N° d'ordre : 2007-ISAL-0066 Année 2007

Thèse

Présentée devant
L'institut national des sciences appliquées de Lyon

Ecole doctorale des sciences pour l'ingénieur de Lyon :
Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)
Spécialité : Mécanique
Pour obtenir
Le grade de docteur

Apport des analyses numériques temporelle et fréquentielle dans l'étude des instabilités de contact - Validation expérimentale

Par

Anissa Meziane
(Ingénieur INSA)

Soutenue le 19/10/2007 devant la Commission d'examen composée de MM.

A. AKAY	Professeur Carnegie Mellon University, USA
Y. BERTHIER	Directeur de recherche (CNRS) INSA de Lyon
L. BAILLET	Professeur Université Joseph Fourier, Grenoble
B. LAULAGNET	Maître de Conférence INSA de Lyon
M. RAOUS	Directeur de Recherche (CNRS) Univ. Méditerranée, Marseille
A. SESTIERI	Professeur Université de Rome « La Sapienza »

Rapporteurs

Q.-S. NGUYEN	Directeur de recherche (CNRS) Polytechnique, Paris
A. SESTIERI	Professeur Université de Rome « La Sapienza »

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structure (LaMCoS), INSA-Lyon

et

Laboratoire de Vibrations et Acoustique (LVA), INSA-Lyon

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales 2007

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	**CHIMIE DE LYON** **http://sakura.cpe.fr/ED206** M. Jean Marc LANCELIN Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
E.E.A.	**ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE** **http://www.insa-lyon.fr/eea** M. Alain NICOLAS Insa : D. BARBIER ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 72 18 33 83 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
E2M2	**EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION** **http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2** M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : S. GRENIER	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDIIS	**INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE** http://ediis.univ-lyon1.fr M. Alain MILLE Secrétariat : I. BUISSON	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - EDIIS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.42 44 82 94 Fax 04 72 44 80 53 ediis@liris.cnrs.fr - alain.mille@liris.cnrs.fr
EDISS	**INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE** M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.35 72 32 Fax : Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
	MATERIAUX DE LYON M. Jean Marc PELLETIER Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr
Math IF	**MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE** M. Pascal KOIRAN Insa : G. BAYADA	M.Pascal KOIRAN Ecole Normale Supérieure de Lyon 46 allée d'Italie 69364 LYON Cédex 07 Tél : 04.72.72 84 81 Fax : 04 72 72 89 69 Pascal.koiran@ens-lyon.fr Secrétariat : Fatine Latif - latif@math.univ-lyon1.fr
MEGA	**MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE** M. Jean Louis GUYADER Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.80 –Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.62.71.70 Fax : 04 72 18 87 12 mega@lva.insa-lyon.fr
SSED	**SCIENCES DES SOCIETES, DE L'ENVIRONNEMENT ET DU DROIT** Mme Claude-Isabelle BRELOT Insa : J.Y. TOUSSAINT	Mme Claude-Isabelle BRELOT Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 Claude-isabelle.brelot@univ-lyon2.fr

A mes parents, mes frères et Julien

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS) et le Laboratoire de Vibrations et Acoustique (LVA) de l'INSA de Lyon.

Je remercie Monsieur le Professeur Alain COMBESCURE, directeur du LaMCoS pour m'avoir accueillie au sein du LaMCoS. Je remercie également Monsieur Yves BERTHIER, directeur de recherche CNRS et chef de l'équipe TMI pour l'attention portée à mon travail et son enthousiasme scientifique.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Laurent BAILLET, Professeur au LGIT de Grenoble et Bernard LAULAGNET, Maître de Conférence au LVA pour leur soutien tant scientifique que moral durant ces trois années.

Je remercie Monsieur Michel RAOUS, directeur de recherche CNRS, d'avoir accepté la charge de président de jury, ainsi que Professeur Aldo SESTIERI et Monsieur Quoc-Son NGUYEN, directeur de recherche CNRS, d'avoir accepté de rapporter mon travail. Je remercie également Professeur Adnan AKAY, pour sa participation au jury.

Je tiens à dire un grand merci à Claude GODEAU pour son aide précieuse, sa disponibilité et sa patience. Je ne peux oublier de remercier Claire et Francesco pour leur aide d'expérimentateurs confirmés et Lionel qui a également contribué à mes gros progrès expérimentaux.

Je remercie également Mathieu pour son aide et le temps qu'il a passé à m'aider ainsi que Ben pour ses conseils et ses réponses à mes questions incessantes.

Je tiens à remercier Claire et Aurélien pour leur soutien et leur écoute ainsi que toutes les personnes que j'ai pu côtoyer durant ces trois années, au détour d'un couloir, à l'occasion d'un café, de discussions scientifiques ou footballistiques …. Je tiens à exprimer toute mon admiration à mes co-bureau : Guillaume (qui est parfaitement ambidextre), Francesco (qui est italien et campione del mondo … du café), David (qui a essayé sans succès de nous faire progresser au basket). Je souhaite également souligner la patience de Manue, Najib, Nans, Lamyaa, Cumba, Michel qui ont parfois eu l'impression que je faisais partie de leur bureau et avec qui j'ai eu des échanges parfois assez impromptus mais très drôles.

Je tiens à remercier tout particulièrement la Bichetta Anne, avec qui j'ai passé des moments inoubliables au LaMCoS !

Enfin j'ai une pensée pour mes parents, mes frères et Julien qui m'ont énormément soutenue …

Résumé

Les instabilités générées par frottement sont responsables des divers bruits tels que le crissement, le sifflement ou le broutement … La littérature sur ce sujet inclut de nombreuses études qui montre que le phénomène d'instabilités de contact est complexe (pluridisciplinaire, multi-échelle). Pour modéliser et comprendre ce phénomène d'instabilités, les analyses temporelle et fréquentielle sont utilisées sur un système modèle constitué de deux poutres en contact ponctuel. Ce travail se compose principalement de quatre parties. Les deux analyses ont été programmées pour ce système sur une même plateforme, contrôlant ainsi les hypothèses de calcul. Après une revue bibliographique qui permet de situer le travail présenté (I), les modélisations temporelles et fréquentielles sont exposées (II) et confrontées (III). Dans l'analyse temporelle, les valeurs de déplacements, vitesses et accélérations aux différents nœuds, ainsi que les valeurs de forces et surfaces de contact sont calculées au cours du temps. Le contact ponctuel avec frottement entre les deux poutres déformables est géré par des algorithmes basés sur la méthode des multiplicateurs de Lagrange à incrément avant. Dans cette analyse qui tient compte de l'aspect non linéaire d'un contact frottant, l'instabilité est caractérisée par des phases d'adhérence ou de décollement qui apparaissent au niveau de la surface de contact. Dans l'analyse fréquentielle, linéaire, les valeurs et vecteurs propres du système sont calculés en intégrant les forces de contact dans la matrice de raideur. Les équations de mouvement sont écrites autour de l'équilibre glissant du système. La gestion du contact est réalisée par l'intermédiaire d'un ressort introduit entre les deux nœuds en contact. L'instabilité se manifeste par la coalescence de deux modes propres du système. Les résultats issus des deux analyses sont cohérents et complémentaires, malgré quelques différences de prédiction. Une validation expérimentale (IV) a été effectuée et montre une bonne corrélation entre les résultats numériques temporels et expérimentaux. On met en évidence la pertinence de l'analyse temporelle dans l'étude des instabilités de contact, phénomène vibratoire complexe. On montre également que, même si elle n'apparaît pas suffisante pour caractériser le phénomène d'instabilité de contact, l'analyse fréquentielle donne de bons résultats. L'aspect tribologique est également abordé et met en évidence les limites de chaque analyse ainsi qu'une interaction permanente entre les phénomènes aux échelles micro- et macroscopique.

Mots clés : instabilités de contact / crissement / contact / dynamique / Eléments Finis

Abstract

The instabilities generated by friction are responsible for various noises such as squealing, squeaking and chatter. The literature includes many studies that show that the contact instability phenomenon is complex (since it's interdisciplinary and multi scale) and has yet to be brought under full control. To model and understand this instability phenomenon, dynamic transient and complex eigenvalue analyses are performed on a model system composed of two beams with a frictional contact point. This work is composed on four main parts. After a review of the main studies on contact instabilities to position this work (I), the two analyses of the system are programmed on the same platform, thereby making it possible to control the calculation hypotheses. Firstly, non linear (transient dynamic analysis) and linear (complex eigenvalue analysis) models are described (II) and compared (III). In the dynamic transient analysis, the values of displacements, velocities and accelerations at the different nodes, as well as the values of the forces and surfaces of the contact are calculated through time. The frictional contact point between two deformable beams is controlled by algorithms based on the forward Lagrange multiplier method. This analysis takes account of the non-linear aspect of a friction contact, instability is characterised by stick and separation phases occurring at the surface of the contact. In the linear complex eigenvalue analysis, the eigenvalues and eigenvectors of the system are calculated by integrating the contact forces in the stiffness matrix. The equations of movement are written around the steady sliding state of the system. The contact is controlled by a spring of stiffness introduced between the two nodes in contact. Instability occurs via the coalescence of two eigenmodes of the system. The results stemming from the two analyses are coherent and complementary, despite several differences in prediction. Then an experimental validation (IV) is performed and shows good correlation between the results obtained by numerical transient dynamic analysis and those obtained from experiments. The experimental trends are predicted with high precision thus highlighting the pertinence of the dynamic transient analysis in studying the complex vibratory phenomena of contact instabilities. It is also shown that the complex eigenvalue analysis gives goods results even though it does not appear sufficient for characterising phenomenon of contact instability. In this experimental analysis, tribological aspects are also considered and highlight permanent interactions between micro- and macro-scales during contact instabilities.

Key words: contact instabilities / squeal / contact / dynamics / Finite Elements

Table des matières

PRINCIPALES NOTATIONS.....17

INTRODUCTION GENERALE.....19

CHAPITRE I : ETAT DE L'ART.....25

I-1. INTRODUCTION 27

I-2. INSTABILITES DE CONTACT – FROTTEMENT, VIBRATIONS ET ACOUSTIQUE.....27

I-2.1. DOMAINES D'APPLICATION DE L'ETUDE DES INSTABILITES DE CONTACT 28
I-2.2. PRESENTATION DES INSTABILITES DE CONTACT.....31

I-3. INSTABILITES DE CONTACT – MODELES ET THEORIES 34

I-3.1. COEFFICIENT DE FROTTEMENT DECROISSANT AVEC LA VITESSE RELATIVE.....34
I-3.2. THEORIE DU *SPRAG-SLIP* (ARC-BOUTEMENT) 35
I-3.3. INSTABILITES DE FLOTTEMENT AVEC UN COEFFICIENT DE FROTTEMENT CONSTANT ..36
I-3.4. INSTABILITE DE CONTACT PAR DES RESONANCES PARAMETRIQUES.....39
I-3.5. THEORIE DU *HAMMERING*.....39

I-4. TRAVAUX EXPERIMENTAUX.....42

I-4.1. TRAVAUX A L'ECHELLE DES PREMIERS CORPS 42
I-4.2. TRAVAUX A L'ECHELLE DU TROISIEME CORPS 44
I-4.3. CONCLUSIONS SUR LE PHENOMENE D'INSTABILITE DE CONTACT.....45

I-5. TRAVAUX DE MODELISATION 46

I-5.1. MODELES ANALYTIQUES.....46
I-5.1.1. MODELES DISCRETS 46
I-5.1.2. MODELES DE PLAQUES.....48
I-5.1.3. AUTRES TYPES D'ETUDES ANALYTIQUES 48
I-5.2. MODELES NUMERIQUES.....49
I-5.2.1. MISE EN PLACE DES MODELES NUMERIQUES 49
I-5.2.2. ANALYSE LINEAIRE FREQUENTIELLE 49
I-5.2.3. ANALYSE TEMPORELLE NON LINEAIRE.....51
I-5.2.4. ANALYSES COMBINANT ANALYSES TEMPORELLE ET FREQUENTIELLE.....52

I-6. CADRE DE L'ETUDE 53

CHAPITRE II : MISE EN PLACE DE L'ETUDE NUMERIQUE.....57

II-1. INTRODUCTION.....59

II-2. EQUATIONS DE MOUVEMENT.....60

II-2.1. HYPOTHESES ET EQUATIONS DE MOUVEMENT.....60
II-2.2. DISCRETISATION SPATIALE PAR ELEMENTS FINIS.....62

II-3. GENERALITES SUR LA MODELISATION DU CONTACT FROTTANT.....64

II-3.1. CONTACT UNILATERAL.....64
II-3.2. LOIS DE FROTTEMENT.....65
II-3.2.1. LOI DE FROTTEMENT DE TRESCA.....65
II-3.2.2. LOI DE FROTTEMENT DE COULOMB.....66
II-3.2.3. LOI DE FROTTEMENT A COEFFICIENT DE FROTTEMENT VARIABLE.....66
II-3.2.4. LOI DE FROTTEMENT CONTINUE DE TYPE *RATE-AND-STATE*.....67

II-4. MISE EN PLACE DE L'ANALYSE TEMPORELLE.....68

II-4.1. GESTION DU CONTACT.....68
II-4.1.1. METHODE NUMERIQUE ADOPTEE POUR LA GESTION DU CONTACT.....68
II-4.1.2. LOI DE FROTTEMENT CHOISIE.....69
II-4.2. SCHEMA D'INTEGRATION TEMPORELLE MIS EN PLACE.....70
II-4.2.1. MISE EN PLACE DU SCHEMA TEMPOREL EXPLICITE DE NEWMARK DE TYPE β_2.....71
II-4.2.2. CONDITION DE STABILITE DU SCHEMA.....72
II-4.3. ALGORITHME MIS EN PLACE.....73

II-5. MISE EN PLACE DE L'ANALYSE FREQUENTIELLE.....75

II-5.1. GESTION DU CONTACT.....75
II-5.2. CALCUL DES VALEURS ET DES VECTEURS PROPRES.....77

CHAPITRE III : ETUDE NUMERIQUE.....79

III-1. INTRODUCTION.....81

III-2. ANALYSE TEMPORELLE.....81

III-2.1. CONVERGENCE EN TEMPS ET EN MAILLAGE.....82
III-2.1.1. CONVERGENCE EN TEMPS.....82
III-2.1.2. CONVERGENCE EN MAILLAGE.....83
III-2.2. ETUDE DES INSTABILITES.....83
III-2.2.1. REGIME STABLE GLISSANT.....83
III-2.2.2. INSTABILITES DE CONTACT.....84
III-2.3. ETUDE PARAMETRIQUE.....88
III-2.3.1. INFLUENCE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT.....88
III-2.3.2. INFLUENCE DE LA VITESSE V.....90
III-2.3.3. INFLUENCE DE LA FORCE F.....91

III-3. ANALYSE FREQUENTIELLE.....92

III-3.1. INSTABILITES PAR FLOTTEMENT.....92
III-3.2. CONVERGENCE EN MAILLAGE ET INFLUENCE DE LA RAIDEUR DE CONTACT K_C.....94
III-3.3. ETUDE DES INSTABILITES.....96

III-3.4. ETUDE DES MATRICES DE MASSES ET RAIDEURS GENERALISEES.....98
III-3.5. ETUDE PARAMETRIQUE.....100
III-3.5.1. INFLUENCE DE L'ANGLE DE CONTACT θ 100
III-3.5.2. INFLUENCE DU POINT DE CONTACT 100

III-4. CONFRONTATION DES RESULTATS DES DEUX ANALYSES 101

III-4.1. CONFRONTATION SUR LE CAS DE REFERENCE μ=0.15 ET θ=5° 102
III-4.2. INFLUENCE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT.....104
III-4.3. INFLUENCE DE L'ANGLE θ.....105
III-4.4. INFLUENCE DU POINT DE CONTACT 106
III-4.5. CONCLUSIONS.....106

CHAPITRE IV : VALIDATION EXPERIMENTALE.....109

IV-1. INTRODUCTION 111

IV-2. ETUDE EXPERIMENTALE PRELIMINAIRE ET DEFINITION D'UNE DEMARCHE EXPERIMENTALE.....113

IV-2.1. CONDITIONS DE CONTACT.....113
IV-2.1.1. SURFACES DE CONTACT 113
IV-2.1.2. COEFFICIENT DE FROTTEMENT 114
IV-2.2. ETUDE DE LA DYNAMIQUE DU SYSTEME 114
IV-2.2.1. ETUDE DE LA DYNAMIQUE DE LA POUTRE Ω_2 SEULE 114
IV-2.2.2. ETUDE DE LA DYNAMIQUE DU SYSTEME A L'ARRET 116
IV-2.2.3. MISE EN MOUVEMENT DE LA POUTRE Ω_2 $(V \neq 0)$ 118

IV-3. ETUDE DES VIBRATIONS LORSQUE LA POUTRE Ω_2 EST EN TRANSLATION 118

IV-3.1. CAS DE REFERENCE (μ = 0.2, θ = 5°, V = -2MM/S, F = 9N) 119
IV-3.2. INFLUENCE DE LA VITESSE (μ = 0.2, θ = 5°, F = 9N).....120
IV-3.3. INFLUENCE DE L'ANGLE θ.....123
IV-3.4. CONCLUSIONS.....125

IV-4. ETUDE EXPERIMENTALE DE L'EVOLUTION DES SURFACES DE CONTACT.....125

IV-4.1. OBSERVATION DES SURFACES DE CONTACT 126
IV-4.2. INFLUENCE DES SURFACES DE CONTACT SUR LES VIBRATIONS OBTENUES 129
IV-4.2.1. EVOLUTION DES VIBRATIONS EXPERIMENTALES 129
IV-4.2.2. EVOLUTION DES SURFACES DE CONTACT 131
IV-4.2.3. CONCLUSIONS 136

IV-5. BILAN DE L'ETUDE EXPERIMENTALE 137

CHAPITRE V : DICUSSION ET PERSPECTIVES.....139

V-1. BILAN DU TRAVAIL EFFECTUE 141

V-2. APPORTS ET ORIGINALITE DU TRAVAIL.....143

V-3. PERSPECTIVES 145

BIBLIOGRAPHIE.....147

ANNEXE A : Représentation des modes propres du système.....161

ANNEXE B : Etude des matrices de masse et raideur généralisées.....167

Principales notations

$\mathbf{C}$	Matrice d'amortissement du système ($Ns.m^{-1}$)
E	Module d'Young (Pa)
F	Valeur absolue de la force appliquée sur la poutre Ω_1 (N)
$\mathbf{f}$	Vecteur des forces extérieures nodales du système (N)
g	Interstice ou saut de déplacement à l'interface de contact (m)
$\mathbf{G}$	Matrice globale des conditions au niveau du contact
I_z	Inertie de flexion de poutre (m^4)
$\mathbf{K}$	Matrice de raideur du système ($N.m^{-1}$)
$\mathbf{K}^{\mathbf{c}}$	Matrice de raideur du système avec contact ($N.m^{-1}$)
K_c	Raideur de contact ($N.m^{-1}$)
$\hat{L}$	Longueur caractéristique de la loi de Prakash-Clifton (m)
$\mathbf{M}$	Matrice de masse du système (kg)
S	Aire de la section de poutre (m^2)
$t, \Delta t, \Delta t_c$	Temps (s), pas de temps (s), Pas de temps critique (s)
u	Déplacement longitudinal
$\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}$	Vecteurs déplacement (m), vitesse ($m.s^{-1}$) et accélération ($m.s^{-2}$)
V	Vitesse imposée à la poutre 2 ($m.s^{-1}$)
$\hat{V}$	Vitesse caractéristique de la loi de Prakash-Clifton ($m.s^{-1}$)
w	Déplacement transverse
$\mathbf{x}$	Vecteur des coordonnées du système (m)
α_1, α_2	Paramètres d'amortissement proportionnel (s^{-1}, s)
β_2	Paramètre d'amortissement numérique
η	Taux d'amortissement
φ	Valeur propre du système matriciel

$\boldsymbol{\lambda}$	Vecteur des forces de contact (N)
μ	Coefficient de frottement de Coulomb
ψ	Angle de rotation de l'axe neutre
ω	Pulsation propre (rad.s^{-1})
θ	Angle relatif entre les deux poutres (°)
ρ	Masse volumique (Kg.m^{3})
$\hat{\tau}$	Temps de réponse caractéristique de la loi de Prakash-Clifton (s)

Indices

ext	Extérieur
rel	Relatif (ex : V_{rel} vitesse relative)
t	Relatif à l'instant t
$t+\Delta t$	Relatif à l'instant $t+\Delta t$
Ω_1, Ω_2	Relatif aux poutres Ω_1 et Ω_2

Exposant

eq	A l'équilibre
$\vec{\mathbf{n}}$	Selon la normale
p	Etat perturbé à partir de la position d'équilibre
$\vec{\mathbf{t}}$	Selon la tangentielle
T	Transposée
*	Sans prise en compte des forces de contact

Autres notations

$\Re, \Im$	Partie réelle, Partie imaginaire
A, D, G	Statut cinématique adhérent, décollé, glissant
MEB	Microscope électronique à balayage

Introduction générale

Ce travail de thèse porte sur l'étude des instabilités de contact dont les conséquences sont des bruits et des vibrations. Ces bruits et vibrations induits par frottement se trouvent dans la vie courante sous différentes formes : le grincement d'une porte, le crissement de freins, les bruits du contact roue/rail, les vibrations lors d'un tremblement de terre, les notes harmonieuses d'un violon, les bruits émis par des essuie-glaces en fonctionnement …

L'instabilité de contact est un phénomène dynamique généré par frottement, au niveau d'un contact entre deux corps qui ont une vitesse relative. Du point de vue macroscopique, ces instabilités de contact se manifestent par des vibrations du système dites auto-entretenues (harmoniques, quasi-harmoniques ou chaotiques) qui génèrent un rayonnement acoustique plus ou moins important. Du point de vue microscopique, alors que macroscopiquement le solide semble glisser de façon uniforme parallèlement à la surface rigide, localement des zones d'adhérence, de glissement et/ou de décollement apparaissent.

Ce phénomène d'instabilité de contact est étudié depuis les années 1930. Une littérature extrêmement riche existe sur les problèmes d'instabilités de frottement dont la plupart appliquée au crissement de freins. Le bruit de crissement est généralement défini comme étant un bruit à hautes fréquences (1 à 20 kHz) qui peut atteindre de fortes intensités. Avec la volonté de fabriquer des voitures de plus en plus silencieuses, le problème de crissement est devenu un enjeu extrêmement important. Il représente à lui seul des coûts énormes en terme de retours de garantie.

Différents modèles et théories sont proposés pour expliquer ce phénomène. Ils sont basés soit sur l'aspect vibratoire du phénomène (*stick-slip* , *sprag-slip*, *mode lock-in*, résonance paramétrique) soit sur l'aspect tribologique du phénomène (*hammering*). Les nombreuses études montrent que le phénomène d'instabilité de contact est complexe et qu'il n'est pas encore totalement maîtrisé. La principale raison est liée à la complexité du phénomène d'instabilité de contact qui dépend de la dynamique propre du système, de la cinématique du contact et de la topographie des surfaces de contact. Il s'agit donc d'un problème multi-échelle, dans lequel les phénomènes aux échelles macroscopique et microscopique interagissent constamment. Ainsi, le phénomène dépend à la fois de la dynamique de chaque composant du système et des interactions des deux corps au niveau de l'interface de contact. D'autre part, la présence de contact avec frottement rend le problème non linéaire et « évolutif » (usure des surfaces de contact). Ce problème est donc dynamique, non linéaire, multi-échelle et pluridisciplinaire.

De nombreux travaux expérimentaux sur divers systèmes de freins à disques réels ou simplifiés mettent en évidence la difficulté de généraliser les conclusions obtenues sur un système spécifique. La caractérisation expérimentale du phénomène d'instabilité de contact comporte des difficultés liées à l'interdépendance de certains paramètres et à la nécessité d'avoir des mesures au niveau de la zone de contact. Les études théoriques offrent à la fois la possibilité de modifier chaque paramètre séparément et celle de disposer de toutes les sorties nécessaires à la bonne compréhension du

phénomène. Néanmoins, la modélisation de systèmes réels implique nécessairement de faire des hypothèses qui nécessitent une justification (idéalement validée expérimentalement). Dans ce travail, les études numériques et expérimentales sont menées de front afin d'étudier ce phénomène.

Dans la littérature, les études théoriques réalisées s'appuient principalement sur deux types d'analyses : les analyses fréquentielle et temporelle.

Dans l'analyse fréquentielle, linéaire, l'instabilité se manifeste par la coalescence de deux modes propres du système (instabilité par flottement). Cette analyse permet d'effectuer des études paramétriques dans le but de supprimer l'instabilité du système. Cette analyse est peu coûteuse en terme de temps de calculs, mais donne un ensemble de fréquences susceptibles d'être instables (n'indiquant pas laquelle est réellement la fréquence d'instabilité) et ne permet pas de connaître le comportement du système pendant l'instabilité.

Dans l'analyse temporelle, qui tient compte de l'aspect non-linéaire du frottement, l'instabilité est caractérisée par l'apparition de zones d'adhérence, de glissement ou de décollement au niveau de la surface de contact. Cette analyse permet de connaître l'évolution des grandeurs mécaniques (contraintes, déformations) en fonction du temps, et donc la dynamique globale et locale de contact du système. L'inconvénient de cette analyse est un temps de calcul important qui rend difficiles les études paramétriques. Ces deux analyses, souvent réalisées séparément, présentent chacune leurs points forts et fournissent des résultats complémentaires dans la compréhension des phénomènes physiques régissant les instabilités de contact.

L'objectif central de ce travail est de confronter ces deux types d'analyses afin de déterminer les convergences et les divergences de leurs résultats. Afin de diminuer le nombre de paramètres influant sur le phénomène d'instabilité de contact, l'étude est réalisée sur un système modèle (constitué de deux poutres en acier en contact ponctuel avec frottement). Ces deux analyses ont donc été mises en place et confrontées pour le système modèle choisi. Par la suite, une étude expérimentale a été réalisée dans le but d'appuyer la confrontation de ces deux analyses et de dégager pour chacune leur domaine de validité « réel ». L'aspect tribologique du problème est également abordé expérimentalement dans ce travail afin de mesurer son impact sur les résultats de l'étude. Pour la première fois, à notre connaissance, les analyses numériques fréquentielle et temporelle et une étude expérimentale sont confrontées.

Ce mémoire de thèse comporte cinq chapitres.

Le chapitre I est une présentation du phénomène d'instabilité de contact, avec les principales théories et travaux portant sur ce sujet. Puis, il présente et situe les objectifs du travail présenté dans ce mémoire.

Le chapitre II aborde la mise en place de l'étude numérique de la dynamique du système modèle. Après une étude bibliographique (non exhaustive) sur la gestion du

contact avec frottement, les hypothèses et les équations conduisant à la modélisation numérique du système sont rappelées pour les deux analyses mises en place. Ce chapitre permet de souligner les différences dans leur modélisation du contact frottant ainsi que dans leur approche de l'instabilité de contact.

Le chapitre III regroupe les résultats obtenus pour chaque analyse et les résultats de leur confrontation. Les deux analyses prédisent des domaines de stabilité du système très proches et montrent une complémentarité des résultats obtenus pour la compréhension des phénomènes. L'analyse temporelle fournit toutes les sorties physiques permettant de comprendre les phénomènes macroscopiques et microscopiques liés à l'instabilité de contact. L'analyse fréquentielle, par sa rapidité, facilite les études paramétriques et apporte des renseignements complémentaires à l'analyse temporelle (allure des modes, notion de couplage …). Ce chapitre met également en évidence des points de désaccord entre les deux analyses.

Le chapitre IV est dédié à l'étude expérimentale mise en place afin de valider les résultats et les principales tendances prédites par les deux analyses. Cette validation se déroule en trois étapes. D'abord, des études préliminaires ont été réalisées. Le but est de valider la modélisation dynamique du système expérimental à l'arrêt et de contrôler au mieux les conditions de contact. Puis des essais ont été réalisés en fonctionnement et montrent que l'analyse temporelle prédit avec précision les phénomènes vibratoires du système. L'analyse fréquentielle, malgré une surestimation du nombre de fréquences d'instabilité prédit bien le domaine de stabilité du système. Enfin, une étude tribologique est présentée et met en évidence les limites des deux analyses numériques de ce point de vue.

Le chapitre V dresse un bilan des travaux présentés. La validité de chaque analyse est discutée et les résultats obtenus sont replacés dans le contexte bibliographique exposé au chapitre I. Pour finir, les perspectives de ce travail sont présentées.

La pluridisciplinarité (aspects vibrations, tribologiques, acoustiques) du problème d'instabilité de contact a conduit deux laboratoires de l'INSA de Lyon à collaborer pour ce projet : le Laboratoire de Mécanique des Contact et des Structures (LaMCoS) et le Laboratoire de Vibrations et d'Acoustique (LVA).

Chapitre I : Etat de l'art

I-1. INTRODUCTION **27**

I-2. INSTABILITES DE CONTACT – FROTTEMENT, VIBRATIONS ET ACOUSTIQUE **27**

I-2.1. DOMAINES D'APPLICATION DE L'ETUDE DES INSTABILITES DE CONTACT **28**
I-2.2. PRESENTATION DES INSTABILITES DE CONTACT **31**

I-3. INSTABILITES DE CONTACT – MODELES ET THEORIES **34**

I-3.1. COEFFICIENT DE FROTTEMENT DECROISSANT AVEC LA VITESSE RELATIVE **34**
I-3.2. THEORIE DU *SPRAG-SLIP* (ARC-BOUTEMENT) **36**
I-3.3. INSTABILITES DE FLOTTEMENT AVEC UN COEFFICIENT DE FROTTEMENT CONSTANT **37**
I-3.4. INSTABILITE DE CONTACT PAR DES RESONANCES PARAMETRIQUES **39**
I-3.5. THEORIE DU *HAMMERING* **40**

I-4. TRAVAUX EXPERIMENTAUX **43**

I-4.1. TRAVAUX A L'ECHELLE DES PREMIERS CORPS **43**
I-4.2. TRAVAUX A L'ECHELLE DU TROISIEME CORPS **45**
I-4.3. CONCLUSIONS SUR LE PHENOMENE D'INSTABILITE DE CONTACT **46**

I-5. TRAVAUX DE MODELISATION **47**

I-5.1. MODELES ANALYTIQUES **47**
I-5.1.1. MODELES DISCRETS 47
I-5.1.2. MODELES DE PLAQUES 48
I-5.1.3. AUTRES TYPES D'ETUDES ANALYTIQUES 49
I-5.2. MODELES NUMERIQUES **49**
I-5.2.1. MISE EN PLACE DES MODELES NUMERIQUES 50
I-5.2.2. ANALYSE LINEAIRE FREQUENTIELLE 50
I-5.2.3. ANALYSE TEMPORELLE NON LINEAIRE 52
I-5.2.4. ANALYSES COMBINANT ANALYSES TEMPORELLE ET FREQUENTIELLE 53

I-6. CADRE DE L'ETUDE **53**

I-1. Introduction

L'objectif fondamental de ce travail de thèse est d'avancer dans la compréhension et dans la modélisation des instabilités de contact, phénomènes dynamiques générés par frottement, au niveau de contacts entre deux corps. Les conséquences sont des vibrations et des bruits que l'on souhaite maîtriser ou supprimer. Dans ce travail, nous étudierons les différents aspects relatifs et « acteurs » du phénomène d'instabilités de contact : l'aspect vibratoire, l'aspect dynamique locale de contact et l'aspect tribologique. L'aspect acoustique ne sera pas abordé. En effet, nous avons considéré que le bruit rayonné est une conséquence « passive » des vibrations du système induites par frottement*. D'ailleurs, même si, dans le cadre du crissement de freins (domaine le plus important de la littérature), la principale motivation de recherche est de supprimer le bruit rayonné, très peu de travaux abordent l'aspect acoustique du crissement de freins [CUNE 01, FIEL 93, FIEL 96, MATS 93].

Ce premier chapitre est destiné à dresser un état de l'art de la recherche sur les problèmes d'instabilités de contact et à situer le travail effectué par rapport à cette littérature très riche. Ainsi, après une introduction du phénomène sur un système simple, une revue bibliographique (non exhaustive) des différentes études réalisées permet d'introduire la démarche scientifique adoptée.

****

*** Remarque : Calcul du rayonnement acoustique**

Le calcul du rayonnement acoustique est un problème classique dans le domaine de la vibro-acoustique [GINN 78, LESU 88, MORS 86]. Des logiciels commerciaux de simulations numériques prédisent le rayonnement acoustique d'une structure vibrante en tout point de l'espace environnant. La pression acoustique en un point du domaine fluide environnant est obtenue en utilisant la formulation intégrale de Helmholtz. La méthode des éléments frontières est utilisée pour résoudre ce problème. Elle nécessite la connaissance des vitesses vibratoires et pressions pariétales de la surface vibrante afin de calculer la pression acoustique d'un point du milieu fluide. Les principales difficultés de ce type de calcul sont liées à la connaissance des données vibratoires de la structure vibrante (vitesse et pression de la surface) et à la finesse du maillage qui réduit les sources d'erreurs mais qui augmente considérablement les temps de calculs.

****

I-2. Instabilités de contact – frottement, vibrations et acoustique

Le frottement est un phénomène de résistance au mouvement présent dans tous mécanismes. Il engendre des efforts mécaniques dont découlent de nombreuses

conséquences pour les corps en contact: usure, déformation plastique en volume et en surface, perte d'énergie, échauffement, vibrations et bruits... Le concepteur d'un système doit nécessairement maîtriser ce phénomène que ce soit pour mettre à profit ses propriétés de dissipation d'énergie pour par exemple garantir l'efficacité d'un système de freins ou pour les combattre afin de diminuer les pertes mécaniques d'un système.

De façon générale, lorsque deux corps sont en contact frottant (de type glissement) et en mouvement relatif (figure I-1), la force de frottement est non nulle au niveau du contact et a deux effets antagonistes :

- la force de frottement déforme les solides en contact, apportant de l'énergie de déformation au système ;
- parallèlement, si les deux corps en contact ont une vitesse relative - autrement dit s'ils sont en glissement relatif- le travail de la force de frottement est non nul et représente une dissipation d'énergie du système.

Parfois, l'énergie de déformation apportée par la force de frottement est plus importante que celle dissipée par glissement. C'est ce qui est à l'origine des instabilités de contact ([NGUY 93], [NGUY 94]) qui ont pour conséquences des vibrations du système et un rayonnement acoustique plus ou moins important [AKAY 02].

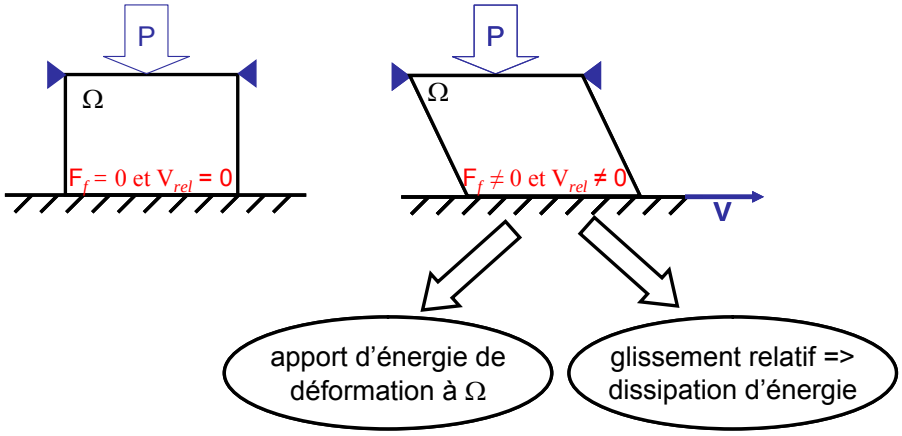


Figure I- 1 : Illustration simplifiée des effets d'apport et de dissipation d'énergie par frottement dans le cas d'un solide déformable Ω en contact avec une surface rigide se déplaçant à une vitesse V. P est la pression qui maintient le solide Ω en contact avec la surface rigide. F_f **est la force de frottement et** V_{rel} **la vitesse relative entre les deux corps en contact.**

I-2.1. Domaines d'application de l'étude des instabilités de contact

De nombreux cas de vibrations induites par le frottement sont observés dans la vie de tous les jours. Akay [AKAY 02] présente une vue d'ensemble de l'acoustique du

frottement. Parmi les bruits indésirables, on peut citer les exemples du crissement d'une craie sur le tableau, du crissement des baskets sur un parquet lustré, du crissement de freins de voiture, des bruits du contact roue-rail… Mais on trouve également des exemples de sons (induits par frottement) plus « agréables » comme le son mélodieux d'une note de violon résultant du frottement de l'archet sur une corde.

De ces exemples se dégagent des problématiques différentes.

- **Précision musicale : système corde de violon – archet**

Le frottement entre une corde de violon et un archet provoque des vibrations auto-entretenues de la corde de violon. La prévision des vibrations du système nécessite une grande précision : une erreur de 1% sur la fréquence du son émis n'est pas acceptable compte tenu de la faible différence de fréquence entre deux tons musicaux. Le mouvement périodique dit "de Helmholtz" (MDH) [WEIN 92] est très recherché par les musiciens et nécessite l'utilisation d'une résine spéciale (la colophane) qui permet au système d'avoir des conditions de contact optimale [SMIT 00]. La complexité de la dynamique de la corde résulte de l'interaction des différents éléments du mécanisme : la structure du violon, l'archet, la corde et l'interface de contact.

- **Problèmes de géophysique**

Un séisme correspond à une rupture de l'écorce terrestre causée par une accumulation d'énergie. Cette énergie se dissipe pour l'essentiel sous formes mécanique (le déplacement) et thermique (les frottements) et génère des ondes sismiques. Celles-ci se propagent à travers l'écorce terrestre et sont ressenties, lorsqu'elles arrivent en surface, sous forme de secousses.

Des travaux réalisés sur l'étude des failles [ANDR 76, AOCH 01] ont montré que la rupture à l'origine des séismes que l'on a toujours nommé "rupture sismique" correspond à un phénomène d'instabilité lié au frottement [CAMP 97]. Il existe deux processus inclus par ce phénomène de frottement : soit les failles glissent dans un mouvement stable et régulier, soit celles-ci glissent de façon saccadée auquel cas, les failles produisent des séismes. On peut alors résumer l'origine des séismes à un phénomène d'instabilité de contact des roches qui frottent les unes sur les autres.

- **Bruits et vibrations liées au freinage**

Les systèmes de freins à disque ou à tambour peuvent vibrer ou émettre des bruits. La gamme de fréquence concerné est large : de 0 à 20kHz. Il existe plus de 25 groupes de bruits de freinage, suivant les fréquences concernées, l'origine et les conséquences sur l'efficacité du système. Parmi eux, on trouve:

<u>Le bourdonnement ou ronflement (*hum, moan*)</u>

Ce sont des vibrations de 100Hz à 500Hz de forte amplitude qui sont ressenties à travers le volant ou la pédale de frein. Elles sont parfois audibles lorsque le tableau de

bord entre en résonance. L'origine de ces vibrations est une instabilité de type flottement basse fréquence [LANG 93]. Ces vibrations de forte amplitude peuvent nuire à la sécurité de la conduite et à la durée de vie des différentes pièces.

Le broutement, grognement, grondement (*creep groan*)
Ce sont des vibrations de fréquence inférieure à 100Hz. Leur source est un phénomène de *stick-slip* au niveau du disque et de la plaquette. Ce type de vibrations nuit à l'efficacité du freinage et à la maîtrise de la trajectoire.

Les trépidations (*judder*)
Ce sont des vibrations de fréquences inférieures à 500Hz, parfois audibles à hautes vitesses sous forme de martèlement. Elles sont provoquées par les variations du coefficient de frottement, à cause du relief de la surface du disque (lié aux défauts, à l'usure, à la formation de points chauds [BARB 93, BARB 94]…). Elles peuvent nuire à l'efficacité du freinage.

Le sifflement, crissement (*Squeal*)
Ce sont des vibrations hautes fréquences (de 1 à 20kHz). Il s'agit de sons stridents qui peuvent atteindre de fortes intensités. Ils sont entendus lors de freinage à faible vitesse (freinages dits « de parking »). Le crissement ne nuit pas à la sécurité mais constitue une nuisance sonore indésirable qui peut être une cause de retour de garantie.

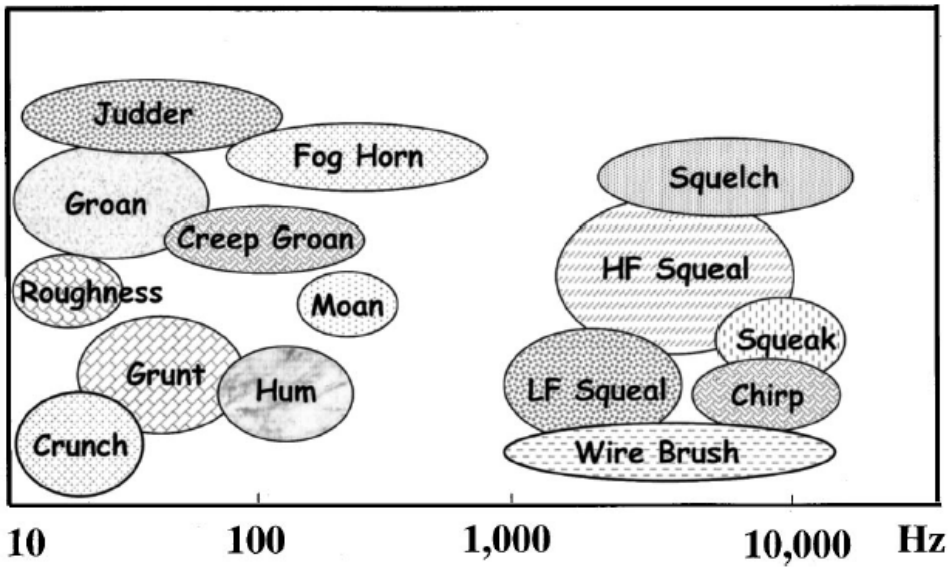


Figure I- 2 : Différents bruits de freinage et leur contenu fréquentiel approximatif. Extrait de [AKAY 02].

Ces problèmes de vibrations et bruits sont largement abordés dans la littérature, notamment dans une revue complète consacrée au problème de crissement de freins

automobile [KINK 03], problème qui représente des coûts financiers énormes en terme de retours de garantie.

I-2.2. Présentation des instabilités de contact

Ces vibrations et bruits induits sont générés par frottement, au niveau d'un contact de deux corps qui ont une vitesse (macroscopique) relative. Godet puis Berthier mettent en place une démarche générale, selon laquelle un contact est associé à la notion de triplet tribologique [BERT 95, GODE 84]:

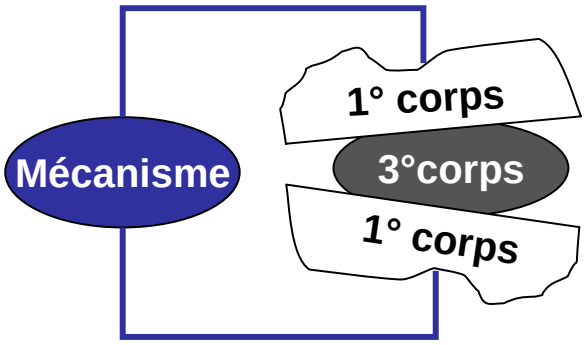


Figure I- 3 : Représentation d'un contact selon le concept de triplet tribologique.

Le contact met en jeu les deux premiers corps dont les mouvements sont globalement régis par un mécanisme. Entre les deux premiers corps, il existe un élément du triplet tribologique appelé troisième corps [GODE 84] qui peut être liquide, gazeux ou solide. Ce troisième corps possède plusieurs rôles :

- celui de supporter la charge normale imposée au contact,
- celui de séparer les surfaces en contact pour éviter interactions directes,
- celui d'accommoder les différences de vitesses entre les premiers corps,
- celui de dissiper de l'énergie.

Dans le cas d'un contact dit « sec », le troisième corps solide est principalement formé non seulement des particules d'usures piégés dans le contact provenant des premiers corps, mais aussi d'autres particules initialement présentes entre les surfaces de contact.

L'étude d'un contact « sec » implique l'interaction de plusieurs phénomènes à différentes échelles.

L'échelle du mécanisme correspond à celle des différentes pièces qui interagissent avec les corps en contact et leur transmettent des sollicitations.

L'échelle des premiers corps correspond à celle des mouvements et phénomènes volumiques relatifs aux premiers corps (phénomènes de vibrations).

L'échelle du contact correspond à celle de la zone de contact. A cette échelle, des phénomènes ont lieu :

- au niveau des premiers corps : lors d'un mouvement d'un solide sur une surface rigide (par exemple), macroscopiquement le solide semble être en contact sur toute la surface et glisser par rapport à la surface rigide, mais localement (pour certaines conditions) des zones de la surface « apparente » de contact peuvent adhérer à la surface rigide ou même être décollées, à cause de la déformation des premiers corps. C'est ce qu'on appelle la dynamique locale de contact [BAIL 05, LINC 04].

- au niveau du troisième corps : lors du même type de mouvements que précédemment, d'autres phénomènes physiques ont lieu au niveau de la surface, mettant en jeu les rugosités et des détachements de particules d'usure (dont la taille peut varier de l'échelle moléculaire pour un disque dur à une cinquantaine de micromètres dans le cas d'un contact roue-rail [SAUL 06]). On observe leur mouvement ou leur déformation élastique ou plastique, l'interaction entre les particules mais également l'étude de l'endommagement ou fissuration de surface … Là encore, les surfaces réelle et apparente de contact sont différentes, simplement par la présence d'aspérités et de particules au niveau des surfaces des deux corps en contact.

Les vibrations et bruits induits par frottement sont la conséquence d'un phénomène appelé instabilité de contact [MART 02]. Le terme « instabilité » vient du fait que l'état du système présente une instabilité au sens mathématique par flottement (cf § I-3.3). Dans l'exemple générique présenté dans la figure I-4, on considère un solide déformable en contact avec une surface rigide se déplaçant à une vitesse constante V. Le mécanisme est remplacé par un ensemble de conditions limites : une pression P et une condition de blocage dans la direction du frottement sur le bord supérieur du solide.

Dans le cas où le système ne présente pas d'instabilité, le solide glisse sans vibrer. Si le système présente des instabilités de contact, le phénomène se manifeste différemment suivant l'échelle à laquelle on se place :

- à l'échelle des premiers corps (et du mécanisme), l'ensemble du système vibre (sans excitation extérieure supplémentaire). Les vibrations sont dites auto-entretenues : dans un premier temps, elles croissent de manière exponentielle puis, dans un deuxième temps, elles se stabilisent. Ce sont les vibrations des surfaces pouvant être harmoniques, quasi-harmoniques ou chaotiques qui génèrent un rayonnement acoustique plus ou moins important.

- à l'échelle du contact (au niveau des premiers corps), alors que macroscopiquement le solide semble se déplacer parallèlement à la surface rigide de manière uniforme en glissant, localement des zones d'adhérence et de décollement peuvent pparaître. C'est la dynamique locale de contact qui crée des ondes de glissement - adhérence, glissement – adhérence – décollement ou glissement – décollement [BAIL 05, LINC 04, MOIR 03, NGUY 03].

- à l'échelle du contact (au niveau du troisième corps), on peut observer des phénomènes dus aux instabilités de contact comme des impacts liés aux décollements - recollements éventuels de la zone de contact [VAYS 05] ou un endommagement en surface ou en volume du aux surcontraintes liées à la dynamique locale de contact [MASS 06b]. L'usure des corps en contact peut également jouer un rôle dans l'initiation des instabilités (voir la théorie du *hammering* au § I-3.5). Il est difficile de déterminer le rôle exact du troisième corps dans les instabilités de contact. En effet, expérimentalement, il n'existe aucun moyen de mesurer le comportement à l'interface d'un contact. Les informations dont on dispose proviennent d'observations post-mortem des surfaces de contact et de mesures éventuelles dans des zones périphériques. De plus, pour des raisons de temps de calcul, il est difficile d'introduire dans les modèles numériques le troisième corps autrement que par une loi empirique dont les paramètres sont souvent incertains.

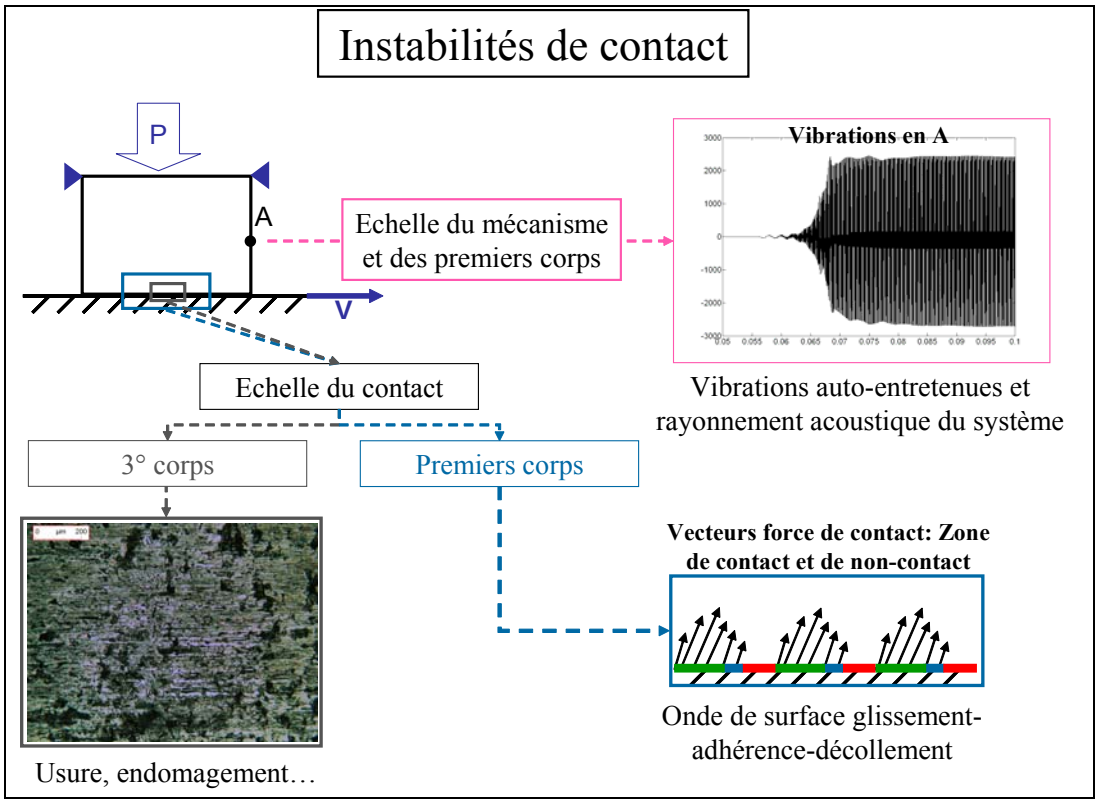


Figure I- 4 : L'instabilité de contact vue aux différentes échelles du contact.

I-3. Instabilités de contact – Modèles et théories

De nombreuses théories et modèles ont été développés pour expliquer l'origine des instabilités de contact dont l'application majeure reste l'étude du crissement de freins.

I-3.1. Coefficient de frottement décroissant avec la vitesse relative

En 1938, Mills [MILL 38] étudie les vibrations de systèmes de freins à tambour induites par frottement. Il considère une loi de contact de Coulomb, avec un coefficient de frottement qui est une fonction décroissante de la vitesse relative de glissement. On s'intéresse au système masse – ressort - amortisseur présenté sur la Figure I-5.

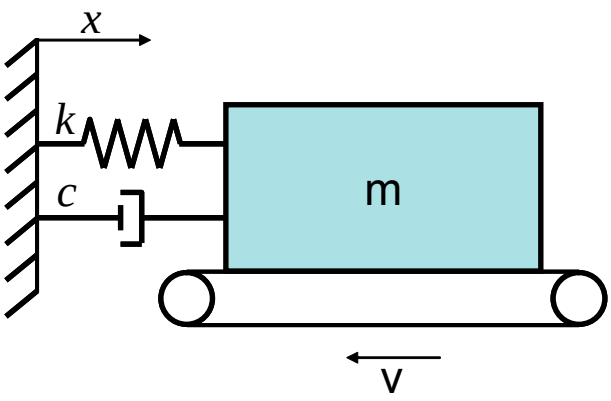


Figure I- 5 : Système masse – ressort – amortisseur soumis à la gravité g en contact frottant d'une surface rigide se déplaçant à une vitesse v constante. *k* est la raideur du ressort, m **la masse et *c* le coefficient d'amortissement visqueux.**

L'équation du mouvement de ce système est :

$$m\,\ddot{x} + c\dot{x} + k\,x = F_f$$

En considérant que la masse est toujours en état glissant, on a $F_f = -\mu\, m\, g$. Une loi de contact de Coulomb avec un coefficient de frottement décroissant avec la vitesse relative est appliquée :

$$\mu = \mu_1 - \mu_2 (v - \dot{x}) \qquad \text{(I-1)}$$

où μ_1 et μ_2 sont des coefficients constants. On obtient alors :

$$m\,\ddot{x} + (c - \mu_2\, m\, g)\dot{x} + k\,x = 0$$

Si $mg\mu_2 > c$, le coefficient d'amortissement « équivalent » ($c_{eq} = c - \mu_2\, m\, g$) est négatif et les vibrations du système ont une croissance exponentielle. Dans la réalité, ce sont des vibrations auto-entretenues qui sont observées (cf Fig. I-4).

