



Optimisation durable et multicritères de dentures d'engrenages cylindriques

Emna Ben Younes

► To cite this version:

Emna Ben Younes. Optimisation durable et multicritères de dentures d'engrenages cylindriques. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Lyon, 2021. Français. NNT : 2021LYSEI079 . tel-03670834

HAL Id: tel-03670834

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03670834>

Submitted on 17 May 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre NNT : 2021LYSEI079

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON

opérée au sein de

INSA-LYON

Ecole Doctorale ED162

MEGA

(Mécanique, Énergétique, Génie civil, Acoustique)

Spécialité du doctorat : Génie mécanique

Soutenue publiquement le 18/11/2021, par :

Emna Ben Younes

Ingénieur mécanique

Optimisation durable et multicritères de dentures d'engrenages cylindriques

Devant le jury composé de :

Dantan, Jean-Yves	Professeur	ENSAM - Metz	Rapporteur
Bouhaddi, Nouredine	Professeur	Institut FMTO - ST	Rapporteur
Dorignac, Eva	Professeur	Université de Poitiers	Examinatrice
Changenet, Christophe	Docteur - HDR	ECAM - Lyon	Directeur de thèse
Bruyère, Jérôme	Maître de conférences	INSA - Lyon	Co-encadrant de thèse
Rigaud, Emmanuel	Maître de conférences	Ecole Centrale de Lyon	Co-encadrant de thèse
Perret-Liaudet, Joël	Maître de conférences	Ecole Centrale de Lyon	Invité

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON https://www.edchimie-lyon.fr Sec : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage secretariat@edchimie-lyon.fr	M. Stéphane DANIELE C2P2-CPE LYON-UMR 5265 Bâtiment F308, BP 2077 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69616 Villeurbanne directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE https://edeea.universite-lyon.fr Sec : Stéphanie CAUVIN Bâtiment Direction INSA Lyon Tél : 04.72.43.71.70 secretariat.edeea@insa-lyon.fr	M. Philippe DELACHARTRE INSA LYON Laboratoire CREATIS Bâtiment Blaise Pascal, 7 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.88.63 philippe.delachartre@insa-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	M. Philippe NORMAND Université Claude Bernard Lyon 1 UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX philippe.normand@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://ediss.universite-lyon.fr Sec : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie RICARD-BLUM Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Raulin - 2ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tél : +33(0)4 72 44 82 32 sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES http://edinfomaths.universite-lyon.fr Sec : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 infomaths@univ-lyon1.fr	M. Hamamache KHEDDOUCI Université Claude Bernard Lyon 1 Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tél : 04.72.44.83.69 hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec : Yann DE ORDENANA Tél : 04.72.18.62.44 yann.de-ordenana@ec-lyon.fr	M. Stéphane BENAYOUN Ecole Centrale de Lyon Laboratoire LTDS 36 avenue Guy de Collongue 69134 Ecully CEDEX Tél : 04.72.18.64.37 stephane.benayoun@ec-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://edmega.universite-lyon.fr Sec : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bâtiment Direction INSA Lyon mega@insa-lyon.fr	M. Jocelyn BONJOUR INSA Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69621 Villeurbanne CEDEX jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo https://edsciences sociales.universite-lyon.fr Sec : Mélina FAVETON INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.77.79 melina.faveton@univ-lyon2.fr	M. Christian MONTES Université Lumière Lyon 2 86 Rue Pasteur 69365 Lyon CEDEX 07 christian.montes@univ-lyon2.fr

Remerciements

J'aimerais saisir cette occasion pour remercier toutes les personnes qui m'ont aidée durant ces trois années de travail.

Tout d'abord, je voudrais remercier L'Institut Carnot@Lyon qui a financé ce travail et m'a accordé sa confiance.

Je remercie aussi ECAM Lyon, INSA Lyon et Ecole Centrale de Lyon pour leur soutien financier et moral.

J'exprime ma sincère reconnaissance aux membres du jury : Pr Eva Dorignac, Pr Jean-Yves Dantan et Pr Noureddine Bouhaddi pour avoir accepté d'évaluer mon travail, en qualité de rapporteurs au sein du jury.

Je tiens également à adresser mes sincères remerciements à mon directeur de thèse, Monsieur Christophe Changenet, qui m'a aidée à donner forme à ma recherche et qui m'a motivée aux moments où j'en avais le plus besoin. Je lui suis reconnaissante pour son aide précieuse, sa disponibilité, son humanisme et ses compétences scientifiques et pédagogiques. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui exprime toute ma gratitude.

J'aimerais également remercier Messieurs Jérôme Bruyère, Emmanuel Rigaud et Joël Perret-Liaudet pour leur soutien moral et de m'avoir guidée théoriquement au cours de ma thèse par leurs disponibilités, pédagogies et précieux conseils. Je les remercie pour avoir toujours prêté une oreille attentive et une vue objective à tous les problèmes rencontrés au cours de la thèse.

Sur un plan plus personnel, je pense avec beaucoup d'émotion au soutien et à l'amour inconditionnel de ma chère mère, Sarah, qui m'a accompagnée dans mes pires moments et a célébré mes meilleurs moments tout au long de ma thèse. Je lui dis ma reconnaissance et mon amour infini. Je souhaite une très longue vie à notre chemin ensemble qui a toujours été plein d'affection, de courage et d'espoir.

Je suis reconnaissante à ma tante, Hejer, qui m'a tant encouragée et aidée pendant toutes mes années d'études.

Je dédie ce travail avec une reconnaissance profonde et émue, à la mémoire de mon père, Ridha, à la mémoire de mes grands-parents, mon arrière-grand-mère et mon oncle.

Et enfin, je remercie vivement tous mes amis pour leurs soutiens. Je n'oublierai pas les bons moments passés ensemble à discuter, à faire du sport, à voyager, à s'amuser.

Résumé

Cette étude vise à mettre en œuvre l'optimisation multi-objectif d'une transmission par engrenage afin de minimiser les pertes de puissance, l'excitation vibratoire générée par l'engrènement et la réponse vibro-acoustique via une approche multi-échelle qui s'étend du contact de l'engrènement à la transmission complète. Tous ces indicateurs sont étroitement liés à la définition de la macro et micro géométrie de l'engrenage. L'optimisation est réalisée à l'aide d'un algorithme génétique, à savoir le Non-dominated Sorting Genetic II (NSGA-II). Les variables de décision choisies sont l'angle de pression normal et l'angle d'hélice, en tant que caractéristiques macro-géométriques de l'engrenage, et/ou la profondeur et la longueur adimensionnée impactée par la correction au sommet des roues, en tant que caractéristiques micro-géométriques de l'engrenage. Des contraintes sont imposées afin de ne pas dépasser une contrainte de flexion maximale en pied de dent et une pression maximale de contact pendant l'engrènement, de garantir un rapport de conduite total suffisant et d'éviter les interférences.

Dans ce but, une première approche se concentre sur l'engrenage. Les variables de décision sont optimisées afin de minimiser à la fois la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission et les pertes par frottement à la denture. Une deuxième approche vise à considérer la transmission complète qui prend en compte différentes sources de perte. Les mêmes variables de décision sont optimisées afin de maximiser l'efficacité du réducteur et de réduire la puissance acoustique équivalente rayonnée par son carter. Une comparaison est faite entre ces deux approches pour démontrer l'intérêt de se focaliser sur l'ensemble de la transmission de puissance. Au final, une optimisation à 3 objectifs en utilisant l'algorithme génétique NSGA-II est réalisée. On s'intéresse à l'optimisation des variables macro et micro-géométriques minimisant la valeur efficace de l'erreur de transmission, la puissance acoustique équivalente rayonnée par le carter et les pertes de puissance totales.

Abstract

This study aims to implement multi-objective optimization of a gear unit in order to minimize the power loss, the vibrational excitation generated by the meshing and the vibro-acoustic response via a multi-scale approach that extends from gear mesh to the complete transmission. All these indicators are closely linked to the macro and micro-geometry definition of the gear pair. The optimization is carried out using a genetic algorithm, namely the Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II). The design variables chosen for the problem are the pressure angle and the helix angle, as macro-geometry characteristics of the gear, and/or the length and the amount of tooth profile modifications, as micro-geometry characteristics of the gear. Constraints are imposed in order to not exceed a maximum bending stress at the tooth root of the gear and a maximum tooth contact pressure during meshing, to reach a minimum total contact ratio and to avoid interferences.

To this end, a first approach focuses on the gear pair. Gear design parameters are optimized in order to minimize both the RMS value of transmission error fluctuation and tooth friction power loss. A second approach aims to consider the complete gear unit. The same gear design parameters are optimized in order to maximize the gear unit efficiency and to reduce the equivalent vibro-acoustic power radiated by its housing. A comparison is made between these two approaches to demonstrate the interest of focusing on the entire power transmission. A three-objective optimization using NSGA-II is performed. We are interested in the optimization of the macro and micro-geometric variables minimizing the RMS value of transmission error fluctuation, equivalent vibro-acoustic power radiated by the housing and the total power losses.

Table des matières

Remerciements.....	4
Résumé	5
Abstract.....	7
Table des matières	9
Nomenclature.....	11
Introduction générale.....	19
Chapitre I : Etude bibliographique.....	23
I.1 Introduction	24
I.2 Erreur de transmission	24
I.2.1 Définition de l'erreur de transmission.....	24
I.2.2 Sources de l'erreur de transmission	27
I.3 Réponse dynamique et vibro-acoustique	30
I.4 Pertes de puissance	31
I.5 A propos de l'optimisation	32
I.6 Les méthodes de résolution	34
I.6.1 Les méthodes exactes	34
I.6.2 Les méthodes approchées.....	35
I.7 Revue de la littérature sur l'optimisation des transmissions par engrenages	38
I.7.1 Optimisation mono-objectif	38
I.7.2 Optimisation multi-objectifs	41
I.8 Remarques sur l'optimisation multi-objectifs d'une transmission par engrenages ...	46
I.9 Conclusion	47
Chapitre II : Modélisation de la transmission par engrenages pour calculer des fonctions objectif ..	49
II.1 Introduction	50
II.2 Système d'étude.....	50
II.3 Modèles pour une optimisation focalisée sur le comportement de la denture.....	52
II.3.1 Comportement dynamique des engrenages.....	52
II.3.2 Pertes par frottement	59
II.4 Modèles d'optimisation sur la transmission complète	61
II.4.1 Comportement vibro-acoustique de la transmission	61

II.4.2	Pertes totales de puissance	65
II.5	Conclusion	74
Chapitre III : Formulation du problème et méthode d'optimisation choisie.....		75
III.1	Introduction.....	76
III.2	Formulation du problème.....	76
III.3	Variables de décision	77
III.4	Contraintes	78
III.4.1	Rapport de conduite total	78
III.4.2	Interférences	78
III.4.3	Contraintes sur la forme des dents	79
III.4.4	Contraintes de flexion en pieds de dents	79
III.4.5	Pression maximale de contact	80
III.5	Méthode d'optimisation choisie.....	81
III.6	Vérification de la méthode NSGA-II sur des cas tests	84
III.7	Paramètres d'optimisation	85
III.8	Mise en œuvre sur la transmission étudiée (programmation).....	90
III.9	Conclusion	91
Chapitre IV : Résultats		93
IV.1	Introduction.....	94
IV.2	Résultats de l'optimisation.....	94
IV.2.1	Point de référence.....	94
IV.2.2	Résultats obtenus en focalisant l'étude sur la denture.....	95
IV.2.3	Résultats obtenus en étendant l'étude à la transmission complète.....	103
IV.2.4	3 fonctions objectifs	120
IV.3	Conclusion	123
Conclusion général		125
Annexe 1 : Performance d'un algorithme.....		129
Annexe 2 : Algorithme de résolution dynamique et résistances thermiques.....		131
Annexe 3 : Opérateurs d'optimisation et cas tests.....		141
Références bibliographiques		150

