

Thèse

Paliers aérodynamiques radiaux à structure à feuilles : Contribution à l'étude statique et comportement dynamique non linéaire

Présentée devant

L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir

Le grade de docteur

Ecole doctorale : MEGA
Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité : Génie Mécanique

par

Grégory GRAU

Soutenue le 12 octobre 2004 devant la Commission d'examen

Jury MM.

ARGHIR Mihail	Maître de conférence HDR	Université de Poitiers	
BAYSSET Sylvain	Ingénieur	Microturbo S.A	Membre invité
BERTHIER Yves	Directeur de recherche	INSA de Lyon	Directeur de thèse
BONIS MARC	Professeur	UTC Compiègne	Rapporteur
BOU-SAID Benyebka	Maître de conférence HDR	INSA de Lyon	
DELBEZ Alain	Ingénieur	Microturbo S.A	Membre invité
DMOCHOWSKI Waldek	Professeur	NRC Canada	Rapporteur
IORDANOFF Ivan	Maître de conférence	INSA de Lyon	

Liste des écoles doctorales

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
	<u>CHIMIE DE LYON</u>	M. Denis SINOU Université Claude Bernard Lyon 1 Lab Synthèse Asymétrique UMR UCB/CNRS 5622 Bât 308 2 ^{ème} étage 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.44.81.83 Sinou@univ-lyon1.fr
E2MC	<u>ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS</u>	M. Alain BONNAFOUS Université Lyon 2 14 avenue Berthelot MRASH Laboratoire d'Economie des Transports 69363 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Alain.Bonnafous@mrash.fr
E.E.A.	<u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u>	M. Daniel BARBIER INSA DE LYON Laboratoire Physique de la Matière Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.64.43 Daniel.Barbier@insa-lyon.fr
E2M2	<u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u> http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2	M. Jean-Pierre FLANDROIS UMR 5558 Biométrie et Biologie Evolutive Equipe Dynamique des Populations Bactériennes Faculté de Médecine Lyon-Sud Laboratoire de Bactériologie BP 1269600 OULLINS Tél : 04.78.86.31.50 Jean-Pierre.Flandrois@biomserv.univ-lyon1.fr
EDIIS	<u>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</u> http://www.insa-lyon.fr/ediis	M. Lionel BRUNIE INSA DE LYON EDIIS Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.60.55 Lbrunie@if.insa-lyon.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</u> http://www.ibcp.fr/ediss	M. Alain Jean COZZONE IBCP (UCBL1) 7 passage du Vercors 69367 LYON Cedex 07 Tél : 04.72.72.26.75 cozzone@ibcp.fr
	<u>MATERIAUX DE LYON</u> http://www.ec-lyon.fr/sites/edml	M. Jacques JOSEPH Ecole Centrale de Lyon Bât F7 Lab. Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces 36 Avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.51 Jacques.Joseph@ec-lyon.fr
Math IF	<u>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</u> http://www.ens-lyon.fr/MathIS	M. Franck WAGNER Université Claude Bernard Lyon1 Institut Girard Desargues UMR 5028 MATHEMATIQUES Bâtiment Doyen Jean Braconnier Bureau 101 Bis, 1 ^{er} étage 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.27.86 wagner@desargues.univ-lyon1.fr
MEGA	<u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> http://www.lmfa.ec-lyon.fr/autres/MEGA/index.html	M. François SIDOROFF Ecole Centrale de Lyon Lab. Tribologie et Dynamique des Systèmes Bât G8 36 avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.14 Francois.Sidoroff@ec-lyon.fr

Liste des professeurs

Novembre 2003

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur : STORCK A.

Professeurs :

AMGHAR Y.	LIRIS
AUDISIO S.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
BABOT D.	CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENTS IONISANTS
BABOUX J.C.	GEMPPM***
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BAPTISTE P.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BASKURT A.	LIRIS
BASTIDE J.P.	LAEPSI****
BAYADA G.	MECANIQUE DES CONTACTS
BENADDA B.	LAEPSI****
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BIENNIER F.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BLANCHARD J.M.	LAEPSI****
BOISSE P.	LAMCOS
BOISSON C.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
BOIVIN M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
BOTTA H.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOULAYE G. (Prof. émérite)	INFORMATIQUE
BOYER J.C.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BREMOND G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BRISSAUD M.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
BRUNET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRUNIE L.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
BUFFIERE J-Y.	GEMPPM***
BUREAU J.C.	CEGELY*
CAMPAGNE J-P.	PRISMA
CAVAILLE J.Y.	GEMPPM***
CHAMPAGNE J-Y.	LMFA
CHANTE J.P.	CEGELY*- Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COMBESURE A.	MECANIQUE DES CONTACTS
COURBON	GEMPPM
COUSIN M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
DAUMAS F. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et Thermique
DJERAN-MAIGRE I.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUBUY-MASSARD N.	ESCHIL
DUFOUR R.	MECANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM***
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
FANTOZZI G.	GEMPPM***
FAVREL J.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
FAZEKAS A.	GEMPPM
FERRARIS-BESSO G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	MECANIQUE DES CONTACTS
FLEURY E.	CITI
FLORY A.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATIONS
FOUGERES R.	GEMPPM***
FOUQUET F.	GEMPPM***
FRECON L. (Prof. émérite)	REGROUPEMENT DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS ISOLES
GERARD J.F.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GERMAIN P.	LAEPSI****
GIMENEZ G.	CREATIS**
GOBIN P.F. (Prof. émérite)	GEMPPM***
GONNARD P.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GONTRAND M.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GOUJON L.	GEMPPM***
GOURDON R.	LAEPSI****.

Liste des professeurs

GRANGE G. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GUENIN G.	GEMPPM***
GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GUINET A.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
GUYADER J.L.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
HEIBIG A.	MATHEMATIQUE APPLIQUEES DE LYON
JACQUET-RICHARDET G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
JAYET Y.	GEMPPM***
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
JUTARD A. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J. (Prof. émérite)	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LAREAL P. (Prof. émérite)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
LAUGIER A. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
LAUGIER C.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LAURINI R.	INFORMATIQUE EN IMAGE ET SYSTEMES D'INFORMATION
LEJEUNE P.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
LUBRECHT A.	MECANIQUE DES CONTACTS
MASSARD N.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
MAZILLE H. (Prof. émérite)	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MERLE P.	GEMPPM***
MERLIN J.	GEMPPM***
MIGNOTTE A. (Mle)	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
MILLET J.P.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MIRAMOND M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
MOREL R. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES ET D'ACOUSTIQUES
MOSZKOWICZ P.	LAEPSI****
NARDON P. (Prof. émérite)	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
NAVARRO Alain (Prof. émérite)	LAEPSI****
NELIAS D.	LAMCOS
NIEL E.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
NORMAND B.	GEMPPM
NORTIER P.	DREP
ODET C.	CREATIS**
OTTERBEIN M. (Prof. émérite)	LAEPSI****
PARIZET E.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PASCAULT J.P.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
PAVIC G.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PECORARO S.	GEMPPM
PELLETIER J.M.	GEMPPM***
PERA J.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
PERRIAT P.	GEMPPM***
PERRIN J.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PINARD P. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
PINON J.M.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
PONCET A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
POUSIN J.	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
PREVOT P.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PROST R.	CREATIS**
RAYNAUD M.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
REDARCE H.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
RETIF J-M.	CEGELY*
REYNOUARD J.M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
RICHARD C.	LGEF
RIGAL J.F.	MECANIQUE DES SOLIDES
RIEUTORD E. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES
ROBERT-BAUDOY J. (Mme) (Prof. émérite)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
ROUBY D.	GEMPPM***
ROUX J.J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON – Thermique de l'Habitat
RUBEL P.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
SACADURA J.F.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
SAUTEREAU H.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SCAVARDA S. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
SOUIFI A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
SOUROUILLE J.L.	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
THOMASSET D.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
THUDEROZ C.	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon
UBEDA S.	CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
VELEX P.	MECANIQUE DES CONTACTS

Liste des professeurs

VERMANDE P. (Prof émérite)
VIGIER G.
VINCENT A.
VRAY D.
VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)

LAEPSI
GEMPPM***
GEMPPM***
CREATIS**
PHYSIQUE DE LA MATIERE

Directeurs de recherche C.N.R.S. :

BERTHIER Y.
CONDEMINÉ G.
COTTE-PATAT N. (Mme)
ESCUDIE D. (Mme)
FRANCIOSI P.
MANDRAND M.A. (Mme)
POUSIN G.
ROCHE A.
SEGUELA A.
VERGNE P.

MECANIQUE DES CONTACTS
UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
GEMPPM***
UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GEMPPM***
LaMCoS

Directeurs de recherche I.N.R.A. :

FEBVAY G.
GRENIER S.
RAHBE Y.

BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS

Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :

KOBAYASHI T.
PRIGENT A.F. (Mme)
MAGNIN I. (Mme)

PLM
BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
CREATIS**

* **CEGELY** CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON

** **CREATIS** CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL

*** **GEMPPM** GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX

**** **LAEPSI** LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS

REMERCIEMENTS

Cette étude est le fruit d'une collaboration entre le laboratoire de mécanique des contacts et des solides de l'INSA de Lyon et la société Microturbo.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur BERTHIER, mon directeur de thèse, qui a suivi avec attention la progression de ce travail.

Que Messieurs IORDANOFF et BOU-SAID trouvent ici l'expression de toute ma gratitude pour leur disponibilité sans faille, leurs conseils avisés et l'enthousiasme partagé au cours de ces trois années de recherche.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs BONIS et DMOCHOWSKI pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail et d'avoir bien voulu participer au jury.

Je suis également très sensible à l'honneur que me fait Monsieur ARGHIR en acceptant de faire partie du jury.

Je tiens à remercier Monsieur BAYSSET pour avoir accepté de partager son bureau avec moi et me faire bénéficier ainsi de sa sympathie toujours égale et de ses nombreuses compétences.

Il m'est particulièrement agréable de remercier Monsieur DELBEZ pour l'intérêt qu'il a manifesté pour cette étude ainsi que pour ses conseils toujours très justes.

Je remercie également l'ensemble du personnel du laboratoire et de Microturbo que j'ai côtoyé au cours de ces trois années.

Enfin, je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude à ma tendre épouse pour sa patience et son soutien de chaque instant qui m'ont été si bénéfiques.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	14
PARTIE 1 : ETAT DE L'ART, POSITIONNEMENT PAR RAPPORT À LA LITTÉRATURE ET DÉFINITION DES OBJECTIFS DU TRAVAIL.....	17
CHAPITRE I. ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	18
I.1. <i>Les profils indéformables.....</i>	19
I.1.1. Les paliers circulaires	19
I.1.2. Les paliers à lobes discontinus.....	20
I.1.3. Les paliers à patins oscillants.....	21
I.2. <i>Les profils déformables.....</i>	22
I.2.1. Les paliers à patins rigides montés sur éléments déformables	22
I.2.2. Les paliers à feuilles	24
I.3. <i>Etude de la technologie la plus prometteuse.....</i>	26
I.3.1. Profils de paliers	26
I.3.2. Performances	28
I.3.3. Quelques problèmes d'application des paliers à air	32
CHAPITRE II. POSITIONNEMENT PAR RAPPORT À LA LITTÉRATURE - DÉFINITION DES OBJECTIFS DU TRAVAIL ..	35
II.1. <i>Caractéristiques statiques.....</i>	35
II.2. <i>Paramètres d'influence.....</i>	36
II.3. <i>Caractéristiques dynamiques.....</i>	36
PARTIE 2 : EQUATIONS DE BASE ET GÉNÉRALITÉS SUR LE TRAITEMENT DES ÉCOULEMENTS EN FLUIDE COMPRESSIBLE.....	38
CHAPITRE I. DÉTERMINATION DU CHAMP DE PRESSION	39
I.1. <i>Description de la géométrie.....</i>	39
I.2. <i>Equation de Reynolds.....</i>	40
I.2.1. Présentation	40
I.2.2. Conditions aux limites	42
I.2.3. Gestion de la déformation du profil.....	43
CHAPITRE II. PRINCIPE DE CALCUL DES DIFFÉRENTS PARAMÈTRES DU PALIER.....	45
II.1. <i>Charge portante et angle de calage.....</i>	45
II.2. <i>Couple de frottement fluide.....</i>	46
II.3. <i>Débits de fuite.....</i>	46
CHAPITRE III. MÉTHODE DE RÉOLUTION	48
III.1. <i>Méthode des différences finies</i>	48
III.2. <i>Résolution du problème élasto – aérodynamique.....</i>	49
III.2.1. Principe général de la méthode de Newton-Raphson.....	49
III.2.2. Méthodes de calcul du champ de pression.....	50
III.2.3. Forme du profil déformé.....	51
III.3. <i>Comparaison avec la littérature.....</i>	53
III.4. <i>Résolution adaptée au problème industriel.....</i>	54
CONCLUSION DE LA PARTIE 2	56
PARTIE 3 : COMPORTEMENT STATIQUE DES PALIERS A AIR	57
CHAPITRE I. RÉFLEXION SUR LA DÉFINITION DES PROFILS DÉFORMABLES	58
I.1. <i>Principe de la démarche.....</i>	58
I.2. <i>Premiers résultats.....</i>	61
I.2.1. Validation de la méthode	61
I.2.2. Influence de la vitesse de rotation.....	62
I.2.3. Influence d'une souplesse uniforme du profil.....	65
I.2.4. Influence d'une souplesse variable du profil	66
I.3. <i>Conclusions et perspectives</i>	68
CHAPITRE II. INFLUENCE DES PRINCIPAUX PARAMÈTRES DE CONCEPTION	70
II.1. <i>Effets du jeu radial.....</i>	70

Table des matières

II.1.1.	Vitesse d'atterrissage	71
II.1.2.	Capacité de charge maximale	72
II.2.	<i>Désalignement</i>	74
II.3.	<i>Défauts de forme</i>	79
II.3.1.	Définition des défauts de forme.....	80
II.3.2.	Influence des défauts	81
CONCLUSION DE LA PARTIE 3 ET RÉFLEXION SUR LE DIMENSIONNEMENT DES PALIERS		85
PARTIE 4 : CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DES PALIERS A AIR		86
CHAPITRE I. MODÉLISATION LINÉAIRE		87
I.1.	<i>Mise en équations</i>	87
I.1.1.	Première méthode	87
I.1.2.	Seconde méthode.....	88
I.2.	<i>Seuil de stabilité</i>	91
I.3.	<i>Excitations extérieures</i>	92
CHAPITRE II. MODÉLISATION NON LINÉAIRE		94
II.1.	<i>Mise en équations</i>	94
II.1.1.	Hypothèses et équations	94
II.1.2.	Résolution du système	96
II.1.3.	Validation du modèle non linéaire.....	99
II.2.	<i>Seuil de stabilité</i>	100
II.3.	<i>Excitations extérieures</i>	103
II.3.1.	Réponse à une excitation de balourd.....	103
II.3.2.	Réponse à une excitation extérieure de type sinus.....	105
CHAPITRE III. COMPARAISON DES MÉTHODES LINÉAIRE ET NON LINÉAIRE		108
III.1.	<i>Seuil de stabilité des paliers rigides</i>	108
III.1.1.	Paliers moyennement préchargés.....	110
III.1.2.	Paliers faiblement préchargés	111
III.1.3.	Paliers lisses.....	113
III.2.	<i>Réponse à balourd</i>	115
III.3.	<i>Seuil de stabilité des profils déformables</i>	118
III.3.1.	Géométrie des profils.....	118
III.3.2.	Résultats	119
III.4.	<i>Conclusion</i>	120
CHAPITRE IV. PRISE EN COMPTE D'UN AMORTISSEMENT STRUCTURAL		122
IV.1.	<i>Généralités</i>	122
IV.2.	<i>Modélisation</i>	122
IV.3.	<i>Influence de l'amortissement sur le seuil de stabilité</i>	124
IV.4.	<i>Conclusion</i>	125
CONCLUSION DE LA PARTIE 4		127
PARTIE 5 : ETUDE DE LA DYNAMIQUE D'UNE LIGNE D'ARBRE DEFORMABLE SOUTENUE DE FAÇON NON LINEAIRE PAR DES PALIERS A AIR RADIAUX.....		128
CHAPITRE I. MODÈLE SIMPLÉ		129
I.1.	<i>Description du modèle</i>	129
I.1.1.	Élément de disque.....	131
I.1.2.	Élément de rotor	131
I.1.3.	Paliers à roulement	131
I.1.4.	Paliers à air	132
I.1.5.	Balourd	132
I.1.6.	Equations du mouvement.....	132
I.2.	<i>Validation du modèle</i>	134
I.2.1.	Cas 1	135
I.2.2.	Cas 2	135
I.2.3.	Conclusion.....	135
I.3.	<i>Premiers résultats avec palier à air</i>	136
CHAPITRE II. MODÈLE DE RAYLEIGH – RITZ		139
II.1.	<i>Description du modèle</i>	139
II.1.1.	Élément de disque.....	140
II.1.2.	Élément de rotor	140
II.1.3.	Balourd	141
II.1.4.	Paliers à roulement	141
II.1.5.	Paliers à air	142

Table des matières

II.1.6.	Gravité.....	143
II.1.7.	Résolution du système d'équations.....	144
II.2.	<i>Validation du modèle</i>	145
II.2.1.	Premier cas.....	145
II.2.2.	Deuxième cas.....	147
II.2.3.	Troisième cas.....	149
II.3.	<i>Premiers résultats avec paliers à air</i>	150
II.4.	<i>Conclusion</i>	155
CHAPITRE III.	VERS UNE MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS.....	156
III.1.	<i>Equations de base</i>	156
III.1.1.	Eléments de disque.....	156
III.1.2.	Eléments de rotor.....	156
III.1.3.	Paliers à roulement.....	160
III.1.4.	Balourd.....	160
III.1.5.	Paliers à air.....	160
III.1.6.	Gravité.....	161
III.1.7.	Système d'équations.....	161
III.2.	<i>Résolution des équations</i>	162
CONCLUSION DE LA PARTIE 5	164
CONCLUSION		165
NOMENCLATURE		168
BIBLIOGRAPHIE		172
ANNEXE 1 :	GESTION DE LA DÉFORMATION DU PROFIL.....	176
ANNEXE 2 :	EQUATIONS UTILISÉES DANS LA MÉTHODE DE NEWTON-RAPHSON.....	179
ANNEXE 3 :	INFLUENCE DES DÉFAUTS DE FORME SUR LA HAUTEUR MINIMALE.....	180
ANNEXE 4 :	DYNAMIQUE LINÉAIRE – ÉQUATIONS DONNANT LES TERMES DE DÉRIVÉES DE LA PRESSION.....	182
ANNEXE 5 :	ADAPTATION DES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LA MÉTHODE DE NEWTON – RAPHSON POUR PRENDRE EN COMPTE LE CARACTÈRE INSTATIONNAIRE DU FONCTIONNEMENT.....	183

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 1 : Principales architectures de paliers à air.....	18
Figure 2 : Définition de la géométrie d'un palier lisse	19
Figure 3 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques.....	21
Figure 4 : Schématisation d'un palier à quatre patins oscillants.....	21
Figure 5 : Schématisation d'un palier à quatre patins oscillants sur ressorts	23
Figure 6 : Schématisation d'un palier à feuilles <i>Garett</i>	24
Figure 7 : Schématisation d'un palier à feuilles <i>MITI</i>	25
Figure 8 : Schématisation d'un palier à feuilles <i>MITI</i> à trois lobes.....	27
Figure 9 : Evolution du couple de frottement lors d'une phase d'arrêt – démarrage à basse température.....	31
Figure 10 : Evolution du couple de frottement lors d'une phase d'arrêt – démarrage à haute température.....	31
Figure 11 : Champs de hauteur et de pression dans le palier en configuration désalignée.....	32
Figure 12 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques	39
Figure 13 : Schéma de l'alésage déformable.....	43
Figure 14 : Schématisation des forces exercées dans le film d'air.....	45
Figure 15 : Maillage d'un secteur	48
Figure 16 : Pression au point (i,j) et aux points environnants	49
Figure 17 : Schéma de la déformation du profil selon l'axe du palier	51
Figure 18 : Schéma de principe pour la détermination de la position de l'arbre dans le palier	54
Figure 19 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques avec la première rainure alignée avec la direction de la charge statique	55
Figure 20 : Schématisation de la modification du profil du palier après déformation	58
Figure 21 : Schématisation du profil initial à définir pour obtenir un profil déformé identique à un profil rigide de référence	60
Figure 22 : Evolution de l'excentricité relative avec le nombre de compressibilité de fonctionnement.....	63
Figure 23 : Evolution de l'angle de calage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement.....	63
Figure 24 : Evolution des hauteurs minimales et nominales avec le nombre de compressibilité de fonctionnement	64
Figure 25 : Evolution de l'excentricité relative avec le nombre de compressibilité de fonctionnement.....	65
Figure 26 : Evolution de l'angle de calage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement.....	65
Figure 27 : Evolution des hauteurs minimales et nominales avec le nombre de compressibilité de fonctionnement	66
Figure 28 : Fixation des éléments déformables.....	66
Figure 29 : Evolution de l'excentricité relative avec le nombre de compressibilité de fonctionnement.....	67
Figure 30 : Evolution de l'angle de calage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement.....	67
Figure 31 : Evolution des hauteurs minimales et nominales avec le nombre de compressibilité de fonctionnement	67
Figure 32 : Evolution du couple de serrage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement.....	68
Figure 33 : Vitesse d'atterrissage exprimée en % de la vitesse nominale en fonction de la charge appliquée au palier et de son jeu radial	72
Figure 34 : Capacité de charge maximale en fonction de la vitesse de rotation et du jeu radial	73
Figure 35 : Schématisation de la configuration du palier avec repérage des angles de désalignement.....	74
Figure 36 : Champs de hauteur et de pression dans le palier pour le désalignement autour de X de 0.25	76
Figure 37 : Champs de hauteur et de pression dans le palier pour le désalignement autour de Y de 0.25	77
Figure 38 : Vitesse d'atterrissage exprimée en % de la vitesse nominale en fonction de la charge appliquée au palier et de son jeu radial – désalignement autour de OX	78
Figure 39 : Vitesse d'atterrissage exprimée en % de la vitesse nominale en fonction de la charge appliquée au palier et de son jeu radial – désalignement autour de OY	78
Figure 40 : Comparaison de la configuration désaligné autour de OX avec le cas aligné	79
Figure 41 : Comparaison de la configuration désaligné autour de OY avec le cas aligné	79
Figure 42 : Schématisation d'un stator cylindrique de référence et avec défauts de type sinus	80
Figure 43 : Forme du défaut à 1 ondulation et 2 ondulations.....	82
Figure 44 : Forme du défaut à 3 ondulations et 4 ondulations	82
Figure 45 : Ecart relatif / référence pour un défaut d'amplitude $0.1 \times C_0$ – charge 0.667.....	83

Table des illustrations

Figure 46 : Ecart relatif / référence pour un défaut d'amplitude $0.2 \times C_0$ – charge 0.667	83
Figure 47 : Configuration du palier pour l'analyse dynamique linéaire	87
Figure 48 : Schématisation de la configuration de rotor pour l'étude de la stabilité	91
Figure 49 : Palier soumis à des charges dynamiques	95
Figure 50 : Convergence vers la position statique	99
Figure 51 : Convergence vers le point (0 ; 0)	100
Figure 52 : Fonctionnement stable	101
Figure 53 : Fonctionnement à la limite de la stabilité	101
Figure 54 : Fonctionnement instable	101
Figure 55 : Tendance de la masse critique	102
Figure 56 : Influence de la masse du rotor	103
Figure 57 : Influence de la vitesse de rotation	104
Figure 58 : Influence de l'excentricité de balourd	104
Figure 59 : Influence de l'amplitude de l'excitation selon la direction X	106
Figure 60 : Influence de l'amplitude de l'excitation selon la direction Y	106
Figure 61 : Influence de l'amplitude de l'excitation selon les directions X et Y	107
Figure 62 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques totalement convergents	109
Figure 63 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L=D$, paliers moyennement préchargés	110
Figure 64 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L/D = 1.25$, paliers moyennement préchargés	111
Figure 65 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L=D$, paliers faiblement préchargés	112
Figure 66 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L/D = 1.25$, paliers faiblement préchargés	112
Figure 67 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L/D = 0.75$, paliers faiblement préchargés	113
Figure 68 : Evolution de $\Lambda(C_0)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, paliers lisses	114
Figure 69 : Evolution de l'excentricité relative limite en fonction de la charge statique sans dimension, paliers lisses, $L/D=0.75 ; 1 ; 1.25$	115
Figure 70 : Comparaison des approches « linéaire » et « non linéaire »	116
Figure 71 : Comparaison des orbites du centre de l'arbre lors du pic d'amplitude en $y=150\text{mm}$	116
Figure 72 : Comparaison des trajectoires avec une quantité de balourd multipliée par 10	117
Figure 73 : Comparaison des trajectoires avec une quantité de balourd multipliée par 20	117
Figure 74 : Schématisation d'un palier à trois lobes déformables	118
Figure 75 : Carte de vitesse limite – Influence du coefficient de souplesse	120
Figure 76 : Schéma de l'alésage déformable et amorti	122
Figure 77 : Schématisation des différents types de champs de hauteur considérés	123
Figure 78 : Carte de vitesse limite – Influence du coefficient d'amortissement visqueux	125
Figure 79 : Représentation des coordonnées	129
Figure 80 : Schématisation des différents constituants d'une ligne d'arbre	130
Figure 81 : Schématisation du rotor	134
Figure 82 : Réponse à balourd pour le rotor « symétrique »	135
Figure 83 : Réponse à balourd pour le rotor « asymétrique »	135
Figure 84 : Représentation schématique du rotor avec rajout du palier à air	136
Figure 85 : Excursion du centre du rotor au niveau du palier – configuration de référence et configuration avec palier à air de différent jeu radial	137
Figure 86 : « Zoom » du pic de déplacement	137
Figure 87 : Représentation schématique des modes de vibration considérés	139
Figure 88 : Raideur et amortissement des paliers à roulement	142
Figure 89 : Algorithme d'adaptation du pas de temps avec la vitesse de rotation	145
Figure 90 : Réponse à balourd – comparaison des configurations de calcul	146
Figure 91 : Déformée en rotation correspondant à la vitesse critique identifiée	146
Figure 92 : Représentation schématique de la ligne d'arbre étudiée	147
Figure 93 : Réponse à balourd au niveau du disque 2	148
Figure 94 : Déformées en rotation à 3610 et 3840 tr/min	148
Figure 95 : Déformées en rotation à 12850 et 15080 tr/min	148
Figure 96 : Réponse à balourd – comparaison avec le premier modèle simple de dynamique non linéaire	149
Figure 97 : Schématisation d'un rotor creux avec disque central	150
Figure 98 : Réponse à balourd du cas à $L_{\text{rotor}}=900\text{mm}$ – comparaison avec le modèle de rotor rigide	151

Table des illustrations

Figure 99 : Déformée du rotor à la vitesse de 4000 tr/min.....	152
Figure 100 : Déformée du rotor à la vitesse de 9500tr/min.....	152
Figure 101 : Réponse à balourd – comparaison des configuration roulements, paliers à air linéaires et paliers à air non linéaires	153
Figure 102 : Influence de la valeur du module d'Young sur la réponse à balourd	154
Figure 103 : Déformée du rotor à la vitesse de 16250 tr/min pour E/2.....	154
Figure 104 : Coupe transversale de la tôle ondulée.....	176
Figure 105 : Schématisation de la démarche de l'étude.....	177
Figure 106 : Evolution de la souplesse de la structure en fonction du type de chargement	178
Figure 107 : Ecart relatifs par rapport à la référence pour le paramètre "Hauteur minimale" - Charge statique sans dimension de 1.556.....	178

TABLE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Comparaison des méthodes de calcul du champ de pression	51
Tableau 2 : Influence de la modification du champ de hauteurs sur les frontières d'un secteur	52
Tableau 3 : Comparaison des résultats du modèle avec la littérature.....	53
Tableau 4 : Géométrie sans dimension du palier	61
Tableau 5 : Validation de la méthode de définition	62
Tableau 6 : Géométrie sans dimension du palier	70
Tableau 7 : Valeurs de la vitesse d'atterrissage exprimée en nombre de compressibilité en fonction du jeu radial du palier et de la charge statique.....	71
Tableau 8 : Comparaison de l'effet du désalignement	75
Tableau 9 : Caractéristiques du palier à air radial étudié	81
Tableau 10 : Vitesse d'atterrissage en fonction de la charge statique appliquée.....	84
Tableau 11 : Influence de la valeur des perturbations sur la matrice de raideur	90
Tableau 12 : Valeurs des charges statiques à la séparation des courbes linéaire et non linéaire en fonction du rapport L/D	114
Tableau 13 : Valeurs des charges statiques à la diminution de la courbe non linéaire, différents rapports L/D .	114
Tableau 14 : Caractéristiques de l'ensemble rotor/paliers étudié	116
Tableau 15 : Caractéristiques géométriques du profil déformable considéré.....	118
Tableau 16 : Valeurs des charges statiques à la diminution de la vitesse limite, différentes valeurs du coefficient de souplesse des profils	119
Tableau 17 : Caractéristiques géométriques du profil déformable considéré.....	124
Tableau 18 : Comparaison des résultats à la référence.....	135
Tableau 19 : Comparaison des valeurs de la vitesse critique en fonction de la configuration étudiée.....	146
Tableau 20 : Caractéristiques de la ligne d'arbre étudiée.....	147
Tableau 21 : Comparaison des vitesses critiques obtenues	148
Tableau 22 : Configuration essayée avec les raideurs des roulements et valeurs de vitesse critique de flexion correspondante.....	151
Tableau 23 : Comparaison des résultats des méthodes "linéaire" et "non linéaire"	153
Tableau 24 : Evolution de la vitesse seuil des paliers en fonction du module d'Young du rotor	155
Tableau 25 : Rappel des validations des codes de calcul	166

INTRODUCTION

Les concepteurs de turbomachines aéronautiques ont, depuis toujours, été confrontés à de très fortes exigences de poids. Dès lors, ces concepteurs se sont orientés vers l'augmentation de la puissance massique entraînant la diminution de la taille des machines et l'augmentation des vitesses de rotation. Dans des gammes de 30000 à plus de 100000 tours par minutes, un guidage aérodynamique semble mieux adapté que des éléments technologiques classiques qui ne permettent plus de répondre à certaines exigences, dont entre autres, la durée de vie.

C'est ainsi que les paliers à air ont reçu dans ces dernières décennies une attention considérable et trouvent des applications de plus en plus nombreuses dans les cas où des vitesses élevées, de faibles charges et une grande précision sont nécessaires. Les applications aéronautiques concernent principalement des groupes auxiliaires de puissance (APU) et des machines de conditionnement d'air.

La lubrification à l'aide d'un gaz permet de limiter la puissance dissipée par frottement fluide. En effet, la viscosité dynamique de l'air est environ 100 fois plus faible qu'une huile peu visqueuse.

L'utilisation de paliers aérodynamiques présente ainsi un certain nombre d'avantages par rapport à celle des paliers hydrodynamiques classiques.

- Le fluide lubrifiant est l'air ambiant ce qui permet de s'affranchir d'un circuit de lubrification, et donc de simplifier fortement la conception de la machine, voire même de l'alléger.
- La faible viscosité de ce fluide permet de limiter les puissances dissipées qui deviennent essentiellement fonction de la vitesse de rotation.
- Le fluide n'est pas limité en température et sa viscosité est également peu sensible à l'élévation de température.
- Le fluide s'accommode aussi d'éventuelles particules de pollution.

Cependant, la faible viscosité des gaz génère également des inconvénients. Ainsi, dans la conception d'un dispositif utilisant un palier ou une butée à gaz, un certain nombre de problèmes doivent être pris en compte.

- Faible capacité de charge des mécanismes : les pressions maximales rencontrées dans le film fluide sont environ 10 fois plus faibles que celles des paliers à huile. La faible viscosité de l'air est alors compensée, en partie, par des vitesses de rotation plus élevées.
- Problèmes technologiques liés à la fabrication : afin de conserver des charges portantes raisonnables, il est nécessaire de diminuer le jeu radial ce qui entraîne une qualité et une précision d'usinage très poussées, une stabilité dimensionnelle des matériaux utilisés (pour limiter les dilatations de nature centrifuge et thermique) ainsi qu'une bonne qualité de l'air.

- Problème d'instabilité de ces dispositifs que l'on peut regrouper en deux grandes familles :
 - les vibrations dues à une perturbation extérieure (vitesse critique d'ensemble).
 - les vibrations auto-entretenues (fouettement, whirl, plaquage).
- Lors des phases d'arrêt-démarrage, il y a contact entre les surfaces en regard avant la création du film fluide d'où la nécessité d'utiliser un revêtement de surface. La durée de vie des paliers s'exprime alors en nombre d'arrêt-démarrage et non pas en heures d'utilisation comme pour les roulements par exemple.

Il existe ainsi deux domaines de fonctionnement des paliers aérodynamiques qui sont très distincts : régime de contact sec – mixte et régime de lubrification hydrodynamique. Notre étude traite plus particulièrement du comportement des paliers radiaux aérodynamiques lorsque le film d'air, séparant la partie tournante de la partie statique, est déjà complètement créé.

Nous présenterons dans la première partie la recherche bibliographique effectuée dans le but d'avoir une vision globale de l'état de l'art dans le domaine des paliers radiaux aérodynamiques. L'état d'avancement des recherches scientifiques et la confrontation des connaissances acquises aux besoins technologiques actuels, et, plus particulièrement ceux de la société Microturbo, nous a permis de définir les orientations de nos recherches :

- définition du profil initial des paliers déformables pour améliorer la capacité de charge et adaptation de la démarche de calcul à la problématique industrielle.
- comparaison critique des différentes approches dynamiques en vue de l'étude du comportement dynamique non linéaire des paliers à air et de leur interaction avec la ligne d'arbre.

Dans une deuxième partie, nous traiterons de la détermination du champ de pression dans les paliers par la résolution de l'équation de Reynolds adaptée aux fluides compressibles, en particulier aux gaz parfaits. Après un bref rappel du principe d'obtention des principales caractéristiques des paliers, nous traiterons de la complexité du problème élasto – aérodynamique et de sa résolution. Une attention particulière sera portée sur la nature du problème industriel afin d'y adapter au mieux les méthodes et outils de calcul développés.

Dans une troisième partie, nous aborderons l'étude du comportement statique des paliers. Une réflexion sur la définition des profils déformables est proposée pour améliorer la capacité de charge de ces paliers. Compte tenu de la complexité des profils obtenus par cette méthode et la difficulté de leur réalisation industrielle, nous avons abandonné cette démarche au profit de l'étude des profils de paliers classiques, de type à lobes asymétriques. En effet, ce type de profil semble suffisamment performant du point de vue de la capacité de charge selon les applications industrielles présentées dans la littérature. Cela est vérifié dans le cas de la machine envisagée à Microturbo.

Dans l'optique du dimensionnement de paliers, nous avons trouvé particulièrement intéressant d'étudier l'influence de la valeur du jeu radial. En effet, le fonctionnement de la

machine, à vitesse élevée et avec des températures d'ambiance des paliers élevées, peut entraîner, par les effets de nature centrifuge et thermique, des variations de jeu radial. Nous montrerons également que le désalignement et les défauts de forme, dont l'influence peut être néfaste pour les profils rigides, peuvent être accommodés grâce à la mise en place d'un alésage déformable.

Dans la quatrième partie, nous traiterons du comportement dynamique d'un arbre rigide supporté par des paliers aérodynamiques. Après avoir présenté les deux méthodes de calcul, linéaire et non linéaire, nous les comparerons en nous basant sur des géométries rigides. Cette confrontation révèle des différences de résultats selon le domaine de chargement, notamment en terme de vitesse d'instabilité et de réponse à une excitation de type balourd. Cette partie nous amènera à remettre en question partiellement l'approche linéaire que nous abandonnerons au profit de l'approche non linéaire dans la suite. Nous mettrons en évidence l'amélioration apportée par la prise en compte d'un amortissement au sein de la structure déformable des paliers.

Enfin, la cinquième partie nous permettra d'élargir notre réflexion au comportement dynamique d'une ligne d'arbre déformable soutenue, de façon non linéaire, par des paliers à air radiaux. Un premier modèle basé sur une approche simplifiée du problème permet de valider le calcul pas à pas utilisé par comparaison à la dynamique de rotor linéaire classique. L'amélioration du modèle a été possible en employant la méthode de Rayleigh – Ritz à trois modes de déformées de la ligne d'arbre. Ainsi, nous avons pu évaluer l'influence de la flexibilité du rotor sur ses vitesses critiques et également sur le niveau de stabilité des paliers aérodynamiques. Les résultats encourageants de cette modélisation nous ont amené à réfléchir sur la mise en place de la méthode des éléments finis.

La conclusion générale de notre travail permettra de rappeler les principaux résultats présentés et de dégager l'intérêt de notre contribution. Enfin, des perspectives seront proposées.

PARTIE 1 : Etat de l'art, positionnement par rapport à la littérature et définition des objectifs du travail

Dans un premier temps, nous présenterons l'étude bibliographique que nous avons réalisée sur les paliers aérodynamiques radiaux. Nous nous intéresserons successivement aux profils indéformables puis déformables. Enfin, nous focaliserons notre étude sur la technologie qui nous semble la plus prometteuse et que nous avons choisie pour le développement des paliers à air spécifiques à la société Microturbo.

Fort de la vision générale de l'état de l'art dans le domaine, nous positionnerons notre travail par rapport à la littérature en définissant, notamment, son champ d'application.

Enfin, nous aborderons les principaux axes de recherche que nous avons choisi ainsi que les objectifs de notre travail.

Chapitre I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Nous allons présenter une étude des principales avancées scientifiques et technologiques réalisées dans le domaine des paliers aérodynamiques radiaux depuis les années 60. C'est en effet à cette époque que l'utilisation de paliers aérodynamiques pour le guidage des arbres dans les machines tournantes a progressivement été mise en place.

Les paliers aérodynamiques se divisent en deux grandes familles :

- les paliers à géométrie indéformable,
- les paliers à géométrie déformable.

La **Figure 1** détaille les principales technologies développées ainsi que leurs caractéristiques. Nous allons présenter successivement les principaux profils de paliers aérodynamiques radiaux à profil rigide et déformable.

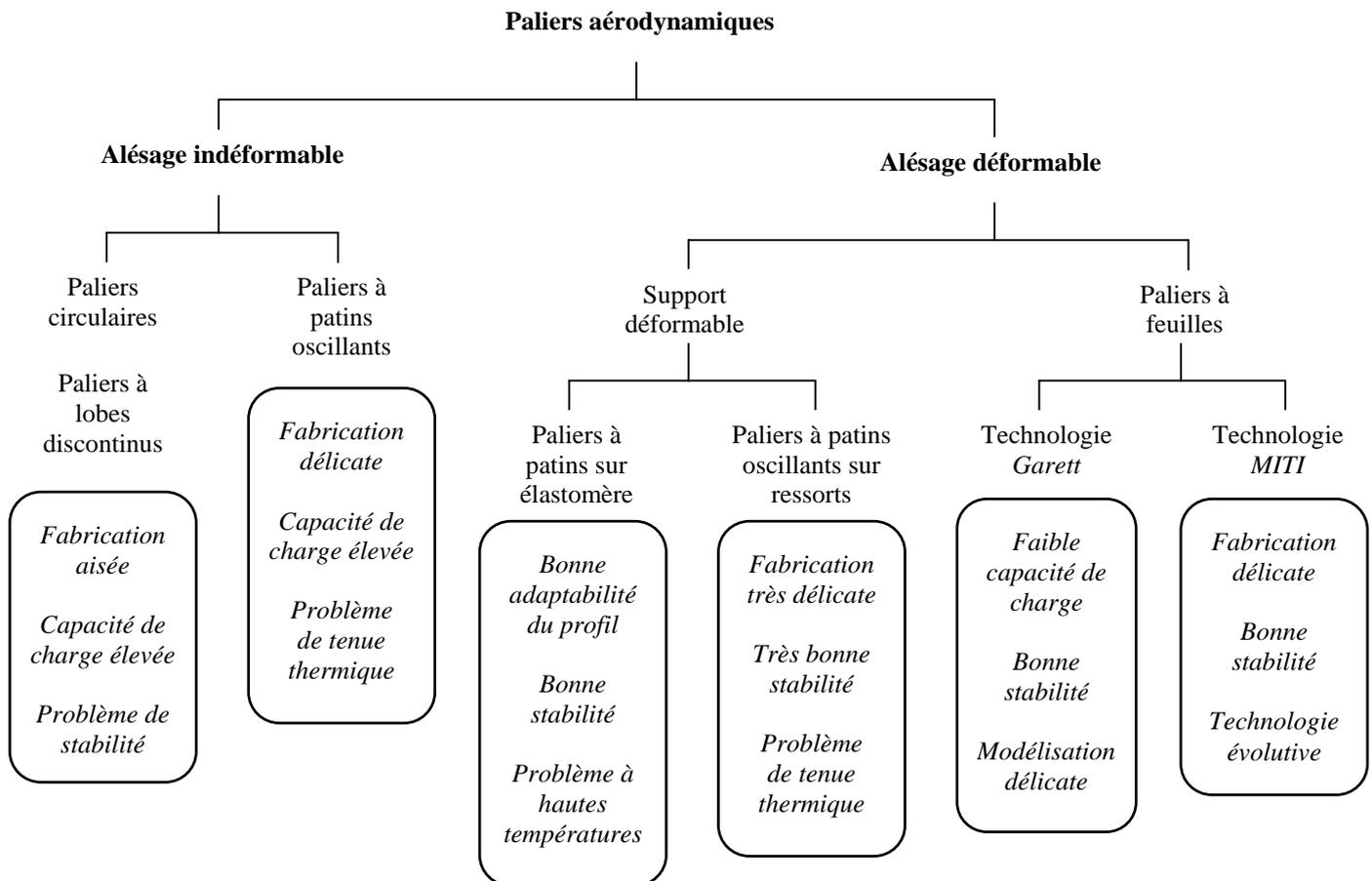


Figure 1 : Principales architectures de paliers à air

I.1. Les profils indéformables

Les premiers paliers à gaz utilisés dans des systèmes mécaniques furent des paliers à géométrie indéformable. Pour mémoire, rappelons les principaux avantages par rapport à l'utilisation de paliers à roulement ou lubrifiés à l'aide d'un fluide incompressible :

- faible frottement, faible dissipation d'énergie, d'où la possibilité de fonctionner à de grandes vitesses de rotation,
- lubrification sans apport extérieur ; le lubrifiant est directement prélevé dans le milieu (contrairement au mode de lubrification classique des machines aéronautiques,
- fiabilité élevée ; le mécanisme fonctionnant à lubrifiant perdu les propriétés de celui-ci sont invariantes dans le temps, en fonctionnement l'usure est quasi inexistante,
- lubrifiant non limité en température.

Toutefois, les paliers aérodynamiques possèdent un certain nombre de limitations dont la prise en compte est indispensable pour leur conception :

- faible capacité de charge portante,
- problème d'instabilités des dispositifs,
- problème technologique de mise en œuvre : précision d'usinage ; choix des matériaux en considérant leur qualité frottante et leur stabilité dimensionnelle ; qualité de l'air utilisé.

L'ensemble de ces raisons explique que ce mode de lubrification fut surtout utilisé, au départ, dans des systèmes inertiels de guidage (très hautes vitesses de rotation et faibles charges), dans des machines assurant la circulation des gaz de refroidissement des centrales nucléaires (maintenance difficile, température élevée et radioactivité) ainsi que dans les machines cryogéniques (températures très basses).

I.1.1. Les paliers circulaires

Ce type de paliers est également connu sous le nom de paliers « lisses ». La géométrie est très simple puisque le coussinet du palier est constitué d'un alésage cylindrique, **Figure 2**.

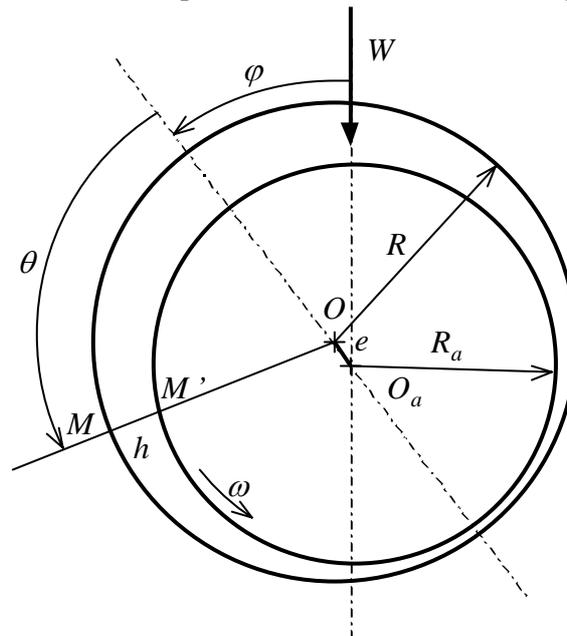


Figure 2 : Définition de la géométrie d'un palier lisse

La particularité de fonctionnement des paliers à gaz est que les performances dépendent du nombre de compressibilité Λ , [14], représentatif notamment de la viscosité dynamique, de la vitesse de rotation et du jeu radial.

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R_a}{C_b} \right)^2$$

Les caractéristiques statiques de ces paliers sont intéressantes puisqu'ils sont capables de soutenir des charges élevées. En revanche, ils sont rarement employés car leur stabilité est médiocre comparativement aux exigences de fonctionnement des machines tournantes à grande vitesse, [14], [15].

En effet, pour obtenir de bonnes performances en terme de stabilité, il a été montré qu'il vaut mieux se placer à nombre de compressibilité élevé, [15]. Ceci entraîne des jeux radiaux très faibles et des contraintes de fabrication plus sévères ainsi que de meilleurs états de surfaces.

Il est donc difficile avec des profils circulaires de pouvoir concilier de bonnes caractéristiques statiques et dynamiques et des contraintes de fabrication acceptables. Cette difficulté est d'autant plus marquée qu'il faut lui associer les problèmes de dilatations thermique et centrifuge respectivement liés aux gradients de température et à la vitesse de rotation.

Il est donc souvent nécessaire de recourir, comme dans le cas des paliers hydrodynamiques, à d'autres profils de paliers.

I.1.2. Les paliers à lobes discontinus

Les paliers non cylindriques à lobes discontinus, à précharge géométrique, ont été développés pour remédier aux problèmes de stabilité des paliers lisses.

L'étude des caractéristiques statiques et dynamiques des paliers à lobes est analogue à celle des paliers lisses. Cependant, un grand nombre de paramètres intervient dans la définition géométrique du palier. La capacité de charge et la stabilité du palier ne dépendent plus seulement de l'excentricité relative du palier et du nombre de compressibilité mais également du nombre de lobes, de leur amplitude, de la précharge géométrique relative et de l'asymétrie, **Figure 3**.

Les courbes de stabilité de ce type de paliers sont élaborées à partir d'une approche linéaire du comportement du palier autour de sa position d'équilibre, [11], [14].

Elles montrent de façon générale que, pour les fortes charges, le palier est généralement toujours suffisamment stable et le choix des paramètres géométriques dépend alors de la capacité de charge souhaitée.

Dans le cas de faibles charges, la précharge géométrique est notamment adaptée pour obtenir le niveau de stabilité souhaité [15].

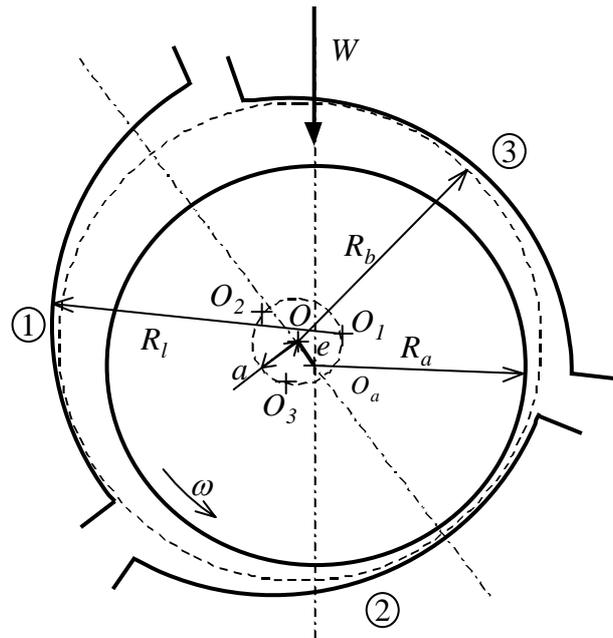


Figure 3 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques

I.1.3. Les paliers à patins oscillants

Les paliers à lobes discontinus possèdent des caractéristiques statiques et dynamiques plus intéressantes que celles des paliers lisses. Cependant, les valeurs géométriques qui optimisent ces caractéristiques dépendent des conditions de fonctionnement. Ainsi, comme dans le cas des paliers hydrodynamiques, l'idée d'adapter la géométrie en fonctionnement conduit à l'étude des paliers à patins oscillants pour lesquels la position des patins évolue avec la position de l'arbre, **Figure 4**.

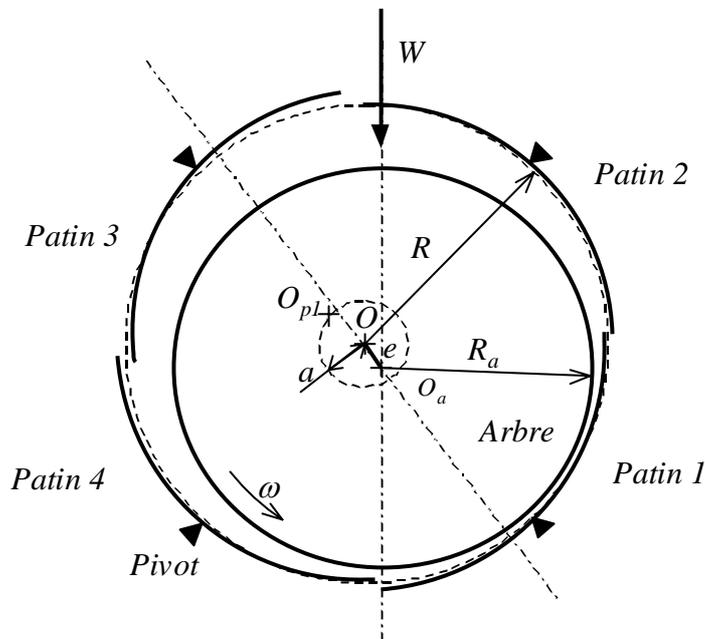


Figure 4 : Schématisation d'un palier à quatre patins oscillants

Des études ont été menées afin de déterminer la position optimale des pivots pour un palier à patins oscillants, [15].

Selon ces travaux, la position optimale évolue avec la précharge relative du palier et le nombre de compressibilité. Elle reste cependant toujours située entre les rapports 0.35 et 0.7. Ce rapport a tendance à légèrement augmenter lorsque le nombre de compressibilité augmente. Bien entendu, si le fonctionnement doit s'effectuer dans les deux sens de rotation, la position du pivot est obligatoirement centrée.

Dans le cas de fortes charges, la stabilité tend vers l'infini comme pour les autres types de paliers étudiés précédemment. Le choix du nombre de compressibilité est alors guidé par la valeur de la charge appliquée.

Si la valeur de la charge est grande, le nombre de compressibilité devra être grand. Ainsi, à vitesse constante, il faudra alors utiliser un jeu radial relatif faible dans le palier pour obtenir un fonctionnement suffisamment performant. On remarque alors que, pour une vitesse de rotation fixée, la limitation vient de la valeur du jeu en dessous de laquelle les contraintes de fabrication ne sont plus acceptables.

Dans le cas de charges faibles ou modérées, la stabilité est optimale pour un nombre de compressibilité compris entre 1 et 2 suivant la position de la charge et le nombre de patins.

Etant donné les faibles jeux relatifs nécessaires pour obtenir des caractéristiques statiques et dynamiques intéressantes, des problèmes géométriques liés au désalignement ou à des dilatations centrifuges et thermiques se posent souvent avec les profils rigides.

Aussi, afin d'éviter une détérioration rapide des surfaces et un risque de grippage, on a recours à des paliers à alésage expansible.

I.2. Les profils déformables

Les paliers à alésage déformable sont moins sensibles aux dommages causés par des particules étrangères du fait du jeu plus grand, mais aussi parce que la structure peut se déformer pour faciliter leur passage et leur évacuation du contact.

Deux grandes familles de paliers à profil déformable existent :

- les paliers à patins rigides montés sur des éléments déformables, [15], [45],
- les paliers à feuilles, constitués d'un fourreau et d'un ensemble de feuilles, [8], [10],[26].

Une des principales qualités que l'on accorde aux paliers à feuilles est de générer un champ de pression aérodynamique dans le film d'air avec un jeu radial plus grand que leurs homologues à profil rigide. Cette augmentation de jeu permet ainsi de réduire les contraintes de cisaillement dans le fluide et donc de limiter les pertes de puissance, [10].

I.2.1. Les paliers à patins rigides montés sur éléments déformables

La structure déformable du palier peut être constituée soit d'une ou plusieurs portées en élastomère, soit de ressorts montés sur des pivots. Dans ce dernier cas, leur géométrie est identique à celle définie au paragraphe précédent, **Figure 5**. Les ressorts permettent aux patins de se déplacer lorsque la charge devient trop importante ou lorsque les variations de température modifient sensiblement les caractéristiques géométriques de l'arbre.

L'étude statique et dynamique des paliers à patins montés sur ressorts est complexe. Les paramètres géométriques évoluent en fonctionnement, en particulier la précharge et l'excentricité. De plus, aux paramètres géométriques des paliers à patins oscillants, il convient d'ajouter la raideur des ressorts montés au droit de chaque pivot.

Les calculs présentés dans la littérature soulignent l'importance du choix des différents paramètres, en particulier la précharge géométrique relative et la raideur des ressorts, [15], [45]. En effet, les études des paliers à alésage fixe montrent la nécessité d'une précharge en fonctionnement suffisante pour assurer une bonne stabilité du palier. Parallèlement, pour conserver de bonnes caractéristiques de portance, il faut éviter que le patin, lorsqu'il est fortement chargé, ne s'écrase d'une distance trop importante.

Le choix de la raideur des ressorts est donc essentiel. Cette raideur doit être suffisamment élevée pour conserver une précharge convenable en fonctionnement. Par contre, sa valeur doit rester faible pour permettre la dilatation de l'arbre ou pour minimiser les défauts géométriques par exemple.

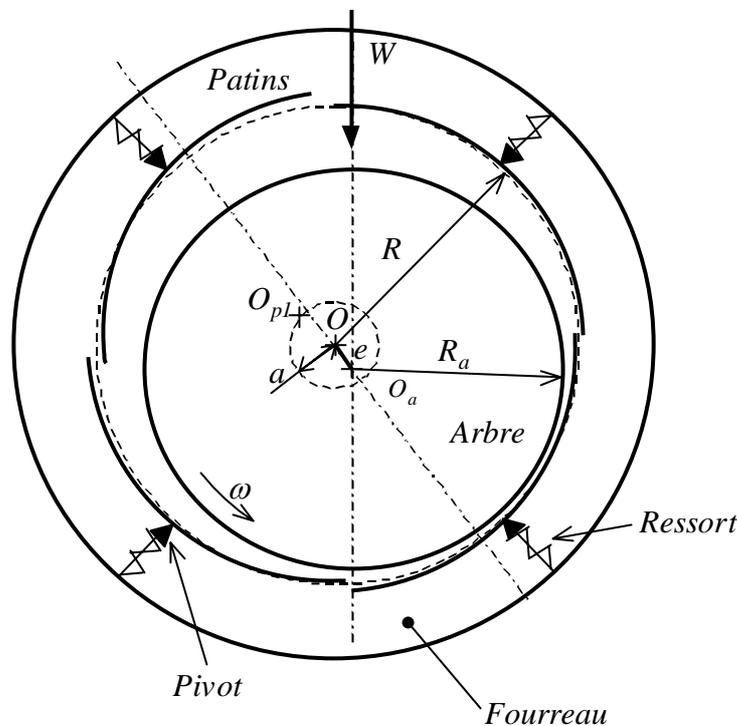


Figure 5 : Schématisation d'un palier à quatre patins oscillants sur ressorts

Les résultats numériques montrent que, pour un palier à quatre patins oscillants, la raideur adimensionnelle des ressorts qui optimise la capacité de charge du palier doit être la plus élevée possible. Ainsi, le choix de la raideur dépend directement des conditions de fonctionnement, en particulier du coefficient de dilatation thermique et de l'élévation de température et bien entendu de la charge à soutenir.

Etant donné les jeux radiaux très faibles et les contraintes géométriques imposées pour permettre de conserver de bonnes caractéristiques (frottement très faible au niveau des pivots, grande rigidité et faible inertie des patins), la fabrication des paliers à patins oscillants montés

sur ressorts s'avère difficile et délicate. Des études récentes se sont intéressées à une autre technologie de paliers à alésage expansible : les paliers à feuilles.

I.2.2. Les paliers à feuilles

Le développement des paliers à feuilles a commencé au début des années 70 pour assurer le guidage en rotation d'arbres de turbines à gaz. L'un des objectifs de l'époque était de valider leur tenue thermomécanique à des températures élevées.

Actuellement, les domaines d'application sont plus étendus mais concernent toujours le guidage des arbres tournant à des vitesses de rotation très élevées, supportant des charges modérées et soumis à des contraintes thermiques parfois sévères.

On distingue deux familles de paliers à feuilles :

- paliers de type *Garett*, [26],
- paliers de type *MITI*, [8], [10], [25].

I.2.2.1. La technologie Garett

Le palier est constitué d'un fourreau sur lequel sont articulées huit à douze feuilles enroulées les unes sur les autres. L'ensemble constitue un feillard déformable. L'ancrage de ces feuilles est assuré par l'intermédiaire d'une barrette soudée à l'extrémité de chaque feuille et logée dans une encoche sur le fourreau, **Figure 6**.

L'étude structurale permet dans un premier temps de déterminer la configuration de l'arbre au repos sur lequel les feuilles sont plaquées. Le calcul des efforts de serrage qu'exercent les feuilles permet notamment de calculer le couple de démarrage. Cette étape permet d'initialiser le processus itératif conduisant aux calculs des caractéristiques statiques.

Les modélisations proposées ne sont plus simples, [26], [48], car elles doivent tenir compte des frottements de Coulomb feuille – feuille, feuille – arbre et feuille – fourreau qui sont loin d'être négligeables.

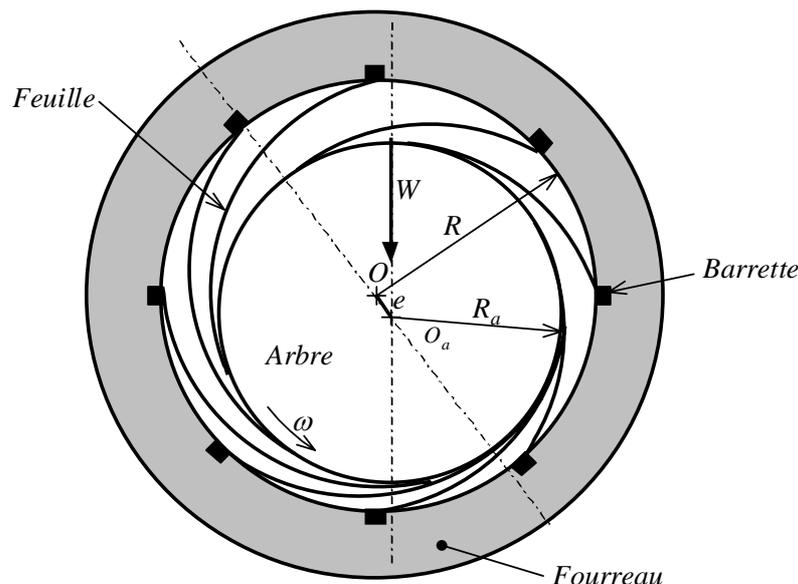


Figure 6 : Schématisation d'un palier à feuilles *Garett*

Bien que cette technologie soit appliquée industriellement dans des turbomachines aéronautiques, elle est maintenant le plus souvent écartée au profit de la technologie *MITI* plus performante et « plus simple » à modéliser.