Mills [MILL 38] conclue que les instabilités de contact sont provoquées par un mécanisme de type *stick-slip* entre les deux surfaces frottantes, dans lequel la source d'énergie est la variation de la force de frottement avec la vitesse. Blok [BLOK 40] et Fosberry et Holubecki [FOSB 61] complètent cette théorie en montrant que ces vibrations instables peuvent également être obtenues lorsque le coefficient de frottement statique est supérieur au coefficient de frottement dynamique.

De nos jours, peu de travaux utilisent la décroissance du coefficient de frottement dynamique avec la vitesse relative pour expliquer l'origine des instabilités de contact. En 1993, Lang et Smale [LAN 93] ont montré que cette théorie peut expliquer l'origine des vibrations auto-entretenues dont la fréquence n'excède pas 100Hz.

Banerjee [BANE 68] montre qu'il existe une vitesse limite au dessus de laquelle on ne peut avoir de vibrations instables de type *stick-slip*.

I-3.2. Théorie du *sprag-slip* (arc-boutement)

La théorie du *sprag-slip* montre qu'il est possible d'obtenir des instabilités de contact avec un coefficient de frottement indépendant de la vitesse. On peut noter que, dans cette théorie, c'est encore une variation de la force tangentielle qui est à l'origine des instabilités de contact, mais cette variation est obtenue avec un coefficient de frottement constant. Dans cette théorie, les vibrations sont dues à des interactions entre les différents degrés de liberté.

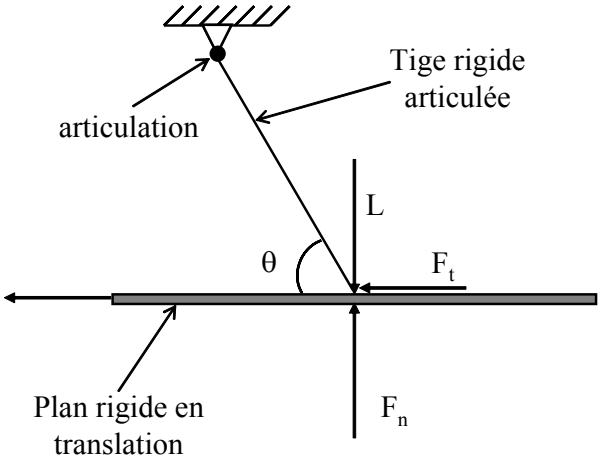


Figure I- 6 : Schéma représentant une tige rigide articulée fixe, chargée par une force extérieure L à son extrémité en contact frottant avec un plan rigide en translation. F_t est la force de frottement au niveau du point de contact [SPUR 61]

Spurr [SPUR 61] considère le système présenté sur la figure I-6. En prenant, $F_t = \mu F_n$, Spurr montre que l'équilibre glissant du système est obtenu si :

$$F_n = \frac{L}{1-\mu\tan\theta} \text{ et } F_t = \frac{\mu L}{1-\mu\tan\theta} \qquad \text{(I-2)}$$

Si θ tend vers $\arctan(1/\mu)$, alors F_t tend vers $+\infty$. C'est le cas critique de l'arc-boutement (*spragging*). Pour relier cette théorie au crissement, Spurr montre que l'on peut obtenir de grandes forces de contact dans un système de freins , pour lequel le cas critique d'arc-boutement n'est pas atteint. En effet, la souplesse du système permet une perte de contact lorsque le système est suffisamment déformé à cause des efforts normaux et tangentiels de frottement. Lorsque le système est à nouveau en contact, les efforts de contact augmentent à nouveau. Et c'est ainsi que le phénomène d'arc-boutement sur un système déformable conduit à un cycle limite de *sprag-slip*. « Pendant le crissement, le matériau de friction se déforme élastiquement le long de la surface du disque par la force de frottement. Cette déformation cause une

deuxième déformation qui a une composante normale à la surface de la plaquette qui réduit le frottement et l'énergie élastique restaurée retourne au système dans la première configuration et le cycle se répète. » Il montre ainsi l'importance de la cinématique du contact dans l'apparition d'instabilités de contact. Cette théorie a été abordée entre autres dans les travaux de Earles et al [EARL 77], Jarvis et Mills [JARV 63].

Les deux théories précédentes montrent d'une part que les instabilités de contact peuvent être liées soit à des conditions de contact particulières soit à la cinématique du contact. Murakami et al [MURA 84] émet l'hypothèse selon la décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse relative et la condition cinématique de la théorie du *sprag-slip* émise par Spurr sont toutes deux responsables des instabilités de contact.

I-3.3. Instabilités de flottement avec un coefficient de frottement constant

En 1972, North [NORT 72, NORT 76] met en place un modèle de système de freinage à 8 degrés de liberté. Les forces de frottement sont incorporées dans le modèle comme des forces suiveuses (*follower force*). Les forces suiveuses sont des forces qui peuvent changer de direction en fonction de la géométrie. Les forces suiveuses de type frottement sont non conservatives et peuvent induire des instabilités. Il effectue une analyse linéaire du système incluant les forces de contact, en calculant ses valeurs propres. Les équations du mouvement sont données par le système matriciel

$$\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^{\mathbf{c}}\mathbf{u} = \mathbf{0} \qquad \text{(I-3)}$$

où $\mathbf{M}$ est la matrice de masse du système, $\mathbf{K}^{\mathbf{c}}$ la matrice de raideur incluant les forces de contact et $\mathbf{u}$ le vecteur nodal des déplacements. Les forces de contact sont exprimées selon la loi de Coulomb, avec un coefficient de frottement constant.

Lorsque le système est stable, les valeurs propres sont purement imaginaires et conjuguées deux à deux :

$$\lambda_{k^+,k^-} = \pm j\omega_k$$

En faisant varier le paramètre de contrôle du système (coefficient de frottement dans notre cas), il est possible d'observer une coalescence de deux valeurs propres λ_{k^+} et λ_{l^+} ($\omega_l \to \omega_k$, avec $k \neq l$). Les valeurs propres correspondantes sont de la forme :

$$\begin{cases} \lambda_{k^+} = \sigma_k + j\omega_k \\ \lambda_{l^+} = -\sigma_k + j\omega_k \end{cases}$$

où σ_k est strictement positif. L'équilibre est instable, c'est-à-dire qu'en fonctionnement on observe des vibrations auto-entretenues du système. L'instabilité par flottement, impliquant la coalescence de deux modes, a été appelée phénomène du *mode lock-in* par Akay [AKAY 00]. Une illustration du phénomène est présentée sur la figure I-7. De façon générale, les valeurs propres du système dynamique sont calculées pour différentes valeurs d'un paramètre de contrôle, qui est dans l'illustration proposée le coefficient de frottement. On considère deux valeurs propres M_k et M_{k+1} du système prises de façon arbitraire. La figure I-7a représente l'évolution de la fréquence de ces valeurs propres en fonction du coefficient de frottement.

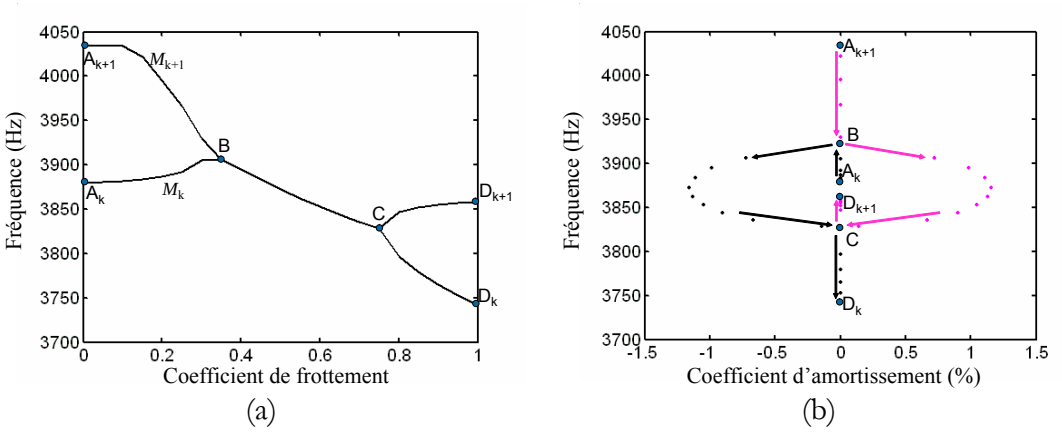
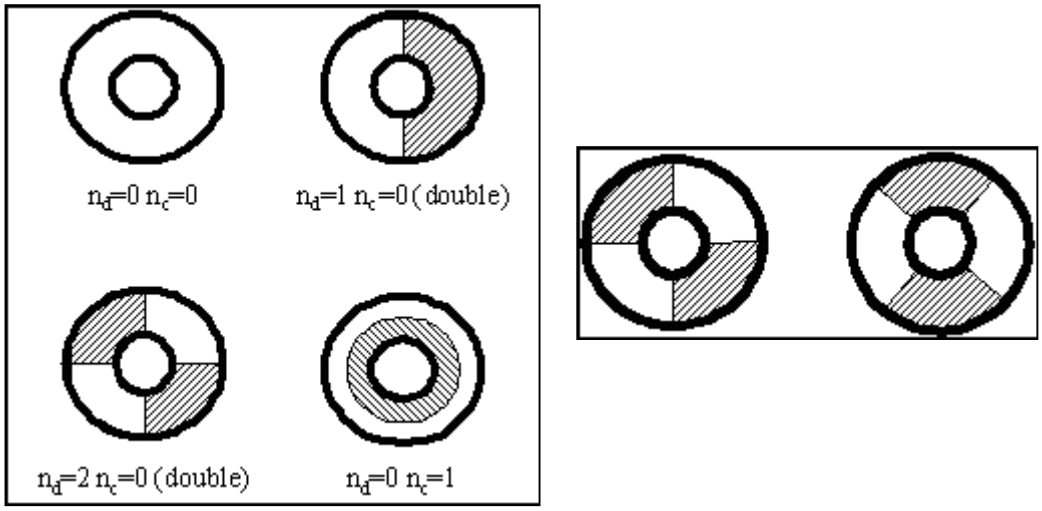


Figure I- 7 : Illustration générique du phénomène de *mode lock-in*.

Initialement, les valeurs propres M_k et M_{k+1} ont des fréquences (représentatives des parties imaginaires) distinctes (points A_k et A_{k+1}). Les fréquences se rapprochent l'une de l'autre et se confondent au niveau du point B qui est le point du *mode lock-in*. En augmentant encore le coefficient de frottement, dans l'exemple choisi, les fréquences se séparent à nouveau au niveau du point C, qui est le point du *mode lock-out*. La figure I-7.b représente les résultats de l'analyse dans le plan complexe : la fréquence (qui vaut $\omega_k / 2\pi$) et le taux d'amortissement (défini comme l'opposé du rapport entre σ_k et ω_k) de M_k et M_{k+1} sont respectivement représentés sur les axes x et y. Les deux modes considérés, initialement situés au point A_k et A_{k+1} se déplace le long de l'axe imaginaire, se rapprochant l'une de l'autre. Au point B (*mode lock-in*), les fréquences sont confondues et les valeurs propres M_k et M_{k+1} deviennent complexes conjugués. Une des deux valeurs propres possède un coefficient d'amortissement négatif, ce qui le rend instable. En augmentant encore le coefficient de frottement, les modes reviennent sur l'axe des imaginaires (au point C) et par la même occasion sont à nouveau stables et distincts en fréquence. De nombreux travaux s'appuient sur cette théorie du *mode lock-in*, notamment dans les travaux numériques abordés au §I-5.2.2.

Une extension du travail de North proposée par Mottershead [MOTT 92] traite les effets des forces suiveuses (*follower force*) dans le contexte du crissement d'un système de freins sur un modèle éléments finis. Le mécanisme d'excitation est ici le chargement de type force suiveuse qui amène le disque à être instable par flottement. Ils montrent que l'instabilité de contact est un résultat de symétrie du système. En effet, le disque seul, par sa symétrie, possède des modes doubles qui deviennent distincts lorsqu'on rompt la symétrie en introduisant une force de frottement. L'instabilité par flottement est obtenue lorsqu'il y a coalescence entre les modes doubles (possédant des diamètres nodaux) du disque pour certaines valeurs de la force de frottement.



(a) **(b)**

Figure I- 8 : (a) Modes normaux théoriques d'une plaque circulaire encastrée en son rayon intérieur. n_d représente le nombre de diamètres nodaux et n_d le nombre de cercles nodaux. (b) Représentation des modes doubles n_d=2 et n_c=0. Ces deux modes sont déphasés spatialement de 45°. Les modes possédant un nombre de diamètres nodaux non nuls sont doubles (théoriquement).

I-3.4. Instabilité de contact par des résonances paramétriques

Mottershead et Chan [MOTT 95] étudient les vibrations d'une plaque circulaire en espace soumise à une force de frottement. En considérant le disque vibrant selon son mode (k,0) (mode à k diamètre et aucun cercle), on peut écrire les vibrations v(t) du disque

$$v(r,\theta,t) = R(r)\sin(k\theta)\cos(\omega_k t) = \frac{R(r)}{2}\left(\sin(k\theta - \omega_k t) + \sin(k\theta + \omega_k t)\right) \qquad \text{(I-4)}$$

avec r et θ les coordonnées polaires par rapport au centre du disque et ω_k la pulsation propre du disque correspondant au mode (k,0). Le disque vibre selon une superposition de deux ondes qui se déplacent dans la direction de frottement : l'une

dans le même sens que la force (onde avant) et l'autre dans le sens opposé (onde arrière) à la vitesse de $V = \pm\omega_k / k$. Pour une vitesse de rotation du disque Ω donnée, la déformée du disque peut s'exprimer dans un repère fixe :

$$v(r,\theta,t) = \frac{R(r)}{2}\left(\sin\left(k\theta' - \left(\omega_k t - k\Omega t\right)\right) + \sin\left(k\theta' + \left(\omega_k t + k\Omega t\right)\right)\right) \qquad \text{(I-5)}$$

où θ' est la coordonnée angulaire du point de vue d'un observateur fixe. Il existe des vitesses de rotation du disque critique ($\Omega_c = \omega_k / k$) pour lesquelles le système est déstabilisé. Ce mécanisme d'instabilités conduit à des vitesses de rotation du disque très élevées et n'explique donc pas à priori les instabilités à de faibles vitesses de rotation. Cependant Chan et al [CHAN 94] montrent que ce mécanisme peut donner lieu à des résonances paramétriques à des vitesses plus faibles.

I-3.5. Théorie du *Hammering*

Selon Rhee et al [RHEE 89], les différentes théories (décroissance de la fonction coefficient de frottement avec la vitesse et *sprag-slip*) sont insuffisantes car elles n'expliquent pas les mécanismes qui initient le phénomène d'instabilité de contact. Ils montrent notamment que la décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse n'est pas une condition nécessaire à l'établissement d'un régime d'instabilités de contact. Remarquant que souvent les fréquences d'instabilité correspondent à des fréquences propres des composants du système d'étude, ils émettent l'hypothèse que le phénomène d'instabilités de contact est initié par des mécanismes de *hammering*. Cette théorie est découplée de la variation du coefficient de frottement avec la vitesse et explique la génération de crissement par un mécanisme d'impacts répétés à cause des imperfections des surfaces de contact qui exciteraient le système à ses fréquences propres.

A priori, cette théorie n'est pas compatible avec le *sprag-slip*, mais Rhee et al ont montré qu'une instabilité de type *spragging* entre deux éléments peut causer un mécanisme de *hammering* qui conduit à l'instabilité de contact (crissement). Il fait également le lien avec les travaux de Schallamach [SCHA 71] sur le phénomène de *stick-slip* en montrant que le *stick-slip* peut être vu comme un phénomène de *hammering* secondaire.

On peut relier cette théorie aux travaux de Eriksson et al [ERIK 99] qui étudient le lien entre la topographie des surfaces de contact et la génération d'instabilité de contact de type crissement. Lorsque deux surfaces sont en contact plan, les imperfections des surfaces (rugosité) induisent un contact discontinu, par « plateaux de contact ». Ils montrent que la taille et le nombre de ces plateaux de contact ont une forte influence sur la propension du système d'étude à crisser. Ainsi une surface ayant de nombreux plateaux de contact de faible taille augmente la propension du système à crisser par rapport à des surfaces qui ont peu de plateaux de contact de taille plus importante.

Chen et al [CHEN 02b] ont également étudié l'effet de la topographie de surface sur le phénomène d'instabilité de contact en conditions de frottement alternatif. Ils effectuent des essais de cycles de freinage sur un banc permettant d'observer la topographie des surfaces des corps en contact. Pour les échantillons testés, ils observent quatre évolutions possibles vis-à-vis du crissement du système:

- (1) aucun crissement n'est mesuré sur toute la durée de test,
- (2) le système n'émet pas de crissement au dessous d'une valeur de coefficient de frottement critique,
- (3) au dessus d'une certaine valeur de coefficient de frottement, le système se met à crisser,
- (4) le crissement disparaît après un certain nombre de cycles.

De ces quatre évolutions, ils ont mis en évidence trois comportements différents. Soit le système ne crisse pas quelque soit le nombre de cycles effectués (1), soit le système se met à crisser à partir d'une valeur seuil du coefficient de frottement et crisse sur toute la durée du test ((2) puis (3)), soit enfin à la suite du comportement précédent, le crissement disparaît après un certain nombre de cycles ((2) puis (3) puis (4)). Ces comportements correspondent à quatre états de surface différents ((1) à (4)) qui peuvent être reliés aux différentes étapes de l'évolution du coefficient de frottement proposées par Suh et al [SUH 81] (Figure I-9). Selon ces derniers, cette évolution du coefficient de frottement est liée à une évolution des effets des trois composantes du contact dont dépendent les forces de frottement : la déformation des aspérités des surfaces de contact, le labourage des surfaces du à la présence de particules d'usure ou d'aspérités « dures » et l'adhésion des portions plates des surfaces de contact.

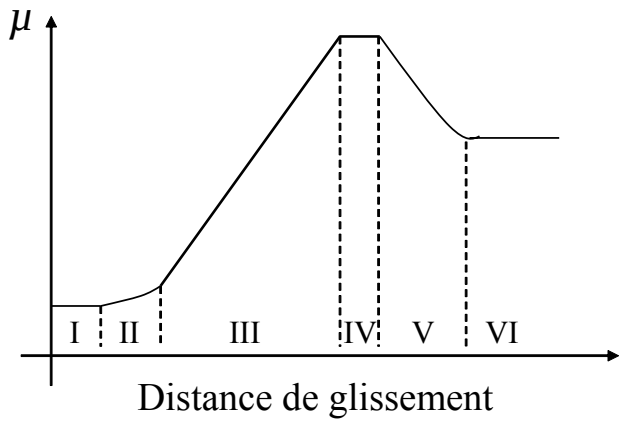


Figure I- 9 : Six étapes dans l'évolution du coefficient de frottement. Schéma inspiré de [SUH 81]

- Etape I : le coefficient de frottement reste à sa valeur initiale. L'effet principal est celui de labourage des surfaces,

- Etape II : le coefficient de frottement augmente légèrement à cause d'une augmentation de l'aire des plateaux lisses (effet d'adhésion),

- Etape III : le coefficient de frottement augmente avec une pente plus raide. C'est l'augmentation rapide du nombre de particules d'usure piégées dans le contact, augmentant l'aire totale des interfaces entre les deux surfaces de contact qui est à l'origine de cette forte augmentation (effet d'adhésion),

- Etape IV : le coefficient de frottement se stabilise : le nombre de particules d'usure piégées dans le contact est constant, autrement dit la rhéologie du troisième corps [BERT 95] est en équilibre entre le nombre de particules d'usure qui se forment (débit source de troisième corps) et le nombre de particules d'usure qui s'échappent du contact (débit d'usure de troisième corps) (effet important de déformation des aspérités, de labourage des surfaces et d'adhésion).

Suivant la configuration des deux solides en contact, les étapes V et VI de l'évolution du coefficient de frottement n'ont pas toujours lieu [SUH 81].

- Etape V : le coefficient de frottement diminue à nouveau, à cause d'un lissage d'une des deux surfaces. Les particules d'usure piégées dans le contact ont moins de zones « d'accroche » et certaines sont éjectées du contact (effets de la déformation des aspérités et du labourage qui diminuent),

- Etape VI : Le coefficient de frottement se stabilise. La deuxième surface est lissée et le contact recouvre un état « stable » où le coefficient de frottement ne varie plus.

Chen et al [CHEN 02b] montrent que le crissement apparaît lors de l'étape IV de l'évolution du coefficient de frottement, en relation avec la rugosité des surfaces. Ils expliquent la génération du crissement par les fluctuations des efforts tangentiels de frottement dues aux effets importants de la déformation des aspérités, de labourage des surfaces et d'adhésion entre les rugosités. Ils montrent également que la disparition du crissement parfois observée peut être reliée aux étapes V et VI de la figure I-9.

Ces visions tribologiques du crissement permettent d'expliquer le fait que, sur certains systèmes étudiés, pour observer du crissement, une période de rodage est nécessaire. Elles mettent en évidence l'importance de cet aspect du problème dans l'étude du phénomène d'instabilité de contact.

I-4. Travaux expérimentaux

I-4.1. Travaux à l'échelle des premiers corps

En 1930, les travaux expérimentaux de Mills [MILL 38] sur un système de freins à tambour visent à corréler le phénomène de crissement avec la décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse relative (§ I-3.1) sans apporter de conclusions définitives. En 1950, Fosberry et al [FOSB 59], montrent que dans certains cas, on ne peut pas relier la présence de crissement et la décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse relative.

En 1961, Spurr [SPUR 61] montre que la position de la zone de contact entre une plaquette et un disque peut amener un phénomène de *sprag-slip* au système. Il montre qu'en éloignant la zone de contact du bord d'attaque de la plaquette, le crissement disparaît. Ce phénomène est également observé dans les travaux de Jarvis et al [JARV 63] et Earle et al [EARL 77] sur d'autres modèles.

En 1972, North [NORT 72, NORT 76] essaie de corréler les résultats expérimentaux obtenus avec un système de freinage et les résultats d'un modèle. Le modèle mis en place, abordé au §I-3.3, fournit des résultats proches des résultats expérimentaux.

A partir de la fin des années 70, de nouvelles techniques optiques sont apparues permettant de mesurer sans contact les champs de déplacement dans les trois directions. Parmi les techniques de mesure sans contact, on trouve l'holographie interferométrique (DPHI) et l'ESPI (*Electronic Speckle Pattern Interferometry*).

En 1978, Felske [FELS 78], grâce à l'utilisation du DPHI, peut capturer le champ de déformation d'un système pendant qu'il crisse et montre ainsi que le phénomène d'instabilité de frottement est le résultat de vibrations couplées du système. Il montre également qu'une augmentation du coefficient de frottement entraîne une propension plus importante du crissement.

En 1984, Murakami [MURA 84] montre que la propension au crissement augmente lorsqu'une des fréquences propres des plaquettes est proche d'une des fréquences propres des étriers ou lorsque le coefficient de frottement décroît avec la vitesse. Ces deux conditions ne sont pas des conditions nécessaires au crissement. Grâce au DPHI, Nishiwaki [NISH 89] compare les modes des différentes pièces du système avec le mode de crissement et trouve que le mode de crissement est influencé par les modes de flexion du disque et qu'en modifiant le disque, on peut supprimer le crissement.

Ichiba et al [ICHI 93] étudient expérimentalement un système de freins . Ils disposent des accéléromètres sur une plaquette et mesurent à la fois les accélérations normales et tangentielles de la plaquette. Ils abordent le crissement comme des vibrations auto-entretenues dues aux forces de frottement. Ils affirment que la

variation du coefficient de frottement avec la pression de contact est un paramètre plus déterminant pour le phénomène de crissement que la variation du coefficient de frottement avec la vitesse. Ils montrent également que la plaquette vibre selon un mode de corps rigide en basses fréquences et selon des modes de flexion en hautes fréquences. Ils observent une différence de phase entre les accélérations normales et tangentielles mesurés.
Ces trois derniers travaux confirment les tendances observées dans les travaux de Felske [FELS 78]. Ils concluent également tous trois que le bruit vient principalement des vibrations des plaquettes et de l'étrier.

Fielhouse et al [FIEL 93, FIEL 96] montrent que le disque vibre selon un mode possédant des diamètres nodaux et observent dans certains cas que la déformée du disque n'est pas stationnaire.

Matzuzaki et al [MATS 93] pensent que le crissement est du à des vibrations du disque dans le plan contrairement à ce qu'indiquent les travaux de Ichiba [ICHI 93] et de Fielhouse [FIEL 93, FIEL 96]. Ils montrent qu'en ajoutant des renforts (*slits*), les fréquences de vibrations dans le plan du disque sont repoussées à des fréquences plus élevées et ainsi le crissement peut-être supprimé.

Chen [CHEN 00, CHEN 02a] présente des preuves expérimentales que le couplage des modes de flexion et des modes de vibrations longitudinales du disque est une clé du problème de crissement.

Utilisant l'ESPI et des microphones pour mesurer respectivement les vibrations transverses du disque et la pression acoustique, Reeves et al [REEV 00] montrent que le mode de crissement du disque est stationnaire.

Saad et al [SAAD 98] ont étudié l'effet des vibrations de la plaquette sur le crissement. Il montre que les vibrations de la plaquette sont essentielles pour le crissement puisque la fréquence de crissement obtenue correspond à une fréquence propre de la plaquette.

Akay et al [AKA 00] étudient le phénomène du *mode lock-in* sur un système composé d'un disque et d'une poutre. Le phénomène de crissement est vu comme un couplage instable de modes du système. Ils mettent en évidence le fait que le crissement a lieu lorsque un mode du disque coïncide avec un mode de poutre. Comme on l'a vu précédemment, pour des raisons de symétrie, le disque possède des modes doubles (cf §I-3.3). Lorsque il y a rupture de cette symétrie (ici à cause du contact entre le disque et la poutre), ces modes se séparent en deux modes distincts en fréquence. Le mode de disque impliqué dans le phénomène de *mode lock-in* implique toujours un des modes initialement doubles. D'autres travaux utilisent ce type de système expérimental pour étudier le problème de crissement [ALLG 02, TUCH 01] et mettent en évidence les caractéristiques du couplage de modes lors de l'instabilité du système, appuyant ainsi la théorie du « *mode lock-in* ».

Massi [MASS 06b] a conçu un banc d'essai simplifié de freinage, permettant de maîtriser la dynamique du système et a apporté la preuve que le phénomène de *mode lock-in* est à l'origine du phénomène de crissement. Il a également mis en évidence le rôle double de l'amortissement [MASS 06c]. Dans certaine configuration, l'amortissement peut supprimer le crissement compensant la croissance exponentielle des vibrations du système, et dans d'autres configurations, il peut créer de nouvelles possibilités de couplage entre deux modes du système.

L'aspect acoustique du problème de crissement a été abordé expérimentalement dans les travaux de Cunefare et al [CUNE 01], de Matzuzaki [MATS 93] et de Fieldhouse [FIEL 93, FIEL 96].

I-4.2. Travaux à l'échelle du troisième corps

Les travaux expérimentaux précédents sont basés sur des observations à l'échelle des premiers corps, c'est-à-dire l'étude des vibrations induites par le contact. Des travaux tribologiques (échelle du troisième corps) ont été réalisés offrant une vision différente du phénomène et ont donné lieu à la théorie du *hammering*, exposé au §I-3.5. A cette échelle, les surfaces ne sont pas planes et le contact réel entre la plaquette et le disque se fait par l'intermédiaire de zones plus ou moins grandes de l'interface appelées plateaux de contact [ERIK 02].

En 1990, Rhee et al [RHEE 90] émettent l'hypothèse d'une formation de film entre la plaquette et le disque, à cause des particules de troisième corps. La présence de ces films augmente le coefficient de frottement et provoque le crissement.

Ibrahim [IBRA 98] présente une étude des variations du coefficient de frottement et des forces normales en fonction du temps sur un système expérimental pion-disque. Il montre que, dans son système, le coefficient de frottement est aléatoire, avec une distribution non-Gaussienne.
Bergman [BERG 99] met en évidence une augmentation du coefficient de frottement, au fil des cycles de freinage (passant de 0.2 à 0.6 en quelques milliers de cycles). Il montre que le crissement est favorisé lorsque le coefficient de frottement est plus élevé.

Les travaux d'Erikson [ERIK 02] montrent qu'une surface ayant de nombreux plateaux de contact de faible taille augmente la propension du système à crisser par rapport à des surfaces qui ont peu de plateaux de contact de taille plus importante.

Chen et al [CHEN 02b] ont étudié l'effet de la topographie de surface sur le phénomène d'instabilité de contact en conditions de frottement alternatif. Ils expliquent la génération du crissement par les fluctuations des efforts tangentiels de frottement dues aux effets importants de la déformation des aspérités, de labourage des surfaces et d'adhésion entre les rugosités. De plus, ils obtiennent du crissement même si le coefficient de frottement croit avec la vitesse relative.

Sherif [SHER 04] crée un index de crissement fonction du rapport de la déviation standard de la distribution de hauteur des rugosités et du rayon moyen des rugosités. Il montre que le crissement est favorisé par une surface lissée de la plaquette contre une surface plus rugueuse du disque. Si la surface du disque est également lissée, aucun crissement n'est mesuré.

I-4.3. Conclusions sur le phénomène d'instabilité de contact

De ces travaux expérimentaux, on peut souligner des éléments de réponses vis-à-vis du phénomène de crissement et plus généralement du phénomène d'instabilité de contact :

- plus le coefficient de frottement est élevé, plus la propension du crissement est grande. De même, la présence d'une décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse relative favorise l'instabilité de contact ;

- le phénomène de crissement est du à un couplage instable de modes, qui se manifeste par des vibrations auto-entretenues du système couplé ;

- le couplage par frottement des vibrations longitudinales et transversales est une clé du problème de crissement ;

- la topographie de la surface joue un rôle dans le phénomène d'instabilité de contact.

D'autres points prêtent à discussion et semblent ne pas être généralisables à tous les systèmes. Par exemple :

- **le mode de vibrations principal impliqué dans le phénomène de crissement**
  Certains travaux [SAAD 98] avancent qu'il s'agit d'un mode de plaquette alors que d'autres montrent que le mode de crissement est un mode du disque [ICHI 93, MATS 93]. Parmi les travaux qui montrent que le crissement est un mode de disque, il existe un désaccord sur le type de vibration du disque. En effet, Matzuzaki et al [MATS 93] pensent que le crissement est du à des vibrations longitudinales du disque contrairement à ce qu'indiquent les travaux de Ichiba [ICHI 93] et de Fielhouse [FIEL 92, FIEL 96]. De même, tous les chercheurs ne sont pas d'accord sur la source principale de bruit généré par crissement.

- **les ondes générées par le phénomène de crissement**
  Dans l'observation et l'étude du mode mis en jeu lors du crissement, Reeves et al [REEV 00] montrent que le mode de crissement du disque est stationnaire alors que Fielhouse et al [FIEL 92, FIEL 96] observent dans certains cas que la déformée du disque n'est pas stationnaire.

- **Le rôle double de l'amortissement**
  L'amortissement peut supprimer le crissement compensant la croissance exponentielle des vibrations du système ou créer de nouvelles instabilités du système [MASS 06c].

Cette revue des travaux expérimentaux met donc en évidence la difficulté de généraliser les conclusions obtenues sur un système expérimental spécifique. Le phénomène de crissement ou plus généralement le phénomène d'instabilité de contact est complexe et il est difficile de fournir des solutions universelles pour supprimer le crissement. De plus, la caractérisation expérimentale du phénomène d'instabilité de contact comporte des difficultés. En effet, certains paramètres sont dépendants les uns des autres (par exemple le type de matériau et le coefficient de frottement) et les mesures au niveau de la zone de contact sont difficiles à mettre en œuvre. Les études théoriques, permettant de palier ces difficultés, sont donc indispensables à l'étude des instabilités de contact, pour compléter les résultats expérimentaux.

I-5. Travaux de modélisation

I-5.1. Modèles analytiques

I-5.1.1. Modèles discrets

En 1963, Jarvis et Mills [JAR 63] ont développé un modèle avec trois degrés de liberté, représentant une poutre en contact avec un disque tournant. Ils montrent que dans leur modèle, le phénomène du *sprag-slip* est dominant dans la génération de vibrations instables.

En 1972, North [NORT 72] propose un système à huit degrés de liberté pour modéliser un système de freins complet. Le contact avec frottement est modélisé par une force suiveuse. Il montre que le système peut être instable avec un coefficient de frottement constant. Il trouve une bonne corrélation entre ses résultats théoriques et ses résultats expérimentaux.

Earls et al [EARL 77, EARL 84, EARL 87] modélisent un système de pion-disque par divers systèmes discrets et étudient le rôle du phénomène de *sprag-slip* dans la génération du crissement. Ils montrent que le système peut être instable si l'angle d'attaque du pion par rapport au disque est négatif et compris entre 0 et arctan μ. Cette condition est suffisante pour obtenir des instabilités de contact mais n'est pas nécessaire, notamment pour des systèmes plus complexes.

En 1978, Millner [MILL 78], a développé un modèle discret d'un système de freinage. Il montre que la géométrie est primordiale dans le phénomène de crissement.

Dans le cas d'instabilités impliquant un mode dont la longueur d'onde de la déformée du disque est plus grande que celle de la plaquette, Denou et Nishiwaki [DENO 01] ont fait l'hypothèse que la plaquette peut être modélisée par un solide rigide. Ils proposent un système à quatre degrés de liberté dont ils étudient la stabilité grâce à un calcul des valeurs propres. Ils en présentent une étude paramétrique. Ils ont validé leurs résultats analytiques avec des expériences, notamment sur l'influence de la position du point de contact.

En 2001, Rudolph et al [RUDO 01] proposent un modèle à quatorze degrés de liberté, prenant en compte le disque, les plaquettes et les étriers. Afin d'entrer les bons paramètres dans le modèle et valider le modèle, des essais expérimentaux ont été effectués et ils trouvent une bonne corrélation entre théorie et expérience.

En 2005, Giannini et al [GIAN 05] travaillent sur un système de freins réduit. Ils introduisent les paramètres modaux des différentes pièces du système obtenus expérimentalement. Par une analyse aux valeurs propres, ils ont conduit une analyse paramétrique sur la stabilité du système et corrélé avec l'expérience. Les résultats expérimentaux et analytiques offrent une bonne corrélation.

Le principal problème rencontré dans l'étude de systèmes discrets est l'alimentation des modèles avec des valeurs cohérentes de paramètres. La prise en compte de la déformations des différents corps composant le système s'est avérée nécessaire pour modéliser le système sans recourir à une caractérisation expérimentale complète du système.

I-5.1.2. Modèles de plaques

Une première façon de prendre en compte la déformation des corps est d'utiliser une formulation analytique. Le disque est modélisé par une plaque annulaire, homogène et parfaitement plane, encastrée en son rayon intérieur.

Mottershead et al ont présenté de nombreux articles modélisant le disque avec cette description analytique. Ces travaux sont repris et résumés dans un article global [MOTT 98].
En 1994, Chan et Mottershead [CHAN 94] ont considéré un disque fixe en contact avec des plaquettes modélisées par un système à un degré de liberté (masse-ressort-amortisseur). Le contact est modélisé par une force suiveuse. Les instabilités de contact ont été étudiées grâce à une analyse temporelle. Deux types d'instabilités sont alors mis en évidence : les instabilités obtenues à des résonances sous-critiques, dépendant de la vitesse de rotation du disque et les instabilités de contact, indépendantes de la vitesse de rotation du disque où le contact avec frottement déstabilise l'onde arrière des modes possédant des diamètres nodaux (cf § I-3.3).

En 1998, Ouyang et al [OUY 98] ajoutent un degré de liberté tangentiel aux plaquettes. La loi de contact est une loi de Coulomb avec un coefficient de frottement décroissant avec la vitesse. Ils montrent analytiquement que l'ajout d'amortissement dans le plan de contact peut à la fois induire des résonances paramétriques supplémentaires et réduire la zone d'instabilité d'autres résonances paramétriques.

En 2000, Ouyang et al [OUY 00] proposent un modèle mixte : le disque est modélisé par une plaque fine circulaire (dont les paramètres ont été définis par une caractérisation expérimentale) et les plaquettes par éléments finis. La stabilité du système a été étudiée grâce à une méthode espace-état. Ils montrent que le coefficient de frottement a un effet déstabilisant contrairement à l'amortissement structural du disque et des plaquettes qui stabilise le système.

I-5.1.3. Autres types d'études analytiques

En 1998, Adams [ADAM 98] présente une étude analytique des instabilités de contact pour deux massifs en contact frottant avec un coefficient de frottement constant. A travers une étude de stabilité de l'équilibre glissant, il montre que des vibrations auto-entretenues apparaissent pour une large gamme de couple de matériaux et que plus les différences entre les deux matériaux mis en jeu sont importantes et plus le système risque d'être instable. L'instabilité de contact obtenue est due à la déstabilisation de deux ondes de surface (qui vont dans le même sens que le glissement) qui mettent en jeu des zones d'adhérence - glissement et parfois des zones de décollement. Il montre que le coefficient de frottement « global » peut dépendre de la vitesse sans que le coefficient de frottement « local » varie, à cause de la dynamique locale de contact.

En 2004, Duffour et Woodhouse [DUFF 04a, DUFF 04b, DUFF 07] présentent une étude générique des instabilités de systèmes en contact ponctuel, utilisant un critère d'instabilité en terme de fonction de transfert. Ils mettent en évidence le rôle double de l'amortissement observé plus tard expérimentalement par Massi et al [MASS 06c].

I-5.2. Modèles numériques

Les modèles analytiques peuvent être utiles dans le cas où on souhaite étudier des systèmes simples. Les systèmes présentant ces problèmes de vibrations ou bruits induits par frottement sont souvent complexes. Avec l'augmentation de la puissance de calcul des machines, on a la possibilité de modéliser les systèmes et les phénomènes de façon beaucoup plus fine. D'où la recrudescence d'études numériques du phénomène d'instabilités de contact.

I-5.2.1. Mise en place des modèles numériques

Les études numériques sont essentiellement basées sur deux types d'analyses : les analyses linéaires fréquentielles et les analyses non linéaires temporelles qui s'appuient toutes les deux sur la méthode des éléments finis qui permet à une large gamme de systèmes d'être traitée (géométrie des corps en contact, conditions limites et modélisation du contact).

Cette méthode (voir §II-2), appliquée aux équations de mouvement permet de discrétiser spatialement le système, obtenant ainsi un système d'équations linéaires qui décrit le mouvement des différents corps qui constituent le système (premiers corps, mécanisme) :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \qquad \text{(I-6)}$$

où **M**, **C** et **K** sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur, $\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}$ sont respectivement les vecteurs de déplacements, de vitesses et d'accélérations nodaux, tandis que $\mathbf{f}$ est le vecteur des forces extérieures nodales.

I-5.2.2. Analyse linéaire fréquentielle

C'est ce type d'analyse que l'on retrouve le plus souvent dans la littérature. Elle présente l'avantage d'un faible temps de calculs permettant d'effectuer des études paramétriques dans le but de supprimer l'instabilité du système.

Le principe de cette analyse est de calculer les valeurs et vecteurs propres du système en intégrant les forces de contact dans la matrice **K**. Les équations de mouvement sont écrites autour de l'équilibre glissant du système. La gestion du contact est réalisée par l'intermédiaire d'un ressort linéaire introduit entre les nœuds en contact et une loi classique de Coulomb. Les forces de contact en chaque nœud peuvent ainsi s'exprimer en fonction de la raideur du ressort, du coefficient de frottement de Coulomb et des déplacements nodaux :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{K}\mathbf{u}^{\mathbf{p}} = \boldsymbol{\lambda}^{\bar{n}}(\mathbf{u}^{\mathbf{p}}) + \boldsymbol{\lambda}^{\bar{t}}(\mathbf{u}^{\mathbf{p}}) \qquad \text{(I-7)}$$

où $\boldsymbol{\lambda}^{\bar{n}}$ et $\boldsymbol{\lambda}^{\bar{t}}$ sont les valeurs des forces normale et tangentielle de contact, $\mathbf{u}^{\mathbf{p}}$ le vecteur déplacement perturbé autour de la position d'équilibre glissant du système. Les forces de contact peuvent ainsi être ajoutées à la matrice de raideur **K.** On obtient un nouveau système d'équations linéaires:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{K}^{\mathbf{c}}\,\mathbf{u}^{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \qquad \text{(I-8)}$$

où $\mathbf{K}^{\mathbf{c}}$ est la matrice de raideur non symétrique incluant les forces de contact et la matrice de raideur initiale. Le système peut donc présenter des valeurs et modes propres instables (cf § II-5.2). L'instabilité se manifeste par une partie réelle positive

d'une valeur propre, qui correspond à une croissance exponentielle de la réponse du système. Parallèlement, la partie imaginaire est une fréquence potentielle d'instabilité (théorie du *mode lock-in* au § I-3.3)

Liles [LILE 89] est le premier à proposer une étude linéaire fréquentielle d'un système réel de freins à disques. Son modèle éléments finis prend en compte toutes les pièces composant le système. Dans un premier temps, il actualise les paramètres de son modèle grâce à une étude modale expérimentale. Il construit ensuite la matrice $\mathbf{K}^c$ et réalise une recherche de valeurs et modes propres.

De nombreux travaux portent sur l'étude de systèmes de freins spécifiques, réalisant des études paramétriques. C'est les cas des travaux de Huang [HUAN 06] et Kung [KUNG 01]. Seuls les travaux de Kung proposent une validation expérimentale des résultats numériques.

Soom [SOOM 04] met en évidence l'importance du paramètre de raideur de contact. Tuchinda [TUCH 02], qui étudie un système pion-disque, propose une étude de l'influence de l'angle de contact montrant que c'est un paramètre essentiel pour l'instabilité de contact. Il remarque des différences de prédiction entre la théorie et l'expérience et remarque ainsi que, numériquement, la position du point de contact par rapport à l'axe neutre du pion et la raideur de contact sont des paramètres importants. En tenant compte de ces éléments, il retrouve numériquement les résultats expérimentaux.

Guan [GUAN 01] propose une analyse du crissement d'un système de freins par une analyse énergétique. Il calcule l'énergie apportée au système par les différents modes (feed-in) du système et montre que cette énergie peut être reliée à la valeur de la partie réelle de la valeur propre correspondante, considérée dans cet article comme un indice de propension au crissement.

Depuis peu, des travaux [ABU 05a, ABU 05b] tentent de tenir compte dans les analyses fréquentielles de la topographie des surfaces, en introduisant une pression de contact non uniforme. Abu Bakar et al [ABU 05b] montrent numériquement que l'usure des surfaces joue un rôle important dans la nature fugitive du crissement.

Comme dit en introduction, ces analyses fréquentielles sont les plus utilisées dans l'industrie puisqu'elles permettent d'effectuer facilement des études paramétriques dans le but de supprimer l'instabilité du système. Elles sont peu coûteuses en terme de temps de calculs, mais donnent un ensemble de fréquences susceptibles d'être instables et ne permettent pas de connaître le comportement du système pendant l'instabilité. Les mécanismes à l'échelle du contact et du troisième corps sont difficiles à intégrer dans les modèles, compte tenu de la linéarité de la méthode. Ces analyses restent valables pour des déplacements faibles autour de la position d'équilibre ce qui est une hypothèse fortement restrictive dans le cas des instabilités de contact. De plus, elles ne prédisent pas le niveau de vibration du système, ce qui interdit toute étude acoustique numérique.

I-5.2.3. Analyse temporelle non linéaire

Le principe de ce type d'analyses est de calculer au cours du temps les valeurs de déplacements, vitesses et accélérations aux différents nœuds, ainsi que les valeurs de forces et surfaces de contact. Ces analyses permettent de prendre en compte les non linéarités du contact, géométriques et structurelles.

L'intégration temporelle est réalisée dans la littérature par des méthodes explicites ou implicites. Le contact avec frottement entre deux corps déformables peut être gérés par différentes méthodes (cf §II-4.1) qui tiennent compte des non linéarités liées au contact ([LEGR 05],[LINC 05], [ZHON 88]) :

- Les multiplicateurs de Lagrange [CHAU 86]
- La pénalisation [HALL 85]
- Les méthodes du lagrangien augmenté [WRIG 90]
- Les techniques de complémentarité [VOLA 98].

C'est en 1994 que les premiers travaux s'appuyant sur ce type d'analyses sont publiés. Nagy [NAGY 94] présente une analyse temporelle d'un système de freins dans laquelle il prend en compte la non-linéarité du frottement. Il montre que la stabilité du système dépend du couplage entre le disque et la plaquette. Hu et Nagy [HU 97] étendent ce travail et modélisent le contact grâce à une méthode de pénalité et une loi de frottement qui dépend de la pression de contact. Ils obtiennent numériquement certaines fréquences de crissement expérimentales.

Chern et al [CHER 02] proposent une étude non linéaire temporelle d'un système de freinage réel avec une loi de frottement de Coulomb à coefficient de frottement constant. Cette étude, réalisé sur un logiciel commercial (LS-DYNA), leur permet d'obtenir la fréquence de crissement et la déformée du rotor pendant le crissement (Operational Deflection Shape).

Baillet [BAIL 00, BAIL 02] a développé, dans PLAST, des algorithmes de contact pour simuler temporellement le comportement de deux corps déformables en contact frottant. Ces travaux sont basés sur la méthode des multiplicateurs de Lagrange à incréments avant (cf § II-4) développée par Carpenter [CARP 91] et montrent que les instabilités de contact se manifestent localement par la présence d'ondes de surface glissement - adhérence, glissant - adhérence - décollement ou glissement - décollement ([BAIL 05, LINC 04]).

L'avantage de cette analyse est de ne pas ajouter d'hypothèses restrictives sur les conditions de contact contrairement à l'analyse fréquentielle. De plus, elle permet de connaître la dynamique globale (amplitude et fréquence de vibrations) et la dynamique locale de contact (onde de surface, contraintes normale et tangentielle locale …). L'inconvénient de cette analyse est un temps de calcul important qui rend les études paramétriques plus lourdes à mettre en place qu'avec l'analyse fréquentielle.

I-5.2.4. Analyses combinant analyses temporelle et fréquentielle

Le plus souvent, ces analyses numériques sont faîtes séparément. Quelques travaux présentent les deux analyses en série.

En 1997, Chargin et al [CHAR 97] proposent une étude non linéaire du crissement de freins , dans laquelle une analyse temporelle fournit les conditions de contact pour effectuer l'analyse fréquentielle au travers de matrice tangente incluant les forces de frottement. D'autres travaux [LEE 03a, LEE 03b, LEE 03c] utilisent ce principe pour étudier le phénomène de crissement.

En 1998, Vola [VOLA 99] effectue les deux types d'analyse en parallèle sur un système de lécheur de vitres. L'état statique glissant est utilisé dans l'analyse fréquentielle pour la recherche des modes instables et dans l'analyse temporelle dynamique comme condition initiale, obtenant le cycle limite en fonctionnement.

Les premières confrontations des deux analyses ont été réalisées récemment par Abu Bakar [ABU 06] et Massi [MASS 07] montrant que l'analyse fréquentielle prédit plus de fréquences instables que l'analyse temporelle. Pour un système de freins à disque, Abu Bakar étudie différents schémas temporels en comparaison avec les résultats d'une étude fréquentielle (ABAQUS). Il retient une formulation pour laquelle les résultats sont comparables avec l'étude fréquentielle, malgré un nombre inférieur de fréquences d'instabilité de contact fourni par cette analyse temporelle. Il attribue cette différence à un manque de précision de la modélisation de cette dernière. Massi compare les résultats des deux analyses sur un système plaquette-disque. L'analyse temporelle est effectuée sur PLAST et l'analyse fréquentielle sur Ansys. Ils montrent que la prédiction des zones d'instabilités du système présente des différences qu'il attribue à la non-prise en compte de l'aspect non linéaire du contact par l'analyse fréquentielle.

I-6. Cadre de l'étude

Dans cette étude bibliographique il apparaît que le phénomène d'instabilités de contact, même s'il est beaucoup étudié à travers l'application du crissement, n'est pas parfaitement maîtrisé. Il est difficile de trouver des tendances générales car le phénomène dépend de nombreux paramètres comme :

- la topographie des surfaces de contact, impliquant les paramètres comme le coefficient de frottement, la raideur de contact, la taille des plateaux de contact, l'usure … ;

- le comportement dynamique des corps en contact (géométrie, matériaux) ;

- la cinématique du contact (angle de contact, position de la zone de contact, les conditions limites imposées par le mécanisme …).

Afin de diminuer le nombre de paramètres influant sur le phénomène d'instabilité de contact, nous avons choisi de travailler sur un système modèle. Il est constitué de deux poutres en acier en contact ponctuel avec frottement (figure I-10). Les conditions limites et de fonctionnement sont détaillées au § II-1.

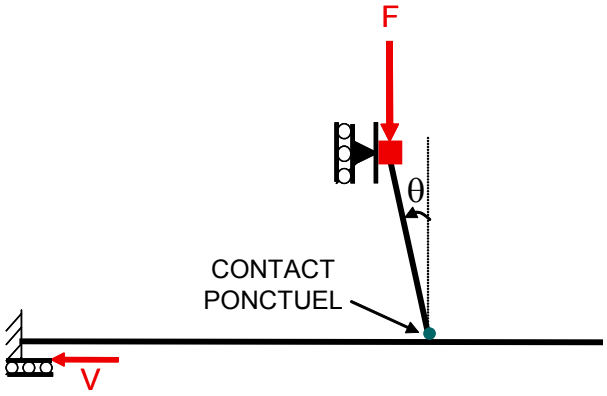


Figure I- 10 : Système modèle d'étude

Expérimentalement, ces différents paramètres ne sont pas indépendants. Par exemple, des matériaux des corps en contact vont dépendre la raideur de contact et l'usure. De même, l'usure dépend des sollicitations imposées par la dynamique locale et globale du système. Si on souhaite disposer de la possibilité de modifier les paramètres indépendamment des autres et ainsi étudier le phénomène d'instabilités de contact, un modèle numérique est nécessaire.

Les études numériques s'appuient principalement sur deux types d'analyses qui présentent chacun leurs avantages et fournissent des résultats complémentaires. Le premier objectif de ce travail est d'étudier ce système modèle selon les analyses fréquentielles et temporelles afin d'en confronter les résultats. Les deux analyses numériques ont été mises en place sur une même plateforme informatique afin de contrôler les hypothèses.

Sur les premières confrontations, il apparaît des différences dans les résultats obtenus et des divergences sur les causes de ces différences. A notre connaissance, aucune étude portant sur les vibrations induites par frottement ne présente des résultats issus des deux analyses avec une validation expérimentale, qui permettrait de lever l'indétermination. Le deuxième objectif et principale originalité de ce travail est donc de valider expérimentalement les résultats numériques obtenus afin d'appuyer la confrontation des deux analyses. A cet effet, un banc expérimental a été mis en place (figure I-11).

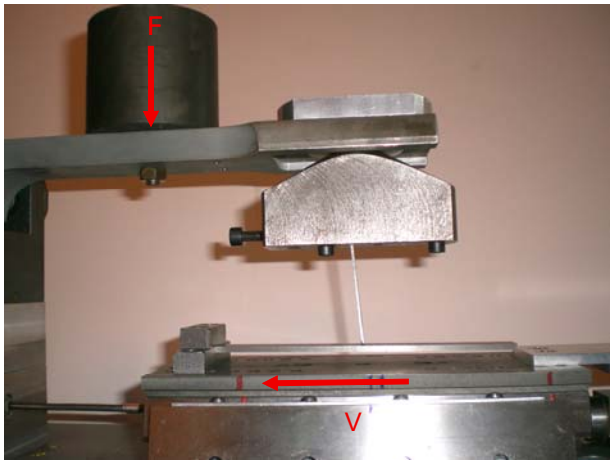


Figure I- 11 : Banc expérimental

Les études sur les instabilités de contact sont fréquemment effectuées en ne considérant pas toutes les échelles relatives au contact. La majorité s'intéresse à l'aspect vibratoire du système, c'est-à-dire à l'échelle des premiers corps. Les travaux expérimentaux sur les aspects tribologiques du phénomène ne considèrent que la topographie des surfaces dans leurs interprétations, sans tenir compte de la dynamique des premiers corps.

Des travaux numériques présentent des résultats reliant la dynamique globale du système (échelle des premiers corps) à la dynamique locale de contact (échelle du contact) [BAIL 05]. Quelques travaux couplant numérique et expérimental relie des endommagements de surface à la dynamique locale de contact et globale du système [VAYS 05]. Massi [MASS 06b] a montré que les instabilités de contact peuvent avoir pour conséquence d'endommager les corps en contact en surface et dans certains cas en volume. Pour réaliser une étude complète des instabilités de contact, il faut considérer toutes les échelles caractéristiques du contact.

Le dernier objectif sera d'étudier l'effet des vibrations du système sur les surfaces de contact. Nous souhaitons également estimer les effets de l'évolution des conditions de contact (usure) sur le phénomène d'instabilité de contact.