Nomenclature

a_w	Entraxe de fonctionnement	(mm)
a	Paramètre de Newmark	
a_H	Demi-largeur du contact hertzien	(mm)
b	Largeur de denture	(mm)
b_1	Paramètre de Newmark	
c_i	Capacité calorifique massique	(J kg ⁻¹ K ⁻¹)
c_0	Vitesse du son dans l'air	(m s ⁻¹)
d_m	Diamètre moyen du roulement	(mm)
$d_r(i)$	Distance d'encombrement	
$e(M_{ij})$	Ecart normal total	(μm)
$e_1(M_{ij})$	Ecart sur le pignon au point M_{ij}	(μm)
$e_2(M_{ij})$	Ecart sur la roue au point M_{ij}	(μm)
f_e	Fréquence d'engrènement	(Hz)
f_c	Fréquence critique	(Hz)
f_{1r}, f_{2r}	Fréquences des deux roues dentées	(Hz)
$f_i(x)$	Fonctions objectifs de l'optimisation	
f_{pt}	Erreur de pas individuel	(μm)
f_{pk}	Erreur de pas cumulé	(μm)
f_0	Coefficient de pertes hydrauliques	
f_1	Constante qui dépend du type de roulement	
g	Accélération gravitationnelle	(m s ⁻²)
$g_i(x)$	Contraintes d'inégalité de l'optimisation	
h	Hauteur de l'huile	(mm)
h_c	Epaisseur du carter	(mm)
h_p	Epaisseur de la plaque	(mm)
$h_j(x)$	Contraintes d'égalité de l'optimisation	

h_{conv}	Coefficient d'échange convectif	(W m ⁻² K ⁻¹)
k_{ij}	Raideur élémentaire	(N m ⁻¹)
k_0	Raideur d'engrènement par unité de longueur	(N/m/μm)
k_1, k_2	Distance entre le point de contact et la ligne médiane de la dent	
$\bar{k}$	Conductivité équivalente de deux matériaux assemblés	(W m ⁻¹ K ⁻¹)
k	Conductivité thermique de l'huile	(W m ⁻¹ K ⁻¹)
m	Nombre maximum de fonctions objectifs	
m_0	Module normal de denture	(mm)
n	Nombre maximum de variables de décision	
$\mathbf{n}_1$	Normale unitaire sortante du pignon	
p	Périmètre de la paroi	(mm)
$\mathbf{q}$	Vecteur des degrés de liberté du pignon et de la roue	
q_0	Fonction des paramètres géométriques de la dent	
r_t	Rapport de transmission	
r	Rang de dominance	
r_{ext}	Rayon extérieur de la roue dentée	(mm)
r_{int}	Rayon intérieur de la roue dentée	(mm)
r_r	Rayon des éléments roulants	(mm)
s_a	Epaisseur curviligne de tête	(mm)
t_m	Période d'engrènement	(s)
u_k	Degré de liberté de traction compression du nœud k	(mm)
w_k	Degré de liberté de torsion du nœud k	(mm)
x_{ai}	Coefficient de saillie	
x_{fi}	Coefficient de creux	
x, x'	Vecteur de variables de décision	
x_i	Composants du vecteur de variables de décision	
x_{d1}	Composantes de la population enfants	
C	Couple moteur	(N m)

C_m	Couple adimensionnel	
C_f	Coefficient de frottement	
$[C]$	Matrice amortissement	
D_i	Individus enfants	
D	Vecteur dans l'espace des fonctions objectifs	
E_i	Profondeur de la correction de profil	(μm)
E^*	Profondeur de la correction adimensionnée	
E_Y	Module de Young	(Pa)
$E(M^*)$	Ecart normal maximal	(μm)
ETSC	Erreur de transmission sans charge	(μm)
$ERP(\omega)$	Puissance acoustique rayonnée équivalente	(W)
ET	Erreur de transmission	(μm)
F	Force appliquée sur la dent	(N)
F_n	Effort normal	(N)
F_0	Vecteur des forces extérieurs	
$F_e(t)$	Vecteur d'excitation variant dans le temps	
$F_1(t, x, \delta_e(M))$	Excitations introduisant l'effet des écarts	
$F_2(t, \dot{\Omega}_{1,2})$	Excitations introduisant la cinématique perturbée par les écarts	
F_r	Nombre de Froude	
G	Vecteur dans l'espace des fonctions objectifs	
G_r	Nombre de Grashof	
H_{dent}	Hauteur des dents	(mm)
$H^{V,F}(\vec{r}, \omega)$	Fonction d'influence	($\text{m s}^{-1} \text{N}^{-1}$)
I_p	Moment polaire	(kg m^2)
$[K(t, x)]$	Matrice de raideur	
K_A	Facteur d'application	
K_V	Facteur dynamique interne	
$K_{f\beta}$	Facteur de distribution longitudinale de la charge	

$K_{f\alpha}$	Facteur de distribution transversale de la charge	
L_c	Longueur de correction de profil	(mm)
L_w	Puissance acoustique rayonnée équivalente	(dB)
M_{ij}	Point de contact potentiel (centre de la cellule ij ligne de contact i et segment j)	
MO	Problème multi-objectifs	
$[M]$	Matrice masse globale	
N	Vitesse de rotation	(tr min ⁻¹)
Nu	Nombre de Nusselt	
N_p	Taille de population	
O_1, O_2	Centre du pignon et de la roue	
P_{ba}	Pas de base apparent	(mm)
$P_{denture}$	Puissance à l'engrènement	(W)
P_t	Population des parents à la génération t	
P_r	Nombre de Prandtl	
P_1	Force équivalente appliquée au roulement	(N)
P_c	Probabilité de croisement	
P_m	Probabilité de mutation	
P_{adm}	Pression admissible du matériau	(MPa)
R_p	Rayon primitif	(mm)
$Q_{frottement}$	Pertes par frottement à la denture	(W)
$Q_{évacué}$	Flux de chaleur	(W)
$Q_{roulement}$	Pertes aux roulements	(W)
Q_0	Perte indépendante de la charge	(W)
Q_1	Perte dépendante de la charge	(W)
Q_{joint}	Pertes aux joints	(W)
$Q_{barbotage}$	Pertes par barbotage	(W)
Q_{total}	Pertes totales	(W)
R_b	Rayon de base	(mm)

R_b	Rayon primitif	(mm)
Re	Nombre de Reynolds	
Re_c	Nombre de Reynolds critique	
R_{th}	Résistance thermique	(K W ⁻¹)
S_{fw}	Epaisseur de la dent dans la section critique	(mm)
$S(M_{ij})$	Vecteur de structure représentant la géométrie de l'engrenage	
S_{carter}	Surface d'échange du carter	(m ²)
$S_{VV}(\vec{r}, \omega)$	Densité spectrale de puissance de la vitesse normale	
$S_{FF}(\omega)$	densité spectrale unilatérale de la force de denture	
S_m	Surface immergée dans l'huile	(m ²)
S_{mf}	Surface mouillée des flancs	(m ²)
S_{md}	Surface mouillée de la denture	(m ²)
T_{carter}	Température de paroi du carter	(K)
T_{air}	Température de l'air-environnant	(K)
T_m	Température de masse	(K)
T_{ec}	Température éclair pour la zone d'engrènement	(K)
T_{moy}	Température moyenne de l'arbre entre sa base et son extrémité	(K)
U	Axe suivant l'entraxe	
U_g	Coefficient globale d'échange	(W m ⁻² K ⁻¹)
V_g	Vitesse de glissement	(m s ⁻¹)
V_c	Vitesse caractéristique	(m s ⁻¹)
V	Axe perpendiculaire à U	
V_{rm}	Vitesse de roulement moyenne du pignon	(m s ⁻¹)
$\langle V_n(\omega)^2 \rangle$	Moyenne spatiale de la vitesse quadratique de l'enveloppe	(m s ⁻¹)
X_i	Individus de la population	
X	Axe suivant la direction de la ligne d'action	
Y_f	Facteur de forme	
Y_s	Facteur de concentration de contraintes	

Y_β	Facteur d'inclinaison	
Y_B	Facteur d'épaisseur de jante	
Y_{DT}	Facteur de profondeur de dent	
Z	Axe suivant la direction de l'axe des roues	
Z_i	Nombre de dents	
α_0	Angle normal de pression	(°)
β	Angle de base	(°)
β_b	Angle d'hélice de base	(°)
β_f	Coefficient de dilatation volumique de l'huile	
γ	Paramètre homogène à une accélération	(m s ⁻²)
δ_b	Déformée de flexion de dent	(μm)
δ_{fw}	Déformée de fondation	(μm)
δ_c	Déformée de contact	(μm)
$\delta_e(M_{ij})$	Ecart relatif au point M_{ij}	(μm)
$\delta(M_{ij})$	Déviations normale au point M_{ij}	(μm)
ε	Emissivité du matériau	
ε_t	Rapport de conduite total	
ε_α	Rapport de conduite transversal	
ε_β	Rapport de recouvrement	
$\eta_{aillette}$	Coefficient d'efficacité	
θ_k	Degré de liberté de torsion du nœud k	(rad)
θ_{rmt}	Angle de contact des éléments roulants	(rad)
θ_{im}	Angle d'immersion	
μ	Viscosité dynamique de l'air	(Pa. s)
ν	Coefficient de Poisson	
ρ_1, ρ_2	Rayons de courbure	(mm)
ρ	Masse volumique de l'huile	(kg m ⁻³)
ρ_{eq}	Rayon de courbure équivalent	(mm)
ρ_0	Densité de l'air	(kg m ⁻³)

$\sigma_{rad}(\omega)$	Facteur de rayonnement	
σ_{adm}	Contrainte maximale en pieds de dents	(MPa)
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	(W m ⁻² K ⁻⁴)
ν	Viscosité cinématique du lubrifiant	(mm ² s ⁻¹)
φ_k, ψ_k	Degrés de liberté de flexion du nœud k	(rad)
ν_k	Degré de liberté de torsion du nœud k	(mm)
ψ	Nombre sans dimension dépendant de la géométrie des roues	
χ	Effusivité thermique	(N m ⁻¹ s ^{-1/2} K ⁻¹)
ω_e	Pulsation d'engrènement	(rad s ⁻¹)
Γ	Longueur de correction adimensionnée	
$\Delta(M_{ij})$	Ecrasement normal au point M_{ij}	(μm)
ΔT	Différence de température	(K)
Δt	Pas de temps	(s)
$\Pi_{ac}(\omega)$	Puissance acoustique rayonnée par le carter	(W)
Π_{ref}	Puissance acoustique de référence	(W)
$\emptyset$	Diamètre de l'arbre	(mm)
Ω_1, Ω_2	Vitesses de rotation du pignon et de la roue	(rad s ⁻¹)
Ω	Vitesse de rotation	(rad s ⁻¹)

« Un oiseau assis sur un arbre n'a jamais peur que la branche casse. Sa confiance n'est pas dans la branche mais dans ses ailes »

Introduction générale

À l'heure où l'impact environnemental de l'activité humaine est de plus en plus un sujet de société, les études visant à rendre les systèmes moins polluants se généralisent dans de nombreux secteurs, comme par exemple le domaine de l'énergie ou encore celui des transports (qu'ils soient individuels, collectifs ou marchands), se multiplient.

Un exemple peut être pris dans le secteur aéronautique où un effort de R&D important est mené pour améliorer les performances des moteurs d'avions. Les facteurs sur lesquels on peut agir sont physiquement déterminés. On peut citer par exemple la masse, l'efficacité aérodynamique ou encore l'efficacité des systèmes propulsifs. En ce qui concerne ce dernier point, des nouvelles architectures de moteurs sont examinées qui conditionnent à leur tour des modifications au niveau de la transmission mécanique et donc des réducteurs à engrenages. On peut également souligner que les systèmes d'entraînement des accessoires, dont la fonction est de dériver mécaniquement une partie de la puissance propulsive et d'entraîner les accessoires nécessaires au fonctionnement de l'avion et du moteur, représentent aussi des modules très influents sur la performance globale du système. Ils sont donc le sujet de plusieurs études visant à optimiser leur conception et leur intégration au sein du moteur. Des gains significatifs sont possibles au niveau de la chaîne de transmission elle-même, mais aussi au niveau du système propulsif en modifiant l'architecture globale du produit.

Cet exemple met clairement en avant le rôle primordial des transmissions mécaniques par engrenages dans les développements envisagés autour de nouvelles motorisations. Pour transformer la puissance donnée par la vitesse du moteur, le réducteur de vitesse devra donc avoir un rapport de réduction plus élevé que ce qui se pratique couramment aujourd'hui, entraînant un travail d'optimisation de son architecture et de sa masse. Il est toutefois important de souligner que le travail d'optimisation ne peut pas se limiter au seul aspect du rendement. Ce type de transmission introduit également des sources d'excitation à fréquence élevée se rapprochant de la zone de sensibilité maximale de l'oreille humaine ; il faut donc veiller à gérer cette nouvelle nuisance en termes de NVH (Noise Vibration and Harshness). Cela doit passer par une très grande maîtrise des comportements dynamiques sous charge du carter, des paliers et des engrenages du réducteur. Bien entendu, ces travaux d'optimisation ne doivent pas se faire au détriment de la fiabilité des composants utilisés.

