

# THÈSE

## CARACTERISATION EXPERIMENTALE ET SIMULATION NUMERIQUE D'IMPACTS DE GLACE A HAUTE VITESSE

Présentée devant

**l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

pour obtenir

**le GRADE DE DOCTEUR**

École doctorale :

**Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**

Spécialité :

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

par

**Yann CHUZEL**

**Ingénieur diplômé de l'INSA de Lyon.**

Thèse soutenue le 16 janvier 2009 devant la Commission d'examen

### Jury

OLIVIER ALLIX	Professeur – Examineur	LMT – ENS de Cachan
FRANCESCO CHINESTA	Professeur	3-SR – UJF de Grenoble
ALAIN COMBESCURE	Professeur – Directeur de thèse	LaMCoS – INSA de Lyon
LAURENT DAUDEVILLE	Professeur – Rapporteur	3-SR – UJF de Grenoble
ROLAND ORTIZ	Ingénieur de Recherche	ONERA – Centre de Lille
JACQUES MEYSSONNIER	Professeur	LGGE – UJF de Grenoble
ARNAUD SUFFIS	Responsable de Service	SNECMA – Villaroche

LaMCoS - UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon  
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)



SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
	<b>CHIMIE DE LYON</b>  Responsable : M. Denis SINCOU	M. Denis SINCOU Université Claude Bernard Lyon 1 Lab Synthèse Asymétrique UMR UCBL/CNRS 5022 Bât 308 2 <sup>ème</sup> étage 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.44.81.83 Fax : 04.78.89.89.14 <a href="mailto:sincou@univ-lyon1.fr">sincou@univ-lyon1.fr</a>
<b>E2MC</b>	<b>ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS</b>  Responsable : M. Alain BONNAFOUS	M. Alain BONNAFOUS Université Lyon 2 14 avenue Berthelot MRASH M. Alain BONNAFOUS Laboratoire d'Economie des Transports 69633 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.75 <a href="mailto:Alain.bonnafous@ish-lyon.cnrs.fr">Alain.bonnafous@ish-lyon.cnrs.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b>  M. Daniel BARBIER	M. Daniel BARBIER INSA DE LYON Laboratoire Physique de la Matière Bâtiment Elaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.61.43 Fax 04 72 43 60 82 <a href="mailto:Daniel.Barbier@insa-lyon.fr">Daniel.Barbier@insa-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://blomserv.univ-lyon1.fr/E2M2">http://blomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</a>  M. Jean-Pierre FLANDROIS	M. Jean-Pierre FLANDROIS UMR 5058 Biométrie et Biologie Evolutive Equipe Dynamique des Populations Bactériennes Faculté de Médecine Lyon-Sud Laboratoire de Bactériologie BP 123900 OULLINS Tél : 04.78.85.31.50 Fax 04 72 43 13 88 <a href="mailto:E2r2@blomserv.univ-lyon1.fr">E2r2@blomserv.univ-lyon1.fr</a>
<b>EDIIS</b>	<b>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</b> <a href="http://www.insa-lyon.fr/ediis">http://www.insa-lyon.fr/ediis</a>  M. Lionel BRUNIE	M. Lionel BRUNIE INSA DE LYON EDIIS Bâtiment Elaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.60.55 Fax 04 72 43 60 71 <a href="mailto:ediis@insa-lyon.fr">ediis@insa-lyon.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</b> <a href="http://www.ihcp.fr/ediss">http://www.ihcp.fr/ediss</a>  M. Alain Jean COZZONE	M. Alain Jean COZZONE IECP (UCBL1) 7 passage du Vercors 69637 LYON Cedex 07 Tél : 04.72.72.26.75 Fax : 04 72 72 26 01 <a href="mailto:cozzone@ihcp.fr">cozzone@ihcp.fr</a>
	<b>MATERIAUX DE LYON</b> <a href="http://www.ec-lyon.fr/sites/edml">http://www.ec-lyon.fr/sites/edml</a>  M. Jacques JOSEPH	M. Jacques JOSEPH Ecole Centrale de Lyon Bât P7 Lab. Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces 36 Avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.51 Fax 04 72 18 60 90 <a href="mailto:Jacques.Joseph@ec-lyon.fr">Jacques.Joseph@ec-lyon.fr</a>
<b>Math IF</b>	<b>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</b> <a href="http://www.ens-lyon.fr/MathIS">http://www.ens-lyon.fr/MathIS</a>  M. Franck WAGNER	M. Franck WAGNER Université Claude Bernard Lyon1 Institut Girard Desargues UMR 5028 MATHEMATIQUES Bâtiment Doyen-Jean Braconnier Bureau 101 Bis, 1 <sup>er</sup> étage 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.27.85 Fax : 04 72 43 16 87 <a href="mailto:wagner@desargues.univ-lyon1.fr">wagner@desargues.univ-lyon1.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://www.lmfu.ec-lyon.fr/autres/MEGA/index.html">http://www.lmfu.ec-lyon.fr/autres/MEGA/index.html</a>  M. François SIDOROFF	M. François SIDOROFF Ecole Centrale de Lyon Lab. Tribologie et Dynamique des Systèmes Bât G8 36 avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.14 Fax : 04 72 18 65 37 <a href="mailto:Francois.Sidoroff@ec-lyon.fr">Francois.Sidoroff@ec-lyon.fr</a>



# Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu messieurs Daudeville et Allix pour avoir accepté la charge de rapporteur de ce travail de thèse. J'adresse également mes remerciements à messieurs Huerta et Fabis pour leur participation au jury.

Ce travail est le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS), laboratoire de l'INSA de Lyon et le département CRD/RCS de l'Organisme National d'Etudes et de Recherche Aérospatiales (ONERA) Centre de Lille.

Dans ce cadre je tiens donc à remercier tout particulièrement Alain Combescure (LaMCoS) mon directeur de thèse et Roland Ortiz (ONERA). Je voudrais exprimer également ma gratitude envers toutes les personnes ayant contribué au bon déroulement de ce travail, plus particulièrement Jacky Fabis (ONERA), Jacques Meyssonnier (LGGE) et Hariddh Bung (CEA).

Enfin mes dernières pensées vont à toutes les personnes que j'ai eu la chance de côtoyer durant ces trois années passées au sein du LaMCoS à Lyon et à l'ONERA Centre de Lille, parmi lesquelles Samuel Blanchard, Nicolas Leconte, Bertrand Maurel, David Grégoire, Johann Rannou, Pascal Aubertin, Nicolas Tardif, Thomas Elguedj, Pierre Simon, Mickael Salomone, Fabien Caleyron, ...



# Résumé

Afin de garantir la sécurité des voyageurs et des appareils, de nombreuses études ont été financées ces dernières années par l'industrie aérospatial et aéronautique en vue de caractériser expérimentalement puis de simuler numériquement l'ingestion par les moteurs d'avion de projectiles en tout genre. La glace est un exemple de projectiles susceptibles d'impacter les moteurs d'avion pendant leur fonctionnement. Notre travail s'inscrit directement dans ce cadre de recherche avec l'objectif de caractériser expérimentalement le matériau glace à haute vitesse et de simuler des impacts de glace sur une structure.

Ainsi, un modèle de comportement et de rupture général applicable aux matériaux fragiles et plus particulièrement à la glace sous impact est proposé. Il allie les qualités intrinsèques des méthodes modernes sans maillage de type Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) à une loi de comportement élasto-endommageable avec endommagement de type Mazars, modifiée pour son utilisation en dynamique rapide. Puis, une validation de ce modèle sur un matériau fragile, le béton, très similaire en comportement est menée. Afin de faciliter les simulations numériques de perforation de dalles bétons, un couplage entre formulation Meshfree (discrétisant seulement des parties du domaine, notamment celles subissant des perforations ou de la fragmentation) et éléments finis (discrétisant le reste du domaine) a été implémentée comme le reste des modèles numériques dans le code de calcul EUROPLEXUS.

Dans un second temps, Une synthèse des divers travaux et recherches existants sur le matériau glace permet de faire le point sur les connaissances actuelles du matériau glace et d'en pointer les faiblesses. Puis deux campagnes expérimentales (une sur vérin hydraulique rapide et sur canon à air comprimé) permettent de déterminer des paramètres caractéristiques pour alimenter le code de calcul, de mieux cerner les mécanismes du comportement de la glace à hautes vitesses de déformation (en mettent en évidence le rôle de la microstructure, la différence de dégâts causés par l'impact sur une structure entre un fluide ou par de la glace, l'influence des conditions géométriques) et de fournir des données d'essai relativement proches de tests de certification réalisés par l'industrie aéronautique afin de s'assurer de la validité de notre modèle numérique de la glace pour simuler les impacts.

Enfin, le dernier chapitre détaille l'analyse des expériences d'impacts d'un glaçon sur des cibles (plaque aluminium ou montage Piezo électrique) afin de mettre en évidence les mécanismes mis en jeu et de valider les modèles numériques. Pour cela, un modèle numérique du montage Piezo électrique ainsi que du montage de la plaque en aluminium avec ses appuis sont détaillés puis les résultats numériques sont confrontés aux résultats expérimentaux.

**MOTS CLÉS:** glace, impact, dynamique rapide, Mazars, couplage "SPH-EF", caméra ultra-rapide, meshless, méthode SPH



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Développement d'une loi de comportement SPH pour matériau fragile sous impact.</b>	<b>3</b>
<b>1 Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	6
1.2 Etat de l'art . . . . .	7
1.2.1 Mécanique de l'endommagement . . . . .	7
1.2.2 Comportement mécanique du béton et des roches . . . . .	10
1.2.3 Modèles existants de comportement du béton en dynamique . . . . .	15
1.2.4 Bilan / Synthèse . . . . .	16
1.3 Loi de comportement élasto-endommageable type Mazars originelle . . . . .	16
1.3.1 Hypothèses de départ . . . . .	16
1.3.2 Mesure de déformation et déformation équivalente . . . . .	17
1.3.3 Critère . . . . .	17
1.3.4 Loi d'endommagement . . . . .	17
1.3.5 Couplage Traction - Compression . . . . .	18
1.3.6 Synthèse . . . . .	20
1.4 Propriétés du modèle Mazars classique en dynamique rapide . . . . .	20
1.4.1 Présentation du test . . . . .	20
1.4.2 Effets de la vitesse de déformation sur le modèle . . . . .	21
1.4.3 Localisation de l'endommagement – Dépendance au maillage . . . . .	24
1.5 Modifications du modèle pour son utilisation en dynamique rapide . . . . .	26
1.5.1 Modification de la mesure de déformation . . . . .	26
1.5.2 Limitation du taux de croissance de l'endommagement . . . . .	27

1.5.3	Dépendance de la limite à rupture à la vitesse de déformation en traction . . . . .	29
1.5.4	Synthèse . . . . .	29
1.6	Implantation Numérique . . . . .	29
1.6.1	Algorithme de base . . . . .	29
1.6.2	Algorithme de dynamique rapide . . . . .	31
1.7	Gestion des "débris" . . . . .	31
1.7.1	PINBALL Europlexus . . . . .	31
1.7.2	Adaptation de la méthode PINBALL aux contacts "SPH (matériau endommageable) – Eléments Finis" . . . . .	35
1.8	Conclusions . . . . .	35

## **II Application à la perforation de dalles béton. 37**

<b>2</b>	<b>Couplage "EF-SPH" en dynamique par la méthode Arlequin. 39</b>
2.1	Introduction . . . . . 40
2.2	Etat de l'art . . . . . 41
2.2.1	Schéma d'intégration temporel : Newmark aux différences centrées 41
2.2.2	Rappels du formalisme de la méthode SPH . . . . . 44
2.2.3	Les méthodes de couplage "Meshless – FEM" . . . . . 49
2.2.4	Conclusion . . . . . 50
2.3	PROBLEME CONTINU AVEC COUPLAGE DE DEUX FORMULATIONS . . . . . 51
2.4	FORMULATION COUPLAGE "SPH - FE" . . . . . 52
2.4.1	Choix de l'opérateur de couplage . . . . . 52
2.4.2	Choix des fonctions de pondération . . . . . 52
2.4.3	Interpolation des déplacements SPH . . . . . 53
2.4.4	Ecriture de la matrice de couplage . . . . . 55
2.4.5	Schéma d'intégration temporel . . . . . 56
2.5	APPLICATIONS NUMERIQUES SIMPLES . . . . . 57
2.5.1	Discretisations utilisées . . . . . 57
2.5.2	Test $n^{\circ}1$ : Essai à vitesse initiale imposée . . . . . 57
2.5.3	Test $n^{\circ}2$ : Essai de traction à déplacement imposé . . . . . 60
2.5.4	Test $n^{\circ}3$ : Essai de flexion à effort imposé . . . . . 60
2.5.5	Conclusion . . . . . 63
2.6	SIMULATIONS D'EXPERIENCES . . . . . 64
2.6.1	Expérience de Hanchak et al. [HAN 92] . . . . . 64
2.6.2	Expérience de Zhang et al. [ZHA 05] . . . . . 69
2.7	Conclusions . . . . . 72

<b>III</b>	<b>Caractérisation expérimentale du matériau glace.</b>	<b>75</b>
<b>3</b>	<b>Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression</b>	<b>77</b>
3.1	Etat de l'art . . . . .	78
3.1.1	Le monocristal de glace – [Fig. 3.1] . . . . .	78
3.1.2	La glace polycristalline . . . . .	84
3.1.3	Comportement dynamique . . . . .	91
3.1.4	Bilan . . . . .	93
3.1.5	Conclusion . . . . .	100
3.2	Equipements mis en oeuvre pour la caractérisation sur le vérin rapide . . .	100
3.2.1	L'actionneur : le vérin rapide – [Fig. 3.20] . . . . .	100
3.2.2	Caméra rapide WEINBERGER . . . . .	100
3.2.3	L'éclairage . . . . .	102
3.2.4	La cellule de force piézoélectrique . . . . .	102
3.3	Equipements mis en oeuvre pour la caractérisation sur machine de compression conventionnelle . . . . .	103
3.3.1	La machine de "traction – compression" INSTRON – [Fig. 3.22] . . . . .	103
3.3.2	Chambre cryogénique . . . . .	103
3.4	La chaîne de traitement des mesures (commune aux deux montages) . . .	104
3.4.1	La centrale d'acquisition rapide . . . . .	104
3.4.2	Le logiciel de traitement . . . . .	104
3.5	Plan d'expérience . . . . .	105
3.5.1	Echantillons . . . . .	105
3.5.2	Vitesse de Sollicitation . . . . .	105
3.5.3	Préparation et déroulement des essais . . . . .	105
3.5.4	Evolution de la température . . . . .	106
3.6	Résultats . . . . .	106
3.6.1	Résultats bruts . . . . .	106
3.6.2	Visualisations des essais . . . . .	107
3.7	Comparaison aux références bibliographiques et discussion . . . . .	111
3.7.1	Mode de rupture de la glace . . . . .	111
3.7.2	Limite de rupture de la glace et vitesse de déformation en compression . . . . .	111
3.8	Conclusions et perspectives . . . . .	113
<b>4</b>	<b>Campagne d'essais de validation au lanceur à air comprimé</b>	<b>115</b>
4.1	Introduction . . . . .	116
4.2	Fabrication des échantillons de glace . . . . .	116
4.3	Caractéristiques des équipements mis en jeu . . . . .	117
4.3.1	Le banc de tir – Fig. 4.4 . . . . .	117
4.3.2	La caméra ultra rapide CORDIN . . . . .	118
4.3.3	La caméra rapide WEINBERGER . . . . .	121
4.3.4	L'éclairage – Fig. 4.4 . . . . .	122

4.3.5	La barrière de vitesse – <b>Fig. 4.5</b> . . . . .	122
4.3.6	La cellule de force piézoélectrique – <b>Fig. 4.5</b> . . . . .	123
4.3.7	Le montage flexion 3 points – <b>Fig. 4.5</b> . . . . .	123
4.3.8	Conditionnement des jauges VISHAY . . . . .	123
4.3.9	La centrale d’acquisition rapide NICOLET . . . . .	124
4.4	Tir sur cellule Piezo-électrique . . . . .	124
4.4.1	Plan d’expérience . . . . .	124
4.4.2	Résultats et Discussion . . . . .	124
4.5	Tir sur tôle d’aluminium . . . . .	127
4.5.1	Plan d’expérience . . . . .	127
4.5.2	Résultats et Discussion . . . . .	128
4.6	Conclusions et perspectives . . . . .	131

#### **IV Interprétations des expériences.**

–

#### **Identification des paramètres de la loi glace**

–

#### **Validation des simulations. 137**

#### **5 Interprétations des expériences – Validation des modèles numériques 139**

5.1	Simulation numérique des impacts sur montage Piezo électrique . . . . .	140
5.1.1	Détails de la modélisation du montage Piezo électrique . . . . .	140
5.1.2	Expérience de validation du modèle : impact d’une bille en chute libre . . . . .	143
5.2	Analyse des impacts d’un glaçon sur le montage Piezo électrique . . . . .	147
5.2.1	Détails du modèle numérique . . . . .	147
5.2.2	Résultats . . . . .	147
5.2.3	Conclusions . . . . .	150
5.3	Simulation numérique des impacts sur plaque . . . . .	155
5.3.1	Détails du modèle numérique . . . . .	155
5.3.2	Résultats . . . . .	155
5.4	Conclusion et Perspectives . . . . .	158

#### **Conclusion générale 161**

#### **Bibliographie 163**

# Table des figures

1	Exemple de dégats subits par un moteur d'avion lors de la traversée d'un nuage de grêle . . . . .	2
1.1	Coupe d'un matériau endommagé. . . . .	7
1.2	Schéma explicatif de la notion d'équivalence en déformation . . . . .	9
1.3	Schématisation de l'impact d'un missile sur une dalle béton . . . . .	10
1.4	Principe général du SHPB . . . . .	11
1.5	Influence de $\dot{\epsilon}$ en compression – [CAM 99] . . . . .	12
1.6	Influence de $\dot{\epsilon}$ en traction – [CAM 99] . . . . .	13
1.7	Effet Compactage . . . . .	14
1.8	Evolution de la loi de comportement en fonction de A . . . . .	18
1.9	Evolution de la loi de comportement en fonction de B . . . . .	19
1.10	Bulbe d'endommagement dans un cas de compression . . . . .	20
1.11	Description de l'exemple - Sollicitation n°1 . . . . .	21
1.12	Description de l'exemple - Sollicitation n°2 . . . . .	21
1.13	Courbes "Contrainte-Déformation" en traction en fonction de la vitesse de déformation - Maillage $20 \times 20$ . . . . .	23
1.14	Courbes "Contrainte-Déformation" en compression en fonction de la vitesse de déformation - Maillage $20 \times 20$ . . . . .	23
1.15	Endommagement et Temps de rupture – Sollicitation n°1 . . . . .	25
1.16	toto . . . . .	27
1.17	Endommagement et Temps de rupture – Sollicitation n°1 . . . . .	28
1.18	Algorithme du Code EUROPLEXUS – Modèle Mazars classique . . . . .	30
1.19	Algorithme du Code EUROPLEXUS – Modèle Mazars adapté à la dynamique rapide . . . . .	33
1.20	Exemple de génération des PINBALLs sur un maillage EF . . . . .	33
2.1	Equation de la fonction noyau SPH et visualition en 2D. . . . .	47
2.2	<i>Voisinage d'une bille</i> . . . . .	47
2.3	Décomposition en sous-domaines utilisée dans la méthode Arlequin . . . . .	51
2.4	Distribution des fonctions de pondération . . . . .	53
2.5	Exemples de maillages : FE1, SPH5, MXT5 (de bas en haut) . . . . .	58
2.6	Schéma de présentation du test n°1 . . . . .	58
2.7	Champ de vitesse à $t = 30\mu s$ . . . . .	59

2.8	Vitesse du centre de la poutre en fonction du temps . . . . .	59
2.9	Schéma de présentation du test $n^{\circ}2$ . . . . .	60
2.10	Champ des contraintes de Von Mises à $t = 51\mu s$ . . . . .	61
2.11	Comparaison des maillages FE1 et MX5. Valeur de la contrainte moyenne à l'encastrement $\sigma_{xx} = f(t)$ . . . . .	61
2.12	Comparaison de l'ensemble des maillages. Valeur de la contrainte moyenne à l'encastrement $\sigma_{xx} = f(t)$ en fonction du temps . . . . .	62
2.13	Valeur de la contrainte moyenne à l'encastrement $\sigma_{xx} = f(t)$ en fonction du temps - Zoom de la figure [Fig. 2.12] . . . . .	62
2.14	Schéma de présentation du test $n^{\circ}3$ . . . . .	63
2.15	Champ des contraintes de Von Mises à $t = 850\mu s$ . . . . .	63
2.16	Champ des contraintes de Von Mises à $t = 850\mu s$ . . . . .	64
2.17	Photo et dimensions du projectile . . . . .	65
2.18	Maillage utilisé pour les simulations des expériences de Hanchak et al. . . . .	66
2.19	Déformée et endommagement, simulation de l'expérience – à haute vitesse ( $750m.s^{-1}$ ) a) – à $360m.s^{-1}$ AVEC dépendance à $\dot{\epsilon}$ b) – à $360m.s^{-1}$ SANS dépendance à $\dot{\epsilon}$ c) . . . . .	68
2.20	Schéma de l'installation expérimentale . . . . .	69
2.21	Photo et dimensions du projectile . . . . .	70
2.22	Maillage utilisé pour les simulations des expériences de Zhang et al. . . . .	71
2.23	Exemple d'un cratère et de la détermination de son diamètre . . . . .	72
2.24	Déformées et Endommagement : Simulation de l'expérience NCF120 a) . . . . .	73
3.1	Coupe d'un monocristal observée au chromatographe . . . . .	79
3.2	Réseau des atomes d'oxygène dans la glace – [MEY 02] . . . . .	79
3.3	Module de Young apparent du monocristal en compression à $-16^{\circ}C$ . . . . .	81
3.4	Comparaison de la Limite de rupture des différents auteurs. . . . .	83
3.5	Image de quatre échantillons de monocristal testé par M. Shazly et al. – [SHA 06]. . . . .	84
3.6	Comparaison du Module de Young des différents auteurs. . . . .	85
3.7	Comparaison de l'effet de la vitesse de déformation (578 et 100 s-1) sur le changement de mode de rupture – [FAS 06] . . . . .	86
3.8	Coupe d'échantillons de glace polycristalline observée au chromatographe . . . . .	86
3.9	Exemple d'autres types de glace . . . . .	87
3.10	Influence de la taille de grain sur la contrainte à la rupture en traction – [SCH 01] . . . . .	89
3.11	Influence de la température et de la taille des grains sur la résistance en compression uniaxiale de glace équiaxe – [SCH 01] . . . . .	90
3.12	Influence de la pression de confinement en terme de déformation atteinte lorsque la 1ère microfissure est observée en compression – [SCH 01] . . . . .	90
3.13	Influence de vitesse de déformation sur la limite de rupture en compression et traction – [SCH 01] . . . . .	91

3.14	Transition "ductile – fragile" en fonction de la vitesse de déformation – [MEY 02] . . . . .	93
3.15	Compression – Evolution de la limite à rupture des différents auteurs à $T = -10^{\circ}\text{C}$ – Glace colonnaire . . . . .	94
3.16	Compression – Effet du confinement sur la limite de rupture – $T = -10^{\circ}\text{C}$ – Glace colonnaire . . . . .	95
3.17	Compression – Effet de la température sur la limite à rupture – Glace colonnaire . . . . .	96
3.18	Compression – Effet de la microstructure sur la limite à rupture – $T = -10^{\circ}\text{C}$ . . . . .	97
3.19	Comparaison du module de Young des différents auteurs – Glace colonnaire	98
3.20	Photographies de l'installation "Vérin rapide" . . . . .	101
3.21	Photographie de la cellule piézoélectrique . . . . .	102
3.22	Photographies de l'installation "Vérin rapide" . . . . .	104
3.23	Photographie de la cellule piézoélectrique . . . . .	105
3.24	Synthèse des valeurs des limites à rupture obtenues . . . . .	107
3.25	Synthèse des valeurs de module de Young obtenues . . . . .	108
3.26	Correspondance Effort mesuré – Visualisation d'un essai valide – Essai VR7 – $\text{varepsilon} = 30\text{s} - 1$ . . . . .	109
3.27	Exemples d'essai défectueux . . . . .	109
3.28	Correspondance Effort mesuré – Visualisation d'un essai défectueux – Essai VR23 – $\text{varepsilon} = 10^{-2}\text{s} - 1$ . . . . .	110
3.29	Comparaison des valeurs de limite à rupture de la campagne aux résultats de la bibliographie . . . . .	112
4.1	Photo de l'ensemble des carottes découpées et analysées . . . . .	118
4.2	Polychromate <i>a)</i> – Vue d'un échantillon au polychromate <i>b)</i> . . . . .	119
4.3	Photos de l'usinage des échantillons . . . . .	120
4.4	Photographie du banc de tir et de l'équipement de visualisation . . . . .	121
4.5	Photographie des deux cibles : montage piézo-électrique et tôle en flexion "3 points" . . . . .	122
4.6	Réponse dynamique en effort – sensibilité à l'angle d'impact (microstructure et géométrie identiques) . . . . .	125
4.7	Réponse dynamique en effort – sensibilité à la géométrie (microstructure et angle d'impact identiques) . . . . .	126
4.8	Réponse dynamique en effort – sensibilité à la microstructure (géométrie et angle d'impact identiques) . . . . .	127
4.9	Réponse dynamique en déformation – $V = 62,5\text{m.s}^{-1}$ – sensibilité à l'angle d'impact (microstructure et géométrie identiques) . . . . .	128
4.10	Réponse dynamique en déformation – $V = 62,5\text{m.s}^{-1}$ – sensibilité à la microstructure (géométrie et angle d'impact identiques) . . . . .	129
4.11	Réponse dynamique en déformation – $V = 125\text{m.s}^{-1}$ . . . . .	130

5.1	Schéma de la cellule (Vue en coupe) <i>a)</i> – Représentation du modèle numérique en 3D <i>b)</i> . . . . .	141
5.2	Impact d’une bille – Réponses dynamiques en fonction de la masse ajoutée <i>a)</i> Signal d’effort et <i>b)</i> Transformée de Fourier du signal d’effort . . .	145
5.3	Impact d’une bille – Réponses dynamiques en fonction de l’excentration de la bille <i>a)</i> Signal d’effort et <i>b)</i> Transformée de Fourier du signal d’effort	146
5.4	Impact d’une bille – Transformées du signal d’effort en fonction du type d’impacteurs (bille ou glaçon) . . . . .	147
5.5	Impact d’une bille – Comparaison des réponses dynamiques entre simulations et expériences <i>a)</i> Signal d’effort et <i>b)</i> Transformée de Fourier du signal d’effort . . . . .	148
5.6	Maillage de la simulation d’impact de glaçon sur la cellule Piezo électrique	149
5.7	Impact d’un glaçon – Comparaison des réponses dynamiques en fonction de l’angle d’impact et le raffinement du maillage de l’impacteur <i>a)</i> Signal d’effort et <i>b)</i> Transformée de Fourier du signal d’effort . . . . .	152
5.8	Impact d’un glaçon – Comparaison des réponses dynamiques pour un impact à plat <i>a)</i> Signal d’effort et <i>b)</i> Transformée de Fourier du signal d’effort	153
5.9	Impact d’un glaçon – Comparaison des réponses dynamiques en fonction de la gestion ou non des débris <i>a)</i> Signal d’effort et <i>b)</i> Transformée de Fourier du signal d’effort . . . . .	154
5.10	Maillage de la simulation d’impact de glaçon sur la plaque aluminium . .	155
5.11	Mesure de la flèche post-mortem sur un exemple de résultat de simulation	158

# Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques de la poutre utilisée . . . . .	22
2.1	Résumé des propriétés des schémas numériques de Newmark . . . . .	43
2.2	Caractéristiques de la poutre utilisée . . . . .	58
2.3	Comparaison de la vitesse du centre de la poutre et du temps de parcours des ondes. . . . .	60
2.4	Déplacement de la poutre au cours du temps . . . . .	63
2.5	Caractéristiques des expériences menées par Hanchak et al. . . . .	65
2.6	Paramètres de la loi de comportement utilisée lors des simulations des expériences de Hanchak et al. . . . .	67
2.7	Comparaison des cratères simulations/expériences . . . . .	67
2.8	Caractéristiques des expériences menées par Zhang et al. . . . .	70
2.9	Paramètres de la loi de comportement utilisée lors des simulations des expériences de Zhang et al. . . . .	71
2.10	Comparaison des cratères simulations/expériences . . . . .	72
3.1	Valeurs expérimentales des 5 coefficients de la matrice de raideur du comportement du monocristal . . . . .	80
3.2	Caractéristiques des essais dynamiques menés sur le monocristal . . . . .	82
3.3	Caractéristiques des essais dynamiques menés sur la glace polycristalline . . . . .	92
3.4	Plan d'expérience des essais de caractérisation du monocristal . . . . .	106
4.1	Plan d'expérience des essais sur cellule piezoélectrique . . . . .	125
4.2	Visualisation des essais OM-01 (Cône) et YM-01 (Cylindre) . . . . .	132
4.3	Plan d'expérience des essais de tir sur plaque . . . . .	133
4.4	Visualisation des essais YMP-01 (Cylindre), YMP-04 (Cylindre), OMP-01(Cône) et EAP-01(Eau) . . . . .	134
4.5	Flèches résiduelles [en mm] des plaques – $V = 62,5m.s^{-1}$ – Monocristaux cylindriques . . . . .	135
4.6	Flèches résiduelles [en mm] des plaques – $V = 62,5m.s^{-1}$ – Glaçons équiaxe cylindriques . . . . .	135
4.7	Flèches résiduelles [en mm] des plaques – $V = 62,5m.s^{-1}$ – Monocristaux et Glaçons équiaxe cylindriques . . . . .	135
4.8	Flèches résiduelles [en mm] des plaques – $V = 62,5m.s^{-1}$ – Eau . . . . .	135

4.9	Flèches résiduelles [en mm] des plaques – $V = 125m.s^{-1}$ – Monocristaux cylindriques . . . . .	136
4.10	Flèches résiduelles [en mm] des plaques – $V = 125m.s^{-1}$ – Eau et Glaçons équiaxe cylindriques . . . . .	136
5.1	Caractéristiques du modèle du montage Piezo-électrique . . . . .	142
5.2	Impacts d'un glaçon sur cellule – Caractéristiques de la glace . . . . .	149
5.3	Impact d'un glaçon – Visualisations sur $40\mu s$ en fonction de l'angle d'impact	151
5.4	Impacts d'un glaçon sur plaque – Caractéristiques de la glace . . . . .	156
5.5	Impacts d'un glaçon sur plaque – Caractéristiques de la cible "plaque – appuis" . . . . .	157
5.6	Impact sur Plaque – Visualisations sur $40\mu s$ en fonction de l'angle d'impact	159
5.7	Comparaison des flèches résiduelles simulations/expériences . . . . .	160

# Introduction

## Contexte

La protection des voyageurs et des appareils constitue un axe prioritaire d'études et de recherche pour toute l'industrie aérospatial et aéronautique. Les motoristes, en particulier, ont financés de nombreuses études ces dernières années afin de caractériser expérimentalement puis de simuler numériquement l'ingestion de projectiles en tout genre, notamment les oiseaux. Le but visé est de prédire avec précision le dégât occasionné par le projectile sur les aubes de réacteur et de garantir son intégrité lors de choc survenant pendant son fonctionnement en vol.

La glace est l'un des types de projectiles susceptibles d'impacter les moteurs d'avion pendant le vol. En effet, un avion peut subir de multiples dégâts par le biais d'impacts de glace que ce soit lors de la traversée d'un nuage de grêles [Fig. 1], lors des phases de dégel des glaces formées sur sa structure extérieure (ailes, entrées de moteur, ...). L'impact de glace est également un test de certification moteur très contraignant.

Par ailleurs, la catastrophe de la navette Columbia en 2003 a conduit l'industrie aérospatiale américaine à lancer un vaste programme de caractérisation et de simulation d'impacts de débris en tout genre sur une structure. Cette recherche très récente tente de comprendre les mécanismes et la cause de la rupture des tuiles thermiques sur l'appareil, rupture qui a conduit à la catastrophe mais dont on ignore l'origine exact au moment du décollage. La glace est, là aussi, un cas particulier de débris. Ce travail a récemment donné lieu aux premières publications et donc premiers travaux sur la caractérisation de la glace sous impact.

Notre travail s'inscrit donc dans ce contexte et s'articule autour de la caractérisation expérimentale du matériau glace à haute vitesse puis de simulations numériques d'impacts de glace sur une structure.



**FIGURE 1:** Exemple de dégats subits par un moteur d'avion lors de la traversée d'un nuage de grêle

## **Première partie**

# **Développement d'une loi de comportement SPH pour matériau fragile sous impact.**



# Chapitre 1

## Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles

Dans ce premier chapitre, nous présentons le modèle de comportement mis au point pour représenter le comportement de matériaux fragiles sous impact et implémenté au sein du code de calcul EUROPLEXUS. Ainsi, après avoir détaillé le modèle de base, nous l'étendons à la dynamique rapide par l'ajout d'une limitation du taux d'endommagement associé à une longueur caractéristique et une dépendance de la contrainte ultime en traction du matériau à la vitesse de déformation. De plus, divers exemples simples sont traités afin de mettre en évidence les caractéristiques du modèle.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>7</b>
1.2.1	Mécanique de l'endommagement	7
1.2.2	Comportement mécanique du béton et des roches	10
1.2.3	Modèles existants de comportement du béton en dynamique	15
1.2.4	Bilan / Synthèse	16
<b>1.3</b>	<b>Loi de comportement élasto-endommageable type Mazars originelle</b>	<b>16</b>

---

## 1. Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles

---

1.3.1	Hypothèses de départ . . . . .	16
1.3.2	Mesure de déformation et déformation équivalente . . . . .	17
1.3.3	Critère . . . . .	17
1.3.4	Loi d'endommagement . . . . .	17
1.3.5	Couplage Traction - Compression . . . . .	18
1.3.6	Synthèse . . . . .	20
<b>1.4</b>	<b>Propriétés du modèle Mazars classique en dynamique rapide . . . . .</b>	<b>20</b>
1.4.1	Présentation du test . . . . .	20
1.4.2	Effets de la vitesse de déformation sur le modèle . . . . .	21
1.4.3	Localisation de l'endommagement – Dépendance au maillage . . . . .	24
<b>1.5</b>	<b>Modifications du modèle pour son utilisation en dynamique rapide . . . . .</b>	<b>26</b>
1.5.1	Modification de la mesure de déformation . . . . .	26
1.5.2	Limitation du taux de croissance de l'endommagement . . . . .	27
1.5.3	Dépendance de la limite à rupture à la vitesse de déformation en traction . . . . .	29
1.5.4	Synthèse . . . . .	29
<b>1.6</b>	<b>Implantation Numérique . . . . .</b>	<b>29</b>
1.6.1	Algorithme de base . . . . .	29
1.6.2	Algorithme de dynamique rapide . . . . .	31
<b>1.7</b>	<b>Gestion des "débris" . . . . .</b>	<b>31</b>
1.7.1	PINBALL Europlexus . . . . .	31
1.7.2	Adaptation de la méthode PINBALL aux contacts "SPH (matériau endommageable) – Eléments Finis" . . . . .	35
<b>1.8</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>35</b>

---

### 1.1 Introduction

On souhaite développer un modèle de comportement et de rupture général applicable aux matériaux fragiles et plus particulièrement à la glace sous impacts. Ainsi, ce chapitre détaille les caractéristiques d'un modèle pour matériaux fragiles, polyvalent et efficace. Le travail réalisé dans un cadre plus général que la glace, a permis de développer puis valider plus rapidement le modèle sur un matériau fragile beaucoup plus connu que la glace, les roches et plus particulièrement le béton, très similaire en comportement (comme nous le verrons dans la présentation des caractéristiques de la glace dans le chapitre 4) par l'utilisation d'une littérature très riche dans ce domaine. Enfin, cela permettra d'offrir à ce modèle un champ d'application beaucoup plus large, caractéristique qui intéresse particulièrement les concepteurs du code de calcul EUROPLEXUS.

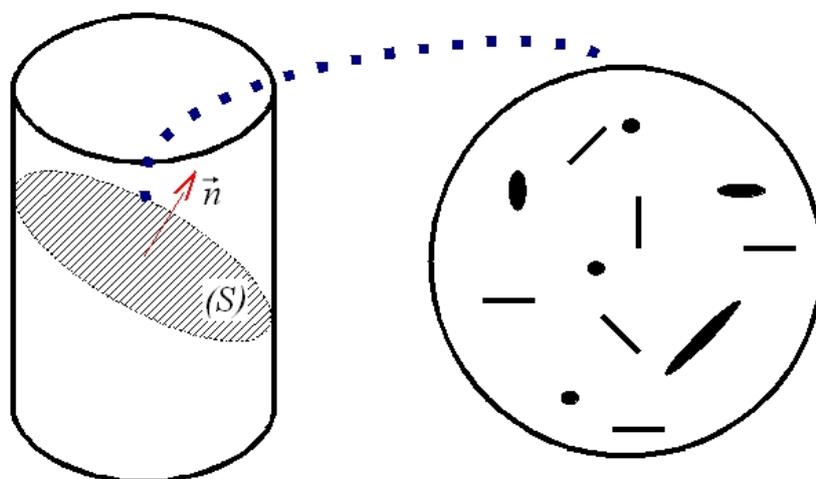


FIGURE 1.1: Coupe d'un matériau endommagé.

## 1.2 Etat de l'art

### 1.2.1 Mécanique de l'endommagement

Cette section s'attache à décrire le formalisme d'endommagement qui sera utilisé tout au long de cette étude. La notion d'endommagement a été introduite dans les années 50 par Kachanov [KAC 58] afin de modéliser la rupture par fluage des métaux en prenant en compte la détérioration progressive du matériau. Cette notion a ensuite été étendue à divers domaines de la mécanique, notamment par Lemaître et Chaboche [LEM 96a],[LEM 96b] qui ont introduit l'endommagement pour la rupture ductile.

#### 1.2.1.1 Variable d'endommagement

Par définition, l'endommagement évalue le niveau de détérioration (fissure, cavité, ...) de la matière. Un matériau est donc vierge de tout endommagement s'il ne possède pas de fissures ou de cavités à l'échelle microscopique. A l'inverse, un matériau est complètement endommagé dès que l'élément de volume considéré est rompu. Afin de représenter le niveau d'endommagement, une variable mécanique d'endommagement notée  $D$  est introduite. Effectuons, pour la définir, une coupe d'un matériau endommagé, coupe dont la surface est d'une taille suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités.

Cette section de normale  $\vec{n}$  et de surface  $S$  est percée de fissures et de cavités laissant des traces. De plus, notons  $\tilde{S}$  la surface "saine" de matériau résistant effectivement aux sollicitations extérieures :  $\tilde{S}$  correspond donc à  $S$  soustrait des zones telles que les cavités, les zones d'interaction entre défauts voisins, les zones relaxées, en prenant également en compte les diverses concentrations de contraintes, etc. La différence  $S^D = S - \tilde{S}$  est donc

la surface ne participant pas à la résistance du matériau.

Par définition, la variable d'endommagement  $D_n$  (autrement dit, la densité surfacique des discontinuités de la matière) dans le plan normal à  $\vec{n}$ , s'écrit :

$$D_n = \frac{S^D}{S} \quad (1.1)$$

Ainsi, la variable d'endommagement  $D_n$  varie de 0 (la surface des cavités est nulle) pour le matériau non-endommagé à  $D^c$  avec  $D^c \leq 1$  pour le matériau rompu (matériau séparé en deux parties par une surface de vide). La croissance de cavités étant un phénomène irréversible, cette variation ne peut être que croissante.

Si l'orientation des fissures et des cavités est uniformément répartie dans toutes les directions, et ce quel que soit le niveau d'endommagement, la variable  $D_n$  ne dépend donc pas de l'orientation  $\vec{n}$ . Ainsi, l'endommagement isotrope  $D$  suivant caractérise complètement l'état de dommage du matériau :

$$\forall n, \quad D_n = D = \frac{S^D}{S} \quad (1.2)$$

Cette hypothèse forte sera considérée tout au long de ce document.

### 1.2.1.2 Contraintes effectives

L'introduction de cette variable d'endommagement conduit à la notion de contrainte effective décrite par Rabotnov [RAB 63] correspondant à la contrainte rapportée à la section  $\tilde{S}$  résistant effectivement aux efforts. Afin de la définir simplement, le cadre élastique uni-dimensionnel est choisi.

Connaissant l'effort  $F$  appliqué à la surface  $S$ , la contrainte mécanique classique dite "usuelle" s'écrit :

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (1.3)$$

Il est alors évident qu'en présence de défauts (caractérisés par  $S^D$ ), cette formulation n'est plus valable. C'est pourquoi, la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  égale au rapport de l'effort sur la surface participant effectivement à la résistance du matériau est définie :

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} \quad (1.4)$$

Les deux contraintes vérifient donc :

$$\sigma = \tilde{\sigma} \frac{\tilde{S}}{S} = \tilde{\sigma} (1 - D) \quad (1.5)$$

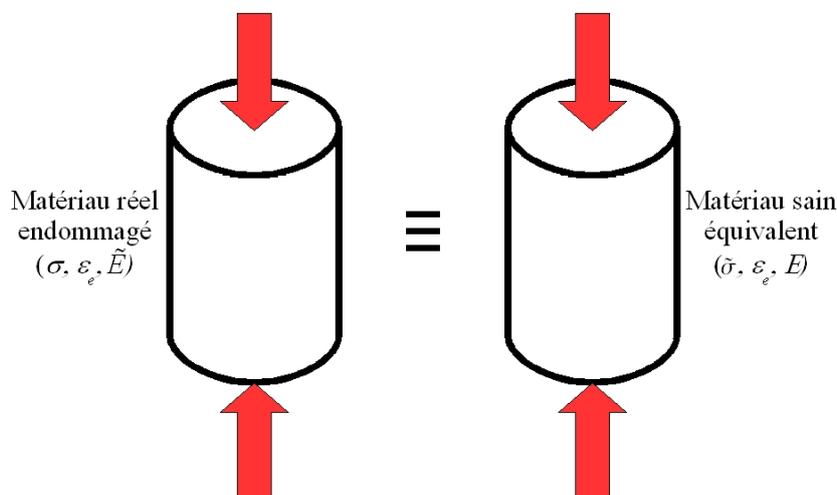


FIGURE 1.2: Schéma explicatif de la notion d'équivalence en déformation

### 1.2.1.3 Notion d'équivalence en déformation

Enfin, la loi de comportement du matériau est obtenue en recherchant une formulation identique entre le matériau réel endommagé et un matériau sain équivalent. Cette notion a été bien clarifiée en 1971 par J. Lemaître [LEM 71] qui a introduit la notion d'équivalence en déformation : tout comportement à la déformation  $\varepsilon_e$  d'un matériau endommagé est traduit par les lois de comportement d'un matériau sain équivalent dans lesquelles on remplace la contrainte usuelle par la contrainte effective. Dans le cas de notre exemple simple, la relation de comportement va donc lier la déformation élastique  $\varepsilon_e$ , à la contrainte effective comme suit :

- pour le matériau réel endommagé

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{\tilde{E}} \quad (1.6)$$

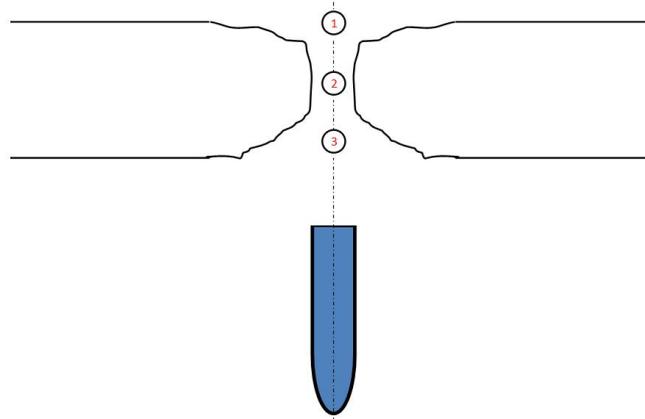
- pour le matériau sain équivalent

$$\varepsilon_e = \frac{\tilde{\sigma}}{E} \quad (1.7)$$

Ces deux équations permettent alors de définir la relation suivante entre  $\varepsilon_e$  et  $\sigma$  :

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{(1-D)E} \quad (1.8)$$

L'évolution de l'endommagement correspond donc à une détérioration des propriétés du matériau, en l'occurrence de son module de Young. Pour un endommagement  $D$  fixé, le matériau se comporte alors comme un matériau sain de module d'Young  $\tilde{E} = E(1-D)$  moins résistant que le matériau initial.



**FIGURE 1.3:** Schématisation de l'impact d'un missile sur une dalle béton

*Remarque.* Le formalisme mis en place est complètement généralisable au cas tri-dimensionnel et aux modèles de matériau plus sophistiqués (plasticité, visco-plasticité, etc). Les hypothèses supplémentaires, nécessaires dans le cadre de l'étude, seront faites au fur et à mesure.

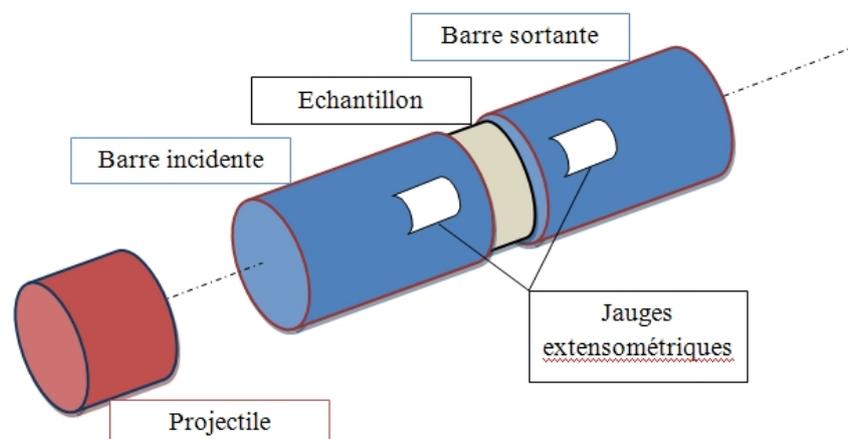
### 1.2.2 Comportement mécanique du béton et des roches

Afin de réaliser une modélisation mécanique prédictive, il est essentiel de connaître la réponse du béton sous sollicitations dynamiques rapides (sollicitations par explosions ou impacts accidentels). Nous dressons donc dans ce paragraphe une synthèse succincte de divers travaux réalisés sur le matériau béton. Sans être exhaustif (en raison de la complexité du matériau béton de très nombreux paramètres influencent sa réponse, notamment en dynamique), cette synthèse s'attache à mettre en avant les principaux phénomènes qui apparaissent et que doit retranscrire un modèle de comportement en dynamique rapide dans le cadre de la perforation/fragmentation du béton par un missile lancé à quelques centaines de mètres par seconde.

#### 1.2.2.1 Mécanisme de la perforation/fragmentation d'une dalle par un missile [MAZ 04]

Lors de la perforation d'une dalle béton, trois zones principales apparaissent, correspondant à trois phénomènes physiques différents comme illustré par la figure [Fig. 1.3] :

1. un cratère du côté de la face impactée, qui est une zone très endommagée avec une rupture par traction en surface.
2. un tunnel se crée lors de la progression du missile dans la dalle en créant de grandes déformations en cisaillement et compression ainsi que du compactage.
3. l'écaillage en sortie de dalle se produit par le biais de contraintes de traction inhérentes à la flexion de la dalle.



**FIGURE 1.4:** Principe général du SHPB

### 1.2.2.2 Caractérisation dynamique du comportement en compression

Les tests de caractérisation sont plus complexes à interpréter en dynamique rapide que ceux réalisés en statique. En effet, comme de nombreux paramètres peuvent influencer la réponse dynamique de l'éprouvette, les interprétations doivent donc être effectuées avec beaucoup de prudence. La technique expérimentale la plus utilisée est le SHPB (Split Hopkinson Pressure Bar). Inventée par Hopkinson [HOP 14] puis développée par Kolsky [KOL 49], il s'agit de transmettre une onde de compression à un spécimen cylindrique en béton pris en sandwich longitudinalement entre deux barres de métal. Cette technique a été utilisée pour les sols [ROS 87],[WIL 85] et pour les bétons [BER 75],[MAL 85],[Act93] et [TED 94].

La figure [Fig. 1.5] montre de manière synthétique la plupart des résultats obtenus par les expérimentateurs. Les résultats peuvent paraître dispersés mais la méthode de test utilisée, la composition du béton et la forme de l'échantillon influencent fortement le résultat de expériences. Une orientation générale peut cependant être formulée par l'augmentation de la résistance en compression dynamique vis à vis de l'augmentation de la vitesse de déformation : pour une vitesse de déformation de l'ordre de  $700s^{-1}$ , la majoration de la résistance est de l'ordre de 2.7 fois la résistance en statique [CHI 90].

Les résultats mettent donc en évidence un accroissement de la contrainte ultime en compression, ceci en deux phases avec un changement de pente pour une vitesse de déformation critique  $\dot{\epsilon}_c = 10s^{-1}$  correspondant à deux mécanismes physiques différents :

- Pour les faibles vitesses de sollicitation ( $\dot{\epsilon} < 10s^{-1}$ ), l'augmentation de résistance apparente a été attribuée à la présence d'eau libre (ménisques d'eau) dans les pores [ROS 91],[TOU 95] engendrant une augmentation de la contrainte à rupture selon la formule suivante :

## 1. Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles

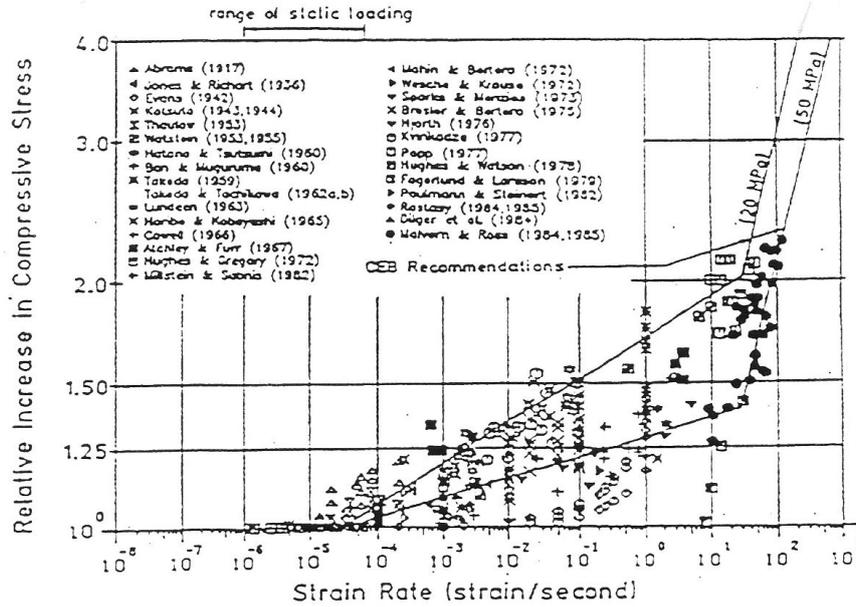


FIGURE 1.5: Influence de  $\dot{\epsilon}$  en compression – [CAM 99]

$$\sigma_r^{dyn} = \sigma_r^0 \cdot \left( 1 + A_0^c \cdot \log \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{slow}^{0c}} \right) \quad (1.9)$$

Le paramètre  $\dot{\epsilon}_{slow}^{0c}$  étant une valeur de vitesse de déformation de référence et  $A_0^c$  un paramètre fixant la pente de l'augmentation dynamique.

- Il semble que les forces d'inertie s'opposant aux mouvements de la matière dans le sens perpendiculaire soient à l'origine de l'effet de vitesse pour les hautes vitesses de sollicitation [KLE 88] selon la formule suivante :

$$\sigma_r^{dyn} = \sigma_r^0 \cdot \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{fast}^{0c}} \right)^{\gamma^c} \quad (1.10)$$

Les paramètres  $\dot{\epsilon}_{fast}^{0c}$  étant là aussi une valeur de vitesse de déformation de référence et  $\gamma^c$  fixe la pente de l'augmentation dynamique. Nous considérerons par la suite le couple de valeur  $(\dot{\epsilon}_{fast}^{0c}, \gamma^c) = (10, \frac{1}{3})$ , couple fittant relativement bien le comportement expérimental présenté.

### 1.2.2.3 Caractérisation dynamique du comportement en traction

En traction, les essais développés pour une meilleure compréhension des propriétés dynamiques des milieux fragiles sont nés avec l'adaptation du système aux barres d'Hopkinson pour la traction dynamique [TED 93], [HUG 93]. Ainsi, on a pu explorer le do-

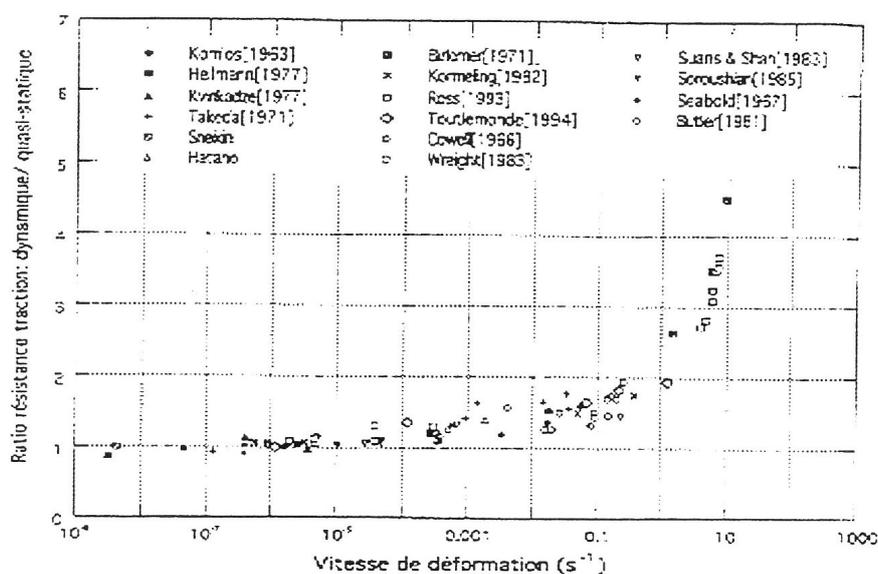


FIGURE 1.6: Influence de  $\dot{\epsilon}$  en traction – [CAM 99]

maine des vitesses de sollicitation importantes (au-delà de  $1s^{-1}$ ). A la différence des essais d'Hopkinson en compression, un bord de l'échantillon est laissé en interface libre. La première application de ce système pour la traction dynamique a été développée à l'Université de Technologie de Delft [ZIE 82]. Différents types de procédés expérimentaux existent tout en fournissant des résultats relativement bien homogènes.

La Figure [Fig. 1.6] illustre l'augmentation de résistance en traction apparente avec la vitesse de déformation. On constate là encore deux phases distinctes d'augmentation de résistance apparente en traction du béton avec un changement de pente pour une vitesse de déformation critique  $\dot{\epsilon}_c = 1s^{-1}$  :

- dans la première phase, qui s'étend du quasi-statique jusqu'à  $1s^{-1}$ , l'augmentation reste très faible avec un rapport "résistance dynamique/résistance statique" inférieur ou égal à 2.

$$\sigma_r^{dyn} = \sigma_r^0 \cdot \left( 1 + A_0' \cdot \log \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{slow}^{0r}} \right) \quad (1.11)$$

Les paramètres  $\dot{\epsilon}_{slow}^{0r}$  étant une valeur de vitesse de déformation de référence et  $A_0'$  un paramètre fixant la pente de l'augmentation dynamique.