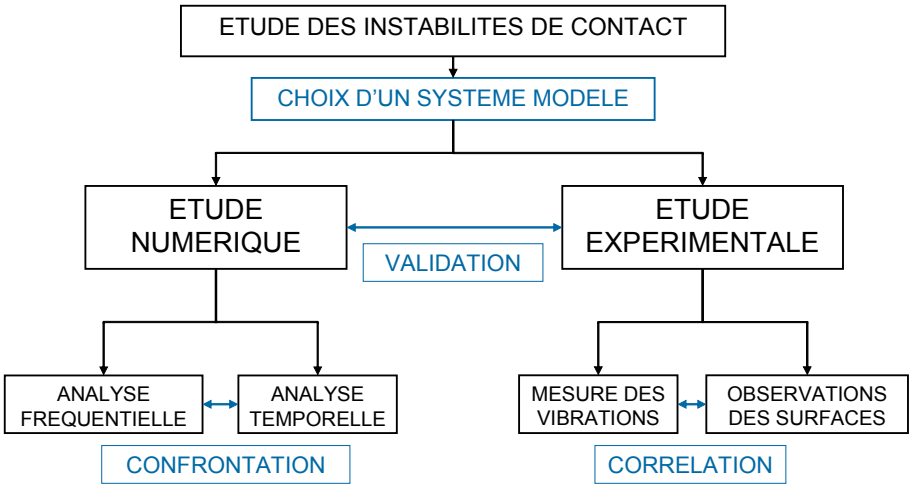


Figure I- 12 : Présentation des objectifs de ce travail

Chapitre II : Mise en place de l'étude numérique

II-1. INTRODUCTION **59**

II-2. EQUATIONS DE MOUVEMENT **60**

II-2.1. HYPOTHESES ET EQUATIONS DE MOUVEMENT **60**
II-2.2. DISCRETISATION SPATIALE PAR ELEMENTS FINIS **62**

II-3. GENERALITES SUR LA MODELISATION DU CONTACT FROTTANT **64**

II-3.1. CONTACT UNILATERAL **64**
II-3.2. LOIS DE FROTTEMENT **65**
II-3.2.1. LOI DE FROTTEMENT DE TRESCA 65
II-3.2.2. LOI DE FROTTEMENT DE COULOMB 66
II-3.2.3. LOI DE FROTTEMENT A COEFFICIENT DE FROTTEMENT VARIABLE 66
II-3.2.4. LOI DE FROTTEMENT CONTINUE DE TYPE *RATE-AND-STATE* 67

II-4. MISE EN PLACE DE L'ANALYSE TEMPORELLE **68**

II-4.1. GESTION DU CONTACT **68**
II-4.1.1. METHODE NUMERIQUE ADOPTEE POUR LA GESTION DU CONTACT 68
II-4.1.2. LOI DE FROTTEMENT CHOISIE 69
II-4.2. SCHEMA D'INTEGRATION TEMPORELLE MIS EN PLACE **70**
II-4.2.1. MISE EN PLACE DU SCHEMA TEMPOREL EXPLICITE DE NEWMARK DE TYPE β_2 71
II-4.2.2. CONDITION DE STABILITE DU SCHEMA 72
II-4.3. ALGORITHME MIS EN PLACE **73**

II-5. MISE EN PLACE DE L'ANALYSE FREQUENTIELLE **75**

II-5.1. GESTION DU CONTACT **75**
II-5.2. CALCUL DES VALEURS ET DES VECTEURS PROPRES **77**

II-1. Introduction

Ce chapitre aborde la mise en place de l'étude numérique de la dynamique du système modèle (figures I-10 et I-11). L'étude numérique du système passe par la modélisation des différents éléments et doit prendre en compte les différentes échelles du contact.

- Le mécanisme du système expérimental (figure I-11) est modélisé par des conditions limites ;

- la dynamique des premiers corps peut être modélisée par différentes méthodes analytiques ou numériques (cf § I-5). Pour notre système, la modélisation par éléments finis a été choisie et sera développée en § II-2. Elle est commune aux deux études mises en place ;

- le troisième corps peut avoir une grande influence sur la dynamique d'un contact. Il faut donc le prendre en compte dans la modélisation. Il existe des modélisations de troisième corps. La modélisation par éléments discrets [SEVE 01] permet d'étudier la rhéologie du troisième corps en fonction des conditions de contact [FILL 07a, FILL 07b]. En revanche, dans le cadre de la modélisation d'un système complet, la modélisation du troisième corps peut s'avérer relativement lourde et poser des problèmes numériques et de temps de calculs lorsque l'on souhaite relier cette modélisation du troisième corps à celle des premiers corps [DUBO 07, PEIL 04]. Une autre approche consiste à modéliser le comportement du troisième corps par une loi analytique. Cette approche, qui est la plus utilisée pour traiter des problèmes d'instabilités de contact, a été choisie pour cette étude numérique.

Le système étudié est constitué de deux poutres en acier Ω_1 et Ω_2 en contact ponctuel avec frottement (figure II-1).

Les conditions limites sont les suivantes :

- Ω_2 est encastrée libre. Une vitesse V suivant x est imposée au niveau de l'encastrement ;

- le point A de Ω_1 est bloqué en translation suivant x et en rotation suivant z. Une masse concentrée de 3 kg est prise en compte dans les calculs au point A, où une force F est appliquée suivant y.

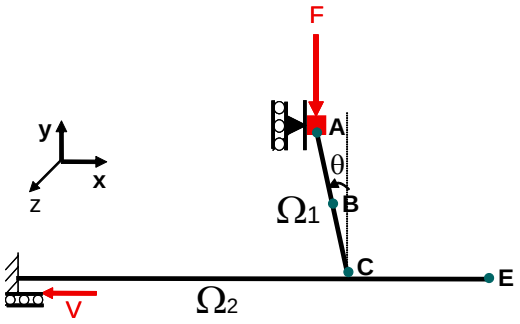


Figure II - 1 : Représentation du système modèle étudié. ■ : Masse concentrée. Les poutres Ω_1 et Ω_2 sont en contact ponctuel. θ est l'angle de contact. F et V sont les force et vitesse (macroscopiques) appliquées au système.

II-2. Equations de mouvement

II-2.1. Hypothèses et équations de mouvement

Un modèle de poutres d'Euler-Bernouilli, qui tient compte des effets du moment fléchissant sur les contraintes et les déformations et des efforts de cisaillement dans les équations d'équilibre est utilisé. Ce modèle néglige les effets de cisaillement sur les déformations, ce qui implique que la section reste plane et perpendiculaire à l'axe neutre de la poutre. On se place dans le cadre des petites déformations, petits déplacements et petites rotations et dans le cadre de matériaux élastiques linéaires.

Les équations de la mécanique résultent uniquement des mouvements longitudinal (de traction-compression) et de flexion. L'équation de mouvement longitudinal est donnée par :

$$ES\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho S\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + P_{ext} = 0 \qquad \text{(II- 1)}$$

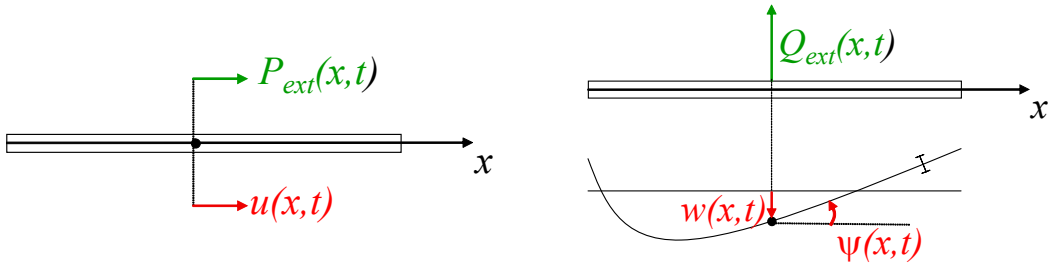
où E, S et ρ représentent respectivement le module d'Young, l'aire de section et la masse volumique de la poutre. u est le déplacement longitudinal et P_{ext} l'effort extérieur longitudinal par unité de longueur (figure II-2.a). Quant à l'équation de mouvement de flexion, elle s'exprime comme :

$$EI_z\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho S\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - Q_{ext} = 0 \qquad \text{(II- 2)}$$

où w représente le déplacement transverse, ψ l'angle de rotation de l'axe neutre et I_z l'inertie de flexion de la poutre. Q_{ext} est l'effort extérieur transversal par unité de longueur (figure II-2(b)) de la poutre.

On pose $\mathbf{f}_{ext}$, le vecteur des forces extérieures par unité de longueur:

$$\mathbf{f}_{ext} = \begin{Bmatrix} P_{ext} \\ Q_{ext} \end{Bmatrix}.$$



(a) **(b)**

Figure II - 2 : Représentation d'une poutre (a) en mouvement longitudinal et (b) en mouvement de flexion.

En négligeant les termes quadratiques, la déformation longitudinale ε_{xx} est donnée par :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial \psi}{\partial x} \ . \qquad \text{(II- 3)}$$

Ainsi, en posant :

$$\begin{cases} \varepsilon = \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \chi = \dfrac{\partial \psi}{\partial x} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial^2 x} \end{cases} \qquad \text{(II- 4)}$$

on obtient la relation déformations / déplacements :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \mathbf{D}\hat{\mathbf{u}} \ . \qquad \text{(II- 5)}$$

Ainsi, de la définition de la force longitudinale N et du moment fléchissant M_f d'une poutre, on peut écrire la relation contraintes / déformations:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} N \\ M_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ES & 0 \\ 0 & EI_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \chi \end{Bmatrix} = \overline{\mathbf{C}}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad \text{(II- 6)}$$

Enfin, pour une poutre d'Euler - Bernoulli élastique (de longueur L) et pour tout accroissement virtuel admissible de déplacement $\delta\mathbf{u}$, le principe des travaux virtuels s'exprime ainsi :

$$-\int_L \boldsymbol{\sigma}^T \delta\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}\, dx + \int_L \mathbf{f}_{ext}\, \delta\mathbf{u}\, dx = \int_L \rho\ddot{\mathbf{u}}\, \delta\mathbf{u}\, dx\,. \qquad \text{(II- 7)}$$

II-2.2. Discrétisation spatiale par éléments finis

L'équation (II-7) est résolue en utilisant la méthode des éléments finis ([BATH 82, DHAT 84, ZIEN 00]). Les domaines Ω_1 et Ω_2 sont discrétisés respectivement en $\overline{n}_1$ et $\overline{n}_2$ domaines élémentaires. L'élément fini choisi est présenté figure II-3. Il s'agit d'un élément de poutre à une dimension avec deux nœuds d'interpolation géométrique et trois degrés de liberté.

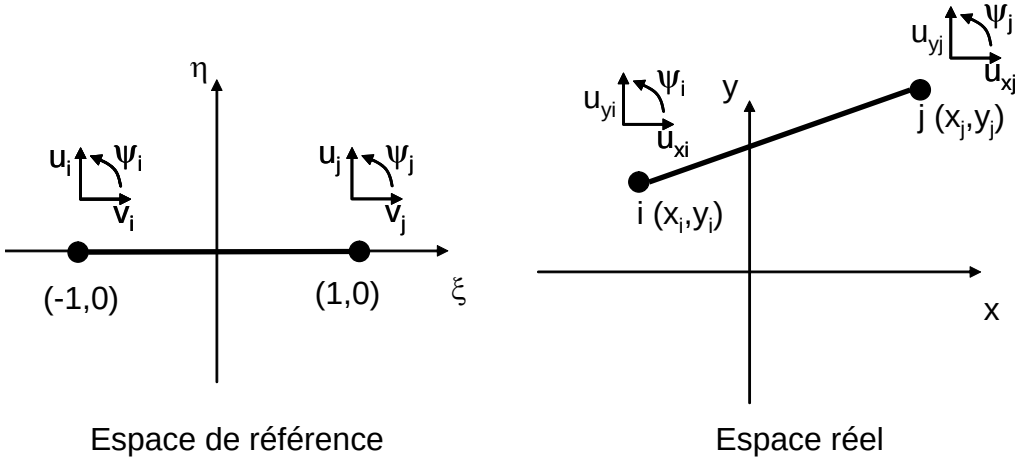


Figure II - 3 : Elément fini choisi pour la discrétisation spatiale de Ω_1 et Ω_2. L'élément fini est présenté dans l'espace de référence et dans l'espace réel.

Les coordonnées des points appartenant à chaque domaine élémentaire peuvent être exprimées en fonction des coordonnées des nœuds des éléments :

$$\begin{cases} x = < \overline{N}_1 \quad \overline{N}_2 > \begin{Bmatrix} x_i \\ x_j \end{Bmatrix} \\ y = < \overline{N}_1 \quad \overline{N}_2 > \begin{Bmatrix} y_i \\ y_j \end{Bmatrix} \end{cases} \qquad \text{(II- 8)}$$

Les fonctions $\overline{N}_k$ sont les fonctions linéaires d'interpolation géométrique et (x_i, y_i) et (x_j, y_j) les coordonnées des nœuds de l'élément.
De même, pour chaque élément fini, les champs de déplacement, de vitesse et d'accélération peuvent être exprimés en fonction des déplacements, vitesses et accélérations des deux nœuds de l'élément.

$$\hat{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \psi \end{Bmatrix} = \mathbf{N} \begin{Bmatrix} u_{xi} \\ u_{yi} \\ \psi_i \\ u_{xj} \\ u_{yj} \\ \psi_j \end{Bmatrix} = \mathbf{N}\mathbf{u} \qquad \dot{\hat{\mathbf{u}}} = \mathbf{N}\dot{\mathbf{u}} \qquad \ddot{\hat{\mathbf{u}}} = \mathbf{N}\ddot{\mathbf{u}} \qquad \text{(II- 9)}$$

Les déplacements, vitesses et accélérations sont notés respectivement $\mathbf{u}$, $\dot{\mathbf{u}}$ et $\ddot{\mathbf{u}}$ aux noeuds, et $\hat{\mathbf{u}}$, $\dot{\hat{\mathbf{u}}}$ et $\ddot{\hat{\mathbf{u}}}$ en un point quelconque de l'élément, $\mathbf{N}$ étant la matrice contenant les fonctions d'approximation nodale (linéaires pour le mouvement longitudinal et de degré 3 pour le mouvement de flexion).

En introduisant les équations (II-5), (II-6) et (II-9) dans l'équation (II-7), on obtient le système d'équations de mouvement du système :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \qquad \text{(II- 10)}$$

Avec :

- $\mathbf{M} = \underset{\overline{n}}{A} \int_{L^e} \rho \mathbf{N}\mathbf{N}^T dl$, la matrice de masse cohérente du système,
- $\mathbf{K} = \underset{\overline{n}}{A} \int_{L^e} \mathbf{B}^T \overline{\mathbf{C}} \mathbf{B}\, dl$, la matrice de raideur (linéaire) du système, avec $\mathbf{B} = \mathbf{D}\mathbf{N}$,
- $\mathbf{C} = \alpha_1 \mathbf{M} + \alpha_2 \mathbf{K}$, la matrice d'amortissement proportionnel de Rayleigh,
- $\mathbf{f} = \underset{\overline{n}}{A} \int_{L^e} \mathbf{N}^T \mathbf{f}_v dl$, le vecteur des forces nodales extérieures.

$\underset{\overline{n}}{A}$ symbolise le passage d'une formulation élémentaire à une formulation globale du système, impliquant l'assemblage des matrices et vecteurs relatifs aux différents éléments finis du système, avec $\overline{n} = \overline{n}_1 + \overline{n}_2$ le nombre total d'éléments du système.

II-3. Généralités sur la modélisation du contact frottant

Après une revue rapide sur la modélisation des contacts frottants, nous présenterons la modélisation du contact frottant introduite dans les analyses temporelle et fréquentielle.

II-3.1. Contact unilatéral

En 1933, Signorini pose le problème général de l'équilibre d'un corps élastique en contact sur une fondation rigide sans frottement (figure II-4) et écrit la condition de non pénétration du solide déformable avec l'obstacle rigide. On suppose que le solide déformable occupe le domaine Ω de frontière Γ. Γ_c représente la partie de Γ qui est initialement en contact avec l'obstacle rigide.

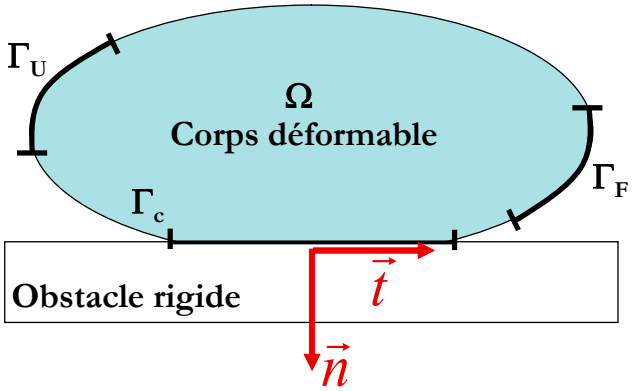


Figure II - 4 : Corps déformable en contact sans frottement avec un obstacle rigide. Le problème de Signorini considère une zone de contact (Γ_c), une zone de déplacements imposés (Γ_u) et une zone d'efforts imposés(Γ_F). $\vec{n}$ est la normale sortante au contact et $\vec{t}$ la tangente au contact.

Les conditions de contact unilatéral de type Signorini pour les points appartenant à Γ_c sont :

$$\begin{cases} g^{\vec{n}} \leq 0 & \text{(condition de non - pénétration)} \\ F^{\vec{n}} \leq 0 & \text{(condition de compression au niveau de l'interface)} \\ g^{\vec{n}} F^{\vec{n}} = 0 & \text{(condition de complémentarité :} \\ & \text{soit } g^{\vec{n}} < 0 \text{ et } F^{\vec{n}} = 0, \quad \text{soit} \quad g^{\vec{n}} = 0 \text{ et } F^{\vec{n}} < 0 \text{)} \end{cases} \qquad \text{(II- 11)}$$

où $g^{\vec{n}}$ désignent l'interstice (ou le déplacement d'un point de contact dans la direction de la normale $\vec{n}$) et $F^{\vec{n}}$ la composante de la force normale.

D'autres lois permettent de traduire un contact. Par exemple, Oden et al [ODEN 85], grâce à leur modèle de compliance, régularisent la condition de Signorini. Au contact,

une pénétration est autorisée, ce qui facilite la mise en œuvre numérique ou théorique, mais elle ajoute des paramètres difficiles à déterminer.

$$F_{\vec{n}} = -C\left(g_{\vec{n}}\right)_{+}^{m} \qquad \text{(II-12)}$$

C et m sont les deux paramètres de la loi de Compliance et $\left(g_{\vec{n}}\right)_{+}$ est la projection de $g_{\vec{n}}$ sur l'espace des réels positifs, qui vaut $g_{\vec{n}}$ lorsque $g_{\vec{n}}$ est positif et 0 sinon.

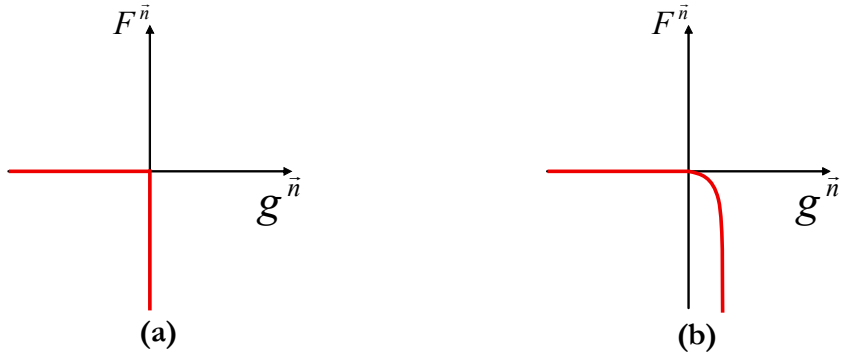


Figure II - 5 : Graphe de la loi unilatérale (a) de type Signorini et (b) de type compliance.

II-3.2. Lois de frottement

De nombreuses lois analytiques de frottement existent dans la littérature. Seules quelques unes seront abordées dans ce mémoire. Pour une revue plus large, on pourra se référer à [CURN 84, RENA 98].

II-3.2.1. Loi de frottement de Tresca

Cette loi de frottement à seuil fixe $F_{\max}^{\vec{t}}$ est utilisée lorsque les force normales de contact sont importantes. Elle s'exprime ainsi :

$$\begin{cases} \left\|F^{\vec{t}}\right\| \le \left|F_{\max}^{\vec{t}}\right| \\ \left\|F^{\vec{t}}\right\| < \left|F_{\max}^{\vec{t}}\right| \Rightarrow \quad v_{rel} = 0 & (\textit{statut adhérent}) \\ \left\|F^{\vec{t}}\right\| = \left|F_{\max}^{\vec{t}}\right| \Rightarrow \quad \exists \lambda \ge 0 \quad tq \quad v_{rel} = -\lambda F^{\vec{t}} & (\textit{statut glissant}) \end{cases} \qquad \text{(II- 13)}$$

où $F^{\vec{t}}$ est la force tangentielle, $F_{\max}^{\vec{t}}$ le seuil de Tresca et v_{rel} la vitesse relative tangentielle entre les deux corps en contact. La limite de glissement $F_{\max}^{\vec{t}}$ ne dépend pas de la force normale, ce qui d'un point de vue physique est très limitatif.

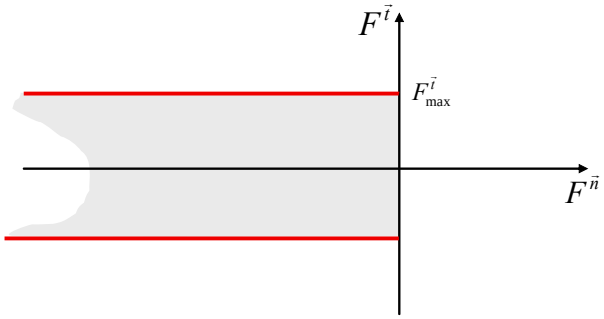


Figure II - 6 : Représentation graphique de la loi de frottement de Tresca.

II-3.2.2. Loi de frottement de Coulomb

C'est la loi de frottement la plus ancienne et la plus connue. Elle possède deux notions : celle de seuil et celle de la dépendance à la contrainte normale. Amontons [AMO 1699], puis Coulomb proposent [COU 1785] une loi de proportionnalité entre la force normale $F^{\vec{n}}$ et la force tangentielle de frottement $F^{\vec{t}}$. On appelle loi de Coulomb toute loi respectant cette proportionnalité. Lorsqu'il y a contact entre les deux corps, la loi de Coulomb peut-être écrite ainsi :

$$\begin{cases} \left\|F^{\vec{t}}\right\| \le \mu\left|F^{\vec{n}}\right| \\ \left\|F^{\vec{t}}\right\| < \mu\left|F^{\vec{n}}\right| \Rightarrow \quad v_{rel} = 0 & (statut\ adhérent) \\ \left\|F^{\vec{t}}\right\| = \mu\left|F^{\vec{n}}\right| \Rightarrow \quad \exists\lambda \ge 0 \quad tq \quad v_{rel} = -\lambda F^{\vec{t}} & (statut\ glissant) \end{cases} \qquad \text{(II- 14)}$$

Avec μ le coefficient de frottement de Coulomb et v_{rel} la vitesse relative tangentielle entre les deux corps en contact.

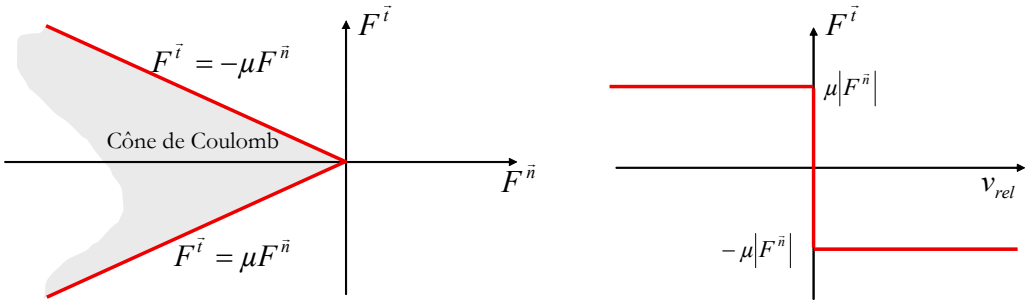


Figure II - 7 Représentation graphique de la loi de frottement de Coulomb.

II-3.2.3. Loi de frottement à coefficient de frottement variable

Il existe un modèle où on considère deux coefficients de frottement différents en fonction du statut cinématique du contact (figure II-8(a)) : le coefficient de

frottement statique (μ_{stat}) et le coefficient de frottement dynamique (μ_{dyn}). μ_{stat} correspond au coefficient de frottement qui intervient lorsque les deux corps sont en contact sans vitesse relative imposée ou à l'amorçage d'un mouvement relatif entre les deux corps. μ_{dyn} correspond au coefficient de frottement qui intervient ensuite dès que les deux corps sont en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre.

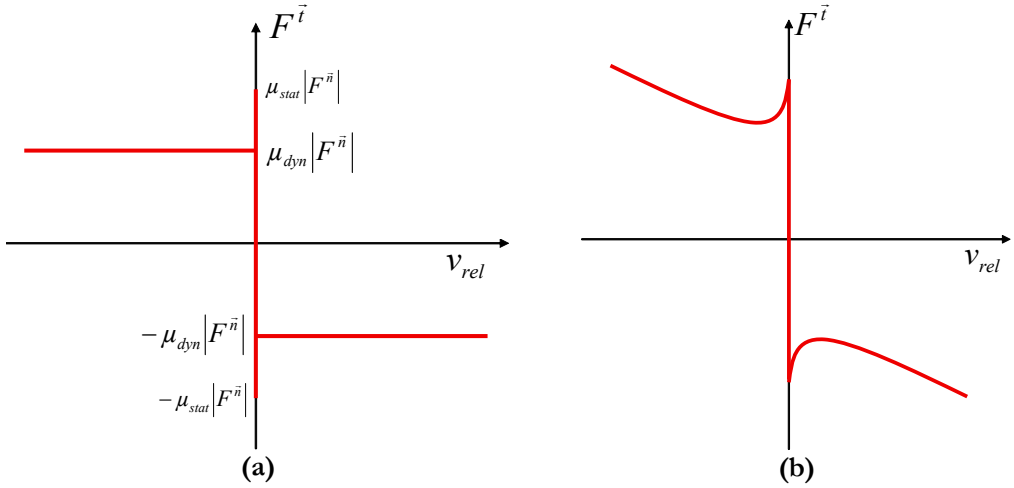


Figure II - 8 Représentation graphique de la loi de frottement (a) à coefficient de frottement statique et dynamique et (b) de Stribeck.

De nombreux résultats expérimentaux montrent que le coefficient de frottement varie avec la vitesse relative (cf § II-3.2.4). Stribeck [STRI 1902] observe que pour des vitesses imposées faibles, le coefficient de frottement décroît continûment avec la vitesse relative. Parallèlement, pour des vitesses plus élevées, il observe que le coefficient de frottement augmente avec la vitesse (Fig II-8(b)). La formulation de cette loi de frottement de Stribeck est la suivante :

$$\mu = \left[\mu_{dyn} + \left(\mu_{stat} - \mu_{dyn}\right) e^{-\left(\frac{v}{v_S}\right)^{\delta_S}} \right] sign(v_{rel}) + \mu_v v_{rel} \qquad \text{(II- 15)}$$

où v_S et δ_S sont deux paramètres spécifiques de la loi qui représentent respectivement une vitesse et un coefficient. Le dernier terme de l'équation représente le frottement visqueux (μ_v est donc le coefficient de frottement visqueux).

II-3.2.4. Loi de frottement continue de type *rate-and-state*

Des travaux sur le frottement ont mis en évidence des effets que la loi de Coulomb et les autres lois exposées précédemment ne pouvaient prendre en compte [DIET 79, DIET 81, LINK 92, RUIN 83]. En effet, il apparaît dans ces travaux que le

coefficient de frottement dépend des variations de contrainte normale imposée, de la vitesse de glissement et de l'évolution des propriétés du contact.

Dans l'ensemble des lois du type *rate and state*, la dépendance du coefficient de frottement à l'évolution de ces propriétés du contact est représentée par une dépendance à une ou plusieurs variables d'état. On ne développera pas la mise en place des équations régissant ces lois. De nombreuses variantes existent. On pourra se reporter aux travaux [OANCA 96, OANCA 97, ODEN 85, PRAK 98, SLEE 95].

Ces lois de frottement permettent de prendre les effets dynamiques du contact, notamment les effets de temps de réponse de la contrainte tangentielle au changement brusque de la contrainte normale ou de vitesse de glissement. On parle de régularisation viscoélastique [OANC 96].

Dans certaines conditions, un problème de contact avec frottement entre deux corps élastiques peut être mal posé si on prend en compte une loi de Coulomb classique (coefficient de frottement constant), dont la non-convergence en maillage est une conséquence. Des lois de Coulomb régularisées, basées sur les lois de type *rate and state*, permettent de palier ce problème ([RANJ 01]).

Ces lois peuvent donc prendre en compte beaucoup de phénomènes physiques liés au frottement de deux surfaces physiques et permettent dans certains cas d'assurer que le problème est bien posé. Cependant, elles introduisent des paramètres physiques supplémentaires difficiles à mesurer expérimentalement.

II-4. Mise en place de l'analyse temporelle

II-4.1. Gestion du contact

II-4.1.1. Méthode numérique adoptée pour la gestion du contact

Il existe différentes méthodes pour gérer un contact frottant entre deux corps déformables. On a déjà cité au §I-5.2.3 :

- la méthode des multiplicateurs de Lagrange n'autorise pas de pénétration entre les corps, suppose que le contact est parfaitement rigide [CHAU 86];

- la méthode de pénalisation [HALL 85] autorise une pénétration des corps et revient à considérer une loi de comportement surfacique en introduisant une relation entre le déplacement normal et la force normale, comme par exemple considérer une raideur de contact. Cette méthode introduit un ou plusieurs paramètres difficiles à déterminer expérimentalement. Cette méthode peut poser des problèmes numériques de convergence en dynamique;

- La méthode du Lagrangien augmenté combine les deux méthodes précédemment citées [WRIG 90], permettant par exemple d'ajouter à la méthode des Multiplicateurs de Lagrange la possibilité de tenir compte d'une raideur de contact.

Ces méthodes sont détaillées et discutées [LEGR 05, LINC 05]. La méthode des multiplicateurs de Lagrange a été retenue puisqu'elle satisfait parfaitement les conditions de non pénétration des deux corps et évite les problèmes liés au choix des valeurs des paramètres de régularisation.

Cependant, la méthode des multiplicateurs de Lagrange, contrairement à la méthode de pénalisation, ajoute des inconnues supplémentaires et nécessite le choix de surfaces maîtres et de nœuds esclaves. Cette méthode consiste à introduire des multiplicateurs de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}_t$ dans la fonctionnelle de l'énergie totale du système :

$$\Pi^*(\mathbf{u}_t) = \Pi(\mathbf{u}_t) + \boldsymbol{\lambda}_t \mathbf{g}_t \qquad \text{(II- 16)}$$

$\mathbf{g}_t = \begin{Bmatrix} g_t^{\vec{n}} \\ g_t^{\vec{t}} \end{Bmatrix}$ et $\boldsymbol{\lambda}_t = \begin{Bmatrix} \lambda_t^{\vec{n}} \\ \lambda_t^{\vec{t}} \end{Bmatrix}$ représentent respectivement le vecteur interstice ou déplacement du nœud en contact et les forces de contact (multiplicateurs de Lagrange), possédant tous deux des composantes suivant $\vec{n}$ et $\vec{t}$, vecteurs normal et tangentiel à la surface de contact. En tenant compte de cette nouvelle fonctionnelle $\Pi^*(\mathbf{u}_t)$, on obtient le système matriciel à l'instant t:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{K}\mathbf{u}_t + \mathbf{G}_{t+\Delta t}^T \boldsymbol{\lambda}_t = \mathbf{f}_t \\ \mathbf{G}_{t+\Delta t}(\mathbf{x}_t + \mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) \leq 0 \end{cases} \qquad \text{(II- 17)}$$

où $\mathbf{G}_{t+\Delta t}$ est la matrice globale de conditions en déplacement permettant d'assurer la non-pénétration des corps en contact. $\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{x}_t + \mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t$ est le vecteur des coordonnées à l'instant $t + \Delta t$.

II-4.1.2. Loi de frottement choisie

La loi de frottement choisie est une loi de type Coulomb avec une régularisation de la force tangentielle avec la vitesse [COCH 00]. Il s'agit de la loi simplifiée du type Prakash-Clifton [PRAK 93], qui assure la convergence en temps et en espace des résultats au niveau du contact. Elle fait partie de la famille des lois *rate and state* (cf § II-3.2.4). Cette loi considère un temps de réponse non nul de la force tangentielle $\boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}$ à un changement brusque de force normale $\lambda^{\vec{n}}$ (Fig.II-9). Les conditions de contact sont données par :

Si $\lambda_t^{\vec{n}} = \mathbf{0}$, alors le statut est décollé.

Sinon si $\lambda_t^{\vec{n}} < \mathbf{0}$:

Si $\left|\lambda_t^{\vec{t}}\right|_c < \mu\left|\lambda_t^{\vec{n}}\right|$, alors $v_{rel}^{\vec{t}} = 0$ (statut adhérent) et à t, $\left|\lambda_t^{\vec{t}}\right| = \left|\lambda_t^{\vec{t}}\right|_c$.

Si $\left|\lambda_t^{\vec{t}}\right|_c \geq \mu\left|\lambda_t^{\vec{n}}\right|$, alors $\lambda_t^{\vec{t}} \cdot v_{rel}^{\vec{t}} \leq 0$ (statut glissant) (II- 18)

$$\dot{\lambda}_t^{\vec{t}} = -\frac{\hat{V}}{\hat{L}}\left(\left|\lambda_t^{\vec{t}}\right| - \mu\left|\lambda_t^{\vec{n}}\right|\right) \quad \text{et à } t \text{ ,} \quad \left|\lambda_t^{\vec{t}}\right| = \frac{1}{1+\frac{\hat{V}}{\hat{L}}\Delta t}\left(\left|\lambda_{t-\Delta t}^{\vec{t}}\right| + \frac{\hat{V}}{\hat{L}}\Delta t\mu\left|\lambda_t^{\vec{n}}\right|\right)$$

où $v_{rel}^{\vec{t}}$ est la vitesse relative tangentielle des nœuds esclaves liés à la surface maître, $\vec{n}$ et $\vec{t}$ sont les vecteurs normal et tangentiel respectivement qui définissent le contact et μ est le coefficient de frottement de Coulomb. $\hat{V}$ et $\hat{L}$ sont respectivement la vitesse et la longueur de glissement strictement positives caractéristiques de loi de Prakash-Clifton simplifiée, $\dot{\lambda}_t^{\vec{t}}$ est la dérivée temporelle de la force tangentielle de contact au temps t. La force tangentielle atteint la force tangentielle de Coulomb $\left|\lambda_t^{\vec{t}}\right| = \mu\left|\lambda_t^{\vec{n}}\right|$ après un glissement sur une longueur $\hat{L}$, ou après un temps $\hat{\tau}$ qui vaut $\hat{L}/\hat{V}$. $\left|\lambda_t^{\vec{t}}\right|_c$ correspond à la valeur de la force tangentielle calculée avant l'application de la loi de frottement.

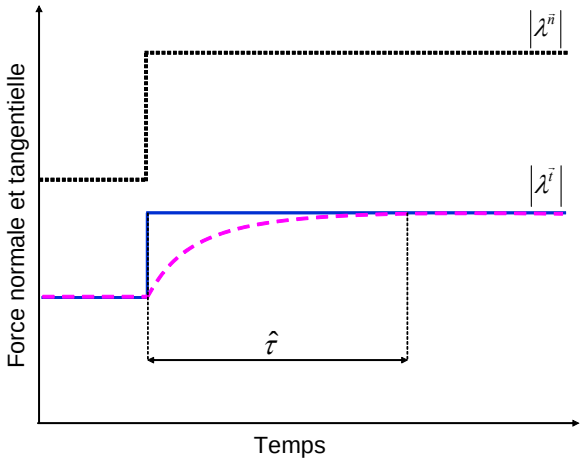


Figure II - 9 : Représentation de la loi de Coulomb classique et de la loi de Prakash-Clifton simplifiée. La force tangentielle donnée par la loi de Coulomb classique (——) répond instantanément à une variation brutale de la force normale, contrairement à celle donnée par la loi de Prakash-Clifton simplifiée (– –).

II-4.2. Schéma d'intégration temporelle mis en place

La résolution du système (II-17) nécessite l'utilisation de méthodes d'intégration numérique temporelle. Pour cela, on peut utiliser des méthodes explicites ou

implicites. Les méthodes explicites nécessitent des pas de temps petits pour assurer la convergence. Quant aux méthodes implicites, elles offrent l'avantage d'être inconditionnellement stables et permettent d'utiliser un pas de temps plus grand. Parmi ces méthodes implicites, on peut citer les méthodes de Newmark [NEWM 59], Houblot [HOUB 50] ou de collocation [HILB 78].

II-4.2.1. Mise en place du schéma temporel explicite de Newmark de type β_2

Les phénomènes dynamiques que l'on souhaite observer dans le cadre de ce travail peuvent être de très hautes fréquences. Pour étudier ces phénomènes, il est nécessaire de prendre des pas de temps relativement petits. Ainsi, l'implémentation des méthodes implicites n'est pas nécessaire puisque son principal intérêt réside dans l'utilisation de pas de temps plus grands. Nous avons donc choisi une méthode explicite dérivée de la méthode des différences finies centrées : la méthode de Newmark de type β_2. Celle-ci introduit un amortissement numérique $(\beta_2 \in [0.5;1[)$ permettant d'éliminer les très hautes fréquences. Les déplacements, vitesses et accélérations au temps t sont exprimés comme suit :

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_{t-\Delta t} + \Delta t\,\dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} \qquad \text{(II- 19)}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_t = \dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} + \Delta t\,\ddot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} + \Delta t\,\beta_2\left(\ddot{\mathbf{u}}_t - \ddot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t}\right) \qquad \text{(II- 20)}$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \frac{2}{\Delta t^2}\left(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t - \Delta t\dot{\mathbf{u}}_t\right) \qquad \text{(II- 21)}$$

Le schéma explicite des différences finies centrées est obtenu pour un coefficient β_2=0.5. A partir des équations II-17, II-19, II-20 et II-21, on peut exprimer le déplacement à $t+\Delta t$:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{M}^{-1}\frac{\Delta t^2(1+2\beta_2)}{2}\left(\mathbf{f}_t - \mathbf{K}\mathbf{u}_t - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_t + \boldsymbol{\lambda}_t\right)\\ + \Delta t\,(2\beta_2 - 1)\dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} - 2(1-\beta_2)\mathbf{u}_{t-\Delta t} + (3-2\beta_2)\mathbf{u}_t\,.\end{aligned} \qquad \text{(II- 22)}$$

Carpenter et al [CARP 91] ont montré que la méthode des multiplicateurs de Lagrange n'est pas compatible telle quelle avec les schémas d'intégration explicites. Pour cela, les auteurs ont développé la méthode des multiplicateurs de Lagrange à incrément « avant » en conjonction avec une méthode d'intégration temporelle. Dans cette méthode, les équations de la dynamique et les conditions de contact sont satisfaites respectivement aux temps t et au temps $t+\Delta t$. Le schéma d'intégration étant explicite, l'erreur commise est négligeable devant les erreurs d'approximation de la méthode des éléments finis. La méthode des multiplicateurs de Lagrange à incréments « avant » est donc adoptée pour ce travail et un algorithme robuste pour la gestion du contact frottant basé sur la méthode de Gauss-Seidel a été développé.

De l'écriture de $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ (Eq. (II-22)) découlent plusieurs difficultés de mise en œuvre pour réaliser ce schéma d'intégration temporel.

D'abord, la connaissance de $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ implique la connaissance des efforts de contact $\boldsymbol{\lambda}_t$. Nous avons mis en place un algorithme spécifique à l'étude dynamique de deux corps en contact (détaillé en II-4.3) qui sépare deux temps forts de calcul : un temps $t+\Delta t^*$ qui calcule la dynamique du système sans prendre en compte les efforts de contact et un temps $t+\Delta t$ qui corrige les déplacements en tenant compte des efforts de contact.
Puis, d'après l'équation (II-22), il serait nécessaire de résoudre un système à chaque incrément de temps, si **M** était une matrice pleine. On s'affranchit de cette difficulté en utilisant une matrice de masse concentrée, diagonale.
Enfin, il apparaît que $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ dépend de $\dot{\mathbf{u}}_t$ qui lui-même s'exprime en fonction de $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$:

$$\dot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{1+2\beta_2}\left((2\beta_2-1)\dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} - \frac{2(1-\beta_2)}{\Delta t}\mathbf{u}_{t-\Delta t} + \frac{2(1-2\beta_2)}{\Delta t}\mathbf{u}_t + \frac{2\beta_2}{\Delta t}\mathbf{u}_{t+\Delta t}\right) \qquad \text{(II- 23)}$$

Pour palier ce problème, on remplace $\dot{\mathbf{u}}_t$ par $\dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{\Delta t}{2}}$ dans l'équation II-17. Comme la méthode d'intégration temporelle est explicite, avec des pas de temps très faibles, cette opération a un effet négligeable sur les résultats obtenus.

II-4.2.2. Condition de stabilité du schéma

Contrairement aux schémas implicites, les schémas explicites ne sont pas inconditionnellement stables. Ils doivent satisfaire la condition de Courant qui, pour un système non amorti, s'exprime ainsi :

$$\Delta t < \frac{2}{\omega_{\max}} \qquad \text{(II- 24)}$$

où $\omega_{\max}$ est la pulsation propre maximale du système. On approxime cette limite de stabilité en considérant que le pas temps critique est celui que met une onde de compression pour parcourir le plus petit élément du système. Ce pas de temps critique vaut :

$$\Delta t_c = \frac{l_{\min}}{C_L} \quad \text{avec} \quad C_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad \text{(II- 25)}$$

avec C_L la célérité de l'onde de compression et $l_{\min}$ la longueur du plus petit élément de poutre considéré. Dans le cas d'un système amorti, il est nécessaire de corriger ce pas de temps critique :

$$\Delta t < \frac{2}{\omega_{\max}}\left(\sqrt{1+\eta_{\omega_{\max}}{}^{2}} - \eta_{\omega_{\max}}\right) \qquad \text{(II- 26)}$$

Avec $\eta_{\omega_{\max}}$ (< 1) le taux d'amortissement correspondant à la pulsation $\omega_{\max}$.

II-4.3. Algorithme mis en place

Pour le système étudié (figure II-1), on définit un nœud esclave (nœud situé au point C appartenant à Ω_1) et des segments maîtres (sur Ω_2) qui potentiellement peuvent être en contact avec le nœud esclave durant le calcul.

A chaque incrément de temps Δt, dans un premier temps, les coordonnées $\mathbf{x}_{t+\Delta t*} = \mathbf{x}_t + \mathbf{u}_{t+\Delta t*} - \mathbf{u}_t$ des noeuds appartenant à la surface de contact (de Ω_1 et de Ω_2) sont calculées en supposant que les forces de contact $\boldsymbol{\lambda}_t$ sont nulles.

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{t+\Delta t*} = \mathbf{M}^{-1}\frac{\Delta t^2(1+2\beta_2)}{2}\left(\mathbf{f}_t - \mathbf{K}\mathbf{u}_t - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{\Delta t}{2}}\right) \\ + \Delta t(2\beta_2 - 1)\dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} - 2(1-\beta_2)\mathbf{u}_{t-\Delta t} + (3-2\beta_2)\mathbf{u}_t\end{aligned} \qquad \text{(II- 27)}$$

La projection du nœud esclave sur le domaine défini par les segments maîtres de Ω_2 permet de savoir si le noeud esclave de Ω_1 a pénétré ou non Ω_2 (Figure II-10).

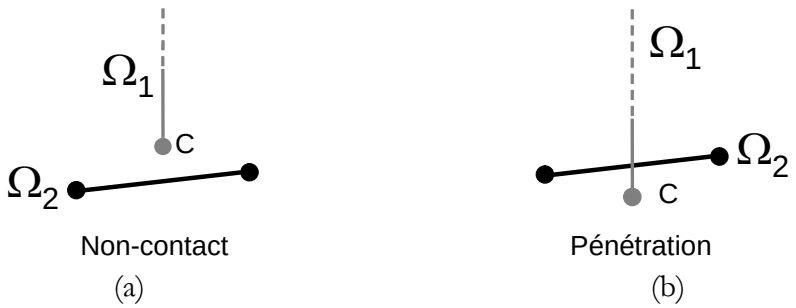


Figure II - 10 : Pénétration (b) ou non (a) du segment maître par le nœud esclave au temps $t + \Delta t$ *

Si le nœud esclave n'a pas pénétré un des segments maîtres de Ω_2 (figure II-10(a)), la matrice $\mathbf{G}_{t+\Delta t}$ et le vecteur des forces de contact du noeud esclave $\boldsymbol{\lambda}_t$ sont nuls. Les

coordonnées $\mathbf{x}_{t+\Delta t}$ des nœuds (esclave et maîtres) appartenant à la surface de contact sont égales aux coordonnées $\mathbf{x}_{t+\Delta t*}$.

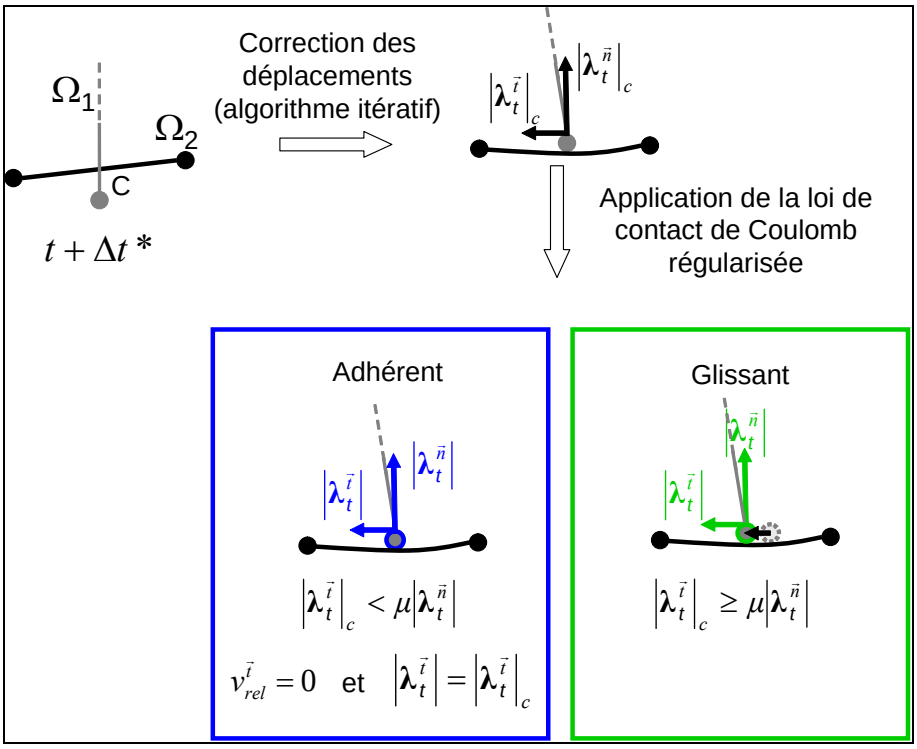


Figure II - 11 : Gestion du contact lorsqu'au temps $t+\Delta t*$ le nœud esclave à pénétré le segment maître.

Si le nœud esclave a pénétré un des segments maîtres de Ω_2 (figure II-10(b)), la matrice $\mathbf{G}_{t+\Delta t}$ et le vecteur des forces de contact du noeud esclave $\boldsymbol{\lambda}_t$ sont non nuls. La figure II-11 expose le processus mis en place pour la gestion du contact entre le nœud esclave et le segment maître. Les forces normale et tangentielle de contact ($|\boldsymbol{\lambda}_t^{\vec{n}}|_c$ et $|\boldsymbol{\lambda}_t^{\vec{t}}|_c$) permettant au noeud esclave d'être repositionné en contact sur le segment maître correspondant sont calculées. Les segments maîtres élémentaires sont décrits par deux nœuds et approximés par des splines bicubiques de continuité C^1. Le vecteur des forces de contact $\boldsymbol{\lambda}_t$ et les coordonnées $\mathbf{x}_{t+\Delta t}$ des nœuds appartenant à la surface de contact sont ensuite corrigés grâce à un algorithme itératif de résolution basé sur la méthode de Gauss – Seidel satisfaisant les conditions de contact définies dans l'équation (II-18).

Les coordonnées de tous les autres nœuds du système ainsi que les vitesses et accélérations de tous les noeuds du système sont ensuite calculées grâce aux équations (II-20, II-21, II-22 et II-23).

Cette méthode permet de calculer en fonction du temps toutes les grandeurs physiques (déplacements, vitesses, accélérations, forces de contact, statuts cinématique du nœud esclave, …). Pour les conditions limites imposées, l'étude de

stabilité du système passe par l'observation des vibrations des corps en contact et l'observation du statut cinématique du nœud esclave par rapport au segment maître. Lorsque le système est stable, le système ne vibre pas et localement le nœud esclave est en statut glissant. On parle d'équilibre glissant. Lorsque le système est instable, nous avons vu précédemment que l'instabilité de contact se manifeste par l'établissement de vibrations auto-entretenues (échelle des premiers corps) et par le changement de statut cinématique du nœud esclave (échelle du contact) passant successivement par les statuts cinématiques décollé, adhérent ou glissant.

II-5. Mise en place de l'analyse fréquentielle

L'analyse fréquentielle est une analyse linéaire de stabilité autour de la position d'équilibre glissant.

II-5.1. Gestion du contact

Dans le cadre de cette analyse linéaire, il n'est pas possible d'introduire le caractère non linéaire d'un contact frottant. La loi unilatérale du contact sera introduite par l'intermédiaire d'un ressort de raideur K_c introduit entre les deux nœuds (C et E) en contact (Fig. II-12). La loi de frottement adoptée est une loi classique de Coulomb avec un coefficient de frottement constant μ.

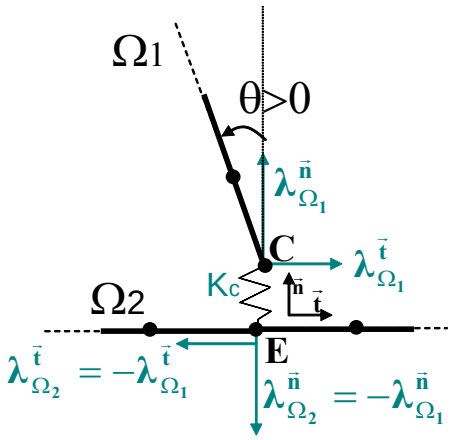


Figure II - 12 : Gestion du contact dans l'analyse fréquentielle. $\lambda^{\vec{n}}_{\Omega_1}$ et $\lambda^{\vec{t}}_{\Omega_1}$ représentent les forces de contact normale et tangentielle appliquée sur la poutre Ω_1.

La position d'équilibre statique $\mathbf{u}^{eq}$ est obtenue en posant $\dot{\mathbf{u}}^{eq} = \ddot{\mathbf{u}}^{eq} = \vec{0}$ et en résolvant :

$$\mathbf{K}\mathbf{u}^{eq} = \mathbf{f}_{ext} + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}(\mathbf{u}^{eq}) + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}(\mathbf{u}^{eq}) \qquad \text{(II- 28)}$$

avec $\mathbf{f_{ext}}$ le vecteur des forces nodales extérieures (comprenant la force F, figure II-1), $\boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}(\mathbf{u}^{eq})$ et $\boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}(\mathbf{u}^{eq})$ les forces nodales de contact normale et tangentielle. Celles-ci sont obtenues pour un état glissant des deux nœuds en contact.

$$\begin{cases} \lambda_{\Omega_1}^{\vec{n}}\left(\mathbf{u}^{eq}\right) = -\mathrm{K_c}\, g^{\vec{n}} \\ \lambda_{\Omega_1}^{\vec{t}}\left(\mathbf{u}^{eq}\right) = -\mu\left|\lambda_{\Omega_1}^{\vec{n}}\right|\mathrm{sgn}(v_{rel}^{\vec{t}}) \end{cases} \qquad \text{(II- 29)}$$

où $\lambda_{\Omega_1}^{\vec{n}}$ et $\lambda_{\Omega_1}^{\vec{t}}$ sont les valeurs des forces normale et tangentielle de contact sur la poutre Ω_1, $\mathrm{K_c}$ la raideur de contact, $g^{\vec{n}}$ le déplacement relatif suivant $\vec{n}$ des deux poutres au niveau du contact, μ le coefficient de frottement de Coulomb, $v_{rel}^{\vec{t}}$ la vitesse tangentielle relative macroscopique.