Ces différents éléments font ressortir l'intérêt pour les concepteurs de transmissions mécaniques à engrenages de disposer de méthodes d'optimisation multicritères permettant de :

- Minimiser les pertes de puissance,
- Minimiser les surcharges sur les dentures, les pressions de contact et les contraintes en pied de dent,
- Maîtriser l'évacuation des calories sur une transmission à fort ratio puissance transmise / masse,
- Minimiser les excitations vibratoires générées par l'engrènement et la réponse vibro-acoustique associée.

Tous ces indicateurs sont étroitement liés à la définition macro et micro-géométriques des dentures. Si des travaux ont déjà été menés pour optimiser une denture vis-à-vis d'un de ces critères (des études sur l'optimisation du rendement ou encore sur l'optimisation des excitations dynamiques), les analyses qui associent des contraintes d'ordre mécanique, acoustique et thermique sont quant à elles moins nombreuses. C'est dans ce contexte que l'institut Carnot Ingénierie@Lyon a décidé de lancer un projet inter-laboratoires dénommé Gear@Lyon. Le

travail de doctorat qui a été mené dans le cadre de ce projet cherche à investiguer une optimisation multi-critères combinant des fonctions objectifs associées à des critères d'efficacité énergétique, de source d'excitation et de réponse vibro-acoustique, et à traiter différents cas. Le présent manuscrit est composé de plusieurs parties :

La première partie est consacrée à une étude bibliographique sur les transmissions de puissance par engrenages et les problèmes associés à leur fonctionnement. Les différentes méthodes d'optimisation et leurs fonctionnements sont présentées. L'optimisation des transmissions par engrenages est plus particulièrement analysée, afin de déterminer les fonctions objectifs classiquement étudiées, les variables de décision et les contraintes à respecter.

Le deuxième chapitre présente le système d'étude retenu dans le cadre de ce travail et propose les différents types de modélisation utilisés (dynamique et thermique) pour simuler le fonctionnement de la transmission de puissance à différentes échelles, tout en présentant les fonctions objectifs associées. Ce chapitre propose deux approches différentes : une approche locale qui se focalise essentiellement au niveau de la denture et une approche globale intégrant l'ensemble de la transmission.

Le troisième chapitre expose les paramètres de la méthode d'optimisation utilisée. Cette partie cherche à présenter les variables d'optimisation (micro et macro-géométriques) avec leur domaine de définition, les contraintes à respecter durant l'optimisation et le fonctionnement de la méthode retenue (méthode méta-heuristique). Au final, le choix des paramètres de l'optimisation choisis et la validation de cette méthode par des cas tests permettent de valider la démarche numérique retenue.

Le dernier chapitre présente les résultats obtenus grâce à l'optimisation multi-objectifs. Une partie de l'analyse se concentre sur les différences entre optimiser la denture seule ou considérer la transmission complète. Une autre partie met en évidence le traitement des variables de décision : optimiser les variables macro puis micro-géométriques est-il équivalent à optimiser les variables macro et micro-géométriques en même temps ? Pour finir, les résultats de l'optimisation avec 3 fonctions objectifs en utilisant l'algorithme NSGA-II sont présentées.

Chapitre I : Etude bibliographique

I.1 Introduction

Les engrenages font partie des mécanismes principaux et des organes de transmission les plus répandus. Ils constituent une solution économique pour transmettre un effort et un mouvement de rotation. Ils répondent aux contraintes de rendement, de précision, ou encore aux exigences de puissance massique imposées dans les architectures mécaniques modernes. En fonction des applications visées et des exigences associées, les engrenages peuvent être d'une grande diversité (engrenages cylindriques à dentures droites ou hélicoïdales, coniques ou spiro-coniques, roue et vis sans fin, etc.) en fonction de la situation relative des axes d'entrée et de sortie (axes parallèles, perpendiculaires, orthogonaux, coaxiaux, etc.).

Les prestations telles que les pertes de puissance, à l'origine de la consommation énergétique et des émissions polluantes d'un véhicule, et les performances NVH (Noise, Vibration, Harshness) tout au long du cycle de vie constituent des points de plus en plus importants du cahier des charges des transmissions par engrenages. Au niveau des pertes de puissance dans ces mécanismes, on cherche à les réduire en étudiant précisément les sources de dissipation et leurs conséquences au niveau thermique. Il est toutefois important de souligner que la tenue en service et le rendement ne sont pas les seuls critères importants du cahier des charges. Les transmissions par engrenages sont à l'origine de sources d'excitation internes générée par le processus d'engrènement à fréquence élevée se situant dans la bande de fréquence où l'oreille humaine est sensible. Il faut donc veiller à gérer cette nuisance en réduisant son processus de génération et en contrôlant les mécanismes de transfert entre ces sources, la réponse vibratoire du carter et le bruit rayonné.

Ce chapitre présente d'abord de façon générale les problèmes générés par l'utilisation des transmissions de puissance par engrenages. Ensuite, il expose une approche générale pour mener une optimisation multi-objectifs, les différentes méthodes d'optimisation et leurs principes de fonctionnement, afin de mettre en avant les méthodes les plus utilisées. La partie suivante se focalise sur l'optimisation des transmissions par engrenages pour souligner les fonctions objectifs étudiées, les variables de décision utilisées et les contraintes prises en compte. A la suite de cet état de l'art, le dernier paragraphe met en avant des questions qui restent en suspens et souligne les pistes de travail qui seront investiguées dans le reste du manuscrit.

I.2 Erreur de transmission

I.2.1 Définition de l'erreur de transmission

La macro-géométrie des dentures d'engrenages cylindriques à axes parallèles peut être entièrement décrite à partir d'un ensemble de paramètres présenté dans le Tableau I. 1.

	Pignon	Roue
Nombre de dents	Z_1	Z_2
Module normal (mm)	m_0	
Largeur de denture (mm)	b	
Angle de pression normal (°)	α_0	
Angle d'hélice (°)	β	
Sens d'hélice	Droite/gauche	Gauche/droite
Coefficient de déport	x_1	x_2
Coefficient de saillie	x_{a1}	x_{a2}
Coefficient de creux	x_{f1}	x_{f2}
Entraxe (mm)	a_w	

Tableau I. 1 : caractéristiques macro-géométriques des dentures d'engrenage cylindrique

Le profil en développante de cercle des engrenages cylindriques permet en théorie d'assurer un rapport de transmission (r_t) constant :

$$\forall t, r_t = \frac{\theta_1(t)}{\theta_2(t)} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{I - 1}$$

θ_1, θ_2 sont les positions angulaires de deux roues dentées et Z_1, Z_2 sont leur nombre de dents respectif. Ce rapport de transmission idéal est observé quand l'engrenage est géométriquement et parfaitement positionné et infiniment rigide. Mais, un engrenage réel ne vérifie pas ces conditions quand on tient compte des déformations élastiques des dents et des écarts de montage et de fabrication.

Le concept d'erreur de transmission a été introduit pour la première fois par Harris en 1958 [1]. L'erreur de transmission (ET) ([2],[3]) peut être décrite comme la différence entre la position réelle de la roue menée et la position théorique qu'elle occuperait si l'engrenage était géométriquement parfait et infiniment rigide (voir Figure I. 1). Elle peut être décrite sous la forme d'une rotation angulaire.

$$ET(\theta_1) = \theta_2 - \frac{\theta_1}{r_t} \quad \text{I - 2}$$

Elle peut également être décrite sous la forme d'un déplacement linéaire correspondant au rapprochement des dentures exprimé le long de la ligne d'action.

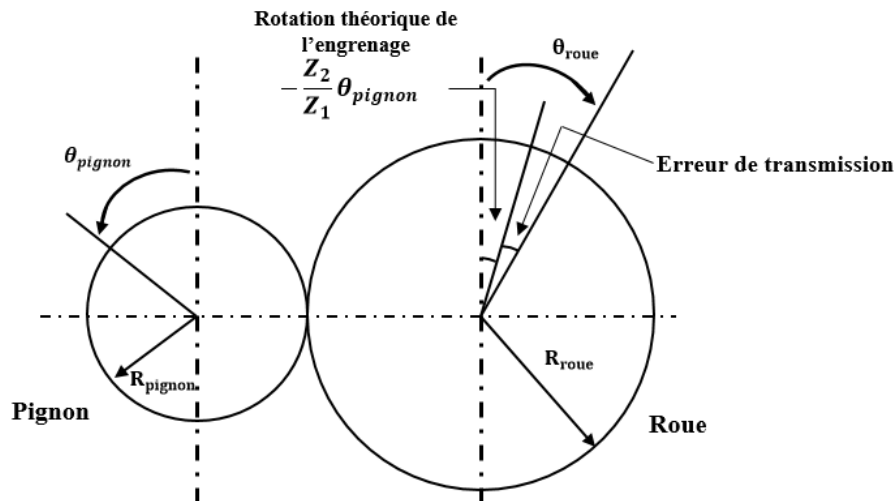


Figure I. 1 : Définition de l'erreur de transmission reproduit de [4]

L'erreur de transmission a fait l'objet d'un travail théorique, numérique et expérimental intensif. Elle présente des fluctuations périodiques. En l'absence de défauts d'excentricité et d'erreurs de pas, la fréquence de ces fluctuations correspond à la fréquence d'engrènement, c'est à dire à la fréquence de passage des dents dans la zone de contact. Pour un engrenage composé de deux roues dentées 1 et 2 et tournant aux fréquences f_{1r} et f_{2r} respectivement, la fréquence d'engrènement f_e est égale à :

$$f_e = Z_1 f_{1r} = Z_2 f_{2r} \quad \text{I - 3}$$

Le spectre décrivant les fluctuations de l'erreur de transmission est constitué de raies dont les fréquences correspondent à la fréquence d'engrènement et ses harmoniques (voir Figure I. 2).

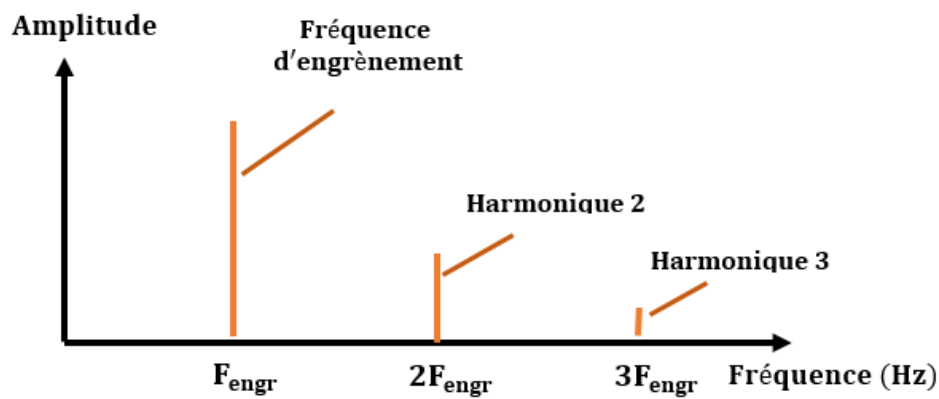


Figure I. 2 : Spectre de l'erreur de transmission

Suivant les conditions de fonctionnement, on distingue différents types d'erreurs de transmission : erreur de transmission cinématique, statique ou dynamique.

- Erreur cinématique

Cette erreur correspond à un couple moteur tout juste suffisant pour assurer le contact entre les dents de l'engrenage, sans induire de déformations élastiques. Elle est causée par les écarts micro-géométriques entre les profils réels et théoriques des dentures et les écarts de montage.

- Erreur statique de transmission

L'erreur statique de transmission correspond à l'erreur de transmission sous l'effet de couple de charge. Elle prend en compte les déformations locales de contact et les déformations de dentures qui fluctuent en fonction des positions angulaires des roues dentées et du nombre instantané de paires de dents en prise en négligeant les effets dynamiques. Un exemple d'erreur statique de transmission d'un engrenage à denture hélicoïdale sans corrections est illustré sur la Figure I. 3.

