



N° d'ordre NNT : 2023ISAL0043

**THESE de DOCTORAT DE L'INSA LYON,  
membre de l'Université de Lyon**

**Ecole Doctorale N° ED162  
Mécanique, Energétique, Génie Civil et Acoustique**

**Spécialité de doctorat :**

Génie Mécanique

Soutenue publiquement le 28/06/2023, par :  
**Alexis Hingue**

---

**Etude de la criticité à amorçage de  
fissure de la liaison aube-disque de  
turbomachine sous chargement de  
fretting-fatigue**

---

Devant le jury composé de :

POMMIER, Sylvie  
MAGNIER, Vincent  
YASTREBOV, Vladislav  
NELIAS, Daniel  
CHAISE, Thibaut  
MORESTIN, Fabrice  
DAMIENS, Bruno

Professeure, Université Paris-Saclay  
Maître de Conférences, Polytech Lille  
Chargé de recherche CNRS, Mines Paris  
Professeur, INSA Lyon  
Maître de Conférences, INSA Lyon  
Professeur, INSA Lyon  
Docteur, Safran Helicopter Engines

Présidente  
Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de thèse  
Co-encadrant  
Examineur  
Invité



## Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="https://www.edchimie-lyon.fr">https://www.edchimie-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage secretariat@edchimie-lyon.fr	<b>M. Stéphane DANIELE</b> C2P2-CPE LYON-UMR 5265 Bâtiment F308, BP 2077 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69616 Villeurbanne <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="https://edeea.universite-lyon.fr">https://edeea.universite-lyon.fr</a> Sec. : Stéphanie CAUVIN Bâtiment Direction INSA Lyon Tél : 04.72.43.71.70 secretariat.edeea@insa-lyon.fr	<b>M. Philippe DELACHARTRE</b> INSA LYON Laboratoire CREATIS Bâtiment Blaise Pascal, 7 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.88.63 <a href="mailto:philippe.delachartre@insa-lyon.fr">philippe.delachartre@insa-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a> Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	<b>Mme Sandrine CHARLES</b> Université Claude Bernard Lyon 1 UFR Biosciences Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69622 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:sandrine.charles@univ-lyon1.fr">sandrine.charles@univ-lyon1.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ</b> <a href="http://ediss.universite-lyon.fr">http://ediss.universite-lyon.fr</a> Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	<b>Mme Sylvie RICARD-BLUM</b> Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Raulin - 2ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tél : +33(0)4 72 44 82 32 <a href="mailto:sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr">sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr</a>
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</b> <a href="http://edinfomaths.universite-lyon.fr">http://edinfomaths.universite-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 infomaths@univ-lyon1.fr	<b>M. Hamamache KHEDDOUCI</b> Université Claude Bernard Lyon 1 Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tél : 04.72.44.83.69 <a href="mailto:hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr">hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATÉRIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a> Sec. : Yann DE ORDENANA Tél : 04.72.18.62.44 yann.de-ordenana@ec-lyon.fr	<b>M. Stéphane BENAYOUN</b> Ecole Centrale de Lyon Laboratoire LTDS 36 avenue Guy de Collongue 69134 Ecully CEDEX Tél : 04.72.18.64.37 <a href="mailto:stephane.benayoun@ec-lyon.fr">stephane.benayoun@ec-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://edmega.universite-lyon.fr">http://edmega.universite-lyon.fr</a> Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bâtiment Direction INSA Lyon mega@insa-lyon.fr	<b>M. Jocelyn BONJOUR</b> INSA Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69621 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr">jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b> <a href="https://edsciencessociales.universite-lyon.fr">https://edsciencessociales.universite-lyon.fr</a> Sec. : Mélina FAVETON INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.77.79 melina.faveton@univ-lyon2.fr	<b>M. Bruno MILLY</b> Université Lumière Lyon 2 86 Rue Pasteur 69365 Lyon CEDEX 07 <a href="mailto:bruno.milly@univ-lyon2.fr">bruno.milly@univ-lyon2.fr</a>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



# Remerciements

Ces travaux sont le fruit d'une collaboration entre le LaMCoS (INSA Lyon) et Safran Helicopter Engines.

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement tous les membres du jury, dont les conseils et remarques avisés ont permis d'améliorer la qualité de ce manuscrit.

J'adresse toute ma gratitude à mes deux encadrants du LaMCoS, Daniel Nélias et Thibaut Chaise pour la confiance qu'ils m'ont accordé tout au long de ce projet. Tout en me confiant une grande autonomie, leurs conseils et leur optimisme sans faille m'ont donné la motivation de mener à bien cette thèse. Je remercie chaleureusement Philippe Chaudet pour son aide très précieuse lors de la mise en place des essais au LaMCoS. Son expertise et ses compétences expérimentales m'ont fait gagner un temps considérable.

Je tiens à remercier tout le personnel de Safran impliqué de près ou de loin dans ces travaux. Merci à Laurent Houze, d'une part pour m'avoir permis de travailler sur un sujet passionnant pendant trois années, mais également pour son enthousiasme et son investissement dans ce projet, ainsi que pour son accueil au sein de son équipe. Ces travaux doivent beaucoup à Bruno Damiens, dont l'expertise et les connaissances techniques ont donné lieu à de nombreuses discussions et suggestions toujours très pertinentes et enrichissantes. Je remercie également Franck Vernis et Jean-Philippe Lapuyade pour l'aide apportée au domptage de la machine PREMECCY et de ses éprouvettes. Je tiens à remercier l'équipe des stagiaires de DT/MPE pour les bons moments partagés ensemble. Je remercie en particulier Mathilde pour sa motivation et son implication dans ce projet, ainsi que pour les nombreuses discussions à la pause café, qu'elles soient d'ordre professionnelles ou non.

Je remercie bien évidemment l'ensemble des doctorants du LaMCoS qui m'ont accueilli et avec qui j'ai tracé une partie du chemin de cette thèse. Un grand merci à vous tous pour les très bons moments de convivialité partagés, et qui ont rendu cette période particulièrement agréable.

Pour terminer, je remercie mes amis de toujours (Luminois et autres), qui sauront se reconnaître, pour leur soutien inconditionnel. Enfin, je remercie mes parents pour leur support et leur aide dans ce projet.



# Résumé

Cette thèse porte sur la prédiction de la durée de vie de l'attache aube-disque sous chargement de fretting-fatigue. L'étude est consacrée à l'influence de la composante basse fréquence du chargement.

Une méthodologie d'identification *in-situ* du coefficient de frottement pendant un essai de fatigue LCF (Low Cycle Fatigue) à température ambiante sur une éprouvette queue d'aronde a été mise en place. L'approche FEMU (Finite Element Method Updating) repose sur la minimisation de l'écart entre les données expérimentales et le modèle éléments finis. Les quantités d'intérêt sont les champs de déplacements en surface de l'éprouvette, mesurés par corrélation d'images numériques. La mise en donnée du problème numérique est définie par des hypothèses simplificatrices concernant les conditions aux limites. Les biais introduits par ces hypothèses sont quantifiés par l'utilisation d'essais virtuels.

Deuxièmement, des essais de traction cycliques ont été réalisés sur des éprouvettes queue d'aronde en Udimet 720 et instrumentés par corrélation d'images numériques. L'effort de traction est appliqué linéairement entre  $F_{min} = 0,1$  kN et  $F_{max} = 1$  kN. Trois grandeurs d'intérêt ont été considérées pour l'identification du coefficient de frottement moyen : les composantes horizontales et verticales du champ de déplacements et l'amplitude de glissement sur le cycle, mesurées en surface. Les essais ont mis en évidence une augmentation du coefficient de frottement au cours des cycles de chargement. L'essai est caractérisé par la transition d'un régime de glissement total à un régime de glissement partiel survenant aux alentours du cycle 5 000. L'identification du coefficient de frottement en régime de glissement partiel n'est plus possible précisément car la sensibilité des champs de déplacements au coefficient de frottement devient très faible.

Enfin, des critères de fatigue classiques ont été implémentés et calculés pour des essais de traction sur des éprouvettes queue d'aronde. La comparaison des prédictions des critères avec les observations expérimentales confirme la contribution prépondérante du cisaillement sur l'amorçage de fissure par rapport au terme de pression hydrostatique.

**MOTS CLÉS:** Fretting, Coefficient de frottement, Mesure de champs, Identification, Critères



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Synthèse bibliographique et contexte industriel</b>	<b>3</b>
1.1 Contexte industriel . . . . .	3
1.1.1 La turbine à gaz . . . . .	3
1.1.2 La liaison aube-disque . . . . .	3
1.2 Notion de fretting . . . . .	7
1.2.1 Essais de laboratoire . . . . .	8
1.2.2 Régimes de glissement . . . . .	8
1.2.3 Fretting-fatigue . . . . .	11
1.2.4 Dispositifs expérimentaux . . . . .	16
1.2.5 Endommagements caractéristiques du fretting . . . . .	19
1.2.6 Effet de gradient et effet de taille . . . . .	23
1.3 Résolution des problèmes de contact . . . . .	24
1.3.1 Résolution analytique du problème de contact 2D . . . . .	24
1.3.2 Méthode des éléments finis . . . . .	33
1.3.3 Méthodes semi-analytiques . . . . .	34
1.4 Objectifs et cadre de l'étude . . . . .	39
<b>2 Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écart entre essai et simulation</b>	<b>41</b>
2.1 Introduction . . . . .	41
2.2 Motivations et état de l'art . . . . .	41
2.2.1 Définition du coefficient de frottement . . . . .	41
2.2.2 Influence du coefficient de frottement . . . . .	42
2.2.3 Mesure du coefficient de frottement . . . . .	42
2.3 Principe de la méthode de recalage de modèle éléments finis . . . . .	47
2.3.1 La méthode FEMU . . . . .	47
2.3.2 La fonction coût . . . . .	49
2.3.3 Hypothèses de modélisation de la zone d'intérêt . . . . .	49
2.4 Analyse des efforts de contact cycliques sur la queue d'aronde . . . . .	51

2.4.1	Définition du modèle numérique . . . . .	51
2.4.2	Évolution temporelle des contraintes de contact . . . . .	54
2.4.3	Prédiction analytique des efforts et influence du coefficient de frottement . . . . .	56
2.4.4	Dépendance des efforts de contact au coefficient de frottement : distinction entre glissement total et partiel . . . . .	57
2.5	Étude paramétrique à partir d’essais virtuels . . . . .	58
2.5.1	Définition de l’essai virtuel et du modèle local . . . . .	59
2.5.2	Zoom structural complet . . . . .	61
2.5.3	Zoom structural incomplet . . . . .	61
2.5.4	Hypothèses d’élasticité plane . . . . .	62
2.5.5	Influence du maillage . . . . .	64
2.5.6	Hypothèse de milieu élastique linéaire . . . . .	66
2.5.7	Effets de défauts géométriques angulaires . . . . .	67
2.5.8	Influence du profil de séparation initial . . . . .	80
2.5.9	Discussion sur le choix de la quantité d’intérêt . . . . .	84
2.5.10	Amélioration des conditions aux limites . . . . .	86
2.5.11	Origine des déplacements . . . . .	88
2.5.12	Dépendance à l’historique de chargement . . . . .	90
2.6	Conclusion . . . . .	99
<b>3</b>	<b>Application à un essai de fatigue LCF sur éprouvettes queue d’aronde</b>	<b>103</b>
3.1	Introduction . . . . .	103
3.2	Dispositif expérimental et moyens de mesure . . . . .	103
3.2.1	L’essai de fatigue LCF sur éprouvette queue d’aronde . . . . .	103
3.2.2	La corrélation d’images numériques (CIN) . . . . .	105
3.2.3	Le mouchetis . . . . .	111
3.3	Les champs de déplacements comme quantités d’intérêt . . . . .	114
3.3.1	Modèle numérique en chargement monotone . . . . .	114
3.3.2	Modèle numérique en chargement monotone avec compensation de la charge . . . . .	116
3.3.3	Modèle mixte . . . . .	117
3.4	Le glissement à l’interface comme quantité d’intérêt . . . . .	120
3.4.1	Modèle local élastique sous chargement monotone . . . . .	122
3.4.2	Modèle local élastoplastique sous chargement monotone . . . . .	123
3.4.3	Modèle global élastoplastique sous chargement non monotone . . . . .	123
3.4.4	Identification du coefficient de frottement . . . . .	124
3.5	Conclusion . . . . .	127
<b>4</b>	<b>Étude comparative de critères de fatigue</b>	<b>129</b>
4.1	Introduction . . . . .	129
4.2	Critère d’amorçage de fissure en analogie avec la mécanique de la rupture	129
4.3	Les critères de fatigue . . . . .	132

---

4.3.1	Définition et formalisme . . . . .	132
4.3.2	Proportionnalité du chargement . . . . .	133
4.3.3	Variables utiles . . . . .	134
4.3.4	Critères d'approche empirique . . . . .	137
4.3.5	Critères d'approche globale . . . . .	137
4.3.6	Critères d'approche plan critique . . . . .	139
4.3.7	Calcul du cisaillement alterné macroscopique . . . . .	147
4.4	Application à la géométrie queue d'aronde . . . . .	149
4.4.1	Définition du modèle . . . . .	149
4.4.2	Contraintes de contact . . . . .	150
4.4.3	Paramètres matériaux . . . . .	154
4.4.4	Critères à invariants . . . . .	154
4.4.5	Critères en déformations . . . . .	155
4.4.6	Critère de Dang Van . . . . .	160
4.4.7	Critère énergétique . . . . .	160
4.4.8	Comparaison aux observations expérimentales . . . . .	169
4.5	Conclusions . . . . .	173
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>177</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>181</b>



# Introduction générale

Les premiers hélicoptères sont apparus au début du 20<sup>e</sup> siècle, d'abord propulsés par des moteurs à pistons. Depuis les années 1950, les hélicoptères sont motorisés par des turbines à gaz. Cette avancée technique a permis de décupler la puissance développée, rendant ainsi possible la conception d'hélicoptères plus lourds et plus rapides. L'augmentation des performances de cet appareil combiné à sa grande manœuvrabilité en ont fait un mode de transport privilégié pour certaines opérations spécifiques. Utilisé au sein des forces armées militaires ou civils, pour la manutention, le transport médical et off-shore ou le sauvetage en altitude, l'hélicoptère doit assurer des niveaux de performance et de sûreté de fonctionnement toujours plus exigeants.

La turbine à gaz fournit toute la puissance requise au fonctionnement de l'appareil. Le mélange d'air comprimé et de carburant est enflammé dans la chambre de combustion. Les gaz résultants sont canalisés vers les turbines. La turbine est l'organe convertissant l'énergie cinétique des gaz brûlés en énergie mécanique de rotation. Elle est constituée d'un disque sur lequel sont assemblées des aubes par le biais d'une liaison hyperstatique à la géométrie spécifique, appelée pied de sapin. La liaison entre les aubes et le disque des turbines est une partie critique du moteur. Sous l'influence des sollicitations cycliques thermo-mécaniques induites par l'environnement du moteur, des niveaux de contraintes localement très élevés et des micro-glissements surviennent à l'interface entre les aubes et le disque. La liaison subit alors du fretting, un phénomène tribologique complexe survenant lorsque deux corps en contact ont un mouvement relatif tangentiel de faible amplitude. L'endommagement favorisé par le fretting dépend des conditions de glissement, et peut conduire à l'amorçage de fissure ou bien l'usure. La superposition des sollicitations de fretting à un chargement de fatigue conventionnelle sans contact génère un fort abattement de la durée de vie des pièces.

La connaissance des mécanismes physiques et le développement de méthode de prédiction de durée de vie constituent alors un enjeu majeur pour l'amélioration des performances et la réduction des coûts de maintenance et d'exploitation. Ainsi, une meilleure prédiction permettrait d'explorer des voies d'optimisation géométriques ou tribologiques des aubes pour apporter une durée de vie accrue, une réduction de la masse, et une réduction des coûts de maintenance.

Pour le motoriste, la déclaration des durées de vie de la liaison aube-disque repose sur l'exploitation de résultats d'essais sur des éprouvettes technologiques dont la mise en œuvre est complexe. L'hyperstatisme de la liaison, combiné aux variabilités géométriques de production des pièces rendent le chargement mécanique des contacts très variable.

L'exploitation des essais est alors difficile. L'enjeu industriel de la thèse est de remplacer l'essai technologique jugé trop complexe par un essai simplifié. La géométrie choisie pour assurer cette mission est le pied de sapin mono-lobe, autrement appelé queue d'aronde. Cette liaison dont le niveau d'hyperstatisme est bien inférieur à celui de la géométrie de l'attache pale disque est moins sensible aux effets de dispersion géométrique de production. Elle facilite la production des éprouvettes, la mise en œuvre de l'essai ainsi que son exploitation.

L'objectif de la thèse est de contribuer à l'amélioration de la prédiction des durées de vie de l'attache aube-disque des turbines. Pour y parvenir, ces travaux se concentrent sur :

- le développement d'un moyen expérimental de fretting-fatigue sur éprouvette queue d'aronde permettant la mesure *in-situ* du frottement. Le coefficient de frottement des modèles numériques est un paramètre pilotant au premier ordre la répartition des contraintes normales et tangentielles. La connaissance de ce paramètre est par conséquent nécessaire pour le calcul du chargement mécanique du contact.
- l'identification de critères de fatigue adaptés à la prédiction de la durée de vie de la liaison.

Le premier chapitre est consacré à la synthèse bibliographique de différents aspects de la mécanique du contact et à la description du contexte industriel dans lequel s'inscrivent ces travaux. Le phénomène de fretting et les différentes approches de modélisation et de résolution du problème de contact sont présentés. Les objectifs de la thèse sont posés et les axes de travail sont définis à partir des difficultés identifiées.

Dans le second chapitre, l'accent est porté sur l'importance que revêt le coefficient de frottement numérique sur les contraintes et le glissement calculés dans le contact. Une méthodologie de corrélation essais-calcul par analyse inverse est présentée afin de mesurer *in-situ* la valeur de ce paramètre clé. Le modèle numérique permettant l'identification de ce paramètre est validé à travers son application à une série d'essais virtuels.

Dans le troisième chapitre, le dispositif expérimental mis en place pour l'identification du coefficient de frottement est décrit. Le principe de mesure des champs cinématiques par corrélation d'images numériques y est décrit. Les modèles du chapitre précédent sont employés pour identifier le coefficient de frottement expérimental et son évolution au cours des cycles par la minimisation des écarts entre champs cinématiques calculés et mesurés.

Dans le dernier chapitre, divers critères de fatigue classiques sont calculés à partir d'un cycle de chargement du modèle éléments finis. L'influence du coefficient de frottement numérique et des composantes de chacun de ces critères sont mises en évidence.

# Chapitre 1

## Synthèse bibliographique et contexte industriel

### 1.1 Contexte industriel

#### 1.1.1 La turbine à gaz

Les turbines à gaz fournissent la puissance mécanique nécessaire au fonctionnement de l'appareil. Elles entraînent le rotor principal et le rotor de queue, mais produisent également l'électricité requise pour alimenter les circuits secondaires. Malgré la diversité des architectures de turbines à gaz, le principe de fonctionnement global reste le même, schématisé en figure 1.1. La turbine à gaz est un moteur thermique à combustion interne basé sur un cycle thermodynamique de Brayton. L'air ambiant est d'abord aspiré puis comprimé par l'étage de compresseur, constitué d'une succession de roues aubagées statiques (stator) et mobiles (rotor). Leur nombre et leur type (axial, radial ou axially-radial) peuvent varier selon les besoins de l'appareil. Le carburant est injecté dans la chambre de combustion où il est mélangé à l'air comprimé, puis enflammé. Les gaz issus de la combustion sont canalisés vers les turbines, qui convertissent l'énergie thermique et cinétique des gaz en énergie mécanique de rotation. Un étage de turbines haute pression entraîne l'étage compresseur, tandis que les turbines libres entraînent l'arbre de transmission de puissance. Finalement, les gaz sont expulsés dans l'atmosphère par le biais d'un divergeant facilitant l'écoulement et la réduction du bruit.

#### 1.1.2 La liaison aube-disque

Les turbines sont constituées d'un disque sur lequel sont montées des aubes rapportées par le biais d'une liaison appelée "pied de sapin". La désolidarisation des aubes et du disque apporte plusieurs avantages. Les deux parties peuvent être produites dans des matériaux différents, dont les propriétés sont ajustées aux sollicitations subies. D'autre part, les opérations de maintenance sont facilitées par le remplacement individuel des aubes endommagées. Enfin, la liaison de contact améliore le comportement vibratoire du sys-

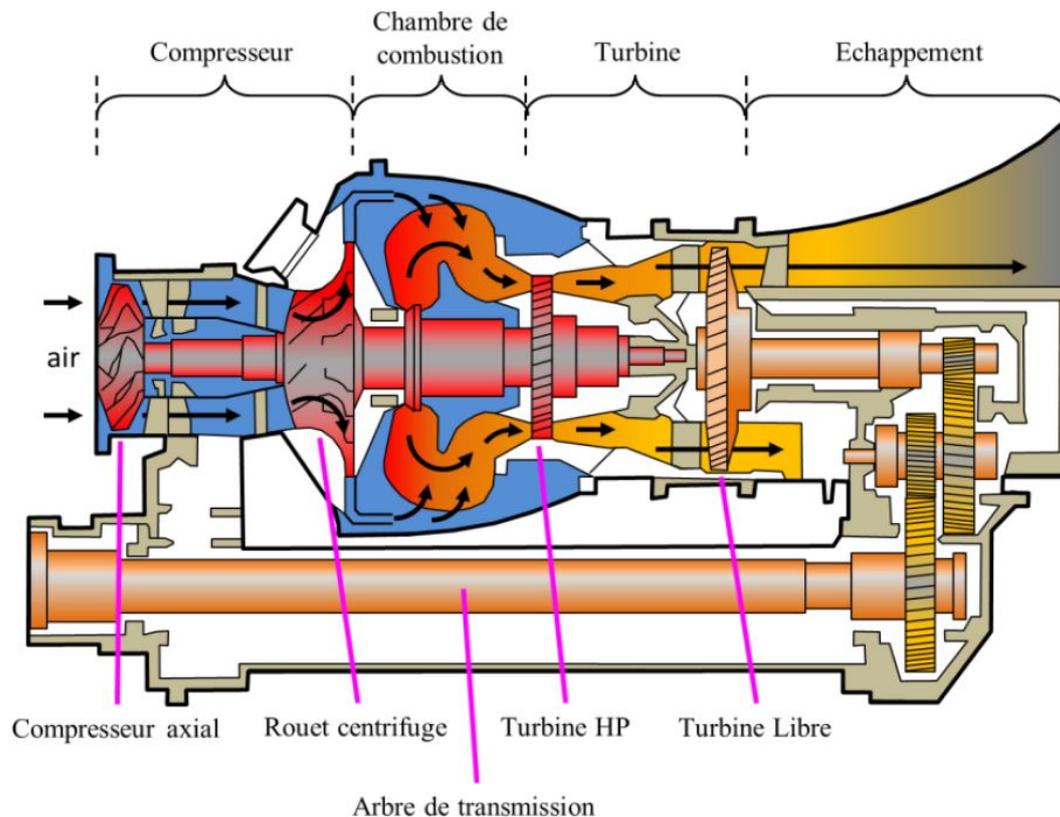


FIGURE 1.1 – Schéma en coupe d'une turbine à gaz (Source : Safran Helicopter Engines)

tème en introduisant de l'amortissement. En contrepartie de ces avantages, la complexité et les coûts de fabrication sont plus élevés que pour une turbine monobloc. La liaison "pied de sapin" consiste généralement en trois rangées de deux lobes. La charge subie par les aubes est distribuée sur autant de contacts plan/plan inclinés. Cette liaison est soumise à des chargements cycliques complexes et multiples :

- Une composante basse fréquence, ou LCF (Low Cycle Fatigue) issue de l'effet centrifuge imposé par la rotation de la turbine. Celle-ci peut atteindre 40 000 tr/min. De façon simplifiée, un cycle de chargement LCF correspond à un cycle d'allumage et d'arrêt du moteur, soit un vol.
- Une composante haute fréquence, ou HCF (High Cycle Fatigue) due aux efforts aérodynamiques de l'écoulement des gaz sur les aubes qui viennent exciter les modes vibratoires des pales sur leurs fréquences propres. Le défilement des aubes derrière le distributeur fixe provoque un chargement périodique, dont la fréquence dépend du nombre d'aubes du stator et du rotor et de la vitesse de rotation de la turbine. La fréquence associée aux efforts vibratoires est souvent supérieure à 1 kHz.
- Une composante thermique, dont l'amplitude peut atteindre les 650°C, et dont la fréquence de sollicitation est comparable à celle de la composante LCF.

La combinaison de ces multiples sollicitations est responsable de micro-déplacements entre les surfaces de contact. La liaison est par conséquent sujette au fretting couplé à un chargement de fatigue. L'expérience montre que la fissuration en régime de glissement partiel est un endommagement récurrent dans les attaches pieds de sapin. Afin de caractériser l'endommagement subi par la liaison et justifier du bon fonctionnement du système pale-disque, des essais expérimentaux sous plusieurs formes sont couramment mis en place.

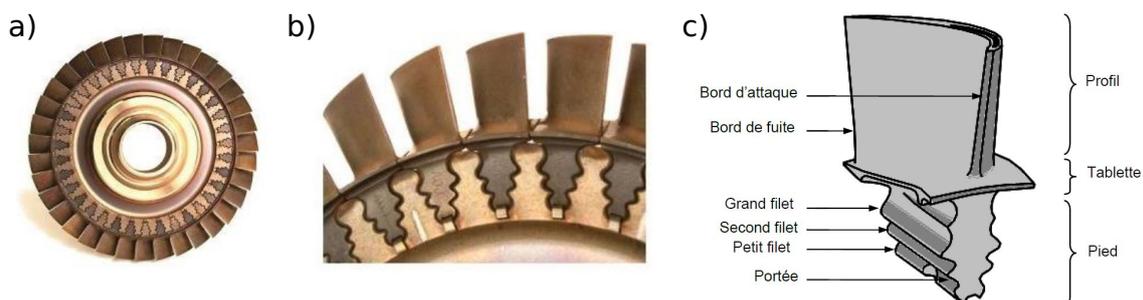


FIGURE 1.2 – a) Disque et aubes d'une turbine haute pression, b) Zoom sur l'interface aube-disque, c) Géométrie et désignation des composants de l'aube (Source : Safran Helicopter Engines)

### 1.1.2.1 Géométrie pied de sapin

La modélisation numérique [SIN 82, ZBO 95] et l'étude expérimentale [UCH 86, ZHA 22a] sous chargement LCF des contacts pieds de sapin sont peu représentées dans la bibliographie. Les essais technologiques à géométrie pied de sapin constituent le type d'essais le plus proche de l'application réelle. La différence majeure étant l'angle de brochage nul de ces éprouvettes (figure 1.4). Il s'agit pour Safran Helicopter Engines de l'essai de référence pour la déclaration des durées de vie de la liaison. Cependant, ce type d'éprouvette fait émerger quelques difficultés. L'hyperstatisme de la liaison rend le dispositif très sensible aux aléas d'usinage, conduisant parfois à une dispersion importante des durées de vie observées. De plus, ces essais sont longs et coûteux. Ces variabilités doivent être considérées et intégrées dans la gestion de la durée de vie par le motoriste.

La prédiction de la durée de vie de l'attache pied de sapin constitue alors un enjeu économique, concurrentiel et scientifique majeur pour l'entreprise. Afin de s'astreindre des difficultés susmentionnées, il semble pertinent de développer un type d'essai intermédiaire entre l'essai académique cylindre/plan ou plan/plan et l'essai technologique.

### 1.1.2.2 Géométrie queue d'aronde

L'étude expérimentale [RUI 84, PAP 94, RAJ 06] et numérique [CHE 17, DEN 18, MEG 00] de géométries queue d'aronde reste minoritaire dans la littérature. Plus repré-

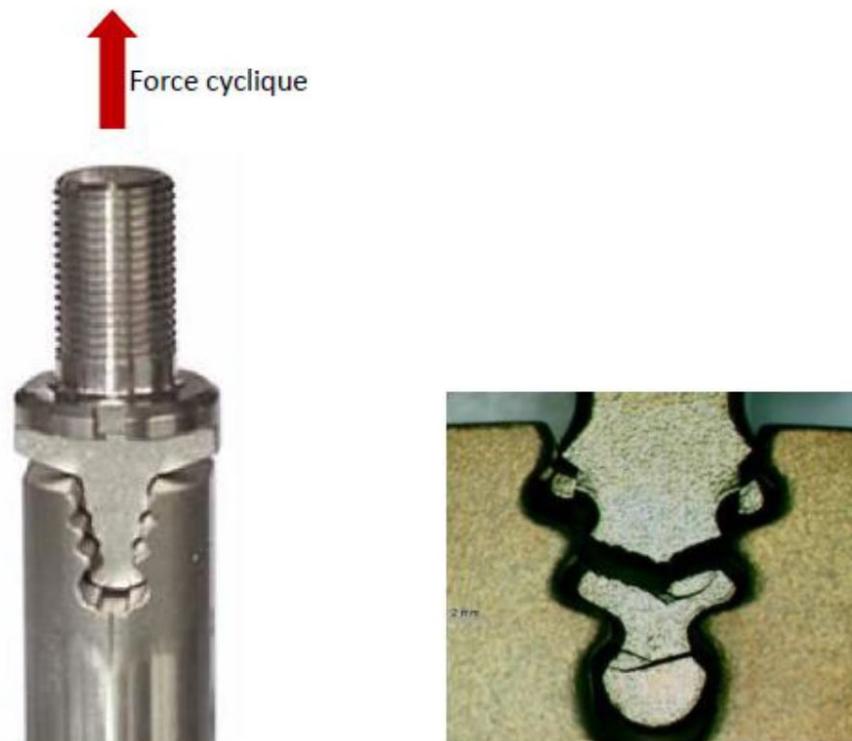


FIGURE 1.3 – Couple d'éprouvettes technologiques pied de sapin saines et rompues [DEN 18]

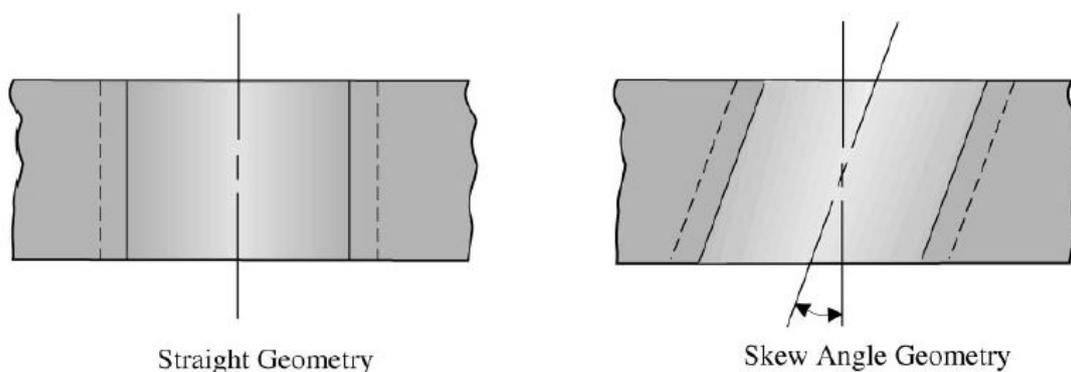


FIGURE 1.4 – Illustration de l'angle de brochage sur la partie disque d'une turbine [MEG 00]

sentative du système réel que les essais académiques tout en présentant une géométrie simplifiée vis à vis du pied de sapin, l'éprouvette queue d'aronde représente un compromis intéressant (figure 1.5). En ne considérant qu'un unique couple de portées, l'hyperstatisme du pied de sapin est réduit, tout en conservant les caractéristiques principales du contact sur moteur (géométrie, gradient de contrainte). Pour ces raisons, les travaux

menés se focalisent sur le comportement de cette géométrie d'éprouvette.

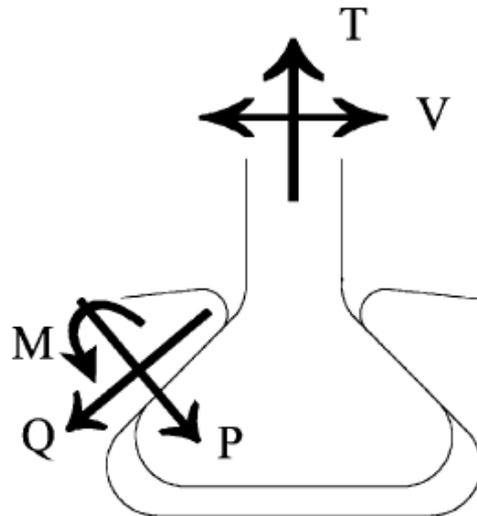


FIGURE 1.5 – Schéma de principe d'un couple d'éprouvette queue d'aronde [NOW 03]

## 1.2 Notion de fretting

Le terme de fretting est employé pour décrire l'endommagement résultant d'un mouvement relatif oscillatoire de faible amplitude entre deux surfaces en contact. Le fretting est considéré comme l'une des dégradations de surface les plus critiques, apparaissant dans de nombreuses applications industrielles, telles que certaines liaisons (cannelures, liaisons par axe), les empilages multiples (arbres de transmission), les assemblages rivetés, les câbles, les conduits flexibles, les roulements à billes, etc. Le fretting apparaît en particulier dans les turbomoteurs, au niveau de la liaison pâle-disque des turbines, soumises à un effort centrifuge et à des sollicitations vibratoires importantes.

Ce phénomène est documenté pour la première fois par Eden et al. [EDE 11] qui observent la formation de débris d'oxyde de fer entre les mors en acier et une éprouvette de fatigue. Tomlinson [TOM 27] réalise plus tard un essai de fretting fatigue et attribue l'apparition d'oxydes au glissement relatif des surfaces. Warlow-Davies [War 41] et McDowell [MCD 52] mettent en exergue l'effet néfaste du fretting sur la durée de vie en fatigue des métaux. Le premier réalise des essais de fatigue en traction sur des éprouvettes précédemment soumises à du fretting, et relève une diminution de la limite d'endurance de 13% à 18% par rapport à des éprouvettes saines. Le second montre que la superposition de fretting à un chargement de fatigue produit un abattement de la durée de vie par comparaison à un chargement de fatigue pure. Aujourd'hui, l'endommagement par fretting est un sujet de recherche majeur, comme l'atteste le nombre de travaux y étant consacrés.

### 1.2.1 Essais de laboratoire

Les contacts de pièces industrielles sont complexes et variés. Afin de reproduire et d'isoler les mécanismes d'endommagement du fretting, des géométries d'éprouvettes simplifiées ont été proposées. Les besoins en essais simples et standardisés ont conduit à l'apparition des configurations mono-contact de référence suivantes :

- Le contact sphère/plan, dont la liaison cinématique associée est le contact ponctuel. Des formulations analytiques ont été proposées par Hertz [HER 82] dans le cadre d'un contact normal élastique, puis étendues au problème tangentiel par Cattaneo et Mindlin [CAT 38, MIN 49]. Cette géométrie est peu exigeante en termes d'alignement, ce qui la rend simple à implémenter expérimentalement.
- Le contact cylindre/plan produit un contact linéique rectiligne. Des précautions particulières doivent être prises pour garantir l'alignement de l'axe du cylindre et du plan.
- Le contact plan/plan (ou poinçon/plan) où deux surfaces planes sont en contact. Cette configuration est très sensible à l'alignement du poinçon avec le plan, qui doit être contrôlé selon deux axes. Des solutions analytiques de la distribution de contraintes ont été développées par Ciavarella et Macina [CIA 03] notamment.

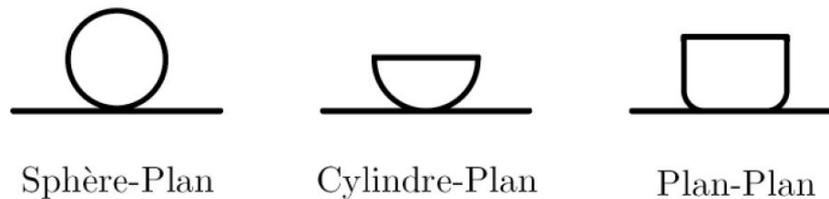


FIGURE 1.6 – Trois configurations de contact académiques [SUN 12]

Trois modes de fretting ont été définis par Mohrbacher [MOH 95] dans le cadre du contact sphère/plan. Ceux-ci sont illustrés en figure 1.7 et sont :

- le mode I : Déplacement linéaire ;
- le mode II : Déplacement radial ;
- le mode III : Déplacement circonférentiel.

Dans la plupart des applications industrielles, dont les attaches pied de sapin, le mode I est prédominant, c'est pourquoi c'est le plus étudié dans la littérature. Dans ce manuscrit, seul le mode I est considéré.

### 1.2.2 Régimes de glissement

La particularité du fretting réside dans la faible amplitude du glissement relatif des corps en contact. Le fretting se distingue du glissement alterné par une zone centrale jamais exposée à l'environnement extérieur. Cette définition est formalisée par le ratio de l'amplitude de glissement dans le contact  $\delta_0$  (dont la valeur est inférieure à l'amplitude

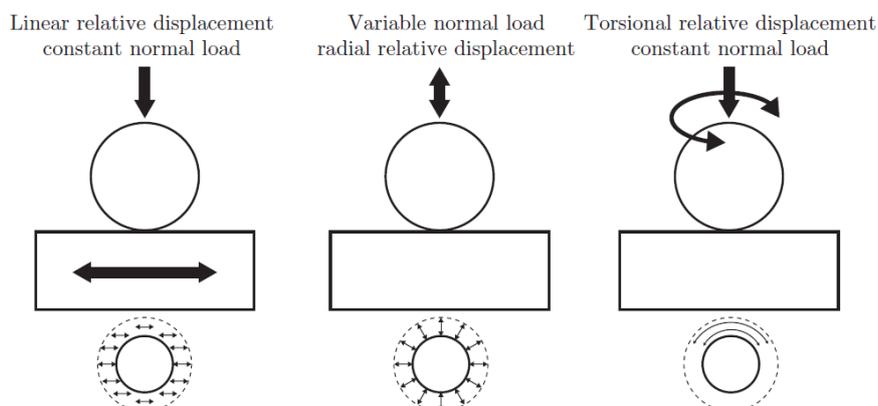


FIGURE 1.7 – Représentation des trois modes de fretting dans un cas de contact sphère/plan [BLA 95]

de déplacement imposé au corps  $\delta^*$  loin du contact du fait de la raideur du contact et du montage) sur la demi-largeur du contact dans la direction du glissement  $a$  [FOU 96b] :

$$e = \frac{\delta_0}{a} \quad (1.1)$$

Une configuration de contact présente du fretting si  $e < 1$ , c'est-à-dire si l'amplitude de glissement est inférieure à la taille du contact. Lorsque  $e > 1$ , les débattements sont suffisamment importants pour exposer la totalité de la zone de contact à l'environnement extérieur. Ces conditions ne correspondent plus à la définition du fretting, on parle alors de glissement alterné, ou glissement réciproque.

Dans le cadre de sollicitations de fretting, deux conditions de glissement instantanées caractérisant un cycle peuvent se manifester en fonction des contraintes normales et tangentielles appliquées (figure 1.8) :

- Glissement partiel : la zone de contact se scinde en une zone adhérente et une zone glissante. L'apparition de cette dernière est favorisée en périphérie du contact [CAT 38, MIN 49]. L'effort tangentiel maximal  $Q^*$  induit par les déplacements respecte  $|Q^*| < \mu P$ , où  $P$  est la force normale et  $\mu$  le coefficient de frottement de Coulomb de l'interface.
- Glissement total : il n'existe aucune zone dans le contact où l'adhérence est maintenue tout au long du cycle. Les efforts de contact respectent alors :  $|Q^*| = \mu P$

Une analyse qualitative de la forme du cycle dans l'espace  $Q(t) - \delta(t)$  (figure 1.9), soit du tracé de l'évolution temporelle de l'effort tangentiel  $Q(t)$  en fonction du déplacement imposé  $\delta(t)$ , permet d'estimer approximativement les conditions de glissement instantanées du cycle. La condition de glissement partiel est associée à une forme approximativement elliptique, tandis que le glissement total se traduit plutôt par une boucle de fretting trapézoïdale, où l'énergie dissipée, matérialisée par l'aire de la boucle, est plus importante. Or, les frontières entre les deux domaines sont ambiguës. Avec l'objectif de quantifier précisément les limites de chacun des régimes, Fouvry [FOU 96b] construit des

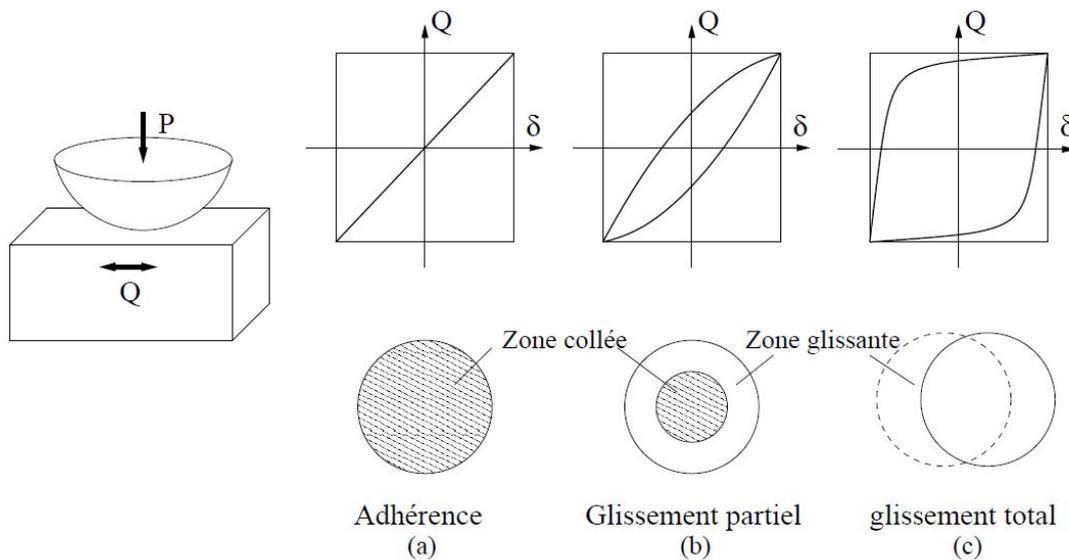


FIGURE 1.8 – Boucles de fretting typiques sous différentes conditions de chargement : a) adhérence total b) glissement partiel c) glissement total [SUN 12]

critères d'identification du cycle de glissement déduit des solutions analytiques de Mindlin du contact sphère-plan en glissement partiel (figure 1.10). Les trois critères en question sont :

- Un critère A, reposant sur la quantité d'énergie dissipée au cours du cycle. La formulation de l'énergie dissipée de référence  $E_t$  implique une dépendance à la raideur du montage.
- Un critère B, lié à l'ouverture du cycle. Tout comme le critère A, ce critère fait intervenir des grandeurs dépendantes du montage.
- Un critère C, semblable au critère A. L'aire de la boucle de fretting est comparée à une aire de référence  $E_{dg}$  indépendante du montage.

Le maintien des précédentes conditions de glissement au cours des cycles d'un essai de fretting permet de définir trois types de régime de fretting [VIN 92] :

- Le régime de glissement partiel, où la condition de glissement partiel est maintenue. Ce régime est associé à de l'endommagement par amorçage de fissure.
- Le régime de glissement total, où la condition de glissement total est maintenue au cours des cycles. Ce régime provoque l'usure des surfaces en contact [FOU 96b].
- Le régime de glissement mixte, régime instable où l'on trouve une alternance de cycles de glissement total et de glissement partiel. Ce régime provoque une compétition entre la dégradation par usure et par amorçage de fissure.

Les premières cartes de fretting ont été introduites par Vingsbo et al. [VIN 88]. Il s'agit de représenter en fonction de l'effort normal et de l'amplitude des débattements, les limites des domaines des trois régimes de glissement précédemment définis. Étant donné que chacun de ces régimes est associé à un type d'endommagement spécifique, Blanchard

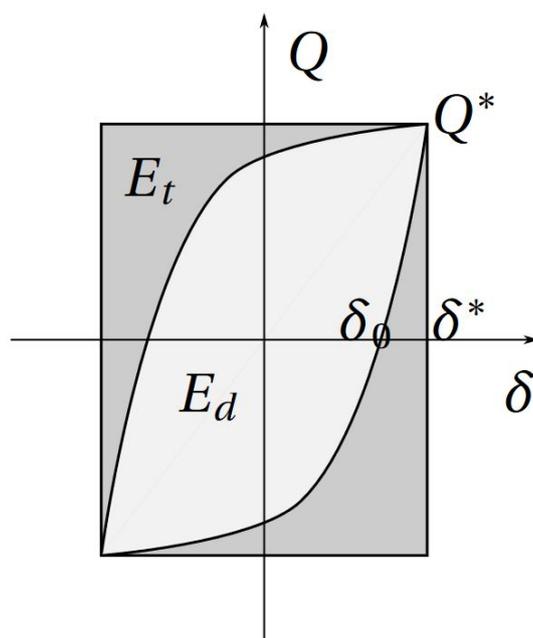


FIGURE 1.9 – Boucle de fretting en glissement partiel et variables associées [SAL 10]

[BLA 91] a imaginé l'équivalent de la carte de fretting en termes de mode de dégradation (figure 1.11). Ces cartes bénéficient d'un intérêt industriel particulier puisqu'elles permettent de caractériser les conditions de changement de régime pour une configuration donnée.

L'extension des cartes de fretting dans le domaine temporel imaginée par Colombié [COL 86] donne lieu à des figures appelées bûches de fretting. Elles soulignent la différence entre les sollicitations initiales, avant tout endommagement, et les sollicitations au cours de l'essai, qui dépendent de la réponse du matériau aux sollicitations initiales. Les cartes de fretting sont un outil important puisqu'elles produisent une synthèse de la réponse d'un système (matériaux, souplesse du montage, environnement physico-chimique, état de surface) aux sollicitations de frottement.

### 1.2.3 Fretting-fatigue

Depuis l'apparition au 19<sup>e</sup> siècle des premiers travaux concernant la fatigue des matériaux [PON 39], des efforts importants ont été consacrés à l'étude de la durée de vie de pièces métalliques sous sollicitations de fatigue. De nombreux essais expérimentaux sur des structures sous charge uniaxiale ont vu le jour, contribuant au développement d'outils et de critères pour la prédiction du nombre de cycles à rupture. Les diagrammes de Haigh et de Goodman tracent le domaine d'endurance du matériau sous chargement uniaxial cyclique en fonction de la moyenne et de l'amplitude de la contrainte. Ces informations sont utilisées pour le dimensionnement en fatigue de systèmes mécaniques. Cependant,

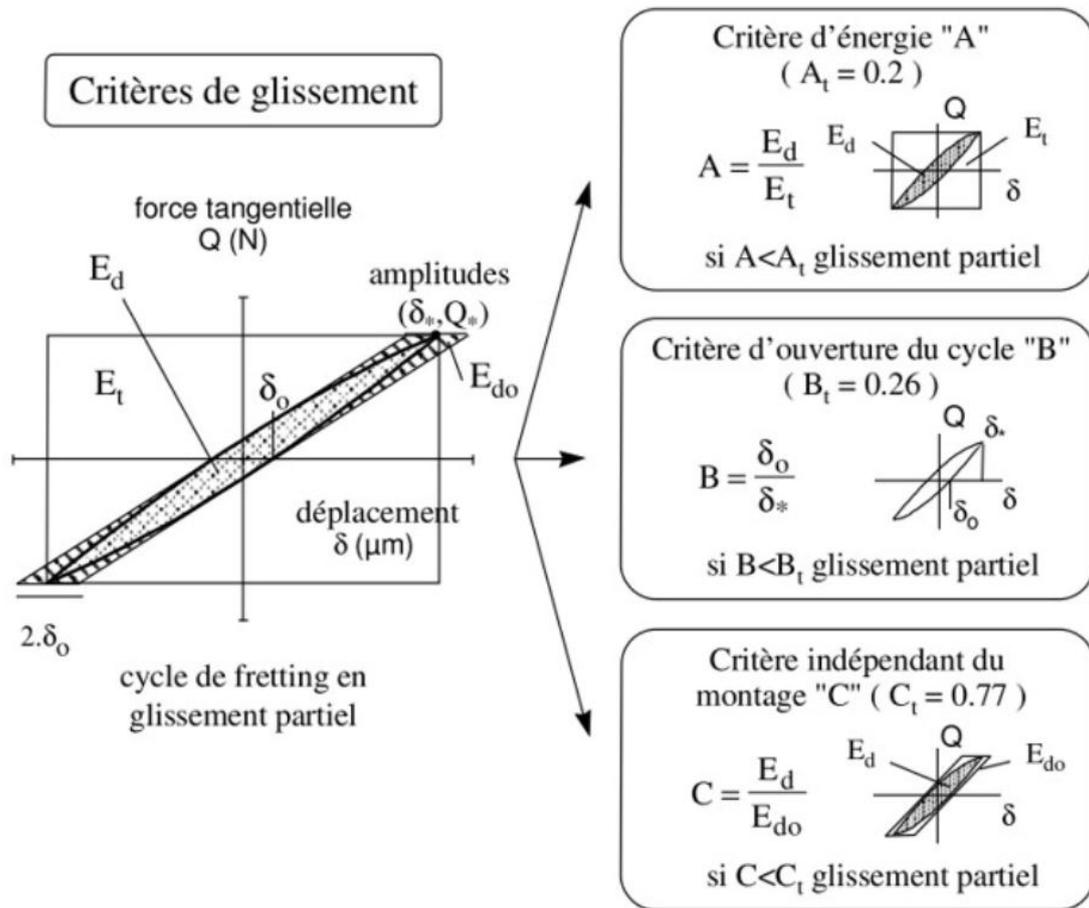


FIGURE 1.10 – Critères de glissement déduit des solutions analytiques de Mindlin pour le contact sphère-plan [FOU 96b]

les structures industrielles sont généralement de formes géométriques complexes et soumises à des charges multiaxiales parfois non proportionnelles. Pour ces situations particulièrement éloignées des cas simples de structures sous chargement uniaxial, une théorie prédisant le comportement en fatigue de ces structures est souhaitable.

Deux types d'essais de fretting sont couramment réalisés (figure 1.12 et 1.13) :

- L'essai de fretting simple, appelé également fretting-wear, où est imposé une pression de contact  $P$  et un déplacement tangentiel cyclique d'amplitude  $\delta^*$  entre les deux pièces.
- L'essai de fretting-fatigue où l'on superpose le chargement de fretting précédent à un chargement de fatigue classique. Une charge cyclique de fatigue est appliquée sur l'un des deux corps en contact. En général, si le déplacement relatif des surfaces en contact est dû à la déformation d'un des corps soumis à un chargement cyclique, la sollicitation de fretting est couplée à la sollicitation de fatigue.

Lors d'un essai de fretting-fatigue, la sollicitation de fatigue peut être de plusieurs

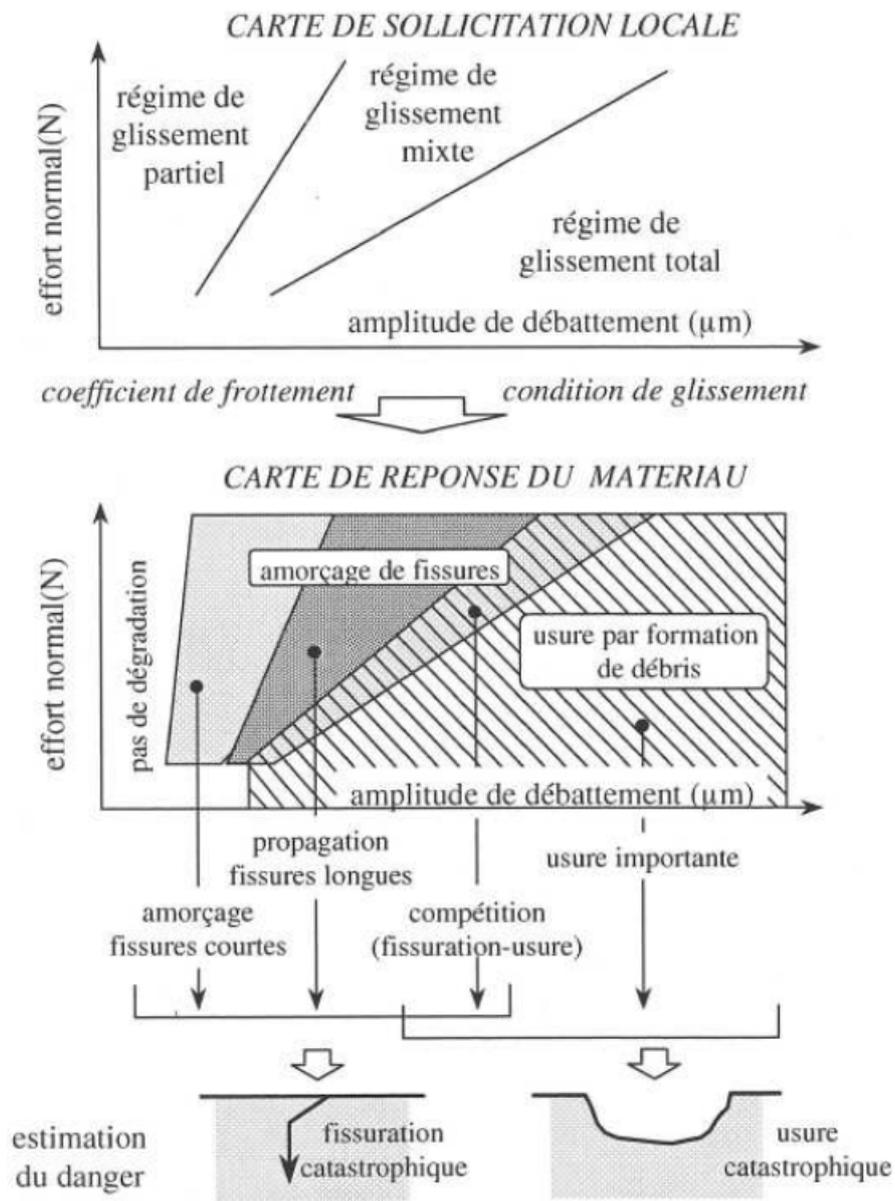


FIGURE 1.11 – Carte de sollicitation et carte de réponse matériaux au fretting [FOU 97]

types : torsion, flexion, traction. La combinaison de différents modes de fretting à différentes sollicitations de fatigue permet l'obtention d'une multitude de configuration de fretting-fatigue. La plus commune et la plus étudiée conjugue le fretting linéaire (mode I) à des efforts de fatigue en traction [KUB 06, HOJ 14, MER 10a].

De nombreuses applications présentent des sollicitations de fretting et de fatigue en simultanée. L'étude du couplage fretting-fatigue est alors indispensable pour déterminer la tenue de ces mécanismes. Les cartes de fretting-fatigue, comme illustré figure 1.12, représentent l'endommagement du système en fonction de la sollicitation de fretting et de la sollicitation de fatigue. Le chargement de fretting est caractérisé par les efforts normaux et tangentiels appliqués, le coefficient de frottement, et également le rayon du patin qui contrôle le gradient de contraintes sous le contact et l'existence et la position de la frontière d'arrêt de fissure. Ces cartes fournissent des informations très intéressantes mais requièrent cependant de nombreux essais destructifs en raison du nombre minimal de paramètres significatifs nécessaires à la description des chargements de fatigue et de fretting [FOU 09].

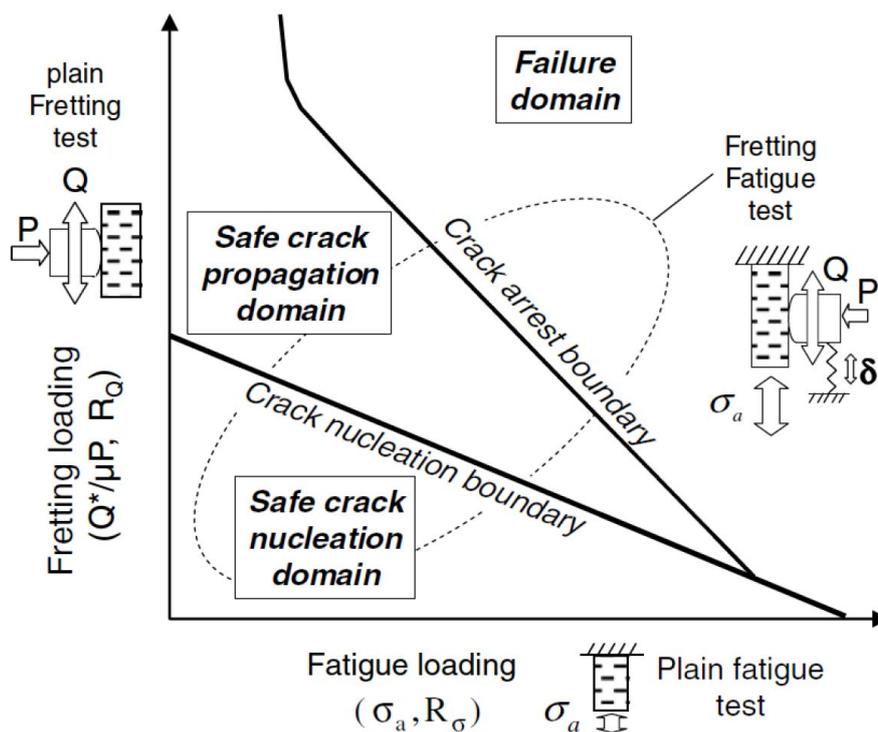


FIGURE 1.12 – Carte de fretting-fatigue [FOU 09]

De la même façon, le principe des courbes de Wöhler peut être appliqué aux sollicitations de fretting-fatigue pour caractériser la criticité du chargement de contact. Tout comme les courbes de Wöhler classique en fatigue pure, une multitude d'essais sont réalisés pour plusieurs valeurs du chargement de fatigue. La durée de vie à rupture est relevée

et permet le tracé de la courbe figure 1.13. Selon les capacités du dispositif expérimental, la charge de fretting est maintenue constante ou non pour tous les points de la courbe. En effet, certains essais de fretting-fatigue sont réalisés dans des conditions (dispositif, géométrie des éprouvettes) ne permettant pas le contrôle indépendant des chargements de fretting et de fatigue. Le chargement de fretting est souvent induit par la déformation de l'éprouvette, et est par conséquent couplé à la sollicitation de fatigue.

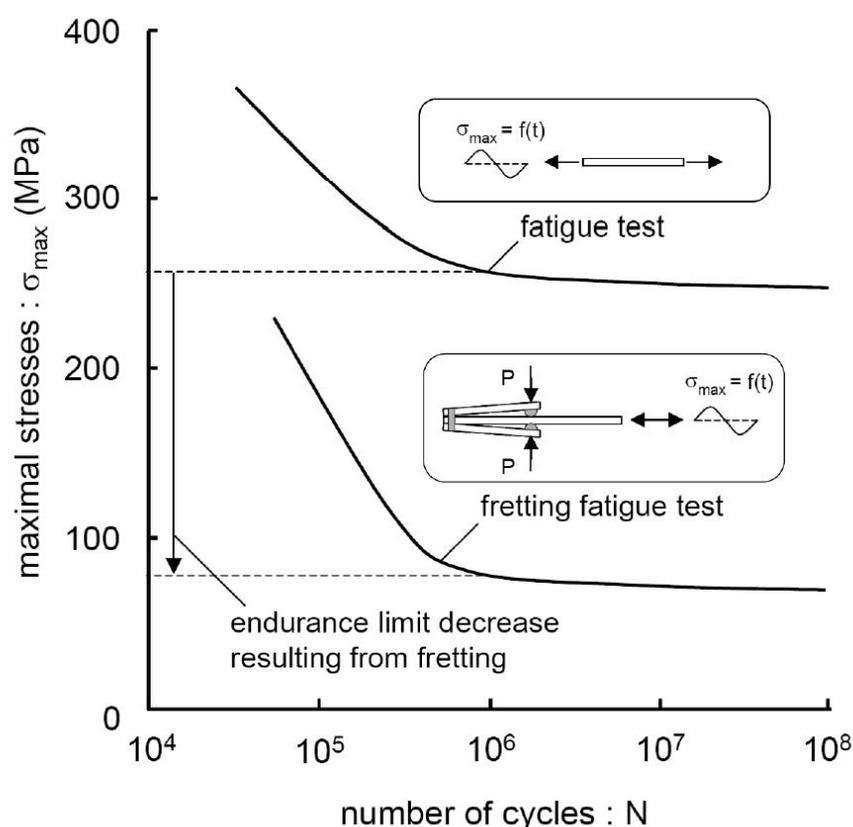


FIGURE 1.13 – Courbes de Wöhler pour un essai de fatigue et un essai de fretting-fatigue [LIS 04]

La superposition d'un chargement de fretting à une sollicitation de fatigue conduit à un abattement de la durée de vie [END 74, MER 10b, LIN 85, MCD 52]. Lorsque le chargement de fretting est indépendant du chargement de fatigue, la durée de vie diminue avec l'augmentation de l'effort normal  $P$  [LIN 85]. Elle diminue également avec l'augmentation du débattement  $\delta^*$  jusqu'à un certain seuil, à partir duquel elle augmente sensiblement, comme illustré figure 1.14. Cette particularité est due à la transition d'un régime de glissement partiel à un régime de glissement total, où l'amorçage des fissures est gommé par l'usure de la surface [VIN 88, LEE 06, ELL 02].

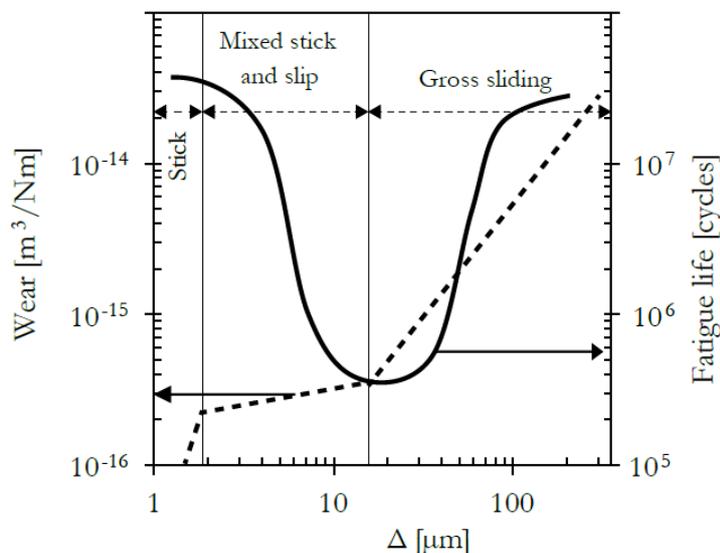


FIGURE 1.14 – Variation de la durée de vie en fretting-fatigue (trait plein) et du taux d'usure (trait pointillé) en fonction de l'amplitude des déplacements tangentiels  $\Delta$  [VIN 88]

### 1.2.4 Dispositifs expérimentaux

Neu [NEU 11] passe en revue les différents dispositifs standards actuels destinés à l'étude du fretting, et donne un historique des grandes étapes accomplies pour y parvenir. En 1988, par le biais du comité ASTM E09 naît la volonté collective de standardiser les pratiques expérimentales du fretting-fatigue. Cependant, face au nombre considérable de paramètres influents (coefficient de frottement, amplitude de glissement, effort normal, etc. [DOB 92]), l'uniformisation n'est pas considérée comme viable. La première standardisation de test de fretting fatigue a été développée par la JSME en 2002 [JSM 22]. Le standard recommande des essais de fretting fatigue selon la géométrie figure 1.15.a). L'ASTM propose depuis 2010 un guide de standardisation pour les essais de fretting fatigue [AST 10]. Ce document laisse une certaine liberté aux expérimentateurs, étant donné qu'aucun dispositif particulier n'est imposé. Ce guide se contente de donner des lignes directrices et de standardiser la terminologie.

Les dispositifs de fretting fatigue académiques peuvent être séparés en deux catégories : les montages à un seul actionneur et les montages à deux actionneurs ou plus. Parmi les bancs mono-actionneur, trois types de configurations sont fréquemment utilisées et schématisées en figure 1.15. Le premier (figure 1.15.a) de type "bridge" est constitué de deux patins, générant chacun deux zones de contact, fixés de part et d'autre de l'éprouvette de fatigue. Ces pièces sont indépendantes du reste du montage. Par conséquent, les déplacements et efforts tangentiels sont générés par l'application de la contrainte de fatigue, et sont dépendants des propriétés élastiques des pièces, du coefficient de frottement et de la distance entre les zones de contact. Cette configuration offre relativement peu de

possibilités pour explorer indépendamment les différentes conditions de glissement. De plus, le système est sensible aux défauts d'alignement et aux effets de flexion, de sorte qu'il est peu probable que les conditions sur les quatre zones de contact soient identiques. La seconde configuration (figure 1.15.b) n'offre qu'une seule zone de contact de chaque côté de l'éprouvette de fatigue [BRA 73, HIL 88]. Les patins de fretting sont attachés soit au bâti de la machine, soit sur une traverse. L'amplitude des déplacements tangentiels est principalement fonction de la raideur de l'éprouvette de fatigue. Les souplesses du châssis des patins de fretting, du bâti et de la traverse sont généralement faibles devant celle de l'éprouvette et n'interviennent par conséquent qu'au second ordre sur les déplacements tangentiels. L'alignement des pièces est moins critique que pour le cas précédent. Pour le dernier cas représenté figure 1.15.c), le fretting apparaît au niveau des mors, de sorte que le pilotage d'un essai en régime de glissement total sans dérive de la position de la zone de glissement soit impossible [HUT 99, GOL 08]. Le glissement total des zones de contact induirait la libération de l'éprouvette en dehors de la prise des mors. Dans cette configuration, l'effort tangentiel de contact est égal à la moitié de l'effort de fatigue.

L'emploi d'un unique actionneur ne permet pas de contrôler indépendamment le chargement de fatigue du chargement de fretting. Ces deux composantes sont généralement en phase, mais des effets dynamiques d'amortissement peuvent apparaître pour des chargements à plus haute fréquence. Pour pallier les limites de ces dispositifs, un second actionneur permet le découplage des chargements de fretting et de fatigue (figure 1.16). Les fréquences de sollicitations des deux chargements sont alors indépendantes. De plus, l'amplitude des débattements est facilement modifiable et la plage de valeur applicable est élargie. D'autres dispositifs d'essais de fretting fatigue sont développés et utilisés dans le cadre de la recherche industrielle, où la représentativité du contact vis-vis de l'application est cruciale. Ces dispositifs sont spécifiques à l'application et souvent plus coûteux et plus complexes à décrire, à simuler et à mettre en œuvre que les configurations de laboratoire. Les essais sur les éprouvettes pied de sapin et queue d'aronde représentant la liaison aube-disque des turbomoteurs rentrent dans cette catégorie. En effet, pour ces géométries particulières les chargements de fretting et de fatigue sont couplés car induit par l'effort centrifuge. La littérature scientifique recense différentes architectures de banc d'essais de fretting fatigue sur des éprouvettes queue d'aronde. Un dispositif simple est représenté figure 1.17.a) [CON 03a, GOL 06]. Seul l'effort centrifuge qui induit le chargement des contacts est simulé par une force de traction  $F$ . Le chargement centrifuge qui déforme le disque et les pales, ainsi que la composante HCF du chargement réel ne sont pas reproduits. Cette configuration dispose de patins interchangeables sur la partie disque, qui permettent de réutiliser la pièce pour de multiples essais. La figure 1.17.b) présente une version améliorée de ce dispositif [GOL 09]. La nouvelle architecture autorise la mesure individuelle des efforts normaux de chacune des deux portées, et permet grâce à une étuve de réaliser des essais haute température.

L'équipe de l'université d'Oxford a développé un dispositif dont le schéma de principe est représenté en figure 1.17.c) [NOW 06, RUI 84, RAJ 06]. Une pièce centrale, représentant le disque, est soumise à un effort LCF qui simule l'expansion du disque sous l'effet centrifuge. Deux éprouvettes représentant les aubes s'insèrent en opposition dans

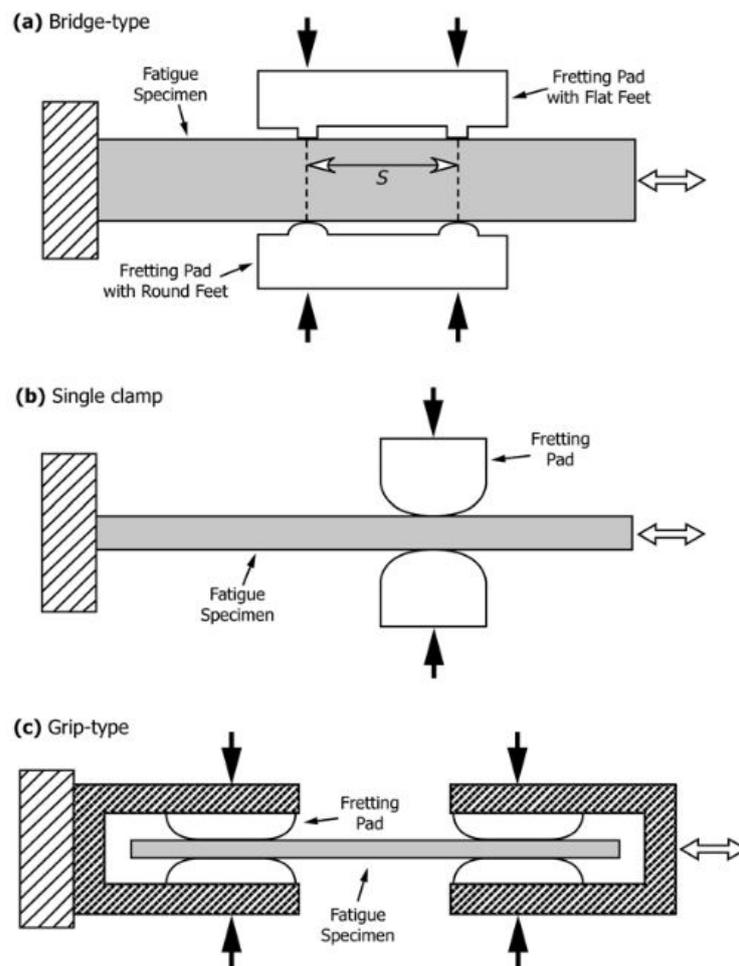


FIGURE 1.15 – Différentes configurations de fretting fatigue (issus de [AST 10])

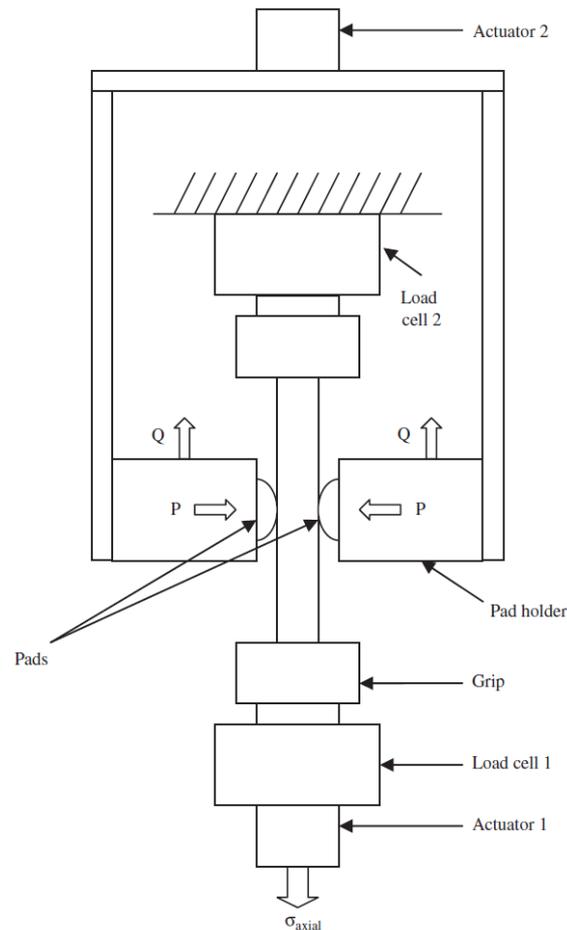


FIGURE 1.16 – Schéma de l'essai de fretting-fatigue double-vérin [LEE 06]

le disque, et sont également soumises à une charge LCF imitant l'effort centrifuge. La charge HCF est appliquée sur les aubes par le biais d'un pot vibrant.

### 1.2.5 Endommagements caractéristiques du fretting

Le type d'endommagement prédominant induit par le fretting est lié aux conditions de glissement. L'amorçage de fissure survient préférentiellement en régime de glissement partiel. La coexistence d'une zone collée et d'une zone glissante conduit à l'apparition d'un fort gradient de contrainte au voisinage du front de contact, dans lequel la nucléation de fissure trouve son origine. En régime de glissement total, l'endommagement principal est l'usure par enlèvement de matière. Le glissement cyclique des surfaces en contact détache des particules de matière qui peuvent soit être évacuées, soit rester dans la zone de contact et modifier les conditions de contact. Le régime mixte est un cas particulier produisant une compétition entre ces deux phénomènes d'endommagement.

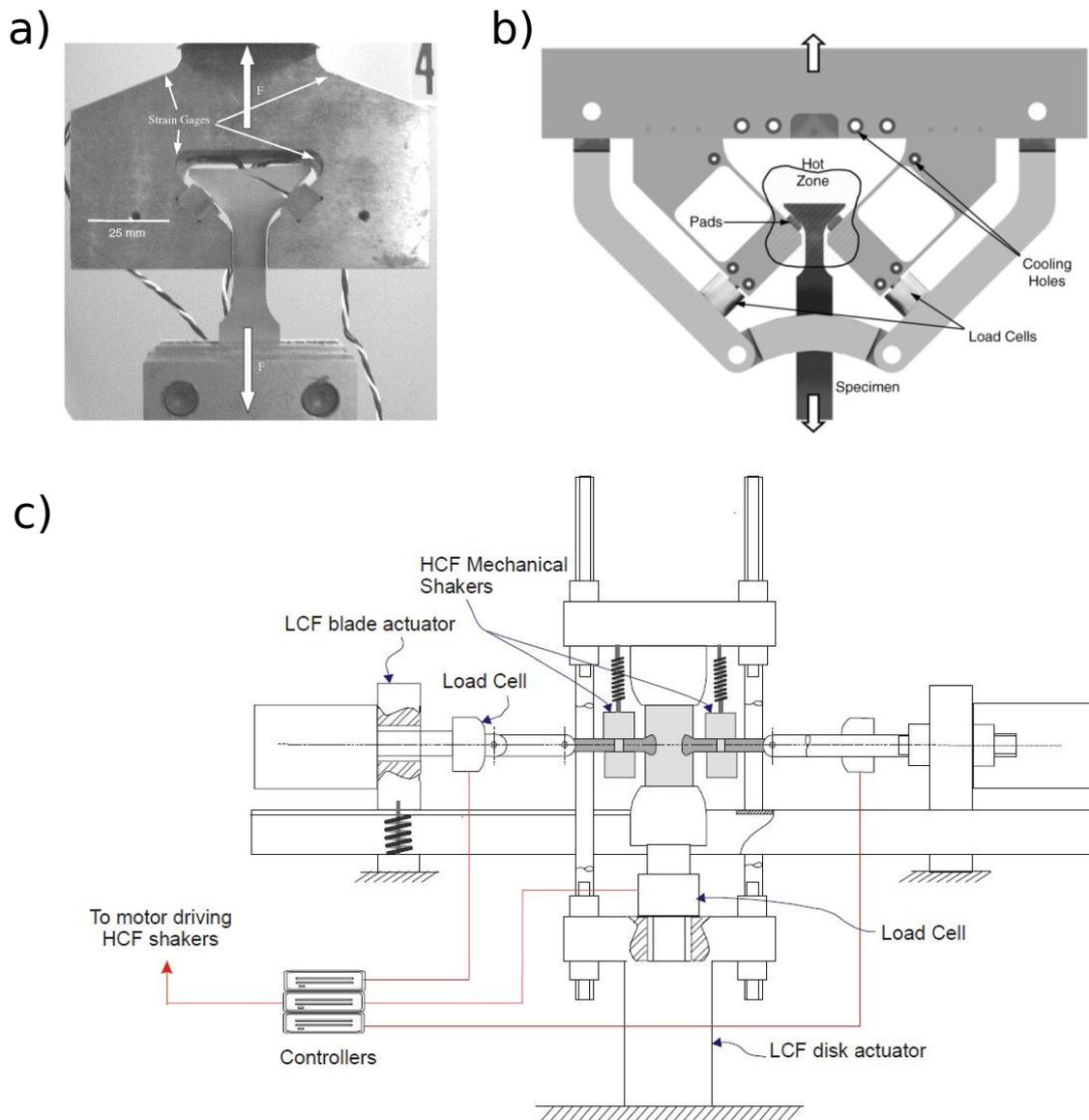


FIGURE 1.17 – Dispositifs expérimentaux de fretting fatigue sur éprouvette queue d’aronde a) et b) en chargement uniaxial et c) en chargement biaxial

### 1.2.5.1 Amorçage de fissure

Le fretting-fatigue en régime de glissement partiel est associé à un processus de propagation de fissure, dont la croissance peut mener à la destruction de la pièce. Les expertises post-mortem montrent qu’elle apparaît systématiquement sur les bords du contact, dans la zone de glissement. Le processus de fissuration en fretting-fatigue se sépare en trois phases :

1. La phase de nucléation de la fissure en surface. Celle-ci est favorisée sur les bords

du contact, là où les contraintes sont les plus intenses. L'accumulation de déformations plastiques microscopiques provoquées par la répétition de chargement induit le déplacement de dislocations et la formation de bandes de glissement.

2. La phase de propagation en fissure courte dans la direction du plan de cisaillement maximal. La croissance de la fissure s'effectue principalement sous l'influence du chargement de contact. Le mode de propagation privilégié est le mode II, associé en moindre mesure à du mode I. La fissure croît vers l'intérieur du contact, selon un angle de  $45^\circ$  à  $50^\circ$  par rapport à l'interface.
3. La phase de propagation en fissure longue. À partir d'une certaine profondeur, si la contrainte de fatigue est importante, la fissure croît perpendiculairement à la contrainte de traction. C'est le mode I qui domine.

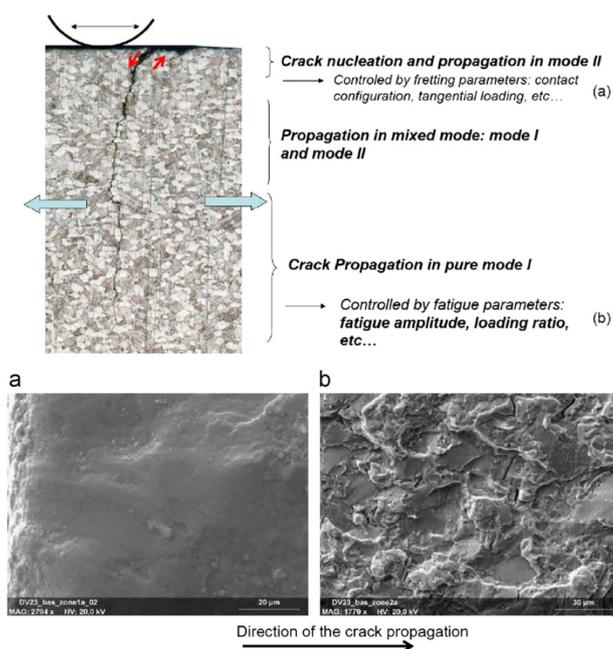


FIGURE 1.18 – Représentation des différentes phases de propagation de fissures en fretting-fatigue [MER 10a]

La prédiction de la transition entre les deux dernières phases fait l'objet de recherches [HIL 88, PRO 13, NIX 88]. Pour de faibles sollicitations de fretting et de fatigue, aucune fissure ne survient et la durée de vie mesurée est infinie. Lorsque le chargement de fretting augmente suffisamment, la fissure s'initie en surface. Sa propagation peut s'arrêter si le gradient de contrainte est fort et que la longueur de fissure est trop courte pour permettre sa propagation sous l'effet de la seule contrainte de fatigue quand elle sort de la région d'influence du contact. Par conséquent, des contraintes de contact élevées ne sont pas suffisantes pour générer la rupture, elles doivent être maintenues sur une distance suffisante pour causer la propagation de la fissure amorcée en surface. De nombreux travaux concernant la modélisation de la propagation de fissure de fretting ont été réalisés

[PRO 13, HOJ 14, MER 10a, PIE 10]. Il apparaît que pour des chargements de fretting, la phase de propagation de fissure ne représente qu'une petite partie de la durée de vie totale [HIL 88]. Par conséquent, les phases de propagation ne feront pas l'objet de ces travaux.