Etant donné que la matrice de raideur $\mathbf{K}$ est linéaire et que le contact est ponctuel, le calcul de position d'équilibre glissant n'est pas nécessaire. En effet, on souhaite étudier sa stabilité. Pour cela, on se place autour de cette position d'équilibre :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{eq} + \mathbf{u}^{p}. \qquad \text{(II- 30)}$$

En supposant que pour une petite perturbation de la position d'équilibre, l'état cinématique du contact reste glissant, l'équation (II-28) devient :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{p} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{p} + \mathbf{K}\mathbf{u}^{p} + \mathbf{K}\mathbf{u}^{eq} = \mathbf{f_{ext}} + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}(\mathbf{u}^{eq} + \mathbf{u}^{p}) + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}(\mathbf{u}^{eq} + \mathbf{u}^{p}). \qquad \text{(II- 31)}$$

D'où

$$\begin{aligned} &\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{p} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{p} + \mathbf{K}\mathbf{u}^{p} = \ldots \\ &\boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}(\mathbf{u}^{p}) + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}(\mathbf{u}^{p}) + \underbrace{\mathbf{f_{ext}} + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}(\mathbf{u}^{eq}) + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}(\mathbf{u}^{eq}) - \mathbf{K}\mathbf{u}^{eq}}_{=0}. \end{aligned} \qquad \text{(II- 32)}$$

On obtient ainsi l'équation:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{K}\mathbf{u}^{\mathbf{p}} = \boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}(\mathbf{u}^{\mathbf{p}}) + \boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}(\mathbf{u}^{\mathbf{p}})$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}} + \mathbf{K}^{\mathbf{c}}\,\mathbf{u}^{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \qquad \text{(II- 33)}$$

où $\mathbf{K^c}$ est une matrice non-symétrique dépendant du coefficient de frottement μ. Cette propriété de $\mathbf{K^c}$ implique une possible instabilité du système. L'analyse de stabilité du système s'effectuera au moyen d'une analyse aux valeurs propres complexes du système.

II-5.2. Calcul des valeurs et des vecteurs propres

Pour étudier la stabilité de la position d'équilibre, les valeurs propres complexes du système (II-33) sont calculées.

- **<u>Résolution sans amortissement</u>** :

En considérant le système sans amortissement et en posant $\mathbf{u^p} = \overline{\mathbf{u}}\, e^{(jst)}$, on obtient à partir de l'équation (II-33) le système suivant :

$$\left(\mathbf{K^c} - s^2\mathbf{M}\right)\overline{\mathbf{u}} = 0 \qquad \text{(II- 34)}$$

On calcule les valeurs propres $\varphi_k = -s_k{}^2$, avec $s_k = \omega_k - j\eta_k\omega_k$. ω_k est la k^{ième} pulsation propre du système, représentant la partie réelle de s_k. Le taux d'amortissement η_k est défini par l'opposé du rapport de la partie imaginaire de s_k sur ω_k et lorsqu'il est négatif, $\mathbf{u^p}$ croit exponentiellement et l'équilibre glissant du système est instable.

- **<u>Résolution avec amortissement</u>** :

Si la matrice d'amortissement est non nulle, on pose $\mathbf{y} = \left\{\mathbf{u^p} \quad \dot{\mathbf{u}}^{\mathbf{p}}\right\}^T$ et l'équation (II-33) devient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & 0 \end{bmatrix}\dot{\mathbf{y}} + \begin{bmatrix} \mathbf{K^c} & 0 \\ 0 & -\mathbf{M} \end{bmatrix}\mathbf{y} = \mathbf{0} \qquad \text{soit} \qquad \mathbf{A}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{0} \qquad \text{(II- 35)}$$

En prenant $\mathbf{y} = \overline{\mathbf{y}}e^{rt}$, l'équation (II-33) devient $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\,\overline{\mathbf{y}} = -r\,\overline{\mathbf{y}}$. Ainsi, les valeurs propres φ_k de $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ sont les racines du problème vibratoire, complexes et conjuguées deux à deux que l'on peut écrire

$$r_k = -\varphi_k = -\eta_k\omega_k + j\omega_k \qquad \text{(II- 36)}$$

où ω_k est la k^{ième} pulsation propre du système, représentant la partie imaginaire de r_k. Le taux d'amortissement η_k est défini par le rapport de la partie réelle de r_k sur ω_k et lorsqu'il est négatif, $\mathbf{y}$ croit exponentiellement et, de même que précédemment, l'équilibre glissant du système est instable. En écrivant les valeurs propres du système

amorti de façon générale $r_k = \Re(r_k) + j\Im(r_k)$, avec $\Re(r_k)$ et $\Im(r_k)$ parties réelle et imaginaire de r_k, on observe deux types d'instabilités [MART 99]:

- **L'instabilité par divergence** : elle se caractérise par une solution exponentiellement croissante non oscillante et correspond à une perte de rigidité du système. Mathématiquement, elle a lieu lorsqu'une des valeurs propres du système possède une partie réelle positive et une partie imaginaire nulle (figure II-13 (a)).

- **L'instabilité par flottement** : elle se caractérise par une solution exponentiellement croissante oscillante et correspond à une coalescence de 2 modes en fréquence. Mathématiquement, elle a lieu lorsqu'une des valeurs propres du système possède une partie réelle positive et une partie imaginaire non nulle (figure II-13 (b)).

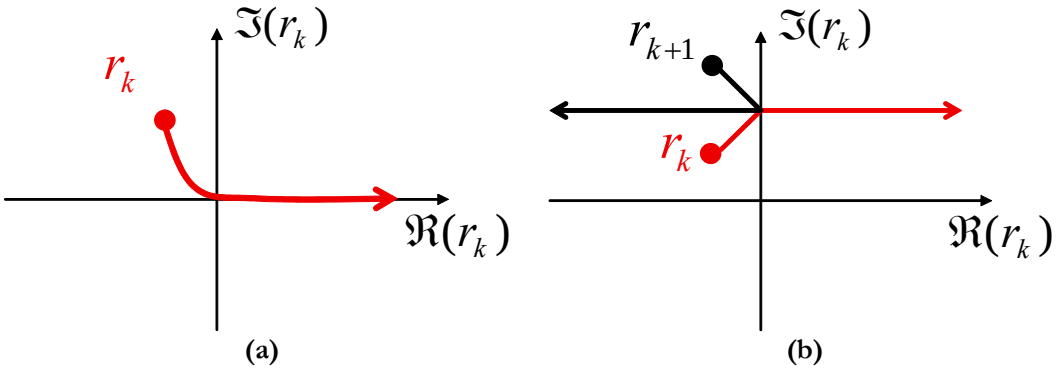


Figure II - 13 : Illustration de l'instabilité par divergence (a) et de l'instabilité par flottement (b).

Chapitre III : Etude numérique

III-1. INTRODUCTION 81

III-2. ANALYSE TEMPORELLE 81

III-2.1. CONVERGENCE EN TEMPS ET EN MAILLAGE 82
III-2.1.1. CONVERGENCE EN TEMPS 82
III-2.1.2. CONVERGENCE EN MAILLAGE 83
III-2.2. ETUDE DES INSTABILITES 83
III-2.2.1. REGIME STABLE GLISSANT 83
III-2.2.2. INSTABILITES DE CONTACT 84
III-2.3. ETUDE PARAMETRIQUE 88
III-2.3.1. INFLUENCE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT 88
III-2.3.2. INFLUENCE DE LA VITESSE V 90
III-2.3.3. INFLUENCE DE LA FORCE F 91

III-3. ANALYSE FREQUENTIELLE 92

III-3.1. INSTABILITES PAR FLOTTEMENT 92
III-3.2. CONVERGENCE EN MAILLAGE ET INFLUENCE DE LA RAIDEUR DE CONTACT K_C 94
III-3.3. ETUDE DES INSTABILITES 96
III-3.4. ETUDE DES MATRICES DE MASSES ET RAIDEURS GENERALISEES 98
III-3.5. ETUDE PARAMETRIQUE 100
III-3.5.1. INFLUENCE DE L'ANGLE DE CONTACT θ 100
III-3.5.2. INFLUENCE DU POINT DE CONTACT 100

III-4. CONFRONTATION DES RESULTATS DES DEUX ANALYSES 101

III-4.1. CONFRONTATION SUR LE CAS DE REFERENCE μ=0.15 ET θ=5° 102
III-4.2. INFLUENCE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT 104
III-4.3. INFLUENCE DE L'ANGLE θ 105
III-4.4. INFLUENCE DU POINT DE CONTACT 106
III-4.5. CONCLUSIONS 106

III-1. Introduction

Cette partie porte sur l'étude numérique du système modèle présenté sur la figure II-1. Dans un premier temps, les résultats issus des analyses temporelle et fréquentielle sont exposés. Dans un deuxième temps, s'ensuivra une confrontation des deux analyses afin de dégager les éléments de cohérence et de divergence des résultats obtenus. Les caractéristiques du système étudié figurent dans le tableau III-1.

	Ω_1	Ω_2
Longueur	0.05m	0.15m
Epaisseur	0.01m	0.015m
Largeur	0.0015m	0.003m
Masse volumique (ρ)	7900 kg/m^3	7900 kg/m^3
Module d'Young (E)	185 GPa	185 GPa
Paramètre α_1	50 s^{-1}	50 s^{-1}
Paramètre α_2	$1\cdot10^{-8}$ s	$1\cdot10^{-8}$ s
Nombre d'éléments	30	90

Tableau III- 1 : Données du système étudié

Sont présentés les résultats numériques obtenus pour un angle θ de 5° et pour un contact entre les deux poutres se situant à 80mm de l'encastrement de la poutre Ω_2. Nous verrons, au § III-3, l'influence des ces deux paramètres dans le cadre de la confrontation des deux analyses.

III-2. Analyse temporelle

Les paramètres des simulations présentées sont donnés dans le tableau III-2. Les paramètres de maillage et de pas de temps ont été définis afin d'obtenir la convergence des résultats aussi bien en temps qu'en espace (III-2.1).

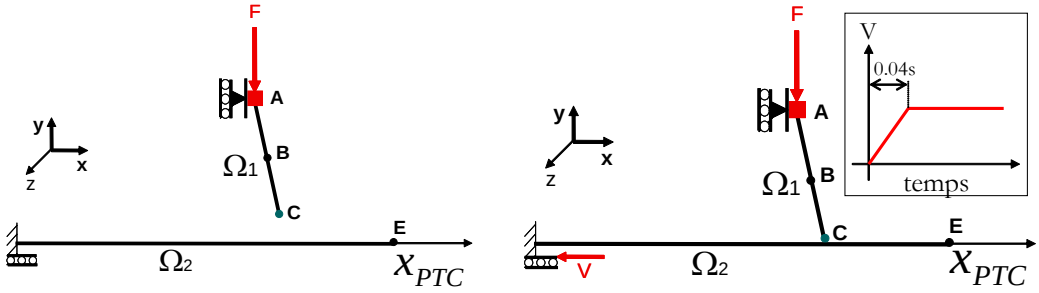
Force appliquée (F)	9 N
Vitesse appliquée (V)	0.002 m/s
Pas de temps (ΔT)	$2\cdot10^{-8}$ s
Amortissement numérique (β_2)	0.8
Vitesse de régularisation ($\hat{V}$)	0.002 m/s
Longueur de régularisation ($\hat{L}$)	2.10^{-10} m

Tableau III- 2: Paramètres des simulations temporelles présentées.

A l'instant initial, les poutres sont immobiles et ne sont pas en contact. Les simulations présentées se déroulent en deux étapes :

- Les deux poutres sont mises en contact en appliquant la force F (suivant y) sur Ω_1 (figure III-1(a)) ($t \in [0\text{s}; 0.4\text{s}]$).

- Lorsque les deux poutres en contact sont en équilibre statique, une rampe de vitesse V négative (suivant x) est appliquée à Ω_2 (figure III-1(b)) ($t > 0.4s$).



(a) $t \in [0\text{s}; 0.4\text{s}]$ **(b)** $t \in [0.4\text{s}; 1\text{s}]$

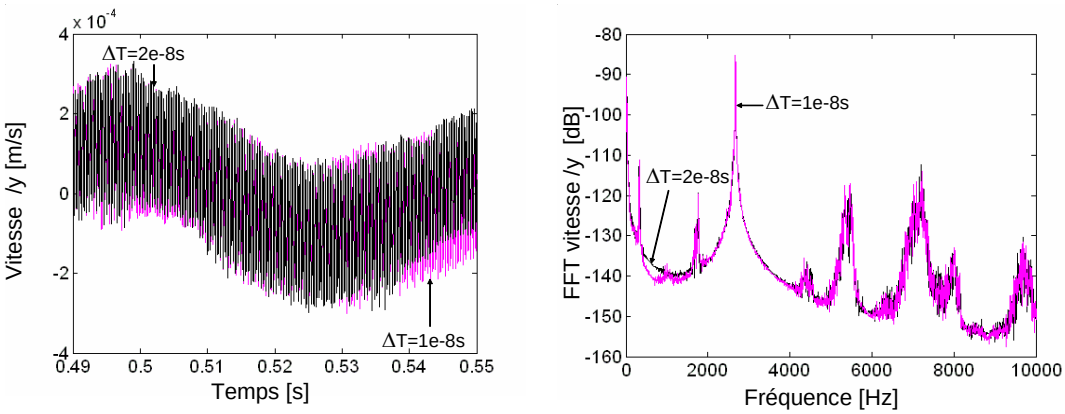
Figure III- 1 : (a) Phase I de la simulation, (b) Phase II de la simulation

III-2.1. Convergence en temps et en maillage

Avant de débuter l'étude des instabilités de contact, il est nécessaire de s'assurer de la convergence en temps. Nous avons choisi de réaliser cette convergence sur les vibrations obtenues lors de la deuxième phase du calcul pour le cas de référence instable présenté au § III-2.2.2.

III-2.1.1. Convergence en temps

Le pas de temps critique calculé suivant l'équation (II-26) vaut 2.6e-7s.



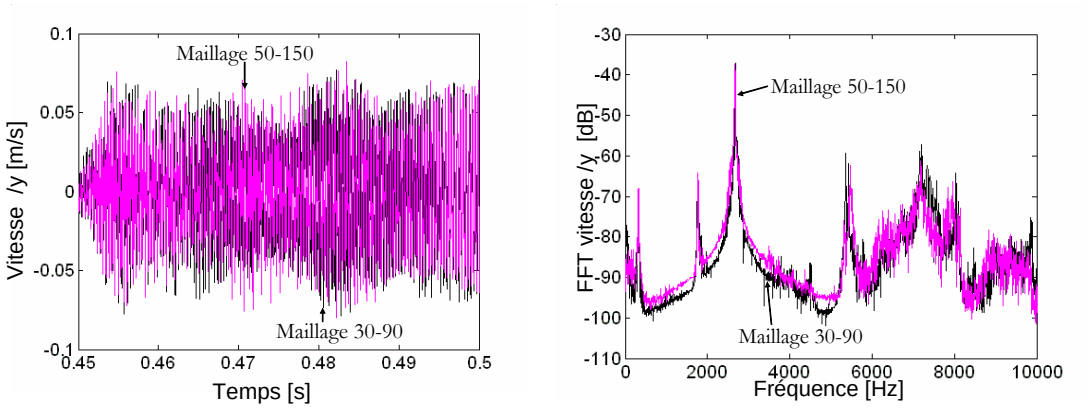
(a) **(b)**

Figure III- 2 : (a) Evolution de la vitesse suivant y du nœud A en fonction du temps et (b) transformée de Fourier correspondante pour des pas de temps ΔT = 1e-8s et ΔT = 2e-8s (résultats de la simulation temporelle pour μ = 0.15, θ = 5° et V = -2mm/s).

La figure III-2(a) présente la vitesse suivant y du nœud A en fonction du temps pour deux pas de temps. Les signaux obtenus sont des vibrations en phase et de même amplitude. La figure III-2(b) montre que les transformées de Fourier correspondantes sont identiques. Le pas de temps choisi (2e-8s) est donc suffisamment petit pour atteindre la convergence en pas de temps. Pour des pas de temps supérieurs, le calcul diverge rapidement.

III-2.1.2. Convergence en maillage

La figure III-3(a) présente la vitesse suivant y du nœud E en bout de poutre Ω_2 en fonction du temps pour deux maillages différents. De même que précédemment, les vibrations sont en phase et de même amplitude.



(a) **(b)**

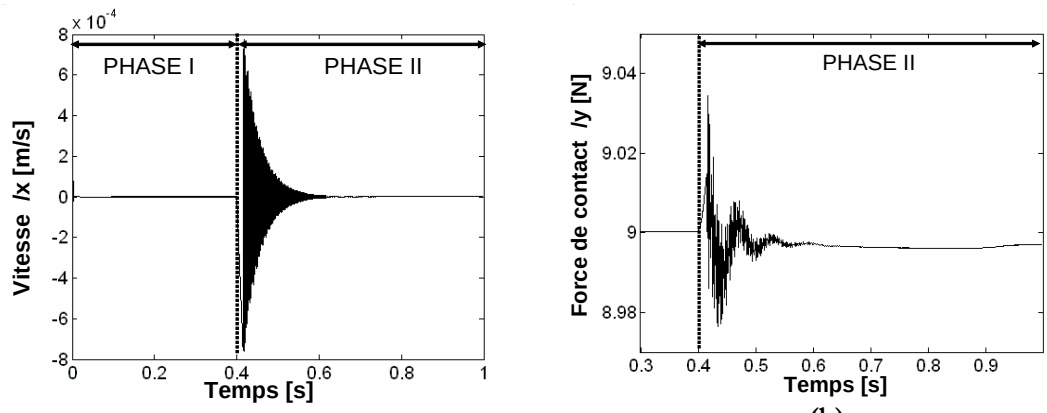
Figure III- 3 : (a) Evolution de la vitesse suivant y du nœud E en fonction du temps et (b) transformée de Fourier correspondante pour les maillages ($n_{\Omega_1} = 30$ et $n_{\Omega_2} = 90$) et ($n_{\Omega_1} = 50$ et $n_{\Omega_2} = 150$) (Résultats de la simulation temporelle pour μ = 0.15, θ = 5° et V = -2 mm/s).

La figure III-3(b) montre que les transformées de Fourier correspondantes sont identiques. La convergence en maillage est atteinte. Le maillage choisi ($n_{\Omega_1} = 30$ et $n_{\Omega_2} = 90$) est donc suffisamment fin pour cette application.

III-2.2. Etude des instabilités

III-2.2.1. Régime stable glissant

La figure III-4 présente la vitesse suivant x du nœud esclave (Point C) et la force de contact suivant y en fonction du temps pour un coefficient de frottement de 0.1 et une vitesse de -2mm/s. Lors de la mise en mouvement de Ω_2, un régime vibratoire transitoire de très faible amplitude se met en place et laisse rapidement place à un régime stable glissant.



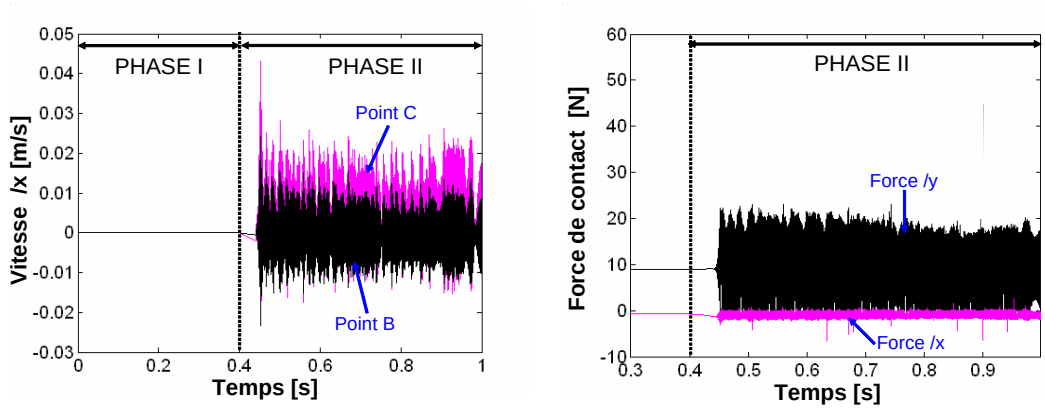
(a) (b)

Figure III- 4 : Résultats de la simulation temporelle pour μ = 0.1, θ = 5° et V = -2mm/s :(a) vitesse du nœud esclave (point C) et (b) force de contact suivant y en fonction du temps.

La vitesse du nœud esclave tend vers zéro et la force de contact suivant y tend vers 9N, valeur absolue de la force F imposée (cf tableau III-2). Les valeurs locales (aux nœuds) de vitesse et de force tendent vers les valeurs macroscopiques imposées.

III-2.2.2. Instabilités de contact

Lorsqu'on augmente le coefficient de frottement, le système passe d'un régime glissant stable à un régime d'instabilité de contact. Pour les paramètres définis dans les tableaux III-1 et III-2, le coefficient de frottement critique au dessus duquel l'instabilité est générée vaut 0.12. Les figures III-5(a) et (b) présentent la vitesse suivant x des nœuds B et C et les forces de contact suivant x et y en fonction du temps pour un coefficient de frottement de 0.15.



(a) (b)

Figure III- 5 : (a) Vitesse suivant x des points B et C et (b) forces de contact suivant x et y en fonction du temps (résultats de simulation temporelle pour μ = 0.15, θ = 5° et V = -2 mm/s)

Le phénomène d'instabilité de contact se traduit par un phénomène de vibrations auto-entretenues du système. L'amplitude des vibrations est beaucoup plus importante que dans le cas où le système est stable. Le régime de vibrations est périodique établi.

Ces vibrations auto-entretenues se manifestent par l'apparition d'ondes au niveau du contact : ces ondes sont du type adhérence–glissement (AG), adhérence–glissement–décollement (AGD) ou glissement-décollement(GD) [BAIL 05, LINC 04, MEZI 07, NGUY 03]. Il y a donc, localement, des variations du statut cinématique (adhérent, glissant, décollé) du nœud esclave par rapport à la surface de contact, ainsi que des variations de la force de contact (normale et tangentielle), des vitesses… L'analyse de ces variations permet de mettre en évidence différents phénomènes locaux relatifs aux instabilités de contact.

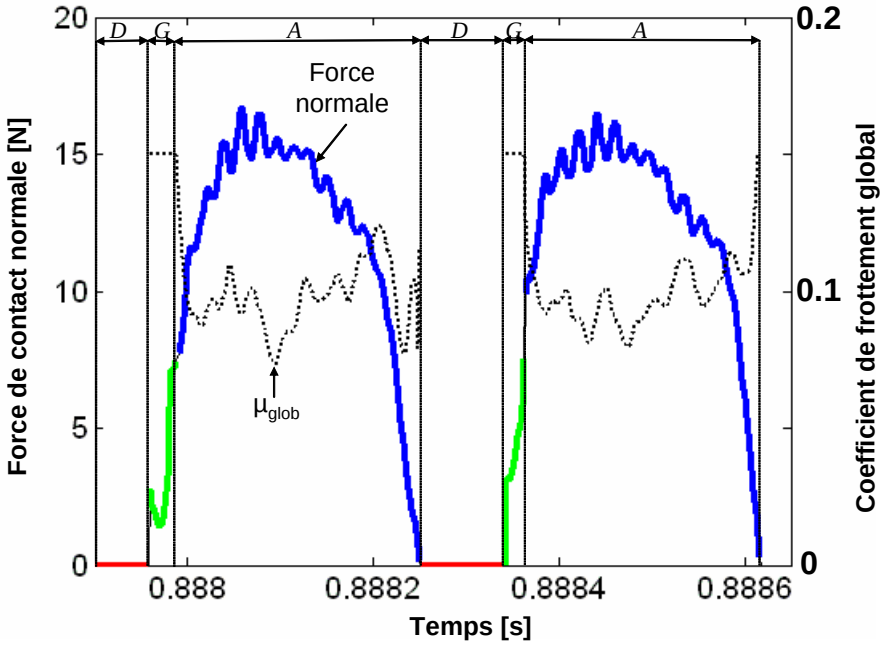


Figure III- 6 : Force de contact normale et coefficient de frottement « apparent » en fonction du temps pour deux périodes de vibrations. Statut cinématique du point C : (A) adhérent, (G) glissant et (D) décollé (résultats de simulation temporelle pour $\mu = 0.15$, $\theta = 5°$ et $V = -2$ mm/s).

La figure III-6 présente l'évolution de la force de contact normale et du coefficient de frottement « apparent » du contact en fonction du temps sur deux périodes d'instabilité. Le coefficient de frottement « apparent » est le rapport entre les forces tangentielle et normale de contact (équation (III-1)).

$$\mu_{apparent} = \left| \frac{\lambda^{\bar{t}}}{\lambda^{\bar{n}}} \right| \quad (\lambda^{\bar{n}} \neq 0) \qquad \text{(III-1)}$$

Même si les vibrations obtenues ne sont pas parfaitement périodiques (cf figures III-5(a) et (b)), les deux périodes de vibrations observées montrent des variations des forces de contact assez proches. Elles présentent toutes deux trois phases :

- Une phase de décollement : il n'y a pas contact entre les deux poutres, les forces de contact normale et tangentielle sont nulles.

- Une phase de glissement : les deux poutres sont en glissement relatif, avec $\left|\boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}\right| \approx \mu\left|\boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}\right|$. Le coefficient de frottement « apparent » est égal au coefficient de frottement local imposé ($\mu_{apparent} = 0.15$) (loi de coulomb régularisée, avec un temps de régularisation très faible).

- Une phase d'adhérence : les deux poutres sont en contact mais ont la même vitesse absolue. On a $\left|\boldsymbol{\lambda}^{\vec{t}}\right| < \mu\left|\boldsymbol{\lambda}^{\vec{n}}\right|$ et le coefficient de frottement « apparent » est inférieur au coefficient de frottement local imposé ($\mu_{apparent} < 0.15$).

Localement, la surface de contact a donc cycliquement le statut d'adhérence, de glissement et de décollement (AGD).

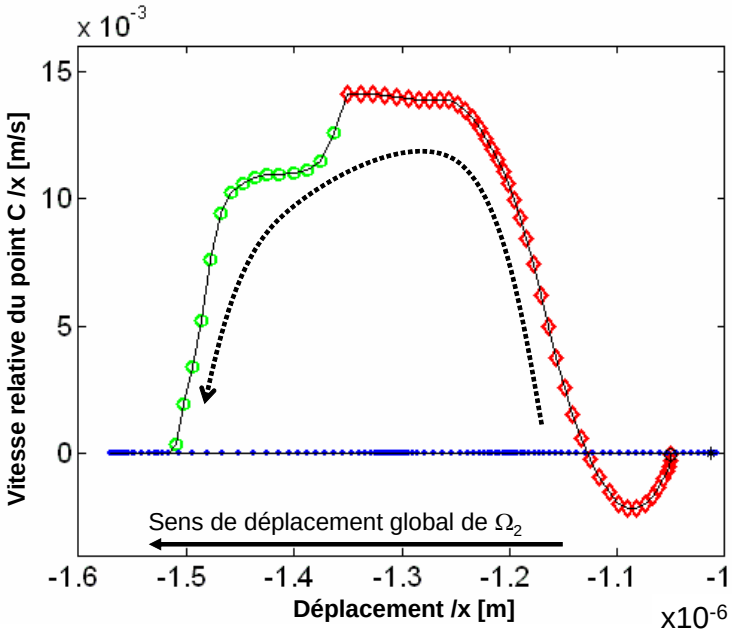


Figure III- 7 : Vitesse relative au niveau du contact suivant x en fonction du déplacement suivant x du point C, pour une période de vibrations. Statut cinématique du point C : (◇) décollé, (○) glissant (●) adhérent (résultats de simulation temporelle pour μ = 0.15, θ = 5° et V = -2 mm/s).

La figure III-7 présente la vitesse relative (locale) suivant x au niveau du contact en fonction du déplacement suivant x du nœud esclave (point C) sur une période de

vibrations. Cette dernière correspond à la première période de la figure III-7. On retrouve les trois phases précédentes où les nœud esclave a successivement les statuts: adhérent, glissant et décollé. Macroscopiquement, la poutre Ω_2 se déplace suivant les x négatifs, mais localement, la poutre Ω_2 vibre suivant les directions x et y, ce qui explique que le nœud esclave, durant sa phase d'adhérence se déplace dans un premier temps suivant les x négatifs (mouvement global imposé à Ω_2) puis vers les x positifs.

Pour les périodes observées, la force normale atteint 18N au lieu des 9N imposés globalement (figure III-6). De même, alors que la vitesse relative macroscopique est de -2mm/s, la vitesse relative locale peut atteindre plus de 15mm/s (Figure III-7). Les conditions au niveau du contact sont donc plus sévères. Les figures III-5(a) et (b) montrent qu'au cours du temps la force de contact peut atteindre 22N et la vitesse relative locale plus de 40mm/s.

La figure III-8 présente la transformée de Fourier des forces de contact suivant x et y. On observe une périodicité en fréquence (caractéristique du phénomène de crissement) dont la fréquence principale se trouve à 2700Hz. On retrouve, dans ce spectre, d'autres fréquences qui correspondent à des fréquences propres du système également excitées lors de l'instabilité. Notamment, la fréquence 7020 Hz apparaît clairement dans le spectre et correspond au mode propre ⑧ du système assemblée (cf § III- 3.3 et figure III-21(e)) dont la fréquence vaut 7180 Hz pour un coefficient de frottement nul.

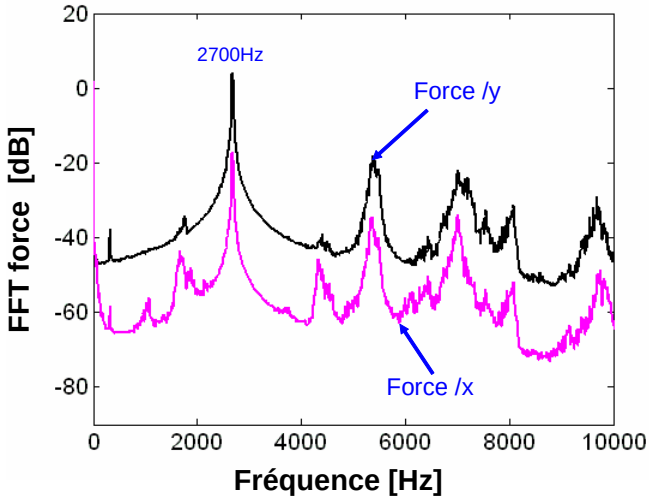


Figure III- 8 : Transformée de Fourier des forces de contact suivant x et y (résultats de simulation temporelle pour μ = 0.15, θ = 5° et V = -2 mm/s).

La figure III-9 présente les vecteurs vitesses de chaque nœud du système pendant l'instabilité à $t = 1s$. Cette représentation montre que le système vibre selon un mode (f = 2700Hz) de la structure assemblée (que l'on retrouvera dans l'analyse fréquentielle au §III-3.3), car Ω_2 présente des vibrations dont l'allure ne correspond

pas à celle d'un mode de poutre encastrée-libre. Les vibrations liées au crissement sont dues aux vibrations couplées des deux structures en contact [MURA 84]. Dans le cas présenté, l'amplitude des vibrations est du même ordre de grandeur pour les deux corps en contact.

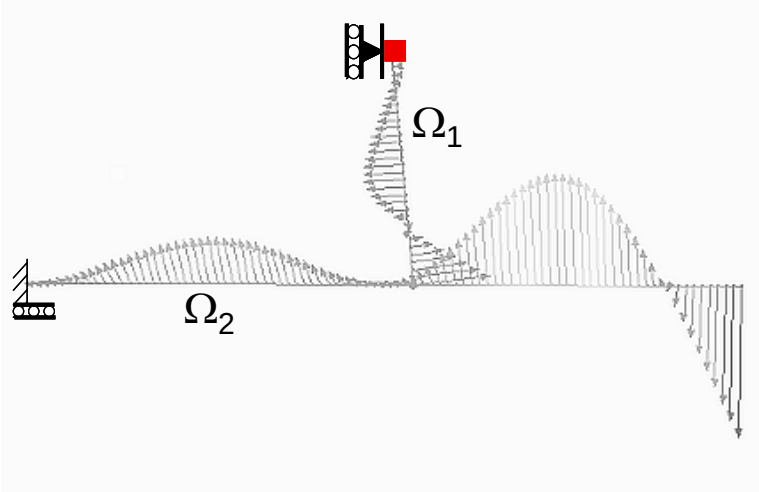
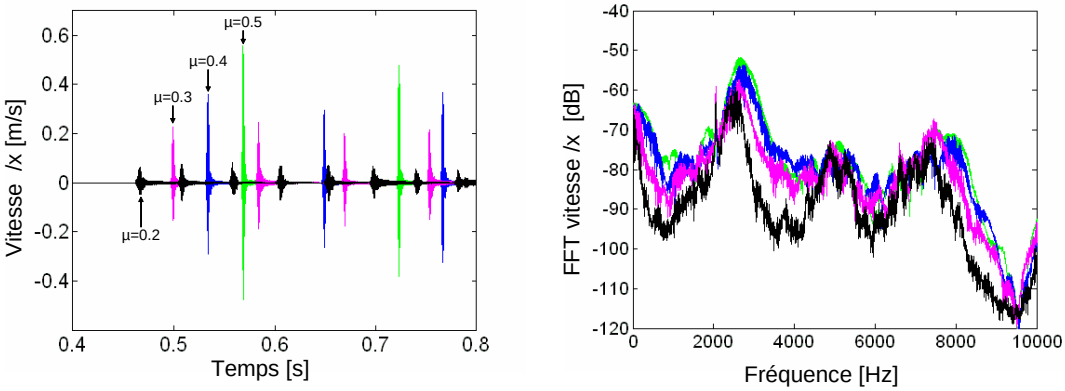


Figure III- 9 : Représentation des vecteurs vitesses des noeuds du système à *t*=1s (résultats de simulation temporelle pour μ = 0.15, θ = 5° et V = -2 mm/s).

III-2.3. Etude paramétrique

III-2.3.1. Influence du coefficient de frottement

Les figures III-10(a) et (b) présentent respectivement l'évolution de la vitesse suivant x du point B et la transformée de Fourier correspondante pour les coefficients de frottement de 0.2, 0.3, 0.4 et 0.5 (et V = -2mm/s, F=9N).



(a) **(b)**

Figure III- 10 : (a) Evolution en temps et (b) transformée de Fourier de la vitesse suivant x du nœud B pour μ=0.2 (——), μ=0.3 (——), μ=0.4 (——) et μ=0.5 (——) (résultats de simulations temporelles avec V= -2mm/s, θ = 5° et F = 9N)

Pour ces coefficients de frottement, le système est instable mais les vibrations obtenues ne sont pas continues contrairement à celles obtenues pour un coefficient de frottement de 0.15 (figure III-5). Lorsque le coefficient de frottement augmente, la vitesse relative maximale au contact est plus importante, passant d'environ 40mm/s à 560mm/s pour des coefficients de frottement respectifs de 0.15 et de 0.5. Pour les coefficients de frottement considérés, la fréquence fondamentale de l'instabilité observée est de 2700Hz (figure III-10(b)) (les différences de fréquences observées sur la figure III-10(b) sont de l'ordre d'une centaine de Hertz).

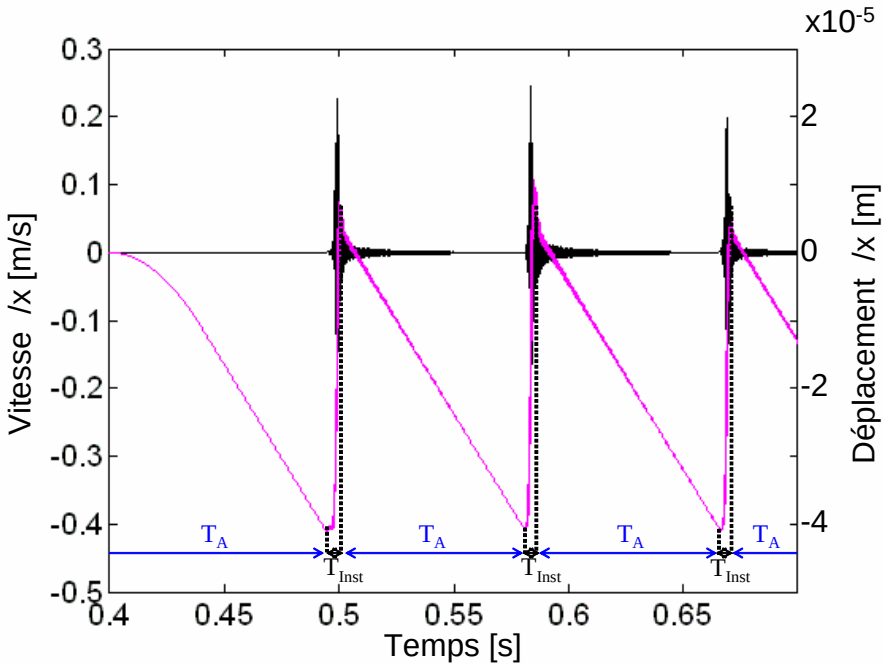


Figure III- 11 : (——) Vitesse et (——) déplacement suivant x du nœud B en fonction du temps pour μ=0.3 (résultats de simulation temporelle avec V= -2mm/s, θ=5° et F= 9N).

On se propose d'étudier localement ce phénomène d'instabilité de contact discontinue. La figure III-11 présente l'évolution de la vitesse et du déplacement suivant x du noeud B pour un coefficient de frottement de 0.3. Les déplacements enregistrés sont caractéristiques du phénomène de *stick-slip* [MILL 38], séparant deux phases.

- La première phase concerne celle où le système vibre peu ou pas du tout. Il s'agit d'une phase d'adhérence prolongée, pendant laquelle Ω_2 entraîne Ω_1 par adhérence. (Phase de *stick* [MILL 38] pendant un temps T_A). Plus le coefficient de frottement est important et plus cette phase est longue (cf figure III-10(a)).

- La seconde phase est une phase d'instabilité plus ou moins brève, pendant laquelle le système vibre (Phase de *slip* [MILL 38] pendant un temps T_{Inst}). On peut tout de même souligner qu'il ne s'agit pas de glissement pur mais

d'une succession de statuts adhérence-glissement-décollement tendant à replacer le nœud esclave (C) dans une configuration proche de l'état non déformé de Ω_1 (déplacements et vitesses suivant x pratiquement nulles).

La figure III-12 présente le rapport entre le temps d'adhérence prolongée (T_A) et le temps d'une période de l'instabilité en fonction du coefficient de frottement.

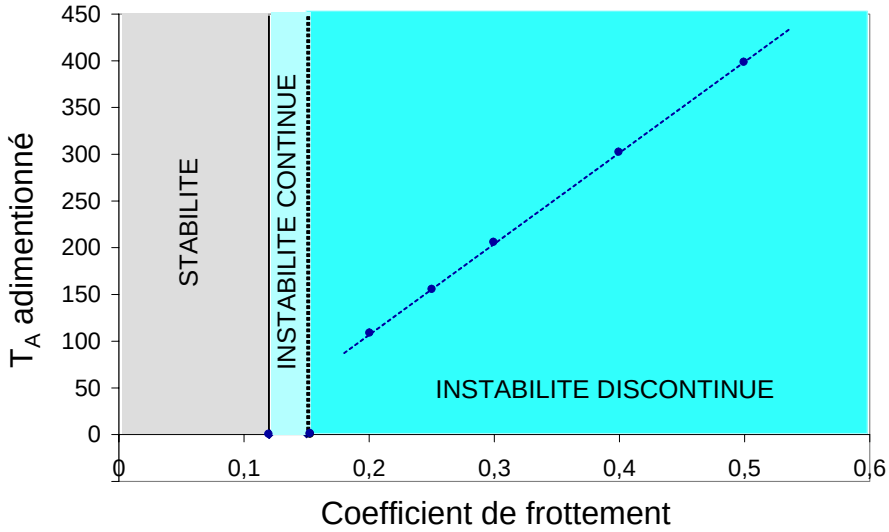


Figure III- 12 : (●) Temps T_A adimensionné par rapport à la période de l'instabilité (1/2700 s) en fonction du coefficient de frottement (résultats de simulations temporelles avec V= -2mm/s, θ=5° et F= 9N)

On détermine trois zones :

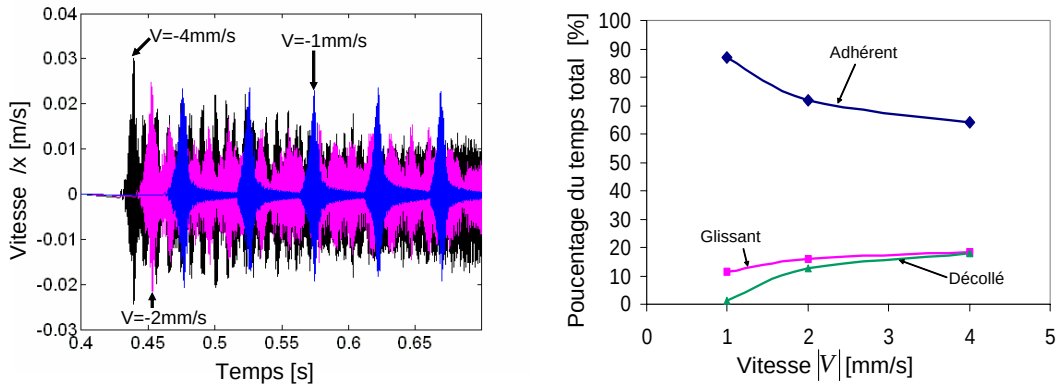
- une zone où le système est stable ($\mu \in [0,0.12[$),
- une zone où le système est instable, avec une instabilité « continue » (figures III-5(a) et (b)) ($\mu \in [0.12,0.15]$) pour laquelle le temps d'adhérence est inférieur (ou du même ordre de grandeur) à la période de l'instabilité, ce qui signifie que le système ne présente pas de phase d'adhérence prolongée (pas de phénomène de *stick-slip*) ;
- une zone où le système est instable, avec une instabilité « discontinue » (phénomène de *stick-slip*) (figures III-10) ($\mu \in]0.15,0.5]$) pour laquelle le temps d'adhérence (T_A) est proportionnel au coefficient de frottement.

III-2.3.2. Influence de la vitesse V

La figure III-13(a) présente l'évolution de la vitesse suivant x du noeud B pour des vitesses V de -1mm/s, -2mm/s et -4mm/s (et μ=0.15, F=9N). Le système est instable avec une fréquence d'instabilité autour de 2700Hz pour les trois vitesses

d'étude (cf § IV-3.2). Pour une vitesse V de -1mm/s, on retrouve le phénomène d'instabilité « discontinue » (*stick-slip*). La vitesse de translation imposée à Ω_2 détermine donc l'allure des vibrations, passant d'un phénomène d'instabilité de contact « discontinue » ($|V| < 1.5$ mm/s) à un phénomène d'instabilité de contact « continue » ($|V| > 1.5$ mm/s). Lorsque les vibrations sont discontinues ($|V| < 1.5$ mm/s), la durée moyenne de ces phases d'adhérence (T_A) est inversement proportionnelle à la vitesse macroscopique relative entre les deux poutres (voir § IV-3.2).

La figure III-13(b) présente le pourcentage du temps total où le nœud C a un statut cinématique adhérent, glissant et décollé par rapport à la surface maître en fonction de la vitesse. Lorsque la vitesse augmente, les temps d'adhérence diminuent alors que les temps de décollement et de glissement augmentent. Malgré des systèmes d'études et des phénomènes vibratoires assez différents, on retrouve les tendances générales de Linck [LINC 05] qui montre qu'en augmentant la vitesse, les ondes de contact AG deviennent des ondes de contact AGD puis GD.



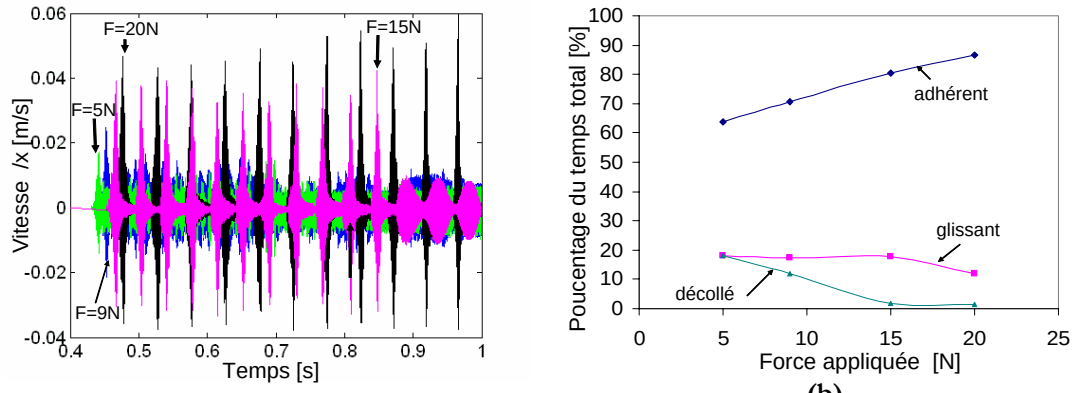
(a) **(b)**

Figure III- 13 : (a) Vitesse suivant x du nœud B pour trois valeurs de vitesse V et (b) pourcentage du temps total d'instabilité où le nœud C a un statut adhérent, glissant ou décollé en fonction de V (résultats de simulations temporelles avec μ= 0.15, θ=5° et F= 9N).

III-2.3.3. Influence de la force F

La figure III-14(a) présente l'évolution de la vitesse suivant x du noeud B pour des forces F respectivement de 5N, 9N, 15N et 20N (et μ=0.15, V=-2 mm/s). Le système est instable avec une fréquence d'instabilité de 2700Hz pour les quatre forces appliquées. En augmentant la force appliquée à 15N, les vibrations obtenues sont « discontinues » ou de type *stick-slip*. En effet, une augmentation de la force appliquée a le même effet sur le temps d'adhérence prolongé T_A qu'une diminution de la vitesse ou une augmentation du coefficient de frottement.

La figure III-14(b) présente le pourcentage du temps total où le nœud C a un statut cinématique adhérent, glissant et décollé par rapport à la surface maître, en fonction de la force F. Lorsque la force augmente, les temps d'adhérence augmentent alors que les temps de décollement et de glissement diminuent.



(a) **(b)**

Figure III- 14 : (a) Vitesse suivant x du nœud B pour quatre valeurs de la force F et (b) pourcentage du temps total d'instabilité où le nœud C a un statut adhérent, glissant et décollé, en fonction de F (résultats de simulations temporelles avec μ= 0.15, θ=5° et V= -2mm/s)

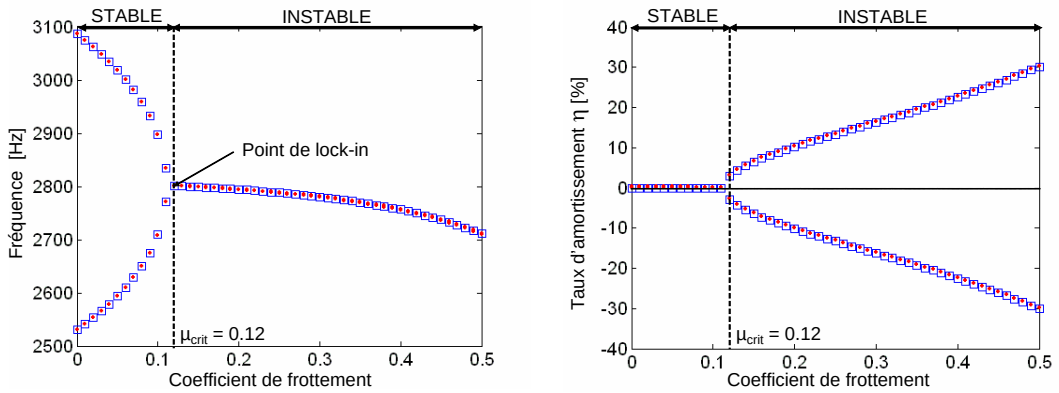
On retrouve également les tendances générales de Linck [LINC 05] qui montre qu'une augmentation de la force implique que les ondes de contact GD deviennent des ondes de contact AGD puis AG.

III-3. Analyse fréquentielle

III-3.1. Instabilités par flottement

Dans un premier temps, on souhaite définir et illustrer le phénomène d'instabilité de contact par flottement pour ce système. L'instabilité est étudiée en fonction du coefficient de frottement (paramètre de contrôle de l'étude).

Les figures III-15(a) et (b) présentent respectivement l'évolution de la fréquence $(\omega_i / 2\pi)$ et du taux d'amortissement (en %) en fonction du coefficient de frottement pour les modes ⑤ (f = 2530Hz à μ=0) et ⑥ (f = 3090Hz à μ=0). Pour un coefficient de frottement nul, les deux fréquences sont distinctes, le système est stable. Pour un coefficient de frottement critique d'instabilité de 0.12, on observe une coalescence de ces deux modes à la fréquence de 2800Hz. Parallèlement, le taux d'amortissement est négatif pour une des deux valeurs propres. Le système est donc instable par flottement pour $\mu \in [0.12\,;0.5]$ et 2800Hz est une fréquence d'instabilité potentielle du système.



(a) **(b)**

Figure III- 15 : (a) Evolution de la fréquence et (b) Evolution du taux d'amortissement en fonction du coefficient de frottement pour un système sans (□) et avec (●) amortissement structural.

Ces figures présentent les résultats avec ou sans introduction d'amortissement structural. L'introduction d'amortissement proportionnel de Rayleigh crée une dépendance à la fréquence considérée. Pour chaque mode propre, le taux d'amortissement structural (en pourcent) est donné par :

$$\eta_{[\mu=0]} = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1}{\omega} + \alpha_2\omega\right)\times 100 \qquad \text{(III-2)}$$

ω est la pulsation considérée, α_1 et α_2 des constantes données dans le tableau III-1. Par exemple, pour une fréquence de 2800Hz, le taux d'amortissement introduit est d'environ 0,23%. La présence du frottement modifie le taux d'amortissement des différents modes, ainsi le taux d'amortissement calculée grâce à l'équation (III-2) correspond au taux d'amortissement des modes obtenus avec un coefficient de frottement nul.

Lorsque l'amortissement structural est non nul, la coalescence des fréquences n'est pas parfaite et la courbe du taux d'amortissement η est décalée vers les valeurs positives. Par conséquent, l'ajout d'amortissement structural a pour effet de repousser l'instabilité vers des coefficients de frottement plus élevés. L'influence de l'amortissement modal a été étudiée expérimentalement par Massi et al [MASS 06c] et numériquement par Fritz et al [FRIT 07]. Ils montrent que l'introduction d'amortissement modal peut entraîner la disparition du crissement pour le mode amorti, mais peut parfois avoir pour conséquence d'augmenter le risque d'instabilité, notamment lorsque l'introduction d'amortissement est dissymétrique pour les deux corps en contact. Dans cette étude numérique, l'amortissement introduit est symétrique pour les deux corps et trop faible pour avoir une incidence visible sur le coefficient de frottement critique des fréquences instables.

La figure III-16 représente les valeurs propres dans le plan complexe. On retrouve deux valeurs propres distinctes à un coefficient de frottement nul. Elles se déplacent

parallèlement à l'axe des imaginaires jusqu'à une coalescence (le point de *lock-in*). En augmentant encore le coefficient de frottement, les deux valeurs propres se séparent : l'une franchit l'axe des imaginaires vers les η négatifs (valeur propre instable), et l'autre vers les η positifs (valeur propre stable).

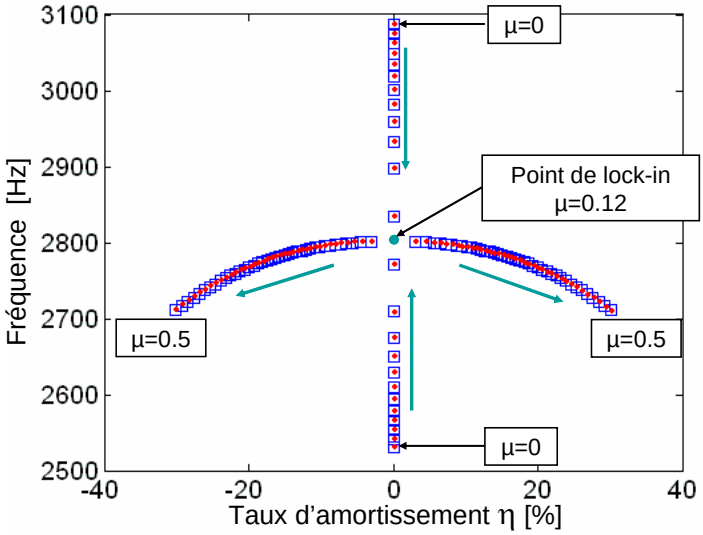


Figure III- 16 : Fréquence en fonction du taux d'amortissement pour $\mu \in [0\ ,\ 0.5]$. Valeurs obtenues sans (□) et avec (•) amortissement structural.

III-3.2. Convergence en maillage et influence de la raideur de contact K_c

Avant de réaliser l'analyse fréquentielle complète, il est nécessaire d'étudier la convergence en maillage et l'influence de la raideur de contact K_c.
Pour l'étude de la convergence en maillage, on se place dans un cas où le système est parfaitement stable. Le coefficient de frottement est fixé à 0.1. Les maillages étudiés sont reportés dans le tableau III-3.

	Nombre d'éléments de Ω_1	Nombre d'éléments de Ω_2
Maillage 1	10	30
Maillage 2	20	60
Maillage 3	**30**	**90**
Maillage 4	50	150
Maillage 5	100	300

Tableau III- 3 : Maillages testés pour la convergence en maillage.

La figure III-17 présente l'erreur commise sur la fréquence calculée par rapport au maillage 5 (maillage le plus fin). L'erreur est négligeable pour le maillage choisi dans la suite de l'étude (maillage 3). Dans un deuxième temps, la sensibilité à la valeur de la raideur de contact K_c a été étudiée. Les résultats sont présentés dans la figure III-18.