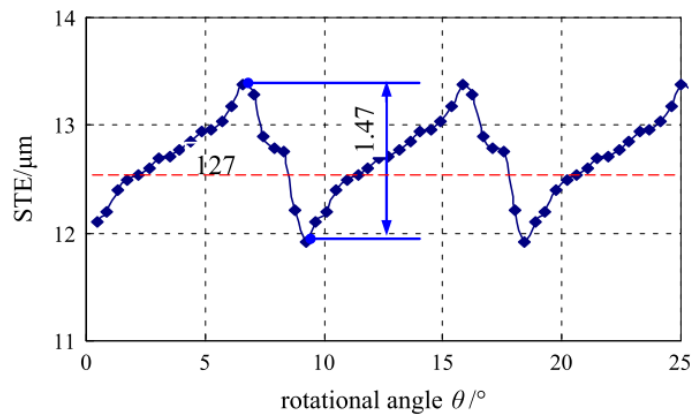


Figure I. 3 : Erreur de transmission d'un engrenage [5]

- Erreur dynamique de transmission

L'erreur dynamique de transmission correspond à l'erreur de transmission sous l'effet du couple de charge pour des vitesses de rotation importantes. Ses fluctuations sont considérées comme un indicateur du comportement vibratoire de l'engrenage.

L'erreur de transmission (statique ou dynamique) est un paramètre important lors de la conception des engrenages. Un grand nombre de travaux dans la littérature cherchent à minimiser les variations de l'*ET*, plus particulièrement l'amplitude crête à crête de l'*ET* ([6],[7],[8]), ou bien la valeur efficace des fluctuations de l'*ET*. Dans la suite, le critère qu'on cherche à optimiser est la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission.

I.2.2 Sources de l'erreur de transmission

Déformations élastiques des dentures

On observe des déformations élastiques des dentures sous l'application des efforts transmis. Ces déformations sont de nature linéaire (flexion des dents) et non linéaire (présence de contacts étroits entre dentures). Elles sont caractérisées par un rapprochement le long de la ligne d'action. Il ressort clairement que, lorsque les engrenages tournent, le nombre de paires de dents

en contact et les zones de contact évoluent, et par conséquent, l'amplitude des déformations varie avec la rotation.

Défauts de fabrication

Des erreurs se produisent lors de la fabrication et des processus d'assemblage. Couramment, les méthodes de fabrication démarrent par une phase d'usinage, suivie par une phase de traitement thermique pour transmettre aux dentures une résistance suffisante aux phénomènes de fatigue de surface [9]. Enfin, l'engrenage fait l'objet d'une finition. Chacune de ces phases est une source qui peut introduire des erreurs géométriques pour la denture.

Les erreurs sont classées en plusieurs types :

- Erreur de profil

L'erreur de profil représente l'écart entre le profil théorique de la denture et le profil réel.

- Erreur de distorsion

L'erreur de distorsion correspond à une erreur d'inclinaison de l'hélice dans la direction longitudinale.

- Erreur de division ou erreurs de pas

L'erreur de division désigne le fait que le pas considéré (pas circulaire, apparent ou réel) entre les dents n'est pas constant d'une dent à l'autre. On distingue l'erreur de pas individuelle (f_{pt}) de l'erreur de pas cumulée (f_{pk}) qui est la somme de toutes les erreurs de pas individuelles (voir Figure I. 4).

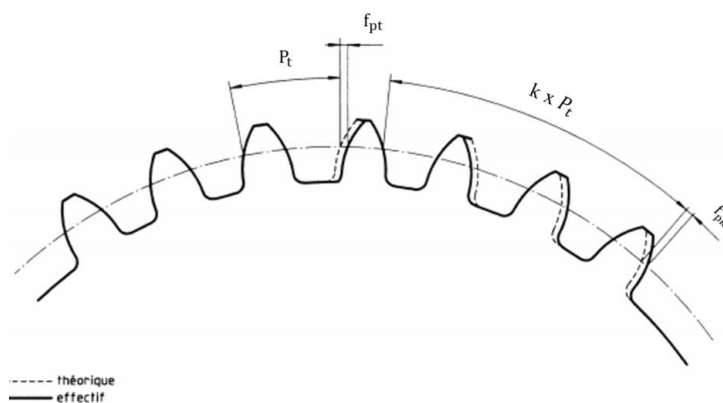


Figure I. 4 : Erreurs de pas, tirées de la norme ISO 1328-1 [10]

- Erreur de montage

Les erreurs de montage sont dues à l'assemblage imparfait des éléments d'engrenages, arbres et paliers et comprennent essentiellement les défauts d'alignement et les défauts d'excentricité (qui se produisent quand l'axe de rotation n'est pas confondu avec l'axe de révolution des mobiles).

Une denture présentant des défauts importants génère une erreur de transmission présentant une fluctuation associée aux harmoniques de la fréquence d'engrènement, à des composantes basses fréquences et à des raies latérales comme montré sur la Figure I. 5.

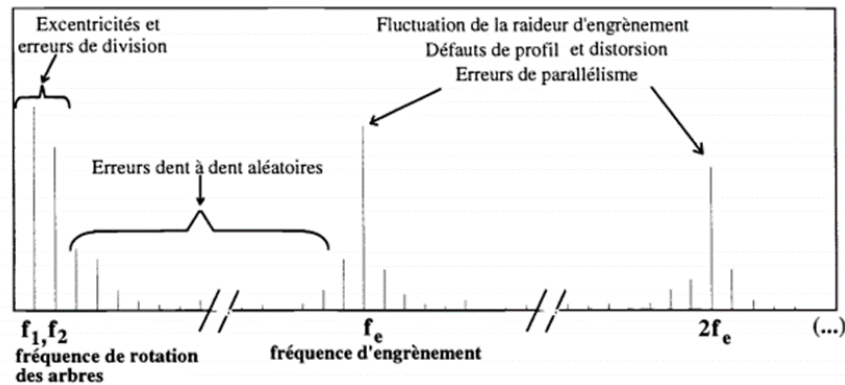


Figure I. 5 : Exemple de spectre d'erreur de transmission [11]

Correction des dentures

Les engrenages se déforment sous l'application du couple moteur. Ces déformations peuvent générer des interférences, des effets néfastes en termes d'usure, de durée de vie et de bruit ([12],[13]). Pour éviter ces problèmes majeurs, des modifications de la micro-géométrie des engrenages sont adoptées correspondant à l'enlèvement de quelques dizaines de micromètres de matière. Ces corrections de dentures sont introduites pour augmenter l'efficacité et la durabilité de l'engrènement, pour éliminer les contacts prématurés à l'engagement dus aux déformations de la denture [14] et pour minimiser les fluctuations de l'*ET* pour une plage de couple de fonctionnement donnée [13]. Plusieurs techniques de correction sont décrites dans la littérature ([15], [16]). Les modifications de la micro-géométrie comprennent des corrections de profil définies par la longueur et la profondeur de correction et des modifications du flanc (bombé). La Figure I. 6 montre quelques types de correction [17] les plus utilisés (correction en tête et en pied de dents, bombé). La Figure I. 7 montre des corrections longitudinales [18].

Différents auteurs, comme Tesfahunegn [19], Velez [20] ou encore Kissling [21], ont étudié les effets de la correction de la forme des dents sur l'erreur de transmission. Frazer [22] a utilisé un programme d'analyse par éléments finis et un programme d'analyse du contact des dents en 3D pour trouver la micro-géométrie convenable des engrenages permettant de minimiser l'erreur de transmission, pour un couple de fonctionnement donné.

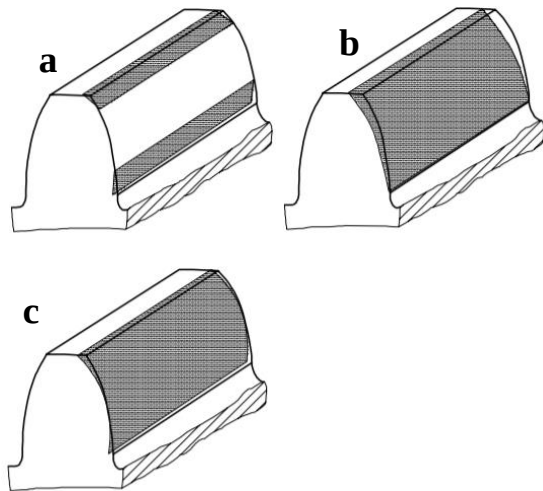


Figure I. 6 : Correction de profil; a :correction en tête et au pied de dents, b :angle des flancs, c :profil bombé [23]

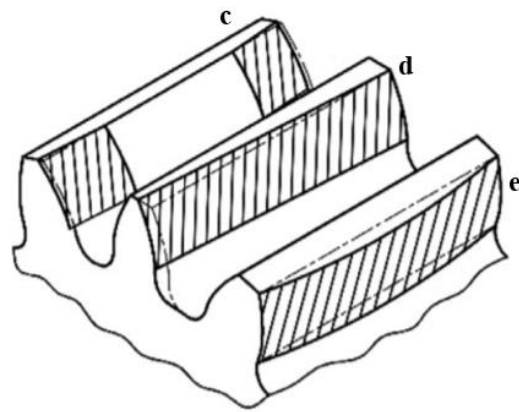


Figure I. 7 : Correction du flanc ; c :dépouille d'extrémité, d :angle d'hélice, e :bombé symétrique [24]

I.3 Réponse dynamique et vibro-acoustique

Le bruit est un critère d'optimisation essentiel puisque la qualité perçue d'une machine ou d'une transmission dépend fortement de celui-ci [25]. Afin d'assurer un fonctionnement silencieux, régulier et sûr d'un système de transmission par engrenages, il est nécessaire de comprendre les mécanismes de génération de la réponse dynamique et du rayonnement sonore du réducteur. Le bruit d'une transmission par engrenages fermée a pour principale origine le rayonnement acoustique de son enveloppe extérieure correspondant au carter. En l'absence de pertes de contact entre les dentures, celui-ci vibre sous l'action des excitations ci-dessous :

- les projections d'huile,
- le champ acoustique interne au carter généré par les vibrations des corps de roue ou les mécanismes d'aspiration-refoulement de fluide (mélange air-huile) dans la zone d'engrènement (mécanisme de "fluid pumping"),
- les efforts extérieurs communiqués à la transmission par ses points de fixation sur la structure d'accueil,
- les efforts dynamiques internes qui résultent des interactions entre les éléments de la transmission et de l'erreur de transmission.

On considère généralement que le rayonnement acoustique résulte principalement du bruit de sirènement associé à cette dernière source d'excitation : le processus d'engrènement génère des efforts dynamiques de denture, qui s'ajoutent à la charge statique. Ces efforts dynamiques sont transmis par voie solidienne, via les corps des roues dentées, les lignes d'arbres et les roulements, jusqu'au carter.

Le chemin de transfert des vibrations et du bruit dans un système d'engrenages est illustré sur la Figure I. 8.

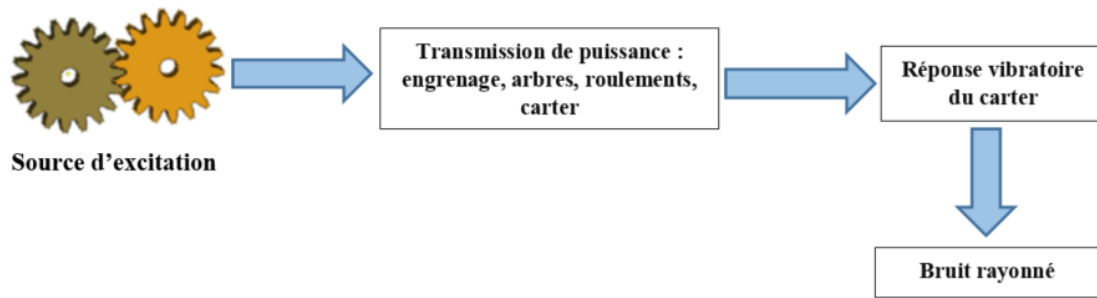


Figure I. 8 : Parcours de transfert de des vibrations et de bruit dans un système d'engrenage

La plupart des études visant à résoudre un problème de bruit des systèmes de transmission par engrenages consistent à contrôler les sources d'excitation ([26], [27], [3], [28], [29],[30], [31]) ou bien à minimiser les mécanismes de transfert entre les efforts dynamiques de denture et la réponse vibro-acoustique du carter, estimée à travers la puissance acoustique rayonnée.

I.4 Pertes de puissance

La sensibilisation au respect de l'environnement pousse les ingénieurs à développer des systèmes mécaniques, et en particulier des transmissions par engrenages, qui ont un impact moindre sur l'environnement. Cet objectif d'efficacité peut être atteint en réduisant les pertes de puissance. Il est admis que la perte de puissance dans une transmission peut être divisée en contributions dépendantes de la charge (frottement au niveau des organes qui reprennent la charge qui transite dans la transmission) et indépendantes de la charge (pertes liées au brassage du lubrifiant par les pièces en rotation, etc.). La perte totale prend en compte tous les composants de la transmission : outre les engrenages, on peut citer les contributions des roulements ou encore les joints. Le calcul des différentes sources de pertes doit permettre d'estimer la température de fonctionnement et donc de l'intégrer dans l'analyse du comportement énergétique du système. Ainsi la dégradation d'une transmission pourra se traduire par une augmentation des pertes, et donc des températures.

