENTPE
MICROSTRUCTURES ET COMPORTEMENT MECANIQUE ET MACROSCOPIQUE DES MATERIAUX : GENIE DES MATERIAUX	Pr. G. GUENIN BAT. 502	INSA + ECL + LYON 1 + UNIV. CHAMBERY
SCIENCE DES MATERIAUX ET DES SURFACES	Pr. A. LAUGIER BAT. 502	LYON 1 + INSA + ECL + ENS
SIGNAL, IMAGE, PAROLE	Pr. G. GIMENEZ BAT. 502	INPG + INSA + INSTN GIF
THERMIQUE ET ENERGETIQUE	Pr. M. LALLEMAND BAT. 404	LYON 1 + INSA + ECL

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur : J. ROCHAT

Professeurs :

S. AUDISIO	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
J.C. BABOUX	TRAITEMENT DU SIGNAL ET ULTRASONS
J. BAHUAUD	MECANIQUE DES SOLIDES
B. BALLAND	PHYSIQUE DE LA MATIERE
G. BAYADA	EQUIPE MOD. MATH. CALC. SC.
C. BERGER (Melle)	CETHIL/EQ. PHYSIQUE INDUST.
M. BETEMPS	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
C. BOISSON	VIBRATIONS ACOUSTIQUES
M. BOIVIN	MECANIQUE DES SOLIDES
H. BOTTA	METHODES
G. BOULAYE	L.I.S.I.
J. BRAU	CETHIL/EQ. EQUIPEMENT DE L'HABITAT
M. BRUNET	MECANIQUE DES SOLIDES
J.C. BUREAU	THERMOCHIMIE MINERALE
J.P. CHANTE	COMPOSANTS DE PUISSANCE ET APPLICATIONS
M. CHEVRETON	CONT. NON DEST. RAY. ION.
B. CHOCAT	METHODES
B. CLAUDEL	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQ. ET ENVIRONNEMENT
L. CRONENBERGER	CHIMIE BIOLOGIQUE
M. DIOT	THERMOCHIMIE MINERALE
A. DOUTHEAU	CHIMIE ORGANIQUE
B. DUPERRAY	CHIMIE BIOLOGIQUE
H. EMPTOZ	MOD. SYST. ET REC. DES FORMES
C. ESNOUF	GEMPPM*
L. EYRAUD	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
G. FANTOZZI	GEMPPM*
J. FAUCHON	C.A.S.M.
J. FAVREL	L.I.S.P.I.
Y. FETIVEAU	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
L. FLAMAND	MECANIQUE DES CONTACTS
P. FLEISCHMANN	GEMPPM*
A. FLORY	L.I.S.I.
R. FOUGERES	GEMPPM*
L. FRECON	D.E.L.I.A.
R. GAUTHIER	PHYSIQUE DE LA MATIERE
M. GERY	CETHIL/EQ. EQUIPEMENT DE L'HAB.
G. GIMENEZ	TRAITEMENT DU SIGNAL ET ULTRASONS
P. GOBIN	GEMPPM*
P. GONNARD	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
R. GOUTTE	TRAITEMENT DU SIGNAL ET ULTRASONS
G. GRANGE	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
G. GUENIN	GEMPPM*
G. GUILLOT	PHYSIQUE DE LA MATIERE
A. GUINET	L.I.S.P.I.
C. GUITTARD	D.E.L.I.A.
J.L. GUYADER	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
J. JOUBERT	GENIE MECANIQUE
J.F. JULLIEN	BETONS ET STRUCTURES
A. JUTARD	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
R. KASTNER	GEOTECHNIQUE
H. KLEIMANN	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
J. KOULOUMDJIAN	L.I.S.I.
M. LAGARDE	CHIMIE BIOLOGIQUE
M. LALANNE	MECANIQUE DES STRUCTURES
A. LALLEMAND	CETHIL/EQ. ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE
A. LALLEMAND (Mme)	CETHIL/EQ. ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE
P. LAREAL	GEOTECHNIQUE

A. LAUGIER	PHYSIQUE DE LA MATIERE
CH. LAUGIER	PHYSIOLOGIE ET PHARMACODYNAMIE
P. LEJEUNE	G.M.M.O.
C. LESUEUR	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
Y. MARTINEZ	L.I.S.P.I.
C. MARTY	C.A.S.M.
H. MAZILLE	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
J. MERLIN	GEMPPM*
M. MIRAMOND	METHODES
N. MONGEREAU	GEOTECHNIQUE
R. MOREL	MECANIQUE DES FLUIDES
P. NARDON	BIOLOGIE APPLIQUEE
A. NAVARRO	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUEE ET ENVIRON.
M. OTTERBEIN	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUEE ET ENVIRON.
J.P. PASCAULT	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
J. PERA	MATERIAUX MINERAUX
G. PERACHON	THERMOCHIMIE MINERALE
M. PERDRIX	TRAITEMENT DU SIGNAL ET ULTRASONS
J. PEREZ	GEMPPM*
P. PINARD	PHYSIQUE DE LA MATIERE
D. PLAY	C.A.S.M.
P. PREVOT	L.I.S.P.I.
R. REYNAUD	CETHIL/EQ. ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE
J.M. REYNOUARD	BETONS ET STRUCTURES
M. RICHARD	CETHIL/EQ. ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE
E. RIEUTORD	MECANIQUE DES FLUIDES ET THERMIQUE
J. ROBERT-BAUDOUY (Mme)	G.M.M.O.
J. ROBIN	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
D. ROUBY	GEMPPM*
J.F. SACADURA	CETHIL/EQ. THERMIQUE
H. SAUTEREAU	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
S. SCAVARDA	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
F. STOEBER	G.M.M.O.
M. TROCCAZ	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
J. TUSET	MATERIAUX MINERAUX
R. UNTERREINER	TRAITEMENT DU SIGNAL ET ULTRASONS
P. VERMANDE	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUE ET ENVIRON.
J. VERON	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUE ET ENVIRON.
A. VINCENT	GEMPPM*
P. VUILLERMOZ	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Directeurs de recherche C.N.R.S. :

P. CLAUDY	THERMOCHIMIE MINERALE
M. MURAT	GEMPPM*
A. NOUAILHAT	PHYSIQUE DE LA MATIERE
M.A. MANDRAND (Mme)	GENETIQUE MOLECUL. DES MICROORGANISMES

Directeurs de recherche I.N.R.A. :

G. BONNOT	BIOLOGIE
S. GRENIER	BIOLOGIE
Y. MENEZO	BIOLOGIE

Directeur de recherche I.N.S.E.R.M. :

A-F. FRIGENT (Mme)	CHIMIE BIOLOGIQUE
N. SARDA (Mme)	CHIMIE BIOLOGIQUE

* GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX

**A mes parents avec toute ma
reconnaissance,**

AVANT PROPOS

Cette étude a été effectuée dans le laboratoire de Conception et d'Analyse des Systèmes Mécaniques (C.A.S.M.) de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, sous la direction de Monsieur le Professeur D. PLAY. Je tiens à le remercier pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et pour m'avoir guidé et conseillé au cours de ce travail.

Je suis sensible à l'honneur que me font Messieurs les Professeurs J. FRENE, de l'Université de Poitiers, et R. J. GIBERT, du C.E.A. de Saclay, en acceptant de juger ce travail et d'en être rapporteurs et membres du jury.

Je désire également exprimer mes plus sincères remerciements à Messieurs les Professeurs M. LALANNE, de l'I.N.S.A. de Lyon, et J. RICHARD, de l'Université Paris XI, pour l'importance qu'ils accordent à mon travail en acceptant d'être membres du jury.

Messieurs M. DUSSAC et M. VIALLE, Ingénieurs à Eurocopter France, sont également membres du jury. Je tiens à les remercier pour l'intérêt qu'ils portent à ce travail, et les nombreux commentaires et résultats, inspirés de problèmes industriels concrets, qui ont aidé et orienté cette étude.

D'autre part, je remercie tout particulièrement Monsieur P. SOLEILHAC qui a réalisé la plupart des essais et Messieurs D. REMOND et M. ATTOUF pour leur aide lors de la mise en place des dispositifs expérimentaux.

Je remercie le Ministère de L'Education Nationale pour le poste d'Allocataire Moniteur Normalien qu'il m'a accordé et la Société Eurocopter-France pour le financement d'une grande partie de cette étude.

J'adresse enfin mes remerciements à tous les membres du laboratoire, chercheurs, informaticiens, secrétaires pour leur aide et leur soutien constant au cours des différentes phases de ce travail.

Introduction générale

Les trente dernières années ont été émaillées d'un très grand nombre de publications relatives au comportement des engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux. Au départ, il s'agissait d'isoler les paramètres influant sur des manifestations brutales comme les ruptures de dents, les détériorations de surface ou encore les interférences de fonctionnement. Plus tard, une analyse plus fine des phénomènes physiques est apparue, largement motivée par la volonté de réduire des nuisances acoustiques comme le bruit d'engrènement. Elle s'est progressivement étendue au comportement vibratoire et vibro-acoustique. C'est dans ce cadre que s'est situé notre travail de thèse.

Du point de vue du sujet, la situation était loin d'être claire au départ. En effet, aux demandes technologiques et industrielles très pressantes, répondaient de nombreuses directions de recherche permettant d'expliquer certains effets ou d'établir une relation entre un paramètre et un constat expérimental. Les grandes tendances étaient connues mais le détail ne permettait pas de converger vers des modèles satisfaisants, nécessaires à toute progression des connaissances et aux extrapolations techniques.

Une première série de travaux expérimentaux réalisés au laboratoire, sur un banc d'essais reproduisant des conditions réalistes de fonctionnement, a permis de clarifier certaines tendances. En particulier, le bruit d'engrènement et les niveaux vibratoires de paliers ont été clairement reliés à certains paramètres géométriques de définition des dentures ainsi qu'aux conditions de fonctionnement. Certaines des tendances observées sont conformes aux résultats bibliographiques, d'autres sont originales comme par exemple, les effets croisés du désalignement et du rapport de conduite ou encore les effets de l'entraxe. Une deuxième série de travaux numériques a conduit à la mise en place d'outils réalistes de calcul, traduisant le comportement élastique de l'engrènement en tenant compte de la géométrie fine des dentures (corrections), de leur positionnement réel (désalignement) et de l'ensemble des couplages élastiques (grand nombre de dents simultanément en contact, présence d'une jante de faible épaisseur et/ou de voiles).

Ces travaux ont constitué une base importante pour entrer dans la description fine du comportement mécanique de l'engrènement. C'est en fait le sujet de notre travail dont l'objet principal a été d'établir un modèle cinématique et dynamique de ce comportement.

L'engrenage, un pignon et une roue, ne peut pas être isolé de son contexte d'utilisation associé aux arbres de transmission eux-mêmes supportés par des paliers à roulement. Il est donc nécessaire de bien délimiter la zone d'étude tant du point de vue du calcul que de l'expérimentation. De plus, il est indispensable d'observer le comportement, au plus près de l'engrenage, avec une mesure représentative. Nous avons choisi, en accord avec la bibliographie, de caractériser l'écart angulaire instantané entre le pignon et la roue. Cette grandeur, appelée erreur de transmission, cinématique ou dynamique suivant les conditions de fonctionnement, apparaît en effet comme un indicateur privilégié.

Enfin, l'organisation des différents chapitres retenue pour la présentation de ce document traduit la démarche que nous avons suivie. Le chapitre I fait une synthèse des paramètres qui agissent sur les excitations d'engrènement afin de mieux séparer les paramètres majeurs comme les déformations élastiques des dentures et de leurs supports des paramètres moins influents comme les défauts géométriques de denture. Le chapitre II présente le dispositif d'essais et les méthodes de mesure que nous avons développés pour quantifier l'erreur de transmission dans la gamme de puissance étudiée (vitesse de 100 à 6000 tr/min, couple de 0 à 150 N.m). A l'issue du second chapitre, les premiers résultats de mesure donnent une idée du fil conducteur suivi dans les chapitres suivants. Ainsi au chapitre III, une modélisation cinématique et quasi-statique initie la phase de modélisation du comportement de l'engrènement. Des calculs et des vérifications expérimentales annexes permettent de qualifier le modèle de comportement utilisé en relation avec tous les paramètres influents. La modélisation dynamique est abordée au chapitre IV, et les différentes modélisations présentées dans la bibliographie sont étudiées de manière exhaustive. L'exploitation des différents modèles numériques apporte des réponses sur l'importance relative des paramètres. Enfin, le dernier chapitre de ce document présente les résultats relatifs à l'étude numérique et expérimentale de l'erreur de transmission dynamique. Les recalages par rapport aux mesures conduisent à la mise en place d'un modèle général du comportement de l'engrènement d'engrenages cylindriques.

Au cours de la présentation de ce travail, de nombreux éléments sont nécessaires pour étayer la démarche. Dans la mesure du possible, des annexes ont été prévues. De plus, de nombreux éléments existants soit dans la littérature scientifique, soit au laboratoire ont été repris et retravaillés. Enfin, certains aspects n'apparaissent pas dans ce document, comme par exemple les aspects pratiques des logiciels réalisés.

Chapitre I

L'engrènement, une liaison excitatrice

(Approche bibliographique)

I. Introduction.

L'engrenage est l'organe de transmission de puissance par excellence. Il répond parfaitement aux exigences de rendement, de précision et de puissance spécifique imposées dans les architectures mécaniques modernes. Depuis peu, les critères de confort acoustique et de tenue vibratoire sont à l'origine d'une nouvelle pression technologique sur ce composant. L'engrènement apparaît, alors, comme la source principale d'excitation, tant sonore que vibratoire. Ce chapitre présente une synthèse des résultats bibliographiques sur les excitations attribuées à l'engrènement et met en évidence les principaux paramètres influents.

Le bruit d'engrènement et l'erreur de transmission sont les grandeurs utilisées pour caractériser les nuisances sonores et définir le niveau vibratoire d'une transmission par engrenages. Le premier paragraphe est donc consacré à leur définition. Nous décrivons ensuite les diverses sources d'excitations vibro-acoustiques propres à l'engrènement et nous nous intéressons, en particulier, aux déformations de dentures, aux variations de la rigidité d'engrènement ainsi qu'aux effets des défauts de forme et de position.

Chaque paramètre fait l'objet d'un paragraphe spécifique où il est caractérisé au travers de ses effets sur le bruit d'engrènement et l'erreur de transmission. Les résultats présentés sont, pour la plus grande part, issus d'études expérimentales et les supports industriels principaux sont l'Automobile, l'Aéronautique, ou encore la Machine-Outil.

I.1 Bruit d'engrènement, définition.

Le bruit d'engrènement est le niveau sonore émis par un couple d'engrenages ou une structure complète. Dans ce dernier cas, on parle de bruit rayonné, car, s'il comprend principalement le bruit d'engrènement, il est modifié par les émissions acoustiques du carter et des autres organes

de la transmission (roulements par exemple). Il est classiquement représenté sous forme d'un spectre fréquentiel et est exprimé en décibel dB (Fig. I.1).

Notons que la perception humaine privilégie les fréquences situées entre 1000 et 5000 Hz et une unité de mesure spécifique (dBA) permet de traduire l'évolution de cette sensibilité en fonction de la fréquence de façon plus réaliste.

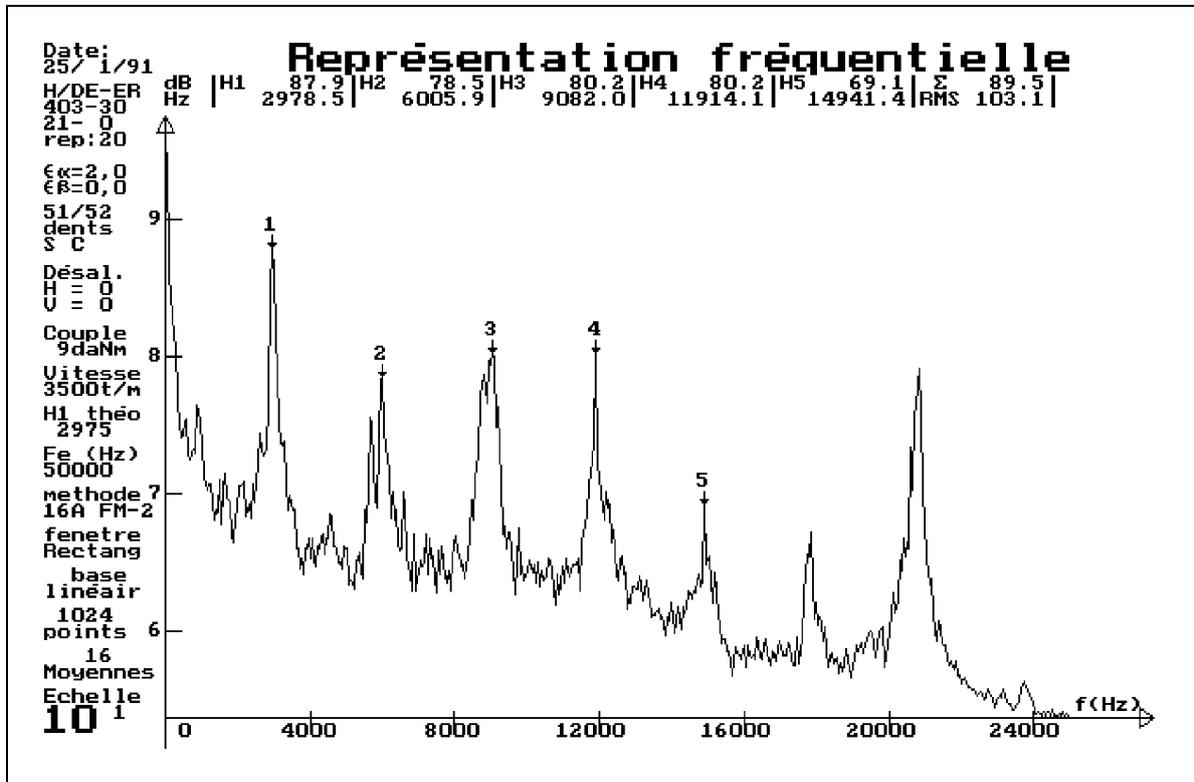


Figure I.1 : Spectre caractéristique d'un signal de bruit d'engrènement (Rémond 1991).
1 : fréquence d'engrènement, 2, 3, 4 et 5 harmoniques supérieurs.

I.2 L'erreur de transmission : indicateur du comportement

Les premiers travaux sur la dynamique des engrenages (Harris 1958) ont fait apparaître l'importance du caractère irrégulier de l'engrènement. Ils ont conduit à la définition et à l'utilisation de l'erreur de transmission comme indicateur du comportement. Cette grandeur est aujourd'hui unanimement considérée comme la source principale d'excitation dans les transmissions par engrenages (Houser 1988, Welbourn 1979, Mark 1984, Thompson 1977).

Rappelons qu'elle caractérise l'écart entre la position réelle de la roue menée et la position qu'elle devrait occuper si la transmission était parfaite (profils parfaitement conjugués et indéformables). Elle peut être exprimée sous forme angulaire ou sous forme linéaire si elle est ramenée dans le plan d'action (Fig. I.2).

L'erreur de transmission est un indicateur global du comportement traduisant aussi bien les effets des défauts de fabrication que les phénomènes cinématiques et dynamiques. Par conséquent, il est important de situer clairement le contexte d'analyse.

En régime quasi-statique, elle fournit une très bonne indication sur la qualité (géométrique) de réalisation des dentures et peut être utilisée comme outil de contrôle (Faure 1989). L'erreur de transmission définie dans ce contexte est associée à une mesure sans charge, elle est qualifiée d'**Erreur de Transmission Quasi-Statique sans Charge** (on parle également d'**Erreur Cinématique**). L'introduction d'un chargement permet de visualiser les effets des déformations de dentures ainsi que des corrections éventuelles. L'erreur de transmission alors obtenue est qualifiée d'**Erreur de Transmission Quasi-Statique sous Charge**. Remarquons que les terminologies anglaises sont nettement plus explicites, on parle respectivement de **Monitoring Transmission Error** (MTE) et de **Static Transmission Error** (STE).

En régime dynamique, elle permet de caractériser le comportement d'une transmission. Elle est alors qualifiée d'**Erreur de Transmission Dynamique**. Elle est aussi bien représentative du comportement acoustique que vibratoire car elle est directement liée aux vibrations de la structure (par définition) et il est généralement admis par l'ensemble des spécialistes qu'elle est fortement corrélée avec le bruit d'engrènement aussi bien en amplitude qu'en contenu fréquentiel. Thompson (1977) a étudié la relation entre l'erreur de transmission globale et le bruit rayonné (dBA) par une boîte de transmission automobile pour six configurations de montage distinctes; il a obtenu une très bonne corrélation entre ces deux grandeurs (Fig. I.3). Il a d'autre part indiqué qu'en doublant l'erreur de transmission, le bruit double également (6dB). Des résultats identiques ont été obtenus par Welbourn (1979). Des résultats plus récents obtenus par Favre (1990) confirment cette tendance sur le niveau des harmoniques d'engrènement, et Kassai & Mairesse (1993) font état d'une corrélation privilégiée entre le bruit et les vibrations puis entre les vibrations et l'erreur de transmission.

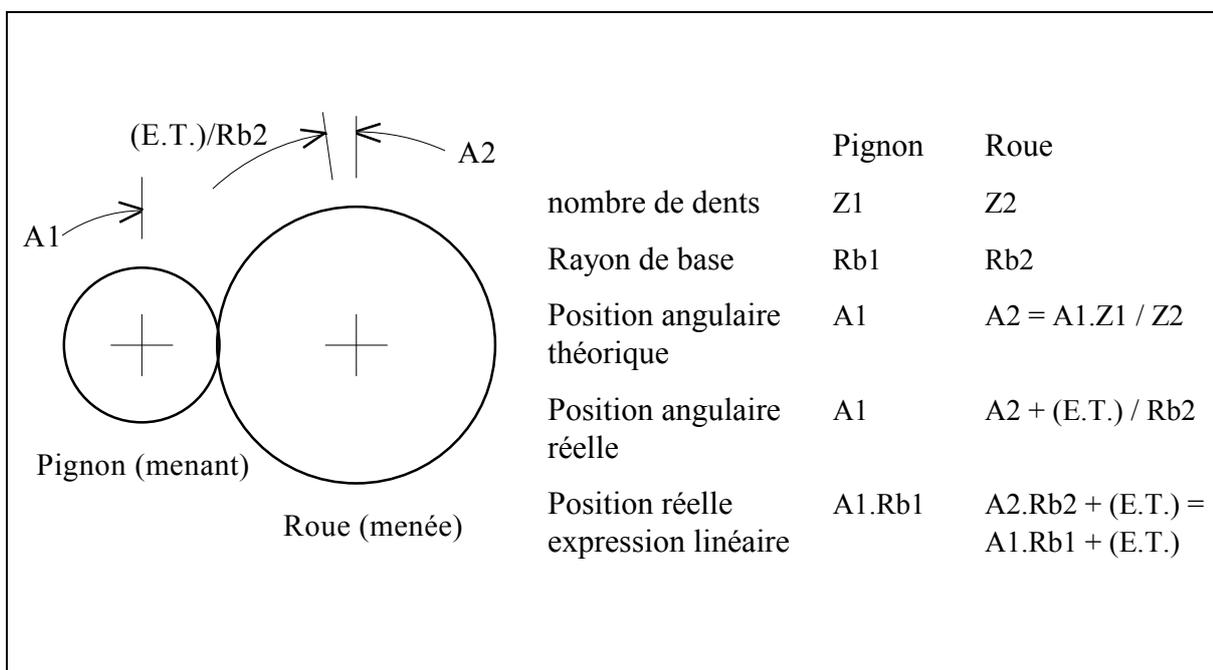


Figure I.2: Définition de l'erreur de transmission (E.T.) (Munro 1989)

L'ensemble de ces remarques démontre le caractère privilégié de l'erreur de transmission, en tant qu'indicateur du comportement, dans les études sur le comportement vibro-acoustique des transmissions par engrenages. Sa détermination expérimentale a fait l'objet de nombreux travaux et les techniques de mesure adaptées aux différents contextes de fonctionnement évoqués ci-dessus seront présentées au chapitre II.

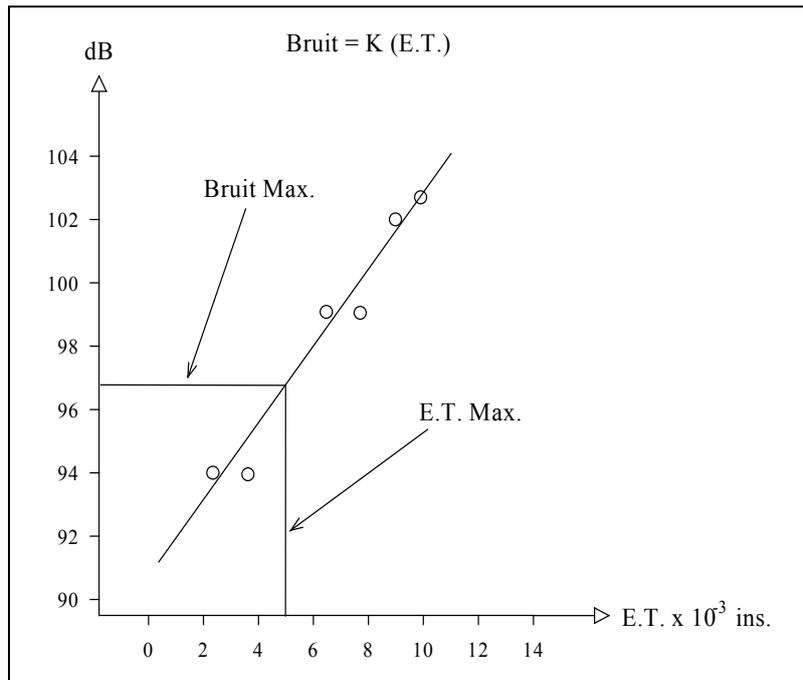


Figure I.3: Corrélation entre bruit rayonné et erreur de transmission (Thompson 1977)

I.3 Principales sources d'excitations dans les transmissions par engrenages.

Le niveau d'excitation est bien entendu directement fonction de la puissance transmise. Ceci est particulièrement explicite si le rayonnement acoustique est perçu en terme de rendement. Le niveau d'émission vibro-acoustique, représentatif d'une dissipation d'énergie, doit donc dépendre de façon quasi-proportionnelle de la puissance transmise. Ce point est reconnu et a été établi dans la bibliographie (Fig. I.4 Mitchell 1971)

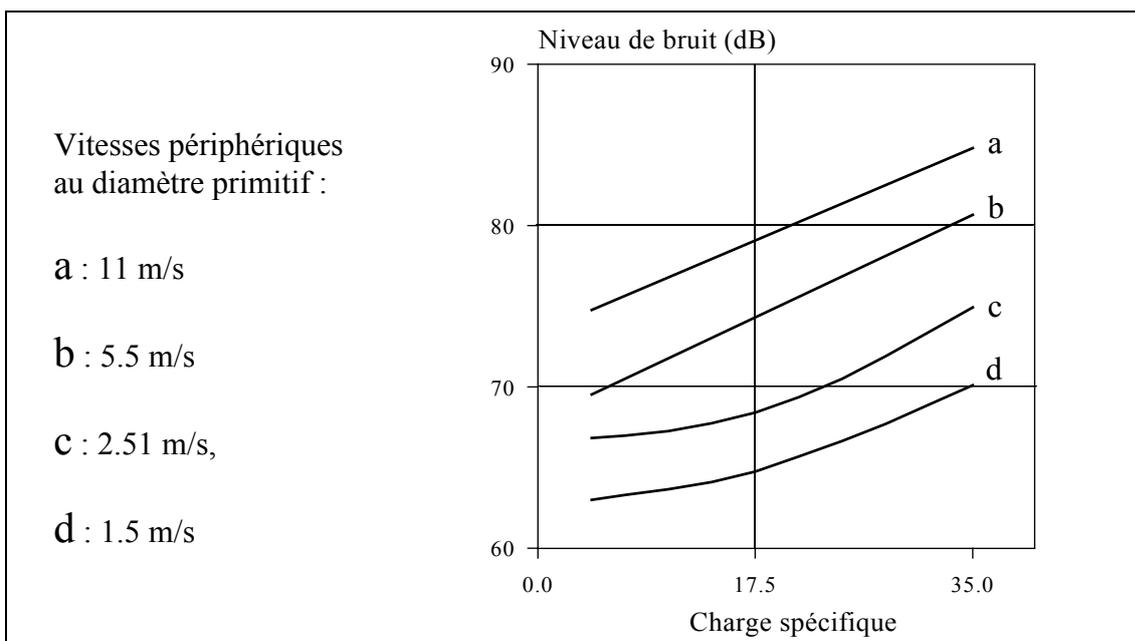


Figure I.4 : Evolution du niveau sonore en fonction de la charge et de la vitesse (Mitchell 1971)

Néanmoins, l'augmentation de puissance ne peut pas être perçue indifféremment comme une variation de couple ou de vitesse, ces paramètres ayant des effets différents. Rémond (1991) a montré expérimentalement que la vitesse est faiblement influente sur le niveau des harmoniques de la fréquence d'engrènement alors que son influence est déterminante sur le niveau global (RMS) du bruit rayonné. Inversement, le couple est principalement influent sur le niveau des harmoniques et peu sur le niveau global.

Les fluctuations de la puissance transmise associées à des pulsations de couple ou de vitesse d'entraînement constituent une source d'excitation importante qui peut, en particulier en régime dynamique, avoir des conséquences importantes sur la durée de vie des dentures. Toutefois, les principales causes d'excitations répertoriées dans la bibliographie sont associées aux :

- déformations élastiques des dentures et de leurs supports,
- erreurs de formes et de position résultant de la fabrication (erreur de pas, de distorsion, de profil, excentricités) ou de détériorations en cours d'utilisation (usure, pitting),
- erreurs de position relative des engrenages (entraxe, désalignements).

Notons que de nombreux textes de synthèse, répertoriant les effets de ces paramètres sur le comportement acoustique et vibratoire des transmissions par engrenages, ont été publiés. Le lecteur pourra se référer, en complément des informations données dans la suite du texte, à Rémond & col. (1993), Welbourn (1970,1972,1977,1979), Mark (1978, 1982, 1984, 1992) , Thompson (1977, 1980), Mitchell (1969,1971).

II. Les déformations élastiques, principale source d'excitation à la fréquence d'engrènement.

Les déformations élastiques peuvent être scindées en deux catégories : les déformations des dentsures et les déformations de leurs supports .

La déflexion des supports (arbres, paliers et roulements) se traduit par un défaut de positionnement des deux roues et en particulier un défaut d'alignement. Ce point est traité en détail au paragraphe V.

Les déformations élastiques des dentsures se traduisent par une déflexion des dents chargées qui provoque des contacts prématurés, des interférences et des chocs générateurs de bruit et de vibrations. De plus, ces déformations induisent une erreur de transmission (engrènement de profils déformés donc non conjugués), qui en régime quasi-statique est qualifiée d'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Cette grandeur caractérise la régularité de l'engrènement et traduit principalement l'évolution des déformations élastiques avec l'évolution du nombre de dents simultanément en contact. Les déformations sont d'autant plus faibles que la charge est partagée entre plusieurs couples de dents.

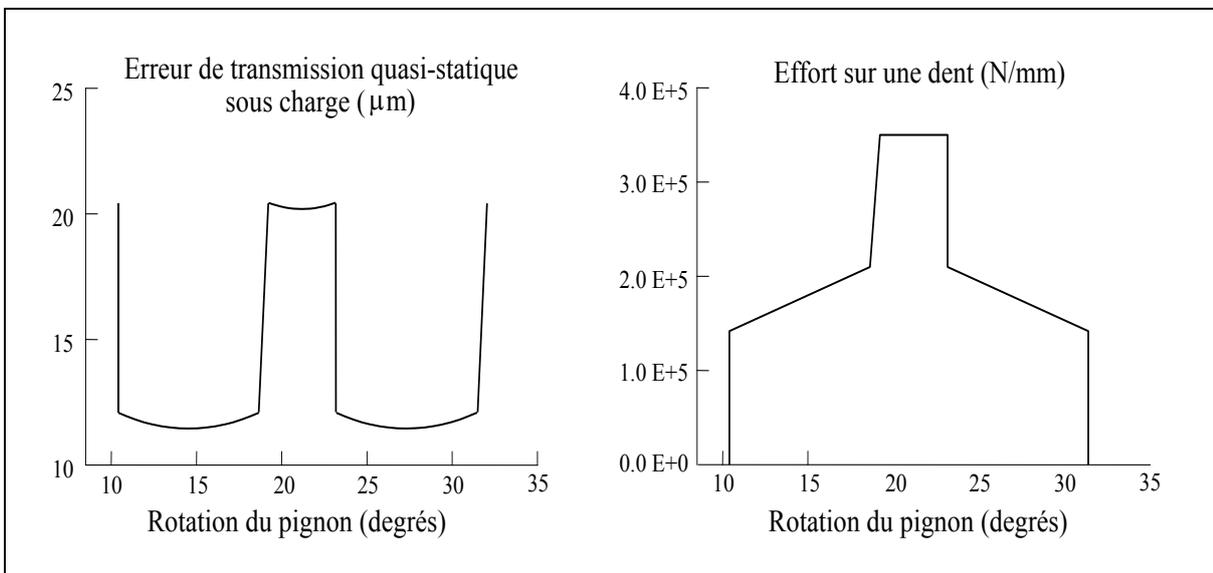


Figure I.5 : Evolution angulaire de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge (Lin & col. 1989-b).

La figure I.5 présente l'évolution, sur une période d'engrènement, de l'erreur de transmission sous charge ainsi que le diagramme de chargement associé pour un couple de dents (Lin & co 1989-b). Elle met clairement en évidence l'alternance des zones à simple et double contact ainsi que les fluctuations très brutales du chargement. Cet exemple doit être considéré comme un cas limite, car il correspond à un engrènement (droit, de rapport de conduite inférieur à 2 et non corrigé) pour lequel les effets des déformations de denture sont particulièrement importants.

Ces effets, et en particulier les fluctuations de l'erreur de transmission statique sous charge, sont intimement liés à la géométrie de l'engrènement et sont particulièrement affectés par l'augmentation du rapport de conduite ϵ_{α} , l'introduction d'un angle d'hélice ou la présence de correction de denture (profil). Nous pouvons mentionner les principaux résultats bibliographiques qui traduisent l'influence de ces paramètres.

II.1 Rapport de conduite ε_α et rapport de recouvrement ε_β .

Le rapport de recouvrement ε_β et dans une moindre mesure le rapport de conduite ε_α , qui caractérisent, tous deux, le nombre moyen de dents simultanément en prise, sont connus dans la littérature comme des paramètres déterminants pour la réduction du bruit d'engrènement et des vibrations (Liou & col. 1992). Les résultats expérimentaux obtenus par Drago (1980) montrent que l'augmentation du rapport de recouvrement peut conduire à une réduction du niveau sonore de 25 dB (Fig I.6).

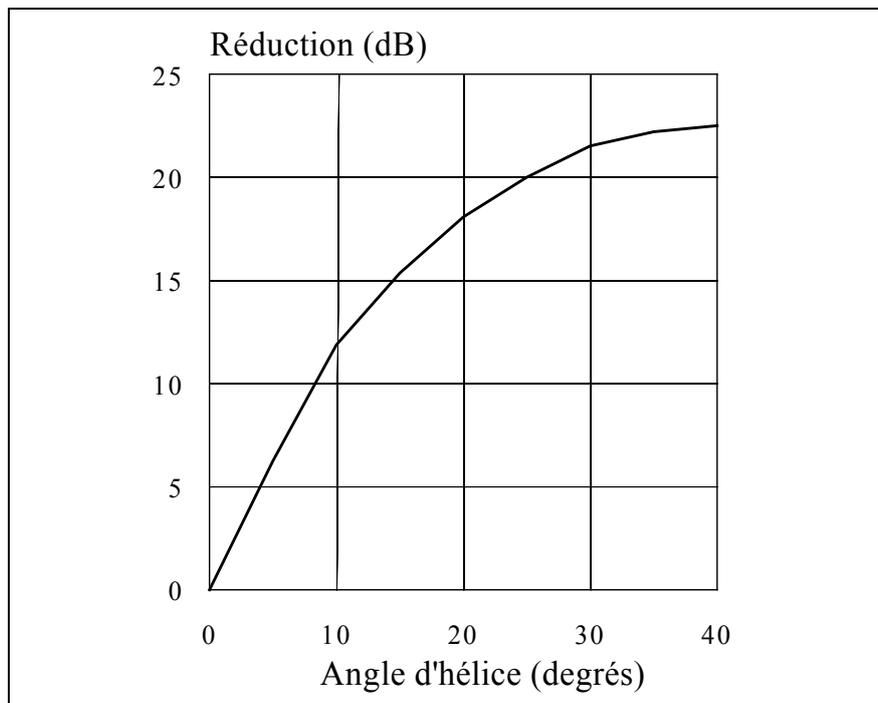


Figure I.6 : Réduction du bruit d'engrènement avec l'angle d'hélice (Drago 1980),
(boite de transmission automobile)

Umezawa & co (1985-b) ont classé les engrenages hélicoïdaux en trois catégories (notées I, II, et III) définies à partir de ε_α et ε_β en comparant leurs niveaux vibratoires respectifs (Fig. I.7). Ces niveaux vibratoires ont été obtenus par simulation numérique (les différentes techniques de modélisation utilisées dans la bibliographie sont présentées au chapitre IV). Les conclusions de cette étude montrent que les engrenages de type I ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \leq 2.0$ et $\varepsilon_\beta \leq 1.0$) ont des performances similaires aux engrenages droits, que les performances des engrenages de type II ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \geq 2.0$ et $\varepsilon_\beta \leq 1.0$) peuvent être grandement améliorées par l'introduction de corrections de profil, et que les engrenages de type III ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \geq 2.0$ et $\varepsilon_\beta \geq 1.0$) ont de très bonnes performances statiques et dynamiques sans nécessiter de correction de dentures.

Pour ces auteurs, les performances des différents engrenages sont traduites par un niveau vibratoire dans un diagramme ($\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$); chaque type d'engrenage (I,II,III) correspond à une zone déterminée. Chaque engrenage est testé pour différentes vitesses de fonctionnement (caractérisées par Fz) de plus en plus proches de la vitesse critique d'engrènement (caractérisée par F_n). Cette vitesse peut être définie, comme nous le verrons dans la suite du texte, par la coïncidence de la fréquence d'engrènement (proportionnelle à Fz) avec le mode de la structure présentant la plus grande énergie de déformation élastique à la denture.

Il est très nettement visible (Fig I.7) que l'augmentation de ε_β est particulièrement bénéfique, alors que le rôle de ε_α ne semble pas déterminant. Toutefois, une atténuation importante des vibrations apparaît au voisinage de la valeur $\varepsilon_\alpha=2.0$. Ce point a été signalé, par ailleurs, dans la bibliographie, en particulier par Mitchell 1971, qui présente les valeurs entières du rapport de conduite comme optimales. Les fluctuations de l'erreur de transmission sous charge sont alors minimales, puisque le nombre de couples de dents en contact reste constant. Ce point est développé au chapitre III où l'on voit plus précisément l'influence du rapport de conduite et du rapport de recouvrement sur les caractéristiques quasi-statiques de l'engrènement : erreur de transmission quasi-statique sous charge et rigidité d'engrènement.

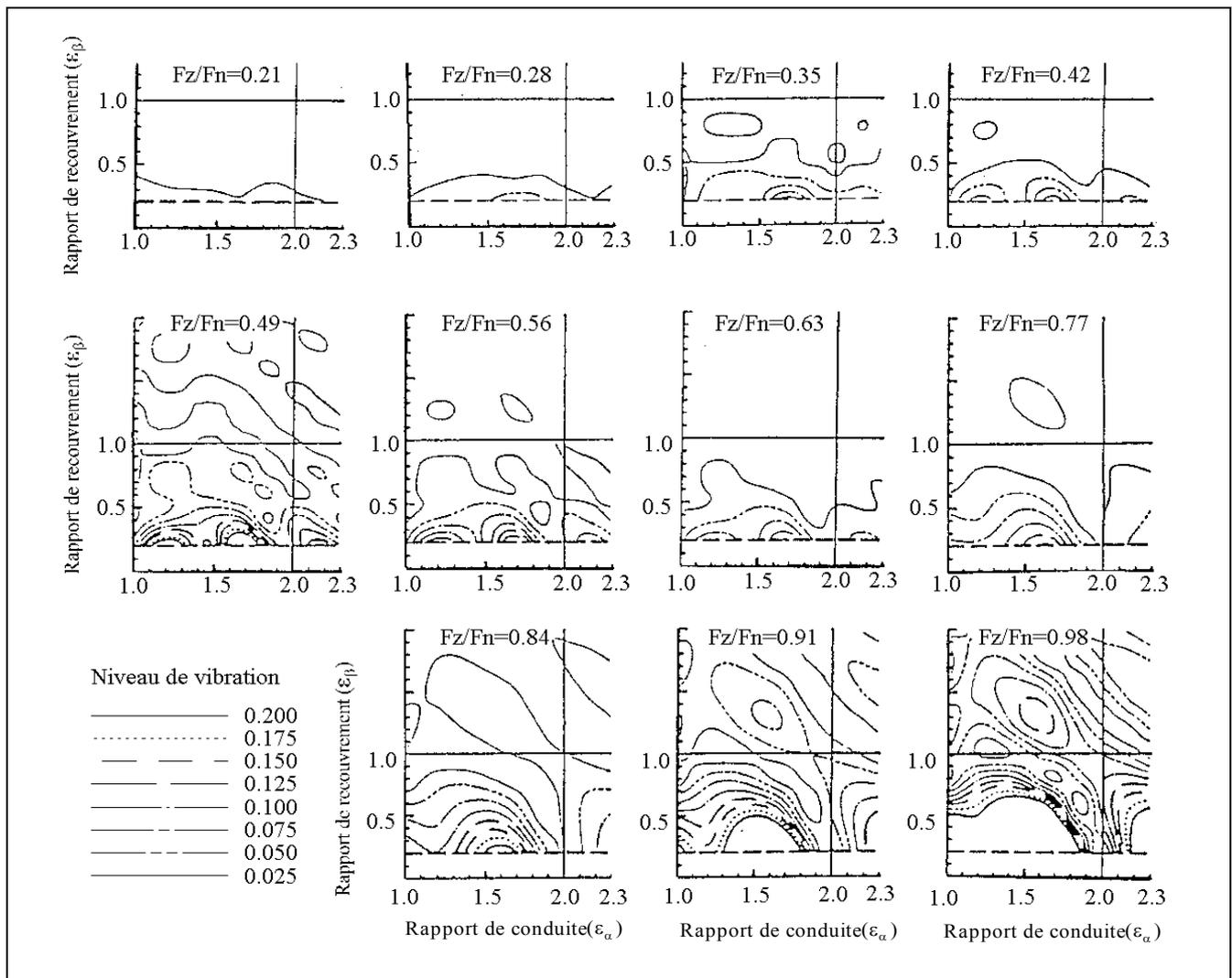


Figure I.7 : Diagramme de performance des engrenages hélicoïdaux (Umezawa 1989)

II.2 Corrections de denture.

L'expression "corrections de denture" regroupe l'ensemble des modifications volontaires effectuées sur les dentures pour améliorer leur comportement mécanique. Leur vocation initiale est essentiellement l'amélioration du comportement quasi-statique (Henriot 1986), mais leurs effets sur les fluctuations de l'erreur de transmission les font apparaître comme un paramètre déterminant pour la maîtrise du comportement acoustique et vibratoire.

Les corrections les plus classiques sont effectuées suivant la largeur de denture (bombé et hélice) et suivant le profil. Les corrections de bombé sont introduites pour compenser les effets des désalignements en minimisant la délocalisation de portée et l'augmentation de la pression qui en résulte. Les corrections d'hélice sont introduites sur les engrenages larges ou hélicoïdaux pour compenser l'évolution de l'angle de torsion suivant la largeur de denture et recentrer la portée sous charge. Les corrections de profil ont, quant à elles, deux fonctions essentielles :

- supprimer les contacts prématurés et donc les chocs à l'entrée de l'engrènement, ce qui permet d'assurer une mise en charge progressive de chaque couple de dents,
- diminuer les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge et donc les irrégularités de l'engrènement, en particulier pour les engrenages droits ou d'angle d'hélice faible.

Leurs effets sur le bruit rayonné et sur le comportement statique et dynamique des transmissions par engrenages est attesté par de nombreux résultats expérimentaux. Citons par exemple les résultats obtenus par Winter & col. (1989) et par Rémond (1991), qui visualisent les effets de corrections de denture sur le bruit rayonné par des engrenages droits et hélicoïdaux (Fig. I.8 et I.9).

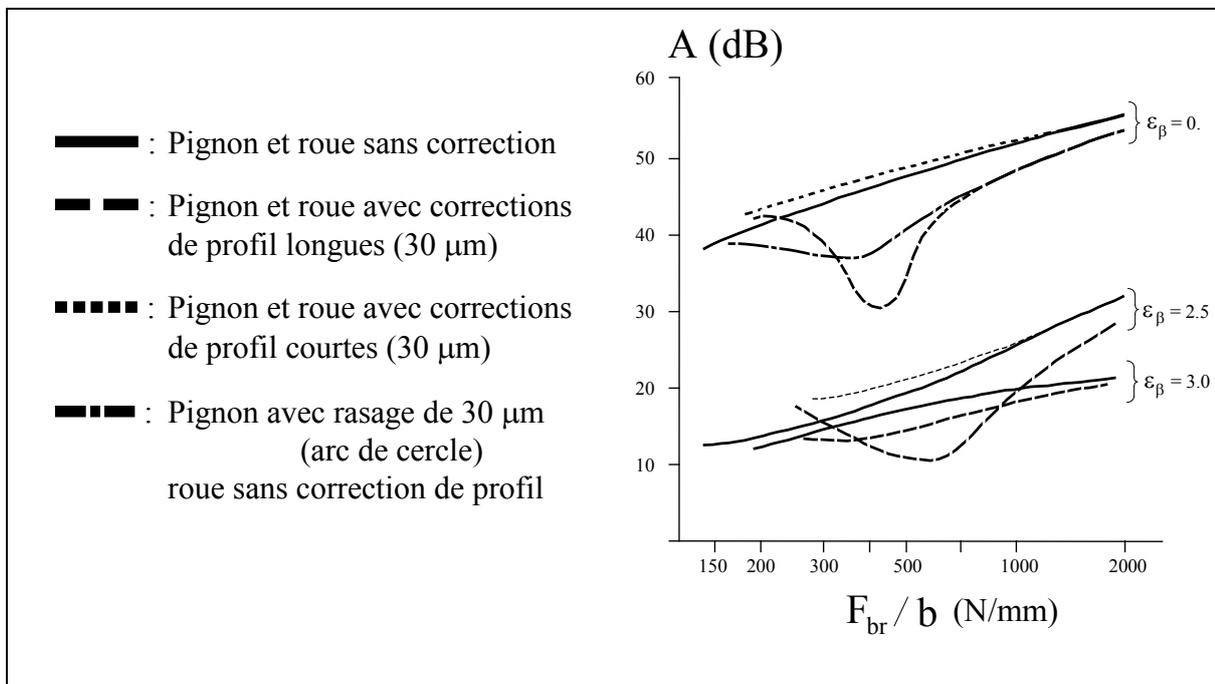


Figure I.8 : Influence des corrections de profil sur le rayonnement acoustique de différents engrenages, en fonction de la charge (Winter & col. 1989).

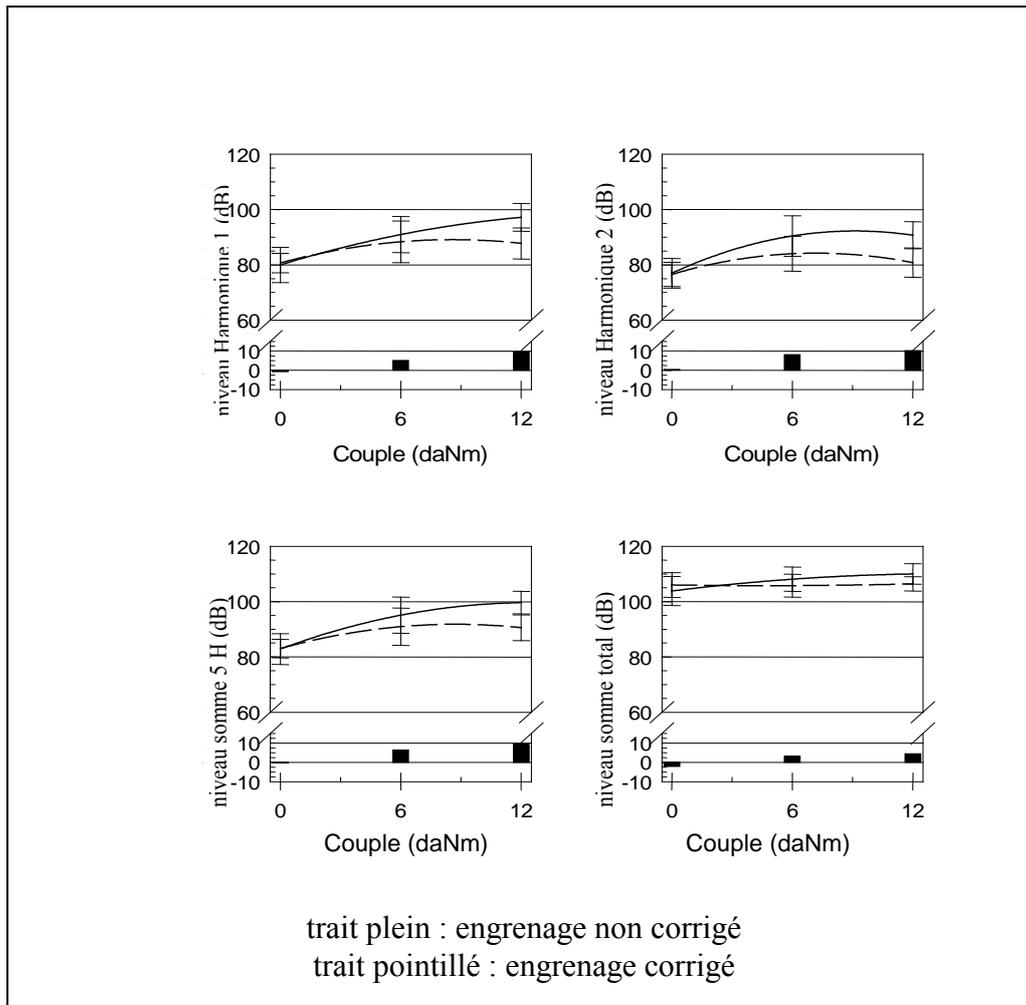


Figure I.9 : Influence des corrections de denture sur le bruit d'engrènement en fonction de la charge appliquée (Rémond 1991) pour cinq couples d'engrenages étudiés.

Ces résultats mettent clairement en évidence une zone de chargement privilégiée pour laquelle l'effet des corrections de denture est maximal. Cette charge, qualifiée de charge de conception, est telle que la déformation élastique introduite par le chargement est "exactement" compensée par l'erreur de transmission sans charge introduite par les corrections de denture. Ce phénomène a été très largement étudié dans le cas des engrenages droits afin de minimiser les excitations associées à l'engrènement (Munro 1989 et 1990-b, Lin & col. 1989-b et 1993, Tavakoli & Houser 1984, Sainsot 1989). Nous reviendrons sur ce point au chapitre III.

La figure I.10 (Munro 1989) présente un exemple de calcul de l'erreur de transmission en fonction de la charge et visualise la localisation de la charge de conception pour différents types de corrections adaptées aux forts (long relief) ou aux faibles chargements (short relief). Chaque correction peut être définie sur le profil de la dent par une longueur (L_n) et une profondeur (Δ) de correction (Fig. 1.11). La longueur de correction permet de différencier les corrections courtes (short relief) et les corrections longues (long relief). Les corrections courtes sont associées à une modification du profil entre le plus haut point de contact unique (défini comme le dernier point où un seul couple de dents est en contact) et la tête de la dent. Les corrections longues s'étendent au delà de ce point (vers le primitif de fonctionnement). Dans le cas des corrections courtes, l'erreur de transmission quasi-statique sans charge est nulle car le contact ne s'effectue jamais sur le profil corrigé. Ce n'est évidemment pas le cas des corrections longues.

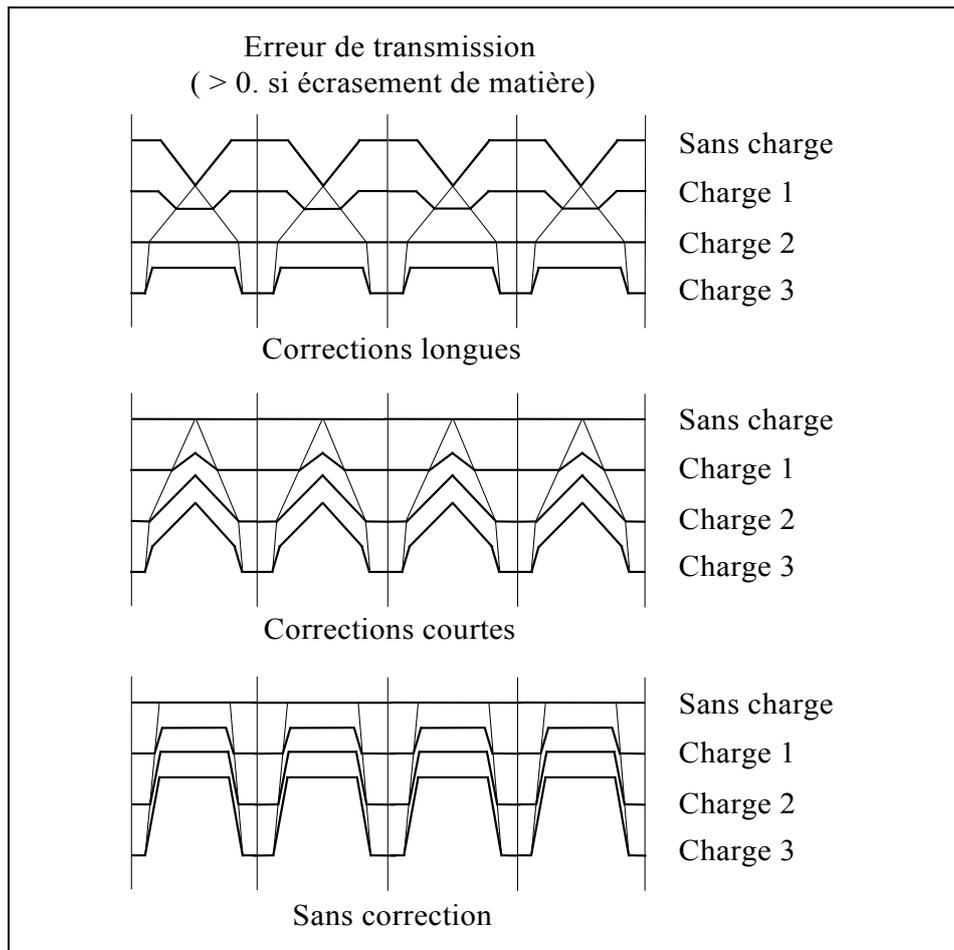


Figure I.10 : Evolution de l'erreur de transmission en fonction de la charge (Munro 1989), influence des corrections de denture.

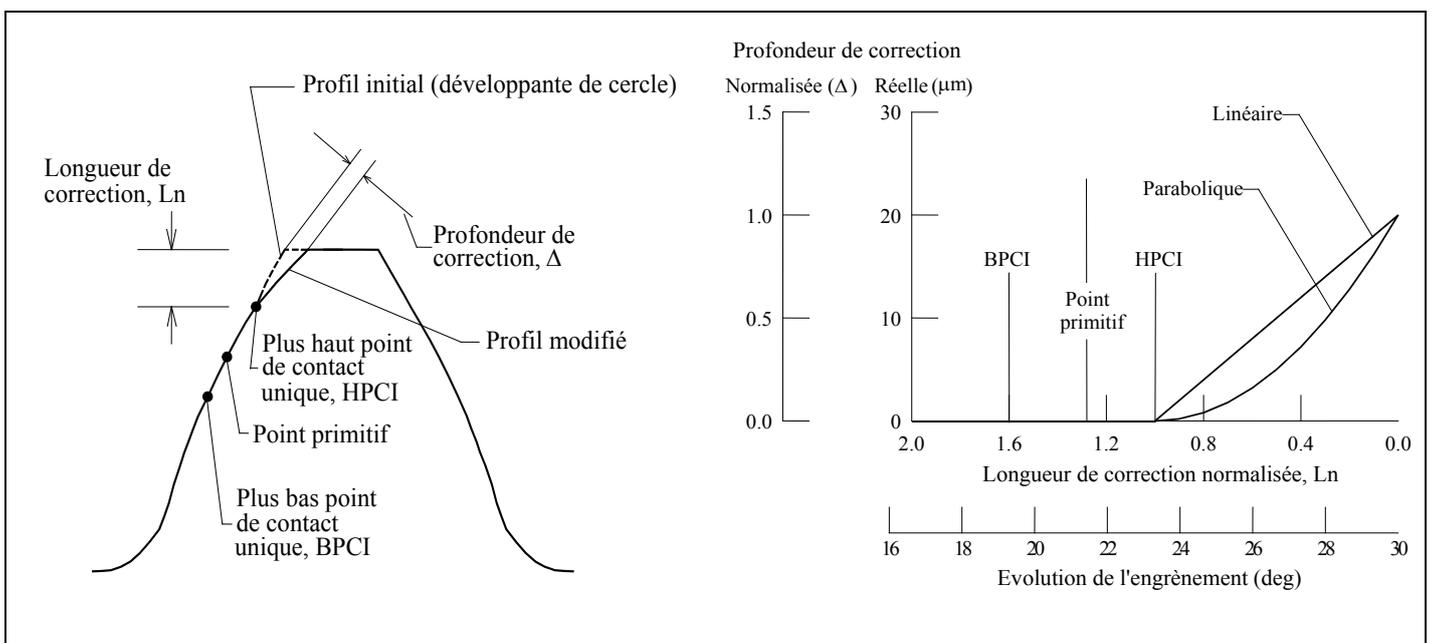


Figure I.11 : Différents types de corrections de profil pour les engrenages cylindriques en développante de cercle (Lin & col. 1989-a).

Le type de profil de raccordement qui est substitué à la développante exacte est : une droite, une parabole ou, éventuellement, une autre développante de cercle (Fig. 1.11).

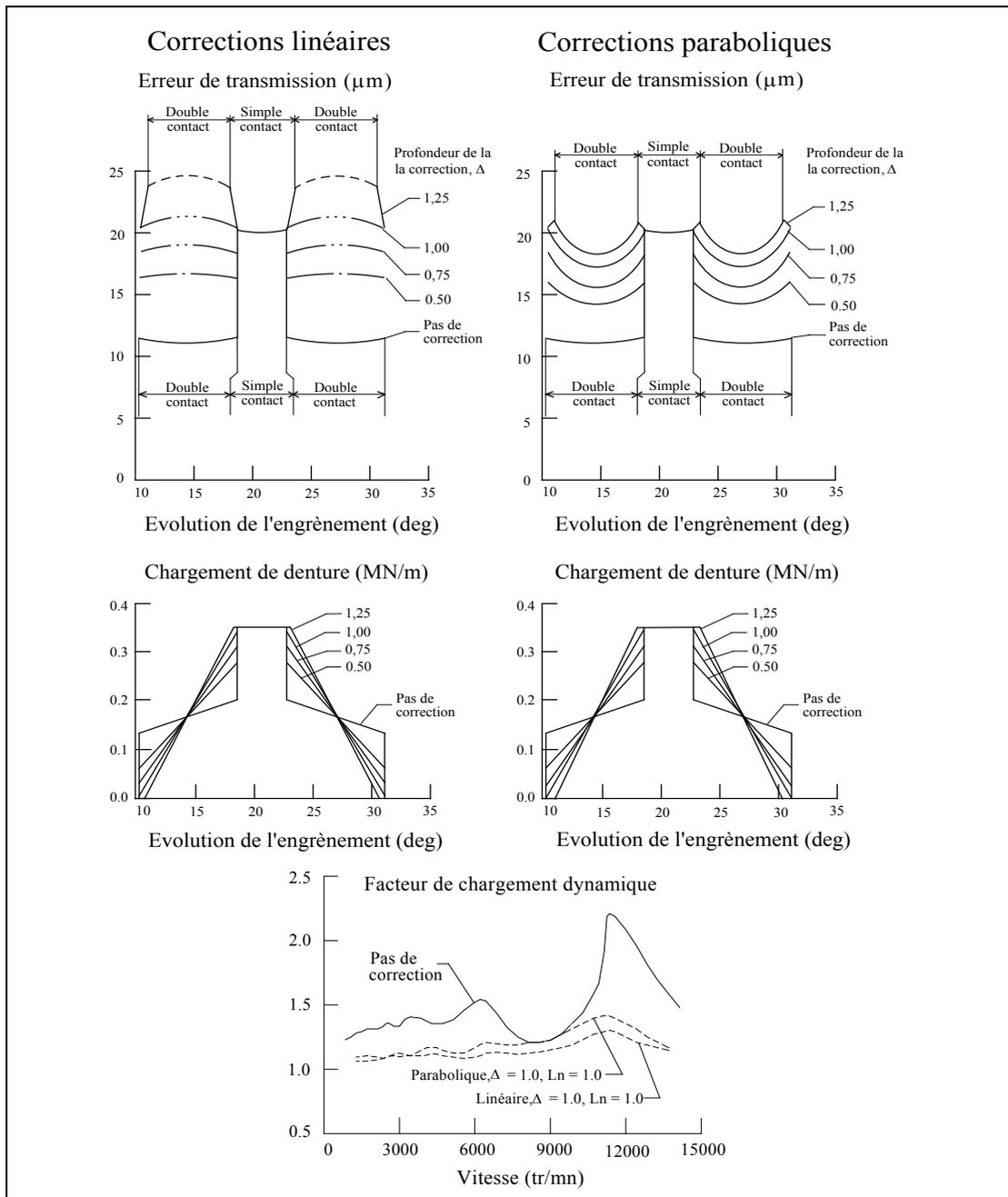


Figure I.12 : Effet comparé des corrections de denture linéaires et paraboliques sur l'erreur de transmission, le diagramme de chargement et le chargement dynamique d'un couple d'engrenages droits (Lin & col. 1989-a).

Chaque type de correction a des effets spécifiques (Lin & col. 1989-a, 1993, Chinway & col. 1991). Il apparaît que (Fig. I.12) :

- les corrections linéaires conduisent à une réduction maximale de l'erreur de transmission dynamique et du bruit rayonné pour la charge de conception mais sont très sensibles aux fluctuations de chargement autour de la charge de conception et aux erreurs de correction introduites lors de la fabrication,

- les corrections paraboliques sont, au contraire, peu sensibles aux erreurs de correction et aux fluctuations de chargement, et conduisent à une réduction comparable bien que légèrement plus faible de l'erreur de transmission et du bruit rayonné,
- les corrections paraboliques nécessitent une longueur (L_n) et une profondeur (Δ) de correction plus importante pour produire des effets comparables à ceux des corrections linéaires,
- les deux types de corrections ont les mêmes effets sur le diagramme de chargement d'un couple de dents isolé; ils assurent une mise en charge progressive et sans choc.

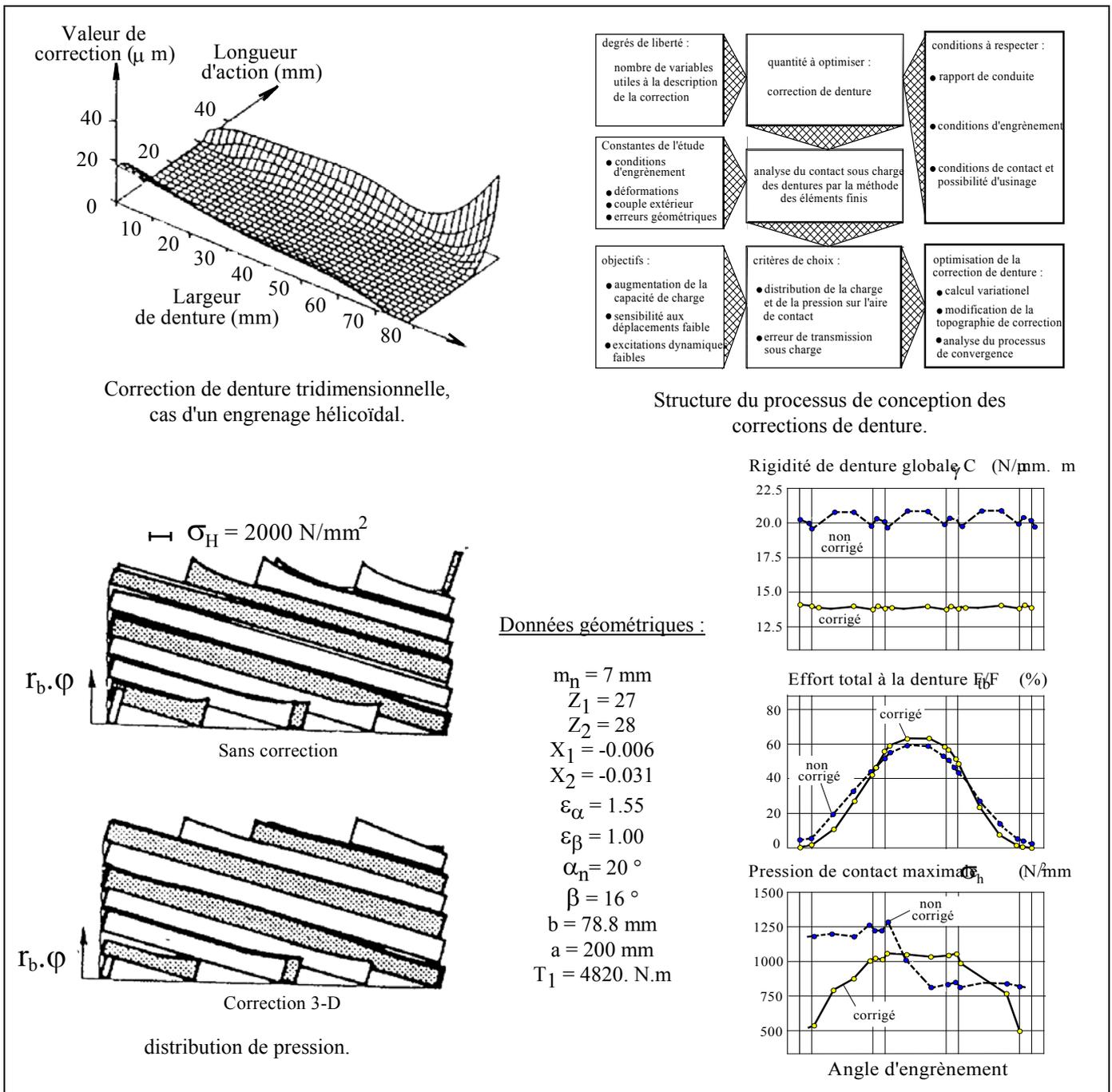


Figure I.13 : Effet de corrections tridimensionnelles sur l'erreur de transmission, l'évolution du chargement et la distribution de pression (Weck et Mauer 1989).

Notons également les travaux de Weck & Mauer (1989), Weck & Wittke (1991) qui ont étudié l'effet de corrections tridimensionnelles sur des engrenages hélicoïdaux (Fig. I.13) et ont analysé l'influence de différents procédés de fabrication sur les résultats obtenus. Cette analyse, très réaliste, permet d'optimiser les corrections de dentures en tenant compte des problèmes de fabrication qui sont déterminants compte tenu des faibles valeurs de ces corrections (quelques μm). Cette approche a également été adoptée par d'autres auteurs (Sundaresan & col. 1991).

Au total, si les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge peuvent être très efficacement compensées par les corrections de denture, l'erreur de transmission ainsi obtenue présente toujours des fluctuations résiduelles, en particulier pour les engrenages droits. Leurs effets sur le comportement dynamique du système ne peuvent pas être connus a priori. Ce point est signalé dans la bibliographie (Sainsot 1989), (Rémond & col. 1993) mais les résultats expérimentaux obtenus sur le bruit d'engrènement montrent que cet effet résiduel est du second ordre et mettent clairement en évidence l'intérêt des corrections de dentures.

III. La rigidité d'engrènement, et zones d'instabilité.

L'évolution du nombre de dents en contact est également responsable de l'évolution de la rigidité globale de l'engrènement. Cette grandeur est intimement liée à l'erreur de transmission statique sous charge et lui est inversement proportionnelle dans le cas d'un engrènement ne présentant pas de défaut géométrique et soumis à un chargement constant. Elle est donc logiquement dépendante des paramètres géométriques de l'engrènement. La figure I.14 présente un exemple d'évolution de la rigidité d'engrènement pour des engrenages droits et hélicoïdaux, et visualise très clairement l'influence de l'introduction d'un angle d'hélice. Ces résultats ont été obtenus par Vexlex (1988) à partir de la rigidité linéique de denture en traduisant l'évolution de la longueur de contact instantanée déterminée par la cinématique sans charge d'un couple d'engrenages cylindriques.

Les différentes techniques de calcul utilisées dans la bibliographie pour le calcul de la rigidité d'engrènement sont présentées au chapitre III.

Cette grandeur est une source d'excitation interne, harmonique à la fréquence d'engrènement, et ses fluctuations sont à l'origine de l'apparition de plages de fonctionnement critique (Vexlex 1988) caractérisées par des vibrations de grande amplitude et une augmentation importante du bruit rayonné. Les modélisations utilisées dans la littérature pour localiser ces plages de fonctionnement et caractériser le comportement dynamique des transmissions par engrenages sont présentées au chapitre IV. Toutefois, les modélisations simples à un seul degré de liberté en torsion, qui sont historiquement les premières à avoir été utilisées (Özguven & Houser 1988-a), permettent de mettre ce phénomène en évidence et d'isoler les causes de son apparition.

Le comportement d'un système à un degré de liberté comportant une raideur variable (Fig. I.15) est gouverné par une équation différentielle à coefficients périodiques (équation de Mathieu-Hill) de la forme:

$$M\ddot{X} + K(t)X = F$$

Ce type d'équation présente la particularité de posséder des zones d'instabilité (qualifiées de paramétrique) où, en l'absence d'amortissement, la réponse diverge rapidement (Gibert 1988).

Dans notre cas, $K(t)$ peut se mettre sous la forme :

$$K(t) = K_m + K_a(t)$$

où K_m est la valeur moyenne et $K_a(t)$ est périodique de pulsation ω (pulsation d'engrènement qui est directement proportionnelle à la vitesse de rotation).

Les instabilités (Bergé & col. 1988) sont situées aux régimes de fonctionnement tels que :

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{n} \quad \text{avec } n \text{ entier positif et } \omega_0^2 = \frac{K_m}{M}.$$

La figure I.16 représente la zone d'instabilité principale ($n=1$) dans le cas particulier où :

$$K_a(t) = \overline{K_a} \sin(\omega.t).$$

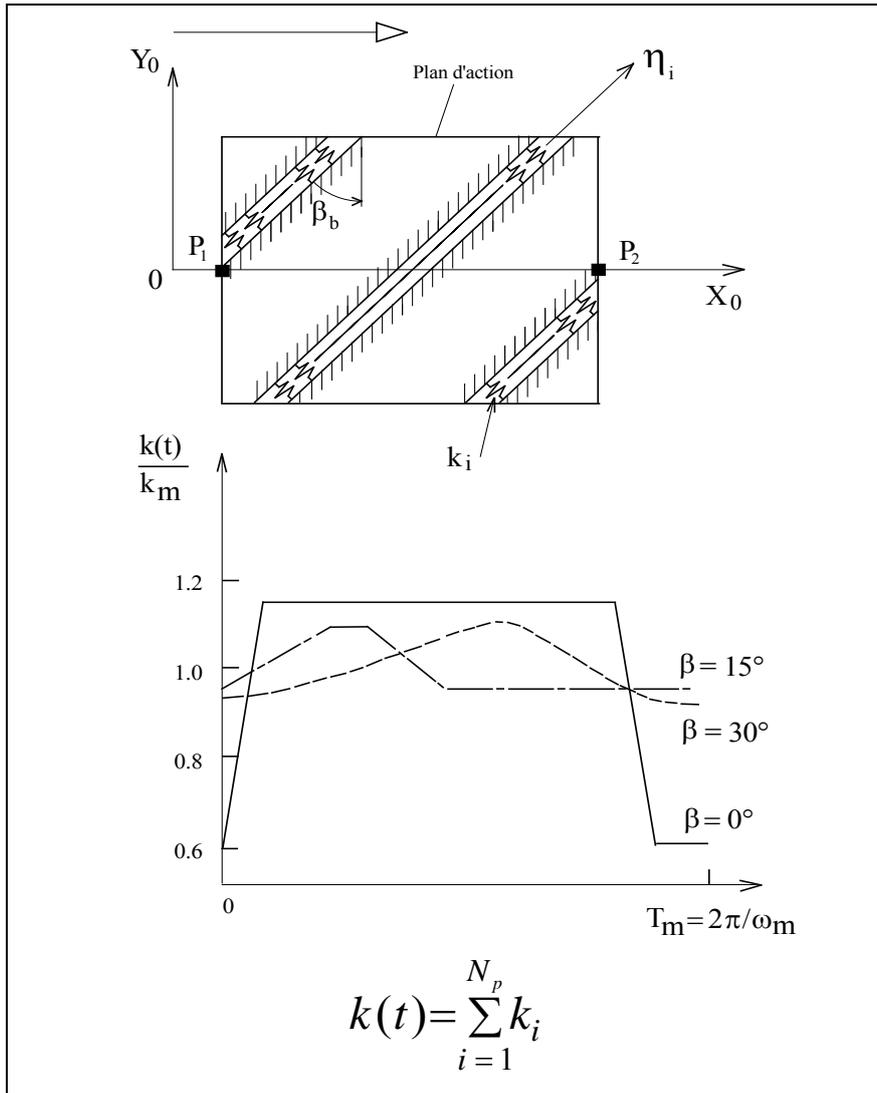


Figure I.14 : Evolution de la rigidité d'engrènement au cours de l'engrènement, influence de l'angle d'hélice (Velex 1988).

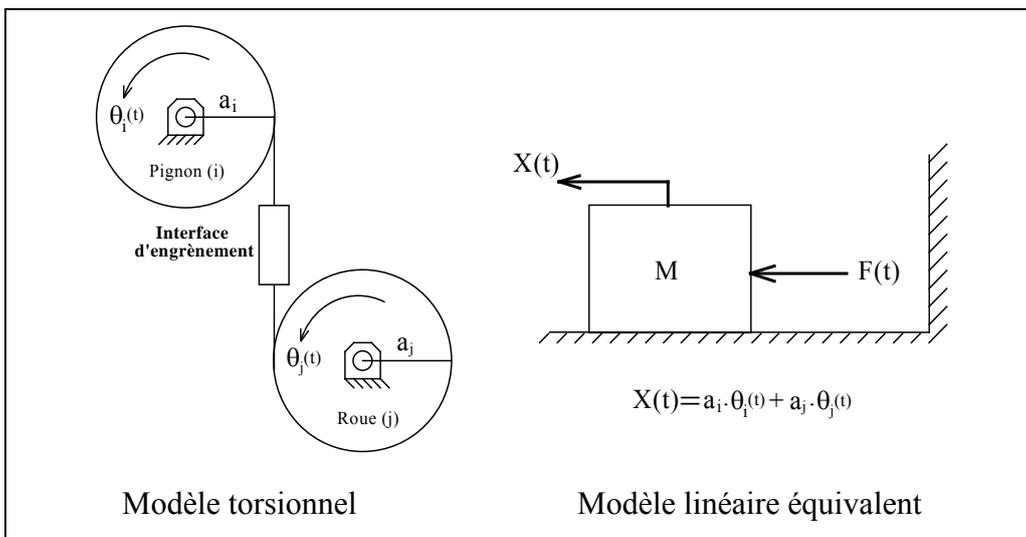


Figure I.15 : Modélisation en torsion d'un train d'engrenages.

Notons que la présence d'amortissement réduit ces zones aux domaines où $h = \overline{K_a} / K_m$ est important.

Cette analyse très simplifiée permet de comprendre que la présence et l'importance de ces zones est directement liée à l'évolution de la rigidité d'engrènement. L'existence d'un amortissement significatif conduit à rencontrer ces zones principalement dans le cas des engrenages droits de faible rapport de conduite (h important): les vibrations sont alors physiquement limitées par des pertes de contact. Néanmoins, ces régimes de fonctionnement, même s'ils ne sont pas associés à une solution instable, sont caractérisés par une augmentation du niveau vibratoire. Ils représentent des plages de fonctionnement particulièrement dangereuses pour la tenue des dents. De plus, dans le cas de transmissions à plusieurs étages, ces zones deviennent plus nombreuses et le choix du régime de fonctionnement nominal devient primordial.

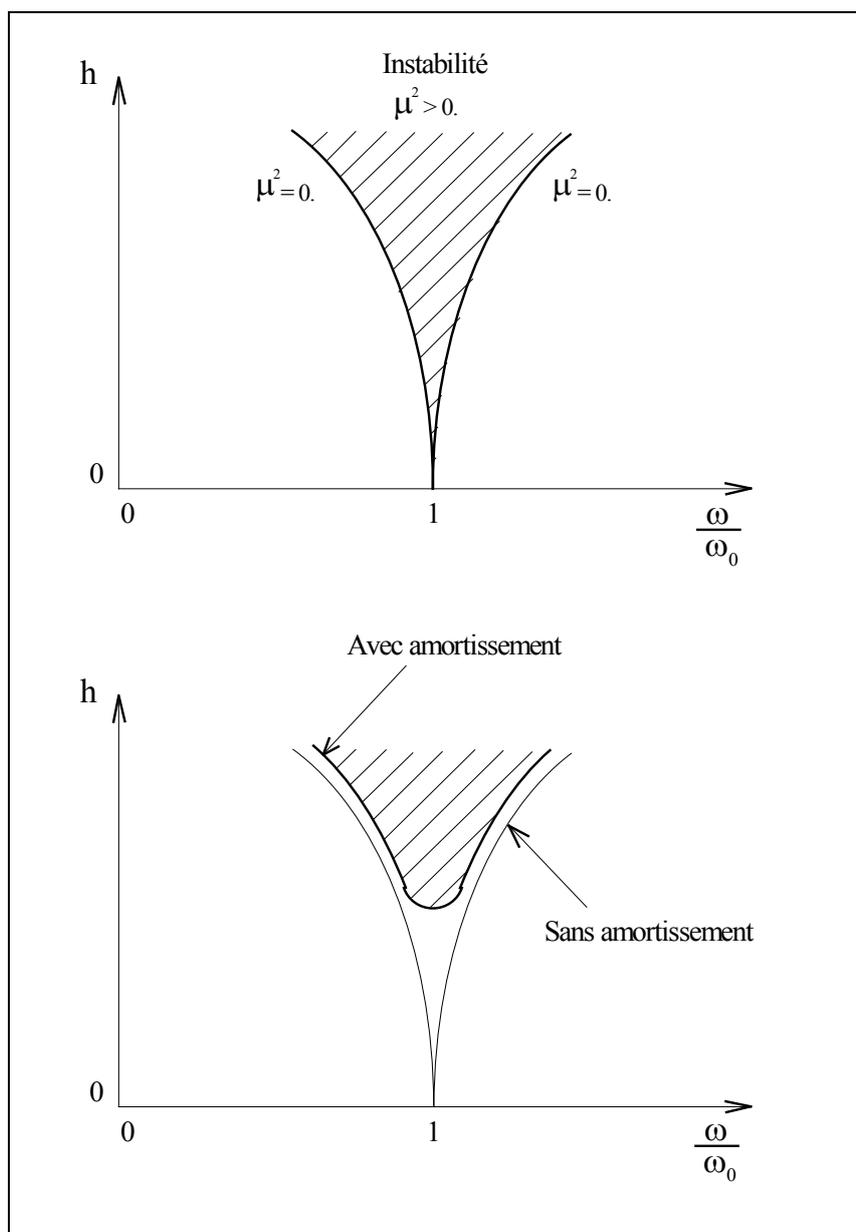


Figure I.16 : Diagramme de stabilité de l'équation de Mathieu dans le plan (h, ω)
(Bergé & col. 1988)

IV. Erreurs de forme et de position, niveau des harmoniques d'engrènement et bandes latérales.

Les défauts géométriques dont nous allons présenter les effets dans ce paragraphe sont généralement générés lors de la fabrication des dentures, de l'assemblage des roues dentées sur leurs supports ou lors du fonctionnement (usure). Ils sont caractéristiques de la qualité de réalisation de la denture et, au travers de l'erreur de transmission quasi-statique, conduisent à définir la classe de qualité d'une denture suivant des normes (AGMA, ISO). Ces classes ne peuvent être que très approximativement représentatives d'un niveau vibratoire ou acoustique, car l'ensemble des phénomènes associés aux déformations élastiques et au positionnement relatif des roues dentées ne sont pas pris en compte. Toutefois, une denture présentant des défauts importants, et donc répertoriée comme telle dans la norme, produira des niveaux acoustiques et vibratoires élevés. Le contraire n'est pas nécessairement vrai et certains exemples signalés dans la bibliographie le prouvent.

La caractéristique principale de ces différents défauts est d'agir directement sur le niveau d'excitation interne du système. Leurs effets se traduisent généralement par une modification du niveau des harmoniques de la fréquence d'engrènement et/ou par l'apparition de bandes latérales, sur le spectre du bruit d'engrènement et de l'erreur de transmission (Fig. I.17).

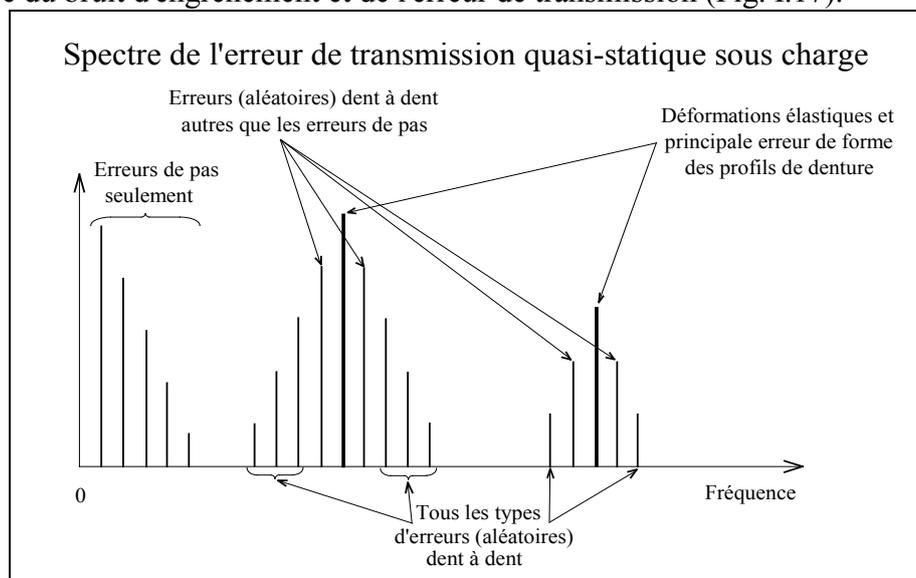


Figure I.17 : Contribution de différentes erreurs sur le spectre de l'erreur de transmission quasi-statique (Mark 1982)

Les cas exposés dans la suite de ce texte sont associés aux défauts les plus étudiés dans la bibliographie et la caractérisation de leurs effets a fait l'objet de nombreux travaux (Randall 1982, Welbourn 1970, 72, 77, 79, Thompson 1980, Kohler & Regan 1985, Remmers 1978, Mark 1978, 82, 84, 92).

IV.1 Excentricité ou erreur de faux-rond.

Ce défaut traduit la non-concentricité entre l'axe du cylindre primitif de denture et l'axe de rotation de l'arbre auquel la denture est liée.

Il se traduit par l'introduction d'une modulation d'amplitude harmonique à la rotation des arbres sur les signaux d'erreur de transmission et de bruit d'engrènement (Fig. I.18).

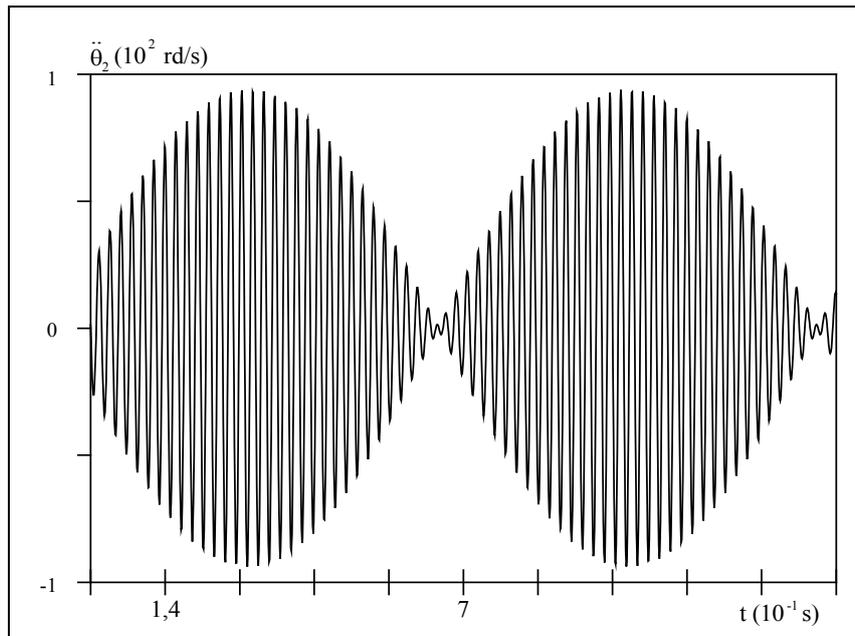


Figure I.18 : Modulation d'amplitude caractéristique d'un défaut de faux-rond
(Sabot & Perret-Liaudet 1992)

Cette modulation est traduite par l'apparition de deux raies basse fréquence (fréquence de rotation des arbres) et par deux bandes latérales autour des harmoniques de la fréquence d'engrènement (Fig. I.19). Ces bandes latérales sont situées à $\pm f_{1,2}$ où f_i représente la fréquence de rotation de l'arbre i .

Les effets caractéristiques des défauts de faux-rond sont bien connus dans la bibliographie et les auteurs ayant étudié l'influence des défauts géométriques les signalent. Le lecteur pourra par exemple se référer à Welbourn (1970, 1972, 1977, 1979). Brière (1989) a proposé une technique de calcul de cette erreur et a obtenu de bonnes corrélations expérimentales. Notons également l'existence d'une solution analytique directe Mitome & Ishida (1974), Velez (1988) dans le cas où les excentricités sont faibles devant le rayon des engrenages, ce qui est toujours le cas pour les engrenages industriels de qualité courante. Les détails du calcul de cette solution sont donnés en Annexe I.

Il faut remarquer qu'il n'est pas toujours aisé de distinguer les effets de l'excentricité de ceux d'autres erreurs harmoniques à la rotation des arbres comme les erreurs de pas cumulées. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe suivant.

Ce défaut est présent dans la totalité des transmissions par engrenage et reste la source principale de modulation basse fréquence du bruit d'engrènement. Les résultats expérimentaux obtenus par Rémond (1991) sur le bruit d'engrènement montrent que ce phénomène est particulièrement visible dans un plan temps-fréquence (Fig.I.20). En effet, les modulations d'amplitude sont nettement visibles sur les octaves supérieurs dont l'octave d'engrènement (signalé par la flèche) et les octaves inférieurs signalent la présence de composantes basse-fréquence importantes. Notons également que l'auteur signale que les excentricités des roues dentées et des arbres supports peuvent se cumuler avec plus ou moins de bonheur et conduire à des configurations de montage particulièrement bruyantes. Les différences qu'il a observées sur le bruit d'engrènement peuvent atteindre 5 dB.

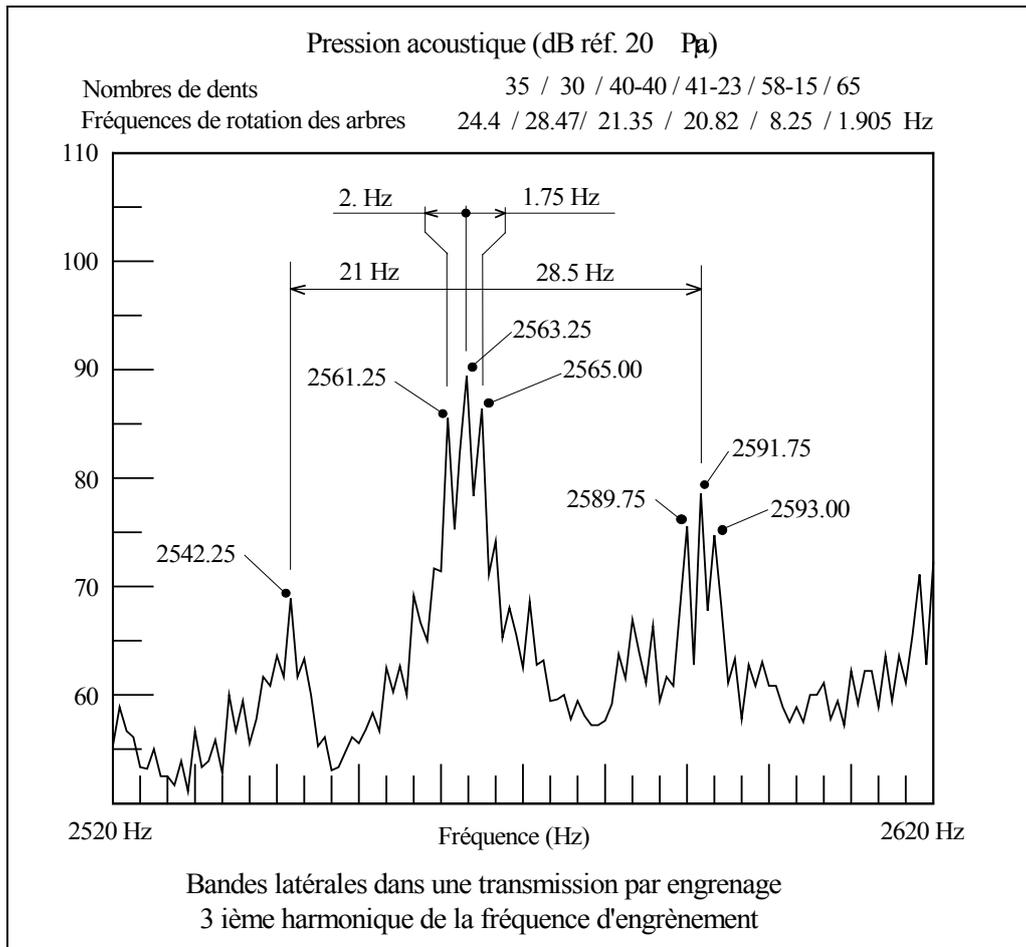


Figure I.19 : Exemple caractéristique de localisation des bandes latérales dues à l'excentricité (Welbourn 1979)

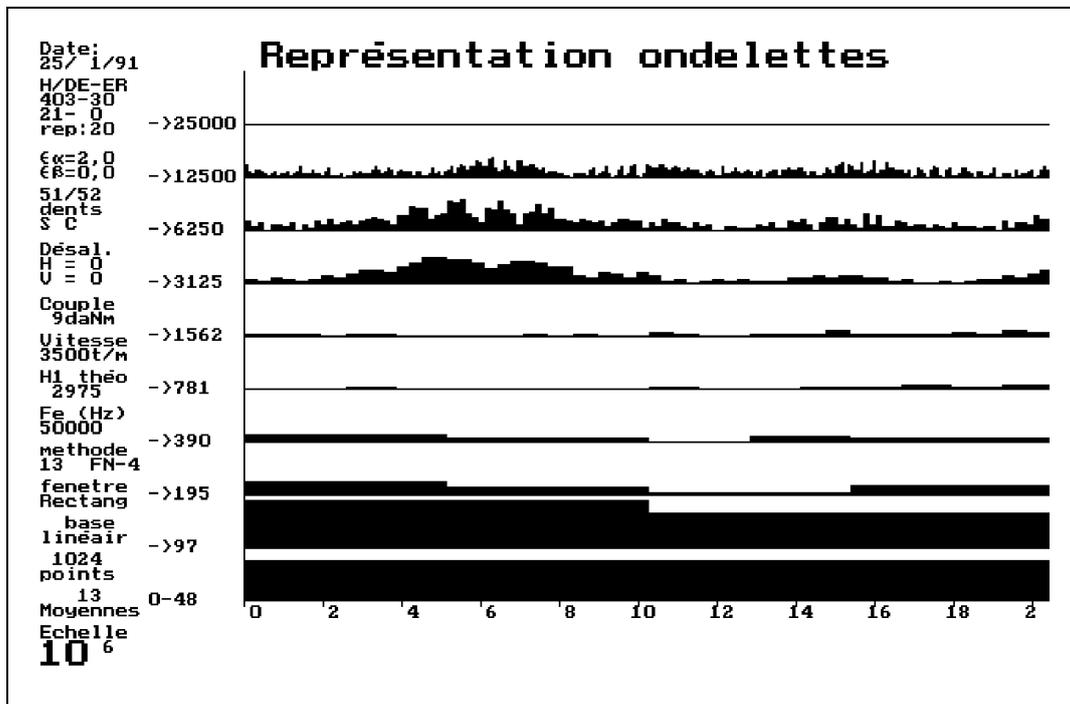


Figure I.20 : Représentation temps-fréquence du bruit d'engrènement, visualisation de l'effet de l'excentricité (Rémond 1991)

IV.2 Les erreurs de pas.

L'erreur de pas caractérise, dans le plan apparent de l'engrenage, le défaut de localisation angulaire d'une dent par rapport à sa position théorique. Deux grandeurs représentatives de la qualité de réalisation d'un engrenage sont associées à cette erreur. Ces grandeurs sont l'erreur de pas individuelle et l'erreur de pas cumulée (Fig I.21).

L'erreur de pas cumulée (cumul algébrique des erreurs de pas individuelles) conduit à une modulation basse fréquence harmonique à la rotation des arbres (Fig I.22). Ces effets sont identiques à ceux associés aux défauts d'excentricité. Les deux erreurs se cumulent et sont généralement prises en compte simultanément (Munro 1990-a).

L'erreur de pas individuelle correspond à l'écart entre la position réelle de la dent et sa position théorique. Ce défaut est généralement modélisé dans la bibliographie par une distribution aléatoire. Mark (1984) et Welbourn (1970) montrent que son influence se répercute sur la totalité du spectre (bruit et erreur de transmission) et qu'il n'existe pas de composante à la fréquence d'engrènement (Fig. I.23).

Ce dernier point est contesté par Kolher et col. (1985) qui montrent, sur les jeux de données utilisées par Mark (1984) (Fig. I.23.a), que ces erreurs ont une contribution aux harmoniques de la fréquence d'engrènement si l'on s'intéresse à l'erreur de transmission quasi-statique sans charge induite par les erreurs de pas adjacentes et non à la courbe de répartition de ces erreurs dent par dent. Il montre également que le rapport de conduite est très influent dans cette démarche (Fig. I.24). En effet, le cumul des erreurs individuelles sur l'erreur de transmission est fortement tributaire du nombre de couples de dents susceptibles d'entrer en contact. Le contact effectif s'effectue sur le couple de dents présentant la plus grande erreur de pas (positive) et qui est donc en avance sur sa position théorique d'engrènement. Un rapport de conduite $\varepsilon_{\alpha}=1$ permet de retrouver les résultats initialement obtenus par Mark.

De plus, Winter & col. (1989) indiquent que l'influence de ces erreurs est plus importante sur des engrenages de faible qualité et faiblement chargés que pour des engrenages lourdement chargés et de meilleure qualité. Les irrégularités qu'elles introduisent sont alors gommées par les déformations de denture. Les résultats obtenus par Olakorédi (1990) sur la faible sensibilité des contraintes en pied de dent aux erreurs de pas individuelles vont dans le même sens.

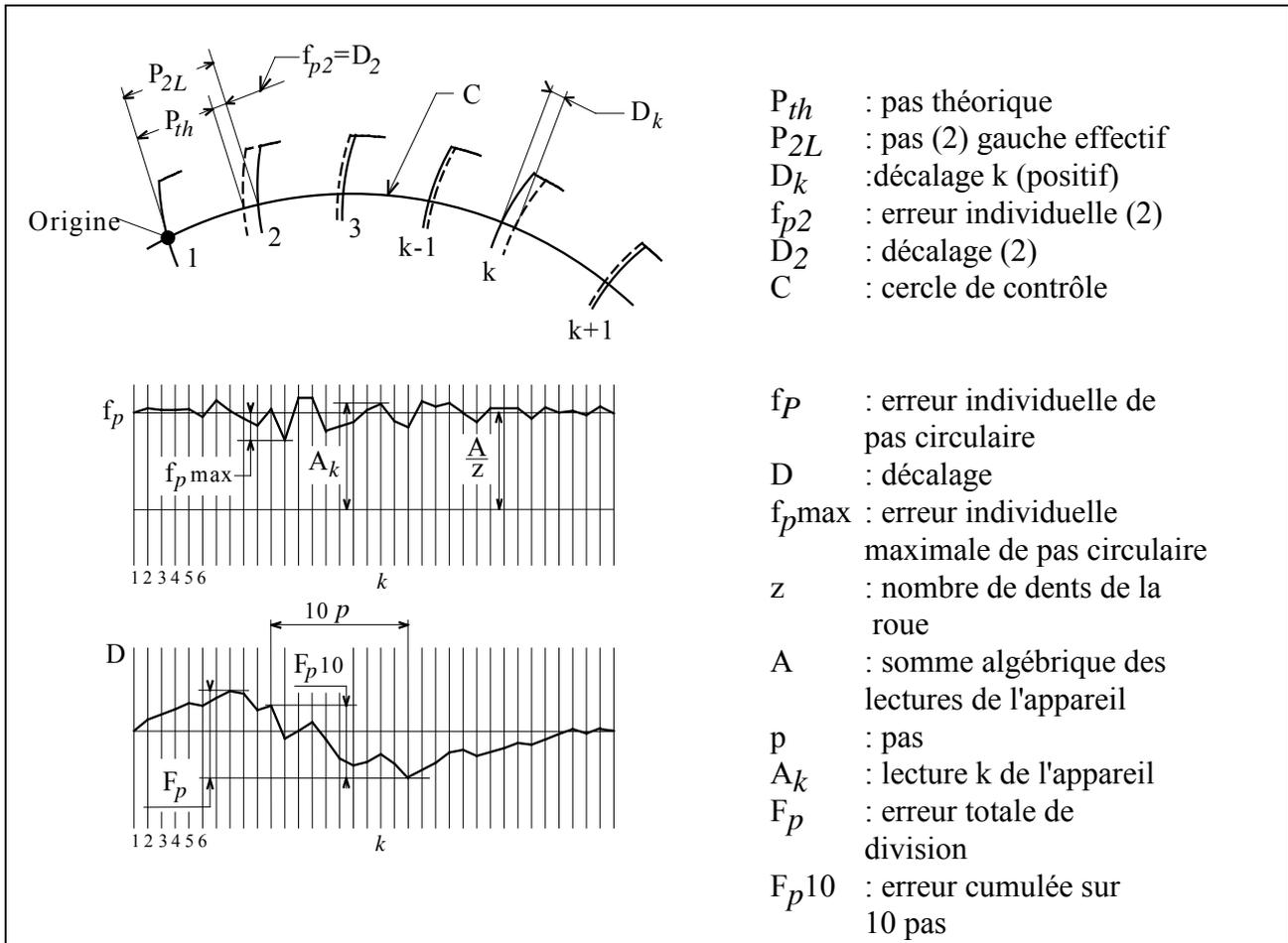


Figure I.21 : Définition de l'erreur de pas individuelle et de l'erreur de pas cumulée (norme ISO 1328)

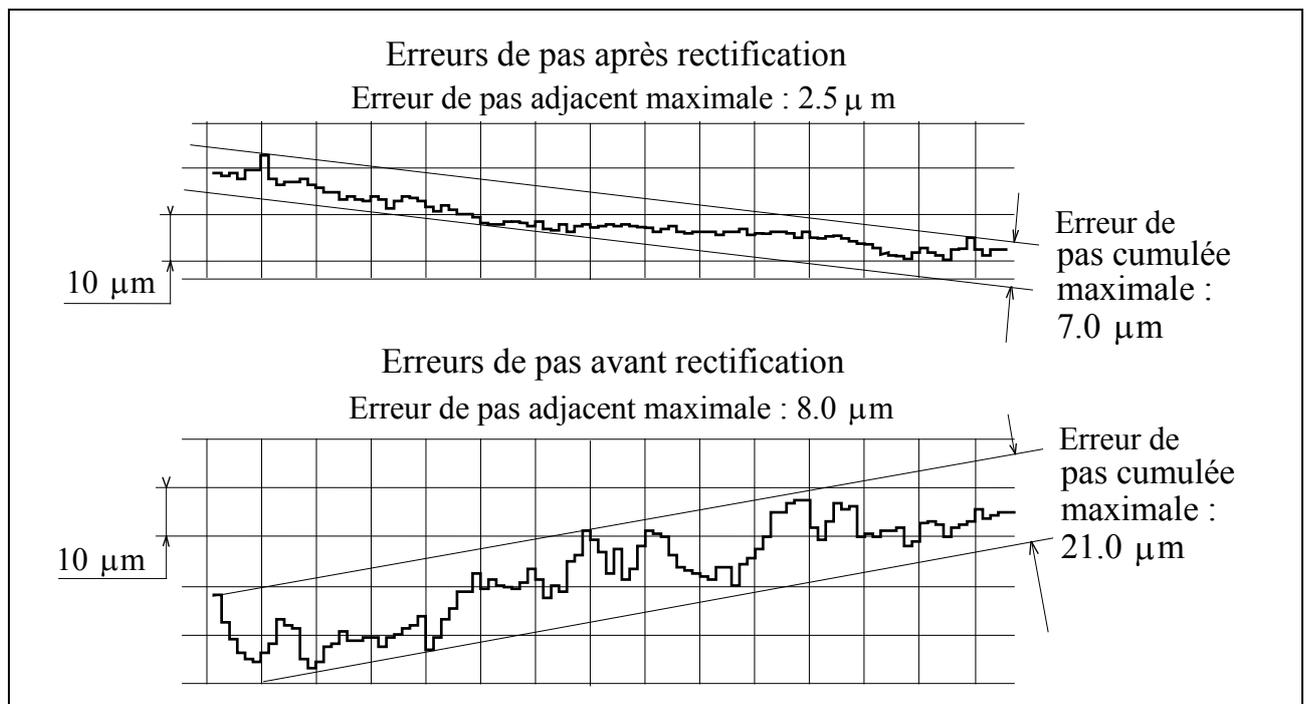


Figure I.22 : Exemple de mesure de l'erreur de pas cumulée (Welbourn 1972)

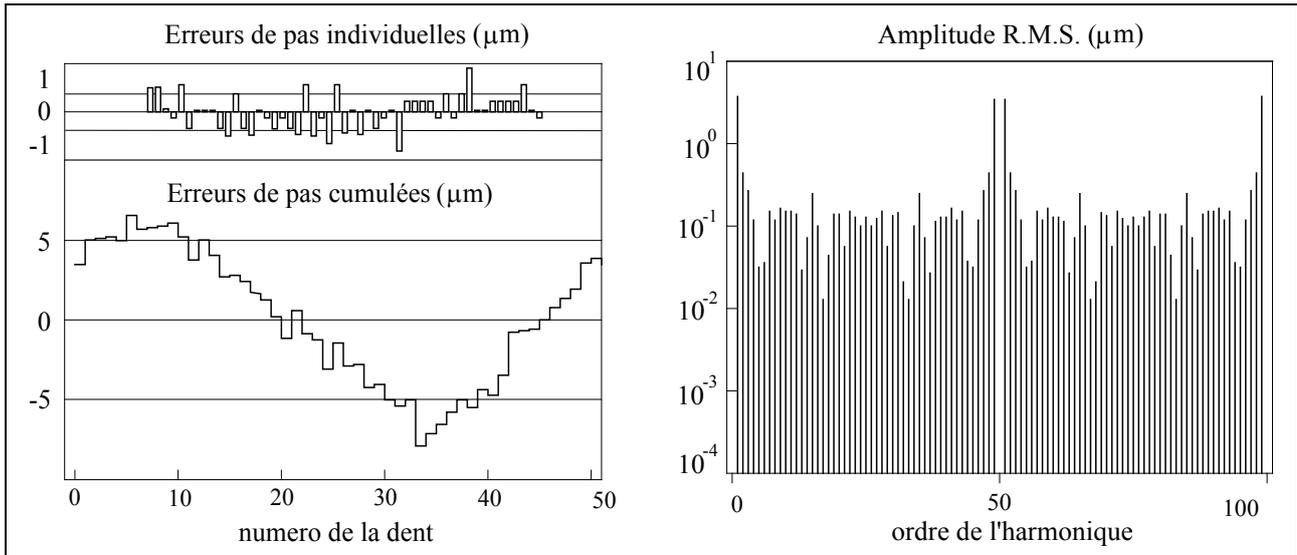


Fig. I.23.a : Erreurs de pas, mesure et contribution spectrale (Mark 1984)

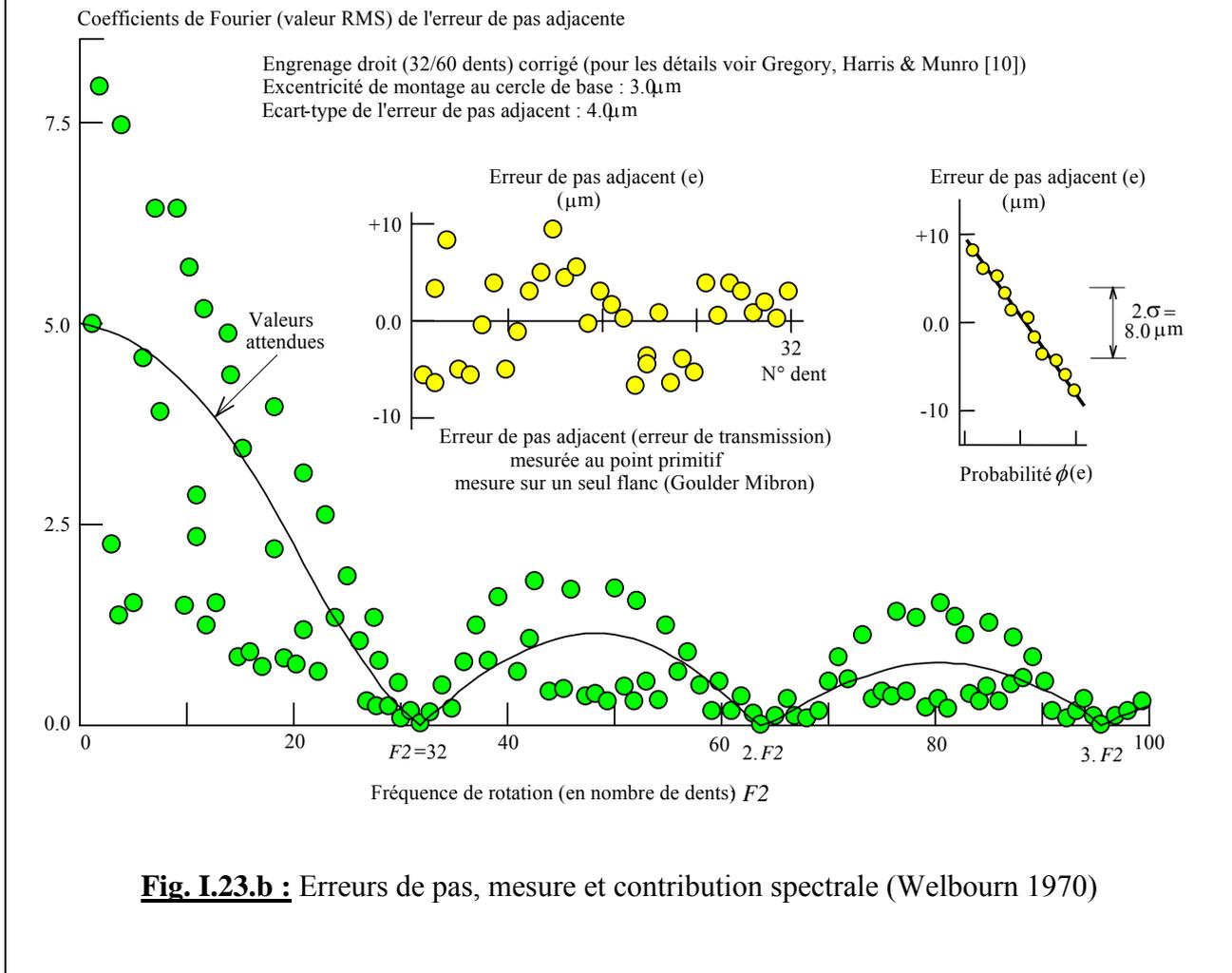


Fig. I.23.b : Erreurs de pas, mesure et contribution spectrale (Welbourn 1970)

Figure I.23 : Contribution spectrale des erreurs de pas adjacentes

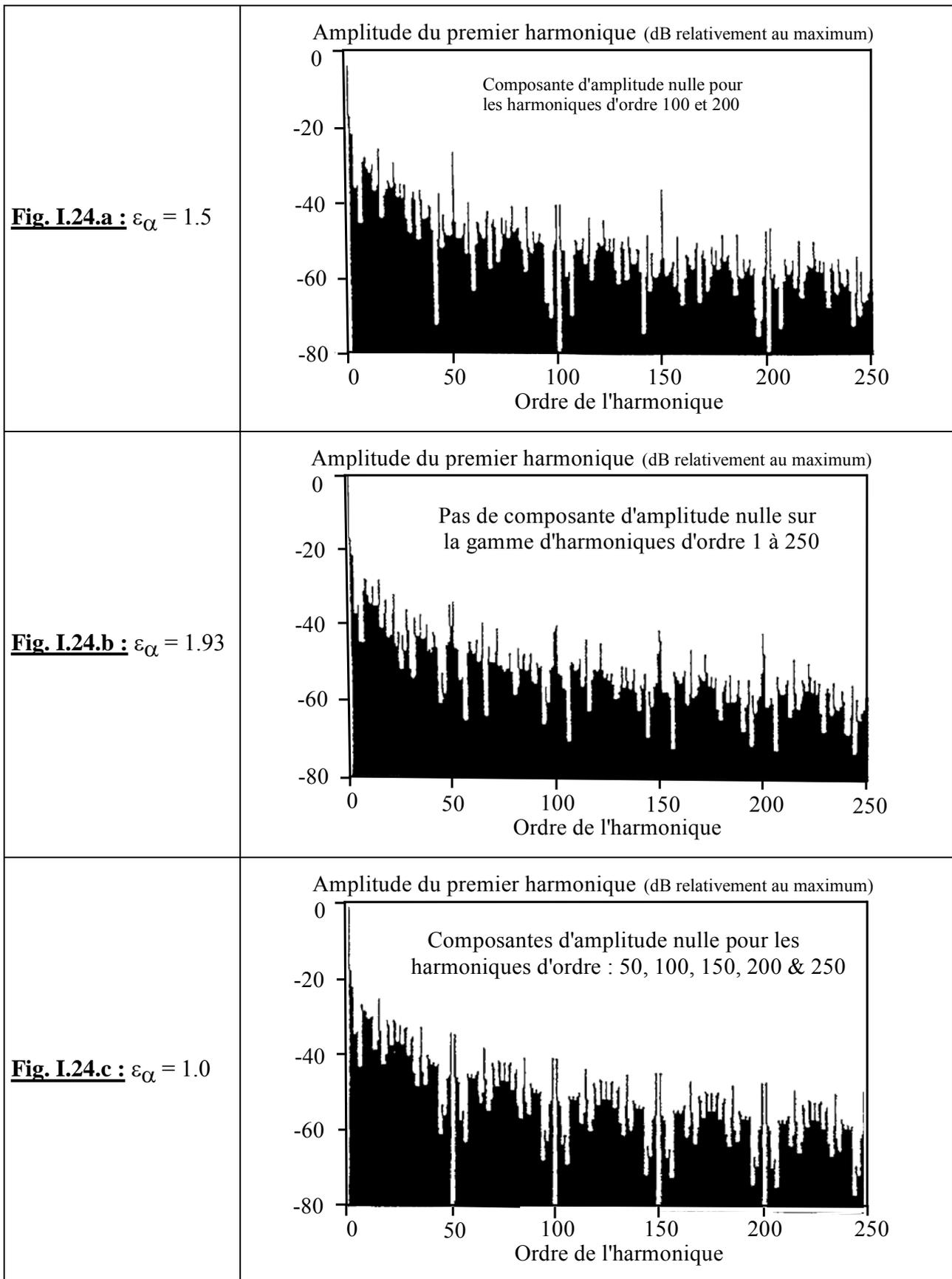


Figure I.24 : Représentation spectrale de l'erreur de transmission quasi-statique associée aux erreurs de pas adjacentes. Influence du rapport de conduite (ε_{α}) (Kohler 1985)

IV.3 Erreurs de profil, et raies fantômes

Les erreurs de profil sont représentatives des écarts existant entre le profil théorique de la denture et le profil réel. Le profil théorique peut être en développante de cercle, de forme parabolique ou présenter une dépouille s'il a subi une correction volontaire (Fig.I.25). Ces erreurs peuvent être générées lors de la fabrication ou au cours du fonctionnement par l'usure et la détérioration des profils.

Ces erreurs peuvent être répétitives d'une dent à l'autre (ou sur un nombre entier de dents); elles sont alors associées à l'émergence de la fréquence d'engrènement. L'usure des profils de denture présente cette propriété et son augmentation avec le temps a pour effet d'augmenter l'émergence des harmoniques supérieures de la fréquence d'engrènement (Randall 1982).

La présence d'un déphasage entre ces défauts introduit des modulations sur les signaux d'erreur de transmission et de bruit. Ces modulations sont responsables de l'émergence de bandes latérales sur les pics d'engrènement. Ces bandes latérales sont généralement qualifiées dans la littérature de "raies fantômes" car elles ne sont reliées à aucune fréquence caractéristique du système. Certains auteurs ont suggéré que ces raies sont associées à la cinématique de la machine de taillage (Randall 1982), (Kassaï & col. 1992). L'erreur de transmission du couple d'engrenage assurant cette cinématique imprime sa signature sous forme d'ondulations sur le profil taillé. La raie fantôme qui en résulte est localisée à une fréquence définie par le nombre de dents de la couronne de la machine de taillage et correspond donc à un multiple entier de la fréquence de rotation. Par ailleurs, ces raies sont peu sensibles au chargement (Fig. I.26), car uniquement affectées par les déformations de surface, et elles ont tendance à s'atténuer avec le temps à cause de l'usure des profils (Fig I.27).

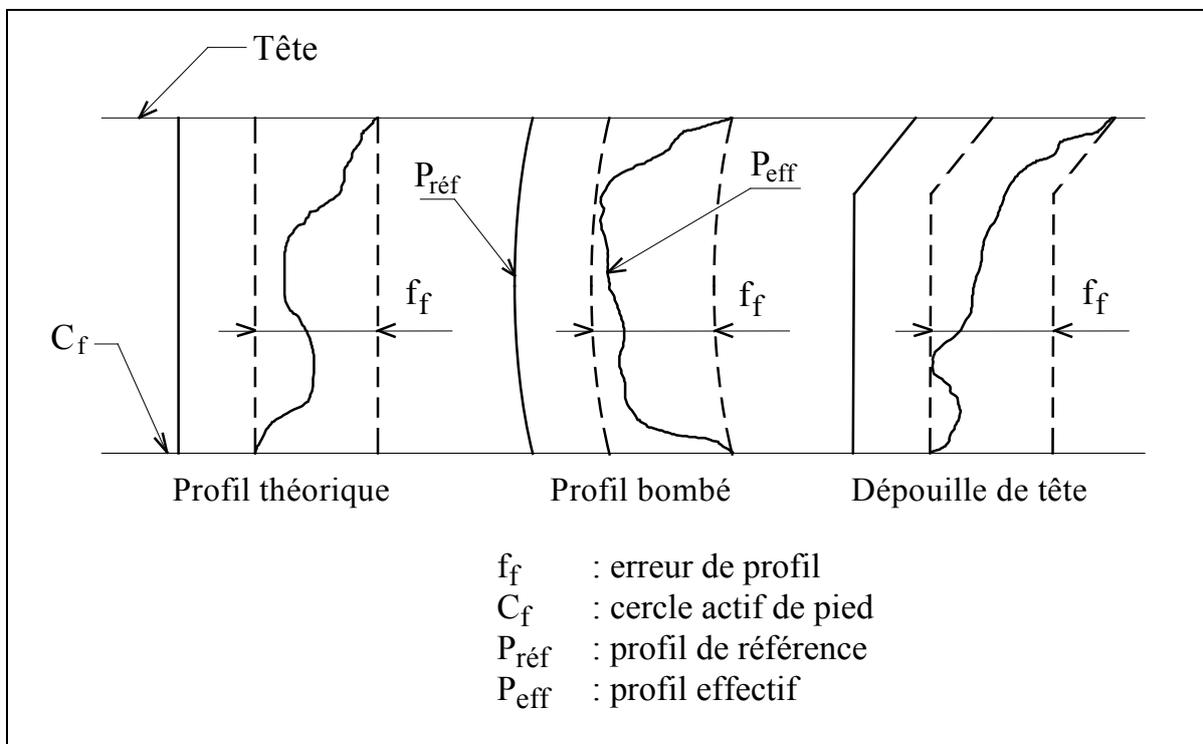


Figure I.25 : Erreurs de profil, définition tirée de la norme ISO 1328

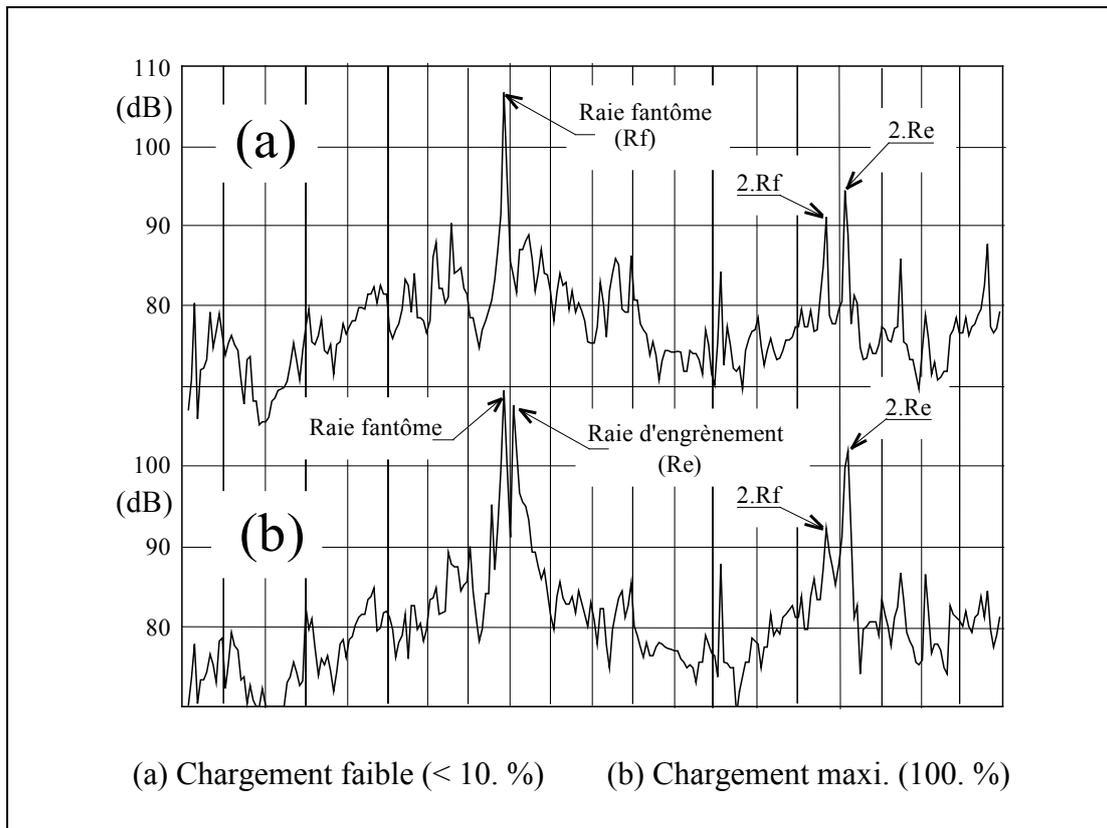


Figure I.26 : Evolution des raies fantômes en fonction de la charge (Randall 1982)

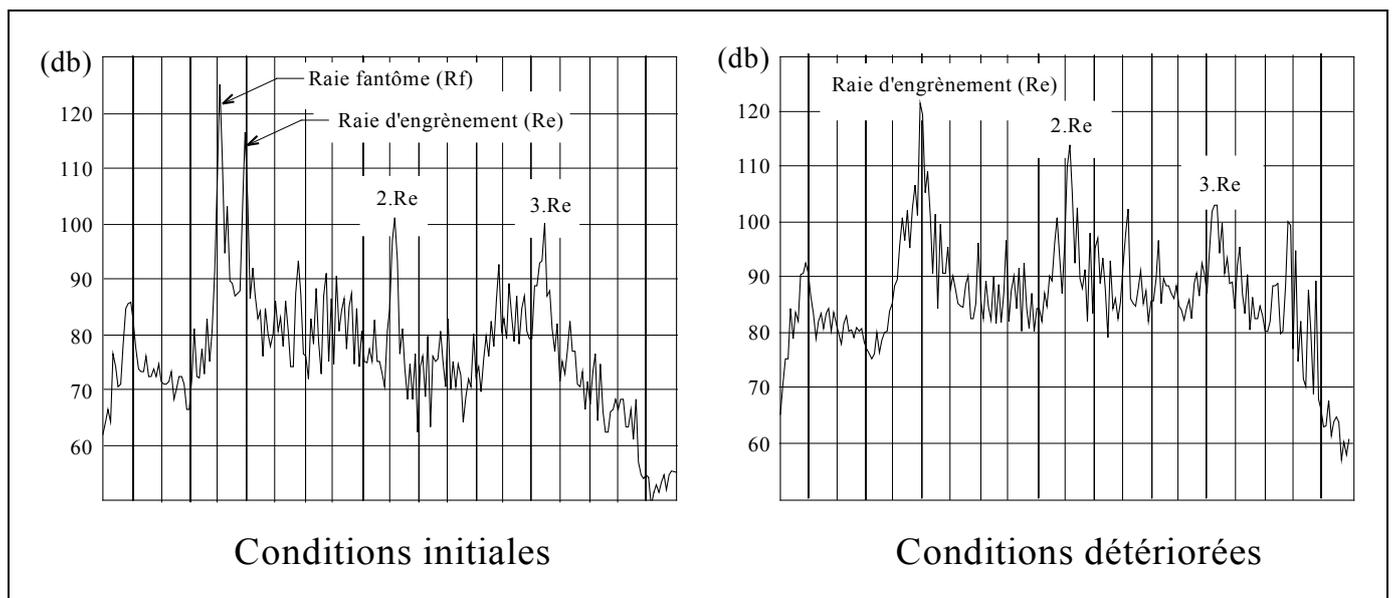


Figure I.27 : Evolution des raies fantômes avec l'usure (Randall 1982)

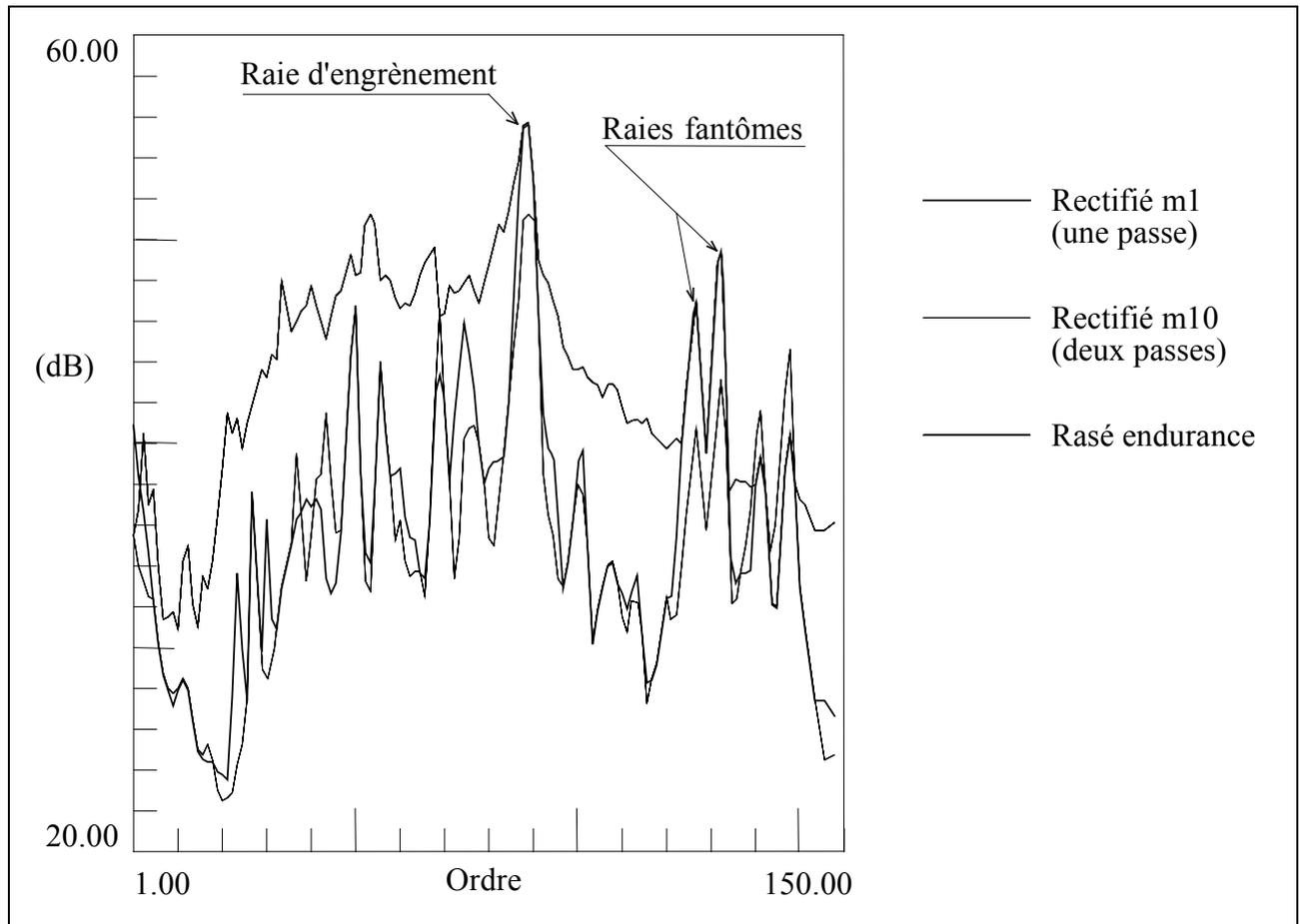
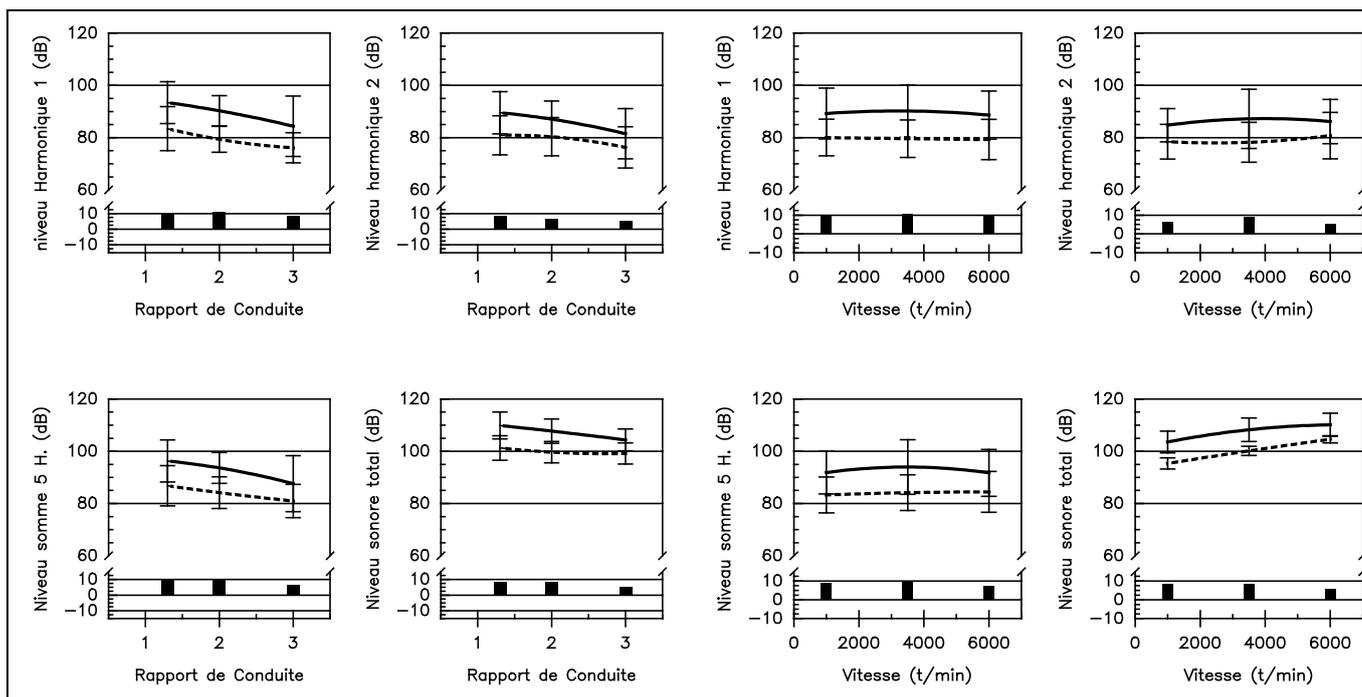


Figure I.28 : Evolution du niveau des raies fantômes avec le type de finition des dentures (Kassaï & col. 1992)

De plus, Kassaï & col. (1992) montrent que l'émergence de ces raies est favorisée par le mode de finition des dentures (rectification) et est directement liée à la présence de défauts de très faible amplitude (quelques micromètres) mais parfaitement réguliers qui font ressortir des raies très énergétiques (Fig. I.28). Dans le domaine automobile, ces raies se révèlent particulièrement nuisibles puisque situées dans le domaine audible et d'un niveau comparable voire supérieur à la raie fondamentale d'engrènement. Cet effet pénalise fortement les bénéfices apportés par les corrections de dentures qui contribuent à réduire le niveau des raies d'engrènement en compensant les effets des déformations élastiques.

Les travaux de modélisation de ces erreurs proposés par Mark (1984, 1992) permettent d'aboutir à des conclusions similaires. Il montre que des défauts de très faible amplitude ($< 1. \mu\text{m}$) peuvent produire des effets du même ordre de grandeur que ceux résultant des déformations de denture. Les engrenages hélicoïdaux semblent être bien plus sensibles que les engrenages droits à l'émergence de bandes latérales; ces raies ont alors un niveau comparable à celui des raies d'engrènement.

V Les défauts de montage ou de positionnement

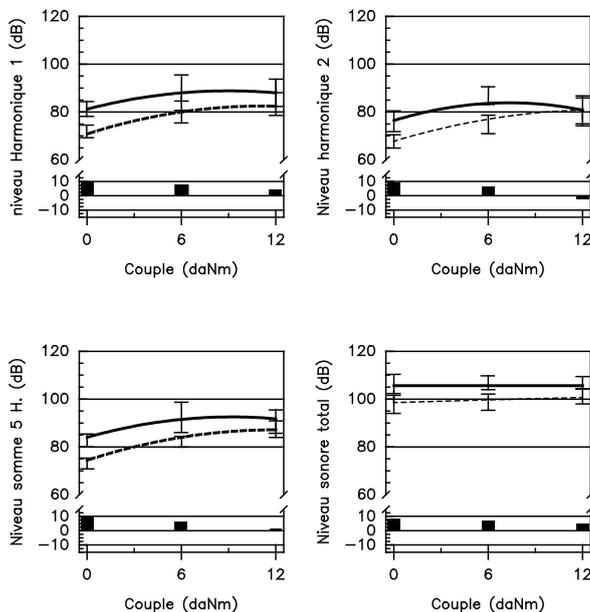


trait plein : entraxe nominal de fonctionnement
 trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. I.29.a : Influence du rapport de conduite

trait plein : entraxe nominal de fonctionnement
 trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. I.29.b : Influence de la vitesse



trait plein : entraxe nominal de fonctionnement
 trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. I.29.c : Influence du couple

Figure I.29 : Influence de l'entraxe de fonctionnement sur le bruit rayonné par 3 couples d'engrenages droits (Rémond 1991)

Ces défauts sont généralement sous-estimés alors qu'ils peuvent expliquer les différences de niveau sonore observées sur des transmissions d'architecture absolument identique (série de boîtes de vitesses par exemple). L'ensemble de ces défauts caractérise le positionnement relatif des deux roues dentées résultant du montage ou de la déformation de la structure (arbres, paliers et carter) lors de l'application du chargement. Ils sont représentés par le défaut d'entraxe (écart entre l'entraxe de conception de la denture et l'entraxe réel) et les défauts de parallélisme entre les axes des roues.

V.1 Défaut d'entraxe.

L'entraxe est un paramètre particulièrement important. Il agit directement sur le jeu de fonctionnement et modifie la géométrie du contact (localisation des points de contact). Mitchell (1971) signale ce paramètre comme étant particulièrement important mais aucune étude ne conforte ces indications. Welbourn (1977, 1979) mentionne des résultats expérimentaux obtenus sur une boîte de transmission de camion qui est silencieuse avec un jeu minimum ou important et bruyante avec un jeu modéré. Dans la bibliographie les résultats expérimentaux obtenus par Rémond (1991) semblent les plus importants sur ce sujet. Il a observé sur plusieurs couples d'engrenages droits une réduction du niveau sonore voisine de 10 dB lorsque l'entraxe nominal de fonctionnement est diminué de 0.1 mm. Cette réduction est très peu affectée par la vitesse et le rapport de conduite (Fig. I.29.a et I.29.b) et diminue sensiblement lorsque le couple appliqué augmente (Fig. I.29.c). Ce dernier résultat semble indiquer que l'effet de l'entraxe est fortement lié aux déformations élastiques des dentures.

V.2 défauts d'inclinaison et de déviation.

La norme caractérise les défauts d'alignement par deux angles appelés angle d'inclinaison et angle de déviation (Fig. I.30). L'angle d'inclinaison est associé à une rotation dans le plan des axes, et l'angle de déviation conduit à une délocalisation latérale des portées de denture (Fig. I.31).

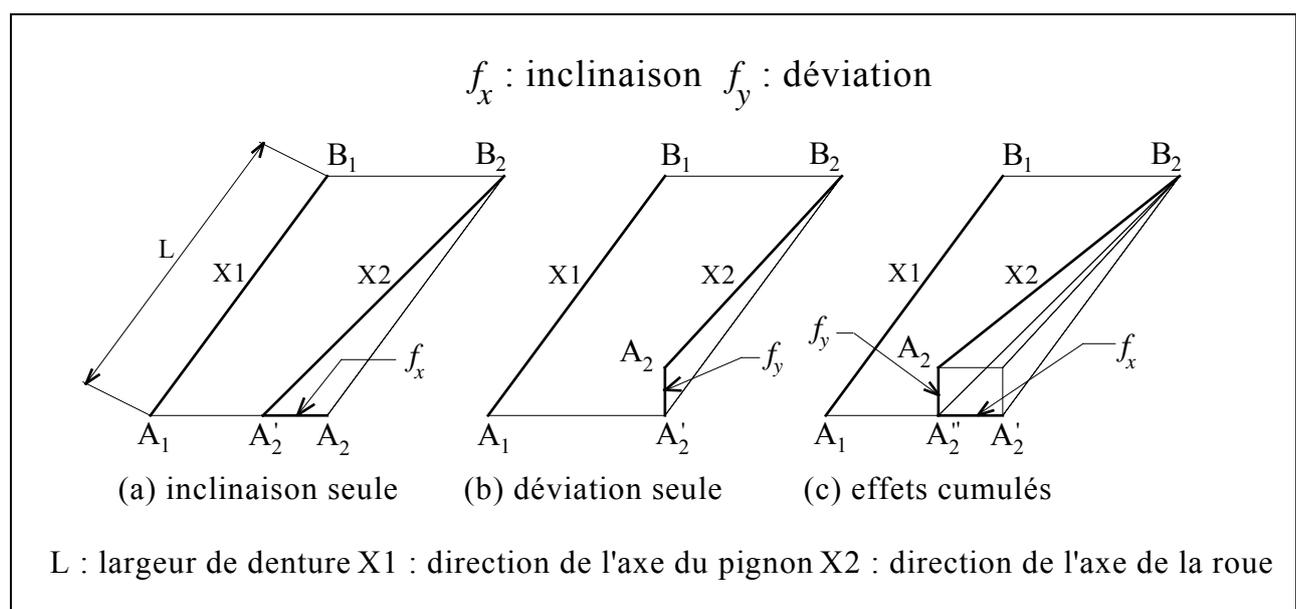


Figure I.30 : Définition des défauts d'inclinaison et de déviation selon la norme ISO 1328

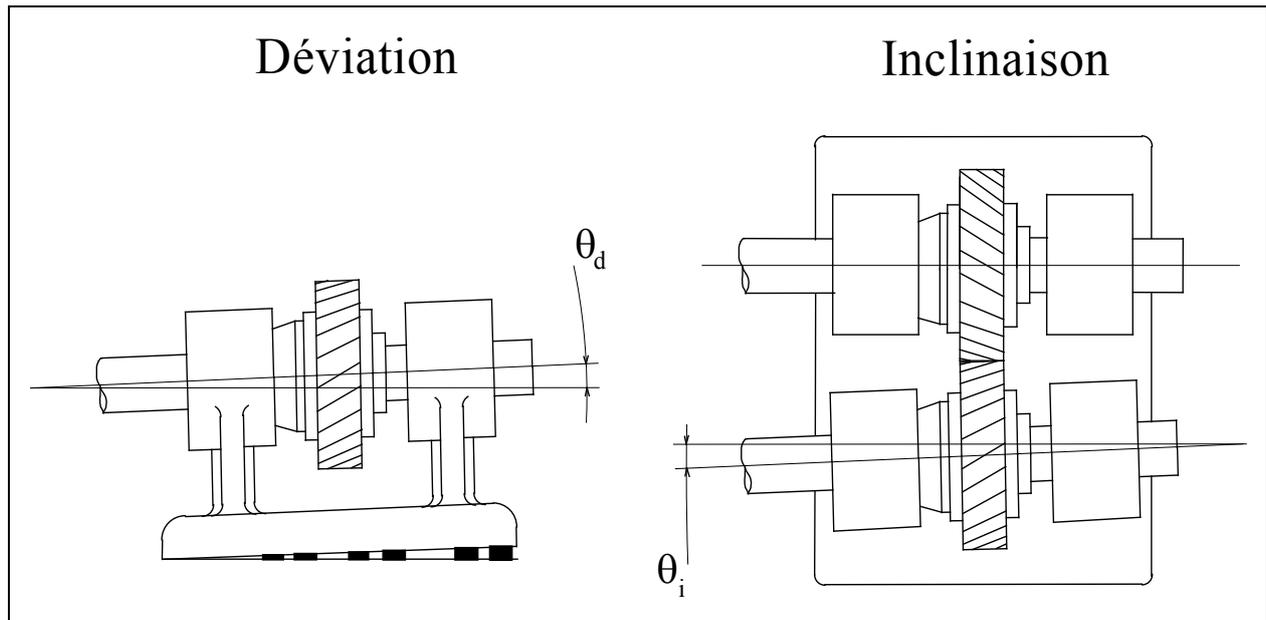


Figure I.31 : Caractérisation des défauts de déviation et d'inclinaison (Umezawa et col.1986-b).

Des travaux expérimentaux réalisés récemment permettent de caractériser de façon plus précise l'influence des désalignements sur le comportement vibratoire des transmissions par engrenages (Vinayak & Houser 1992, Sasaoka & col. 1991, Umezawa & col. 1986-b). En particulier, Umezawa et co. (1986-b) ont étudié l'effet des deux types de désalignement (Fig I.31) sur différents engrenages hélicoïdaux classés en fonction de leurs rapports de conduite ε_α et de recouvrement ε_β (c.f § II). Les différents essais ont été effectués à couple constant sur une plage de vitesse allant de 500 à 3400 tr/min. La grandeur analysée a été la valeur RMS (Root Mean Square value) de l'accélération tangentielle mesurée sur une des roues.