La définition de la phase d'amorçage peut varier en fonction du point de vue de l'observateur. Cependant, il est clair qu'il s'agit d'un processus continu d'accumulation de dommage au cours du temps. Le phénomène est microscopique et dépend de la géométrie locale des grains et de leur orientation cristallographique [PRO 07]. Les zones de concentration de contrainte sont les plus propices à la nucléation : inclusions, défauts, singularités géométriques, etc. Même si le chargement macroscopique ne dépasse pas la limite d'élasticité, les contraintes microscopiques dans ces zones peuvent induire des déformations plastiques, c'est-à-dire la mise en mouvement des dislocations. Le caractère cyclique du chargement entretient ce processus, jusqu'à ce que les dislocations débouchent en surface, créant ainsi des lieux d'initiation de fissure privilégiés. La figure 1.19 montre des traces de fretting typiques obtenues pour des essais de fretting sphère/plan et cylindre/plan en régime de glissement partiel. La distinction entre zone glissante et zone adhérente est nettement marquée.

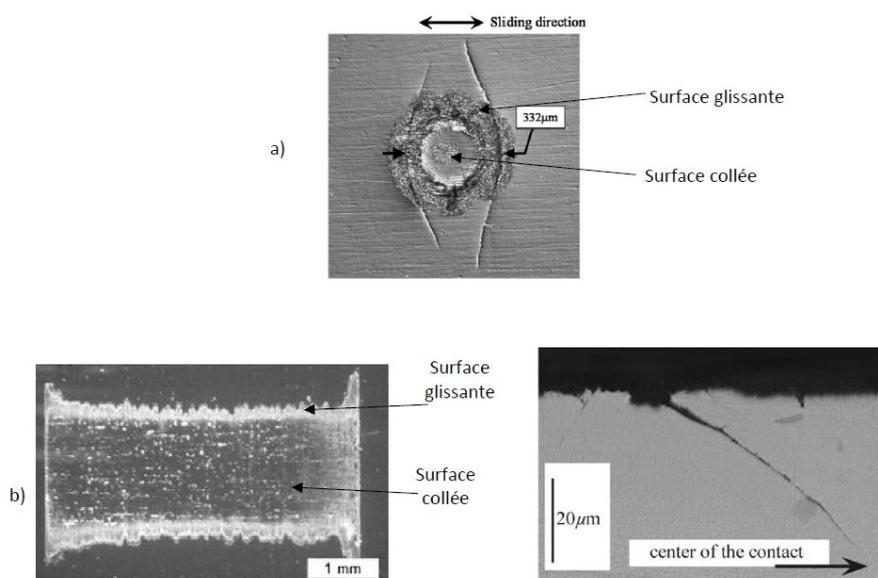


FIGURE 1.19 – Traces de fretting obtenus pour a) un essai sphère/plan après 70 000 cycles [PIE 10] et b) un essai cylindre/plan avec vue en coupe par micrographie optique [PRO 05]

### 1.2.5.2 Usure

L'usure des surfaces en contact est associée à des conditions de glissement. Le glissement répété provoque des enlèvements de matière. Il s'agit d'un phénomène très com-

plexe mettant en jeu des mécanismes difficiles à quantifier tels que la modification de la géométrie des pièces à l'interface, le flux des débris, les mécanismes de transfert, etc.

De nombreuses études expérimentales et numériques ont été menées sur l'usure par fretting [SAL 10, BLA 91, LIS 04, GAL 07, MEN 95]. Cet aspect ne sera pas pris en compte dans le cadre des travaux de cette thèse.

### 1.2.5.3 Oxydation

Les sollicitations de contact du chargement de fretting conduisent à la formation de débris métalliques. En réagissant avec le dioxygène ambiant, ces débris s'oxydent et deviennent endommageant. À température ambiante, la diffusion de la couche d'oxyde est négligeable. Au contraire, à haute température, la diffusion en phase solide est facilitée, conduisant à des dégradations plus importantes s'étendant en profondeur.

Les essais de fretting à haute température sont l'occasion de voir apparaître la formation d'une couche de débris oxydés appelée "glaze layer" [SAS 17]. Cette couche est d'autant plus étendue que les zones de glissement sont importantes. Elle se manifeste dans les zones de glissement du contact par son aspect noir, brillant et lisse caractéristique de la formation d'un troisième corps lubrifiant. La formation de cette couche est le processus de frittage et de la diffusion d'agglomérats de débris oxydés. Les conséquences principales de la formation de la glaze layer sont le ralentissement de la cinétique d'usure, ainsi qu'une réduction majeure du coefficient de frottement.

### 1.2.6 Effet de gradient et effet de taille

En 1973, Bramhall [BRA 73] utilise un dispositif de fretting simple avec un contact cylindre/plan pour mettre en évidence l'effet de la taille du contact sur la durée de vie. En considérant un contact hertzien, la demi-largeur  $a$  de contact évolue en  $\sqrt{PR}$  et la pression maximale  $P_0$  en  $\sqrt{\frac{P}{R}}$ . Il est alors possible de maintenir l'un de ces deux paramètres constant tout en faisant varier l'autre. C'est le principe de l'expérience de Bramhall, lors de laquelle il a maintenu  $P_0$  constante en faisant varier  $a$ . Les résultats montrent clairement qu'il existe une taille critique  $a_0$  à partir de laquelle la durée de vie chute brutalement. Des essais similaires en fretting-fatigue ont été conduits plus tard par Hills et Nowell dans des conditions de contrôle plus strictes [HIL 88]. Ces résultats impliquent qu'un critère de prédiction de la durée de vie basé uniquement sur l'intensité des contraintes ne peut être suffisant.

Ce phénomène peut s'expliquer d'un point de vue statistique. Plus le volume sur-contraint diminue, plus la probabilité de solliciter des grains orientés défavorablement est faible. Par conséquent, la durée de vie augmente. L'hypothèse d'un matériau aux propriétés homogènes n'est plus valable compte tenu de la localisation du chargement. Cet effet peut également être attribué à la présence d'un fort gradient de contrainte. De manière analogue à la diminution de la zone de contact, l'augmentation du gradient de contrainte conduit à la surcharge d'un nombre restreint de grains. De plus, si le gradient

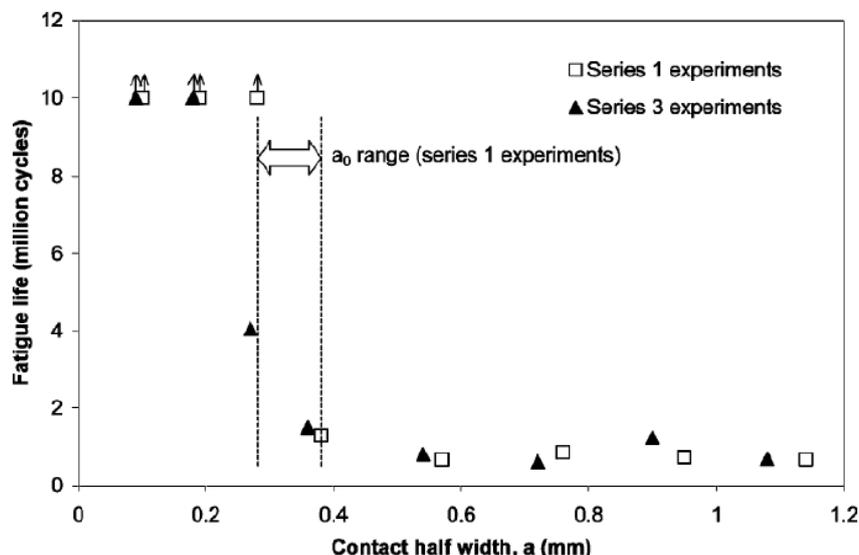


FIGURE 1.20 – Variation de la durée de vie en fonction de la taille de contact : mise en évidence de l’effet de taille [NOW 03]

de contrainte est fort, la fissure peut s’arrêter avant d’atteindre la longueur lui permettant de se propager sous l’effet de la contrainte de fatigue. Idéalement, une approche multi-échelle intégrant l’hétérogénéité des propriétés matériaux à l’échelle du grain est nécessaire [BER 07, CHA 09, HOF 09]. La transposition d’une telle approche à l’échelle industrielle n’est cependant pas envisageable. Une approche "point chaud" a par conséquent tendance à sous-estimer la durée de vie des pièces soumises à d’intenses gradients de contrainte.

## 1.3 Résolution des problèmes de contact

L’estimation d’une durée de vie passe généralement par le calcul des contraintes et déformations endurées par la pièce. Différentes méthodes de résolution d’un problème de contact sont envisageables, chacune présentant ses avantages et inconvénients.

### 1.3.1 Résolution analytique du problème de contact 2D

#### 1.3.1.1 Hypothèse du massif semi-infini élastique

Afin de développer des solutions analytiques pour le contact, certaines hypothèses doivent être établies. Lorsque deux corps élastiques non conformes entrent en contact sous hypothèse de petites déformations linéaires, on peut supposer que la zone de contact est faible devant la taille de chaque corps, et devant le rayon de courbure équivalent des deux corps. Dans ce cas de figure, les contraintes à proximité de l’interface de contact

sont très peu dépendantes de la géométrie et des conditions aux limites distantes. Les corps sont alors assimilables à des massifs semi-infinis élastiques. On suppose de plus que le chargement appliqué engendre un état de déformation plane. Cela se justifie par l'épaisseur importante du massif comparativement à la zone de chargement.

### 1.3.1.2 Contraintes, déformations et déplacements induits par une distribution quelconque de contraintes de surface linéiques

Soit un massif semi-infini 2D élastique soumis aux hypothèses précédentes. La surface définie par  $z = 0$  représente la surface de séparation du massif, et l'axe  $z$  est orienté vers le massif. Une pression  $p(x)$  et un cisaillement de surface  $q(x)$  linéiques sont appliqués sur la région  $-b < x < a$  (figure 1.21). L'objectif est de pouvoir déterminer les contraintes en tout point du massif. Les charges  $p(x)$  et  $q(x)$  peuvent être considérées comme la superposition d'effort  $pds$  et  $qds$  appliqués respectivement perpendiculairement et tangentielllement à la surface élémentaire  $ds$ . Le problème de la réponse individuelle d'efforts ponctuels normaux ou tangentiels sur un massif semi-infini est connue et a été développé par Flamant en 1892 [FLA 92]. Les efforts élémentaires  $pds$  et  $qds$  peuvent être vu comme des forces ponctuelles. En intégrant les contributions de chacun de ces efforts élémentaires, on obtient la contrainte en n'importe quel point  $M(x, z)$  du massif [JOH 87].

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -\frac{2z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)(x-s)^2 ds}{\{(x-s)^2+z^2\}^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)^3 ds}{\{(x-s)^2+z^2\}^2} \\ \sigma_z &= -\frac{2z^3}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)ds}{\{(x-s)^2+z^2\}^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)ds}{\{(x-s)^2+z^2\}^2} \\ \tau_{xz} &= -\frac{2z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)(x-s)ds}{\{(x-s)^2+z^2\}^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)^2 ds}{\{(x-s)^2+z^2\}^2}\end{aligned}\quad (1.2)$$

Les déformations sont obtenues en injectant les équations 1.2 dans l'équation de la loi de Hooke. Les déplacements sont ensuite calculés par intégration des déformations. Les contraintes dans le massif sont obtenus en remplaçant  $p$  et  $q$  par leur expression.

### 1.3.1.3 Contact Hertzien

La théorie développée par Hertz en 1882 [HER 82] permet de déterminer analytiquement la pression de contact entre deux solides dont les surfaces sont des paraboloides elliptiques, leur rapprochement et les dimensions de la zone de contact. Les développements analytiques sont fondés sur les hypothèses suivantes :

- Les surfaces sont continues et non conformes. On peut les décrire par une équation du second degré de la forme :

$$z = Ax^2 + By^2 + Cxy \quad (1.3)$$

Ou  $A$ ,  $B$ , et  $C$  sont des constantes arbitraires.

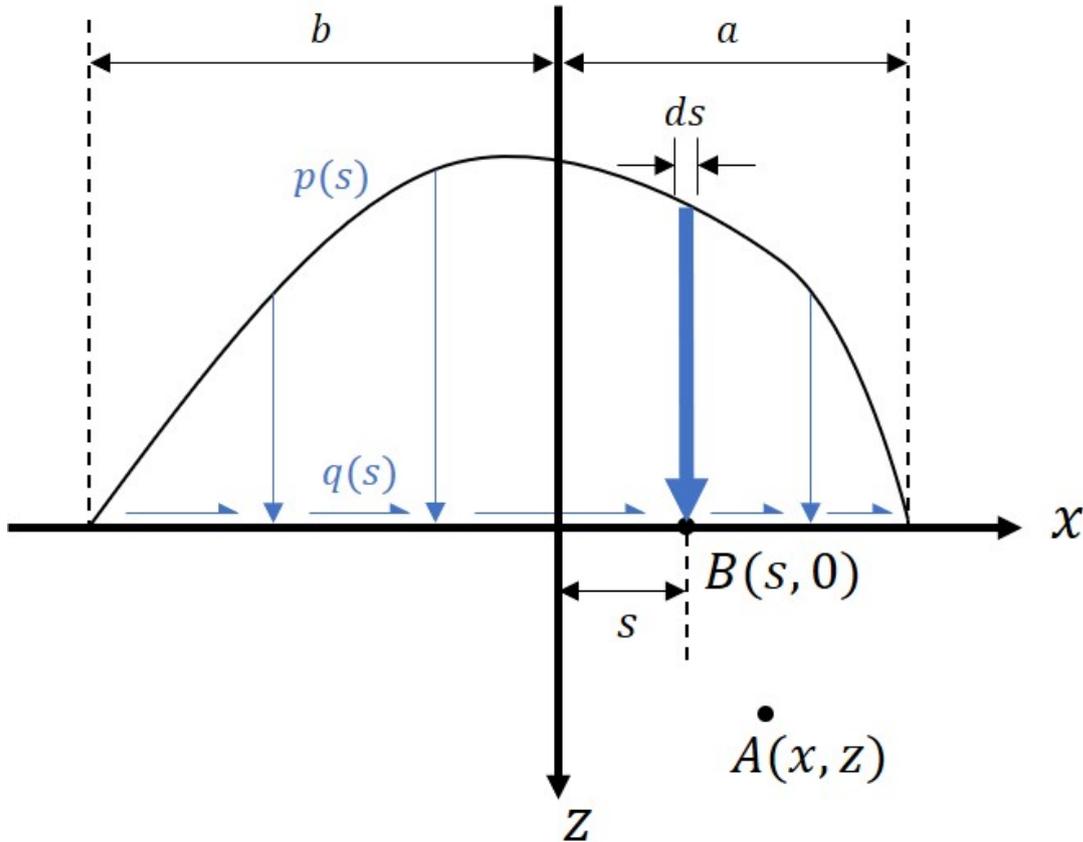


FIGURE 1.21 – Schématisation du problème du massif semi-infini chargé linéiquement sur  $-b < x < a$  par une pression  $p(x)$  et un cisaillement  $q(x)$  quelconque

- Les deux solides en contact peuvent être considérés comme des massifs semi-infinis. Cela implique que les dimensions du contact doivent être faibles devant celles des solides et devant le rayon de courbure des surfaces.
- Les solides sont considérés élastiques.
- Les solides sont isotropes.
- Le contact est supposé sans frottement. Seul un effort normal peut être transmis entre les corps.

À partir de ces hypothèses, Hertz montre que l'aire de contact est une ellipse, et que la pression s'exprime comme :

$$p(x, y) = p_0 \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^{1/2} \quad (1.4)$$

où  $p_0$  est la pression maximale au centre,  $a$  le demi-grand axe,  $b$  le demi-petit axe.

### 1.3.1.4 Résolution analytique du contact cylindre infini/plan en glissement partiel sous chargement tangentiel monotone

Soit un contact 2D cylindre plan, où les deux corps ont des propriétés élastiques identiques. Un effort linéique normal  $P$  est appliqué sur le cylindre de sorte à maintenir les pièces en contact. Les deux corps peuvent être considérés comme des massifs semi-infinis à proximité de la zone de contact. Le problème normal est donc résolu par la formulation de Hertz. La demi-largeur du contact  $a$  et la pression maximale  $p_0$  s'expriment :

$$a = \sqrt{\frac{4PR}{\pi E^*}}$$

$$p_0 = \sqrt{\frac{PE^*}{\pi R}} = \frac{2P}{\pi a} \quad (1.5)$$

avec  $E^* = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}$  le module d'Young équivalent et  $R = \left( R_1^{-1} + R_2^{-1} \right)^{-1}$  le rayon équivalent des deux surfaces en contact. Les indices 1 et 2 désignant les corps en contact. Les deux corps ont des propriétés élastiques identiques, de sorte que le chargement normal ne génère aucun cisaillement. Puisque le rayon du plan est infini,  $R$  est égale au rayon du cylindre. La pression le long du contact est donnée par :

$$p(x) = p_0 \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{1/2} \quad (1.6)$$

Un effort tangentiel  $Q$  est ensuite appliqué sur le cylindre, dans la direction perpendiculaire à son axe. On fait l'hypothèse que les chargements normaux et tangentiels sont découplés. Les contraintes et déformations résultantes sont donc la superposition des contraintes et déformations dues aux chargements normaux et tangentiels séparément. De plus, l'aire de contact et la distribution de pression ne sont pas affectées par l'application de l'effort tangentiel. En appliquant la loi de Coulomb locale sur l'interface de contact, on obtient les conditions suivantes sur le cisaillement :

- $|q(x)| = \mu p(x)$  dans les zones de glissement ;
- $|q(x)| < \mu p(x)$  dans les zones d'adhérence.

Où  $\mu$  est le coefficient de frottement cinétique du contact. Dans le cas où la valeur absolue de la force tangentielle  $Q$  est inférieure à  $\mu P$ , le glissement entre les deux corps ne se produit pas. Des efforts de cisaillement sont néanmoins présents dans le contact. On peut montrer que dans cette situation il existe tout de même une zone de glissement dans l'interface. La résolution de ce type de problème est rendue complexe par le fait que la division de l'aire de contact en zone glissante ou adhérente n'est pas connue à l'avance. On procède alors en supposant d'abord que la zone de contact est complètement adhérente. La distribution de cisaillement donnant lieu à un champ de déplacement tangentiel constant dans le contact est :

$$q(x) = \frac{Q}{\pi(a^2 - x^2)^{1/2}} \quad (1.7)$$

Cette distribution donne lieu à des cisaillements tendant vers l'infini sur les bords du contact. Il est clair que la structure ne peut supporter un tel chargement puisque cela imposerait un coefficient de frottement infini. Par conséquent, une zone de glissement doit exister sur les bords du contact, comme schématisé figure 1.22. Le domaine d'adhérence est défini par :

$$\Gamma_{st} = \{x \in \Gamma_c \mid |x| \leq c, c < a\} \quad (1.8)$$

Et de manière complémentaire, le domaine de glissement par :

$$\Gamma_{sl} = \{x \in \Gamma_c \mid c < |x| \leq a, c < a\} \quad (1.9)$$

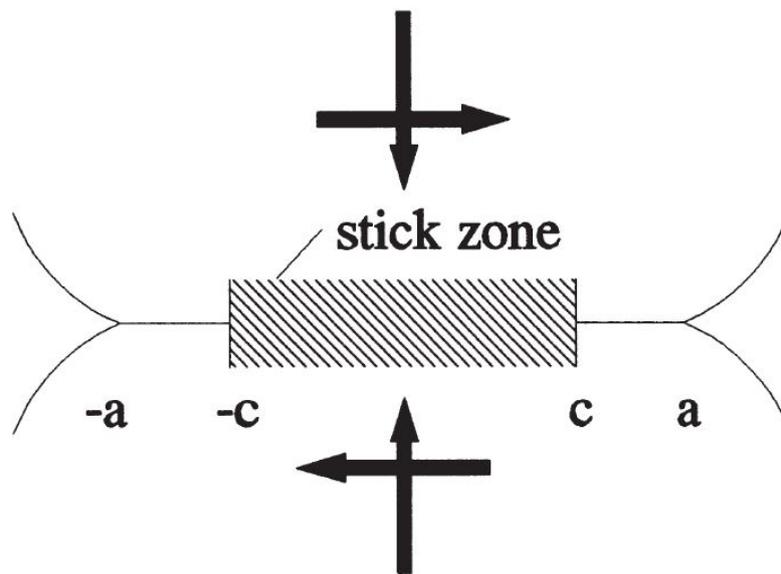


FIGURE 1.22 – Contact 2D entre deux cylindres. La zone d'adhérence est définie par  $|x| < c$  tandis que la zone de glissement s'étend sur les bords telle que  $c < |x| < a$

Avec  $\Gamma_c = \Gamma_{st} \cup \Gamma_{sl}$  la surface de contact totale. La solution du problème de glissement partiel a été découverte indépendamment par Cattaneo en 1938 [CAT 38] puis Mindlin en 1949 [MIN 49]. Lorsque l'effort  $q$  dépasse sa valeur limite  $\mu p$ , le cisaillement est donné par :

$$q'(x) = \mu p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} \quad (1.10)$$

On considère de plus la distribution de cisaillement suivante :

$$q''(x) = -\frac{c}{a} \mu p_0 \left(1 - \frac{x^2}{c^2}\right)^{1/2} \quad (1.11)$$

définie sur la bande centrale  $-c < x < c$ .

La superposition de  $q'(x)$  et  $q''(x)$  donne un profil de cisaillement dont le champ de déplacement résultant est constant dans la bande centrale  $-c < x < c$ . La distribution de cisaillement respecte alors :

$$q(x) = \begin{cases} q'(x) & = \mu p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} \text{ sur } c < |x| < a \\ q'(x) + q''(x) & = \frac{\mu p_0}{a} \left[ (a^2 - x^2)^{1/2} - (c^2 - x^2)^{1/2} \right] \text{ sur } |x| < c \end{cases} \quad (1.12)$$

La distribution  $q(x)$  respecte les conditions d'adhérence et de glissement des zones concernées. Il est également possible de démontrer à partir des expressions des déplacements, que les cisaillements sont bien orientés dans la direction opposée au mouvement.

La frontière  $c$  entre les deux domaines de glissement et d'adhérence est déterminée en intégrant la distribution de cisaillement sur la zone de contact :

$$\frac{c}{a} = \left(1 - \frac{Q}{\mu P}\right)^{1/2} \quad (1.13)$$

### 1.3.1.5 Résolution analytique du contact cylindre infini/plan en glissement partiel sous chargement tangentiel non monotone

Jusqu'ici, la variable de temps n'a pas été prise en compte. Or, au cours d'un cycle de fretting, l'effort tangentiel oscille avec une amplitude  $Q^*$ . La distance  $c$  désigne alors la taille du front de glissement lorsque l'effort tangentiel est maximal, et  $c'$  est sa taille à  $Q$  quelconque. Le champ de cisaillement obtenu par l'application monotone de l'effort tangentiel  $Q$  de 0 à  $Q^*$  est donné par les équations précédentes. Une diminution infinitésimale de  $Q$  à partir de  $Q^*$  implique immédiatement une diminution infinitésimale du cisaillement en surface. Or, sur le bord du contact, le cisaillement tend vers 0 lorsque  $x$  tend vers  $\pm a$ . Le renversement du cisaillement macroscopique se traduit par un changement de signe du cisaillement local dans cette zone, qui s'accompagne d'une diminution des déplacements tangentiels. De fait, la variation des déplacements relatifs entre les deux surfaces change de signe. Or, dans les zones de glissement, la direction des contraintes de cisaillement doit s'opposer au mouvement. Puisque cette condition ne peut être remplie, le contact devient entièrement adhérent. En poursuivant la réduction de  $Q$ , des glissements négatifs apparaissent sur les bords du contact ( $c' < |x| < a$ ), puisque, comme précédemment, des cisaillements infinis sur les bords du contact sont impossibles. Le cisaillement dans ces nouvelles zones de glissement vaut  $-q'(x)$ . Ce champ seul ne tient pas compte de la zone d'adhérence centrale. C'est pourquoi, par analogie avec le cas précédent, est introduit un champ de cisaillement  $q''(x)$  tel que :

$$q''(x) = 2\mu p_0 \frac{c'}{a} \left(1 - \frac{x^2}{c'^2}\right)^{1/2} \quad (1.14)$$

défini sur  $|x| < c'$ . En sommant les différents termes, le champ de cisaillement sur la zone de contact devient :

$$q(x) = \begin{cases} -\mu p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} & c' < |x| < a \\ -\mu p_0 \left[ -\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} + 2\frac{c'}{a} \left(1 - \frac{x^2}{c'^2}\right)^{1/2} \right] & c < |x| < c' \\ -\mu p_0 \left[ -\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} + 2\frac{c'}{a} \left(1 - \frac{x^2}{c'^2}\right)^{1/2} - \frac{c}{a} \left(1 - \frac{x^2}{c^2}\right)^{1/2} \right] & |x| < c \end{cases}$$

De la même façon qu'avec le cas de la charge monotone,  $c'$  est évalué en posant l'équilibre des charges :

$$\frac{c'}{a} = \left(1 - \frac{Q^* - Q}{2\mu P}\right)^{1/2} \quad (1.15)$$

Lorsque l'effort  $Q$  devient nul, l'équation précédente devient :

$$\frac{c'}{a} = \left(1 - \frac{Q^*}{2\mu P}\right)^{1/2} \quad (1.16)$$

démontrant ainsi que les contraintes de cisaillement dans le contact persistent même lorsque l'effort tangentiel disparaît. Ce résultat met en exergue une propriété importante des contacts frottants : le champ de contrainte dépend du trajet de chargement.

### 1.3.1.6 Effet de la contrainte de fatigue

L'ajout d'une contrainte de fatigue dans le volume rend incertain le fait que la zone d'adhérence soit centrée dans le contact [HIL 94]. On introduit alors un décalage  $e$  tel que la zone collée s'étende de  $x = e - c$  à  $x = e + c$ . Comme précédemment, on suppose que le profil de cisaillement est la superposition de la solution en glissement total  $q'(x)$  et d'un second profil  $q''(x)$ .

$$q'(x) = \mu p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} \quad (1.17)$$

$$q''(x) = -\frac{c}{a} \mu p_0 \left(1 - \frac{(x-e)^2}{c^2}\right)^{1/2} \quad c < |x-e| < a \quad (1.18)$$

Finalement le profil de cisaillement  $q(x)$  s'exprime :

$$q(x) = \begin{cases} q'(x) & = \mu p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} \text{ sur } c < |x-e| < a \\ q'(x) + q''(x) & = \frac{\mu p_0}{a} \left[ (a^2 - x^2)^{1/2} - (c^2 - x^2)^{1/2} \right] \text{ sur } |x-e| < c \end{cases} \quad (1.19)$$

Le décalage supposé de la zone d'adhérence a pour conséquence d'accentuer les contraintes sur le bord où la zone de glissement est la plus large. Ces résultats restent valides tant que la contrainte de fatigue ne décale pas la zone collée trop près du bord du contact, c'est-à-dire tant que :  $e + c < a$ . Lorsque cette condition n'est plus respectée, la solution du problème doit être calculée numériquement.

### 1.3.1.7 Extension au poinçon rayonné

La géométrie queue d'aronde des attaches aube-disque est fréquemment approximée par un modèle poinçon rayonné/plan [NOW 03] comme illustré figure 1.23. La partie plate du poinçon s'étend sur  $-a < x < a$ , et le contact s'effectue dans la zone  $-b < x < b$  du fait des bords rayonnés de rayon  $R$  du poinçon. Le profil de pression  $p(x)$  causé par l'effort normal  $P$  est déterminé par Ciavarella et al. [CIA 98] comme :

$$\frac{bp(\phi)}{P} = -\frac{2/\pi}{\pi - 2\phi_0 - \sin 2\phi_0} \left\{ (\pi - 2\phi_0) \cos \phi + \ln \left[ \left| \frac{\sin(\phi + \phi_0)}{\sin(\phi - \phi_0)} \right|^{\sin \phi} \left| \tan \left( \frac{\phi + \phi_0}{2} \right) \tan \left( \frac{\phi - \phi_0}{2} \right) \right|^{\sin \phi_0} \right] \right\} \quad (1.20)$$

Où  $x/b = \sin \phi$ ,  $a/b = \sin \phi_0$  et la relation suivante lie  $b$  aux autres paramètres :

$$\frac{PR}{a^2 E^*} = \frac{\pi - 2\phi_0}{4 \sin^2 \phi_0} - \frac{\cot \phi_0}{2} \quad (1.21)$$

Et le cisaillement  $q(x)$  induit par l'effort tangentiel  $Q$  est défini par [CIA 00] :

$$\begin{aligned} q(x) &= \mu |p(x)| & c \leq |x| \leq b \\ q(x) &= \mu |p(x)| + q^*(x) & |x| \leq c \end{aligned} \quad (1.22)$$

Où  $c$  définit le front de la zone de glissement central, et  $q^*$  est défini par :

$$\frac{q^*(\theta)}{\mu P - Q} = -\frac{2/\pi}{\pi - 2\theta_0 - \sin 2\theta_0} \left\{ (\pi - 2\theta_0) \cos \theta + \ln \left[ \left| \frac{\sin(\theta + \theta_0)}{\sin(\theta - \theta_0)} \right|^{\sin \theta} \left| \tan \left( \frac{\theta + \theta_0}{2} \right) \tan \left( \frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right|^{\sin \theta_0} \right] \right\} \quad (1.23)$$

Avec  $x = c \sin \theta$ ,  $a = c \sin \theta_0$  et  $c$  est relié aux autres paramètres par :

$$\frac{|Q|}{\mu P} = 1 - \left( \frac{c}{b} \right)^2 \frac{\pi - 2\theta_0 - \sin(2\theta_0)}{\pi - 2\phi_0 - \sin(2\phi_0)} \quad (1.24)$$

La figure 1.24 montre la distribution de pression pour des ratios  $a/b$  compris entre 0 et 0,9. La solution obtenue pour  $a/b = 0$  correspond à un contact Hertzien cylindre/plan. Lorsque ce rapport tend vers 1, c'est-à-dire vers une géométrie de poinçon non rayonné, la pression sur les bords augmente rapidement jusqu'à devenir infinie.

Les solutions analytiques permettent une résolution à moindre coût. Cependant, leur obtention nécessite la formulation d'hypothèses négligeant certains effets, comme la flexion, les effets de bords, l'élastoplasticité, la géométrie tridimensionnelle, etc. Dans le cadre de structures industrielles complexes telles que les attaches aubes-disques, ces effets ne peuvent être omis sans introduire de biais excessifs.

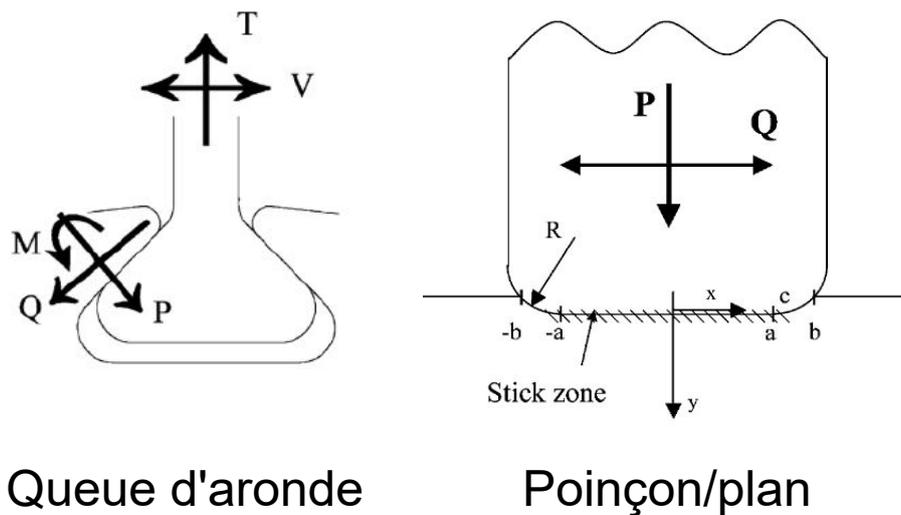


FIGURE 1.23 – Approximation de la géométrie queue d'aronde par un contact entre un poinçon rayonné et un massif semi-infini

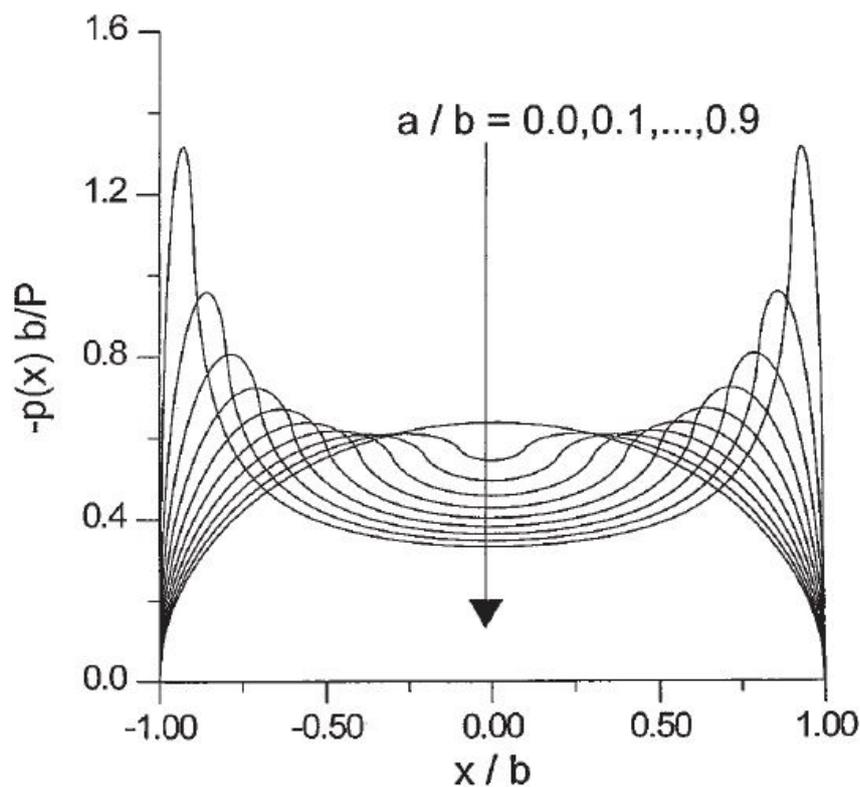


FIGURE 1.24 – Pression de contact analytique normalisée pour différents ratio  $a/b$  [CIA 98]

### 1.3.2 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis permet la résolution d'équations multi-physiques sur des domaines variés. Cette méthode est très largement employée et est appliquée dans une multitude de cas. Sa popularité provient de sa robustesse et de sa grande adaptabilité à toutes les situations. Elle a donc naturellement été utilisée pour la résolution de problèmes de contact. Cependant, la non-linéarité et la non-différentiabilité des équations du contact interdisent leur résolution numérique telle quelle. Des méthodes de régularisation sont alors employées pour convertir les inéquations en un système d'équations. Ces méthodes sont :

- La méthode de pénalité pure : cette méthode consiste en l'introduction de raideurs normale et tangentielle au contact. Le ressort virtuel ainsi créé génère un effort proportionnel à l'interpénétration des surfaces. L'avantage de cette méthode est qu'elle n'ajoute aucun degré de liberté. La taille de la matrice de raideur n'est donc pas affectée. La raideur de contact peut être interprétée comme la rigidité de la rugosité des surfaces de contact. Cependant, en pratique elle consiste essentiellement en un paramètre de réglage qu'il faut soigneusement ajuster pour éviter les oscillations numériques indésirables tout en conservant un comportement réaliste du contact. En effet, une valeur élevée affecte le conditionnement de la matrice de raideur et conduit à une dégradation de la convergence. Au contraire, une faible valeur conduira à une bonne convergence mais des résultats biaisés par une importante interférence des solides en contact. Le logiciel commercial Ansys Mechanical 2019 R1 est utilisé dans le cadre de ces travaux. Une loi de Coulomb isotrope au coefficient de frottement  $\mu$  homogène sur la surface de contact est utilisée en conjonction avec la méthode de pénalité. La pression de contact s'exprime alors [ANS 19] :

$$p = \begin{cases} 0 & \text{si } h > 0 \\ K_n h & \text{si } h \leq 0 \end{cases} \quad (1.25)$$

Avec  $K_n$  la raideur de contact normale, et  $h$  la distance normale entre les deux solides en contact.  $h$  est négatif lorsque les deux solides s'interpénètrent. Les contraintes tangentielles de contact s'expriment quant à elles :

$$\tau_i = \begin{cases} \tau_i^{n-1} + K_s \Delta u_i & \text{si } \|\tau\| - \mu p < 0 \\ \mu p \frac{\Delta u_i}{\|\Delta u\|} & \text{si } \|\tau\| - \mu p = 0 \end{cases} \quad (1.26)$$

Où  $K_s$  est la raideur de contact tangentielle et  $\Delta u_i$  l'incrément de glissement dans la direction  $i$  au pas courant. Si le contact est adhérent,  $\Delta u_i$  représente alors l'incrément de glissement élastique, réversible.  $\|\Delta u\|$  est l'incrément de glissement équivalent au pas courant. Le calcul de l'incrément de glissement s'effectue grâce à un algorithme de retour radial, de manière analogue aux méthodes d'intégration plastique incrémentales [GIA 89].

- Méthode du Lagrangien : en supplément des équations initiales du problème éléments finis s'ajoutent des équations traduisant la non-pénétration des sur-

faces. Celles-ci font intervenir les forces de réaction en chaque nœud de la zone de contact. La solution respecte alors parfaitement la condition de non-interpénétration des corps. Cependant, le nombre de degrés de liberté du système augmente, ce qui n'est pas sans conséquence sur le temps de calcul.

- Méthode du Lagrangien augmenté : cette méthode représente un compromis entre les deux précédentes. Il s'agit d'une méthode de pénalité pure où l'utilisateur contrôle l'interpénétration maximale des surfaces. Elle est avantageuse dans certaines situations, mais possède le même inconvénient que la méthode du Lagrangien, à savoir l'ajout de degré de liberté au système matriciel. Dans Ansys 2019R1, la pression de contact s'exprime [ANS 19] :

$$p = \begin{cases} 0 & \text{si } h > 0 \\ K_n h + \lambda_{i+1} & \text{si } h \leq 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

Avec :

$$\lambda_{i+1} = \begin{cases} \lambda_i + K_n h & \text{si } |h| > \varepsilon \\ \lambda_i & \text{si } |h| < \varepsilon \end{cases} \quad (1.28)$$

Où  $\lambda_i$  est le multiplicateur de Lagrange à l'itération  $i$ , et  $\varepsilon$  un paramètre de tolérance à ajuster par l'utilisateur.

L'application de la méthode éléments finis aux calculs de contraintes de géométries aubes-disques est très courante. Elle est employée sur des géométries queue d'aronde soumises à un chargement LCF pour des analyses bidimensionnelles [KEN 91, PAP 94, SIN 02, WEI 11, ZHA 22b] et tridimensionnelles [PAP 98b, BEI 08, WAC 10, ANA 11].

La méthode éléments finis, bien que disposant de nombreuses fonctionnalités (prise en compte des effets thermiques, de la plasticité, de géométries quelconques, etc.), a néanmoins l'inconvénient d'être particulièrement coûteuse en temps de calcul pour les problèmes de contact présentant d'intenses gradients de contrainte. Bien que la méthode de sous-modélisation permet d'accélérer partiellement la résolution, en 2D comme en 3D [SIN 02, BEI 03, BEI 08, KAR 19], les temps de calcul restent significatifs. Pour pallier à cette limite, des méthodes semi-analytiques ont fait leur apparition.

### 1.3.3 Méthodes semi-analytiques

#### 1.3.3.1 Chargement surfacique d'un massif élastique semi-infini discrétisé

Les méthodes semi-analytiques consistent à sommer numériquement des solutions analytiques élémentaires sur un espace discrétisé. Elles ont été introduites par Benthall et Johnson [BEN 67] puis par Paul et Hashemi [PAU 81]. Kalker [KAL 90] suggéra plus tard un cadre mathématique et un algorithme pour la résolution du problème de contact normal et tangentiel. Boussinesq [BOU 85], Cerruti [CER ] et Love [LOV 13] ont travaillé à l'établissement d'une relation entre un chargement surfacique rectangulaire et les contraintes et déplacements résultants dans le volume sous-jacent, dans le cadre d'un massif semi-infini élastique, homogène et isotrope. À partir de ces solutions élémentaires et en utilisant le principe de superposition, les contraintes et déplacements dans le massif

sont obtenus pour des distributions de chargement quelconques. Le massif est d'abord discrétisé en une grille régulière de  $N$  points  $N = N_x \cdot N_y$  dont chacun est le centre d'un rectangle de surface  $S$  sur lequel les chargements normaux et tangentiels sont considérés constants, comme illustré figure 1.25. Les contraintes au point  $M(x, y, z)$  d'un massif soumis à un chargement surfacique normal  $p$  et tangentiel  $q_x$  et  $q_y$  s'expriment :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x, y, z) = & \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} p(x_m, y_n) C_{ij}^p(x_m - x, y_n - y, z, E, \mathbf{v}) \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_x(x_m, y_n) C_{ij}^{q_x}(x_m - x, y_n - y, z, E, \mathbf{v}) \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_y(x_m, y_n) C_{ij}^{q_y}(x_m - x, y_n - y, z, E, \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (1.29)$$

De manière analogue, la relation de Boussinesq pour les déplacements relatifs normaux des surfaces des massifs 1 et 2 est la suivante :

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(x, y) = & \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} p(x_m, y_n) [K_z^p(x_m - x, y_n - y, E_1, \mathbf{v}_1) + K_z^p(x_m - x, y_n - y, E_2, \mathbf{v}_2)] \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_x(x_m, y_n) [K_z^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_1, \mathbf{v}_1) - K_z^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_2, \mathbf{v}_2)] \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_y(x_m, y_n) [K_z^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_1, \mathbf{v}_1) - K_z^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_2, \mathbf{v}_2)] \end{aligned} \quad (1.30)$$

Et pour les déplacements relatifs tangentiels :

$$\begin{aligned} \bar{u}_\tau(x, y) = & \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} p(x_m, y_n) [K_\tau^p(x_m - x, y_n - y, E_1, \mathbf{v}_1) - K_\tau^p(x_m - x, y_n - y, E_2, \mathbf{v}_2)] \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_x(x_m, y_n) [K_\tau^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_1, \mathbf{v}_1) + K_\tau^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_2, \mathbf{v}_2)] \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_y(x_m, y_n) [K_\tau^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_1, \mathbf{v}_1) + K_\tau^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_2, \mathbf{v}_2)] \end{aligned} \quad (1.31)$$

Où les  $C_{ij}^{p, q_x, q_y}(x_m - x, y_n - y, z, E, \mathbf{v})$  et les  $K_{z, \tau}^{p, q_x, q_y}(x_m - x, y_n - y, E, \mathbf{v})$  sont les coefficients d'influence. Ils représentent respectivement la contrainte et le déplacement du point  $M(x, y, z)$  quand un effort surfacique unitaire est appliqué en  $(x_m, y_n)$ .

Lorsque le problème normal et le problème tangentiel sont découplés - c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas de couplage entre les efforts normaux et les déplacements tangentiels, et entre les efforts tangentiels et les déplacements normaux - leur résolution peut s'effectuer séparément. Cette hypothèse est justifiée lorsque les deux corps ont les mêmes propriétés élastiques. Dans le cas contraire, une résolution couplée est nécessaire [GAL 10] avec, par exemple, une méthode de Panagiotopoulos [PAN 75].

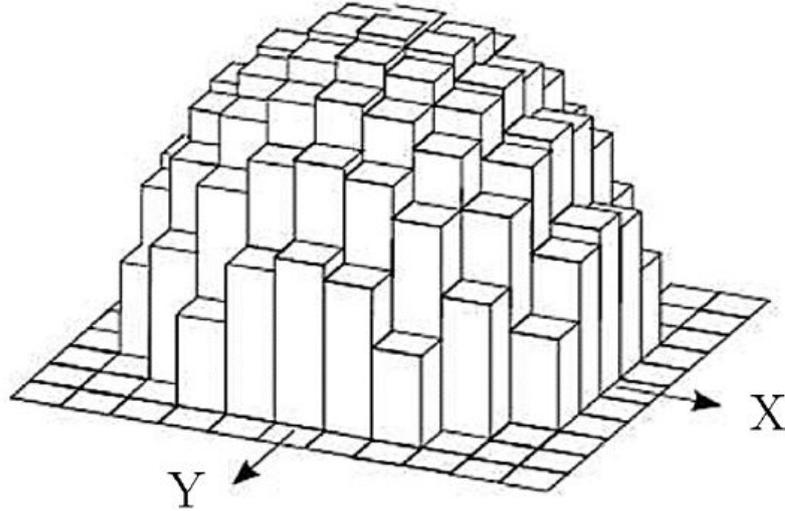


FIGURE 1.25 – Discrétisation du massif selon une grille régulière où chaque éléments subit un chargement constant [JER 16]

Soit la notation :

$$p(x_i, y_j) = p_{ij} \quad (1.32)$$

$$h(x_i, y_j) = h_{ij} \quad (1.33)$$

$$q(x_i, y_j) = \sqrt{q_x(x_i, y_j)^2 + q_y(x_i, y_j)^2} = q_{ij} \quad (1.34)$$

$$s(x_i, y_j) = s_{ij} \quad (1.35)$$

$$(1.36)$$

où  $h$  est la distance et  $s$  le vecteur glissement entre les deux corps. Sous forme discrétisée, le problème de contact normal respecte l'équilibre statique :

$$\sum_{\Gamma_c} p_{ij} S = P \quad (1.37)$$

Où  $P$  est l'effort normal et  $S$  la surface d'un élément. Et l'équation de compatibilité des déplacements :

$$\begin{cases} h_{ij} = 0 \\ p_{ij} > 0 \end{cases}, \quad \forall (i, j) \in \Gamma_c \quad (1.38)$$

$$\begin{cases} h_{ij} > 0 \\ p_{ij} = 0 \end{cases}, \quad \forall (i, j) \notin \Gamma_c$$

Le problème de contact tangentiel s'exprime :

$$\begin{cases} s_{ij} \neq 0 \\ q_{ij} = -\mu p_{ij} \frac{s_{ij}}{\|s_{ij}\|} \end{cases}, \quad \forall (i, j) \in \Gamma_{st}$$

$$\begin{cases} s_{ij} = 0 \\ \|q_{ij}\| < \mu p_{ij} \end{cases}, \quad \forall (i, j) \notin \Gamma_{st}$$

Le problème s'écrit de manière équivalente sous forme variationnelle, pour devenir un problème d'optimisation sous contraintes où l'enjeu est la minimisation de l'énergie de déformation élastique des corps en contact exprimée en fonction de  $p$  et  $q$ . Les problèmes de contact normal et tangentiel sont découplés et résolus successivement jusqu'à convergence des chargements surfaciques. Des analyses et comparaisons des différentes méthodes de résolution de ce type de problème ont été effectuées par Allwood [ALL 05]. Les doubles sommations pour l'évaluation des contraintes et déplacements (équation 1.29 à 1.31) requièrent des temps de calcul considérables. L'introduction de la transformée de Fourier rapide (FFT) pour effectuer le double produit de convolution discret entre les coefficients d'influence et les pressions et cisaillements de contact permet d'accélérer significativement les temps de calculs [JU 96, LIU 00]. De même, le développement de méthode multigrille [BRA 90, LUB 91] contribue à la réduction des coûts de résolution.

### 1.3.3.2 Application à des géométries réalistes

Les méthodes semi-analytiques pour la résolution du contact ont l'avantage d'intégrer implicitement les conditions aux limites distantes dans les solutions analytiques utilisées. Par conséquent, la modélisation des limites du domaine n'est pas nécessaire. De plus, pour une densité de maillage équivalente, la méthode semi-analytique permet de réduire les temps de calcul d'un facteur 10 par rapport à la méthode des éléments finis [MUR 04, DUV 15]. La méthode semi-analytique a été étendue à des problèmes complexes tels que la plasticité, la présence d'hétérogénéités, la viscoélasticité, l'usure, etc [JAC 02, KOU 14, LER 10]. Cependant, l'hypothèse de massif semi-infini peut être restrictive dans certains cas. Les structures industrielles ne peuvent généralement pas être assimilées à des massifs semi-infinis. Le chargement de contact induit fréquemment des effets de structure globaux. Des travaux appliqués aux dentures d'engrenages [GUI 04b, GUI 05] et aux cannelures [VAU 17] ont permis de démontrer la faisabilité de méthodes mixtes, prenant en compte les effets de flexion à travers des coefficients d'influence dédiés. En faisant l'hypothèse que les effets de flexion de la structure et de contact soient découplés, la matrice des coefficients d'influence peut être décomposée en plusieurs parties, chacune rendant compte séparément de l'influence de ces effets.

**Coefficients d'influence de flexion** La complexité des géométries étudiées rend difficile l'obtention des coefficients d'influence structurels par des formulations analytiques. Ceux-ci sont donc obtenus à l'aide d'un modèle éléments finis sur lequel est appliqué successivement un effort unitaire en chaque point susceptible de se situer dans la zone

de contact. Le déplacement résultant en chacun des autres points de cet ensemble est ensuite mesuré afin de former une matrice de coefficients d'influence. Le coût des calculs étant dépendant du nombre de nœuds, les performances sont améliorées en réduisant le nombre de points à tester, puis en évaluant par interpolation les coefficients d'influence sur tous les autres points [TEI 10]. Les déplacements obtenus seront l'image de la contribution combinée des effets de surface, de flexion et de déformation du maillage. Or, seule la contribution des effets de flexion est souhaitée. Deux calculs par éléments finis sont nécessaires pour l'isoler, chacun présentant des conditions aux limites spécifiques.

1. Un calcul avec le flanc anti-homologue (représenté en figure 1.26) libre : les déplacements mesurés sont dus à tous les phénomènes de structure, surface et déformation du maillage. Les mouvements de corps rigide sont bloqués par encastrement de la pièce loin de la zone de contact.
2. Un calcul avec le flanc anti-homologue (représenté en figure 1.26) bloqué : cette contrainte limite les déplacements structurels, de sorte que les champs résultants soient considérés comme exempts d'effets de fléchissement.

L'écart entre les deux modèles donne la contribution des effets de flexion.

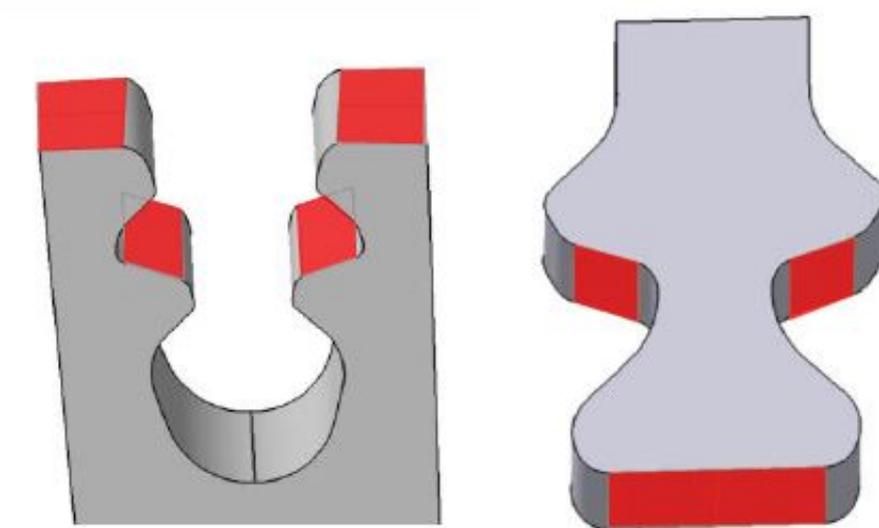


FIGURE 1.26 – Définition des flancs anti-homologue des parties disque et aube (surfaces en rouge) (Source : Mecalam)

**Coefficients d'influence de contact** Les coefficients d'influence de contact sont donnés par les formulations analytiques de Boussinesq [BOU 85]. Cependant, les hypothèses de Boussinesq sont non applicables au cas d'attaches d'aubes, où les effets de bords ne sont pas négligeables. En effet, l'hypothèse de massif semi-infini n'est plus vérifiée sur les bords du contact où celle-ci surestime la rigidité de la structure et par conséquent sous-évalue les déplacements de surface.

La méthode des miroirs permet de se rapprocher de la géométrie réelle en modélisant non plus le comportement d'un massif semi-infini, mais d'un quart ou d'un huitième de massif [HET 60, HET 70, KEE 83]. Elle consiste à appliquer des efforts virtuels, de manière symétrique à l'effort réel par rapport au bord libre, comme illustré figure 1.27. Cependant, l'introduction d'un effort artificiel miroir fait apparaître des contraintes internes sur le bord libre. Celles-ci sont éliminées par l'application de nouvelles contraintes miroirs, créant elles-mêmes des contraintes internes indésirables. Une procédure récursive de corrections par application de contraintes miroirs permet alors une correction exacte et l'obtention de contraintes internes nulles sur les bords libres. Cependant, la superposition répétée de solutions du problème de massif semi-infini est coûteuse en temps de calculs, poussant certains auteurs à se contenter d'une correction partielle [GUI 04a]. Guilbault propose une méthode pour réduire les temps de calculs tout en augmentant la précision des résultats [GUI 11].

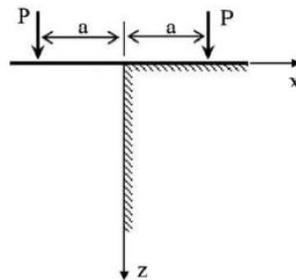


FIGURE 1.27 – Méthode des efforts miroirs sur un quart de massif 2D soumis à un effort linéique  $P$  appliqué à une distance  $a$  du bord libre

## 1.4 Objectifs et cadre de l'étude

L'objectif global de la thèse est la construction d'une méthodologie d'estimation des durées de vie en fretting-fatigue des attaches pieds de sapin des turbines de turbomoteurs d'hélicoptères. Les difficultés soulevées par cette tâche sont les suivantes :

- L'état de contrainte à proximité de la zone de contact présente d'intenses gradients. La résolution du problème par la méthode des éléments finis requiert alors une discrétisation très fine du problème. Par ailleurs, les effets élastoplastiques ne peuvent être négligés. Si le comportement dynamique de la structure doit être pris en compte, les coûts de calcul deviennent considérables.
- Le coefficient de frottement numérique est un paramètre de première influence sur les contraintes dans le contact et par conséquent sur la durée de vie. Or, son évaluation n'est pas triviale. Les méthodes courantes de la littérature ne sont pas adaptées au dispositif particulier des géométries de pieds d'aube.
- L'hyperstatisme de la liaison pied de sapin rend la distribution de contrainte fortement sensible aux aléas d'usinage. Cet aspect conduit à des résultats expérimentaux

taux peu reproductibles d'un couple d'éprouvette à l'autre.

- La littérature regorge de critères de fatigue spécifiques (Sines, Crossland, Dang-Van, Fatemi-Socie, etc.). Cependant, comme l'atteste l'absence de consensus général, le choix d'un critère adapté à la problématique de fretting-fatigue n'a rien d'évident. De plus, l'effet de gradient provoque des estimations pessimistes des durées de vie, qui ont motivé la prise en compte d'une distance critique, identifiée par comparaison aux résultats d'essais.

Les travaux menés dans cette thèse adressent les problématiques relatives aux coefficients de frottement et aux critères de fatigue. Pour réduire l'influence de l'hyperstatisme combiné avec les dispersions de production, l'étude porte sur des géométries simplifiées de type queue d'aronde. De plus, le problème est restreint à l'étude du comportement de la liaison sous chargement LCF uniquement et à température ambiante.

## Chapitre 2

# Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écart entre essai et simulation

### 2.1 Introduction

L'objectif du chapitre consiste en la mise en place de la partie numérique d'une méthodologie d'identification du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par analyse inverse. Le modèle éléments finis est décrit et les hypothèses de travail sont vérifiées par comparaison avec un essai virtuel.

### 2.2 Motivations et état de l'art

#### 2.2.1 Définition du coefficient de frottement

La résolution du problème de contact tangentiel doit nécessairement faire intervenir une loi de frottement décrivant les contraintes de frottement et le glissement relatif des corps en contact. La complexité et la diversité des mécanismes mis en jeu ont donné naissance à une multitude de modèles d'interface, dont certains sont spécifiques à un type d'application [PEN 16, CAB 22]. L'absence d'un consensus sur une loi phénoménologique générale impose donc un choix du modèle de frottement en accord avec l'application simulée.

Malgré les nombreuses contributions concernant des lois de frottement prenant en compte la physique de l'interface [ODE 85], la loi de Coulomb reste très utilisée. Il s'agit d'une loi empirique, dont les fondements ont d'abord été posés par les travaux d'Amon-ton [AMO 99], qui proposa une simple relation de proportionnalité entre effort normal et tangentiel. Coulomb nuancera et enrichira plus tard ces travaux en étudiant l'influence

d'une multitude de paramètres sur le frottement, tels que l'effort normal, la vitesse de glissement ou encore l'aire de contact [COU 85]. La formulation moderne de "loi de Coulomb" définit le coefficient de frottement  $\mu$  comme le rapport de la charge tangentielle  $Q$  sur la charge normale  $P$  lorsque le contact est totalement glissant, soit :

$$\begin{cases} \|Q\| = \mu P & \text{si glissement} \\ \|Q\| < \mu P & \text{si adhérence} \end{cases} \quad (2.1)$$

Sa simplicité et sa cohérence expérimentale en font un modèle largement employé et implémenté dans la plupart des codes de calculs. Il faut toutefois noter que ce modèle comporte des limites. Le coefficient de frottement est généralement considéré indépendant de la charge normale. Cependant, l'influence de l'effort normal est connue depuis longtemps [COU 85] et a été mise en évidence à de nombreuses reprises [FOU 04, BEN 11]. Cet effet est attribué à l'interaction entre les aspérités des surfaces.

Le coefficient de frottement des modèles numériques est généralement modélisé comme une constante spatiale et temporelle, ce qui est reconnu comme étant une hypothèse forte [HIL 87, SAS 17, END 74, MIL 71, BEN 11, HIL 94].

### 2.2.2 Influence du coefficient de frottement

L'endommagement causé par le fretting dépend d'une multitude de variables dont les plus importantes sont le coefficient de frottement, la charge normale et l'amplitude de glissement [DOB 92]. Quels que soient les mécanismes d'endommagement mis en jeu, la valeur du coefficient de frottement joue un rôle majeur. Mangardich et al. [MAN 19] ont mis en évidence l'influence de ce paramètre sur la trajectoire et la vitesse de propagation d'une fissure dans un contact queue d'aronde. Les contraintes principales sur le chemin de la fissure sont clairement dépendantes du coefficient de frottement. L'influence de ce paramètre est également observée dans des configurations de fretting-wear. Liu et al. [LIU 11] ont simulé un essai de fretting-wear avec une méthode éléments finis en faisant varier le coefficient de frottement. Des écarts notables des contraintes de cisaillement au contact, du glissement relatif ainsi que du profil d'usure sont observés. De plus, le choix d'une loi d'évolution au cours des cycles de chargement peut grandement affecter le volume et la cinétique d'usure [YUE 17]. D'autres auteurs montrent l'influence du paramètre de frottement sur les contraintes de contact et sur le calcul de critère de fatigue [DEN 18, SWA 01]. Le coefficient de frottement joue un rôle majeur sur les contraintes de contact calculées, et par conséquent sur la durée de vie prédite par un critère de fatigue alimenté par ces mêmes contraintes. Une évaluation précise de ce paramètre de premier ordre est alors requise pour une estimation satisfaisante de la résistance à la fatigue des structures sujettes au fretting-fatigue.

### 2.2.3 Mesure du coefficient de frottement

De par sa définition, la mesure expérimentale du coefficient de frottement est aisée dans la plupart des cas, lorsque l'on se trouve dans des conditions permettant le glissement

total. En revanche, sa mesure est plus délicate en régime de glissement partiel. Considérons un contact cylindre/plan, soumis à un effort normal  $P$  et un effort tangentiel  $Q$ . Le coefficient de frottement moyen peut être mesuré en augmentant graduellement la charge tangentielle jusqu'à  $Q = Q_{slip}$  provoquant le glissement total de l'interface [HIL 94]. Afin de conserver un chargement se rapprochant du chargement de fretting, il est possible de remplacer la charge tangentielle croissante monotone par une charge cyclique dont l'amplitude augmente à chaque cycle, jusqu'à  $Q_{slip}$  induisant le glissement total entre les deux corps [MUÑ 06, HER 10]. Le coefficient de frottement moyen vaut alors :

$$\mu = \frac{Q_{slip}}{P} \quad (2.2)$$

Le coefficient de frottement stabilisé dans la zone glissante périphérique d'un contact cylindre/plan ou sphère/plan peut être déduit des solutions analytiques de Cattaneo-Mindlin [CAT 38, MIN 49]. Dans le cas d'un contact sphère/plan :

$$\mu = \frac{1}{1 - (\frac{c}{a})^3} \frac{Q^*}{P} \quad (2.3)$$

Où  $c$  est le rayon de la zone adhérente, et  $a$  le rayon de la zone de contact.  $Q^*$  est la charge tangentielle maximale au cours d'un cycle et  $P$  l'effort normal. La mesure expérimentale de  $c$  et  $a$  permet l'estimation du coefficient de frottement.

Des formulations analytiques de l'évolution du coefficient de frottement ont été développées d'abord dans le cadre de contact hertzien entre cylindres [HIL 87, HIL 94], puis étendues à n'importe quelle géométrie où la distribution de pression et le régime de glissement sont connus [DIN 03]. Sous l'hypothèse que le coefficient de frottement n'est affecté que par les modifications de surfaces provoquées par le glissement, et que sa valeur ne peut qu'augmenter, les auteurs relient le coefficient de frottement  $\mu_n$  dans la zone glissante au cycle  $n$  en fonction du coefficient moyen  $\mu_m$  mesuré par l'une des précédentes méthodes.

$$\mu_m - \mu_0 = \frac{2}{P} \int_{\mu_0}^{\mu_n} \left\{ \frac{\partial \mu_n}{\partial n} \left( \int_{c_n}^b p(x) dx \right) \right\} d\mu_n \quad (2.4)$$

Où  $p(x)$  est la distribution de pression,  $\mu_0$  le coefficient de frottement de toute la zone de contact avant l'essai,  $c_n$  la dimension de la zone centrale adhérente au cycle  $n$  et  $b$  la dimension de la zone de contact.

De nombreux auteurs identifient le coefficient de frottement moyen par recalage avec un modèle numérique. Dans [MAN 19] le coefficient de frottement d'une éprouvette queue d'aronde est estimé en comparant des simulations de propagation de fissures à de véritables éprouvettes fracturées. Swalla et al. [SWA 01] réalisent des essais de fretting-fatigue cylindre/plan, où le coefficient de frottement est identifié par comparaison avec le modèle éléments finis. La déformation plastique cumulée, ainsi que la durée de vie en amorçage évaluée par le modèle de Fatemi-Socie-Kurath servent de critères de recalage. Il est alors observé qu'un coefficient de frottement numérique plus élevé que la valeur

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

moyenne mesurée produit des résultats en meilleur accord avec l'expérience. Selon les auteurs, les effets de surface engendrés par le fretting sont des phénomènes très locaux, lesquels ne peuvent être fidèlement représentés par une valeur de frottement moyenne. Un coefficient de frottement plus élevé permet alors de mieux prendre en compte les phénomènes locaux, conduisant ainsi à une meilleure représentativité vis-à-vis des durées de vie expérimentales, lorsque celles-ci sont régies par les interactions à l'échelle mésoscopique.

Dans [HOJ 14], les auteurs utilisent la corrélation d'images numériques pour mesurer le glissement à l'interface d'un essai de fretting-fatigue cylindrique. Le glissement relatif est calculé comme la différence des déplacements moyens dans la zone d'intérêt proche du contact entre les deux parties de l'éprouvette. La transition en régime de glissement total est déclarée lorsque le glissement atteint 0,15 mm, comme établi dans la norme BS EN 1090-3 :2008 (Exécution des structures en acier et des structures en aluminium) [BS 08]. Le coefficient de frottement est ensuite calculé à partir des efforts associés au passage en glissement total. Neslèdek et al. [NES 12], emploient également la corrélation d'images numériques pour calculer le glissement à l'interface d'un essai de fretting-fatigue. Le glissement accumulé au cours d'un cycle de chargement  $T$  sert de critère de recalage du modèle numérique :

$$\Delta s_{accum} = \int_T |u_1(t) - u_2(t)| dt = \int_T \Delta s(t) dt \quad (2.5)$$

Où  $u_1$  et  $u_2$  sont les déplacements à l'interface des deux corps en contact. Ce paramètre est calculé pour deux modèles éléments finis avec des coefficients de frottement différents, puis confronté à la valeur expérimentale. Le modèle offrant visuellement la meilleure correspondance avec l'expérience permet de calibrer le coefficient de frottement.

Dans des conditions similaires, Juoksukangas et al. [JUO 16] ont calibré le coefficient de frottement d'un essai de fretting-fatigue par recalage avec un modèle éléments finis en se servant de trois paramètres mesurés par corrélation d'images numériques : la longueur de la zone de glissement, l'amplitude de glissement maximale et le glissement accumulé sur un cycle (équation 2.5). Parmi ces trois quantités d'intérêt, le glissement accumulé est celui montrant les meilleurs résultats. L'évolution du coefficient de frottement au cours des cycles de fatigue a été mesurée. Le coefficient augmente au début de l'essai jusqu'à se stabiliser après environ 1 000 cycles.

Des essais de fretting en régime de glissement total dont le comportement est en désaccord avec le modèle de Coulomb ont fréquemment été observés [MAG 04, EVE 09, PAU 08]. Ce phénomène se manifeste par une augmentation de l'effort tangentiel en glissement total dans les boucles de fretting (figure 2.1). Dans [MUL 11] l'auteur explique l'origine physique de ce phénomène par différents effets d'interaction dus à la modification du profil des surfaces. Un modèle analytique simple prenant en compte la modification du profil d'une des deux surfaces est développé. La surface usée est caractérisée par un profil polynomial de la forme :

$$z = z_0 \left( \frac{x}{x_0} \right)^n \quad (2.6)$$

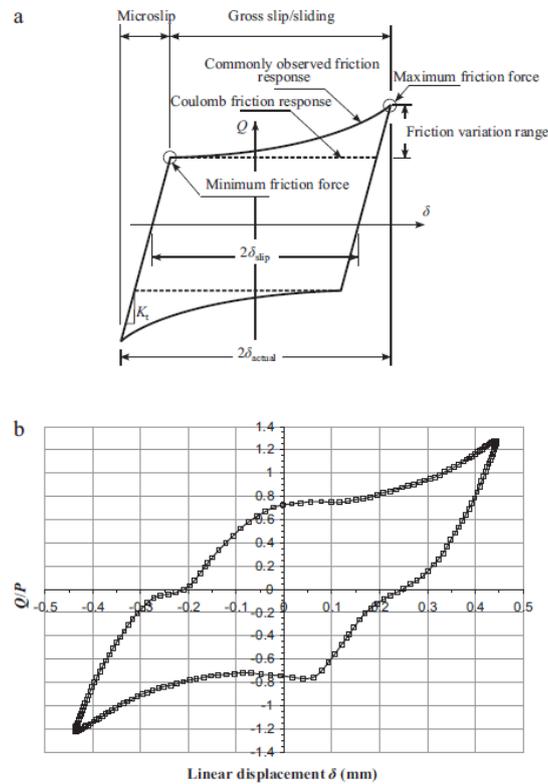


FIGURE 2.1 – Boucles de fretting illustrant les phénomènes d’augmentation de la charge tangentielle a) de manière schématique et b) issue d’un essai de fretting-fatigue cylindre/plan [MUL 11]

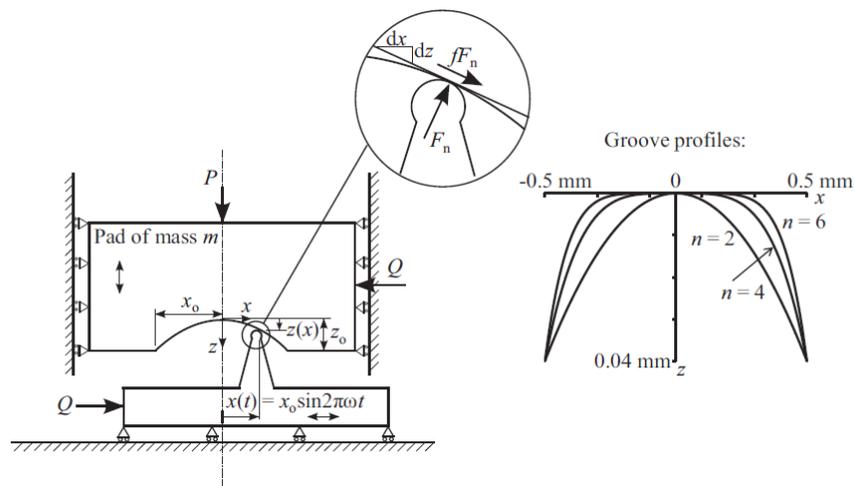


FIGURE 2.2 – Schéma de principe du modèle prenant en compte la modification du profil de surface due à l’usure [MUL 11]

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

Ainsi, les efforts de contact normaux  $F_n$  et tangentiels  $\mu F_n$  locaux contribuent tous deux aux efforts macroscopiques  $P$  et  $Q$ . Ce modèle parvient à reproduire des boucles d'hystérésis équivalentes à celles mesurées expérimentalement, démontrant ainsi le lien entre la modification du profil des surfaces de contact et l'augmentation du frottement en régime de glissement total.

Lorsque la réponse macroscopique du système exhibe un comportement non Coulombien, l'estimation du coefficient de frottement n'est plus évidente. Selon la méthode employée, le coefficient mesuré peut sensiblement varier, ce qui peut être lourd de conséquences sur les prédictions de performance de la structure. Un résumé des différentes méthodes est disponible dans [LLA 20]. Le coefficient de frottement peut être estimé comme la valeur maximale ou la valeur moyenne du ratio  $Q/P$  sur un cycle. Ces deux méthodes tendent à surestimer le coefficient de frottement réel lorsque le frottement ne respecte pas la loi de Coulomb. Afin de passer outre les difficultés des méthodes précédentes, Fouvry et al. [FOU 04] ont proposé une formulation basée sur la dissipation d'énergie au cours d'un cycle :

$$\mu_E = \frac{E_d}{4P\delta^*} \quad (2.7)$$

Où  $E_d$  est l'énergie dissipée sur un cycle,  $\delta^*$  l'amplitude de glissement et  $P$  la charge normale. Les auteurs expliquent l'apparition de frottement supplémentaire par des interactions sur les bords de la zone d'usure. La simplicité et la robustesse de cette méthode l'ont popularisé au point de devenir un standard de l'ASTM (American Society for Testing and Materials). Cependant, cette méthode ne propose qu'un coefficient moyen, sans distinction entre les contributions purement dues au contact et les contributions géométriques.

Partant du modèle de Mulvihill précédemment décrit, Jin et al. [JIN 16] l'ont amélioré en simulant la raideur du système via un ressort de raideur  $K$ . Toutes les boucles de fretting obtenues pour différents facteurs de forme  $z_0/x_0$  (équation 2.6) se croisent en deux points comme illustré sur la figure 2.3. Les auteurs montrent que ces points correspondent au passage par le centre de la surface usée, où la pente du profil est 0, c'est-à-dire où l'effort de frottement local est parallèle à l'effort tangential  $Q$ . Le coefficient de frottement  $\mu$  peut alors être identifié à cet instant par  $\mu = Q/P$ . Ces points sont à l'intersection avec la courbe  $Q = K\Delta$ , où  $\Delta$  est le déplacement macroscopique imposé. Cette méthode considère un coefficient de frottement constant au cours du glissement. Les variations d'effort tangential sont seulement dues aux modifications géométriques. De façon très similaire Diomidis [DIO 11] réalise des essais de fretting-corrosion sphère/plan durant lesquels le coefficient de frottement moyen est mesuré comme le rapport  $Q/P$  lorsque la sphère atteint le milieu de sa course.

La plupart des méthodes utilisées dans la littérature sont restreintes à des configurations d'essais de fretting de laboratoire basées sur des géométries simples et assurant une unicité de la configuration de contact. Pour une géométrie complexe comme la queue d'aronde, les composantes des efforts de contact normales et tangentielles sont couplées. Il est alors délicat de mesurer le rapport  $Q/P$  provoquant le glissement de l'interface. En revanche, les méthodes d'analyse inverse semblent adaptées à la résolution du problème.

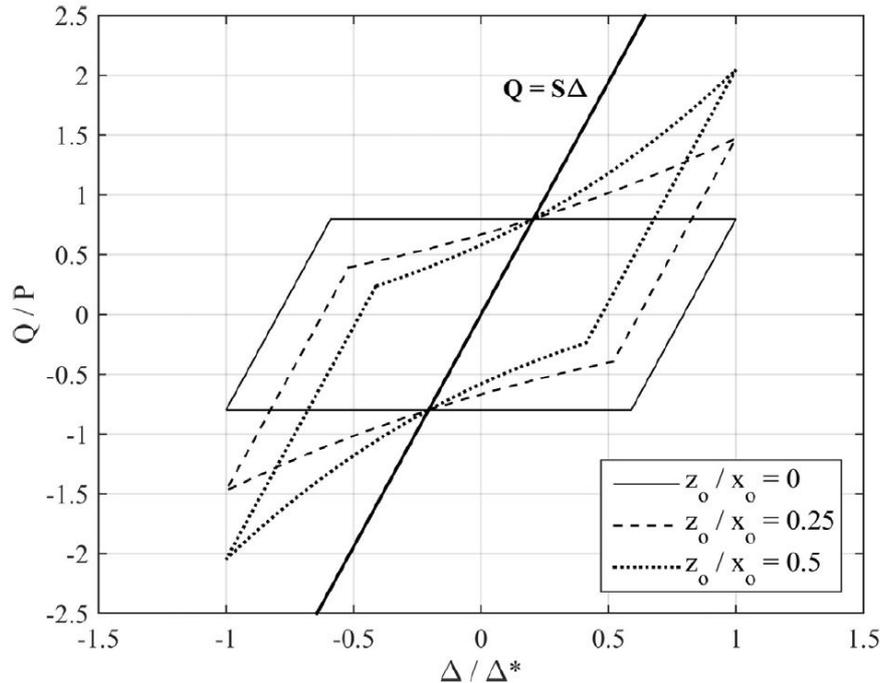


FIGURE 2.3 – Boucles de fretting calculées analytiquement pour différents rapports de forme  $z_0/x_0$  [JIN 16]

## 2.3 Principe de la méthode de recalage de modèle éléments finis

Dans cette partie, la procédure d'identification du coefficient de frottement par analyse inverse sur des éprouvettes queue d'aronde est décrite. Le choix de la quantité d'intérêt considérée est discuté. Puis, les hypothèses de mise en donnée du modèle numérique utilisé pour l'identification sont abordées.

### 2.3.1 La méthode FEMU

Des essais de fatigue LCF sur éprouvettes queue d'aronde sont réalisés dans l'objectif de mesurer l'évolution du coefficient de frottement au cours des cycles. L'effort de traction  $F$  oscille entre deux extremums  $F_{min}$  et  $F_{max}$ . Pendant l'essai, les champs de déplacements sur la face latérale de l'éprouvette sont mesurés par corrélation d'images numériques. Ces essais sont effectués à température ambiante afin de mettre au point la méthode dans des conditions simplifiées. Les conditions d'encombrement à froid rendent possible l'installation de deux dispositifs optiques, braqués sur les deux faces de l'éprouvette. Cependant, le partenaire industriel ayant pour objectif des essais à haute température (environ 650 °C), les limitations apportées par un four sont anticipées en restreignant l'utilisation des données expérimentales à celles mesurées sur une seule face.

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

Le coefficient de frottement est évalué par la méthode d'identification Finite Element Model Updating (FEMU), dont le principe est schématisé figure 2.4. Il s'agit d'une méthode d'analyse inverse, dont l'objectif est la minimisation des différences entre essai et modèle éléments finis, en calibrant un jeu de paramètres numériques prédéfinis. Les grandeurs mesurées expérimentalement peuvent éventuellement être utilisées comme conditions aux limites du modèle pour améliorer sa représentativité vis-à-vis de l'essai. Dans le cadre de ces travaux, les déplacements en surface de l'éprouvette sont mesurés par corrélation d'images numériques (CIN), et sont exploités pour la construction des conditions aux limites du modèle.

La résolution du problème FEMU requiert l'interaction entre un code de calcul de structure éléments finis et un algorithme d'optimisation. Certains logiciels éléments finis commerciaux intègrent un module d'optimisation, permettant la résolution complète du problème en interne. Une alternative intéressante consiste en l'utilisation d'un code d'optimisation extérieur. Dans le cadre de ces travaux, le calcul de structure est résolu par Ansys 2019 R1, puis les quantités d'intérêt sont exportées et fournies à Matlab R2019a pour la partie optimisation.

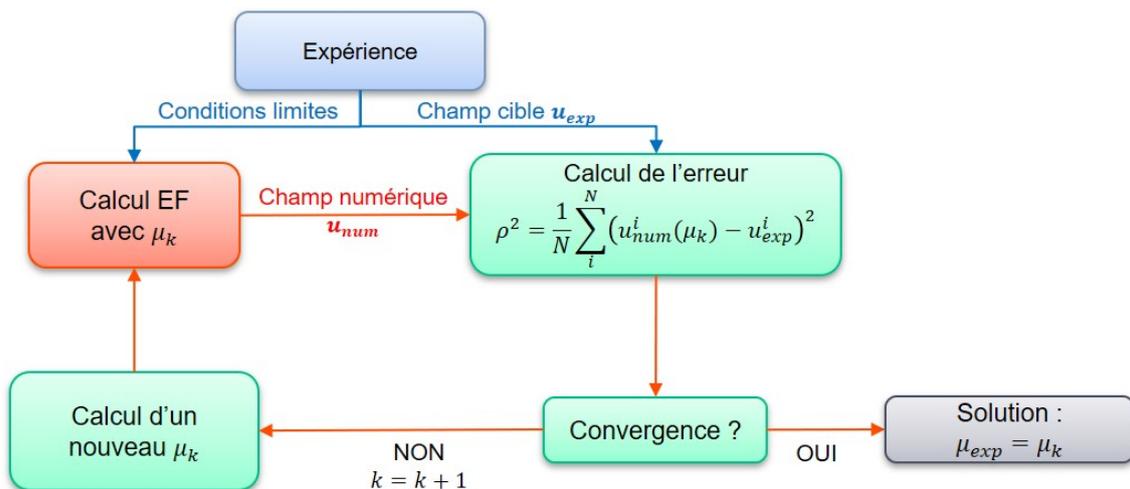


FIGURE 2.4 – Schéma de principe de la méthode FEMU mise en place

Le processus FEMU nécessite la sélection de paramètres qui seront mis à jour à chaque itération jusqu'à atteindre des quantités d'intérêts numériques aussi proches que possible de leurs homologues expérimentales. Les inconnues expérimentales peuvent être intégrées aux paramètres à optimiser afin d'améliorer la correspondance entre modèle et essai. Cependant, il est préférable de réduire autant que possible le nombre de paramètres à optimiser pour faciliter et d'accélérer la convergence du modèle. L'objectif étant d'évaluer un coefficient de frottement, la liste des variables à optimiser est réduite à ce paramètre, sauf mention contraire.