La température des composants d'une transmission de puissance constitue un des facteurs limitant leurs performances car les pertes de puissance se transforment sous forme de chaleur. Par conséquent, différentes méthodes ont été utilisées ces dernières décennies pour améliorer la prise en compte des aspects thermiques dans la conception des transmissions. La méthode des éléments finis permet de discrétiser la géométrie du système mécanique en sous-domaines de forme géométrique simple via un maillage en 2D ou 3D. Cette méthode permet de résoudre numériquement l'équation de la chaleur qui modélise les phénomènes de conduction thermique dans les solides. Différentes études ([32], [33], [34]) ont adapté cette méthode dans leurs travaux sur les transmissions. Cette méthode présente l'avantage de mieux s'adapter aux frontières de forme irrégulière. Mais, elle fait face à des difficultés majeures : le maillage du domaine, la modélisation des contacts, le temps de calcul et la capacité mémoire. La deuxième méthode est l'approche globale qui consiste à traiter le système comme un seul élément isotherme en utilisant des bilans d'énergie et d'échanges thermiques [35]. Cette approche est facile à mettre en œuvre mais elle peut être limitée pour un système complexe, vu que seule la température de l'huile est calculée. Changenet *et al.* [36] ont en effet montré que cette approche ne permet pas de déterminer correctement le rendement d'une transmission, car elle ne peut pas

déterminer les échauffements locaux. Enfin, la méthode de résolution nodale consiste à ramener l'étude du comportement thermique à un schéma équivalent électrique en utilisant des résistances et des capacités thermiques. Cette approche donne une vue macroscopique des niveaux de température pour les différents composants (roulements, arbres, roues dentées) plutôt que des résultats locaux. Elle peut être utilisée en régime permanent ou instationnaire avec des conditions de chargement variables. Son principal avantage est la rapidité de calcul qui en fait une méthode de simulation adaptée à la préconception.

La conception des engrenages est ainsi définie par des exigences strictes concernant la durabilité et l'efficacité et fait l'objet de divers travaux d'optimisation.

I.5 A propos de l'optimisation

L'optimisation est un outil d'aide à la décision qui cherche à déterminer le minimum ou le maximum d'une fonction, afin de guider le concepteur vers un choix profitable. L'optimisation peut se réaliser dans différents domaines, toujours avec le même objectif : améliorer le fonctionnement d'un produit au moyen d'une gestion perfectionnée des ressources.

Un problème d'optimisation se définit par :

- une ou plusieurs fonctions objectifs (de coûts) à optimiser (minimiser ou maximiser),
- les variables de décision et leurs espaces de recherche,
- un ensemble de contraintes à respecter.

D'une façon générale, un problème d'optimisation multi-objectifs peut être exprimé de la manière suivante :

$$P(x) = \begin{cases} \text{optimiser } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)), x \in E & \text{I - 4} \\ \text{sous les contraintes suivantes:} \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases}$$

où $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ est le vecteur des variables de décision, E est l'ensemble des solutions réalisables respectant un ensemble de contraintes, $F(x)$ est le vecteur des fonctions à optimiser, $m \geq 2$ représente le nombre d'objectifs, $g_i(x)$ et $h_j(x)$ sont respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité.

Le but est de trouver un ensemble de solutions optimales qui respectent toutes les contraintes du problème. Chaque contrainte est exprimée comme une fonction des variables du problème.

Dans certains cas décisionnels, la prise en compte d'un seul objectif est insuffisante. L'optimisation multi-objectifs constitue une branche de l'optimisation dont la particularité consiste à réaliser une optimisation contenant plusieurs objectifs. Une solution consiste à pondérer les différents objectifs pour reconstruire un problème mono-objectif. Une autre approche consiste à conserver les m fonctions objectifs (voir Figure I. 9). Ce type

d'optimisation a été initialement réalisé au 19^{ème} siècle par Edgeworth [37] et généralisé par Pareto [38] dans des travaux en économie.

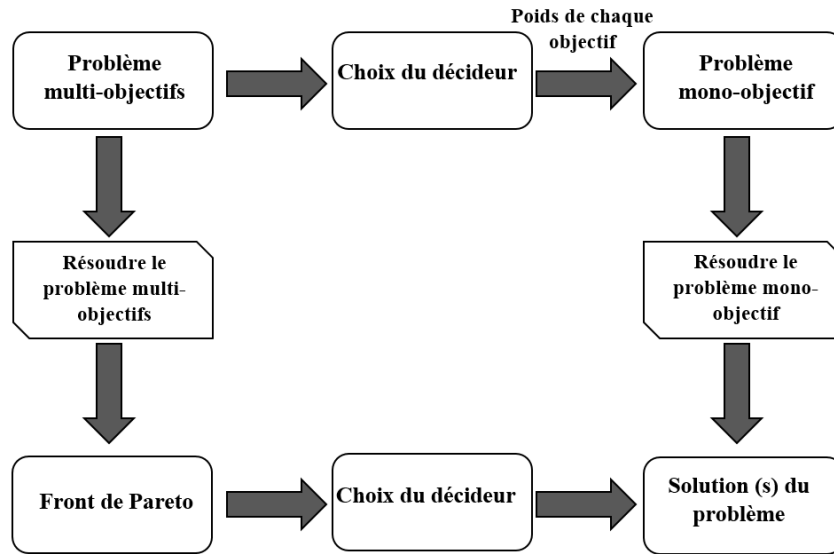


Figure I. 9 : Choix du mode de résolution

Les problèmes multi-objectifs sont plus difficiles à étudier que les problèmes mono-objectif. En fait, une solution peut être meilleure qu'une autre sur certains objectifs et moins bonne sur les autres. Il est donc pratiquement impossible d'avoir une solution unique qui optimise simultanément l'ensemble des objectifs. Dans ce cas, la solution d'un problème multi-objectifs n'est pas une solution unique mais un ensemble de solutions. Cet ensemble de solution est appelé ensemble non dominé issu du concept de la relation de dominance au sens de Pareto [39]. Pour expliciter cela, considérons deux vecteurs $\mathbf{D} = (d_1, d_2, \dots, d_m)$ et $\mathbf{G} = (g_1, g_2, \dots, g_m)$, dans l'espace des fonctions objectifs où le problème de minimisation est posé. $\mathbf{D}$ domine $\mathbf{G}$ si et seulement si toutes les composantes de $\mathbf{D}$ sont inférieures ou égales à celles de $\mathbf{G}$ et au moins une composante de $\mathbf{D}$ est strictement inférieure à celle de $\mathbf{G}$. Cette dominance est illustrée sur la Figure I. 10 représentant un problème de minimisation de deux objectifs avec 2 variables de décision. Une solution $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ du problème d'optimisation est dite optimale au sens de Pareto si et seulement s'il n'existe pas d'autre solution ($\mathbf{x}' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$) telle que $\mathbf{F}(\mathbf{x}') = (f_1(x'), f_2(x'), \dots, f_m(x'))$ domine $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$.

L'ensemble des meilleurs compromis est appelé le front de Pareto, c'est-à-dire l'ensemble des solutions optimales.

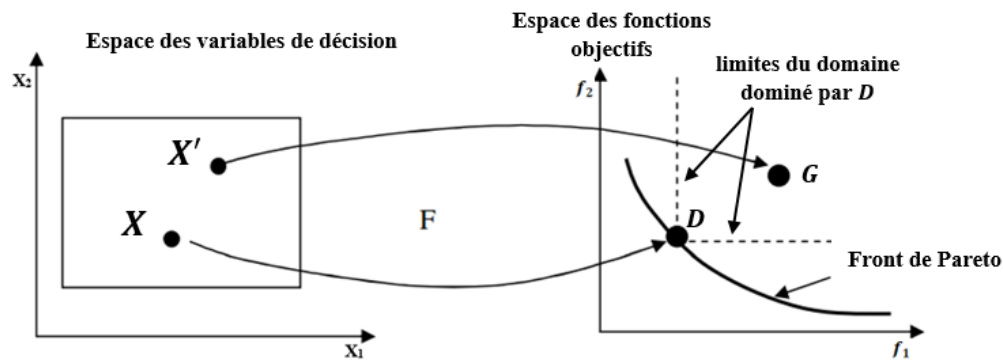


Figure I. 10 : Dominance de Pareto et front de Pareto d'un problème d'optimisation bi-objectifs

Le paragraphe suivant présente les principales familles de méthodes de résolution des problèmes multi-objectifs.

I.6 Les méthodes de résolution

Pour résoudre les problèmes d'optimisation multi-objectifs, deux familles d'approches peuvent être utilisées : les méthodes exactes et les méthodes approchées. Les méthodes exactes sont dédiées à la résolution des problèmes à faible nombre de variables. Les méthodes approchées (heuristiques et méta-heuristiques) permettent d'approximer les meilleures solutions sur les problèmes à plus grand nombre de variables. Le choix de la méthode de résolution dépend de la complexité du problème (voir Annexe 1).

I.6.1 Les méthodes exactes

Les méthodes exactes reposent généralement sur la recherche arborescente et sur l'énumération partielle de l'espace de solutions [40], ceci pour les problèmes à deux objectifs maximum [41], [42]. Parmi elles, on peut citer l'algorithme de Branch and Bound, Branch and Cut et la programmation dynamique.

Branch and Bound est une méthode générique de résolution exacte de problèmes d'optimisation, et plus particulièrement d'optimisation combinatoire. C'est une méthode de recherche arborescente qui utilise la stratégie « diviser pour régner », en se basant sur deux concepts : (i) le branchement (séparation) qui consiste à diviser l'espace des solutions en sous problèmes pour les optimiser chacun individuellement (un sous-problème peut lui aussi être divisé en sous-problèmes de sorte que ce processus peut être vu comme la construction d'un arbre); et (ii) l'évaluation qui consiste à déterminer l'optimum de l'ensemble des solutions réalisables associées. Son efficacité dépend du choix des critères de séparation et d'évaluation. Cet algorithme est limité aux problèmes de petite taille.

La méthode de Branch and Cut est basée sur la méthode de Branch and Bound, mais au lieu de se focaliser sur une variable pour descendre dans l'arbre de recherche, on recherche des plans de coupe qui permettent de restreindre l'espace de solutions réalisables.

La programmation dynamique est une amélioration de la méthode Branch and Bound. Elle consiste à résoudre un problème grâce aux résultats intermédiaires de sa décomposition en sous-

problèmes (voir Figure I. 11). Dans cette méthode, les sous-solutions peuvent interagir entre elles et se superposer. Son principal inconvénient est qu'on ne peut pas se débarrasser des calculs intermédiaires, car la résolution du problème final dépend nécessairement de la résolution de ces sous-calculs.

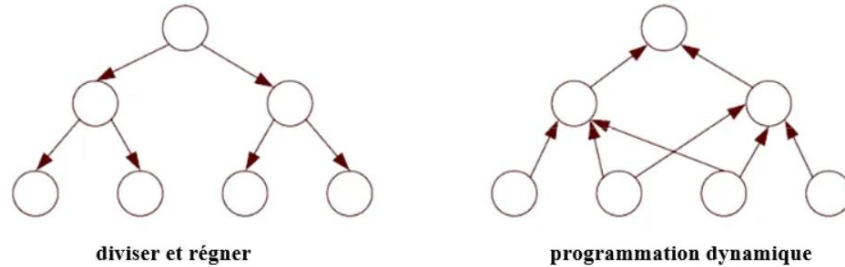


Figure I. 11 : Différence entre la programmation dynamique et la méthode diviser et régner

Dès que le nombre d'objectifs ou la taille des problèmes augmente, les méthodes exactes deviennent inefficaces étant donné la difficulté et l'aspect multi-objectifs des problèmes. L'inconvénient majeur de ses méthodes est l'explosion combinatoire : le nombre de combinaisons augmente avec l'augmentation de la dimension du problème, donc le temps d'exécution des méthodes exactes devient très important. Dans ce cas, il est nécessaire de faire appel à des méthodes approchées permettant de trouver quand même de bonnes solutions. Parmi celle-ci, on trouve les méthodes heuristiques et les méthodes méta-heuristiques qui produisent des schémas de résolution permettant de les adapter à tous les problèmes.

I.6.2 Les méthodes approchées

Les méthodes approchées sont inspirées de mécanismes d'optimisation rencontrés dans la nature et elles visent à générer des solutions de haute qualité en un temps de calcul raisonnable. Elles peuvent être divisées en deux familles : heuristiques et méta-heuristiques.