- Au-delà de  $1s^{-1}$ , la résistance du béton devient extrêmement sensible à la vitesse de déformation puisque le rapport de 2 à  $< 1s^{-1}$  passe 5 à  $10s^{-1}$ .

$$\sigma_r^{dyn} = \sigma_r^0 \cdot \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{fast}^{0r}} \right)^\gamma \quad (1.12)$$

Les paramètres  $\dot{\epsilon}_{fast}^{0r}$  étant là aussi une valeur de vitesse de déformation de référence

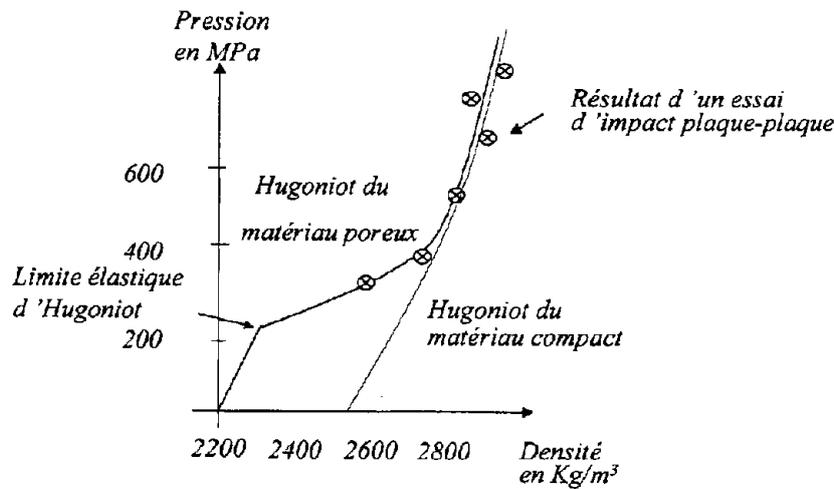


FIGURE 1.7: Effet Compactage

et  $\gamma$  fixe la pente de l'augmentation dynamique. Nous considérerons par la suite le couple de valeur  $(\dot{\epsilon}_{fast}^{0t}, \gamma) = (1, \frac{1}{2})$ , couple fittant relativement bien le comportement expérimental présenté.

L'origine de ces effets n'est cependant pas encore bien comprise. Il est cependant certain que de nombreux facteurs influencent ce phénomène telle la composition du béton [REI 90], la vitesse de fissuration intrinsèque du matériau [THO 93], l'influence de l'eau notamment [ROS 93] qui peut être expliquée par l'effet Stefan (la résistance en traction du béton sec n'est pas affectée par la vitesse de déformation lorsque celle-ci est inférieure à  $1s^{-1}$  alors que pour un béton humide, la résistance en traction est multipliée par 2 pour une vitesse de  $1s^{-1}$ ).

#### 1.2.2.4 Compaction du béton sous pression hydrostatique – [CAM 99]

Pour étudier le phénomène de compactage du béton sous sollicitation dynamique ont utilisé des essais d'impacts sur plaque afin d'atteindre des fortes pressions. Ainsi un projectile est propulsé à une vitesse de  $1000 m.s^{-1}$ . L'onde de compression produite, de l'ordre de 2.5 GPa, compacte le matériau avant même le mouvement d'ensemble de l'éprouvette. Ceci permet d'obtenir un point de la courbe pression – densité du matériau testé. Cette courbe est la courbe d'Hugoniot et permet de caractériser le comportement dynamique à la compaction du milieu considéré. Chaque essai ne permet cependant de construire qu'un seul point de la courbe, d'où la nécessité de nombreux essais.

La figure [Fig. 1.7] montre l'influence de la porosité sur la courbe d'Hugoniot. La Limite Élastique d'Hugoniot (LEH) représente le seuil de comportement élastique volumique au-delà duquel des phénomènes d'effondrement de la porosité se produisent. Pour des pressions plus importantes, les courbes d'Hugoniot du matériau poreux et compact se rejoignent. L'Hugoniot du milieu compact est l'asymptote du milieu équivalent poreux. Cette partie haute de la courbe est caractérisée par des phénomènes internes aux

constituants cristallins (fractures intragranulaires, mosaïcisme, changement de phase, ...).

### 1.2.3 Modèles existants de comportement du béton en dynamique

Il existe de très nombreux types de modèles numériques du béton en dynamique. Citons en premier les modèles micromécaniques, regroupant les modèles de type "lattice model" (description du milieu par des poutres ou des barres) ou de type éléments discrets (description du milieu par des un assemblage de particules). Les modèles micromécaniques ont été introduits par Curran et al. [CUR 72]. Afin d'obtenir la bonne taille de fragments, la fissure ou le rayon de la dislocation (à l'échelle microscopique) obtenue à partir du modèle constitutif est reliée au rayon des fragments. Quand au nombre de fragments, il est lié au nombre de fissures. Ainsi, cette théorie n'est applicable que si la taille maximale des fragments est très inférieure à la taille des éléments.

Une autre alternative est de modéliser directement la microstructure du matériau. Cette idée a été utilisée par Morikawa et al. [Pro], Donze et al. [DON 97], Cundall [CUN 96] ou encore Hentz et Daudeville [HEN 03] en utilisant des éléments discrets. Une des difficultés de cette approche est de trouver des modèles appropriés afin de reproduire correctement le comportement macroscopique.

La mécanique de l'endommagement continu où le milieu est considéré homogène malgré la présence de défauts, moyennés sur un volume élémentaire caractéristique, constitue le principal cadre d'étude et de modélisation du comportement des bétons en dynamique rapide.

La plupart des modèles utilisés récemment ou implémentés dans des codes de calcul commerciaux (PAMCRASH, LS DYNA, RADIOSS, ...) font appel à des lois de comportement élastoplastiques avec endommagement. Le livre écrit sous la direction de J. Mazars et Alain Millard [MAZ 04] constituent une synthèse importante des divers modèles existants. Ces différentes lois se différencient par :

- le critère de plasticité utilisé (Von Mises, Tresca, Druker-Prager, Mohr-coulomb, Gurson [GUR 77], Hsieh-Ting-Chen [RAB 06b],...) notamment pour prendre en compte le comportement du béton sous sollicitation isotrope (compression hydrostatique et compactage),
- l'introduction de dépendance à la vitesse de déformation des contraintes à rupture.

Très récemment, des méthodes prenant en compte la fissuration dynamique en introduisant des champs de déplacements discontinus ont été mises au point. Dans ces modèles, comme le propose par exemple par Xu et Needleman [XU 96], Camacho et Ortiz [CAM 97] et Ortiz et al. [ORT 99], des fissures sont mises en place le long des bords inter-éléments existants. Ortiz et al. ont appliqué cette classe de méthodes avec un certain succès au dynamisme de la rupture fragile et ductile des matériaux. L'une des restrictions de cette méthode repose sur le fait que le chemin de fissuration doit être aligné avec le maillage. Deux méthodes peuvent surmonter cette difficulté :

- le remaillage, très coûteux en temps de calcul,
- la méthode des éléments finis étendus X-FEM [MOE 99], [MOE 02]. La méthode a été appliquée à des problèmes dynamiques en 2D par Belytschko et al. [BEL 03],

Réthoré [RÉT 05] ou Grégoire [GRé 07]. Si la méthode est idéale pour étudier les problèmes complexes de fissuration de manière précise, la méthode devient très couteuse en temps de calcul pour des problèmes de fissuration excessive et la fragmentation.

Randles et al. [RAN 96a] a étudié la fragmentation de réservoirs cylindriques sous explosion. Ils ont utilisé une méthode sans maillage ("meshfree") et un modèle de plasticité, la fragmentation se produisant tout naturellement par la séparation des particules. Ils ont ainsi été en mesure de prédire la taille et la distribution des fragments de nombreuses expériences de manière précise. Le seul problème des méthodes meshfree réside dans la création de fissures par des artefacts numériques liées à une instabilité numérique de ces méthodes. Les auteurs Belytschko et al. [BEL 00a] ainsi que Rabczuk et al. [RAB 04] étudient des améliorations de la stabilité des ces méthodes avec un résultat assez significatif mais soulignent également que l'instabilité numérique peut encore se poser si les déformations deviennent trop grandes.

### 1.2.4 Bilan / Synthèse

L'étude du comportement du béton en dynamique rapide met en avant un certain nombre de caractéristiques spécifiques. On peut citer notamment la dépendance de la réponse dynamique à la vitesse de déformation de la sollicitation appliquée, dans les régimes de traction et de compression. De plus, un changement de comportement (ruptures, porosité, raideur, ...) du béton est constaté sous chargement de compression à forte pression hydrostatique.

Nous avons donc choisi de développer un modèle numérique reposant sur :

- les idées récentes des méthodes "Meshfree" avec une méthode SPH normalisée (présentée dans le chapitre suivant).
- associé un modèle de comportement élastoendommageable, modèle volontairement plus simple que les modèles élastoplastiques classiquement utilisés [RAB 06b] (comportant 26 paramètres matériaux à fournir au code de calcul) en étendant le principe de J. Mazars "les sollicitations de traction sont à l'origine de la fracturation du béton" à la dynamique rapide.

## 1.3 Loi de comportement élasto-endommageable type Mazars originelle

### 1.3.1 Hypothèses de départ

De nombreuses hypothèses sont formulés par J. Mazars [MAZ 84] sur le comportement matériau :

- le comportement du matériau est le fruit du couplage de l'élasticité à l'endommagement,

- seules les sollicitations induisant au moins une direction principale  $i$  en extension ( $\varepsilon_i > 0$ ) sont susceptibles d'endommager le matériau : les ruptures locales se produisent alors soit en mode I, soit en mode mixte (I + II),
- la part de l'endommagement dans la création des déformations permanentes étant indéterminé puisqu'elles proviennent aussi de l'état de contrainte interne, l'ensemble des phénomènes est attribué à une modification du comportement élastique,
- un endommagement isotrope est considéré afin de réduire le nombre de variables,
- la dissymétrie "traction – compression" du comportement est considérée comme étant le résultat de la coexistence de deux types d'endommagement, un de traction et un de compression, possédant chacun une loi d'évolution différente (plus lente en compression qu'en traction).

### 1.3.2 Mesure de déformation et déformation équivalente

Pour traduire l'état de sollicitation local, il est particulièrement intéressant d'utiliser un paramètre d'équivalence, à l'image de la contrainte équivalente au sens de Von-Mises en plasticité. J. Mazars définit donc une notion semblable à partir des déformations permettant de se référer à un cas de chargement unidirectionnel. Le mode d'endommagement traité étant lié aux extensions, la sollicitation uniaxiale de base choisie est la traction. La déformation équivalente souhaitée doit ainsi posséder 3 caractères :

- caractériser l'état local d'extension du matériau,
- donner le même rôle aux trois directions de l'espace,
- permettre de retrouver les résultats de la traction uniaxiale.

Cette mesure est constituée de la norme des déformations principales positives et représente donc un état de sollicitations par l'amplitude des zones en traction.

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_i (H_i \varepsilon_i)^2} \quad (1.13)$$

où  $H_i$  est la fonction de Heaviside pour chaque direction  $i$ .

### 1.3.3 Critère

L'idée est très simple, l'endommagement  $D$  apparaît lorsque la déformation atteint un certain seuil  $K$  :

$$\text{critère} = f(\tilde{\varepsilon}, K) = \tilde{\varepsilon} - K(D) = 0 \quad (1.14)$$

### 1.3.4 Loi d'endommagement

A partir de la mesure de déformation définie précédemment et de la condition issue de l'inégalité de Clausius Duhem, J. Mazars choisie une loi d'évolution de l'endommagement, pilotée par 3 paramètres  $\varepsilon_{D_0}$ ,  $A$  et  $B$  :

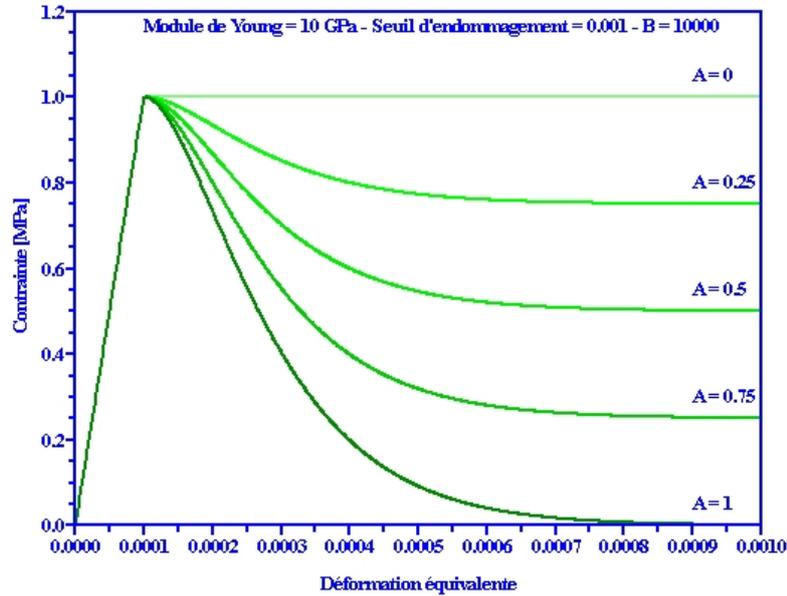


FIGURE 1.8: Evolution de la loi de comportement en fonction de A

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}(1-A)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A}{e^{B(\tilde{\varepsilon}-\varepsilon_{D0})}} \quad (1.15)$$

Les courbes de compression et de traction sont alors composées de deux phases successives :

- la première partie est linéaire avec un matériau sain ( $D = 0$ ) et une déformation inférieure au seuil d'endommagement initial,
- la seconde est "exponentielle" avec un matériau qui s'endommage ( $D > 0$ ).

$\varepsilon_{D0}$  est le seuil d'endommagement initial tandis que les paramètres A et B impriment l'évolution de l'endommagement donc la forme de la courbe  $\sigma = f(\varepsilon)$  tel que :

- A impose l'asymptote horizontale de la courbe,
- B impose la forme de la décroissance par rapport à sa valeur :
  - soit une chute brutale de contrainte ( $B < 10000$ )
  - soit à une phase d'accroissement de contrainte suivie d'une décroissance après un passage par un maximum ( $B < 10000$ ).

L'évolution des paramètres A et B pour un module de Young  $E = 10GPa$  et un seuil initial d'endommagement  $\varepsilon_{D0} = 10^{-4}$  est illustrée par les figures [Fig. 1.8, 1.9].

### 1.3.5 Couplage Traction - Compression

Représentons schématiquement la distribution d'endommagement autour d'un élément de volume soumis à un essai de compression simple [Fig. 1.10], le "bulbe d'endom-

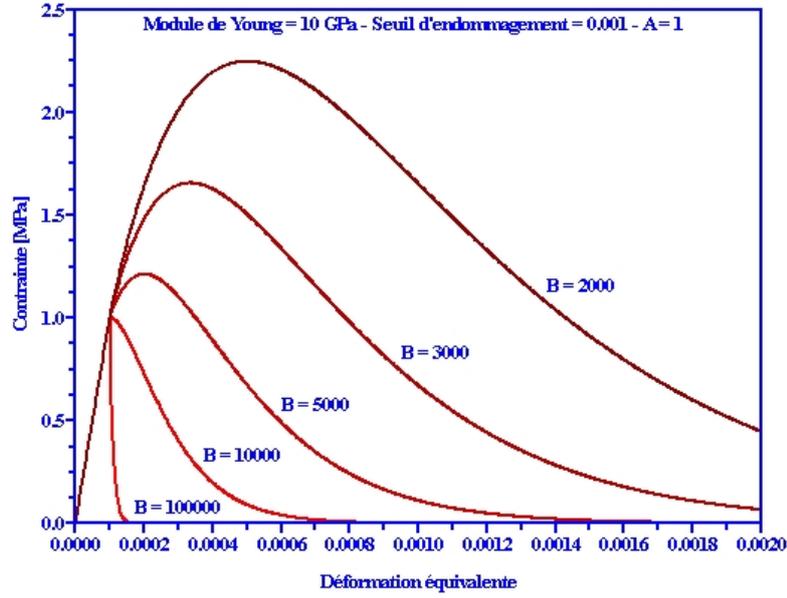


FIGURE 1.9: Evolution de la loi de comportement en fonction de B

agement" alors obtenu est dissymétrique : l'endommagement est plus important dans la direction en traction que dans celle en compression.

Cette dissymétrie "traction - compression" du comportement mécanique du béton est prise en compte dans le modèle au travers de la définition d'un endommagement global comme une combinaison linéaire d'un endommagement de traction et d'un second de compression pondéré par l'amplitude de chaque type de sollicitation :

$$D = \alpha_t D_t + \alpha_c D_c \quad (1.16)$$

$$\alpha_t + \alpha_c = 1$$

La décomposition des déformations principales en déformations positives et négatives à partir du signe et de l'intensité des contraintes permet d'obtenir une estimation de la proportion de traction et de compression présente dans le matériau :

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ti} + \varepsilon_{ci} \quad (1.17)$$

$$\text{où, } \varepsilon_{ti} = \frac{1+\nu}{E} \langle \sigma \rangle_i^+ - \frac{\nu}{E} \text{tr} \langle \sigma \rangle^+ \quad \text{et} \quad \varepsilon_{ci} = \frac{1+\nu}{E} \langle \sigma \rangle_i^- - \frac{\nu}{E} \text{tr} \langle \sigma \rangle^- \quad (1.18)$$

$$\text{donc, } \alpha_t = \sum_i H_i \frac{\varepsilon_{ti} (\varepsilon_{ti} + \varepsilon_{ci})}{\tilde{\varepsilon}^2} \quad \text{et} \quad \alpha_c = \sum_i H_i \frac{\varepsilon_{ci} (\varepsilon_{ti} + \varepsilon_{ci})}{\tilde{\varepsilon}^2} \quad (1.19)$$

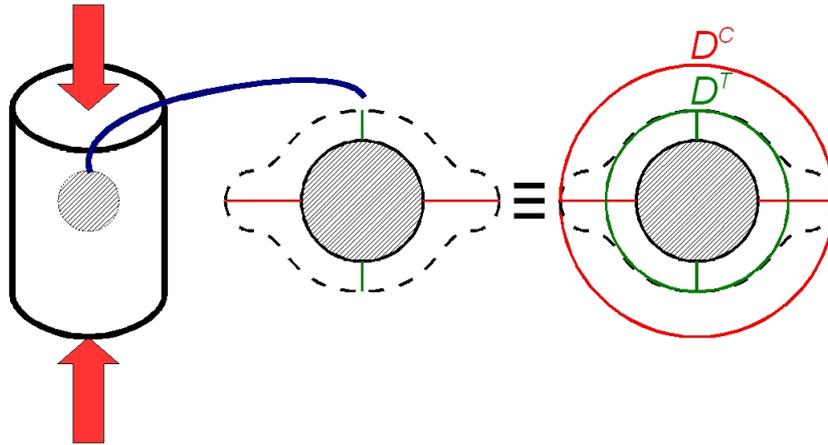


FIGURE 1.10: Bulbe d'endommagement dans un cas de compression

### 1.3.6 Synthèse

Le modèle classique élastique avec endommagement de type Mazars ([MAZ 84]) repose sur le postulat que ce sont les sollicitations de traction qui conduisent à la ruine du matériau et compte six paramètres matériaux :

- un seuil d'endommagement initial  $\epsilon_{D_0}$ ,
- un couple  $(A_t, B_t)$  définissant la loi d'évolution en traction,
- un autre couple  $(A_c, B_c)$  pour la loi en compression,
- un endommagement critique  $D_c$ .

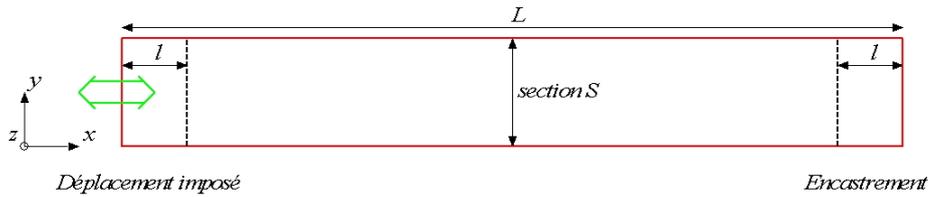
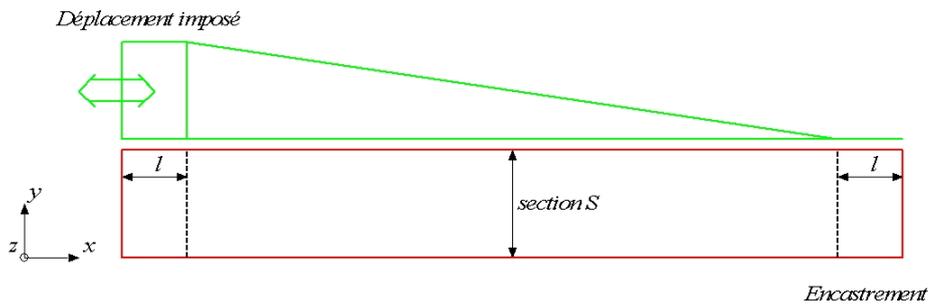
## 1.4 Propriétés du modèle Mazars classique en dynamique rapide

Ce paragraphe illustre les résultats et les problèmes inhérents à l'utilisation du modèle précédent en dynamique rapide au travers des résultats sur des tests académiques de traction et de compression simple.

### 1.4.1 Présentation du test

Afin de mettre en évidence les propriétés de ce modèle, on utilise donc un test basé sur une poutre encastree-libre avec deux conditions de déplacements imposés :

- soit un déplacement imposé de traction ou de compression en rampe tout le long de la poutre, imposant ainsi une condition de vitesse" de déformation identique tout le long de la poutre.
- soit un déplacement imposé de traction ou de compression sur un petit volume à l'extrémité libre de la poutre.


**FIGURE 1.11:** Description de l'exemple - Sollicitation n°1

**FIGURE 1.12:** Description de l'exemple - Sollicitation n°2

Seuls les déplacements dans la direction  $\rightarrow x$  sont imposés, les autres restent libre. Les calculs sont conduits jusqu'à rupture de la poutre.

Les caractéristiques dimensionnelles et matériaux sont présentées au sein de la table **Tab. 1.1.**

### 1.4.2 Effets de la vitesse de déformation sur le modèle

Les résultats du test avec la sollicitation n°2 (à déplacements imposés en rampe) réalisé à 3 niveaux de déplacements correspondant à 3 vitesses de déformation, permettent de mettre en évidence les effets de la vitesse de déformation sur le modèle numérique de type Mazars classique.

Ainsi, l'augmentation de la vitesse de déformation conduit à créer un confinement inertiel d'autant plus grand que la sollicitation est rapide. Or comme le modèle élasto-endommageable de type Mazars utilise une déformation équivalente calculée à partir des déformations positives, l'effet de confinement inertiel inhérent à l'utilisation du modèle en dynamique rapide engendre deux phénomènes :

- **une augmentation du module de Young apparent dans la partie linéaire non endommagée.**

Ce phénomène, particulièrement visible sur la figure [Fig. 1.13], résulte de la diminution des déformations transverses avec l'augmentation de la vitesse de déformation. La contrainte apparente est donc la suivante :

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2 \cdot \mu) \varepsilon_{xx}$$

## 1. Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles

---

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
<b>Dimensions</b>	
Longueur $L$ [m]	1
Section $S$ [m]	$0.25 \times 0.25$
Longueur $l^*$ [m]	0.15
<b>Loi de comportement</b>	
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	1000
Module de Young [ $GPa$ ]	10
Coefficient de Poisson	0.3
$\epsilon_{D_0}$	$1e^{-4}$
$(A_T, B_T)$	(1, 20000)
$(A_C, B_C)$	(1, 953.88)
$D_c$	1
Contrainte à rupture [ $MPa$ ]	
en traction	1
en compression	10
<b>Discrétisation</b>	
Méthode numérique	Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH)**
Maillage	3 niveaux de raffinements sections $5 \times 5$ , $10 \times 10$ et $20 \times 20$ particules
<b>Chargement</b>	
Type de sollicitation	Déplacement de traction imposé (SPH)**
Vitesses de déformation [ $s^{-1}$ ]	0.1, 10, 100 ou 10000

### Remarques

\* Volumes où les conditions limites des tests sont imposées.

\*\* Le détail de la formulation est présentée dans le chapitre suivant.

**TABLE 1.1:** Caractéristiques de la poutre utilisée

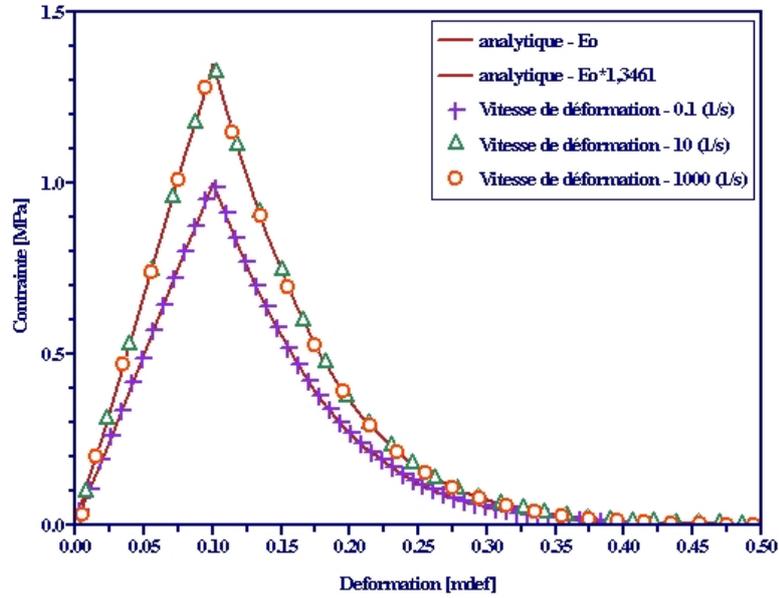


FIGURE 1.13: Courbes "Contrainte-Déformation" en traction en fonction de la vitesse de déformation - Maillage  $20 \times 20$

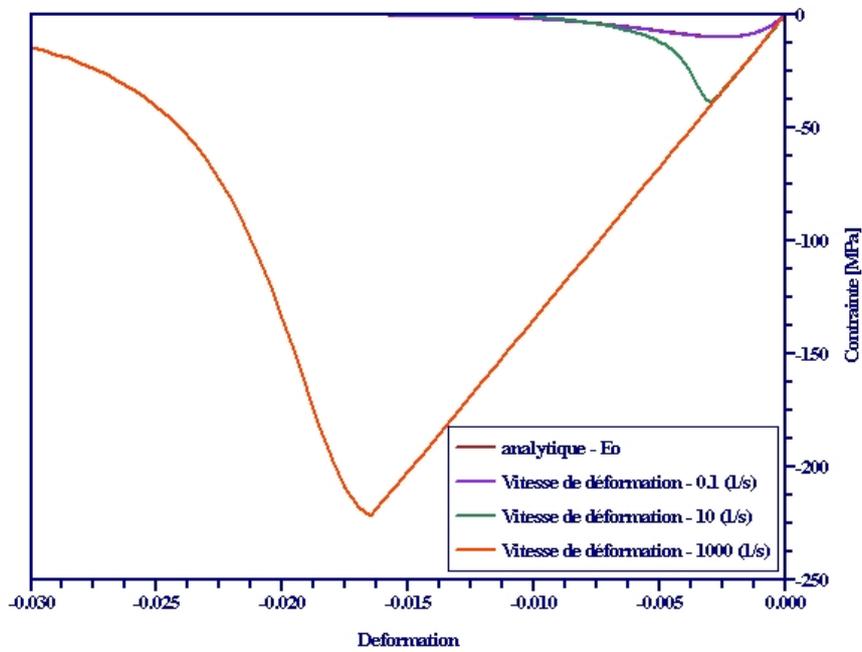


FIGURE 1.14: Courbes "Contrainte-Déformation" en compression en fonction de la vitesse de déformation - Maillage  $20 \times 20$

Et le module de Young apparent tend quant à lui vers une valeur défini par :

$$E = \lambda + 2 \cdot \mu = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2 \cdot \nu)}$$

Soit une augmentation de 34,6% pour un coefficient de poisson de 0,3.

- **une augmentation des contraintes à rupture, notamment dans le cas d'une sollicitation de compression simple.**

Comme les déformations transverses sont faibles, la déformation équivalente mesure un état de compression beaucoup plus faible que dans le cas quasi-statique correspondant. L'endommagement du matériau est donc plus lent qu'en quasi statique (du moins en terme de déformation de compression égale).

*Remarques.* Ces augmentations de contraintes à rupture ne correspondent pas à celles constatées expérimentalement. En effet, si les contraintes à rupture en compression sont plus importantes que celles mesurées expérimentalement, leur augmentation en traction avec la vitesse de déformation est, quant à elle, bien trop faible. On constate également la convergence du modèle numérique (loi Mazars et méthode SPH) avec le raffinement du maillage vers la solution analytique.

### 1.4.3 Localisation de l'endommagement – Dépendance au maillage

Les simulations numériques effectuées avec des matériaux adoucissants ne fournissent pas de résultats objectifs vis à vis du maillage. Cela se traduit en général par une localisation artificielle de la déformation ou de l'endommagement dans une zone dont la taille tend vers zéro lorsque le maillage est raffiné [BAZ 76], [BEN 88]. Ce phénomène apparaît d'autant plus facilement que nous sommes dans le cadre de la dynamique rapide.

Le régime de traction met mieux en évidence le problème de localisation de l'endommagement que la compression ([Figure 1.15]), même si les remarques faites par la suite restent tout à fait valable pour ce régime, notamment pour des vitesse de déformation supérieures à  $1000s^{-1}$ . Ainsi, pour des vitesses de déformation importantes, la taille de la zone complètement endommagée est toujours restreinte à deux plans de particules SPH : ce phénomène constitue la conséquence visible du problème de dépendance au maillage et de localisation de l'endommagement

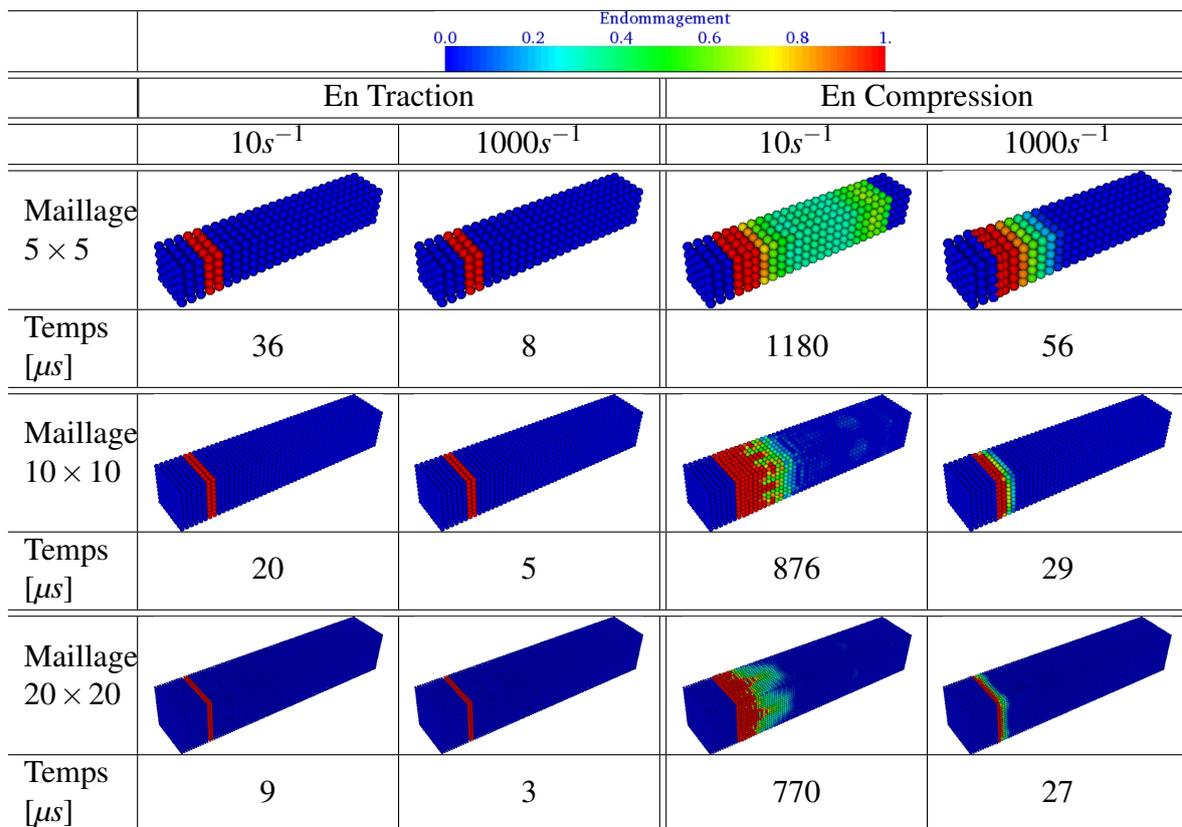
Ce phénomène entraîne divers effets artificiels et numériques handicapant :

- **le temps à rupture tend vers zéro avec le raffinement du maillage.**

Le pas de temps choisi vérifie la condition de Lattanzio [LATTANZIO, 1990] : plus le maillage est fin, plus le pas de temps  $\Delta t$  est petit. Or, l'élément situé à l'extrémité de la poutre atteint l'état comportement endommagé en un nombre de pas de temps égal quel que soit la valeur de  $\Delta t$ . Le temps à rupture tend donc vers zéro lorsque le maillage est infiniment fin.

- **l'énergie dissipée pour rompre la poutre tend elle aussi vers zéro.**

Considérons l'énergie dissipée par unité de volume nécessaire pour atteindre la rupture, celle-ci correspond à l'aire sous la courbe contrainte-déformation. La taille de



**FIGURE 1.15:** Endommagement et Temps de rupture – Sollicitation n°1

la zone complètement endommagée, c'est à dire le volume considéré pour le calcul de l'énergie, est toujours réduite à un unique élément. Par conséquent, l'énergie dissipée tend vers zéro lorsque le maillage est raffiné.

- **le taux d'accroissement de l'endommagement converge quant à lui vers l'infini.** C'est une autre conséquence de la décroissance du temps à rupture. L'endommagement de l'unique élément s'endommageant totalement passe de plus en plus vite de sa valeur initialement nulle à sa valeur critique. Cela signifie le taux d'extension des cavités, mécanisme physique modélisé par l'endommagement, tend lui aussi vers l'infini. Ce scénario semble physiquement improbable.

## 1.5 Modifications du modèle pour son utilisation en dynamique rapide

### 1.5.1 Modification de la mesure de déformation

L'hypothèse "seules les sollicitations induisant au moins une direction principale en extension sont susceptibles d'endommager le matériau" utilisée par J. Mazars pour formuler sa déformation équivalente est relâchée pour son utilisation en impact violent. La mesure de déformation est modifiée dans le but d'autoriser l'endommagement sous chargement de compression rapide induisant des contraintes limites à rupture plus faible et respectant les valeurs expérimentales. La formule retenue est la suivante :

$$\tilde{\varepsilon}^{dyn} = \sqrt{\sum_i (H_i \varepsilon_i)^2} + a \cdot \sqrt{\sum_i ((1 - H_i) \varepsilon_i)^2} \quad (1.20)$$

Cette formulation assez simple prend en compte une partie de la déformation de compression dans la mesure de déformation équivalente. cette idée n'étant pas entièrement nouvelle puisque le modèle plus complexe utilisé par Rabczuk et Eibl [RAB 06b] comporte un terme similaire. Le paramètre  $a$  est ensuite déterminée en considérant qu'une même mesure de déformation doit être obtenue par la relation **Eq.1.20** sous chargement très rapide et la relation **Eq.1.13** mais sous chargement lent. Ainsi, lors d'un chargement de compression simple, les déformations principales sont les suivantes :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} < 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} = -\nu \cdot \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} = -\nu \cdot \varepsilon_{xx} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

On impose alors la condition  $\tilde{\varepsilon}^{dyn} = \tilde{\varepsilon}^{stat}$  qui permet d'obtenir la valeur de  $a = \sqrt{2} \cdot \nu$  et ainsi, la mesure de déformation équivalente suivante.

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_i (H_i \varepsilon_i)^2} + \sqrt{2} \cdot \nu \cdot \sqrt{\sum_i ((1 - H_i) \varepsilon_i)^2} \quad (1.22)$$

*Remarques.* La valeur du paramètre  $B_c$  doit être modifié afin de retrouver la valeur de contrainte limite à rupture considérée en quasi statique. Ceci étant, le modèle permet bien

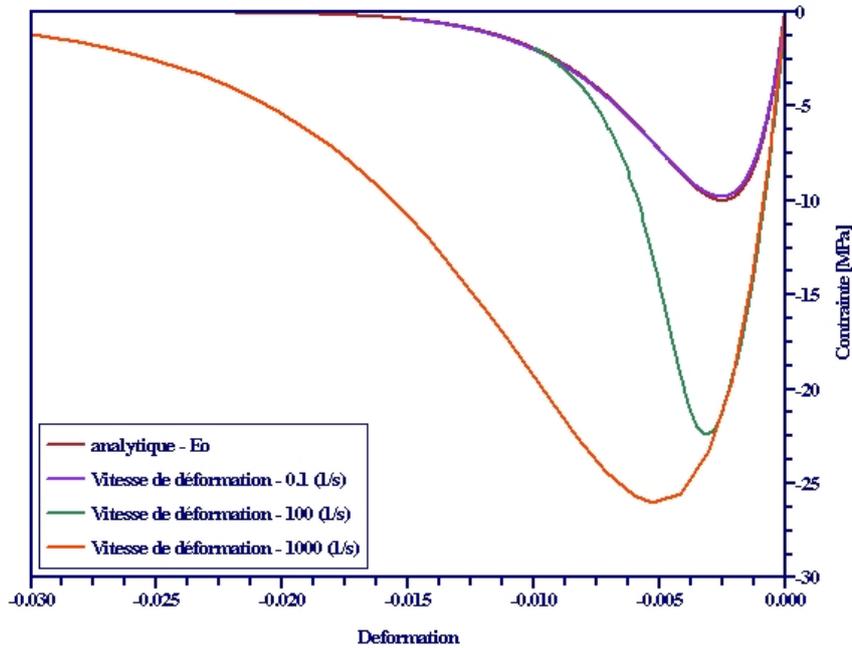


FIGURE 1.16: toto

de reproduire une contrainte à rupture en compression multiplié par un facteur 3 à  $1000s^{-1}$  par rapport au cas quasi statique, relativement fidèle à la littérature expérimentale.

### 1.5.2 Limitation du taux de croissance de l'endommagement

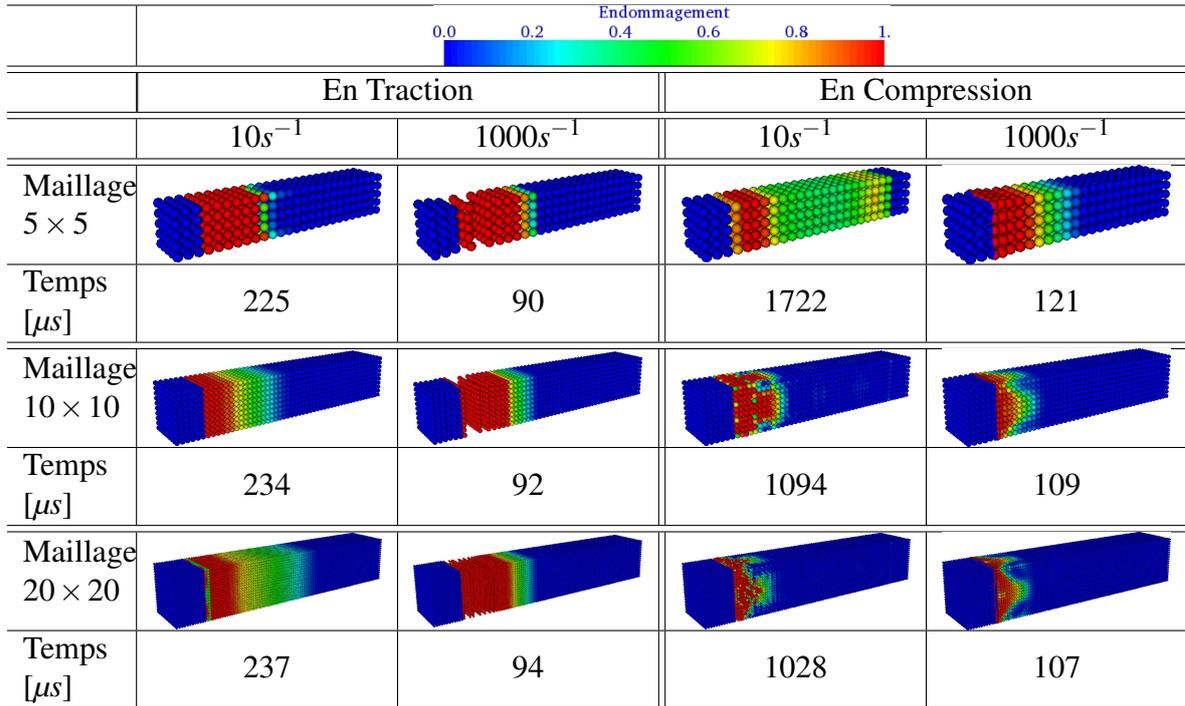
La solution retenue pour s'astreindre de la localisation artificielle de l'endommagement et de l'effet de dépendance au raffinement du maillage inhérent à l'utilisation de lois de comportement adoucissantes est la technique de la limitation du taux de croissance de l'endommagement développé par de nombreux auteurs, citons Allix et Deü [ALL 97] ou encore Suffis et al. [SUF 04]. Nous ne présenterons ici que les quelques relations utiles à la compréhension de l'implantation numérique. Ainsi, ce modèle introduit, au choix, soit une longueur caractéristique  $L_{car}$  (longueur minimale sous laquelle l'endommagement ne peut pas localiser) soit un temps caractéristique  $\tau_c$ . Ces paramètres vont permettre de borner le taux d'accroissement de l'endommagement afin que celui-ci ne tende vers une valeur infinie, non physique. Les relations principales sont les suivantes :

- la première permet de calculer le taux de croissance d'endommagement,

$$\dot{D} = \frac{1}{\tau_c} e^{-a(D^{nc} - D)} \quad (1.23)$$

avec  $D^{nc}$ , l'endommagement avant correction (celui prédit par le modèle Mazars classique) et  $D$ , l'endommagement courant.

## 1. Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles



**FIGURE 1.17:** Endommagement et Temps de rupture – Sollicitation n°1

– la seconde lie le paramètre  $\tau_c$  à une longueur caractéristique  $L_{car}$ ,

$$L_{car} = c\tau_c \ln \left( \frac{\Delta\sigma}{\sigma^{lim}} \right) \quad (1.24)$$

avec  $\Delta\sigma$ , le saut de contrainte imposé par l'impact et  $\sigma^{lim}$ , la contrainte à partir de laquelle l'endommagement est retardé.

Reprenons l'exemple de la poutre en traction avec déplacement imposé du paragraphe 1.4.3 où nous constatons le problème de localisation et de dépendance au maillage. Les résultats avec cette modification sont rassemblées dans la figure [Figure 1.17]. Le paramètre  $a$  est pris égal à l'unité tandis que  $L_{car}$  est fixé à 1/4 de la longueur de la poutre.

Cette modification inhibe donc bien les phénomènes parasites de localisation comme le montre une taille de la zone endommagée et un temps de rupture relativement indépendants du niveau de raffinement du maillage utilisé et de la valeur de vitesse de déformation.

*Remarque.* Le paramètre de l'effet retard  $a$  ne constituera donc pas un paramètre en soi puisque pris égal à l'unité tandis que  $L_{car}$  sera choisi comme étant 3 fois la longueur caractérisant un matériau (taille des agrégats pour le béton par exemple)

### 1.5.3 Dépendance de la limite à rupture à la vitesse de déformation en traction

Comme montré expérimentalement par le paragraphe 1.2.2, le modèle doit contenir une dépendance à la vitesse de déformation notamment dans le régime de traction afin d'être prédictif. Si dans le régime de compression, cette dépendance est "naturellement" induite par le confinement inertiel, elle nécessite un ingrédient supplémentaire en traction. On ajoute donc au modèle un facteur d'amplification dynamique surpondérant le seuil de déformation initial utilisé en traction. Ainsi, le modèle possèdera donc deux seuils initiaux de déformation : un pour la traction et un pour la compression, tels que :

- Si  $\dot{\epsilon}_c < 1s^{-1}$ ,  $C_{Dyn} = 1$ , Sinon,  $C_{Dyn} = \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{fast}^{0r}} \right)^{\gamma}$ .
- le seuil d'endommagement initial en compression reste le même ( $\epsilon_{D_0}$ ) tandis qu'en traction, le seuil est multiplié par le facteur d'amplification dynamique et s'écrit donc  $C_{Dyn} \cdot \epsilon_{D_0}$ .

*Remarque.*

Les trois paramètres introduits  $\gamma$ ,  $\dot{\epsilon}_c$  et  $\dot{\epsilon}_{fast}^{0r}$  sont intrinsèques au matériau et le trio de valeur choisies  $(\frac{2}{3}, 1, 1)$  correspond au couple fittant les courbes expérimentales.

### 1.5.4 Synthèse

Un nouveau modèle est proposé, comportant une modification de la déformation équivalente afin de prendre en compte une évolution de l'endommagement sous chargement de compression rapide même multiaxial et 10 paramètres : en plus des six premiers paramètres identiques au modèle classique, un paramètre  $L_{car}$  correspondant à la limitation du taux de croissance de l'endommagement, les paramètres  $\dot{\epsilon}_c$ ,  $\dot{\epsilon}_0$  et  $\gamma$  pour la dépendance à la vitesse de déformation en traction sont ajoutés. Des exemples de jeux de données pour le béton figurent dans le chapitre 2 [Tab....].

## 1.6 Implantation Numérique

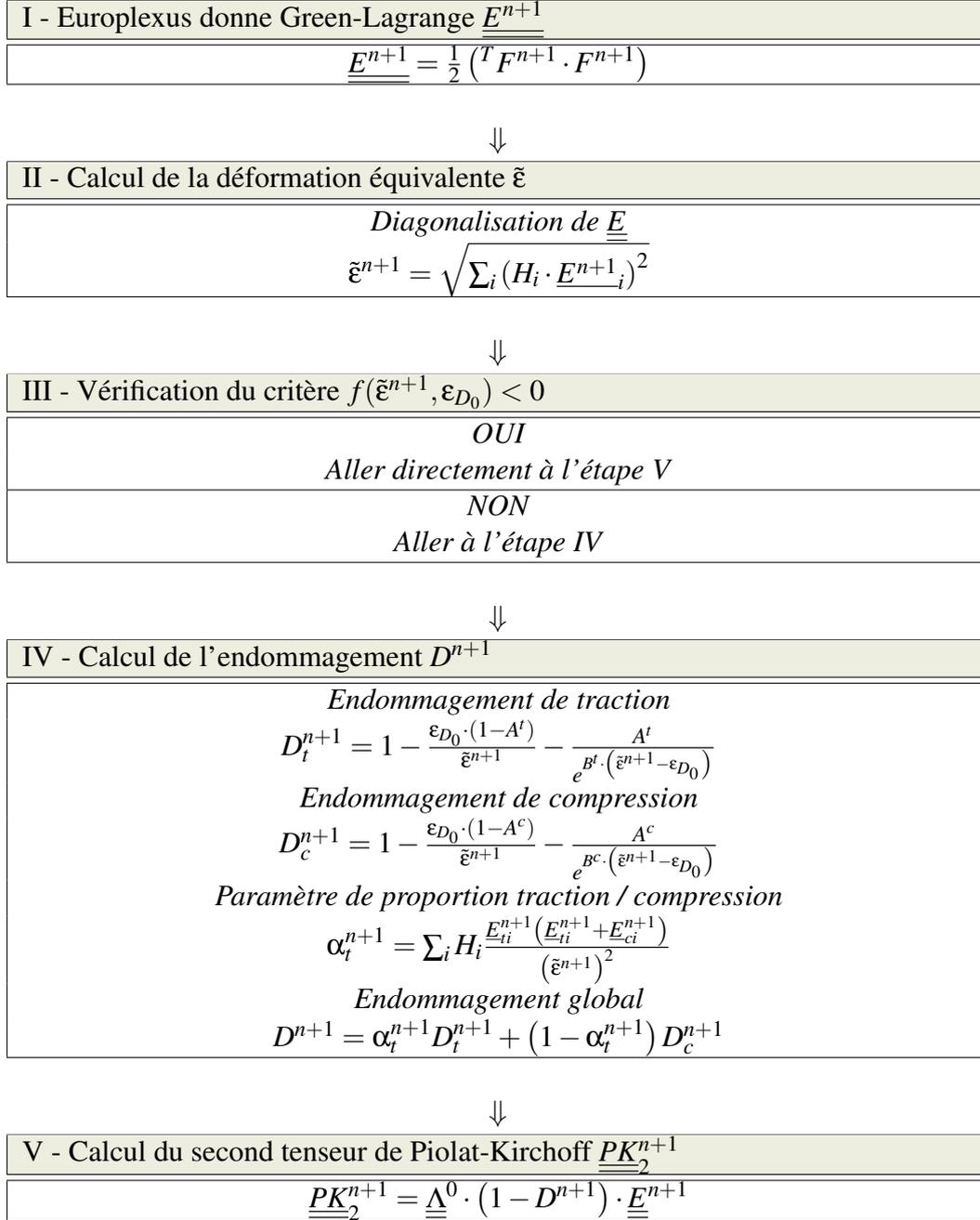
Le code de calcul en dynamique explicite Europlexus ne contient pas de loi élasto-endommageable de type Mazars. Cette loi a donc été entièrement implémenté au sein de ce code de calcul. Dans un souci de souplesse d'utilisation (en vue de son utilisation pour divers matériaux fragiles) la loi a été implantée avec ses divers effets en "option". Ainsi, la limitation du taux d'endommagement et la dépendance de la loi de traction à la vitesse de déformation peuvent être ajoutée ou non à la loi de base.

### 1.6.1 Algorithme de base

L'algorithme de la sous-routine implantée dans Europlexus, correspondant au modèle classique de Mazars, est donné dans la table **Tab.** 1.6.1

## 1. Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles

---



**FIGURE 1.18:** Algorithme du Code EUROPLEXUS – Modèle Mazars classique

## 1.6.2 Algorithme de dynamique rapide

Les modifications de l'algorithme sont présentées par les parties en orange dans la table **Tab. 1.6.2**

## 1.7 Gestion des "débris"

Une fois la valeur de l'endommagement correspondant à l'endommagement critique  $D_c$ , les particules ne sont donc plus liées les unes aux autres. Deux solutions sont alors possibles :

- Soit, on coupe les connectivités de la particule SPH et son voisinage on considère que la particule est une masse ponctuelle avec sa propre énergie cinétique mais ignorant l'existence des autres particules ( similitude avec les éléments fantômes en FEM).
- Soit on choisit de tenir compte des interactions avec ses voisins. La formulation solide SPH bascule alors vers une formulation fluide SPH lorsque l'endommagement atteint la valeur de l'endommagement critique (et que suffisamment de particules voisines sont devenues des particules de fluide – au moins 6 voisins sont nécessaires). Ce choix implique cependant de gérer les interactions "solide/fluide" par un algorithme extérieur. Nous utiliserons un algorithme présent dans le code de calcul EUROPLEXUS, l'algorithme PINBALL, présenté ci-après.

*Remarque.* Cet algorithme est également utilisé pour gérer les interactions éléments finis et particules SPH lorsque deux corps distincts utilisant des modèles numériques différents entrent en collision (par exemple, missile–dalle ou plus généralement, impacteur–cible)

### 1.7.1 PINBALL Europlexus

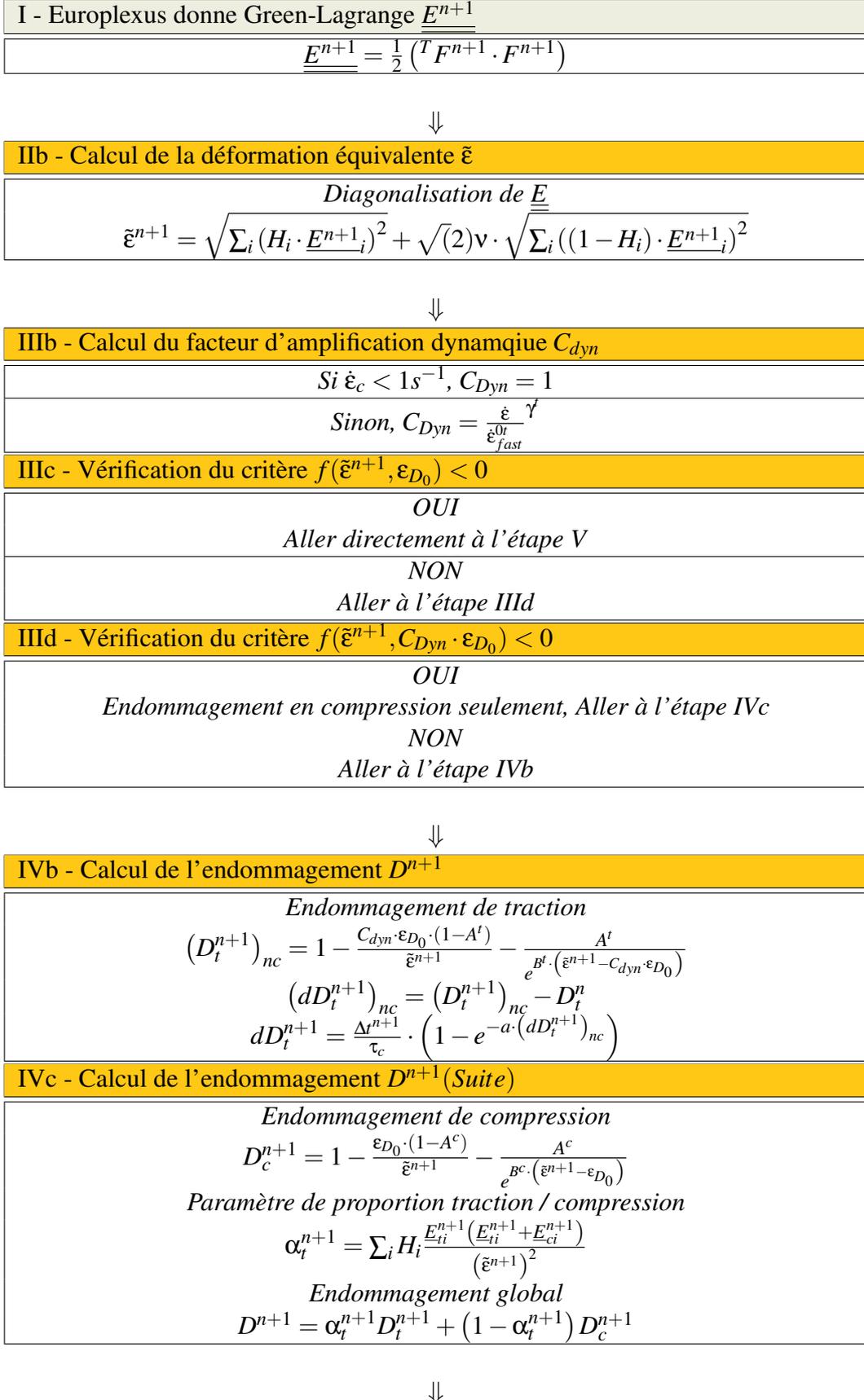
L'existence d'un certain nombre de cas tests dits "pathologiques" dans le cadre de l'utilisation d'algorithmes classiques de gestion des contacts appelés "Maitre-Esclave" a conduit Belytschko et Neal [BELYTSCHKO, 1995], à mettre au point une nouvelle méthode, la méthode PINBALL. Cette méthode permet de détecter de manière plus simple et plus efficace les contacts et a été implémentée dans le code de calcul EUROPLEXUS par Folco Casadei (CCR Ispra). La description qui va suivre s'inspire en grande partie de ses publications. On pourra donc s'y référer pour plus de détails [CASADEI, 2000].