I.2.2.2. La technologie MITI

La structure déformable du palier est constituée d'un empilage de feuilles lisses et ondulées (raidisseurs), **Figure 7**. L'étude théorique de ce type de paliers à feuilles est beaucoup plus complexe que celle des paliers à ressorts dans la mesure où elle doit prendre en compte une analyse de mécanique des solides nécessaire pour déterminer la déformation du palier en fonctionnement.

Pourtant, les modèles, [10], permettant de résoudre le problème structural sont généralement plus simples que ceux employés pour la technologie *Garrett*.

En effet, les comparaisons des résultats des modèles à des travaux expérimentaux [8], notamment sur la capacité de charge, montrent que l'on peut s'affranchir, en première approximation, des frottements feuilles – raidisseurs et raidisseurs – fourreau dans la résolution du problème élasto – aérodynamique.

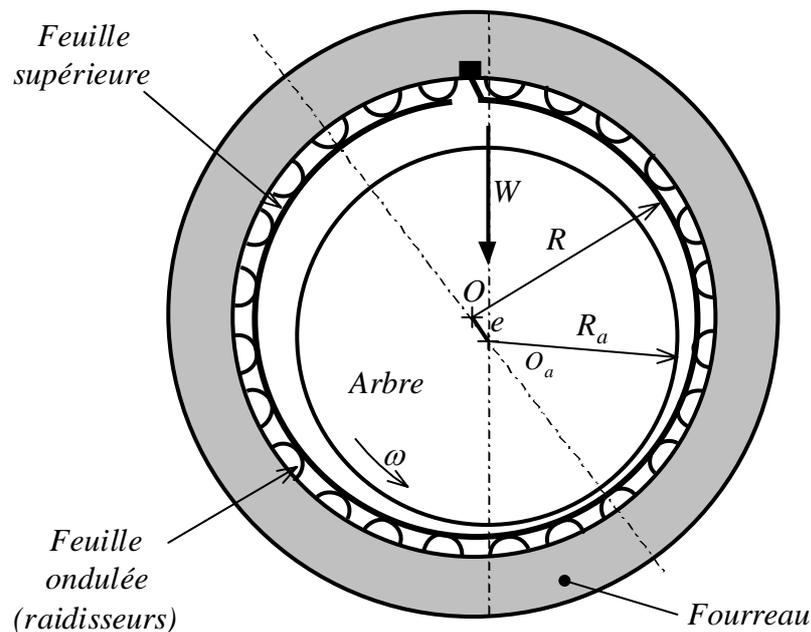


Figure 7 : Schématisation d'un palier à feuilles *MITI*

I.3. Etude de la technologie la plus prometteuse

Parmi les technologies employées avec succès, l'une d'elles se démarque par des résultats particulièrement intéressants et par une modélisation « simple ». Il s'agit de la technologie des paliers à empilage de feuilles de type *MITI*, [8].

De nombreuses études numériques et expérimentales s'intéressent aux caractéristiques statiques et dynamiques de ce type de paliers. Ces travaux portent sur deux domaines séparés :

- la recherche approfondie sur les phénomènes tribologiques liés aux arrêts – démarrages : le frottement sec qui intervient pendant ces phases est la principale cause de détérioration des paliers. L'état des surfaces et les matériaux en contact ont une influence déterminante dans les phénomènes mis en jeu, [31], [32], [35], [44],
- le développement d'un modèle théorique permettant une simulation précise des performances élasto – aérodynamique du palier, [10], [27].

Nous nous focaliserons ici principalement sur le second axe de recherche et nous présenterons seulement quelques éléments issus de la littérature pour ce qui concerne les phénomènes liés aux arrêts – démarrages.

Cette technologie permet, a priori, une étude structurelle très simple. La feuille supérieure assure la continuité du profil. La géométrie du coussinet et le comportement structural sont régis par les ressorts sur lesquels la feuille supérieure est appuyée.

I.3.1. Profils de paliers

Les paliers utilisant la technologie de type *MITI* ont connu plusieurs variantes. En effet, le nombre de lobes, de feuilles supérieures et de feuilles de raidisseurs peut être adapté en fonction des performances souhaitées.

I.3.1.1. Architecture et géométrie

Le premier palier développé selon cette technologie était constitué d'un fourreau rigide sur lequel sont soudées une feuille ondulée (raidisseurs) et une feuille supérieure s'étendant sur toute la circonférence du palier. Cet assemblage de feuilles assure à la fois le profil du palier ainsi que sa déformabilité, **Figure 7**.

Le mise en œuvre propre de la fixation de la structure déformable du palier (feuillard) impose une variation de sa raideur structurale avec la position angulaire du point considéré, [19].

Les caractéristiques de ce type de paliers sont très proches de son homologue rigide (palier lisse) c'est à dire qu'il permet de soutenir des charges élevées, [25].

Par la suite, sont apparus les paliers à lobes, généralement trois secteurs, **Figure 8**. De même que pour les paliers mono – lobe, la structure déformable a une raideur qui varie le long de la circonférence. Ce type de paliers présente de bonnes caractéristiques dynamiques.

Des études expérimentales, et particulièrement l'analyse des déplacements du rotor au niveau des paliers, a permis de mettre en évidence un sens de rotation privilégié, [8]. La

meilleure stabilité est obtenue en choisissant un sens de rotation de la partie libre vers la partie fixe de la structure déformable.

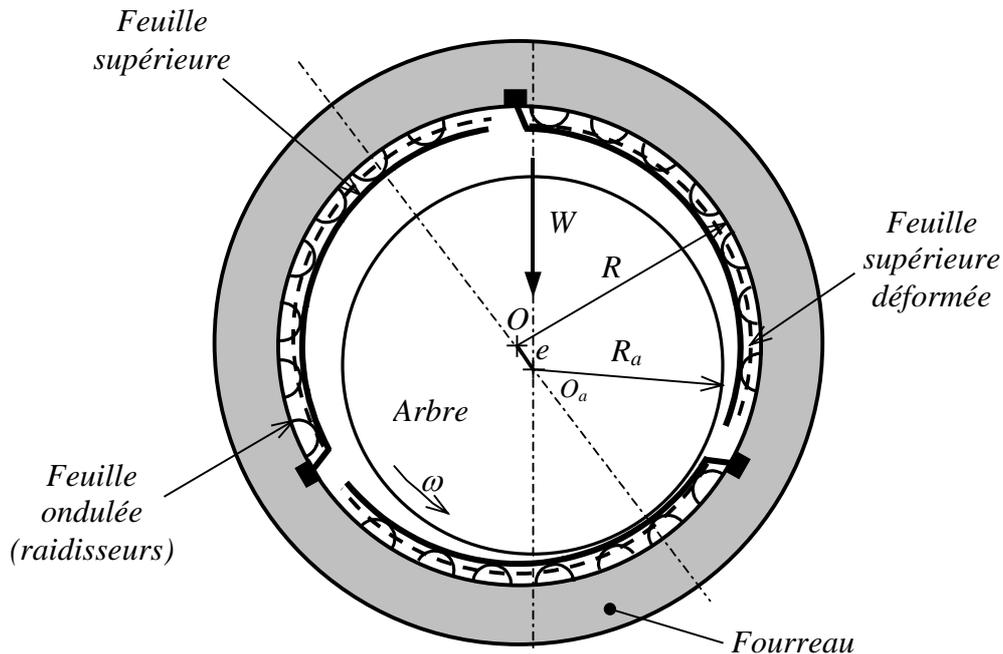


Figure 8 : Schématisation d'un palier à feuilles MITI à trois lobes

Le niveau de stabilité de ces paliers lobés est généralement élevé même pour des charges modérées. Deux explications peuvent être avancées :

- sous l'effet de la génération du champ de pression, les feuilles se déforment de façon à donner un profil de type asymétrique. Ainsi, en fonctionnement le profil du palier est analogue à un profil avec précharge géométrique,
- les frottements internes à la structure déformable du palier peuvent générer de l'amortissement permettant de stabiliser le palier. Ce thème sera abordé plus en détail dans le paragraphe I.3.2.2.

Ainsi, les paliers mono – lobe et à trois lobes sont utilisés dans des applications différentes. Pour les cas où l'on a une charge statique élevée, de direction constante, le palier mono – lobe sera préféré. Par contre, les paliers à trois lobes sont appliqués à des mécanismes tournant à de très hautes vitesses et soumis à des efforts de balourd.

I.3.1.2. Matériaux et revêtements

La plupart des études expérimentales présentées dans la littérature concernent des paliers contenus dans des mécanismes tournant à haute vitesse avec des températures élevées. Dès lors, il est fréquent de retrouver les matériaux suivants :

- Inconel 713 LC,
- Inconel 718,
- Inconel X750.

Pour les revêtements, les applications « froides » emploient très souvent le PTFE. Par contre, dès que les températures de fonctionnement augmentent, il faut avoir recours à des revêtements plus élaborés.

Dans les études sur des revêtements dits « haute température », on retrouve principalement des travaux de la NASA. Parmi les solutions les plus performantes nous citerons des revêtements à base de chrome et d'argent (lubrifiant basse température) et de fluorure de barium ou de calcium (lubrifiant haute température), [31], [32], [35].

I.3.2. Performances

La littérature est riche de travaux numériques et expérimentaux présentant les performances statiques et dynamiques des paliers à feuilles. La caractérisation de ces performances est du même type que pour les paliers hydrodynamiques. La particularité reste tout de même la prise en compte de l'effet de compressibilité du fluide couplé à la déformation de la structure et donc le couplage élasto – aérodynamique.

I.3.2.1. Caractéristiques statiques

Les principales caractéristiques statiques étudiées dans la littérature sont :

- la charge portante ou capacité de charge du palier,
- le couple de frottement en phase de frottement sec et en fonctionnement, c'est à dire une fois que le film d'air est créé,
- les débits de fluide dans le palier,
- l'élévation de la température en fonctionnement fluide, (pertinent pour les vitesses de rotation élevées).

Ces différentes caractéristiques dépendent bien entendu de la géométrie du palier et des propriétés mécaniques de la structure déformable :

- dimensions extérieures : longueur, diamètre,
- géométrie interne : nombre et forme des lobes, jeux radiaux,
- raideur de la structure, variation d'une extrémité à l'autre des lobes,
- frottements internes feuille supérieure – raidisseurs, raidisseurs – fourreau rigide.

Mais aussi des conditions de fonctionnement qui sont en général :

- l'excentricité de l'arbre dans le palier,
- la vitesse de rotation du mobile,
- la viscosité du gaz,
- la pression ambiante,
- la température ambiante.

Les principales tendances présentées sont, par exemple :

- évolution de la capacité de charge en fonction de la vitesse à excentricité constante,
- évolution de la capacité de charge en fonction de l'excentricité à vitesse constante,
- évolution de la capacité de charge en fonction de la raideur de la structure,
- évolution de la capacité de charge avec la température de fonctionnement.

- évolution du couple de frottement fluide en fonction de la vitesse de rotation,
- évolution du couple de frottement fluide en fonction de la charge appliquée au palier.

I.3.2.2. Caractéristiques dynamiques

L'analyse du comportement dynamique d'un palier à feuilles peut être effectuée selon deux approches :

- méthode linéaire : calcul des coefficients dynamiques (matrices de raideur et d'amortissement) du palier. Pour un chargement donné, on perturbe la position d'équilibre statique du centre du rotor et on étudie les petits mouvements, [11], [15],
- méthode non linéaire : calcul de la trajectoire du centre de l'arbre à l'intérieur du palier grâce à la résolution couplée de l'équation de Reynolds et des équations de la dynamique par une méthode pas à pas, [6], [14].

La plupart des études théoriques s'intéressant aux caractéristiques dynamiques assimile la ligne d'arbre à un rotor rigide supporté de façon symétrique par deux paliers identiques. La modélisation de l'action dynamique des paliers se fait par l'approche linéaire.

Très peu d'auteurs ont considéré le problème non symétrique, déformable et aucune étude n'a fait l'objet d'un couplage direct (avec analyse non linéaire des paliers) entre l'analyse dynamique d'une ligne d'arbre et celle des paliers à feuilles.

Analyse linéaire

Le type d'étude dynamique le plus répandu est basé sur l'approche linéaire. La détermination des coefficients dynamiques du palier permet de déterminer la stabilité du point de fonctionnement considéré. Cette analyse permet d'établir des cartes de stabilité décrivant la vitesse seuil du palier ou la masse critique du rotor supportée par le palier en fonction des conditions de fonctionnement (géométrie et charge statique appliquée).

La démarche conduisant à la mise en place de l'analyse dynamique linéaire est identique à celle utilisée dans le cas des paliers hydrodynamiques. Cependant, dans le cas des paliers à gaz, les grandeurs ne dépendent plus seulement de l'excentricité de l'arbre et de l'angle de calage mais également du nombre de compressibilité. De plus, compte tenu de la structure déformable des paliers, la raideur structurelle devient également un paramètre d'influence non négligeable. Si l'on considère en plus les frottements internes à la structure déformable, l'analyse peut s'enrichir par la prise en compte d'un amortissement supplémentaire de type Coulomb, [20], [21].

Des méthodes de modélisation sophistiquées ont donc pu être développées afin de prendre en compte la multitude de paramètres de fonctionnement des paliers à feuilles.

L'amortissement dans les paliers à feuilles

Les phénomènes liés à l'amortissement au sein de la structure du palier font l'objet de nombreuses études numériques et surtout expérimentales. Une des hypothèses utilisées dans le passé pour expliquer l'amortissement supérieur des paliers à feuilles est basée sur la présence des frottements internes à la structure déformable. Dès lors, il était supposé que, pour ajouter de l'amortissement, il suffisait d'augmenter le coefficient de frottement entre les feuilles en utilisant différents types de revêtements.

Peng et Carpino, [21], ont réalisé une étude analytique dans laquelle ils ont montré que l'amortissement dans les paliers à air augmente lorsque le film d'air se raidit. Ils ont remarqué que lorsque le film d'air est souple, i.e la charge est faible ou la vitesse de rotation est peu élevée, les paliers rigides offrent plus d'amortissement que les paliers à feuilles. Par contre, pour des charges et des vitesses de rotation élevées, quand le film d'air est raide, les paliers à

feuilles fournissent plus d'amortissement que leurs homologues rigides grâce à l'amortissement généré par le frottement entre les feuilles de la structure déformable.

L'amortissement peut principalement être considéré à l'aide d'un modèle de type visqueux (relation avec la vitesse d'écrasement) lorsque la charge est faible et la température élevée. De fait, l'ajout de frottement interne n'a aucune influence notable, [43]. Par contre, si un surcroît d'amortissement dans le palier est nécessaire, il est préférable de charger encore plus le palier (en le rendant plus petit par exemple) de manière à activer plus efficacement les mécanismes de frottement entre les feuilles.

Analyse non linéaire

L'hypothèse de petits déplacements du centre de l'arbre à l'intérieur du coussinet et donc l'analyse linéaire possède certaines limitations. Elle ne permet pas de prévoir le comportement du palier lors du passage des vitesses critiques ou au-delà du seuil de stabilité. Il est alors nécessaire de résoudre simultanément l'équation de Reynolds écrite dans le cas du régime dynamique et les équations du mouvement de l'arbre.

Une analyse non linéaire peut effectivement prévoir le comportement d'un palier (déplacement de l'arbre, forces transmises...) sous sollicitation dynamique de type balourd et, plus généralement, extérieure quelconque, [4], [5].

Ce type d'études est rarement présenté dans la littérature des paliers à feuilles car elle est plus complexe à mettre en œuvre et nécessite des temps de calculs importants. En revanche, des travaux similaires réalisés dans le domaine des fluides incompressibles, [6], [13] confirment l'importance de la considération de ce type d'analyse dans certains cas de fonctionnement.

En effet, quelques travaux isolés mettent en évidence des phénomènes intéressants notamment sur la spécificité des approches linéaires et non linéaires, [3], [30]. D'après ces travaux l'approche linéaire présente un domaine de validité plus restreint. Il est donc important de le connaître pour éviter d'obtenir des résultats erronés.

Toutefois, il reste encore beaucoup de phénomènes à comprendre sur la différence de domaines de validité des deux approches et leur caractérisation. La définition des limites de validité de la théorie linéaire est donc un axe d'étude pertinent pour les paliers aérodynamiques radiaux.

I.3.2.3. Arrêts – démarrages

Les causes de détérioration des paliers fluides sont directement reliées au contact direct entre les surfaces. De ce fait, l'étude des phases d'arrêts – démarrages présente un grand intérêt dans la détermination de la durée de vie des paliers. Un palier est jugé inopérant ou détérioré lorsque la mise sous film d'air n'est plus effectuée dans la gamme de vitesse de fonctionnement.

Les travaux effectués dans ce domaine s'intéressent à la caractérisation de ces phases de fonctionnement en mesurant, en particulier :

- le couple de frottement de l'arbre sur le stator en fonction de la charge appliquée et de la température,
- la diminution d'épaisseur des revêtements déposés sur les surfaces.

Lors de la mise en rotation du mobile, celui-ci frotte sur la feuille supérieure ce qui se caractérise par un couple de frottement élevé, [32]. Ensuite, lorsque le rotor s'accélère, la pression aérodynamique générée au sein du film d'air permet alors la séparation des surfaces (décollage du rotor). Ce phénomène se traduit par une variation brutale dans l'évolution du couple de frottement. Lorsque le film d'air est établi, le couple de frottement est très faible, **Figure 9**.

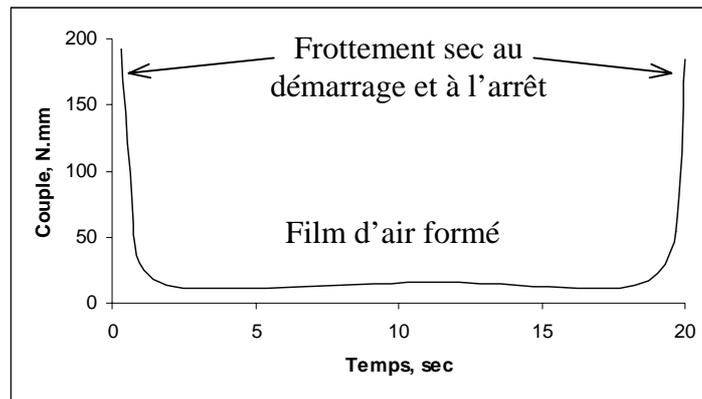


Figure 9 : Evolution du couple de frottement lors d'une phase d'arrêt – démarrage à basse température

Une augmentation de la charge statique appliquée au rotor influence fortement le couple de frottement « sec ». Plus la charge est élevée et plus le couple de frottement est important. Lorsque la température ambiante augmente, la valeur du couple de frottement a tendance à diminuer, **Figure 10**.

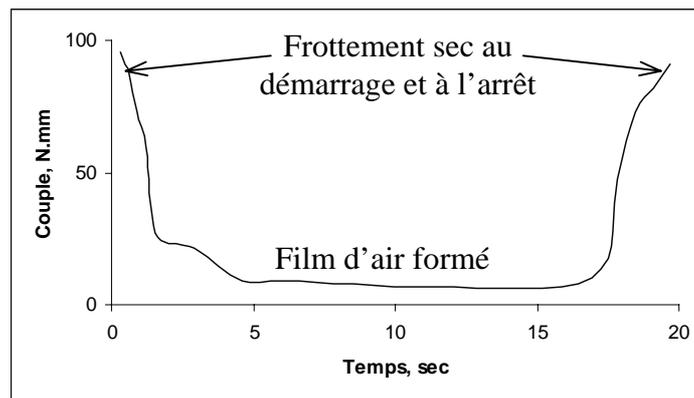


Figure 10 : Evolution du couple de frottement lors d'une phase d'arrêt – démarrage à haute température

Les tests de durée de vie présentés dans la littérature font état d'une capacité de 10,000 à plus de 100,000 cycles d'arrêts – démarrages selon les configurations d'essais. Il est bien évident que le choix des revêtements des surfaces en contact influence fortement les conditions de frottement et d'usure et par la même la durée de vie du palier.

I.3.3. Quelques problèmes d'application des paliers à air

Les performances aérodynamiques des paliers à air peuvent être perturbées par rapport à une configuration idéale par un certain nombre de paramètres liés à l'intégration des paliers radiaux dans une machine et à leur fabrication.

Du point de vue de l'intégration dans la machine, on retiendra :

- la variation du jeu radial avec le régime de fonctionnement,
- le désalignement de l'arbre dans le palier,
- la température de fonctionnement,
- les excitations dynamiques extérieures,
- la qualité de l'air d'alimentation.

Les paramètres entrant en jeu dans la fabrication des paliers sont :

- les défauts de forme liés aux précisions de fabrication,
- l'état de surface du rotor et de la feuille supérieure assurant le profil.

I.3.3.1. Intégration dans une machine

Désalignement

Le phénomène de désalignement du rotor dans un palier rigide a une influence néfaste sur le champ des hauteurs et la capacité de charge, [24], **Figure 11**. C'est une des raisons principales qui a conduit au développement des paliers à structure déformable.

L'avantage du palier à feuilles est que l'on peut adapter la raideur du profil pour assurer un bon compromis entre ses performances statique et dynamique et son aptitude à accommoder un désalignement du rotor.

Ainsi, contrairement au profil rigide, la capacité de charge d'un palier à feuilles peut être très peu affectée par le désalignement.

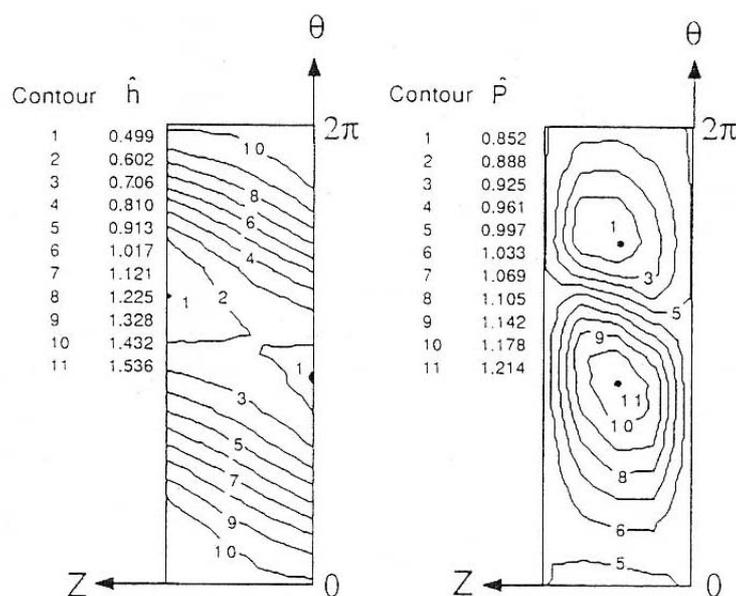


Figure 11 : Champs de hauteur et de pression dans le palier en configuration désalignée

Température

La température a pour effet d'augmenter la viscosité de l'air et de diminuer le module d'Young des matériaux, c'est à dire de rendre plus souples les feuilles du palier. Des études expérimentales ont montré que la raideur et la capacité de charge sont influencées par une élévation de température.

D'après les travaux de Howard et al., [34], la raideur d'un palier à feuilles diminue avec la température. Cette diminution est faible voire négligeable jusqu'à une température donnée qui peut être de l'ordre de 200°C (exemple de la publication : palier avec $D=35\text{mm}$, $L=25\text{mm}$ et $\omega=30000\text{ tr/min}$). Par contre, au-delà de cette température, la diminution de la raideur du palier devient plus importante.

De la même façon, Dellacorte a observé expérimentalement que la capacité de charge diminue avec la température de fonctionnement d'une façon similaire à la raideur.

L'hypothèse que l'on peut avancer pour expliquer ce phénomène est la suivante. Quand la température de fonctionnement du palier augmente, la viscosité de l'air augmente et le module d'Young du matériau des feuilles diminue. Analysons ces deux phénomènes :

- une augmentation de la viscosité du lubrifiant se traduit par une capacité de charge supérieure,
- une diminution du module d'Young entraîne un assouplissement de la structure ce qui peut engendrer une diminution ou une augmentation de la capacité de charge selon le régime de fonctionnement.

Ainsi, dans une gamme de température donnée, il est possible d'avoir un effet de l'augmentation de la viscosité qui soit annulé par la diminution du module d'Young. Cela expliquerait que dans le cas cité précédemment les performances restent stables jusqu'à 200°C.

Par contre au-delà d'une température « seuil », l'effet de la diminution du module d'Young devient prépondérant par rapport à l'augmentation de la viscosité. C'est à dire que, passée une certaine température, la diminution de la raideur peut faire diminuer la capacité de charge.

Excitation extérieure

Les lignes d'arbres sur lesquelles sont montées les paliers à air sont souvent soumises à des excitations synchrones provoquées par un balourd. D'autre part, il peut exister des applications où les vibrations de l'environnement de la machine provoquent des excitations extérieures quelconques au niveau des paliers.

Bien que les théories présentées dans la littérature puissent facilement prendre en compte ce genre de sollicitations, aucune étude à propos de l'influence d'une excitation extérieure sur le fonctionnement d'un palier à feuilles n'a été conduite.

Les seules informations relatives à ce genre de phénomènes proviennent de la littérature incompressible, [5], [6], [7]. Cette voie d'étude reste donc à explorer.

Qualité de l'air

Il est évident que la propreté du lubrifiant a une influence sur le comportement des paliers. En effet, les hypothèses formulées pour la mise en place de l'équation de Reynolds en régime isotherme considère que le fluide est Newtonien, se comporte comme un milieu

continu, sa masse volumique est constante et sa viscosité ne varie pas dans l'épaisseur du film.

Dès lors, d'éventuelles particules qui passeraient dans le contact seraient susceptibles de perturber l'écoulement du film d'air et donc les performances du palier. Cependant, certains auteurs mettent en avant que la souplesse de la structure interne des paliers améliore leur aptitude à faciliter le passage de particules dans le contact, [8], [10].

I.3.3.2. Fabrication des paliers

Défauts de forme

La littérature relative aux paliers à feuilles ne fait état d'aucune étude significative à propos de l'influence des défauts de forme sur les performances des paliers radiaux. Pourtant, les faibles jeux entre le rotor et le stator laissent penser que l'on peut avoir certains écarts entre les performances d'un palier à profil théorique et son homologue à profil réel.

Si l'on se réfère à des études menées sur les paliers hydrodynamiques rigides, on peut avoir une vue d'ensemble du problème. Les types de défauts de forme étudiés sont de grandes longueurs caractéristiques par rapport à l'épaisseur de film d'air.

Les tendances obtenues en fluide incompressible permettent d'avoir une idée des phénomènes que l'on peut s'attendre à observer dans les paliers à feuilles. Toutefois, il reste à évaluer si l'effet de la déformation des surfaces peut limiter les phénomènes dus aux défauts de forme, voire les rendre négligeables dans une certaine mesure.

Etat des surfaces

L'état des surfaces a une importance pour les deux phases de fonctionnement des paliers, arrêts – démarrages et film d'air formé. Lors des phases d'arrêts – démarrages, l'état de surface conditionne le frottement et l'usure des surfaces mais aussi la mise sous film d'air de part la micro géométrie.

En fonctionnement sous film d'air formé, l'état des surfaces régit les conditions aux limites, c'est à dire, entre autres, la vitesse du fluide aux surfaces. En effet, l'hypothèse choisie est de considérer que le fluide adhère à la surface, en d'autres termes sa vitesse relative à chaque paroi est nulle.

Lee et al., [49], ont montré que le glissement du fluide de lubrifiant au niveau des parois peut avoir des effets significatifs pour les faibles nombres de compressibilité.

Chapitre II. POSITIONNEMENT PAR RAPPORT À LA LITTÉRATURE - DÉFINITION DES OBJECTIFS DU TRAVAIL

Comme nous l'avons déjà évoqué, notre travail portera sur la modélisation du comportement des paliers aérodynamiques radiaux lorsque le film d'air est déjà complètement formé. Ainsi, nous n'aborderons pas les problèmes liés aux phases de frottement sec.

D'autre part, nous avons choisi de ne pas prendre en compte un certain nombre de paramètres, dont :

- l'influence de l'effet de membrane de la ou des feuille(s) supérieure(s) constituant le palier, [22] et [24]
- l'influence des effets d'inertie dans le fluide, [16]
- l'influence du glissement du fluide aux parois, [49]
- l'influence de la rugosité des surfaces, [53]

Les travaux de la littérature montrent que les performances des paliers aérodynamiques dépendent peu de ces paramètres, notamment lorsque les épaisseurs de film fluide sont suffisamment grandes par rapport à la hauteur moyenne des rugosités.

L'étude bibliographique menée a permis d'avoir une connaissance générale du fonctionnement des paliers à air. Plus particulièrement, pour la technologie choisie pour cette étude, il apparaît qu'un certain nombre de points reste encore non totalement compris.

Nous allons définir les axes de recherche que nous développerons dans la suite du présent document.

II.1. Caractéristiques statiques

L'approche la plus communément adoptée dans la littérature pour l'évaluation des caractéristiques statiques d'un palier à feuilles est relativement classique. Elle se base sur la définition du champ de hauteurs (excentricité de l'arbre fixée) et la constatation des performances de la configuration de fonctionnement. Pourtant, les problèmes industriels sont quasiment toujours inverses. C'est à dire que l'on fixe les performances attendues du palier et que l'on recherche la géométrie adéquate.

Dès lors, il semble intéressant de développer une approche du problème de la résolution de l'équation de Reynolds adaptée aux besoins industriels. De plus, la considération de la hauteur minimale de film d'air dans le palier pourra permettre une évaluation simplifiée de la capacité de charge limite du palier.

D'autre part, dans toutes les études menées sur les paliers à feuilles, et donc s'intéressant au problème élasto – aérodynamique, la déformation est traitée comme la conséquence de l'application du champ de pression dans le film d'air sur la structure. Or, une idée originale basée sur les travaux de Iordanoff, [27], pourrait permettre d'étudier la définition d'un palier pour laquelle la déformation serait une donnée d'entrée.

Ce concept repose sur la constatation que les profils rigides affichent de bonnes performances, tant statiques que dynamiques, mais sont très sensibles au désalignement et aux dilatations différentielles. Il s'agit donc de s'appuyer sur leur profil et d'essayer, tout en

conservant leurs bonnes performances, de réduire leurs défauts en employant une structure déformable définie judicieusement.

Il serait donc intéressant de pouvoir définir le profil initial avant déformation qui permet d'obtenir en fonctionnement, après déformation, un profil « rigide » de référence dont les performances sont adaptées aux exigences de l'application considérée et notamment la capacité de charge.

II.2. Paramètres d'influence

Deux types de paramètres d'influence n'ont pas fait l'objet d'études approfondies pour les paliers à feuilles : les défauts de forme et les sollicitations dynamiques extérieures. D'autre part, compte tenu des domaines de fonctionnement des paliers, hautes vitesses et températures élevées, des dilatations différentielles dues aux effets centrifuges et thermiques peuvent engendrer des variations du jeu radial. Ainsi, nous avons réfléchi à l'influence du jeu radial sur les performances du palier et notamment sa capacité de charge.

Nous nous intéresserons donc à qualifier et quantifier l'influence des défauts de forme et du jeu radial sur le fonctionnement en régime statique des paliers et dans un second temps, nous étudierons leur réponse à des sollicitations dynamiques extérieures.

II.3. Caractéristiques dynamiques

Comme nous avons pu le mettre clairement en évidence dans un paragraphe précédent, la littérature foisonne de publications sur des résultats de l'application de l'approche dynamique linéaire. Cependant, très peu d'études sont basées sur la théorie non linéaire. Il apparaît pourtant que selon le domaine de fonctionnement les phénomènes décrivant le comportement dynamique du palier sont non linéaires.

Il est donc intéressant de mener une étude comparative des approches linéaires et non linéaires afin de mettre clairement en évidence les particularités de chacune des méthodes et d'établir leur domaine de validité.

D'autre part, le caractère non linéaire des paliers nous amènera à envisager la modélisation de la dynamique d'une ligne d'arbre déformable non symétrique supportée de façon non linéaire par des paliers à air.

De façon générale, notre travail a été motivé par l'étude des deux caractéristiques générales des paliers aérodynamiques en vue de leur dimensionnement et conception en bureau d'études :

- la capacité de charge statique et sa sensibilité aux paramètres de définition, de fabrication et de fonctionnement des paliers,
- le comportement dynamique des paliers afin de définir une méthode fiable de calcul du comportement dynamique de ligne d'arbres montée sur paliers à air.

Remarque :

Il nous a semblé important de préciser que notre travail devait initialement se partager comme suit :

- une partie théorique visant à mettre en place des méthodes et outils de calcul pour étudier et dimensionner des paliers aérodynamiques radiaux à structure déformable,
- une partie expérimentale dont le but était de valider et recalibrer les modèles numériques utilisés.

L'étude et la conception du module d'essais ayant commencées après le début de la thèse, les contraintes industrielles n'ont pas permis de réaliser une campagne d'essais suffisamment consistante avant le début de la rédaction de ce mémoire.

Ainsi, nous avons apporté une attention particulière pour valider nos différents codes de calcul de deux façons différentes :

- par comparaison aux résultats théoriques dont la littérature dispose (modélisation statique et dynamique linéaire des paliers ; modélisation dynamique du rotor),
- par comparaison des différents modèles entre eux chaque fois que cela était possible (modélisation dynamique non linéaire des paliers).

Tout au long de la présentation de nos travaux nous mettrons clairement en évidence les phases de validation de nos codes de calcul.

PARTIE 2 : Equations de base et généralités sur le traitement des écoulements en fluide compressible

L'objectif de cette partie est de donner l'ensemble des équations de base et les hypothèses formulées pour étudier le comportement des paliers aérodynamiques à structure à feuilles déformables. L'étude est basée sur la connaissance des propriétés de l'écoulement d'air qui sépare la partie statique (déformable) de la partie tournante (rigide).

Dans un premier temps, nous aborderons la détermination du champ de pression dans le film d'air qui sépare le rotor du stator. Après avoir présenté la géométrie des paliers radiaux étudiés, nous formulerons l'équation de Reynolds écrite dans le cas des gaz parfaits. Les hypothèses retenues pour l'établissement de cette équation seront énumérées et les conditions aux limites d'alimentation et d'écoulement du fluide seront données. Enfin, la méthodologie de prise en compte de la déformation du profil sera décrite.

Dans un second temps, nous rappellerons le principe de calcul des différentes caractéristiques statiques du palier, notamment : la charge portante, le couple de frottement fluide et les débits de fuite. Dans la suite, nous nous intéresserons uniquement à la charge portante.

Enfin, nous présenterons la méthode de résolution numérique du problème. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser une méthode par différences finies qui s'avère bien adaptée pour décrire la géométrie. Nous verrons qu'il est préférable d'utiliser une méthode directe plutôt qu'itérative pour résoudre le problème d'élasto – aérodynamique. Une comparaison avec la littérature permettra de présenter une première validation des modèles utilisés. Enfin, pour amener la suite de l'étude, nous réfléchirons à une résolution du problème adaptée aux besoins de conception d'un bureau d'études.

Chapitre I. DÉTERMINATION DU CHAMP DE PRESSION

Ce chapitre présente la description de la géométrie de profil de paliers que nous avons privilégié pour notre étude. L'écriture de l'équation de Reynolds et des conditions aux limites pour l'alimentation et l'écoulement du lubrifiant sera effectuée. Enfin, la prise en compte de la déformation de la géométrie sera abordée.

I.1. Description de la géométrie

La **Figure 12** représente la section droite d'un palier à trois lobes asymétriques totalement convergents où le rotor est excentré sous l'effet de la charge statique W . Le coussinet est constitué de trois lobes d'amplitude circonférentielle β_i , de longueur axiale L , de rayon de courbure R_i et de centre de courbure O_i . Les centres de courbure O_i des lobes sont situés sur un cercle de rayon a et de centre O , centre géométrique du palier. Le palier est dit préchargé géométriquement d'une valeur a . Le rôle de cette précharge géométrique est de créer des espaces convergents – divergents répartis autour de l'arbre même lorsque celui-ci n'est pas excentré dans le palier.

Le type de paliers choisi est dit à lobes asymétriques car la ligne des centres O_iO n'est pas l'axe de symétrie du lobe i . Nous avons également privilégié la configuration dite à lobes totalement convergents, **Figure 12**, car les éléments bibliographiques montrent qu'elle présente un bon compromis entre la capacité de charge et le comportement dynamique du palier qui sont, rappelons-le, les deux aspects qui nous intéressent dans les travaux que nous présentons.

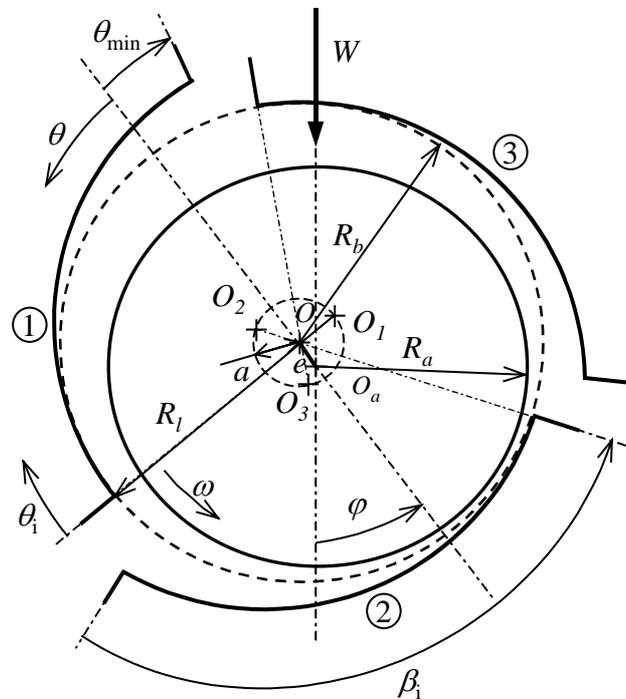


Figure 12 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques

La caractérisation géométrique d'un palier à lobes, c'est à dire l'obtention de l'expression de l'épaisseur de film d'air dans le palier, impose donc la définition des grandeurs suivantes :

- le nombre de lobes n ,
- l'amplitude circonférentielle β_i et axiale L des lobes,
- les rayons R_l des lobes, R_a de l'arbre et R_b du cercle inscrit au coussinet,
- la précharge géométrique a , qui correspond à la distance entre le centre géométrique du palier et le centre de courbure du lobe considéré,
- la position des lobes vis-à-vis de la ligne des centres OO_a , caractérisée par θ_{min} qui repère le début du secteur par rapport à la ligne des centres et θ_i qui rentre en compte dans la définition du rajout de hauteur pour décrire l'asymétrie des lobes,

La connaissance de ces grandeurs permet de définir :

- le jeu radial d'assemblage : $C_b=R_b-R_a$
- le jeu radial d'usinage : $C_l=R_l-R_a$
- le coefficient de précharge géométrique sans dimension $m=a/C_l$
- l'excentricité relative $\varepsilon=e/C_b$, avec e , distance OO_a

Ainsi, nous obtenons l'expression du champ de hauteurs sans dimension pour chaque secteur :

$$H(\theta,Z)=(1+\varepsilon\cos(\theta-\theta_{min}))+m(1+\cos(\pi+\theta_i))$$

I.2. Equation de Reynolds

I.2.1. Présentation

Le champ de pression $P(\theta,Z)$ dans l'épaisseur de film d'air définie précédemment est calculé par l'intégration de l'équation de Reynolds déduite de la mécanique des films minces visqueux. Elle se déduit à partir des trois équations fondamentales de la mécanique des milieux continus appliquées à un fluide newtonien :

$$\text{Loi de conservation de la masse : } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0$$

$$\text{Loi de la dynamique : } \rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

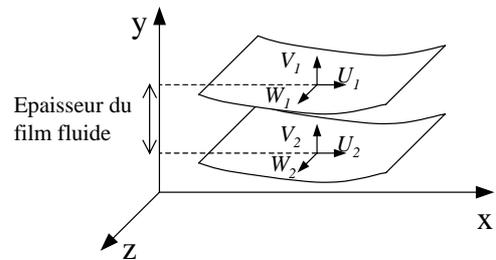
$$\text{Loi de comportement newtonien : } \sigma_{ij} = (-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}$$

Avec : f_i forces massiques extérieures,
 σ_{ij} tenseur des contraintes,
 ε_{ij} tenseur des taux de déformation,
 θ taux de dilatation cubique,
 λ, μ coefficients de Lamé.

Dans le cas de l'air, l'équation de Reynolds s'écrit alors sous la forme générale, [14] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{ph^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{ph^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6h \frac{\partial}{\partial x} [p(U_1 + U_2)] + 6p(U_1 + U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6h \frac{\partial}{\partial z} [p(W_1 + W_2)] + 6p(W_1 + W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 12pV_2 + 12h \frac{\partial p}{\partial t}$$

Avec : h épaisseur du film fluide,
 p pression dans le film fluide,
 μ viscosité dynamique du gaz,
 $U_1, U_2, V_1, V_2, W_1, W_2$ composantes des vitesses des surfaces 1 et 2 dans les directions x, y et z



Les hypothèses formulées pour la mise en place de l'équation de Reynolds dans le cas des paliers à gaz sont les suivantes :

- le milieu est continu,
- le fluide est newtonien,
- l'écoulement est laminaire,
- les forces massiques sont négligeables,
- les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et ne varient pas suivant l'épaisseur du contact,
- il n'y pas de glissement entre le fluide et les parois,
- la courbure du film fluide est négligée,
- la viscosité du fluide ne varie pas suivant l'épaisseur du contact,
- l'épaisseur du film fluide est très faible devant la largeur et la longueur du contact,
- le fluide est assimilable à un gaz parfait et l'écoulement est isotherme (rapport pression / masse volumique constant),
- l'écoulement est isovisqueux.

La considération de la configuration particulière du palier où seul l'arbre tourne permet de simplifier l'équation de Reynolds. En coordonnées cylindriques et sous forme sans dimension elle s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = \Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial \theta} \right) + 2\Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial T} \right)$$

Les paramètres en lettres majuscules sont sans dimension :

$$P = \frac{p}{p_a}, H = \frac{h}{C_b}, Z = \frac{z}{R_a}, T = t\omega \quad \text{avec : } p_a \text{ pression ambiante,}$$

Deux modifications essentielles apparaissent lorsque l'on compare l'équation obtenue ici, dans le cas des paliers à gaz, avec celle établie dans le cas d'un fluide incompressible :

- L'excentricité de l'arbre ne suffit plus pour définir une portance. Il faut tenir compte du nombre Λ appelé nombre de compressibilité, [14]. Il dépend de la viscosité dynamique du gaz μ , de la vitesse de rotation de l'arbre ω , du jeu radial C_b et de la pression atmosphérique p_a .

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R_a}{C_b} \right)^2$$

- L'équation du champ de pression ainsi définie n'est plus linéaire. Dans le cas des paliers à gaz, sa résolution est plus complexe.

I.2.2. Conditions aux limites

I.2.2.1. Conditions d'alimentation de l'air

Le palier est alimenté en air ambiant par les espaces circonférentiels entre les lobes que l'on appelle généralement « rainures d'alimentation ». D'autre part, les pressions sur les faces du palier sont également connues.

De façon générale on peut imposer les pressions :

- à l'entrée et à la sortie des lobes, au niveau des rainures : $P(\theta_{\min}, z) = P(\theta_{\max}, z) = P_{\text{alim}}$
- sur la face à $z=0$, $P(\theta, 0) = P_{z=0}$
- sur la face à $z=L$, $P(\theta, L) = P_{z=L}$

Lorsqu'il existe une différence de pression entre les deux faces du palier, la répartition de pression dans les rainures d'alimentation est considérée comme linéaire.

I.2.2.2. Conditions d'écoulement de l'air

En lubrification hydrodynamique classique, trois hypothèses sont généralement admises :

Conditions de Sommerfeld :

Le film de lubrifiant est supposé continu, il n'y a pas de « rupture » possible, c'est à dire que la pression reste toujours positive. Ce type de conditions aux limites n'est valable que pour les paliers fonctionnant à de très faibles charges ou avec des pressions d'alimentation importantes (très supérieures à la pression de vapeur saturante). Le champ de pression obtenu après résolution est conservé sans modification.

Conditions de Gumbel :

Ces conditions supposent qu'il y a « rupture » du film, c'est à dire que la pression peut s'annuler. Cela revient à négliger, dans la solution de Sommerfeld, les pressions négatives. L'obtention du champ de pression est réalisée puis les pressions négatives sont tout simplement négligées.

Conditions de Reynolds :

Il s'agit de considérer que le débit de lubrifiant est continu dans le palier. Cela entraîne donc que pour une abscisse circonférentielle donnée la pression et le gradient s'annulent. Ce sont les conditions les plus proches de la réalité.

Contrairement à la lubrification hydrodynamique, il n'y a pas de phénomène de cavitation avec l'air. Ainsi, des pressions inférieures à la pression ambiante peuvent exister à l'intérieur du film d'air pour des profils rigides. Par contre, dans le cas des paliers aérodynamiques à structure déformable, il est supposé que les éventuelles dépressions peuvent être négligées. En effet, celles-ci auraient tendance à soulever les feuilles supérieures jusqu'à que la pression de part et d'autre soit égale, c'est à dire que les feuilles supérieures soient en équilibre, [10].

Dès lors, nous avons choisi de considérer des conditions d'écoulement de type Gumbel. C'est à dire qu'une fois le champ de pression obtenu, nous ramenons les dépressions à la pression ambiante.

I.2.3. Gestion de la déformation du profil

Contrairement aux paliers rigides, le champ des hauteurs de film d'air n'est plus indépendant du champ de pressions généré dans le palier. Les différents secteurs vont se déformer sous l'effet des efforts aérodynamiques créés par le convergent. Ce problème de déformation élastique doit donc être considéré pour la résolution de l'équation de Reynolds.

Compte tenu du moyen technologique de réalisation de la déformation, l'hypothèse principale est que la déformation en un point du profil ne dépend que de la pression exercée en ce point [8], [10], **Figure 13**. Cette hypothèse a pu être vérifiée dans le cas de la tôle ondulée employée dans l'application technologique pour assurer la fonction de déformation de l'alésage, **ANNEXE 1**.

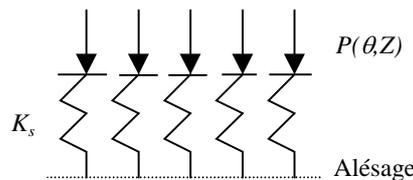


Figure 13 : Schéma de l'alésage déformable

La raideur de la partie déformable est supposée linéaire. Dès lors, on peut exprimer la quantité de déformation du profil, ΔH , en fonction du champ de pression dans le film d'air et de la raideur de la structure. En notant K_s le coefficient de raideur par unité de surface de la structure et P_a la pression sous la feuilles supérieure, on écrit :

$$\Delta H = (P - P_a) / K_s$$

Pour simplifier la manipulation des équations nous utiliserons l'inverse de la raideur K_s , $S = 1/K_s$. Le terme S représente donc le coefficient de souplesse du profil.

Le champ des hauteurs à l'intérieur du palier s'écrira donc :

$$H=H_0+S(P-P_a)$$

où H_0 est le champ des hauteurs avant déformation, ce qui équivaut au champ de hauteurs « rigide » auquel on vient superposer la déformation du profil.

La méthode de résolution du problème élasto – aérodynamique sera présentée dans le **Chapitre III** de cette partie. Auparavant, nous présenterons le principe de calcul des principales caractéristiques du palier obtenues à partir de la connaissance du champ de pression dans le film d'air.

Chapitre II. PRINCIPE DE CALCUL DES DIFFÉRENTS PARAMÈTRES DU PALIER

Nous nous proposons de présenter ici le calcul des caractéristiques statiques du palier :

- la charge portante et l'angle de calage,
- le couple de frottement fluide,
- les débits de fuite.

II.1. Charge portante et angle de calage

La valeur de la force qu'exerce le film d'air sur l'arbre est calculée en intégrant le champ de pression obtenue dans tout le film d'air.

On définit un repère de référence $OX_a Y_a$, avec l'axe OX_a porté par la ligne des centres OO_a . Un point M du palier est repéré par l'angle θ , **Figure 14** ; les composantes de la force élémentaire appliquée par le film d'air en M s'écrivent alors :

$$\begin{cases} dW_x = (p - p_a) R d\theta dz \cos \theta \\ dW_y = (p - p_a) R d\theta dz \sin \theta \end{cases}$$

Et donc les composantes de l'action du film d'air sur l'arbre s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{cases} W_x = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \int_0^L (p - p_a) R d\theta dz \cos \theta \\ W_y = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \int_0^L (p - p_a) R d\theta dz \sin \theta \end{cases}$$

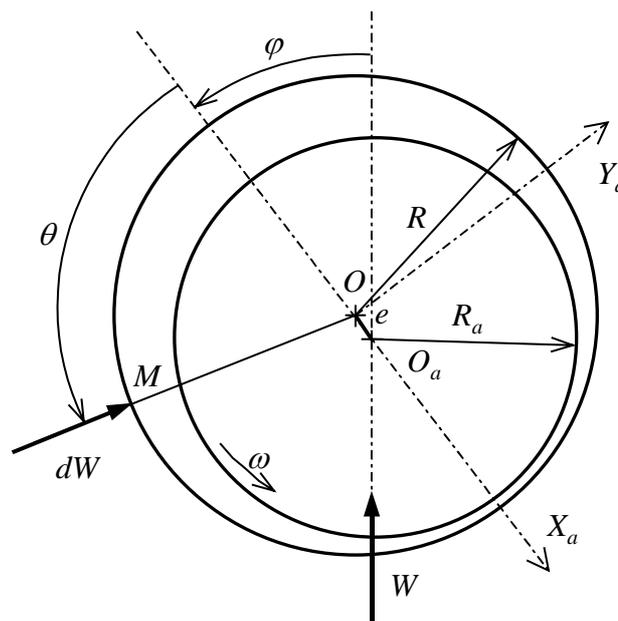


Figure 14 : Schématisation des forces exercées dans le film d'air

A partir de la détermination des composantes de l'action du film d'air sur l'arbre, on peut définir la norme de cette force et l'angle de calage. Cet angle, noté φ , repère la direction de la force développée par le palier par rapport à la ligne des centres OO_a . Leur expression sont les suivantes :

$$\left| \begin{array}{l} W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \text{ et } \varphi = \text{Arctg} \left(\frac{W_y}{W_x} \right) \end{array} \right.$$

II.2. Couple de frottement fluide

Le calcul du couple de frottement fluide s'effectue sur l'une ou l'autre des parois du contact (arbre ou coussinet) par intégration de la contrainte de cisaillement.

L'expression de la contrainte de cisaillement qui nous intéresse est :

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2R} \frac{\partial p}{\partial \theta} (2y - h) + \frac{\mu}{h} R\omega$$

Selon que l'on se place à $y=0$ ou $y=h$, le couple calculé est celui exercé sur le coussinet ou sur l'arbre.

$$\left| \begin{array}{l} C_{\text{cousinet}} = \int_0^L \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} R \tau_{xy(y=0)} R d\theta dz \\ C_{\text{arbre}} = \int_0^L \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} R \tau_{xy(y=h)} R d\theta dz \end{array} \right.$$

La détermination du couple de frottement fluide est intéressant pour calculer la puissance dissipée dans les paliers. Toutefois, nous ne nous y intéresserons pas dans la suite.

II.3. Débits de fuite

De façon générale, les débits à l'intérieur du palier sont calculés à partir des composantes u et w de la vitesse d'écoulement dans le film d'air. Elles s'écrivent :

$$\left| \begin{array}{l} u = \frac{1}{2\mu R} \frac{\partial p}{\partial \theta} y(y-h) + \frac{y}{h} \omega R \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y(y-h) \end{array} \right.$$

Les expressions des débits dans les sens circonférentiel et axial sont les suivantes :

$$\left| \begin{array}{l} Q_{\theta} = \int_0^L \int_0^h u dy dz \text{ à } \theta \text{ fixé} \\ Q_z = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \int_0^h w dy R d\theta \text{ à } Z \text{ fixé} \end{array} \right.$$

La connaissance des débits de fuite dans un palier aérodynamique ne présente pas un grand intérêt pour deux raisons :

- l'air est directement prélevé dans le milieu ambiant contrairement à la lubrification hydrodynamique où un circuit d'alimentation est nécessaire ; les débits de fuite dans le palier étant parmi les données permettant le dimensionnement de ce circuit,
- les débits de fuite peuvent être intéressants pour évaluer la thermique du palier, mais ceci n'est pas le sujet de notre étude.

Chapitre III. MÉTHODE DE RÉOLUTION

Il s'agit de présenter dans ses grandes lignes la méthode de résolution de l'équation de Reynolds qui s'appuie sur les travaux de Stephan, [15] et Iordanoff, [27]. La complexité de l'équation de Reynolds est telle que l'utilisation de méthodes numériques s'avère indispensable.

En se basant sur une discrétisation par différences finies de notre domaine, nous avons choisi d'utiliser la méthode de Newton – Raphson, que l'on qualifie de directe par opposition, notamment, à la méthode de Gauss – Seidel qui est itérative.

III.1. Méthode des différences finies

Cette méthode a été préférée à une méthode par éléments finis car elle présente l'avantage d'être simple de mise en œuvre (maillage régulier). D'autre part, son efficacité a été éprouvée, notamment lorsque la géométrie du film de lubrifiant est peu complexe comme c'est le cas ici.

L'application de cette formulation nécessite le développement du palier dans le sens axial. Le domaine ainsi obtenu est découpé en un certain nombre de rectangles élémentaires. Les variables continues θ et Z sont alors remplacées par les variables discrètes i et j , **Figure 15**.

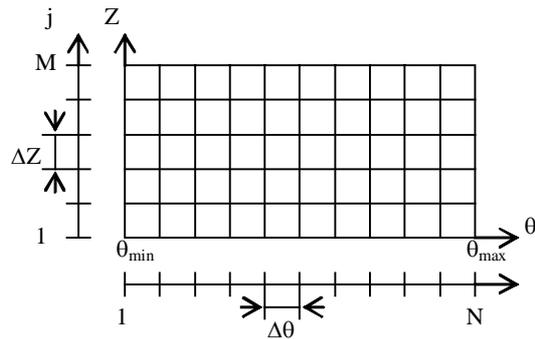


Figure 15 : Maillage d'un secteur

Les pas de discrétisation $\Delta\theta$ et ΔZ sont définis, en variables sans dimension, de la façon suivante :

$$\Delta\theta = \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{N - 1} \quad \text{et} \quad \Delta Z = \frac{(L / R_a)}{(M - 1)}$$

Les dérivées de la pression sont écrites en un point (i, j) en fonction des valeurs de la pression aux points environnants, **Figure 16**. Leur expression s'écrit ainsi :

$$\frac{\partial P(i, j)}{\partial \theta} \equiv \frac{P(i+1, j) - P(i-1, j)}{2\Delta\theta}, \quad \frac{\partial P(i, j)}{\partial Z} \equiv \frac{P(i, j+1) - P(i, j-1)}{2\Delta Z}$$

$$\frac{\partial^2 P(i, j)}{\partial \theta^2} \equiv \frac{P(i+1, j) - 2P(i, j) + P(i-1, j)}{\Delta\theta^2}, \quad \frac{\partial^2 P(i, j)}{\partial Z^2} \equiv \frac{P(i, j+1) - 2P(i, j) + P(i, j-1)}{\Delta Z^2}$$

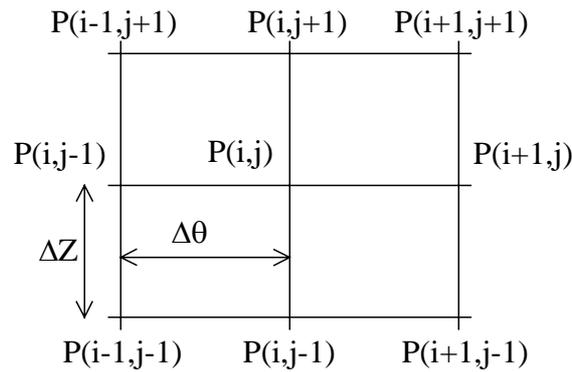


Figure 16 : Pression au point (i,j) et aux points environnants

L'équation de Reynolds est alors réécrite en appliquant les relations précédentes à l'intérieur du domaine. Nous obtenons alors un système de $(N-2)(M-2)$ équations à autant d'inconnues car n'oublions pas que la pression est imposée sur les frontières du maillage.

III.2. Résolution du problème élasto – aérodynamique

Dans un premier temps, nous présentons le principe général de la méthode de Newton – Raphson. Ensuite, nous abordons plus particulièrement le choix de la stratégie à adopter pour résoudre l'ensemble du problème élastique et aérodynamique :

- résolution directe de l'équation de Reynolds prenant en compte les effets structuraux,
- résolution itérative en séparant la résolution des problèmes aérodynamiques et structuraux.

III.2.1. Principe général de la méthode de Newton-Raphson

Les progrès des moyens de calcul ont permis de rendre commune l'utilisation de cette méthode. En effet, son principal inconvénient est la taille des matrices qu'elle utilise et donc la mémoire vive nécessaire pour pouvoir effectuer un calcul informatique.

La méthode de Newton – Raphson traite directement le système $(N-2)(M-2)$. L'équation de Reynolds discrétisée par différences finies est écrite en chaque point du maillage sous la forme de l'égalité d'une fonction à zéro, $F_k=0$.

De la sorte, nous définissons un vecteur F dont les composantes sont les valeurs de F_k en chacun des points du maillage, **ANNEXE 2**. On a donc :

$$F_k(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0$$

avec p_i les $(N-2)(M-2)$ valeurs inconnues de la pression et $k=1, (N-2)(M-2)$.

On pose P le vecteur des pressions inconnues. Au voisinage de P nous pouvons développer chaque fonction F_k en série de Taylor :

$$F_k(P + \delta P) = F_k(P) + \sum_{l=1}^{(N-2)(M-2)} \frac{\partial F_k}{\partial P_l} \delta P_l + o(\delta P^2)$$

On reconnaît dans ce développement l'expression de la matrice Jacobienne dont les composantes sont : $J_{kl} \equiv \frac{\partial F_k}{\partial P_l}$, **ANNEXE 2**.

Cela nous permet d'écrire en notation matricielle : $F(P+\delta P)=F(P)+J\delta P+o(\delta P^2)$.

En négligeant les termes d'ordre 2 et supérieurs, l'écriture du système matriciel $F(P+\delta P)=0$ nous conduit à :

$$J\delta P=-F$$

Ce système matriciel est résolu par un algorithme basé sur la méthode de Gauss et optimisé pour les matrices bandes. Chaque correction δP est alors ajoutée au vecteur solution de la manière suivante : $P^{k+1}=P^k+\delta P$.

Le processus est itéré jusqu'à sa convergence que nous définissons de la façon suivante :

$$\begin{aligned} - \text{ erreur sur } P : \sigma_1 &= \frac{\sum_{i,j} |P^{k+1}(i,j) - P^k(i,j)|}{\sum_{i,j} |P^k(i,j)|} \leq \text{tolérance} \\ - \text{ valeur de la fonction } F : \sigma_2 &= \sum_{k=1}^{(N-2)(M-2)} F_i^2 \leq \text{tolérance} \end{aligned}$$

III.2.2. Méthodes de calcul du champ de pression

Avec un alésage expansible, le problème relève de deux aspects : aérodynamique et structural.

Le calcul du champ de pression peut être effectué de deux façons différentes :

- *méthode itérative* : pour une géométrie donnée $H^{(kh)}$ on calcule le champ de pression $P^{(kh)}$, à partir de ce champ de pression on évalue la nouvelle distribution des hauteurs $H^{(kh+1)}$ après déformation : $H^{(kh+1)}=H^{(0)}+S(P^{(kh)}-P_a)$.