Une heuristique [43] est un algorithme qui fournit rapidement (en un temps de calcul polynomial) une solution réalisable et de bonne qualité pour un problème d'optimisation non déterministe polynomial difficile (NP-difficile). Cette méthode est généralement conçue pour un problème particulier, en examinant seulement une partie de l'espace de recherche.

Les méta-heuristiques constituent une famille de méthodes stochastiques itératives dédiées aux problèmes les plus difficiles. Elles exploitent généralement des processus aléatoires dans l'exploration de l'espace de recherche [44]. Plusieurs classifications des méta-heuristiques ont été proposées : celles se basant sur une solution unique et celles se basant sur un ensemble de solutions.

Méta-heuristique à solution unique

Les méthodes à solution unique sont basées sur l'évolution d'une solution initiale dans l'espace de recherche. En effet, ces méthodes démarrent par une solution initiale (générée aléatoirement ou par une précédente méthode d'optimisation) puis, d'une manière itérative, remplacent la solution courante par une autre, meilleure, trouvée dans le voisinage. Les méthodes à solution unique englobent principalement la méthode de descente, la méthode de recuit simulé, et la

recherche Tabou. Ces méthodes diffèrent dans la manière d'exploiter le voisinage (choix des candidats et critères de déplacement).

L'inconvénient de la méthode de descente est qu'elle peut se trouver piégée dans le premier optimum local rencontré. Elle peut être utilisée comme première approche dans un problème d'optimisation pour avoir une idée sur les optima locaux du problème. Dans la méthode de recuit simulé, il est impossible de savoir si la solution trouvée est optimale. Ces méthodes sont très coûteuses en temps de calcul.

Méta-heuristiques à population de solutions

Les méthodes à base de population de solutions améliorent, au fur et à mesure des itérations, un ensemble de solutions. L'intérêt de ces méthodes est d'explorer un vaste espace de recherche et d'utiliser la population comme facteur de diversité. Il existe plusieurs combinaisons d'évolution de cette population amenant à des méthodes comme les colonies de fourmis, les algorithmes à essaim de particules et les algorithmes évolutionnaires.

La méthode de colonies de fourmis est inspirée par les études sur le comportement des fourmis réelles et elle est parfaite pour les problèmes basés sur des graphes. Mais, dans cette méthode, un état bloquant peut arriver et le temps d'exécution est parfois long. Par ailleurs, elle ne s'applique pas à tous les types de problèmes. L'optimisation par essaim particulaire est inspirée du comportement social des animaux évoluant en essaim. Cette méthode met en jeu des groupes de particules sous formes de vecteurs se déplaçant dans l'espace de recherche.

Les algorithmes évolutionnaires sont classifiés selon deux générations de méthode (techniques élitistes et techniques non élitistes). Ils sont issus des méthodes d'optimisation basées sur une simulation de l'évolution naturelle des populations. Ce sont des techniques de programmation s'inspirant du principe de l'évolution des espèces décrit par Darwin. Elles sont plus efficaces que les méthodes classiques pour la résolution de nombreux problèmes d'optimisation multi-objectifs [45]. D'une manière générale, la plupart des approches Pareto trouvées dans la littérature sont incluses dans des algorithmes évolutionnaires, et la plupart de ces algorithmes évolutionnaires sont basés sur des algorithmes génétiques. En industrie, où les problèmes sont généralement complexes, le temps de recherche des solutions optimales devient un facteur important à prendre en compte. C'est pour cela que les méthodes basées sur l'algorithme génétique sont très utilisées.

Principe de l'algorithme génétique

Les algorithmes génétiques sont des sous-familles des algorithmes évolutionnaires et ont été efficacement utilisés pour résoudre plusieurs problèmes d'optimisation multicritères. En 1975, John Holland a conçu le premier algorithme génétique. Il s'agit aujourd'hui de l'un des algorithmes d'optimisation les plus populaires [46]. Goldberg [47] a été le premier à utiliser cet algorithme pour résoudre des problèmes pratiques. L'algorithme génétique est basé sur les principes biologiques de la sélection naturelle de Darwin et de la survie des individus les mieux adaptés à l'environnement [48]. Le vocabulaire utilisé est le même que celui de la théorie de l'évolution et de la génétique :

- Gène : une caractéristique, une particularité,
- Individu : ensemble de gènes affectés d'une valeur qui constitue une solution potentielle du problème,
- Population : l'ensemble des individus d'une même génération,
- Nombre de génération : nombre maximal des itérations de l'algorithme,
- Fonction (s) objectif (s) : la (les) fonction (s) à optimiser, celle-ci est utilisée pour sélectionner et reproduire les meilleurs individus de la population,
- Environnement : l'espace de recherche.

L'algorithme génétique est basé sur trois opérateurs :

- Sélection
- Croisement
- Mutation

A partir de ces opérateurs évolutionnaires, quelques individus se reproduisent, d'autres disparaissent et seuls les individus les mieux adaptés sont supposés continuer à vivre. Ce cycle se poursuit jusqu'à l'obtention d'un critère d'arrêt. Différents critères peuvent être choisis :

- Le nombre d'itérations que l'on souhaite exécuter est fixé. C'est ce que l'on est tenté de faire quand on souhaite trouver une solution dans un temps limité.
- L'algorithme peut s'arrêter quand la population n'évolue plus suffisamment.

Le principe de l'algorithme génétique est simple :

Une première population d'individus est générée de façon aléatoire. L'individu est caractérisé par ses gènes qui est le codage de toutes les variables qui le caractérisent. Pour passer d'une génération k à la génération $k + 1$, des opérateurs sont appliqués pour permettre de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace de recherche (voir Figure I. 12). L'opérateur de sélection permet d'identifier les meilleurs individus d'une population. Des couples de parents P_1 et P_2 sont sélectionnés en fonction de leur fonctions objectifs. Le croisement est appliqué à ce couple et engendre deux nouveaux individus enfants D_1 et D_2 possédant des caractéristiques issues des deux parents. L'opérateur de mutation est également appliqué à une certaine proportion de la population et génère des individus mutés. Cet opérateur a pour but de garantir l'exploration de l'espace de recherche et la diversité. Il est important de s'assurer que la mutation ne donne pas des solutions qui ne respectent pas les contraintes. Enfin, les nouveaux individus sont évalués et intégrés à la population de la génération suivante. Une sélection finale est réalisée afin de garder seulement les solutions les plus intéressantes. Cette sélection revient à choisir les meilleurs individus pour former la nouvelle génération.

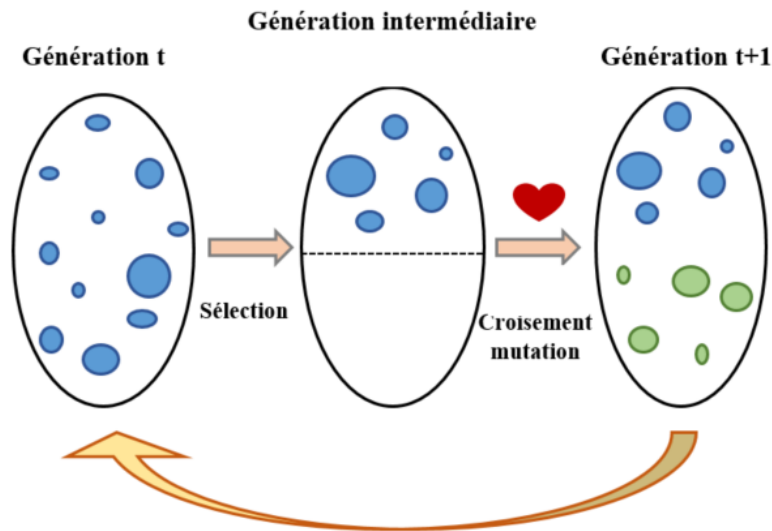


Figure I. 12 : Algorithme génétique

I.7 Revue de la littérature sur l'optimisation des transmissions par engrenages

Le développement de méthodologies d'optimisation dans le domaine des transmissions par engrenages a suscité un grand intérêt de la part des chercheurs pour obtenir des conceptions adéquates sous un ensemble donné de contraintes. En effet, plusieurs études ont fait état de l'optimisation de la conception des engrenages visant à réduire la perte de puissance dans les engrenages [49], le poids d'une boîte de vitesses [50], l'excitation générée par l'engrènement [3], [51] ou encore à travailler sur différents critères de conception de la ligne de transmission comme le rapport de transmission optimal ou l'entraxe [52].

I.7.1 Optimisation mono-objectif

Chacun des paramètres macro-géométriques des dentures présentés dans le Tableau I. 1 fait varier les caractéristiques opérationnelles d'un engrenage. Ces caractéristiques peuvent donc être adaptées en combinant soigneusement les valeurs des paramètres. Sur cette base, plusieurs études d'optimisation ont été menées avec pour principal objectif de réduire le poids (ou le volume) d'une transmission par engrenages. Ainsi Yokota [53] utilise l'algorithme génétique sur un problème de conception optimale du poids d'un engrenage. Les variables de décision sont le module, le nombre de dents du pignon et de la roue, le diamètre des arbres et la largeur de denture. La fonction objectif est soumise à cinq contraintes qui satisfont la résistance à la flexion, la résistance de torsion des arbres et le dimensionnement de chaque roue. L'étude de Zarefar et Muthukrishnan [50] s'avère très similaire. Elle utilise un algorithme de recherche aléatoire adaptatif modifié. Cet algorithme est efficace pour les problèmes de petite taille avec un nombre de variables de décision limité. Les auteurs incluent l'angle d'hélice comme variable de décision supplémentaire. La pression de contact et la contrainte de flexion sont considérées comme des contraintes du problème. Gologlu et Zeyveli [54] minimisent le poids d'un réducteur à deux étages constitué de trois arbres et de deux engrenages hélicoïdaux. La puissance transmise, la vitesse d'entrée, l'angle d'hélice et le rapport de transmission total sont des données imposées. Les variables de décision sont les modules, le nombre de dents de chaque

roue dentée et les largeurs de denture. Tudose *et al.* [55] incluent le dimensionnement des arbres, des roulements et du carter dans leur analyse. Ils utilisent une combinaison de deux méthodes d'un algorithme évolutif comme méthode d'optimisation. En plus du nombre de dents et des angles d'hélice, les variables de décision discrètes sont liées aux arbres d'entrée et de sortie, aux roulements (pour chacun des trois arbres) et aux joints (à l'entrée et à la sortie), sélectionnées à partir d'un catalogue. Buiga et Popa [56] optimisent les arbres et le carter d'un réducteur simple étage à denture hélicoïdale (voir Figure I. 13) en utilisant deux types de matériaux pour les engrenages. Ce problème est soumis à 45 contraintes.

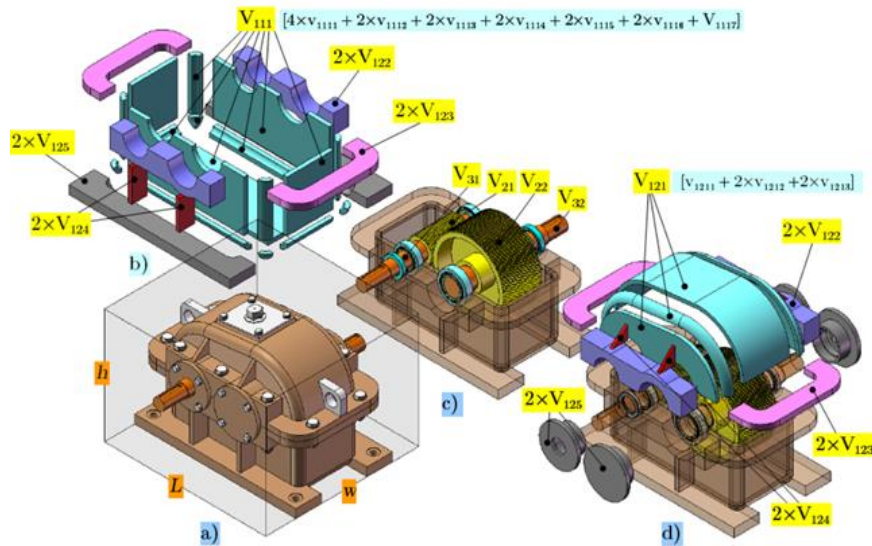


Figure I. 13 : Calcul du volume de réducteur à engrenages hélicoïdaux à un étage [56]

Buiga [57] s'intéresse également au cas d'un réducteur planétaire. Le travail de Savsani [58] utilise la méthode d'essais particuliers et le recuit simulé. Les variables de décision sont le module, les diamètres des arbres, le nombre de dents du pignon et la largeur de la denture. Les résultats sont comparés aux résultats publiés précédemment. De même, Golabi *et al.* [59] réalisent des travaux sur des trains d'engrenages à un et plusieurs étages pour minimiser le volume d'une boîte de vitesses (engrenages, arbres et carter). La puissance d'entrée, le rapport de transmission et le matériau des engrenages sont imposés. Les variables de décision sont les modules, les nombre de dents, les largeurs de denture et les diamètres des arbres.