Les résultats principaux de cette étude sont présentés sur la figure I.33. Ils mettent clairement en évidence la très forte augmentation du niveau vibratoire associée à l'introduction des défauts d'alignement. Le défaut de déviation apparaît comme le plus pénalisant et ses effets sont similaires sur les deux couples d'engrenages présentés (H2 et H3). Ils sont toutefois beaucoup plus pénalisants sur l'engrenage H3 (engrenage de type III ($\varepsilon_\beta \geq 1.0$) suivant la classification établie au paragraphe II) qui est caractérisé par un excellent comportement vibratoire en l'absence de défaut.

Par ailleurs, la localisation des pics $fn/2$, $fn/3$ et $fn/4$ associés à la principale vitesse critique d'engrènement fn diminuent lorsque le désalignement (inclinaison ou déviation) augmente. Cet effet est bien plus marqué en présence du défaut de déviation et les auteurs l'attribuent à la diminution de la rigidité d'engrènement induite par la diminution des zones de portée. Les vitesses critiques sont, en effet, directement liées à cette grandeur (c.f § III).

Les auteurs arrivent à la conclusion que ces défauts peuvent être considérés comme des défauts d'angle d'hélice dans le plan d'action, mais la déviation exerce une influence plus grande que l'inclinaison car l'erreur qui lui est associée est plus importante. Cette erreur est estimée par $e = e_0 \cdot \cos(\alpha_t)$ si e_0 est un défaut de déviation et $e = e_0 \cdot \sin(\alpha_t)$ si e_0 est un défaut d'inclinaison (Fig. I.32), où α_t est l'angle de pression apparent .

Le sens d'application du défaut a également son importance. Son effet est d'autant plus grand qu'il est appliqué dans le même sens que l'angle d'hélice. Cette direction d'application correspond aux défauts positifs sur les résultats présentés sur la figure I.33.

Les travaux expérimentaux réalisés par Rémond (1991) sur le niveau de bruit rayonné par des engrenages droits et hélicoïdaux ont également montré l'influence distincte des deux défauts d'alignement. Ils ont également mis en évidence un effet croisé du désalignement et du rapport de conduite (Fig. I.34). L'influence du désalignement est inversée (devient bénéfique) lorsque le rapport de conduite passe de 2 à 3.

Enfin, une dernière caractéristique associée aux désalignements est signalée dans la bibliographie. Elle fait état d'une augmentation privilégiée du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement. Ce résultat est confirmé par l'analyse théorique des conditions cinématiques d'engrènement de deux roues désalignées (Valex 1988), l'erreur de transmission obtenue étant directement dépendante du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement. Néanmoins, aucune tendance forte ne se dégage sur ce point qui ne fait pas l'unanimité dans la bibliographie.

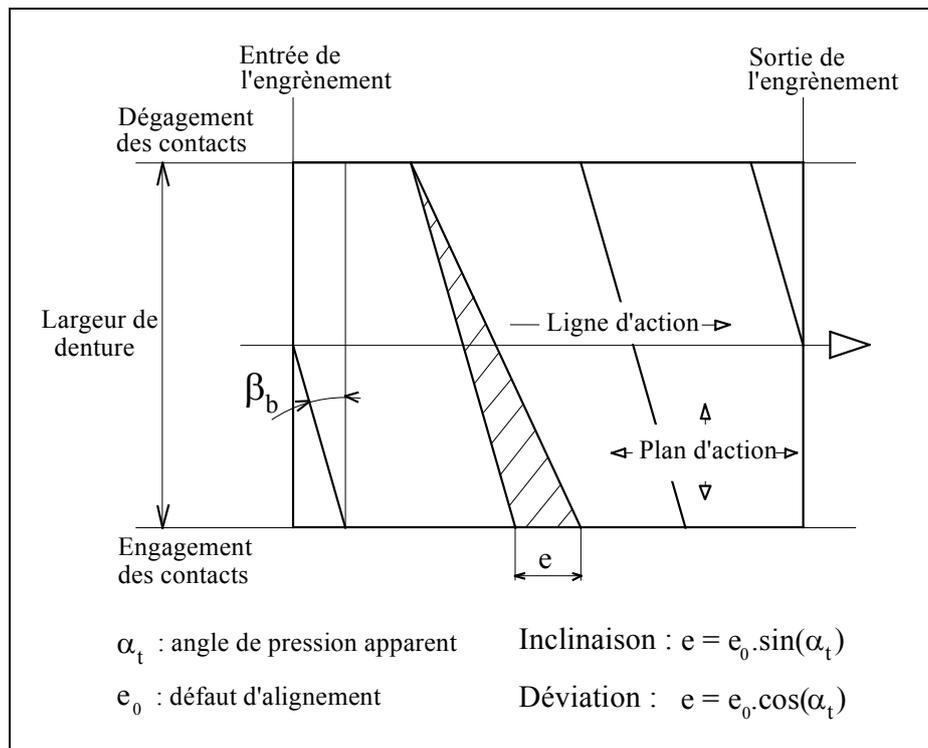


Figure I.32 : Influence des défauts de déviation et d'inclinaison dans le plan d'action (Umezawa & col. 1986-b).

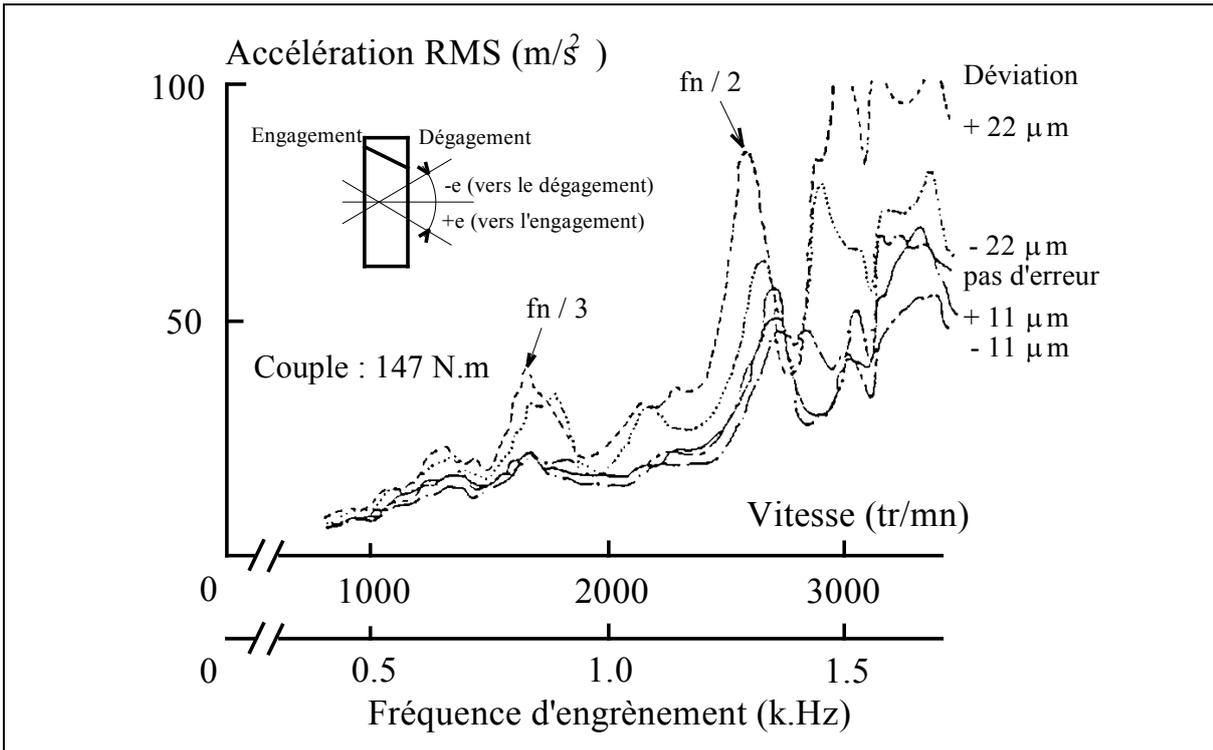


Fig. I.33.a : défaut de déviation (eng. H2)

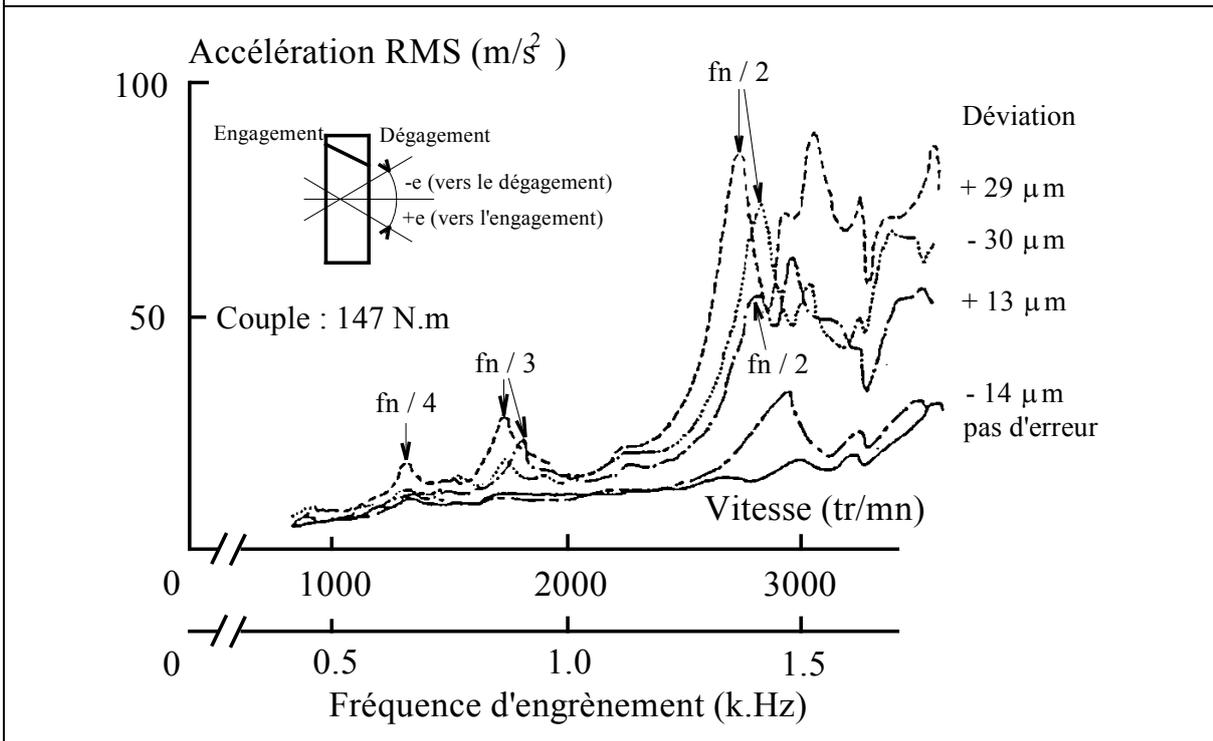


Fig. I.33.b : défaut de déviation (eng. H3)

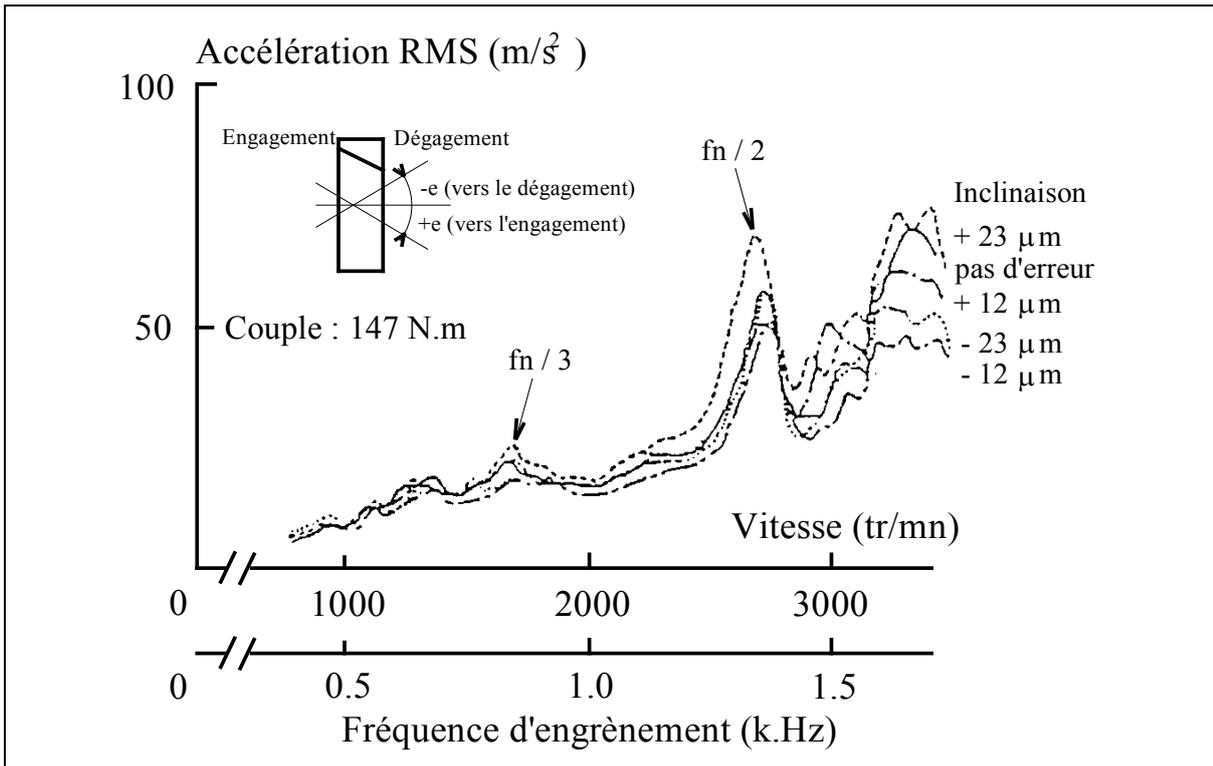


Fig. I.33.c : défaut d'inclinaison (eng. H2)

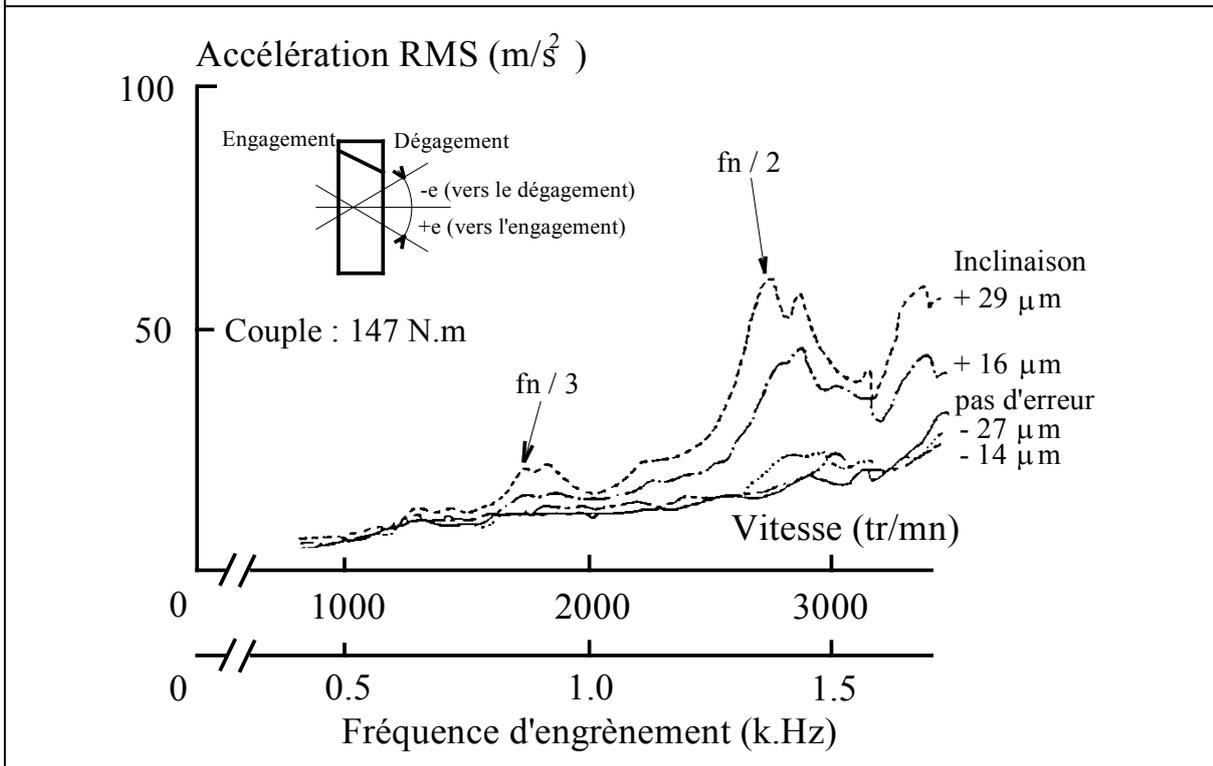


Fig. I.33.d : défaut d'inclinaison (eng. H3)

Figure I.31 : Influence des défauts de déviation et d'inclinaison sur le niveau vibratoire de deux engrenages hélicoïdaux. H2 ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \geq 2.0$ et $\varepsilon_\beta \leq 1.0$) et H3 ($\varepsilon_\beta \geq 1.0$) (Umezawa & col. 1986-b).

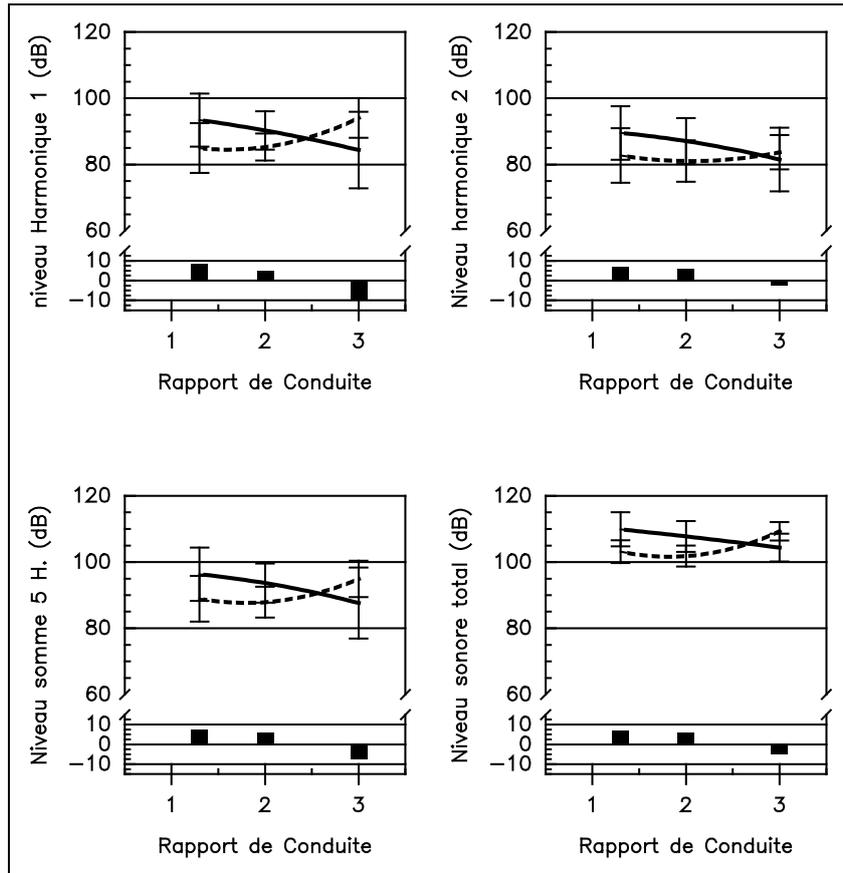


Figure I.33 : Effet croisé du désalignement et du rapport de conduite (Rémond 1991).

VI Conclusion

Ce premier chapitre a été entièrement consacré à la description des excitations attribuées à l'engrènement. Il était organisé sous la forme d'une synthèse bibliographique et les résultats présentés sont, pour la plus grande part, issus d'études expérimentales sur le bruit ou les vibrations d'engrènement. Les paramètres influents ont été isolés et leurs principales caractéristiques mises en évidence.

Il ressort de cette analyse que la principale source d'excitation à la fréquence d'engrènement est introduite par les déformations élastiques de denture et plus particulièrement par l'évolution du nombre de dents en contact. Ceci se traduit par l'apparition d'une erreur de transmission propre aux déformations élastiques et qualifiée d'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Cette grandeur est très affectée par la géométrie des dentures et plus particulièrement par le rapport de conduite (ε_α) et le rapport de recouvrement (ε_β) qui caractérisent le nombre moyen de dents simultanément en contact. Ces deux grandeurs permettent d'établir une première classification des engrenages au regard des excitations d'engrènement qu'ils produisent. Dans ce contexte, les valeurs entières du rapport de conduite, l'utilisation d'engrenages hélicoïdaux ($\varepsilon_\beta \neq 0$.) ou l'introduction de corrections de denture apparaissent comme très bénéfiques car ces choix conduisent à une diminution des fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge.

Par ailleurs, les fluctuations de la rigidité d'engrènement sont également très significatives. Elles sont, en effet, directement responsables des régimes de fonctionnement critiques où les vibrations d'engrènement augmentent considérablement. Ces régimes de fonctionnement sont directement reliés à la vitesse de rotation des engrenages car ils correspondent à la coïncidence de la fréquence d'engrènement avec un mode de la transmission étudiée. Les vitesses associées sont qualifiées de vitesses critiques de denture.

En dehors de ces effets qui sont les plus significatifs, la présence d'erreurs de forme ou de position induit des excitations supplémentaires. La caractéristique principale des erreurs de forme est l'apparition de modulations de la fréquence d'engrènement. Ces modulations se traduisent par la présence de bandes latérales sur les pics d'engrènement (analyse de Fourier) qui sont qualifiées de raies fantômes si elles ne sont harmoniques à au cune des fréquences fondamentales du système (fréquence de rotation des arbres et fréquence d'engrènement). Ceci est particulièrement le cas des défauts de profils induits par la machine de taillage. Les modulations introduites par l'excentricité ou les erreurs de pas cumulées ne rentrent pas dans cette catégorie car elles sont parfaitement harmoniques à la fréquence de rotation. De la même façon, les effets de l'usure qui sont sensiblement identiques sur les dents successives se traduisent uniquement par l'augmentation du niveau de la raie fondamentale d'engrènement. Enfin, les erreurs ne présentant pas de périodicité spécifique, comme les erreurs de pas individuelles (généralement présentées comme aléatoires), se traduisent par une augmentation globale du niveau vibratoire en dehors des pics d'engrènement où leurs effets sont "gommés" par les déformations élastiques.

De façon générale, les effets de ces défauts sur les déformations élastiques de denture sont considérés comme négligeables et leur caractérisation passe par la détermination, en régime quasi-statique sans charge, de l'erreur de transmission qu'ils induisent.

Les erreurs de positionnement sont, au contraire, directement responsables de modifications importantes des déformations élastiques de denture. C'est particulièrement le cas des défauts d'alignement qui conduisent à une diminution très marquée de la rigidité de denture. Cette diminution se traduit directement par une délocalisation importante des vitesses critiques de denture et une forte augmentation du niveau vibratoire.

Compte-tenu des tendances présentées dans la bibliographie et rappelées ci-dessus, la caractérisation des excitations d'engrènement passe par la détermination, en régime quasi-statique, de l'évolution de l'erreur de transmission sans et sous charge et de la rigidité d'engrènement. Cette étude est entreprise au chapitre III entièrement consacré à l'analyse de l'engrènement en régime quasi-statique. Les effets des paramètres influents (rapport de conduite, rapport de recouvrement, correction de denture, désalignement, ...) ainsi que des principaux défauts de forme et de position sont alors étudiés.

Chapitre II

Techniques de mesure de l'erreur de transmission

I Introduction.

Ce chapitre est consacré aux techniques de mesure de l'erreur de transmission qui est généralement reconnue comme le meilleur indicateur du niveau d'excitation lié à l'engrènement (Houser 1990, Zakrajsek & col. 1990, Rémond & col. 1993).

Rappelons que l'erreur de transmission, introduite par Harris (1958), correspond à la différence entre la position réelle de la roue et la position qu'elle devrait occuper si la transmission était parfaite (profils parfaitement conjugués et rigidité de denture infinie). Cette grandeur peut être exprimée sous forme angulaire ou sous forme linéaire si elle est ramenée dans le plan d'action. Notons que cette définition ne fait intervenir que les déplacements (ou les déformations) de torsion, ce qui ne lui confère pas, en théorie, un caractère général si l'on s'intéresse à l'ensemble des vibrations de la transmission. Nous verrons toutefois au chapitre IV que l'interface réalisée par l'engrènement introduit des couplages élastiques forts entre les différents degrés de liberté. Ces couplages relient les déplacements de flexion (déplacements et rotations) et de torsion lors de l'utilisation d'engrenages droits et l'ensemble des degrés de liberté lors de l'utilisation d'engrenages hélicoïdaux.

L'erreur de transmission est la grandeur mesurée dans l'ensemble des analyses expérimentales présentées dans la bibliographie car elle traduit directement les effets des imperfections (ou des déformations) de dentures sur la transmission des mouvements de rotation qui sont les mouvements fonctionnels dans les mécanismes à engrenages. L'ensemble des auteurs admet donc qu'elle fournit une indication très pertinente sur la qualité de fonctionnement de ce type de mécanisme et sa très forte corrélation avec le bruit d'engrènement la rend particulièrement intéressante dans le cadre des études vibro-acoustiques.

Dans ce chapitre, différents contextes de fonctionnement seront abordés et les techniques de mesure spécifiques à chacun d'eux seront présentées. En particulier, il convient de distinguer les

dispositifs de contrôle des engrenages des dispositifs de mesure dans des conditions réelles de fonctionnement.

L'erreur de transmission quasi-statique sans charge, que nous avons définie au chapitre précédent, est généralement utilisée pour caractériser la qualité de réalisation des engrenages. Elle fournit une indication globale sur les effets des différentes erreurs engendrées lors de la fabrication. Les techniques utilisées dans ce contexte sont présentées au paragraphe II.

Dans le cadre d'un fonctionnement industriel réel (couple et vitesse élevés), la compréhension des modes de génération du bruit d'engrènement ainsi que la validation des modèles numériques imposent une connaissance expérimentale précise du comportement des transmissions par engrenages. En particulier, l'erreur de transmission dynamique, unanimement considérée comme un indicateur très pertinent du niveau de bruit et de vibrations doit impérativement être mesurée dans ce contexte. Les méthodes qui sont alors utilisées font appel à des techniques très spécifiques qui ne sont pas toujours aisées à mettre en oeuvre; elles sont présentées au paragraphe III.

Le paragraphe IV présente les moyens d'essais et les techniques de mesure que nous avons choisi de mettre en oeuvre. Les techniques de traitement des signaux et les indicateurs que nous avons retenus sont présentés au paragraphe V. L'influence spécifique de la configuration mécanique du montage d'essais est étudiée au paragraphe VI.

II Mesure de l'erreur de transmission quasi-statique sans et/ou sous charge

II.1 Introduction

La mesure de l'erreur de transmission quasi-statique permet de caractériser la qualité de réalisation des engrenages (Faure 1989). C'est avant tout une technique de contrôle qui fournit une indication globale sur les imperfections géométriques issues de la fabrication sans avoir recours à des relevés de profil individuels sur les dentures.

Les phénomènes dynamiques ne sont pas pris en compte car les vitesses utilisées sont très faibles (inférieures à 10 tr/min). L'introduction d'un chargement qui permet, par exemple, de visualiser les effets des corrections de denture, est tributaire de la présence d'un dispositif de lubrification.

Le contrôle peut être réalisé en analysant :

- l'engrènement de la roue étudiée avec un "master",
- l'engrènement du pignon et de sa roue conjuguée,
- l'engrènement d'un étage de réduction complet (plusieurs engrenages).

Les figures II.1 (Munro 1970) et II.2 (Faure 1989) présentent des exemples de mesure de l'erreur de transmission pour différents types d'engrenages. Les effets des principales erreurs sont très nettement visibles :

- basse fréquence caractéristique des erreurs de pas cumulées et des excentricités,
- composante principale associée aux erreurs de forme, de profil et de division,
- erreurs très localisées associées à des dents endommagées ou présentant des défauts importants.

Les deux méthodes de mesure de l'erreur de transmission quasi-statique sont :

- la méthode sur deux flancs, la plus ancienne et la plus facile à mettre en oeuvre mais qui ne permet pas une mesure sous charge,
- la méthode sur un seul flanc qui est la plus couramment utilisée aujourd'hui.

Nous allons présenter ces deux méthodes de mesure.

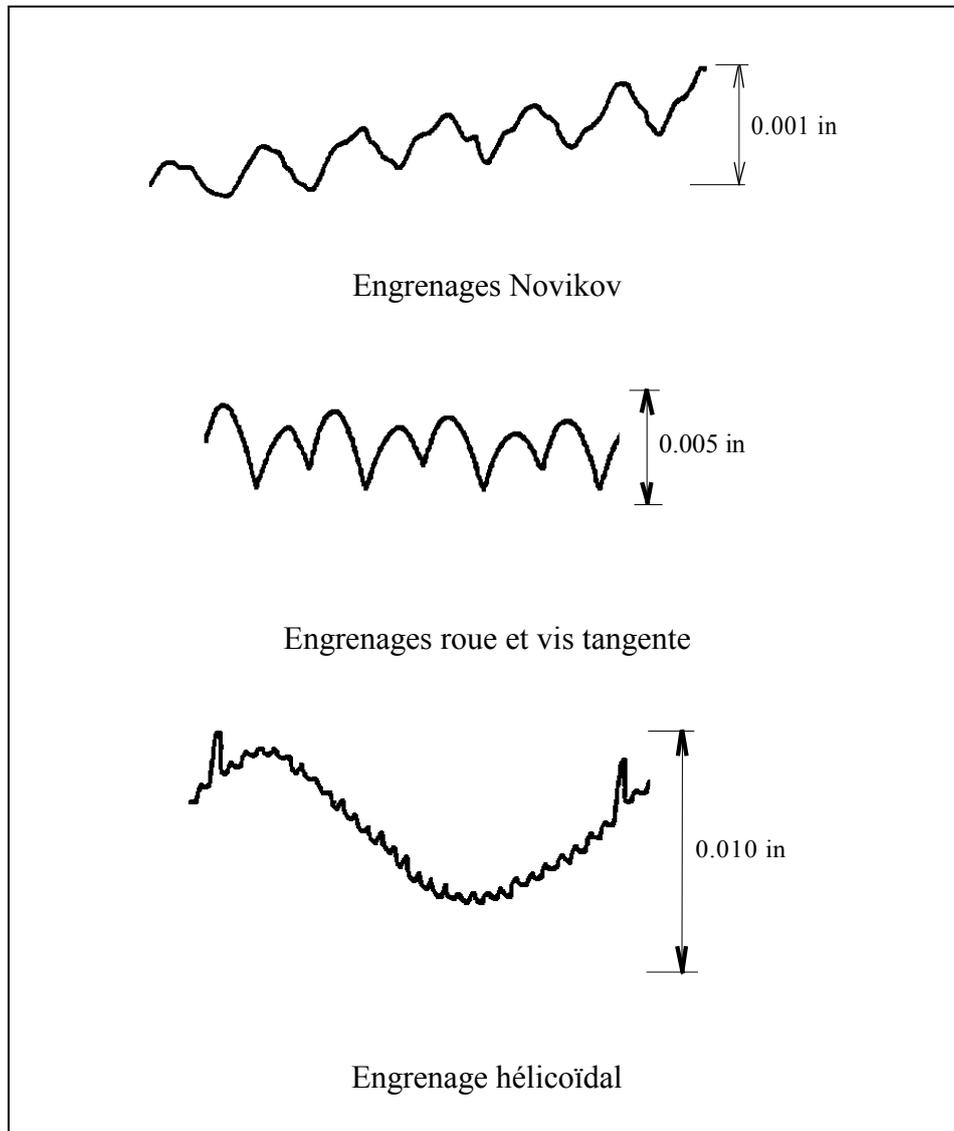


Figure II.1 : Erreur de transmission pour différents types d'engrenages (Munro 1970).

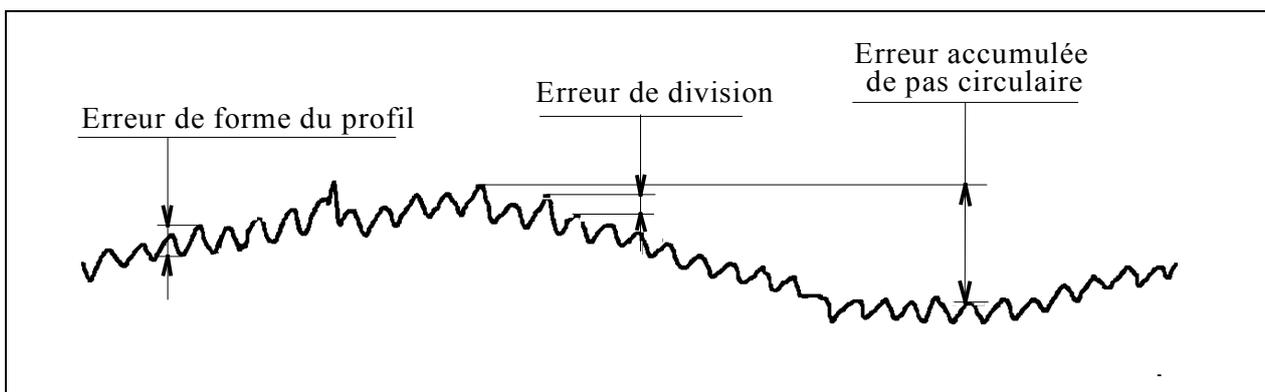


Figure II.2 : Effets caractéristiques des principales erreurs de fabrication sur l'erreur de transmission (Faure 1989).

II.2 Méthode sur deux flancs. Mesure de l'écart composé radial

Cette méthode, très simple dans sa mise en oeuvre (Fig. II.3), est caractérisée par une mesure de l'entraxe de fonctionnement. Les deux roues à analyser sont maintenues en contact en comblant constamment le jeu de fonctionnement. L'erreur obtenue est qualifiée d'erreur composée radiale. La figure II.4 présente un exemple d'enregistrement réalisé à l'aide de cette méthode.

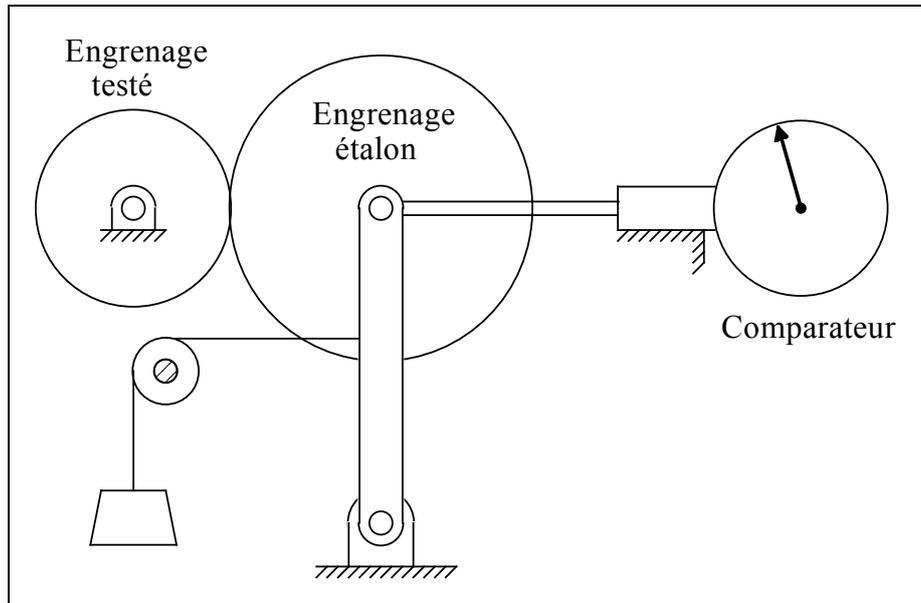


Figure II.3 : Principe de mesure de l'erreur composée radiale (Drago 1988).

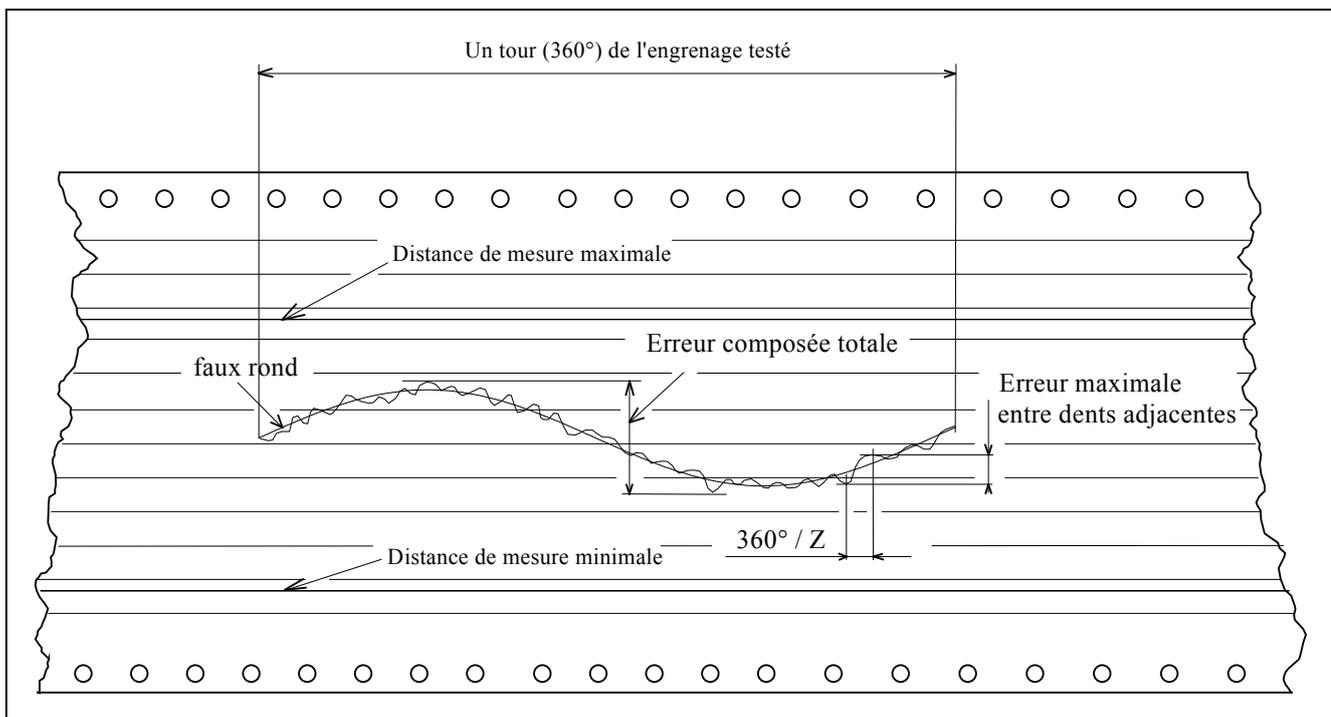


Figure II.4 : Exemple caractéristique d'une mesure de variation d'entraxe par la méthode sur deux flancs (Drago 1988).

Les effets des principales erreurs sont apparents sur cet enregistrement. Néanmoins, le principe de mesure est éloigné du fonctionnement réel de l'engrenage et il est difficile de remonter aux causes des variations d'entraxe observées. En particulier, les erreurs conduisant à des variations de position angulaire, comme les erreurs de profil ou de division, sont sous-estimées. Un risque supplémentaire est associé au cumul des erreurs des deux flancs. Par contre, les effets des erreurs de faux-rond sont particulièrement visibles.

En conclusion, cette méthode présente l'avantage de la simplicité et fournit une bonne indication sur la précision de réalisation d'une denture de qualité médiocre. Par contre, c'est une mesure indirecte et les effets de chaque erreur sont mal estimés. Ce point est particulièrement gênant dans le cadre d'une étude sur le bruit et les vibrations engendrées par l'engrènement.

II.3 Méthode sur un seul flanc. Mesure de l'écart composé tangentiel.

Cette méthode est caractérisée par une analyse directe des fluctuations de position angulaire. L'erreur obtenue est qualifiée d'erreur composée tangentielle (selon la norme ISO 1328); elle correspond à l'erreur de transmission quasi-statique définie au chapitre précédent. Il existe différents appareillages de mesure qui peuvent être regroupés en deux familles distinctes :

- dans la première, le fonctionnement de l'engrenage étudié est comparé au fonctionnement d'un système équivalent ayant une cinématique parfaite. La mesure est alors qualifiée de comparative,
- dans la seconde, la position angulaire de chaque roue (menante et menée) est enregistrée et le fonctionnement réel ainsi mesuré est comparé au fonctionnement théorique. La mesure est alors qualifiée de directe.

II.3.1 Mesure comparative.

Deux appareils utilisant un principe de mesure similaire sont présentés ici. Une description détaillée en est faite par Faure (1989) et par Rémond & col. (1993). Ils sont adaptés uniquement à l'analyse des engrenages cylindriques car le fonctionnement réel est comparé au roulement sans glissement de deux cylindres matérialisant les cylindres primitifs de l'engrenage. Ce sont des dispositifs de laboratoire essentiellement adaptés au contrôle de qualité.

Le premier appareil qualifié d'universel est présenté sur la figure II.5. Les rotations des roues dentées sont converties par un dispositif mécanique en déplacements linéaires. Un chariot 4 entraîne une barre motrice 9 par l'intermédiaire d'un plateau à rainure 5. L'inclinaison de cette rainure permet de modifier le rapport des déplacements entre les barres 9 et 13 en fonction du rapport de réduction des engrenages. Le déplacement de 9 est transmis au cylindre 11 et donc à l'axe de la roue 1 (X1). Un système équivalent transforme le mouvement imprimé à la roue 2 en une translation de la barre détectrice 13. Le signal d'erreur est obtenu par comparaison des mouvements de 4 et 13. Deux entraîneurs auxiliaires H1 et H2 permettent de compenser les frottements dans tout le mécanisme et de maintenir les profils de denture en contact.

Ce dispositif compact de mesure permet de mesurer l'erreur de transmission sous sa forme linéaire. Les effets des différents défauts sont obtenus en vraie grandeur. La principale limitation de ce dispositif est la course du chariot qui correspond à un tour de la roue testée dans le cas de l'engrènement avec un "master". L'analyse d'un couple d'engrenages est de ce fait difficilement

réalisable. De plus, le principe de transmission des mouvements par friction rend toute mesure sous charge impossible.

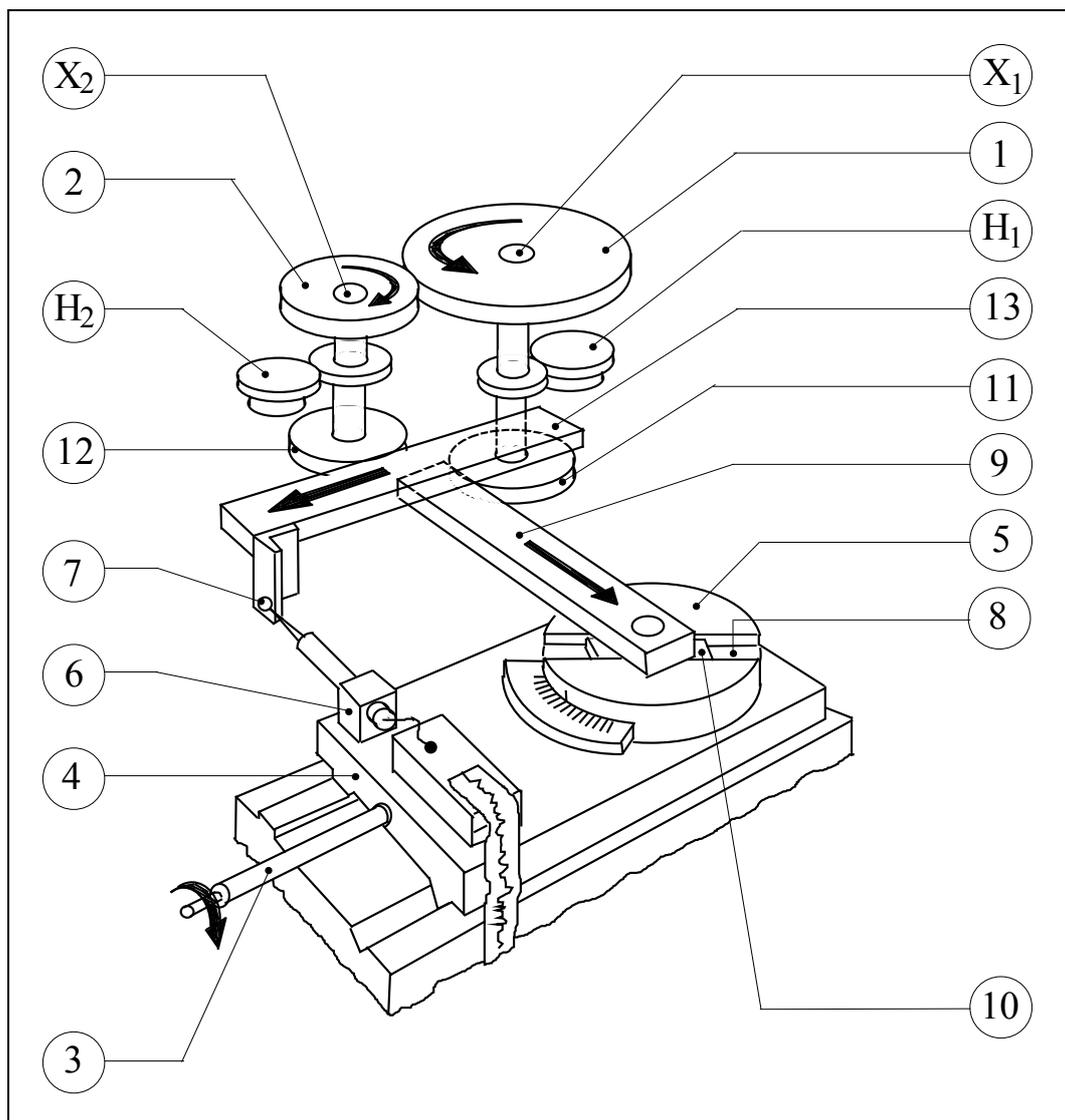


Figure II.5 : Principe de fonctionnement de l'appareil universel pour la mesure de l'erreur composée tangentielle, d'après Faure (1989)

Le second appareil (Fig. II.6) utilise un principe de mesure similaire au précédent. Par contre, la mesure est effectuée sur l'engrenage complet (pignon et roue) et la durée de mesure n'est pas limitée. Le fonctionnement du couple étudié est comparé au roulement sans glissement de deux cylindres (1 et 2) dont les diamètres sont exactement les diamètres primitifs du pignon et de la roue. Un capteur de proximité monté sur un diamètre fixe permet de relever l'erreur de transmission. La mesure est transmise à un enregistreur par l'intermédiaire d'un collecteur tournant.

Ce dispositif permet de mesurer sur un grand nombre de tours l'erreur de transmission d'une roue avec un "master" ou avec son pignon conjugué. Par contre, la mesure sous charge est impossible pour les mêmes raisons que précédemment.

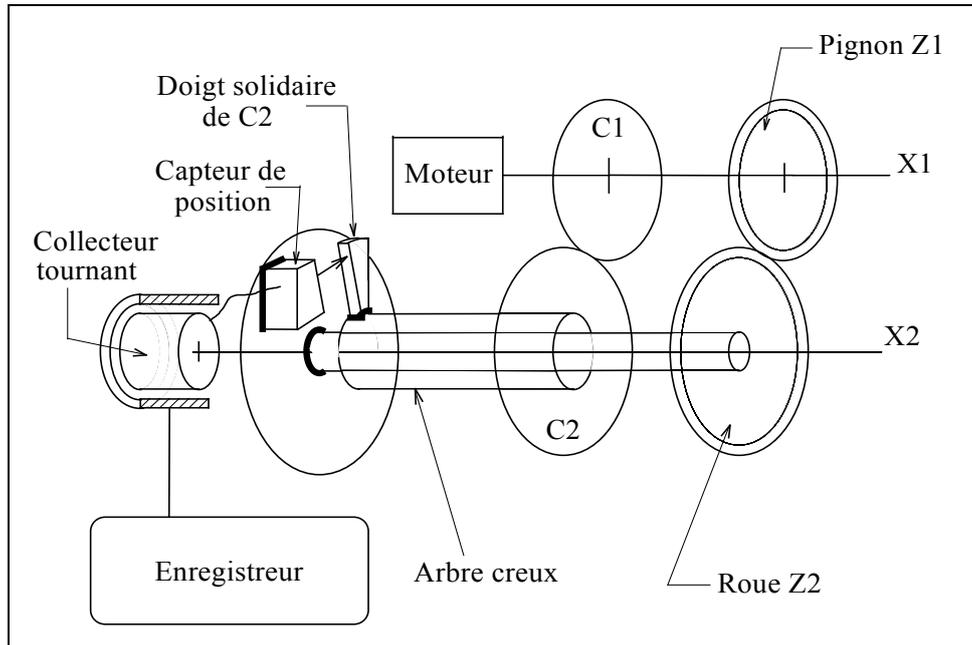


Figure II.6 : Dispositif de mesure de l'erreur composée tangentielle par roulement de deux disques (Faure 1989).

II.3.2 Mesure directe.

Ce principe de mesure est associé à l'enregistrement de la position angulaire de chaque roue à l'aide de codeurs optiques. Un traitement spécifique des signaux, tenant compte du rapport de réduction, permet de construire le signal d'erreur (Fig. II.7). Cette technique est parfaitement adaptée à la mesure de l'erreur de transmission quasi-statique (à vide ou en charge) d'un couple d'engrenages (de type quelconque) ou d'une transmission complète. La mesure peut être effectuée sur site à l'aide d'un dispositif portable (système KLINGELNBERG PEW02) ou sur machine de contrôle (GOULDER-MIKRON, GLEASON)

Les codeurs sont montés en bout d'arbre, ce qui impose de disposer d'une extrémité libre. Ce point n'est plus limitatif aujourd'hui avec l'apparition de codeurs à arbre creux de diamètre relativement élevé. Les signaux délivrés sont des signaux carrés (ou sinusoïdaux) dont la fréquence est égale à la fréquence de rotation des arbres multipliée par le nombre de raies de la roue codeuse. Le calcul de l'erreur de transmission nécessite également de multiplier la fréquence d'un des signaux par le rapport de réduction. Mais la recherche d'une précision angulaire importante impose l'utilisation de codeurs ayant un grand nombre de raies. La réalisation de la mesure est donc tributaire d'un compromis entre la vitesse de rotation des arbres et le nombre de raies des codeurs; les cellules photoélectriques des codeurs ont, classiquement, une réponse en fréquence inférieure à 300 k.Hz.

Cette technique de mesure est aujourd'hui largement utilisée pour l'analyse du comportement des transmissions par engrenages pour des vitesses pouvant aller jusqu'à 2500-3000 t/min (Houser & Blankenship 1989, Smith 1988).

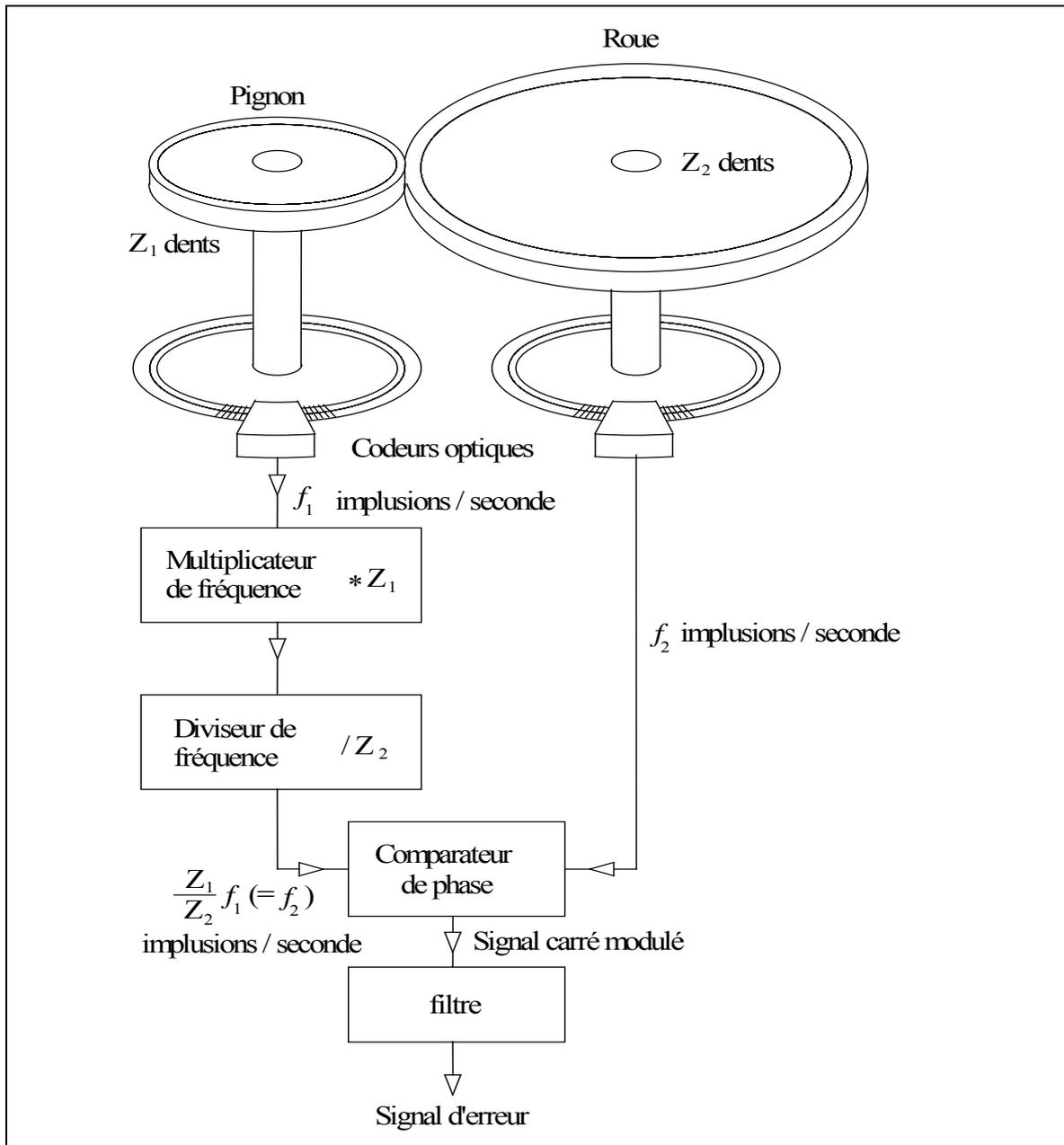


Figure II.7 : Dispositif de mesure de l'erreur de transmission à l'aide de codeurs optiques (Smith 1988).

II.4 Relevés profilométriques et erreur de transmission.

Les erreurs individuelles relevées sur les dentures peuvent être combinées pour reconstruire l'erreur de transmission. Munro (1989) présente la technique de construction de cette courbe dans le cas d'un couple d'engrenages corrigés présentant des erreurs de pas (Fig. II.8). Dans le cas de données expérimentales réelles, la comparaison entre l'erreur de transmission mesurée (mesure sur un flanc) et les relevés profilométriques illustre le parfait accord existant entre les deux informations (Fig. II.9). Ces courbes permettent de bien mettre en évidence les effets des différentes erreurs, les erreurs de pas étant responsables de la différence entre deux maximums locaux, alors que les erreurs de profil sont responsables des variations d'amplitude lors du passage d'une dent. Ces dernières sont d'ailleurs relativement répétitives.

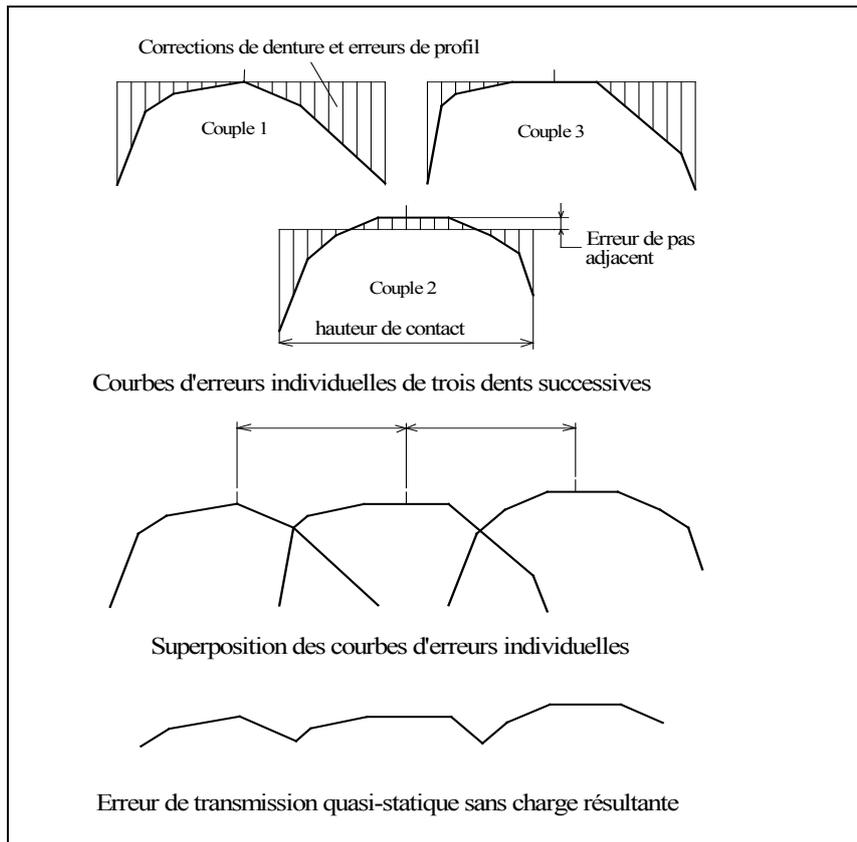


Figure II.8 : Construction de l'erreur de transmission sans charge à partir des erreurs de profil individuelles (Munro 1989).

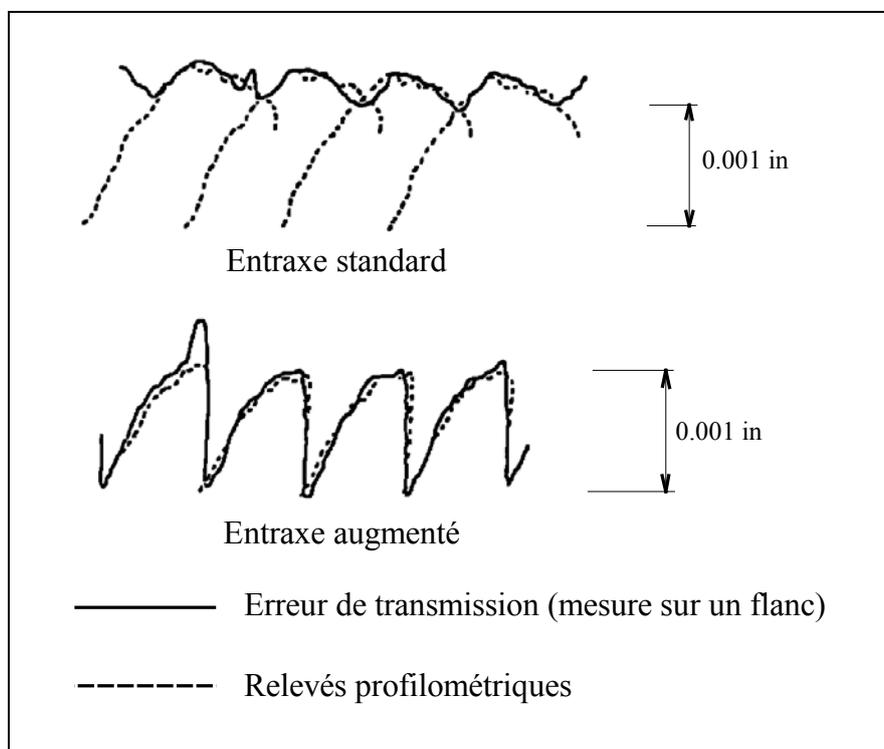


Figure II.9 : Comparaison entre la mesure de l'erreur de transmission et un relevé profilométrique (Munro 1970).

L'intérêt principal de cette approche est de montrer la pertinence du choix de l'erreur de transmission comme indicateur global de la qualité de réalisation d'un engrenage. Elle ne permet évidemment pas une étude systématique et ne peut pas être généralisée comme procédé de mesure. De plus, Kohler (1895) montre que cette construction peut se révéler délicate dans le cas d'engrenages à rapport de conduite supérieur à 2 ou pour les engrenages hélicoïdaux. Les erreurs de pas se combinent alors avec d'autres erreurs (distorsion) et la présence de plusieurs dents dans le contact ne permet pas d'isoler la contribution de chaque erreur.

II.5 Conclusion.

Les techniques de mesure que nous avons présentées ici permettent de caractériser globalement la qualité de réalisation d'une denture et d'estimer le niveau d'excitation qu'elle va engendrer dans une transmission. Ce ne peut être qu'une estimation car l'influence du chargement et les phénomènes dynamiques ne sont pas pris en compte.

Comme nous l'avons vu, l'erreur de transmission quasi-statique est directement l'image des défauts de denture et la mesure sur un seul flanc en fournit une représentation fidèle. Le procédé le plus couramment utilisé est la mesure directe à l'aide de codeurs optiques. Ce procédé permet l'analyse d'une roue seule, d'un engrenage ou d'un mécanisme complet en présence d'un chargement. Ce système reste néanmoins un montage de laboratoire.

La mesure sur deux flancs est, malgré sa simplicité, de moins en moins utilisée car c'est une mesure indirecte qui ne permet pas de remonter aux erreurs élémentaires.

III. Mesure de l'erreur de transmission dynamique.

Par opposition au cas précédent, la mesure de l'erreur de transmission en régime dynamique est associée à des conditions de charge et de vitesse représentatives du fonctionnement réel. La mesure peut être effectuée sur site ou sur un banc d'essais de forte puissance; les structures en boucle fermée permettent de reproduire les conditions de fonctionnement les plus sévères.

Les techniques de mesure utilisées peuvent être regroupées en deux grandes catégories : les dispositifs à accéléromètres et les dispositifs à codeurs optiques. Ces dispositifs présentent des inconvénients spécifiques, mais les résultats obtenus par chacun d'entre eux présentent généralement un bon accord.

III.1 Mesure de l'erreur de transmission à l'aide d'accéléromètres.

Les dispositifs utilisant des accéléromètres sont très employés pour l'analyse du comportement dynamique des engrenages. Ces capteurs présentent l'avantage d'être parfaitement connus et d'un très faible coût. Les accéléromètres utilisés sont généralement de type linéaire. Ils sont montés tangentiuellement dans un pl an orthogonal à l'axe de rotation (Fig. II.10). Ce montage peut être effectué sur le corps même de l'engrenage ou sur un disque proche. Le signal d'accélération angulaire est obtenu par différence des accélérations tangentielles, une double intégration temporelle permettant de calculer la position angulaire de la roue étudiée. Les signaux sont transmis à la chaîne d'acquisition par l'intermédiaire d'un contact tournant ou par télémétrie. Cette dernière technique est séduisante car elle permet, malgré son coût élevé, de s'affranchir des parasites introduits par les balais des collecteurs tournants.

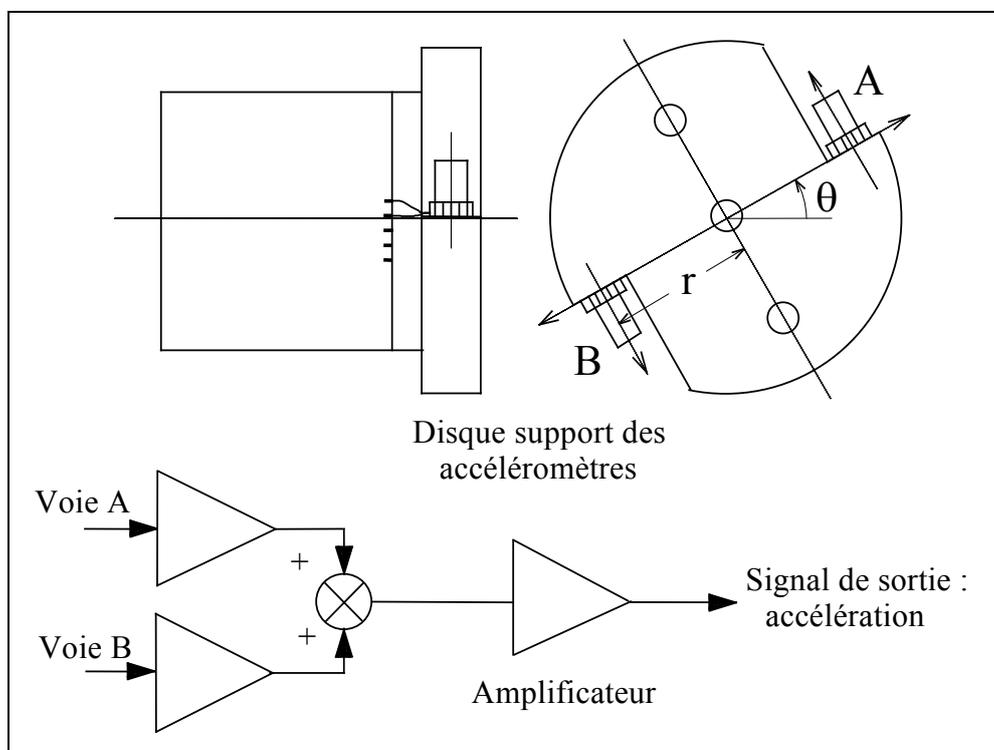


Figure II.10 : Mesure de l'erreur de transmission à l'aide d'accéléromètres. Montage des capteurs (Houser & Blankenship 1989).

Le positionnement des accéléromètres et l'équilibrage du dispositif de mesure sont essentiels afin de reconstituer correctement le signal d'erreur et de ne pas perturber le fonctionnement normal des engrenages.

Ce procédé de mesure a été utilisé pour de nombreuses études expérimentales : Umezawa (1986-b), Houser & Blankenship (1989) et a fait l'objet d'un dépôt de brevet européen par la Société Renault automobile (Renault 1991). Il présente l'avantage déterminant de pouvoir être utilisé pour des vitesses élevées. Néanmoins, la construction du signal d'erreur peut être perturbée dans le cas de fortes vibrations latérales: il représente alors une petite valeur provenant de la différence de deux grandes. En outre, ce système ne permet pas de remonter de façon sûre aux composantes à la fréquence de rotation des arbres à cause d'interactions entre les effets de gravité et les désalignements des axes réels des deux accéléromètres (Smith 1990). Enfin, le signal obtenu est représentatif du fonctionnement d'une seule roue, et il comporte des informations liées au fonctionnement de l'ensemble du système mécanique (fluctuations de vitesse et de charge introduites par le moteur).

III.2 Mesure de l'erreur de transmission à l'aide de codeurs optiques.

Le principe de mesure est le même que celui présenté dans le cas quasi-statique (fig.II.7). Le principal avantage de ce procédé est la mesure directe de l'erreur de transmission, mais la fréquence des signaux engendrés, associée aux capacités des cellules photoélectriques, impose une limite supérieure à la vitesse de rotation. Dans la pratique, cette limite est située vers 2500-3000 tr/mn.

Une technique intéressante de traitement des signaux, proposée par Kong (1987), permet de s'affranchir de ce problème. Elle consiste (Fig.II.11) à dissocier les notions de résolution (confiée à une horloge) et d'échantillonnage (confiée au codeur). La précision de la mesure est alors tributaire de la fréquence d'horloge et le nombre de raies codeur peut être considérablement diminué. Nous verrons au paragraphe IV qu'un codeur de 2048 raies peut être suffisant. La loi d'évolution angulaire de chaque codeur, et donc de la roue dentée qui lui est liée, est obtenue en localisant précisément (grâce à l'horloge) le temps d'apparition de chaque front codeur.

L'erreur de transmission est déterminée par le calcul après l'acquisition. La seule information stockée est le nombre de pulsations d'horloge qui sépare les fronts codeur successifs. Ces fronts sont séparés par un intervalle angulaire fixe et égal à $2\pi/n$, où n est le nombre de raies du codeur considéré.

Ce principe qui permet la mesure à des vitesses élevées n'a pas, à notre connaissance, été utilisé dans ce contexte, la technique analogique proposée par Smith (1988) restant curieusement la plus utilisée.

L'utilisation de cette méthode pose néanmoins deux problèmes mécaniques. Le premier est la nécessité de disposer d'une extrémité libre sur chaque arbre pour pouvoir y accoupler les codeurs. Les codeurs à arbre creux permettent aujourd'hui de pallier à cette difficulté. Le second est lié à la réponse en torsion du codeur lui-même. En effet, sa liaison avec le mécanisme engrenant est généralement réalisée par un accouplement élastique qui permet d'éviter la transmission des sollicitations vers le codeur (Fig.II.12). La faible rigidité de cet élément est responsable de l'apparition d'une fréquence parasite dans les signaux de mesure, sa valeur

caractéristique est située entre 1 et 2 k.Hz. Cette fréquence est donc très rapidement excitée par la fréquence de rotation des arbres ou la fréquence d'engrènement et ses harmoniques. Ce problème, signalé dans la bibliographie (Smith 1990), est particulièrement gênant et constitue une limitation sérieuse à l'emploi des codeurs optiques pour des vitesses importantes. Nous verrons au paragraphe IV qu'une liaison mécanique soignée permet de limiter, voire de supprimer cet effet.

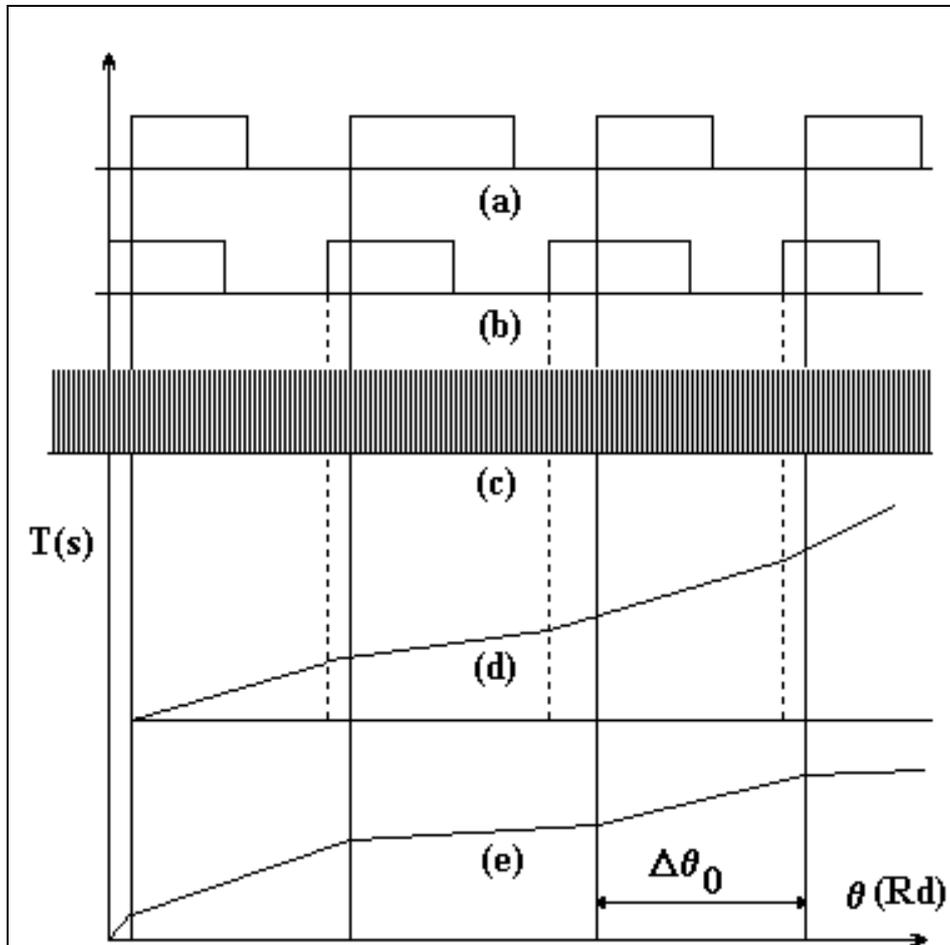


Figure II.11 : Principe de mesure proposé par Kong (1987): utilisation de codeurs ayant un faible nombre de raies

- (a) signal codeur roue menante, (b) signal codeur roue menée, (c) signal d'horloge,
 (d) temps cumulé roue menante, (e) temps cumulé roue menée,
 $\Delta\theta_0$ intervalle angulaire entre deux raies codeur.

III.3 Comparaison entre les deux techniques de mesure.

Smith (1990) propose une comparaison entre les deux techniques de mesure (accéléromètres et codeurs). Pour cela, il utilise un banc en boucle fermée (50 k.W). Le dispositif support des accéléromètres et les codeurs optiques (72000 raies) sont disposés à une extrémité de l'arbre le plus lent dont il a étudié les vibrations de torsion (Fig. II.13). Notons la présence d'un accouplement élastique et le mode de transmission des signaux accélérométriques par l'intermédiaire d'un contacteur tournant.

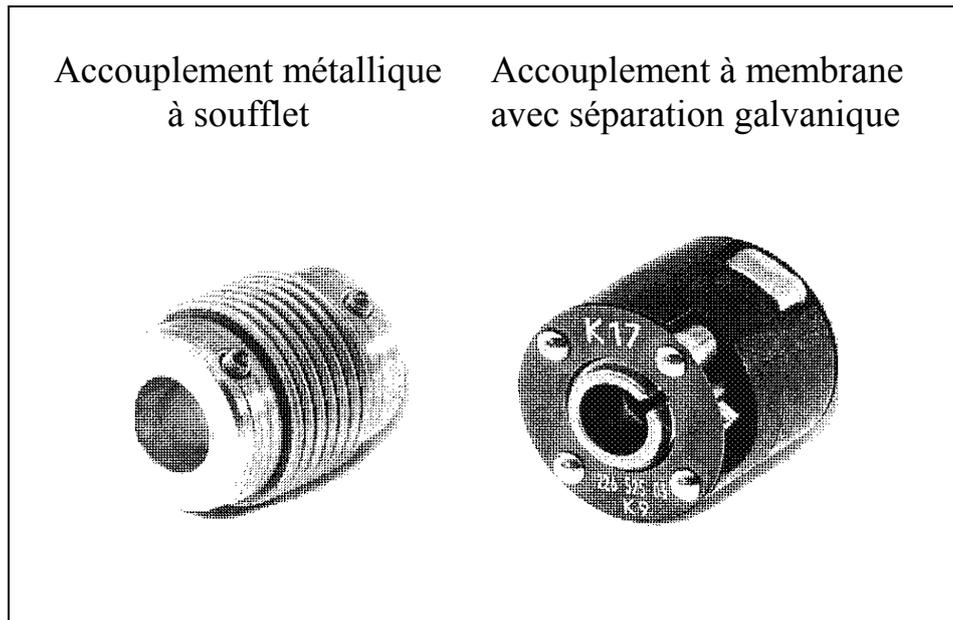


Figure II.12 : Accouplements élastiques assurant la liaison codeur-engrenage.
(fabricant : HEIDENHAIM)

L'analyse de la cohérence (Fig. II.14) entre les deux mesures, pour une vitesse donnée, montre un bon accord pour la fréquence d'engrènement (point a) et ses harmoniques (points b,c,d) mais des différences significatives pour d'autres fréquences. Ceci est vraisemblablement dû à une non-linéarité entre les deux systèmes ou à un bruit parasite sur une des voies de mesure. L'auteur qui a constaté des pertes de contact au niveau des contacts tournants, n'écarte pas la possibilité que ceux-ci aient perturbé le signal en provenance des accéléromètres.

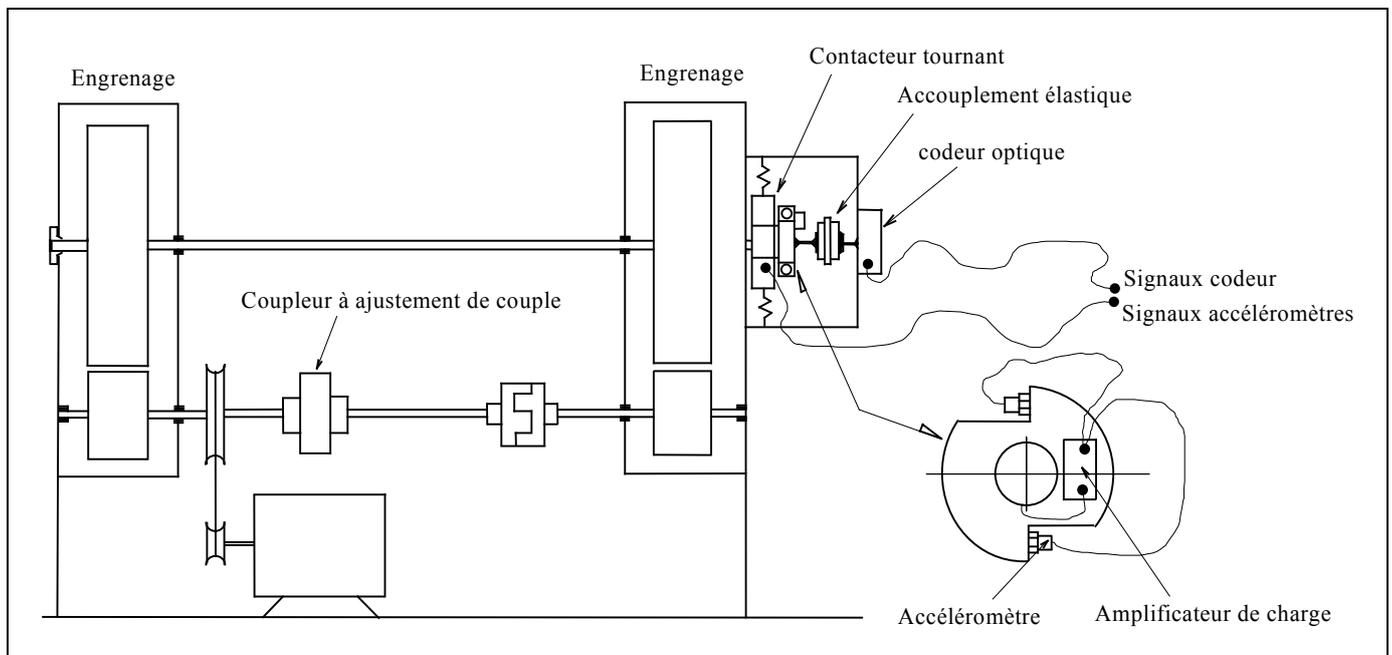


Figure II.13 : Montage proposé par Smith (1990) pour la comparaison des deux types de mesure (accéléromètres et codeurs).

Fonction de Cohérence

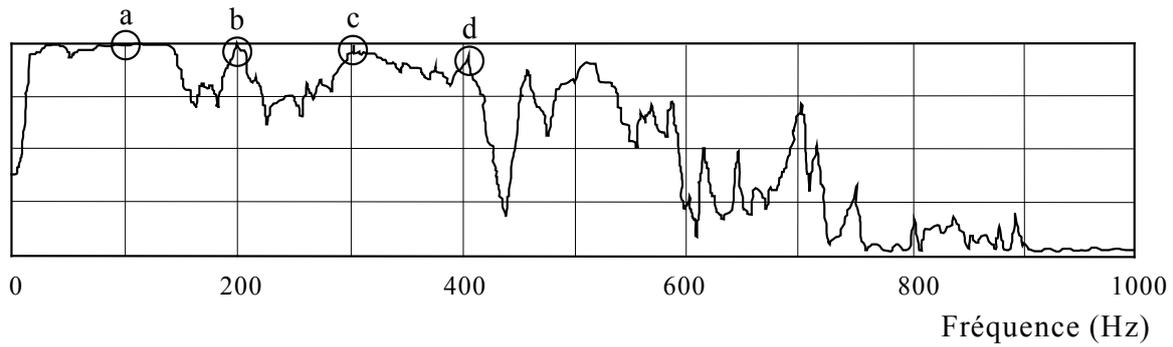


Fig. II.14.a : Fonction de cohérence

Fonction de transfert (dB)

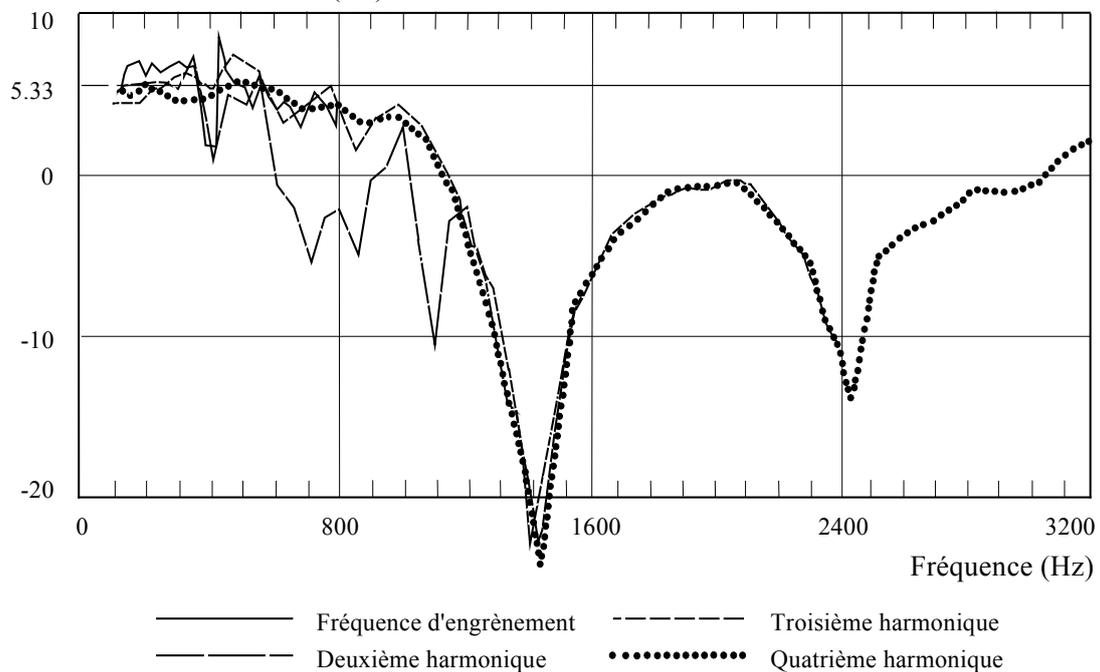


Fig. II.14.b : Fonction de transfert

Figure II.14 : Fonction de cohérence et fonction de transfert entre les deux mesures Smith (1990)

La fonction de transfert entre les deux signaux, relevée conformément aux remarques précédentes pour la fréquence d'engrènement et ses harmoniques, montre clairement des zones particulièrement perturbées. Ces zones sont associées à des fréquences de résonance du système d'accouplement des codeurs. Les résultats obtenus justifient donc les remarques effectuées aux paragraphes précédents.

En conclusion, la concordance entre les deux mesures est bonne mais chaque système a un domaine d'application privilégié. Les dispositifs à codeurs optiques sont, a priori, plus adaptés aux mesures à faibles vitesses et les dispositifs à accéléromètres aux vitesses plus élevées. Notons, toutefois, que des résonances mécaniques peuvent également perturber le fonctionnement

des dispositifs à accéléromètres. Ce phénomène est, par exemple, signalé par Umezawa & col. (1986-b) qui obtiennent une limite supérieure de 3500 tr/min pour la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée à cause d'une résonance du dispositif supportant les accéléromètres. Les résultats présentés au chapitre I sur la figure I.33 ont été obtenus grâce à ce dispositif.

III.4 Conclusion

Les techniques d'analyse du comportement dynamique des transmissions par engrenages les plus couramment utilisées ont été présentées dans ce paragraphe. Leurs avantages ainsi que leurs principales limitations ont été mis en évidence. D'autres systèmes existent. Ils sont, toutefois, d'utilisation bien moins courante. Signalons, par exemple, la mesure du couple de réaction à la sortie d'une transmission complète (Houser & Blankensip 1989) qui permet, par une mesure indirecte, de déterminer l'évolution des niveaux vibratoires.

En résumé, il apparaît que les accéléromètres permettent d'effectuer la mesure à des vitesses élevées mais ne fournissent pas des informations satisfaisantes à la vitesse de rotation des arbres. Ils sont associés à des techniques très spécifiques de mise en oeuvre (télémétrie) et nécessitent un montage et un équilibrage particulièrement soignés ainsi qu'une double intégration temporelle. La mesure obtenue est absolue et caractérise la position d'un seul arbre.

Les codeurs sont au contraire bien adaptés aux faibles régimes (jusqu'à 3000 t/min, fréquence d'engrènement inférieure à 1 k.Hz) mais souffrent de deux inconvénients majeurs qui sont :

- le montage en bout d'arbre,
- la fréquence élevée des signaux qui limite la vitesse de rotation.

Les codeurs à arbre creux et la technique proposée par Kong (1987) sont des solutions intéressantes à ces deux problèmes.

De façon générale, la présence d'une (ou plusieurs) résonances mécaniques du dispositif de mesure conduit, dans tous les cas, à définir un domaine d'utilisation limité. Au regard des informations publiées: la vitesse maximale d'utilisation semble être plus élevée pour les dispositifs à accéléromètres. La suppression des accouplements élastiques utilisés dans les dispositifs à codeur devrait permettre de définir des domaines d'utilisation comparables pour les deux types d'appareillages. Nous reviendrons sur ce point dans la suite du texte.

IV. Moyens d'essais et mise en oeuvre.

Le dispositif expérimental utilisé pour cette étude a été mis au point dans le cadre d'une étude paramétrique sur le bruit d'engrènement (Rémond 1991). Il a été conçu pour reproduire des conditions de fonctionnement sévères et représentatives d'une utilisation industrielle normale. Les éprouvettes d'essais utilisées permettent de faire évoluer sur une plage significative les paramètres géométriques caractéristiques de l'engrènement.

Le dispositif de mesure de l'erreur de transmission qui comprend le système mécanique de positionnement et d'entraînement des codeurs et une carte originale d'acquisition des signaux a, quant à lui, été mis au point dans le cadre de notre travail.

IV.1 Descriptif du banc d'essais.

Ce banc d'essais présente une architecture en boucle ouverte (Fig. II.15). Ce choix délibéré a été imposé par :

- la nécessité de disposer de points de mesure pour les positions angulaires sans introduire de système de renvoi générateur d'imprécisions et de vibrations parasites,
- le souci d'isoler l'engrènement étudié de son environnement et en particulier de s'affranchir des problèmes de couplage introduits par la boucle de retour dans les systèmes en boucle fermée.

Il est constitué de deux lignes d'arbre très rigides reliées entre elles par le couple d'engrenages étudié. L'entraînement est assuré par un moteur électrique asservi en vitesse et le freinage par un moteur électrique asservi en couple. Le montage est positionné sur un châssis composite métal-béton (7 tonnes) qui permet de définir une référence géométrique et surtout vibratoire correcte. En effet, ce massif est supporté par des plots amortisseurs qui lui confèrent un mode vibratoire de type corps solide à basse fréquence (10 Hz). Chaque arbre plein (1) et (2) de diamètre 60 mm (longueur 680 mm) est supporté par deux paliers à roulements de rigidité moyenne 3.10^8 N/m (cf ch.III). Ce montage particulièrement rigide permet de concentrer l'étude sur l'engrènement. Les éprouvettes d'essais sont fixées sur la broche par l'intermédiaire de cannelures dont les profils en développante permettent de réduire les jeux et les excentricités. Néanmoins, l'étude préalable sur le bruit (Remond 1991) a montré l'influence significative du positionnement angulaire des engrenages sur le niveau de bruit généré (niveau des harmoniques d'engrènement). Aussi cette position est indexée pour assurer une bonne reproductibilité des essais.

Une plaque intermédiaire (5), support de l'arbre (1), permet d'imposer des désalignements dans deux plans perpendiculaires (plan des axes et plan normal aux axes). D'autre part, le montage de l'arbre (2) permet de modifier l'entraxe de fonctionnement des engrenages. Enfin, l'entraînement des arbres est découplé des organes moteurs par l'intermédiaire d'accouplements (7) et de transmissions par courroies striées qui assurent également une multiplication de vitesse.

La puissance délivrée par les moteurs est de 120 k.W, ce qui permet de faire évoluer le couple jusqu'à 150 N.m et la vitesse jusqu'à 6000 t r/mn. Les figures II.16 et II.17 présentent

l'organisation générale du banc ainsi qu'une vue frontale de la zone d'engrènement. La description de la liaison codeur-engrenage est abordée en détail au paragraphe VI.

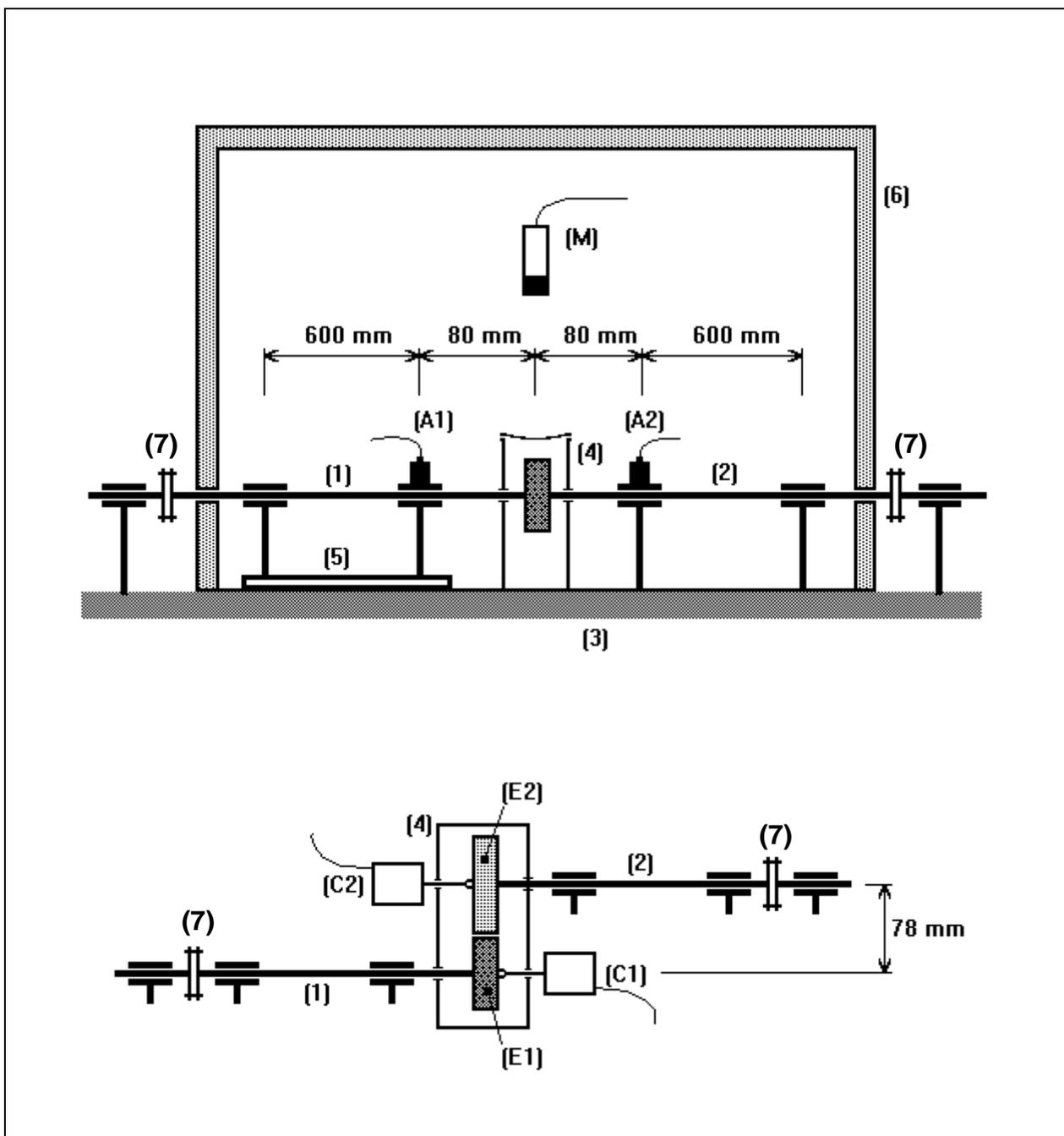


Figure II.15 : Représentation schématique de l'architecture du banc d'essais.

(M) microphone, (A1) et (A2) accéléromètres, (C1) et (C2) codeurs optiques, (E1) et (E2) engrenages, (1) et (2) arbres, (3) châssis, (4) boîtier de confinement d'huile (5) plaque de désalignement, (6) caisson isolant (7) accouplements élastiques.

┆┆ 300 mm

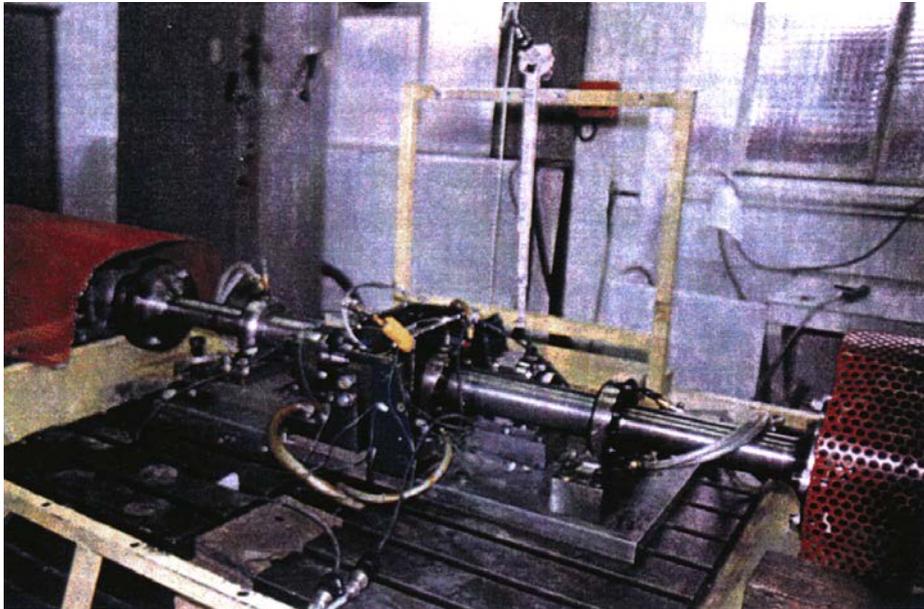
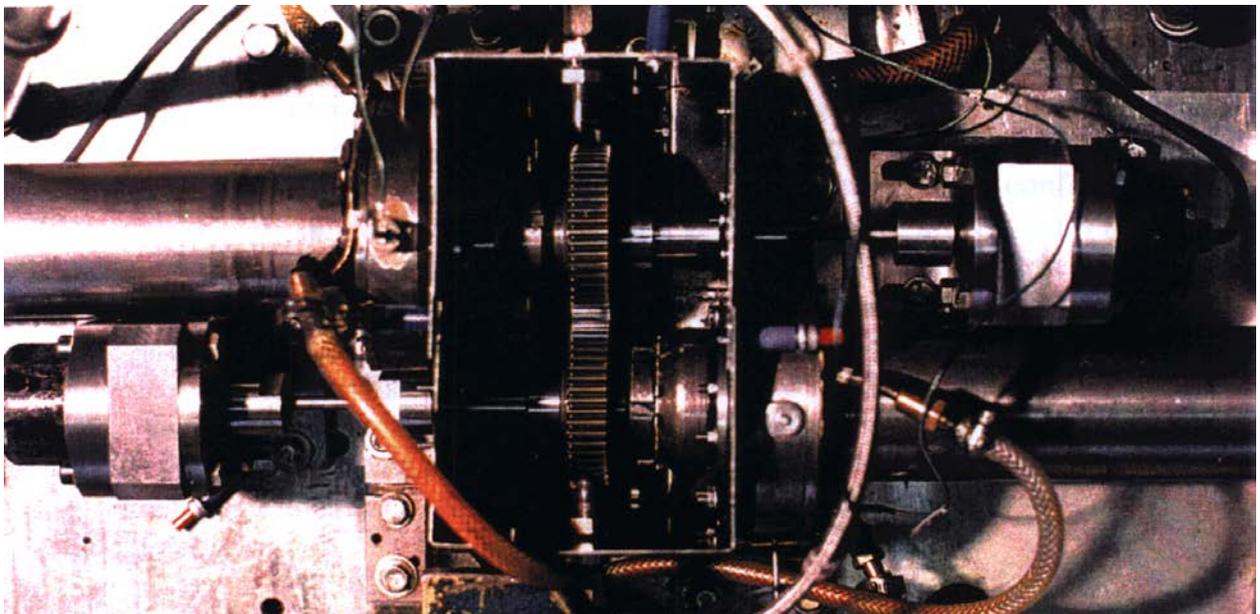


Figure II.16 : Vue générale du banc d'essais



┆┆ 40 mm

Figure II.17 : Détail de la partie active, vue frontale.

IV.2 Dispositif de mesure et capteurs.

Le système d'acquisition permet l'enregistrement simultané de l'erreur de transmission, du bruit d'engrènement et des signaux vibratoires.

La mesure du bruit d'engrènement est réalisée à l'aide d'un microphone de type champ libre (Brüel & Kjaer 4165). Le choix et l'implantation de ce capteur a été décrit et justifié par Rémond (1991). Rappelons que cette technique de mesure qui peut paraître simple est toutefois suffisamment informative si l'on s'intéresse à l'évolution du signal sonore en fonction des paramètres géométriques ou de positionnement et non à la localisation des zones émettrices.

L'étude des signaux vibratoires émis par les deux accéléromètres (ENDEVCO 224C série NB83) implantés sur les paliers permet de suivre l'évolution des conditions d'engrènement. Ceci permet de détecter d'éventuelles anomalies de fonctionnement ou de localiser l'apparition de défauts (Allatas 1994-b). Le choix des directions étudiées et du nombre de capteurs nécessaires a été décrit et justifié par Remond (1991) et par Alattas (1994-a).

Les signaux de bruit d'engrènement et de vibrations sur palier sont échantillonnés et stockés à l'aide d'une carte d'acquisition (ANALOG DEVICES RTI 860). Ils sont conditionnés et filtrés (anti-repliement) par des dispositifs spécifiques.

La mesure de l'erreur de transmission utilise la technique proposée par Kong (1987). Les signaux émis par les codeurs (HEIDENHAIM ROD 420, 2048 raies) sont traités par une carte d'acquisition spécifique qui a été conçue et développée pour cette application. Plusieurs prototypes ont été réalisés (Bayle & col. 1991). En particulier, la fréquence d'horloge, fixée dans un premier temps à 24 MHz, a été accrue à 40 MHz. Le principe de fonctionnement de cette carte est décrit sur la figure II.18.

Sur chaque voie, les fronts montants du signal codeur déclenchent le basculement d'un buffer rapide qui "photographie" l'état du compteur. Le transfert en mémoire (RAM) est ensuite réalisé en temps masqué. L'implantation de buffers rapides a été rendue nécessaire par la durée du transfert en mémoire qui est incompatible avec la fréquence d'évolution des compteurs (40 MHz). L'architecture globale de la carte n'est pas détaillée ici. Notons qu'elle est implantée sur un micro ordinateur (PC 486) qui supporte également la carte d'acquisition du bruit et des vibrations. Pendant la phase d'acquisition, le PC est passif : les informations enregistrées sont transférées en mémoire centrale dans un deuxième temps. L'interface et les programmes nécessaires à ce transfert sont décrits par Bayle & col. (1991).

Cette carte est déclenchée par un signal externe synchrone au lancement de l'acquisition du bruit et des vibrations, ce qui autorise l'analyse ultérieure de la cohérence entre les différents signaux (File 1993)

Le nombre de raies codeur a été fixé à 2048, ce qui permet de disposer d'au moins 40 informations lors du passage d'une dent pour les engrenages testés. Par conséquent, le cinquième harmonique de la fréquence d'engrènement peut être défini par 8 points (au moins) sur une période, le nombre de dents maximal des engrenages d'essais étant de 52. La fréquence d'horloge a été fixée à 40 MHz, ce qui permet une précision de localisation des fronts codeurs de $2.6 \cdot 10^{-6}$ rd à 1000 tr/mn et de $1.6 \cdot 10^{-5}$ rd à 6000 tr/mn. Le choix du nombre de raies était difficile a priori car l'ordre de grandeur des fluctuations de position à mesurer était mal connu. Il a donc été guidé par la limite en fréquence des composants électroniques utilisés lors du développement de

la carte. Toutefois, l'évolution rapide des technologies dans ce domaine permet de penser que cette fréquence pourrait être considérablement augmentée si le développement était repris aujourd'hui. Cette fréquence limite néanmoins la précision de la mesure, et les résultats obtenus permettent de la chiffrer à 1.0 % de la valeur crête-crête à 1000 tr/mn et à 6.0 % à 6000 tr/mn. Ces résultats conduisent à accorder une confiance importante aux mesures de l'évolution temporelle de l'erreur de transmission sur une plage de vitesse limitée à 4500-5000 tr/mn. Nous sommes ici particulièrement défavorisés par le faible diamètre des engrenages utilisés qui est de l'ordre de 60 à 80 mm. En effet, ce diamètre conditionne directement l'amplitude du signal à mesurer puisqu'il apparaît comme un facteur multiplicateur entre les déformations de denture et l'erreur de transmission qu'elles produisent.

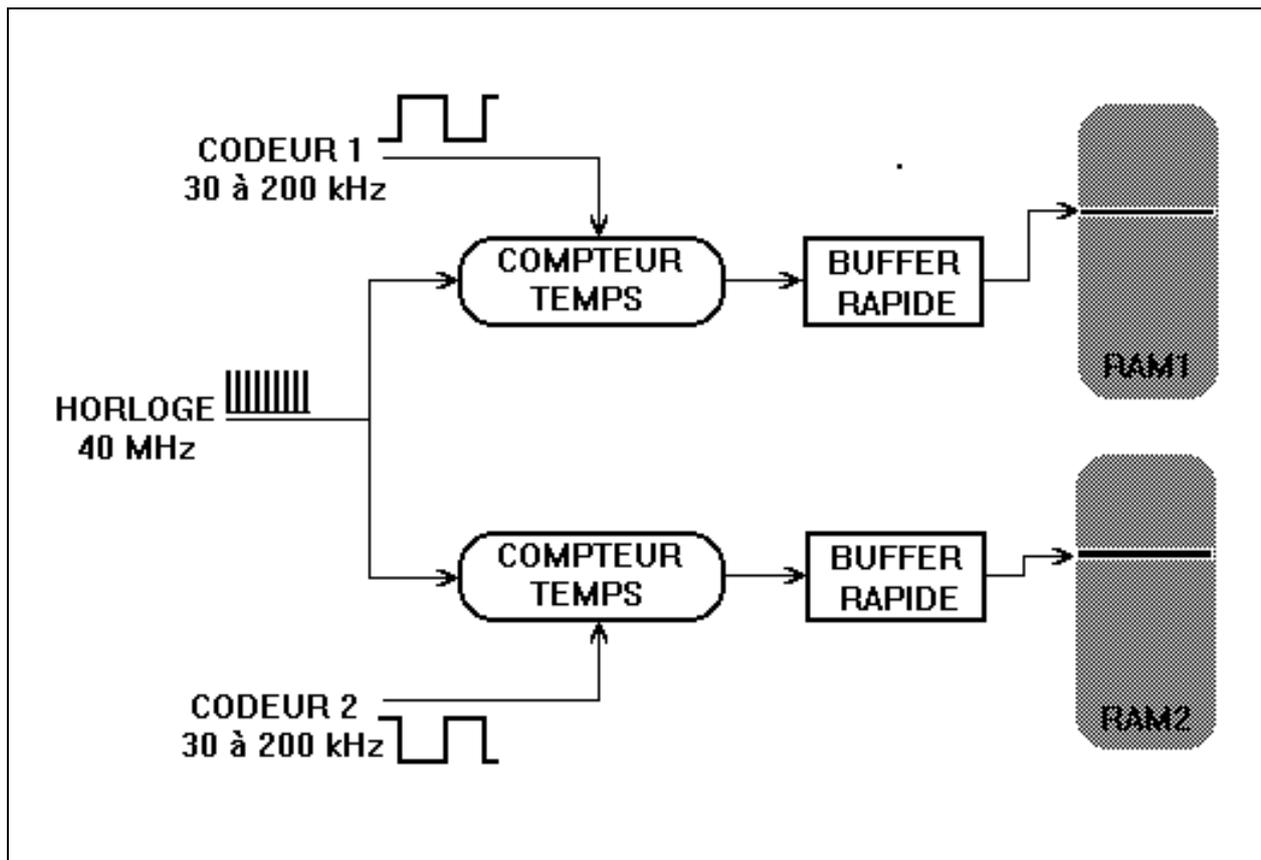


Figure II.18 : Principe de fonctionnement de la carte d'acquisition.

En ce qui concerne l'analyse de l'erreur de transmission, la seule information stockée est l'évolution du nombre de pulsations d'horloge qui sépare les fronts (montants) codeurs successifs. Le calcul de l'évolution temporelle de l'erreur de transmission est effectué en aval par un programme de calcul spécifique.

V. Analyse et traitement des signaux.

V.1 Conditionnement du signal d'erreur de transmission.

Un signal typique d'erreur de transmission est présenté sur la figure II.19 à la fois dans le domaine temporel (19.a et 19.b) et fréquentiel (19.c). Ce signal d'erreur de transmission a été obtenu pour une vitesse de 3000 tr/mn et un couple de 120 N.m sur un engrenage hélicoïdal dont les caractéristiques principales sont : 48/49 dents, rapport de conduite $\varepsilon_{\alpha}=2.0$, rapport de recouvrement $\varepsilon_{\beta}=2.0$, entraxe 78.0 m m. Ses caractéristiques complètes sont données au paragraphe VI (engrenage III tableau II.2).

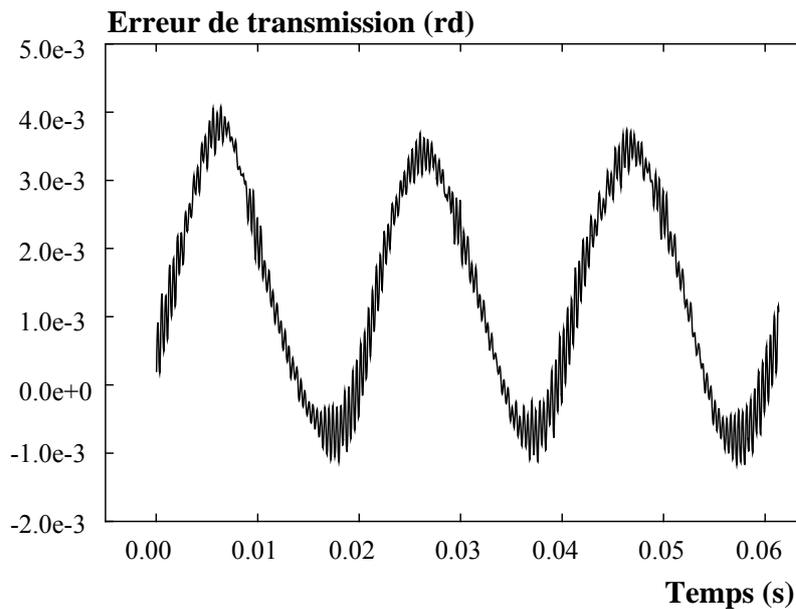


Figure II.19.a : Erreur de transmission globale.

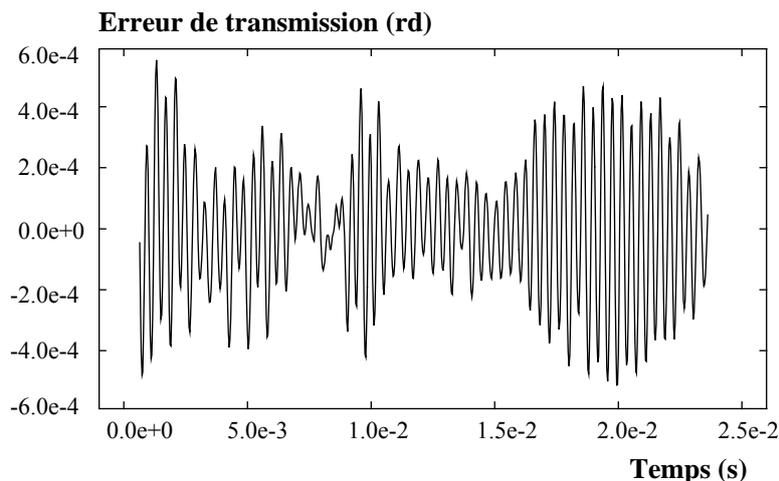


Figure II.19.b : Erreur de transmission traitée dans l'étude.

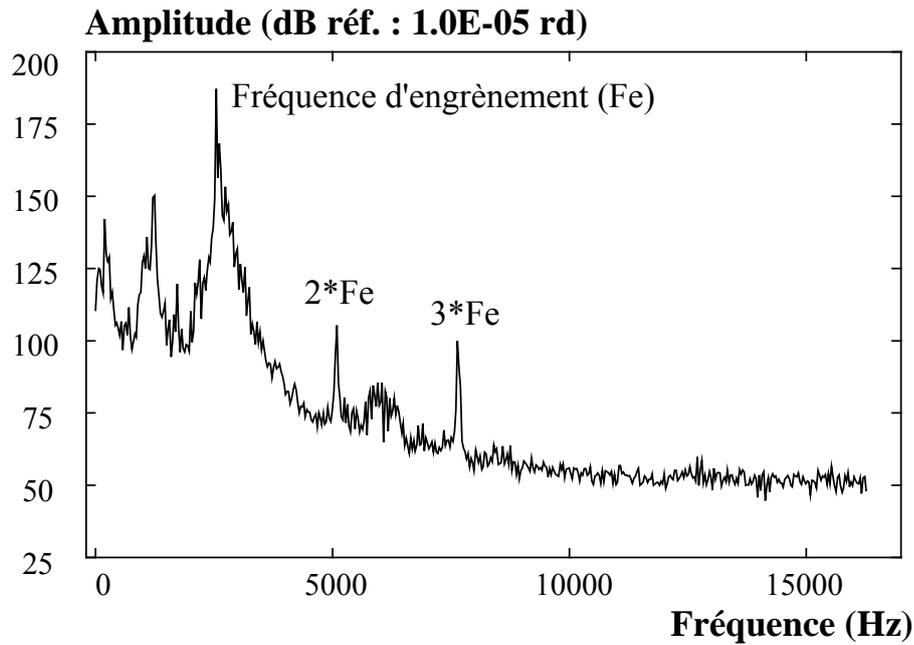


Figure II.19.c : Spectre de Fourier de l'erreur de transmission.

Figure II.19 : Evolution typique de l'erreur de transmission dans les domaines temporel et fréquentiel

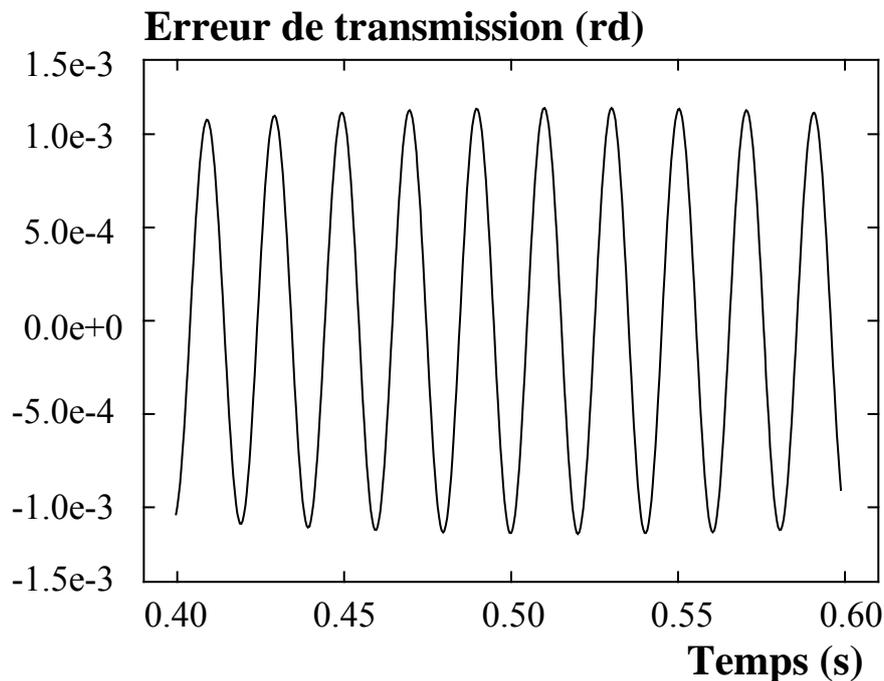


Figure II.20 : Erreur de transmission calculée pour 20 µm de faux-rond par roue.

L'analyse directe de l'erreur de transmission montre une composante basse fréquence très importante (19.a) qui masque les fluctuations de position résultant du processus d'engrènement. Cette composante, harmonique à la rotation des arbres, résulte principalement de l'excentricité des roues dentées. Son amplitude (40-50 E-04 rd) est en accord avec l'ordre de grandeur des mesures de faux rond effectuées sur plusieurs engrenages d'essais. A titre d'exemple, la figure

II.20 présente l'erreur de transmission calculée pour ce couple d'engrenages en imposant 20 μm d'excentricité par roue. Le détail de la modélisation permettant d'effectuer ce calcul est présenté en Annexe I. La solution analytique obtenue montre que l'amplitude de l'erreur de transmission générée est directement proportionnelle aux valeurs des excentricités existant sur chaque roue.

Cette composante est isolée à l'aide d'un processus numérique classique qui comprend séquentiellement une FFT, l'atténuation des composantes hautes fréquences du spectre obtenu puis une FFT inverse. Une simple soustraction dans le domaine temporel permet alors de visualiser les fluctuations à plus haute fréquence sans introduire de déphasage dans le signal. C'est l'erreur haute fréquence ainsi obtenue qui sera qualifiée, dans la suite du texte, d'erreur de transmission. Remarquons que l'amplitude est maintenant de 8.0 E-04 rd.

V.2 Caractérisation des bandes latérales.

L'analyse des bandes latérales au voisinage des raies d'engrènement est particulièrement instructive sur la nature des modulations en fréquence intervenant dans le signal. Ces bandes (Fig. II.21) peuvent être la signature de défauts de denture (Randall 1982, Kassaï & col. 1992), de modes de la structure (Satori 1993) ou plus simplement de modulation harmoniques à la vitesse de rotation des arbres comme les erreurs de pas cumulées ou les excentricités.

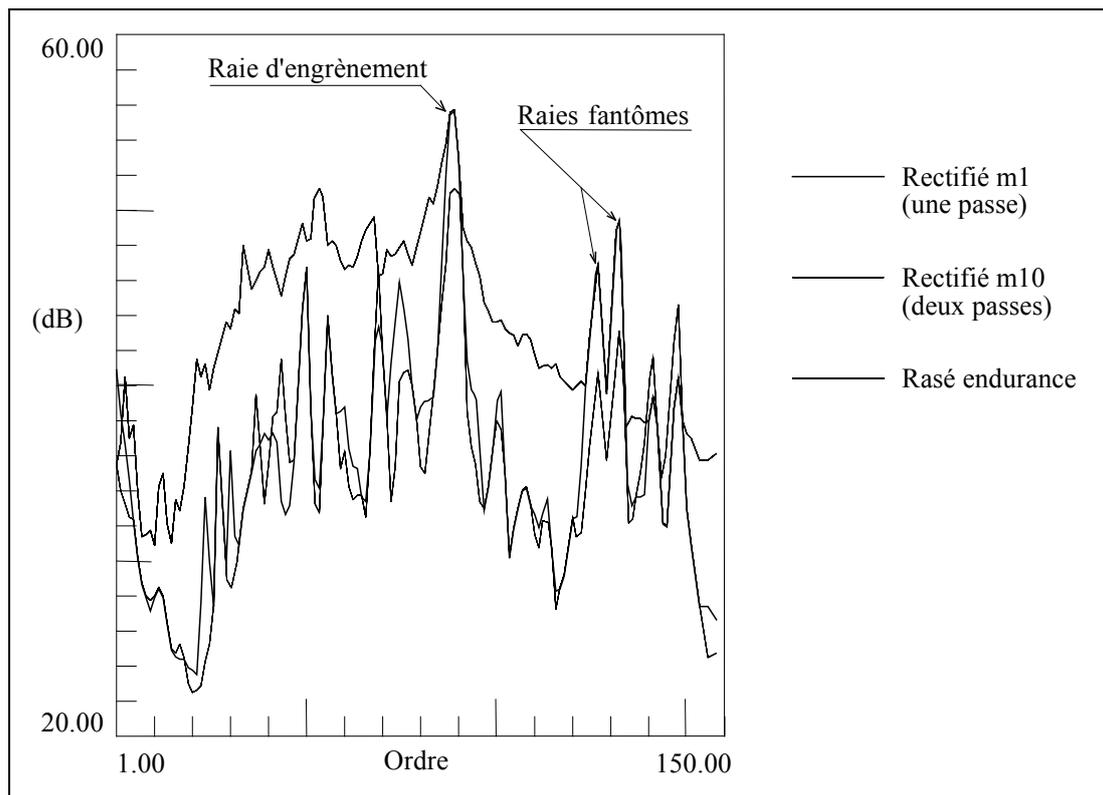


Figure II.21 : Bandes latérales au voisinage de la raie d'engrènement (Kassaï & col. 1992).
Accélérations tangentielles, principe de mesure par accéléromètres

La caractérisation des bandes latérales impose d'augmenter la résolution fréquentielle de la transformée de Fourier du signal analysé. Cette opération est classiquement appelée zoom ou loupe spectrale (Zarader J.L & Co 1990). Ces loupes sont divisées en deux grandes catégories: les loupes non sélectives qui augmentent la résolution sur toute la bande de fréquence $[0, F_e]$ et

les loupes sélectives qui ne s'intéressent qu'à une bande de fréquence de largeur F_1 centrée sur une fréquence F_i . Les loupes sélectives permettent, en général, le traitement des données en temps réel. Le principe de calcul de l'erreur de transmission que nous avons retenu n'autorise aucune opération de ce type. C'est pourquoi notre choix s'est logiquement porté sur l'utilisation des loupes non sélectives.

Parmi les loupes non sélectives, la loupe de Thrane (1980), permet par un calcul simple et sans approximation, d'augmenter la résolution sur la totalité du spectre d'un facteur nz préalablement fixé. La seule contrainte est de disposer d'un enregistrement d'une durée suffisante. L'augmentation de la résolution impose, en effet, la connaissance du signal sur nz fenêtres temporelles successives. Les détails de l'analyse par loupe de Thrane sont donnés en Annexe II.

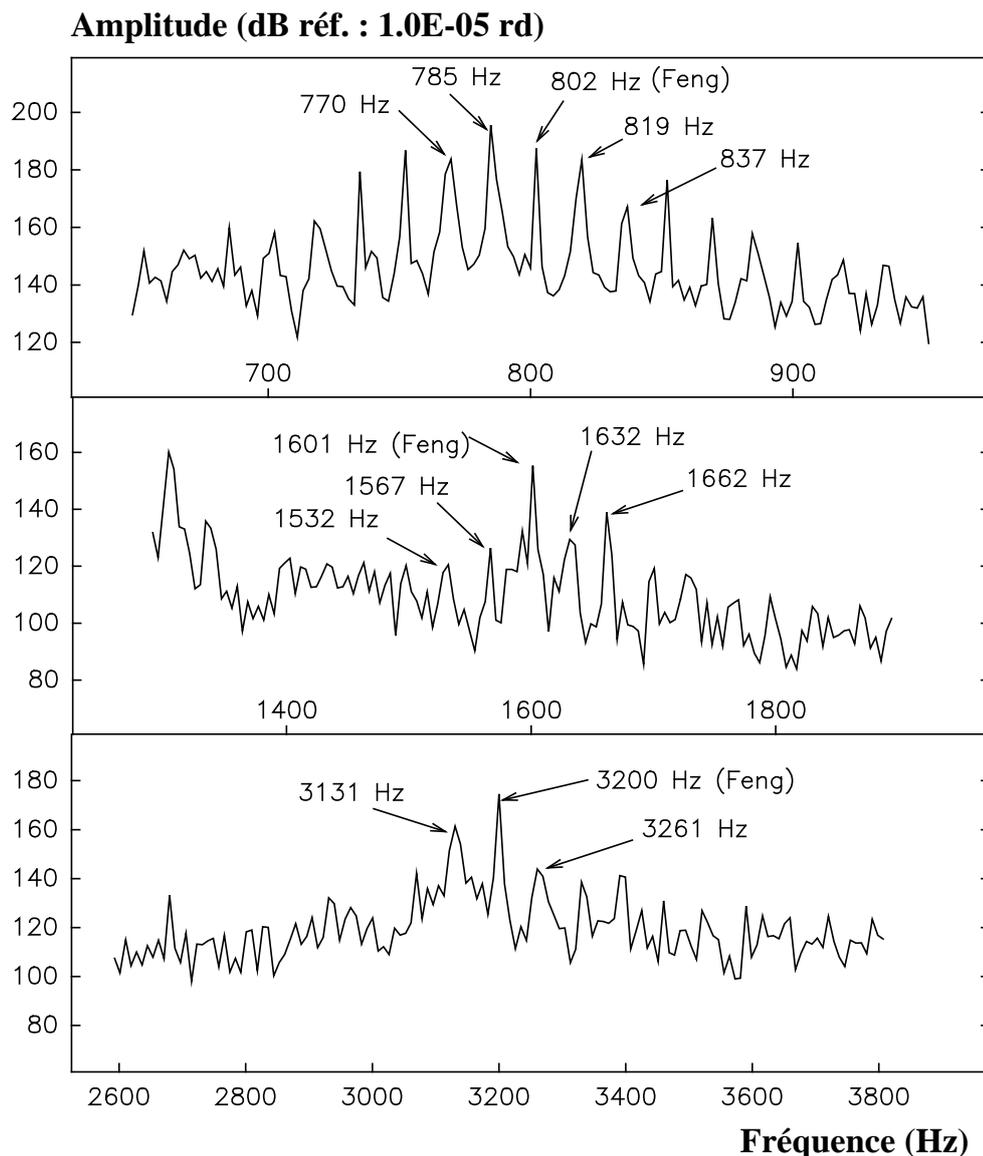


Figure II.22 : Evolution des bandes latérales du pic d'engrènement en fonction de la vitesse,
 $C = 120$. N/m, $N = 1000, 2000$ et 4000 tr/mn,
 fréquence de rotation de l'arbre moteur : $16.7, 33.3$ et 66.7 Hz,
 fréquence de rotation de l'arbre récepteur : $15.7, 31.3$ et 62.7 Hz.

La figure II.22 présente les résultats obtenus sur l'erreur de transmission haute fréquence pour différentes vitesses de rotation des arbres. Le pic analysé est associé à la fréquence d'engrènement (800. Hz à 1000. tr/mn, 1600. Hz à 2000. tr/mn et 3200. Hz à 4000. tr/mn). L'engrenage utilisé est celui présenté au paragraphe précédent et le couple appliqué est de 120 N.m.

Les raies latérales principales, très nettement visibles sur ces spectres, sont associées à une modulation harmonique à la rotation des arbres et sont donc dues à l'excentricité, aux erreurs de pas cumulées ou à tout autre "défaut" dont la période d'apparition est de un tour. Les modulations associées à la roue menante ne sont pas dissociables de celles associées à la roue menée car le rapport de réduction de l'engrenage étudié est proche de un (48/49 dents).

Cette analyse a également été entreprise sur d'autres engrenages et nous n'avons pas décelé d'autres modulations. Aussi nous ne reviendrons pas sur ce point dans la suite du texte.

V.3 Choix des indicateurs.

L'étude de l'influence des paramètres de conception sur l'évolution de l'erreur de transmission impose de définir des indicateurs simples et globaux pour chaque signal de mesure.

Les indicateurs spectraux, caractérisant le niveau des harmoniques d'engrènement ou l'énergie globale du spectre, s'imposent logiquement. Nous avons retenu, en accord avec les travaux de Remond (1991) et afin de pouvoir effectuer, à terme, des comparaisons rapides et efficaces avec le bruit d'engrènement, le niveau des premier et deuxième harmoniques d'engrènement notés H1 et H2, la somme des cinq premiers harmoniques notée 5H et la valeur RMS (Root Mean Square Value).

Plusieurs indicateurs statistiques ont été testés pour caractériser l'évolution du signal temporel : valeur maxi (notée VMA), valeur crête-crête (notée VCC), écart-type (noté ECT), étendue moyenne (notée E) et vitesse moyenne d'étendue (notée ET). Ces deux dernières valeurs sont associées à la distribution pics-vallées du signal. E correspond à la moyenne des étendues $P_i V_j$ (étendue entre le pic P_i et la Vallée V_j qui lui fait suite), et ET est associée à la moyenne des rapports $P_i V_j / T_{ij}$ où T_{ij} est le temps écoulé entre le pic P_i et la vallée V_j .

La figure II.23 présente les informations fournies par ces différents indicateurs sur l'évolution temporelle de l'erreur de transmission de l'engrenage hélicoïdal présenté ci-dessus pour une plage de vitesse allant de 100 à 6000 tr/mn et un couple de 120 N.m. Nous constatons très rapidement que, parmi les indicateurs temporels, seul ET permet de détecter les augmentations de niveau se produisant à hautes fréquences (flèches 1, 2, 3, 4 et 5 fig. II.23.d). Ces indications sont essentielles, car comme nous le verrons au paragraphe VI et plus en détail au chapitre IV, elles caractérisent la coïncidence d'une raie d'engrènement avec un mode propre du système mécanique. Ceci est d'ailleurs confirmé par l'analyse de l'évolution des harmoniques H1 et H2 avec la vitesse (fig. II.23.e,f). Le pic 1, l'ensemble 2+3+4, et dans une moindre mesure 5, sont nettement visibles sur l'évolution de H1. Ils apparaissent également sur l'évolution de H2 mais, logiquement, pour des vitesses deux fois plus faibles.

Nous pouvons donc retenir ET comme indicateur temporel principal pour la suite de l'étude.

Remarquons que les indicateurs spectraux H1 et H2 sont particulièrement intéressants pour localiser les vitesses qualifiées de critiques (Velex 1988, R émond & col. 1993) qui sont associées à une coïncidence entre l'excitation liée à l'engrènement et un mode propre de la transmission. L'évolution de H1 avec la vitesse est, en fait, une courbe de "tracking" associée aux excitations générées par l'engrènement.

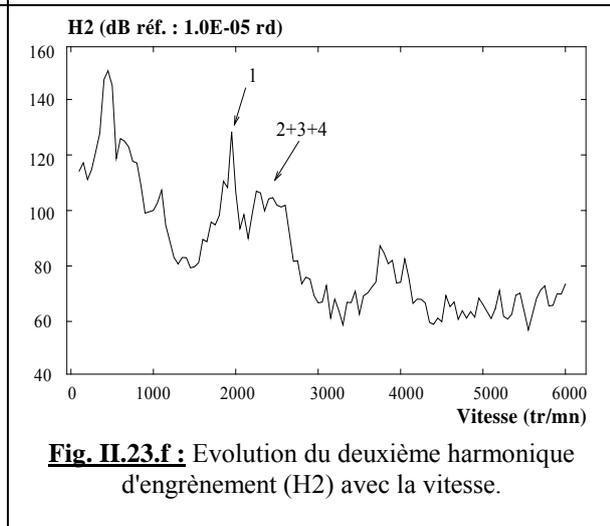
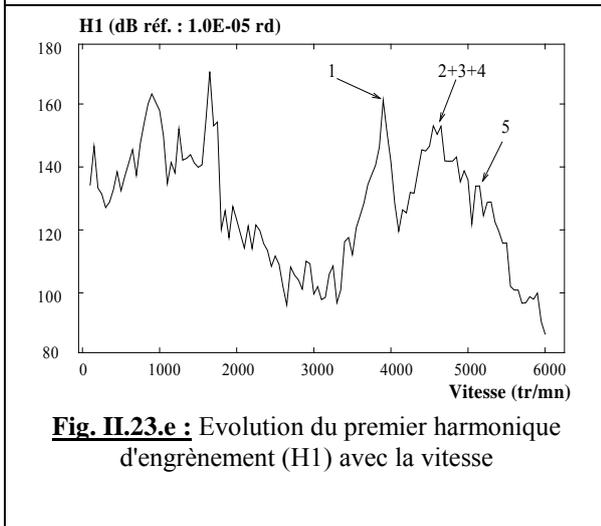
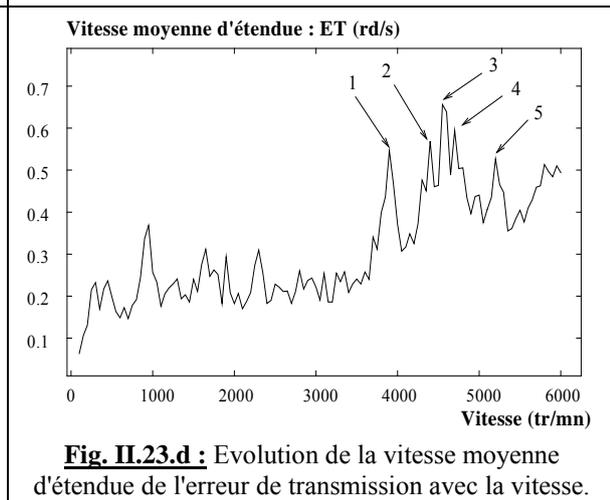
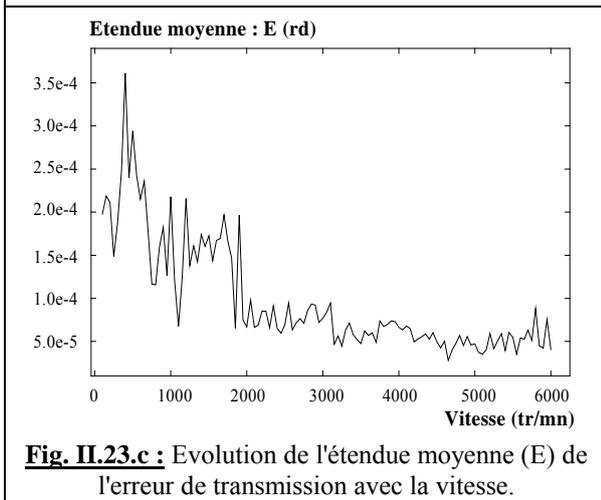
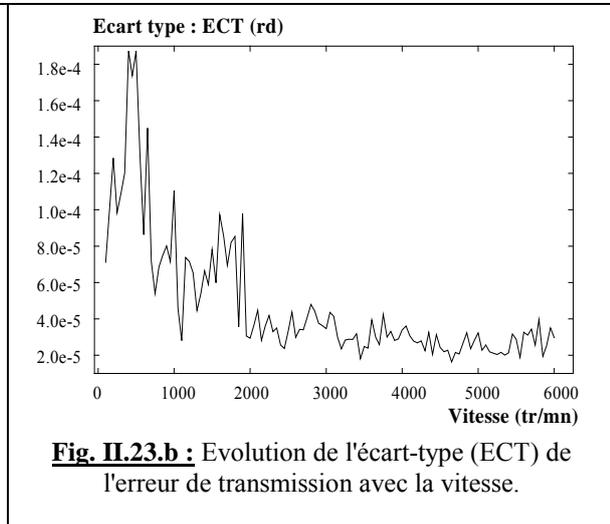
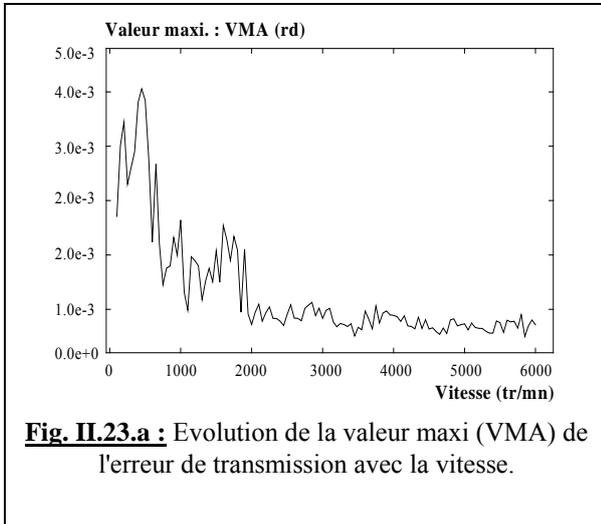


Figure II.23 : Exemple d'évolution des principaux indicateurs avec la vitesse de rotation.

VI Influence du lien mécanique engrenage-codeur sur la mesure.

Le comportement dynamique du système mécanique qui lie les codeurs aux engrenages peut considérablement perturber la mesure de l'erreur de transmission (cf. § 3.2 et 3.3). En particulier, la présence d'un accouplement élastique (fig. II.12) est responsable de l'apparition d'une fréquence spécifique dans le signal d'erreur de transmission. Cette fréquence, caractéristique de l'accouplement utilisé, est associée à un mode de résonance de l'ensemble mécanique constitué de l'accouplement élastique et des éléments mobiles du codeur. Les résultats présentés sur la figure II.24 le confirment: les signatures de chaque type d'accouplement, A sur l'arbre menant et B sur l'arbre mené, se retrouvent parfaitement sur la mesure globale de l'erreur de transmission; ces fréquences parasites masquent d'ailleurs tous les autres phénomènes.

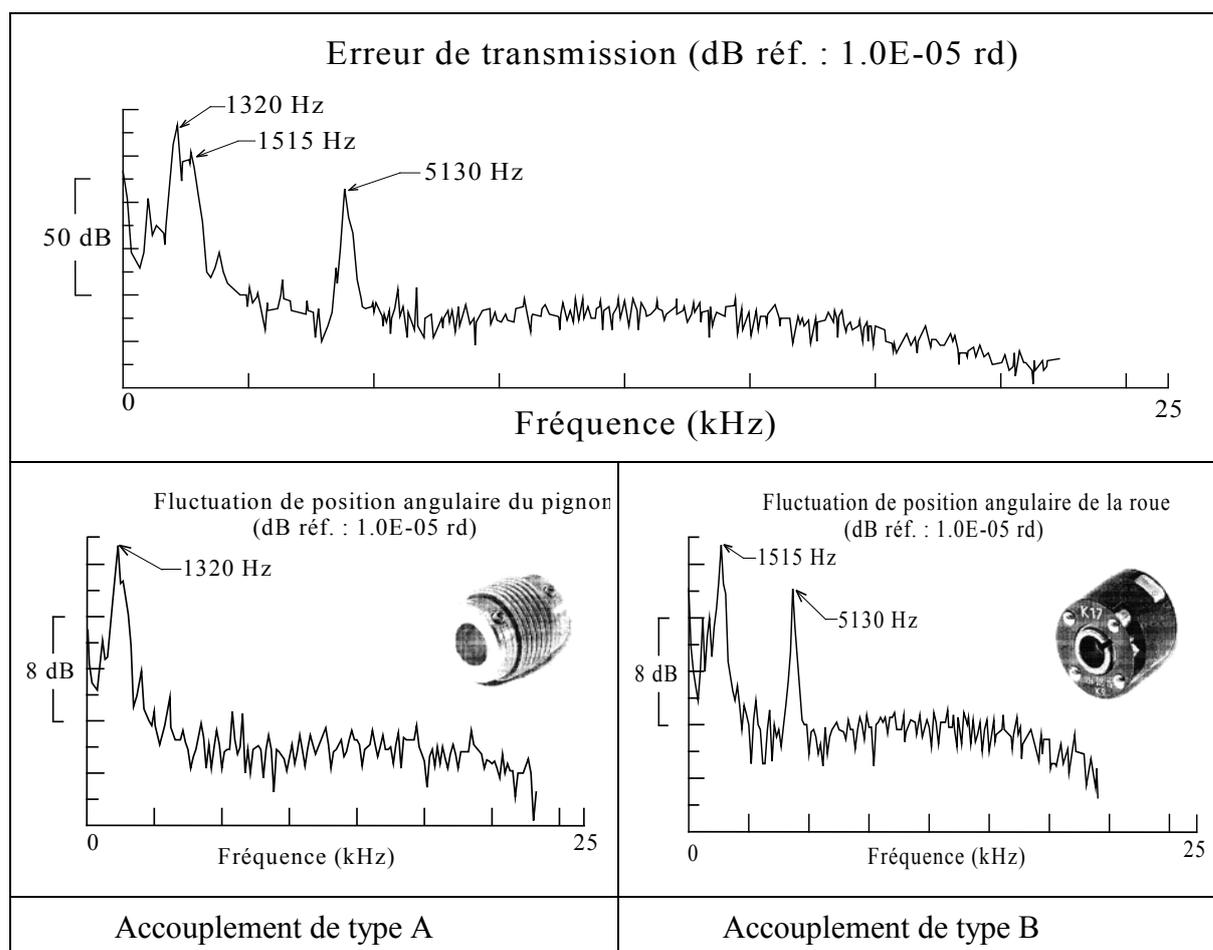


Figure II.24 : Fréquences parasites associées à deux types d'accouplements élastiques

Afin de s'affranchir de ces problèmes, plusieurs montages des codeurs ont été testés. Nous avons finalement adopté le montage présenté sur la figure II.25 où l'accouplement élastique a été remplacé par une pièce interchangeable de géométrie simple et facilement modifiable.

Comme nous l'avons déjà signalé au paragraphe précédent, l'évolution de l'erreur de transmission avec la vitesse présente des zones critiques où il y a coïncidence entre la fréquence d'excitation (engrènement) et une fréquence propre du système mécanique (Fig. II.26). Les modes de déformation associés peuvent être des modes de la transmission étudiée ou, ce qui est plus gênant, du système de montage des codeurs. Ces zones correspondent à une augmentation

très significative (pic) de l'erreur de transmission. Afin de quantifier ce phénomène et de qualifier le montage d'essais, plusieurs configurations de ce montage ont été réalisées et testées (Tableau II.1).

Configuration de montage	$\Phi 1$ (mm)	$\Phi 2$ (mm)	L (mm)
A	10.0	10.0	4.0
B	10.0	12.0	4.0
C	10.0	14.0	4.0

Tableau II.1 : Géométrie de la pièce de connexion pour les différentes configurations expérimentales.

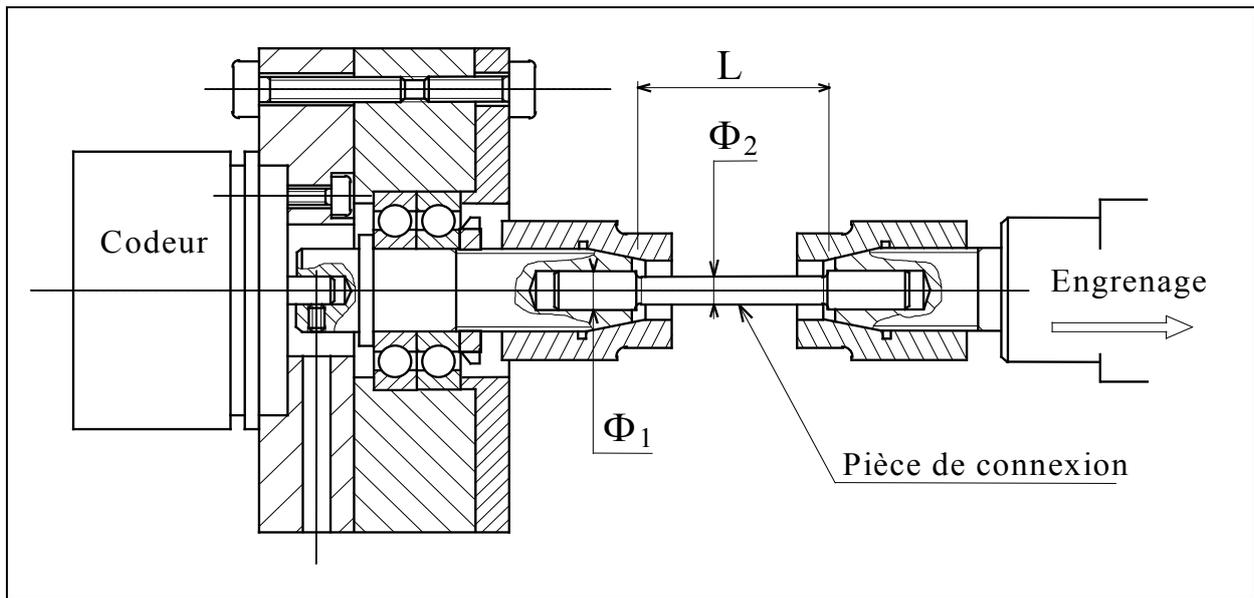


Figure II.25 : Description du lien mécanique entre les engrenages et les codeurs.