La comparaison des résultats numériques et expérimentaux s'effectue à partir de grandeurs d'intérêt sur lesquelles les paramètres à optimiser, en l'occurrence le coefficient de

frottement, ont une influence mesurable. Pour l'application visée, les quantités d'intérêt sont des champs cinématiques mesurés par corrélation d'images numériques.

### 2.3.2 La fonction coût

La corrélation d'images numériques fournit un champ de déplacement, qui par dérivation mène aux déformations. Le choix de la quantité d'intérêt peut donc se porter sur les différentes composantes des déplacements et déformations. Cependant, le calcul numérique des déformations introduit une erreur supplémentaire, qui même avec l'utilisation de techniques de lissage en amont, dégrade les performances de la méthode d'identification. Dans le cas de l'essai queue d'aronde la mesure des déformations est rendue complexe par leur faible intensité et leur concentration à l'interface. Une fonction coût basée sur les déplacements plutôt que les déformations semble dès lors plus adaptée, bien que plus sensible aux conditions aux limites. Le choix de la zone d'intérêt, c'est-à-dire la surface dont les déplacements alimenteront la fonction coût a également son importance. La partie femelle est généralement la partie la plus souple et dont la déformée est la plus importante. Puisque l'objectif réside dans l'identification d'un paramètre propre au contact, il est préférable que le champ de déplacement à identifier soit exempt de effets structurels. La surface de l'éprouvette mâle est donc choisie comme zone d'intérêt.

Les champs d'intérêt numériques et expérimentaux reposent sur une discrétisation différente de la zone d'intérêt puisque les maillages éléments finis et de corrélation d'images ne répondent pas aux mêmes exigences. Lorsque la comparaison entre les deux champs ne peut se faire nœud à nœud, le calcul de l'erreur fait intervenir l'interpolation du champ numérique sur les points de mesures expérimentaux, induisant ainsi une erreur de projection. Les fonctions de formes des éléments peuvent être utilisées pour l'interpolation, et si la même base cinématique est employée pour la mesure par CIN (Corrélation d'Images Numériques), alors l'erreur de projection est grandement réduite [LEC 09]. Une interpolation linéaire, basée sur une méthode de triangulation de Delaunay est utilisée dans ces travaux. De plus, le maillage éléments finis est considéré suffisamment fin pour que l'erreur de projection soit négligeable.

L'erreur au sens des moindres carrés, calculée sur  $N$  nœuds s'exprime :

$$\rho_j^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (U_{ref_j}^i - U_{num_j}^i)^2 \quad (2.8)$$

$U_{ref_j}^i$  et  $U_{num_j}^i$  correspondent à la composante  $j$  des déplacements  $U$  au nœud  $i$ , issues respectivement du champ de référence (ou expérimental), et du champ numérique. Diverses formulations de la fonction erreur existent dans la littérature. L'utilisation de l'une ou l'autre n'a pas, ou très peu d'influence sur les résultats.

### 2.3.3 Hypothèses de modélisation de la zone d'intérêt

Le modèle numérique utilisé dans la boucle d'optimisation FEMU est un sous-modèle contraint en déplacement. Il s'agit plus précisément d'une découpe dans la géométrie glo-

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

bale des éprouvettes de la zone observée par la caméra de CIN (figure 2.5). Cette approche permet de réduire considérablement le nombre de degrés de liberté du modèle et par conséquent les durées de calcul. L'autre intérêt de la sous-modélisation réside dans l'application des conditions aux limites. En effet, il est possible d'appliquer sur les bords de découpe du modèle les déplacements mesurés expérimentalement. La représentativité du modèle vis-à-vis de l'essai est alors positivement impactée. De plus, la comparaison des champs de déplacements expérimentaux et numériques est grandement facilitée puisque la raideur et les effets de structures du banc d'essai sont directement intégrés dans les conditions aux limites.

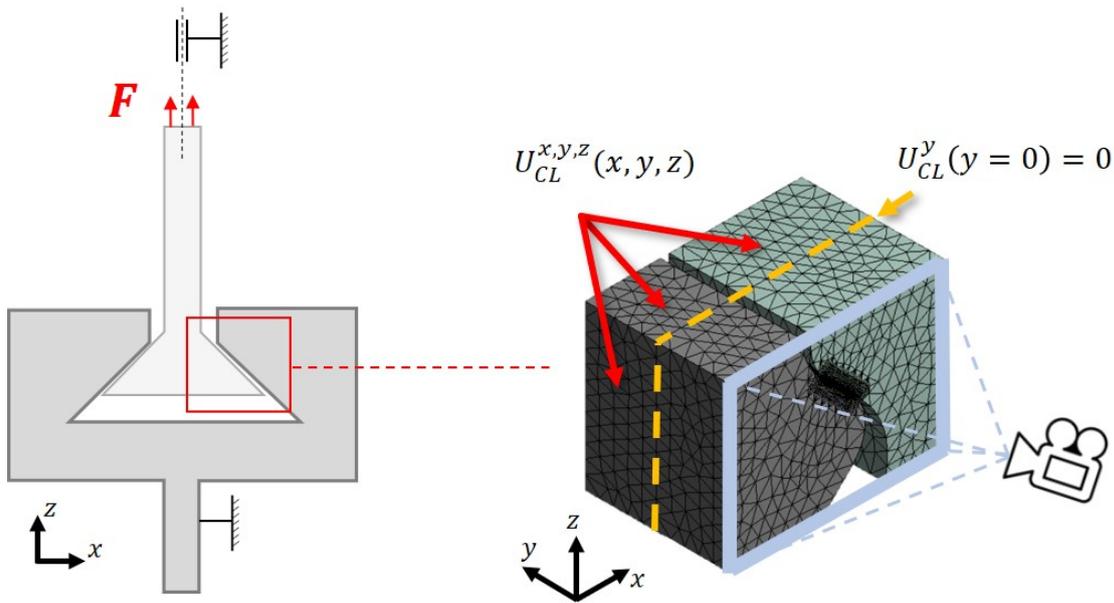


FIGURE 2.5 – Schéma de principe de la sous-modélisation

Cependant, la CIN ne permettant pas la mesure des déplacements dans la matière, le transfert des mesures expérimentales aux conditions aux limites n'est pas directe. Expérimentalement, seul l'accès aux déplacements plans et en surface est possible. Les déplacements dans l'épaisseur sont obtenus par extrapolation des mesures surfaciques expérimentales. L'extrapolation la plus simple consiste à considérer des déplacements indépendants de la variable de profondeur  $y$ , c'est-à-dire :

$$U_{CL}^{x,z}(x,y,z) = U_{exp}^{x,z}(x,z) \quad (2.9)$$

Où  $U_{CL}^i$  représente la  $i^{\text{ème}}$  composante des déplacements appliqués sur la surface de découpe, et  $U_{exp}^i$  la  $i^{\text{ème}}$  composante des déplacements expérimentaux. Cette extrapolation, qu'elle soit réalisée à partir de champs  $U_{exp}$  issus d'essais expérimentaux ou d'essais virtuels est basée sur une méthode de triangulation. Chacun des nœuds appartenant à la surface de découpe du modèle local est associé à un triangle l'englobant formé par des points du champ de surface  $U_{exp}$ . Une interpolation linéaire basée sur la distance aux

sommets du triangle permet le transfert des déplacements sur les conditions aux limites du modèle.

Ces déplacements sont imposés graduellement en 10 étapes de chargement. Cela équivaut à l'application d'un chargement monotone à partir d'un état initial du contact ouvert. Il faut également bloquer les mouvements de corps rigide sur l'axe  $y$ . Pour cela,  $U_{CL}^y = 0$  est imposé sur les nœuds à l'intersection entre les surfaces de découpe et le plan de symétrie de normale  $y$  des éprouvettes. L'identification du domaine de validité de ces hypothèses fait l'objet des parties suivantes.

## 2.4 Analyse des efforts de contact cycliques sur la queue d'aronde

### 2.4.1 Définition du modèle numérique

Une analyse élastique numérique des efforts subis par la zone de contact d'une éprouvette queue d'aronde est réalisée. Les parties aube et disque sont en Udimet 720 avec un module d'Young imposé à 217 GPa et un coefficient de Poisson à 0,3. La géométrie du modèle est représentée en figures 2.6 et 2.7. Un repère local est attaché au centre de la zone de contact de la partie mâle et est défini par la base  $(x_c, y_c, z_c)$ . La normale au contact est représentée par  $z_c$  et la direction de  $y_c$  est la même que la direction de  $y$  dans le repère global. La partie femelle est conçue pour résister à la charge appliquée et pour limiter au maximum son ouverture sous l'application de la charge de traction. Les surfaces des portées mâles et femelles sont orientées à  $\theta = 45^\circ$  par rapport au plan de symétrie des éprouvettes. Les deux parties sont supposées parfaitement alignées, ce qui permet d'exploiter la symétrie du problème pour réduire le nombre de degrés de liberté de moitié. Des éléments surfaciques quadratiques "contact" ("CONTA174") et "target" ("TARGE170") sont utilisés pour représenter respectivement les parties mâle et femelle du contact. La taille du maillage dans le contact est fixée à  $h = 20 \mu\text{m}$ , avec trois éléments hexaédriques quadratiques à intégration réduite ("SOLID186") dans la profondeur. La dimension de l'éprouvette dans la direction  $y$  est notée  $L = 2b = 5 \text{ mm}$ . La demi-longueur de la zone de contact sous la charge maximale dans la direction  $x_c$  est notée  $a$  et vaut  $0,665 \text{ mm}$ , soit  $a/h = 33,25$ . Le contact est modélisé par une loi en pénalité pure, où la raideur normale est imposée constante tout au long du calcul à  $K_n = 2,17 \cdot 10^7 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1}$ , et le frottement par une loi de Coulomb isotrope et homogène. L'effort statique  $F$  est appliqué sous forme de charge surfacique à l'extrémité de la partie mâle, en 4 étapes selon la figure 2.8, chacune décomposée en 20 sous-étapes. Puisque seulement la moitié de l'éprouvette est modélisée, la charge réellement imposée est  $F/2$ . Les déplacements des nœuds situés à la base des éprouvettes, loin du contact, sont bloqués dans les trois directions pour la partie femelle, et dans les directions perpendiculaires au chargement pour la partie mâle.

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

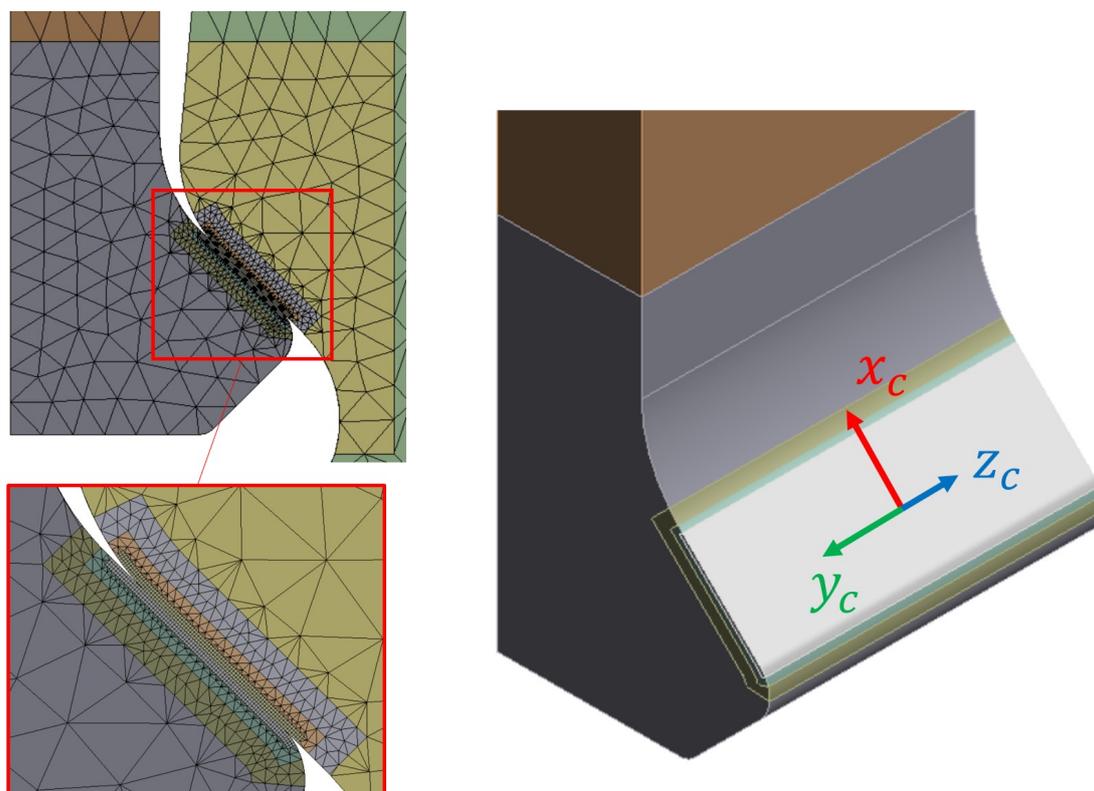


FIGURE 2.6 – Définition du modèle utilisé pour le calcul des efforts de contact

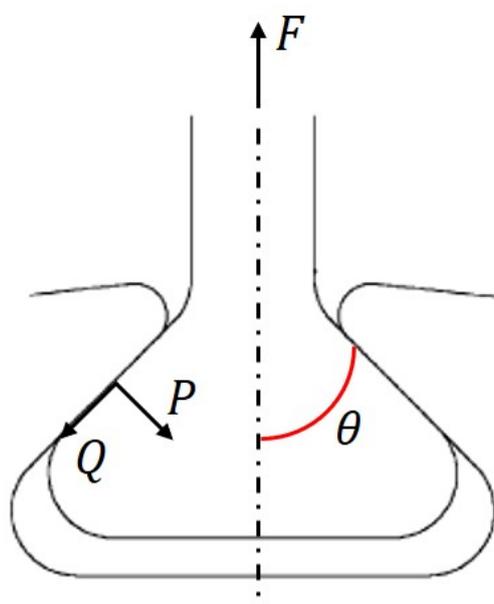
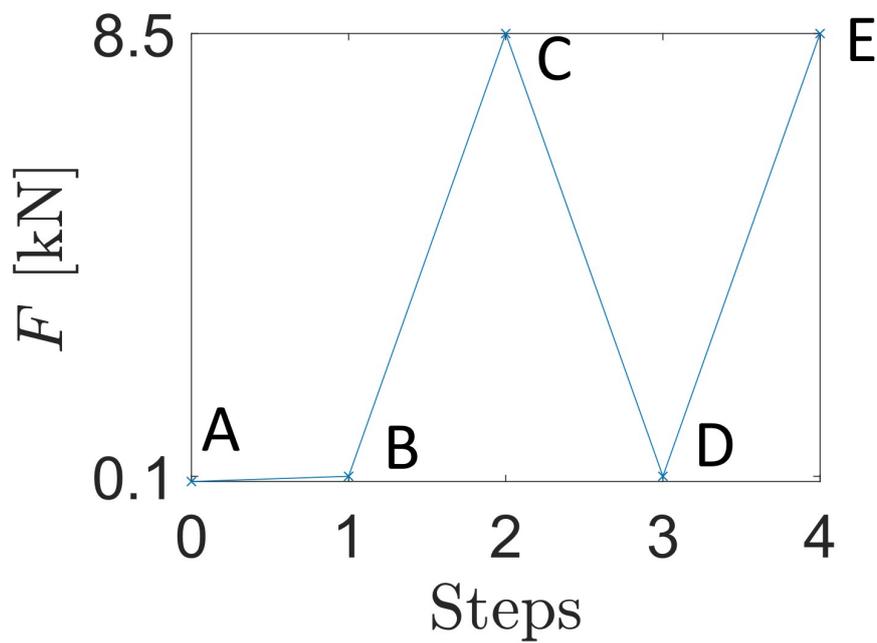


FIGURE 2.7 – Schéma de principe de la géométrie queue d'aronde et paramétrage de l'angle de portée  $\theta$ , la force de traction  $F$ , et des efforts normal  $P$  et tangentiel  $Q$  endurés par une portée de la partie mâle



Steps	1	2	3	4
$F$ [kN]	0,1	8,5	0,1	8,5

FIGURE 2.8 – Historique du chargement statique  $F$  appliqué au modèle de l'éprouvette queue d'aronde. La charge minimale est imposée à  $F_{min} = 0,1$  kN et la charge maximale à  $F_{max} = 8,5$  kN

## 2.4.2 Évolution temporelle des contraintes de contact

Les distributions de pression et cisaillement des contacts frottants sont dépendantes de l'historique de chargement.

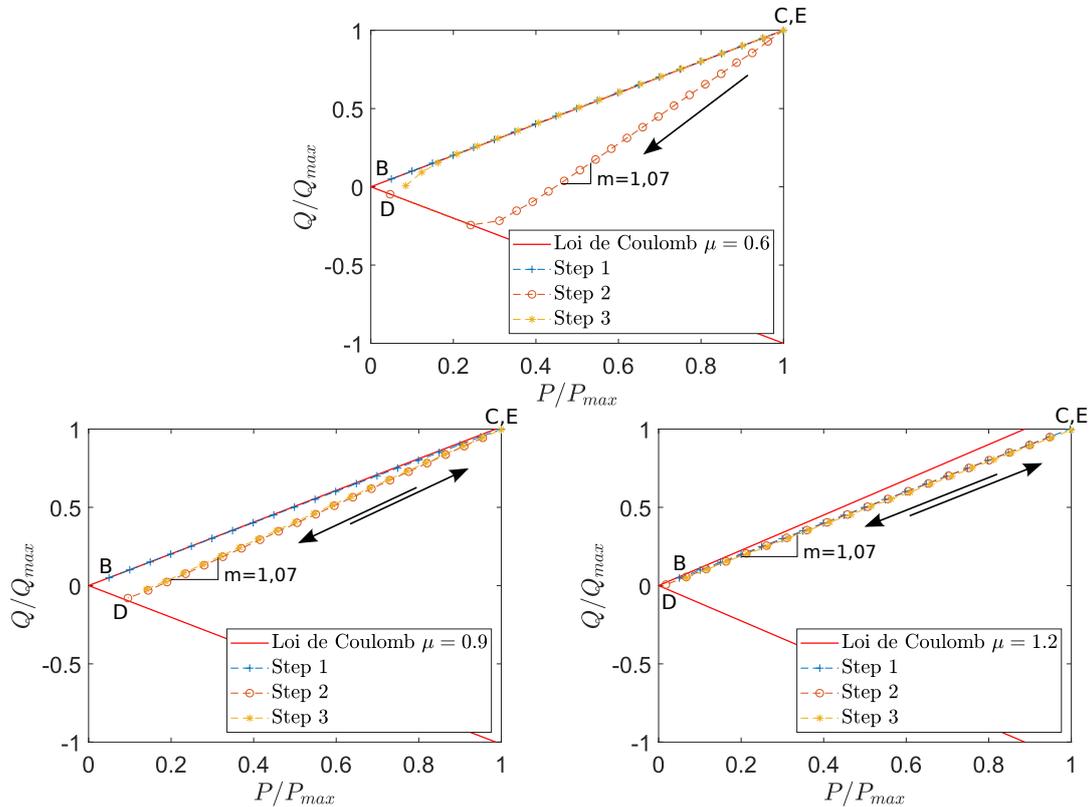


FIGURE 2.9 – Boucles de chargement calculés sur le modèle élément finis global pour différents coefficients de frottement. Les efforts sont normalisés par la valeur maximale obtenue sur le cycle.

La figure 2.9 trace l'évolution des résultantes normales et tangentielles de contact au cours du chargement du modèle précédemment décrit. Les efforts  $P$  et  $Q$  sont calculés comme la somme des projections des efforts subis par chaque élément dans le repère du contact, orienté à  $\theta = 45^\circ$  par rapport au repère global. La loi de Coulomb est matérialisée par deux lignes continues rouges définies par  $Q = \mu P$  et  $Q = -\mu P$ . Tout point de chargement appartenant à l'une de ces deux droites correspond à un contact totalement glissant. Les points strictement compris entre les deux droites indiquent quant à eux la présence de zones d'adhérence. Les effets du coefficient de frottement sont illustrés à travers plusieurs calculs.

La géométrie queue d'aronde modélisée est caractérisée par un angle de portée  $\theta = 45^\circ$  (figure 2.7). L'observation des résultats de calculs figure 2.9 indique que quelle que soit la valeur de coefficient de frottement, la relation entre effort normal  $P$  et tangentiel  $Q$  de la géométrie figure 2.6 est linéaire dans le régime de glissement partiel, et peut donc

s'exprimer :

$$Q = mP + n \quad (2.10)$$

La constante  $n$  est dépendante de l'histoire du chargement. La pente  $m$  est fonction de la raideur des pièces, et dépend entre autres de l'angle de portée. La géométrie étudiée ici donne une pente positive  $m = 1,07$ , mais une pente négative est également possible sur les composants réels [GEA 05]. Cela se traduit par une augmentation de l'effort normal  $P$  alors que la vitesse de rotation de la turbine diminue. Cet effet est attribué à la contraction du disque, qui engendre une surpression. Les géométries queue d'aronde étudiées numériquement et expérimentalement dans ce manuscrit ne tiennent pas compte de ces effets.

La valeur de  $m$  marque la frontière entre deux comportements distincts de l'évolution des contraintes de contact au cours d'un cycle de chargement. Lorsque  $\mu < m$ , les contraintes de frottement sont bornées par la loi de Coulomb. Au contraire, quand  $\mu > m$ , c'est la géométrie qui pilote les effets tangentiels selon la relation 2.10. Dans le premier cas, toutes les montées en charge initiales sont caractérisées par un comportement glissant, où le chemin de charge se confond avec la droite représentant la loi de Coulomb. Au contraire, pour  $\mu > m$ , le contact est adhérent dès la première étape de chargement. À la suite d'une montée en charge induisant des zones glissantes, une décharge infinitésimale provoque l'adhérence de toute la zone de contact. Ce comportement s'explique par la non-satisfaction de la condition d'opposition de signe entre effort tangentiel et mouvement.

Une diminution suffisante de l'effort va ensuite générer des zones de glissement de sens opposé. Pour les coefficients de frottement les plus faibles, ces zones vont progressivement s'étendre à toute la zone de contact et satisfaire  $Q = -\mu P$  (cas  $\mu = 0,6$ ). Pour les coefficients de frottement plus élevés, la droite  $Q = -\mu P$  n'est pas atteinte avant d'appliquer  $F = F_{min}$ . Le glissement total de la portée n'a alors pas lieu lors de l'étape de décharge.

Le changement de signe des déplacements relatifs tangentiels au début de la seconde montée en charge provoque l'adhérence totale de la zone de contact, pour les mêmes raisons que précédemment. Le contact étant adhérent, les efforts évoluent selon 2.10. De nouveau, selon l'intensité du frottement, le contact peut redevenir totalement (cas  $\mu = 0,6$ ) ou partiellement glissant (cas  $\mu = 0,9$  et  $\mu = 1,2$ ).

Ces résultats obtenus par calcul éléments finis, montrent qu'un calcul avec chargement monotone est suffisant pour obtenir les contraintes au temps final. En effet, les efforts  $P$  et  $Q$  des états C et E (figure 2.8) sont identiques. En revanche, obtenir la solution en tout autre point du cycle nécessite la prise en compte de l'historique de chargement. Pour un chargement non monotone, le calcul des déplacements entre deux niveaux de charge requiert la solution du problème pour ces deux niveaux de charge, dont l'un ne correspond pas au temps final. La prise en compte de l'historique de chargement est alors indispensable.

Les résultats montrent également que l'évolution temporelle des résultantes normales et tangentielles peut s'obtenir analytiquement pour une évolution quelconque de l'effort de traction  $F(t)$ .

### 2.4.3 Prédiction analytique des efforts et influence du coefficient de frottement

En supposant que le coefficient de frottement est suffisamment faible pour que la première mise en charge de A vers C (figure 2.8) soit glissante, soit  $0 < \mu < m$ , l'équilibre des efforts sur l'axe de traction en C s'exprime :

$$F_{max} = 2(P_C \sin \theta + Q_C \cos \theta) \quad (2.11)$$

où  $\theta$  est l'angle entre la surface de contact et l'effort de traction  $F$  (figure 2.7). Le contact étant entièrement glissant, l'effort tangentiel s'écrit  $Q_C = \mu P_C$  et l'équilibre devient :

$$\begin{cases} P_C = \frac{1}{2(\sin \theta + \mu \cos \theta)} F_{max} \\ Q_C = \frac{\mu}{2(\sin \theta + \mu \cos \theta)} F_{max} \end{cases} \quad (2.12)$$

Le comportement linéaire observé dans le domaine de glissement partiel est décrit par :

$$Q = mP + n \quad (2.13)$$

Où  $m$  est la pente, dépendante de la raideur du système, et donc des géométries mâle et femelle (volume, angle de portée, etc.). Par conséquent, la charge en D (figure 2.8) vaut :

$$\begin{cases} P_D = \frac{1}{2(\sin \theta - \mu \cos \theta)} F_{min} \\ Q_D = \frac{\mu}{2(\sin \theta - \mu \cos \theta)} F_{min} \end{cases} \quad \text{si retour glissant}$$

$$\begin{cases} P_D = \frac{1}{2(\sin \theta + m \cos \theta)} \left[ F_{min} + F_{max} \cos \theta \frac{m - \mu}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \right] \\ Q_D = \frac{1}{2(\sin \theta + m \cos \theta)} \left[ m F_{min} - F_{max} \sin \theta \frac{m - \mu}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \right] \end{cases} \quad \text{si retour adhérent}$$

La condition de retour adhérent en D s'exprime par :

$$Q_D > -\mu P_D \quad (2.14)$$

Soit :

$$\frac{(m - \mu)(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{(m + \mu)(\sin \theta + \mu \cos \theta)} < R = \frac{F_{min}}{F_{max}} \quad (2.15)$$

Le coefficient de frottement seuil à partir duquel le retour en D est adhérent est la racine d'un polynôme du second degré, dont les solutions sont :

$$\mu_{+,-} = \frac{(R + 1)(m \cos \theta + \sin \theta) \pm \sqrt{(R + 1)^2(m \cos \theta + \sin \theta)^2 - 4m \sin \theta \cos \theta(1 - R)^2}}{2 \cos \theta(1 - R)} \quad (2.16)$$

Or, l'une des deux solutions respecte  $\mu_+ > m$ . Un tel comportement est en contradiction avec l'hypothèse initiale stipulant le glissement total lors de la première mise en charge. Le coefficient de frottement seuil produisant un retour adhérent en D est alors :

$$\mu_- = \frac{(R+1)(m \cos \theta + \sin \theta) - \sqrt{(R+1)^2(m \cos \theta + \sin \theta)^2 - 4m \sin \theta \cos \theta (1-R)^2}}{2 \cos \theta (1-R)} \quad (2.17)$$

#### 2.4.4 Dépendance des efforts de contact au coefficient de frottement : distinction entre glissement total et partiel

Dans le cadre de la méthode d'identification décrite partie 2.3, la charge entre D et E est appliquée à déplacements imposés. L'équilibre mécanique du système, conditionné par les conditions aux limites, la loi de frottement, les distributions de raideur, et la formulation du contact en pénalité pure, impose en E (figure 2.8) un effort normal supplémentaire  $\Delta P$  à l'effort normal  $P_D$  obtenu en D. La loi de frottement pilote les contraintes tangentielles. Celles-ci ayant des conséquences limitées sur le profil de séparation des surfaces, on suppose que la loi de frottement à une influence négligeable sur  $\Delta P$ , soit  $\frac{\partial \Delta P}{\partial \mu} = 0$ . Les efforts en E s'expriment alors :

$$\begin{cases} P_E = P_D + \Delta P \\ Q_E = \begin{cases} Q_D + m\Delta P & \text{si } Q_E < \mu P_E \\ \mu P_E & \text{sinon} \end{cases} \end{cases} \quad (2.18)$$

Quelles que soient les conditions du contact en D, les variations d'effort normal et tangentiel en E s'expriment :

$$\begin{cases} \frac{\partial P_E}{\partial \mu} = \frac{\partial P_D}{\partial \mu} \\ \frac{\partial Q_E}{\partial \mu} = \begin{cases} \frac{\partial Q_D}{\partial \mu} & \text{si } Q_E < \mu P_E \\ P_D + \Delta P + \frac{\partial P_D}{\partial \mu} & \text{sinon} \end{cases} \end{cases} \quad (2.19)$$

La comparaison des variations de l'effort normal en E entre le cas D adhérent et le cas D glissant renseigne sur la sensibilité au coefficient de frottement selon les conditions de glissement :

$$\left| \frac{\partial P_E}{\partial \mu} \right|_{\text{D stick}} < \left| \frac{\partial P_E}{\partial \mu} \right|_{\text{D slip}} \Leftrightarrow \left( \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \right)^2 < R \quad (2.20)$$

De manière analogue, on obtient pour les efforts tangentiels :

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{\partial Q_E}{\partial \mu} \right|_{D \text{ stick}} < \left| \frac{\partial Q_E}{\partial \mu} \right|_{D \text{ slip}} \Leftrightarrow \left( \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \right)^2 < R \quad \text{si E est adhérent} \\ \left| \frac{\partial Q_E}{\partial \mu} \right|_{D \text{ stick}} < \left| \frac{\partial Q_E}{\partial \mu} \right|_{D \text{ slip}} \Leftrightarrow \frac{1 - \frac{\sin \theta (\sin \theta + m \cos \theta)}{(\sin \theta + \mu \cos \theta)^2}}{1 - \frac{\sin \theta (\sin \theta + m \cos \theta)}{(\sin \theta - \mu \cos \theta)^2}} < R \quad \text{si E est glissant} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Pour un coefficient de frottement  $\mu$ , un coefficient  $m$  et un rapport de charge  $R$  donnés, les régimes de glissement partiel ou total ne peuvent coexister. La transition entre les deux régimes est défini par l'équation 2.15. Les sensibilités au coefficient de frottement lorsque D est adhérent et lorsque D est glissant sont défini sur des domaines de  $R$  s'excluant. Or, la comparaison des sensibilités des efforts de contact au coefficient de frottement en fonction du régime de glissement dépend de la valeur du rapport de charge  $R$  (équations 2.20 et 2.21), et donc du régime de glissement.

Par conséquent, la comparaison des sensibilités au coefficient de frottement entre les régimes de glissement n'a de sens qu'à la frontière entre les deux régimes, soit en :

$$R = \frac{(m - \mu)(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{(m + \mu)(\sin \theta + \mu \cos \theta)} \quad (2.22)$$

Or, on peut montrer que sous condition que  $\mu < \tan \theta < m$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \right)^2 < \frac{(m - \mu)(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{(m + \mu)(\sin \theta + \mu \cos \theta)} \\ \frac{1 - \frac{\sin \theta (\sin \theta + m \cos \theta)}{(\sin \theta + \mu \cos \theta)^2}}{1 - \frac{\sin \theta (\sin \theta + m \cos \theta)}{(\sin \theta - \mu \cos \theta)^2}} < \frac{(m - \mu)(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{(m + \mu)(\sin \theta + \mu \cos \theta)} \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Donc, d'après les équations 2.20, 2.21 et 2.23, à la frontière entre les régimes de glissement partiel et total, l'équation suivante est vérifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P_E}{\partial \mu} \Big|_{D \text{ stick}} < \frac{\partial P_E}{\partial \mu} \Big|_{D \text{ slip}} \\ \frac{\partial Q_E}{\partial \mu} \Big|_{D \text{ stick}} < \frac{\partial Q_E}{\partial \mu} \Big|_{D \text{ slip}} \end{array} \right. \quad (2.24)$$

L'adhérence en D a pour conséquence de réduire la sensibilité des efforts normaux et tangentiels en E par rapport au coefficient de frottement.

## 2.5 Étude paramétrique à partir d'essais virtuels

Avant d'appliquer la méthode d'identification du coefficient de frottement à des champs expérimentaux, le modèle est éprouvé avec des essais virtuels. L'objectif est l'identification du domaine de validité des différentes hypothèses établies. Différents biais inhérents à la modélisation sont quantifiés et d'éventuelles corrections sont proposées.

### 2.5.1 Définition de l'essai virtuel et du modèle local

L'essai virtuel consiste en une modélisation de la géométrie globale des éprouvettes utilisées lors des essais, illustrés en figure 2.10. Un repère local défini par la base  $(x_c, y_c, z_c)$  est attaché au centre de la zone de contact de la portée mâle. La normale au contact est notée  $z_c$ , et  $y_c$  est orientée dans la direction  $y$  du repère global. Les deux parties sont parfaitement alignées. La dimension des éprouvettes mâle et femelle dans la direction  $y$  est identique et notée  $L = 2b = 5$  mm. Le contact des deux portées est assuré par une loi en pénalité pure, où la raideur normale est imposée constante tout au long du calcul à  $K_n = 2,17 \times 10^7$  MPa.mm<sup>-1</sup>, et le frottement par une loi de Coulomb isotrope définie par un unique coefficient de frottement  $\mu_0 = 0,6$  considéré comme une valeur expérimentale plausible [SAS 17]. Les éléments surfaciques quadratiques "contact" ("CONTA174") et "target" ("TARGE170") d'Ansys sont utilisés pour représenter le contact. La partie aube est associée aux éléments "contact", de sorte que la pénétration avec les éléments "target" de la partie disque soit prohibée. Les éléments sous-jacents au contact sont des éléments hexaédriques quadratiques à intégration réduite ("SOLID186"), au nombre de trois dans la profondeur et d'une taille de 20  $\mu$ m [SIN 02]. Les deux parties de l'éprouvette sont en Udimet 720, modélisé par un comportement élastique linéaire où le module d'Young est imposé à 217 GPa et le coefficient de Poisson à 0,3.

Les déplacements des nœuds situés à la base des éprouvettes, loin du contact, sont bloqués dans les trois directions pour la partie femelle, et dans les directions perpendiculaires au chargement pour la partie mâle. L'effort est imposé sous forme de charge surfacique à l'extrémité de la partie aube. Le calcul est décomposé en 4 étapes de chargement afin de représenter une charge monotone et une charge non monotone entre les extremums d'effort de traction  $F_{min} = 0,1$  kN et  $F_{max} = 1$  kN. Trois champs de déplacements caractéristiques du modèle global sont distingués et représentés sur la figure 2.10 :

- Les déplacements  $U_{20}$  entre les étapes 0 et 2 sont les déplacements survenant à partir de la position initiale des éprouvettes, jusqu'au chargement maximal.
- Les déplacements  $U_{21}$  entre les étapes 1 et 2 sont les déplacements de l'éprouvette entre la charge  $F_{min}$  et la charge  $F_{max}$  en chargement monotone.
- Les déplacements  $U_{43}$  entre les étapes 3 et 4 sont les déplacements de l'éprouvette entre la charge  $F_{min}$  et la charge  $F_{max}$  en chargement non monotone, et font par conséquent intervenir des effets d'histoire de chargement.

Ces trois champs sont utilisés et comparés dans la suite de ces travaux pour imposer les conditions aux limites des différents modèles locaux étudiés. Les modèles locaux sont construits par une découpe de la géométrie de l'essai virtuel de  $7,6 \times 5,8$  mm<sup>2</sup> centrée sur une des portées, simulant la taille du champ de vision d'une caméra. Par conséquent, le profil de séparation initiale des surfaces est identique entre l'essai virtuel et le modèle local. Le maillage du modèle global est conservé lors du passage au sous-modèle. Le coefficient de frottement des modèles locaux est noté  $\mu$ .

2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

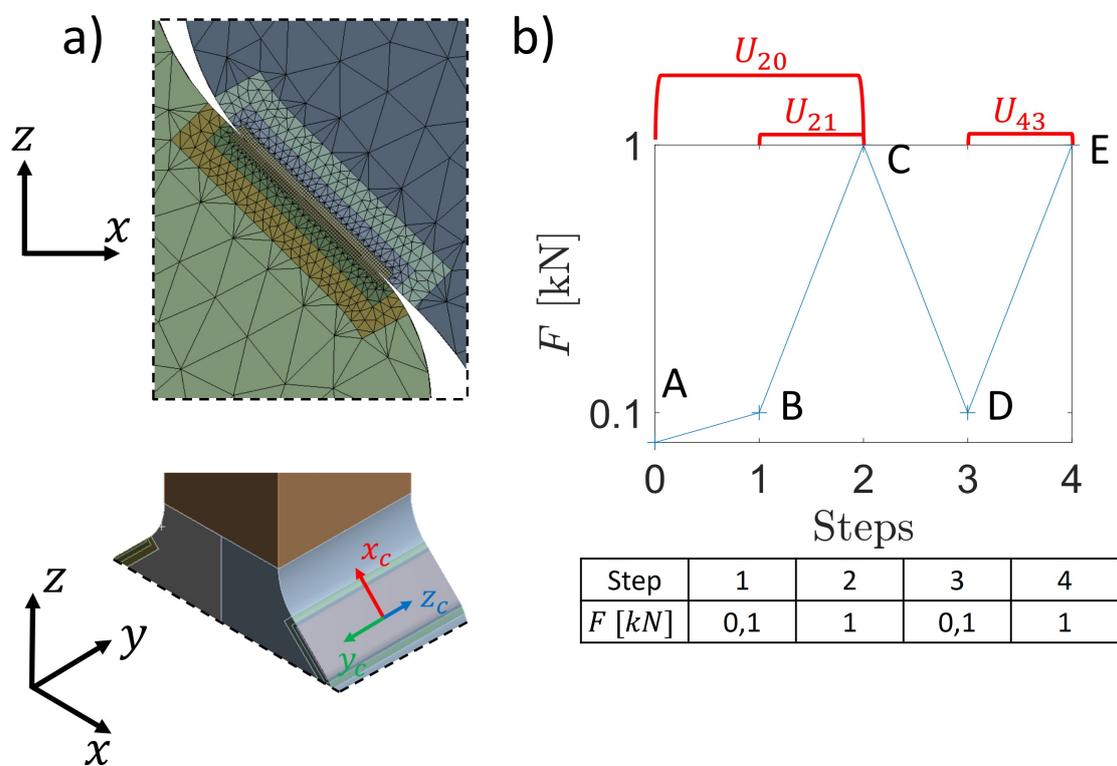


FIGURE 2.10 – Géométrie, maillage et conditions aux limites de l'essai virtuel

## 2.5.2 Zoom structural complet

Dans un premier temps, l'adéquation du principe de sous-modélisation avec la méthode d'identification inverse est vérifiée à travers l'essai virtuel. L'alignement des éprouvettes est parfait pour l'essai virtuel comme pour le sous-modèle. Les déplacements  $U_{20}$  du modèle global au coefficient de frottement de référence  $\mu_0$  sont utilisés comme conditions aux limites. Les trois composantes des déplacements de l'essai virtuel sont directement appliquées aux nœuds associés du sous-modèle. L'erreur entre modèle global et local est ensuite calculée, en faisant varier le coefficient de frottement du modèle local  $\mu \in [0,3;0,9]$ .

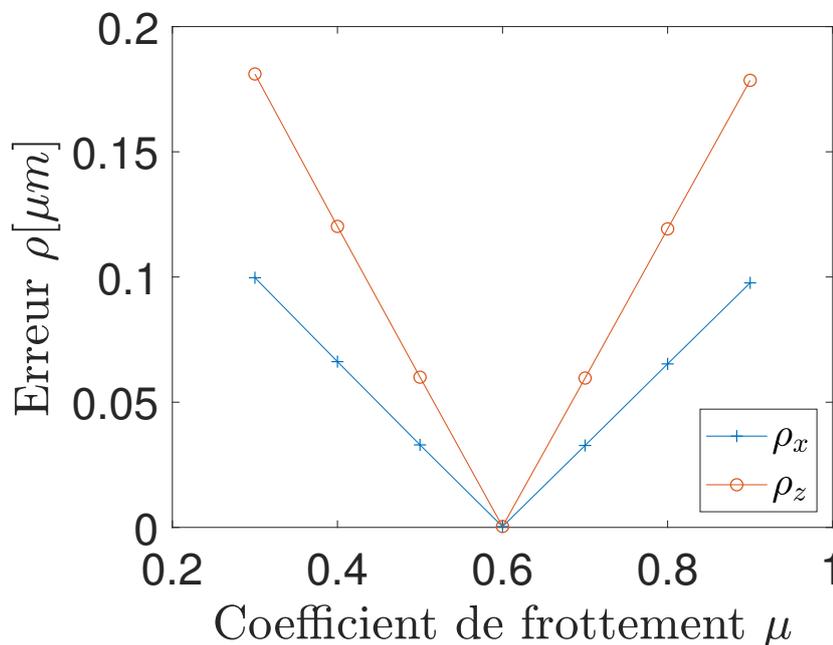


FIGURE 2.11 – Évolution des fonctions erreurs (équation 2.8) pour le zoom structural complet aligné

Pour les quantités d'intérêts considérées, les fonctions erreur en figure 2.11 sont toujours convexes et présentent un minimum global en  $\mu_0$ . Ce résultat confirme la capacité de l'approche de zoom structural à fournir une fonction erreur exploitable, c'est-à-dire possédant un minimum global pouvant être identifié par un processus de minimisation de l'erreur.

## 2.5.3 Zoom structural incomplet

Pour être cohérent avec les données extraites avec la CIN, seuls les déplacements dans le plan de mesure expérimental (plan XZ) et en surface de l'essai virtuel sont désormais utilisés pour la construction des conditions aux limites, comme décrit dans la partie 2.3.3.

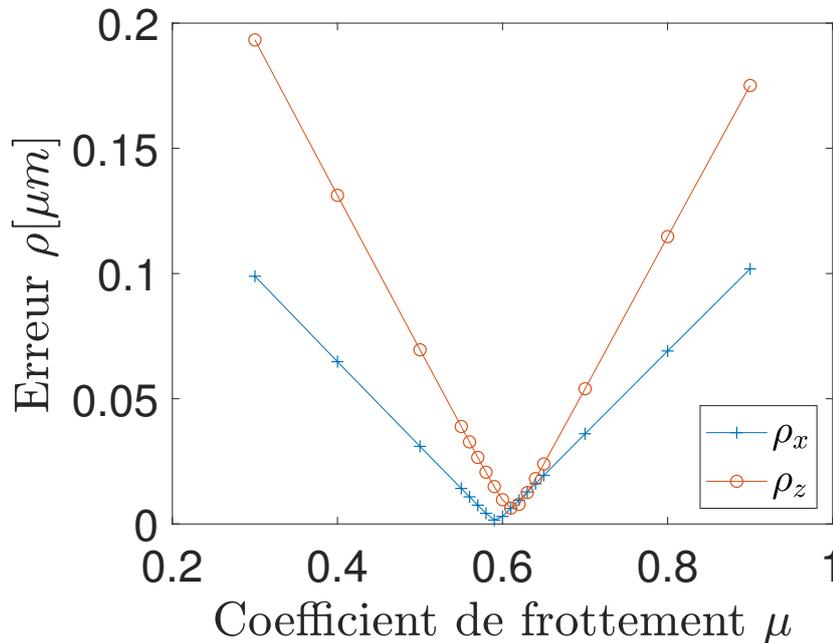


FIGURE 2.12 – Évolution des fonctions erreurs pour le zoom structural incomplet

Les distributions d'erreur sur la figure 2.12 conservent leur caractère convexe. La résolution du problème de minimisation globale reste donc possible. Cependant, les minimums globaux n'ont pas lieu exactement en  $\mu_0 = 0,6$  mais plutôt en  $\mu = 0,59$  et  $\mu = 0,61$  pour les quantités d'intérêt  $U_x$  et  $U_z$  respectivement. Ces écarts restent néanmoins très faibles, et permettent l'estimation de l'incertitude relative aux hypothèses du modèle dans une configuration exempte de toutes les incertitudes liées aux conditions expérimentales. Une erreur de  $\pm 0,01$  est par conséquent attendue dans des conditions idéales.

### 2.5.4 Hypothèses d'élasticité plane

La résolution du problème de contact queue d'aronde par un modèle 2D éléments finis est attrayante pour réduire les temps de calculs. L'hypothèse de contrainte plane est utilisée dans la littérature pour la modélisation en 2D des pieds d'aube [PAP 94, MEG 00, MAR 13]. Un modèle 2D est construit à partir de la géométrie 3D des éprouvettes. La méthode est décrite en figure 2.13. La géométrie de l'essai virtuel est découpée par un plan perpendiculaire à la zone de contact et passant par le centre de la portée. Les hypothèses de contraintes planes et de déformations planes sont testées. L'essai virtuel 3D sert de point de comparaison. Les champs sur le bord et sur la surface de découpe sont extraits du modèle 3D et comparés à ceux du modèle 2D. La figure 2.14 présente les champs de déplacements obtenus pour chacun des modèles. Visuellement, l'hypothèse de contrainte plane semble la plus à même de reproduire les champs de déplacements obtenus en surface du modèle 3D. Cependant, des écarts significatifs sont relevés.

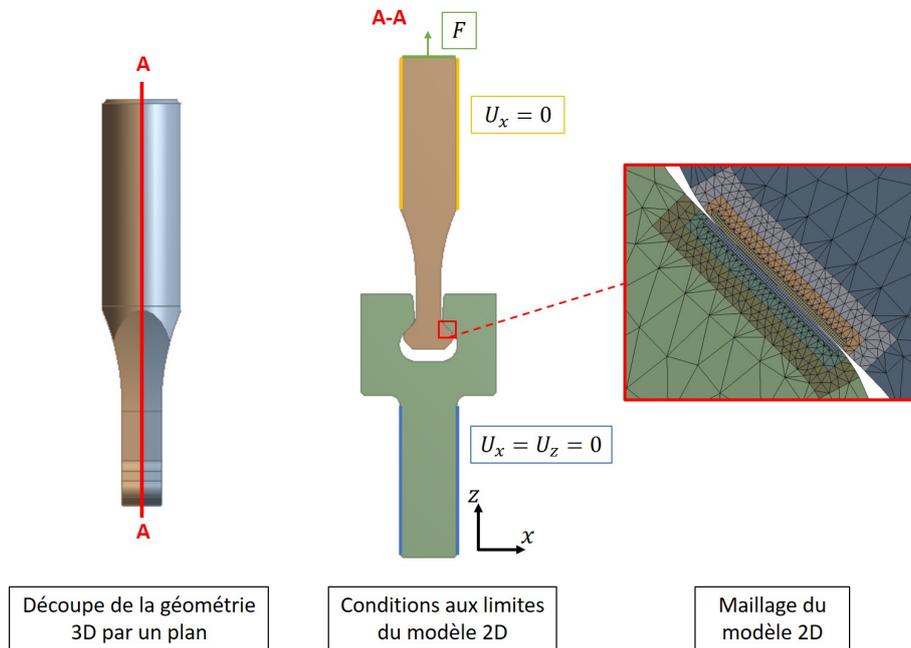


FIGURE 2.13 – Construction et maillage du modèle 2D

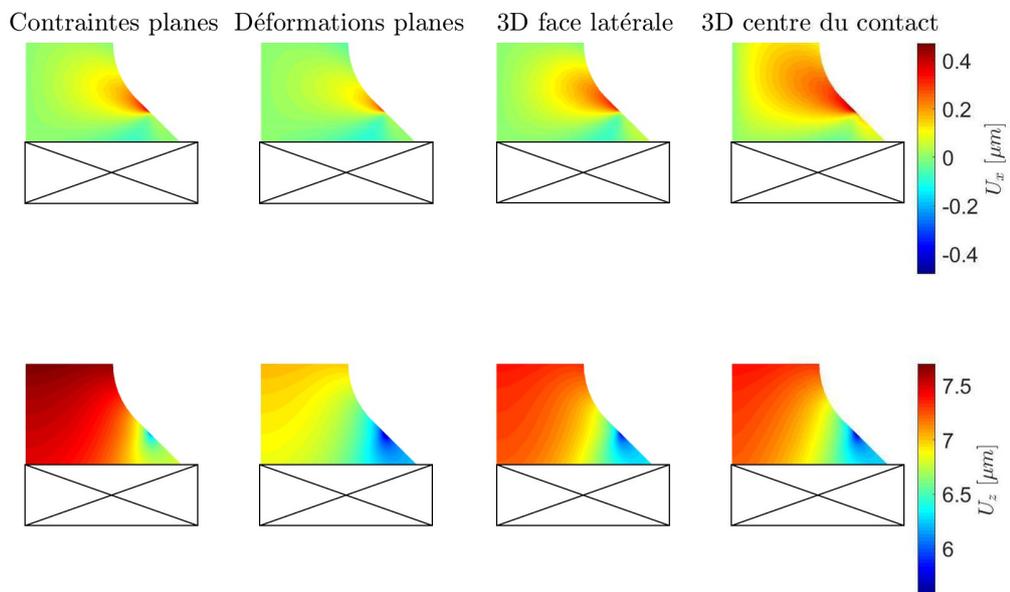


FIGURE 2.14 – Champs de déplacements obtenus pour les modèles 2D et 3D

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

L'objectif de la modélisation est l'identification du coefficient de frottement par analyse inverse. Dans cette optique, les performances des modèles 2D appliqués à la FEMU sont utilisés comme critère de validité. Le modèle 2D précédent est découpé de façon à simuler le champ de vision d'une caméra. Les conditions aux limites sont construites à partir des résultats de l'essai virtuel 3D (figure 2.15). Seules les composantes X et Z des déplacements des nœuds en surface de l'éprouvette sont exportées vers le modèle local 2D. Les résultats de l'identification sont tracés figure 2.16. Considérant la composante X des déplacements, les coefficients de frottement optimaux valent respectivement  $\mu = 0,50$  et  $\mu = 0,48$  pour l'hypothèse de déformations planes et de contraintes planes. Pour la composante Z, ces valeurs deviennent  $\mu = 0,65$  et  $\mu = 0,64$ . Les deux hypothèses 2D fournissent des résultats très proches. Cependant, le cas de la déformation plane donne une erreur quadratique légèrement plus faible au point optimal. L'écart à la valeur de référence  $\mu_0 = 0,6$  est ici plus marqué qu'avec le modèle local 3D, mettant ainsi en évidence le rôle des effets de bords sur les quantités d'intérêt. Il est important de rappeler que le modèle plan ne peut rendre compte des effets 3D induit par une répartition non homogène de la charge sur les portées. Les résultats présents sont obtenus avec un essai virtuel parfaitement aligné, soit un cas idéal où la répartition des charges est la plus homogène possible. L'application du modèle 2D à des champs expérimentaux où les effets tridimensionnels sont potentiellement importants semble alors non pertinente.

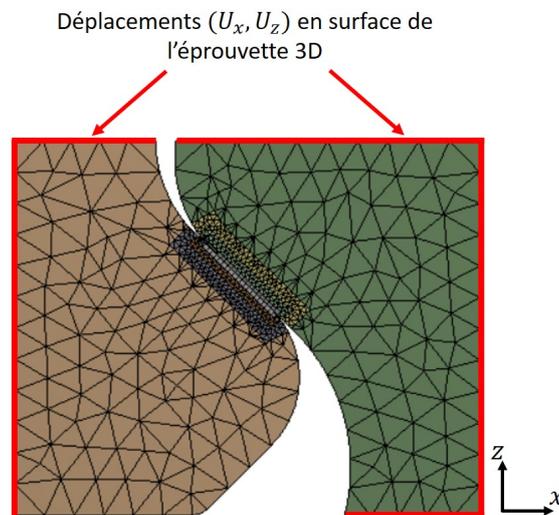


FIGURE 2.15 – Modèle 2D local utilisé pour l'identification du coefficient de frottement de l'essai virtuel

### 2.5.5 Influence du maillage

Sinclair et Cormier [SIN 02] parviennent à capter les gradients de contrainte sur les bords d'un contact queue d'aronde avec une taille de maille de l'ordre de 1% du rayon de courbure local. L'erreur est calculée par rapport à un modèle de référence très fin, où

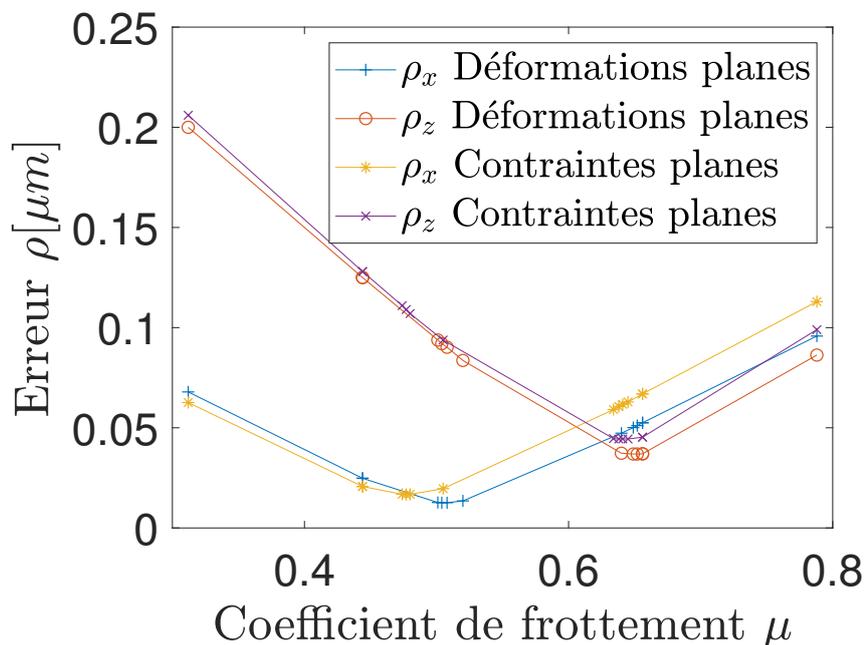


FIGURE 2.16 – Evolution de la fonction erreur du modèle 2D sous les hypothèses d'élasticité plane

la taille du maillage dans le contact vaut 0,5% du rayon de courbure local. Une erreur inférieure à 5% est calculée sur les contraintes de contact.

Sur le bord supérieur du contact des géométries figure 2.10, le rayon de courbure des parties mâle et femelle vaut  $R = 2$  mm. La taille du maillage dans le contact de l'essai virtuel et du sous-modèle est  $h = 20$   $\mu\text{m}$ , soit  $h/R = 1\%$ . L'essai virtuel vise à reproduire les grandeurs observables expérimentalement. Même si la méthode de CIN est caractérisée par une résolution spatiale inférieure aux capacités de la méthode éléments finis, un certain niveau de convergence des résultats numériques de l'essai virtuel est souhaitable. Afin de mesurer l'influence du maillage sur l'identification du coefficient de frottement, l'essai virtuel de la partie 2.5.1 est raffiné. La taille des éléments hexaédriques dans le contact est divisée par deux, soit  $h = 10$   $\mu\text{m}$ , tout en conservant trois éléments dans la profondeur. Le modèle local reste identique en tout point à celui de la partie 2.5.3. Les fonctions erreurs entre modèle local et essai virtuel sont représentées en figure 2.17. Les coefficients de frottement optimaux sont  $\mu_{opti} = 0,59$  et  $\mu_{opti} = 0,62$  pour les quantités d'intérêt  $U_x$  et  $U_z$  respectivement. Ces résultats sont très proches de ceux obtenus en partie 2.5.3, ce qui témoigne de la validité de l'essai virtuel avec un maillage dans le contact respectant  $h = 20$   $\mu\text{m}$ . Les surfaces de découpe du sous-modèle sont positionnées dans des zones présentant de faibles gradients de déplacements et déformations, et sont suffisamment éloignées de l'interface pour que la taille du maillage du contact n'ait que peu d'influence sur leurs déplacements. Les conditions aux limites du sous-modèle sont alors indépendantes du maillage de l'essai virtuel. En revanche, la fonction erreur fait intervenir

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

les déplacements au plus proche du contact. Son calcul est par conséquent dépendant du maillage de l'essai virtuel.

Les quantités d'intérêt étant les déplacements sur la face latérale de l'éprouvette, une tolérance raisonnable peut être accordée à l'ordre de la convergence des contraintes de contact. Dans le cadre de la méthode FEMU, la non-convergence des résultats reste tolérable à condition que la perturbation induite sur la minimisation de la fonction coût reste non significative. Pour la suite des calculs, la taille du maillage dans le contact des modèles globaux et locaux est imposée à  $h = 20 \mu\text{m}$ .

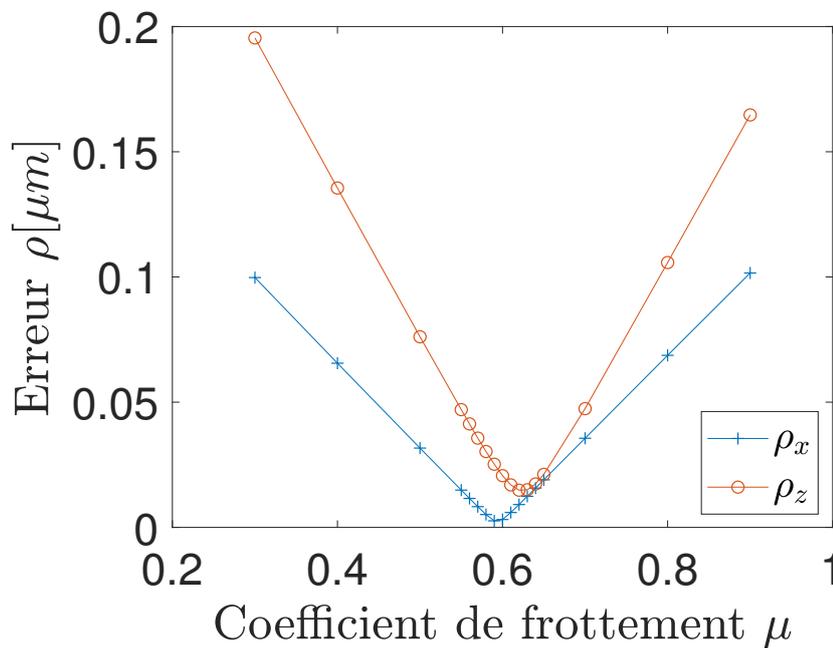


FIGURE 2.17 – Fonction erreur entre l'essai virtuel raffiné ( $h = 10 \mu\text{m}$ ) et le modèle local de la partie 2.5.3 ( $h = 20 \mu\text{m}$ )

### 2.5.6 Hypothèse de milieu élastique linéaire

Les gradients de contraintes sur les bords d'un contact pion/plan sont tels que des déformations plastiques apparaissent localement. La zone plastifiée est très petite devant la taille de la zone d'intérêt. Par conséquent, l'hypothèse d'un milieu élastique n'induit que peu d'erreur sur le calcul de la fonction coût. Cette hypothèse est vérifiée par le calcul en utilisant un modèle d'écroutissage isotrope multi-linéaire pour l'essai virtuel. Les déformations plastiques équivalentes maximales apparaissent sur le bord supérieur du contact et sont de 0,13%. Le modèle local utilisé pour l'identification du coefficient de frottement est élastique linéaire. La fonction coût est représentée en figure 2.18. Malgré la différence de comportement matériau entre les deux modèles, la minimisation de l'écart

est peu affectée. Les fonctions  $\rho_x$  et  $\rho_z$  sont minimisées respectivement en  $\mu = 0,6$  et  $\mu = 0,62$ . Les déformations plastiques étant fortement localisées, leur influence sur les champs de déplacements s'applique à un nombre restreint de nœuds. Par conséquent, l'impact sur la fonction erreur  $\rho$  reste faible. Pour la géométrie et la charge considérée, les effets plastiques ont un impact négligeable sur le calcul des fonctions erreurs  $\rho$ . Dans la suite, les modèles utilisés pour l'identification du coefficient de frottement sont toujours élastiques.

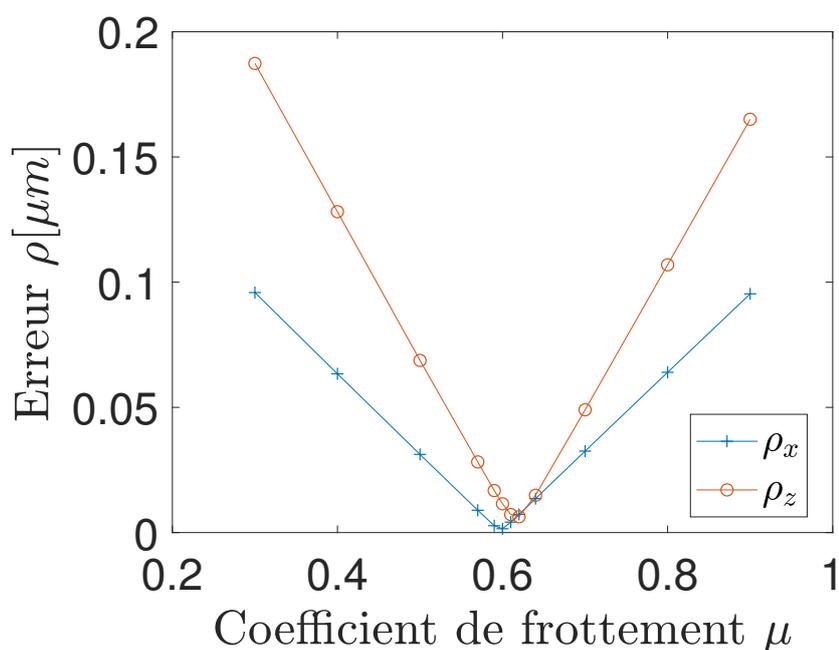


FIGURE 2.18 – Fonction erreur entre l'essai virtuel au comportement élastoplastique et le modèle local élastique

### 2.5.7 Effets de défauts géométriques angulaires

Pendant l'essai, des erreurs de positionnement relatif des éprouvettes subsistent malgré les précautions prises. Ces désalignements angulaires sont mesurés et introduits dans le modèle en appliquant une rotation de la partie disque autour d'un des trois axes du repère principal.

L'objectif de cette analyse est de quantifier le biais de conditions aux limites de l'approche locale induit par l'extrapolation des déplacements dans l'épaisseur, combiné à un désalignement connu (mesuré et simulé). Dans cette partie, le biais est quantifié sur les efforts de contact normaux  $P$  et tangentiels  $Q$  du zoom par rapport aux valeurs de  $P_G$  et  $Q_G$  sur l'essai virtuel, ainsi que sur le coefficient de frottement identifié.

L'influence et la pertinence des hypothèses sur les conditions aux limites sont vérifiées

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

dans diverses configurations de désalignements angulaires, et dans un cas de désalignement obtenu expérimentalement. Les essais virtuels utilisés sont tous caractérisés par un coefficient de frottement  $\mu_0 = 0,6$ , tandis que le coefficient de frottement des modèles locaux est variable et noté  $\mu$ . Les conditions aux limites de chaque modèle local sont construites à partir des déplacements surfaciques d'un essai virtuel contenant exactement les mêmes désalignements.

### 2.5.7.1 Rotation autour de l'axe Z : $\theta^z$

Le paramètre  $\theta^z$  désigne une rotation de la partie femelle autour de l'axe orienté par l'axe Z global et portée par les deux plans de symétrie de l'éprouvette. L'influence d'un désalignement  $\theta^z$  sur la capacité du sous-modèle à retrouver le coefficient de frottement de l'essai virtuel est mesurée. Une campagne d'essais virtuels est simulée en faisant varier la valeur de  $\theta^z$  sur une plage typique des incertitudes expérimentales. Chaque modèle local étudié est désaligné de la même quantité que l'essai virtuel dont sont issus ses conditions aux limites en déplacement sur ses frontières de découpe. Cette mise en donnée simule ainsi l'effet d'un désalignement expérimental parfaitement mesuré et réintroduit dans le modèle local. L'essai virtuel n'étant pas assujéti aux contraintes expérimentales, la caméra de CIN virtuelle peut être orientée vers l'une ou l'autre des faces de l'éprouvette. Afin de se conformer à l'expérience, la fonction coût est alimentée par les déplacements de la face qui a servi à construire les conditions aux limites.

L'introduction d'un angle  $\theta^z$  produit une antisymétrie des contraintes de contact par rapport au plan  $xz$ . Ce résultat permet de mesurer l'influence d'une variation  $\theta^z$  et  $-\theta^z$  avec un seul et même calcul puisque les contraintes de contact évoluent comme  $\sigma(y, \theta^z) = \sigma(-y, -\theta^z)$ . La convention suivante est adoptée pour le signe de  $\theta^z$  : une valeur positive conduit à une suppression du côté de la face observée, alors qu'une valeur négative engendre le déchargement de la face observée.

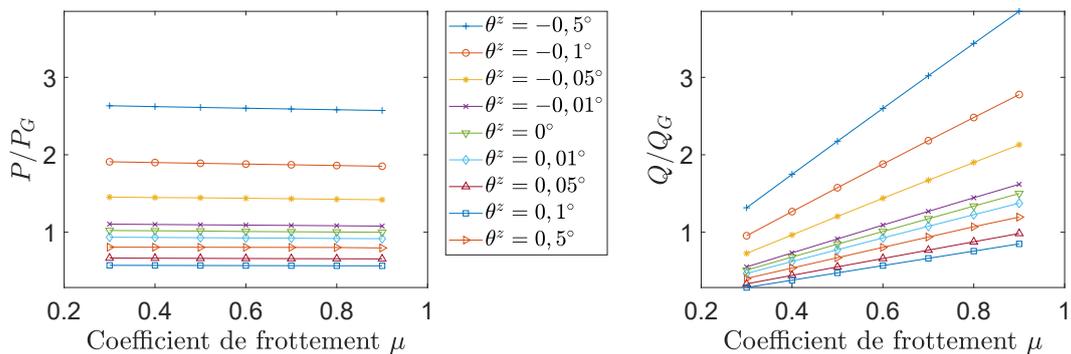


FIGURE 2.19 – Résultante de contact sur la portée du sous-modèle pour différents angles  $\theta^z$  et différents coefficients de frottement  $\mu$ . Les grandeurs sont normalisées par leur équivalent de l'essai virtuel.

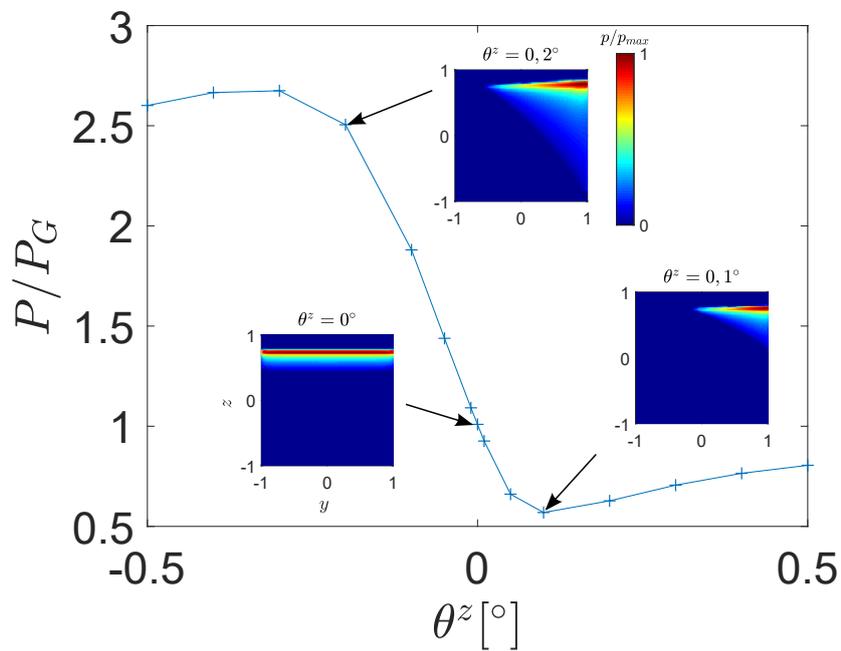


FIGURE 2.20 – Évolution de la résultante normale de contact du modèle local normalisée par la résultante de l'essai virtuel pour différents angles  $\theta^z$  et un coefficient de frottement  $\mu = \mu_0 = 0,6$

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

Les figures 2.19 et 2.20 représentent les efforts de contact calculés sur le modèle local désaligné comme l'essai virtuel d'un angle  $\theta^z$ , en fonction du coefficient de frottement et de l'angle  $\theta^z$ . Les résultantes  $P$  et  $Q$  sont respectivement les résultantes normale et tangentielle calculées sur le modèle local, tandis que  $P_G$  et  $Q_G$  sont calculées sur l'essai virtuel. Sur la figure 2.19, l'effort de contact normal semble indépendant du coefficient de frottement, tandis qu'au contraire, l'effort tangentiel est grandement impacté. Ces observations s'expliquent par la nature des conditions aux limites.

Le problème contraint en déplacement impose un profil de séparation des surfaces non déformées, dont l'interpénétration intervient directement dans le calcul de la pression de contact. La loi de frottement de Coulomb pilote les contraintes de contact tangentielles. Or, celle-ci n'ont que peu d'influence sur le profil de séparation des surfaces de contact. Par conséquent, il apparaît que la résultante normale est globalement indépendante du coefficient de frottement. Les contraintes de frottement conditionnent l'équilibre mécanique du système, sans pour autant avoir un effet notable sur les contraintes normales.

Les contraintes tangentielles en régime de glissement évoluent comme le produit du coefficient de frottement et de la pression de contact, d'où l'évolution linéaire observée en figure 2.19.

L'angle  $\theta^z$  est un paramètre modifiant de manière significative le profil de séparation des corps, éloignant les surfaces sur un bord, et les rapprochant de l'autre. Une valeur non nulle induit la mise en contact progressive de la portée, partant du bord où les surfaces se sont rapprochées pour finir sur le bord opposé. La figure 2.20 montre que sur la plage d'angle considérée et avec  $\mu = \mu_0$ , les efforts de contact peuvent varier entre 0,57 et 2,7 fois la valeur de référence obtenue avec l'essai virtuel. Les variations d'angle  $\theta^z$  sur le sous-modèle invalident donc l'hypothèse de conservation de l'effort imposé. Cet effet est imputable aux conditions aux limites, qui sont cohérentes pour une éprouvette parfaitement alignée ( $\theta^z = 0^\circ$ ), mais deviennent de plus en plus biaisées lorsque  $\theta^z$  s'écarte de 0. La dissymétrie de chargement s'accompagne d'une dissymétrie des champs de déplacement. La figure 2.21 met en évidence la dissymétrie de la composante Z des déplacements  $U_z$  à travers l'épaisseur de la partie femelle lorsque  $\theta^z = 0, 1^\circ$ . Les déplacements sont ici moins intenses sur la face  $y = 0$ . Selon la face d'où proviennent les déplacements imposés aux surfaces de découpe, ces derniers vont être sur/sous-estimés à travers l'épaisseur. Cette erreur induite par la nature des conditions aux limites, se répercute sur les contraintes de contact, conduisant à une sur/sous-évaluation des efforts (figure 2.20). Lorsque les conditions aux limites sont construites à partir des déplacements relevés sur la face subissant la surpression, soit lorsque  $\theta^z > 0^\circ$ , les efforts de contact sont sous-estimés. Le comportement opposé est observé quand les conditions aux limites sont issues de l'autre face. L'erreur commise par l'approximation des conditions aux limites est d'autant plus importante que l'on s'éloigne du bord dont elles sont issues.

Cependant, la figure 2.20 rend compte d'une évolution particulière de la résultante de contact. L'effort normalisé évolue linéairement autour de  $\theta^z = 0^\circ$ , puis en contradiction avec l'explication proposée, voit ses variations changer de signe à partir d'une certaine valeur. Les figures 2.22 et 2.23 représentent la pression de contact sur la portée du modèle global et local respectivement. Les contraintes de contact se concentrent sur le bord

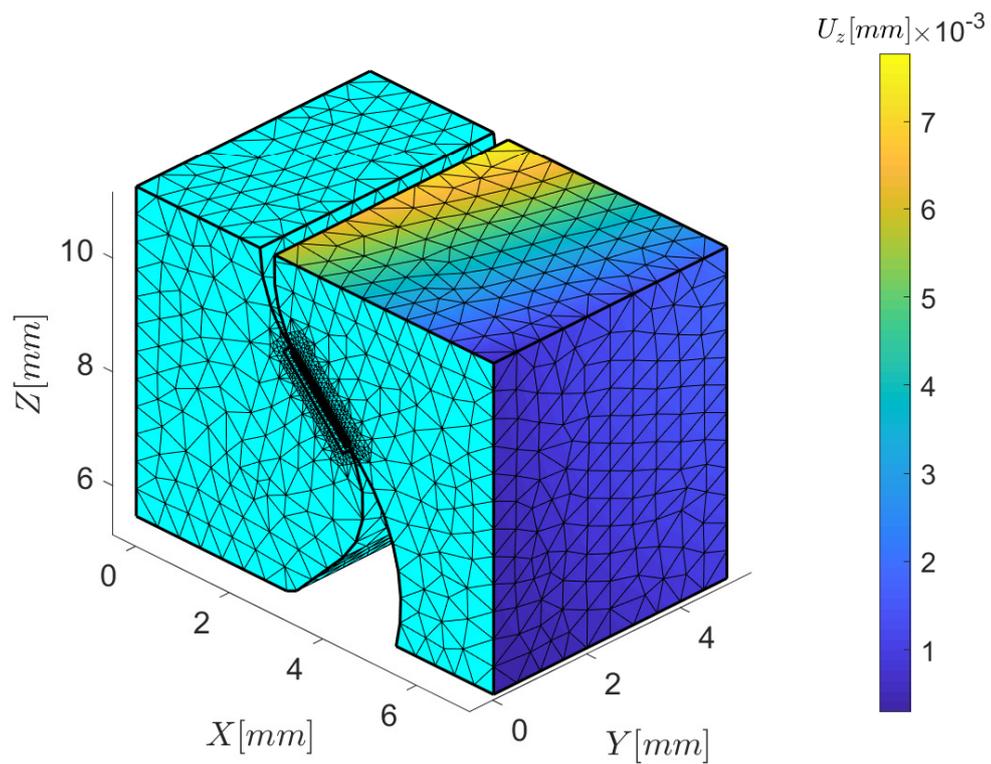


FIGURE 2.21 – Déplacements  $U_z$  sur les surfaces de découpe de la partie femelle, issus de l'essai virtuel désaligné par  $\theta^z = 0,1^\circ$

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

lorsque  $|\theta^z|$  augmente. Pour un désalignement suffisamment important, la dimension de la zone de contact dans la direction  $y$  devient inférieure à la dimension de l'éprouvette.

Pour  $\theta^z > 0$ , et pour la configuration étudiée, la transition s'effectue approximativement à partir de  $\theta^z = 0,05^\circ$  sur le modèle local. De par la construction des conditions aux limites, l'erreur d'extrapolation des déplacements sur les surfaces de découpe augmente en s'éloignant de la face observée. L'estimation des déplacements dans la zone proche du bord opposé (autour de  $y_c/b = -1$ ) est alors empreinte d'une erreur plus intense qu'ailleurs. Or, puisque le contact dans cette zone n'a pas lieu, l'erreur induite sur les contraintes de contact est fortement réduite. De fait, l'écart entre les contraintes de contact du modèle global et local se réduit, car la zone loin du bord, sensible à l'apparition d'erreur, n'entre jamais en contact. Pour  $\theta^z < 0$ , l'ouverture du contact avec  $\theta^z$  a lieu sur le bord observé. La transition s'effectue plus tard, vers  $\theta^z = -0,2^\circ$ .

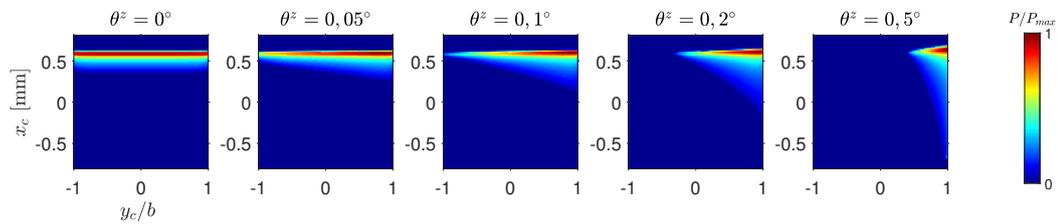


FIGURE 2.22 – Pression de contact pour différents angles  $\theta^z$  sur le modèle global

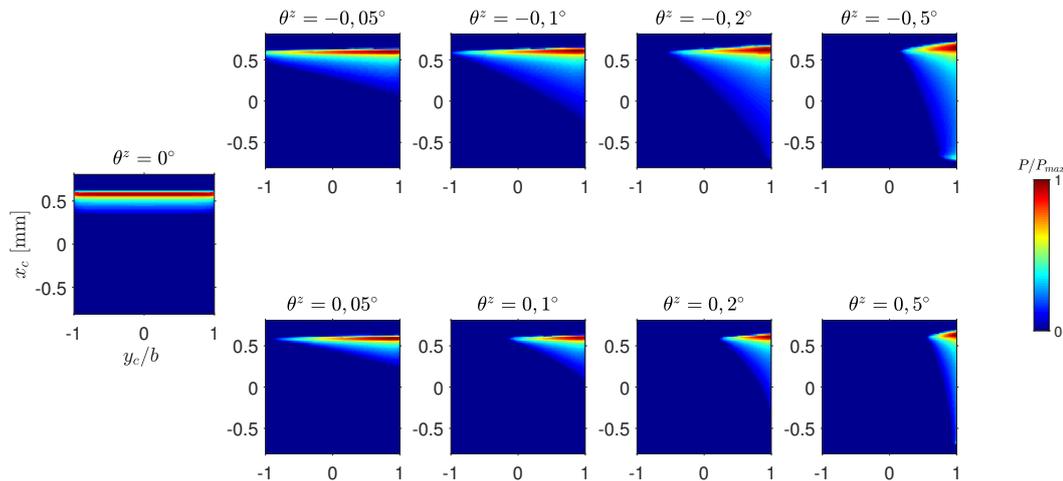


FIGURE 2.23 – Pression de contact pour différents angles  $\theta^z$  sur le modèle local

La figure 2.24 montre l'effet d'un désalignement autour de l'axe de traction sur le

coefficient de frottement identifié. Un comportement très distinct apparaît entre les quantités d'intérêt. Le signe de  $\theta^z$  a également une influence marquée. Le coefficient de frottement optimal augmente sur l'intervalle  $[0; 0,1]^\circ$  pour les deux fonctions erreur  $\rho_x$  et  $\rho_z$ , et donne ainsi une prédiction supérieure à la référence  $\mu_0$ . Au-delà de la valeur seuil  $\theta^z = 0,1^\circ$ , identifiée précédemment comme provoquant l'ouverture d'un bord du contact, un changement de comportement est observé. La fonction  $\rho_x$  prédit un coefficient quasiment constant à 0,65, indépendamment du désalignement. Au contraire, la fonction  $\rho_z$  devient minimale pour des coefficients de frottement de plus en plus faible.