Il y a donc deux boucles itératives imbriquées. Celle de base concerne le calcul du champ de pression (résolution de l'équation de Reynolds ; indice k) et la boucle globale permet le calcul du champ de hauteurs dans le palier (indice h).

- *méthode directe* : il s'agit de prendre en compte la relation champ de hauteur – champ de pression directement dans l'écriture de l'équation de Reynolds. Pour cela, il suffit de remplacer $H(\theta,Z)$ par son expression en fonction $P(\theta,Z)$ et de $S(\theta,Z)$. Il n'y a donc qu'une seule boucle, celle relative au calcul du champ de pression. Puis, le champ des hauteurs se déduit directement du champ de pression calculé.

La comparaison des deux méthodes a été effectuée pour :

- un profil $L=D=50\text{mm}$, 3 lobes asymétriques d'étendue 119° avec $C_0=50\mu\text{m}$ et $C_1=100\mu\text{m}$ et $\bar{S}=1$,
- deux points de fonctionnement définis par le nombre de compressibilité $\Lambda=0.1$ et 1 .

Les résultats sont présentés dans le **Tableau 1**. Les temps de calcul sont mesurés sur un calculateur identique.

$\Lambda=0,1$. Temps de calcul pour la boucle : 5s direct et 7s itératif			
ε	W adim. « directe »	W adim. « itérative »	Ecart relatif, %
0.1	3.8910^{-3}	3.8910^{-3}	0.001151%
0.3	1.1710^{-2}	1.1710^{-2}	0.001315%
0.5	2.0910^{-2}	2.0910^{-2}	0.000581%
0.7	3.4710^{-2}	3.4710^{-2}	0.000912%
0.9	6.0810^{-2}	6.0810^{-2}	0.005872%
$\Lambda=1$. Temps de calcul pour la boucle : 6s direct et 17s itératif			
ε	W adim. « directe »	W adim. « itérative »	Ecart relatif, %
0.1	3.5610^{-2}	3.5610^{-2}	0.01798%
0.3	0.106287765	0.106306478	0.01761%
0.5	0.185541277	0.185571206	0.01613%
0.7	0.286081134	0.286123239	0.01472%
0.9	0.421153686	0.421197338	0.01037%

Tableau 1 : Comparaison des méthodes de calcul du champ de pression

L'obtention de résultats proches (écarts de l'ordre de 0.01%) nous permet de valider nos deux méthodes de calcul du champ de pression. En revanche, les performances en terme de temps de calcul ne sont pas identiques. La méthode directe offre des temps de calcul inférieurs et les gains de temps se révèlent d'autant plus importants que le nombre de compressibilité est grand. En effet, la méthode itérative doit converger à la fois sur le champ de pression et sur le champ des hauteurs alors que la méthode directe ne doit converger que sur le champ de pression.

En conséquence, c'est cette dernière que nous avons retenue pour le calcul du champ de pression.

III.2.3. Forme du profil déformé

La considération des conditions limites « classiques » sur le champ de pression (pression égale à l'ambiante sur les bords du palier) empêche la déformation sur les frontières du palier. De fait, on observe un effet de « cuvette » et la hauteur minimale est obtenue sur les bords des secteurs. Sa valeur est évidemment égale à celle que l'on a avec une géométrie rigide puisque ces points ne se déforment pas. Dès lors, l'excentration maximale de l'arbre est identique à celle que l'on a avec un profil indéformable.

Cependant, la hauteur de film d'air dans le palier, et notamment à la côte $Z=L/2$, est nettement supérieure à la hauteur minimale obtenue sur les bords, **Figure 17**. Il est donc intéressant de revenir sur la notion de hauteur minimale de film d'air.

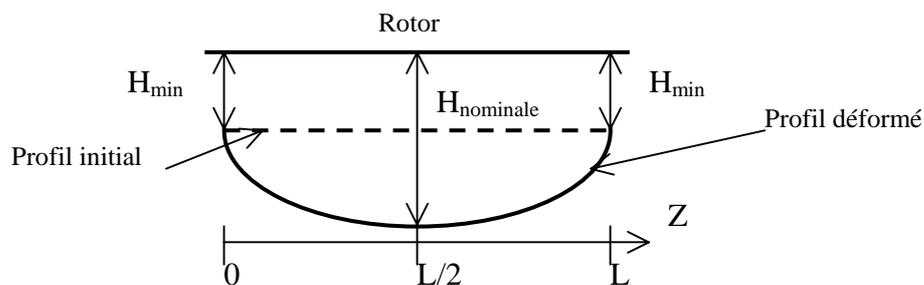


Figure 17 : Schéma de la déformation du profil selon l'axe du palier

L'évaluation de la charge maximale que peut soutenir un palier à une vitesse de rotation donnée se fait à l'aide du paramètre « hauteur de film d'air minimale » dans le palier. Celle-ci est limitée à la valeur limite admissible.

La hauteur limite admissible est caractérisée par une hauteur de film d'air en dessous de laquelle on observe une chute brutale du champ de pression relatif. Ce phénomène est souvent appelé « rupture du film d'air ». Or, sur les frontières du palier, la pression relative est nulle (imposée par les conditions aux limites). Dès lors, la notion de « rupture de film d'air » sur les bords du palier (phénomène local) n'est pas justifiée, [27].

Il convient donc de retenir un paramètre plus représentatif de la distribution de hauteurs de film d'air dans le palier (phénomène global). On choisit donc de considérer la hauteur minimale pour la côte $Z=L/2$ que l'on désigne par H_{nominale} .

D'autre part, afin de ne pas limiter « artificiellement » les performances du palier nous modifions la hauteur sur les bords des secteurs constitutifs du palier en imposant que les points situés sur les frontières d'un secteur « suivent » leur plus proche voisin. Cela pourrait être représentatif d'un effet de coque de la feuille supérieure.

En considérant la discrétisation par différences finies d'un secteur selon la **Figure 15**, les modifications apportées sont les suivantes :

- $H(1,j)=H(2,j)$ et $H(N,j)=H(N-1,j)$
- $H(i,1)=H(i,2)$ et $H(i,M)=H(i,M-1)$

Les différences en terme de charge portante du palier obtenues par ces deux considérations sont très faibles comme le montre le **Tableau 2**. Les résultats présentés sont exprimés en terme de capacité de charge sans dimension pour des paliers identiques au cas précédent. L'un est dit « normal » et l'autre « modifié » c'est à dire dont le champ de hauteur sur les bords d'un secteur a été modifié selon le principe évoqué précédemment.

$\Lambda=1$			
ε	W adim. « normal »	W adim. « modifié »	Ecart relatif, %
0.1	3.5910^{-2}	3.5610^{-2}	0.66%
0.3	0.106967712	0.106287765	0.64%
0.5	0.186762022	0.185541277	0.65%
0.7	0.288156802	0.286081134	0.72%
0.9	0.424859619	0.421153686	0.87%
1.1	Impossible à calculer	0.597583704	---
$\Lambda=10$			
ε	W adim « normal »	W adim. « modifié »	Ecart relatif, %
0.1	0.13537597	0.132990591	1.76%
0.3	0.405232347	0.398386195	1.69%
0.5	0.675703549	0.664888809	1.60%
0.7	0.949562284	0.935166387	1.52%
0.9	1.229743833	1.212126909	1.43%
1.1	Impossible à calculer	1.45908421	---

Tableau 2 : Influence de la modification du champ de hauteurs sur les frontières d'un secteur

Il est donc démontré que les modifications apportées sur les bords d'un secteur n'ont pas une influence significative sur la capacité de charge du palier. D'autre part, les modifications effectuées induisent une légère diminution de la capacité de charge ce qui va

dans le sens de la sécurité de dimensionnement. Ces résultats sont indépendants du maillage du palier.

En revanche, le rotor peut davantage s'excentrer dans le palier, ce qui rejoint la réalité, [20].

L'effet de « cuvette » est confirmé par les résultats expérimentaux. On note des bandes d'usure très nettes sur les faces du palier (en $Z=0$ et $Z=L$). D'autre part, il a été observé (sur des paliers en fonctionnement dans le Groupe Snecma auquel appartient Microturbo) que même pour une charge soutenue inférieure à la capacité de charge maximale du palier, les feuilles pouvaient être en contact sur les faces du palier. Cette observation conforte l'hypothèse que nous avons formulée. En effet, même si les hauteurs sur les faces du palier sont nulles, la fonction globale du palier n'est pas dégradée car la hauteur sur la partie centrale est suffisante.

III.3. Comparaison avec la littérature

H. Heshmat a beaucoup contribué au développement des paliers radiaux et axiaux à profil déformable à structure à feuilles. Nous avons donc choisi de comparer les sorties de notre modèle avec les résultats présentés dans la publication [10].

Notre modèle diffère légèrement de celui utilisé par H. Heshmat. La différence concerne les conditions aux limites sur le champ de pression. Nous avons choisi de considérer des conditions de type Gümble (troncature des dépressions) alors que le modèle de H. Heshmat emploie la condition aux limites de Reynolds (continuité du champ de pression au niveau de la zone de suppression des dépressions).

Les résultats présentés (**Tableau 3**) concernent un palier circulaire lisse. Le nombre de compressibilité est égal à 1 et le rapport $L/D=1$. Plusieurs coefficients de souplesse et excentration relative sont employés. Les valeurs des pressions et charge portante indiquées sont sans dimension.

L/D=1							
ε	\bar{S}	\bar{P} max. ref.	\bar{P} max. modèle	Ecart, %	\bar{W} ref. x100	\bar{W} modèle x100	Ecart, %
0.3	0	1.137	1.138	0.09%	27.9	28.17	0.97%
	1	1.107	1.108	0.09%	23.7	24.16	1.94%
	5	1.061	1.0617	0.07%	14.8	15.08	1.89%
	10	1.041	1.0415	0.05%	10.3	10.43	1.26%
	20	1.025	1.025	0.00%	6.37	6.49	1.88%
0.6	0	1.539	1.546	0.45%	94.9	96.6	1.79%
	1	1.253	1.254	0.08%	56.8	57.7	1.58%
	5	1.114	1.114	0.00%	28.8	29.22	1.46%
	10	1.074	1.0746	0.06%	19.4	19.64	1.24%
	20	1.046	1.046	0.00%	12.2	12.3	0.82%
0.9	0	4.85	4.87	0.41%	504.5	521.5	3.37%
	1	1.434	1.4346	0.04%	102.8	104.16	1.32%
	5	1.164	1.163	0.09%	42.9	43.2	0.70%
	10	1.103	1.103	0.00%	27.8	27.95	0.54%
	20	1.063	1.063	0.00%	17.2	17.38	1.05%

Tableau 3 : Comparaison des résultats du modèle avec la littérature

La comparaison sur la pression maximale et la charge portante est tout à fait satisfaisante puisque les écarts obtenus sont faibles, de moins de 1% à 3% environ. Cette comparaison est un gage de validité important de notre code de calcul. Nous verrons dans la suite de notre étude que nous pourrons le valider sur d'autres exemples.

III.4. Résolution adaptée au problème industriel

La plupart des études menées sur les paliers radiaux sont effectuées pour des excentricités relatives constantes, c'est à dire que la position de l'arbre est fixée dans le palier et on constate alors la charge portante développée par le film d'air.

Le problème industriel est opposé. Les paliers radiaux (généralement deux) soutiennent un arbre de masse et donc de poids donnés. La direction de chargement est imposée par le montage du palier dans la machine et l'orientation de celle-ci dans l'espace.

Dés lors, nous avons choisi de résoudre le problème qui consiste à trouver la position d'équilibre du rotor dans le palier pour que ce dernier soutienne le chargement qui lui est imposé.

Le problème est double puisqu'il faut à la fois :

- équilibrer le rotor en trouvant la charge portante développée par le palier égale à la charge statique appliquée au rotor,
- trouver la configuration qui permet d'obtenir la direction de la charge portante identique à la charge statique appliquée.

Pour cela, il faut calculer simultanément l'excentricité relative ε et le positionnement de la première rainure d'alimentation θ_{min} . Lorsque la solution sera obtenue, on aura en particulier la relation $\theta_{min} = -\varphi$, **Figure 12**.

Cette approche requiert un schéma de résolution à deux boucles d'itérations, **Figure 18**. Une boucle permet de déterminer la valeur de l'excentricité relative de l'arbre et l'autre fournit la valeur de l'angle de calage du rotor et donc l'angle du début du premier secteur par rapport à la ligne des centres.

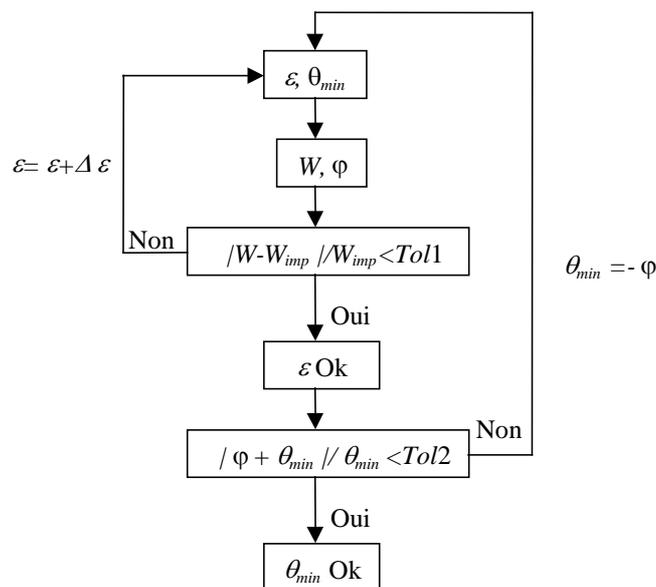


Figure 18 : Schéma de principe pour la détermination de la position de l'arbre dans le palier

Par défaut tous les calculs de charge portante que nous présenterons dans la suite seront effectués avec la première rainure d'alimentation du palier alignée avec la direction de la charge, **Figure 19**. Cette configuration est représentative de paliers soutenant le poids du rotor.

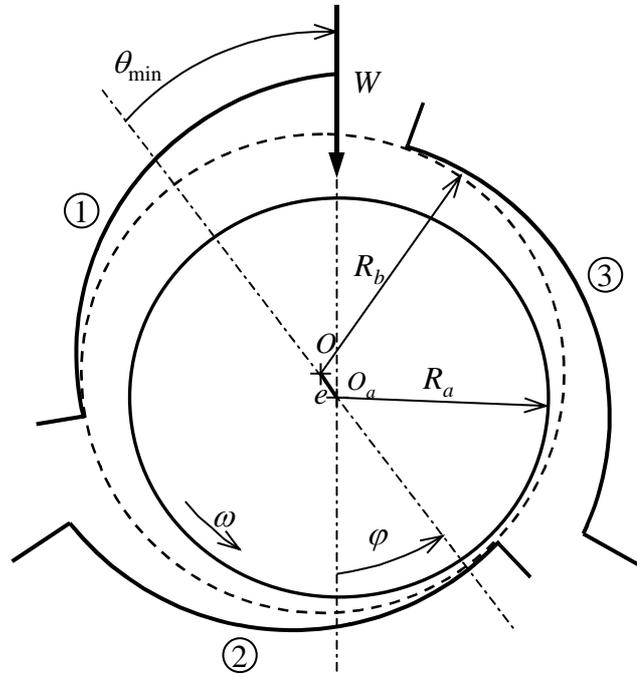


Figure 19 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques avec la première rainure alignée avec la direction de la charge statique

Conclusion de la Partie 2

L'ensemble des équations de base permettant la détermination du champ de pression et les hypothèses associées ont été présentées. De même, la méthode de résolution numérique a été décrite.

L'obtention des principales caractéristiques statiques du palier a été abordée. Dans la suite, notre intérêt se portera essentiellement sur la capacité de charge des paliers. La validité de notre programme de calcul a pu être confirmée, vis-à-vis de ce paramètre, par comparaison à la littérature.

A partir des éléments présentés, nous pourrions mener l'étude du comportement statique des paliers aérodynamiques radiaux. Nous avons choisi de nous concentrer sur la géométrie à lobes asymétriques totalement convergents. En effet, ce type de profil est connu pour offrir un compromis intéressant entre performances statiques et dynamiques, objectif que nous recherchons.

PARTIE 3 : COMPORTEMENT STATIQUE DES PALIERS A AIR

L'objectif de cette partie est d'utiliser les éléments de base de la modélisation des paliers à air afin de se concentrer sur l'étude de leur comportement statique.

Nous avons défini dans la première partie des voies de recherche concernant le comportement statique des paliers aérodynamiques radiaux à structure déformable. Dans un premier temps, nous nous proposons de présenter une étude originale basée sur les travaux de Jordanoff, [27], afin d'augmenter la capacité de charge des paliers radiaux déformables. Compte tenu que les géométries trouvées par la méthode mise en place sont complexes et difficiles à réaliser industriellement, nous avons recentré nos études sur les profils à lobes asymétriques.

Nous avons choisi de traiter de la prise en compte de paramètres particuliers tels que :

- la variation du jeu radial qui peut être représentative d'effets centrifuges et thermiques,
- le désalignement du rotor dans le palier,
- les éventuels défauts de forme des paliers.

Ainsi, les modèles proposés permettront de se rapprocher des phénomènes physiques et des problèmes de réalisation industrielle.

Enfin, dans l'optique d'utiliser les codes de calcul mis en place pour le dimensionnement de paliers aérodynamiques par un bureau d'étude nous concluons en donnant des exemples d'adaptation des modèles présentés.

Chapitre I. RÉFLEXION SUR LA DÉFINITION DES PROFILS DÉFORMABLES

L'objectif initial de notre étude était d'arriver à mettre en place une méthode permettant de définir des profils de paliers offrant des capacités de charge les plus élevées possible. En d'autres termes, l'ambition était de proposer un modèle de définition du profil des paliers par rapport au critère de capacité de charge. Les travaux de Iordanoff, [27], sur les butées aérodynamiques à profil déformable ont montré qu'il était possible de définir des profils initiaux, i.e avant déformation, à partir de profils rigides et de points de fonctionnement donnés, dont les performances sont optimisées pour une plage de vitesses de rotation.

Nous aborderons dans un premier temps le principe de la méthode. L'illustration de l'utilisation de cette méthode sur quelques exemples nous permettra de dégager les paramètres essentiels de la définition des profils de paliers radiaux que nous proposons en vue d'offrir la possibilité de reprendre et mener à son terme une étude plus complète sur le sujet.

I.1. Principe de la démarche

La littérature traitant des paliers aérodynamiques et hydrodynamiques comporte de nombreux articles traitant de « l'optimisation » des profils *rigides* par rapport à certains critères de fonctionnement, [42], [50].

Or, si pour un profil rigide, l'application du champ de pression ne perturbe pas le champ des hauteurs de film de lubrifiant, cela n'est plus vrai lorsque la structure se déforme. Ainsi, le profil géométrique initial du palier n'est plus conservé en fonctionnement, **Figure 20**.

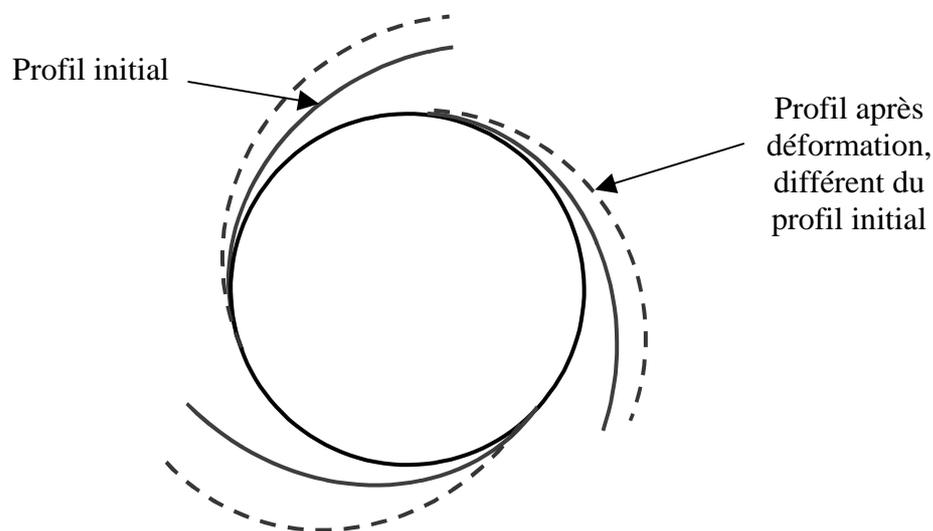


Figure 20 : Schématisation de la modification du profil du palier après déformation

La déformation de la structure est donc considérée comme une conséquence de la mise en pression du film d'air alors qu'elle rentre en cause dans la forme du profil géométrique des convergents – divergents dans le palier en fonctionnement.

D'autre part, nous constatons que les paliers à profils déformables sont définis par un nombre de paramètres plus grand que leurs homologues rigides (les paramètres caractérisant la déformation se rajoutant aux paramètres géométriques). Ainsi, la définition de profils déformables « optimaux » par rapport à la capacité de charge du palier peut être décomposée en étapes successives :

- recherche d'un profil rigide performant donnant $H_R(i,j)$
- définition d'un point de fonctionnement dit « de définition » pour lequel on calcule le champ de pression $P_R(i,j)$ développé dans le film d'air par le profil rigide, $H_R(i,j)$
- choix d'une matrice de souplesse $S(i,j)$ pour le profil déformable
- calcul du profil initial déformable, $H_{ID}(i,j)$ à partir du profil rigide $H_R(i,j)$

Comme nous l'avons évoqué précédemment, le profil géométrique d'un palier déformable classique diffère du profil initial de part la génération du champ de pression dans le film d'air qui, en équilibrant la charge statique appliquée au rotor, repousse la structure. Le principe que nous développons consiste alors à diminuer le champ de hauteurs du profil rigide de la valeur de la déformation que l'on aura en fonctionnement.

Cela s'écrit : $H_{ID}(i,j) = H_R(i,j) - S(i,j)(P_R(i,j) - 1)$. Cette expression caractérise donc le champ de hauteurs de notre profil déformable initial, au repos, c'est à dire sans déformation. En fonctionnement, il deviendra $H_D(i,j)$ dont l'expression s'écrit simplement :

$$H_D(i,j) = H_{ID}(i,j) + S(i,j)(P(i,j) - 1)$$

Avec $P(i,j)$ le champ de pression généré dans le film d'air pour un point de fonctionnement quelconque.

Si ce point de fonctionnement est pris identique au point de fonctionnement « de définition », on aura alors $P(i,j) = P_R(i,j)$. Il en découlera donc que

$$H_D(i,j) = H_{ID}(i,j) + S(i,j)(P_R(i,j) - 1)$$

Que l'on réécrit en remplaçant H_{ID} par son expression en fonction de H_R et P_R :

$$H_D(i,j) = H_R(i,j) - S(i,j)(P_R(i,j) - 1) + S(i,j)(P_R(i,j) - 1)$$

On obtient alors très simplement $H_D(i,j) = H_R(i,j)$.

Pour le profil déformable ainsi défini, si le point de fonctionnement étudié est le même que le point de fonctionnement « de définition », le profil déformé sera identique au profil rigide de base, **Figure 21**.

Ceci sera notre moyen de valider l'outil de modélisation mis en place.

Il est important de garder à l'esprit dans la suite que la forme de la répartition du champ de pression et son intensité dépendent du point de fonctionnement auquel on se situe.

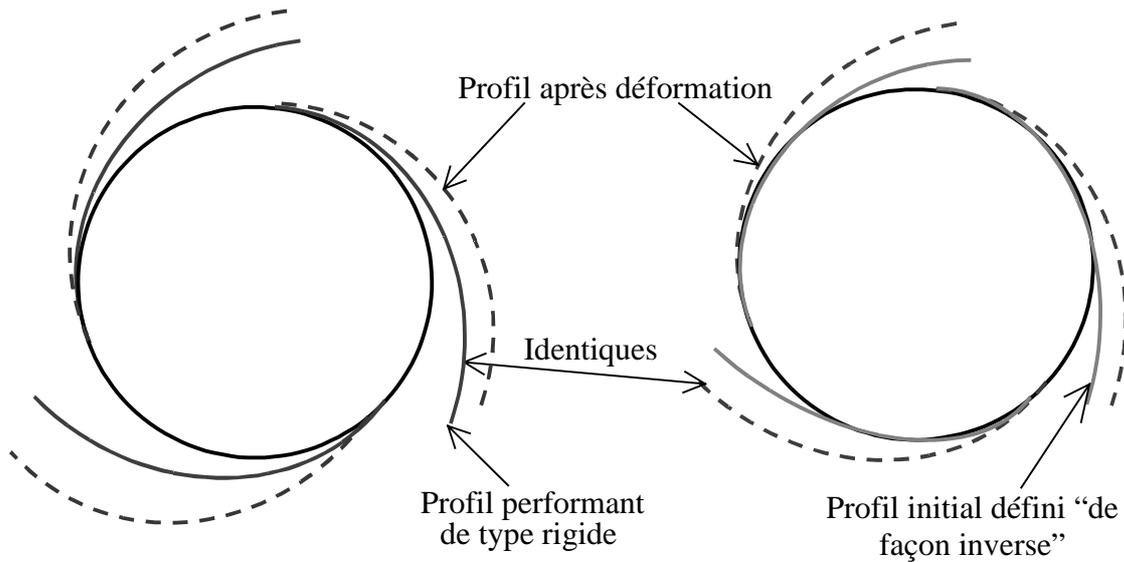


Figure 21 : Schématisation du profil initial à définir pour obtenir un profil déformé identique à un profil rigide de référence

La formulation mathématique du principe évoqué peut s'écrire de la façon suivante, avec les notations utilisées précédemment :

$$RH_{initial} = RH_{rigide} - S(i,j)[P(i,j) - P_a]$$

RH représente alors le rajout ou le retrait de hauteur (selon le signe) par rapport au jeu radial définissant le palier lisse. Pour mémoire, rappelons que pour un palier à lobes asymétriques totalement convergents, nous avons la relation :

$$H(\theta, Z) = (1 + \varepsilon \cos(\theta - \theta_{min})) + RH_{rigide} \quad \text{avec} \quad RH_{rigide} = m(1 + \cos(\pi + \theta_i))$$

Il est facile de s'apercevoir en observant cette expression que l'on peut rencontrer des cas où la répartition des jeux radiaux, RH , soit négative en fonction de la valeur des coefficients de la matrice de souplesse du profil et de l'intensité du champ de pression.

Cela signifie donc que le profil du palier peut être serré sur l'arbre au repos. Il est donc intéressant de pouvoir faire une estimation de la valeur du couple de serrage équivalent.

A partir de la connaissance des jeux radiaux initiaux, il est facile d'identifier les points du profil du palier qui « interpénètrent » le rotor. Avec les quantités d'interpénétration en chacun de ces points on peut évaluer les efforts normaux élémentaires qui s'exercent sur le rotor. En effet, le profil est déformable et sa souplesse est connue en tout point du palier. Il est donc possible d'estimer les efforts normaux s'appliquant sur l'arbre en utilisant la relation simple :

$$N(i,j) = \Delta H_p(i,j) / S(i,j)$$

Avec (i,j) les points où le profil du palier interpénètre le rotor ; N , le champ des efforts normaux appliqués sur l'arbre ; ΔH_p , le champ des longueurs d'interpénétration et S la matrice des coefficients de souplesse du palier.

En se donnant une valeur du coefficient de frottement du rotor sur le profil du palier (0.2 dans les calculs qui suivront), nous pouvons calculer la répartition des efforts tangentiels. L'intégration de ces efforts tangentiels élémentaires sur la surface des zones de frottement nous permet, en multipliant par le rayon de l'arbre, d'obtenir le couple de serrage du palier

$$\overline{C}_R = \frac{C_R}{WR}$$

entre :

- l'usure liée aux arrêts – démarrages,
- la tenue du rotor à l'arrêt pour éviter les chocs contre les feuilles lors des phases de transport de la machine par exemple.

Le principe de la méthode étant établie, nous présentons une étude visant à évaluer l'influence des paramètres de définition du profil initial avant déformation à partir d'un profil rigide de base.

Les paramètres que nous considérons sont donc :

- la vitesse de rotation choisie pour obtenir le champ de pression $P(i,j)$ sur le profil rigide, notée ω_{opt} ,
- la valeur des coefficients de la matrice de souplesse du profil $S(i,j)$,
- la forme de la répartition des valeurs des coefficients de la matrice de souplesse d'une extrémité à l'autre d'un secteur du palier.

Une première étape consistera à valider le principe de la méthode.

I.2. Premiers résultats

I.2.1. Validation de la méthode

Dans une première étape nous validons notre méthode. Pour cela nous choisissons les paramètres pour la définition du profil déformable initial :

- un profil rigide connu, **Tableau 4**, donnant $H_R(i,j)$
- un point de fonctionnement « de définition » caractérisé par sa charge statique,

$$\overline{W}_{opt} = \frac{W_{opt}}{\rho_a R^2} = 0.816, \text{ alignée avec la rainure d'alimentation, et sa vitesse correspondant}$$

à $\Lambda_{opt}=5.19$, pour calculer le champ de pression $P_R(i,j)$

- une matrice de coefficients de souplesse uniforme, telle que $\overline{S}(i, j) = 1$

Ce profil rigide proposé a été choisi pour son compromis entre sa capacité de charge à faible vitesse (décollage rapide du rotor) et son niveau de stabilité de fonctionnement.

L/D	0.714
Nombre de secteurs	3
Etendue des secteurs	110°
Précharge géométrique adim.	0.6

Tableau 4 : Géométrie sans dimension du palier

Nous étudions les caractéristiques statiques du profil déformable ainsi défini, H_{ID} , au point de fonctionnement que nous venons d'utiliser, c'est à dire :

- vitesse de rotation : $\omega = \omega_{opt}$ soit $\Lambda = \Lambda_{opt}$,
- charge statique imposée : $\overline{W} = \overline{W}_{opt}$

Ainsi, comme nous l'avions évoqué lors de l'exposition du principe de la méthode, le profil déformé devra être identique au profil rigide et le palier aura donc les mêmes performances pour ce point de fonctionnement particulier.

Le **Tableau 5** présente les performances de fonctionnement du palier rigide et du palier déformable décrits précédemment.

ε_{rigide}	$\varepsilon_{def.opt}$	$\varphi_{rigide}, ^\circ$	$\varphi_{def.opt}, ^\circ$	$H_{min.rigide}$	$H_{min.def.opt}$
0.6586	0.6581	1.1498	1.1492	0.4784	0.4898

Tableau 5 : Validation de la méthode de définition

Les résultats montrent une très bonne cohérence des performances calculées. Nous validons donc notre méthode de définition du profil déformable initial.

Le palier utilisé pour l'étude d'influence des paramètres que nous présentons dans les paragraphes suivants est identique à celui que nous venons d'utiliser, **Tableau 4**. La valeur de la charge statique utilisée pour calculer le champ de pression $P_R(i,j)$, servant à définir le profil

déformable, sera toujours $\overline{W}_{opt} = \frac{W_{opt}}{\rho_a R^2} = 0.816$.

Nous présenterons dans les grandes lignes l'influence :

- de la vitesse de rotation, ω_{opt} , pour calculer le champ de pression $P_R(i,j)$,
- d'une matrice de coefficients de souplesse uniforme sur chaque secteur de palier,
- d'une matrice de coefficients de souplesse variant linéairement d'une extrémité à l'autre de chaque secteur de palier.

Les principales caractéristiques du profil déformable étudié seront :

- la position du centre du rotor dans le palier, donnée par l'excentricité relative ε et l'angle de calage φ ,
- les valeurs de hauteur *minimale* et *nominale* sans dimension dans le palier,
- la valeur du couple de serrage si celui-ci n'est pas nul.

I.2.2. Influence de la vitesse de rotation

Afin d'avoir une vue intéressante des phénomènes liés à la valeur de la vitesse de rotation ω_{opt} , nous avons choisi deux valeurs suffisamment éloignées dans la plage de vitesses de 10000 à 60000 tr/min correspondant à une possible application industrielle à Microturbo.

La première vitesse de rotation est faible, correspondant à $\Lambda_{opt}=0.866$ alors que la seconde correspond à une vitesse proche de la vitesse nominale, soit $\Lambda_{opt}=4.85$.

La matrice des coefficients de souplesse des secteurs du palier est uniforme sur chaque secteur et sa valeur sans dimension est égale à 1

Les performances des profils des paliers ainsi définis sont évaluées pour plusieurs vitesses de rotation dans la plage de fonctionnement du palier. Nous nous intéressons à l'excentricité relative, **Figure 22**, à l'angle de calage, **Figure 23**, et aux hauteurs minimales et nominales dans le palier qui sont quasi égales, **Figure 24**. Dans tous les cas, le couple de serrage est nul.

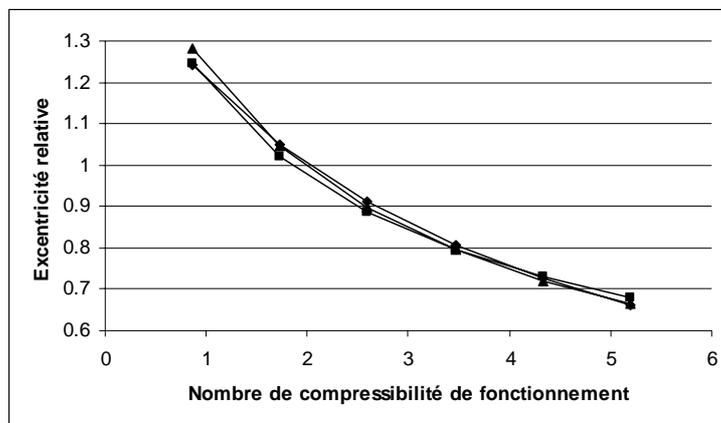


Figure 22 : Evolution de l'excentricité relative avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

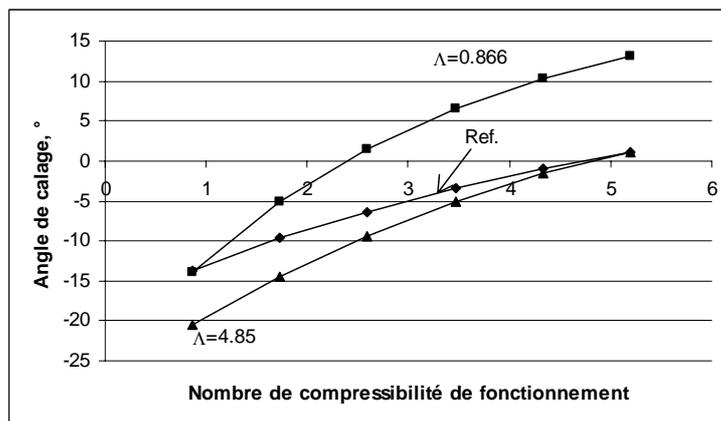


Figure 23 : Evolution de l'angle de calage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

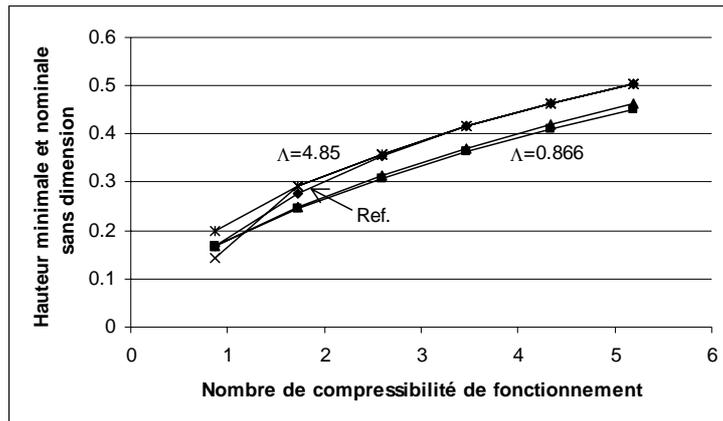


Figure 24 : Evolution des hauteurs minimales et nominales avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

Une première constatation que l'on peut faire au sujet des performances des profils déformables définis est que l'effet de « cuvette » en fonctionnement est très fortement atténué voire supprimé. En effet, les valeurs de H_{minimale} et H_{nominale} sont quasi identiques. On retrouve donc un profil de hauteurs constant selon l'axe du palier.

La comparaison des résultats obtenus pour les deux valeurs de vitesse de rotation d'optimisation nous permet de voir que les performances des profils ainsi définis ne sont pas tout à fait identiques.

La vitesse de rotation pour l'optimisation a donc une influence sur le comportement statique des paliers ainsi définis.

Il apparaît que le palier est plus performant (hauteur de film d'air plus élevée) lorsque la vitesse de rotation ω_{opt} est élevée. Cependant des problèmes de convergence du calcul du champ de pression apparaissent lorsque l'on s'approche des faibles valeurs de la vitesse de rotation et donc des hauteurs de film d'air proches de la limite admissible (cas $\Lambda=0.866$). Ce type de problème peut être dû à l'algorithme d'alignement de la charge avec la première rainure d'alimentation. Il faut alors initialiser le champ de pression à partir d'un calcul précédent.

La comparaison des performances des profils déformables avec celles du profil rigide est intéressante. Pour le point de fonctionnement utilisé pour définir le profil déformable, celui-ci offre les mêmes performances que le profil rigide de base comme nous avons pu le vérifier dans le paragraphe relatif à la validation de la méthode. Par contre, les performances sont différentes dès que l'on s'éloigne du point d'optimisation. Sur l'exemple que nous avons traité, on observe que :

- pour une valeur faible de ω_{opt} , les performances sont inférieures à celles du profil rigide pour des vitesses de fonctionnement ω supérieures à ω_{opt} .
- pour une valeur élevée de ω_{opt} , les performances sont supérieures à celles du profil rigide pour des vitesses de fonctionnement ω inférieures à ω_{opt} . Toutefois, la convergence du calcul du champ de pression pour les faibles vitesses ($\Lambda=0.866$ par exemple) est plus difficile à obtenir.

I.2.3. Influence d'une souplesse uniforme du profil

Nous nous intéressons à l'influence de la valeur des coefficients de la matrice de souplesse utilisée pour définir le champ de pression $P(i,j)$. Les valeurs des coefficients de souplesse sont identiques en tout point de chaque secteur du palier. Nous avons testé trois valeurs, $\bar{S} = \{0.5 ; 1 ; 2\}$.

La vitesse de rotation ω_{opt} correspond à $\Lambda_{opt} = 4.85$.

Les résultats sont présentés sur les **Figure 25**, **Figure 26** et **Figure 27**.

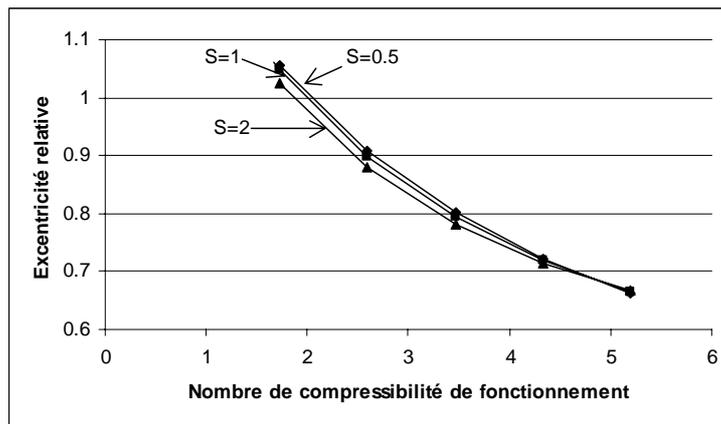


Figure 25 : Evolution de l'excentricité relative avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

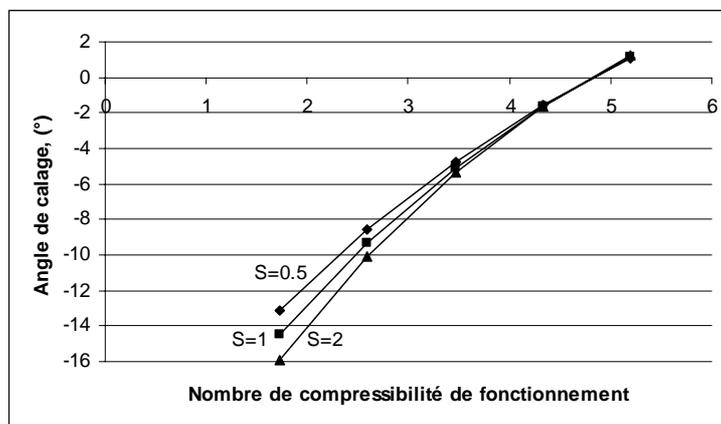


Figure 26 : Evolution de l'angle de calage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

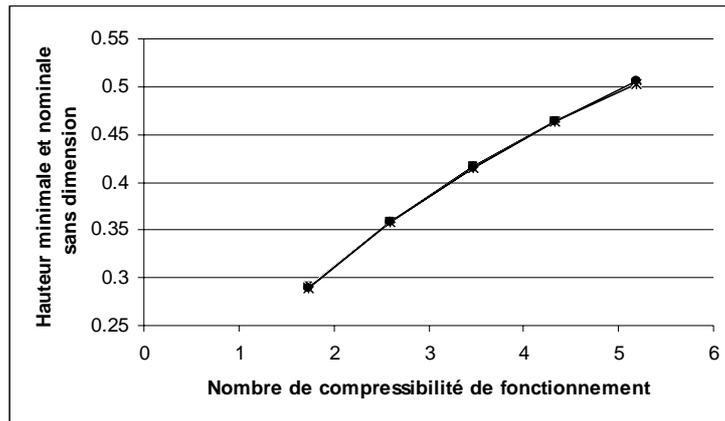


Figure 27 : Evolution des hauteurs minimales et nominales avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

Pour la souplesse sans dimension égale à 2, le profil initial est serré sur l'arbre. Le couple sans dimension équivalent a une valeur sans dimension de 1,2354.

Quelle que soit la valeur de la souplesse utilisée pour la définition du profil initial avant déformation, les performances des profils définis sont globalement identiques. Cela reste vrai lorsque l'on choisit une vitesse de rotation ω_{opt} différente.

La valeur du coefficient de souplesse, lorsque celle-ci est choisie uniforme sur chaque secteur, a une faible incidence sur le comportement statique des paliers ainsi définis. Néanmoins, pour une valeur de souplesse élevée, le profil initial se retrouve serré sur l'arbre.

I.2.4. Influence d'une souplesse variable du profil

Le mode de réalisation des paliers à feuilles impose de fixer les éléments déformables à une extrémité. De manière à ne pas empêcher les mouvements de ces éléments (et donc les frottements internes nécessaires pour générer de l'amortissement) la seconde extrémité est laissée libre, **Figure 28**.

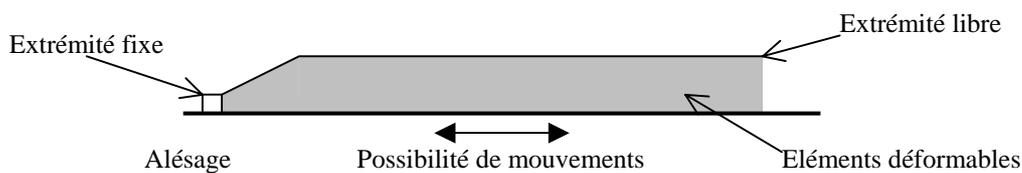


Figure 28 : Fixation des éléments déformables

Etant donné que les deux extrémités des éléments déformables ne sont pas liées à l'alésage, il existe un gradient de raideur d'une extrémité à l'autre. Ainsi, il est intéressant de prendre en compte une variation de la souplesse sur chaque secteur du palier, **Figure 29** à **Figure 32**.

La variation que nous avons considéré est linéaire. Le bord fixe a une souplesse plus faible (raideur plus grande) que l'extrémité libre. La vitesse de rotation ω_{opt} correspond à $\Lambda_{opt}=4.85$.

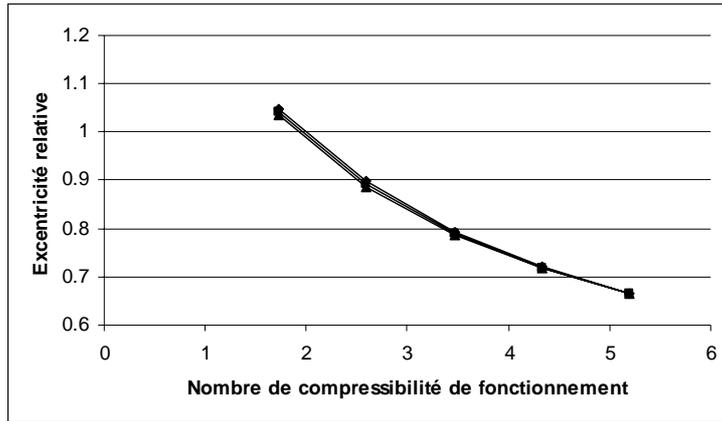


Figure 29 : Evolution de l'excentricité relative avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

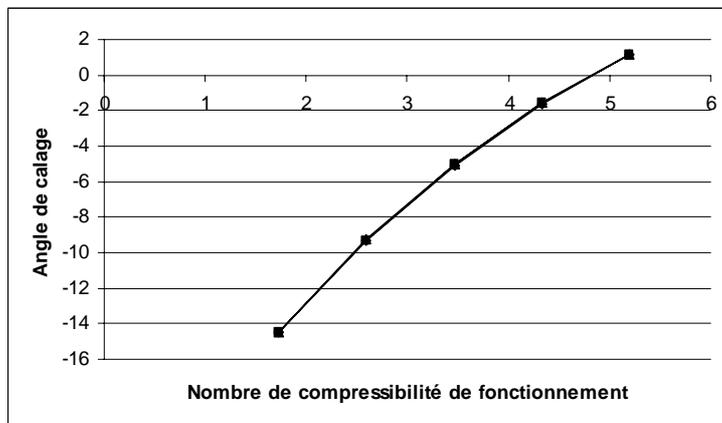


Figure 30 : Evolution de l'angle de calage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

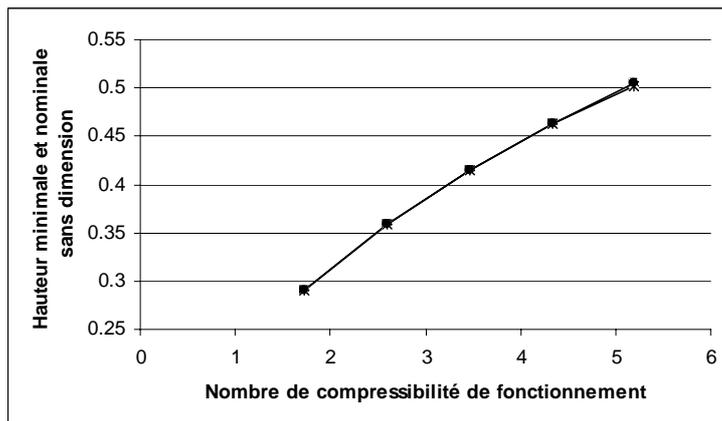


Figure 31 : Evolution des hauteurs minimales et nominales avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

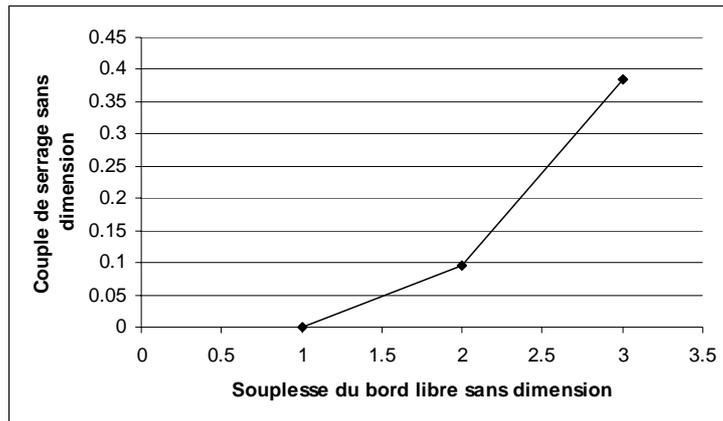


Figure 32 : Evolution du couple de serrage avec le nombre de compressibilité de fonctionnement

Comme lors de l'étude de l'influence de la valeur de la souplesse des secteurs, il apparaît que les performances des profils sont quasiment identiques quelle que soit la répartition de souplesse utilisée pour la définition du profil initial avant déformation.

En revanche, le couple de serrage au repos augmente lorsque l'on assouplit l'extrémité libre du secteur. Cela montre donc que plus la structure est souple et plus le profil initial défini sera serré ce qui semble logique.

On pourrait donc envisager d'adapter la souplesse du profil pour obtenir le couple de serrage au démarrage qui permet d'avoir le meilleur compromis entre :

- l'usure liée aux arrêts – démarrages,
- la tenue du rotor à l'arrêt pour éviter les chocs contre les feuilles lors des phases de transport de la machine par exemple.

I.3. Conclusions et perspectives

La réflexion que nous proposons sur la définition du profil des paliers radiaux aérodynamiques déformables essaye de valoriser au mieux les connaissances sur les paliers rigides. Ainsi, l'idée de base consiste à considérer la déformation de la structure non plus comme la conséquence de la génération du champ de pression mais aussi comme l'une de ses causes.

Nous avons pu dégager de cette étude les paramètres principaux impliqués dans la définition d'un profil initial déformable à partir d'un profil rigide connu, à savoir :

- la vitesse de rotation, ω_{opt} , pour calculer le champ de pression $P_R(i,j)$,
- la matrice de coefficients de souplesse qui peut être :
 - uniforme sur chaque secteur de palier,
 - variant linéairement d'une extrémité à l'autre de chaque secteur de palier.

Il s'avère que ces paramètres n'ont pas la même influence sur les performances statiques des paliers déformables ainsi définis.

La vitesse de rotation ω_{opt} a une influence sur l'ensemble des paramètres caractérisant les performances statiques du palier, c'est à dire :

- la position du centre du rotor dans le palier, donnée par l'excentricité relative ε et l'angle de calage φ ,
- les valeurs de hauteur *minimale* et *nominale* dans le palier.

En revanche, nous n'avons pas noté d'influence sur la valeur du couple de serrage du palier sur l'arbre au repos.

La valeur des coefficients de la matrice de souplesse, lorsque cette dernière est uniforme sur chaque secteur du palier, n'a quasiment pas d'influence sur les performances statiques du palier dans la gamme de souplesse étudiée.

Ceci reste exact lorsque l'on considère une variation linéaire d'une extrémité à l'autre de chaque secteur du palier. Par contre, dans les deux cas, il y a une influence notable sur la valeur du couple de serrage du palier sur l'arbre au repos.

La complexité de la forme de la structure déformable obtenue par cette méthodologie entraîne des difficultés de fabrication de part la variation de hauteur dans les deux directions du palier. Il serait intéressant d'essayer de limiter les variations de profil au sens circonférentiel et d'avoir un profil constant selon l'axe du palier ou du moins simplifié. Le problème de la fabrication serait alors plus abordable. Par contre, les performances du palier seront à évaluer et la plus – value de ce type de profil sera à démontrer par rapport aux profils « classiques ».

Nous avons donc fait le choix de recentrer notre étude sur des profils conventionnels à lobes asymétriques totalement convergents dans tout ce qui suivra.

Chapitre II. INFLUENCE DES PRINCIPAUX PARAMÈTRES DE CONCEPTION

Les profils de paliers à air « plus classiques » que ceux que nous venons d'étudier ont fait l'objet de nombreuses études, dont [3], [8], [10], [12], [15]. Cependant, il nous a semblé intéressant d'aborder l'influence de certains paramètres de définition sur le comportement statique des paliers aérodynamiques radiaux à structure déformable. Ainsi, nous avons mis en place des modèles de calcul permettant de pouvoir qualifier et quantifier les effets :

- d'une variation du jeu radial qui peut être engendrée par des dilatations différentielles de l'arbre et du palier dues aux effets centrifuges et thermiques (vitesse de rotation et température de l'ambiance de la machine) par exemple,
- du désalignement de l'arbre dans le palier,
- de défauts de forme résultant de la fabrication des pièces.

L'orientation de l'étude menée ici a été fortement influencée pour répondre au mieux à certaines problématiques industrielles que l'on pourra rencontrer lors du dimensionnement d'un palier, sa fabrication et ses conditions de montage sur une ligne d'arbre.

II.1. Effets du jeu radial

Sous l'effet de la température de fonctionnement et de la vitesse de rotation, l'arbre et le palier peuvent subir des dilatations différentielles. Ainsi, la valeur du jeu radial peut varier en fonction des conditions d'utilisation du palier. L'augmentation de la vitesse de rotation aura tendance, par dilatation due aux forces d'inertie, à réduire la valeur du jeu radial. L'effet de la température de l'ambiance du palier peut, selon les cas, réduire ou augmenter ce jeu.

Il est donc nécessaire d'étudier la plage de jeux radiaux (initiaux avant déformation) permettant au palier de fournir les performances attendues. Dans les exemples que nous avons traités, notre choix s'est porté sur l'étude de la vitesse d'atterrissage du rotor et la capacité de charge maximale du palier.

Les caractéristiques géométriques du palier (pas de précharge géométrique) considéré pour illustrer notre modélisation sont données dans le **Tableau 6**.

L/D	0.444
Nombre de secteurs	3
Etendue des secteurs, °	110
Jeu radial, µm	de 30 à 100
Souplesse bord fixe adim.	0.2
Souplesse bord libre adim.	0.2

Tableau 6 : Géométrie sans dimension du palier

II.1.1. Vitesse d'atterrissage

Nous entendons par « vitesse d'atterrissage » la vitesse de rotation pour laquelle il y a transition entre le régime de lubrification hydrodynamique et le régime de lubrification « mixte ». Nous faisons l'hypothèse que le champ de hauteurs dans le palier présente alors des valeurs minimales faibles (de l'ordre de 3-4 μm). Etant donné que notre modèle de calcul ne permet pas de prendre en compte l'influence des rugosités, nous considérerons qu'en dessous d'une hauteur minimale limite, le film d'air ne peut plus équilibrer la charge sur le rotor.

La procédure de calcul de la vitesse d'atterrissage est la suivante :

- la charge statique appliquée au palier est fixe,
- on diminue progressivement la vitesse de rotation jusqu'à obtenir une valeur minimale de hauteur dans le film d'air inférieure à la hauteur minimale limite.

Il est difficile d'avoir des informations précises sur la valeur de hauteur minimale limite dans le cas des paliers radiaux. Nous nous sommes donc basés sur les travaux de Iordanoff relatifs aux butées aérodynamiques déformables, [27], pour choisir la valeur de 4 μm .

Le **Tableau 7** présente la valeur de la vitesse d'atterrissage, exprimée en nombre de compressibilité, en fonction du jeu radial du palier (en μm) et de la charge statique appliquée au palier sans dimension, $\bar{W} = \frac{W}{p_a R^2}$.

La valeur des nombres de compressibilité est donnée à plus ou moins 0.02 près. A titre indicatif, le nombre de compressibilité correspondant à la vitesse de rotation nominale de la machine considérée est donné pour chaque valeur de jeu radial.

		Jeu radial du palier							
		30	40	50	60	70	80	90	100
Charge statique appliquée au palier sans dimension	0.29	0.38	0.21	0.14	0.10	0.07	0.05	0.04	0.05
	0.37	0.38	0.21	0.14	0.10	0.07	0.05	0.06	0.05
	0.57	0.38	0.21	0.27	0.13	0.09	0.09	0.07	0.06
	0.69	0.51	0.29	0.23	0.16	0.12	0.11	0.08	0.08
	0.99	0.89	0.43	0.32	0.22	0.16	0.14	0.13	0.10
	1.23	1.40	0.64	0.41	0.29	0.23	0.18	0.16	0.14
	1.48	2.54	0.93	0.55	0.38	0.28	0.23	0.20	0.16
1.73	15.27	1.43	0.73	0.48	0.35	0.29	0.24	0.21	
A nominal		14.25	8.02	5.13	3.56	2.62	2.00	1.58	1.28

Tableau 7 : Valeurs de la vitesse d'atterrissage exprimée en nombre de compressibilité en fonction du jeu radial du palier et de la charge statique

L'analyse du tableau précédent est difficile à effectuer puisque le nombre de compressibilité est représentatif de la vitesse de rotation mais il dépend également du jeu radial. Il est donc plus intéressant de représenter la valeur de la vitesse d'atterrissage en pourcentage de la valeur de la vitesse nominale, **Figure 33**.

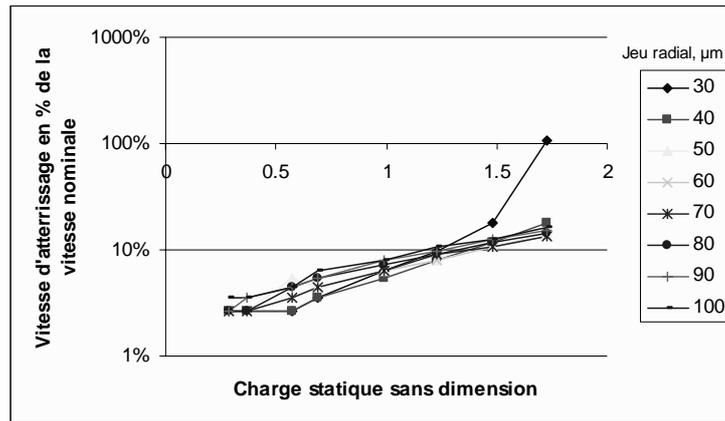


Figure 33 : Vitesse d'atterrissage exprimée en % de la vitesse nominale en fonction de la charge appliquée au palier et de son jeu radial

Avec cette façon d'analyser les résultats, les tendances apparaissent plus clairement. Malgré les valeurs élevées de la charge statique imposée au palier (équivalente à 350N au maximum), ce dernier est capable de maintenir le film d'air à des vitesses assez faibles (inférieures à 20% de la vitesse nominale de l'exemple considéré) dans une large gamme de valeurs du jeu radial.

Pour renforcer la pertinence de ce type d'analyse, nous ferons simplement remarquer que si la valeur de la charge est trop élevée et le jeu radial faible, le film d'air peut ne pas être créé dans la gamme de vitesses de rotation considérée. En effet, on obtient une valeur de la vitesse d'atterrissage supérieure à la celle de la vitesse nominale.

II.1.2. Capacité de charge maximale

La capacité de charge maximale du palier (défini par le **Tableau 6**) est la charge développée par ce dernier lorsque la hauteur minimum de film d'air est égale à la hauteur limite (4µm).

La **Figure 34** présente l'évolution de la capacité de charge maximale en fonction de la vitesse de rotation et du jeu radial.

La première constatation que l'on peut faire est classique : la capacité de charge du palier augmente avec la vitesse de rotation.

D'autre part, le jeu radial a une influence différente sur la capacité de charge maximale en fonction de la vitesse de rotation. A basse vitesse (inférieure à $\omega/6$), plus le jeu radial est faible et plus la capacité de charge est élevée. Au-delà de $\omega/6$, la tendance s'inverse et la capacité de charge est plus élevée avec un jeu radial plus grand.