L'algorithme procède suivant 4 étapes :

#### 1. Détection du contact.

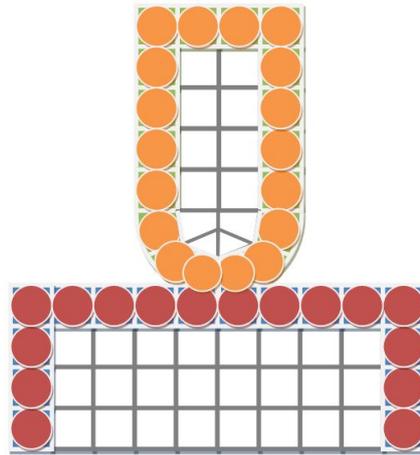
Le principe fondamental de la méthode consiste à remplacer les éléments finis se trouvant sur les bords des solides par des billes et à détecter le contact à l'aide de l'interpénétration entre ces billes. Chaque bille possède alors une "couleur" en fonction de son appartenance à l'un ou l'autre des corps. Deux types de contacts sont possibles :

## 1. Loi de comportement SPH pour matériaux fragiles



V - Calcul du second tenseur de Piola-Kirchoff $\underline{\underline{PK}}_2^{n+1}$
$\underline{\underline{PK}}_2^{n+1} = \underline{\underline{\Lambda}}^0 \cdot (1 - D^{n+1}) \cdot \underline{\underline{E}}^{n+1}$

**FIGURE 1.19:** Algorithme du Code EUROPLEXUS – Modèle Mazars adapté à la dynamique rapide



**FIGURE 1.20:** Exemple de génération des PINBALLs sur un maillage EF

- soit des contacts entre des billes de couleurs différentes (contacts entre deux solides distincts),
- soit des contacts entre des billes de même couleur pour gérer des problèmes d'auto-contacts.

Un critère géométrique très simple est utilisé pour la détection du contact, une bille  $i$  est considérée en contact avec une bille  $j$  si :

$$D_{ij} < (R_i + R_j) \quad (1.25)$$

avec  $D_{ij}$ , la distance entre deux billes et  $[R_i, R_j]$ , les rayons des billes  $i$  et  $j$ . Cette méthode de détection des contacts se révèle donc très simple mais surtout particulièrement efficace puisqu'elle permet de s'affranchir de la quasi-totalité des cas tests pathologiques.

2. Calcul des normales. Afin de calculer les forces de réaction, il est indispensable de projeter les vitesses de chaque PINBALL sur un vecteur normal au contact commun. Plusieurs manières existent pour la déterminer : la plus simple, considérée dans le reste de l'étude, consiste à utiliser la direction de la droite reliant les deux centres des billes. (Diverses techniques dans le code de calcul EUROPLEXUS, non présentées ici, permettent de déterminer ces normales à partir de la géométrie des Éléments Finis.)
3. Gestion du rebond. Une fois le contact des PINBALLs traité, le rebond c'est-à-dire le moment où les billes vont commencer à s'éloigner doit être déterminé car les forces de contact

calculées étant des forces de répulsion, elles n'ont de sens que si les PINBALLs sont dans une phase de rapprochement.

La méthode actuellement par défaut dans EUROPLEXUS est assez simple : avant de calculer les forces de réaction, les positions respectives qu'elles occuperaient au pas de temps suivant (sans prendre en compte les forces de contact) peuvent être prédites à partir des valeurs des forces intérieures et extérieures des deux billes. La comparaison de la distance virtuelle entre les deux centres des PINBALLs et la distance réelle obtenue au pas de temps précédent permet de conclure "a priori" sur la présence ou non d'un rebond.

4. Calcul des forces de contact. Il existe deux approches permettant le calcul des forces de contact :
  - La méthode de pénalisation : initialement employée par Belytschko et Neal, elle présente l'inconvénient de recourir à des paramètres de calage dont la détermination n'est pas toujours aisée.
  - Les multiplicateurs de Lagrange : cette méthode est utilisée dans la forme actuelle de la méthode PINBALL existant sous EUROPLEXUS et c'est elle que nous allons considérer à présent.

Supposons maintenant qu'un certain nombre de billes entrent en contact au pas de temps  $t^{n+1}$ , des forces de réaction aux contacts vont être ajoutées au sein de l'équation d'équilibre. Ces forces de réaction sont calculées de manière à obtenir une condition cinématique particulière. Deux choix sont possibles sous Europlexus :

- **Soit, celui par défaut, une écriture sur les vitesses au pas de temps  $t^{n+\frac{3}{2}}$ .**

Cependant, cette condition utilisée par défaut par EUROPLEXUS ne convient pas au calcul des matériaux particuliers adoucissants car il n'est pas conservatif du point de vue énergétique. La relation conduit à égaliser les vitesses des solides à une valeur correspondant au barycentre des vitesses, ce qui implique que :

  - en l'absence de forces intérieures, les particules resteront "collées",
  - l'énergie cinétique n'est pas conservée.

Cette limite n'est pas rédhibitoire lorsqu'une petite partie d'un solide est traité par le code PINBALL (par exemple l'impact entre deux structures qui plastifient) mais devient problématique dans notre cas où la totalité (ou une grande partie) du solide va être traité par cet algorithme.
- **Soit sur les vitesses au pas de temps  $t^{n+1}$ .**

Cette relation fournit in fine l'écriture des relations d'un choc élastique classique et conserve donc l'énergie cinétique. Cependant, la durée du choc n'est pas maîtrisée car elle est égale à la durée d'un pas de temps et dépend donc directement de la discrétisation temporelle utilisée.

## 1.7.2 Adaptation de la méthode PINBALL aux contacts "SPH (matériau endommageable) – Eléments Finis"

La méthode PINBALL présente comme grand avantage le fait que son principe puisse facilement s'appliquer à d'autres types d'éléments par exemple à des points matériels ou à des billes dans le cadre de modélisation par des méthodes particulières et en particulier la méthode SPH. Le code PINBALL tel qu'il est implémenté à l'heure actuelle dans EUROPLEXUS permet en effet déjà de prendre en compte une grande variété d'éléments, et offre donc en théorie la possibilité de gérer de nombreux types de contact comme par exemple les contacts SPH – EF.

Cependant dans le cadre du problème qui nous intéresse, à savoir le contact SPH (matériau endommageable) - structure EF, quelques modifications ont dues être apportées pour permettre aux calculs de fonctionner correctement :

- utilisation de la seconde condition sur les vitesses,
- utilisation d'une directive "SELF" (permettant de gérer les contacts d'un même corps) modifiée.

Les particules cassées ne sont plus soumises à aucune force interne et n'affectent plus la loi de comportement des autres billes. Ces billes "fantômes" sont cependant prises en compte dans les contacts par la directive "SELF". Il est nécessaire de créer un "masque" en fonction de l'endommagement de la particule : les contacts entre particule d'un même corps ne sont autorisés que si au moins une des billes du contact est cassée.

## 1.8 Conclusions

Un modèle de comportement et de rupture applicable en général aux matériaux fragiles, est proposé. Ce nouveau modèle, basé principalement sur les travaux de J. Mazars comportent une modification de la mesure de déformation équivalente développée par Mazars et 10 paramètres :

- un seuil d'endommagement initial  $\epsilon_{D_0}$ ,
- un couple  $(A_t, B_t)$  définissant la loi d'évolution en traction,
- un autre couple  $(A_c, B_c)$  pour la loi en compression,
- un endommagement critique  $D_c$
- un paramètre  $L_{car}$  correspondant à la limitation du taux de croissance de l'endommagement,
- les paramètres  $\dot{\epsilon}_c$ ,  $\dot{\epsilon}_0$  et  $\gamma'$  pour la dépendance à la vitesse de déformation en traction.

Ce modèle de comportement défini, nous allons maintenant procéder à sa validation par la comparaison entre des simulations utilisant ce modèle et des expériences de perforation et fragmentation de dalles béton présentes dans la littérature. Cette validation est l'objet du chapitre suivant.



**Deuxième partie**

**Application à la perforation de dalles  
béton.**



## Chapitre 2

# Couplage "EF-SPH" en dynamique par la méthode Arlequin.

### *Application au béton sous impact.*

Cette section détaille la méthode utilisée pour la réalisation du collage d'un problème régi par une seule physique, définie sur un seul domaine  $\Omega$  mais discrétisé avec deux formulations différentes, se recouvrant partiellement ; dans notre cas entre une discrétisation EF et une discrétisation SPH. Après des applications numériques simples visant à montrer les capacités et les limites de la méthode, des simulations de perforation et d'impacts de projectile sur dalles béton sont confrontées à des résultats expérimentaux. Le but est de valider la loi matériau établie dans le premier chapitre.

#### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>40</b>
<b>2.2</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>41</b>
2.2.1	Schéma d'intégration temporel : Newmark aux différences centrées	41
2.2.2	Rappels du formalisme de la méthode SPH	44

---

2.2.3	Les méthodes de couplage "Meshless – FEM" . . . . .	49
2.2.4	Conclusion . . . . .	50
<b>2.3</b>	<b>PROBLEME CONTINU AVEC COUPLAGE DE DEUX FORMULA-</b> <b>TIONS</b> . . . . .	<b>51</b>
<b>2.4</b>	<b>FORMULATION COUPLAGE "SPH - FE"</b> . . . . .	<b>52</b>
2.4.1	Choix de l'opérateur de couplage . . . . .	52
2.4.2	Choix des fonctions de pondération . . . . .	52
2.4.3	Interpolation des déplacements SPH . . . . .	53
2.4.4	Ecriture de la matrice de couplage . . . . .	55
2.4.5	Schéma d'intégration temporel . . . . .	56
<b>2.5</b>	<b>APPLICATIONS NUMERIQUES SIMPLES</b> . . . . .	<b>57</b>
2.5.1	Discrétisations utilisées . . . . .	57
2.5.2	Test $n^{\circ}1$ : Essai à vitesse initiale imposée . . . . .	57
2.5.3	Test $n^{\circ}2$ : Essai de traction à déplacement imposé . . . . .	60
2.5.4	Test $n^{\circ}3$ : Essai de flexion à effort imposé . . . . .	60
2.5.5	Conclusion . . . . .	63
<b>2.6</b>	<b>SIMULATIONS D'EXPERIENCES</b> . . . . .	<b>64</b>
2.6.1	Expérience de Hanchak et al. [HAN 92] . . . . .	64
2.6.2	Expérience de Zhang et al. [ZHA 05] . . . . .	69
<b>2.7</b>	<b>Conclusions</b> . . . . .	<b>72</b>

---

## 2.1 Introduction

Les méthodes "Meshfree" sont devenues une alternative crédible à la méthode des éléments finis (FEM) dans certains cas, comme les problèmes de grandes déformations, la fracturation ou encore la fragmentation. En effet, les méthodes sans maillage semblent être plus souples que les éléments finis en raison de leur particularité de posséder une connectivité pouvant varier au cours du temps entre leurs points (particules). De nombreuses recherches ont été récemment menées pour palier aux difficultés inhérentes à ce type de formulation : consistance, stabilité ou conditions aux limites, comme nous le verrons dans le paragraphe 2.2.2. De plus, l'effort de calcul est bien plus important pour les méthodes sans maillage que pour les éléments finis pour obtenir une précision équivalente. Ainsi, pour une même précision, la méthode sans maillage nécessite une discrétisation beaucoup plus fine que pour les éléments finis. Par conséquent, aussi longtemps qu'aucune formulation sans maillage n'alliera les qualités de robustesse, de stabilité et d'efficacité, il est très utile d'utiliser des couplage entre formulation Meshfree (discrétisant seulement des parties du domaine, notamment celles subissant des perforations ou de la fragmentation) et éléments finis (discrétisant le reste du domaine).

## 2.2 Etat de l'art

Cette section dresse l'état de l'art des principaux domaines inhérents à l'étude que nous effectuons ensuite. Ainsi, dans un premier temps, les schémas d'intégration numérique de Newmark, qui incluent le schéma explicite habituel pour les codes de calcul dynamiques (et en particulier pour Europlexus [EUR 02] que nous utiliserons ensuite) sont décrits. Ensuite, quelques rappels des formalismes des méthodes numériques utilisées (Eléments finis et Smoothed Particules Hydrodynamics) précèdent la synthèse des diverses techniques de couplages de méthode sans maillage et avec maillage existants. cette synthèse permettra de situer le cadre de l'étude de notre couplage.

### 2.2.1 Schéma d'intégration temporel : Newmark aux différences centrées

Ce type de schéma [NEW 59] est principalement utilisé pour l'intégration en temps de problèmes de dynamique transitoire des structures discrétisées en espace.

L'équation d'équilibre (pour un modèle sans amortissement) à intégrer est la suivante :

$$\begin{cases} M\ddot{U} + KU = F^{ext}(t) \\ \dot{U}(t_0) = \dot{U}^0 \\ U(t_0) = U^0 \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $M$  est la matrice de masse et  $K$ , la matrice de rigidité.

#### 2.2.1.1 Présentation générale

Les méthodes de Newmark sont une famille de méthodes numériques d'intégration en temps à un pas qui s'appuie sur le développement en série de Taylor du déplacement et de la vitesse [GER 93] :

$$\begin{cases} U^{t+\Delta t} = U^t + \Delta \dot{U}^t + \int_t^{t+\Delta t} (t + \Delta t - \tau) \ddot{U}(\tau) d\tau \\ \dot{U}^{t+\Delta t} = \dot{U}^t + \int_t^{t+\Delta t} \ddot{U}(\tau) d\tau \end{cases} \quad (2.2)$$

où  $\Delta t$  est le pas de temps et  $U^t$ ,  $\dot{U}^t$  et  $\ddot{U}^t$  sont respectivement les vecteurs déplacement, vitesse et accélération au pas de temps  $t$  de la structure discrétisée. Le calcul de l'intégrale est alors obtenu en approximant la forme de la variable à intégrer sur l'intervalle considéré (ici l'accélération). On obtient ainsi le couple d'équations suivant :

$$\begin{cases} \int_t^{t+\Delta t} \ddot{U}(\tau) d\tau \approx (1 - \gamma) \Delta t \dot{U}^t + \gamma \Delta t \dot{U}^{t+\Delta t} \\ \int_t^{t+\Delta t} (t + \Delta t - \tau) \ddot{U}(\tau) d\tau \approx (1 - 2 \cdot \beta) \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}^t + 2 \cdot \beta \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}^{t+\Delta t} \end{cases} \quad (2.3)$$

En substituant l'expression des intégrales dans les séries de Taylor, on obtient alors les équations classiques de la famille des schémas de Newmark :

$$\begin{cases} U^{t+\Delta t} = U^t + \Delta t \dot{U}^t + \frac{\Delta t^2}{2} ((1 - 2 \cdot \beta) \ddot{U}^t + 2 \cdot \beta \ddot{U}^{t+\Delta t}) \\ \dot{U}^{t+\Delta t} = \dot{U}^t + \Delta t (\gamma \ddot{U}^{t+\Delta t} + (1 - \gamma) \ddot{U}^t) \end{cases} \quad (2.4)$$

On peut écrire ces égalités différemment en faisant intervenir ce que l'on appelle les prédicteurs du schéma de Newmark et que l'on note  ${}^P U^t$  pour le prédicteur du déplacement au temps  $t$  et  ${}^P \dot{U}^t$  pour le prédicteur de la vitesse au temps  $t$  qui sont des quantités connues explicitement à partir du pas de temps considéré :

$$\begin{cases} {}^P U^t = U^t + \Delta t \dot{U}^t + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \ddot{U}^t \\ {}^P \dot{U}^t = \dot{U}^t + \Delta t (1 - \gamma) \ddot{U}^t \end{cases} \quad (2.5)$$

De telle sorte que :

$$\begin{cases} U^{t+\Delta t} = {}^P U^t + \Delta t^2 \beta \ddot{U}^{t+\Delta t} \\ \dot{U}^{t+\Delta t} = {}^P \dot{U}^t + \Delta t \gamma \ddot{U}^{t+\Delta t} \end{cases} \quad (2.6)$$

En injectant ces formulations dans l'équation d'équilibre **Eq. 2.1**, on obtient donc une relation entre les quantités au temps  $t$  et l'accélération au temps  $t + \Delta t$ .

$$\begin{cases} (\beta \Delta t^2 K + M) \ddot{U}^{t+\Delta t} = F^{ext t+\Delta t} - K (U^t + \Delta t \dot{U}^t + \Delta t^2 [\frac{1}{2} - \beta] \ddot{U}^t) \\ = F^{ext t+\Delta t} - K {}^P U^t \end{cases} \quad (2.7)$$

Connaissant donc toutes les quantités au temps  $t$  et les efforts extérieurs au temps  $t + \Delta t$ , il est donc possible de déduire (en inversant notamment la matrice  $(\beta \Delta t^2 K + M)$ ) l'accélération au temps  $t + \Delta t$ . Comme les prédicteurs au temps  $t$  sont explicitement connus au début du pas de temps (**Eq. 2.5**), il est donc possible de déduire, par les équations **Eq. 2.6**, le déplacement et la vitesse au temps  $t + \Delta t$ . De plus, le caractère implicite ou explicite de la méthode apparaît dans l'équation **Eq. 2.7** au travers de la matrice  $(\beta \Delta t^2 K + M)$  : le schéma sera explicite si  $\beta$  est nul. On obtient alors la particularité des schémas explicite : la valeur des déplacements à la fin de pas de temps est connue dès le début de ce pas de temps ! De plus, si on choisit de diagonaliser la matrice de masse  $M$ , la résolution ne nécessite alors plus d'assemblage de matrice : c'est la méthode dynamique explicite.

### 2.2.1.2 Convergence des schémas numériques de Newmark

Le choix adéquat des paramètres  $\gamma$  et  $\beta$  permet aux schémas de Newmark d'être convergents, c'est à dire que, à un temps  $t$  fixé,  $U^t$  tend vers  $U(t)$  quand  $\Delta t$  tend vers 0. Afin d'exprimer les conditions de convergence des schémas de Newmark, nous allons exprimer les relations de stabilité et de consistance de ces schémas puisque ces deux caractéristiques sont une condition nécessaire et suffisante de convergence de la méthode [HUG 87]. Afin d'étudier la stabilité et la consistance, l'étude d'un problème simple, mais non restrictif, qui est le problème de vibration libre [HUG 87] conduit aux relations suivantes :

- Stabilité

Algorithme	Type	$\gamma$	$\beta$	Stabilité $\omega^{max} \Delta t^{crit}$	Ordre de précision
purement explicite	exp.	0	0	0	1
différence centrée	exp.	1/2	0	2	2
Fox-Coodwin	imp.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	2.45	2
accélération linéaire	imp.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	3.46	2
accélération moyenne	imp.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\infty$	2
accé. moyenne modifiée	imp.	$\frac{1}{2}$	$\frac{(1+\gamma)^2}{4}$	$\infty$	1

**TABLE 2.1:** Résumé des propriétés des schémas numériques de Newmark

- le schéma est inconditionnellement stable si :

$$\frac{1}{2} \leq \gamma \leq 2\beta \quad (2.8)$$

- le schéma est stable si :

$$\frac{1}{2} \leq \gamma \quad \text{et} \quad 2\beta \leq \gamma \quad (2.9)$$

Sous réserve d'un pas de temps  $\Delta t$  inférieur à un pas de temps critique  $\Delta t^{crit}$

$$\Delta t^{crit} = \frac{1}{\omega^{max} \sqrt{\frac{\gamma}{2} - \beta}} \quad (2.10)$$

$\omega^{max}$  est la plus grande pulsation propre de la structure discrétisée. Celle ci est majorée par le maximum des  $\omega^{max}$  des éléments pris individuellement [GRA 00], c'est à dire par la pulsation propre associée au plus petit élément. Cette pulsation est minimisée par :

$$\omega^{max} = \frac{2c}{l} \quad (2.11)$$

où  $c$  est la célérité des ondes dans le matériau considéré, et  $l$  la plus petite longueur caractéristique des éléments (distance entre deux noeuds).

#### – Consistance

On peut montrer [HUG 87] que les schémas de Newmark sont consistants et que leur ordre de convergence est égal à 2 si  $\gamma = \frac{1}{2}$  et à 1 si  $\gamma \neq \frac{1}{2}$ .

### 2.2.1.3 Résumé

Selon les valeurs des coefficients caractéristiques, les propriétés des schémas numériques varient. Le tableau **Tab. 2.1** résume les différentes caractéristiques correspondantes [GOU 72],[DUR 00].

Dans le cadre d'une étude de choc, d'impact ou d'explosion dynamique, un schéma explicite est généralement utilisé (à l'image du code utilisé ici, Europlexus). Nous considérons donc systématiquement le schéma de Newmark aux différences centrées dont l'ordre de convergence est égal à 2. Le paramètre  $\gamma$  est donc égal  $\frac{1}{2}$  et le paramètre  $\beta$  est nul. Ceci implique en particulier une condition, communément appelée condition de Courant, sur le choix du pas de temps qui s'écrit :

$$\Delta t \leq \Delta t^{crit} \approx a \frac{w^{max}}{2\pi} \quad (2.12)$$

Le coefficient  $a$  est généralement pris égal à 0.8 et est choisie empiriquement afin d'empêcher les instabilités générées par la formule approchée **Eq. 2.11**

### 2.2.2 Rappels du formalisme de la méthode SPH

La méthode de modélisation la plus communément utilisée aujourd'hui est la méthode des éléments finis. Cette méthode s'est imposée depuis son apparition dans les années 50 comme un outil standard car fiable et éprouvé. Elle a cependant montré quelques inconvénients majeurs liés à l'utilisation d'un maillage au fil du temps :

- L'utilisation d'un maillage s'avère problématique dans le cas de grandes déformations car certains éléments peuvent se distordre très fortement induisant :
  - d'importantes erreurs dans le calcul,
  - et même la divergence du calcul dans le cadre de la dynamique rapide puisque comme des schémas d'intégration en temps explicite sont utilisés, l'écrasement d'un ou plusieurs éléments conduit à la chute du pas de temps, empêchant ainsi d'atteindre la fin de la simulation.
- Les éléments ne peuvent pas se "couper" interdisant la prise en compte de ruptures ou de détachements de matière.

Diverses solutions pour remédier à l'ensemble de ces problèmes ont été inventées avec plus au moins de succès. Citons :

- le remaillage qui peut s'avérer complexe à mettre en oeuvre, coûteux en temps de calcul et source d'erreur lors des transferts de données entre ancien et nouveau maillage,
- les approches eulériennes qui sont intéressante dans la mesure où elles permettent de gérer de grands écoulements de matière sans déformations de maillage, les rendant particulièrement attrayantes dans le domaine de la mécanique des fluides. Mais les problèmes de type impact ou explosion avec la présence de nombreux bords et interfaces et leur constante évolution au cours de la simulation nécessitent une approche de type lagrangienne.
- les méthodes dites "d'érosion" [JOH 87] offrent la possibilité de représenter des décohésions de matière en éliminant du calcul les éléments trop déformés. Cette technique est cependant souvent à l'origine de pertes excessives de masse ou d'énergie et se révèle assez dépendante au maillage.

- les méthodes des éléments finis enrichis X-FEM [Ref.] qui permettent de "couper" des éléments finis afin de prendre en compte l'évolution d'une fissure par le biais de fonction saut.

L'ensemble de ces limitations a amené de nombreux chercheurs à imaginer de nouvelles méthodes numériques n'utilisant plus de maillage. Il semble qu'historiquement la toute première tentative soit celle de Daly ([DAL 65]) qui développa au milieu des années 60 au laboratoire du Los Alamos la méthode MPEF (Méthode des Particules et des Forces) initialement dédiée à la simulation d'impacts de corps fluides puis par la suite étendue aux corps solides [JOH 89],[JOH 86]. La méthode Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) est apparue en 1977 avec les travaux de Gingold et Monaghan [GIN 77] et est souvent évoquée comme étant le point de départ du développement des méthodes sans maillage. Ce domaine n'a cessé depuis de se développer et regroupe aujourd'hui un grand nombre de méthodes différentes dont les principales sont :

- Méthode des différences finies généralisées [LIS 84]
- Element Free Galerkin (EFG) [BEL 94]
- Reproducing Kernel Particle Method (RKPM) [LIU 95b]
- Diffuse elements [NAY 92]
- Meshless finite element [IDE 03]
- Hp Clouds [DUA 95]

Pour une revue plus complète et détaillée, on pourra se référer à [LI 02]. Toutes ces méthodes se différencient notamment par la nature des fonctions de forme utilisées et surtout par la manière dont sont résolues les équations de la mécanique des milieux continus.

En ce qui concerne le code de calcul Europlexus, la méthode Meshfree présente dans le cadre des formulations solides est une formulation SPH normalisée pour les éléments de type volumique et une formulation MLSPH pour les éléments de type coque. Ces formulations ont été introduites dans le cadre du travail de thèse de Bertrand Maurel [MAU 08]. Nous allons maintenant expliciter certains points de la formulation SPH normalisée, seule formulation utilisée dans le cadre de mon travail.

### **Le principe de base**

La base mathématique de la méthode SPH repose sur le fait que la valeur d'une fonction  $f$  quelconque, définie sur un domaine  $\Omega$ , en un point de coordonnées  $\underline{x}$  de  $\Omega$  peut s'écrire à l'aide d'une distribution de dirac  $\delta$  sous la forme :

$$f(\underline{x}) = \int_{\Omega} f(\underline{y})\delta(\underline{x} - \underline{y})d\Omega \quad (2.13)$$

Cette expression peut être approchée en remplaçant le dirac par une fonction noyau noté  $W$ . Celle-ci doit être à support compact (fonction non nulle à l'intérieur d'un certain domaine  $\Omega_i$  qui correspond à son domaine et nulle à l'extérieur). Si on nomme  $h$  le paramètre de la fonction noyau qui définit la taille du support alors à partir de l'équation 2.13, on peut écrire :

$$f(\underline{x}) \approx \tilde{f}(\underline{x}) = \int_{\Omega} f(\underline{y})W(\underline{x}-\underline{y},h)d\Omega \quad (2.14)$$

*Remarque.*

Si  $h$  tend vers 0 alors la fonction noyau tend vers une distribution de dirac retrouvant ainsi la formule **Eq. 2.13**.

Ensuite, pour intégrer spatialement l'équation **Eq.2.14** une intégration nodale est utilisée : on suppose alors que le domaine  $\Omega$  est discrétisé par un ensemble de  $N$  noeuds, et qu'à chaque noeud  $j$  on associe une portion de  $\Omega$  qui est en fait un volume noté  $V_j$ . Ce qui conduit aux relations suivantes :

$$\int_{\Omega} g(\underline{y})d\Omega \approx \sum_j^N g(\underline{y}_j)V_j \text{ avec } \Omega = \sum_j^N V_j \quad (2.15)$$

Et :

$$f(\underline{x}_i) \approx \sum_j^N W(\underline{x}_i - \underline{x}_j, h)V_j \quad (2.16)$$

En notant  $W(\underline{x}_i - \underline{x}_j, h)V_j = N_j$  on obtient une équation tout à fait semblable à l'interpolation classique en éléments finis à ceci près que cette interpolation fait intervenir la totalité des noeuds de la discrétisation, contrairement à l'interpolation en éléments finis où seuls les noeuds de l'élément considéré interviennent.

$$f(\underline{x}_i) \approx \sum_j^N f(\underline{x}_j)N_j \quad (2.17)$$

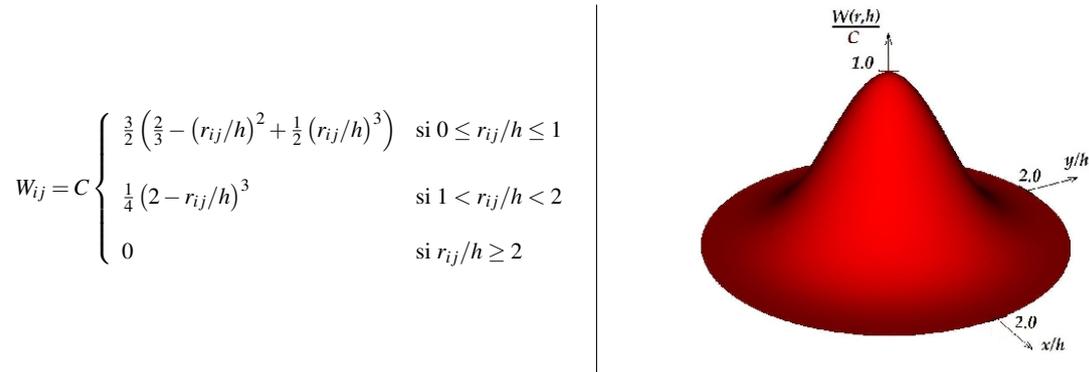
Dans la pratique cependant la fonction noyau étant à support compact on peut réduire la sommation de l'équation 2.16 aux seuls  $N_v$  noeuds présents à l'intérieur du support et pour lesquels  $W$  est non nul. L'ensemble de ces noeuds forme ainsi ce qu'on appellera par la suite le voisinage de la particule  $i$ . L'équation **Eq.2.16** peut alors être réécrite telle que :

$$f(\underline{x}_i) \approx \sum_j^{N_v} f(\underline{x}_j)W(\underline{x}_i - \underline{x}_j, h)V_j \quad (2.18)$$

*NB : par la suite afin d'alléger les équations on remplacera  $W(\underline{x}_i - \underline{x}_j, h)$  par  $W_{ij}$*

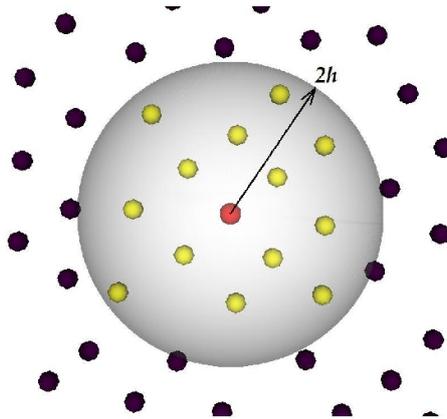
Les fonctions de forme SPH sont donc directement construites à partir de la fonction noyau, le choix de cette dernière est par conséquent particulièrement important. De nombreuses fonctions ont ainsi été proposées et testées de type spline, gaussienne ou exponentielles (se référer à [FUL 96] pour une analyse complète des performances de divers noyau SPH). Celle qui est aujourd'hui assez communément admise comme l'une des plus performantes est une fonction spline appelée W3 ou B3 et définie par :

La fonction noyau ne dépend que de la distance  $r_{ij}$  entre un point  $i$  et son voisin  $j$ . Le support est donc sphérique et le voisinage d'une bille est en fait composé de toutes les



**FIGURE 2.1:** Equation de la fonction noyau SPH et visualition en 2D.

billes voisines pour lesquelles  $r_{ij} < 2h$  comme on peut le voir sur la figure 2.2. Tandis que  $C$  correspond à un facteur de normalisation utilisé pour assurer la condition de partition de l'unité. Les valeurs de  $C$  sont respectivement  $2/3h$ ,  $1/7\pi h^2$  et  $10/\pi h^3$  selon que l'on se trouve en 1D, 2D ou 3D.



**FIGURE 2.2:** Voisinage d'une bille

*Remarque.*

A partir de ce formalisme il est alors possible d'écrire les équations de la mécanique des milieux continus basées sur une formulation forte des équations. La valeur des gradients des champs de déplacements est alors obtenue par la dérivation de la fonction noyau tel que :

– équation de continuité

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_i = -\rho_i \cdot \sum_j V_j (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \vec{\nabla} W_{ij} \quad (2.19)$$

– équation de conservation de la quantité de mouvement

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right)_i = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j}{\rho_j^2}\right) \vec{\nabla} W_{ij} \quad (2.20)$$

*Remarque.*

L'obtention d'une formulation SPH solide, fiable et efficace, nécessite un ensemble d'améliorations par rapport au formalisme de base présenté ici. Citons simplement les améliorations ajoutées par B. Maurel et implémentés au sein du code de calcul Europlexus.

### Normalisation du noyau

La méthode de normalisation du noyau a été proposée par Johnson et Beissel [JOH 96a] en 1D puis étendue aux calculs en 3D par Randles et Libersky [RAN 96b] en introduisant une matrice de correction **B** assurant un ordre de consistance de 1 à la méthode.

Cette normalisation permet de résoudre des problèmes de consistance qui entâchent la formulation SPH de départ. Ainsi, la méthode SPH classique permet d'interpoler un champ à l'aide de la formule **Eq. 2.18**, cependant, cette expression est une mauvaise approximation qui ne respecte pas les conditions de consistance ni d'ordre 1 ni même d'ordre 0 (interpolation exacte de champ constant). La qualité de ces approximations est d'autant plus mauvaise que les billes où elles sont réalisées manquent de voisins. Ainsi les problèmes de consistance se révèlent surtout sur les bords.

Il a également été montré par Belytschko [BEL 05] que le non respect de la condition de consistance à l'ordre 1 empêche la convergence en maillage de la méthode si la taille du noyau diminue avec la taille des billes. En effet la méthode SPH ne converge que si la taille du noyau est maintenue constante lorsque la discrétisation est affinée.

Bien d'autres techniques existent comme le concept de symétrisation introduit par Monaghan et Gingold [GRA 01], la Krongauz Belytschko method (KBM method) proposée par Rabczuk et Belytschko [BEL 00b], la méthode GPA [JOH 02] ou encore la méthode MLSPH proposé par Dilts [DIL 99], [DIL 00] qui consiste à remplacer les fonctions de forme SPH conventionnelles par des fonctions de type MLS.

### Utilisation d'un noyau lagrangien

Cette méthode repose sur le constat que l'instabilité en tension est liée à l'utilisation du noyau SPH classique qui peut être qualifié d'eulérien. Belytschko [BEL 00b] propose ainsi de remplacer ce noyau par un noyau lagrangien noté  $W^o$ . Celui-ci a la même expression que le précédent mais fait intervenir les positions initiales des billes  $\underline{x}_i^0$  et  $\underline{x}_j^0$ . On peut ainsi écrire :

$$W_{ij}^o = W(\underline{x}_i^0 - \underline{x}_j^0, h_o) \quad (2.21)$$

L'utilisation de ce noyau lagrangien signifie que désormais la configuration initiale est la configuration de référence, passant donc d'une formulation lagrangienne réactualisée à une formulation lagrangienne totale. L'utilisation d'une telle formulation se révèle particulièrement efficace pour éviter les problèmes d'instabilité mis en évidence par de nombreux auteurs (Swegle et al. [SWE 94] ou Belytchko) :

- instabilité des équations discrètes SPH dans le cas de contraintes de traction
- problèmes de sous intégration
- instabilité des équations de la mécanique des milieux continus dans le cas de fortes contraintes de compression (flambage)

De plus cette stratégie présente de nombreux autres avantages :

- elle n'introduit ni termes artificiels, ni de dissipation, ni paramètres de calage,
- elle ne nécessite plus de mettre à jour certaines quantités à chaque pas de temps (masses volumiques, voisinages, ...)
- elle permet un gain de temps CPU substantiel lorsque le nombre de billes devient important

### 2.2.3 Les méthodes de couplage "Meshless – FEM"

Nous allons maintenant présenter certaines des approches existantes de couplage "Meshless – FEM". Une bonne vue d'ensemble de ces méthodes de couplage peut être obtenue par la lecture des documents de Li and Liu [LI 04a] ou Rabczuk et al. [RAB 06c].

#### Les couplages "Maître – Esclave"

L'une des premières procédures de couplage "Meshfree – FEM" a été proposé par Ataway et al. [ATT 94]. Leur algorithme repose sur un couplage classique "maître-esclave" [BEL 00c] : à chaque pas de temps, des forces d'interaction sont ajoutées à chaque particule inter-pénétrant des éléments finis. ces forces d'inter-pénétration sont toujours normales à l'élément fini considéré : le glissement tangentiel entre les particules et les éléments finis est autorisé. Une approche similaire a été proposé par Johnson [JOH 94] et Johnson et al. [JOH 96b]. Des éléments de transition sont utilisés en fixant ces particules à des noeuds éléments finis. Le couplage obtenu est alors rigide au sens où les efforts de traction et de cisaillement sont transmis au travers de l'interface. Rabczuk et al. [RAB 06c] propose également une approche où les particules sont fixés rigidement à aux noeuds éléments finis par l'intermédiaire d'un couplage maître-esclave tel que décrit dans la référence [BEL 00c].

#### Les couplages avec fonctions d'intégration mixtes

Liu et al. [LIU 95a],[LIU 97] a montré comment coupler la méthode RKPM avec la méthode des éléments finis en modifiant les fonctions d'intégration dans une zone de transition, à la fois du côté meshfree et FEM. Belytchko et al. [BEL 95] a mis au point un algorithme de couplage Element Free-Galerkin (EFG) et FEM par une interpolation mixte dans le domaine de transition, où les noeuds FEM sont remplacés par les particules et connectés par le biais de fonctions rampes aux noeuds EFG de sorte que la continuité

et la consistance soient conservés sur les éléments de l'interface. En référence [BEL 98], ils ont étendu cette méthode également pour une intégration nodal des EFG. L'inconvénient de cette méthode réside dans le fait que les dérivés sont discontinues le long de l'interface. Huerta et al. [HUE 00], [HUE 04] ont mis au point une approximation mixte et hiérarchique basée sur les méthodes FEM et Meshfree. En enrichissant les deux formulations (FEM et EFG) ils ont été en mesure de supprimer les discontinuités des dérivées au travers des frontières intérieures, principal inconvénient de la méthode de référence [BEL 95].

### **Les couplages avec Multiplicateurs de Lagrange (avec ou sans zone de recouvrement)**

Hegen [HEG 96] a associé FEM et EFG par des multiplicateurs de Lagrange pour des problèmes élasto-statiques. Dans cette approche, la substitution des noeuds FEM par des particules n'est pas nécessaire. Rabczuk et Belytschko [RAB 06a] ont étendu cette idée à des problèmes non-linéaire puis appliqué à des interfaces déformable.

Un couplage par des multiplicateurs de Lagrange avec zone de recouvrement entre les deux formulations a été proposé par Belytschko et Xiao [BEL 04]. Ils ont appelé cette méthode "bridging domain coupling method" et l'ont appliqué à des simulations atomiques et multi-échelles. Un autre couplage similaire a été proposé par Wagner et Liu [WAG 03], [LIU 04a] pour coller une formulation atomique et continue. Alors que le couplage de la référence [RAB 06a] souffre de réflexion d'ondes dans certains cas, Kadowaki et Liu [KAD 04], [KAD 05] ont introduit un algorithme spécial pour contrôler les réflexions d'ondes afin de supprimer cet inconvénient.

### **Les méthodes hybrides**

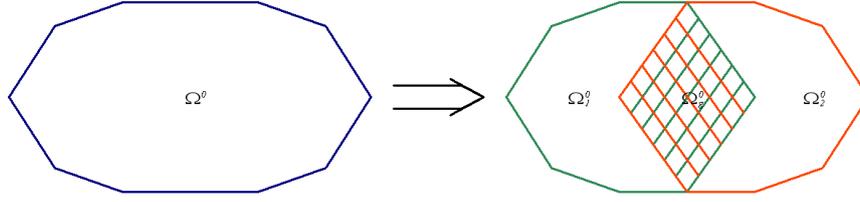
Récemment, le groupe autour de Li et Liu [LIU 04b], [LI 04b], [SIM 04] a mis au point une méthode hybride appelée "Reproducing Kernel Element Method" (RKEM), qui exploite les avantages des deux formulations : par exemple, la fonction d'intégration RKEM remplit la propriété de Kronecker. Une méthode similaire ("Moving Particules FEM") a été élaboré presque simultanément par Hao et al. [HAO 04]. Alors que la plupart des méthodes hybrides sont au moins de premier ordre en matière de convergence, Liu et al. [LIU 04b] a montré que leur méthode RKEM maintient le taux habituel de convergence. Une autre méthode pour maintenir la convergence par un enrichissement hiérarchique a été proposée par Wagner et Liu [WAG 01] et Han et al. [HAN 02].

## **2.2.4 Conclusion**

Dans la suite du document, nous présentons un couplage avec multiplicateurs de Lagrange et zone de recouvrement entre une formulation éléments finis et une formulation SPH normalisée. Ce couplage reprend les principes de bases de la méthode Arlequin étendus à la dynamique rapide et au comportement linéaire sous grands déplacements. La présentation du couplage qui suit est donc basée sur les travaux de A. Ben Dhia [BEN 98] et G. Rateau [RAT 03].

## 2.3 PROBLEME CONTINU AVEC COUPLAGE DE DEUX FORMULATIONS

Cette section détaille la méthode utilisée pour le collage d'un problème régi par une seule physique, définie sur un seul domaine  $\Omega$  mais discrétisé avec deux formulations différentes, se recouvrant partiellement. Ainsi, le domaine non déformé est noté  $\Omega^0$  et le domaine déformé  $\Omega$ . Le domaine  $\Omega^0$  est décomposé en deux sous-domaines  $\Omega_1^0$  et  $\Omega_2^0$  qui se superposent sur une partie  $\Omega_g^0$  de volume non nul [Figure. 2.3].



**FIGURE 2.3:** Décomposition en sous-domaines utilisée dans la méthode Arlequin

Appelons  $\Omega_{1g}^0$  et  $\Omega_{2g}^0$ , la partie de chaque sous-domaine définie par :

$$\begin{aligned}\Omega_{1g}^0 &= \Omega_1^0 \cap \Omega_g^0 \\ \Omega_{2g}^0 &= \Omega_2^0 \cap \Omega_g^0\end{aligned}\tag{2.22}$$

Un opérateur de couplage est alors défini afin d'imposer des états mécaniques identiques dans les volumes  $\Omega_{1g}^0$  et  $\Omega_{2g}^0$ . Pour ce faire, la projection, nommée opérateur de couplage, des composantes représentatives des états mécaniques, nommées espace médiateur, (par exemple les déplacements, les vitesses ou les déformations) aux deux sous-domaines  $\Omega_{1g}^0$  et  $\Omega_{2g}^0$  est imposée identique.

De plus, l'énergie de déformation et cinétique dans la zone de recouvrement doit être répartie sur chaque sous-domaine,  $\Omega_{1g}^0$  et  $\Omega_{2g}^0$ . En effet, ces énergies sont pondérées en chaque point  $M$  par des fonctions de mélange  $\alpha(M), \beta(M)$  formant une partition de l'unité afin de ne pas compter deux fois l'énergie de la zone de recouvrement (la partie  $\Omega_g^0$  est décrite à la fois par  $\Omega_{1g}^0$  et  $\Omega_{2g}^0$ ). Ainsi l'énergie de déformation et l'énergie cinétique seront réparties entre  $\Omega_{1g}^0$  et  $\Omega_{2g}^0$  par la formule :

$$\begin{aligned}W_g^{def} &= \int_{\Omega_g^0} \left[ \alpha(\underline{M}) e_1^{def}(\underline{M}) + (1 - \alpha(\underline{M})) e_2^{def}(\underline{M}) \right] dV^0(\underline{M}) \\ W_g^{kin} &= \int_{\Omega_g^0} \left[ \beta(\underline{M}) e_1^{kin}(\underline{M}) + (1 - \beta(\underline{M})) e_2^{kin}(\underline{M}) \right] dV^0(\underline{M})\end{aligned}\tag{2.23}$$

Dans cette formule  $e_i^{def}$  (resp.  $e_i^{kin}$ ) représentent la densité d'énergie (resp. cinétique) du sous-domaine  $i$ . Dans la formulation Arlequin, chaque sous-domaine  $\Omega_i^0$  respecte donc

indépendamment les équations habituelles de la mécanique des milieux continus mais est contraint sur la zone de recouvrement par des efforts de collage que nous appellerons  $C_i$ . L'équation d'équilibre du sous-domaine  $i$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \int_{\Omega_i^0 - \Omega_{i,g}^0} \rho^0 \underline{v}_i dV^0 + \int_{\Omega_{i,g}^0} \beta_i \rho^0 \underline{v}_i dV^0 \right] &= \int_{\Omega_i^0 - \Omega_{i,g}^0} \underline{\nabla}_X \underline{P}_i dV^0 + \int_{\Omega_{i,g}^0} \alpha_i \underline{\nabla}_X \underline{P}_i dV^0 \\ &+ \int_{\Omega_i^0 - \Omega_{i,g}^0} \rho^0 \underline{f}_i dV^0 + \int_{\Omega_{i,g}^0} \beta_i \rho^0 \underline{f}_i dV^0 + \underline{C}_i \end{aligned} \quad (2.24)$$

où  $i$  est l'indice du domaine considéré ( $i = 1, 2$ ),  $\rho^0$  la masse volumique initiale,  $\underline{v}$  le champ vitesse,  $\underline{P}$  la transposée du premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff and  $\underline{f}$  les forces volumiques.

## 2.4 FORMULATION COUPLAGE "SPH - FE"

### 2.4.1 Choix de l'opérateur de couplage

L'opérateur de couplage est basé sur les multiplicateurs de Lagrange associés à l'espace médiateur constitué par le champ de vitesse. En attribuant arbitrairement le sous-domaine  $\underline{1}$  à la discrétisation SPH et le sous-domaine  $\underline{2}$  aux éléments finis, l'impulsion de couplage peut alors s'écrire par le produit scalaire suivant :

$$W^{couplage} = \int_{\Omega_g^0} \underline{\lambda}^T \left( \underline{v}^{SPH} - \underline{v}^{FE} \right) dV^0 \quad (2.25)$$

avec  $\underline{\lambda}$ , les multiplicateurs de Lagrange et  $\underline{v}$  le champ de vitesse.

### 2.4.2 Choix des fonctions de pondération

Le choix des fonctions de pondérations ( $\alpha(M), \beta(M)$ ) est libre puisqu'elles n'interviennent pas sur les caractéristiques mécaniques du matériau. Nous avons donc choisi des fonctions de pondération qui croissent linéairement à travers l'épaisseur de la zone de collage comme le montre le schéma [Fig. 2.4] :

$$\begin{aligned} \text{Sur } \Omega_g^0, \alpha_{SPH} &= \beta_{SPH} = 1 - 0,75 \cdot x \\ \alpha_{FE} &= \beta_{FE} = 0,75 \cdot x \end{aligned} \quad (2.26)$$

Le choix proposé peut paraître surprenant mais il permet de bien "coller" les particules SPH du domaine 1 au reste du maillage.

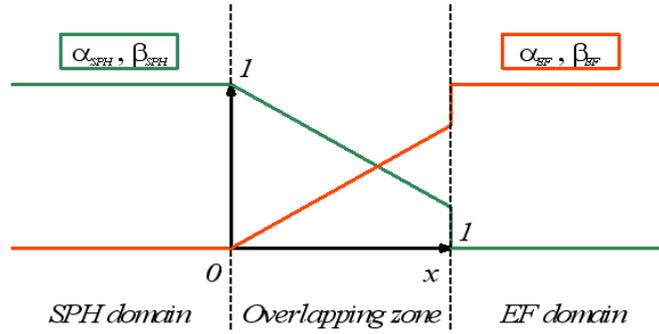


FIGURE 2.4: Distribution des fonctions de pondération

### 2.4.3 Interpolation des déplacements SPH

La construction de la matrice de couplage (basée sur l'équation **Eq. 2.25**) implique une intégration volumique. Cette intégration volumique est obtenue numériquement en utilisant les schéma d'intégration éléments finis standard de Gauss (de coordonnées  $\xi_q$  et de poids  $w_q$ ). Il en résulte donc une liberté de choix de l'espace de discrétisation des multiplicateurs de Lagrange  $\underline{\lambda}$ . Nous avons donc choisi d'interpoler les champs de l'espace des multiplicateurs de Lagrange avec les fonctions de forme EF standard, donc comme les champs EF. Ce choix a l'avantage un espace de discrétisation plus faible et donc d'"assouplir" la contrainte. Cependant, le calcul des intégrales nécessite les valeurs du champ de vitesse SPH aux points de Gauss EF. Ces valeurs  $\tilde{U}$  sont approximées par une interpolation "Moving Least Square" à l'ordre 1.

L'approximation d'un champ s'écrit ainsi sur chaque bille  $i$  sous la forme d'une décomposition sur une base polynomiale :

$$\tilde{U}(\underline{x}) = \sum_k^m p_k(\underline{x}_i) a_k(\underline{x}) = \underline{p}^T(\underline{x}) \underline{a}(\underline{x}) \quad (2.27)$$

Ici  $m$  est le nombre de monômes  $p_i(\underline{x})$  constituant la base polynomiale utilisée auxquels on associe des coefficients notés  $a_i(\underline{x})$ . La détermination des coefficients se fait par minimisation d'un résidu. Ce résidu noté  $J$  s'exprime de la manière suivante :

$$J = \sum_i^N w(\underline{x} - \underline{x}_i) (\tilde{U}(\underline{x}_i) - U(\underline{x}_i))^2 \quad (2.28)$$

$$= \sum_i^N w(\underline{x} - \underline{x}_i) \left[ \sum_k^m p_k(\underline{x}_i) a_k(\underline{x}) - U(\underline{x}_i) \right]^2 \quad (2.29)$$

Ce qui peut être réécrit sous la forme :

$$J = (\mathbf{P}\underline{a} - \underline{U})^T \mathbf{W}(\underline{x}) (\mathbf{P}\underline{a} - \underline{U}) \quad (2.30)$$

avec :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1(\underline{x}_1) & p_2(\underline{x}_1) & \dots & p_m(\underline{x}_1) \\ p_1(\underline{x}_2) & p_2(\underline{x}_2) & \dots & p_m(\underline{x}_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1(\underline{x}_n) & p_2(\underline{x}_n) & \dots & p_m(\underline{x}_n) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

et :

$$\mathbf{W}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} w(\underline{x}-\underline{x}_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w(\underline{x}-\underline{x}_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & w(\underline{x}-\underline{x}_n) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Les coefficients sont ensuite calculés à l'aide des extremums de J :

$$\frac{\partial J}{\partial \underline{a}} = \mathbf{P}^T \mathbf{W}(\underline{x}) \mathbf{P} \cdot \underline{a}(\underline{x}) - \mathbf{P}^T \mathbf{W}(\underline{x}) \underline{U} = 0 \quad (2.33)$$

$$= \mathbf{A}(\underline{x}) \underline{a}(\underline{x}) - \mathbf{G}(\underline{x}) \underline{U} = 0 \quad (2.34)$$

Avec  $\mathbf{A}$  (nommée matrice de moments) et  $\mathbf{G}$  définis par :

$$\mathbf{A} = \mathbf{P}^T \mathbf{W}(\underline{x}) \mathbf{P} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{P}^T \mathbf{W}(\underline{x}) \quad (2.36)$$

On en déduit l'expression des coefficients :

$$\underline{a}(\underline{x}) = \mathbf{A}^{-1}(\underline{x}) \mathbf{G}(\underline{x}) \cdot \underline{U} \quad (2.37)$$

Il vient alors :

$$\tilde{U}(\underline{x}) = \underline{p}^T(\underline{x}) \cdot \mathbf{A}^{-1}(\underline{x}) \mathbf{G}(\underline{x}) \cdot \underline{U} \quad (2.38)$$

Ce qui peut être écrit sous une forme plus conventionnelle :

$$\tilde{U}(\underline{x}) = \underline{\Phi}_j^T \cdot \underline{U} = \sum_j^{N_v} \Phi_j \cdot U(\underline{x}_j) \quad (2.39)$$

Avec :

$$\underline{\Phi}^T = \langle \Phi_1 \ \Phi_2 \ \dots \ \Phi_n \rangle = \underline{p}^T(\underline{x}) \cdot \mathbf{A}^{-1}(\underline{x}) \mathbf{G}(\underline{x}) \quad (2.40)$$

On peut montrer aisément que l'interpolation réalisée dans l'équation **Eq. 2.39** est capable de reproduire exactement toutes les fonctions présentes dans sa base. Pour obtenir une approximation MLS consistante à l'ordre  $n$  il suffit d'utiliser une base polynomiale

complète d'ordre  $n$ . Ainsi, en trois dimensions, pour assurer des consistances à l'ordre 0, 1 ou 2 il faut utiliser respectivement les bases suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ordre 0 : } \underline{p}^T(\underline{x}) = \langle 1 \rangle \\ \text{ordre 1 : } \underline{p}^T(\underline{x}) = \langle 1 \ x \ y \ z \rangle \\ \text{ordre 2 : } \underline{p}^T(\underline{x}) = \langle 1 \ x \ y \ z \ xy \ xz \ yz \ x^2 \ y^2 \ z^2 \rangle \end{array} \right. \quad (2.41)$$

*NB : Dans le cas de l'ordre 0 ( $k = 0$ ), les fonctions d'interpolations portent le nom de fonctions de Shepard et sont définies par :*

$$(\underline{\Phi}_i^k)^T = \frac{W(\underline{x} - \underline{x}_i)}{\sum_{j=1}^{N_v} W(\underline{x} - \underline{x}_j)} \quad (2.42)$$

#### 2.4.4 Ecriture de la matrice de couplage

Ce paragraphe détaille le calcul de la matrice de couplage élémentaire, entre les multiplicateurs de Lagrange et les champs de vitesse EF et SPH :

1. discrétisation de l'énergie de la zone collage,

$$W^{collage} = \int_{\Omega_g^0} \sum_{k=1}^n N_k \Lambda_k \left( \sum_{i=1}^m \Phi_i u_i^{SPH} - \sum_{k=1}^n N_j u_j^{FE} \right) dV^0 \quad (2.43)$$

avec  $N_k$  la fonction de forme EF standard pour le noeud  $k$  et  $\Phi_i$  la fonction d'interpolation MLS associée à la particule SPH  $i$ .

2. remplacement de l'intégrale sur le volume par une intégration numérique basée sur le schéma de Gauss-Legendre,

$$W^{collage} = \sum_{q=1}^{N_{GP}} \left[ \sum_{k=1}^n N_k \Lambda_k(\underline{\xi}_q) \left( \sum_{i=1}^m M_i u_i^{SPH}(\underline{\xi}_q) - \sum_{k=1}^n N_j u_j^{FE}(\underline{\xi}_q) \right) w_q \det \left\{ J(\underline{\xi}_q) \right\} \right] \quad (2.44)$$

3. en imposant une énergie de collage nulle ( $W^{collage} = 0$ ) et des maillages SPH et EF compatibles alors l'équation peut s'écrire,

$$\begin{aligned} W^{collage} = 0 \Rightarrow \underline{P}_{=kj}^{FE} &= - \sum_{q=1}^{N_{PG}} N_k(\underline{\xi}_q) N_j(\underline{\xi}_q) w_q \\ \underline{P}_{=ki}^{SPH} &= - \sum_{q=1}^{N_{PG}} N_k(\underline{\xi}_q) M_i(\underline{\xi}_q) w_q \end{aligned} \quad (2.45)$$

4. la matrice globale  $\underline{P}$  s'écrit dans la base des champs  $\lambda$ ,  $\underline{u}^{SPH}$  and  $\underline{u}^{FE}$  :

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -{}^T \underline{P}^{FE} \underline{P}^{FE} \\ 0 & 0 & {}^T \underline{P}^{FE} \underline{P}^{SPH} \\ -{}^T \underline{P}^{FE} \underline{P}^{FE} & {}^T \underline{P}^{FE} \underline{P}^{SPH} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

### 2.4.5 Schéma d'intégration temporel

Le schéma d'intégration temporel utilisé est le schéma de Newmak aux différences centrées. L'état mécanique au pas de temps  $t^n$  est considéré connu. L'état au pas de temps suivant est alors obtenu par la procédure suivante :

1. calcul du prédicteur des vitesses de des déplacements au pas de temps  $t^{n+1}$ ,

$$\underline{v}^{n+\frac{1}{2}} = \underline{v}^n + \frac{\Delta t^n}{2} \cdot \underline{a}^n \text{ and } \underline{u}^{n+1} = \underline{u}^n + \Delta t^n \cdot \underline{v}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.47)$$

2. calcul des forces extérieures  $F_{ext}^{n+1}$  and internes  $F_{int}^{n+1}$  au pas de temps  $t^{n+1}$ ,

3. calcul des accélérations libres  $\underline{a}_{free}^{n+1}$  (sans les forces artificielles de couplage) :

$$\underline{a}_{free}^{n+1} = \underline{M}^{-1} (\underline{F}_{ext}^{n+1} - \underline{F}_{int}^{n+1}) \quad (2.48)$$

4. calcul des forces de couplages  $\underline{P}^T \lambda^{n+1}$  imposant la condition cinématique sur le travail de la zone de collage  $W^{int} = \underline{P} \underline{v}^{n+1} = 0$ ,

$$\begin{aligned} \underline{P} \underline{v}^{n+1} &= 0 \\ \underline{P} (\underline{v}^{n+1/2} + \frac{\Delta t^n}{2} \cdot \underline{a}_{real}^{n+1}) &= 0 \\ \underline{P} (\underline{v}^{n+1/2} + \frac{\Delta t^n}{2} \cdot (\underline{a}_{free}^{n+1} + \underline{a}_{link}^{n+1})) &= 0 \\ \underline{P} \underline{a}_{link}^{n+1} &= -\underline{P} \underline{a}_{free}^{n+1} - \underline{P} \frac{2}{\Delta t^n} \underline{v}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (2.49)$$

D'où on en déduit la forme finale :

$$\begin{aligned} \underline{P} \cdot \lambda^{n+1} &= \underline{P} \underline{B}^{-1} \cdot \underline{R}^{n+1} \\ \underline{B} &= \underline{P} \underline{M}^{-1T} \underline{P} \\ \underline{R}^{n+1} &= -\frac{2}{\Delta t^n} \cdot \underline{P} \cdot \underline{v}^{n+1/2} - \underline{P} \cdot \underline{a}_{free}^{n+1} \end{aligned} \quad (2.50)$$

5. calcul des accélérations de couplage  $\underline{a}_{link}^{n+1}$  induites par les forces de collage.

$$\underline{a}_{link}^{n+1} = \underline{M}^{-1T} \underline{P} \lambda^{n+1} \quad (2.51)$$

6. sommation des accélérations libre et de couplage afin d'obtenir les accélérations réelles.