Des désalignements dans le sens opposés ont des conséquences très différentes. Le modèle a plus de difficulté à converger vers un coefficient optimal. C'est pourquoi la figure 2.24 présente une discontinuité entre  $-0,3^\circ$  et  $-0,05^\circ$  pour la fonction  $\rho_x$ . Au deçà de  $-0,03^\circ$ , les deux fonctions ne parviennent pas à prédire un coefficient. Lorsqu'elles convergent, les deux fonctions prédisent d'abord une diminution du coefficient de frottement, puis une brusque augmentation passé un certain seuil. Sans être précisément identifiable, ce seuil semble néanmoins apparaître à proximité de la valeur seuil  $\theta^z = -0,2^\circ$  relevée précédemment. Pour des valeurs d'angle inférieures, la zone de contact ne s'étend plus jusqu'à la face vue par la caméra virtuelle. Les déplacements mesurés ne reflètent alors que très peu les effets du contact.

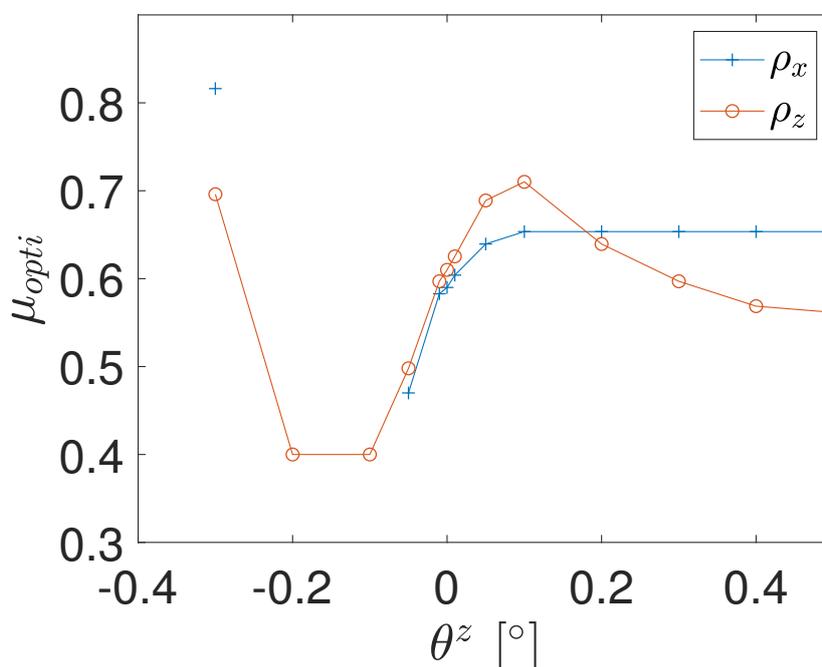


FIGURE 2.24 – Évolution du coefficient de frottement optimal en fonction de l'angle  $\theta^z$

### 2.5.7.2 Rotation autour de l'axe X : $\theta^x$

L'angle  $\theta^x$  représente une rotation de la partie femelle autour de l'axe de direction X passant par le centre de la portée. L'influence de  $\theta^x$  sur le contact est également très marquée. Plus sa valeur s'écarte de  $0^\circ$ , plus l'on favorise le contact sur l'un des deux bords de l'éprouvette, de manière symétrique entre les deux portées, de telle sorte que les contraintes de contact respectent  $\sigma(y, \theta^x) = \sigma(-y, -\theta^x)$ , et autorisent ainsi la réduction des coûts de calculs en mesurant à la fois l'effet de  $\theta^x$  et  $-\theta^x$  avec un unique calcul. Comme précédemment,  $\theta^x$  est noté positif quand on observe la face du bord en surpression, et négatif quand c'est la face opposée qui alimente le modèle local. Tout comme  $\theta^z$ ,  $\theta^x$  contribue à concentrer les efforts de contact sur un bord (figures 2.25 et 2.26). Les conclusions sur l'évolution des efforts de contact dans le modèle local sont donc naturellement les mêmes, c'est-à-dire une sur/sous-estimation des efforts réels selon la face dont on se sert pour construire les déplacements appliqués aux frontières du sous-modèle (figures 2.27 et 2.28).

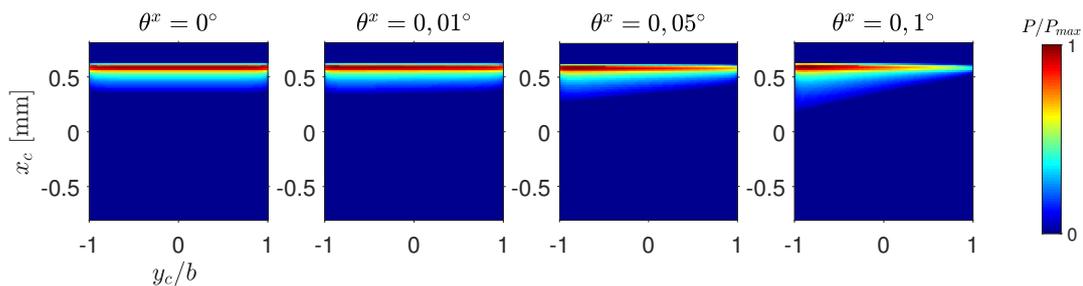
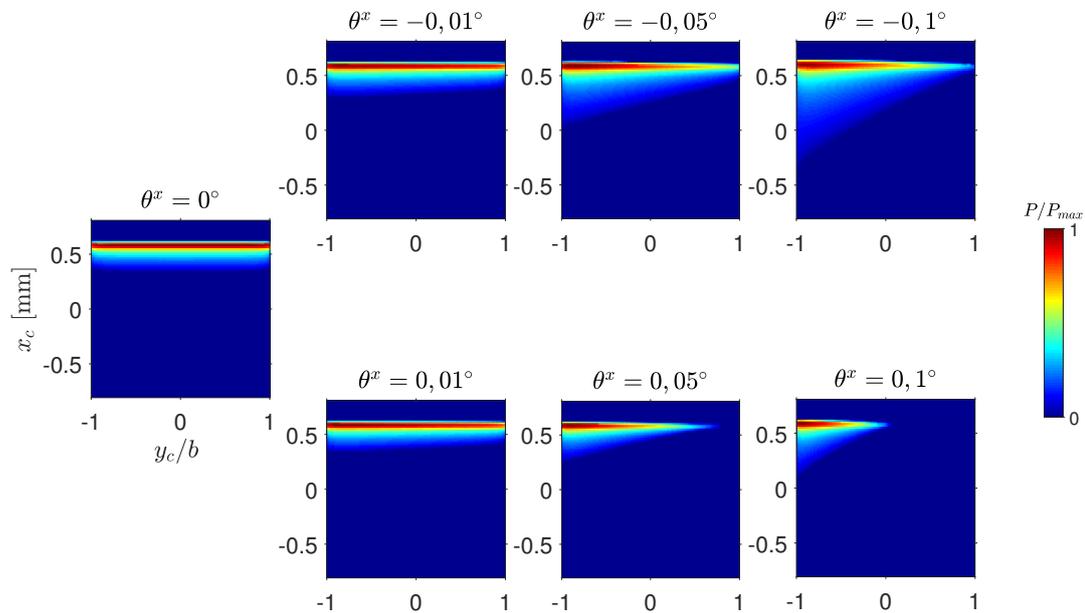
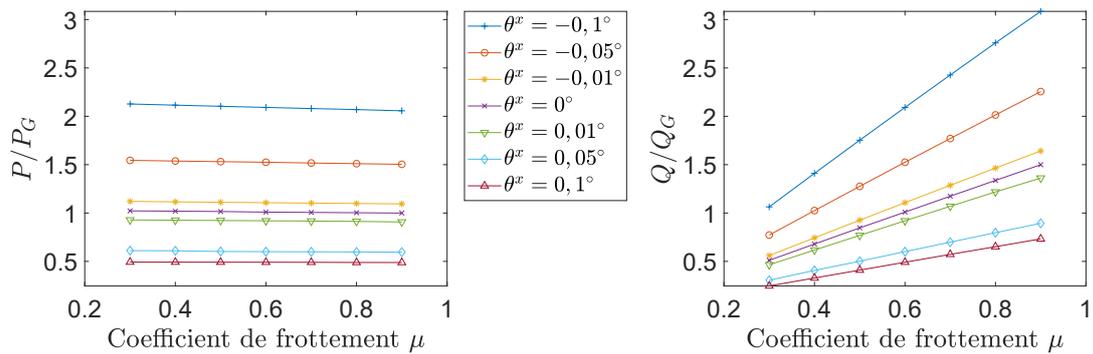


FIGURE 2.25 – Pression de contact pour différents angles  $\theta^x$  sur le modèle global

Le tracé de la prédiction de coefficient de frottement en fonction de  $\theta^x$  figure 2.29 met en évidence la sensibilité à la composante des déplacements utilisée. Pour un désalignement positif, la composante  $x$  des déplacements parvient à prédire un coefficient de frottement très proche de la référence. En revanche, dans l'autre sens, l'identification du paramètre frottement s'éloigne sensiblement de la valeur attendue, atteignant 0,42 pour  $\theta^x = -0,05^\circ$ , au lieu de la valeur de référence  $\mu_0 = 0,6$ . Sur la plage d'étude, la fonction erreur  $\rho_z$  ne trouve pas de minimum pour des valeurs d'angles inférieures à  $-0,01^\circ$  ni supérieures à  $0,05^\circ$ . Lorsque la convergence est obtenue, le minimum d'erreur se déplace vers les coefficients de frottement élevés quand l'angle augmente. La figure 2.29 montre une différence de comportement selon le signe de l'angle. Le modèle offre une nouvelle fois de meilleures performances lorsque l'angle est positif, c'est-à-dire lorsque l'on construit les conditions aux limites à partir des déplacements mesurés sur la face la plus proche du barycentre des efforts de contact.


 FIGURE 2.26 – Pression de contact pour différents angles  $\theta^x$  sur le modèle local

 FIGURE 2.27 – Résultantes de contact sur la portée du sous-modèle pour différents angles  $\theta^x$  et différents coefficients de frottement  $\mu$

2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

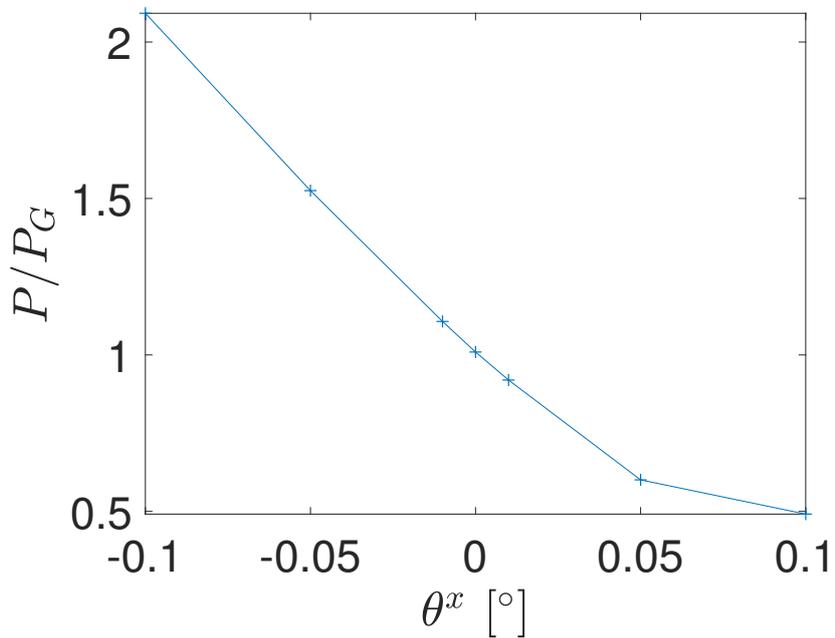


FIGURE 2.28 – Évolution de la résultante de contact sur la portée du sous-modèle en fonction de l'angle  $\theta^x$  pour un coefficient de frottement fixé à  $\mu = 0,6$

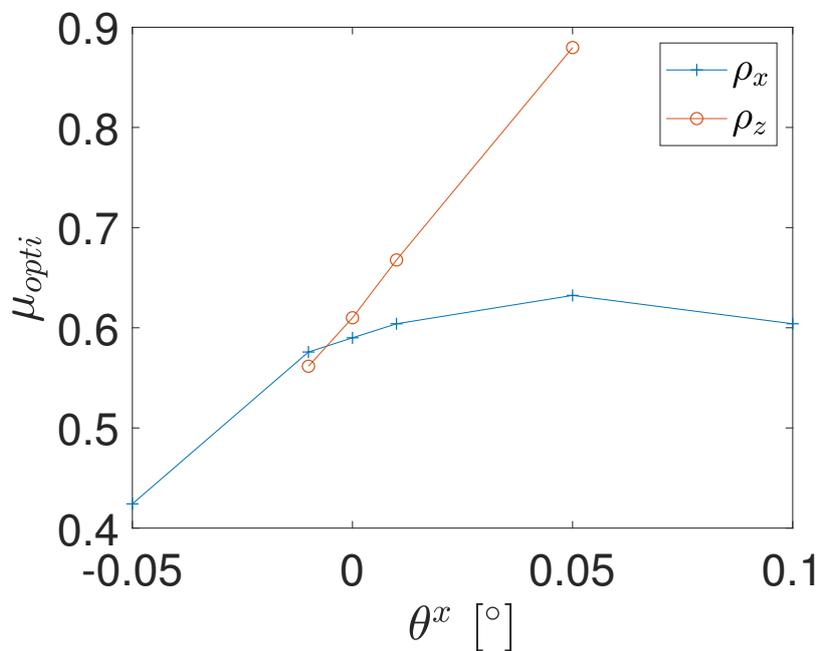


FIGURE 2.29 – Evolution du coefficient de frottement optimal en fonction de l'angle  $\theta^x$ . Le coefficient de frottement de référence est fixé à  $\mu_0 = 0,6$ .

### 2.5.7.3 Rotation autour de l'axe Y : $\theta^y$

L'angle  $\theta^y$  représente l'écart de positionnement angulaire autour de l'axe  $y$  entre les parties mâle et femelle. Un tel défaut désynchronise la mise en contact des deux portées et introduit une dissymétrie de charge entre ces deux interfaces. Dès lors, les résultantes de contact sur chaque portée sont dépendantes de l'angle  $\theta^y$ . En revanche, ce défaut conserve la symétrie de chargement par rapport au plan  $xz$ .

La représentation en figures 2.30 et 2.31 des efforts normaux au contact issus du modèle local et normalisés par la valeur de l'essai virtuel  $P_G$  en  $\mu_0 = 0,6$  met en évidence la conservation des efforts entre les approches globale et locale. Des écarts maximums de l'ordre de 2% sont relevés sur la plage d'étude, confirmant l'indépendance des résultantes vis à vis de l'angle  $\theta^y$ . Ce phénomène est en opposition avec les effets des angles  $\theta^x$  et  $\theta^z$ .

Un maillage identique a été utilisé pour tous les calculs. Or, ce type de défaut provoque la concentration du contact sur le bord supérieur ou inférieur selon le signe de  $\theta^y$ . Pour des valeurs extrêmes, un maillage raffiné est nécessaire afin de capter précisément le gradient de contraintes. Cet aspect explique en partie les écarts de charge entre modèle global et local. D'autre part, le désalignement angulaire autour de l'axe  $y$  n'engendre pas de dissymétrie de charge entre les bords libres de l'éprouvette. Ainsi, les hypothèses de construction du sous-modèle restent peu contraignantes et n'introduisent que peu d'erreur.

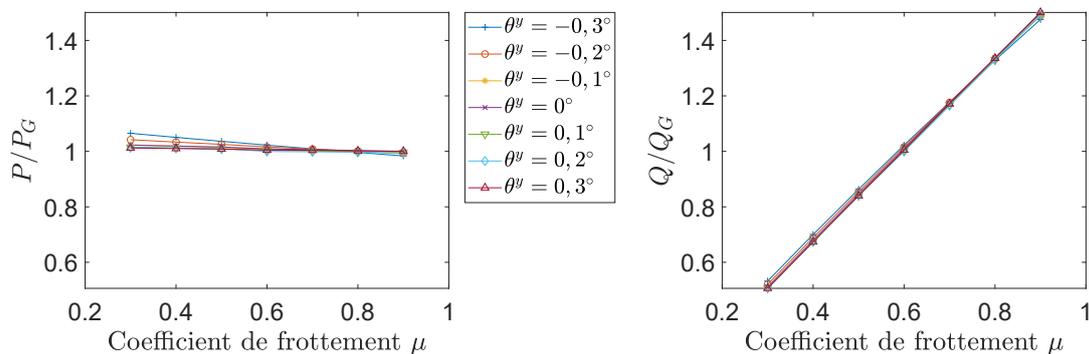


FIGURE 2.30 – Résultantes de contact du sous-modèle pour différents angles  $\theta^y$  et différents coefficients de frottement  $\mu$

La fonction coût figure 2.32 rend compte de ces observations. Le coefficient de frottement minimisant la fonction coût ne s'éloigne que très peu de sa valeur de référence  $\mu_0$ . On note néanmoins une différence avec les autres paramètres de désalignement angulaire, étant donné qu'aucune des deux fonctions erreur ne semble plus avantageuse que l'autre.

### 2.5.7.4 Application à un alignement expérimental

Le protocole expérimental a pour objectif de réduire au maximum les désalignements angulaires  $\theta^{x,y,z}$ . Cependant, des écarts subsistent malgré les dispositions prises. Un désalignement expérimental typique mesuré pendant les essais est utilisé dans cette section,

2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écart entre essai et simulation

---

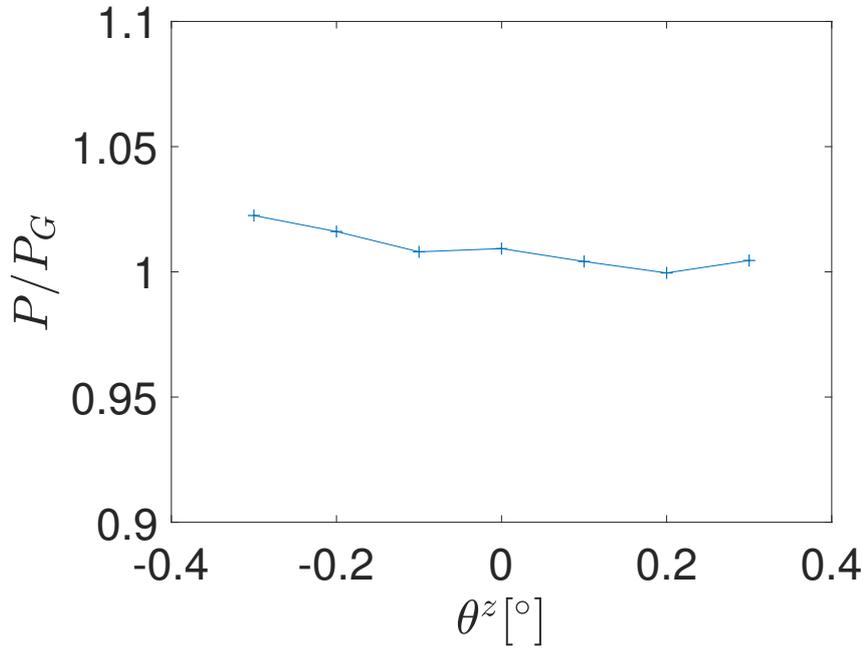


FIGURE 2.31 – Résultantes de contact normal pour différents  $\theta^y$  quand  $\mu = 0,6$

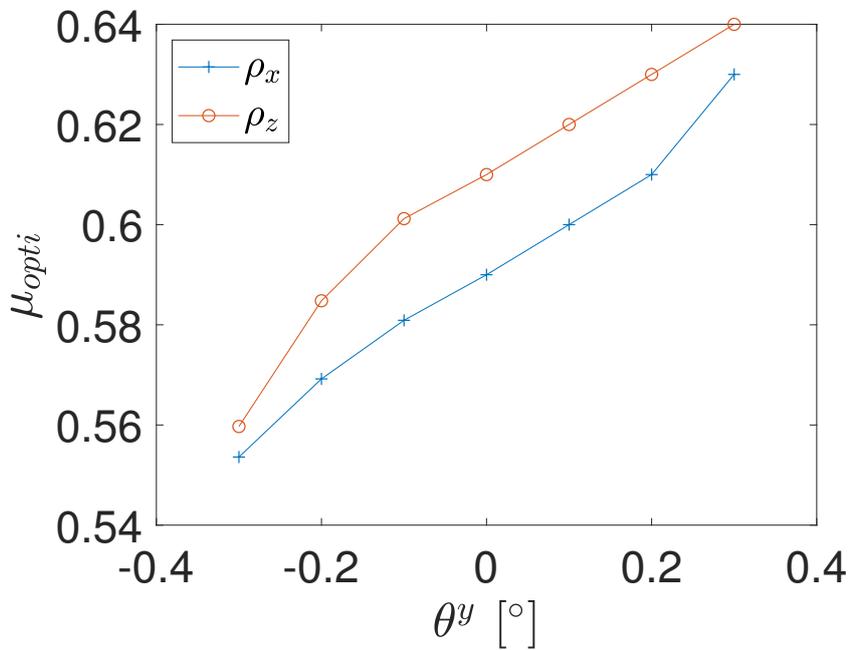


FIGURE 2.32 – Évolution du coefficient de frottement optimal en fonction de l'angle  $\theta^y$

et se caractérise par le triplet  $(\theta^x, \theta^y, \theta^z) = (0,078; 0; 0,39)^\circ$ . La configuration du banc d'essais permet une meilleure maîtrise du réglage de  $\theta^x$  que de  $\theta^z$ , justifiant la différence entre les deux valeurs. Les angles  $\theta^x$  et  $\theta^z$  sont tous deux positifs, favorisant le contact sur la face observée par CIN.

La pertinence de l'approche locale a été validée en 2.5.2 dans le cadre d'un alignement parfait. On cherche ici à confirmer ces résultats dans le cadre d'un désalignement expérimental typique. Le positionnement expérimental mesuré est introduit dans les modèles éléments finis, globaux et locaux. L'erreur entre l'essai virtuel et son sous-modèle complet est représentée en figure 2.33. L'erreur est exactement minimisée en  $\mu = \mu_0 = 0,6$ . Les capacités de l'approche de sous-modélisation sont de nouveau confirmées, cette fois dans le cadre d'éprouvettes désalignées.

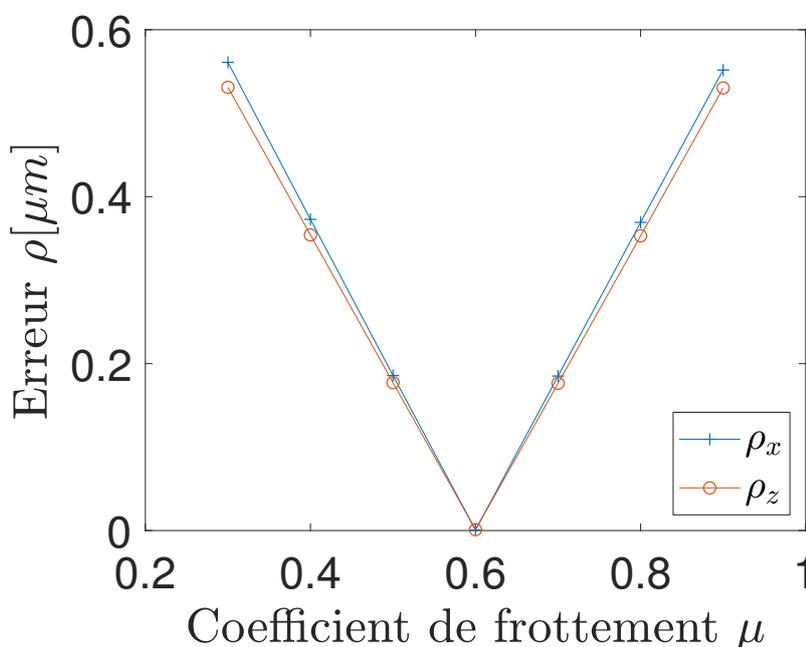


FIGURE 2.33 – Fonction erreur entre l'essai virtuel et son sous-modèle complet avec le désalignement expérimental

L'étape suivante consiste à modifier les conditions aux limites du sous-modèle de façon à ce qu'elles reflètent les données disponibles lors d'un véritable essai. Les déplacements des nœuds appartenant à la face observée par la caméra virtuelle sont extrapolés sur la surface de découpe comme décrit en partie 2.5. Le modèle converge vers  $\mu = 0,65$  et  $\mu = 0,53$  selon la quantité d'intérêt  $U_x$  ou  $U_z$  considérée. Toutes choses étant égales par ailleurs, ce résultat reflète uniquement le biais introduit par les conditions aux limites. Cette erreur est systématique et inhérente aux choix de modélisation. Concernant le présent essai, les biais de modélisation sur  $mu$  s'élèvent à  $+0,05$  et  $-0,07$  pour les quantités d'intérêt  $U_x$  et  $U_z$ .

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

Les frottements identifiés sont en bon accord avec ceux issus de l'étude paramétrique sur  $\theta^z$ , et en particulier lorsque  $\theta^z \approx 0,4^\circ$ . Cette valeur concorde avec le désalignement expérimental, évalué à  $\theta^z = 0,39^\circ$ . Dans la configuration expérimentale présente, l'erreur liée aux conditions aux limites est dominée par le désalignement  $\theta^z$ .

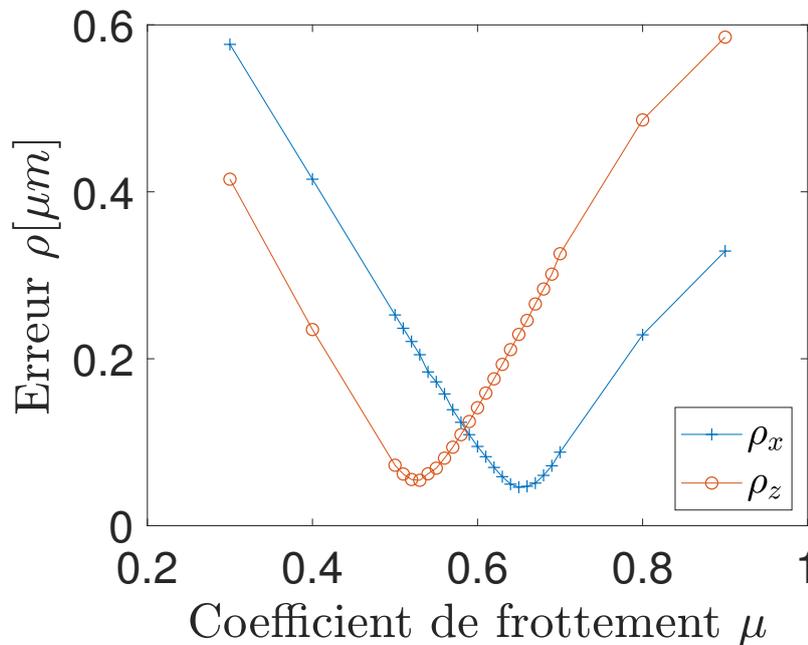


FIGURE 2.34 – Fonction erreur entre le sous-modèle et l'essai virtuel modifié selon les désalignements expérimentaux

En négligeant les couplages entre les différents types de désalignement, on peut utiliser les résultats présentés ici pour estimer a priori l'incertitude inhérente au modèle sur le coefficient de frottement identifié.

### 2.5.8 Influence du profil de séparation initial

#### 2.5.8.1 Traitement de l'interférence initiale

Dans le cadre d'un problème de contact numérique dont les conditions aux limites sont de type déplacements imposés, la question du positionnement initial a son importance. Par opposition, un modèle contraint en effort ne subit aucune restriction de positionnement. Au moins une des deux pièces est libre de se mouvoir jusqu'à l'équilibre. Sous condition de convergence, la conservation des efforts est vérifiée et permet de justifier la représentativité du modèle vis-à-vis de l'expérience. Le positionnement initial n'a alors qu'une influence sur le premier pas de chargement. Au contraire, lorsque les limites sont imposées en déplacement, l'effort final n'est pas connu à l'avance. Dans le cas de figure où deux pièces en contact sont contraintes en déplacement, ce sont les profils de séparation

initial et final qui pilotent les efforts normaux, et la loi de frottement qui pilote les efforts tangentiels. Le profil de séparation finale est affecté par le profil de séparation initiale avant tout calcul et les déplacements imposés aux frontières du modèle. Les variations de profil initial agissent comme des surcharges ou décharges artificielles. Or, le positionnement initial des éprouvettes du modèle numérique est empreint d'une incertitude forte. Expérimentalement, le jeu initial est nul. Une interférence initiale trop importante dans le modèle numérique conduit à des efforts de contact surestimés

Les variations du profil de séparation initial ont plusieurs origines possibles : les arrondis numériques, les approximations des surfaces de contact par le maillage ou encore les incertitudes de positionnement numérique des pièces en contact. Afin d'ajuster le profil initial, les logiciels éléments finis commerciaux tels qu'Ansys proposent plusieurs solutions :

- La position des éléments de contact peut être ajustée. Selon le profil initial et le besoin, la surface de détection du contact est translatée vers ou à l'écart de la surface target. La translation peut s'effectuer de manière uniforme dans la zone de contact ou localisée, sous condition (distance seuil ou statut initial de l'élément, illustré figure 2.35). Lorsqu'utilisée pour la fermeture du contact, cette méthode génère une région rigide qui peut introduire des efforts résiduels importants dans le cas de grande rotation.
- Les nœuds de contact du modèle sont physiquement translétés vers la surface target. Le reste du modèle reste inchangé, ce qui a pour conséquence d'étirer la première couche d'éléments sous-jacents. Pour améliorer la qualité du maillage, les couches d'éléments suivantes sont également modifiées (figure 2.36). Une dernière alternative consiste à déplacer la globalité d'un des deux corps afin d'obtenir le profil de séparation souhaité.

Dans le cadre de ces travaux, le contact initial est traité sans modification de la géométrie. L'interpénétration initiale maximale est ajustée à la valeur désirée en translatant la partie femelle de la queue d'aronde le long de l'axe de traction.

### 2.5.8.2 Influence sur le modèle

Les effets du positionnement initial des éprouvettes queue d'aronde sont analysés à travers une série de calcul sur un modèle local parfaitement aligné, sur lequel on fait varier le profil de séparation initial. Les déplacements de la zone d'intérêt sont ensuite comparés à ceux issus d'un essai virtuel.

L'essai virtuel étant piloté en effort, les contraintes sont indépendantes de l'interpénétration initiale. L'équilibre des efforts va imposer un positionnement relatif des pièces, qui doit tendre vers une interférence nulle du fait de la méthode de résolution du contact (pénalité pure). Cependant, le positionnement initial des éprouvettes correspond à l'origine des déplacements. Pour autoriser la comparaison des champs de déplacements globaux et locaux, le sous-modèle consiste en une découpe de la géométrie globale initiale, sur laquelle la partie femelle est translatée d'une quantité  $\Delta i$  sur l'axe de traction. Le positionnement initial de la partie mâle est identique entre le modèle global et local, auto-

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

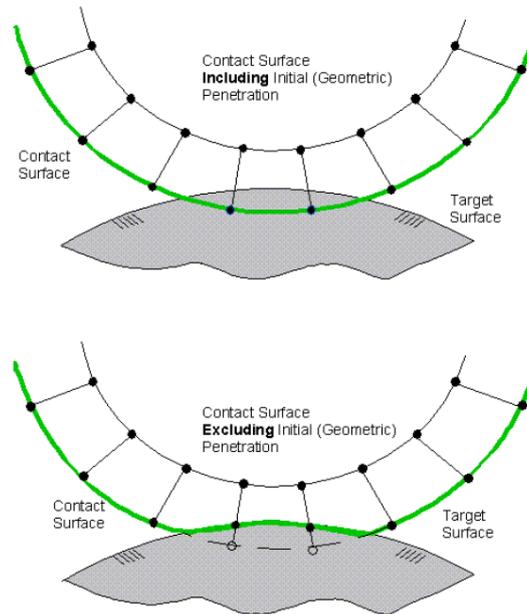


FIGURE 2.35 – Principe de fonctionnement de l'option de prise en compte des effets de pénétration initiale des éléments de contact Ansys [ANS 19]. La surface de détection du contact est translattée uniquement pour les nœuds avec une interpénétration initiale.

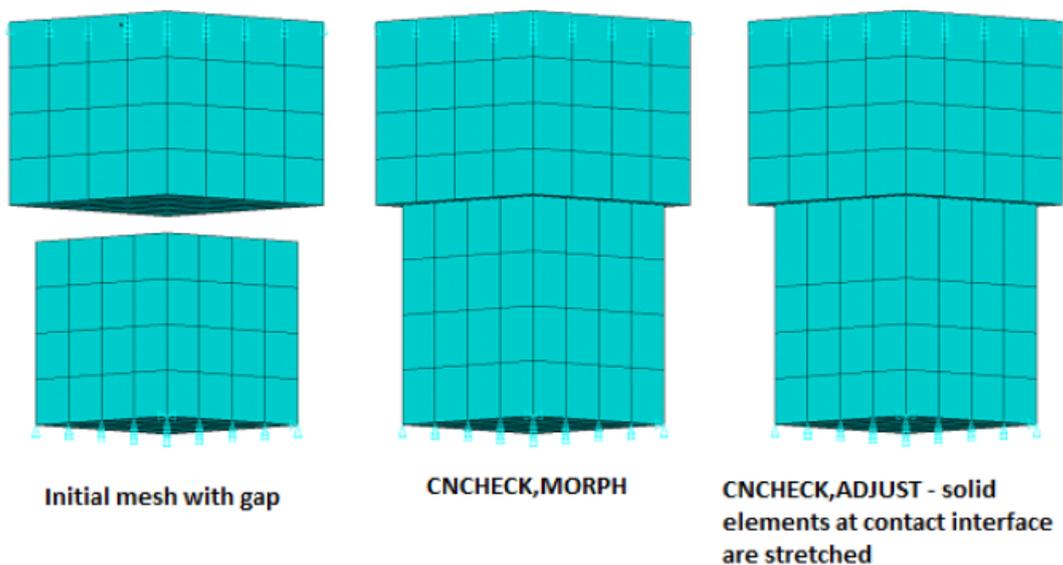


FIGURE 2.36 – Principe de fonctionnement de l'option de translation des nœuds de la surface "contact" vers la surface "target". A droite, seuls les nœuds de surface sont translattés. Au centre, les éléments sous-jacents sont déformés pour améliorer la qualité du maillage [ANS 19]

risant ainsi la comparaison des champs de déplacements entre les deux modèles. L'essai virtuel est caractérisé par une interpénétration initiale maximale  $i_0 = 0,1 \mu\text{m}$ . Par conséquent, l'interpénétration initiale maximale du modèle local est  $i = i_0 + \Delta i$ . Cette méthodologie, représentée figure 2.37 permet d'isoler l'influence du positionnement initial du sous-modèle en rendant tous les autres paramètres géométriques représentatifs du champ de référence.

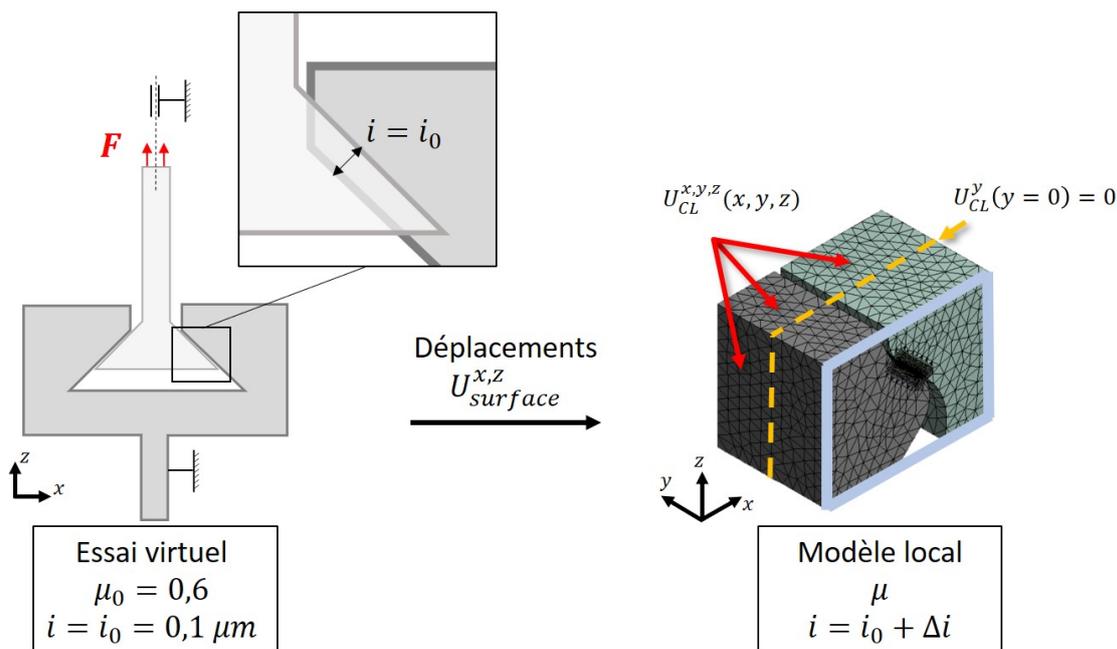


FIGURE 2.37 – Schéma de principe de l'étude de l'influence de l'interpénétration initiale

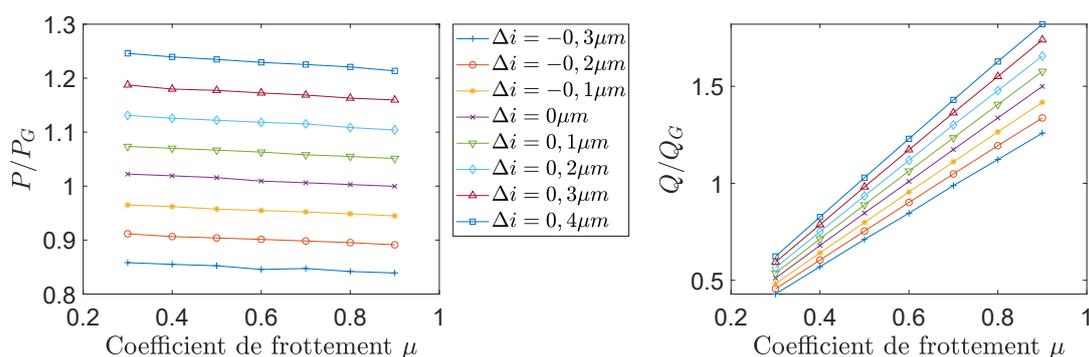


FIGURE 2.38 – Évolution de la résultante de contact dans le sous-modèle en fonction de l'interférence  $\Delta i$  et du coefficient de frottement  $\mu$

Les résultantes d'effort au contact sont représentées sur la figure 2.38 pour une variété de profils de séparation et de coefficients de frottement du modèle local. Comme évoqué

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

précédemment, l'effort normal adimensionné par l'effort normal de l'essai virtuel, est peu dépendant du coefficient de frottement. Une relation linéaire entre effort normal et interférence maximale initiale se dessine, du fait de la formulation du contact en pénalité pure décrite en équation 1.25. La sensibilité du modèle à l'interférence initiale est par conséquent dépendante de la raideur de contact normal  $K_n$ . Le rapprochement des surfaces accentue la charge supportée par l'interface modélisée, tandis que leur éloignement réduit l'effort normal transmis. La configuration étudiée produit le glissement total de la portée, d'où les efforts tangentiels  $Q = \mu P$ .

L'impact de l'interférence initiale sur le coefficient de frottement optimal est représenté en figure 2.39. Lorsque l'interpénétration des surfaces du modèle local est supérieure à celle de l'essai virtuel - soit  $\Delta i > 0$  - le coefficient de frottement minimisant la fonction coût tend vers les valeurs faibles pour la quantité d'intérêt  $U_z$ , et les valeurs plus élevées pour  $U_x$ . Inversement, lorsque l'interférence initiale de l'essai virtuel est supérieure - soit  $\Delta i < 0$  - le comportement opposé se manifeste. Comme en témoigne la figure 2.38, l'effet du coefficient de frottement sur la pression de contact est négligeable devant son effet sur les contraintes tangentielles. Le coefficient de frottement optimal n'est alors rien d'autre que celui qui vient compenser au mieux l'écart de charge normale introduit par  $\Delta i$ . La figure 2.39 témoigne de la sensibilité de l'identification du coefficient de frottement au profil de séparation initial. Des variations de  $\Delta i = \pm 0,3 \mu\text{m}$  par rapport à l'essai virtuel induisent des erreurs de  $\pm 0,07$  et  $\pm 0,18$  sur les valeurs identifiées avec les fonctions erreur  $\rho_x$  et  $\rho_z$  respectivement. Cette étude paramétrique permet de confirmer de nouveau les meilleures performances de la fonction coût  $\rho_x$ . Les incertitudes de positionnement numériques des éprouvettes queue d'aronde sont néanmoins supérieures aux valeurs considérées dans cette étude. De plus, les déplacements expérimentaux sont mesurés entre deux niveaux de charge  $F_{min}$  et  $F_{max}$ . La période de chargement entre  $F = 0$  et  $F_{min}$  n'intervient pas dans le modèle, ce qui est susceptible d'introduire une erreur supplémentaire concernant la reproduction des efforts normaux, à hauteur du rapport de charge  $R = \frac{F_{min}}{F_{max}}$ .

### 2.5.9 Discussion sur le choix de la quantité d'intérêt

Les variations de coefficient de frottement optimal peuvent être interprétées en partie comme une compensation des erreurs de contraintes induites par l'approximation des déplacements sur les frontières du modèle. Le coefficient de frottement optimal est celui qui compensera au mieux l'erreur de charge normale en ajustant la composante tangentielle du chargement. Cette compensation par modification des contraintes tangentielles est fortement dépendante de la quantité d'intérêt. Réduire l'écart entre données expérimentales et numériques nécessite une charge tangentielle différente selon la composante du champ de déplacements considérée. Le choix de la composante à utiliser comme quantité d'intérêt a alors son importance.

Les résultats présentés pour les études paramétriques de  $\theta^x$ ,  $\theta^z$  et  $\Delta i$  montrent que la composante  $x$  des déplacements est moins sensible aux écarts. Comme en témoignent les figures 2.27, 2.19 et 2.38, un défaut angulaire ou un défaut de positionnement génère une

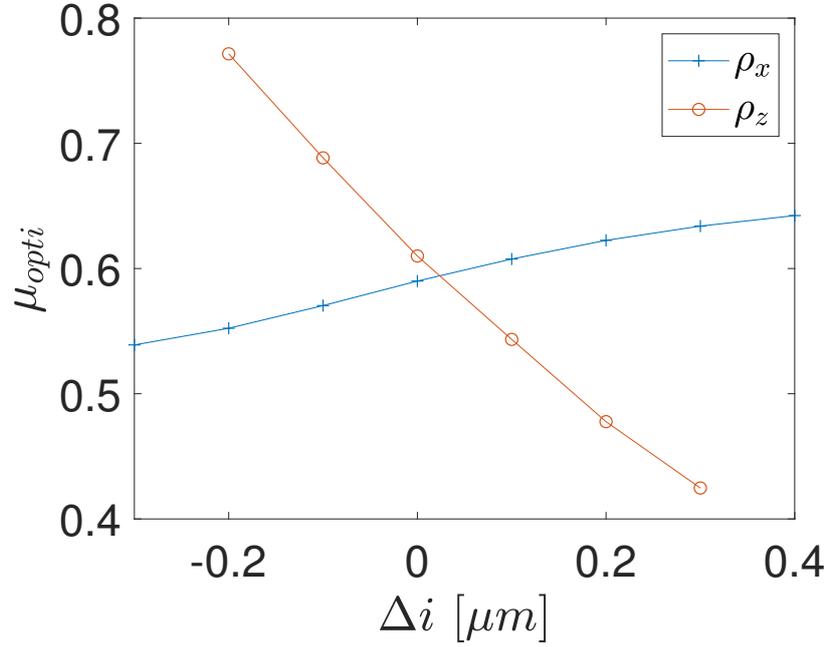


FIGURE 2.39 – Évolution du coefficient de frottement optimal du modèle local en fonction de l'interférence  $\Delta i$

erreur  $\Delta P$  sur la résultante normale  $P$ , tel que  $P_G = P + \Delta P$ . En supposant le glissement total, cette erreur se répercute sur la charge tangentielle comme  $\mu\Delta P$ , pour finalement produire le vecteur erreur :

$$\vec{\Delta F} = \Delta P \vec{n} + \mu \Delta P \vec{t} \quad (2.25)$$

où  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$  sont les vecteurs unités normal et tangentiel au contact (figure 2.40).

La projection de ce vecteur sur l'axe  $\vec{e}_\gamma$  défini par  $\vec{e}_\gamma = \sin(\gamma) \vec{n} + \cos(\gamma) \vec{t}$  donne :

$$|\Delta F_\gamma| = |\Delta P (\mu \cos(\gamma) - \sin(\gamma))| \quad (2.26)$$

Minimisée par

$$\gamma = \arctan(\mu) \quad (2.27)$$

Pour des valeurs de coefficient de frottement comprises entre 0 et 1, on en déduit que l'angle  $\gamma$  minimisant  $|\Delta F_\gamma|$  respecte  $0 < \gamma < \pi/4$ . Puisque la valeur du coefficient de frottement ne peut être déterminée à l'avance, on estime l'angle  $\gamma_{opti}$  optimal comme :

$$\gamma_{opti} = \arg \min_{\gamma} \int_0^1 \frac{|\Delta F_\gamma|}{|\Delta P|} d\mu \quad (2.28)$$

Ce qui donne  $\gamma_{opti} \approx 30^\circ$ , caractérisant un axe proche de l'axe global  $x$ . En supposant que le degré de couplage entre les problèmes normaux et tangentiels est faible, c'est-à-dire que la contribution de la pression sur les déplacements tangentiels, et la contribution

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

des cisaillements sur les déplacements normaux est secondaire, alors la projection sur  $\vec{e}_\gamma$  des déplacements générés par  $\vec{\Delta F}$  est minimal lorsque  $\gamma = \gamma_{opti}$ . Pour cette raison, la composante  $x$  des déplacements sera favorisée dans la suite de ce manuscrit.

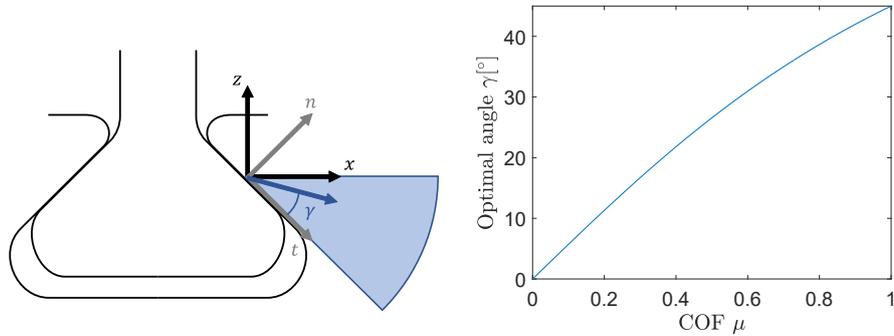


FIGURE 2.40 – Illustration du choix de la composante optimale des champs de déplacements

### 2.5.10 Amélioration des conditions aux limites

L'hypothèse de déplacement constant à travers l'épaisseur sur les surfaces de découpe introduit une erreur dont l'intensité est accentuée par le degré de désalignement. Afin de réduire cette erreur, l'extrapolation des déplacements dans l'épaisseur est enrichie par une surface polynomiale de degré 2 :

$$U_{CL}^{x,z}(x, y, z) = U_{exp}^{x,z}(x, z) + \alpha y + \beta y^2 \quad (2.29)$$

Par souci de simplicité, seuls deux paramètres ( $\alpha, \beta$ ) doivent être évalués pour chacune des surfaces de découpe. L'influence des variables 2D ( $x, z$ ) et 3D ( $y$ ) sont découplées dans cette formulation. Les couples de paramètres ( $\alpha, \beta$ ) sont obtenus par minimisation de l'écart entre la formulation 2.29 et les déplacements issus d'un essai virtuel représentatif de l'essai.

L'essai virtuel ne tient pas compte des raideurs mises en jeu par le banc d'essai, ce qui induit des écarts entre déplacements numériques et expérimentaux. Avec l'hypothèse que cet écart réside principalement en un mouvement de corps rigide, les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  évalués sur l'essai virtuel sont une bonne estimation du champ expérimental. En réalité, le modèle numérique global comporte des écarts de positionnement avec l'expérience dus aux incertitudes de mesure. L'influence des incertitudes expérimentales sur le couple ( $\alpha, \beta$ ) identifié est supposée négligeable.

Cette nouvelle formulation est dans un premier temps mise en œuvre sur un modèle connu, à la performance insatisfaisante lorsque qu'une extrapolation constante des conditions aux limites est appliquée. Ce modèle provient du paragraphe 2.5.7.1, où l'éprouvette

femelle est désalignée d'une quantité  $\theta^z = 0, 1^\circ$ . Dans ces conditions, la capacité du modèle à restituer des efforts de contact cohérents est médiocre. Comme en témoigne la figure 2.41, la conformité des résultantes de contact est très largement améliorée par la méthode proposée. Les résultantes obtenues avec l'extrapolation polynomiale se rapprochent sensiblement de la configuration alignée  $\theta^z = 0^\circ$ . Cette amélioration du chargement se ressent sur l'évolution des courbes d'erreurs figure 2.42, qui par interpolation linéaire par morceaux donnent un coefficient de frottement optimal  $\mu_{opti} = 0,62$  et  $\mu_{opti} = 0,56$  pour les fonctions erreurs  $\rho_x$  et  $\rho_z$  respectivement. Les deux quantités d'intérêt font tendre la valeur optimale vers  $\mu_0 = 0,6$ . Le gain de la méthode est donc validé dans le cadre d'un essai virtuel, où les incertitudes expérimentales n'interviennent pas.

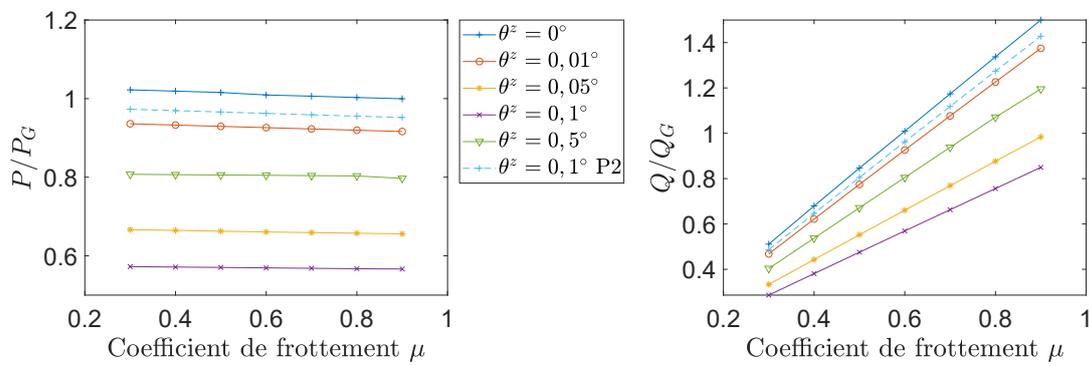


FIGURE 2.41 – Évolution des efforts de contact pour différents désalignement  $\theta^z$  avec la méthode d'extrapolation constante, et avec la présente méthode "P2" pour  $\theta^z = 0, 1^\circ$

Un cas particulier de cette formulation est le couple :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{U_{exp}^{x,z}(y=L/2) - U_{exp}^{x,z}(y=-L/2)}{L} \\ \beta = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

Où  $L$  est la dimension de la zone de contact dans la direction Y. Cette formulation nécessite des mesures de déplacements sur les deux faces de l'éprouvette, afin d'interpoler linéairement les champs dans le volume. Expérimentalement, cela implique l'utilisation d'une seconde caméra braquée sur l'autre face. Les conditions d'encombrement restreint des machines de traction utilisées complexifient la mise en place d'un tel dispositif. L'objectif à terme étant la mesure à chaud, où les mesures optiques ne sont possibles qu'à travers une unique vitre interdisant l'accès simultané aux deux faces de l'éprouvette, le choix des conditions expérimentales s'est porté sur l'utilisation d'une seule caméra. L'objectif est d'anticiper et de démontrer la faisabilité de la méthode dans cette situation, afin que l'extension aux essais hautes températures ne remettent pas fondamentalement en question la méthodologie.

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

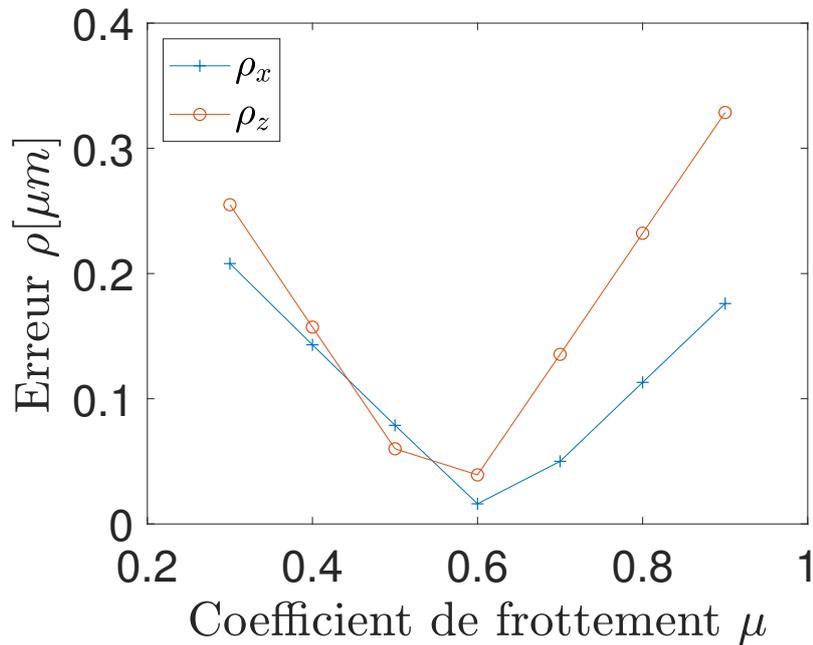


FIGURE 2.42 – Fonctions erreur avec l'extrapolation polynomiale de degré 2 pour  $\theta^z = 0, 1^\circ$

### 2.5.11 Origine des déplacements

Lors de l'essai, les déplacements sont mesurés entre deux états de charge caractérisés par des efforts imposés  $F_{min}$  et  $F_{max}$ . Cela implique que seuls les déplacements induits par la variation de charge  $\Delta F = F_{max} - F_{min}$  sont pris en compte dans le modèle numérique. Implicitement, il est supposé que les déplacements survenant entre  $F = 0$  et  $F = F_{min}$  sont négligeables devant ceux mesurés entre  $F_{min}$  et  $F_{max}$ .

Afin de vérifier cette hypothèse, les déplacements  $U_{21}$  (figure 2.10) issus de l'essai virtuel sont utilisés pour construire les conditions aux limites du modèle local. Le rapport de charge de l'essai virtuel vaut  $R = F_{min}/F_{max} = 10\%$ . Le comportement mécanique modélisé étant purement élastique, les rapports  $u_{min}/u_{max}$  des différentes composantes de déplacement entre les deux extrêmes de chargement sont également estimés aux alentours de 10%. La fonction coût est finalement calculée par comparaison des champs du modèle local avec les déplacements  $U_{21}$  (figure 2.10) de l'essai virtuel. L'évolution des deux fonctions erreur est tracée figure 2.43. Par interpolation linéaire par morceaux, les coefficients de frottement optimaux sont évalués à  $\mu = 0,59$  et  $\mu = 0,64$  pour les quantités d'intérêt  $U_x$  et  $U_z$  respectivement.

L'étude des efforts mis en jeu figure 2.44 révèle une diminution de l'effort normal  $P$  entre 11,5 % et 12 % sur la plage de coefficient de frottement étudiée. Cette valeur est en accord avec le ratio de charge  $R$ . Les écarts peuvent être attribués à la part du chargement résultant de l'interpénétration initiale. L'omission des premiers instants du

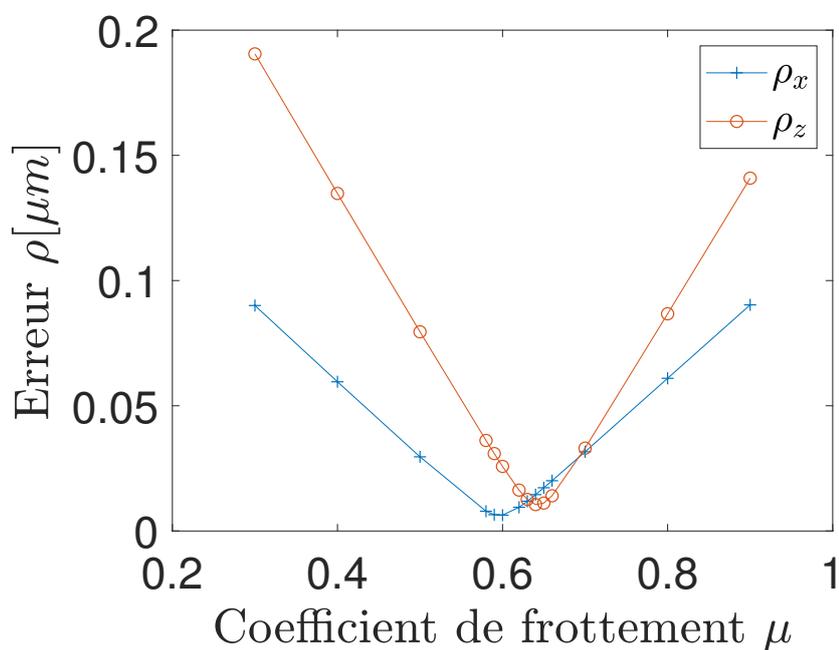


FIGURE 2.43 – Évolutions des fonctions erreur calculées avec un essai virtuel où les déplacements survenant avant  $F = F_{min}$  sont omis

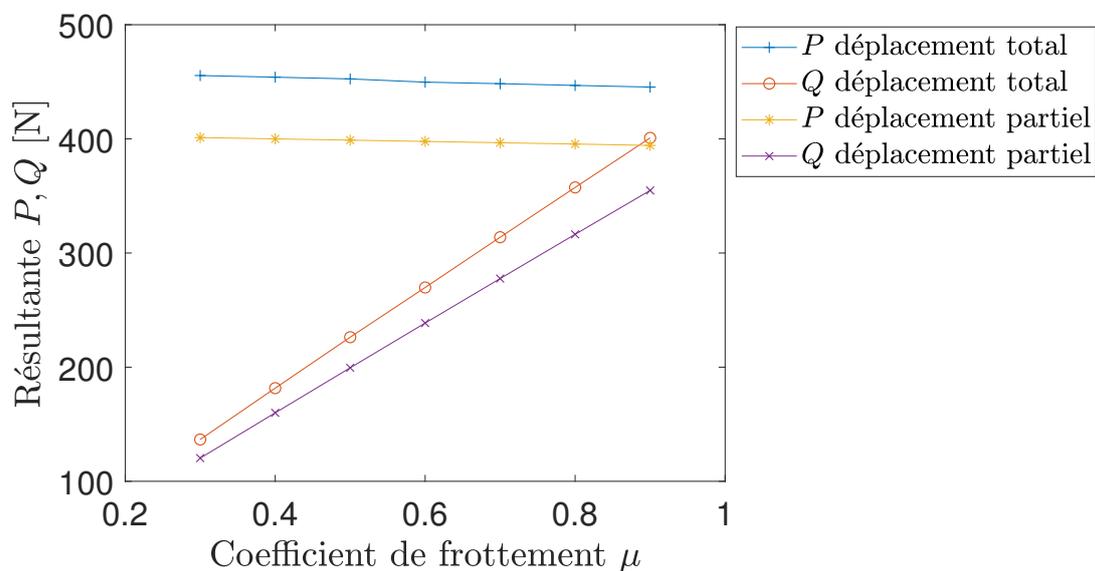


FIGURE 2.44 – Résultantes de contact normales et tangentielles sur le modèle local avec applications des déplacements totaux ou partiels issus de l'essai virtuel

chargement implique nécessairement une diminution des efforts résultants au temps final. L'impact sur le coefficient de frottement optimal reste cependant faible, en particulier avec la fonction  $\rho_x$ . En effet, une variation inférieure à 0,01 est observée pour la quantité d'intérêt  $U_x$ , et une variation de 0,04 pour la quantité d'intérêt  $U_z$ . D'autre part, un rapport de charge  $R = 10 \%$  est considéré élevé pour ce type d'application. Un rapport de charge plus faible devrait permettre une meilleure reproduction des efforts, et par conséquent une erreur sur l'identification du coefficient de frottement réduite.

## 2.5.12 Dépendance à l'historique de chargement

### 2.5.12.1 Monotonie des trajets de chargements

La méthode FEMU requiert la modélisation fidèle des instants capturés par la caméra de CIN. Au cours d'un essai de fatigue cyclique, ces instants peuvent être réduits à l'état D et à l'état E de la figure 2.10. Un calcul local sur lequel est appliqué une charge croissante monotone ne peut convenablement rendre compte des grandeurs associées au premier de ces instants, et par continuité, au second. La prise en compte de l'histoire du chargement est alors nécessaire.

Afin de mesurer l'incidence de l'histoire du chargement sur la méthode d'identification, les champs de déplacements  $U_{21}$  et  $U_{43}$  (figure 2.10) de l'essai virtuel sont comparés. Ces deux mesures simulent l'acquisition de champs cinématiques par corrélation d'images numériques lors d'une montée en charge de  $F_{min}$  à  $F_{max}$ . Cependant, les déplacements survenant entre les étapes 1 et 2 sont issus d'un chargement monotone, tandis que les déplacements mesurés entre les étapes 3 et 4 sont le résultat d'un chargement non monotone. Les figures 2.45 et 2.46 montrent les écarts entre ces deux champs et confirment l'impact du trajet de charge sur les champs de déplacements mesurés. La figure 2.46 cartographie les écarts de déplacements entre chargements monotone et non monotone. Sur la partie mâle, l'écart réside principalement sur l'axe de traction. Sur les frontières de découpe, les différences de composante  $U_x$  sont quasiment nulles. En revanche, la partie femelle, plus sujette aux effets de structure, est sensible à l'historique de chargement et montre des écarts plus importants concernant les déplacements horizontaux que verticaux. Le signe des écarts laisse déjà présager des variations de charge à venir entre chargements monotone et non monotone après application de ces champs comme conditions aux limites du sous-modèle. Les composantes  $U_x$  mâle et femelle du chargement non monotone contribuent à augmenter l'effort normal résultant, tandis que la composante  $U_z$  de la partie mâle participe activement à réduire la charge. Ces deux champs ne peuvent se substituer l'un à l'autre, et par conséquent l'utilisation de l'un ou l'autre comme conditions aux limites d'un modèle local au chargement monotone produira des états de contraintes sensiblement différents.

Or, les mesures expérimentales recueillies lors d'essais cycliques sont issues d'un chargement non monotone, analogue à la variation de déplacements entre les étapes 3 et 4. Le modèle local utilisé jusqu'alors pour l'identification est assimilable à une mise en charge à partir d'un état ouvert, soit un chargement croissant monotone.

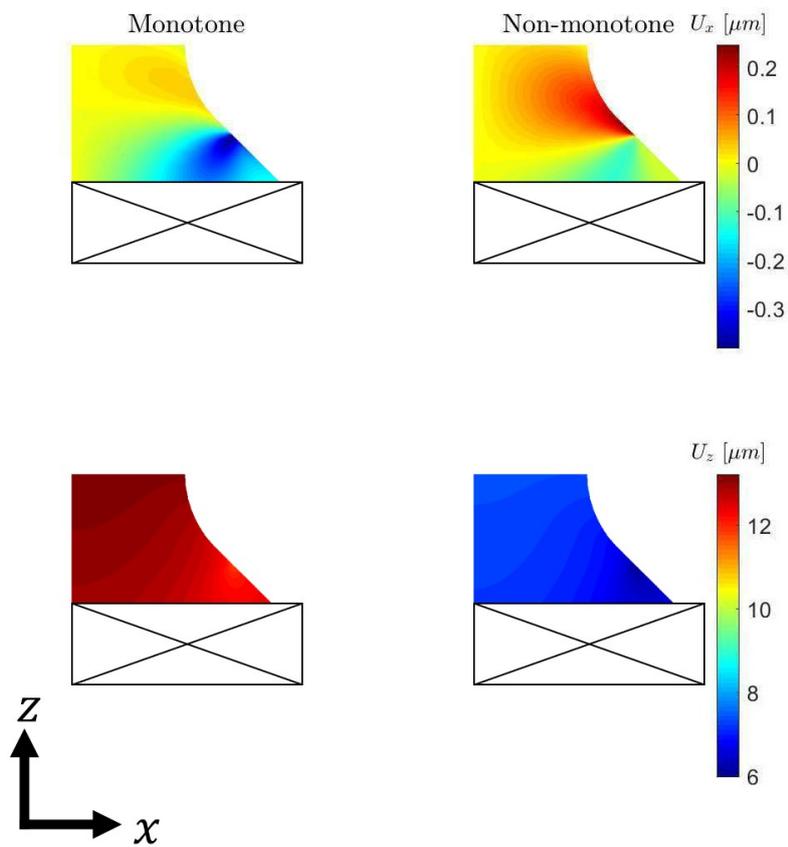


FIGURE 2.45 – Champs de déplacements issus d'un chargement monotone (entre les steps 1 et 2) et d'un chargement non monotone (entre les steps 3 et 4)

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

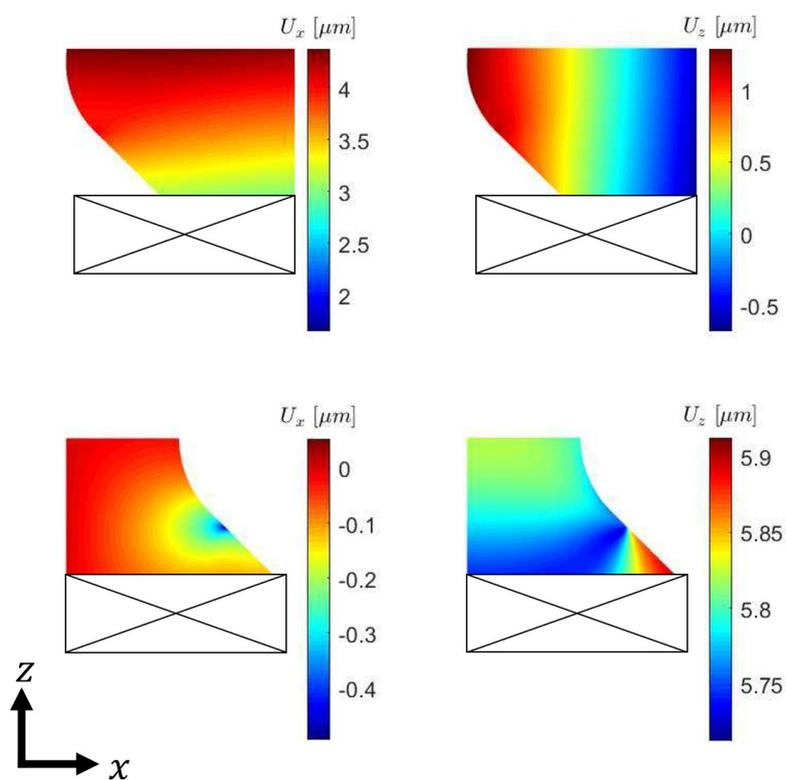


FIGURE 2.46 – Cartographie des écarts de déplacements entre le chargement monotone et le chargement non monotone. Les déplacements sur la partie femelle sont représentés en haut, tandis que ceux de la partie mâle sont en bas

Dans la partie 2.5.11 précédente, le champ de déplacement  $U_{21}$  de l'essai virtuel, issu d'un chargement purement monotone, était utilisé comme champ de référence. Cette fois-ci, les déplacements  $U_{43}$  de l'essai virtuel, issus d'un chargement non monotone, sont pris en compte. Concrètement, la variation des déplacements entre les étapes 3 et 4 de l'essai virtuel (figure 2.10) est importée sur les bords du sous-modèle monotone, et incorporée dans la fonction erreur, dont l'évolution est retranscrite en figure 2.47. Il apparaît que le modèle ne converge pas sur la plage étudiée et tend à prédire des coefficients de frottement élevés quelle que soit la quantité d'intérêt. Le tracé des efforts mis en jeu dans le modèle local figure 2.48 met en évidence une diminution d'environ 42 % de l'effort normal lors du passage de l'utilisation de  $U_{21}$  à  $U_{43}$  pour la construction des conditions aux limites. Cette variation est bien trop conséquente pour espérer recalibrer le sous-modèle en jouant uniquement sur le coefficient de frottement.

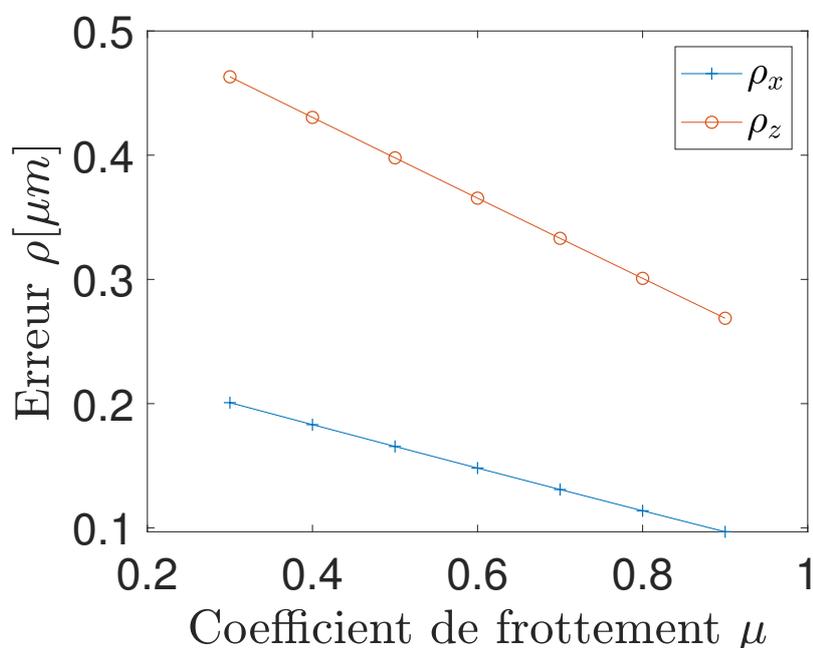


FIGURE 2.47 – Fonction erreur pour le sous-modèle contraint par les déplacements issus d'un chargement non monotone de l'essai virtuel

Les écarts de champs de déplacement entre chargements monotone et non monotone interdisent l'identification du coefficient de frottement à partir de champs expérimentaux non monotone sans prise en compte numérique des effets d'historie. Celle-ci doit passer par la simulation du cycle de chargement précédent.

### 2.5.12.2 Modèle local monotone avec compensation de la charge

La simulation du cycle précédent est coûteuse en temps de calcul. Pour s'en astreindre, un modèle local avec chargement monotone est utilisé. Les effets d'historie sont pris en

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

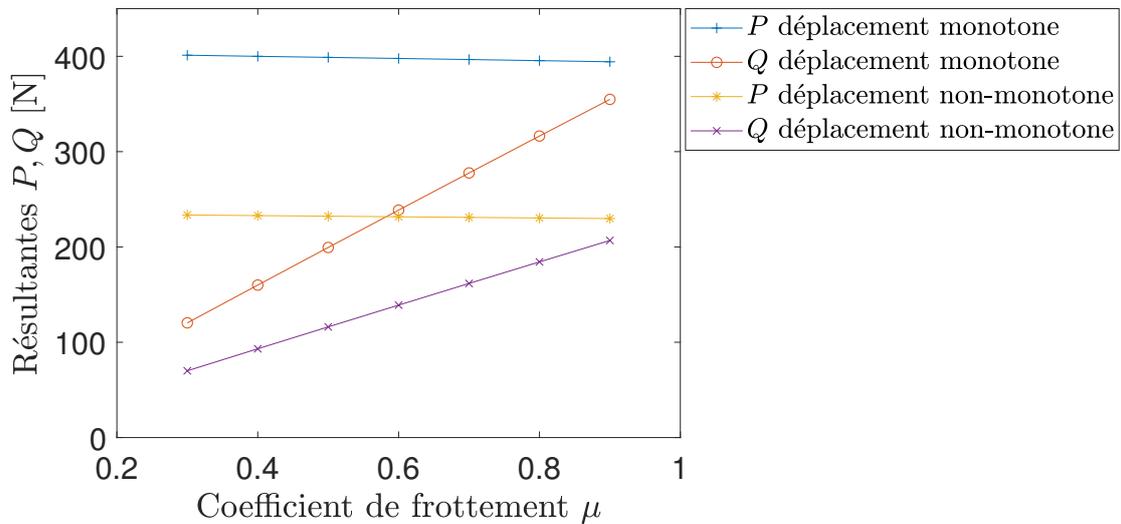
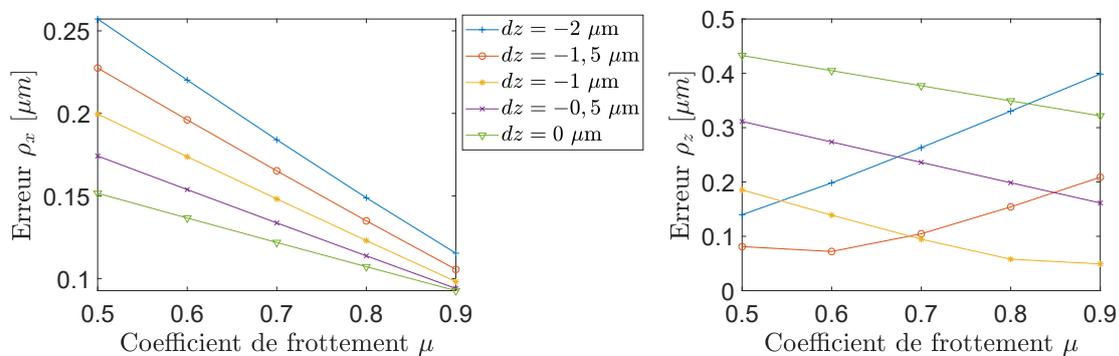
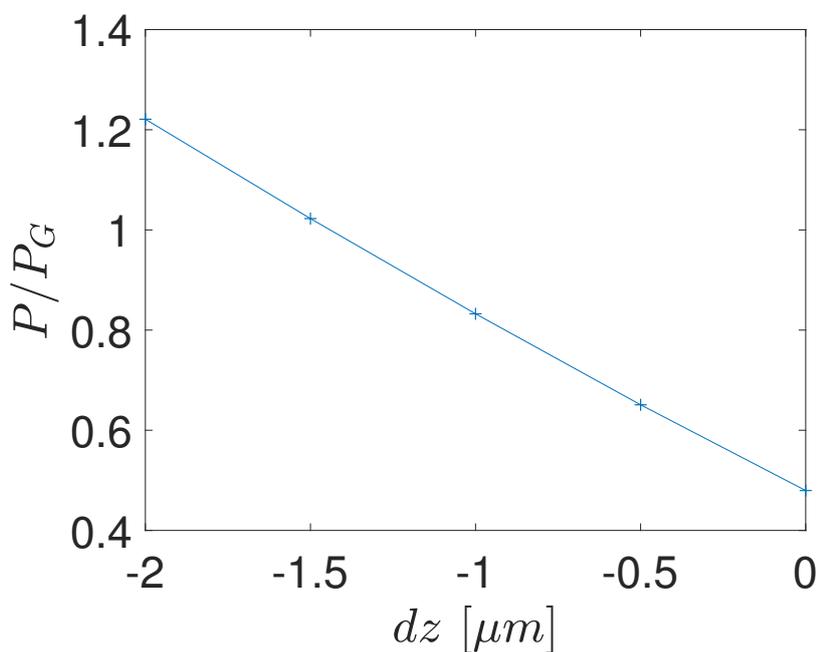


FIGURE 2.48 – Résultantes de contact normales et tangentielles sur le sous-modèle construit avec les variations de déplacements entre les steps 2 et 3 (monotone) et les steps 3 et 4 (non monotone) de l'essai virtuel figure 2.10

compte à travers l'ajout d'une variable d'optimisation supplémentaire  $dz$ . Ce paramètre désigne un mouvement de corps rigide appliqué sur les surfaces de découpe de la partie femelle et superposé aux déplacements de l'essai virtuel. Ce déplacement supplémentaire modifie le profil de séparation finale des surfaces et pilote par conséquent l'effort normal résultant. En toute rigueur, ce choix de modélisation ne permet pas de reproduire les effets d'histoire du chargement. La variable  $dz$  permet seulement la compensation des écarts de résultantes induits par un chargement purement monotone. La figure 2.49 montre les fonctions erreurs  $\rho_x$  et  $\rho_z$  pour différentes valeurs de  $\mu$  et  $dz$ . La compensation de la charge par un mouvement de corps rigide ne suffit pas à faire converger la fonction  $\rho_x$ . Les effets d'histoire ont une influence sur la composante  $x$  des champs de déplacements. En revanche, la fonction  $\rho_z$  converge vers un coefficient de frottement optimal lorsque  $dz$  est contenu sur une certaine plage restreinte. Dans le cas présent, cette plage s'étend d'environ  $-1,5 \mu\text{m}$  à  $-1 \mu\text{m}$ . La figure 2.50 montre l'évolution de l'effort normal en fonction de la valeur de  $dz$ , normalisé par l'effort mesuré par l'essai virtuel  $P_G$ . Le coefficient de frottement est pris à  $\mu = \mu_0 = 0,6$ . La résultante de l'essai virtuel est correctement reproduite pour  $dz \approx -1,5 \mu\text{m}$ . La convergence de la fonction  $\rho_z$  concorde donc avec une reproduction satisfaisante des efforts de contact. L'ajustement des efforts de contact est alors suffisant pour compenser la non-prise en compte de l'histoire du chargement. Cependant, le coefficient de frottement identifié est très sensible à la valeur de  $dz$ . Les efforts normaux et tangentiels réels vus par la portée lors de l'essai ne sont pas connus exactement, ce qui ne permet pas d'imposer une valeur précise. Néanmoins, en supposant la répartition symétrique des efforts entre les deux portées, une première estimation de  $dz$  peut être établie.

FIGURE 2.49 – Fonctions erreur  $\rho_x$  et  $\rho_z$  pour différentes valeurs de  $\mu$  et  $dz$ FIGURE 2.50 – Effort de contact normal du modèle local pour différentes valeurs de  $dz$  en  $\mu = \mu_0 = 0,6$ . Les résultats sont normalisés par la valeur de la résultante normale de l'essai virtuel  $P_G$

### 2.5.12.3 Modèle local non monotone

La prise en compte des effets d'histoire passe par la simulation du cycle de chargement précédent. Or, le modèle local est contraint en déplacement et on ne dispose pour la construction des conditions aux limites que des champs cinématiques lors de la montée en charge de  $F_{min}$  à  $F_{max}$ . Ces seules informations ne sont pas suffisantes pour correctement reproduire sur le modèle local les états bas B et D (figure 2.10), nécessaires à la prise en compte de l'historique de chargement. Pour y parvenir, la formulation d'hypothèses de modélisation est requise. L'état B est atteint en introduisant une charge supplémentaire sous la forme d'un mouvement de corps rigide  $dz$  d'axe  $z$  appliqué à sur la partie femelle. Avant la résolution du calcul, l'interpénétration des éprouvettes est imposée à  $1e-6$  mm en translatant la partir femelle le long de l'axe  $z$ . La translation  $dz$  de la partie femelle est appliquée progressivement lors de la première étape de chargement, puis maintenue jusqu'à la fin du calcul. Les déplacements des nœuds des surfaces de découpe de la partie femelle sont  $U_{CL}^x = 0$  et  $U_{CL}^z = dz$ , tandis que ceux de la partie mâle sont contraints par  $U_{CL}^x = U_{CL}^z = 0$ . La seconde étape de chargement consiste à appliquer les déplacements expérimentaux sur les surfaces de découpe. Aux déplacements expérimentaux d'axe  $z$  des frontières de la partie femelle est superposé le déplacement  $dz$ . La décharge de C vers D s'obtient en imposant les mêmes conditions aux limites qu'en B. On suppose ainsi que la décharge produit les déplacements opposés de la montée en charge. Les conditions aux limites de l'étape finale sont les mêmes que celles de la seconde étape. Les conditions aux limites du modèle sont résumées en figure 2.51. La valeur de  $dz$  produisant les efforts désirés n'est pas connue à l'avance. Sa valeur est alors déterminée par identification, au même titre que le coefficient de frottement  $\mu$ .