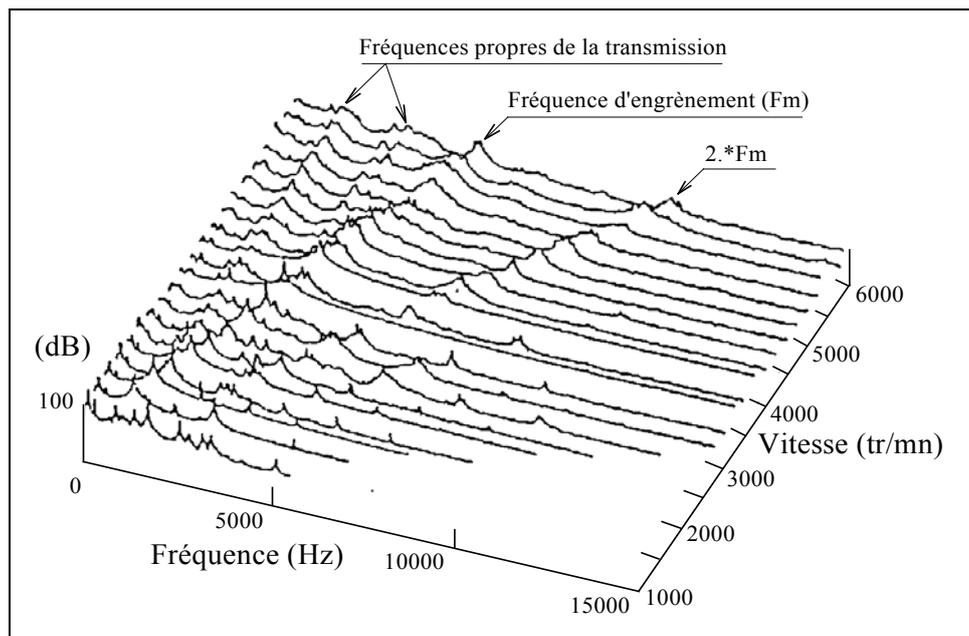


Figure II.26 : Evolution fréquentielle de l'erreur de transmission avec la vitesse.

Cette étude a été entreprise sur trois couples d'engrenages. Leurs caractéristiques principales sont données dans le Tableau II.2. Il s'agit de deux engrenages droits (I et II) et d'un engrenage hélicoïdal (III). Ils sont représentatifs de la diversité des engrenages d'essais, le couple I étant particulièrement excitateur (engrenage droit de rapport de conduite inférieur à 2) à l'opposé des couples II et III qui assurent une bonne ou très bonne continuité de conduite (rapport de conduite global $\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} = 2.0$ (II) ou 4.0 (III)). Le montage d'essais a donc été testé dans des conditions sévères d'excitation (couple I) où chacun de ses modes propres est particulièrement appelé à répondre et dans des conditions de mesure "fines" où les différences de niveaux entre les signaux d'erreur de transmission obtenus, pour chaque vitesse, sont faibles (couple III et dans une plus faible mesure couple II).

Couple n°	I	II	III
Nombre de dents	51/52	51/52	48/49
Rapport de conduite	1.3	2.0	2.0
Rapport de recouvrement	0.0	0.0	2.0
Angle d'hélice (°)	0.0	0.0	30.0
Largeur de denture (mm)	17.0	17.0	17.0
Epaisseur de la dent au primitif (mm)	2.27 / 2.26	2.27 / 2.26	2.137
Diamètre de tête (mm)	79.80 / 81.29	80.75 / 82.24	80.80 / 82.40
Diamètre de pied (mm)	73.01 / 74.50	71.50 / 72.99	71.80 / 73.90
Diamètre de base (mm)	70.03 / 71.40	72.61 / 74.03	73.29 / 74.81
Diamètre primitif de fonctionnement (mm)	77.03 / 78.78	77.27 / 78.78	77.20 / 78.80
Angle de pression de fonctionnement (°)	25	20	18.32
Module de fonctionnement (mm)	1.515	1.515	1.608

Tableau II.2 : Caractéristiques des engrenages utilisés.

L'évolution de l'erreur de transmission a été testée pour le couple maximal (120. N.m), afin de prévenir toute perte de contact au voisinage des vitesses critiques, et sur toute la plage de vitesse (100-6000 tr/mn). La vitesse est évidemment un paramètre déterminant dans cette étude puisque les fréquences excitatrices (fréquence d'engrènement et ses harmoniques) lui sont directement proportionnelles.

Les figures II.27, II.28 et II.29 présentent les résultats obtenus. L'indicateur choisi est la vitesse moyenne d'étendue (ET). Ce choix a été justifié au paragraphe précédent.

Il apparaît que le montage des codeurs est, comme nous l'indiquons précédemment, directement responsable de l'apparition de certains pics. Ceci est particulièrement vrai au voisinage de 1000 tr/mn où les pics localisés à :

- 1350 tr/mn (conf. A) et 1050 tr/mn (conf. C) sur la figure II.27,
- 1450 tr/mn (conf. A) et 1700 tr/mn (conf. B) sur la figure II.28,
- 1450 tr/mn (conf. A) sur la figure II.29,

ne trouvent pas d'équivalents sur les mesures effectuées avec les autres configurations. Ce phénomène a été étudié en détail et nous l'avons attribué (Bard & col. 1994) à une résonance du système mécanique reliant les codeurs aux engrenages (Fig. II.25). Remarquons toutefois la présence systématique d'un ou plusieurs pics dans cette zone et la bonne corrélation obtenue, sur ces pics, avec les configurations B et C.

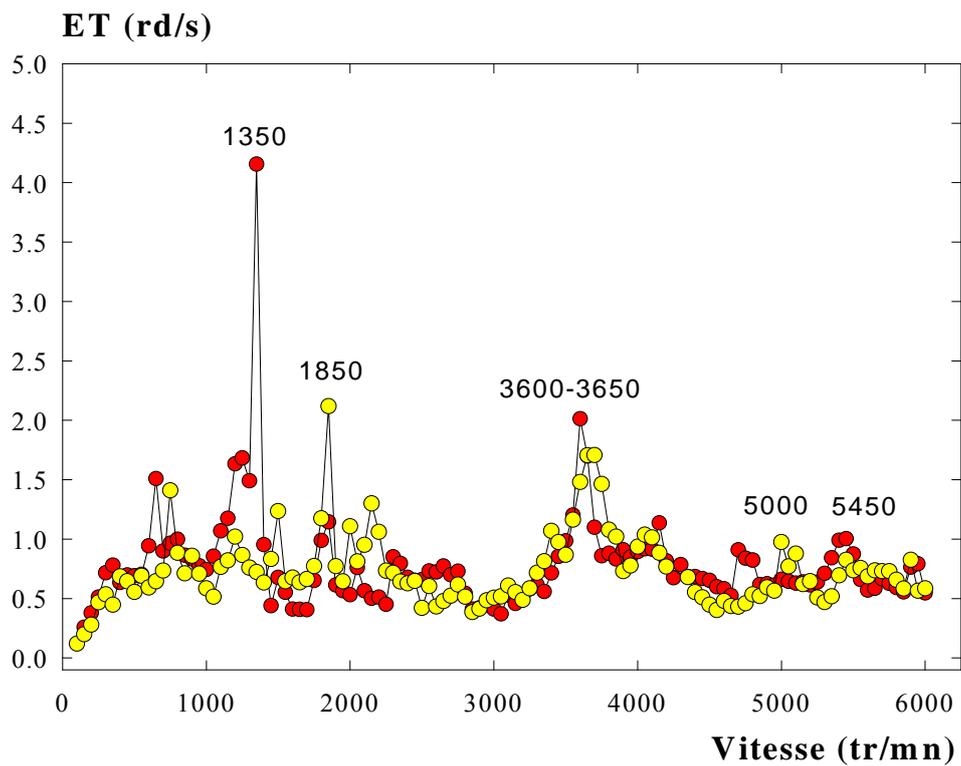


Figure II.27.a : comparaison des configurations A (●●●) et B (●●●)

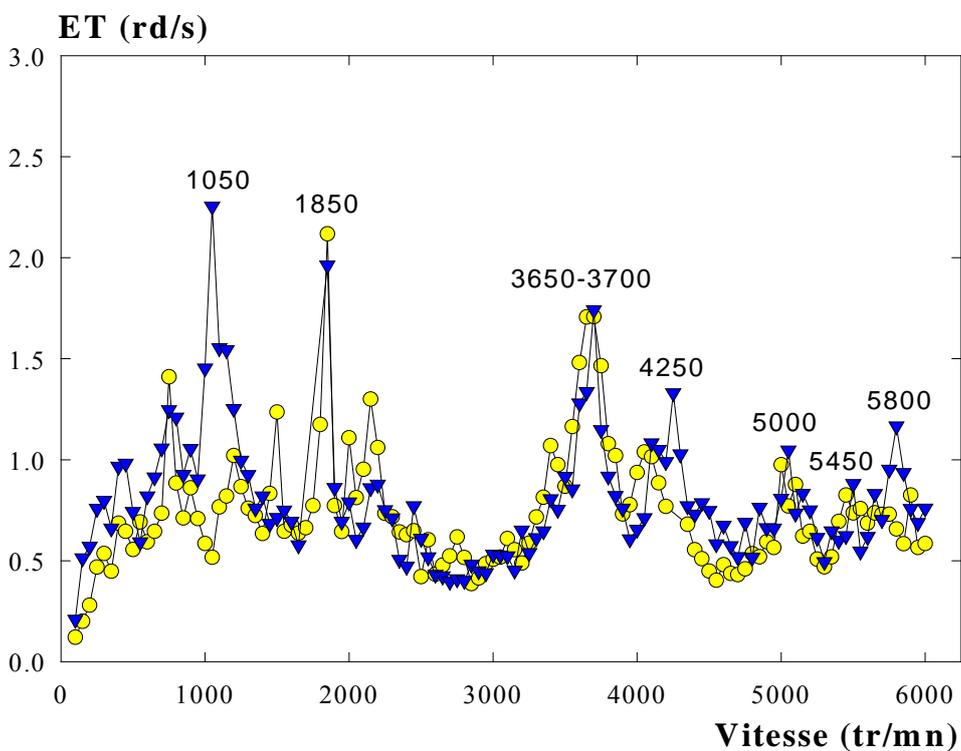


Figure II.27.b : comparaison des configurations B (●●●) et C (▼▼▼)

Figure II.27 : Influence du montage sur l'évolution de l'erreur de transmission. Engrenage I.

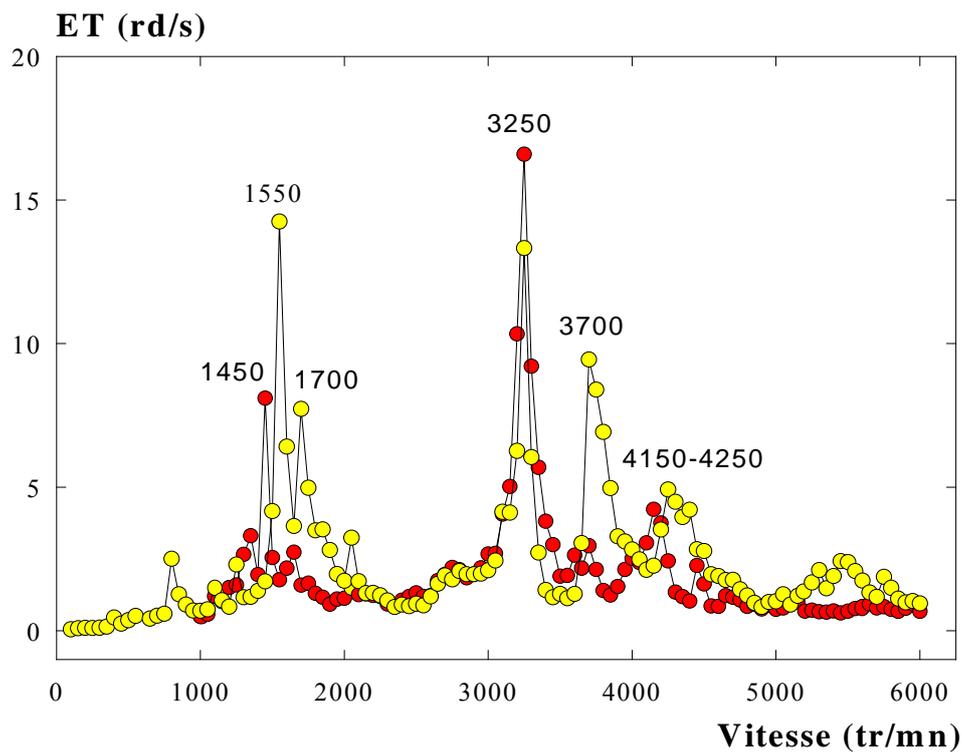


Figure II.28.a : comparaison des configurations A (●●●) et B (●●●)

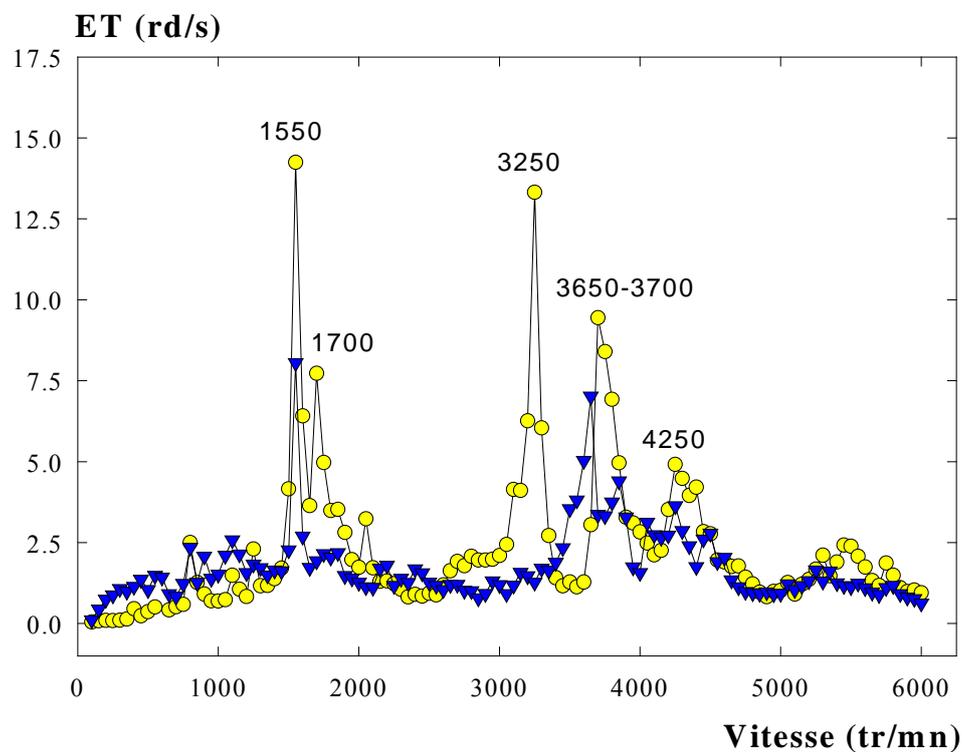


Figure II.28.b : comparaison des configurations B (●●●) et C (▼▼▼)

Figure II.28 : Influence du montage sur l'évolution de l'erreur de transmission. Engrenage II.

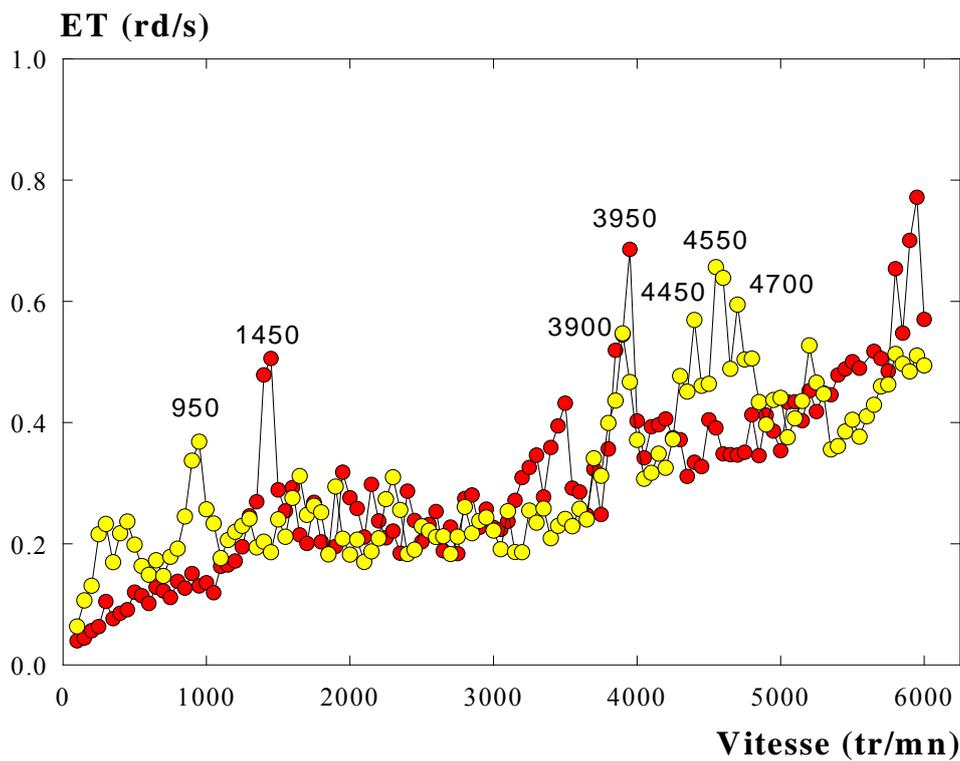


Figure II.29.a : comparaison des configurations A (●●●) et B (●●●)

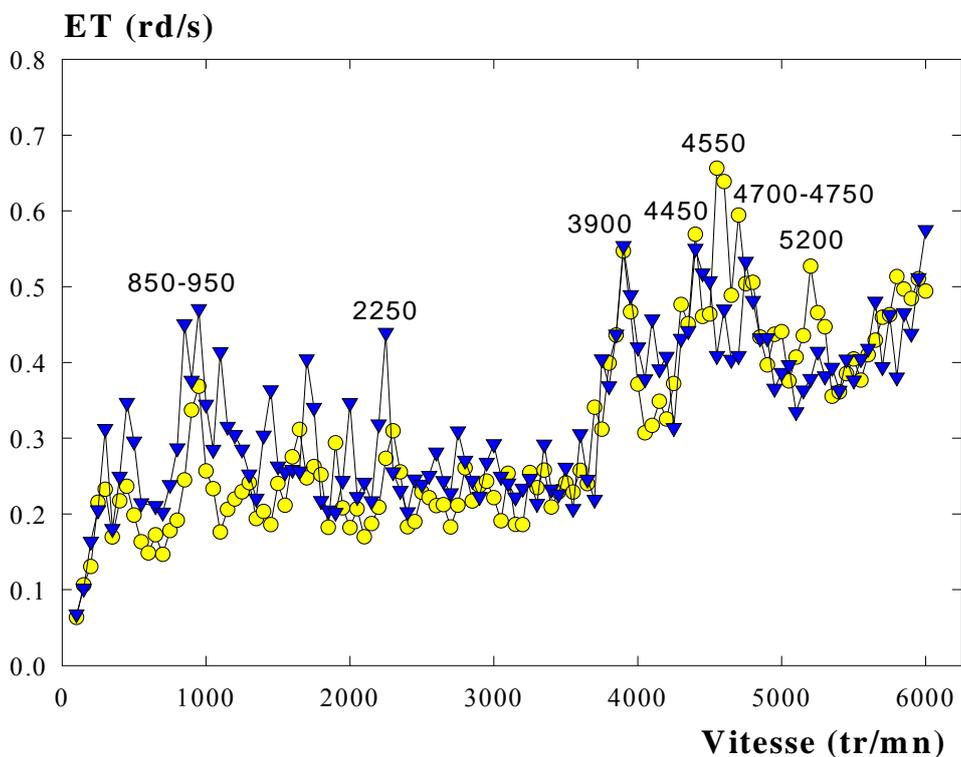


Figure II.29.b : comparaison des configurations B (●●●) et C (▼▼▼)

Figure II.29 : Influence du montage sur l'évolution de l'erreur de transmission. Engrenage III.

Par ailleurs, les résultats obtenus par simulation numérique (présentés au chapitre V) montrent que le mode de la transmission associé à l'énergie de denture la plus importante est précisément localisé, pour les trois configurations de montage, au voisinage de 1000 tr/mn.

Par conséquent, si l'influence du montage de mesure est indéniable sur la forme et l'amplitude de ces pics, leur apparition systématique au voisinage de 1000 tr/mn révèle, en fait, la présence de vibrations importantes de la transmission.

En dehors de cette zone, les résultats obtenus sont très similaires. Ceci est particulièrement vrai pour l'engrenage I où les trois configurations de montage (A, B et C) fournissent des résultats identiques. Les résultats obtenus avec les engrenages II et III présentent, quant à eux, des pics particuliers (3250 tr/mn et 3700 tr/mn pour le couple II et 4450-4700 tr/mn pour le couple III) qui n'apparaissent que pour deux configurations de montage. De ce fait, ces pics ne semblent pas être attribués à une résonance du système mécanique reliant les engrenages aux codeurs puisqu'ils sont similaires pour deux configurations de montage au moins. La stabilisation de la mesure observée avec les engrenages I et III lorsque le diamètre de l'élément de connexion augmente n'est pas vérifiée pour le pic situé à 3250 tr/mn obtenu avec l'engrenage II qui disparaît totalement pour la configuration C (fig. II.28.b). Ce dernier point nous a conduit à écarter la configuration de montage C.

L'analyse des résultats obtenus avec la configuration A en présence d'un faible défaut d'alignement (inclinaison de 4') nous a conduit à choisir cette configuration de montage pour la suite de l'étude. Ce choix se justifie par l'apparition (fig. II.30), en présence de ce défaut connu comme peu significatif, du pic situé à 3700 tr/mn pour l'engrenage II et visible pour cet engrenage, sans défaut d'alignement, avec la configuration de montage B (fig. II.28.a). Par ailleurs, l'analyse de l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement fait également apparaître ce pic y compris dans la position alignée (fig. II.30).

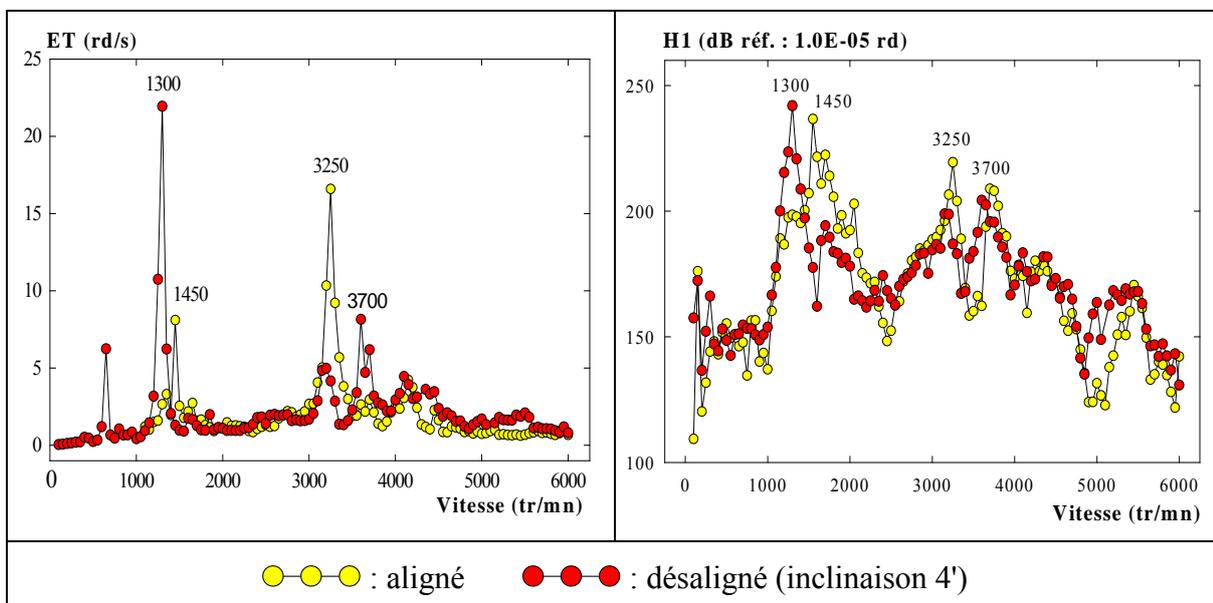


Figure II.30 : Influence d'un défaut d'alignement (inclinaison 4')
Engrenage II, configuration de montage A.

Les performances de la technique de mesure proposée n'étant pas remises en cause, l'analyse du comportement dynamique du système mécanique nécessaire à sa mise en oeuvre est

indispensable. L'utilisation d'un montage soigné, du type de celui que nous avons proposé, permet de recueillir les informations souhaitées. Ces informations sont relatives à la localisation des vitesses critiques puisque les informations d'amplitudes sont, comme nous l'avons vu, partiellement perturbées par le montage de mesure. La solution mécanique optimale passerait par l'utilisation de codeurs à arbre creux. Les diamètres proposés actuellement permettent d'envisager un montage direct sur les arbres du banc d'essais, ce qui supprimerait totalement les problèmes liés au comportement dynamique du système de montage des codeurs. Nous envisageons cette solution à terme, mais nous n'avons pas pu la mettre en oeuvre dans le cadre de ce travail.

VII. Conclusion.

Les techniques de mesure de l'erreur de transmission les plus classiquement utilisées dans la littérature ont été présentées. En dehors des dispositifs de contrôle, deux techniques sont habituellement utilisées. Elles sont caractérisées par l'utilisation soit d'accéléromètres soit de codeurs optiques. Chacune d'entre-elles présente des inconvénients spécifiques:

- les dispositifs à accéléromètres sont bien adaptés aux mesures à des vitesses élevées mais ne permettent pas une reconstitution fiable des composantes basse-fréquence, et en particulier des composantes harmoniques à la rotation des arbres,
- les dispositifs à codeurs optiques permettent, au contraire, une bonne reconstitution de ces fréquences, mais ils sont difficilement utilisables pour des vitesses importantes car les fréquences des signaux générés lors du traitement sont très élevées.

Une technique originale de mesure de l'erreur de transmission (Kong 1987), utilisant des codeurs optiques avec un faible nombre de raies, a été présentée. Elle permet de lever la limitation en vitesse évoquée ci-dessus, en dissociant les notions d'échantillonnage (confiée aux codeurs) et de résolution (confiée à une horloge). Une carte d'acquisition spécifique, conçue et développée dans le cadre de ce travail, traite les signaux. Le dispositif expérimental est opérationnel sur banc d'essais.

De manière générale, les dispositifs à codeurs optiques sont considérés comme bien adaptés à la mesure de l'erreur de transmission. De nombreuses comparaisons ont été effectuées, dans la bibliographie, avec d'autres techniques plus classiques (Smith 1990, Houser & Blankenship 1989) comme la technique de mesure avec deux accéléromètres tangentiels par exemple.

Dans ce contexte, la technique de mesure que nous avons présentée permet d'éviter la génération de signaux à très haute fréquence. Les résonances mécaniques du montage de mesure apparaissent, alors, comme la principale limitation à la qualité de la mesure de l'erreur de transmission. Ces résonances sont classiquement atteintes par la fréquence d'engrènement entre 1000 et 2000 tr/min (Smith 1990) pour les dispositifs à codeurs et vers 3500 tr/min (Umezawa & col. 1986-b) pour les dispositifs à accéléromètres.

Par conséquent, le comportement dynamique du montage de mesure a été particulièrement étudié. L'utilisation d'un montage mécanique soigné permet de limiter les effets des résonances, mais celle-ci sont très difficilement contournables. La solution mécanique optimale passe, comme nous l'avons signalé ci-dessus, par l'utilisation de codeurs à arbre creux.

Chapitre III

Modélisation cinématique et quasi-statique

I Introduction.

Les irrégularités de l'engrènement générées par les défauts et déformations de denture sont, comme nous l'avons indiqué au chapitre I, la cause principale d'excitation dans les transmissions par engrenages. Les modélisations complètes de l'interface réalisé par l'engrènement (Blankenship & Sing 1992) et la construction de modèles dynamiques réalistes (Özguven & Houser 1988-a) nécessitent une caractérisation précise de ces excitations. C'est le but de ce chapitre qui est entièrement consacré à l'analyse du comportement quasi-statique sans charge (ou cinématique) et quasi-statique sous charge d'un couple d'engrenages présentant des défauts de forme et/ou de position.

L'étude quasi-statique sans charge (cinématique) permet, en simulant l'évolution de l'engrènement, de définir les conditions de fonctionnement préalables à l'étude dynamique complète. En particulier, elle permet de caractériser l'influence des défauts géométriques et de définir leur spectre d'excitation au travers de l'erreur de transmission (quasi-statique sans charge) qu'ils engendrent. Certaines des informations obtenues à ce stade, sont, comme nous le verrons, directement interprétables sur le bruit d'engrènement (Welbourn 1970, Randall 1982). Par ailleurs, cette première étape permet de localiser les zones de contact potentiel et de définir les conditions initiales de l'étude quasi-statique sous charge. Ceci est particulièrement important dans le cas de dentures à grand rapport de conduite (ou hélicoïdales) présentant des défauts de forme (erreurs de pas, de distorsion ou d'hélice) ou de positionnement (désalignements, excentricités).

L'étude quasi-statique sous charge permet, quant à elle, de déterminer les grandeurs caractéristiques du comportement élastique des dentures :

- partage et répartition des charges entre les différents couples de dents et les pressions de contact associées,

- déformations et contraintes qui en résultent,
- évolution de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge et de la rigidité d'engrènement

Cette étape sera réalisée à l'aide d'un logiciel spécifique. Le module principal, associé à la méthode des Prismes Finis, a été développé dans le cadre de la thèse de A. A. Olakorédé (1990). Les modifications qui lui ont été apportées sont présentées dans ce chapitre. Ce logiciel permet d'analyser et de caractériser le comportement élastique des engrenages cylindriques (droits ou hélicoïdaux) à grand rapport de conduite. Il est couplé à l'étude cinématique initiale et permet d'analyser l'influence de l'ensemble des défauts géométriques (forme et position) sur le comportement élastique des dentures. Un schéma récapitulatif des principales étapes de calcul est présenté en Annexe III.1.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons plus particulièrement à l'erreur de transmission (statique sans/sous charge) et à la rigidité globale d'engrènement, ces grandeurs caractérisant les excitations associées à l'engrènement (défauts géométriques et déformations de dentures).

Les techniques utilisées pour introduire ces excitations au sein d'une modélisation dynamique complète sont présentées au chapitre IV.

II. Modélisation du comportement quasi-statique sans charge.

II.1 Simulation numérique de l'engrènement.

Le principe de simulation retenu a été adapté de l'étude des engrenages spiro-coniques réalisée par D. Madrosky (1987). Ses principales étapes sont rappelées en Annexe III.2.

La simulation permet de déterminer l'évolution de l'engrènement en fonction de la position angulaire du pignon pour des dentures présentant des corrections (profil, bombé ou hélice) ainsi que des défauts de forme (erreurs de profil, de pas et de distorsion) et de position (excentricité, désalignement et entraxe). Pour chaque position étudiée, les zones de contact potentiel sont déterminées et les écarts relatifs entre les surfaces de denture mémorisés. L'analyse porte, simultanément sur cinq couples de dents. Ces informations seront utilisées lors de l'analyse quasi-statique. L'erreur de transmission statique sans charge, caractéristique des excitations d'engrènement associées à chaque type de défaut, est également calculée à chaque pas.

De nombreux tests de validation ont été effectués. En particulier, l'évolution des lignes et des rayons de contact, dans le cas d'une denture ne présentant pas de défaut, a été étudiée et les résultats obtenus ont été comparés aux résultats théoriques présentés par Henriot (1983). Les principales étapes de cette comparaison ont été exposées par Hiltcher (1993).

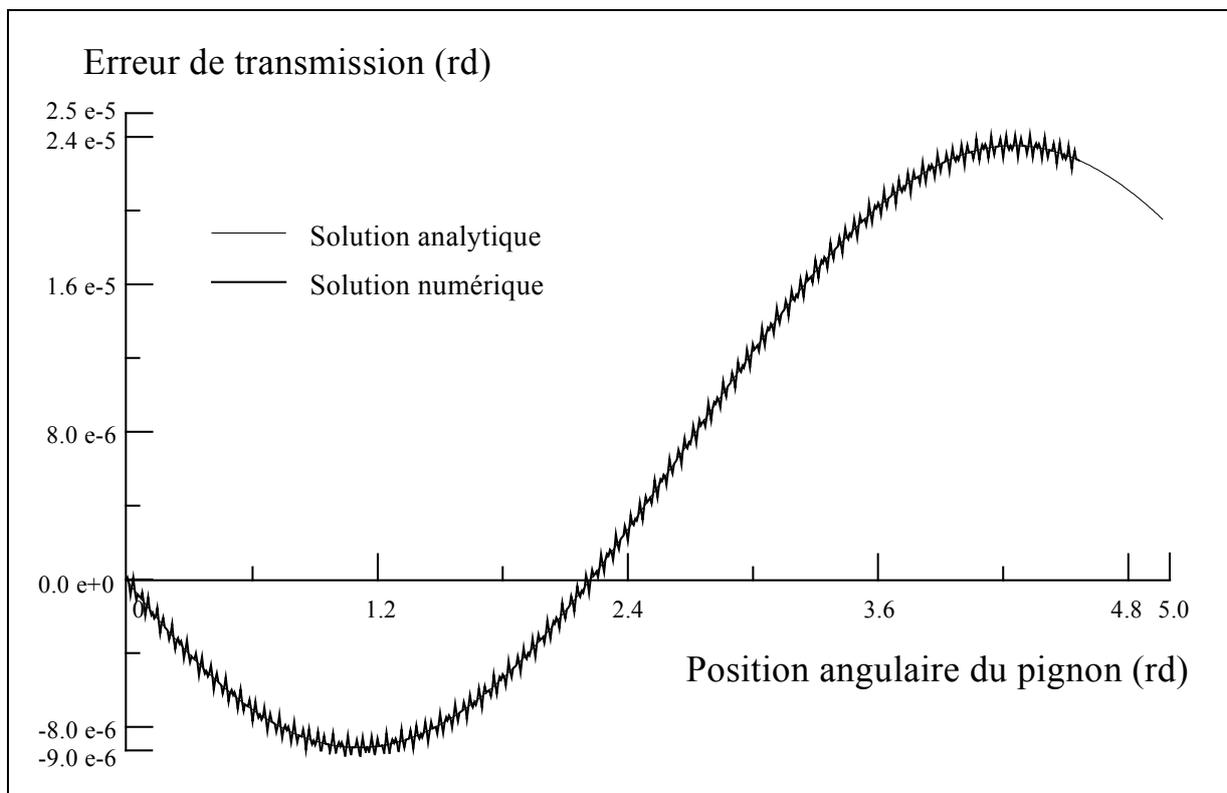


Figure III.1 : Erreur de transmission calculée et simulée associée à un défaut d'excentricité de 1 μm .

La validation de la simulation en présence de défauts de denture (forme ou position) a été effectuée à l'aide d'un défaut d'excentricité: l'erreur de transmission quasi-statique sans charge qui lui est associée peut être calculée de façon analytique (c.f. Annexe I). Ce défaut a volontairement été choisi de très faible amplitude (1 μm) et n'est en aucun cas représentatif d'un défaut d'excentricité réel. Ce choix est volontaire: il permet de tester la sensibilité du principe de simulation à l'introduction de défauts conduisant à de très faibles déviations des surfaces de denture. Ce point est particulièrement important car, comme l'indique la bibliographie (Mark 1984), (Kassaï & col. 1992) et comme nous le verrons au paragraphe 2.3, des défauts de profil de très faible amplitude (1 à 2 μm) peuvent être responsables de l'émergence de raies fantômes. De plus, nous avons choisi un engrenage hélicoïdal car il présente un nombre important de dents potentiellement en contact et car, contrairement à un engrenage droit, l'analyse du contact ne peut être ramenée à un problème plan. On peut constater (fig. III.1) la très bonne comparabilité des résultats.

II.2 Erreur de transmission induite par des défauts de positionnement.

Le positionnement relatif des dentures au sein d'une transmission réelle est tributaire de la qualité de réalisation de l'ensemble des composants de la transmission. En particulier, ce positionnement va être perturbé par les défauts d'alignement des arbres et les erreurs résultant de la fabrication. En fait, il peut être modélisé par deux défauts d'alignement (suivant deux directions orthogonales) et par un défaut de faux-rond. Nous allons étudier les effets spécifiques de chacun de ces défauts sur le fonctionnement des engrenages.

Le principal effet de ces défauts est associé à l'engrènement de profils non conjugués et se traduit par l'apparition d'une erreur de transmission quasi-statique sans charge. Par ailleurs, ces défauts conduisent à une délocalisation, plus ou moins grande, des zones de contact. Il est donc primordial de localiser ces zones afin de pouvoir, par la suite, déterminer l'influence de ces défauts sur le comportement sous charge des dentures.

II.2.1 Excentricité.

Ce défaut est parfaitement connu et nous avons présenté ses principaux effets au chapitre I. Nous donnons ici, à titre d'exemple (Fig. III.2), l'erreur de transmission obtenue sur un couple d'engrenages droits présentant un défaut d'excentricité de 20 μm par roue et une distribution aléatoire d'erreurs de pas (+/- 7 μm). Cet exemple illustre parfaitement une des caractéristiques essentielles de l'erreur de transmission : le signal d'erreur est constitué d'une porteuse basse fréquence associée aux défauts dont la périodicité est donnée par période de rotation des arbres (excentricités et erreurs de pas cumulées) et de fluctuations à plus haute fréquence (principalement la fréquence d'engrènement et ses harmoniques) associées aux défauts et déformations de denture.

II.2.2 Désalignements.

Ces défauts ont été définis au chapitre I. Ils sont définis suivant deux directions orthogonales et sont qualifiés de défauts d'inclinaison et de déviation. Leur caractéristique essentielle est de modifier de façon importante les portées de denture et la rigidité globale d'engrènement. Ceci est particulièrement vrai, comme nous le verrons au paragraphe III, pour

le défaut de déviation. Toutefois, l'introduction de ces défauts se traduit également par l'apparition d'une erreur de transmission quasi-satique sans charge résultant de l'engrènement de profils non conjugués. La figure III.3 présente l'influence d'un défaut d'inclinaison et d'un défaut de déviation de 4 m inutes (4') d'angle sur la cinématique de trois engrenages cylindriques (deux droits et un hélicoïdal) de rapports de conduite croissants. Les caractéristiques géométriques de ces engrenages sont données au chapitre II (tableau II.1 § VI). Chaque engrenage présente une légère correction de denture (correction parabolique, 1 μm en pied et en tête, s'étendant jusqu'au primitif de fonctionnement) pour que l'erreur de transmission ne soit pas nulle dans la configuration alignée et pour pouvoir visualiser l'effet relatif de deux désalignements.

Le défaut de déviation perturbe très nettement l'évolution de l'engrènement et génère, lors de l'entrée d'une nouvelle dent dans le contact, une très forte discontinuité de l'erreur de transmission. Cette discontinuité se traduit par un choc à l'entrée de l'engrènement qui peut être générateur de bruit et de vibrations.

L'introduction d'un défaut d'inclinaison est, au contraire, très peu influente sur la cinématique de l'engrènement. Cette constatation est en accord avec la bibliographie (Umezawa & col. 1986-b) qui présente le défaut de déviation comme beaucoup plus excitateur. Toutefois, il convient de remarquer que l'erreur de transmission, obtenue à ce stade, n'est représentative que d'une partie (cinématique sans charge) de l'action excitatrice associée à ces défauts. Leur influence sur le comportement quasi-statique puis dynamique d'une transmission par engrenages sera étudiée dans la suite du texte.

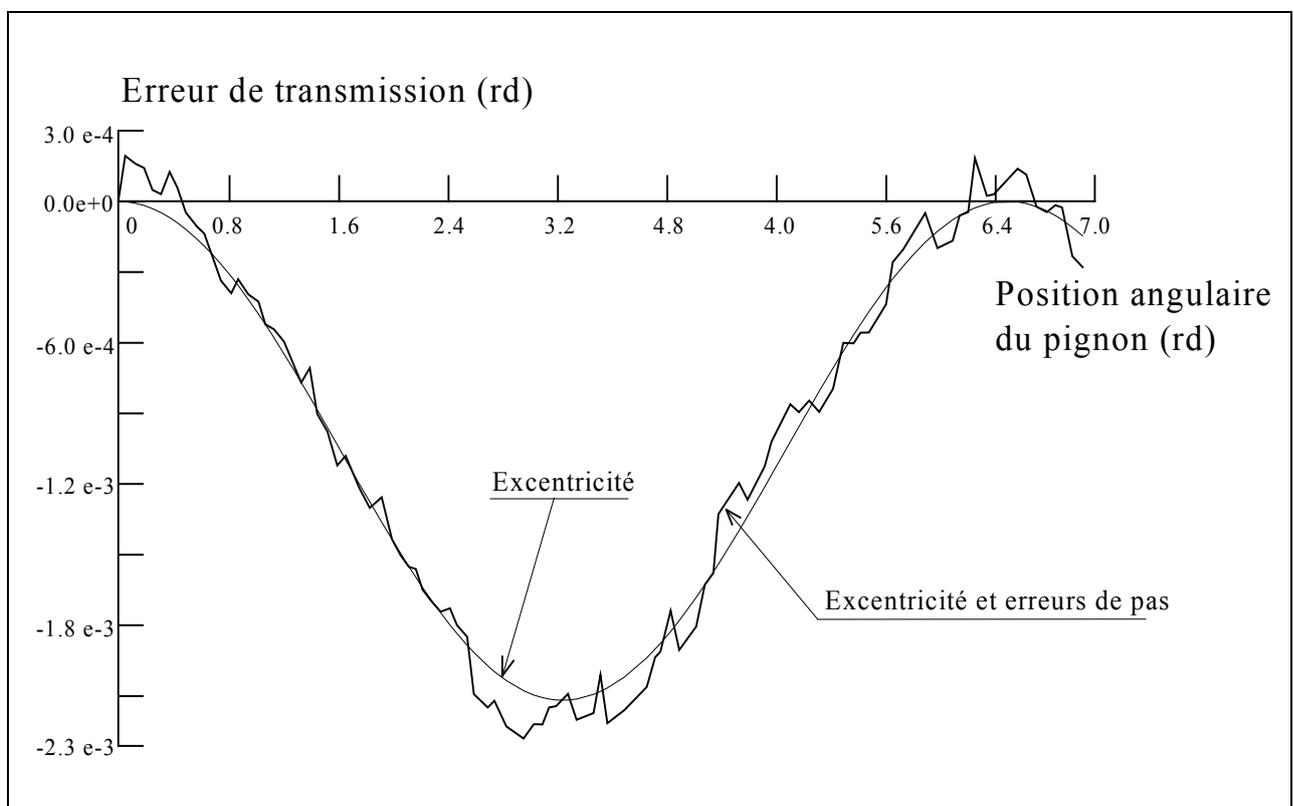


Figure III.2 : Erreur de transmission induite par les effets cumulés d'erreurs de pas et de faux-rond.

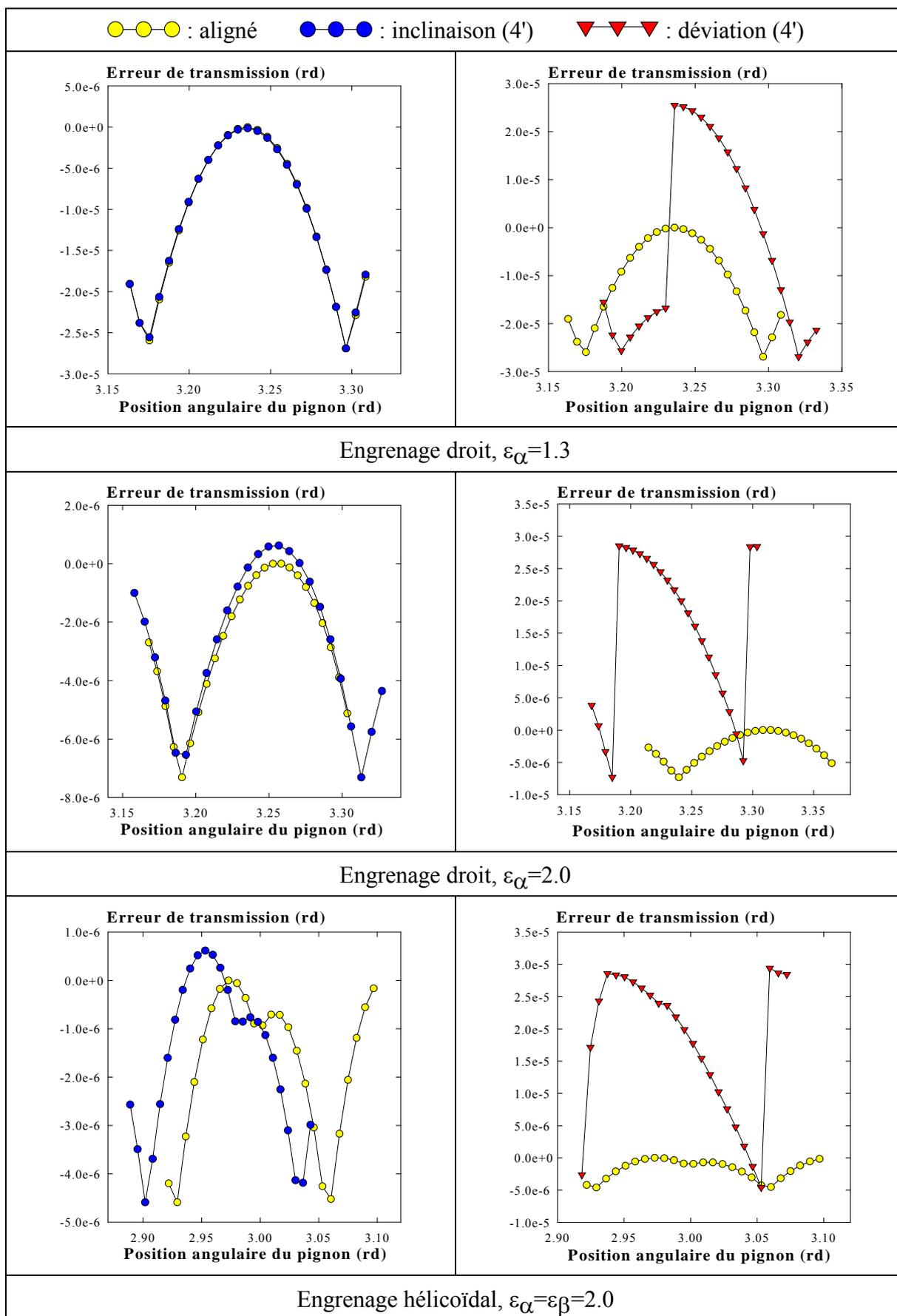


Figure III.3 : Erreur de transmission associée aux défauts d'alignement (4')

II.3 Erreur de transmission induite par des défauts géométriques des surfaces de denture.

L'analyse spectrale du bruit rayonné ou de l'erreur de transmission dynamique d'engrenages cylindriques faiblement chargés fait apparaître des raies non harmoniques à l'engrènement qualifiées de fantômes (Fig. III.4). Leur présence semble intimement liée à la géométrie des surfaces de denture, des défauts de très faible amplitude étant jugés responsables de l'émergence de ces raies (Mark 1984). Ces défauts sont généralement associés dans la bibliographie à la machine de taillage (Randall 1982).

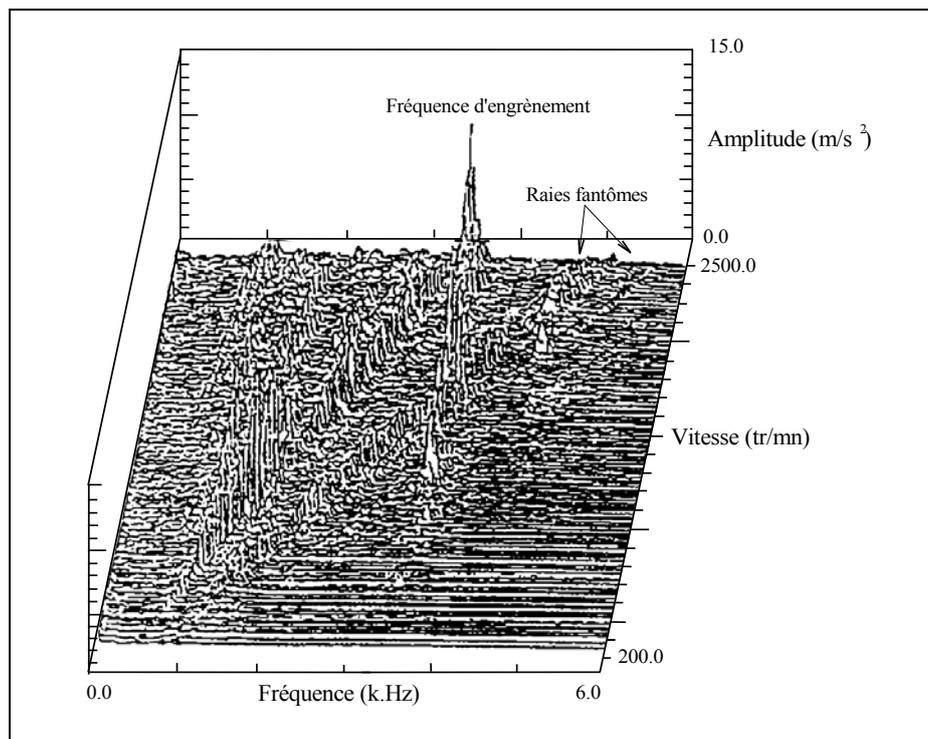


Figure III.4 : Transformée de Fourier en cascade de l'erreur de transmission dynamique (procédé de mesure avec accéléromètres). Rampe de montée en vitesse. Kassāi & col. (1992)

Kassāi & col. (1992) montrent, dans une étude spécifique de ce phénomène, que ces raies apparaissent sur le spectre de l'erreur de transmission dynamique uniquement après la rectification des dentures (Fig. III.5), certaines raies étant caractéristiques du pignon, d'autres de la roue.

Les gains obtenus par rectification, qui se traduisent par une amélioration des niveaux vibratoires sur l'ensemble du spectre, favorisent l'émergence de vibrations considérées jusque là comme résiduelles. Les procédés de superfinition qui ont pour effet de gommer les défauts de rugosité (Fig. III.6) atténuent, mais ne font pas disparaître ces raies.

Les auteurs concluent que ces raies sont associées à des défauts de très faible amplitude (1 à 2 μm) particulièrement difficiles à mettre en évidence par les moyens métrologiques traditionnels. Ces défauts sont introduits lors de la rectification et leur parfaite régularité les rend particulièrement énergétiques et donc gênants sur le plan acoustique. Cette gêne est d'autant plus importante que ces raies ont un niveau comparable à celui des raies d'engrènement et sont généralement situées dans une gamme de fréquence parfaitement audible.

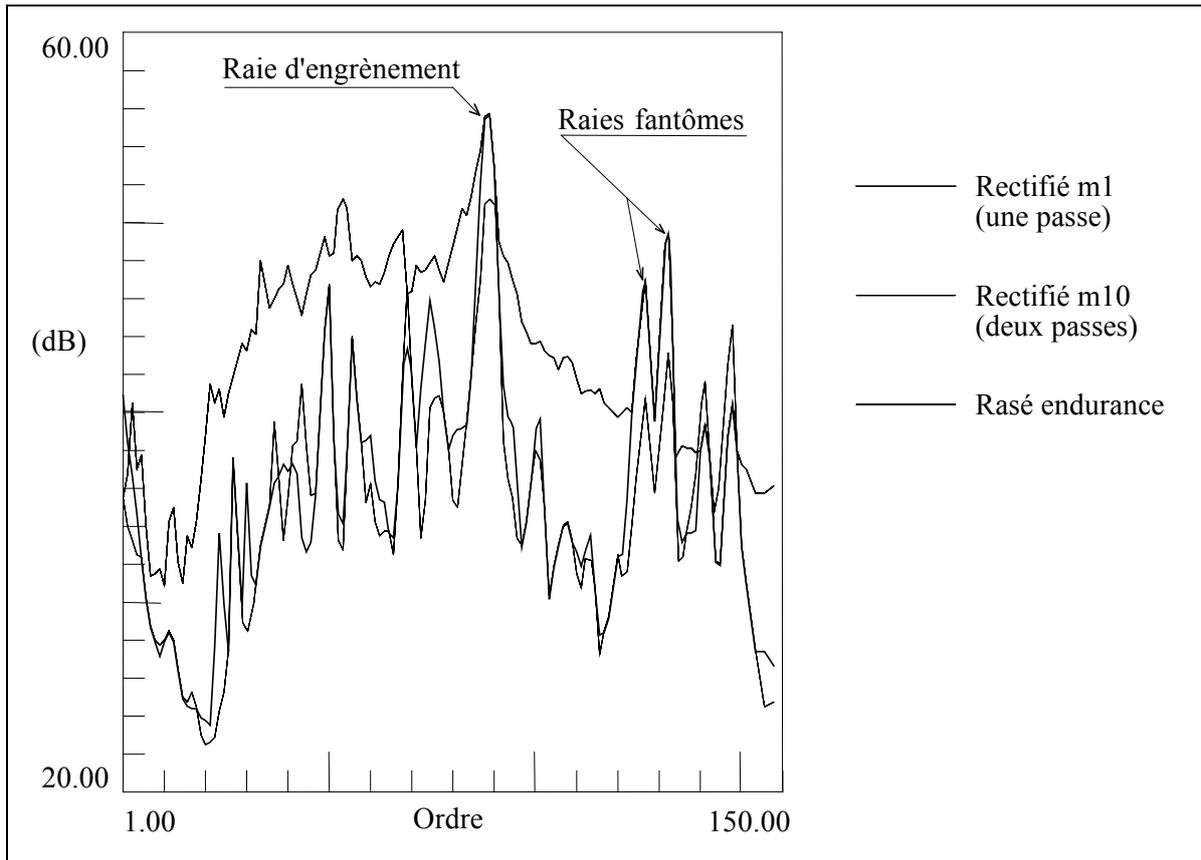


Figure III.5 : Spectre de l'erreur de transmission dynamique après rasage, rectification et superfinition. Kassai & col. (1992)

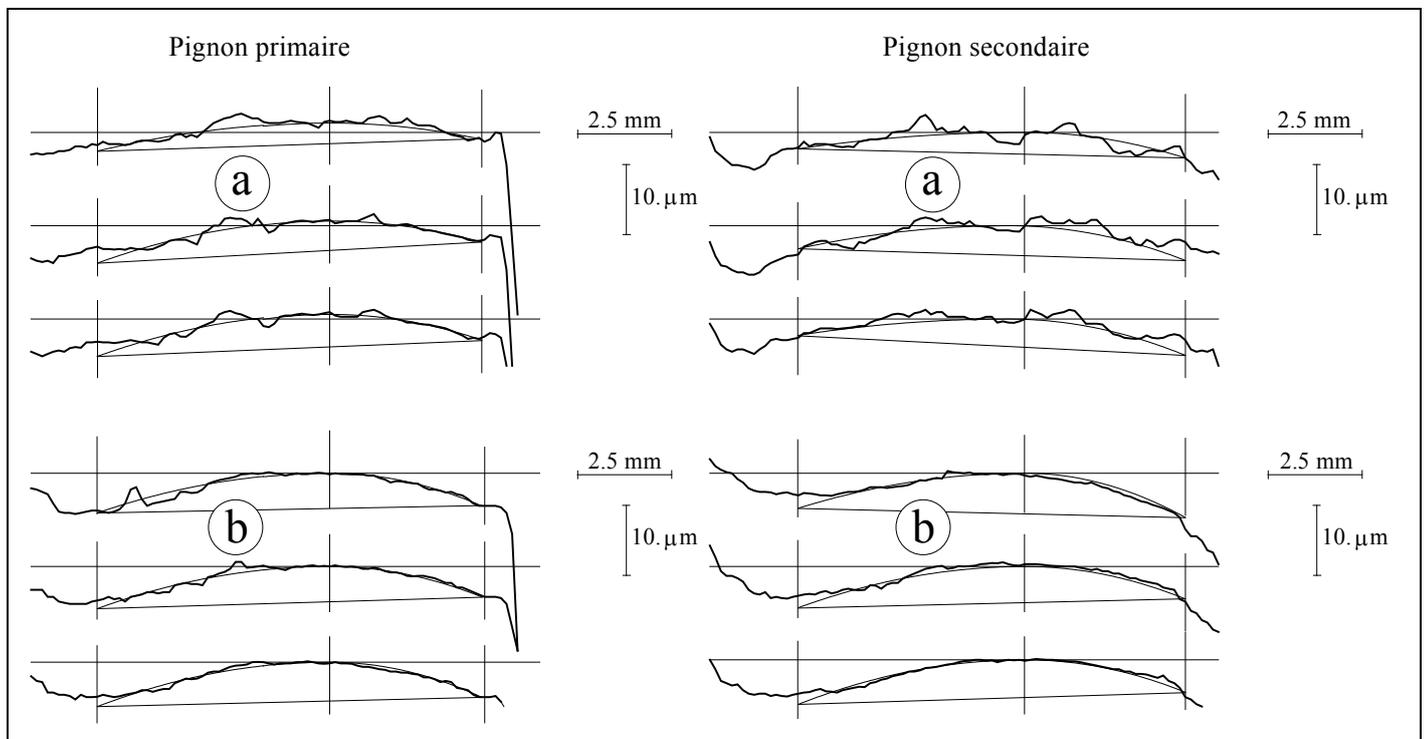


Figure III.6 : Relevés métrologiques des profils de denture après rectification (a) et superfinition (b). Kassai & col. (1992)

Les résultats exposés ci-dessous montrent que ce phénomène est particulièrement influencé par la forme et la distribution de ces défauts et qu'il est découplé de tout phénomène dynamique. Ce point a déjà été signalé par Randall (1982) qui a montré que l'influence du chargement était faible sur le niveau des raies fantômes et inexistante sur leur localisation fréquentielle. Une étude cinématique semble donc suffisante pour étudier, au moins en première approximation, ce phénomène. Les résultats obtenus peuvent, par la suite, être utilisés pour définir les excitations associées à ces défauts dans une modélisation dynamique complète.

	Pignon	Roue
Nombre de dents	76	85
Largeur de denture (mm)	23.1	23.1
Diamètre de tête (mm)	121.7	133.27
Diamètre de pied (mm)	113.65	127.3
Diamètre de base (mm)	112.67	126.00
Diamètre primitif de fonctionnement (mm)	118.3	132.30
Angle de pression de fonctionnement (°)	17.82	17.82
Module de fonctionnement (mm)	1.56	1.56
Angle d'hélice au primitif de fonctionnement (°)	29.46	29.46
Correction de tête, longueur (mm) / profondeur (µm)	2.0 / 5	1.49 / 5
Correction de pied, longueur (mm) / profondeur (µm)	2.0 / 5	1.49 / 5
Bombé symétrique, longueur (mm) / profondeur (µm)	11.55 / 5	11.55 / 5

Tableau III.1 : Caractéristiques géométriques du couple d'engrenages étudié.

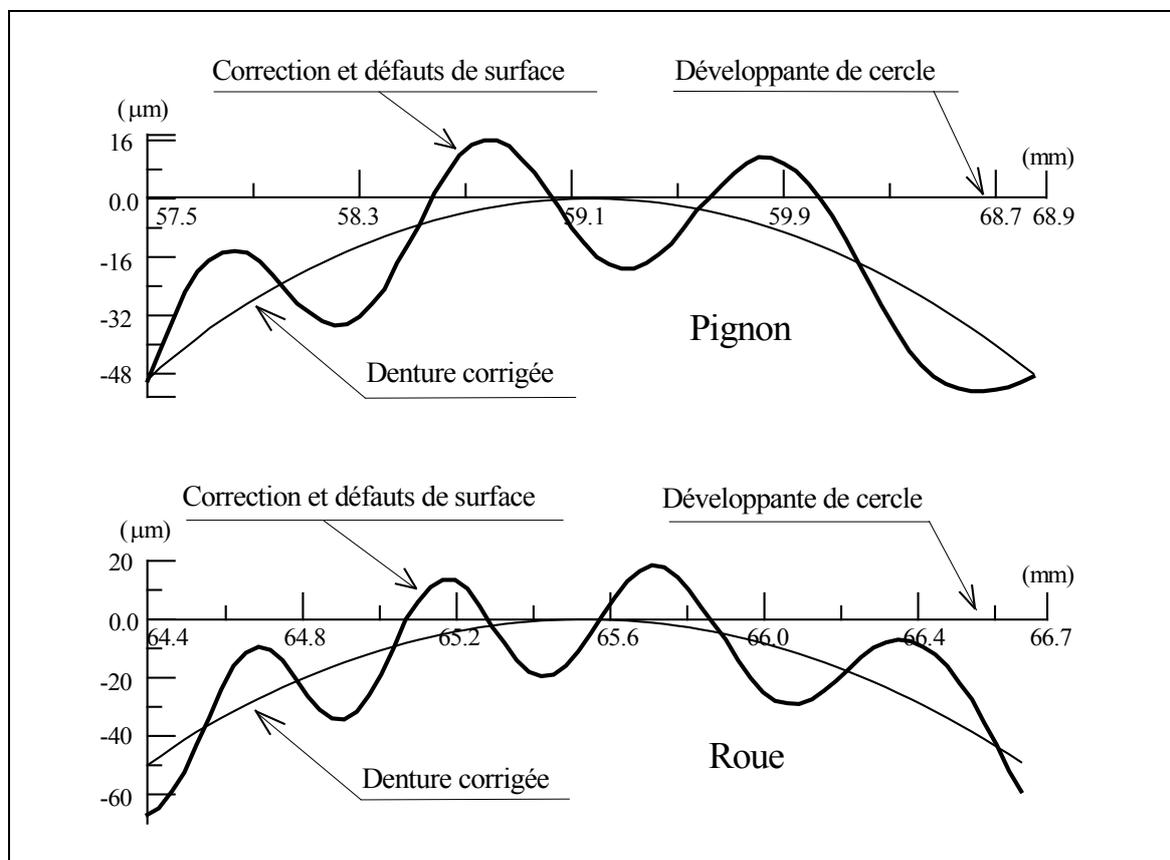


Figure III.7 : Visualisation des défauts introduits sur les profils de denture.

Les caractéristiques géométriques du couple d'engrenages étudié sont données dans le tableau III.1 ci-dessus. Les relevés métrologiques présentés ci-dessus (fig. III.6) nous ont conduit à modéliser ces défauts par des perturbations sinusoïdales introduits sur les profils de denture théoriques. Les amplitudes et les nombres de périodes retenues sont 3 période et 2 μm crête-crête d'amplitude pour le pignon, et 4 périodes et 2 μm crête-crête d'amplitude pour la roue. Les défauts résultants sont présentés ci-dessus (Fig. III.7).

Dans un premier temps, des défauts identiques sont introduits sur les dents successives. Puis, ces défauts sont déphasés pour traduire une modulation introduite par la machine de rectification. De plus, afin de pouvoir isoler les contributions du pignon et de la roue, les perturbations sont introduites simultanément puis successivement sur chacune des roues dentées. Il apparaît très clairement (Fig. III.8) que l'introduction de défauts identiques ne fait pas ressortir de raie fantôme. Les fluctuations de l'erreur de transmission obtenue sont harmoniques à l'engrènement, ce qui est logique puisque, tous les $2.\pi/Z$, la denture se retrouve dans une configuration identique.

L'introduction d'un déphasage (Fig. III.9) a pour effet de rompre cette régularité et de faire ressortir plusieurs raies fantômes. Ces raies sont très marquées et présentent un niveau comparable, voire supérieur, à celui de la fréquence d'engrènement. De plus, certaines raies sont caractéristiques des défauts introduits sur le pignon et d'autres sont caractéristiques des défauts introduits sur la roue. C'est le cas des raies d'ordre 12, 97, 158, 182 et 193 pour le pignon, 145, 230 et 255 pour la roue (l'ordre d'une raie est le nombre de dents virtuel qu'il faudrait attribuer au pignon pour que cette raie devienne la raie d'engrènement).

La modification des paramètres caractéristiques de la forme et de la distribution des défauts montre que l'amplitude agit uniquement sur le niveau des raies alors que le déphasage et le nombre de périodes agissent sur leur localisation (Bard & Play 1991-a). Dans chaque cas étudié, on retrouve des raies associées aux défauts introduits sur le pignon d'autres aux défauts introduits sur la roue.

Une analyse plus détaillée des surfaces de denture permet de localiser des perturbations dans le sens de l'hélice. Ces perturbations sont introduites dans la direction de la ligne de contact et sont modélisées par : 5 périodes et 2 μm crête-crête d'amplitude pour le pignon et 7 périodes et 2 μm crête-crête sur la roue. Les effets des paramètres caractéristiques (amplitude, nombre de périodes et déphasage) sont identiques à ceux que nous avons mis en évidence ci-dessus. En particulier, le déphasage agit très fortement sur la localisation des raies (figure III.10 et III.11).

Enfin, la superposition des deux types de défauts (hélice et profil) fait ressortir les raies caractéristiques de chaque défaut pris individuellement.

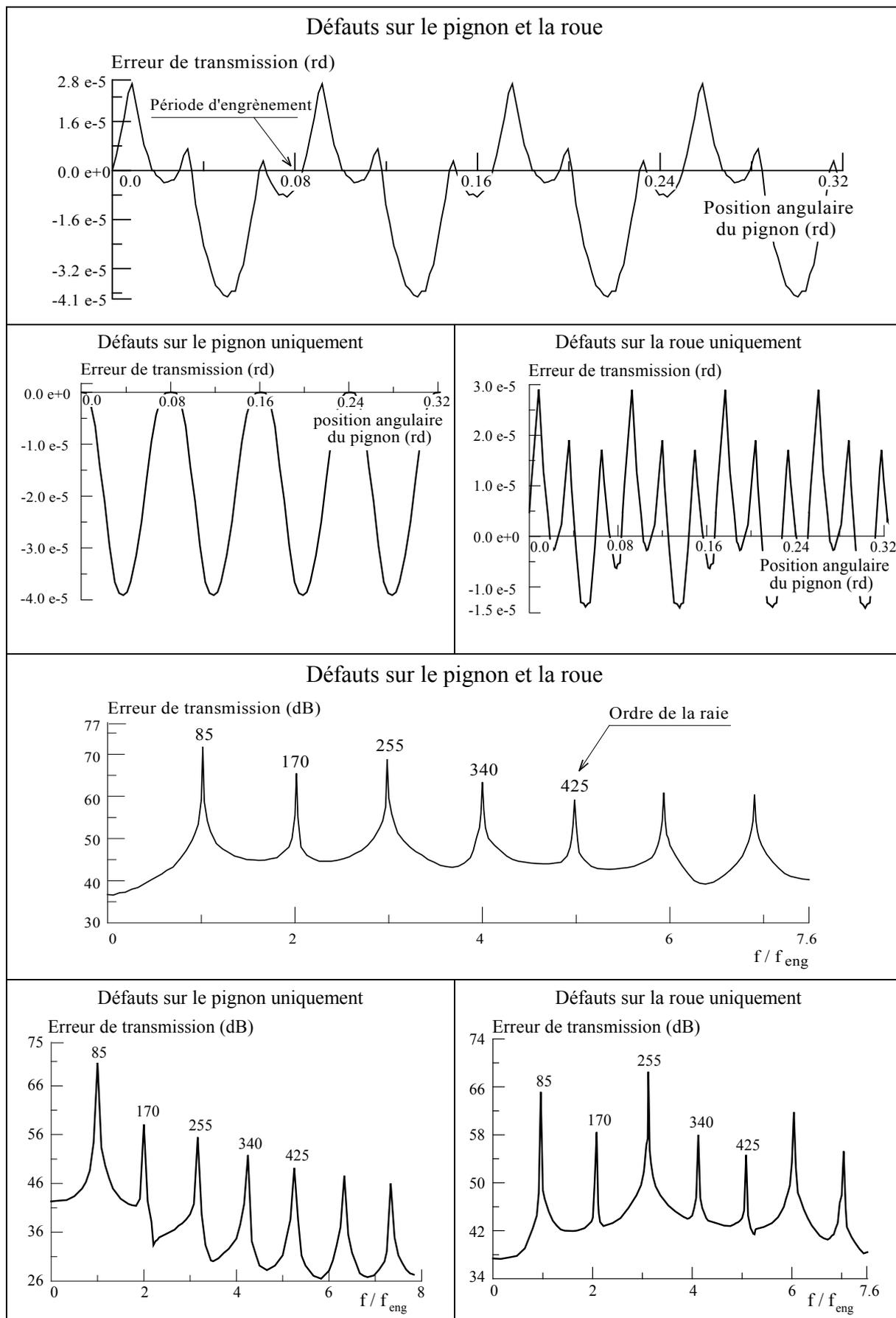


Figure III.8 : Représentation temporelle et spectrale de l'erreur de transmission associée à l'introduction de défauts identiques sur les profils des dents successives.

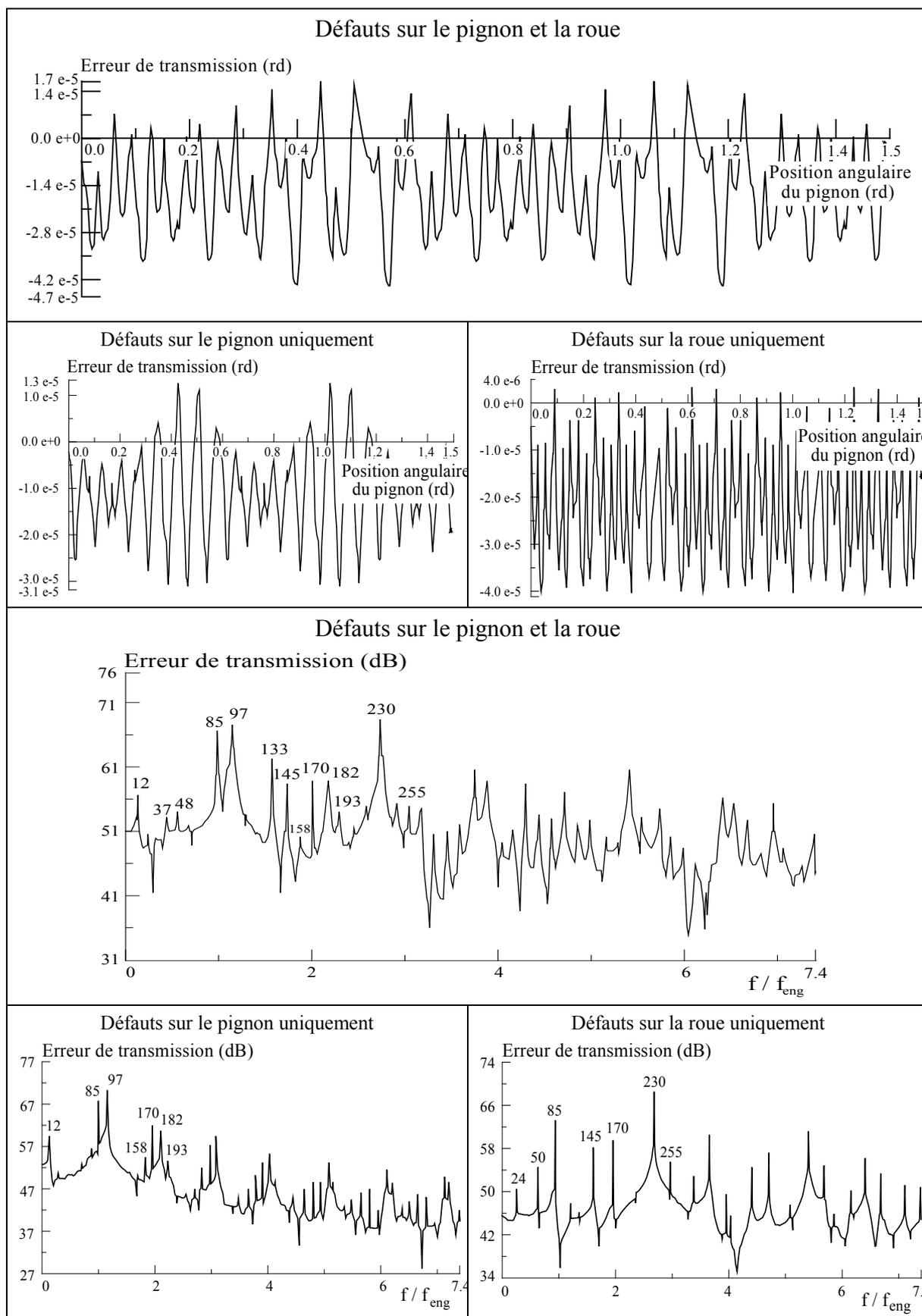


Figure III.9 : Représentation temporelle et spectrale de l'erreur de transmission associée à l'introduction de défauts déphasés sur les profils des dents successives.

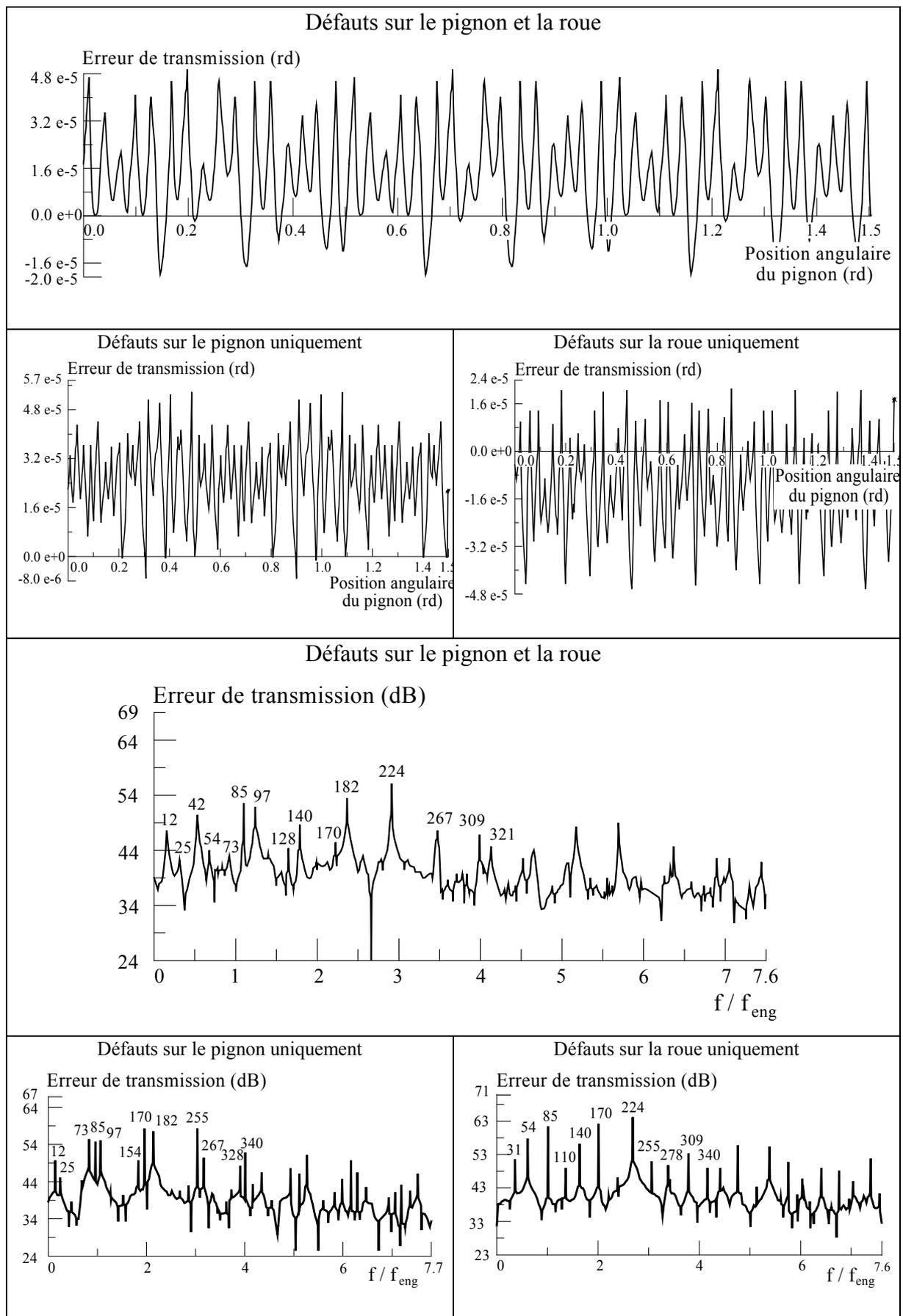
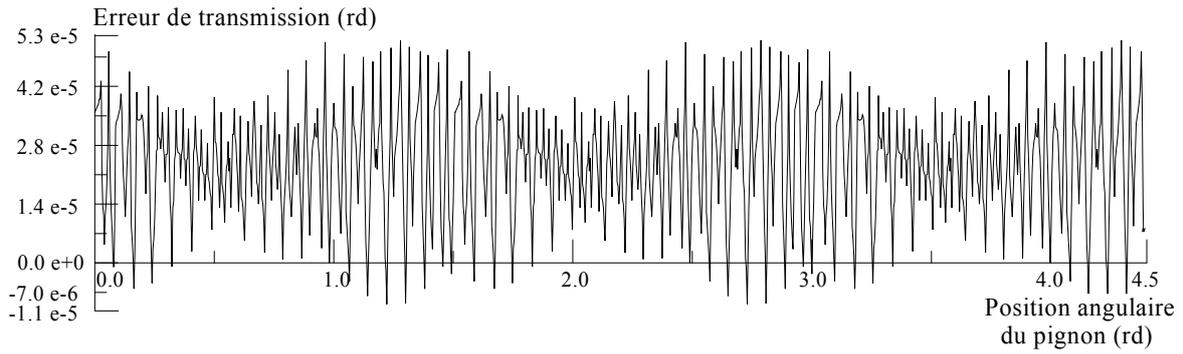
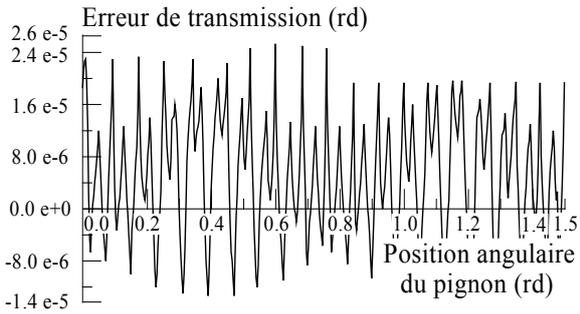


Figure III.10 : Représentation temporelle et spectrale de l'erreur de transmission associée à l'introduction de défauts suivant l'hélice. Déphasage : 0.95 rd (pignon) et 0.4 rd (roue)

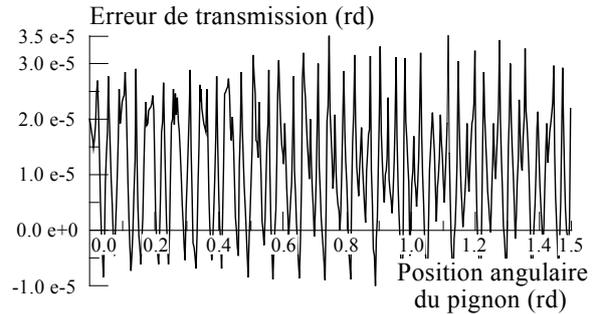
Défauts sur le pignon et la roue



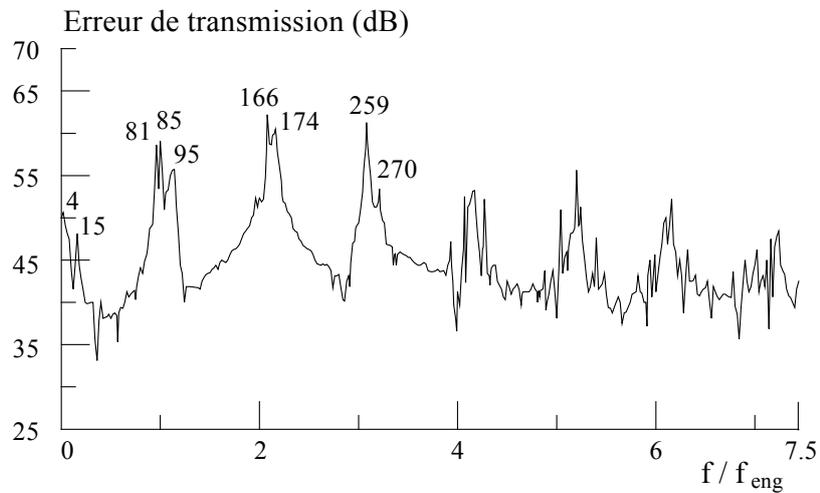
Défauts sur le pignon uniquement



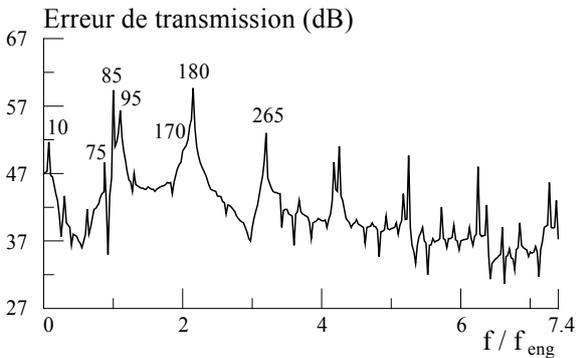
Défauts sur la roue uniquement



Défauts sur le pignon et la roue



Défauts sur le pignon uniquement



Défauts sur la roue uniquement

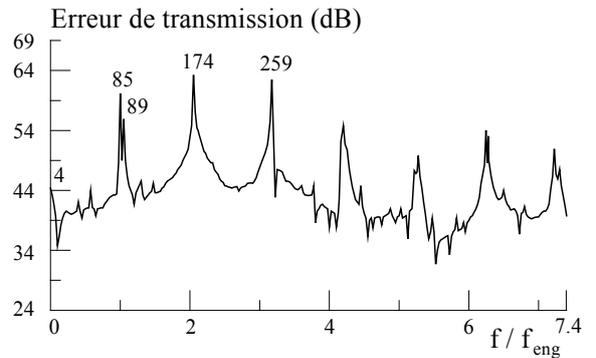


Figure III.11 : Représentation temporelle et spectrale de l'erreur de transmission associée à l'introduction de défauts suivant l'hélice. Déphasage : 0.7 rd (pignon) et 0.35 rd (roue)

En conclusion, il apparaît que la présence d'ondulations sur les surfaces de denture est caractéristique de l'apparition de raies non harmoniques à l'engrènement. Le niveau et la localisation de ces raies sont particulièrement affectés par la forme et la distribution de ces défauts. Toutefois, la présence de ces raies est tributaire de l'existence d'un déphasage régulier entre les défauts présents sur les dents successives. Ce déphasage peut aussi bien être localisé suivant le profil que suivant l'hélice. C'est ce paramètre et les modulations de l'erreur de transmission qu'il induit, qui sont responsables de l'émergence de raies fantômes.

En outre, les résultats expérimentaux exposés ci-dessus (Kassaï & col. 1992) montrent que ces raies sont associées au processus de finition des dentures et qu'elles ne sont "visibles" que sur des engrenages de très bonne qualité acoustique, ce qui exclut, de fait, les engrenages droits. Les défauts responsables de leur apparition peuvent être d'amplitude extrêmement faible (1 à 2 μm) mais leur parfaite régularité les rend particulièrement énergétiques. Dans ce contexte, le niveau des raies fantômes devient comparable, voire supérieur, à celui des raies fondamentales d'engrènement.

Il apparaît donc que les procédés de finition des dentures qui permettent d'obtenir des gains acoustiques et vibratoires substantiels sont responsables de l'apparition d'un nouveau problème. Sa résolution passe par la compréhension des mécanismes de génération des défauts lors de la rectification et par l'optimisation fine des procédés de fabrication.

III. Modélisation de l'engrènement quasi-satique sous charge.

III.1 Déformations des dentures. Aspects bibliographiques.

Ce paragraphe a pour but de présenter les principales modélisations utilisées dans la bibliographie pour étudier les déformations élastiques des dentures d'engrenages. Le problème est de définir les conditions de fonctionnement des dentures sous charge, c'est-à-dire de déterminer le partage et la répartition des charges entre les différents couples de dents ainsi que les sollicitations mécaniques qu'elles engendrent. Ceci peut devenir particulièrement complexe si l'on s'intéresse à des dentures à grand rapport de conduite ou hélicoïdales présentant des défauts d'alignement et dont la structure est très déformable (jante de faible épaisseur et présence d'un ou plusieurs voiles). Ce problème correspond à de nombreuses réalités industrielles, en particulier dans le domaine de l'aéronautique, où il est associé à l'allègement des structures et à la diminution des niveaux vibratoires et du rayonnement acoustique.

Rappelons que dans le cadre de cette étude, nous nous intéresserons principalement à la détermination de la rigidité d'engrènement et de l'erreur de transmission statique sous charge. Ces deux grandeurs sont, comme nous l'avons vu au chapitre I, représentatives des excitations associées aux déformations élastiques des dentures. Nous aborderons donc uniquement le problème des déformations des dentures et de leur environnement. Des analyses plus générales ont été publiées. On peut, par exemple, se référer à Olakorédé (1990) et Sainsot (1989).

L'analyse des déformations élastiques associées au contact entre dentures d'engrenages peut être ramenée au problème général du contact entre corps élastiques (Fig. III.12). La condition classique de compatibilité des déplacements (Conry & Seireg 1971) permet de définir les conditions de l'équilibre sous charge.

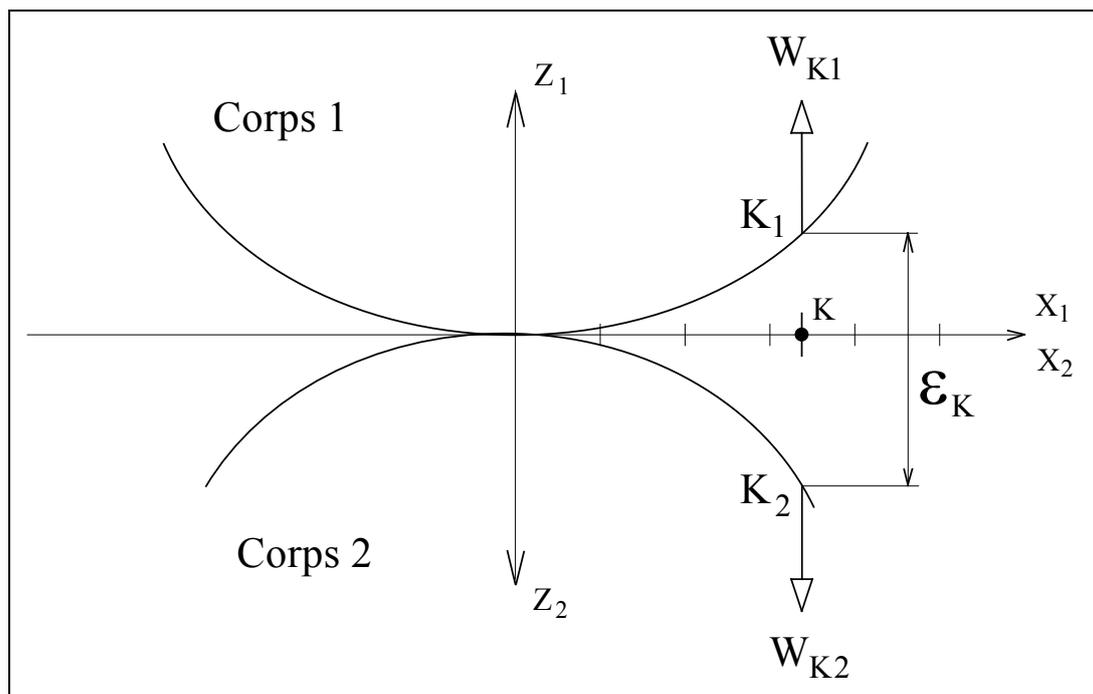


Figure III.12 : Compatibilité des déplacements au contact entre deux corps élastiques.

Cette condition se traduit par :

$$W_{k1} + W_{k2} + \varepsilon_k = \alpha \quad (\text{dans la zone de contact})$$

$$W_{k1} + W_{k2} + \varepsilon_k > \alpha \quad (\text{hors de cette zone de contact})$$

W_{k1} et W_{k2} : déplacements normaux des corps 1 et 2 au point k

α : rapprochement global des corps

ε_k : écart initial au point k

La détermination des écarts initiaux repose en général sur les hypothèses suivantes :

- les zones de contact sont définies par la cinématique des engrenages supposés rigides et sans aucun défaut,
- le contact est situé dans le plan d'action et les contacts éventuels en dehors de ce plan sont généralement exclus,
- l'influence des erreurs de forme et de position est ramenée dans le plan d'action.

Les déplacements normaux au contact, qui résultent des déformations des dents et de leur supports (jantes et voiles), sont généralement estimés par la méthode des éléments finis (Mathis 1977), (Oda & col. 1981), (Sainsot 1989). Cette méthode présente l'avantage de pouvoir traiter le problème dans sa globalité (analyse tridimensionnelle directe) mais elle nécessite alors un maillage extrêmement fin au voisinage des surfaces actives (Varadi & Poller 1988) pour modéliser correctement l'écrasement de la zone de contact (déformations Hertiennes). Aussi, elle est rarement utilisée dans ce contexte et les effets associés aux déformations de surface sont systématiquement séparés des effets de structure. Les premiers sont déduits de la théorie de Hertz ou de variantes, alors que les seconds sont estimés par la méthode des éléments finis. De plus, la flexion de la dent et son pivotement sur la jante support sont généralement calculés indépendamment de la déformation des sous-jantes et des voiles. La contribution de chaque déformation est ramenée au niveau du contact sous forme d'une rigidité équivalente et les couplages élastiques sont négligés.

D'autres techniques de calcul ont également été utilisées : les équations intégrales (Bregbia 1980), les différences finies (Guinand & Ocrue 1990), (Umezawa 1972), et les prismes-finis (Olaorédé 1990). Cette dernière technique permet de réduire considérablement le temps de calcul et les besoins en place mémoire. Il est alors possible d'analyser simultanément plusieurs dents en contact ainsi que la structure globale de l'engrenage en incluant les jantes et les voiles (Kim & col. 1995). L'introduction de prismes de section faiblement évolutive (Vijayakar & col. 1987), qualifiés de "quasi-prismes" autorise l'analyse d'engrenages de géométrie complexe tels que les engrenages coniques ou les roues et vis sans fin (Vijayakar & Houser 1993).

Notons que, dans le cas des engrenages droits, la déformation bidimensionnelle des dentures à été estimée analytiquement (Cornell 1981) en assimilant la dent à une poutre en flexion sur embase élastique. Les effets de surfaces sont déduits de la théorie de Hertz. Ces résultats ont été utilisés pour estimer l'évolution de la rigidité d'engrènement des engrenages droits. Citons par exemple Tavalaki & Houser (1984), Lin & col. (1989-a, 1989-b et 1993). D'autres

expressions approchées peuvent également être trouvées (par exemple ISO/DIS 6336-1 (1983), Umezawa & col. (1986-a)).

III.2 Modélisation du comportement élastique.

III.2.1 position du problème.

L'étude cinématique, exposée au paragraphe II, permet de localiser les zones potentielles de contact et de connaître les écarts relatifs entre les surfaces des dentsures au voisinage de ces zones. Ces résultats sont obtenus sans avoir recours aux hypothèses évoquées ci-dessus sur la localisation des zones de contact dans le plan d'action. Ces paramètres sont connus pour diverses positions d'engrènement et dans le cadre de dentsures présentant des défauts de forme ou de position. En fait, ces informations sont connues dans N_t tranches successives suivant la largeur de denture (Fig. III.13). Dans chaque tranche, et pour chaque couple de dents pouvant engrener, un couple de points est isolé (un pour le pignon, un pour la roue); il est associé à la distance minimale entre les surfaces des dentsures (cf. Annexe III.2).

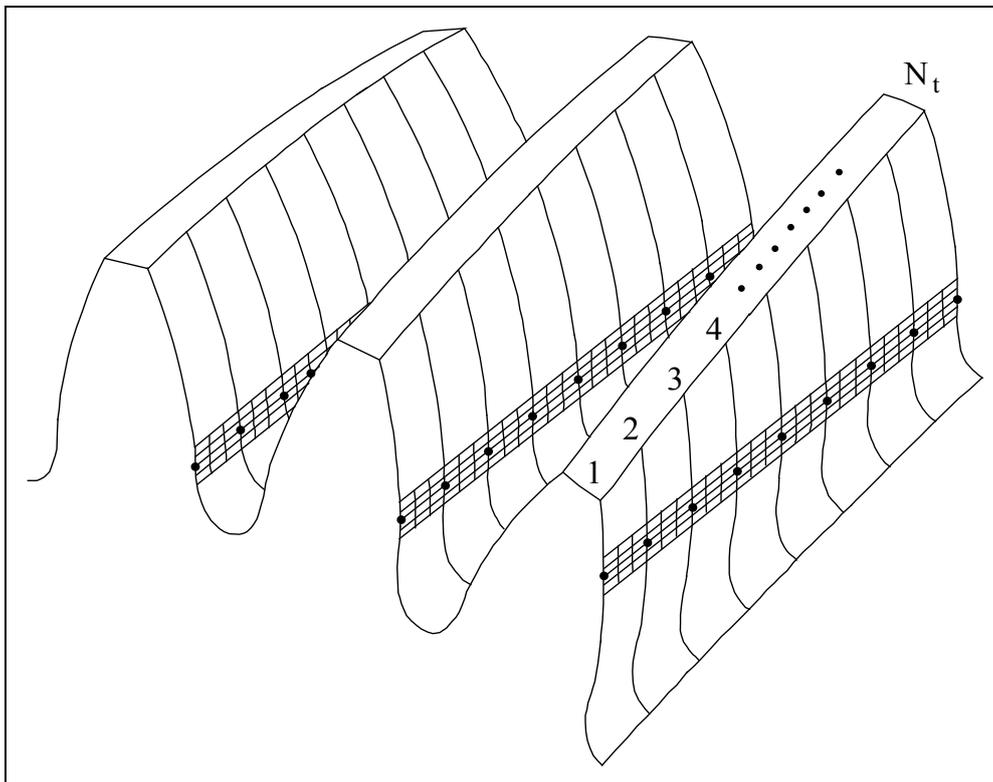


Figure III.13 : Discretisation des zones potentielles de contact.

Les N_p points potentiels de contact étant déterminés, il est possible de traduire l'équation de compatibilité des déplacements exposée précédemment. Cette équation s'écrit en chaque point potentiel de contact k :

$$\sum_{i=1}^{N_p} C_{ij} \cdot P_k + \varepsilon_k = \alpha \quad (\text{dans la zone de contact})$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} C_{ij} \cdot P_k + \varepsilon_k > \alpha \quad (\text{hors de cette zone})$$

Elle est soumise aux conditions : $\sum_{k=1}^{N_p} P_k \cdot S_k = F$ avec $P_k \geq 0.0$ si k appartient au contact, et $P_k = 0.0$ sinon. S_k représente la surface de contact au voisinage de P_k (ce point sera détaillé au paragraphe 3.2.3) et C_{ik} le coefficient d'influence en i d'une répartition de pression (P_k) au voisinage du point k (surface S_k). Notons que C_{ik} représente la contribution des déformations du pignon et de la roue ($C_{ik} = C_{ik}^{pig.} + C_{ik}^{roue}$).

L'estimation des coefficients C_{ik} peut s'effectuer directement, en appliquant un chargement unitaire au voisinage du point k et en relevant ses effets en tous les points potentiels de contact. Cette approche, utilisée en première approximation par Olakorédé (1990), donne de bons résultats si l'on ne s'intéresse pas aux déplacements au voisinage du contact. Ces déplacements sont évidemment essentiels pour le calcul de la rigidité de denture et de l'erreur statique de transmission. Il convient donc, comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe précédent, d'utiliser des modélisations distinctes pour représenter les déformations de surface et les déformations de structure. Cette approche conduit à écrire C_{ik} sous la forme :

$$C_{ik} = C_{ik}^f + C_{ik}^s$$

où C_{ik}^f est représentatif des effets associés aux déformations de structure (en particulier de la flexion des dents) et C_{ik}^s des effets associés aux déformations de surface. Nous allons maintenant détailler les calculs de ces deux types de coefficients d'influence.

III.2.2 Modélisation de la déformation de structure.

Les déformations de structure des engrenages étudiés ont été estimées à l'aide de la méthode des prismes finis. Cette méthode (Cheung 1976) a été adaptée par Olakorédé (1990) à l'analyse du comportement élastique des engrenages cylindriques. Cet auteur en donne une présentation détaillée. Ces principaux avantages ont été indiqués ci-dessus. Rappelons toutefois qu'elle est adaptée à des structures dont la géométrie est invariante suivant une direction. Cette direction est associée à la largeur de denture, ou plus généralement à la direction de l'hélice dans le cas des engrenages cylindriques. L'évolution des déplacements est associée à un développement en série suivant cette direction et la discrétisation de la structure n'est effectuée que dans un plan (figure III.14.a).

Supposons la direction Z comme privilégiée. La forme générale de la fonction de déplacement est donnée dans le repère (O, X, Y, Z) , qui n'est pas nécessairement cartésien, par :

$$U = \sum_{m=1}^r F_m(x, y) \cdot G_m(z)$$

où

$F_m(x, y)$ est une expression polynomiale, identique à celle utilisée en éléments finis 2D.

et

$G_m(z)$ est une série qui satisfait les conditions aux limites dans la direction Z . Cette série est tronquée au terme r .

Dans le cadre de l'analyse d'un engrenage droit, le repère (O,X,Y,Z) est directement le repère cartésien de définition (Fig. III.14.b). Par contre, l'analyse d'une denture hélicoïdale ne peut pas s'effectuer directement. Dans ce cas, la géométrie et les propriétés du matériau sont invariantes suivant la direction de l'hélice. Pour pouvoir appliquer la méthode des prismes finis dans ce contexte, Olakorédé (1990) propose d'utiliser deux transformations de coordonnées. Ces transformations, qualifiées de curviligne et d'oblique, conduisent à appliquer la méthode des prismes finis dans le repère (O,r,s,t) défini figure III.14.c.

Les engrenages que nous allons utiliser ne possèdent pas de voiles. Nous ne présenterons donc pas la technique utilisée pour prendre en compte leurs effets. Rappelons toutefois que cette technique (Olorokédé 1990), consiste à introduire les effets des voiles à l'aide des conditions aux limites (efforts) qu'ils imposent au niveau des interfaces voiles-jante.

Dans cette étude, les effets de structure seront donc associés à la déflexion des dents et aux couplages élastiques introduits au travers des déformations de la jante.

La caractérisation de la flexion d'une dent ainsi que de son pivotement sur la jante peut être estimée à l'aide du déplacement sur le flanc rétro (Boyer & col. 1986) ou des déplacements en sous-couche (fig. III.15). Cette dernière technique, utilisée par Madrowski (1987), est associée à une pondération de la charge sur les éléments entourant le noeud de chargement. Elle est donc adaptée à une analyse par éléments finis.

L'utilisation de ces déplacements pour calculer C_{ik}^f ne permet pas de représenter directement les effets de flexion aux points potentiels de contact ni de prendre en compte les effets des couplages élastiques entre dents.

Les effets de flexion au point de chargement peuvent être obtenus en analysant la déformation de denture pour deux types de conditions aux limites (Fig. III.15). Cette approche proposée par Sainsot (1989) et Vexé (1988) permet de supprimer les effets dus aux déformations de surface et les erreurs associées à l'utilisation d'un déplacement calculé en un point d'application d'une charge concentrée. C'est cette technique que nous avons utilisée (Bard & Play 1991-b), Hiltcher (1993). Hiltcher & col. (1994) proposent de superposer les deux cas de calcul présentés figure III.16. Cette approche permet de conserver les effets des couplages élastiques introduits par la jante. Rappelons que le logiciel utilisé a été développé pour l'analyse de dentures à grand rapport de conduite présentant des voiles et une jante de faible épaisseur.

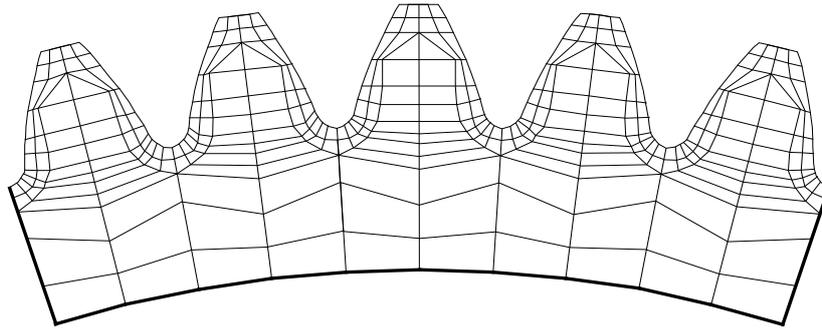


Fig. III.14.a : Discrétisation d'un engrenage cylindrique

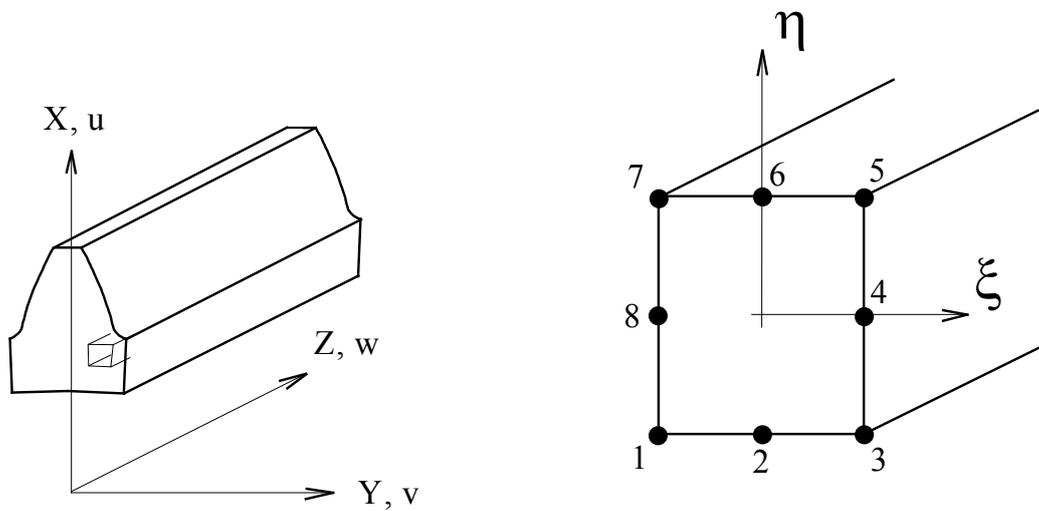


Fig. III.14.b : Élément de prisme droit.

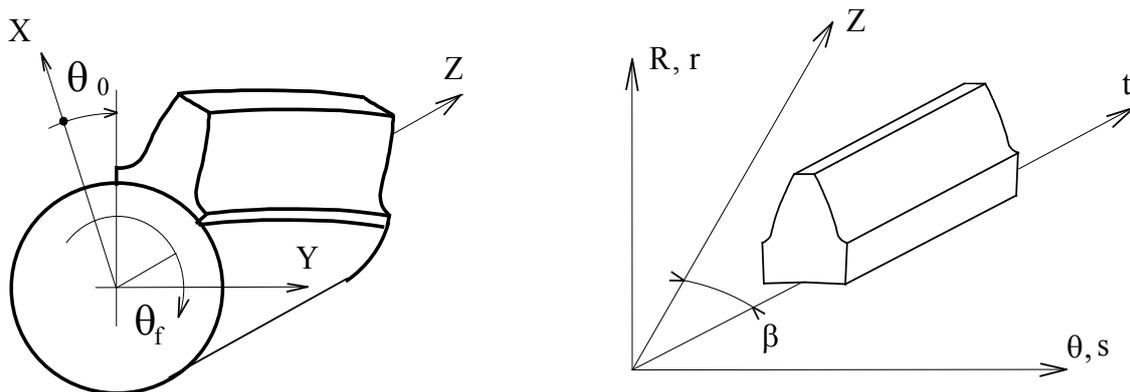


Fig. III.14.c : Élément de prisme hélicoïdal.

Figure III.14 : Discrétisation d'une denture d'engrenage cylindrique préalable à l'utilisation de la méthode des prismes finis (Olaforé 1990).

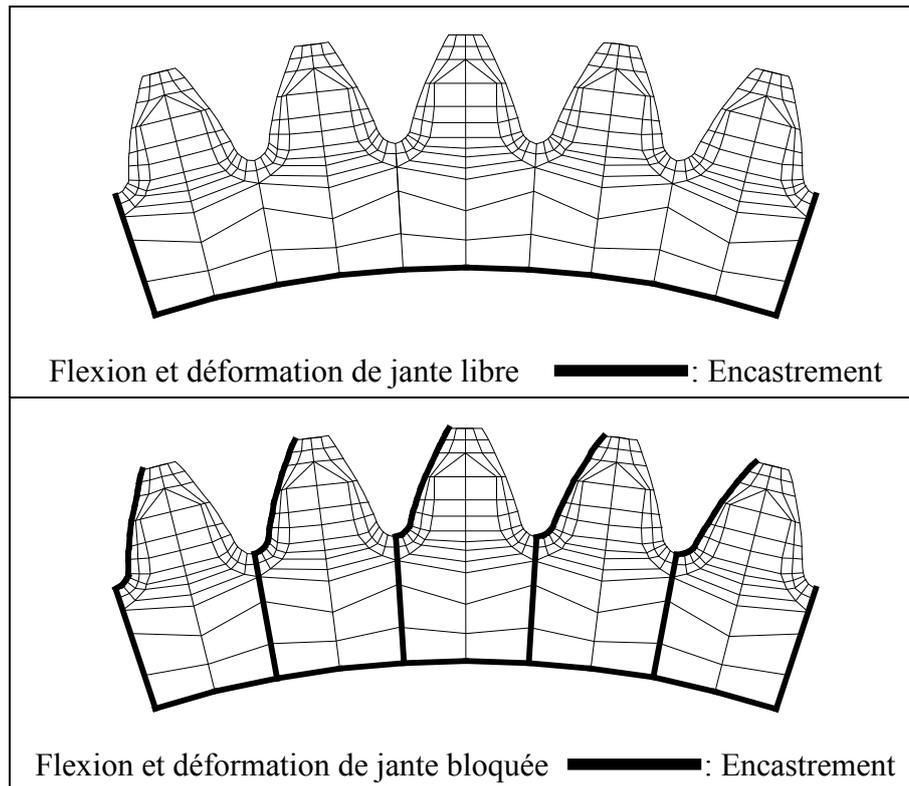


Figure III.15 : Estimation de la déformation de structure. Conditions aux limites utilisées.

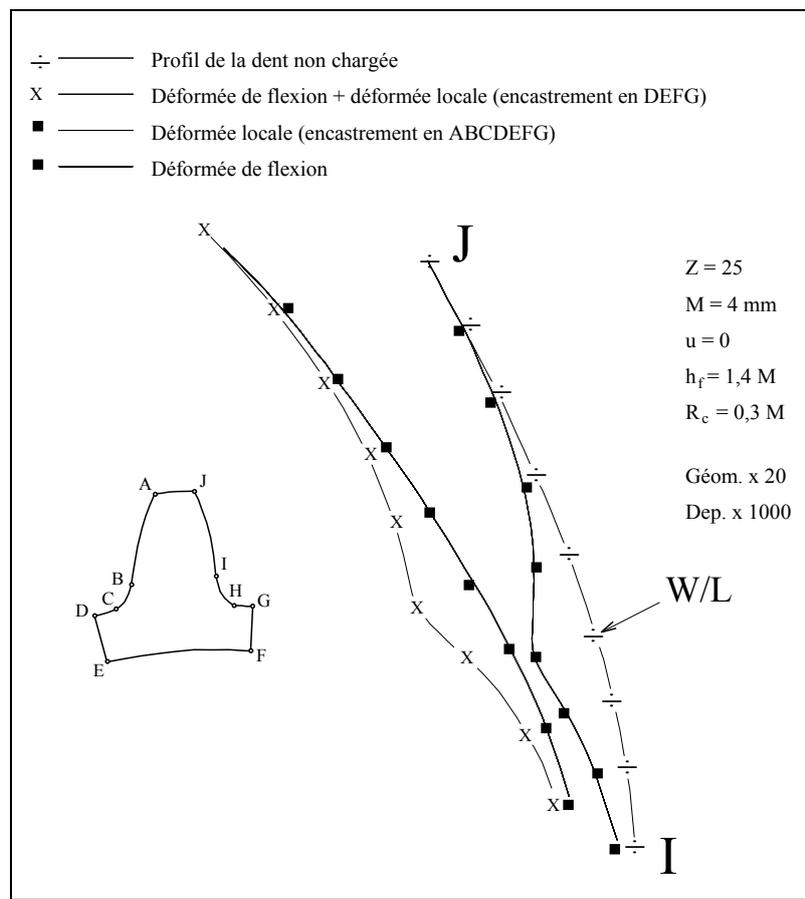


Figure III.15 : Estimation de la déformation de flexion (Sainsot 1989).

III.2.3 Modélisation de la déformation de surface.

Les déformations de contact sont très difficiles à estimer par la méthode des éléments finis, car une analyse précise impose un maillage très fin et par conséquent des temps de calcul inacceptables. Dans un certain nombre de cas particuliers, ces déformations sont données par des formules analytiques directes. C'est en particulier le cas du contact entre des dentures présentant une correction de bombé longitudinal où les résultats de la théorie de Hertz permettent de calculer l'aire de contact, le champ de pression et le rapprochement des deux corps en contact. Néanmoins, ces résultats ne sont plus valables lorsque le contact s'effectue en bout de denture (ellipse tronquée) ou si les dentures ne sont pas de géométrie parfaite.

Une hypothèse classique dans ce contexte est l'hypothèse de massif homogène et semi-infini. Cette hypothèse permet, par intégration des équations de l'élasticité, d'obtenir des relations simples entre déplacements et contraintes. Dans le cadre d'un contact lubrifié, où les contraintes tangentielles peuvent être négligées, l'expression du déplacement local (du corps i) dans le sens du chargement, en un point quelconque de la surface de contact, est donnée par:

$$W_i(x, y) = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi \cdot E_i} \cdot \int_{S_c} \frac{P(x', y') \cdot dx' \cdot dy'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}}$$

ν_i : coefficient de Poisson et E_i : module d'élasticité du corps i .

La détermination de l'aire de contact et de la répartition de pression passe par une discrétisation de la surface potentielle de contact. La discrétisation la plus classique utilise des éléments rectangulaires situés dans le plan tangent au contact. Dans ce contexte, le déplacement normal (C_{ik}^s) au centre de la cellule i engendré par une répartition de pression uniforme P_k sur la cellule k est donné par une expression analytique (cf. Annexe III.3).

C'est cette technique de calcul qui a été utilisée. Les principales étapes de son développement, de sa validation et de son intégration dans le logiciel existant ont été présentées par Bard & Play (1991-b) et Hiltcher & col. (1994). La discrétisation rectangulaire est effectuée, pour chaque position d'engrènement étudiée, dans le plan tangent à chaque contact potentiel. Dans le cas où plusieurs couples de dents sont en contact simultanément, les coefficients C_{ik}^s ne sont évidemment significatifs que pour i et k situés sur le même couple de dents.

Une autre technique d'analyse a également été testée. Cette technique appelée "slicing technic" est classiquement utilisée lors de l'analyse du contact rouleau / piste des roulements à rouleaux (De Mull & col. 1988), (Andeason 1973) et (Choi 1993). Elle présente l'énorme avantage de réduire considérablement le temps de calcul, car elle est associée à une discrétisation en tranche de la ligne de contact. Ceci a pour effet immédiat de réduire le nombre de coefficients d'influence. Elle fournit de très bons résultats dans le cas de dentures présentant une correction de bombé ou un désalignement, mais n'est pas adaptée à l'étude de deux dentures en contact sur une ligne. C'est pourquoi son utilisation a été rejetée. Les principales caractéristiques de cette technique de calcul ainsi que des résultats significatifs sont présentés en Annexe III.3.

III.2.4 Détermination des caractéristiques élastiques.

Ce paragraphe a pour but de présenter, succinctement, le schéma de résolution des équations exposées ci-dessus. Aucun résultat numérique ne sera présenté avant le paragraphe 3.4.

Le système d'équations exposé ci-dessus (§ 3.2.1) peut facilement être transformé en un système d'équations simples. En notant Y_k l'écart après chargement au point k , les équations s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{N_p} (C_{ik}^f + C_{ik}^s) \cdot P_k + \varepsilon_k - \alpha = Y_k \\ \sum_{i=1}^{N_p} P_k \cdot S_k = F \\ P_k \cdot Y_k = 0. \\ P_k \geq 0. \quad \text{et} \quad Y_k \geq 0. \end{array} \right.$$

La résolution de ce système peut être effectuée par plusieurs techniques. La méthode du simplexe (programmation linéaire) a été utilisée par Olakorédé (1990). Il est alors nécessaire d'introduire $N+1$ variables artificielles dans les équations précédentes. Une résolution plus traditionnelle à l'aide de l'algorithme de Kalker a finalement été utilisée (Hiltcher & col. 1994). Les conditions initiales sont définies à partir des pressions de Hertz (Henriot 1983) et un coefficient multiplicateur, agissant sur la largeur de contact initiale, est laissé au choix de l'utilisateur. Ce coefficient trouve en particulier son utilité lors de l'analyse des dentures désalignées. En effet, la délocalisation latérale de la portée qui apparaît alors est associée à une augmentation très significative de la largeur de contact.

III.3 Validations de la modélisation.

Afin de tester la validité de la modélisation retenue, plusieurs démarches de validation ont été entreprises. Tout d'abord, Olakorédé (1990) a comparé les résultats fournis par la méthode des prismes finis et par la méthode des éléments finis sur une pièce prismatique. Il a également comparé les contraintes en pied de dents obtenues sur un engrenage droit aux résultats publiés par Winter & Hirt (1974). Dans les deux cas, les résultats sont en très bon accord et la méthode des prismes se révèle 80 fois plus rapide et 6 fois (au moins) plus économique en place mémoire.

D'autres comparaisons ont été effectuées. En premier lieu, par rapport à la méthode des éléments finis (Samcef 2D et 3D): les résultats obtenus sont cohérents. En second lieu, par rapport à des mesures de contraintes en pied de dent entreprises au laboratoire, sur plusieurs engrenages hélicoïdaux: les ordres de grandeur obtenus sont très bons.

Notre souci étant de caractériser la déformation de la denture (rigidité d'engrènement en particulier), nous avons entrepris une évaluation expérimentale de l'évolution du champ des déplacements au cours de l'engrènement sur une denture réelle. Ce type d'analyse est relativement rare dans la bibliographie. La plupart des études font appel à la photo-élasticimétrie (Errichello 1983), (Brownridge & Hollingworth 1984) ou à des jauges de déformations (Winter & Hirt 1974). L'étude la plus complète sur ce sujet a, à notre

connaissance, été effectuée par Belhaneche (1988). Il a utilisé la méthode d'interférométrie speckle et l'interférométrie holographique par réflexion pour déterminer les déplacements en certains points (face avant) des profils actif et rétro d'une denture d'engrenage droit (Fig. III.17) puis l'interférométrie holographique en temps moyenné pour étudier son comportement dynamique.

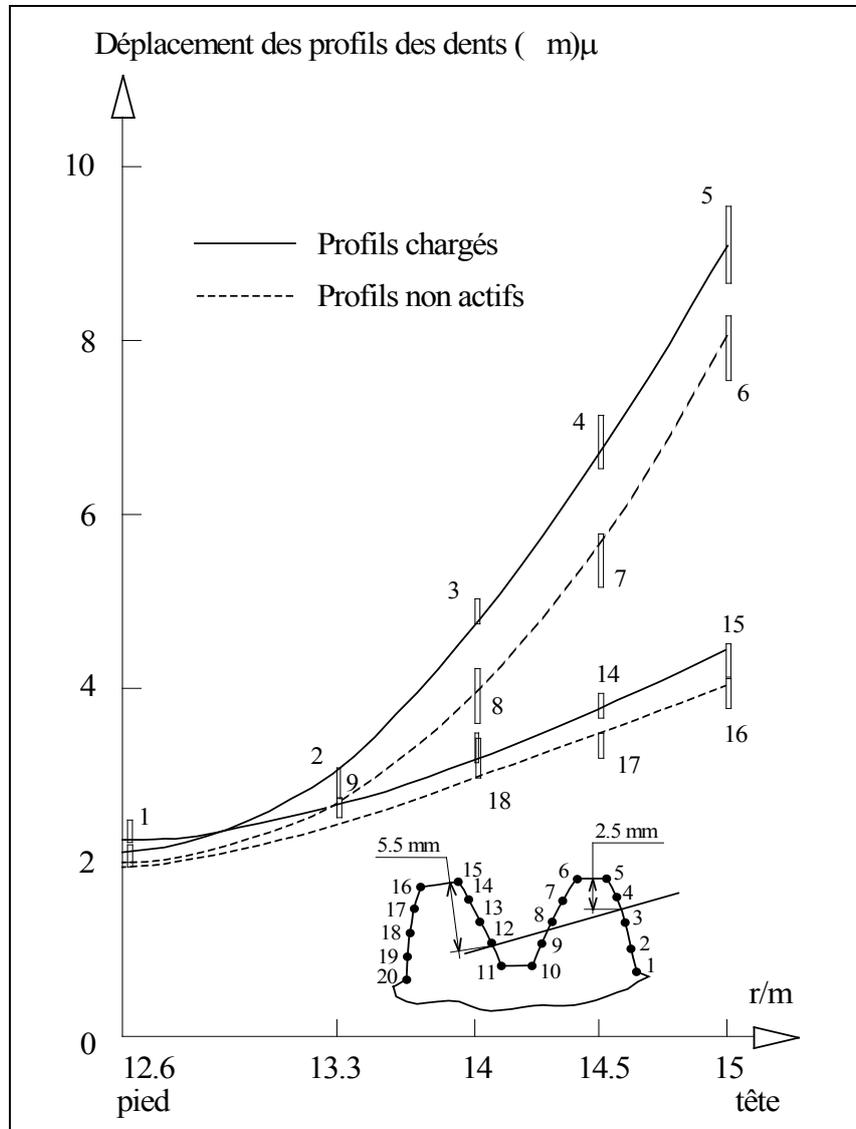


Figure III.17 : Mesure des déplacements en des points caractéristiques des flancs actif et rétro de deux dents d'une denture droite. Interférométrie holographique par réflexion (Belhaneche 1988)

Il indique que ces techniques ont été utilisées, dans le même contexte, par Fang-zongze & co (1986) en ce qui concerne l'interférométrie speckle, et par Shchepinov & col. (1980) et Egorov & col. (1981) pour l'interférométrie holographique par réflexion.

Attouf (1992) a aussi utilisé la méthode du speckle vidéo ou E.P.S.I (Electronic speckle Patterns Interferometry) pour déterminer le champ des déplacements sur la surface de denture des courroies synchrones. Cette méthode permet de mesurer avec une grande précision (inférieure au μm) le champ des déplacements à la surface d'un objet. Ces déplacements sont connus relativement à un état de référence (état non chargé par exemple), et les courbes iso-

déplacements sont matérialisées par un réseau de franges. C'est cette technique que nous avons utilisée, en collaboration avec Attouf, pour mesurer les déplacements à la surface de plusieurs couples d'engrenages cylindriques droits, intérieurs et extérieurs (Fig. III.18).

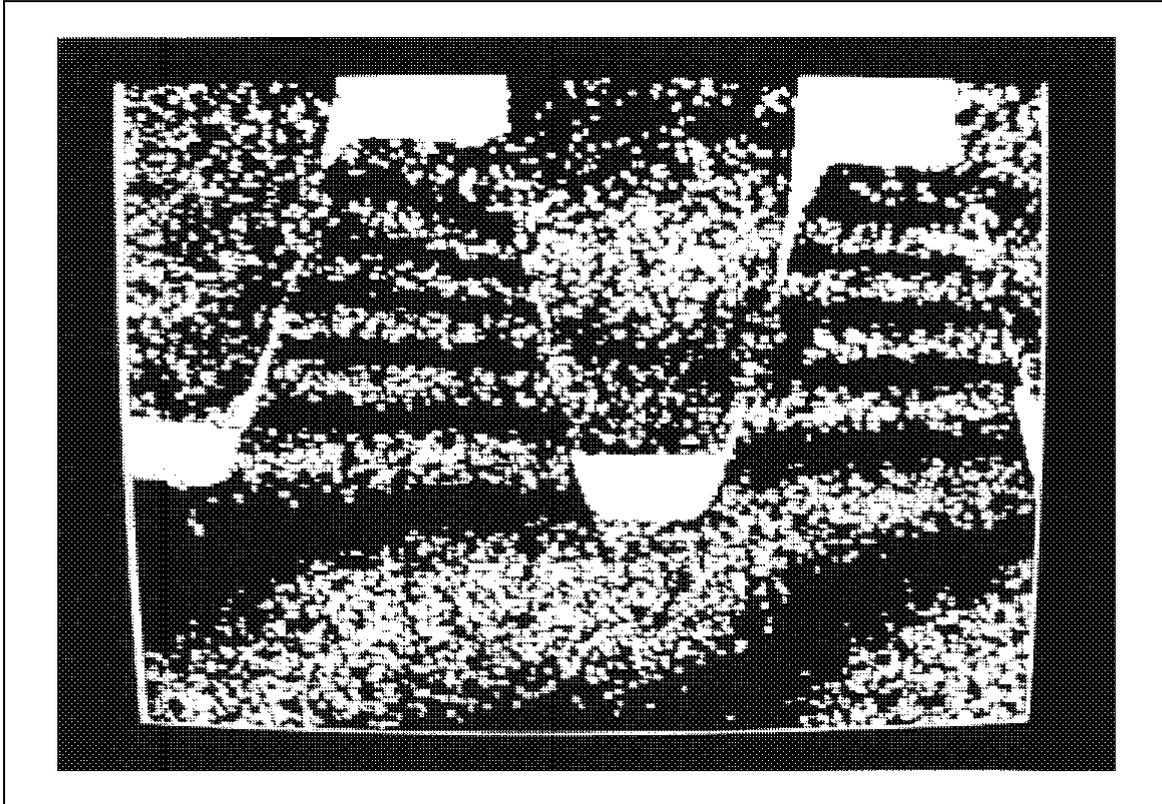


Figure III.18 : Réseau de franges caractéristique du champ des déplacements (dans la direction définie par le plan des faisceaux laser). Denture d'engrenage cylindrique intérieur.

III.3.1 Principe optique de la méthode du speckle vidéo.

Le speckle vidéo est une technique à deux faisceaux dont les interférences produisent le signal analysé. La figure III.19 présente un schéma optique simple qui illustre la mesure d'un déplacement suivant la direction X, ainsi que les effets de l'apparition d'un déplacement $\vec{d} = u.\vec{x} + w.\vec{z}$ sur les trajets optiques des faisceaux 1 et 2. Dans la configuration initiale les faisceaux 1 et 2 éclairent la surface (S) de l'objet sous des angles θ égaux mais suivant des directions opposées. L'image (S') de la surface (S) résulte de l'interférence de deux speckles produits par les faisceaux 1 et 2.

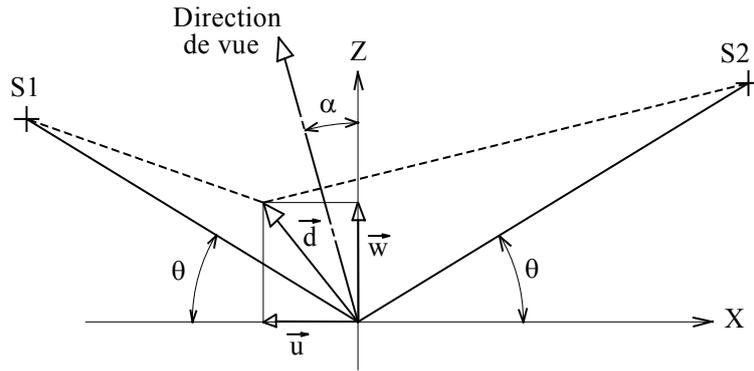
L'introduction d'un déplacement $\vec{d} = u.\vec{x} + w.\vec{z}$ fait apparaître une différence de chemin optique par rapport à la position initiale. Ces différences L1 pour le faisceau 1 et L2 pour le faisceau 2 sont données (Attouf 1992) par :

$$l_1 = -u.\cos(\theta) - u.\sin(\alpha) - w.\sin(\theta) - w.\cos(\alpha)$$

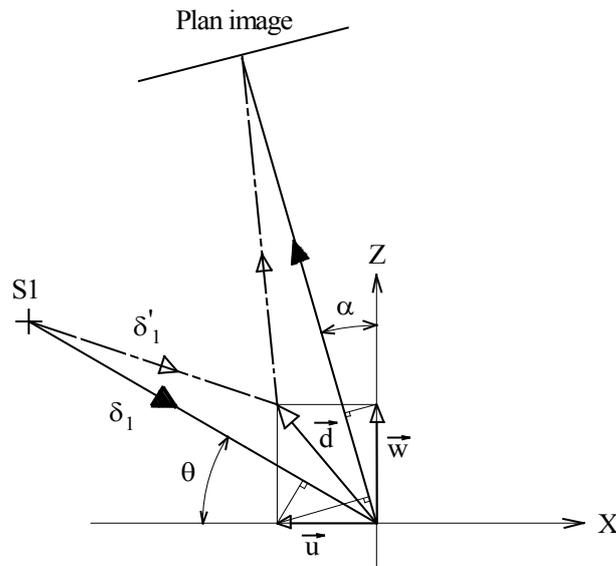
$$l_2 = u.\cos(\theta) - u.\sin(\alpha) - w.\sin(\theta) - w.\cos(\alpha)$$

La différence de trajet optique résultante est :

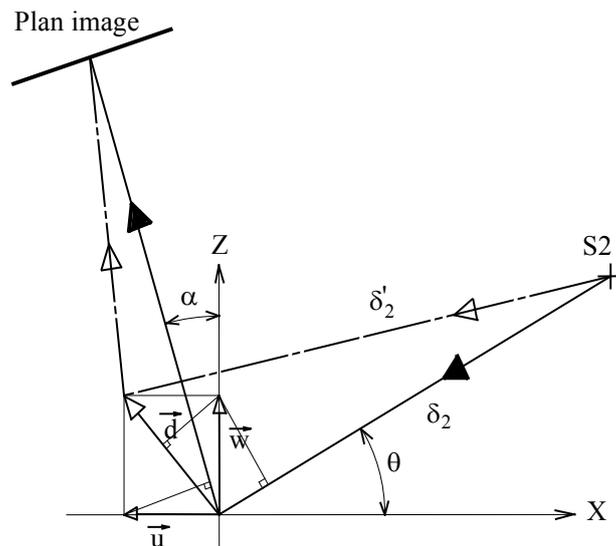
$$l_2 - l_1 = 2.u.\cos(\theta)$$



Chemins optiques des deux faisceaux avant déformation



Chemin optique du faisceau 1 après déformation



Chemin optique du faisceau 2 après déformation

Figure III.19 : Chemins optiques avant et après chargement.
Mesure du déplacement dans la direction X (plan des faisceaux laser)

Par ailleurs, l'intensité résultante dans le plan image, après superposition des deux états, est fonction de la différence de phase résultante entre les deux signaux. Cette différence de phase est donnée par :

$$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot 2 \cdot u \cdot \cos(\theta) \quad \lambda: \text{longueur d'onde du laser utilisé.}$$

Lorsque cette différence de phase est égale à $2 \cdot n \cdot \pi$ les deux ondes sont en phase et l'intensité est maximale. Pour une différence de phase de $(2 \cdot n + 1) \cdot \pi$, les ondes sont en opposition de phase et l'intensité est minimale.

L'image finale est caractérisée par un réseau de franges représentatives de courbes iso-déplacement suivant la direction X. L'équation des franges claires est :

$$u = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot \cos(\theta)} \quad \text{et l'interfrange est :} \quad \delta = \frac{\lambda}{2 \cdot \cos(\theta)}$$

En particulier la frange d'ordre $n=0$, associée à un déplacement nul, est théoriquement une frange claire. En raison d'une inversion, introduite lors du traitement numérique des images, la raie d'ordre $n=0$ (notée R_0) est associée, pour les résultats expérimentaux que nous présentons, à une raie sombre.

Cette technique de mesure possède certaines propriétés supplémentaires :

- le sens des déplacements n'est pas indiqué par le réseau de franges: cette propriété est commune à tous les systèmes interférométriques,
- le réseau de franges obtenu suivant X est indépendant des composantes du déplacement suivant la direction Y,
- la direction de prise de vue (caractérisée par α) est généralement normale à la surface analysée afin de pouvoir visualiser une surface plus importante,
- la résolution est contrôlée par le paramètre θ , et lorsqu'un laser He-Ne est utilisé, elle varie entre 0.1 et 0.8 μm .

La prise de vue est effectuée par une caméra vidéo, qui stocke une image de l'objet au repos puis des images dans différentes configurations de chargement. Ces images sont ensuite soustraites pour visualiser le champ des déplacements. Plusieurs opérations numériques d'amélioration de contraste et de filtrage sont nécessaires pour obtenir une image correcte du réseau de franges. Ces opérations, ainsi que les dispositifs de conditionnement et d'amélioration des faisceaux optiques, ont été décrits en détail par Attouf (1992).

III.3.2 Mise en oeuvre expérimentale et principaux résultats.

Le montage permettant de positionner et de charger les engrenages est présenté en Annexe III.4. Il a été conçu pour présenter les caractéristiques suivantes :

- rigidité du système de maintien très supérieure à la rigidité des dentures,
- possibilité d'isoler les engrenages après chargement (sensibilité de la méthode aux vibrations parasites),
- possibilité de modifications du positionnement relatif des dentures (position angulaire et entraxe),
- possibilité d'étudier des dentures intérieures ou extérieures.

Dans le cadre de cette étude, nous n'analyserons que les résultats obtenus sur un couple d'engrenages droits. Il s'agit de dentures normalisées, leurs caractéristiques géométriques sont données dans le tableau III.2.

	Pignon	Roue
Module (mm)	1.5	1.5
Angle de pression (°)	15.0	15.0
Largeur de denture (mm)	10.0	10.0
Nombre de dents (mm)	60	100
Diamètre de tête (mm)	93.0	237.0
Diamètre de pied (mm)	85.2	243.75
Diamètre de base (mm)	86.93	231.82
Diamètre primitif (mm)	90.0	240.0
Coefficient de déport	0.0	0.0
Entraxe (mm)	75.0	
Rapport de conduite	2.48	

Tableau III.2 : Caractéristiques géométriques du couple de dentures étudié.

Les critères qui ont été retenus pour concevoir cette denture sont :

- rapport de conduite compris entre 2 et 3 pour que la charge soit toujours partagée entre deux couples de dents au moins,
- module faible pour qu'au moins deux dents soit systématiquement visibles dans le champ de la caméra (de l'ordre de 5 mm de diamètre),
- entraxe et rapport largeur/module représentatif de dentures industrielles courantes,
- ordre de grandeur des déformations en accord avec la technique de mesure choisie. Ce point a d'ailleurs conduit à "rigidifier" les dentures,

- denture de très bonne qualité (AGMA 12) afin de minimiser au maximum les effets des erreurs, en particulier de pas, sur le partage des charges,
- angle de pression faible pour obtenir principalement des déformations de flexion, et donc n'utiliser qu'une direction de mesure (ce résultat sera vérifié par la suite)

Le montage optique (Figure III.20) est identique dans son architecture à celui utilisé par Attouf (1992) pour l'analyse des courroies synchrones (Fig. III.21). Toutefois, deux configurations de ce montage ont été utilisées.

Dans la première, un dispositif optique, non représenté ici, permet d'effectuer la mesure suivant deux directions orthogonales (X et Y, définies figure III.22), ce qui permet d'enregistrer successivement les réseaux de franges associés à ces deux directions sans modifier le positionnement de dentures ni le chargement. Ce choix impose de créer quatre chemins optiques distincts, ce qui n'a été possible que pour des grandes valeurs de θ . La résolution est alors faible, au regard des possibilités de la méthode, mais ce choix a permis de montrer que les déplacements suivant Y sont négligeables.

La seconde est uniquement associée à la mesure des déplacements suivant X (Fig.III.23), et est conforme au schéma présenté figure III.21. L'angle d'incidence (θ) est, dans ce contexte, nettement plus faible; la résolution est par conséquent améliorée.

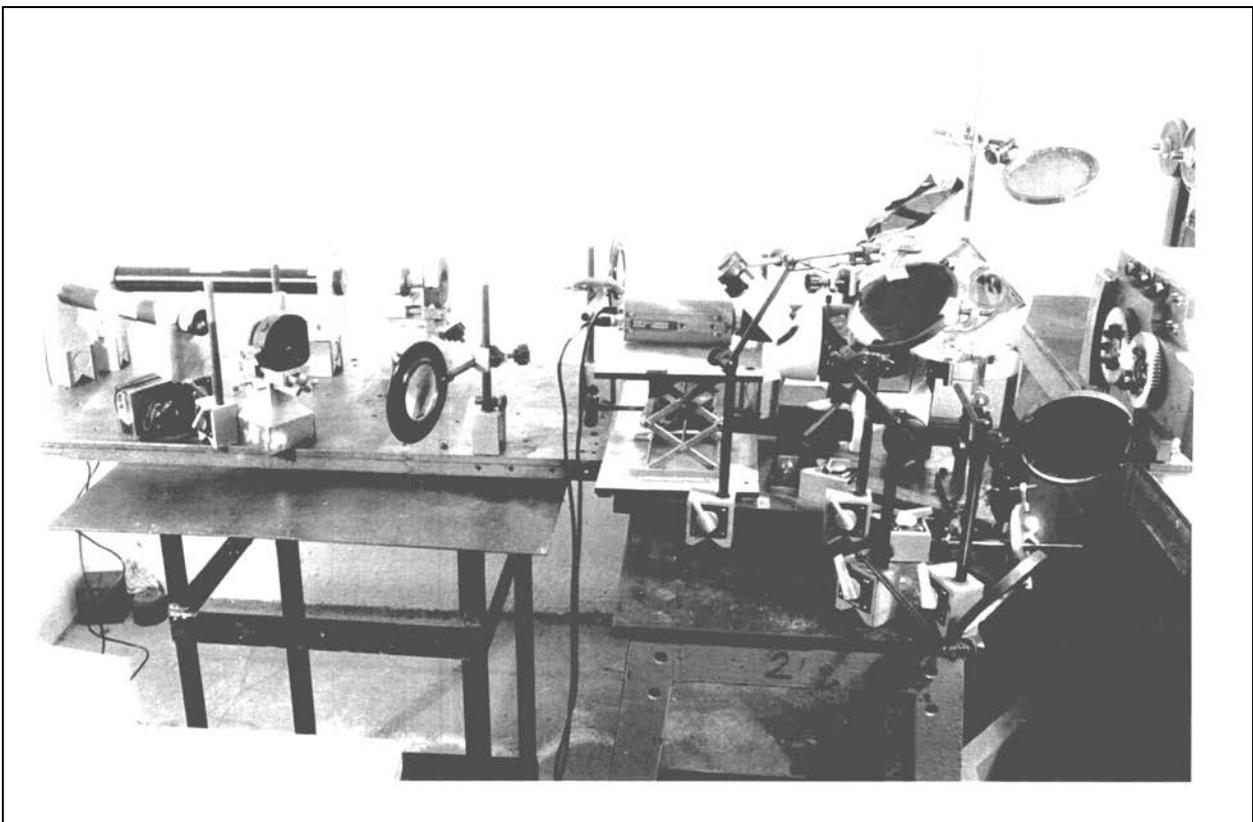


Figure III.20 : Vue générale du montage optique.

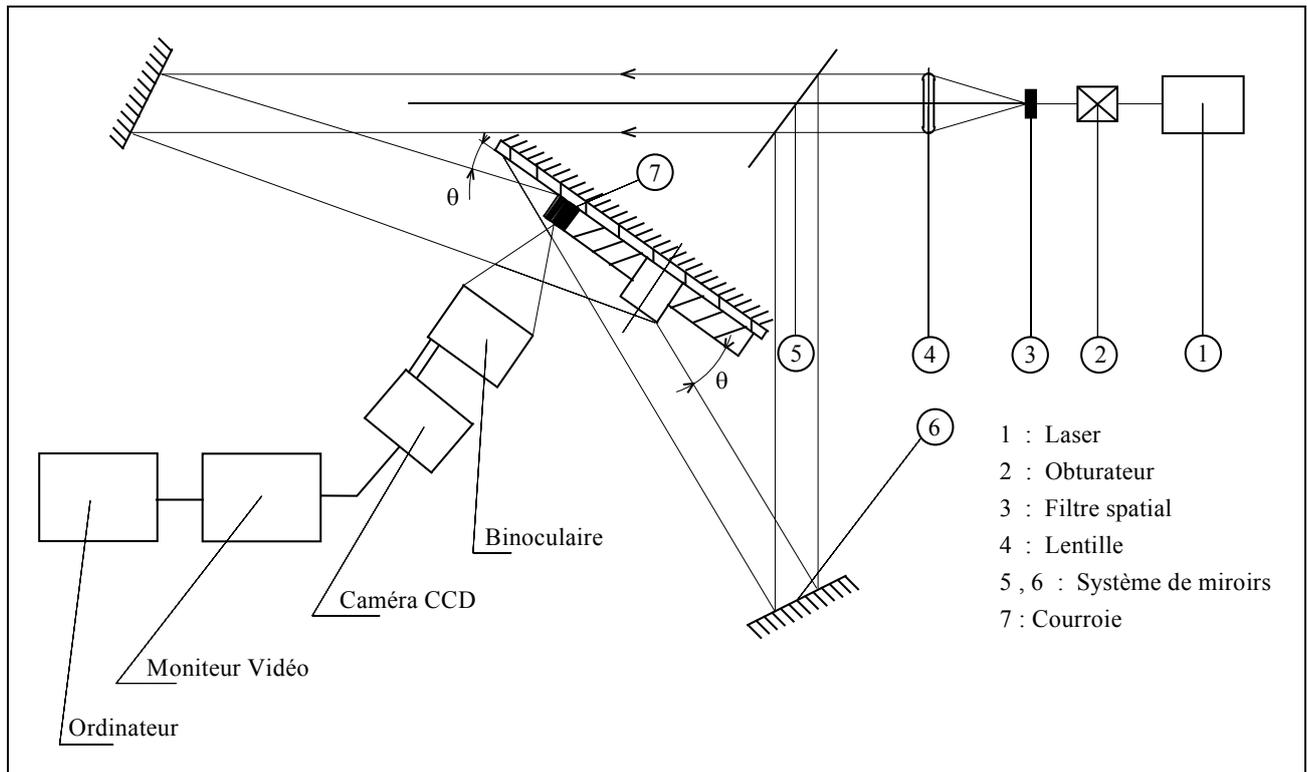


Figure III.21 : Schéma optique d'acquisition d'images en speckle vidéo (Attouf 1992)

La figure III.22 présente le champ expérimental des déplacements obtenu dans le premier contexte de mesure ainsi que les résultats numériques obtenus après modélisation des dentures. Les franges ne sont visibles que sur le pignon car la roue, qui introduit le chargement, a du subir un déplacement de corps solide.

Les paramètres de l'essai et du calcul sont les suivants :

- interfrange suivant X : $0.674 \mu\text{m}$
- interfrange suivant Y : $0.778 \mu\text{m}$
- chargement : 57.8 N.m
- module d'élasticité : $2.1\text{E}+11 \text{ N/m}^2$ et module de Poisson : 0.3

Les résultats obtenus sont en très bon accord, en particulier suivant X. Les valeurs extrêmement faibles du déplacement suivant Y, ainsi que l'utilisation d'un interfrange important peuvent justifier, en partie, les faibles différences obtenues suivant cette direction. Toutefois l'allure du champ des déplacements (complété par les raies de demi-interfrange) est conforme aux résultats expérimentaux et le nombre de franges obtenu sur la dent la plus chargée est correct. Ces résultats montrent que la déformation s'effectue principalement suivant X, ce qui est logique, compte tenu de la faible valeur de l'angle de pression (15°).

Afin d'affiner les résultats obtenus, nous avons ainsi analysé l'évolution du champ des déplacements (direction X) pour différentes positions d'engrènement. Ces positions ont été choisies pour visualiser l'arrivée d'une nouvelle dent dans le contact. Cette étude a été effectuée dans le deuxième contexte de mesure avec un angle d'incidence (θ) plus faible et par conséquent une résolution plus importante.