*Remarque.*

Les matrices sont considérées constantes dans le temps et, par conséquent, calculées et inversées une seule fois lors de l'initialisation du calcul puis les termes sont stockés. Cependant, cette approximation n'est plus valide si le volume de la zone de couplage change significativement ou si les interfaces tournent sensiblement. Auxquels cas, les matrices  $\underline{\underline{B}}$  and  $\underline{\underline{P}}$  doivent être calculées à nouveau.

## 2.5 APPLICATIONS NUMERIQUES SIMPLES

Les développements respectant la démarche présentée précédemment ont été introduits dans le code de calcul EUROPLEXUS. Plusieurs cas de chargement académique vont être appliqués sur une poutre similaire à celle décrite dans le premier chapitre, simplement avec des dimensions différentes comme présentée dans la table **Tab. 2.2**.

### 2.5.1 Discrétisations utilisées

Les maillages utilisés [**Fig. 2.5**] sont définis de la manière suivante :

- un maillage purement FEM constitué de cubes de 1mm de côté, qui sera appelé FE1 dans la suite,
- des maillages mixtes constitué d'une seule taille de maille élément fini identique au maillage FE1 et d'une série de maillages SPH de plus en plus fins. Le maillage se décompose en : particules SPH pour  $0 < x < 14mm$  et éléments finis pour  $13 < x < 36mm$ . Chaque cube élément fini du maillage EF5 est donc remplacé par 1, 8, 27, 64, 125 points SPH et la zone de recouvrement est constituée de 1 à 5 rangées d'éléments SPH. Ces 5 maillages mixtes seront dénommés MX1, MX2, MX3, MX4, MX5 dans la suite du document.

### 2.5.2 Test n°1 : Essai à vitesse initiale imposée

#### 2.5.2.1 Présentation

Dans ce premier exemple, on impose une vitesse initiale de même nature que celle proposée dans l'article [RAB 04] telle que :

$$v_x^{initial} = e^{-0.025 \cdot (x-x_m)^2} \quad (2.52)$$

$x_m$  est la coordonnée de la section médiane.

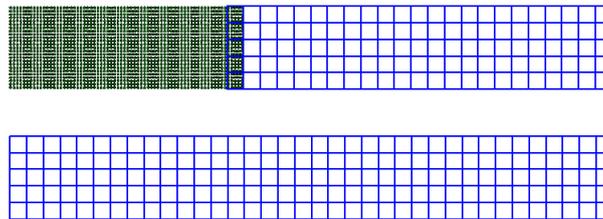
2. Couplage "EF-SPH" en dynamique par la méthode Arlequin.

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
<b>Dimensions</b>	
Longueur $L$ [m]	0.036
Section $S$ [m]	$0.005 \times 0.005$
Longueur $l^*$ [m]	0.003
<b>Loi de comportement</b>	
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	1000
Module de Young [ $GPa$ ]	10
Coefficient de Poisson	0.3
<b>Discrétisation</b>	
Méthodes numériques	Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) Éléments finis (FEM)
Maillage	5 niveaux de raffinements sections de $5 \times 5$ à $25 \times 25$ éléments
<b>Chargement</b>	
Type de sollicitation	Déplacement de traction ou flexion imposé ou effort de traction imposé

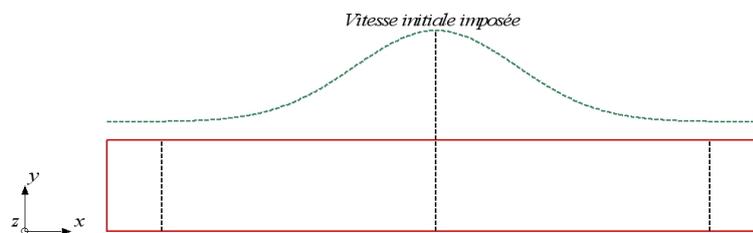
Remarque

\* Volumes où les conditions limites des tests sont imposées.

**TABLE 2.2:** Caractéristiques de la poutre utilisée



**FIGURE 2.5:** Exemples de maillages : FE1, SPH5, MXT5 (de bas en haut)



**FIGURE 2.6:** Schéma de présentation du test  $n^{\circ}1$

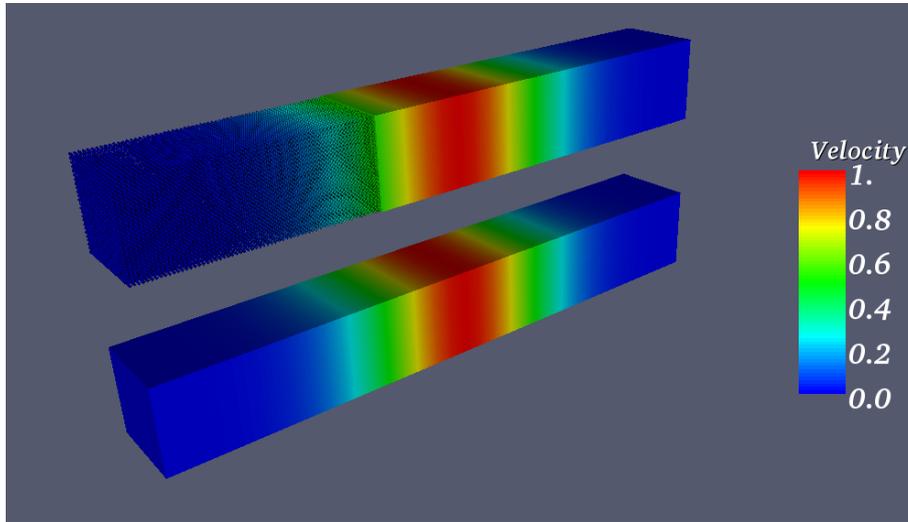


FIGURE 2.7: Champ de vitesse à  $t = 30\mu\text{s}$

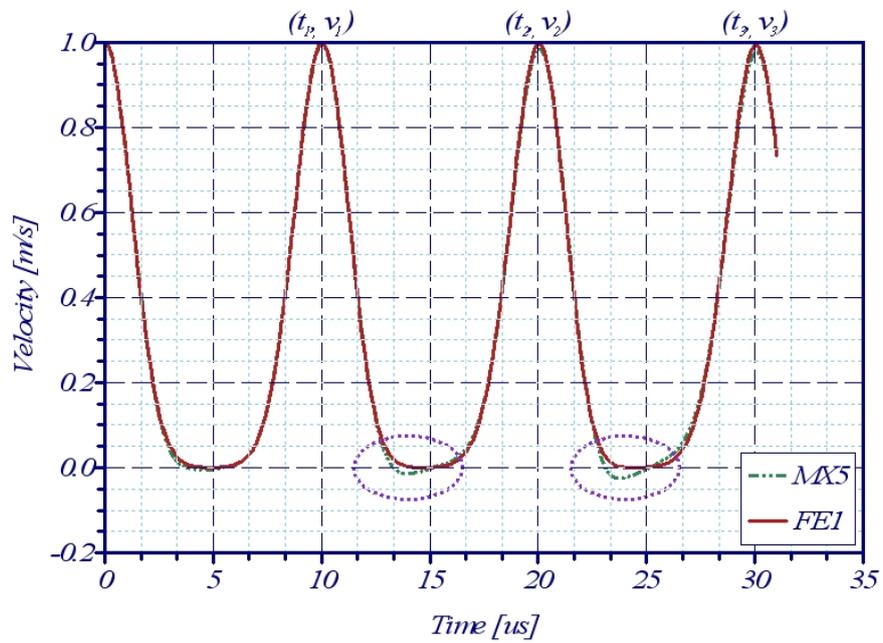


FIGURE 2.8: Vitesse du centre de la poutre en fonction du temps

Modèles	Temps [ $\mu s$ ]			Vitesse du centre [ $m.s^{-1}$ ]		
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$v_1$	$v_2$	$v_3$
Valeur analytique	9.97	19.94	29.91	1	1	1
FE1	10.03	20.06	30.02	0.999	0.997	0.995
MXT5	10.03	20.05	30.07	0.995	0.985	0.977

**TABLE 2.3:** Comparaison de la vitesse du centre de la poutre et du temps de parcours des ondes.



**FIGURE 2.9:** Schéma de présentation du test  $n^{\circ}2$

### 2.5.2.2 Résultats

Les résultats de ce premier exemple sont très satisfaisants avec une erreur sur les temps de propagation d'ondes et sur les vitesses du centre de la poutre qui reste inférieure à 3% (Table 2.3). Quelques légères perturbations parasites induites par des réflexions d'ondes sur l'interface (entourés en violet sur la figure 2.8) apparaissent dans le calcul.

## 2.5.3 Test $n^{\circ}2$ : Essai de traction à déplacement imposé

### 2.5.3.1 Présentation

Le second exemple est un essai de traction à déplacement imposé dans la direction  $x$ , proportionnel au temps tel que  $u_x = 10 \cdot t$ .

### 2.5.3.2 Résultats

Les résultats mettent en évidence la bonne convergence de la méthode. On constate cependant une sur-contrainte concentrée sur l'interface (qui diminue avec le raffinement du maillage SPH) et de légères perturbations liées aux réflexions parasites sur l'interface ([Fig. 2.13]) en regardant finement la réponse temporelle de la contrainte.

## 2.5.4 Test $n^{\circ}3$ : Essai de flexion à effort imposé

### 2.5.4.1 Présentation

Une force ( $F_y = 2200N$ ) est maintenant imposée dans la direction  $y$  afin de solliciter la poutre en flexion (Figure 2.14).

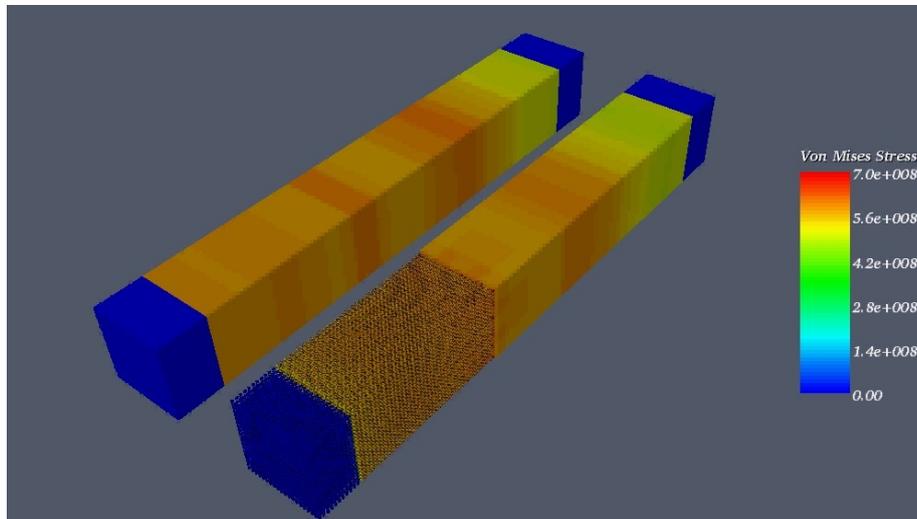


FIGURE 2.10: Champ des contraintes de Von Mises à  $t = 51\mu s$

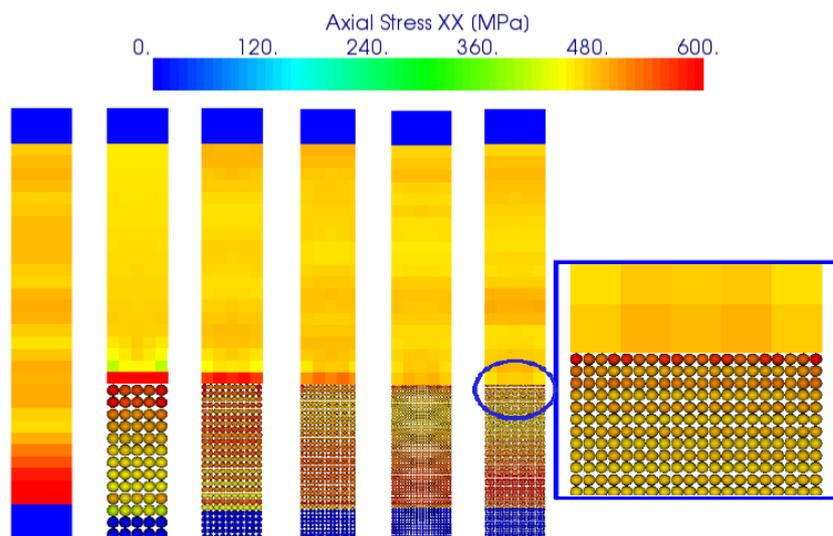


FIGURE 2.11: Comparaison des maillages FE1 et MX5. Valeur de la contrainte moyenne à l'encastrement  $\sigma_{xx} = f(t)$ .

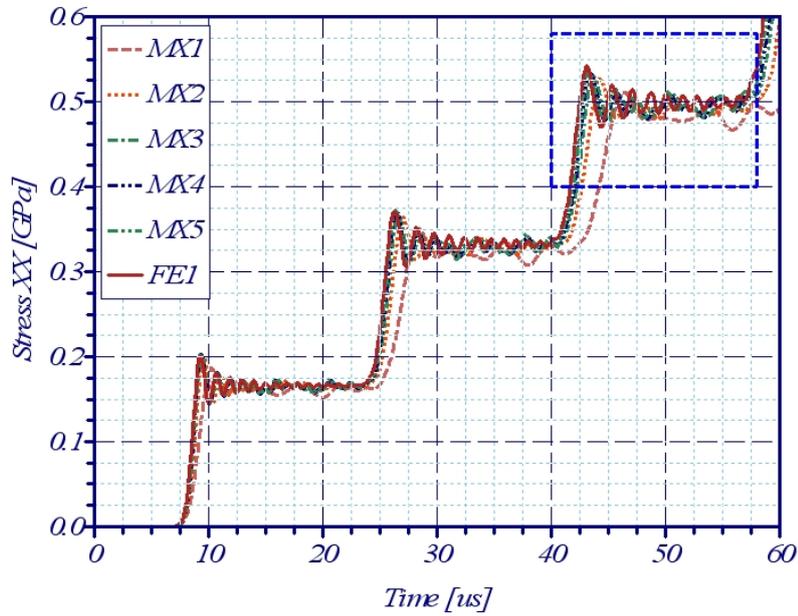


FIGURE 2.12: Comparaison de l'ensemble des maillages. Valeur de la contrainte moyenne à l'encastrement  $\sigma_{xx} = f(t)$  en fonction du temps

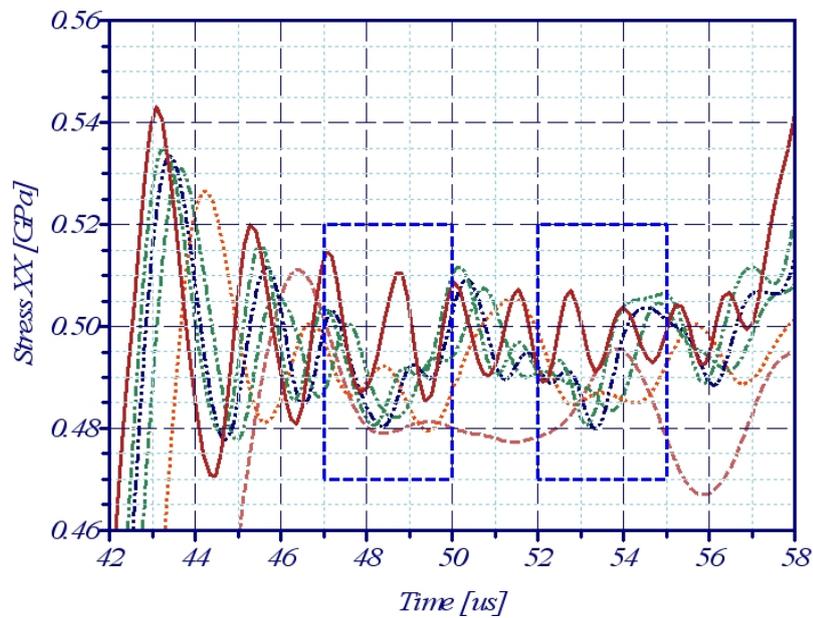
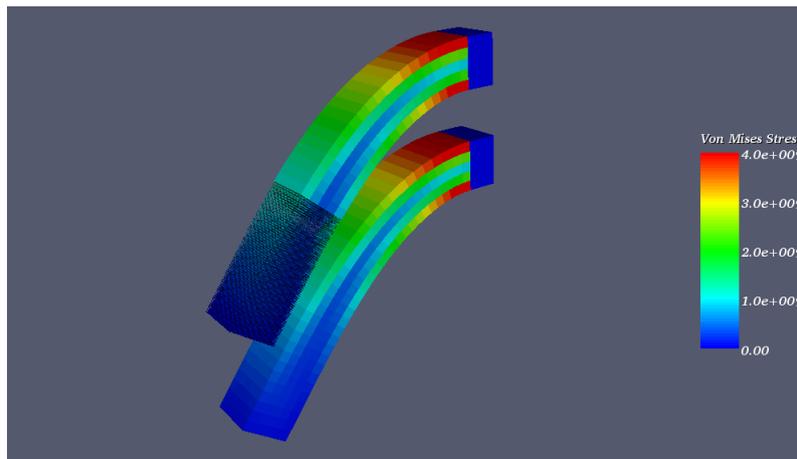


FIGURE 2.13: Valeur de la contrainte moyenne à l'encastrement  $\sigma_{xx} = f(t)$  en fonction du temps - Zoom de la figure [Fig. 2.12]



**FIGURE 2.14:** Schéma de présentation du test  $n^{\circ}3$



**FIGURE 2.15:** Champ des contraintes de Von Mises à  $t = 850\mu s$

### 2.5.4.2 Résultats

Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour ce test avec deux phénomènes principaux : une sur-contrainte limitée à la zone d'interface dans la partie SPH et une très bonne approximation des déplacements globaux.

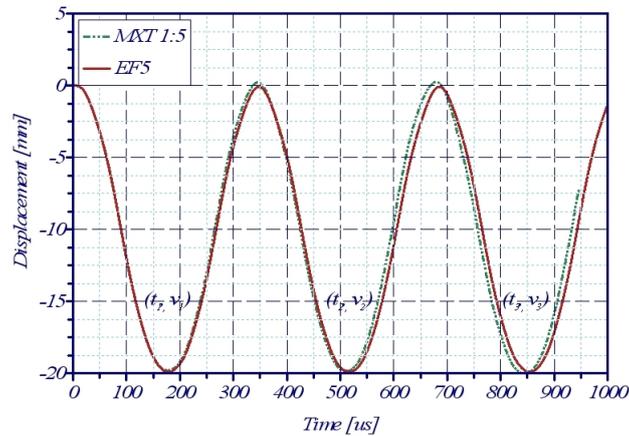
### 2.5.5 Conclusion

Ces trois tests ont donc montrés la robustesse de la méthode notamment des réponses très bonne en terme de déplacements globaux, même dans le cas où ces déplacements sont très importants. De plus, la convergence de la méthode avec le raffinement du maillage SPH a été étudiée même si subsistent deux conséquences néfastes du collage :

- de légères perturbations apparaissent suite à des réflexions d'ondes sur l'interface

Modèles	Time			Amplitude		
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$u_1$	$u_2$	$u_3$
FE 1	178,2	516,9	854,9	19,91	19,89	19,91
MXT 1 :5	179,3	518,7	856,4	20,05	20,01	19,89

**TABLE 2.4:** Déplacement de la poutre au cours du temps



**FIGURE 2.16:** Champ des contraintes de Von Mises à  $t = 850\mu s$

- constituée par la zone de recouvrement,
- une sur-contrainte concentrée sur cette même interface (mais qui diminue avec le raffinement du maillage SPH).

## 2.6 SIMULATIONS D'EXPERIENCES

Maintenant que cette méthode a été validée sur les cas tests précédents, on va coupler une zone présentant des ruptures par fragmentation, maillée avec la méthode particulière Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH), et une seconde zone, plus grande et qui restera non endommagée, maillée avec des éléments finis (FEM). La zone SPH utilisera la loi élasto-endommageable de type Mazars présentée dans le premier chapitre et permettra une première validation de cette loi sur un matériau fragile sous impact (même si notre objectif reste la glace !).

### 2.6.1 Expérience de Hanchak et al. [HAN 92]

#### 2.6.1.1 Détails des expériences

Hanchak et al. [HAN 92] ont effectué des expériences de perforation de dalles béton armées (2 types de béton ont été testés : le premier avec une limite à rupture de 48 MPa et le second de 140 MPa). Le projectile est lancé dans une gamme de vitesse allant de 300 à  $1100 m.s^{-1}$ . Les résultats portent sur les vitesses d'éjection du projectile et montrent que l'augmentation d'un facteur trois de la limite à rupture du béton abaisse faiblement (moins de 20%) les vitesses d'éjection. Seules les tirs sur un béton de 48 MPa de limite à rupture en compression seront simulés et pris en compte dans le cadre de ce travail. Toutes les caractéristiques de ces tests sont résumées dans la table **Tab. 2.5**.

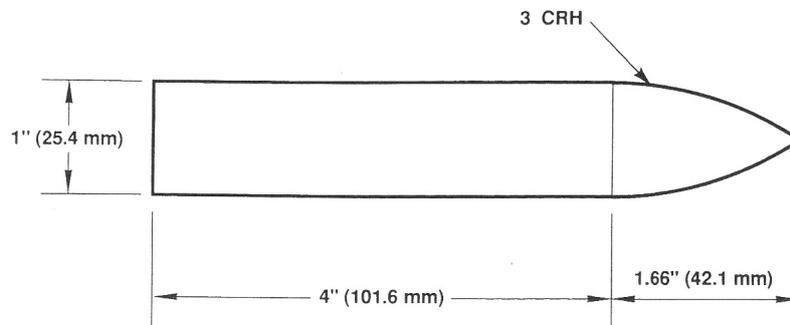
<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
<b>Projectile</b>	
Masse [Kg]	0,53
Matière du corps	acier
Forme de la tête	ogive - 3.0 C.R.H.
Diamètre [mm]	25,4
<b>Dalle</b>	
$L. \times l. \times H. [mm]$	610 × 610 × 178
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	2400
Module de Young [GPa]	36
Coefficient de Poisson	0.22
Type/Taille des agrégats	Granite/9,5mm
Limite à rupture – Traction [MPa]	4
Limite à rupture – Compression [MPa]	48
Condition Limite	Dalle posée en appuis sur deux cotés

**TABLE 2.5:** Caractéristiques des expériences menées par Hanchak et al.

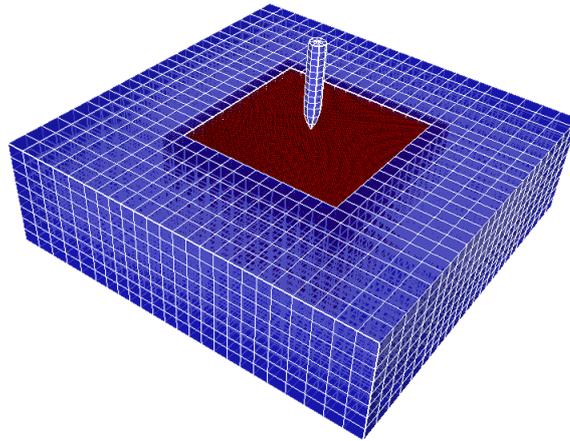
*Remarque* L'influence de l'armature du béton sur la résistance à la perforation du béton peut être négligé selon les tests effectués par les auteurs.

### 2.6.1.2 Détails du modèle numérique

Le modèle numérique [Fig. 2.18] est constitué de 3000 éléments finis and 196 000 particules SPH couplés sur une zone de recouvrement constituée d'un élément fini et cinq particules SPH dans l'épaisseur. Les valeurs des paramètres de la loi de comportement sont présentées dans la table **Tab. 2.6**. Les valeurs des paramètres  $\epsilon_{D_0}$ ,  $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$  et  $B_C$  sont calées suivant les valeurs de limites à rupture expérimentales issues de [HAN 92].



**FIGURE 2.17:** Photo et dimensions du projectile



**FIGURE 2.18:** Maillage utilisé pour les simulations des expériences de Hanchak et al.

La longueur caractéristique  $L_{car}$  utilisée pour la limitation du taux d'endommagement est prise égale à trois fois la taille caractéristique du béton, c'est à dire la taille des agrégats. Enfin, les valeurs des paramètres liés à la sensibilité à la vitesse de déformation sont celles explicitées au paragraphe 1.5.

### 2.6.1.3 Résultats et comparaison simulation/expérience

Regardons tout d'abord les résultats par rapport aux images de déformées et d'endommagement des diverses configurations simulées. On constate alors que :

- les trois zones décrites dans l'état de l'art sur la perforation de dalle béton par un missile sont relativement bien retranscritement notamment dans la configuration de la figure [Fig. 2.19-a)] avec tout d'abord une zone assez large puis un tunnel et enfin plus ou moins d'écaillage suivant la vitesse d'impact.
- une nette différence d'expansion de l'endommagement entre les deux valeurs différentes de  $\gamma'$  considéré dans les simulations à  $360 \text{ m.s}^{-1}$ .

Cependant, derrière ces résultats qualitativement bon en terme de déformées se cache de moins bonnes vitesses d'éjection : si la vitesse d'éjection est relativement bien retranscrit par le modèle dans le cas de hautes vitesses d'impact, la valeur obtenue est médiocre dans le cas de l'impact à  $360 \text{ m.s}^{-1}$ .

### 2.6.1.4 Conclusion

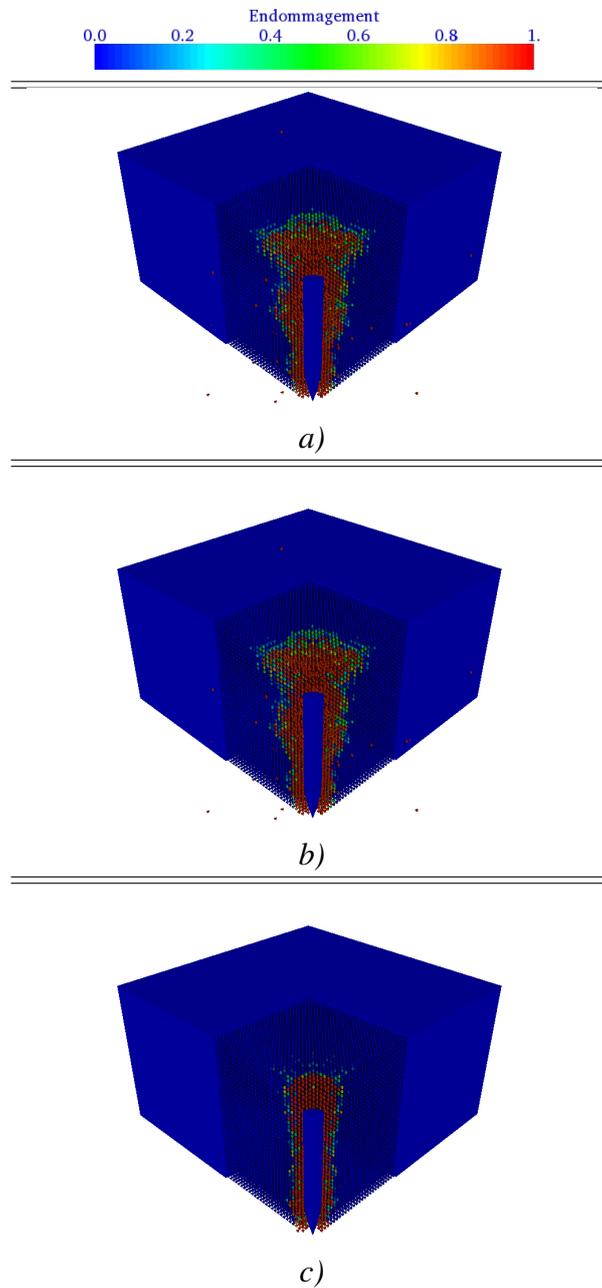
Les résultats obtenus avec le modèle élastique endommageable avec endommagement de type Mazars modifié dans le cadre des simulations de perforation de béton sont relativement bon même si des problèmes à moyenne vitesse d'impact subsistent. C'est pourquoi nous allons utiliser ce modèle sur un deuxième cas de perforation de dalle mais avec une dalle ne présentant pas de possibilité de flexion.

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
<b>Projectile</b>	
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	8700
Module de Young [ $GPa$ ]	200
Coefficient de Poisson	0,3
<b>Dalle</b>	
$L. \times l. \times H. [mm]$	$610 \times 610 \times 178$
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	2400
Module de Young [ $GPa$ ]	36
Coefficient de Poisson	0.22
$\epsilon_{D_0}$	$1,1111e^{-4}$
$(A_T, B_T)$	(1,20000)
$(A_C, B_C)$	(1,467)
$D_C$	0,99
$L_{car}$	0,0285
$\gamma'$	$\frac{1}{3}$
$\dot{\epsilon}_c [s^{-1}]$	1
$\dot{\epsilon}_{fast}^{0t} [s^{-1}]$	1
Condition Limite	Encastrement vertical des ddl de 2 bords de la face inférieure de la dalle

**TABLE 2.6:** Paramètres de la loi de comportement utilisée lors des simulations des expériences de Hanchak et al.

	Vitesse d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	Vitesse d'éjection [ $m.s^{-1}$ ]
Exp1	360	67
Simulation	360	149
Simulation	360	247
Exp2	750	615
Simulation	750	619
Exp3	1060	917
Simulation	1060	940

**TABLE 2.7:** Comparaison des cratères simulations/expériences



**FIGURE 2.19:** Déformée et endommagement, simulation de l'expérience – à haute vitesse ( $750m.s^{-1}$ ) a) – à  $360m.s^{-1}$  AVEC dépendance à  $\dot{\epsilon}$  b) – à  $360m.s^{-1}$  SANS dépendance à  $\dot{\epsilon}$  c)

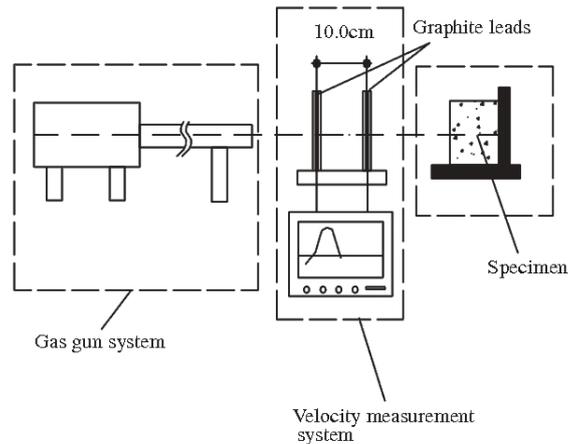


FIGURE 2.20: Schéma de l'installation expérimentale

## 2.6.2 Expérience de Zhang et al. [ZHA 05]

### 2.6.2.1 Détails des expériences simulées

M. H. Zhang et al. [ZHA 05] présente les résultats d'une étude expérimentale sur la résistance à l'impact avec du béton simple et haute performance (limites à rupture en compression comprises entre 45 et 235 MPa). Les dalles de béton sont ainsi soumises à des chocs induits par un même projectile et un même ordre de grandeur de vitesses (comprises entre 620 et 700  $m.s^{-1}$ ). Les résultats sont basés sur la profondeur de pénétration et le diamètre du cratère des différents échantillons. L'objectif de l'étude est principalement de conclure sur l'influence de divers ingrédients de la fabrication du béton (taille des agrégats, proportion eau/ciment, renforcement à l'aide de fibre, temps de séchage ...) et de donner des recommandations vis à vis de la tenue à l'impact. C'est pourquoi, cette étude très détaillée à la fois dans les matériaux, les conditions de test et les résultats va nous permettre de valider notre loi sur divers bétons. Ainsi, nous avons sélectionné quelques tests afin de les simuler. Les caractéristiques de ces essais choisies sont détaillées dans la table **Tab. 2.8** et par la figure **[Fig. 2.21]**.

### 2.6.2.2 Détails du modèle

Le modèle numérique **[Fig. 2.22]** est constitué de 3300 éléments finis and 252000 particules SPH. Les valeurs des paramètres de la loi de comportement sont présentées dans la table **[Tab. 2.9]** et ces valeurs sont calculées de la même manière que dans le paragraphe précédent.

### 2.6.2.3 Résultats

**Comparaison "Simulations – Expériences"** Nous allons donc maintenant comparer les valeurs de diamètre et de profondeur de pénétration du missile lors des simulations

2. Couplage "EF-SPH" en dynamique par la méthode Arlequin.

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>	
	NCF120	QFF
<b>Projectile</b>		
Masse [g]	15	
Matière du corps	tungstène	
Forme de la tête	ogive	
Diamètre [mm]	12,6	
vitesse moyenne d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	664	680,1
<b>Dalle</b>		
$L. \times l. \times H.$ [mm]	300 × 170 × 150	
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	2300	
Module de Young [GPa]	30	
Coefficient de Poisson	0.22	
Type/Taille des agrégats	Granite/10mm	Quartz/1,18mm
Densité de fibres [%]	1,5	1,5
Limite à rupture – Traction [MPa]	nc.	31,5
Limite à rupture – Compression [MPa]	115	187,2
Condition Limite	Dalle posée sur un massif rigide	

**TABLE 2.8:** Caractéristiques des expériences menées par Zhang et al.



**FIGURE 2.21:** Photo et dimensions du projectile

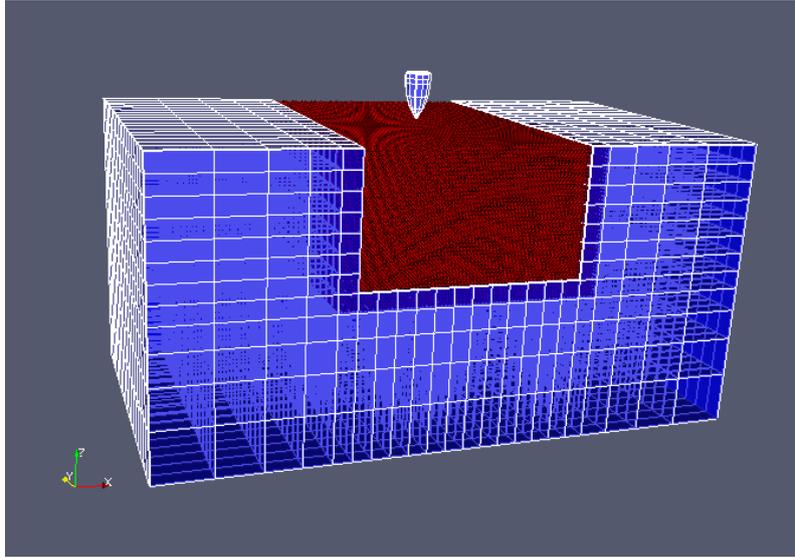


FIGURE 2.22: Maillage utilisé pour les simulations des expériences de Zhang et al.

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>	
	NCF120	QFF
Projectile		
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]		8600
Module de Young [ $GPa$ ]		400
Coefficient de Poisson		0.3
vitesse d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	664	680,1
Dalle		
$L. \times l. \times H. [mm]$	300 × 170 × 150	
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	2300	
Module de Young [ $GPa$ ]	30	
Coefficient de Poisson	0.22	
$\epsilon_{D_0}$	$6,3333 \cdot 10^{-4}$	$1.05 \cdot 10^{-3}$
$(A_T, B_T)$	(1, 20000)	
$(A_C, B_C)$	(1, 172)	(1, 106)
$D_C$	0,99	
$L_{car}$	0,03	0,00354
$\gamma'$	$\frac{1}{2}$	
$\dot{\epsilon}_c [s^{-1}]$	1	
$\dot{\epsilon}_{fast}^{0t} [s^{-1}]$	1	
Condition Limite	Blocage vertical des DDL de la face inférieure de la dalle	

TABLE 2.9: Paramètres de la loi de comportement utilisée lors des simulations des expériences de Zhang et al.



**FIGURE 2.23:** Exemple d'un cratère et de la détermination de son diamètre

Vitesse d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	Profondeur cratère [mm]	Diamètre cratère [mm]
NCF120	30,75	63,5
Simulation	30,25	60,5
QFF	36,33	53,5
Simulation	35,82	49,9

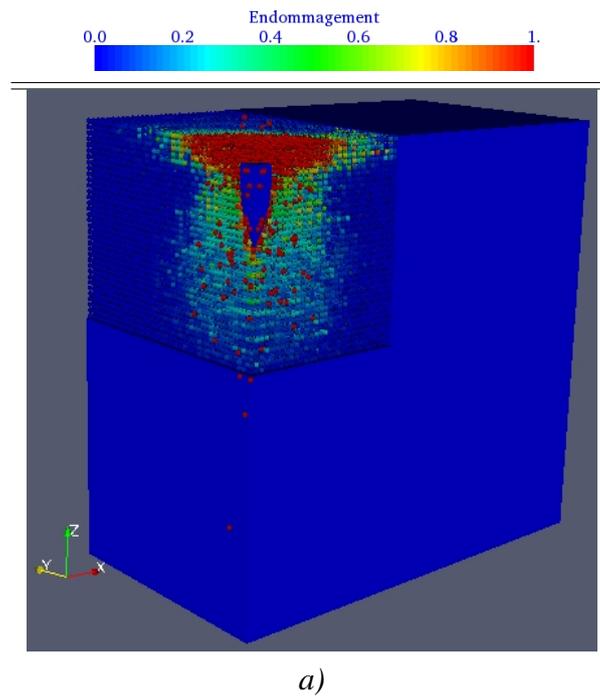
**TABLE 2.10:** Comparaison des cratères simulations/expériences

aux valeurs expérimentales mesurées de la façon illustrée par la figure **Tab. 2.23**. La figure **Tab. 2.24** montre le cratère obtenu pour les deux types de béton simulés. Tandis que la table **Tab. 2.10** synthétise les résultats et atteste de la bonne correspondance entre les résultats expérimentaux et simulés.

## 2.7 Conclusions

Suite à cette comparaison entre simulations et expériences de perforation/fragmentation de dalles béton avec un missile, le modèle numérique proposé semble pertinent même s'il a montré quelques limites, notamment dans le cadre des perforations à moyenne vitesse d'impact avec une dalle en appui sur les cotés pouvant présenter une part de flexion, notamment lorsque la dalle s'amenuise au fur et à mesure du calcul. Cependant cette limite ne semble pas critique pour notre étude de la glace puisque le matériau sera cette fois ci le projectile. Il sera alors lancé avec une vitesse initiale imposée, donc ne présentera que peu de flexion.

On observera également dans le cas des dalles béton impactés lors des expériences de Zhang et al. de longues fissures apparaissent consécutives au choc. Ces longues fissures ne peuvent être prédites avec un tel modèle endommageable. Une perspective est donc



**FIGURE 2.24:** Déformées et Endommagement : Simulation de l'expérience NCF120 a)

d'utiliser un modèle couplant endommagement avec fonctions sauts incluses dans une formulation SPH modifiée, à l'image de ce qui se fait en FEM avec les méthodes X-FEM.

## 2. Couplage "EF-SPH" en dynamique par la méthode Arlequin.

---

**Troisième partie**

**Caractérisation expérimentale du  
matériau glace.**



## Chapitre 3

# Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression

Une synthèse des divers travaux et recherches existants sur le matériau glace de la quasi-statique jusqu'à la dynamique rapide permet de faire le point sur les connaissances actuelles sur le matériau glace et d'en pointer les faiblesses. Puis une campagne expérimentale sur vérin hydraulique rapide est présentée. Les résultats qui en découlent permettront d'alimenter les valeurs des paramètres du code de calcul de se familiariser avec l'expérimentation d'un tel matériau.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>78</b>
3.1.1	Le monocristal de glace – [Fig. 3.1]	78
3.1.2	La glace polycristalline	84
3.1.3	Comportement dynamique	91
3.1.4	Bilan	93
3.1.5	Conclusion	100
<b>3.2</b>	<b>Equipements mis en oeuvre pour la caractérisation sur le vérin rapide</b>	<b>100</b>
3.2.1	L'actionneur : le vérin rapide – [Fig. 3.20]	100
3.2.2	Caméra rapide WEINBERGER	100

3.2.3	L'éclairage . . . . .	102
3.2.4	La cellule de force piézoélectrique . . . . .	102
<b>3.3</b>	<b>Equipements mis en oeuvre pour la caractérisation sur machine de compression conventionnelle . . . . .</b>	<b>103</b>
3.3.1	La machine de "traction – compression" INSTRON – [Fig. 3.22]	103
3.3.2	Chambre cryogénique . . . . .	103
<b>3.4</b>	<b>La chaîne de traitement des mesures (commune aux deux montages) . .</b>	<b>104</b>
3.4.1	La centrale d'acquisition rapide . . . . .	104
3.4.2	Le logiciel de traitement . . . . .	104
<b>3.5</b>	<b>Plan d'expérience . . . . .</b>	<b>105</b>
3.5.1	Echantillons . . . . .	105
3.5.2	Vitesse de Sollicitation . . . . .	105
3.5.3	Préparation et déroulement des essais . . . . .	105
3.5.4	Evolution de la température . . . . .	106
<b>3.6</b>	<b>Résultats . . . . .</b>	<b>106</b>
3.6.1	Résultats bruts . . . . .	106
3.6.2	Visualisations des essais . . . . .	107
<b>3.7</b>	<b>Comparaison aux références bibliographiques et discussion . . . . .</b>	<b>111</b>
3.7.1	Mode de rupture de la glace . . . . .	111
3.7.2	Limite de rupture de la glace et vitesse de déformation en compression	111
<b>3.8</b>	<b>Conclusions et perspectives . . . . .</b>	<b>113</b>

---

## 3.1 Etat de l'art

### 3.1.1 Le monocristal de glace – [Fig. 3.1]

#### 3.1.1.1 Structure – [Fig. 3.2]

Comme exposé par J. Meyssonier [MEY 02], la glace cristallise sur Terre dans le système hexagonal Ih. La structure de la molécule d'eau est conservée : chaque atome d'oxygène se trouve au centre d'un tétraèdre dont les sommets sont formés par les atomes d'oxygène des molécules voisines. Ainsi, chaque atome d'oxygène se trouve lié à deux atomes d'hydrogène par des liaisons covalentes fortes (correspondant à la molécule d'eau) et à deux autres atomes d'hydrogène par une liaison hydrogène énergiquement plus faible.

Le cristal peut être représenté par un empilement de plans contenant les atomes d'oxygènes. Ces plans dans lesquels la densité d'atomes d'oxygène est maximale sont appelés "plans de base". L'arrangement des molécules d'eau confère au cristal une symétrie hexagonale. L'axe de symétrie hexagonale, perpendiculaire aux plans de base, est appelé "axe  $c$ ". Les paramètres de maille sont  $a = 0,452nm$  et  $c = 0,737nm$ , ce qui donne un rapport  $\frac{c}{a}$  égal à 1,629, proche de celui du réseau hexagonal compact (1,633). Ce rapport est indépendant de la température.

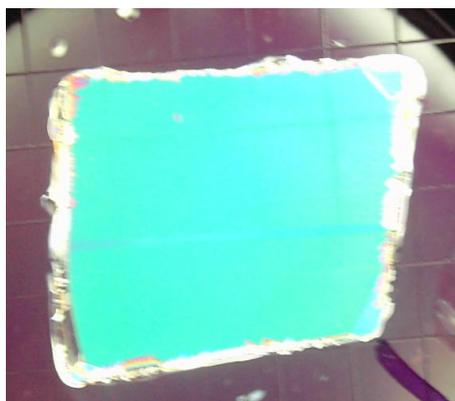


FIGURE 3.1: Coupe d'un monocristal observée au chromatographe

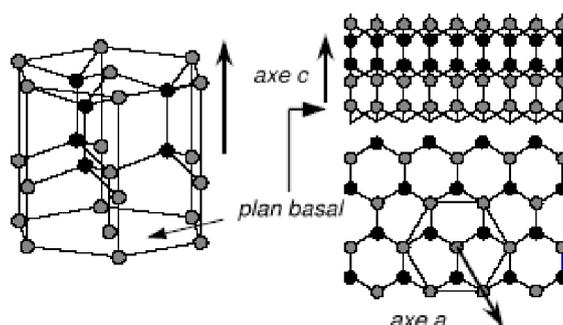


FIGURE 3.2: Réseau des atomes d'oxygène dans la glace – [MEY 02]

La masse spécifique de la glace est de  $917 \text{Kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . L'abaissement du point de fusion avec la pression est de l'ordre de  $0,1^\circ\text{C}$  par  $\text{MPa}$ .

### 3.1.1.2 Comportement en Statique

#### Loi de Hooke

Le comportement du cristal est décrit comme orthotrope de révolution. En choisissant l'axe optique "c" du cristal comme axe 33, la loi de Hooke s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{11} - c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La matrice de raideur comporte donc cinq coefficients indépendants  $c_{ij}$  dont les valeurs, mesurées par différents auteurs [MEY 02], sont données dans la table 3.1.

### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression

$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{33}$	$c_{44}$
$13,85 \pm 0,08$	$7,07 \pm 0,12$	$5,81 \pm 0,16$	$14,99 \pm 0,08$	$3,19 \pm 0,03$
$13,33 \pm 01,98$	$6,03 \pm 0,72$	$5,08 \pm 0,72$	$14,28 \pm 0,08$	$3,26 \pm 0,08$
$13,3 \pm 0,8$	$6,3 \pm 0,8$	$4,06 \pm 0,9$	$14,2 \pm 0,7$	$3,06 \pm 0,015$
$13,93 \pm 0,04$	$7,08 \pm 0,04$	$5,76 \pm 0,02$	$15,01 \pm 0,05$	$3,01 \pm 0,01$

**TABLE 3.1:** Valeurs expérimentales des 5 coefficients de la matrice de raideur du comportement du monocristal

Avec l'hypothèse d'un comportement isotrope, une loi de Hooke peut s'écrire à parti de ces 5 coefficients telle que :

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (3.2)$$

tel que  $c_{11} = c_{33} = \lambda + 2\mu$   $c_{12} = c_{13} = \lambda$   $c_{44} = \mu$

Les coefficients de Lamé ( $\lambda, \mu$ ) moyens, permettant d'approcher au mieux les valeurs données dans la table, sont :  $\lambda = 6,22GPa$ ,  $\mu = 3,82GPa$  soit  $\lambda + 2\mu = 13,86GPa$  ; soit un module de Young  $E = 10GPa$  et un coefficient de Poisson  $\nu = 0,33$ .

#### Loi inverse

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{11} & m_{13} & 0 & 0 & 0 \\ m_{13} & m_{13} & m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{11} - m_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{m_{44}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{m_{44}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{11} = \frac{c_{13}^2 - c_{11}c_{33}}{\Delta(c_{11} - c_{12})} \quad m_{12} = \frac{c_{13}^2 - c_{12}c_{33}}{\Delta(c_{11} - c_{12})} \quad m_{13} = \frac{c_{13}}{\Delta} \quad m_{33} = \frac{c_{11} + c_{12}}{\Delta} \quad m_{44} = \frac{1}{c_{44}} \\ \Delta = 2c_{13}^2 - c_{33}(c_{11} + c_{12}) \end{array} \right.$$

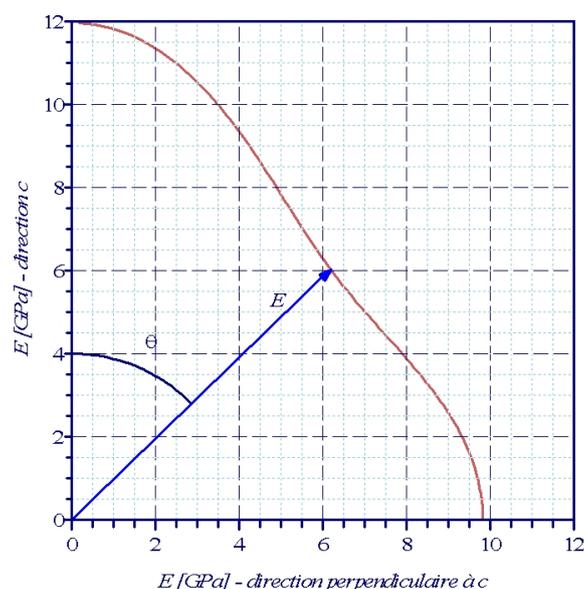
Par des changements de base appropriés, on montre qu'une contrainte uniaxiale appliquée dans la direction  $Z$ , inclinée de l'angle  $\theta$  avec l'axe  $c$  du cristal, produit une déformation donnée selon la relation :

$$\varepsilon_{\theta} = (m_{11}\sin^4(\theta) + m_{33}\cos^4(\theta) + (2m_{13} + m_{44})\sin^2(\theta)\cos^2(\theta)) \cdot \sigma_{\theta} \quad (3.4)$$

Un module de Young apparent  $E_{\theta}$  peut alors être défini dans la direction  $Z$  par :

$$E_{\theta} = \frac{1}{(m_{11}\sin^4(\theta) + m_{33}\cos^4(\theta) + (2m_{13} + m_{44})\sin^2(\theta)\cos^2(\theta))} \quad (3.5)$$

Considérons les valeurs moyennes des coefficients  $c_{ij}$  de la table [Tab. 3.1] :



**FIGURE 3.3:** Module de Young apparent du monocristal en compression à  $-16^{\circ}\text{C}$

$m_{11} = 0,1028\text{GPa}^{-1}$ ,  $m_{13} = -0,022\text{GPa}^{-1}$ ,  $m_{33} = 0,0845\text{GPa}^{-1}$  et  $m_{44} = 0,3226\text{GPa}^{-1}$ .

Le module apparent  $E_{\theta}$  calculé à partir de la relation 3.5 dépend de la valeur de l'angle  $\theta$  comme le montre la figure [Fig. 3.3] et prend les valeurs particulières suivantes :

- $E_{\theta} = 11,8\text{GPa}$  dans la direction de l'axe  $c$ ,
- $E_{\theta} = 9,7\text{GPa}$  dans le plan de base perpendiculaire à l'axe  $c$ ,
- $E_{\theta} = 8,6\text{GPa}$  dans une direction à  $45^{\circ}$  de l'axe  $c$ .

*Remarques.* L'anisotropie élastique du monocristal reste faible (37 % d'écart) mais toutefois suffisante pour induire des concentrations de contraintes dans un polycristal subissant un essai de compression.

Lorsque la température diminue, les compliances élastiques  $m_{ij}$  diminuent et les rigidités  $c_{ij}$  augmentent. Selon les résultats compilés par Fletcher, dans la gamme de  $0^{\circ}\text{C} - 60^{\circ}\text{C}$ , la diminution relative des compliances ( $\frac{\Delta m_{ij}}{m_{ij}}$ ) et l'augmentation relative des rigidités ( $\frac{\Delta c_{ij}}{c_{ij}}$ ) sont inférieures à  $2 \cdot 10^{-3}$  par degré.

### 3.1.1.3 Comportement dynamique

#### Contrainte limite de rupture en compression

Quelques auteurs se sont récemment penchés sur le problème de la valeur de la limite de rupture en compression du monocristal de glace à partir de l'analyse d'essais réalisés sur vérin rapide ou barres de Hopkinson. Les caractéristiques de leurs essais sont résumées dans la table [Tab. 3.2].

### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression

---

	E. M. Schulson* [SCH 05]	M. Shazly** [SHA 06]
Echantillons		
Forme	cylindre	cylindre
L. × $\Phi$ [mm]	76,2 × 31,75mm	5 – 9 × 17,5 – 18,5mm
Type de glace		
	monocristal	monocristal
Type de sollicitation		
	vérin conventionnel en chargement uniaxial	barres de Hopkinson
Température d'essai		
	–10°C	–10°C

#### Particularités

\* une précharge faible (0, 1MPa) est appliquée pendant 10 minutes sur l'échantillon afin d'améliorer la condition limite.

\*\* le contact "échantillon – barres" est soit graissé, soit "collé" par spray d'eau.

---

**TABLE 3.2:** Caractéristiques des essais dynamiques menés sur le monocristal

Si le graphique [Fig. 3.4] semble montrer un effet de la vitesse de déformation sur la limite de rupture en compression, les conditions d'expériences qui sont différentes entre les deux travaux posent des questions sur l'influence de :

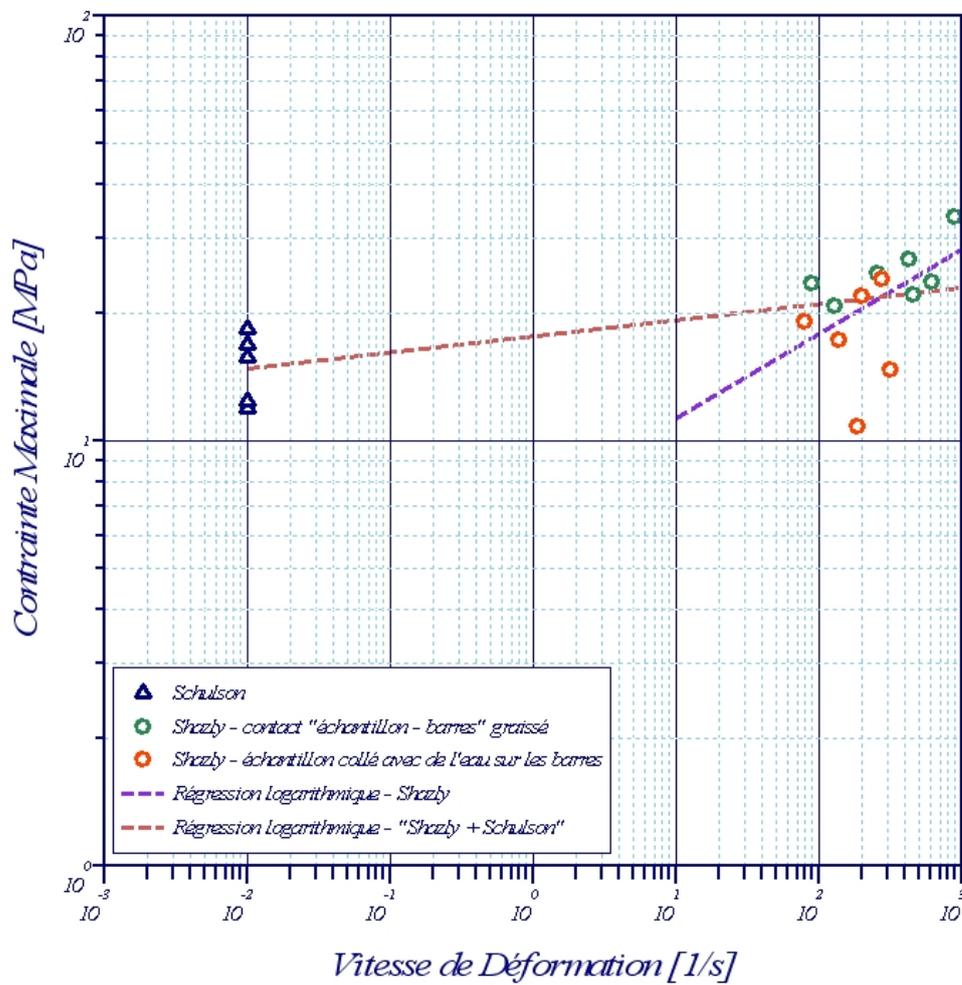
- la différence de géométrie entre les échantillons testés (nous y reviendrons dans la discussion sur le confinement et les effets d'échelle),
- la qualité des monocristaux testés [Fig. 3.5] dans la publication de M. Shazly et al. semble mal maîtrisée si l'on se réfère aux photos publiées.