L'application d'un déplacement uniforme selon l'axe  $z$  sur les surfaces de découpe est une approximation forte de l'application d'un effort de traction  $F$  sur les éprouvettes queue d'aronde. Ce choix de simulation ne rend pas compte de la déformation naturelle de l'éprouvette femelle sous chargement de traction, et en particulier des effets de bords. De plus, le blocage des déplacements selon l'axe  $x$  dans les surfaces de découpe aux états B et D va à l'encontre de l'effet Poisson.

Le modèle décrit est coûteux en temps de calcul. À des fins de validation de la méthode, celle-ci est appliquée sur un modèle local 2D. Les surfaces matérialisées par les fonctions erreur sont représentées figure 2.52. Pour une valeur  $dz$  donnée, le modèle converge clairement vers un coefficient de frottement optimal. Cependant, l'unicité du couple  $(\mu, dz)$  minimisant les fonctions erreur n'est pas garantie. La variable  $dz$  impose le chargement normal, tandis que  $\mu$  a un effet sur la partie tangentielle. Les deux variables d'optimisation se compensent mutuellement. On peut néanmoins discriminer une partie de ces solutions par la prise en compte de l'effort résultant. En supposant la charge de traction statique expérimentale  $F$  (ou celle de l'essai virtuel) équitablement répartie entre les deux portées de l'éprouvette, la composante  $z$  de l'effort résultant sur la portée modélisée doit être  $F/2$ . Pour converger vers une solution satisfaisant la conservation des efforts résultants, on rajoute un terme à la fonction erreur, pénalisant les écarts de charge

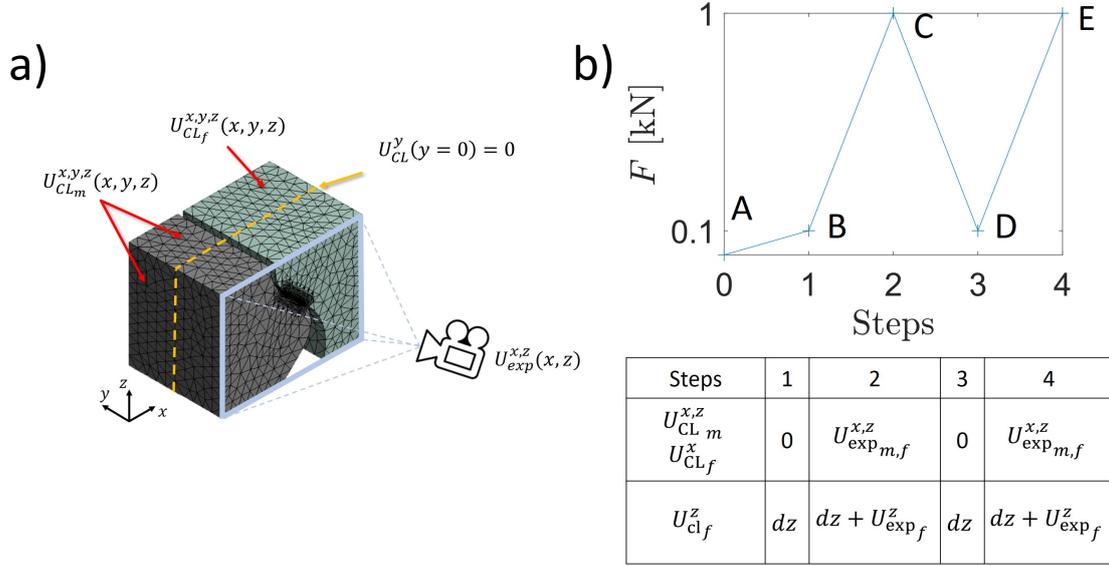


FIGURE 2.51 – Conditions aux limites appliquées sur le modèle local pour la prise en compte des effets d’histoire du chargement

verticale à la charge expérimentale. La fonction erreur s’exprime alors :

$$\rho_\lambda = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (U_{ref}^i - U_{num}^i)^2 + \lambda |F_{exp}^Z - F_{num}^Z|} \quad (2.31)$$

Où  $\lambda$  est un paramètre à ajuster. Les fonctions erreur  $\rho_\lambda$  sont présentées figure 2.53. L’ajout du terme supplémentaire permet l’apparition d’un minimum global plus discernable. Pour la composante  $x$ , le coefficient de frottement identifié est  $\mu_{opti} = 0,47$  pour  $dz = -1,6 \mu\text{m}$ . Pour la composante  $z$ ,  $\mu_{opti} = 0,55$  et  $dz = -1,6 \mu\text{m}$ . Cependant, il existe toujours une zone plus ou moins étendue selon la quantité d’intérêt où la fonction erreur varie peu. Cette caractéristique peut conduire à des difficultés de convergence. De plus, l’identification de  $\lambda$  ne repose sur aucune base physique.

#### 2.5.12.4 Modèle mixte global/local

Devant les limites du modèle local, un nouveau modèle mixte est présenté. Celui-ci simule un cycle sur un modèle global jusqu’à l’état D, puis devient local jusqu’à l’état E. La transition du modèle global vers local s’effectue en désactivant les éléments n’appartenant pas au champ de vue de la caméra, et en superposant aux déplacements de l’état D, les déplacements expérimentaux selon la méthode décrite dans la partie 2.3.3. La désactivation des éléments se traduit par une contribution à la matrice de raideur quasiment nulle et une mise à zéro des variables d’état associées. Le principe de modélisation est présenté en figure 2.54.

Le modèle mixte est d’abord appliqué en 2D sous hypothèse de contrainte plane pour profiter des temps de calculs réduits. Les déplacements  $U_{43}$  de l’essai virtuel 3D de la

2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

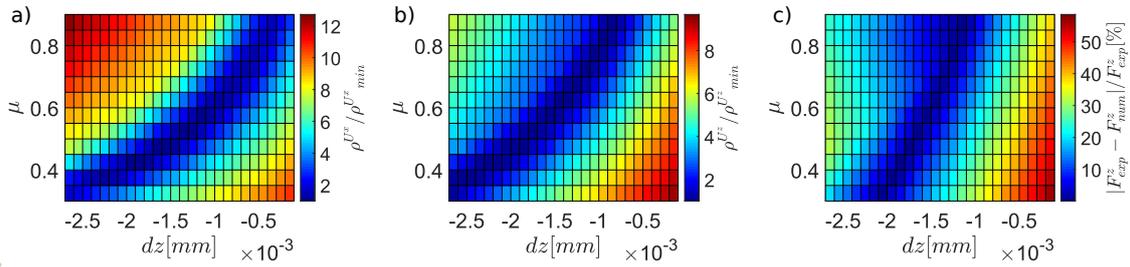


FIGURE 2.52 – Surfaces erreur obtenues avec le modèle 2D en contrainte plane avec a) les déplacements horizontaux (composante X), b) les déplacements verticaux (composante Z) et c) l'écart de résultante d'axe Z avec l'essai virtuel

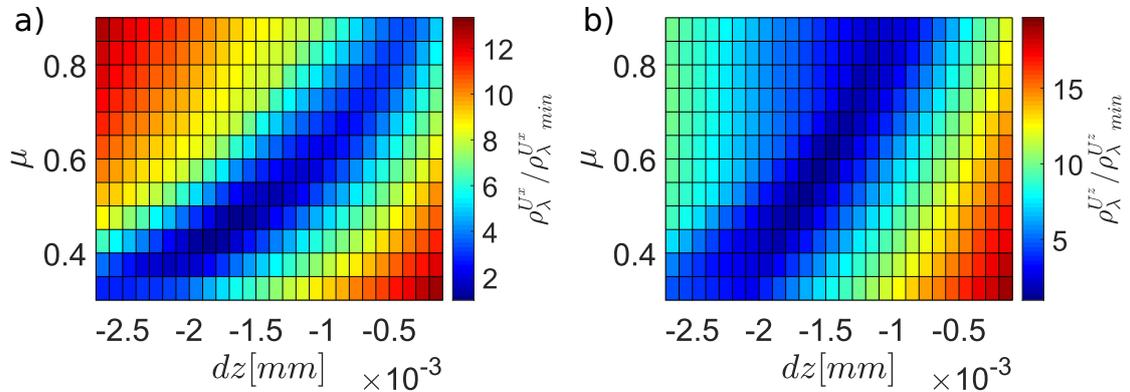


FIGURE 2.53 – Surfaces erreur de la fonction  $\rho_\lambda$  en contrainte plane avec a) les déplacements horizontaux (composante X) où  $\lambda = 0,001$  et b) les déplacements verticaux (composante Z) où  $\lambda = 0,01$

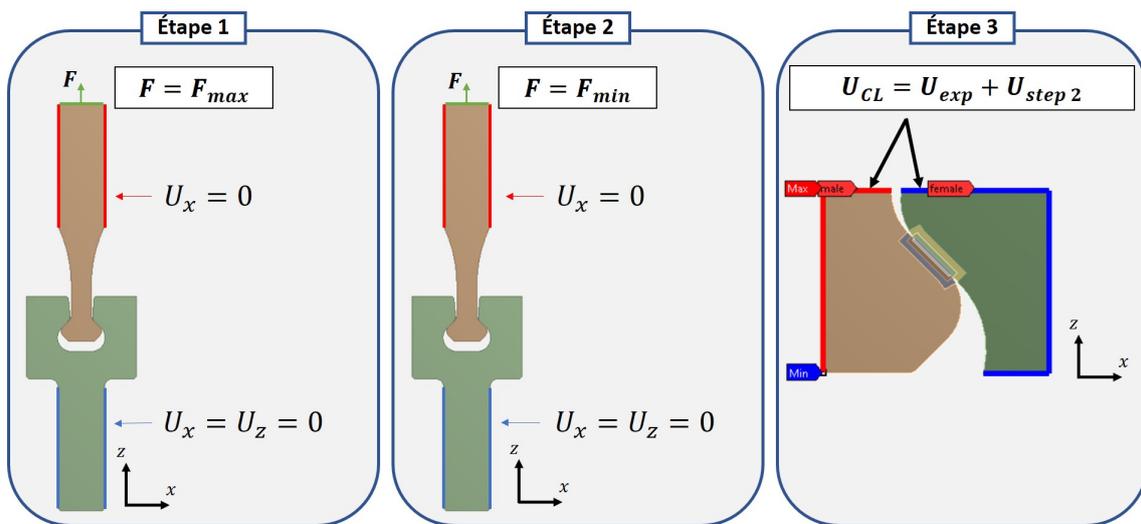


FIGURE 2.54 – Principe de fonctionnement du modèle mixte global/local en 2D

partie 2.5.1 sont utilisés pour construire les conditions aux limites de la partie locale du modèle. Les fonctions erreur sont alimentées par ces mêmes déplacements. L'évolution de l'erreur pour les deux quantités d'intérêt est représentée en figure 2.55. Deux domaines distincts se manifestent, dont la frontière, en  $\mu = 0,62$ , est indépendante de la composante de déplacements choisie comme quantité d'intérêt. Au-delà de cette frontière, la fonction erreur devient nettement moins sensible au coefficient de frottement. Ce point correspond à la transition d'un régime de glissement total à un régime de glissement partiel. Soit une transition d'un état D glissant à un état D partiellement glissant. L'équation 2.17 donne la valeur seuil du coefficient de frottement produisant un retour adhérent en D. Connaissant  $m = \frac{dQ}{dP} = 1,51$  pour le modèle 2D global en contrainte plane, et  $R = 0,1$ , on obtient une valeur théorique  $\mu = 0,62$  en accord avec les résultats. Comme démontré en équation 2.24, lors d'un retour adhérent en D, les efforts de contact en E sont moins sensibles aux variations de coefficient de frottement. Ce résultat explique l'indépendance soudaine des fonctions erreurs au coefficient de frottement.

Ces observations mettent en évidence les limites d'application de la méthode. Sans glissement total de la zone de contact sur un cycle de chargement, la sensibilité des champs de déplacements au coefficient de frottement est beaucoup trop faible pour être mesurée. Les équations 2.15 et 2.17 fournissent des outils analytiques de conception de l'essai. Un paramètre géométrique  $m$  et un paramètre d'effort  $R$  peuvent être ajustés afin de garantir l'identification du coefficient de frottement tant que celui-ci ne dépasse pas une valeur critique.

Le coefficient de frottement identifié par le modèle mixte 2D est de  $\mu = 0,53$  et  $\mu = 0,59$  pour les quantités d'intérêt  $U_x$  et  $U_z$ , soit une erreur à la référence de 0,07 dans le pire des cas.

L'inconvénient majeur de l'application de la méthode mixte à des géométries 3D est le temps de calcul. Une seule évaluation de la fonction coût prend environ 28 heures. La transposition du modèle en 3D conduit à la fonction coût représentée en figure 2.56. Le nombre d'évaluation de la fonction est réduit en raison des temps de calcul élevés. Cependant, l'erreur est minimisée en  $\mu = 0,6 \pm 0,01$ . Au-delà de  $\mu = 0,62$ , le même comportement que sur le modèle 2D est observé, c'est-à-dire une insensibilité de la fonction coût au coefficient de frottement.

## 2.6 Conclusion

La méthode d'identification *in-situ* du coefficient de frottement développée dans cette partie a été testée sur des essais virtuels. La capacité de la technique de sous-modélisation à reproduire les champs de déplacements de l'essai virtuel tels que la minimisation de la fonction erreur soit obtenue en  $\mu = \mu_0$  a été validée. Les hypothèses nécessaires à la construction des conditions aux limites ont été éprouvées dans diverses configurations d'alignement des éprouvettes queue d'aronde.

Tout l'enjeu de la méthode est de reproduire le plus fidèlement possible les contraintes de contact expérimentales dans le modèle numérique, afin de converger vers le bon co-

2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

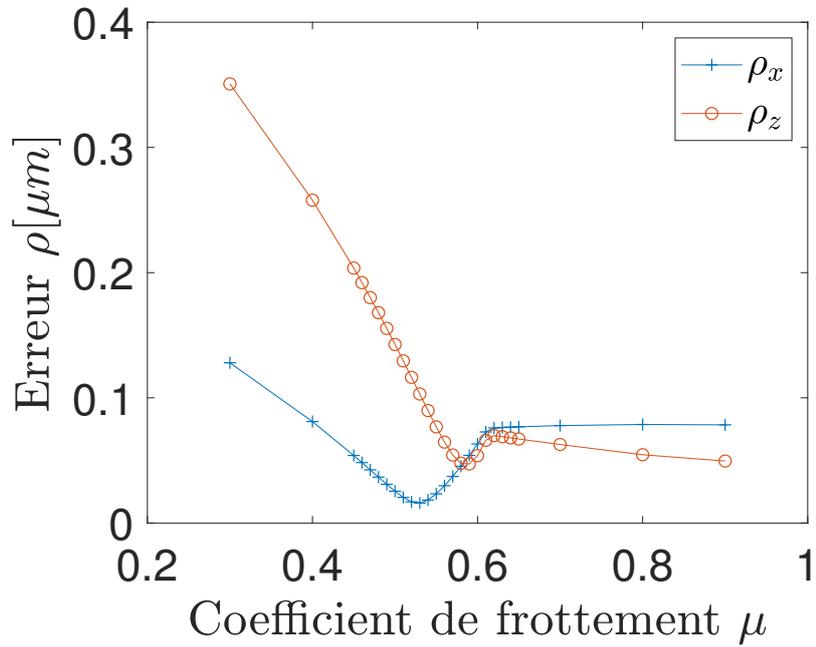


FIGURE 2.55 – Evolution de la fonction erreur  $\rho$  sur le modèle mixte 2D pour les deux quantités d'intérêt  $U_x$  et  $U_z$

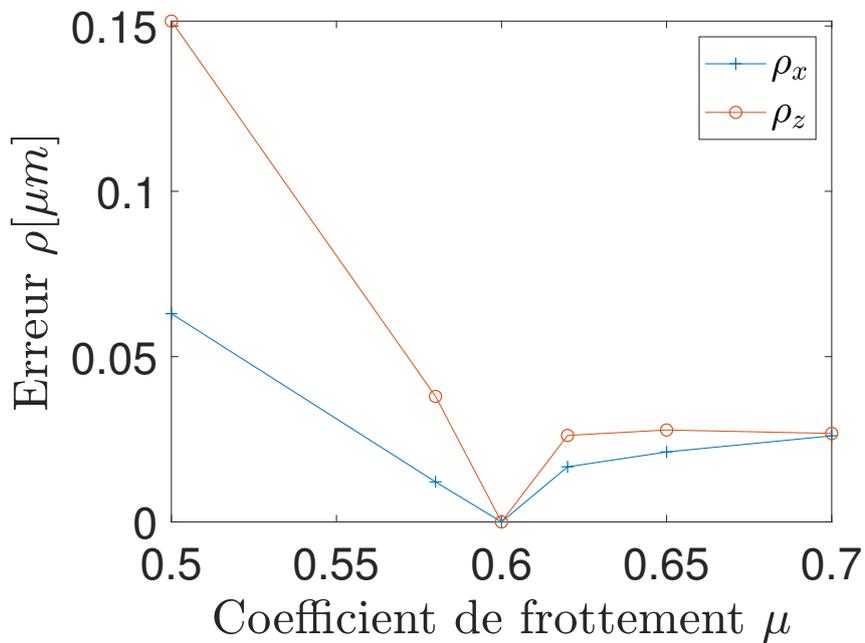


FIGURE 2.56 – Évolution de la fonction erreur  $\rho$  sur le modèle mixte 3D pour les deux quantités d'intérêt  $U_x$  et  $U_z$

---

efficient de frottement. Comme établi dans cette partie, la reproduction des contraintes réelles n'est pas immédiate. Plusieurs sources d'erreurs principales ont été identifiées :

- Un biais issu de la nature des conditions aux limites du modèle. Afin de se conformer à des conditions expérimentales plus sévères, les mesures de déplacements sont restreintes à l'observation d'une seule face. Il est par conséquent nécessaire d'extrapoler les mesures à travers l'épaisseur de l'éprouvette pour imposer des conditions aux limites valides. Le modèle d'extrapolation constante à partir des champs de surface introduit inévitablement une certaine erreur qui a été quantifiée pour l'essai étudié.
- Un biais introduit par les désalignements entre les deux parties de l'éprouvette. Plus les éprouvettes sont désalignées, plus la dissymétrie de chargement est marquée, ce qui tend à amplifier le premier biais identifié. Les effets de désalignements angulaires autour des trois axes principaux ont été mis en évidence à travers l'utilisation d'essais virtuels désalignés. L'étude paramétrique menée a permis d'établir un domaine de validité du modèle.
- Un biais lié à la reproduction fidèle des efforts de contact dans le modèle local. En effet, le sous-modèle étant contraint en déplacement, la conservation des efforts n'est pas garantie. Les désalignements angulaires expérimentaux et les incertitudes de positionnement introduisent des variations du profil de séparation initial des corps, ce qui a pour conséquence de faire varier considérablement les efforts mis en jeu dans le contact. Le coefficient de frottement du sous-modèle contrôle principalement l'intensité des efforts tangentiels. Son impact sur les efforts normaux est négligeable. Par conséquent, lorsque les efforts normaux ne sont pas correctement reproduits, le coefficient de frottement optimal est celui qui produit des efforts tangentiels compensant au mieux cette erreur. C'est pour cette raison que la comparaison des déplacements horizontaux donne de meilleurs résultats.
- Un biais lié à la prise en compte de l'historique du chargement. Les effets d'histoire ont un impact considérable sur les champs mécaniques de la zone d'intérêt. Malgré des coûts de calculs moindres, les modèles à chargement monotone ont montré leurs limites. Un modèle mixte entre global et local permet la prise en compte de l'historique de chargement, tout en bénéficiant des avantages liés à la formulation locale du problème.

Les résultats et coûts de calculs associés des différents modèles décrits sont synthétisés dans le tableau 2.1. Les modèles locaux ont l'avantage de présenter des temps de calculs réduits. Cependant, la prise en compte des effets d'histoire est peu satisfaisante. Lorsqu'elle est simulée par l'ajout d'une variable de design supplémentaire  $dz$  et éventuellement l'application de conditions aux limites non monotone, le modèle devient extrêmement sensible à la valeur de  $dz$  imposée. Le modèle mixte 3D, bien que 7 fois plus coûteux en temps de calcul que le modèle local, converge vers un coefficient de frottement proche de la valeur de référence de l'essai virtuel  $\mu_0$  tout en prenant en considération les effets d'histoire. Son équivalent 2D permet une réduction considérable des temps de calculs, au détriment d'une incertitude plus élevée induite par un manque de représentativité.

## 2. Estimation du coefficient de frottement dans un contact queue d'aronde par minimisation d'écarts entre essai et simulation

---

Modèle	Temps de calcul [h]	Prise en compte des effets d'histoire	Coefficient de frottement identifié
Local monotone ( $\mu$ )	4	non	$\mu_0 \pm 0,01$
Local monotone ( $\mu, dz$ )	4	oui	$\mu_0 \pm 0,05$
Local non monotone 2D ( $\mu, dz$ )	0,003	oui	$\mu_0 \pm 0,13$
Mixte 3D	28	oui	$\mu_0 \pm 0,01$
Mixte 2D	0,014	oui	$\mu_0 \pm 0,07$

TABLE 2.1 – Synthèse des coûts de calculs et des résultats par rapport à l'essai virtuel des différents modèles

## Chapitre 3

# Application à un essai de fatigue LCF sur éprouvettes queue d'aronde

### 3.1 Introduction

L'objectif du chapitre consiste en l'application des modèles numériques établis dans la partie précédente aux résultats d'essais expérimentaux de traction cyclique sur des éprouvette queue d'aronde. Un essai de fatigue LCF à température ambiante est réalisé et instrumenté par CIN. Les déplacements expérimentaux sont exploités pour l'identification *in-situ* du coefficient de frottement. Les champs de déplacements complets et le glissement à l'interface sont successivement considérés comme quantités d'intérêt.

### 3.2 Dispositif expérimental et moyens de mesure

#### 3.2.1 L'essai de fatigue LCF sur éprouvette queue d'aronde

Des essais de fatigue LCF sont réalisés sur des éprouvettes queue d'aronde. L'effort centrifuge généré par la rotation de la turbine est simulé par une sollicitation cyclique en traction des éprouvettes entre  $F_{min}$  et  $F_{max}$ . Cette approximation ne garantit pas une évolution des résultantes de contact pleinement représentative des composants réels [GEA 05, GOL 08], mais reste une approche raisonnable. Les essais sont réalisés à température ambiante. La machine de traction utilisée est une MTS Criterion C44.304E d'une capacité de 30 kN. Une caméra AVT Stingray F-504B de résolution  $2452 \times 2056$  pixels avec un objectif télécentrique Myutron LSTL10H-F grossissement  $\times 1$  est utilisée pour la mesure des champs de déplacements 2D. Un stéréo-microscope Correlated Solutions, composé de deux caméras Flir Grasshopper GRAS 50S5M-C d'une résolution de  $2448 \times 2048$  pixels, permet la mesure de la forme et des champs cinématiques 3D. Toutes les images sont monochromes, codées sur 8 bits. La dynamique de l'image est donc de  $2^8 = 256$  niveaux de gris. Le montage de l'ensemble est représenté en figure 3.1.

L'alignement de la machine est préalablement vérifié en amenant les traverses en

### 3. Application à un essai de fatigue LCF sur éprouvettes queue d'aronde

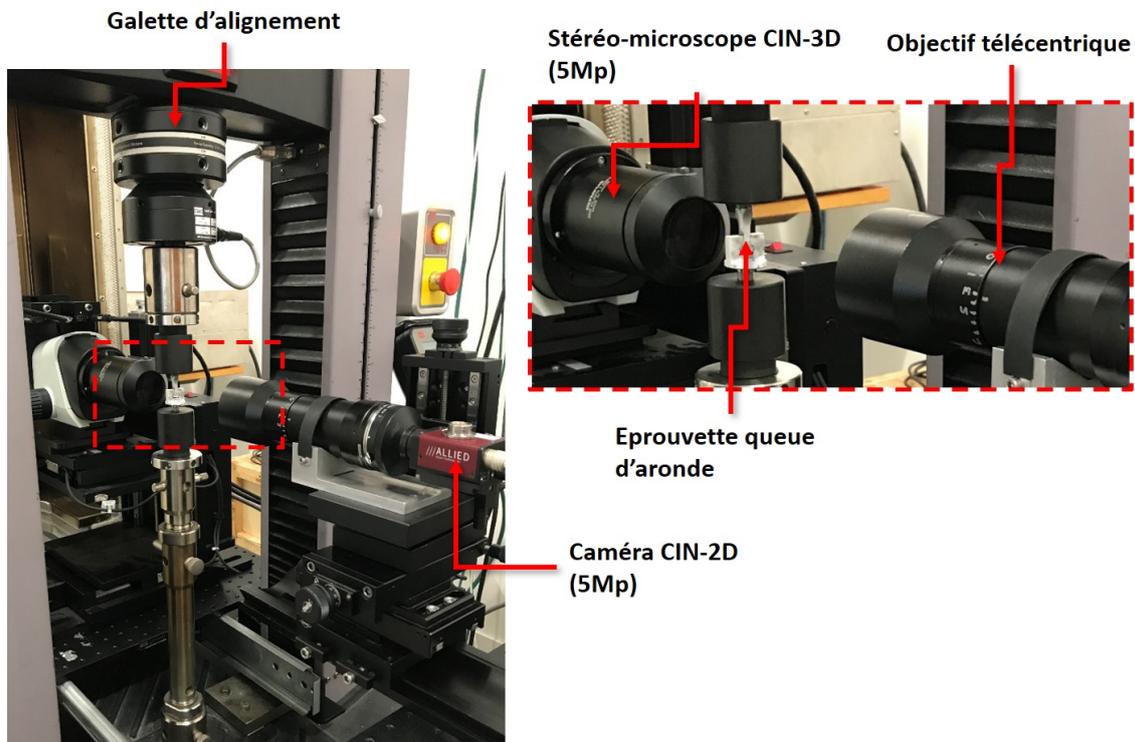


FIGURE 3.1 – Dispositif de la campagne d'essai sur éprouvettes queue d'aronde instrumentée par corrélation d'images 2D et 3D

contact. Le premier contrôle s'effectue à l'œil, puis une règle d'épaisseur 40  $\mu\text{m}$  permet de détecter un éventuel jeu sur le pourtour des traverses. Une galette d'alignement MTS 609 Alignment Fixture est installée entre la traverse et le capteur d'effort et permet le réglage de l'alignement concentrique et angulaire de la partie supérieure de la machine. Le volume des différents dispositifs d'instrumentation impose l'emploi de pièces intermédiaires pour ajuster la hauteur de travail. Une rallonge de 150 mm est ajoutée à la partie inférieure de la machine pour surélever le montage. Celle-ci est maintenue en place par une goupille et un écrou de serrage. Les défauts de forme ainsi que le pas grossier des filetages induisent inévitablement des écarts d'alignement.

La configuration du banc d'essai autorise le réglage des paramètres de positionnement angulaire  $\theta^x$  et  $\theta^y$  par le biais de la galette d'alignement. En revanche, le paramètre  $\theta^z$  ne peut être ajusté qu'en vissant ou dévissant les éprouvettes dans leur filetage. La précision de réglage de ce paramètre est par conséquent beaucoup moins satisfaisante. La stéréo-corrélation d'images numériques (SCIN) permet une mesure précise et rapide des paramètres  $\theta^x$  et  $\theta^z$  seulement. Le réglage de l'alignement des éprouvettes est effectué avant le lancement de l'essai. L'objectif est d'obtenir  $\theta^x = \theta^y = \theta^z = 0^\circ$ . L'angle  $\theta^x$  est réduit au maximum à l'aide de la galette d'alignement, puis évalué directement par la SCIN. L'angle  $\theta^z$  est ensuite corrigé d'autant que le permet la configuration de l'éprouvette, et également évalué par SCIN. Finalement,  $\theta^y$  est ajusté grâce à la galette d'alignement, dont

la précision dépasse grandement celle de la mesure de l'angle puisque celle-ci est réalisée avec les images de CIN-2D, où l'incertitude est estimée à  $\pm 0,5^\circ$ . L'estimation expérimentale de  $\theta^x$  et  $\theta^z$  par SCIN est basée sur l'identification des plans dans lesquels reposent les faces mâle et femelle. La matrice de rotation entre le repère lié à la face femelle et le repère lié à la face mâle est convertie en angle d'Euler. Cette mesure de désalignement à partir d'une seule face des éprouvettes suppose donc la perpendicularité entre cette même face et les zones de contact.

## 3.2.2 La corrélation d'images numériques (CIN)

### 3.2.2.1 Principe

La corrélation d'images numériques permet d'obtenir des champs de déplacements surfaciques à partir de prises de vue de l'échantillon étudié. Son principe repose sur la comparaison de clichés pris à différents instants du chargement, afin de suivre la trajectoire de certains points. Pour qu'un point puisse être suivi, il est nécessaire que celui-ci se distingue de ses voisins. C'est pourquoi un mouchetis est généralement appliqué sur la surface d'intérêt pour texturer aléatoirement l'échantillon lorsque sa texture naturelle n'est pas suffisante. La méthode se base sur l'hypothèse de conservation du flux lumineux qui s'exprime ainsi :

$$f(x) = g(x + u(x)) \quad (3.1)$$

où  $f$  et  $g$  sont respectivement l'image de référence et l'image déformée,  $x$  la position du pixel dans l'image et  $u(x)$  le déplacement du pixel entre les deux images.

Les déplacements  $u$  en chaque point de l'image sont obtenus en minimisant la quantité suivante sur la zone d'intérêt  $\Omega$  :

$$\eta = \int_{\Omega} [f(x) - g(x + u(x))]^2 dx \quad (3.2)$$

Le problème tel que proposé par l'équation 3.2 est mal posé. Des hypothèses cinématiques quant à la régularité de  $u$  doivent être établies. La régularisation des déplacements  $u$  est imposée dans une base de fonctions d'interpolation  $\phi_i$  :

$$u(x) = \sum_i u_i \phi_i(x) \quad (3.3)$$

où les  $u_i$  sont les déplacements nodaux. La régularisation du champ de déplacements permet également une réduction des fluctuations dues aux erreurs de corrélation ou de mesure. Il existe deux méthodes pour résoudre ce problème : la méthode locale et la méthode globale présentées ci-après.

### 3.2.2.2 Approche locale

Le principe de corrélation d'images numériques est apparu en 1983 par Sutton et al. [SUT 83]. En première approche, seuls des mouvements de translation rigide

étaient considérés. L'algorithme proposé calcule le déplacement entre deux images monochromes en utilisant le produit de corrélation. Le problème de minimisation en équation 3.2 est équivalent à maximiser la quantité  $h(u)$  suivante :

$$h(u) = (f \star g)(u) = \int_{\Omega} f(x)g(x+u)dx, \quad (3.4)$$

où  $\star$  est l'opérateur de corrélation croisée. Les images étant discrètes et  $\Omega$  étant fini, on peut écrire le produit de corrélation sous la forme suivante :

$$h(u) = (f \star g)(u) = \sum_{x \in \Omega} f(x)g(x+u) \quad (3.5)$$

Cette opération consiste à translater une image par rapport à l'autre d'une distance  $u$  et de quantifier les similitudes par superposition. Sous l'hypothèse de conservation des niveaux de gris, le produit de corrélation est maximal lorsque les deux images se superposent parfaitement. Le déplacement  $u$  associé peut être considéré comme le déplacement moyen entre les deux images.

Pour obtenir un champ 2D, le produit de corrélation est appliqué sur des imagerie, ou "subset" issues de la décomposition des images complètes. L'approche locale considère donc des petites régions de l'image de référence, comptant chacune pour un point de mesure et centrées sur des points généralement distribués sur une grille régulière. Chaque imagerie étant analysée indépendamment de ses voisines, le champ résultant est de fait discontinu. Toutefois, cette méthode a l'avantage d'autoriser la parallélisation des calculs.

Lorsque l'hypothèse d'uniformité des déplacements sur chaque imagerie ne peut être validée (cas de torsion, contraction, cisaillement, etc.), il devient nécessaire de prendre en compte la déformation propre de l'imagerie. En effet, si l'on ne trouve dans l'espace des champs de déplacements admissibles (défini par les fonctions de forme  $\phi_i$ ) aucun champ conduisant à un résidu de corrélation suffisamment faible, la cinématique calculée ne correspondra pas à la cinématique réelle.

Pour remédier à cette limitation, l'hypothèse cinématique de translation rigide est levée en augmentant l'ordre des fonctions de forme du champ de déplacement  $u(x)$  de chaque imagerie. Des fonctions de forme polynomiales telles que présentées en équation 3.6 sont envisageables [SEG 18].

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x' + \Delta x' \\ y' + \Delta y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \Delta x \Delta y + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^2 \\ \Delta y^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Cependant, même avec une fonction de forme polynomiale d'ordre 2, seule la valeur moyenne du déplacement de l'imagerie est conservée comme résultat et associée au point central de l'imagerie.

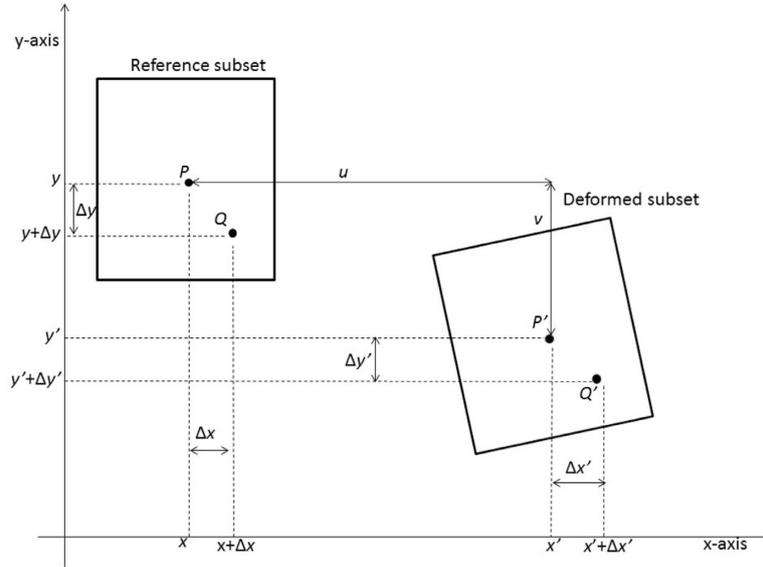


FIGURE 3.2 – Représentation et paramétrage des imageries de référence et déformée [HAS 19]

### 3.2.2.3 Approche globale

Le principe de l'approche globale consiste à minimiser les résidus de corrélation non plus sur des imageries, mais sur toute la région d'intérêt. La continuité des champs calculés est par conséquent imposée sur toute la zone d'intérêt, ce qui améliore la précision [HIL 12]. En supposant les images  $f$  et  $g$  dérivables et le déplacement  $u$  suffisamment petit, on linéarise  $g(x + u(x)) \approx g(x) + u(x)\nabla g(x) \approx g(x) + u(x)\nabla f(x)$ . Le résidu s'exprime alors :

$$\eta = \int_{\Omega} [f(x) - g(x) - u(x)\nabla f(x)]^2 dx \quad (3.7)$$

La décomposition des déplacements  $u$  décrite par l'équation 3.3 permet d'exprimer la recherche d'un minimum tel que pour tout  $i$  :

$$\frac{\partial \eta}{\partial u_i} = \sum_k u_k \int_{\Omega} (\nabla f \cdot \phi_k)(x)(\nabla f \cdot \phi_i)(x) dx - \int_{\Omega} (f(x) - g(x))(\nabla f \cdot \phi_i)(x) dx = 0 \quad (3.8)$$

Soit sous forme matricielle

$$[M]\{u\} = \{a\} \quad (3.9)$$

Où  $\{u\}$  est le vecteur des degrés de liberté, c'est-à-dire des incréments de déplacements à l'itération courante. L'équation 3.8 montre qu'une seule et unique évaluation de la matrice  $[M]$  est nécessaire à la résolution du problème. En revanche, le vecteur  $\{a\}$  doit être mis à jour à chaque itération puisque  $g(x) = \tilde{g}(x + \tilde{u})$ , où  $\tilde{g}$  et  $\tilde{u}$  sont respectivement l'image déformée et l'incrément de déplacement à l'itération précédente.

Les formules précédentes étant générales, différentes bases de fonction  $\phi_i$  peuvent être choisies. Il est par exemple possible d'opter pour une discrétisation type éléments finis, avec des éléments triangulaires ou quadrangulaires, structurés ou non. Cela permet dans certains cas une comparaison directe avec un modèle numérique, permettant la validation de celui-ci, ou l'identification d'une loi de comportement. Dans ces cas de figure, il est préférable que les champs à comparer reposent sur une même base cinématique. La cinématique peut également être enrichie afin de modéliser une discontinuité dans le champ de déplacements [RÉT 07].

#### 3.2.2.4 Calcul des déformations

À partir de la mesure d'un champ de déplacement 2D, trois composantes du tenseur des déformations peuvent être calculées. Une méthode de différences finies entre les imagerie voisines est couramment employée dans le cadre de la CIN locale. Pour une approche globale basée sur la méthode des éléments finis, le champ de déformation est obtenu par dérivation des déplacements sur chaque élément. Les fonctions de formes  $\phi_i$  sont généralement linéaires et produisent par conséquent des déformations constantes par élément.

#### 3.2.2.5 Interpolation sub-pixel

Afin d'atteindre une précision inférieure au pixel, les fonctions discrètes  $f$  et  $g$  représentant les images sont interpolées entre les pixels. Plusieurs types de fonctions de forme peuvent être utilisés pour interpoler le signal lumineux : bilinéaire, bicubique, spline, etc. Toutefois, l'interpolation introduit inévitablement des erreurs sur le calcul des déplacements. En effet, l'interpolation ne peut pas retrouver d'information manquante. On suppose que l'incertitude sur l'intensité lumineuse de chaque pixel est faible, et que par conséquent, l'erreur d'interpolation reste faible également. Grâce à l'interpolation sub-pixel, il est possible d'atteindre une précision inférieure au 1/100 de pixel sur les déplacements dans les conditions adéquates [HAS 19].

#### 3.2.2.6 Stéréo-corrélation d'images numériques

L'ajout d'une seconde caméra au dispositif permet la mesure des positions et déplacements 3D. Les informations hors plan sont calculées par triangulation à partir de couples d'images prises par les deux caméras. Cette étape nécessite un calibrage précis du dispositif, qui consiste à déterminer les paramètres optiques intrinsèques de chacune des caméras (distance focale, taille du pixel, etc.), ainsi que leur position et orientation relative.

En plus de l'appariement temporel de la CIN 2D, qui repose sur le suivi de pixel entre des images prises à différents instants, la stéréo-corrélation impose un appariement stéréoscopique, qui consiste en la mise en correspondance des pixels de deux images acquises au même instant par deux caméras distinctes. Cette étape peut se faire par l'utilisation d'une grille (précision de l'ordre du 1/30 de pixel), ou par corrélation d'image (précision

de l'ordre du 1/100 de pixel) [GAR 01]. Pour des applications de précision, il devient nécessaire de prendre en compte la distorsion optique induite par l'objectif. Des coefficients de distorsion sont calculés à partir d'images de calibrage, puis utilisés pour se ramener dans une configuration de projection perspective [COR 05].

La stéréo-corrélation d'images numériques permet la mesure du positionnement et des déplacements tridimensionnels des surfaces de l'éprouvette à chaque instant de l'essai. La mesure de la position et de l'orientation des deux parties de l'éprouvette sont particulièrement intéressantes puisqu'elles permettent de quantifier le degré de désalignement hors plan. Ces informations sont exploitées pour :

- corriger l'alignement expérimental en jouant sur la galette d'alignement. Par itérations successives de mesure puis correction, le niveau de désalignement relatif des éprouvettes est réduit, selon les capacités du dispositif de correction.
- construire un modèle numérique plus fidèle à l'essai, tenant compte des désalignements n'ayant pu être supprimés.

Le calcul du meilleur plan formé par le nuage de points récupéré par stéréo-corrélation d'images s'effectue selon une méthode MSAC (M-estimator Sample Consensus), une variante de l'algorithme RANSAC (RANdom SAMple Consensus) [TOR 00]. Il s'agit d'une méthode robuste non déterministe calculant le modèle optimal à partir d'échantillonnages itératifs aléatoires des données d'entrées. Elle est adaptée aux données présentant des points aberrants. Le plan sélectionné est celui minimisant la distance quadratique moyenne aux points pertinents.

Une itération de l'algorithme consiste à choisir aléatoirement 10 000 sous-ensembles de points dans le nuage de points initial, et de calculer pour chacun les coordonnées du plan minimisant la distance quadratique moyenne des points à ce plan. Parmi les 10 000 plans identifiés, celui dont l'erreur quadratique moyenne est la plus faible est sélectionné.

La robustesse de la méthode est quantifiée en mesurant la dispersion entre 10 000 itérations, et ce pour 6 couples d'images prises à la fin du premier cycle de chargement de la campagne d'essais de fatigue. Tous les couples d'images présentent des résultats similaires, attestant de la bonne reproductibilité de la méthode. En moyenne, 95 % des normales appartiennent aux cônes de demi-angle  $0,0045^\circ$  et  $0,0037^\circ$  pour les faces mâles et femelles respectivement.

En considérant les nuages de points étudiés ici comme représentatifs de la qualité des mesures réalisées par la suite, la méthode MSAC et l'incertitude sur les nuages de points contribuent à l'incertitude de positionnement angulaire à hauteur de  $\pm 0,009^\circ$ .

### 3.2.2.7 Logiciels CIN

Deux logiciels de corrélation d'images numériques sont exploités pour le traitement des données expérimentales. Le premier est le logiciel commercial Vic-3D, implémentant l'approche locale. Il est exploité pour résoudre le problème de stéréo-corrélation d'images numériques. Le second est uFreckles, un logiciel open source développé sur Matlab et basé sur une approche globale [RET 18]. Celui-ci est employé pour le calcul des déplacements par corrélation d'images numériques 2D.

Taille du maillage [pixel]	$\bar{\sigma}_x$ [pixels]	$\bar{\sigma}_z$ [pixel]	$\bar{\chi}$ [niveaux de gris]
20	0,0141	0,0153	1,35
30	0,0093	0,0101	1,36
40	0,0072	0,0078	1,36
50	0,0058	0,0063	1,35
60	0,0049	0,0054	1,34

TABLE 3.1 – Niveaux de bruit pour différentes tailles de maillage CIN

### 3.2.2.8 Quantification du bruit de mesure

L'intensité du bruit numérique lié à l'acquisition de l'image est estimée en prenant 10 clichés de l'éprouvette sans chargement et dans des conditions d'éclairage constantes. Les variations de niveau de gris de chaque pixel entre les images permettent de quantifier l'intensité des fluctuations parasites. Le dispositif mis en place donne un bruit moyen  $\sigma = 2,5$  niveaux de gris, soit environ 1% de la dynamique des images (256 niveaux de gris). Ce bruit, présent à la fois dans l'image de référence et dans l'image au temps final, est susceptible d'impacter négativement les champs de déplacements calculés, en particulier si le ratio signal sur bruit est faible. Pour réduire son impact sur les champs de déplacements, les images utilisées pour le calcul des déplacements sont obtenues en moyennant 10 images prises sous charge constante.

Une autre façon d'identifier le bruit numérique consiste à calculer des champs de déplacement par CIN à partir de la même série d'images statiques sans chargement. Les déplacements réels étant connus, l'analyse du champ de résidus  $\chi(x)$ , s'exprimant à partir de l'équation 3.1 comme :

$$\chi(x) = f(x) - g(x + u(x)) \quad (3.10)$$

donne la mesure du bruit numérique introduit par la CIN. L'image de référence est calculée comme la moyenne de toutes les images. La base cinématique est décrite par des éléments T3 non structurés. Il s'agit de triangles aux fonctions de forme linéaires (figure 3.3).

Dans le tableau 3.1,  $\bar{\sigma}_x$  et  $\bar{\sigma}_z$  sont calculés respectivement comme la moyenne des écart-types des déplacements selon l'axe  $x$  horizontal et  $z$  vertical de chaque image, soit :

$$\bar{\sigma}_{x,z} = \frac{1}{N_{nodes}} \sum_i^{N_{nodes}} \sqrt{\frac{1}{N_{images}} \sum_j^{N_{images}} \left( u_{x,z}^j(x_i) - \frac{1}{N_{images}} \sum_k^{N_{images}} u_{x,z}^k(x_i) \right)^2} \quad (3.11)$$

où  $N_{nodes}$  est le nombre de nœuds du maillage de CIN,  $N_{images}$  le nombre d'images et  $u_i^j(x_k)$  la composante  $i$  du déplacement au nœud  $k$  de l'image  $j$ . Le résidu moyen  $\bar{\chi}$  est

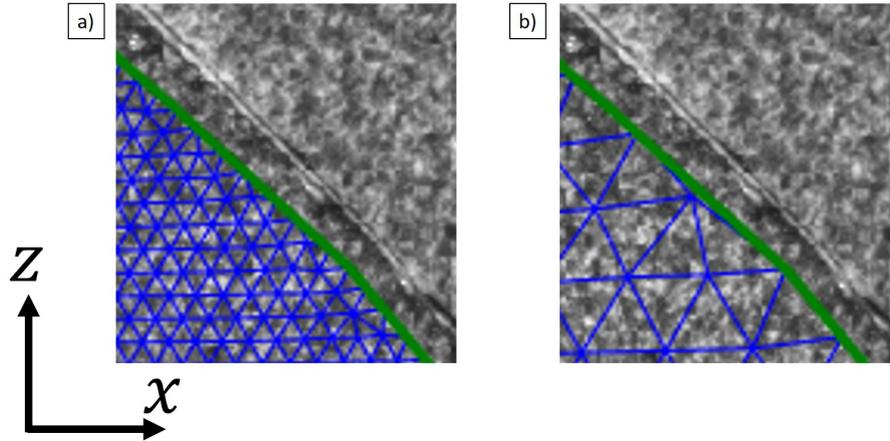


FIGURE 3.3 – Maillage T3 non structuré dans uFreckles, au niveau de l'interface de contact. La taille du maillage est de a) 20 pixels et b) 60 pixels

définit sur l'ensemble des nœuds et des images par :

$$\bar{\chi} = \frac{1}{N_{nodes}N_{images}} \sum_i^{N_{nodes}} \sum_j^{N_{images}} (f(x_i) - g^j(x_i + u^j(x_i))) \quad (3.12)$$

Avec  $g^j$  la  $j^e$  image déformée. Conformément aux résultats de la littérature [BES 06, PAN 08, SEG 19], un maillage plus fin conduit à des bruits de mesure  $\bar{\sigma}_x$  et  $\bar{\sigma}_z$  plus importants. En effet, plus l'élément est petit, plus le rapport signal sur bruit diminue. Le résidu moyen ne varie pas avec le maillage sur la plage étudiée.

### 3.2.3 Le mouchetis

La surface de l'échantillon à mesurer par corrélation d'images doit présenter une texture particulière afin de suivre l'évolution des déplacements. Certains matériaux ont l'avantage d'être naturellement texturés. Lorsque ce n'est pas le cas, ou que la texture n'est pas adaptée, une texture artificielle est appliquée. Le mouchetis est une texture, généralement en noir et blanc, constituée de motifs répétés selon une loi de répartition. Il existe diverses techniques d'application de mouchetis [DON 17] : la projection par aérosols ou pistolet aérographe, la gravure laser, l'impression, le tamponnage, la lithographie, etc.

#### 3.2.3.1 Méthode de quantification

Le guide des bonnes pratiques de la société internationale de corrélation d'images numériques (iDics) [INT 18], donne de nombreux conseils concernant l'ensemble du processus de mise en place d'un dispositif de corrélation d'image, et en particulier sur les propriétés d'un bon mouchetis. La taille d'un élément (ou imagerie) doit être assez grande

pour contenir suffisamment d'informations permettant de le distinguer de ses voisins. La règle de base stipule qu'une imagerie doit contenir à minima trois transitions entre motifs foncés et clairs. Il est également important que le contraste entre motifs et fond soit suffisant pour réduire l'influence du bruit. Enfin, les variations de taille entre les motifs doivent être limitées au maximum afin que le choix d'une taille de maille soit cohérent sur toute la surface d'intérêt.

La taille du maillage joue un rôle majeur en corrélation d'images. Plus elle est faible, plus la résolution spatiale du champ de déplacement augmente. Mais au contraire, plus la maille est grande, moins le champ résultant sera sensible au bruit. La recherche d'un compromis doit conduire à des résultats satisfaisants [SEG 18]. La taille optimale des motifs se situe entre 3 et 5 pixels. Au deçà de 3 pixels le motif risque d'être altéré dû à sa définition trop faible. Dans des cas de chargement de compression, le motif est susceptible de voir sa taille diminuer, exagérant d'autant plus cet aspect. Au contraire, des motifs inutilement larges diminuent la résolution spatiale du champ de déplacement. Dans le cadre de motifs circulaires, il est recommandé de viser une densité de motif entre 25 % et 40 % pour un contraste de l'image optimal.

Des méthodes d'évaluation de la qualité d'un mouchetis ont été proposées et sont résumées dans [DON 17]. Le gradient quadratique moyen de l'image, malgré son caractère empirique, est un bon critère pour juger de la qualité d'un mouchetis. Des techniques d'analyse d'images, permettent de calculer la taille moyenne de la distribution de motifs dans un mouchetis, ainsi que l'écart-type associé. Deux méthodes ont été implémentées dans ces travaux :

- La méthode par morphologie mathématiques, consistant en une succession d'ouvertures morphologiques par des éléments structurants circulaires de rayons variables [LEC 06, LIO 14]. La distribution de la taille des tâches est supposée suivre une loi normale, dont sont déduits la taille moyenne ainsi que l'écart-type. Cette méthode peut s'appliquer séparément à la distribution de tâches blanches et de tâches noires dans l'image.
- La méthode d'autocorrélation. L'autocorrélation de l'image mouchetée permet l'estimation de la taille moyenne du motif [PIE 04, LIN 07, BOS 13].

#### 3.2.3.2 Applications aux mouchetis expérimentaux

Deux méthodes d'application de mouchetis sont employées : la projection par bombe de peinture et la projection par un pistolet aérographe de la marque Harder Steenbeck Evolution. Dans les deux cas, une couche de peinture blanche doit en premier lieu être déposée sur les surfaces afin d'améliorer le contraste à l'image [LEP 17]. Les méthodes de caractérisation de la taille du mouchetis décrites précédemment sont appliquées à chacune des méthodes de création de mouchetis.

Des résultats typiques de la méthode de morphologie appliquée à un mouchetis par bombe de peinture et par pistolet aérographe sont présentés respectivement en figure 3.4 et 3.5. Les graphiques montrent le pourcentage de surface recouverte par les motifs blancs ou noirs en fonction de leur rayon. La distribution réelle des motifs, représentée par l'his-

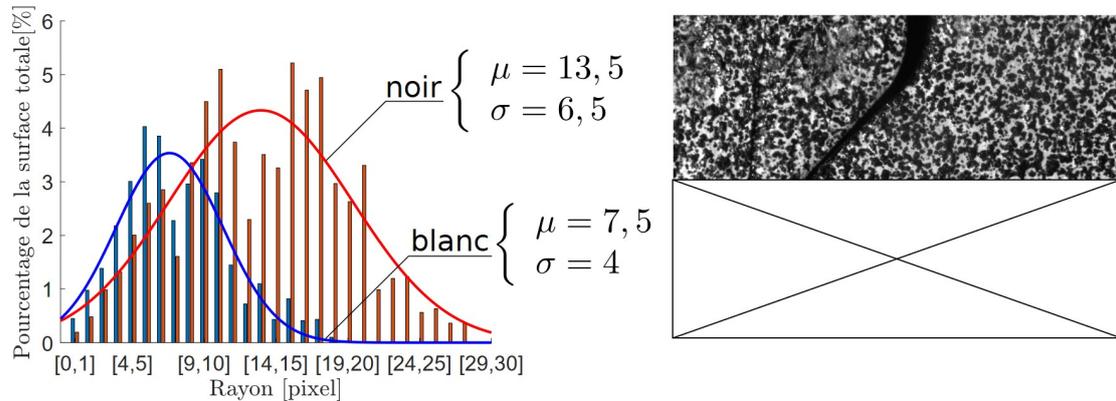


FIGURE 3.4 – Distribution (en termes de surface de recouvrement) de la taille des tâches d'un mouchetis réalisé avec une bombe de peinture, estimée par la méthode de morphologie.

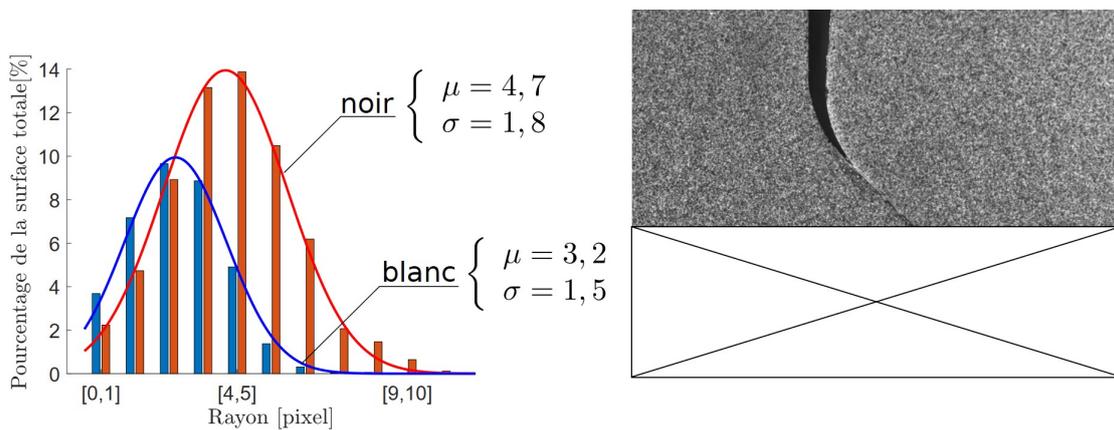


FIGURE 3.5 – Distribution (en termes de surface de recouvrement) de la taille des tâches d'un mouchetis réalisé avec aérographe, estimée par la méthode de morphologie.

togramme, suit approximativement une loi normale tronquée de paramètres  $(\mu, \sigma)$ , représentée par le trait continu. Les écarts entre distributions de motifs blancs ou noirs s'expliquent par des taux de recouvrement du mouchetis différents de 50 %. Le taux de recouvrement est défini comme le ratio de l'aire couverte de motifs noirs sur l'aire totale. Ce rapport vaut respectivement 67 % et 64 % pour le mouchetis par bombe de peinture et par aérographe.

Le tableau 3.2 présente les caractéristiques d'un ensemble de mouchetis. Le mouchetis B1 est le seul réalisé avec une bombe de peinture, les autres étant créés par aérographe. La projection par aérographe donne des motifs en moyenne deux fois plus fins que la bombe de peinture, avec un écart-type deux fois plus faible. Un mouchetis plus fin donnant lieu à une résolution spatiale accrue, la projection par pistolet aérographe est choisie pour la suite.

Mouchetis	B1	A1	A2	A3	A4	A5
Diamètre d'un motif (autocorrélation)	19	9	11	9	9	11
Diamètre d'un motif (morphologie)	21	10	12	9	10	12
Écart-type (morphologie)	21	10	12	9	10	12
Taux de recouvrement	67%	43%	33 %	41%	62%	45%

TABLE 3.2 – Caractéristiques des mouchetis réalisés, évaluées selon deux méthodes. Les résultats sont exprimés en pixels

La CIN n'autorise la mesure des déplacements qu'à partir d'une certaine distance du bord des éprouvettes, estimée à environ 22  $\mu\text{m}$  dans les conditions mises en place pour la campagne d'essais réalisée. Lors de l'application du mouchetis et malgré les précautions prises pour masquer les zones de contact, des petites gouttes de peinture sont susceptibles de s'introduire tout de même sur les bords de la zone de contact. Au cours d'un essai de fatigue, les efforts répétés vont écraser et expulser progressivement la peinture en dehors du contact, et en particulier dans le champ de vision de la caméra, augmentant ainsi la distance entre la zone de mesure et l'interface.

## 3.3 Les champs de déplacements comme quantités d'intérêt

Des essais de fatigue sont réalisés sur le banc présenté. L'éprouvette queue d'aronde est soumise à un chargement cyclique triangulaire entre  $F_{min} = 0,1$  kN et  $F_{max} = 1$  kN, soit un rapport de charge  $R = 10 \%$ . La fréquence de sollicitation est de 1 Hz. L'essai est stoppé à  $N = 10\,000$  cycles. Afin de réduire la quantité d'images capturées durant l'essai, le déclenchement des caméras est programmé à des cycles spécifiques, distribués sur une échelle logarithmique.

### 3.3.1 Modèle numérique en chargement monotone

Le modèle numérique utilisé consiste en une modélisation tridimensionnelle locale de la région de l'éprouvette queue d'aronde située dans le champ de vision de la caméra de CIN 2D. Les conditions aux limites sont de type déplacements imposés, croissants et monotones.

L'essai virtuel considéré jusqu'alors est remplacé par les champs expérimentaux mesurés par CIN au cycle 1. Ces champs sont illustrés sur la figure 3.6, et permettent la construction des conditions aux limites du modèle local selon l'équation 2.9, ainsi que le calcul de la fonction coût  $\rho$ .

Les désalignements angulaires au cycle 1 mesurés par stéréo-corrélation d'images

sont introduits dans la géométrie du modèle et se caractérisent par le triplet :

$$\begin{cases} \theta^x = 0,078^\circ \\ \theta^y = 0^\circ \\ \theta^z = 0,39^\circ \end{cases} \quad (3.13)$$

La méthode FEMU est utilisée pour l'identification d'un seul paramètre : le coefficient de frottement  $\mu$ . La minimisation de la fonction coût donne lieu à la figure 3.7. La fonction erreur basée sur les déplacements  $U_x$  est minimum en  $\mu = 0,5$ . Au contraire, minimiser les écarts entre les champs de déplacements  $U_z$  n'apporte pas la convergence. Comme établi précédemment, ce résultat ne remet pas en cause la légitimité de la méthode étant donné la sensibilité de cette quantité d'intérêt aux désalignements angulaires et aux erreurs de reproduction de la charge réelle. De plus, aux erreurs inhérentes au modèle, mesurées dans la partie 2.5.7.4, s'ajoutent ici les incertitudes expérimentales non retranscrites dans le modèle.

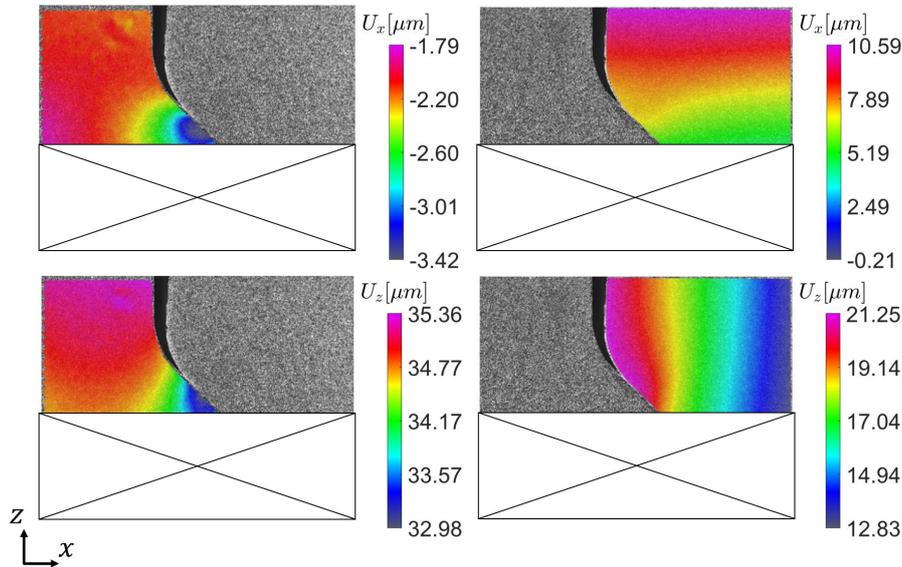


FIGURE 3.6 – Champs de déplacements expérimentaux obtenus par corrélation d'images numériques lors du premier cycle de chargement de la campagne d'essai, à l'instant de charge maximale

Un essai virtuel du cycle 1 est réalisé afin d'obtenir un ordre d'idée de la répartition des efforts lors de l'essai. Le coefficient de frottement de l'essai virtuel est ajusté à  $\mu_{opti} = 0,5$ . Les résultantes de contact normale et tangentielle du modèle local sont notées  $P$  et  $Q$ , tandis que celles du modèle global sont notées  $P_G$  et  $Q_G$ . Le ratio des efforts du modèle local sur ceux du modèle global est  $P/P_G \approx Q/Q_G \approx 73\%$ . Ces résultats illustrent la difficulté du présent modèle à reproduire la charge réelle de l'essai virtuel.

La convergence du modèle au cycle 1 est cependant assurée. En revanche, la même méthodologie ne peut satisfaire l'identification sur les cycles suivants du fait de l'importance de l'historique de chargement. La figure 3.8 retrace l'évolution des fonctions erreur

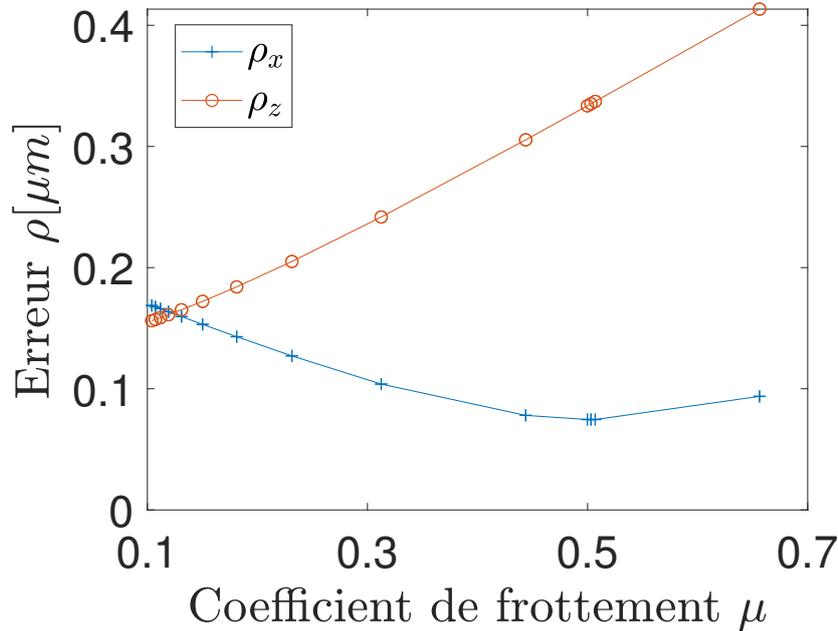


FIGURE 3.7 – Fonctions erreurs entre le modèle local monotone et le premier cycle expérimental

en fonction du coefficient de frottement au cycle 100. Le coefficient de frottement, et par conséquent les variations de contraintes tangentielles associées n'ont de toute évidence qu'une influence négligeable sur les champs de déplacements. La figure 3.9 prouve l'incapacité du modèle à garantir la correcte reproduction des efforts de contact. Ceux-ci n'atteignent seulement que quelques centièmes de leur valeur attendue. Or, il s'agit d'un enjeu majeur pour l'identification. Par conséquent, le présent modèle ne peut servir que pour l'identification de coefficient de frottement à partir de champs de déplacements expérimentaux obtenus sous chargement monotone.

#### 3.3.2 Modèle numérique en chargement monotone avec compensation de la charge

L'enjeu de fidélité des contraintes numériques a été adressé à travers l'étude de différents biais en partie 2.5. Avec l'objectif de conserver un modèle simple et rapide, le modèle décrit en partie 2.5.12.2 est mis en place. Sa particularité consiste en l'ajout d'une variable d'optimisation supplémentaire. Le nouveau jeu de paramètre est désigné par  $(\mu, dz)$ , où  $\mu$  est toujours le coefficient de frottement et  $dz$  une translation rigide de la partie femelle sur l'axe  $z$ , appliquée à travers les conditions aux limites et distribuée linéairement sur toute la durée du calcul.

L'application à l'essai donne lieu à la figure 3.10, retraçant l'évolution du coefficient

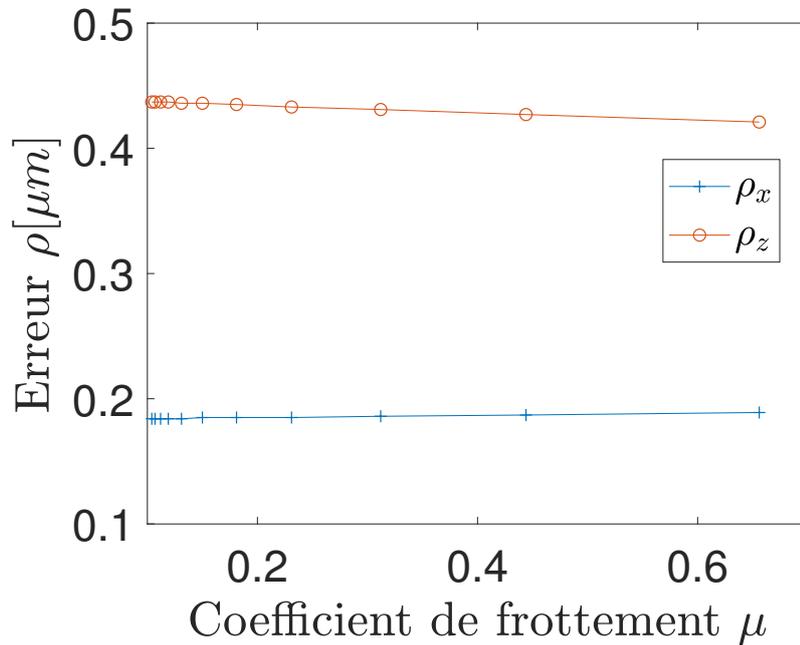


FIGURE 3.8 – Évolution des fonctions erreurs au cycle 100

de frottement optimal en fonction du cycle. Une évolution parfois chaotique est observée, et attribuée aux multiples sources d'incertitudes. Néanmoins, la tendance globale est parfaitement identifiable. Conformément aux résultats de la littérature [JUN 16], on observe une nette augmentation du coefficient de frottement. Pour les cycles 5 000 et 10 000, le modèle prédit un coefficient de frottement supérieur à 1, qui correspond à la borne supérieure de recherche de l'algorithme d'optimisation. Sous les conditions de charge et de géométrie spécifiques à l'essai, cela se traduit par la prédiction d'un régime de glissement partiel. Or, l'identification précise du coefficient de frottement en glissement partiel n'est pas fiable.

### 3.3.3 Modèle mixte

Le modèle mixte global/local présenté en partie 2.5.12.4 est utilisé pour identifier le coefficient de frottement au cours des cycles de chargement de la campagne d'essais. Comme pour les modèles précédents, le désalignement mesuré expérimentalement est introduit dans la géométrie du modèle. Les déplacements expérimentaux mesurés par CIN-2D sont utilisés pour la construction des conditions aux limites lors du passage à la modélisation locale.

L'évolution des deux fonctions erreur pour le second cycle de chargement est représentée en figure 3.11. Les fonctions erreurs convergent toutes deux vers un minimum sur la plage d'étude. Ce minimum a lieu en  $\mu = 0,15 \pm 0,025$  pour les fonctions  $\rho_x$  et  $\rho_z$ . Cette valeur est bien plus faible que celle identifiée par les deux modèles précédents.

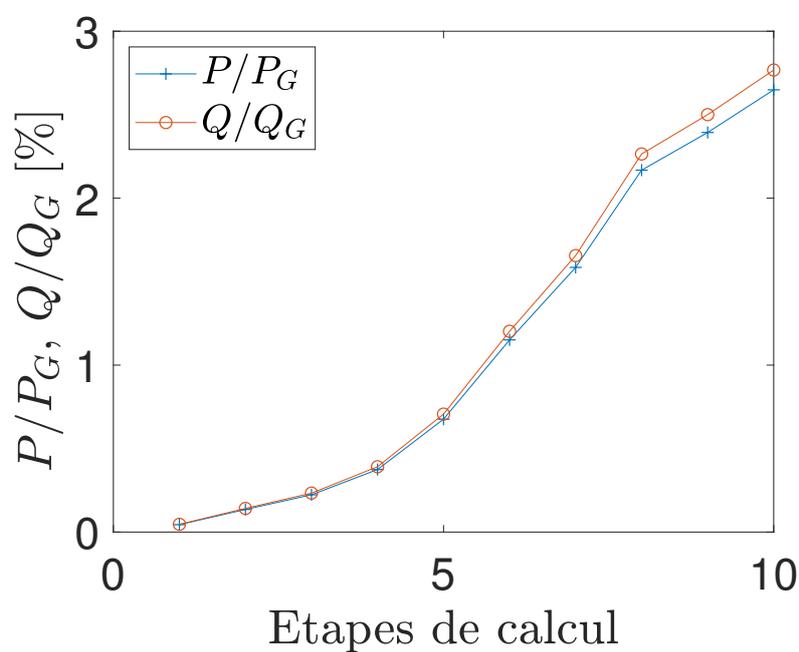


FIGURE 3.9 – Évolution des résultantes de contact normale  $P$  et tangentielle  $Q$  au cours du calcul du modèle local au cycle 100 avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,1$ . Les efforts sont normalisés par les valeurs attendues dans des conditions d'alignement parfait et de glissement total pour un même coefficient de frottement.

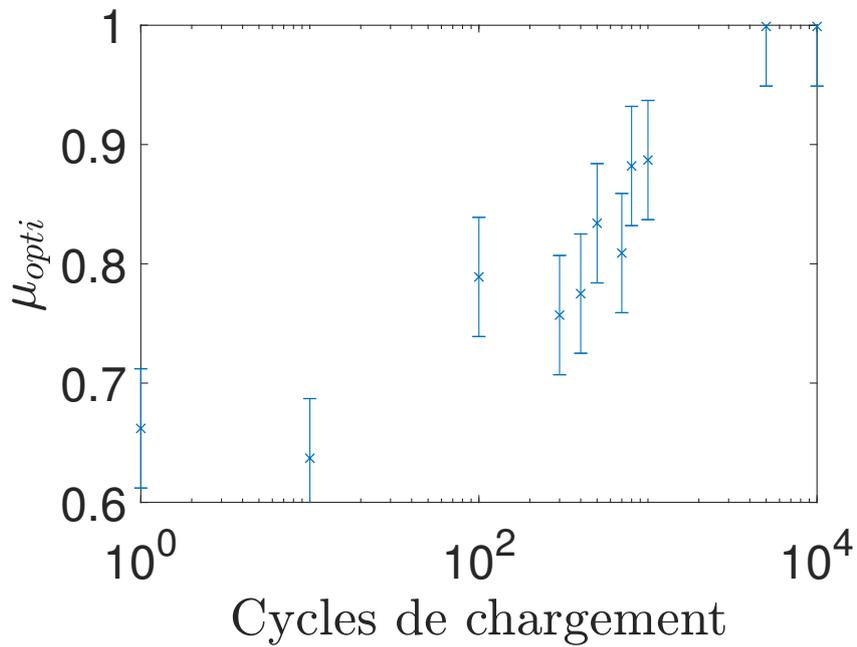


FIGURE 3.10 – Évolution du coefficient de frottement optimal au cours des cycles de chargement, lorsque le jeu de paramètres d'optimisation est  $(\mu, dz)$  et la fonction coût est  $\rho_x$

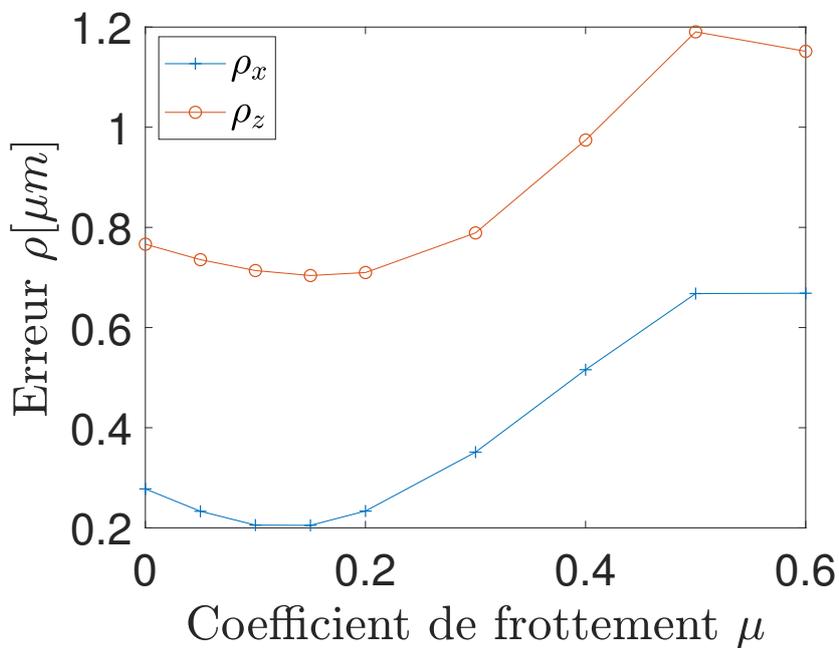


FIGURE 3.11 – Évolution de la fonction erreur du modèle mixte alimentée par les déplacements expérimentaux du second cycle de chargement

Cet écart peut être attribué à la forte sensibilité de ces modèles au profil de séparation initial. La transition en régime de glissement partiel transparait sur l'évolution de la fonction coût. Celle-ci semble se présenter pour  $0,5 < \mu < 0,6$ . En considérant le coefficient  $m = 1,54$  d'un essai virtuel aligné, l'équation 2.17 prévoit un coefficient de frottement seuil de  $\mu = 0,62$ . Cette valeur ne correspond pas tout à fait à la valeur observée. Le désalignement expérimental induit une dissymétrie des contraintes de contact entre les deux portées et entre les deux faces latérales de l'éprouvette. Par conséquent, le coefficient  $m$  caractérisant les raideurs sollicitées par le contact, identifié dans des conditions d'alignement parfait, n'est pas représentatif du chargement réel. Le paramètre  $m$  est calculé à partir de l'évolution des résultantes de contact obtenues dans l'étape de décharge du modèle mixte, et vaut  $m \approx 1$ . Le coefficient de frottement seuil devient alors  $\mu = 0,52$  ce qui est en meilleur accord avec l'évolution de la fonction coût.

L'évolution du coefficient de frottement en fonction des cycles de chargement est illustrée en figure 3.12. En raison des coûts de calculs élevés, le frottement est identifié sur un nombre de cycles réduit. Une augmentation du coefficient de frottement est décelée au cours du chargement. Le premier cycle de chargement se caractérise par un coefficient de frottement  $\mu = 0,15$  pour les deux fonctions erreurs. La fonction erreur  $\rho_z$  prédit une évolution du coefficient de frottement plus rapide que celle de la fonction  $\rho_x$  étant donné qu'au cycle final, les coefficients de frottement sont  $\mu = 0,25$  et  $\mu = 0,5$  pour les fonctions  $\rho_x$  et  $\rho_z$  respectivement. La fonction  $\rho_z$  prédit au cycle 10 000 la transition vers un régime de glissement partiel. Or, dans ces conditions, les champs de déplacement mesurés sont trop peu sensibles au coefficient de frottement pour espérer identifier sa valeur. C'est pourquoi, le coefficient de frottement identifié par la fonction  $\rho_z$  est supérieur à sa valeur seuil, soit  $\mu > 0,52$ .

## 3.4 Le glissement à l'interface comme quantité d'intérêt

La mesure des champs de déplacements sur les faces mâles et femelles permet le calcul du glissement à l'interface. En reprenant l'idée de [NES 12] et [JUO 16] le glissement peut être utilisé comme quantité d'intérêt pour l'identification du coefficient de frottement. On définit pour le calcul du glissement les champs de déplacements tangentiels  $U_\tau^{m,f}$  des faces mâles et femelles, calculés par rapport aux déplacements au début de cycle. Expérimentalement, ces champs sont mesurés aussi proche que possible de l'interface de contact, soit à environ 22  $\mu\text{m}$ . L'amplitude glissée sur le profil de la zone de contact au temps  $t$  et à la position  $x$  vaut alors :

$$s(x,t) = |U_\tau^m(x,t) - U_\tau^f(x,t)| \quad (3.14)$$

La figure 3.13 représente les profils de glissement calculés en fin de cycle au cours d'un essai de fatigue. L'amplitude glissée au cours d'un cycle semble relativement constante dans la zone de contact. L'amplitude du glissement décroît de manière significative avec le temps, ce qui sous-entend une modification profonde des propriétés du contact. En particulier, ce résultat concorde avec les effets attendus d'une augmentation

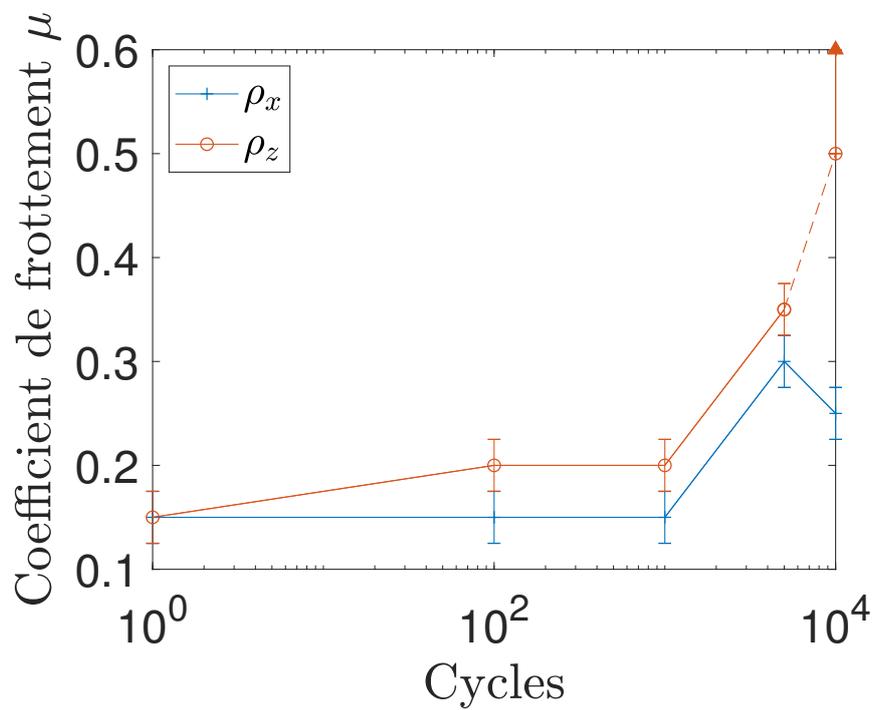


FIGURE 3.12 – Coefficient de frottement optimal identifié sur plusieurs cycles de chargement avec le modèle mixte. La ligne en pointillé traduit la prédiction du passage en régime de glissement partiel. Les barres d'erreurs représentent l'incertitude induite par le nombre réduit de calculs utilisés

du frottement. Plusieurs modèles numériques sont envisagés pour reproduire les glissements expérimentaux et identifier le coefficient de frottement.