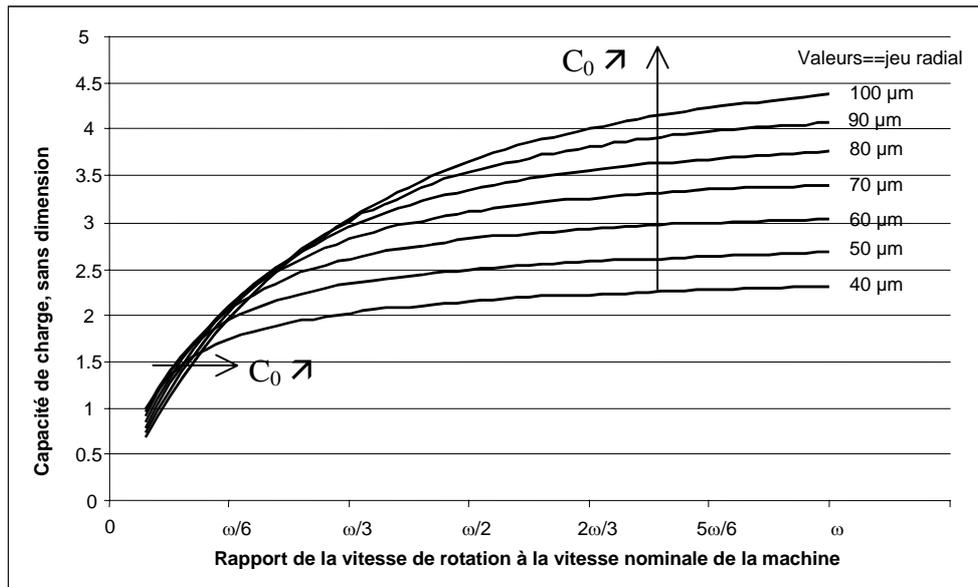


Figure 34 : Capacité de charge maximale en fonction de la vitesse de rotation et du jeu radial

De façon générale, un jeu radial faible favorisera *une mise sous film d'air rapide* (compte tenu de la nature de notre modèle il serait plus juste de parler d'*atterrissage le plus tardif lors de la descente en vitesse du rotor*). Par contre, pour augmenter la capacité de charge à vitesse élevée, on préférera une valeur de jeu radial plus grande.

Remarque :

L'effet centrifuge a tendance à faire augmenter le diamètre du rotor. Si l'on considère que celui du stator reste constant, il y aura donc une diminution du jeu radial lorsque la vitesse de rotation va augmenter. Ainsi, l'effet centrifuge a tendance à « produire » un profil géométrique à jeu radial : grand à faible vitesse et faible à vitesse élevée.

Ceci est extrêmement intéressant car on obtient une variation de jeu radial en fonctionnement qui est opposée à celle qu'il faudrait avoir pour améliorer l'aspect mise sous film d'air et la capacité de charge à vitesse élevée.

L'étude de l'influence du jeu radial sur les performances statiques d'un palier aérodynamique radial prendra aussi toute son importance lors de la phase de conception. En effet, les tolérances sur les valeurs des diamètres de l'arbre et du palier pourront être adaptées pour correspondre à la plage de jeu radial admissible déterminée.

Nous nous intéressons dans ce qui suit à quantifier l'impact d'un désalignement de l'arbre dans le palier sur la vitesse d'atterrissage, principal paramètre de dimensionnement en régime statique.

II.2. Désalignement

Le désalignement de l'arbre dans le palier entraîne une modification du champ des hauteurs de film d'air. Nous modélisons le désalignement à l'aide de deux angles de rotations, ϕ_x et ϕ_y respectivement autour de OX et OY, **Figure 35**.

Dans un premier temps, nous avons comparé les sorties de notre modèle aux résultats présentés dans la publication [22]. Il faut préciser toutefois que notre modèle diffère quelque peu de celui utilisé par les auteurs de ces travaux.

Le palier modélisé est continu alors que le notre a une rainure d'alimentation dont nous réduisons l'étendue à zéro. Enfin, leur modèle prend en compte l'effet de membrane dans la déformation de la feuille supérieure du palier.

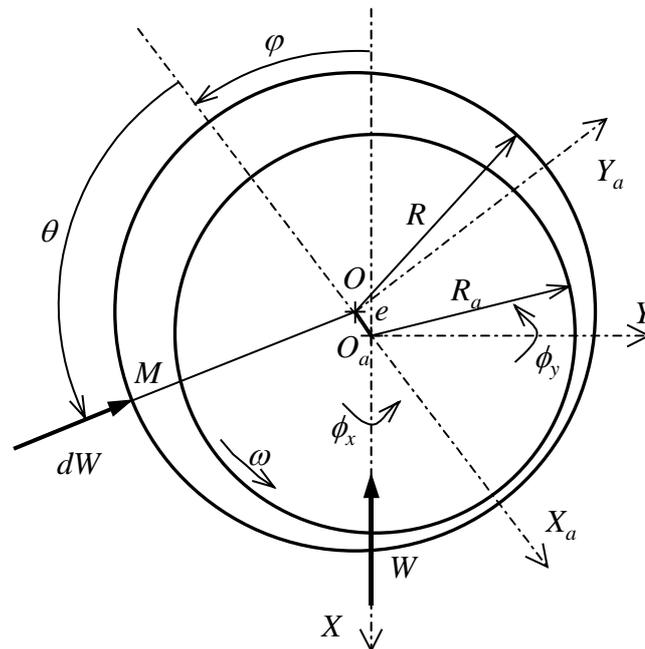


Figure 35 : Schématisation de la configuration du palier avec repérage des angles de désalignement

Le **Tableau 8** compare les résultats de notre modèle à ceux présentés dans la littérature pour un profil de palier lisse d'étendue 360° , $L/D=1$, $\bar{S} = 1$, $\varepsilon=0.5$, $\Lambda=1$.

La cohérence des résultats est confirmée par le fait que l'on retrouve les mêmes allures pour les distributions de hauteurs de film d'air et de pressions à l'intérieur du palier, **Figure 36** et **Figure 37**.

Les angles de désalignement sont adimensionnés de la façon suivante :

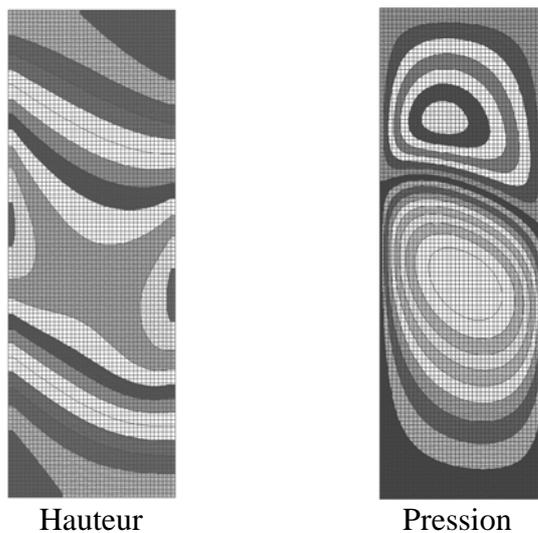
$$\bar{\phi}_{x,y} = \phi_{x,y} \frac{L}{2C_0}$$

Pas de désalignement				
	H_{\min} adim.	H_{\max} adim.	P_{\min} adim.	P_{\max} adim.
Modèle	0.53	1.5	0.872	1.2
Publication [22]	0.599	1.46	0.845	1.214
Angle de désalignement autour de OX, 0.25 adim				
	H_{\min} adim.	H_{\max} adim.	P_{\min} adim.	P_{\max} adim.
Modèle	0.291	1.51	0.87	1.199
Publication [22]	0.499	1.536	0.852	1.214
Angle de désalignement autour de OY, 0.25 adim				
	H_{\min} adim.	H_{\max} adim.	P_{\min} adim.	P_{\max} adim.
Modèle	0.332	1.74	0.868	1.221
Publication [22]	0.402	1.701	0.847	1.288

Tableau 8 : Comparaison de l'effet du désalignement

La hauteur minimale dans le palier présente certains écarts. Cela peut être du à l'effet de membrane considéré dans les travaux [22]. En revanche le positionnement du point de hauteur minimale est tout à fait en accord, **Figure 36** et **Figure 37**.

Résultats du modèle



Résultats de la publication [22]

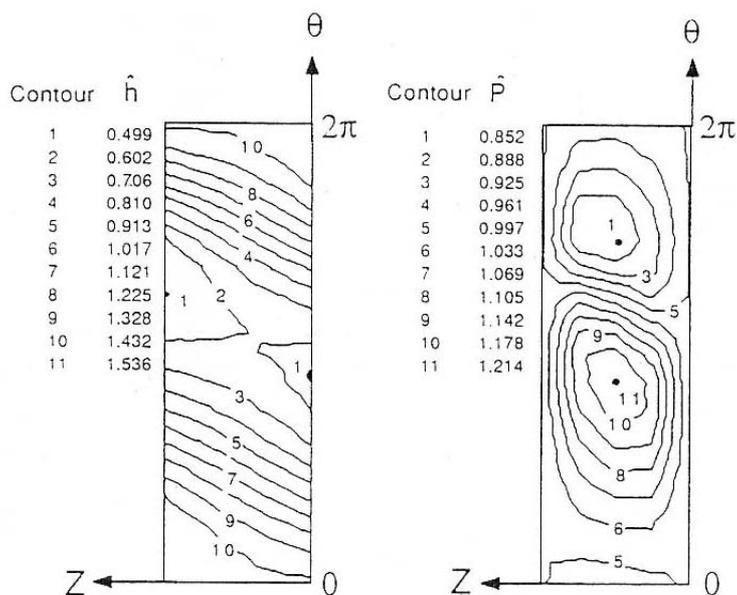
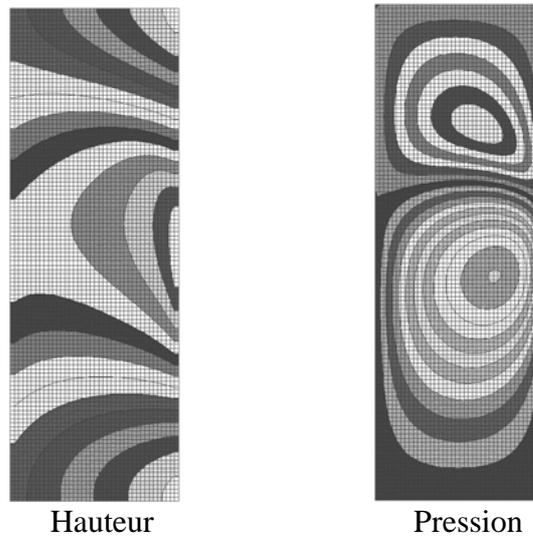


Figure 36 : Champs de hauteur et de pression dans le palier pour le désalignement autour de X de 0.25

Résultats du modèle



Résultats de la publication [22]

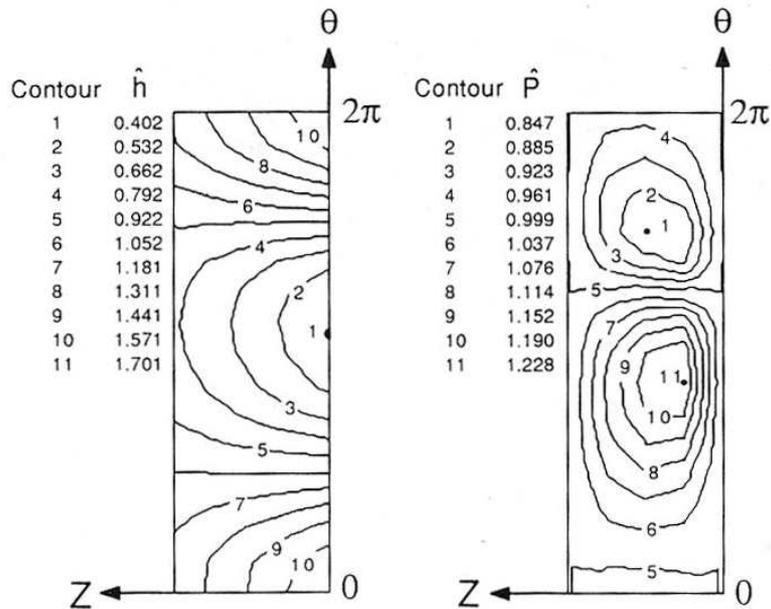


Figure 37 : Champs de hauteur et de pression dans le palier pour le désalignement autour de Y de 0.25

Ce nouveau point de comparaison avec la littérature permet de fournir un gage supplémentaire de la validité du code de calcul mis en place.

A partir de cette modélisation nous proposons d'étudier l'influence du désalignement sur le fonctionnement du palier que nous avons considéré jusque-là, **Tableau 6**. En accord avec les tolérances de fabrication utilisées pour la conception d'une turbomachine Microturbo, nous avons pris en compte une valeur d'angle de désalignement de 0.012° .

Les **Figure 38** et **Figure 39** présentent les résultats obtenus pour un désalignement autour de l'axe OX (direction du poids) ou OY (direction perpendiculaire au poids).

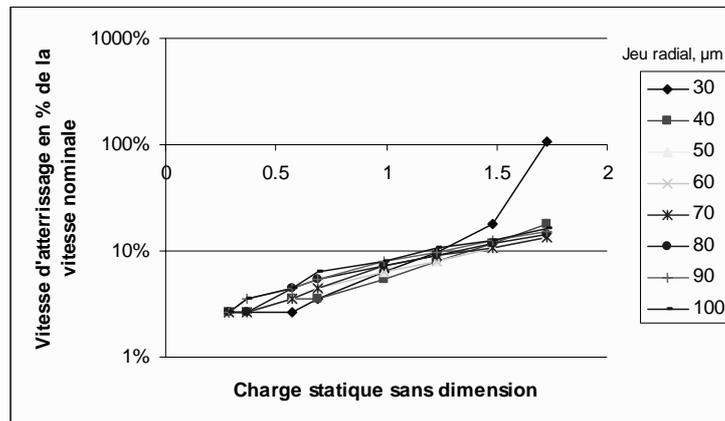


Figure 38 : Vitesse d'atterrissage exprimée en % de la vitesse nominale en fonction de la charge appliquée au palier et de son jeu radial – désalignement autour de OX

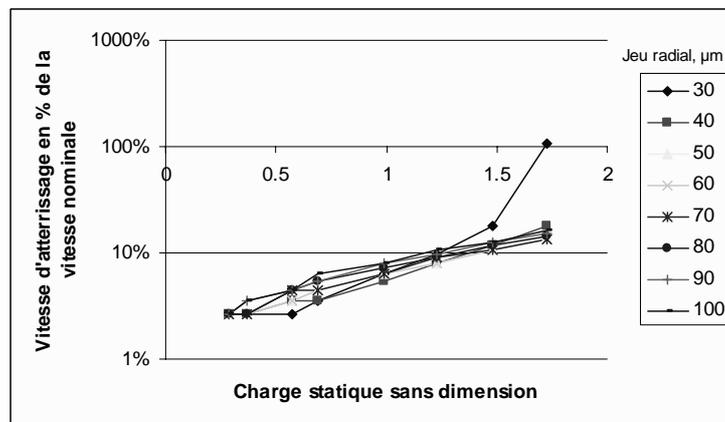


Figure 39 : Vitesse d'atterrissage exprimée en % de la vitesse nominale en fonction de la charge appliquée au palier et de son jeu radial – désalignement autour de OY

Dans le cas que nous étudions, il apparaît que le désalignement considéré a une faible influence sur les valeurs de la vitesse d'atterrissage quel que soit le jeu radial ou la charge statique, **Figure 40** et **Figure 41**.

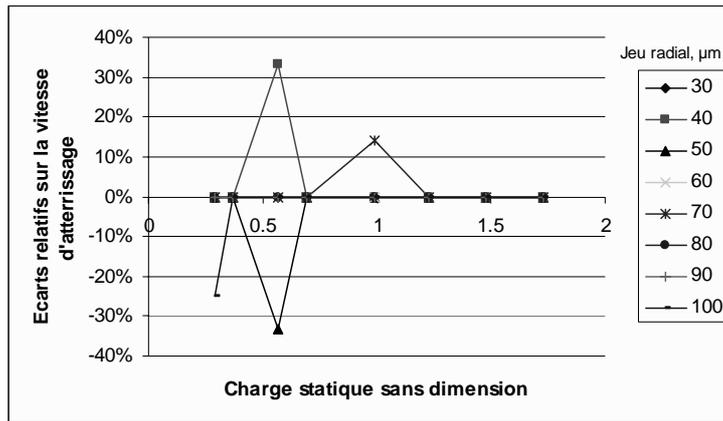


Figure 40 : Comparaison de la configuration désaligné autour de OX avec le cas aligné

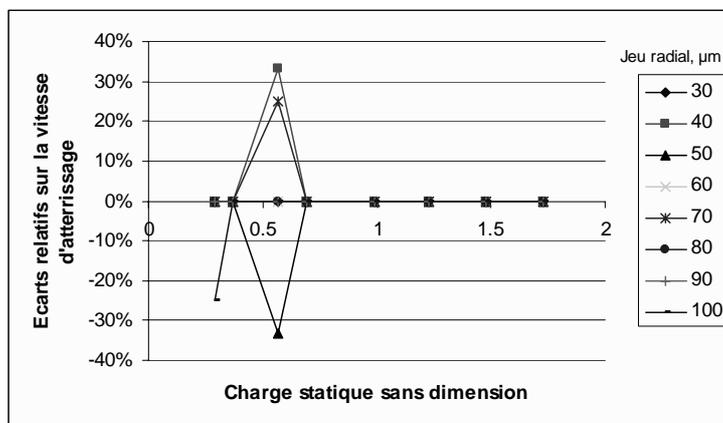


Figure 41 : Comparaison de la configuration désaligné autour de OY avec le cas aligné

La structure déformable du palier permet donc d'accommoder les éventuels défauts d'alignement. Par contre, il faut garder à l'esprit que la valeur des coefficients de la matrice de souplesse du palier pourra être adaptée pour améliorer les performances du palier pour des valeurs d'angle de désalignement plus élevées.

II.3. Défauts de forme

Le fonctionnement d'un mécanisme lubrifié vise à maintenir un film complet entre deux surfaces chargées l'une contre l'autre et très rapprochées l'une de l'autre. De ce fait, plus l'épaisseur du film diminue, plus les défauts de forme des surfaces qui l'entourent deviennent importants et plus les conditions réelles de formation ou de maintien du film s'éloignent de celles que l'on peut calculer en considérant des surfaces idéales : cylindres de révolution de géométrie parfaite par exemple. Il s'avère pourtant que l'existence des défauts de forme n'est pas toujours nuisible. Certains mécanismes ne fonctionnent d'ailleurs que grâce à eux. Toutefois, leur existence modifie le champ des hauteurs de film de lubrifiant, et il importe de préciser le sens et l'amplitude des modifications sur la portance du palier pour des erreurs de forme données.

L'étude que nous présentons se base sur celle menée par Fantino. Nous nous limitons au problème du palier aérodynamique comportant des défauts de forme de grande longueur caractéristique, ce qui exclut les rugosités des surfaces, [53]. Ces défauts proviennent d'erreurs subies pendant la fabrication des pièces.

Nous supposons, dans la suite, que les défauts de forme ou écarts, varient respectivement le long du périmètre de l'arbre et du coussinet dans une section transversale, mais sont constants selon les génératrices des cylindres.

De nombreux auteurs évoquent dans la littérature la capacité des paliers à air à structure déformable à s'accommoder des défauts de fabrication, [8], [10], [25]. Toutefois, à notre connaissance, aucune étude théorique n'a encore permis de confirmer ces affirmations.

Nous nous sommes donc intéressés à présenter la modélisation du problème et illustrer sa résolution sur un exemple donné en étudiant l'influence des défauts de forme d'un palier sur ses performances statiques.

II.3.1. Définition des défauts de forme

II.3.1.1. Généralités

Les défauts de forme que nous avons choisi d'étudier ont des variations de type sinusoïdale. Ils s'expriment par un terme d'écart δ connu par rapport à une surface cylindrique idéale, et provoquent de ce fait, une variation de l'épaisseur du film, **Figure 42**.

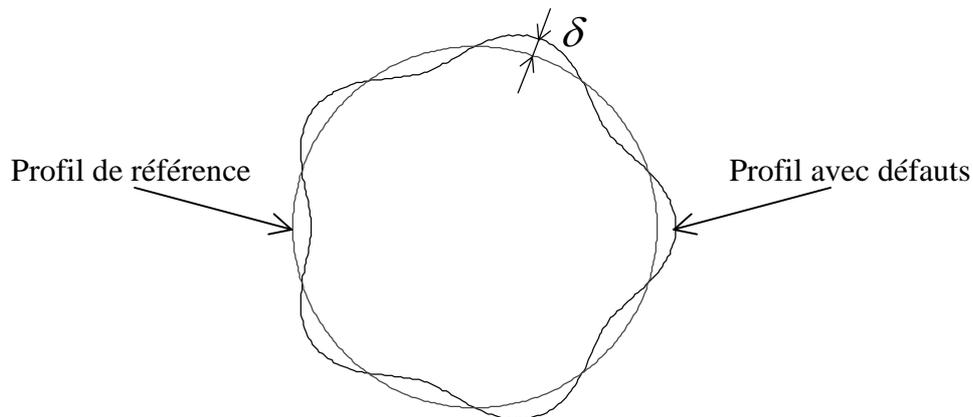


Figure 42 : Schématisation d'un stator cylindrique de référence et avec défauts de type sinus

Compte tenu que la longueur d'ondes des défauts est grande devant l'épaisseur de film d'air, l'équations de Reynolds « classique » peut être utilisée d'après les travaux de Fantino, [36] et Kane, [53].

Nous considérons ici que le champ de hauteurs du film d'air varie du fait de la présence de défauts de forme organisés de type sinus. La modélisation pourrait aussi être adaptée pour prendre en compte d'autres types de défauts.

II.3.1.2. Mise en équations

Le champ de hauteurs de film d'air perturbé par l'existence des défauts de forme est noté, H^* . Il se décompose en deux termes : un terme représentatif du champ des hauteurs pour une géométrie idéale, H_0 , et un terme représentatif du défaut de forme, δ .

$$H^*(\theta) = H_0(\theta) + \delta(\theta)$$

La définition du défaut de forme δ est donnée comme suit,

$$\delta = \delta_0 \sin(\alpha_d \theta)$$

avec δ_0 l'amplitude des défauts et α_d , le facteur de période des défauts.

II.3.2. Influence des défauts

Nous nous intéressons à l'influence des défauts de forme sur les performances statiques des paliers radiaux en terme de hauteur nominale de film d'air dans le palier et de vitesse d'atterrissage. Ces deux exemples permettront d'illustrer l'utilisation de la modélisation mise en place.

II.3.2.1. Description du profil étudié

Le profil de palier servant de base à cette étude a les caractéristiques suivantes :

L/D	0.667
Nombre de secteurs	3
Etendue des secteurs, °	110
Jeu radial, μm	50
SBF adim	0.2
SBL adim	0.2

Tableau 9 : Caractéristiques du palier à air radial étudié

Nous avons déjà pu observer qu'un profil déformable similaire a un comportement qui dépend faiblement de la valeur du jeu radial (de 30 à 100 μm). Ainsi, nous pouvons penser qu'il sera capable de réagir « correctement » aux défauts de forme, c'est à dire que ses performances ne seront pas trop affectées par la présence des défauts de forme dans le palier.

II.3.2.2. Description des défauts

Nous avons étudié plusieurs types de défauts de forme définis par les deux paramètres suivants :

- l'amplitude du défaut,
- la période du défaut (nombre d'ondulation).

- Deux amplitudes et quatre périodes de défaut ont été étudiées :
- amplitudes : $0.1 \times C_0$ et $0.2 \times C_0$
 - périodes : 1, 2, 3, 4 ondulation(s) pour le palier complet.

Les **Figure 43** et **Figure 44** présentent les types de défauts de forme correspondant aux quatre périodes étudiées.

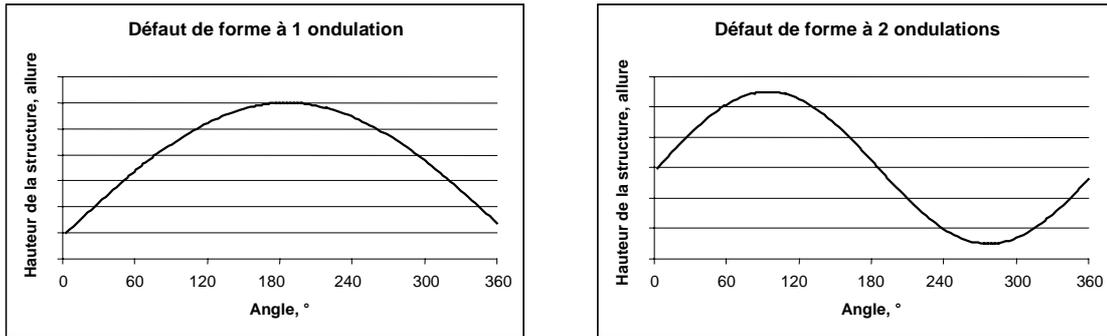


Figure 43 : Forme du défaut à 1 ondulation et 2 ondulations

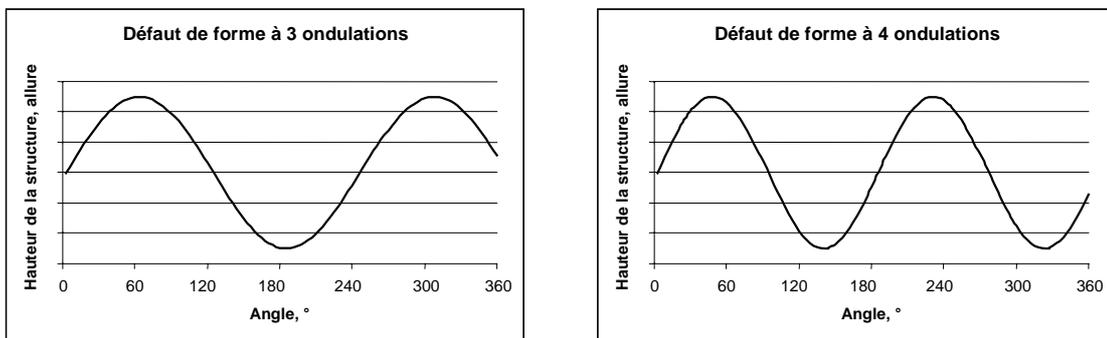


Figure 44 : Forme du défaut à 3 ondulations et 4 ondulations

II.3.2.3. Influence sur la hauteur nominale de film d'air

Nous avons évalué l'influence des défauts de forme sur les performances statiques du palier, et principalement le paramètre hauteur nominale dans le palier.

La gamme de charge statique sans dimension étudiée est : [0.667 ; 0.833 ; 1.278 ; 1.556]. Nous étudions les écarts par rapport à la référence (profil sans défaut) en valeur relative.

Amplitude des défauts

Il apparaît que plus l'amplitude du défaut est élevée et plus l'écart par rapport au profil idéal est élevée. Pour l'amplitude de $0.1 \times C_0$, l'écart relatif est de l'ordre de 5%, **Figure 45**, alors que pour l'amplitude de $0.2 \times C_0$ il est de l'ordre de 10%, **Figure 46**. De façon générale, plus la vitesse de rotation et la charge sont élevées et plus l'écart par rapport à la référence est grand (surtout pour l'amplitude de $0.2 \times C_0$).

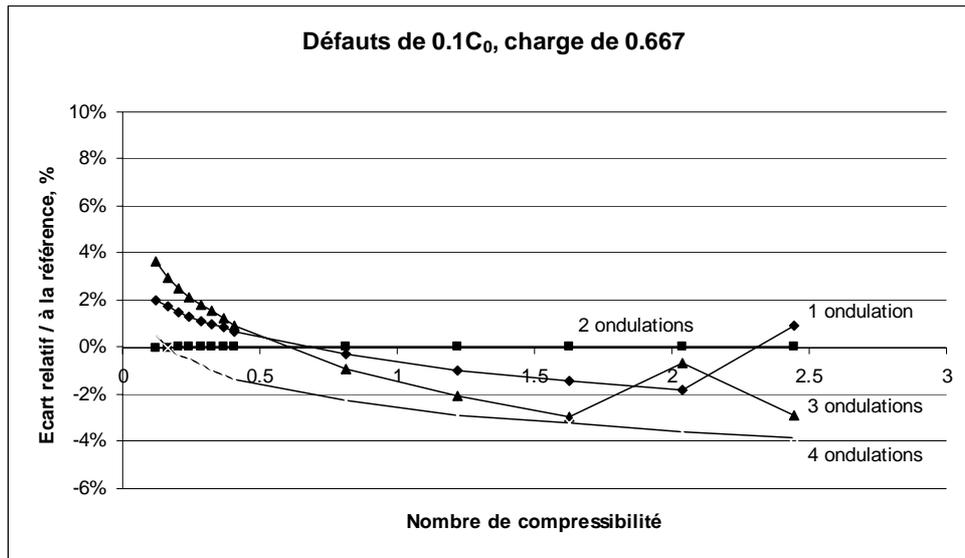


Figure 45 : Ecart relatif / référence pour un défaut d'amplitude $0.1x C_0$ – charge 0.667

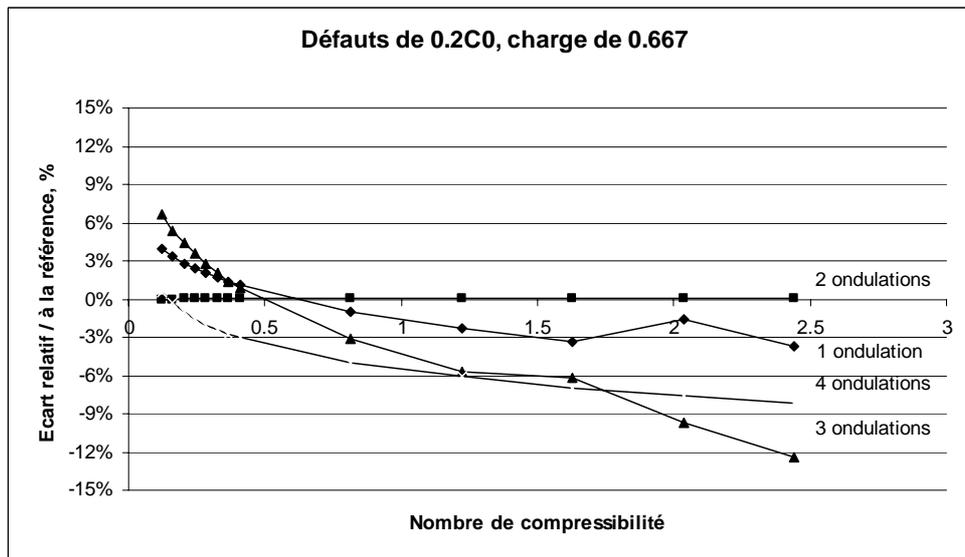


Figure 46 : Ecart relatif / référence pour un défaut d'amplitude $0.2x C_0$ – charge 0.667

De plus, il apparaît que l'écart relatif par rapport à la configuration de référence est positif pour les faibles vitesses (Λ de 0.04 à 0.6 selon la charge) et négatif pour les vitesses plus élevées. En d'autres termes, l'influence des défauts de forme dépend de la vitesse de rotation. Les courbes d'écart relatif montrent bien que la période des défauts a une importance non négligeable sur le comportement du palier en terme de hauteur nominale de film d'air.

Période des défauts

Si l'on s'intéresse à la période des défauts on s'aperçoit que de façon générale plus cette période est faible (nombre d'ondulations grand) et plus les écarts par rapport à la référence sont importants. Pour une période correspondant à 4 ondulations on remarque que la zone où le profil avec défaut présente un meilleur comportement statique que la référence est limitée aux très faibles valeurs de la vitesse de rotation. Il semblerait donc que si l'on diminue encore

la période (augmentation du nombre d'ondulations) on observe des hauteurs nominales de film d'air toujours inférieures au cas de référence.

Toutefois, il est un cas particulier, où la période du défaut est égale à l'étendue du secteur (2 ondulations), qui n'entraîne quasiment aucun écart par rapport à la référence.

Pour les autres charges sans dimension, à savoir [0.833 ; 1.278 ; 1.556], les tendances sont identiques, **ANNEXE 3**.

II.3.2.4. Influence sur la vitesse d'atterrissage

Dans le paragraphe précédent nous nous sommes attachés à étudier l'influence des défauts sur la hauteur minimale de film d'air dans le palier.

Il est également intéressant d'étudier l'influence des défauts sur le paramètre global « vitesse d'atterrissage ». Nous prenons toujours une valeur limite pour la hauteur minimale de $4\mu\text{m}$.

Il apparaît que, pour les faibles vitesses, les hauteurs minimales dans le palier avec défauts sont légèrement plus grandes que pour le profil idéal du palier, **Figure 45** et **Figure 46**. Dès lors, les défauts de forme dans le palier n'entraînent pas de modification majeure des valeurs de vitesses d'atterrissage.

Pour mémoire nous redonnons le tableau de la vitesse d'atterrissage en fonction de la charge statique, **Tableau 10**, ce dernier est identique à celui obtenu sans défauts de forme. Il est intéressant de voir que ces vitesses d'atterrissage sont faibles puisque la vitesse nominale de la machine considérée correspond à $\Lambda=2.28$.

Charge statique sans dimension	Λ correspondant à la vitesse d'atterrissage	% / Λ_{nominal}
0.667	0.102	4.47
0.833	0.143	6.27
1.278	0.204	8.95
1.556	0.265	11.62

Tableau 10 : Vitesse d'atterrissage en fonction de la charge statique appliquée

Remarque :

Nous obtenons les mêmes conclusions avec des défauts de forme « négatifs » c'est à dire dont l'amplitude est opposée en signe à ceux étudiés.

Ce type de travail pourra servir de base à une étude paramétrique plus complète de l'influence des défauts de forme sur les performances statiques des paliers aérodynamiques à structure à feuilles.

A partir des éléments de modélisation que nous venons de mettre en place et de la présentation d'études de quelques caractéristiques statiques des paliers aérodynamiques, nous proposons une réflexion sur leur dimensionnement.

Conclusion de la Partie 3 et réflexion sur le dimensionnement des paliers

L'étude du comportement statique des paliers aérodynamiques radiaux à structure à feuilles a permis la mise en place d'outils de calcul numérique permettant d'évaluer leurs performances.

Etant donné que les profils à lobes asymétriques présentent des capacités de charge suffisantes par rapport aux applications industrielles dont fait état la littérature, y compris l'application Microturbo, nous n'avons pas développé davantage la méthode de définition des profils déformables initiaux visant à augmenter leur capacité de charge. Néanmoins, nous avons pu tester la méthode que nous proposons et dégager les principaux paramètres influents.

A partir d'un encombrement extérieur donné, longueur de palier et diamètre d'arbre, nous avons orienté nos travaux de façon à pouvoir évaluer l'influence de :

- la géométrie interne : valeur du jeu radial et défauts de forme,
- l'environnement du palier : désalignement de l'arbre dans le palier.

Grâce aux outils de modélisation mis en place et aux exemples donnés, les concepteurs de paliers aérodynamiques ont à leur dispositions de nouveaux moyens de calcul qui leur permettront de mener des études paramétriques plus complètes.

Par exemple, on pourra adapter :

- la valeur du jeu radial du palier pour obtenir un bon compromis entre la vitesse d'atterrissage du mobile et la capacité de charge à vitesses élevées et aussi définir une gamme de valeurs de jeu radial admissible par rapport au type de fonctionnement du rotor,
- la raideur de la structure déformable des paliers pour accommoder les défauts géométriques (défauts de forme et désalignement) tout en satisfaisant les critères de vitesse d'atterrissage et de capacité de charge à vitesse élevée.

Les paliers aérodynamiques sont utilisés pour guider des rotors à des vitesses de rotation élevées. Ainsi, la considération des phénomènes dynamiques doit faire l'objet d'une attention particulière. Nous avons donc mené une réflexion sur le sujet afin de mettre en place des outils de modélisation performants.

Nous nous intéresserons à étudier certaines caractéristiques dynamiques des paliers aérodynamiques et notamment, le niveau de stabilité.

PARTIE 4 : CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DES PALIERS A AIR

L'objet de cette étude est de rechercher un modèle permettant de caractériser les propriétés dynamiques des paliers aérodynamiques radiaux à structure à feuilles déformables afin de permettre une analyse complète des paliers du point de vue statique et dynamique.

Pour étudier le comportement dynamique d'une ligne d'arbre montée sur deux paliers, nous avons deux modélisations à notre disposition :

- une modélisation linéaire,
- une modélisation non linéaire.

Dans un premier temps, nous présenterons la mise en équations relative à la modélisation linéaire avec notamment le calcul des matrices de raideur et d'amortissement des paliers. Nous présenterons le modèle mathématique permettant de statuer sur la stabilité d'un point de fonctionnement et nous donnerons enfin les grandes lignes du modèle permettant d'étudier la réponse à des excitations extérieures.

Nous passerons ensuite à la modélisation dynamique non linéaire des paliers à air. Nous suivrons la même logique que précédemment, en présentant l'approche spécifique à l'analyse pas à pas dans le temps. Nous en profiterons pour donner les principales tendances des réponses à des excitations de type balourd et de type $F\sin(\omega t)$.

Nous nous attacherons à faire une comparaison des modélisations dynamiques linéaire et non linéaire en s'intéressant notamment au seuil de stabilité et à la réponse à une excitation de balourd.

Enfin, nous présenterons la mise en place d'un modèle, basé sur l'approche non linéaire, pour prendre en compte un amortissement structural. Nous étudierons en particulier son influence sur le seuil de stabilité des paliers aérodynamiques à profil déformable.

Notre principale conclusion sera que les méthodes linéaire et non linéaire peuvent conduire à des résultats différents selon le domaine de fonctionnement étudié. Un calcul de dynamique de ligne d'arbre modélisant des paliers à air par des matrices de raideur et d'amortissement peut s'avérer inexact dans certains cas. Ces observations nous amèneront à reposer le problème de l'interaction des paliers aérodynamiques avec la ligne d'arbre dans la **Partie 5**.

Chapitre I. MODÉLISATION LINÉAIRE

L'analyse dynamique linéaire permet de calculer les matrices de raideur et d'amortissement d'un palier de géométrie donnée, pour un point de fonctionnement. A partir de ces éléments, il est possible d'établir si le point de fonctionnement en question est stable ou non.

Deux approches sont possibles :

- développement limité des champs de pression et de hauteur autour de la position d'équilibre statique,
- déplacement et perturbation en vitesses du centre de l'arbre autour de la position d'équilibre statique.

I.1. Mise en équations

I.1.1. Première méthode

Le principe que nous développons est similaire à celui présenté dans [11, 18]. Nous considérons x , y , \dot{x} , \dot{y} , respectivement les coordonnées du centre de l'arbre et ses vitesses dans le repère lié à la direction de la charge.

De même, x_0 , y_0 , \dot{x}_0 , \dot{y}_0 , sont respectivement les coordonnées et les vitesses du centre de l'arbre à l'équilibre, **Figure 47**.

Nous écrivons $x=x_0+\Delta x$, $y=y_0+\Delta y$, $\dot{x}=\dot{x}_0+\Delta\dot{x}$, $\dot{y}=\dot{y}_0+\Delta\dot{y}$, avec Δx , Δy , $\Delta\dot{x}$, $\Delta\dot{y}$ les variations d'amplitude, faibles devant l'unité. Cette écriture traduit la perturbation de la position d'équilibre.

D'autre part, nous considérons que le palier fonctionne, à sa position d'équilibre, sans « whirling », c'est à dire que les vitesses \dot{x}_0 et \dot{y}_0 sont égales à zéro.

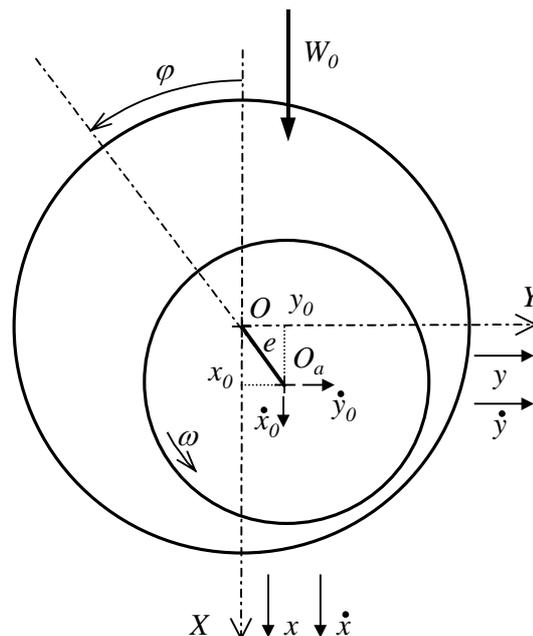


Figure 47 : Configuration du palier pour l'analyse dynamique linéaire

La perturbation des coordonnées du centre de l'arbre modifie le champ des hauteurs dans le palier. Le nouveau champ des hauteurs s'écrit : $H=H_0+\Delta x\cos(\theta)+\Delta y\sin(\theta)$.

De la même façon, le champ des pressions est développé en tenant compte des perturbations de la position du centre de l'arbre. Le développement au premier ordre donne :

$$P = P_0 + \Delta x \frac{\partial P}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial P}{\partial y} + \Delta \dot{x} \frac{\partial P}{\partial \dot{x}} + \Delta \dot{y} \frac{\partial P}{\partial \dot{y}}$$

En substituant les expressions du champ de hauteur et de pression dans l'équation de Reynolds dépendant du temps et en séparant les variables, nous obtenons cinq équations. La première est identique à l'équation de Reynolds en régime permanent.

Les quatre autres, **ANNEXE 4**, nous donnent, après résolution, les termes $\frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial P}{\partial y}$, $\frac{\partial P}{\partial \dot{x}}$, $\frac{\partial P}{\partial \dot{y}}$. L'intégration de ces termes sur l'étendue du palier permet de calculer les huit coefficients dynamiques du palier.

I.1.2. Seconde méthode

La méthode présentée est couramment employée dans la littérature, [10, 13, 14, 44]. Il s'agit de considérer les petits déplacements du rotor au voisinage de sa position d'équilibre. Les variations des composantes de l'action du fluide sur le rotor sont reliés aux composantes de déplacements et de vitesses du centre du rotor.

En se limitant au premier ordre, nous pouvons développer les variations de charge ΔW_x et ΔW_y en série de Taylor et définir les huit coefficients dynamiques :

$$\begin{cases} \Delta W_x = \left(\frac{\partial W_x}{\partial x}\right)x + \left(\frac{\partial W_x}{\partial y}\right)y + \left(\frac{\partial W_x}{\partial \dot{x}}\right)\dot{x} + \left(\frac{\partial W_x}{\partial \dot{y}}\right)\dot{y} \\ \Delta W_y = \left(\frac{\partial W_y}{\partial x}\right)x + \left(\frac{\partial W_y}{\partial y}\right)y + \left(\frac{\partial W_y}{\partial \dot{x}}\right)\dot{x} + \left(\frac{\partial W_y}{\partial \dot{y}}\right)\dot{y} \end{cases}$$

Sous forme matricielle, les composantes s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} \Delta W_x \\ \Delta W_y \end{pmatrix} = -[A_{ij}] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - [B_{ij}] \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$

Les coefficients A_{ij} et B_{ij} correspondent respectivement aux coefficients de raideur et d'amortissement du palier.

Par identification on déduit les coefficients dynamiques :

$$A_{ij} = -\left(\frac{\partial W_j}{\partial x_i}\right), \quad B_{ij} = -\left(\frac{\partial W_j}{\partial \dot{x}_i}\right)$$

Les coefficients de raideur sont donc interprétés comme des variations des composantes de la charge sous l'effet des déplacements de l'arbre. Les coefficients d'amortissement, quant à eux, sont reliés aux variations des composantes de la charge sous l'effet des vitesses de déplacement de l'arbre.

I.1.2.1. Coefficients de raideur

La matrice de raideur définie précédemment vérifie la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \Delta W_x \\ \Delta W_y \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Le centre de l'arbre est déplacé parallèlement aux axes OX et OY de $\pm\Delta X$ et $\pm\Delta Y$. La valeur de ces déplacements est choisie à 10^{-3} en valeur relative par rapport au jeu radial. Cette valeur se retrouve généralement dans la littérature et les résultats obtenus sont satisfaisants. Toutefois nous présenterons une étude de l'influence du choix de la valeur des perturbations sur les termes de la matrice de raideur (discussion au paragraphe I.1.2.3).

Les coefficients de raideur s'écrivent alors en fonction des portances calculées suite aux perturbations selon OX et OY :

$$\begin{aligned} A_{xx} &= - \frac{W_x(\Delta X) - W_x(-\Delta X)}{2\Delta X} \\ A_{xy} &= - \frac{W_x(\Delta Y) - W_x(-\Delta Y)}{2\Delta Y} \\ A_{yx} &= - \frac{W_y(\Delta X) - W_y(-\Delta X)}{2\Delta X} \\ A_{yy} &= - \frac{W_y(\Delta Y) - W_y(-\Delta Y)}{2\Delta Y} \end{aligned}$$

I.1.2.2. Coefficients d'amortissement

La matrice d'amortissement vérifie la relation :

$$\begin{pmatrix} \Delta W_x \\ \Delta W_y \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$

Le principe est similaire à celui appliqué pour le calcul de la matrice de raideur. On impose des vitesses de déplacement au centre de l'arbre, $\pm\Delta\dot{X}, \pm\Delta\dot{Y}$ (repère lié à la charge).

L'introduction de ces fluctuations au niveau des vitesses modifie l'équation de Reynolds. En reprenant l'expression des composantes des vitesses des surfaces, on peut écrire l'équation de Reynolds dépendant du temps de la façon suivante :

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial\theta} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = \Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial\theta} + 2\Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial T}$$

Le principe est de déplacer le centre de l'arbre des valeurs $\pm\Delta X$ et $\pm\Delta Y$ en considérant que ces déplacements ont lieu pendant un temps unitaire. Le calcul du terme $\frac{\partial(PH)}{\partial T}$ fait intervenir les variations du champ de pression et de hauteur en fonction du temps. La variation de hauteur se calcule par la différence du champ de hauteur à l'équilibre et du champ de hauteur après déplacement de l'arbre. Par contre, pour la variation du champ de pression, le calcul s'effectue lors de la résolution de l'équation de Reynolds par le processus itératif de Newton-Raphson, [15].

A chaque itération on calcule la variation de pression dont l'expression est :

$$\Delta P^{(k)} = P^{(k)} - P^{(0)}$$

avec $P^{(k)}$ le champ de pression à la $k^{\text{ième}}$ itération du calcul et $P^{(0)}$ le champ de pression pour la position d'équilibre. Lorsque la valeur ΔP est stabilisée, le calcul itératif est arrêté.

Une fois que les champs de pression correspondant aux perturbations de la vitesse du centre de l'arbre sont obtenus, il est alors possible de calculer les coefficients d'amortissement.

$$B_{xx} = -\frac{W_x(\Delta\dot{X}) - W_x(-\Delta\dot{X})}{2\Delta\dot{X}}$$

$$B_{xy} = -\frac{W_x(\Delta\dot{Y}) - W_x(-\Delta\dot{Y})}{2\Delta\dot{Y}}$$

$$B_{yx} = -\frac{W_y(\Delta\dot{X}) - W_y(-\Delta\dot{X})}{2\Delta\dot{X}}$$

$$B_{yy} = -\frac{W_y(\Delta\dot{Y}) - W_y(-\Delta\dot{Y})}{2\Delta\dot{Y}}$$

I.1.2.3. Influence de la valeur des perturbations

Il s'agit d'évaluer l'influence des valeurs des perturbations ΔX et ΔY sur les résultats du calcul dynamique linéaire, c'est à dire la matrice de raideur, **Tableau 11**.

Les résultats que nous présentons sont relatifs à un palier lisse $L/D=1$, $\varepsilon=0.5$, $\Lambda=1$, charge libre par rapport à la rainure d'alimentation dont l'étendue est de 10° .

Les coefficients de raideur sont sans dimension, $\bar{A}_{i,j} = A_{i,j} \frac{C_0}{P_a R^2}$.

ΔX et ΔY adim	A_{xx} adim	A_{xy} adim	A_{yx} adim	A_{yy} adim
10^{-2}	1.7992	1.4960	-0.8487	1.6288
10^{-3}	1.7992	1.4960	-0.8487	1.6288
10^{-4}	1.7984	1.4958	-0.8491	1.6281
10^{-5}	1.7984	1.4958	-0.8491	1.6281

Tableau 11 : Influence de la valeur des perturbations sur la matrice de raideur

Les coefficients de raideur varient peu en fonction du choix des déplacements ΔX et ΔY . La valeur que nous avons retenue est 10^{-3} . Nous prenons une valeur identique pour la matrice d'amortissement.

I.2. Seuil de stabilité

Le modèle le plus couramment utilisé est celui du rotor rigide symétrique supporté symétriquement par deux paliers identiques, **Figure 48**. L'étude réalisée est identique à celle présentée par Stéphan, [15]. L'avantage de ce modèle réside dans sa simplicité.

Chaque palier supporte la masse M du rotor. Les équations du mouvement du rotor à l'intérieur de chaque palier s'écrivent alors sous forme matricielle :

$$[M] \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + [C] \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + [K] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

où $[M] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$ est la matrice de masse

$[C] = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix}$ est la matrice d'amortissement définie précédemment

$[K] = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{bmatrix}$ est la matrice de raideur définie précédemment

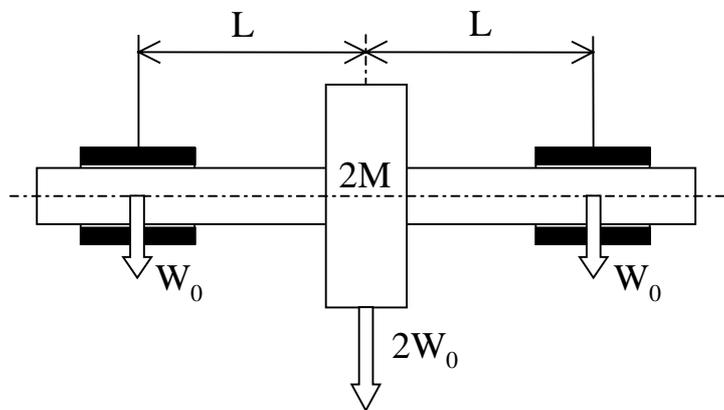


Figure 48 : Schématisation de la configuration de rotor pour l'étude de la stabilité

La solution de cette équation est cherchée sous la forme d'exponentielles imaginaires, [14, 15]. A la limite de la stabilité on peut définir deux équations :

$$M\gamma^2 = \frac{A_{xx}B_{xx} + A_{yy}B_{xx} - A_{xy}B_{yx} - A_{yx}B_{xy}}{B_{xx} + B_{yy}}$$

$$\gamma^2 = \frac{(A_{xx} - M\gamma^2)(A_{yy} - M\gamma^2) - A_{yx}A_{xy}}{B_{xx}B_{yy} - B_{yx}B_{xy}}$$

Ce système d'équations permet de déduire la valeur de la masse M . Cette valeur particulière caractérise la limite de stabilité, elle est alors appelée masse critique du palier et notée M_c .

Une fois la détermination des coefficients dynamiques effectuée (en variables sans dimension), la masse critique est également calculée en variables sans dimension que l'on écrit alors sous la forme :

$$\overline{M} = M \frac{C_0 \omega^2}{W}$$

Dès lors, la connaissance de la valeur de la masse critique permet de calculer la vitesse limite de rotation que l'on note ω_c . Cette valeur constitue une frontière de stabilité. Dans la suite nous la désignerons par les termes de « vitesse limite » ou « vitesse seuil » du palier.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{WM_c}{MC_0}}$$

Si la valeur de γ^2 est négative, le fonctionnement est stable pour toutes valeurs de la masse du rotor. Si la masse critique est négative mais que la valeur de γ^2 est positive, le palier est instable pour toutes valeurs de la masse du rotor.

Il est donc possible d'évaluer si un point de fonctionnement donné est stable ou non. Des cartes de stabilité du palier peuvent être construites à cet effet. De la même façon que pour les paliers hydrodynamiques à fluides incompressibles, [14], on peut tracer les courbes de stabilité donnant la masse critique en fonction du nombre de Sommerfeld ; ce qui équivaut à tracer la vitesse limite du palier en fonction de l'inverse de la masse du rotor.

Toutefois pour les paliers à gaz un paramètre supplémentaire doit être pris en compte, le nombre de compressibilité, [15]. Dans les études que nous présenterons dans la suite, nous avons choisi une approche particulière. Pour une masse de rotor donnée et une charge statique correspondant au poids du rotor, nous recherchons la valeur limite de la vitesse de rotation que le palier peut supporter. Ainsi, pour une géométrie donnée nous obtenons directement la carte de stabilité interprétable avec les paramètres réels du rotor.

I.3. Excitations extérieures

Le modèle utilisé reprend ce qui a été présenté précédemment. Le système d'équations du mouvement du rotor est alors modifié pour prendre en compte des excitations extérieures :

$$[M] \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + [C] \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + [K] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{ext/x} \\ F_{ext/y} \end{pmatrix}$$

où $\begin{pmatrix} F_{ext/x} \\ F_{ext/y} \end{pmatrix}$ est le vecteur des forces extérieures appliquées au rotor.

Les forces dynamiques extérieures peuvent être dues à :

- un balourd résiduel sur le rotor,
- des forces dynamiques périodiques.

La résolution du système d'équations du mouvement, [46], permet alors d'obtenir la trajectoire du rotor dans les paliers.

Nous développons, dans le chapitre suivant, la modélisation non linéaire du comportement dynamique des paliers aérodynamiques radiaux. Nous montrerons en comparant les résultats des deux modélisations que l'on peut mettre en évidence certaines différences dues à la non linéarités des paliers à air.

Chapitre II. MODÉLISATION NON LINÉAIRE

Des travaux précédents sur les paliers hydrodynamiques radiaux, [6, 7, 13], ont montré qu'il est des cas où l'analyse linéaire du comportement dynamique n'est pas suffisante ; en particulier lorsque les charges deviennent trop importantes ou lorsque le palier fonctionne dans une zone instable. D'autre part, le fonctionnement des paliers à air peut présenter certaines non-linéarités, [3], qu'il convient d'étudier avec une approche adaptée.

Ainsi, nous présentons la mise en place de la modélisation non linéaire du comportement dynamique des paliers aérodynamiques radiaux pour ensuite la comparer avec l'analyse linéaire.

II.1. Mise en équations

II.1.1. Hypothèses et équations

Dans de nombreuses applications industrielles, la charge extérieure qui agit sur l'arbre résulte de la superposition du poids, de l'effet du balourd et de charges dynamiques quelconques. En conséquence, la direction et le module de la force appliquée au palier ne sont pas constants et donc l'arbre décrit une trajectoire à l'intérieur du stator. La détermination de cette trajectoire nécessite la résolution des équations de la dynamique, donc la connaissance de l'action aérodynamique dans le film. La principale difficulté provient du fait que les forces générées par le palier dépendent de la position inconnue de l'arbre dans le coussinet et des vitesses des surfaces qui prennent en compte la vitesse inconnue du centre de l'arbre.

Comme précédemment, la ligne d'arbre est assimilée à un rotor rigide symétrique supporté de façon symétrique par deux paliers identiques, **Figure 48**. A chaque palier est attribuée une masse M du rotor, une charge statique W_0 , une charge dynamique cyclique $W_d(t)$ de pulsation γ quelconque et une excitation synchrone due à un balourd caractérisé par son excentricité e_b , **Figure 49**.

L'application du principe fondamental de la dynamique conduit à :

$$\begin{cases} M \ddot{x} = W_0 + Me_b \omega^2 \cos(\omega t) + F_x + W_{d,x}(t) \\ M \ddot{y} = Me_b \omega^2 \sin(\omega t) + F_y + W_{d,y}(t) \end{cases}$$

Avec x et y , les coordonnées du centre de l'arbre : $\overrightarrow{OO_a} = x.\overrightarrow{X} + y.\overrightarrow{Y}$ et F_x, F_y , les composantes de l'action aérodynamique calculées à partir du champ de pression obtenu par intégration de l'équation de Reynolds écrite en régime instationnaire :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = \Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial \theta} \right) + 2\Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial T} \right) \text{ où } T=t\omega$$

L'excitation dynamique cyclique $W_d(t)$ (décomposée en $W_{d,x}(t)$ et $W_{d,y}(t)$) sera prise de type « sinus », $W_d(t) = W_d \sin(\gamma_d \omega t)$.

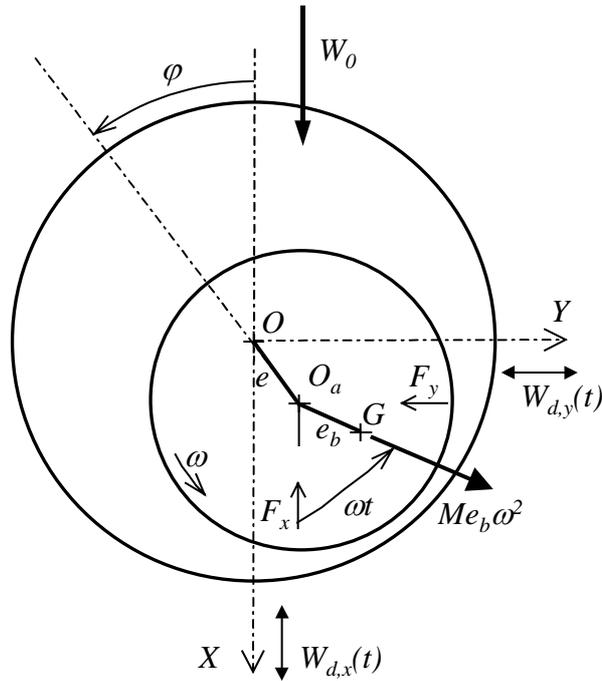


Figure 49 : Palier soumis à des charges dynamiques

Le système d'équations de la dynamique est également rendu sans dimension afin de permettre, notamment, une plus grande précision des calculs. L'adimensionnement des équations s'opère sur trois grandeurs de base :

- les forces, $\bar{F} = \frac{F}{p_a R^2}$
- les coordonnées, $\bar{X} = \frac{x}{C_0}$
- le temps, $T = \omega t$

De fait, les accélérations sans dimension s'écrivent : $\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2(\bar{X} C_0)}{d(T \omega^{-1})^2} = C_0 \omega^2 \frac{d^2 \bar{X}}{dT^2}$

En posant $\bar{M} = \frac{M C_0 \omega^2}{p_a R^2}$, la masse sans dimension et $\varepsilon_b = \frac{e_b}{C_0}$, l'excentration de balourd sans dimension, on obtient après calculs :

$$\begin{cases} \bar{M} \bar{X}'' = \bar{W}_0 + \bar{M} \varepsilon_b \cos(T) + \bar{F}_x + \bar{W}_{d,x} \sin(\gamma_d T) \\ \bar{M} \bar{Y}'' = \bar{M} \varepsilon_b \sin(T) + \bar{F}_y + \bar{W}_{d,y} \sin(\gamma_d T) \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations différentielles permet d'obtenir la trajectoire du centre de l'arbre à l'intérieur du coussinet.

II.1.2. Résolution du système

Le processus de résolution est le suivant :

- à l'instant t , pour une position $X(t)$, $Y(t)$ et des vitesses $V_x(t)$, $V_y(t)$ du centre de l'arbre, on résout l'équation de Reynolds en instationnaire et par intégration du champ de pression, on obtient F_x et F_y ,
- le système d'équations de la dynamique nous permet de calculer les accélérations $A_x(t)$, $A_y(t)$,
- la position à l'instant $t+dt$ est définie par : $\{X\}(t+dt) = \{X\}(t) + dt\{V\}(t) + \frac{dt^2}{2}\{A\}(t)$
- cette nouvelle position nous permet de calculer les nouvelles composantes de l'action hydrodynamique F_x et F_y qui nous donnent $\{A\}(t+dt)$. La vitesse à l'instant $t+dt$ est alors déduite par l'approximation : $\{V\}(t+dt) = \{V\}(t) + dt\left(\frac{\{A\}(t) + \{A\}(t+dt)}{2}\right)$

Ce schéma, dit de Verlet, est préféré à un algorithme de type Euler pour des raisons de précision de calculs. Le processus est itéré jusqu'à la stabilisation de l'orbite du centre du rotor.

En ce qui concerne la résolution de l'équation de Reynolds en instationnaire, la méthode employée est différente du régime permanent car nous devons prendre en compte le terme dépendant du temps. En plus de la discrétisation spatiale nous faisons donc une discrétisation temporelle de l'équation.

L'obtention de $P(i,j)$ à l'instant $t+dt$ se fait par une méthode de Newton – Raphson proche de celle présentée dans le chapitre traitant du régime statique. En effet, la fonction F et les termes diagonaux de la matrice Jacobienne sont modifiés de façon à prendre en compte le caractère instationnaire de l'équation, **ANNEXE 5**.