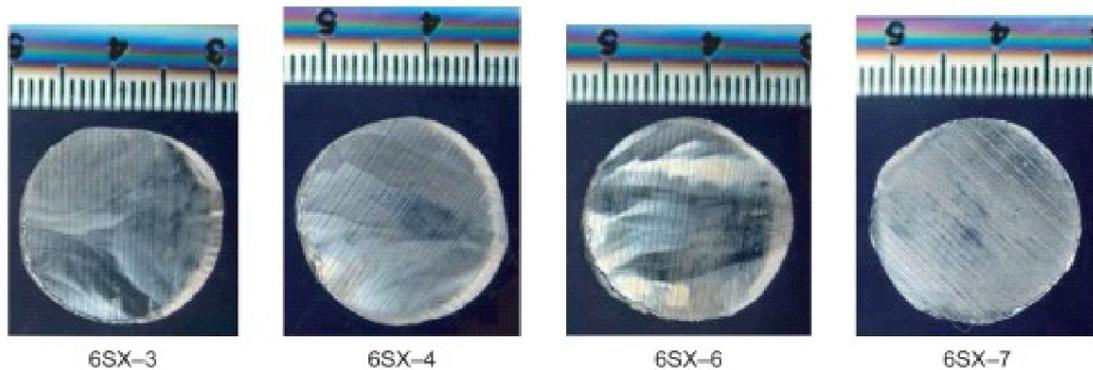
#### Module de Young en compression

A partir des résultats fournis par les deux précédents auteurs (contrainte maximale et déformation à contrainte maximale), une valeur du Module de Young expérimental peut facilement être estimée. Cependant, les valeurs ainsi obtenues sont égales à la moitié de celles établies pour un essai statique [Fig. 3.6].

#### Mode de rupture en compression

Les essais sur la glace font également apparaître distinctement deux types de rupture : soit une rupture par clivage du monocristal suivie d'un éclatement en plus ou moins gros fragments de l'échantillon (essais à faible ou moyenne vitesse de déformation sur le vérin rapide ou la machine de compression), soit une rupture où la fragmentation fine du cristal





**FIGURE 3.5:** Image de quatre échantillons de monocristal testé par M. Shazly et al. – [SHA 06].

suit la propagation d'une onde d'endommagement (essais à haute vitesse de déformation sur le puits de chute ou aux barres de Hopkinson).

*Remarques.*

Ces essais ne permettent pas de savoir si ce changement de mode de rupture est lié à la vitesse de déformation, à la géométrie de l'éprouvette ou inhérente aux moyens d'essai.

L'évolution des limites à rupture en traction en fonction de la vitesse de déformation, de la glace monocristalline, semble ne jamais avoir été étudié.

## 3.1.2 La glace polycristalline

### 3.1.2.1 Structures de la glace polycristalline

La glace naturelle est un corps polycristallin constitué de grains, chaque grain étant un monocristal avec sa structure propre présentée précédemment. La microstructure de la glace (forme, taille et orientation des grains du polycristal) dépend des conditions initiales de sa formation et de l'histoire thermomécanique qu'elle a subie. La taille de grain varie, en général, entre le millimètre et quelques dizaines de millimètres. Deux principaux types de glace polycristalline existent [Fig. 3.8] :

- la glace "équiaxe" ou "granulaire" (grains arrondis), macroscopiquement isotrope à cause de l'orientation aléatoire des grains,
- la glace "columnaire" (grains allongés), formée dans un gradient de température unidirectionnel et présentant en conséquence des grains allongés, en forme de colonnes. Ses propriétés macroscopiques sont fonction de l'orientation cristallographique des grains.

*Remarque.*

D'autres types de glace existent : la grêle ou la glace d'accrétion dite "aéronautique" sont les deux types de glace susceptibles de nous intéresser pour la problématique de notre travail [Fig. 3.9]. Cependant l'importance des moyens techniques à déployer pour fabriquer en grandes quantités n'ont pas été possible dans le cadre de ce travail. L'accès à une

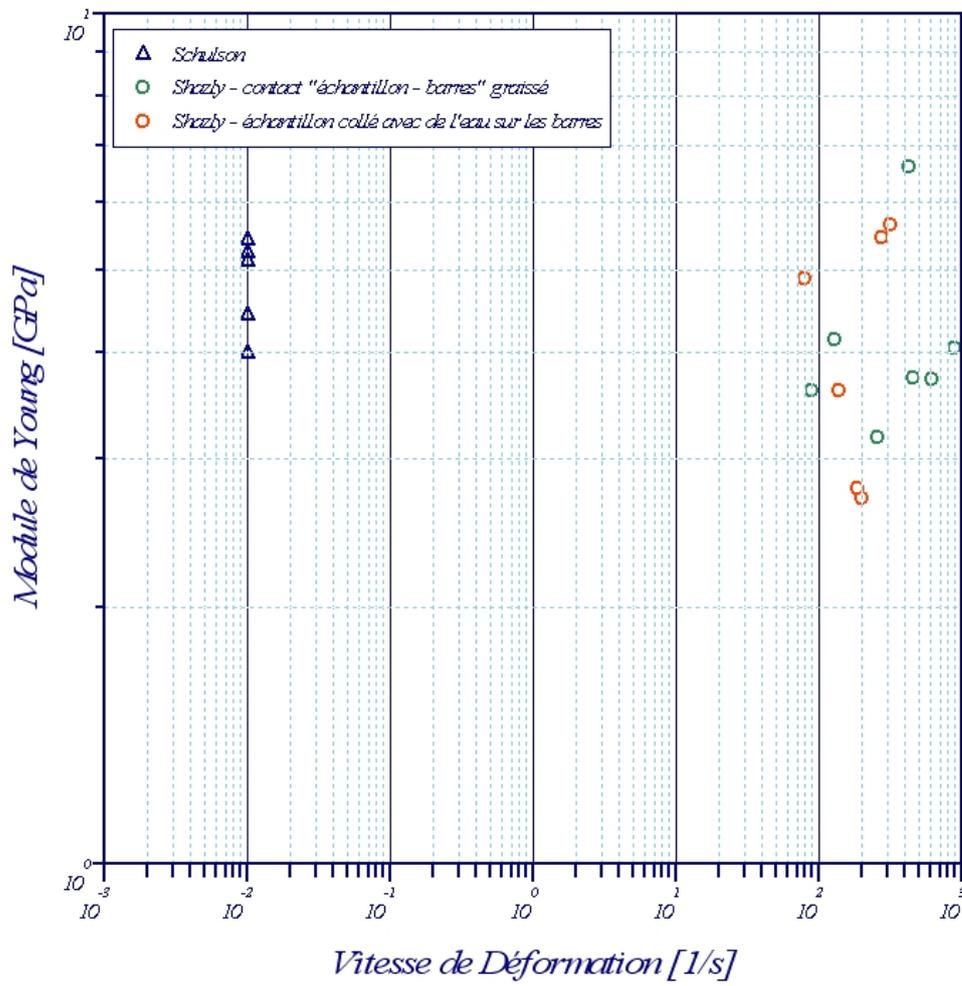


FIGURE 3.6: Comparaison du Module de Young des différents auteurs.

### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression

---

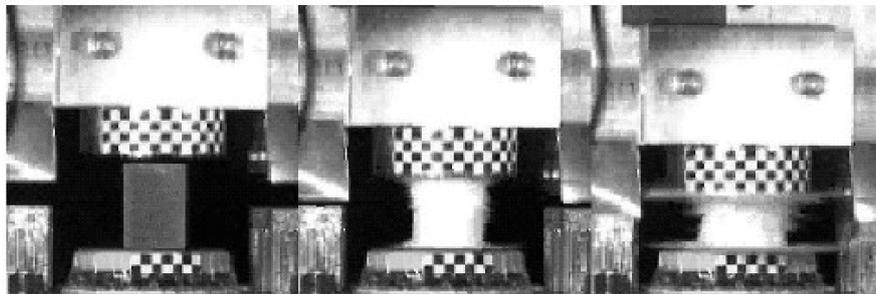


Figure 12. Sequential ice deformation after impact in drop tower at 100 ft/s.

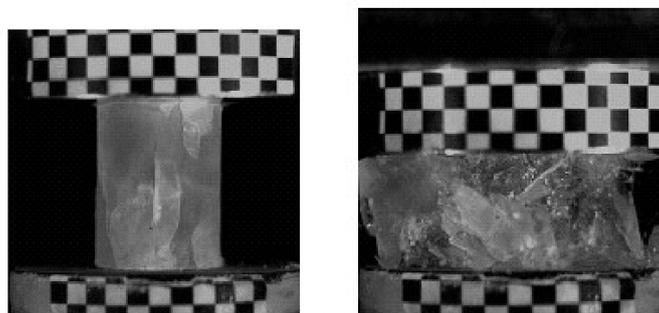
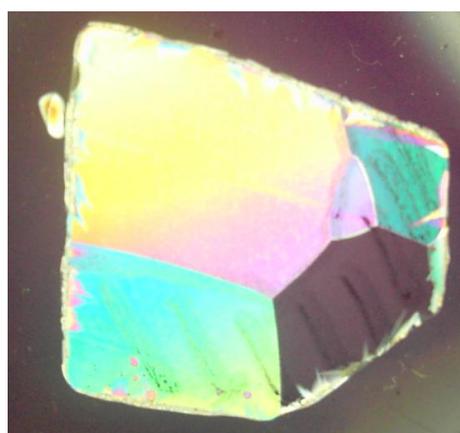
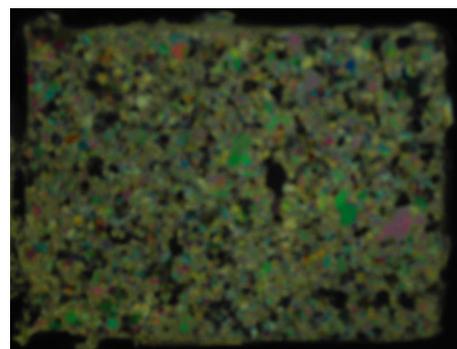


Figure 13. Ice just after contact with drop head moving at 11 ft/s (left). Large ice particles are formed for low velocity impacts (right).

**FIGURE 3.7:** Comparaison de l'effet de la vitesse de déformation (578 et 100 s<sup>-1</sup>) sur le changement de mode de rupture – [FAS 06]



Glace équiaxe



Glace colonnaire

**FIGURE 3.8:** Coupe d'échantillons de glace polycristalline observée au chromatographe

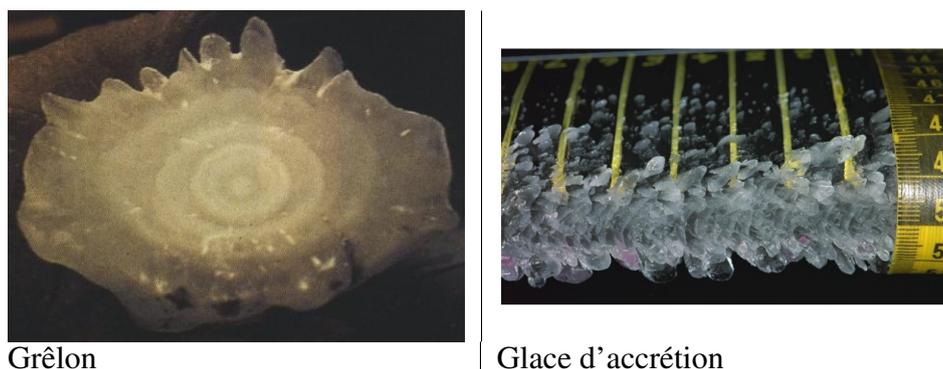


FIGURE 3.9: Exemple d'autres types de glace

soufflerie givrante et à des tests en soufflerie dédiés (pour obtenir une taille d'échantillon exploitable pour la confection de spécimens d'essai) n'ont pas pu être obtenus.

### 3.1.2.2 Comportement Statique

#### Module de Young et Coefficient de Poisson

L'anisotropie élastique du monocristal étant faible, il en est de même du polycristal. N. K. Sinha [SIN 89] a calculé les valeurs du module de Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  pour divers types de glace polycristalline, en fonction de la température.

Pour la glace équiaxe

$$E = E_m + c(T_m - T) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E_m = 8,93 \text{ GPa} \\ c = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ GPa} \cdot \text{K}^{-1} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\nu = \nu_m + d(T_m - T) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \nu_m = 0,308 \\ d = 7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \end{cases} \quad (3.7)$$

Pour la glace colonnaire

$$E = E_m + c(T_m - T) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E_m = 9,61 \text{ GPa} \\ c = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ GPa} \cdot \text{K}^{-1} \end{cases} \quad (3.8)$$

( $T_m$  étant le point de fusion de l'eau)

Les résultats montrent une faible dispersion par rapport à la température et par rapport au type de glace : dans la plage de température  $0^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C}$ , l'augmentation des modules de Young n'est que de 5% tandis que pour le coefficient de poisson, elle ne représente que 1%. L'ordre de grandeur des caractéristiques du matériau glace est de  $9 - 10 \text{ GPa}$  pour le module de Young et 0,3 pour le coefficient de Poisson.

### 3.1.2.3 Limite à rupture en traction

Comme exposé dans le document de J. Meyssonier [MEY 02], la glace se fracture par la création de fissures intra-granulaires pour des déformations faibles ( $\approx 10^{-4}$  à  $10^{-3}$ ) : cette nucléation de fissures correspond au clivage des grains.

Pour des déformations plus importantes, deux phénomènes entrent en compétition : d'un côté, la propagation des microfissures contrôlée par la ténacité et de l'autre, la nucléation de fissures comme pour les faibles déformations.

Comme la taille  $a$  de la fissure est initialement égale à la taille du grain  $d$ , il existe une taille de grain critique  $d_c$  en dessous de laquelle le facteur de concentration de contrainte  $K$  reste inférieur à sa valeur critique  $K_c$ . Par conséquent, le facteur limitant sera, suivant la taille des grains :

- La propagation, pour la glace à petits grains, avec une taille des fissures nucléées inférieure à  $d_c$ .
- La nucléation, pour la glace à gros grains. Une fissure nucléée ayant son facteur de concentration de contrainte  $K$  supérieur à  $K_c$ , la nucléation est immédiatement suivie de la propagation.

Cette compétition de deux phénomènes est illustrée par la figure **Fig. 3.10**.

Ainsi, la contrainte de rupture en tension va donc être très dépendante de la taille des grains mais aussi fonction décroissante de la température et indépendante de la vitesse de déformation (au moins pour les valeurs comprises entre  $10^{-7}$  et  $10^{-3}s^{-1}$ ). L'ordre de grandeur de la contrainte de rupture en traction pour la glace isotrope à petits grains est de  $1MPa$  tandis que pour la glace à gros grain, cette contrainte tend vers une valeur limite  $\sigma_0$ , dépendante de la température, d'environ  $0,5MPa$  pour une température de  $-16^\circ C$ . Les paramètres prépondérants sont donc la température et la microstructure au travers de la taille des grains.

#### 3.1.2.4 Limite de rupture en Compression

En compression, la nucléation de fissure s'effectue toujours sous l'effet d'une contrainte de traction localisée à l'échelle du grain. Une solution a été proposée par J. Meyssonier [MEY 02] qui fait intervenir l'anisotropie viscoplastique du grain : un grain favorablement orienté vis à vis de la direction de compression agit comme une inclusion incompressible qui, en se déformant, génère des contraintes de traction sur sa périphérie.

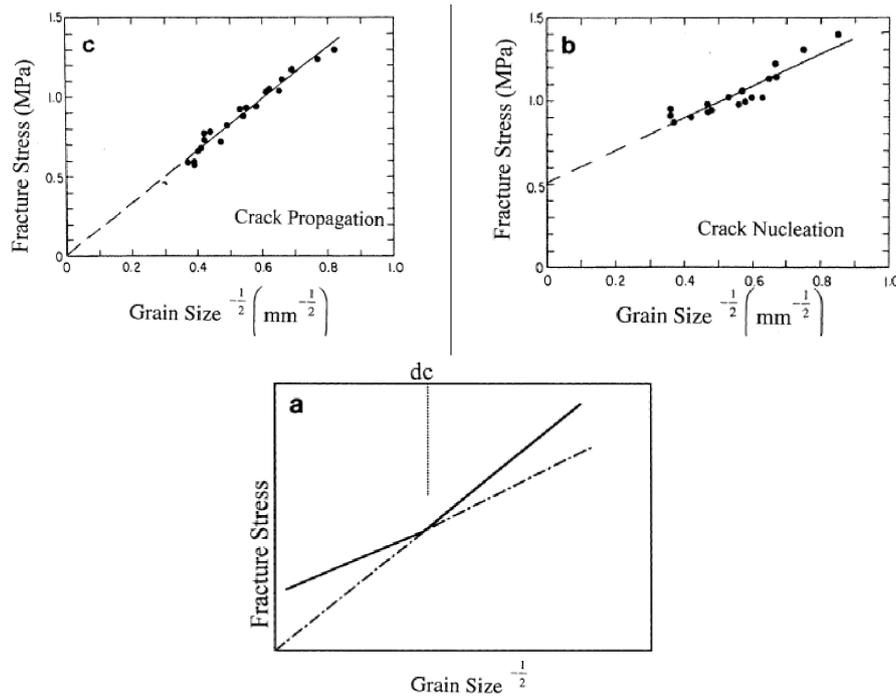
De très nombreux paramètres vont donc influencer la valeur de la limite de rupture en compression :

- la présence de bulles d'air,
- la température [**Fig. 3.11**],
- la microstructure par la taille des grains [**Fig. 3.11**],
- le confinement [**Fig. 3.12**],
- la vitesse de déformation [**Fig. 3.13**].

En effet, la température et la taille des grains semblent très importantes : le passage de  $-10$  à  $-50^\circ C$  ou d'une taille de grains de  $2$  à  $6mm$  induisent une augmentation d'un facteur deux de la limite de rupture dans le cas d'une glace équiaxe.

La résistance en compression augmente avec le confinement, comme le montre l'accroissement de la déformation à l'apparition de la première fissure.

La vitesse de déformation a un effet très important sur la limite à rupture : elle passe de  $0,4MPa$  à  $9MPa$  pour une vitesse de déformation passant de  $10^{-8}$  à  $10^{-3}s^{-1}$ .

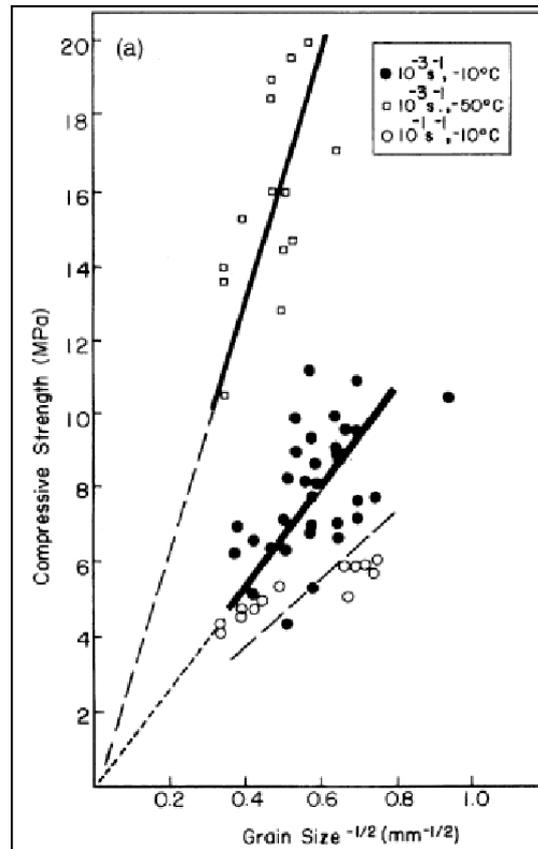


Avec :

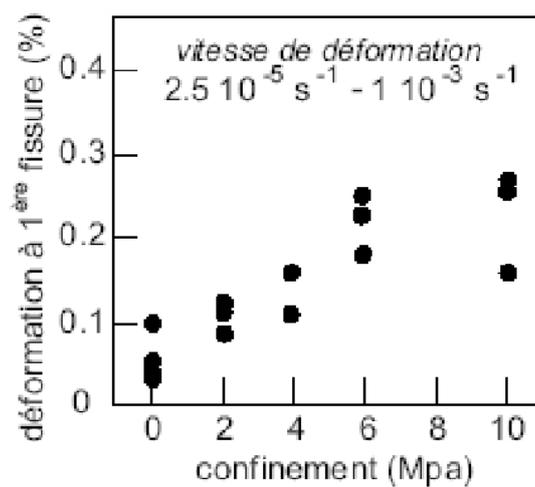
- $\sigma_0 = 0,6 \text{ MPa}$  à  $-10^\circ \text{C}$ ,  $K_t$  et  $K$  des constantes matériaux.
- $K_t = \langle m \rangle \cdot \left( \frac{3 \pi \gamma G}{8 \cdot (1-\nu)} \right)^{0,5}$ ,  $K = Q \cdot K_{IC}$  et  $Q = \frac{\pi}{2\alpha}$ ,  $K_{IC} = 0,1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{-\frac{1}{2}}$  et  $G = 3,5 \text{ GPa}$
- $\langle m \rangle$ , le facteur d'orientation de Taylor ( $\approx 5$ ) et  $\gamma$ , l'énergie de surface ( $= 109 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$ )
- $\alpha$ , le rapport entre la taille de grain et le diamètre de la fissure se propageant ( $\approx 3,7$ )
- $d_c$ , la taille de grain critique, dépend de la vitesse de déformation par  $\sigma_0$  : de  $6,7 \text{ mm}$  à  $10^{-7} \text{ s}^{-1}$ , il prend la valeur de  $1,4 \text{ mm}$  à  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

**FIGURE 3.10:** Influence de la taille de grain sur la contrainte à la rupture en traction – [SCH 01]

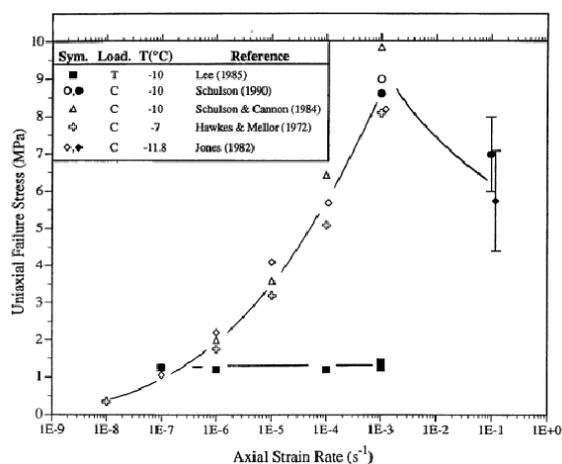
### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression



**FIGURE 3.11:** Influence de la température et de la taille des grains sur la résistance en compression uniaxiale de glace équiaxe – [SCH 01]



**FIGURE 3.12:** Influence de la pression de confinement en terme de déformation atteinte lorsque la 1ère microfissure est observée en compression – [SCH 01]



**FIGURE 3.13:** Influence de vitesse de déformation sur la limite de rupture en compression et traction – [SCH 01]

#### Remarques

La valeur de la limite de rupture à  $10^{-1} s^{-1}$  est l'objet du paragraphe suivant car la valeur de la limite à rupture sous hautes vitesses de déformation est sujette à discussion. La limite de rupture en traction n'est pas dépendante de la vitesse de déformation tant qu'elle reste inférieure à  $10^{-3} s^{-1}$ .

### 3.1.3 Comportement dynamique

#### 3.1.3.1 Limite à rupture et Module de Young en Compression

A plus hautes vitesses de déformation, les sollicitations sont trop rapides pour que les mécanismes associés à la déformation viscoplastique (fluage, recristallisation) puissent accommoder la déformation du matériau quelque soit la température : la glace est donc constamment dans le domaine fragile et se rompt sous l'effet d'une contrainte de traction. [Fig. 3.14]

Quelques auteurs se sont récemment penchés sur le problème de la valeur de la limite à rupture en compression de la glace polycristalline à hautes vitesses de déformation. Une synthèse des caractéristiques de essais est présentée dans la table [Tab. 3.3].

#### Remarques.

La raideur pouvant s'apparenter au module de Young peut facilement être estimée par les données des auteurs et la conclusion est la même que dans le cas du monocristal de glace : les valeurs sont beaucoup plus faibles que celle obtenue avec un régime statique et la dispersion, très importante.

L'évolution des contraintes à rupture en traction en fonction de la vitesse de déformation, de la glace polycristalline, semble ne jamais avoir été étudié à très grandes vitesses.

### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression

	E. M. Schulson <sup>*,**</sup> [SCH 05]	M. Shazly [SHA 06]	S. Jones [JON 97]	P.K. Dutta <sup>***</sup> [DUT 04]	E.L. Fasanella [FAS 06]
Echantillons					
Forme	cylindre	cylindre	parallépipède	cylindre	cylindre
L. × Φ [mm]	127 × 50,8 ou 12,7 × 50,8	0,89 × 19,05 ou 2,3 × 19,05 5,5 × 19,05	6 × 6 × 12,5	38,1 × 76,2	50,8 × 76,2 et 38,1 × 76,2
L. × l. × H. [mm]					
Type de glace					
	columnaire, équiaxe et équiaxe endommagée	équiaxe	columnaire (grains de 4 à 8mm)	columnaire	non précisée
Type de sollicitation					
	vérin conventionnel en chargement uniaxial	barres de Hopkinson	vérin rapide en chargement uniaxial	barres de Hopkinson	puits de chute
Température d'essai					
	-10°C	-10°C et -30°C	-11°C	-10°C	non précisée

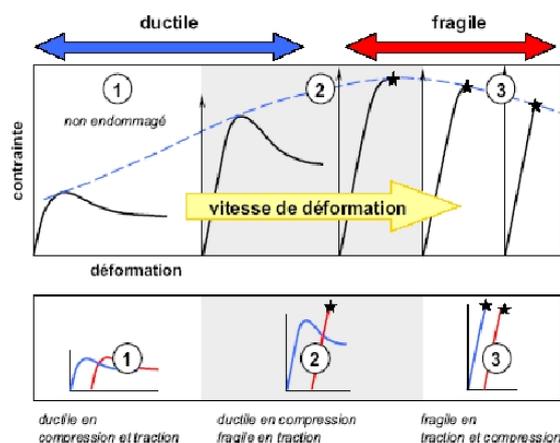
#### Particularités

\* une précharge faible (0, 1MPa) est appliquée pendant 10 minutes sur l'échantillon afin d'améliorer la condition limite.

\*\* Pour certains essais, un peu de graisse est appliquée au niveau du contact "échantillon – barres" en plus de la précharge.

\*\*\* le contact "échantillon – barres" est soit libre, soit "collé" par spray d'eau.

**TABLE 3.3:** Caractéristiques des essais dynamiques menés sur la glace polycristalline



**FIGURE 3.14:** Transition "ductile – fragile" en fonction de la vitesse de déformation – [MEY 02]

## 3.1.4 Bilan

### 3.1.4.1 Effet de la microstructure

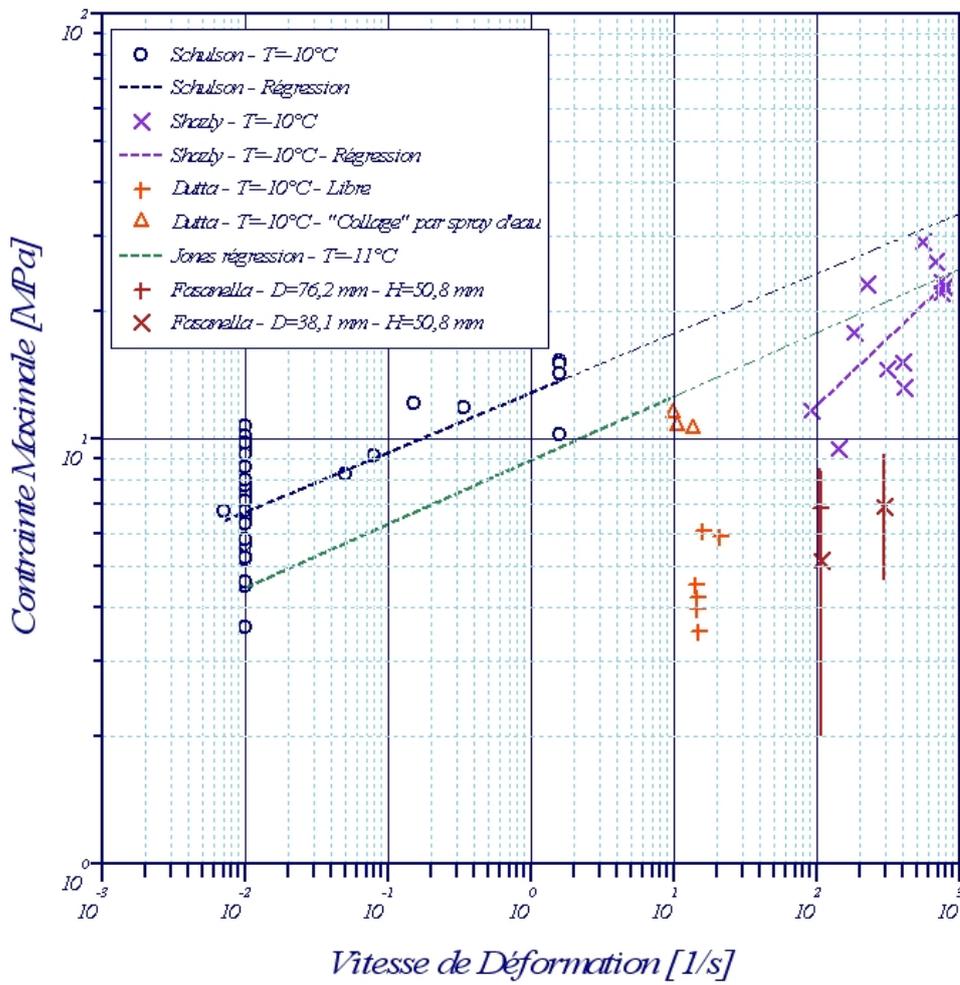
Le premier point qui émerge de cette étude est l'importance de la microstructure : le monocristal de glace est la glace naturelle la plus robuste tandis que la glace colonnaire semble avoir une meilleure tenue mécanique que la glace équiaxe. Dans la glace polycristalline, les grains les mieux orientés vont jouer le rôle d'une inclusion incompressible et générer des concentrations de contraintes de traction à leur périphérie. L'absence de ce phénomène dans le monocristal est responsable de la meilleure tenue de cette glace. Le type de glace ainsi que l'orientation et la taille des grains pilotent donc l'effet de la microstructure sur la tenue mécanique de la glace.

### 3.1.4.2 Effet de confinement et d'échelle

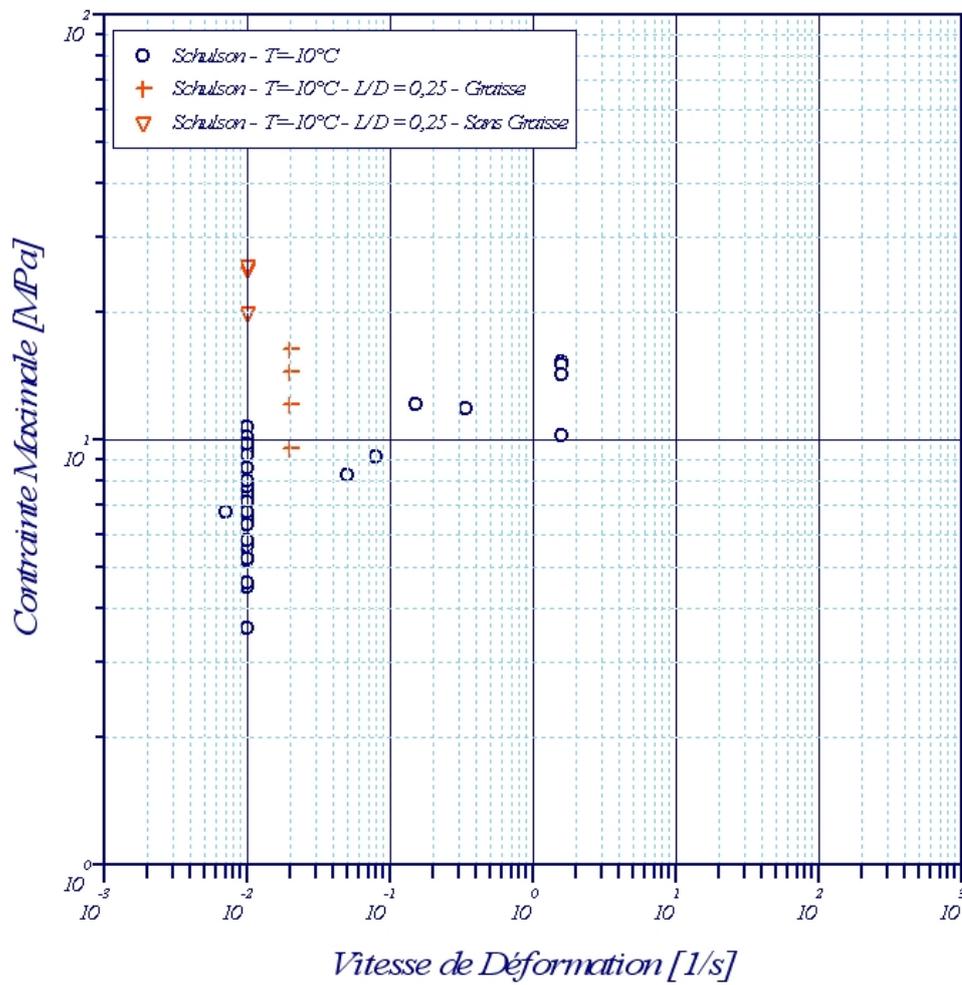
Les échantillons présentant une faible hauteur ont tendance à être sensible au confinement imposé par la forme de la géométrie et le coefficient de friction du matériau. Pour répondre à ce problème, E. M. Schulson et al. [SCH 05] montrent expérimentalement qu'à faible vitesse de déformation le phénomène de confinement lié à la géométrie et au coefficient de friction à l'interface surestime la limite de rupture du matériau d'un facteur 4 à sec et 2 avec une interface lubrifiée. Deux phénomènes peuvent en être responsable :

- Soit l'effet de confinement imposé par la géométrie et la friction au niveau de la condition limite, ce qui explique pourquoi le facteur d'amplification diminue avec la lubrification.
- Soit des grains parcourent l'ensemble de la hauteur de l'échantillon du fait de sa faible épaisseur et ne joue pas le rôle de concentration des contraintes comme dans un échantillon plus important. Cet argument n'explique pas les résultats qui diffèrent selon le type de lubrification de la condition d'appui.

### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression



**FIGURE 3.15:** Compression – Evolution de la limite à rupture des différents auteurs à  $T = -10^\circ\text{C}$  – Glace colonnaire



**FIGURE 3.16:** Compression – Effet du confinement sur la limite de rupture –  $T = -10^\circ\text{C}$   
– Glace colonnaire



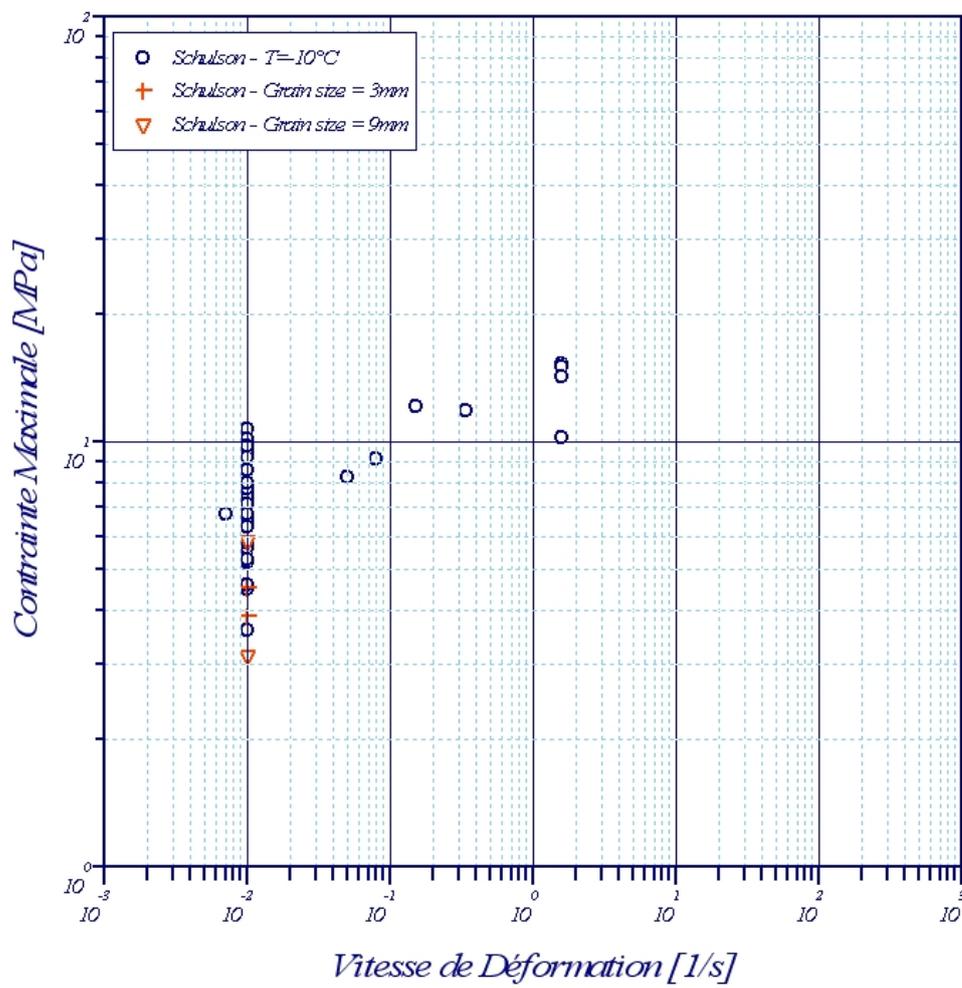


FIGURE 3.18: Compression – Effet de la microstructure sur la limite à rupture –  $T = -10^{\circ}\text{C}$

3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression

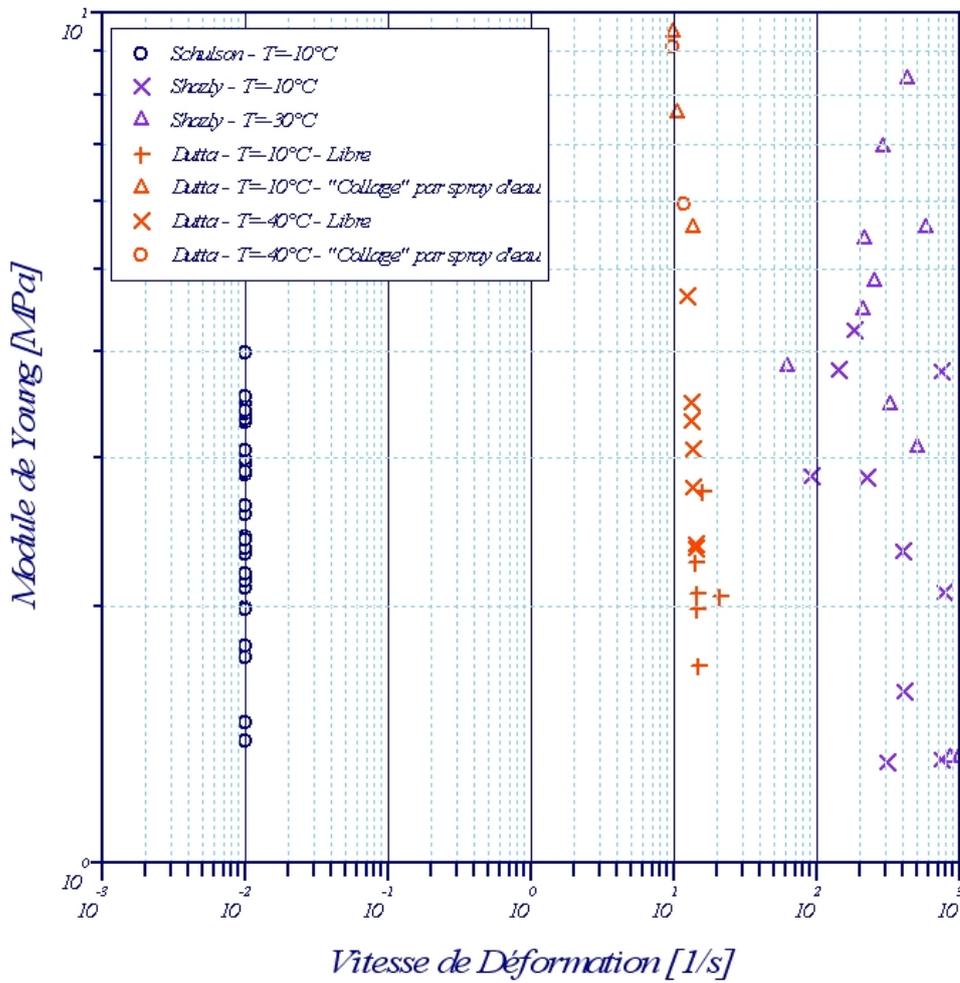


FIGURE 3.19: Comparaison du module de Young des différents auteurs – Glace colonnaire

Cependant, M. Shazly et al. [SHA 06] donne une explication sur le fait que les effets du confinement (liée à la friction de la glace et la géométrie) sur la limite de rupture deviennent négligeables dans le cas des hautes vitesses devant l'effet de dépendance à la vitesse de déformation : A partir de résultats de la littérature sur le coefficient de friction cinétique de la glace, la vitesse des essais induit un coefficient de friction inférieur à 0,006. A partir d'un calcul élément fini, l'auteur montre que plus les échantillons s'affinent plus la rupture devrait se produire tôt si le confinement était l'effet prépondérant. Hors expérimentalement la rupture se produit au même niveau de chargement. Donc cet effet est négligeable devant le durcissement lié à la vitesse de déformation. A partir de conditions limites différentes (collage par spray d'eau et graissage), les similitudes du niveau de chargement à la rupture suggère la même conclusion.

### 3.1.4.3 Effet de la vitesse de déformation

Deux scénarios semblent possibles pour modéliser l'effet de la vitesse de déformation :

- **soit, la tendance est une loi logarithmique de la forme  $\sigma = A\dot{\epsilon}^B$ .**

Cette évolution est proposée par la quasi-totalité des auteurs. Les approximations de S. Jones [JON 97]] et E.M. Schulson et al. [SCH 05] s'accordent relativement bien par rapport à la valeur de la pente de la régression logarithmique et montrent la tendance au renforcement de la glace avec la vitesse de déformation. De plus, la microstructure, par la taille de grains différentes dans les deux études, explique les grandes variations du paramètre A des lois. Cependant, M. Shazly et al. trouve une dépendance à la vitesse de déformation bien plus forte que les deux autres études. Ce qui conduit à envisager ce second scénario d'évolution.

- **soit, l'évolution est semblable à celle des matériaux fragiles type béton**

La limite à rupture augmente à partir d'une vitesse de déformation critique. L'étude de E.L. Fasanella et al. [FAS 06] montre un net changement du mode de rupture dans les hautes vitesses de déformation (**Fig. 3.7**) : la rupture par le clivage dans le sens longitudinal est remplacée par la propagation d'une onde d'endommagement le long du glaçon.

### 3.1.4.4 Effet de la température

L'effet de la température est moins évident :

- dans le régime statique, l'effet est assez bien connu et quantifié : un durcissement de la glace s'opère avec la baisse de la température. Par exemple, le passage de  $-10$  à  $-50^\circ\text{C}$  entraîne une augmentation d'un facteur deux de la limite de rupture dans le cas d'une glace équiaxe.
- Par contre, dans le régime dynamique, l'effet est beaucoup moins net : si Jones ne montre pas d'évolution entre  $-10^\circ\text{C}$  et  $-40^\circ\text{C}$  pour des vitesses de déformation (de l'ordre de  $10\text{s}^{-1}$ ), Shazly semble montrer le contraire pour des vitesses de déformations comprises entre 100 et  $1000\text{s}^{-1}$ .

#### 3.1.5 Conclusion

Les caractéristiques mécaniques de la glace ont longuement été étudiés en statique et semble relativement bien connues. Cependant, les travaux sur la caractérisation de la glace en dynamique rapide sont relativement récents et contradictoires entre les divers auteurs. Les résultats qui en découlent sont donc sujets à discussion notamment sur l'évolution des contraintes à rupture en compression, la température ou les problèmes d'effet d'échelle. Quant aux valeurs de limite à rupture en traction en dynamique rapide, elles sont inexistantes.

Il semble difficile d'analyser en même temps tous ces paramètres. Dans un premier temps, nous avons donc mis au point une campagne d'essais sur un vérin rapide hydraulique, limité en vitesse de déformation mais présentant l'avantage d'être un moyen de test parfaitement maîtrisé au sein de L'Onera Centre de Lille. Le but est alors de mieux comprendre les mécanismes de rupture de la glace, de mettre en évidence (ou non) la dépendance des réponses dynamiques à la vitesse de déformation et de saisir les difficultés pour la mise en oeuvre et l'analyse des tests sur la glace.

## 3.2 Equipements mis en oeuvre pour la caractérisation sur le vérin rapide

### 3.2.1 L'actionneur : le vérin rapide – [Fig. 3.20]

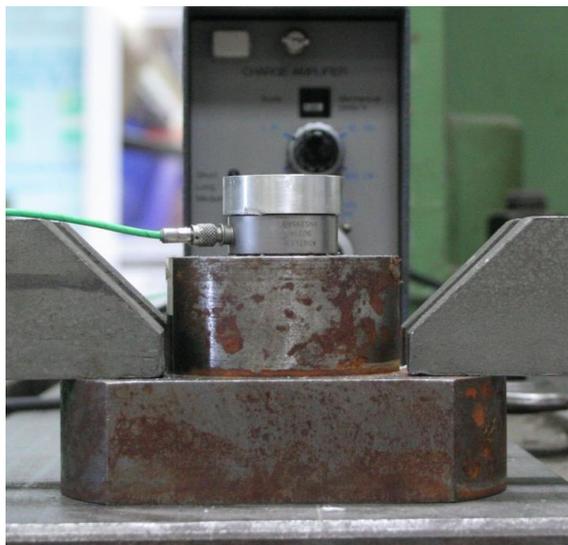
Alimenté sous une pression de  $350bars$  avec un débit de  $150L.mn^{-1}$ , ce vérin hydraulique à double effet, de marque SCHENCK, est asservi en déplacement grâce à une servo-valve à trois étages. Ses capacités en charge sont :  $50kN$  en dynamique et  $69kN$  en statique avec une très bonne tolérance aux efforts radiaux grâce à l'utilisation de paliers de guidage hydrostatiques. Sa vitesse maximale avoisine les  $10m.s^{-1}$  et une course utile de la tige du vérin de  $250mm$  complète ces caractéristiques de base.

### 3.2.2 Caméra rapide WEINBERGER

Une caméra vidéo rapide haute résolution (VISARIO) a été utilisée pour saisir le comportement de l'éprouvette lors de son chargement. A la cadence de référence de 1000 images par seconde, sa résolution est de  $1536 \times 1024$  pixels et le temps d'exposition peut être réduit à  $10\mu s$ . Pour notre application et consécutivement aux essais préliminaires, nous avons dû réduire la résolution d'une part à  $768 \times 512$  et d'autre part à  $512 \times 196$  pixels pour accroître la cadence afin d'atteindre respectivement 4000 et  $10000im.s^{-1}$  (valeur limite de ce matériel) afin de saisir quelques images durant la fissuration des éprouvettes au détriment de leur résolution.



**FIGURE 3.20:** Photographies de l'installation "Vérin rapide"



**FIGURE 3.21:** Photographie de la cellule piézoélectrique

#### 3.2.3 L'éclairage

Un projecteur LTM HMI (Ref : Prolight 1200 mSR) d'une puissance de 1200W à lumière froide a été utilisé. Son fonctionnement n'est déclenché que quelques instants avant la rupture du matériau et n'a pas d'effet notable sur le réchauffement de l'échantillon comme nous le verrons par la suite lors de l'étude de l'évolution de la température de l'échantillon.

#### 3.2.4 La cellule de force piézoélectrique

Le capteur d'effort [Fig. 3.21] est placé au sein du montage, entre la taque d'essai et la platine titane qui supporte le spécimen à tester. C'est une cellule piézo-électrique monocomposante de marque KISTLER (modèle : 9071A – N° de série : 1063162). Elle n'est pas ici préchargée afin de permettre le refroidissement de la platine support à la même température que l'échantillon et d'éviter la dérive de la cellule par dilatation différentielle. La fréquence de résonance, directement dépendante de la raideur, est élevée à vide (supérieure à 80kHz), mais elle chute fortement après adjonction de la platine support en titane pour atteindre une valeur proche de 10kHz. La cellule, intégrée à notre montage, est étalonnée en statique avant chaque campagne d'essais sur une machine de traction compression INSTRON, modèle 5887. La cellule servant à l'étalonnage répond à la classification : classe 0.5 (EN 10002-2), classe 0 (ISO 7500-1) sur toute l'étendue de mesure.

#### 3.2.4.1 L'extensomètre optique

Pour la mesure des allongements jusqu'à rupture, un extensomètre optique ZIMMER (modèle 200XH – 20) est utilisé. Il permet le suivi à distance du déplacement de deux mires contrastées (noir / blanc) et fortement éclairées au moyen de fibres optiques. Des mires sont déposées, d'un coté sur le vérin, de l'autre sur le support du montage piézo-électrique. Les deux voies de l'extensomètre ont un entraxe réglable continûment de 1 à 150mm grâce à deux adaptateurs. A peine moins résolvant que des jauges de déformation, cet équipement offre des avantages non négligeables : La bande passante de 200kHz autorise des vitesses de déplacement pouvant atteindre dans notre configuration  $1800m.s^{-1}$  pour une étendue de mesure de 20mm pour chaque voie, La résolution atteint  $10^{-4}$  de l'étendue de mesure, soit  $2\mu m$ , La mesure est indépendante de la localisation de l'endommagement, donc comparable d'un essai à l'autre.

### 3.3 Equipements mis en oeuvre pour la caractérisation sur machine de compression conventionnelle

#### 3.3.1 La machine de "traction – compression" INSTRON – [Fig. 3.22]

Il s'agit d'une machine électromécanique à vis INSTRON (modèle : 5887). Ses capacités en charge sont : 300 kN ; sa vitesse maximale avoisine les 500 mm/min pour une course utile proche de 1500 mm. Un asservissement en déplacement a été utilisé pour la rampe. Le cellule servant à la mesure de l'effort dynamique répond à la classification : classe 0.5 (EN 10002-2), classe 0 (ISO 7500-1) sur toute l'étendue de mesure. Nous avons vérifié par comparaison les mesures obtenues en dynamique ( $500mm.mn^{-1}$ ) tant en terme d'effort que de déplacement : La comparaison de la mesure de déplacement fournie par la machine à celle obtenue par l'utilisation d'un extensomètre optique de marque MessPhysik (modèle : ME 46) répondant à la classification classe 1.0 montre un très bon accord. Lors des essais sur la machine de compression classique, nous utiliserons donc la mesure de déplacement qu'elle nous fournie. [Annexe (1.5)]. De même, la réponse d'effort a été comparée à la mesure provenant par le montage de la cellule piézoélectrique du vérin rapide. Les réponses sont similaires même si la machine de compression fournie une courbe plus lissée [Annexe (1.6)]. Un plateau rotulant a également été utilisé afin d'assurer de meilleures conditions limites de chargement sur les échantillons.

#### 3.3.2 Chambre cryogénique

Une enceinte cryogénique INSTRON (modèle : EC 1802), fonctionnant par vaporisation d'azote liquide est utilisée. Ses températures limites de fonctionnement sont de  $-160$  et  $+610^{\circ}C$  avec une précision de régulation de  $\pm 1^{\circ}C$  et une vitesse de descente de l'ordre de  $2^{\circ}C$  par minute dans l'intervalle de travail. Un hublot permet de visualiser



**FIGURE 3.22:** Photographies de l'installation "Vérin rapide"

le comportement de l'échantillon lors du chargement. Lorsque la consigne est atteinte, un délai minimum d'attente de trente minutes est respecté pour garantir l'uniformité de la température dans les pièces du montage de compression (qui seront au contact de la glace).

## **3.4 La chaîne de traitement des mesures (commune aux deux montages)**

### **3.4.1 La centrale d'acquisition rapide**

Pour l'acquisition synchrone des données, un analyseur de transitoire multivoies : NI-COLET Multipro a été utilisé. Il est équipé de 4 cartes MP120E d'une capacité maximale de 1 Méga échantillons par seconde chacune, avec une résolution sur 12 bits ; chaque carte étant sécable en 1, 2 ou 4 voies de mesure. Un logiciel d'exploitation du système d'acquisition gère les entrées / sorties via une interface IEEE.

### **3.4.2 Le logiciel de traitement**

Le traitement des données en provenance de l'analyseur de transitoire et la mise en forme des résultats en vue de leurs représentations graphiques, s'opère sur ce même micro-ordinateur en utilisant différentes séquences automatisées développées sous l'environnement FAMOS.



FIGURE 3.23: Photographie de la cellule piézoélectrique

## 3.5 Plan d'expérience

### 3.5.1 Echantillons

Dans cette première campagne, le Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement (LGGE) à Grenoble est le fournisseur des échantillons de glace monocristalline. Leur taille est de 30 mm de hauteur et 25 mm de diamètre. [Fig. 3.23]. 35 essais ont été réussis sur une campagne de 50 essais.

### 3.5.2 Vitesse de Sollicitation

Cinq vitesses de sollicitation pour les essais sous vérin rapide ont été choisies en fonction des capacités de l'installation et de la possibilité de recouvrir une partie de la gamme de vitesses d'essai par un autre moyen de mesure, la machine de compression. Puis, deux vitesses ont été choisies pour les essais sur la machine de compression afin de correspondre à deux vitesses de déformations mesurés sur les essais au vérin rapide. En effet, les vitesses de consigne du vérin rapide sont en général plus élevées que les vitesses réelles mesurées lors de la rupture de l'échantillon. Le tableau suivant donne la correspondance entre le moyen d'essai, l'ordre de grandeur des vitesses de déformation et la température.

### 3.5.3 Préparation et déroulement des essais

Pour la première chaîne de mesure, le protocole expérimental se déroule selon la séquence suivante :

1. Mise en température des échantillons, du support de l'échantillon et de l'impacteur pendant 30 min dans l'enceinte cryogénique.
2. Mise en place de l'échantillon sur son support.

Vitesse de Déformation	Vérin Rapide (VR)	Machine de Compression (MC)
$\approx 50s^{-1}$	VR1, VR2, VR3	—
$\approx 30s^{-1}$	VR4 à VR7	—
$\approx 10s^{-1}$	VR8 à VR11, VR12 à VR15	—
$\approx 0,25s^{-1}$	VR16 à VR19	MC1 à MC4 MC10, MC11
$\approx 7.10 - 3s^{-1}$	VR20 à VR23	MC5 à MC9

**TABLE 3.4:** Plan d'expérience des essais de caractérisation du monocristal

3. Mise à zéro des voies de mesure, lancement de l'acquisition en attente d'un trigger sur la voie de force.
4. Lancement de l'essai par la mise à la vitesse de consigne du vérin.
5. Pour la seconde chaîne de mesure, le protocole expérimental est le suivant :
6. Mise en température des échantillons pendant 30 min dans l'enceinte cryogénique.
7. Mise en place des échantillons sur le plateau rotulant.
8. Temps d'attente de 10 min pour le retour à la consigne de température.
9. Mise à zéro des voies de mesure, lancement de l'acquisition en attente d'un trigger sur la voie de force.
10. Lancement de l'essai par la mise à la vitesse de consigne du vérin.