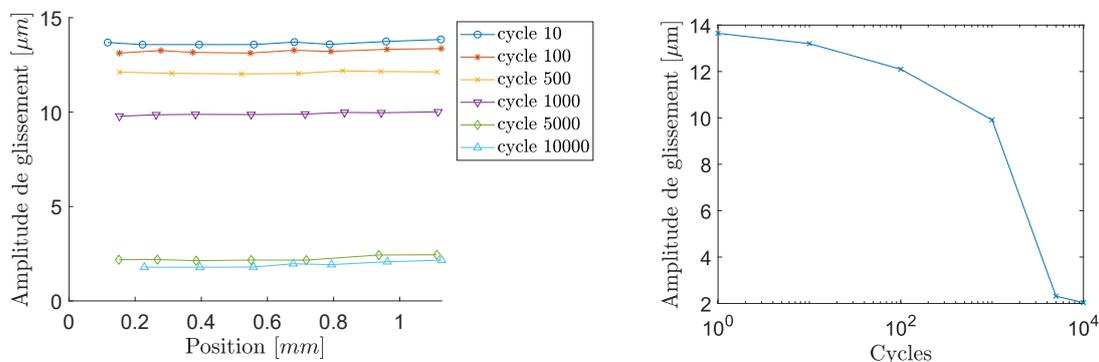


FIGURE 3.13 – Amplitude glissée en fin de cycle sur différents cycles expérimentaux

#### 3.4.1 Modèle local élastique sous chargement monotone

Dans un premier temps, la modélisation décrite partie 2.3.3 est utilisée. Le comportement du matériau est élastique. Les désalignements expérimentaux  $\theta^x$  et  $\theta^z$  mesurés au début du premier cycle de chargement de la campagne d'essais sont introduits dans la géométrie.

Le tracé numérique de l'amplitude glissée figure 3.14 a) confirme l'impact du coefficient de frottement sur le glissement. La position  $x = 0$  des abscisses correspond au premier nœud en contact. Le glissement le long de l'interface est relativement constant pour un coefficient de frottement donné. C'est pourquoi le glissement est caractérisé en figure 3.14 b) par sa valeur moyenne le long de l'interface. L'amplitude glissée moyenne sur un cycle évolue linéairement avec le coefficient de frottement. Ce comportement est la conséquence de la loi de comportement élastique attribuée aux matériaux du modèle et d'un régime de glissement total, survenant pour des coefficients de frottement suffisamment faibles (inférieur à  $m \approx 1,2$  dans le cas présent) dans le cadre de chargement monotone (voir partie 2.5.12).

La figure 3.14 b) constitue une loi de comportement reliant le coefficient de frottement au glissement. Celle-ci peut être exploitée pour identifier le coefficient de frottement à partir de données expérimentales. Cependant, il faut noter que le présent modèle comporte des écarts de représentativité dont la plupart ont fait l'objet de discussions dans la partie 2.5. En particulier, le chargement est monotone et le coefficient de frottement inférieur à  $m$ , ce qui implique le glissement total de la portée tout au long du chargement. Dès lors, ce modèle ne peut prendre en compte l'influence du glissement partiel susceptible de survenir lors d'un essai de fatigue.

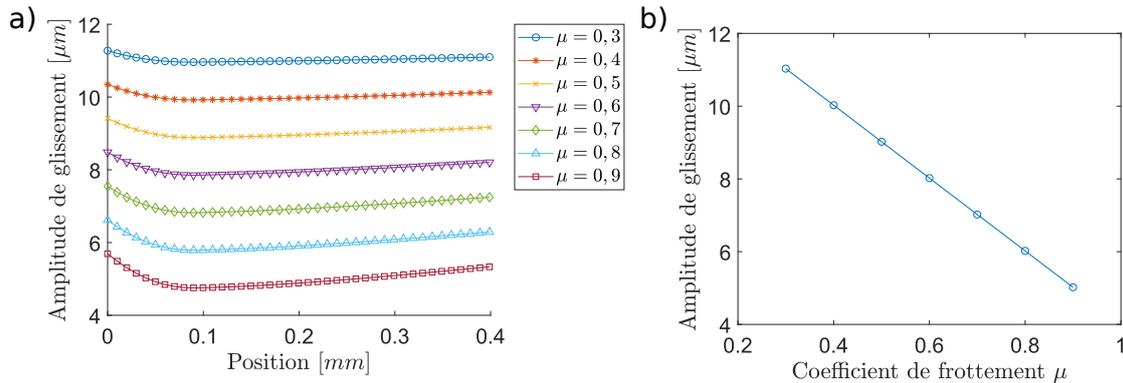


FIGURE 3.14 – Amplitude glissée a) le long de l'interface et b) moyenne en fin de chargement pour différents coefficients de frottement  $\mu$  sur le modèle local élastique

### 3.4.2 Modèle local élastoplastique sous chargement monotone

Les effets de la plasticité sont pris en compte dans ce nouveau modèle, par ailleurs identique en tout points au précédent. Un modèle d'écroutissage isotrope multi-linéaire est utilisé. L'amplitude glissée est toujours calculée pour le premier cycle de chargement. L'amplitude glissée représentée en figure 3.15 a) semble perdre son caractère constant pour les frottements élevés, avec notamment des variations brutales du côté  $x = 0$ . La comparaison avec le cas élastique révèle une hausse de l'amplitude glissée d'un facteur 2 environ. La taille de la zone de contact est également largement étendue, et atteint trois fois sa taille du modèle élastique. Le calcul du glissement moyen à l'interface donne la courbe figure 3.15 b), pouvant être utilisé comme loi de recalage. Une relation linéaire entre glissement et coefficient de frottement apparaît de nouveau. L'introduction des effets plastiques dans le modèle a une influence marquée sur les déplacements et déformations très proches de l'interface de contact, là où est calculé le glissement. L'identification du coefficient de frottement à partir de l'amplitude glissée nécessite par conséquent la prise en compte du comportement élastoplastique des matériaux.

### 3.4.3 Modèle global élastoplastique sous chargement non monotone

Un modèle global de l'éprouvette tel que décrit par la figure 2.10 est mis en place, avec le chargement figure 3.16. Le glissement est calculé entre les étapes 2 et 3 afin que le trajet de charge soit le plus représentatif possible de l'expérience. Un modèle d'écroutissage isotrope multi-linéaire est utilisé pour la même raison. Le désalignement relatif des éprouvettes mesuré au premier cycle de chargement est introduit dans le modèle. L'utilisation des glissements relatifs comme quantités d'intérêt permet d'ignorer l'influence des raideurs du banc d'essai sur les déplacements expérimentaux. Les résultats d'un modèle numérique global de l'éprouvette sont alors directement comparables aux mesures.

Les résultats sont présentés figure 3.17 a). Un nombre limité de coefficients de frottement sont testés pour des raisons de coûts de calcul. Les amplitudes glissées le long

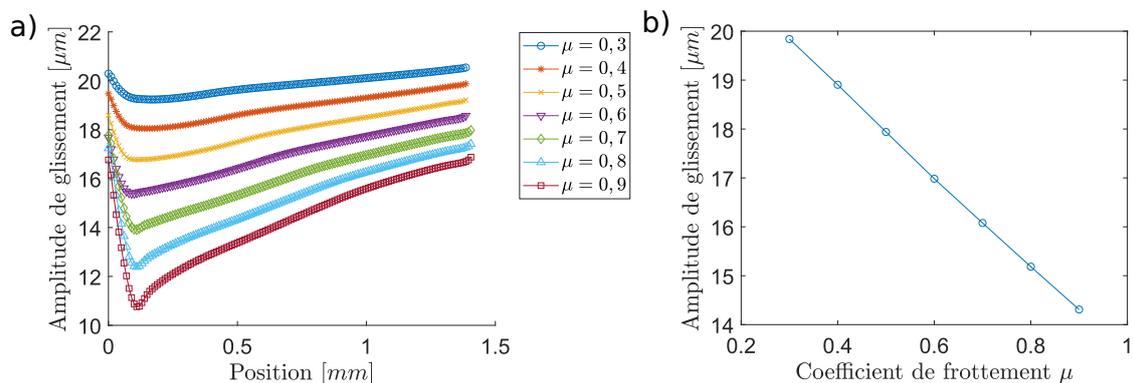


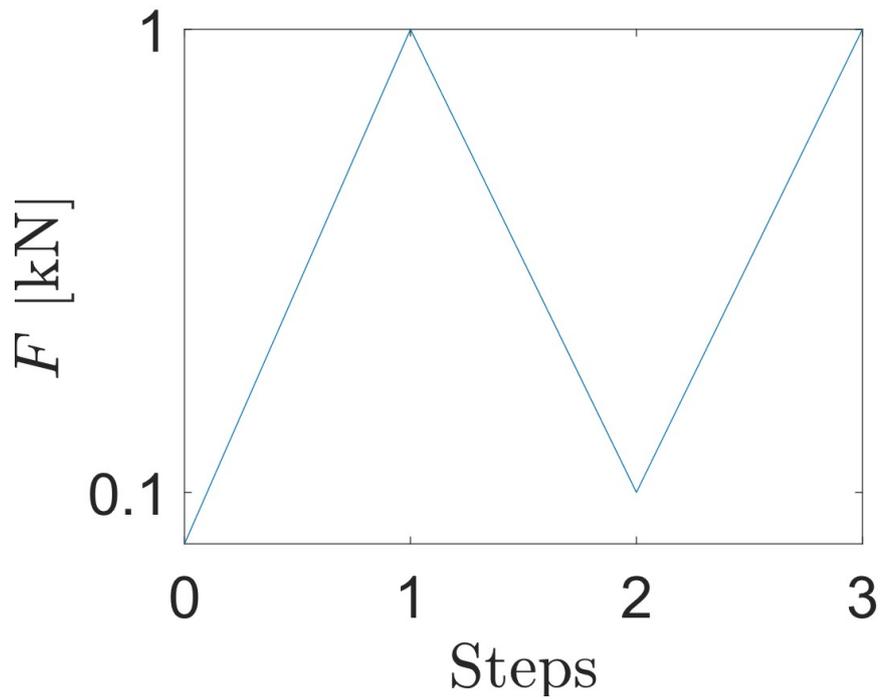
FIGURE 3.15 – Amplitude glissée a) le long de l'interface et b) moyenne en fin de chargement pour différents coefficient de frottement  $\mu$  sur le modèle local plastique

de l'interface présentent toutes une évolution similaire. Le glissement est légèrement plus important sur le bord inférieur du contact. À partir d'un coefficient de frottement supérieur ou égal à 0,6 le profil de glissement présente une portion quasiment nulle, traduisant la transition vers un régime de glissement partiel. L'amplitude glissée le long de l'interface est caractérisée par sa valeur moyenne, représentée en figure 3.17.b). L'évolution du glissement moyen en fonction du coefficient de frottement met en évidence deux domaines, dont la transition intervient pour un coefficient de frottement compris entre 0,5 et 0,6. Ces domaines correspondent aux régimes de glissement total et partiel. La relation entre glissement et frottement peut être approximée indépendamment sur les deux phases par une régression linéaire. Or, la sensibilité du glissement à la valeur du coefficient de frottement diffère sensiblement entre les deux régimes. De fait, l'incertitude liée à l'identification du coefficient de frottement en régime de glissement partiel est conséquente et ne permet pas de se prononcer sur sa valeur. Lorsque le régime de glissement partiel est atteint, la quantification du coefficient de frottement sur la base du glissement moyen de l'interface est restreinte à une minoration par la valeur de transition en régime de glissement partiel.

#### 3.4.4 Identification du coefficient de frottement

Chacun des trois modèles précédents a permis d'identifier une loi de comportement linéaire de l'amplitude glissée en fonction du coefficient de frottement. Cependant, le modèle global permet d'identifier le domaine de validité de cette relation, qui correspond au maintien du régime de glissement total. Ces lois sont employées à la prédiction du coefficient de frottement expérimental, à partir des données de glissement mesurées durant les essais. Les résultats sont présentés figure sur la 3.18.

Toutes les approches prédisent une augmentation du coefficient de frottement avec le nombre de cycles. Cependant, les écarts entre les méthodes sont conséquents. Les modèles locaux souffrent des problématiques de reproduction des contraintes expérimentales, ainsi que de l'absence de l'historique de chargement, comme évoqués dans les parties précédentes. Les trois modèles prédisent un régime de glissement partiel pour les cycles 5 000



Steps	1	2	3
$F$ [kN]	1	0,1	1

FIGURE 3.16 – Effort statique  $F$  appliqué au modèle global pour la mesure des glissements à l'interface

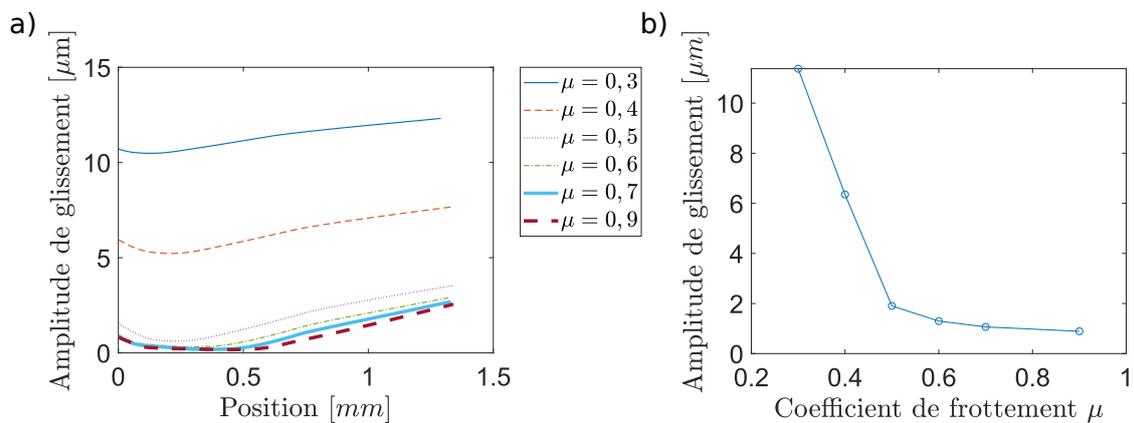


FIGURE 3.17 – Amplitude glissée a) le long de l'interface et b) moyenne en fin de chargement pour différents coefficient de frottement  $\mu$  sur le modèle global

et 10 000. Les modèles locaux monotones ne permettent pas par nature d'identifier le coefficient de frottement seuil de transition en régime de glissement partiel. De plus, les relations entre glissement et coefficient de frottement ont été calibrées sur des contacts glissants, dans une plage définie d'amplitude glissée. L'extrapolation en dehors de la plage de calibrage des modèles (représentée en pointillés sur la figure 3.18) est alors empreinte d'une forte erreur. Par conséquent, le frottement identifié par les modèles locaux monotones pour ces cycles n'est pas une valeur fiable.

Le modèle global est le modèle le plus représentatif et le plus encourageant. C'est le seul qui prenne en compte les effets du cycle précédent. Les coefficients prédits sont considérés plausibles. Au cycle 1 sa valeur est estimée à  $\mu = 0,25$  pour évoluer jusqu'au cycle 1 000 à  $\mu = 0,33$ . Au-delà, le frottement augmente jusqu'à atteindre sa valeur seuil aux alentours de  $\mu = 0,5$  produisant ainsi le maintien d'une zone d'adhérence tout au long du cycle. Dès lors, l'identification du coefficient de frottement est restreinte à l'inégalité  $\mu \geq 0,5$ .

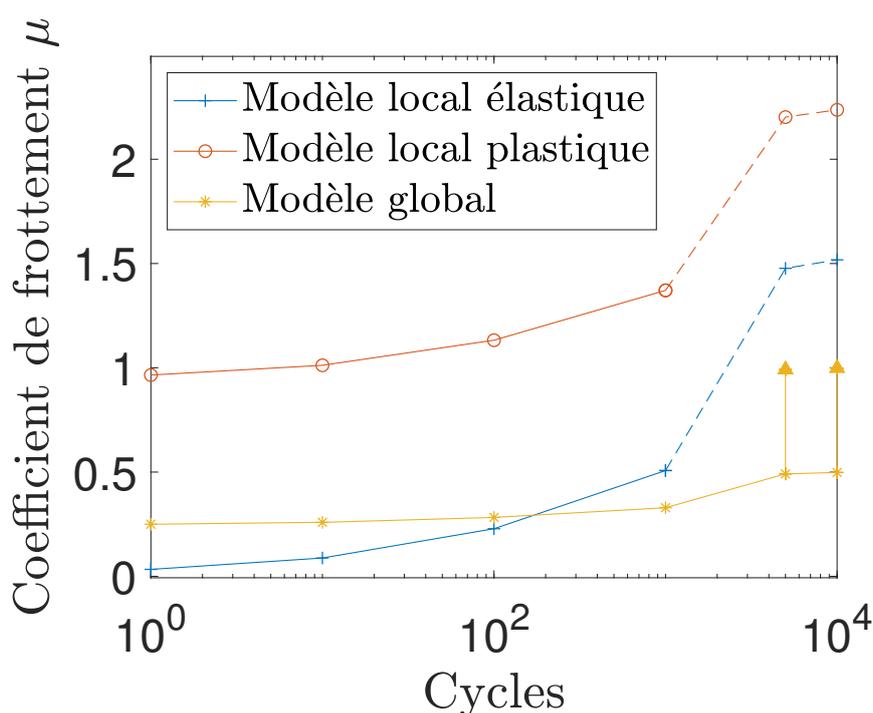


FIGURE 3.18 – Identification du coefficient de frottement expérimental à partir de trois lois obtenues avec trois modèles numériques différents. Les courbes en pointillés traduisent l'extrapolation des lois identifiées en dehors de leur plage de calibrage

### 3.5 Conclusion

Un essai de traction cyclique sur une éprouvette queue d'aronde a été mise en place. Les champs de déplacements ont été mesurés à la surface de l'échantillon par CIN. Le désalignement angulaire des pièces a été recueilli grâce aux mesures de stéréo-CIN.

Des modèles locaux à chargement monotone tenant compte du positionnement relatif des parties mâle et femelle spécifique à chaque cycle ont été utilisés, et le coefficient de frottement a été identifié. Une augmentation rapide de sa valeur est observée au début de l'essai, conformément aux résultats de la littérature. Cependant, à partir du cycle 5 000, le modèle prédit le glissement partiel de la zone de contact durant tout le cycle. L'identification précise du coefficient de frottement dans ces conditions devient plus délicat.

Un second modèle capable de prendre en compte les effets d'histoire du chargement a été mis en place pour compenser les lacunes du premier. Ce modèle mixte identifie également un coefficient de frottement moyen en augmentation au cours des cycles de chargement. Sa valeur est cependant nettement plus faible que les prédictions du modèle local monotone. De plus, aucune transition en régime de glissement partiel n'est annoncée au cours des 10 000 cycles de chargement.

La CIN permet la mesure du glissement relatif proche de l'interface de contact. Cette grandeur a été utilisée comme quantité d'intérêt. Elle a l'avantage de ne nécessiter qu'une modélisation numérique globale de l'éprouvette, étant donné son indépendance vis-à-vis des raideurs du banc d'essai. Néanmoins, les coûts de calcul pour un modèle global élasto-plastique restent élevés. Comme pour les modèles précédents, le coefficient de frottement identifié augmente au cours des cycles de chargement. Sa valeur évolue de  $\mu = 0,25$  au premier cycle jusqu'à  $\mu = 0,33$  au cycle 1 000. Au-delà, le modèle prévoit le passage en régime de glissement partiel. Dès lors, l'identification du coefficient de frottement est restreinte à l'inégalité  $\mu \geq 0,5$ .

Les résultats obtenus avec les champs de déplacements ou le glissement comme quantité d'intérêt sont relativement proches. Une différence maximale de 0,14 est observée entre les deux modèles pour le cycle 5 000. Les deux modèles prédisent également une augmentation comparable du coefficient de frottement au cours des cycles de chargement. La transition en régime de glissement partiel est annoncée pour les cycles 5 000 et 10 000 lorsque le glissement est la quantité d'intérêt. En revanche, avec les champs de déplacement comme quantité d'intérêt, le glissement partiel est prévu uniquement sur le cycle 10 000 et avec la fonction erreur  $\rho_z$ . Les écarts d'identification entre le modèle mixte et le modèle global sont attribués d'une part, aux hypothèses de mise en données de la modélisation locale du modèle mixte. Les désalignements expérimentaux contribuent grandement aux erreurs de reproduction des contraintes réelles. Bien que mesurés et réintroduits dans le modèle, leur simple présence met en défaut la formulation des conditions aux limites des surfaces de découpe. Cette erreur ne permet pas de constater la transition en régime de glissement partiel annoncée par la modélisation globale.

### 3. Application à un essai de fatigue LCF sur éprouvettes queue d'aronde

---

# Chapitre 4

## Étude comparative de critères de fatigue

### 4.1 Introduction

Ce chapitre porte sur l'analyse des prédictions d'endommagement d'une variété de critères de fatigue issus de la littérature. Ces critères sont appliqués à un cycle de chargement LCF subit par une éprouvette queue d'aronde. Les effets du coefficient de frottement sur les mécanismes d'amorçage sont évalués. La comparaison avec des résultats d'essais permet d'identifier les processus d'initiation de fissure et les grandeurs mécaniques associées.

### 4.2 Critère d'amorçage de fissure en analogie avec la mécanique de la rupture

La résolution du problème de contact sur des géométries complexes, comme le système pale-disque, se fait généralement avec l'aide de la méthode des éléments finis. Un maillage particulièrement fin est requis afin de capter précisément le gradient de contrainte caractéristique des problèmes de contact. Cependant, la durée de vie prédite par des critères de fatigue classiques a tendance à être sous-estimée en raison de l'effet de gradient. La prise en compte de ce phénomène s'effectue généralement en conjonction de calculs éléments finis par les méthodes suivantes :

- La théorie des distances critiques est largement utilisée pour aborder la problématique de l'effet de gradient [TAY 08]. Elle est appliquée avec succès pour la prédiction d'amorçage dans des cas de fretting-fatigue [ARA 17, LUO 20, ZOU 22]. Il existe plusieurs variantes de cette méthode, dont la plus utilisée est celle de la distance critique ponctuelle [ELH 79, TAY 00, ARA 08]. La contrainte considérée est celle du nœud se situant à une distance  $l_c$  sous le point critique en surface. La distance critique est ajustée à partir d'un cas connu. Une méthode alternative consiste à moyenniser les contraintes sur une ligne, une surface ou un

volume [PRO 06, FRI 05, FOU 02]. La théorie des distances critiques a l'avantage de présenter une explication physique au phénomène, puisque généralement une correspondance entre la taille critique et la taille des grains est relevée [NOW 06, FOU 02]. L'association de cette méthode avec un déraffinement adéquat du maillage permet d'obtenir des résultats cohérents tout en réduisant de moitié les temps de calculs [INF 22]. Cependant, déterminer les paramètres du maillage pour une configuration donnée est fastidieux.

- La méthode de la fonction de poids consiste à multiplier la fonction de fatigue par une fonction de poids  $w$  dépendante du gradient de contrainte [AMA 10, FER 13]. La rupture est annoncée si  $wf(\sigma, \varepsilon, g) \geq 1$ .
- Les critères non locaux proposent une approche basée sur des facteurs d'intensité de contraintes, de manière analogue aux méthodes de la mécanique de la rupture. Un des intérêts de la méthode réside dans l'indépendance de ces facteurs à la géométrie du problème [MON 15, ROU 20].

La calibration des critères de fatigue classiques pour intégrer les effets du gradient peut s'avérer complexe à intégrer dans un processus industriel. L'approche non locale a pour objectif de contourner ce problème. Giannakopoulos et al. [GIA 98, GIA 00] ont montré des similarités entre les champs mécaniques sur les bords d'un contact pion/plan adhérent et ceux en fond d'entaille. Les auteurs proposent une analogie entre mécanique du contact et mécanique de la rupture, afin de développer une description asymptotique des problèmes de contact.

La propagation d'une fissure peut se faire selon trois modes, correspondant à trois orientations de la fissure par rapport au chargement (figure 4.1). Dans la réalité, ces modes peuvent se cumuler. Le mode I est un mode d'ouverture de la fissure, où le chargement est appliqué perpendiculairement à la fissure. Le mode II est le mode de cisaillement plan, où la propagation s'effectue dans la direction de la sollicitation. Le mode III est le mode de cisaillement anti-plan, où la sollicitation est orientée dans la direction du front de fissure.

La description des champs de contraintes en pointe de fissure est basée sur le concept de facteur d'intensité des contraintes, introduit par Irwin [IRW 21]. Ce résultat repose sur les solutions analytiques des contraintes et déformations autour d'une fissure dans un milieu élastique linéaire développées par Westergaard [WES 39].

Sous hypothèse d'élasticité linéaire, le développement asymptotique au premier ordre des contraintes autour du front de fissure en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  est :

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (4.1)$$

Où  $K$  est le facteur d'intensité des contraintes. Sa valeur est dépendante de la géométrie et du chargement. La fonction  $f$  définit la description spatiale des contraintes. Les contraintes sont donc exprimées sous la forme d'un produit du facteur d'intensité et d'une fonction de forme représentant la distribution spatiale.

Les champs de contraintes autour du front de contact peuvent être exprimés de manière similaire, à l'aide d'un facteur d'intensité de la charge normal  $K_N$  et un facteur d'intensité de la charge tangentielle  $K_T$ . L'origine du repère est translatée sur le bord du

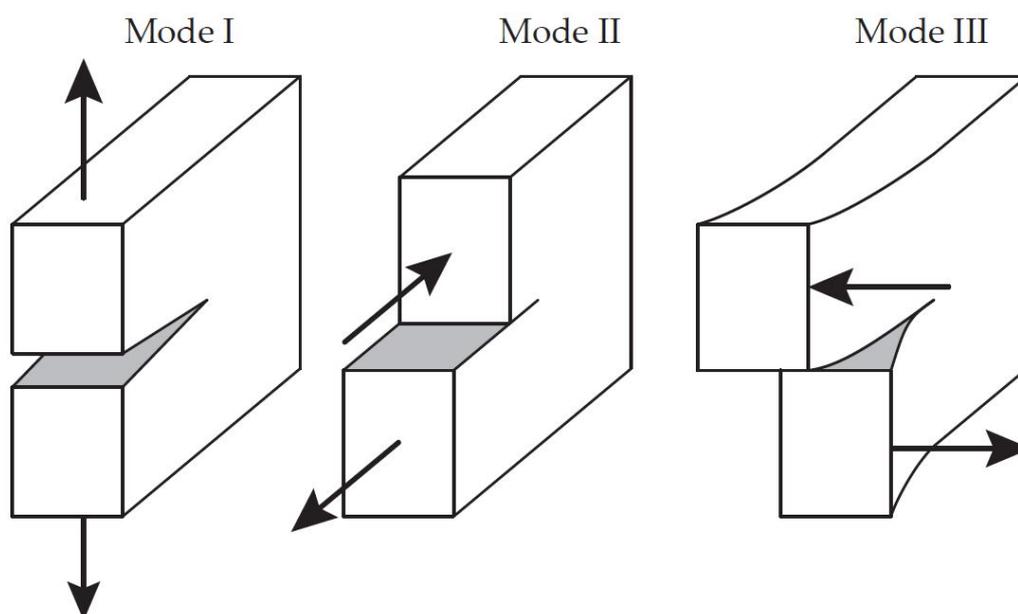


FIGURE 4.1 – Modes de propagation de fissure

contact, tel que  $s$  désigne la distance au bord, soit  $s = x + a$  sur le bord gauche (figure 4.2). Les contraintes de contact normales et tangentielles sont :

$$\begin{aligned}\sigma_{yy}(s, y = 0) &\approx K_N \sqrt{s} \\ \sigma_{xy}(s, y = 0) &\approx K_T \sqrt{s}\end{aligned}\quad (4.2)$$

La calibration de  $K_N$  et  $K_T$  s'obtient analytiquement pour des géométries simples, telles que le contact hertzien [DIN 04] ou le contact pion/plan rayonné [MUG 04, FLE 16]. Plus généralement, leur valeur est obtenue avec la résolution du problème de contact par la méthode des éléments finis en calculant  $\sigma_{ij}(s, y = 0) / \sqrt{s}$  en  $s \rightarrow 0$  [FLE 16]. Ces coefficients asymptotiques ont été utilisés pour caractériser le comportement en glissement du contact [CHU 06, AND 19]. Plusieurs auteurs ont également montré le lien avec l'amorçage de fissure et la faisabilité de la construction d'un critère de fatigue basé sur des facteurs d'intensité [HIL 17, PAN 21].

L'analogie entre mécanique linéaire élastique de la rupture et la mécanique du contact suppose un contact complètement adhérent. Or, l'amorçage de fissure dans les problèmes de fretting se caractérise par un régime de glissement partiel. Les non-linéarités apportées par le glissement partiel ont été prises en compte par Montebello et al. [MON 15] en déclinant l'approche développée par Pommier et al. [POM 09] qui consiste à décrire les effets élastoplastiques en pointe de fissure par l'introduction de facteurs d'intensité et de fonctions de forme dédiés. Ainsi, Montebello [MON 15] exprime le champ de vitesse autour du front de contact comme la somme de produits de facteur d'intensité et de champs de déplacement de référence. Une partie des termes représente la réponse linéaire élastique

de la structure, tandis que l'autre partie prend en compte la contribution non linéaire due au glissement partiel. Pour un contact cylindre/plan 2D soumis à un chargement normal et tangentiel, le champ de vitesse est approximé autour du front de contact par :

$$\underline{v}(\underline{P}, t) \simeq \dot{I}_I(t)\underline{\phi}_I(\underline{P}) + \dot{I}_{II}(t)\underline{\phi}_{II}(\underline{P}) + \dot{I}_{II}^c(t)\underline{\phi}_{II}^c(\underline{P}) \quad (4.3)$$

Avec  $I_I$  et  $I_{II}$  les facteurs d'intensités linéaires et  $I_{II}^c$  le facteur d'intensité complémentaire permettant d'approcher les non-linéarités du glissement. Les fonctions de forme  $\phi_I$ ,  $\phi_{II}$  et  $\phi_{II}^c$  peuvent être vues comme une base orthonormée dans laquelle s'exprime le champ de vitesse. Rousseau [ROU 20] a étendu cette approche aux problèmes tridimensionnels et avec un front de contact mobile, c'est-à-dire une charge normale variable. Les données de durées de vie obtenues pour des essais de géométries et de charges variables se confondent en une seule frontière d'amorçage dans l'espace des facteurs d'intensité non locaux définis précédemment. Cela met en évidence la capacité de la méthode à intégrer l'effet de gradient et à transférer les résultats expérimentaux obtenus sur une géométrie cylindre/plan donnée à la prédiction d'une durée de vie en fretting-fatigue d'un contact 3D de forme différente.

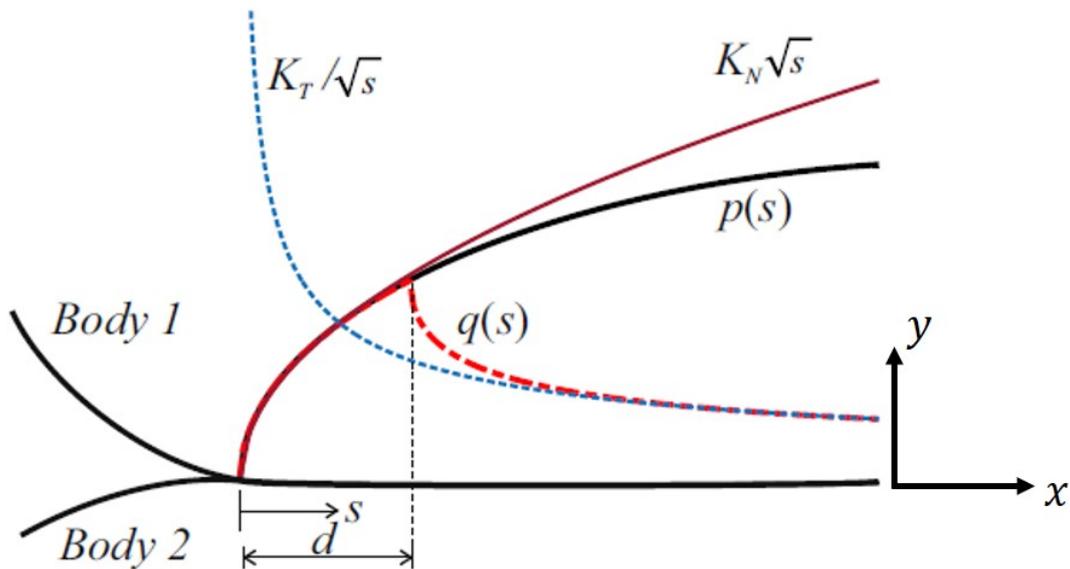


FIGURE 4.2 – Contraintes de contact et leur asymptote

## 4.3 Les critères de fatigue

### 4.3.1 Définition et formalisme

L'objectif des critères de fatigue est d'obtenir, à partir d'essais simples (traction, torsion, flexion, alternée ou symétrique, etc.), une formulation capable de décrire la tenue en

fatigue d'un matériau soumis à des sollicitations plus complexes. Une telle formulation permettrait de restreindre les campagnes d'essais à des configurations classiques et bien maîtrisées, et de généraliser les durées de vie mesurées à des structures de formes, matériaux et chargements quelconques. Cependant, la multitude de critères disponibles dans la littérature, et dont une liste non exhaustive est retranscrite dans ce manuscrit, atteste que l'existence d'une théorie universelle de la tenue en fatigue n'a pas encore été prouvée ni acceptée, en particulier dans le cadre de chargement multiaxial non proportionnel avec d'intenses gradients de contrainte.

Un critère de fatigue donne une information binaire sur la tenue en fatigue d'une structure à  $N$  cycles de chargement. Le critère est évalué à l'aide de paramètres reflétant les sollicitations pertinentes, puis selon sa valeur, la rupture ou la non-rupture est annoncée. Un critère de fatigue peut être assimilé à une fonction de fatigue  $f$  dépendante du tenseur des contraintes et/ou des déformations sur le cycle de fatigue et des limites d'endurance classiques du matériau à  $N$  cycles. Si la fonction est inférieure à 1, le critère prévoit l'amorçage d'une fissure pour un nombre de cycle supérieur à  $N$ . Si la fonction est supérieure à l'unité, alors l'apparition de fissure est prévue avant le  $N^e$  cycle. Enfin, la durée de vie de la structure est estimée à exactement  $N$  cycles lorsque la fonction de fatigue vaut 1, c'est-à-dire :

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, g(N)) = 1 \quad (4.4)$$

Où  $g$  est l'ensemble des valeurs de référence de tenue en fatigue issues de cas simples. Généralement, les critères de fatigue ont la forme d'une combinaison linéaire de deux paramètres, l'un rendant compte des effets du cisaillement, l'autre des contraintes normales.

Il paraît important de faire la distinction entre le nombre de cycles à amorçage de fissure et le nombre de cycles à rupture de la pièce. Les phases de nucléation et de propagation de fissure mettent en jeu des mécanismes complexes différents. Les critères présentés ici ont pour objectif de prédire le nombre de cycles à amorçage de fissure. La phase de propagation n'est pas prise en compte.

Les critères de fatigue peuvent être classés en trois catégories se différenciant par leur concept [WEB 99] :

- Les critères empiriques : ils sont issus de résultats expérimentaux particuliers, d'où leur restriction aux sollicitations pour lesquelles ils ont été élaborés. Dans cette catégorie rentrent les premiers critères de fatigue imaginés. Les études récentes tendent à délaisser ce type de critère.
- Les critères globaux : ils se basent sur des grandeurs scalaires représentant l'ensemble des composantes du chargement sur le cycle entier.
- Les critères de type plan critique : ils sont basés sur l'hypothèse que l'endommagement apparaît de manière privilégiée dans un plan dit critique. La durée de vie est directement liée aux sollicitations subies par ce plan.

### 4.3.2 Proportionnalité du chargement

Un chargement multiaxial quelconque non proportionnel se caractérise par des directions principales de sollicitations qui évoluent sur un cycle. Le chargement est le résultat

de plusieurs composantes évoluant indépendamment au cours du temps et ne peut s'exprimer, à la différence d'un chargement proportionnel, comme le produit d'une intensité scalaire fonction du temps et d'un tenseur de référence constant. Un tel chargement est aisément obtenu en déphasant les composantes d'un essai de traction biaxial. À amplitudes de charge égales, les durées de vie sous chargements non proportionnels sont plus faibles que leur équivalent proportionnel [ZAM 73, SON 85, FAT 88]. Cela s'explique par l'apparition de déformations supplémentaires induites par le déphasage des charges. Dans ce cas de figure, les valeurs moyennes ou maximales caractéristiques du chargement ne suffisent plus à prévoir correctement la durée de vie. La prise en compte du trajet de chargement est alors indispensable pour différencier les effets des chargements proportionnels et non proportionnels. Pour les critères basés sur le principe de plan critique, il devient nécessaire de balayer les plans physiques à chaque instant du chargement à la recherche d'un tel plan.

### 4.3.3 Variables utiles

Les expressions des critères de fatigue cités dans ce chapitre mettent en jeu une multitude de variables issues du tenseur de contrainte ou de déformation. Ces variables sont présentées ici.

#### 4.3.3.1 Composantes du tenseur de contrainte

Soit  $\vec{n}$  le vecteur unité normal au plan  $\Delta$ . Le vecteur contrainte  $\phi_n$  associé au plan de normal  $\vec{n}$  vaut :

$$\phi_n(t) = \sigma(t) \cdot \vec{n} \quad (4.5)$$

Ce vecteur peut se décomposer en un vecteur normal  $N$  et un vecteur tangentiel  $C$  :

$$N = \vec{n} \cdot \phi_n(t) \cdot \vec{n} \quad (4.6)$$

$$C = \phi_n(t) - N \quad (4.7)$$

dont les normes s'expriment :

$$\|N\| = \sigma_n(t) \quad (4.8)$$

$$\|C\| = \tau_n(t) \quad (4.9)$$

Les contraintes normales et tangentielles au cours du cycle se décomposent en une partie moyenne et en une composante alternée :

$$\sigma_n(t) = \sigma_{nm} + \sigma_{na}(t) \quad (4.10)$$

$$\tau_n(t) = \tau_{nm} + \tau_{na}(t) \quad (4.11)$$

On note les quantités indépendantes du temps :

$\sigma_{nmax} = \max_t \sigma_n(t)$  : la contrainte normale maximale au cours d'un cycle.

$\sigma_{nmin} = \min_t \sigma_n(t)$  : la contrainte normale minimale au cours d'un cycle.

$\sigma_{nm} = (\sigma_{nmax} + \sigma_{nmin})/2$  : la contrainte normale moyenne au cours d'un cycle.

$\sigma_{na} = (\sigma_{nmax} - \sigma_{nmin})/2$  : l'amplitude de la contrainte normale au cours d'un cycle.

On définit de manière analogue pour les contraintes tangentielles les variables  $\tau_{nmax}$ ,  $\tau_{nmin}$ ,  $\tau_{nm}$  et  $\tau_{na}$ . Les équivalents en termes de déformations sont notés :  $\epsilon_{nmax}$ ,  $\epsilon_{nmin}$ ,  $\epsilon_{nm}$ ,  $\epsilon_{na}$  et  $\gamma_{nmax}$ ,  $\gamma_{nmin}$ ,  $\gamma_{nm}$ ,  $\gamma_{na}$

#### 4.3.3.2 Invariants de contrainte

Soit un point d'un volume auquel règne un champ de contrainte décrit par le tenseur  $\sigma(t)$ . Les contraintes se décomposent en une partie déviatorique  $S$  et une partie hydrostatique  $P_H$  :

$$\sigma = S + P_h I_3 \quad (4.12)$$

Où  $I_3$  est le tenseur identité. La partie déviatorique a la particularité d'avoir une trace nulle. Les principaux invariants d'un tenseur d'ordre 2  $A$  quelconque sont les coefficients du polynôme caractéristique  $p(\lambda) = \det(A - \lambda I)$ . Dans le cas du tenseur des contraintes  $\sigma$ , les deux premiers invariants sont :

$$I_1 = \text{tr}(\sigma) = 3P_h \quad (4.13)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} [\text{tr}(\sigma)^2 - \text{tr}(\sigma^2)] \quad (4.14)$$

On utilise fréquemment le second invariant du déviateur de contrainte dans les critères de plasticité et critères de fatigue :

$$J_2 = \frac{1}{2} \text{tr}(S^2) = \frac{1}{2} S : S \quad (4.15)$$

Le premier invariant du tenseur de contrainte  $I_1(t)$  est proportionnel à la moyenne de la contrainte normale de tous les plans physiques en un point. On peut s'en assurer en calculant :

$$\frac{1}{\Gamma} \int_{\Gamma} \sigma_n dS = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) = P_h \quad (4.16)$$

Où  $\Gamma$  est la surface de la sphère unité. De façon similaire, le second invariant du déviateur des contraintes  $J_2(t)$  représente la moyenne quadratique des contraintes tangentielles de tous les plans au point considéré. Ce résultat a été démontré par Novozhilov [NOV 61] :

$$\frac{1}{\Gamma} \int_{\Gamma} \tau_n^2 dS = \frac{2}{5} J_2 \quad (4.17)$$

Le déviateur sur un cycle peut s'écrire comme la somme d'une partie moyenne et une partie alternée :

$$S(t) = S_m + S_a(t) \quad (4.18)$$

#### 4. Étude comparative de critères de fatigue

---

Où  $S_m$  s'obtient en recherchant le centre de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement décrit par  $S(t)$  dans l'espace des contraintes déviatoriques, soit :

$$S_m = \arg \min_{S'} \max_t \|S(t) - S'\| \quad (4.19)$$

On note alors  $S_{a,max}$  le rayon de l'hypersphère :

$$S_{a,max} = \max_t \|S(t) - S_m\| \quad (4.20)$$

Le second invariant du déviateur est régulièrement utilisé dans la formulation de critères de fatigue de par son interprétation physique. Tout comme le cisaillement alterné  $\tau_a$  est un paramètre critique dans l'évaluation des fissures de fatigue dans les critères de plan critique, l'équivalent en terme du second invariant du déviateur des contraintes  $J_{2,a}$  l'est aussi. À partir de  $J_{2,a}$  on peut calculer  $\sqrt{J_{2,a}}$  qui a la dimension d'une contrainte. Cependant, plusieurs interprétations de sa valeur sont possibles [BER 02]. Le terme  $J_{2,a}$  est originellement défini comme étant l'évaluation de  $J_2$  sur la composante alternée du tenseur des contraintes [SIN 55], soit :

$$J_{2,a} = \frac{1}{2} S_a(t) : S_a(t) \quad (4.21)$$

Plus tard, la formulation suivante fut établie :

$$\sqrt{J_{2,a}} = \frac{1}{2} \max_{t_i} \max_{t_j} \sqrt{\frac{1}{2} (S(t_i) - S(t_j)) : (S(t_i) - S(t_j))} \quad (4.22)$$

$J_{2,a}$  représente alors la plus longue corde entre deux points du trajet de chargement dans l'espace des contraintes déviatoriques, où la notion de distance repose sur l'utilisation de l'opérateur  $J_2$  comme norme. Elle présente par conséquent un inconvénient majeur, qui réside en la potentielle non-unicité de la contrainte moyenne. La dernière formulation, plus rigoureuse, se base sur la définition de la partie alternée du déviateur du tenseur des contraintes comme le rayon de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement :

$$\sqrt{J_{2,a}} = \max_t \sqrt{\frac{1}{2} (S(t) - S_m) : (S(t) - S_m)} \quad (4.23)$$

##### 4.3.3.3 Propriétés matériaux

Les quantités suivantes caractérisent les résistances des matériaux à diverses sollicitations.

$R_m$  : la résistance maximale en traction.

$\tau_m$  : la résistance maximale à la torsion.

$\sigma_y$  : la limite d'élasticité.

$\tau_{-1}(N)$  : la limite de fatigue en torsion alternée symétrique à  $N$  cycles.

$f_{-1}(N)$  : la limite de fatigue en flexion alternée symétrique à  $N$  cycles.

$\sigma_{-1}(N)$  : la limite de fatigue en traction alternée symétrique à  $N$  cycles.

$\tau_0(N)$  : la limite de fatigue en torsion répétée à  $N$  cycles.

$f_0(N)$  : la limite de fatigue en flexion répétée à  $N$  cycles.

$\sigma_0(N)$  : la limite de fatigue en traction répétée à  $N$  cycles.

### 4.3.4 Critères d'approche empirique

#### 4.3.4.1 Critère de Hohenemser & Prager (1933)

Il s'agit du premier critère de fatigue recensé [HOH 33]. Il est obtenu à partir d'essais de traction-torsion à traction constante et torsion alternée.

$$E_{HP} = \left( \frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 + \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (4.24)$$

#### 4.3.4.2 Critère de Gough & Pollard (1935)

Ce critère est établi à partir d'essais de flexion-torsion alternée en phase [GOU 35, GOU 51]. Deux expressions sont développées, la première pour les matériaux ductiles, la seconde pour les matériaux fragiles. La formulation du critère pour les matériaux ductiles est la suivante :

$$E_{GP1} = \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 \quad (4.25)$$

Où  $f_a$  et  $\tau_a$  sont les amplitudes de contrainte en flexion et en torsion. La seconde formulation adaptée aux matériaux fragiles s'exprime :

$$E_{GP2} = \left( \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} - 1 \right) \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 + \left( 2 - \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \right) \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right) + \left( \frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 \quad (4.26)$$

### 4.3.5 Critères d'approche globale

Les critères globaux ont la particularité de prendre en compte la contribution à la fatigue de tous les plans physiques en un point. Ils sont adaptés aux cas où plusieurs plans de glissement sont sollicités au cours d'un cycle. Ce type de critère est donc pertinent pour des chargements non proportionnels où les directions principales sont mobiles. Ils sont généralement exprimés en fonction des invariants  $J_2$  et  $I_1$ , dont on calcule la moyenne et/ou l'amplitude. L'état de contrainte multiaxial est réduit en une contrainte uniaxiale effective sur un cycle.

### 4.3.5.1 Critère de Sines (1955 & 1981)

Initialement exprimé en fonction des contraintes normales et tangentielles s'exerçant sur le plan octaédrique [SIN 55], le critère est reformulé par son auteur afin de faire apparaître les invariants du tenseur des contraintes et de son déviateur [SIN 81]. Suite à une étude expérimentale de l'influence des valeurs moyennes des contraintes normales et tangentielles, Sines propose :

$$E_{SI} = \frac{\sqrt{J_{2a}} + \alpha I_{1m}}{\beta} \quad (4.27)$$

Les constantes matériaux  $\alpha$  et  $\beta$  sont identifiées en se plaçant à la limite de fatigue, c'est-à-dire  $E_{SI} = 1$ , pour deux types de chargement différents dont les limites d'endurance sont connues. Avec  $\sigma_0$  et  $\tau_{-1}$ , il vient :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1}}{\sigma_0} - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4.28)$$

$$\beta = \tau_{-1} \quad (4.29)$$

La limite de fatigue en flexion répétée  $f_0$  peut également être utilisé à la place de  $\sigma_0$  :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{3}} = \frac{3\tau_{-1}}{f_0} - \sqrt{3} \quad (4.30)$$

Papadopoulos et al. [PAP 97] proposent l'alternative  $f_0 = \frac{f_{-1}}{1 + \frac{\sigma_r}{f_{(-1)}}}$  issue des diagrammes de Goodman, étant donné que la limite de fatigue en flexion répétée est peu courante dans la littérature.

Afin de traduire les effets bénéfiques en fatigue d'une pression hydrostatique négative,  $\alpha$  doit être positif, ce qui se traduit par :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_0} > \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4.31)$$

C'est généralement le cas pour des matériaux ductiles.

### 4.3.5.2 Critère de Crossland (1956)

Suite à des essais expérimentaux, Crossland propose un critère proche de celui de Sines, en remplaçant la valeur moyenne du premier invariant du tenseur des contraintes par sa valeur maximale sur le cycle [CRO 56] :

$$E_{CR} = \frac{\sqrt{J_{2a}} + \alpha I_{1max}}{\beta} \quad (4.32)$$

Les constantes sont obtenues à partir des limites en fatigue  $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$  :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4.33)$$

$$\beta = \tau_{-1} \quad (4.34)$$

Comme précédemment, la limite de validité du critère est :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4.35)$$

### 4.3.6 Critères d'approche plan critique

Les critères de plan critique considèrent l'apparition d'une fissure dans un plan particulier où les contraintes du cycle maximisent l'indicateur du critère. Ce type de critère est en accord avec les observations expérimentales qui mettent en avant des ruptures selon des directions privilégiées. La limite de cette approche est qu'elle considère l'endommagement en fatigue piloté par un unique plan critique. De plus, la recherche d'un plan critique alourdit le coût de calcul.

#### 4.3.6.1 Critère de Stulen & Cummings (1954)

Ce critère balaye tous les plans de normale  $\vec{n}$  pour trouver celui qui maximise l'indicateur suivant [STU 54] :

$$E_n = \frac{\tau_{na}}{\beta - \alpha \sigma_{nmax}} \quad (4.36)$$

Le critère de fatigue se calcule alors sur ce plan critique avec :

$$E_{SC} = \frac{\tau_{na} + \alpha \sigma_{nmax}}{\beta} \quad (4.37)$$

Les constantes matériaux  $\alpha$  et  $\beta$  se déduisent comme précédemment.

#### 4.3.6.2 Critère de Brown-Miller (1973 & 1982)

Le critère de Brown-Miller est un critère utilisant des paramètres de l'état de déformation de la structure. Il est établi en prenant en considération l'observation courante que l'apparition de fissures de fatigue dans les matériaux métalliques a lieu sur les plans de glissement cristallographiques. Il est déduit que l'initiation de fissures est pilotée par les déformations transversales, sur les plans de déformation en cisaillement maximale. Il est également souligné que la propagation de fissures en stade 2 est contrôlée par les déformations normales au plan critique défini précédemment. Le critère de Brown-Miller de 1973 [BRO 73] apparaît dans le cadre de chargement proportionnels, où les directions principales du chargement sont invariables tout au long du cycle. Le critère fait intervenir les déformations principales  $(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$  pour décrire des iso-durées de vie par l'équation générale :

$$\left( \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{2} \right) = f \left( \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \right) \quad (4.38)$$

Kandil, Brown et Miller proposent en 1982 une version du critère de Brown-Miller adaptée aux chargements non proportionnels [KAN 82]. Le critère suivant se calcule sur

le plan maximisant la déformation en cisaillement :

$$E_{BM} = \frac{\gamma_{na}}{2} + \kappa \varepsilon_{na} \quad (4.39)$$

Où  $\gamma_{na}$  est l'amplitude de déformation en cisaillement dans le plan de cisaillement maximal et  $\varepsilon_{na}$  l'amplitude de déformation normale à ce plan. Avec la constante  $\kappa = \sigma_y / \sigma_{-1}$ .

##### 4.3.6.3 Critère de Fatemi-Socie (1988)

Il s'agit d'une version dérivée du critère de Brown-Miller [FAT 88]. Son expression est donnée sur le plan de déformation en cisaillement maximal par :

$$E_{FS} = \gamma_{na} \left( 1 + \kappa \frac{\sigma_{nmax}}{\sigma_y} \right) \quad (4.40)$$

Où  $\kappa$  est une constante dépendante des limites de fatigue en traction uniaxiale et en torsion pure. Ce critère fait intervenir à la fois des quantités liées aux contraintes et aux déformations. Les auteurs expliquent qu'un critère basé uniquement sur des paramètres de déformations n'est pas capable de rendre compte des effets d'écrouissage cyclique additionnels générés par un chargement non proportionnel. L'utilisation du terme de contrainte normale permet la prise en compte de cet effet dû à la rotation des axes principaux.

##### 4.3.6.4 Critère Smith-Watson-Topper

Ce critère est un des critères énergétiques les plus répandus. Initialement formulé pour un chargement proportionnel [SMI 70], son expression est adaptée aux chargements non proportionnels où les directions principales varient au cours du cycle [SOC 87] :

$$E_{SWT} = \sigma_{nmax} \frac{\varepsilon_{na}}{2} \quad (4.41)$$

Le choix du plan critique de normal  $n$  peut se faire de deux manières. Le plan critique est celui maximisant soit l'amplitude de déformations normales  $\varepsilon_{na}$ , soit le critère complet. Une recherche complète de plan critique est inévitable, ce qui conduit fatalement à des temps de calculs élevés. Ce critère est néanmoins utilisé dans de nombreux problèmes de fretting fatigue [SZO 98, LYK 00, FRI 05].

##### 4.3.6.5 Critère de Ruiz

Ruiz et al. [RUI 84] ont développé deux critères initialement dédiés au fretting fatigue dans les liaisons queue d'aronde. Le premier se base sur l'hypothèse que l'initiation de fissure est pilotée par le glissement relatif  $\delta$  et les contraintes de cisaillement à l'interface  $\tau$ . Le critère, dénommé *fretting damage parameter* (FDP), s'exprime comme le produit de ces deux quantités, soit le travail des efforts de cisaillement de surface.

$$FDP = \tau\delta \quad (4.42)$$

Le second critère, ou *fretting fatigue damage parameter* (FFDP), prend en considération la phase de propagation en fissure courte sous la surface favorisée par les contraintes de traction. La contrainte maximale de tension dans la direction tangentielle à l'interface  $\sigma_{tan}$  est multipliée par le travail de friction :

$$FFDP = \sigma_{tan}\tau\delta \quad (4.43)$$

La formulation de ces critères implique une utilisation restreinte aux problèmes bi-dimensionnels. Toutefois, l'extension 3D est envisageable par sommation du paramètre FFDP dans les deux directions du contact  $x$  et  $y$ . Le paramètre s'exprime alors :

$$FFDP^{xy} = FFDP^x + FFDP^y = \sigma_{xx}\tau_{xz}\delta_x + \sigma_{yy}\tau_{yz}\delta_y \quad (4.44)$$

Une autre approche permettant la prise en compte des effets 3D consiste à remplacer  $\sigma_{tan}$  par la contrainte principale maximale, et  $\tau$  par la contrainte de cisaillement maximale [ANA 13].

L'approche développée par Ruiz est modifiée pour prendre en compte le travail des efforts de frottement sur un cycle [VID 07] :

$$FDP = \int \tau ds \quad (4.45)$$

#### 4.3.6.6 Critère de Dang Van 1 (1973) et Dang Van 2 (1989)

Le critère développé par Dang Van s'intéresse à la fatigue polycyclique, à grand nombre de cycles [VAN 73, VAN 89]. Ce phénomène se caractérise par une rupture en fatigue alors même que la réponse de la structure au chargement est élastique. Pour des contraintes ne dépassant pas la limite élastique du matériau, aucun endommagement ne devrait pourtant être observé. Cependant, à l'échelle du grain, le comportement de la matière est anisotrope. Des déformations plastiques irréversibles peuvent se produire au niveau des grains les plus défavorablement orientés, conduisant à l'accumulation d'endommagement, sans pour autant que ce comportement non linéaire ne soit observable à l'échelle macroscopique. En fatigue polycyclique, on considère que le comportement macroscopique de la structure est soit purement élastique (aucune déformation plastique macroscopique identifiable), soit une adaptation élastique après stabilisation des premiers cycles de chargement (figure 4.3). En endurance limitée, Constantinescu et al. [CON 03b] suggèrent que les réponses asymptotiques du matériau aux échelles macroscopiques et mésoscopiques sont des adaptations plastiques. L'approche phénoménologique de Dang Van vise à démontrer l'insuffisance et le manque de réalisme des modèles basés seulement sur des paramètres macroscopiques.

Par définition, un Volume Élémentaire Représentatif (VER)  $V(M)$  macroscopique centré sur un point  $M$  contient toutes les tailles, formes et orientations de grains. Les tenseurs des contraintes et des déformations macroscopiques sont donc homogènes sur ce vo-

#### 4. Étude comparative de critères de fatigue

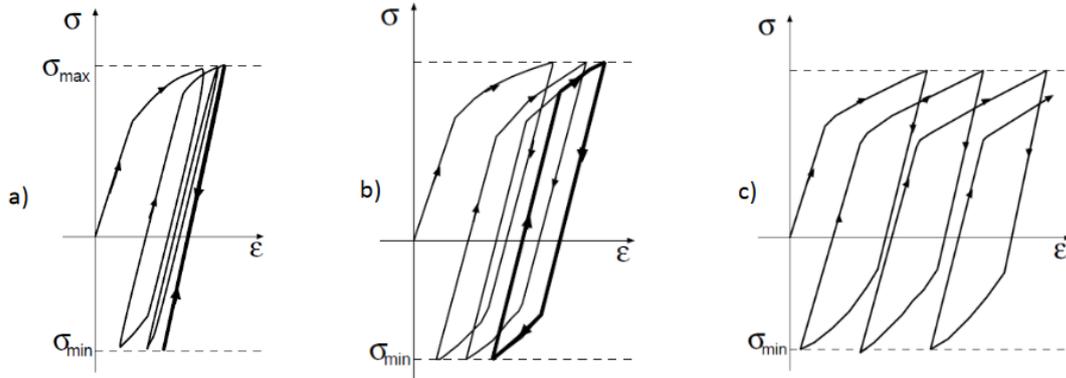


FIGURE 4.3 – Représentation de différents états d'adaptation possibles : a) adaptation élastique, b) adaptation plastique et c) phénomène de Rochet [DEN 18]

lume. Au contraire, si l'on considère les contraintes et déformations mésoscopiques, elles ne sont pas homogènes sur  $V$ . On peut relier les contraintes mésoscopiques en un point  $P$  du volume  $V$  aux contraintes macroscopiques par la relation de changement d'échelle de Hill et Mandel (basée sur l'hypothèse de macro-homogénéité) :

$$\sigma_{ij}(P,t) = A_{ijhk}(M,P)\Sigma_{hk}(M,t) + \rho_{ij}(P,t) \quad (4.46)$$

Où l'on note :

- $\sigma$  : tenseur des contraintes mésoscopiques ;
- $\Sigma$  : tenseur des contraintes macroscopiques ;
- $A$  : tenseur de localisation élastique d'ordre 4. Il représente la distribution des quantités élastiques mésoscopiques sur le VER.  $A\Sigma$  est donc le champ de contraintes mésoscopiques fictives qui existerait si le milieu était purement élastique ;
- $\rho$  : champ de contraintes résiduelles local dû à l'adaptation élastique.

Dans le cadre de l'endurance illimitée, on peut considérer que les contraintes macroscopiques  $\Sigma$  et mésoscopiques  $\sigma$  tendent vers un état d'adaptation élastique. On peut alors appliquer le théorème de Melan [MAN 76, MAN 77], qui stipule qu'il existe à partir d'un instant  $t > t_0$  un champ de contraintes résiduelles indépendant du temps  $\rho^*$  tel que :

$$\sigma_{ij}(P,t) = A_{ijhk}(M,P)\Sigma_{hk}(M,t) + \rho_{ij}^*(P) \quad (4.47)$$

**Formulation du critère** Selon Dang Van, le comportement en fatigue est gouverné par deux quantités mésoscopiques :

- Le cisaillement local. L'apparition de fissures se fait principalement dans les plans de glissement intergranulaires.
- La pression hydrostatique. Ce paramètre pilote l'ouverture des fissures.

Le critère formulé par Dang Van est une combinaison linéaire de ces deux paramètres. La fonction de fatigue est une maximisation de l'indicateur de dommage par plan.

$$E_{DV1} = \max_n \left( \max_t \left( \frac{\tau_n(t) + \alpha p_h(t)}{\beta} \right) \right) \quad (4.48)$$

Où  $\tau_n$  est le cisaillement mésoscopique et  $p_h$  la pression hydrostatique mésoscopique. L'enjeu est d'évaluer ces deux quantités locales à partir de valeurs macroscopiques obtenues par un calcul de structure classique.

Les paramètres matériaux  $\alpha$  et  $\beta$  sont identifiés en considérant des chargements simples en limite d'endurance. Pour un chargement de torsion alternée de période  $T$  en limite d'endurance, le tenseur des contraintes vaut :

$$\begin{pmatrix} 0 & \tau_{-1} \sin(\frac{2\pi}{T}t) & 0 \\ \tau_{-1} \sin(\frac{2\pi}{T}t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

En résolvant l'équation  $E_{DV1} = 1$ , on obtient  $\beta = \tau_{-1}$ . En faisant de même avec un chargement de traction ou de flexion alternée en limite d'endurance, on peut évaluer  $\alpha$ . Le tenseur de contraintes pour de la flexion alternée vaut :

$$\begin{pmatrix} f_{-1} \sin(\frac{2\pi}{T}t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

Ce qui donne après résolution de  $E_{DV1} = 1$ ,  $\alpha = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_{-1}}{2}}{\frac{f_{-1}}{3}}$ .

**Calcul des contraintes locales** L'identification du tenseur de localisation  $A$  est très complexe. Pour contourner ce problème, une solution approchée est donnée à partir des hypothèses suivantes :

- H1 : Le grain est considéré comme une inclusion dans une matrice élastique ;
- H2 : La matrice impose sa déformation au cristal (modèle de Lin-Taylor) ;
- H3 : Le grain et la matrice sont isotropes et possèdent les mêmes raideurs élastiques.

D'après H1 et H2, il vient la relation entre les tenseurs des déformations macroscopiques  $E$  et mésoscopiques  $\varepsilon$  :

$$\mathbf{E}(M) = \varepsilon(P) \quad (4.51)$$

$$\mathbf{E}^e + \mathbf{E}^p = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (4.52)$$

En considérant que le comportement macroscopique du système est élastique :

$$\mathbf{E}^e = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (4.53)$$

D'après H3, le grain et la matrice ont les mêmes coefficients élastiques  $L_{ijkl} = l_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{il} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{jl})$ .

$$\mathbf{L} : \mathbf{E}^e = \mathbf{l} : \boldsymbol{\varepsilon}^e + \mathbf{l} : \boldsymbol{\varepsilon}^p \Leftrightarrow \Sigma_{ij} = \sigma_{ij} + \left( 2\mu \varepsilon_{ij}^p + \lambda \varepsilon_{kk}^p \delta_{ij} \right) \quad (4.54)$$

On a donc :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Sigma} - \mathbf{l} : \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4.55)$$

Par identification avec l'équation 4.46, dans le cadre des hypothèses utilisées, on obtient :

$$\mathbf{A} = \mathbf{I} \quad (4.56)$$

$$\boldsymbol{\rho}^* = -\mathbf{l} : \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4.57)$$

Le tenseur des contraintes macroscopiques élastique est obtenu à partir du cycle de chargement extérieur. Il faut ensuite évaluer les contraintes résiduelles. Pour simplifier la résolution du problème, on considère des déformations plastiques mésoscopiques sans changement de volume ( $\text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = 0$ ), le tenseur  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  est alors déviatorique et il vient :

$$\boldsymbol{\sigma}(P, t) = \boldsymbol{\Sigma}(M, t) - 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^p(P) \quad (4.58)$$

Avec par identification les contraintes résiduelles mésoscopiques  $\boldsymbol{\rho}^*(P) = 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^p(P)$  elles aussi déviatoriques :

$$\text{Tr}(\boldsymbol{\rho}) = -2\mu \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = 0 \quad (4.59)$$

On en déduit donc la contrainte hydrostatique mésoscopiques  $p_h$  :

$$P_h = \frac{1}{3} \text{Tr}(\boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{3} \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}) = p_h \quad (4.60)$$

Sous les conditions évoquées, on a égalité des contraintes hydrostatiques macroscopiques et mésoscopiques. Il reste à évaluer le cisaillement mésoscopique.

**Calcul du cisaillement mésoscopique** D'après les résultats précédents, le déviateur des contraintes microscopiques à l'état adapté vaut :

$$s_{ij}(t) = S_{ij}(t) - \text{dev} \rho_{ij}^* \quad (4.61)$$

Pour évaluer le déviateur des contraintes résiduelles à l'état adapté  $\text{dev} \rho^*$  il est nécessaire de définir un comportement mécanique rendant compte de la plasticité à l'échelle mésoscopique. On suppose que les grains subissent un écrouissage cinématique isotrope suivant un critère de plasticité de Von Mises :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, p) = f(\mathbf{s}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, p) = \sqrt{\frac{1}{2} (\mathbf{s} - c\boldsymbol{\varepsilon}^p) : (\mathbf{s} - c\boldsymbol{\varepsilon}^p)} - k(p) \leq 0 \quad (4.62)$$

Avec  $\mathbf{s}$  le tenseur déviateur des contraintes,  $c$  un paramètre d'écrouissage cinématique et  $k$  un paramètre d'écrouissage isotrope dépendant de la pression hydrostatique

mésoscopique (égale à la pression hydrostatique macroscopique). On peut souligner que  $f = 0$  représente une hypersphère dans l'espace des déviateurs de contraintes. En développant l'équation dans le cas d'un chargement quelconque, on trouve que l'hypersphère formée par  $f = 0$  est centrée en  $z = c\varepsilon^p - \text{dev}\rho^*$  et de rayon  $\sqrt{2}k(p)$ . En faisant l'hypothèse que  $z$  est le centre du plus petit cercle englobant le trajet de chargement et que  $z \approx -\text{dev}\rho^*$ , on peut approcher l'état adapté sans faire intervenir précisément le comportement élastoplastique du matériau. Il suffit alors d'évaluer le centre  $z = -\text{dev}\rho^*$  de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement  $\mathcal{S}$  dans l'hyperplan des déviateurs de contraintes, ce qui se traduit mathématiquement par trouver les contraintes résiduelles adaptées  $\rho^*$  telles que :

$$\text{dev}\rho^* = \arg \min_{\text{dev}\rho} \max_t \|\mathcal{S}(t) + \text{dev}\rho\| \quad (4.63)$$

En utilisant le second invariant  $J_2$  comme norme dans l'espace des contraintes déviatoriques, l'équation devient :

$$\text{dev}\rho^* = \arg \min_{\text{dev}\rho} \max_t \sqrt{\frac{1}{2}(\mathcal{S}(t) + \text{dev}\rho) : (\mathcal{S}(t) + \text{dev}\rho)} \quad (4.64)$$

Pour décrire simplement le principe de résolution de l'équation précédente, on considère un chargement cyclique induisant au point  $M$  un état de contrainte en cisaillement pur sur un plan quelconque (figure 4.4).  $T(t)$  représente le vecteur contrainte à l'instant  $t$ . Sur un cycle, le vecteur contrainte forme un trajet fermé, qu'on décompose en  $n$  instants. Le domaine élastique initial du point  $M$  est représenté par le cercle  $C_0$  de rayon  $R_0$  centré sur  $M$ . Au cours du cycle de chargement, le vecteur  $T$  est susceptible de sortir du domaine élastique représenté par  $C_0$ . Lorsque cela se produit pour  $T_j$ , on calcule le nouveau domaine élastique  $C_j$  en respectant le comportement élastique du matériau considéré. En faisant de même pour les  $n$  instants du chargement, on obtient un domaine élastique  $C_L$  centré en  $O_L$  englobant l'entièreté du cycle de chargement, ce qui correspond à un état d'adaptation élastique. La distance  $MO_L$  représente la contrainte résiduelle adaptée  $\rho^*$  et le rayon  $R_L$  du domaine élastique équivaut au cisaillement mésoscopique.

Ayant désormais connaissance des contraintes résiduelles à l'état adapté, on peut évaluer le cisaillement mésoscopique. Cette procédure conduit à la symétrisation de la cission mésoscopique. Le critère de 1973 détermine la cission instantanée par une méthode numérique incrémentale fastidieuse. La méthode utilisée pour le second critère de 1987 permet d'éviter le balayage chronophage des plans physiques. Elle consiste à calculer la contrainte équivalente de Tresca du déviateur des contraintes mésoscopiques sur le cycle pour déterminer la contrainte de cisaillement mésoscopique maximale au point considéré.

$$\tau(t) = \frac{1}{2} \text{Tresca}(s_{ij}(t)) \quad (4.65)$$

Avec la relation  $\text{Tresca}(\sigma) = \text{Tresca}(s) = \max_{I,J} |\sigma_I - \sigma_J|$ . La cission mésoscopique correspond à la grandeur macroscopique du cisaillement alterné. Pour évaluer le critère de Dang

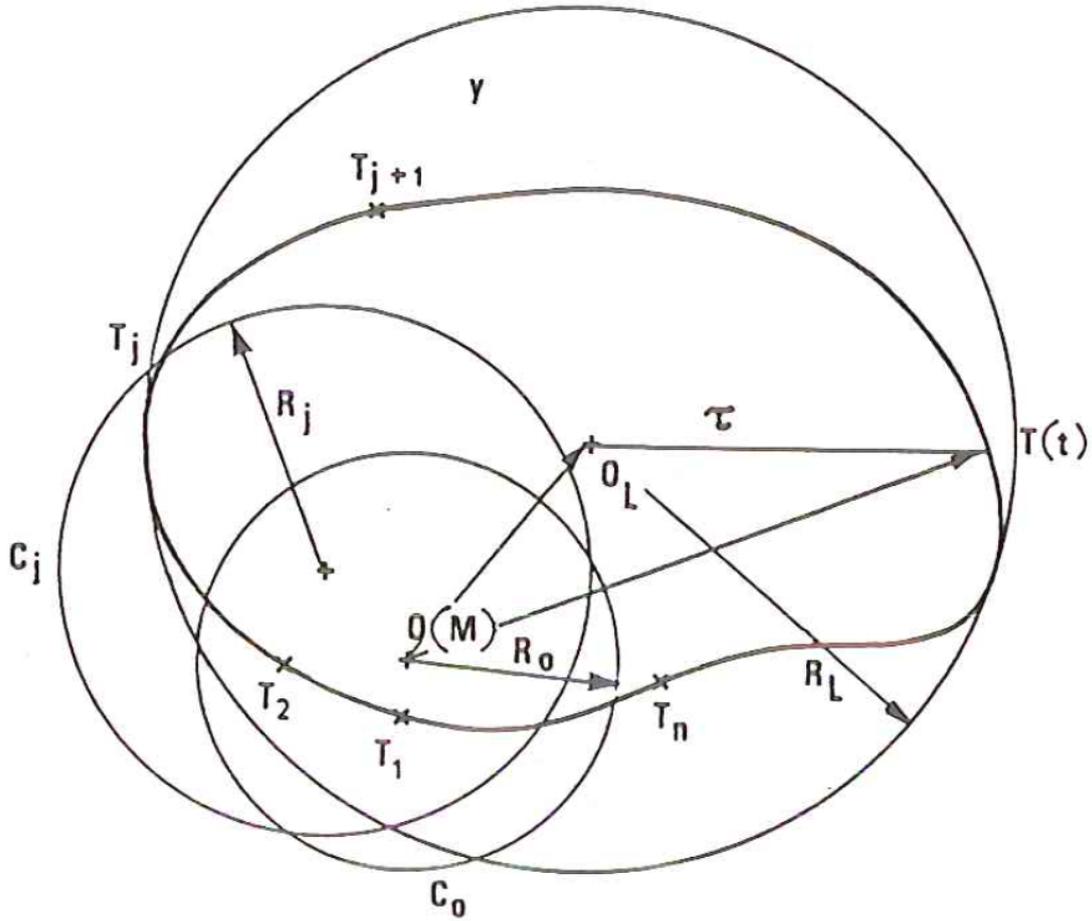


FIGURE 4.4 – Illustration de la procédure d'évaluation de l'état d'adaptation élastique pour un chargement de cisaillement pur [VAN 89]

Van, le cisaillement maximal sur un cycle et sur les plans physiques doit être calculé en chaque point. Le critère devient :

$$E_{DV2} = \max_t \left( \frac{\frac{1}{2} Tresca(s_{ij}(t)) + \alpha P_h(t)}{\beta} \right) \quad (4.66)$$

Le cisaillement et la pression hydrostatique maximisant le critère sont notés  $\tau^{DV}$  et  $P_h^{DV}$ . Le critère de Dang Van a été utilisé avec succès à de nombreuses reprises pour la prédiction de durée de vie sous sollicitations de fretting [FOU 02, PIE 10, BAI 10, BAS 11, LAN 11, FOU 96a].

**Limites du critère de Dang Van** Pour les deux cas de chargement de la figure 4.5, le cisaillement maximal sur le cycle est identique. Le critère de Dang Van donne donc des durées de vie égales alors qu'en réalité, le second chargement est plus endommageant.

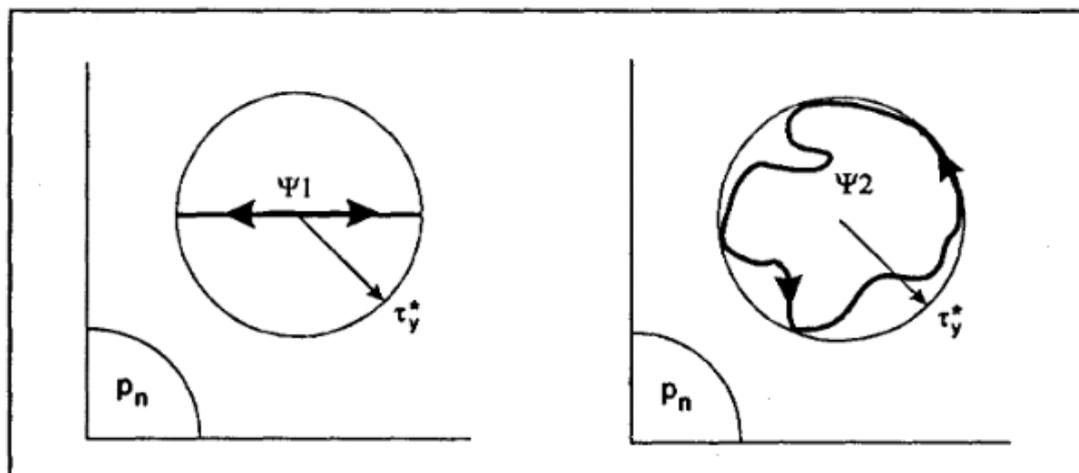


FIGURE 4.5 – Trajets de chargement à l'endommagement différent mais avec des paramètres de Dang Van identiques [VAS 97]

Les critères Galtier & Séguret [GAL 93] et de Deperrois [DEP 91] ont pour ambition de pallier cette faiblesse.

### 4.3.7 Calcul du cisaillement alterné macroscopique

Soutenus par l'approche macro-méso de Dang Van, la plupart des critères de plan critique prennent en considération l'influence de l'amplitude de cisaillement mésoscopique, équivalente au cisaillement macroscopique alterné. Or, le calcul de cette quantité spécifique est non trivial. Des techniques et algorithmes ont été développés pour remplir cette fonction [BER 02]. Le paramètre  $\sqrt{J_{2a}}$  utilisé dans les critères globaux tels que celui de Sines [SIN 81] ou de Crossland [CRO 56] peut s'obtenir avec les mêmes algorithmes.

#### 4.3.7.1 Technique de la plus longue corde

La difficulté d'évaluation du cisaillement macroscopique alterné est liée au fait que le cisaillement dans un plan pendant un cycle de chargement varie non seulement en intensité, mais aussi en direction, décrivant par conséquent une courbe fermée  $\psi$  sur le plan. Une approximation de l'amplitude de cisaillement mésoscopique est donnée par la longueur de la plus longue corde de la courbe  $\psi$  [LEM 20] [PAP 97]. Cette définition à l'avantage de sa simplicité mais elle peut cependant, selon les cas, mener à des résultats ambigus. En effet, rien n'impose l'unicité de la solution. On peut très bien imaginer un chargement pour lequel la plus longue corde n'est pas unique, ce qui impose par conséquent que la valeur moyenne du cisaillement n'est, elle non plus, pas unique.

### 4.3.7.2 Méthode de Dang Van

Plus généralement, l'amplitude du second invariant est considérée comme étant le rayon de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement  $\psi$  dans l'espace du déviateur des contraintes. Pour l'évaluer, Dang Van propose une méthode incrémentale, dont le principe est représenté en figure 4.4. Pour simplifier, on considère un chargement cyclique conduisant à un cisaillement pur. La contrainte de cisaillement dans le plan de normal  $n$  sur le cycle  $\tau(t)$  est discrétisée en  $N$  valeurs  $\tau_i$  associées à  $N$  temps  $t_i$ . Les variations de cisaillement sont supposées infinitésimales entre deux pas de temps. Pour chaque  $\tau_i$ ,  $R_i$  est la limite d'élasticité en cisaillement (le rayon du cercle) et  $\tau_{mi}$  la contrainte résiduelle locale (le centre du cercle). L'objectif de l'algorithme suivant est de déterminer l'état  $(i + 1)$  caractérisé par les variables  $\tau_{(i+1)}$  et  $R_{(i+1)}$ , à partir de l'état  $(i)$ . On note la distance  $D = \|\tau_{(i+1)} - \tau_{mi}\|$ , qui peut être calculée avec  $J_2$  comme norme. Le rayon du cercle à l'état  $(i + 1)$  vaut :

$$R_{i+1} = R_i + k(D - R_i) \quad (4.67)$$

Avec  $k$  le coefficient d'érouissage isotrope. Et finalement, le centre du cercle à l'état  $(i + 1)$  :

$$\tau_{mi+1} = \tau_{mi} + \frac{D - R_{i+1}}{D} (\tau_{i+1} - \tau_{mi}) \quad (4.68)$$

L'amplitude de cisaillement est obtenue après convergence du calcul. Pour faciliter la convergence, le coefficient d'érouissage isotrope doit être le plus petit possible. Cependant, sa valeur impacte fortement le temps de calcul. L'auteur préconise comme valeurs optimales de  $R_1$  et  $\tau_{m1}$  une valeur très proche de zéro et la moyenne des contraintes de cisaillement  $\frac{1}{N} \sum_1^N \tau_i$  [VAN 89]. Cet algorithme s'adapte au critère de Dang Van en généralisant la méthode aux contraintes déviatoriques. Le problème ne dépend plus d'un plan de normal  $n$ .

### 4.3.7.3 Méthode de Papadopoulos

Papadopoulos [PAP 98a] propose l'algorithme de combinaison des points suivant :

1. Partager le trajet de chargement  $\psi$  en  $N$  points ;
2. Pour tous les couples de points, construire le cercle dont le diamètre est le segment rejoignant les deux points. Choisir le plus petit cercle contenant tous les points ;
3. Pour chaque triplet de points, tracer un cercle passant par ces derniers. Choisir le plus petit cercle contenant tous les points ;
4. Comparer les rayons des deux cercles trouvés aux étapes 2 et 3. Le cercle circonscrit à la courbe est celui dont le rayon est le plus petit.

Le rayon et le centre de ce cercle donnent respectivement le cisaillement macroscopique alterné, et l'état de contrainte résiduel.

## 4.4 Application à la géométrie queue d'aronde

### 4.4.1 Définition du modèle

Quelques critères présentés précédemment sont calculés grâce à un modèle éléments finis queue d'aronde. Le modèle utilisé est identique à celui de la partie 2.4. Sa géométrie est représentée figure 2.6. Un modèle d'écrouissage isotrope multilinéaire est utilisé pour la prise en compte des effets plastiques. Les contraintes et déformations utilisées pour le calcul des critères sont extraites sur le cycle formé entre les étapes 1 et 3 du chargement représenté figure 4.6. Les éprouvettes sont conçues de façon à atteindre systématiquement la rupture de la partie mâle. Les critères sont de fait calculés sur cette même partie de l'éprouvette. Différentes valeurs de coefficients de frottement sont testées.