Nous avons choisi d'utiliser une méthode de calcul implicite du champ de pression afin de limiter les temps de calcul. En effet, nous avons testé la méthode explicite mais elle nécessite des pas de temps 1000 fois plus petit que l'implicite afin d'assurer la stabilité numérique. Ainsi, même si la résolution de l'équation de Reynolds en implicite demande un temps de calcul légèrement plus long, le pas de temps étant plus faible, il permet de faire un important gain de temps au total.

Le tableau suivant montre la comparaison des temps de calcul pour les deux types de méthodes. Les paramètres temporels sont identiques pour les deux configurations :

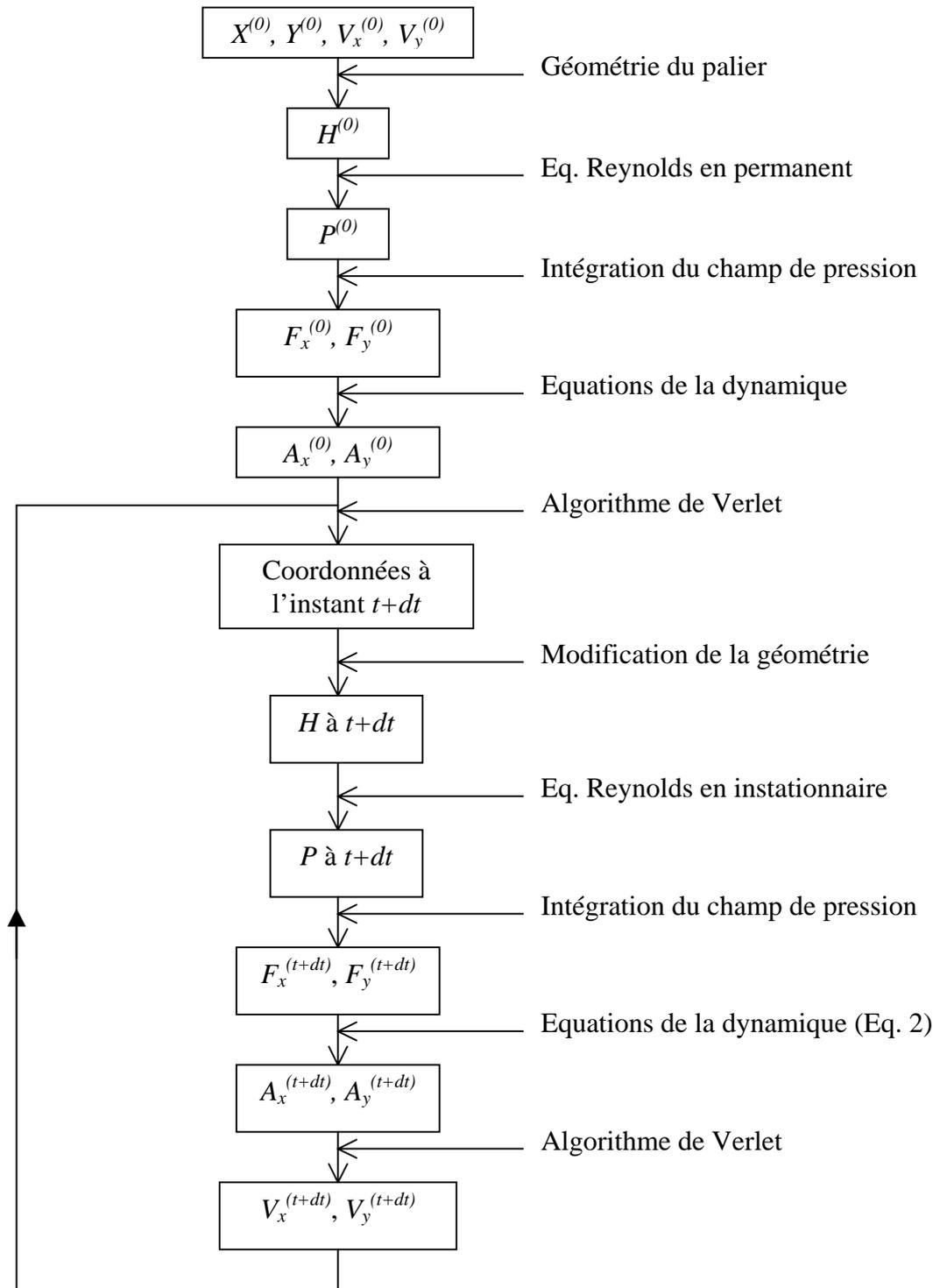
- temps d'observation : 10 ms,
- vitesse de rotation du rotor : 20000 tr/min.

Temps de calcul Méthode implicite	Temps de calcul Méthode explicite	Variation relative
77 s	772 s	903 %

Les temps de calcul présentés démontrent sans aucune équivoque la supériorité de la méthode implicite sur l'explicite pour notre cas. En effet, la réduction des temps de calcul s'opère d'un facteur proche de 10.

Schéma de résolution :

La résolution globale du système d'équations de la dynamique est obtenue par le processus itératif décrit ci-après.



La convergence est obtenue lorsque la trajectoire du rotor est stabilisée sur une orbite. Etant donnée la nature périodique du mouvement, le test d'arrêt des itérations est :

$$\sqrt{\left[\frac{X(t) - X(t+T)}{X(t)}\right]^2 + \left[\frac{Y(t) - Y(t+T)}{Y(t)}\right]^2} \leq \text{Tolérance}$$

Avec T la période du mouvement.

Remarque sur le pas de temps :

Etant donné que le schéma de résolution du système d'équations de la dynamique est explicite, une attention particulière est à apporter au choix du pas de temps. Ce dernier est choisi en divisant la période de rotation en succession d'instantes dont la durée est :

$$dt = \frac{T(\text{période.de.rotation})}{\text{Facteur}} \text{ ou } dT = \frac{2\pi}{\text{Facteur}} \text{ en variable sans dimension.}$$

La valeur du 'Facteur' pour obtenir la stabilité du schéma numérique est fonction de la nature du problème étudié. De façon générale cette valeur est comprise entre 20 et 50. Il n'existe pas de façon de prévoir cette valeur a priori. Cependant on peut s'assurer de la validité du résultat obtenu par le biais de certains « indicateurs », [6] :

- la hauteur minimale de film d'air : si au cours du calcul, la hauteur minimale de film d'air dans le palier est inférieure à une limite prédéfinie, le calcul est arrêté car l'arbre est alors sur le point d'entrer en contact avec le coussinet. Ceci peut être dû à une erreur de calcul causée généralement par une valeur trop élevée du pas de temps dT . Il peut également arriver que cette hauteur minimale limite soit atteinte parce que les conditions de chargement du palier sont trop sévères.
- la position du centre de l'orbite : en règle générale, la position du centre de l'orbite du rotor est très proche de celle calculée en régime statique. Une surestimation du pas de temps peut se manifester par une excentration correcte du centre de l'orbite mais un angle de calage différent de celui calculé en régime statique.
- la variation de la pression maximale : lorsque le pas de temps est trop grand il peut arriver que l'on obtienne des variations importantes de la pression maximale lors d'une rotation du centre du rotor sur son orbite apparemment stabilisée. En effet, l'orbite obtenue n'est pas le résultat d'une stabilisation de la trajectoire mais est provoquée par l'amortissement du film d'air.

En conclusion, deux cas peuvent se produire :

- *l'orbite est fermée*, il faut donc vérifier que sa position soit cohérente avec celle calculée en régime permanent et que la pression maximale ne varie pas de façon discontinue,
- *l'orbite est divergente* et « il y a contact », il est nécessaire de procéder à un nouveau calcul avec un pas de temps plus faible. La comparaison des orbites permettra d'apprécier la validité des résultats.

II.1.3. Validation du modèle non linéaire

Afin d'apprécier la validité du code de calcul développé, nous avons étudié le cas d'un rotor parfaitement équilibré.

La géométrie de palier utilisée pour toute notre étude est à 3 lobes asymétriques totalement convergents d'étendue 119° , $L/D=1$, $m=0.6$, $\bar{S} = 1$, $\Lambda=1.77$.

Le premier cas test étudié est celui d'un rotor uniquement soumis à son poids ($\bar{W}_0 = 0.24$). En théorie, la position du centre du rotor doit être identique à celle calculée en régime statique.

La trajectoire du centre du rotor converge et se réduit progressivement à un point. Nous pouvons observer que ce point correspond à la position d'équilibre statique calculée avec le code de calcul en régime statique (**Figure 50**).

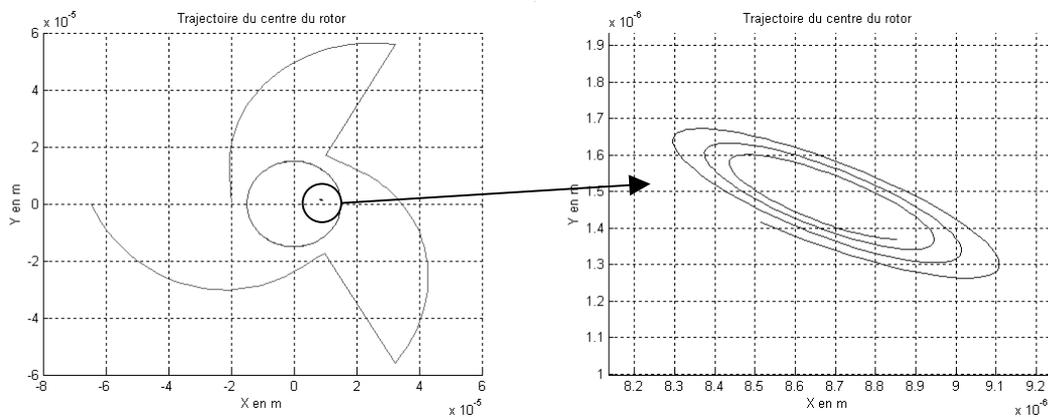


Figure 50 : Convergence vers la position statique

Le centre de l'orbite correspond à $\varepsilon=0.4617$ et $\varphi=14.25^\circ$ par rapport à la première rainure d'alimentation. Le calcul en régime statique donne $\varepsilon=0.4616$ et un angle de calage identique.

La correspondance des deux excentrations nous permet de valider notre programme de calcul.

Le deuxième cas test que nous avons imaginé est celui d'un palier non chargé (géométrie identique au cas précédent). C'est à dire que la charge statique W_0 appliquée au rotor est nulle. C'est le cas notamment pour le guidage radial des rotors verticaux.

La charge statique étant nulle, le centre de l'orbite doit être le point de coordonnées (0,0) dans le repère du palier. D'autre part, comme l'excentration de balourd est nulle, l'orbite doit converger vers un point.

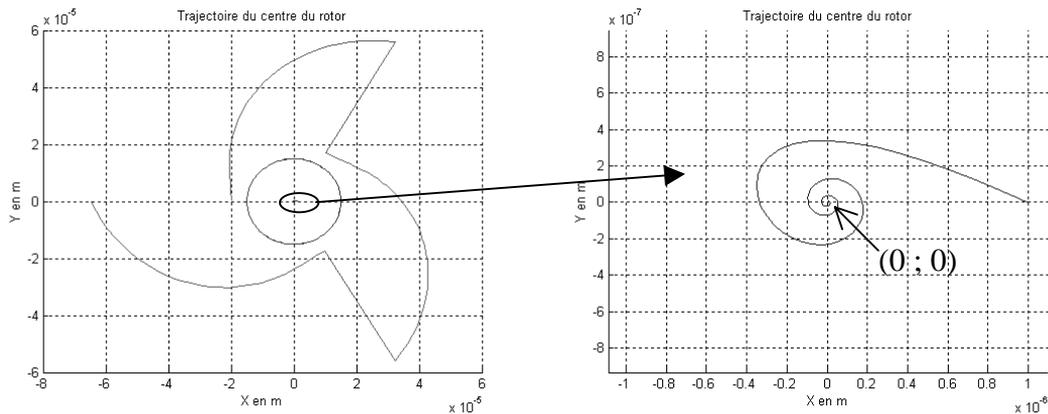


Figure 51 : Convergence vers le point (0 ; 0)

La **Figure 51** confirme nos suppositions et nous offre un autre gage de validité pour notre programme.

Ainsi, nous avons pu juger la validité du calcul dynamique non linéaire de part sa cohérence avec le calcul statique lui-même validé par comparaison avec la littérature.

Dans ce qui suit nous présentons rapidement les tendances de base que l'on peut observer à l'aide de ce modèle dynamique non linéaire en termes de :

- stabilité de fonctionnement,
- réponse à une excitation de type balourd,
- réponse à une excitation fixe dans l'espace de type $F \sin(\omega t)$

II.2. Seuil de stabilité

L'analyse dynamique non linéaire permet de déterminer la stabilité d'un point de fonctionnement. Pour cela, le système étudié doit être « livré à lui-même », c'est à dire qu'il ne doit pas être soumis à des excitations extérieures.

Dans notre cas cela revient à annuler l'excentration de balourd et les efforts périodiques de type sinus.

Cette approche a l'avantage, par rapport à une étude linéaire, de pouvoir nous renseigner sur la forme de la trajectoire ainsi que sur les efforts transmis au palier.

Trois conditions de fonctionnement peuvent être rencontrées :

- *le point de fonctionnement est stable*, le centre de l'arbre tend vers la position d'équilibre statique (**Figure 52**)
- *le point de fonctionnement est proche de la frontière de stabilité*, la trajectoire du centre de l'arbre en régime établi est une orbite de faible amplitude (**Figure 53**)
- *le point de fonctionnement est instable*, la trajectoire est divergente (**Figure 54**).

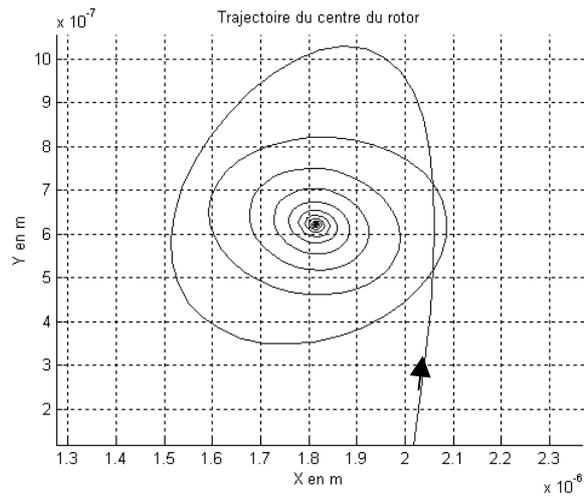


Figure 52 : Fonctionnement stable

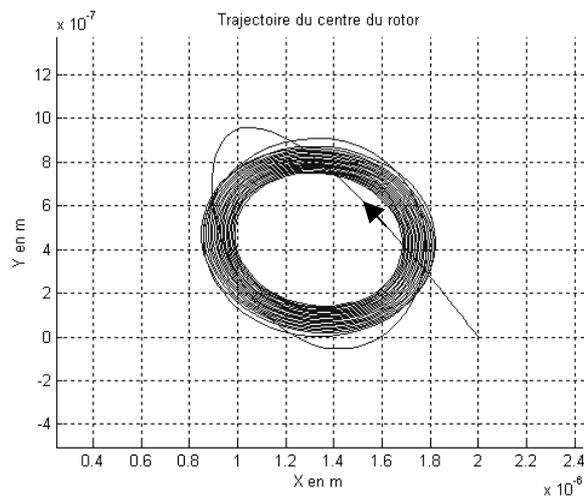


Figure 53 : Fonctionnement à la limite de la stabilité

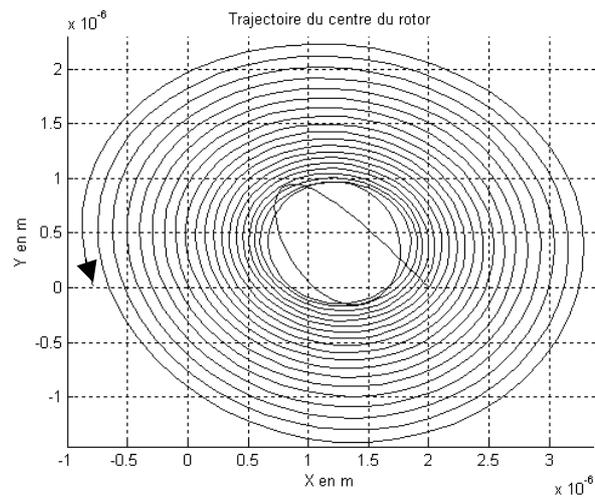
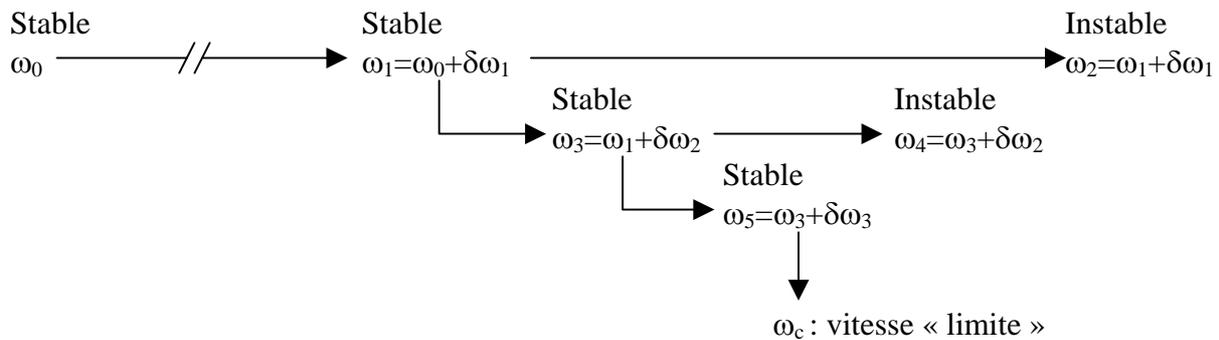


Figure 54 : Fonctionnement instable

A l'aide de ce type de modélisation, il est possible de tracer la carte de stabilité de fonctionnement du palier. Il suffit d'effectuer un balayage en vitesse de rotation pour plusieurs masses de rotor (la charge appliquée au palier étant proportionnelle à la masse du rotor).

La construction des cartes de stabilité s'effectue automatiquement à l'aide d'un algorithme à trois pas de vitesse (grossier, $\delta\omega_1$; moyen, $\delta\omega_2$ et fin, $\delta\omega_3$). A titre d'exemple, on peut avoir :



Afin de montrer les bonnes tendances obtenues par notre étude, nous avons représenté la courbe donnant la masse critique sans dimension en fonction du nombre de Sommerfeld (Figure 55).

La masse critique sans dimension est donnée par : $\overline{M}_c = \frac{MC_0\omega_c^2}{p_a R^2}$

Et le nombre de Sommerfeld est : $S = \frac{\mu L \omega R}{\pi W} \left(\frac{R}{C} \right)^2$

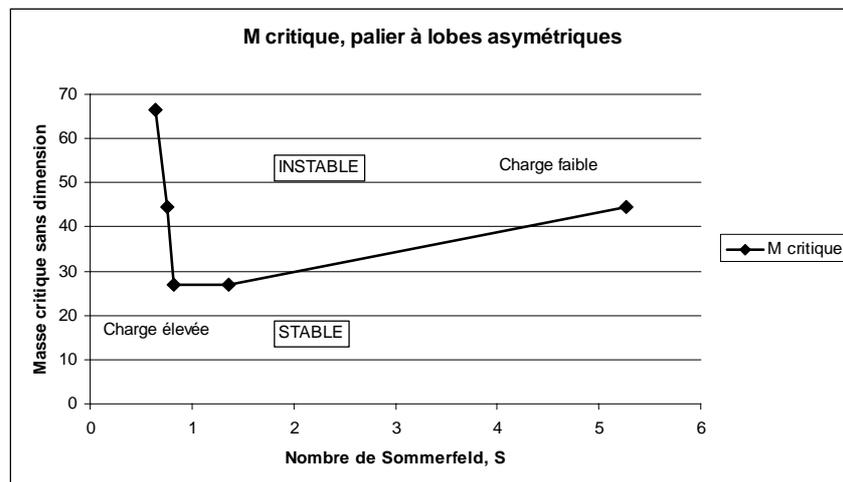


Figure 55 : Tendence de la masse critique

Cette courbe nous permet de confirmer que plus le palier est chargé et plus la vitesse limite est grande. Pour les très fortes charges on peut atteindre, en théorie, un niveau de stabilité infini.

Nous retrouvons donc les tendances connues dans ce domaine, [6, 13, 14, 15, 36, 45].

II.3. Excitations extérieures

Nous profitons des nombreux travaux que nous avons effectués avec le modèle non linéaire pour présenter les tendances principales que l'on retrouve pour les deux grandes familles d'excitation dynamique extérieure :

- réponse à une excitation de balourd,
- réponse à une excitation fixe dans l'espace de type $F\sin(\omega t)$.

II.3.1. Réponse à une excitation de balourd

L'objectif est de montrer les phénomènes de base relatifs à l'orbite décrite par le centre de l'arbre :

- variation de la position de l'orbite avec la masse appliquée à vitesse constante, **Figure 56**,
- variation de la position de l'orbite avec la vitesse de rotation à masse de rotor constante, **Figure 57**,
- variation de la taille de l'orbite avec la valeur de l'excentricité de balourd à masse et vitesse constantes, **Figure 58**,

Les paliers sont rigides à 3 lobes asymétriques totalement convergents d'étendue 119° , $L/D=1$, $C_0=20\mu\text{m}$, $m=0.6$, première rainure à 180° de l'axe X.

Le rotor a les caractéristiques suivantes, sauf mention contraire dans le texte :

- $M=5\text{kg}$, charge statique $W_0=10M$,
- $\omega=30000$ tr/min,
- $e_b=1\mu\text{m}$.

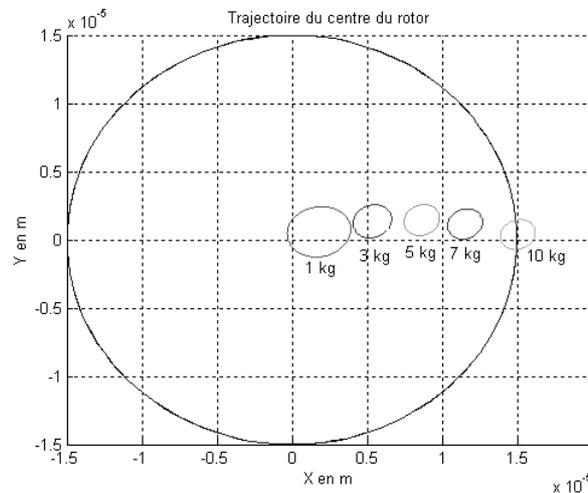


Figure 56 : Influence de la masse du rotor

On retrouve classiquement qu'à vitesse constante plus la charge statique (ici équivalente au poids du rotor) augmente et plus l'arbre est excentré dans le palier, **Figure 56**.

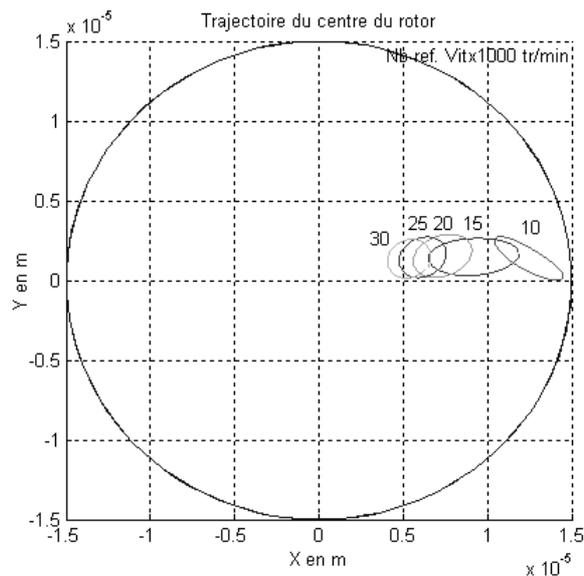


Figure 57 : Influence de la vitesse de rotation

De même, lorsque la charge appliquée au palier est fixe et que l'on augmente la vitesse de rotation, l'excentricité de l'arbre diminue, l'arbre a tendance à se recentrer, **Figure 57**.

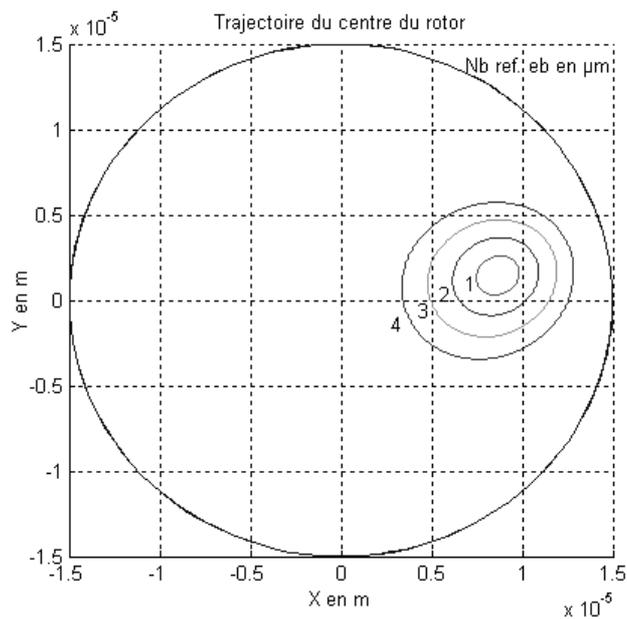


Figure 58 : Influence de l'excentricité de balourd

Enfin, lorsque la quantité de balourd agissant sur l'arbre augmente, la taille de l'orbite augmente. De plus, la position du centre de l'orbite a tendance à se rapprocher du centre du palier, **Figure 58**. L'orbite a tendance à se déformer par rapport à la position d'équilibre statique. Ceci peut caractériser une non linéarité de fonctionnement du palier.

II.3.2. Réponse à une excitation extérieure de type sinus

Le profil de palier servant de base à cette étude a les caractéristiques sans dimension suivantes :

L/D	0.667
Nombre de secteurs	3
Etendue des secteurs, °	110
Jeu radial, μm	50
Souplesse du bord fixe adim.	0.2
Souplesse du bord libre adim.	0.6

Nous nous sommes intéressés à l'influence des paramètres de l'excitation dynamique sur le comportement du palier à air :

- amplitude de l'effort d'excitation,
- direction de l'effort d'excitation,

Il apparaît que certaines configurations de calcul nécessitent un pas de temps faible pour converger. Par défaut, nous utilisons 20 points de discrétisations par tour. Lorsque la convergence du calcul n'est pas assurée nous passons à 50 voire 100 points par tour. D'autre part, la tolérance sur l'obtention de l'orbite est réglée par défaut à 10^{-3} mais peut être réduite jusqu'à 10^{-5} .

Dans toutes les simulations que nous avons effectuées, la charge statique sans dimension, \overline{W}_0 est de 0.667 et la masse du rotor est égale à $W_0/10$. La vitesse de rotation est équivalente à $\Lambda=0.4$ et le facteur de fréquence d'excitation γ_d est égal à 1. L'amplitude de l'excitation de type sinus rapportée à la valeur de la charge statique est $\{0.1 ; 0.2 ; 0.3 ; 0.4\}$. Nous avons étudié la réponse du palier à des sollicitations dans la direction X (même direction que le poids du rotor), dans la direction Y et des sollicitations composées, c'est à dire selon les deux directions à la fois.

La **Figure 59** présente les orbites obtenues pour plusieurs valeurs de l'amplitude de la sollicitation selon l'axe X. On peut remarquer que les orbites sont très allongées ; elles sont comparables à des ellipses dont le petit axe est quasiment nul et le grand axe est très faiblement incliné par rapport à la direction X. Logiquement, plus l'amplitude de la sollicitation est grande et plus l'orbite est allongée dans la direction X.

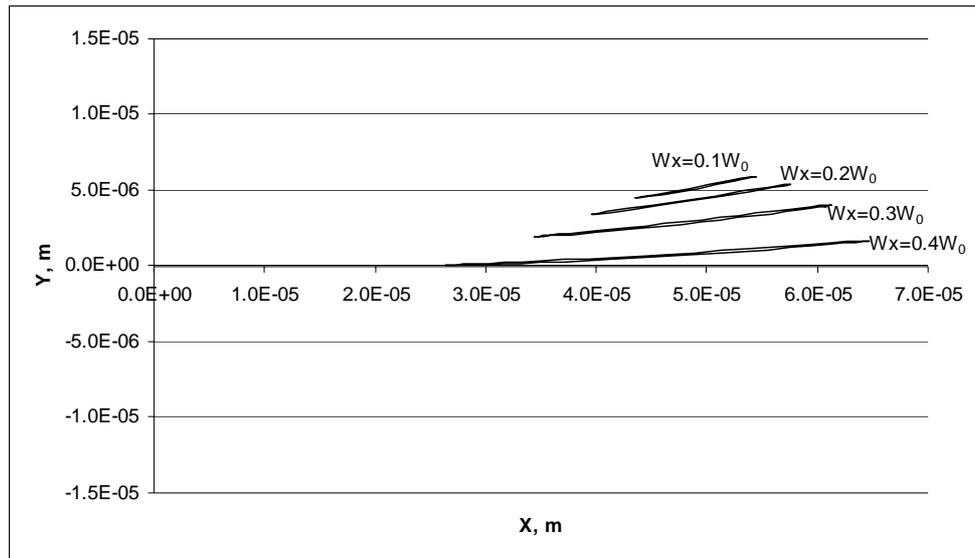


Figure 59 : Influence de l'amplitude de l'excitation selon la direction X

En revanche, lorsque la sollicitation est dirigée selon l'axe Y, les orbites sont plus allongées dans cette direction, **Figure 60**. On note toutefois que l'amplitude selon X (influence du poids) augmente légèrement avec la valeur de l'amplitude de la sollicitation.

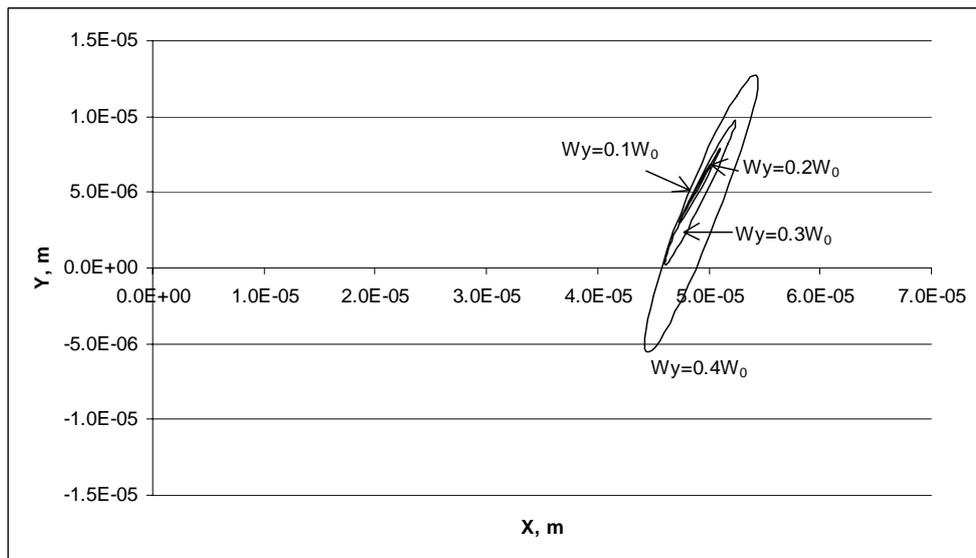


Figure 60 : Influence de l'amplitude de l'excitation selon la direction Y

Sous l'action d'une sollicitation combinée d'amplitudes identiques selon les directions X et Y, les orbites présentent des caractéristiques particulières, **Figure 61**. On obtient des orbites elliptiques allongées dans les deux directions. On retrouve toujours l'influence de la charge statique sur la forme des orbites, et donc une amplitude plus grande selon l'axe X.

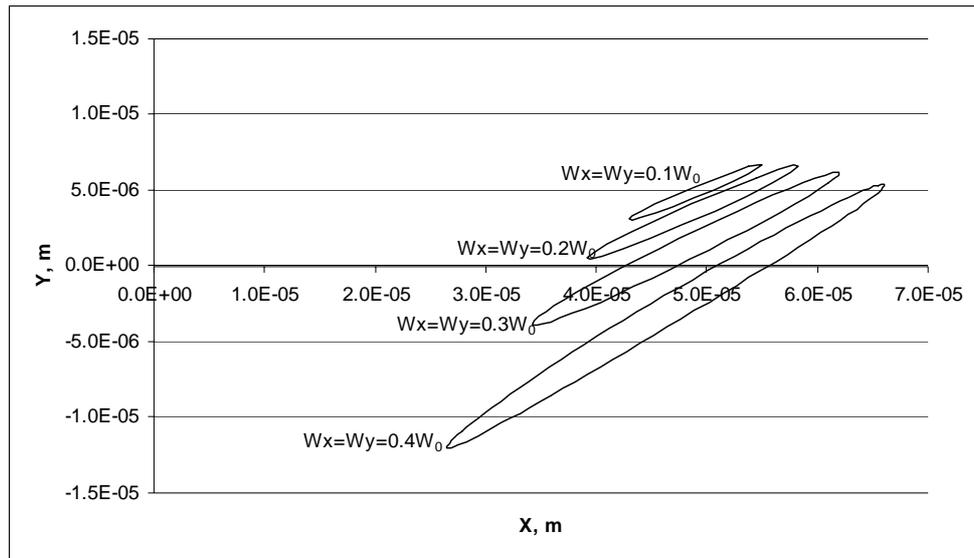


Figure 61 : Influence de l'amplitude de l'excitation selon les directions X et Y

Nous venons de présenter la mise en équations de la méthode non linéaire pour le calcul dynamique des paliers aérodynamiques radiaux. Les principales tendances que l'on peut obtenir à l'aide de ce type de calcul ont été abordées.

Il sera intéressant d'étudier l'influence du facteur de fréquence d'excitation γ_d sur le comportement du système.

Nous allons maintenant effectuer la comparaison des modélisations linéaire et non linéaire que nous venons de décrire. L'objectif est d'arriver à identifier une méthode fiable pour le calcul du comportement dynamique des paliers à air, notamment par rapport aux phénomènes non linéaires qui peuvent caractériser leur fonctionnement.

Chapitre III. COMPARAISON DES MÉTHODES LINÉAIRE ET NON LINÉAIRE

Nous venons de voir que deux méthodes de calcul permettent de s'intéresser au comportement dynamique des paliers aérodynamiques. Il apparaît intéressant de faire leur comparaison pour essayer de comprendre leurs éventuelles différences.

L'étude du seuil de stabilité et de la réponse à un balourd des paliers rigides confirmera l'existence de ces différences et montrera que le domaine de validité de la méthode linéaire est restreint.

Ainsi, nous serons amenés par la suite à étudier le seuil de stabilité des paliers déformables par la méthode non linéaire. L'observation d'un niveau inférieur au profil rigide selon le niveau de chargement, allant à l'encontre des résultats expérimentaux de la littérature, [8], a motivé la mise en place d'un modèle prenant en compte de l'amortissement structural dans le calcul dynamique non linéaire des paliers.

III.1. Seuil de stabilité des paliers rigides

La prédiction du seuil de stabilité d'un palier radial est importante pour appréhender le comportement dynamique de la ligne d'arbre dans laquelle il vient s'intégrer. Deux méthodes de calcul existent pour déterminer la vitesse limite d'un palier : dynamique linéaire et non linéaire.

Selon les éléments disponibles dans la littérature, [3, 30], ces deux méthodes présentent deux domaines de fonctionnement des paliers, caractérisés par l'excentricité de l'arbre. Le premier domaine, à faible excentricité, montre une bonne cohérence des deux méthodes, le phénomène régissant le comportement dynamique du palier est qualifié de linéaire. Pour le second, des différences apparaissent et l'on parle alors de non linéarité de fonctionnement du palier.

Toutefois les travaux réalisés dans le domaine sont relativement peu nombreux et aucun ne semble totalement dédié à l'étude de l'origine des différences entre les domaines linéaire et non linéaire. Notre travail s'est donc basé sur les hypothèses formulées dans la littérature pour essayer d'expliquer les origines des différences entre les deux domaines de fonctionnement.

Il s'agit d'étudier la valeur de la vitesse seuil (à laquelle l'instabilité apparaît) d'un palier en fonction de la charge statique appliquée. Tous les résultats présentés seront sans dimension.

Tous les profils de paliers étudiés sont à trois lobes asymétriques totalement convergents, les rainures sont toutes identiques et ont une étendue de 10° . Plusieurs rapports L/D sont étudiés, 0.75, 1 et 1.25. Le jeu radial d'assemblage est toujours égal à $50\mu\text{m}$ et le jeu radial d'usinage varie pour accroître ou diminuer l'asymétrie des lobes. La gamme de précharges géométriques sans dimension, m , est $\{0., 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$.

La charge sans dimension correspond ici à $W/(p_aLD)$ avec :

- W , la charge réelle,
- p_a , la pression ambiante,
- L , la longueur du palier,
- D , le diamètre du rotor dans le palier.

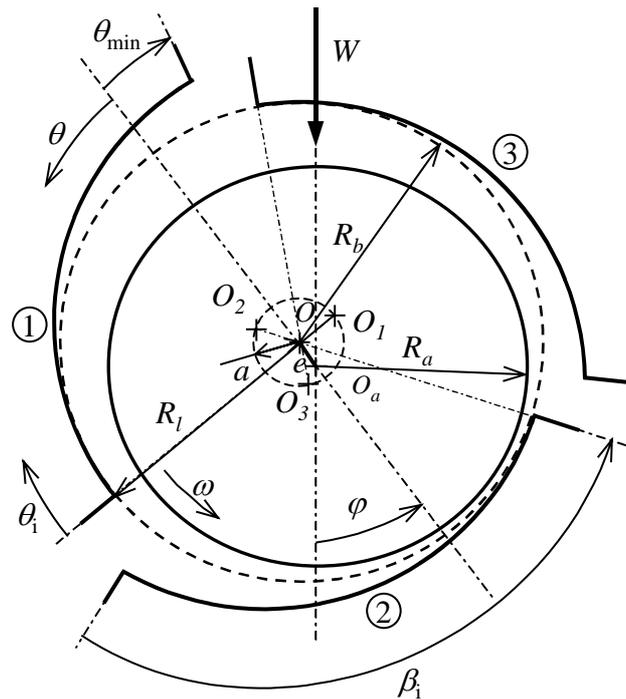


Figure 62 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques totalement convergents

Le comportement du profil lisse ($m=0$) est également étudié car il constitue un cas particulier, limite des profils asymétriques. Nous verrons qu'il présente une spécificité tout à fait intéressante.

Rappelons que la configuration de chargement est toujours telle que la première rainure d'alimentation soit alignée avec la direction de la charge.

Les deux méthodes de calcul dynamique ont été appliquées pour déterminer l'évolution de la vitesse limite (ω_c) en fonction de la charge statique (W_0) soutenue pour chacun des profils. Dans le cas du profil dit « lisse » ($m=0$), nous avons également relevé la valeur de l'excentricité relative ε pour chaque couplet (W_0, ω_c).

Les résultats obtenus montrent une forte dépendance vis à vis de la précharge géométrique. Le cas du palier lisse présente un comportement très différent des autres profils préchargés.

Nous distinguerons donc les cas suivants :

- paliers lisses, $m=0$,
- paliers faiblement préchargés, $m=0.1 ; 0.2$,
- paliers moyennement préchargés, $m=0.3 ; 0.4 ; 0.5$,

Etant donné la nature des phénomènes, nous avons choisi de présenter les tendances obtenues en commençant par les paliers les plus préchargés pour amener ensuite la réflexion sur les paliers lisses dont le comportement est plus complexe.

III.1.1. Paliers moyennement préchargés

De manière générale, dans le cas des paliers moyennement préchargés, et pour le domaine de charge considéré, il semble que les deux méthodes soient parfaitement cohérentes pour des précharges supérieures à 0.4.

En effet, comme le montrent les **Figure 63** et **Figure 64**, les courbes de variation du nombre de compressibilité limite (calculé par rapport au jeu d'usinage) en fonction de la charge statique sans dimension sont superposées. Les courbes pour $m=0.3$ sont toutefois légèrement décalées pour $L=D$, par contre, elles ne présentent pas la même pente lorsque $L/D=1.25$.

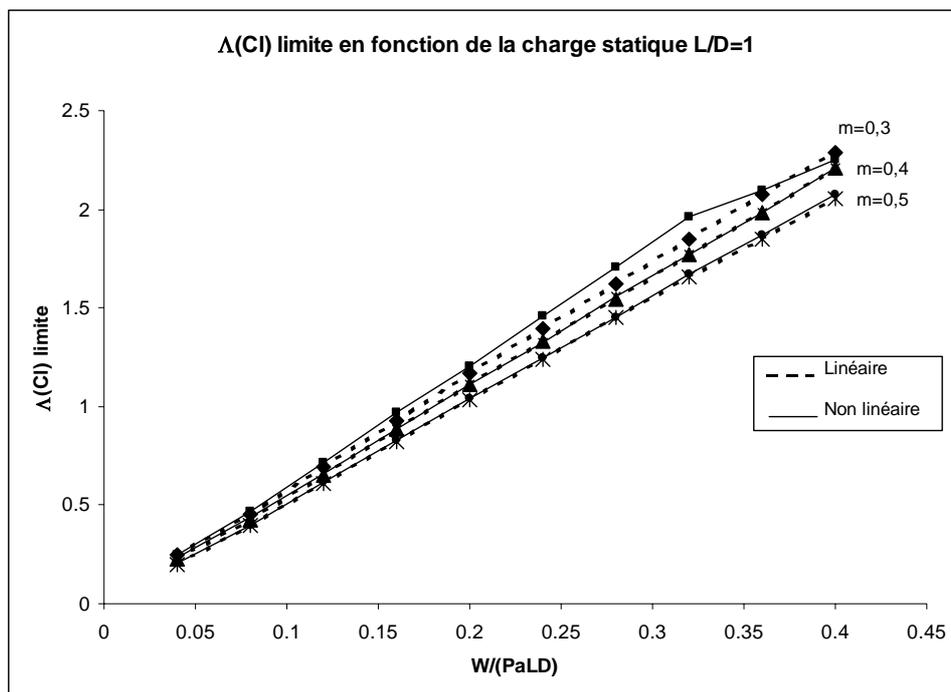


Figure 63 : Evolution de Δ(CI) limite en fonction de la charge statique sans dimension, L=D, paliers moyennement préchargés

Il semble donc que pour des précharges géométriques supérieures ou égales à 0.4 les deux méthodes donnent des résultats identiques dans la gamme de valeurs de charges et de vitesses étudiées. Pour la précharge $m=0.3$ les valeurs de nombre de compressibilité critique calculées avec la méthode non linéaire sont légèrement supérieures à celle de la méthode linéaire. La courbe semble toutefois pouvoir être assimilée à une droite.

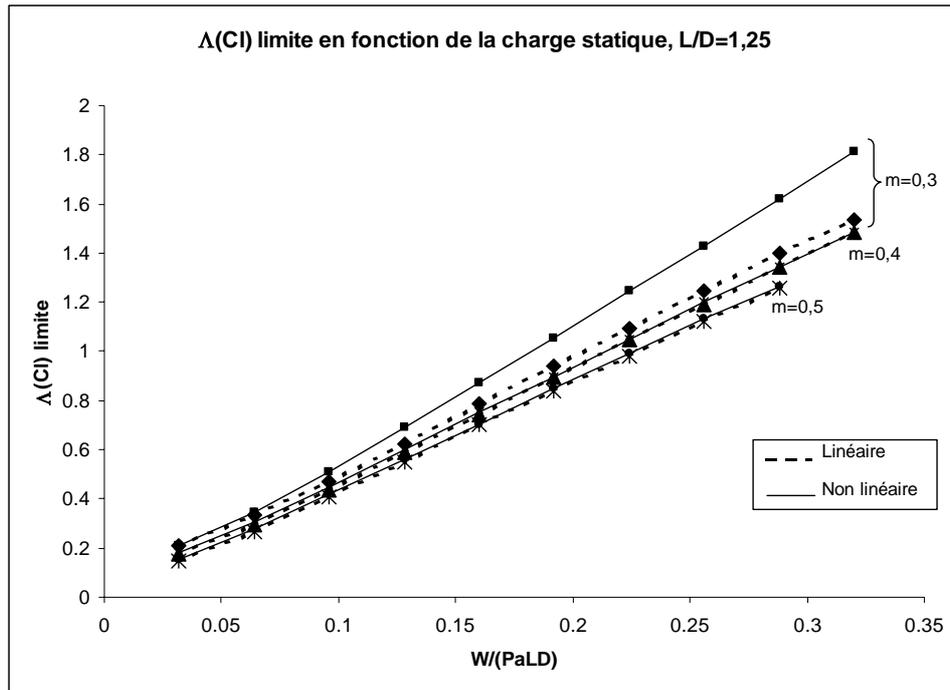


Figure 64 : Evolution de $\Delta(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L/D = 1.25$, paliers moyennement préchargés

III.1.2. Paliers faiblement préchargés

Dès que la précharge diminue les deux méthodes présentent des différences de résultats, **Figure 65** et **Figure 66**. Les courbes de résultats fournies par la méthode non linéaire ne sont plus des droites. De plus, si pour des charges statiques faibles ou modérées les nombres de compressibilités limites sont plus élevés avec le calcul non linéaire, cela n'est plus vérifié dès que les charges deviennent élevées.

On observe donc deux domaines de fonctionnement :

- pour les faibles et moyennes charges, la méthode non linéaire fournit des valeurs supérieures à celles trouvées avec la méthode linéaire,
- pour les charges élevées, les courbes « se croisent », la méthode non linéaire fournit des valeurs inférieures à celles trouvées avec la méthode linéaire.

De plus, ce phénomène est d'autant plus marqué que la précharge et le rapport L/D sont faibles.

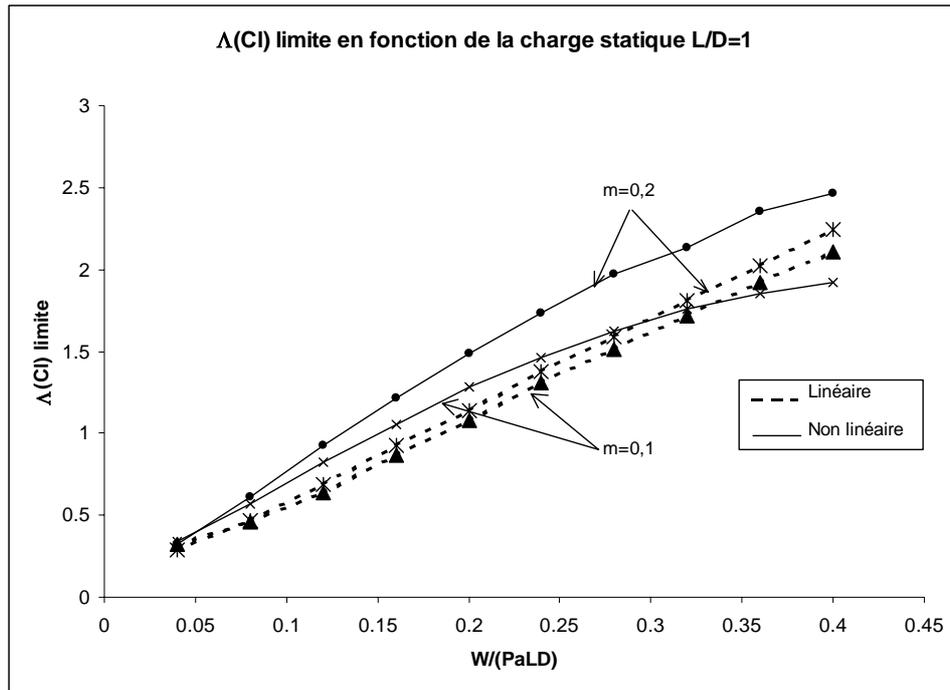


Figure 65 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L/D=1$, paliers faiblement préchargés

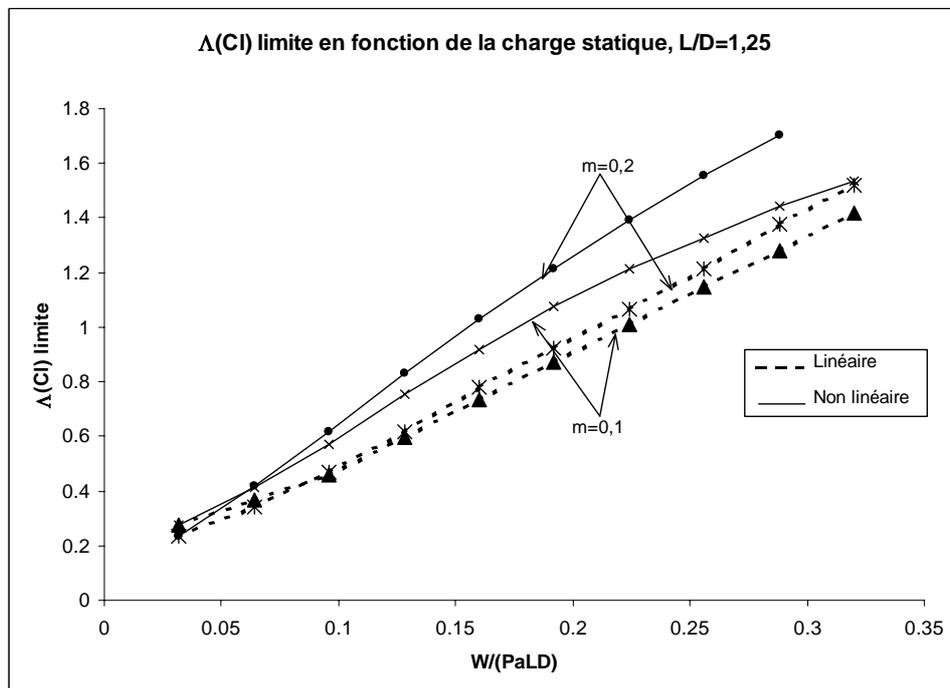


Figure 66 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L/D=1,25$, paliers faiblement préchargés

L'étude des deux rapports $L/D=1$ et $1,25$ montre que, pour la précharge $m=0,1$, les courbes linéaires et non linéaires se croisent toujours vers la valeur $W_0=0,32$. Cette tendance est également vérifiée pour le rapport $L/D=0,75$, **Figure 67**.

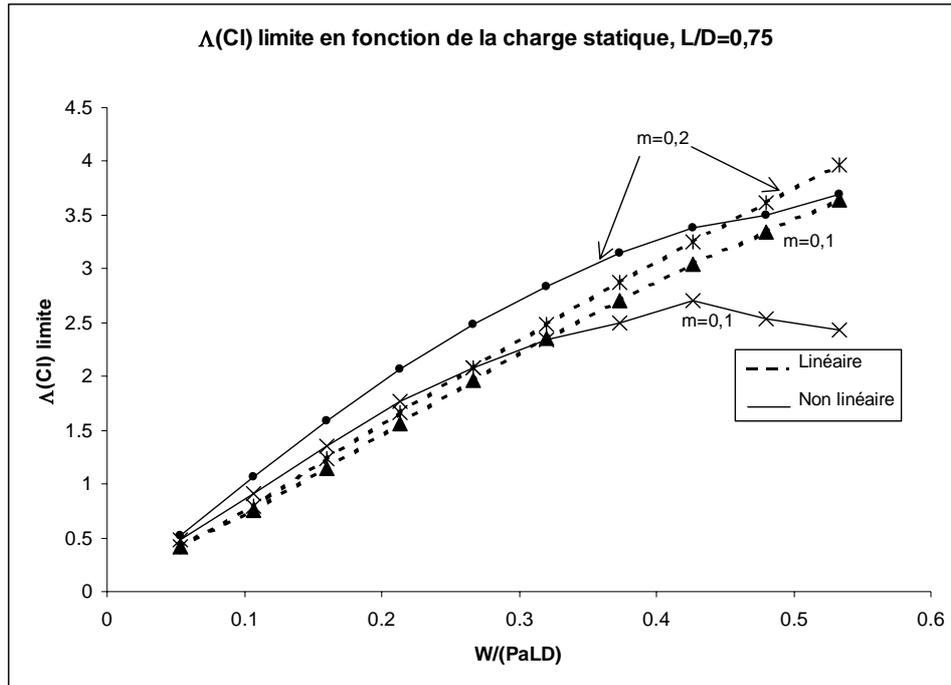


Figure 67 : Evolution de $\Lambda(CI)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, $L/D = 0.75$, paliers faiblement préchargés

Nous verrons dans ce qui suit que le cas du palier lisse présente des tendances similaires mais encore plus prononcées.

III.1.3. Paliers lisses

Les cartes de vitesses critiques établies pour les paliers dits lisses présentent des phénomènes très intéressants. On observe un comportement proche de celui déterminé à faible précharge ($m=0.1$). Cependant, les phénomènes sont nettement plus marqués.

En effet, nous notons des différences importantes entre les courbes établies avec la méthode linéaire et celles trouvées par un calcul non linéaire, **Figure 68**. Les tendances semblent dépendre faiblement du rapport L/D . Il est intéressant de remarquer que les courbes linéaires et non linéaires se séparent toujours pour des valeurs de la charge statique comprises entre 0.16 et 0.22 selon le rapport L/D , **Tableau 12**.

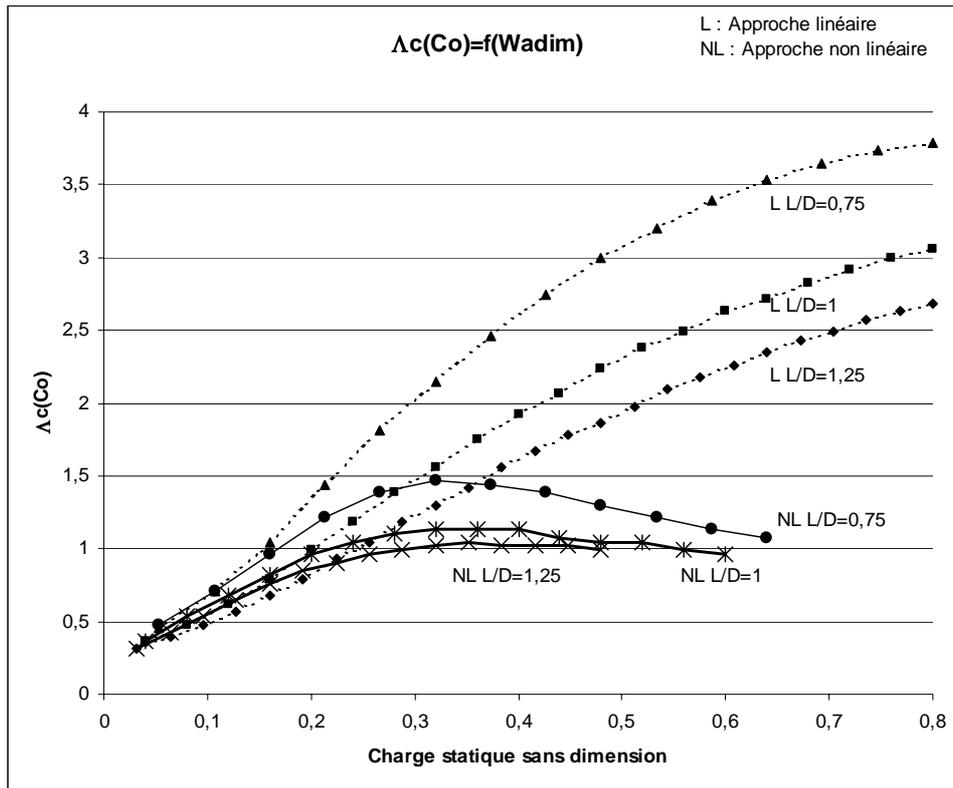


Figure 68 : Evolution de $\Delta(C_0)$ limite en fonction de la charge statique sans dimension, paliers lisses

Rapport L/D	W_0 sans dimension à la séparation
0.75	0.16
1.	0.2
1.25	0.22

Tableau 12 : Valeurs des charges statiques à la séparation des courbes linéaire et non linéaire en fonction du rapport L/D

D'autre part, nous observons un phénomène que nous n'avons pas pu déceler lors de l'analyse du comportement des profils préchargés : la vitesse limite chute au-delà d'une certaine valeur de la charge statique.

La charge statique sans dimension à laquelle se produit la diminution semble être peu dépendante de la valeur du rapport L/D. Les valeurs de cette charge statique sont comprises entre 0.32 et 0.35 selon le rapport L/D, **Tableau 13**.

Rapport L/D	W_0 sans dimension à la diminution
0.75	0.32
1.	0.32
1.25	0.35

Tableau 13 : Valeurs des charges statiques à la diminution de la courbe non linéaire, différents rapports L/D

Compte tenu des hypothèses retenues dans la littérature pour expliquer les différences de résultats entre les deux approches, nous avons étudié le comportement de l'excentricité relative associée au couplet (W_0, ω_c), **Figure 69**. Ainsi, l'interprétation des résultats peut se faire de façon plus générale.

Pour chacune des théories, les résultats obtenus sont quasi identiques quel que soit le rapport L/D . On observe donc que les courbes linéaires et non linéaires se séparent pour une charge statique sans dimension égale à 0.2 et une excentricité relative de 0.65 environ.

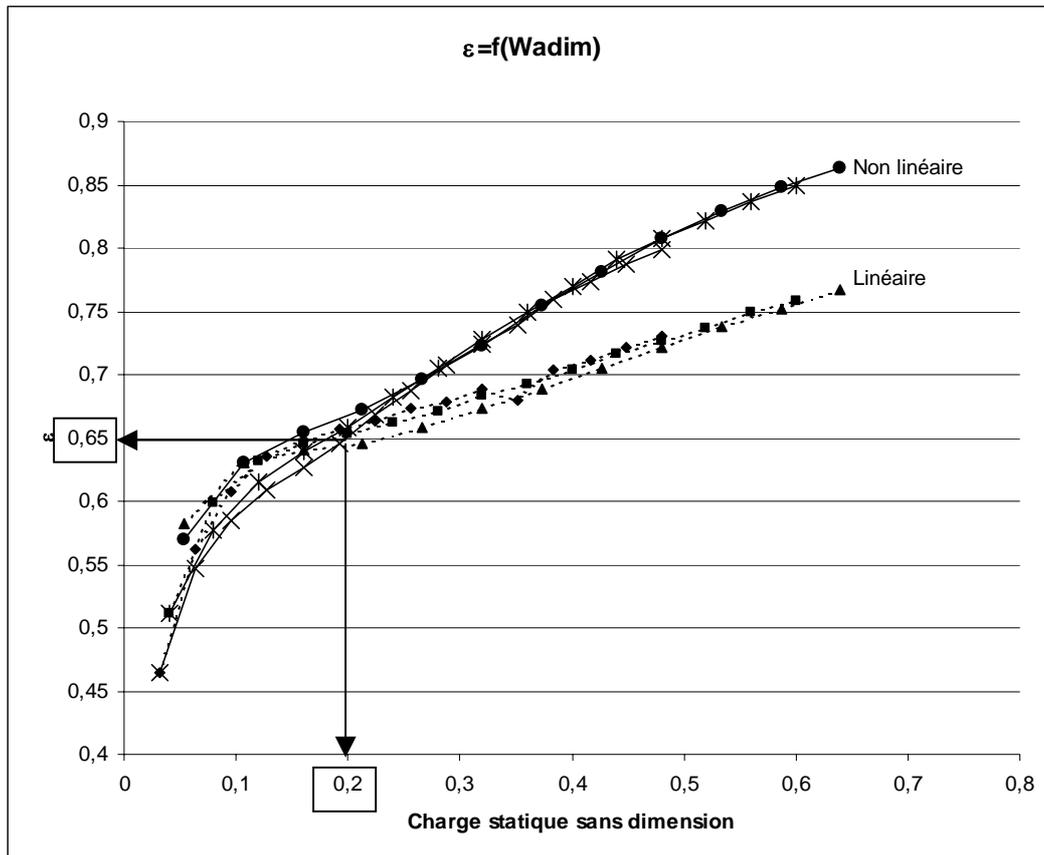


Figure 69 : Evolution de l'excentricité relative limite en fonction de la charge statique sans dimension, paliers lisses, $L/D=0.75 ; 1 ; 1.25$

Il semble donc que, dans le cas des paliers lisses ou faiblement préchargés on puisse établir que les méthodes linéaire et non linéaire présentent des comportements différents dès que l'excentricité relative atteint 0.65 environ.