Les paramètres de l'essai et du calcul, dans cette configuration de mesure, sont:

- interfrange suivant X : 0.358 μm
- champ des déplacements suivant Y non étudié, car très faible,
- chargement : 57.8 N.m
- module d'élasticité : 2.1E+11 N/m² et module de Poisson : 0.3

La figure III.23 présente l'évolution du champ des déplacements (direction X) calculé sur six positions successives d'engrènement. Cette simulation est associée à l'entrée de la quatrième dent dans le contact. La Figure III.24 présente les champs de déplacements expérimentaux obtenus dans le même contexte. En particulier, l'évolution du champ des déplacements lors de l'entrée d'une dent dans le contact est visualisée (Fig. III.24.a, III.24.b et III.24.c). On peut constater le très bon accord entre les résultats expérimentaux de la figure. III.24.c et les résultats numériques des figures III.23.e et III.24.f (dent 4). Il en est de même pour les résultats présentés sur les figures III.24.b et III.23.b - III.23.c (dent 4) ainsi que sur les figures III.24.a et III.23.a (dent 4) et les figures III.24.d et III.23.b - III.23.c (dents 2 et 3). Le choix des positions d'analyse et les imperfections de la denture réelle suffisent à justifier les différences très faibles que l'on peut observer sur ces différentes figures.

En conclusion, les résultats obtenus montrent que la méthode numérique utilisée est très bien adaptée à la détermination du champ des déplacements d'une denture d'engrenage cylindrique. Elle sera donc particulièrement adaptée pour calculer la rigidité globale de denture et l'erreur de transmission. Ce point est conforté par les résultats obtenus par ailleurs aussi bien par mesure des contraintes en pied de dent que par comparaison à la méthode des éléments finis.

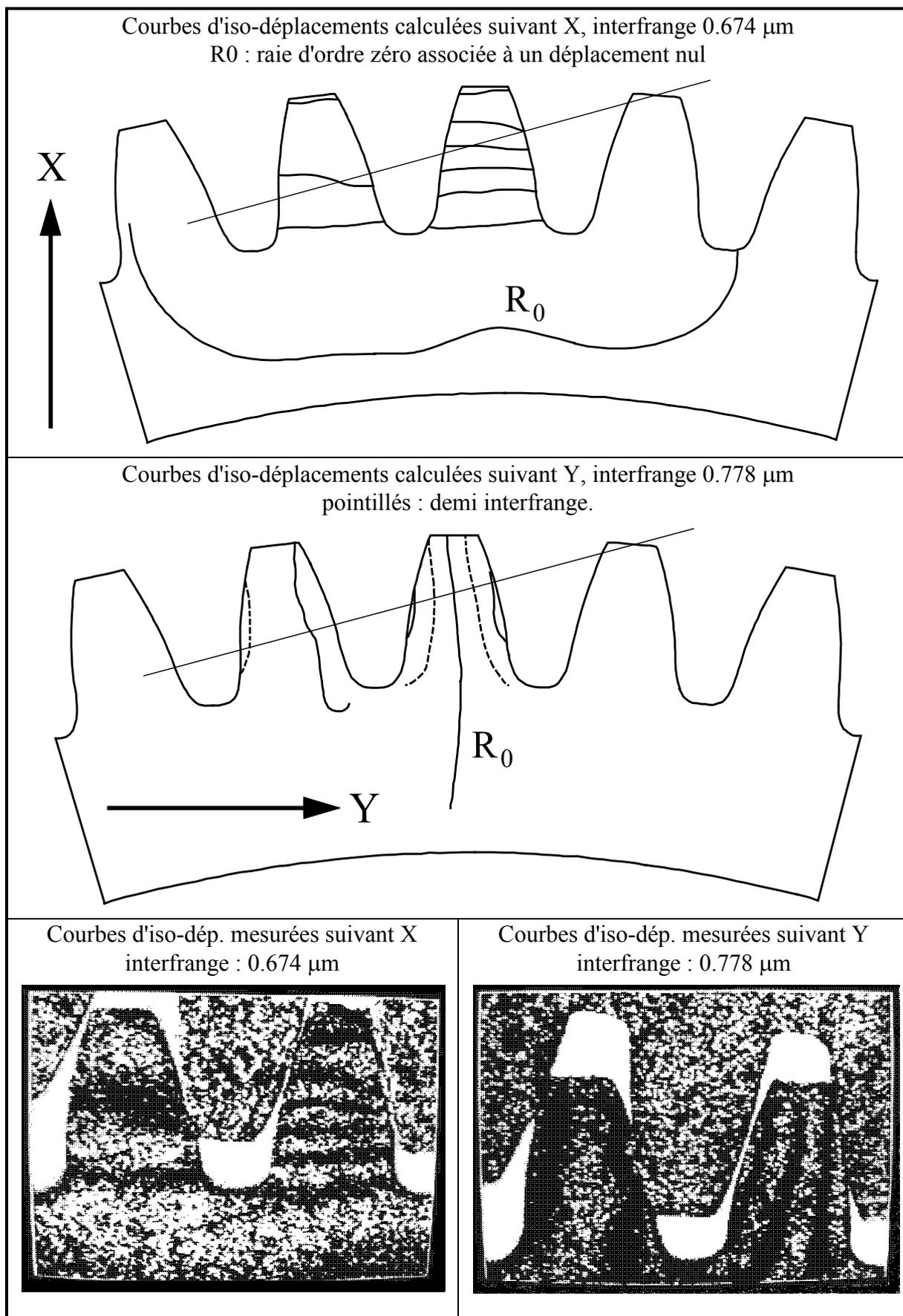


Figure III.22 : Champ des déplacements expérimentaux et numériques, premier contexte de mesure.

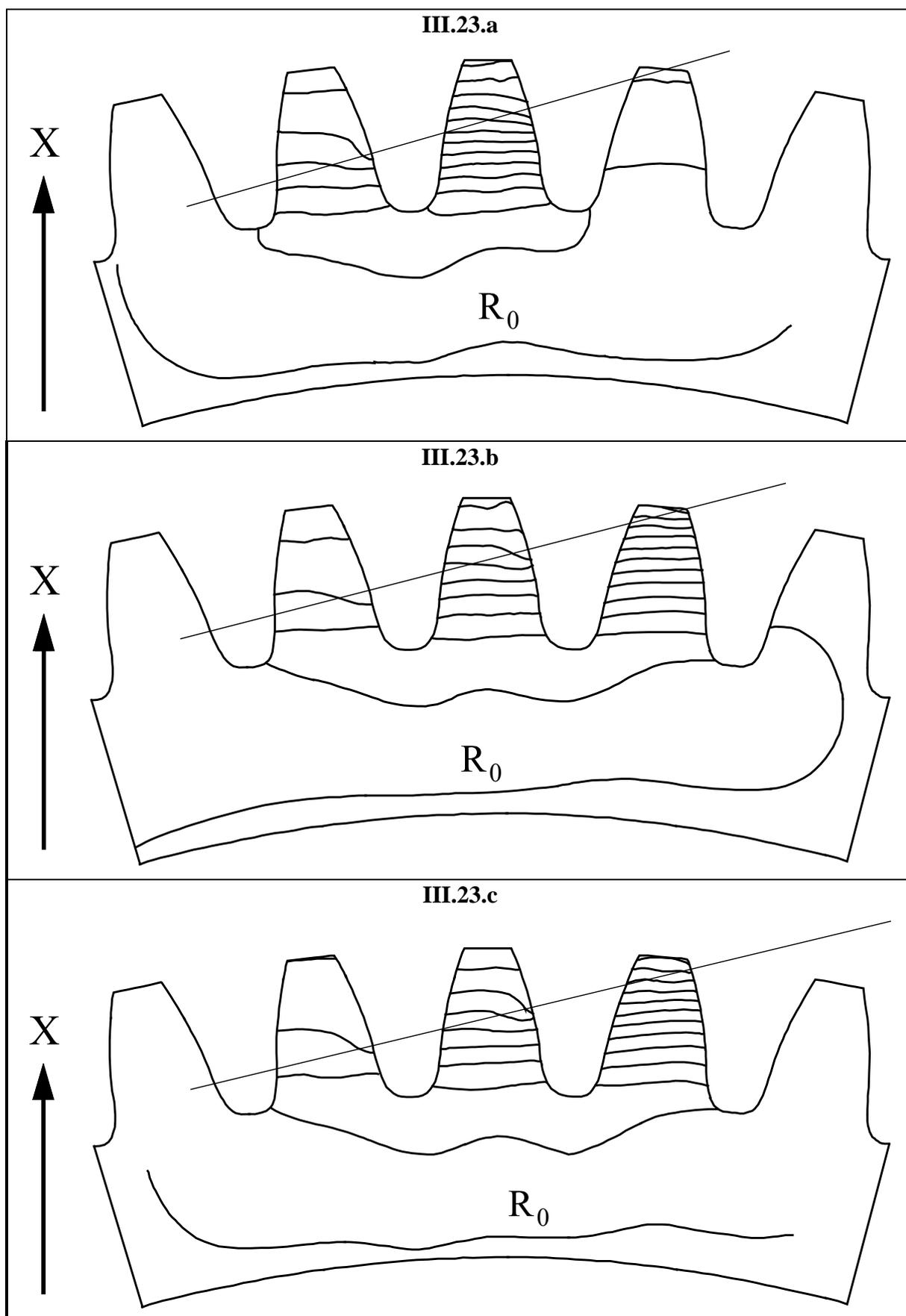


Figure III.23: (1ere partie) Champ des déplacements calculé. Evolution de l'engrènement. Deuxième contexte de mesure.

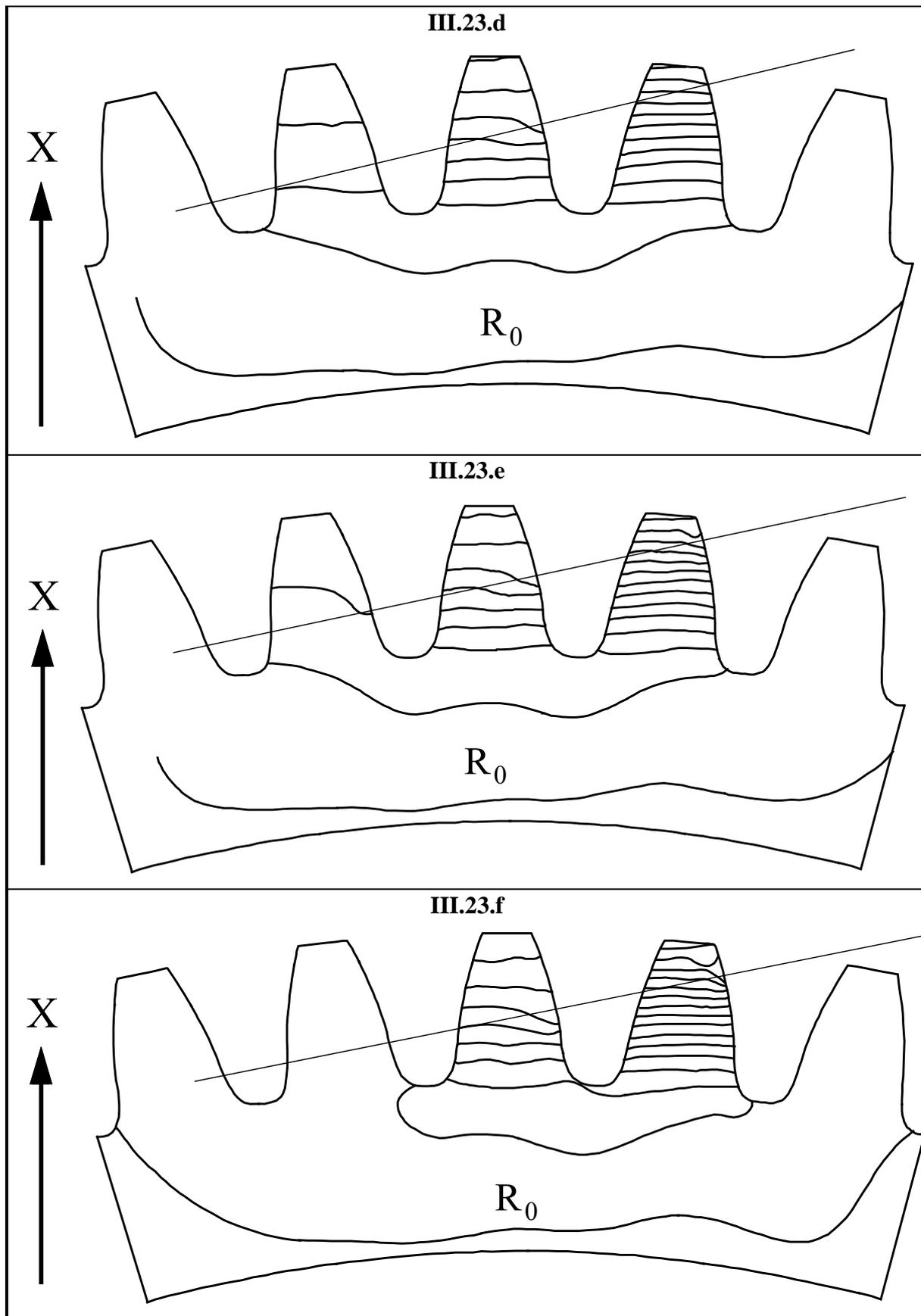
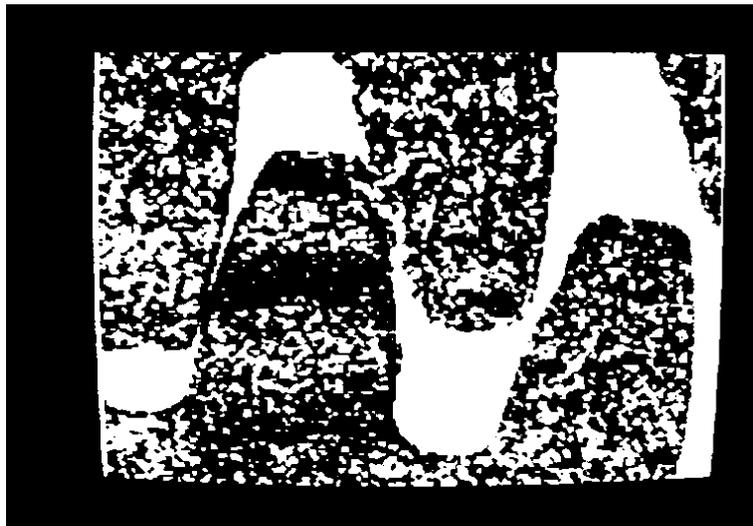
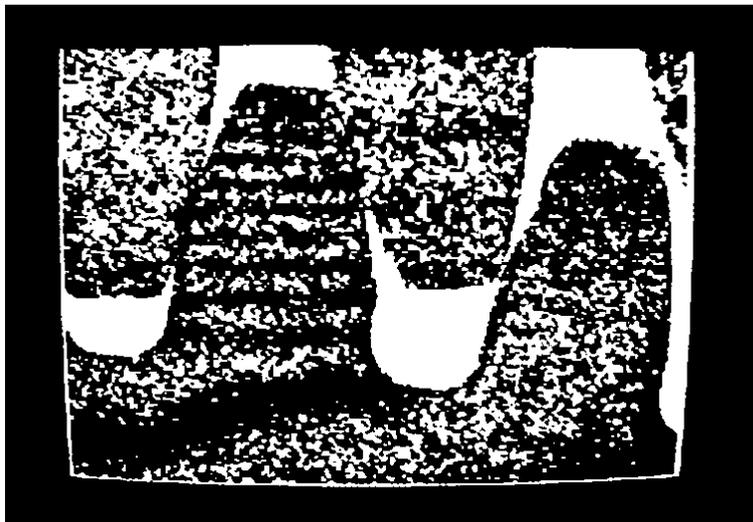


Figure III.23: (2ième partie) Champ des déplacements calculé. Evolution de l'engrènement. Deuxième contexte de mesure.

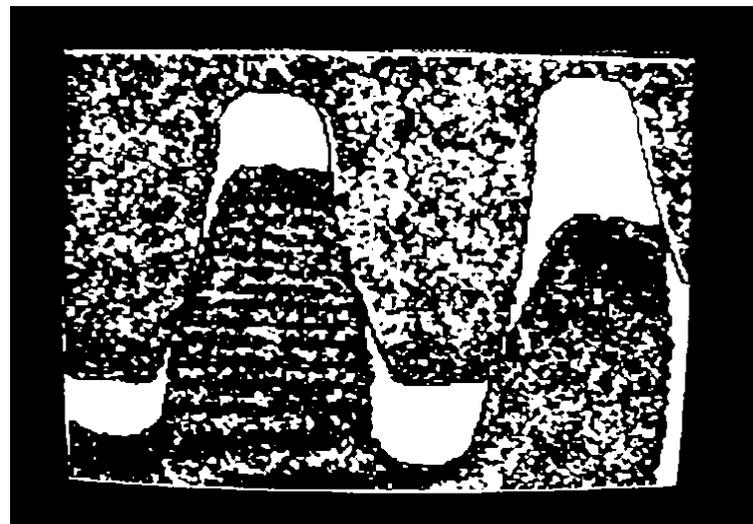
III.24.a



III.24.b



III.24.c



III.24.d

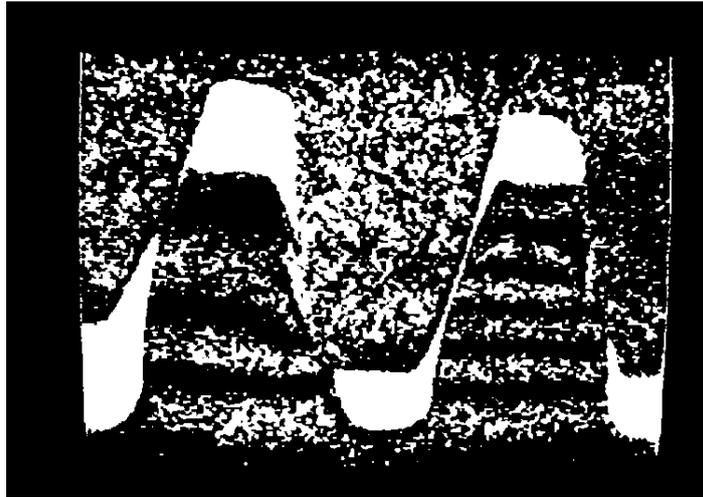


Figure III.24 : Champ des déplacements mesuré. Evolution de l'engrènement.
Deuxième contexte de mesure.

III.4 Application.

Rappelons que le but de ce chapitre est de caractériser le comportement élastique des dentures et de déterminer, en vue de l'analyse dynamique, la rigidité de denture et l'erreur de transmission quasi-statique associée à un couple d'engrenages cylindriques. Nous allons présenter les résultats obtenus sur les engrenages d'essai utilisés dans cette étude. Certains ont déjà été utilisés précédemment, d'autres sont présentés dans ce paragraphe.

En accord avec les résultats bibliographiques présentés au chapitre I, nous allons étudier l'influence des erreurs de position (désalignement et entraxe) et l'effet des corrections de denture sur le comportement quasi-statique des engrenages d'essai. L'influence des erreurs de forme (profil à l'exclusion des corrections de denture) sur le comportement des transmissions par engrenages est, conformément à l'hypothèse classique lors de l'analyse dynamique (cf. Ch. IV), découplée de cette analyse. L'action excitatrice de ces erreurs est introduite par l'intermédiaire de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge qu'elles engendrent.

III.4.1 Evolution des pressions de contact.

Nous présentons, ici, (fig. III.25, III.26 et III.27) les pressions de contact obtenues sur les trois couples d'engrenages cylindriques utilisés au chapitre II pour étudier l'influence du lien mécanique engrenage-codeur sur la mesure de l'erreur de transmission (Ch. II § 6). Ils sont également repérés I, II et III. Ces engrenages, deux droits et un hélicoïdal, présentent, au moins pour deux d'entre eux (II et III), un rapport de conduite élevé et donc un nombre important de dents simultanément en contact. Les effets induits par des défauts d'inclinaison (δ) et de déviation (δ) sur les pressions de contact sont présentés.

Les effets de ces défauts sur les pressions de contact sont bien connus dans la bibliographie. En particulier, les travaux d'Olakorédi (1990) ont permis de les visualiser pour des dentures à grand rapport de conduite. Les résultats présentés ici mettent bien en évidence les capacités de la méthode de calcul utilisée et les performances du logiciel associé lors de la conception des dentures à grand rapport de conduite. De plus, ils sont utiles pour analyser l'effet des défauts

d'alignement sur les paramètres élastiques globaux, comme la rigidité de denture et l'erreur de transmission quasi-statique sous charge.

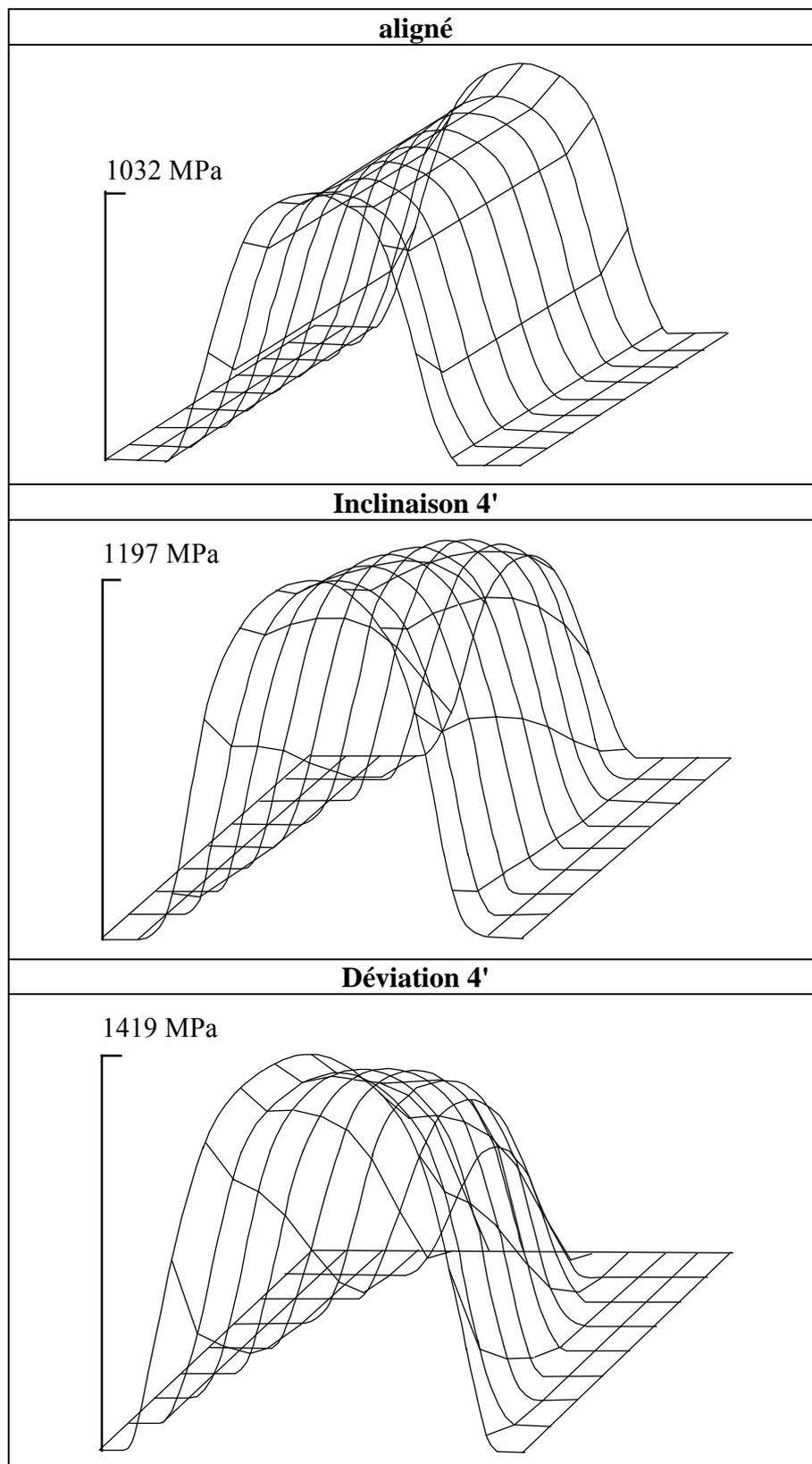


Figure III.25 : Pressions de contact pour différentes conditions d'alignement. Engrenage I ($\epsilon_{\alpha}=1.3$). Analyse du contact sur un couple de dents.

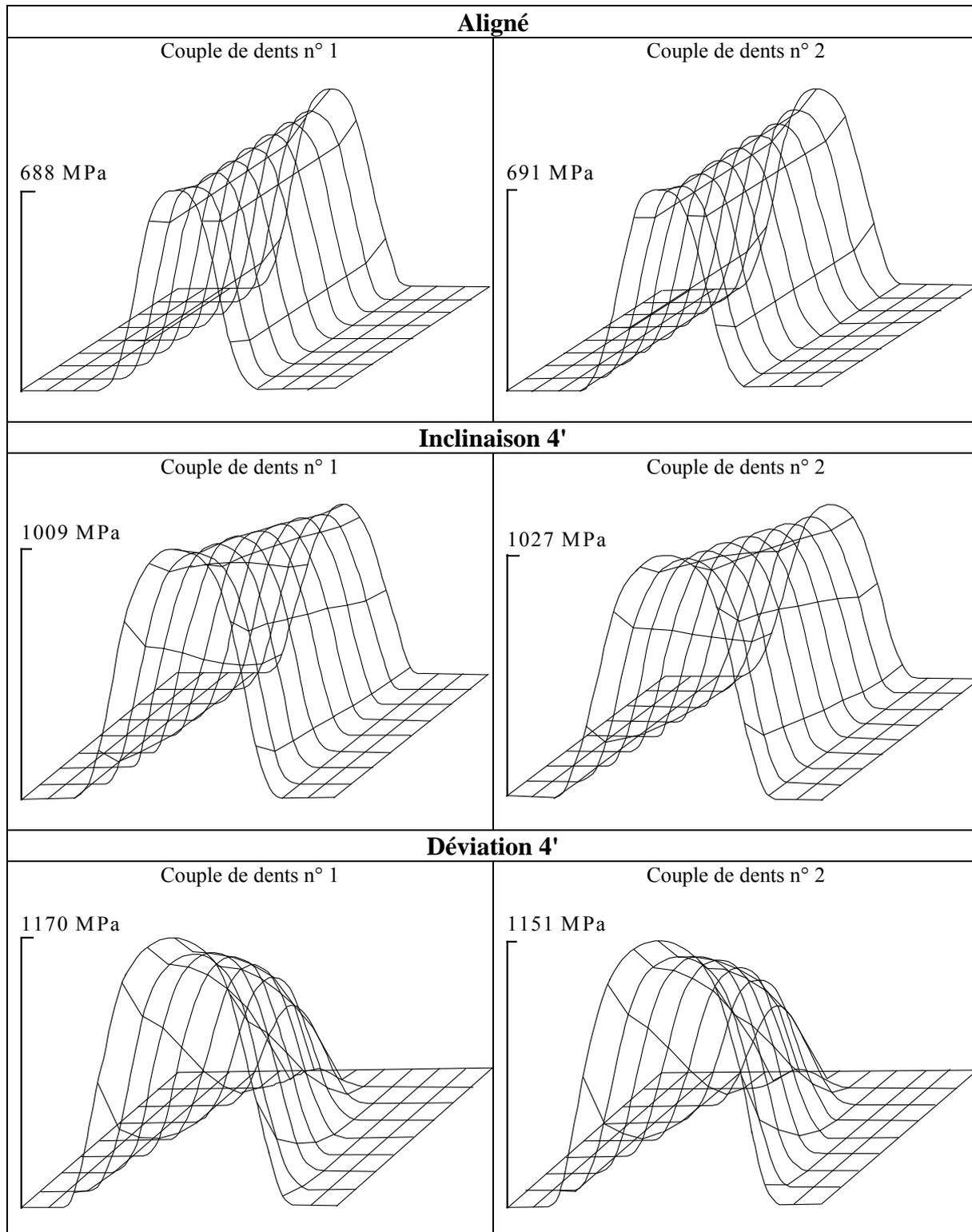


Figure III.26 : Pression de contact pour différentes conditions d'alignement. Engrenage II ($\varepsilon_{\alpha} = 2.0$). Analyse du contact simultané sur deux couples de dents.

Aligné - correction de profil (paraboliques longues 5 μm) et bombé (bateau 8 μm)

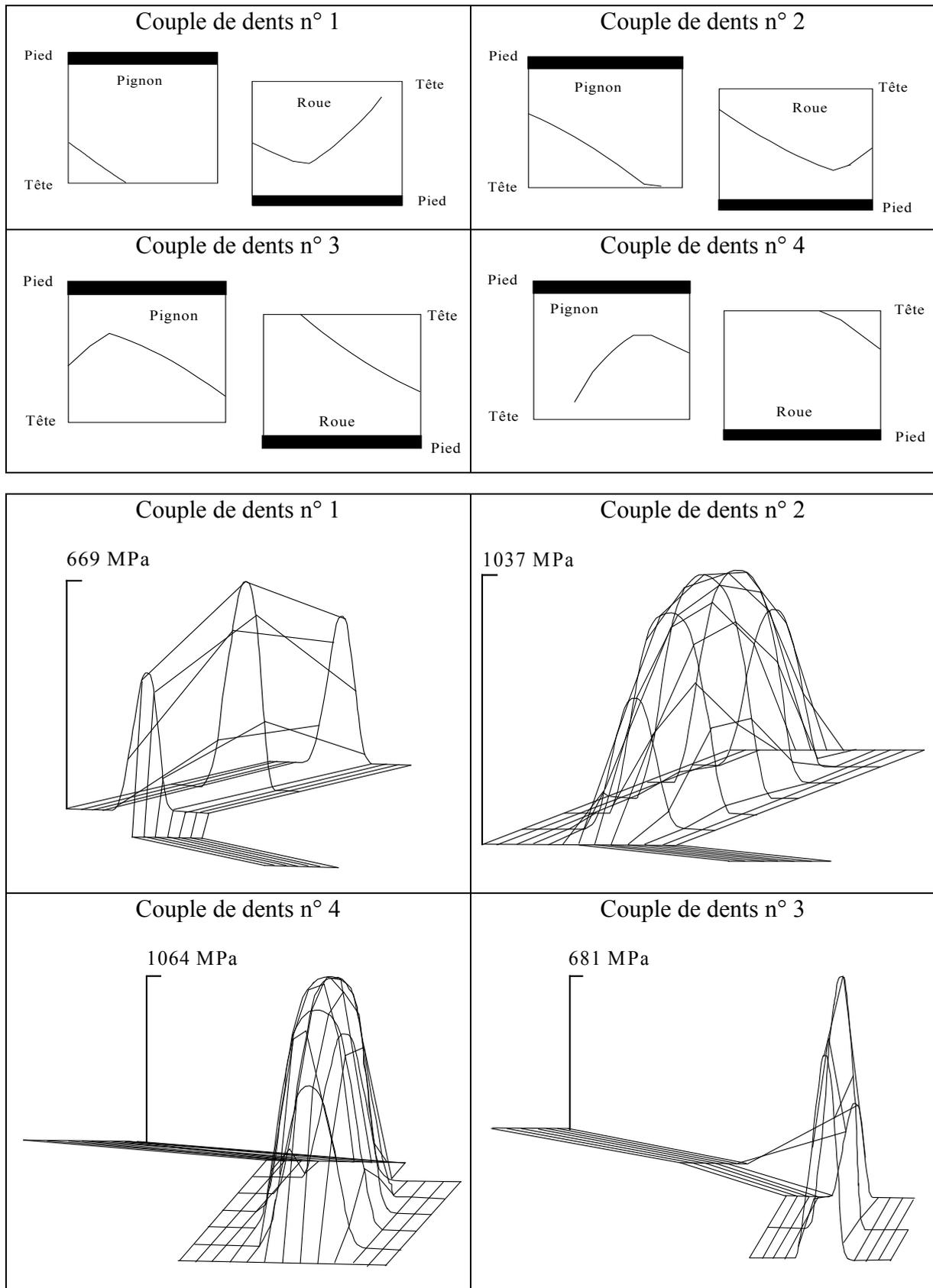


Figure III.27.a : Lignes et pressions de contact. Engrenage III ($\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 2.0$).
Analyse du contact simultané sur quatre couples de dents.

Inclinaison (4') - correction de profil (paraboliques longues 5 μm) et bombé (bateau 8 μm)

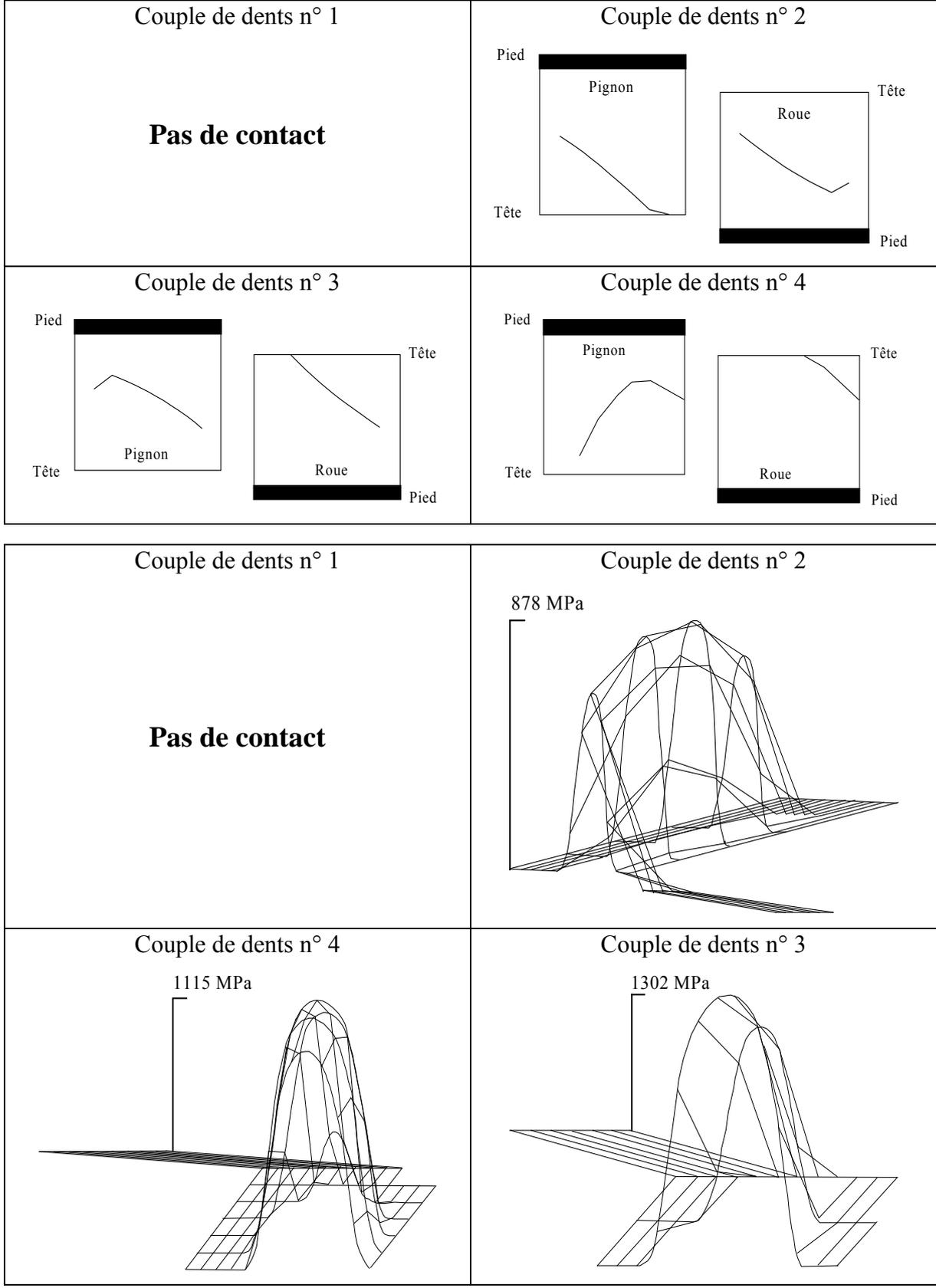


Figure III.27.b : Lignes et pressions de contact. Engrenage III ($\epsilon_\alpha = \epsilon_\beta = 2.0$).
Analyse du contact simultané sur quatre couples de dents.

Déviations (4') - correction de profil (paraboliques longues 5 μm) et bombé (bateau 8 μm)

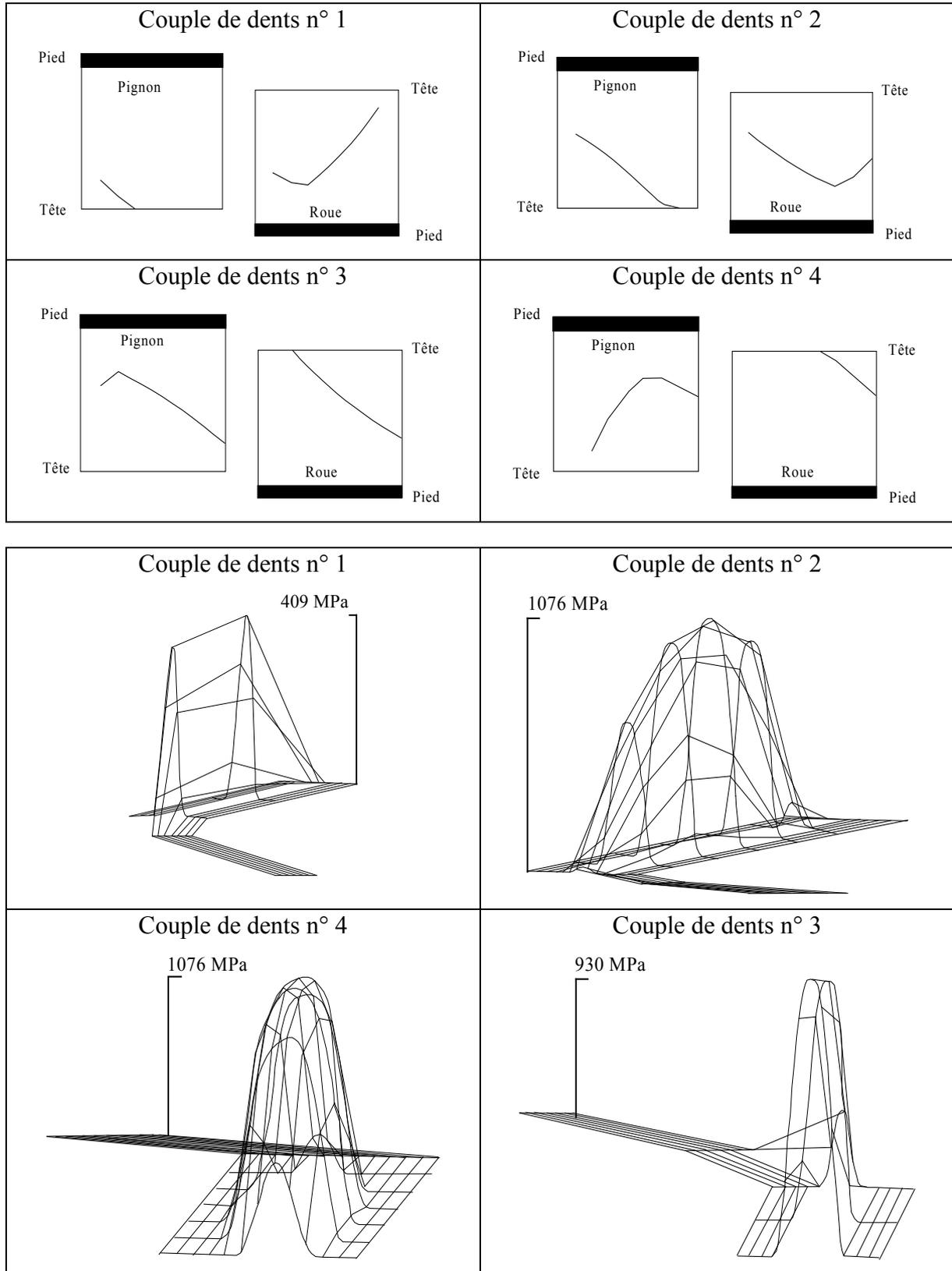


Figure III.27.c : Lignes et pressions de contact. Engrenage III ($\epsilon_\alpha = \epsilon_\beta = 2.0$).
Analyse du contact simultané sur quatre couples de dents.

III.4.2 Evolution de la rigidité d'engrènement et de l'erreur de transmission statique sous charge.

La rigidité globale d'engrènement et l'erreur de transmission statique sous charge sont les paramètres les plus représentatifs des excitations internes associées aux déformations élastiques. Leur détermination est donc un préalable indispensable à toute étude dynamique complète. Nous allons calculer ces grandeurs pour différents engrenages d'essai afin de mettre en évidence l'influence des défauts de positionnement (désalignement et entraxe) et des corrections de denture.

La définition de la rigidité d'engrènement et de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge est associée à la déformation globale de la denture pour une position donnée. Cette déformation est matérialisée, dans les équations exposées aux paragraphes III.3.1 et III.3.2, par le rapprochement des corps suivant la direction normale au contact. Cette grandeur, que nous avons notée α , permet de définir directement la rigidité d'engrènement, pour un chargement statique F_s et une position angulaire du pignon θ donnés, par :

$$K(F_s, \theta) = \frac{F_s}{\alpha(F_s, \theta)}$$

où $F_s = \frac{C_{s/i}}{R_{bi} \cdot \cos(\beta)}$, et $C_{s/i}$ est le couple extérieur appliqué sur la roue i de rayon de base R_{bi} et d'angle d'hélice β . La rigidité d'engrènement $K(F_s, \theta)$, ainsi définie, est représentative de la déformation dans la direction normale au contact.

Dans ce contexte, l'erreur de transmission quasi-statique sous charge, exprimée comme une fluctuation de la position angulaire de la roue, est donnée par :

$$\varepsilon(F_s, \theta) = -\frac{\alpha(F_s, \theta) \cdot \cos(\beta)}{R_{b2}}$$

Cette erreur est de signe négatif car elle est associée à un retard de la roue.

III.4.2-a. Rapport de conduite (ε_α) et rapport de recouvrement (ε_β).

L'évolution de la rigidité d'engrènement et de l'erreur de transmission statique des engrenages utilisés au paragraphe précédent est présentée sur la figure III.28. L'influence du rapport de conduite et du rapport de recouvrement sur les fluctuations de ces deux paramètres est en parfait accord avec les résultats bibliographiques présentés au chapitre I.

Par ailleurs, le chargement nominal a une influence très faible sur la rigidité de denture des deux engrenages droits (Fig. III.29), alors que son influence devient significative dans le cas de l'engrenage hélicoïdal (Fig. III.30). Le nombre de couples de dents qui sont alors en contact peut expliquer ce phénomène. En particulier, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent (Fig. III.27), certaines dents sont très faiblement chargées ce qui indique qu'elles ne le seront plus si le chargement diminue. Inversement, l'augmentation du chargement extérieur se traduit par le rétablissement de ces contacts et, dans un premier temps, par une augmentation importante de l'aire de ces contacts et donc par une évolution non-linéaire de la rigidité globale.

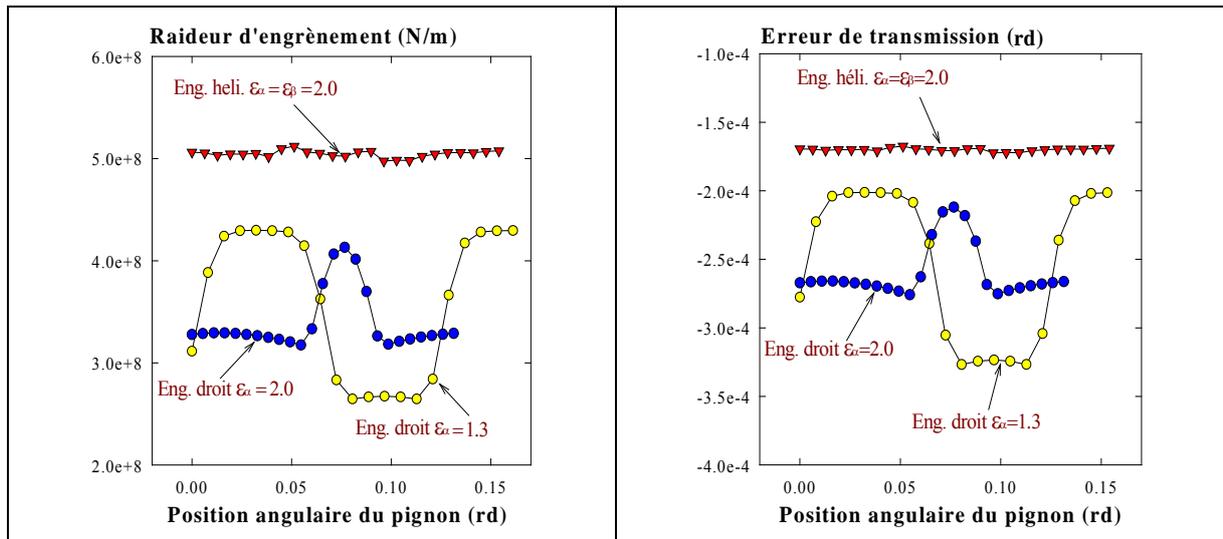


Figure III.28 : Rigidity d'engrènement et Erreur de transmission quasi-statique sous charge. Couples I, II et III. Configuration alignée.

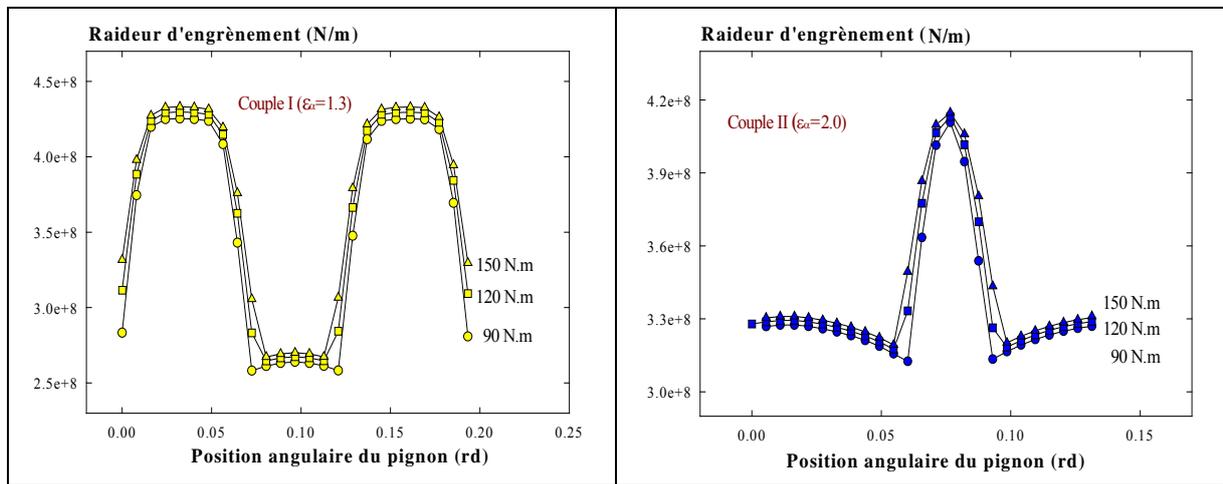


Figure III.29 : Rigidity d'engrènement. Influence du chargement.

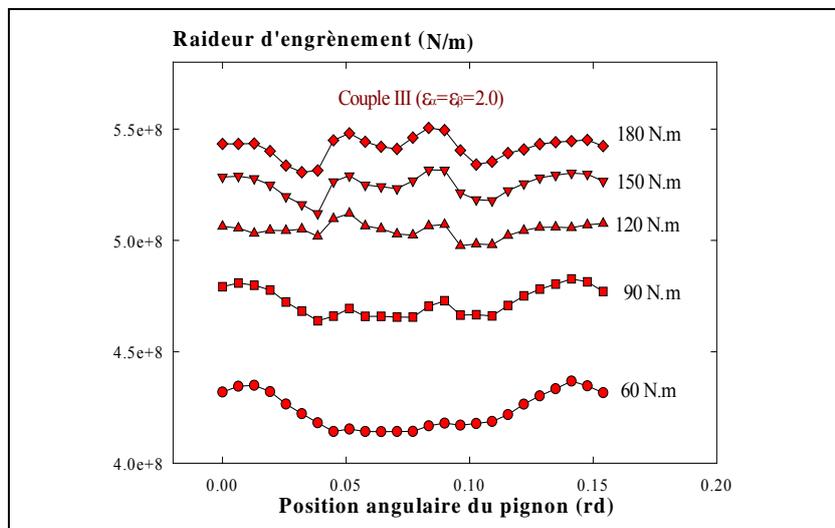


Figure III.30 : Rigidity d'engrènement. Influence du chargement.

Ceci est particulièrement visible entre 0.05 et 0.1 rd, où l'entrée de nouvelles dents en contact (2 couples pour 6 da.N.m puis 4 couples ensuite) se traduit par l'apparition d'une "bosse" supplémentaire sur les courbes caractérisant l'évolution de la rigidité d'engrènement. Cette évolution se stabilise pour les charges importantes car les contacts sont alors parfaitement établis.

L'influence du chargement sur l'évolution de l'erreur de transmission quasi-statique est, évidemment, très importante. Ceci s'explique bien puisque cette grandeur est directement proportionnelle à la déformation de denture. Nous ne présentons pas, ici, les courbes traduisant cette influence car elles peuvent aisément être déduites des résultats déjà présentés.

III.4.2-b. Désalignements : Inclinaison et Déviation.

L'introduction d'un désalignement (Fig. III.31, III.32) modifie considérablement les rigidités de denture. Le défaut d'inclinaison, qui se traduit par une légère délocalisation des portées, ayant, comme on pouvait l'attendre, une influence plus faible que le défaut de déviation.

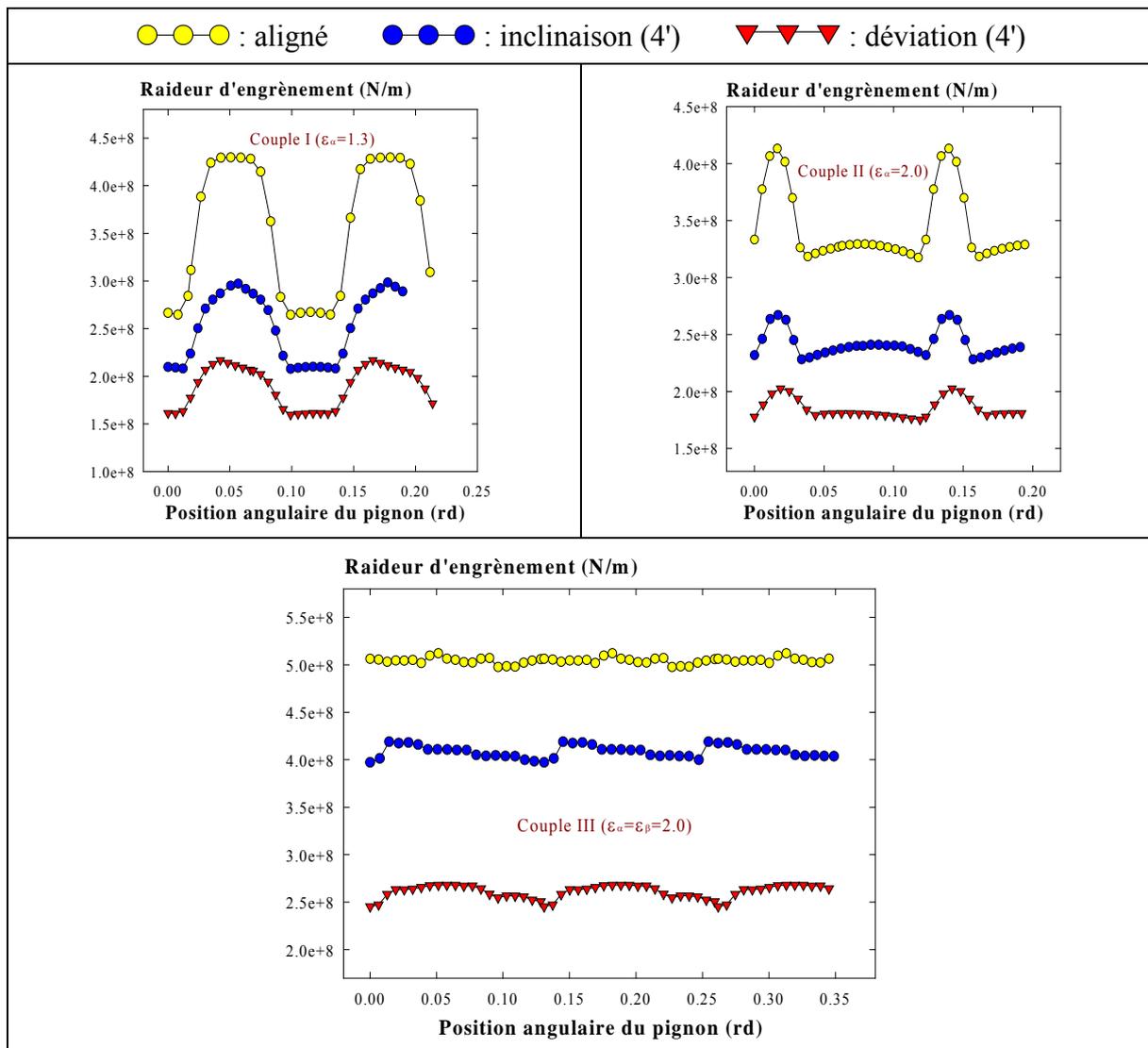


Figure III.31 : Rigidité d'engrènement. Influence des désalignements.

La sensibilité des rigidités obtenues au chargement extérieur (Fig. III.32) est particulièrement importante. Ce phénomène est directement lié à l'augmentation des aires de contact qui progressivement atteignent la totalité de la largeur de denture. Notons que cette évolution se traduit par la stabilisation de la rigidité pour les charges élevées.

Ce phénomène est, comme nous le verrons au chapitre suivant, particulièrement important lors de l'analyse dynamique car la rigidité de denture des engrenages désalignés est généralement considérée, dans la bibliographie, comme dépendante du chargement instantané.

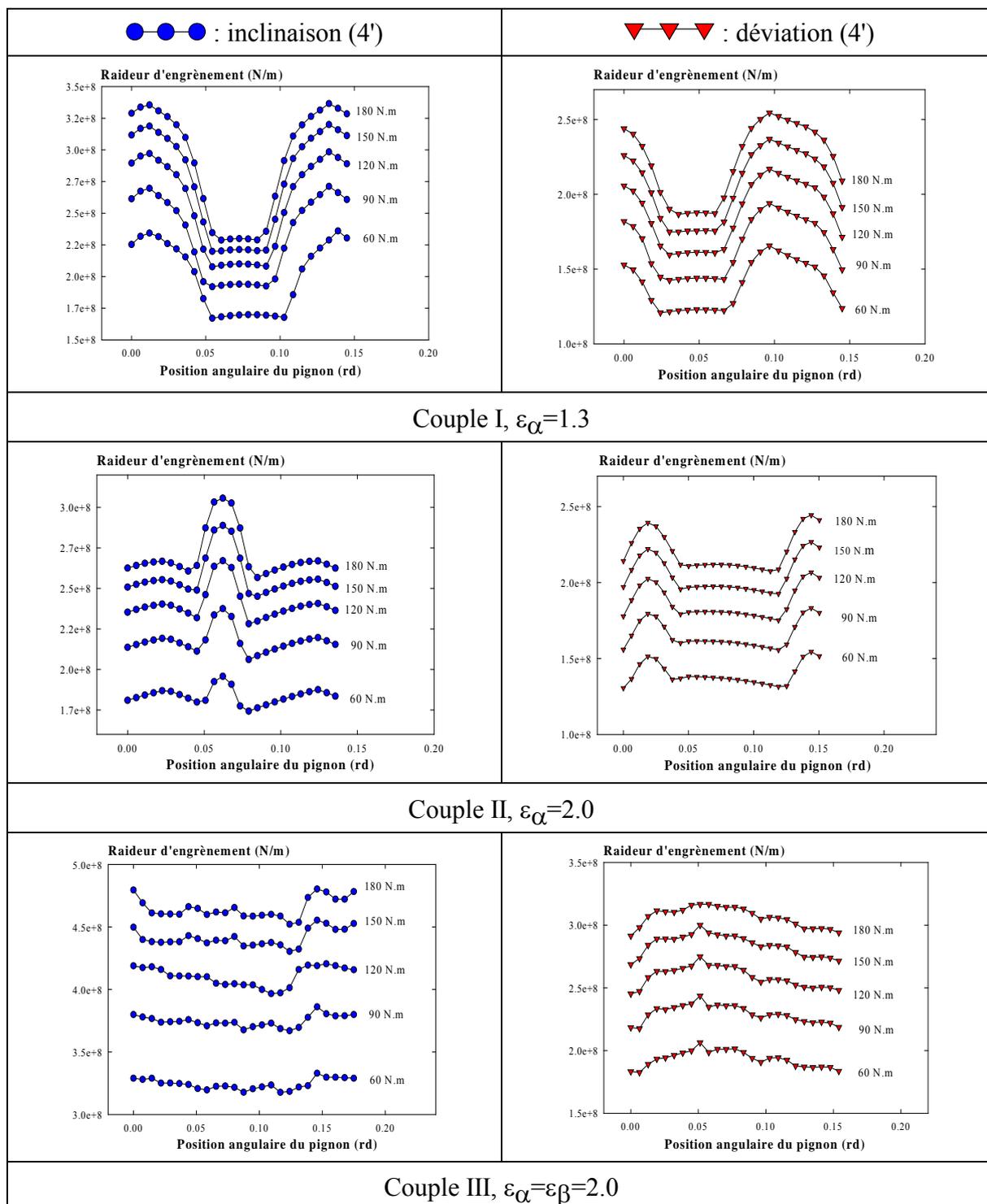


Figure III.32 : Rigidité d'engrènement. Engrenages désalignés. Influence du chargement.

L'erreur de transmission quasi-statique est également très affectée par l'introduction d'un désalignement. Pour les mêmes raisons que précédemment, nous ne présentons pas les courbes caractérisant cette influence. Rappelons que cette erreur se cumule avec l'erreur de transmission quasi-statique sans charge mise en évidence au paragraphe II. Ceci indique que l'introduction d'un désalignement, et particulièrement d'une déviation, perturbe considérablement l'engrènement et engendre une excitation importante à la denture.

III.4.2-c. Entraxe.

Les résultats bibliographiques présentés au chapitre I, et en particulier les travaux expérimentaux de Rémond (1991), montrent que l'entraxe est un paramètre très influent sur le comportement acoustique des engrenages cylindriques. En relation avec ces travaux, nous avons étudié l'influence d'une réduction d'entraxe de 0.1 mm sur le comportement élastique des engrenages utilisés ci-dessus (Fig. III.33). Les couples I et II ont été utilisés lors de l'étude expérimentale présentée par Rémond (1991).

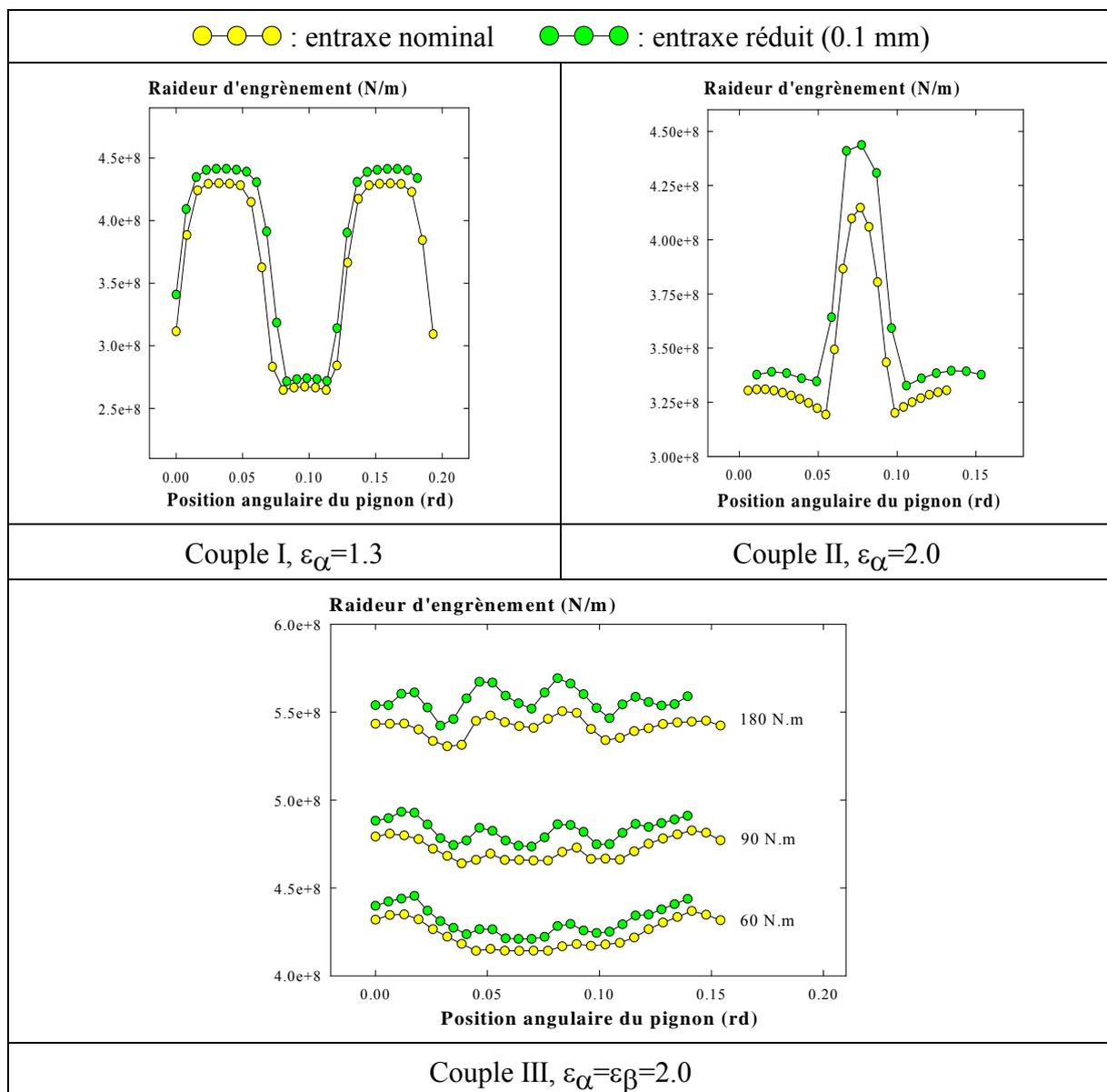


Figure III.33 : Rigidité d'engrènement. Influence de l'entraxe.

Cette influence apparaît comme peu significative. Elle est toutefois plus marquée dans les zones où un nombre important de couples de dents sont simultanément en contact. La réduction d'entraxe se traduit par une augmentation de la rigidité: en effet, car une diminution de l'entraxe a pour effet immédiat d'augmenter le rapport de conduite et donc de "forcer" certains contacts.

Cette influence ne semble pas susceptible d'expliquer les variations observées sur le bruit rayonné mais il convient d'être prudent et de compléter cette analyse par une étude dynamique plus complète. Ce point est abordé au chapitre V.

III.4.2-d. Corrections de denture

L'étude de l'effet des corrections de denture a été entreprise sur les deux engrenages droits présentés ci-dessus et sur deux engrenages hélicoïdaux (IV et V) dont les caractéristiques géométriques sont données dans le tableau III.3. Suivant la classification établie par Umezawa & col. (1986), les caractéristiques vibratoires de l'engrenage IV ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \leq 2.0$ et $\varepsilon_\beta \leq 1.0$) peuvent être améliorées par l'introduction de corrections de denture alors que l'engrenage V ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta > 2.0$) ne nécessite a priori aucune correction. Les engrenages I et II sont typiquement des engrenages qui nécessitent des corrections de denture, et, comme nous l'avons vu au chapitre I (Munro 1989), ces corrections sont adaptées à un chargement extérieur spécifique qui est qualifié de chargement de conception.

Les corrections ont été définies, et réalisées sur les engrenages d'essais, préalablement à notre travail et nous n'avons pas cherché à les optimiser. Une étude dans ce sens a été menée par ailleurs (Debout 1993). Ce sont des corrections de type parabolique et leurs caractéristiques géométriques (profondeur et extension sur le profil) sont données dans le tableau III.4.

Ces corrections sont associées à des corrections de bombé dont le rôle est d'autoriser de légers désalignements et de prévenir les augmentations de la pression de contact qui apparaissent alors (cf. paragraphe 3.4.2). Il s'agit de bombé "bateau" dont la profondeur est donnée dans le tableau III.4.

Couple n°	IV	V
Nombre de dents	36/38	36/38
Rapport de conduite	1.0	1.0
Rapport de recouvrement	1.0	2.0
Angle d'hélice au diamètre de base(°)	19.41	35.14
Largeur de denture (mm)	17.5	17.5
Epaisseur de la dent au primitif (mm)	3.219	3.226
Diamètre de tête (mm)	79.431/83.56	79.418/83.565
Diamètre de pied (mm)	70.132/74.26	70.493/74.64
Diamètre de base (mm)	68.68/72.496	68.68/72.496
Diamètre primitif de fonctionnement (mm)	75.78/79.99	75.78/79.99
Angle de pression de fonctionnement (°)	25	25
Module de fonctionnement (mm)	2.105	2.105

Tableau III.3 : Caractéristiques géométriques des engrenages IV et V.

Couple n°	I	II	IV	V
	pignon / roue	pignon / roue	pignon / roue	pignon / roue
Corrections de profil (tête) profondeur / extension	5 µm / 2.3 mm 5 µm / 2.3 mm	5 µm / 3.7 mm 5 µm / 3.7 mm	10 µm/3.3 mm 10 µm/3.3 mm	10 µm/3.3mm 10 µm/3.3mm
Correction de bombé (bateau) profondeur	0 µm 8 µm	0 µm 8 µm	10 µm 10 µm	10 µm 10 µm

Tableau III.4 : Définitions des corrections de denture.
Engrenages I, II, IV et V.

L'introduction d'une correction de bombé est associée à une diminution très sensible de l'aire de contact (ellipse de contact) et donc de la rigidité de denture. La rigidité de denture est alors très fortement dépendante de la charge. Cet effet s'atténue pour les chargements élevés car la portée s'établit alors sur toute la largeur de denture. Ces effets sont visualisés sur la figure III.34 dans le cas des engrenages I (engrenage droit, $\varepsilon_\alpha=1.3$) et IV (engrenage hélicoïdal, $\varepsilon_\alpha=\varepsilon_\beta=1.0$).

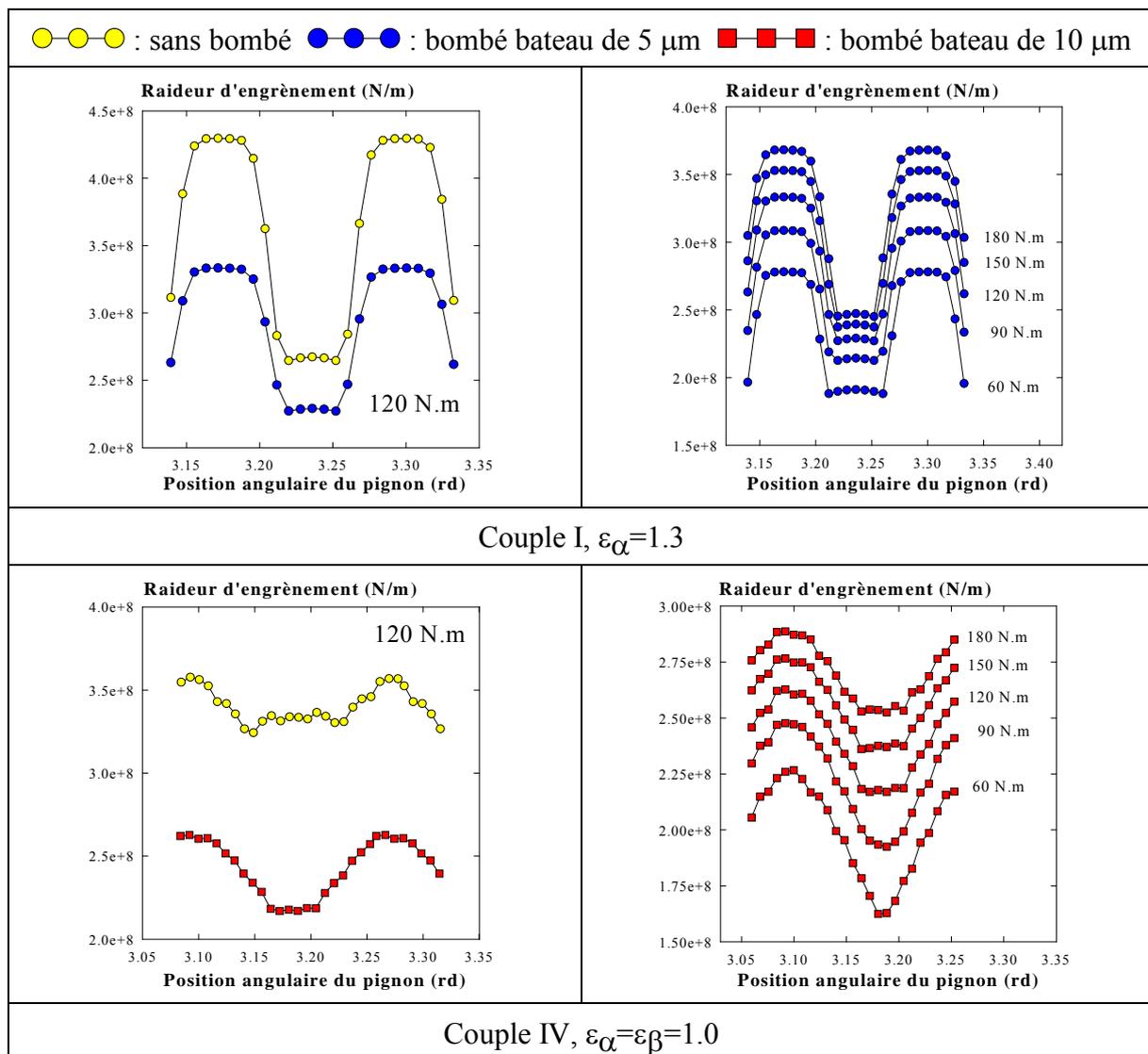


Figure III.34 : Influence des bombés de denture sur l'évolution de la rigidité globale d'engrènement.

Le cas avec correction de bombé uniquement sera pris comme référence dans la suite du paragraphe afin de visualiser l'effet des corrections de profil.

Rappelons que ces corrections ont deux rôles principaux (cf. Ch. I) :

- diminuer les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge, en particulier dans le cas des engrenages droits ou d'angle d'hélice faible,
- supprimer les contacts prématurés lors de l'entrée d'une nouvelle dent dans le contact et assurer une mise en charge progressive de chaque couple de dents.

Ces effets sont visualisés sur les figures III.35, III.36, III.37 et III.38. En premier lieu, les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique introduites par les déformations élastiques de denture (Fig. III.35.b, III.36.b, III.37.b et III.38.b), sont compensées par la présence d'une erreur de transmission quasi-statique sans charge (fig. III.35.a, III.36.a, III.37.a et III.38.a). Cet effet, particulièrement étudié par Munro (1989), a été présenté au chapitre I. Il se traduit, en particulier sur les engrenages droits, par une diminution très sensible des fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge (fig. III.35.c, III.36.c, III.37.c et III.38.c) qui est obtenue en superposant à l'erreur de transmission quasi-statique sans charge les effets associés aux déformations de denture. Cette diminution est optimale pour une charge spécifique, appelée charge de conception, pour laquelle l'erreur de transmission quasi-statique sans charge compense "exactement" les effets des déformations de denture. Cette charge se situe vers 60 N.m pour les engrenages I et IV et vers 120 N.m pour l'engrenage V. Le principal intérêt de ce phénomène est la diminution, en régime dynamique, des excitations associées aux déformations élastiques de denture. En effet, comme nous le verrons au chapitre IV, l'erreur de transmission quasi-statique sous charge caractérise une grande partie des excitations d'engrènement. Toutefois, elle n'est l'image que d'une partie des déformations puisqu'elle ne représente que des déformations de torsion. Sa contribution dans l'écriture des équations caractérisant les déformations dynamiques de denture sera vue au chapitre IV.

Par ailleurs, les corrections de profil suppriment les contacts prématurés lors de l'arrivée d'une nouvelle dent dans le contact. Les enlèvements de matière effectués en tête et/ou en pied de dent compensent les déflexions induites sur les dents non chargées par les déformations élastiques des dents situées dans l'engrènement. Cet effet est particulièrement visible sur le diagramme de chargement d'un couple de dents qui est alors bien plus progressif (Fig. III.35.d, III.36.d, III.37.d et III.38.d).

On peut constater que les corrections effectuées sur l'engrenage II ne sont pas adaptées. En effet, les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge sont très peu affectées par l'introduction des corrections de profil et le diagramme de chargement est inchangé. Une correction optimale devrait se traduire, dans ce cas, par la suppression du pic engendré sur l'évolution de l'erreur de transmission par l'apparition d'une troisième dent dans le contact.

De manière générale, les corrections effectuées sur les engrenages hélicoïdaux ont peu d'influence. C'est particulièrement les cas pour l'engrenage V. Ces résultats sont conformes aux observations effectuées par Umezawa & col. (1986-b) que nous avons présentées au chapitre I et rappelées en tête de ce paragraphe.

Les principaux objectifs de ce paragraphe étaient de visualiser les effets des corrections de denture et de définir les conditions d'engrènement quasi-statiques (rigidité de denture et erreur de transmission) des engrenages corrigés pour pouvoir étudier leurs comportements en régime dynamique. Nous aborderons aux chapitres IV et V l'influence des corrections de dentures sur la réponse dynamique d'une transmission par engrenage.

La définition de corrections optimales sort du cadre que nous nous sommes fixé pour cette étude. Ce problème a été abordé au laboratoire, sur les engrenages que nous utilisons, par Debout (1993). De manière générale il apparaît dans la littérature que cette définition est essentiellement orientée par des calculs bidimensionnel. Les principales applications concernent les engrenages droits (Lin & col. 1993). La définition des corrections de denture adaptées aux engrenages hélicoïdaux ou même aux engrenages droits de grand rapport de conduite pour des conditions d'alignement quelconques reste un problème ouvert. Dans ce contexte, les travaux que nous avons réalisés ouvrent un nouveau champ d'investigation.

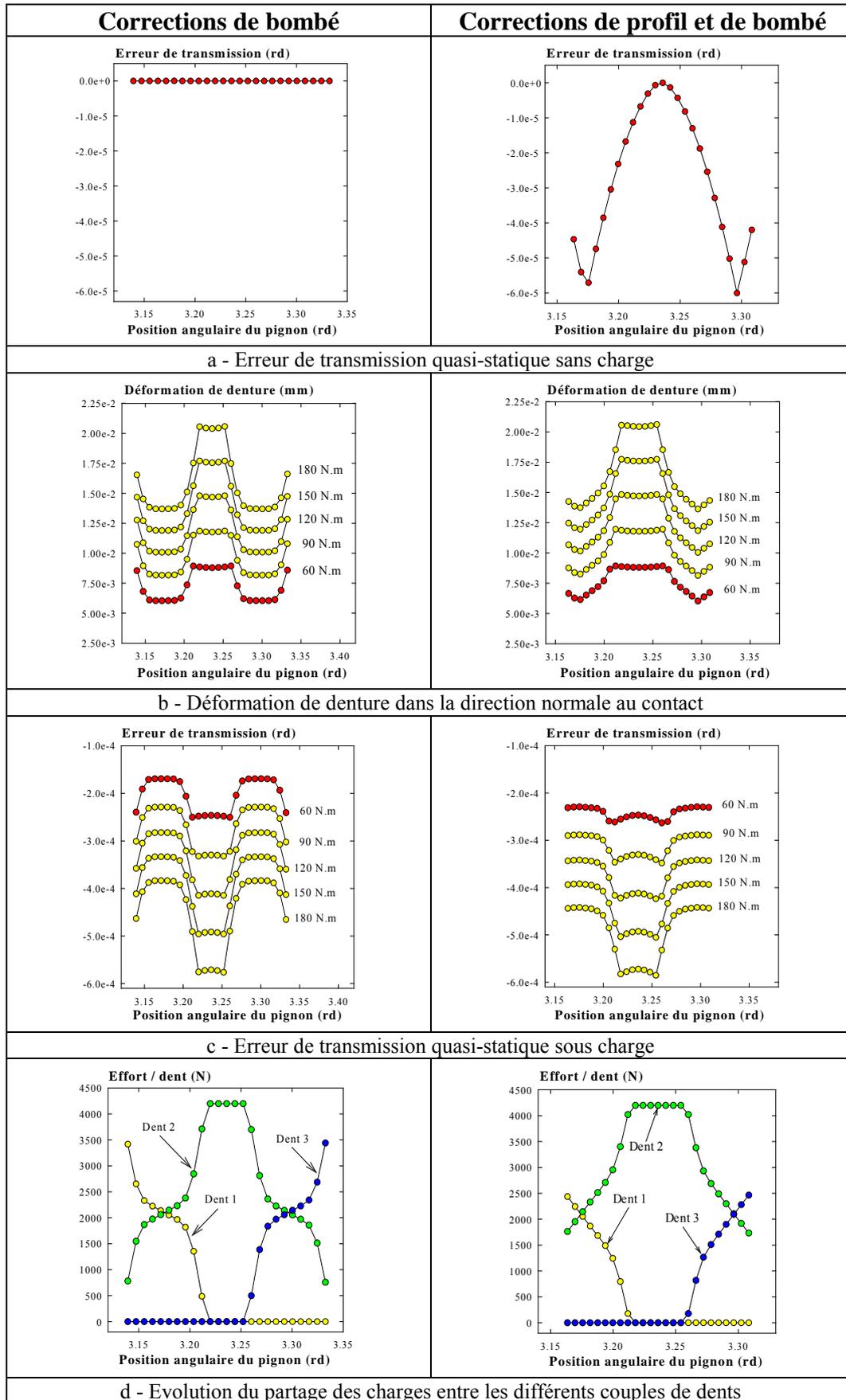


Figure III.35 : Influence des corrections de denture (profil et bombé). Couple I ($\epsilon_\alpha=1.3$).

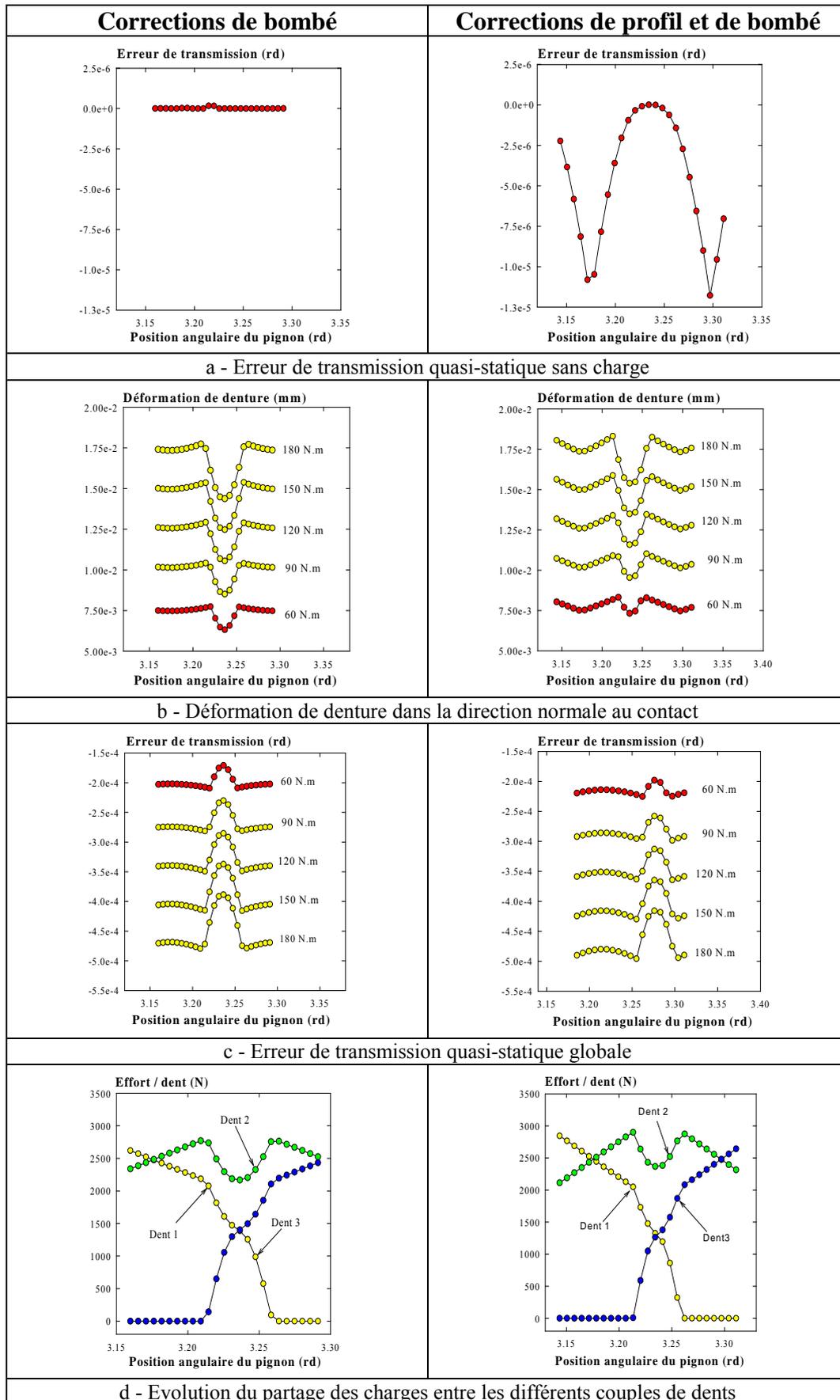


Figure III.36 : Influence des corrections de denture (profil & bombé). Couple II ($\varepsilon_\alpha=2.0$).

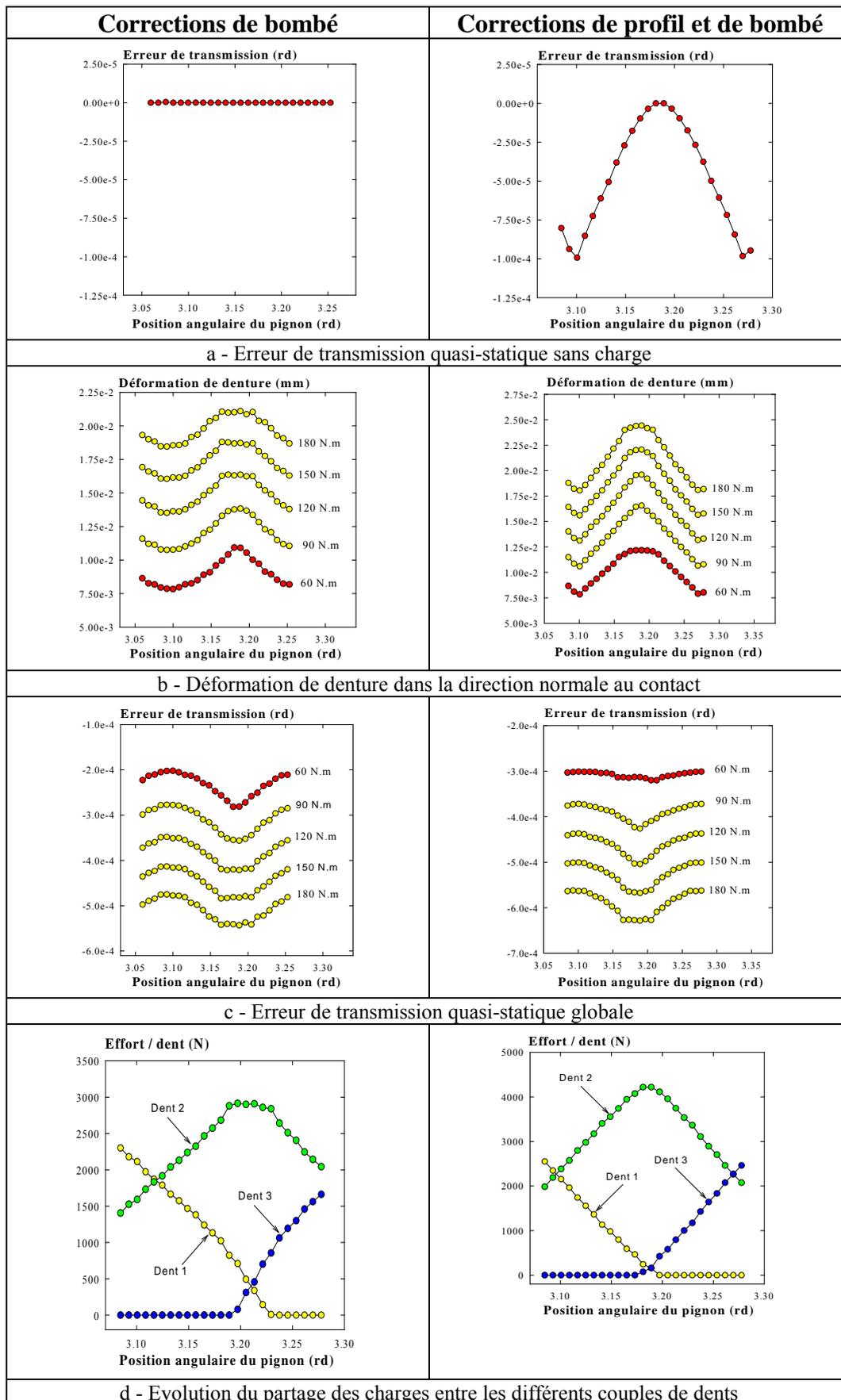


Figure III.37: Influence des corrections de denture (profil et bombé). Couple IV ($\epsilon_\alpha = \epsilon_\beta = 1.0$).

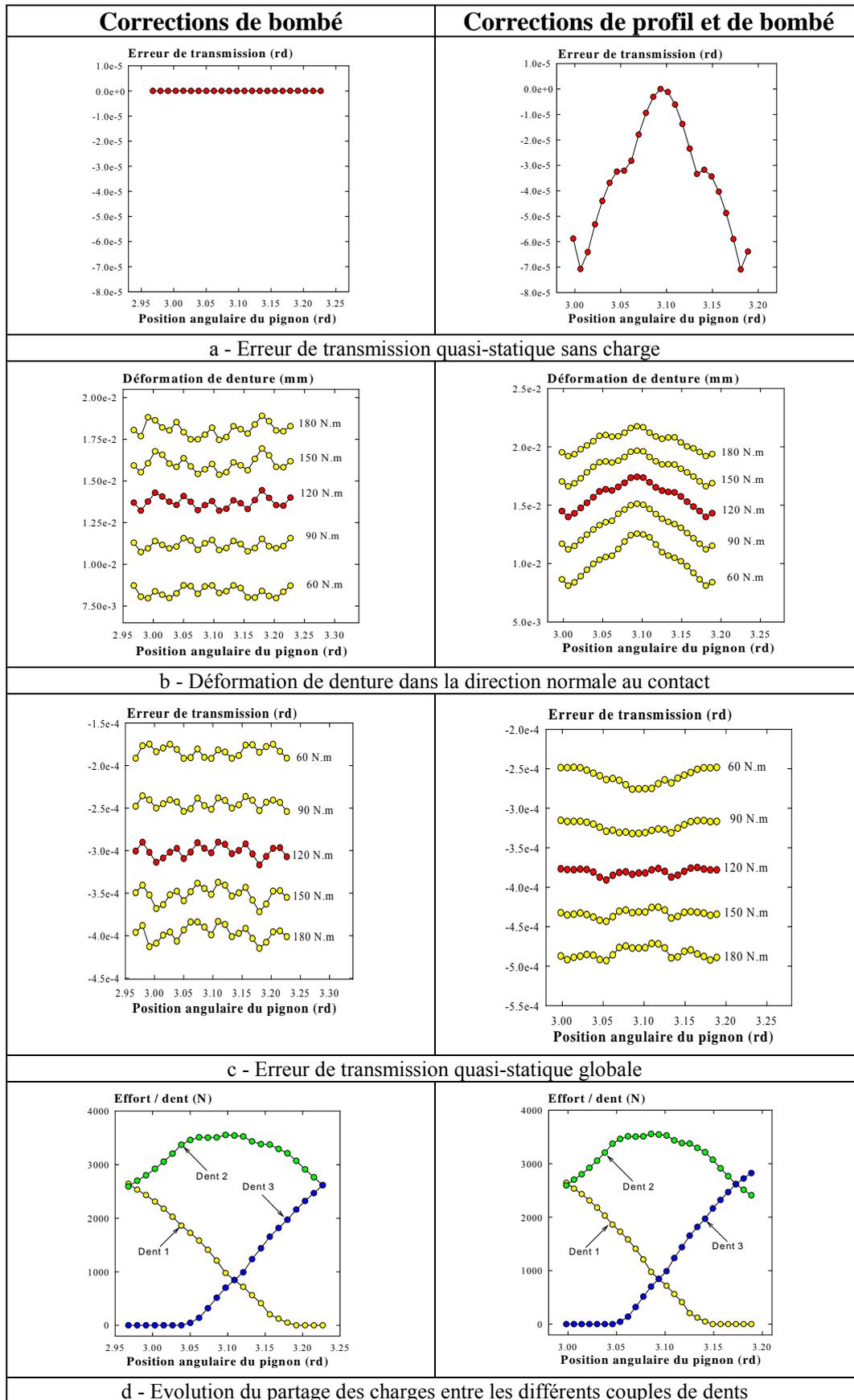


Figure III.38: Influence des corrections de denture (profil & bombé). Couple V ($\epsilon_\alpha=2.0$ et $\epsilon_\beta=1.0$).

V. Conclusion.

Ce chapitre était entièrement consacré à la modélisation quasi-statique de l'engrènement. Nous avons vu, que cette expression regroupe deux aspects très différents, associés à la présence ou à l'absence de chargement. Dans chacun de ces contextes, la régularité de l'engrènement est caractérisée par les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique (sans et/ou sous charge) à laquelle s'ajoutent, en présence de chargement, les effets de la rigidité de denture.

Les techniques les plus classiquement utilisées dans la bibliographie pour définir ces grandeurs ont été présentées. Elles sont généralement associées au calcul des caractéristiques sous charge, l'erreur de transmission quasi-statique sans charge étant estimée de façon analytique (excentricité, désalignements, corrections de profil) ou issue de résultats expérimentaux (erreurs de pas, cf. Ch. I). Le calcul des déformations élastiques est généralement réalisé à l'aide de la technique des éléments finis et les déformations de surface sont déduites de la théorie de Hertz ou de variantes. Des modélisations spécifiques issues de formulations analytiques sont parfois utilisées; elles restent aujourd'hui des exceptions.

Une technique spécifique de simulation de l'engrènement sans charge, adaptée des travaux de Madrowski (1987), a été mise en place. Cette modélisation permet de mettre en évidence les effets spécifiques des défauts de surface et de les relier à l'émergence de raies fantômes. De façon générale, l'étude quasi-statique sans charge permet de définir les conditions de fonctionnement préalables à l'application du chargement et à l'étude dynamique complète : localisation des zones potentielles de contact, calcul des écarts initiaux entre les surfaces de denture et calcul de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge. Cette dernière grandeur représente, pour une part, les excitations d'engrènement engendrées par les défauts de denture.

Le calcul des déformations élastiques de denture a été réalisé grâce à un logiciel spécifique, adapté à l'analyse des engrenages cylindriques à grand rapport de conduite. Le module de calcul principal (Olakorédi 1990) fait appel à la technique des prismes finis. Les gains de temps de calcul apportés par cette méthode permettent d'étudier le comportement global de la denture sans négliger les couplages élastiques introduits par la jante. Cette étude peut être entreprise pour de nombreuses positions d'engrènement.

L'utilisation de ce logiciel couplée à l'analyse cinématique précédente a permis d'étudier les conditions d'engrènement de nombreux engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux. Cette étude a été menée dans différentes conditions de positionnement (entraxe et désalignement) et pour des dentures présentant des corrections (profil et bombé). Ces paramètres sont connus dans la bibliographie (cf. Ch. I) comme particulièrement influents sur le bruit d'engrènement et sur les vibrations générées par la denture. Dans chaque cas, l'erreur de transmission quasi-statique sans et sous charge et la rigidité de denture ont été calculées. Ces grandeurs, généralement très fortement dépendantes du chargement appliqué, seront utilisées au chapitre IV et V pour caractériser les excitations d'engrènement.

Nous avons accordé une importance particulière à la validation des résultats obtenus. Plus spécialement, le champ des déplacements sur la surface latérale des dentures, obtenus par simulation numérique a été comparé, pour plusieurs positions d'engrènement et pour deux conditions de chargement, à des résultats expérimentaux obtenus par une méthode de Speckle Vidéo. Cette démarche entreprise sur deux couples d'engrenages droits (un extérieur et un

intérieur), s'inscrit en complément d'autres démarches de validation effectuées au laboratoire et signalées dans le texte. L'ensemble des résultats obtenus dans ce cadre permet d'accorder une bonne confiance aux résultats numériques obtenus sur l'ensemble des engrenages d'essais (droits et hélicoïdaux).

Chapitre IV

Modélisation dynamique

I. Introduction.

Comme nous l'avons déjà indiqué, l'engrènement apparaît comme la source principale d'excitation dans les organes de transmission de puissance. La modélisation de son comportement dynamique est donc essentielle, dès la conception, si l'on désire concilier une puissance spécifique élevée et des niveaux vibratoires et acoustiques acceptables. Dans ce contexte, un très large consensus apparaît dans la bibliographie (Özguven & Houser 1988-a) pour considérer les fluctuations de l'erreur de transmission et de la rigidité d'engrènement comme les sources primaires d'excitation. Toutefois, plusieurs écoles existent quant à l'utilisation de ces grandeurs pour caractériser l'interface réalisée par l'engrènement (Blankenship & Singh 1992). Nous rappelons, dans la première partie de ce chapitre, les principales techniques utilisées ainsi que les hypothèses qui leur sont associées.

De même, l'engrènement réalise un couplage élastique entre les différents modes de vibration des arbres supports. C'est particulièrement le cas des modes de flexion et de torsion (Hamad & Seireig 1980) et dans une moindre mesure des modes longitudinaux lorsque des engrenages hélicoïdaux sont utilisés. Les modèles développés pour caractériser ce couplage (Valex 1988), issus des travaux sur la dynamique des rotors (Guilhen 1988), sont également présentés dans la première partie de ce chapitre.

Par ailleurs, la prédiction du bruit rayonné et des vibrations de structure impose de modéliser le transfert des vibrations au travers des paliers ainsi que les déformations des carters (Lim & Singh 1990), (Satori 1993). Les modèles développés dans ce contexte sortent très largement du cadre de cette étude. Toutefois nous présentons les principales tendances qui apparaissent dans la bibliographie en ce qui concerne la modélisation des paliers à roulements, ces éléments étant utiles à la modélisation dynamique du banc d'essais que nous avons mis en place. Cette modélisation, du type éléments finis, utilise les éléments de couplage évoqués ci-dessus et permet de comparer les différentes techniques de caractérisation des excitations d'engrènement. Elle est présentée en détail dans la seconde partie de ce chapitre.

La dernière partie est, quant à elle, consacrée à l'étude du comportement dynamique de plusieurs engrenages cylindriques. Cette étude est entreprise dans un contexte de référence, où les engrenages ne sont ni désalignés ni corrigés et sont supposés sans défaut. Ceci permet de définir les conditions optimales de simulation et d'effectuer une première comparaison entre les différentes techniques de modélisation présentées dans la bibliographie. Les effets des erreurs de position, des corrections de denture et des principaux paramètres géométriques (comme le rapport de conduite et le rapport de recouvrement) sur le comportement dynamique de ces engrenages sont étudiés au chapitre V.

II. Aspects bibliographiques.

II.1 Modélisation des engrenages.

Les engrenages sont généralement modélisés par des cylindres rigides connectés par une raideur d'engrènement (Özguven & Houser 1988-a), (Remond & col. 1993). Cette grandeur traduit la contribution des déformations des dentures et des couplages élastiques introduits par la jante.

Les mouvements instantanés de chaque roue sont représentés par six degrés de liberté (trois rotations et trois translations). Si les mouvements de torsion sont privilégiés, les modèles de base à un seul degré de liberté par roue sont obtenus. Ces modèles sont historiquement les premiers à avoir été développés (Tuplin 1950, 1953, 1958) . Ils sont encore couramment utilisés aujourd'hui (Lin & col. 1993) et de bonnes concordances avec l'expérience ont été obtenues (Hugues 1993). Néanmoins, l'engrènement lie l'ensemble des degrés de liberté et introduit en particulier des couplages entre les vibrations de torsion et de flexion des arbres supports (Hamad & Seireig 1980). Les degrés de liberté caractéristiques de ces couplages ne peuvent donc pas être ignorés. Notons toutefois que les mouvements de torsion restent prédominants et que leur contribution énergétique dans les modes critiques de denture est majoritaire (Velex 1988). Ce point a été confirmé par différentes analyses expérimentales comme par exemple les travaux de Kiyono & col. (1978). Ceci confirme, a posteriori, la pertinence des modèles initiaux.

Ces représentations ne tiennent pas compte de la contribution du corps des engrenages. Les principales limitations concernent donc les structures allégées, en particulier en aéronautique, où la présence de voiles de faible épaisseur est responsable de l'apparition de modes propres à des fréquences susceptibles d'être excités par l'engrènement (quelques k.Hz). Ce phénomène a été mis en évidence théoriquement et expérimentalement par Buyakatama (1990) comme dans d'autres études antérieures (Drago & Brown 1981). Notons également les résultats expérimentaux de Belhanèche & Conte (1989) qui ont appliqué l'interférométrie holographique en temps moyenné pour étudier les modes propres d'engrenages de faible épaisseur. Ils ont mis en évidence des modes du corps-même de l'engrenage pour des fréquences de l'ordre de 2 k.Kz.

Une autre limitation de ce type de modélisation, signalée dans la bibliographie (Remond & col. 1993) concerne les engrenages de grande largeur. Il est alors impossible de représenter les mouvements de torsion par un seul paramètre, compte-tenu de l'évolution de l'angle de torsion suivant la largeur de denture.

II.2 Modélisation de l'interface d'engrènement.

Comme nous l'avons dit ci-dessus, l'engrènement est à la fois une source d'excitation et un élément de couplage élastique. Nous allons analyser successivement ces deux points et présenter les modélisations utilisées dans la bibliographie pour les caractériser. Dans un premier temps, nous écartons volontairement les effets de l'amortissement. Nous supposons, dans l'ensemble de l'étude, que le chargement est suffisamment important pour prévenir toute perte de contact.

II.2.1 L'engrènement comme source d'excitation.

Les fluctuations de l'erreur de transmission et de la rigidité d'engrènement sont les principales causes des excitations associées à l'engrènement. Il convient toutefois de définir ces grandeurs correctement. En particulier, pour l'erreur de transmission, il est indispensable de distinguer les effets dus aux déformations élastiques et les effets cinématiques associés à l'engrènement de profils non conjugués.

Plusieurs écoles existent dans la bibliographie quant à l'utilisation de ces grandeurs pour caractériser l'interface réalisée par l'engrènement. Blankenship & Singh (1992) ont présenté les techniques les plus classiquement utilisées; nous allons rappeler les tendances qu'ils ont mis en évidence. Pour des raisons de simplicité, qui ne nuisent pas à la généralité, cette présentation s'appuie sur une modélisation à deux degrés de liberté en torsion (Fig. IV.1).

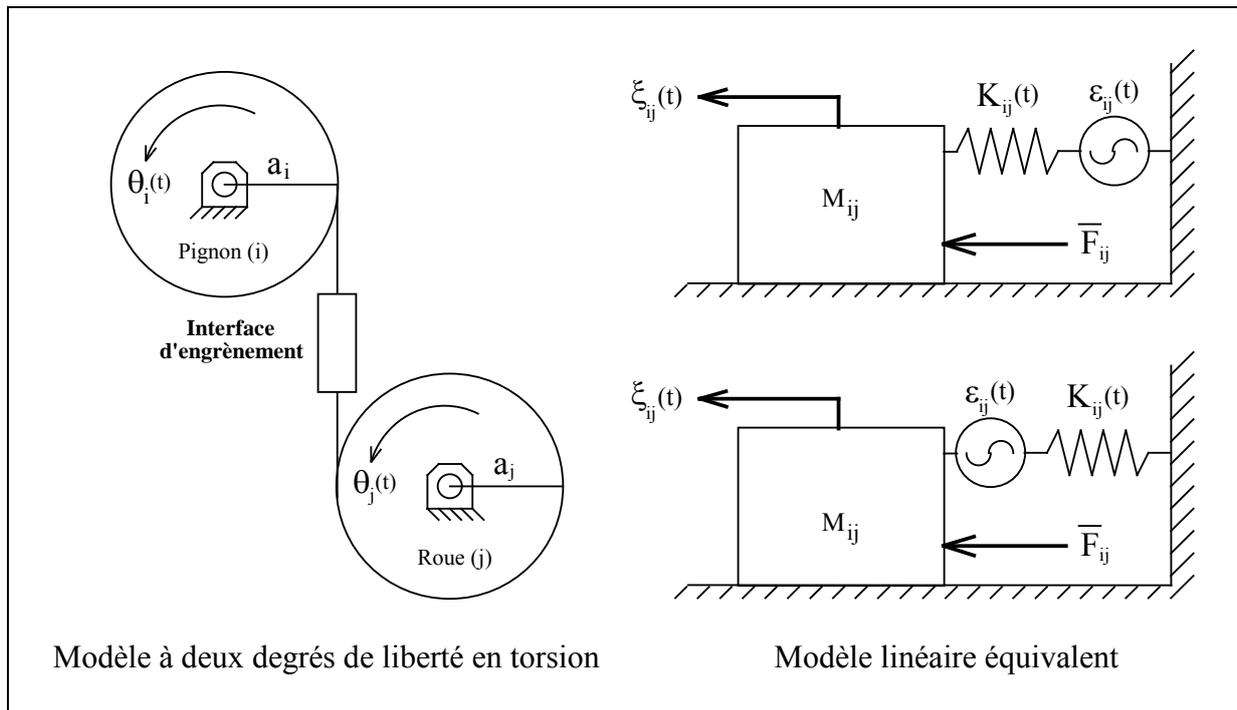


Figure IV.1 : Modèle à deux degrés de liberté en torsion et modèle linéaire équivalent.

Le mouvement de rotation de chaque roue est repéré par un angle $\theta_i(t)$ qui est généralement écrit comme la somme d'une composante nominale $\theta_i^*(t) = \Omega_i \cdot t$ et d'une composante dynamique $\theta_i^d(t)$.

$$\theta_i(t) = \theta_i^*(t) + \theta_i^d(t)$$

Les mouvements nominaux $\theta_i^*(t) = \Omega_i \cdot t$ et $\theta_j^*(t) = \Omega_j \cdot t$ sont liés par la relation cinématique définie par le mouvement des solides considérés comme rigides et indéformables.

$$\Omega_i = r_{ij} \cdot \Omega_j \quad \text{où} \quad r_{ij} = -\frac{a_j}{a_i} \text{ est le rapport de réduction.}$$

Compte tenu de ces relations (cinématiques), le mouvement nominal du système peut être défini à partir d'un paramètre d'espace unique que nous pouvons noter $\theta^*(t) = \Omega^* \cdot t$.

De plus la composante dynamique $\theta_i^d(t)$ est classiquement séparée en deux :

$$\theta_i^d(t) = \theta_i^{de}(t) + \theta_i^{de}(t)$$

La composante $\theta_i^{de}(t)$ traduit l'effet des erreurs de formes et de position des dentures sur la transmission du mouvement, alors que la composante $\theta_i^{de}(t)$ est engendrée par les déformations élastiques.

Le modèle dynamique décrit figure IV.2, peut être réduit à un système linéaire équivalent à un seul degré de liberté. L'équation qui caractérise le mouvement dynamique du système *non amorti* peut être écrite sous la forme :

$$M_{ij} \cdot \ddot{\xi}_{ij}(t) + K_{ij}(t) \cdot (\xi_{ij}(t) - \varepsilon_{ij}(t)) = \bar{F}_{ij}$$

où $\xi_{ij}(t) = a_i \cdot \theta_i^d + a_j \cdot \theta_j^d$ représente l'erreur de transmission dynamique et $\varepsilon_{ij}(t) = a_i \cdot \theta_i^{de} + a_j \cdot \theta_j^{de}$ est l'erreur de transmission engendrée par l'engrènement de profils non conjugués (erreurs de forme et de position). $M_{ij} = I_i \cdot I_j / (a_i^2 \cdot I_j + a_j^2 \cdot I_i)$ est la masse équivalente, I_i et I_j sont les moments d'inertie polaire des engrenages i et j et $\bar{F}_{ij} = \bar{C}_i / a_i$ caractérise l'effort nominal associé au couple statique \bar{C}_i .

Les seules sources d'excitation représentées ici sont associées à l'engrènement. D'autres actions extérieures, comme les fluctuations de chargement, peuvent être introduites au second membre. Nous ne les avons pas indiquées ici pour des raisons de simplicité.

Le calcul de $\varepsilon_{ij}(t)$ et $K_{ij}(t)$ est impossible indépendamment d'une analyse dynamique globale. Ces termes ne sont en effet pas séparables et sont dépendants des conditions instantanées de contact. En fait, ils s'écrivent :

$$\varepsilon_{ij}(t) = \varepsilon_{ij}(F_{ij}(t), K_{ij}(t), \theta^*(t), \xi_{ij}(t))$$

et

$$K_{ij}(t) = K_{ij}(F_{ij}(t), \varepsilon_{ij}(t), \theta^*(t), \xi_{ij}(t))$$

Si l'on ne s'intéresse qu'aux déformations élastiques de denture l'équation dynamique précédente s'écrit, en posant $\zeta_{ij}(t) = a_i \cdot \theta_i^{de} + a_j \cdot \theta_j^{de}$:

$$M_{ij} \cdot \ddot{\zeta}_{ij}(t) + K_{ij}(t) \cdot \zeta_{ij}(t) = \bar{F}_{ij} - M_{ij} \cdot \ddot{\varepsilon}_{ij}(t)$$

La contribution de l'erreur de transmission $\varepsilon_{ij}(t) = a_i \cdot \theta_i^{de} + a_j \cdot \theta_j^{de}$ engendrée par l'engrènement de profils non conjugués est alors associée à l'introduction d'un terme inertiel au second membre. Certains auteurs ont privilégié cette écriture (Valex 1988). Elle impose toutefois de calculer la dérivée seconde de $\varepsilon_{ij}(t)$. Cette grandeur est inconnue, a priori, car elle est directement dépendante des conditions instantanées de contact. Elle est généralement remplacée par l'erreur de transmission obtenue en régime quasi-statique que nous avons qualifiée d'erreur de transmission quasi-statique sans charge. Le calcul de la dérivée seconde devient facilement réalisable si l'on dispose d'expressions analytiques. C'est par exemple le cas de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge associée à un défaut d'excentricité (cf. Annexe I) ou à un désalignement.

II.2.1-a Utilisation des grandeurs obtenues en régime quasi-statique

Les modèles développés dans la littérature (Özguven et Houser 1988) utilisent, pour la plupart, des expressions obtenues en régime quasi-statique pour caractériser $\varepsilon_{ij}(t)$ et $K_{ij}(t)$.

Blankenship & Singh (1992) ont exposé, de façon très précise, les hypothèses inhérentes à chacune de ces méthodes. Pour cela, ils ont étudié l'équation présentée ci-dessus en régime quasi-statique ($\Omega^* \rightarrow 0, \ddot{\xi}_{ij} = 0$). Ce régime est caractérisé par l'indice 0. En supposant que $\varepsilon_{o,ij}(t)$ et $K_{o,ij}(t)$ sont séparables, cette équation devient:

$$K_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*) \cdot \xi_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*) = \bar{F}_{ij} + K_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*) \cdot \varepsilon_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$$

Ce qui permet d'exprimer $\xi_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ qui représente l'erreur de transmission quasi-statique sous charge par :

$$\xi_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*) = \frac{\bar{F}_{ij}}{K_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)} + \varepsilon_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$$

Cette expression rend compte des déformations élastiques et des erreurs de denture. Le terme $\varepsilon_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ traduit les effets des erreurs de denture sur la transmission du mouvement. Il est dépendant de \bar{F}_{ij} . Dans le cas particulier où $\bar{F}_{ij} \rightarrow 0$, on obtient l'erreur de transmission quasi-statique sans charge :

$$\hat{\varepsilon}_{o,ij}(\theta_o^*) = \varepsilon_{o,ij}(\bar{F}_{ij} \rightarrow 0, \theta_o^*)$$

Cette erreur qui caractérise les effets cinématiques des erreurs de forme et de position peut, comme nous l'avons vu au chapitre II, être mesurée sur les machines de contrôle à un seul flanc. Elle est un très bon indicateur de la qualité d'un engrenage ainsi que du niveau d'excitation qui lui est associé (Houser 1988), (Welbourn 1979). Toutefois, les déformations de contact associées à l'application du chargement introduisent des différences significatives entre $\hat{\varepsilon}_{o,ij}(\theta_o^*)$ et $\varepsilon_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ qui ne sont équivalentes que si la sensibilité de $\hat{\varepsilon}_{o,ij}(\theta_o^*)$ au chargement est négligeable.

Dans ce contexte, l'erreur de transmission quasi-statique sous charge est donnée par :

$$\xi_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*) = \frac{\bar{F}_{ij}}{K_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)} + \hat{\varepsilon}_{o,ij}(\theta_o^*)$$

Presque toutes les modélisations dynamiques présentées dans la littérature utilisent $\xi_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ ou $\hat{\varepsilon}_{o,ij}(\theta_o^*)$ et $K_{o,ij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ comme sources primaires d'excitation. Ces grandeurs présentent l'avantage d'être accessibles par simulation du comportement quasi-statique (cf. Ch III) ou par mesure (cf. Ch II).

Nous allons présenter les modélisations les plus classiques en conservant comme support de l'exposé un modèle à deux degrés de liberté en torsion. Les couplages introduits par la prise en compte de la totalité des degrés de liberté sont présentés au paragraphe suivant.

La première modélisation, attribuée dans la bibliographie à Kubo & col. (1978, 1980) et Umezawa & col. (1984, 1985), utilise $K_{ij}(t) \cong K_{oij}(F_{ij}, \theta_o^*)$ et $\varepsilon_{ij}(t) \cong \hat{\varepsilon}_{oij}(\theta_o^*)$. Le modèle équivalent ainsi que l'équation dynamique correspondante sont présentés figure IV.2.

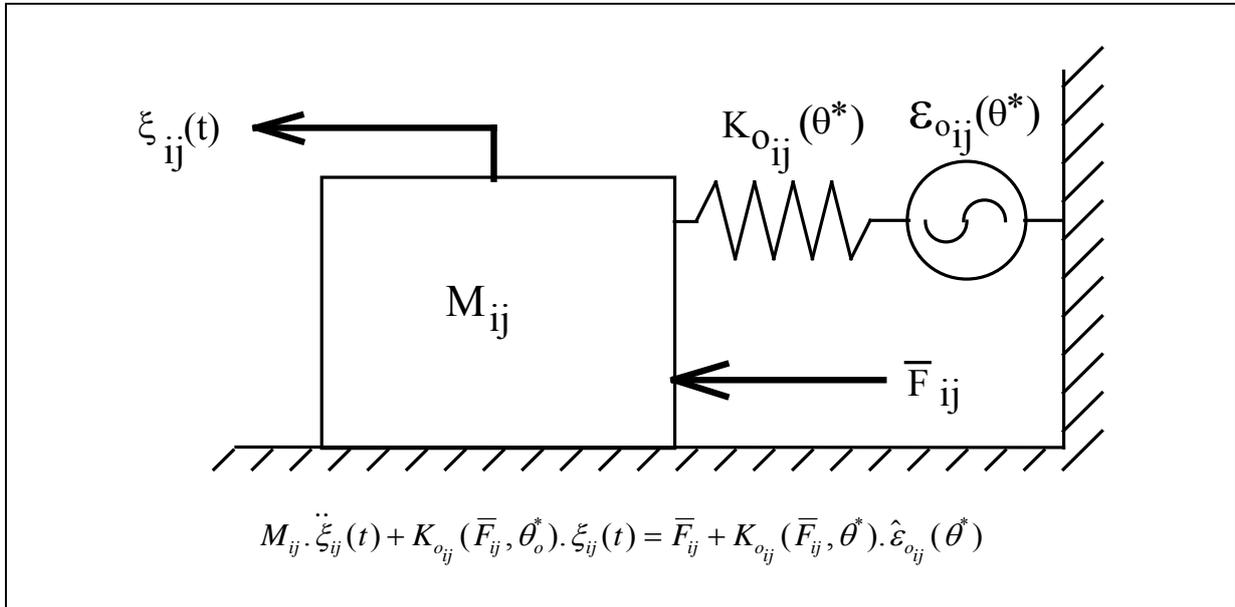


Figure IV.2 : Modélisation de type I (Kubo & col. 1978, 1980, Umezawa & col. 1984, 1985)

Le regroupement des termes du second membre, en utilisant $\xi_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$, conduit à un second type de modélisation qui est généralement attribué aux premiers travaux sur la dynamique des engrenages (Harris 1958). Le modèle correspondant et la mise en équation associée sont présentés figure IV.3.

Enfin, Özguven et Houser (1988-b) ont obtenu des résultats très similaires à ceux des modélisations précédentes, en remplaçant $K_{oij}(F_{ij}, \theta_o^*)$ par $\bar{K}_{oij}(\bar{F}_{ij})$ (Fig. IV.4). Les effets excitateurs associés aux variations de la rigidité d'engrènement ne sont alors introduits qu'au travers des fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge : $\xi_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$.

Le principal avantage de cette dernière méthode est d'avoir pour équation dynamique correspondante une équation différentielle à coefficients constants soumise à une excitation déterministe.

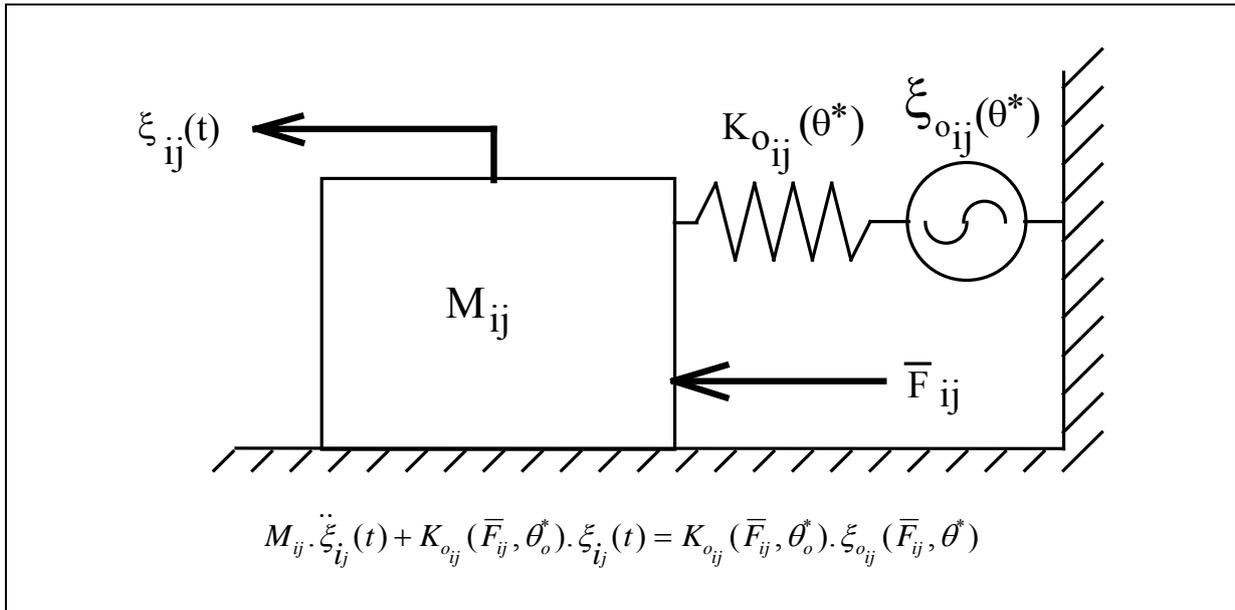


Figure IV.3 : Modélisation de type II (Harris 1958)

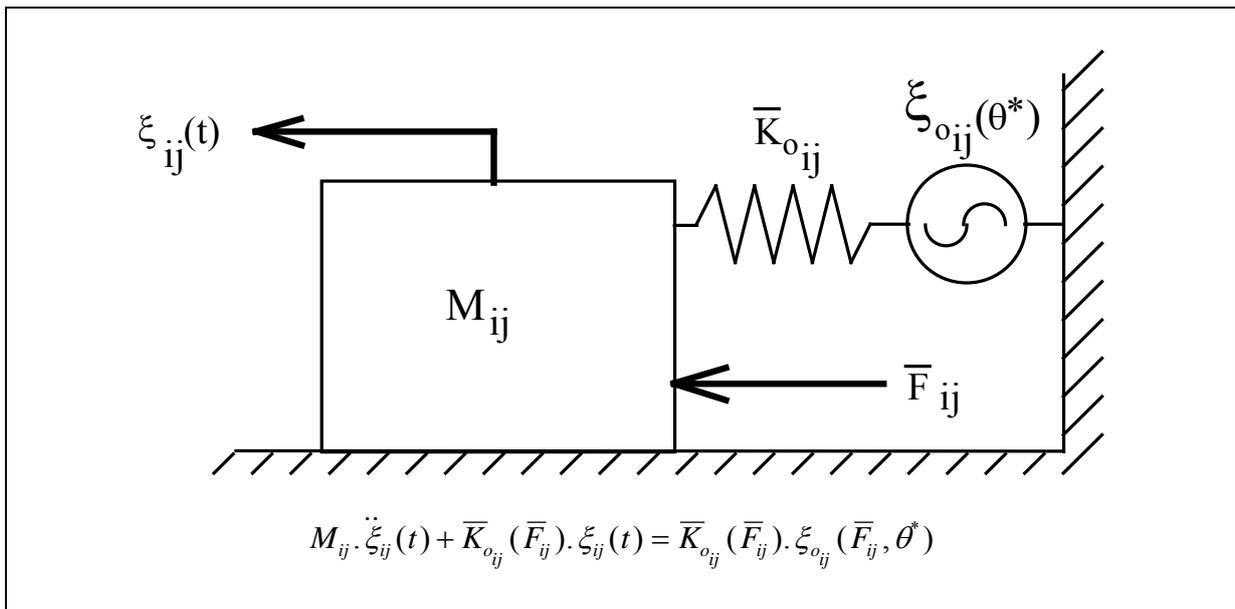


Figure IV.4 : Modélisation de type III (Özguven & Houser 1988-b)

Un dernier type d'approximation est classiquement effectué lorsque les effets des fluctuations de la rigidité d'engrènement sont pris en compte. Il consiste à utiliser un développement en série de Fourier pour représenter $K_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$, $\xi_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ et $\hat{\varepsilon}_{oij}(\theta_o^*)$. Ces grandeurs sont alors supposées périodiques à la fréquence d'engrènement. Le développement est classiquement tronqué à $N_k = 1$ termes pour caractériser l'évolution de $K_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$; certains auteurs (Kahraman & Singh 1991) ayant conservé des termes supplémentaires. N_ε ou N_ξ sont choisis entre 1 et 4 pour caractériser l'évolution de $\xi_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ et $\hat{\varepsilon}_{oij}(\theta_o^*)$ (Özguven et Houser 1988). Les développements qui sont alors utilisés pour caractériser l'évolution de $\xi_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$ et $\hat{\varepsilon}_{oij}(\theta_o^*)$ ne permettent pas de reproduire les composantes de fréquence inférieure à la

fréquence d'engrènement. En particulier, la prise en compte des phénomènes harmoniques à la rotation des arbres (excentricités, erreurs de pas cumulées) et la prévision des modulations qu'ils introduisent (bandes latérales) nécessitent d'autres développements.

Les équations décrites ci-dessus ont été très largement appliquées dans la bibliographie et fournissent des résultats similaires. Elles sont systématiquement comparées sur les différents exemples traités dans le cadre de cette étude. Les modélisations I et II, qui sont mathématiquement équivalentes si $\hat{\varepsilon}_{oij}(\theta_o^*) = \varepsilon_{oij}(\bar{F}_{ij}, \theta_o^*)$, sont les plus classiquement utilisées (Özguven et Houzer 1988-b). La modélisation III est, quant à elle, classiquement utilisée pour étudier les non-linéarités associées aux pertes de contact (Özguven 1991). Ce problème fait l'objet d'un paragraphe spécifique dans la suite du texte.

II.2.1-b Résolution simultanée du problème de contact.

L'hypothèse principale des modélisations décrites ci-dessus est associée à l'utilisation, comme source primaire d'excitation, des grandeurs obtenues en régime quasi-statique pour le chargement nominal. Ce dernier point est particulièrement discutable dans le cas de denture présentant des défauts d'alignement ou de erreurs de formes importantes (Rémond & col. 1993). Dans ce contexte, comme nous l'avons vu au chapitre III, la rigidité d'engrènement est très largement dépendante de la charge instantanée appliquée à la denture. L'équation dynamique correspondant à la prise en compte de ce phénomène s'écrit :

$$M_{ij} \cdot \ddot{\xi}_{ij}(t) + K_{ij}(F_{ij}, \theta^*) \cdot \xi_{ij}(t) = \bar{F}_{ij} + K_{ij}(F_{ij}, \theta^*) \cdot \hat{\varepsilon}_{oij}(\theta^*)$$

où F_{ij} est le chargement dynamique instantané appliqué à la denture.

Umezawa & col. (1991, 1992) et Vexlex (1988) ont proposé différents schémas itératifs de résolution des équations dynamiques obtenues en prenant en compte cette hypothèse (Fig. IV.7 et IV.8). Les effets "cinématiques" engendrés par les défauts étudiés sont décrits, lorsqu'ils sont pris en compte, par l'introduction, au second membre, d'un terme lié à de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge $\hat{\varepsilon}_{oij}(\theta_o^*)$. La détermination de $\varepsilon_{ij}(t)$ en fonction des conditions instantanées de contact n'a, à notre connaissance, jamais été entreprise.

Les résultats obtenus, dans ce contexte, par Maatar et co. (1992, 1994) permettent de décrire l'évolution du chargement dynamique d'un couple de dent sur un engrenage droit désaligné (Fig. IV.9). Les résultats obtenus par Umezawa & col. (1991 & 1992), pour différents types de défauts et pour des dentures désalignées sont, quant à eux, partiellement corrélés avec l'expérience (Fig IV.12, IV.13 et IV.14)

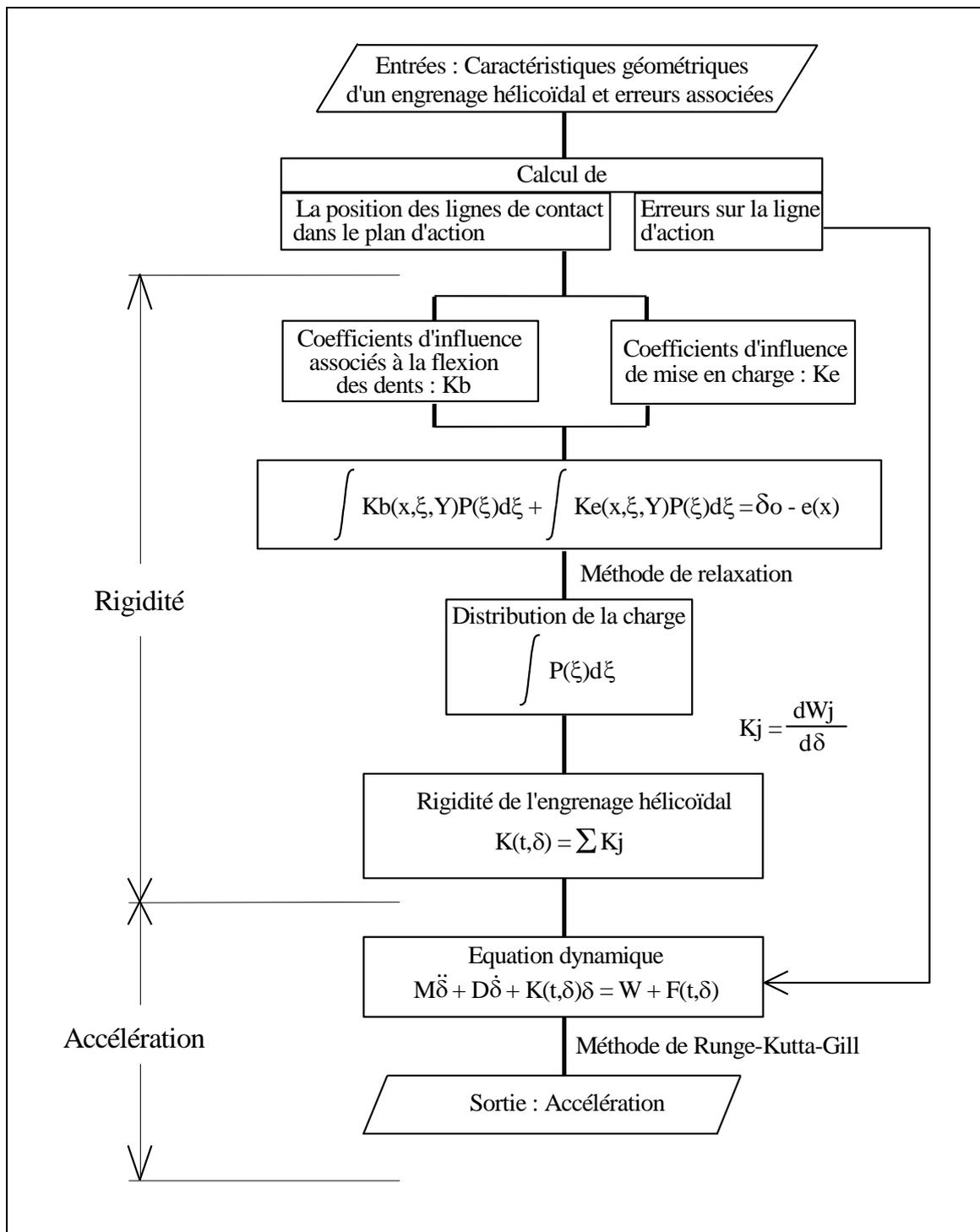


Figure IV.7 : Résolution itérative des équations dynamiques d'après Umezawa & col. (1992).

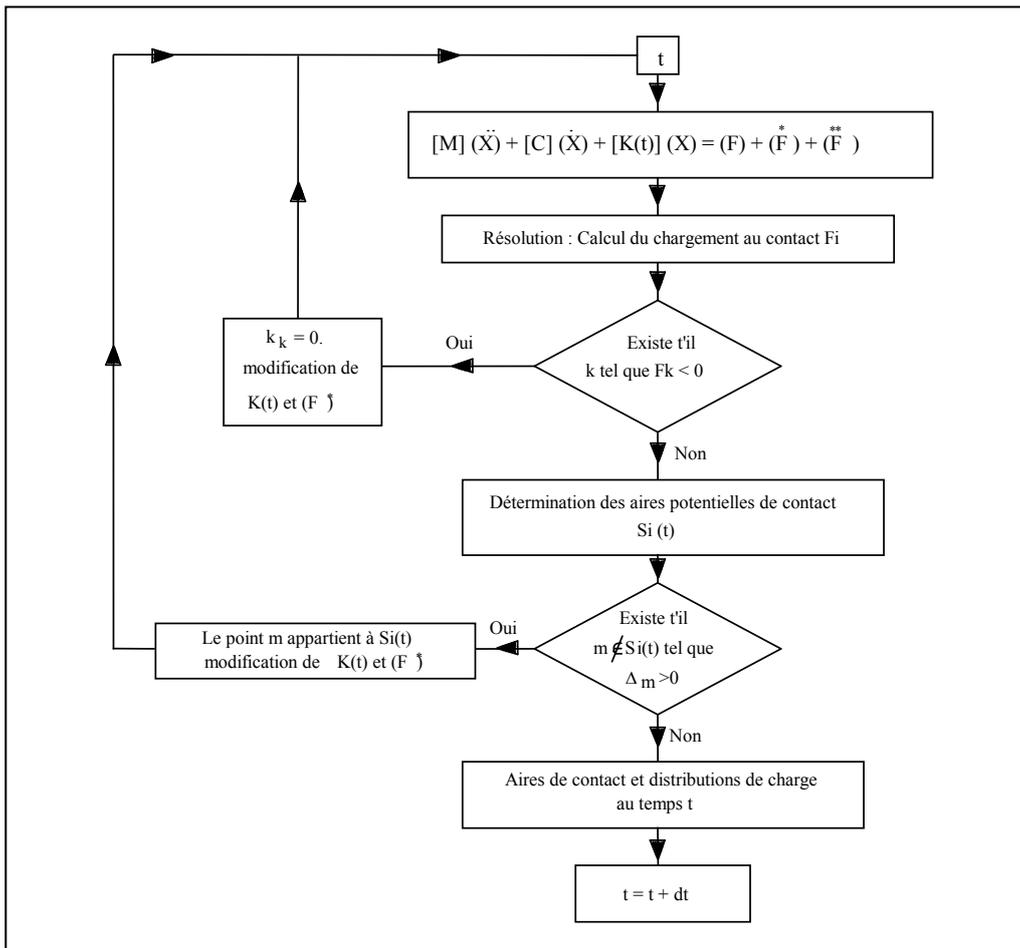


Figure IV.8 : Résolution itérative des équations dynamiques d'après Velex (1988).

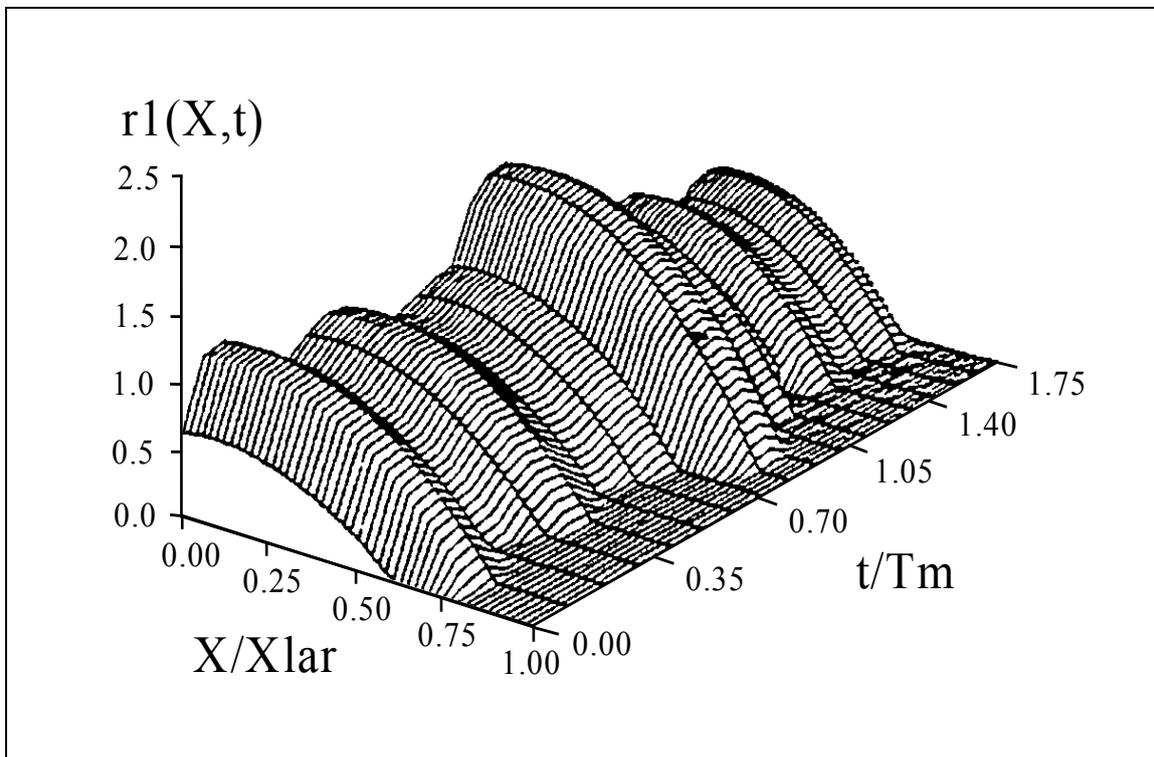


Figure IV.9 : Evolution du chargement dynamique d'un couple de dents. Engrenage droit présentant une correction de bombé (Maatar & col. 1992).

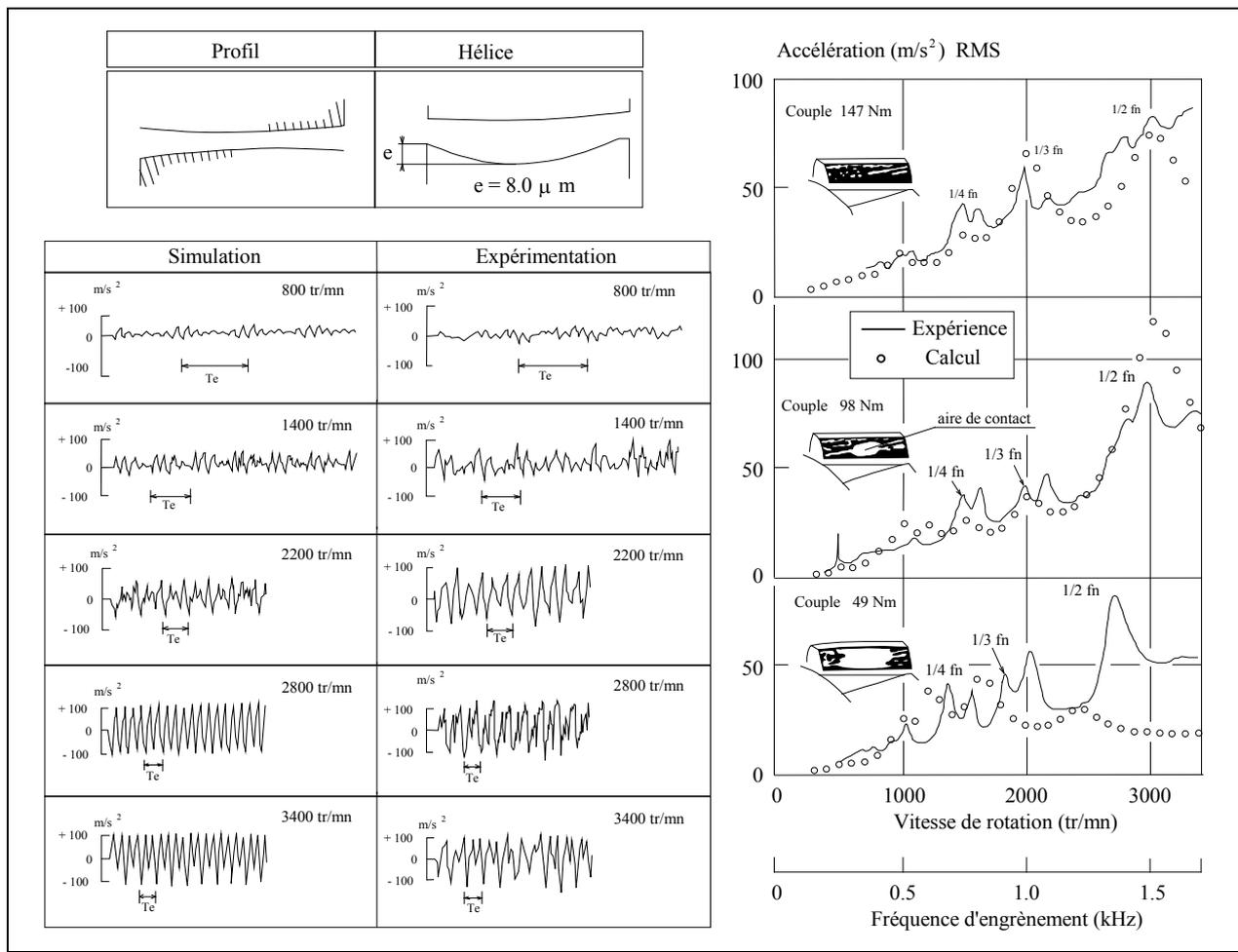


Figure IV.10 : Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux du comportement dynamique d'un engrenage hélicoïdal présentant un défaut de forme (Umezawa & col. 1991)

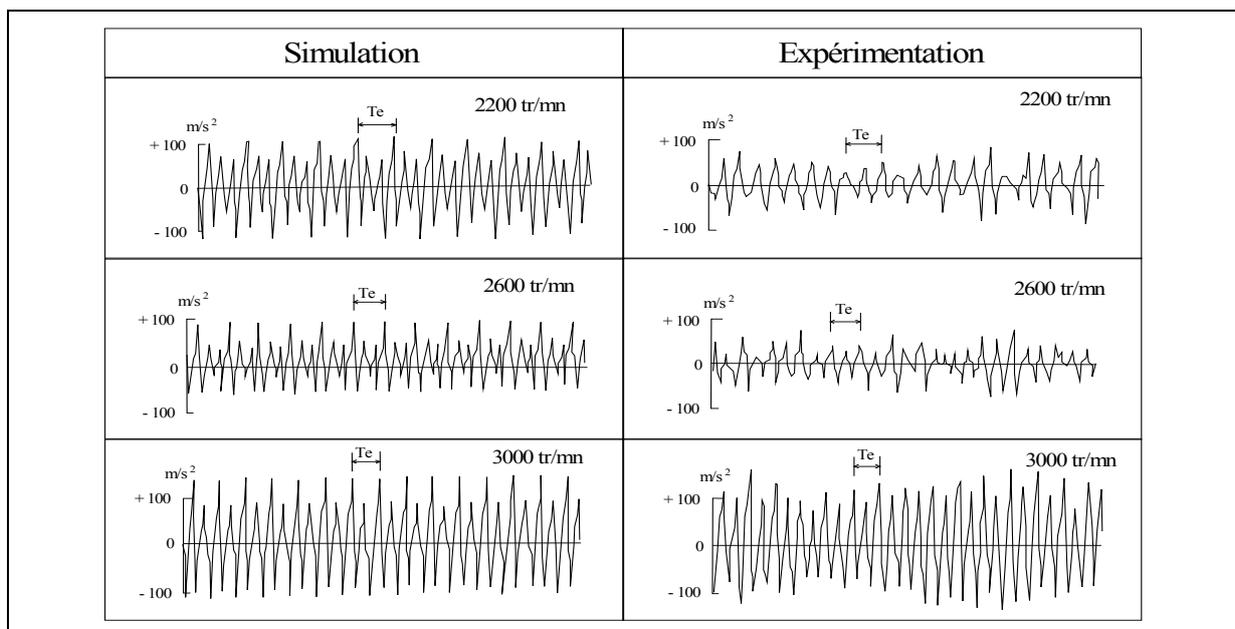


Figure IV.11 : Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux du comportement dynamique d'un engrenage hélicoïdal désaligné (Umezawa & col. 1992)

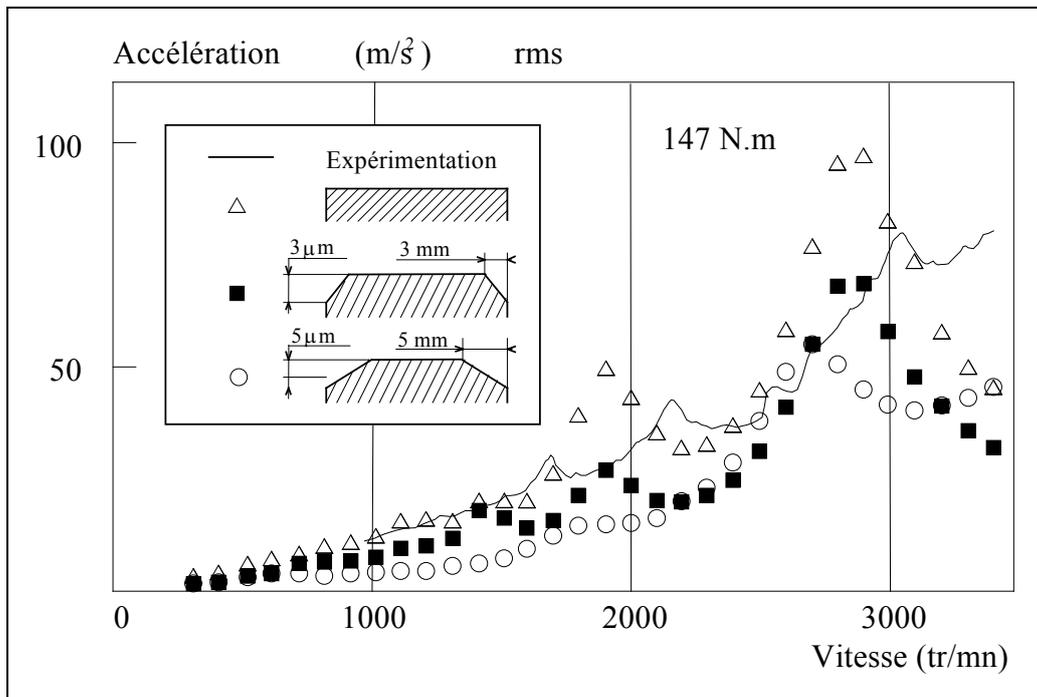


Figure IV.12 : Influence de différents défauts sur le comportement dynamique d'un engrenage hélicoïdal. Réponse théorique et expérimentale (Umezawa & col. 1992)

II.2.2 L'engrènement comme source de couplage.