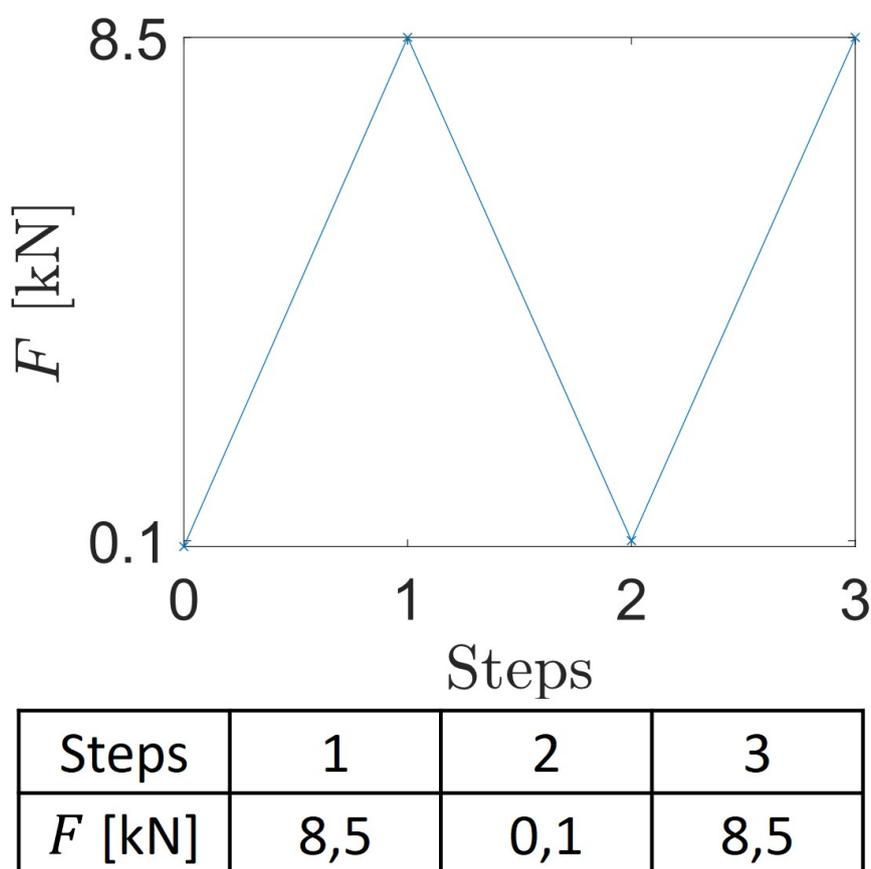


FIGURE 4.6 – Définition de la charge appliquée au modèle global utilisé pour le calcul des critères de fatigue

### 4.4.2 Contraintes de contact

Avant d'appliquer les critères de fatigue sur le modèle, les effets de la plasticité et du coefficient de frottement sur les contraintes de contact de l'éprouvette queue d'aronde sont mesurés. Les contraintes normales et tangentielles sur la surface de contact sont représentées figures 4.7 à 4.10, normalisées par  $p_{max}$  et  $q_{max}$  les valeurs des contraintes normales et tangentielles maximales calculées sur le modèle élastique pour le coefficient de frottement correspondant. Les profils de contraintes au centre du contact en  $y_c/b = 0$  sont tracés figures 4.11 et 4.12. Que la réponse du matériau soit linéaire ou non linéaire, les effets du coefficient de frottement sont majeurs. Sa valeur conditionne la localisation et l'intensité des pics de pression. Pour les faibles coefficients de frottement, les contraintes maximales s'exercent sur le bord inférieur, tandis que pour des valeurs plus élevées, les pics se déplacent sur le bord opposé. D'autre part, l'augmentation du coefficient de frottement, augmentant les contraintes tangentielles maximales admissibles, provoque le rééquilibrage des composantes normales et tangentielles. Se produit alors simultanément une hausse des contraintes de cisaillement, et une diminution de la pression de contact, jusqu'à l'apparition de zone d'adhérence dans le contact. À partir de  $\mu = 0,9$ , une zone d'adhérence apparaît au centre du contact au temps final de la simulation (figure 4.13 et 4.14). Cette zone s'étend vers le bord supérieur avec l'augmentation du frottement. Dès lors, les distributions de contraintes perdent leur sensibilité au coefficient de frottement.

La réponse plastique du matériau provoque l'effondrement des pics de contraintes observés dans le cas élastique, sans pour autant faire varier sensiblement leur position relative. L'apparition de zones adhérentes pour les coefficients de frottement les plus élevés provoque des difficultés de convergence du modèle, se matérialisant par des oscillations sur les profils de contraintes de contact. L'influence des effets plastiques sur les champs de contraintes n'est pas négligeable et doit être prise en compte dans le calcul des critères de fatigue.

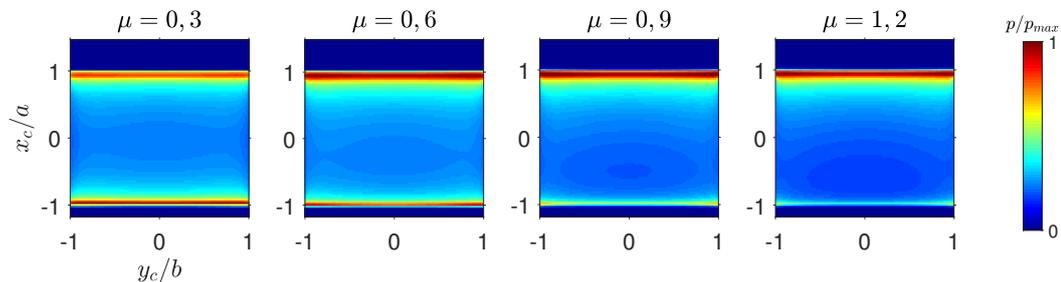


FIGURE 4.7 – Pression de contact sous charge maximale obtenue sur le modèle élastique pour différents coefficients de frottement. La pression est normalisée par la valeur maximale obtenue pour chaque coefficient de frottement  $p_{max}$

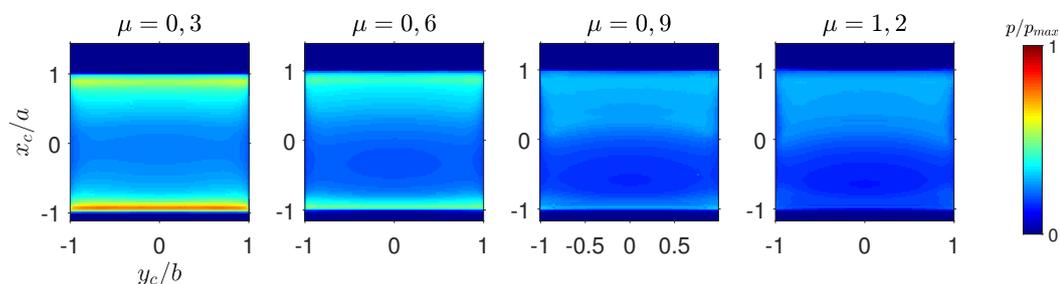


FIGURE 4.8 – Pression de contact sous charge maximale obtenue sur le modèle plastique pour différents coefficients de frottement. La pression est normalisée par la valeur maximale obtenue sur le modèle élastique pour chaque coefficient de frottement

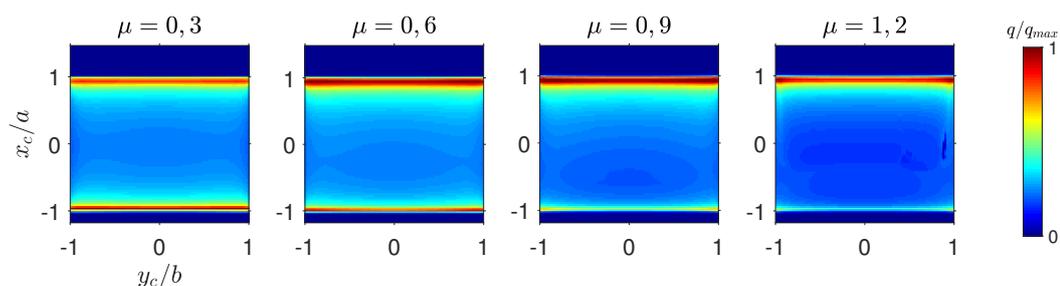


FIGURE 4.9 – Cisaillement de contact sous charge maximale obtenue sur le modèle élastique pour différents coefficients de frottement. Le cisaillement est normalisé par la valeur maximale obtenue pour chaque coefficient de frottement  $q_{max}$

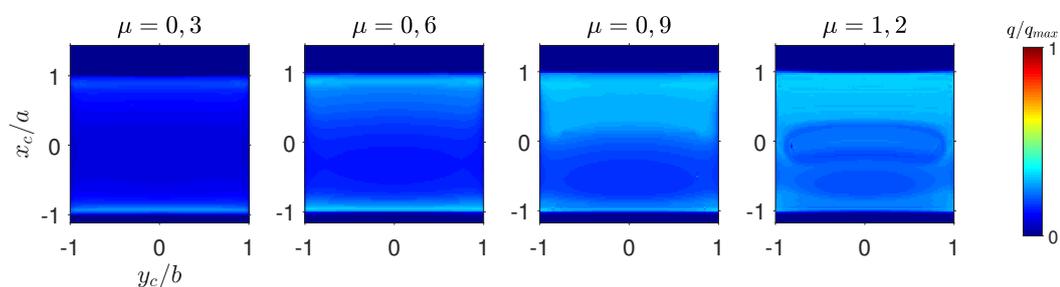


FIGURE 4.10 – Cisaillement de contact sous charge maximale obtenue sur le modèle plastique pour différents coefficients de frottement. Le cisaillement est normalisé par la valeur maximale obtenue sur le modèle élastique pour chaque coefficient de frottement

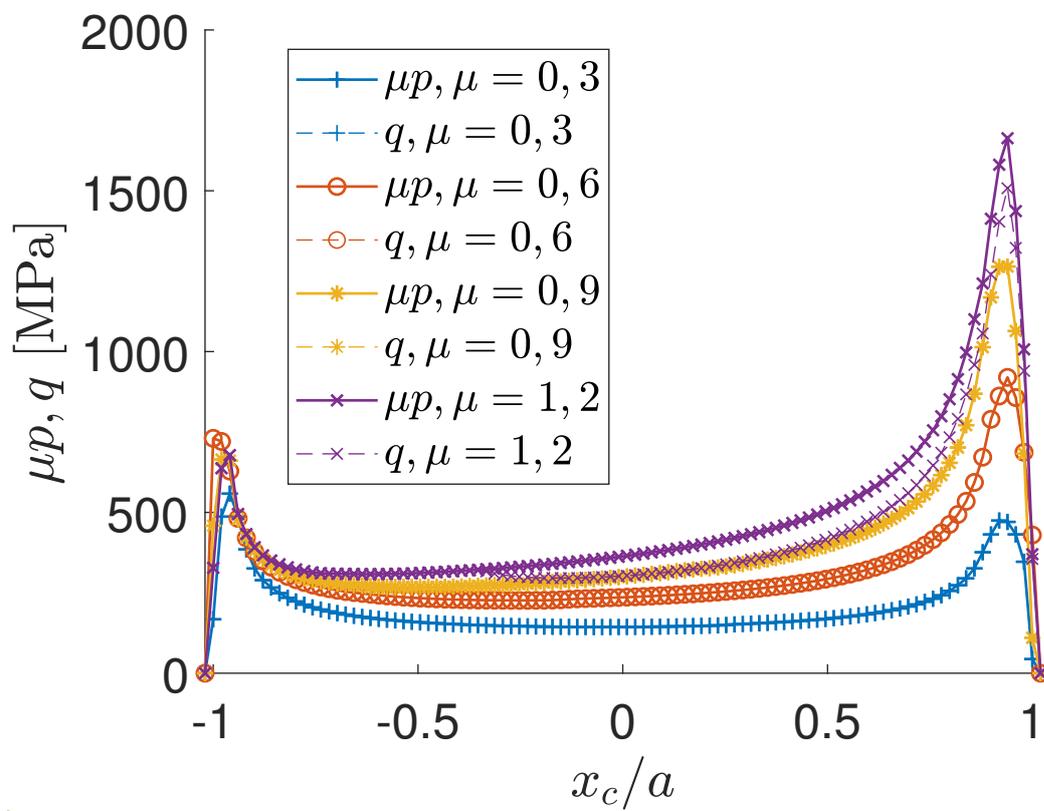


FIGURE 4.11 – Contraintes de contact au centre du contact ( $y_c = 0$ ) sous charge maximale obtenue sur le modèle élastique pour différents coefficients de frottement

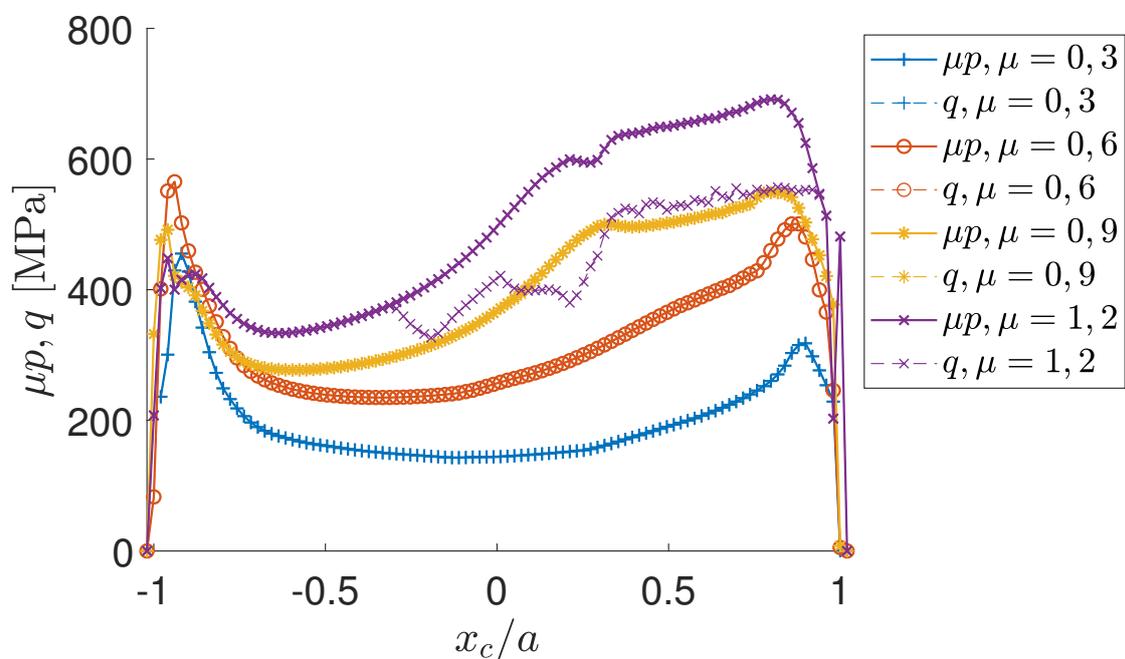


FIGURE 4.12 – Contraintes de contact au centre du contact ( $y_c = 0$ ) sous charge maximale obtenue sur le modèle plastique pour différents coefficients de frottement

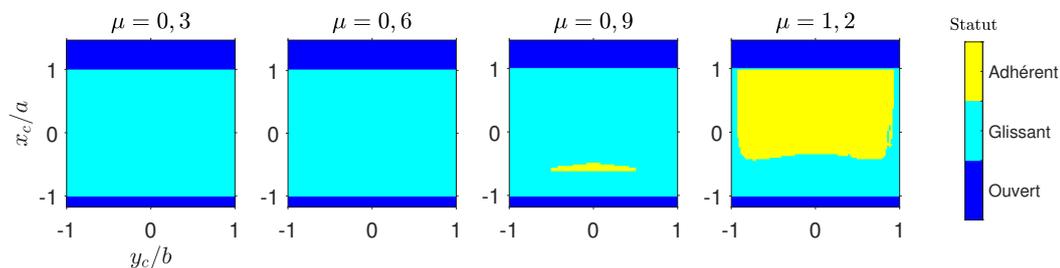


FIGURE 4.13 – Statut du contact au temps final obtenu sur le modèle élastique pour différents coefficients de frottement

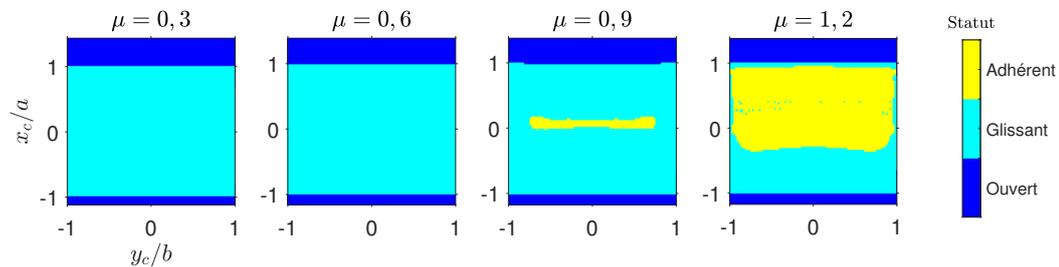


FIGURE 4.14 – Statut du contact au temps final obtenu sur le modèle plastique pour différents coefficients de frottement

### 4.4.3 Paramètres matériaux

La plupart des critères de fatigue, comme le critère de Dang-Van par exemple, font intervenir les limites d’endurance en flexion et en torsion pure dans le calcul des paramètres matériaux. Cependant, ces essais sont moins courants et plus coûteux que les essais en traction-compression alternée. Les paramètres matériaux des différents critères peuvent être calibrés à partir de n’importe quels essais de fatigue, à la géométrie et au trajet de chargement quelconque [PER 02]. Les critères présentés font l’hypothèse que les termes de cisaillement et de pression hydrostatique choisis pour former l’espace réduit des contraintes gouvernent l’initiation, et que la limite de fatigue est une relation linéaire dans cet espace réduit. L’erreur induite par cette hypothèse est minimale lorsque les sollicitations de l’essai de calibrage coïncident avec celles de la structure. Il est alors préférable de calibrer les paramètres matériaux à partir d’essais dont l’état de contrainte s’apparente à celui de la structure. De plus, certains critères sont particulièrement sensibles aux valeurs des paramètres matériaux identifiées [CIA 06, BER 14, BON 20]. C’est pourquoi, en l’absence de résultats de résistance en flexion et torsion pure de l’Udimet 720, les distributions dans le volume des termes de cisaillement et de pression hydrostatique des critères sont étudiés séparément. Cette approche permet une comparaison qualitative des composantes de chaque critère en isolant leur contribution individuelle dans la localisation des initiations de fissure.

### 4.4.4 Critères à invariants

Les prédictions des paramètres invariants des critères de Crossland et Sines sont calculées et illustrées sur les figures 4.15, 4.16, 4.17 et 4.18. Le terme  $\sqrt{J_{2a}}$  rendant compte des effets des contraintes de cisaillement prévoit l’amorçage à l’intérieur du contact sur le bord supérieur en  $X/a = 1$ . Le paramètre est également maximisé en surface. Pour des coefficients de frottement faibles, le paramètre révèle une seconde zone d’endommagement moins marquée située sur le bord inférieur en  $X/a = -1$ . Comme établi en partie 4.4.2, l’augmentation du frottement entraîne une hausse des contraintes de contact tangentielles,

particulièrement marquée sur le bord supérieur. La criticité au bord inférieur tend alors à s'effacer devant celle du bord supérieur.

Les contraintes hydrostatiques moyennes et maximales sur le cycle vont dans le sens d'une initiation de fissure sur le bord supérieur. Dans la zone de contact, des valeurs négatives sont attendues, traduisant des contraintes de compression aux effets bénéfiques pour la tenue en fatigue. Cependant, les deux termes diffèrent sensiblement dans la prévision de la zone critique. Le paramètre hydrostatique maximal indique une rupture en surface, et en  $X/a = 1$ , tandis que le terme moyen est maximisé en profondeur et en dehors de la zone de contact, dans le rayon de raccordement de la partie mâle, soit en  $X/a > 1$ .

Les critères à invariants de Sines et de Crossland dans leurs versions où la contribution des parties pression et cisaillement sont dissociées semblent peu adaptés à la prédiction de l'amorçage sur les éprouvettes queue d'aronde. Malgré un paramètre de cisaillement  $\sqrt{J_{2a}}$  se révélant efficace pour identifier les zones d'initiation attendues, sa contribution est atténuée par la composante hydrostatique, qui attire l'attention sur l'effet de la traction en dehors du contact, dans le rayon de raccordement de l'éprouvette mâle.

#### 4.4.5 Critères en déformations

Les paramètres des critères de Brown-Miller et de Fatemi-Socie sont évalués et représentés sur les figures 4.19, 4.20, 4.21 et 4.22. Le paramètre de déformations en cisaillement  $\gamma_{na}$  prévoit l'amorçage dans le contact, sur le bord supérieur en  $X/a = 1$ , et en surface. Ce résultat est observé quelle que soit la valeur du coefficient de frottement. Cependant, une zone d'endommagement secondaire apparaît sur le bord inférieur du contact en  $X/a = -1$ . Sa valeur relative par rapport à l'endommagement principal décroît sensiblement avec l'augmentation du coefficient de frottement. En effet, pour  $\mu = 0,3$ , l'amplitude de déformation en cisaillement sur le bord inférieur vaut environ 50 % de sa valeur au bord opposé. Lorsque  $\mu = 1,2$ , cette valeur chute à 20 %. Cet effet va dans le sens d'une évolution des contraintes de cisaillement plus marquée sur le bord supérieur, comme souligné par la figure 4.12. L'augmentation du coefficient de frottement se traduit également par une concentration de l'endommagement en surface, et aux alentours de  $Y/L \approx \pm 0,9$ , mettant ainsi en valeur des effets de bord sur la prédiction de l'amorçage.

L'amplitude de déformation normale  $\varepsilon_{na}$  pointe une rupture sur les bords  $X/a = \pm 1$  selon la valeur du coefficient de frottement. Le coefficient de frottement de transition de la zone d'initiation se situe entre 0,6 et 0,9. Pour  $\mu \leq 0,6$  la fissure émerge sur le bord inférieur en  $X/a = -1$ , tandis que pour  $\mu \geq 0,9$ , la zone critique se situe sur le bord opposé. Ce comportement est à l'image des champs de contrainte surfacique en figure 4.12, dont la localisation des extremums évolue de manière similaire. Dans tous les cas, le paramètre est maximal en surface.

Le dernier paramètre  $\sigma_{nmax}$  traduit l'effet de la contrainte normale au plan critique. Le paramètre est maximal en dehors du contact, sur le bord supérieur, et en surface. Sa valeur reste tout de même très intense en profondeur. L'augmentation du frottement a pour effet de déplacer la zone critique du rayon de raccordement mâle, au bord supérieur du contact en  $X/a = 1$ .

#### 4. Étude comparative de critères de fatigue

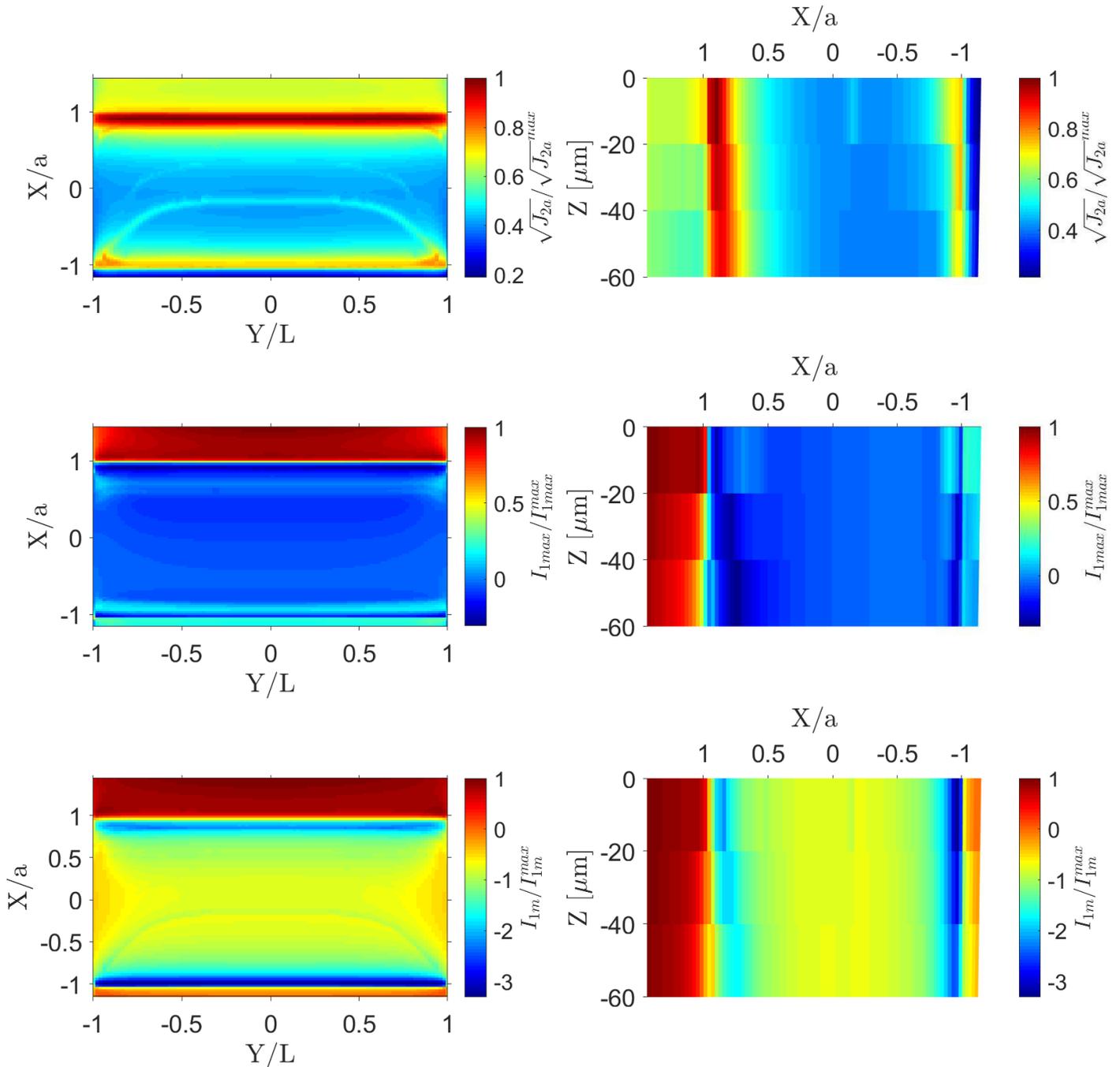


FIGURE 4.15 – Paramètres des critères de Crossland et de Sines sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,3$

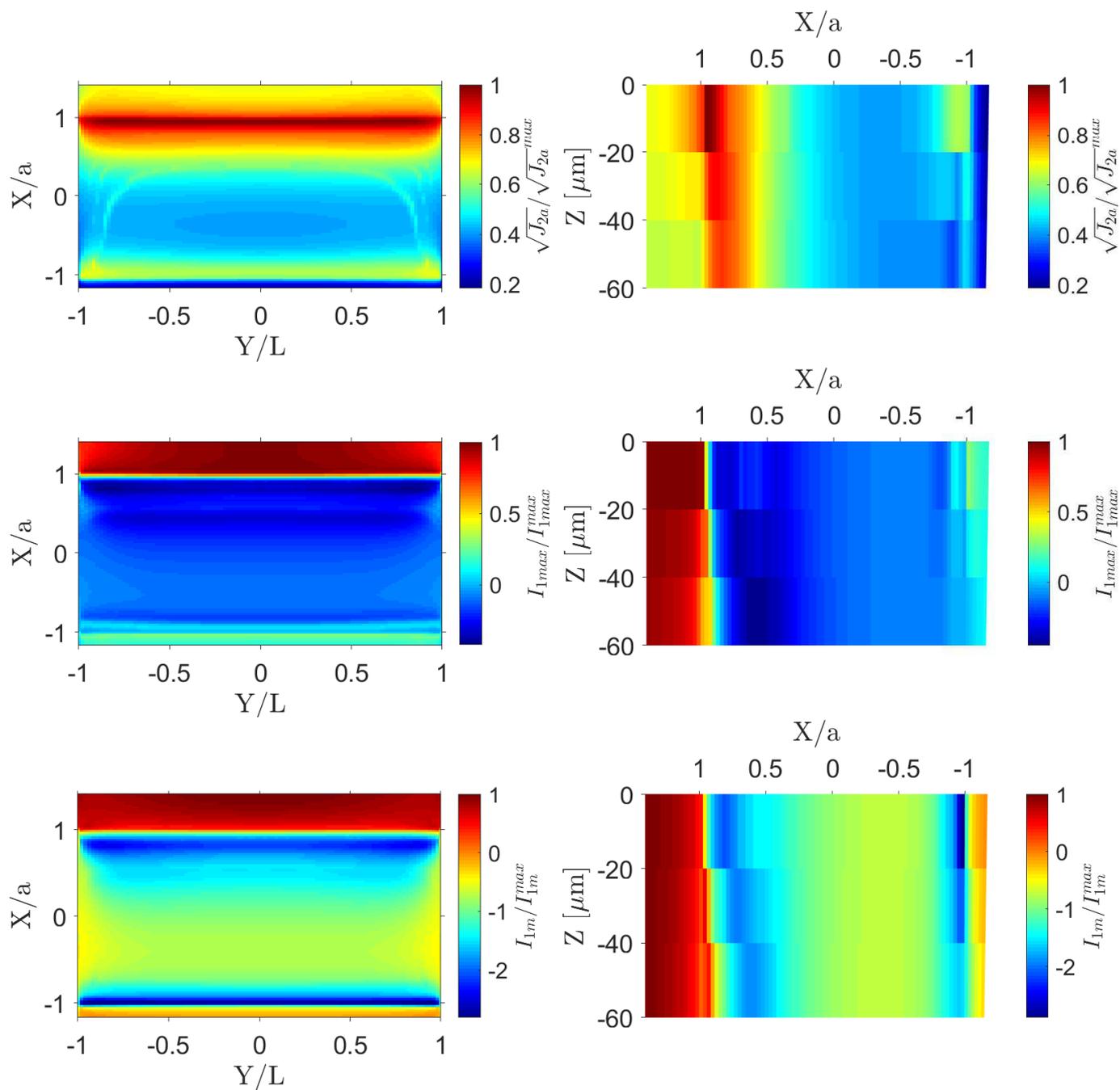


FIGURE 4.16 – Paramètres des critères de Crossland et de Sines sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,6$

#### 4. Étude comparative de critères de fatigue

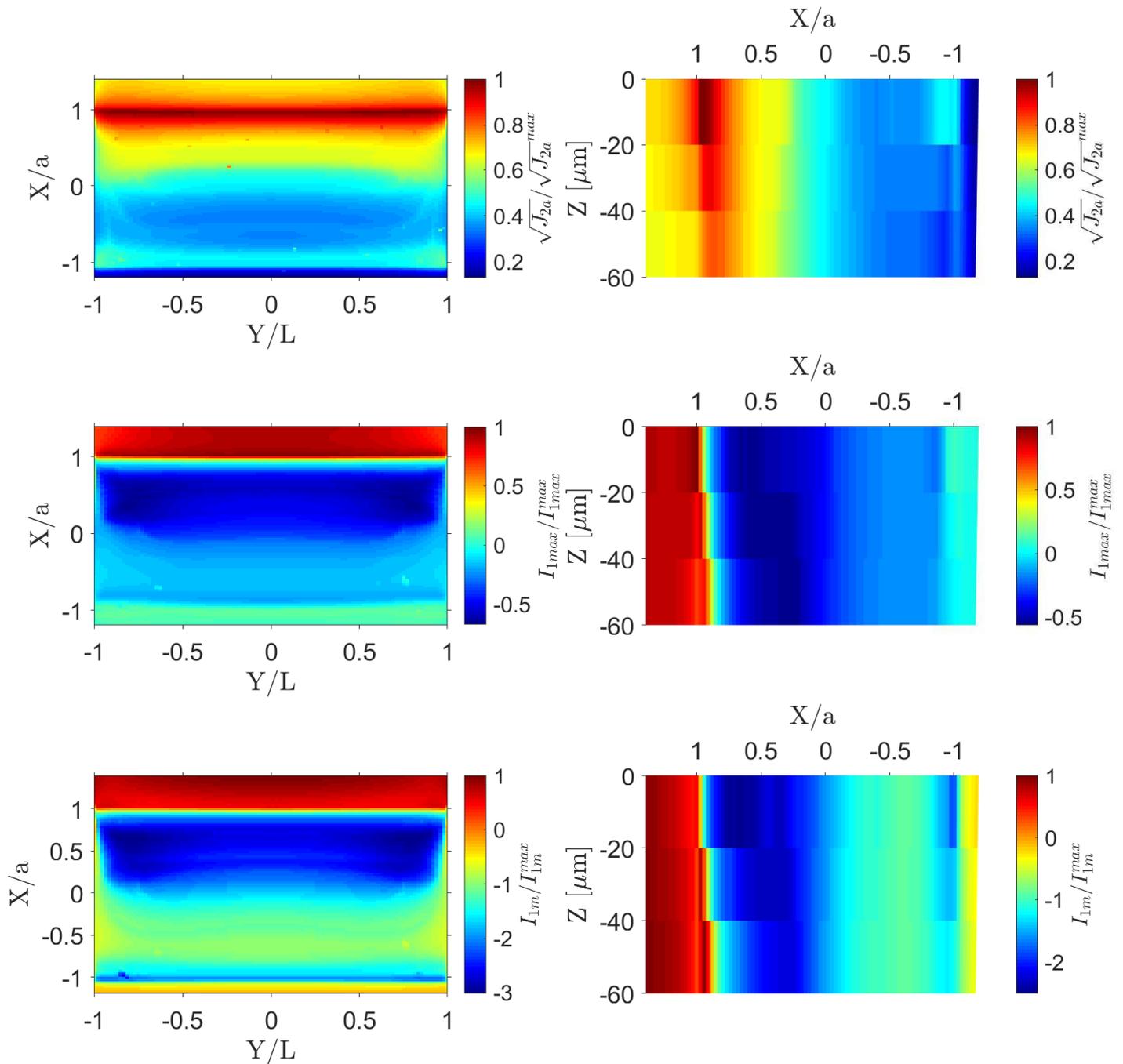


FIGURE 4.17 – Paramètres des critères de Crossland et de Sines sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,9$

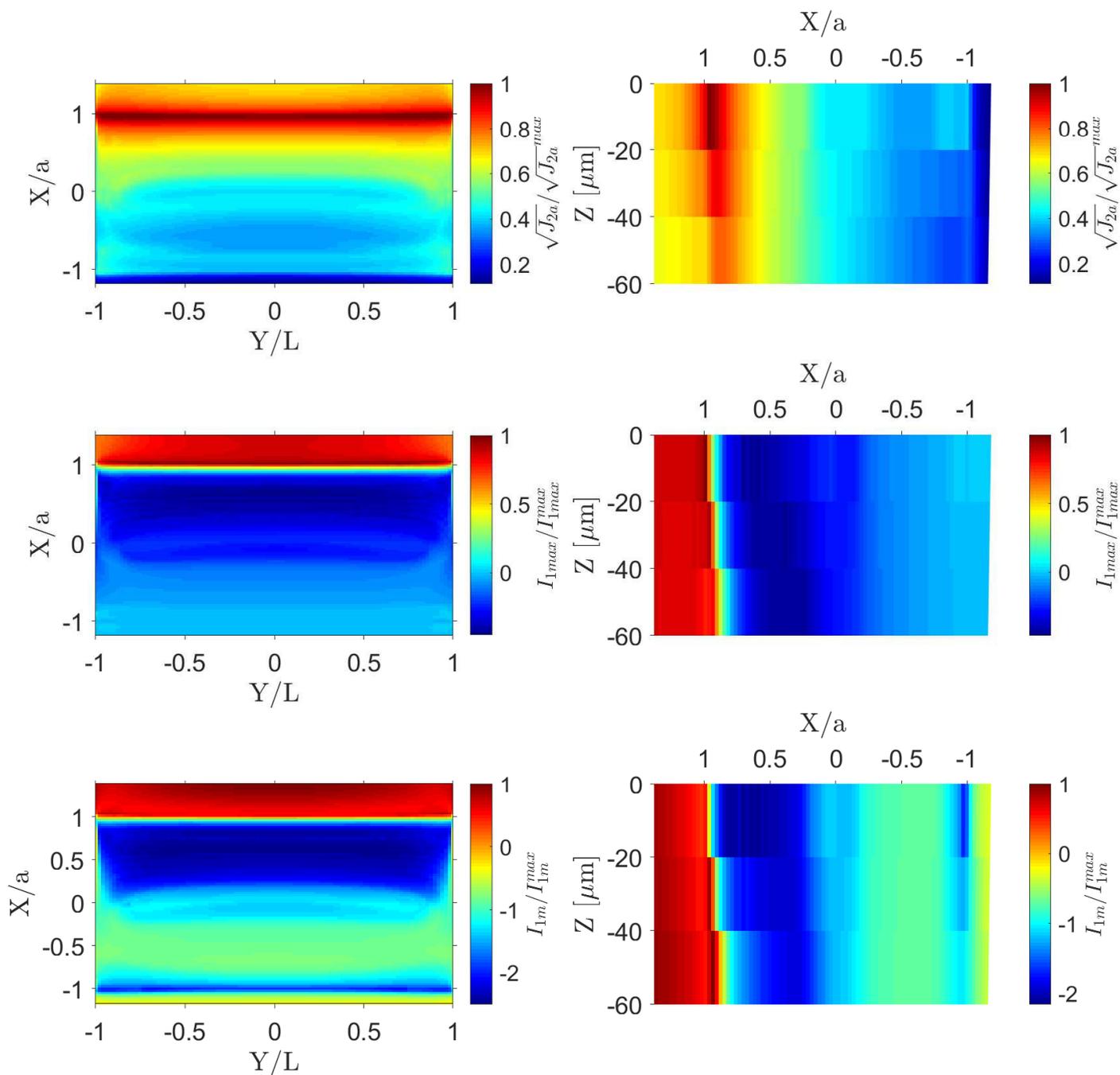


FIGURE 4.18 – Paramètres des critères de Crossland et de Sines sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 1,2$

Le terme de cisaillement  $\gamma_{na}$  des critères de Brown-Miller et Fatemi-Socie fournit des résultats en accord avec les observations expérimentales. En revanche, les prédictions des termes de contraintes et déformations normales sont dépendantes du coefficient de frottement. Par conséquent, les zones critiques identifiées ne correspondent pas toujours à l'expérience. Ces composantes ne sont toutefois pas à écarter puisque le coefficient de frottement expérimental est ici inconnu.

### 4.4.6 Critère de Dang Van

Le critère de Dang Van II, utilisant la contrainte de Tresca pour le calcul du cisaillement alterné, est appliqué ici. Les résultats de la décomposition du critère en deux paramètres sont présentés des figures 4.23 à 4.26.

Le terme de pression hydrostatique  $P_h^{DV}$  est toujours maximal sur le bord supérieur, en dehors du contact. Des valeurs élevées sont également mesurées dans le rayon de raccordement. Ces effets sont dus à l'effort de tension statique, induisant des contraintes de traction importantes. D'autre part, la pression hydrostatique est très faible, et même négative, dans la zone de contact. La contribution à l'endommagement  $y$  est par conséquent insignifiante. L'augmentation du coefficient de frottement, et par conséquent des contraintes de contact tangentielles, produit une concentration de la zone critique à  $X/a = 1$ .

Le cisaillement mésoscopique souligne deux zones d'endommagement localisées sur les bords supérieur et inférieur. Le pic d'endommagement du bord supérieur est toujours le plus critique. L'augmentation du coefficient de frottement s'accompagne d'une concentration de la zone critique sur le bord supérieur du contact. Pour les deux paramètres, l'élément le plus endommagé est toujours un élément de surface. La localisation des éléments critiques du paramètre de pression hydrostatique révèle un endommagement réparti équitablement le long de la dimension  $Y$  pour des coefficients de frottement compris entre 0,3 et 0,9. En revanche, lorsque  $\mu = 1,2$  la zone critique se concentre sur les bords, dans la zone  $0,7 < |Y/L| < 1$ . Le terme de cisaillement suggère quant à lui deux zones d'endommagement privilégiées pour des coefficients de frottement inférieur ou égal à 0,6. Au centre du contact en  $Y/L = 0$ , et sur les bords  $Y/L = \pm 0,9$ . Pour des frottements plus élevés, l'endommagement de la zone centrale perd en criticité.

### 4.4.7 Critère énergétique

Le critère SWT est appliqué et les résultats sont présentés en figure 4.27, 4.28, 4.29 et 4.30. Le terme en déformations  $\epsilon_{na}$  est toujours maximal sur le bord supérieur en  $X/a = 1$  et en surface. L'effet du frottement se traduit par une concentration de l'endommagement sur le bord supérieur et en surface. À partir de  $\mu = 0,9$ , les zones critiques sont localisées autour de  $Y/L \approx 0,9$ . La région autour de  $X/a = -1$  est une zone d'endommagement secondaire, dont l'importance relative décroît avec l'augmentation du frottement.

La composante de contrainte est très similaire à celle du critère de Fatemi-Socie. La zone critique est localisée sur le bord supérieur et en surface. L'effet du frottement consiste en un déplacement de la zone critique du rayon de raccordement vers  $X/a = 1$ .

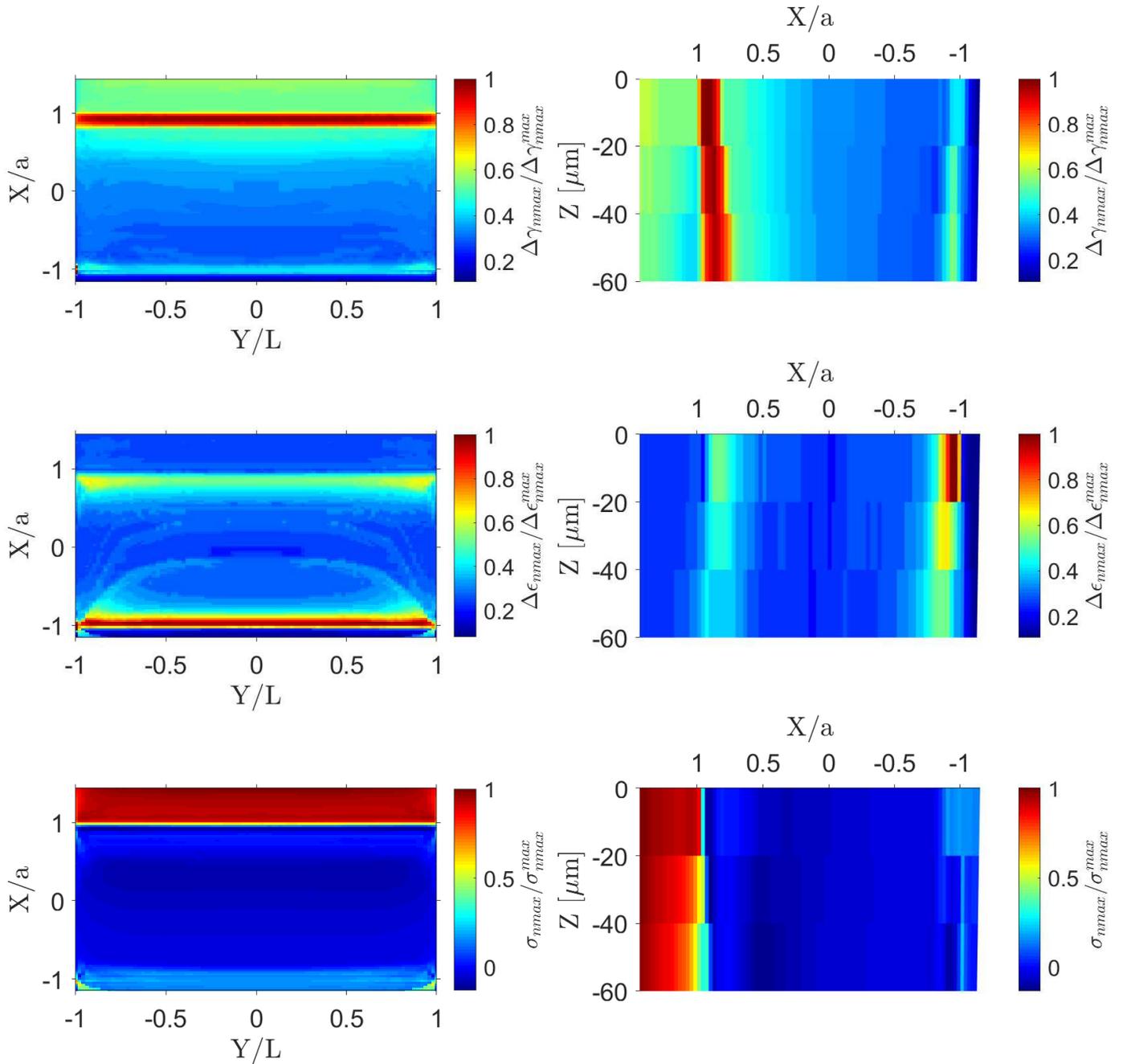


FIGURE 4.19 – Paramètres des critères de Brown-Miller et de Fatemi-Socie sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,3$

#### 4. Étude comparative de critères de fatigue

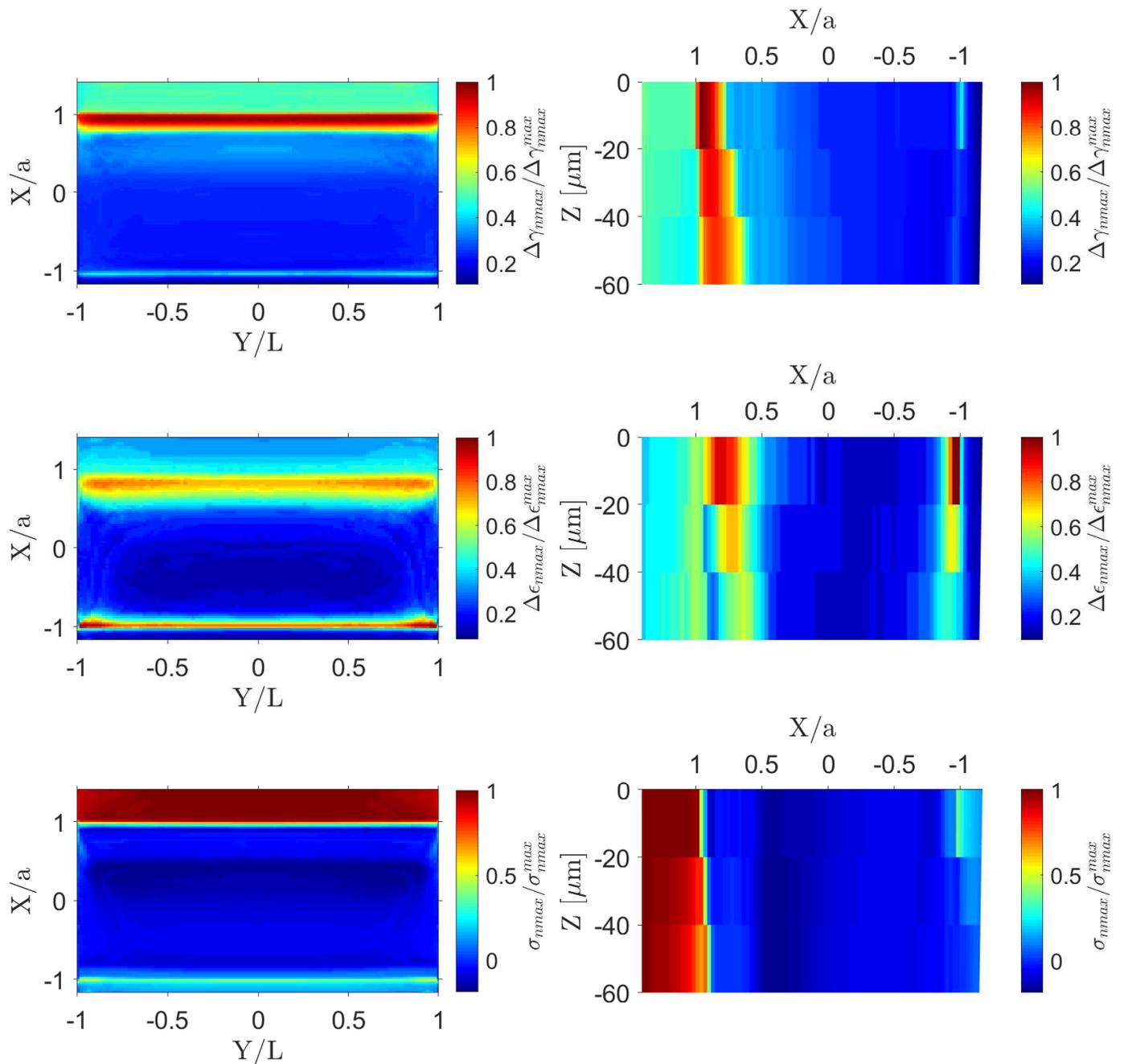


FIGURE 4.20 – Paramètres des critères de Brown-Miller et de Fatemi-Socie sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,6$

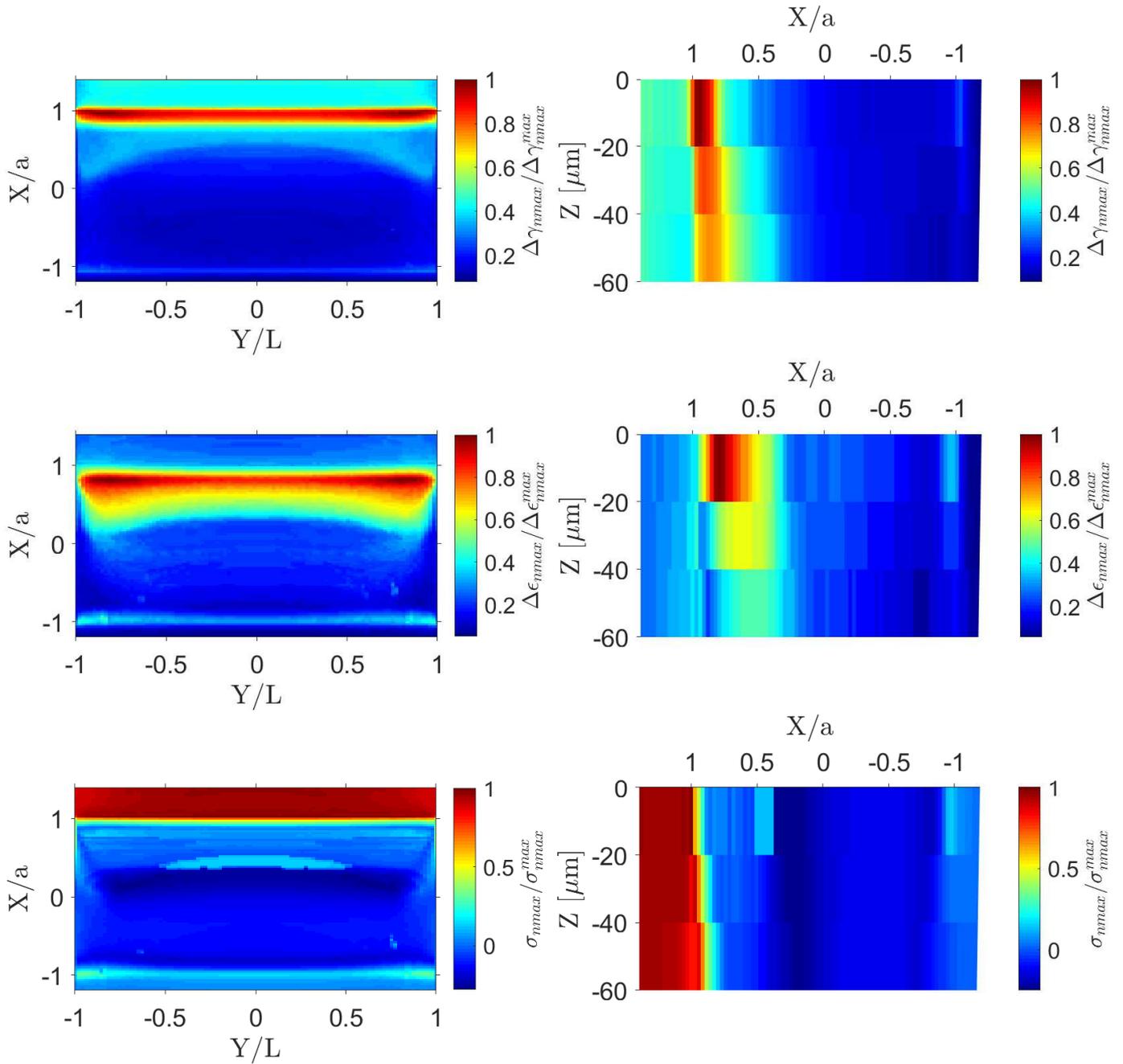


FIGURE 4.21 – Paramètres des critères de Brown-Miller et de Fatemi-Socie sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,9$

#### 4. Étude comparative de critères de fatigue

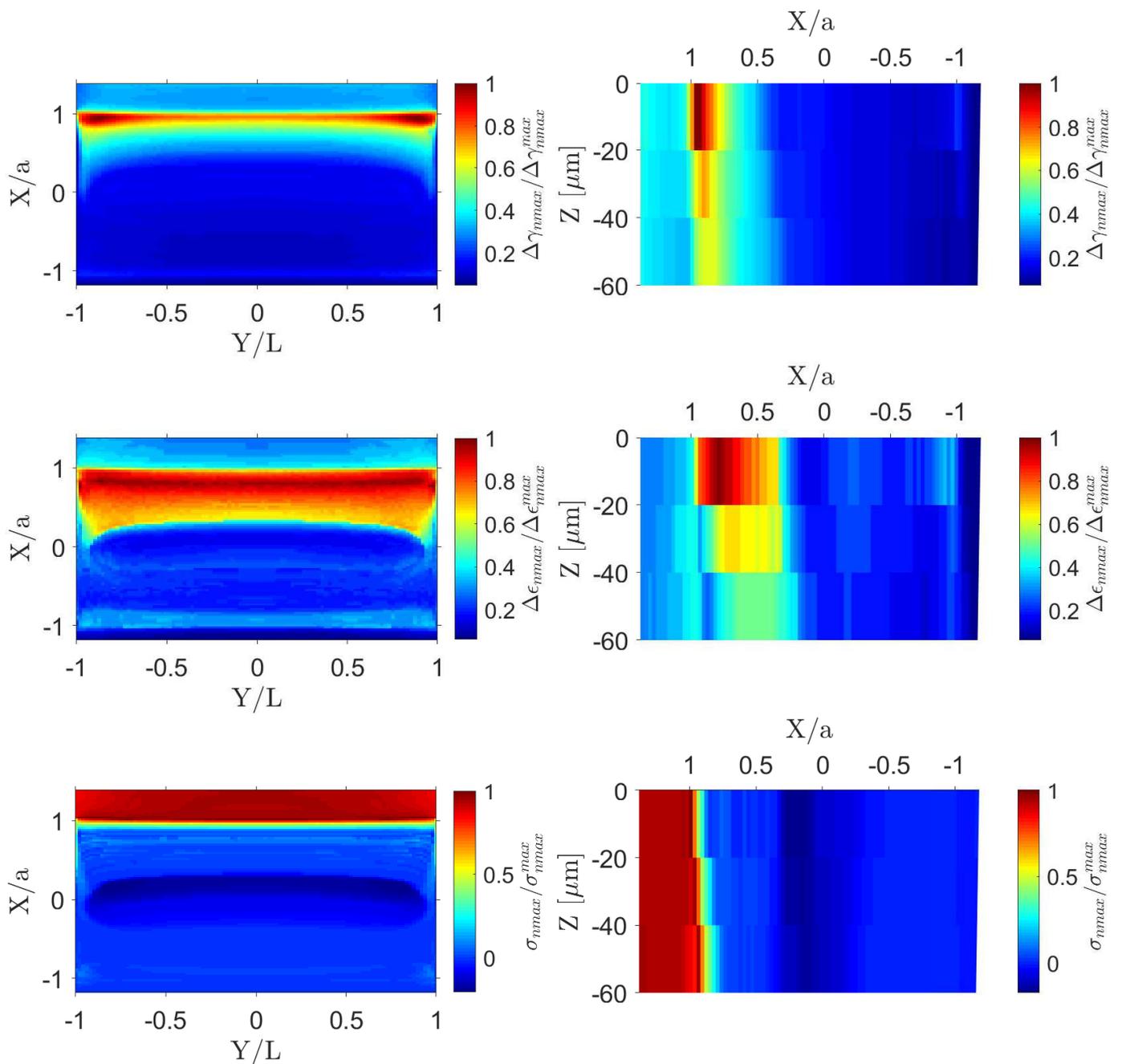


FIGURE 4.22 – Paramètres des critères de Brown-Miller et de Fatemi-Socie sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 1,2$

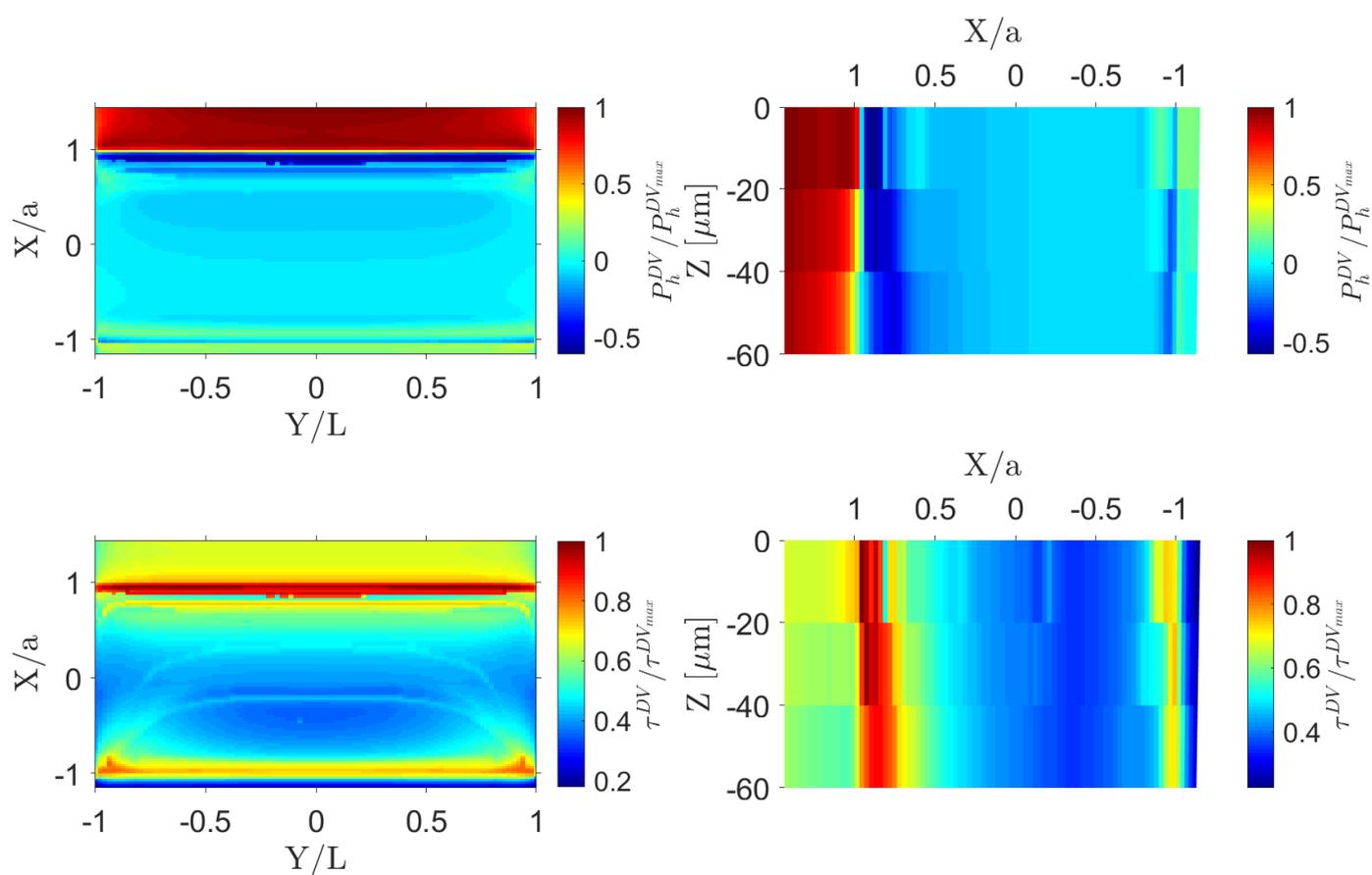


FIGURE 4.23 – Paramètres du critère de Dang Van sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,3$

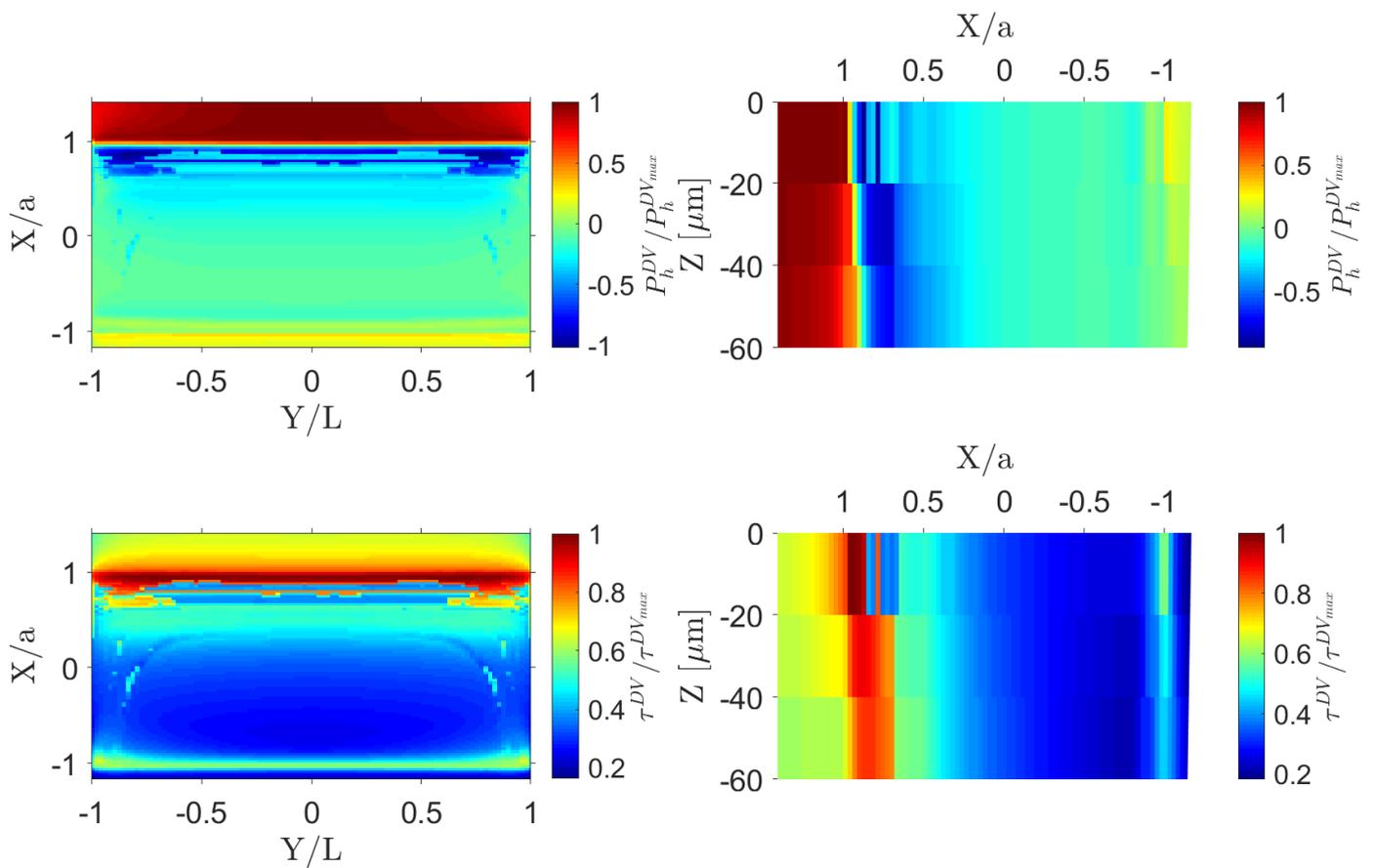


FIGURE 4.24 – Paramètres du critère de Dang Van sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,6$

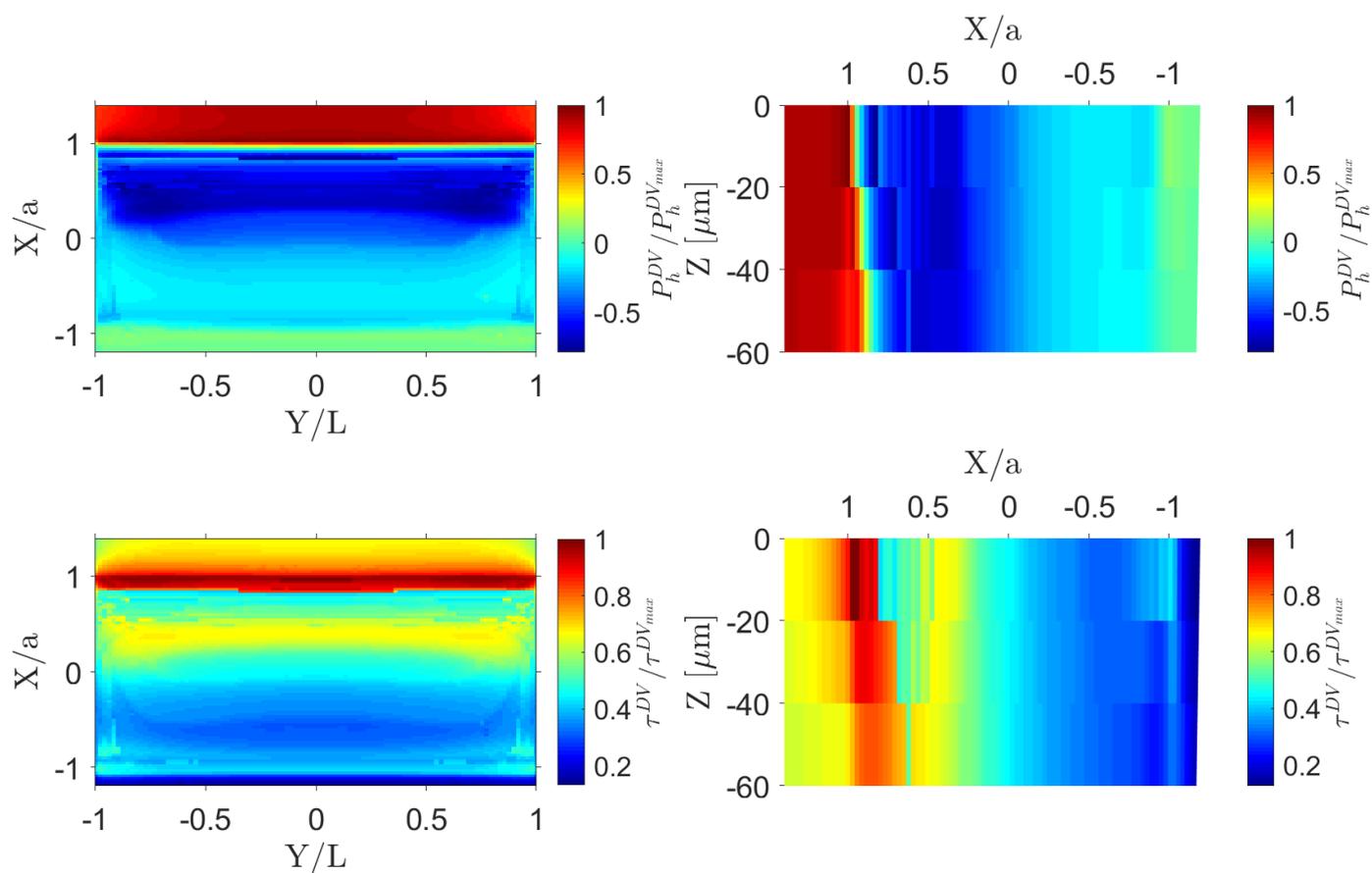


FIGURE 4.25 – Paramètres du critère de Dang Van sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,9$

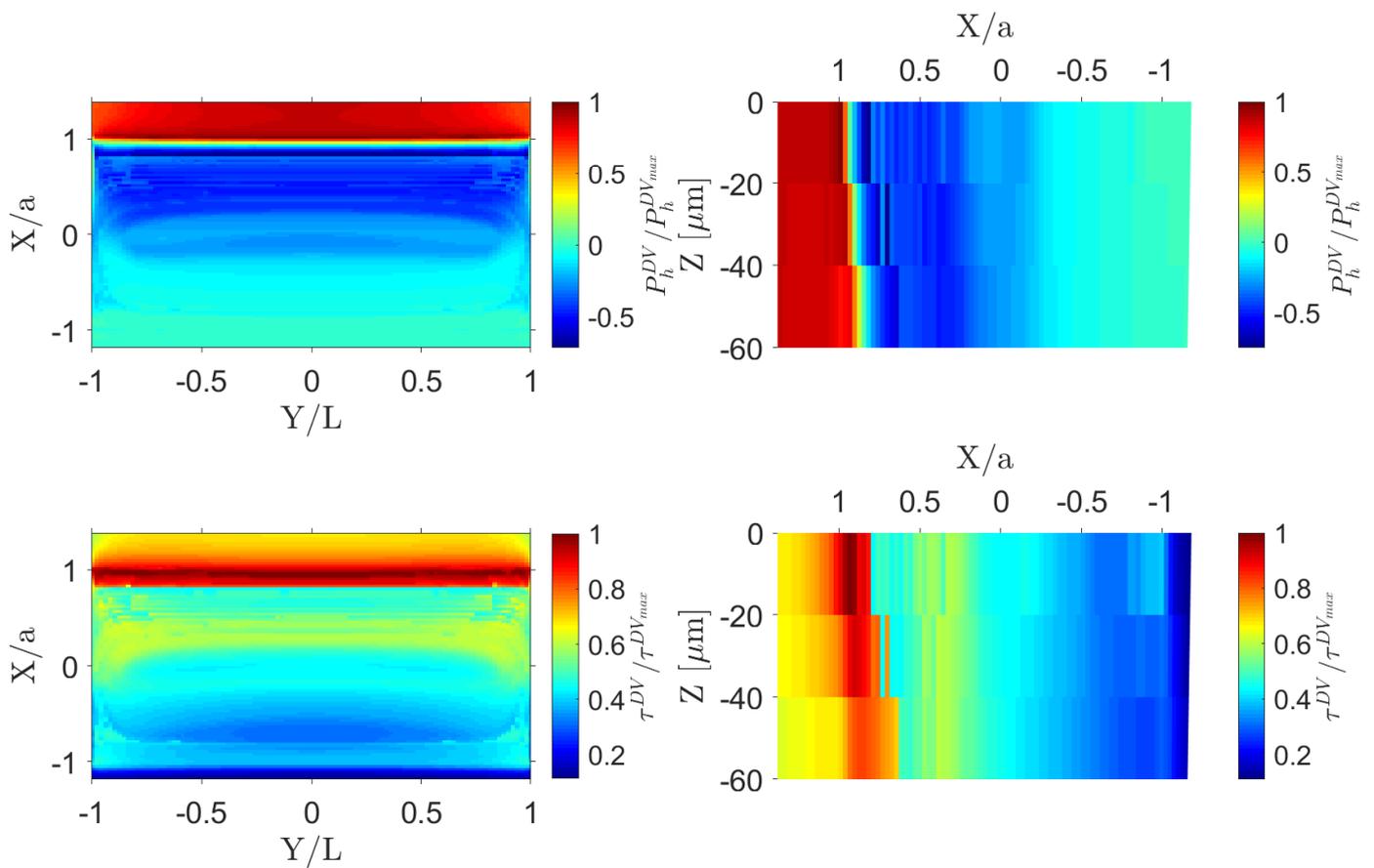


FIGURE 4.26 – Paramètres du critère de Dang Van sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 1,2$

Contrairement au critère de Brown-Miller, le terme de déformations met en valeur la zone d'initiation de fissure quel que soit le coefficient de frottement. Au contraire, le terme de contrainte pénalise les effets de traction dans le rayon de raccordement.

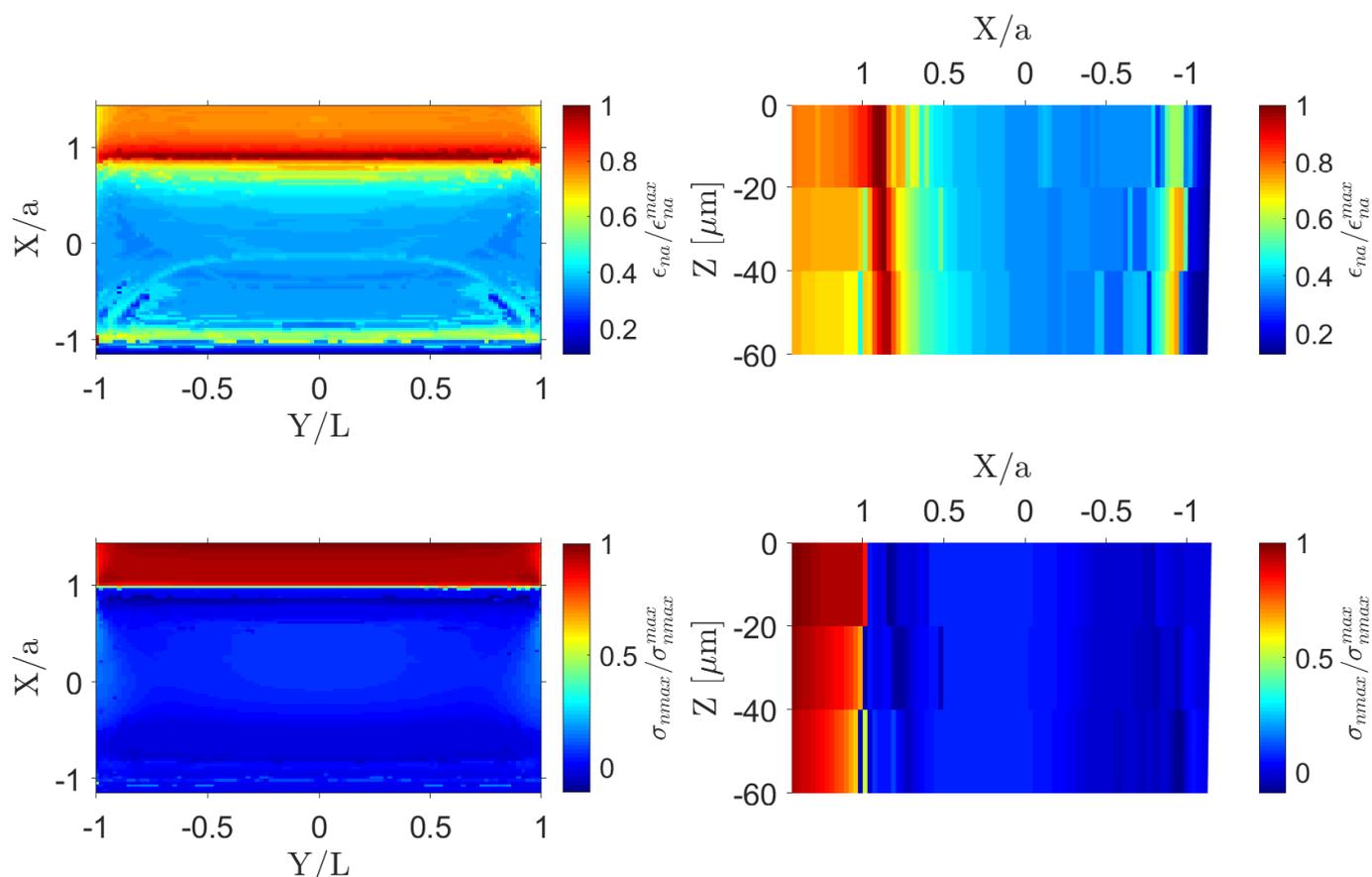


FIGURE 4.27 – Paramètres du critère SWT sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,3$

#### 4.4.8 Comparaison aux observations expérimentales

Des essais de fatigue LCF sont réalisés à température ambiante sur cinq couples d'éprouvettes queue d'aronde dont la géométrie est représentée en figure 2.6. Les parties mâles et femelles sont toutes deux en Udimet 720. La durée de vie visée est de 10 000 cycles. Pour y parvenir, un effort de traction cyclique en triangle est appliqué entre deux niveaux de charge  $F_{min} = 0,5$  kN et  $F_{max} = 15$  kN. L'objet de la campagne d'essais est l'analyse de la durée de vie de la partie mâle, c'est pourquoi la partie femelle est conçue pour avoir une durée de vie supérieure.