III.2. Réponse à balourd

Nous avons pu mettre clairement en évidence dans ce que nous venons de présenter que la prédiction du niveau de stabilité des paliers aérodynamiques peut conduire à des différences de résultats selon la méthode utilisée et le domaine de fonctionnement, en particulier pour les paliers « lisses ».

Notre objectif est de montrer que l'on observe le même phénomène lorsque l'on s'intéresse à la réponse à balourd. Les caractéristiques du rotor et des paliers utilisés sont données dans le **Tableau 14**.

Rotor rigide symétrique	Paliers
Masse de 2.25 kg	3 lobes rigides lisses d'étendue 110°
Charge statique de 22.5 N	L=D=50 mm
Balourd de 1g.mm	C ₀ =50 μm

Tableau 14 : Caractéristiques de l'ensemble rotor/paliers étudié

La comparaison des résultats des approches linéaire et non linéaire, **Figure 70**, met en évidence les différences de ces deux méthodes. Les courbes obtenues sont très distinctes. Ainsi, la valeur de la vitesse critique identifiée est décalée d'environ 23%. Par contre, l'écart sur l'amplitude s'élève à 120% environ. Le tracé de la trajectoire du centre du rotor au milieu de l'arbre permet d'observer également une différence de forme des orbites, **Figure 71**.

Les différences de comportement observés en terme de seuil de stabilité sont ainsi confirmées par la réponse à balourd.

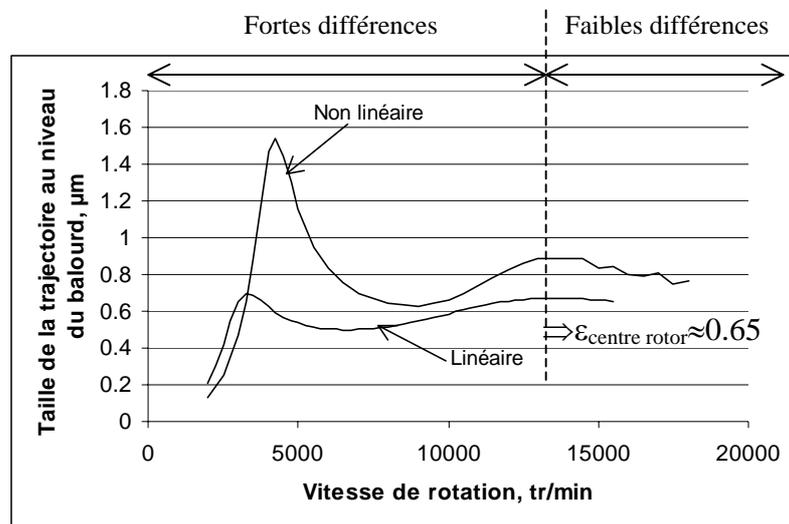


Figure 70 : Comparaison des approches « linéaire » et « non linéaire »

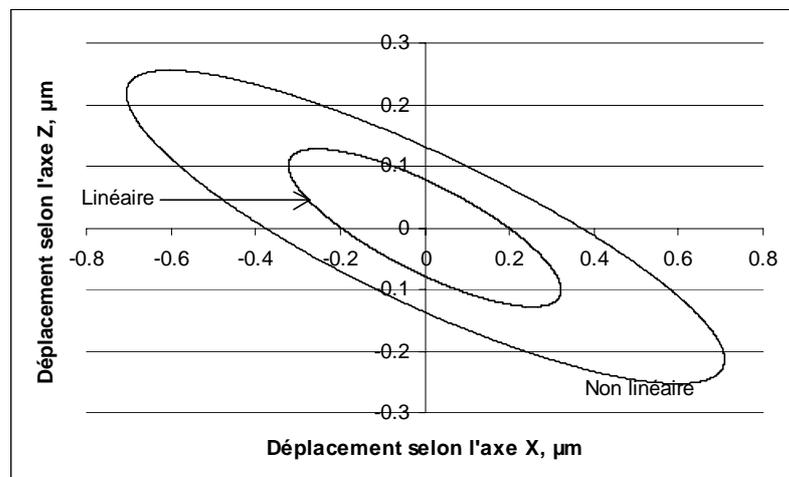


Figure 71 : Comparaison des orbites du centre de l'arbre lors du pic d'amplitude en y=150mm

Les premiers résultats que nous venons de présenter confirment donc notre hypothèse de comportement dynamique non linéaire des paliers à air selon le domaine de fonctionnement.

Dans le cas du profil $L/D=1$ à trois lobes « lisses » étudié, on retrouve que la valeur de l'excentricité relative $\varepsilon \approx 0.65$ trouvée par l'analyse de stabilité identifie également la transition entre le domaine où les deux méthodes sont en accord et celui où elles présentent des différences de résultats.

De plus, il semblerait que l'on puisse s'attendre à un accroissement des différences de résultats avec la valeur de balourd comme observé dans le cas des paliers hydrodynamiques, [6], [13]. En effet, si on multiplie la quantité de balourd par un facteur 10, la taille de la trajectoire en linéaire est multipliée par 10 et uniquement par 9.5 en non linéaire. Par contre, la forme de la trajectoire présente des différences plus importantes, **Figure 72**. Ainsi, plus la quantité de balourd est élevée et plus la non linéarité du comportement dynamique des paliers à air est prononcée (exemple **Figure 73** avec un balourd 20 fois plus élevé).

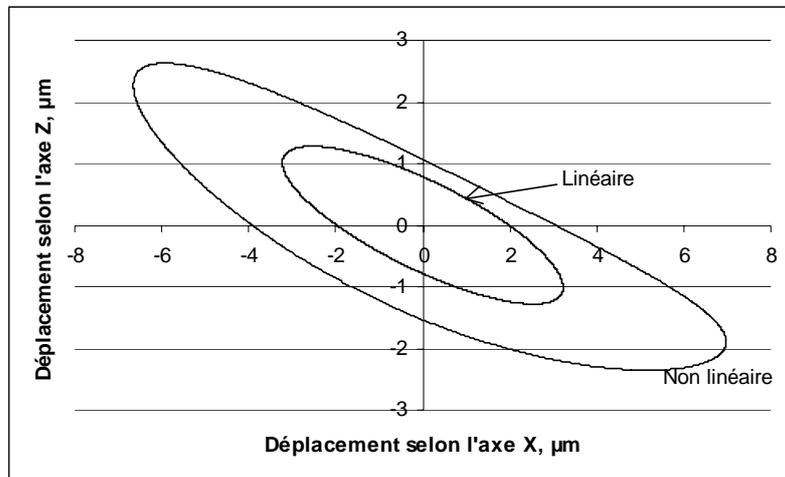


Figure 72 : Comparaison des trajectoires avec une quantité de balourd multipliée par 10

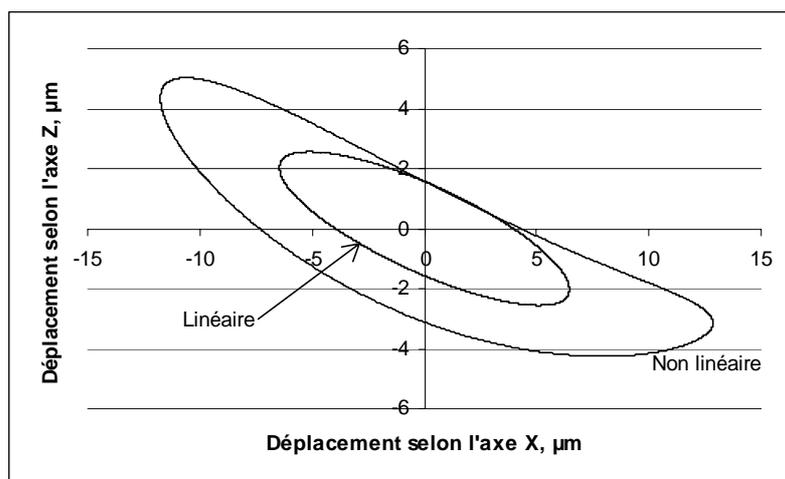


Figure 73 : Comparaison des trajectoires avec une quantité de balourd multipliée par 20

Nous abordons dans ce qui suit l'étude du seuil de stabilité des profils déformables.

III.3. Seuil de stabilité des profils déformables

Suite à l'étude comparative menée sur les profils rigides, nous avons choisi l'approche non linéaire pour caractériser le seuil de stabilité des profils déformables.

Cette étude s'intéresse à l'évaluation de l'influence de la déformation du profil sur le seuil de stabilité des paliers à feuilles. L'objectif est de retrouver la principale caractéristique que de nombreux auteurs donnent aux paliers à air, c'est à dire un niveau de stabilité particulièrement élevé, [8].

Comme dans l'étude précédente sur les profils rigides, il s'agit d'étudier la valeur de la vitesse limite d'un palier en fonction de la charge statique appliquée. Tous les résultats présentés seront sans dimension.

III.3.1. Géométrie des profils

Tous les profils de palier étudiés sont à trois lobes lisses déformables, **Figure 74**, les rainures sont toutes identiques et ont une étendue de 10° . Les dimensions sont données sur le **Tableau 15**.

L/D	0.667
Nombre de secteurs	3
Etendue des secteurs, $^\circ$	110
Jeu radial, μm	50
Souplesse bord fixe adim.	0.2
Souplesse bord libre adim.	0.2 et 0.6

Tableau 15 : Caractéristiques géométriques du profil déformable considéré

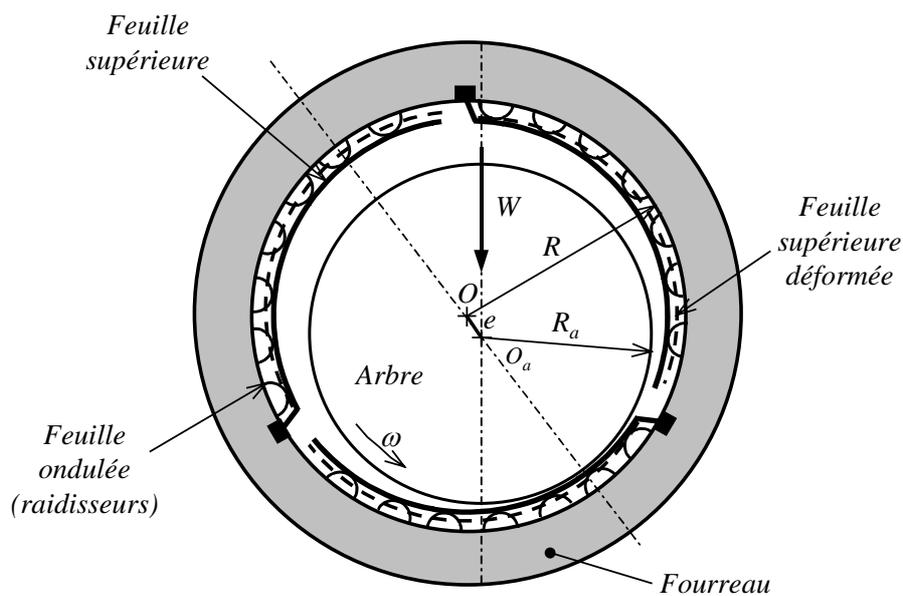


Figure 74 : Schématisation d'un palier à trois lobes déformables

III.3.2. Résultats

Nous présentons les cartes de vitesse limite des profils de paliers étudiés. Les variables *vitesse* et *charge* sont données sans dimension :

- la vitesse sans dimension correspond au nombre de compressibilité Λ ,
- la charge sans dimension correspond à $W/(p_aLD)$.

Dans le but d'évaluer l'influence du coefficient de souplesse du profil, nous avons tracé sur un même graphique les courbes de vitesse limite pour le profil rigide (avec analyse linéaire et non linéaire), et les deux profils déformables, **Figure 75**.

L'analyse de ces courbes de vitesses limites fournit des éléments intéressants. Comme pour le cas rigide nous observons une diminution de la valeur de la vitesse limite lorsque la valeur de la charge devient élevée. Le **Tableau 16** présente les valeurs de charge à partir de laquelle la vitesse limite chute pour chacun des profils étudiés. La valeur de la charge sans dimension pour laquelle la vitesse limite chute est fonction du coefficient de souplesse du profil. De façon générale, on remarque que, plus le profil est souple et plus la charge à partir de laquelle la chute s'initie est faible.

Coefficient de souplesse sans dimension du profil	W_0 sans dimension à la diminution
0.	0.35
SBF=SBL=0.2	0.3
SBF=0.2 ; SBL=0.6	0.29

Tableau 16 : Valeurs des charges statiques à la diminution de la vitesse limite, différentes valeurs du coefficient de souplesse des profils

D'autre part, il apparaît clairement que l'influence du coefficient de souplesse n'est pas la même selon le domaine de chargement considéré.

De manière générale, pour les faibles charges, le niveau de stabilité augmente lorsque le coefficient de souplesse augmente. En d'autres termes, plus le profil est déformable (dans la gamme de valeurs testées) et plus le palier a un niveau de stabilité élevé. Cependant, compte tenu des phénomènes de chute de vitesse limite évoqués précédemment, la tendance s'inverse lorsque la valeur de la charge dépasse certaines valeurs.

Ainsi, le profil rigide devient plus stable que le profil déformable {SBF=0.2 ; SBL=0.6} lorsque la valeur de la charge sans dimension atteint 0.37.

De la même façon, le profil rigide devient plus stable que le profil déformable {SBF=SBL=0.2} lorsque la valeur de la charge sans dimension atteint 0.46.

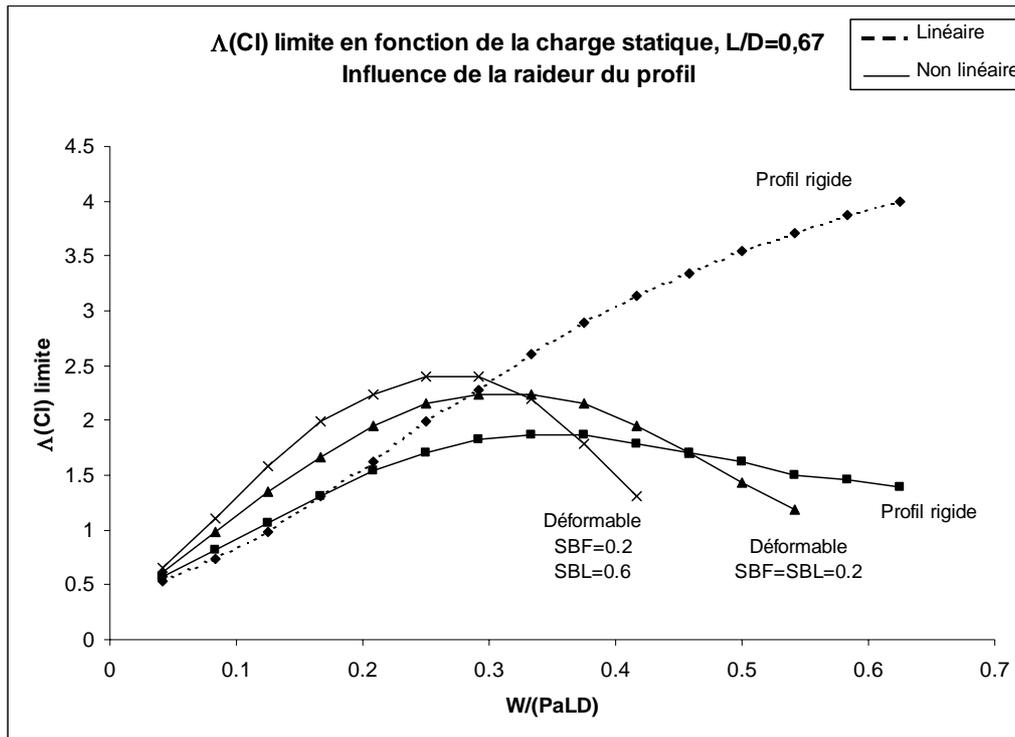


Figure 75 : Carte de vitesse limite – Influence du coefficient de souplesse

Toutefois, les études expérimentales présentées dans la littérature montrent que les paliers déformables à structures à feuilles ont un niveau de stabilité élevé grâce à l'amortissement interne à cette structure. Nous aborderons ce sujet plus particulièrement dans le **Chapitre IV**.

III.4. Conclusion

L'analyse dynamique du comportement d'un palier radial peut être effectuée à l'aide de deux méthodes de calcul (linéaire et non linéaire). Les quelques éléments disponibles dans la littérature font état de différences de comportement dynamique du palier aérodynamique justifiant la spécificité des approches, [3].

Notre étude a permis de confirmer ces phénomènes. Nous avons pu effectivement mettre en évidence que, de manière générale, les méthodes donnent des résultats similaires pour les faibles chargements mais présentent des différences lorsque l'on dépasse une certaine charge.

De plus, nous avons pu illustrer l'influence de la précharge géométrique du profil. Pour le cas de précharges moyennes ou élevées ($m=0.3$ à 0.5), les deux méthodes donnent des résultats sensiblement identiques. En effet, dans la gamme de charges étudiées, le niveau de stabilité s'avère être très élevé et la cohérence des deux méthodes est excellente.

Par contre, lorsque la précharge diminue ($m=0.1$; 0.2), les deux méthodes présentent des différences. Pour les faibles chargements (W_0 sans dimension inférieure à 0.3 environ) la méthode non linéaire donne des résultats proches tout en étant supérieurs à ceux fournis par la méthode linéaire. Par contre, au-delà, la courbe non linéaire « croise » celle donnée par l'approche linéaire et ses valeurs correspondantes deviennent plus faibles.

Le cas du palier lisse présente une particularité supplémentaire. Comme pour le profil à $m=0.1$, les courbes linéaires et non linéaire ne sont pas superposées. La valeur de W_0 correspondante à la dissociation des courbes est comprise entre 0.16 et 0.22 selon le rapport L/D . Ce phénomène est confirmé par le tracé de l'évolution de l'excentricité relative en fonction de la charge statique appliquée. On observe effectivement la séparation des courbes linéaire et non linéaire pour une valeur de la charge proche de 0.2. La valeur correspondante de l'excentricité relative est d'environ 0.65. Cela confirme les hypothèses avancées dans la littérature, qui statuent que le domaine d'application de l'analyse linéaire ne peut être étendue aux excentricités élevées.

D'autre part, un phénomène nouveau apparaît. Au-delà d'une charge égale à 0.32 environ, la vitesse limite du palier lisse chute. Cette tendance est indépendante du rapport L/D . Bien que la vitesse limite diminue, l'évolution de l'excentricité en fonction de la charge statique est linéaire, la courbe ne présente pas de changement de pente particulier.

L'étude de la stabilité des paliers déformables a montré que les phénomènes sont plus complexes que pour le cas des profils rigides. Notre étude théorique montre que l'on a deux domaines :

- sous faible charge statique le niveau de stabilité des paliers déformables est meilleur que celui des profils rigides,
- passée une certaine valeur de charge statique le niveau de stabilité des paliers déformables est en dessous de celui de leurs homologues à profil rigide. On observe même une diminution de la courbe de vitesse seuil.

Ainsi, notre étude théorique montre que l'on ne retrouve pas le très bon niveau de stabilité que l'on assimile aux paliers déformables. Nous essayerons dans le chapitre suivant de prendre en compte de l'amortissement structural au sein du palier. L'objectif sera de vérifier que l'adjonction d'amortissement au niveau de la structure déformable des paliers permet d'augmenter leur niveau de stabilité.

Chapitre IV. PRISE EN COMPTE D'UN AMORTISSEMENT STRUCTURAL

Suite à la conclusion de l'étude du seuil de stabilité des profils déformables, nous avons mis en place un modèle de prise en compte d'un amortissement structural similaire à celui présenté pour l'analyse linéaire dans [18] et [21] mais adapté au calcul non linéaire.

IV.1. Généralités

Les paliers à alésage expansible à structure à feuilles présentent l'avantage de fournir (dans certaines conditions) un amortissement supérieur à celui des paliers rigides. En effet, l'existence de frottement entre les feuilles fournit un amortissement qui peut être représenté soit par un modèle de type « visqueux » soit de type « Coulomb » selon le régime de fonctionnement du palier, [43]. Cette publication, basée sur des travaux expérimentaux, donne des informations intéressantes sur la nature de l'amortissement d'un palier à feuilles en fonction des conditions d'utilisation comme nous l'avons présenté dans notre étude bibliographique.

Nous avons donc choisi de développer un modèle permettant de prendre en considération un amortissement de type « visqueux » dans le modèle de dynamique non linéaire. Comme nous le savons désormais, cette hypothèse est représentative de certaines configurations de fonctionnement (température élevée et charge faible). D'autre part, ce type de modèle est plus simple à mettre en œuvre, dans un premier temps, que la modélisation des frottements entre les différentes feuilles constituant l'alésage.

IV.2. Modélisation

L'idée principale consiste à réécrire l'équilibre de l'alésage déformable en prenant en compte la vitesse de déformation de ce dernier. Les forces de pression générées dans le film d'air sont équilibrées par des forces dues à la raideur de l'alésage (ou la souplesse S) et à son amortissement (coefficient d'amortissement visqueux par unité de surface noté D_v), **Figure 76**.

A l'instant t , nous écrivons la relation d'équilibre de la façon suivante :

$$(P^t - 1) = \frac{1}{S}(H^t - H^0) + D_v \frac{dH}{dT} \Big|_{t-dt \rightarrow t} \quad (1)$$

De la même façon, on a, à l'instant $t+dt$:

$$(P^{t+dt} - 1) = \frac{1}{S}(H^{t+dt} - H^0) + D_v \frac{dH}{dT} \Big|_{t \rightarrow t+dt} \quad (2)$$

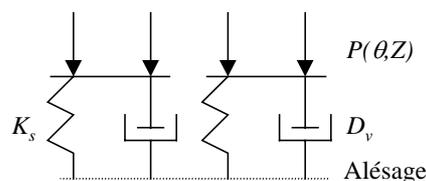


Figure 76 : Schéma de l'alésage déformable et amorti

En faisant la différence (2)-(1) on obtient l'expression de la variation du champ de pression entre t et $t+dt$:

$$(P^{t+dt} - P^t) = \frac{1}{S} (H^{t+dt} - H^t) + D_v \left(\frac{dH}{dT} \Big|_{t \rightarrow t+dt} - \frac{dH}{dT} \Big|_{t-dt \rightarrow t} \right) \quad (3)$$

Ensuite, il faut écrire correctement les termes $\frac{dH}{dT}$. En effet, les champs de hauteur diffèrent entre le début d'un pas de temps (H_{save}) et la fin (H), la modification venant de la déformation du profil. Il faut donc considérer les champs de hauteur suivants, **Figure 77** :

- H_{save}^t , le champ des hauteurs au temps t , avant déformation,
- H^t , le champ des hauteurs au temps t , après déformation,
- $H_{save}^{t+dt} = H^t + \text{déplacement de l'arbre entre } t \text{ et } t+dt$, le champ des hauteurs au temps $t+dt$, avant déformation,
- H^{t+dt} , le champ des hauteurs au temps $t+dt$, après déformation.

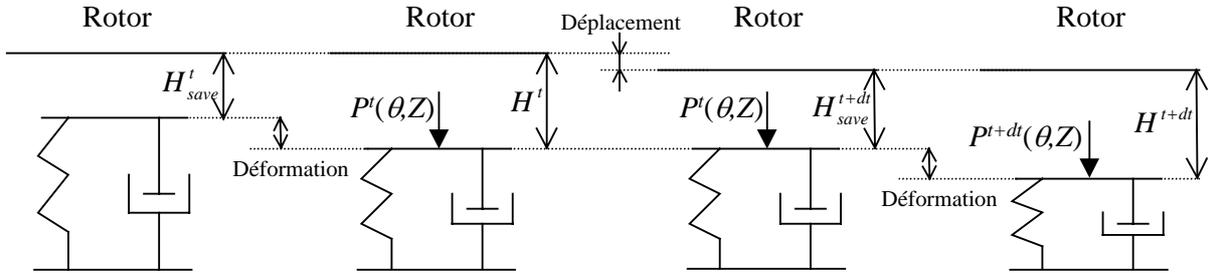


Figure 77 : Schématisation des différents types de champs de hauteur considérés

Les expressions des termes $\frac{dH}{dT}$ décrits précédemment sont les suivantes :

$$\frac{dH}{dT} \Big|_{t \rightarrow t+dt} = \frac{H^{t+dt} - H_{save}^{t+dt}}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{dH}{dT} \Big|_{t-dt \rightarrow t} = \frac{H^t - H_{save}^t}{dt}$$

D'où (3) peut se réécrire sous la forme :

$$(P^{t+dt} - P^t) = \frac{1}{S} (H^{t+dt} - H^t) + D_v \left(\frac{H^{t+dt} - H_{save}^{t+dt}}{dt} - \frac{H^t - H_{save}^t}{dt} \right) \quad (4)$$

Après manipulation de l'équation (4), nous obtenons la relation donnant le champ des hauteurs utilisée dans la boucle d'itérations du champ de pression en dynamique.

$$H^{t+dt} = H^t + \frac{S \cdot dt}{dt + S \cdot D} \left(P^{t+dt} - P^t + \frac{D_v}{dt} (H_{save}^{t+dt} - H_{save}^t) \right)$$

IV.3. Influence de l'amortissement sur le seuil de stabilité

Nous avons étudié l'influence du coefficient d'amortissement du profil sur le seuil de stabilité des paliers déformables à l'aide du modèle mis en place.

Le coefficient d'amortissement visqueux utilisé dans le modèle peut être remplacé, de façon équivalente, par le coefficient d'amortissement utilisé classiquement en dynamique des rotors :

$$\alpha = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$$

Avec ici :

- C remplacé par le coefficient d'amortissement visqueux D_v ,
- K remplacé par l'inverse du coefficient de souplesse de la structure déformable S ,
- M représente la masse du rotor affectée au palier.

L'objectif de cette étude est de montrer que l'on retrouve numériquement l'influence de l'amortissement de la structure mis en évidence de façon expérimentale.

Tous les profils de palier étudiés sont à trois lobes lisses déformables, **Figure 74**, les rainures sont toutes identiques et ont une étendue de 10° . Les dimensions sont les suivantes :

L/D	0.667
Nombre de secteurs	3
Etendue des secteurs, °	110
Jeu radial, μm	50
SBF=SBL sans dimension	0.2
$\alpha = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$	0 ; 0.05 ; 0.1

Tableau 17 : Caractéristiques géométriques du profil déformable considéré

Nous avons donc tracé les cartes de vitesses critiques pour le profil déformable pour différentes valeurs de α ; 0.05 et 0.1 associées à ce profil, **Figure 78**. A titre indicatif nous avons laissé la courbe relative au profil rigide.

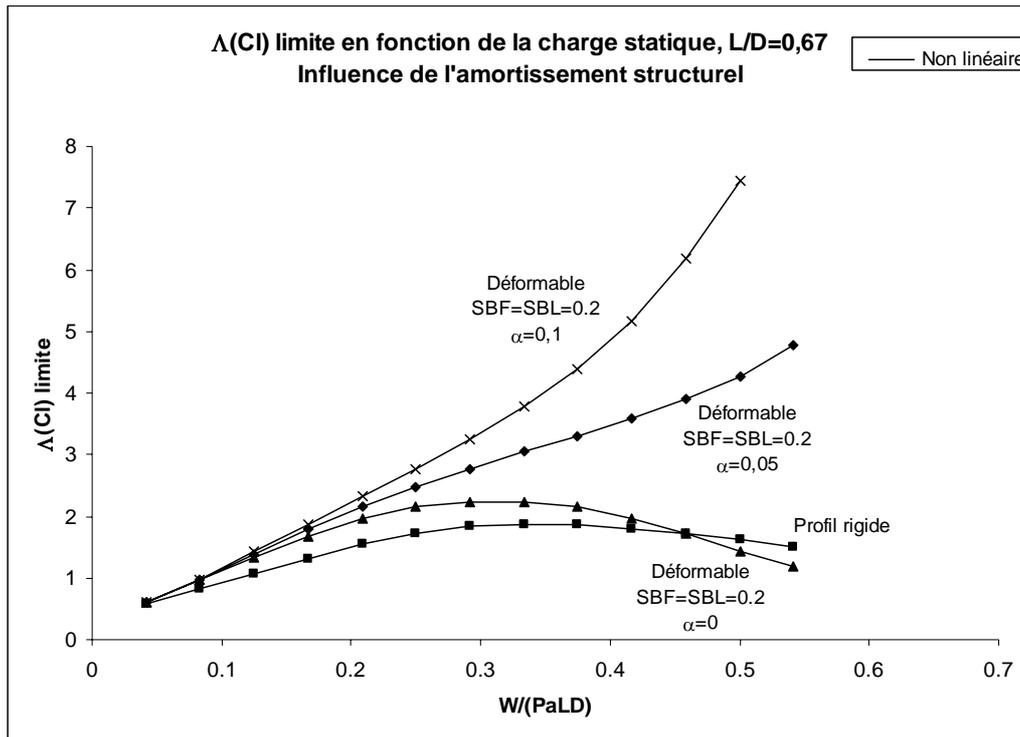


Figure 78 : Carte de vitesse limite – Influence du coefficient d’amortissement visqueux

Il apparaît clairement que l’adjonction d’amortissement au sein de la structure déformable permet d’augmenter de façon intéressante le niveau de stabilité d’un palier déformable (dès les faibles valeurs de α ; $\alpha=0,05$). Comme on pouvait s’y attendre, plus le coefficient d’amortissement est élevé et plus la vitesse d’apparition de l’instabilité est élevée.

D’autre part, cela permet de faire disparaître le phénomène de diminution de la vitesse limite pour les charges élevées. En effet, rappelons qu’aux faibles charges la raideur du film d’air est inférieure à celle de la structure, c’est donc le film d’air qui accommode les mouvements de l’arbre. Par contre, aux fortes charges, les tendances s’inversent et c’est l’effet de la structure qui est prépondérant. Ceci permet d’expliquer pourquoi l’influence de l’amortissement structural apparaît pour des charges élevées.

La relation entre la vitesse limite et la charge statique semble être de nature polynomiale croissante.

IV.4. Conclusion

L’analyse du seuil de stabilité d’un profil déformable a été effectuée par une approche non linéaire. Nous avons préféré cette approche à une méthode linéaire suite aux éléments trouvés dans la littérature, [3, 6, 7, 18, 30] et à l’étude menée sur la comparaison des méthodes linéaire et non linéaire pour des géométries rigides, présentée précédemment.

Nous avons pu étudier l’influence de l’amortissement de la structure déformable.

Les études effectuées ont permis de montrer que l'adjonction d'amortissement dans la structure déformable permet de retrouver les tendances présentées dans la littérature. Le modèle utilisé montre que lorsqu'il existe une source d'amortissement à l'intérieur de la structure déformable, le niveau de stabilité du palier augmente substantiellement. Plus l'amortissement est important et plus le niveau de stabilité est élevé. D'autre part, l'ajout d'amortissement permet de faire disparaître le phénomène de chute de la vitesse limite.

Dès lors, le niveau de stabilité élevé des paliers à feuilles s'explique par :

- *le caractère déformable du profil* ; plus le profil est souple (dans la gamme de souplesse étudiée) et plus le niveau de stabilité est élevé pour les faibles charges,
- *l'existence d'amortissement dans la structure déformable du palier* ; plus la quantité d'amortissement est élevée et plus le niveau de stabilité est élevé.

Conclusion de la Partie 4

Nous avons abordé l'étude du comportement dynamique des paliers aérodynamiques radiaux par deux modélisations différentes : linéaire et non linéaire.

Du point de vue de la mise en équation et des temps de calcul, il semble évident que la méthode linéaire est plus simple à mettre en œuvre et plus rapide que son homologue non linéaire.

Cependant, les conclusions des comparaisons de ces méthodes sur la prédiction de la vitesse d'apparition de l'instabilité de fonctionnement des paliers et de leur réponse à une excitation de balourd sont en faveur de la méthode non linéaire.

En effet, les deux types de comparaison que nous avons menés sur des géométries de paliers à lobes asymétriques totalement convergents montrent que la méthode linéaire a un domaine de validité restreint aux faibles valeurs de l'excentricité relative. Dans le cas des paliers lisses que nous avons étudiés, au-delà d'une valeur $\varepsilon \approx 0.65$, on observe clairement que :

- les courbes de stabilité linéaire et non linéaire se dissocient,
- les courbes de réponse à balourd sont différentes (le caractère non linéaire des formes des orbites s'accroît avec la valeur de l'excentration de balourd).

D'autre part, l'étude du seuil de stabilité des paliers déformables a montré que leur performance pouvaient être inférieures à leurs homologues rigides pour les charges statiques élevées. De façon similaire à des travaux basés sur la méthode linéaire, [18], nous avons développé un modèle de prise en compte d'un amortissement structural au sein des paliers par l'analyse non linéaire. Cet adjonction d'amortissement permet de montrer clairement que l'on augmente le seuil de stabilité des paliers déformables.

La principale conclusion de cette étude est que le comportement dynamique des paliers aérodynamiques radiaux doit être évalué par une méthode non linéaire lorsque les cas de chargement le nécessitent et que la précharge géométrique est faible.

Dans le cas des paliers à 3 lobes lisses ($m=0$), l'excentricité relative à partir de laquelle la méthode linéaire n'est plus correcte est d'environ 0.65.

Dans la partie qui suit nous avons concentré notre travail sur l'amélioration du modèle de dynamique de ligne d'arbre avec action non linéaire des paliers aérodynamiques.

PARTIE 5 : ETUDE DE LA DYNAMIQUE D'UNE LIGNE D'ARBRE DEFORMABLE SOUTENUE DE FAÇON NON LINEAIRE PAR DES PALIERS A AIR RADIAUX

Le comportement dynamique d'une ligne d'arbre déformable, supportée par des paliers à roulements ou des paliers hydrodynamiques, est classiquement évalué en considérant que l'action de ces derniers est linéaire. Les matrices de raideur et d'amortissement des éléments de guidage sont calculées à l'aide d'un code de calcul « palier » puis introduites dans un code de calcul « rotor ». Ce type de couplage est qualifié de « faible ».

Dans le cas des paliers aérodynamiques, nous venons de montrer qu'une analyse dynamique linéaire peut conduire à des résultats erronés en fonction du domaine de fonctionnement considéré. Le caractère non linéaire d'un palier aérodynamique radial est donc une donnée importante à considérer pour réaliser l'analyse du comportement dynamique d'une ligne d'arbre soutenue par un guidage aérodynamique.

Nous nous sommes intéressés à un couplage « fort » où l'interaction des paliers avec la ligne d'arbre se fait directement pas à pas dans le temps, dans un seul modèle de calcul global. L'approche que nous présentons étant particulièrement nouvelle, nous avons procédé progressivement pour aller vers la modélisation dynamique d'une ligne d'arbre déformable prenant en compte une action non linéaire des paliers aérodynamiques radiaux.

Ainsi, dans une première partie nous présenterons un modèle de dynamique de rotor déformable simple issu de [46]. Ceci nous permettra de valider l'aspect dynamique de rotor déformable non symétrique. Nous traiterons également de la prise en compte des efforts générés au cours du temps par un palier à air rajouté sur la ligne d'arbre. Nous pourrons alors observer son effet sur le comportement de l'ensemble.

Dans une deuxième partie, le modèle de dynamique de rotor sera affiné. En effet, la méthode de Rayleigh – Ritz avec une base modale composée de trois modes sera employée. Le modèle développé permettra désormais d'évaluer le comportement d'une ligne d'arbre déformable montée sur deux paliers à air agissant de façon non linéaire. La comparaison à une modélisation dynamique linéaire « classique » confirmera la spécificité du comportement dynamique non linéaire de l'ensemble.

Enfin, nous proposerons une réflexion sur l'adaptation de la méthode des éléments – finis à la résolution du problème.

Chapitre I. MODÈLE SIMPLÉ

Notre objectif est de présenter la mise en place d'un modèle de calcul permettant, à l'aide d'une approche simplifiée, de déterminer le comportement dynamique d'une ligne d'arbre pas à pas dans le temps. Ainsi, après avoir validé le modèle sur des exemples de référence, nous pourrions évaluer l'influence de l'action non linéaire d'un palier à air sur le comportement de l'ensemble.

I.1. Description du modèle

Le modèle retenu est issu de [46]. Il s'agit d'un modèle simple mais réaliste, permettant de rendre compte des phénomènes de base de la dynamique des rotors.

$R_0(X,Y,Z)$ est le repère initial, l'axe du rotor au repos étant porté par la direction Y. La vitesse de rotation est constante. Afin de pouvoir simplifier les calculs, un seul degré de liberté est utilisé pour les déplacements dans les directions X et Z.

Les expressions des déplacements dans les directions X et Z sont respectivement mises sous la forme (méthode de séparation des variables) :

$$\begin{aligned} u(y,t) &= f(y)q_1(t) = f(y)q_1 \\ w(y,t) &= f(y)q_2(t) = f(y)q_2 \end{aligned}$$

où q_1 et q_2 sont des coordonnées indépendantes généralisées.

Etant donné, que les déplacements angulaires ψ et θ , **Figure 79**, sont petits, ils sont approchés par

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{df(y)}{dy} q_2 = g(y)q_2$$

et

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{df(y)}{dy} q_1 = -g(y)q_1$$

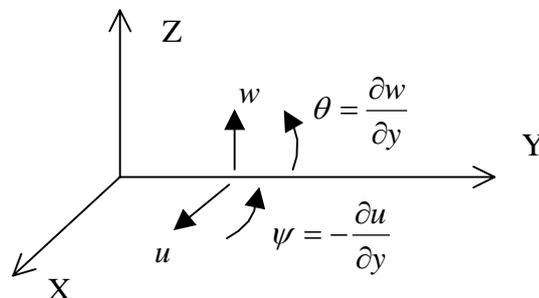


Figure 79 : Représentation des coordonnées

Le second ordre des dérivées des déplacements u et w est nécessaire pour exprimer l'énergie élastique de l'arbre

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{d^2 f(y)}{dy^2} q_1 = h(y) q_1$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{d^2 f(y)}{dy^2} q_2 = h(y) q_2$$

La fonction de déplacement f est choisie pour représenter exactement la forme du premier mode d'une poutre de section constante en flexion sur deux appuis situés à ses extrémités :

$$f(y) = \sin \frac{\pi y}{L}$$

D'où,

$$g(y) = \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi y}{L}$$

$$h(y) = -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sin \frac{\pi y}{L}$$

Dans ce qui suit toutes les expressions seront données en fonction des coordonnées généralisées q_1 et q_2 et de leurs dérivées.

Les constituants de la ligne d'arbre à prendre en compte sont, **Figure 80** :

- le(s) disque(s)
- le rotor (section circulaire pleine ou creuse)
- le(s) roulement(s), (palier(s) à action linéaire)
- le(s) palier(s) aérodynamique(s), (palier(s) à action non linéaire)
- le(s) balourd(s)

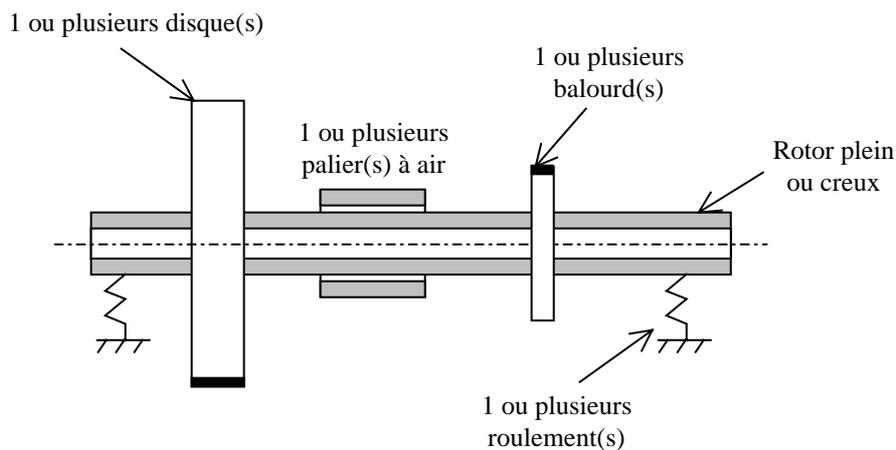


Figure 80 : Schématisation des différents constituants d'une ligne d'arbre

I.1.1. Elément de disque

Le disque est considéré comme étant parfaitement axisymétrique. Son énergie cinétique T_D , peut s'écrire de la façon suivante :

$$T_D = \frac{1}{2} \left[M_D f^2(y_{disk}) + I_{Dx} g^2(y_{disk}) \right] (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - I_{Dy} \Omega g^2(y_{disk}) \dot{q}_1 q_2$$

Le disque est considéré rigide, son énergie de déformation est donc nulle.

I.1.2. Elément de rotor

Le rotor est lui aussi considéré axisymétrique. L'expression de son énergie cinétique, T_S , est la suivante :

$$T_S = \frac{1}{2} \left[\rho S \int_0^L f^2(y) dy + \rho I \int_0^L g^2(y) dy \right] (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - 2 \rho I \Omega \int_0^L g^2(y) dy \dot{q}_1 q_2$$

L'énergie de déformation de l'arbre, U_S , s'écrit :

$$U_S = \frac{EI}{2} \int_0^L h^2(y) dy (q_1^2 + q_2^2)$$

Il peut être intéressant d'exprimer l'énergie cinétique, T_{DS} , de l'ensemble disque – rotor.

$$T_{DS} = T_S + T_D = \frac{1}{2} m (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - a \Omega \dot{q}_1 q_2$$

$$\text{avec } m = \left[M_D f^2(y_{disk}) + I_{Dx} g^2(y_{disk}) + \rho S \int_0^L f^2(y) dy + \rho I \int_0^L g^2(y) dy \right]$$

$$\text{et } a = I_{Dy} g^2(y_{disk}) + 2 \rho I \int_0^L g^2(y) dy$$

I.1.3. Paliers à roulement

La ligne d'arbre peut éventuellement recevoir des paliers à roulement. L'expression du travail virtuel des forces exercées sur la ligne d'arbre s'écrit de la façon suivante :

$$\delta W = F_{rtx} q_1 \delta q_1 + F_{rtz} q_2 \delta q_2$$

avec

$$F_{rtx} = -k_{xx} f^2(y_{rt})$$

$$F_{rtz} = -k_{zz} f^2(y_{rt})$$

Nous n'avons pris en compte ici que les termes directs de la matrice de raideur qui sont dans un premier temps assez représentatifs du comportement des roulements.

On notera ainsi, k_1 et k_2 , les termes de raideur de l'ensemble ligne d'arbre – paliers à roulement :

$$\begin{aligned} k_1 &= k + k_{xx} f^2(y_{rlt}) \\ k_2 &= k + k_{zz} f^2(y_{rlt}) \end{aligned}$$

I.1.4. Paliers à air

La prise en compte des paliers à air dans le comportement de la ligne d'arbre passe par l'expression du travail virtuel des forces générées par ces paliers. Contrairement à des roulements, les efforts générés par les paliers à air sur la ligne d'arbre dépendent à la fois de la déflexion locale du rotor au niveau de chaque palier ainsi que de la vitesse de rotation. Afin de simplifier les équations, nous considérons que le rotor est toujours aligné dans les paliers.

L'expression du travail virtuel des forces générées par un palier à air est la suivante :

$$\delta W_{pal} = F_{palx} f(y_{pal}) \delta q_1 + F_{palz} f(y_{pal}) \delta q_2$$

avec F_{palx} , F_{palz} , les composantes des efforts générés par le palier à air sur le rotor.

Les composantes des forces générées par le palier sont calculées, à chaque instant T au cours de la rotation, à l'aide de l'équation de Reynolds écrite en régime transitoire :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial \theta} \right) + 2\Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial T} \right)$$

En plus de la géométrie du palier et de la déformation de sa structure, H prend en compte la position de l'arbre à l'intérieur du palier qui peut être due au déplacement et à la déformation du rotor.

I.1.5. Balourd

La ligne d'arbre peut être déséquilibrée par la présence d'un balourd. L'énergie cinétique du balourd s'écrit :

$$T_u = m_u d\Omega f(y_{bal}) (\dot{q}_1 \cos \Omega t - \dot{q}_2 \sin \Omega t)$$

I.1.6. Equations du mouvement

L'application des équations de Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T_c}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = \delta W_i$$

avec $i=1, 2$

permet d'obtenir le système d'équations du rotor :

$$\begin{cases} m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_2 + k_1 q_1 = m_u d\Omega^2 f(y_{bal}) \sin(\Omega t) + F_{palx} f(y_{pal}) \\ m\ddot{q}_2 + a\Omega\dot{q}_1 + k_2 q_2 = m_u d\Omega^2 f(y_{bal}) \cos(\Omega t) + F_{paly} f(y_{pal}) \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations permet d'obtenir les déflexions de la ligne d'arbre en chacun de ses points.

Nous avons opté pour une méthode pas à pas dans le temps de façon à pouvoir prendre en compte, dans la suite, l'action non linéaire des paliers. La résolution du système d'équations est donc particulière.

Nous avons choisi d'utiliser une méthode d'Euler modifiée, [6], dont la convergence est assurée pour des pas de temps suffisamment faibles.

Ce schéma numérique s'explique de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{q}_i(t + \Delta t) = \dot{q}_i(t) + \ddot{q}_i(t)\Delta t \\ q_i(t + \Delta t) = q_i(t) + \dot{q}_i(t + \Delta t)\Delta t \end{cases}$$

avec $i=1, 2$

- a) A l'instant t , pour une position $q_1(t)$, $q_2(t)$ et des vitesses $\dot{q}_1(t)$, $\dot{q}_2(t)$ données, on résout l'équation de Reynolds en instationnaire et l'on déduit les forces générées par le palier à air,
- b) Le système d'équations de la dynamique de la ligne d'arbre permet alors de calculer les composantes de l'accélération du rotor,
- c) La vitesse et la position à l'instant $t+\Delta t$ sont enfin déterminées à partir de la méthode d'Euler modifiée. Le processus de calcul est alors repris en a).

Les conditions initiales sont choisies de façon arbitraire. Elles peuvent aussi résulter d'un calcul antérieur. Etant donné que la sollicitation extérieure est de nature cyclique, le régime établi est de nature périodique et les calculs sont arrêtés lorsque :

$$\sqrt{\left[\frac{X(t) - X(t + T_m)}{X(t)}\right]^2 + \left[\frac{Y(t) - Y(t + T_m)}{Y(t)}\right]^2} \leq \text{Tolérance}$$

Avec T_m la période du mouvement ($2\pi/\omega$). La *Tolérance* est par exemple fixée à une valeur de 10^{-4} . A l'issue de chaque calcul, la trajectoire est tracée pour vérifier visuellement les résultats.

I.2. Validation du modèle

Le code de calcul développé a été confronté aux exemples présentés dans [46], pages 30 et 41. Le premier cas concerne une ligne d'arbre simplement supportée à ses deux extrémités alors que dans le second cas, un roulement vient en plus perturber l'axisymétrie du rotor.

La schématisation du rotor est représentée sur la **Figure 81**.

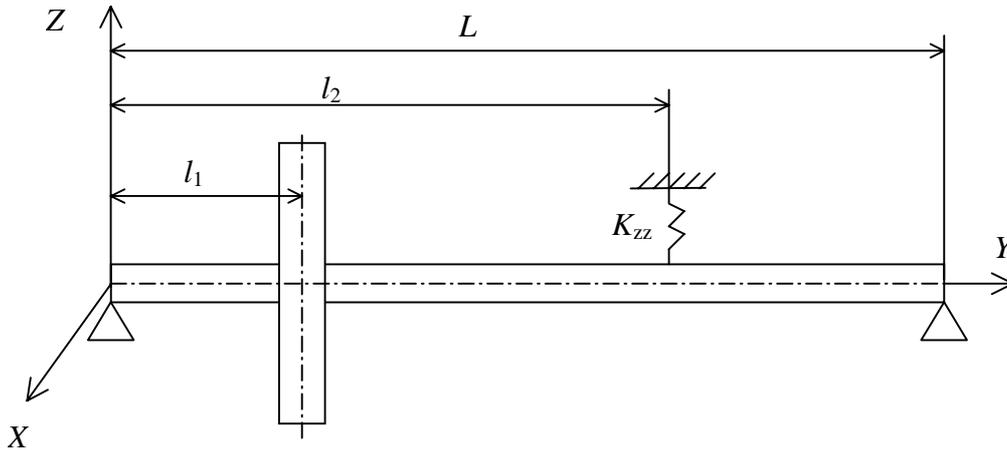


Figure 81 : Schématisation du rotor

Les données numériques communes aux deux cas étudiés sont :

Disque :

- rayon intérieur $R_1=0.01$ m
- rayon extérieur $R_2=0.15$ m
- épaisseur $h=0.03$ m
- $\rho=7800$ kg/m³
- $l_1=L/3$

Arbre :

- longueur $L=0.4$ m
- rayon de la section $R_1=0.01$ m
- $\rho=7800$ kg/m³
- $E=2 \cdot 10^{11}$ N/m²

Balourd :

- masse $m_u=10^{-4}$ kg
- distance $d=R_2=0.15$ m
- (situé sur le disque)

Raideur supplémentaire :

Cas 1 :

- Pas de raideur supplémentaire

Cas 2 :

- $K_{zz}= 5 \cdot 10^5$ N/m
- à $l_2=2L/3$

I.2.1. Cas 1

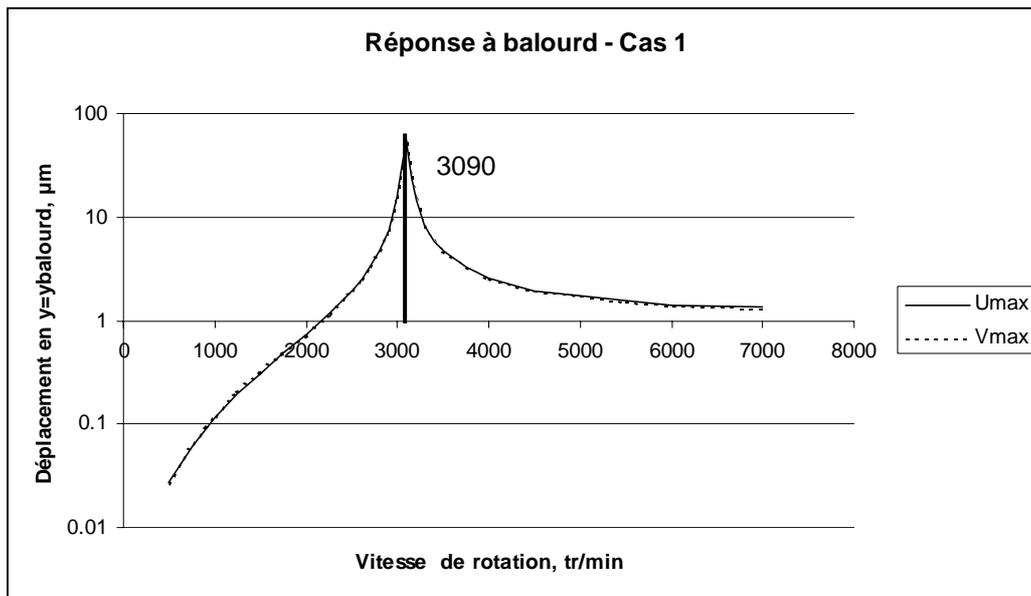


Figure 82 : Réponse à balourd pour le rotor “symétrique”

I.2.2. Cas 2

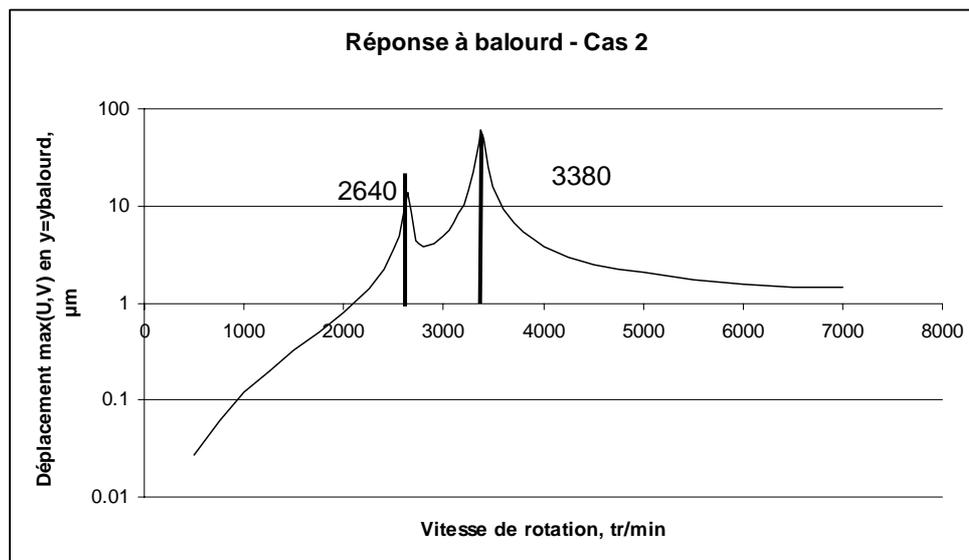


Figure 83 : Réponse à balourd pour le rotor « asymétrique »

I.2.3. Conclusion

La comparaison des résultats obtenus avec ceux de la référence est excellente comme le montre le **Tableau 18**.

Cas	Résultats du modèle	Référence
1	Nc1=3090 tr/min	Nc1=3089 tr/min
2	Nc1=2640 tr/min	Nc1=2642 tr/min
	Nc2=3380 tr/min	Nc2=3377 tr/min

Tableau 18 : Comparaison des résultats à la référence

Ces deux exemples permettent de valider le code de calcul mis en place. Nous pouvons donc l'utiliser pour étudier le comportement dynamique de la ligne d'arbre avec action non linéaire d'un palier à air.

I.3. Premiers résultats avec palier à air

Le modèle simple de dynamique de rotor mis en place a été utilisé pour entreprendre l'investigation de l'influence de l'action non linéaire d'un palier à air sur une ligne d'arbre.

Nous nous sommes basés sur le cas 1 et avons ajouté un palier à air, **Figure 84**, dont les caractéristiques sont les suivantes :

- position à $l_2=L/2$
- centré par rapport à l'axe de la ligne d'arbre non déformée
- rayon 10 mm
- longueur 10 mm
- jeu radial de 20, 25, 30, 35 et 40 μm
- 3 secteurs rigides non préchargés d'étendue 110°
- matrice de souplesse de valeur uniforme sans dimension égale à 0.2

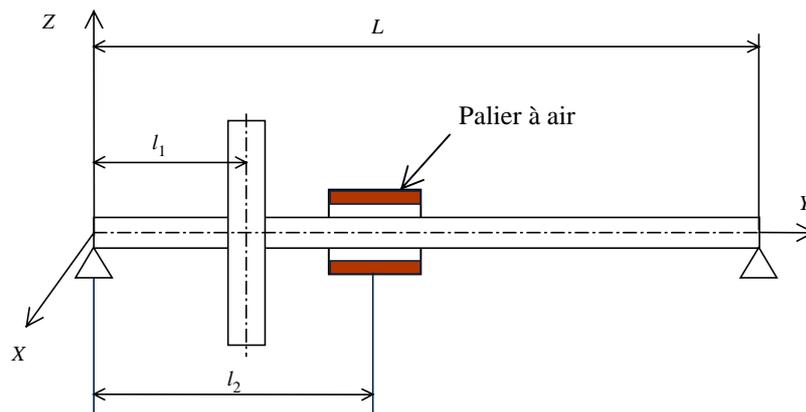


Figure 84 : Représentation schématique du rotor avec rajout du palier à air

Il apparaît que, selon la valeur du jeu radial du palier, la résolution de l'équation de Reynolds n'est pas toujours possible. En effet, l'excursion de l'arbre au niveau du palier peut être supérieure au jeu radial. C'est le cas notamment lorsque ce dernier est égal à 20 μm .

En revanche, lorsque le jeu radial est proche de l'excursion sans palier à air, tout en restant supérieur, il apparaît un phénomène intéressant. Le palier à air modifie légèrement la valeur de la vitesse critique de flexion, et surtout, il limite l'excursion du rotor au niveau du palier à air.

Toutefois, si le jeu radial est grand devant l'excursion du rotor sans palier à air, la ligne d'arbre se comporte comme s'il n'y avait pas de palier à air.

La **Figure 85** présente l'excursion radiale du rotor à l'abscisse du palier à air pour tous les cas étudiés :

- référence (*Ref*) : pas de palier à air
- avec palier à air, jeu radial de 20, 25, 30, 35 et 40 μm

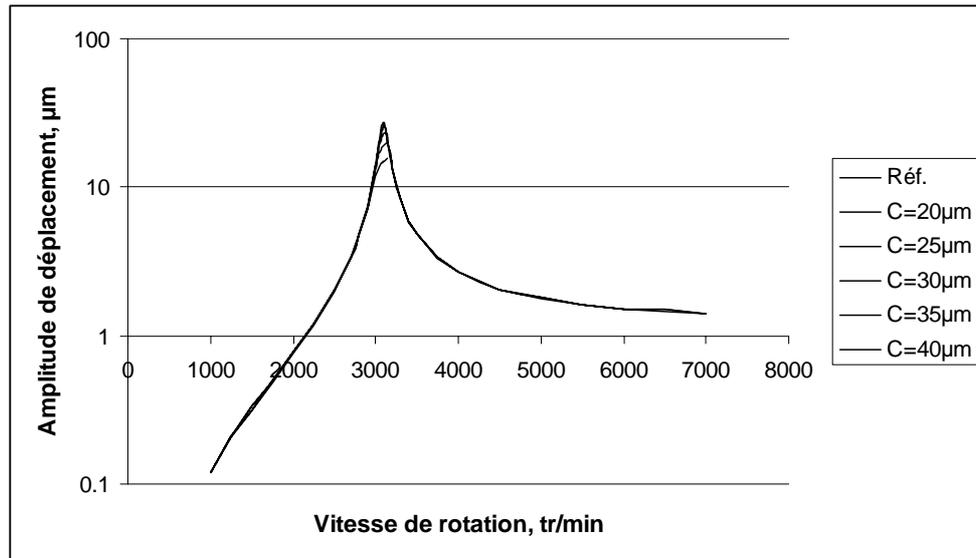


Figure 85 : Excursion du centre du rotor au niveau du palier – configuration de référence et configuration avec palier à air de différent jeu radial

Le cas où le palier à air a un jeu radial de $20\mu\text{m}$ présente des difficultés de calcul comme nous l'avons évoqué précédemment. La courbe n'a pu être tracée au niveau du pic de déplacement. En effet, l'excursion du rotor devient trop importante par rapport au jeu radial du palier ce qui se traduit par une incapacité à résoudre l'équation de Reynolds car la hauteur de film d'air dans le palier est trop faible et ce dernier n'équilibre plus la charge appliquée.

Si l'on opère un « zoom » au niveau du pic de déplacement, **Figure 86**, on peut mieux observer les effets décrits précédemment.