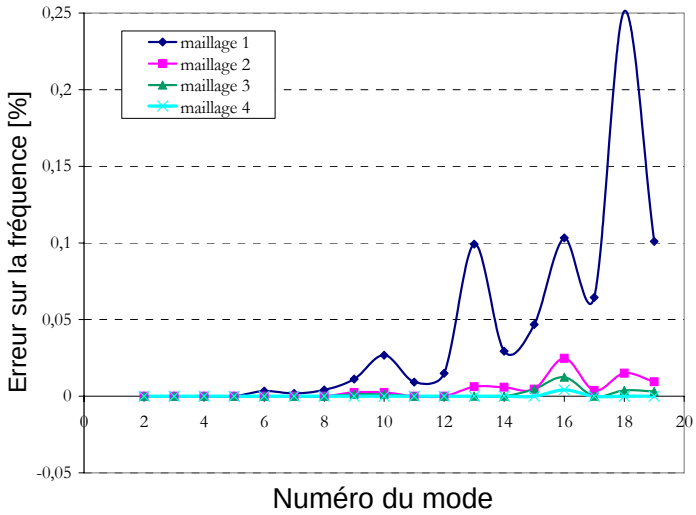
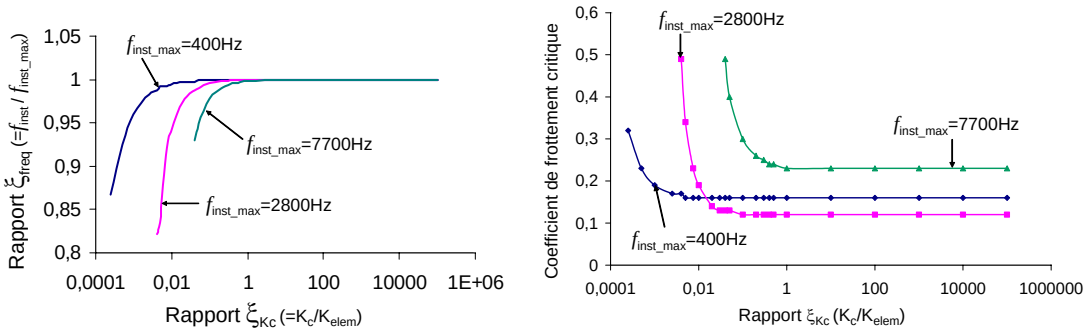


Figure III- 17 : Erreur relative sur la fréquence des 19 premiers modes de la structure calculés pour les différents maillages. L'erreur est calculée par rapport au maillage 5.



(a) **(b)**

Figure III- 18 : Influence de ξ_{Kc} (a) sur la fréquence à l'instabilité et (b) sur le coefficient de frottement critique d'instabilité pour chaque fréquence potentiellement instable (voir § III-3.3). ξ_{freq} représente le rapport entre la fréquence d'instabilité et la fréquence d'instabilité maximale (obtenue ici pour une valeur de ξ_{Kc} supérieure à 1)

On définit ξ_{Kc} comme étant le rapport entre la raideur de contact et la raideur élémentaire maximale du système. On étudie l'évolution de la fréquence d'instabilité (f_{inst}) et du coefficient de frottement critique d'instabilité pour les trois modes propres (f = 400, 2800, 7700Hz) concernés par l'instabilité en fonction de ce rapport. Pour des valeurs faibles de ξ_{Kc} $\left(\xi_{K_c} < 1\right)$, les résultats (domaine d'instabilité, fréquences propres) sont sensibles à ce paramètre. Dans les résultats présentés par la suite, le rapport ξ_{Kc} a été fixé à 10^5 ($K_c = 1.35 \cdot 10^{14}$ N/m). Pour cette valeur, le contact peut être considéré comme infiniment rigide. C'est l'hypothèse effectuée dans la modélisation du contact pour l'analyse temporelle. Afin de comparer les deux analyses, nous allons également nous placer dans cette hypothèse pour l'analyse fréquentielle.

III-3.3. Etude des instabilités

La figure III-19 présente l'analyse fréquentielle du système en fonction du coefficient de frottement. Dans le domaine fréquentiel considéré et pour des coefficients de frottement compris entre 0 et 0.5, on observe trois coalescences de modes (400Hz, 2800Hz et 7700Hz) à des coefficients de frottement critiques différents ($\mu_c^{400Hz} = 0.16$, $\mu_c^{2800Hz} = 0.12$ et $\mu_c^{7700Hz} = 0.23$).

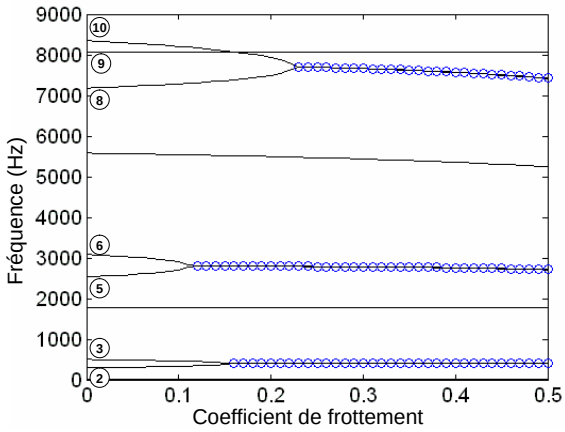


Figure III- 19 : Analyse fréquentielle numérique du système : évolution des 10 premières fréquences du système couplé Ω_1- Ω_2 par frottement en fonction du coefficient de frottement (θ = 5°). ○ Fréquences d'instabilité potentielle.

Le tableau III-4 présente les fréquences propres des poutres Ω_1, Ω_2, et du système Ω_1- Ω_2 couplées avec un coefficient de frottement nul.

Ω_1	Ω_2	Système Ω_1- Ω_2 avec μ =0
0 (mode de corps rigide)	104Hz (F1)	①17 Hz
469Hz (F1)	650Hz (F2)	②**290Hz** } Instable à μ=0.16 ③**500Hz** } f = 400 Hz
	1830Hz (F3)	④1780Hz
2940Hz (F2)	3580Hz (F4)	⑤**2530Hz** } Instable à μ=0.12 ⑥**3090Hz** } f = 2800 Hz
	5920Hz (F5) 8065Hz (T1)	⑦5580Hz ⑨8065Hz
8230Hz (F3)	8850Hz (F6)	⑧**7180Hz** } Instable à μ =0.23 ⑩**8350Hz** } f = 7700 Hz

Tableau III- 4 : Fréquences propres de Ω_1, de Ω_2 et du système Ω_1- Ω_2 couplées avec coefficient de frottement nul. (Fi = i^{ème} mode de flexion (cf figure III-20) et Ti =i^{ème} mode de traction).

Les dix premiers modes du système Ω_1- Ω_2 couplé (avec μ=0 et μ=0.1) sont représentés dans l'annexe A. La figure III-20 représente les modes de flexion d'une poutre encastrée-libre. Les modes du système Ω_1- Ω_2 couplé sont globalement des

combinaisons de modes de flexion et/ou de traction. Le mode ① est la combinaison du mode de corps rigide de Ω_2 et du premier mode de flexion de Ω_2. Les modes ④, ⑦ et ⑨ sont des modes principalement de Ω_2, proches des modes F3, F5 et T1 de la poutre Ω_2. Enfin, les modes ②, ③, ⑤, ⑥, ⑧ et ⑩ sont des combinaisons de modes des deux poutres (les modes ②et ③ sont principalement la combinaison F1-F2, ⑤et ⑥ F2-F4, ⑧ et ⑩ F3-F6).

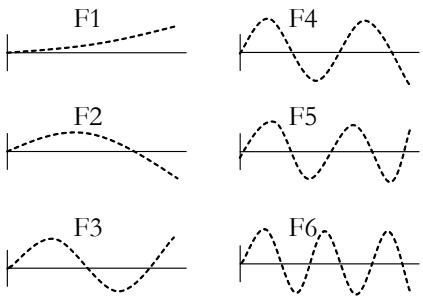
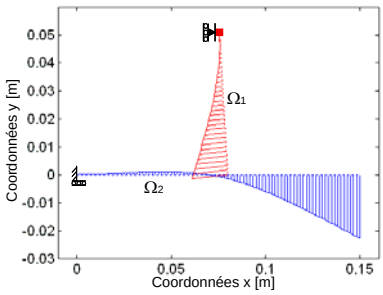
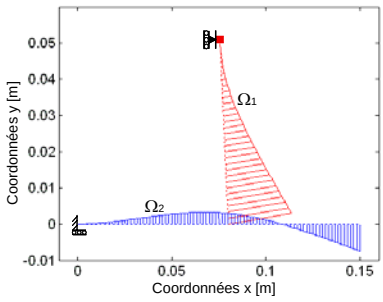


Figure III- 20 : Représentation des six premiers modes de flexion d'une poutre encastrée-libre.

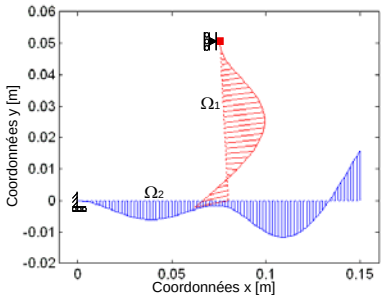
Les modes potentiellement instables (à partir d'un coefficient de frottement critique) sont représentés pour un coefficient de frottement nul dans la figure III-21. L'ensemble des 10 premiers modes du système sont représentés dans l'annexe A. Les coalescences de modes ont lieu entre deux modes qui sont non seulement proches en fréquence, mais qui ont également une forme similaire, c'est-à-dire qu'ils sont la même combinaison de modes des deux poutres prises séparément. A titre d'exemple, pour un coefficient de frottement nul, les modes ⑤ et ⑥ sont tous deux principalement une combinaison du deuxième mode de flexion (F2) de Ω_1 et du quatrième mode de flexion (F4) de Ω_2 (cf figures III-21(c) et (d)). La différence est un déphasage d'une demi-période (donc 180°) entre les deux modes F4 de la poutre Ω_2. Le couplage des vibrations normales et tangentielles au niveau du contact est également un paramètre important de la coalescence de modes liée à l'instabilité [MASS 06b]. En effet, le mode ⑨ (8070Hz à μ=0) est un mode de traction pure de Ω_2. Il présente un nœud de vibrations au point de contact et ne subit aucun couplage avec les modes ⑧ (7180Hz à μ=0) et ⑩ (8350Hz à μ=0), pourtant proches en fréquence.



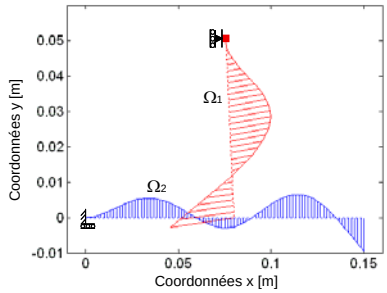
(a) Mode ②, fréquence de 290Hz



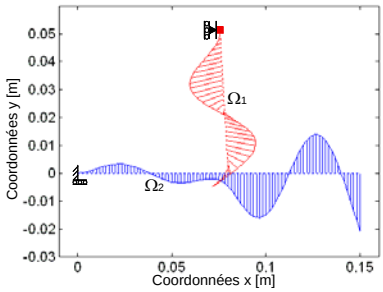
(b) Mode ③, fréquence de 500Hz



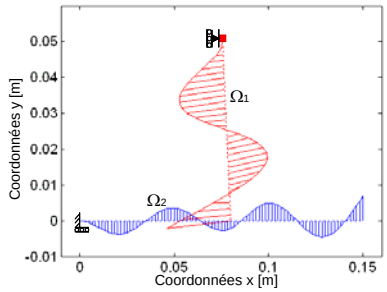
(c) Mode ⑤, fréquence de 2530Hz



(d) Mode ⑥, fréquence de 3090Hz



(e) Mode ⑧, fréquence de 7180Hz



(f) Mode ⑩, fréquence de 8350Hz

Figure III- 21 : Représentation des modes (a) ②, (b) ③, (c) ⑤, (d) ⑥, (e) ⑧ et (f) ⑩ pour un coefficient de frottement nul.

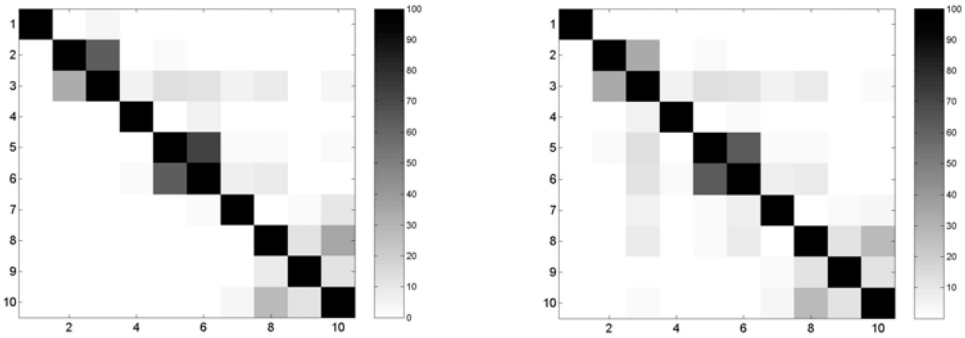
III-3.4. Etude des matrices de masses et raideurs généralisées

L'étude des matrices de masse et raideur généralisées est réalisée sur un système sans amortissement. L'étude complète est présentée dans l'annexe B. Soit $\mathbf{V^p}$ la matrice des vecteurs propres du système (II-33). Les expressions des matrices de raideur $\mathbf{Kg}$ et masse $\mathbf{Mg}$ généralisées sont :

$$\mathbf{Mg} = \mathbf{V^{pT}MV^p} \tag{III-3}$$

$$\mathbf{Kg} = \mathbf{V^{pT}K^cV^p} \tag{III-4}$$

Pour un coefficient de frottement nul, la matrice $\mathbf{K^c}$ est symétrique et les matrices $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ sont diagonales. Pour un coefficient de frottement non nul, la matrice $\mathbf{K^c}$ n'est plus symétrique et les vecteurs propres perdent leur orthogonalité. En conséquence, les matrices de masse et raideur généralisées ne sont plus diagonales. Les figures III-22(a) et (b) représentent les sous-matrices de $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ correspondant aux 10 premiers modes pour un coefficient de frottement de 0.1. Les termes extra diagonaux sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux. La matrice $\mathbf{Kg}$ n'est plus symétrique. $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ font clairement apparaître les couplages entre les modes mis en évidence au § III-2-3. En effet, les termes extra-diagonaux correspondant à ces modes (② et ③, ⑤ et ⑥, ⑧ et ⑩) sont plus élevés que pour les autres modes.



(a) **(b)**

Figure III- 22 : Sous-matrices (10x10) (a) de Kg et (b) de Mg à μ=0.1. Les termes sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux.

La figure III-23 représente l'évolution du déterminant des sous-matrices de raideur généralisée correspondant aux modes ② et ③, aux modes ⑤ et ⑥, et aux modes ⑧ et ⑩ en fonction du coefficient de frottement. Proche de l'instabilité du système (à μ=0.118), le déterminant ⑤ - ⑥ est nul, ce qui rend la matrice singulière et entraîne une perte de raideur du système pour les modes ⑤ et ⑥. C'est donc l'augmentation des termes extra-diagonaux qui fait tendre le système vers un système matriciel singulier et qui conduit à une perte d'impédance du système.

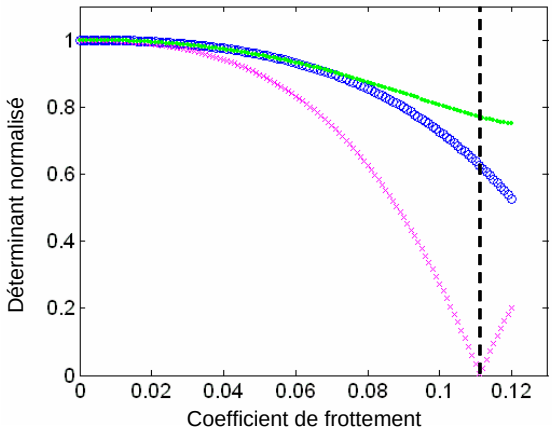


Figure III- 23 : Déterminant (normée par rapport au produit des termes diagonaux) de la sous-matrice 2x2 de Kg en fonction du coefficient de frottement correspondant aux modes ② et ③ (○), aux modes ⑤ et ⑥ (×) et aux modes ⑧ et ⑩ (•)

Le phénomène d'instabilité par flottement est relié à une perte de raideur de certains modes qui rend le système singulier. Le déterminant de la sous-matrice 2x2, correspondant à ces modes devenant instables, tend vers 0. Ces modes, dont les termes extra-diagonaux augmentent, correspondent aux modes affectés par le frottement, c'est-à-dire, aux modes présentant des déplacements importants au niveau du contact.

III-3.5. Etude paramétrique

Cette partie porte sur l'étude de l'influence de l'angle de contact θ et du point de contact x_{PTC} sur la stabilité du système.

III-3.5.1. Influence de l'angle de contact θ

La figure III-24 présente l'influence de l'angle de contact θ sur le coefficient de frottement critique des trois modes potentiellement instables.

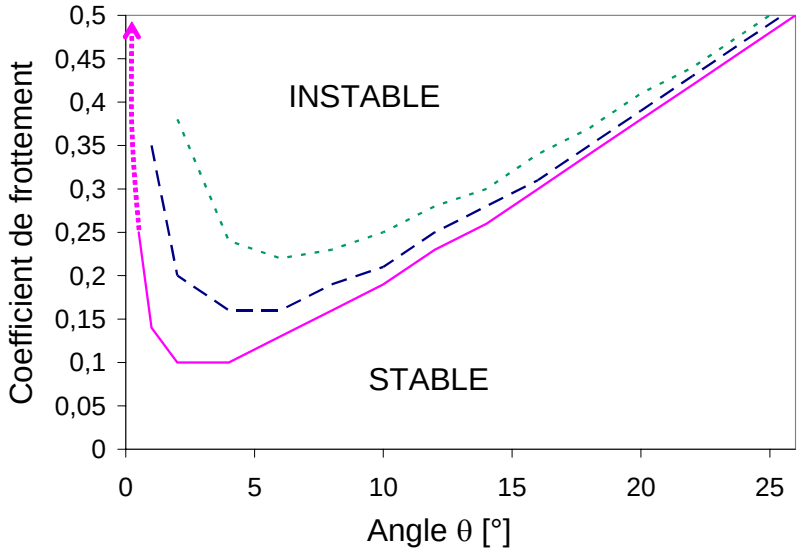


Figure III- 24 : Influence de l'angle θ sur les coefficients de frottement critique (– –) : μ_c^{400Hz}, (——) μ_c^{2800Hz} et (.....) μ_c^{7700Hz} .

Le domaine de stabilité du système est :

$$D_{stab}(\theta,\mu) = \{\forall \mu \ si \ \theta < 0\} \cup \{\mu \in [0; \mu_c^{2800Hz}] si \ \theta > 0\}. \qquad \text{(III-5)}$$

La valeur de l'angle θ est un paramètre primordial de l'instabilité et modifie directement le domaine de stabilité. Pour des angles négatifs, le système est stable quelque soit le coefficient de frottement. Pour des angles positifs, il existe un angle « optimal » (environ 3°) pour lequel le coefficient de frottement critique d'instabilité est minimal.

III-3.5.2. Influence du point de contact

La figure III-25 présente l'influence de l'abscisse du point de contact x_{PTC} sur le coefficient de frottement critique des trois modes potentiellement instables.

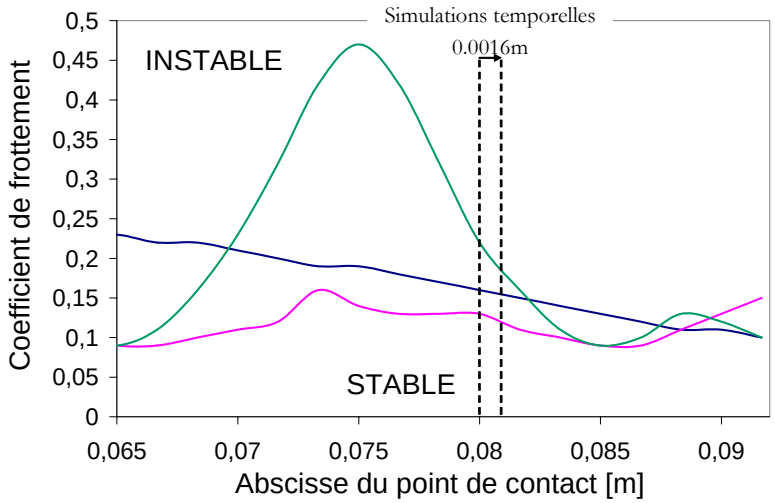


Figure III- 25 : Influence de l'abscisse du point de contact x_{PTC} sur les coefficients de frottement critique : (——) μ_c^{400Hz}, (——) μ_c^{2800Hz} et (——) μ_c^{7700Hz}.
Le système est stable pour $\mu < (\min(\mu_c^{400Hz}(x_{PTC}), \mu_c^{2800Hz}(x_{PTC}), \mu_c^{7700Hz}(x_{PTC}))$.

On ne considère ici qu'une zone restreinte de contact repérée sur la poutre Ω_2 ($0.065m < x_{PTC} < 0.095m$). Les variations du domaine de stabilité dues à la position du point de contact ne suivent pas de tendance générale, comme celles dues à la valeur de l'angle de contact. En effet, l'angle de contact agit sur le couplage des degrés de liberté normaux et tangentiels tout comme le coefficient de frottement. Le contact détermine l'allure des modes et les fréquences correspondantes dépendamment de sa position par rapport aux nœuds et ventres de vibrations des modes combinés de chaque poutre. Une variation de cette position n'a pas le même effet pour tous les modes et peut « rapprocher » ou « éloigner » les deux modes du couplage. C'est d'ailleurs toute la difficulté du phénomène d'instabilité de contact, où seul le coefficient de frottement et l'angle d'attaque du contact ont une tendance bien définie. Les autres paramètres (géométrie, matériau, conditions limites) du système sont influents, mais aucune tendance générale ne se dégage.

III-4. Confrontation des résultats des deux analyses

Avant de débuter la confrontation des résultats, il est nécessaire de souligner les différences de modélisation entre les deux analyses.

- Contrairement à l'analyse fréquentielle, l'analyse temporelle tient compte des non linéarités d'un contact frottant.

- L'analyse fréquentielle est une étude de stabilité réalisée autour d'une position d'équilibre glissant pouvant ne pas être physique. En effet, dans le cas où la position est instable, on ne peut obtenir cette position d'équilibre en simulant en temps le comportement. D'autre part, l'analyse fréquentielle

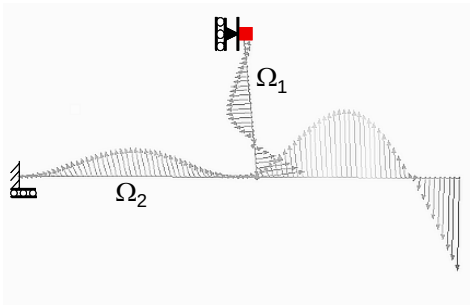
prend en compte les conditions limites, mais ne tient compte ni de la force F ni de la vitesse V. On a montré précédemment que ni la force F, ni la vitesse V ne changent les résultats sur la fréquence excitée lors de l'instabilité pour la gamme de vitesses et de forces macroscopiques étudiées. Ces paramètres seront respectivement fixés à 9N et à -2mm/s pour les simulations temporelles.

- Dans l'analyse fréquentielle, le point de contact est fixe, contrairement à l'analyse temporelle où le point de contact évolue à cause du déplacement de la poutre Ω_2. Durant les simulations temporelles, le point de contact entre les deux poutres s'est déplacé de 1.16 mm suivant x (cf figure III-25). Une étude sur l'influence du point de contact est effectuée au § III-3.5.2. Pour cette distance parcourue par le point de contact, les résultats de l'analyse fréquentielle ne présentent aucun changement notable qui pourrait fausser la confrontation entre les deux analyses.

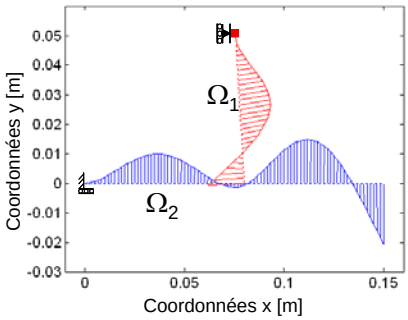
III-4.1. Confrontation sur le cas de référence μ=0.15 et θ=5°

A μ=0.15, les deux analyses donnent les mêmes résultats : une seule fréquence instable à 2700Hz pour l'analyse temporelle et à 2800Hz pour l'analyse fréquentielle. La faible différence de valeur de fréquence (moins de 4% d'erreur relative) vient de la différence de condition limite au niveau du contact. En effet, l'analyse fréquentielle impose un contact glissant permanent. Or, les simulations temporelles montrent que le nœud en contact a successivement des statuts cinématiques décollé, glissant et adhérent, ce qui explique cette différence. La condition de contact dans l'analyse fréquentielle, étant plus « contraignante », implique que la fréquence de vibrations du système est légèrement plus grande que celle obtenue dans l'analyse temporelle.

La représentation temporelle des vibrations du système (Fig. III-26(a)) pendant l'instabilité correspond au mode instable obtenu par l'analyse fréquentielle (Fig. III-26(b)).



(a) Résultats de simulation temporelle pour μ=0.15 et V=-2 mm/s



(b) Mode obtenu pour un coefficient de frottement de $\mu = \mu_c^{2800Hz} - 0.01$

Figure III- 26 : Comparaison du mode de vibrations obtenu par l'analyse temporelle (a) et du mode propre obtenu par l'analyse fréquentielle (b).

Le taux d'amortissement fréquentiel est le rapport des partie réelle et imaginaire de la valeur propre ⑤ et vaut -6.2%. Pour l'analyse temporelle, le taux d'amortissement est estimé à partir de la croissance exponentielle de l'amplitude de vibrations (figures III-27 et III-28).

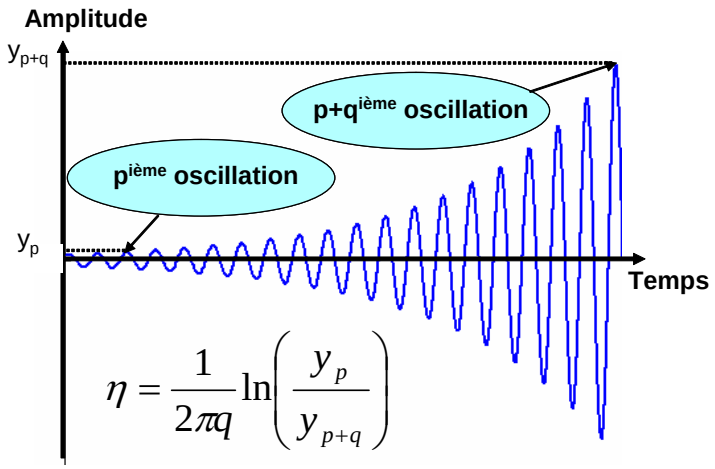


Figure III- 27 : Calcul du taux de croissance exponentielle ou du taux d'amortissement (négatif) de vibrations.

Les vibrations n'étant pas aussi régulières que dans la figure III-27, l'étude des *q* premières oscillations de la force de contact suivant y pendant la croissance exponentielle permet d'estimer le taux d'amortissement de ses vibrations. Pour cela, on trace le logarithme népérien de l'amplitude de chaque oscillation en fonction de q. Une droite de tendance permet d'estimer la valeur de η. On peut souligner que les coefficients d'amortissement $\eta_{\%}$ obtenus par les analyses fréquentielles (-6.2%) et temporelles (-5.7%) sont du même ordre de grandeur.

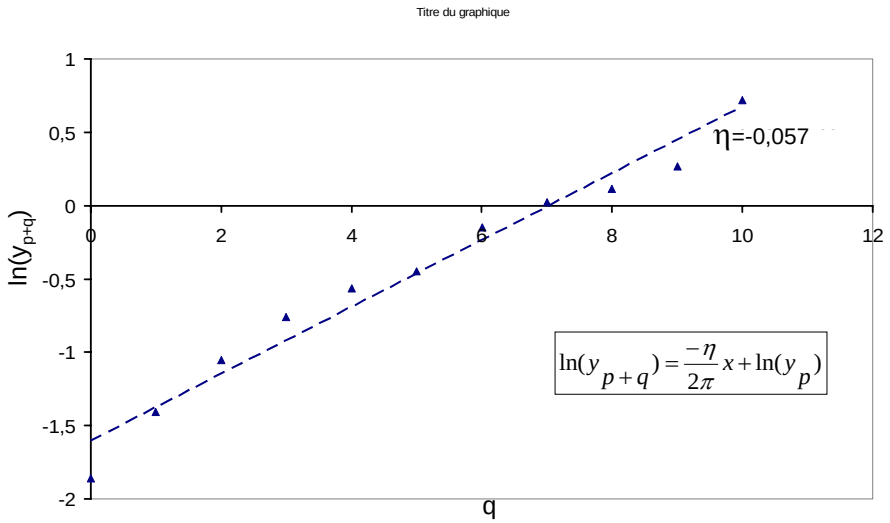


Figure III- 28 : Calcul du taux de croissance exponentielle des vibrations de la force de contact suivant y.

III-4.2. Influence du coefficient de frottement

Le tableau III-5 présente l'influence du coefficient de frottement sur les résultats donnés pour les deux analyses.

μ	Analyse fréquentielle	Analyse temporelle
0,1	STABLE	STABLE
0,11	STABLE	STABLE
0,12	2800Hz	2700Hz
0,15	2800Hz	2700Hz
0,2	2800Hz, 400Hz	2700Hz
0,25	2800Hz, 400Hz,7700Hz	2700Hz
0,3	2800Hz, 400Hz,7700Hz	2700Hz
0,4	2800Hz, 400Hz,7700Hz	2700Hz
0,5	2800Hz, 400Hz,7700Hz	2700Hz

Tableau III- 5 : Influence du coefficient de frottement sur la stabilité du système pour les analyses fréquentielle et temporelle. (Angle θ de 5°, V=-2 mm/s et F=9N (analyse temporelle))

L'instabilité du système est obtenue par les analyses fréquentielle (Fig.III-19) et temporelle à partir du même coefficient de frottement (μ=0.12). Pour des coefficients de frottement plus élevés (μ ≥ 0.2), l'analyse fréquentielle donne plusieurs fréquences potentiellement instables. Par exemple, à un coefficient de frottement de 0.25, d'après les résultats de l'analyse fréquentielle, trois fréquences sont potentiellement instables : 400Hz, 2800Hz et 7700Hz. Pour les conditions de fonctionnement données, les résultats des simulations temporelles indiquent que seul le mode à 2700Hz est excité lors des vibrations instables du système.

On pourrait penser que la valeur du taux d'amortissement des modes potentiellement instables est un bon indice pour déterminer le mode qui est excité en conditions réelles de fonctionnement. Autrement dit, le mode ayant le taux d'amortissement le plus élevé en valeur absolue serait le mode réellement excité. La figure III-29 présente le taux d'amortissement des modes ②, ⑤ et ⑧ en fonction du coefficient de frottement. A partir d'un coefficient de frottement de 0.17, le mode possédant le taux d'amortissement le plus élevé en valeur absolue est le mode ②. Pourtant ce n'est pas le mode d'instabilité que prédit l'analyse temporelle. En effet, pour des coefficients de frottement de 0.12 à 0.5, l'analyse temporelle prédit une instabilité du

système à la fréquence fondamentale de 2700Hz. Cet indice d'instabilité de l'analyse fréquentielle n'est pas en accord avec les résultats de l'analyse temporelle.

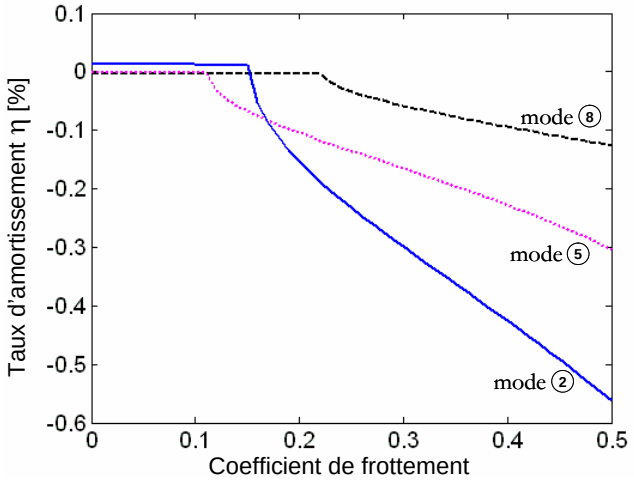


Figure III- 29 : Taux d'amortissement η pour les modes ②, ⑤ et ⑧ en fonction du coefficient de frottement.

III-4.3. Influence de l'angle θ

Des simulations temporelles ont été effectuées à μ=0.2 (valeur obtenue expérimentalement § IV-2.1.2) pour sept valeurs de θ (-10°, -5°, 0°, 5°, 10°, 12°, 15°). Les résultats de ces simulations temporelles sont comparés aux résultats obtenus par l'analyse fréquentielle dans le tableau III-6. Pour des angles négatifs ou nuls, aucune instabilité n'est détectée par les deux analyses. Pour un coefficient de frottement fixé à 0.2, le système est instable pour $\theta \in]0° ; 12°[$. Les deux analyses donnent donc un angle θ critique d'instabilité identique.

θ	Analyse fréquentielle	Analyse temporelle
-15	STABLE	STABLE
-10	STABLE	STABLE
-5	STABLE	STABLE
0	STABLE	STABLE
5	2800Hz, 400Hz	2700Hz
10	2750Hz	2650Hz
15	STABLE	STABLE

Tableau III- 6 : Résultats numériques issus des analyses fréquentielle et temporelle obtenus pour différentes valeurs de l'angle θ. Le coefficient de frottement est fixé à μ=0.2 (valeur du coefficient de frottement obtenu expérimentalement § IV-2.1.2) (V=-2 mm/s et F=9N (analyse temporelle)).

III-4.4. Influence du point de contact

Le tableau III-7 présente les résultats obtenus par les deux analyses pour 5 positions du point de contact. Les deux analyses donnent des coefficients de frottement critiques identiques ou très proches.

Dans le cas où l'analyse fréquentielle ne prédit qu'une seule fréquence potentiellement instable, l'analyse temporelle prédit l'instabilité de contact à la même fréquence. Dans ce cas, les deux analyses fournissent des résultats parfaitement cohérents.

x_{PTC}	Analyse fréquentielle		Analyse temporelle	
	μ_{crit}	fréquence(s)	μ_{crit}	fréquence(s)
0,065	0,09	2950Hz et 8200Hz	0,1	8200 Hz
0,07	0,11	2800 Hz	0,11	2800Hz
0,075	0,14	2750 Hz	0,14	2680 Hz
0,08	0,12	2800Hz	0,12	2700 Hz
0,085	0,09	2930Hz et 8200 Hz	0,1	8100 Hz

Tableau III- 7 : Résultats issus des analyses fréquentielle et temporelle obtenus pour différentes valeurs de l'abscisse du point de contact x_{PTC}. (Angle de 5°, V=-2 mm/s et F=9N (analyse temporelle))

Dans le cas où plusieurs fréquences sont prédites par l'analyse fréquentielle, une seule fréquence apparaît dans le spectre de vibrations du système obtenu par l'analyse temporelle. Les deux analyses, comme au § III-4.2, ne donnent pas le même nombre de fréquences d'instabilité. Néanmoins, les fréquences obtenues lors des simulations temporelles sont prédites instables par l'analyse fréquentielle ce qui montre une cohérence des résultats.

III-4.5. Conclusions

Les deux analyses fournissent des résultats cohérents.

- Les deux analyses prédisent un coefficient de frottement critique quasi identique pour les différents cas observés. L'analyse temporelle montre que le système vibre principalement selon un mode de la structure assemblée qui correspond au mode donné instable à la même fréquence par l'analyse fréquentielle.

- Les deux analyses montrent l'importance de l'angle θ et de la position du point de contact x_{PTC}. Elles prédisent des domaines de stabilité du système très proches.

On peut souligner la complémentarité des deux analyses. L'analyse temporelle fournit toutes les sorties physiques permettant de comprendre les phénomènes macroscopiques et microscopiques liés à l'instabilité de contact. L'analyse fréquentielle, par sa rapidité, facilite les études paramétriques. De plus, elle fournit une autre approche des résultats obtenus et apporte des renseignements complémentaires à l'analyse temporelle (allure des modes, notion de couplage …)

Cependant, dans certains cas de calcul, l'analyse fréquentielle indique que plusieurs fréquences peuvent être potentiellement instables. L'analyse temporelle montre que lors de l'instabilité de contact, le système vibre à une seule fréquence principale. Le critère basé sur la valeur (absolue) du taux d'amortissement n'est pas en accord avec les résultats de l'analyse temporelle. C'est pourquoi une validation expérimentale est nécessaire afin d'appuyer les résultats numériques.

Chapitre IV : Validation expérimentale

IV-1. INTRODUCTION 111

IV-2. ETUDE EXPERIMENTALE PRELIMINAIRE ET DEFINITION D'UNE DEMARCHE EXPERIMENTALE 113

IV-2.1. CONDITIONS DE CONTACT 113
IV-2.1.1. SURFACES DE CONTACT 113
IV-2.1.2. COEFFICIENT DE FROTTEMENT 114
IV-2.2. ETUDE DE LA DYNAMIQUE DU SYSTEME 114
IV-2.2.1. ETUDE DE LA DYNAMIQUE DE LA POUTRE Ω_2 SEULE 114
IV-2.2.2. ETUDE DE LA DYNAMIQUE DU SYSTEME A L'ARRET 116
IV-2.2.3. MISE EN MOUVEMENT DE LA POUTRE Ω_2 $(V \neq 0)$ 118

IV-3. ETUDE DES VIBRATIONS LORSQUE LA POUTRE Ω_2 EST EN TRANSLATION 118

IV-3.1. CAS DE REFERENCE (μ = 0.2, θ = 5°, V = -2MM/S, F = 9N) 119
IV-3.2. INFLUENCE DE LA VITESSE (μ = 0.2, θ = 5°, F = 9N) 120
IV-3.3. INFLUENCE DE L'ANGLE θ 123
IV-3.4. CONCLUSIONS 125

IV-4. ETUDE EXPERIMENTALE DE L'EVOLUTION DES SURFACES DE CONTACT 125

IV-4.1. OBSERVATION DES SURFACES DE CONTACT 126
IV-4.2. INFLUENCE DES SURFACES DE CONTACT SUR LES VIBRATIONS OBTENUES 129
IV-4.2.1. EVOLUTION DES VIBRATIONS EXPERIMENTALES 129
IV-4.2.2. EVOLUTION DES SURFACES DE CONTACT 131
IV-4.2.3. CONCLUSIONS 136

IV-5. BILAN DE L'ETUDE EXPERIMENTALE 137

IV-1. Introduction

Dans cette partie, nous souhaitons valider les résultats et les principales tendances prédites par les deux analyses numériques exposées précédemment (chapitre III).

Pour cela, le banc présenté sur la figure IV-1 est utilisé. La poutre Ω_1 (1) est bloquée en translation selon x et en rotation selon z mais « libre » selon y. L'application physique de ces conditions limites impose la présence d'un support (3) qui modifie la dynamique du système (ce support est modélisé par une masse concentrée de 3kg dans les simulations numériques). Le support de l'ensemble Ω_1-support peut pivoter autour d'un axe solidaire du bâti (7). La force verticale F est appliquée par l'intermédiaire d'un poids (5).

La poutre Ω_2 (2) est encastrée-libre et repose sur un support coulissant par rapport au bâti. Un système vis-écrou (4) entraîné par un moteur (8) permet de translater ce support.

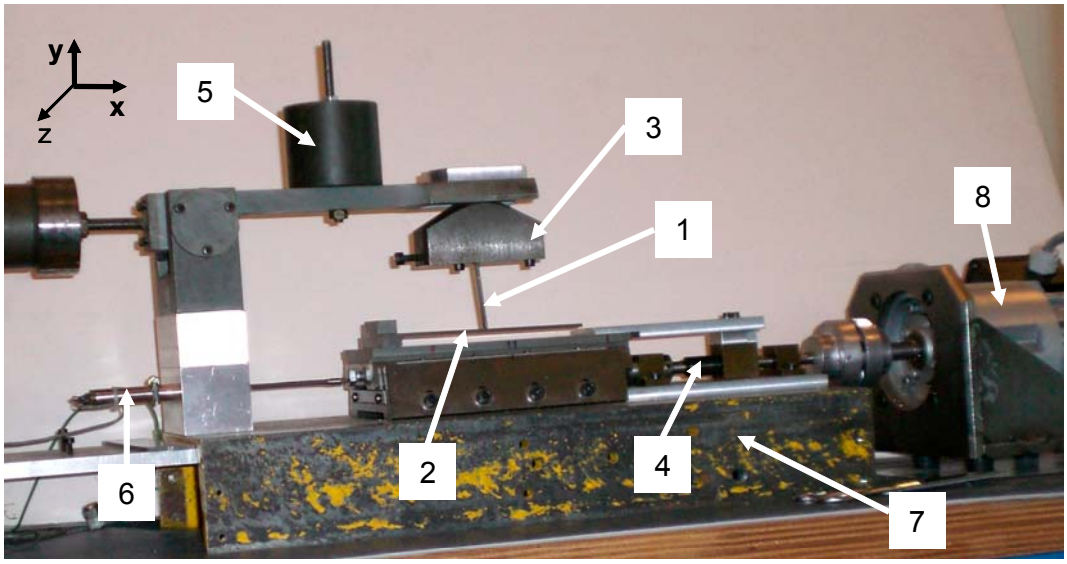


Figure IV- 1 : Banc d'essai: (1) poutre Ω_1, (2) poutre Ω_2, (3) support de la poutre Ω_1, (4) système vis-écrou, (5) poids, (6) capteur de déplacement, (7) bâti, (8) moteur.

Le phénomène d'instabilité de contact est un phénomène complexe et de nombreux travaux mettent en évidence son caractère évasif. Ainsi, avant d'étudier expérimentalement le phénomène d'instabilité de contact et de le comparer aux résultats numériques, il est d'abord nécessaire d'étudier et d'essayer de contrôler deux aspects du système :

- la dynamique propre des premiers corps (les deux poutres en contact) et du mécanisme qui sera étudiée au moyen d'études préliminaires et d'une étude dynamique du système complet à l'arrêt.

- Les conditions de contact et leur évolution en fonction du nombre de cycles effectués.

L'étude et la maîtrise des conditions de contact sont rendues compliquées de part leur évolution dans le temps (modification de la surface de contact) et leur dépendance à un certain nombre de conditions d'essais (humidité et température ambiante). De plus, il est difficile de mesurer ou visualiser cette évolution des conditions de contact pendant les essais sans modifier la dynamique du système. Des mesures préliminaires effectuées en amont des essais permettent d'estimer le coefficient de frottement et un protocole expérimental pour chaque essai est défini pour disposer de conditions de contact les plus reproductibles possibles.

Cette étude expérimentale a deux objectifs :

- mettre en évidence le domaine de validité des deux analyses numériques et leurs limites ;

- appuyer les résultats de l'une des deux analyses en cas de divergence dans leurs résultats.

L'étude numérique (chapitre III) a mis en évidence l'effet du coefficient de frottement, de l'angle de contact θ, de la vitesse et de la force sur le phénomène d'instabilités de contact.

Le coefficient de frottement μ (dont l'influence a été étudiée pour les analyses temporelle et fréquentielle) sera un paramètre fixé par rapport à la valeur mesurée en amont des essais. En effet, expérimentalement, sans contrôle du coefficient de frottement, on ne peut pas faire varier ce paramètre et étudier expérimentalement son influence.

Le banc expérimental offre la possibilité de faire varier l'angle de contact θ, on pourra ainsi comparer les résultats numériques (analyses temporelle et fréquentielle): et expérimentaux (§ IV-3.3).

Le moteur possède un variateur de vitesse qui permet d'appliquer des vitesses de 0.5mm/s à 5mm/s. Ainsi l'influence de la vitesse V peut être étudiée expérimentalement. Les résultats numériques (issus de l'analyse temporelle) et expérimentaux seront comparés au § IV-3.2.

La force F est appliquée au moyen de poids (figure IV-1). La modification de la masse (5) passant aussi par celle de la dynamique du système, l'influence de la force F ne sera pas étudiée expérimentalement dans ce travail.

De façon générale, les deux analyses prédisent sensiblement le même domaine de stabilité du système. En revanche, dans certains cas, l'analyse fréquentielle prédit plusieurs fréquences d'instabilité alors que les résultats de l'analyse temporelle ne mettent en évidence qu'une seule fréquence d'instabilité (cf les tableaux III-5, III-6 et

III-7). Cette étude expérimentale permettra de valider les résultats numériques et de positionner les limites de chaque analyse.

Enfin, la modélisation numérique choisie suppose que les surfaces de contact sont lisses et néglige leur évolution au cours du temps (usure). Une dernière partie abordera l'influence de la morphologie des surfaces en contact (à travers l'observation de surfaces post-mortem) sur le phénomène d'instabilité de contact.

IV-2. Etude expérimentale préliminaire et définition d'une démarche expérimentale

IV-2.1. Conditions de contact

IV-2.1.1. Surfaces de contact

La surface de contact, supposée numériquement ponctuelle, ne l'est pas physiquement. Cependant, un procédé de préparation a été mis en place afin de minimiser la surface de contact. L'extrémité de la poutre Ω_1 en contact avec la poutre Ω_2 est donc usinée dans les deux directions (suivant x et z) suivant deux rayons de courbure (figure IV-2).

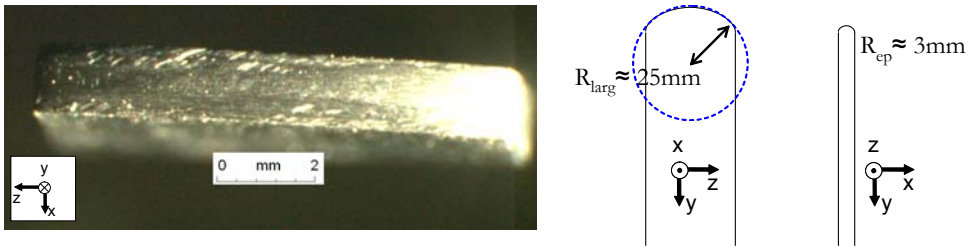


Figure IV- 2 : (a) Observation de l'extrémité de la poutre Ω_1 avant les essais et (b) schéma correspondant

La surface de la poutre Ω_2 est dans un premier temps nettoyée (à l'aide d'un papier abrasif, puis d'alcool). Par la suite, avant d'effectuer chaque essai présenté au § IV-3, les surfaces des deux poutres sont systématiquement nettoyées à l'alcool et séchées à l'air comprimé, afin d'avoir des conditions de contact les plus reproductibles possibles.

Il faut noter que plus on effectue d'essais et plus les surfaces de contact se dégradent. Il est possible que les résultats des essais puissent être faussés par cette évolution des surfaces de contact. Une étude est présentée au § IV-4 et montre que ces conditions de contact évoluent au fil des essais et peuvent avoir des effets sur les résultats obtenus. Ainsi, pour les essais présentés en IV-3., les surfaces de contact des poutres Ω_1 et Ω_2 ont été, en plus du nettoyage à chaque cycle, régulièrement uniformisée à l'aide d'un papier abrasif (carbure de silicium, de taille 600 norme FEPA).

IV-2.1.2. Coefficient de frottement

Afin d'estimer le coefficient de frottement, un capteur piézoélectrique est inséré au niveau de l'encastrement de la poutre Ω_2 et permet de mesurer la force tangentielle macroscopique. La force normale F vaut 9N. La poutre Ω_2 est maintenue horizontale en encastrant ses deux extrémités et une vitesse positive lui est appliquée (dans cette configuration le système n'est pas instable).

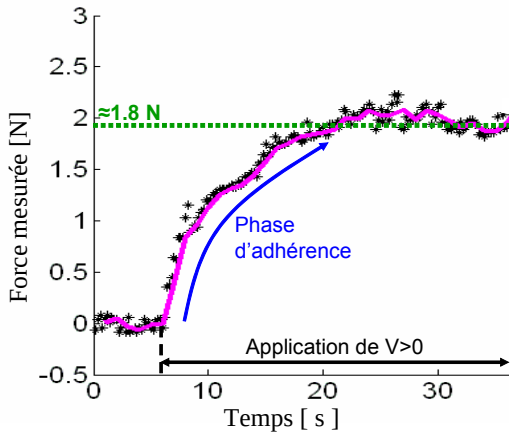


Figure IV- 3 : Force tangentielle mesurée en fonction du temps pour une vitesse V> 0 (pas de vibrations induites par frottement dans cette configuration).

La force tangentielle mesurée en fonction du temps est représentée dans la figure IV-3. La force tangentielle mesurée présente des irrégularités dues aux imperfections des surfaces de contact. Malgré ces irrégularités, on peut observer trois étapes :

- De 0 à 7s : le système est à l'arrêt La force tangentielle mesurée est nulle.
- De 7 à 18s : une vitesse $V > 0$ est appliquée à la poutre Ω_2 (cas parfaitement stable). La poutre Ω_1 reste adhérente à la poutre Ω_2, la force tangentielle augmente progressivement jusqu'à une valeur limite.
- De 18 à 35s : La force tangentielle se stabilise autour d'une valeur d'environ 1.8 N : les poutres Ω_1 et Ω_2 glissent l'une par rapport à l'autre.

Le coefficient de frottement est donc estimé à 0.2 et c'est cette valeur que nous garderons par la suite.

IV-2.2. Etude de la dynamique du système

IV-2.2.1. Etude de la dynamique de la poutre Ω_2 seule

L'étude expérimentale de la dynamique de la poutre Ω_2 seule a été réalisée. La totalité des pièces qui constituent le banc ont été conservées. Pour cela, la partie supérieure

du banc contenant la poutre Ω_1 a été basculée et bloquée par un poids (figure IV-4). On impose un bruit blanc à 10mm de l'encastrement, à l'aide d'un marteau de choc. Un vibromètre laser mesure la vitesse au point E (situé en bout de poutre, cf figure III-1). Le spectre de la vitesse au point E obtenu expérimentalement est présenté sur la figure IV-4. Les modes ont été identifiés un à un en localisant les nœuds de vibrations.

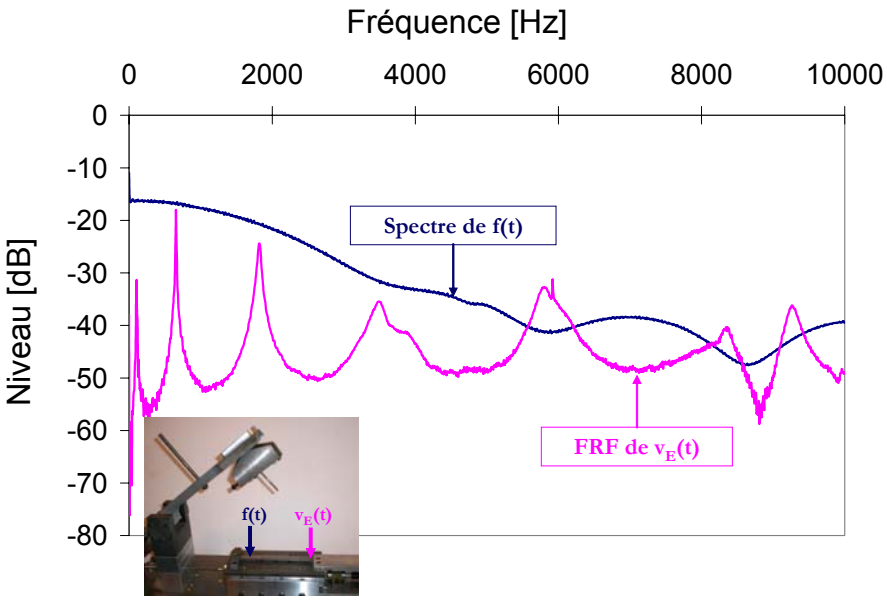


Figure IV- 4 : Spectre de la force f(t) (bruit blanc) appliquée à 10mm de l'encastrement et fonction de transfert (FRF) de la vitesse de vibrations $v_E(t)$ mesurée au point E.

Le tableau IV-1 présente les fréquences expérimentales et numériques ainsi que l'erreur relative sur les fréquences.

Fréquences propres expérimentales (Ω_2)	Fréquences propres numériques (Ω_2)	Erreur en %
105 Hz	104 Hz	0,7 %
657 Hz	653 Hz	0,6 %
1820 Hz	1830 Hz	0,5 %
3510 Hz	3580 Hz	2 %
5860 Hz	5925 Hz	1 %
8400 Hz	8065 Hz	4 %
9280 Hz	8860 Hz	4 %

Tableau IV- 1 : Fréquences propres expérimentales et numériques de la poutre Ω_2 et erreur relative sur les fréquences.

L'erreur n'excède pas 4% sur la valeur de la fréquence. Cette partie constitue une première validation de la modélisation numérique du système, cependant, une étude de la dynamique du système complet est nécessaire.

IV-2.2.2. Etude de la dynamique du système à l'arrêt

Avant d'étudier la dynamique du système en frottement, il est nécessaire de vérifier que la dynamique du système à l'arrêt ($V = 0$) est bien modélisée. Pour cela, une étude de la dynamique du système à l'arrêt a été effectuée afin de comparer les modes et fréquences propres numériques et expérimentales du système. Expérimentalement, dans un premier temps, la structure est soumise à un bruit blanc (pot excitateur) afin d'obtenir les fréquences propres du système. La FRF de la vitesse de vibrations mesurée au point E est présentée figure IV-5.