Les cinq couples d'éprouvettes testés montrent tous un comportement similaire. Les

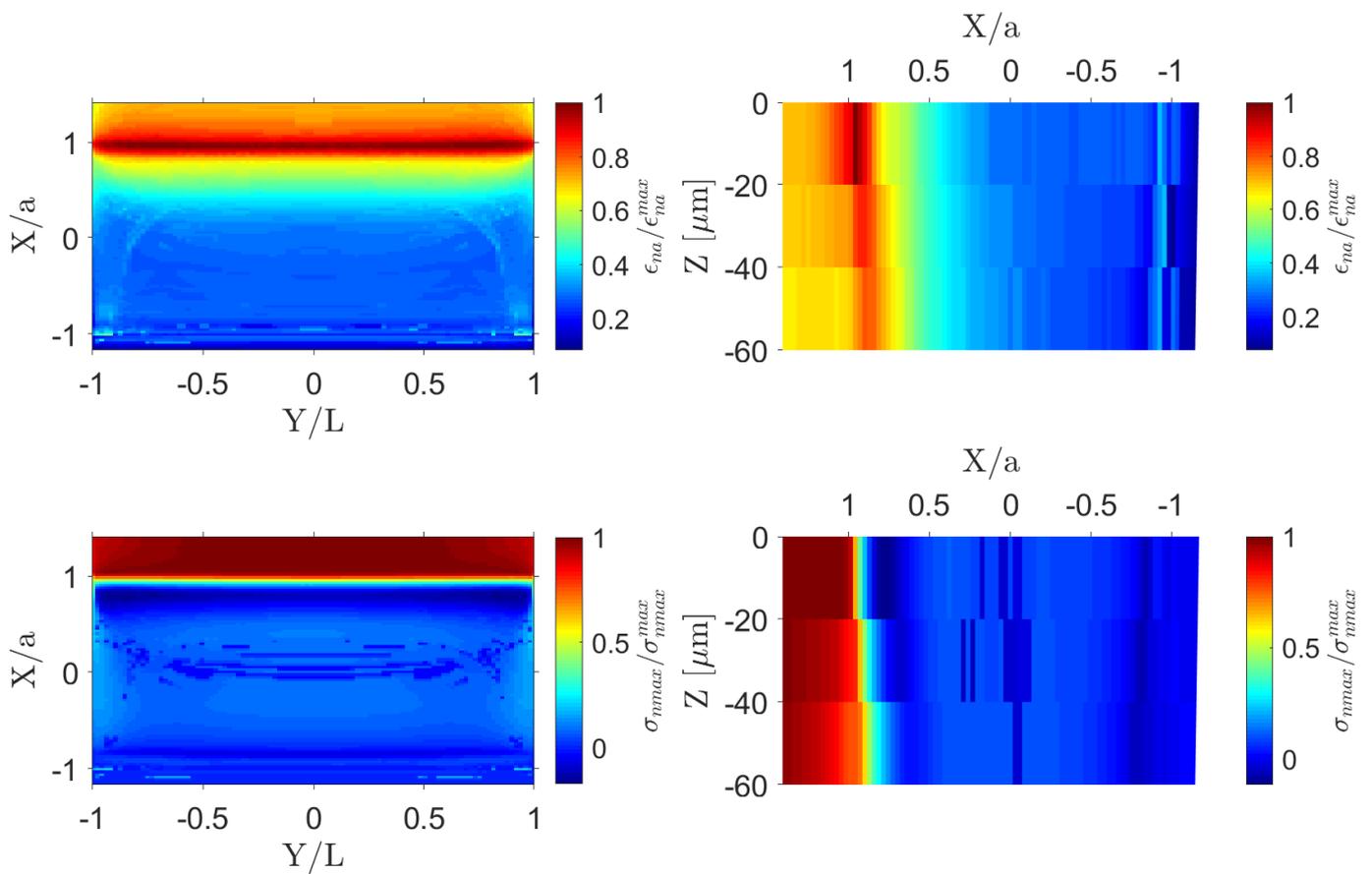


FIGURE 4.28 – Paramètres du critère SWT sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,6$

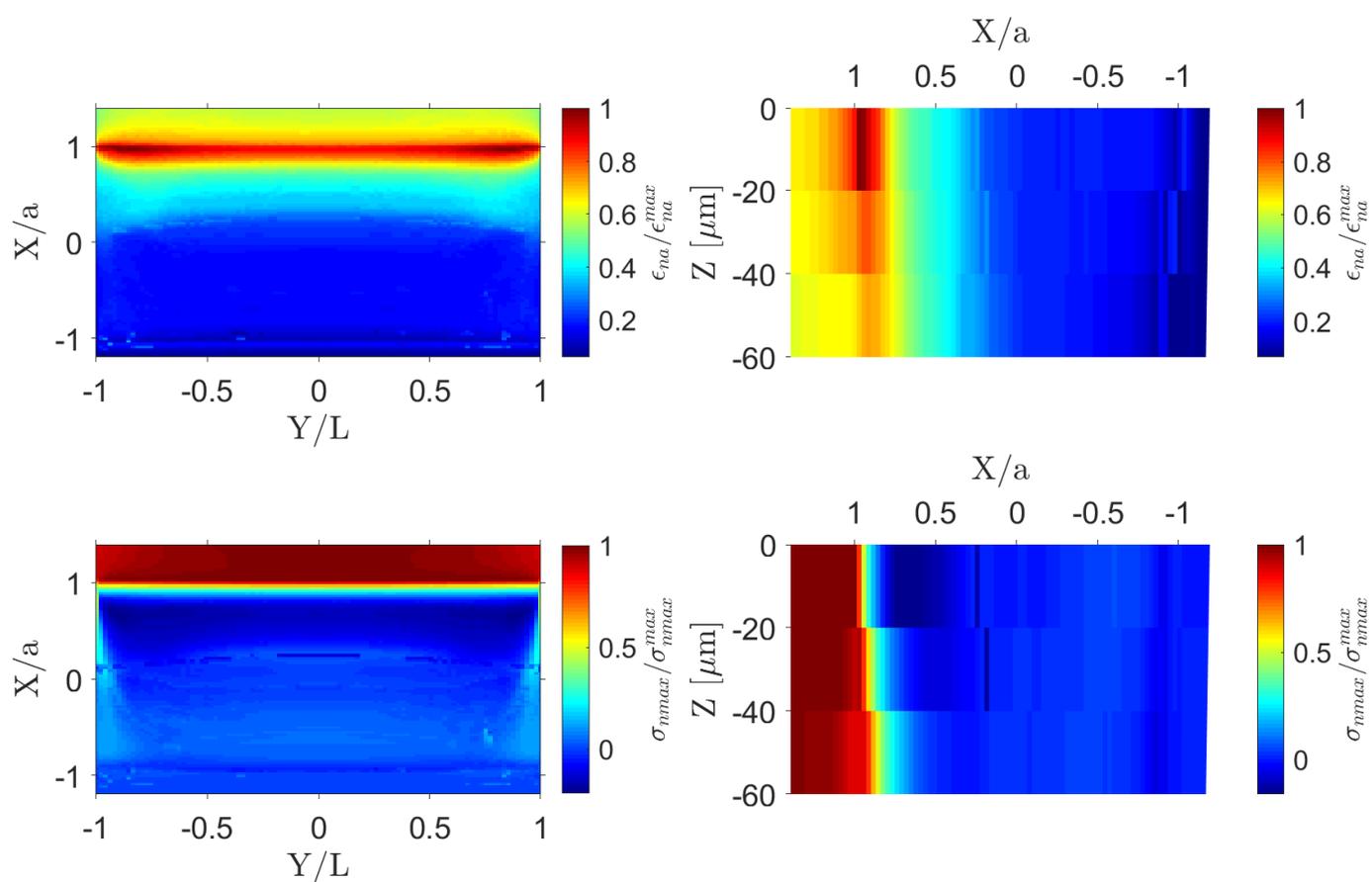


FIGURE 4.29 – Paramètres du critère SWT sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,9$

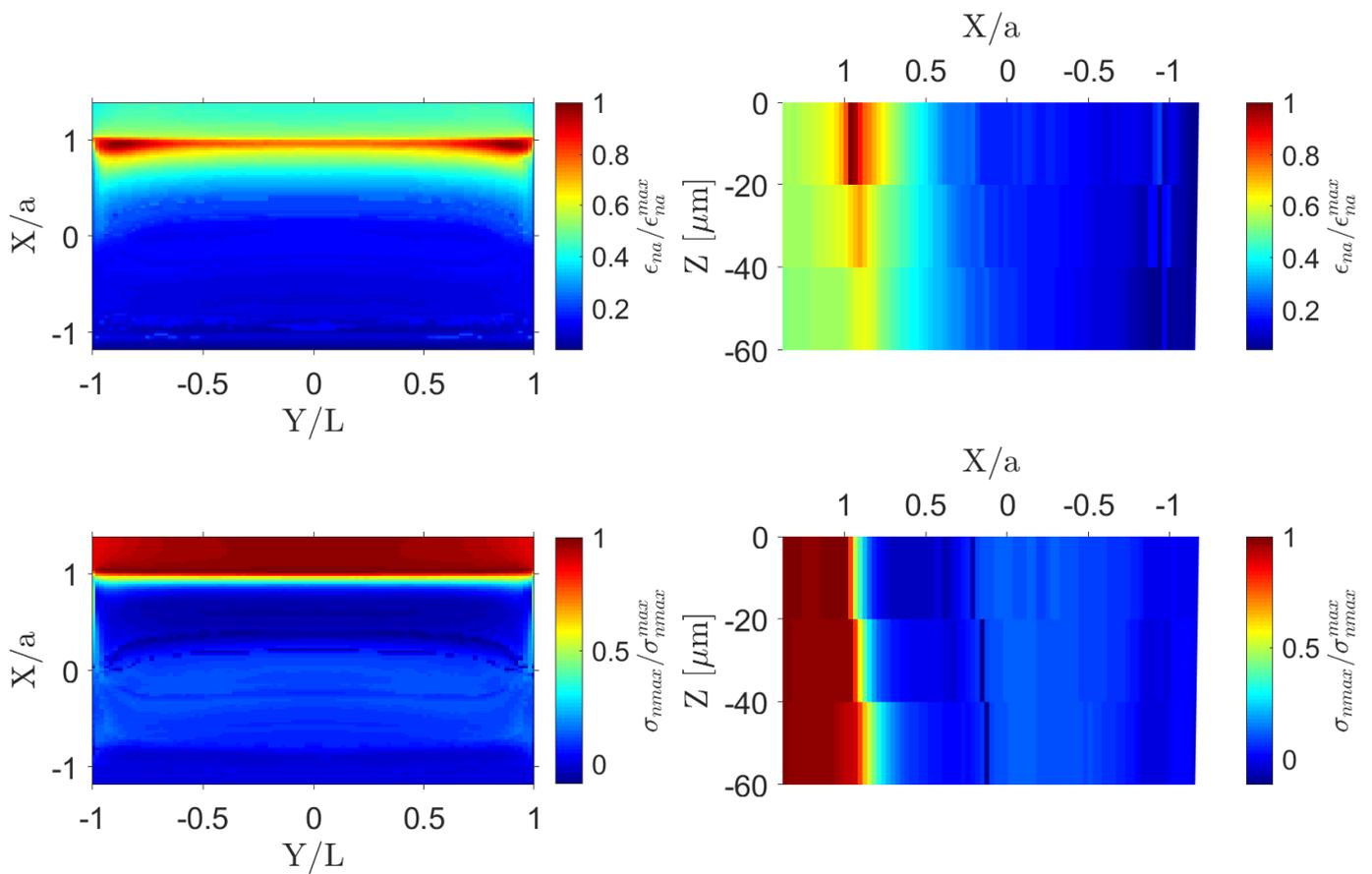


FIGURE 4.30 – Paramètres du critère SWT sur un modèle plastique avec un coefficient de frottement  $\mu = 1,2$

fissures s'amorcent en haut des deux portées, sur le bord de la zone de contact. La propagation donne lieu à la rupture de la pièce en deux ou trois morceaux. La propagation des fissures est orientée entre  $90^\circ$  et  $106^\circ$  par rapport à la surface plane du contact (figure 4.31).

La zone de contact sur une des deux portées est représentée en figure 4.32. Les zones de glissement périphériques se distinguent nettement de la zone d'adhérence centrale.

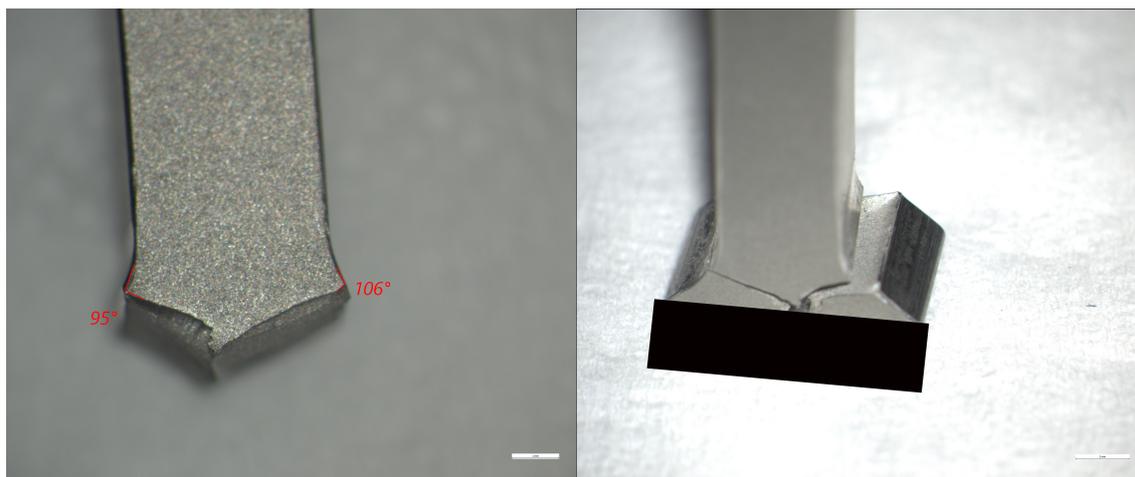


FIGURE 4.31 – Profil de rupture d'une éprouvette queue d'aronde

## 4.5 Conclusions

L'analyse des contraintes de contact sur les portées d'une éprouvette queue d'aronde a révélé la forte dépendance vis-à-vis du coefficient de frottement. L'intensification du frottement conduit à une diminution marquée des pics de pression sur les bords du contact, une part supplémentaire de la charge de traction étant reprise par le frottement lorsque le coefficient de frottement augmente. La prise en compte des effets plastiques s'avère nécessaire, étant donné l'impact très significatif observé sur les contraintes de contact.

Plusieurs critères de fatigue issus de la littérature ont été calculés et comparés aux observations expérimentales usuelles. Celles-ci sont caractérisées par une fissuration sur le bord supérieur du contact. Les composantes de cisaillement des critères donnent toutes des résultats satisfaisants, en accord avec l'expérience. Les termes relatifs aux contraintes et déformations normales prévoient quant à eux une zone critique située en dehors du contact, dans le rayon de raccordement. Les effets du coefficient de frottement sur les prédictions des zones d'initiation ont été mis en évidence. L'augmentation du frottement accentue l'effet sur le bord supérieur du contact des paramètres relatifs aux cisaillements et aux contraintes normales. L'influence du coefficient de frottement sous la surface est également marquée par un changement de direction des lignes d'iso-endommagement.

L'étalonnage des paramètres matériaux de recalage à partir d'essais de fatigue simplifiés doit permettre d'ajuster la contribution des différents paramètres. Cependant, la sen-

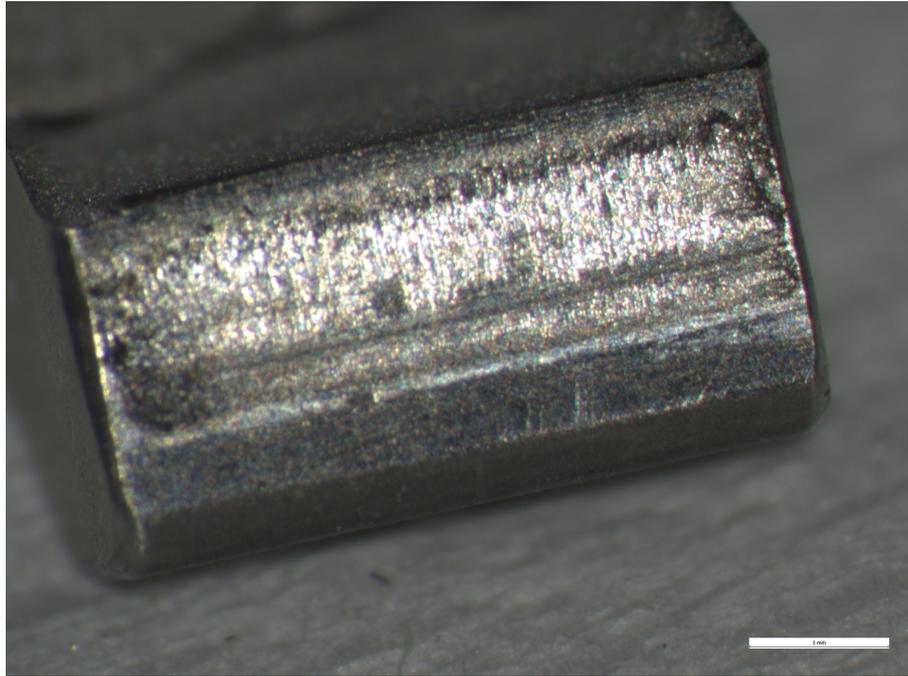


FIGURE 4.32 – Faciès de fretting dans la zone de contact d’une éprouvette mâle rompue

sibilité accrue des critères aux constantes matériaux reste une difficulté majeure. Celle-ci peut être contournée par la mise en place d’une approche basée sur les données. La prédiction de la durée de vie grâce à un modèle mathématique est ajustée à partir de données expérimentales [NAS 22].

Critères	Composantes	Lieu d'amorçage
Sines	$I_{1m}$	En profondeur, dans le rayon de raccordement
Crossland	$I_{1max}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact ou dans le rayon de raccordement en fonction du coefficient de frottement
Sines et Crossland	$\sqrt{J_{2a}}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact
Fatemi-Socie et Brown-Miller	$\gamma_{na}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact. Présence d'effets de bord.
Brown-Miller	$\varepsilon_{na}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur ou inférieur du contact en fonction du coefficient de frottement
Fatemi-Socie	$\sigma_{nmax}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact ou dans le rayon de raccordement en fonction du coefficient de frottement
Dang-Van	$P_h^{DV}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact ou dans le rayon de raccordement en fonction du coefficient de frottement.
Dang-Van	$\tau^{DV}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact.
SWT	$\sigma_{nmax}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact ou dans le rayon de raccordement en fonction du coefficient de frottement.
SWT	$\varepsilon_{na}$	Toujours en surface. Sur le bord supérieur du contact.

TABLE 4.1 – Synthèse des lieux d'amorçage prédit par les critères de fatigue



# Conclusion générale et perspectives

## Problématiques et objectifs

La prédiction de la durée de vie de la liaison aube-disque soumise à des sollicitations de fretting-fatigue est un enjeu scientifique et industriel majeur. Ce défi soulève des difficultés d'ordre numériques et expérimental accentuées par le nombre de paramètres qui interviennent dans le mécanisme d'endommagement. Les études numériques et expérimentales doivent explorer les effets de ces différents paramètres, ce qui conduit à des plans d'expérience conséquents. Tout d'abord, le degré de raffinement spatial requis par la méthode éléments finis pour l'évaluation correcte des contraintes de contact conduit à de lourds coûts de calculs. Ceux-ci sont d'autant plus accentués par la prise en compte d'effets non linéaires nécessaires à la représentativité de l'application industrielle. Les non-linéarités géométriques générées par les grandes déformations, les non-linéarités matériau induites par le comportement élastoplastique et les non-linéarités provoquées par la loi de frottement sont indispensables pour garantir une modélisation des contraintes fidèle à la réalité. Ces effets affectent la convergence du modèle. D'autre part, l'intense gradient de contrainte caractéristique des problèmes de contact frottant a pour effet de sous-estimer la durée de vie prédite par une approche "point chaud". L'estimation du coefficient de frottement constitue également une difficulté majeure. Sa valeur impacte considérablement les contraintes de contact calculées, et par extension, la durée de vie prédite. Le choix d'un critère de fatigue n'est pas trivial. De nombreuses propositions sont disponibles, mais aucune ne fait l'objet d'un consensus général.

Du point de vue expérimental, l'hyperstatisme de la géométrie de l'attache pied de sapin rend la distribution des efforts sur les portées extrêmement sensible aux aléas d'usinage. Par conséquent, les résultats de durée de vie sont sujets à des dispersions qui interviennent au premier ordre. La simulation de la variabilité de production n'est pas envisageable en raison du temps de calcul de chaque configuration et du grand nombre de configurations à simuler. D'autre part, l'effet centrifuge volumique est approximé par un effort de traction dans les essais mis en œuvre.

L'objectif de la thèse est de contribuer à la simplification de l'essai technologique par une éprouvette queue d'aronde dont la représentativité vis-à-vis des conditions moteurs est assurée par le pilotage de sa géométrie et des niveaux de charge. La géométrie monolobe permet de s'astreindre de l'hyperstatisme du pied de sapin, responsable de dispersions qui influencent les résultats de durées de vie. La prédiction de la durée de vie en

fretting-fatigue d'une éprouvette queue d'aronde est sujette aux difficultés mentionnées précédemment. Les travaux présentés ont permis d'adresser les problématiques relatives à l'estimation correcte du coefficient de frottement défini par la loi de Coulomb, ainsi qu'au choix d'un critère de fatigue adapté.

## Identification du coefficient de frottement

Le coefficient de frottement moyen sur la portée d'un contact queue d'aronde et son évolution au cours des cycles de chargement ont été mesurés *in-situ* par une méthode d'analyse inverse. Un essai de fatigue LCF à température ambiante avec des éprouvettes queue d'aronde a été instrumenté par corrélation d'images numériques. Les champs de déplacements 2D mesurés ont été utilisés pour la construction des conditions aux limites du modèle numérique, et pour le calcul de la fonction coût de l'analyse inverse. Un dispositif de stéréo-corrélation d'image a permis de quantifier une partie des désalignements expérimentaux et de les réintroduire dans le modèle pour améliorer la fidélité de la simulation.

Plusieurs modèles éléments finis ont été développés pour reproduire les champs de déplacements mesurés lors de l'essai. Le choix d'une modélisation locale de la géométrie étudiée permet de s'affranchir d'une modélisation globale du banc d'essais. En effet, les raideurs mises en jeu par l'entière de la chaîne de traction sont indirectement prises en compte à travers les conditions aux limites sur les surfaces de découpe. Les hypothèses de mise en données du problème numérique ont dans un premier temps été validées à partir d'essais virtuels, consistant en une modélisation de la géométrie globale des éprouvettes. La relation entre le modèle local et l'essai virtuel, définie par l'expression des conditions aux limites de type déplacements imposés du modèle local, induit des écarts de représentativité vis-à-vis de l'essai virtuel. Ces écarts ont été quantifiés et jugés suffisamment faible pour valider l'approche.

Une étude paramétrique des désalignements angulaires entre partie mâle et femelle a révélé l'influence prépondérante du désalignement sur les champs de contraintes calculés. De plus, les écarts de positionnement accentuent le biais introduit par la définition des conditions aux limites, pouvant dans certains cas extrêmes empêcher toute identification du coefficient de frottement. Par conséquent, un domaine de validité du modèle est exprimé en termes de désalignements angulaires.

L'étude sur les essais virtuels met également en avant l'importance des effets du chargement non monotone. La prise en compte de l'histoire du chargement s'avère cruciale pour reproduire fidèlement les champs de déplacements de référence.

Une fois les biais d'ordre numérique identifiés et quantifiés, l'essai virtuel est remplacé par les déplacements mesurés expérimentalement par corrélation d'images numériques lors d'une campagne d'essais. Les modèles développés sont appliqués tour à tour. Le modèle mixte, identifié comme le plus représentatif de l'essai, permet la mesure du coefficient de frottement au cours des cycles par comparaison des champs de déplacements numérique et expérimentaux. L'amplitude glissée calculée à partir d'un modèle global,

est également considérée comme quantité d'intérêt. Quelle que soit la quantité d'intérêt, le coefficient de frottement identifié augmente au cours des cycles de chargement. À partir d'un certain nombre de cycle, aux alentours de 5 000 dans le cas étudié, les modèles prédisent le passage en régime de glissement partiel. Dans ces conditions, les contraintes, déformations et déplacements deviennent très peu sensibles aux variations de coefficient de frottement des zones encore glissantes. Par conséquent, l'identification en régime de glissement partiel devient délicate, et la méthode proposée ne fonctionne plus en l'état pour cette application.

## Critères de fatigue

Des critères de fatigues classiques ont été implémentés et calculés à partir des contraintes et déformations issues d'un calcul éléments finis représentatif d'une campagne d'essai de fatigue réalisée sur des éprouvettes queue d'aronde. Les essais ont été réalisés sous chargement LCF et à température ambiante. La contribution individuelle des termes de chacun des critères est caractérisée sur la localisation de l'amorçage. L'effet du cisaillement de surface sur l'amorçage est mis en évidence. En effet, tous les termes de cisaillement prédisent l'initiation de fissure sur le bord supérieur du contact, ce qui est en accord avec l'expérience. Certains termes matérialisant l'effet des contraintes normales, tels que la pression hydrostatique de Dang-Van  $P_h^{DV}$  ou  $\sigma_{nmax}$  du critère SWT, annoncent également l'amorçage vers le bord supérieur du contact.

Le coefficient de frottement numérique s'est révélé être un paramètre influent sur la zone d'amorçage de fissure. L'augmentation de sa valeur a tendance à déplacer les sites d'initiations privilégiés de certains termes ( $I_{1max}$  ou  $\sigma_{nmax}$ ) du rayon de raccordement vers le bord supérieur du contact. Ce résultat confirme une nouvelle fois l'influence prépondérante du coefficient de frottement sur la prédiction de la durée de vie.

## Perspectives

La méthode d'identification du coefficient de frottement a été développée dans des conditions de chargement et de température simplifiées. L'extension de la procédure dans des conditions plus représentatives de l'environnement moteur constitue un point d'intérêt particulier. La réalisation de l'essai à haute température est indispensable pour retranscrire les effets thermo-mécaniques, et les effets tribologiques, y compris l'interaction avec l'atmosphère. Les essais ont été réalisés sous chargement LCF seulement. Or, la composante vibratoire du chargement est également responsable de sollicitations de fretting en régime de glissement partiel. L'application de la méthode à un chargement combiné LCF+HCF est par conséquent nécessaire à la reproduction des conditions moteur. Cependant, ces conditions d'essais complexifient grandement le dispositif expérimental. Un effort particulier concernant l'accessibilité optique devra être apporté.

En raison de difficultés d'approvisionnement, les essais ont été réalisés sur un couple d'éprouvette en Udimet720. Ce choix de matériau ne correspond à aucune configura-

tion moteur. L'exploitation par l'industriel des résultats obtenus n'a d'intérêt que si les matériaux utilisés sont représentatifs d'une application réelle. Lorsqu'elle sera possible, cette exploitation consistera en l'introduction de la loi d'évolution du frottement dans les modèles de calculs de contrainte. Actuellement, malgré ses temps de calculs élevés pour la résolution des problèmes de contact, la méthode des éléments finis est massivement utilisée pour le calcul des contraintes. La substitution du code élément finis par un code semi-analytique permettrait d'accélérer significativement la procédure de corrélation entre essais et calcul.

Les principaux biais introduit par la mise en donnée du problème éléments finis ont été quantifiés. Il reste néanmoins des biais secondaires, dont l'impact sur les sorties du modèle n'a pas été exploré. Parmi ces biais, on peut compter l'erreur de projection des données expérimentales sur le modèle éléments finis et l'erreur de positionnement initial relatif des parties mâle et femelle, dont les incertitudes sont reliées à l'appréciation de l'utilisateur.

# Bibliographie

- [ALL 05] ALLWOOD J.  
Survey and Performance Assessment of Solution Methods for Elastic Rough Contact Problems. *Journal of Tribology*, vol. 127, n° 1, 2005, p. 10–23.
- [AMA 10] AMARGIER R., FOUVRY S., CHAMBON L., SCHWOB C., POUPON C.  
Stress Gradient Effect on Crack Initiation in Fretting Using a Multiaxial Fatigue Framework. *International Journal of Fatigue*, vol. 32, n° 12, 2010, p. 1904–1912.
- [AMO 99] AMONTONS G.  
*De La Résistance Causée Dans Les Machines*, p. 257–282. Mémoires de l'Académie Royale, 1699.
- [ANA 11] ANANDAVEL K., PRAKASH R. V.  
Effect of Three-Dimensional Loading on Macroscopic Fretting Aspects of an Aero-Engine Blade–Disc Dovetail Interface. *Tribology International*, vol. 44, n° 11, 2011, p. 1544–1555.
- [ANA 13] ANANDAVEL K., PRAKASH R. V.  
Extension of Ruiz Criterion for Evaluation of 3-D Fretting Fatigue Damage Parameter. *Procedia Engineering*, vol. 55, 2013, p. 655–660.
- [AND 19] ANDRESEN H., HILLS D. A., BARBER J. R., VÁZQUEZ J.  
Frictional Half-Plane Contact Problems Subject to Alternating Normal and Shear Loads and Tension in the Steady State. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 168, 2019, p. 166–171.
- [ANS 19] ANSYS  
. « Ansys® Academic Research Mechanical APDL, Version 2019 R1, Theory Reference », 2019.
- [ARA 08] ARAÚJO J. A., SUSMEL L., TAYLOR D., FERRO J. C. T., FERREIRA J. L. A.  
On the Prediction of High-Cycle Fretting Fatigue Strength : Theory of Critical Distances vs. Hot-Spot Approach. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, n° 7, 2008, p. 1763–1778.
- [ARA 17] ARAÚJO J. A., SUSMEL L., PIRES M. S. T., CASTRO F. C.  
A Multiaxial Stress-Based Critical Distance Methodology to Estimate Fretting Fatigue Life. *Tribology International*, vol. 108, 2017, p. 2–6.

- [AST 10] ASTM  
Standard Guide for Fretting Fatigue Testing, ASTM E2789-10. *ASTM International*, , 2010.
- [BAI 10] BAIETTO M. C., PIERRES E., GRAVOUIL A.  
A Multi-Model X-FEM Strategy Dedicated to Frictional Crack Growth under Cyclic Fretting Fatigue Loadings. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, n° 10, 2010, p. 1405–1423.
- [BAS 11] BASSEVILLE S., HÉRIPRÉ E., CAILLETAUD G.  
Numerical Simulation of the Third Body in Fretting Problems. *Wear*, vol. 270, n° 11, 2011, p. 876–887.
- [BEI 03] BEISHEIM J. R., SINCLAIR G. B.  
On the Three-Dimensional Finite Element Analysis of Dovetail Attachments. *Journal of Turbomachinery*, vol. 125, n° 2, 2003, p. 372–379.
- [BEI 08] BEISHEIM J. R., SINCLAIR G. B.  
Three-Dimensional Finite Element Analysis of Dovetail Attachments With and Without Crowning. *Journal of Turbomachinery*, vol. 130, n° 2, 2008, p. 021–012.
- [BEN 67] BENTALL R. H., JOHNSON K. L.  
Slip in the Rolling Contact of Two Dissimilar Elastic Rollers. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 9, n° 6, 1967, p. 389–404.
- [BEN 11] BEN DAVID O., FINEBERG J.  
Static Friction Coefficient Is Not a Material Constant. *Physical Review Letters*, vol. 106, n° 25, 2011, page 254301, American Physical Society.
- [BER 02] BERNASCONI A.  
Efficient Algorithms for Calculation of Shear Stress Amplitude and Amplitude of the Second Invariant of the Stress Deviator in Fatigue Criteria Applications. *International Journal of Fatigue*, vol. 24, n° 6, 2002, p. 649–657.
- [BER 07] BERTOLINO G., CONSTANTINESCU A., FERJANI M., TREIBER P.  
A Multiscale Approach of Fatigue and Shakedown for Notched Structures. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 48, n° 2, 2007, p. 140–151.
- [BER 14] BERTHE L.  
Durée de vie des contacts rugueux roulants. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, octobre 2014.
- [BES 06] BESNARD G., HILD F., ROUX S.  
“Finite-element” Displacement Fields Analysis from Digital Images : Application to Portevin–Le Châtelier Bands. *Experimental mechanics*, vol. 46, n° 6, 2006, p. 789–803.
- [BLA 91] BLANCHARD P.  
Usure Induite En Petits Débattements : Transformation Tribologique Superficielle d’alliages de Titane. Thèse de Doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon, janvier 1991.

- 
- [BLA 95] BLANPAIN B., MOHRBACHER H., LIU E., CELIS J. P., ROOS J. R.  
Hard Coatings under Vibrational Contact Conditions. *Surface and Coatings Technology*, vol. 74–75, 1995, p. 953–958.
- [BON 20] BONETTO A.  
Etude de l'indentation et de La Fatigue Des Contacts Roulants. These de Doctorat, Lyon, avril 2020.
- [BOS 13] BOSSUYT S.  
*Optimized Patterns for Digital Image Correlation*. Aalto University, 2013.
- [BOU 85] BOUSSINESQ J.  
*Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Université de Lille, 1885.
- [BRA 73] BRAMHALL R.  
Studies in Fretting Fatigue. Thèse de Doctorat, University of Oxford, 1973.
- [BRA 90] BRANDT A., LUBRECHT A. A.  
Multilevel Matrix Multiplication and Fast Solution of Integral Equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 90, n° 2, 1990, p. 348–370.
- [BRO 73] BROWN M. W., MILLER K. J.  
A Theory for Fatigue Failure under Multiaxial Stress-Strain Conditions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 187, n° 1, 1973, p. 745–755.
- [BS 08] BS EN 1090-3  
. « Execution of steel structures and aluminium structures », 2008.
- [CAB 22] CABBOI A., MARINO L., CICIRELLO A.  
A Comparative Study between Amontons–Coulomb and Dieterich–Ruina Friction Laws for the Cyclic Response of a Single Degree of Freedom System. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 96, 2022, page 104737.
- [CAT 38] CATTANEO C.  
Sul Contatto Di Due Corpi Elastici : Distribuzione Locale Degli Storzi. *Rendiconti dell'Accademia dei Lincei*, vol. 27, 1938, p. 343–348, 434-436 et 474-478.
- [CER ] CERRUTI V., DEI LINCEI R. A.  
Ricerche Intorno All'equilibrio de' Corpi Elastici Isotropi Isotropi : Memoria Del Prof. Valentino Cerruti. *Coi tipi del Salviucci*.
- [CHA 09] CHARKALUK E., CONSTANTINESCU A., MAÏTOURNAM H., DANG VAN K.  
Revisiting the Dang Van Criterion. *Procedia Engineering*, vol. 1, n° 1, 2009, p. 143–146.
- [CHE 17] CHEN J., ZANG C., ZHOU B., PETROV E. P.  
Analysis of Micro-Slip Properties for Models of Bladed Disc Friction Joints. *ASME Turbo Expo 2017 : Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Charlotte, North Carolina, USA, août 2017.
- [CHU 06] CHURCHMAN C. M., HILLS D. A.  
General Results for Complete Contacts Subject to Oscillatory Shear. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 54, n° 6, 2006, p. 1186–1205.
-

- [CIA 98] CIAVARELLA M., HILLS D. A., MONNO G.  
The Influence of Rounded Edges on Indentation by a Flat Punch. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 212, n° 4, 1998, p. 319–327.
- [CIA 00] CIAVARELLA M., DEMELIO G., HILLS D. A.  
An Analysis of Rotating Bending Fretting Fatigue Tests Using Bridge Specimens. *Fretting Fatigue : Current Technology and Practices* ASTM International, 2000, p. 404–422.
- [CIA 03] CIAVARELLA M., MACINA G.  
A Note on the Crack Analogue Model for Fretting Fatigue. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, n° 4, 2003, p. 807–825.
- [CIA 06] CIAVARELLA M., MONNO F., DEMELIO G.  
On the Dang Van Fatigue Limit in Rolling Contact Fatigue. *International Journal of Fatigue*, vol. 28, n° 8, 2006, p. 852–863.
- [COL 86] COLOMBIÉ C.  
Usure Induite Sous Petits Débattements. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1986.
- [CON 03a] CONNER B. P., NICHOLAS T.  
Using a Dovetail Fixture to Study Fretting Fatigue and Fretting Palliatives. *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 128, n° 2, 2003, p. 133–141.
- [CON 03b] CONSTANTINESCU A., VAN K. D., MAITOURNAM M. H.  
A Unified Approach for High and Low Cycle Fatigue Based on Shakedown Concepts. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 26, n° 6, 2003, p. 561–568.
- [COR 05] CORNILLE N., GARCIA D., SUTTON M. A., MCNEILL S. R., ORTEU J.-J.  
Calibrage d’imageurs Avec Prise En Compte Des Distorsions. *Instrumentation, Mesure, Métrologie*, vol. 4, n° 3-4, 2005, p. p. 105-124.
- [COU 85] COULOMB  
*Théorie Des Machines Simples, En Eyant Égard Au Frottement de Leurs Parties et a La Roideur Des Cordages*, p. 161–342. Mémoires de Mathématique et de Physique de l’Académie Royale, 1785.
- [CRO 56] CROSSLAND B.  
Effect of Large Hydrostatic Pressures on the Torsional Fatigue Strength of an Alloy Steel. *International Conference on Fatigue of Metals*, London, 1956.
- [DEN 18] DENAUX M.  
Simulation Numérique de La Criticité à Amorçage de Fissure de Fretting Induit Par Un Chargement Vibratoire : Application Aux Liaisons Pale/Disque de Turbomachine. Thèse de Doctorat, INSA Lyon, février 2018.
- [DEP 91] DEPERROIS A. R. C.  
Sur Le Calcul de Limites d’endurance Des Aciers. Thèse de Doctorat, Palaiseau, École polytechnique, janvier 1991.

- [DIN 03] DINI D., NOWELL D.  
Prediction of the Slip Zone Friction Coefficient in Flat and Rounded Contact. *Wear*, vol. 254, n° 3, 2003, p. 364–369.
- [DIN 04] DINI D., HILLS D. A.  
Bounded Asymptotic Solutions for Incomplete Contacts in Partial Slip. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, n° 24, 2004, p. 7049–7062.
- [DIO 11] DIOMIDIS N., MISCHLER S., MORE N. S., ROY M., PAUL S. N.  
Fretting-Corrosion Behavior of  $\beta$  Titanium Alloys in Simulated Synovial Fluid. *Wear*, vol. 271, n° 7, 2011, p. 1093–1102.
- [DOB 92] DOBROMIRSKI J.  
Variables of Fretting Process : Are There 50 of Them ? ATTIA M., WATERHOUSE R., Eds., *Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipment*, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959, janvier 1992 ASTM International, p. 60-60-7.
- [DON 17] DONG Y. L., PAN B.  
A Review of Speckle Pattern Fabrication and Assessment for Digital Image Correlation. *Experimental Mechanics*, vol. 57, n° 8, 2017, p. 1161–1181.
- [DUV 15] DUVAL A., CHAISE T., NELIAS D.  
ISAAC : Simulation Du Contact Entre Massifs Au Comportement Non Linéaire Par Méthode Semi-Analytique. *12e Colloque National En Calcul Des Structures*, Giens, France, mai 2015 CSMA.
- [EDE 11] EDEN E. M., ROSE W. N., CUNNINGHAM P. L.  
The Endurance of Metals : Experiments on Rotating Beams at University College, London. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 81, n° 1, 1911, p. 839–974.
- [ELH 79] EL HADDAD M. H., TOPPER T. H., SMITH K. N.  
Prediction of Non Propagating Cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 11, n° 3, 1979, p. 573–584.
- [ELL 02] ELLEUCH K.  
Comportement En Fretting d’alliages d’aluminium : Effet de l’anodisation. Thèse de Doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon, janvier 2002.
- [END 74] ENDO K., GOTO H., FUKUNAGA T.  
Behaviors of Frictional Force in Fretting Fatigue. *Bulletin of JSME*, vol. 17, n° 108, 1974, p. 647–654.
- [EVE 09] EVERITT N. M., DING J., BANDAK G., SHIPWAY P. H., LEEN S. B., WILLIAMS E. J.  
Characterisation of Fretting-Induced Wear Debris for Ti-6Al-4 V. *Wear*, vol. 267, n° 1, 2009, p. 283–291.
- [FAT 88] FATEMI A., SOCIE D. F.  
A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loa-

- ding. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 11, n° 3, 1988, p. 149–165.
- [FER 13] FERRÉ R., FOUVRY S., BERTHEL B., RUIZ-SABARIEGO J. A.  
Stress Gradient Effect on the Crack Nucleation Process of a Ti–6Al–4V Titanium Alloy under Fretting Loading : Comparison between Non-Local Fatigue Approaches. *International Journal of Fatigue*, vol. 54, 2013, p. 56–67.
- [FLA 92] FLAMANT A.  
*Sur La Répartition Des Pressions Dans Un Solide Rectangulaire Chargé Transversalement*, p. 1465–1468. N° 114 Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 1892.
- [FLE 16] FLEURY R. M. N., HILLS D. A., BARBER J. R.  
A Corrective Solution for Finding the Effects of Edge-Rounding on Complete Contact between Elastically Similar Bodies. Part II : Near-edge Asymptotes and the Effect of Shear. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 85–86, 2016, p. 97–104.
- [FOU 96a] FOUVRY S., KAPSA P., VINCENT L., VAN K. D.  
Theoretical Analysis of Fatigue Cracking under Dry Friction for Fretting Loading Conditions. *Wear*, vol. 195, n° 1-2, 1996, p. 21–34.
- [FOU 96b] FOUVRY S., KAPSA P., VINCENT L.  
Quantification of Fretting Damage. *Wear*, vol. 200, n° 1-2, 1996, p. 186–205.
- [FOU 97] FOUVRY S.  
Etude Quantitative Des Dégradations En Fretting. Thèse de Doctorat, Ecullly, Ecole centrale de Lyon, janvier 1997.
- [FOU 02] FOUVRY S., ELLEUCH K., SIMEON G.  
Prediction of Crack Nucleation under Partial Slip Fretting Conditions. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 37, n° 6, 2002, p. 549–564.
- [FOU 04] FOUVRY S., DUÓ P., PERRUCHAUT P.  
A Quantitative Approach of Ti–6Al–4V Fretting Damage : Friction, Wear and Crack Nucleation. *Wear*, vol. 9–10, n° 257, 2004, p. 916–929.
- [FOU 09] FOUVRY S., KUBIAK K.  
Development of a Fretting–Fatigue Mapping Concept : The Effect of Material Properties and Surface Treatments. *Wear*, vol. 267, n° 12, 2009, p. 2186–2199.
- [FRI 05] FRIDRICI V., FOUVRY S., KAPSA P., PERRUCHAUT P.  
Prediction of Cracking in Ti–6Al–4V Alloy under Fretting-Wear : Use of the SWT Criterion. *Wear*, vol. 259, n° 1, 2005, p. 300–308.
- [GAL 93] GALTIER A.  
Contribution à l'étude de l'endommagement Des Aciers Sous Sollicitations Uni Ou Multi-Axiales. Thèse de Doctorat, Paris, ENSAM, janvier 1993.
- [GAL 07] GALLÉGO L.  
Fretting et Usure Des Contacts Mécaniques : Modélisation Numérique. Thèse de Doctorat, Lyon, INSA, janvier 2007.

- [GAL 10] GALLEGO L., NÉLIAS D., DEYBER S.  
A Fast and Efficient Contact Algorithm for Fretting Problems Applied to Fretting Modes I, II and III. *Wear*, vol. 268, n° 1, 2010, p. 208–222.
- [GAR 01] GARCIA D.  
Mesure de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréocorrélation d'images. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, décembre 2001.
- [GEA 05] GEAN M., FARRIS T.  
Finite Element Analysis of the Mechanics of Blade/Disk Contacts. *Proceedings of the 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Austin, TX, avril 2005.
- [GIA 89] GIANNAKOPOULOS A. E.  
The Return Mapping Method for the Integration of Friction Constitutive Relations. *Computers & Structures*, vol. 32, n° 1, 1989, p. 157–167.
- [GIA 98] GIANNAKOPOULOS A. E., LINDLEY T. C., SURESH S.  
Aspects of Equivalence between Contact Mechanics and Fracture Mechanics : Theoretical Connections and a Life-Prediction Methodology for Fretting-Fatigue. *Acta Materialia*, vol. 46, n° 9, 1998, p. 2955–2968.
- [GIA 00] GIANNAKOPOULOS, SURESH, CHENUT  
Similarities of Stress Concentrations in Contact at Round Punches and Fatigue at Notches : Implications to Fretting Fatigue Crack Initiation. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 23, n° 7, 2000, p. 561–571.
- [GOL 06] GOLDEN P. J., CALCATERRA J. R.  
A Fracture Mechanics Life Prediction Methodology Applied to Dovetail Fretting. *Tribology International*, vol. 39, n° 10, 2006, p. 1172–1180.
- [GOL 08] GOLDEN P. J., HUTSON A. L., BARTHA B. B., NICHOLAS T.  
Fatigue Loading and Life Prediction in Three Fretting Fatigue Fixtures. *Experimental Mechanics*, vol. 48, n° 3, 2008, p. 253–263.
- [GOL 09] GOLDEN P. J.  
Development of a Dovetail Fretting Fatigue Fixture for Turbine Engine Materials. *International Journal of Fatigue*, vol. 31, n° 4, 2009, p. 620–628.
- [GOU 35] GOUGH H. J., POLLARD H. V.  
The Strength of Metals under Combined Alternating Stresses. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 131, n° 1, 1935, p. 3–103.
- [GOU 51] GOUGH H. J., POLLARD H. V., CLENSHAW W. J.  
Some Experiments on the Resistance of Metals to Fatigue under Combined Stresses. *Aeronautical Research Council, R&M2522*, vol. 1, n° 2522, 1951.
- [GUI 04a] GUILBAULT R., GOSSELIN C., CLOUTIER L.  
Express Model for Load Sharing and Stress Analysis in Helical Gears. *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, n° 6, 2004, p. 1161–1172.

- [GUI 04b] GUINGAND M., DE VAUJANY J. P., ICARD Y.  
Fast Three-Dimensional Quasi-Static Analysis of Helical Gears Using the Finite Prism Method. *Journal of Mechanical Design*, vol. 126, n° 6, 2004, page 10821088.
- [GUI 05] GUINGAND M., DE VAUJANY J.-P., JACQUIN C.-Y.  
Quasi-Static Analysis of a Face Gear under Torque. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 194, n° 39, 2005, p. 4301–4318.
- [GUI 11] GUILBAULT R.  
A Fast Correction for Elastic Quarter-Space Applied to 3D Modeling of Edge Contact Problems. *Journal of tribology*, vol. 133, n° 3, 2011.
- [HAS 19] HASSAN G. M.  
Digital Image Correlation for Discontinuous Displacement Measurement Using Subset Segmentation. *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 115, 2019, p. 208–216.
- [HER 82] HERTZ H.  
Ueber die Berührung fester elastischer Körper. vol. 1882, n° 92, 1882, p. 156–171, De Gruyter.
- [HER 10] HEREDIA S., FOUVRY S.  
Introduction of a New Sliding Regime Criterion to Quantify Partial, Mixed and Gross Slip Fretting Regimes : Correlation with Wear and Cracking Processes. *Wear*, vol. 269, n° 7, 2010, p. 515–524.
- [HET 60] HETÉNYI M.  
A Method of Solution for the Elastic Quarter-Plane. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 27, n° 2, 1960, p. 289–296.
- [HET 70] HETÉNYI M.  
A General Solution for the Elastic Quarter Space. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 37, n° 1, 1970, p. 70–76.
- [HIL 87] HILLS D. A., NOWELL D., SACKFIELD A.  
Surface Fatigue Considerations in Fretting. DOWSON D., TAYLOR C. M., GODET M., BERTHE D., Eds., *Tribology Series*, vol. 12 de *Interface Dynamics*, p. 35–40 janvier 1987.
- [HIL 88] HILLS D. A., NOWELL D., O’CONNOR J. J.  
On the Mechanics of Fretting Fatigue. *Wear*, vol. 125, n° 1-2, 1988, p. 129–146.
- [HIL 94] HILLS D. A., NOWELL D.  
*Mechanics of Fretting Fatigue*. Solid Mechanics and Its Applications Springer Netherlands, 1994.
- [HIL 12] HILD F., ROUX S.  
Comparison of Local and Global Approaches to Digital Image Correlation. *Experimental Mechanics*, vol. 52, n° 9, 2012, p. 1503–1519.
- [HIL 17] HILLS D. A., RAMESH R., FLEURY R. M. N., PAREL K.  
A Unified Approach for Representing Fretting and Damage at the Edges of Incomplete and Receding Contacts. *Tribology International*, vol. 108, 2017, p. 16–22.

- [HOF 09] HOFMANN F., BERTOLINO G., CONSTANTINESCU A., FERJANI M.  
Numerical Exploration of the Dang Van High Cycle Fatigue Criterion : Application to Gradient Effects. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, vol. 4, n° 2, 2009, p. 293–308.
- [HOH 33] HOHENEMSER K., PRAGER W.  
The Problem of Fatigue Strength under Complex Stresses. *Metallwirtschaft*, vol. 24, 1933, p. 342–343.
- [HOJ 14] HOJJATI TALEMI R., ABDEL WAHAB M., DE PAUW J., DE BAETS P.  
Prediction of Fretting Fatigue Crack Initiation and Propagation Lifetime for Cylindrical Contact Configuration. *Tribology International*, vol. 76, 2014, p. 73–91.
- [HUT 99] HUTSON A. L., NICHOLAS T., GOODMAN R.  
Fretting Fatigue of Ti–6Al–4V under Flat-on-Flat Contact. *International Journal of Fatigue*, vol. 21, n° 7, 1999, p. 663–669.
- [INF 22] INFANTE GARCIA D., ZABALA A., GINER E., LLAVORI I.  
On the Use of the Theory of Critical Distances with Mesh Control for Fretting Fatigue Life Assessment in Complete and Nearly Complete Contacts. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 121, 2022, page 103476.
- [INT 18] INTERNATIONAL D. I. C. S., JONES E., IADICOLA M., BIGGER R., BLAYSAT B., BOO C., GREWER M., HU J., JONES A., KLEIN M., RAGHAVAN K., REU P., SCHMIDT T., SIEBERT T., SIMENSON M., TURNER D., VIEIRA A., WEIKERT T.  
A Good Practices Guide for Digital Image Correlation. rapport, octobre 2018, International Digital Image Correlation Society.
- [IRW 21] IRWIN G. R.  
Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 24, n° 3, 2021, p. 361–364.
- [JAC 02] JACQ C., NÉLIAS D., LORMAND G., GIRODIN D.  
Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic-Plastic Contact Code. *Journal of Tribology*, vol. 124, n° 4, 2002, p. 653–667.
- [JER 16] JERBI H.  
Modélisation de l’usure et l’endommagement Des Contacts Nus et Revêtus Sous Chargement de Fretting Par Une Méthode Semi-Analytique. Thèse de Doctorat, Lyon, février 2016.
- [JIN 16] JIN X., SUN W., SHIPWAY P. H.  
Derivation of a Wear Scar Geometry-Independent Coefficient of Friction from Fretting Loops Exhibiting Non-Coulomb Frictional Behaviour. *Tribology International*, vol. 102, 2016, p. 561–568.
- [JOH 87] JOHNSON K. L.  
*Contact Mechanics*. Cambridge university press, 1987.
- [JSM 22] JSME  
*Standard Method of Fretting Fatigue Testing, JSME S 015-2002*. The Japan Society of Mechanical Engineers, 2022.

- [JU 96] JU Y., FARRIS T. N.  
Spectral Analysis of Two-Dimensional Contact Problems. *Journal of Tribology*, vol. 118, n° 2, 1996, p. 320–328.
- [JUO 16] JUOKSUKANGAS J., LEHTOVAARA A., MÄNTYLÄ A.  
A Comparison of Relative Displacement Fields between Numerical Predictions and Experimental Results in Fretting Contact. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 230, n° 10, 2016, p. 1273–1287.
- [KAL 90] KALKER J. J.  
*Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, vol. 2 de *Solid Mechanics and Its Applications*. Springer Netherlands, Dordrecht, 1990.
- [KAN 82] KANDIL F., BROWN M., MILLER K.  
*Biaxial Low-Cycle Fatigue Failure of 316 Stainless Steel at Elevated Temperatures*. Metals Society, United Kingdom, 1982.
- [KAR 19] KARDAK A. A., SINCLAIR G. B.  
Verification of Submodeling for the Finite Element Analysis of Stress Concentrations. *Journal of Verification, Validation and Uncertainty Quantification*, vol. 4, n° 031003, 2019.
- [KEE 83] KEER L. M., LEE J. C., MURA T.  
Hetényi's Elastic Quarter Space Problem Revisited. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 19, n° 6, 1983, p. 497–508.
- [KEN 91] KENNY B., PATTERSON E. A., SAID M., ARADHYA K. S. S.  
Contact Stress Distributions in a Turbine Disc Dovetail Type Joint - a Comparison of Photoelastic and Finite Element Results. *Strain*, vol. 27, n° 1, 1991, p. 21–24.
- [KOU 14] KOUMI K. E., NELIAS D., CHAISE T., DUVAL A.  
Modeling of the Contact between a Rigid Indenter and a Heterogeneous Viscoelastic Material. *Mechanics of Materials*, vol. 77, 2014, p. 28–42.
- [KUB 06] KUBIAK K.  
Quantification de La Fissuration d'un Contact Soumis à Des Sollicitations Complexes En Fretting Wear et Fretting Fatigue. Thèse de Doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon, janvier 2006.
- [LAN 11] LANOUE F., VADEAN A., SANSCHAGRIN B.  
Fretting Fatigue Strength Reduction Factor for Interference Fits. *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 19, n° 9, 2011, p. 1811–1823.
- [LEC 06] LECOMPTE D., SMITS A., BOSSUYT S., SOL H., VANTOMME J., VAN HE-MELRIJCK D., HABRAKEN A. M.  
Quality Assessment of Speckle Patterns for Digital Image Correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 44, n° 11, 2006, p. 1132–1145.
- [LEC 09] LECLERC H., PÉRIÉ J.-N., ROUX S., HILD F.  
Integrated Digital Image Correlation for the Identification of Mechanical Properties.

- GAGALOWICZ A., PHILIPS W., Eds., *Computer Vision/Computer Graphics Collaboration Techniques*, Lecture Notes in Computer Science, Berlin, Heidelberg, 2009 Springer, p. 161–171.
- [LEE 06] LEE H., MALL S.  
Investigation into Effects and Interaction of Various Fretting Fatigue Variables under Slip-Controlled Mode. *Tribology International*, vol. 39, n° 10, 2006, p. 1213–1219.
- [LEM 20] LEMAITRE J., CHABOCHE J.-L., BENALLAL A., DESMORAT R.  
*Mécanique Des Matériaux Solides-3e Éd.* Dunod, 2020.
- [LEP 17] LEPAGE W., SHAW J. A., DALY S. H., DALY S. H.  
Optimum Paint Sequence for Speckle Patterns in Digital Image Correlation. *Experimental Techniques*, vol. 41, n° 5, 2017, p. 557–563.
- [LER 10] LEROUX J., FULLERINGER B., NÉLIAS D.  
Contact Analysis in Presence of Spherical Inhomogeneities within a Half-Space. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, n° 22, 2010, p. 3034–3049.
- [LIN 85] LINDLEY T. C., NIX K. J.  
The Role of Fretting in the Initiation and Early Growth of Fatigue Cracks in Turbo-Generator Materials. *Multiaxial Fatigue* ASTM International, 1985, p. 340–360.
- [LIN 07] LIN H., YU P.  
Speckle Mechanism in Holographic Optical Imaging. *Optics Express*, vol. 15, n° 25, 2007, p. 16322–16327, Optical Society of America.
- [LIO 14] LIONELLO G., CRISTOFOLINI L.  
A Practical Approach to Optimizing the Preparation of Speckle Patterns for Digital-Image Correlation. *Measurement Science and Technology*, vol. 25, 2014, page 107001.
- [LIS 04] LISKIEWICZ T.  
Endurance Des Dépôts Durs Sous Sollicitations Variables de Fretting Wear. Thèse de Doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon, janvier 2004.
- [LIU 00] LIU S., WANG Q., LIU G.  
A Versatile Method of Discrete Convolution and FFT (DC-FFT) for Contact Analyses. *Wear*, vol. 243, n° 1, 2000, p. 101–111.
- [LIU 11] LIU B., HE G., JIANG X., ZHU M.  
Investigation of Fretting Fatigue Behaviour under Multiaxial Non-Proportional Loading. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 225, n° 8, 2011, p. 754–761.
- [LLA 20] LLAVORI I., ZABALA A., AGINAGALDE A., TATO W., AYERDI J. J., GÓMEZ X.  
Critical Analysis of Coefficient of Friction Derivation Methods for Fretting under Gross Slip Regime. *Tribology International*, vol. 143, 2020, page 105988.
- [LOV 13] LOVE A. E. H.  
*A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. Cambridge university press, 2013.

- [LUB 91] LUBRECHT A. A., IOANNIDES E.  
A Fast Solution of the Dry Contact Problem and the Associated Sub-Surface Stress Field, Using Multilevel Techniques. *Journal of Tribology*, vol. 113, n° 1, 1991, p. 128–133.
- [LUO 20] LUO P., YAO W., SUSMEL L., LI P.  
Prediction of Fatigue Damage Region with the Use of the Notch Critical Plane Approach for Crack Initiation and Propagation. *International Journal of Fatigue*, vol. 135, 2020, page 105533.
- [LYK 00] LYKINS C. D., MALL S., JAIN V.  
An Evaluation of Parameters for Predicting Fretting Fatigue Crack Initiation. *International Journal of Fatigue*, vol. 22, n° 8, 2000, p. 703–716.
- [MAG 04] MAGAZINER R., JIN O., MALL S.  
Slip Regime Explanation of Observed Size Effects in Fretting. *Wear*, vol. 257, n° 1, 2004, p. 190–197.
- [MAN 76] MANDEL J.  
Adaptation d'une Structure Plastique Ecrouissable. *Mechanics Research Communications*, vol. 3, n° 4, 1976, p. 251–256.
- [MAN 77] MANDEL J., ZARKA J., HALPHEN B.  
Adaptation d'une Structure Élastoplastique à Écrouissage Cinématique. *Mechanics Research Communications*, vol. 4, n° 5, 1977, p. 309–314.
- [MAN 19] MANGARDICH D., ABRARI F., FAWAZ Z.  
A Fracture Mechanics Based Approach for the Fretting Fatigue of Aircraft Engine Fan Dovetail Attachments. *International Journal of Fatigue*, vol. 129, 2019, page 105213.
- [MAR 13] MARICIC L. A.  
Thermo-Mechanical Behaviour of Turbine Disc Assembly in the Presence of Residual Stresses. Master's thesis, Université de Toronto, 2013.
- [MCD 52] MCDOWELL J.  
Fretting Corrosion Tendencies of Several Combinations of Materials. *Symposium on Fretting Corrosion*, vol. 144, 1952, p. 24–39, ASTM International.
- [MEG 00] MEGUID S. A., KANTH P. S., CZEKANSKI A.  
Finite Element Analysis of Fir-Tree Region in Turbine Discs. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 35, n° 4, 2000, p. 305–317.
- [MEN 95] MENG H. C., LUDEMA K. C.  
Wear Models and Predictive Equations : Their Form and Content. *Wear*, vol. 181–183, 1995, p. 443–457.
- [MER 10a] MERIAUX J., BOINET M., FOUVRY S., LENAIN J. C.  
Identification of Fretting Fatigue Crack Propagation Mechanisms Using Acoustic Emission. *Tribology International*, vol. 43, n° 11, 2010, p. 2166–2174.
- [MER 10b] MERIAUX J., FOUVRY S., KUBIAK K. J., DEYBER S.  
Characterization of Crack Nucleation in TA6V under Fretting–Fatigue Loading Using

- the Potential Drop Technique. *International Journal of Fatigue*, vol. 32, n° 10, 2010, p. 1658–1668.
- [MIL 71] MILESTONE W. D., JANECZKO J. T.  
Friction between Steel Surfaces during Fretting. *Wear*, vol. 18, n° 1, 1971, p. 29–40.
- [MIN 49] MINDLIN R. D.  
Compliance of Elastic Bodies in Contact. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 16, n° 3, 1949, p. 259–268.
- [MOH 95] MOHRBACHER H., CELIS J. P., ROOS J. R.  
Laboratory Testing of Displacement and Load Induced Fretting. *Tribology International*, vol. 28, n° 5, 1995, p. 269–278.
- [MON 15] MONTEBELLO C.  
Analysis of the Stress Gradient Effect in Fretting-Fatigue through a Description Based on Nonlocal Intensity Factors. Thèse de Doctorat, Université Paris-Saclay, novembre 2015.
- [MUG 04] MUGADU A., HILLS D. A., BARBER J. R., SACKFIELD A.  
The Application of Asymptotic Solutions to Characterising the Process Zone in Almost Complete Frictional Contacts. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, n° 2, 2004, p. 385–397.
- [MUL 11] MULVIHILL D. M., KARTAL M. E., OLVER A. V., NOWELL D., HILLS D. A.  
Investigation of Non-Coulomb Friction Behaviour in Reciprocating Sliding. *Wear*, vol. 271, n° 5, 2011, p. 802–816.
- [MUÑ 06] MUÑOZ S., PROUDHON H., DOMÍNGUEZ J., FOUVRY S.  
Prediction of the Crack Extension under Fretting Wear Loading Conditions. *International Journal of Fatigue*, vol. 28, n° 12, 2006, p. 1769–1779.
- [MUR 04] MURTHY H., HARISH G., FARRIS T. N.  
Efficient Modeling of Fretting of Blade/Disk Contacts Including Load History Effects. *Journal of Tribology*, vol. 126, n° 1, 2004, p. 56–64.
- [NAS 22] NASIRI S., KHOSRAVANI M. R.  
Applications of Data-Driven Approaches in Prediction of Fatigue and Fracture. *Materials Today Communications*, vol. 33, 2022, page 104437.
- [NES 12] NESLÁDEK M., ŠPANIEL M., JURENKA J., RŮŽIČKA J., KUŽELKA J.  
Fretting Fatigue – Experimental and Numerical Approaches. *International Journal of Fatigue*, vol. 44, 2012, p. 61–73.
- [NEU 11] NEU R. W.  
Progress in Standardization of Fretting Fatigue Terminology and Testing. *Tribology International*, vol. 44, n° 11, 2011, p. 1371–1377.
- [NIX 88] NIX . K., LINDLEY T. C.  
The Influence of Relative Slip Range and Contact Material on the Fretting Fatigue Properties of 3.5 NiCrMoV Rotor Steel. *Wear*, vol. 125, n° 1-2, 1988, p. 147–162.

- [NOV 61] NOVOZHILOV V. V.  
Theory of Elasticity. *The Aeronautical Journal*, vol. 66, n° 616, 1961, p. 272–272, Cambridge University Press.
- [NOW 03] NOWELL D., DINI D.  
Stress Gradient Effects in Fretting Fatigue. *Tribology International*, vol. 36, n° 2, 2003, p. 71–78.
- [NOW 06] NOWELL D., DINI D., HILLS D. A.  
Recent Developments in the Understanding of Fretting Fatigue. *Engineering fracture mechanics*, vol. 73, n° 2, 2006, p. 207–222.
- [ODE 85] ODEN J. T., MARTINS J. A. C.  
Models and Computational Methods for Dynamic Friction Phenomena. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 52, n° 1, 1985, p. 527–634.
- [PAN 75] PANAGIOTOPOULOS P. D.  
A Nonlinear Programming Approach to the Unilateral Contact-, and Friction-Boundary Value Problem in the Theory of Elasticity. *Ingenieur-Archiv*, vol. 44, n° 6, 1975, p. 421–432.
- [PAN 08] PAN B., XIE H., WANG Z., QIAN K., WANG Z.  
Study on Subset Size Selection in Digital Image Correlation for Speckle Patterns. *Optics express*, vol. 16, n° 10, 2008, p. 7037–7048.
- [PAN 21] PANICO P., CHAISE T., BAIETTO M.-C., GUILLEMOT N., POUPON C.  
On the Fretting Fatigue Crack Nucleation of Complete, Almost Complete and Incomplete Contacts Using an Asymptotic Method. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 233, 2021, page 111209.
- [PAP 94] PAPANIKOS P., MEGUID S. A.  
Theoretical and Experimental Studies of Fretting-Initiated Fatigue Failure of Aeroengine Compressor Discs. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 17, n° 5, 1994, p. 539–550.
- [PAP 97] PAPADOPOULOS I. V., DAVOLI P., GORLA C., FILIPPINI M., BERNASCONI A.  
A Comparative Study of Multiaxial High-Cycle Fatigue Criteria for Metals. *International Journal of Fatigue*, vol. 19, n° 3, 1997, p. 219–235.
- [PAP 98a] PAPADOPOULOS I. V.  
Critical Plane Approaches in High-cycle Fatigue : On the Definition of the Amplitude and Mean Value of the Shear Stress Acting on the Critical Plane. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 21, n° 3, 1998, p. 269–285.
- [PAP 98b] PAPANIKOS P., MEGUID S. A., STJEPANOVIC Z.  
Three-Dimensional Nonlinear Finite Element Analysis of Dovetail Joints in Aeroengine Discs. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 29, n° 3, 1998, p. 173–186.
- [PAU 81] PAUL B., HASHEMI J.  
Contact Pressures on Closely Conforming Elastic Bodies. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 48, n° 3, 1981, p. 543–548.

- [PAU 08] PAULIN C., FOUVRY S., MEUNIER C.  
Finite Element Modelling of Fretting Wear Surface Evolution : Application to a Ti-6Al-4V Contact. *Wear*, vol. 264, n° 1-2, 2008, p. 26–36.
- [PEN 16] PENNESTRÌ E., ROSSI V., SALVINI P., VALENTINI P. P.  
Review and Comparison of Dry Friction Force Models. *Nonlinear Dynamics*, vol. 83, n° 4, 2016, p. 1785–1801.
- [PER 02] PERIDAS G., HILLS D. A.  
Crack Initiation : The Choice of Tests Available to Calibrate Dang Van’s Criterion. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 25, n° 4, 2002, p. 321–330.
- [PIE 04] PIEDERRIERE Y., MEUR J. L., CARIOU J., ABGRALL J. F., BLOUCH M. T.  
Particle Aggregation Monitoring by Speckle Size Measurement : Application to Blood Platelets Aggregation. *Optics Express*, vol. 12, n° 19, 2004, p. 4596–4601.
- [PIE 10] PIERRES E.  
Simulation Tridimensionnelle Multi-Échelle de La Propagation de Fissures Expérimentales Sous Chargement de Fretting Fatigue Par La Méthode Des Éléments Finis Étendus. Thèse de Doctorat, Lyon, INSA, janvier 2010.
- [POM 09] POMMIER S., LOPEZ-CRESPO P., DECREUSE P. Y.  
A Multi-Scale Approach to Condense the Cyclic Elastic-Plastic Behaviour of the Crack Tip Region into an Extended Constitutive Model. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 32, n° 11, 2009, p. 899–915.
- [PON 39] PONCELET J. V.  
*Introduction à La Mécanique Industrielle, Physique Ou Expérimentale*. Thiel, 1839.
- [PRO 05] PROUDHON H., FOUVRY S., BUFFIÈRE J. Y.  
A Fretting Crack Initiation Prediction Taking into Account the Surface Roughness and the Crack Nucleation Process Volume. *International Journal of Fatigue*, vol. 27, n° 5, 2005, p. 569–579.
- [PRO 06] PROUDHON H., FOUVRY S., YANTIO G.  
Determination and Prediction of the Fretting Crack Initiation : Introduction of the (P,Q,N) Representation and Definition of a Variable Process Volume. *International Journal of Fatigue*, vol. 28, n° 7, 2006, p. 707–713.
- [PRO 07] PROUDHON H., BUFFIÈRE J.-Y., FOUVRY S.  
Three-Dimensional Study of a Fretting Crack Using Synchrotron X-ray Micro-Tomography. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 74, n° 5, 2007, p. 782–793.
- [PRO 13] PROUDHON H., SUN L., MERIAUX J., RUIZ-SABARIEGO J., CAILLETAUD G.  
Simulation Microstructurale de La Propagation de Fissures Courtes Dans Un Contact de Fretting En TA6V. *Matériaux & Techniques*, vol. 101, 2013, page 5 p.
- [RAJ 06] RAJASEKARAN R., NOWELL D.  
Fretting Fatigue in Dovetail Blade Roots : Experiment and Analysis. *Tribology International*, vol. 39, n° 10, 2006, p. 1277–1285.

- [RÉT 07] RÉTHORÉ J., ROUX S., HILD F.  
From Pictures to Extended Finite Elements : Extended Digital Image Correlation (X-DIC). *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 335, 2007, p. 131–137.
- [RET 18] RETHORE J.  
. « UFreckles ». Zenodo, octobre 2018.
- [ROU 20] ROUSSEAU G.  
Modélisation de La Durée de Vie En Fretting-Fatigue Sous Chargements d’amplitudes Variables. Thèse de Doctorat, université Paris-Saclay, octobre 2020.
- [RUI 84] RUIZ C., BODDINGTON P. H. B., CHEN K. C.  
An Investigation of Fatigue and Fretting in a Dovetail Joint. *Experimental Mechanics*, vol. 24, n° 3, 1984, p. 208–217.
- [SAL 10] SALLES L.  
Etude de l’usure Par Fretting Sous Chargements Dynamiques Dans Les Interfaces Frot-tantes : Application Aux Pieds d’aubes de Turbomachines. Thèse de Doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon, 2010.
- [SAS 17] SASSY O.  
Etude Expérimentale Du Comportement Sous Chargement de Fretting Simple à Haute Température de Superalliages à Base Nickel MC2 et CMSX-4. : Application Aux Aubes de Turbine Pour Moteur d’hélicoptère. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, mai 2017.
- [SEG 18] SEGOUIN V.  
Développement d’un Outil de Corrélation d’Images Numériques Pour La Caractérisa-tion Du Comportement Piézoélectrique et Ferroélectrique. Thèse de Doctorat, Univer-sité Paris-Saclay (ComUE), décembre 2018.
- [SEG 19] SEGOUIN V., DOMENJOUR M., BERNARD Y., DANIEL L.  
Mechanics-Aided Digital Image Correlation for the Investigation of Piezoelectric and Ferroelectric Behaviour of a Soft PZT. *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 39, n° 6, 2019, p. 2091–2102.
- [SIN 55] SINES G.  
Failure of Materials Under Combined Repeated Stresses With Superimposed Static Stresses. Report n° NACA-TN-3495, novembre 1955.
- [SIN 81] SINES G., OHGI G.  
Fatigue Criteria Under Combined Stresses or Strains. *Journal of Engineering Mate-rials and Technology*, vol. 103, n° 2, 1981, p. 82–90.
- [SIN 82] SINGH G. D., RAWTANI S.  
Fir Tree Fastening of Turbomachinery Blades—I : Deflection Analysis. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 24, n° 6, 1982, p. 377–384.
- [SIN 02] SINCLAIR G. B., CORMIER N. G., GRIFFIN J. H., MEDA G.  
Contact Stresses in Dovetail Attachments : Finite Element Modeling. *Journal of Engi-neering for Gas Turbines and Power*, vol. 124, n° 1, 2002, p. 182–189.

- [SMI 70] SMITH K., TOPPER T., WATSON P.  
A Stress–Strain Function for the Fatigue of Metals (Stress-Strain Function for Metal Fatigue Including Mean Stress Effect). *J Materials*, vol. 5, 1970, p. 767–778.
- [SOC 87] SOCIE D.  
Multiaxial Fatigue Damage Models. *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 109, n° 4, 1987, p. 293–298.
- [SON 85] SONSINO C. M., GRUBISIC V.  
Fatigue Behavior of Cyclically Softening and Hardening Steels Under Multiaxial Elastic-Plastic Deformation. *Multiaxial Fatigue* ASTM International, 1985, p. 586–605.
- [STU 54] STULEN F. B., CUMMINGS H. N.  
A Failure Criterion for Multi-Axial Fatigue Stresses. *Proceedings-American Society for Testing and Materials*, vol. 54 AMER SOC TESTING MATERIALS 100 BARR HARBOR DR, W CONSHOHOCKEN, PA 19428-2959, 1954, p. 822–835.
- [SUN 12] SUN L.  
Etude Numérique de l’amorçage et de La Propagation de Fissures de Fretting. These de Doctorat, Paris, ENMP, mai 2012.
- [SUT 83] SUTTON M., WOLTERS W., PETERS W., RANSON W., MCNEILL S.  
Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method. *Image and Vision Computing*, vol. 1, n° 3, 1983, p. 133–139.
- [SWA 01] SWALLA D. R., NEU R. W.  
Influence of Coefficient of Friction on Fretting Fatigue Crack Nucleation Prediction. *Tribology International*, vol. 34, n° 7, 2001, p. 493–503.
- [SZO 98] SZOLWINSKI M. P., FARRIS T. N.  
Observation, Analysis and Prediction of Fretting Fatigue in 2024-T351 Aluminum Alloy. *Wear*, vol. 221, n° 1, 1998, p. 24–36.
- [TAY 00] TAYLOR D., WANG G.  
The Validation of Some Methods of Notch Fatigue Analysis. *The validation of some methods of notch fatigue analysis*, vol. 23, n° 5, 2000, p. 387–394.
- [TAY 08] TAYLOR D.  
The Theory of Critical Distances. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, n° 7, 2008, p. 1696–1705.
- [TEI 10] TEIXEIRA ALVES J., GUINGAND M., DE VAUJANY J.-P.  
Set of Functions for the Calculation of Bending Displacements for Spiral Bevel Gear Teeth. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, n° 2, 2010, p. 349–363.
- [TOM 27] TOMLINSON G. A., HARDY W. B.  
The Rusting of Steel Surfaces in Contact. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 115, n° 771, 1927, p. 472–483.

- [TOR 00] TORR P. H. S., ZISSERMAN A.  
MLE SAC : A New Robust Estimator with Application to Estimating Image Geometry. *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 78, n° 1, 2000, p. 138–156.
- [UCH 86] UCHINO K., KAMIYAMA T., INAMURA T., SIMOKOHGE K., AONO H., KAWASHIMA T.  
Three-Dimensional Photoelastic Analysis of Aeroengine Rotary Parts. NISIDA M., KAWATA K., Eds., *Photoelasticity*, Tokyo, 1986 Springer Japan, p. 209–214.
- [VAN 73] VAN DANG K.  
Sur La Résistance à La Fatigue Des Métaux. *Sci. Tech. Armement*, vol. 47, 1973.
- [VAN 89] VAN K., GRIVEAU B.  
On a New Multiaxial Fatigue Limit Criterion- Theory and Application. *Biaxial and multiaxial fatigue. London, Mechanical Engineering Publications, Ltd., 1989,*, vol. 3, 1989, p. 479–496.
- [VAS 97] VASSEUR E.  
Application de l'apprentissage Automatique à l'étude Du Comportement à La Fatigue Des Structures. Thèse de Doctorat, Lille 1, janvier 1997.
- [VAU 17] VAUJANY DE J., GUINGAND M., TEIXEIRA ALVES J.  
Quasi-Static Analysis of Spline Coupling under Load. *Mechanics & Industry*, vol. 18, n° 2, 2017, page 202.
- [VID 07] VIDNER J., LEIDICH E.  
Enhanced Ruiz Criterion for the Evaluation of Crack Initiation in Contact Subjected to Fretting Fatigue. *International Journal of Fatigue*, vol. 29, n° 9, 2007, p. 2040–2049.
- [VIN 88] VINGSBO O., SÖDERBERG S.  
On Fretting Maps. *Wear*, vol. 126, n° 2, 1988, p. 131–147.
- [VIN 92] VINCENT L., BERTHIER Y., DUBOURG M., GODET M.  
Mechanics and Materials in Fretting. *Wear*, vol. 153, n° 1, 1992, p. 135–148.
- [WAC 10] WACKERS P. Y., ARRIETA V. H., ALQUEZAR-GETAN M., CONSTANTINESCU A., MAITOURNAM H.  
A Modeling Approach to Predict Fretting Fatigue on Highly Loaded Blade Roots. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 132, n° 8, 2010, page 082101.
- [War 41] WARLOW-DAVIES E. J.  
Fretting Corrosion and Fatigue Strength : Brief Results of Preliminary Experiments. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 146, n° 1, 1941, p. 32–38.
- [WEB 99] WEBER B.  
Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1999.
- [WEI 11] WEI D.-S., WANG Y.-R., YANG X.-G.  
Analysis of Failure Behaviors of Dovetail Assemblies Due to High Gradient Stress

- under Contact Loading. *Engineering Failure Analysis*, vol. 18, n° 1, 2011, p. 314–324.
- [WES 39] WESTERGAARD H.  
Bearing Pressures and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 6, 1939, p. 49–53.
- [YUE 17] YUE T., ABDEL WAHAB M.  
Finite Element Analysis of Fretting Wear under Variable Coefficient of Friction and Different Contact Regimes. *Tribology International*, vol. 107, 2017, p. 274–282.
- [ZAM 73] ZAMRIK S. Y., FRISHMUTH R. E.  
The Effects of Out-of-Phase Biaxial-Strain Cycling on Low-Cycle Fatigue. *Experimental Mechanics*, vol. 13, n° 5, 1973, p. 204–208.
- [ZBO 95] ZBOINSKI G.  
Physical and Geometrical Non-Linearities in Contact Problems of Elastic Turbine Blade Attachments. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 209, n° 4, 1995, p. 273–286.
- [ZHA 22a] ZHANG J., LIU W.-D., LIU F.-L., FAN D.-L., YU C., XU Z.-B., ZHANG W.-L.  
Analysis on Tenon Tooth Cracks of a Second Stage High-Pressure Turbine Blade. *Engineering Failure Analysis*, vol. 141, 2022, page 106681.
- [ZHA 22b] ZHANG R., MENG X., SUN K., LI Q., ZHAO F.  
An Investigation of High and Room Temperature Fretting Fatigue of DD6-FGH96 Dovetail Joint in Aero-Engine : Experimental and Numerical Analysis. *International Journal of Fatigue*, vol. 154, 2022, page 106537.
- [ZOU 22] ZOU L., ZENG D., ZHANG Y., LU L., ZHAO H., XU T., SHI G., CHEN H.  
A Coupled Wear and Crack Initiation-Propagation Methodology for Fretting Fatigue Life Assessment in Press-Fitted Axles. *International Journal of Fatigue*, vol. 159, 2022, page 106817.





## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE DE L'INSA LYON. MEMBRE DE L'UNIVERSITE DE LYON.

**NOM** : HINGUE

**DATE de SOUTENANCE** : 28/06/2023

**Prénoms** : Alexis

**TITRE** : Étude de la criticité à amorçage de fissure de la liaison aube-disque de turbomachine sous chargement de fretting-fatigue

**NATURE** : Doctorat

**Numéro d'ordre** : 2023ISAL0043

**Ecole doctorale** : MEGA ED N° 162

**Spécialité** : Génie Mécanique

**RESUME** :

Cette thèse porte sur la prédiction de la durée de vie de l'attache aube-disque sous chargement de fretting-fatigue. L'étude est consacrée à l'influence de la composante LCF du chargement.

Une méthodologie d'identification *in-situ* du coefficient de frottement pendant un essai de fatigue LCF à température ambiante sur éprouvette queue d'aronde a été mise en place. L'approche FEMU (Finite Element Method Updating) repose sur la minimisation de l'écart entre les données expérimentales et le modèle éléments finis. Les quantités d'intérêt sont les champs de déplacements en surface de l'éprouvette, mesurés par corrélation d'images numériques. La mise en donnée du problème numérique est définie par des hypothèses simplificatrices concernant les conditions aux limites. Les biais introduit par ces hypothèses sont quantifiés par l'utilisation d'essais virtuels.

Deuxièmement, des essais de traction cycliques ont été réalisés sur des éprouvettes queue d'aronde en Udimet 720 et instrumentées par corrélation d'images numériques. L'effort de traction est appliqué linéairement entre  $F_{min} = 0,1$  kN et  $F_{max} = 1$  kN. Trois grandeurs d'intérêt ont été considérées pour l'identification du coefficient de frottement moyen : les composantes horizontales et verticales du champ de déplacements et l'amplitude de glissement sur le cycle, mesurés en surface. Les essais ont mis en évidence une augmentation du coefficient de frottement au cours des cycles de chargement. L'essai est caractérisé par la transition d'un régime de glissement total à un régime de glissement partiel survenant aux alentours du cycle 5000. L'identification du coefficient de frottement en régime de glissement partiel n'est plus possible précisément car la sensibilité des champs de déplacements au coefficient de frottement devient très faible.

Enfin, des critères de fatigue classiques ont été implémentés et calculés pour des essais de traction sur éprouvettes queue d'aronde. La comparaison des prédictions des critères avec les observations expérimentales confirme la contribution prépondérante du cisaillement sur l'amorçage de fissure par rapport au terme de pression hydrostatique.

**MOTS-CLÉS** : Fretting, Coefficient de frottement, Identification, Mesure de champs, Identification, Critères

**Laboratoire de recherche** : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures  
UMR CNRS 5259, INSA de Lyon  
27 bis avenue Jean Capelle - F69621 Villeurbanne Cedex, France

**Directeur de thèse** : NELIAS, Daniel

**Présidente de jury** : POMMIER, Sylvie

**Composition du jury** :

POMMIER, Sylvie  
MAGNIER, Vincent  
YASTREBOV, Vladislav  
NELIAS, Daniel  
CHAISE, Thibaut  
MORESTIN, Fabrice  
DAMIENS, Bruno

Professeure Université, Paris-Saclay  
Maître de Conférences, Polytech Lille  
Chargé de recherche, Mines Paris  
Professeur, INSA Lyon  
Maître de Conférences, INSA Lyon  
Professeur, INSA Lyon  
Docteur, Safran Helicopter Engines

Présidente  
Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de thèse  
Co-encadrant  
Examineur  
Invité