L'engrènement apparaît comme un élément de couplage élastique entre différents modes de vibration des arbres supports. C'est particulièrement le cas pour les modes de flexion et de torsion (Hamad & Seireig 1979) et dans une moindre mesure pour les modes longitudinaux, lorsque des engrenages hélicoïdaux sont utilisés.

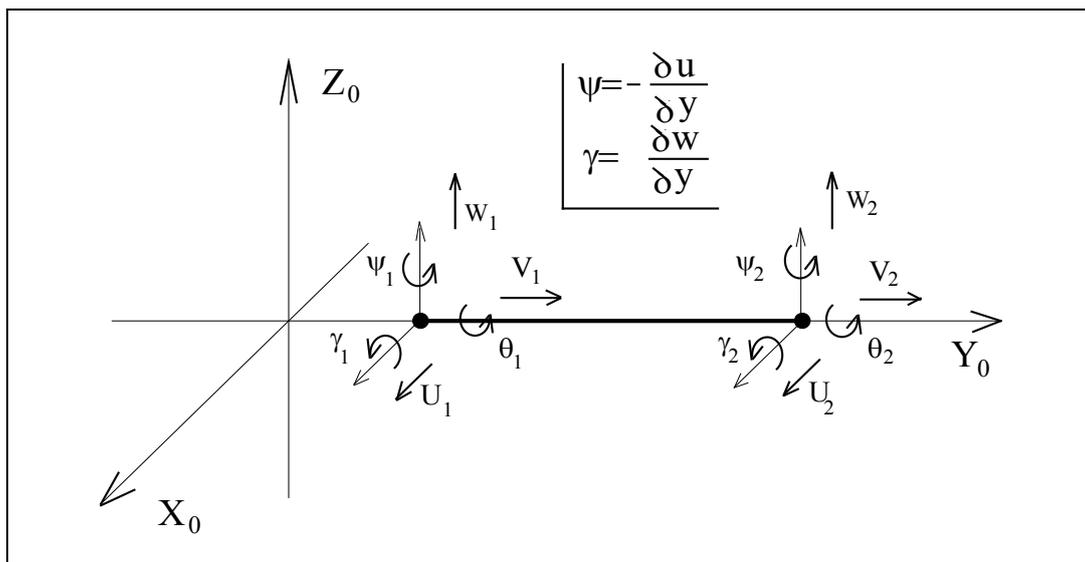


Figure IV.13 : Élément finis d'arbre. Description des degrés de liberté.

Dans ce contexte, les arbres sont discrétisés à l'aide d'éléments finis à deux noeuds et six degrés de liberté par noeud (Fig. IV.13). Ce type d'élément, issu des travaux sur la dynamique des rotors, est parfaitement décrit dans la bibliographie (Dhatt & Touzot 1983). Les matrices

de masse et de rigidité qui le caractérisent sont données en Annexe IV.1. La matrice de rigidité comprend les effets de l'effort tranchant sur la déformée de flexion ainsi que les effets associés à la présence d'un effort axial permanent (cas des engrenages hélicoïdaux). En accord avec les résultats de Dufour (1985), les effets d'un couple permanent (torsion) ne sont pas pris en compte. Les termes associés aux effets gyroscopiques sont également présentés, bien qu'ils soient rarement pris en compte lors de l'analyse des transmissions par engrenages.

Cette approche a largement été utilisée dans le contexte des transmissions par engrenages. Citons Velex (1988), Kahraman & col. (1989), (Özguven & Kesan 1992), Perret Liaudet (1992) et Satori (1993) en ce qui concerne les travaux les plus récents. L'engrènement apparaît toujours comme une source primaire d'excitation et les méthodes décrites ci-dessus restent parfaitement valables. Toutefois, l'expression des déformations élastiques à la denture doit tenir compte de l'ensemble des degrés de liberté. Les éléments d'arbre standards (Fig. IV.13) se couplent naturellement avec les degrés de liberté affectés aux centres des engrenages. Velex (1988) a décrit, très précisément, les couplages élastiques introduits par l'engrènement. Nous allons rappeler ci-dessous les principaux aspects de cette approche.

Les contacts entre dentures sont supposés rester dans le plan d'action. Chaque ligne de contact est discrétisée en N_c segments de raideur constante k_i (Fig. IV.14). Le défilement des lignes de contact est décrit par la cinématique sans charge (et sans erreur) de l'engrènement. La raideur globale de denture $K(\theta^*)$ est obtenue par sommation des raideurs individuelles.

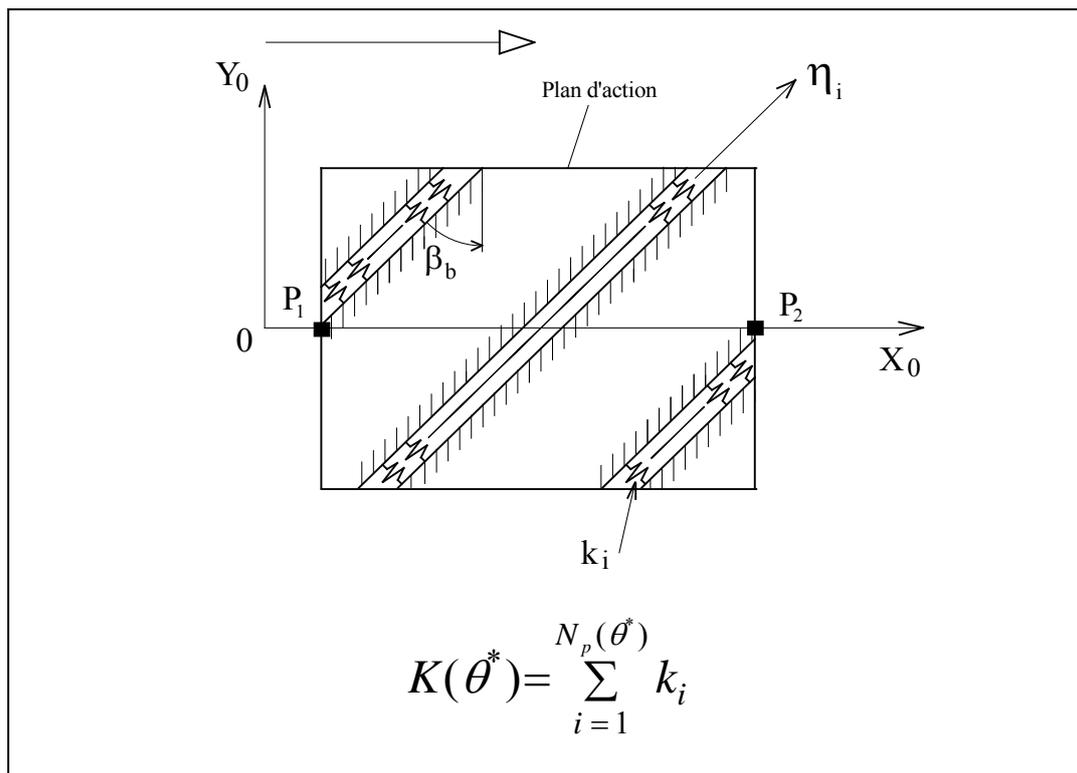


Figure IV.14 : Description de l'engrènement d'après Velex (1988)

L'hypothèse classique des petites perturbations autour d'une position stationnaire permet de relier les déplacements en I (Fig. IV.15) du solide i aux degrés de liberté de ce même solide définis en O_i par trois translations (u_i, v_i, w_i) et trois rotations ($\gamma_i, \theta_i, \psi_i$). Pour obtenir les expressions les plus simples possible, ces degrés de liberté sont exprimés dans le repère R_0 défini par le plan d'action. Il vient :

$$\vec{dep} I_{1/0} = \begin{pmatrix} u_1 - \eta_I \cdot \psi_1 - R_{b1} \cdot \theta_1 \\ v_1 - \mu_I \cdot \psi_1 + R_{b1} \cdot \gamma_1 \\ w_1 + \mu_I \cdot \theta_1 + \eta_I \cdot \gamma_1 \end{pmatrix}_0$$

et

$$\vec{dep} I_{2/0} = \begin{pmatrix} u_2 - \eta_I \cdot \psi_2 + R_{b2} \cdot \theta_2 \\ v_2 + l_I \cdot \psi_2 - R_{b2} \cdot \gamma_2 \\ w_2 - l_I \cdot \theta_2 + \eta_I \cdot \gamma_2 \end{pmatrix}_0$$

L'écrasement de denture, suivant la direction normale au contact, est donné par :

$$\Sigma_I = \vec{dep} I_{1/0} \cdot \vec{n}_1 + \vec{dep} I_{2/0} \cdot \vec{n}_2$$

où

\vec{n}_i est la normale sortante en I au solide i.

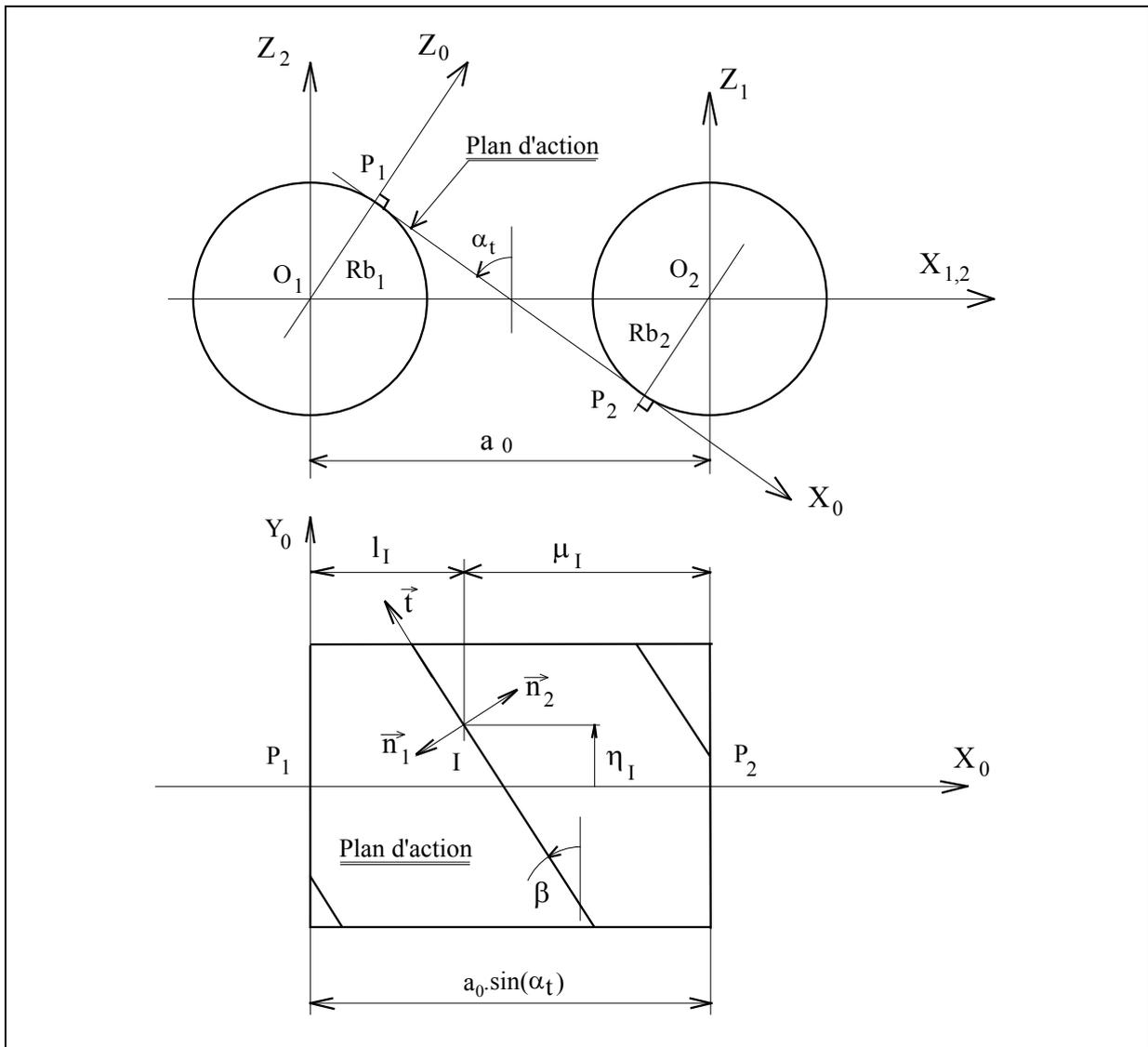


Figure IV.15 : Modélisation de l'interface d'engrènement

Σ_i est donné par :

$$\Sigma_i = (-u_1 + u_2 + R_{b1} \cdot \theta_1 + R_{b2} \cdot \theta_2 + \eta_i (\psi_1 - \psi_2)) \cdot \cos(\beta) + (-v_1 + v_2 - R_{b1} \cdot \gamma_1 - R_{b2} \cdot \gamma_2 + (\mu_i \cdot \psi_1 + l_i \cdot \psi_2)) \cdot \sin(\beta)$$

Cette grandeur est appelée d'erreur de transmission en I, alors qu'elle ne caractérise pas uniquement l'erreur induite par les déformations de denture sur la transmission du mouvement autour des axes (O_i, \vec{z}_o) . Il convient donc de distinguer Σ_i , que nous appellerons déformation de denture (dans la direction normale au contact) en I, de $\varepsilon_i = (\theta_2 + R_{b1} \cdot \theta_1 / R_{b2}) \cdot \cos(\beta)$ qui, conformément à la définition que nous avons donnée au chapitre I, peut être appelée d'erreur de transmission induite par les déformations élastiques de denture.

Le calcul de l'énergie potentielle associée aux déformations élastiques et l'application des équations de Lagrange permettent de déterminer la matrice rigidité associée à l'engrènement. La matrice de masse est, quant à elle, déterminée à partir de l'expression de l'énergie cinétique des deux couronnes dentées. Le détail de ce calcul a été présenté par Vexé (1988); nous le rappelons en Annexe IV.2 dans un contexte légèrement différent, que nous précisons au paragraphe 3.3.

II.2.3 L'engrènement comme source de dissipation.

La caractérisation des dissipations associées à l'engrènement est un problème constant dans la bibliographie. Il semble toutefois (Rémond & col. 1993) :

- que pour un régime de fonctionnement élastohydrodynamique avec film de lubrifiant complet la contribution des efforts tangentiels soit négligeable devant celle des efforts normaux aux profils en contact,
- qu'une part importante de la dissipation provienne de l'effet d'écrasement (squeeze-film) du lubrifiant, cet effet étant plus marqué en présence de choc.

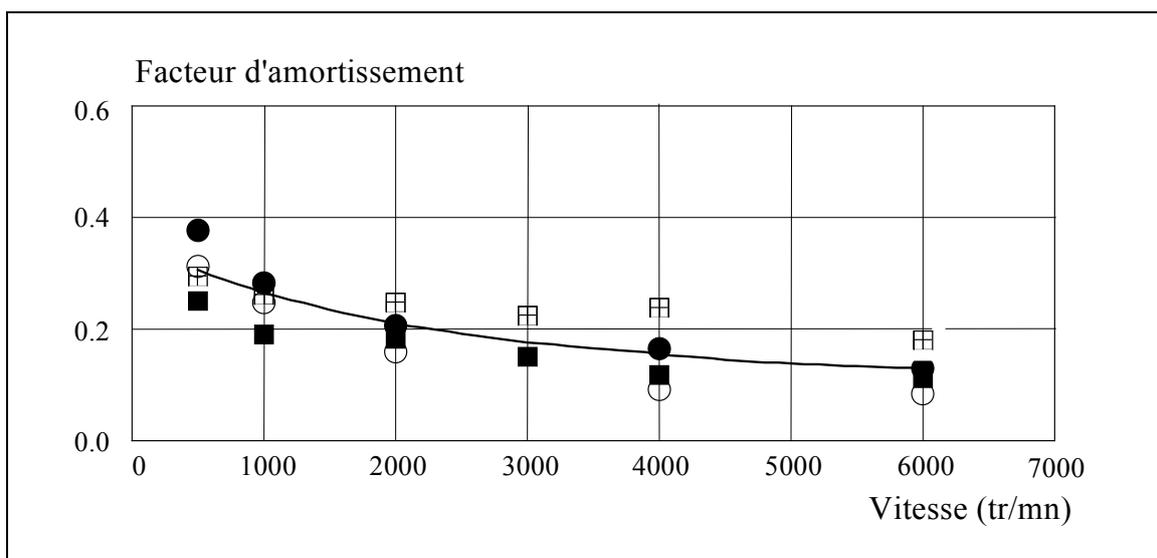


Figure IV.16 : Evolution du facteur d'amortissement avec la vitesse (Hapersheidt 1984).

Une très large majorité des auteurs utilise un (ou plusieurs) coefficients d'amortissement visqueux équivalents, les valeurs utilisées évoluent de 1 à 15 %, les valeurs les plus courantes sont situées entre 2 et 10 % (Velex 1988), (Umezawa 1984, 1986, 1991, 1992), (Liou & col. 1992) et Kahraman & col. (1989).

Rémond & col. (1993) signalent les travaux expérimentaux de Harpersheidt (1984) qui a montré que le facteur d'amortissement est principalement influencé par la vitesse et qu'il est toujours supérieur à 10 % (Fig. IV.16); Cette valeur est dix fois supérieure aux valeurs classiquement utilisées en dynamique des structures.

II.2.4 Engrenement avec perte de contact.

Sous certaines conditions de fonctionnement, en particulier pour des chargements faibles, les dentures peuvent se séparer. Ce phénomène a été mis en évidence par Gregory & col. (1963). Il est associé au bruit de cliquetis des transmissions non chargées.

Les modélisations utilisées dans ce contexte (Kahraman & Singh 1990, 1991), (Özguven 1991) sont associées à une mise en équation de type III (cf. paragraphe 2.2.1) et les pertes de contact sont introduites par un diagramme force-déplacement du type de celui qui est présenté sur la figure IV.17. Les modèles utilisés se limitent généralement à l'analyse des mouvements de torsion.

Ce type de phénomène peut apparaître au voisinage d'une région instable. Dans ce cas, il limite les amplitudes vibratoires et empêche, de fait, toute réelle instabilité paramétrique. De plus, pour des systèmes très faiblement chargés, le mouvement peut perdre toute périodicité (Fig. IV.18) et devenir chaotique (Weidner & Lechner 1991).

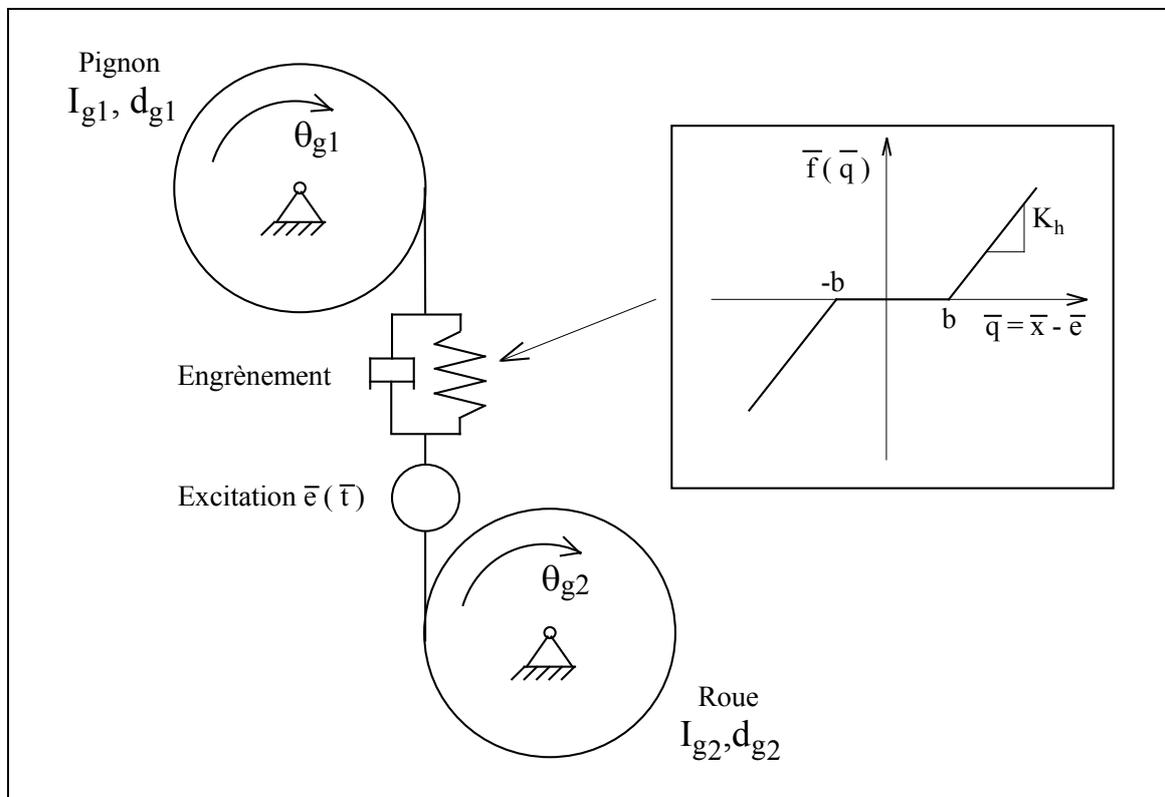


Figure IV.17 : Diagramme force-déplacement pour l'analyse de l'engrenement avec perte de contact (Kahraman & Singh 1990)

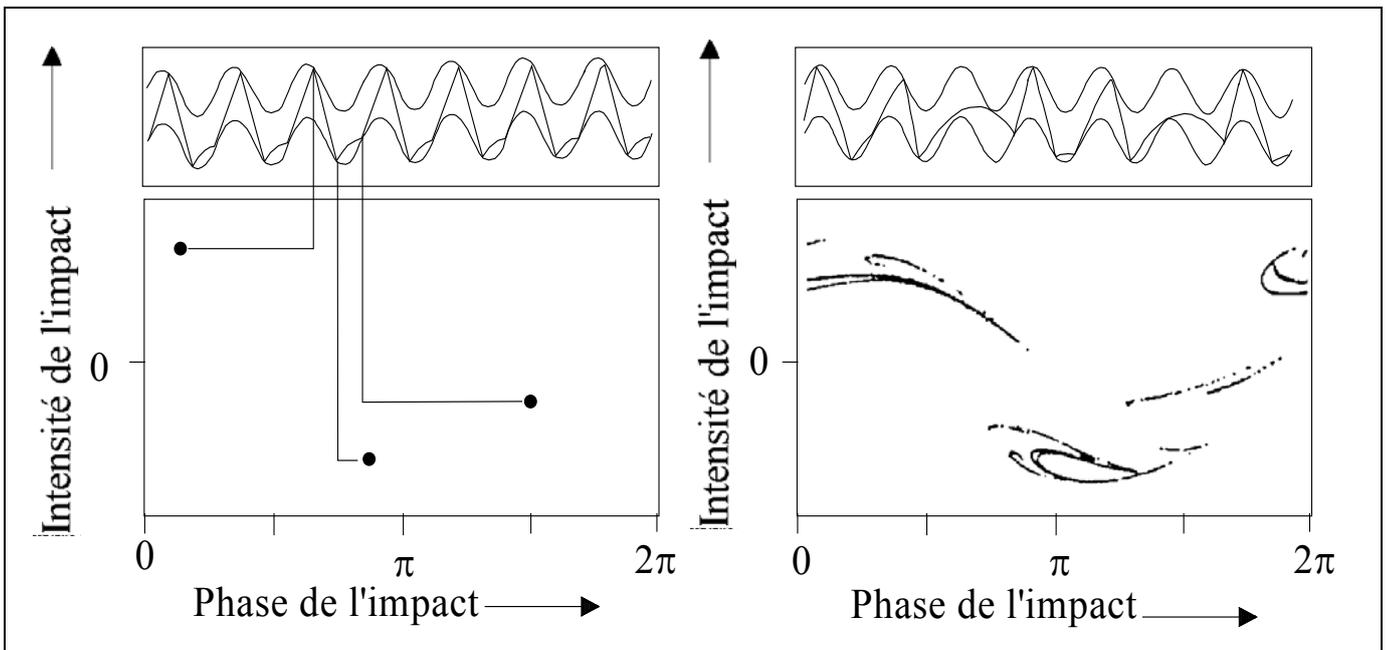


Figure IV.18 : Mouvement périodique et chaotique dans le cas d'un système à un degré de liberté en torsion avec perte de contact (Weinder & Lechner 1991)

II.3 Modélisation des paliers.

L'élaboration de modèles dynamiques permettant de décrire la transmission des vibrations par voie solidienne (Perret-Liaudet 1992) depuis l'engrènement jusqu'au carter impose de décrire le comportement dynamique des paliers, qu'ils soient fluides ou à roulement. Nous nous intéresserons uniquement aux paliers à roulement, car c'est ce type de palier qui est le plus couramment utilisé dans les secteurs industriels qui ont servi de support à cette étude (Aéronautique, Automobile, Machine-Outil).

Les paliers à roulement, comme l'engrènement, constituent une source potentielle d'excitation et de couplage. L'étude des paliers en tant que sources d'excitation montre que les vibrations engendrées par les roulements sont principalement associées (Gupta 1984), (Rémond & col. 1993):

- au désalignement des arbres,
- à l'état de surfaces des éléments roulants et des pistes,
- aux caractéristiques du lubrifiant,
- et aux instabilités de cages.

Ces excitations sont toutefois très inférieures à celles introduites par l'engrènement et sont généralement négligées lors de l'analyse du comportement dynamique des transmissions de puissance par engrenages.

Les paliers sont alors modélisés comme des éléments de couplage entre les arbres et le carter. L'utilisation de paliers fluides nécessite l'introduction de termes supplémentaires caractérisant la présence d'un amortissement significatif (Frene & col. 1990).

La modélisation la plus classiquement utilisée consiste à introduire des raideurs axiales et radiales estimées par les formules de Palmgren ou par des modèles plus élaborés prenant en compte les jeux et les déformations des bagues (Choi 1993). Dans ce contexte, chaque raideur

est déterminée individuellement et les couplages entre les différents degrés de liberté sont systématiquement négligés.

Une des caractéristiques essentielles des paliers à roulement est qu'ils sont associés à un comportement non-linéaire dû à la présence de jeux internes et aux non-linéarités des contacts entre les éléments roulants et les chemins de roulement. Les rigidités sont déterminées pour le chargement statique nominal et les valeurs introduites dans la modélisation dynamique traduisent un comportement linéaire au voisinage de ce chargement.

Les modélisations actuelles s'orientent de plus en plus vers la prise en compte de l'ensemble des degrés de liberté et la caractérisation des couplages élastiques introduits par les paliers entre les vibrations des arbres et des carters. Signalons, dans ce contexte, les travaux de Lim & Singh (1990). La figure IV.19 présente l'évolution, avec l'angle de contact, des principaux termes de raideur d'un roulement à billes avec précharge axiale.

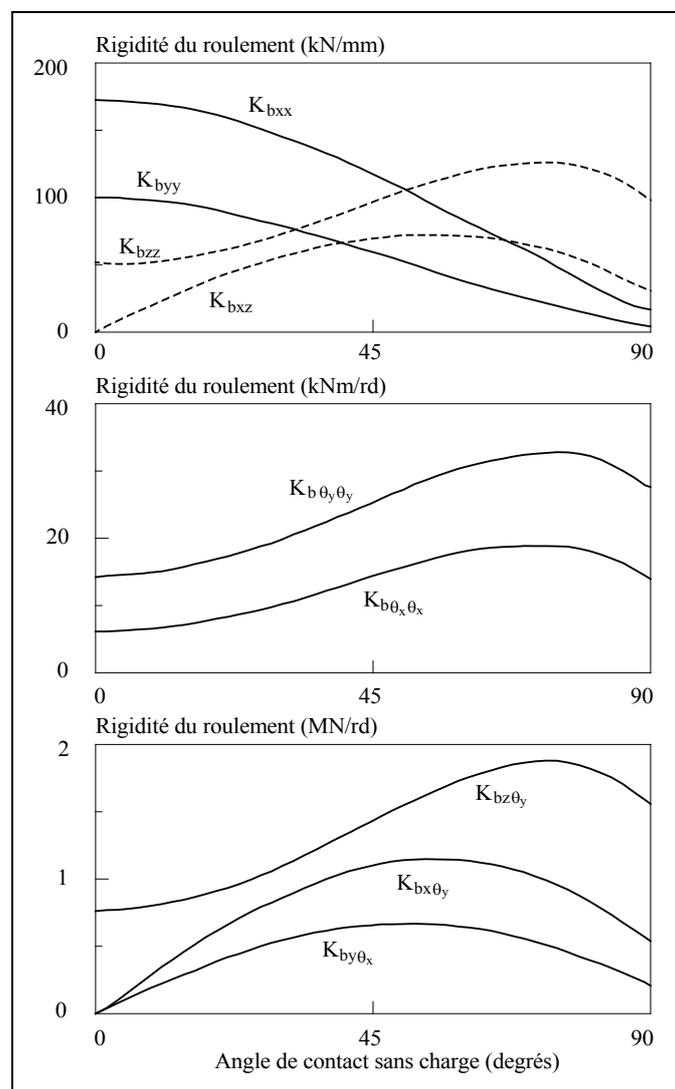


Figure IV.19 : Roulement à billes à gorges profondes, principaux termes de raideur en fonction de l'angle de contact. Déplacement suivant x constant $\delta x = 25 \mu\text{m}$, (Lim & Singh 1990)

II.4 Résolution des équations du mouvement.

Comme cela a été indiqué précédemment, les équations qui gouvernent le comportement dynamique des transmissions par engrenages sont de la forme :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [K(\theta^*)].\{X\} = \{\bar{F}\} + [K(\theta^*)].\{\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)\}$$

Ces équations, de type Mathieu-Hill, n'admettent pas, dans le cas général, de solution analytique et peuvent présenter des zones d'instabilité comme nous l'avons vu au chapitre I.

Dans le cas des systèmes matriciels de taille importante, associés à l'application de la méthode des éléments finis, le calcul des zones d'instabilité s'effectue numériquement (Guihlen 1988) en calculant de manière approchée le déterminant infini de Hill ou les valeurs propres de la matrice de transfert (théorie de Floquet-Liaponov). Cette dernière technique a été utilisée par Velex (1988) pour étudier les zones d'instabilité d'un réducteur à engrenages droits (Fig. IV.20), la matrice de transfert ayant été estimée à partir du schéma implicite de Newmark.

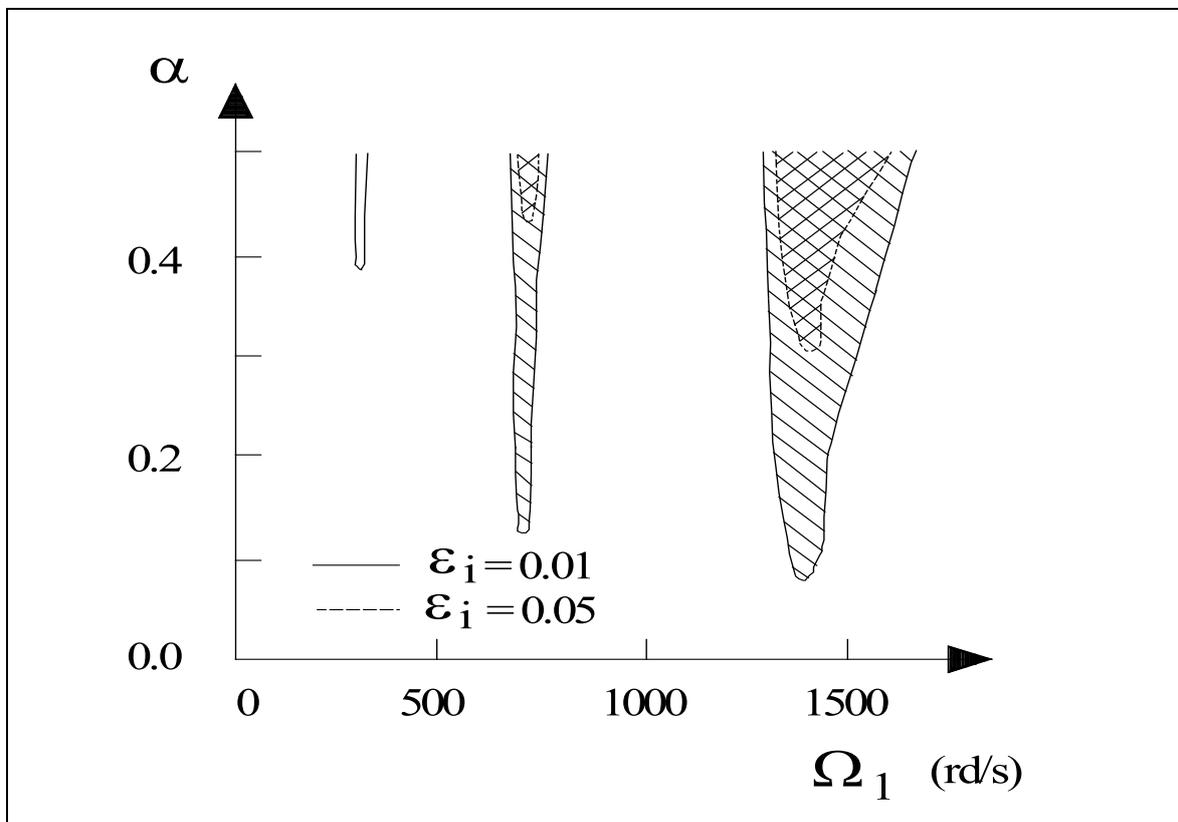


Figure IV.20 : Exemple de zone d'instabilité. Réducteur à engrenages droits (Velex 1988).
 α = amplitude des fluctuations de la rigidité d'engrènement autour de sa valeur moyenne.

La localisation de ces zones de fonctionnement est généralement définie par la vitesse de rotation de l'un des arbres support, en principe l'arbre moteur. Les vitesses obtenues sont qualifiées de vitesses critiques.

Comme cela a déjà été indiqué au chapitre I, l'influence de l'amortissement sur ces zones d'instabilité est fondamentale, et les valeurs usuelles (comprises entre 2 et 10 %) indiquent que ce type de fonctionnement ne peut se rencontrer que pour des engrenages droits de faible

rapport de conduite ($\varepsilon_\alpha \leq 2.0$ et α important). Toutefois le fonctionnement de la transmission au voisinage de ces zones est systématiquement associé à des vibrations de grande amplitude. Ces vibrations peuvent conduire à des cycles limites de pertes de contact et donc à des chocs, ce qui est particulièrement dangereux pour la tenue des dentures et représente une source importante de nuisance sonore et vibratoire.

Le calcul de la réponse temporelle peut être effectué directement dans l'espace physique ou dans un espace projeté. La première méthode est utilisable pour les systèmes de taille modeste qui sont par exemple issus d'une modélisation de type paramètres concentrés (masse, ressort et amortisseurs). La seconde technique, classiquement utilisée dans le cadre de la méthode des éléments finis consiste à exprimer le vecteur solution dans une base tronquée de vecteurs propres. Le problème associé à la non-linéarité de la rigidité d'engrènement est levé en calculant les modes propres à partir de la valeur moyenne de cette rigidité. Les modes obtenus sont qualifiés de "modes à l'arrêt" et la méthode de "méthode pseudo-modale" (Lalanne & Ferraris 1990).

Parmi les différentes méthodes de résolution qui ont été utilisées dans le cadre de l'analyse des transmissions par engrenages, citons :

- les méthodes des perturbations (Velex 1988)
- les transformations intégrales (Mark 1982), (Perret Liaudet 1992)
- les méthodes de Ritz (Saada 1992).

Les techniques les plus employées restent les méthodes d'intégration pas à pas (Newmark; Adams-Houlton, Runge-Kutta). Elles sont particulièrement bien adaptées à l'analyse des équations différentielles à coefficients périodiques (Guihlen 1988), aussi bien en régime permanent que transitoire. Par ailleurs, elles sont les seules utilisables pour l'analyse des systèmes où les caractéristiques d'engrènement dépendent de l'effort dynamique instantané. Ce dernier cas est principalement associé à l'analyse des engrènements avec perte de contact ou, comme nous l'avons indiqué au paragraphe 2.2.2, à l'utilisation d'une rigidité de denture qui dépend du chargement dynamique instantané (engrenages désalignés ou corrigés). Dans ce dernier cas les équations qui régissent le comportement dynamique du système sont de la forme :

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [C] \cdot \{\dot{X}\} + [K(F_{dyn}, \theta^*)] \cdot \{X\} = \{\bar{F}_{stat}\} + [K(\bar{F}_{dyn}, \theta^*)] \cdot \{\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)\}$$

Les techniques de réduction modale exposées ci-dessus sont toutefois applicables.

III. Modélisation dynamique du banc d'essais.

L'architecture de ce banc a été décrite, en détail, au chapitre II. Rappelons simplement qu'il s'agit d'une architecture en boucle ouverte. Afin de pouvoir comparer les différentes modélisations de l'interface d'engrènement développées dans la bibliographie, la modélisation que nous avons initialement adoptée, et que nous présentons ci-dessous, est une modélisation très générale qui permet de prendre en compte l'ensemble des excitations et des couplages élastiques introduits par l'engrènement. Nous verrons au paragraphe 4 les principales modifications qu'il convient de lui apporter pour définir les différents contextes de simulation présentés dans la bibliographie.

III.1 Discrétisation des arbres

La modélisation que nous avons développée fait appel à la technique des éléments finis et aux techniques de modélisation de l'engrènement décrites ci-dessus. Les arbres ont été discrétisés (Fig. IV.21) à l'aide d'éléments de rotors (cf. § 2.2.2 et Annexe IV.1) incluant les effets de l'effort tranchant sur les mouvements de flexion et l'influence d'un effort axial permanent lors de l'utilisation d'engrenages hélicoïdaux.

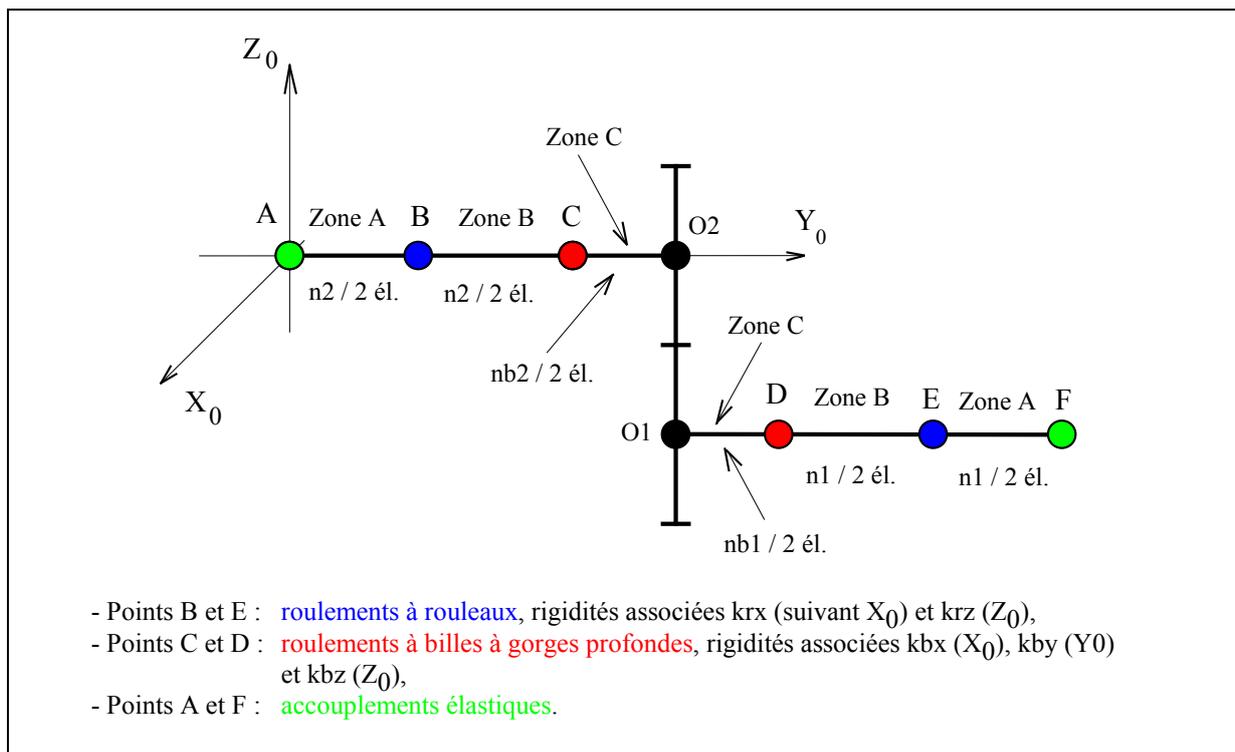


Figure IV.21 : Paramètres caractéristiques de la discrétisation des arbres (Bard & Play 1992).

Compte tenu de la gamme de vitesses explorée (100 à 6000 tr/min), les effets gyroscopiques ont été négligés. Le choix du maillage et l'étude de son influence sur la qualité des résultats a été décrit par ailleurs (Bard & Play 1992). Ce choix a été guidé par l'étude du comportement dynamique des arbres découplés (sans liaison d'engrènement), supposés rotulé-rotulé, et par une description correcte de leurs premiers modes de flexion, torsion et traction-compression. Le maillage retenu ($n_1=n_2=16$ et $nb_1=nb_2=4$) fournit une estimation de ces modes sur la gamme 0-15 k.Hz avec une précision de 2 %. Cette estimation est jugée correcte puisque la fréquence d'excitation maximale ne dépasse pas 5 k.Hz dans notre cas (utilisation

d'un engrenage de 51 dents à 6000 tr/min). Afin de valider totalement ce choix, l'influence du maillage sur la réponse dynamique de la structure complète a également été étudiée. De plus, la longueur des éléments introduits dans la zone B (Fig. IV.21) évolue de façon continue pour assurer une connexion correcte entre les zones A (maillage lâche) et C (maillage fin). Des éléments de longueur constante fournissent des résultats moins satisfaisants.

III.2 Modélisation des paliers et conditions aux limites.

Les arbres de transmission sont supportés par des paliers à roulements (Fig. IV.21). Leur comportement est modélisé par des rigidités obtenues à l'aide des formules de Palmgren. Compte-tenu du caractère localisé de l'étude (engrènement) et de l'absence de carter, une modélisation plus complexe (cf. § 2.3) ne semble pas justifiée. Les valeurs employées sont déterminées pour la charge statique nominale et le comportement est linéarisé au voisinage de cette charge.

La modélisation a été limitée à la partie active du banc située entre les deux accouplements élastiques qui isolent la transmission des perturbations introduites par le frein et le moteur (Fig. II.14, Ch. II et Fig IV.22). Ces accouplements sont considérés comme parfaits. En particulier, on suppose une très grande rigidité suivant les directions (Fig. IV.15) U, W et θ (déplacements radiaux et rotation de torsion) et des rigidités faibles suivant les directions V, γ et ψ (déplacement axial et rotation de flexion). La présence d'un arbre intermédiaire entre le moteur (ou le frein) et l'accouplement élastique monté rigidement sur des paliers à roulements (fig. IV.22) conduit à imposer des déplacements nuls suivant les directions U et W.

Le moteur, asservi en vitesse, est supposé imposer une vitesse constante et le frein, asservi en couple, un couple constant. Par conséquent, la fluctuation du paramètre θ (rotation de torsion) est supposée nulle en entrée (coté moteur) et libre en sortie (coté frein).

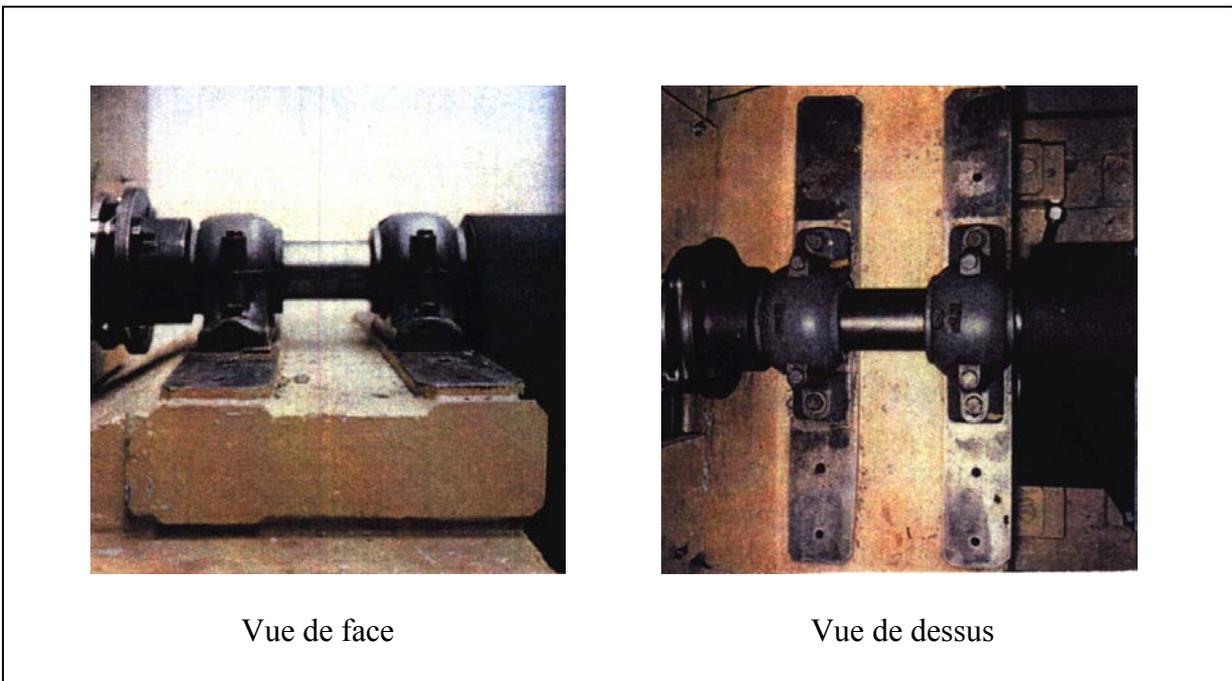


Figure IV.22 : Accouplement élastique et arbre intermédiaire.

III.3 Modélisation de l'interface d'engrènement.

III.3.1 Couplages élastiques.

En accord avec les résultats bibliographiques présentés ci-dessus, la modélisation des couplages élastiques introduits par l'engrènement est conforme au modèle décrit au paragraphe 2.2.2. Toutefois, les résultats de l'étude quasi-statique, présentés au chapitre III, permettent de simplifier la description de cet interface. En particulier, la rigidité d'engrènement et le barycentre des efforts appliqués entre les dentures sont connus en fonction de la position angulaire du pignon (θ^*) et pour le chargement statique nominal (\bar{F}).

Ces résultats permettent de décrire les couplages élastiques introduits par l'engrènement à partir d'un seul point, noté I. Ce point correspond, pour une position angulaire (θ^*) et un chargement extérieur (\bar{F}) donné, au barycentre des efforts appliqués entre les dentures. La localisation de ce point dans le plan d'action (Fig. IV.15) est décrite par les paramètres $\eta_I(\bar{F}, \theta^*)$, $l_I(\bar{F}, \theta^*)$, et $\mu_I(\bar{F}, \theta^*)$. L'énergie potentielle de déformation élastique U peut être obtenue directement à partir de l'écrasement de denture en I, noté Σ_I , par :

$$U = \frac{1}{2} \cdot K(\bar{F}, \theta^*) \cdot \Sigma_I^2$$

où

$$\Sigma_I = (-u_1 + u_2 + R_{b1} \cdot \theta_1 + R_{b2} \cdot \theta_2 + \eta_I(\bar{F}, \theta^*)(\psi_1 - \psi_2)) \cdot \cos(\beta) + (-v_1 + v_2 - R_{b1} \cdot \gamma_1 - R_{b2} \cdot \gamma_2 + (\mu_I(\bar{F}, \theta^*) \cdot \psi_1 + l_I(\bar{F}, \theta^*) \cdot \psi_2)) \cdot \sin(\beta)$$

L'application des équations de Lagrange permet de calculer la matrice de rigidité caractéristique de ce couplage. La matrice de masse est, quant à elle, déterminée à partir de l'énergie cinétique des deux couronnes dentées. Le calcul de ces matrices est explicité en Annexe IV.2

La matrice de rigidité $\left[\bar{K}(\bar{F}, \theta^*) \right]$ est de la forme :

$$\left[\bar{K}(\bar{F}, \theta^*) \right] = K(\bar{F}, \theta^*) \cdot \left[\bar{G}(\bar{F}, \theta^*) \right]$$

où $K(\bar{F}, \theta^*)$ est la rigidité globale de denture, calculée au chapitre III pour différentes positions d'engrènement (θ^*) et pour différents chargements statiques (\bar{F}). $\left[\bar{G}(\bar{F}, \theta^*) \right]$ est une matrice "géométrique" traduisant les couplages élastiques introduits par l'engrènement.

La détermination des paramètres $\eta_I(F, \theta^*)$, $l_I(F, \theta^*)$, $\mu_I(F, \theta^*)$ et $K_I(F, \theta^*)$ pour différents niveaux de chargement est effectuée au chapitre III. Cette détermination permet d'adapter une procédure de résolution itérative simplifiée dans le cas où le chargement dynamique instantané influe sur les conditions de contact entre dentures. Ceci est en particulier de cas des dentures désalignées ou corrigées (corrections de bombé ou de profil).

III.3.2 Excitation par l'erreur de transmission quasi-statique sous charge.

Le système matriciel régissant le comportement dynamique du banc, en l'absence d'erreur de forme et de position est de la forme:

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [K(\bar{F}, \theta^*)].\{X\} = \{\bar{F}\}$$

La technique d'excitation par l'erreur statique de transmission, qui a été décrite au paragraphe 2.2.1 dans le cadre d'un système à un de gré de liberté, consiste à représenter les efforts extérieurs à partir des déformations de denture qu'ils produisent. Le second membre obtenu est représentatif d'une excitation en déplacement associée à l'erreur de transmission quasi-statique sous charge, que nous avons notée $\xi_o(\bar{F}, \theta^*)$. Cette expression n'est pas directement utilisable, ici, car elle représente seulement des déformations de torsion. Nous allons donc exprimer ce terme à partir de l'écrasement quasi-statique sous charge dans la direction normale à la denture, que nous noterons $\Sigma_o(\bar{F}, \theta^*)$. Cette grandeur est déterminée directement lors de l'analyse quasi-statique. Elle est appelée "rapprochement des corps" et a été notée α au chapitre III.

De fait, cette technique revient à décrire l'équilibre statique des deux arbres soumis d'une part aux efforts extérieurs $\{\bar{F}\}$ et d'autre part aux efforts engendrés à l'interface d'engrènement par la déformation statique des dentures. Cette déformation produit en I (fig. IV.15) un effort de module $\bar{F}_{eng}(\bar{F}, \theta^*) = K(\bar{F}, \theta^*) \cdot \Sigma_o(\bar{F}, \theta^*)$. Ceci conduit à résoudre l'équation dynamique précédente en régime quasi-statique en supposant les arbres peu déformables devant l'engrènement.

Les efforts extérieurs à l'arbre 1, associés à la déformation statique de denture $\Sigma_o(\bar{F}, \theta^*)$, se traduisent en O1 par une résultante $\vec{R}_{eng/1}$ et un moment $\vec{M}(O_1)_{eng/1}$ donnés par les relations :

$$\begin{aligned} \vec{R}_{eng/1} &= \bar{F}_{eng}(\bar{F}, \theta^*) \left(\cos(\beta) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\beta) \cdot \vec{y}_0 \right) \\ \vec{M}(O_1)_{eng/1} &= \bar{F}_{eng}(\bar{F}, \theta^*) \left(R_{b1} \sin(\beta) \cdot \vec{x}_0 - R_{b1} \cos(\beta) \cdot \vec{y}_0 - (\mu_l(\bar{F}, \theta^*) \sin(\beta) - \eta_l(\bar{F}, \theta^*) \cos(\beta)) \cdot \vec{z}_0 \right) \end{aligned}$$

De même les efforts extérieurs à l'arbre 2 s'expriment :

$$\begin{aligned} \vec{R}_{eng/2} &= \bar{F}_{eng}(\bar{F}, \theta^*) \left(-\cos(\beta) \cdot \vec{x}_0 - \sin(\beta) \cdot \vec{y}_0 \right) \\ \vec{M}(O_2)_{eng/2} &= \bar{F}_{eng}(\bar{F}, \theta^*) \left(R_{b2} \sin(\beta) \cdot \vec{x}_0 - R_{b2} \cos(\beta) \cdot \vec{y}_0 - (l_l(\bar{F}, \theta^*) \sin(\beta) - \eta_l(\bar{F}, \theta^*) \cos(\beta)) \cdot \vec{z}_0 \right) \end{aligned}$$

La traduction des conditions d'équilibre conduit à substituer à $\{\bar{F}\}$ le second membre suivant:

$$K(\bar{F}, \theta^*) \cdot \Sigma_o(\bar{F}, \theta^*) \cdot \left\{ \begin{array}{l} -\cos(\beta), -\sin(\beta), 0, -R_{b1} \sin(\beta), R_{b1} \cos(\beta), \mu_l(\bar{F}, \theta^*) \sin(\beta) - \eta_l(\bar{F}, \theta^*) \cos(\beta), \\ \cos(\beta), \sin(\beta), 0, -R_{b2} \sin(\beta), R_{b2} \cos(\beta), l_l(\bar{F}, \theta^*) \sin(\beta) - \eta_l(\bar{F}, \theta^*) \cos(\beta), \end{array} \right\}$$

Il est associé aux degrés de liberté $\{\mu_1, \nu_1, \omega_1, \gamma_1, \theta_1, \psi_1, \mu_2, \nu_2, \omega_2, \gamma_2, \theta_2, \psi_2\}$, qui caractérisent les déplacements des centres des engrenages (O1 et O2).

Le système matriciel régissant le comportement dynamique du banc s'écrit alors :

$$[M]. \{ \ddot{X} \} + [C]. \{ \dot{X} \} + [K(\bar{F}, \theta^*)]. \{ X \} = [K(\bar{F}, \theta^*)]. \{ \xi_o(\bar{F}, \theta^*) \}$$

En identifiant

$$\{ \xi_o(\bar{F}, \theta^*) \} = \Sigma_o(\bar{F}, \theta^*) \cdot \left\{ \begin{array}{l} -\cos(\beta), -\sin(\beta), 0, -R_{b1} \cdot \sin(\beta), R_{b1} \cdot \cos(\beta), \mu_l(\bar{F}, \theta^*) \cdot \sin(\beta) - \eta_l(\bar{F}, \theta^*) \cdot \cos(\beta), \\ \cos(\beta), \sin(\beta), 0, -R_{b2} \cdot \sin(\beta), R_{b1} \cdot \cos(\beta), l_l(\bar{F}, \theta^*) \cdot \sin(\beta) - \eta_l(\bar{F}, \theta^*) \cdot \cos(\beta), \end{array} \right\}$$

III.3.3 Présence d'une erreur de transmission sans charge.

L'engrènement en présence d'erreurs de forme et de position engendre une erreur de transmission associée à la non-conjugaison des profils. Sa valeur effective $\varepsilon(F_{dyn}, \theta^*)$ en fonction du chargement dynamique instantané est inconnue. Son influence est généralement, voire toujours (aucun auteur n'ayant à notre connaissance introduit une autre grandeur) traduite par l'erreur de transmission quasi-statique sans charge $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$.

Dans le cadre de notre étude, la présence d'une erreur de transmission sans charge $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$, associée par exemple à un désalignement, conduit à une fluctuation de position en torsion de l'arbre de sortie lorsque l'arbre d'entrée tourne à vitesse constante. La prise en compte de ce phénomène dans les équations du mouvement conduit à écrire le système matriciel précédent sous la forme :

$$[M]. \{ \ddot{X} \} + [C]. \{ \dot{X} \} + [K(\bar{F}, \theta^*)]. \{ X - \hat{\varepsilon}_o(\theta^*) \} = [K(\bar{F}, \theta^*)]. \{ \xi_o(\bar{F}, \theta^*) \}$$

$\{ \xi_o(\bar{F}, \theta^*) \}$ est le vecteur, exprimé au paragraphe précédent, qui traduit l'excitation en déplacement associée aux déformations élastiques de la denture.

$\{ \hat{\varepsilon}_o(\theta^*) \}$ est un vecteur où $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$ apparaît pour chaque noeud de l'arbre entraîné (2) (y compris celui attaché au centre de la roue) pour le degré de liberté associé aux mouvements de torsion (θ). Ceci traduit le fait que le mouvement, caractérisé par $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$, s'effectue sans déformation élastique. En toute rigueur, un terme $\{ \dot{\hat{\varepsilon}}_o(\theta^*) \}$ devrait également être associé à $\{ \dot{X} \}$. Ce vecteur est de la forme :

$$\{ [\leftarrow \dots \dots \dots \text{arbre.1} \dots \dots \rightarrow], [\leftarrow \dots \text{engrènement} \dots \rightarrow], [\leftarrow \dots \dots \dots \text{arbre.2} \dots \dots \dots \rightarrow] \}$$

$$\{ [0,0,0, \dots \dots \dots 0,0,0,0], [0,0,0,0, \hat{\varepsilon}_o(\theta^*), 0], [0,0,0,0,0, \hat{\varepsilon}_o(\theta^*), 0, \dots, 0,0,0,0,0, \hat{\varepsilon}_o(\theta^*), 0] \}$$

Le système matriciel précédent s'écrit finalement sous la forme :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [K(\bar{F}, \theta^*)].\{X\} = [K(\bar{F}, \theta^*)].\{\xi_o(\bar{F}, \theta_o^*) + \hat{\varepsilon}_o(\theta_o^*)\}$$

Dans le cas d'engrenages présentant des corrections de profil, les excitations d'engrènement associées aux déformations élastiques ($\{\xi_o(\bar{F}, \theta_o^*)\}$) sont partiellement compensées par les effets "cinématiques" associés à $\{\hat{\varepsilon}_o(\theta_o^*)\}$.

III.4. Modes "à l'arrêt" et méthode pseudo-modale.

Le système d'équations obtenu en substituant la matrice $\bar{K}(\bar{F})$, définie à partir de la valeur moyenne de la rigidité d'engrènement, à $K(\bar{F}, \theta^*)$ est un système à coefficients constants. Le système, non amorti et sans second membre, que l'on peut lui associer s'écrit :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [\bar{K}(\bar{F})].\{X\} = \{0\}$$

Il permet de définir une base de vecteurs propres. Les modes propres ainsi définis sont appelés de modes "à l'arrêt". En effet, le système d'équations qui permet de les obtenir est représentatif du comportement de la structure en l'absence du mouvement rotation permanent défini par θ^* .

L'utilisation de cette base (notée $[\Phi]$ ou $[\Phi]_N$ si tronquée à l'ordre N) permet de réduire la taille du système matriciel initial :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [K(\bar{F}, \theta^*)].\{X\} = \{\bar{F}\}$$

Les inconnues $\{X\}$ sont alors exprimées à partir de N coordonnées modales $\{Q\}_N$:

$$\{X\} = [\Phi]_N \cdot \{Q\}_N$$

Cette méthode appelée "pseudo-modale" (Lalanne & Ferraris 1990) a été utilisée dans le contexte des réducteurs à engrenages par Vexex (1988) ou Perret Liaudet (1992).

Le système matriciel obtenu n'est généralement pas diagonal mais sa taille réduite (NxN) permet une résolution rapide. Cette résolution est, ici, effectuée à partir de la méthode implicite de Newmark. Car nous avons eu le souci de n'utiliser qu'une technique de résolution pour les différents contextes de modélisation abordés. C'est, en effet, la seule utilisable pour résoudre le système non-linéaire obtenu lorsque l'on tient compte de l'évolution de la rigidité d'engrènement avec l'effort dynamique instantané.

Dans le cadre le plus général évoqué précédemment (présence d'une erreur de transmission sans charge, technique d'excitation par l'erreur de transmission quasi-statique sous charge et dépendance de la rigidité d'engrènement avec l'effort dynamique à la denture), le système d'équations régissant le comportement dynamique du banc s'écrit, après projection dans la base pseudo-modale :

$$[\Phi]_N^T \cdot [M] \cdot [\Phi]_N \cdot \{\ddot{Q}\}_N + [\Phi]_N^T \cdot [C] \cdot [\Phi]_N \cdot \{\dot{Q}\}_N + [\Phi]_N^T \cdot [K(F_{dyn}, \theta^*)] \cdot [\Phi]_N \cdot \{Q\}_N =$$

$$[\Phi]_N^T \cdot [K(\bar{F}, \theta_o^*)] \cdot \{ \xi_o(\bar{F}, \theta_o^*) + \hat{\varepsilon}_o(\theta_o^*) \}$$

Le choix des modes à retenir est classiquement fonction de la gamme des fréquences d'excitation ainsi que de la zone étudiée. L'analyse de l'erreur de transmission dynamique conduit à choisir, en accord avec les résultats de Vex (1988), les modes possédant une énergie potentielle de déformation élastique importante au niveau de l'engrènement. Ce choix est guidé par le calcul, pour chaque mode i , du pourcentage moyen d'énergie potentielle élastique stockée à la denture ρ_i :

$$\rho_i = \frac{[\Phi]_N^T \cdot [\bar{K}_{eng}(\bar{F})] \cdot [\Phi]_N}{[\Phi]_N^T \cdot [\bar{K}(\bar{F})] \cdot [\Phi]_N}$$

$[\bar{K}_{eng}(\bar{F})]_N$ étant défini à partir de la matrice de rigidité de l'engrènement.

Les modes à l'arrêt sont classés par ρ_i décroissant.

III.5. Introduction d'amortissement.

Les propriétés dissipatives de l'engrènement étant très mal connues, comme nous l'avons indiqué au paragraphe 2.2.3, l'amortissement est généralement introduit de façon globale dans la base des modes à l'arrêt. Un amortissement visqueux équivalent est défini pour chaque mode, ce qui laisse la possibilité d'effectuer un recalage dans la mesure où les fréquences associées sont suffisamment éloignées.

La matrice d'amortissement dans l'espace physique $[C]$ est liée à la matrice d'amortissement modale $[C_\Phi] = \text{diag}\{2 \cdot \varepsilon_i \cdot m_{\Phi_i} \cdot \omega_i\}$ par la relation :

$$[C] = \sum_{i=1}^{N_\Phi} \frac{2 \cdot \varepsilon_i \cdot \omega_i}{m_{\Phi_i}} \cdot ([M] \cdot \{\Phi_i\}) \cdot ([M] \cdot \{\Phi_i\})^T$$

où m_{Φ_i} est la masse modale et ω_i la pulsation du mode i . Cette sommation peut être tronquée ou n'être appliquée que pour certains modes.

IV. Applications.

Nous allons présenter ici les résultats de modélisation obtenus avec les trois couples d'engrenages cylindriques utilisés aux chapitres II et III (référéncés sous les numéros I, II et III). Ces résultats ont servi à la mise en place de la modélisation et à la définition des conditions optimales de simulation. Les engrenages sont supposés alignés et sans défaut de forme. Les caractéristiques quasi-statiques utilisées (rigidité d'engrènement et erreur de transmission quasi-statique sous charge) ont été détaillées au chapitre III sur les figures III.30, III.31 et III.32.

Ces résultats servent de référence pour l'étude effectuée au chapitre V, où l'influence des principaux paramètres significatifs (désalignements, corrections de denture, paramètres géométriques de conception : ε_α , ε_β , module, ...) est étudiée et comparée aux données expérimentales.

La modélisation et le maillage utilisé ont été décrits ci-dessus. Rappelons que les arbres ont été modélisés à l'aide d'éléments finis à deux noeuds et six degrés de liberté par noeud, que les rigidités de palier ont été calculées par les formules de Palmgreen et que la modélisation de l'interface d'engrènement fait appel à la technique d'excitation par l'erreur de transmission quasi-statique sous charge.

IV.1 Modes "à l'arrêt" de la structure.

Le but principal de cette analyse étant l'étude de l'engrènement, les modes de la structure ont été classés par énergie de déformation à la denture décroissante. Certains modes, particulièrement significatifs dans le cadre d'une classification par fréquences croissantes, mais associés à une énergie de déformation à la denture faible, ne sont donc pas étudiés. De même, ils ne sont pas retenus dans la base modale utilisée pour projeter les équations caractéristiques du comportement dynamique du système.

Ces modes, qualifiés de "modes à l'arrêt", ont été calculés à partir d'une valeur constante de la rigidité d'engrènement égale à la valeur moyenne de la rigidité réelle. Le tableau IV.1 donne la localisation fréquentielle des quinze modes les plus énergétiques à la denture, pour chacune des trois configurations de montage étudiées (engrenages I, II et III). La vitesse de rotation de l'arbre d'entrée, associée à la coïncidence du premier harmonique d'engrènement avec chacun de ces modes, est également indiquée. Ces vitesses sont particulièrement importantes car elles correspondent à des conditions de fonctionnement critiques pour la denture. Les vitesses supérieures à 10000 tr/mn n'ont pas été indiquées et celles situées sur la plage de vitesse étudiée (1000-6000 tr/mn) sont données en gras. Remarquons que le mode le plus énergétique obtenu avec la configuration III est situé en dehors de cette plage.

Les modes obtenus dans les trois configurations sont très similaires. En particulier, le mode le plus énergétique à la denture est situé, pour les trois configurations de montage, entre 4970 et 5000 Hz. De la même manière, on retrouve systématiquement un mode localisé entre 3050 et 3100Hz, 4000 et 4050 Hz, 1720 et 1750 Hz et 1400 et 1420 Hz. Ce dernier mode est, comme nous le verrons plus loin, le mode d'ordre 16 pour la configuration III: il n'apparaît donc pas dans le tableau ci-dessous. Les déformations modales sont également très similaires (fig. IV.23, IV.24 et IV.25), ce qui n'est pas surprenant car les caractéristiques géométriques des différents engrenages d'essais sont très proches. Ceci est particulièrement vrai pour les deux engrenages droits qui possèdent des rigidités d'engrènement moyennes presque identiques (fig. III.28).

Les différences observées avec l'engrenage III correspondent à l'apparition de composantes de traction-compression dans les déformées modales (fig. III.25) et à l'apparition de nouveaux modes principalement associés à ces déformations.

Ordre	Engrenage I ($\varepsilon_{\alpha}=1.3$)			Engrenage II ($\varepsilon_{\alpha}=2.0$)			Engrenage III ($\varepsilon_{\alpha}=\varepsilon_{\beta}=2.0$)		
	fréq. (Hz)	ρ_i (%)	$\omega - H_1$ (tr/mn)	fréq. (Hz)	ρ_i (%)	$\omega - H_1$ (tr/mn)	fréq. (Hz)	ρ_i (%)	$\omega - H_1$ (tr/mn)
1	5004	15.7	5887	4986	15.5	5866	4974	13.3	6217
2	4042	13.4	4755	4016	12.9	4724	393	7.51	491
3	6001	10.7	7060	5982	11.2	7038	4069	7.46	5086
4	7094	9.12	8346	7064	9.7	8311	9392	6.8	---
5	391	9.10	460	397	8.8	467	8192	6.6	---
6	9430	6.7	---	8188	7.0	9632	3057	6.0	3821
7	8223	6.6	9675	9377	6.8	11032	5912	5.9	7390
8	3134	5.7	3687	3101	5.8	3648	6989	5.6	8737
9	10532	3.2	---	10480	3.4	---	25947	5.1	---
10	11701	2.74	---	11641	2.8	---	6142	3.6	7226
11	1748	2.72	2056	1744	2.72	2051	3718	2.84	4648
12	12951	2.1	---	12889	2.0	---	11635	2.78	---
13	1408	1.9	1657	1409	1.9	1658	10667	2.50	---
14	1417.	1.6	---	14107	1.5	---	1728	2.48	2161
15	15483	1.2	---	15418	1.1	---	12878	2.0	---
Total		92.48			93.12			80.47	

Tableau IV.1 : Localisation fréquentielle des quinze premier modes.
Configurations I, II et III.

Notons l'existence d'un mode très énergétique situé vers 4000 Hz et rappelons que les travaux de Rémond (1991) ont mis en évidence une augmentation très importante du niveau sonore émis par l'engrènement au voisinage de 4700 tr/mn. Cette vitesse est précisément associée, pour les configurations I et II, à la coïncidence de ce mode avec le premier harmonique d'engrènement.

Les déformations des arbres de transmission associées, pour les trois configurations de montage, au mode le plus énergétique à la denture sont présentées sur les figures III.23, III.24 et III.25. Ces courbes mettent très clairement en évidence les couplages élastiques introduits par l'engrènement entre les différents degrés de liberté, et plus particulièrement entre les déplacements de flexion et de torsion.

De ce point de vue, la figure IV.26 donne, pour chaque configuration de montage et pour les quinze modes présentés ci-dessus, la contribution énergétique de chaque type de déformation (flexion, torsion et traction-compression). On peut constater que les déformations de torsion sont très largement dominantes. Ceci est en accord avec les résultats bibliographiques (Rémond & col. 1993) et prouve, a posteriori, la pertinence des hypothèses faites lors des premières études sur le comportement dynamique des transmissions par engrenages. Ceci est particulièrement vrai pour les engrenages droits où les premiers modes de la transmission sont systématiquement associés à des déformations de torsion.

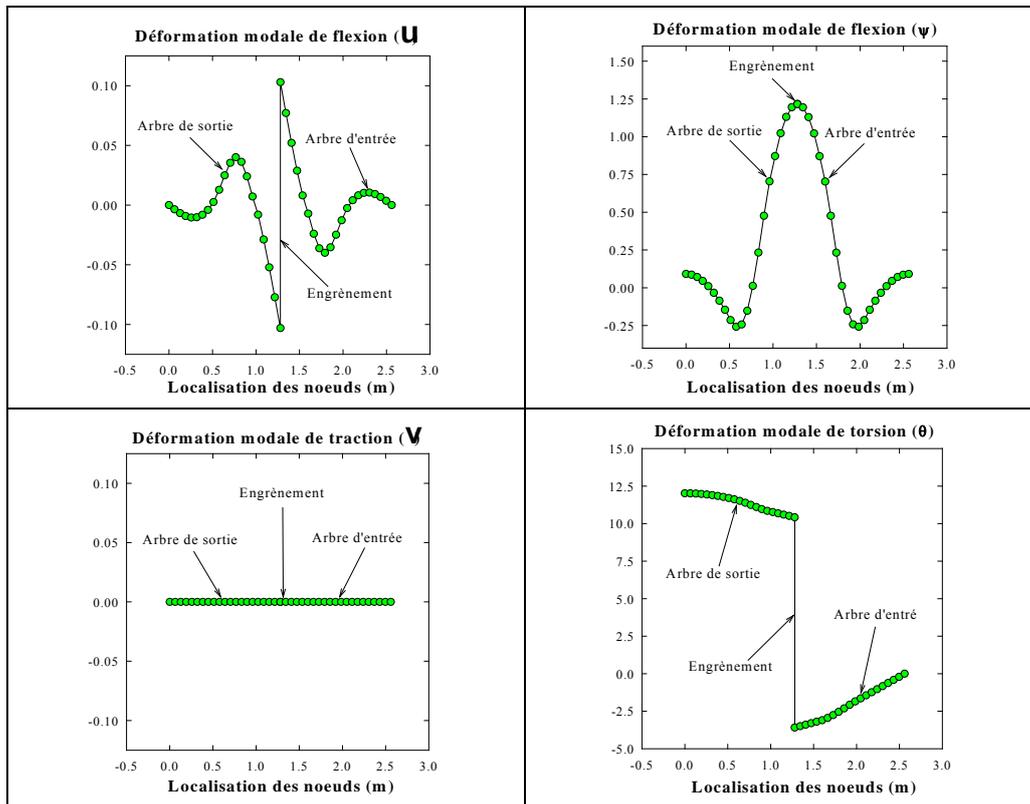


Figure IV.23 : Déformée modale du mode d'ordre 1. Engrenage I ($\epsilon_{\alpha}=1.3$)

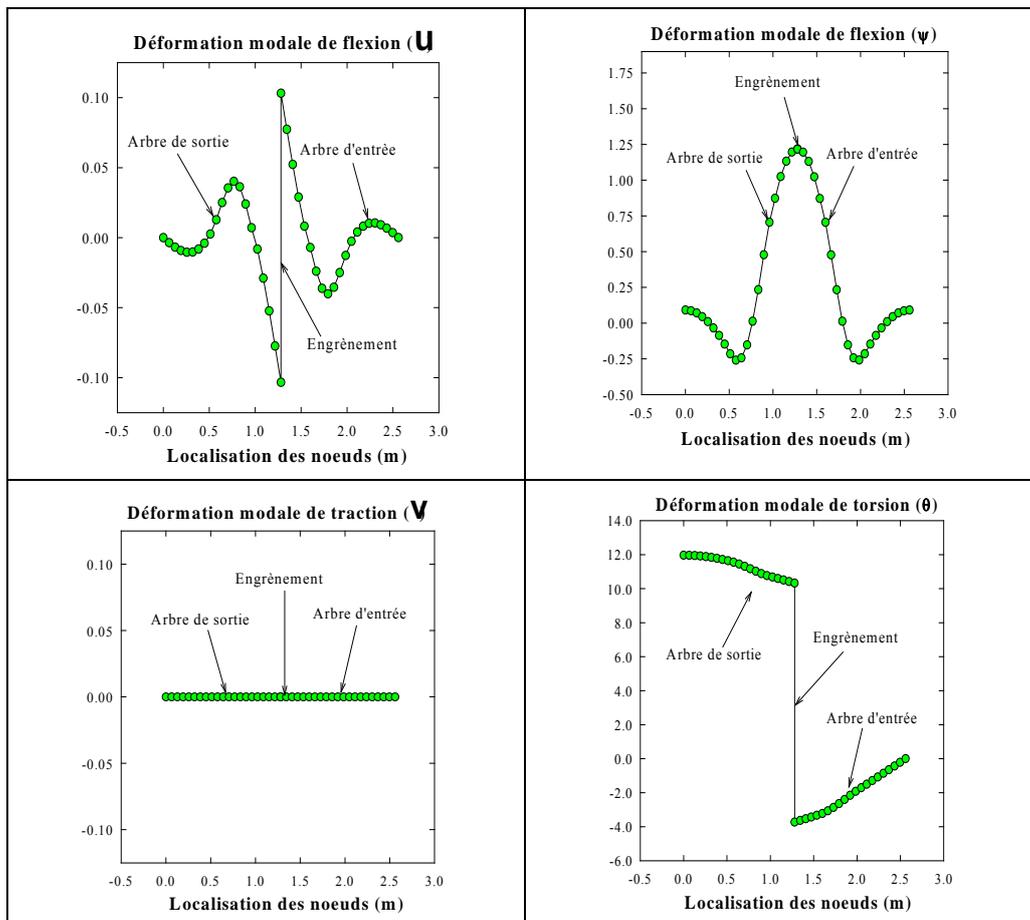


Figure IV.24 : Déformée modale du mode d'ordre 1. Engrenage II ($\epsilon_{\alpha}=2.0$)

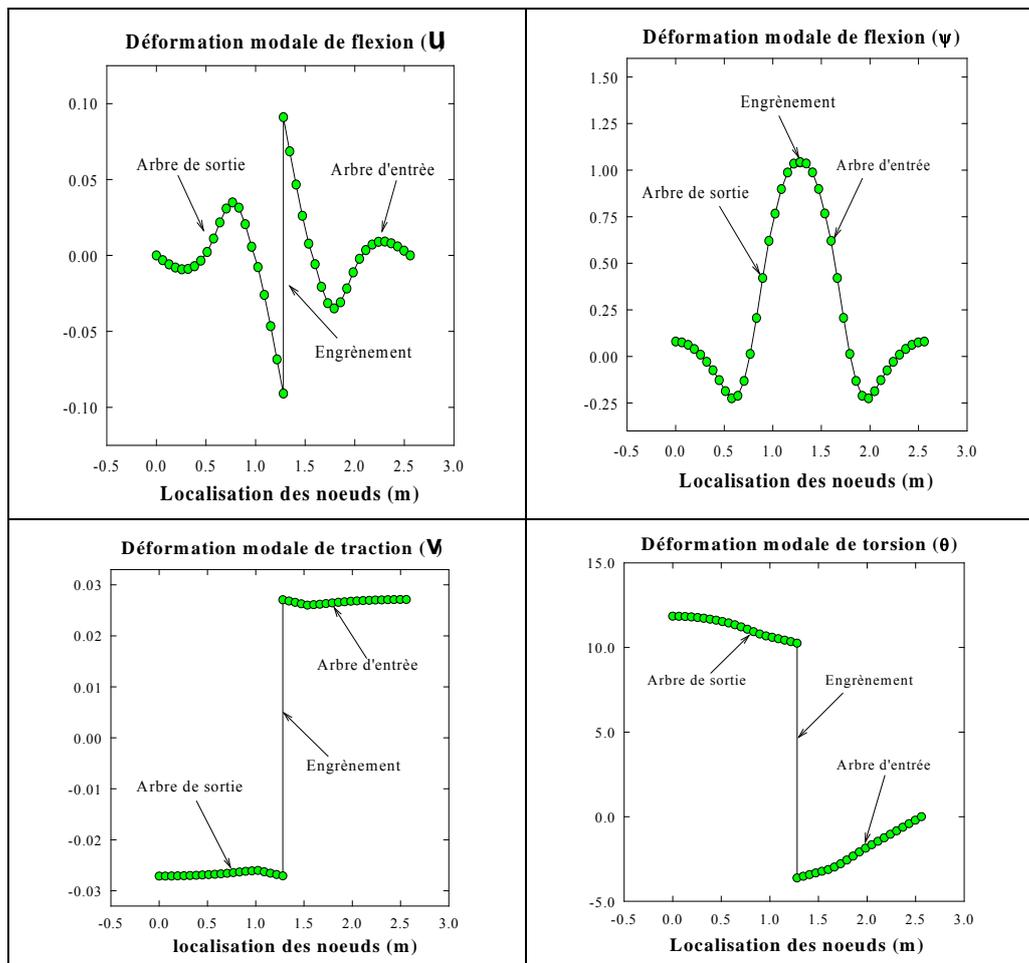


Figure IV.25 : Déformée modale du mode d'ordre 1. Engrenage III ($\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 2.0$)

Les déformations de flexion sont, toutefois, très significatives et deviennent majoritaires pour certains modes : 11 et 13 pour les configurations I et II et 9, 10, 13 et 14 pour la configuration III. Ces modes sont généralement liés aux premiers modes de déformation des arbres et sont par conséquent situés à des fréquences relativement basses. Ils sont donc particulièrement appelés à répondre aux excitations créées par l'engrènement pour des vitesses de rotation peu élevées.

Les déformations de traction-compression sont généralement très peu significatives sur les déformations de denture. Toutefois ces déformations, qui n'apparaissent que pour la configuration III, sont à l'origine de modes potentiellement dangereux pour la tenue des dentures. Ces modes sont peu nombreux (deux (3 et 11) dans le cas étudié), mais ils sont situés à des fréquences facilement atteintes par la fréquence d'engrènement (entre 4500 et 5000 tr/mn dans ce cas).

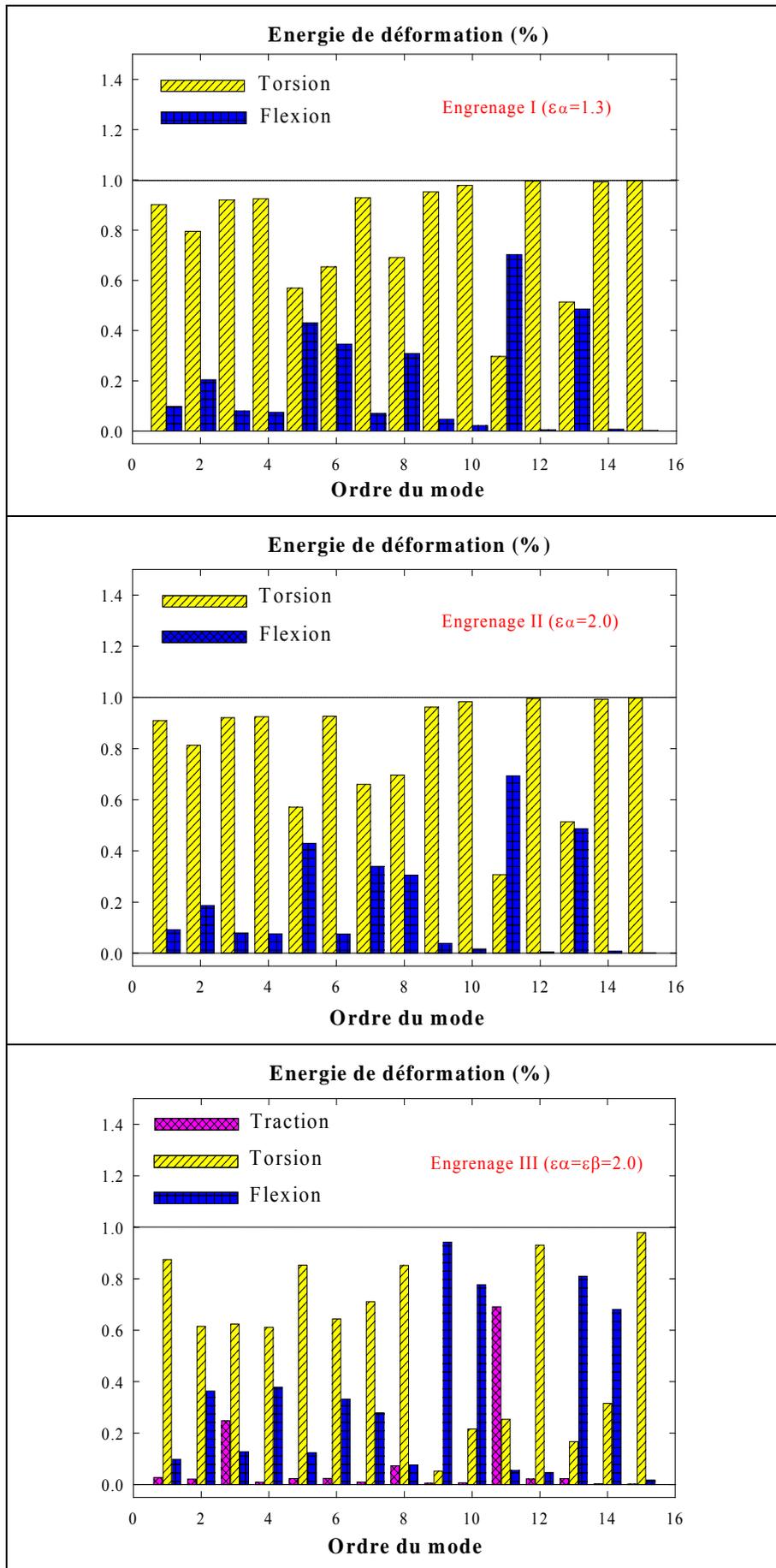


Figure IV.26 : Répartition de l'énergie suivant le type de déformation.

IV.2 Réponse temporelle et base pseudo-modale.

Comme nous l'avons indiqué ci-dessus, le calcul de la réponse temporelle est associé à l'utilisation d'une méthode pseudo-modale. Les modes utilisés sont les modes "à l'arrêt" présentés ci-dessus et les équations obtenues sont résolues par la méthode de Newmark. L'objet de ce paragraphe est de définir le nombre de modes à retenir pour les différentes configurations étudiées. Cette étude a volontairement été effectuée avec un facteur d'amortissement faible, dans le contexte des transmissions par engrenages, afin de mettre facilement en évidence la contribution de chaque mode. Ce facteur a été fixé à 2 % en accord avec les résultats bibliographiques exposés au paragraphe 2.2.3.

La réponse dynamique de la transmission a été calculée pour différentes vitesses situées entre 1000 et 6000 tr/mn. Pour chaque vitesse, les évolutions temporelles du chargement dynamique, de la déformation de denture et de l'erreur de transmission ont été mémorisées. Les valeurs enregistrées ont été obtenues en régime stabilisé; la durée du régime transitoire a été minimisée en utilisant les conditions d'équilibre statique comme conditions initiales. Le pas en vitesse a été fixé à 50 tr/mn afin de localiser correctement les zones de fonctionnement critique. Pour chaque signal les indicateurs globaux présentés au chapitre II ont été calculés. La figure IV.27 présente l'évolution de certains de ces indicateurs, calculés à partir de l'évolution temporelle de la déformation dynamique de denture (Σ). Ces résultats ont été obtenus pour la configuration de montage I (engrenage droit $\varepsilon_{\alpha}=1.3$), la base pseudo-modale étant composée des quinze premiers modes à l'arrêt.

Chaque indicateur permet une localisation très précise des différentes vitesses critiques, et l'évolution des deux premiers harmoniques d'engrènement met très clairement en évidence la corrélation entre ces vitesses et la fréquence d'engrènement. Les indications fournies par le premier harmonique permettent une localisation directe. L'évolution du deuxième harmonique permet, quant à elle, de localiser des vitesses critiques situées en dehors de la plage de vitesse étudiée. C'est par exemple le cas du pic situé à 4150 tr/mn, qui correspond au mode d'ordre 4 dans la classification présentée ci-dessus, et qui serait atteint par le premier harmonique à 8346 tr/mn.

Ces informations illustrent le caractère privilégié des deux premiers harmoniques de la fréquence d'engrènement qui sont généralement considérés comme prédominants dans la bibliographie (Özguven & Houser 1988-a, Kahraman & Singh 1991).

Les différents indicateurs apparaissent équivalents pour caractériser le niveau vibratoire de la transmission en fonction de la vitesse. Nous avons choisi d'utiliser l'évolution de l'écart-type de la déformation dynamique de denture pour présenter l'influence du nombre de modes retenus dans la base pseudo-modale sur la réponse temporelle. Les résultats obtenus pour les trois configurations de montage sont présentés sur la figure IV.28.

La stabilisation de la réponse temporelle est obtenue avec 15 modes pour les configurations I et II (engrenages droits) et nécessite 20 modes pour la configuration III (engrenage hélicoïdal). Ce résultat s'explique par une analyse détaillée des modes présentés ci-dessus. En particulier, la troncature à 15 modes ne conduit pas à la même approximation sur l'énergie de déformation à la denture prise en compte par le modèle. On obtient 80 % de l'énergie totale pour la configuration III et 93 % pour les deux autres configurations. De plus, le dernier mode retenu est associé à un pourcentage d'énergie ρ_i de 2.0 % au lieu de 1.1 %.

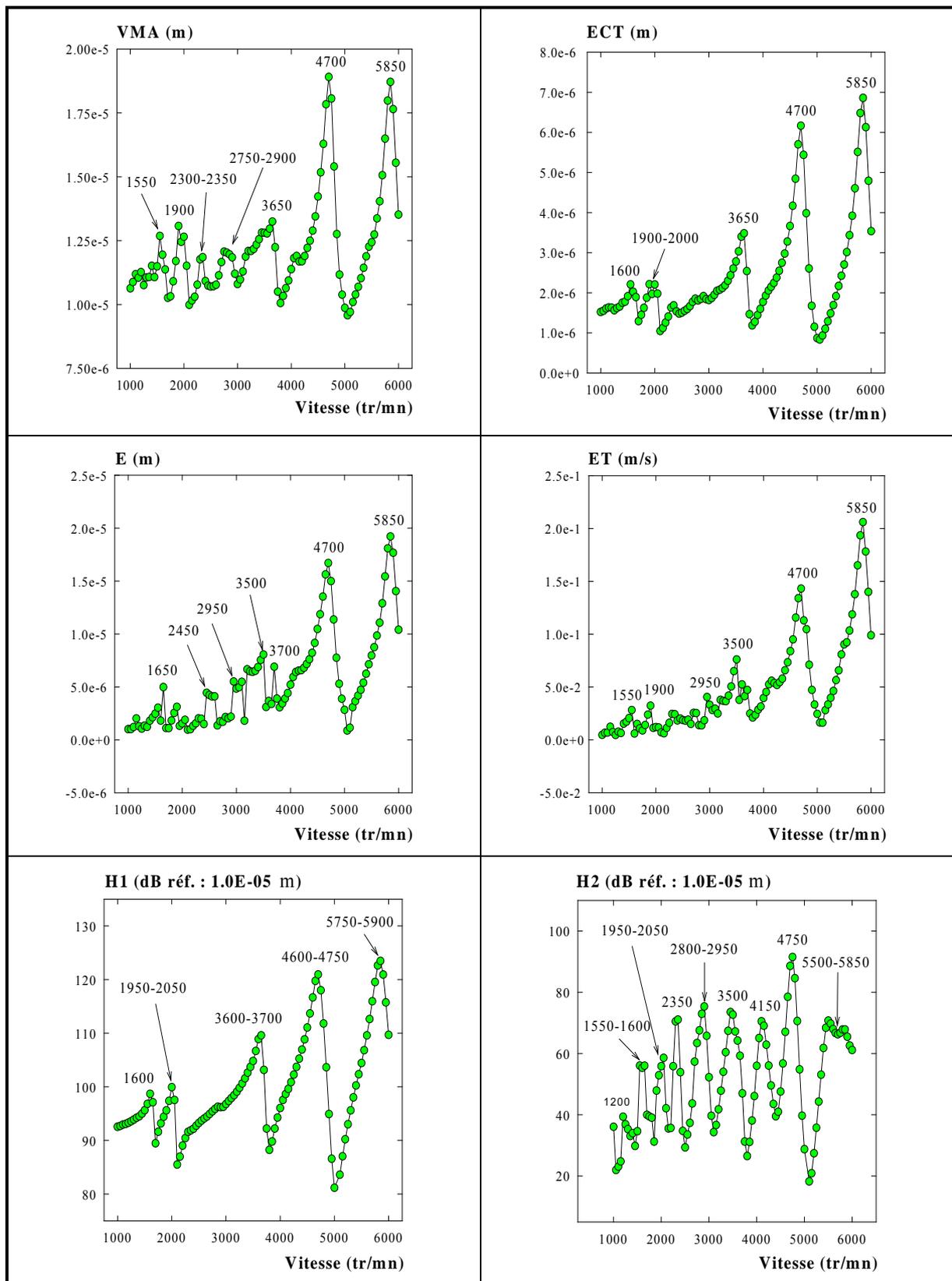


Figure IV.27 : Evolution de la déformation dynamique de la denture avec la vitesse.
Engrenage I ($\varepsilon_{\alpha}=1.3$), 15 modes sélectionnés, amortissement 2.0 %.

VMA : valeur maximum, **ECT** : écart type, **E** : étendue moyenne,
ET : vitesse moyenne d'étendue, **H1** : premier harmonique d'engrènement,
H2 : deuxième harmonique d'engrènement.

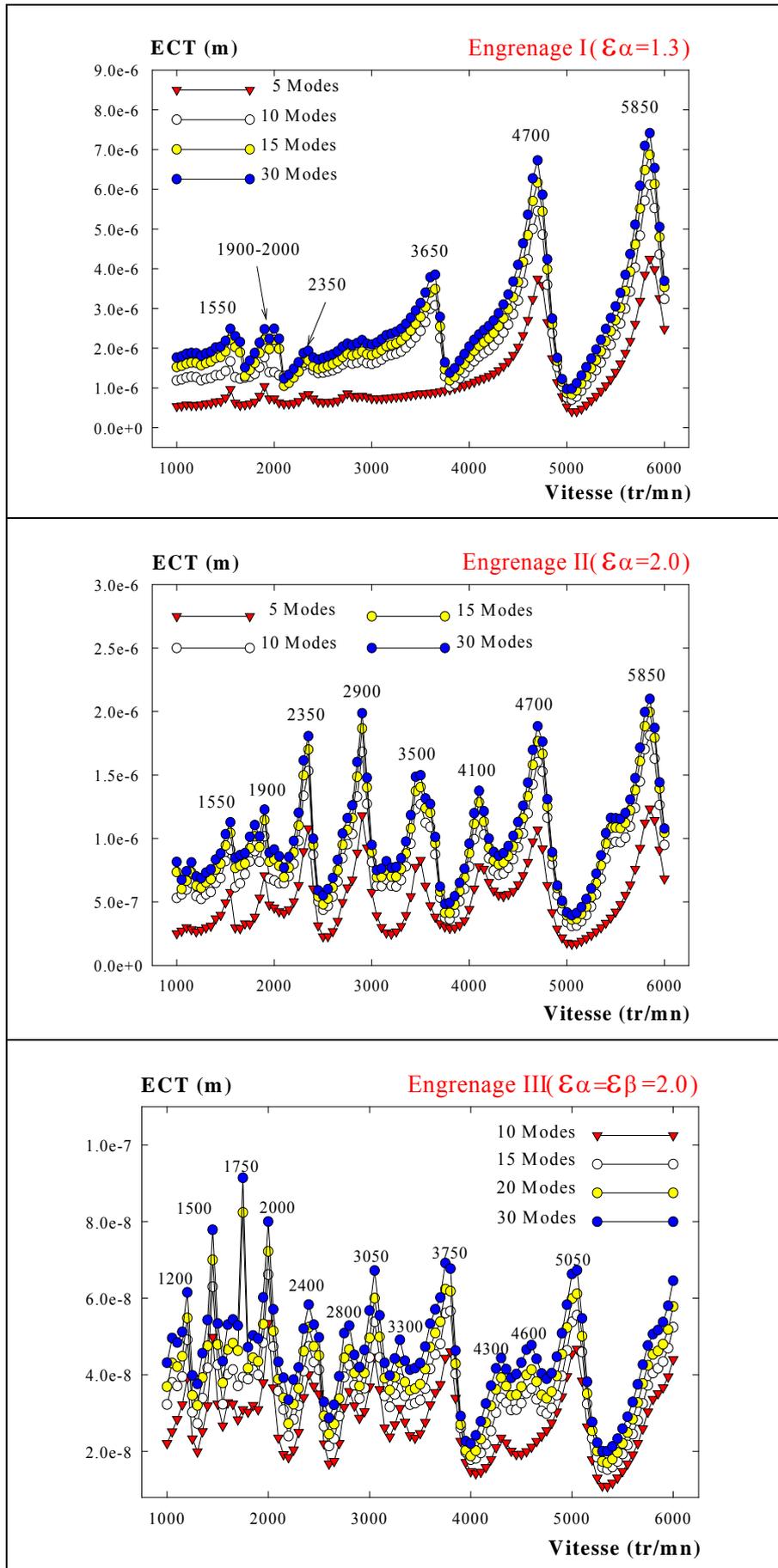


Figure IV.28: Influence du nombre de modes retenus sur l'évolution de la déformation dynamique de denture. Amortissement 2.0 %.

L'introduction de modes supplémentaires permet de corriger ces différences. Les caractéristiques des cinq modes que nous avons utilisés sont données ci-dessous.

Engrenage III ($\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 2.0$)			
Ordre	fréq. (Hz)	ρ_i (%)	$\omega - H_1$ (tr/mn)
16	1416	1.8	1770
17	10425	1.4	---
18	14089	1.3	---
19	12119	1.1	---
20	1507	1.1	1884
Total		87.2	

Tableau IV.2 : Localisation fréquentielle des modes d'ordre 16 à 20. Engrenage III.

Pour la configuration III, l'approximation que nous effectuons (87.2 % de l'énergie de déformation à la denture) n'est pas aussi bonne que pour les deux autres configurations. Elle est toutefois suffisante au regard des réponses temporelles obtenues. En tout état de cause, comme le montre le figure IV.31, le mode d'ordre 16 doit être sélectionné car il est à l'origine d'un pic spécifique qui est situé à 1750 tr/mn, compte tenu du pas en vitesse utilisé (50 tr/mn). Ce résultat est clairement mis en évidence sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (Figure IV.29).

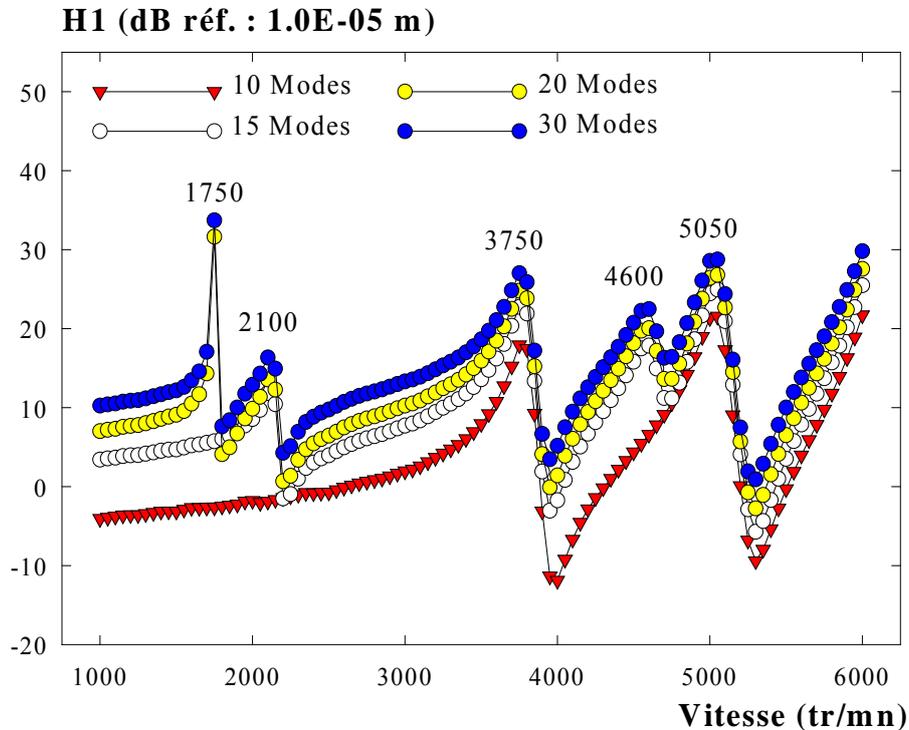


Figure IV.29 : Influence du nombre de modes retenus sur l'évolution de la déformation dynamique de denture. Engrenage III ($\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 2.0$), amortissement 2.0 %.

IV.3 Localisation des vitesses critiques.

Les vitesses critiques, que nous avons évoquées au chapitre I et II et présentées au paragraphe 2.4, sont particulièrement dangereuses pour la tenue des dentures. Leur localisation mathématique exacte fait appel à la théorie de Floquet-Liaponov. Les techniques utilisées dans ce contexte permettent de définir, en fonction du niveau de l'excitation et de la valeur de l'amortissement, les plages de vitesses où le fonctionnement peut devenir instable. Ce point a été illustré au chapitre I sur un cas élémentaire et au paragraphe 2.4 dans le cas d'un réducteur réel. Nous avons alors remarqué que l'existence de ce type de comportement sur une transmission réelle est associé à des fluctuations très importantes des rigidités de denture et à un facteur d'amortissement très faible dans le contexte des transmissions par engrenages. L'existence de ce type de solution est donc très improbable dans le cadre d'une transmission réelle. Toutefois, ces vitesses sont systématiquement associées à des vibrations de grande amplitude qui conduisent, dans le cas des dentures faiblement chargées, à des cycles limites de perte de contact. Leur localisation est donc essentielle et conditionne très fortement la durée de vie des dentures.

Compte-tenu des remarques effectuées ci-dessus, nous nous contenterons, ici, de relier ces vitesses aux modes à l'arrêt, calculés précédemment, et de les définir par la coïncidence d'un de ces modes avec la fréquence d'engrènement ou un de ses harmoniques. Notons que ces modes sont particulièrement représentatifs du comportement de la structure. En effet, comme nous le verrons par la suite et comme le signalent certains auteurs (Özguven & Houser 1988-b), l'utilisation d'équations linéarisées (rigidité d'engrènement remplacée par sa valeur moyenne) conduit à une localisation identique des vitesses critiques qui sont alors des résonances au sens propre. L'étude des régimes de fonctionnement avec pertes de contact n'a pas été abordée dans le cadre de ce travail, le chargement appliqué étant suffisamment important pour interdire tout fonctionnement de ce type.

Afin de localiser les vitesses critiques du banc d'essais pour les différentes conditions de montage utilisées, nous avons étudié l'évolution de la déformation dynamique de denture avec la vitesse. Nous avons choisi un facteur d'amortissement faible pour les mêmes raisons qu'au paragraphe précédent. Parmi les différents indicateurs possibles, l'évolution des harmoniques de l'engrènement, qui représentent directement la fréquence d'excitation, permet de localiser (par tracking) les différents régimes de fonctionnement où chaque mode est appelé à répondre.

La figure IV.27, ci-dessus, présente l'évolution de ces indicateurs fréquentiels (ainsi que l'évolution de différents indicateurs temporels) pour la configuration de montage numéro I. On constate, pour chaque vitesse où un mode est directement excité par le premier harmonique, une augmentation très significative du niveau de la réponse dynamique. C'est le cas des vitesses : 5750-5900, 4600-4750, 3600-3700, 1950-2050 et 1600 tr/mn qui sont respectivement associées aux modes d'ordre 1, 2, 8, 11 et 13. L'utilisation d'un pas en vitesse de 50 tr/mn ne permet pas une localisation exacte de ces vitesses, mais les indications fournies sont suffisantes pour définir les régimes de fonctionnement dangereux et peuvent être complétées par les résultats du tableau IV.1. L'analyse de l'évolution du deuxième harmonique d'engrènement fait logiquement ressortir des pics supplémentaires. Ces pics sont situés à une vitesse moitié de celle correspondant aux pics précédents (2800-2950 tr/mn par exemple pour le mode d'ordre 1) ou, comme nous l'indiquions au paragraphe précédent, font apparaître des vitesses critiques qui n'ont pas été atteintes, par le premier harmonique (4150 par exemple pour le mode d'ordre 4), sur la plage de vitesse étudiée. "L'élargissement" de certains pics est également représentatif de ce dernier phénomène.

Les mêmes remarques peuvent être faites pour les deux autres configurations de montage. L'évolution des deux premiers harmoniques d'engrènement est présentée sur les figures IV.30 pour la configuration II et IV.31 pour la configuration III.

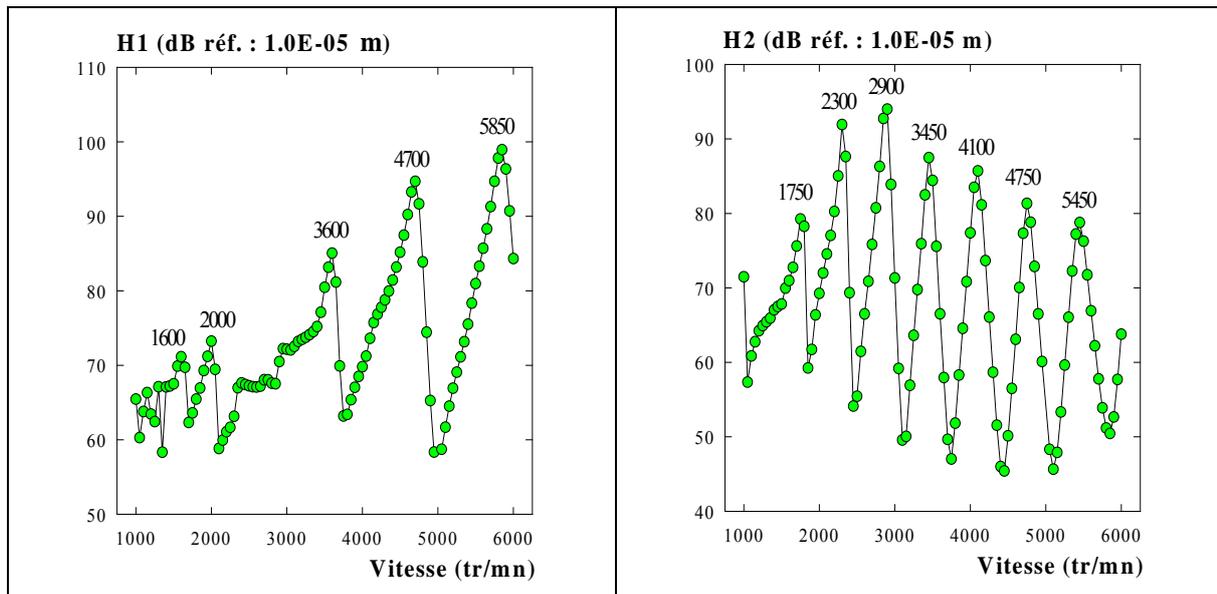


Figure IV.30 : Evolution des deux premiers harmoniques de l'engrènement avec la vitesse.
Engrenage II ($\epsilon_{\alpha}=2.0$)

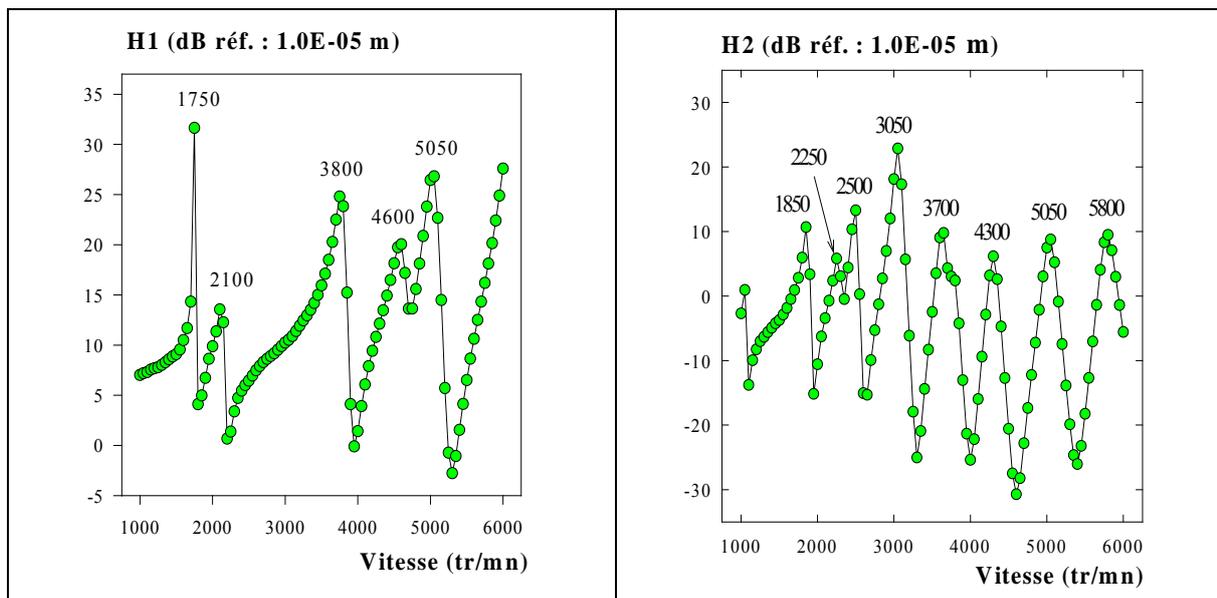


Figure IV.31 : Evolution des deux premiers harmoniques de l'engrènement avec la vitesse.
Engrenage III ($\epsilon_{\alpha}=\epsilon_{\beta}=2.0$)

Les modes d'ordre 1,2,8,11 et 13 pour la configuration de montage numéro II, et 2, 6, 11, 14 et 16 pour la configuration de montage numéro III, sont associés à des pics spécifiques parfaitement localisés sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement. Ces pics sont également facilement identifiables sur l'évolution de l'écart-type de la déformation dynamique de denture (fig. IV.28). L'évolution de ce dernier indicateur montre également que la vitesse critique associée au mode le plus énergétique est, pour la configuration numéro III, située en dehors de la plage de vitesse étudiée (1000-6000 tr/mn).

Remarquons aussi, que les nouveaux pics, mis en évidence par l'évolution du deuxième harmonique d'engrènement, sont très nettement visibles sur l'évolution des indicateurs temporels. C'est par exemple le cas des pics situés à 1900, 2350 et 4100 tr/mn pour la configuration II, et 2500, 3100 et 4350 pour la configuration III. Ce dernier résultat n'est plus vrai pour la première configuration de montage où uniquement le premier harmonique semble jouer un rôle prépondérant.

En tout état de cause, les excitations associées aux deux premiers harmoniques de la fréquence d'engrènement semblent prédominantes et permettent de définir l'ensemble des vitesses critiques rencontrées pour la structure étudiée. Ce résultat est en accord avec les tendances signalées dans la bibliographie (Rémond & col. 1993). Il convient, toutefois, d'être prudent lorsque l'on définit les excitations d'engrènement. L'utilisation de développements en série de Fourier, pour définir l'évolution de la rigidité de denture et de l'erreur de transmission quasi-statique appelle en particulier quelques commentaires supplémentaires. Ainsi, il apparaît, comme nous le verrons plus loin, que l'utilisation d'une rigidité de denture constante est suffisante dans un grand nombre de cas (Özguven & Houser 1988-b). Les excitations d'engrènement sont alors décrites par l'erreur de transmission quasi-statique sous charge qui doit être correctement représentée. La tendance générale dans la bibliographie est de conserver 4 ou 5 termes pour la définir (Blankenship & Singh 1992).

IV.4 Les différentes techniques de modélisation de l'interface d'engrènement.

L'objet de ce paragraphe est d'effectuer, pour les trois configurations de montage étudiées ci-dessus, une première comparaison entre les différentes techniques de modélisation utilisées dans la bibliographie pour décrire l'interface d'engrènement. La présentation de ces modélisations a fait l'objet d'un paragraphe spécifique au début de ce chapitre; nous n'y reviendrons pas ici. Nous nous contenterons de présenter les modifications qu'il convient d'apporter à la modélisation générale, exposée au paragraphe précédent (III), pour traduire les hypothèses associées à chaque modélisation.

Nous présenterons également certaines simplifications effectuées sur la modélisation générale au regard des résultats obtenus.

IV.4.1 Utilisation de caractéristiques quasi-statiques moyennes.

La modélisation la plus simple et la plus séduisante, car elle conduit à des équations linéaires, utilise une rigidité de denture constante, égale à la valeur moyenne de la rigidité réelle. Les excitations d'engrènement sont, alors, introduites au travers des fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Cette technique de modélisation est attribuée, dans la bibliographie (Blankenship et Singh 1992), à Özguven et Houser (1988-b). Les équations qui définissent alors le comportement dynamique de la transmission ont été présentées au paragraphe 2.2.1.a dans le cas d'une modélisation à un seul degré de liberté en torsion.

La modélisation que nous avons adoptée fait, quant à elle, appel à l'ensemble des degrés de liberté de la structure. La matrice de rigidité caractérisant les couplages élastiques introduits par l'engrènement est décrite au paragraphe 3.3.1 et en Annexe IV.2. Rappelons que cette matrice est de la forme :

$$\left[\overline{K}(\overline{F}, \theta^*) \right] = K(\overline{F}, \theta^*) \cdot \left[\overline{G}(\overline{F}, \theta^*) \right]$$

$K(\overline{F}, \theta^*)$ est la rigidité globale de denture, calculée au chapitre III pour différentes positions d'engrènement (définies par θ^*) et différents chargements statiques (définis par \overline{F}). $\left[\overline{G}(\overline{F}, \theta^*) \right]$ est une matrice "géométrique" traduisant les couplages élastiques introduits par l'engrènement. La détermination de cette matrice est associée à l'utilisation des paramètres $\eta_l(\overline{F}, \theta^*)$, $l_l(\overline{F}, \theta^*)$ et $\mu_l(\overline{F}, \theta^*)$ qui définissent, pour chaque position d'engrènement (θ^*) et en fonction de l'effort appliqué (\overline{F}), la position du barycentre des efforts sur la denture.

La modélisation décrite ci-dessus conduit à utiliser, en lieu et place de $K(\overline{F}, \theta^*)$, $\eta_l(\overline{F}, \theta^*)$, $l_l(\overline{F}, \theta^*)$ et $\mu_l(\overline{F}, \theta^*)$, leurs valeurs moyennes. Ces valeurs sont indépendantes de la position d'engrènement (θ^*) et sont définies pour le chargement statique \overline{F} . La matrice de rigidité est alors une matrice invariante définie par :

$$\left[\overline{K}(\overline{F}) \right] = \overline{K}(\overline{F}) \cdot \left[\overline{G}(\overline{F}) \right]$$

Dans le contexte de la transmission étudiée et compte-tenu de la géométrie des engrenages utilisés, l'évolution des paramètres $\eta_l(F, \theta^*)$, $l_l(F, \theta^*)$ et $\mu_l(F, \theta^*)$ autour de leur position moyenne est très faible. Nous avons donc, dans un premier temps, étudié l'influence de ces paramètres sur la réponse dynamique de la structure. Il apparaît (fig.IV.32) que l'utilisation des valeurs moyennes, associées à une rigidité de denture variable, conduit à des résultats similaires à ceux obtenus avec la modélisation générale (η_l , l_l , μ_l variables). Ce résultat devient trivial dans le cas des engrenages droits car les termes de couplage présents dans $\overline{G}(\overline{F}, \theta^*)$ et associés aux paramètres η_l , l_l et μ_l ne sont significatifs que si l'angle d'hélice est non nul. Nous avons donc choisi de remplacer, pour l'ensemble de l'étude, les paramètres $\eta_l(F, \theta^*)$, $l_l(F, \theta^*)$ et $\mu_l(F, \theta^*)$ par leurs valeurs moyennes : $\overline{\eta}_l(\overline{F})$, $\overline{l}_l(\overline{F})$ et $\overline{\mu}_l(\overline{F})$.

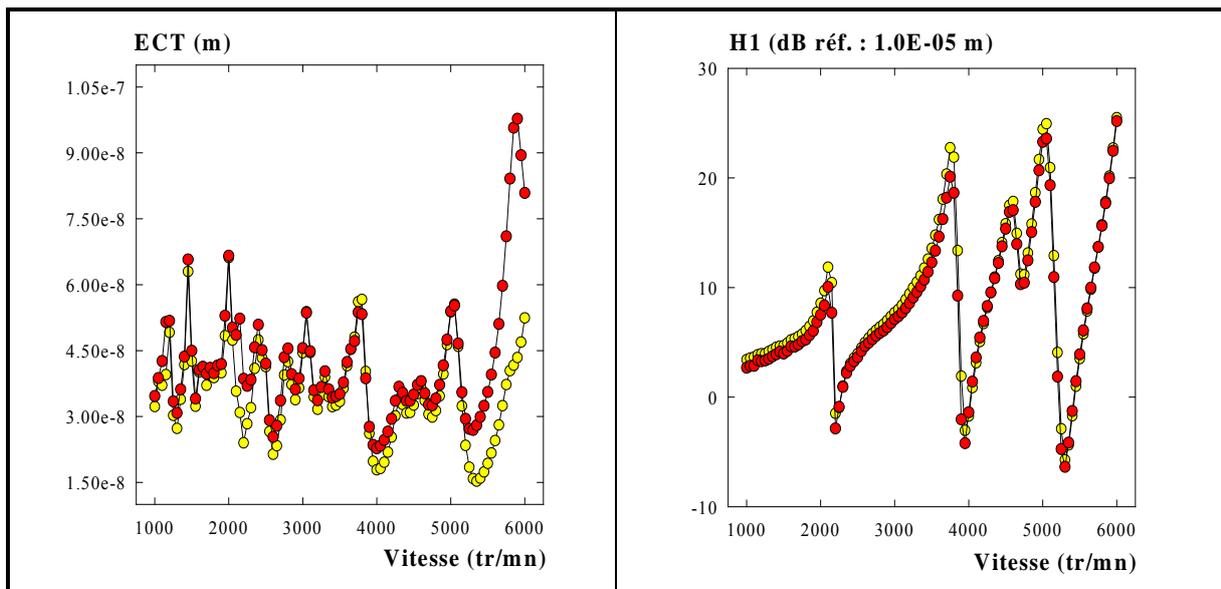


Figure IV.32 : Influence de la localisation du barycentre instantané de efforts appliqués à la denture sur la réponse dynamique. Engrenage III ($\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 2.0$).

●●● : position moyenne, ●●● : position réelle.

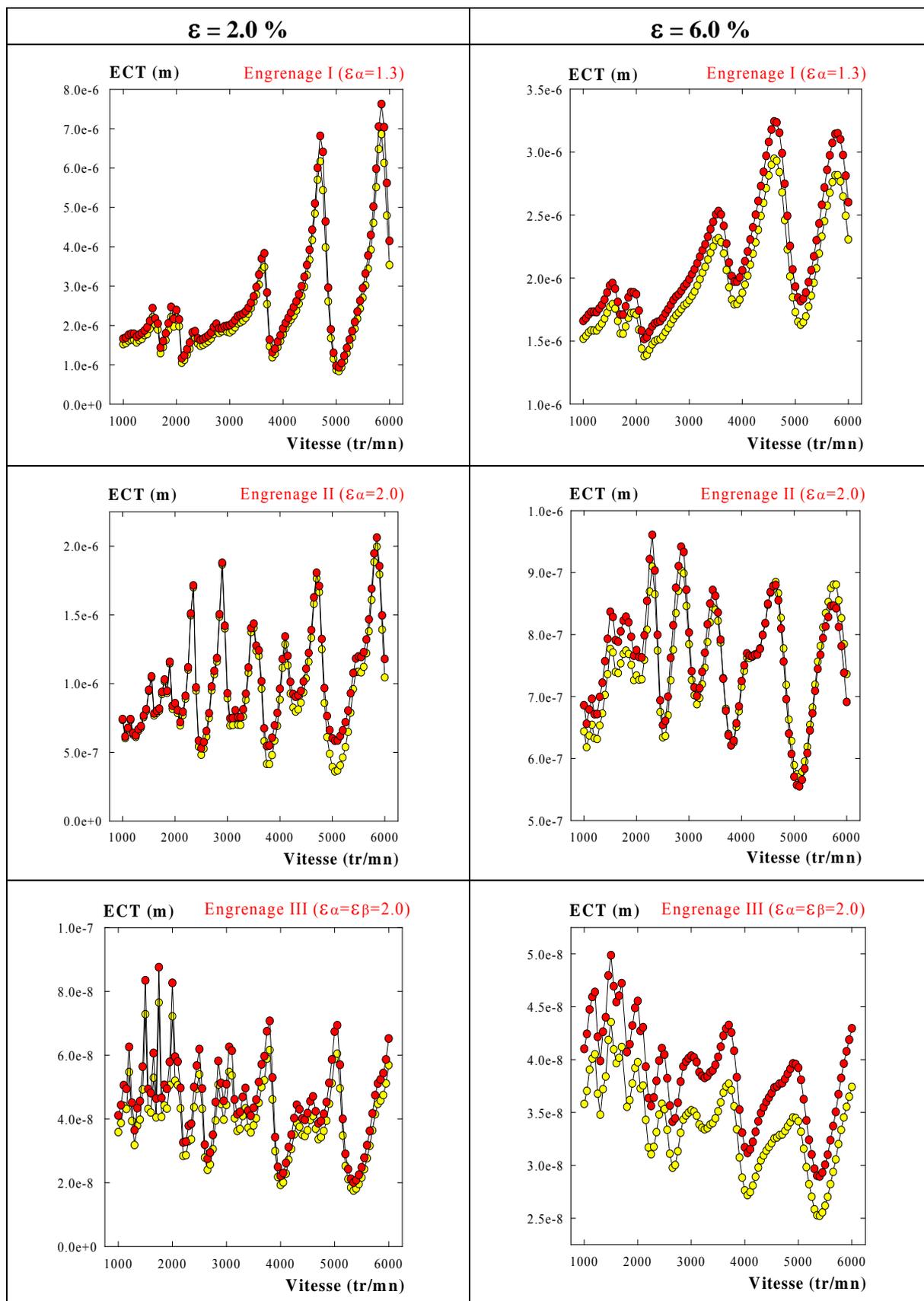


Figure IV.33 : Prédiction du comportement dynamique. Utilisation d'une rigidité d'engrènement constante. Configurations de montage I, II et III.

●●● Rigidité réelle, ●●● Rigidité constante.

L'utilisation d'une rigidité de denture constante, associée à une excitation par l'erreur de transmission quasi-statique sous charge conduit à une très bonne prédiction du comportement dynamique de la transmission pour les trois configurations de montage étudiées. Les résultats obtenus (Fig. IV.33) sont très voisins de ceux fournis par la modélisation complète (rigidité de denture variable).

Les écarts observés ne sont significatifs que pour la configuration de montage numéro III lorsqu'un facteur d'amortissement de 6 % est utilisé. L'utilisation d'équations linéarisées a alors tendance à surestimer la déformation dynamique de denture. La localisation des vitesses critiques n'est, toutefois, pas affectée et l'allure générale de la corbe d'évolution de la déformation dynamique de denture avec la vitesse est conservée.

L'ensemble de ces résultats montre la pertinence de ce type de modélisation pour l'analyse de transmissions par engrenages ne présentant pas de défaut important. Ce contexte d'analyse représente, évidemment, une part importante des calculs prévisionnels. La simplicité, la facilité de mise en oeuvre et la rapidité de calcul associé à ce type de modélisation représente un avantage déterminant. Il convient toutefois de conforter ces résultats dans un contexte d'analyse plus général et en particulier pour des transmissions à plusieurs étages.

IV.4.2 Résolution simultanée du problème de contact.

Le but de ce paragraphe est de présenter le schéma de résolution que nous avons mis en place dans le cas où les caractéristiques d'engrènement sont dépendantes du chargement dynamique instantané. C'est par exemple le cas, comme nous l'avons vu au chapitre III, en présence d'un défaut d'alignement.

En fait, ce phénomène ne concerne que la rigidité de denture, car l'erreur de transmission quasi-statique sous charge, introduite au second membre, est représentative du seul chargement extérieur (cf. paragraphe 3.3.2) tandis que l'erreur de transmission quasi-statique sans charge, représentative des effets "cinématiques" des défauts, a été supposée indépendante de la charge appliquée.

Dans ce contexte, le système d'équations qui caractérise le comportement dynamique de la transmission est de la forme :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [K(F_{dyn}, \theta^*)].\{X\} = [K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)].\{\xi_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*) + \hat{\varepsilon}_o(\theta^*)\}$$

où F_{dyn} est le chargement dynamique instantané et \bar{F}_{stat} le chargement quasi-statique.

La modélisation quasi-statique présentée au chapitre III permet de connaître pour différents chargements appliqués l'évolution angulaire de la rigidité de denture. Cette connaissance a priori des caractéristiques d'engrènement en fonction du chargement permet de simplifier les procédures de résolution itératives présentées dans la bibliographie (cf. paragraphe 2.2.1.b). Une boucle unique, associée à la définition de la rigidité de denture en fonction du chargement dynamique, devient suffisante (Fig. IV.34). Cette boucle est activée à chaque pas de temps et le passage au pas de temps suivant est conditionné par la correspondance entre le chargement dynamique et la rigidité de denture.

Ce schéma de résolution est appliqué au chapitre V pour étudier les effets des désalignements sur la réponse dynamique de la transmission. Les résultats obtenus seront alors comparés à ceux fournis par les autres techniques de résolution.

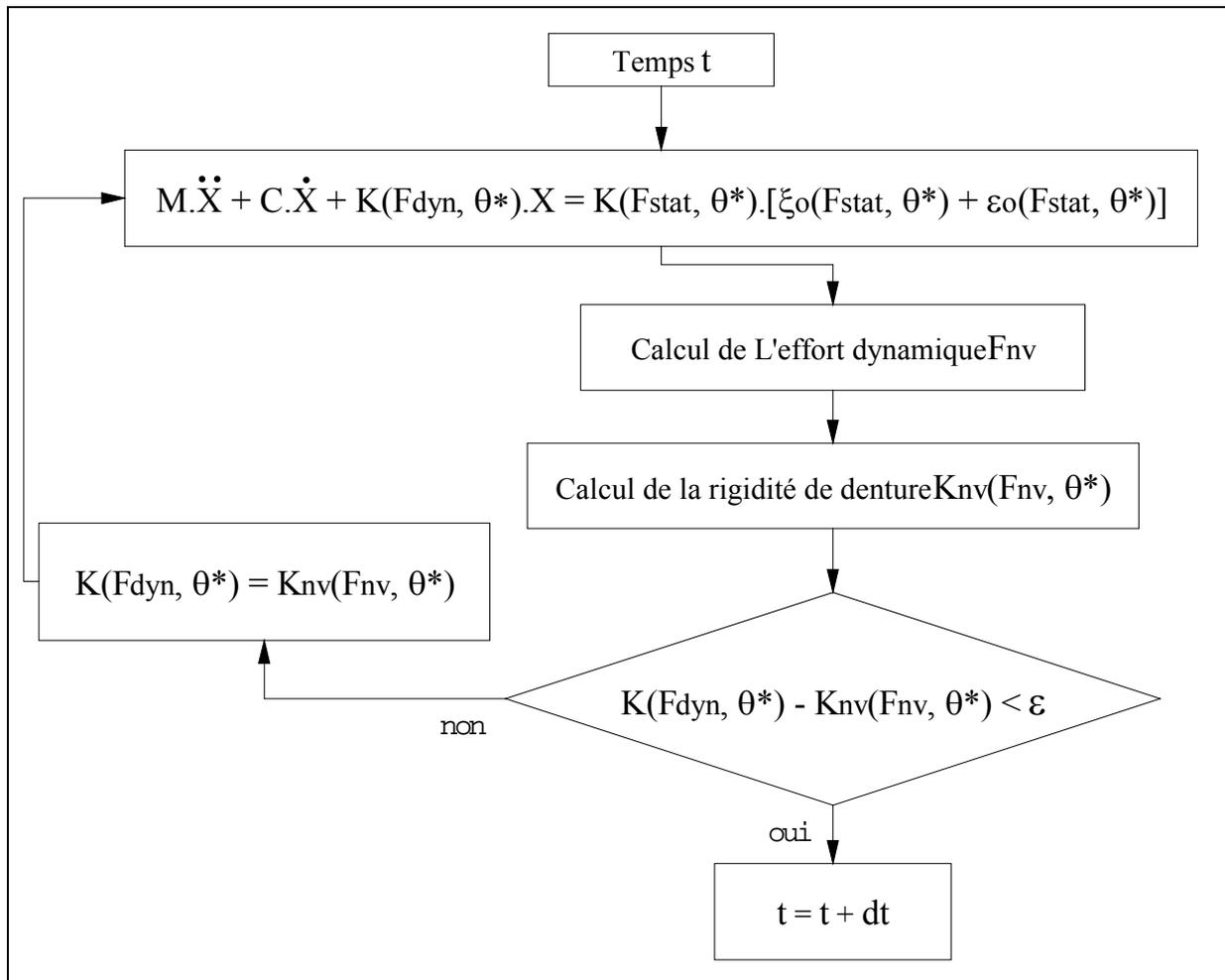


Figure IV.34 : Résolution itérative des équations dynamiques.

IV.4.3 Présence d'une erreur de transmission sans charge.

L'engrènement de profil présentant des défauts de forme ou de position se traduit par l'apparition, en l'absence de chargement, d'une erreur de transmission qualifiée d'erreur cinématique ou d'erreur de transmission quasi-statique sans charge. Cette erreur, que nous avons notée $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$, génère une excitation supplémentaire à l'interface d'engrènement. Les techniques utilisées pour traduire son influence au sein des modèles dynamiques ont été présentées au début de ce chapitre et la modélisation que nous avons retenue a été présentée au paragraphe 3.3.3. Le but de ce paragraphe est de valider, sur un exemple bien connu dans la bibliographie, la technique utilisée pour prendre en compte cette erreur.

Pour cela, nous allons étudier, pour les trois configurations de montages utilisées ci-dessus, le comportement dynamique de la transmission en présence d'excentricité. Ce défaut est systématiquement présent sur les engrenages d'essais et son influence sur la mesure de l'erreur de transmission a été mise en évidence au chapitre II. Les valeurs mesurées sur le banc d'essais se situent au voisinage de 40 μm .

L'erreur de transmission sans charge associée aux erreurs de faux-rond est, dans le cas où les excentricités sont faibles devant le rayon des engrenages, connue de façon analytique (cf. Annexe I). Son expression est donnée, pour un couple d'engrenage de rayons de base R_{b1} et R_{b2} et d'angle de pression α , par :

$$\delta\theta_2 = \hat{\varepsilon}_o(\theta_1) = \frac{e_1}{R_{b2}} \cos(\alpha - \theta_1) - \frac{e_2}{R_{b2}} \cos\left(\frac{R_{b1}}{R_{b2}} \theta_1 + \alpha\right)$$

La figure IV.35 présente l'évolution de cette erreur pour un défaut de 40 μm sur le pignon et la roue du couple d'engrenages I. La courbe obtenue présente une périodicité de 51 tours pour le pignon et de 52 tours pour la roue (égales aux nombres de dents). Son contenu fréquentiel est harmonique à la rotation des arbres. Ceci se traduit par une erreur harmonique à la rotation du pignon car le rapport de réduction est, pour les trois configurations de montage, très proche de 1.

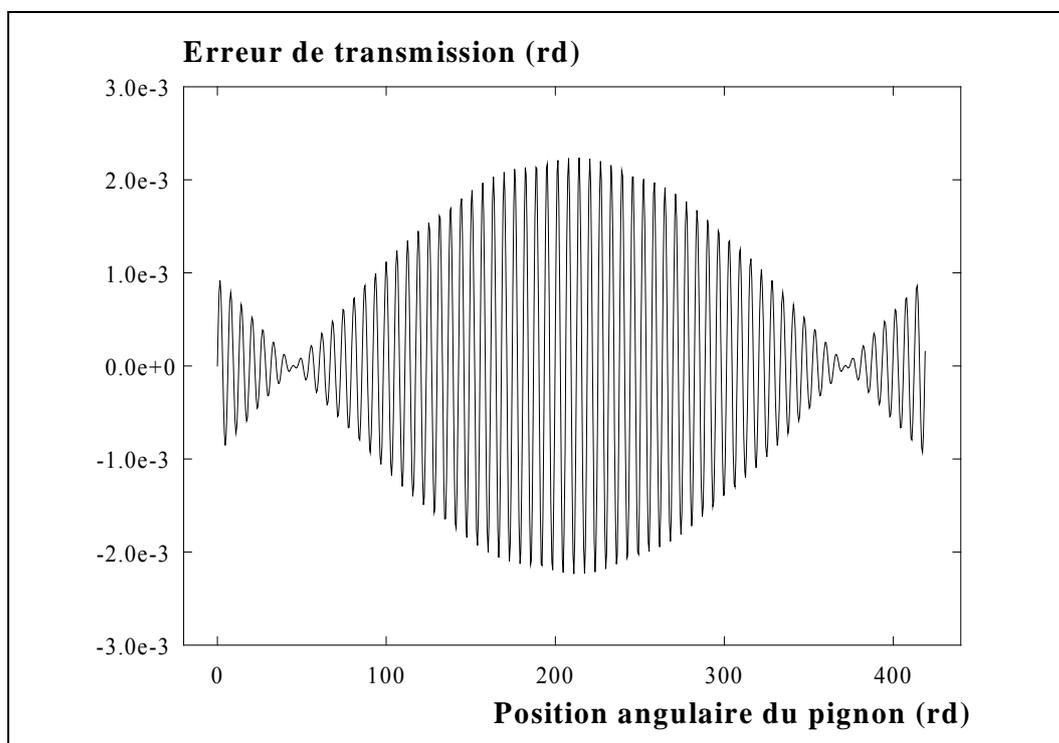


Figure IV.35 : Erreur de transmission associée à un défaut d'excentricité de 40 μm par roue. Configuration de montage I

L'utilisation de cette erreur comme source d'excitation à l'interface d'engrènement conduit, comme nous l'avons vu au début de chapitre, à séparer la composante dynamique $\theta_i^d(t)$ (caractéristique des petits mouvements de torsion) en deux parties: $\theta_i^{de}(t)$ et $\theta_i^{le}(t)$. La composante $\theta_i^{de}(t)$ traduit les effets des erreurs de forme et de position sur la transmission du mouvement alors que $\theta_i^{le}(t)$ est associée aux effets de déformations élastiques. Chacune de ces composantes est associée à une erreur de transmission spécifique que nous avons notée :

$$\xi_{12}(t) = R_{b1} \cdot \theta_1^d + R_{b2} \cdot \theta_2^d \quad \varepsilon_{12}(t) = R_{b1} \cdot \theta_1^{de} + R_{b2} \cdot \theta_2^{de} \quad \zeta_{12}(t) = R_{b1} \cdot \theta_1^{le} + R_{b2} \cdot \theta_2^{le}$$

Comme nous l'avons déjà indiqué, $\varepsilon_{12}(t)$ est estimée à l'aide de sa réalisation en régime quasi-statique $\hat{\varepsilon}_o(\theta_1^*)$; elle caractérise les excitations introduites par le défaut. Le terme $\zeta_{12}(t)$ traduit la contribution des déformations élastiques dans l'erreur de transmission globale $\xi_{12}(t)$.

La notion d'erreur de transmission ne concerne, a priori, que les mouvements de torsion. Toutefois, cette appellation est également utilisée, dans la bibliographie, pour caractériser la déformation dynamique de denture. Pour notre part, nous choisissons de conserver le caractère intrinsèque de l'erreur de transmission et de n'associer ce terme qu'à la transmission des mouvements de torsion.

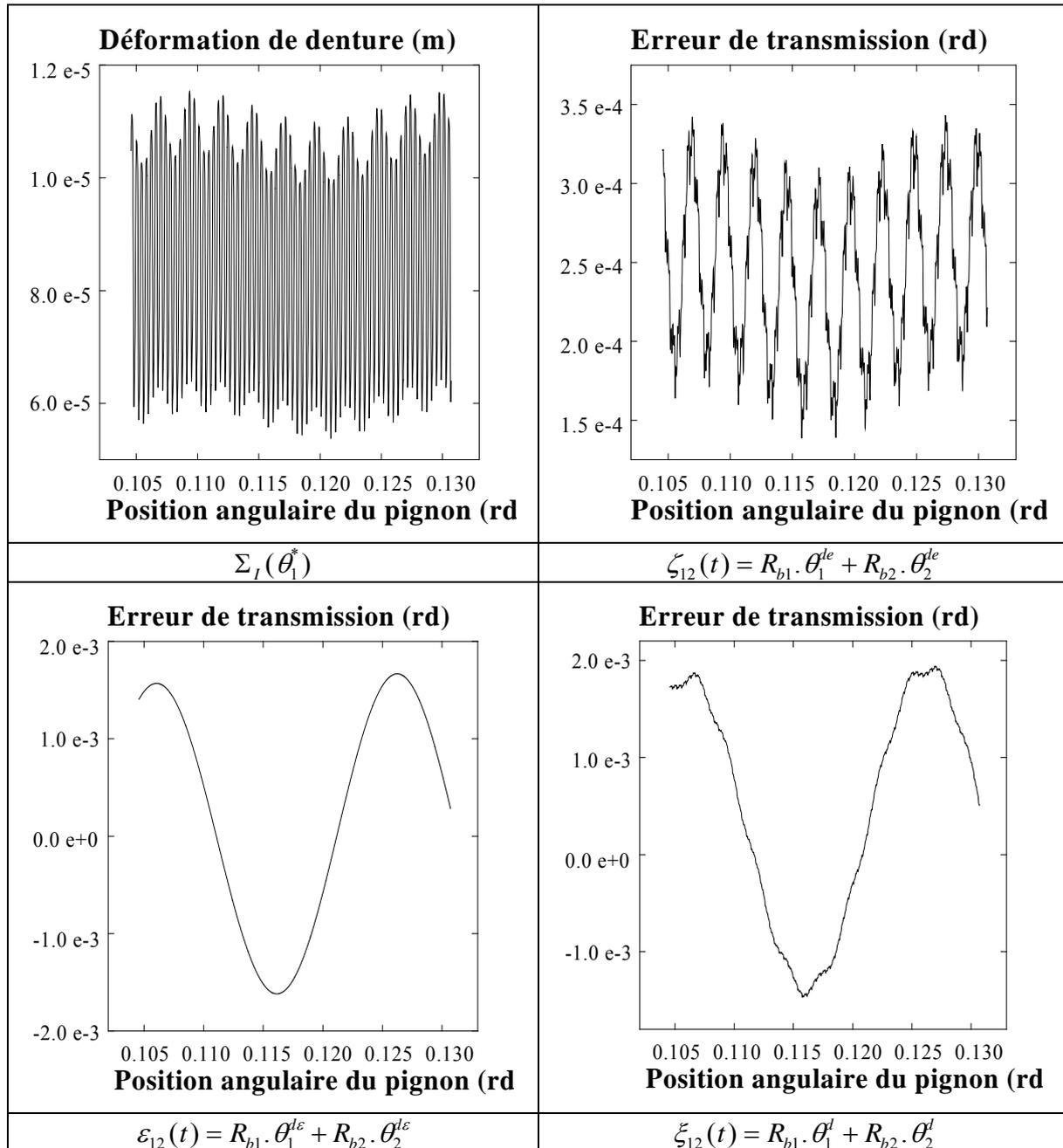


Figure IV.36 : Prédiction du comportement dynamique en présence d'une erreur de transmission sans charge (excentricité 40 μm / roue). Configuration I.
3000 tr/mn, C=120 N.m, $\varepsilon = 6.0\%$, 15 modes sélectionnés.

La déformation dynamique de denture, que nous avons notée $\Sigma_I(t)$, a été analysée aux paragraphes 2.2.2 et 3.3.1. Elle traduit la contribution de l'ensemble des degrés de liberté et s'exprime :

$$\Sigma_I = (-u_1^{de} + u_2^{de} + R_{b1} \cdot \theta_1^{de} + R_{b2} \cdot \theta_2^{de} + \eta_I(\bar{F}, \bar{\theta}^*)(\psi_1^{de} - \psi_2^{de})).\cos(\beta) + (-v_1^{de} + v_2^{de} - R_{b1} \cdot \gamma_1^{de} - R_{b2} \cdot \gamma_2^{de} + (\mu_I(\bar{F}, \bar{\theta}^*) \cdot \psi_1^{de} + l_I(\bar{F}, \bar{\theta}^*) \cdot \psi_2^{de})).\sin(\beta)$$

Les déplacements nodaux qui interviennent dans cette expression sont associés aux déformations élastiques. On y retrouve le terme $\zeta_{12}(t) = R_{b1} \cdot \theta_1^{de} + R_{b2} \cdot \theta_2^{de}$ qui caractérise la contribution des mouvements de torsion à la déformation de denture.

Un exemple d'évolution temporelle de ces différentes grandeurs, en présence d'un défaut d'excentricité de 40 μm , est présenté sur la figure IV.36. La configuration de montage étudiée est la configuration numéro I; la rotation nominale du pignon est de 3000 tr/mn et le couple appliqué de 120 N.m.

En dehors des effets "cinématiques" présentés ci-dessus, les erreurs de faux-rond introduisent des modulations basse-fréquence (harmoniques à la rotation des arbres) sur les spectres du bruit et des vibrations d'engrènement. Ces modulations se caractérisent, comme nous l'avons vu au chapitre I, par l'apparition de bandes latérales sur les pics d'engrènement. Afin de mettre ce phénomène en évidence, nous avons étudié, pour différents régimes de rotation, les modulations présentes dans le signal caractérisant l'évolution de la déformation dynamique de denture $\Sigma_I(t)$. La figure IV.37 présente l'évolution des bandes latérales du premier harmonique de la fréquence d'engrènement avec la vitesse. La configuration de montage étudiée est la configuration numéro I et la résolution des spectres a été augmentée par zoom-FFT (loupe de Thrane, cf. Annexe II). Le signal présente deux modulations distinctes associées à la fréquence de rotation des arbres (fr) et à la fréquence du premier mode de la structure (f1). Ce dernier type de modulation a déjà été signalé dans la bibliographie par Satori (1993) qui l'a observé lors de l'analyse du comportement dynamique des étages de réduction épicycloïdaux d'une boîte de transmission de puissance d'hélicoptère.