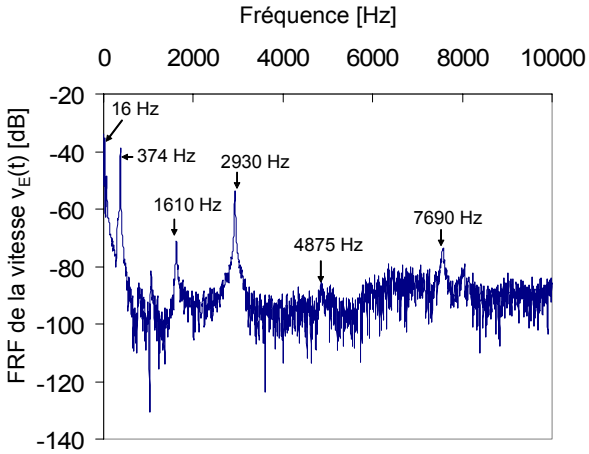
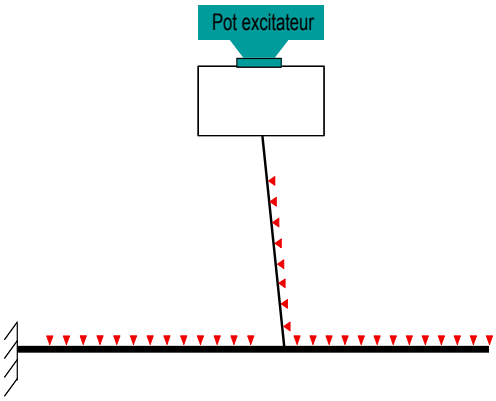
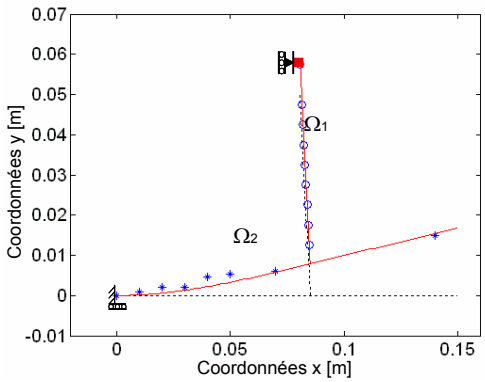


Figure IV- 5 : Amplitude de la FRF de la vitesse du point E. La force imposée est un bruit blanc.

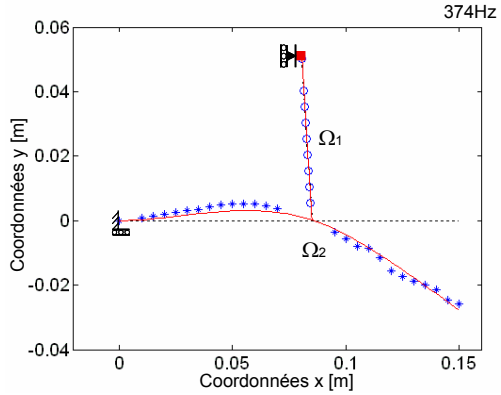
La forme des modes expérimentaux est obtenue grâce à la mesure des niveaux et phases vibratoires de différents points du système soumis à une excitation sinusoïdale aux fréquences propres expérimentales. Les points de visée laser sont représentés sur la figure IV-6(a). Ces modes sont ensuite comparés aux modes numériques obtenus par une recherche classique de modes propres des deux poutres collées au niveau du contact. La figure IV-6 présente les modes expérimentaux du système à l'arrêt.



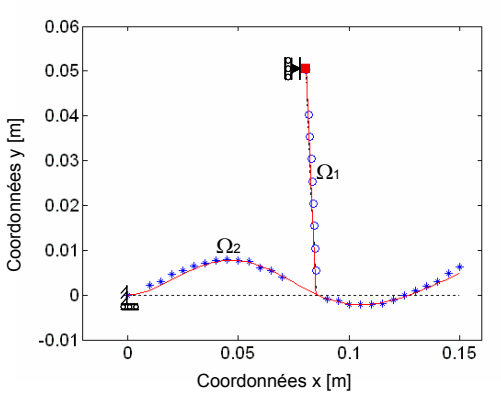
(a)



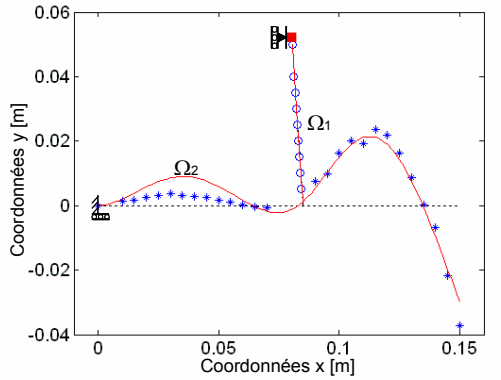
(b) fréquence expérimentale de 16 Hz



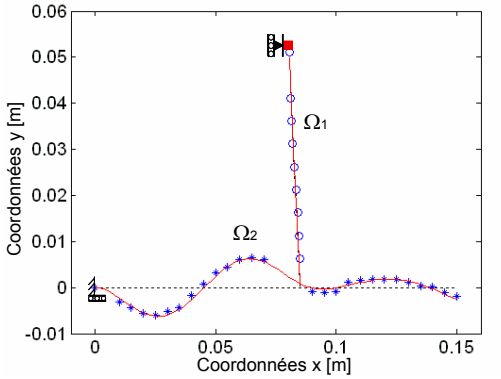
(c) fréquence expérimentale de 374 Hz



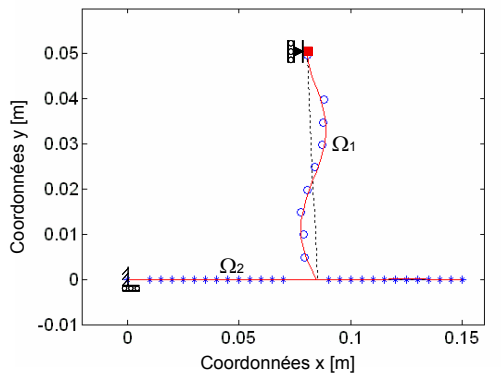
(d) fréquence expérimentale de 1620 Hz



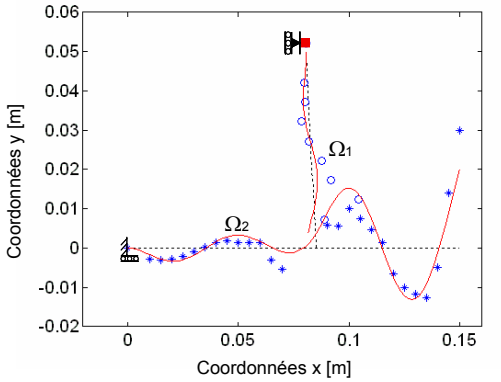
(e) fréquence expérimentale de 2930 Hz



(f) fréquence expérimentale de 4875 Hz



(g) fréquence expérimentale de 6600 Hz



(h) fréquence expérimentale de 7690 Hz

Figure IV- 6 : (a) Représentation du système et des points de visée laser pour la détermination des modes des la structure (▾). (b)-(h) Représentations numérique et expérimentale des modes du système couplé. – – – Représentation des poutres non déformées, ○ amplitude modale expérimentale pour les points de Ω_1, ✳ amplitude modale expérimentale pour les points de Ω_2, ▬ mode numérique.

Les modes obtenus expérimentalement ont été identifiés avec une bonne précision. Les fréquences expérimentales et numériques sont présentées dans le tableau IV-2. L'erreur sur les fréquences n'excède pas 4%. La modélisation dynamique du système expérimental présenté dans la figure IV-1 est donc validée.

Fréquences numériques fréquentielles	Fréquences expérimentales	Erreur relative sur la valeur de fréquence
16 Hz	16 Hz	0 %
362 Hz	374 Hz	3.2%
1665 Hz	1620 Hz	2.8%
2060 Hz	2080 Hz	0.9%
2924 Hz	2930 Hz	0.1%
5035 Hz	4875 Hz	3.3%
6624 Hz	6600 Hz	0.4%
8030 Hz	7690 Hz	4%

Tableau IV- 2 : Fréquences propres numériques et expérimentales et erreur relative.

Dans la série des modes représentés dans la figure IV-6, le mode à 2080Hz n'est pas représenté. Dans la direction d'excitation (suivant y), ce mode n'apparaît pas dans la transformée de Fourier. Cependant, il a pu être identifié à l'aide de chocs sur la poutre Ω_1 dans la direction x. Le mode numérique à 2060Hz du système est représenté dans la figure IV-7.

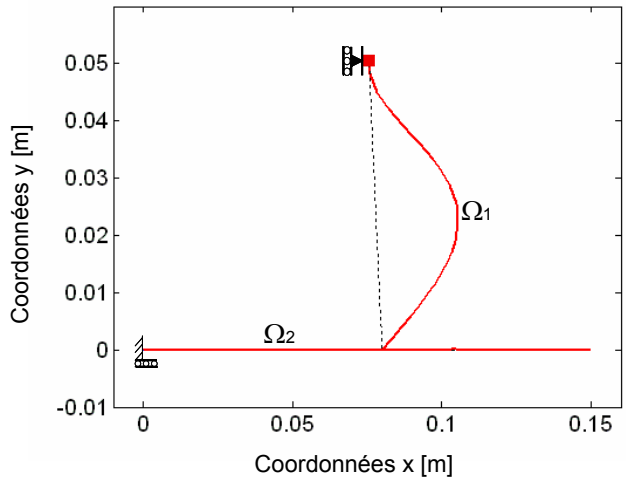


Figure IV- 7 : Représentation numérique du mode à 2060 Hz.

IV-2.2.3. Mise en mouvement de la poutre Ω_2 $(V \neq 0)$

Les vibrations de la poutre Ω_2 dues au déplacement seul de son support ont été mesurées et n'atteignent qu'un très faible niveau. Cette vérification est nécessaire pour garantir qu'aucune excitation ne perturbe la dynamique du système pendant les essais.

IV-3. Etude des vibrations lorsque la poutre Ω_2 est en translation

Chaque essai se déroule en deux étapes. Les poutres sont d'abord mises en contact. Puis, lorsque le système est en équilibre statique, la poutre Ω_2 est mise en mouvement. C'est lors de cette dernière phase que l'on effectue :

- la mesure de la position du support de la poutre Ω_2 à l'aide du capteur de déplacement ;
- la mesure de la vitesse suivant x de vibrations $v_B(t)$ du point B (Figure II-1).

IV-3.1. Cas de référence (μ = 0.2, θ = 5°, V = -2mm/s, F = 9N)

La figure IV-8(a) présente l'évolution de la vitesse numérique (analyse temporelle) et expérimentale suivant x du point B pour le cas de référence (μ=0.2, θ=5°, V= -2mm/s, F=9N). Le système est instable et présente des vibrations « discontinues ». On retrouve le phénomène de *stick-slip* observé au § III-2.3. Les vibrations du système sont prédites avec une bonne précision par l'analyse temporelle.

La figure IV-8(b) présente la transformée de Fourier de la vitesse numérique et expérimentale suivant x du point B. Expérimentalement et numériquement, les vibrations du système présentent une périodicité en fréquence, avec comme fréquence principale 2700 Hz (figure IV-8(b)). De plus, l'amplitude numérique des vibrations en temps et en fréquence est très proche de celle obtenue expérimentalement (moins de 2 dB de différence). L'analyse temporelle prédit donc avec précision la fréquence d'instabilité et son niveau de vibrations.

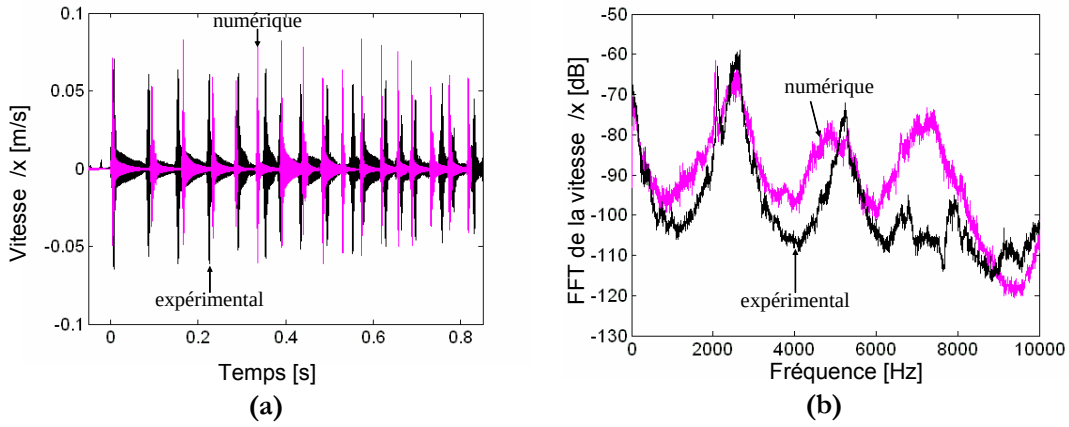


Figure IV- 8 : (a) Vitesse de vibrations numérique (analyse temporelle) et expérimentale suivant x au point B en fonction du temps et (b) transformée de Fourier correspondante (μ=0.2, θ = 5°, V = -2mm/s, F = 9N)

Quant à l'analyse fréquentielle prédit deux fréquences d'instabilité pour un coefficient de frottement de 0.2 : 400Hz et 2800Hz. Seule la dernière fréquence apparaît dans le spectre expérimental. Par conséquent, l'analyse fréquentielle surestime le nombre de fréquences d'instabilité. C'est un résultat également obtenu par Massi [MASS 06a, MASS 06b].

****

Remarque :
Sur la figure IV-8(b), une autre fréquence que celle de l'instabilité apparaît numériquement et expérimentalement dans la transformée de Fourier. Il s'agit de la fréquence à 2080Hz (mode présenté sur la figure IV-7) qui atteint un niveau de vibrations de -60 dB (environ). Cette figure montre qu'un autre mode propre du système est amené à être excité. L'instabilité de contact est donc un phénomène complexe qui ne peut se limiter qu'à la résonance d'une seule fréquence. Il est donc possible que, suite à une dynamique locale active, une partie de l'énergie apportée au système soit prise par d'autres modes propres du système. L'analyse temporelle prédit la présence de cette fréquence à 2080Hz dans la transformée de Fourier des vibrations du système, ce qui montre une fois de plus sa pertinence quant à ce phénomène complexe.

****

IV-3.2. Influence de la vitesse (μ = 0.2, θ = 5°, F = 9N)

Dans cette partie, nous rappelons que seule une comparaison entre les résultats numériques temporels et les résultats expérimentaux est présentée, puisque la vitesse ne peut être prise en compte dans l'analyse fréquentielle.

Les figures IV-9 à IV-11 présentent les vitesses de vibrations suivant x du point B en fonction du temps et les transformées de Fourier correspondantes pour trois vitesses de translation de Ω_2. Lorsque la vitesse $|V|$ est supérieure à 5mm/s (figure IV-11 (a)), le système vibre de façon continue. Pour les différentes vitesses macroscopiques appliquées, on observe une bonne corrélation entre les signaux temporels numériques et expérimentaux (figures IV-9 (a), IV-10 (a) et IV-11(a)).

On retrouve la tendance obtenue au § III-2.3 : la vitesse de translation imposée à Ω_2 détermine l'allure des vibrations, passant d'un phénomène d'instabilité « discontinue » (phénomène de *stick-slip*) ($|V| <$ 5mm/s) à un phénomène d'instabilité « continue » ($|V| \geq$5mm/s). Dans le cas où les vibrations sont « discontinues » (figures IV-8(a), IV-9(a) et IV-10(a)), la durée moyenne des phases d'adhérence T_A est inversement proportionnelle à la vitesse macroscopique relative entre les deux poutres. En effet, numériquement et expérimentalement, pour deux vitesses différentes V_1 et V_2, on a la relation suivante :

$$\frac{T_A^{V_1}}{T_A^{V_2}} \approx \frac{V_2}{V_1} \quad \left(\text{par exemple} \frac{T_A^{2mm/s}}{T_A^{1mm/s}} \approx \frac{1}{2} = 0.5\right) \qquad \text{(IV- 1)}$$

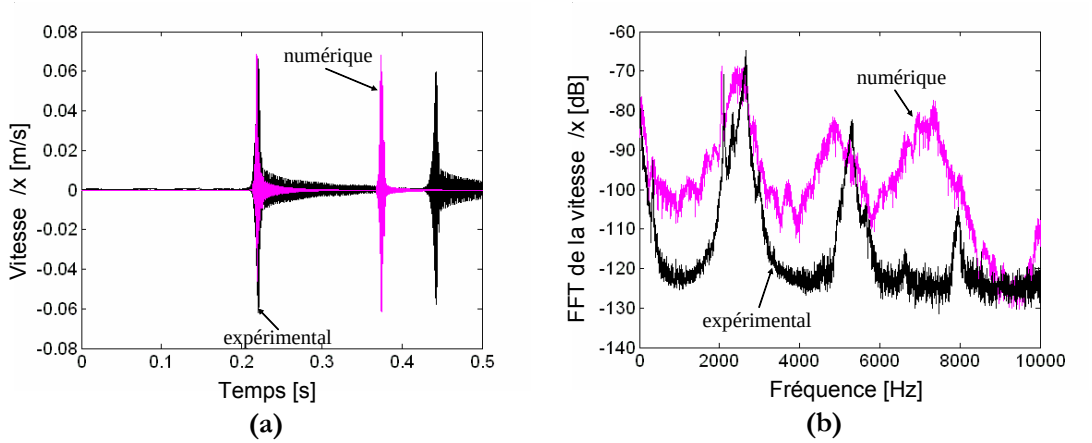


Figure IV- 9 : Vitesse de vibrations numérique (analyse temporelle) et expérimentale suivant x au point B en fonction du temps et (b) transformée de Fourier correspondante pour une vitesse V de - 0.5 mm/s. (μ=0.2, θ=5°, F=9N)

Pour une vitesse V de -0.5mm/s (figure IV-9(a)), les temps d'adhérence prolongée (T_A) numérique et expérimental sont respectivement de 0.14s et de 0.2s (30% d'erreur). Lorsque les vitesses macroscopiques imposées sont plus importantes, les différences entre les temps d'adhérence prolongée (T_A) numériques et expérimentaux sont très faibles.

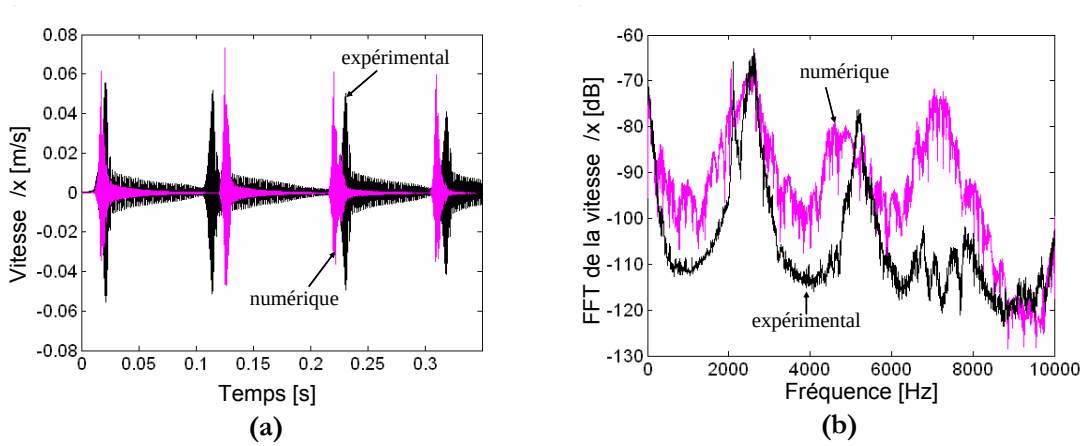
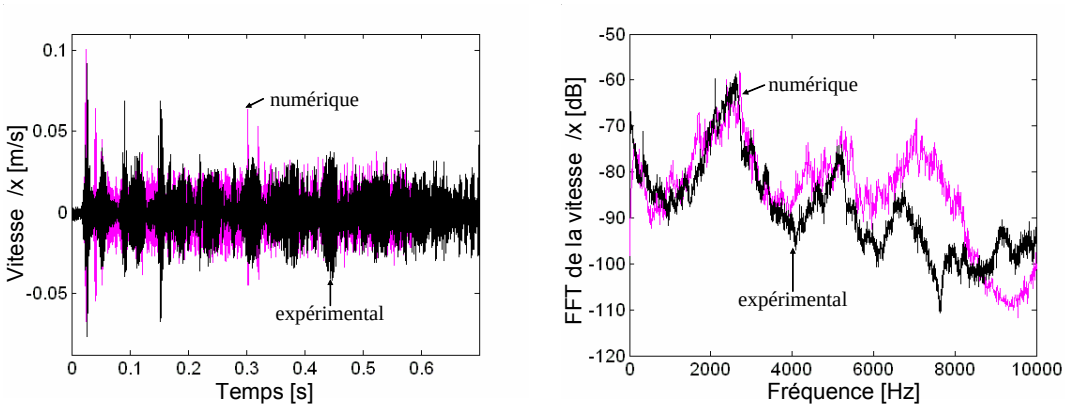


Figure IV- 10 : (a) Vitesse de vibrations numérique (analyse temporelle) et expérimentale suivant x au point B en fonction du temps et (b) transformée de Fourier correspondante pour une vitesse V de -1 mm/s. (μ=0.2, θ=5°, F=9N)

Les figures IV-9(b), 10(b) et 11(b) montrent que les contenus fréquentiels des vibrations numériques et expérimentales sont proches. La fréquence principale ou fréquence d'instabilité se situe autour de 2700Hz. On retrouve dans cette partie que la vitesse macroscopique modifie peu la fréquence de l'instabilité : les différences sur la fréquence principale sont de l'ordre de quelques centaines de hertz numériquement et expérimentalement (cf tableau IV-3). Il s'agit donc du même mode de la structure qui est excité quelque soit la vitesse V appliquée.



(a) **(b)**

Figure IV- 11 : (a) Vitesse de vibrations numérique (analyse temporelle) et expérimentale suivant x au point B en fonction du temps et (b) transformée de Fourier correspondante pour une vitesse V de -5 mm/s. (μ=0.2, θ=5°, F=9N)

****

Remarque :

Les spectres expérimentaux semblent plus « propres » pour les vitesses V de -0.5mm/s et -1mm/s. En effet, les séquences d'instabilité numériques s'estompent beaucoup plus vite que celles obtenues expérimentalement. On peut également observer que pour les quatre vitesses V appliquées, les hautes fréquences (de 6000Hz à 8000Hz) n'ont, numériquement et expérimentalement, pas le même niveau de vibrations. Cela peut être du à la réponse vibratoire du mécanisme non prise en compte dans la modélisation. On peut également évoquer la différence entre l'amortissement structural introduit (amortissement proportionnel de Rayleigh) et l'amortissement réel du système. Même s'il existe d'autres techniques pour introduire un modèle d'amortissement plus réaliste (par exemple l'introduction d'amortissement modal déterminé expérimentalement), elles sont difficilement utilisables dans le cadre d'une analyse temporelle.

****

Vitesse macroscopique V	Résultats expérimentaux		Résultats numériques (analyse temporelle)	
	Fréquence d'instabilité	Niveau	Fréquence d'instabilité	Niveau
-0.5 mm/s	2650 Hz	-65 dB	2500 Hz	-69 dB
-1 mm/s	2600 Hz	-63 dB	2550 Hz	-66 dB
-2 mm/s	2700 Hz	-60 dB	2700 Hz	-65 dB
-5 mm/s	2650 Hz	-59 dB	2750 Hz	-58 dB

Tableau IV- 3 : Influence de la vitesse V sur la fréquence fondamentale de l'instabilité et sur son niveau. Résultats numériques (analyse temporelle) et expérimentaux. Le coefficient de frottement est fixé à μ=0.2 (valeur du coefficient de frottement obtenu expérimentalement).

Le tableau IV-3 présente l'influence de la vitesse sur la fréquence fondamentale de l'instabilité et son niveau. Numériquement, la fréquence de l'instabilité augmente avec la valeur absolue de la vitesse, ainsi que son niveau de vibrations. Ces tendances se retrouvent dans les résultats expérimentaux, sauf pour la vitesse de -5mm/s pour laquelle la fréquence d'instabilité est plus faible que pour une vitesse de -2mm/s.

Les différences constatées entre les résultats numériques et expérimentaux peuvent s'expliquer par la non-prise en compte de certains paramètres comme la dynamique propre du mécanisme expérimental, la variabilité du coefficient de frottement, la rugosité de la surface et l'usure (cf § IV-4). Cependant, nous pouvons souligner que les principales tendances observées sont prédites avec une bonne précision par l'analyse temporelle.

IV-3.3. Influence de l'angle θ

Le banc expérimental a été conçu de manière à ce qu'il soit possible de modifier l'angle θ dans le support de Ω_1 à l'aide de cales d'angles différents. On peut imposer les angles suivants : -15°, -10°, -5°, 0°, 5°, 10°, 15° (figure IV-12).

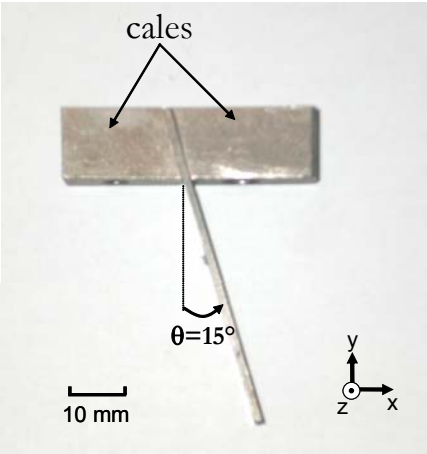


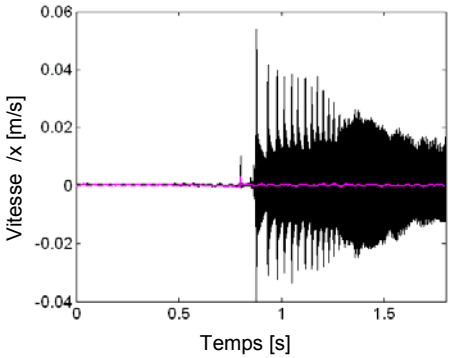
Figure IV- 12 : Cales utilisées pour imposer un angle θ de 15°.

La figure IV-13(a) présente la vitesse expérimentale du point B suivant x en fonction du temps pour des angles θ de 10° et de 15°. Lorsque l'angle θ vaut 15°, la vitesse du point B tend vers une valeur constante nulle : le système est en équilibre stable glissant. En revanche, pour un angle de 10°, le système vibre de manière continue à une fréquence de 2600Hz (figure IV-13(b)).

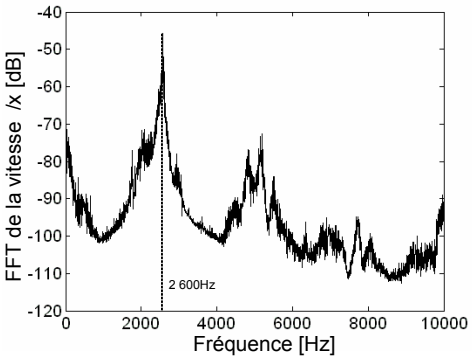
Les résultats expérimentaux obtenus pour les différents angles θ testés sont comparés aux résultats numériques dans le tableau IV-4. Expérimentalement, le domaine de stabilité expérimental du système pour un coefficient de frottement de 0.2 est :

$$D_{stab(\mu=0.2,\theta)} = \{\theta < 0°\} \cup \{\theta \geq \theta_{critique}, \theta_{critique} \in]10°;15°[\}$$

où $\theta_{critique}$ est l'angle pour lequel le système passe d'un état instable à un état stable. Les domaines de stabilité prédits par les analyses fréquentielle et temporelle sont identiques (§ III-4.3) et correspondent au domaine de stabilité expérimental. Les deux analyses prédisent donc bien le domaine d'instabilité du système.



(a)



(b)

Figure IV- 13 : (a) Vitesse de vibrations expérimentale suivant x au point B en fonction du temps pour θ=15° (——) et pour θ=10° (——) et (b) transformée de Fourier correspondante pour θ=10° (V=-2mm/s, F=9N)

	Résultats numériques		Résultats Expérimentaux
θ	Analyse fréquentielle	Analyse temporelle	
-15	STABLE	STABLE	STABLE
-10	STABLE	STABLE	STABLE
-5	STABLE	STABLE	STABLE
0	STABLE	STABLE	STABLE
5	2800Hz, 400Hz	2700Hz	2700Hz
10	2750Hz	2650Hz	2600Hz
15	STABLE	STABLE	STABLE

Tableau IV- 4 : Résultats numériques et expérimentaux obtenus pour différentes valeurs de l'angle θ. Le coefficient de frottement est fixé à μ=0.2 (valeur du coefficient de frottement obtenu expérimentalement).

Au § III-4.3, nous avons souligné une différence dans les résultats obtenus notamment sur le nombre de fréquences impliquées dans l'instabilité dans le cas où θ vaut 5° : l'analyse temporelle prédit une seule fréquence d'instabilité 2700Hz alors que l'analyse fréquentielle en prédit deux : 400Hz et 2800Hz. L'étude expérimentale permet de montrer que l'analyse fréquentielle, dans certains cas, surestime le nombre de fréquences d'instabilité. L'analyse temporelle permet donc de déterminer la fréquence de vibrations du système parmi l'ensemble des fréquences potentiellement instables prédites par l'analyse fréquentielle.

IV-3.4. Conclusions

L'analyse temporelle prédit donc les principaux phénomènes vibratoires liés aux instabilités de contact. En effet, les vibrations numériques et expérimentales du système présentent un phénomène d'instabilités « discontinues » avec des intervalles de temps entre les séquences de vibrations instables du même ordre de grandeur. Le contenu fréquentiel ainsi que le niveau des vibrations du système sont estimés avec une bonne précision par les simulations temporelles.

Les influences de la vitesse de translation de la poutre Ω_2 et de l'angle θ données par les simulations numériques temporelles se retrouvent expérimentalement. Cette étude expérimentale permet d'appuyer les résultats obtenus lors de la confrontation des deux analyses. Ainsi, lorsque l'analyse fréquentielle prédit plusieurs fréquences potentiellement instables, il est nécessaire de mener une analyse temporelle ou une étude expérimentale en parallèle afin de déterminer la fréquence de vibrations du système.

Cette étude expérimentale permet également de valider (en partie) l'analyse fréquentielle puisqu'elle prédit correctement le domaine de stabilité et parmi les fréquences obtenues la fréquence de vibrations réelle du système.

IV-4. Etude expérimentale de l'évolution des surfaces de contact

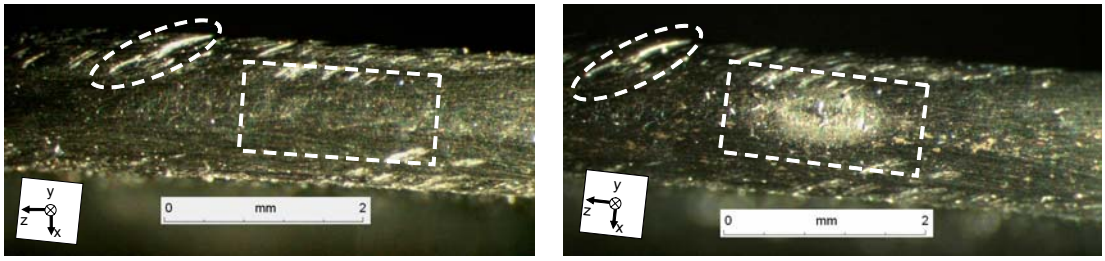
Nous avons souligné dans l'introduction de ce chapitre IV les difficultés liées au contrôle des conditions de contact du système et de son évolution. Il ne s'agit pas ici de faire une étude tribologique complète du système. Pour cela, des modifications du banc expérimental seraient nécessaires. En effet, la mesure des coefficients de frottement macroscopique et « local » (plus proche du contact) est indispensable pour ce genre d'étude. On se propose simplement de souligner certains aspects du système réel non pris en compte dans la modélisation qui jouent un rôle parfois non négligeable dans les résultats obtenus.

Dans cette partie, dans un premier temps, les observations des surfaces de contact des poutres Ω_1 et Ω_2 utilisées lors des essais précédents (dans les conditions d'essais suivantes : $\theta = 5°$, F = 9N, vitesse variable de 0.5 à 5mm/s) sont présentées et commentées.

Puis, dans un deuxième temps, nous souhaitons montrer, sur un essai particulier, l'évolution des surfaces de contact et l'influence de cette évolution sur les résultats. Pour cet essai, de nouveaux échantillons du couple de poutres Ω_1-Ω_2 sont utilisés (mêmes dimensions, mêmes matériaux et ayant subi une préparation identique aux poutres utilisées précédemment). Dans cet essai, nous souhaitons étudier l'évolution des vibrations et surfaces de contact dans une configuration initialement stable du système. Les conditions sont les suivantes : θ=15°, V= -2

mm/s, F=9N et $x_{PTC} \in [80mm;85mm]$. Contrairement aux essais précédents, avant chaque cycle, aucun nettoyage des surfaces de contact n'est effectué afin de ne pas fausser l'évolution des surfaces de contact.

IV-4.1. Observation des surfaces de contact



(a) **(b)**

Figure IV- 14 : Surface de contact sur la poutre Ω_1 (a) avant et (b) après essais (environ 300 cycles) (observation à la loupe binoculaire)

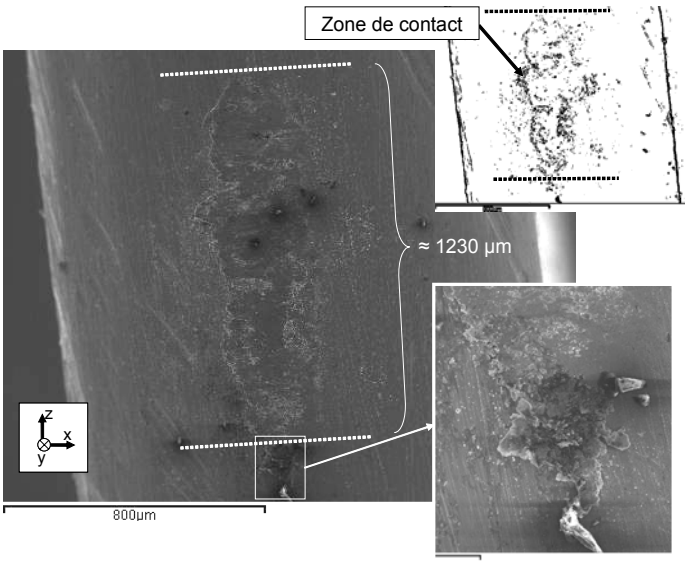
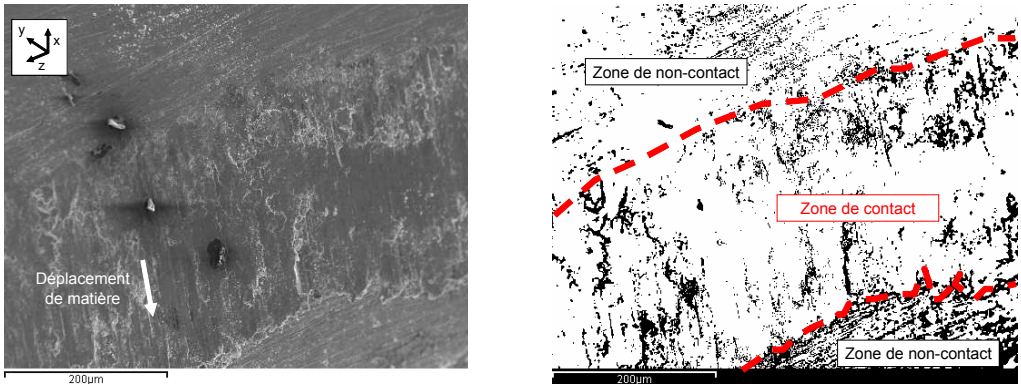


Figure IV- 15 : Vue globale de la zone de contact avec un zoom sur une particule présente à l'extrémité de la zone (observations de la surface de contact sur la poutre Ω_1 après essais au MEB)

La figure IV-14 présente la surface de contact de la poutre Ω_1 avant et après essais (environ 300 cycles ou aller-retour en contact frottant). Sur ces observations de l'extrémité de la poutre Ω_1, une surface effective de contact usée apparaît clairement sur la figure IV-14(b). Les figures IV-15 et IV-16 présentent des observations au MEB (Microscope électronique à balayage) de cette partie usée. Elle s'étend sur 1230µm (dans la direction z) et se caractérise par un lissage et un « étalement » de matière dans la direction du frottement (la force de frottement s'applique vers les x négatifs pour la poutre Ω_1, lorsque $V > 0$). La matière déplacée dans le sens du

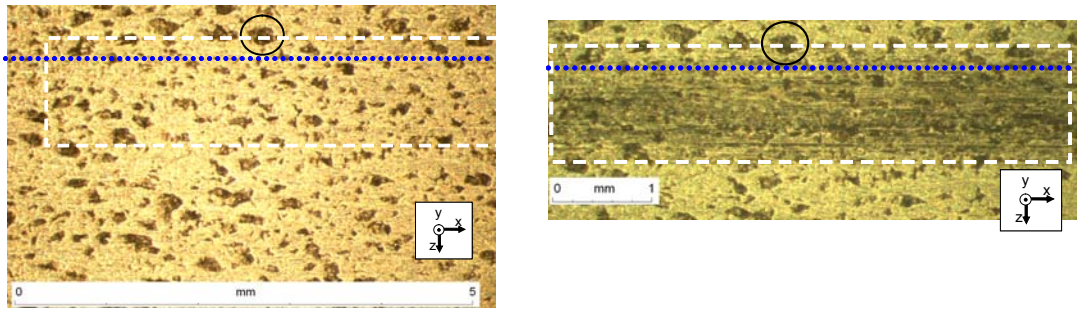
frottement (figures IV-16(a) et (b)) recouvre la partie qui n'est pas affectée par le frottement (partie dont on devine les stries dues à la fabrication et la préparation de la surface (usinage, nettoyage au papier abrasif)).



(a) Observations au MEB (x200) **(b) Schéma d'interprétation**

Figure IV- 16 : Surface de contact sur la poutre Ω_1 après essais.

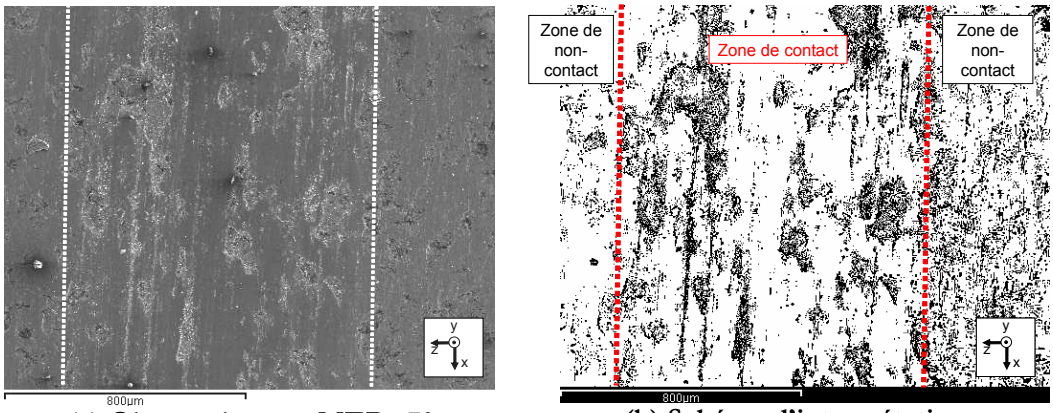
Les figures IV-17 (a) et (b) présentent des observations de la surface de la poutre Ω_2 à la loupe binoculaire avant et après essais.



(a) **(b)**

Figure IV- 17 : Surface de contact sur la poutre Ω_2 (a) avant et (b) après essais (environ 300 cycles) (observation à la loupe binoculaire). La zone de contact est décalée suivant les z positifs par rapport à la ligne neutre de la poutre Ω_2 (• • •).

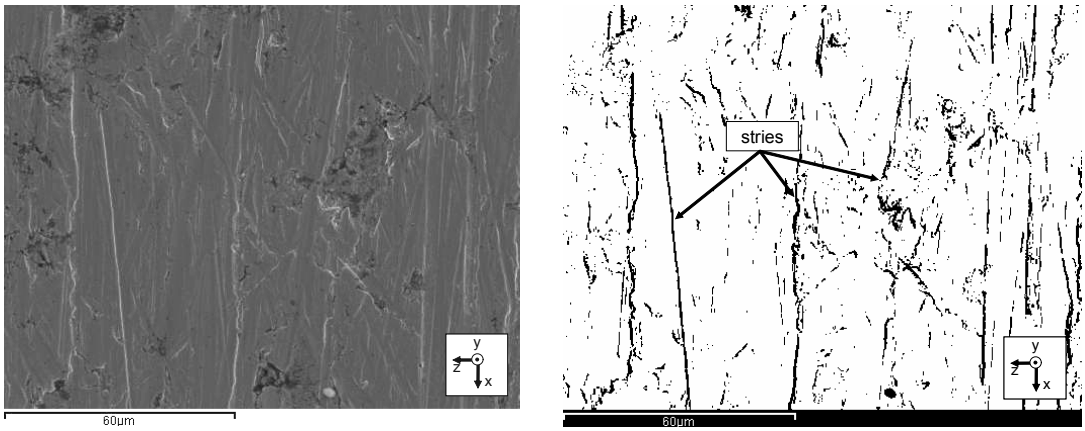
Une zone foncée apparaît clairement : c'est la zone effective de contact sur la poutre Ω_2. Cette zone de 990µm de largeur est moins large que celle de la poutre Ω_1 (1230µm) (figure IV-18). Pour cette dernière, il semble qu'il y ait eu un mouvement de matière également dans la direction perpendiculaire au frottement (direction z dans les deux sens, voir figure IV-15) qui pourrait expliquer que la surface soit dégradée sur une zone plus large que celle de la poutre Ω_2. Une autre explication est possible : la zone effective de contact de la poutre Ω_2 n'est pas visible dans sa totalité, notamment à l'extérieur de la bande repérée sur la figure IV-18, où la dégradation ne serait pas suffisante pour être visible.



(a) Observations au MEB x70 **(b) Schéma d'interprétation**

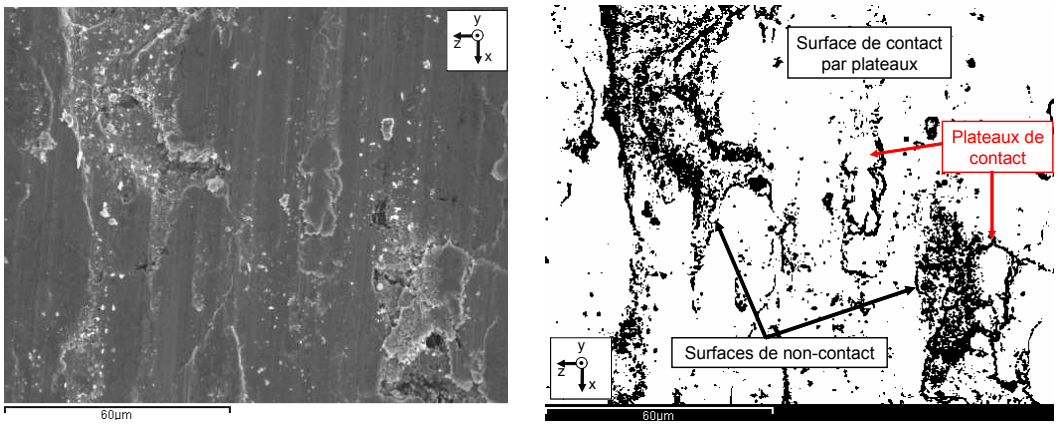
Figure IV- 18: Surface de la poutre Ω_2 contenant la zone de frottement d'environ 990 µm.

Les figures IV-19 et IV-20 montrent des observations au MEB de la surface de contact de la poutre Ω_2 hors de la zone de frottement et dans la zone de frottement.



(a) Observations au MEB x850 **(b) Schéma d'interprétation**

Figure IV- 19 : Surface de contact de la poutre Ω_2 hors de la zone de frottement.



(a) Observations au MEB x850 **(b) Schéma d'interprétation**

Figure IV- 20 : Surface de contact de la poutre Ω_2 dans la zone de frottement.

Hors de la zone de contact, des stries d'usinage et de « nettoyage » apparaissent (figure IV-19). Ces stries ne sont plus visibles sur la zone effective de contact de la poutre Ω_2 et la matière est lissée dans la direction du frottement (suivant x). Il apparaît clairement que le contact ne se fait pas uniformément mais par « plateaux » de contact plus ou moins grands. La conséquence directe de ces « plateaux de contact » est la non uniformité de la pression de contact appliquée, qui n'est pas prise en compte dans la modélisation (la direction z n'est pas prise en compte).

Ce paragraphe montre que les conditions de contact évoluent au fil des cycles. Les conséquences de cette évolution sur les résultats expérimentaux ne sont pas étudiées. Par la suite, on souhaite montrer que ces changements de morphologie des surfaces peuvent avoir des conséquences sur les résultats d'essais.

IV-4.2. Influence des surfaces de contact sur les vibrations obtenues

Les conditions d'essais sont les suivantes : θ=15°, V=±2mm/s, F=9N, $x_{PTC} \in [80mm;85mm]$.

Pour ces paramètres, le système est stable aussi bien numériquement qu'expérimentalement (cf tableau IV-4). On choisit volontairement une configuration stable afin d'étudier les conséquences de cette évolution sur la stabilité du système. L'essai consiste à effectuer une vingtaine de cycles, constitué par un aller (V=-2mm/s, avec x_{PTC} variant de 80 mm à 85 mm) – retour (V=2 mm/s, avec x_{PTC} variant de 85 mm à 80 mm) en contact frottant.

IV-4.2.1. Evolution des vibrations expérimentales

Le figure IV-21 présente l'évolution des vibrations du point B en fonction du nombre de cycles. Durant le premier cycle, les vibrations sont très faibles et aucun bruit n'est émis par le système : le système est stable. Durant le cinquième cycle, le système est également stable (aucun bruit émis) mais le point B commencent à subir des variations plus importantes. Il y a donc déjà un changement au niveau de la surface de contact qui modifie le comportement du système. Cependant, à ce stade, les conséquences de ce changement sont peu importantes : le système est toujours stable et silencieux.

En revanche, dès le dixième cycle, le système devient instable et le point B vibre de manière discontinue et plus importante. Dès lors, durant tous les cycles suivants, le système est instable et émet un rayonnement acoustique assez important. Il y a donc un changement au niveau des surfaces de contact qui modifie l'état de stabilité du système et ce après un très faible nombre de cycles effectués.

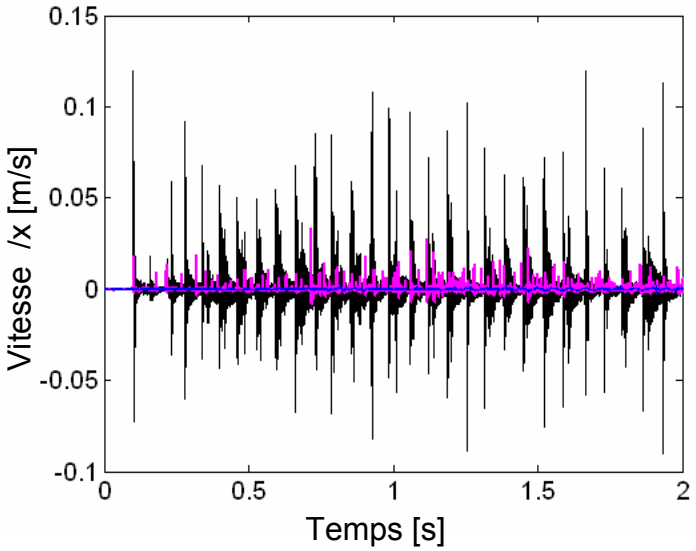


Figure IV- 21 : Vitesse suivant x du point B au cycle 1 (▬), cycle 5 (▬) et au cycle 10 (▬)

Numériquement, on peut retrouver ce phénomène d'instabilité en augmentant le coefficient de frottement. En effet, (figure III-27) pour un coefficient de frottement de 0.28, on retrouve une instabilité de contact à 2800Hz. Dans cette logique, on peut donc supposer que la modification de la surface de contact en fonction des cycles peut être rendue numériquement par l'augmentation du coefficient de frottement. Des travaux expérimentaux sur les aspects tribologiques du phénomène de crissement montrent que le coefficient augmente effectivement en fonction du nombre de cycles effectués ([BERG 99, CHEN 02b, RHEE 90], cf § I-3.5). Cependant, l'allure des vibrations obtenues lors de nos essais et le spectre (non présenté) montre que le phénomène n'est pas régulier. Les surfaces de contact semblent donc être modifiées et jouer un rôle prépondérant dans ce passage d'un état stable à un état instable à travers entre autre:

- la modification de la géométrie locale de contact (l'angle local de contact θ_{loc} peut être différent de l'angle macroscopique θ et évoluer au cours du temps);

- l'évolution de la localisation de la surface effective de contact (liée à l'usure)

- l'évolution de la surface apparente due au lissage (par « écoulement ») ou à l'usure des rugosités.

L'observation des surfaces de contact va permettre d'apporter quelques éléments de réponses à ces questions et remonter à la physique réelle du contact entre les deux poutres.

IV-4.2.2. Evolution des surfaces de contact

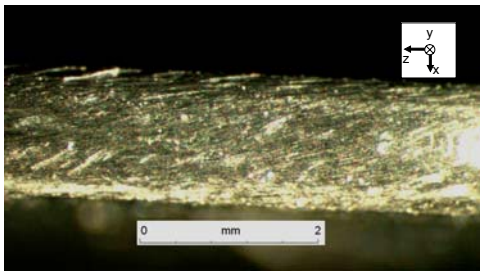
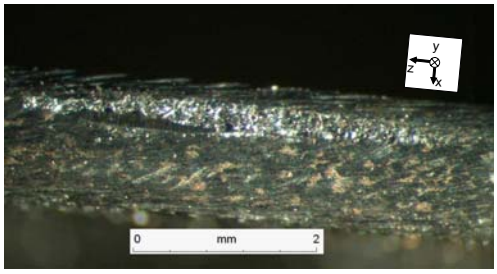
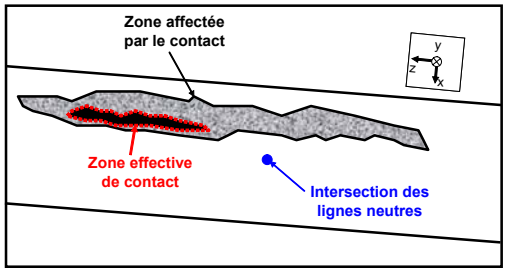


Figure IV- 22 : Surface de contact sur la poutre Ω_1 avant l'essai (observation à la loupe binoculaire).



(a) Observation à la loupe binoculaire



(b) Schéma d'interprétation

Figure IV- 23 : Surface de contact sur la poutre Ω_1 après 20 cycles. Une zone effective de contact apparaît.

Sur les observations de l'extrémité de la poutre Ω_1, une zone dégradée et brillante apparaît clairement (figures IV-23 (a) et (b)). Cette zone affectée par le contact s'étend sur environ 5mm de long. Une zone effective de contact (de 1mm environ), mate et sombre, apparaît (elle apparaît plus clairement sur la figure IV-25).

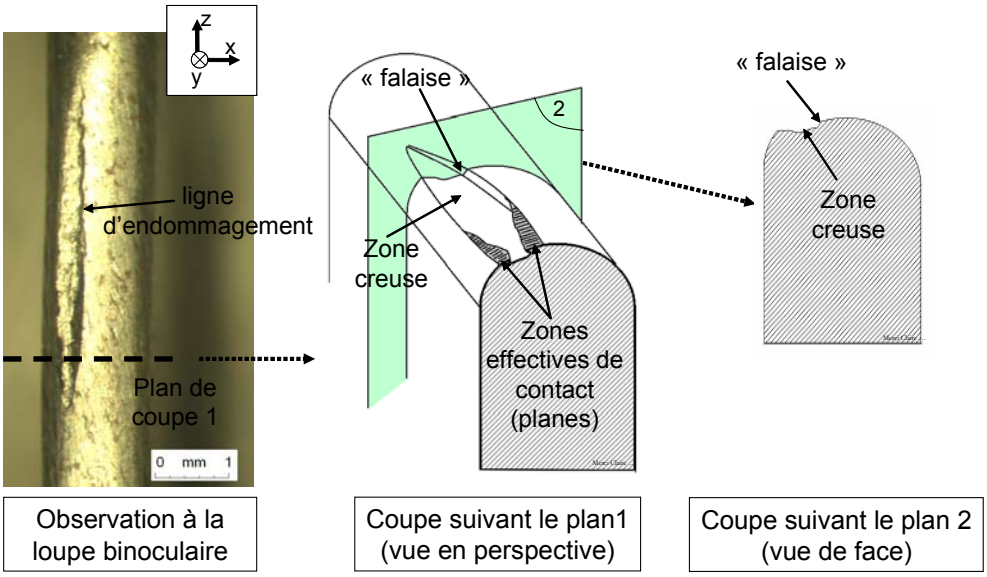
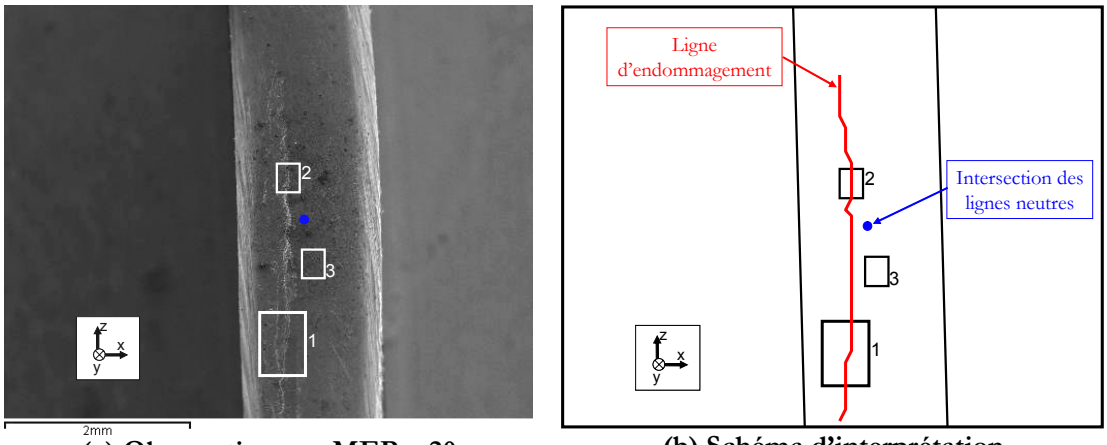


Figure IV- 24: Observation de la surface de contact de la poutre Ω_1 à la loupe binoculaire et schémas d'interprétation de coupe.