### 3.5.4 Evolution de la température

Afin de filmer la rupture de la glace, l'enceinte cryogénique n'a pas été utilisée lors de l'essai de compression sous le vérin rapide. Une courbe d'évolution de la température à coeur des échantillons de glace [Annexe (1.4)] a donc été réalisée pour connaître exactement la température d'essai des échantillons. Nous considérerons donc que les températures d'essai sont les suivantes :

- Essais VR1 à VR15 :  $-20 \pm 1^{\circ}C$  (temps de l'installation : 35 s)
- Essais VR16 à VR25 :  $-15 \pm 1^{\circ}C$  (temps de l'installation : 1 mn 20 s)

## 3.6 Résultats

### 3.6.1 Résultats bruts

Les graphiques **Fig. 3.24** et **3.25** représentent une synthèse des résultats bruts, que nous allons pouvoir mieux interpréter grâce à la vidéo dans le paragraphe suivant. Toutes fois, si la dispersion des résultats semble très importante au premier abord, elle s'explique

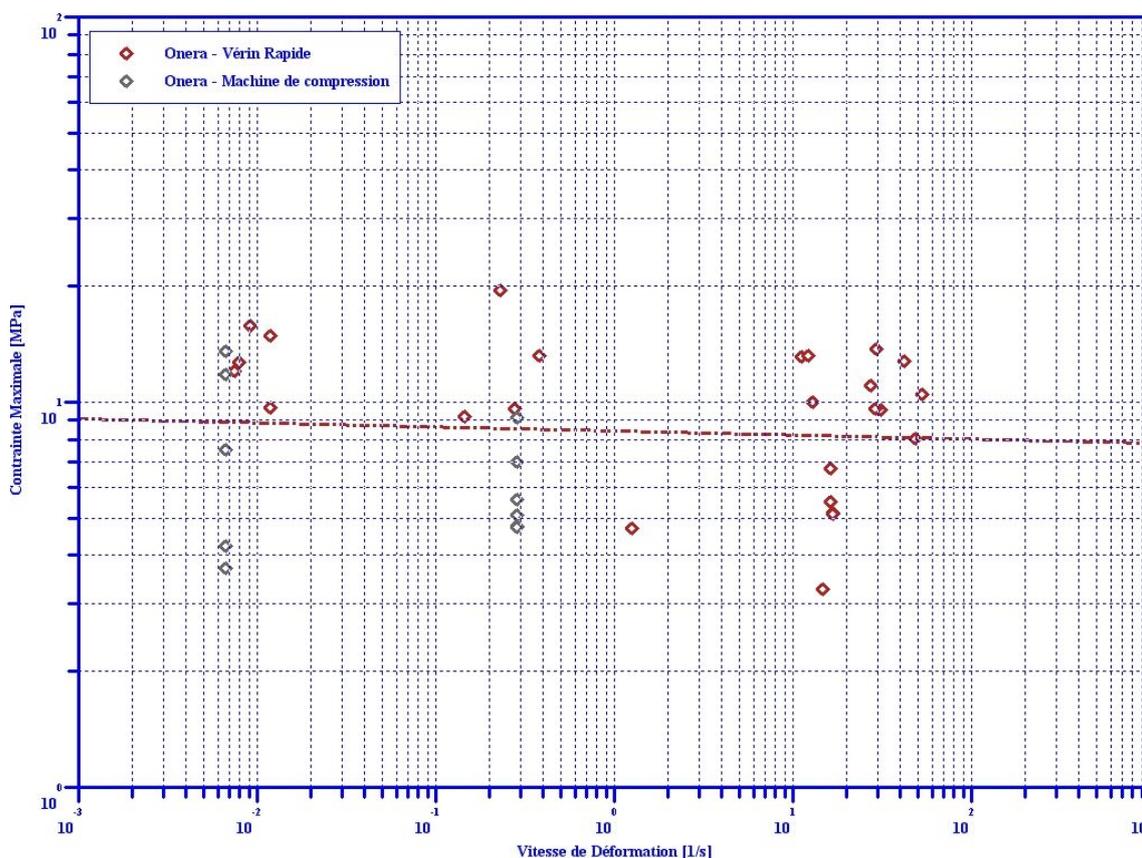


FIGURE 3.24: Synthèse des valeurs des limites à rupture obtenues

par le faible rapport entre la plage de valeurs de vitesses de déformation testée et le nombre d'essais réalisés.

Le module de Young dynamique observé **Fig. 3.25** est beaucoup plus faible que le module de Young statique mais la dispersion correspond aux essais des autres auteurs de la bibliographie.

Enfin, la vitesse de déformation n'a que très peu d'effet sur la valeur de limite à rupture en compression.

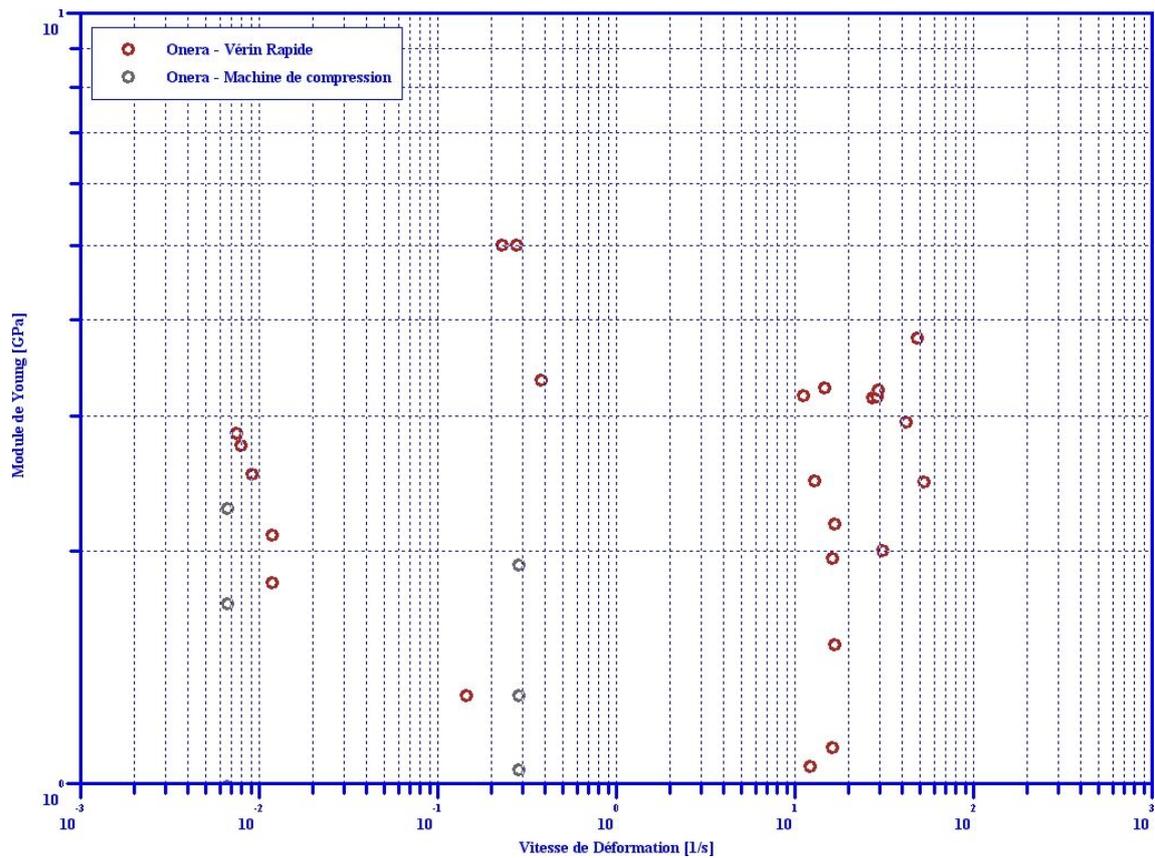
### 3.6.2 Visualisations des essais

La vidéo permet de mettre en évidence le problème de répétitivité des essais. En effet, les essais possédant une limite à rupture élevée présentent des caractéristiques communes (fissurations longitudinales apparaissant en premier, suivies de l'éclatement complet du glaçon en petits morceaux). [**Fig. 3.26**]

Alors que les essais ayant donné des limites de rupture très faibles, la rupture est différente : des fissurations non longitudinales apparaissent et entraînent un éclatement partiel et/ou de gros morceaux de glace. [**Fig. 3.27** et **3.28**]

Ce phénomène peut s'expliquer par diverses raisons : soit la condition limite imposée

### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression



Quelques essais possédant un module faible, inférieur à 1 GPa, les points correspondants ne figurent pas sur la représentation graphique à cause de l'échelle logarithmique.

**FIGURE 3.25:** Synthèse des valeurs de module de Young obtenues

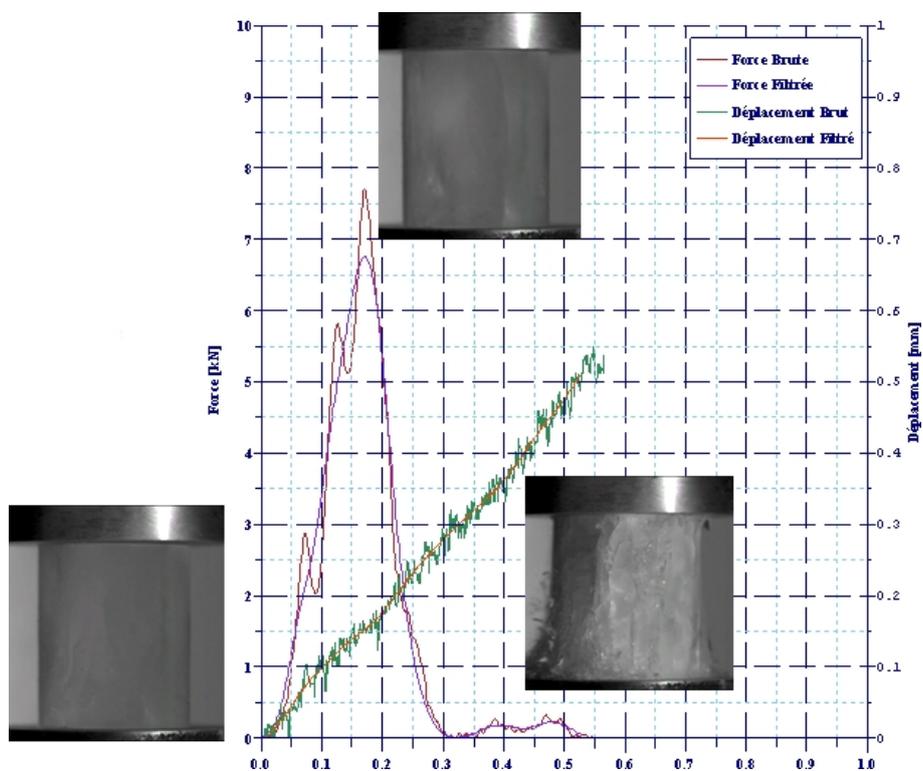


FIGURE 3.26: Correspondance Effort mesuré – Visualisation d’un essai valide – Essai VR7 –  $varepsilon = 30s - 1$

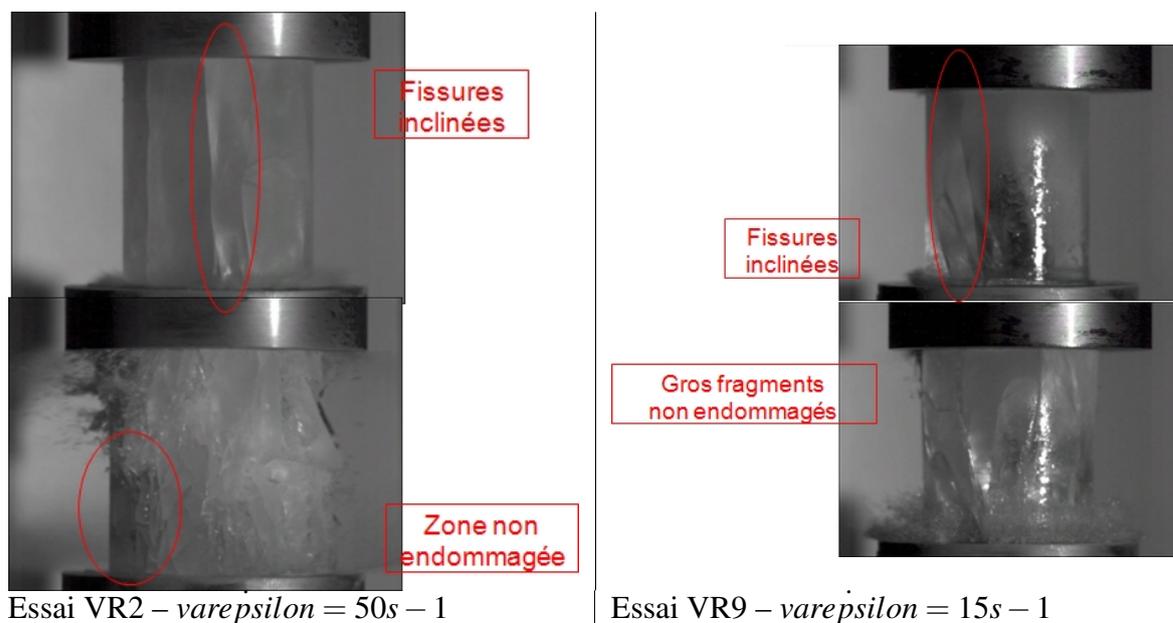
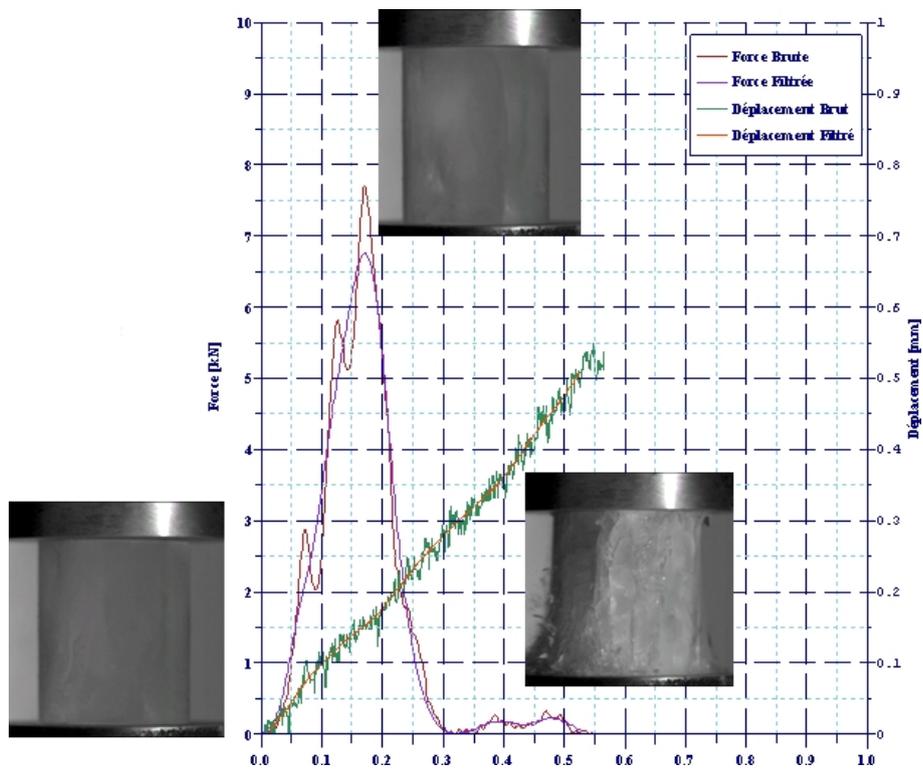


FIGURE 3.27: Exemples d’essai défectueux



**FIGURE 3.28:** Correspondance Effort mesuré – Visualisation d’un essai défectueux – Essai VR23 –  $\dot{\nu}arepsilonpsilon = 10^{-2}s^{-1}$

est trop imparfaite (non parallélisme des plans ou état de surface de l'échantillon), soit un défaut dans le glaçon provoque sa rupture prématurément.

*Remarques.* Les courbes des essais à grandes vitesses de déformation présentent pour la plupart une mise en place en deux temps de l'essai : une première montée en effort apparaît, suivie d'une seconde provoquant la rupture de l'échantillon. Cette première montée parasite peut avoir plusieurs causes :

- soit le non essuyage des échantillons (l'essai VR7, essuyé, ne présente pas cet effet),
- soit, comme dans le cas précédent, un mauvais parallélisme ou état de surface des échantillons. En effet, les déplacements étant très faible de l'ordre du dixième de millimètre, le moindre défaut à l'usinage est rédhibitoire.

Le montage avec le capteur piézoélectrique présente une fréquence de résonance ( $\approx 10kHz$ ) gênante aux vitesses de déformation importante, notamment pour des vitesses de déformation au delà de  $50s^{-1}$ . Cette vitesse correspond à la limite de possibilité de mesure du montage utilisé. L'analyse vidéo des essais permet de retirer les essais présentant des ruptures imparfaites liés à des problèmes matériaux ou machinés explicités précédemment.

### **3.7 Comparaison aux références bibliographiques et discussion**

Comparons maintenant nos essais à ceux détaillés dans la première partie sur la synthèse bibliographique.

#### **3.7.1 Mode de rupture de la glace**

Les essais de ce travail ne font apparaître qu'un seul mode de rupture : une rupture par clivage du monocristal suivie d'un éclatement en plus ou moins gros morceaux de l'échantillon. Ce mode semble correspond aux résultats des autres auteurs pour des essais à faible ou moyenne vitesse de déformation.

Cependant ils ne permettent pas d'obtenir une rupture où l'éclatement du cristal suit la propagation de l'onde de compression, constatée par certains auteurs sur des essais à haute vitesse de déformation sur le puit de chute ou aux barres de Hopkinson.

Ainsi, ces essais ne permettent pas de savoir si ce changement de rupture est lié à la vitesse de déformation, à la géométrie de l'éprouvette ou inhérente aux moyens de test.

#### **3.7.2 Limite de rupture de la glace et vitesse de déformation en compression**

Les limites de rupture obtenues lors de notre campagne expérimentale sont légèrement inférieures aux valeurs fournies par E.M. Schulson [Ref. 6] ou M. Shazly et al. [Ref. 7]. Cependant, ces essais sont cohérent avec le scénario exposé au paragraphe 3.1.4.3 avec



deux lois d'évolution de la limite de rupture correspondant aux deux modes de rupture des échantillons ; notamment la bonne correspondance entre les lois d'évolution de M. Shazly et al. [Ref. 7] et nos essais dynamiques à grandes vitesses de déformations. [Essais VR1 à VR15]

### **3.8 Conclusions et perspectives**

La poursuite des essais est nécessaire pour valider les scénarios d'évolution de la loi de comportement avec la vitesse de déformation, les changements de mode de rupture ainsi que l'effet du confinement proposés dans la littérature. Une étude du comportement à plus haute vitesse en traction serait également très intéressante, notamment quand on regarde les évolutions des matériaux fragiles type béton.

Divers essais ont été envisagées sur des barres de Hopkinson (Tests de Compression bien sur et de Traction) mais les moyens d'essai arrivés trop tardivement ne nous ont pas permis de les réaliser et de terminer complètement la caractérisation de la glace sous haute vitesse de déformation.

Par ailleurs, une campagne de caractérisation complète de la glace d'accrétion et des grêlons seraient nécessaire, notamment lorsque l'on regarde les différences de limite à rupture en compression pour de la glace équiaxe et de la glace monocristaline. Pour ce faire, il est essentiel de dégager des moyens dédiés pour une fabrication (soufflerie givrante) et appliquer la procédure mise au point ici sur vérin rapide et sur barres de Hopkinson.

Le comportement des grêlons est quant à lui plus difficile à étudier, ne serait-ce que par la fabrication des grêlons conforme aux grêlons naturels pouvant être de très gros diamètre.

### 3. Campagne de caractérisation sur vérin rapide et machine de compression

---

## Chapitre 4

# Campagne d'essais de validation au lanceur à air comprimé

Cette seconde campagne expérimentale permet d'atteindre de plus grandes vitesses de sollicitation par l'utilisation d'un lanceur à air comprimé. Deux types de cibles (cellule Piezo électrique et plaque aluminium) ont été utilisées. Les résultats, qui en découlent, permettent de tirer de mener une réflexion sur les mécanismes mis en jeu lors de l'impact de glace à haute vitesse. Ces tests fournissent en plus des cas réalistes pour la simulation, en vue de la validation du modèle numérique.

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>116</b>
<b>4.2</b>	<b>Fabrication des échantillons de glace</b>	<b>116</b>
<b>4.3</b>	<b>Caractéristiques des équipements mis en jeu</b>	<b>117</b>
4.3.1	Le banc de tir – <b>Fig. 4.4</b>	117
4.3.2	La caméra ultra rapide CORDIN	118
4.3.3	La caméra rapide WEINBERGER	121
4.3.4	L'éclairage – <b>Fig. 4.4</b>	122
4.3.5	La barrière de vitesse – <b>Fig. 4.5</b>	122
4.3.6	La cellule de force piézoélectrique – <b>Fig. 4.5</b>	123

4.3.7	Le montage flexion 3 points – <b>Fig. 4.5</b> . . . . .	123
4.3.8	Conditionnement des jauges VISHAY . . . . .	123
4.3.9	La centrale d'acquisition rapide NICOLET . . . . .	124
<b>4.4</b>	<b>Tir sur cellule Piezo-électrique</b> . . . . .	<b>124</b>
4.4.1	Plan d'expérience . . . . .	124
4.4.2	Résultats et Discussion . . . . .	124
<b>4.5</b>	<b>Tir sur tôle d'aluminium</b> . . . . .	<b>127</b>
4.5.1	Plan d'expérience . . . . .	127
4.5.2	Résultats et Discussion . . . . .	128
<b>4.6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b> . . . . .	<b>131</b>

---

### 4.1 Introduction

Comme la campagne précédente était limitée à une vitesse inférieure à  $100 \text{ s}^{-1}$ , une nouvelle campagne a été mis sur pied dans une double ambition :

- en premier, de mieux cerner les mécanismes du comportement de la glace à hautes vitesses de déformation ( $> 10^2 \text{ s}^{-1}$ ) en mettant en évidence :
  - le rôle de la microstructure afin de déterminer s'il est nécessaire (ou non) de tester une glace dite "aéronautique" obtenue à partir de la congélation d'eau surfondue sur une pièce métallique en soufflerie et dont la microstructure est très différente de nos glaces naturelles,
  - la différence de dégâts causés par l'impact sur une structure entre un fluide (ici de l'eau) ou par de la glace,
  - l'influence de conditions géométriques comme la forme des échantillons, ou l'angle d'impact relatif entre cible et impacteur.
- ensuite, de fournir des données d'essai relativement proches de tests de certification réalisés par l'industrie aéronautique afin de s'assurer de la validité du modèle numérique de la glace pour simuler les impacts.

### 4.2 Fabrication des échantillons de glace

Lors de cette seconde campagne expérimentale, il a été possible de réaliser nous même les échantillons de glace testés, au sein du Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement (LGGE) à Grenoble. Cette expérience nous a permis de mesurer les difficultés de la réalisation elle-même des échantillons mais aussi des conditions de confection (les gants et anorak très épais limitent les possibilités pour la manipulation et l'usage tandis que l'air pulsé dans les chambres froides à  $-15^\circ\text{C}$  est très fatigant).

Le processus se déroule en sept étapes :

1. Réalisation de blocs de glace bruts. Deux procédés ont été utilisés selon le type de microstructure de la glace désirée :

- la glace équiaxe est obtenue en gélant un mélange d'eau et de glace pilée à  $-15^{\circ}\text{C}$  pendant 24 heures,
  - la glace monocristalline (et colonnaire) est le résultat du gel très lent d'eau contenue dans un bac, lui-même refroidi sur sa surface inférieure. Ainsi un faible gradient de température de quelques degrés seulement (entre le haut et les bas du bac) et un renouvellement de l'eau quotidien permet d'obtenir une glace transparente et sans bulle d'air au rythme d'un centimètre par jour. Cette étape a donc été réalisée par le personnel du LGGE avant notre arrivée afin de pouvoir réaliser les échantillons dans la semaine.
  - l'eau utilisée dans les deux cas est une eau déminéralisée et désoxygénée.
2. Découpage en carottes de glace à la scie à ruban. [Fig. 4.1] Le découpage est soit aléatoire en ce qui concerne le bloc destiné aux échantillons de glace équiaxe, soit guidé par la localisation des grains de glace constituant le bloc brut obtenue par la lumière polychromatique dans le cas du bloc destiné aux monocristaux.
  3. Analyse d'un échantillon de chaque carotte à la lumière polychromatique. Afin de faciliter l'usinage des monocristaux, chaque carotte est analysée pour connaître l'articulation de la microstructure. Ainsi un morceau de chaque carotte est prélevé à la scie à ruban puis un rabot permet d'obtenir une lamelle très fine observable au polychromate. La figure [Fig. 4.2] montre le polychromate et la vue de la lamelle d'une carotte par la lumière polychromatique, ici un superbe monocristal.
  4. Usinage au tour et à la fraiseuse conventionnel. [Fig. 4.3]
  5. Contrôle à la lumière polychromatique. Afin de s'assurer du caractère monocristallin de l'échantillon, tous les spécimens sont vérifiés à la lumière polychromatique.
  6. Mesures et Conditionnement. Avant d'être conditionner dans un petit récipient rempli de kérosène (afin d'éviter la sublimation de la glace au contact de l'air), chaque échantillon est mesuré et pesé.
  7. Transport. Pour ramener les échantillons dans leur lieu de test (Lille), un congélateur instrumenté d'un thermocouple permet de vérifier la température du congélateur durant le trajet. Ce dernier a été effectué en deux étapes afin de faire redescendre la température du congélateur et pour éviter une variation de température trop importante aux échantillons.

## 4.3 Caractéristiques des équipements mis en jeu

### 4.3.1 Le banc de tir – Fig. 4.4

Le banc de tir développé à l'ONERA est constitué :

- à une extrémité, d'un réservoir d'air comprimé (d'une contenance de 9l à 12bars) occulté par une électrovanne rapide à plusieurs étages débouchant sur un tube de guidage (d'un diamètre intérieur de 50mm et de longueur, 2m). Une culasse est



**FIGURE 4.1:** Photo de l'ensemble des carottes découpées et analysées

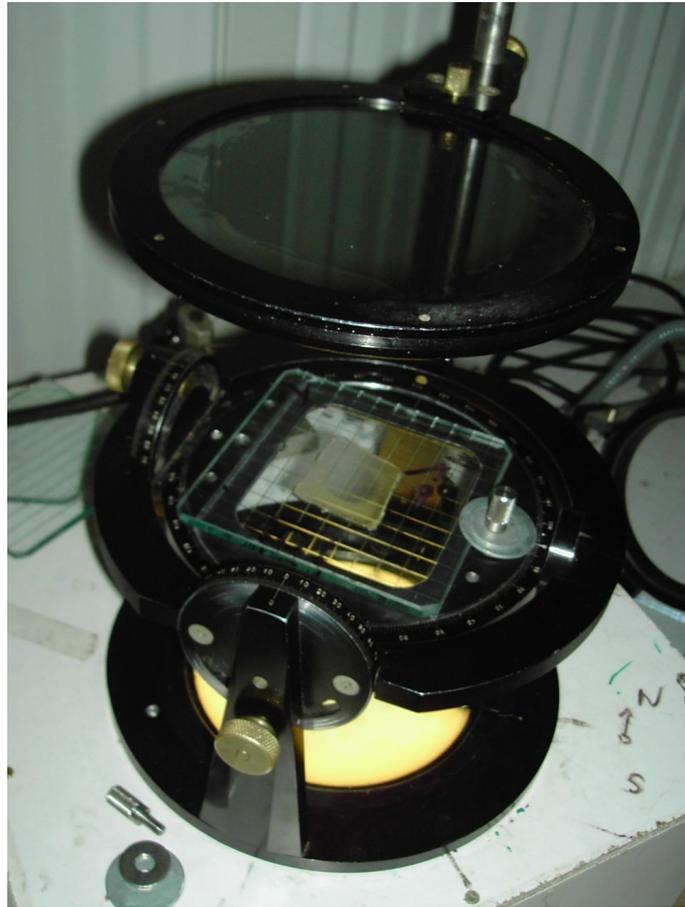
- prévue à l'interface "réservoir-tube" pour le chargement des projectiles, ici un sabot de polystyrène contenant les spécimens de glace à propulser,
- à l'autre extrémité, d'un massif infiniment rigide sur lequel est placé selon le besoin, une cellule d'effort ou un montage de flexion 3 points détaillé ci-après,
  - d'un caisson de protection en acier de 25 mm d'épaisseur, coiffant les deux parties précédentes et laissant une veine d'essai de section  $400 \times 400 \text{ mm}$  et de longueur maximale 1,6 m.
  - de 7 hublots à la périphérie de l'enceinte, occultables par des flasques métalliques pour permettre différentes configurations de prise de vue et d'éclairage.

### 4.3.2 La caméra ultra rapide CORDIN

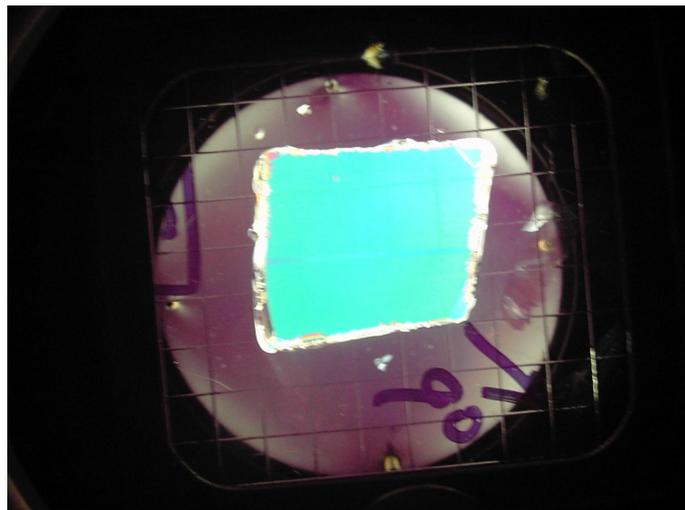
L'amélioration des connaissances dans ces problèmes d'impact repose pour beaucoup sur la visualisation "ultra rapide". A ce niveau, les attentes sont nombreuses :

- relever la chronologie des phénomènes pour mieux comprendre l'allure des signaux analogiques,
- contrôler l'arrivée du projectile : sa vitesse, son incidence, son intégrité,
- visualiser l'onde de compression et le déroulement du phénomène de fragmentation,
- renseigner sur la tenue des capteurs (en l'occurrence les jauges)
- évaluer la déformation (flèche) de la plaque pour d'ultérieurs recalages de modèles

La caméra mise en oeuvre par l'ONERA pour répondre à ces attentes correspond au modèle 550-32 de la société CORDIN. L'image **Fig. 4.4** montre comment s'intègre la caméra par rapport au reste de l'installation de tir. Cette caméra est positionnée à l'extérieur de



*a)*

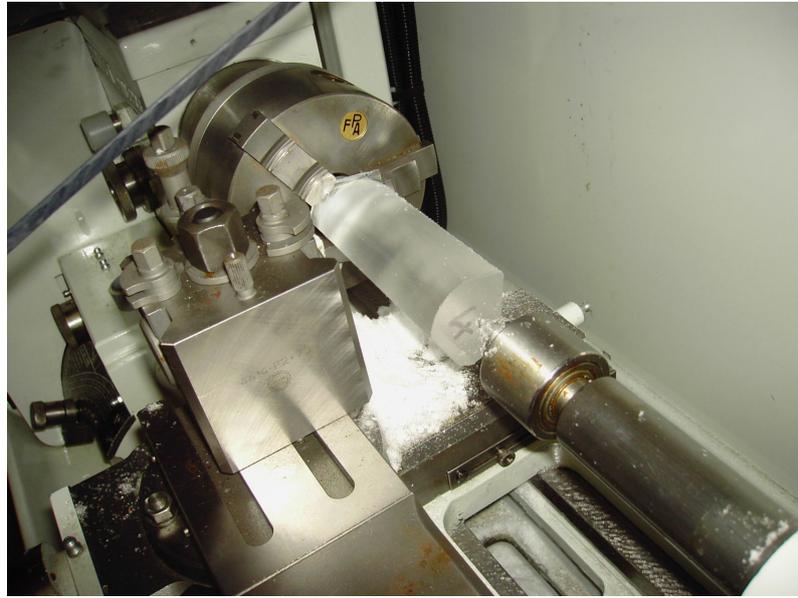


*b)*

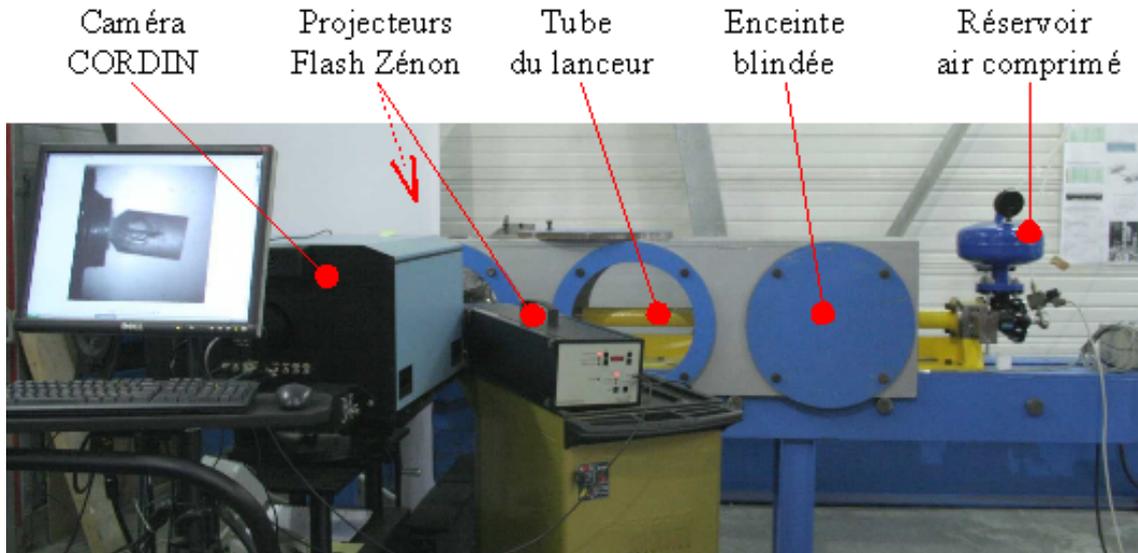
**FIGURE 4.2:** Polychromate *a)* – Vue d'un échantillon au polychromate *b)*

#### 4. Campagne d'essais de validation au lanceur à air comprimé

---



**FIGURE 4.3:** Photos de l'usinage des échantillons



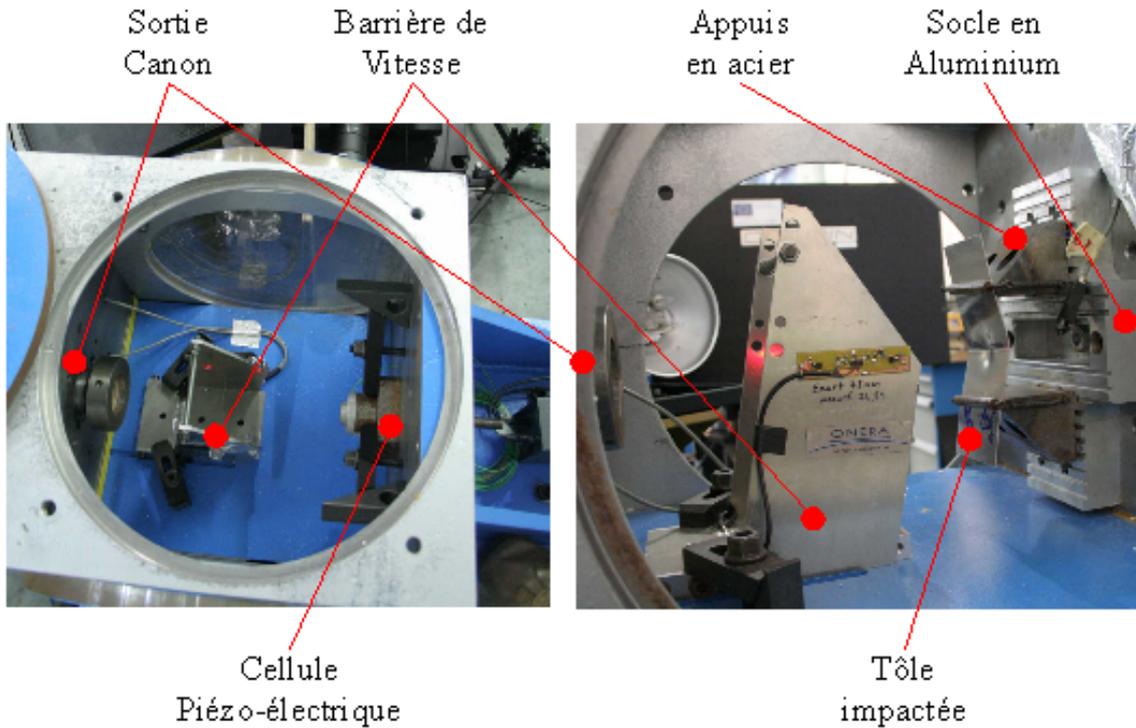
**FIGURE 4.4:** Photographie du banc de tir et de l'équipement de visualisation

l'enceinte de confinement. La prise de vue se fait au travers d'un hublot, perpendiculairement à la trajectoire du projectile. Les deux parois latérales transparentes de l'enceinte permettent la prise de vue en contre-jour. Les principales spécificités de cette caméra sont les suivantes :

- une résolution constante de  $1024 \times 1024 \text{ pixels}$ , quelle que soit la cadence,
- une cadence maximale de  $400\,000 \text{ im.s}^{-1}$ ,
- des séquences limitées à 32 images obtenues par 32 capteurs CCDs et 32 chemins optiques différents,
- une excellente définition des images résultant de l'absence d'intensificateur de lumière,
- une acquisition est possible avec un pré-trigger (c'est à dire un signal de déclenchement du tir), dans notre cas le déclenchement est obtenue par le signal de coupure du faisceau de la barrière de vitesse.

### 4.3.3 La caméra rapide WEINBERGER

Une caméra vidéo rapide haute résolution (VISARIO) a été utilisée pour saisir le comportement de l'éprouvette lors de son chargement. A la cadence de référence de  $1000 \text{ im.s}^{-1}$ , sa résolution est de  $1536 \times 1024 \text{ pixels}$  et le temps d'exposition peut être réduit à  $10 \mu\text{s}$ . Pour notre application et consécutivement aux essais préliminaires, nous avons dû réduire la résolution d'une part à  $768 \times 512 \text{ pixels}$  et d'autre part à  $512 \times 196 \text{ pixels}$  pour accroître la cadence afin d'atteindre respectivement  $4000$  et  $10000 \text{ im.s}^{-1}$  (valeur limite de ce matériel) afin de saisir quelques images durant la fissuration des éprouvettes, au détriment de la résolution.



**FIGURE 4.5:** Photographie des deux cibles : montage piézo-électrique et tôle en flexion "3 points"

### 4.3.4 L'éclairage – Fig. 4.4

#### 4.3.4.1 Pour la caméra ultra rapide CORDIN

L'utilisation de deux projecteurs flash au zénon de forte puissance ( $2 \times 1500W$ ) permet de réduire le temps de pose au minimum pour limiter le flou sans avoir l'inconvénient de chauffer l'échantillon testé. Pour l'ensemble des tirs, le temps d'exposition se situe autour de  $10\mu s$ , soit un déplacement du projectile de l'ordre de  $1mm$ .

#### 4.3.4.2 Pour la caméra rapide WEINBERGER

Un projecteur LTM HMI (Ref : Prolight 1200 mSR) d'une puissance de  $1200W$  à lumière froide a été utilisé.

### 4.3.5 La barrière de vitesse – Fig. 4.5

La vitesse avant impact étant l'une des données d'entrée essentielles de ce type d'essai, il est donc primordial de contrôler, à chaque tir, la vitesse. Pour relever cette valeur, un dispositif autonome, composé de deux barrières optiques dont la première est placée à  $155mm$  de la sortie du tube du lanceur, est utilisée. Le système optique est constitué de deux plans laser distants de  $75mm$ . Ils illuminent une série de détecteurs dont l'occulta-

tion provoque la mise en route puis l'arrêt du chronométrage avec une précision de l'ordre de la microseconde, soit 0,1% sur la vitesse du projectile. En parallèle à cette mesure de temps, deux signaux TTL correspondant à la coupure des faisceaux, sont délivrés d'une part, à la chaîne d'acquisition et d'autre part, comme pré-triger à la caméra ultra rapide Cordin.

#### **4.3.6 La cellule de force piézoélectrique – Fig. 4.5**

Le capteur d'effort est placé au sein du montage, entre une taque d'essai et une platine aluminium qui supporte le spécimen à tester. C'est une cellule piézo-électrique mono-composante de marque KISTLER (modèle : 9031A), préchargée. La cellule possède une rigidité élevée de  $6\text{ kN}.\mu\text{m}^{-1}$  qui occasionne une fréquence de résonance à vide de  $80\text{ kHz}$  et après adjonction de la platine support en aluminium, cette fréquence diminue en raison de la masse supplémentaire à une valeur proche de  $30\text{ kHz}$ . La cellule, intégrée à notre montage, est étalonnée en statique avant chaque campagne d'essais sur une machine de traction compression INSTRON, modèle 5887. La cellule servant à l'étalonnage répond à la classification : classe 0.5 (EN 10002-2), classe 0 (ISO 7500-1) sur toute l'étendue de mesure. Enfin, un amplificateur de charge Kistler type 5007 est utilisé pour conditionner le signal de la cellule piézoélectrique, et est équipé d'un filtre passe bas à  $180\text{ kHz}$ .

##### *Remarque*

Si la cellule piézo-électrique est la même que pour la campagne précédente, on notera une fréquence de résonance du "montage piézo-electrique" trois fois supérieure et qui atteint la valeur de  $30\text{ kHz}$ . Cette amélioration a été rendue possible par une modification de ce montage :

- la platine en titane posée sur le capteur a été remplacée par une platine en aluminium (donc moins lourde) vissée dans le support en acier,
- la cellule est donc maintenant préchargée puisque prise en sandwich entre la platine en aluminium et le support en acier.

#### **4.3.7 Le montage flexion 3 points – Fig. 4.5**

Le montage est constitué :

- d'un socle massif en aluminium,
- de deux appuis réglables en acier permettant de contrôler la distance inter-appuis, bridés par deux vis sur le support en aluminium,
- de deux cylindres en acier reliés par deux ressorts à leur appui respectif afin de maintenir la tôle en position sur ses appuis (le montage étant vertical comme on peut le voir sur les photos).

#### **4.3.8 Conditionnement des jauges VISHAY**

Des amplificateurs conditionneurs VISHAY de type 2310 sont utilisés pour le conditionnement des voies d'extensométrie. Les plaques sont équipés d'une jauge de défor-

mation (TML de type YFLA 2) à grand allongement (15%) avec un branchement de type quart de pont à trois fils pour tenir compte des résistances de ligne. Pour les tirs sur plaques, les jauges sont collées au centre, sur la face opposée au point d'impact. Le conditionnement de la jauge est effectué avec un filtre passe-bas à  $75\text{kHz}$ . La tension d'excitation de  $3,5\text{V}$  est retenue pour éviter les dérives thermiques causées par le faible pouvoir dissipatif dû à la petite taille de grille de jauge ( $2 \times 3\text{mm}$ ).

### 4.3.9 La centrale d'acquisition rapide NICOLET

Pour l'acquisition synchrone des données, un analyseur de transitoire multivoies : NICOLET Multipro est utilisé. Il est équipé de cartes MP150E d'une capacité maximale de *10 Méga échantillons par seconde* chacune, avec une résolution sur *12 bits*. Un logiciel d'exploitation du système d'acquisition gère les entrées et sorties via une interface IEEE.

## 4.4 Tir sur cellule Piezo-électrique

### 4.4.1 Plan d'expérience

Les caractéristiques des essais et des échantillons sont synthétisées dans la table **Tab. 4.1**

*Remarque.*

Une difficulté est apparue au cours des essais : l'angle d'inclinaison entre l'impacteur et la cible n'est pas facile à maîtriser. C'est pourquoi on classera le type d'impact selon la terminologie suivante : à plat, incliné, sur une arête ou sur un coin.

### 4.4.2 Résultats et Discussion

Les deux premiers graphiques permettent d'analyser l'effet du type d'impact (à plat, incliné, sur une arête ou sur un coin) [**Fig. 4.6**] et de la géométrie des échantillons [**Fig. 4.7**] sur la réponse dynamique :

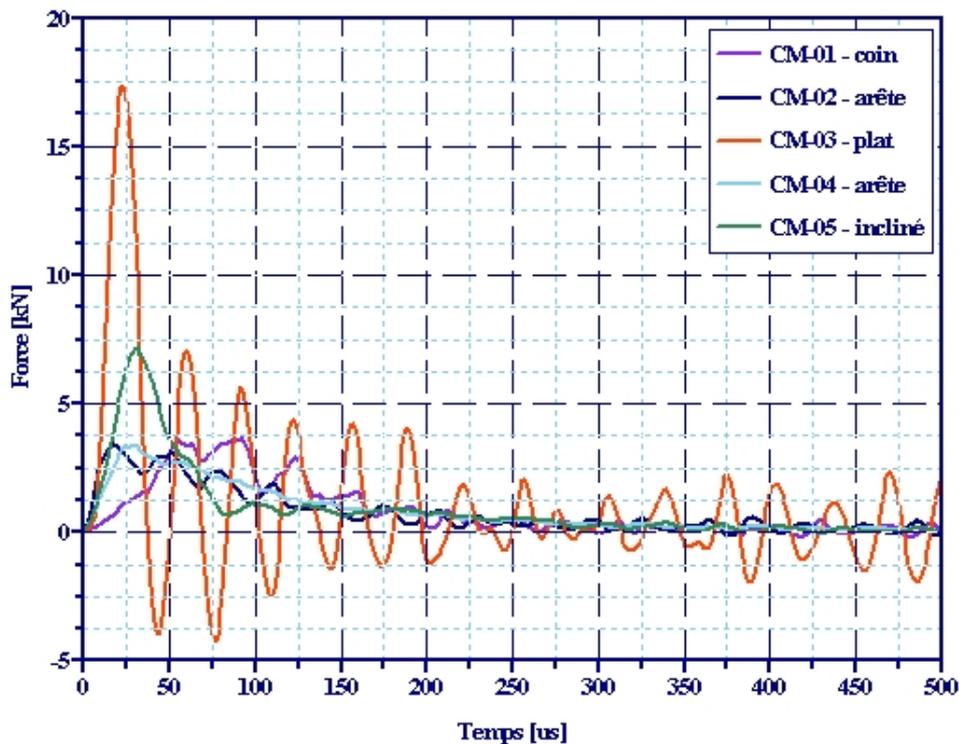
- l'angle d'inclinaison relatif entre l'impacteur et la cible, semble responsable d'une diminution du phénomène de résonance : plus cet angle est grand, plus l'impact est "doux". Ceci provient de la diminution de la surface d'impact initiale.
- la géométrie des échantillons : si peu de différences séparent les réponses dynamiques obtenues avec la forme cylindrique et le cube, la forme conique engendre une réponse dynamique très différente avec une raideur de montée d'effort et un maximum très inférieurs.

La visualisation par caméra ultra rapide (cadencée à  $75\,000\text{im.s}^{-1}$ ) permet d'apporter une explication au comportement particulier des impacts avec un glaçon conique : le cone force une rupture par clivage du grain et une fragmentation assez grossière, qui est très

Forme	Monocristal	Equiaxe	Eau
Cube	CM-01 à CM-05	CE-01 à CE-03	—
Cylindre	YM-01 à YM-03	YE-01, YE-02	—
Cône	OM-01, OM-02	OE-01 à OE-03	—
Entouré de caoutchouc	—	—	EA-01 à EA-03
Vitesse moyenne d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	$65 \pm 5m.s^{-1}$		

2 tests ont été retirés en raison de problèmes techniques (problème de trigger sur le signal).

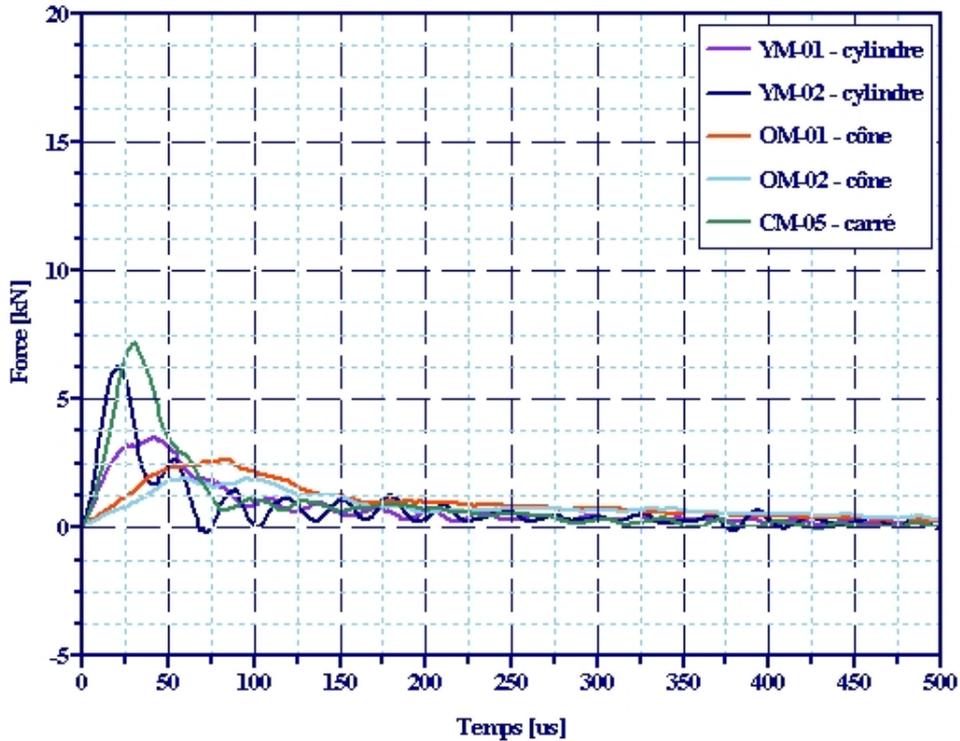
**TABLE 4.1:** Plan d'expérience des essais sur cellule piezoélectrique



**FIGURE 4.6:** Réponse dynamique en effort – sensibilité à l'angle d'impact (microstructure et géométrie identiques)

différente du mode de rupture que l'on pourrait qualifier de "fragmentation" fine constatées sur les deux autres formes géométriques. En effet, les images [Tab. 4.2] montrent des temps de rupture du glaçon très différents :

- Le cylindre est totalement fragmenté en 3 images soit 40 ms,



**FIGURE 4.7:** Réponse dynamique en effort – sensibilité à la géométrie (microstructure et angle d'impact identiques)

- Le cône met au moins 6 images soit 80ms, pour rompre la même distance que le cylindre par clivage et la rupture est beaucoup plus grossière.

Le graphique [Fig. 4.8] compare la réponse dynamique d'un choc avec deux types de glace à celle obtenue avec de l'eau. La réponse est observée avec une grande similitude entre les deux microstructures de glace. On en déduit que :

- le modèle de comportement choisi de la glace est raisonnable (les conditions de pression et de température lors de l'impact ne transforment pas la glace en eau, par ailleurs confirmé par la visualisation des images de la caméra ultra rapide),
- du caractère "solide" du matériau glace sous impact, responsable des chocs induits sur la cellule et de sa résonance.
- de l'intérêt de caractériser le matériau glace dans le but d'établir des simulations numériques d'impacts aéronautiques avec de la glace.

*Remarque*

La microstructure de la glace influencent très peu la réponse dynamique de la cellule. il ne semble donc pas indispensable de réaliser des tests avec de la glace "aéronautique", par ailleurs particulièrement difficile à obtenir en raison des moyens à mettre en oeuvre

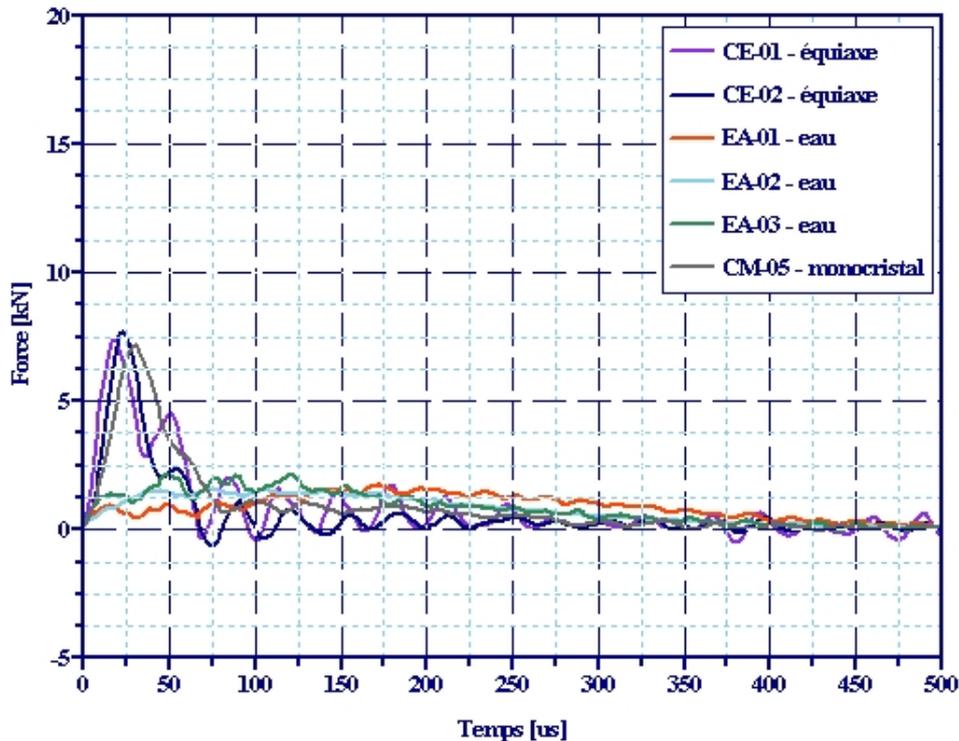


FIGURE 4.8: Réponse dynamique en effort – sensibilité à la microstructure (géométrie et angle d'impact identiques)

pour leur fabrication (souffleries givrantes).

## 4.5 Tir sur tôle d'aluminium

### 4.5.1 Plan d'expérience

Les tôles sont en aluminium "aéronautique" AU4G qui a la particularité d'être insensible à la vitesse de déformation [HAU 2002]. Elles sont disposées sur un support très rigide et maintenu en appui simple sur les deux cotés, afin de réaliser un test de flexion 3 points suite à l'impact du glaçon au centre de la plaque. Les caractéristiques des essais sont résumées dans la table **Tab. 4.3**.

*Remarque.*

On classera les essais en deux familles selon les termes suivants : à plat ou incliné.

Le collage des jauges de déformation est très délicat en dynamique : les jauges des essais "YMP-01", "YEP-01, YEP-02" et "YMPV-01 à YMPV-06" se sont décollées pendant l'essai, nous ne possédons donc pas de signal de jauge. Ce décollage est induit par le

phénomène d'écaillage souvent constaté dans le domaine de la balistique. Cependant il est intéressant de noter qu'une solution a été apportée sur les derniers essais par l'utilisation d'une nouvelle colle avec polymérisation à chaud.