Les études ([60], [61],[62]) s'intéressent aussi à l'optimisation mono-objectif. Ces études visent à réduire le volume/poids de l'engrenage en utilisant la macro-géométrie de la denture. Parfois, elles incluent également d'autres composants de la chaîne cinématique tels que les arbres ou les roulements.

La micro-géométrie des dents est également optimisée pour adapter la solution à un ensemble de conditions de fonctionnement spécifiques. Si cette micro-géométrie n'a pas d'influence sur les problématiques de poids ou de volume, elle en a en revanche sur le comportement dynamique de l'engrenage. Ainsi, Bonori *et al.* [63] ont tenté de trouver les modifications de profil optimales pour minimiser les fluctuations de l'erreur statique de transmission en utilisant un algorithme génétique. Les variables de décision sont les dépouilles en tête et en pied de dents. Des modifications de profil linéaire et parabolique sont prises en compte et comparées

au moyen de plusieurs stratégies d'optimisation basées sur l'analyse statique non linéaire par éléments finis.

L'ensemble des études est résumé dans le Tableau I. 2 qui décrit les variables de décision et les méthodes d'optimisation utilisées.

Références	Méthode utilisée	Fonctions objectifs	Variables de décisions
Yokota 1998 [53]	Algorithme génétique	Poids de l'engrenage	Module, diamètres des arbres, nombre de dents, largeur de la denture
Zarefar 1993 [50]	Algorithme de recherche aléatoire adaptative modifié	Poids d'un d'engrenage	Module, nombre de dents, angle d'hélice, largeur de la denture
Buiga 2012 [56]	Algorithme génétique	Masse totale d'un réducteur à engrenages hélicoïdaux à un étage	Nombre de dents, angle d'hélice, coefficient de saillie, entraxe, indice de catalogues des composants
Savsani 2009 [58]	Optimisation par essais particuliers et recuit simulé	Volume d'un engrenage hélicoïdal	Module, nombre de dents, angle d'hélice, largeur de la denture
Golabi 2014 [59]	Programme en Matlab (fmincon)	Volume du réducteur (y compris les engrenages, les arbres et le carter)	Module, nombre de dents, angle de pression, angle d'hélice et largeur de la denture
Chong 2002 [60]	Recuit simulé	Volume d'une boîte de vitesse	Module, nombre de dents et largeur de la denture
Tamboli 2014 [61]	Optimisation par essais particuliers	Volume d'un engrenage hélicoïdal	Module, nombre de dents, angle d'hélice et largeur de la denture

Rai 2018 [62]	Algorithme génétique	Volume d'un engrenage à denture hélicoïdale	Module, nombre de dents, changement de profil
Bonori 2008 [63]	Algorithme génétique	Fluctuations de l'erreur statique de transmission	Modifications de profil
Gologlu 2009 [54]	Algorithme génétique	Volume d'un train d'engrenage	Module, nombre de dents, largeur de denture
Tudose 2010 [55]	Algorithme évolutionnaire à deux phases	Poids d'un réducteur à deux étages	Nombre de dents, angle d'hélice, coefficient de saillie, entraxe, largeur de denture, etc.
Buiga 2013 [57]	Algorithme génétique	Masse totale d'un réducteur	Nombre de dents, angle d'hélice, coefficient de saillie, entraxe, indice de catalogues des composants

Tableau I. 2 : Résumé des études sur l'optimisation mono-objectifs

I.7.2 Optimisation multi-objectifs

Dans le contexte de l'optimisation des paramètres macro-géométriques des engrenages, les études citées dans la section précédente se focalisent sur un seul objectif. Les solutions résultantes de ce processus sont probablement sous-optimales, ou inacceptables, par rapport aux autres critères importants, tels que les pertes de puissance ou les niveaux de bruit. Ainsi, des études d'optimisation multi-objectifs doivent être menées lors de la conception des engrenages.

Pour obtenir les dimensions optimales des arbres d'une boîte de vitesses, ainsi que de l'engrenage et des roulements, Mendi *et al.* [64] optimisent le volume de la transmission et les efforts transmis aux roulements. Ils utilisent un algorithme génétique. Les variables de décision sont les paramètres macro-géométriques de la denture. Dans cette étude, ils montrent que les résultats sont obtenus plus rapidement et sont meilleurs que ceux déterminés par les méthodes analytiques. Toujours dans une optique d'optimisation dimensionnelle, Osyczka [65] minimise les fonctions objectifs suivantes : la largeur de la boîte de vitesses, l'entraxe entre les arbres d'entrée et de sortie, le volume des éléments et la vitesse périphérique des engrenages. Des méthodes numériques prenant en compte le principe min-max (méthode qui consiste à transformer le problème en un problème à un seul objectif où l'on cherche à minimiser l'écart relatif par rapport à un point de référence, appelé but fixé, par la méthode ou le décideur) ainsi

que la méthode de Monte Carlo et des études de compromis ont été utilisées comme méthode d'optimisation. Au-delà des seules questions dimensionnelles, Abuid et Ameen [66] optimisent un système d'engrenages droits à deux étages en se basant sur un tirage aléatoire de 11 variables de décision. Les fonctions objectifs sont le volume, l'entraxe de la transmission et l'amplitude des réponses dynamiques des trois arbres et des deux engrènements calculées à partir d'un modèle dynamique à douze degrés de liberté. Les fonctions objectifs sont régies par onze variables macro-géométriques. Miler *et al.* [49] utilisent un algorithme génétique pour optimiser le volume d'un engrenage droit et les pertes de puissance à la denture. Les variables de décision sont le module, le nombre de dents du pignon, les coefficients de déport du pignon et de la roue et la largeur de denture. Ils montrent qu'une augmentation du module et des coefficients de déport réduit les pertes de puissance. Patil *et al.* [67] utilisent un algorithme génétique Non-dominated Sorting Genetic (NSGA-II) pour optimiser le volume de la transmission et les pertes totales, à l'exception des pertes par barbotage. Pour cela, ils prennent en compte les interconnexions entre les sous-systèmes (engrenages, roulements, joints). Outre les exigences de résistance, des contraintes tribologiques, telles que l'usure et le grippage, sont incluses. Les auteurs montrent que la non prise en compte de ces contraintes conduit à une forte probabilité de défaillance.

Plusieurs études font état d'optimisation en utilisant des paramètres micro-géométriques des engrenages. Dans ce cas de figure, et comme cela a été vu auparavant sur les approches de type mono-objectif, l'erreur de transmission constitue souvent une des fonctions que les auteurs cherchent à optimiser. C'est l'exemple de Korta *et al.* [7] qui ont présenté une approche basée sur la méthode des surfaces de réponses pour l'optimisation des engrenages, en utilisant la modification du profil des dents comme variables de décision. Cette approche basée sur un méta-modèle permet de tester un grand nombre de modifications possibles des dents des engrenages. Trois techniques de méta-modélisation distinctes sont étudiées : processus gaussien (stochastique), Shepard k-Nearest (déterministe non paramétrique) et polynômial (déterministe paramétrique). Dans la stratégie d'optimisation décrite et mise en œuvre, l'objectif est de trouver des valeurs réduites de l'erreur de transmission crête à crête et de la contrainte de contact maximale tout au long du cycle d'engrènement, en maintenant le coefficient de sécurité lié à la fatigue de flexion des dents au-dessus d'un seuil requis.

Afin de réduire les vibrations et les bruits de transmission dans les boîtes de vitesses des bus électriques, Lei *et al.* [8] ont réalisé une optimisation multi-objectifs. L'amplitude crête à crête de l'erreur statique de transmission, ses harmoniques et la plus grande charge par unité de surface ont été incluses comme fonctions objectifs. L'algorithme d'optimisation des essais particuliers est appliqué pour optimiser les paramètres micro-géométriques d'une transmission manuelle automatisée à quatre vitesses (voir Figure I. 14). Les variables de décision sont les modifications du profil en tête et du bombé du pignon et de la roue.

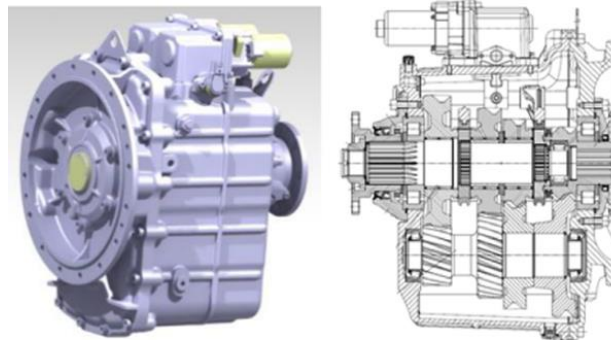


Figure I. 14 : schéma structurel d'une transmission manuelle automatisée à quatre vitesses [8]

Ghribi *et al.* [68] mettent en œuvre la méthode NSGA-II pour améliorer les performances des engrenages droits et hélicoïdaux en appliquant des corrections de dentures. Les variables de décision sont la profondeur de la correction de profil adimensionnée (E^*) et la longueur de correction de profil adimensionnée impactée (Γ) (voir Figure I. 15), et les objectifs sont de réduire les fluctuations de l'erreur statique de transmission, les pertes de puissance à la denture et le produit entre la pression de contact et la vitesse de glissement. La forme choisie des modifications de profil, linéaire ou quadratique, est ensuite discutée. La Figure I. 16(a) présente le front de Pareto obtenu pour les objectifs associés au facteur de pertes et aux fluctuations de l'erreur statique de transmission. Le contour rouge dans cette figure indique un compromis raisonnable entre les pertes par frottement et l'amplitude des fluctuations de l'erreur de transmission. La Figure I. 16(b) montre que des valeurs importantes de corrections de forme ont tendance à faire décroître les pertes de puissance à la denture. Enfin, la robustesse des solutions optimales au désalignement des arbres est testée.

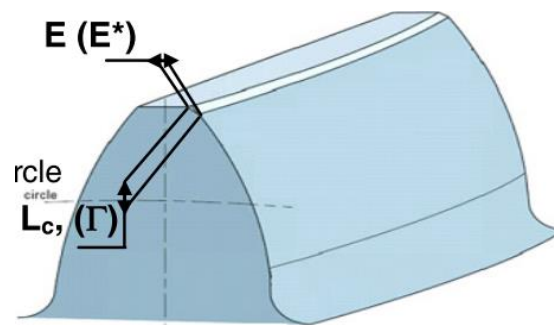


Figure I. 15 : paramètres de correction de profil : la profondeur de la correction de profil E et la longueur de correction de profil Γ [68]

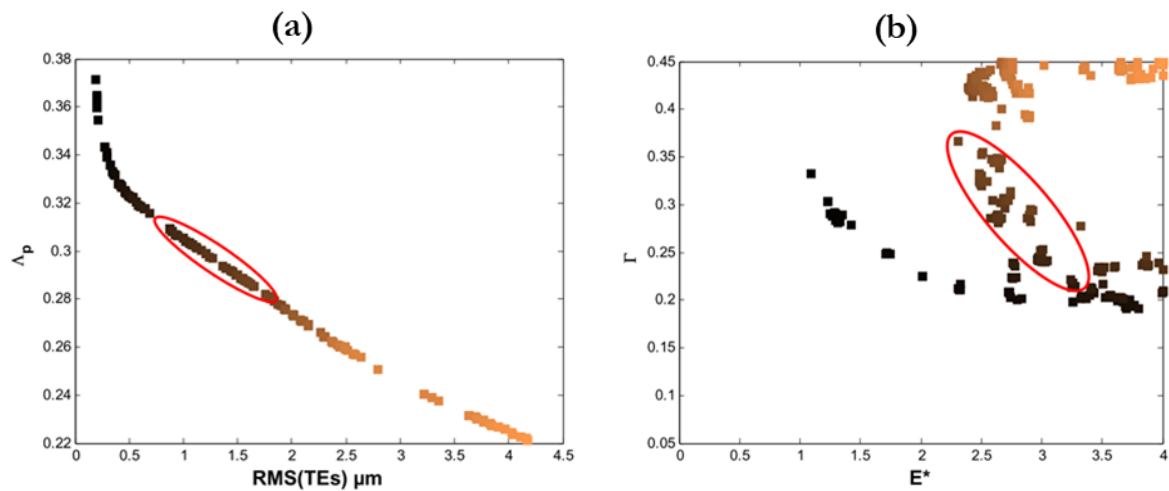


Figure I. 16 : (a) : Front de Pareto, (b) : solutions associées à ce front de Pareto [68]

Lagresle *et al.* [69] ont présenté un processus d'optimisation multi-objectifs de la micro-géométrie des engrenages en utilisant un algorithme modifié d'essaim particulaires. Les auteurs ont supposé que la macro-géométrie est entièrement définie. Divers objectifs, tels que la pression de contact maximale sur les flancs des engrenages, la valeur efficace de l'erreur de transmission, la contrainte de flexion des dents et/ou le facteur pression-vitesse, ont été optimisés. Les variables de décision sont la profondeur et la longueur de correction de profil, la profondeur du bombé des deux flancs.