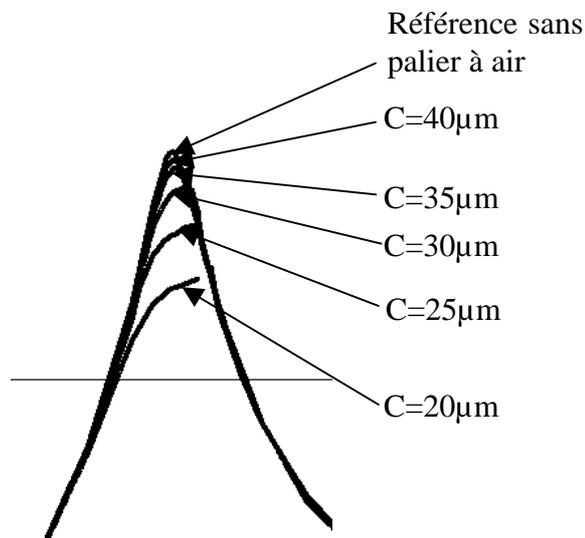


Figure 86 : « Zoom » du pic de déplacement

Ces résultats montrent donc que le palier à air a une influence sur le comportement de la ligne d'arbre. La valeur de la vitesse critique reste quasiment inchangée par rapport à la référence, elle est légèrement augmentée (2%) ce qui implique que le palier rigidifie la ligne d'arbre. La diminution de la valeur de l'excursion du rotor au niveau du palier, de l'ordre de 15%, est faible mais non négligeable.

Ce modèle simplifié nous a permis d'acquérir une expérience intéressante sur le calcul pas à pas dans le temps du comportement dynamique d'un rotor avec influence non linéaire d'un palier à air. Naturellement nous nous sommes penchés sur l'amélioration du modèle en prenant en compte une base modale composée de trois modes.

L'objectif est d'améliorer la modélisation du comportement dynamique de l'ensemble ligne d'arbre – paliers aérodynamiques à action non linéaire. A l'aide de l'outil de calcul développé nous montrerons la spécificité de ce type d'analyse.

Chapitre II. MODÈLE DE RAYLEIGH – RITZ

L'objectif est de développer un modèle de calcul plus évolué que celui que nous venons de présenter. Nous adoptons la même démarche que précédemment en présentant le modèle mathématique, sa validation et les résultats obtenus avec l'action non linéaire des paliers à air.

II.1. Description du modèle

La modélisation de type Rayleigh-Ritz utilise maintenant une base modale composée de trois modes simples : pompage (ou translation), tangage (ou balancement) et première flexion, **Figure 87**. Cette modélisation constitue une première évolution du modèle simple du **Chapitre I** permettant de prendre en compte les deux modes de corps rigide et le mode de première flexion de l'arbre.

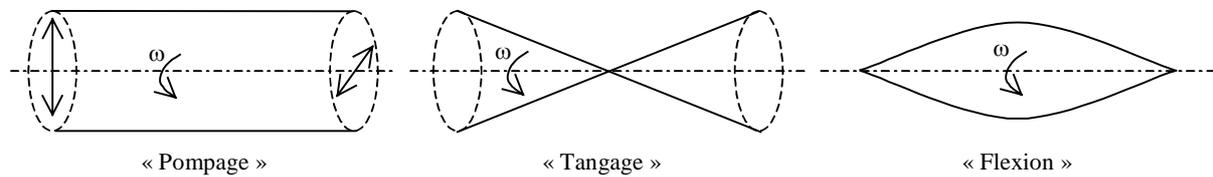


Figure 87 : Représentation schématique des modes de vibration considérés

Le principe est identique à celui présenté précédemment. La principale différence réside dans le fait que nous disposons de trois modes au lieu d'un seul. D'autre part, en vue de faire l'étude d'une ligne d'arbre sur deux paliers à air, l'influence de la gravité sera rajoutée pour permettre l'excentration « naturelle » de l'arbre dans les paliers.

$R_0(X, Y, Z)$ est le repère initial, l'axe du rotor au repos est porté par la direction Y. La vitesse de rotation ω est constante. Afin de pouvoir simplifier les calculs, un degré de liberté est utilisé pour les déplacements dans les directions X et Z.

Les expressions des déplacements dans les directions X et Z sont respectivement mises sous la forme

$$\begin{aligned} u(y, t) &= f_a(y)q_1(t) + f_b(y)q_3(t) + f_c(y)q_5(t) = f_a(y)q_1 + f_b(y)q_3 + f_c(y)q_5 \\ w(y, t) &= f_a(y)q_2(t) + f_b(y)q_4(t) + f_c(y)q_6(t) = f_a(y)q_2 + f_b(y)q_4 + f_c(y)q_6 \end{aligned}$$

où les q_i sont des coordonnées indépendantes généralisées.

Etant donné, que les déplacements angulaires ψ et θ , **Figure 79**, sont petits, ils sont approchés par

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{df_a(y)}{dy} q_2 + \frac{df_b(y)}{dy} q_4 + \frac{df_c(y)}{dy} q_6 = g_a(y)q_2 + g_b(y)q_4 + g_c(y)q_6$$

et

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{df_a(y)}{dy} q_1 - \frac{df_b(y)}{dy} q_3 - \frac{df_c(y)}{dy} q_5 = -g_a(y)q_1 - g_b(y)q_3 - g_c(y)q_5$$

Le second ordre des dérivées des déplacements u et w est nécessaire pour exprimer l'énergie élastique de l'arbre

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{d^2 f_a(y)}{dy^2} q_1 + \frac{d^2 f_b(y)}{dy^2} q_3 + \frac{d^2 f_c(y)}{dy^2} q_5 = h_a(y)q_1 + h_b(y)q_3 + h_c(y)q_5$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{d^2 f_a(y)}{dy^2} q_2 + \frac{d^2 f_b(y)}{dy^2} q_4 + \frac{d^2 f_c(y)}{dy^2} q_6 = h_a(y)q_2 + h_b(y)q_4 + h_c(y)q_6$$

Les fonctions de déplacement f_a, f_b et f_c sont respectivement choisies pour représenter la géométrie des modes de vibration de pompage, tangage et première flexion d'une poutre de section constante appuyée à ses extrémités :

$$f_a(y)=1$$

$$f_b(y) = 1 - \frac{2y}{L}$$

$$f_c(y) = \sin \frac{\pi y}{L}$$

On pourra remarquer facilement à partir de ces expressions que $g_a(y)=0$ et $h_a(y)=0$ car f_a est d'ordre 0. De même, $h_b(y)=0$ car f_b est d'ordre 1.

Dans la suite, nous ne développerons pas entièrement les équations car les calculs sont longs mais ne présentent pas de difficulté particulière.

Nous nous limitons donc à rappeler les expressions des différentes énergies qu'il faut calculer pour arriver à écrire correctement le système d'équations de Lagrange.

II.1.1. Élément de disque

Le disque est considéré comme étant axisymétrique. Son énergie cinétique T_D , peut s'écrire de la façon suivante :

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} I_{Dy} (\Omega^2 + 2\Omega\dot{\psi}\theta)$$

L'énergie de déformation du disque est nulle puisqu'il est rigide.

II.1.2. Élément de rotor

Les éléments de rotor sont considérés axisymétriques. L'expression de son énergie cinétique, T_S , est la suivante :

$$T_S = \frac{\rho S}{2} \int_0^L (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) dy + \rho I L \Omega^2 + 2\rho I \Omega \int_0^L \dot{\psi} \theta dy$$

Le terme $\rho IL\Omega^2$ étant constant, il n'interviendra pas dans l'écriture des équations de Lagrange.

L'énergie de déformation de l'arbre, U_s , s'écrit :

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy$$

Compte tenu que les fonctions h_a et h_b sont nulles, l'expression de l'énergie de déformation de l'arbre s'écrit simplement en fonction des coordonnées généralisées :

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L h_c^2(y) dy (q_5^2 + q_6^2)$$

II.1.3. Balourd

La ligne d'arbre peut être déséquilibrée par la présence d'un balourd. Il est défini par une masse m_u à une distance d du centre géométrique de l'arbre.

Son énergie cinétique s'écrit :

$$T_u = m_u d \Omega (\dot{u} \cos \Omega t - \dot{w} \sin \Omega t)$$

L'ensemble des énergies du système ayant été présentée, il convient maintenant de s'intéresser aux actions des paliers à roulement et des paliers à air. D'autre part, pour retranscrire le fonctionnement d'une ligne d'arbre sur paliers à air, l'influence de la gravité sera rajoutée dans les équations.

II.1.4. Paliers à roulement

La ligne d'arbre peut éventuellement recevoir des paliers à roulement. Leur raideur et amortissement visqueux sont supposés connus. De façon générale, l'influence de la flexion est négligée, **Figure 88**. L'expression du travail virtuel des forces exercées sur la ligne d'arbre s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \delta W_{rt} = & -k_{xx} u \delta u - k_{xz} w \delta u - k_{zz} w \delta w - k_{zx} u \delta w \\ & - c_{xx} \dot{u} \delta u - c_{xz} \dot{w} \delta u - c_{zz} \dot{w} \delta w - c_{zx} \dot{u} \delta w \end{aligned}$$

ou

$$\delta W_{rt} = F_{rtx} \delta u + F_{rtz} \delta w$$

où F_{rtx} et F_{rtz} sont les composantes des forces généralisées des paliers à roulements. Sous forme matricielle on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} F_{rtx} \\ F_{rtz} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix}$$

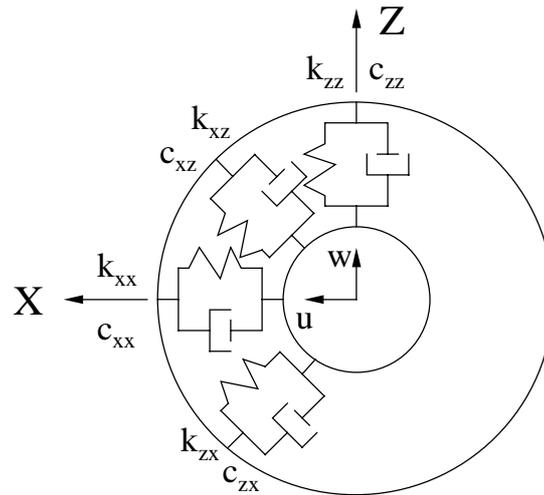


Figure 88 : Raideur et amortissement des paliers à roulement

II.1.5. Paliers à air

La prise en compte des paliers à air dans le comportement de la ligne d'arbre passe par l'expression du travail virtuel des forces dues à ces paliers. Comme nous avons pu le voir précédemment, les efforts générés par les paliers à air sur la ligne d'arbre dépendent à la fois de la déflexion locale du rotor au niveau de chaque palier ainsi que de la vitesse de rotation.

L'expression du travail virtuel des forces générées par un palier à air est la suivante :

$$\delta W_{pal} = F_{palx} \delta u + F_{palz} \delta w$$

avec F_{palx} , F_{palz} , les composantes des efforts générés par le palier à air sur le rotor.

Les composantes des forces générées par le palier sont calculées, à chaque pas de temps, à l'aide de l'équation de Reynolds écrite en régime transitoire :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial \theta} \right) + 2\Lambda \left(\frac{\partial(PH)}{\partial T} \right)$$

Afin de simplifier les calculs, nous ne considérons pas le désalignement dans les paliers généré par le tangage, la flexion de l'arbre ou une différence de valeur de l'intensité des charges statiques appliquées aux paliers.

II.1.6. Gravité

L'action de la gravité permet de pouvoir retranscrire le phénomène d'excentration statique du rotor dans les paliers à air.

Nous considérons que la masse totale de la ligne d'arbre exerce, via le phénomène de pesanteur, une force située au centre de gravité de la ligne d'arbre. L'expression du travail virtuel de l'action de la gravité est la suivante :

$$\delta W_{\text{gravité}} = -M_{\text{totale}} g \delta w(y_{cdg})$$

avec M_{totale} , la masse totale de la ligne d'arbre, g , l'accélération de la pesanteur et y_{cdg} , l'abscisse du centre de gravité de la ligne d'arbre.

L'obtention du système d'équations se fait par l'application des équations de Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T_c}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = \delta W_i$$

avec $i=1$ à 6 , T_c l'énergie cinétique et U l'énergie de déformation de l'ensemble des constituants de la ligne d'arbre, δW le travail virtuel total et q_i les coordonnées généralisées du système.

Cela nous permet d'obtenir le système d'équations du rotor que l'on peut écrire sous forme matricielle,

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\}$$

avec $[M]$ la matrice de masse, $[C]$ la matrice regroupant l'effet gyroscopique et l'amortissement des paliers à roulement, $[K]$ la matrice de raideur de l'ensemble rotor et paliers à roulement, $\{F\}$ le vecteur des actions extérieures (balourd, paliers à air et gravité).

II.1.7. Résolution du système d'équations

II.1.7.1. Adimensionnement des équations

Le système d'équations est exprimé sans dimension afin de permettre, notamment, une plus grande précision des calculs. Les grandeurs sans dimension sont calculées comme suit :

- Temps, $T=t\Omega$
- Déplacement, vitesse, accélération, $\bar{Q}_i = \frac{q_i}{C_0}$, $\dot{\bar{Q}}_i = \frac{\dot{q}_i}{C_0\Omega}$, $\ddot{\bar{Q}}_i = \frac{\ddot{q}_i}{C_0\Omega^2}$
- Eléments de la matrice [M], $\bar{M}_{ij} = \frac{M_{ij}}{\rho L^3}$
- Eléments de la matrice [C], $\bar{C}_{ij} = \frac{C_{ij}}{\rho L^3}$
- Forces, $\bar{F}_i = \frac{F_i}{\rho L^3 C_0 \Omega^2}$

avec, Ω , la vitesse de rotation, C_0 , une valeur arbitraire de l'ordre du jeu radial dans les paliers, ρ et L , respectivement la masse volumique et la longueur du rotor.

Le système d'équations devient donc :

$$[\bar{M}]\{\ddot{\bar{Q}}\} + \frac{1}{\Omega}[\bar{C}]\{\dot{\bar{Q}}\} + \frac{1}{\rho L^3 \Omega^2}[\bar{K}]\{\bar{Q}\} = \{\bar{F}\}$$

La résolution de ce système d'équations permet d'obtenir le vecteur des coordonnées généralisées et donc de connaître les déflexions de la ligne d'arbre.

Nous présentons dans le paragraphe suivant la méthode de résolution employée.

II.1.7.2. Méthode de résolution

Le schéma numérique employé est identique à celui présenté pour le modèle simplifié à un seul mode, **Chapitre I**. La seule différence est que les vecteurs des coordonnées, vitesses et accélérations généralisées ont six composantes au lieu de deux.

Le critère d'arrêt des calculs est également identique.

Nous avons choisi de présenter une réflexion sur le choix du pas de temps à utiliser dans les calculs.

II.1.7.3. Choix du pas de temps

Comme pour les autres modèles de dynamique non linéaire que nous avons présentés, le choix du pas de temps reste la difficulté majeure de la résolution numérique. Un pas trop petit entraîne des calculs inutilement longs alors qu'un pas trop grand risque de provoquer la divergence du calcul du champ de pression dans les paliers.

Nous nous sommes inspirés de méthodes à pas multiples, [13], pour essayer d'adapter le pas de temps à la configuration de calcul. En effet, lors d'une montée en vitesse, nous avons pu constater sur de nombreux exemples que pour les basses vitesses de rotation, le pas de temps permettant la convergence du calcul peut être plus grand que pour les vitesses de rotation élevées. Ainsi, nous avons mis en place un algorithme permettant d'adapter le pas de temps en fonction de la convergence du calcul.

A partir d'un pas de temps initial nous effectuons une montée en vitesse. Si pour une vitesse de rotation donnée le calcul du champ de pression diverge, nous refaisons ce calcul avec un pas de temps divisé par deux par rapport à la valeur précédente, **Figure 89**.

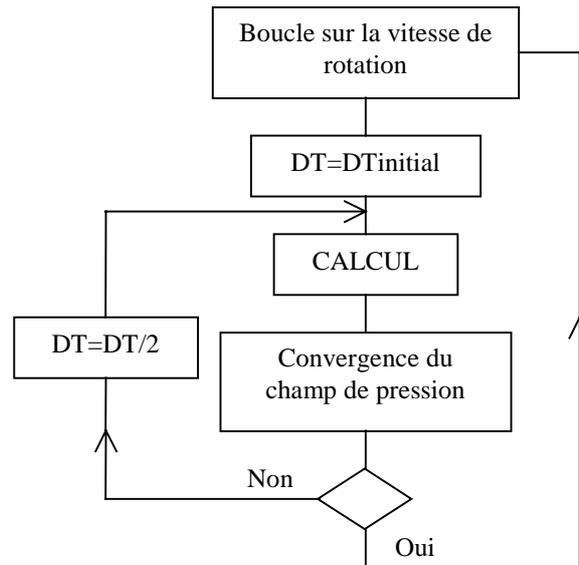


Figure 89 : Algorithme d'adaptation du pas de temps avec la vitesse de rotation

Selon les configurations de calcul, notamment avec arbre flexible, un calcul de montée en vitesse avec pas de temps constant oblige à prendre une valeur très faible pour assurer la convergence du champ de pression aux vitesses de rotation élevées. L'ajustement du pas de temps en fonction de la vitesse de rotation permet d'accélérer le calcul.

II.2. Validation du modèle

Le code de calcul développé sur la base du modèle de Rayleigh – Ritz à 3 modes a été confronté aux exemples pages 16 et 126 de [46]. Nous avons également procédé à la comparaison de la réponse à un balourd donnée par ce nouveau modèle où l'action des paliers à air est non linéaire avec les sorties du modèle de rotor rigide présenté dans la **Partie 4**.

II.2.1. Premier cas

Il s'agit de reprendre la ligne d'arbre ayant permis la validation du modèle simplifié, page 16 de [46] sans la raideur supplémentaire. Ici, les appuis rigides sont remplacés par deux roulements identiques modélisés par des matrices de raideur et d'amortissement. Afin de pouvoir comparer les deux configurations nous avons calculé la réponse à un balourd pour des valeurs croissantes de la raideur des paliers.

Le tracé de la réponse à un balourd, c'est à dire le déplacement de la ligne d'arbre à l'abscisse du balourd, montre que l'on obtient un raidissement de la structure avec celui des paliers, **Figure 90**. Ainsi, plus la raideur des paliers a une valeur élevée et plus la vitesse critique obtenue se rapproche de celle de la configuration de référence, **Tableau 19**.

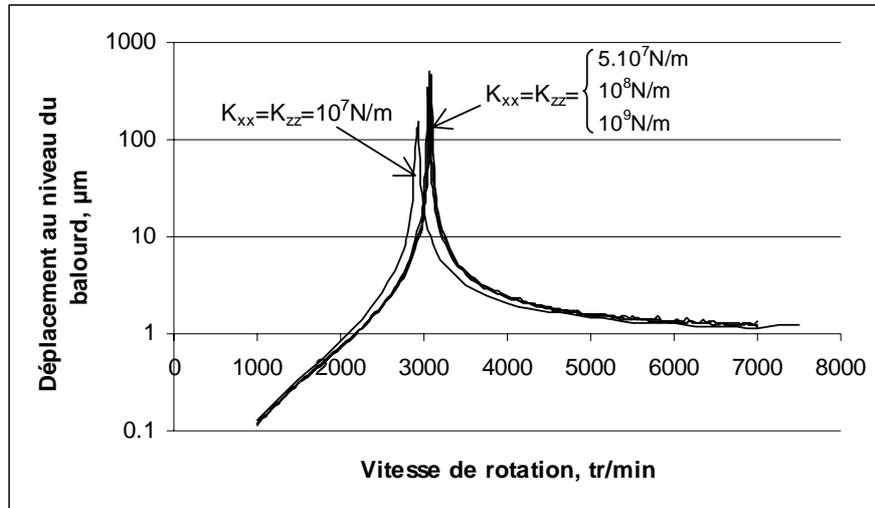


Figure 90 : Réponse à balourd – comparaison des configurations de calcul

Configuration	Valeur de la vitesse critique, tr/min
$K_{xx}=K_{zz}=10^7 \text{ N/m}$	2925
$K_{xx}=K_{zz}=5.10^7 \text{ N/m}$	3050
$K_{xx}=K_{zz}=10^8 \text{ N/m}$	3070
$K_{xx}=K_{zz}=10^9 \text{ N/m}$	3090
Référence	3090

Tableau 19 : Comparaison des valeurs de la vitesse critique en fonction de la configuration étudiée

Le tracé de la déformée en rotation confirme que l'on a à faire à un mode de première flexion d'arbre, **Figure 91**.

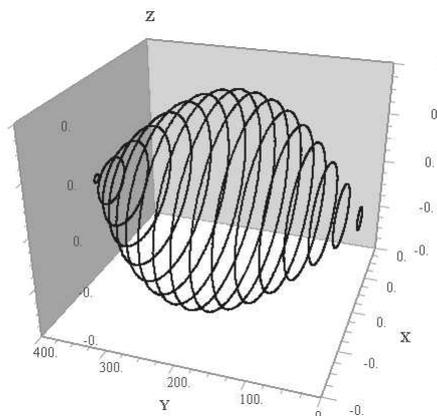


Figure 91 : Déformée en rotation correspondant à la vitesse critique identifiée

II.2.2. Deuxième cas

Le deuxième cas de calcul utilisé pour valider notre modèle est celui de la page 126 de [46]. La ligne d'arbre en question est plus complexe de part le fait qu'elle est constituée d'un rotor long et de trois disques. La **Figure 92** donne sa représentation schématique et ses caractéristiques sont rappelées dans le **Tableau 20**.

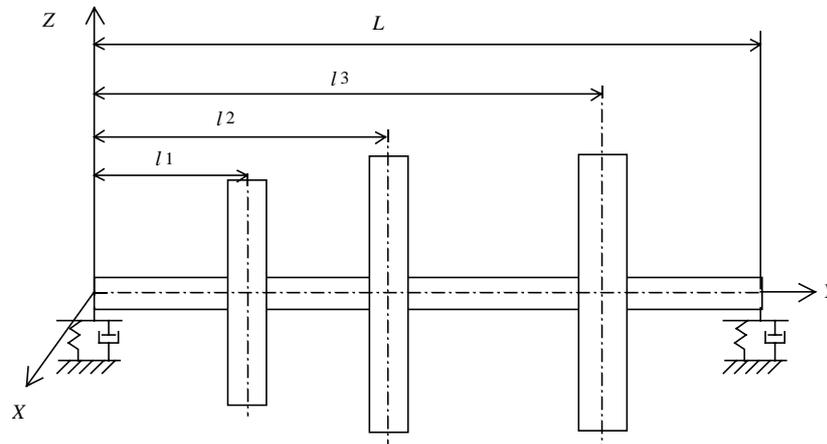


Figure 92 : Représentation schématique de la ligne d'arbre étudiée

<i>Rotor</i>	$l_1=0.2\text{m}, l_2=0.5\text{m}, l_3=1\text{m}, L=1.3\text{m}$		
	Section pleine, $\phi=0.05\text{m}$		
	$E=2.10^{11}\text{N/m}^2, \rho=7800\text{kg/m}^3, \nu=0.3$		
<i>Disques</i>	Epaisseur, m	ϕ intérieur, m	ϕ extérieur, m
<i>Disque 1 situé à l_1</i>	0.05	0.05	0.12
<i>Disque 2 situé à l_2</i>	0.05	0.05	0.2
<i>Disque 3 situé à l_3</i>	0.06	0.05	0.2
<i>Roulements identiques situés aux extrémités de la ligne d'arbre</i>	$K_{xx}=5.10^7\text{N/m}, K_{zz}=7.10^7\text{N/m}, K_{xz}=K_{zx}=0$		
	$C_{xx}=5.10^2\text{N/m/s}, C_{zz}=7.10^2\text{N/m/s}, C_{xz}=C_{zx}=0$		
<i>Balourd</i>	Balourd de 200g.mm situé sur le disque 2		
<i>Vitesse de rotation</i>	Plage de vitesses de 0 à 30000 tr/min		

Tableau 20 : Caractéristiques de la ligne d'arbre étudiée

L'approche adoptée dans [46] est basée sur la méthode des éléments finis avec résolution par une méthode pseudo-modale. Ce cas de référence est particulièrement intéressant car ses auteurs ont étudié l'influence du nombre de modes utilisés dans leur base modale ($n=2, 4, 6, 8$) sur la qualité des résultats.

Notre modèle utilise 3 modes, par conséquent, nous nous attendons à obtenir un comportement proche des cas à $n=2$ et $n=4$ du cas de référence. Le tracé de la réponse à balourd (en $y=l_2$) fait apparaître 4 pics d'amplitude, **Figure 93**. Il est intéressant de voir, **Tableau 21**, que les deux premières vitesses critiques ont des valeurs proches de la référence. Par contre, pour les deux suivantes, nous avons des écarts plus importants.

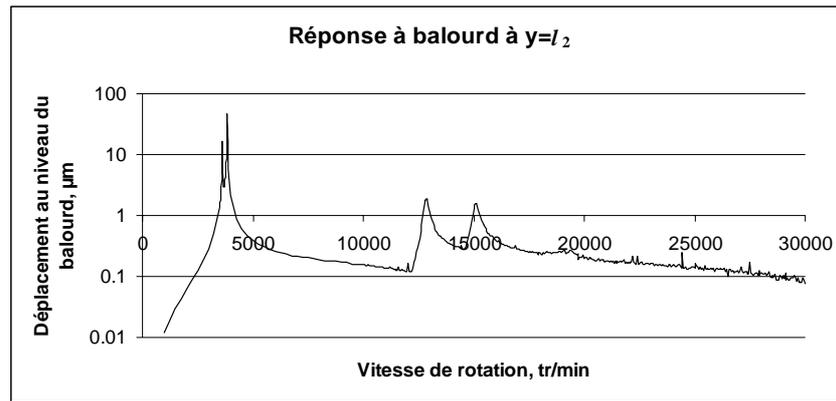


Figure 93 : Réponse à balourd au niveau du disque 2

	Vitesses critiques trouvées, tr/min	Vitesses critiques de référence, tr/min
1	3610	3620
2	3840	3798
3	12850	10018
4	15080	11279
5	--	16785
6	--	24408
7	--	26615

Tableau 21 : Comparaison des vitesses critiques obtenues

D'autre part, le tracé des déformées en rotation permet d'observer que la déformation du rotor rentre en jeu à chacune des vitesses critiques déterminées, **Figure 94**, et **Figure 95**.

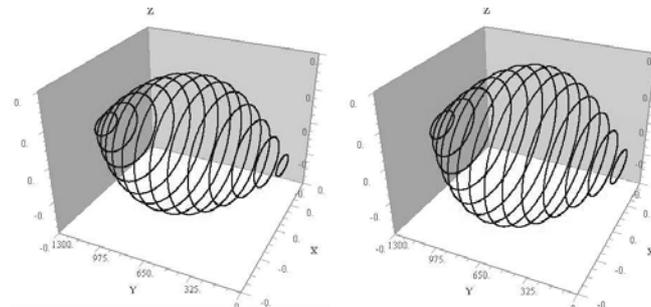


Figure 94 : Déformées en rotation à 3610 et 3840 tr/min

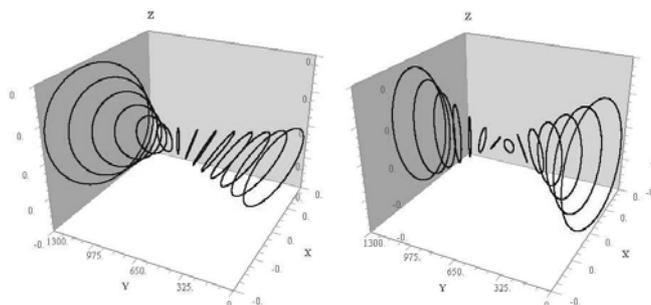


Figure 95 : Déformées en rotation à 12850 et 15080 tr/min

Ces deux comparaisons avec des exemples de la littérature nous permettent de valider le code de calcul de dynamique de rotor pas à pas dans le temps basé sur la méthode de Rayleigh – Ritz à trois modes.

II.2.3. Troisième cas

Nous nous sommes proposés de réfléchir sur une configuration de ligne d'arbre courte (donc peu flexible) montée sur deux paliers à air dont l'action est non linéaire. Les caractéristiques du rotor sont :

- section circulaire pleine de diamètre 50 mm,
- longueur 300 mm,
- module d'Young égal à 2.10^{11} N/m² et coefficient de Poisson de 0.3.

Les paliers à air utilisés sont rigides à 3 lobes lisses d'étendue 110°, L=D=50mm, C=50µm. Les paliers sont situés à 50 mm des extrémités du rotor. Un balourd d'intensité 1g.mm est situé au milieu de la ligne d'arbre. Dans cette configuration la charge statique sur chaque palier est de 22,5N.

Le rotor ainsi défini est « quasiment rigide », monté de façon symétrique sur deux paliers identiques. La réponse à une excitation de balourd obtenue avec le modèle de Rayleigh-Ritz à trois modes (code « rotor ») devrait donc être très proche de celle donnée par le modèle de rotor rigide mis en place à la **Partie 4** (code « palier »).

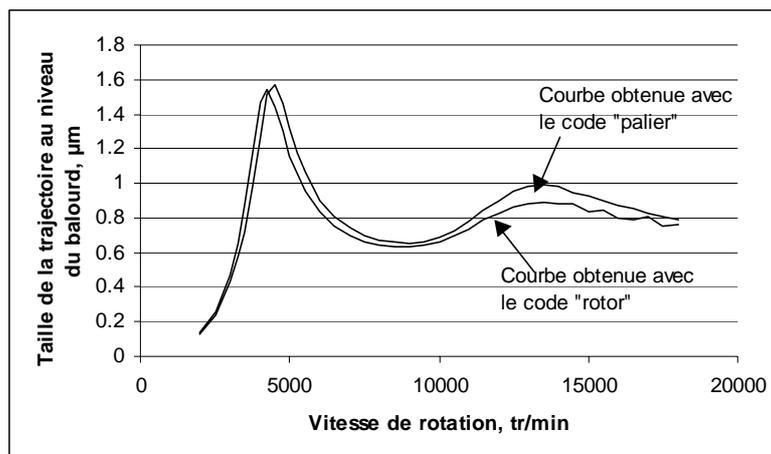


Figure 96 : Réponse à balourd – comparaison avec le premier modèle simple de dynamique non linéaire

Les résultats obtenus sont excellents, **Figure 96**. En effet, bien que le modèle de Rayleigh – Ritz prenne en compte la déformation de l'arbre, ce dernier se révèle très raide. Ainsi, son comportement se rapproche de celui d'un arbre rigide, comme le montre cette comparaison.

Ce dernier exemple valide une fois de plus nos codes de calcul en démontrant leur très bonne cohérence entre eux.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'étude d'une configuration de ligne d'arbre qui permettra de mettre en évidence la spécificité de l'approche de la dynamique de rotor avec prise en compte d'une action non linéaire des paliers à air.

II.3. Premiers résultats avec paliers à air

Le modèle de calcul mis en place a pu être validé en configuration « roulements », c'est à dire avec actions linéaires des paliers supportant la ligne d'arbre. D'autre part, sa cohérence avec le code de calcul de dynamique de rotor rigide avec action non linéaire des paliers présenté dans la **Partie 4**, a été démontrée.

Notre objectif est de réaliser l'étude du comportement dynamique d'une ligne d'arbre déformable supportée de façon non linéaire par des paliers à air. Nous pourrions ainsi montrer toute l'utilité de ce type d'analyse en observant, en particulier, l'influence de la flexibilité du rotor sur la réponse à un balourd et le seuil de stabilité des paliers.

Nous avons pu constater qu'avec un arbre plein ou creux de longueur 300mm et de diamètre extérieure 50mm, **Figure 97**, dans la gamme de vitesse de 2000 à 18000tr/min, le comportement dynamique est proche de la configuration rigide symétrique. Ce rotor semble « trop court » et donc trop raide pour observer des phénomènes de flexion dans la gamme de vitesse considérée. L'apport de notre nouveau modèle ne peut donc pas être mis en évidence.

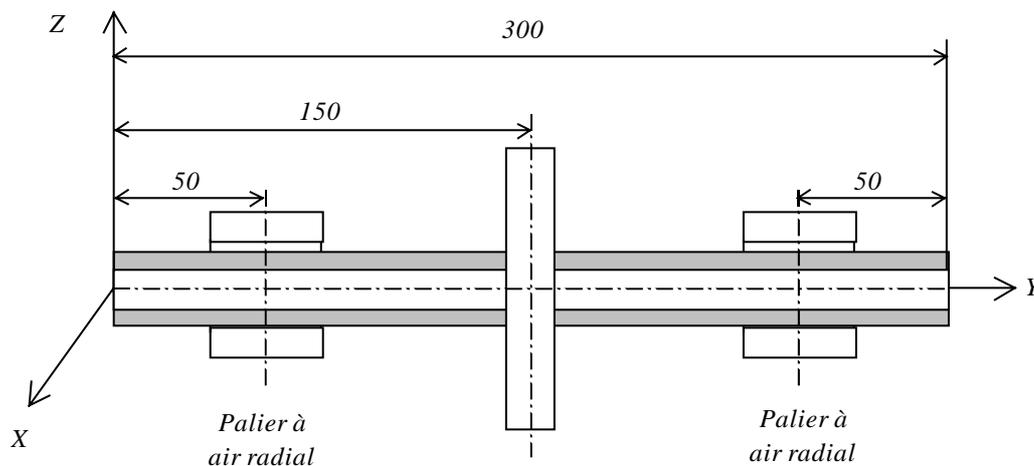


Figure 97 : Schématisation d'un rotor creux avec disque central

Une confirmation de cette hypothèse est proposée en étudiant la configuration avec des paliers à roulement de raideur « faible », 10^7 N/m. Il s'avère qu'avec le rotor plein, on trouve un pic d'amplitude à la vitesse de 20000 tr/min. Avec des configurations à rotor creux ($\phi_{int}=40$ et 45mm) et disque central (rajouté pour travailler à iso masse de ligne d'arbre et donc iso efforts aux paliers), ce pic d'amplitude est seulement déplacé vers 18000 tr/min.

Nous avons donc envisagé de chercher à diminuer davantage cette vitesse critique. Pour cela, notre stratégie a été d'augmenter la longueur de la ligne d'arbre pour diminuer sa rigidité de flexion. Les caractéristiques du matériau restent inchangées par rapport à l'exemple précédent, **II.2.3**.

Cependant, pour garder un même niveau de chargement statique des paliers, nous avons creusé le rotor. Nous présentons sur le **Tableau 22** les configurations testées avec les roulements de raideur 10^7 N/m et la valeur de la vitesse critique correspondant au premier mode de flexion. Les roulements sont situés à 50 mm des extrémités dans chacun des cas.

Configuration (unités en mm)	Valeur de la vitesse critique de flexion, tr/min
Longueur 300, $\phi_{int}=0$, $\phi_{ext}=50$ (référence)	20000
Longueur 600, $\phi_{int}=35.35$, $\phi_{ext}=50$	17250
Longueur 900, $\phi_{int}=40.83$, $\phi_{ext}=50$	10750

Tableau 22 : Configuration essayée avec les raideurs des roulements et valeurs de vitesse critique de flexion correspondante

Nous retenons donc le cas à longueur de 900 mm dans la suite de notre étude. Les paliers à air, identiques au cas précédent, sont situés à 50 mm des extrémités du rotor.

Le calcul dynamique du comportement de cette ligne d'arbre avec action non linéaire des paliers à air donne une courbe de réponse à balourd intéressante. Nous observons toujours un pic d'amplitude vers 4000 tr/min, de façon similaire au cas d'un rotor rigide mais un second pic apparaît vers 9500 tr/min. Nous comparons sur la **Figure 98** cette courbe de réponse à balourd avec celle que l'on obtient avec le modèle simple de rotor rigide symétrique pour mettre en évidence l'effet de la flexibilité du rotor.

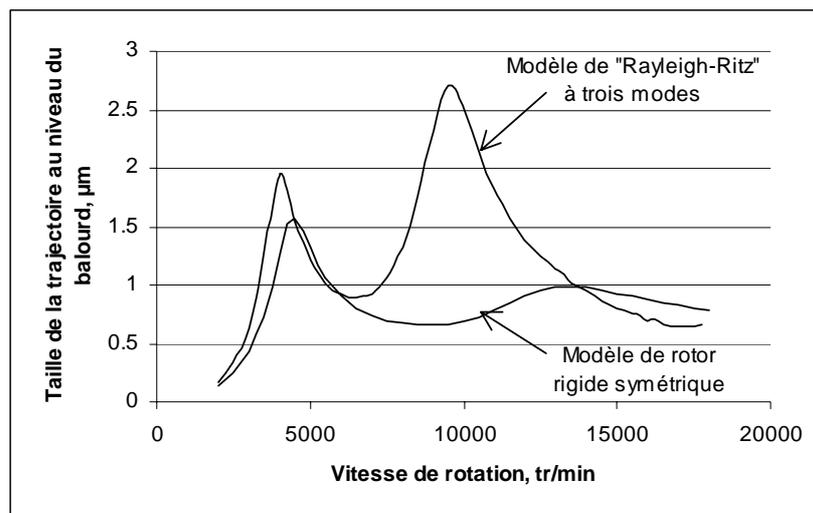


Figure 98 : Réponse à balourd du cas à Lrotor=900mm – comparaison avec le modèle de rotor rigide

Il est intéressant de tracer la déformée du rotor pour les vitesses de 4000 et 9500 tr/min **Figure 99**, **Figure 100**. Ces figures donnent la représentation de la trajectoire du centre du rotor pour différentes abscisses Y. Nous avons pris la précaution de supprimer la déformée statique de la ligne d'arbre, due à la gravité, afin que l'observation de la déformée en rotation soit plus aisée.

Il apparaît clairement que le mode de vibration correspondant à la vitesse de 4000 tr/min est du type « corps rigide » car l'arbre se fléchit très peu (l'amplitude des déplacements selon l'axe Z est le tiers de ceux selon l'axe X), **Figure 99**.

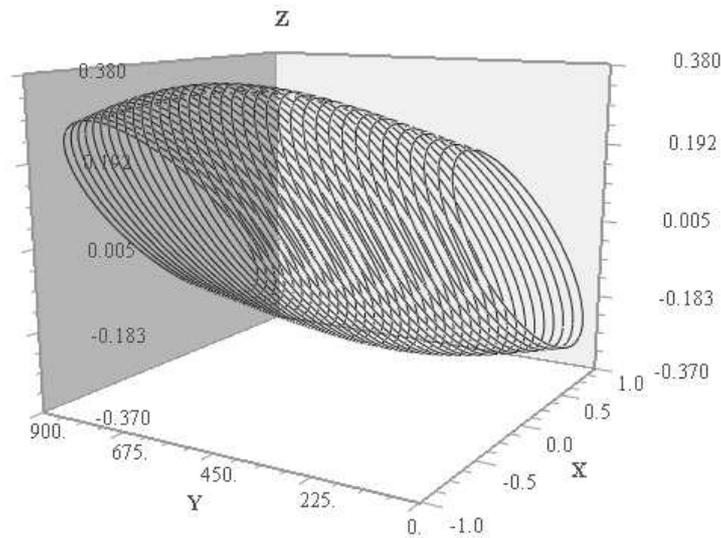


Figure 99 : Déformée du rotor à la vitesse de 4000 tr/min

Pour la vitesse de 9500 tr/min, le mode de vibration associé fait intervenir la flexion du rotor dont la forme est complexe. Notons au passage que l'amplitude de la déformée selon l'axe Z (direction du poids) est environ quatre fois supérieure à celle selon l'axe X, **Figure 100**.

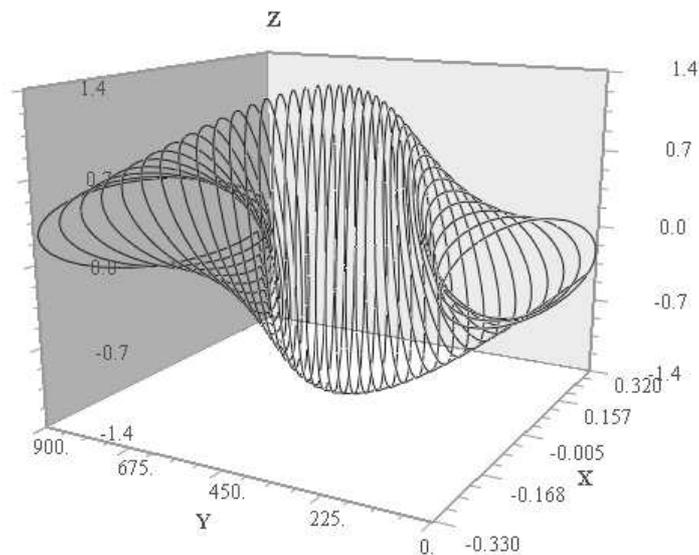


Figure 100 : Déformée du rotor à la vitesse de 9500tr/min

On peut également tracer sur un même graphique les courbes de réponse à balourd en configuration roulements, paliers à air à action linéaire et paliers à air à action non linéaire, **Figure 101**. Il apparaît que les trois courbes présentent des différences notables.

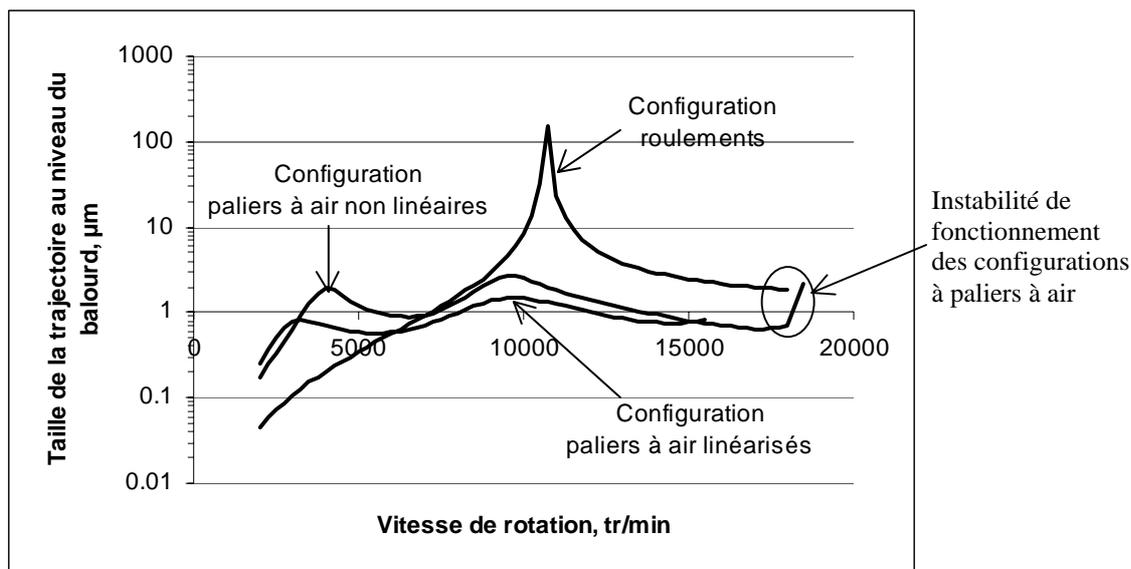


Figure 101 : Réponse à balourd – comparaison des configuration roulements, paliers à air linéaires et paliers à air non linéaires

Tout d'abord, on remarque que l'amortissement fluide des paliers à air permet de diminuer le niveau d'amplitude de la taille de la trajectoire du centre du rotor par rapport à une configuration « roulements » (à balourd identique).

D'autre part, le comportement dynamique de la ligne d'arbre supportée par les paliers à air à action linéaire présente des pics d'amplitude décalés par rapport à ceux identifiés par le calcul avec action non linéaire des paliers et d'amplitudes plus faibles, **Tableau 23**. On remarque que les écarts sont plus importants pour les faibles vitesses, c'est à dire aux excentricités élevées.

Cela confirme donc que les résultats obtenus par la méthode linéaire sont erronés et que son utilisation n'est pas appropriée aux cas où le rotor est très excentré dans les paliers ($\epsilon > 0.65$ dans le cas des paliers à 3 lobes « lisses »).

	Action linéaire	Action non linéaire	Ecart relatif
Vitesse critique 1	3250 tr/min	4000 tr/min	23 %
Amplitude 1	0.81 µm	1.96 µm	142 %
Vitesse critique 2	9750 tr/min	9500 tr/min	2.6 %
Amplitude 2	1.48 µm	2.7 µm	82 %

Tableau 23 : Comparaison des résultats des méthodes "linéaire" et "non linéaire"

Afin de confirmer l'influence de la flexibilité du rotor sur son comportement dynamique, nous avons considéré deux autres rotors identiques à celui de l'étude précédente mais avec un module d'Young réduit à $E/2$ et $E/3$.

La position du premier pic d'amplitude est quasiment indépendante de la valeur du module d'Young du rotor. Le mode associé est bien du type corps rigide.

Cette étude permet également de vérifier que le mode de vibration correspondant au second pic d'amplitude est effectivement lié à la flexion de l'arbre. Ceci est clairement mis en évidence lorsque l'on trace les courbes de réponse à balourd en fonction de la valeur du module d'Young du rotor, **Figure 102**.

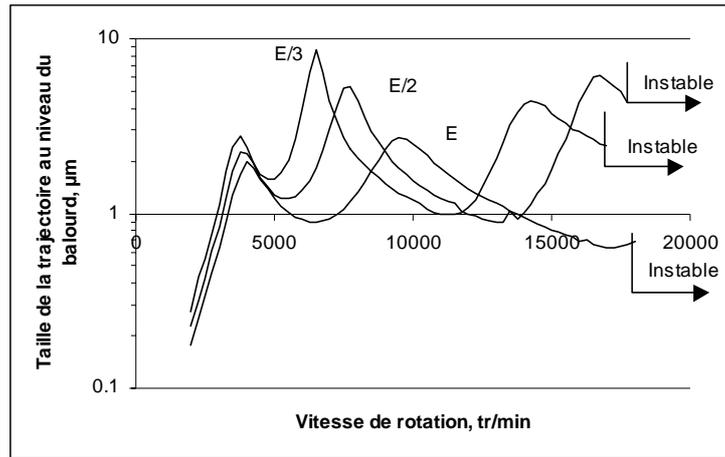


Figure 102 : Influence de la valeur du module d'Young sur la réponse à balourd

La vitesse correspondant au second pic d'amplitude diminue avec la valeur du module d'Young de l'arbre. Il s'agit donc bien d'un mode de flexion d'arbre.

Un troisième pic d'amplitude apparaît dans la gamme de vitesses considérées. Le mode de vibration associé est présenté sur la **Figure 103**.

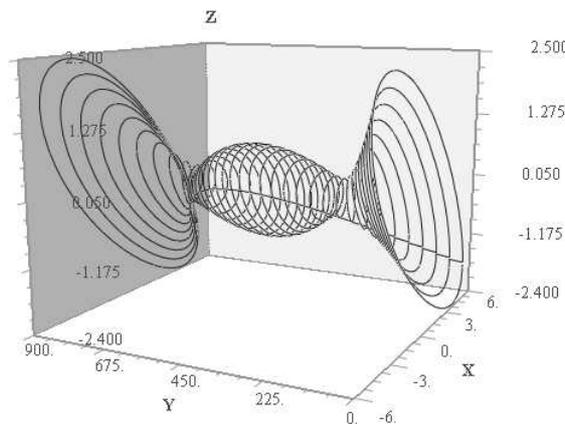


Figure 103 : Déformée du rotor à la vitesse de 16250 tr/min pour E/2

Toutefois, il convient de considérer ce dernier pic d'amplitude avec précaution. En effet, la précision associée n'est peut être pas suffisante compte tenu que notre base modale n'est constituée que de trois modes (cf comparaison avec la littérature, **II.2.2**).

Nous venons donc de mettre en évidence l'influence de la flexibilité du rotor sur son comportement dynamique en terme de réponse à un balourd. Nous allons nous intéresser maintenant au niveau de stabilité de l'ensemble rotor – paliers.

Des travaux réalisés sur la modélisation d'un rotor flexible soutenu par des paliers hydrodynamiques radiaux, [52], montrent que le seuil de stabilité de ces paliers dépend de la flexibilité du rotor.

Nous retrouvons ce type de résultat sur la courbe de réponse à un balourd présentée précédemment, **Figure 102**. En effet, le tracé des courbes de réponse à un balourd présente des augmentations brutales de l'amplitude de la trajectoire du rotor dans les paliers, représentatives de l'instabilité de fonctionnement de ces derniers.

On remarque que lorsque le module d'Young du rotor diminue, la vitesse correspondant à l'apparition de l'instabilité des paliers diminue également, **Tableau 24**. Toutefois, la chute de la valeur de la vitesse seuil est faible (environ 5%) comparée à la diminution de la valeur du module d'Young (valeur divisée par 3).

Module d'Young du rotor	Vitesse seuil des paliers
E	~18000 tr/min
E/2	~17750 tr/min
E/3	~17000 tr/min

Tableau 24 : Evolution de la vitesse seuil des paliers en fonction du module d'Young du rotor

II.4. Conclusion

La mise en place d'un modèle de calcul de dynamique de ligne d'arbre basé sur la méthode de Rayleigh-Ritz avec base modale constituée de trois modes a été présentée.

La validation du code de calcul a pu être effectuée par comparaison :

- avec la littérature en configuration « roulements »,
- avec le code de calcul dont le principe a été développé dans la **Partie 4** dans le cas où la ligne d'arbre est soutenue par des paliers à air à action non linéaire.

Une étude d'une configuration de ligne d'arbre simple avec action non linéaire des paliers à air a alors été effectuée. Elle a permis de montrer tout l'intérêt de ce type de modélisation.

Nous avons observé que l'analyse basée sur l'utilisation des matrices de raideur et amortissement des paliers à air donne des résultats différents de ceux obtenus lorsque l'action de ces derniers est non linéaire. Les pics d'amplitude identifiés à l'aide de la courbe de réponse à un balourd présentent des caractéristiques différentes :

- les valeurs des vitesses de rotation correspondantes à ces pics sont plus ou moins décalées selon la valeur de l'excentricité ; plus l'excentricité est élevée et plus le décalage est grand.
- les amplitudes des déplacements sont plus faibles avec l'action linéaire des paliers. Sur l'exemple traité les différences d'amplitudes sont de l'ordre de 80 à 140% ce qui n'est pas négligeable.

D'autre part, nous avons pu également confirmer que la flexibilité de la ligne d'arbre a une influence directe (bien que faible dans l'exemple traité) sur le seuil de stabilité de l'ensemble rotor - paliers aérodynamiques radiaux. La vitesse seuil diminue avec le module d'Young du rotor.

Afin d'envisager des améliorations des codes de calcul nous présentons notre réflexion sur la méthode des éléments finis adaptée au calcul de la dynamique des rotors.

Chapitre III. VERS UNE MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS

Les lignes d'arbres industrielles ont des géométries souvent complexes et le modèle précédent se voit alors limité car il ne peut pas prendre en compte des variations du diamètre du rotor. Il serait donc intéressant de mettre en place une modélisation par éléments finis qui présente l'avantage de pouvoir décrire aisément tous types de géométrie. Toutefois, cette méthode se révèle assez complexe et la résolution des équations est délicate.

Après avoir présenté les éléments de modélisation dans leurs grandes lignes, il nous a semblé intéressant de réfléchir à la méthode de résolution du système d'équations obtenu. Nous préparons ainsi les bases d'un travail futur sur ce sujet.

III.1. Equations de base

Notre objectif se limite à la présentation de la méthodologie à appliquer pour mettre en place un modèle de dynamique de ligne d'arbre avec action non linéaire des paliers à air utilisant la méthode des éléments finis.

Comme pour les modèles précédents, il faut considérer les différents éléments de la ligne d'arbre : disque, rotor, roulements et balourd, [46].

III.1.1. Eléments de disque

A un nœud donné, le rotor a quatre degrés de liberté, deux déplacements u et w et deux pentes θ et ψ autour des directions X et Z. Alors, si le vecteur de déplacement nodal du centre du disque est :

$$\delta = [u, w, \theta, \psi]^T$$

L'application des équations de Lagrange à l'énergie cinétique du disque donne :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Où la première matrice est la matrice de masse classique et la seconde est la matrice gyroscopique (Coriolis).

III.1.2. Eléments de rotor

L'élément fini utilisé est un élément de poutre de section circulaire constante à deux nœuds ; les matrices sont donc d'ordre 8 puisqu'elles sont construites à partir de quatre déplacements et quatre pentes. Les relations entre déplacements et pentes sont :

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \psi = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

Et le vecteur de déplacement nodal est :

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T$$

Qui inclut les déplacements δu et δw correspondant respectivement aux mouvements selon X et Z, leur expression est :

$$\begin{aligned} \delta u &= [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T \\ \delta w &= [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \end{aligned}$$

L'élément fini d'arbre est construit à partir de

$$\begin{aligned} u &= N_1(y)\delta u \\ w &= N_2(y)\delta w \end{aligned}$$

Où $N_1(y)$ et $N_2(y)$ sont les fonctions de déplacements classiques d'une poutre en flexion

$$\begin{aligned} N_1(y) &= \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \\ N_2(y) &= \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \end{aligned}$$

L'énergie cinétique de l'arbre est exprimée sous la forme compacte :

$$\begin{aligned} T_s &= \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T N_2^T N_2 \delta \dot{w}] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} \right] dy \\ &- 2\rho I \Omega \int_0^L \delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w dy + \rho I L \Omega^2 \end{aligned}$$

En substituant les fonctions de déplacement et leur dérivée, on obtient :

$$T_s = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_1 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_2 \delta \dot{w} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_3 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_4 \delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^T M_5 \delta w + \rho I L \Omega^2$$

Où les matrices M_1 et M_2 sont les matrices de masse classiques, M_3 et M_4 donnent l'influence des effets d'inertie de rotation et M_5 donne l'effet gyroscopique. Comme il a pu être observé précédemment, le dernier terme qui est une constante n'est pas considéré par la suite (car $\Omega = \text{cte}$).

L'application des équations de Lagrange permet d'écrire :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_s}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T_s}{\partial \delta} = (M + M_s) \ddot{\delta} + C \dot{\delta}$$

Où M et M_S sont obtenues respectivement à partir de M_1, M_2 et M_3, M_4 et la matrice C vient de M_5 . Ces matrices s'expriment :

$$M = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$M_s = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix}$$

L'énergie de déformation de l'arbre est

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy$$

Après intégration, on obtient :

$$U = \frac{1}{2} \delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_2 \delta w$$

Où K_1 et K_2 sont les matrices de raideur classiques. Il est fréquent de prendre en compte l'effet de cisaillement caractérisé par la quantité

$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2}$$

Avec le module de cisaillement

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Où ν est le coefficient de Poisson et S_r ($\sim S$) est l'aire réduite de la section.

L'influence de l'effet de cisaillement qui donne une matrice K_S n'est pas démontrée ici, mais son influence est incluse dans la matrice de raideur classique. La matrice de raideur classique K_C vient de K_1 , K_2 et K_S .

L'écriture des équations de Lagrange donne : $\frac{\partial U}{\partial \delta} = K \delta$

Avec $K=K_C$ qui s'exprime :

$$K_C = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \end{bmatrix}$$

III.1.3. Paliers à roulement

Les caractéristiques principales relient les forces et les déplacements. L'influence des pentes et des moments de flexion est négligée.

$$\begin{aligned} F_u &= -k_{xx}u - k_{xz}w - c_{xx}\dot{u} - c_{xz}\dot{w} \\ F_w &= -k_{zz}w - k_{zx}u - c_{zz}\dot{w} - c_{zx}\dot{u} \end{aligned}$$

Comme $F_\theta = F_\psi = 0$, on a :

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

La première matrice est une matrice de raideur et la seconde est une matrice d'amortissement visqueux. Ces matrices sont généralement asymétriques (i.e $k_{xz} \neq k_{zx}$ et $c_{xz} \neq c_{zx}$) et les termes de ces matrices peuvent varier de façon significative avec la vitesse de rotation.

III.1.4. Balourd

L'application des équations de Lagrange à l'énergie cinétique du balourd donne :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right] - \frac{\partial T}{\partial \delta} = -m_u d\Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t + \alpha) \\ \cos(\Omega t + \alpha) \end{bmatrix}$$

Avec $\delta = [u, w]^T$

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = m_u d\Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t + \alpha) \\ \cos(\Omega t + \alpha) \end{bmatrix}$$

III.1.5. Paliers à air

La prise en compte des paliers à air est identique au cas du modèle Rayleigh – Ritz. L'expression du travail virtuel des forces générées par un palier à air est la suivante :

$$\delta W_{pal} = F_{palx} \delta u + F_{palz} \delta w$$

avec F_{palx} , F_{palz} , les composantes des efforts générés par le palier à air sur le rotor.

Cette relation ne tient pas compte du « rotulage » de la ligne d'arbre au niveau des paliers. Le désalignement du rotor aura pour conséquence de créer des couples aérodynamiques au niveau des paliers, M_{palx} et M_{palz} . Le travail virtuel généré par les paliers s'exprime alors :

$$\delta W_{pal} = F_{palx} \delta u + F_{palz} \delta w + M_{palx} \delta \theta + M_{palz} \delta \psi$$

III.1.6. Gravité

De la même façon que dans le modèle de Rayleigh – Ritz, l'action de la gravité est prise en compte pour pouvoir retranscrire le phénomène d'excentration du rotor dans les paliers à air.

L'expression du travail virtuel de l'action de la gravité est la suivante :

$$\delta W_{gravité} = -F_{gravité} \delta w$$

avec $F_{gravité}$, le vecteur des efforts de gravité calculés à partir des masses des éléments de disque et de rotor constituant la ligne d'arbre.

III.1.7. Système d'équations

L'obtention du système d'équations se fera classiquement en appliquant les équations de Lagrange.

Une attention particulière doit être portée à l'adimensionnement des équations car les forces et les moments ne s'adimensionnent pas de la même façon.

Le système d'équations général est :

$$[M] \left\{ \ddot{\delta} \right\} + [C] \left\{ \dot{\delta} \right\} + [K] \left\{ \delta \right\} = \{ Efforts \}$$

Il convient de le réécrire en dissociant les équations en forces et en moments :

$$\begin{cases} [M_F] \left\{ \ddot{q} \right\} + [C_F] \left\{ \dot{q} \right\} + [K_F] \left\{ q \right\} = \{ F_{ext} \} & \longleftarrow \text{équation en forces} \\ [M_M] \left\{ \ddot{\theta} \right\} + [C_M] \left\{ \dot{\theta} \right\} + [K_M] \left\{ \theta \right\} = \{ M_{ext} \} & \longleftarrow \text{équation en moments} \end{cases}$$

Avec $\{q\}$ le vecteur des inconnues en déplacement et $\{\theta\}$ le vecteur des inconnues angulaires.

L'adimensionnement des équations en forces est le suivant :

$$\bar{Q} = \frac{q}{C_0}, \quad \dot{\bar{Q}} = \frac{\dot{q}}{C_0 \Omega}, \quad \ddot{\bar{Q}} = \frac{\ddot{q}}{C_0 \Omega^2}, \quad T = t \Omega, \quad \bar{M}_F = \frac{M_F}{\rho L^3}, \quad \bar{C}_F = \frac{C_F}{\rho L^3}$$

C_0 pourrait être choisi arbitrairement à une valeur proche du jeu radial des paliers, Ω est la vitesse de rotation du mobile, ρ et L sont respectivement les valeurs moyennes des masses volumiques et des longueurs des éléments.