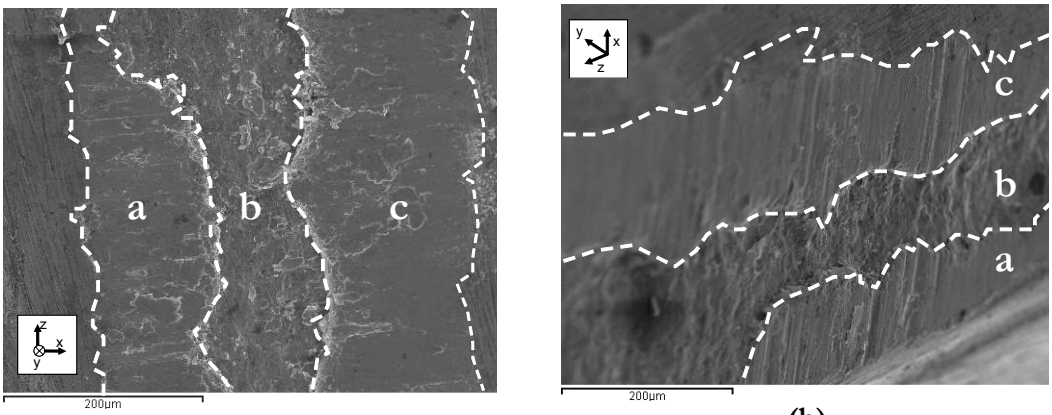
La figure IV-24 présente une observation de la surface de la poutre Ω_1 ainsi que des schémas d'interprétation en coupe. Sur cette observation, on peut deviner une « ligne d'endommagement » le long de laquelle, on trouve un faciès de « falaise ». De la matière appartenant initialement à la poutre s'est arrachée ou déplacée, laissant une zone creuse (qui apparaît brillante dans la figure IV-23). Ces observations montrent que les conditions de contact ont été sévères et sont les preuves d'une dynamique locale « active ».



(a) Observations au MEB x 20 **(b) Schéma d'interprétation**

Figure IV- 25: Surface de contact de la poutre Ω_1 et repérage des zones d'observations (zone 1, 2 et 3).

La figure IV-25 présente une observation au MEB de la surface de poutre Ω_1. On retrouve la « ligne » d'endommagement observée précédemment à la loupe binoculaire. Sur cette observation, il apparaît que la surface effective de contact (zone 1) au moment de l'observation ne se trouve pas au niveau de la ligne neutre de la poutre Ω_1. Elle est, en effet, décalée suivant les z négatifs et suivant les x négatifs.



(a) **(b)**

Figure IV- 26: Surface de contact de la poutre Ω_1 pour deux angles de vue différents (zone 1) (Observations au MEB x200)

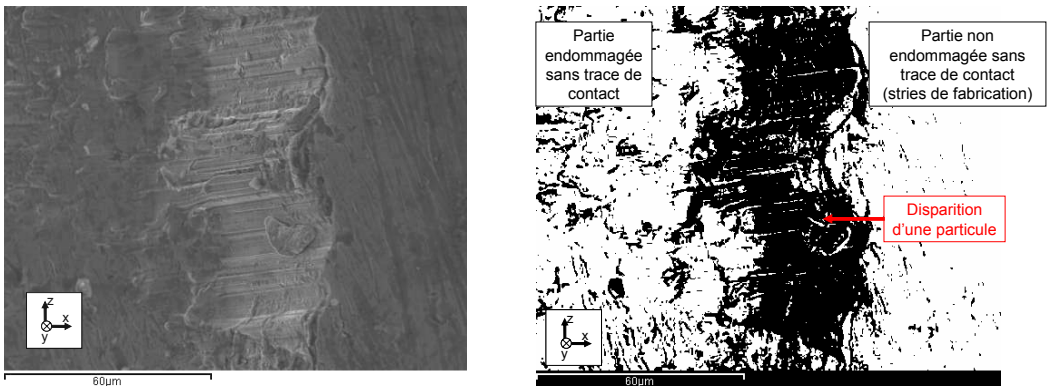
La zone 1 est représentée sur les figures IV-26 (a) et (b). Trois parties apparaissent : deux parties où le contact est effectif (a et c) et une partie endommagée (b)

correspondant à une zone « creuse ». Sur les parties a et c, des stries dans la direction du frottement apparaissent et, comme précédemment, la matière est lissée et étalée dans la direction de la force de frottement (suivant x). La partie b est donc une zone endommagée qui ne porte pas le contact entre les deux poutres.

La zone 2 est présentée dans la figure IV-27. On distingue trois parties :

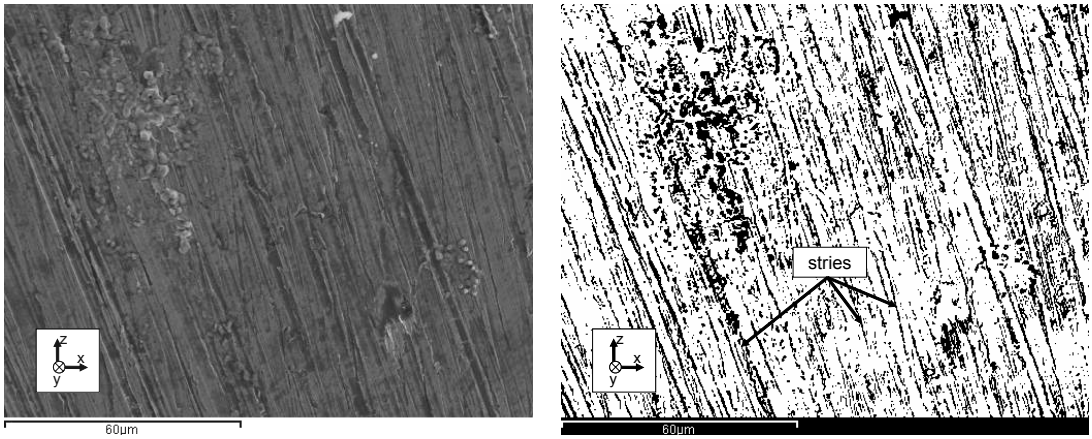
- à gauche, une partie endommagée, sans trace de contact : les stries de fabrication (cf figures IV-28 (a) et (b)) ont disparues, mais aucune trace de contact frottant n'est visible,
- à droite, une partie non endommagée, sans trace de contact où les stries de fabrication apparaissent clairement (cf figures IV-28 (a) et (b)),
- au centre, une partie où de la matière a été arrachée à la surface de la poutre Ω_1 et où aucune trace de contact frottant n'est visible.

Cette dernière partie de la surface de la poutre est la preuve que les instabilités du système s'accompagnent de « vibrations locales » (vraisemblablement avec des impacts), avec de fortes contraintes en surface. Une première hypothèse peut être émise : la matière à la surface de la poutre Ω_1 peut avoir été arrachée suite à un impact suivi d'une sollicitation tangentielle dans le sens du frottement. Ainsi, cette partie aurait été une zone effective de contact, puis, suite aux sollicitations sévères de contact, aurait subi des détachements de matière. Elle serait ainsi devenue une zone creuse non portante et la surface effective de contact se serait déplacée dans des zones « plus hautes ». On peut également émettre une autre hypothèse selon laquelle les vibrations liées aux instabilités de contact jouent un rôle dans la création de cette zone endommagée, fragilisant la surface et favorisant la formation de la « ligne » d'endommagement qui s'étend sur 5mm. Il serait nécessaire d'effectuer d'autres tests pour confirmer ou infirmer ces hypothèses.



(a) Observations au MEB x850 **(b) Schéma d'interprétation**

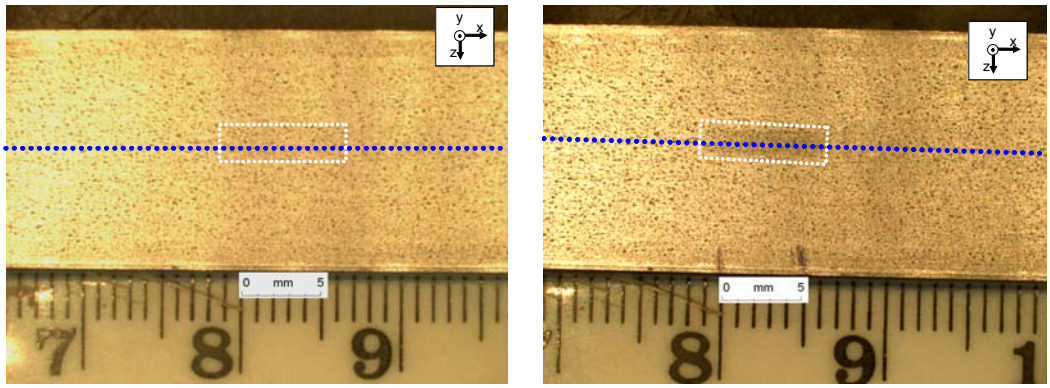
Figure IV- 27: Surface de contact de la poutre Ω_1 dans la zone 2.



(a) Observations au MEB x850 **(b) Schéma d'interprétation**

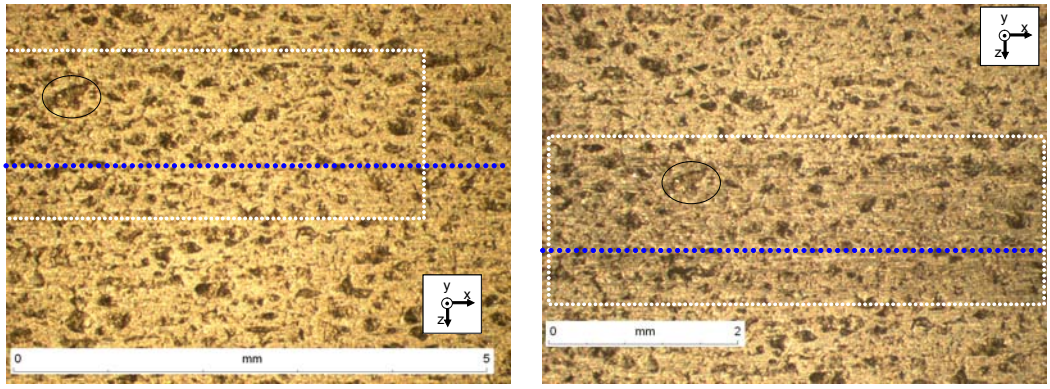
Figure IV- 28: Surface de contact de la poutre Ω_1 (a) dans la zone 3.

Les figures IV-29 et IV-30 représentent la surface de la poutre Ω_2 avant essai et après 20 cycles. La zone affectée (délimitée par un rectangle), plus sombre, par le contact apparaît clairement sur les figures IV-29(b) et IV-30(b). Sur la poutre Ω_2, la zone effective de contact est large de 2.5 mm environ, soit 2.5 fois plus que celle observée sur la poutre Ω_1. De plus, la trace laissée par le contact est plus sombre vers le haut de la zone, ce qui correspond à un décalage suivant les z négatifs par rapport à sa ligne neutre. C'est effectivement le décalage de la zone de contact effectif observé sur la poutre Ω_1 (zone 1, cf figure IV-23 et figure IV-25). Au moment de l'observation, la zone effective de contact entre les deux poutres n'est pas située au niveau de l'intersection des lignes neutres de chaque poutre. Ces observations constituent des preuves supplémentaires de l'évolution de la surface de contact (aire et localisation) au fil des cycles et ainsi la difficulté de maîtriser la localisation de la surface de contact entre les deux poutres.



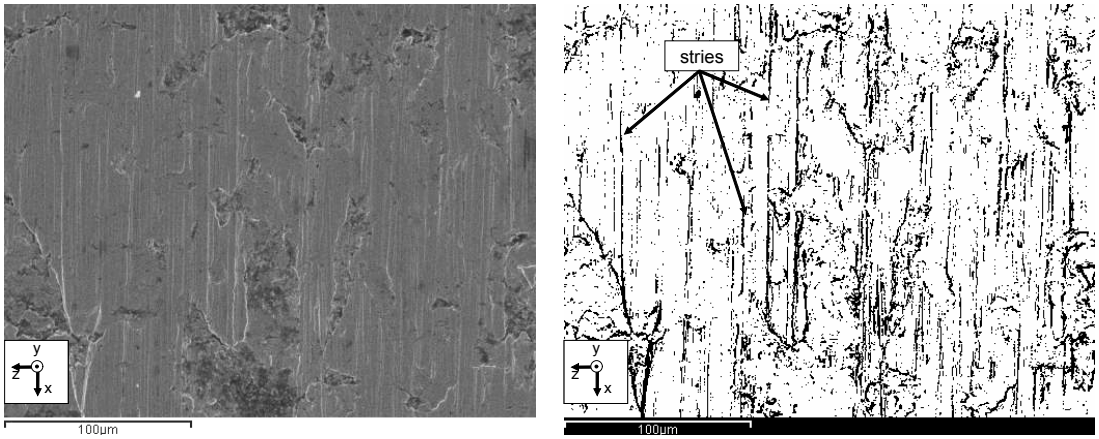
(a) **(b)**

Figure IV- 29 : Surface de contact sur la poutre Ω_2 (a) avant l'essai et (b) après 20 cycles (observation à la loupe binoculaire). L'épaisseur de la trace de frottement vaut 2.5 mm et sa longueur est d'environ 5 mm. La zone de contact est légèrement décalée suivant les z négatifs par rapport à la ligne neutre de la poutre Ω_2 (• • •).



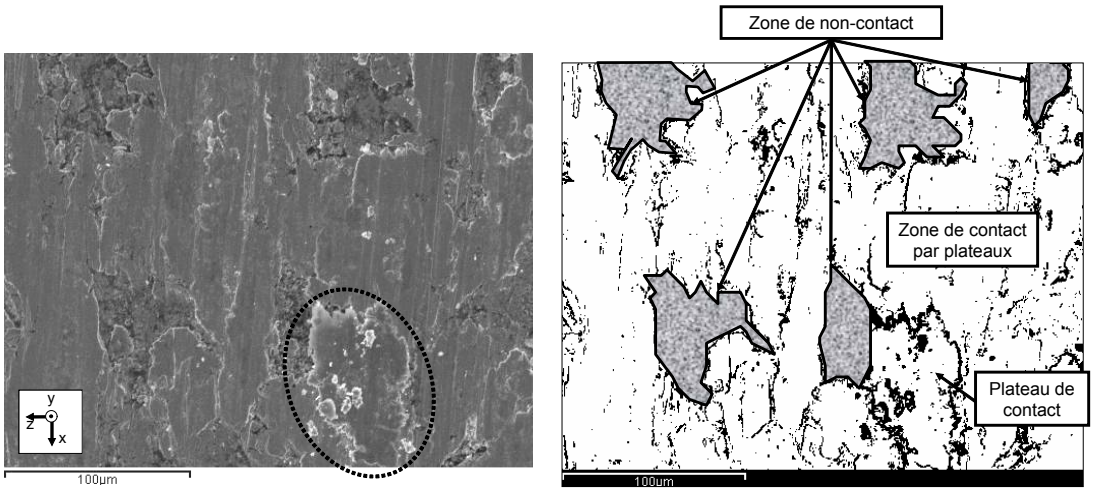
(a) **(b)**

Figure IV- 30 : Surface de contact sur la poutre Ω_1 (a) avant l'essai et (b) après 20 cycles (observation à la loupe binoculaire). (• • •) Ligne neutre de la poutre Ω_2.



(a) observations au MEB x400 **(b) Schéma d'interprétation**

Figure IV- 31: Surface de contact de la poutre Ω_2 :(a) hors de la zone de frottement et (b) dans la zone de frottement (Observations au MEB x400)



(a) observations au MEB x400 **(b) Schéma d'interprétation**

Figure IV- 32: Surface de contact de la poutre Ω_2 dans la zone de frottement.

Les figures IV-32(a) et (b) montrent que les rugosités de la surface de la poutre Ω_2 dans cette zone ont été lissées. Et de même que précédemment, ce sont des plateaux plus ou moins grands (et plus ou moins lisses) qui portent le contact entre les deux poutres. Un plateau de contact est repéré sur les figures IV-31 (a) et (b)) : il s'agit en réalité d'un amas de matière qui s'est détaché d'un des deux corps en contact. Cette particule, piégée dans le contact, est également une preuve de la présence de vibrations et d'ondes générées au niveau du contact. En effet, il semble qu'elle se soit détachée suite à des contraintes spécifiques importantes, liées par exemple à une action d'impact puis d'adhérence entre les deux corps en contact. Cet aspect mériterait d'être vérifié au moyen de tests et d'observations complémentaires.

IV-4.2.3. Conclusions

Dans cet essai, nous montrons que l'état des surfaces de contact peut modifier le comportement dynamique du système, passant d'un état glissant stable à un état instable. Numériquement, dans cette configuration, on obtient l'instabilité de contact du système pour un coefficient de frottement de 0.28. Le lissage de la surface de poutre Ω_2 observé précédemment a comme effet d'augmenter la résistance au mouvement et donc appuyer l'hypothèse selon laquelle le coefficient de frottement aurait augmenté au fil des cycles. Ces observations montrent également que la réalité physique du contact est complexe et que le paramètre de coefficient de frottement (constant) introduit dans les modèles est insuffisant pour rendre compte de cette physique, l'usure modifiant la topographie, la localisation et la géométrie locale de la zone de contact.

L'étude expérimentale des effets de l'usure est difficile, puisqu'il est impossible de contrôler parfaitement ces paramètres. De plus, l'absence d'une mesure de coefficient de frottement dans cette étude complique l'interprétation des résultats. Cependant, l'étude numérique des influences d'une modification de topographie, de la localisation et de la géométrie locale de la zone de contact apporterait des réponses quant à ce changement d'état de stabilité du système. Dans l'état actuel, le modèle numérique ne permet pas de prendre en compte ces paramètres :

- les poutres sont modélisées en une dimension : la zone de contact se situe donc à l'intersection des lignes neutres des deux poutres.

- les surfaces de contact sont considérées comme parfaitement planes ; aucune rugosité n'est prise en compte dans le calcul du contact frottant. Un modèle de contact frottant prenant en compte les rugosités permettrait d'étudier l'influence des rugosités ainsi que celle de leur lissage sur le phénomène d'instabilité de contact.

Cette étude des surfaces de contact permet de mettre en avant les perspectives de ce travail de prendre en compte les effets de l'usure sur le phénomène d'instabilité. Les

études expérimentales sur le crissement (exposées dans le chapitre I) abordent soit l'aspect macroscopique vibratoire des systèmes étudiés, soit l'aspect microscopique de la tribologie. Nous montrons dans cette partie que le crissement dépend de l'interaction de phénomènes macroscopiques et microscopiques.

IV-5. Bilan de l'étude expérimentale

Dans ce chapitre, nous avons comparé les résultats expérimentaux et numériques (issus des deux analyses) et évalué les limites des deux analyses mises en place. En effet, cette étude expérimentale a permis de valider une grande partie des résultats numériques obtenus sur l'étude des instabilités de contact du système modèle choisi.

L'analyse temporelle prédit précisément les tendances expérimentales (l'influence de la vitesse et de l'angle de contact) observées dans cette étude, malgré la non prise en compte d'un certain nombre de paramètres dans le modèle. L'allure des vibrations ainsi que leur niveau vibratoire sont prédits avec une bonne précision. Il a été mis en évidence que des fréquences propres du système (autres que la fréquence fondamentale de l'instabilité) peuvent apparaître dans le spectre de vibrations du système lors de l'instabilité.

L'analyse fréquentielle est prédictive sur le domaine de stabilité du système (influence de l'angle θ) et sur la fréquence d'instabilité (si l'analyse ne prédit qu'une seule fréquence d'instabilité). En revanche, lorsque le système est instable, elle peut surestimer le nombre de fréquences d'instabilité du système et ne permet pas de déterminer la fréquence réelle de vibrations.

Dans le § IV-4, nous avons montré que la dégradation des surfaces de contact peut modifier le domaine de stabilité du système. Numériquement, ce résultat se retrouve en augmentant le coefficient de frottement. Cependant, les phénomènes physiques qui conduisent à cette évolution du domaine de stabilité sont complexes : la topographie, la localisation et de la géométrie locale de la zone de contact évolue au fil des cycle. Les travaux d' Abu Bakar et al [ABU 05a, ABU 05b] étudient l'influence de la topographie des surfaces sur la présence de crissement et montrent que le caractère fugitif du crissement peut s'expliquer par une évolution de cette topographie. La non prise en compte de l'évolution des conditions de contact est donc une limite des deux analyses mises en place.

Le tableau IV-5 présente une comparaison entre les hypothèses des modélisations numériques et les phénomènes physiques locaux en partie mis en évidence grâce aux observations.

<table>
<tr><th>Propriétés du contact</th><th>Réalité physique</th><th>Modélisation fréquentielle</th><th>Modélisation temporelle</th></tr>
<tr><td>Aire de la surface de contact</td><td>$Aire = qq$ mm²

Variable au cours du temps</td><td colspan="2">$Aire \rightarrow 0$ mm² (contact ponctuel)

Constante</td></tr>
<tr><td>Localisation de la surface de contact</td><td>Décalage par rapport aux lignes neutres

Variable au cours du temps</td><td colspan="2">Intersection des lignes neutres des deux poutres

Constante</td></tr>
<tr><td>Résistance au mouvement (coefficient de frottement μ)</td><td>Variable suivant la position du contact

Augmentation au fil des cycles</td><td>Loi de Coulomb

μ constant</td><td>Loi de Coulomb régularisée

μ constant</td></tr>
<tr><td>Géométrie locale de contact</td><td>Rugosités
$\theta_{loc} \neq \theta$?</td><td colspan="2">Surfaces parfaitement lisses
$\theta_{loc} \approx \theta$</td></tr>
<tr><td>Cinématique du contact pendant l'instabilité</td><td>Dynamique locale de contact (impacts et dégradation de la surface)</td><td>Contact permanent (raideur de contact)
Etat glissant</td><td>Dynamique locale de contact (statut décollé, adhérent ou glissant)</td></tr>
</table>

Tableau IV- 5 : Propriétés de la surface de contact : comparaison entre la réalité physique et les modélisations fréquentielle et temporelle.

L'observation des surfaces des deux poutres permet ainsi de faire le lien entre la modélisation et la réalité physique du contact entre les deux poutres. A la suite de cette étude expérimentale, il se dessine clairement une des perspectives de ce travail qui est l'étude de la relation entre les vibrations induites par frottement et l'état de surface de contact.

Chapitre V : Discussion et perspectives

V-1. BILAN DU TRAVAIL EFFECTUE 141
V-2. APPORTS ET ORIGINALITE DU TRAVAIL 143
V-3. PERSPECTIVES 145

V-1. Bilan du travail effectué

L'étude des instabilités de contact d'un système modèle poutre-poutre en contact ponctuel avec frottement a été effectuée. Une confrontation des analyses temporelle et fréquentielle avec une validation expérimentale a été réalisée. Ce qui, à notre connaissance, n'a jamais été présenté dans la littérature.

Les deux analyses numériques ont été programmées sur une même plateforme informatique. Une étude expérimentale a permis de conclure sur la validité et les limites des modèles utilisés pour l'étude numérique. On se propose dans cette partie de faire un bilan de cette confrontation des deux analyses mises en place pour cette étude.

- **Analyse fréquentielle**

Cette analyse linéaire s'appuie sur une étude de stabilité de l'équilibre glissant à travers l'étude des valeurs propres complexes du système incluant le contact frottant. L'instabilité se manifeste par la coalescence en fréquence de deux valeurs propres du système. Parallèlement, une des deux valeurs propres possède une partie réelle positive (ou un taux d'amortissement négatif). Cette analyse prédit ainsi une ou plusieurs fréquences potentiellement instables.

Dans ce travail, cette analyse a mis en évidence le rôle du couplage des vibrations normales et tangentielles au niveau du contact des deux corps en contact. En effet, le phénomène d'instabilité par flottement est relié à une perte de raideur de certains modes qui rend le système singulier. Ces modes correspondent aux modes les plus affectés par la présence du frottement, c'est-à-dire, les modes présentant un couplage important des vibrations normales et tangentielles au niveau du contact.
Cette analyse a montré que les modes coalescents ont une forme similaire puisqu'ils sont la même combinaison de modes des deux poutres prises séparément (cf § III-3.3). La présence du contact introduit la présence de modes « doubles » dont les fréquences sont différentes pour un coefficient de frottement nul. Lorsque le coefficient de frottement augmente, on observe une coalescence entre ces modes « doubles ». On retrouve l'importance de la symétrie des modes mis en jeu dans le phénomène d'instabilité de contact, malgré le fait que le système d'étude ne soit pas symétrique.

Le domaine de stabilité du système est bien prédit par l'analyse fréquentielle, en fonction de l'angle de contact, du point de contact… Cependant, l'analyse fréquentielle surestime le nombre de fréquences potentiellement instables par rapport à l'analyse temporelle et l'étude expérimentale. L'indice d'instabilité basé sur le taux d'amortissement (négatif) de la valeur propre n'est pas en accord avec les résultats expérimentaux et numériques temporels. L'étude expérimentale a mis en évidence l'influence de l'évolution des conditions de contact sur la stabilité du système. La

modélisation actuelle de cette analyse linéaire ne permet pas d'étudier l'influence de cette évolution.
Ce travail montre que ce type d'analyse, grâce à la validité du domaine de stabilité prédit et à son faible coût de calcul, est particulièrement adapté pour des études paramétriques qui visent à supprimer le phénomène d'instabilité de contact.

- **Analyse temporelle**

Le principe de cette analyse est de calculer au cours du temps les valeurs de déplacements, vitesses et accélérations aux différents nœuds, ainsi que les valeurs des forces de contact. Elle tient compte de l'aspect non linéaire du frottement et du contact. L'instabilité du système est caractérisée par l'établissement de vibrations (instables) « continues » ou « discontinues ».

L'analyse temporelle montre que l'allure des vibrations est liée à l'angle de contact, au coefficient de frottement et aux vitesses et forces macroscopiques appliquées. Les niveaux de vibrations du système instable sont beaucoup plus importants que ceux du système stable.
Elle montre également que les instabilités de contact se manifestent localement par des phases successives d'adhérence, de glissement ou de décollement au niveau de la surface de contact. Elle met ainsi en évidence des conditions de contact plus sévères : les vitesses relatives et forces locales de contact sont beaucoup plus importantes que les vitesses et forces macroscopiques appliquées.

L'analyse temporelle prédit bien le domaine de stabilité du système, ainsi que l'allure en temps et le contenu fréquentiel des vibrations du système. L'influence de la vitesse macroscopique et de l'angle est également validée expérimentalement. En revanche, la modélisation mise en place pour cette analyse ne permet pas de prendre en compte l'effet de l'usure et de l'évolution des conditions de contact sur les vibrations obtenues. Une autre limite de cette analyse est son temps de calcul relativement long qui rend les études paramétriques plus lourdes à mettre en œuvre que pour l'analyse fréquentielle.

Ce travail montre que l'analyse temporelle mise en place permet d'étudier complètement les instabilités de contact à deux échelles : l'échelle macroscopique (vibrations du système) et l'échelle locale (changement de statut cinématique de contact). Elle fournit toutes les sorties pour effectuer une étude acoustique qui s'appuierait sur l'accélération pariétale bien calculée par l'analyse temporelle. L'étude numérique de l'évolution du statut des surfaces de contact permet d'expliquer d'éventuelles observations post-mortem des surfaces.

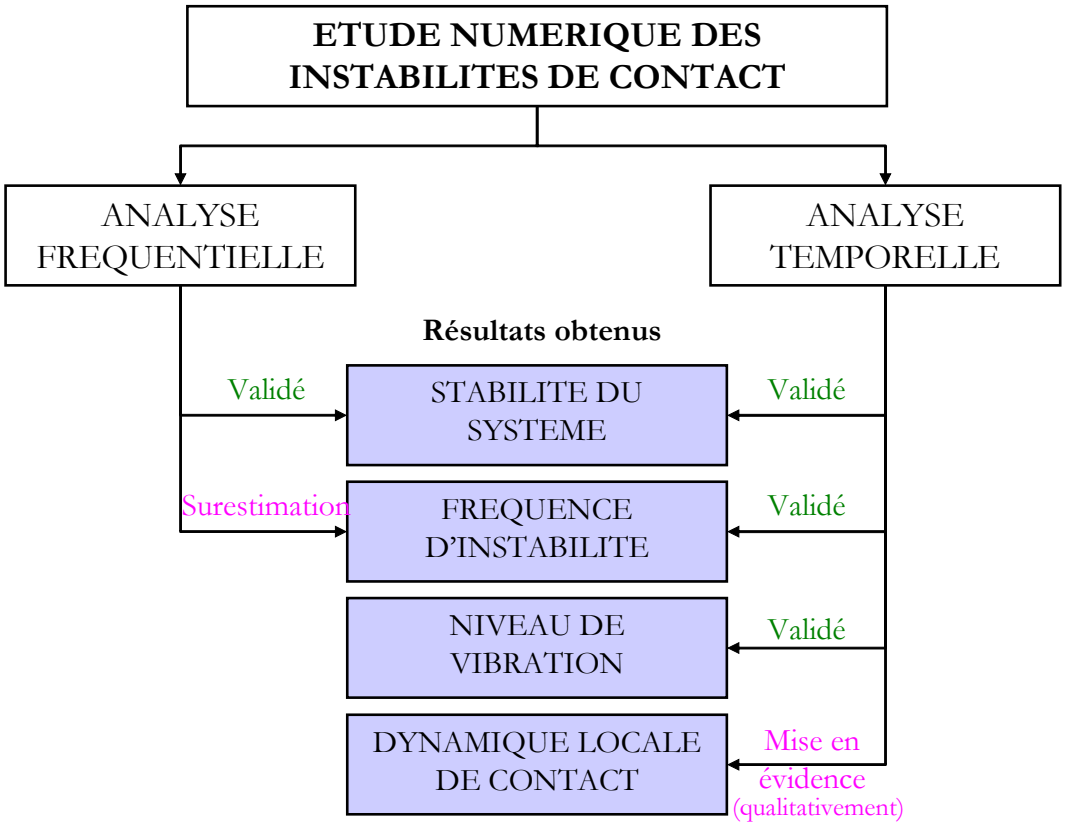


Figure V- 1 : Bilan de la confrontation des deux analyses numériques mises en place pour l'étude du système modèle.

V-2. Apports et originalité du travail

Ce travail de thèse s'inscrit dans l'ensemble des travaux effectués pour étudier le phénomène d'instabilités de contact responsable entre autre des problèmes de crissement de freins.

Dans un premier temps, on souhaite situer ce travail par rapport aux différentes théories exposées au § I.2.

- Des instabilités du système sont obtenues sans que le coefficient de frottement ne décroisse avec la vitesse. Les vibrations du système peuvent être « discontinues » et s'apparenter à un phénomène de *stick-slip* au sens de Mills [MILL 38], c'est-à-dire en terme de mouvement global du système (en réalité, pendant la phase de « *slip* », localement, le nœud en contact a successivement un statut glissant, adhérent et décollé). En augmentant la vitesse appliquée, le système est toujours instable mais les vibrations sont continues et ne s'apparentent plus au même phénomène de *stick-slip*.

- La théorie du *sprag-slip* met en avant l'importance de la cinématique du système. Dans le système modèle d'étude, les deux analyses numériques ainsi que l'étude expérimentale mettent en évidence le rôle important de l'angle de contact θ dans la stabilité du système.

- L'analyse fréquentielle montre que l'instabilité de contact se manifeste par une coalescence de deux modes du système. Cette étude a été effectuée sur un système modèle dont la géométrie ne contient pas de symétrie cyclique. On peut généraliser la constatation selon laquelle ce sont les modes doubles du disque qui sont à l'origine du phénomène. En effet, on a montré, dans l'étude des résultats de l'analyse fréquentielle, que même si le système ne contient pas de symétrie, le contact induit la présence de « modes doubles » formés de la même combinaison de modes de chaque poutre. C'est à travers la coalescence de ces modes « doubles » que l'instabilité potentielle du système se manifeste.

- L'étude expérimentale du système montre que les conditions de contact peuvent évoluer et modifier le comportement dynamique du système. Ainsi ces résultats expérimentaux confirment certains résultats observés et présentés dans la théorie du *hammering* : l'évolution de la surface de contact a pour conséquence de faire apparaître des instabilités de contact du système. Cette évolution de la surface de contact s'accompagne de phénomènes complexes (notamment la formation de plateaux de contact) liés à l'usure des surfaces de contact.

Dans un deuxième temps, on souhaite souligner l'apport et l'originalité de ce travail.

- Le système d'étude est un système modèle, ce qui permet de diminuer le nombre de paramètres influents sur le phénomène d'instabilités de contact. Ce système ne contient pas de symétrie contrairement à la plupart des systèmes simplifiés de frein étudiés dans la littérature.

- L'étude numérique des instabilités de contact de ce système a été réalisée au moyen de deux types d'analyses fréquentielle et temporelle, souvent effectuées séparément, malgré la complémentarité des résultats obtenus. Pour des systèmes simples ou des systèmes plus complexes, nous avons montré que la mise en place des deux analyses permet de disposer de tous les outils pour étudier le comportement du système, l'incidence des vibrations sur le bruit et les contraintes locales de contact et pour repousser l'instabilité du système à des coefficients de frottement plus élevés.

- Pour la première fois, à notre connaissance, les analyses numériques fréquentielle et temporelle ont été à la fois confrontées entre elles et confrontées à une étude expérimentale. La validation expérimentale permet

de créditer la confrontation et ainsi de connaître la validité et les limites de chaque analyse.

- L'étude expérimentale aborde à la fois l'aspect vibratoire (macroscopique) et l'aspect tribologique (microscopique) du phénomène d'instabilité de contact.

- Nous avons mis en évidence à travers une étude expérimentale de l'évolution des surfaces de contact, le rôle des phénomènes à l'échelle microscopique sur le caractère fugitif des instabilités de contact. Nous retrouvons un résultat des travaux de Abu Bakar et al. [ABU 05a, ABU 05b] qui montre que l'évolution de la topographie de surface peut avoir pour conséquence de faire disparaître ou apparaître l'instabilité de contact.

V-3. Perspectives

Si les principaux objectifs fixés (§ I-5) ont été atteints, un certain nombre de points mériteraient d'être développés et approfondis.

- **Exploitation de l'analyse fréquentielle**

L'étude des matrices de raideur et masse généralisées à partir de l'analyse fréquentielle est présentée en annexe A. Pour le coefficient critique d'instabilité, le système est singulier, autrement dit le déterminant de la matrice de raideur est nul. Cette propriété de la matrice de raideur généralisée peut être exploitée afin d'évaluer, pour un coefficient de frottement non nul donné, la propension du système à être instable. Le domaine de stabilité de l'analyse fréquentielle est bien prédit. Ainsi, disposant d'un indice d'instabilité (valeur scalaire), une étude paramétrique (sur la géométrie ou les matériaux par exemple) à un coefficient de frottement constant permettrait d'optimiser le système en minimisant ce scalaire.

- **Optimisation de l'analyse temporelle**

Dans l'étude des instabilités de contact, nous avons montré que l'analyse temporelle est particulièrement intéressante à mettre en place pour d'une part connaître la fréquence de vibration réelle du système et d'autre part pour connaître l'évolution de toutes les quantités locales et macroscopiques du système en fonctionnement. Cependant, la principale limite de l'analyse temporelle est son temps de calcul. Ainsi il serait intéressant de réduire la taille du système en utilisant des méthodes de condensation et de réduction modale pour réduire et optimiser les temps de calculs, particulièrement si on souhaite mettre en place ce type d'analyse pour des systèmes plus complexes. Pour le système modèle étudié, ce n'est pas indispensable, mais cela permettrait de valider la méthode en vue de la mettre en place pour des systèmes plus importants.

- **Développement du modèle numérique temporel pour appuyer l'étude tribologique expérimentale**

L'importance des conditions de contact a été mise en évidence dans l'étude expérimentale. Le développement d'une modélisation du contact en parallèle avec des études tribologiques expérimentales permettrait de retrouver des phénomènes physiques non pris en compte dans la modélisation. L'étude expérimentale des effets de l'usure est difficile, puisqu'il est impossible de contrôler parfaitement les différents paramètres dont elle dépend. La prise en compte, dans le modèle numérique temporel, de l'évolution des conditions de contact permettrait de faire une étude numérique des effets des différents aspects de cette évolution : modification de la topographie (rugosités), de la localisation et de la géométrie locale de la zone de contact. Cette étude numérique permettra de définir l'importance des différents aspects de l'évolution des conditions de contact et d'expliquer des phénomènes observés expérimentalement.

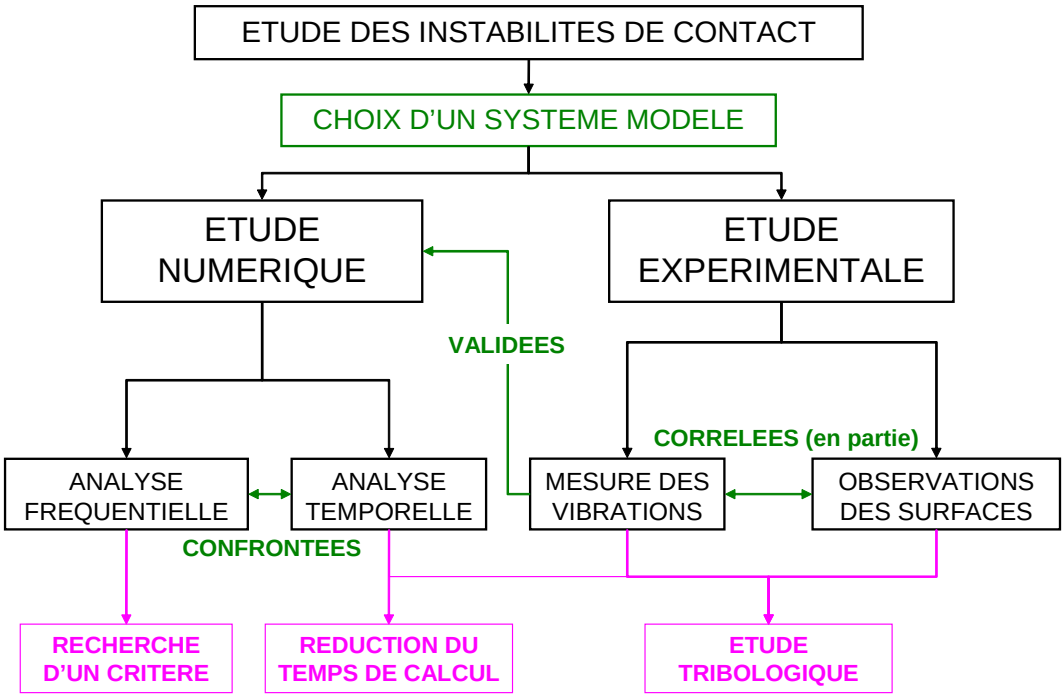


Figure V- 2 : Bilan (—) et perspectives (—) de l'étude du système modèle.

Bibliographie

[ABU 05a] A. R. Abu Bakar, H. Ouyang, J. E. Siegel, Brake pad surface topography Part I: Contact pressure distribution, *SAE* paper No 05BC-4 (2005).

[ABU 05b] A. R. Abu Bakar, H. Ouyang, J. E. Siegel, Brake pad surface topography Part II: Squeal generation and prevention, *SAE* paper No 05BC-03 (2005).

[ABU 06] A. R. Abu Bakar, H. Ouyang, Complex eigenvalue analysis and dynamic transient analysis in predicting disc brake squeal, *International Journal of Vehicle Noise and Vibrations* 2(3)(2006).

[ADAM 95] G. G. Adams, Self-excited oscillations of two elastic half-spaces sliding with a constant coefficient of friction, *Journal of Applied Mechanics* 62 (1995) 867-872.

[ADAM 98] G. G. Adams, Steady sliding of two elastic half-space with friction reduction due to interface stick-slip, *Journal of Applied Mechanics* 65 (1998) 470-475.

[AKAY 00] A. Akay, J. Wickert, Z. Xu, Investigation of mode lock-in and friction interface, Final Report, Department of mechanical engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 2000.

[AKAY 02] A. Akay, Acoustic of Friction, *Acoustic Society of America*, (2002) 1525-1548.

[ALLG 02] R. Allgaier, Experimentelle und numerische untersuchungen zum bremsenquietschen, PhD thesys, University of Stuttgart,reuhe12 Nr 481, Stuttgart, 2003.

[AMO 1699] G. Amontons, De la résistance causée dans les machines, Mémoire de l'Académie Royale des Sciences, Paris, 1699.

[ANDR 76] D. J. Andrews, Rupture Velocity of plane strain shear cracks, *Journal of Geophysical research* 81 (1976) 5679-5687.

[AOCH 01] H. Aochi, E. Fukuyama, Three-dimensional non planar simulation of the 1991 Landers earthquake, *Journal of Geophysical research* 107 (2001) 10.1028/2000JB000032.

[ARCH 78] R. Archuletta, G. Frasier, Three-dimentional numerical simulations of dynamic aulting in a half space, Bull. Seis. Soc. Am.

[BAIL 00] L. Baillet, H. Walter, M. Brunet, A 3D algorithm for explicit dynamic FE code applied to the ironing process, *Metal forming* (2000) 141-147.

[BAIL 02] L. Baillet, T. Sassi, Finite element method with Lagrange multipliers for contact problems with friction, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences Paris* Series I 334 (2002) 917-922.

[BAIL 05] L. Baillet, S. D'Errico, Y. Berthier, Influence of sliding contact local dynamics on global friction coefficient variation, *Revue Européenne des Eléments Finis* 14 (2-3) (2005) 305 – 322.

[BANE 68] A. K. Banerjee, Influence of kinetic friction on the critical velocity of stick-slip motion**,** *Wear* 12 (2) (1968) 107-116.

[BARB 93] J. R. Barber, L. Kwangjin, Frictionally excited thermoelastic instability in automotive disk brakes, *Journal of Tribology, Transaction of the ASME* 115 (1993) 607-614.

[BARB 94] J. R. Barber, L. Kwangjin, An experimental investigation of frictionally-excited thermoelastic instability in automotive disk brakes under a drag brake application, *Journal of Tribology, Transaction of the ASME* 116 (1994) 409-414.

[BATH 82] K. J. Bathe, Finite element procedures in engineering analysis, New-York Prentice Hall, 1982, 735p.

[BERG 99] F. Bergman, M. Erikson, S. Jacobson, Influence of disc topography on generation of brake squeal, *Wear* 225-229 (1999) 621-628.

[BERT 95] Y. Berthier, Maurice Godet's third body, *22nd Leeds-Lyon Symposium on Tribology* (1995) 2209-2244.

[BLOK 40] H. Blok, Fundamental mechanical aspects of boundary lubrication, *SAE Journal* 46(2) (1940) 54-68.

[CARP 91] N. J. Carpenter, R. L. Taylor, M. G. Kantona, Lagrange contrainsts for transient finite element surface contact, *Int. J. Numerical Methods Engineering* 32 (1991) 103-128.

[CAMP 97] M. Campillo, I. R. Ionescu, Initiation of antiplane shear instability under slip-dependent friction, *Journal of Geophysical research* 102 (1997) 20363-20371.

[CHAN 94] S. N. Chan, J. E. Mottershead, M. P. Cartmell, Parametric resonances at subcritical speeds in discs with rotating frictional loads, *Proceedings of the Institution of mechanical Engineers* Part C 208 (C6) (1994) 417-425.

[CHAR 97] M. L. Chargin, L. W. Dunne, D. N. Herting, Nonlinear dynamics of brake squeal, *Finite element in analysis and design* 28 (1997) 69-82.

[CHAU 86] A. Chaudary, K. J. Bathe, A solution method for static and dynamic analysis of three-dimentional problemswith friction, *Computer and Structures* 37 (1986) 319-331.

[CHEN 00] F. Chen, S. E. Chen, P. Harwood, In-plane mode/friction process and their contribution to disc brake squeal at high frequency, *Technical Report 2000-01-2773*, SAE, Warrendale, PA, 2000.

[CHEN 02a] F. Chen, J. Chern, J. Swayze, Modal coupling and its effect on brake squeal, *Technical Report 2002-01-0922*, SAE, Warrendale, PA, 2002.

[CHEN 02b] G. X. Chen, Z. Zhou, P. Kapsa, L. Vincent, Effect of surface topography on formation of squeal under reciprocating sliding, *Wear* 253 (2002) 411-423.

[CHER 02] Y. Chern, F. Chen, J. Swayze, Non linear brake squeal analysis, SAE paper 2002-01-3138 (2002).

[COCH 00] A. Cochard, J. R. Rice, Fault rupture between dissimilar materials: Ill-posedess, regularization and slip-pulse response, *submitted to the Journal of Geophysical Research*, February 2000.

[COU 1785] C. A. Coulomb, Théorie de machines simple, Mémoires de Mathématique et de Physique de l'Académie Royale, Paris, 1785, 161-342.

[CUNE 01] K. A. Cunefare, R. Rye, Investigation of disc brake squeal via sound intensity and laser vibrometry, *Technical Report 2001-01-1604, SAE*, Warrendale, PA, 2001.

[CURN 84] A. Curnier, A theory of friction, *International Journal of Solids and Structures*, 20(7) (1984) 637-647.

[DATH 84] G. Dhatt, G. Touzot, Une présentation de la méthode des éléments finis, 2° édition, Paris : Maloine, 1984, 543p.

[DENO 01] Y. Denou, M. Nishiwaki, First order analysis of low frequency disc brake squeal, Technical Report 2001-01-3136, SAE, Warrendale, PA, 2001.

[DIET 79] J. H. Dieterich, Modeling of rock friction - 1. Experimental results and constitutive equations, *Journal of Geophysical Research* 84 (1979) 2161-2168.

[DIET 81] J. H. Dieterich, Constituted properties of faults with simulatd gouge, In: N.L. Carter, M. Friedman, J.M. Logan, D.W. Stears (Eds), Mechanical Behavior of Crustal Rocks, Geophysical Monograph Series, American Geophysical Union Vol 24 (1981), Washington DC, 103-120.

[DIET 94] J. H. Dieterich, B. D. Kilgore, Direct observation of frictional contact: new insights for state dependent properties, *Pure Applied Geophysics* 143 (1994) 283-302.

[DUBO 07] F. Dubois, M. Renouf, Numerical strategies and software architecture dedicated to the modelling of dynamical systems in interaction. Application to multibody dynamics, in Multibody 2007 proceedings, 25-28 June 2007 - Politecnico di Milano, Milano, Italy.

[DUFF 04a] P. Duffour, J. Woodhouse, Instability of systems with a frictional point contact. Part 1: Basic modelling, *Journal of Sound and Vibration* 271 (2004) 365 – 390.

[DUFF 04b] P. Duffour, J. Woodhouse, Instability of systems with a frictional point contact. Part 2: Model extensions, *Journal of Sound and Vibration* 271 (2004) 391 – 410.

[DUFF 07] P. Duffour, J. Woodhouse, Instability of systems with a frictional point contact-Part 3: Experimental tests *Journal of Sound and Vibration*, *Volume* 304 (1-2) (2007) 186-200

[EARL 77] S. W. E. Earles, A mechanism of disc-brake squeal, *Technical Report 770181, SAE*, Warrendale, PA, 1977.

[EARL 84] S. W. E. Earles, M. Badi, Oscillatory instabilities generated in a double-pin and disc undamped system : a mechanism of disc brake squeal, Proceeding *of the Institution of Mechanical Engineers* C 198 (1984), 43-49.

[EARL 87] S. W. E. Earles, P.W. Chambers, Disc brake squeal noise generation: predicting its dependency on system parameters including damping, *International Journal of Vehicle Design* 8 (1987) 538-552.

[ERIK 99] M. Erikson, F. Bergman, S. Jacobson, Surface characteristic of brake pads after running under silent and squealing conditions, *Wear* 232 (1999) 621-628.

[ERIK 02] M. Erikson, F. Bergman, S. Jacobson, On the nature of tribological contact in automotive brakes, *Wear* 252 (2002) 26-36.

[FELS 78] A. Felske, G. Hoppe, H. Mattai, Oscillations in squealing disc brakes – Analysis of vibration modes biholographic interferrometry, Technical Report 780333, SAE, Warrendale, PA, 1978.

[FILL 07a] N. Fillot, I. Iordanoff, Y. Berthier, Wear modeling and the third body concept, *Wear* 262 (7-8) (2007) 949-957.

[FILL 07b] N. Fillot, I. Iordanoff, Y. Berthier, Modelling third body flows with a discrete element method—a tool for understanding wear with adhesive particles *Tribology International* 40 (6) (2007) 973-981.

[FLIN 02] J. Flint, J. Hultén, Lining-Deformation-Induced Modal Coupling as Squeal Generator in a Distributed Parameter Disc Brake Model, *Journal of Sound and Vibration* 254(1) (2002) 1-21.

[FIEL 93] J. D. Fieldhouse, T. P. Newcomb, The application of holographic interferometry to the study of disc brake noise, Technical Report 930805, SAE, Warrendale, PA, 1993.

[FIEL 96] J. D. Fieldhouse, T. P. Newcomb, Double pulsed holography used to investigate noisy brakes, *Optics and Lasers in Engineering* 25 (6) (1996) 455-494.

[FOSB 59] R. A. C. Fosberry, Z. Holubecki, Interim report on disc brake squeal, Technical Report 1959/4, Motor Industry Research Association, Warwickshire, England, 1959.

[FOSB 61] R. A. C. Fosberry, Z. Holubecki, Disc Brake Squeal: its mechanism and its suppression, *Technical Report 1961/1, Motor Industry Research Association*, Warwickshire, England, 1961.

[FRIT 07] G. Fritz, J. J. Sinou, J. M.Duffal, L. Jézéquel, Effects of damping on brake squeal coalescence patterns – application on a finite element model, *Mechanics Research Communications*, 34(2) (2007) 181-190.

[GIAN 05] O. Giannini, F. Massi, A. Sestieri, Experimental Characterization of the high frequency squeal on a laboratory brake set-up, *Proceedings of IMAC XXIII*, paper No. 107 (2005), Orlando (FL), USA.

[GINN 78] K. B. Ginn, Architectural acoustics, Naerum Denmark: Bruel & Kjaer , 1978 . - 170 p.

[GODE 84] M. Godet, The third body approach: a mechanical view of wear, Wear 100 (1984) 437-452.

[GUAN 01] D. Guan, J. Huang, Study on brake squeal by feed-in energy analysis, *SAE* paper 2001-01-0950 (2001) 69-72.

[HALL 85] J. O. Hallquist, G. L. Goudreau, D. J. Benson, Sliding interfaces with contact-impact in large-scale lagrangian computations, *Computer Method in Applied Mechanics* 51 (1985) 107-137.

[HEND 02] W. Hendricx, F. Garesci, A. Pezzutto, H. Van der Auweraer, Experimental and numerical Modelling of Friction Induced Noise in Disc Brakes, *SAE International* (2002) 1566-1571.

[HILB 78] H. M. Hilbert, T.J.R Hughes, Collocation, dissipation and overshoot for time integration schemes in structural dynamics, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 6 (1978) 99-118.

[HOUB 50] J. C. Houblot, A recurrence matrix solution for the dynamic response of elastic aircraft, *Journal of the Aeronautical Science* 17 (1950) 540-550.

[HU 97] Y. K. Hu, L. I. Nagy, Brake squeal analysis using non-linear transient finite element method, Technical Report 642258, SAE, Warrendale, PA, 1994.

[HUAN 06] J. Huang, C. M. Krousgrill, A. K. Bajaj, Modeling of automotive drum brakes for squeal and parameter sensitivity analysis, *Journal of Sound and Vibration* 289 (2006) 245-263.

[IBRA 94a] R. A. Ibrahim, Friction-induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos, Part I: Mechanics of Contact and Friction, *ASME Applied Mechanics Reviews* 47 (1994) 209-226.