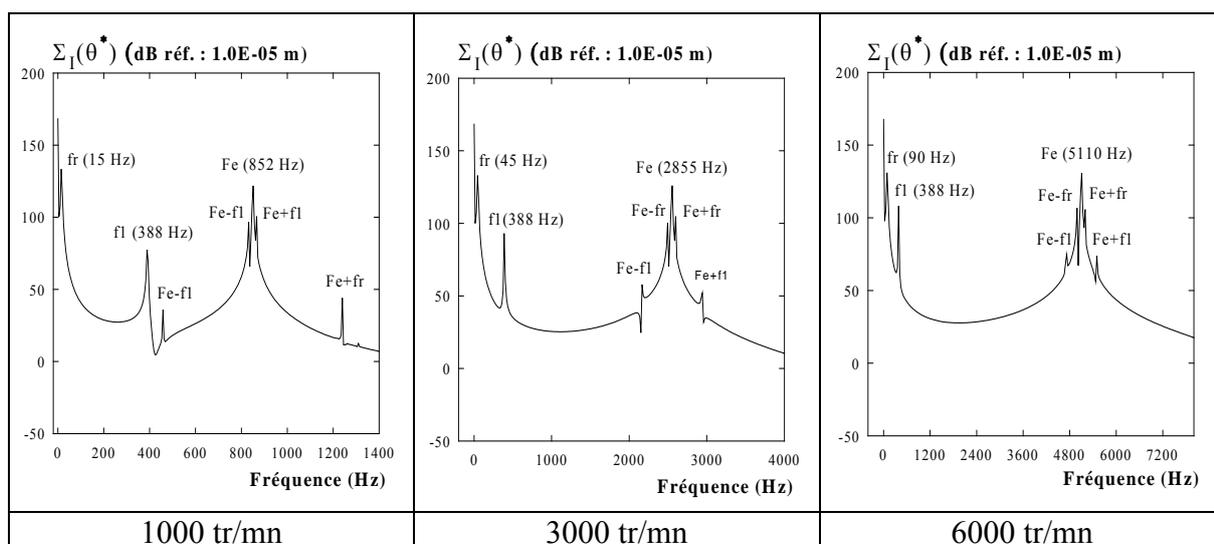


Figure IV.37 : Evolution des bandes latérales avec la vitesse. Configuration de montage n°I. $\varepsilon=6.0\%$, $C=120\text{ N.m}$, 15 modes sélectionnés.

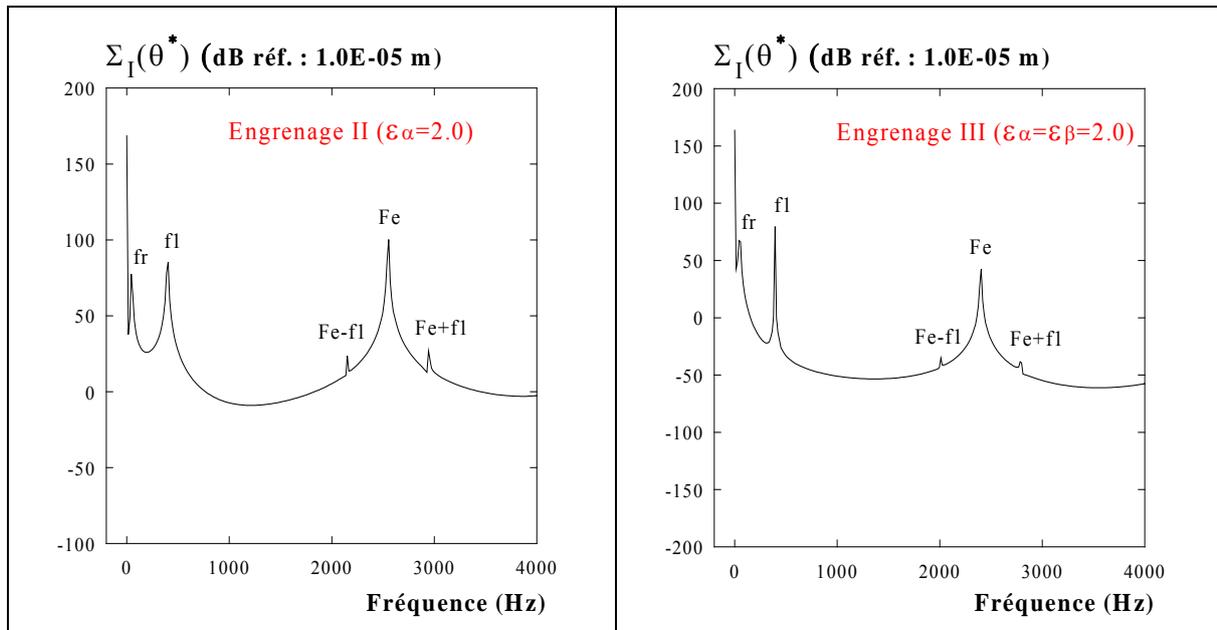


Figure IV.38 : Description des bandes latérales du pic d'engrènement. Configurations de montage II et III, $\varepsilon=6.0\%$, $C=12\text{ N.m}$, 15 et 20 modes sélectionnés, 3000 tr/mn.

L'augmentation du rapport de conduite (configuration II) et l'introduction d'un angle d'hélice (configuration III) atténuent considérablement ces modulations et font totalement disparaître les bandes latérales associées à la fréquence de rotation des arbres. Ce résultat est général pour l'ensemble de la plage de vitesse utilisée (1000-6000 tr/mn); nous ne l'illustrons ici que pour une vitesse de 3000 tr/mn (Fig. IV.38).

L'influence des défauts d'excentricité sur l'évolution globale de la déformation dynamique de denture avec la vitesse est présentée sur les figures IV.39, IV.40 et IV.41. Il apparaît très clairement que l'introduction de ce défaut, qui se traduit par l'apparition d'une composante basse fréquence supplémentaire, affecte principalement les indicateurs temporels caractérisant l'évolution de l'amplitude du signal. C'est en particulier le cas de l'écart-type, de l'étendue moyenne (non représentée) ou encore de la valeur maximale (non représentée). A l'opposé, les composantes situées à plus haute fréquence ne sont pas affectées comme l'atteste l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement.

Cette influence reste relativement faible et ne devient significative que lorsque l'amortissement est important et pour des engrenages présentant une longueur de conduite importante (configurations II et III). Ce phénomène est particulièrement visible avec la configuration III et confirme la grande sensibilité des engrenages hélicoïdaux aux erreurs de forme et de position. Les écarts observés conduisent à une légère augmentation de l'effort dynamique appliqué sur les dentures. Cette augmentation est directement liée à la vitesse de rotation et reste toujours inférieure à 5.0 %.

L'introduction de ce défaut apparaît donc comme peu significative. Les effets observés sont conformes aux tendances décrites dans la bibliographie, bien que l'émergence des bandes latérales soit peu marquée dans notre cas. Notons que l'introduction d'une très forte composante basse fréquence (amplitude $4.0E-03\text{ rd}$) au second membre des équations dynamiques conduit à une très faible augmentation de l'effort dynamique à la denture. Ceci traduit parfaitement le caractère "cinématique" de l'erreur de transmission associée aux défauts de denture, qui ne produit, que de très faibles déformations élastiques.

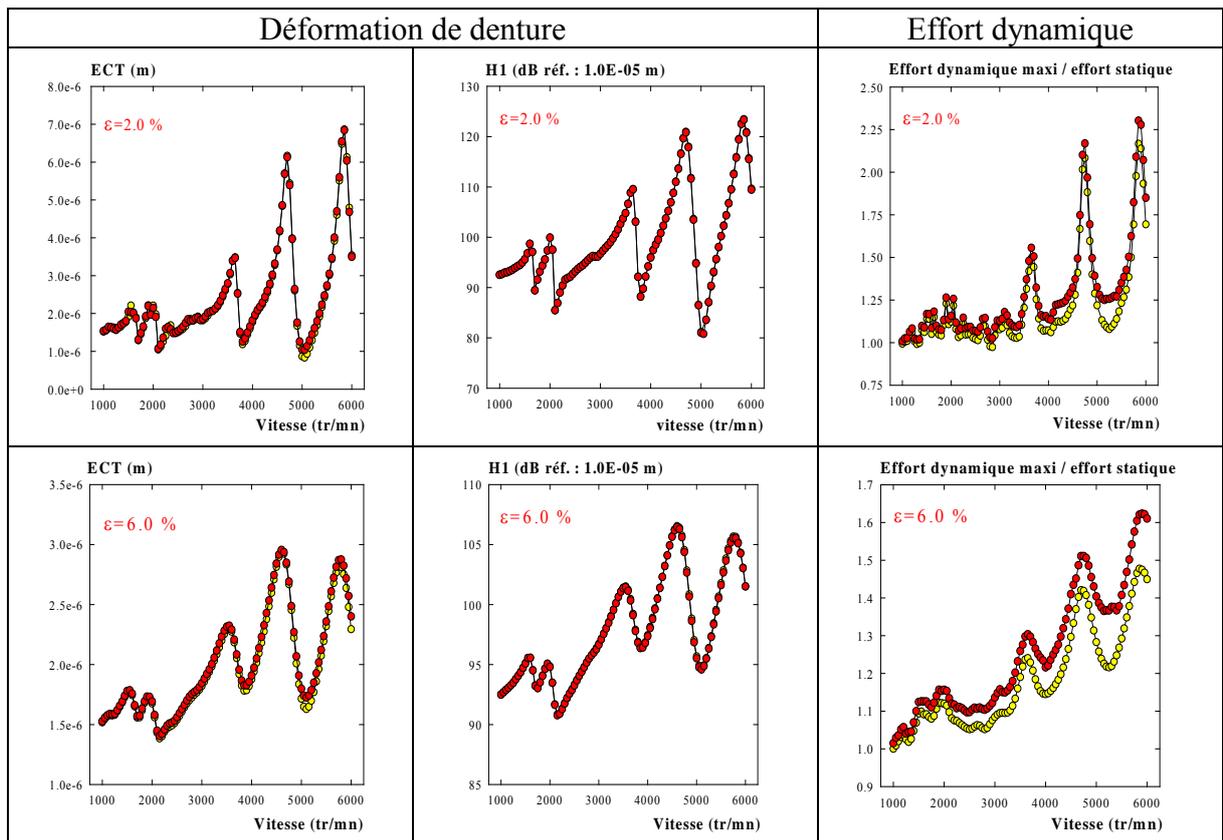


Figure IV.39 : Réponse dynamique de la structure, configuration de montage n° I,
 (●—●—●) excentricité 40 μm / roue, 15 modes sélectionnés

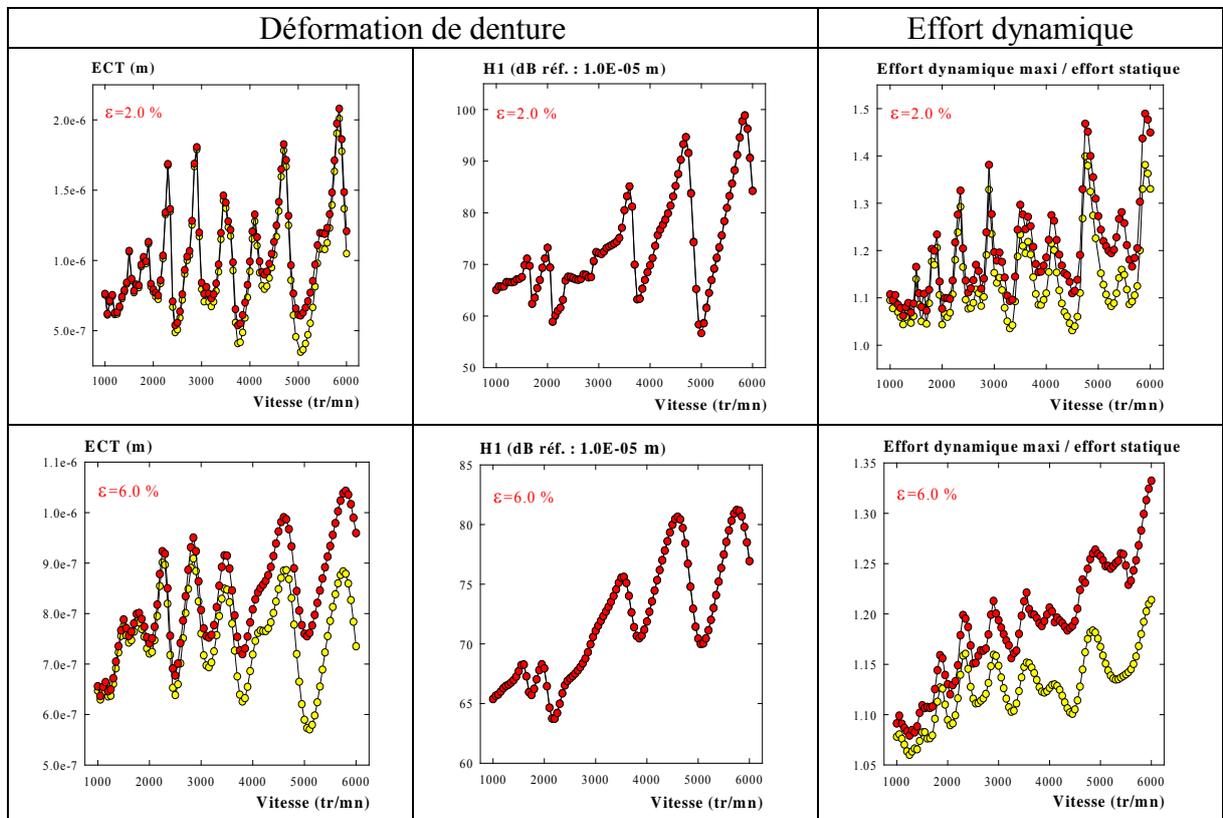


Figure IV.40 : Réponse dynamique de la structure. Configuration de montage n° II.
 (●—●—●) excentricité 40 μm / roue, 15 modes sélectionnés

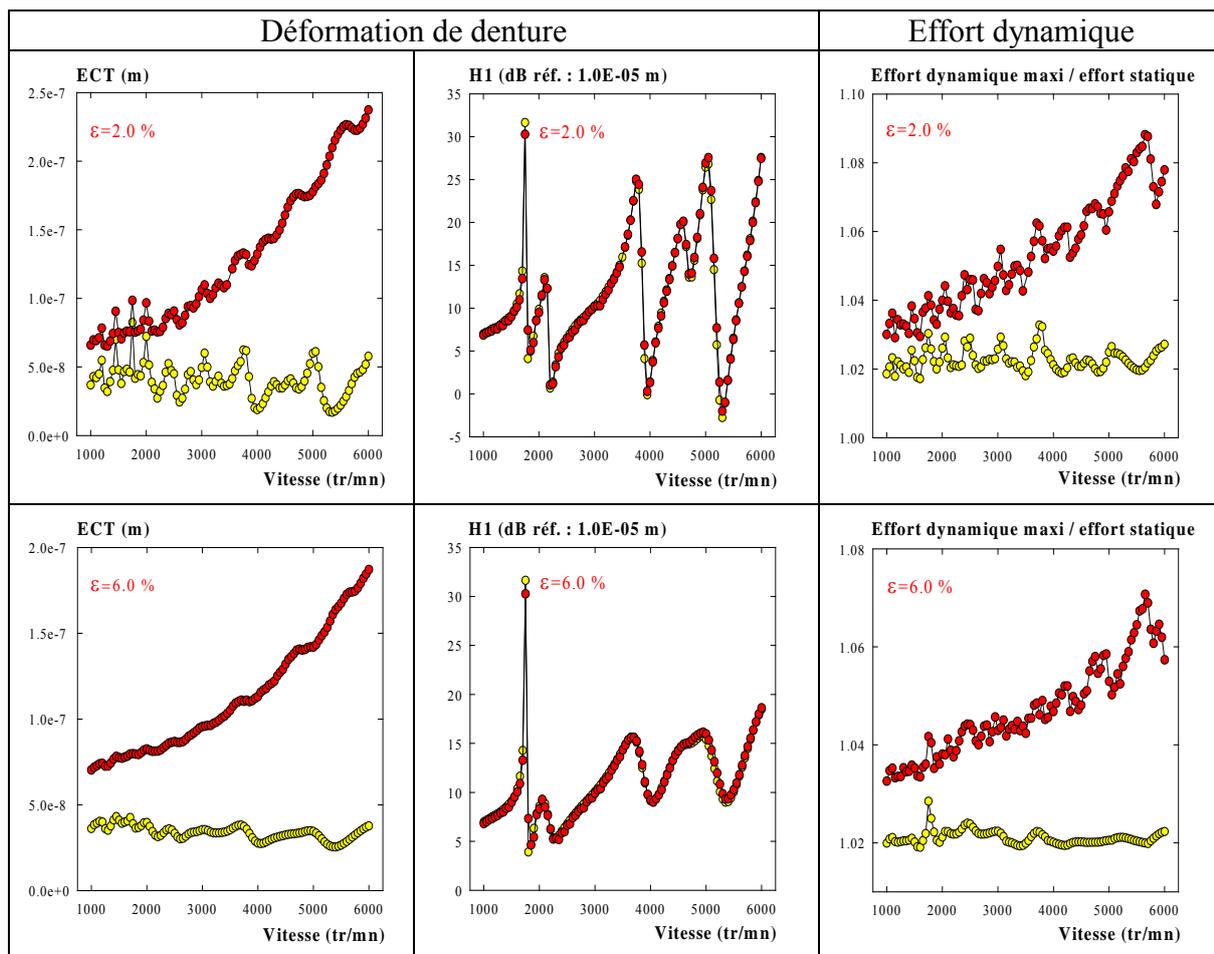


Figure IV.41 : Réponse dynamique de la structure. Configuration de montage n° III.
 (●—●—●) excentricité 40 μ m / roue, 20 modes sélectionnés

V. Conclusion.

Ce chapitre était entièrement consacré à la modélisation dynamique des transmissions par engrenages et plus particulièrement à la description de l'interface d'engrènement. Cet interface apparaît comme la principale source d'excitation vibro-acoustique de la transmission et introduit un couplage élastique fort entre les vibrations des arbres supports. Sa description fait appel aux grandeurs définies en régime quasi-statique (rigidité d'engrènement et erreurs de transmission) mais différentes écoles existent dans la bibliographie quant à leur utilisation. Les modélisations qui en résultent sont très différentes. Elles sont associées à des hypothèses spécifiques et sont généralement utilisées dans des contextes différents (engrènement avec pertes de contact, défauts de forme et/ou de position importants, etc...). Nous avons présenté l'ensemble de ces méthodes, précisé les hypothèses associées à chacune et décrit leurs principaux domaines d'application.

Rappelons que la modélisation la plus courante est associée à une excitation par l'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Elle utilise une rigidité de denture évoluant avec la position d'engrènement et indépendante du chargement dynamique instantané. Les effets des erreurs de forme sont introduits par une excitation en déplacement supplémentaire définie par l'erreur de transmission quasi-statique sans charge qu'elle induit par ces erreurs. Ces grandeurs sont déterminées en régime quasi-statique et leur évaluation se fait en amont de toute modélisation dynamique. Des développements spécifiques (Séries de Fourier) associés à la fréquence d'engrènement peuvent également être utilisés pour les représenter. Notons que certaines grandeurs comme l'erreur de transmission quasi-statique sans charge peuvent présenter une périodicité supérieure (excentricité), ce qui rend ce type de développement inadapté.

Les principales modifications qui sont apportées à cette modélisation concernent la description de la rigidité d'engrènement. La modélisation la plus simple utilise une rigidité de denture constante égale à la valeur moyenne de la rigidité réelle. Cette modélisation est la plus séduisante car elle conduit à un système d'équations linéaires. Les excitations d'engrènement sont alors traduites par les fluctuations des erreurs de transmission sous et/ou sans charge présentes au second membre. Le domaine d'application principal de cette technique est l'étude des engrènements avec pertes de contact. Elle a toutefois été utilisée dans un contexte plus général et nous avons vu, sur trois exemples, qu'elle conduit à des résultats très satisfaisants lors de l'analyse du comportement dynamique d'engrenages alignés et ne présentant pas de défauts de forme importants. Ceci est en accord avec la bibliographie. Nous étudierons au chapitre suivant l'efficacité de cette méthode dans d'autres contextes et en particulier dans le cas de denture désalignées ou corrigées.

La seconde famille de modèles utilisée dans la bibliographie est associée à une description de la rigidité de denture en fonction des conditions instantanées de contact. Les schémas de résolution itératifs utilisés dans ce contexte ont été exposés au paragraphe 2.2.1. Ils sont adaptés à l'étude de l'engrènement en présence de défauts de forme et/ou de position importants. Nous avons mis en place un schéma de résolution de ce type et nous l'appliquerons au chapitre suivant pour décrire les conditions d'engrènement des engrenages désalignés.

Enfin les différents modèles de l'interface d'engrènement décrits ci-dessus sont associés à une description de l'ensemble des éléments de la transmission. Nous avons présenté les descriptions les plus classiquement utilisées pour décrire le comportement mécanique des arbres de transmission et des paliers. Ces modélisations font appel à la technique des éléments

finis. Cette technique permet de décrire efficacement l'ensemble des couplages élastiques introduits par l'engrènement et d'étudier la propagation des vibrations vers le carter. Notons que les modélisations torsionnelles, qui historiquement sont les premières à avoir été utilisées, fournissent des informations significatives et sont particulièrement utilisées pour l'étude des engrènements avec pertes de contact et pour le choix de corrections de denture.

Ce chapitre a également été consacré à la description de la modélisation que nous avons adoptée pour décrire le comportement dynamique du banc d'essais. Cette modélisation a été construite avec le souci de pouvoir comparer les différentes techniques de modélisation évoquées ci-dessus. La résolution des équations du mouvement fait appel à une technique d'intégration pas à pas; une technique de réduction modale (méthode pseudo-modale) a été utilisée. Une étude spécifique a permis de décrire le contexte de simulation optimal (maillage, nombre de modes), de localiser les régimes de fonctionnement critiques et de les relier aux modes de la structure. Elle servira de référence pour les études effectuées au chapitre suivant.

Chapitre V

Erreur de transmission dynamique. Approche numérique et expérimentale

I. Introduction.

Ce chapitre est consacré à l'étude numérique et expérimentale de l'erreur de transmission dynamique. Les relevés expérimentaux ont été effectués sur le banc d'essais à l'aide de la technique décrite au chapitre II. Les simulations numériques font appel aux techniques de modélisation décrites au chapitre précédent. Les résultats fournis par ces différentes techniques sont systématiquement comparés.

Rappelons que l'erreur de transmission dynamique est associée à la transmission du mouvement entre les engrenages et donc aux vibrations de torsion. Elle n'est représentative que d'une partie des déformations de denture. Toutefois, l'engrènement introduit des couplages élastiques forts entre les différents degrés de liberté. Par conséquent, l'évolution de l'erreur de transmission dynamique est affectée par l'ensemble des vibrations de denture. Les principaux régimes critiques de dentures, qui sont associés à des modes couplés (torsion-flexion) sont, en particulier, très facilement localisables sur l'évolution de l'erreur de transmission dynamique avec la vitesse.

Le choix de cette grandeur comme indicateur du comportement dynamique a été justifié au chapitre I et II.

Plusieurs configurations géométriques ont été étudiées. Les paramètres qui les caractérisent sont reconnus, dans la bibliographie, comme ayant une influence forte sur le bruit et les vibrations d'engrènement. Ils sont associés à la définition géométrique des dentures (rapport de conduite ε_α , rapport de recouvrement ε_β , corrections denture, module,...) ou définissent leur position relative (entraxe, désalignements,...). Les effets qui leur sont associés, dans la bibliographie, ont été présentés au chapitre I. Ces informations sont, pour la plus grande part, issues d'études expérimentales sur le bruit d'engrènement. L'étude des vibrations d'engrènement est, quant à elle, généralement abordée de manière numérique et les corrélations expérimentales sont souvent effectuées à faible vitesse ou sur un nombre de

points limité. Les seuls travaux qui, à notre connaissance, ont été consacrés à l'étude numérique et expérimentale des vibrations d'engrènement sur une plage de vitesse significative et pour différentes configurations d'alignement ont été réalisés par Umezawa & col. (1986-b, 1992).

Ce chapitre est organisé en cinq parties. La première est consacrée à l'étude du comportement dynamique de plusieurs couples d'engrenages en l'absence de défaut. Les résultats obtenus sont systématiquement comparés aux relevés expérimentaux. L'influence de la modélisation des paliers et du choix des conditions aux limites est alors abordée. Les excitations introduites par les défauts de denture sont étudiées dans la seconde partie et la troisième présente les améliorations apportées par les corrections de denture. Enfin les deux derniers paragraphes sont consacrés à l'étude du comportement dynamique en présence de défauts d'alignement et à l'évaluation, dans notre contexte d'analyse, des performances des différentes techniques de modélisation de l'interface d'engrènement.

Les conditions opératoires ont été choisies pour être représentatives d'un fonctionnement industriel normal. Cette étude sera donc effectuée sur une plage de vitesse de 5900 tr/mn (100-6000 tr/mn) et pour un chargement de 120 N.m

II Erreur de transmission dynamique en l'absence de défauts.

II.1. Configuration de référence.

Nous étudions dans ce paragraphe le comportement dynamique des trois couples d'engrenages (I, II et III) qui nous ont servi de support au cours des trois premiers chapitres de ce texte. Leurs caractéristiques géométriques sont représentatives des différentes familles d'engrenages utilisés dans les transmissions de puissance industrielles. On peut se reporter, de ce point de vue, à la classification établie par Umezawa & col. (1985-b).

Le couple I est un engrenage droit de rapport de conduite inférieur à 2 ($\varepsilon_{\alpha}=1.3$). C'est un engrenage qui présente une résistance mécanique importante mais ses caractéristiques vibro-acoustiques sont connues pour être particulièrement médiocres.

Le couple II est également un engrenage droit mais son rapport de conduite est supérieur. Le choix d'une valeur entière (ici 2) est censé être optimal du point de vue de la génération du bruit et des vibrations d'engrènement : le nombre de dents en contact reste constant au cours de l'engrènement, ce qui n'introduit aucune fluctuation sur l'évolution de la rigidité d'engrènement et de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge. L'application d'un chargement important (ici 120 N.m) est toutefois responsable, comme nous l'avons vu au chapitre III, de l'apparition (temporaire) d'un troisième couple de dents dans le contact. Ceci ce traduit par une légère augmentation du rapport de conduite qui introduit, inévitablement, des fluctuations sur l'évolution de la rigidité de denture et de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Le choix optimal passe donc par l'utilisation d'un couple d'engrenages ayant un rapport de conduite sous charge (et non à vide) entier.

Le couple III représente un cas limite car l'importance de son angle d'hélice (30°) rend la fabrication de ce type d'engrenage très délicate. Il a néanmoins été retenu, car il permet de visualiser très efficacement les effets du rapport de recouvrement (ε_{β}) sur les vibrations d'engrènement et ceci sans nécessiter de correction de denture.

L'évolution du niveau expérimental de l'erreur de transmission dynamique propre à chacun de ces engrenages est représentée sur la figure V.1. Ces courbes présentent l'évolution, en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée, du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1), de l'écart-type (ECT) et de la vitesse moyenne d'étendue (ET) calculés à partir de l'évolution temporelle et spectrale (à vitesse stabilisée) de l'erreur de transmission dynamique.

Il apparaît, sur l'ensemble des indicateurs, que le couple numéro II possède le moins bon comportement dynamique. Ceci est contraire aux tendances établies dans la bibliographie ainsi qu'aux résultats obtenus, sur ces mêmes engrenages, par Rémond (1991) qui a étudié leur rayonnement acoustique. La seule explication raisonnable que l'on peut donner à ce phénomène, réside dans l'utilisation fréquente qui a été faite de ces engrenages. Les conditions de fonctionnement particulièrement sévères auxquelles ils ont soumis les ont considérablement détériorés. Le couple numéro II est, en particulier du point de vue des vitesses de glissement, très exposé aux détériorations. Nous verrons dans la suite du texte le niveau de défauts associés à chacun de ces engrenages. A l'opposé les niveaux vibratoires relevés avec le couple III sont les plus faibles. Ceci est vrai sur l'ensemble des indicateurs et met clairement en évidence l'intérêt des engrenages hélicoïdaux à grand rapport de recouvrement.

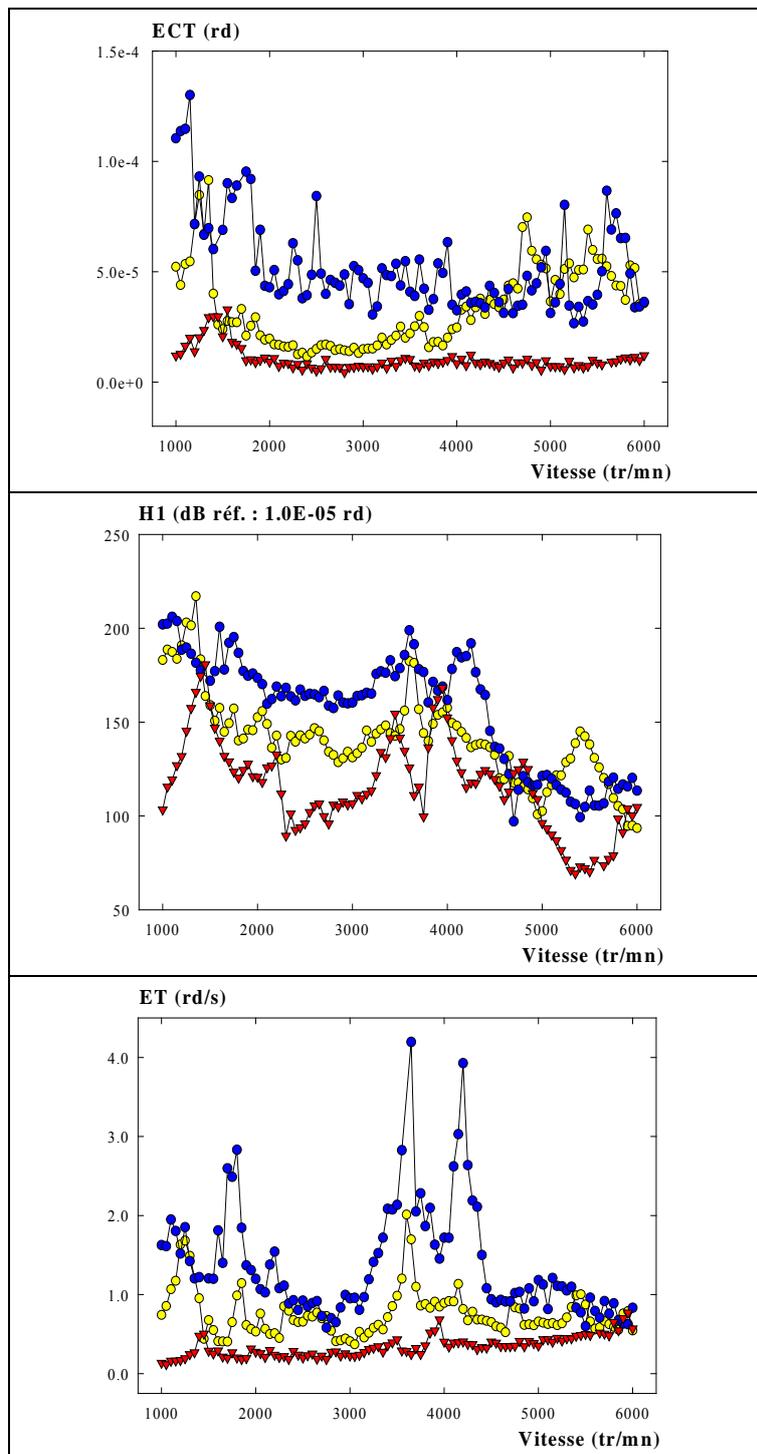


Figure V.1 : Evolution de l'erreur de transmission expérimentale avec la vitesse.

Influence du rapport (ϵ_α) de conduite et du rapport de recouvrement (ϵ_β).

●—●—● : $\epsilon_\alpha = 1.3$, ●—●—● : $\epsilon_\alpha = 2.0$, ▼—▼—▼ : $\epsilon_\alpha = \epsilon_\beta = 2.0$

Les informations obtenues par simulation numérique (Fig. V.2) respectent la classification établie dans la bibliographie. Ce résultat est conforme à nos attentes, compte tenu des niveaux d'excitation quasi-statique qui caractérisent chacun de ces engrenages (cf. Ch. III). Cette simulation a été effectuée en l'absence de défaut et montre que l'évolution du rapport de conduite avec le chargement, observée sur le couple numéro II et évoquée ci-dessus, ne peut pas, à elle seule, expliquer les différences observées sur les résultats expérimentaux. On peut, toutefois, remarquer que sur la plage de vitesse 1800-3300 tr/mn, les couples I et II possèdent

des niveaux vibratoires très similaires. Par contre, l'augmentation du rapport de conduite conduit à des gains très importants pour les vitesses supérieures à 3500 tr/mn.

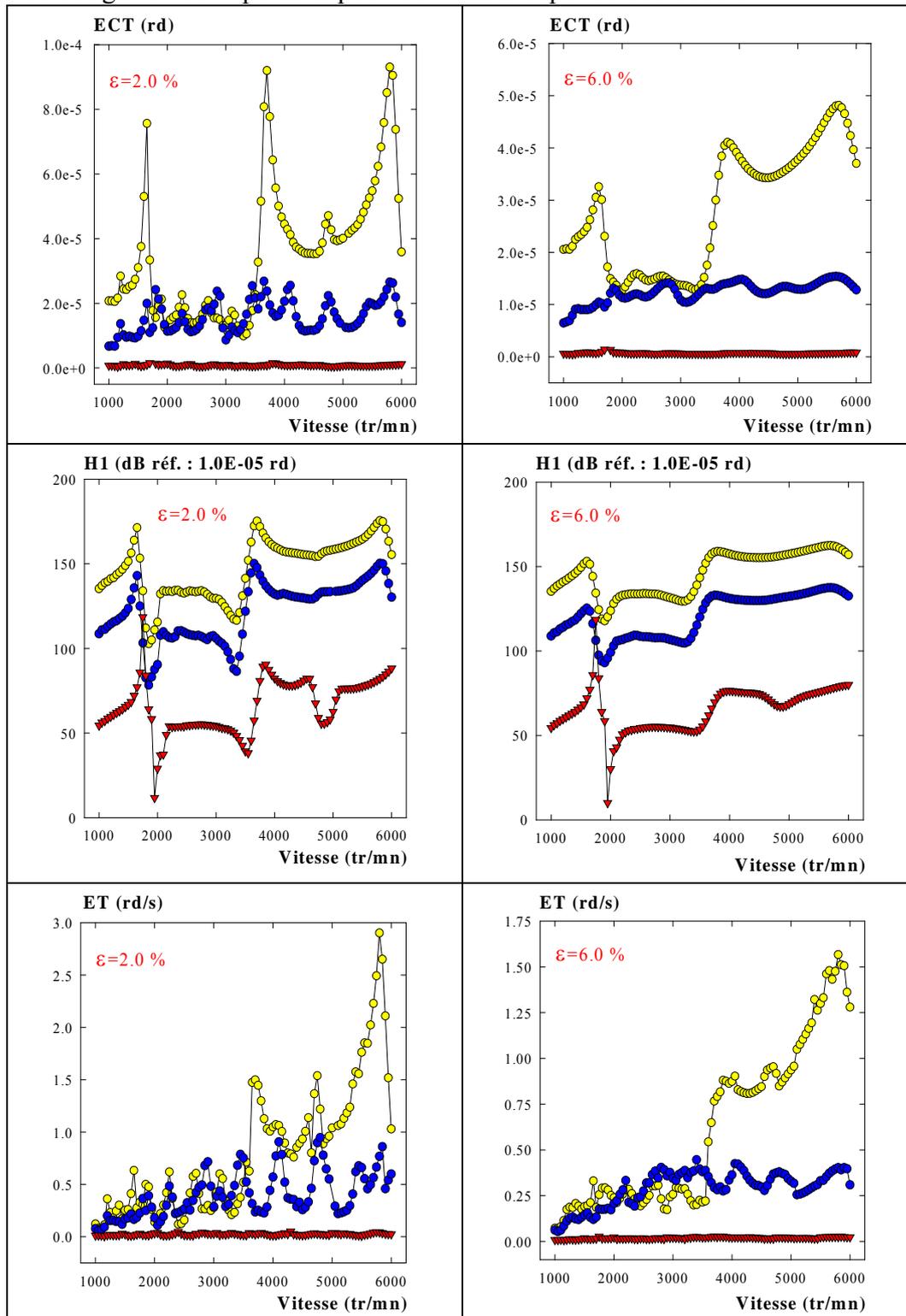


Figure V.2 : Evolution de l'erreur de transmission calculée avec la vitesse. Influence du rapport de conduite (ϵ_α) et du rapport de recouvrement (ϵ_β).
 ●—● : $\epsilon_\alpha = 1.3$, ●—● : $\epsilon_\alpha = 2.0$, ▼—▼ : $\epsilon_\alpha = \epsilon_\beta = 2.0$

Une première comparaison des valeurs numériques et expérimentales de l'erreur de transmission dynamique est présentée, pour les trois configurations de montage, sur les figures V.3 et V.4. Cette comparaison a été effectuée pour une valeur du pourcentage d'amortissement

de 2.0 %. Cette valeur est représentative, dans la bibliographie, d'une configuration très faiblement amortie. Elle permet, toutefois, de visualiser très clairement les vitesses critiques associées aux différents modes à l'arrêt de la structure. C'est pourquoi nous l'avons utilisée, dans un premier temps, pour isoler les modes les plus caractéristiques et définir, s'il y a lieu, les recalages à effectuer. Ces résultats peuvent, toutefois, être comparés, à ceux obtenus avec une configuration d'amortissement standard (6.0 %) à partir des résultats présentés sur la figure V.2 ci-dessus. Il semble, toutefois, que cette dernière valeur soit trop importante. En particulier, elle conduit à un "écrasement" considérable des pics qui traduisent le passage des vitesses critiques. Ces pics deviennent alors très difficilement décelables et leur émergence est sous-estimée par rapport aux valeurs expérimentales. Nous verrons dans la suite du texte que cette valeur ne peut être réaliste que pour le mode à l'arrêt ayant la plus grande énergie de déformation à la denture.

En dehors de la configuration de montage I, les niveaux vibratoires définis par simulation numérique sont très inférieurs aux valeurs expérimentales (fig.V.3). Cette tendance s'accroît avec l'introduction d'un angle d'hélice (conf. III) et l'augmentation de la longueur de conduite qui en résulte. Les défauts géométriques présents sur les dentures peuvent être responsables de ces différences, les engrenages à rapport de conduite global ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$) supérieur à 2 étant, comme nous l'avons vu au chapitre II, très sensibles à ces erreurs. Ce phénomène est la conséquence de la diminution de l'erreur de transmission dynamique associée aux déformations élastiques ($\zeta_{ij}(t)$, ch. IV) qui prend un niveau comparable (voire inférieur) à celui de l'erreur de transmission dynamique engendrée par les défauts de denture ($\varepsilon_{ij}(t)$, ch. IV). L'étude de l'influence des défauts de denture fera l'objet du paragraphe III.

A ce stade de l'analyse, le point le plus important est la localisation des vitesses critiques, car il définit la pertinence de la modélisation. Ces vitesses sont directement liées aux modes à l'arrêt de la structure et sont particulièrement visibles sur la courbe d'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1) dont l'évolution avec la vitesse définit une courbe de "tracking" (fig. V.4). Une localisation correcte de ces vitesses est donc associée à une définition correcte des modes à l'arrêt de la structure.

Plusieurs remarques s'imposent. En particulier :

- le mode expérimental de plus basse fréquence (E1) n'est pas correctement recalé, aussi bien en amplitude qu'en localisation fréquentielle,
- un mode très basse fréquence (mode d'ordre 5 (conf. I et II) et 2 (conf. III)) est obtenu par simulation numérique; il ne peut être relié à aucun mode expérimental,
- certains modes expérimentaux n'apparaissent pas sur la simulation numérique. C'est particulièrement le cas du mode E2, situé à 3250 tr/mn pour la configuration II et 3450 tr/min pour la configuration III.

Ces remarques, et surtout la mauvaise définition du mode de plus basse fréquence, nous ont conduit à redéfinir les conditions aux limites utilisées pour la modélisation.

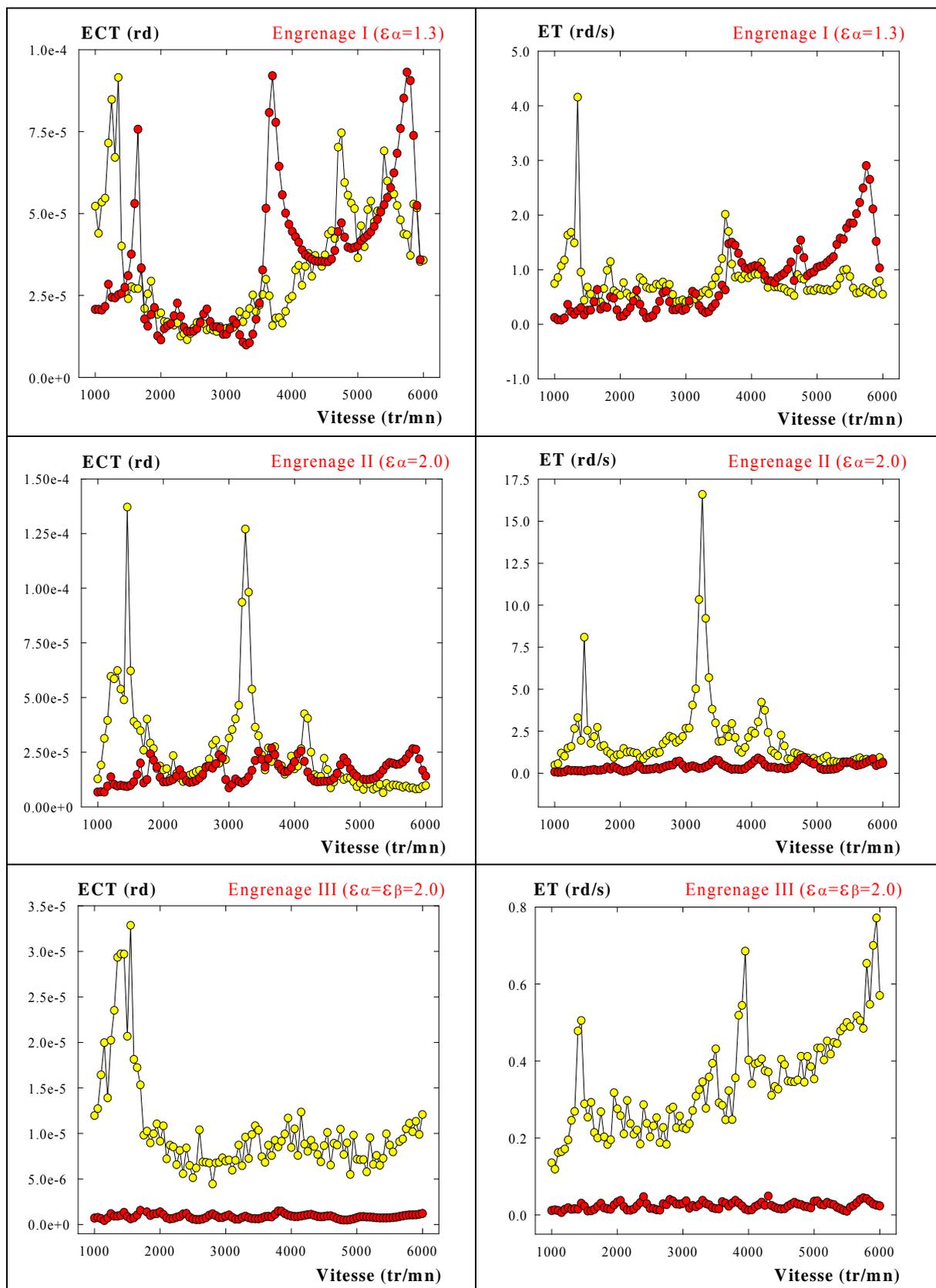


Figure V.3 : Erreur de transmission dynamique expérimentale (●●●) et calculée (●●●)
 Evolution de l'écart-type (ECT) et de la vitesse moyenne d'étendue (ET).
 Configurations de montage I, II et III.

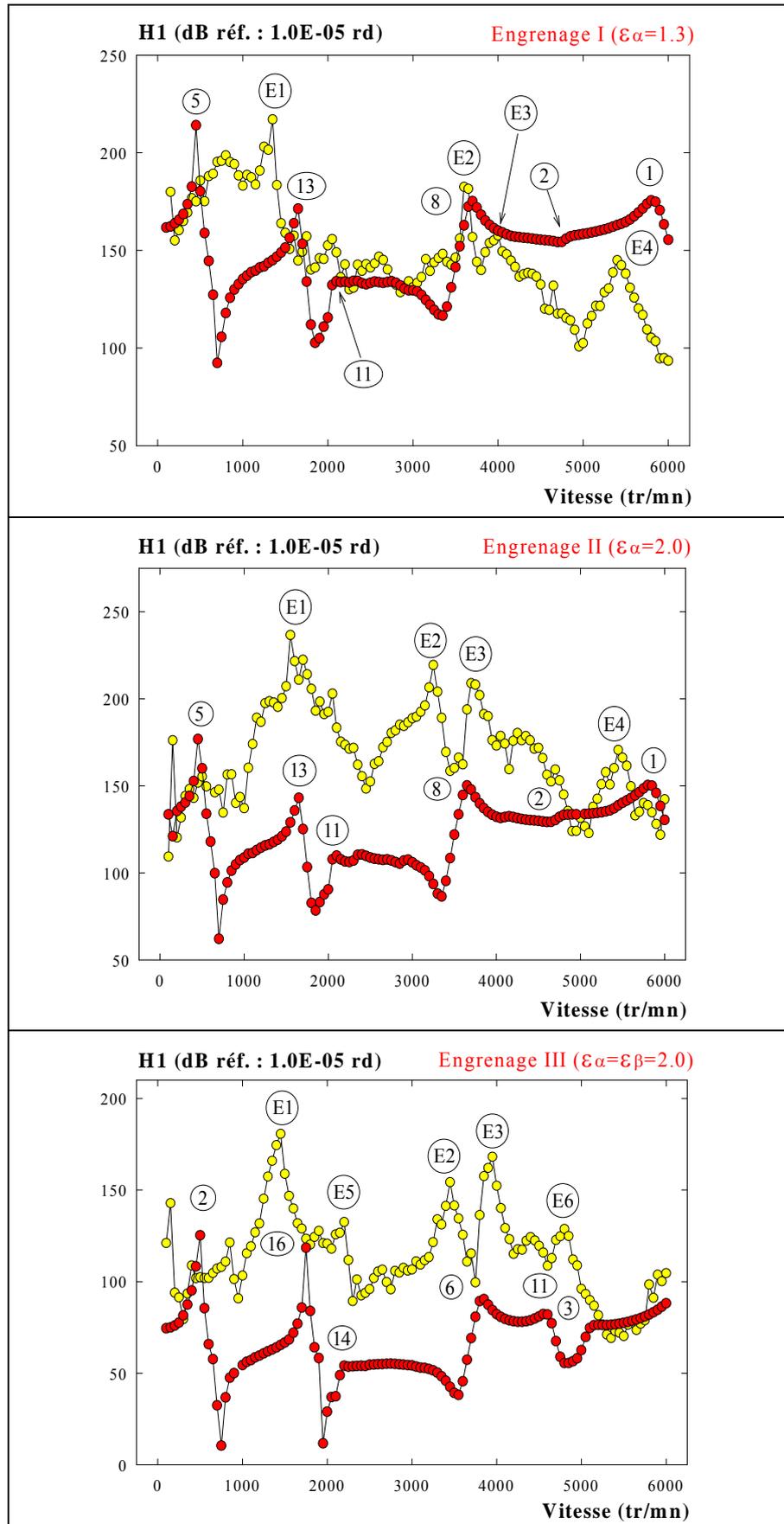


Figure V.4 : Erreur de transmission dynamique expérimentale (●●●) et calculée (●●●)
 Evolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1) avec la vitesse.
 Configurations de montage I, II et III.

II.2 Redéfinition des conditions aux limites.

L'analyse des conditions de fonctionnement (Ch. IV, paragr. 3.2), la présence d'un moteur asservi en vitesse et d'un frein asservi en couple nous avaient conduit à choisir des conditions aux limites en torsion de type bloqué-libre. Ces conditions aux limites sont responsables de la présence d'un mode numérique basse fréquence (400-450 Hz). Ce mode est associé à une rotation de corps solide de l'arbre de sortie, à une déformation très faible de l'arbre d'entrée et à une déformation importante de la denture. Sa suppression (ou l'augmentation de sa fréquence) passe nécessairement par la modification des conditions aux limites en torsion. Deux choix sont possibles : bloquer le mouvement de torsion côté frein ou introduire une rigidité angulaire sur ce même mouvement. La deuxième solution qui est certainement plus proche de la réalité physique permet un recalage fin et ne peut, de toute façon, être envisagée que dans un deuxième temps. Nous avons donc choisi de bloquer le degré de liberté en torsion associé au dernier noeud de la structure côté frein. Cette hypothèse ne concerne évidemment que la composante dynamique des déplacements, la déformation statique initiale étant déterminée séparément. Le système matriciel régissant le comportement dynamique du banc d'essais prend alors la forme générale :

$$[M]. \{ \ddot{X} \} + [C]. \{ \dot{X} \} + [K(\bar{F}, \theta^*)]. \{ X \} = [K(\bar{F}, \theta^*)]. \{ (\xi_o(\bar{F}, \theta_o^*) - \bar{\xi}_o(\bar{F})) + \hat{\varepsilon}_o(\theta_o^*) \}$$

où $\bar{\xi}_o(\bar{F})$ est la valeur moyenne (sur la période d'engrènement) de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Cette grandeur caractérise la déformation à l'arrêt de la denture.

Les paramètres de modélisation définis précédemment ont globalement été conservés. Toutefois, l'analyse de l'énergie de déformation à la denture des différents modes à l'arrêt nous a conduit à augmenter le nombre de modes retenus dans la base modale : 20 au lieu de 15 pour les configurations I et II et 25 au lieu de 20 pour la configuration III. Ce choix a été fait d'une part pour que le coefficient ρ_i du dernier mode sélectionné soit identique entre les deux contextes d'analyses et d'autre part pour ne pas écarter de mode dont la contribution pourrait devenir significative au cours de la phase de recalage. Les résultats obtenus sont présentés, pour les trois configurations de montage, sur la figure V.5. L'analyse ne porte que sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement compte-tenu de son caractère privilégié pour la localisation des régimes critiques de fonctionnement.

Nous pouvons constater la disparition, attendue, du mode numérique de plus basse fréquence. Sa nouvelle localisation (repère 1) assurant un bien meilleur recalage du mode expérimental (repère E1). On peut également remarquer, pour les configurations de montage I et II (engrenages droits), la bonne correspondance entre les modes numériques de repères 3 et 4 et les modes expérimentaux repérés E2 et E4. De plus, les modes expérimentaux supplémentaires qui apparaissent pour la configuration III (engrenage hélicoïdal, repères E5 et E6) peuvent être associés aux modes numériques repérés 5 et 7.

Il apparaît, toutefois, que le mode expérimental repéré E3 pour la configuration de montage numéro II (ce mode est également visible pour la configuration I, bien que très atténué) et E4 pour la configuration de montage III ne trouve pas d'équivalent parmi les différents modes numériques obtenus.

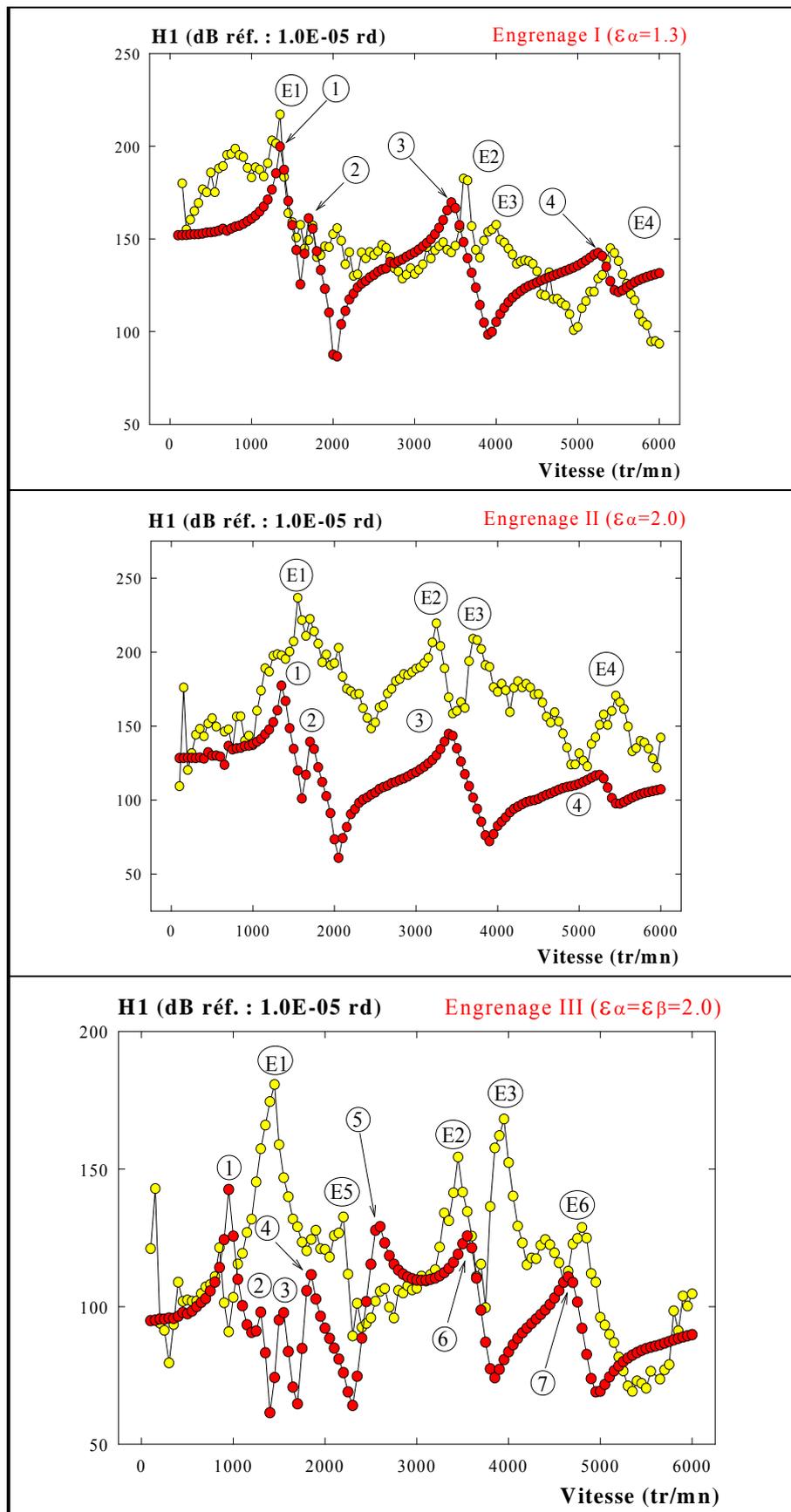


Figure V.5 : Erreur de transmission dynamique expérimentale (●●●) et calculée (●●●)
 Evolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1) avec la vitesse.
 Configurations de montage I, II et III.
 Conditions aux limites en torsion : bloqué-bloqué

II.3 Modélisation des paliers

Ces résultats nous ont conduits à étudier l'influence de la modélisation des paliers sur les modes de la structure. En particulier, les valeurs des rigidités utilisées peuvent être très influentes (Kahraman & col. 1989, Lalanne & Ferraris 1990). De même, les travaux de Lim & Singh (1990), que nous avons évoqués au chapitre IV, montrent que la rigidité au basculement ainsi que les termes de couplage entre les différents degrés de liberté ne sont généralement pas négligeables. De plus, ils sont particulièrement influencés par l'intensité et l'orientation du chargement extérieur. Des travaux, permettant la prise en compte de ces couplages, ont été entrepris au laboratoire (Choi 1993, Chan-Tien 1994). Les résultats obtenus n'ont pas pu être intégrés dans le cadre de ce travail.

En accord avec la modélisation que nous avons initialement retenue (rigidités axiales et radiales définies par les formules de Palmgren et linéarisées au voisinage du point de chargement) nous avons étudié l'influence des rigidités de palier sur les modes de la structure. Cette étude a été entreprise, dans un premier temps, avec la configuration de montage numéro II. L'utilisation d'un engrenage droit, qui n'introduit aucune sollicitation axiale, permet de simplifier le problème et de ne s'intéresser qu'aux rigidités radiales des roulements. De plus les résultats expérimentaux obtenus avec cet engrenage présentent une émergence très forte des différents pics caractérisant les régimes critiques de denture. L'influence de la rigidité radiale des roulements à billes sera étudiée dans la suite du texte avec la configuration de montage numéro III.

Dans un souci de simplicité nous avons introduit un coefficient de rigidité radiale (C_r) identique pour les roulements à billes et les roulements à rouleaux. Une modélisation découplée serait souhaitable mais nous l'avons écartée afin de dégager les tendances d'évolution principales. D'autre part, ce type de modélisation est, à notre avis, difficilement dissociable d'une analyse fine du comportement élastique des roulements prenant en compte l'ensemble des couplages évoqués ci-dessus.

Les modes de la structure les plus influents sont donnés dans le tableau V.1. Il s'agit des modes de fréquence inférieure à 10 k.Hz situés parmi les 40 premiers dans la base modale (classement par énergie de déformation à la denture décroissante). Rappelons que les résultats numériques présentés figure V.5 ont été obtenus avec une base tronquée de 20 modes. Les modes de fréquence inférieure à 5.0 k.Hz sont donnés en gras. Ils peuvent directement être associés aux vitesses critiques repérées 1, 2, 3 et 4 sur la figure V.5. Deux d'entre eux, de fréquence 3901 Hz (modes d'ordres 22 et 25), et donc susceptibles d'être directement excités par le premier harmonique de la fréquence d'engrènement dès 3500 tr/mn, ne peuvent être associés à aucune de ces vitesses car ils présentent une énergie de déformation à la denture trop faible ($\rho_i < 1.0$) pour avoir une influence significative.

La figure V.6 présente l'évolution avec la rigidité des paliers de la fréquence et de l'énergie de déformation de chacun de ces modes. Le numéro d'ordre qui les caractérise est systématiquement rappelé. Les fréquences, estimées à partir de la localisation des vitesses critiques de dentures, des quatre principaux modes expérimentaux pour la configuration II sont également représentées; ces fréquences sont repérées E1, E2, E3 et E4.

Il apparaît que les modes de fréquence supérieure à 5.0 k.Hz sont peu sensibles à l'évolution de la rigidité des paliers. Seul le mode d'ordre 21 est susceptible de faire apparaître une nouvelle vitesse critique entre 5000 et 6000 tr/mn car sa fréquence décroît et se stabilise vers 5.5 k.Hz. Notons l'évolution importante du facteur ρ_i associé à chacun de ces modes et en

particulier celle du mode 21 qui avec une valeur finale de l'ordre de 5.0 % devient très significatif.

Ordre	fréq. (Hz)	ω - H1 (tr/min)	ρ_i (%)
1 (repère 1)	1160	1365	34.8
2 (repère 3)	2921	3436	7.3
3	9229	----	5.8
4 (repère 2)	1456	1713	5.4
9	6602	7768	3.0
10	7780	9153	2.5
13 (repère 4)	4515	5312	1.2
21	6236	7336	0.67
22	3901	4589	0.66
23	4345	5112	0.50
25	3901	4589	0.43

Tableau V.1 : Modes de fréquence inférieure à 10 k.Hz.
Configuration de montage numéro II.

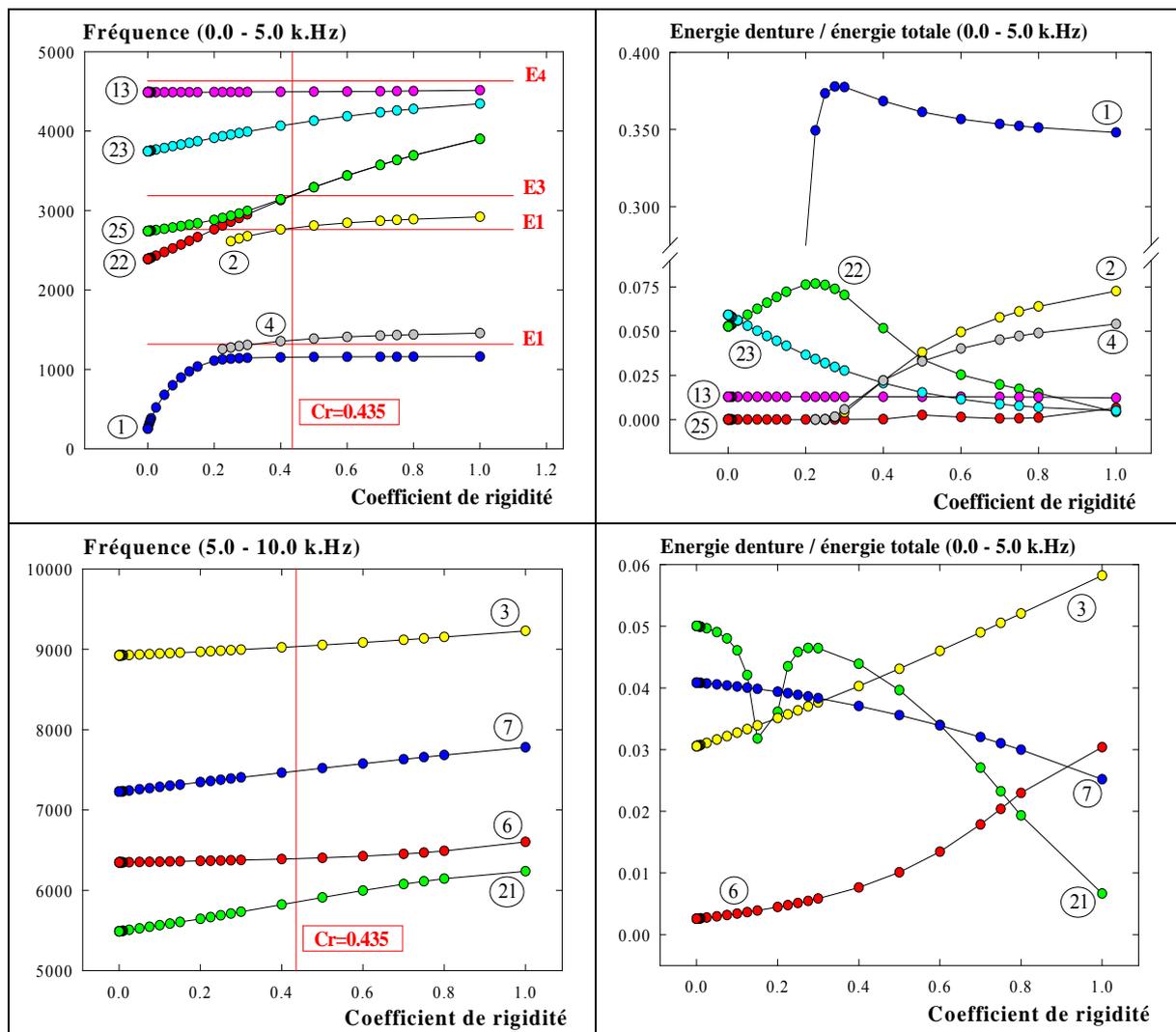


Figure V.6 : Evolution des principaux modes de la structure avec la rigidité radiale des paliers. Configuration de montage numéro II.

Parmi les modes de fréquence inférieure à 5.0 k.HZ seuls les modes d'ordre 22, 23 et 25 présentent une évolution marquée de leur fréquence propre sur toute la plage d'évolution du coefficient de rigidité C_r (entre 1.0 et $1.0E-04$). De plus cette évolution est associée pour le mode 22 et 23 à une augmentation importante de leur facteur ρ_i lorsque C_r décroît. Cette évolution rend ces modes particulièrement significatifs: ils seront responsables de l'émergence de nouvelles vitesses critiques si la rigidité des paliers est modifiée. Ce n'est pas le cas du mode 25 dont le facteur ρ_i décroît légèrement ce qui rend ce mode encore moins significatif.

Les fréquences propres des modes d'ordre 1, 2, 4 et 13 restent stables sur une large plage de variation du coefficient de rigidité ($0.3 \leq C_r \leq 1.0$). Elles apparaissent donc comme peu sensibles à ces variations. Ce résultat n'est plus vrai pour le facteur ρ_i dont l'évolution avec C_r est très marquée pour les modes d'ordre 2 et 4. Ces modes deviennent non significatifs pour les valeurs de C_r inférieures à 0.3. Le mode d'ordre 1 reste, quant à lui, le plus énergétique.

L'ensemble de ces remarques et l'analyse des vitesses critiques expérimentales nous ont conduits à choisir un facteur C_r de 0.435. En effet, pour cette valeur, l'ensemble des modes expérimentaux trouve un équivalent numérique présentant une énergie de déformation de denture suffisante pour que sa contribution à la déformation globale de denture soit significative.

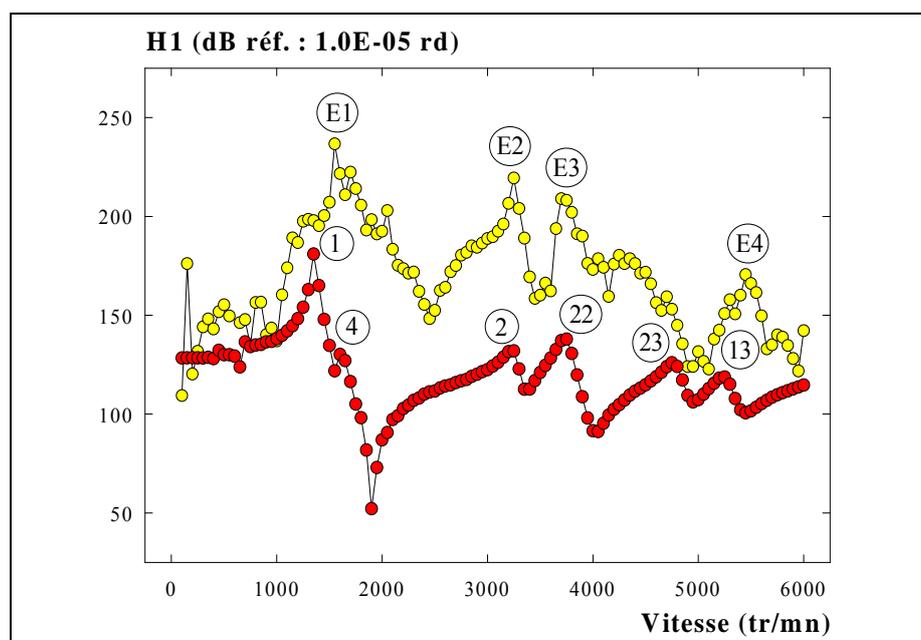


Figure V.7 : Erreur de transmission dynamique expérimentale (●●●) et calculée (●●●)
Configuration de montage II. Coefficient de rigidité radiale (paliers) $C_r=0.435$.

Les résultats obtenus avec cette nouvelle configuration d'analyse sont présentés sur la figure V.7. Le numéro d'ordre du mode responsable de l'émergence de chaque vitesse critique est rappelé au voisinage du pic correspondant. Toutefois, ce nombre est associé à la classification obtenue avec un coefficient $C_r=1.0$; il n'est en rien représentatif de la classification des modes dans la nouvelle base modale obtenue avec un coefficient $C_r=0.435$. Par exemple, le mode d'ordre initial 2, et repéré comme tel dans la suite de ce paragraphe, voit son facteur ρ_i décroître considérablement (cf. figure V.6); il ne doit donc pas être considéré comme un mode de denture très énergétique.

Seul le mode d'ordre 23 vient perturber ces résultats. Il présente une énergie de déformation suffisante pour être responsable de l'émergence d'une vitesse critique spécifique. Cette vitesse trouve difficilement un équivalent expérimental, bien qu'une augmentation de niveau vibratoire mesuré soit visible dans cette zone.

En dehors du pic associé au mode de denture le plus énergétique, l'émergence des pics expérimentaux est bien supérieure à celle de leurs homologues numériques. Ceci semble indiquer que l'amortissement utilisé (2.0% pour tous les modes) est trop important. Nous reviendrons sur ce point dans la suite du texte. Nous allons d'abord analyser les résultats obtenus avec les deux autres configurations de montage (fig. V.8 et V.9), puis étudier l'influence de la rigidité axiale des roulements à billes à gorge profonde sur les modes de la structure obtenus avec la configuration de montage numéro III.

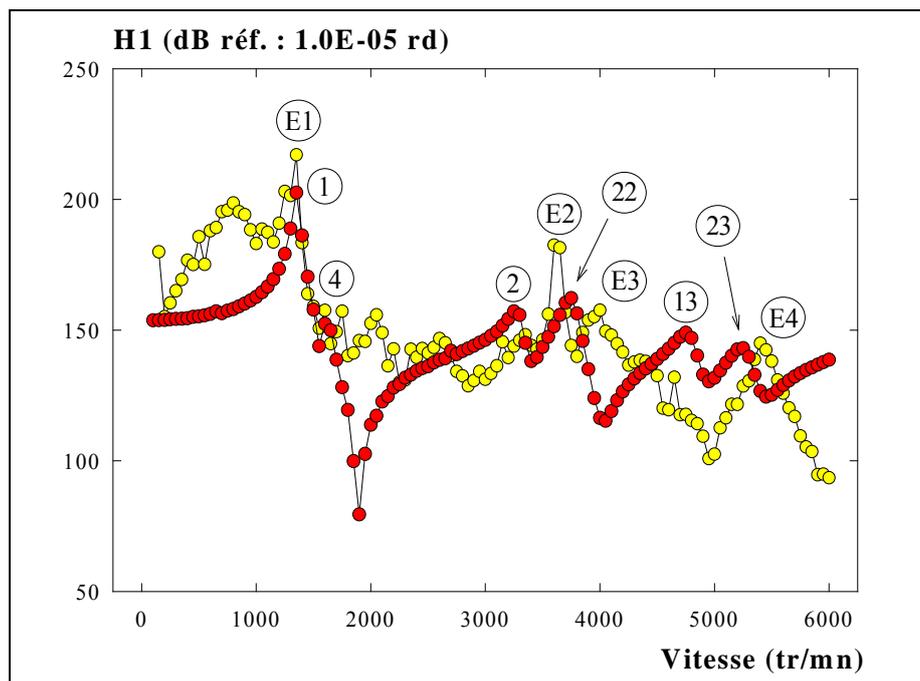


Figure V.8 : Erreur de transmission dynamique expérimentale (●●●) et calculée (●●●) Configuration de montage I. Coefficient de rigidité radiale (paliers) $C_r=0.435$.

A l'inverse des résultats précédents, les résultats obtenus avec la configuration I montrent un meilleur recalage du pic de plus basse fréquence (1-E1) mais un décalage systématique des autres pics (2-E2, 22-E3 et 23-E4) vers les basses fréquences. L'émergence des pics expérimentaux et numériques présente, dans ce cas, un meilleur accord. L'émergence du pic E2 est, toutefois, sous-estimée. Par ailleurs, la localisation de l'anti-résonance située après le pic 22 semble indiquer un fort décalage des pics 13 et 23, la vitesse critique définie par le mode 13 pouvant être associée au pic E4. Un recalage correct de l'ensemble de ces pics passe très certainement par une modélisation découplée et complète (prise en compte de l'ensemble des degrés de liberté) des paliers. Ceci semble confirmé par la grande sensibilité que nous avons observée entre les modes de la structure et la rigidité radiale des roulements.

Par ailleurs, l'absence de localisation expérimentale de la première anti-résonance peut s'expliquer par la présence de défauts de denture. Ce point sera abordé au paragraphe III.

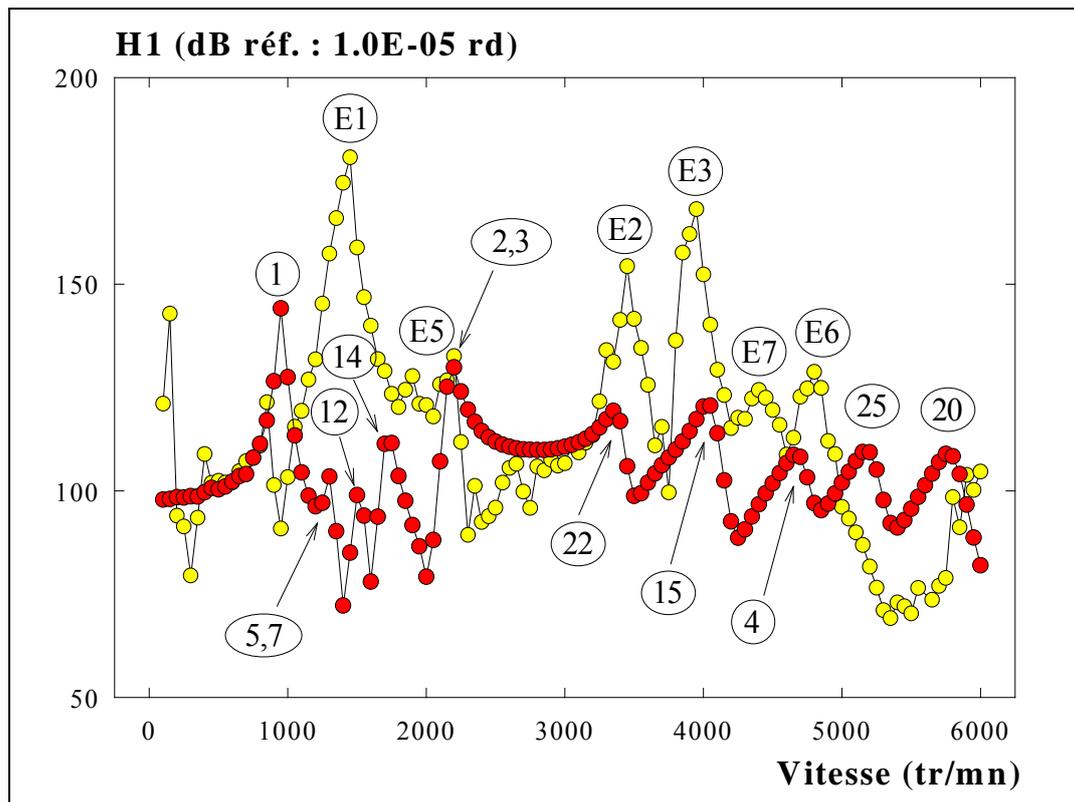


Figure V.9 : Erreur de transmission dynamique expérimentale (●●●) et calculée (●●●) Configuration de montage III. Coefficient de rigidité radiale (paliers) $C_r=0.435$.

En dehors des pics de plus basse fréquence (1, 5-7, 12 et 14) et en accord avec les tendances obtenues avec la configuration II les pics numériques et expérimentaux situés entre 2000 et 4000 tr/min présentent un très bon accord. Ceci est particulier le cas du pic (2,3-E5) qui est propre à cette configuration. Notons de plus que les pics E6 et E7 peuvent trouver des équivalents numériques dans les pics 4 et 25. Le décalage est ici situé vers les hautes fréquences.

L'utilisation de deux repères, 5 et 7 par exemple, pour localiser un pic numérique est liée à la présence dans la base modale de deux modes de fréquences très proches. Ces modes sont associés à des déformations anti-symétriques de traction-compression des arbres de transmission.

En accord avec la démarche entreprise précédemment, nous avons étudié l'influence de la rigidité axiale des roulements à billes à gorge profonde sur les modes de la structure. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure V.10. Ils concernent les modes mis en évidence ci-dessus et leur numéro d'ordre peut être relié aux pics de la figure V.9. Il apparaît que seuls les modes de plus basses fréquences (1, 5-7 et 12) sont sensibles à l'évolution de cette rigidité (caractérisée par un coefficient multiplicateur noté C_a). L'analyse des données expérimentales nous a conduits à choisir une valeur $C_a=1.6$. Les résultats obtenus avec cette nouvelle configuration sont présentés sur la figure V.11. Elle conduit à une meilleure localisation des pics basse fréquence et en particulier du pic le plus énergétique.

C'est donc la configuration ($C_r=0.435$ et $C_a=1.6$) que nous utiliserons pour la suite de l'étude.

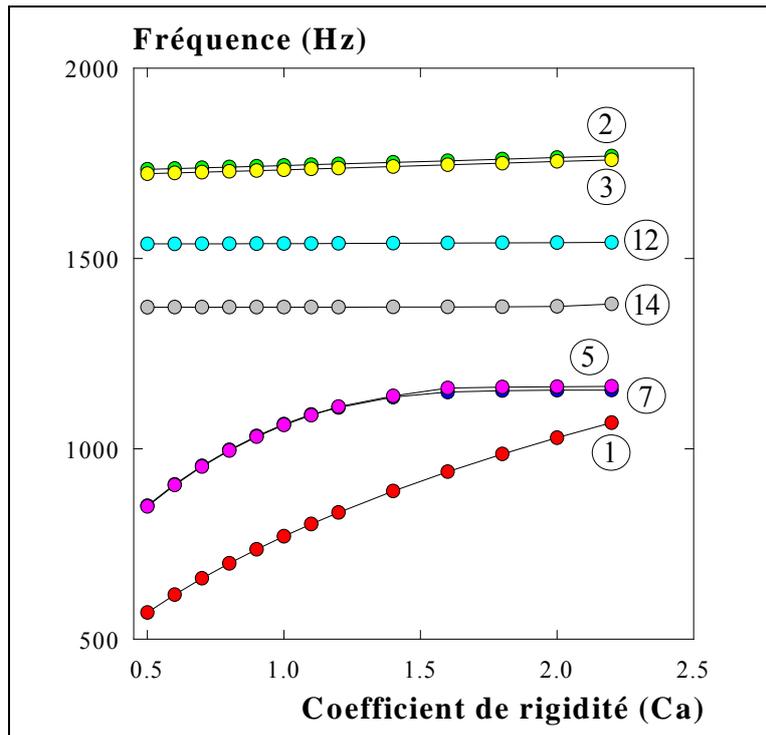


Figure V.10 : Evolution des principaux modes de la structure avec la rigidité axiale des paliers. Configuration de montage numéro III.

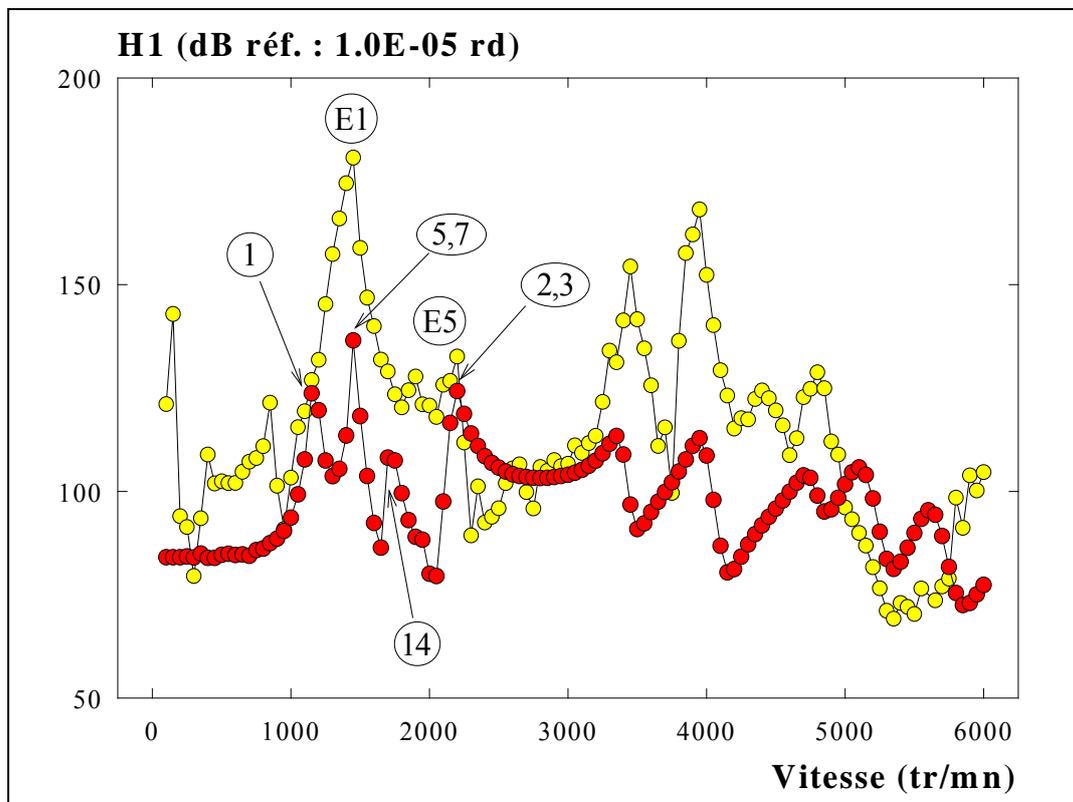


Figure V.11 : Erreur de transmission dynamique.
 (●●●) : relevés expérimentaux, (●●●) : simulation numérique.
 Configuration de montage III. Coefficient de rigidité radiale $C_r=0.435$.
 Coefficient de rigidité axiale (roulement à billes à gorges profondes) $C_a=1.6$

II.4 Influence de l'amortissement.

Les résultats obtenus ci-dessus montrent que l'émergence des pics associés au passage des vitesses critiques est sous-estimée. Le principal paramètre qui peut être incriminé dans ce phénomène est l'amortissement. Rappelons que sa valeur a été fixée à 2.0 % pour l'ensemble des modes à l'arrêt de la structure. Cette valeur est, au regard des résultats bibliographiques, d'une part trop forte pour caractériser un amortissement structural d'une structure en acier et d'autre part trop faible pour caractériser l'amortissement associé aux déformations de denture (squeeze-film).

Afin de pallier ce problème nous avons scindé le facteur d'amortissement en un facteur d'amortissement structural (ε_s) et un facteur d'amortissement de denture (ε_d). Le facteur d'amortissement structural a été choisi constant pour l'ensemble des modes de la structure et fixé à 0.5 ou 1.0 %. Le facteur d'amortissement de denture a, quant à lui, été pondéré pour chaque mode (i) par le coefficient ρ_i / ρ_1 afin de tenir compte, pour chaque mode, du niveau de déformation de denture qui lui est propre.

L'expression générale du facteur d'amortissement que nous avons retenu est donc :

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \frac{\rho_i}{\rho_1} \cdot \varepsilon_d$$

Il traduit donc la proportion relative des déformations de structure et de denture qui est propre à chaque mode. Les figures V.12 et V.13 illustrent, pour les trois configurations de montage, l'influence de ces facteurs d'amortissement sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement avec la vitesse. Les plages de vitesse 100-3000 et 3000-6000 tr/mn ont été séparées pour obtenir une meilleure visualisation.

Les valeurs choisies, $\varepsilon_s = 0.5$ et $\varepsilon_d = 5.5$ ou 9.5 %, conduisent à imposer un facteur d'amortissement global de 6.0 et 10.0 % pour le mode de denture le plus énergétique. Ces valeurs sont en accord avec les tendances établies dans la bibliographie et le pic d'amplitude associé à ce mode, localisé par le repère 1 pour les trois configurations de montage, est alors considérablement atténué (fig. V.12.a). Cette atténuation n'affecte pas les autres pics qui voient leur facteur d'amortissement global diminuer par rapport à la configuration d'analyse précédente (tab. V.2). Ceci a pour effet de rééquilibrer l'émergence relative des différents pics (fig. V.13). L'allure générale des résultats obtenus par simulation numérique devient très semblable à celle des résultats expérimentaux.

Certains pics, très peu sensibles au facteur d'amortissement de denture (car peu énergétiques à l'interface d'engrènement), apparaissent comme plus significatifs. C'est en particulier le cas du pic repéré 5-7 pour la configuration III dont la localisation est en parfait accord avec le pic expérimental E1. C'est également le cas du pic repéré 4 (fig. V.12.a) qui, pour les configurations I et II, constitue avec le pic 1 (fig. V.12.a) un ensemble très semblable à celui constitué des pics expérimentaux E1 et E'1 (fig. V.13). L'émergence de ce pic est toutefois peu marquée; il conviendra d'analyser son évolution pour une excitation de denture plus importante, et en particulier lors de la prise en compte des défauts de denture. Ce point sera abordé dans la suite du texte. Notons que la sensibilité des autres pics à l'amortissement de denture peut être rapprochée des résultats expérimentaux. En particulier, les pics 2 et 22 (fig. V.12.b) présentent, pour les configurations I et II, une sensibilité relative à l'amortissement de denture qui peut être comparée à l'émergence des pics E3 et E4 (fig. V.13). Ce résultat ne peut

pas être étendu aux pics 15 et 22 (fig. V.12.b) de la configuration III qui évoluent à l'inverse des pics expérimentaux E2 et E3, mais reste valable pour les pics 4, 20 et 25 (fig. V.12.b, conf. III) qui peuvent être rapprochés des pics expérimentaux E5, E6 et E7 (fig. V.13).

Ordre	Configuration I ($\epsilon_\alpha=1.3$)			Configuration II ($\epsilon_\alpha=1.3$)			Configuration III ($\epsilon_\alpha=\epsilon_\beta=2.0$)		
	Fréq. (Hz)	$\epsilon_s - \epsilon_d$	$\epsilon_s - \epsilon_d$	Fréq.	$\epsilon_s - \epsilon_d$	$\epsilon_s - \epsilon_d$	Fréq.	$\epsilon_s - \epsilon_d$	$\epsilon_s - \epsilon_d$
		0.5-5.5	0.5-9.5		0.5-5.5	0.5-9.5		0.5-5.5	0.5-9.5
		ϵ global (%)			ϵ global (%)			ϵ global (%)	
1	1165	6.0	10.0	1154	6.0	10.0	940	6.0	10.0
2	8491	1.39	2.88	25720	1.28	1.84	1757	1.88	2.87
3	24410	1.32	2.53	3195	1.18	1.68	1746	1.68	2.54
4	23790	1.23	2.48	12340	1.15	1.63	3824	1.48	2.19
5	3274	1.23	1.92	12440	1.15	1.62	1149	1.32	1.92
6	12610	1.22	1.76	5853	1.14	1.60	1159	1.29	1.87
7	12720	1.21	1.76	9034	1.12	1.57	6355	0.82	1.05
8	2838	1.11	1.20	25170	1.11	1.56	10750	0.67	0.79
9	1374	1.07	1.20	7484	1.02	1.45	7436	0.65	0.75
10	6306	1.06	1.10	2781	0.92	1.23	1540	0.65	0.75
11	4157	0.97	0.98	1368	0.90	1.18	9071	0.63	0.73
12	11930	0.89	0.95	10740	0.79	1.0	25430	0.60	0.68
13	4639	0.85	0.92	4090	0.78	0.98	24890	0.60	0.68
14	15980	0.84	0.91	12090	0.71	0.87	8368	0.59	0.65
15	14050	0.70	0.77	4495	0.69	0.84	25920	0.59	0.65

Tableau V.2 : Coefficients d'amortissement associés aux 15 modes de denture les plus énergétiques.

L'influence de l'amortissement sur les indicateurs temporels retenus pour l'analyse de l'erreur de transmission dynamique est présentée sur les figures V.14 et V.15. L'évolution de l'écart-type (ECT) en fonction de la vitesse (fig. V.14) montre que l'introduction d'un amortissement de structure "faible" : 0.5 % et d'un amortissement de denture "fort" : 5.5 % ou 9.5 % se traduit par une atténuation du pic de plus basse fréquence (le plus énergétique à la denture) et par une émergence de l'ensemble des autres pics. Ce résultat est très semblable à ce que nous avons observé sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement; les tendances observées conduisent à un meilleur recalage des résultats numériques et expérimentaux.

Des différences significatives apparaissent, toutefois, entre les différentes configurations de montage. En particulier l'augmentation de l'amortissement de denture conduit, pour la configuration n° I, à un meilleur recalage d'amplitude du pic de plus basse fréquence. Ceci n'est plus vrai avec la configuration n° II où ce pic semble correctement recalé avec un facteur d'amortissement global (ϵ) de 2.0 %. Cette tendance s'accroît encore pour la configuration n° III où l'amortissement de denture apparaît comme trop important pour les trois configurations d'analyse. Il semble donc que l'amortissement propre au mode le plus énergétique et caractérisé, dans notre cas, par le facteur d'amortissement de denture, diminue fortement avec l'augmentation du rapport de conduite global.

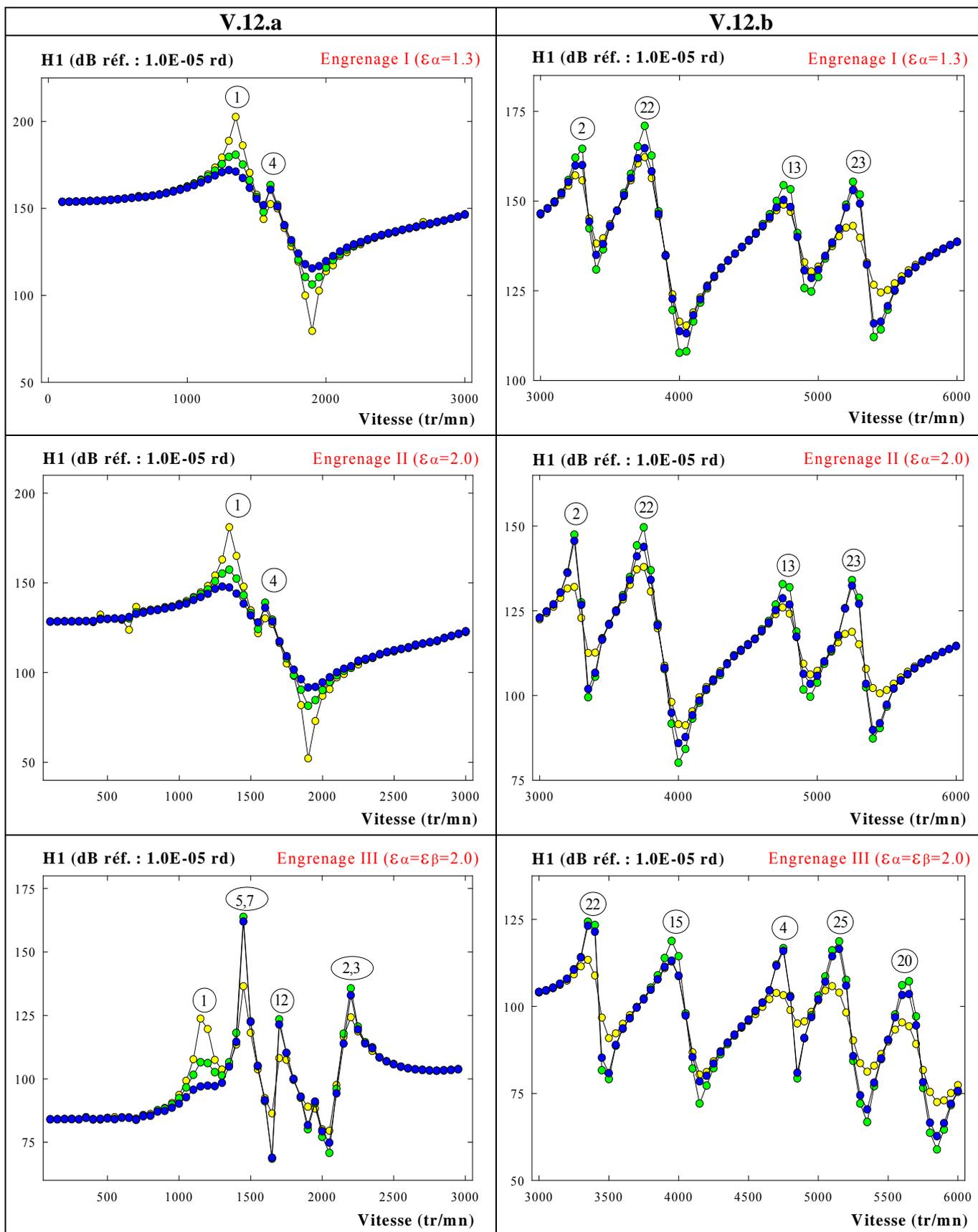


Figure V.12 : Erreur de transmission dynamique calculée. Influence de l'amortissement.

- : $\epsilon = 2.0 \%$,
- : $\epsilon_s = 0.5 \%$ et $\epsilon_d = 5.5 \%$,
- : $\epsilon_s = 0.5 \%$ et $\epsilon_d = 9.5 \%$.

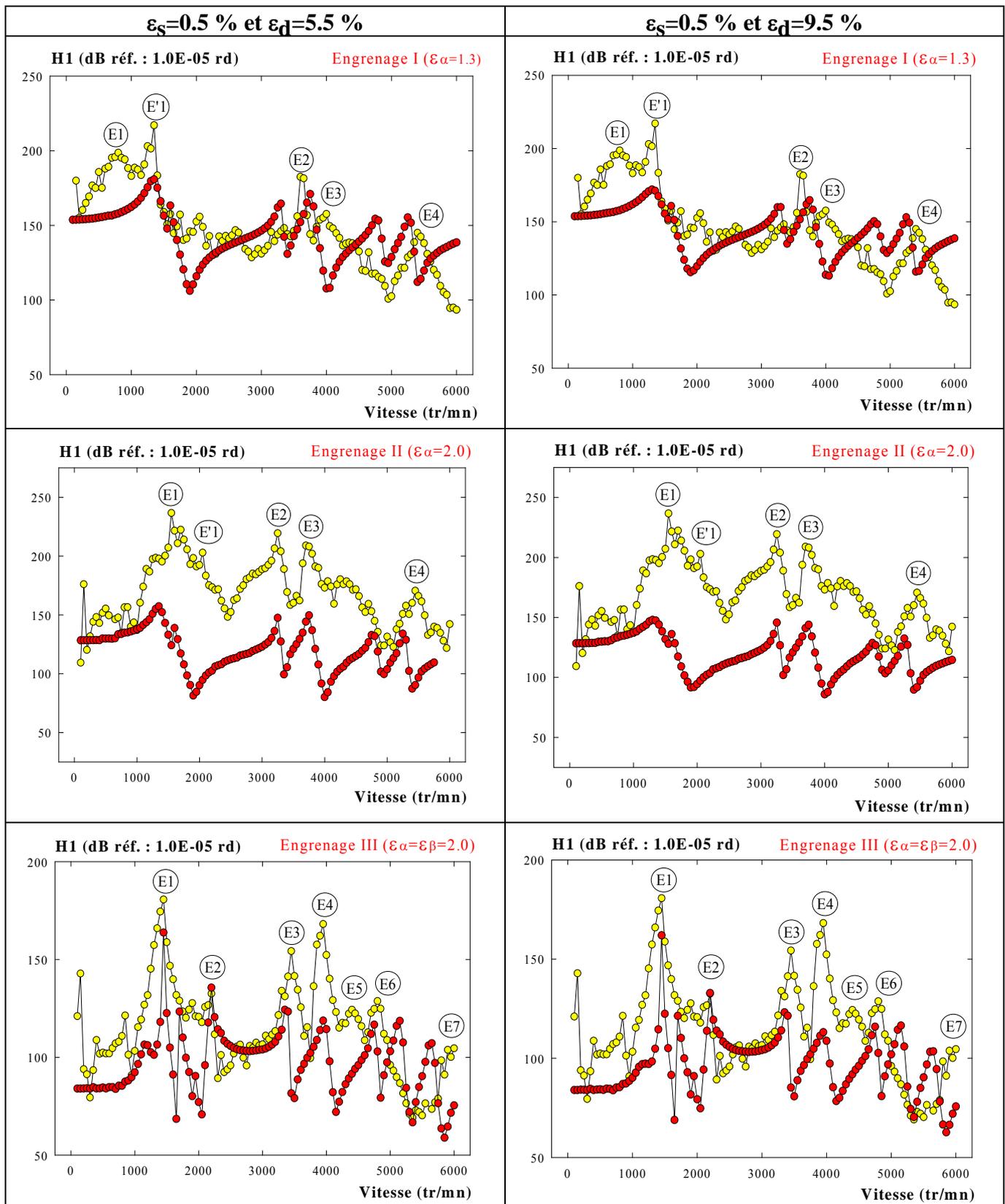


Figure V.13 : Erreur de transmission dynamique.

(●—●—●) : relevés expérimentaux, (●—●—●) : simulation numérique.

Evolution, avec la vitesse, du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1).

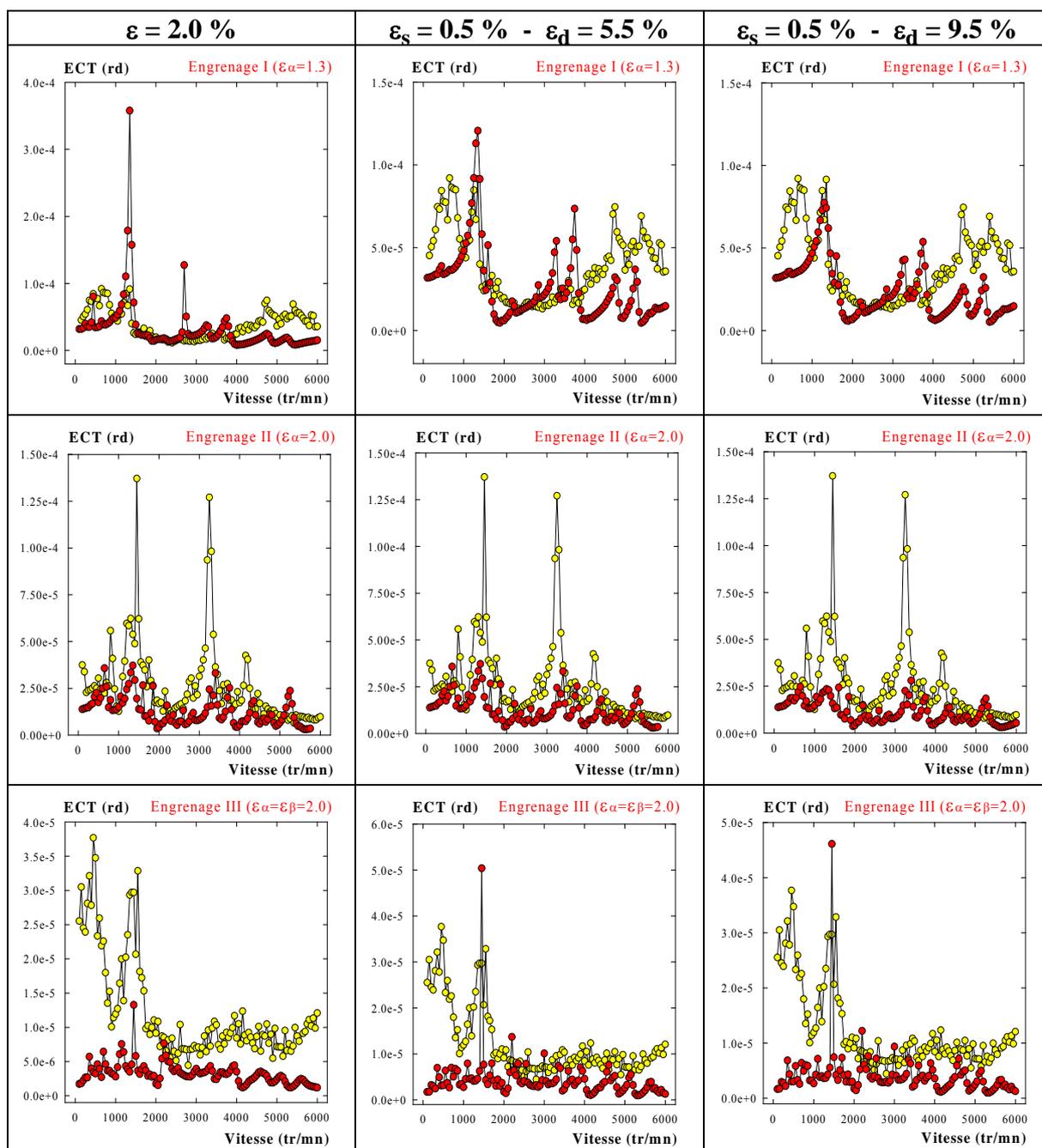


Figure V.14 : Erreur de transmission dynamique.

Evolution de l'écart-type (ECT) avec la vitesse.

(●—●—●) : relevés expérimentaux, (●—●—●) : simulation numérique.

La diminution du facteur d'amortissement global de l'ensemble des autres modes (tab. V.2) semble, quant à elle, très bénéfique puisqu'elle conduit à un meilleur recalage, pour les trois configurations de montage, des courbes numériques et expérimentales.

Ces tendances sont encore accentuées sur les courbes d'évolution de la vitesse moyenne d'étendue (fig. V.15). Il convient toutefois de considérer cet indicateur avec prudence, car il amplifie très fortement les variations d'amplitude présentes dans le signal et ceci sur l'ensemble de la gamme de fréquence. Il est donc particulièrement sensible aux effets des défauts de denture qui se traduisent par des fluctuations "supplémentaires" dans les signaux expérimentaux. Cet indicateur, très pertinent pour les analyses de reproductibilité que nous

avons entreprises au chapitre II, a i ci tendance à accen tuer les écarts entre les signaux numériques et expérimentaux. Il permet, toutefois, de visualiser l'ensemble des augmentations de niveau présente dans le signal et met bien en évidence la correspondance entre les régimes critiques expérimentaux et numériques, y compris pour la configuration II où les amplitudes expérimentales sont très supérieures. Notons, également, la présence pour la configuration III, d'un pic situé entre 4000 et 5000 tr/mn (associé au pic repéré 25 sur l'évolution de H1). Ce pic peut être rapproché du pic expérimental observé à cette même place, au chapitre II, pour les configurations de montage B et C (diamètres de l'élément de connexion: 12 et 14 m m) et présenté sur la figure II.29.

Par ailleurs, l'évolution de l'écart-type met en évidence un pic spécifique localisé entre 500 et 700 tr/min. Ce pic n'est pas (ou très peu) apparent sur l'évolution des autres indicateurs : H1 (fig. V.13) et ET (fig. V.15). Il peut, toutefois, être associé à la coïncidence du de uxième harmonique de la fréquence d'engrènement avec le mode de denture le plus énergétique. Il n'est mis en évidence par simulation numérique que pour la configuration de montage n° II et on peut remarquer, dans ce cas, que son évolution avec l'amortissement est identique à celle du pic associé au mode de denture le plus énergétique.

La figure V.16 présente l'évolution numérique et expérimentale du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement (H2). Tous les pics observés sur l'évolution de H1, entre 100 et 6000 tr/mn, apparaissent sur ces courbes entre 100 et 3000 tr/mn et leur allure générale est conservée. Ils sont logiquement situés à une vitesse moitié. En particulier, le pic associé au mode le plus énergétique apparaît entre 500 et 700 tr/mn. Ce pic est également observé sur l'évolution de l'écart-type car cet indicateur est représentatif du niveau vibratoire sur toute la gamme de fréquence. Les pics situés au delà de 3000 tr/mn sont associés à d es vitesses critiques supérieures à 6000 tr/mn. Ils sont particulièrement visibles sur les résultats numériques, car associés à un facteur d'amortissement faible. Il est généralement possible de leur associer un correspondant expérimental, mais celui-ci est très atténué. Ce résultat semble indiquer que le facteur d'amortissement de structure que nous avons choisi est trop faible. Il peut facilement être augmenté, mais il convient de rester dans des limites raisonnables, c'est à dire d'utiliser des valeurs voisines de 1.0 %. Notons également que ces pics mettent en jeu des vibrations de fréquence supérieure à 5.4 k.Hz (fréquence d'engrènement à 6000 tr/mn) et que le dispositif expérimental présente une précision médiocre dans ce contexte. De ce point de vue, la limite supérieure de la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée, située au chapitre II vers 4500-5000 tr/mn, doit être diminuée lors de l'analyse des harmoniques supérieurs de la fréquence d'engrènement. En effet, ces indicateurs mettent en jeu des vibrations à plus hautes fréquences difficilement décelables au delà de 3000 tr/mn. Toutefois, les élévations de niveau sont parfois visibles (fig. V.16), ce qui permet de localiser certaines des vitesses critiques supérieures à 6000 tr/mn.

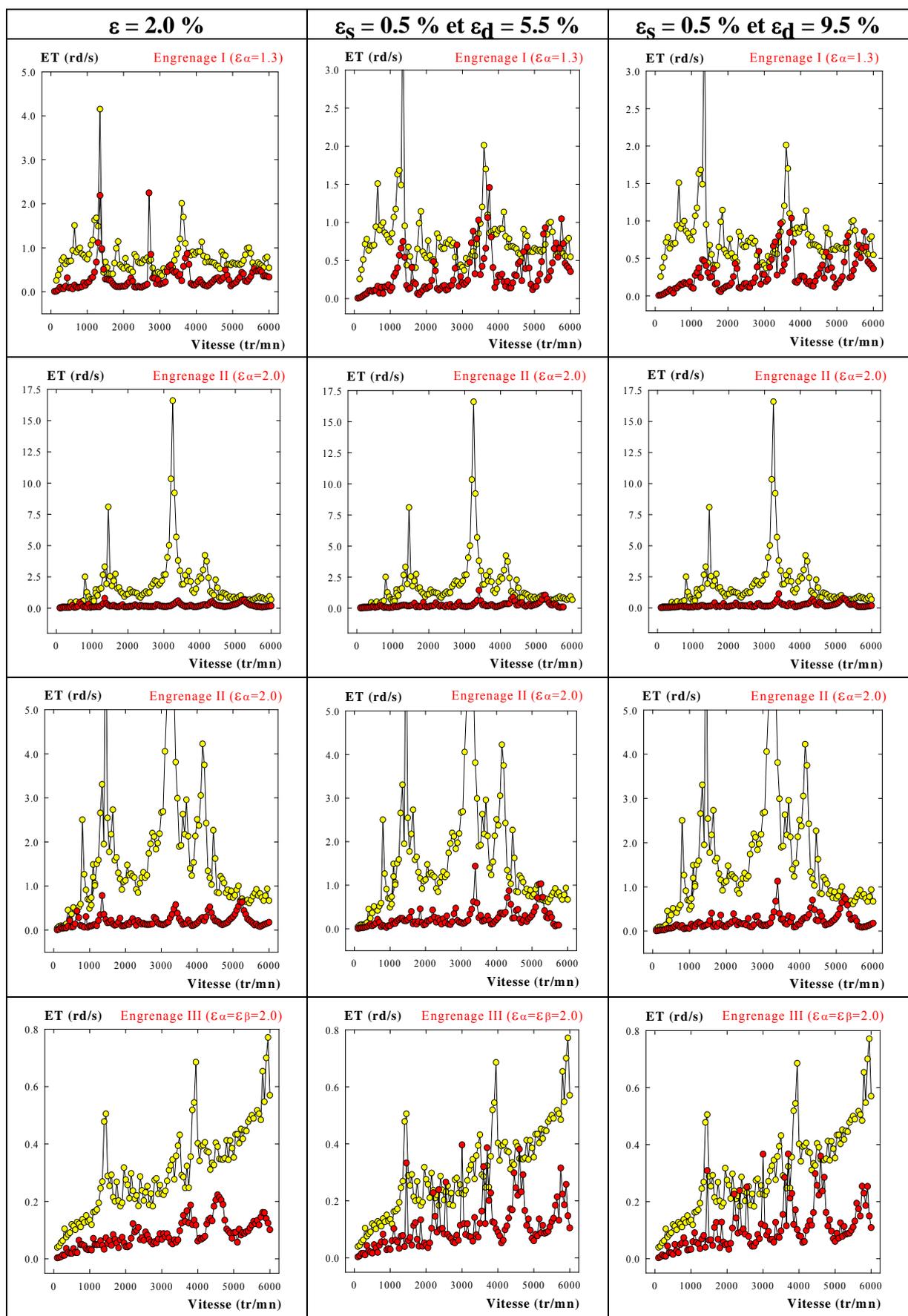


Figure V.15 : Erreur de transmission dynamique.

(●—●—●) : relevés expérimentaux, (●—●—●) : simulation numérique.

Evolution, avec la vitesse, de la vitesse moyenne d'étendue (ET).

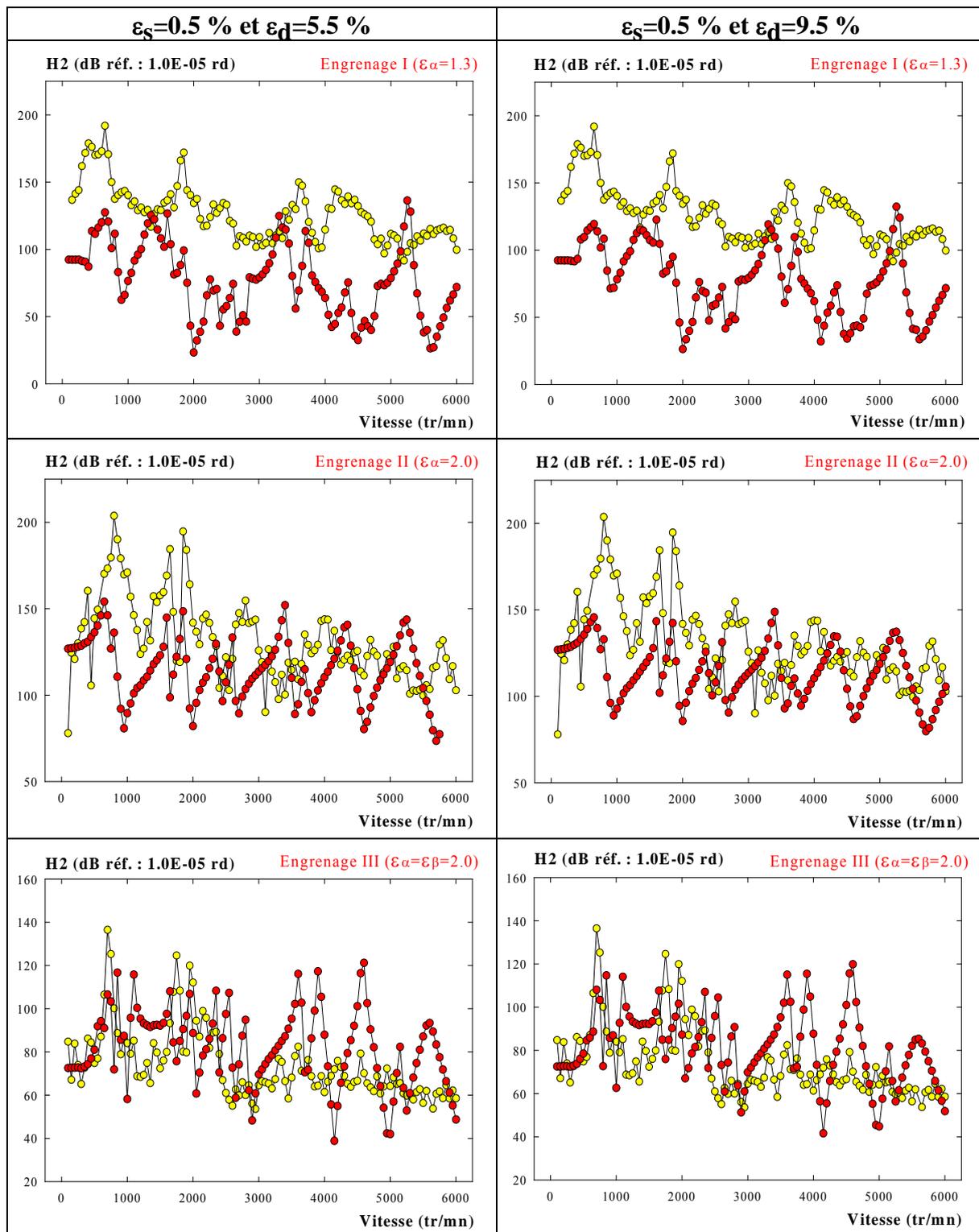


Figure V.16 : Erreur de transmission dynamique.

(●—●—●) : relevés expérimentaux, (●—●—●) : simulation numérique.

Evolution, avec la vitesse, du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement (H2).

III. Erreur de transmission dynamique et défauts géométriques de denture.

Les comparaisons effectuées ci-dessus entre les résultats numériques et expérimentaux mettent en évidence des différences de niveaux significatives. Ceci est vrai à la fois sur le niveau global des indicateurs (sur toute la plage de vitesse) et sur le niveau local et la largeur des pics associés au passage des vitesses critiques. Si, comme nous l'avons vu précédemment, l'amortissement permet de modifier l'émergence et la forme générale (largeur) des pics, il n'affecte pas (ou très peu) le niveau global des indicateurs. Parmi les paramètres susceptibles de jouer un rôle dans ce phénomène, les défauts géométriques de denture (Allatas 1994-a) apparaissent comme les plus significatifs. Ces défauts regroupent l'ensemble des erreurs de forme résultant de la fabrication (erreurs de pas, de distorsion, de profils, ...) ou de l'utilisation (usure, pitting, ...) des dentures. Les effets spécifiques des défauts de positionnement, et en particulier des désalignements, sont traités au paragraphe IV.

La prise en compte des effets de ces défauts dans les équations dynamiques passe par la connaissance des erreurs qu'ils induisent sur la transmission du mouvement. Les effets induits sur l'évolution de la rigidité de denture et de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge sont généralement négligés dans la mesure où ces défauts sont de faible amplitude. La gestion des équations dynamiques en présence de défauts de forme importants ou de délocalisation des portées (désalignements) fait appel à des algorithmes spécifiques qui ont été présentés au chapitre IV et seront abordés dans la suite du texte. La caractérisation des erreurs induites par les défauts de forme passe donc, comme nous l'avons vu au chapitre IV, par l'utilisation d'une erreur de transmission spécifique que nous avons notée $\varepsilon_{ij}(t)$. Les caractéristiques instantanées de cette grandeur sont généralement inconnues; elle est modélisée par son évolution en régime quasi-statique et sans charge. Elle est alors notée $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$. Les techniques associées à son introduction dans les équations du mouvement ont été présentées au chapitre IV.

Nous avons entrepris de déterminer cette erreur pour les trois engrenages utilisés ci-dessus. Les dispositifs usuels permettant de la mesurer ont été présentés au chapitre II. Un dispositif de ce type est en cours d'installation au laboratoire. Nous n'avons pas pu l'utiliser dans le cadre de ce travail et nous avons déterminé $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$ par une mesure à faible vitesse sur le banc d'essais. Cette vitesse (15 tr/min) est la plus faible qu'il est possible d'obtenir en conservant un fonctionnement stable (c'est à dire sans fluctuation de vitesse). Les résultats obtenus sont entachés d'erreurs associées aux phénomènes dynamiques. Ceux-ci, bien que minimes, ne peuvent pas être totalement nuls. Cette mesure est indicative du niveau des défauts présents sur chaque engrenage, mais les valeurs obtenues sont, très certainement, surestimées.

L'utilisation de la technique de mesure que nous avons présentée au chapitre II est adaptée aux vitesses de rotation importantes et la carte d'acquisition réalisée est un prototype. Par conséquent son utilisation à faible vitesse impose de prendre certaines précautions. En particulier, les compteurs de temps (2^{15} pulsations avant basculement) ont été dimensionnés pour une utilisation entre 100 et 6000 tr/min et une mesure à 15 tr/min conduit à des sauts de compteur qu'il convient de gérer. Cette gestion est relativement simple si l'amplitude des fluctuations du signal à mesurer (en nombre de pulsations) est d'un ordre de grandeur très inférieur au nombre de pulsations maximum mesurable ($2^{15} = 32768$). Ce n'est pas le cas ici, et le développement d'une procédure de conversion semi-automatique a été nécessaire.

Par ailleurs, la mesure est perturbée par des signaux parasites introduits par les composants électriques de puissance. Ces perturbations (50 Hz et harmoniques) ne sont pas gênantes lors d'une utilisation normale de la carte d'acquisition car les fréquences analysées (engrènement) sont bien plus élevées : de 1 à 5 kHz.

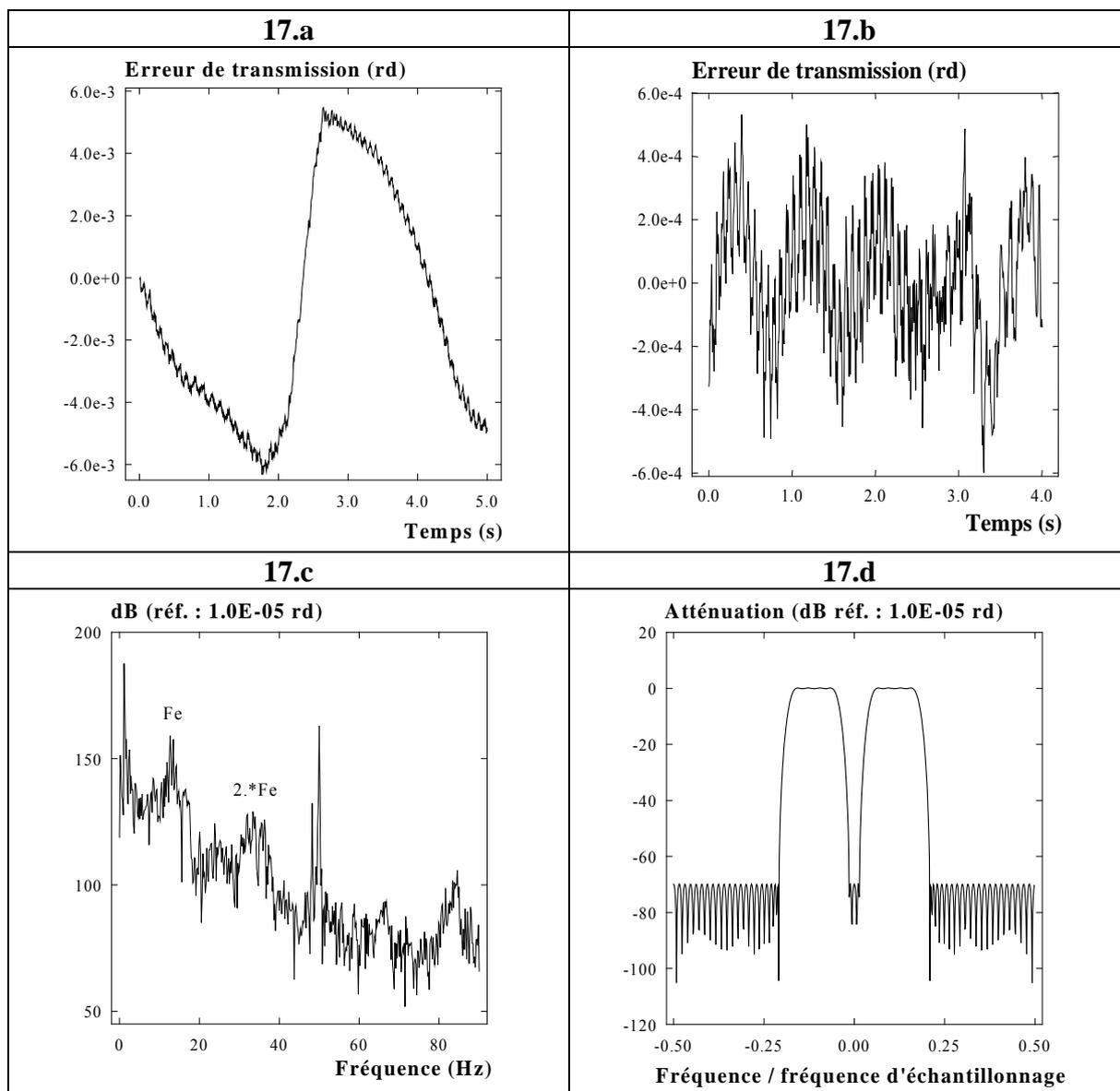


Figure V.17 : Erreur de transmission quasi-statique (15 tr/min) sans charge.
Filtrage numérique. Configuration de montage II.

L'erreur de transmission globale obtenue (fig. V.17.a) présente une forte composante basse-fréquence. Cette composante, que nous avons déjà rencontrée au chapitre II, est harmonique à la rotation des arbres. Elle traduit les effets de l'excentricité et des erreurs de pas. Nous avons vu au chapitre IV que les excitations qui lui sont associées sont très peu significatives. Nous pouvons donc la négliger. Une simple soustraction temporelle permet de reconstruire l'évolution de l'erreur de transmission haute fréquence (fig. V.17.b). L'évolution spectrale de cette erreur (fig. V.17.c) met clairement en évidence la présence d'une composante parasite, de fréquence 50 Hz. La localisation de la fréquence d'engrènement (12 Hz) a permis d'utiliser un filtre passe-bande (fig. V.17.d) pour supprimer cette composante tout en conservant les deux premiers harmoniques de la fréquence d'engrènement.

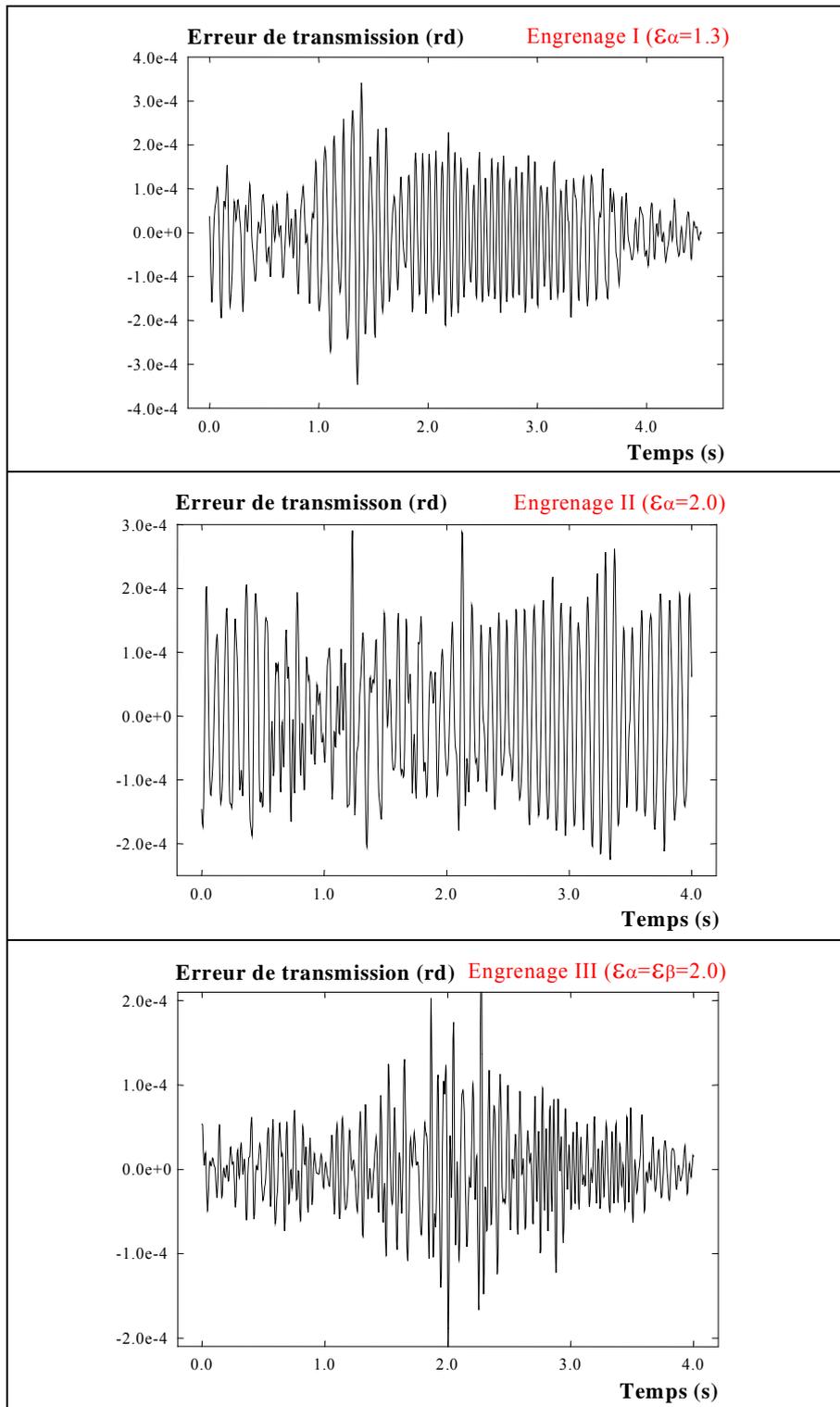


Figure V.18 : Erreur de transmission quasi-statique (15 tr/min) sans charge.

Nous avons choisi un filtre à réponse impulsionnelle finie (R.I.F) pour sa simplicité et sa facilité de mise en oeuvre (Murat 1989). Sa conception fait appel à un algorithme d'optimisation (Mc Clellan & col. 1979). Le filtrage a directement été effectué sur l'erreur de transmission globale (fig. V.17.a) et les fréquences de coupure du filtre ont été fixées à 0.1 et 2.3 fois la fréquence d'engrènement. L'erreur de transmission obtenue pour les trois couples d'engrenages est présentée sur la figure V.18. L'amplitude moyenne des fluctuations crête-crête de l'erreur de transmission est de $4.0E-04$ rd pour les engrenages droits (I et II) et de $2.0E-04$ rd pour l'engrenage hélicoïdal (III). Notons que l'amplitude des fluctuations de l'erreur de transmission relevée avec l'engrenage II n'est pas fortement supérieure à celle relevée sur les autres engrenages. Cet engrenage ne semblerait donc pas présenter de défauts de forme importants qui permettraient d'expliquer, comme nous l'indiquions au début de ce chapitre, son comportement dynamique médiocre.

L'erreur de transmission ainsi estimée constitue une excitation supplémentaire dont les effets sur les différents indicateurs sont présentés sur les figures V.19, V.20 et V.21. Les résultats sont simultanément comparés aux résultats expérimentaux et aux résultats numériques obtenus, dans le même contexte, en l'absence de défaut. Ils mettent en évidence une très forte augmentation du niveau vibratoire global. Cette augmentation est particulièrement visible sur les indicateurs temporels (ECT et ET), l'évolution de la vitesse moyenne d'étendue (ET) montrant, de plus, une très forte augmentation avec la vitesse. Les tendances observées ne permettent pas d'expliquer les différences observées, dans le cas précédent, entre les résultats numériques et expérimentaux.

De plus, cette augmentation de niveau affecte principalement les zones situées entre les pics comme le montre très clairement l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1). Ceci est particulièrement vrai pour les configurations de montage I et III. L'analyse du spectre de Fourier des différentes erreurs introduites montre, pour ces deux configurations, une émergence extrêmement faible, voire inexistante, des raies d'engrènement. A l'opposé, ces raies (Fe et 2.Fe) sont très visibles sur le signal d'erreur associé à la configuration II (figure V.17.c). La cause principale de ce phénomène semble être liée à la stabilisation de la vitesse de rotation (15 tr/mn) lors des mesures effectuées sur le banc. Ce point est, d'ailleurs, confirmé par la largeur des pics d'engrènement obtenus avec la configuration II, qui peuvent, de ce point de vue, être comparés au pic associé à la fréquence parasite (50 Hz). Différents essais ont été effectués, ils n'ont pas permis d'améliorer les résultats de manière significative.

Les valeurs précédentes de l'excitations apparaissent donc comme peu réalistes et ne peuvent pas se substituer aux valeurs d'erreur de transmission quasi-statique sans charge obtenues grâce à un dispositif de mesure spécifique (cf. ch. II). Les résultats obtenus avec l'engrenage II, et en particulier la forte émergence des raies d'engrènement (Fe et 2.*Fe), semblent indiquer que cet engrenage présente une altération importante.

Plusieurs remarques doivent, toutefois, être faites pour conclure cette analyse. En particulier, ces résultats mettent clairement en évidence le caractère privilégié de la fréquence d'engrènement et de ses harmoniques sur le niveau des pics d'amplitude associés aux passages des vitesses critiques. La présence d'excitations harmoniques à cette fréquence (engrenage II) se traduit par une augmentation de ces pics qui est nettement visible sur les résultats numériques présentés sur la figure V.20. A l'opposé, l'absence d'excitation localisée à cette fréquence (engrenages I et III) se traduit par une augmentation de niveau en dehors des pics analogue à l'introduction d'un bruit de fond.

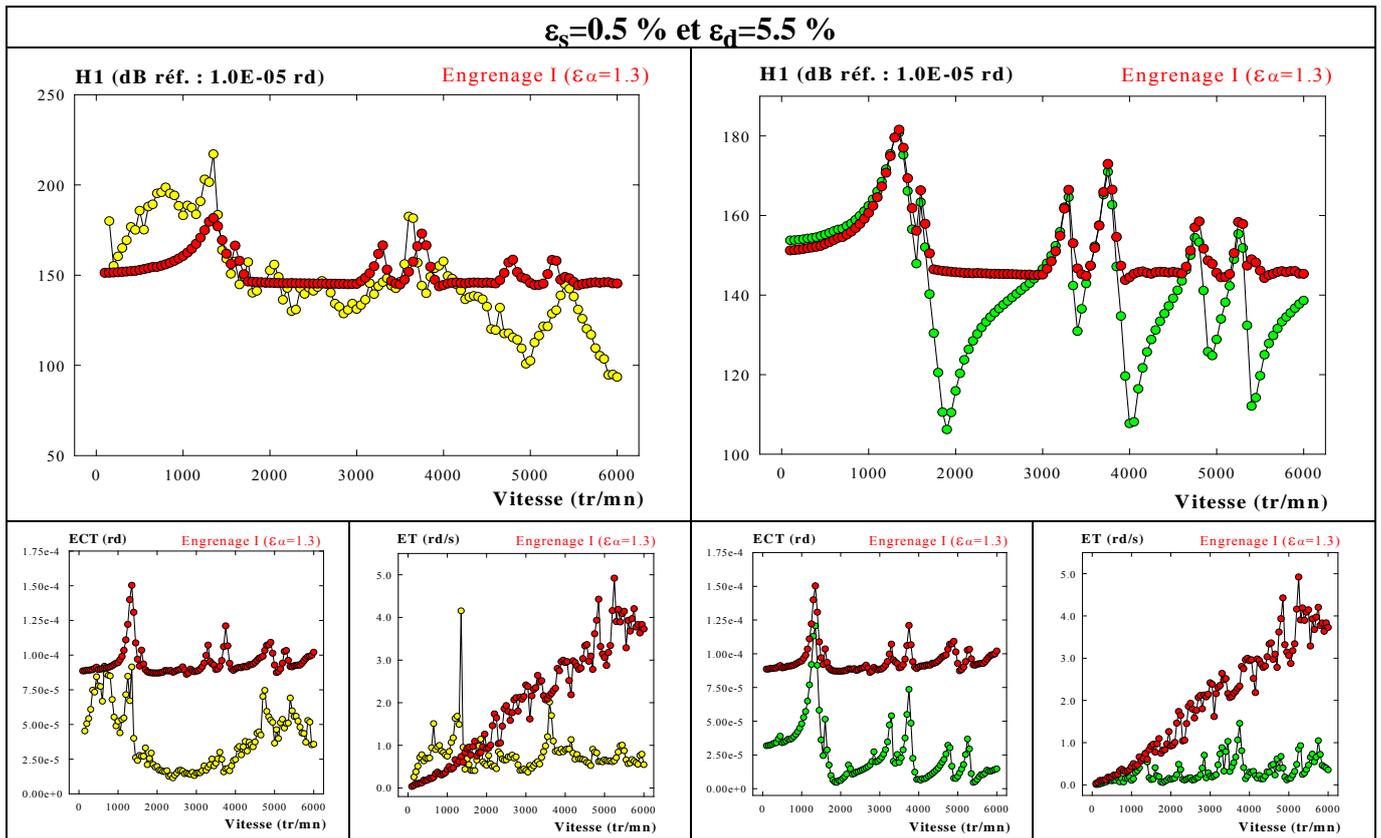


Figure V.19 : Erreur de transmission dynamique. Influence des défauts de denture simulés.
 (●●●) : expérimental, (●●●) : calcul sans défaut, (●●●) : calcul avec défaut.

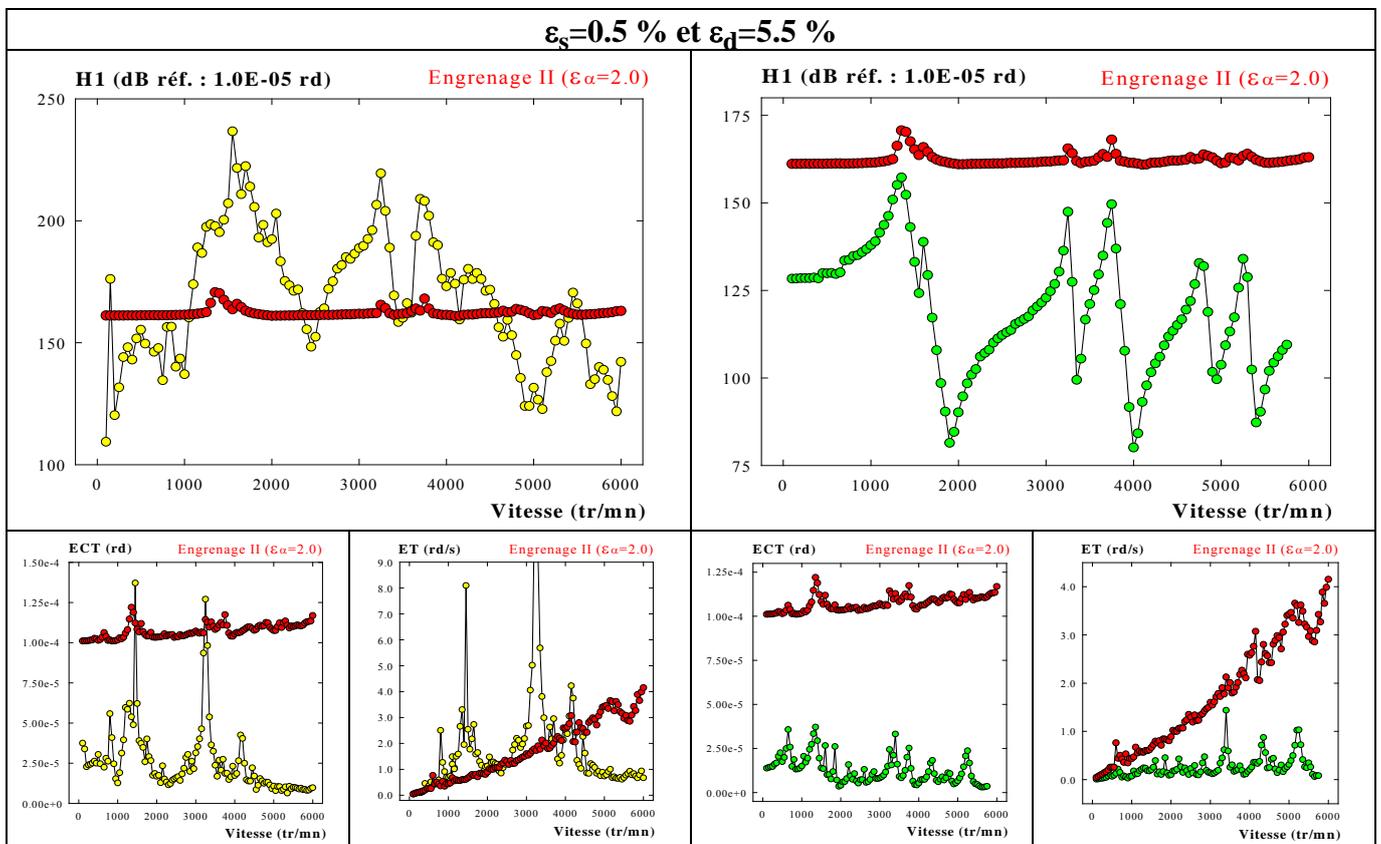


Figure V.20 : Erreur de transmission dynamique. Influence des défauts de denture simulés
 (●●●) : expérimental, (●●●) : calcul sans défaut, (●●●) : calcul avec défaut.

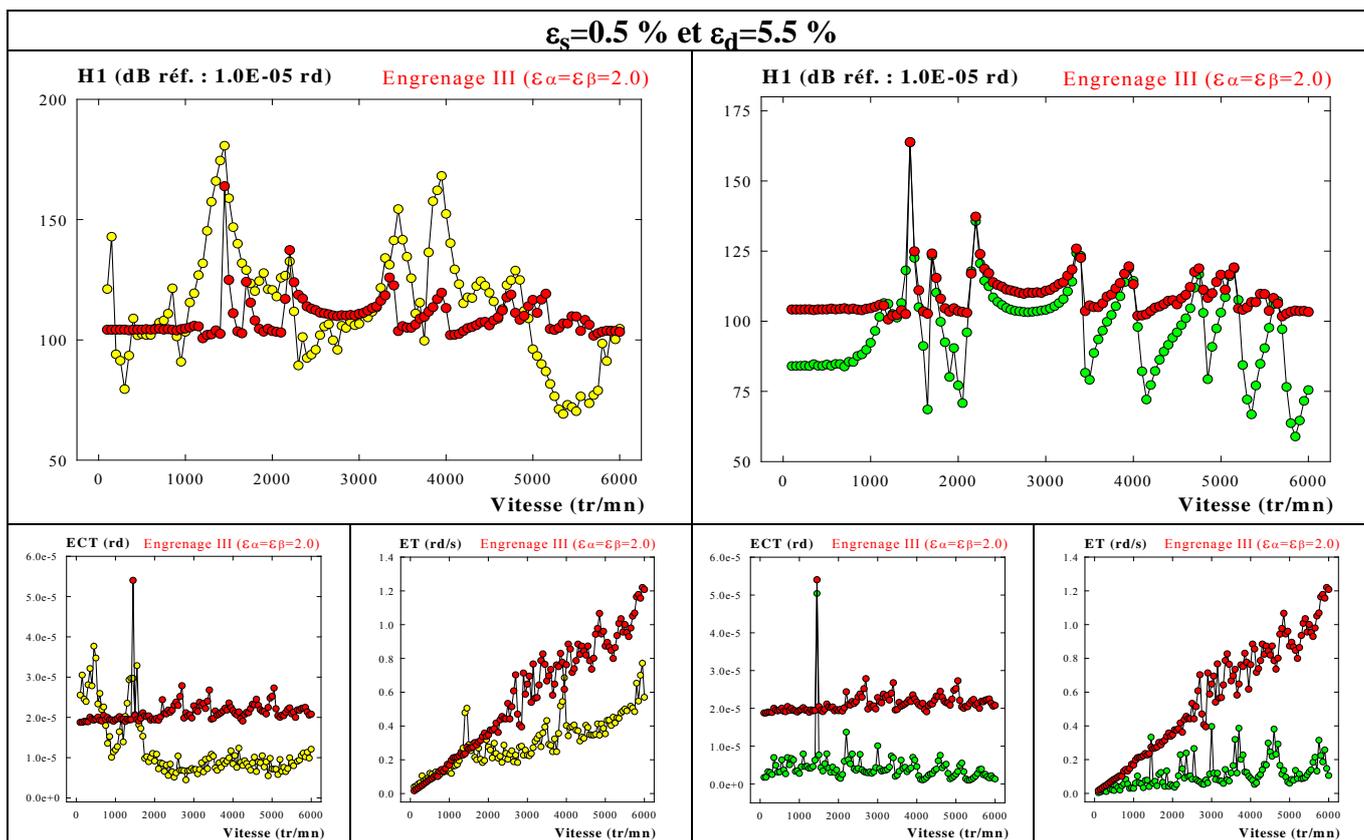


Figure V.21 : Erreur de transmission dynamique. Influence des défauts de denture simulés.
 (●●●) : expérimental, (●●●) : calcul sans défaut, (●●●) : calcul avec défaut.

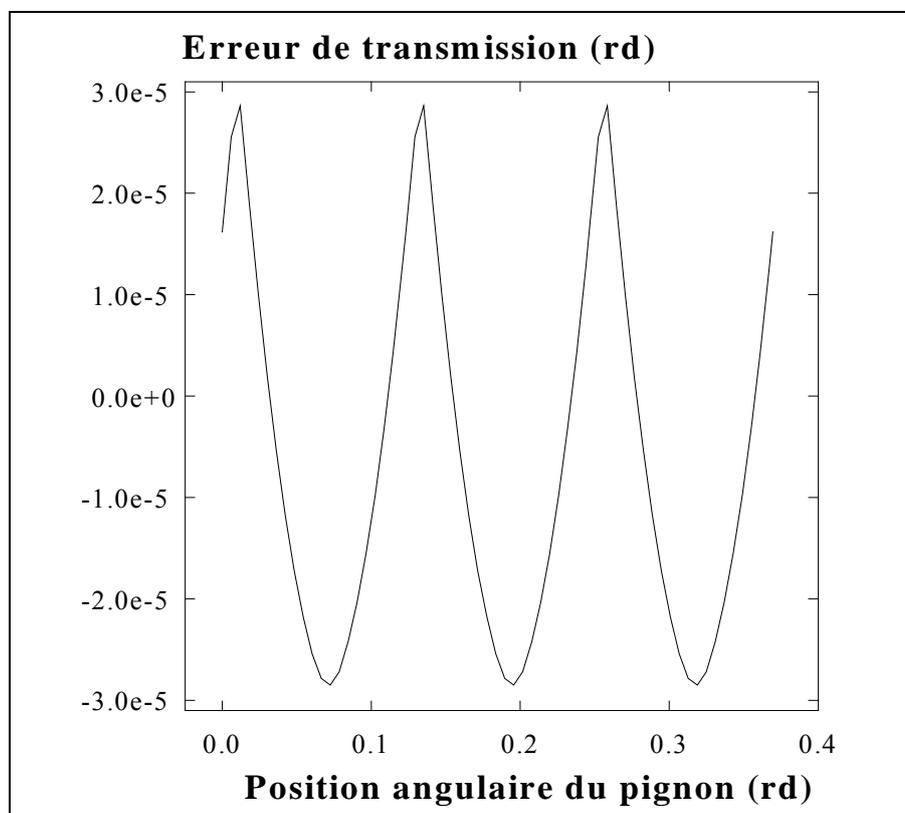


Figure V.22 : Erreur de transmission quasi-statique sans charge choisie comme erreur harmonique à l'engrènement.