De fait, l'équation en forces sans dimension devient :

$$\left[\overline{M}_F \right] \left\{ \ddot{\overline{Q}} \right\} + \frac{1}{\Omega} \left[\overline{C}_F \right] \left\{ \dot{\overline{Q}} \right\} + \frac{1}{\rho L^3 \Omega^2} \left[K_F \right] \left\{ \overline{Q} \right\} = \left\{ \overline{F}_{ext} \right\} \quad \text{avec} \quad \left\{ \overline{F}_{ext} \right\} = \frac{\left\{ F_{ext} \right\}}{\rho L^3 C_0 \Omega^2}$$

Pour l'équation en moments, il est proposé d'écrire : $\left\{ \overline{M}_{ext} \right\} = \frac{\left\{ M_{ext} \right\}}{\rho L^3 C_0^2 \Omega^2}$

Ce qui conduit à :

$$\dot{\overline{\theta}} = \frac{\dot{\theta}}{\Omega}, \quad \ddot{\overline{\theta}} = \frac{\ddot{\theta}}{\Omega^2}, \quad \overline{M}_M = \frac{M_M}{\rho L^3 C_0^2}, \quad \overline{C}_M = \frac{C_M}{\rho L^3 C_0^2}$$

Ainsi, l'équation en moments sans dimension s'écrit :

$$\left[\overline{M}_M \right] \left\{ \ddot{\overline{\theta}} \right\} + \frac{1}{\Omega} \left[\overline{C}_M \right] \left\{ \dot{\overline{\theta}} \right\} + \frac{1}{\rho L^3 C_0^2 \Omega^2} \left[K_M \right] \left\{ \overline{\theta} \right\} = \left\{ \overline{M}_{ext} \right\}$$

La résolution des équations que nous venons de déterminer conduira donc à obtenir les informations relatives au comportement dynamique de la ligne d'arbre, c'est à dire le mouvement et la déformation de celle-ci dans les paliers.

Nous présentons par la suite une réflexion sur la résolution du système d'équations dynamiques mis en place.

III.2. Résolution des équations

Si l'on considère que le rotor est découpé en n éléments finis, à 4 degrés de liberté, le système obtenu présente ainsi 4(n+1) inconnues. Compte tenu de la taille du système matriciel, la résolution itérative pas à pas dans le temps risque de demander un temps de calcul important, [13]. De plus, la convergence numérique du calcul peut être difficile à obtenir.

C'est ainsi, que l'on retrouve classiquement dans la littérature associée à la dynamique des rotors, l'utilisation de la méthode pseudo-modale, [46, 47]. Elle permet notamment de réduire l'ordre du système d'équations ce qui autorise un gain important en temps de calcul et en place mémoire. De plus, il est possible d'introduire dans les équations, de l'amortissement modal.

Des travaux similaires sur le comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre soutenue par des paliers hydrodynamiques, [13], nous apportent des éléments intéressants. Ainsi, il apparaît que pour utiliser la méthode pseudo-modale, il est nécessaire de faire deux hypothèses :

- le comportement des paliers est linéaire, c'est à dire qu'il peut être modélisé par une matrice de raideur $[K_p]$,
- les amortissements ne sont pas pris en compte, aussi bien dans la structure que dans les paliers.

Ces hypothèses permettent de rechercher alors une base modale du système linéaire. Nous ne développons pas la mise en œuvre de la méthode pour laquelle nous renvoyons aux références [13] et [46].

Il nous a semblé plus important ici de revenir sur les hypothèses formulées pour l'utilisation de la méthode pseudo-modale dans l'étude du comportement dynamique d'une ligne d'arbre soutenue de façon non linéaire par des paliers à air.

Le principal résultat de nos travaux est que les paliers aérodynamiques ont un comportement dynamique non linéaire en ce sens que nous avons montré que l'approche linéaire a un domaine de validité restreint aux faibles excentricités.

Il semble donc qu'il y a lieu de prendre des précautions dans l'utilisation de la méthode pseudo-modale. Compte tenu que nous avons montré que la méthode linéaire du calcul des caractéristiques dynamiques des paliers peut amener à des résultats erronés, il peut s'avérer que les modes déterminés par cette méthode ne soient pas corrects. La compréhension des phénomènes dynamiques s'en trouverait alors compromise.

Bonneau, [13], évoque dans ses travaux que le choix de la matrice de raideur des paliers $[K_p]$ est « assez délicat ». Il semble qu'il soit nécessaire de prendre une valeur de raideur faible pour ne pas créer de contraintes sur le déplacement de l'arbre dans les paliers. Les modes de fonctionnement autoriseraient alors une certaine liberté de mouvement.

Il serait donc intéressant de poursuivre la réflexion à ce sujet.

Conclusion de la Partie 5

Nos efforts se sont portés sur la modélisation du comportement dynamique de lignes d'arbre déformables avec prise en compte de l'action non linéaire de paliers aérodynamiques.

Etant donnée l'originalité de cette approche nous avons procédé par étapes de façon à :

- mieux appréhender la modélisation de rotors déformables,
- mettre en place correctement l'interaction réciproque de la ligne d'arbre avec les paliers aérodynamiques radiaux,
- affiner la modélisation de l'ensemble pour rendre compte de phénomènes physiques intéressants.

Ainsi, nous avons pu mettre en place deux programmes de calcul basés sur la méthode de Rayleigh – Ritz à 1 et 3 modes. Pour chacun d'entre eux, nous avons établi la validité des résultats fournis en comparant leurs sorties à celles obtenues dans des exemples de référence issus de la littérature de la dynamique « classique » des rotors.

Les possibilités de ces modèles sont nombreuses et dépassent de loin celles du modèle classique du rotor rigide symétrique, soutenu symétriquement par des paliers identiques :

- prise en compte de la flexibilité du rotor,
- prise en compte de disques rigides de dimensions et positions quelconques,
- prise en compte de roulements définis par leur matrice de raideur et d'amortissement,
- prise en compte de paliers à air de dimensions et positions quelconques (les paliers peuvent être différents),
- possibilité de considérer une configuration « hybride » avec, par exemple, un roulement et un palier à air à action non linéaire.

Le modèle « le plus fin » développé (à 3 modes) a permis de mettre en évidence la spécificité du comportement dynamique d'une ligne d'arbre déformable supportée de façon non linéaire par des paliers aérodynamiques. Les deux principales conclusions sont :

- l'identification de vitesses critiques correspondantes à des modes de vibration mettant en jeu la déformation du rotor est permise,
- le niveau du seuil de stabilité de l'ensemble {ligne d'arbre – paliers aérodynamiques radiaux} dépend de la rigidité du rotor. La vitesse d'instabilité de fonctionnement diminue légèrement avec la raideur de ce dernier.

En vue d'augmenter les possibilités du code de calcul mis en place, nous avons mené une réflexion sur l'utilisation de la méthode des éléments finis. Les principales caractéristiques de ce type de modélisation ont été présentées. Le point dur reste la résolution des équations obtenues. Dans la littérature de dynamique des rotors, on retrouve le plus souvent la méthode pseudo-modale dont l'efficacité fait la renommée. Toutefois, cette méthode considère que le comportement des paliers est linéaire. Compte tenu des conclusions de nos travaux sur la modélisation dynamique des paliers aérodynamiques, nous émettons quelques réserves quant à l'utilisation de la méthode pseudo-modale telle qu'on la retrouve dans la littérature.

CONCLUSION

Nous nous sommes intéressés à étudier les paliers aérodynamiques radiaux à géométrie rigide et déformable. Notre objectif était de développer des outils de prédiction du comportement statique et dynamiques de ces paliers. Suite à l'étude bibliographique effectuée, nous avons choisi d'élargir notre réflexion à l'interaction ligne d'arbre – paliers à air.

Dans un premier temps, nous avons choisi de travailler sur le comportement statique. L'objectif était de trouver des profils de paliers particulièrement adaptés pour soutenir des charges élevées. Notre réflexion sur la définition des profils déformables initiaux a permis de mettre en place une méthodologie basée sur des profils rigides. Le test du principe mis en place a été effectué sur quelques exemples qui nous ont permis de dégager les principaux paramètres de définition : charge et vitesse de rotation choisies pour le point de fonctionnement de définition.

L'amélioration de la capacité de charge conduit à des profils géométriques complexes qui sont difficiles à fabriquer. Nous avons donc recentré notre étude du comportement statique des paliers aérodynamiques déformables sur des profils classiques.

Notre intérêt s'est alors porté sur l'étude de l'influence des principaux paramètres de conception, fabrication et montage des paliers : jeu radial, désalignement et défauts de forme. Nous avons pu montrer l'importance de la prise en compte de ces paramètres sur les performances statiques des paliers. Une faible valeur de jeu radial entraîne une capacité de charge accrue à basse vitesse (décollage plus rapide du rotor) et diminuée pour les hautes vitesses de rotation. Le choix du jeu radial ou de la plage de valeurs du jeu radial en fonctionnement pourra donc être effectué en tenant compte à la fois des conditions de fabrication (tolérances) et de fonctionnement (effets centrifuges et thermiques).

Le désalignement et les défauts de forme ont une influence sur la capacité de charge et la vitesse d'atterrissage du mobile. Cependant, la déformation du profil permet de limiter les effets négatifs de ces phénomènes. Le choix de la raideur du profil déformable consiste donc en un compromis entre la capacité de charge du palier et son aptitude à s'accommoder de défauts par rapport à une géométrie et un positionnement idéals.

L'étude des caractéristiques dynamiques des paliers aérodynamiques radiaux a été abordée avec une grande attention car elle conditionne la compréhension du comportement de l'ensemble de la ligne d'arbre. Dans un premier temps, le rotor est considéré rigide, symétrique et soutenu symétriquement par deux paliers radiaux identiques. Nous avons pu montrer que la modélisation linéaire, qui consiste à déterminer les coefficients de raideur et d'amortissement des paliers, a un domaine de validité restreint. Dans le cas des paliers rigides à 3 lobes non préchargés, ce domaine se limite aux excentricités relatives inférieures à 0.65.

Ainsi, la prédiction du seuil de stabilité des paliers et la réponse à des excitations dynamiques peuvent s'en trouver erronées si l'on utilise une approche linéaire au-delà de cette limite pour ce type de paliers aérodynamiques.

D'autre part, nous avons montré que les profils déformables présentent un niveau de stabilité plus faible que leurs homologues rigides pour les fortes charges. Conscients que cette constatation va à l'encontre des phénomènes physiques observés expérimentalement, nous avons mis en place un modèle permettant de prendre en compte un amortissement structural de type visqueux dans l'approche non linéaire. Même avec des valeurs très faibles du coefficient d'amortissement interne à la structure des paliers, le niveau de stabilité a pu être augmenté, en accord avec les phénomènes présentées dans la littérature.

Ayant clairement mis en évidence le caractère non linéaire du comportement dynamique des paliers aérodynamiques, nous avons envisagé le couplage direct avec une ligne d'arbre déformable. En procédant par étapes successives, nous sommes arrivés à mettre au point un programme de calcul basé sur la méthode de Rayleigh – Ritz employant une base modale constituée de trois modes (pompage, tangage, flexion). A partir d'exemples simples d'une ligne d'arbre soutenue par deux paliers à air, nous avons pu étudier l'influence du module d'Young sur la réponse à balourd. Ainsi, nous avons pu confirmer la cohérence des sorties de ce nouveau programme avec le modèle de rotor rigide.

La déformation du rotor a pour conséquence de faire apparaître des modes de vibrations non prévisibles avec le modèle rigide. D'autre part, il apparaît que la vitesse correspondant à l'apparition de l'instabilité de fonctionnement de la ligne d'arbre dépend de la rigidité du rotor. Si la raideur de la ligne d'arbre diminue, le seuil d'instabilité de l'ensemble s'abaisse.

De façon générale, à chaque étape de la mise en place d'outils de modélisation du comportement des paliers aérodynamiques radiaux, nous avons procédé à leurs validations. Deux possibilités s'offraient à nous, soit comparer avec des travaux de la littérature, soit mettre en évidence la cohérence des résultats fournis par nos programmes de calcul lorsque la littérature faisait défaut. Le **Tableau 25** rappelle les différentes validations réalisées.

Code de calcul statique
Validation par comparaison à la littérature : - \bar{P}_{\max} et \bar{W} , [10] - $[H]$ et $[P]$ avec désalignement, [22]
Codes de calcul dynamique
- position d'équilibre : cohérence avec le code statique - transition entre le domaine linéaire et non linéaire : cohérence de l'analyse de stabilité et de la réponse à balourd - cohérence entre le modèle de rotor rigide et le modèle déformable basé sur la méthode de Rayleigh-Ritz

Tableau 25 : Rappel des validations des codes de calcul

Les prolongements de cette étude peuvent se ranger en deux grandes familles conformément aux deux grands axes que nous avons suivis :

- du point de vue statique, il sera intéressant de pouvoir mener une étude complète sur la définition des profils déformables initiaux de façon à établir leur réelle plus-value par rapport aux profils classiques. Il sera intéressant d'étudier d'éventuelles simplifications de la forme des profils obtenus afin de faciliter leur réalisation technologique.
- d'un point de vue dynamique :
 - le modèle complet développé pourrait être amélioré en augmentant le nombre de composantes de la base modale dans la méthode de Rayleigh-Ritz. D'autre part, pour être mieux adapté à une utilisation industrielle, il conviendra de pouvoir prendre en compte des variations du diamètre de l'arbre. La réflexion sur l'application de la méthode des éléments finis et notamment la résolution du système d'équations obtenu pourrait être poursuivie.
 - les phénomènes d'amortissement interne à la structure du palier méritent une attention particulière. Dans notre étude, nous avons considéré un amortissement local uniforme pris en compte au travers d'un modèle visqueux. Dans la réalité les conditions de frottement peuvent être variables. Des études théoriques à ce sujet permettraient de développer des modèles plus complets. Pour cela il pourra s'avérer utile de découpler l'équation de Reynolds de l'équation de structure. Du point de vue expérimental, les travaux pourraient s'axer sur la quantification de l'amortissement interne à la structure déformable.

En parallèle du déroulement de la thèse, un module d'essais spécifiques a été étudié, conçu et lancé en fabrication. A la fin de la rédaction du présent mémoire, 90% des pièces ont été fabriquées. Ce module d'essais sera le support de la suite de nos travaux qui viseront à mettre au point la technologie des paliers aérodynamiques radiaux à structure déformable. Pour cela nous engagerons une série d'expérimentations dont le but sera de :

- valider et recalibrer les modèles de calcul pour l'évaluation des vitesses de décollage / atterrissage du rotor et de la capacité de charge maximale du palier.

Etant donné que jusque-là nous ne nous sommes intéressés qu'au fonctionnement en film d'air complètement formé, ces travaux futurs seront l'occasion :

- d'étudier les phénomènes de frottement sec pendant les phases d'arrêts-démarrages du palier afin de mettre au point des revêtements et traitements de surface permettant de satisfaire aux exigences de durée de vie des paliers.

NOMENCLATURE

Sauf indication contraire précisée dans le texte, les notations utilisées sont décrites comme suit.

Alphabet Latin

a	:	précharge géométrique pour un palier à lobes asymétriques
$A_{x,y}$:	composantes de l'accélération du centre de l'arbre
C_b, C_o	:	jeu radial d'assemblage pour le palier à lobes asymétriques, $C_b=R_b-R_a$
C_l	:	jeu radial d'usinage pour le palier à lobes asymétriques, $C_l=R_l-R_a$
$C_{coussinet}$:	couple de frottement fluide calculé sur le coussinet
C_{arbre}	:	couple de frottement fluide calculé sur l'arbre
D	:	diamètre de l'arbre
D_v	:	coefficient d'amortissement visqueux de la structure déformable
e	:	excentricité de l'arbre, $e=OO_a$
e_b	:	excentration de balourd
E	:	module d'Young
F_k	:	composante du vecteur second membre F pour la méthode de Newton – Raphson
g	:	accélération de la gravité
h	:	hauteur de film d'air
H	:	hauteur de film d'air sans dimension, $H=h/C$
H_0	:	hauteur de film d'air sans dimension pour le profil « idéal » sans défaut de forme
H^*	:	hauteur de film d'air sans dimension pour le profil avec défauts de forme
$H_{nominale}$:	hauteur minimale de film d'air dans le palier pour la côte $Z=L/2$
H_{min}	:	hauteur minimale de film d'air dans le palier
i	:	variable discrète remplaçant la variable continue θ

Nomenclature

I	:	inertie diamétrale d'un élément de rotor selon l'axe X
I_{Dx}	:	inertie diamétrale d'un élément de disque selon l'axe X
I_{Dy}	:	inertie diamétrale d'un élément de disque selon l'axe Y
j	:	variable discrète remplaçant la variable continue Z
k	:	coefficient (ou matrice) de raideur d'un élément de rotor
K_{ij}	:	coefficient de raideur du palier
K_s	:	coefficient de raideur de la structure déformable
L	:	longueur du palier ou longueur d'un ou de l'ensemble des éléments de rotor
m	:	précharge géométrique sans dimension des lobes d'un palier, $m=a/C_l$
M	:	masse du rotor ou nombre de points de discrétisation selon l'axe du palier
M_D	:	masse d'un ou des disques
N	:	nombre de points de discrétisation selon la circonférence du palier
O, O_c	:	centre du palier, alésage ou coussinet
O_a	:	centre de l'arbre
O_i	:	centre du lobe i du palier
p	:	pression
p_a	:	pression ambiante
P	:	pression adimensionnelle : p/p_a
q_i	:	coordonnées indépendantes généralisées
Q_θ	:	débit de fuite dans le sens de la circonférence
Q_z	:	débit de fuite dans le sens axial
R ou R_a	:	rayon de l'arbre
R_c	:	rayon du coussinet
R_l	:	rayon d'un lobe
RH	:	rajout ou retrait de hauteur par rapport au jeu radial définissant le palier lisse
S	:	matrice des coefficients de souplesse par unité de surface du palier ou d'un secteur du palier ou section d'un élément de rotor

Nomenclature

\bar{S}	:	matrice des coefficients de souplesse par unité de surface sans dimension, $\bar{S} = S \frac{P_a}{C}$
SBF	:	coefficient de Souplesse du Bord Fixe (encastré)
SBL	:	coefficient de Souplesse du Bord Libre
t	:	temps
T	:	temps sans dimension, $T=t\omega$
T_S	:	énergie cinétique d'un ou des éléments de rotor
T_D	:	énergie cinétique d'un ou des disques
T_C	:	énergie cinétique de l'ensemble de la ligne d'arbre
T_u	:	énergie cinétique du balourd
u	:	composante de la vitesse du fluide selon l'axe X
U_1	:	composante de la vitesse de l'arbre selon l'axe X
U_2	:	composante de la vitesse du coussinet selon l'axe X
U_S	:	énergie de déformation d'un ou des éléments de rotor
$u(y, t)$:	déplacement de la ligne d'arbre selon l'axe X
V_1	:	composante de la vitesse de l'arbre selon l'axe Y
V_2	:	composante de la vitesse du coussinet selon l'axe Y
$V_{x,y}$:	composantes de la vitesse du centre de l'arbre
w	:	composante de la vitesse du fluide selon l'axe Z
W_1	:	composante de la vitesse de l'arbre selon l'axe Z
W_2	:	composante de la vitesse du coussinet selon l'axe Z
$w(y, t)$:	déplacement de la ligne d'arbre selon l'axe Z
W_o	:	charge statique appliquée au palier
W	:	charge portante du palier
$W_{x,y}$:	composantes de la charge dans le repère lié à l'arbre
\bar{W}	:	charge portante adimensionnée, $\bar{W} = W/(p_a R^2)$ ou $\bar{W} = W/(p_a LD)$ selon les cas
$W_{dx,y}$:	composantes des actions dynamiques extérieures
δW	:	travail virtuel
x	:	coordonnée du centre de l'arbre selon l'axe X
y	:	coordonnée du centre de l'arbre selon l'axe Y
z	:	coordonnée axiale du palier

Alphabet Grec

α	:	coefficient d'amortissement structural
α_d	:	facteur de période des défauts de forme
β_i	:	étendue angulaire du lobe i du palier
δ	:	fonction représentative des défauts de forme
δ_0	:	amplitude des défauts de forme
ε	:	excentricité relative de l'arbre, $\varepsilon=e/C$
ϕ ou φ	:	angle de calage
$\phi_{x,y}$:	angle de désalignement autour des axes X et Y
γ_d	:	facteur de période de l'excitation dynamique extérieure
θ	:	coordonnée angulaire du palier
θ_i	:	coordonnée angulaire pour la définition de l'asymétrie des lobes
θ_{\min}	:	coordonnée angulaire repérant le début d'un lobe par rapport à la ligne des centres
θ_{\max}	:	coordonnée angulaire repérant la fin d'un lobe par rapport à la ligne des centres
ρ	:	masse volumique en kg/m^3
μ	:	viscosité dynamique du gaz en Pa.s
μ_f	:	coefficient de frottement
ω ou Ω	:	vitesse angulaire de l'arbre en rad/s
ω_c	:	vitesse angulaire limite du palier en tr/min (apparition de l'instabilité de fonctionnement)
Λ	:	nombre de compressibilité $(6\mu\omega/p_a).(R/C)^2$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. CAMERON, « The Principles of Lubrication », London : Editions Longmans Green, 1966.
- [2] L. LICHT, M. BRANGER, « Motion of a Small High – Speed Rotor in 3 types of Foil Bearings », Journal of Lubrication Technology, avril 1975, pages 270-282.
- [3] Y. NARKIS, M. J. COHEN, « Response of Infinite Journal Gas Bearings to Harmonic Perturbations in the Rotational Speed », Journal of Lubrication Technology, octobre 1977, pages 428-433.
- [4] D. F. LI, K. C. CHOY, P. E. ALLAIRE, « Stability and Transient Characteristics of Four Multilobe Journal Bearing Configurations », Journal of Lubrication Technology, juillet 1980, vol 102, pages 291-299.
- [5] P. E. ALLAIRE, D. F. LI, K. C. CHOY, « Transient Unbalance Response of Four Multilobe Journal Bearings », Journal of Lubrication Technology, juillet 1980, vol 102, pages 300-306.
- [6] M. ABDUL WAHED, « Comportement dynamique des paliers fluides. Etude linéaire et non linéaire », Thèse de docteur – ingénieur, Spécialité génie mécanique, INSA de Lyon, 1982.
- [7] M. ABDUL WAHED, D. NICOLAS, M. PASCAL, « Stability and Unbalance Response of Large Turbine Bearings », Journal of Lubrication Technology, janvier 1982, vol 104, pages 66-75.
- [8] H. HESHMAT, W. SHAPIRO, S. GRAY « Development of Foil Journal Bearings for High Load Capacity and High Speed Whirl Stability », Journal of Tribology, avril 1982, vol 104, pages 149-156.
- [9] Y.-T. HSIA, G. A. DOMOTO, « An Experimental Investigation of Molecular Rarefaction Effects in Gas Lubricated Bearings at Ultra-Low Clearances », Journal of Tribology, janvier 1983, vol 105, pages 120-130.
- [10] H. HESHMAT, J. A. WALOWIT, O. PINKUS, « Analysis of Gas-Lubricated Foil Journal Bearings », Journal of Lubrication Technology, octobre 1983, vol 105, pages 647-655.
- [11] P. KLIT, J. W. LUND, « Calculation of the Dynamic Coefficients of a Journal Bearing, Using a Variational Approach », Journal of Tribology, juillet 1986, vol 108, pages 421-425.
- [12] N. ARAKERE, H. D. NELSON, « An Interior Collocation Method for Static and Dynamic Analysis of Finite Length Gas Journal Bearings », Journal of Tribology, juillet 1988, vol 110, pages 456-461.
- [13] O. BONNEAU, « Comportement statique et dynamique de ligne d'arbre montée sur paliers fluides : influence des caractéristiques des paliers », Thèse, Spécialité Génie Mécanique, Poitiers, Université de Poitiers, Février 1989.

- [14] J. FRENE, D. NICOLAS, D. BERTHE, M. GODET, « Lubrification hydrodynamique, paliers et butées », Paris : Edition Eyrolles, 1990.
- [15] P. STEPHAN, « Paliers à gaz à alésage expansible, comportement dynamique », Thèse, Spécialité Génie Mécanique, Toulouse, Université Paul Sabatier, Janvier 1991.
- [16] J. TICHY, B. BOU-SAID, « Hydrodynamic Lubrication and Bearing Behaviour with Impulsive Loads », Tribology Transactions, 1991, vol 34, pages 505-512.
- [17] C.-P. ROGER KU, H. HESHMAT, « Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis, Part I : Theoretical Model Including Strip and Variable Bump Foil Geometry », Journal of Tribology, avril 1992, vol 114, pages 394-400.
- [18] J.-P. PENG, M. CARPINO, « Calculation of Stiffness and Damping Coefficients for Elastically Supported Gas Foil Bearings », Journal of Tribology, janvier 1993, vol 115, pages 20-27.
- [19] C.-P. ROGER KU, H. HESHMAT, « Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis, Part II : Experimental Investigation », Journal of Tribology, juillet 1993, vol 115, pages 364-369.
- [20] H. HESHMAT, C.-P. ROGER KU, « Structural Damping of Self-Acting Compliant Foil Journal Bearings », Journal of Tribology, janvier 1994, vol 116, pages 76-82.
- [21] J.-P. PENG, M. CARPINO, « Coulomb Friction Damping Effects in Elastically Supported Gas Foil Bearings », Tribology Transactions, 1994, vol 37, pages 91-98.
- [22] M. CARPINO, J.-P. PENG, L. MEDVETZ, « Misalignment in a Complete Shell Gas Foil Journal Bearing », Tribology Transactions, 1994, vol 37, pages 829-835.
- [23] C.-P. ROGER KU, H. HESHMAT, « Structural Stiffness and Coulomb Damping in Compliant Foil Journal Bearings : Theoretical Considerations », Tribology Transactions, 1994, vol 37, pages 525-533.
- [24] M. CARPINO, L. A. MEDVETZ, J.-P. PENG, « Effects of Membrane Stresses in the Prediction of Foil Bearing Performance », Tribology Transactions, 1994, vol 37, pages 43-50.
- [25] H. HESHMAT, « Advancements in the Performance of Aerodynamic Foil Journal Bearings : High Speed and Load Capability », Journal of Tribology, avril 1994, vol 116, pages 287-295.
- [26] C. A. HESHMAT, H. HESHMAT, « An Analysis of Gas-Lubricated, Multileaf Foil Journal Bearings With Backing Springs », Journal of Tribology, juillet 1995, vol 117, pages 437-443.
- [27] I. IORDANOFF, « Paliers axiaux aérodynamiques à structure à feuilles : analyse et optimisation », Thèse, Spécialité Génie Mécanique, Toulouse, Université Paul Sabatier, 1995.
- [28] K. CZOLCZYNSKI, K. MARYNOWSKI, « Stability of Symmetrical Rotor Supported in Flexibly Mounted, Self-Acting Gas Journal Bearings », Wear, 1996, vol 194, pages 190-197.

- [29] K. CZOLCZYNSKI, « How to Obtain Stiffness and Damping Coefficients of Gas Bearings », *Wear*, 1996, vol 201, 265-275.
- [30] M. J. BRAUN, F. K. CHOY, M. DZODZO, J. HSU, « Two-Dimensional Dynamic Simulation of a Continuous Foil Bearing », *Tribology International*, 1996, vol 29, pages 61-68.
- [31] C. DELLACORTE, J. A. LASKOWSKI, « Tribological Evaluation of PS300 : A New Chrome Oxide-Based Solid Lubricant Coating Sliding Against Al₂O₃ from 25° to 650°C », *Tribology Transactions*, 1997, vol 40, pages 163-167.
- [32] C. DELLACORTE, « A New Foil Air Bearing Test Rig for Use to 700°C and 70,000 rpm », *Tribology Transactions*, 1998, vol 41, pages 335-340.
- [33] S. A. HOWARD, « Rotordynamics and Design Methods of an Oil-Free Turbocharger », *Tribology transactions*, 1999, vol 42, pages 174-178.
- [34] S. A. HOWARD, « Preliminary Development of Characterization Methods for Compliant Air Bearings », *Tribology Transactions*, 1999, vol 42, pages 789-794.
- [35] C. DELLACORTE, J. A. FELLEINSTEIN, P. A. BENOY, « Evaluation of Advanced Solid Lubricant Coatings for Foil Air Bearings Operating at 25° and 500°C », *Tribology Transactions*, 1999, vol 42, pages 338-342.
- [36] L. FLAMAND, « Lubrification hydrodynamique », polycopié de cours de 4^{ème} année GMD, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1999.
- [37] I. IORDANOFF, « Analysis of an Aerodynamic Compliant Foil Thrust Bearing : Method for a Rapid Design », *Journal of Tribology*, octobre 1999, vol 121, pages 816-822.
- [38] H. HESHMAT, « Operation of Foil Bearings Beyond the Bending Critical Mode », *Journal of Tribology*, janvier 2000, vol 122, pages 192-198.
- [39] H. HESHMAT, H. MING CHEN, J. F. WALTON, II, « On the Performance of Hybrid Foil-Magnetic Bearings », *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, janvier 2000, vol 122, pages 73-82.
- [40] M. SALEHI, H. HESHMAT, « On the Fluid and Thermal Analysis of a Compliant Surface Foil Bearing and Seal », *Tribology Transactions*, 2000, vol 43, pages 318-324.
- [41] S. A. HOWARD, C. DELLACORTE, M. J. VALCO, J. M. PRAHL, H. HESHMAT, « Steady-State Stiffness of Foil Air Journal Bearings at Elevated Temperatures », *Tribology Transactions*, 2001, vol 44, pages 489-493.
- [42] B.-S. YANG, Y.-H. LEE, B.-K. CHOI, H.-J. KIM, « Optimum Design of Short Journal Bearings by Artificial Life Algorithm », *Tribology International*, juillet 2001, vol 34, pages 427-435.
- [43] S. A. HOWARD, C. DELLACORTE, M. J. VALCO, J. M. PRAHL, H. HESHMAT, « Dynamic Stiffness and Damping Characteristics of a High-Temperature Air Foil Journal Bearing », *Tribology Transactions*, 2001, vol 44, n°4, pages 657-663.

- [44] F. J. SURIANO, R. J. KEISER, F. G. WOESSNER, R. VALORI, « High-temperature (649°C/1200°F) Coatings for Gas-Lubricated Foil Bearings of the Navy's Advanced Auxiliary Power Unit Concepts », Document publié par Garret Turbine Engine Company et Naval Air Propulsion Center, 1979.
- [45] P. STEPHAN, I. IORDANOFF, « Butées et paliers aérodynamiques », Techniques de l'Ingénieur, traité Génie Mécanique, vol B5335, Paris, 1996.
- [46] M. LALANNE, G. FERRARIS, « Rotordynamics prediction in engineering », second edition, New York : John Wiley, 1998.
- [47] M. LALANNE, P. BERTHIER, J. DER HAGOPIAN, « Mechanical vibrations for engineers », John Wiley and sons.
- [48] C. HERBELOT, « Comportement stationnaire ou dynamique de paliers aérodynamiques à feuilles », Thèse présentée à l'université Paul Sabatier de Toulouse, Spécialité génie mécanique, Janvier 1995.
- [49] N. S. LEE, D. H. CHOI, Y. B. LEE, T. H. KIM, C. H. KIM, « The Influence of the Slip Flow on Steady – State Load Capacity, Stiffness and Damping Coefficients of Elastically Supported Gas Foil Bearings », Tribology Transactions, 2002, vol 45, pages 478-484
- [50] S. BOEDO, S. L. ESHKABILOV, « Optimal Shape Design of Steadily Loaded Journal Bearings using Genetic Algorithms », Tribology Transactions, 2003, vol 46, pages 134-143
- [51] S. YOSHIMOTO, Y. NAKANO, « Stability of Unsymmetrical Rigid Rotor Supported by Self-Acting Gas-Lubricated Journal Bearings », Journal of Lubrication Technology, octobre 1983, vol 105, pages 656-661
- [52] C. DEBAILLEUX, « Pivoterie hydrodynamique pour machines tournantes », polycopié de cours, Ecole universitaire d'ingénieurs de Lille, 1997.
- [53] M. KANE, « Contribution à l'étude de l'influence de la rugosité et des effets non-Newtoniens dans les contacts sévères lubrifiés », Thèse, Lyon, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2003.
- [54] J. T. SAWICKI, T. V. V. L. N. RAO, « Nonlinear Prediction of Rotordynamic Coefficients For a Hydrodynamic Journal Bearing », Tribology Transactions, 2001, vol 44, pages 367-374
- [55] G. GRAU, I. IORDANOFF, B. BOU-SAID, Y. BERTHIER, « An Original Definition of the Profile of Compliant Foil Journal Gas bearings : Static and Dynamic Analysis », Présentée à la conférence ASME/STLE à Cancun, 27-30 octobre 2003, Tribology Transactions, 2004, vol 47.

Annexe 1 : Gestion de la déformation du profil

L'objectif est de montrer que la détermination de la matrice des coefficients de souplesse de la structure déformable des palier radiaux est indépendante de la forme du champ de pression que l'on applique.

Pour mener cette étude nous avons utilisé le logiciel de calcul de structure par éléments finis ANSYS®. La vue en coupe transversale d'une tôle ondulée est donnée sur la **Figure 104**.



Figure 104 : Coupe transversale de la tôle ondulée

La configuration de référence est celle où le chargement est uniforme (ou encore « rectangulaire »). Or, le champ de pression généré dans le film d'air a une forme très particulière. De plus, l'amplitude des pressions et leur répartition dans le film d'air peuvent évoluer suivant le point de fonctionnement considéré. Nous avons donc proposé une étude permettant de statuer sur l'importance de l'influence du type de chargement sur le comportement structural de la tôle ondulée.

La démarche de cette étude est présentée sur la **Figure 105**.

Le profil de palier utilisé pour cette étude est le suivant :

- palier à trois lobes « lisses » (pas de précharge géométrique),
- $L/D=0.667$
- jeu radial de $50\mu\text{m}$.

Nous avons mis en œuvre cette démarche en considérant plusieurs régimes de fonctionnement du palier :

1. charge statique sans dimension de 0.667 à soutenir à $\Lambda=0.4$ (effort mini à vitesse mini),
2. charge statique sans dimension de 0.667 à soutenir à $\Lambda=2.4$ (effort mini à vitesse nominale),
3. charge statique sans dimension de 1.556 à soutenir à $\Lambda=0.4$ (effort maxi à vitesse mini),
4. charge statique sans dimension de 1.556 à soutenir à $\Lambda=2.4$ (effort maxi à vitesse nominale).

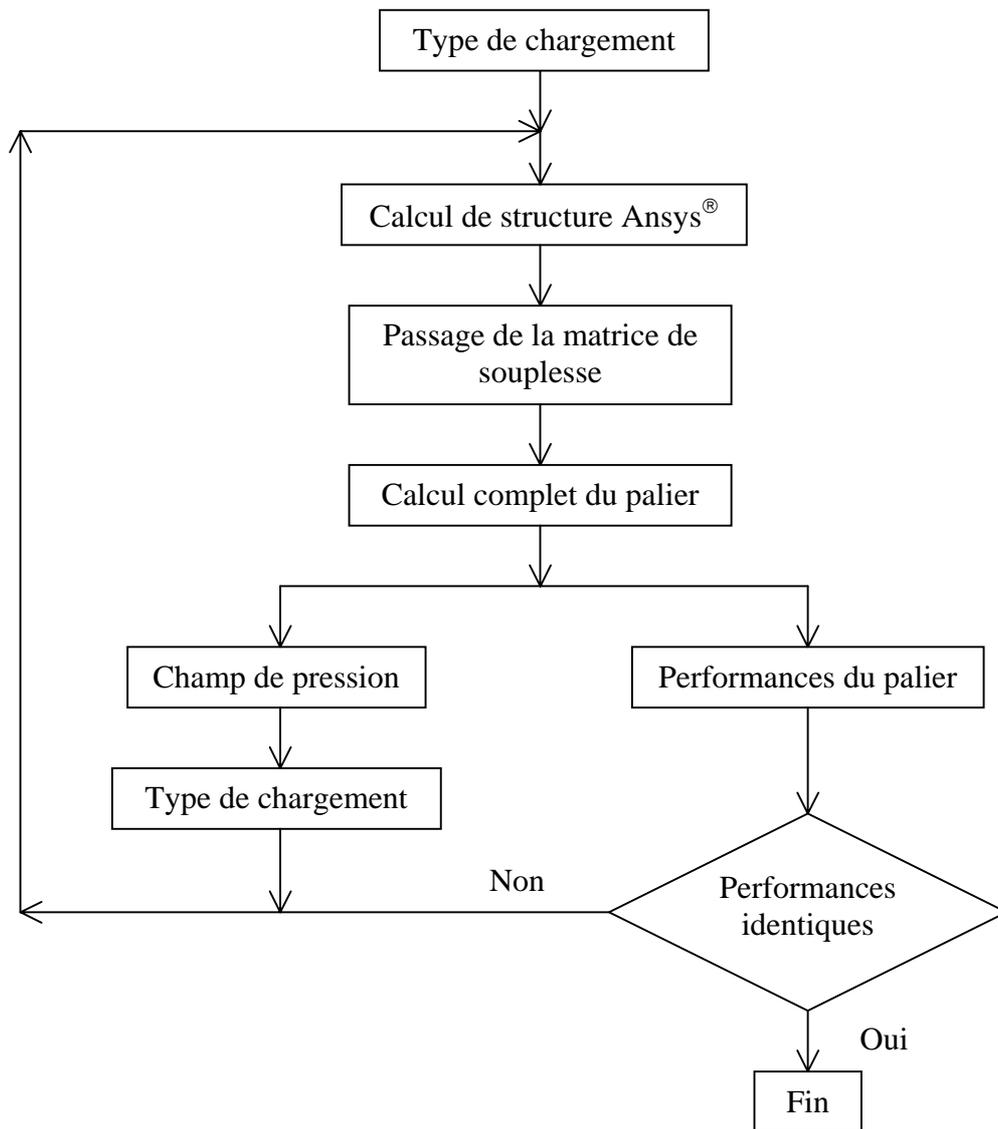


Figure 105 : Schématisation de la démarche de l'étude

La **Figure 106** présente l'évolution du coefficient de souplesse des plissés en fonction du chargement appliqué. Il apparaît clairement que quel que soit le chargement appliqué, la répartition de souplesse reste toujours très proche de la référence sauf pour le plissé encasté où les écarts sont un peu plus grands tout en restant très faibles.

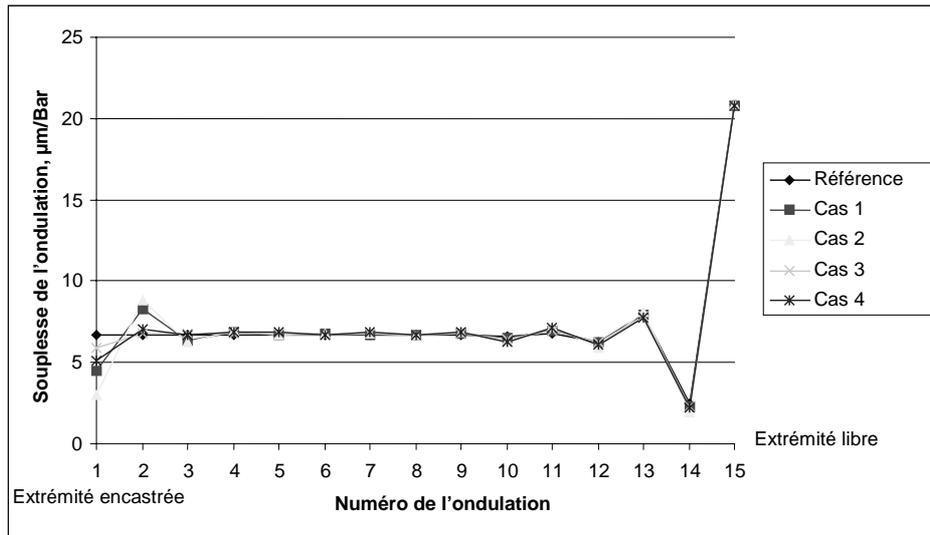


Figure 106 : Evolution de la souplesse de la structure en fonction du type de chargement

La comparaison des performances de toutes ces configurations de matrice de raideur de la structure montre que les écarts avec la référence sont faibles puisqu'ils n'excèdent pas 2% sur les différents paramètres de contrôle de la hauteur « minimale » dans le palier.

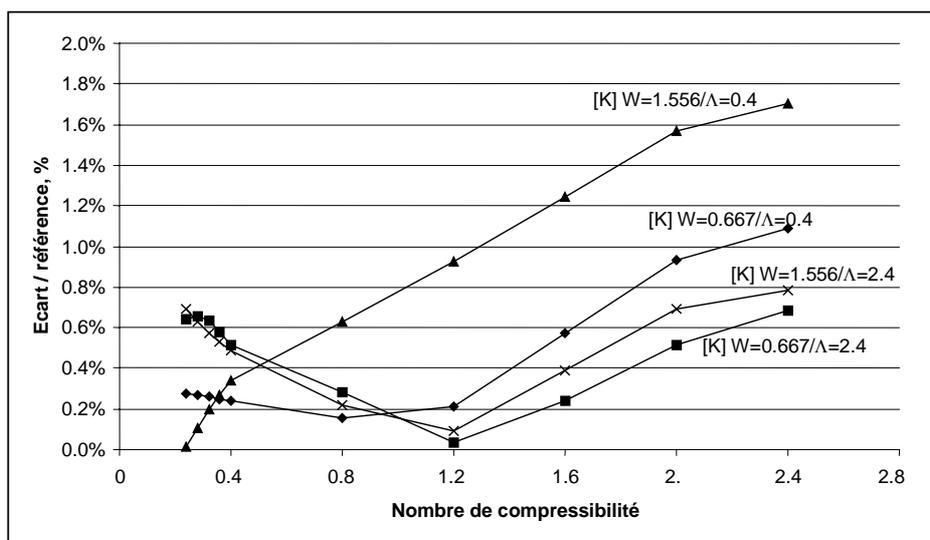


Figure 107 : Ecart relatif par rapport à la référence pour le paramètre "Hauteur minimale" - Charge statique sans dimension de 1.556

La Figure 107 montre les écarts obtenus sur le paramètre « hauteur minimale » lorsque le palier est soumis à une charge statique sans dimension de 1.556. Quel que soit le type de chargement utilisé pour calculer la matrice des coefficients de souplesse de la structure avec Ansys® on s'aperçoit que les écarts avec la référence (chargement rectangulaire) sont négligeables.

Ces résultats montrent donc qu'une approche simple du calcul de la matrice de raideur de la bande de plissés peut être employée.

Annexe 2 : Equations utilisées dans la méthode de Newton-Raphson

L'équation de Reynolds en régime permanent s'écrit en variables sans dimension :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = \Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial \theta}$$

En développant au minimum, on a :

$$\left(\frac{\partial PH^3}{\partial \theta} \frac{\partial P}{\partial \theta} + PH^3 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \right) + \left(\frac{\partial PH^3}{\partial Z} \frac{\partial P}{\partial Z} + PH^3 \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} \right) = \Lambda \frac{\partial PH}{\partial \theta}$$

La fonction F pour la résolution par la méthode de Newton-Raphson s'écrit avec la discrétisation par différences finies :

$$F = \frac{(PH^3)_{i+1;j} - (PH^3)_{i-1;j}}{2\Delta\theta} \frac{P_{i+1;j} - P_{i-1;j}}{2\Delta\theta} + (PH^3)_{i;j} \frac{P_{i+1;j} + P_{i-1;j} - 2P_{i;j}}{\Delta\theta^2} \\ + \frac{(PH^3)_{i;j+1} - (PH^3)_{i;j-1}}{2\Delta Z} \frac{P_{i;j+1} - P_{i;j-1}}{2\Delta Z} + (PH^3)_{i;j} \frac{P_{i;j+1} + P_{i;j-1} - 2P_{i;j}}{\Delta Z^2} \\ - \Lambda \frac{(PH)_{i+1;j} - (PH)_{i-1;j}}{2\Delta\theta}$$

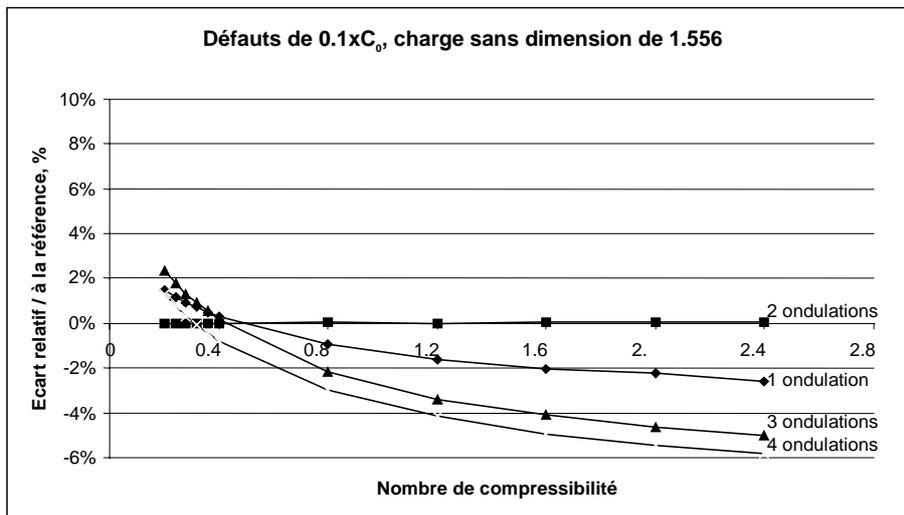
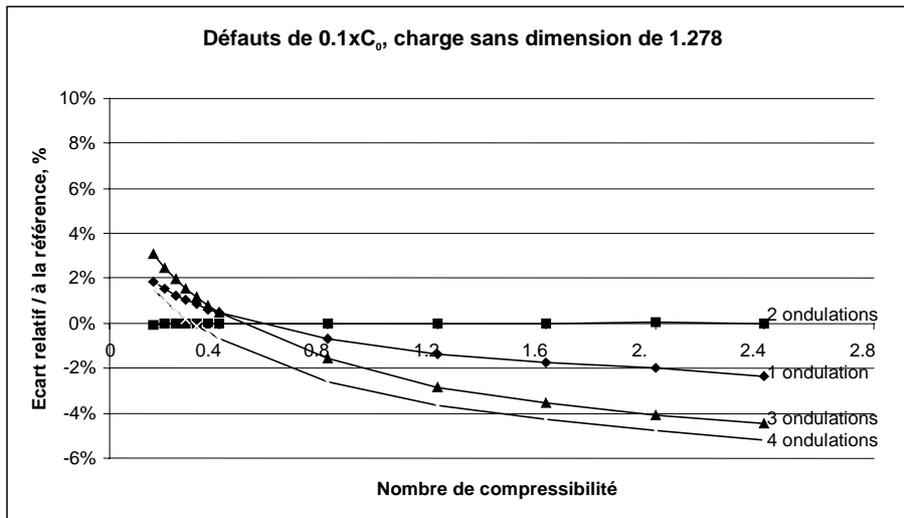
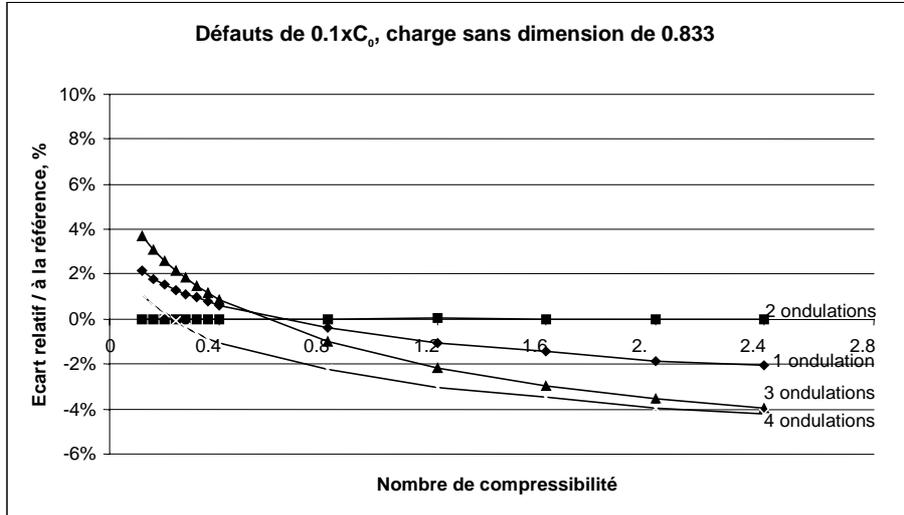
En écrivant la relation sans dimension entre H et P : $H=H_0+S(P-1)$, on peut expliciter les termes de la matrice Jacobienne :

$$\frac{\partial F}{\partial P_{i;j}} = \left[H_{i;j}^3 + 3H_{i;j}^2 S_{i;j} P_{i;j} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} \right) - 2(PH^3)_{i;j} \left(\frac{1}{\Delta\theta^2} + \frac{1}{\Delta Z^2} \right) \right] \\ \frac{\partial F}{\partial P_{i+1;j}} = \frac{1}{2\Delta\theta} \left[\left(H_{i+1;j}^3 + 3H_{i+1;j}^2 S_{i+1;j} P_{i+1;j} \right) \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{\partial(PH^3)}{\partial \theta} - \Lambda(H_{i+1;j} + P_{i+1;j} S_{i+1;j}) \right] + \frac{(PH^3)_{i;j}}{\Delta\theta^2} \\ \frac{\partial F}{\partial P_{i-1;j}} = -\frac{1}{2\Delta\theta} \left[\left(H_{i-1;j}^3 + 3H_{i-1;j}^2 S_{i-1;j} P_{i-1;j} \right) \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{\partial(PH^3)}{\partial \theta} - \Lambda(H_{i-1;j} + P_{i-1;j} S_{i-1;j}) \right] + \frac{(PH^3)_{i;j}}{\Delta\theta^2} \\ \frac{\partial F}{\partial P_{i;j+1}} = \frac{1}{2\Delta Z} \left[\left(H_{i;j+1}^3 + 3H_{i;j+1}^2 S_{i;j+1} P_{i;j+1} \right) \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial(PH^3)}{\partial Z} \right] + \frac{(PH^3)_{i;j}}{\Delta Z^2} \\ \frac{\partial F}{\partial P_{i;j-1}} = -\frac{1}{2\Delta Z} \left[\left(H_{i;j-1}^3 + 3H_{i;j-1}^2 S_{i;j-1} P_{i;j-1} \right) \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial(PH^3)}{\partial Z} \right] + \frac{(PH^3)_{i;j}}{\Delta Z^2}$$

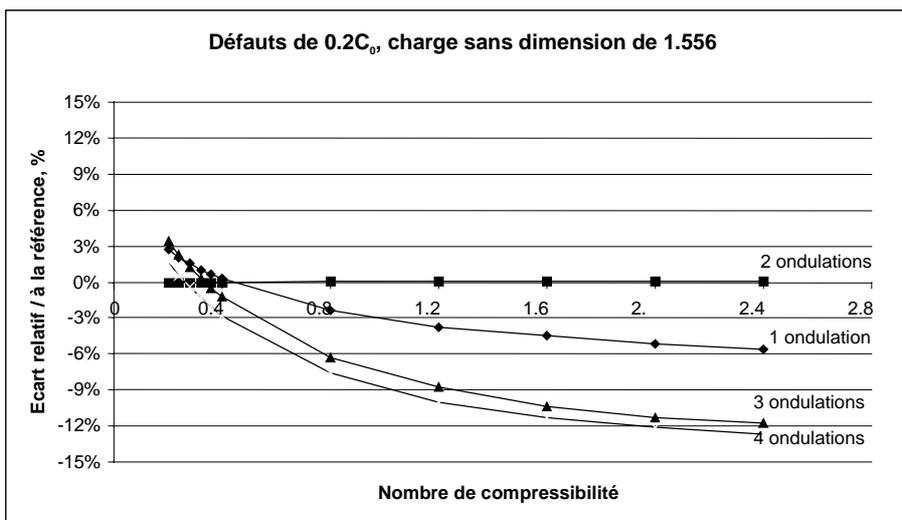
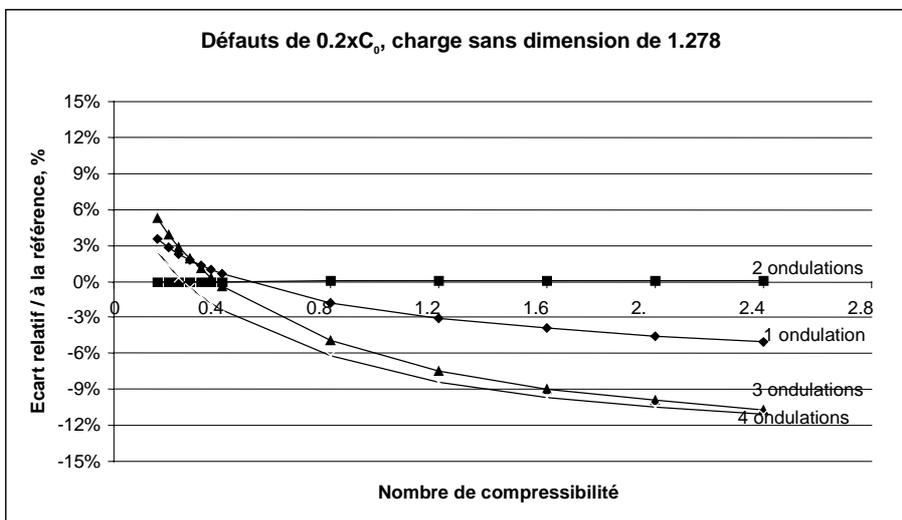
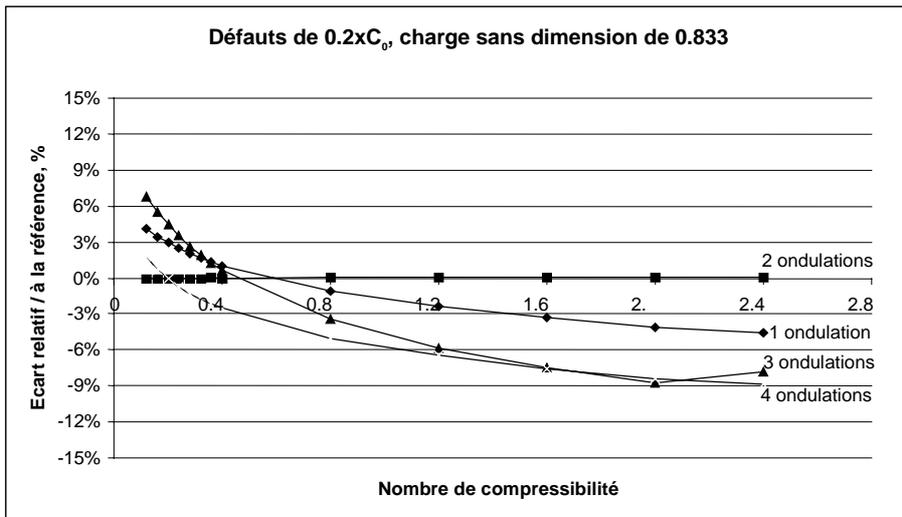
Annexe 3 : Influence des défauts de forme sur la hauteur minimale

Nous donnons ici les courbes d'écart relatif sur la hauteur minimale pour des défauts d'amplitude $0.1 \times C_0$ et $0.2 \times C_0$ et des charges sans dimension de [0.833 ; 1.278 ; 1.556].

Défauts de $0.1 \times C_0$



Défauts de $0.2 \times C_0$



Annexe 4 : Dynamique linéaire – équations donnant les termes de dérivées de la pression

Les équations donnant ces quatre termes ont toutes un premier membre identique :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(P_0 H_0 \frac{\partial P_k}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(P_0 H_0 \frac{\partial P_k}{\partial Z} \right) - \Lambda \left(\frac{\partial (P_k H_0)}{\partial \theta} \right) \\
 = & \Lambda \left(\frac{\partial (P_0 \cos \theta)}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(3P_0 H_0^2 \cos \theta \frac{\partial P_0}{\partial \theta} + H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial Z} \left(3P_0 H_0^2 \cos \theta \frac{\partial P_0}{\partial Z} + H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right), \\
 & \qquad \qquad \qquad k=x \\
 = & \Lambda \left(\frac{\partial (P_0 \sin \theta)}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(3P_0 H_0^2 \sin \theta \frac{\partial P_0}{\partial \theta} + H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial Z} \left(3P_0 H_0^2 \sin \theta \frac{\partial P_0}{\partial Z} + H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right), \\
 & \qquad \qquad \qquad k=y \\
 = & 2\Lambda (P_0 \cos \theta + H_0 P_x) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right), \quad k = \dot{x} \\
 = & 2\Lambda (P_0 \sin \theta + H_0 P_y) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_0^3 P_k \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right), \quad k = \dot{y}
 \end{aligned}$$

Annexe 5 : Adaptation des équations utilisées dans la méthode de Newton – Raphson pour prendre en compte le caractère instationnaire du fonctionnement

L'équation de Reynolds en régime transitoire s'écrit en variables sans dimension :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = \Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial \theta} + 2\Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial T}$$

En utilisant un schéma implicite pour la résolution, on écrira :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{T+\Delta T} + \frac{\partial}{\partial Z} \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right]^{T+\Delta T} &= \Lambda \left(\frac{\partial PH}{\partial \theta} \right)^{T+\Delta T} \\ + 2\Lambda \left(\frac{P^{T+\Delta T} - P^T}{\Delta T} H^{T+\Delta T} + P^{T+\Delta T} \frac{H^{T+\Delta T} - H^T}{\Delta T} \right) \end{aligned}$$

La fonction F pour le régime dynamique s'exprime à partir de la fonction F du régime permanent en **Annexe 2** :

$$F_{dynamique} = F_{permanent} - 2\Lambda \left(\frac{P^{T+\Delta T} - P^T}{\Delta T} H^{T+\Delta T} + P^{T+\Delta T} \frac{H^{T+\Delta T} - H^T}{\Delta T} \right)$$

Etant donné que le terme dynamique supplémentaire « ne dépend que » de la valeur de P au point $(i ; j)$, seul le terme $\frac{\partial F_{dynamique}}{\partial P_{i;j}}$ est différent par rapport au régime permanent :

$$\frac{\partial F_{dynamique}}{\partial P_{i;j}^{T+\Delta T}} = \frac{\partial F_{permanent}}{\partial P_{i;j}^{T+\Delta T}} - \frac{2\Lambda}{\Delta T} \left(2H_{i;j}^{T+\Delta T} - H_{i;j}^T + S_{i;j} (2P^{T+\Delta T} - P^T) \right)$$

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : GRAU

DATE de SOUTENANCE : 12 octobre 2004

(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

Prénoms : Grégory, Cyril, Mickaël

TITRE :

Paliers aérodynamiques radiaux à structure à feuilles : contribution à l'étude statique et comportement dynamique non linéaire

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 03 ISAL

Ecole doctorale : MEGA

Spécialité : Génie Mécanique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 /

et bis

CLASSE :

RESUME :

Cette étude traite des paliers aérodynamiques radiaux à structures à feuilles utilisés dans des turbomachines aéronautiques. Les travaux d'optimisation des géométries internes se sont, jusque-là, limités aux profils rigides. Nous proposons une réflexion sur la définition des profils déformables à capacité de charge statique accrue. De plus, l'approche communément employée a aussi été adaptée à l'étude d'influence de certains paramètres de conception : jeu radial, désalignement et défauts de forme.

Du point de vue dynamique, l'approche la plus répandue est de type linéaire. Nos travaux ont montré que cette analyse a un domaine de validité restreint et qu'il est préférable d'utiliser un calcul pas à pas dans le temps. La mise en place d'un modèle simple d'amortissement structural interne a permis de comprendre les phénomènes d'activation ainsi que les niveaux de stabilité élevés caractéristiques de ce type de paliers. D'autre part, les travaux publiés sur la dynamique non linéaire utilisent des rotors rigides. Nous avons donc axé notre travail sur la mise en place d'un modèle de dynamique de rotors déformables soutenus par des paliers à air dont l'action est non linéaire.

MOTS-CLES :

Paliers aérodynamiques, dynamique des rotors, comportement non linéaire

Laboratoire (s) de recherches :

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS)

Directeur de thèse:

Yves Berthier

Président de jury :

Composition du jury :

ARGHIR Mihail, MDC HDR, LMS Poitiers

BAYSET Sylvain, membre invité, Ingénieur, Société Microturbo SA

BERTHIER Yves, DR, LaMCoS

BONIS Marc, Professeur, Université de Technologie de Compiègne

BOU SAID Benyebka, MDC HDR, LaMCoS

DELBEZ Alain, membre invité, Ingénieur, Société Microturbo SA

DMOCHOWSKI Waldek, Professeur, NRC, CANADA

IORDANOFF Ivan, MDC, LaMCoS