#### 4.5.2 Résultats et Discussion

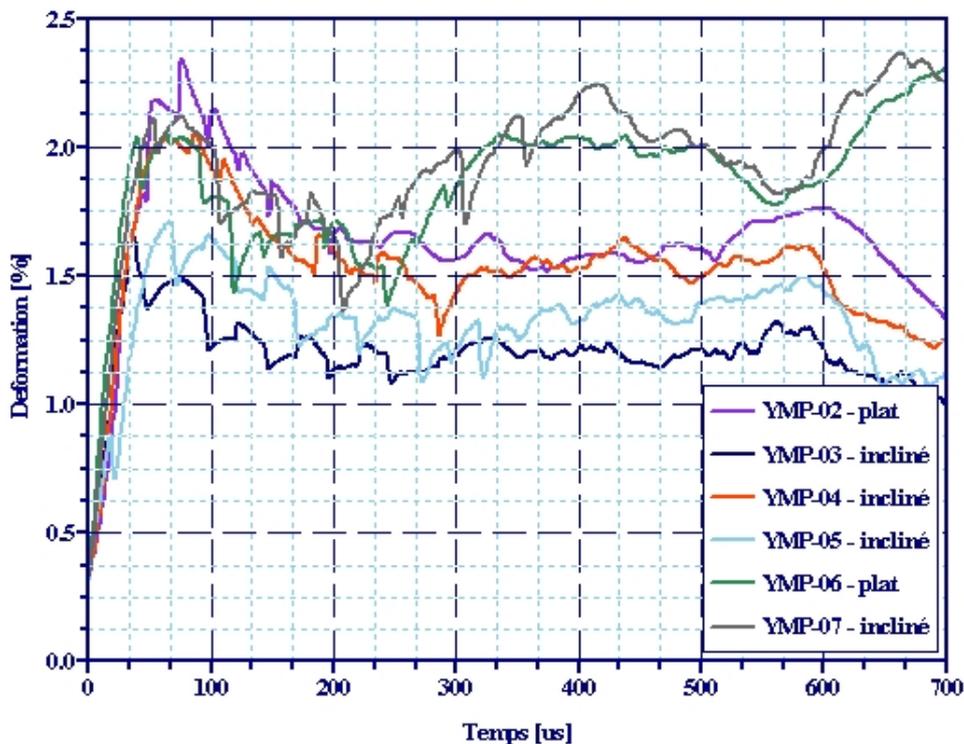


FIGURE 4.9: Réponse dynamique en déformation –  $V = 62,5 m.s^{-1}$  – sensibilité à l'angle d'impact (microstructure et géométrie identiques)

Notons tout d'abord que les résultats obtenus avec ces nouveaux tests sont délicats à interpréter. Notamment en ce qui concerne les signaux de déformation obtenus à partir des jauges. Ils sont très sensible à la position de l'impacteur par rapport à la jauge lors de l'impact. Le graphique [Fig. 4.9] illustre la bonne reproductibilité des impacts et des signaux de déformation fournis par les jauges : pour un niveau de déformation inférieure à 2,5%, un écart de 0,5% est plus qu'acceptable.

La transparence des échantillons monocristallins conjuguée à l'utilisation de la caméra ultra rapide permet grâce à l'analyse comparée des images [Tab. 4.4] de constater que :

- la finesse de fragmentation augmente avec la vitesse d'impact,
- le temps de rupture du glaçon est accessible. (Cette caractéristique est particulièrement intéressante pour la validation du modèle de rupture numérique),

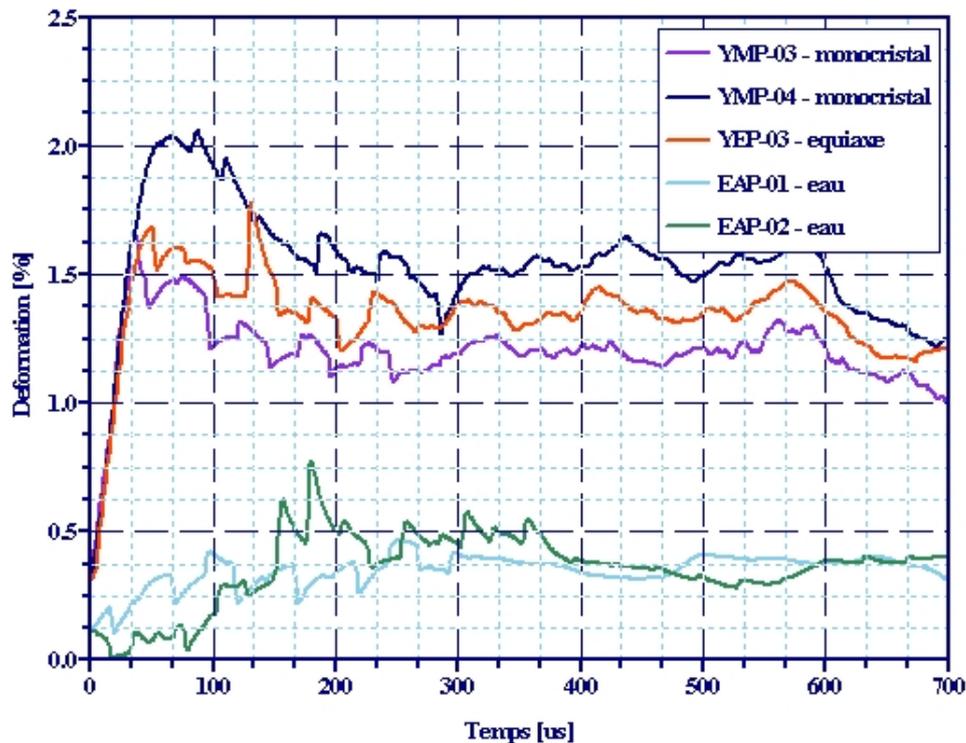


FIGURE 4.10: Réponse dynamique en déformation –  $V = 62,5 m.s^{-1}$  – sensibilité à la microstructure (géométrie et angle d’impact identiques)

- la forme de rupture est le mode de clivage pour les échantillons inclinés ou de fragmentation pour les impacts à plat.

La combinaison des résultats obtenus en terme de flèche résiduelle des plaques [Tab. 4.5 à 4.10] et des images [Tab. 4.4] permet de classer les essais en trois catégories :

- Les essais caractérisés par un mode de rupture par clivage et une flèche caractéristique (en vert dans les tables) correspondent aux essais inclinés pour les monocristaux et aux essais avec des échantillons coniques.
- Une seconde catégorie regroupe les essais présentant un mode de rupture par fragmentation fine et conduisant à une valeur de flèche (en rouge) différente. Les essais à plat des monocristaux ou les essais des échantillons équiaxe (indépendamment de l’angle d’inclinaison) constitue donc cette catégorie.
- une dernière valeur de flèche (en bleu) pour les tests avec de l’eau.

Cette observation reste valable quelque soit la vitesse d’impact considérée et permet de confirmer les hypothèses formulées à partir des expériences précédentes et d’en postuler de nouvelles :

- La microstructure de la glace influence peu la réponse dynamique de la cellule comme le prouve la faible différence entre les moyennes de flèche des essais YMP

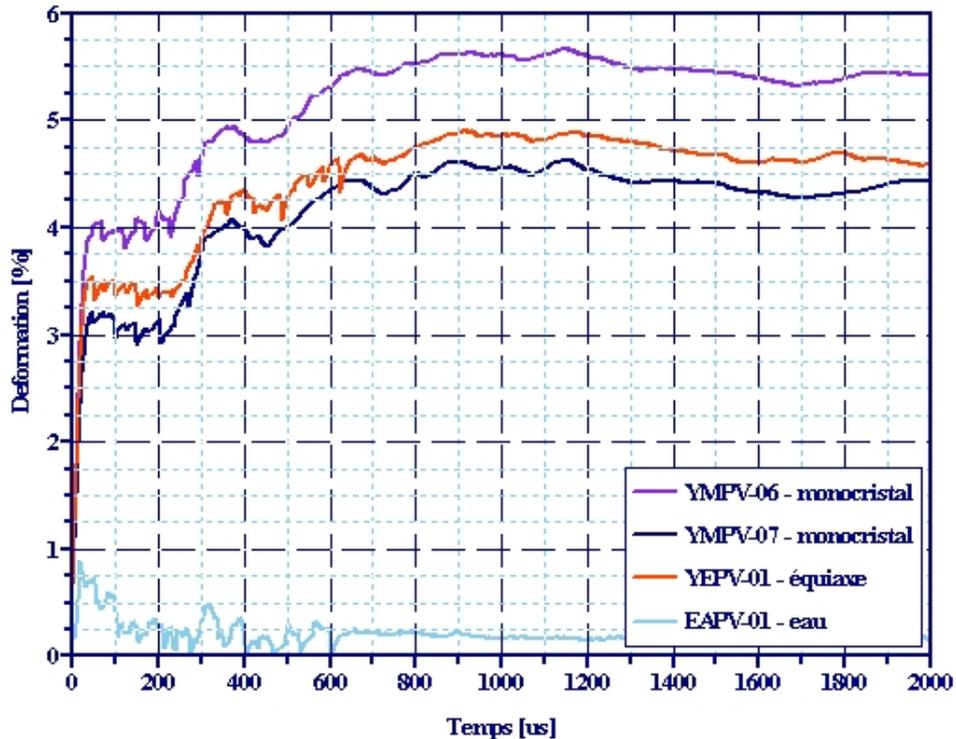


FIGURE 4.11: Réponse dynamique en déformation –  $V = 125 m.s^{-1}$

(monocristal) à plat et YEP (glace équiaxe).

- Ces essais mettent également en évidence le caractère "solide" du matériau glace sous impact. En effet, la réponse dynamique d'un choc avec la glace se différencie nettement de celle obtenue avec de l'eau. Les courbes de déformation [Fig. 4.10 et 4.11] et les déformées finales confirment également ce constat : la glace déforme plastiquement la tôle au dessous de son point d'impact entraînant un "poque" plastique au centre de la plaque puis les fragments cintent la plaque sous l'effet de l'énergie cinétique. Tandis que dans le cas de l'eau, seul l'effet de cintrage apparaît, expliquant les déformations plastiques très faible au regard des signaux de jauge de déformation.
- L'aspect géométrique de l'impact et la forme des échantillons sont des paramètres non négligeable de ces tests : l'angle d'inclinaison relatif entre l'impacteur et la cible comme la forme conique sont responsables d'une diminution de la flèche.

Ces divers paramètres (microstructure, angle d'impact et géométrie) conditionnent donc l'excitation d'un des deux modes de rupture (par clivage ou par fragmentation) énergétiquement différent.

*Remarques.*

La glace équiaxe semble moins sensible à ce paramètre que la glace monocristalline : le mode de rupture par clivage étant moins facile à "exciter" en raison de sa microstructure propre.

Deux cas restent cependant inexplicables :

- l'essai EAPV-01 montre une forte augmentation de la flèche de la plaque par rapport à la vitesse d'impact de l'eau, augmentation bien supérieure à celle constatée avec la glace,
- l'essai YMP-04 donne une flèche bien supérieure aux autres cas alors qu'aucune particularité ne le différencie mis à part le mode de rupture : l'échantillon ne se fragmente pas finement, comme le montrent les images .

## **4.6 Conclusions et perspectives**

Ces essais sur plaque d'aluminium offrent un cas test intéressant pour la simulation numérique de notre modèle de comportement et de rupture de la glace car ils sont réalisés dans l'optique de la mesure de dégâts sur une structure.

4. Campagne d'essais de validation au lanceur à air comprimé

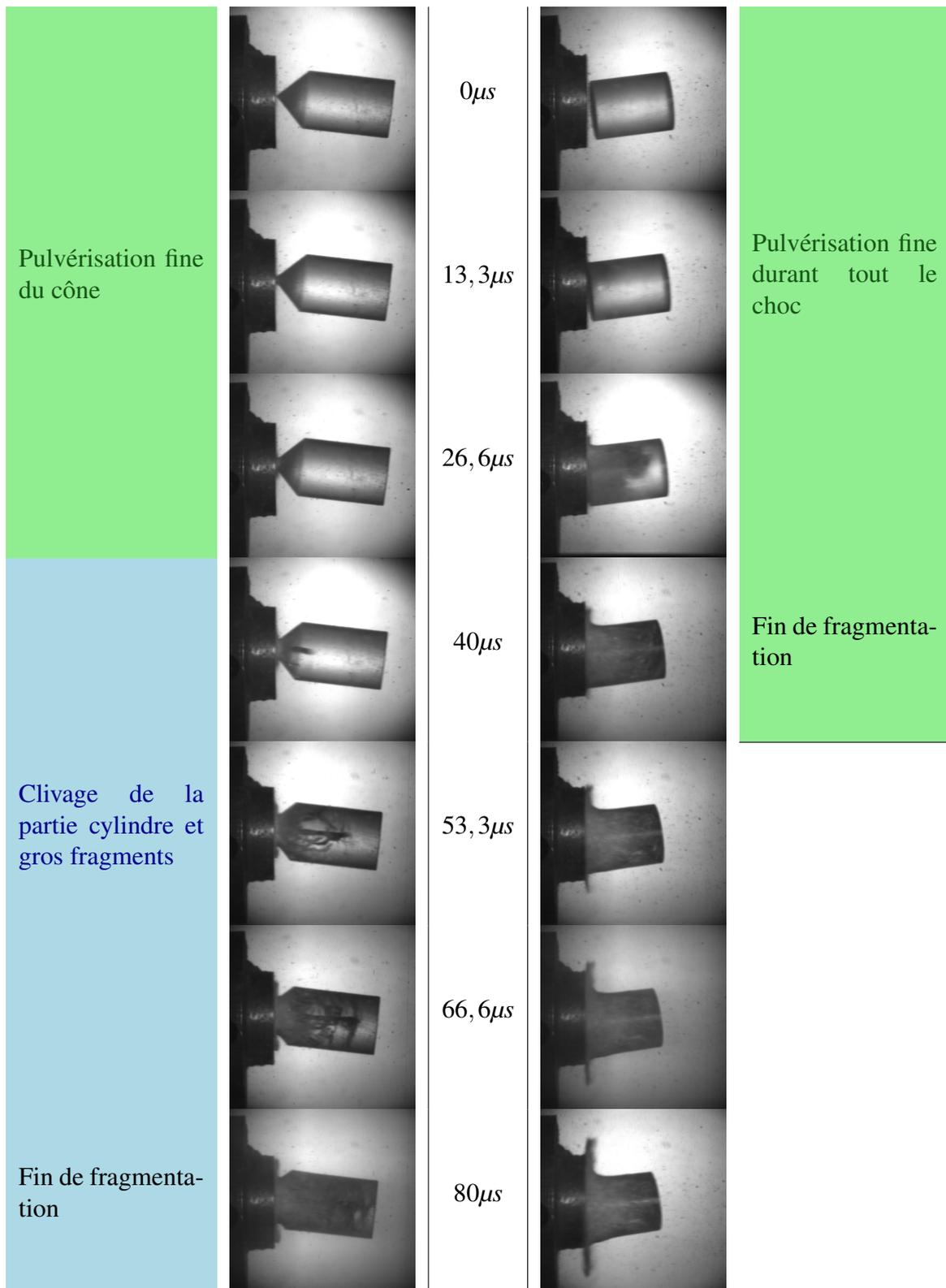


TABLE 4.2: Visualisation des essais OM-01 (Cône) et YM-01 (Cylindre)

Forme	Monocristal	Equiaxe	Eau
Cylindre	YMP-01 à YMP-07 YMPV-01 à YMPV-07	YEP-01 à YEP-03 YEPV-01	—
Cône	OMP-01	OEP-01, OEP-02	—
Entouré de caoutchouc	—	—	EAP-01, EAP-02 EAPV-01
Vitesse moyenne d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	$62,5 \pm 2,5m.s^{-1}$ et $125 \pm 5m.s^{-1}$		
Ecartement de l'appui [ $mm$ ]	180 mm pour les essais à $62,5 \pm 2,5m.s^{-1}$ sauf YMP-06 et YMP-07 100 mm pour les essais à $125 \pm 5m.s^{-1}$ et YMP-06 et YMP-07		
<i>Long.</i> × <i>Larg.</i> × <i>Ep.</i> tôle [ $mm$ ]	200 × 80 × 1,2		

3 tests ont été retirés en raison de problèmes techniques (problème de trigger sur le signal ou la caméra).

**TABLE 4.3:** Plan d'expérience des essais de tir sur plaque

4. Campagne d'essais de validation au lanceur à air comprimé

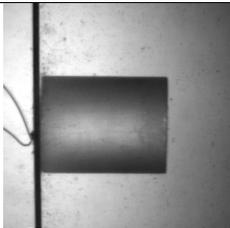
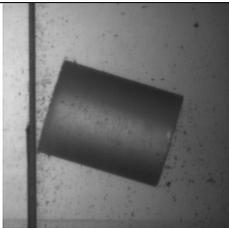
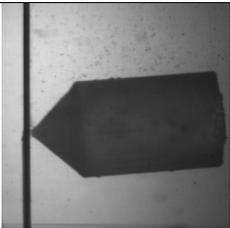
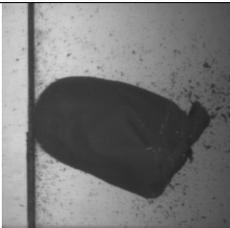
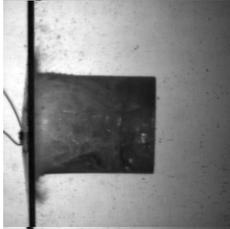
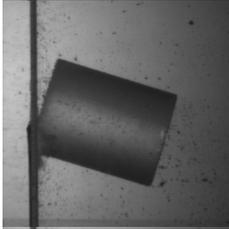
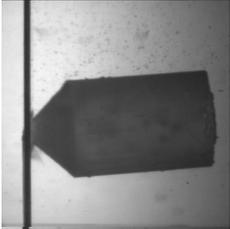
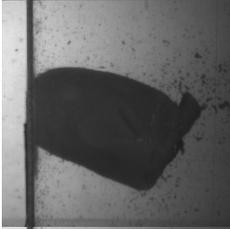
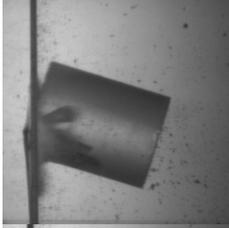
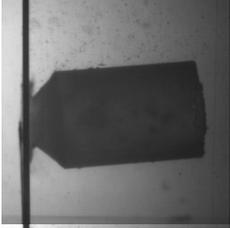
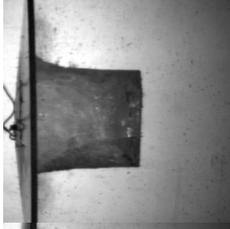
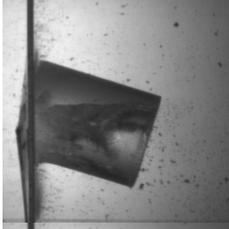
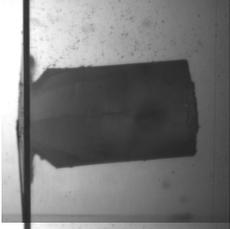
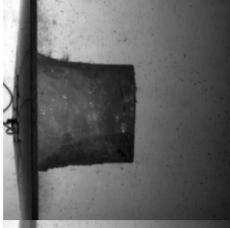
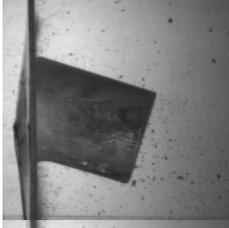
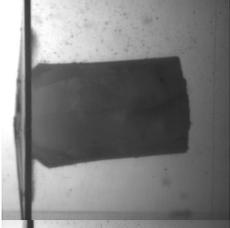
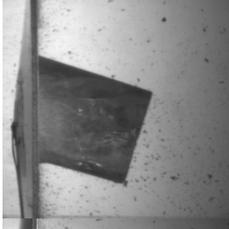
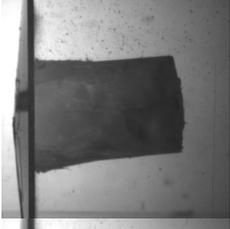
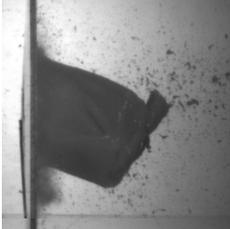
YMP-01	YMP-04	Temps	OMP-01	EAP-01
		0 $\mu$ s		
		26,6 $\mu$ s		
		53,3 $\mu$ s		
		80 $\mu$ s		
		106,6 $\mu$ s		
		133,3 $\mu$ s		
		160 $\mu$ s		

TABLE 4.4: Visualisation des essais YMP-01 (Cylindre), YMP-04 (Cylindre), OMP-01(Cône) et EAP-01(Eau)

Numéro Essai	YMP-01	YMP-02	YMP-03	YMP-04	YMP-05	YMP-06	YMP-07
Inclinaison	plat	incliné	incliné	incliné	plat	incliné	incliné
Flèche	5,78	4,1	3,78	7,14	6,1	3,56	4,08
Moyenne plat				5,94			
Moyenne incliné				4,532			

**TABLE 4.5:** Flèches résiduelles [en mm] des plaques –  $V = 62,5m.s^{-1}$  – Monocristaux cylindriques

Numéro Essai	YEP-01	YEP-02	YEP-03
Inclinaison	incliné	incliné	plat
Flèche	5,22	6,36	5,94
Moyenne ensemble	5,84		

**TABLE 4.6:** Flèches résiduelles [en mm] des plaques –  $V = 62,5m.s^{-1}$  – Glaçons équiaxe cylindriques

Numéro Essai	OEP-01	OEP-02	OMP-01
Flèche	4,5	4,18	4,74
Moyenne ensemble	4,47		

**TABLE 4.7:** Flèches résiduelles [en mm] des plaques –  $V = 62,5m.s^{-1}$  – Monocristaux et Glaçons équiaxe cylindriques

Numéro Essai	EAP-01	EAP-02
Flèche	2,06	1,6
Moyenne ensemble	1,83	

**TABLE 4.8:** Flèches résiduelles [en mm] des plaques –  $V = 62,5m.s^{-1}$  – Eau

#### 4. Campagne d'essais de validation au lanceur à air comprimé

---

Numéro Essai	YMPV-01	YMPV-02	YMPV-03	YMPV-04	YMPV-05	YMPV-06	YMPV-07
Inclinaison	incliné	incliné	?	plat	incliné	plat	incliné
Flèche	11,96	13,16	18,1	16,32	14,2	17,68	13,46
Moyenne plat				16,85			
Moyenne incliné				13,2			

**TABLE 4.9:** Flèches résiduelles [en mm] des plaques –  $V = 125m.s^{-1}$  – Monocristaux cylindriques

Numéro Essai	EAPV-01	YEPV-01
Type	eau	équiaxe
Flèche	23,04	14,74

**TABLE 4.10:** Flèches résiduelles [en mm] des plaques –  $V = 125m.s^{-1}$  – Eau et Glaçons équiaxe cylindriques

## **Quatrième partie**

**Interprétations des expériences.**

–

**Identification des paramètres de la loi  
glace**

–

**Validation des simulations.**



# Chapitre 5

## Interprétations des expériences – Validation des modèles numériques

Ce chapitre détaille l'analyse des expériences d'impacts d'un glaçon sur des cibles (plaque aluminium ou montage Piezo électrique) afin de mettre en évidence les mécanismes mis en jeu et de valider les modèles numériques établis dans les chapitres précédents. Pour cela, un modèle numérique du montage Piezo électrique ainsi que du montage de la plaque en aluminium avec ses appuis sont détaillés puis les résultats numériques sont confrontés aux résultats expérimentaux.

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Simulation numérique des impacts sur montage Piezo électrique . . . .</b>	<b>140</b>
5.1.1	Détails de la modélisation du montage Piezo électrique . . . . .	140
5.1.2	Expérience de validation du modèle : impact d'une bille en chute libre . . . . .	143
<b>5.2</b>	<b>Analyse des impacts d'un glaçon sur le montage Piezo électrique . . . .</b>	<b>147</b>
5.2.1	Détails du modèle numérique . . . . .	147
5.2.2	Résultats . . . . .	147
5.2.3	Conclusions . . . . .	150
<b>5.3</b>	<b>Simulation numérique des impacts sur plaque . . . . .</b>	<b>155</b>

5.3.1	Détails du modèle numérique . . . . .	155
5.3.2	Résultats . . . . .	155
<b>5.4</b>	<b>Conclusion et Perspectives . . . . .</b>	<b>158</b>

---

## 5.1 Simulation numérique des impacts sur montage Piezo électrique

### 5.1.1 Détails de la modélisation du montage Piezo électrique

Le montage Piezoélectrique [Fig. 5.1 a)] est un assemblage des trois parties distinctes suivantes :

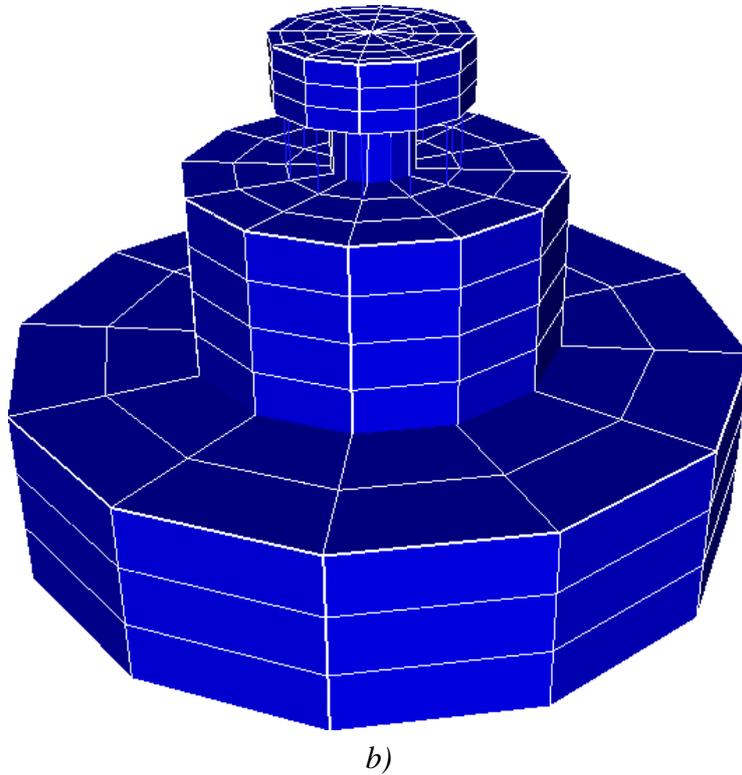
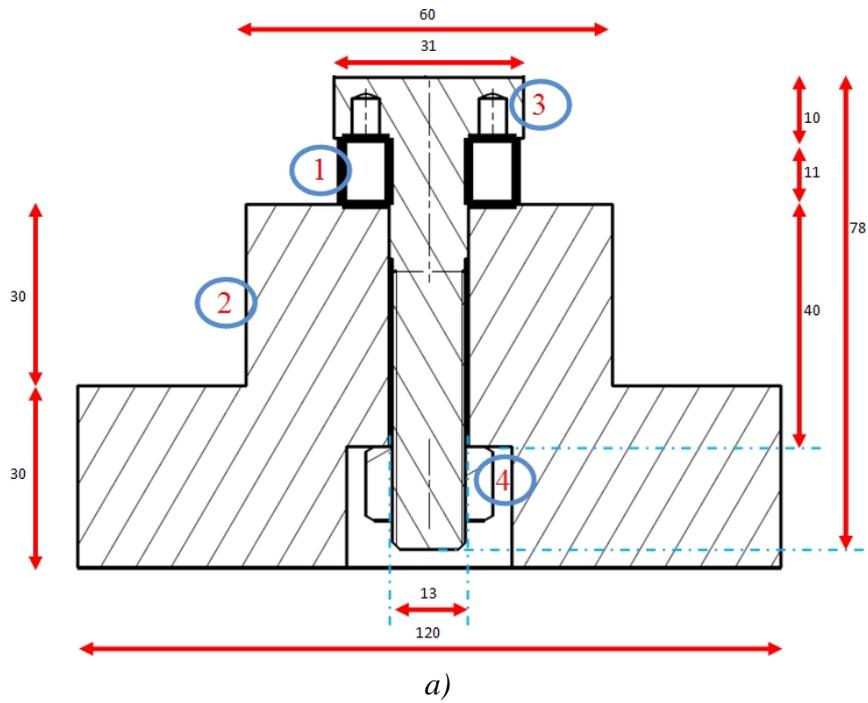
- une cellule Piezo-électrique (n°1 sur la figure),
- une embase massive en acier de construction (n°2),
- une platine (n°3) en aluminium "aéronautique" AU4G boulonnée à l'embase via l'écrou (n°4) permettant ainsi de pré-contraindre la cellule Piezo électrique. Cette partie subit donc le choc de l'impacteur et le transmet à la cellule. Comme on peut le voir sur le dessin, 8 trous d'allègement sont également réalisés sur la couronne extérieure de la platine.

La modélisation de ce montage [Fig. 5.1 b)], dont les caractéristiques sont synthétisées dans le tableau [Tab. 5.1], a été réalisée elle-aussi par le maillage des trois grandes parties précédentes :

- la cellule Piezo électrique est modélisée par 24 éléments finis poutre d'une raideur correspondant à  $\frac{1}{24}^{eme}$  de la raideur à vide du Piezo électrique réelle, de  $6 \cdot 10^9 N.m^{-1}$ . La valeur de la masse utile (masse vibrant effectivement lors d'un choc) est prise comme étant la masse permettant de retrouver la fréquence propre à vide donné par le constructeur (de 80kHz), soit 23.7472g,
- le socle en acier, ainsi que l'écrou, sont représentés par 312 éléments finis cubiques avec un comportement linéaire simple,
- la platine en aluminium regroupent 240 éléments finis volumiques (cubiques et hexagonaux). La masse volumique et le module de Young de la couronne ajourée sont modifiés afin de prendre en compte l'effet des trous sans les maillés.
- le signal d'effort fourni par la cellule est considéré comme étant la somme des efforts des raideurs.

*Remarque.* Deux hypothèses restrictives ont été utilisées pour la conception de ce modèle numérique :

- aucune précontrainte n'est prise en compte dans le calcul,
- le montage est considéré comme monobloc, c'est à dire que tous les noeuds des différentes parties du modèle confondus sont en fait commun entre les éléments finis constituant ces différentes parties.



**FIGURE 5.1:** Schéma de la cellule (Vue en coupe) *a*) – Représentation du modèle numérique en 3D *b*)

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
<b>Cellule Piezo électrique</b>	
Modèle	24 poutres EF
Comportement	Elastique
Raideur élémentaire [ $N \cdot m^{-1}$ ]	$2,5 \cdot 10^8$
Masse élémentaire [g]	0,98925
Condition limite	DDLs sont bloqués sauf DDL axial
<b>Embase et Ecrou – Acier</b>	
Modèle	312 EF cubiques
Comportement	Elastique
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	7800
Module de Young [ $GPa$ ]	$2,1 \cdot 10^{11}$
Coefficient de Poisson	0,3
Condition limite	DDL axial de la surface inférieure bloqué
<b>Platine – Aluminium</b>	
Modèle	240 EF cubiques et hexagonaux
Comportement	Elastique
Masse volumique – Tige [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	2220
Masse volumique – Couronne ajourée [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	1840
Module de Young – Tige [ $GPa$ ]	$74 \cdot 10^9$
Module de Young – Couronne ajourée [ $GPa$ ]	$55,31 \cdot 10^9$
Coefficient de Poisson	0,22

**TABLE 5.1:** Caractéristiques du modèle du montage Piezo-électrique

## 5.1.2 Expérience de validation du modèle : impact d'une bille en chute libre

### 5.1.2.1 Détails de l'expérience

Afin de valider la modélisation du montage Piezo électrique et de mettre en évidence les mécanismes de la mesure réalisée par ce capteur, une petite expérience de mesures de signaux a été mise au point : une bille de  $6\text{mm}$  de diamètre, en acier et d'une masse de  $0,9$  gramme est lâchée d'une hauteur de  $24\text{cm}$  sur le montage, soit une vitesse d'impact de  $2,17\text{m.s}^{-1}$ .

Plusieurs configurations de la manipulation sont réalisées :

- des masses de différentes valeurs peut être ajoutée ou non sur la platine du montage,
- la bille est lâchée pour différentes valeurs d'excentricité (distance entre le point d'impact de la bille et l'axe de la cellule).

### 5.1.2.2 Résultats expérimentaux

La comparaison des signaux selon les différentes configurations de test ainsi que la comparaison avec les signaux obtenus lors de l'impact des glaçons sur le montage Piezo électrique permet de formuler quelques précieuses remarques et conclusions :

1. Les figures [Fig. 5.2] montrent le décalage fréquentiel induit par l'alourdissement de la platine du montage Piezo électrique sur le mode principal (mode double) de la chute de bille se situant aux alentours de  $30\text{kHz}$ . On remarquera également que cet alourdissement n'a qu'un effet très réduit sur la raideur de montée de la réponse dynamique de la cellule en effort.
2. Les figures [Fig. 5.3] illustrent l'excellente similitude des réponses dynamiques et ce quelque soit l'excentricité de la sollicitation issue de l'impact de la bille. Par conséquent, les modes de flexion du montage ne sont pas visibles dans le signal que délivre la cellule Piezo électrique, celle-ci ne délivrant qu'un signal moyen de l'effort imposé sur la surface de mesure. Il semble donc tout à fait acceptable de modéliser le signal de la cellule comme la somme des efforts des 24 raideurs utilisées dans le modèle numérique.
3. La figure [Fig. 5.4] compare les modes obtenus dans cette expérience à ceux obtenus dans le cadre d'impacts d'un glaçon. Les modes propres obtenus sont très proche les uns des autres, même si les modes excités par l'impact du glaçon sont moins purs que dans le cas de la bille. On notera également la parfaite correspondance des modes entre l'impact d'un glaçon (incliné ou à plat) avec le signal délivré par la bille et une masse d'environ  $7\text{g}$  ajoutée. Ce dernier constat implique que, lors de l'impact du glaçon, les modes propres de la cellule se décalent en raison du poids ajouté par ce glaçon.

*Remarque.*

Les signaux d'effort issus des expériences d'impact d'une bille et d'un glaçon ne sont pas

représentés ensemble sur la figure [Fig. 5.4] car les amplitudes étant très différentes, il est difficile de les comparer de manière satisfaisante sur un même graphique.

### 5.1.2.3 Simulation numérique de l'expérience

La bille est maillée avec 180 éléments finis volumiques (cubiques et tétraédriques) et le comportement est considéré comme linéaire élastique (la loi de comportement utilise les caractéristiques classiques de l'acier). Les résultats des différentes simulations réalisées, tant en terme de signal d'effort que de fréquences, sont regroupés dans les figures [Fig. 5.5].

Un premier calcul (courbe orange sur le graphique) avec une platine aluminium complètement élastique permet d'établir les premières remarques :

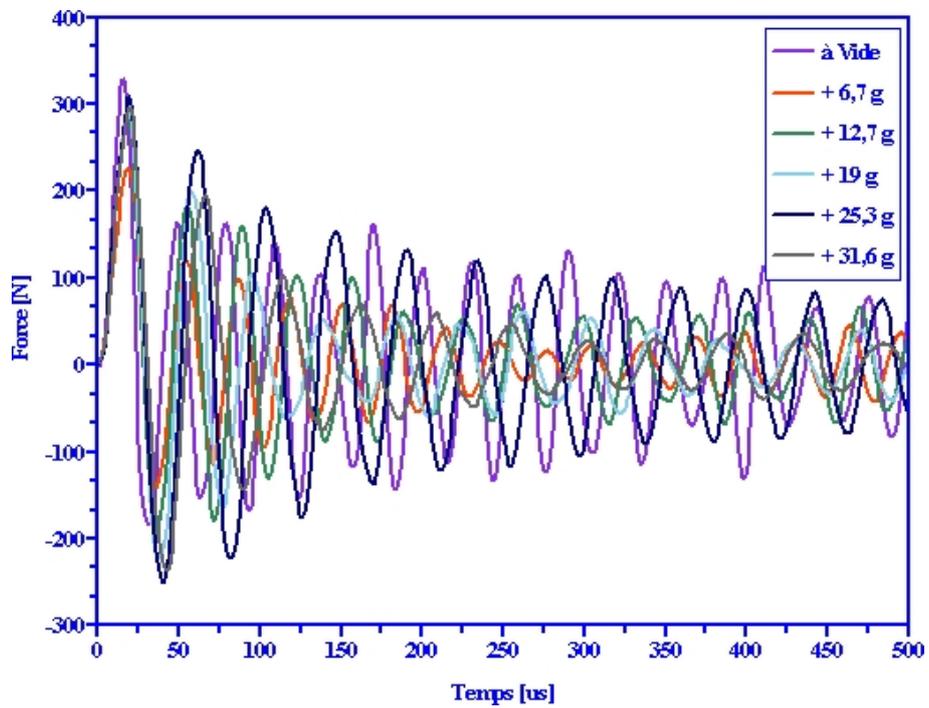
- la courbe de réponse en fréquence montre un mode propre aux alentours de 30 kHz est fidèlement retranscrit par le modèle. Cependant des modes propres parasites, à hautes fréquences, sont également excités dans le cadre du modèle numérique.
- la raideur de montée de la réponse est beaucoup importante que celle obtenue lors de l'expérience.

L'examen de l'état de surface de la platine aluminium, obtenue après un impact, présente une légère indentation plastique très confinée sous l'impact de la bille. Afin de prendre en compte ce phénomène, on remplace le comportement élastique de la "tête" de la platine par un modèle plastique de Von Mises isotrope. La sensibilité des résultats au seuil plastique de cette loi est alors étudié : la plasticité observée expérimentale étant très confinée, un maillage extrêmement fin serait nécessaire pour capter le phénomène lors du calcul avec un seuil plastique de  $260\text{MPa}$  communément utilisé pour de l'aluminium AU4G. Le maillage choisi étant trop grossier pour analyser cet effet, nous étudions alors l'effet de la plasticité sur la réponse dynamique en faisant varier le seuil élastique jusqu'à ce qu'une plasticité "artificielle" apparaisse.

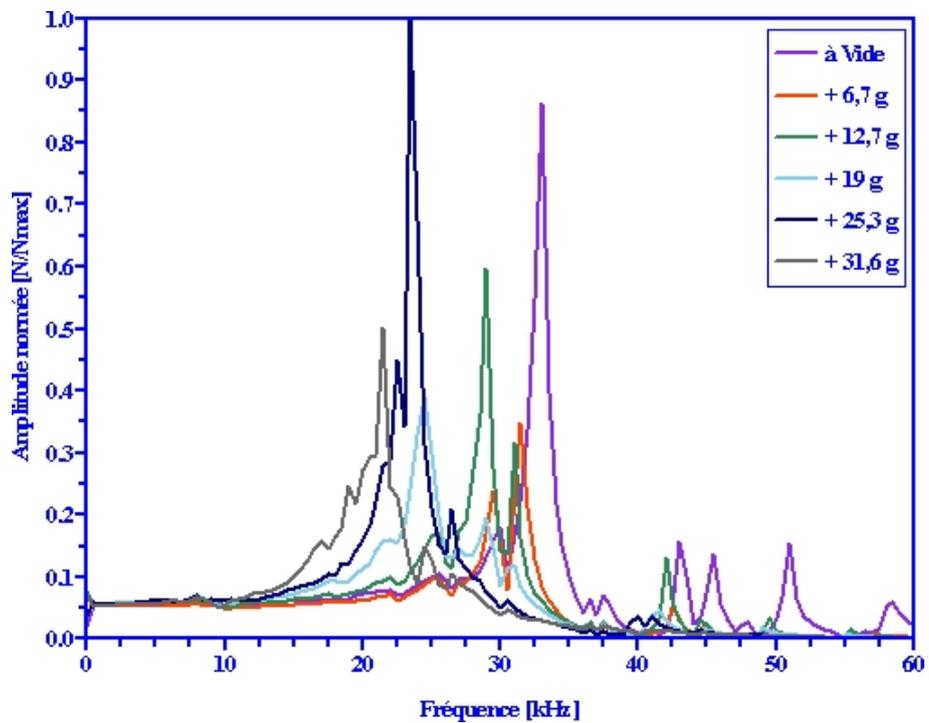
Les courbes (verte, bleu clair et bleu marine sur la graphe) montrent ainsi l'effet sur les réponses dynamiques de l'évolution de la valeur du seuil la plastique. Si la plasticité ne change pas la fréquence des modes propres obtenus et ne permet pas d'éliminer les hautes fréquences, elle adoucit la raideur de montée, diminue les amplitudes des différents modes propres et diminue l'amplitude du signal d'effort, correspondant ainsi bien mieux au signal expérimental. Cette valeur est exagérément basse mais explique la tendance observée expérimentalement.

### 5.1.2.4 Conclusion

Le modèle numérique paraît à même de reproduire le signal tant en terme d'amplitude que de raideur. Cependant, des modes de hautes fréquences entachent les réponses dynamiques simulées. C'est ce modèle que nous allons utiliser par la suite pour simuler les tirs de glaçon expérimentaux présentés dans le chapitre précédent.

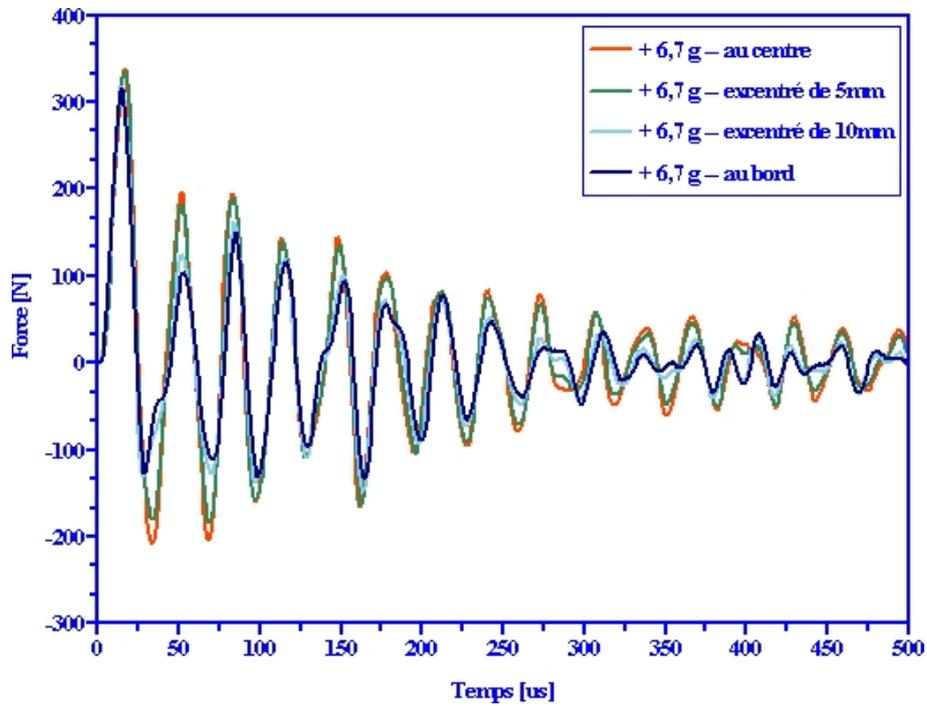


a)

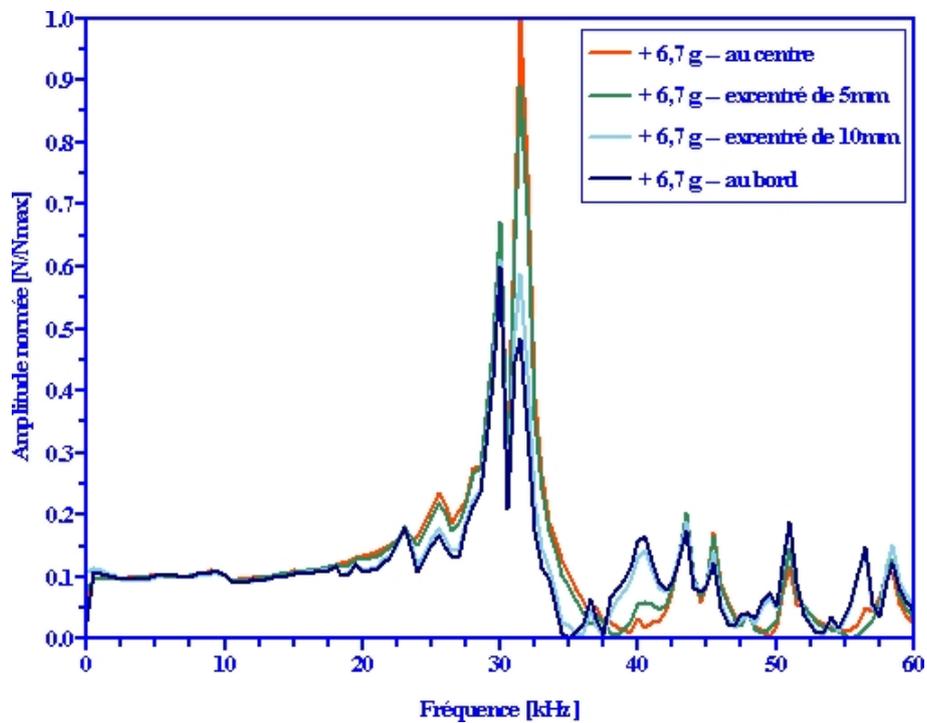


b)

**FIGURE 5.2:** Impact d'une bille – Réponses dynamiques en fonction de la masse ajoutée  
a) Signal d'effort et b) Transformée de Fourier du signal d'effort



a)



b)

**FIGURE 5.3:** Impact d'une bille – Réponses dynamiques en fonction de l'excentration de la bille a) Signal d'effort et b) Transformée de Fourier du signal d'effort

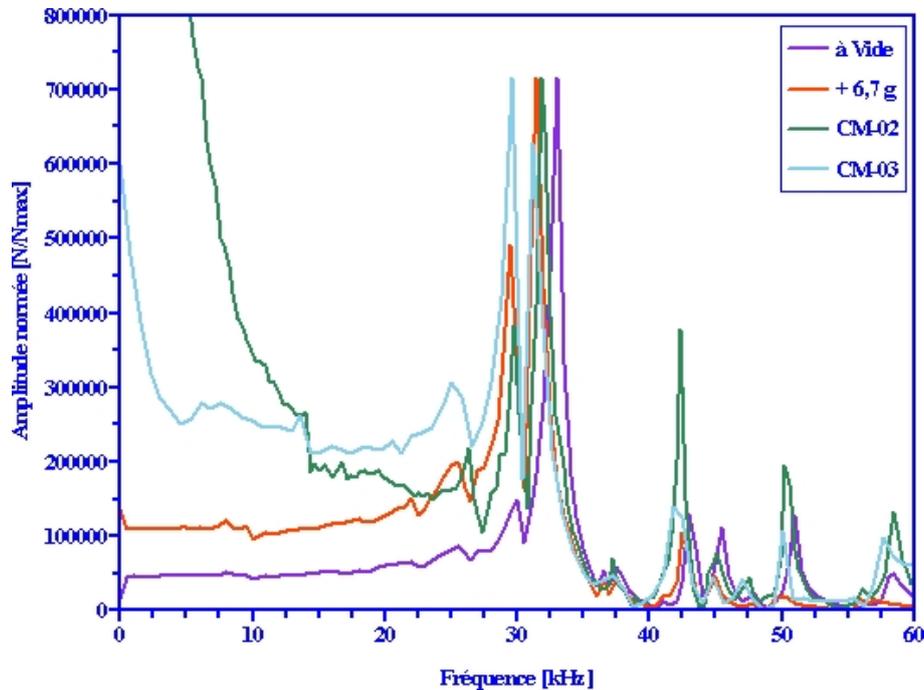


FIGURE 5.4: Impact d'une bille – Transformées du signal d'effort en fonction du type d'impacteurs (bille ou glaçon)

## 5.2 Analyse des impacts d'un glaçon sur le montage Piezo électrique

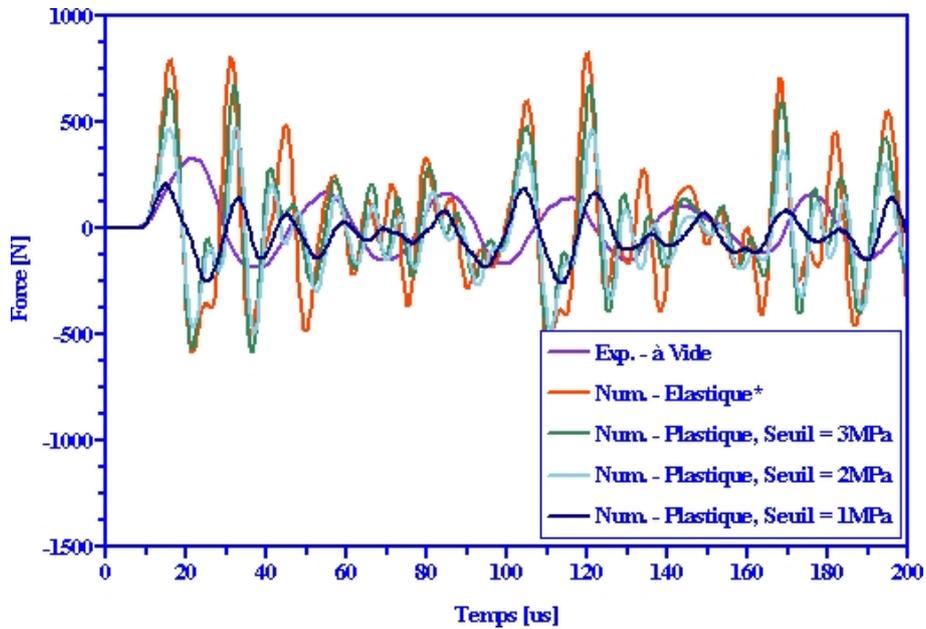
### 5.2.1 Détails du modèle numérique

Le glaçon [Fig. 5.6] est modélisé par la loi de comportement élastique endommageable de type Mazars modifiée et la formulation Smoothed Particles Hydrodynamics, présentées respectivement dans les chapitres 1 et 2. Toutes les valeurs caractéristiques utilisées lors des simulations sont synthétisées dans la table [Tab. 5.2] et reprennent le dimensionnement des expériences détaillés dans le chapitre 5. Ces simulations modélisent donc l'impact d'un cube de 20mm de côté, à une vitesse de  $65m.s^{-1}$ , sur le montage Piezo électrique précédemment détaillé.

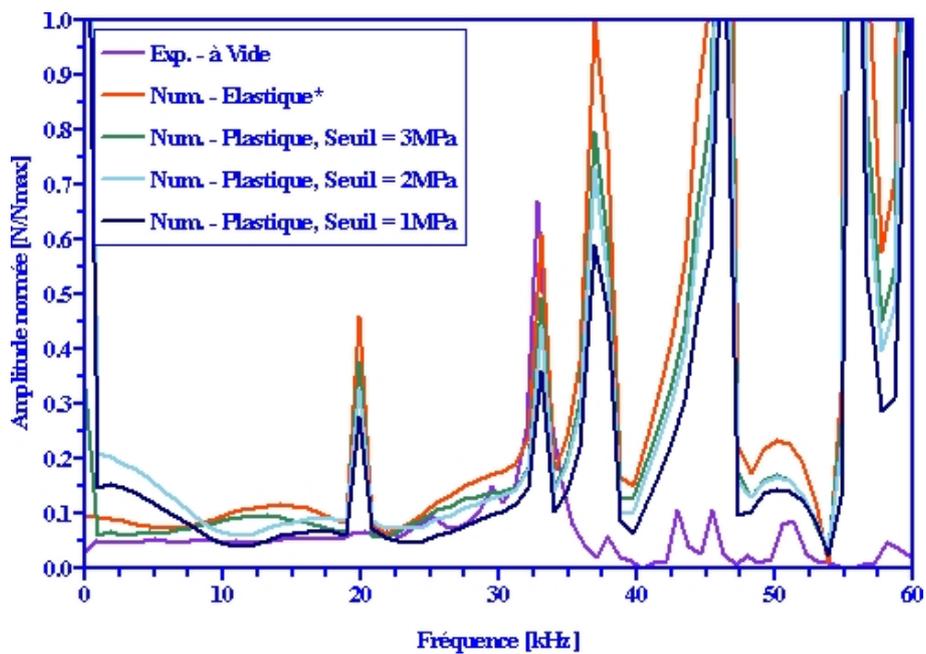
### 5.2.2 Résultats

La confrontation des résultats expérimentaux et des résultats issues des simulations permettent de poursuivre notre travail de compréhension et de validation des simulations. Ainsi :

- Les images du calcul présentées par le tableau [Tab. 5.3] montrent qualitativement les différents modes de rupture et les temps de rupture des glaçons en fonction de l'angle d'impact et de la prise en compte ou non de la gestion des débris. Ainsi



a)



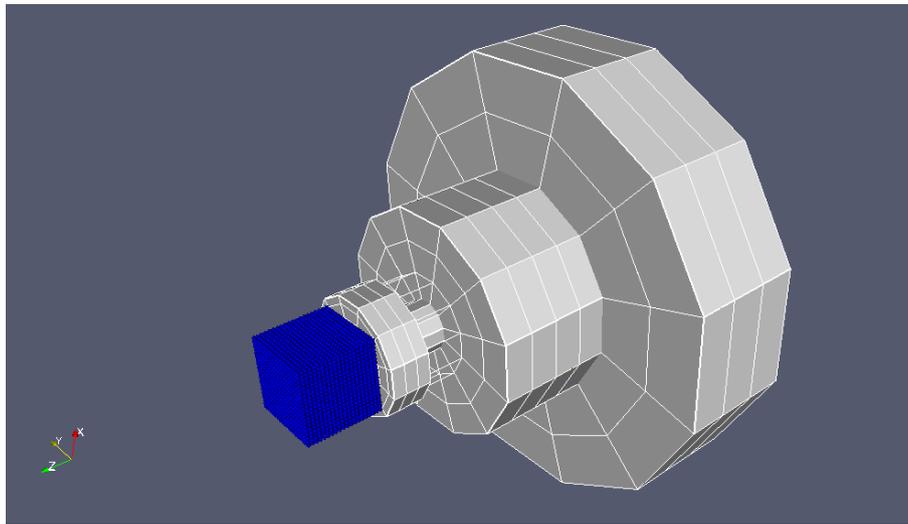
b)

1

Remarque

\* Cette courbe est également valable pour les seuils plastiques > 5 MPa

**FIGURE 5.5:** Impact d'une bille – Comparaison des réponses dynamiques entre simulations et expériences a) Signal d'effort et b) Transformée de Fourier du signal d'effort


**FIGURE 5.6:** Maillage de la simulation d'impact de glaçon sur la cellule Piezo électrique

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
Dimensions	
Forme	cube
Dimensions [mm]	$20 \times 20 \times 20$
Loi de comportement	
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	917
Module de Young [ $GPa$ ]	10
Coefficient de Poisson	0,3
$\epsilon_{D_0}$	$10^{-4}$
$(A_T, B_T)$	(1, 20000)
$(A_C, B_C)$	(1, 365)
$L_{car}$	3 · diamètre de bille
$D_c$	1
Contrainte à rupture [ $MPa$ ]	
en traction	1
en compression	12
Discrétisations	
Formulation	Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH)
Maillages	1000, 3375 et 8000 particules
Vitesse d'impact [ $m \cdot s^{-1}$ ]	65

**TABLE 5.2:** Impacts d'un glaçon sur cellule – Caractéristiques de la glace

deux modes de rupture sont ainsi retrouvés s'apparentant relativement bien aux modes expérimentaux : un mode de fragmentation et un mode de clivage.

- Les figures [Fig. 5.7 et 5.8] confrontent les réponses dynamiques expérimentales et numériques en fonction du raffinement du maillage de l'impacteur et de la valeur de l'angle d'impact. Les conclusions que l'on peut avancer sont les suivantes :
  - Des signaux de niveaux d'amplitude très différents sont obtenus par les simulations en fonction du mode de rupture correspondant à un angle de  $1^\circ$  ou de  $40^\circ$ .
  - Le raffinement du maillage a peu d'influence sur la réponse fréquentielle mais a un impact négatif sur l'amplitude du signal d'effort.
  - La différence entre les réponses dynamiques obtenues avec un angle d'inclinaison de  $20^\circ$  et  $40^\circ$  n'est pas significative, ce qui était déjà constaté expérimentalement.
  - la prise en compte d'une augmentation de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation conduit à un signal d'amplitude bien trop important.
  - On notera enfin que l'effet de décalage du mode propre lié à l'ajout de la glace n'apparaît pas, les valeurs du mode restant les mêmes que celle obtenu pour la cellule à vide précédemment.
- La figure [Fig. 5.9] illustre parfaitement la nécessité de prendre en compte les débris lors de ces impacts : sans gestion des débris, le temps de rupture du glaçon est le temps de d'avancement du glaçon par rapport à la cellule, engendrant ainsi une multitude d'impacts excitant d'autant plus les modes de haute fréquence et une raideur apparente de montée sur le signal d'effort beaucoup trop faible.