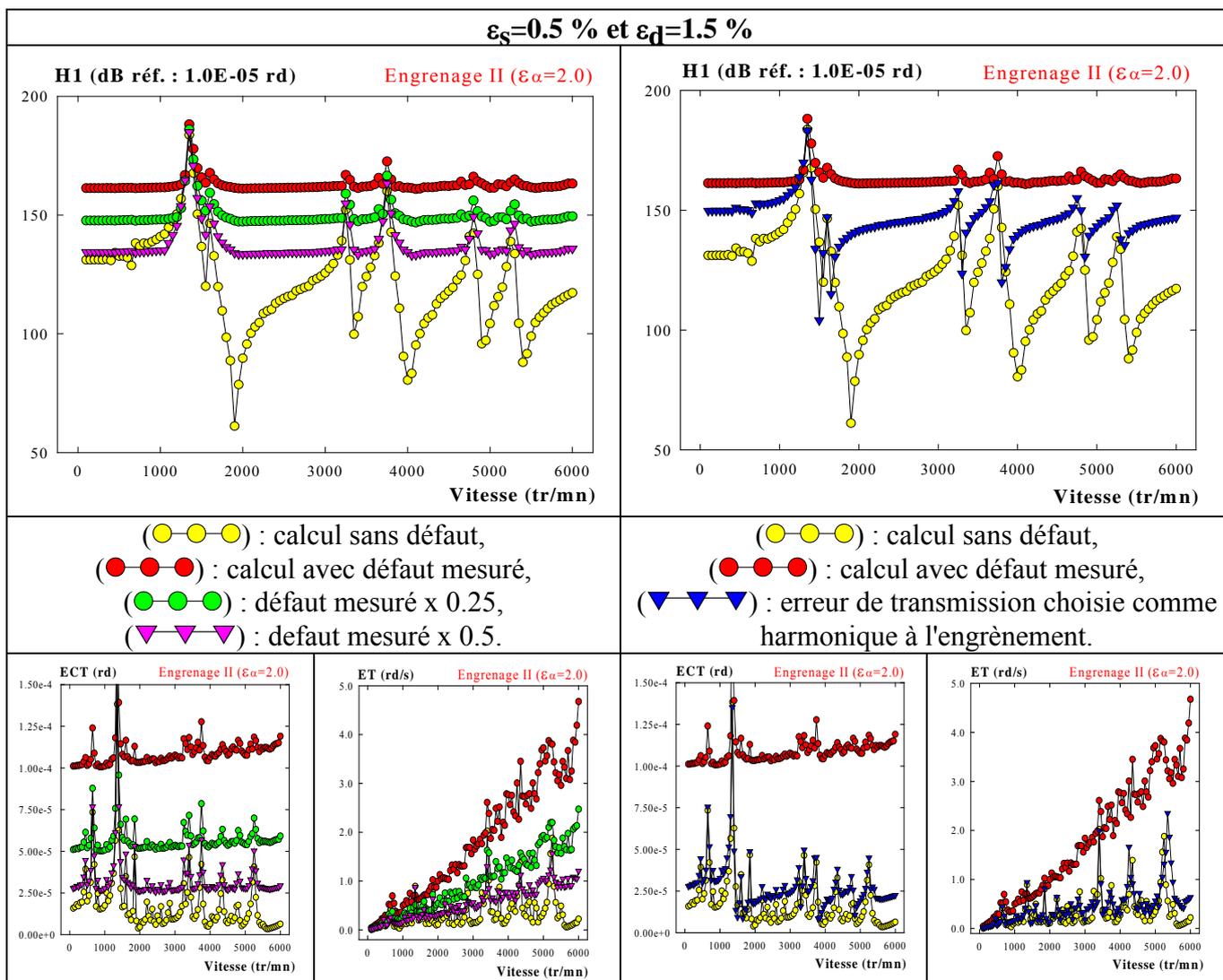


Figure V.23 : Erreur de transmission dynamique. Influence comparée d'une erreur quasi-statique sans charge mesurée et modélisée comme harmonique à l'engrènement.

Les tendances observées sont indépendantes de l'amplitude de l'excitation comme le montrent les résultats présentés ci-dessus (fig. V.23). L'introduction d'une excitation parfaitement harmonique à l'engrènement (fig. V.22) conduit à une élévation simultanée du niveau global et des pics associés aux passages des vitesses critiques. L'allure globale de la courbe sans erreur est conservée et les niveaux obtenus se rapprochent davantage des relevés expérimentaux. Ceci est vrai pour l'ensemble des indicateurs et apparaît particulièrement sur les indicateurs temporels où la dépendance avec la vitesse, observée dans le cas précédent, a disparu.

Les caractéristiques de cette excitation, et en particulier sa localisation "forte" à la fréquence d'engrènement, semblent plus réalistes. Elles sont d'ailleurs conformes aux tendances relevées sur les signaux expérimentaux d'erreur de transmission quasi-statique sans charge, dont certains exemples ont été présentés au chapitre II (fig. II.1 et II.2). Cette erreur traduit les effets de défauts de profil répétitifs (usure par exemple) et les tendances observées (élévation du "bruit de fond" et des pics associés à l'engrènement) sont en accord avec les observations rapportées dans la bibliographie. Il conviendrait, maintenant, d'effectuer des relevés précis de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge afin de confirmer ou d'infirmer ces tendances ainsi que la validité de la principale hypothèse de départ qui considère les excitations introduites comme indépendantes du chargement.

IV. Erreur de transmission dynamique et corrections de denture.

Ce paragraphe est consacré à l'étude des effets des corrections de denture en régime dynamique. Les engrenages utilisés et les corrections qui leurs sont associées ont été présentés au chapitre III. Il s'agit des deux engrenages droits (I et II) utilisés ci-dessus et de deux engrenages hélicoïdaux présentés au chapitre III (tab. III.3) et repérés IV et V. Rappelons qu'ils sont caractérisés par un rapport de conduite (ε_α) de 1.0 (IV et V) et un rapport de recouvrement (ε_β) de 1.0 pour le couple IV et 2.0 pour le couple V.

Les corrections de denture réalisées sur ces engrenages ont été réalisées préalablement à notre étude et n'ont pas été optimisées. Les résultats obtenus au chapitre III ont montré que seules les corrections effectuées sur les engrenages I et IV conduisaient à une réduction significative de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Ces corrections sont optimales pour un chargement de 60 N.m, et non pour la charge de conception initialement choisie (12 daN.m) et pour laquelle nous avons effectué les relevés expérimentaux. Les corrections réalisées sur l'engrenage II sont a priori inadaptées puisqu'elle ne suppriment pas les points de triple contact rencontrés au cours de l'engrènement. D'autre part, les résultats obtenus avec l'engrenage V ($\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta > 2.0$) montrent le peu d'intérêt des corrections de denture pour ce type d'engrenages.

Sachant que les résultats obtenus en régime quasi-statique définissent le niveau d'excitation propre à chacun de ces engrenages, les engrenages II et IV ont été écartés de l'étude dynamique. En effet les caractéristiques quasi-statiques des engrenages corrigés et non corrigés étant très similaires, elles ne peuvent pas introduire des différences significatives sur les réponses dynamiques calculées.

Les relevés expérimentaux ont, toutefois, été effectués sur l'ensemble des engrenages corrigés et les résultats obtenus sont présentés sur les figures V.24 (engrenages droits) et V.25 (engrenages hélicoïdaux). Ils ne confirment que partiellement les tendances décrites ci-dessus. En particulier les corrections de denture effectuées sur l'engrenage numéro II se révèlent les plus efficaces et ce sur l'ensemble des indicateurs. L'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement met même en évidence des points (vitesses situées entre 1500 et 2000 tr/mn) où la réduction est voisine de 25 dB. Ce phénomène est surprenant compte-tenu des résultats obtenus précédemment. Il est incontestablement lié à une mauvaise définition des corrections de denture lors de l'étude quasi-statique. Ces erreurs peuvent résulter des tolérances de fabrication, des effets de l'usure ou encore de la présence de défauts sur les profils.

Il convient, toutefois, de rappeler le comportement dynamique médiocre de cet engrenage. Ce comportement, mis en évidence au début de ce chapitre, et vraisemblablement associé à la présence de défauts de profil importants. Le niveau de défaut présent sur l'engrenage corrigé, très certainement plus faible compte-tenu d'une utilisation en essais moins fréquente, peut justifier, au moins partiellement, les différences observées. En tout état de cause, ces résultats mettent clairement en évidence le caractère très "sensible" de la définition géométrique des profils dans les études de ce type. Une définition numérique correcte doit être associée à des recalages par relevés profilométriques et couplée à des mesures de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge pour caractériser le niveau des défauts présents sur les dentures.

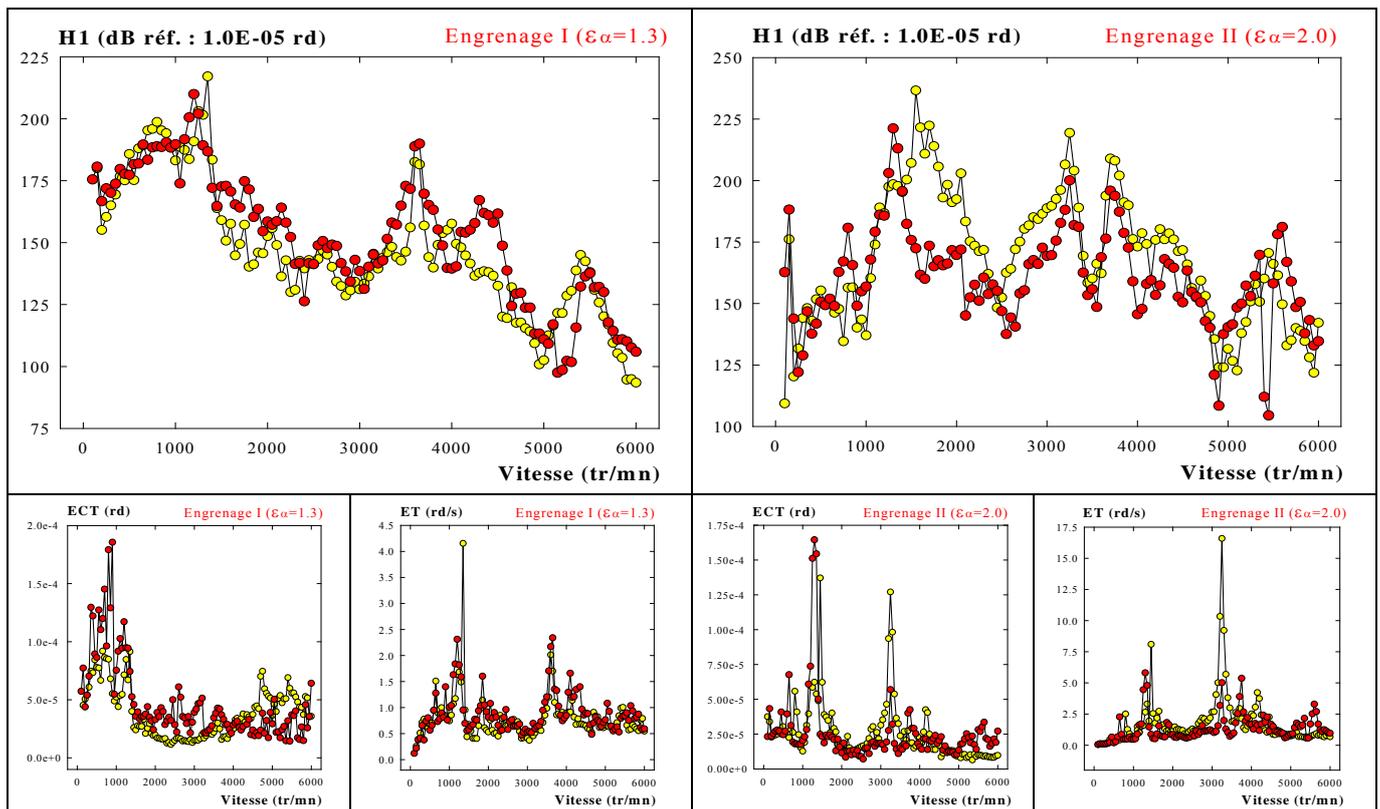


Figure V.24 : Erreur de transmission dynamique, effets des corrections de denture.

(●●●) : engrenage non corrigé, (●●●) : engrenage corrigé.

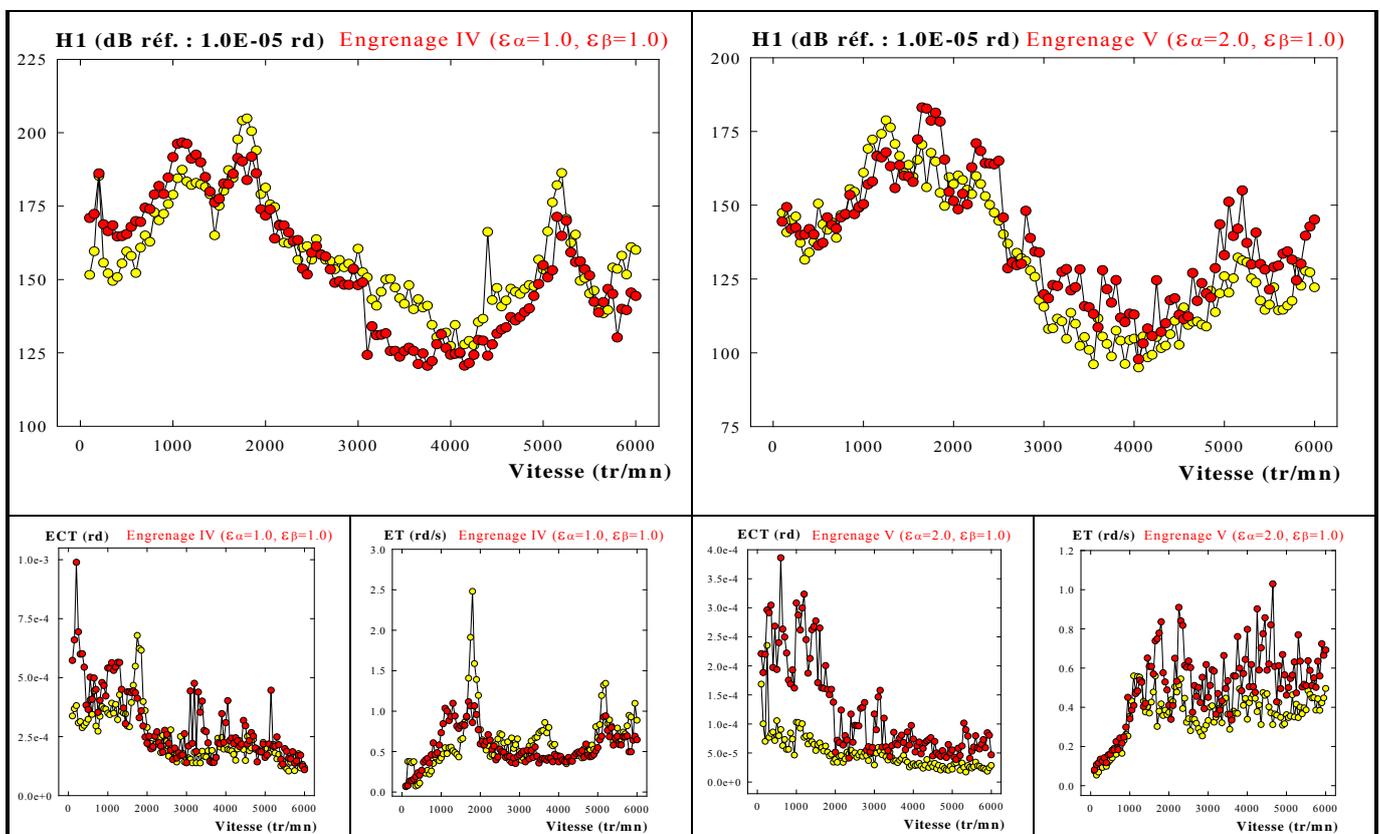


Figure V.25 : Erreur de transmission dynamique mesurée. Effets des corrections de denture.

(●●●) : engrenage non corrigé, (●●●) : engrenage corrigé.

Les tendances observées sur les autres engrenages ne mettent pas clairement en évidence l'effet bénéfique des corrections de denture sur les vibrations d'engrènement. Au contraire, une grande similarité apparaît entre les résultats obtenus avec les engrenages corrigés et non corrigés. Ceci est particulièrement visible sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1) et est confirmé sur l'évolution de son deuxième harmonique (H2) (fig. V.26). Cette tendance montre bien le caractère reproductible des mesures car les versions corrigées et non corrigées représentent, en fait, des réalisations très voisines du même engrenage.

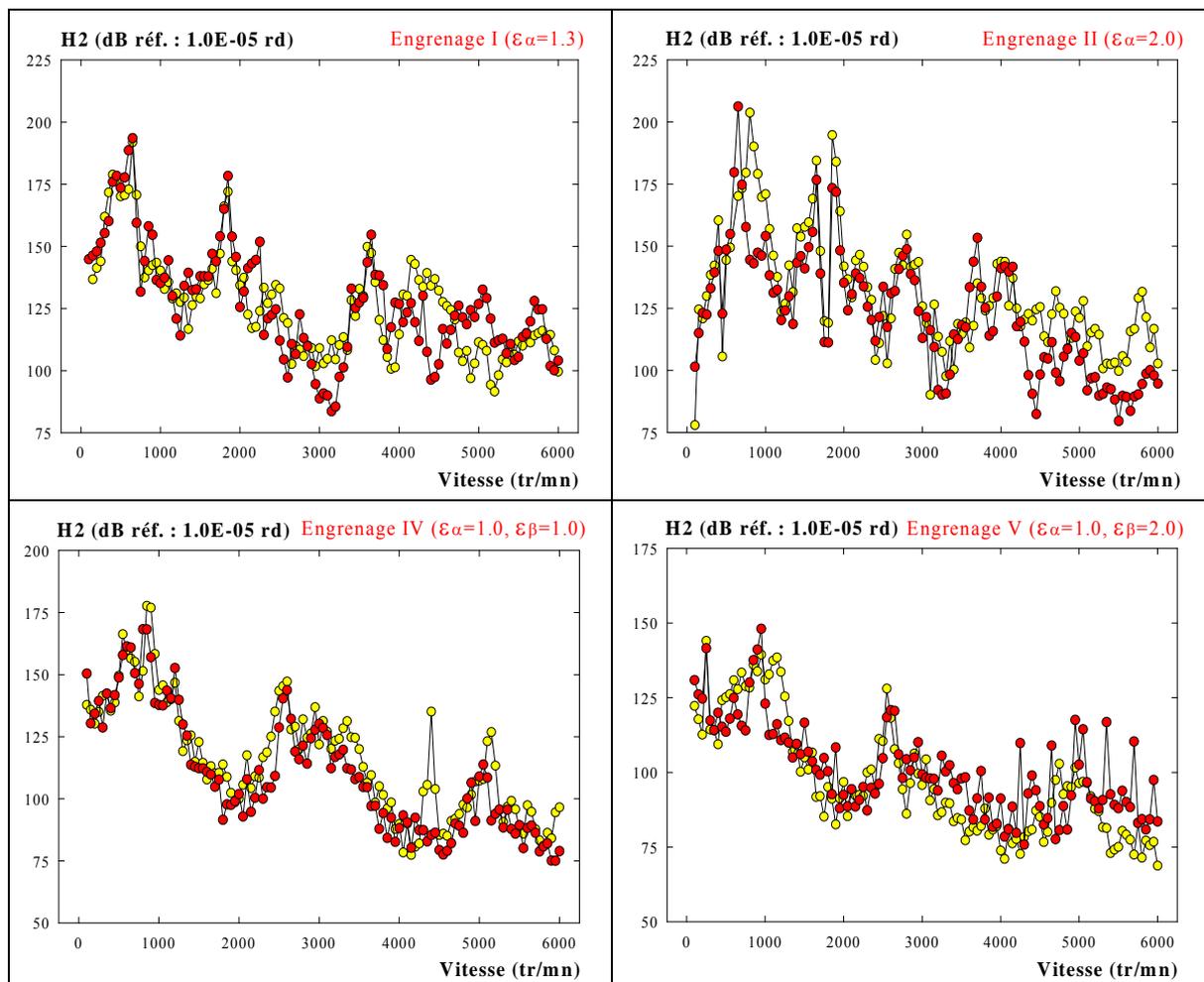


Figure V.26 : Erreur de transmission dynamique mesurée. Effets des corrections de denture. Evolution du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement.
 (●—●—●) : engrenage non corrigé, (●—●—●) : engrenage corrigé.

Les corrections de denture induisent, toutefois, une réduction de niveau sur les pics associés au passage des vitesses critiques. Ceci est partiellement vrai sur l'évolution de l'écart-type (ECT) mais apparaît très clairement sur l'évolution de la vitesse moyenne d'étendue (ET), où les écarts sont les plus significatifs, et, dans une moindre mesure, sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1). Enfin, l'engrenage V apparaît comme singulier dans cette étude, car la version corrigée induit des niveaux vibratoires supérieurs à ceux obtenus avec la version non corrigée. Ceci confirme le peu d'intérêt des corrections de denture pour ce type d'engrenage.

Il apparaît donc, que contrairement aux tendances relevées sur le bruit d'engrènement par Rémond (1991), les corrections de denture ont peu d'effet sur les vibrations d'engrènement.

Cette tendance semble indiquer que la progressivité du chargement qu'elles introduisent (cf. fig. III.35-39), et la réduction des chocs qui en résulte, sont plus bénéfiques sur le bruit d'engrènement que les modifications induites sur les fluctuations de l'erreur de transmission. Ceci doit, toutefois, être pondéré par le fait que les engrenages étudiés ont été utilisés à diverses reprises entre les études du bruit d'engrènement et les mesures d'erreur de transmission. Ils sont donc susceptibles d'avoir subi des détériorations entre ces deux études. Toutefois des engrenages ayant peu servi (couple IV et V) présentent la même tendance.

La prise en compte des effets des corrections de denture au sein des équations dynamiques conduit à introduire, au second membre, un terme supplémentaire associé à l'erreur de transmission quasi-statique sans charge, notée $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$, caractéristique des effets cinématiques des corrections de denture (cf. § 4.4.3 ch. IV).

Nous avons vu (fig. III.35 à III.37, ch. III), que les effets combinés de $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$ et des déformations de denture conduisent à une réduction des fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge. Rappelons que cette grandeur, associée aux fluctuations de la rigidité de denture, est caractéristique des excitations d'engrènement. C'est la réduction de ces fluctuations, associée à l'introduction de $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$ dans les équations du mouvement, qui permet de traduire les effets de corrections de denture. Cette écriture des équations repose, rappelons-le, sur une hypothèse importante qui est l'indépendance de $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$ et du chargement. La détermination de la sensibilité de cette erreur à l'évolution du chargement n'a, à notre connaissance, jamais été entreprise dans la bibliographie aussi bien du point de vue numérique qu'expérimental. Remarquons que sa détermination expérimentale nécessite d'isoler et de soustraire la contribution des déformations de denture.

Les résultats obtenus par simulation numérique sur les engrenages I et IV sont présentés sur les figures V.27 et V.28 où ils sont comparés aux résultats numériques obtenus sur les engrenages non corrigés. Ils mettent en évidence une atténuation très forte des vibrations en dehors des pics associés au passage des vitesses critiques qui sont peu (conf. I) ou pas (conf. IV) affectés. Ces tendances sont analogues aux tendances expérimentales relevées sur les configurations de montage (II et IV) pour lesquelles les corrections de denture ont une influence. En outre, il n'est pas surprenant que l'augmentation des déformations élastiques induites par le passage d'une vitesse critique rende secondaires les effets des corrections de denture.

Ces tendances ne sont pas vraies sur l'ensemble des indicateurs. En particulier l'évolution de la vitesse moyenne d'étendue (ET), qui est très sensible aux fluctuations du signal sur une large gamme de fréquence, met en évidence des zones où la présence des corrections de denture est associée à une augmentation du niveau vibratoire. Ceci est confirmé sur l'évolution du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement (fig. V.29) et indique que les effets combinés de $\hat{\varepsilon}_o(\theta^*)$ et des déformations élastiques, qui conduisent à une réduction d'amplitude de l'excitation globale, peuvent induire de nouvelles excitations aux harmoniques supérieurs de la fréquence d'engrènement. Ceci est en accord avec certaines tendances évoquées dans la bibliographie (Rémond & col. 1993).

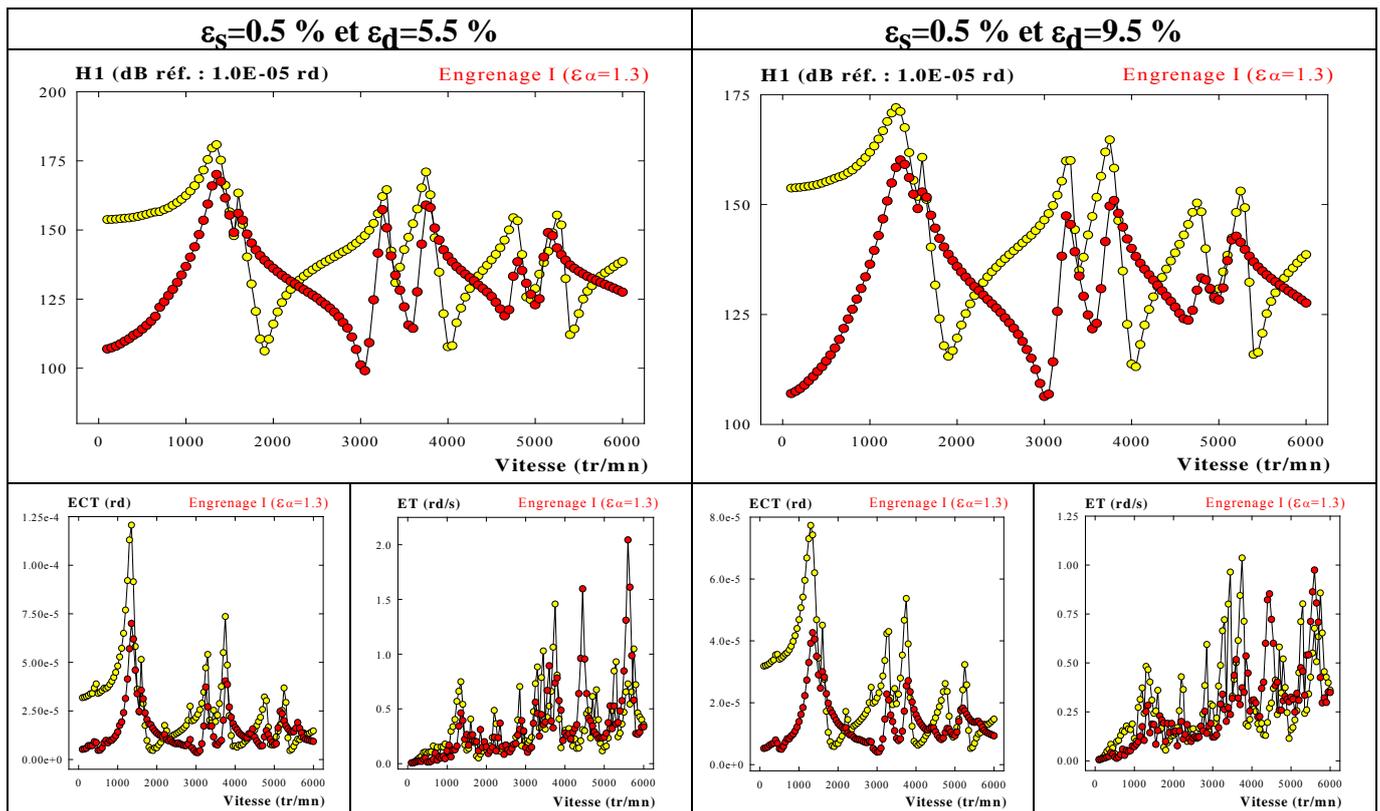


Figure V.27 : Erreur de transmission dynamique calculée, effets des corrections de denture.
 (●●●) : engrenage non corrigé, (●●●) : engrenage corrigé.

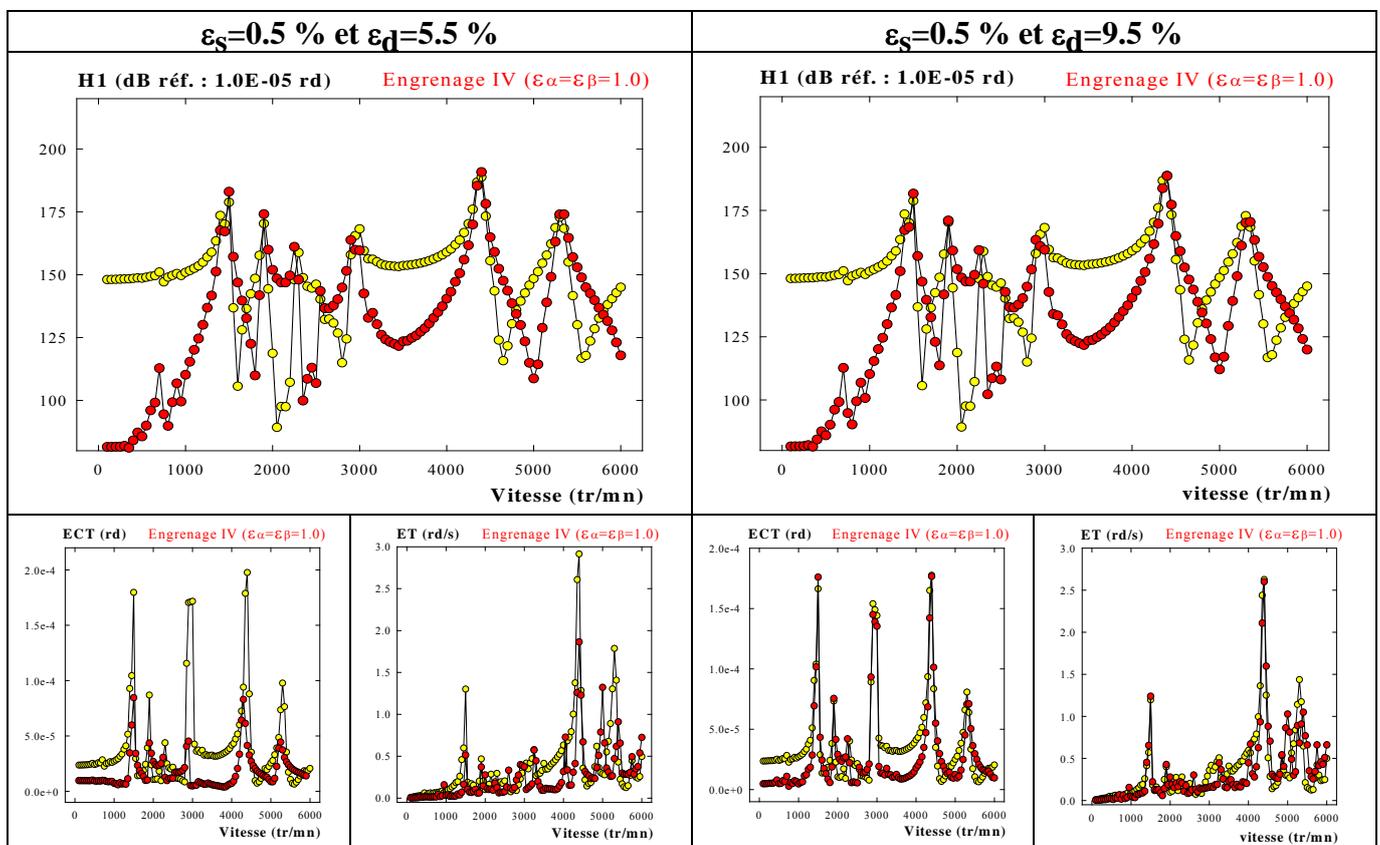


Figure V.28 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets des corrections de denture.
 (●●●) : engrenage non corrigé, (●●●) : engrenage corrigé.

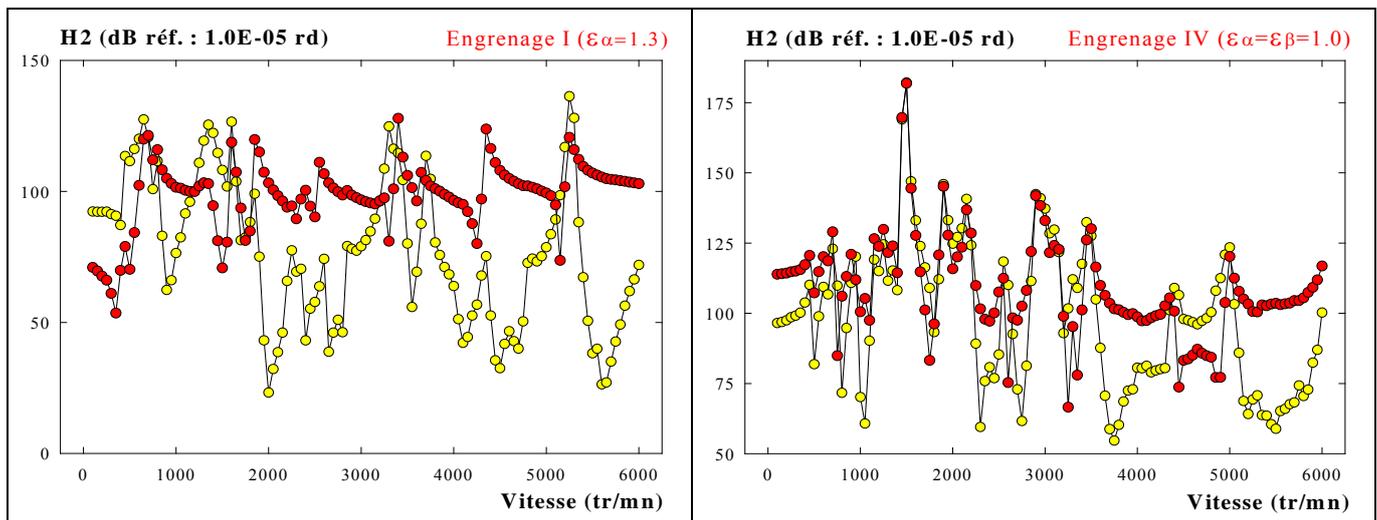


Figure V.29 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets des corrections de denture. Evolution du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement (H2).

(●—●—●) : engrenage non corrigé, (●—●—●) : engrenage corrigé.

La comparaison des résultats numériques et des relevés expérimentaux (fig. V.30 et V.31) montre un accord général d'aussi bonne qualité que celui obtenu avec les engrenages non corrigés. Les tendances observées avec la configuration I (fig. V.30) sont d'ailleurs identiques. En particulier, on peut observer le bon accord du pic de plus basse fréquence (1-E1) associé au mode de denture le plus énergétique et un décalage systématique des autres pics (2-E2, 3-E3 et 4-E4) vers les basses fréquences.

Les résultats obtenus avec la configuration IV (fig. V.31) ont été complétés par l'analyse de la version non corrigée de cet engrenage. On peut constater dans ce cas (fig. V.32) le très bon accord entre les pics expérimentaux E4 et E5 et les pics numériques 4 et 5. De plus les pics 1, 2 et 3 peuvent raisonnablement être associés aux pics expérimentaux E1, E2 et E3. Le décalage observé (vers les hautes fréquences) semble indiquer que le recalage effectué sur la rigidité axiale des roulements à billes (conf. de montage n° III) a été surestimé. Une analyse croisée de ces deux configurations serait nécessaire pour affiner la modélisation, mais ce résultat indique, avant toute chose, que la modélisation des paliers que nous avons adoptée n'est pas totalement satisfaisante.

L'analyse expérimentale de la version corrigée de l'engrenage IV (fig. V.31) fait apparaître des tendances très similaires : le pic E5-5 est toujours correctement recalé et le décalage entre les pics 1, 2, 3 et E1, E2, E3 est conservé. Le pic expérimental E4 a, toutefois, complètement disparu alors que le pic numérique 4 est toujours présent. Ceci semble indiquer, à nouveau, que les corrections de denture réalisées sur l'engrenage IV ont été mal estimées lors de la simulation numérique. Leur efficacité réelle est, en particulier entre 3000 et 5000 tr/mn, très mal reproduite sur les résultats numériques. Ceci confirme la nécessité d'effectuer des relevés profilométriques sur les différents engrenages d'essai pour caractériser correctement la géométrie des corrections de profil et l'amplitude des défauts éventuels.

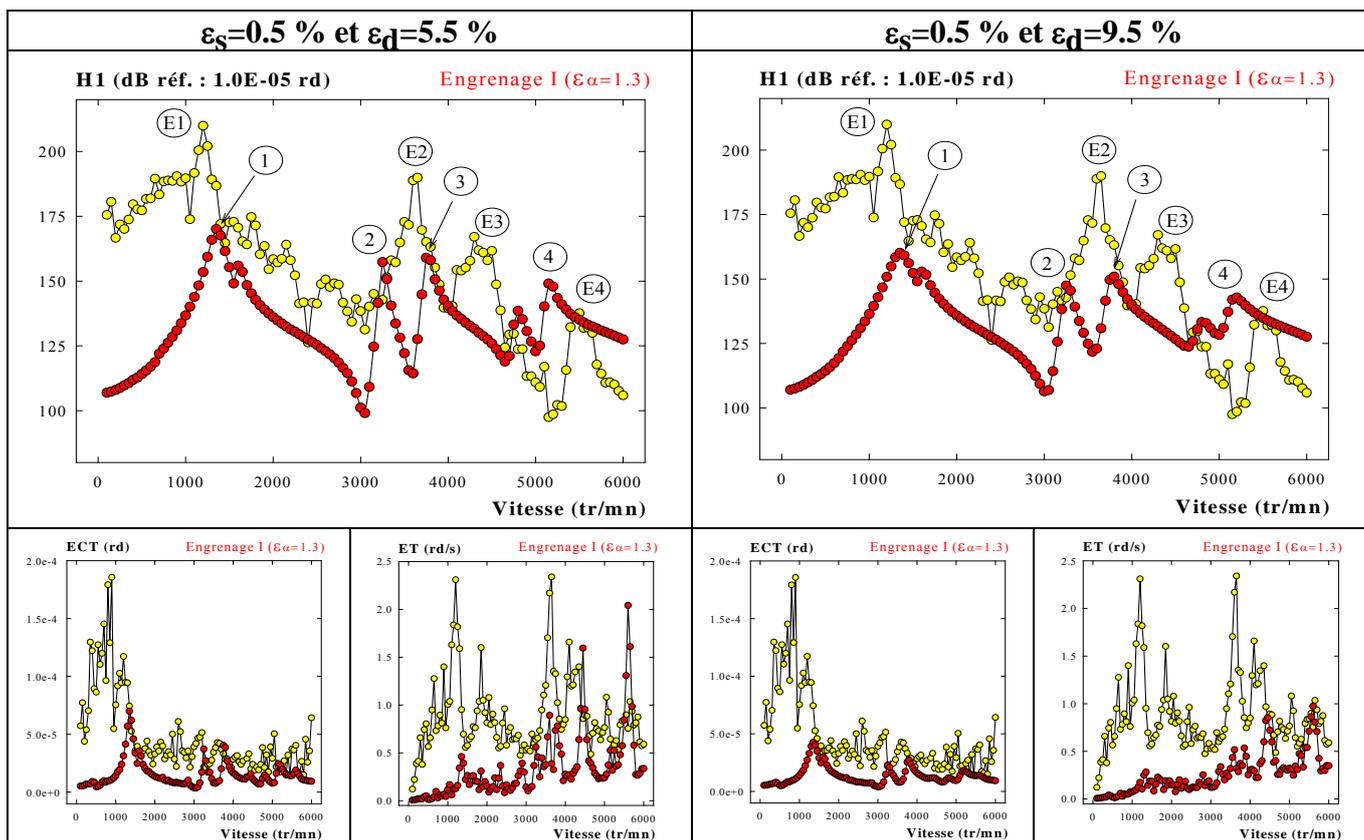


Figure V.30 : Erreur de transmission dynamique mesurée et calculée. Effets des corrections de denture. (●—●—●) : relevés expérimentaux, (●—●—●) : simulations numériques.

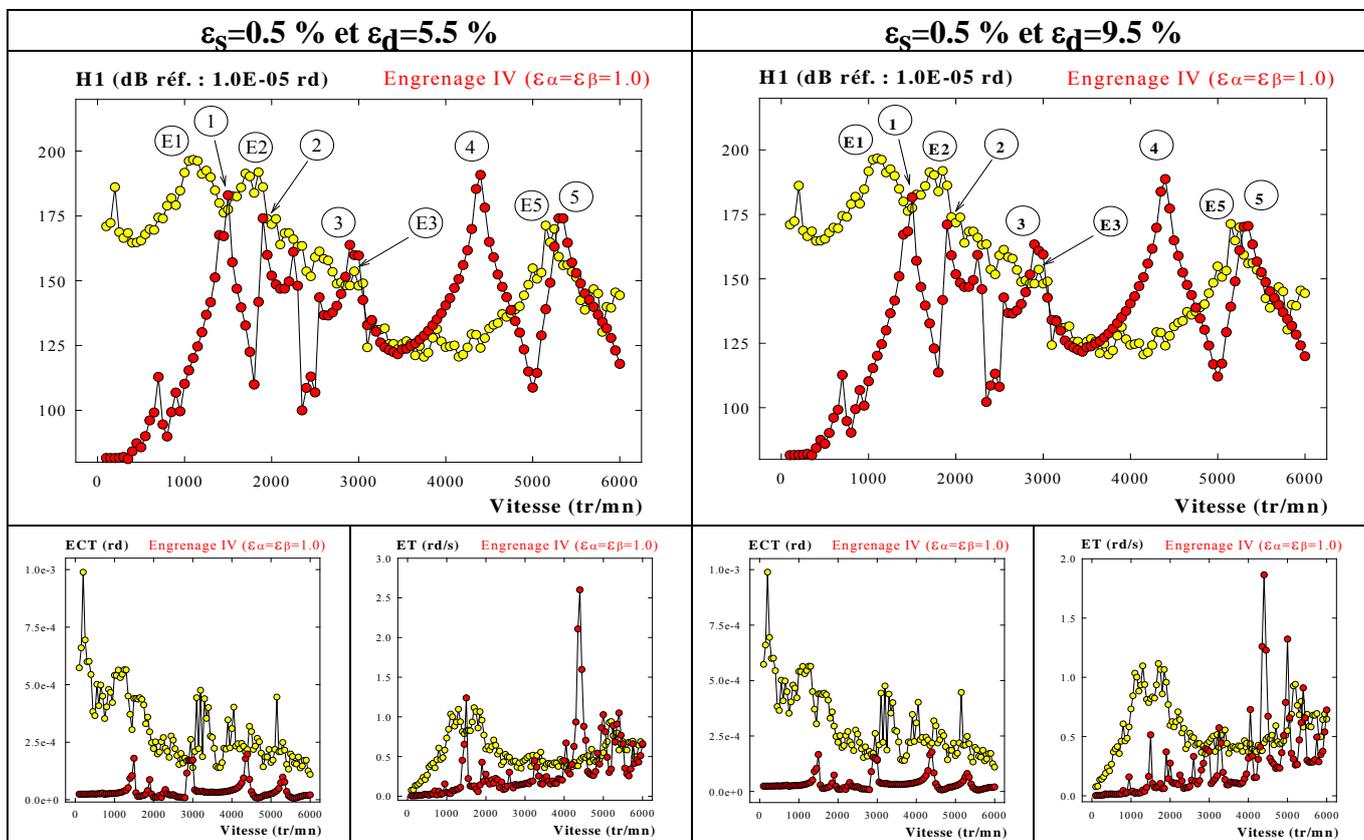


Figure V.31 : Erreur de transmission dynamique mesurée et calculée. Effets des corrections de denture. (●—●—●) : relevés expérimentaux, (●—●—●) : simulations numériques.

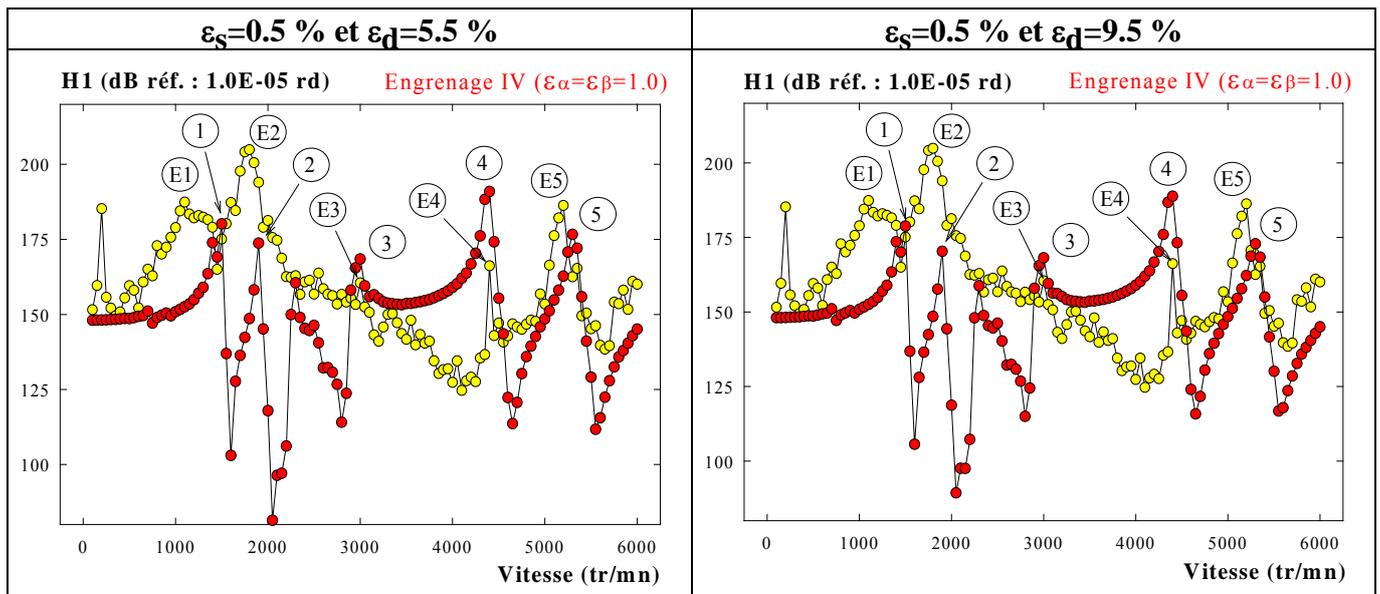


Figure V.32 : Erreur de transmission dynamique mesurée et calculée. Engrenage non corrigé.

(●●●) : relevés expérimentaux, (●●●) : simulations numériques.

IV. Erreur de transmission dynamique en présence de défauts de positionnement.

Les défauts de positionnement répertoriés et étudiés dans la bibliographie sont relatifs à la présence d'excentricités, aux variations de l'entraxe et aux défauts d'alignement des arbres. La combinaison de ces défauts permet de traduire un positionnement relatif quelconque des roues dentées.

Nous avons vu au chapitre III que les effets de l'entraxe sur le comportement élastique de la denture, et plus particulièrement sur l'évolution de la rigidité et de l'erreur de transmission sous charge, étaient très limités. Ces paramètres caractérisant la totalité des excitations de denture, le défaut d'entraxe ne sera pas considéré dans la suite de l'étude. De même, les défauts d'excentricité ne seront pas pris en compte. Rappelons qu'ils introduisent une modulation de l'erreur de transmission qui se traduit par la présence d'une "porteuse" basse fréquence (harmonique à la rotation des arbres) sur l'évolution temporelle de l'erreur de transmission. Cette composante a été étudiée en détail dans la bibliographie (cf. ch. I et Annexe I). Elle est responsable de l'émergence de bandes latérales sur les pics associés à la fréquence d'engrènement (cf. ch. I). Son influence sur le niveau global des vibrations d'engrènement est, toutefois, très limitée (cf. ch. IV). Les défauts d'excentricité n'ont donc pas été pris en compte et la composante basse fréquence qui les caractérise est systématiquement supprimée sur les relevés expérimentaux (cf. ch. II).

A l'opposé, les défauts d'alignement, qualifiés de défauts d'inclinaison ou de déviation (fig. V.33) sont particulièrement significatifs. Leurs effets principaux ont été présentés au chapitre I. Rappelons qu'ils se traduisent par une délocalisation des vitesses critiques et par une forte augmentation du niveau vibratoire. Dans ce contexte, le défaut de déviation, qui induit un déport latéral des portées, est le plus néfaste; le défaut d'inclinaison apparaît comme bien moins significatif. La suite de ce paragraphe sera entièrement consacrée à l'étude de ces deux défauts.

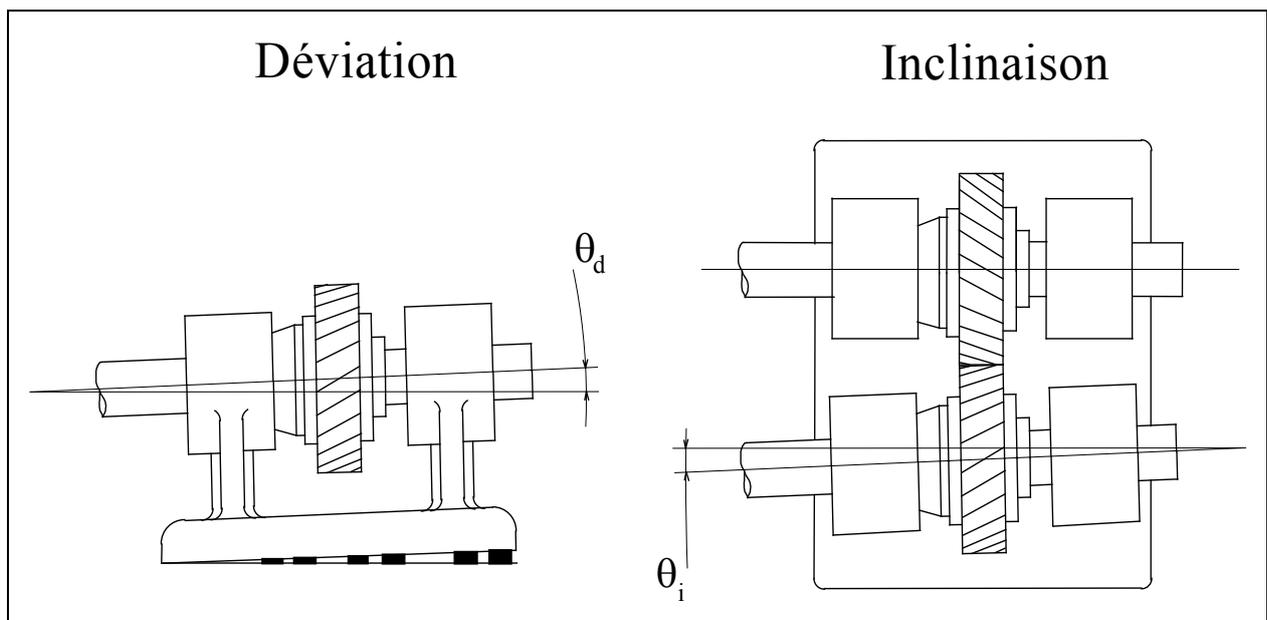


Figure V.33 : Caractérisation des défauts de déviation et d'inclinaison (Umezawa et co. 1986).

Les engrenages étudiés sont associés aux configurations de montage I, II et III. Leurs caractéristiques quasi-statiques, en présence de désalignements (inclinaison et déviation de 4°), ont été déterminées au chapitre III. Rappelons que l'introduction de ces défauts se traduit par une diminution importante de la rigidité de denture (fig. III.31 et 32) et par une délocalisation latérale des portées (fig. III.25-26 et 27). Les effets du défaut de déviation sont les plus importants.

Les relevés expérimentaux effectués en présence de désalignement sont présentés sur les figures V.34, V.35 et V.36. Les effets du défaut d'inclinaison sont peu marqués. Cette tendance est vérifiée pour les trois configurations de montage et apparaît sur l'ensemble des indicateurs. Elle est conforme aux résultats bibliographiques qui présentent ce défaut comme peu significatif et montre à nouveau la bonne reproductibilité des mesures déjà évoquée en présence de corrections de denture.

La seule différence observable concerne la configuration de montage numéro II où le pic associé au passage de la première vitesse critique, noté E1 pour la configuration alignée et I1 pour la configuration désalignée, est localisé à une vitesse inférieure en présence de désalignement. De plus le niveau vibratoire associé, traduit par l'évolution des indicateurs temporels (ECT et ET), est considérablement augmenté. Une première analyse conduit à attribuer cette évolution à la diminution de la rigidité de denture et aux effets qu'elle induit sur la fréquence du mode le plus énergétique à la denture. Cette interprétation est toutefois contradictoire avec les résultats obtenus pour les deux autres configurations de montage qui ne mettent pas en évidence d'évolution de ce mode. Ceci est également vrai en présence d'un défaut de déviation où l'évolution de la rigidité de denture est très significative. Ce dernier résultat peut, d'ailleurs, être étendu à la configuration numéro II si l'on ne compare que les résultats obtenus en présence de défauts d'alignement.

Il apparaît donc que le mode de denture le plus énergétique est peu sensible à l'évolution de la rigidité d'engrènement et que cette évolution ne peut pas justifier les différences observées pour la configuration de montage numéro II. L'analyse des résultats obtenus avec la version corrigée de l'engrenage numéro II (fig. V.24) montre une délocalisation identique de la première vitesse critique de denture. L'ensemble de ces résultats semble indiquer que la localisation de la première vitesse critique de denture, obtenue avec la configuration alignée de l'engrenage numéro II, est peu fiable. Ce point est à relier aux comparaisons effectuées, pour cette configuration, entre les résultats numériques et expérimentaux (fig. V.7). La localisation numérique du pic le plus énergétique (I-E1) est alors bien meilleure si l'on tient compte des remarques ci-dessus. Ce point sera confirmé lors de la comparaison effectuée entre les résultats numériques et expérimentaux en présence de désalignement.

Les effets associés à la présence d'un défaut de déviation (4°) sont bien plus marqués. Les niveaux vibratoires observés sont globalement plus élevés, et les différences les plus marquées sont situées au passage des vitesses critiques. De ce point de vue, le pic associé au mode de denture le plus énergétique est considérablement amplifié. Ce phénomène est particulièrement visible sur les indicateurs temporels (ECT et ET). Toutefois l'effet le plus significatif de ce défaut reste la délocalisation de certaines vitesses critiques. Ceci est particulièrement visible sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1) et concerne principalement la deuxième vitesse critique de denture notée E2 pour la configuration alignée et D2 pour la configuration désalignée.

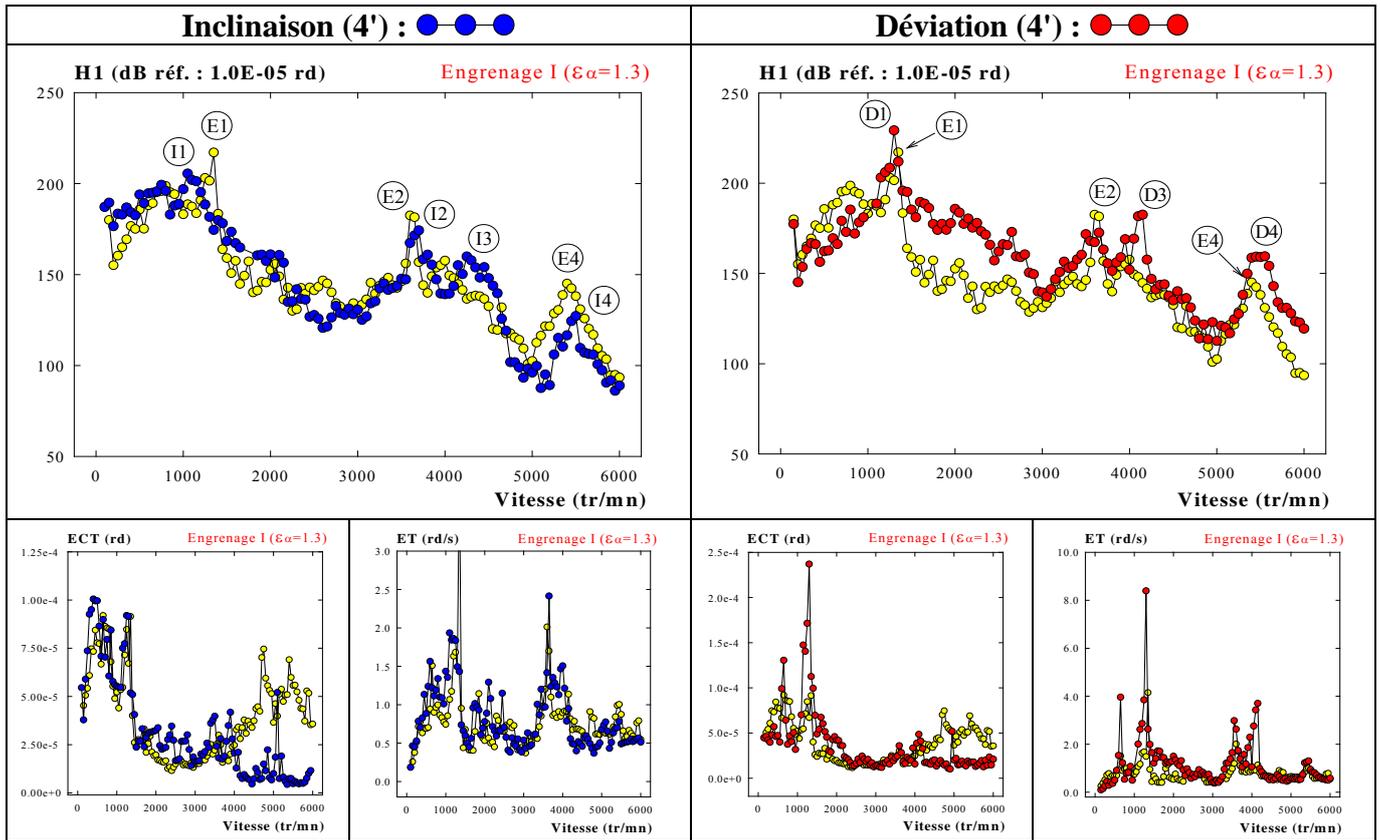


Figure V.34 : Erreur de transmission dynamique expérimentale. Effets des désalignements.
 (●●●) : configuration alignée.

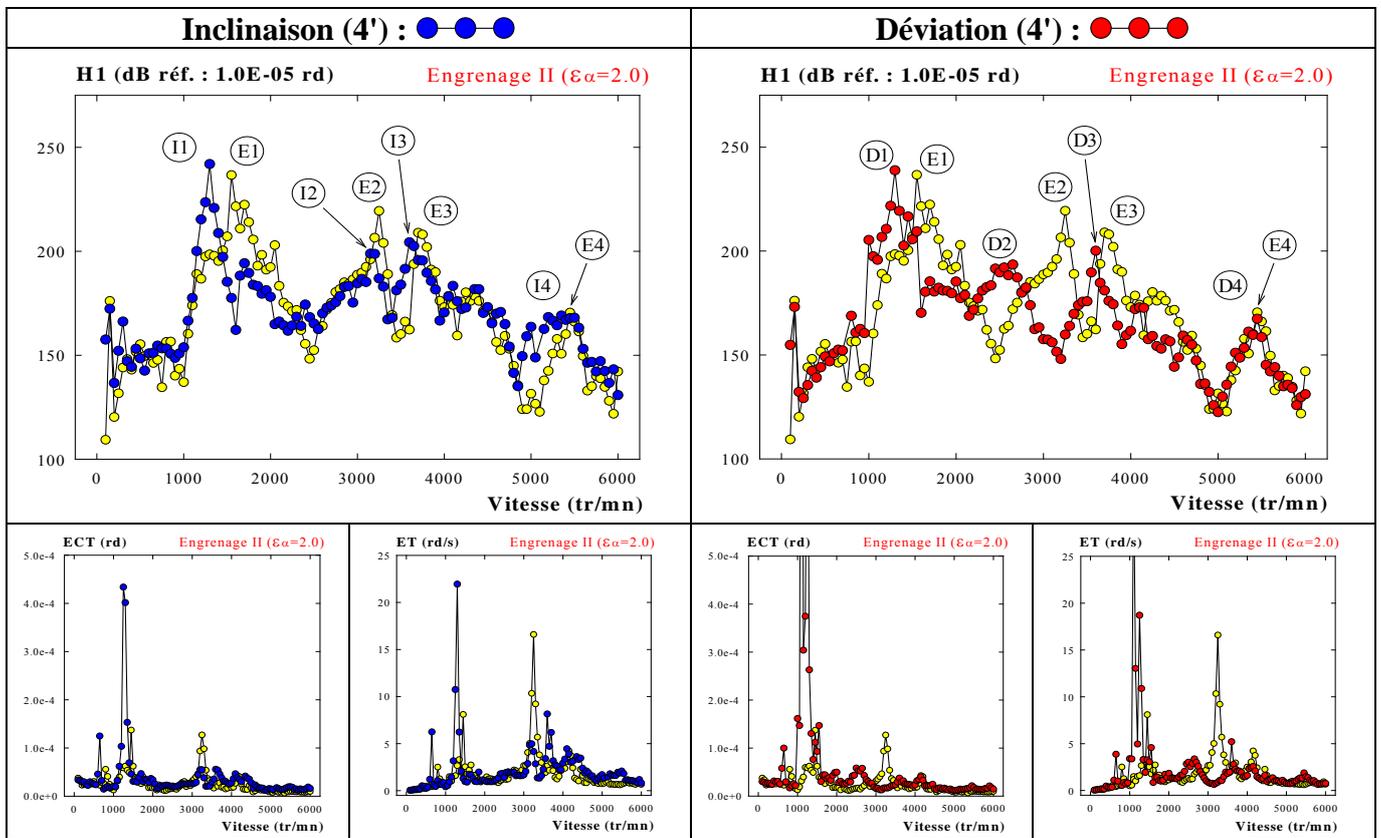


Figure V.35 : Erreur de transmission dynamique expérimentale. Effets des désalignements.
 (●●●) : configuration alignée.

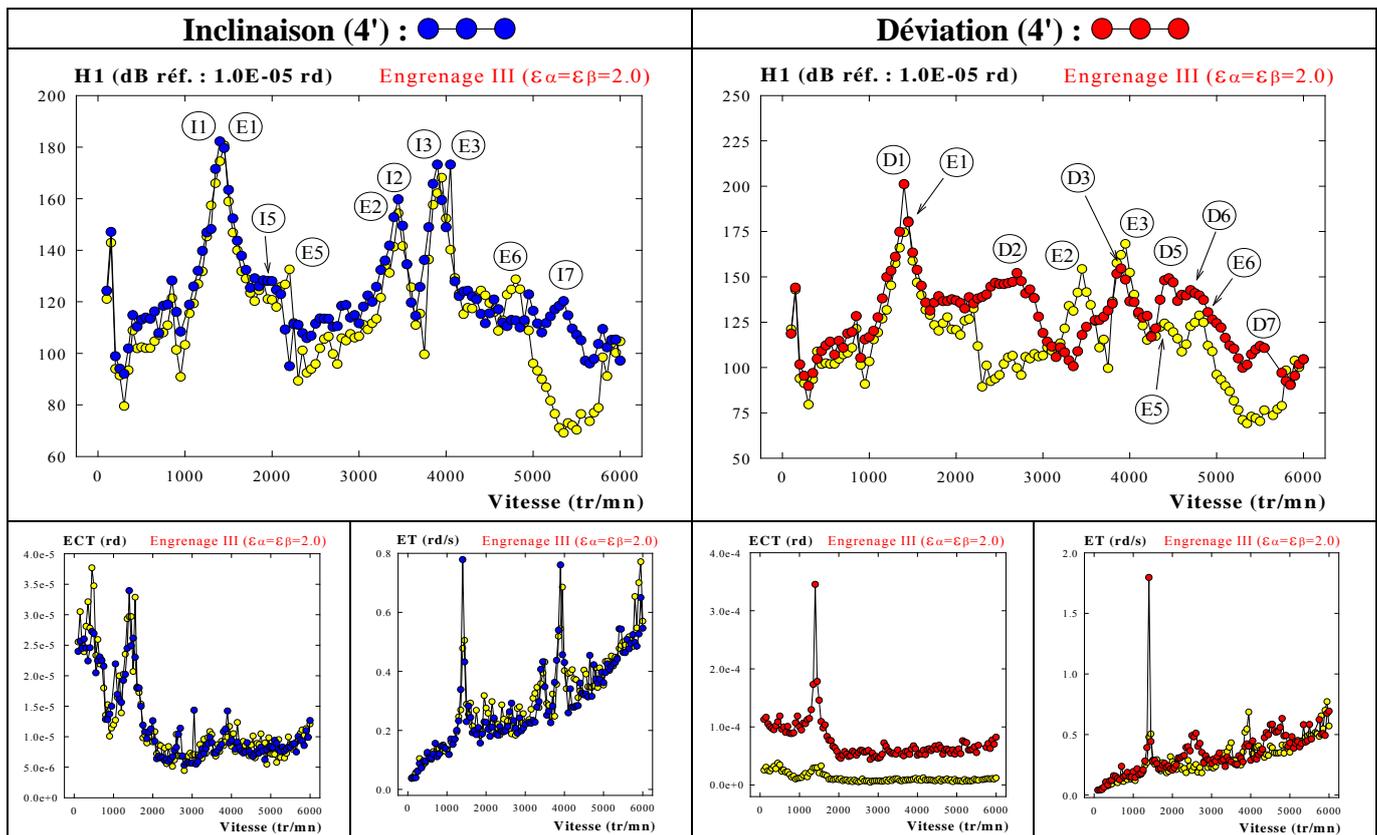


Figure V.36 : Erreur de transmission dynamique expérimentale. Effets des désalignements.
 (●—●—●) : configuration alignée.

Ce phénomène est particulièrement visible pour les configurations de montage II et III, alors qu'il est difficilement interprétable pour la configuration de montage I. L'introduction d'un défaut de déviation pour cette dernière configuration est caractérisée par une forte augmentation de niveau entre 1000 et 2500 tr/min sans qu'un pic très marqué (D2) soit décelable. Ce résultat est conforme à ceux déjà obtenus avec cet engrenage où l'émergence des pics a toujours été très faible. Notons toutefois que l'introduction des défauts d'alignement confirme la présence d'un pic au voisinage de 4000 tr/min. Ce pic noté E3 lors de la phase de recalage effectuée au début de ce chapitre (fig. V.7) est légèrement amplifié par la présence d'un défaut d'inclinaison (I3) et apparaît très clairement en présence d'un défaut de déviation (D3).

En dehors de l'évolution observée sur le pic E2-D2, les autres vitesses critiques sont faiblement affectées. En particulier la localisation des pics E1-D1, E3-D3 et E4-D4 (conf. I et II) n'est pas modifiée par l'introduction d'un désalignement. Ceci est particulièrement surprenant pour le pic associé au mode de denture le plus énergétique dont la localisation fréquentielle n'est pas affectée par l'évolution de la rigidité d'engrènement alors qu'il est caractérisé par de très fortes déformations de denture. Ce point confirme la nature fortement couplée des différents modes énergétiques à la denture et indique très clairement les limites des modélisations simplifiées qui privilégient les déformations de denture.

Les tendances obtenues par simulation numérique sont présentées sur les figures V.37, V.38 et V.39. Les différentes configurations d'amortissement étudiées lors des analyses précédentes ont été reprises. Les tendances obtenues sont analogues à celles déjà observées et nous ne présenterons, ici, que les résultats obtenus avec un amortissement de denture $\varepsilon_d = 5.5 \%$ et un amortissement de structure $\varepsilon_s = 0.5 \%$.

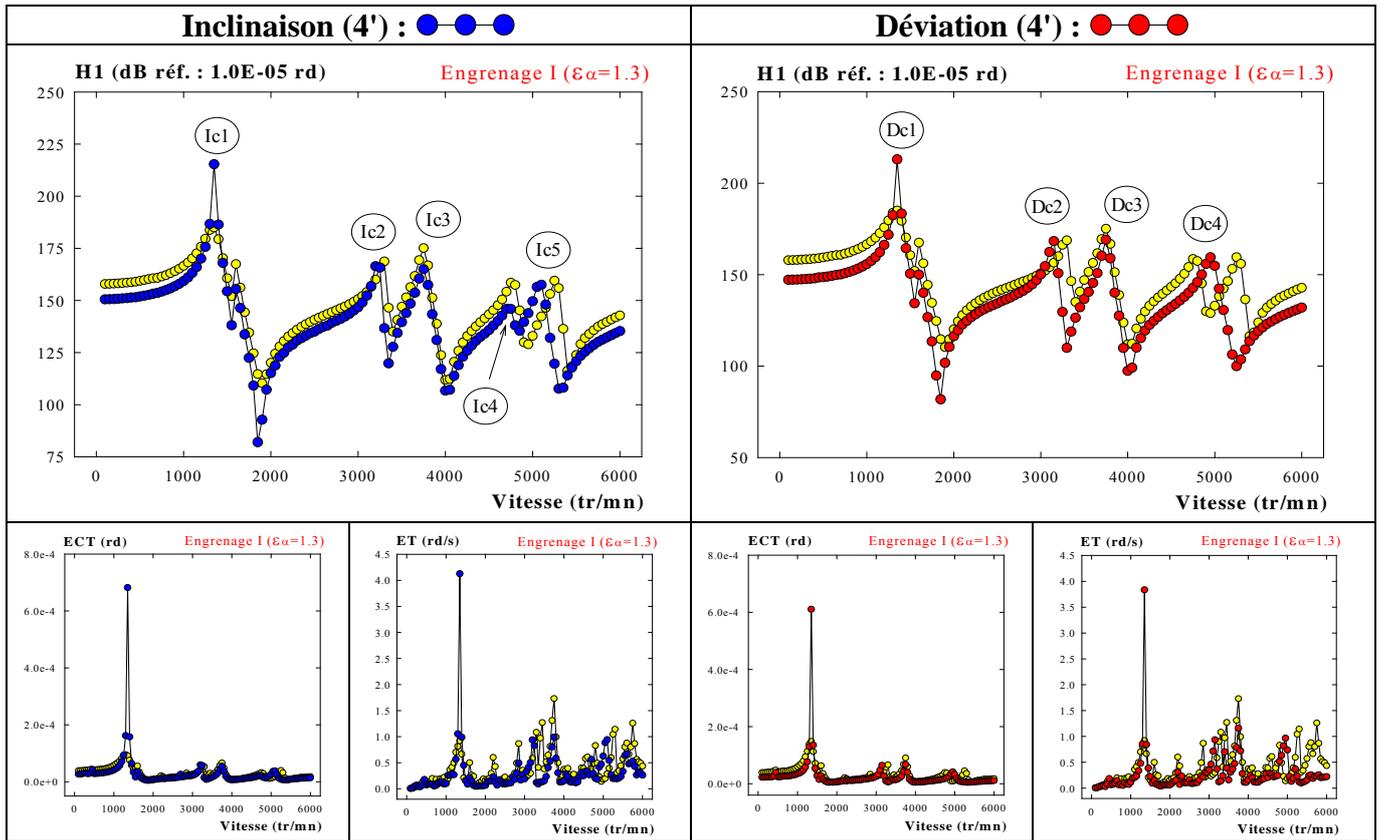


Figure V.37 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets des désalignements.
 (●-●-●) : configuration alignée.

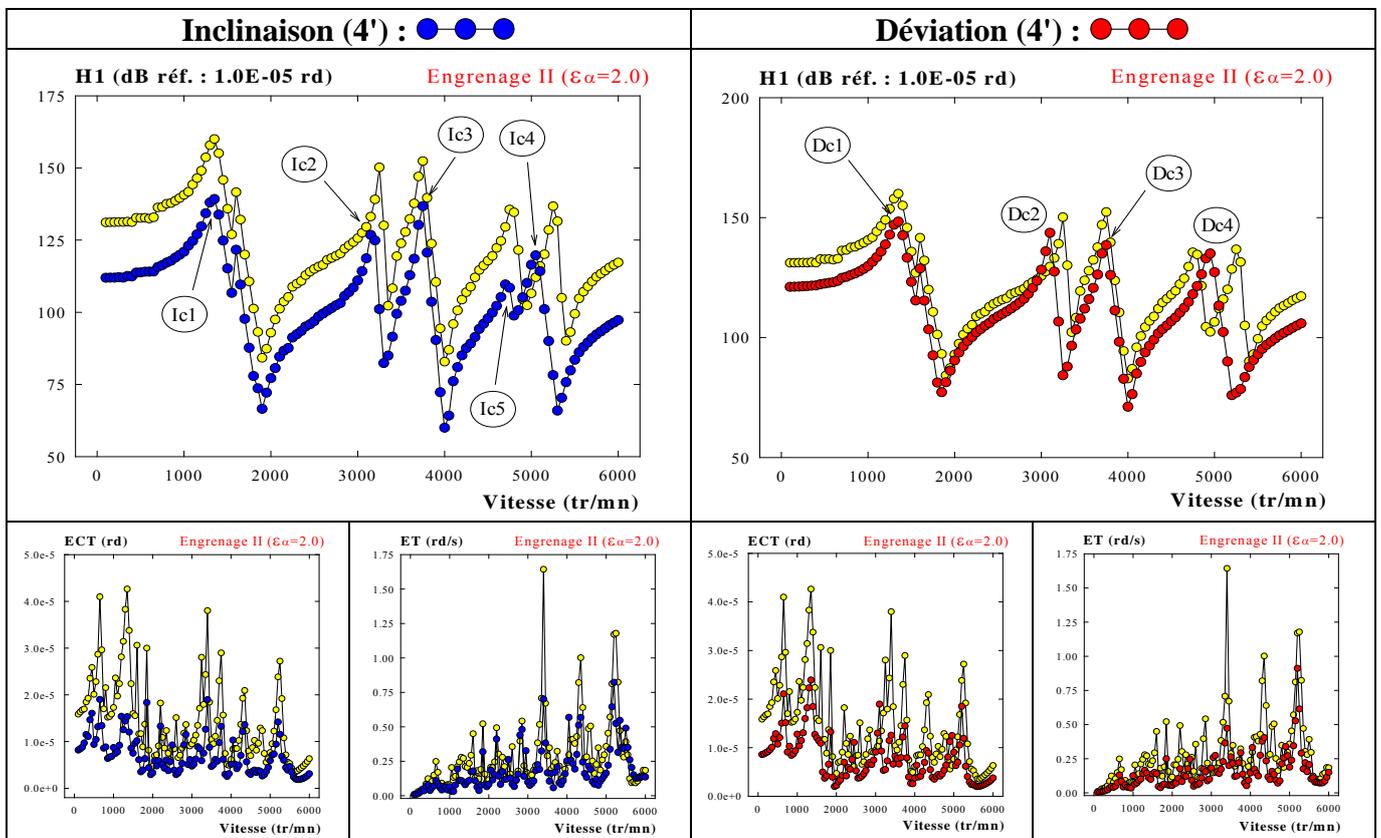


Figure V.38 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets des désalignements.
 (●-●-●) : configuration alignée.

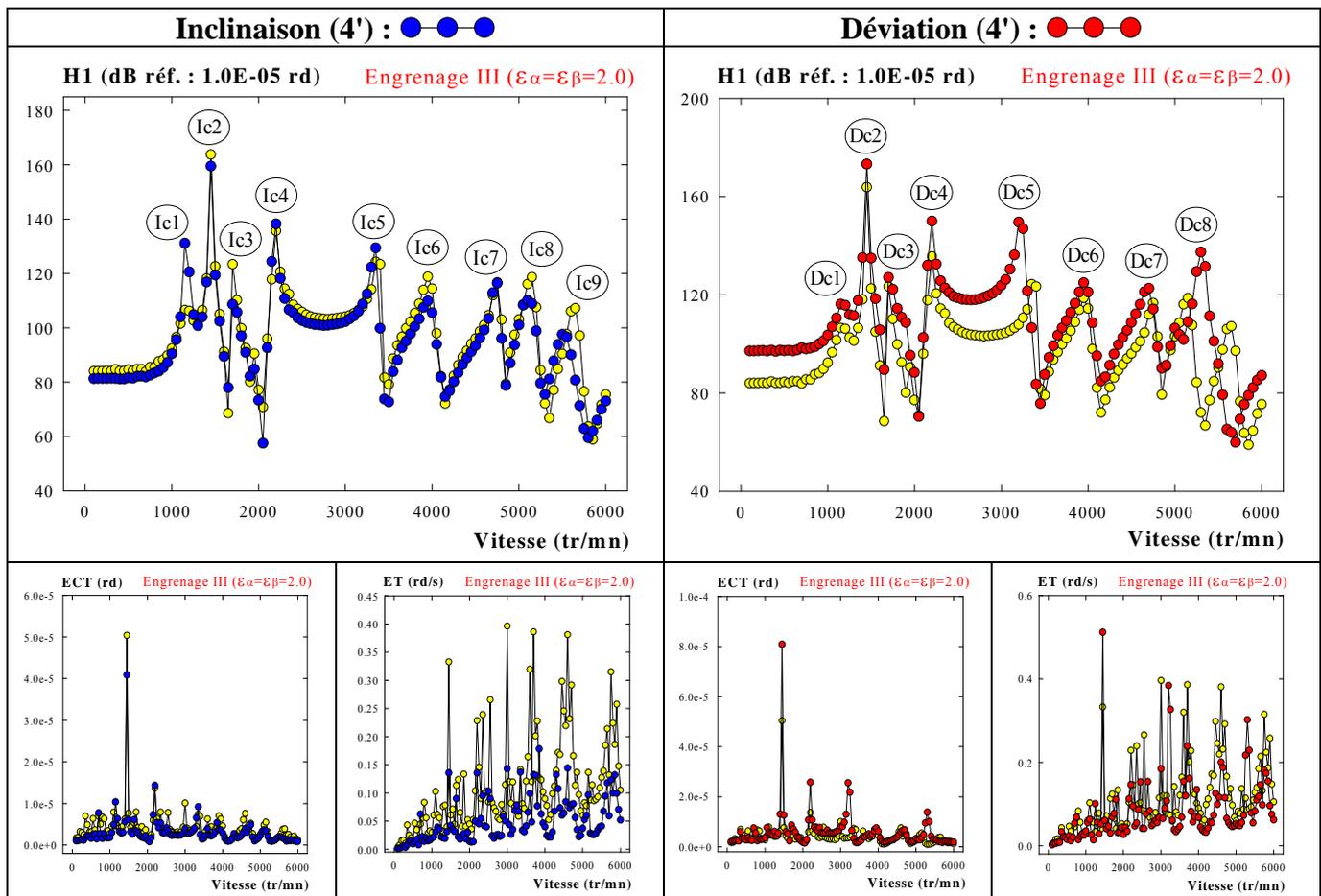


Figure V.39 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets des désalignements.
 (●—●—●) : configuration alignée.

Cette configuration conduit, au regard des résultats bibliographiques, à un amortissement significatif du mode de denture le plus énergétique (6.0 %) et autorise, au regard des résultats expérimentaux, une émergence suffisante des pics associés aux modes d'ordre supérieur.

Les résultats obtenus montrent la très faible influence du défaut d'inclinaison (4'). En effet les niveaux vibratoires observés en présence de ce défaut sont très similaires, voire légèrement inférieurs (configuration II), à ceux obtenus en l'absence de défaut de positionnement. Ceci est conforme aux tendances expérimentales que nous avons présentées et aux résultats bibliographiques qui présentent ce défaut comme très peu significatif.

Malgré les augmentations du niveau vibratoire observées avec la configuration de montage numéro III, le défaut de déviation que nous avons introduit (4') se révèle également peu significatif. Ceci est particulièrement vrai pour les configurations de montage I et II où seule une augmentation du pic associé au passage de la première vitesse critique (D1) est observable et ceci uniquement pour la configuration de montage I. Ces résultats sont en désaccord avec les observations expérimentales. En particulier ils ne mettent pas en évidence la très forte délocalisation observée sur le pic (E2-D2) correspondant au passage de la deuxième vitesse critique. La sensibilité de ce pic (noté Dc2 (conf. I et II) et Dc5 (conf. III) sur les résultats numériques) à l'introduction d'un désalignement est, toutefois, observable. La délocalisation obtenue est plus importante en présence du défaut de déviation. On peut, de même, constater la parfaite stabilité des autres pics et le regroupement des deux pics associés aux plus hautes vitesses. Ces effets sont moins marqués en présence du défaut d'inclinaison qui introduit une plus faible modification de la rigidité de denture.

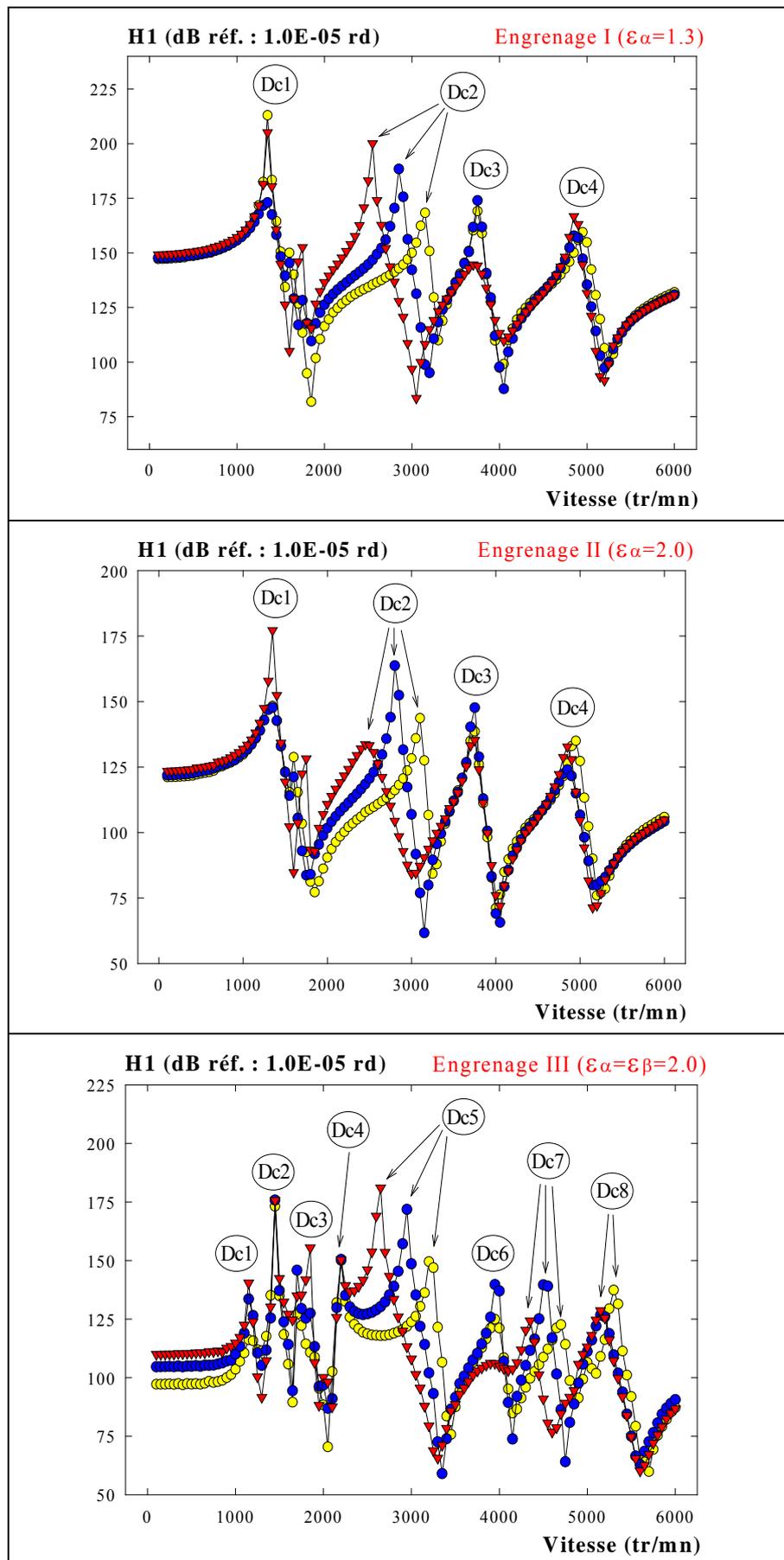


Figure V.40 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets de l'évolution de la rigidité d'engrènement. ●●● : $C_{rig} = 1.0$, ●●● : $C_{rig} = 0.5$ et ▼▼▼ : $C_{rig} = 0.25$.

Compte-tenu de l'influence directe des défauts d'alignement sur l'évolution de la rigidité de denture, nous avons étudié l'influence de ce paramètre sur la localisation des différentes vitesses critiques. L'utilisation d'une rigidité de denture plus faible, obtenue en multipliant la rigidité de la configuration déviée par un facteur (noté C_{rig}) de 0.5 puis de 0.25, fournit les résultats présentés sur la figure V.40. La délocalisation de la deuxième vitesse critique apparaît alors très clairement et les tendances observées peuvent directement être reliées aux observations expérimentales. En particulier, seule la localisation du pic noté Dc2 pour les configurations de montage I et II et Dc5 pour la configuration de montage III est modifiée. Le regroupement des pics situés aux plus hautes vitesses, observé précédemment, fournit un pic (noté Dc4 pour les configurations de montage I et II et Dc8 pour la configuration III) qui reste globalement stable et dont l'amplitude évolue très légèrement pour la configuration III.

Ces tendances sont très similaires à celles observées sur les résultats expérimentaux en présence d'un défaut de déviation. Il semble donc que les modifications initialement apportées à la rigidité d'engrènement pour traduire les effets des défauts d'alignement soient insuffisantes. Les résultats obtenus dans ce cas sont globalement similaires à ceux observés avec la configuration alignée. Les évolutions obtenues conduisent à un meilleur accord avec les données expérimentales de la configuration alignée puisqu'on observe le regroupement des pics situés aux plus hautes vitesses.

Seule une évolution très forte de la rigidité de denture permet de traduire correctement les observations expérimentales. Les modifications nécessaires pour corriger les écarts observés conduisent à écarter l'hypothèse d'une évaluation erronée de la rigidité, dont le calcul a été validé indépendamment avec de très bonnes corrélations expérimentales (cf. ch. III). Par contre, il faut remarquer que l'introduction des défauts d'alignement sur le banc d'essais se fait relativement à une configuration de référence (définie par des pignes de centrage). L'alignement réel des dentures pour cette configuration est inconnu et les modifications apportées ne peuvent être que des modifications relatives. Les résultats numériques et expérimentaux présentés ci-dessus semblent indiquer que cette configuration initiale est associée à un défaut d'alignement permanent. La caractérisation de cette position initiale est très délicate et les modifications apportées au banc d'essais depuis sa construction ont pu la modifier considérablement. En outre, compte-tenu de la grande sensibilité de la deuxième vitesse critique aux évolutions de la rigidité de denture, il apparaît indispensable de déterminer la sensibilité de cette rigidité aux erreurs de réglage lors de l'introduction des défauts d'alignement. Cette démarche n'a pas été entreprise dans le cadre de ce travail. Elle est toutefois indispensable dans l'objectif d'un recalage fin et apparaît comme une perspective intéressante.

Les figures V.41, V.42 et V.43 ci-dessous présentent la comparaison entre les résultats numériques obtenus avec la configuration déviée pour des facteurs de rigidité de denture de 0.5 et de 0.25 et les relevés expérimentaux. Cette comparaison est principalement effectuée sur l'évolution du premier harmonique de la fréquence d'engrènement (H1), compte-tenu de son rôle privilégié pour la localisation des vitesses critiques. Elle met particulièrement en évidence la bonne corrélation obtenue sur la localisation des vitesses critiques de la configuration II pour un facteur de rigidité $C_{rig}=0.25$ comme des vitesses critiques de la configuration III pour un facteur de rigidité $C_{rig}=0.5$. Les résultats obtenus avec la configuration I sont bien moins clairs compte-tenu de la très faible émergence des pics. Il semble, toutefois, raisonnable d'associer les pics D3 et Dc3 et les pics D4 et Dc4. Le décalage de ce dernier pic vers les basses fréquences appelle les mêmes remarques, vis à vis de la modélisation des paliers, que celles effectuées lors de l'analyse de la configuration alignée.

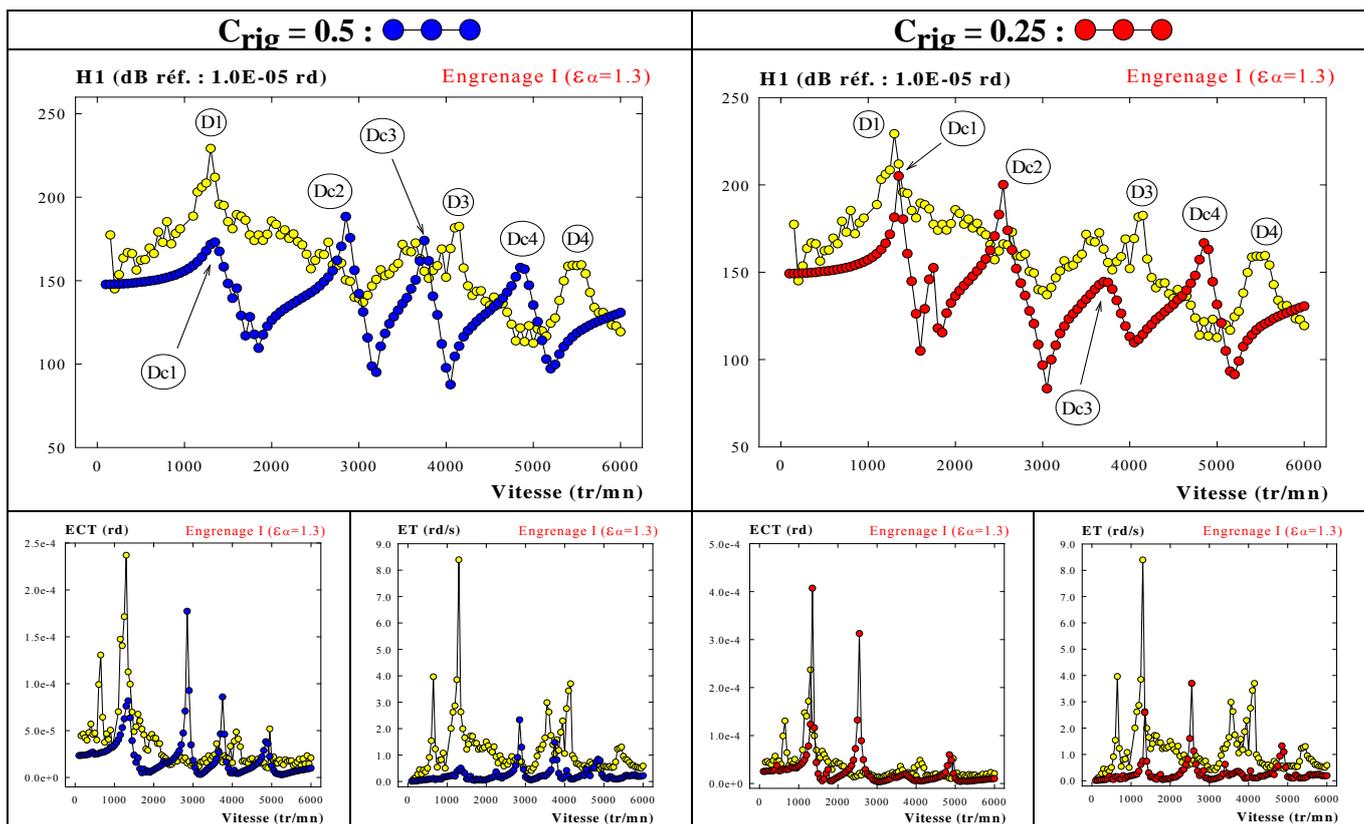


Figure V.41 : Erreur de transmission dynamique mesurée et calculée. Effets de l'évolution de la rigidité de denture. ●●● : $C_{rig} = 1.0$.

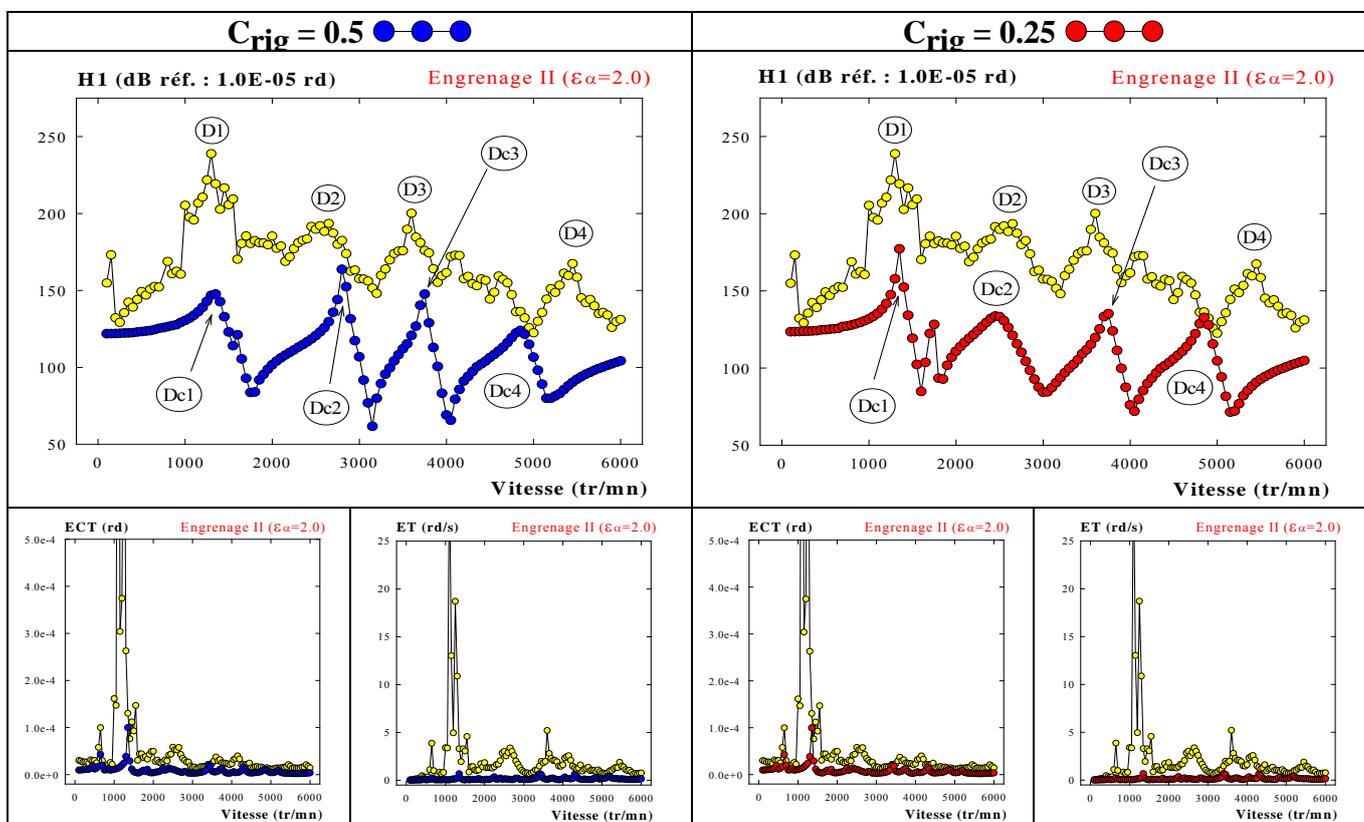


Figure V.42 : Erreur de transmission dynamique mesurée et calculée. Effets de l'évolution de la rigidité de denture. ●●● : $C_{rig} = 1.0$.

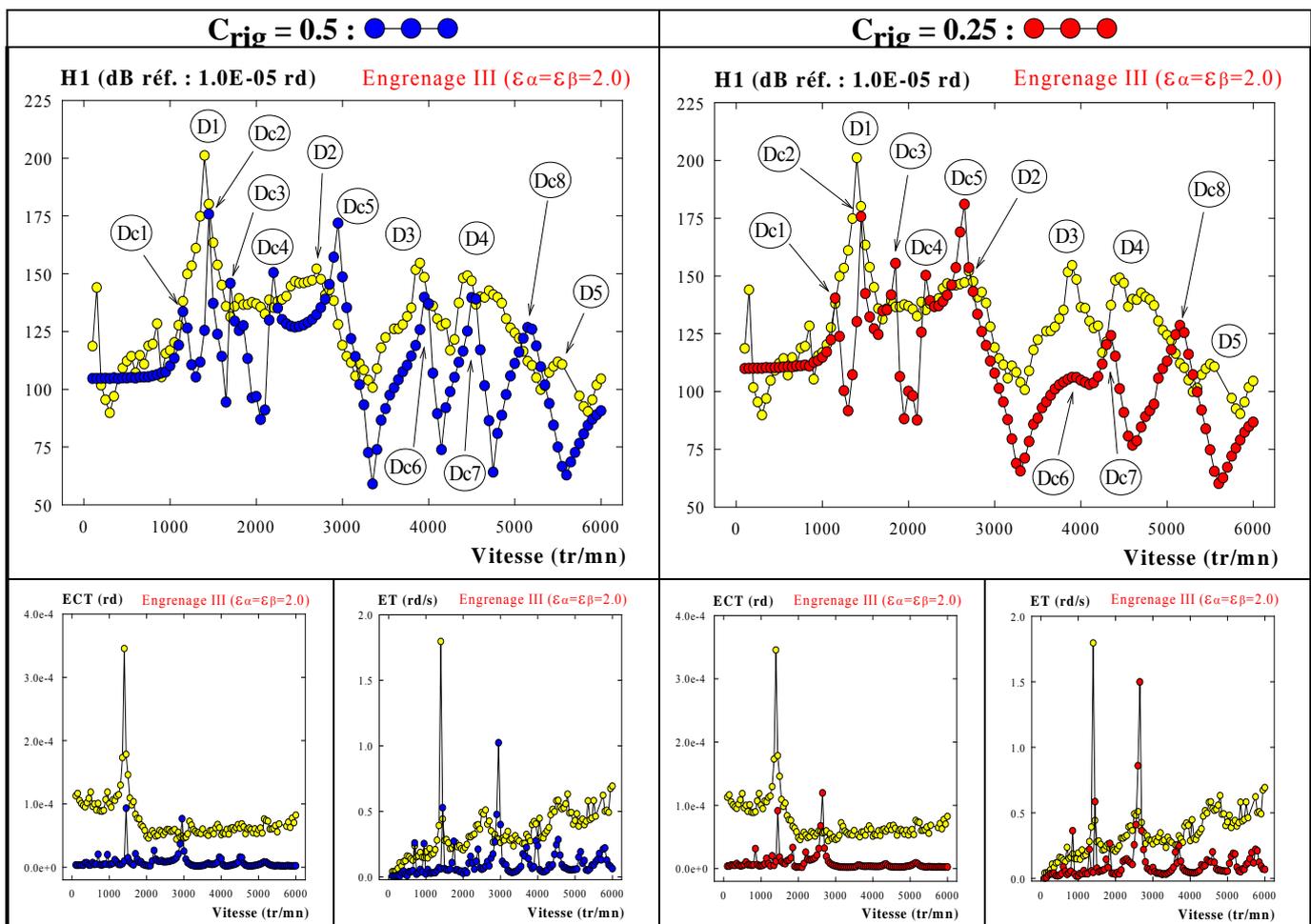


Figure V.43 : Erreur de transmission dynamique mesurée et calculée. Effets de l'évolution de la rigidité de denture. ●●● : $C_{rig} = 1.0$.

Ces remarques se trouvent ici confortées par la très grande similarité de forme que l'on peut observer entre ces deux pics et peuvent être étendues à la configuration de montage numéro II.

Les informations obtenues grâce aux indicateurs temporels (ECT et ET) montrent que l'amplitude des différents pics évolue fortement entre les deux configurations. Ce phénomène est lié à l'évolution de l'énergie de déformation de denture, propre à chaque mode, entre les différentes configurations d'analyse. Les principales caractéristiques de cette évolution sont répertoriées, pour la configuration de montage II, dans le tableau V.2 ci-dessous.

mode	$C_{rig} = 1.0$			$C_{rig} = 0.5$			$C_{rig} = 0.25$		
	fréq.	ρ_i	ρ_i / ρ_1	fréq.	ρ_i	ρ_i / ρ_1	fréq.	ρ_i	ρ_i / ρ_1
Dc1	1154.	19.4	1.0	1154.	9.50	1.0	1153.	4.54	1.0
Dc2	2647.	2.80	0.14	2400.	2.82	2.96	2133.	2.28	5.02
Dc3	3194.	2.43	0.13	3192.	1.20	1.26	3192.	0.59	0.13
Dc4	4222.	1.98	0.10	4158.	0.98	0.10	4148	0.46	0.10

Tableau V.2 : Caractéristiques énergétiques des modes associés aux quatre premières vitesses critiques. Configuration de montage numéro II.

Ces résultats montrent que le classement global des modes reste inchangé alors que leurs importances relatives vis à vis des déformations de denture évoluent. Cette évolution, caractérisée par le facteur ρ_i/ρ_1 , se traduit directement sur les facteurs d'amortissement modaux, compte-tenu de la modélisation de l'amortissement que nous avons retenue. Ce phénomène apparaît, ici, sur le mode Dc2, et se traduit par une très forte atténuation du pic associé à ce mode aussi bien dans les domaines fréquentiel que temporel (fig. V.42). Ces tendances se retrouvent pour les trois configurations de montage et concernent, par exemple, le mode Dc3 pour la configuration I et le mode Dc6 pour la configuration III.

Les effets induits sur le niveau des pics associés au passage des vitesses critiques sont particulièrement visibles sur l'évolution de H1 et apparaissent comme très bénéfiques pour la configuration de montage II où le pic Dc2 présente une allure très voisine de celle du pic expérimental D2. Cette remarque semble également valable pour la configuration de montage I lorsque l'on compare l'allure globale des pics Dc3 et D3 et si l'on admet la coïncidence des pics D4 et Dc4. Il n'en est pas de même pour la configuration de montage III, où le pic expérimental le plus amorti semble être le pic D2 alors que ce sont les pics Dc6 et Dc7 qui sont les plus affectés.

VI. Analyse des différentes techniques de modélisation de l'interface d'engrènement.

Nous avons vu au chapitre IV les principales techniques de modélisation utilisées dans la bibliographie pour décrire l'interface d'engrènement. Nous avons donné la forme des équations dynamiques associées et précisé les techniques de calcul utilisées pour leur résolution. L'objet de ce paragraphe est de comparer ces techniques sur différents exemples extraits des cas analysés depuis le début de ce chapitre et de caractériser les performances de chacune d'elles. Il s'agit, en particulier, de définir les performances de l'analyse linéarisée (rigidité de denture constante et excitation par l'erreur de transmission) pour caractériser le comportement global d'une transmission en présence de défauts de positionnement ou de correction de denture.

Rappelons tout d'abord l'écriture utilisée dans chaque cas pour décrire les équations dynamiques. La forme générale que nous avons utilisée, et considérée comme cas de référence, depuis le début du chapitre IV est :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)].\{X\} = [K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)].\{\xi_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*) + \hat{\varepsilon}_o(\theta^*)\} \quad (\text{A})$$

Cette écriture utilise comme sources primaires d'excitation :

- les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge : $\xi_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$,
- les fluctuations de la rigidité d'engrènement : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$,
- les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge : $\hat{\varepsilon}_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$

Toutes ces grandeurs sont déterminées en régime quasi-statique. Les deux premières caractérisent les effets des déformations élastiques et la dernière les excitations introduites par les défauts de forme. Rappelons que $\hat{\varepsilon}_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$ est supposée indépendante du chargement dynamique instantané et que le produit $[K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)].\{\xi_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*)\}$ est exactement compensé par le vecteur des efforts extérieurs au système que l'on peut noter $\{\bar{F}_{ext}\}$.

Le seul intérêt de substituer $[K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)].\{\xi_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*)\}$ à $\{\bar{F}_{ext}\}$ est de pouvoir traduire les excitations introduites par la denture lorsque l'on suppose la rigidité de denture constante. La forme des équations traduisant le comportement du système est alors :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [\bar{K}(\bar{F}_{stat})].\{X\} = [\bar{K}(\bar{F}_{stat})].\{\xi_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*) + \hat{\varepsilon}_o(\theta^*)\} \quad (\text{B})$$

Le système obtenu est linéaire et peut être analysé par les méthodes modales classiques.

La dernière forme des équations que nous avons étudiée est associée à l'écriture suivante :

$$[M].\{\ddot{X}\} + [C].\{\dot{X}\} + [K(F_{dyn}, \theta^*)].\{X\} = [K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)].\{\xi_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*) + \hat{\varepsilon}_o(\theta^*)\} \quad (\text{C})$$

Cette écriture permet de traduire les évolutions de la rigidité de denture en fonction du chargement dynamique instantané. Elle est associée à des algorithmes de résolution spécifiques, présentés au chapitre IV, et elle permet de décrire le comportement du système en présence de défauts de forme ou de position importants. Nous l'utiliserons lors de l'analyse des configurations fortement désalignées afin de construire une solution de référence.

Les techniques de calcul décrites ci-dessus seront respectivement qualifiées, dans la suite du texte, de modélisations de type A, B et C

VI.1. Configuration alignée.

Ce paragraphe est consacré à la prédiction du comportement dynamique d'une transmission par engrenages en l'absence de défaut d'alignement, d'erreur de forme et de correction de denture. Les résultats obtenus lors de l'étude quasi-statique (ch. III) ont montré que dans ces conditions l'évolution de la rigidité de denture avec le chargement est extrêmement faible. Ces résultats nous ont conduits à ne considérer que les modélisations de type A et B. Les performances de la modélisation de type C ont toutefois été testées, dans un souci de validation de l'algorithme de calcul. Les résultats obtenus sont très voisins de ceux fournis par le modèle A et ils ne sont pas rapportés ici.

Cette étude a déjà été partiellement effectuée au chapitre IV avec des conditions aux limites en torsion de type bloqué-libre et pour un facteur d'amortissement modal constant (2.0 et 6.0 %). Il est alors apparu que l'utilisation de la modélisation de type B (rigidité de denture constante) conduisait, pour les trois configurations de montage étudiées, à une excellente prédiction du comportement dynamique de la transmission.

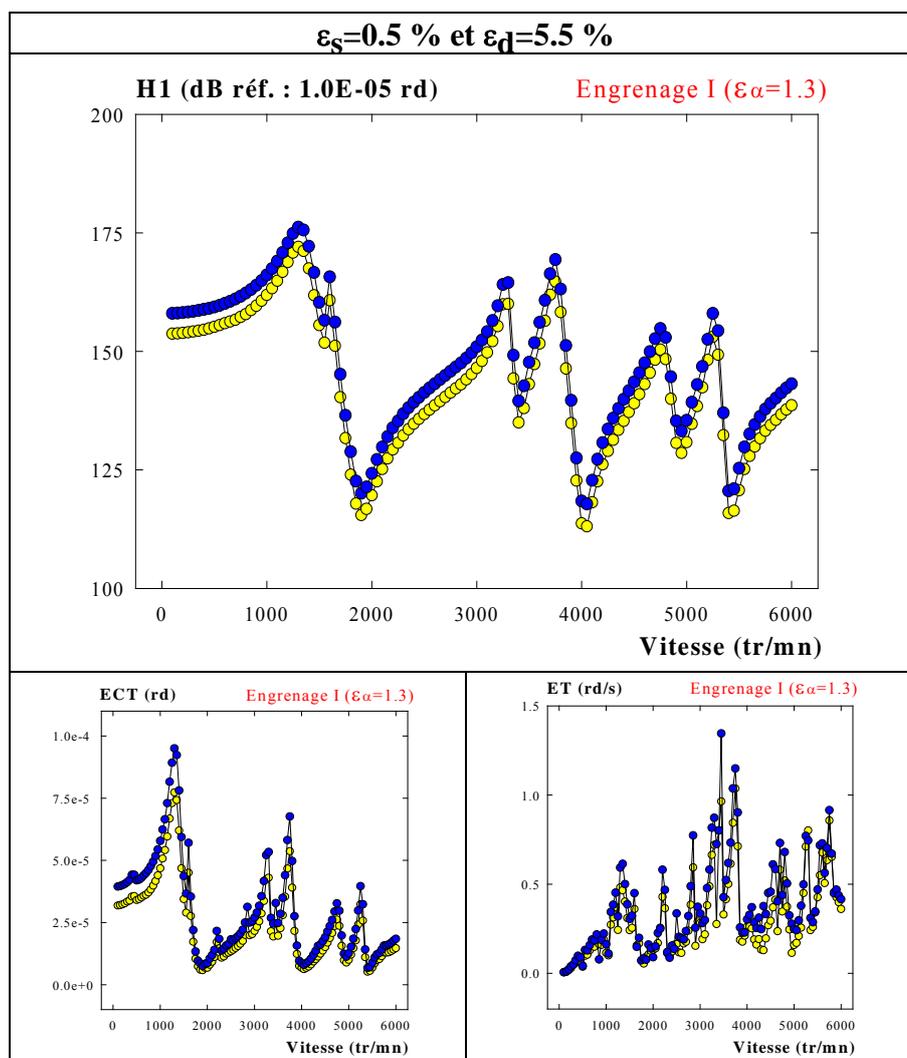


Figure V.44 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets de la modélisation retenue.

Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●

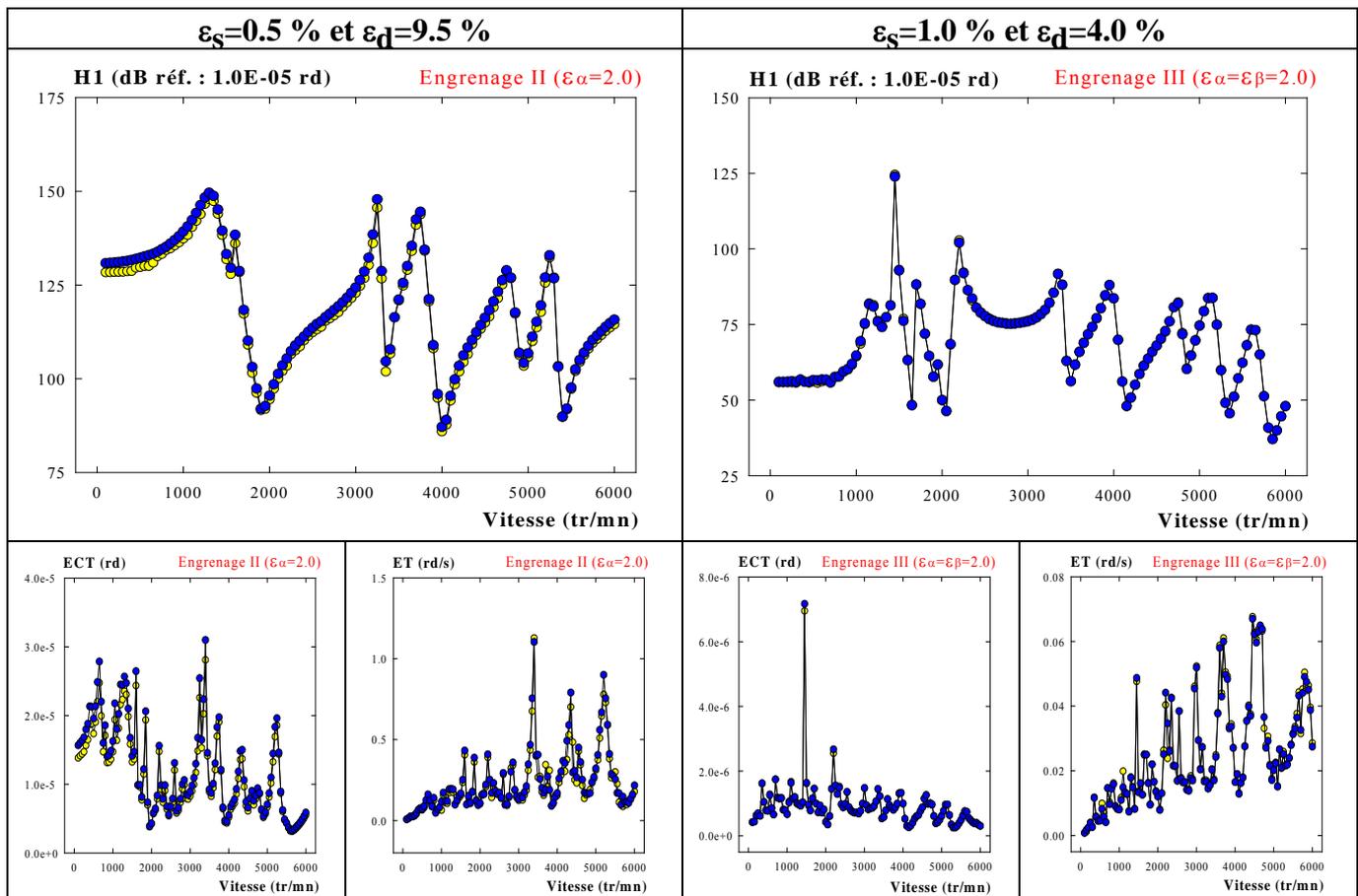


Figure V.45 : Erreur de transmission dynamique calculée. Effets de la modélisation retenue.

Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●

Ces informations constituent, à elles seules, une base solide pour montrer la pertinence de la modélisation B lors de l'étude des transmissions par engrenages en l'absence de défaut important. Les résultats présentés ci-dessus (fig. V.44 et V.45) confirment cette tendance. Ils ont été établis, pour différentes conditions d'amortissement, avec le nouveau contexte de modélisation de la transmission (conditions aux limites en torsion bloqué-bloqué et rigidités de palier réévaluées), et sont relatifs aux configurations de montage numéro I, II et III. Les écarts observés pour la configuration de montage numéro I sont les plus importants, car la rigidité de denture normalement associée à cette configuration présente de très fortes variations autour de sa valeur moyenne (fig. V.52). A l'opposé, les variations de la rigidité de denture associée à la configuration III sont extrêmement faibles et les résultats obtenus avec les deux modélisations sont identiques.

L'approximation du comportement dynamique fournie par la modélisation B est donc d'excellente qualité. L'évolution des facteurs d'amortissement ne modifie pas ces tendances. Certains des cas testés sont reportés sur les courbes présentées ci-dessus où chaque configuration de montage est relative à un facteur d'amortissement spécifique.

L'introduction d'une excitation supplémentaire associée à la présence d'une erreur de transmission quasi-statique sans charge : $\hat{\varepsilon}_o(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$ conduit au même type de résultats (fig. V.46 et V.47). L'erreur utilisée est l'erreur expérimentale présentée au début de ce chapitre sur la figure V.18. Par contre l'introduction de corrections de denture (fig. V.48) conduit à des différences significatives entre les deux modélisations.

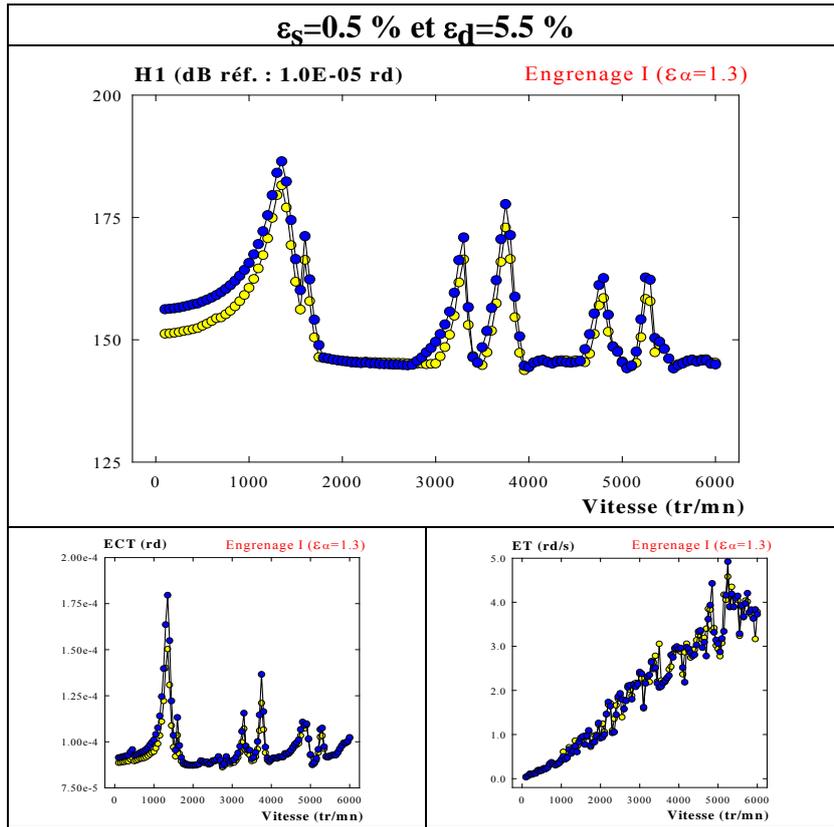


Figure V.46 : Erreur de transmission dynamique calculée en présence de défauts de forme. Effets de la modélisation retenue. Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●

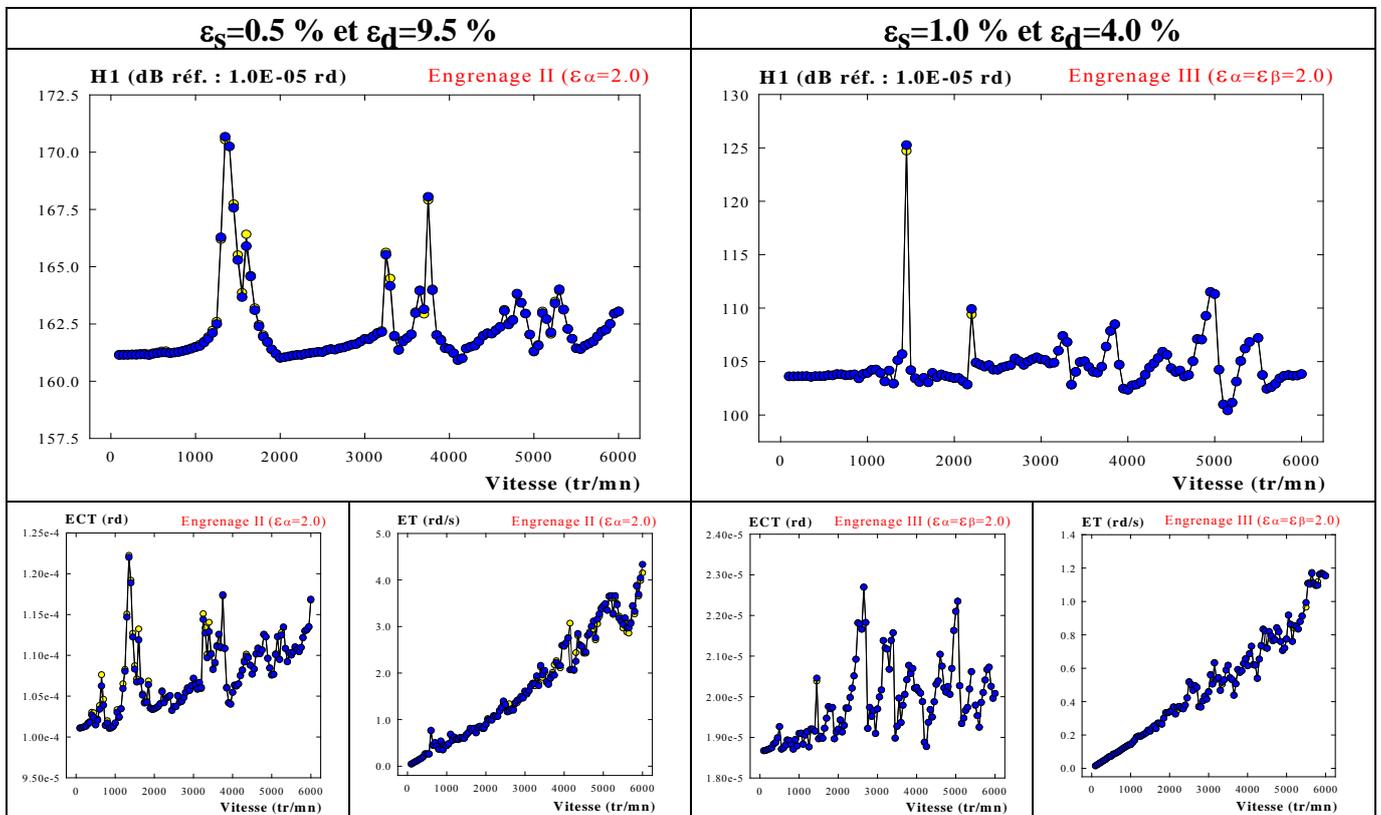


Figure V.47 : Erreur de transmission dynamique calculée en présence de défauts de forme. Effets de la modélisation retenue. Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●

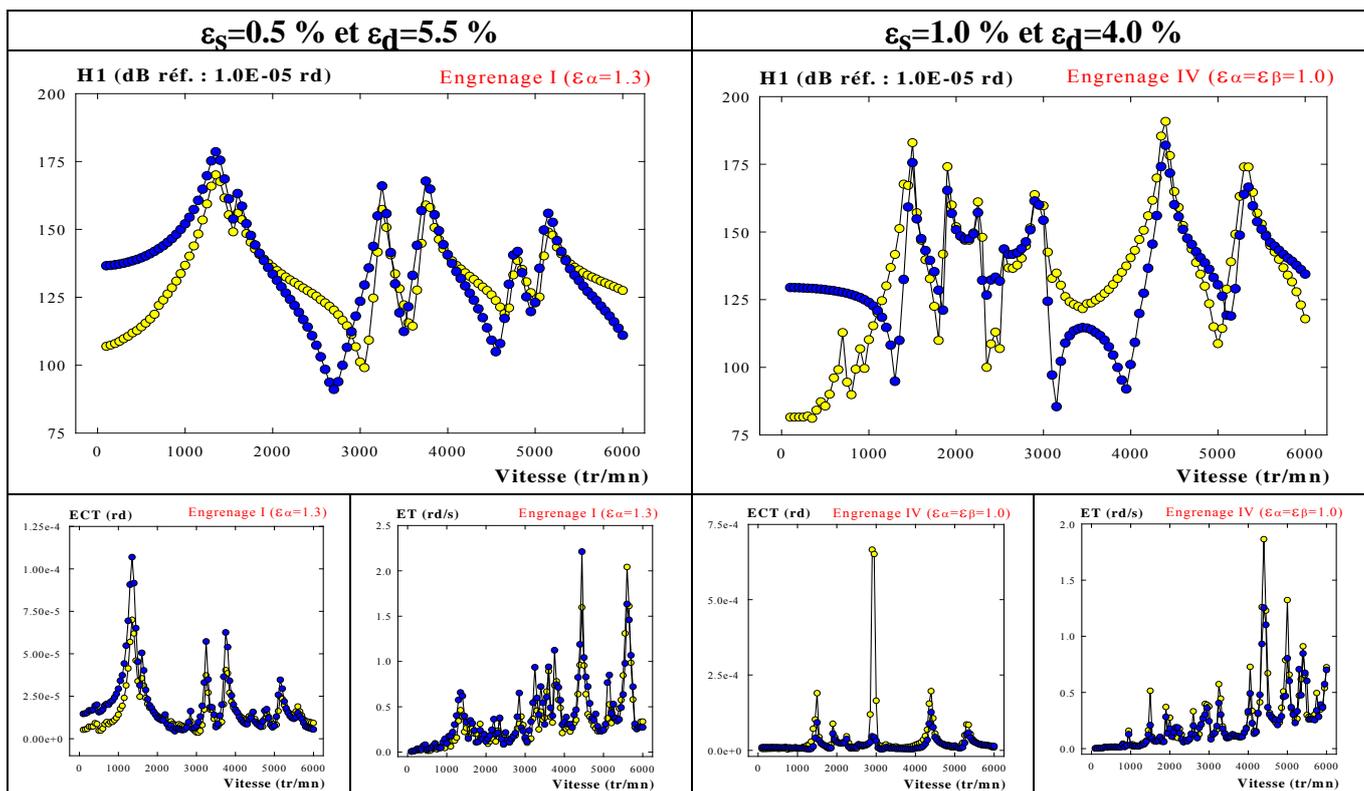


Figure V.48 : Erreur de transmission dynamique calculée en présence de corrections de denture. Effet de la modélisation retenue.

Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●●●

En présence de corrections de dentures, la modélisation de type B apparaît insuffisante en dehors des pics associés au passage des vitesses critiques. Ceci est d'autant plus gênant que c'est, précisément, dans ces zones que les corrections de denture apportent les réductions les plus significatives. Ce résultat n'est pas surprenant puisque c'est l'effet combiné des variations de rigidité et des corrections de denture qui conduit à l'atténuation des fluctuations de l'erreur de transmission sous charge. L'utilisation d'une rigidité constante ne peut pas produire les mêmes effets et les niveaux vibratoires observés à faible vitesse (100 tr/min), où les conditions de fonctionnement sont voisines des conditions quasi-statiques, le prouvent très largement.

De façon générale, les résultats obtenus avec la modélisation de type B confirment les tendances établies au chapitre IV. Cette modélisation apparaît donc comme pertinente pour l'analyse du comportement dynamique des transmissions par engrenages en présence de défauts de forme dont l'influence sur la rigidité de denture est négligeable. Ce résultat n'est plus vrai pour l'analyse des dentures corrigées où la prise en compte des fluctuations de la rigidité de denture apparaît indispensable.

VI.2 Configuration désalignée.

La présence de défauts de forme ou de position importants introduit une dépendance significative entre la rigidité d'engrènement et le chargement supporté par les dentures. Ce phénomène a été décrit au chapitre III, où nous avons étudié l'évolution de la rigidité d'engrènement des engrenages I, II, et III en présence de désalignements. Le défaut de déviation est alors apparu comme le plus significatif.

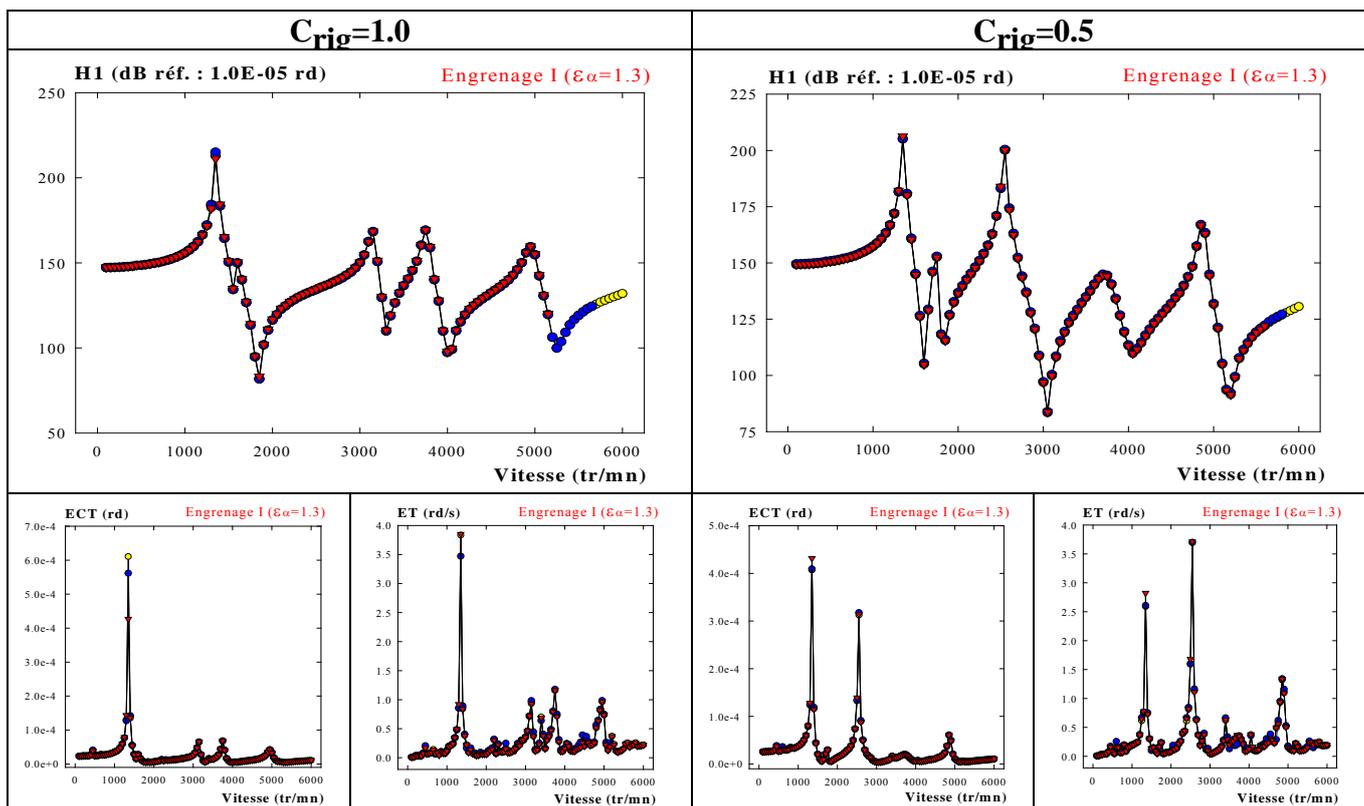


Figure V.49 : Erreur de transmission dynamique calculée en présence d'un défaut de déviation. Effets de la modélisation retenue.

Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●, Mod. C : $K(F_{dyn}, \theta^*)$: ▼▼▼

Par ailleurs, le niveau vibratoire de la structure est particulièrement affecté par l'introduction de ce défaut. Cette tendance est très marquée sur les relevés expérimentaux et nous avons vu que l'évaluation de la rigidité d'engrènement est fondamentale pour reproduire, par simulation numérique, les effets observés. L'utilisation d'une modélisation fournissant une évaluation fine de l'évolution de la rigidité d'engrènement semble donc indispensable. Les tendances relevées dans la bibliographie indiquent que la modélisation de type C est alors particulièrement adaptée.

Par conséquent le comportement dynamique, en présence d'un défaut de déviation, des configurations de montage I, II et III a été réévalué à partir des trois modélisations décrites ci-dessus. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures V.49, V.50 et V.51. Ils sont relatifs au défaut de déviation initial (4') et au défaut obtenu avec un coefficient de rigidité $C_{rig}=0.25$. Rappelons que ce dernier défaut conduit à une meilleure corrélation expérimentale pour les deux premières configurations de montage. Le facteur d'amortissement de structure utilisé est $\varepsilon_s = 0.5 \%$ et le facteur d'amortissement de denture est $\varepsilon_d = 5.5 \%$

Il apparaît très clairement que les trois modélisations fournissent des résultats identiques. L'analyse de l'évolution de la rigidité de denture pour les différentes configurations étudiées (fig. V.52) montre que ce résultat est très logique en ce qui concerne les modélisations A et B. En effet, dans tous les cas analysés, les fluctuations de la rigidité de denture autour de sa valeur moyenne sont plus faibles que celles obtenues pour la configuration alignée où les deux techniques de modélisation fournissaient déjà des résultats identiques. Il apparaît également que l'évolution de la rigidité de denture avec le chargement est très faible lorsqu'un coefficient de rigidité $C_{rig} = 0.25$ est utilisé. Les résultats fournis par la modélisation C sont alors logiquement identiques à ceux fournis par les deux autres modélisations.

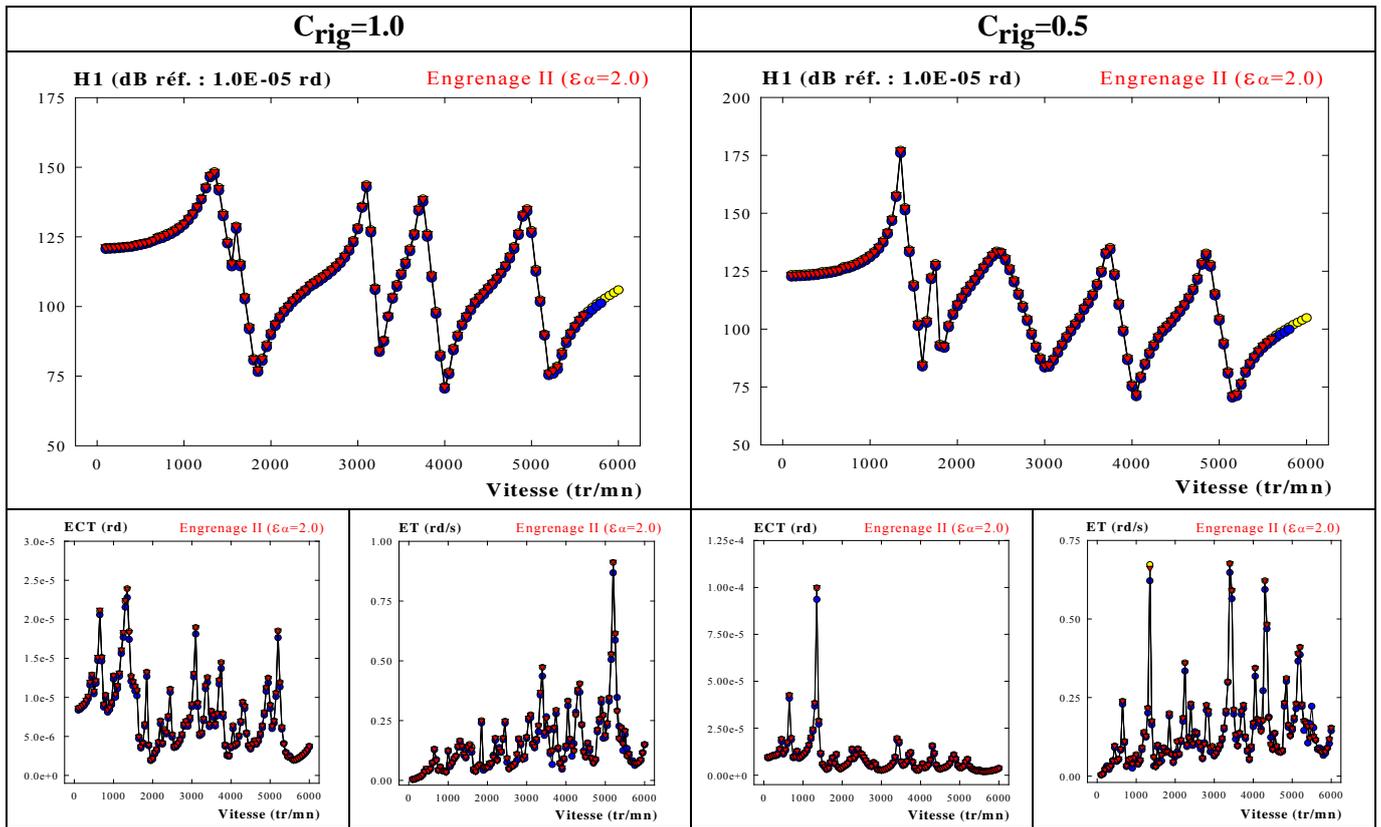


Figure V.50 : Erreur de transmission dynamique calculée en présence d'un défaut de déviation. Effets de la modélisation retenue.

Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●, Mod. C : $K(F_{dyn}, \theta^*)$: ▼▼▼

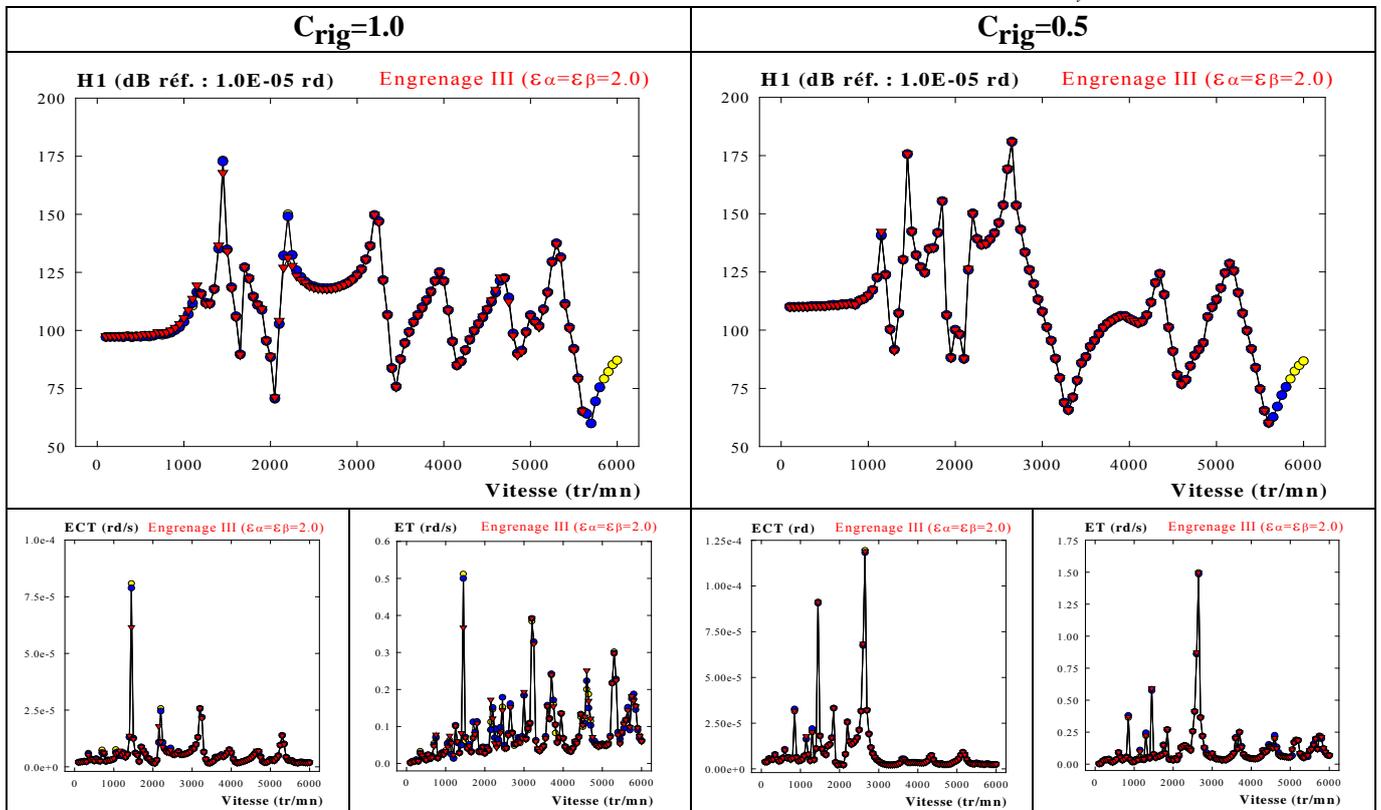


Figure V.51 : Erreur de transmission dynamique calculée en présence d'un défaut de déviation. Effets de la modélisation retenue.

Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●, Mod. C : $K(F_{dyn}, \theta^*)$: ▼▼▼

Cette remarque n'est plus vraie pour le défaut de déviation initial où l'évolution de la rigidité avec le chargement est très marquée (fig. V.52). Par ailleurs, les valeurs instantanées de la rigidité de denture, obtenues avec la modélisation C, montrent que cette grandeur est fortement influencée par les conditions de contact instantanées. Les évolutions angulaires obtenues (fig. V.53, V.54, V.55) sont en effet très différentes de celles observées en régime quasi-statique. Toutefois, ce phénomène n'introduit pas d'évolution significative sur le niveau vibratoire global. Les fluctuations de la rigidité de denture apparaissent donc comme peu significatives et une description de cette grandeur à partir de sa valeur moyenne semble suffisante. L'analyse de la déformation dynamique de denture conduit à des résultats identiques. Nous avons choisi de ne pas les présenter ici. Notons, toutefois, que l'évolution de l'effort dynamique appliqué sur les dentures est légèrement dépendante de la modélisation utilisée. Cette évolution (fig. V.56) reste très faible et affecte principalement la configuration de montage I pour laquelle les fluctuations de la rigidité de denture sont les plus importantes.