[IBRA 94b] R. A. Ibrahim, Friction-induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos, Part II: Dynamics and Modeling, *ASME Applied Mechanics Reviews* 47 (1994) 227-253.

[IBRA 98] R. A. Ibrahim, S. Madhavan, S. L. Qiao and W. K. Chang, Experimental investigation of friction-induced noise in disc brake systems, *International Journal of Vehicle Dynamics (in press)*. (1998).

[ICHI 93] Y. Ichiba, Y. Nagasawa, Experimental study on brake squeal, Technical Report 930802, SAE, Warrendale, PA, 1993.

[JARV 63] R. P. Jarvis, B. Mills, Vibrations induced by friction, *Proceedings of the institution of mechanical Engineers* 178 (32) (1963) 847-857.

[KINK 03] N. M. Kinkaid, O. M. O'Reilly, P. Papadopoulos, Automotive disc brake squeal, *Journal of sound and Vibration* 267 (2003) 105-166.

[KUNG 01] S. W. Kung, K. B. Dunlap, R. S. Ballinger, Complex eigenvalue analysis for reducing low frequency Brake squeal, *Society of Automotive Engineers* (2001) 2000-01-0444, 91-123.

[LANG 93] A. M Lang, H. Smale, An approach to the solution of disc brake vibration, in Braking of Road Vehicles. Automobile Division of the Institution of Mechanical Engineers, Mechanical Engineering Publications Limited, Suffolk, England, (1993) 223-231.

[LEE 03a] Y. S.Lee , P. C. Brooks, D. C.Barton, D. C. Crolla, A predictive Tool to evaluate disc brake squeal propensity part 1: the model philosophy and the contact problem, *International Journal of Vehicle Design* 31 (2003) 289-308.

[LEE 03b] Y. S.Lee, P. C. Brooks, D. C.Barton, D. C. Crolla, A predictive Tool to evaluate disc brake squeal propensity part 2: system linearization and modal analysis, *International Journal of Vehicle Design* 31 (2003) 309-329.

[LEE 03c] Y. S. Lee, P.C. Brooks, D. C. Barton, D. C. Crolla, A predictive Tool to evaluate disc brake squeal propensity part 3: parametric design studies, *International Journal of Vehicle Design* 31 (2003) 330-353.

[LEGR 05] M. Legrand, Modèles de prédiction de l'interaction rotor/stator dans un moteur d'avion, Thèse : Université de Nantes, 2005, 176 p.

[LESU 88] C. Lesueur, Rayonnement acoustique des structures, Paris: Eyrolles, 1988 - xxx, 593 p,- Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricite de F; 0399-4198 ; 66.

[LILE 89] G. D. Liles, Analysis of disc brake squeal using finite element method, SAE paper 891150 (1989).

[LINC 04] V. Linck, L. Baillet, Y. Berthier, Dry friction: influence of local dynamic aspect on contact pressure, kinematics and friction, *30th Leeds-lyon Symposium on Tribology* (2004) 545-552.

[LINC 05] V. Linck. Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant. Mise en évidence d'instabilités locales de contact - Conséquences tribologiques, Thèse : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2005, 223 p.

[LINK 92] M. F. Linker, J. H. Dietrich, Effects of variable normal stress on rock friction: Observations and constitutive equations, Journal of Geophysical Research, 105 (23) (1992) 4923-4940.

[MART 99] J.A.C. Martins, S. Barbarin, M. Raous, A. Pinto da Costa, Dynamic stability of finite dimensional linearly elastic systems with unilateral contact and Coulomb friction, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177 (3-4) (1999) 289-328.

[MART 02] J.A.C. Martins, M. Raous (Eds), *Friction and instabilities,* CISM Courses and Lectures, Springer Verlag, n°457, Wien-New York, 2002. (310 pages)

[MASS 06a] F. Massi, L. Baillet, O. Giannini, Squeal prediction on a simplified brake system by complex eigenvalue analysis, *ISMA 2006-Internationnal Conference on Noise and Vibration Engineering*, Leuven, Belgium, 2006.

[MASS 06b] F. Massi, Dynamic and tribological analysis of brake squeal, Thèse : University of Rome "La Sapienza" et INSA-Lyon, 207 p.

[MASS 06c] F. Massi, A. Sestieri, L. Baillet, The effect of modal damping on brake squeal instability, *the Thirteenth International Congress on Sound and Vibration – ICSV13*, Vienna, Austria, 2006.

[MASS 06d] F. Massi, O. Giannini, L. Baillet, Brake squeal as dynamic instability: an experimental investigation, *Journal of the Acoustical Society of America* 120(3) (2006) 1388-1399.

[MASS 07] F. Massi, L. Baillet, O. Giannini, A. Sestieri, Brake squeal: linear and nonlinear numerical approaches, accepted in *Mechanical Systems and Signal Processing* (2007).

[MATS 93] M. Matsuzaki, T. Izumihara, Brake noise caused by longitudinal vibration of the disc rotor, Technical Report 930804, SAE, Warredale, PA, 1993.

[MEZI 06] A. Meziane, L. Baillet, B. Laulagnet, Instabilités de frottement : approches temporelle et fréquentielle, *Proceedings of Colloque de Vibrations, Chocs et Bruit*, Lyon, France, 2006.

[MEZI 07] A. Meziane, S. D'Ericco, L. Baillet, B. Laulagnet, Instabilities generated by friction in a pad-disc system during the braking process, *Tribology International* 40 (7) (2007) 1127-1136.

[MILL 38] H. R. Mills, Brake Squeal, *Institution of Automobile Engineers* (1938).

[MILL 78] N. Millner, An analysis of disc brake squeal, *Technical Report 780332, SAE*, Warrendale, PA, 1978.

[MOIR 03] F. Moirot, Q.S. Nguyen, A. Oueslati, An example of stick–slip and stick–slip–separation wave *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 22 (1) (2003) 107-118.

[MORS 86] P. M. Morse, K. U. Ingard, Theoretical Acoustics, New Jersey: Princeton University Press, 1986 . - XIX-927 p.

[MOTT 92] J. E. Mottershead, S. N. Chan, Brake Squeal – an analysis of symmetry and flutter instability, in R. A. Ibrahim, A. Som (Eds), Friction-induced Vibration, Chatter squeal and chaos, Vol DE-49, *American Society of Mechanical Engineers*, New York, 1992, pp 87-97.

[MOTT 95] J. E. Mottershead, S. N. Chan, Flutter instability of circular discs with frictional follower forces, *Transaction of the American Society of Mechanical Engineers Journal of Vibration and Acoustics* 117 (1) (1995) 161-163.

[MOTT 98] J. E.Mottershead, Vibration- and friction-induced instability in disks, *Shock and Vibration Digest*, 30 (1) (1998) 14-31.

[MURA 84] H. Murakami, N. Tsunada, T. Kitamura, A study concerned with a mechanism of disc brake squeal, *Technical Report 841233*, SAE, Warrendale, PA, 1984.

[NAGY 94] L. I. Nagy J. Cheng, Y. Hu, A new development to predict brake squeal occurrence, SAE paper 942258, 1994.

[NEWM 59] N. M. Newmark, A method of computation for structural dynamics, *Journal of engineering Mechanics Division, ASCE,* 85 (EM3) (1959) 67-94.

[NGUY 93] Q.S. NGuyen (Ed), Bifurcation and Stability of Dissipative Systems, CISM Courses and Lectures, Springer Verlag, n°327, Wien-New York, 1993.

[NGUY 94] Q.S. Nguyen, Bifurcation and stability in dissipative media (plasticity, friction, fracture) *Appl. Mech. Rev.* 47 (1994) 1-31.

[NORT 72] M. R. North, Disc brake squeal – A theoretical model, *Technical report 1972/5, Motor Industry Research Association*, Warwickshire, England, 1972.

[NORT 76] M. R. North, Disc brake squeal, In: *proc. Conf. on braking of raod vehicle-proceedings of a conference-institution of mechanical engineers, automobile division-institute of road transport engineers*, Loughborough, 1976, pp 169-176.

[NISH 89] M. Nishiwaki, H. Harada, H. Okamura, T. Ikeuchi, Study on disc brake squeal, Technical Report 890864, SAE, Warrendale, PA, 1989.

[NISH 93] M. Nishiwaki, Generalized theory ok brake noise, *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers* D 207 (1993) 195-202.

[NGUY 03] Q. S. Nguyen, Instability and friction, *Compte rendus de Mécanique* 331(1) (2003) 99-112.

[OANC 96] V. G. Oanca, T. A. Laursen, Dynamics of a State Varaible Frictional Law in Finite Element Analysis, *Finite Elements in Analysis and Design* (1996) 25-40.

[OANC 97] V. G. Oanca, T. A. Laursen, Stability Analysis of State Dependent Dynamic Frictionnal Sliding, *International Journal of Non-Linear Mechanics* 32 (1997) 837-853.

[ODEN 85] J. T. Oden, J. A. C. Martins, Models and computational methods for dynamic friction phenomena, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 52 (1985) 527-634.

[OUYA 98] H. Ouyang, J. E. Mottershead, M.P. Cartmell, M.I. Friswell, Friction-induced parametric resonances in discs: effect of a negative friction-velocity relationship, *Journal of Sound and Vibration* 209 (2) (1998) 251-264.

[OUYA 00] H. Ouyang, J. E. Mottershead, D. J. Brookfield, S. James, M. P. Cartmell, A Methodology for the determination of Dynamic instabilities in a car disc Brake, *International Journal of Vehicle Design*, *Special Issues on Brake Roughness, Noise, Vibration and Dynamics* 23 (3/4), (2000) 241-262.

[PRAK 93] V. Prakash, R. J. Clifton, Time resolved dynamic friction measurements in pressure-shear, *Experimental Techniques in the dynamics of deformable Solids*, (AMD- Vol. 165), ASME, New-York (1993), pp 33-48.

[PEIL 04] G. Peillex, Etude de l'interaction premiers corps – troisième corps. Couplage éléments finis – éléments discrets, Mémoire de DEA, Institut Nationale de Sciences Appliquées de Lyon, 2004, 65p.

[RANJ 01] K. Ranjith, J. R. Rice, Slip dynamics at an interface between dissimilar materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49 (2001) 341-361.

[REEV 00] M. Reeves, N. Taylo, C. Edwards, D. Williams, C. H. Buckberry, A study of disc modal behaviour during squeal generation using high speed electronic speckle pattern interferometry and near-field sound pressure measurements, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* D 214 (D3) (2000) 285-296.

[RENA 98] Y. renard, Modélisation des instabilities liées au frottement sec des solides élastiques, aspects théoriques et numériques, Thèse scientifique, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1998, 210p.

[RHEE 89] S. K. Rhee, P. H. S. Tsang, Y. S. Wang, Friction-induced noise and vibration of disc brakes, *Wear* 133 (1989) 39-45.

[RHEE 90] S. K. Rhee, M.G. Jacko, P. H. S. Tsang, The role of friction film in friction, wear, noise of automotive brakes, *Technical Report 900004, SAE*, Warrendale, PA, 1990.

[RUDO 01] M. Rudolph, K. Popp, Friction induced brake vibrations, *Proceedings of DETC'01*, DETC 2001/ VIB-21509, ASME, Pittsburgh, PA, 2001, pp 1-10.

[RUIN 83] A.L. Ruina, Slip instability and state variable friction laws, *Journal of Geophysical Research* 88(10) (1983) 359-370.

[SAAD 98] A. Saad, M. Watany, S. Abouel-Seoud, I. Abdel-Gawad, Passenger car disk brake squeal, *Proceeding of the International SAMPE Symposium and Exhibition* 43 (2) (1998) 1158-1169.

[SAUL 06] A. Saulot, S. Descartes, D. Desmyter, D. Levy, Y. Berthier, A tribological characterization of the "damage mechanism" of low rail corrugation on sharp curved track, *Wear*, 260 (9-10) (2006) 984-995.

[SCHA 71] A. Schallamach, How does rubber slides?, *Wear* 17 (1971) 301-312.

[SEVE 01] B. Seve B., I. Iordanoff, Y. Berthier, Using Discrete Models to Simulate Solid Third Bodies : Influence of Inter-granule Forces on the Macroscopical Behaviour", *Tribology series* 39 (2001) 361-368.

[SHER 04] H. A. Sherif, Investigation on effect of surface topography of a pad/disc assembly on squeal generation, *Wear*, 257 (2004) 687-695.

[SLEE 95] N. H. Sleep, Ductile creep, compaction, and rate and state dependent friction within major fault zones, *Journal of Geophysical Research* 100 (1995) 13065-13080.

[SMIT 00] J. H. Smith, J. Woodhouse, The tribology of rosin, *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 48 (2000) 1633-1681.

[SOOM 04] A. Soom, I. C. Serpe, G. F. Dargush, High frequency noise generation from components in sliding contact, flutter instabilities including the role of surface roughness and friction, Transient Processes in Tribology (2004) 477-484.

[SPUR 61] R. T. Spurr, A Theory of Brake Squeal, Proceedings of the Automotive Division, *Institution of Mechanical Engineers* (1961) 33-52.

[SUH 81] N. P. Suh, H. C. Sin, The genesis of friction, *Wear* 69 (1981) 91-114.

[STRI 1902] R. Stribeck, Die wesentlischen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager, *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* 1902; 46(37):1341-1348 (pt I) & 46(38):1432-1438 (pt II) & 46(39) 1463-1470 (pt III).

[TUCH 01] A. Tuchinda, N. P. Hoffmann, D. J. Ewins, W. Keiper, Mode lock-in characteristics and instability study of the pin-on-disc system, *Proceedings of the International Modal Analysis Conference – IMAC* 1 (2001) 71-77.

[TUCH 02] A. Tuchinda, N. P. Hoffmann, D. J. Ewins, W. Keiper, Effect of pin finite width on instability study of the Pin-on-Disc System, *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, 2002, pp 552-557.

[VAYS 05] C.Vayssière, L. Baillet, V. Linck, Y. Berthier, Influence of contact geometry and third body on squeal initiation: experimental and numerical studies, *Proceedings of WTC2005 World Tribology Congress III* , September 12-16, 2005, Washington, D.C., USA (WTC2005-63839).

[VOLA 98] D. Vola, E. Pratt, M. Jean and M. Raous, Consistent time discretization for a dynamical frictional contact problem and complementarity techniques, *Revue Européenne des Eléments Finis* 7 (1998) 149-162.

[VOLA 99] D. Vola, M. Raous et J. A. C. Martins, Friction and instability of steady sliding: squeal of a rubber/glass contact, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46(10) (1999) 1699-1720.

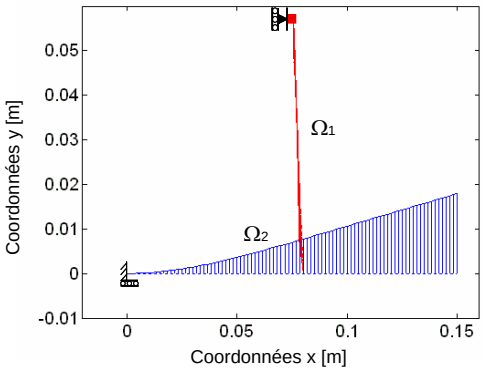
[WEIN 92] G. Weinreich, Klopsteg Memorial Lecture (August 1992): What science knows about violins – and what it does not know, *American Journal of Physics* 61(12) (1993) 1067-1077.

[WRIG 90] P. Wriggers, T. Vu Van, E. Stein, Finite element formulation of large deformation impact-contact problems with friction, *Computers and Structures* 37 (1990) 319-331.

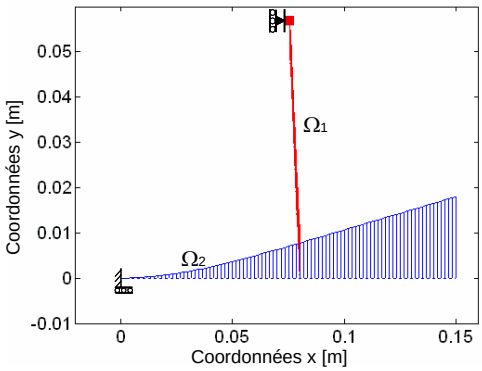
[ZHON 88] Z. H. Zhong, On contact-impact problems, Linköping Studies in Sci. Tech., Dissert. No 178, 1988, 222p.

[ZIEN 00] O. C. Zienkievicz, R. L. Taylor, The finite element method. Volume 1: The basic, 5th edition, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000, 689p.

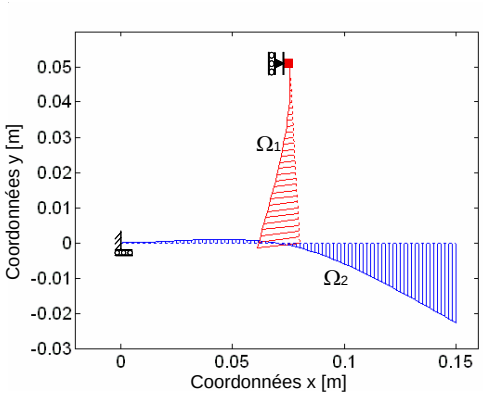
Annexe A : Représentation des modes propres du système



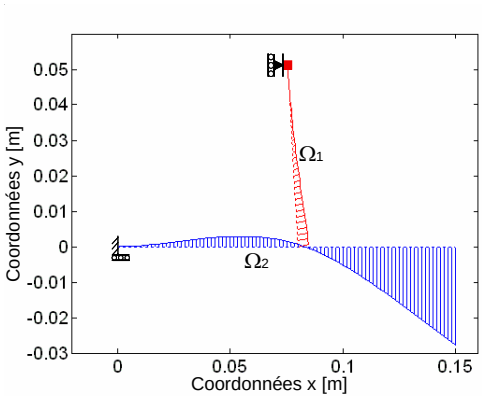
mode 1, μ = 0, f = 17.1Hz



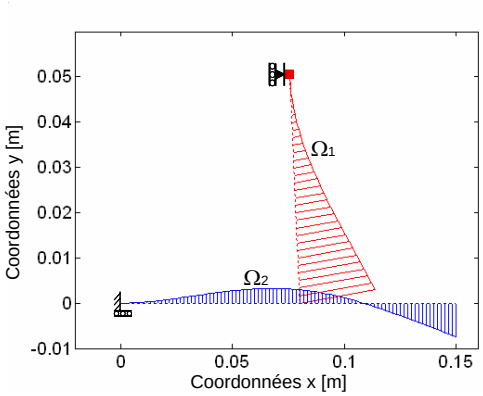
mode 1, μ = 0.1, f = 17.3Hz



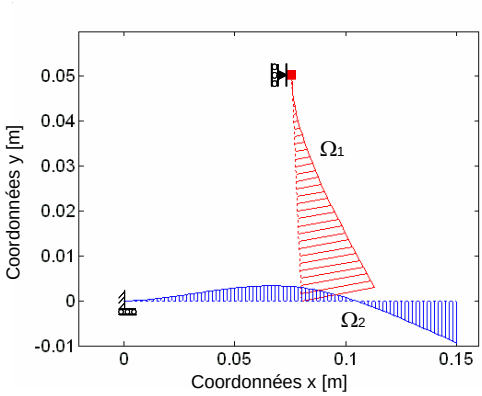
mode 2, μ = 0, f = 292Hz



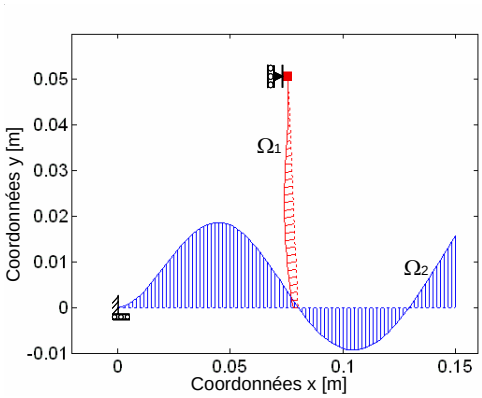
mode 2, μ = 0.1, f = 333Hz



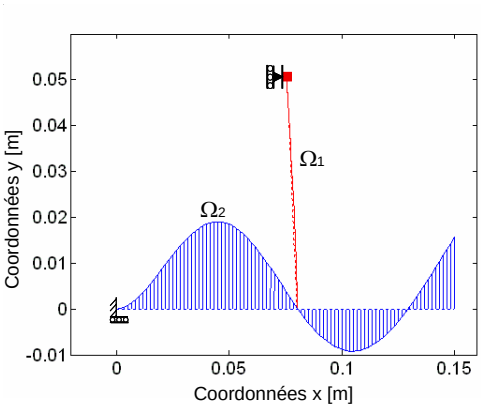
mode 3, μ = 0, f = 501Hz



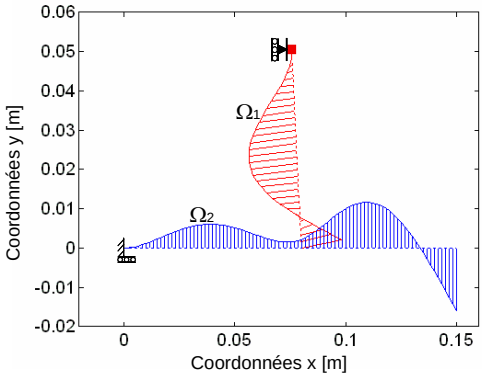
mode 3, μ = 0.1, f=462Hz



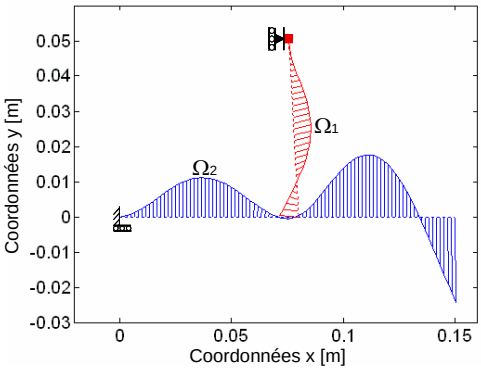
mode 4, μ = 0, *f*= 1784Hz



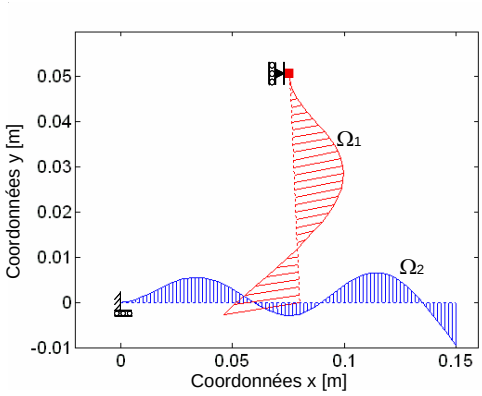
mode 4, μ = 0.1, *f*= 1781Hz



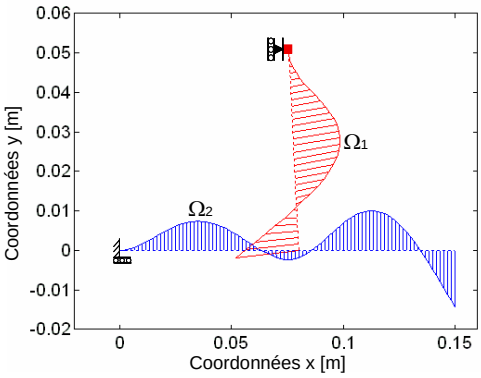
mode 5, μ = 0, *f*=2531Hz



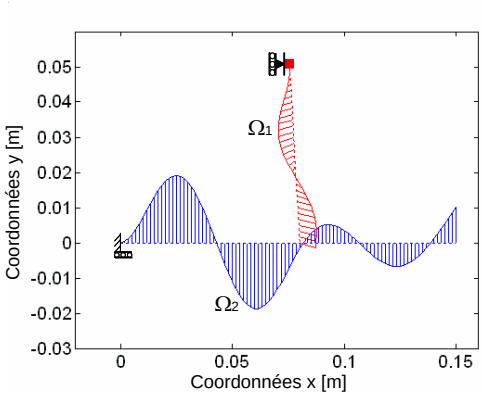
mode 5, μ = 0.1, *f*= 2709Hz



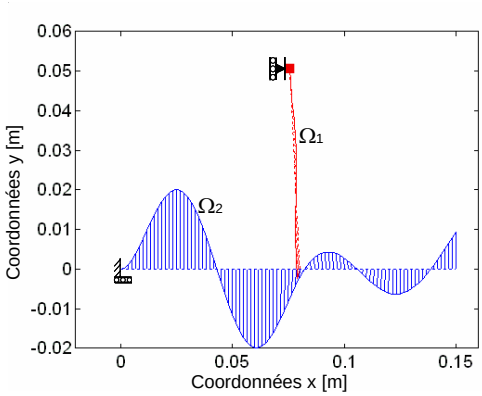
mode 6, μ = 0, *f* = 3086Hz



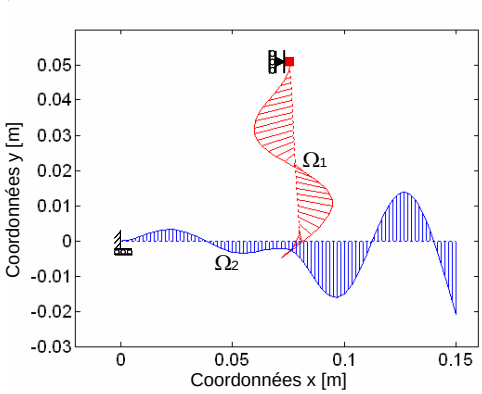
mode 6, μ = 0.1, *f*= 2897Hz



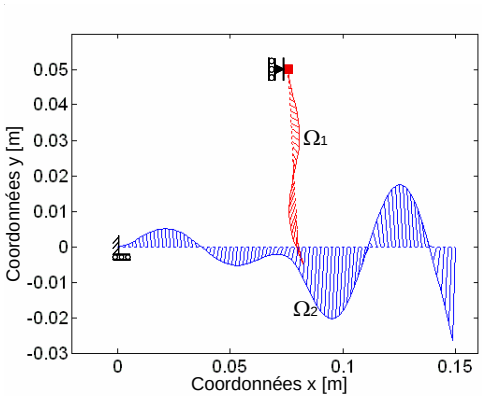
mode 7, μ = 0, f = 5579Hz



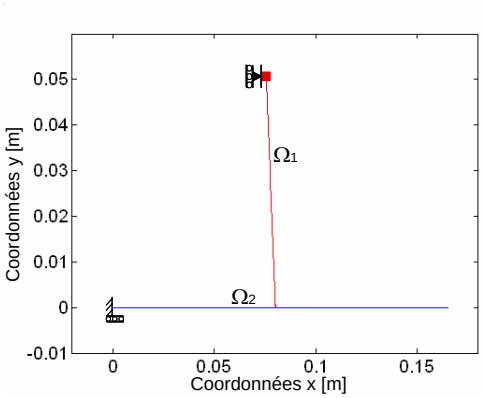
mode 7, μ = 0.1, f= 5542Hz



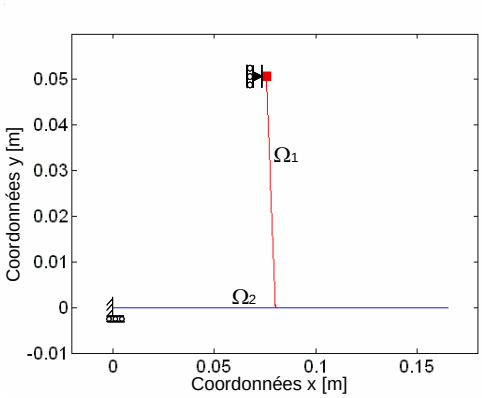
mode 8, μ = 0, f = 7183Hz



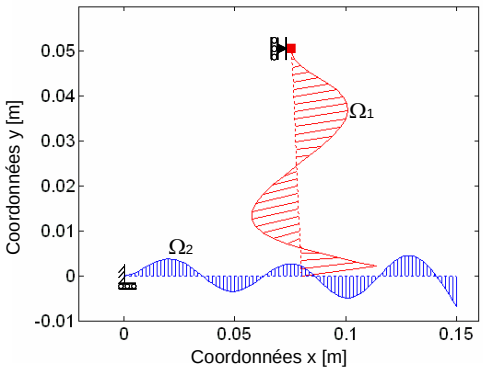
mode 8, μ = 0.1, f= 7284Hz



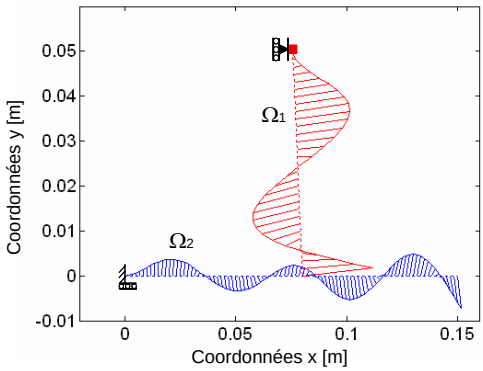
mode 9, μ = 0, f = 8065Hz



mode 9, μ = 0.1, f=8065Hz



mode 10, $\mu = 0$, $f = 8347$Hz



mode 10, $\mu = 0.1$, $f = 8209$Hz

Annexe B :
Etude des matrices de masse et raideur généralisées

B-1. INTRODUCTION 168
B-2. ETUDE DU SYSTEME AVEC $\mu = 0$ 168
B-3. ETUDE DU SYSTEME AVEC $\mu \neq 0$ 170
B-4. CALCUL DE REPONSE A UNE EXCITATION PERIODIQUE 172
B-5. CONCLUSIONS 174

B-1. Introduction

Dans cette étude, on considère un système sans amortissement, pour simplifier les calculs (l'amortissement change peu les résultats dans notre cas). Dans cette partie, nous souhaitons étudier l'instabilité de contact par flottement à travers l'évolution des matrices de masse et raideur généralisées en fonction du coefficient de frottement. Soit $\mathbf{V^p}$ la matrice des vecteurs propres du système (II-31). Les expressions des matrices de raideur généralisée et masse généralisée sont les suivantes :

$$\mathbf{Mg} = \mathbf{V^{pT}MV^p} \tag{B-1}$$

$$\mathbf{Kg} = \mathbf{V^{pT}K^cV^p} \tag{B-2}$$

Les matrices $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ sont diagonales lorsque le coefficient de frottement est nul (propriétés d'orthogonalité du système). Dans ce cas, l'énergie potentielle contenue dans un mode du système est proportionnelle au terme diagonal (appelé raideur généralisée). Lorsque le coefficient de frottement est non nul, le système perd sont orthogonalité et les matrices ne sont plus diagonales.

Dans un premier temps, une étude des raideurs généralisées du système est menée (coefficient de frottement nul). Etant donné que la coalescence a lieu entre deux modes de forme similaire, on se propose de comparer les raideurs généralisées des modes propres du système (coefficient de frottement nul) et ainsi étudié l'énergie potentielle contenue dans les modes du système.

Dans un deuxième temps, une étude des matrices de masse et raideur généralisées obtenues avec un coefficient de frottement non nul (inférieur au coefficient de frottement critique d'instabilité) est réalisée et met en évidence que l'instabilités de contact se manifeste par une perte de raideur de certains modes.

Dans un troisième temps, la réponse du système à une excitation périodique est présentée pour différents coefficient de frottement, afin d'illustrer la perte de raideur des modes concernées par l'instabilité de contact potentielle.

B-2. Etude du système avec μ = 0

Pour un coefficient de frottement nul, la matrice $\mathbf{K^c}$ est symétrique et les matrices $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ sont diagonales. Les figures B-1 et B-2 représentent les sous-matrices de $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ correspondant aux dix premiers modes à un coefficient de frottement nul. Les termes extra diagonaux sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux. La raideur généralisée attribuée à chaque mode i correspond au terme diagonal $\mathbf{Kg}(i,i)$. La figure B-3 représente pour les dix premiers modes la raideur généralisée associée.

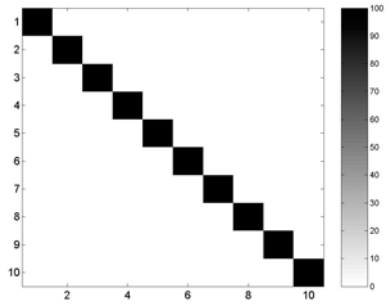


Figure B- 1: Sous matrice (10x10) de Kg à μ=0. Les termes sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux.

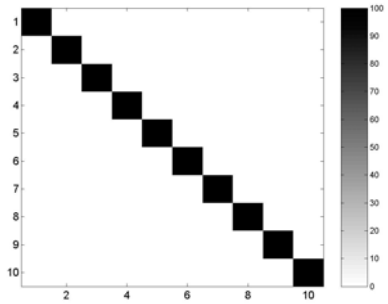


Figure B- 2: Sous matrice (10x10) de Mg à μ=0. Les termes sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux.

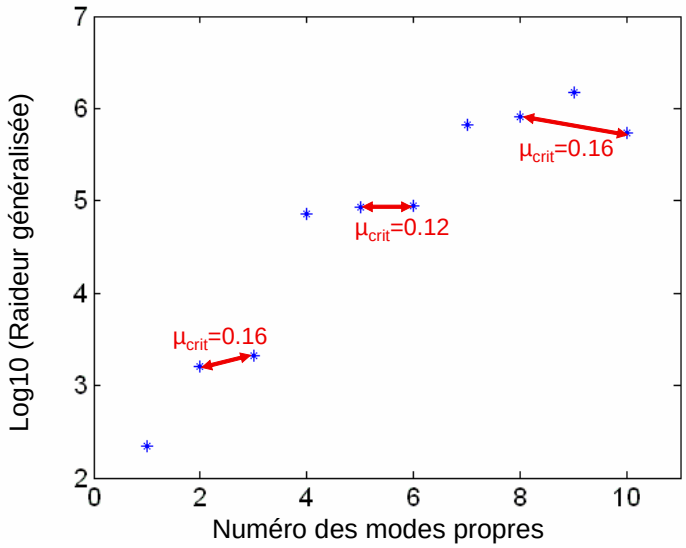


Figure B- 3: Raideur généralisée pour les dix premiers modes propres à μ=0 (échelle logarithmique en base 10)

Les modes qui se couplent possèdent une énergie potentielle du même ordre de grandeur.

- Pour les modes ② et ③ et les modes ⑤ et ⑥, c'est entre les modes les plus proches du point de vue de leur raideur généralisée que le couplage a lieu. Les modes ⑤ et ⑥, de raideur généralisée très proche, se couplent au coefficient de frottement critique le plus faible.

- Le mode ⑨ est d'un ordre de grandeur au dessus des modes ⑦, ⑧ et ⑩ et il n'y a aucun couplage avec ce mode. En revanche, alors que le mode ⑦ a une énergie potentielle plus proche de celle du mode ⑧, il y a coalescence des modes ⑧ et ⑩.

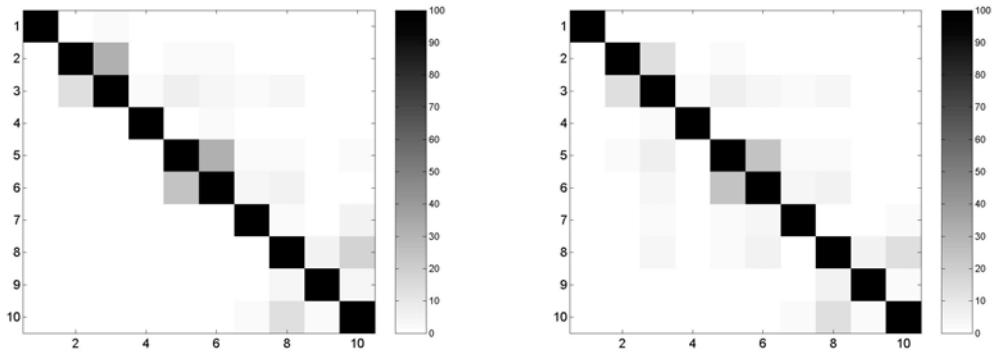
Cette étude montre que les couplages s'effectuent entre deux modes d'energie potentielle du même ordre de grandeur. Néanmoins, ce n'est pas le seul élément qui influe sur les couplages. L'étude à un coefficient nul ne permet pas d'identifier les couplages de modes conduisant à l'instabilité.

B-3. Etude du système avec $\mu \neq 0$

Si on considère un coefficient de frottement non nul, la matrice $\mathbf{K^c}$ n'est plus symétrique et les vecteurs propres perdent leur orthogonalité. En conséquence, les matrices de masse et raideur généralisées ne sont plus diagonales. On a vu précédemment que le système est stable pour $\mu < 0.12$ (§ III-3.3).

Lorsque le système est stable ($\mu < 0.12$), le système d'équation est régulier, c'est-à-dire que le déterminant de $\mathbf{M^{-1}K^c}$ est différent de 0. En augmentant le coefficient de frottement, le déterminant du système diminue jusqu'à s'annuler pour un coefficient de frottement appelé coefficient de frottement critique d'instabilité du système. Le système est singulier : deux vecteurs propres sont confondus. En augmentant encore le coefficient de frottement, le système est instable et les vecteurs propres sont de nouveau distincts (même fréquence et coefficient d'amortissement opposé). On souhaite étudier cette singularité dans la base modale, c'est-à-dire étudier l'évolution des matrices de masse et de raideur généralisées.

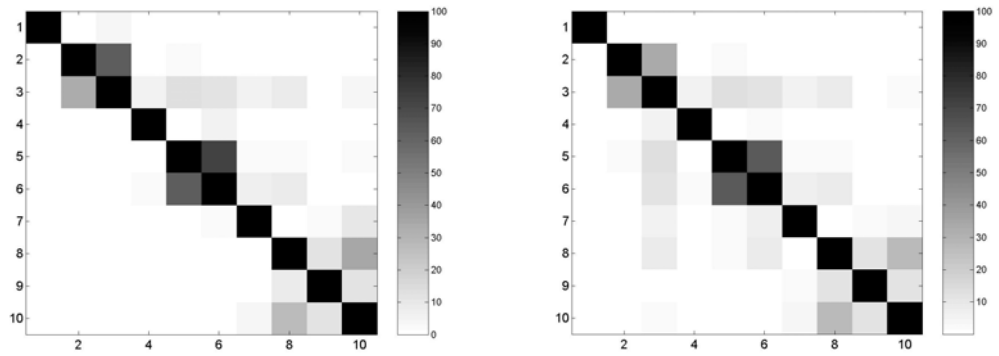
Les figures B-4 et B-5 représentent les sous-matrices de $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ correspondant aux 10 premiers modes pour des coefficients de frottement de 0.05 et 0.1. Les termes extra diagonaux sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux. La sous-matrice de $\mathbf{Kg}$ n'est plus symétrique. Ces matrices font clairement apparaître les couplages entre les modes qu'on a mis en évidence au § III-3-3. En effet, pour les modes concernés par l'instabilité de flottement, les termes extra-diagonaux sont plus élevés que pour les autres modes, ce qui signifie que le mini-déterminant 2x2 tend vers 0 pour les modes ② et ③, ⑤ et ⑥, ⑧ et ⑩.



(a) **(b)**

Figure B- 4: Sous-matrices (10x10) (a) de $\mathbf{Kg}$ et (b) de Mg à μ=0.05. Les termes sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux.

Les termes extra diagonaux correspondant aux modes ⑤ et ⑥ - dont la coalescence est la plus rapide des 3 couplages - sont les plus importants. L'observation des termes extra diagonaux peut être un bon indice d'instabilité.



(a) **(b)**

Figure B- 5: Sous-matrices (10x10) (a) de Kg et (b) de Mg à μ=0.1. Les termes sont exprimés en pourcentage des termes diagonaux.

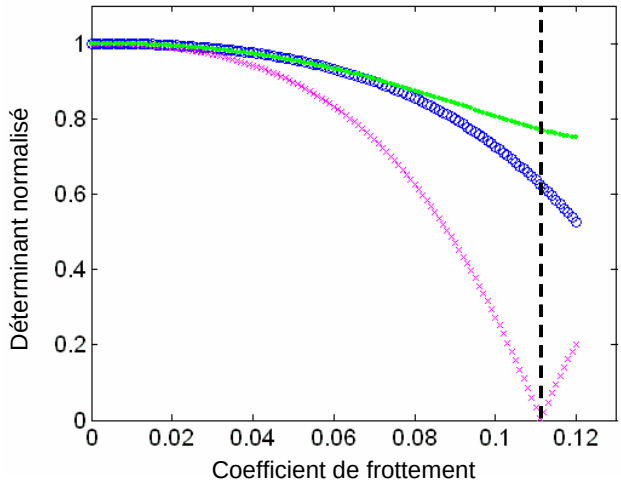


Figure B- 6: Déterminant (normée par rapport à la trace) de la sous-matrice 2x2 de Kg en fonction du coefficient de frottement correspondant aux modes ② et ③ (○), aux mode ⑤ et ⑥ (×) et aux modes ⑧ et ⑩ (•)

La figure B-6 représente l'évolution du déterminant des sous-matrices de raideur généralisée correspondant aux modes ② et ③, aux modes ⑤ et ⑥, et aux modes ⑧ et ⑩ en fonction du coefficient de frottement. Proche de l'instabilité du système (à μ=0.118), le déterminant ⑤ - ⑥ est nul, ce qui rend la matrice singulière et entraîne une perte de raideur du système pour les modes ⑤ et ⑥. C'est donc l'augmentation des termes extra diagonaux qui fait tendre le système vers un système matriciel singulier et qui conduit à une perte d'impédance du système. Lorsque le système est instable pour $\mu>\mu_{crit}$, le système, instable, possède des modes propres complexes qui

rend les déterminants calculés complexes et les matrices $\mathbf{Kg}$ et $\mathbf{Mg}$ ne sont plus exploitables.

B-4. Calcul de réponse à une excitation périodique

Lorsque le système est stable (le régime transitoire de la réponse du système est évanescent), on peut calculer de réponse du système à une excitation périodique appliquée suivant un degré de liberté du système. En posant $\mathbf{u} = \overline{\mathbf{u}}\ e^{j\omega t}$ dans l'équation (B-3), puis en passant dans la base modale du système ($\overline{\mathbf{u}} = \mathbf{V}^{\mathbf{p}}\mathbf{a}$), on obtient l'équation (B-4), avec **a** les coordonnées du déplacement dans la base modale

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^{\mathbf{c}}\,\mathbf{u} = \mathbf{f}e^{j\omega t} \Leftrightarrow \left(\mathbf{K}^{\mathbf{c}} - \omega^2\mathbf{M}\right)\overline{\mathbf{u}} = \mathbf{f} \Leftrightarrow \left(\mathbf{Kg} - \omega^2\mathbf{Mg}\right)\mathbf{a} = \mathbf{fg} \qquad \text{(B-3)}$$

où $\mathbf{fg}$ est le vecteur des efforts généralisés. On peut ainsi écrire que :

$$\mathbf{u} = \sum_i a_i e^{j\omega_i t} \qquad \text{(B-4)}$$

Les coefficients a_i représentent le poids de chaque mode dans la réponse du système à une excitation sinusoïdale.

Pour améliorer la rapidité de calcul et éviter de travailler avec des modes hautes fréquences (qui n'ont pas convergé en maillage), on effectue une troncature de la base modale (20 modes) pour calculer la réponse. L'effort périodique d'amplitude 10N est appliqué en bout de Ω_2 selon y. Ce point d'application permet d'exciter presque tous les modes de la structure.

La figure B-7 présente l'évolution des coefficients a_i en fonction de la fréquence de l'effort périodique appliqué pour un coefficient de frottement nul. Les pics de résonance de chaque mode (sauf pour le mode ⑨) apparaissent dans la réponse. Lorsqu'on augmente le coefficient de frottement à 0.11, les fréquences des modes ② et ③, ⑤ et ⑥, ⑧ et ⑩ se rapprochent. Pour les modes ⑤ et ⑥, on observe un élargissement de la base du pic de résonance qui a pour conséquence une réponse prépondérante de ces modes sur une plus large gamme de fréquence. Cependant, le phénomène de résonance reste prépondérant sur les effets du frottement avant l'instabilité.

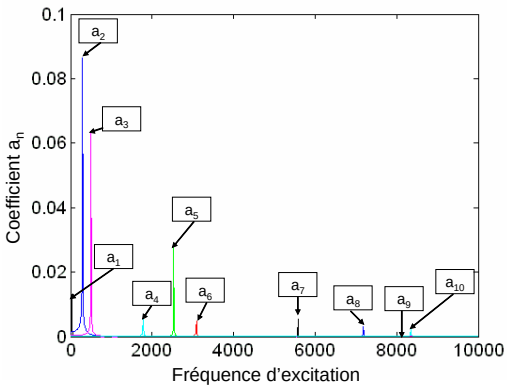


Figure B- 7 : Coefficients an en fonction de la fréquence d'excitation à μ=0

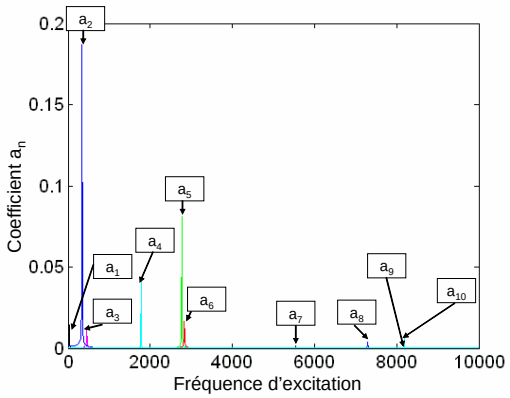


Figure B- 8 : Coefficients an en fonction de la fréquence d'excitation à μ=0.11

Les figures B-9 à B-12 présentent l'évolution des dix premiers coefficients $\mathbf{a_n}$ en fonction du coefficient de frottement pour différentes fréquences d'excitations. Pour une fréquence d'excitation égale à une fréquence de résonance, c'est le mode correspondant est prépondérant dans la réponse.

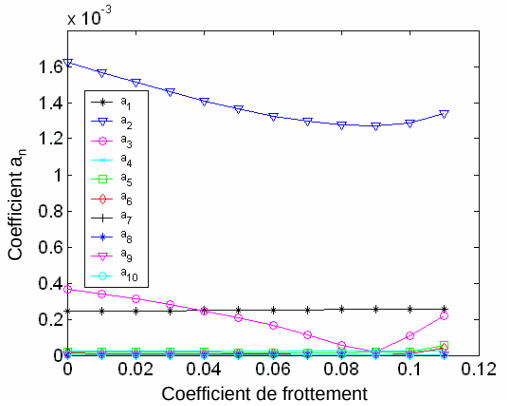


Figure B- 9 : Coefficients a_n en fonction du coefficient de frottement pour une fréquence d'excitation de 100Hz

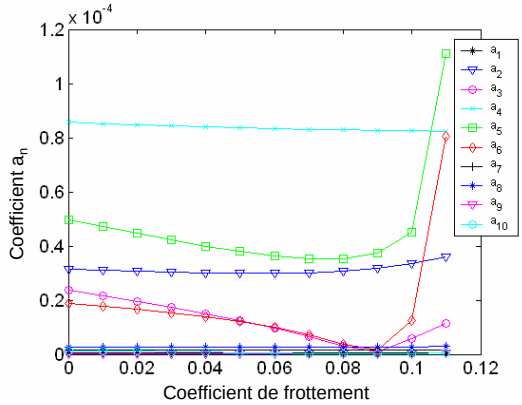


Figure B- 10 : Coefficients a_n en fonction du coefficient de frottement pour une fréquence d'excitation de 2000Hz

Si on excite le système à une fréquence proche d'une fréquence propre, pour un coefficient de frottement nul, c'est le mode le plus proche qui est prépondérant dans la réponse. En effet, à 100 Hz, 2000Hz et 6000Hz, les modes ② (350 Hz), ④ (1780Hz) et ⑦ (5500Hz) respectivement sont prépondérants dans la réponse. Pour un coefficient de frottement de 0.11, proche du coefficient de frottement critique pour le couplage des modes ⑤ et ⑥, leur réponse est prépondérante malgré la différence importante entre leur fréquence propre et la fréquence d'excitation. Ce qui signifie qu'en excitant proche d'une résonance (6000Hz par exemple), la déformée du système correspond à celle des modes ⑤ et ⑥, plutôt que celle du mode ⑦, plus proche en fréquence (5500Hz).

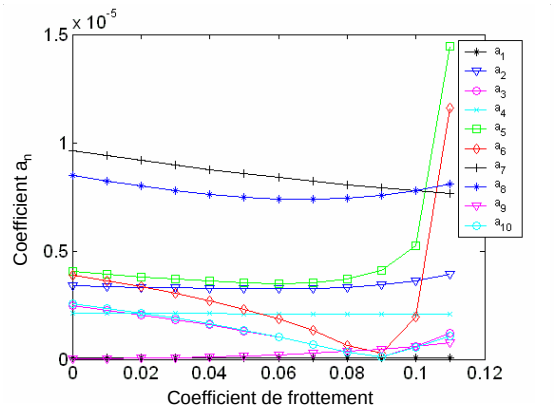


Figure B- 11 : Coefficients a_n en fonction du coefficient de frottement pour une fréquence d'excitation de 6000Hz

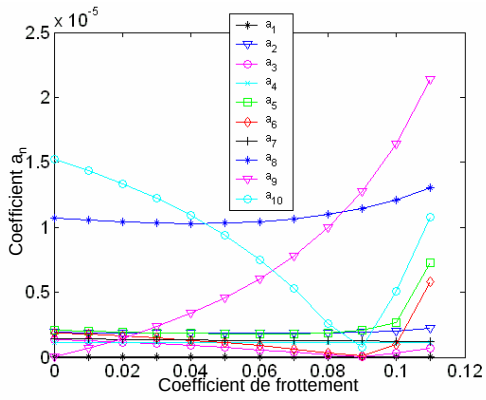


Figure B- 12: Coefficients a_n en fonction du coefficient de frottement pour une fréquence d'excitation de 8000Hz

Pour une excitation à 8000Hz, à μ=0, le mode ⑨ (8065Hz) est peu présent dans la réponse car c'est un mode de pure traction – compression et qu'il est très peu excité à cause de la direction de la force appliquée au système. L'augmentation du coefficient de frottement induit un couplage flexion-traction qui excite le mode ⑨. Pour un coefficient de frottement nul, la déformée du système correspond à la combinaison des modes les plus proches en fréquence et les plus excités par la force appliquée (mode ⑧ et ⑩). A μ=0.11, la déformée du système correspond à la combinaison de cinq modes (⑤, ⑥, ⑧, ⑨, ⑩). On peut expliquer ce phénomène par le fait que le déterminant des sous-matrices de **Kg** et **Mg** des modes ⑤ et ⑥ et ⑧ et ⑩ sont faibles lorsque le coefficient de frottement tend vers le coefficient critique d'instabilité μ_{crit}. Une perte de impédance locale entraîne une réponse accrue des modes correspondants. La réponse du système stable à une excitation périodique dépend de la compétition entre l'effet des résonances classiques et l'effet du frottement, entraînant tous deux une perte de raideur du système pour les modes concernés.

B-5. Conclusions

Le phénomène d'instabilité par flottement est relié à une perte de raideur de certains modes qui rend le système singulier. Le déterminant de la sous matrice 2x2 correspondant à ces modes devenant instables tend vers 0. Ces modes, qui voient leur termes extra-diagonaux augmenter, correspond aux modes affectés par le frottement, c'est-à-dire, les modes présentant des déplacements au niveaux du contact important.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : MEZIANE DATE de SOUTENANCE : 19/10/2007

Prénoms : Anissa

TITRE : Apports des analyses numériques temporelle et fréquentielle dans l'étude des instabilités de contact - Validation expérimentale

NATURE : Doctorat Numéro d'ordre : 2007-ISAL-0066

Ecole doctorale : Ecole doctorale des sciences pour l'ingénieur de Lyon : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

Spécialité : Mécanique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RESUME :
Les instabilités générées par frottement sont responsables des divers bruits tels que le crissement, le sifflement ou le broutement … Pour modéliser et comprendre ce phénomène d'instabilités, les analyses temporelle et fréquentielle sont utilisées sur un système modèle constitué de deux poutres en contact. Dans l'analyse fréquentielle, linéaire, l'instabilité se manifeste par la coalescence de deux modes propres du système. Dans l'analyse temporelle, qui tient compte de l'aspect non linéaire d'un contact frottant, l'instabilité est caractérisée par des zones d'adhérence ou de décollement qui apparaissent au niveau de la surface de contact. Les résultats issus des deux analyses sont cohérents et complémentaires, malgré quelques différences de prédiction. Une validation expérimentale a été effectuée et montre une bonne corrélation entre les résultats numériques temporels et expérimentaux. On met en évidence la pertinence de l'analyse temporelle dans l'étude des instabilités de contact, phénomène vibratoire complexe. On montre également que, même si elle n'apparaît pas suffisante pour caractériser le phénomène d'instabilité de contact, l'analyse fréquentielle donne de bons résultats. L'aspect tribologique est également abordé et met en évidence une interaction permanente entre les phénomènes aux échelles micro- et macroscopique.

MOTS-CLES : instabilités de contact / crissement / contact / dynamique / Eléments Finis

Laboratoire (s) de recherche :
Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structure (LaMCoS), INSA-Lyon
Laboratoire de Vibrations et Acoustique (LVA), INSA-Lyon

Directeur de thèse: Laurent BAILLET (co-directeur : Bernard LAULAGNET)

Président de jury : M. Raous

Composition du jury : A.Akay, L. Baillet, Y. Berthier, B. Laulagnet, M. Raous, A. Sestieri