### 5.2.3 Conclusions

Si le modèle numérique de la cellule Piezo électrique met en exergue les modes de haute fréquence dans les simulations, il permet quand même de valider certaines caractéristiques de la loi :

- il ne semble pas nécessaire de prendre en compte une sensibilité à la vitesse de déformation pour les contraintes à rupture,
- il est primordial de traiter la question de la gestion des débris.

Par ailleurs, comme nous le verrons par la suite, lors que nous comparons les simulations et les expériences en terme de déplacements (flèche d'une plaque) ou de vitesses, les modèles numériques sont relativement bons en dynamique explicite. Par contre, il est très difficile de comparer des efforts, issues directement en dynamique explicite des accélérations et ainsi mal appréciées par le schéma d'intégration temporel. Si l'on intègre une fois par rapport au temps les efforts, très oscillants du fait du schéma numérique utilisé, on obtient les impulsions qui sollicitent la structure en dynamique : une force même très grande appliquée pendant un temps extrême court ne met en mouvement la structure. Il serait donc judicieux de comparer le modèle et les expériences dans ce cas de Piezo électrique, en terme d'impulsion, c'est à dire en terme de quantité de mouvement, moins sujet aux hautes fréquences et de plus, mieux représentatif des quantités transmises entre structures lors d'un choc.

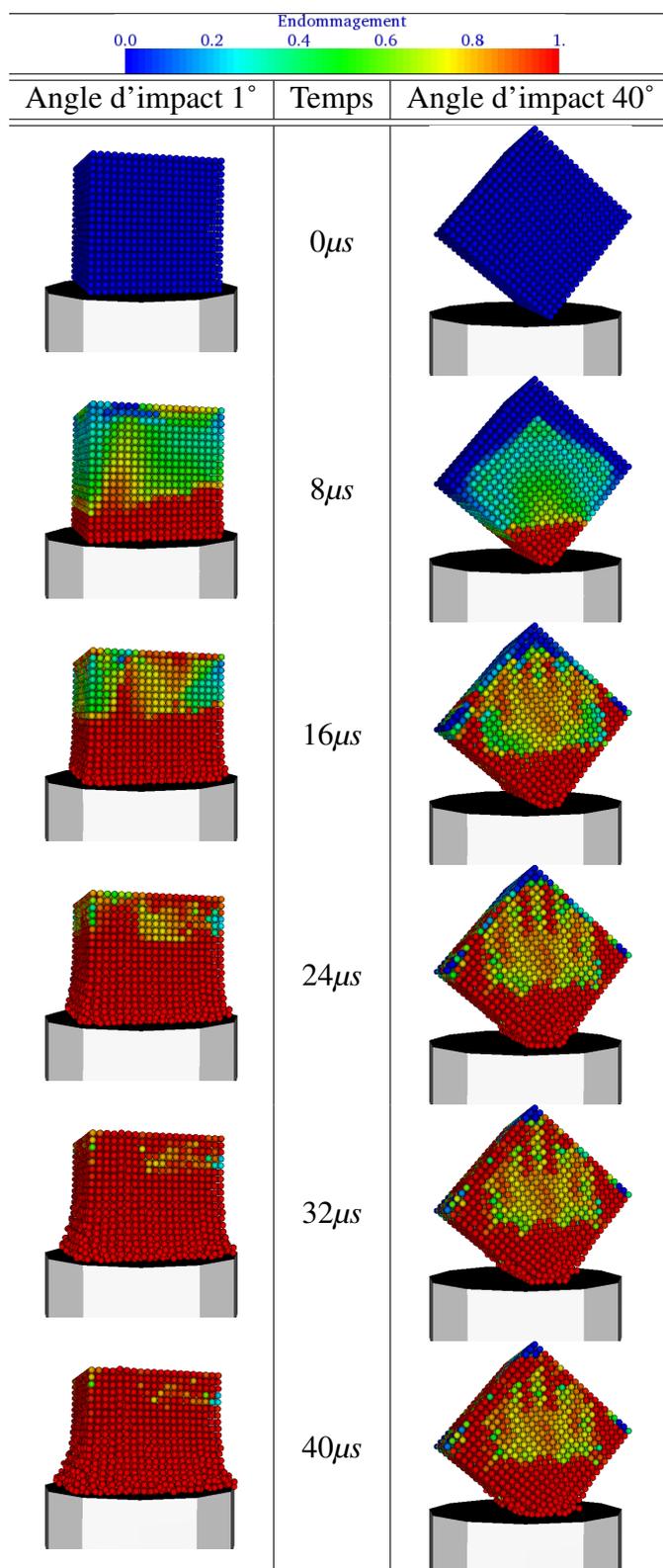
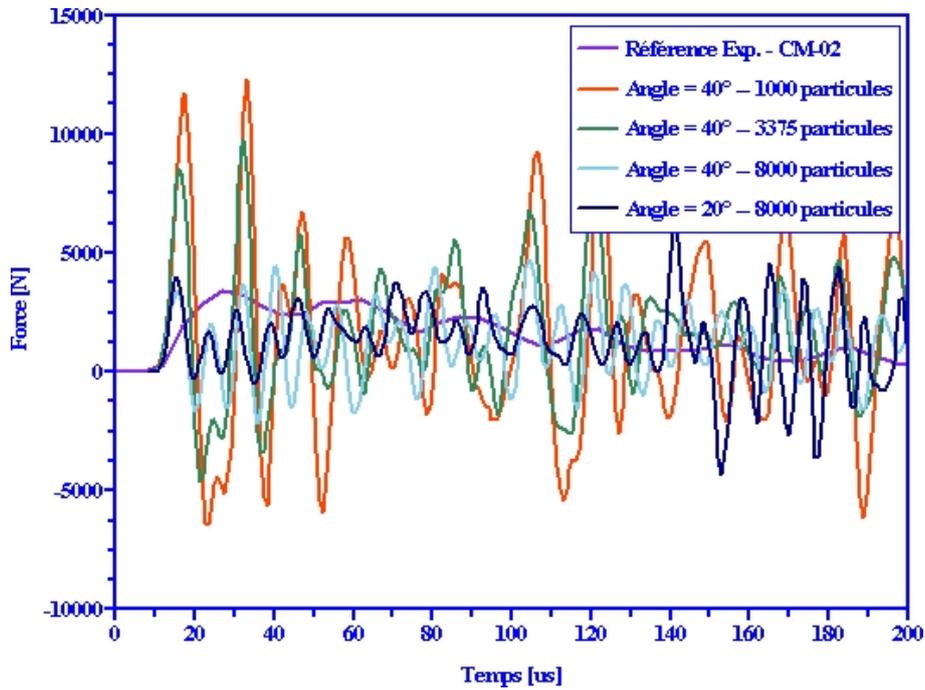
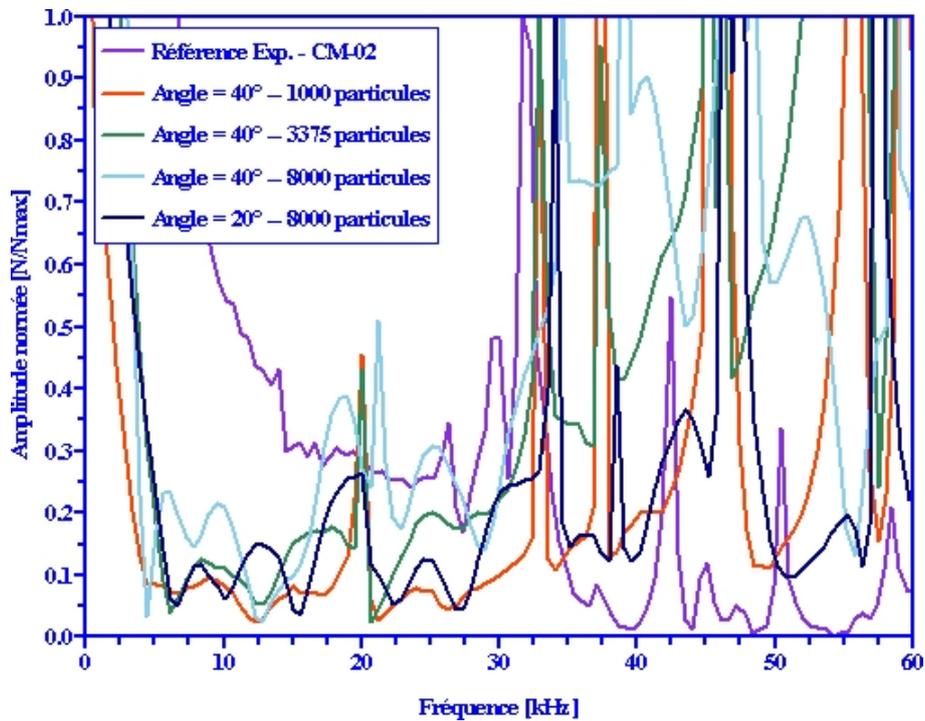


TABLE 5.3: Impact d'un glaçon – Visualisations sur 40μs en fonction de l'angle d'impact

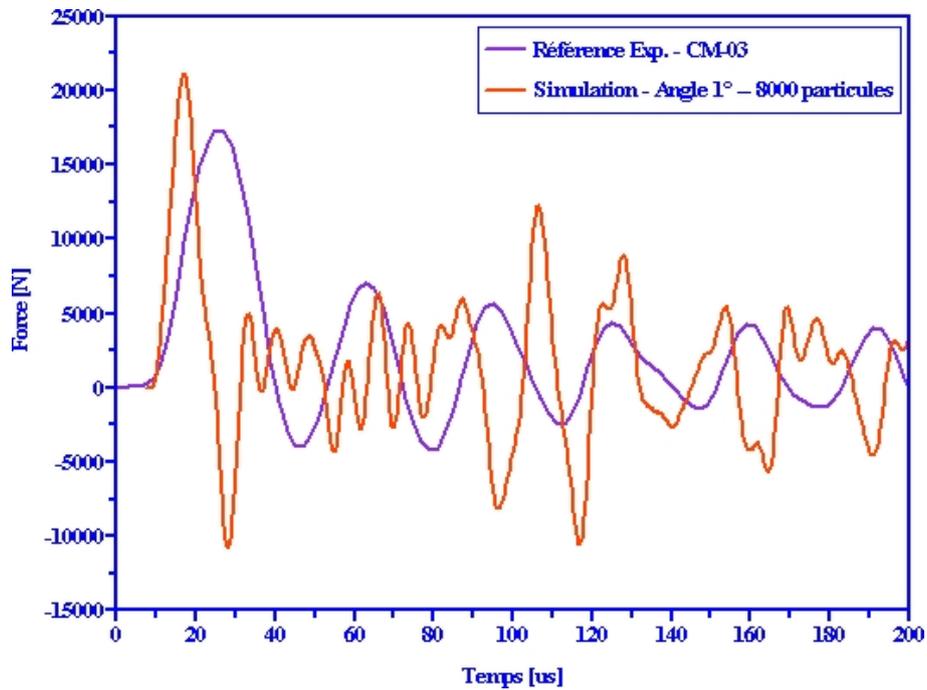


a)

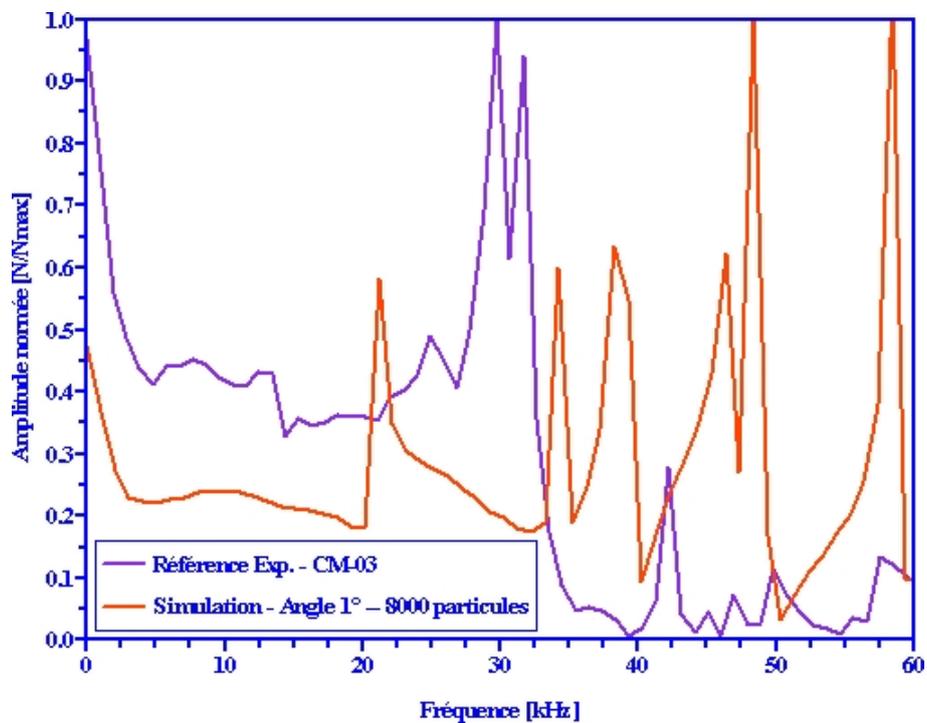


b)

**FIGURE 5.7:** Impact d'un glaçon – Comparaison des réponses dynamiques en fonction de l'angle d'impact et le raffinement du maillage de l'impacteur a) Signal d'effort et b) Transformée de Fourier du signal d'effort

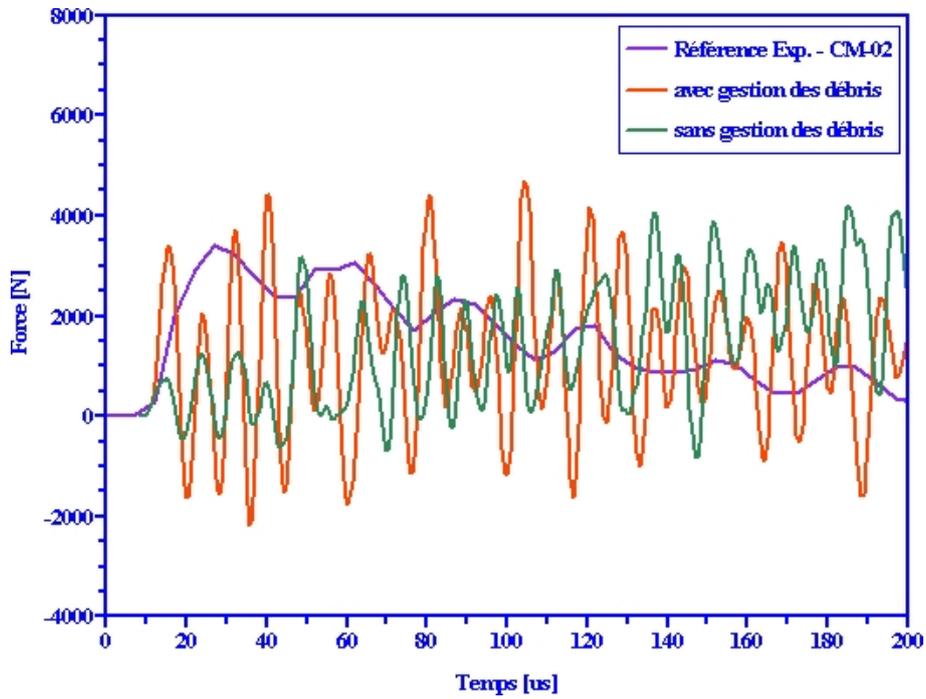


a)

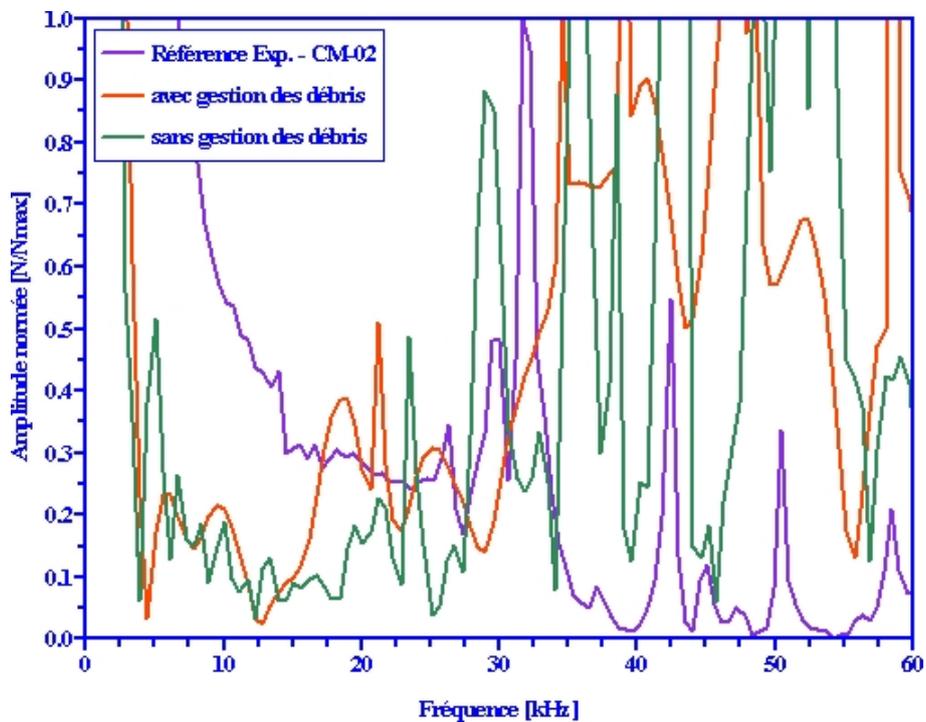


b)

FIGURE 5.8: Impact d'un glaçon – Comparaison des réponses dynamiques pour un impact à plat a) Signal d'effort et b) Transformée de Fourier du signal d'effort



a)



b)

**FIGURE 5.9:** Impact d'un glaçon – Comparaison des réponses dynamiques en fonction de la gestion ou non des débris a) Signal d'effort et b) Transformée de Fourier du signal d'effort

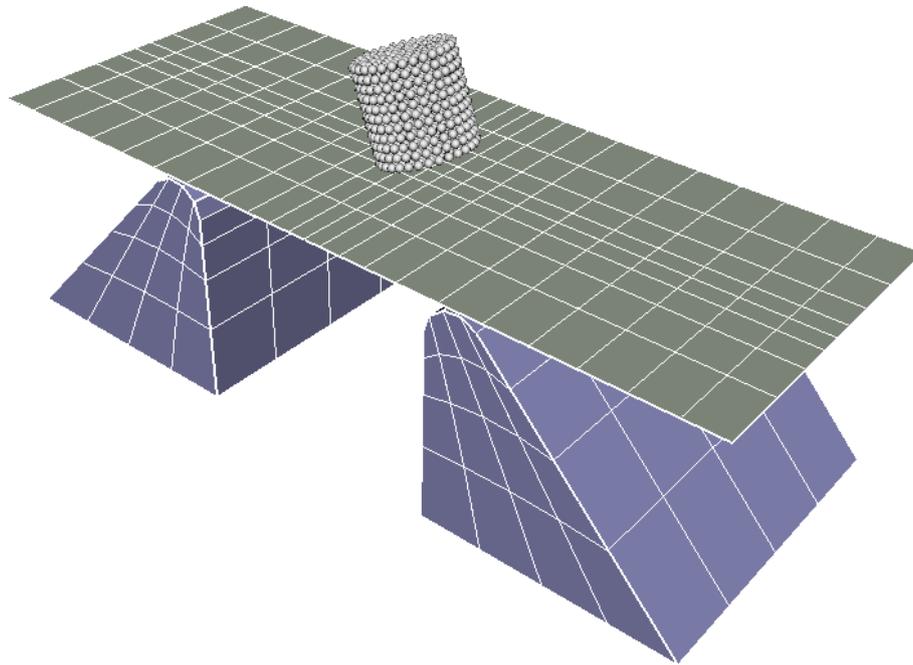


FIGURE 5.10: Maillage de la simulation d'impact de glaçon sur la plaque aluminium

## 5.3 Simulation numérique des impacts sur plaque

### 5.3.1 Détails du modèle numérique

La modélisation des essais de tirs sur plaque [Fig. 5.10] utilisent une glace et des échantillons de mêmes caractéristiques que celles présentées dans le paragraphe précédent à l'exception : de la forme cylindrique et des vitesses d'impacts. Toutes les caractéristiques utiles à la modélisation sont synthétisées dans les tableaux [Tab. 5.4 et 5.5]. Les simulations ont été réalisées selon les configurations suivantes :

- un angle d'impact de 1, 20 ou 40°,
- une vitesse de 62,5 ou 125  $m.s^{-1}$ ,
- une gestion ou non des débris.

### 5.3.2 Résultats

La réponse dynamique de la plaque est regardée en terme de déplacement de son centre et de son bord. Ainsi, la différence entre ces deux déplacements permettent d'obtenir la valeur de la flèche DYNAMIQUE au cours du temps. Les valeurs des flèches résiduelles expérimentales sont donc comparées à la moyenne des deux premiers extrêmes de vibration élastique de la plaque. La figure [Fig. 5.11] illustre sur un cas d'impact la manière de calculer les valeurs de flèche simulée.

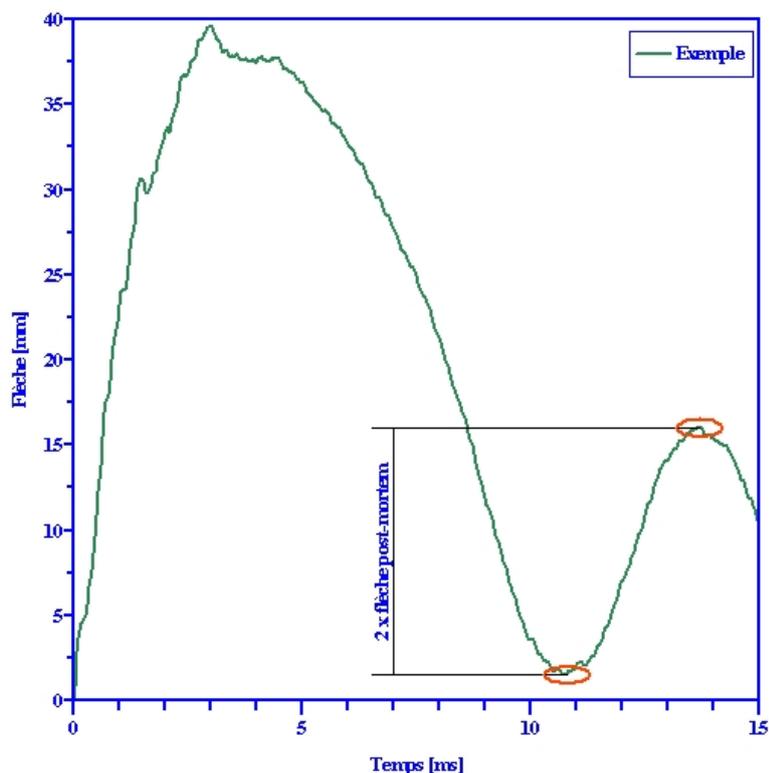
La figure [Fig. 5.6] comparent les déformées et endommagements du glaçon sur 40  $\mu s$ , mettant en évidence les deux modes distincts de rupture. La table [Tab. 5.7] donnent les

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
<b>Dimensions</b>	
Forme	cylindre
Diamètre [mm]	20
Longueur [mm]	25
<b>Loi de comportement</b>	
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	917
Module de Young [ $GPa$ ]	10
Coefficient de Poisson	0,3
$\epsilon_{D_0}$	$10^{-4}$
$(A_T, B_T)$	(1, 20000)
$(A_C, B_C)$	(1, 365)
$D_c$	1
$L_{car}$	3·diamètre de bille
Contrainte à rupture [ $MPa$ ]	
en traction	1
en compression	12
<b>Discrétisation</b>	
Formulation	Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH)
Maillage	1000 particules
Vitesse d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	62,5 et 125 $m.s^{-1}$

**TABLE 5.4:** Impacts d'un glaçon sur plaque – Caractéristiques de la glace

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs considérées</i>
Dimensions	
Plaque	
Dimensions [mm]	200 × 80
Epaisseur [mm]	1.2
Appuis	
Largeur [mm]	80
Diamètre arrondi [mm]	15
Distance entre appuis [mm]	180 ou 80
Loi de comportement	
Plaque	
Type	Von Mises isotrope
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	2400
Module de Young [ $GPa$ ]	74
Coefficient de Poisson	0,22
Seuil Elastique [ $MPa$ ]	260
Contrainte à rupture	441
Déformation à rupture	0,15
Appuis	
Type	Elastique linéaire
Masse volumique [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]	7800
Module de Young [ $GPa$ ]	2100
Coefficient de Poisson	0,3
Discrétisations	
Plaque	200 éléments finis coques (Q4GS)
Appuis	160 éléments finis volumiques (CUB8)
Condition Limite	DDL vertical de la face inférieure bloqué

**TABLE 5.5:** Impacts d'un glaçon sur plaque – Caractéristiques de la cible "plaque – appuis"



**FIGURE 5.11:** Mesure de la flèche post-mortem sur un exemple de résultat de simulation

résultats pour l'ensemble des simulations et les compare aux moyennes expérimentales. Ces derniers montrent la validité de l'approche avec des résultats affichant un bon accord entre simulations et expériences. L'écart subsistant résulte très probablement d'un manque de raffinement des maillages afin de mieux capter la plasticité et mieux répartir les efforts (le raffinement de l'impacteur a un grand effet sur le signal d'effort comme nous l'avons vu précédemment).

## 5.4 Conclusion et Perspectives

Ce dernier chapitre conclut donc ce travail par la validation de notre modèle numérique sur des tests d'impact expérimentaux. Si le modèle a prouvé son efficacité, de nombreux points sont encore à améliorer :

- des temps de calcul extrêmement long ne permettent pas d'utiliser des maillages trop importants en raison des temps d'impact simulés, plusieurs solutions s'offrent cependant à nous pour y remédier :

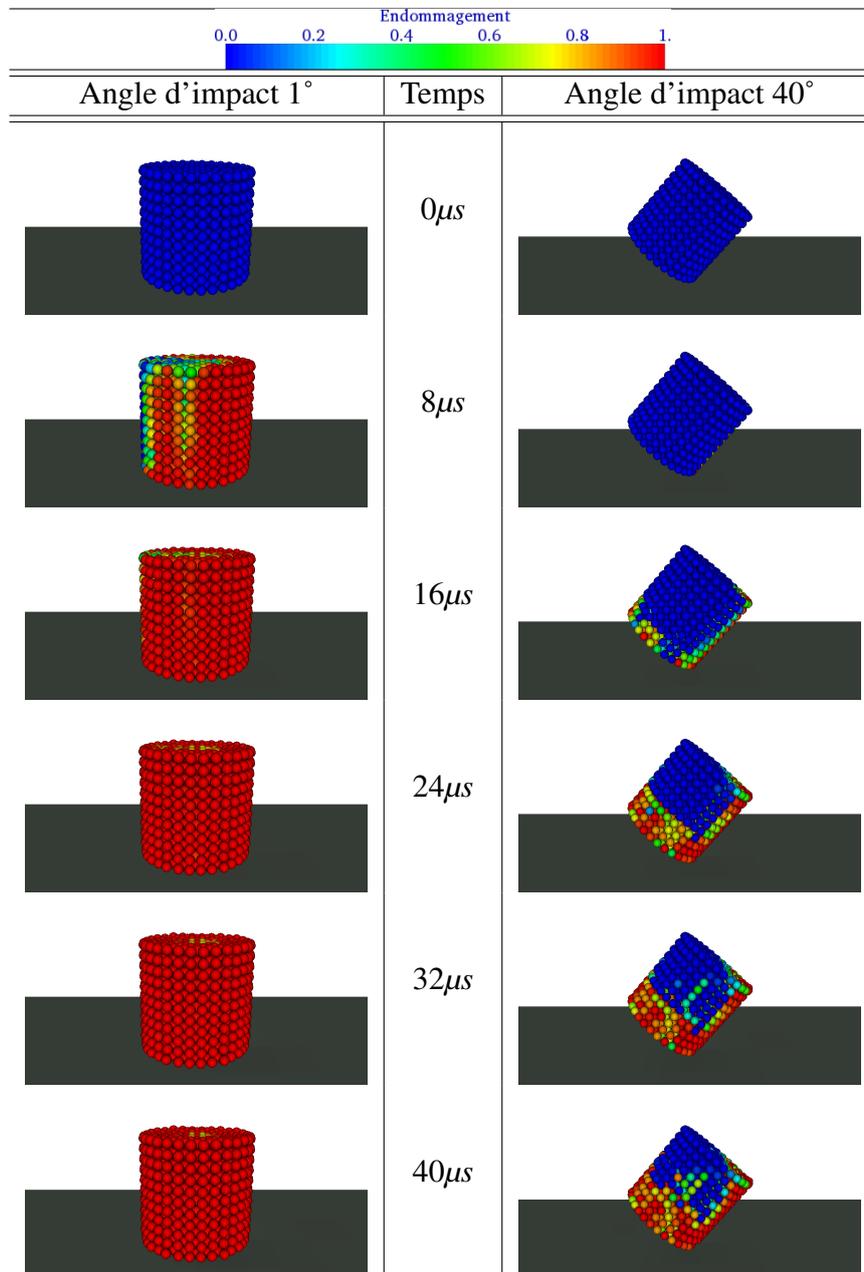


TABLE 5.6: Impact sur Plaque – Visualisations sur 40 $\mu$ s en fonction de l'angle d'impact

Vitesse d'impact [ $m.s^{-1}$ ]	Angle d'impact [°]	Flèche Num. [mm]	Flèche Exp. [mm]
62,5	1°	7	5,94
62,5	20°	6,5	3,88
	40°	5,1	
125	1°	17,5	17
125	20°	16,8	13,195
	40°	13,7	

**TABLE 5.7:** Comparaison des flèches résiduelles simulations/expériences

- de nouveaux moyens de calcul,
  - de nouveau test avec une mesure de la flèche dynamique ou de la corrélation dynamique,
- des problèmes de hautes fréquences subsistent sur le modèle de cellule Piezo électrique proposé. Une étude complémentaire pourrait être faite ou de nouveaux tests avec un tir au canon sur une seule barre de hopkinson instrumentée.

# Conclusion générale

Ce mémoire de thèse s'articule autour des deux grandes parties qui ont constituées mon travail :

– **un premier volet expérimental**

Un important travail a été accompli concernant l'aspect expérimental dans le cadre de cette thèse. Les difficultés inévitables issues de l'aspect nouveauté de la manipulation de glace pour des tests mécaniques, de la fabrication, de la mise en oeuvre des essais (température ambiante de 20°C lors des tests) ne nous ont pas permis d'aller aussi loin qu'escompté dans la caractérisation du matériau glace. Cependant, des données expérimentales, notamment en terme de contrainte à rupture en compression, jusqu'à une vitesse de déformation de  $10s^{-1}$  existent et valident les quelques rares valeurs hétéroclites issues de la littérature et notre protocole, notamment le fait de réaliser des essais sans chambre froide, s'est trouvé lui aussi confirmé. Il a également été mis en évidence les différents mécanismes de la rupture dynamique de la glace, notamment par la visualisation "ultra rapide" et des cas tests contraignants ont été établis afin de valider les modèles numériques.

De plus, ce travail, par le protocole proposé et l'expérience de manipulation et de caractérisation de la glace, ouvre la voie à de nouvelles recherches : la caractérisation par barres de Hopkinson (en traction ou en compression), l'utilisation de la glace aéronautique ou de grêlon, la mise en condition réelle par des tests sur réacteurs d'avion (ou du moins sur des parties), la caractérisation de l'effet de la température, ...

– **un second volet numérique**

Une modélisation est proposée, reprenant les travaux récent de B. Maurel pour la formulation SPH, mais ajoutant une loi élastique endommageable au logiciel de calcul Europlexus combinant une formulation solide pour la rupture du corps solide puis d'une formulation fluide gérant les débris. Cette loi a de plus été validée sur des calculs de perforation de dalles béton par des projectiles, montrant ici quelques limites à ces cas relativement complexe de fragmentation. Il a également été l'occasion d'ajouter la possibilité à Europlexus de coupler particules SPH et FEM d'une manière faible au travers de multiplicateurs de Lagrange et de la méthode Arlequin.

Des améliorations des modèles numériques sont, là aussi, possibles par l'approfondissement des hypothèses de la loi afin de mieux simuler les impacts sur dalle béton, l'ajout de fonctions saut à l'image des éléments finis étendus au sein de la for-

mulation SPH permettrait de simuler de la fissuration longue, la prise en compte des "débris" d'une manière plus réaliste qu'un fluide (les méthodes particulières peuvent être une voie à explorer), l'amélioration du couplage de la méthode arlequin notamment l'effet de réflexion des ondes, la diminution des temps de calculs afin de raffiner les calculs de validation d'impacts de glaçon (l'arrivée d'un serveur de calcul à 32 processeurs au sein du LaMCOs et d'une version parallélisée du code EUROPLEXUS sera d'un grand bénéfice), ...

# Bibliographie

- [Act93] Actes du 11<sup>me</sup> congrès français de mécanique, *Mesure du comportement dynamique des matériaux fragiles aux essais de barres d'Hopkinson*, vol. 4, 1993.
- [ALL 97] ALLIX O., DEÛ J. F.  
Delayed-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transactions*, vol. 45, 1997, p. 29-46.
- [ATT 94] ATTAWAY S. W., HEINSTEIN M. W., SWEGLE J. W.  
Coupling of smoothed particle hydrodynamics with the finite element method. *Post-SMIRT Impact IV Seminar*, Nuclear Engineering and Design, 1994.
- [BAZ 76] BAZANT Z. P., BELYTSCHKO T.  
Instability, ductility and size effect in strain softening concrete. *J. Eng. Mech. ASCE*, vol. 102, 1976, p. 331-344.
- [BEL 94] BELYTSCHKO T., GUO Y., LIU W. K., XIAO S. P.  
Element free galerkin methods. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 37, 1994, p. 229-256.
- [BEL 95] BELYTSCHKO T., ORGAN D., KRONGAUZ Y.  
A coupled finite element-element-free Galerkin method. *Computational Mechanics*, vol. 17, 1995, p. 186-195.
- [BEL 98] BELYTSCHKO T., KRONGAUZ Y., DOLBOW J., GERLACH C.  
On the completeness of meshfree particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 43, 1998, p. 785-819.
- [BEL 00a] BELYTSCHKO T., GUO Y., LIU W. K., XIAO S. P.  
A unified stability analysis of meshless particle methods. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, vol. 48, 2000, page 1359-1400.
- [BEL 00b] BELYTSCHKO T., GUO Y., LIU W. K., XIAO S. P.  
A unified stability analysis of meshless particle methods. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 40, 2000, p. 1359-1400.
- [BEL 00c] BELYTSCHKO T., LIU W. K., MORAN B.  
*Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley : New York, 2000.
- [BEL 03] BELYTSCHKO T., CHEN H., XU J., ZI G.  
Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, vol. 58, 2003, page 1873-1905.

- [BEL 04] BELYTSCHKO T., XIAO S. P.  
A bridging domain method for coupling continua with molecular dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, 2004, p. 1645-1669.
- [BEL 05] BELYTSCHKO T., RABCIUK T., XIAO S. P.  
Stable particle methods based on lagrangian kernels. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 193, 2005, p. 1035-1063.
- [BEN 88] BENALLAL A., BILLARDON R., GEYMONAT G.  
*Some mathematical aspects of the damage softening problem*. Cachan - France, 1988.
- [BEN 98] BENDHIA H.  
Problèmes mécaniques multi-échelles : la méthode arlequin. *C. R. de l'Académie des Sciences, Série Iib*, vol. 326, 1998, p. 899-904.
- [BER 75] BERTHOLF L. D., KARNES C. H.  
. *J. of Mech. Phys. Solids*, vol. 23, 1975, p. 1-20.
- [CAM 97] CAMACHO G. T., ORTIZ M.  
Adaptive Lagrangian modelling of ballistic penetration of metallic targets. *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 142, 1997, page 269-301.
- [CAM 99] CAMBORDE F.  
Modélisation du comportement dynamique du béton. Application aux problèmes d'impacts et d'explosions. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1999.
- [CHI 90] CHIERA C. Y., SIEFFERT J. G., HWAJIA B. H.  
Etude expérimentale sur le comportement statique et dynamique à grande vitesse de déformation des microbétons. *Materials and Structures*, vol. 23, 1990, p. 426-435.
- [CUN 96] CUNDALL P. A., KONIETZKY H.  
PFC-ein neues Werkzeug für numerische Modellierungen. *Bautechnik*, vol. 73, 1996, page 1153-1163.
- [CUR 72] CURAN D. R., SEAMAN L.  
Dynamic Fracture criteria for ductile and brittle materials. *J. Mater.*, vol. 7, 1972, p. 393-401.
- [DIL 99] DILTS G. A.  
Moving least squares particle hydrodynamics - I : consistency and stability. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 44, 1999, p. 1115-1155.
- [DIL 00] DILTS G. A.  
Moving least squares particle hydrodynamics - II : conservation and boundaries. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 48, 2000, p. 1503-1524.
- [DON 97] DONZE FV E. A.  
Modeling fractures in rock blasting. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 34, 1997, page 1153-1163.
- [DUA 95] DUARTE C., ODEN J. D.  
A meshless method to solve boundary value problems. Report n° 95-05, 1995, Texas Institute for Computational and Applied Mechanics, University of Texas.

- [DUR 00] DUREISSEIX D.  
Méthodes numériques appliquées à la modélisation par éléments finis. *en ligne – <http://www.librecours.org/documents/5/532.pdf>*, , 2000.
- [DUT 04] DUTTA P. K., COLE D. M., SCHULSON E. M., SODHI D. S.  
A Fracture Study of Ice Under High Strain Rate Loading. *Int. J. of Offshore and Polar Eng.*, vol. 14, 2004, p. 182-188.
- [EUR 02] EUROPLEXUS  
A computer program for the finite element simulation of fluid-structure systems under transient dynamic loading. Rapport technique cea/den/sem/dyn, 2002, CEA Saclay.
- [FAS 06] FASANELLA E. L., BOITNOTT R. L., KELLAS S.  
Dynamic Crush Characterisation of Ice. Technical note, 2006, NASA/TM-2006-214278.
- [FUL 96] FULK D. A., MONAGHAN J. J.  
An analysis of 1-D smoothed particle hydrodynamics kernels. *Journal of computational physics*, vol. 126, 1996, p. 165-180.
- [GER 93] GERARDIN M., RIXEN D.  
*Théorie des vibrations. Application à la dynamique des structures*. Masson Eds, 1993.
- [GOU 72] GOUDREAU G. L., TAYLOR R. L.  
Evaluation of numerical integration methods in elastodynamics. *comp. Meth. in App. Mech. and Eng.*, vol. 2, 1972, p. 69-97.
- [GRé 07] GRÉGOIRE D., MAIGRE H., RÉTHORÉ J., COMBESURE A.  
An energy-conserving scheme for dynamic crack growth using the eXtended finite element method. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, 2007, p. 6517-6534.
- [GRA 00] GRAVOUIL A.  
Méthode multi-échelle en temps et en espace avec décomposition de domaines pour la dynamique non-linéaire des structures. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan – LMT Cachan, 2000.
- [GRA 01] GRAY J. P., MONAGHAN J. J.  
SPH elastic dynamics. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 190, 2001, p. 6641-6662.
- [GUR 77] GURSON A. L.  
Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I - Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 17, 1977, page 201-217.
- [HAN 92] HANCHAK S. J., FORRESTAL M. J., YOUNG E. R., EHRGOTT J. Q.  
Perforation concrete slabs 48MPa 7ksi 140MPa 20ksi unconfined compressive strengths. *International Journal of Impact in Engineering*, vol. 12, 1992, p. 1-7.
- [HAN 02] HAN W., WAGNER G. J., LIU W. K.  
Convergence analysis of a hierarchical enrichment of dirichlet boundary conditions in

- a mesh-free method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 53, 2002, p. 1323-1336.
- [HAO 04] HAO S., LIU W. K., BELYTSCHKO T.  
Moving particle finite element method with global smoothness. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 59, 2004, p. 1007-1020.
- [HEG 96] HEGEN D.  
Element free Galerkin methods in combination with finite element approaches. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 135, 1996, p. 143-166.
- [HEN 03] HENTZ S., DAUDEVILLE L., DONZE F. V.  
Modélisation du comportement dynamique du béton par la méthode des éléments discrets. *Revue française de génie civil*, vol. 7, 2003, p. 1325-1347.
- [HOP 14] HOPKINSON  
A method of measuring the pressure produced in the detonation high explosives or by the impact of bullets. *Royal Soc. Of London*, vol. serie A, 1914, p. 437-456.
- [HUE 00] HUERTA A., FERNANDEZ-MENDEZ S.  
Enrichment and coupling of the finite element and meshless method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 48, 2000, p. 1615-1636.
- [HUE 04] HUERTA A., FERNANDEZ-MENDEZ S., LIU W. K.  
A comparison of two formulations to blend finite éléments and meshfree methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, 2004, p. 1105-1117.
- [HUG 87] HUGHES T. J. R.  
*The finite element method, linear static and dynamic finite element analysis*. Prentice-Hall International Editions, 1987.
- [HUG 93] HUGHES M. L., TEDESCO J. W., ROSS C. A.  
Numerical analysis of high strain rate splitting tensile tests. *Computers and Structures*, vol. 47, 1993, p. 653-671.
- [IDE 03] IDELSOHN S. R., ONATE E., CALVO N., PIN F. D.  
The meshless finite element method. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 58, 2003, p. 2316-2343.
- [JOH 94] JOHNSON G. R.  
Linking of Lagrangian particle methods to standard Finite element methods for high velocity impact computations. *Post-SMIRT Impact IV Seminar*, Nuclear Engineering and Design, 1994.
- [JOH 96a] JOHNSON G. R., STRYCK R. A., BEISSEL S. R.  
SPH for high velocity impact. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 139, 1996, p. 347-373.
- [JOH 96b] JOHNSON G. R., STRYK R. A., BEISSEL S. R.  
SPH for high velocity impact computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 139, 1996, p. 347-374.

- 
- [JOH 02] JOHNSON G. R., BEISSEL S. R., STRYK R. A.  
An improved generalized particle algorithm that includes boundaries and interfaces. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 53, 2002, p. 875-904.
- [JON 97] JONES S. J.  
High Strain-Rate Compression Tests on Ice. *J. Phys. Chem. B.*, vol. 101, 1997, p. 6099-6101.
- [KAC 58] KACHANOV L. M.  
On the creep rupture Time. *Otd. Tekn. Nauk.*, vol. 8, 1958, p. 26-31.
- [KAD 04] KADOWAKI H., LIU W. K.  
Bridging multi-scale method for localization problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, 2004, p. 3267-3302.
- [KAD 05] KADOWAKI H., LIU W. K.  
A multiscale approach for the micropolar continuum model. *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, vol. 7, 2005, p. 269-282.
- [KLE 88] KLEPACKZO J. R.  
On the role of microcracking inertia in rate sensitivity of coal at high strain rates. *Arch. Mech.*, vol. 40, 1988, p. 345-358.
- [KOL 49] KOLSKY H.  
An investigation of mechanical properties of material at very high strain rates of loading. *Proc. Phys. Soc.*, vol. 62, 1949, p. 676-704.
- [LEM 71] LEMAÎTRE J.  
*Sur la déformation des lois de comportement des matériaux élastoplastiques*. Faculté des sciences d'ORSAY, 1971.
- [LEM 96a] LEMAÎTRE J.  
*A course on damage mechanics*. Paris : Springer, 1996.
- [LEM 96b] LEMAÎTRE J., CHABOCHE J. L.  
*Mécanique des matériaux solides*. Paris : Dunod, 1996.
- [LI 02] LI S., LIU W. K.  
Meshfree and particle methods and their applications. *Applied mechanics reviews*, vol. 55, 2002.
- [LI 04a] LI S., LIU W. K.  
*Meshfree Particle Methods*. Springer : Berlin, 2004.
- [LI 04b] LI S., LU H., HAN W., LIU W. K., SIMKINS D. C.  
Reproducing kernel element method. Part II : Globally conforming Ira/Cn hiérarchies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, 2004, p. 953-987.
- [LIS 84] LISKA T.  
An interpolation method for an irregular net of nodes. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 20, 1984, p. 1599-1612.
-

- [LIU 95a] LIU W. K., CHEN Y.  
Wavelet and multiple scale reproducing kernel particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Fluid Dynamics*, vol. 21, 1995, p. 901-931.
- [LIU 95b] LIU W. K., LI J. S., BELYTSCHKO T.  
Reproducing Kernel Particle methods for structural dynamics. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 38, 1995, p. 1655-1679.
- [LIU 97] LIU W. K., URAS R. A., CHEN Y.  
Enrichment of the finite element method with reproducing kernel particle method. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 135, 1997, p. 143-166.
- [LIU 04a] LIU W. K., KARPOV E. G., ZHANG S., PARK H. S.  
An introduction to computational nanomechanics and materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, 2004, p. 1529-1578.
- [LIU 04b] LIU W. K., W W. H., LU H., LI S., CAO J.  
Reproducing kernel element method. Part I : Theoretical formulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, 2004, p. 933-951.
- [MAL 85] MALVERN L. E., ROSS C. A.  
Dynamic response of concrete and concrete structures. 2<sup>nd</sup> annual Technical report n° F49620-83-K007, 1985, AFOSR.
- [MAU 08] MAUREL B.  
Modélisation par la méthode SPH de l'impact d'un réservoir rempli de fluide. Thèse de doctorat, Ecole MEGA de Lyon, 2008.
- [MAZ 84] MAZARS J.  
Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, 1984.
- [MAZ 04] MAZARS J., MILLARD A.  
*Comportement dynamique des bétons and génie parasismique*. Paris : Lavoisier, 2004.
- [MEY 02] MEYSSONNIER J.  
Caractéristiques de la glace. Rapport technique, 2002, Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement – LGGE.
- [MOE 99] MOES N., DOLBOW J., BELYTSCHKO T.  
A finite element method for crack growth without remeshing. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, vol. 46, 1999, page 131-150.
- [MOE 02] MOES N., GRAVOUIL A., BELYTSCHKO T.  
Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets - Part I : mechanical model. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, vol. 53, 2002, page 2549-2668.
- [NAY 92] NAYROLES B., TOUZOT G., VILLON P.  
Generalizing the FEM : Diffuse approximation and diffuse elements. *Computational mechanics*, vol. 10, 1992, p. 307-318.

- [NEW 59] NEWMARK W.  
A method of computation for structural dynamics. *J. Eng. Mech. Div. ASCEI*, vol. 85, 1959, p. 67–94.
- [ORT 99] ORTIZ M., PANDOLFI A.  
Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, vol. 44, 1999, page 1267–1282.
- [Pro] Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. Discrete Element Methods, *Local fracture analysis of a reinforced concrete slab by the discrete element method.*, vol. 357–368.
- [RAB 63] RABOTNOV Y.  
On the equation of state for creep. *P. in Appl. Mech.*, vol. Prager anniversary volume, 1963, p. 307–.
- [RAB 04] RABCZUK T., BELYTSCHKO T., XIAO S. P.  
Stable particle methods based on Lagrangian kernels. *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 193, 2004, p. 1035–63.
- [RAB 06a] RABCZUK T., BELYTSCHKO T.  
Application of mesh free methods to static fracture of reinforced concrete structures. *International Journal of Fracture*, vol. 137, 2006, p. 19–49.
- [RAB 06b] RABCZUK T., EIBL J.  
Modelling dynamic failure of concrete with meshfree methods. *Int. J. of Impact Eng.*, vol. 32, 2006, page 1878–1897.
- [RAB 06c] RABCZUK T., XIAO S. P., SAUER M.  
Coupling of mesh-free methods with finite elements : basic concepts and tests results. *Commun. in Numer. Meth. in Engng*, vol. 22, 2006, p. 1031–1065.
- [RAN 96a] RANDLES P. W., LIBERSKY L. D.  
Smoothed particle hydro-dynamics : some recent improvements and applications. *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 139, 1996, page 375–408.
- [RAN 96b] RANDLES P. W., LIBERSKY L. D.  
Smoothed Particle Hydrodynamics : Some recent improvements and applications. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 139, 1996, p. 375–408.
- [RAT 03] RATEAU G.  
Méthode Arlequin pour les problèmes mécaniques multi-échelles. Application à des problèmes de jonction et de fissuration de structures élancées. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 2003.
- [REI 90] REIHNARDT H. W., ROSSI P., MIER J. G. M. V.  
Joint investigation of concrete at high rates of loading. *Materials and Structures*, vol. 23, 1990, p. 213–216.
- [ROS 87] ROSS C. A., THOMPSON P. Y., NASH P. T.  
Dynamic testing of soils using a split-Hopkinson bar. *Proc. of the Third Symp. On the interaction of non-nuclear munitions with structures*, vol. II, 1987, p. 508–524.

- [ROS 91] ROSSI P.  
A physical phenomenon which can explain the mechanical behaviour of concrete under high strain rates. *Materials and Structures*, vol. 24, 1991, p. 422-424.
- [ROS 93] ROSSI P.  
Comportement dynamique des bétons : du matériau à la structure. *Annales de l'ITBTP*, vol. 511, 1993, p. 27-38.
- [RÉT 05] RÉTHORÉ J., GRAVOUIL A., COMBESURE A.  
An energy-conserving scheme for dynamic crack growth using the eXtended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 63, 2005, p. 631-659.
- [SCH 01] SCHULSON E. M.  
Brittle failure of ice. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 68, 2001, p. 1839-1887.
- [SCH 05] SCHULSON E. M., ILIESCU D., FORTT A.  
Caracterisation of Ice for Return to Flight of the Space Shuttle. Technical note, 2005, NASA/CR-2005-13643/Part1.
- [SHA 06] SHAZLY M., PRAKASH V., LERCH B. A.  
High-Strain-Rate Compression Testing of Ice. Technical note, 2006, NASA/TM-2006-213966.
- [SIM 04] SIMKINS D., LI S., LU H., LIU W. K.  
Reproducing kernel element method. Part IV : Globally compatible Cn (nl) triangular hierarchy. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, 2004, p. 1013-1034.
- [SIN 89] SINHA N. K.  
Elasticity of natural types of polycrystalline ice. *Cold regions and technology*, vol. 17, 1989, p. 127-135.
- [SUF 04] SUFFIS A.  
Développement d'un modèle d'endommagement à taux de croissance contrôlé pour la simulation robuste de rupture sous impact. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale MEGA de Lyon, 2004.
- [SWE 94] SWEGLE J. W., HICKS D. L., CHEN Y.  
Stabilizing SPH with conservative smoothing. Report n° SAND94-1932, 1994, SANDIA.
- [TED 93] TEDESCO J. W., ROSS C. A., KUENNEN S. T.  
Experimental and numerical analysis of high strain rate splitting tensile tests. *ACI Mat. J.*, vol. 90, 1993, p. 167-169.
- [TED 94] TEDESCO J. W., HUGHES M. L., ROSS C. A.  
Numerical simulation of high strain rates concrete compression tests. *Computers and Structures*, vol. 51, 1994, p. 65-77.
- [THO 93] THOMAS J. A., ALLAN M. R.  
Impact-induced tensional failure in rock. *J. of Geo. Res.*, vol. 98, 1993, p. 1185-1203.

- [TOU 95] TOUTLEMONDE F.  
Caractérisation de bétons étudiés en dynamique rapide. Thèse de doctorat, ENPC, 1995.
- [WAG 01] WAGNER G. J., LIU W. K.  
Hierarchical enrichment for bridging scales and meshfree boundary conditions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 50, 2001, p. 507-524.
- [WAG 03] WAGNER G. J., LIU W. K.  
Coupling of atomic and continuum simulations using a bridging scale décomposition. *Journal of Computational Physics*, vol. 190, 2003, p. 249-274.
- [WIL 85] WILBECK J. S., THOMPSON P. Y., ROSS C. A.  
Laboratory measurement of wave propagation in soils. *Proc. of the Third Symp. On the interaction of non-nuclear munitions with structures*, vol. II, 1985, p. 460-465.
- [XU 96] XU X. P., NEEDLEMAN A.  
Numerical simulations of dynamic crack growth along an interface. *Int. J. Fracture*, vol. 74, 1996, page 289-324.
- [ZHA 05] ZHANG M. H., SHIM V. P. W., LU G., CHEW C. W.  
Resistance of high-strength concrete to projectile impact. *Int. J. of Imp. Eng.*, vol. 31, 2005, p. 825-841.
- [ZIE 82] ZIELINSKI A. J.  
*Fracture of concrete and mortar under uniaxial impact tensile loading*. Delft University Press, 1982.



FOLIO ADMINISTRATIF

## Bibliographie

NOM : CHUZEL-MARMOT  
2009

DATE de SOUTENANCE : 16 janvier

Prénoms : Yann

TITRE : CARACTERISATION EXPERIMENTALE ET SIMULATION NUMERIQUE D'IMPACTS DE GLACE  
A HAUTE VITESSE

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre :

École doctorale : MEGA

Spécialité : Mécanique - Génie Mécanique - Génie Civil

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis

CLASSE :

RÉSUMÉ :

Afin de garantir la sécurité des voyageurs et des appareils, de nombreuses études ont été financées ces dernières années par l'industrie aérospatial et aéronautique en vue de caractériser expérimentalement puis de simuler numériquement l'ingestion par les moteurs d'avion de projectiles en tout genre. La glace est un exemple de projectiles susceptibles d'impacter les moteurs d'avion pendant leur fonctionnement. Notre travail s'inscrit directement dans ce cadre de recherche avec l'objectif de caractériser expérimentalement le matériau glace à haute vitesse et de simuler des impacts de glace sur une structure.

Ainsi, un modèle de comportement et de rupture général applicable aux matériaux fragiles et plus particulièrement à la glace sous impact est proposé. Il allie les qualités intrinsèques des méthodes modernes sans maillage de type Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) à une loi de comportement élasto-endommageable avec endommagement de type Mazars, modifiée pour son utilisation en dynamique rapide. Puis, une validation de ce modèle sur un matériau fragile, le béton, très similaire en comportement est menée. Afin de faciliter les simulations numériques de perforation de dalles bétons, un couplage entre formulation Meshfree (discrétisant seulement des parties du domaine, notamment celles subissant des perforations ou de la fragmentation) et éléments finis (discrétisant le reste du domaine) a été implémentée comme le reste des modèles numériques dans le code de calcul EUROPLEXUS.

Dans un second temps, Une synthèse des divers travaux et recherches existants sur le matériau glace permet de faire le point sur les connaissances actuelles du matériau glace et d'en pointer les faiblesses. Puis deux campagnes expérimentales (une sur vérin hydraulique rapide et sur canon à air comprimé) permettent de déterminer des paramètres caractéristiques pour alimenter le code de calcul, de mieux cerner les mécanismes du comportement de la glace à hautes vitesses de déformation (en mettent en évidence le rôle de la microstructure, la différence de dégâts causés par l'impact sur une structure entre un fluide ou par de la glace, l'influence des conditions géométriques) et de fournir des données d'essai relativement proches de tests de certification réalisés par l'industrie aéronautique afin de s'assurer de la validité de notre modèle numérique de la glace pour simuler les impacts.

Enfin, le dernier chapitre détaille l'analyse des expériences d'impacts d'un glaçon sur des cibles (plaque aluminium ou montage Piezo électrique) afin de mettre en évidence les mécanismes mis en jeu et de valider les modèles numériques. Pour cela, un modèle numérique du montage Piezo électrique ainsi que du montage de la plaque en aluminium avec ses appuis sont détaillés puis les résultats numériques sont confrontés aux résultats expérimentaux.

MOTS-CLÉS : glace, impact, dynamique rapide, Mazars, couplage "SPH-EF", caméra ultra-rapide, meshless, méthode SPH

Laboratoire(s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides

UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon

20, avenue Albert Einstein

69621 Villeurbanne Cedex FRANCE

Directeur de thèse : Monsieur le Professeur Alain COMBESURE

Président du jury : Pr. 174

Composition du jury : Olivier Allix

Alain Combescure

Roland Ortiz

Arnaud Suffis

Francesco Chinesta

Laurent Daudeville

Jacques Meyssonier