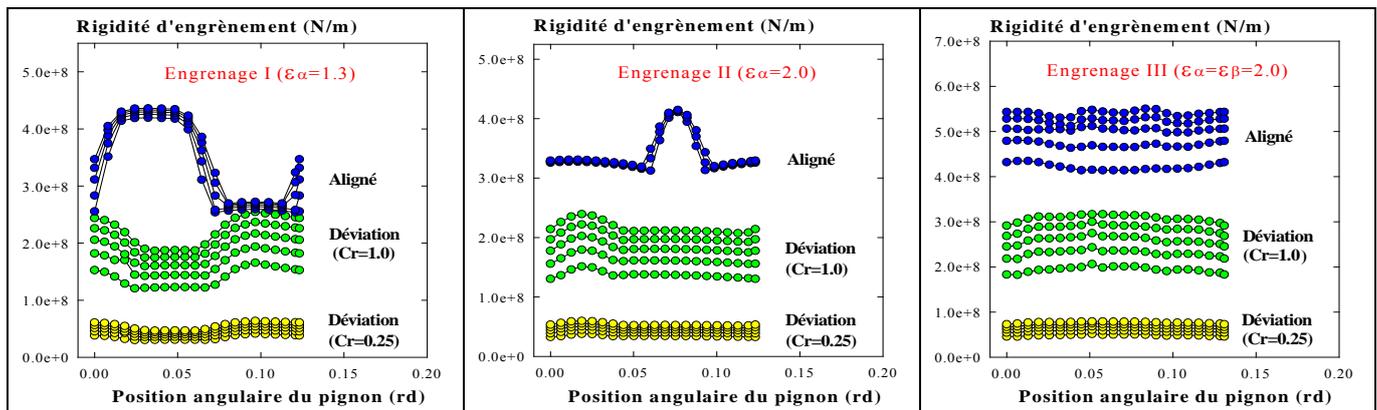


Figure V.52 : Evolution de la rigidité de denture avec le désalignement (chargement :6.0 à 18.0 daN.m)

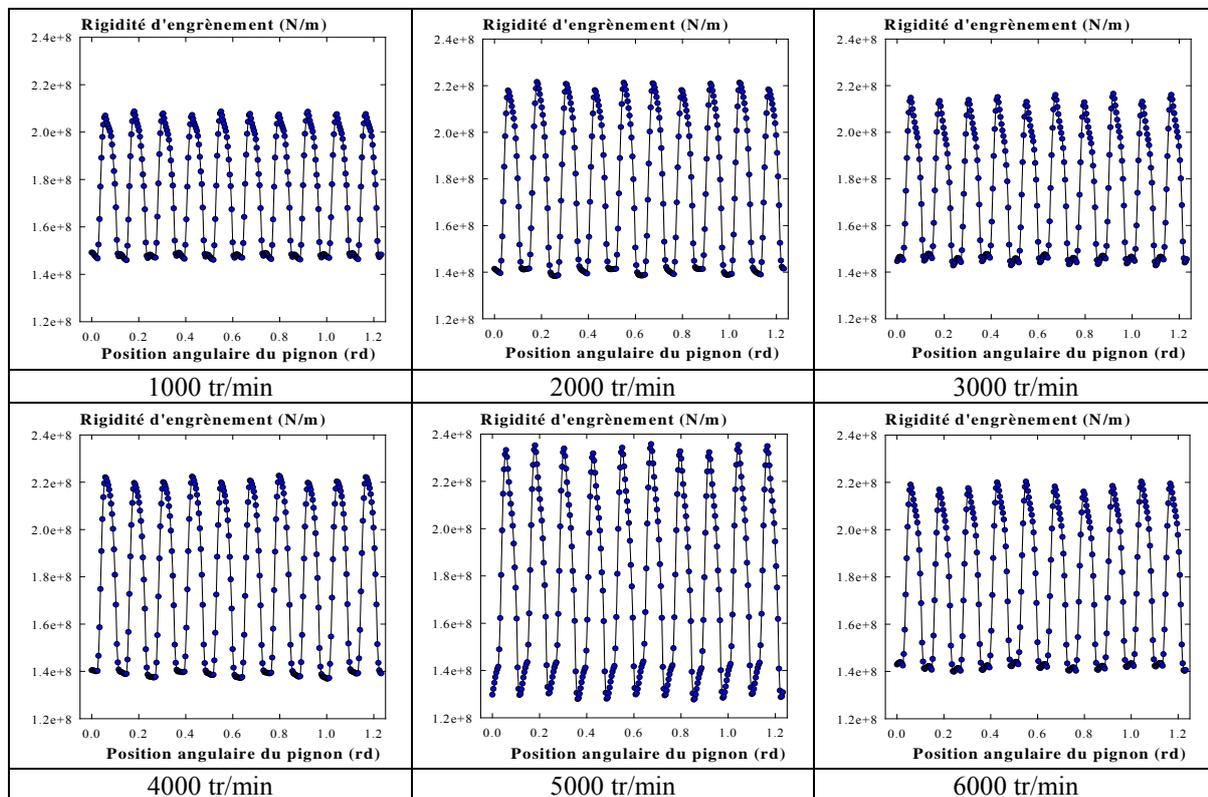


Figure V.53 : Evolution instantanée de la rigidité de denture. Engrenage I ($\epsilon\alpha=1.3$).

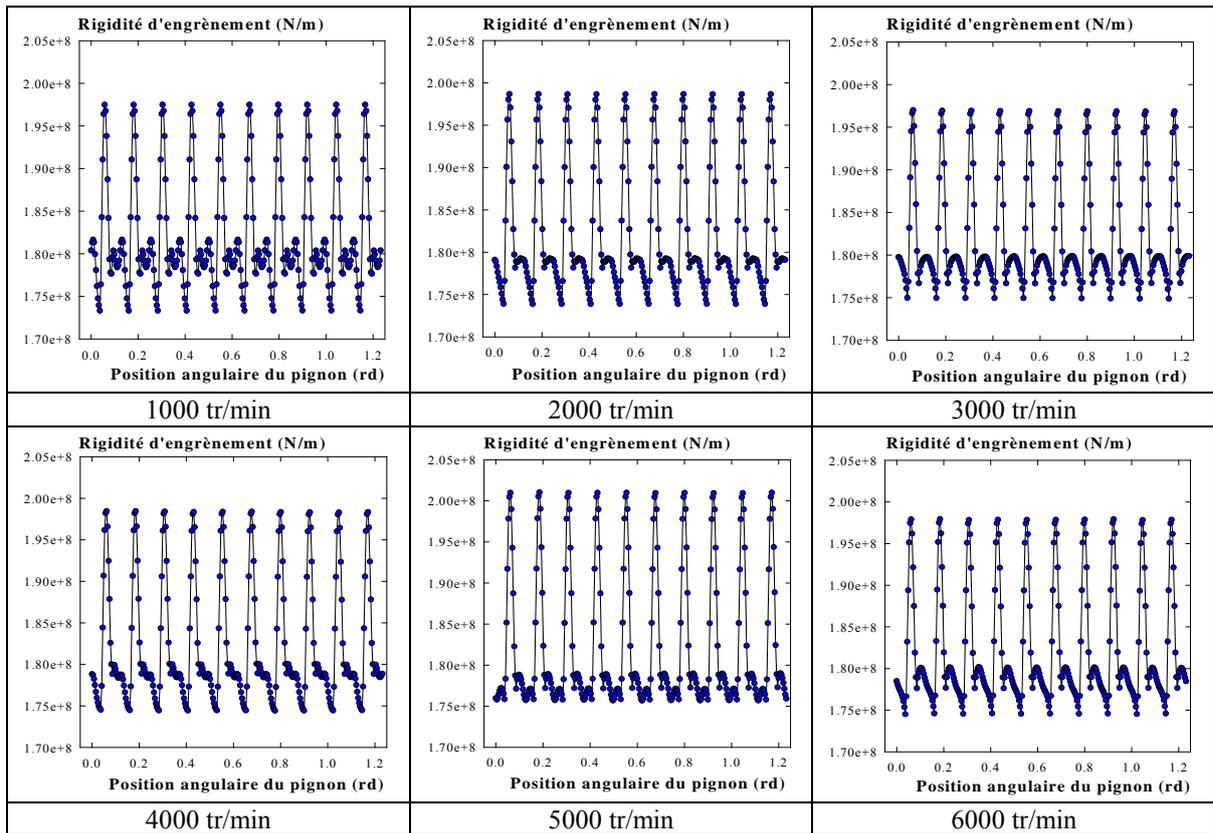


Figure V.54 : Evolution instantanée de la rigidité de denture. Engrenage II ($\epsilon_\alpha=2.0$).

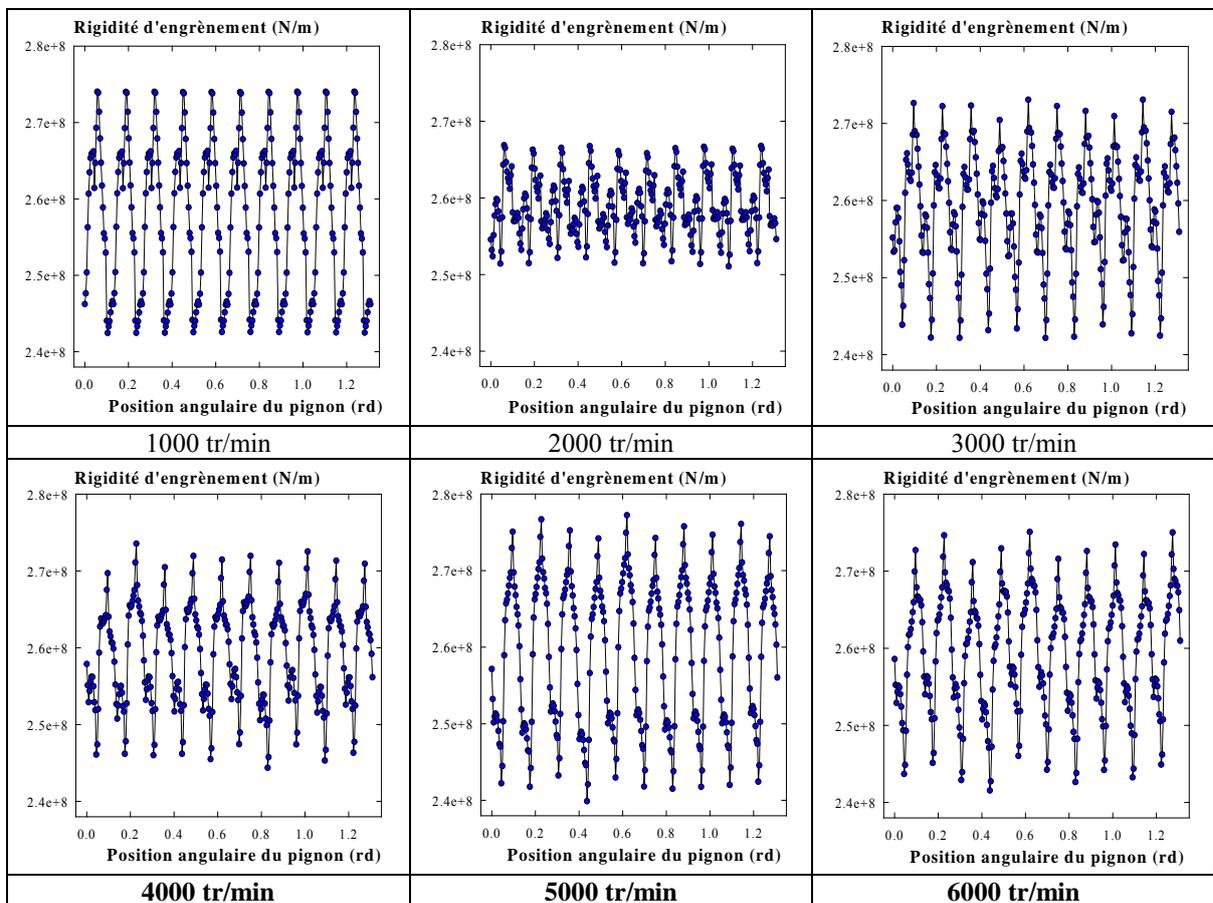


Figure V.55 : Evolution instantanée de la rigidité de denture. Engrenage III ($\epsilon_\alpha=\epsilon_\beta=2.0$).

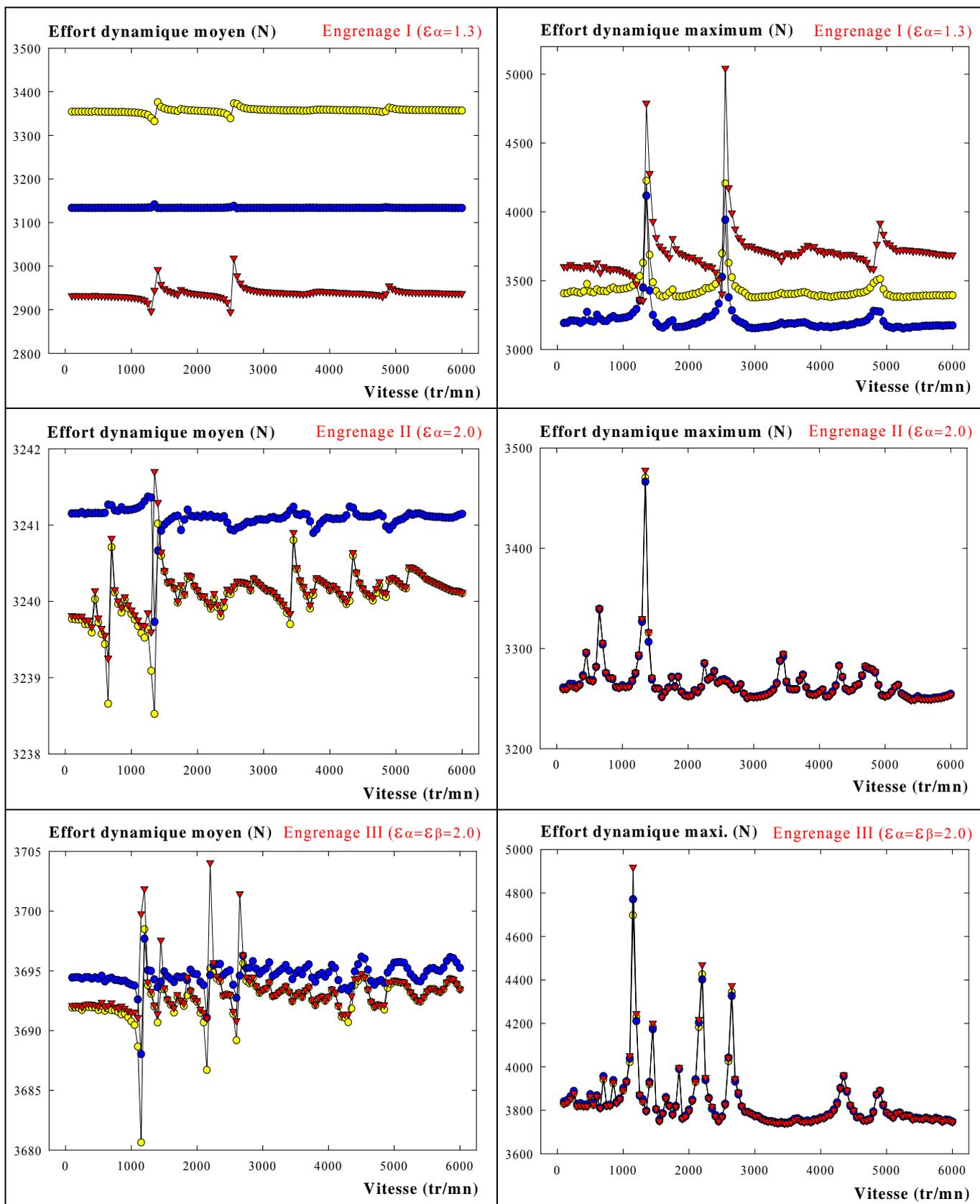


Figure V.56 : Evolution du chargement dynamique à la denture.

Effet de la modélisation retenue.

Mod. A : $K(\bar{F}_{stat}, \theta^*)$: ●●●, Mod. B : $\bar{K}(\bar{F}_{stat})$: ●●●, Mod. C : $K(F_{dyn}, \theta^*)$: ▼▼▼

VII. Conclusion.

Ce chapitre a été entièrement consacré à la modélisation numérique et expérimentale de l'erreur de transmission dynamique. Les premiers résultats obtenus ont montré la très grande importance de la description des paliers et des conditions aux limites. L'évaluation de l'influence de ces paramètres nous a permis de recalibrer le modèle numérique et d'obtenir, pour trois configurations de montage distinctes, de bonnes corrélations expérimentales. En particulier les principales vitesses critiques de denture ont été correctement localisées. Par ailleurs, les tendances observées en présence de désalignement ont montré que certaines des différences observées pouvaient s'expliquer par les conditions d'alignement, non maîtrisées, des arbres sur le banc d'essais.

De même, l'importance de l'amortissement a été soulignée et la description que nous avons adoptée permet une meilleure caractérisation de l'émergence des vitesses critiques associées aux modes présentant une énergie de déformation à la denture faible. Les valeurs utilisées sont pondérées par le niveau relatif des déformations de denture et des déformations de structure. Ceci conduit à n'utiliser un amortissement fort, conforme aux tendances relevées dans la bibliographie, que pour le mode de denture le plus énergétique.

L'étude du comportement dynamique de la transmission en présence de défauts de forme ou de corrections de denture a été entreprise. Les effets de ces grandeurs ont été pris en compte, conformément aux techniques décrites dans la bibliographie, par l'introduction, au second membre, d'une erreur de transmission supplémentaire. Cette erreur, caractéristique des effets "cinématiques" des défauts ou des corrections de denture, est toujours déterminée en régime quasi-statique. Son évolution est, d'autre part, supposée indépendante du chargement. Cette hypothèse constitue le point le plus discuté de la mise en équation utilisée. Elle est, toutefois, difficilement contournable, car l'estimation des effets cinématiques, en présence de chargement, nécessite de supprimer, donc de connaître très précisément, les effets des déformations de denture.

Les résultats obtenus, en présence de défauts de forme, ont mis en évidence le caractère privilégié de la fréquence d'engrènement sur le niveau des pics associés au passage des vitesses critiques. L'utilisation d'un signal d'erreur ne présentant pas de composante forte à la fréquence d'engrènement conduit à une augmentation privilégiée du niveau vibratoire entre les pics, alors qu'une erreur parfaitement harmonique à cette fréquence produit une augmentation globale de niveau. Les tendances observées avec ce deuxième type de signal conduisent, d'ailleurs, à un meilleur recalibrage expérimental. De la même façon, la modélisation utilisée permet de reproduire les tendances expérimentales observées en présence de corrections de denture.

De façon générale, la prise en compte des effets des corrections de denture et des erreurs de forme nécessite une caractérisation précise des profils de denture. Cette caractérisation comprend des relevés profilométriques et une mesure de l'erreur de transmission quasi-statique sans charge. Cette deuxième étape peut être effectuée numériquement, à l'aide des techniques décrites au chapitre II, si les profils de denture sont connus. Ceci est tout particulièrement vrai pour la description géométrique des corrections de denture comme nous l'avons vu au paragraphe IV sur deux couples d'engrenages. Par ailleurs, la validité de cette démarche a été mise en évidence au chapitre II sur l'émergence des raies fantômes, et conduit à des résultats particulièrement significatifs.

Contrairement aux tendances rappelées ci-dessus, la présence de défauts importants, de forme ou de position, conduit à des différences très significatives des niveaux vibratoires observés.

Dans ce contexte, les défauts d'alignement, et plus particulièrement le défaut de déviation, se révèlent particulièrement néfastes. Son influence principale est la délocalisation très forte de certaines vitesses critiques et une augmentation du niveau vibratoire. La caractérisation de ces effets passe principalement par une description correcte de la rigidité de denture. Les résultats numériques et expérimentaux obtenus montrent l'influence très marquée de ce paramètre sur la localisation de certaines vitesses critiques. Notons que cette évolution n'affecte pas, pour la transmission étudiée, la vitesse critique associée au mode de denture le plus énergétique alors que la rigidité d'engrènement est très fortement affectée. Ce dernier résultat montre très clairement les limites des modélisations simplifiées qui privilégient les déformations de denture.

Enfin l'analyse des performances des différentes modélisations utilisées dans la bibliographie pour décrire l'interface d'engrènement fait apparaître la modélisation linéarisée (rigidité de denture constante et excitation par l'erreur de transmission quasi-statique) comme particulièrement performante pour décrire le comportement dynamique de la transmission étudiée que ce soit dans sa configuration alignée ou en présence de défauts de forme ou de positionnement. Cette tendance, associée aux résultats obtenus en présence de défauts d'alignement, fait ressortir le caractère privilégié de la valeur moyenne de la rigidité d'engrènement: une estimation correcte de ce paramètre permet d'obtenir de très bonnes corrélations expérimentales. Ces remarques peuvent être étendues à la description des paliers dont l'influence a été mise en évidence au début de ce chapitre.

Il convient toutefois de noter que l'estimation de ces rigidités (engrènement et paliers) nécessite des modélisations quasi-statiques très précises permettant de prendre en compte aussi bien la géométrie locale que le positionnement global des éléments. Les effets de ces différents paramètres ont été illustrés au chapitre III, en ce qui concerne la rigidité d'engrènement. En particulier, nous avons présenté l'influence d'une correction de bombé (8 μm dans la cas étudié) ou d'un désalignement (4') sur l'évolution de cette rigidité. Les effets observés sur sa valeur moyenne se sont révélés très importants. Des tendances similaires ont été obtenues dans la bibliographie sur les paliers à roulements (C. Chan-Tien 1994, Lim & Singh 1990, 1991). Notons que dans ce contexte, les effets d'architecture sont particulièrement significatifs (Choi 1993, Rigal 1989)

De façon générale, les résultats que nous avons obtenus confirment le rôle prépondérant des couplages de comportement entre les différents composants de la transmission. La nécessité de tenir compte de ces couplages est un fait bien établi, dans la bibliographie, en ce qui concerne l'engrènement. Dans ce contexte, les travaux numériques de Vexex (1988) ont conduit à la mise en place d'un élément de connexion spécifique permettant de décrire efficacement les couplages élastiques propres à l'interface d'engrènement. L'importance de la modélisation des paliers est, au contraire, une préoccupation récente et les travaux de Lim & Singh (1990) fournissent, dans le cadre des transmissions par engrenages, des informations très significatives. Les résultats numériques et expérimentaux que nous avons obtenus étayent ces tendances dans le cadre d'une transmission mécanique de forte puissance et mettent en évidence le rôle des différents paramètres. De ce point de vue, les tendances observées en présence de désalignement constituent, à notre avis, les résultats les plus significatifs. Ces tendances sont en accord avec les résultats expérimentaux obtenus par Umezawa (1986), confirment la validité de la modélisation retenue par une bonne corrélation expérimentale, et établissent l'influence sélective de ce paramètre sur certaines vitesses critiques. Par ailleurs, la comparaison des différentes techniques de modélisation de l'interface d'engrènement a permis de confirmer les très bonnes performances du modèle linéarisé établi par Özguven et Houser (1988-b).

Conclusion générale

L'objet principal de ce travail a été la construction d'un modèle de comportement, cinématique et dynamique, des engrenages cylindriques. Il s'inscrit dans la continuité d'une série de travaux, numériques et expérimentaux, entrepris au laboratoire en vue de la caractérisation du comportement vibro-acoustique des boîtes de transmission de puissance dans le domaine de l'Aéronautique ou de l'Automobile. En particulier, il s'agissait de définir la modélisation "minimale" de l'interface d'engrènement permettant de traduire correctement son influence au sein d'un modèle global de comportement. En dehors de ce contexte d'analyse général, il s'agissait de valider la démarche adoptée en établissant, sur une structure simplifiée mais toutefois représentative d'une transmission réelle (en particulier du point de vue des couplages de comportement et des puissances mises en jeux), une corrélation significative entre des résultats obtenus par simulation numérique et des relevés expérimentaux effectués sur banc d'essais.

L'étude bibliographique a permis d'établir une hiérarchie entre les différents paramètres susceptibles d'agir sur les excitations d'engrènement. En particulier, les résultats présentés mettent en évidence le caractère fondamental des déformations de denture sur les excitations à la fréquence d'engrènement, des variations de la rigidité d'engrènement sur l'apparition et la localisation des vitesses critiques et des défauts de formes sur les modulations de l'erreur de transmission et du bruit d'engrènement. Les défauts de positionnement, et plus particulièrement les défauts d'alignement, apparaissent comme singuliers car ils conditionnent très fortement le niveau vibratoire et sonore à cause des évolutions qu'ils induisent sur les déformations de denture.

L'étude de l'engrènement en régime quasi-statique apparaît donc comme particulièrement importante du point de vue de la définition de ces excitations. Cette étude a été entreprise avec le souci de prendre en compte l'ensemble des paramètres influents. Ainsi la modélisation que nous avons retenue permet une description fine de l'engrènement aussi bien du point de vue de l'analyse cinématique que du comportement élastique. Elle permet de caractériser

simultanément les excitations associées aux défauts de forme et aux déformations élastiques; cette analyse peut être entreprise en présence de défauts de positionnement et pour des engrenages présentant de forts couplages élastiques. Les résultats obtenus ont permis de caractériser l'influence des défauts de forme sur l'émergence des raies fantômes et de définir l'action excitatrice de l'ensemble des engrenages étudiés. De plus, une étape de validation expérimentale spécifique a permis de qualifier le modèle de comportement utilisé en relation avec les principaux paramètres influents.

Par ailleurs, l'analyse des informations bibliographiques relatives à la modélisation dynamique des transmissions par engrenages a fait ressortir la grande diversité des modèles et révélé l'existence de différentes techniques de modélisation de l'interface d'engrènement. De façon générale, les modélisations torsionnelles semblent disparaître au profit de modélisations de type éléments finis qui permettent de décrire l'ensemble des couplages élastiques introduits par l'engrènement. La source principale d'excitation est toujours associée aux déformations élastiques de dentures; celles-ci sont, toutefois, diversement représentées au travers des fluctuations de la rigidité d'engrènement et/ou de l'erreur de transmission. La modélisation que nous avons développée permet d'utiliser l'ensemble des techniques décrites dans la bibliographie afin de pouvoir comparer les résultats qu'elles fournissent.

La validation des modèles développés et la caractérisation de l'influence des paramètres imposent d'observer le comportement de l'engrenage à l'aide d'une grandeur représentative. L'erreur de transmission est apparue, au regard des résultats bibliographiques, comme un indicateur privilégié. Sa mesure sur une large gamme de vitesses (100 à 6000 tr/min), a nécessité la conception et le développement d'une carte d'acquisition spécifique. La technique de mesure utilisée est originale; elle permet de lever la principale limitation en vitesse des dispositifs à codeurs optiques, en dissociant les notions d'échantillonnage (confié au codeur) et de résolution (confiée à une horloge). Par ailleurs, le comportement dynamique du dispositif de mesure, qui apparaît comme une limitation constante de la mesure de l'erreur de transmission, a été particulièrement étudié. L'utilisation d'un montage soigné permet d'en réduire les effets et de localiser efficacement les vitesses critiques de la transmission étudiée. Les résultats obtenus présentent une bonne reproductibilité et sont en accord avec les tendances présentées dans la bibliographie.

L'exploitation des modèles numériques et les recalages expérimentaux ont permis de définir l'importance relative des différents paramètres. En particulier, les rigidités de palier apparaissent comme particulièrement importantes et conditionnent pour une grande part la localisation des vitesses critiques. De plus, la localisation des principales vitesses critiques expérimentales nécessite la sélection d'un nombre élevés de modes (15 pour les engrenages droits et 20 pour les hélicoïdaux), car des modes présentant une énergie de déformation de denture faible peuvent produire une augmentation significative du niveau vibratoire. Dans ce contexte la description de l'amortissement est particulièrement importante. Les valeurs que nous avons retenues ne sont conformes aux résultats bibliographiques que pour le mode de denture le plus énergétique. Nous avons également mis en évidence que certaines vitesses critiques sont comme particulièrement sensibles à l'évolution de la rigidité d'engrènement. Ceci a été montré en présence de désalignement et confirmé de façon très nette par les relevés expérimentaux. Par ailleurs, les tendances observées montrent que des modes présentant une déformation de denture forte ne sont pas systématiquement affectés même par une évolution très importante de la rigidité d'engrènement. Ceci indique très clairement les limites des modélisations simplifiées qui privilégient les déformations de denture.

Enfin, l'analyse des performances des différentes modélisations de l'engrènement montre que la modélisation linéarisée (rigidité de denture constante et excitation par l'erreur de transmission quasi-statique) est bien adaptée à l'analyse du comportement dynamique des transmissions par engrenages. Parmi les différentes configurations testées, incluant les configurations désalignées, la seule limitation observée concerne la présence de corrections de denture qui nécessitent, très logiquement, la prise en compte des fluctuations de la rigidité de denture. Cette modélisation, associée à une sélection des modes à partir de l'énergie de déformation de denture, apparaît donc comme particulièrement intéressante pour l'étude globale des transmissions par engrenages.

Les niveaux moyens de rigidité, aussi bien des paliers que des roulements, s'avèrent être des paramètres de comportement privilégiés. Leurs déterminations nécessitent, toutefois, compte-tenu des influences paramétriques observées, des modélisations quasi-statiques précises incluant à la fois la description de la géométrie locale et la prise en compte du positionnement global des éléments résultant de défauts d'alignement ou de déformations élastiques de carter.

L'amélioration des recalages expérimentaux obtenus dans le cadre de ce travail apparaît comme une perspective immédiate de notre étude. Elle se situe au niveau fondamental de l'explication des phénomènes mis en jeu et présente, à notre avis, deux directions principales. La première est relative à l'étude du comportement dynamique et à l'intégration fine des effets des défauts de forme. Elle passe nécessairement par l'utilisation de relevés profilométriques pour caractériser les excitations et/ou définir la géométrie réelle des corrections de denture. La seconde concerne le bruit d'engrènement et l'évaluation de sa corrélation avec l'erreur de transmission dynamique, afin de préciser la pertinence de cet indicateur pour caractériser la qualité acoustique d'une transmission. L'erreur de transmission, ou plus généralement les vibrations d'engrènement, présentent l'avantage important d'être plus facilement accessibles par simulation numérique. Les tendances observées du point de vue expérimental sur les effets des corrections de denture et du point de vue numérique sur les effets de l'entraxe semblent indiquer qu'une corrélation directe n'est pas certaine.

L'optimisation des profils de denture en fonction des conditions d'alignement sous charge constitue une perspective technologique directe des résultats obtenus. Les performances des modélisations linéarisées permettent une exploitation directe en bureau d'étude.

Enfin l'intégration des résultats obtenus au sein d'une modélisation globale qui inclue les effets d'architecture et les couplages introduits par le carter apparaît être la poursuite logique de ce travail. Cette analyse est, à notre avis, indissociable de l'utilisation d'outils de modélisation très performants dans le domaine quasi-statique, afin de définir le positionnement global sous charge et de déterminer les caractéristiques élastiques des principaux composants que sont les roulements (éventuellement à pistes intégrées) ou les engrenages cylindriques ou spiro-coniques.

Références bibliographiques

[Allatas 1994-a] - ALLATAS M., "Maintenance des machines tournantes : signature de défauts d'engrenages droits et hélicoïdaux" Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1994, N° 94 ISAL 0109, 198 p.

[Allatas & col. 1994-b] - ALLATAS M; MAFOUDH J., REMOND D. & PLAY D., "Experimental study of fault influence on vibration and noise measurements in gear transmission mechanisms", Proc. of the 1994 International Gearing Conference, University of Newcastle upon Tyne, UK, 1994, pp 469-474.

[Andreason 1973] - ANDREASON S., "Load distribution in taper roller bearing arrangement considering misalignment", Tribology, June 1973, Vol. 6, N°3, pp. 84-92.

[Atouf 1992] - ATOUF M., "Etude du comportement mécanique des dentures de courroies synchrones. Application aux courroies de type HTD", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N° 92 ISAL 0063, 1992, 208 p.

[Bard & Play 1991-a] - BARD C. & PLAY D., "Erreur cinématique induite par des défauts géométriques des surfaces de denture". Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes mécaniques, 1991, 31p., Rapport interne confidentiel.

[Bard & Play 1991-b] - BARD C. & PLAY D., "Mesure et simulation de l'erreur cinématique d'engrènement", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes mécaniques, 1991, 49 p., Rapport interne confidentiel.

[Bard & Play 1992] - BARD C. & PLAY D., "Modélisation dynamique du banc bruit", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes mécaniques, 1992, 31p., Rapport interne confidentiel.

[Bayle & col. 1991] - BAYLE P., BARD C. & REMOND D., "Mise en oeuvre des prototypes successifs de la carte de mesure de l'erreur cinématique", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1991, 112 p., Rapport interne confidentiel.

[Bard & col. 1993] - BARD C., REMOND D. & PLAY D., "Une technique originale de mesure de l'erreur de transmission dans des conditions réelles de fonctionnement", Recueil de conf., journée d'information CETIM : Des engrenages plus silencieux, Senlis, Oct. 1993, 6 p.

[Belhaneche 1988] - BELHANECHÉ H., "Contribution à l'étude du comportement statique et vibratoire des engrenages à axes parallèles à denture droite par speckle et holographie", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N° IDI 1 8806, 136 p.

[Belhaneche & conte 1989] - BELHANECHÉ H. & CONTE M., "Etude des modes de vibration en torsion des engrenages à dentures droites par interférométrie holographique". Mécanique, Matériaux, Electricité, 1989, n°429, pp. 30-37.

[Bergé & col. 1988] - BERGÉ P., POMEAU Y. & VIDAL C., "L'ordre dans le chaos", Paris : Hermann, 1988, 353 p.

[Blankenship & Singh 1992] - BLANKENSHIP G. W. & SINGH R., "A comparative study of selected gear mesh interface dynamic models" International Power Transmission and Gearing Conference, DE-Vol.43-1 A.S.M.E, Phoenix, 1992, Vol. 1 pp 137-146.

[Boyer & col. 1986] - BOYER A., ASTRE P. & CARACCI G., "La flexion des dentures droites. Influence sur diverses caractéristiques d'engrènement" Proc. du 2ème Congrès Mondial des Engrenages, Paris, Mars 1986, I.E.T, pp 137-148.

[Brebbia 1980] - BREBBIA C.A., "The Boundary Element Method for Engineers", 2nd revised edition, Plymouth : Pentech. Press, 1980, 189 p.

[Briere & col. 1989] - BRIERE P., PREIS L. & SABOT J., "Engrenages à denture droite : erreur cinématique de transmission induite par un défaut d'excentricité" Compte-rendus Académie des Sciences, 1989, T. 308 Série II, pp 1307-1311.

[Brownridge & Hollingworth 1984] - BROWNRIDGE C. & HOLLINGWORTH D., "Advanced gearbox technology in small turbo propeller engines", Gears and Power Transmission Systems for Helicopters and Turboprops., Proc. AGARD Conf., paper 8, Lisbon, 1984, 13 p., Preprint N° 369.

[Buyukaman 1990] - BUYUKATAMAN K., "Dynamic responses of aircraft gears", AGMA Paper 90 FTM6, pp. 1-18.

[Chan-Tien 1994] - CHAN-TIEN C., "Détermination de la matrice de rigidité complète des paliers à roulement pour l'analyse vibratoire des machines", Diplôme d'Etudes Approfondies, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1994, 62 p.

[Cheung 1976] - CHEUNG Y. K., "Finite Strip Method in Structural Analysis", Oxford : Pergamon Press Ltd., 1976, 233p.

[Chinwai & col. 1991] - CHINWAI L., LIN H. H., OSWALD F. B. & TOWNSEND D. P., "Influence of linear profile modification and loading conditions on the dynamic tooth load and stress of high-contact-ratio spur gears", Journal of Mechanical Design, Dec. 1991, Vol. 113, pp. 473-480.

[Choi 1993] - CHOI I.S., 1993, "Simulation de mécanismes complexes en C.M.A.O.. Etude des non-linéarités de comportement. Application aux boîtes de transmission de puissance d'hélicoptères". Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, N° 93 ISAL 0034, 224 p.

[Conry & Seireg 1971] - CONRY T. F. & SEIREG A., "A mathematical method for design of elastic bodies in contact", Journal of Applied Mechanics, June 1971, pp. 387-392.

[Cornell 1981] - CORNELL R. W., "Compliance and Stress sensitivity of spur gear teeth", Journal of Mechanical Design, April 1981, Vol. 103, pp 447-459.

[Dalmaz 1979] - DALMAZ G., "Le film mince visqueux dans les contacts hertziens en régimes hydrodynamique et élastohydrodynamique", Thèse d'Etat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1979, N° I DE 7907, 221 p.

[Debout 1993] - DEBOUT P., "Optimisation des corrections de denture sur engrenages d'essais", Diplôme d'Etudes Approfondies, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1993, 51 p.

[De Mul & col. 1988] - DE MUL J. M., VREE J. M. & MASS D.A., "Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearings loaded in five degrees of freedom while neglecting friction. Part II : A pplication to roller bearings and experimental verification", Journal of Tribology, Trans. A.S.M.E, Dec. 1988, Vol. 111, pp. 149-155.

[Dhatt & Touzot 1983] - DHATT G. & TOUZOT G., "Une présentation de la méthode des éléments finis", Collection Université de Compiègne, Paris : Maloine, 1983, 539 p.

[Dufour 1985] - DUFOUR R., "Influence d'un couple axial sur le comportement dynamique des rotors flexibles", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1985, N° ITC1 8508, 112 p.

[Drago 1980] - DRAGO R.J., "How to design quiet transmissions", Machine Design, Dec. 1980, pp. 175-181

[Drago & col. 1981] - DRAGO R.J. & BROWN F.W., "The analytical and experimental evaluation of resonant response in high speed, light weight, highly loaded gearing", Journal of Mechanical Design, Trans. A.S.M.E., 1981, Vol. 103, pp. 346-356.

[Drago. 1988] - DRAGO R. J., "Fundamentals of gear design", Boston : Butterworks, 1988, 560 p.

[Egorov & col. 1981] - EGOROV I. M., KAZAK V. L. & RYAZANTSEVA I. L., En Russe (Determining pliability of teeth of externally toothed involute spurs gears by holographic interferometry), Izv.-VUZ Priborostr, 1981, vol. 24, N° 7, pp 86-90.

[Errichello 1978] - ERRICHELLO R., "Bending stress in gear teeth having circular arc profiles. Part. 1 : Analysis, Part 2 : Experimental investigation", Journal of Mechanical Design, Trans. A.S.M.E, April 1978, Vol. 100, pp 382-404.

[Fang-Zongze & Jiang 1986] - FANG-ZONGZE & JIANG XI AO YOU, "Calculation and measurement of gear teeth deformations", Congrès Mondial des Engrenages, Paris, 1986, pp 645-651.

[Faure 1989] - FAURE L., "Contrôle des engrenages, mesure de l'écart de transmission", CETIM Information, Fev. 1989, N° 109, pp. 47-55

[Favre & col. 1990] - FAVRE B., MAIRESSE P., SENICOURT J. M. et TEBEC J. L., "Mesure de l'erreur cinématique des engrenages en dynamique et application à la caractérisation du bruit", 4^{èmes} journées d'Etude Transmissions Mécaniques, ECAM - IET, Lyon, Juin 1990, 7 p.

[File 1993] - FILE G., "Etude d'outil de traitement du signal pour analyser les processus aléatoires multivariables. Application à l'analyse de la relation entre le bruit d'engrènement et l'erreur de transmission" Diplome d'études Approfondies, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1993, 58 p.

[Frene & col. 1990] - FRENE J., NICOLAS D., DEGUEURCE B., BERTHE D., GODET M., 1990, "Lubrification hydrodynamique - Paliers et butées", Collection E.D.F.-D.E.R., Paris : Eyrolles, 1990, 488 p.

[Gibert 1988] - GIBERT R. J., "Vibrations des structures", Paris : Eyrolles, 1988, 677 p.

[Gregory & col. 1963] - GREGORY R.W., HARRIS S.L. & MUNRO R.G., "Torsional motion of a pair of spur gears", Proc. I. Mech., 1963, n°178, pp. 166-173.

[Guilhen 1988] - GUILHEN P.M., "Instability and unbalance response of dissymmetric rotor-bearing systems", Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Trans. ASME, 1988, Vol. 110, pp 288-294.

[Guingand & Octrue 1990] - GUINGAND M. & OCTRUE M., "Calcul de la rigidité de denture par différences finies", Recueil de Conf., 4ième Journées d'Etude Transmissions Mécaniques, Lyon, 1990, E.C.A.M, pp. 109,110.

[Gupta 1984] - GUPTA P.K., "Advanced dynamics of rolling elements", New-York : Springer Verlag, 1984, 220 p.

[Hamad & Seireg 1980] - HAMAD B.M. & SEIREIG A., "Simulation of whirl interaction in pinion gear systems supported on oil film bearings", Journal Eng. for Power, Trans. A.S.M.E., 1980, Vol. 102, pp. 508-510.

[Harpersheidt 1984] - HARPERSHEIDT J., "Untersuchungen des schwingungsverhaltens und der einfluss der zahndämpfung bei schrägverzahnten stirnradgetrieben unter berucksichtigung der radkonstruktion", Dissertation, Tech. Univ. Aachen, 1984, 182 p.

[Harris 1958] - HARRIS S. L., "Dynamic loads on the teeth of spur gears", Proc. of the I.M.E., 1958, vol. 172, pp. 87-100.

[Henriot 1983] - HENRIOT, "Traité théorique et pratique des engrenages. Théorie et technologie", 6ème édition, Paris : Dunod, 1983, Tome 1, 662 p.

[Hiltcher 1993] - HILTCHER Y., "Répartition de charge des engrenages cylindriques", Diplôme d'Etudes Approfondies, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1993, 67 p.

[Hiltcher & col. 1993] - HILTCHER Y., GUINGUAND M., BARD C. & PLAY D., "Cinématique des engrenages cylindriques désalignés". Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1993, 88 p., Rapport interne confidentiel.

[Hiltcher & col. 1994] - HILTCHER Y., GUINGUAND M., BARD C. & PLAY D., "Répartition des charges des engrenages extérieurs", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1994, 52 p., Rapport interne confidentiel.

[Houser 1988] - HOUSER D. R., "Gear noise. State of the art", Proc. Inter Noise 88, Avignon, Aug. 1988, pp. 1-6.

[Houser & Blanckenship 1989] - HOUSER D. R., BLANCKENSHIP G. W., "Methods for measuring transmission error under load and at operating speeds" SAE Off-Highway Conf., Milwaukee, Sep. 1989, pp. 1367-1374.

[Houser 1990] - HOUSER D. R., "Research of the Ohio State University, gear dynamics and gear noise research laboratory" Proc. of the I.M.E., first Int. Conf. gearbox noise and vibration, University of Cambridge, April 1990, pp 19-26.

[Hugues 1993] - HUGUES J. G., "Contribution à l'étude dynamique, lors du démarrage, de chaînes cinématiques à engrenages entraînées par moteurs électriques", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, 193 p.

[Iso/dis 1983] - ISO/DIS 6336/1, "Calculation of load capacity of spur and helical gears", 1983, pp. 74-80.

[Kahraman & col. 1989] - KAHRAMAN A., ÖZGUVEN M.N., HOUSER D.R. & ZAKRAJSEK J., "Dynamic analysis of geared rotors by finite elements" Proc. of the 5th A.S.M.E Int. Conf. Gearing and Power Transmission, Chicago, 1989, Vol. 1 pp 375-382.

[Kahraman & Singh 1990] - KAHRAMAN A. & SINGH R., "Non-linear dynamic of a spur gear pair", Journal of Sound and Vibration, 1990, vol. 142, n°1, pp. 49-75.

[Kahraman & Singh 1991] - KAHRAMAN A. & SINGH R., "Interactions between time-varying mesh stiffness and clearance non-linearities in a geared system", Journal of Sound and Vibration, 1991, vol. 146, n°1, pp. 135-156.

[Kassai & col. 1992] - KASSAI A., MATHIEU J. P. & CHAHMIRIAN G., 1992 "Sirènement de denture : composantes non harmoniques de l'engrènement liées à la rectification par génération", 3^{ème} Congrès Mondial des engrenages et des transmissions, Paris, Fev. 1992, pp. 853-863.

[Kassai & Mairesse 1993] - KASSAI & MAIRESSE P., "Ecart de transmission et processus de réduction du bruit d'engrènement", Journées CETIM, Des engrenages plus silencieux, Senlis, 21-22 Octobre 1993, 7 p.

[Kim & col. 1995] - KIM H. C., DE VAUJANY J. P., GUINGUAND M. & BARD C., "Effects of rim, web and constraint conditions on stresses of external and internal cylindrical gears", Int. Congress - gear transmission'95, Sept. 1995, 11 p., A paraître, acceptation sur abstract.

[Kiono & col. 1978] - KIONO S., AIDA T. & FUJII Y., "Vibration of helical gears", Part 1 : Theoretical analysis, Bull. J.S.M.E., 1978, Vol. 21, n° 155, pp. 915-922.
Part 2 : Experimental investigation, Bull. J.S.M.E., 1978, Vol. 21, n° 155, pp. 923-930.

[Kohler & Regan 1985] - KOHLER H. & REGAN R., "The derivation of gear transmission error from pitch error records", Proc. of I.M.E., 1985, Vol. 199, N° C3, pp. 195-201.

[Kong 1987] - KONG X., "Gear train monitoring by transmission error method" Ph. D., Wisconsin-Madison University, 1987, 149 p.

[Kubo 1978] - KUBO A., "Stress condition, vibrational exciting force, and contact pattern of helical gears with manufacturing and alignment errors", Journal of Mechanical Design, Trans. of A.S.M.E., 1978, vol. 100, pp. 77-84.

[Kubo & Kiono 1980] - KUBO A. & KIONO S., "Vibration excitation of cylindrical involute gears due to tooth form error", Bull of the J.S.M.E., 1980, n° 23, pp. 1536-1543.

[Lalanne & Ferraris 1990] - LALANNE M. & FERRARIS G., "Rotordynamics. Prediction in engineering", New-York : John Wiley and Sons, 1990, 198 p.

[Lim & Singh 1990] - LIM C.T. & SINGH R., "Vibration transmission through rolling element bearings", Part I : Bearing stiffness formulation", Journal of Sound and Vibrations, 1990, Vol. 139, n°2, pp. 179-199. Part II : System studies", Journal of Sound and Vibrations, 1990, Vol. 139 n°2, pp. 201-225. Part III : Gear rotor system studies", Journal of Sound and Vibrations, 1991, Vol. 151, N°1, pp. 31-54.

[Lin & col. 1989-a] - LIN H. H., OSWALD F. B. & TOWNSEND D. P., "Dynamic loading of spur gears with linear or parabolic tooth profile modifications" Proc. 1989 International Power Transmission and gearing conference. Chicago, 1989. pp. 409-419.

[Lin & col. 1989-b] - LIN H. H., TOWNSEND D. P. & OSWALD F. B., "Profile modification to minimize spur gear dynamic loading" Proc. 1989 International Power Transmission and gearing conference. Chicago, 1989. pp. 455-465.

[Lin & col. 1993] - LIN H. H., LEE C., OSWALD F. B. & TOWNSEND D. P., "Computer-aided design of high-contact-ratio gears for minimum dynamic load and stress", Journal of Mechanical Design, Mar. 1993, Vol. 115, pp. 171-178.

[Liou & col. 1992] - LIOU C. H., LIN H. H., OSWALD F. B. & TOWNSEND D. P., "Effect of contact ratio on spur gear dynamic load", DE-Vol. 43-1, Proceeding of the International Power Transmission and Gearing Conference, Phoenix, A.S.M.E, 1992, vol.1, pp. 29-33.

[Maatar & col. 1992] - MAATAR M., VELEX P. & FLAMAND L., "Simulation numérique du comportement dynamique d'engrenages avec écarts de forme axiaux". Mécanique, Matériaux, Electricité, 1992, n°446, pp. 50-52.

[Maatar & col. 1994] - MAATAR M., VELEX P. & FLAMAND L., "Numerical simulations of the non-linear behaviour of misaligned gears", Proc. of the 1994 Int. Gearing Conf., Newcastle, UK, 1994, pp 111-116.

[Madrosky 1987] - MADROSKY D., "Conception des engrenages spiro-coniques. Géométrie et simulation du comportement" Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1987, 169 p.

[Mark 1978] - MARK W. D., "Analysis of the vibratory excitation of gear systems : basic theory", Journal of Acoustical Society of America, 1978, Vol. 63, N° 5, pp. 1409-1430.

[Mark 1982] - MARK W. D., "Gear noise excitation" Engine Noise. Excitation, Vibration and Radiation, R. Hickling & M.M. Kamal ed., New-York : Plenum Press, 1982, pp. 55-89.

[Mark 1984] - MARK W. D., "Gear noise origins", Gears and Power Transmission Systems for Helicopters and Turboprops., Proc. AGARD Conf., Lisbon, 1984, 13 p., Preprint N° 369.

[Mark 1992] - MARK W. D., "Contributions to the vibratory excitation of gears systems from periodic undulations on tooth running surfaces", Journal of Acoustical Society of America, 1992, Vol. 91, N° 1, pp. 166-186.

[Mathis 1977] - MATHIS R., "Contraintes et déformations dans un engrenage hélicoïdal" Recueil Congrès Mondial des engrenages, Paris, 1977, Vol. 1, pp. 109-130.

[Mc Clellan & co. 1979] - Mc CLELLAN J. H., PARKS T. & RABINER L. R., "FIR linear filter design program. Programs for digital signal processing", New-York : Digital Signal Processing Committee, IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Society, 1979, 13 p.

[Mitchell & Lynch 1969] - MITCHELL L. D. & LYNCH G. A., "Origins of noise", Machine design, May 1969, pp. 174-178.

[Mitchell 1971] - MITCHELL L. D., "Gear noise. The purchaser's and the manufacturer's views", Proc. Purdue noise control conference, Lafayette-Indiana, Jul. 1971, pp. 95-106.

[Mitome & Ishida 1974] - MITOME K. I. & ISHIDA K., "Eccentric gearing", Journal of Engineering for Industry, Trans. of the A.S.M.E., Feb. 1974, pp. 94-100.

[Munro 1970] - MUNRO R. G., "Effect of geometrical errors on the transmission of motion between gears", Proc. I.M.E., 1969-70, Vol. 184, Part 30, Paper 10, pp. 79-84.

[Munro 1989] - MUNRO R. G., "The D. C. component of gear transmission error", Proc. 1989 International Power Transmission and gearing conference. Chicago 1989. pp. 467-470.

[Munro 1990-a] - MUNRO R. G., "A review of theory and measurement of gear transmission error", Proc. First International Conference Gearbox Noise and Vibration, Cambridge, April 1990, pp. 3-10.

[Munro 1990-b] - MUNRO R. G., "Optimum profile relief and transmission error in spur gears" Proc. First International Conference Gearbox Noise and Vibration, Cambridge, April 1990, pp. 35-42.

[Murat 1989] - MURAT K., "Traité d'électricité de l'école polytechnique fédérale de Lausanne, Vol. XX, Traitement numérique de signaux" Lausanne : Ed. Presses Polytechnique Romande, 1989, 403 p.

[Oda & col. 1981] - ODA S., NAGAMURA K. & AOKI K., "Stress Analysis of thin rim spur gears by finite element method", Bull. of the Japanese Society of Mechanical Engineers, Jul. 1981, Vol. 24, N° 193, pp. 1273-1280.

[Olakorédi 1990] - OLAKOREDE A. A., "Répartition des charges et résistance en conception d'engrenages cylindriques. Application de la méthode des Prismes Finis en C.A.O", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1990, N° 90 ISAL 0049, 157 p.

[Özguven & Houser 1988-a] - ÖZGUVEN H. N. & HOUSER D.R., "Mathematical models used in gear dynamics - a review", Journal of Sound and Vibration, 1988, Vol 121, n°3, pp. 383-411.

[Özguven & Houser 1988-b] - ÖZGUVEN H. N. & HOUSER D.R., "Dynamic analysis of high speed gears by using loaded static transmission error", Journal of Sound and Vibration, 1988, Vol.125, n°1, pp 71-83.

[Özguven 1991] - ÖZGUVEN H. N., "A non linear mathematical model for dynamic analysis of spur gears including shaft and bearing dynamics", Journal of Sound and Vibration, 1991, Vol 145, pp. 239-260.

[Özguven & Kesan 1992] - ÖZGUVEN H. N. & KESAN M., 1992, "Dynamic response of geared rotors to internal excitation by using a finite element model", Recueil 3ème CMET, Paris, 1992, pp. 921-930.

[Perret-Liaudet 1992] - PERRET LIAUDET J., "Etude des mécanismes de transfert entre l'erreur de transmission et la réponse dynamique des boîtes de vitesses d'automobiles" Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, 1992, 198 p.

[Randall 1982] - RANDALL R. B., "A new method for modeling gear faults", Journal of Mechanical Design, April 1982, Vol. 104, pp. 259-267.

[Rémond 1991] - REMOND D., "Contribution à l'étude et à l'analyse expérimentale du bruit d'engrènement. Développement et application de la transformée en ondelettes rapide", Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1991, N° 91ISAL 0067, 232 p.

[Rémond & col. 1993] - REMOND D., VELEX P., SABOT J., "Comportement dynamique et acoustique des transmissions par engrenages. Synthèse bibliographique", Senlis : Publication CETIM, 1993, 189 p.

[Renault 1991] - Régie Nationale des Usines RENAULT, "Procédé et appareil de mesure de l'erreur cinématique d'un couple d'engrenages" Brevet Européen n°91401630.8

[Remmers 1978] - REMMERS E. P., "Gear mesh excitation spectra for arbitrary tooth spacing errors, load and design contact ratio", Journal of Mechanical Design, Oct. 1978, Vol. 100, pp. 715-722.

[Rigal 1989] - RIGAL J. F., "Analyse et modélisation des systèmes mécaniques en conception assistée par ordinateur. Application à la simulation du comportement statique des boîtes de transmission de puissance d'hélicoptères", Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, 1989, N° 89 ISAL 0095, 243 p.

[Saada 1992] - SAADA A., 1992, "Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrènements multiples. Applications aux trains double étage et épicycloïdaux". Thèse de Doctorat, I.N.S.A de Lyon, 169 p.

[Sabot & Perret-Liaudet 1992] - SABOT J. & PERRET-LIAUDET J., "Excitation dynamique d'un carter de boîte de vitesses par l'erreur de transmission", 3ème Congrès Mondial des engrenages et des transmissions, Fev. 1992, Paris, pp. 829-840.

[Sainsot 1989] - SAINSOT P., "Analyse du contact entre dentures d'engrenages cylindriques de réducteurs", Thèse de doctorat, I.N.S.A de Lyon, 1989, N° 89 ISAL 0091, 205 p.

[Sasaoka & col. 1991] - SASAOKA S., ONO T. & MAEHARA O., "Measurement system of transmission error of gears for various non-parallelism of the axis", MPT'91 J.S.M.E. International Conference on Motion and Power transmissions, Hiroshima, Japan, Nov. 1991, pp. 135-140.

[Satori 1993] - SATORI K., "Conception des mécanismes de transmission de puissance avec étude du comportement dynamique et vibratoire", Thèse de doctorat, I.N.S.A de Lyon, 1993, N° 93 ISAL 0055, 215 p.

[Shchepinov & col. 1980] - SHCHEPINOV V.P., AISTOV V. S., MOROZOV B. A. & ARZHANOV A. F., En russe, (Mesure des déformations élastiques et résiduelles de la dent d'un pignon par la méthode de l'interférométrie holographique), Izv.-VUZ Priborostr, 1980, vol. 15, n°12, pp. 3-6.

[Smith 1988] - SMITH J. D., "A modular system for transmission error measurement" Proc. of the I.M.E., 1988, Vol 102 n° C6, pp. 439-442.

[Smith 1990] - SMITH J. D., "Comparing encoder and accelerometer measurement of transmission error or torsional vibrations" Proc. of the I.M.E. First Int. Conf. gearbox noise and vibration, University of Cambridge, April 1990, pp. 43-49.

[Sundaresan & col. 1991] - SUNDARESAN S., ISHII K. & HOUSER D. R., "Design of helical gears with minimum transmission error under manufacturing and operational variances", Proceedings of J.S.M.E International Conference on Motion and Power Transmission, Hiroshima, Japan, Nov. 24-28 1991, pp. 92-97.

[Tavakoli & Houser 1984] - TAVAKOLI M. S. & HOUSER D. R., "Optimum profile modifications for the minimization of static transmission errors of spur gears", Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design, Dec. 1984, vol. 108, pp. 86-94.

[Thompson 1977] - THOMPSON A. M., "Origins of gear noise", Proc. 2nd world congress on gearing, Paris, 1977, Vol. 2, pp. 1809-1817.

[Thompson 1980] - THOMPSON A. M., "Fourier analysis of gear errors", Proc. Int. Conf. Metrol. in Eng., Glasgow, National Engineering Laboratory, Oct. 1980, pp. 1-21.

[Thrane 1980] - THRANE N., "Zoom FFT" Bruël&Hjaer Tech. Review, 1980, n°2, pp 3-41.

[Tuplin 1950] - TUPLIN W.A., "Gear tooth stresses at high speed", Proc. of I.M.E, 1950, n°16, pp. 162-167.

[Tuplin 1953] - TUPLIN W.A., "Dynamic loads on gear teeth", Machine Design, 1953, n° 25, pp. 203-211.

[Tuplin 1958] - TUPLIN W.A., "Dynamic loads on gear teeth", Proc. of the Int. Conf. on Gearing, I.M.E, 1958, pp 24-30.

[Umezawa 1972] - UMEZAWA K., "The meshing test on helical gears under load transmission", 1st report, Bulletin of J.S.M.E, 1972, Vol. 15, n°90, pp. 1632-1639, 2nd report, Bulletin of J.S.M.E, 1973, Vol. 16, n°92, pp. 407-413, 3rd report, Bulletin of J.S.M.E, 1974, Vol. 17, n°112, pp. 1348-1355.

[Umezawa & col. 1984-a] - UMEZAWA K., SATO T. & ISHIKAWA J., "Simulation on rotational vibration of spur gears", Bull. of the J.S.M.E., 1984, Vol. 27, pp.102-109.

[Umezawa & col. 1984-b] - UMEZAWA K., SATO T. & ISHIKAWA J., "Influence of gear errors on rotational vibration of power transmission spur gears, 1. Pressure angle error and normal pitch error", Bull. of the J.S.M.E., 1984, Vol. 27, pp.569-575.

[**Umezawa & col. 1985-a**] - UMEZAWA K., SATO T. & ISHIKAWA J., "Influence of gear errors on rotational vibration of power transmission spur gears, 2nd report - Waved form error." Bull. of the J.S.M.E., 1985, Vol. 29, pp.2143-2148.

[**Umezawa & col. 1985-b**] - UMEZAWA K., SUZUKI T., HOUJOH H. & SATO T., "Vibration of power transmission helical gears (the effect of contact ratio on the vibration)", Bull. J.S.M.E., 1985, Vol. 28, pp. 694-700.

[**Umezawa & col. 1986-a**] - UMEZAWA K., SUZUKI T. & SATO T., "Vibration of power transmission helical gears. Approximate equation of tooth stiffness." Bull. of the J.S.M.E., 1986, Vol. 29, pp.1605-1611.

[**Umezawa & col. 1986-b**] - UMEZAWA K., SUZUKI T., HOUJOH H. & BAGIASNA K., "Influence of misalignment on vibration of helical gear", Proc. 2nd World Congress on Gearing, Paris, Mars 1986, pp. 615-626.

[**Umezawa 1989**] - UMEZAWA K., "The performance diagrams for the vibration of helical gears" Proc. 1989 International Power Transmission and gearing conference. Chicago, 1989. pp. 399-408.

[**Umezawa & col. 1991**] - UMEZAWA K., HOUJOH H., ICHIKAWA N. & MATSUMURA S., "Simulation of rotational vibration of a helical gear pair transmitting light loads", Proc. 3rd J.S.M.E., Int. Conf. on Motion and Powertransmissions, MPT'91, Hiroshima, Japan, 1991, pp. 85-91.

[**Umezawa & col. 1992**] - UMEZAWA K., HOUJOH H. & MATSUMURA S., "The influence of flank deviations on the vibration of helical gear pair transmitting light load", Proc. of the 6th A.S.M.E. Int. Conf. Power Transmissions and Gearing, Phoenix, 1992, Vol. 2, pp. 681-688.

[**Varadi & Poller 1988**] - VARADI K. & POLLER R., "F.E.M. analysis of gear teeth contact", Proc. of the 4 th Structural Analysis Systems Word Conference, Paris, 1988, Vol. 1, pp. 250-261.

[**Velex 1988**] - VELEX P., "Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes parallèles", Thèse de doctorat, I.N.S.A de Lyon, 1988, N° 88 ISAL 0032, 188 p.

[**Vijayakar & col. 1987**] - VIJAYAKAR S. M., BUSBY H. R. & HOUSER D.R., "Finite Element of Quasi-Prismatic bodies using Chebyshev polynomials", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, 1987, pp 1461-1477.

[**Vijayakar & Houser 1993**] - VIJAYAKAR S. M. & HOUSER D. R., "Contact Analysis of gear using a combined Finite Element and Surface Integral Method", Gear Technology, July/August 1993, pp 26-33.

[**Vinayak & Houser 1992**] - VINAYAK H. & HOUSER D. R., "A comparison of analytical predictions with experimental measurements of transmission error of misaligned loaded gears", Proc. International Power Transmission and Gearing Conference, DE-Vol.43-1, Phoenix, 1992, Vol. 1, pp. 11-17.

[Weck & Mauer 1989] - WECK M., MAUER G., "Optimum tooth flank corrections for helical gears", Proceeding of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago 1989, pp. 197-202.

[Weck & Wittke 1991] - WECK M., WITTKE W., "Optimized dynamic behaviour of gears by tooth flank correction with consideration of load carrying capacity", MPT'91, J.S.M.E. International Conference on Motion and Powertransmissions, Hiroshima, Japan, Nov. 1991, pp. 98-103.

[Weindner & Lechner 1991] - WEINDNER G., & LECHNER G., "Rattling vibrations in automotive transmissions", Proc. 3rd J.S.M.E., Int. Conf. on Motion and Powertransmissions, MPT'91, Hiroshima, Japan, 1991, pp. 37-42.

[Welbourn 1970] - WELBOURN D. B., "Gear errors and their resultant noise spectra", Proc. of th I.M.E., 1969-70, Vol. 184, paper 16, part 30, pp. 131-139.

[Welbourn 1972] - WELBOURN D. B., "Forcing frequencies due to gears", Proc. Vibrations in rotating systems conference, I.M.E., Londres, Feb. 1972, p. 25-36

[Welbourn 1977] - WELBOURN D. B., "Gear noise spectra - a rational explanation", A.S.M.E. 77-DTE-38, pp. 1-8.

[Welbourn 1979] - WELBOURN D. B., "Fundamental knowledge of gear noise - A survey", Conf. on noise and vibrations of engines and transmissions, Cranfield, 1979, Paper C 117/79, pp. 9-29.

[Winter & Hirt 1970] - WINTER H. & HIRT M., "The measurement of actual strains at gear teeth, Influence of filet radius on stress and tooth strength". Journal of Engineering for Industry, Trans. A.S.M.E, Febr. 1974, Vol. 96, pp. 33-40.

[Winter & col. 1989] - WINTER H., GERBER H. & MULLER R., 1989, "Investigation on the excitation of vibrations and noise at spur and helical gears", Proc. 1989 International Power Transmission and gearing conference. Chicago, 1989. pp. 765-772.

[Zakrajsek & col. 1990] - ZAKRAJSEK J. J., OSWALD F. B., TOWNSEND D. P. & COY J. J., "Gear noise, vibration and diagnostic studies at NASA Lewis research center" Proc. of the I.M.E., first Int. Conf. gearbox noise and vibration, University of Cambridge, April 1990, pp. 27-34.

[Zarader & col. 1990] - ZARADER J. L., GARNIER M. et NICOLLET M., "Nouvelle approche du zoom à démodulation complexe : loupe par filtrage fréquentiel" Traitement du signal, 1990, Vol. 7 n° 2, pp. 143-152.

Rapports internes et publications propres

[Bard & Play 1990] - BARD C. & PLAY D., "Erreur cinématique. Procédés de simulation et de mesure", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes mécaniques, 1990, 67p., Rapport interne confidentiel, 1990, 17 p., Rapport complémentaire confidentiel.

[Bard & Play 1991-a] - BARD C. & PLAY D., "Erreur cinématique induite par des défauts géométriques des surfaces de denture", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes mécaniques, 1991, 31p., Rapport interne confidentiel.

[Bard & Play 1991-b] - BARD C. & PLAY D., "Mesure et simulation de l'erreur cinématique d'engrènement", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes mécaniques, 1991, 49 p., Rapport interne confidentiel.

[Bard & Play 1992] - BARD C. & PLAY D., "Modélisation dynamique du banc bruit", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes mécaniques, 1992, 31p., Rapport interne confidentiel.

[Bayle & col. 1991] - BAYLE P., BARD C. & REMOND D., "Mise en oeuvre des prototypes successifs de la carte de mesure de l'erreur cinématique", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1991, 112 p., Rapport interne confidentiel.

[Hiltcher & col. 1993] - HILTCHER Y., GUINGUAND M., BARD C. & PLAY D., "Cinématique des engrenages cylindriques désalignés", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1993, 88 p., Rapport interne confidentiel.

[Hiltcher & col. 1994] - HILTCHER Y., GUINGUAND M., BARD C. & PLAY D., "Répartition des charges des engrenages extérieurs", Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques, 1994, 52 p., Rapport interne confidentiel.

[Bard & col. 1993] - BARD C., REMOND D. & PLAY D., "Une technique originale de mesure de l'erreur de transmission dans des conditions réelles de fonctionnement", Recueil de conf., journée d'information CETIM : Des engrenages plus silencieux, Senlis, Oct. 1993, 6 p.

[Bard & col. 1994] - BARD C., REMOND D. & PLAY D., "New transmission error measurement for heavy load gears", Proc. of the 1994 International Gearing Conference, University of Newcastle upon Tyne, UK, Sept. 1994, pp. 393-399.

[Bard & col. 1995] - BARD C., REMOND D. & PLAY D., "Comparison of experimental measurement and numerical calculation of gear transmission error under various dynamic conditions", Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanism, IFToMM, Milano, Italy, Sept 1995, 5p., A paraître, acceptation sur abstract.

[Rémond & col. 1991] - REMOND D., BARD C. & PLAY D., "A systematic approach of the effects of design parameters on spectral and wavelet gear noise analysis" Int. Conf. on Motion and Power Transmissions, J.S.M.E., Japan, Hiroshima, Nov. 1991, pp. 128-134.

[Rémond & col. 1992] - REMOND D., BARD C. & PLAY D., "Suivi du bruit d'engrènement : Evolution avec les profils en contact" 3ème CMET, Paris, 1992, pp. 775-786.

La condition de roulement sans glissement conduit à :

$$\dot{\theta}_2 = -\dot{\theta}_1 \left(\frac{R_{b1} + e_1 \sin(\gamma - \theta_1)}{R_{b2} + e_2 \sin(\theta_2 - \gamma)} \right)$$

Or θ_2 peut s'écrire $\theta_2 = \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \theta_1 + \partial\theta_2$. Il vient en négligeant les termes en $e_2 \cdot \partial\theta_2$ devant e_2 .

$$\dot{\theta}_2 = -\dot{\theta}_1 \left(\frac{R_{b1} + e_1 \sin(\gamma - \theta_1)}{R_{b2} - e_2 \sin\left(\frac{R_{b1}}{R_{b2}} \theta_1 + \gamma\right)} \right)$$

De même γ peut s'écrire $\gamma = \alpha + \partial\gamma$, α étant l'angle de pression en l'absence d'excentricité. On a :

$$\partial\gamma = \frac{e_2 \sin\left(\frac{R_{b1}}{R_{b2}} \theta_1 - \alpha\right) + e_1 \sin(\theta_1 + \alpha)}{a_0 \sin(\alpha)}$$

On peut donc écrire en négligeant les termes en $e_i \partial\gamma$:

$$\dot{\theta}_2 = -\dot{\theta}_1 \left(\frac{R_{b1} + e_1 \sin(\alpha - \theta_1)}{R_{b2} - e_2 \sin\left(\frac{R_{b1}}{R_{b2}} \theta_1 + \alpha\right)} \right)$$

Soit :

$$\dot{\theta}_2 = \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \left(-1 + \frac{e_1}{R_{b1}} \sin(\alpha - \theta_1) + \frac{e_2}{R_{b2}} \sin\left(\frac{R_{b1}}{R_{b2}} \theta_1 + \alpha\right) \right)$$

en négligeant les termes en $\left(\frac{e_i}{R_{bi}}\right)^2$ devant 1.

Soit :

$$\theta_2 = -\theta_1 + \frac{e_1}{R_{b2}} \cos(\alpha - \theta_1) - \frac{e_2}{R_{b2}} \cos\left(\frac{R_{b1}}{R_{b2}} \theta_1 + \alpha\right)$$

Les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus pour $R_{b1}=50$ mm, $R_{b2}=30$ mm, $e_1=0.5$ mm et $e_2=0.3$ m. Ils sont parfaitement conformes aux résultats obtenus par Brière & col. (1989)

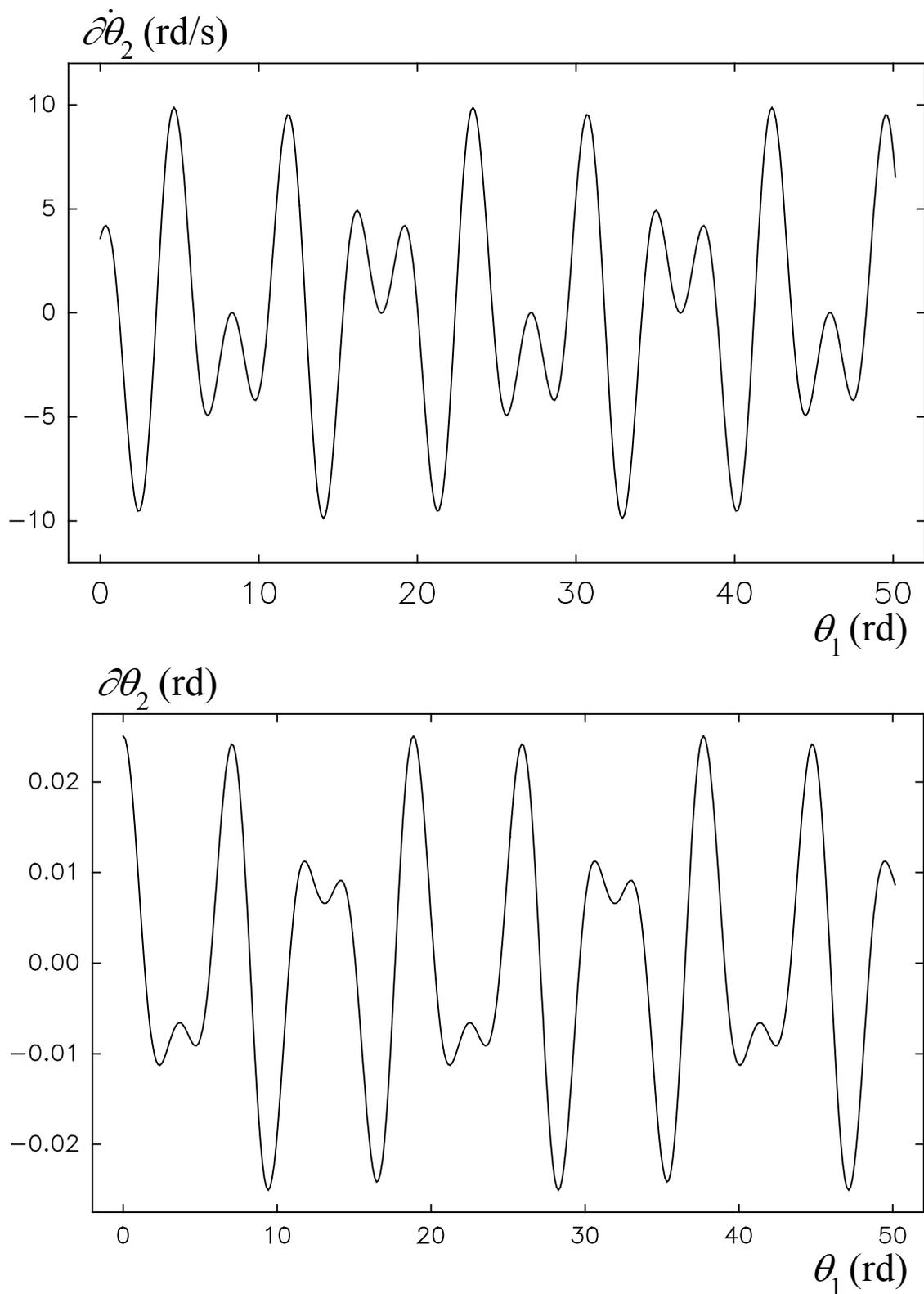


Figure A1.2 : Exemple d'évolution de l'erreur de transmission associée à un défaut d'excentricité. $R_{b1}=50$ mm, $R_{b2}=30$ mm, $e_1=0.5$ mm et $e_2=0.3$ mm.

Annexe II

Zoom FFT - Loupe de Thrane

La transformée de Fourier discrète $X(n)$ d'un signal périodique $x(k)$ défini sur A points, acquis durant un temps T , et échantillonné à une fréquence F_e , est restituée sur A points (Fig.1). Le pas en fréquence Δf_A est donné par :

$$\Delta f_A = \frac{1}{T} = \frac{1}{AT_e} = \frac{F_e}{A}$$

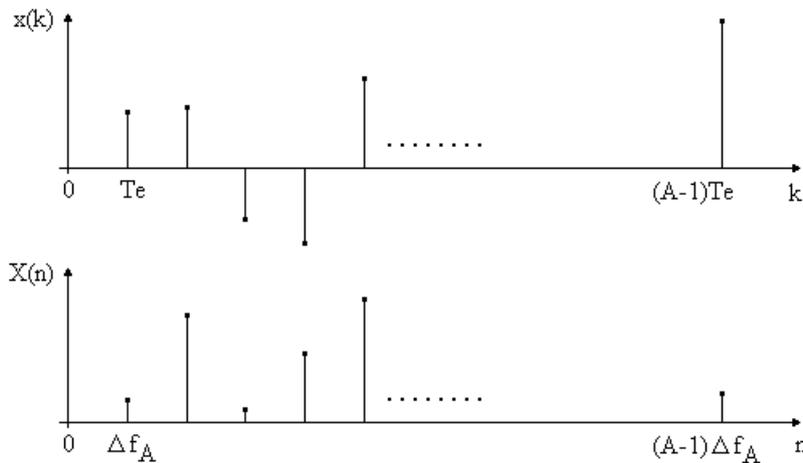


Figure A2.1 : Signal $x(k)$ et transformée de Fourier discrète $X(n)$

$X(n)$, la TFD de $x(k)$ est donnée par : $X(n) = \sum_{k=0}^{A-1} x(k)W_A^{-nk}$ avec $W_A = \exp(2\pi j / A)$

N. Thrane a proposé en 1980 une loupe par transformation de Fourier rapide qui repose sur la décomposition d'une suite de D points, notée $x(k)$, en C sous-suites de A points, notées $x_i(m)$ où i , compris entre 0 et $C-1$, est l'indice de sous-suite, et m , compris entre 0 et $A-1$, est l'indice d'un échantillon dans chacune des sous-suites. Chacune de ces sous-suites est constituée d'échantillons séparés de CT_e secondes dans le signal initial (fig. 2).

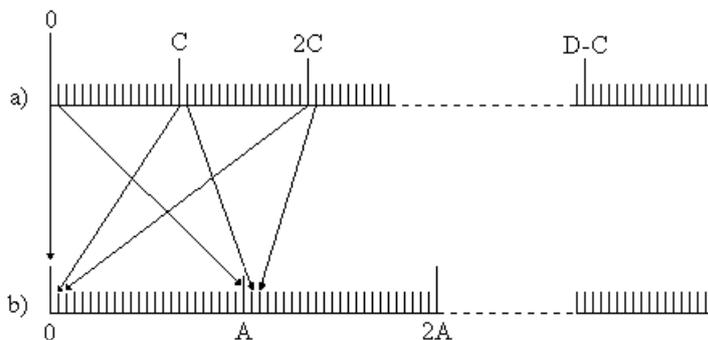


Figure A2.2 : a) suite $x(k)$ de D points, b) sous-suites de Thrane.

Soit Δf_D la résolution désirée et Δf_A la résolution initiale, on a:

$$\frac{\Delta f_A}{\Delta f_D} = \frac{1/AT_e}{1/DT_e} = \frac{D}{A} = C$$

D et A sont généralement des puissances de deux; C est appelé facteur de loupe.

Soit $X(n)$ la TFD de la suite $x(k)$:

$$X(n) = \sum_{k=0}^{D-1} x(k)W_D^{-nk}$$

En posant $k=mc+i$, il vient :

$$X(n) = \sum_{i=0}^{C-1} \left[\sum_{m=0}^{A-1} x(mC + i)W_A^{-im} \right] \cdot W_D^{-ni}$$

En posant $n=rA+t$, r étant compris entre 0 et C-1 et t entre 0 et A-1, il vient :

$$X(n) = \sum_{i=0}^{C-1} \left[\sum_{m=0}^{A-1} x(mC + i)W_A^{-im} \right] \cdot W_D^{-in}$$

car $W_A^{-rAm} = 1$, donc

$$X(n) = \sum_{i=0}^{C-1} X_i(t) \cdot W_D^{-in}$$

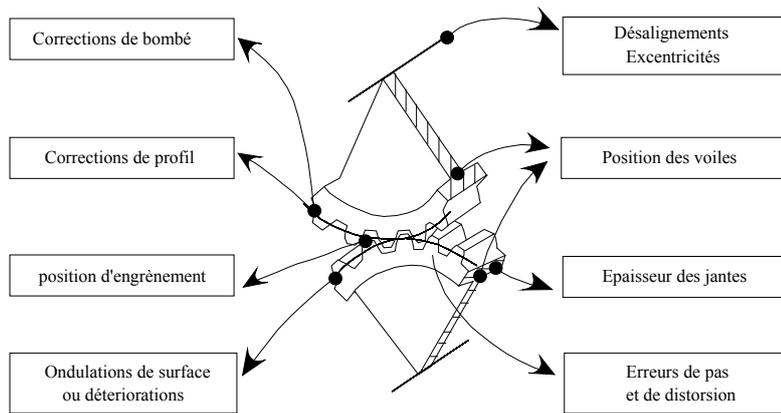
ou $X_i(t)$ est la TFD de $x_i(m)$.

Le calcul d'une TFD sur D points (résolution Δf_D) a été ramené au calcul de D/A TFD sur A points (résolution Δf_A).

Annexe III.1

Logiciel de modélisation du comportement cinématique et quasi-statique

Principales étapes de calcul



- Points potentiels de contact
- Position relative des surfaces de denture
- **Erreur de transmission sans charge**

Simulation cinématique

- Matrice des coefficients d'influence
- Réduction du temps de calcul et de la place mémoire

Comportement élastique
- Méthode des Prismes Finis

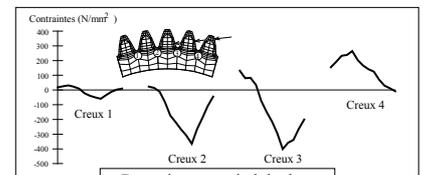
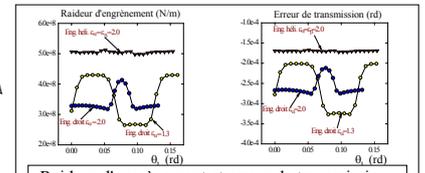
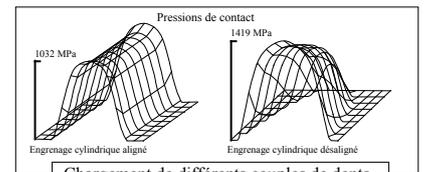
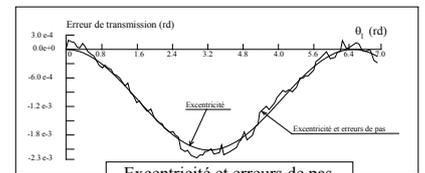
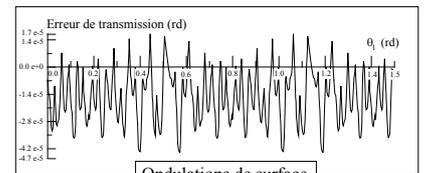
- Partage des charges
- **Raideur d'engrènement**
- **Erreur de transmission sous charge**

Analyse du chargement
(Effet de volume et de surface)

- Evolution des contraintes sur une période d'engrènement

Contraintes
- Méthode des Prismes Finis

QUELQUES EXEMPLES



Annexe III.2

Simulation cinématique de l'engrènement.

Le principe de simulation a été adapté de l'étude des engrenages spiro-coniques effectuée par Madrowsky (1987). Les paramètres de denture étant connus, le profil complet de la dent est calculé dans le plan apparent. On introduit à ce stade :

- les corrections de profil (tête et /ou pied) en développante de cercle, linéaires ou paraboliques.

La dent est ensuite générée en 3D. Elle est alors définie par un maillage de la surface active dont les points sont repérés en coordonnées cylindriques. On introduit à ce stade :

- les corrections de bombé,
- l'angle d'hélice.

Les surfaces actives de cinq dents successives sont alors générées en dupliquant la surface initiale. Ces surfaces sont définies par un réseau de splines s'appuyant sur le maillage initial (Fig. 1). On introduit à ce stade :

- les erreurs de pas et de distorsion,
- les perturbations de surface.

Ces erreurs peuvent être différentes sur les dents successives.

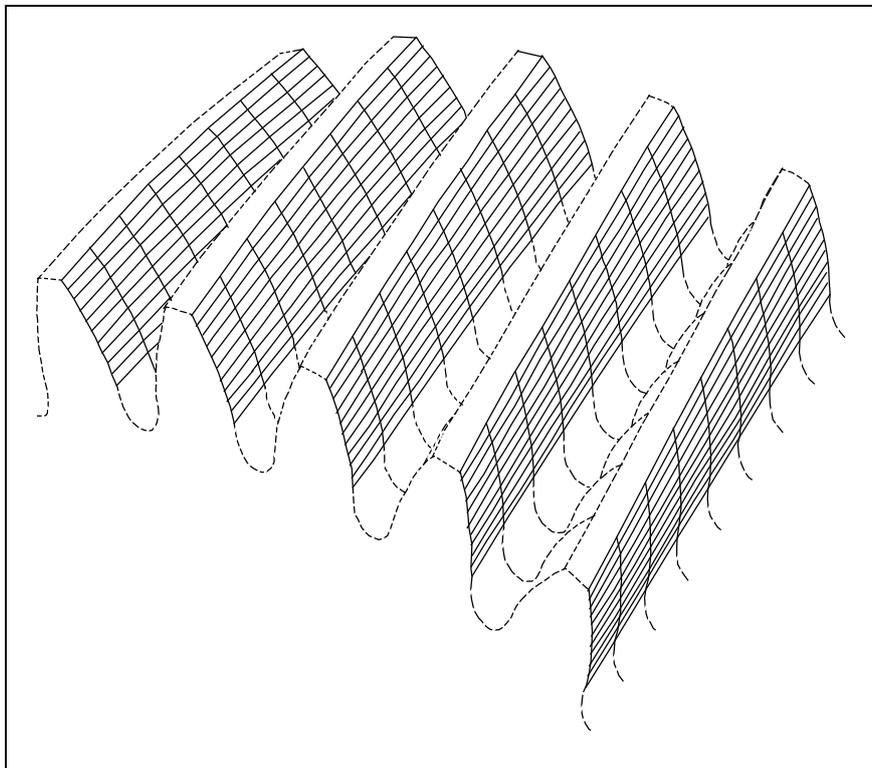


Figure 1 : Définition des surfaces actives de cinq dents successives.

Réseaux de splines associé.

Les surfaces actives du pignon et de la roue étant connues, on place ces surfaces dans leur position de définition (Fig. 2). On introduit à ce stade sur le positionnement du pignon:

- les erreurs d'entraxe,
- les défauts de faux rond (ce défaut est également introduit sur la roue),
- les désalignements (déviation et/ou inclinaison).

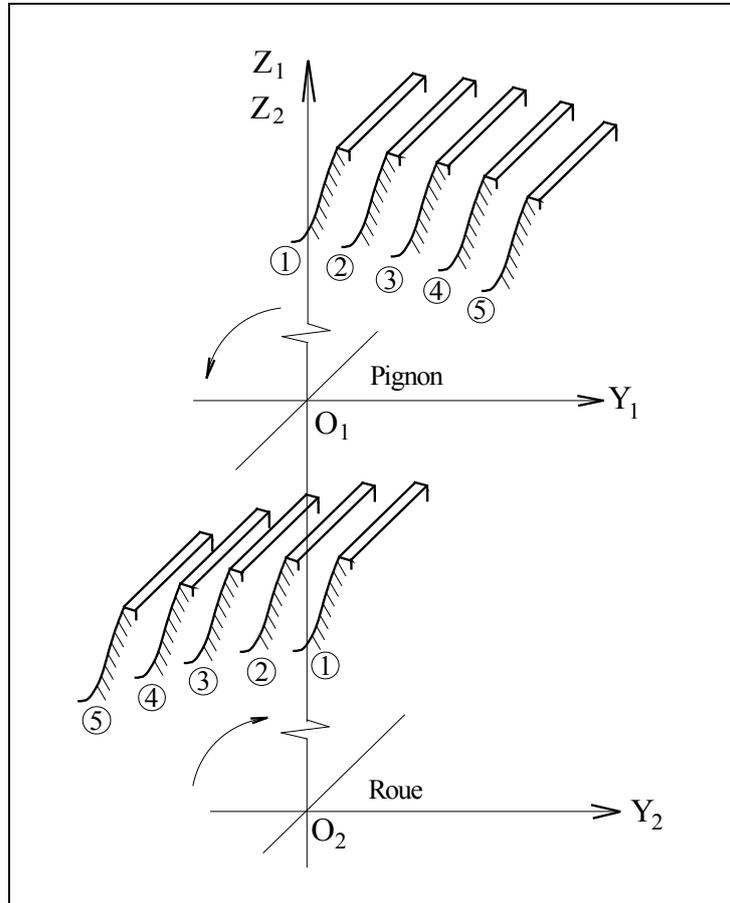


Figure 2 : Position de définition des surfaces actives du pignon et de la roue.

Une rotation initiale de πR_d est alors imposée au pignon, la roue restant immobile. L'engrènement de chaque couple de dents est analysé successivement. Pour cela, les surfaces actives du pignon sont découpées par un réseau de plans, orthogonaux à l'axe de la roue, et s'appuyant sur le réseau de splines de celles-ci (Fig. 3). Cette opération n'est nécessaire que dans le cas où un désalignement a été introduit. Dans le cas inverse, les courbes obtenues seront confondues avec les splines définissant les surfaces actives du pignon. Cette opération étant effectuée, on analyse l'engrènement de chaque couple de dents pris individuellement. Pour cela, on calcule dans chaque plan, la fonction d'écart angulaire entre la spline définissant le profil de la roue et la spline définissant le profil du pignon. Cette fonction est définie dans le plan $Z = Z_1$ par :

$$e(r, z_1) = \theta_2(r, z_1) - \theta_1(r, z_1)$$

Le couple de points de contact pour un couple de dents isolé est celui dont les coordonnées (r, z) minimisent la fonction $e(r, z)$. L'analyse des cinq couples de dents permet de définir un

couple de points sur chaque couple de dents, le contact final étant associé à la valeur minimale de toutes les fonctions $e(r, z)$. La présence de plusieurs points de contact suivant Z (ligne de contact) ne perturbe évidemment pas ce processus.

Le contact initial étant isolé, on impose à la roue une rotation qui réalise ce contact. La position obtenue sert de position initiale à l'analyse de l'engrènement. La position angulaire du pignon est alors incrémentée, et le même processus permet le calcul de la rotation correspondante de la roue. L'écart entre cette rotation et la rotation théorique, déduite de la rotation du pignon à l'aide du rapport de réduction théorique, fournit l'erreur de transmission.

A chaque pas, les couples de points qui minimisent la fonction $e(r, z)$ sont mémorisés. Ils correspondent aux points potentiels de contact. Les fonctions d'écart sont également mémorisées. Elles seront utilisées lors de l'étude quasi-statique pour définir les écarts avant chargement.

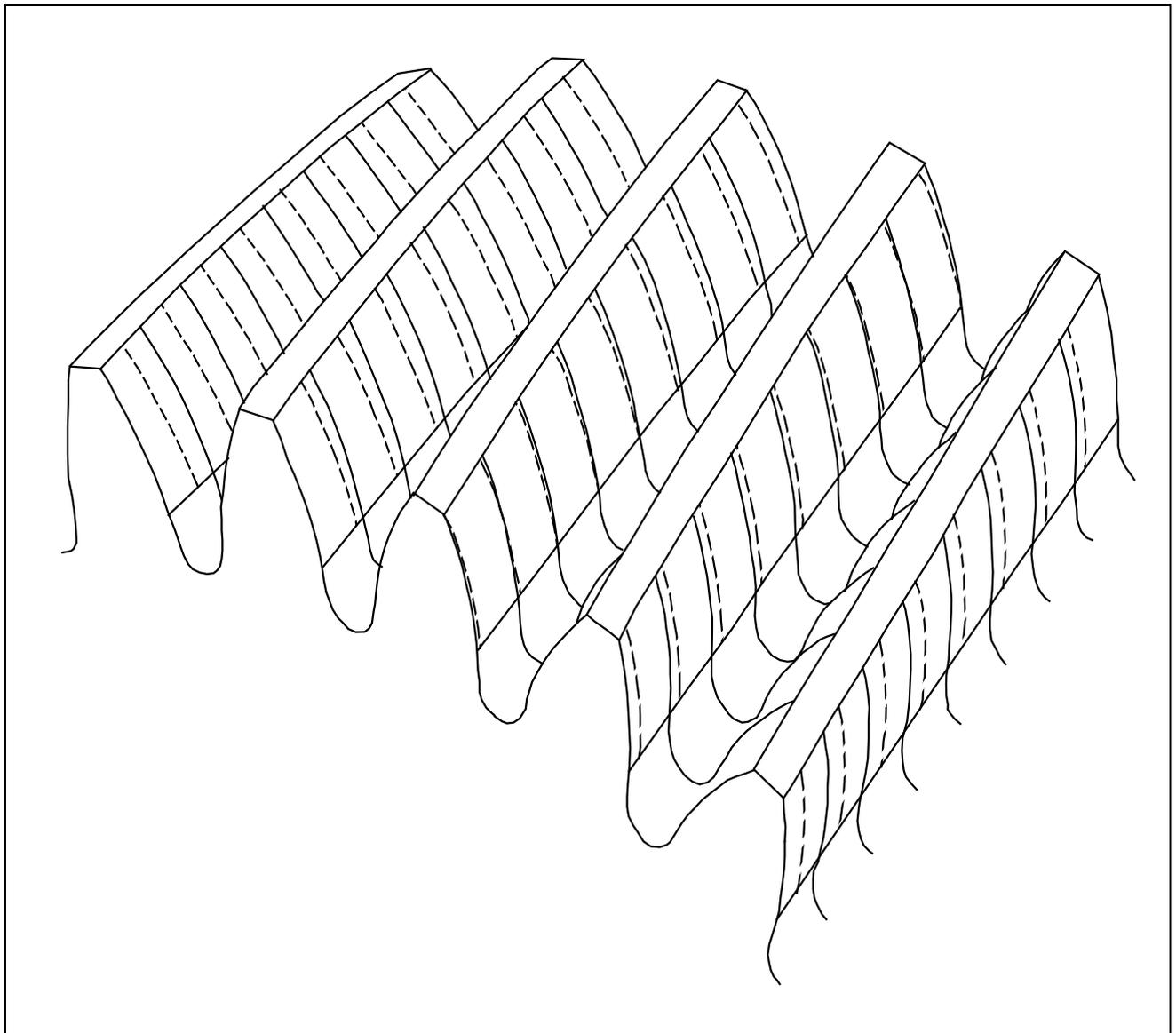


Figure 3 : Reconstitution du réseau de splines du pignon dans le cas de dentures désalignées.

Des tests spécifiques permettant de traiter des dentures de largeurs différentes ont été développés. Ils ne sont pas présentés ici car il ne modifient en rien la méthode de simulation. D'autre part, l'analyse de l'engrènement sur un grand intervalle de rotation nécessite de créer de nouvelles dents au cours de la simulation, la dent "6" est créée lorsque la dent "1" sort de l'engrènement.

Annexe III.3

Calcul des déformations de surface

Dans le cadre de l'analyse du contact entre dentures d'engrenages, les effets de surface (déformation hertzienne) sont classiquement découplés des effets de volume (flexion de dents, déformation des jantes et des voiles). La détermination des effets de volume est classiquement réalisée par la méthode des éléments finis.

La détermination des effets de surface repose sur une hypothèse classique dans ce contexte qui est l'hypothèse de massif homogène et semi-infini. Cette hypothèse permet, par intégration des équations de l'élasticité, d'obtenir des relations simples entre déplacements et contraintes. Dalmaz (1979) et Sainsot (1989) présentent les diverses relations utilisables dans ce contexte et en particulier les résultats issus des travaux de Boussinesq. Dans le cadre d'un contact lubrifié, où les contraintes tangentielles peuvent être négligées, l'expression du déplacement local (du corps i) dans le sens du chargement, en un point quelconque de la surface de contact (S_c), est donné par :

$$W_i(x, y) = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi \cdot E_i} \cdot \int_{S_c} \frac{P(x', y') \cdot dx' \cdot dy'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}}$$

ν_i : coefficient de Poisson du corps i
 E_i : module d'élasticité du corps i.

Dans un certain nombre de cas, comme l'étude de contacts délocalisés sur le bord de denture, la détermination de l'aire de contact et de la répartition de pression passe par une discrétisation de la surface potentielle de contact. La discrétisation la plus classique utilise des éléments rectangulaires (2.a,2.b) dans le plan tangent au contact (Fig. 1).

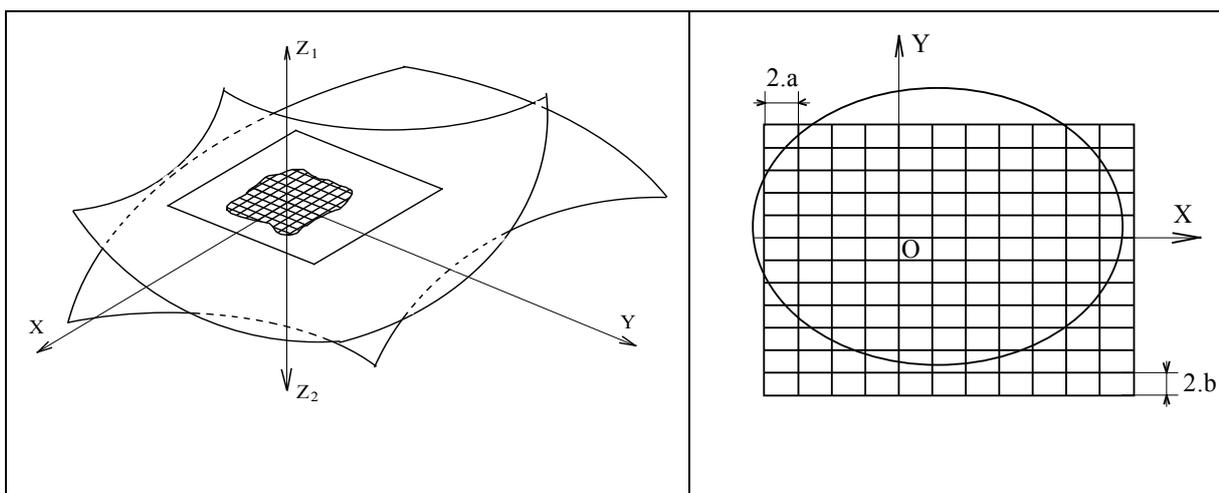


Figure 1 : Définition du maillage dans le plan tangent au contact.

Dans ce contexte, le déplacement normal (C_{ik}^s) au centre de la cellule i engendré par une répartition de pression uniforme P_j sur la cellule j est donné par une expression analytique :

$$C_{ij}^s = K \cdot P_j \cdot \left((x_i - a) \cdot \ln \left(\frac{(y_i - b) + \sqrt{(y_i - b)^2 + (x_i - a)^2}}{(y_i + b) + \sqrt{(y_i + b)^2 + (x_i - a)^2}} \right) + (x_i + a) \cdot \ln \left(\frac{(y_i + b) + \sqrt{(y_i + b)^2 + (x_i + a)^2}}{(y_i - b) + \sqrt{(y_i - b)^2 + (x_i + a)^2}} \right) \right. \\ \left. + (y_i + b) \cdot \ln \left(\frac{(x_i - a) + \sqrt{(y_i - b)^2 + (x_i - a)^2}}{(x_i + a) + \sqrt{(y_i - b)^2 + (x_i + a)^2}} \right) + (y_i - b) \cdot \ln \left(\frac{(x_i + a) + \sqrt{(y_i + b)^2 + (x_i + a)^2}}{(x_i - a) + \sqrt{(y_i + b)^2 + (x_i - a)^2}} \right) \right)$$

La condition de compatibilité des déplacements s'écrit sur chaque cellule j (cf. Ch. III § 3.2.2) :

$$\sum_{i=1}^{N_p} (C_{ij}^s + C_{ij}^f) \cdot P_j + \varepsilon_j = \alpha \quad (\text{dans la zone de contact})$$

C_{ij}^s : Coefficient d'influence caractérisant les effets de surface, donné ci-dessus.

C_{ij}^f : Coefficient d'influence caractérisant les effets de flexion, calculé par éléments-finis.

La résolution du système d'équations ainsi formé, soumis aux conditions décrites dans le texte (Ch. III § 3.2), à l'aide de l'algorithme de Kalker permet de déterminer le champ de pression résultant et l'aire de contact associée.

Un autre type de discrétisation peut être utilisé dans le cas où la surface de denture :

- présente un bombé ou est désalignée,
- ne présente pas de variation géométrique brusque suivant la largeur de contact, ce qui revient à pouvoir l'assimiler localement à un cylindre.

Cette technique, appelée "slicing technique" (De Mull & col. 1986), (Andreason 1973) consiste à découper l'aire de contact en bandes (de largeur constante ou variable) normales à sa direction principale (Fig. 2.). Les bandes obtenues sont considérées comme indépendantes et chacun des deux solides en contact est assimilé sur cette bande à un cylindre de rayon constant et de largeur Δ . Sur chacune de ces bandes élémentaires, la répartition de pression $P_k(y)$ et la largeur de contact ($2 \cdot b_k$) sont supposées égales à celles obtenues entre les deux cylindres équivalents (Haepriich & Zantopolos 1980) :

$$P_k(y) = \frac{2 \cdot F_k}{\pi \cdot b_k \cdot \Delta} \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{b_k^2}} \quad \text{et} \quad b_k = \sqrt{\frac{8 \cdot F_k \cdot R_{eq}}{\pi \cdot E' \cdot \Delta}}$$

avec

$$E' = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad \text{et} \quad R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

F_k : charge normale au contact sur la bande k

Le rapprochement des corps étant égal à :

$$\delta_k = \frac{2 \cdot F_k}{\pi \cdot E' \cdot \Delta} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot R_{eq} \cdot \pi \cdot \Delta \cdot E'}{e \cdot F_k}\right)$$

la condition de compatibilité des déplacements s'écrit sur la bande k (cf. Ch. III § 3.2.2) :

$$\sum_{j=1}^n C_{kj}^f \cdot F_j + \delta_k(F_k) + \varepsilon_k = \alpha$$

Le système d'équations ainsi formé est non linéaire, mais le nombre d'équations est considérablement réduit par rapport au cas précédent. Ceci est dû au découpage en bandes qui génère moins d'inconnues et à l'hypothèse d'indépendance des bandes qui supprime les termes extra-diagonaux. Cette technique d'analyse se révèle donc très performante comme le prouvent les résultats présentés sur la Figure 3. Toutefois, elle est mal adaptée à l'analyse du contact entre engrenages ne présentant pas de correction de bombé (ou de désalignement) et pour lesquels le contact à vide s'établit sur une ligne.

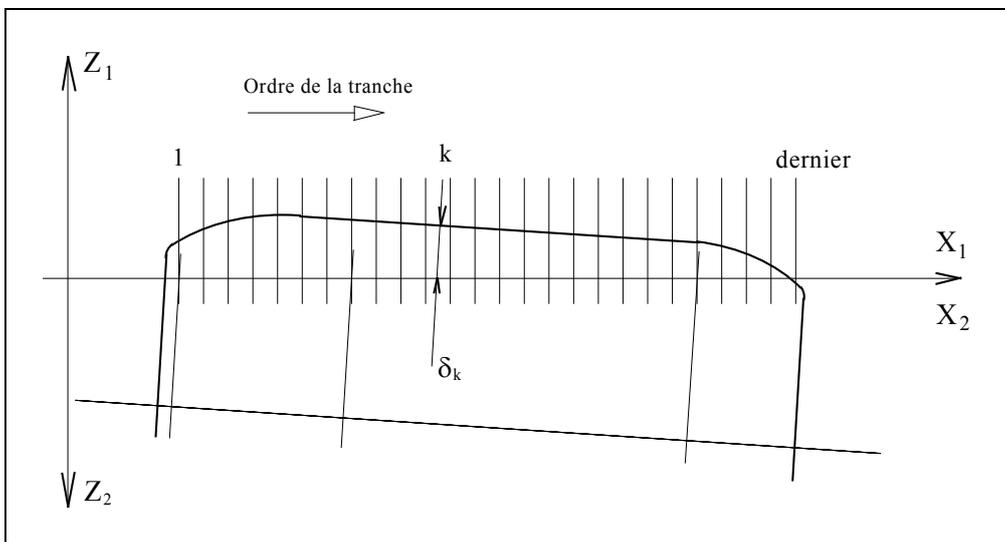
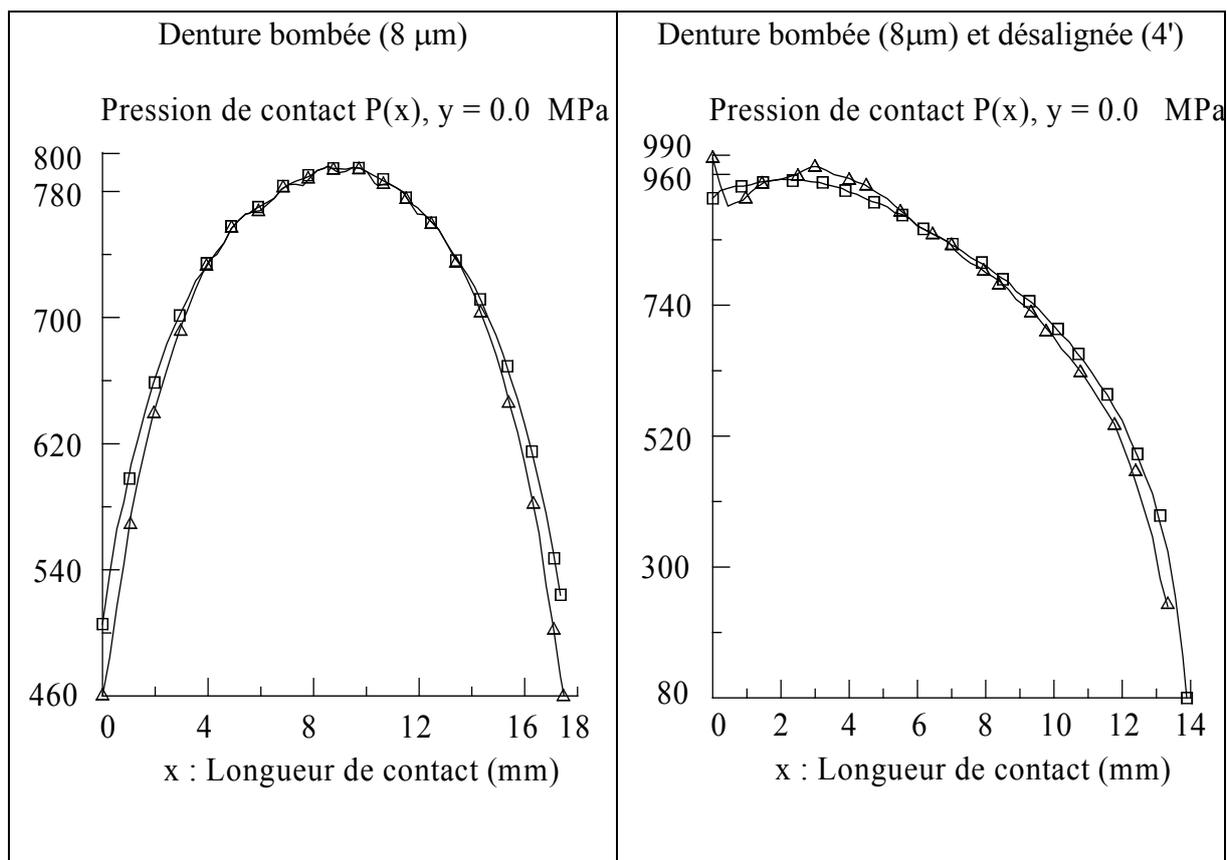


Figure 2 : Découpage de la zone potentielle de contact (De Mull & col. 1986)



Annexe III.4

Dispositif support des engrenages. Banc d'essais holographie

Speckle Vidéo.

Ce montage permet de positionner et de charger les engrenages. Il a été conçu pour présenter les caractéristiques suivantes :

- grande rigidité du système de maintien par rapport à celle des dentures,
- possibilité d'isoler les engrenages après chargement (sensibilité de la méthode aux vibrations parasites),
- possibilité de modifier le positionnement relatif des dentures (position angulaire et entraxe),
- possibilité d'étudier des dentures intérieures ou extérieures.

Les figures 1, 2 et 3 présentent respectivement, une coupe longitudinale, la face arrière et la face avant du montage.

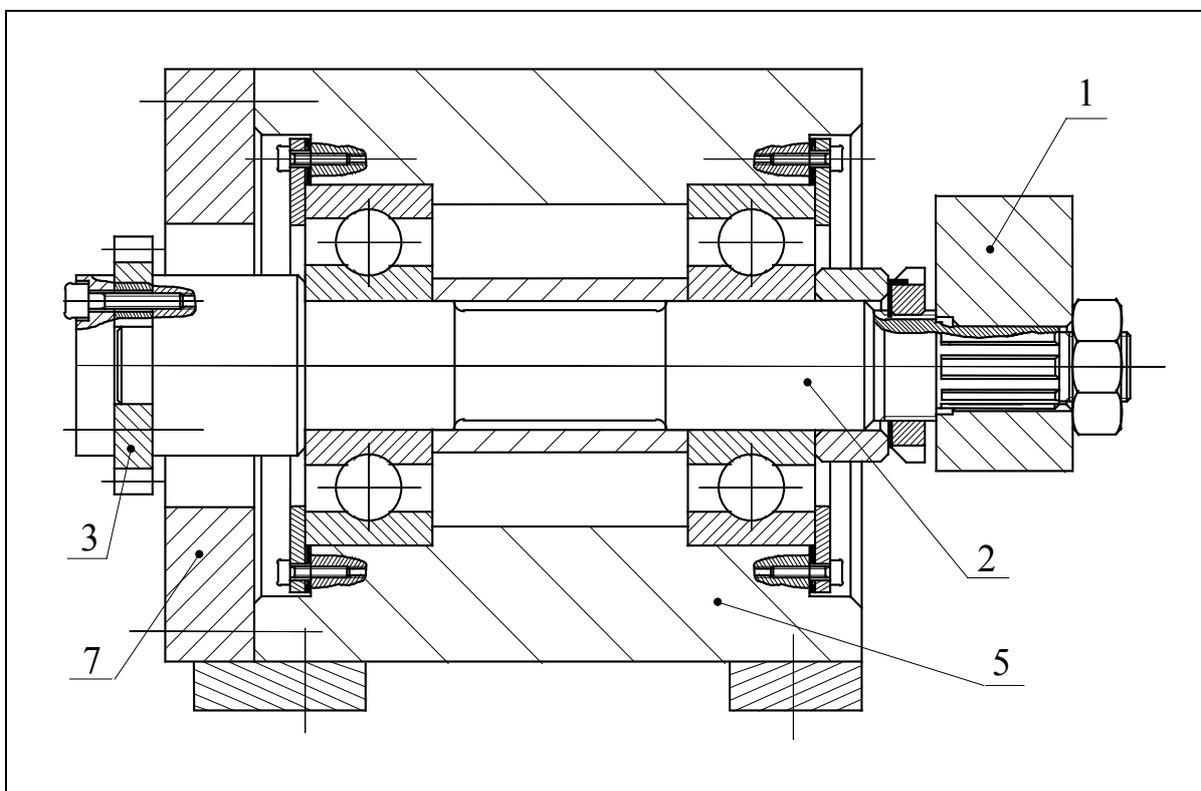


Figure 1 : Montage d'essais, coupe longitudinale

Le couple est appliqué par l'intermédiaire d'un double bras de levier (1) relié à l'arbre-support (2) du pignon (3). Les efforts appliqués en A et B sont mesurés par des dynamomètres. Lorsque le couple est appliqué, le système de chargement est isolé par l'intermédiaire des vis (4) qui rendent le bras (1) solidaire du bâti (5).

Le montage des roulements-support de l'arbre (2) a été conçu pour assurer une rigidité maximale. La capacité de charge est très supérieure au chargement statique et les roulements ont été précontraints (axial) pour annuler les jeux internes.

La roue (6), intérieure ou extérieure, est fixée directement sur la pièce (7) qui est, après réglage de l'entraxe, rendue solidaire du bâti.

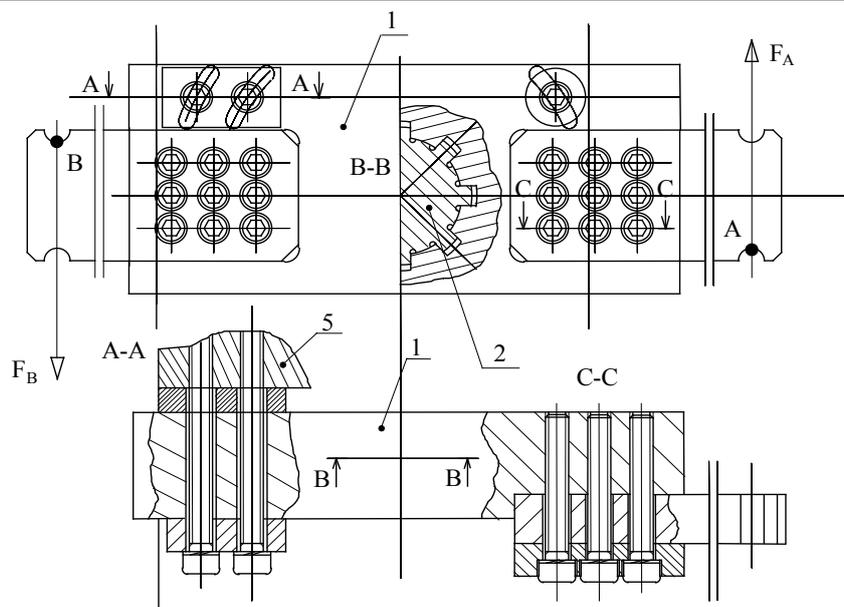


Figure 2 : Face arrière, dispositif de mise en charge.

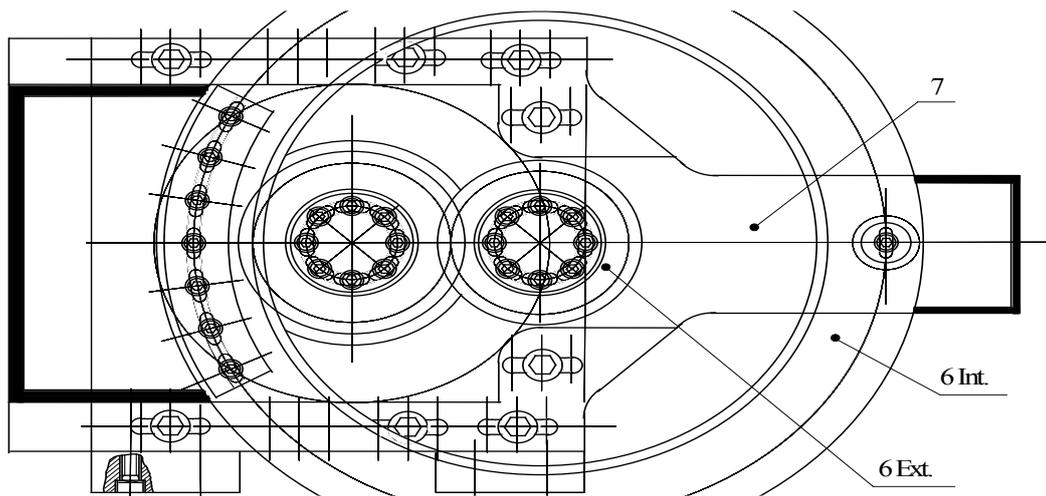


Figure 3 : Face avant, positionnement des engrenages, les couples extérieur et intérieur sont représentés simultanément.

Annexe IV.1

Element-fini d'arbre. Matrice de masse et de rigidité

La figure 1 ci-dessous présente l'élément d'arbre standard à deux noeuds et six degrés de liberté par noeud utilisé pour discrétiser les arbres de transmission du banc d'essais.

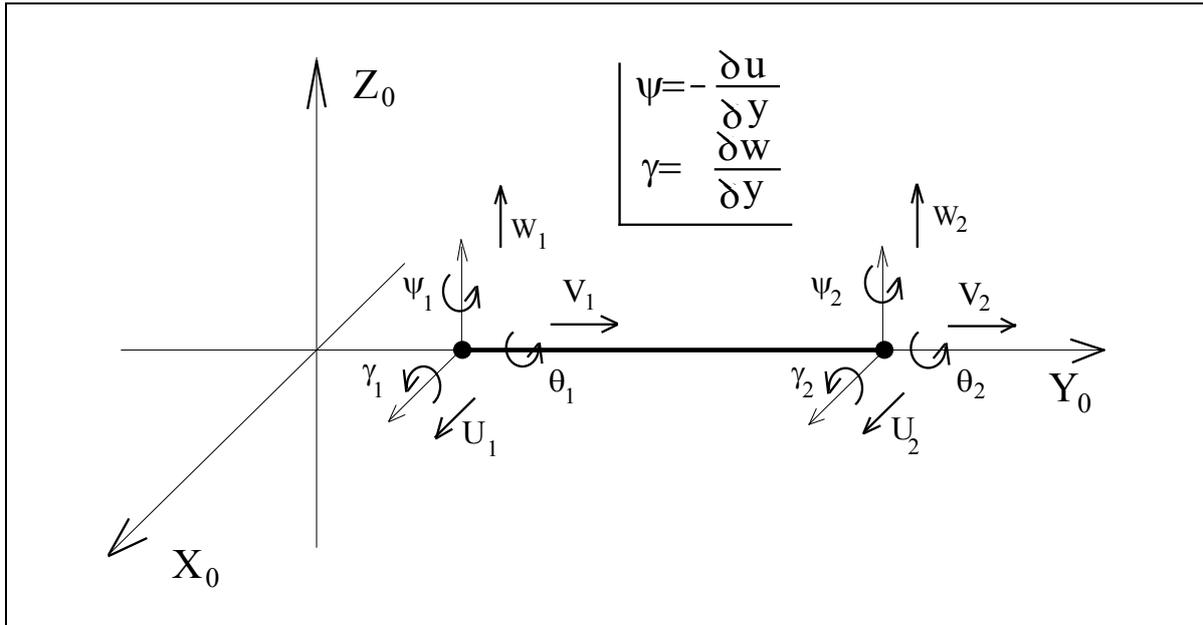


Figure 1 : Elément fini d'arbre. Description des degrés de liberté.

Les fonctions d'approximation qui permettent de définir les déplacements en tout point sont données (Dhatt & Touzot 1983) par :

$$v = N(y) \cdot \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \theta = N(y) \cdot \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{vmatrix} \quad \text{avec} \quad N(y) = \left(1 - \frac{y}{l}, \frac{y}{l}\right)$$

$$u = M_2(y) \cdot \begin{vmatrix} u_1 \\ \psi_1 \\ u_2 \\ \psi_2 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad w = M_2(y) \cdot \begin{vmatrix} w_1 \\ \gamma_1 \\ w_2 \\ \gamma_2 \end{vmatrix} \quad \text{avec}$$

$$M_1(y) = \left(1 - \frac{3 \cdot y^2}{l^2} + \frac{2 \cdot y^3}{l^3}, -y + \frac{2 \cdot y^2}{l} - \frac{y^3}{l^2}, \frac{3 \cdot y^2}{l^2} - \frac{2 \cdot y^3}{l^3}, \frac{y^2}{l} - \frac{y^3}{l^2}\right)$$

et

$$M_2(y) = \left(1 - \frac{3 \cdot y^2}{l^2} + \frac{2 \cdot y^3}{l^3}, y - \frac{2 \cdot y^2}{l} + \frac{y^3}{l^2}, \frac{3 \cdot y^2}{l^2} - \frac{2 \cdot y^3}{l^3}, -\frac{y^2}{l} + \frac{y^3}{l^2}\right)$$

IV.1-1 Matrice de rigidité.

l'énergie de déformation d'un élément de poutre en flexion, traction-compression et torsion en présence d'une charge axiale F est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} \cdot \int_0^l E. S. \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \cdot dy + \frac{1}{2} \cdot \int_0^l G. J_0. \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)^2 \cdot dy + \frac{1}{2} \cdot \int_0^l E. I. \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2\right) \cdot dy + \frac{1}{2} \cdot F. \int_0^l E. I. \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2\right) \cdot dy$$

L'introduction des fonctions d'interpolation permet de calculer U en fonction des déplacements aux noeuds et d'en déduire la matrice de rigidité $[K]$ qui s'exprime, dans le repère lié au plan d'action, par :

$$[K] = \begin{bmatrix} 12.b + 36.c & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.l.b - 3.l.c & -12.b - 36.c & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.l.b - 3.l.c \\ 0 & d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12.b + 36.c & 6.l.b + 3.l.c & 0 & 0 & 0 & 0 & -12.b - 36.c & 6.l.b + 3.l.c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.l.b + 3.l.c & (4+a).l^2.b + 4.l^2.c & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.l.b - 3.l.c & (2-a).l^2.b - l^2.c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f \\ -6.l.b - 3.l.c & 0 & 0 & 0 & 0 & (4+a).l^2.b + 4.l^2.c & 6.l.b + 3.l.c & 0 & 0 & 0 & 0 & (2-a).l^2.b - l^2.c \\ -12.b - 36.c & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.l.b + 3.l.c & 12.b + 36.c & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.l.b + 3.l.c \\ 0 & -d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12.b - 36.c & -6.l.b - 3.l.c & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.b + 36.c & -6.l.b - 3.l.c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.l.b + 3.l.c & (2-a).l^2.b - l^2.c & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.l.b - 3.l.c & (4+a).l^2.b + 4.l^2.c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f \\ -6.l.b - 3.l.c & 0 & 0 & 0 & 0 & (2-a).l^2.b - l^2.c & 6.l.b + 3.l.c & 0 & 0 & 0 & 0 & (4+a).l^2.b + 4.l^2.c \end{bmatrix}$$

relativement au vecteur déplacement $\{X\} = \{u_1, v_1, w_1, \gamma_1, \theta_1, \psi_1, u_2, v_2, w_2, \gamma_2, \theta_2, \psi_2\}$

$$\text{avec } a = \frac{12.E.I}{G.l^2.S.k}, \quad b = \frac{E.I}{(1+a).l^3}, \quad c = \frac{F}{30.l}, \quad d = \frac{E.S}{l} \quad \text{et} \quad f = \frac{G.J_0}{l}$$

a : traduit les effets du cisaillement sur la déformée de flexion (Dhatt & Touzot 1983). Il a été pris nul dans l'expression de l'énergie de déformation explicitée ci-dessus.

$S.k$: surface équivalente de cisaillement (ici $k = 3/4$).

l : longueur de l'élément, E : module d'élasticité et G : module de Coulomb.

$$I = \frac{\pi.R^4}{4}, \quad J_0 = \frac{\pi.R^4}{2}, \quad R \text{ étant le rayon de l'arbre}$$

IV.1-2 Matrice de masse.

L'énergie cinétique de l'élément d'arbre s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho.S \cdot \int_0^l (\dot{u}_2 + \dot{v}_2 + \dot{w}_2) \cdot dy + \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot \int_0^l (\dot{\theta}_2 + \Omega_2 + 2 \cdot \Omega \cdot (\dot{\theta} + \dot{\psi} \cdot \gamma)) \cdot dy + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \int_0^l (\dot{\gamma}_2 + \dot{\psi}_2) \cdot dy$$

L'introduction des fonctions d'approximation dans cette expression permet de calculer T en fonction des déplacements aux noeuds et d'en déduire la matrice de masse $[M]$ ainsi que la matrice $[M_G]$ associée aux effets gyroscopiques. Ces matrices s'expriment dans le repère lié au plan d'action par: pour la matrice $[M]$

$$[M] = \begin{bmatrix} 156.a + 36.b & 0 & 0 & 0 & 0 & -l.(22.a + 3.b) & 54.a - 36.b & 0 & 0 & 0 & 0 & l.(13.a - 3.b) \\ 0 & 2.c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 156.a + 36.b & l.(22.a + 3.b) & 0 & 0 & 0 & 0 & 54.a - 36.b & 3.l.(b - a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l.(22.a + 3.b) & 4.l^2.(a + b) & 0 & 0 & 0 & 0 & l.(13.a - 3.b) & -l^2.(3.a + b) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d \\ -l.(22.a + 3.b) & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.l^2.(a + b) & l.(3.b - 13.a) & 0 & 0 & 0 & 0 & -l^2.(3.a + b) \\ 54.a - 36.b & 0 & 0 & 0 & 0 & l.(3.b - 13.a) & 156.a + 36.b & 0 & 0 & 0 & 0 & l.(22.a + 3.b) \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 54.a - 36.b & l.(13.a - 3.b) & 0 & 0 & 0 & 0 & 156.a + 36.b & -l.(22.a + 3.b) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l.(3.b - 13.a) & -l^2.(3.a + b) & 0 & 0 & 0 & 0 & -l.(22.a + 3.b) & 4.l^2.(a + b) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.d & 0 \\ l.(13.a - 3.b) & 0 & 0 & 0 & 0 & -l^2.(3.a + b) & l.(22.a + 3.b) & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.l^2.(a + b) \end{bmatrix}$$

relativement au vecteur $\{\ddot{X}\} = \{\ddot{u}_1, \ddot{v}_1, \ddot{w}_1, \ddot{\gamma}_1, \ddot{\theta}_1, \ddot{\psi}_1, \ddot{u}_2, \ddot{v}_2, \ddot{w}_2, \ddot{\gamma}_2, \ddot{\theta}_2, \ddot{\psi}_2\}$

$$\text{avec } a = \frac{\rho.S.l}{420}, \quad b = \frac{I}{30.l}, \quad c = \frac{\rho.S.l}{6}, \quad \text{et} \quad d = \frac{I_0.l}{6}$$

$$\text{et } \rho = \text{masse volumique}, \quad I_0 = \frac{\rho.\pi.R^4}{2}, \quad \text{et} \quad I = \frac{\rho.\pi.R^4}{4}$$

pour la matrice $[M_G]$

$$[M_G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -36.g & -3.l.g & 0 & 0 & 0 & 0 & 36.g & -3.l.g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 36.g & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.l.g & -36.g & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.l.g \\ 3.l.g & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.l^2.g & -3.l.g & 0 & 0 & 0 & 0 & l^2.g \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.l.g & 4.l^2.g & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.l.g & -l^2.g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36.g & 3.l.g & 0 & 0 & 0 & 0 & -36.g & 3.l.g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36.g & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.l.g & 36.g & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.l.g \\ 3.l.g & 0 & 0 & 0 & 0 & l^2.g & -3.l.g & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.l^2.g \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.l.g & -l^2.g & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.l.g & 4.l^2.g & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

relativement au vecteur $\{\dot{X}\} = \{\dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{w}_1, \dot{\gamma}_1, \dot{\theta}_1, \dot{\psi}_1, \dot{u}_2, \dot{v}_2, \dot{w}_2, \dot{\gamma}_2, \dot{\theta}_2, \dot{\psi}_2\}$

$$\text{avec } g = \Omega.\frac{I_0}{30.l}, \quad \Omega : \text{rotation nominale de l'arbre.}$$

Annexe IV.2

Interface d'engrènement. Matrice de masse et de rigidité

IV.2-1. Matrice de rigidité.

L'écrasement de denture, explicité au paragraphe 2.2.1, peut s'écrire au point I, barycentre des efforts appliqués entre les dentures (cf. § 3.3.1):

$$\begin{aligned} \Sigma = & (-u_1 + u_2 + R_{b1} \cdot \theta_1 + R_{b2} \cdot \theta_2 + \eta_I(\bar{F}, \theta^*)(\psi_1 - \psi_2)) \cdot \cos(\beta) + \\ & (-v_1 + v_2 - R_{b1} \cdot \gamma_1 - R_{b2} \cdot \gamma_2 + (\mu_I(\bar{F}, \theta^*) \cdot \psi_1 + l_I(\bar{F}, \theta^*) \cdot \psi_2)) \cdot \sin(\beta) \end{aligned}$$

L'énergie potentielle de déformation élastique associée est donnée par

$$U = \frac{1}{2} \cdot K(\bar{F}, \theta^*) \cdot \Sigma^2$$

L'application des équations de Lagrange permet de calculer la matrice de rigidité $[\bar{\mathbf{K}}(\bar{F}, \theta^*)]$ associée à la liaison créée par l'engrènement. Cette matrice s'exprime, dans le repère attaché au plan d'action par :

$$[\bar{\mathbf{K}}(\bar{F}, \theta^*)] = K(\bar{F}, \theta^*) \cdot [\mathbf{G}(\theta^*)]$$

où $[\mathbf{G}(\theta^*)]$ est la matrice "géométrique" décrite ci-dessous, et $K(\bar{F}, \theta^*)$ est la rigidité d'engrènement.

$$[\mathbf{G}(\theta^*)] = \begin{pmatrix} c & cs & 0 & -R_{b2} \cdot cs & R_{b2} \cdot c^2 & l_I \cdot cs - \eta_I \cdot c^2 & -c^2 & -cs & 0 & -R_{b1} \cdot cs & -R_{b1} \cdot c^2 & \eta_I \cdot c^2 + \mu_I \cdot s^2 \\ cs & s^2 & 0 & -R_{b2} \cdot s^2 & R_{b2} \cdot cs & l_I \cdot s^2 - \eta_I \cdot cs & -cs & -s^2 & 0 & -R_{b1} \cdot s^2 & R_{b1} \cdot cs & \eta_I \cdot cs + \mu_I \cdot s^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{b2} & -cs & -s^2 & 0 & R_{b2} \cdot s^2 & -R_{b2} \cdot cs & \eta_I \cdot cs - l_I \cdot s^2 & cs & s^2 & 0 & R_{b1} \cdot s^2 & -R_{b1} \cdot cs & -\mu_I \cdot s^2 - \eta_I \cdot cs \\ R_{b2} & c^2 & cs & 0 & -R_{b2} \cdot cs & R_{b2} \cdot c^2 & l_I \cdot cs - \eta_I \cdot c^2 & -c^2 & -cs & 0 & -R_{b1} \cdot cs & R_{b1} \cdot c^2 & \eta_I \cdot c^2 + \mu_I \cdot cs \\ (l_I \cdot s - \eta_I \cdot c) & c & s & 0 & -R_{b2} \cdot s & R_{b2} \cdot c & l_I \cdot s - \eta_I \cdot c & -c & -s & 0 & -R_{b1} \cdot s & R_{b1} \cdot c & \eta_I \cdot c + \mu_I \cdot s \\ -c^2 & -cs & 0 & R_{b2} \cdot cs & -R_{b2} \cdot cs & \eta_I \cdot c^2 - l_I \cdot cs & c^2 & cs & 0 & R_{b1} \cdot cs & -R_{b1} \cdot c^2 & -\eta_I \cdot c^2 - \mu_I \cdot cs \\ -cs & -s^2 & 0 & R_{b2} \cdot s^2 & -R_{b2} \cdot cs & \eta_I \cdot cs - l_I \cdot s^2 & cs & s^2 & 0 & R_{b1} \cdot s^2 & -R_{b1} \cdot cs & -\eta_I \cdot cs - \mu_I \cdot s^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{b1} & -cs & -s^2 & 0 & R_{b2} \cdot s^2 & -R_{b2} \cdot cs & \eta_I \cdot cs - l_I \cdot s^2 & cs & s^2 & 0 & R_{b1} \cdot s^2 & -R_{b1} \cdot cs & -\mu_I \cdot s^2 - \eta_I \cdot cs \\ R_{b1} & c^2 & cs & 0 & -R_{b2} \cdot cs & R_{b2} \cdot c^2 & l_I \cdot cs - \eta_I \cdot c^2 & -c^2 & -cs & 0 & -R_{b1} \cdot cs & R_{b1} \cdot c^2 & \eta_I \cdot c^2 + \mu_I \cdot cs \\ \eta_I \cdot c + \mu_I \cdot s & c & s & 0 & -R_{b2} \cdot s & R_{b2} \cdot c & l_I \cdot s - \eta_I \cdot c & -c & -s & 0 & -R_{b1} \cdot s & R_{b1} \cdot c & \eta_I \cdot c + \mu_I \cdot s \end{pmatrix}$$

relativement au vecteur déplacement $\{X\} = \{u_2, v_2, w_2, \gamma_2, \theta_2, \psi_2, u_1, v_1, w_1, \gamma_1, \theta_1, \psi_1\}$

avec $c = \cos(\beta)$, $s = \sin(\beta)$, $cs = \cos(\beta) \cdot \sin(\beta)$, $c^2 = \cos^2(\beta)$ et $s^2 = \sin^2(\beta)$.

IV.2-2. Matrice de masse.

L'énergie cinétique des deux roues dentées est donnée par :

$$T = \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2 + \dot{w}_i^2) + \frac{1}{2} \cdot I_i \cdot (\dot{\gamma}_i^2 + \dot{\psi}_i^2) + \frac{1}{2} \cdot J_i \cdot (\dot{\theta}_i^2 + \Omega_i^2 + 2 \cdot \Omega_i \cdot (\dot{\theta}_i + \dot{\psi}_i \cdot \gamma_i))$$

avec $m_i \cong \rho \cdot \pi \cdot R_{bi}^2 \cdot e_i$, $I_i = \frac{m_i}{12} \cdot (3 \cdot R_{bi}^2 + e_i^2)$, et $J_i = m_i \cdot \frac{R_{bi}^2}{2}$.

Ω_i étant la vitesse de rotation stationnaire de la roue i.

La matrice de masse se déduit facilement de cette expression à l'aide des équations de Lagrange. C'est une matrice diagonale qui s'exprime, dans le repère associé au plan d'action, par :

$$\left[\mathbf{M} \right] = \text{Diag}(m_2, m_2, m_2, I_2, J_2, I_2, m_1, m_1, m_1, I_1, J_1, I_1)$$

relativement au vecteur $\{ \ddot{\mathbf{X}} \} = \{ \ddot{u}_2, \ddot{v}_2, \ddot{w}_2, \ddot{\gamma}_2, \ddot{\theta}_2, \ddot{\psi}_2, \ddot{u}_1, \ddot{v}_1, \ddot{w}_1, \ddot{\gamma}_1, \ddot{\theta}_1, \ddot{\psi}_1 \}$.

La matrice liée aux effets gyroscopiques, se déduit également de cette expression. Elle ne comporte que quatre termes non nuls, qui sont :

$$M_G(4,6) = -M_G(6,4) = -J_1 \cdot \Omega_1$$

$$M_G(10,12) = -M_G(12,10) = -J_2 \cdot \Omega_2$$

relativement au vecteur $\{ \dot{\mathbf{X}} \} = \{ \dot{u}_2, \dot{v}_2, \dot{w}_2, \dot{\gamma}_2, \dot{\theta}_2, \dot{\psi}_2, \dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{w}_1, \dot{\gamma}_1, \dot{\theta}_1, \dot{\psi}_1 \}$

Table des matières

AVANT PROPOS	7
INTRODUCTION GENERALE	8
CHAPITRE I : L'engrènement. Une liaison excitatrice (Approche bibliographique)	10
I. Introduction	10
I.1. Bruit d'engrènement. Définition.....	10
I.2. L'erreur de transmission : indicateur du comportement.....	11
I.3. Principales sources d'excitations dans les transmissions.....	13
par engrenages	
II. Les déformations élastiques, principale source d'excitation à la	15
<i>fréquence d'engrènement</i>	
II.1. Rapport de conduite ε_{α} et rapport de recouvrement ε_{β}	16
II.2. Corrections de denture.....	18
III. La rigidité d'engrènement, et zones d'instabilité	24
IV. Erreurs de formes et de position, niveau des harmoniques	27
<i>d'engrènement et bandes latérales</i>	
IV.1. Excentricité ou erreur de faux-rond.....	27
IV.2. Les erreurs de pas.....	30
IV.3. Les erreurs de profil, <i>et raies fantômes</i>	34
V. Les défauts de montage ou de positionnement	37
V.1. Défaut d'entraxe.....	38
V.2. Défauts d'inclinaison et de déviation.....	38
VI. Conclusion	44

CHAPITRE II : Techniques de mesure de l'erreur de transmission.....	46
I. Introduction.....	46
II. Mesure de l'erreur de transmission quasi-statique.....	48
II.1. Introduction.....	48
II.2. Méthode sur deux flancs. Mesure de l'écart composé radial.....	49
II.3. Méthode sur un seul flanc. Mesure de l'écart composé tangentiel.....	51
II.3.1. Mesure comparative.....	51
II.3.2. Mesure directe.....	53
II.4. Relevés profilométriques et erreur de transmission.....	54
II.5. Conclusion.....	56
III. Mesure de l'erreur de transmission dynamique.....	57
III.1. Mesure de l'erreur de transmission à l'aide d'accéléromètres.....	57
III.2. Mesure de l'erreur de transmission à l'aide de codeurs optiques.....	58
III.3. Comparaison entre les deux techniques de mesure.....	59
III.4. Conclusion.....	62
IV. Moyens d'essais et mise en oeuvre.....	63
IV.1. Descriptif du banc d'essais.....	63
IV.2. Dispositif de mesure et capteurs.....	66
V. Analyse et traitement des signaux.....	68
V.1. Conditionnement du signal d'erreur de transmission.....	68
V.2. Caractérisation des bandes latérales.....	70
V.3. Choix des indicateurs.....	72
VI. Influence du lien mécanique engrenage-codeur sur la mesure.....	74
VII. Conclusion.....	82

CHAPITRE III : Modélisation cinématique et quasi-statique.....	83
I. Introduction.....	83
II. Modélisation du comportement quasi-statique sans charge.....	85
II.1. Simulation numérique de l'engrènement.....	85
II.2. Erreur de transmission induite par des défauts de positionnement.....	86
II.2.1. Excentricité.....	86
II.2.2. Désalignements.....	86
II.3. Erreur de transmission induite par des défauts géométriques des surfaces de denture.....	89
III. Modélisation de l'engrènement quasi-statique sous charge.....	98
III.1. Déformations de dentures. Aspects bibliographiques.....	98
III.2. Modélisation du comportement élastique.....	100
III.2.1. Position du problème.....	100
III.2.2. Modélisation de la déformation de structure.....	101
III.2.3. Modélisation de la déformation de surface.....	105
III.2.4. Détermination des caractéristiques élastiques.....	106
III.3. Validation de la modélisation.....	106
III.3.1. Principe optique de la méthode du speckle vidéo.....	108
III.3.2. Mise en oeuvre expérimentale et principaux résultats.....	110
III.4. Applications.....	119
III.4.1. Evolution des pressions de contact.....	119
III.4.2. Evolution de la rigidité de denture et l'erreur de transmission quasi-statique sous charge.....	125
a. Rapport de conduite ϵ_{α} et rapport de recouvrement ϵ_{β}	125
b. Désalignements : Inclinaison et déviation.....	127
c. Entraxe.....	129
d. Corrections de denture.....	130
IV. Conclusion.....	138

CHAPITRE IV : Modélisation dynamique	140
I. Introduction	140
II. Aspects bibliographiques	142
II.1 Modélisation des engrenages.....	142
II.2. Modélisation de l'interface d'engrènement.....	142
II.2.1. L'engrènement comme source d'excitation.....	143
a. Utilisation des grandeurs obtenues en régime quasi-statique.....	145
b. Résolution simultanée du problème de contact.....	148
II.2.2. L'engrènement comme source de couplage.....	152
II.2.3. L'engrènement comme source de dissipation.....	155
II.2.4. Engrènement avec pertes de contact.....	156
II.3. Modélisation des paliers.....	157
II.4. Résolution des équations du mouvement.....	159
III. Modélisation dynamique du banc d'essais	161
III.1. Discrétisation des arbres.....	161
III.2. Modélisation des paliers et conditions aux limites.....	162
III.3. Modélisation de l'interface d'engrènement.....	162
III.3.1. Couplages élastiques.....	162
III.3.2. Excitation par l'erreur de transmission quasi-statique.....	164
sous charge.	
III.3.3. Présence d'une erreur de transmission sans charge.....	165
III.4. Modes "à l'arrêt" et méthode pseudo-modale.....	166
III.5. Introduction d'amortissement.....	167
IV. Applications	168
IV.1. Modes "à l'arrêt" de la structure.....	168
IV.2. Réponse temporelle et base pseudo-modale.....	173

IV.3. Localisation des vitesses critiques.....	177
IV.4. Les différentes techniques de modélisation de l'interface.....	179
d'engrènement.	
IV.4.1. Utilisation des caractéristiques quasi-statiques moyennes..	179
IV.4.2. Résolution simultanée du problème de contact.....	182
IV.4.3. Présence d'une erreur de transmission sans charge.....	183
V. Conclusion.....	190
CHAPITRE V : Erreur de transmission dynamique. Approche numérique.....	192
et expérimentale.	
I. Introduction.....	192
II. Erreur de transmission dynamique en l'absence de défaut.....	194
II.1. Configuration de référence.....	194
II.2. Redéfinition des conditions aux limites.....	200
II.3. Modélisation des paliers.....	202
II.4. Influence de l'amortissement.....	208
III. Erreur de transmission dynamique et défauts.....	216
géométriques de denture.	
IV. Erreur de transmission dynamique et corrections de denture.....	223
V. Erreur de transmission dynamique en présence.....	231
de défauts de positionnement.	
VI. Analyse des différentes techniques de modélisation.....	242
de l'interface d'engrènement.	
VII. Conclusion.....	252
CONCLUSION GENERALE.....	254
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	257
RAPPORTS INTERNES ET PUBLICATIONS PROPRES.....	268
ANNEXE I: Erreur de transmission associée aux défauts d'excentricité.....	269
ANNEXE II : Zoom FFT - Loupe de Thrane.....	272

ANNEXE III.1 : Logiciel de modélisation du comportement quasi-statique.....	274
ANNEXE III.2 : Simulation cinématique de l'engrènement.....	275
ANNEXE III.3 : Calcul des déformations de surface.....	279
ANNEXE III.4 : Dispositif support des engrenages. Banc d'essais holographie.....	283
ANNEXE IV.1 : Élément fini d'arbre. Matrice de masse et de rigidité.....	285
ANNEXE IV.2 : Interface d'engrènement. Matrice de masse et de rigidité.....	288
TABLE DES MATIERES	290

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : BARD (avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)	DATE DE SOUTENANCE 24 Avril 1995
Prénoms : Christophe Jean François	
TITRE : MODELISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES TRANSMISSIONS PAR ENGRENAGES	
NATURE : Doctorat	Numéro d'ordre : 95 ISAL 0031
Formation doctorale : MECANIQUE	
Cote B.I.U. - Lyon : T50/210/19 / . et bis	CLASSE:
RESUME : La maîtrise du comportement vibro-acoustique des transmissions par engrenages est devenue un facteur de qualité déterminant. Ceci est particulièrement vrai dans le domaine de l'Automobile et de l'Aéronautique où l'augmentation du confort est indissociable de la réduction des nuisances sonores. Dans ce contexte, la compréhension et la modélisation des excitations générées par l'engrènement apparaissent comme indispensables. C'est dans ce cadre que se situe ce travail de thèse dont l'objet principal a été d'établir un modèle de comportement cinématique et dynamique. Ce modèle a été validé et recalé par rapport à des relevés expérimentaux de l'erreur de transmission dynamique. Ces mesures ont été effectuées sur un banc d'essais conçu pour reproduire des conditions de fonctionnement industrielles et sont associées à une technique originale. L'influence des principaux paramètres de conception (rapport de conduite, rapport de recouvrement, corrections de denture, ...) et de fonctionnement (vitesse, couple, désalignements, ...) a été étudiée. Les différentes approches développées dans la bibliographie pour modéliser l'interface d'engrènement ont été abordées et les résultats qu'elles fournissent systématiquement comparés. Dans ce contexte, la modélisation linéarisée (rigidité de denture constante) apparaît comme la plus performante. Enfin, les résultats obtenus confirment le rôle prépondérant des couplages de comportement entre les différents composants de la transmission. Ceci concerne tout particulièrement la modélisation des paliers qui conditionne pour une grande part la localisation des régimes de fonctionnement critiques.	
MOTS-CLES : DYNAMIQUE, ENGRENAGE CYLINDRIQUE, TRANSMISSION ENGRENAGE, ERREUR TRANSMISSION, BRUIT, COUPLAGE, PALIER, EXPERIMENTATION.	
Laboratoire (s) de recherches : CONCEPTION ET ANALYSE DE SYSTEMES MECANIQUES	
Directeur de thèse : Daniel PLAY	
Président de jury : Daniel PLAY	
Composition du jury : J. FRENE, R. J. GIBERT, M. LALANNE, J. RICHARD, M. DUSSAC, M. VIALLE	