Garambois *et al.* [70] effectuent une optimisation de la micro et macro-géométries pour minimiser l'excitation générée par la transmission des engrenages en utilisant l'algorithme génétique NSGA-II. Les fluctuations de l'erreur de transmission et la raideur d'engrènement sont considérées comme les fonctions objectifs tandis que la résistance mécanique, la pression de contact maximale, le rapport de contact total et le rapport de glissement spécifique sont considérés comme des contraintes de l'optimisation.

Le Tableau I. 3 résume les études portant sur l'optimisation multi-objectifs de la micro et macro-géométries de la denture.

Références	Méthode utilisée	Fonctions objectifs	Variables de décisions
Mendi 2010 [64]	Algorithme génétique	volume de l'engrenage, volume de l'arbre et choix des roulements	Module, nombre de dents, diamètre et longueur des arbres, etc.
Osyczka 1978 [65]	Principe min-max, méthode de Monte Carlo et des études de compromis	Volume des éléments, vitesse périphérique entre les engrenages, largeur de la boîte de vitesses et distance entre les	Module, nombre de dents et largeur de la denture

		axes des arbres d'entrée et de sortie	
Abuid 2003 [66]	Méthode Min-Max combinée à une technique de recherche directe	Volume des engrenages, l'entraxe et cinq facteurs dynamiques intermédiaire	Nombre de dents, inerties du pignons et des roues, raideurs
Miler 2018 [49]	Algorithme génétique	Pertes de puissance par frottement dans les engrenages et volume de l'engrenage	Module, nombre de dents du pignon et de la roue, coefficients de déport du pignon et de la roue et largeur de la denture.
Patil 2019 [67]	Algorithme génétique NSGA-II	Volume et pertes totales de puissance (sans tenir en compte des pertes par barbotage)	Modules, nombre de dents, angle d'hélice, diamètre des arbres, direction d'hélice, largeur de la denture
Korta 2017 [7]	Trois techniques de méta-modélisation: processus gaussien (stochastique), Shepard, k-Nearest (déterministe non paramétrique) et Polynômial (déterministe paramétrique).	Erreur de transmission crête à crête, contrainte de contact maximale,	Micro-géométrie du profil des dents
Lei 2020 [8]	L'algorithme d'optimisation des essaims particuliers est appliqué pour optimiser	Amplitude crête à crête de l'erreur statique de transmission, ses harmoniques, la plus grande charge par unité de surface	Modifications du profil en tête et du bombé du pignon et de la roue
Ghribi 2012 [68]	Algorithme NSGA-II	Fluctuations quasi-statiques des erreurs de transmissions, les pertes de puissance par frottement le facteur pV (le produit entre la pression de contact et la vitesse de glissement	Longueur adimensionnée et profondeur de la correction de profil adimensionnée

Lagresle 2019 [69]	Algorithme modifié d'essaim particulaires	Pression de contact maximale sur les flancs des engrenages, racine carrée de l'erreur de transmission, contrainte de flexion des dents et/ou le facteur pression-vitesse	Profondeur et longueur de correction, profondeur du bombé des deux flancs
Garambois 2017 [70]	Algorithme NSGA-II	Fluctuations de l'erreur de transmission et de la raideur d'engrènement	Nombre de dents, angle d'hélice, coefficient de saillie, coefficient de déport, bombé d'hélice, dépouille, profondeur en tête

Tableau I. 3 : Résumé des études sur l'optimisation multi-objectifs

I.8 Remarques sur l'optimisation multi-objectifs d'une transmission par engrenages

La partie précédente présente les résultats bibliographiques qu'il a été possible de collecter. L'analyse s'est concentrée sur un cadre complet de processus d'optimisation mono et multi-objectifs comprenant à la fois la macro- et la micro-géométrie. Sur la base de la documentation examinée, quelques remarques peuvent être formulées.

Une seule étude complète [70], portant à la fois sur l'optimisation de la macro- et de la micro-géométrie, a été trouvée dans les études présentées dans cette revue bibliographique. La plupart des études se concentrent sur l'optimisation de l'une ou l'autre (voir Tableau I. 4). En assurant une procédure d'optimisation complète, on peut penser qu'il serait possible de faire progresser les propriétés de toute la transmission.

	Macro-géométrie	Micro-géométrie	Macro et micro-géométrie
Mono-objectifs	[50], [53], [54], [55], [56], [71], [57], [62], [61], [58], [59],[60]	[63]	
Multi-objectifs	[64], [65], [66], [49], [67], [67], [6]	[8],[68],[69],[7]	[70]

Tableau I. 4 : Type d'optimisation de chaque étude

Un grand nombre d'études utilisent le volume (poids) d'un engrenage en tant que fonction objectif.

Pour concevoir un réducteur avec un bon rendement, il est nécessaire de prendre les pertes de puissance comme fonction objectif. Sur la base des études citées dans la partie bibliographique,

la plupart ([49], [68]) utilisent les pertes par frottement aux dentures comme fonction à minimiser. Par contre, dans une transmission de puissance, les pertes de puissance comprennent les pertes dans les engrenages, dans les roulements et dans les joints [72]. Patil *et al.* [67] a réalisé une optimisation multi-objectifs pour réduire le volume de la boîte de vitesses et les pertes de puissance totales. Mais les pertes par barbotage ne sont pas prises en compte dans cette étude car elles dépendent de la profondeur d'immersion dans le carter. En outre, l'impact de la température des transmissions par engrenages sur les pertes générées lors du fonctionnement n'est pas pris en compte dans la littérature ci-dessus. Il convient de noter que les estimations des pertes de puissance dépendent fortement de la distribution de la température comme mentionné dans le paragraphe I.4.

De nombreuses études ont traité le comportement vibratoire d'un réducteur ([7], [8], [68], [69], [70]). La plupart du temps, la réponse dynamique de l'engrenage est analysée à partir de modèles de la chaîne cinématique qui cherchent à prédire la fluctuation des efforts de contact entre les dents en prise, générée par l'erreur de transmission à l'origine des vibrations de la transmission. Dans ces études, le carter est généralement supposé rigide. Néanmoins, l'analyse des interactions dynamiques entre dentures, lignes d'arbres, roulements et carter [11] permet de mettre en évidence la nécessité de modéliser l'ensemble des composants de la transmission, et notamment le carter. Son influence est d'autant plus grande que l'augmentation des puissances massiques conduit à concevoir des carters de moins en moins épais et à introduire des matériaux plus légers mais aussi moins rigides. Cette approche globale permet d'évaluer l'influence du carter sur la réponse dynamique de la chaîne cinématique et sur les efforts dynamiques de contact au niveau des dentures et des roulements comme indiqué dans le paragraphe I.3.

Dans la plupart des travaux cités ci-dessus, les méthodes d'optimisation sont appliquées pour des composants individuels (engrenage ou arbre) ou des ensembles intermédiaires plutôt qu'à l'ensemble de la transmission de puissance, sans tenir compte des interconnexions entre les sous-systèmes (engrenages, arbres, huile et roulements). Peu d'études essaient d'étendre l'analyse au-delà de la denture et de prendre en compte toute la transmission. Ainsi la question suivante peut se poser : si on raisonne au niveau de la denture, est ce que la solution est optimale ou est ce qu'il faut étendre l'analyse à toute la transmission ? Pour répondre à cette question, on doit comparer les résultats issus des modèles à l'échelle locale (au niveau de la denture) à ceux issus des modèles globaux qui prennent en compte toute la transmission.

I.9 Conclusion

La bibliographie a montré que différentes études existaient dans le domaine des engrenages. Si un certain consensus ressort sur les algorithmes à utiliser pour mener des optimisations multi-objectifs sur ce type de système, à savoir des algorithmes génétiques, des questions restent ouvertes quant à l'échelle de modélisation à utiliser ou à propos du type de variables sur lesquelles travailler. Pour répondre à ces questions, le présent travail s'appuie sur les différentes remarques formulées pour développer et mettre en œuvre un algorithme d'optimisation, via une approche multi-échelles qui va du contact entre les dentures d'engrenage à la transmission complète (un réducteur simple étage composé d'un engrenage à denture hélicoïdale), afin de minimiser la perte de puissance, les excitations générées par l'engrènement et la réponse vibro-

acoustique du carter, à partir des paramètres de conception macro et micro-géométriques des dentures.

Une analyse détaillée sur la modélisation du réducteur, le calcul des pertes de puissance totales, de l'erreur de transmission générée par l'engrènement et de la puissance acoustique rayonnée est proposée dans le deuxième chapitre. Les chapitres suivants présentent les résultats de l'optimisation de la macro et/ou micro-géométrie de denture obtenus.

Chapitre II : Modélisation de la transmission par engrenages pour calculer des fonctions objectifs

II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous proposons de mettre en place différents types de modélisation qui seront utilisées par la suite afin de voir si un raisonnement limité au niveau de la denture conduit à trouver des solutions suffisamment optimales en termes d'efficacité énergétique et de comportement NVH, ou s'il faut mener l'analyse en prenant en compte l'interaction de la denture avec le reste de la transmission. Ce chapitre est organisé comme suit. La première partie présente le système d'étude. La deuxième partie présente une approche locale qui se focalise principalement au niveau de la denture. La troisième partie présente une approche globale qui intègre l'ensemble de la transmission de puissance.

II.2 Système d'étude

Le système d'étude est un réducteur mécanique à simple étage, présenté sur la Figure II. 1, équipé d'un engrenage à denture hélicoïdale dont les caractéristiques macro-géométriques sont présentées dans le Tableau II. 1. Les caractéristiques micro-géométriques sont détaillées dans le Tableau II. 2. Les variables de décision qui sont susceptibles de varier au cours de l'optimisation sont les paramètres macro-géométriques correspondant à l'angle de pression normal α_0 et l'angle d'hélice β , et les paramètres micro-géométriques correspondant à la profondeur E et la longueur adimensionnée Γ de la correction de profil linéaire du pignon et de la roue menée. L'entraxe a_w est imposé conduisant à un module normal m_0 variable non normalisé selon les valeurs de l'angle d'hélice β choisies. Ces paramètres ont un impact sur le comportement vibro-acoustique ou énergétique du réducteur.

Le pignon et la roue menée sont montés sur deux lignes d'arbres parallèles (arbre primaire et arbre secondaire) supportés par des roulements à une rangée de billes dont les caractéristiques sont présentées dans le Tableau II. 3. Les composants de la chaîne cinématique sont assemblés dans un carter en acier de forme parallélépipédique rectangle d'une épaisseur moyenne égale à 10 mm. Les arbres primaires et secondaires sont reliés au moteur et à la charge.

Le réducteur est lubrifié par barbotage avec une huile dont les propriétés sont indiquées dans le Tableau II. 4. Le niveau d'huile est fixé à 15 mm en dessous de l'axe des arbres (voir Figure II. 1(b)). Le régime de fonctionnement correspond à un couple moteur égal à $C = 500 \text{ N m}$ et une vitesse d'entrée égale à $\omega_e = 3000 \text{ tr min}^{-1}$.

	Pignon	Roue
Nombre de dents Z	29	80
Module normal m_0 (mm)	variable	
Largeur de denture b (mm)	30	
Angle de pression normal α_0 (°)	variable	
Angle d'hélice β (°)	variable	
Sens d'hélice	droite	gauche
Coefficient de déport x	0,2	-0,2
Coefficient de saillie x_a	1,2	0,8
Coefficient de creux x_f	1,05	1,05
Entraxe a_w (mm)	174	

Tableau II. 1 : Caractéristiques macro-géométriques de l'engrenage

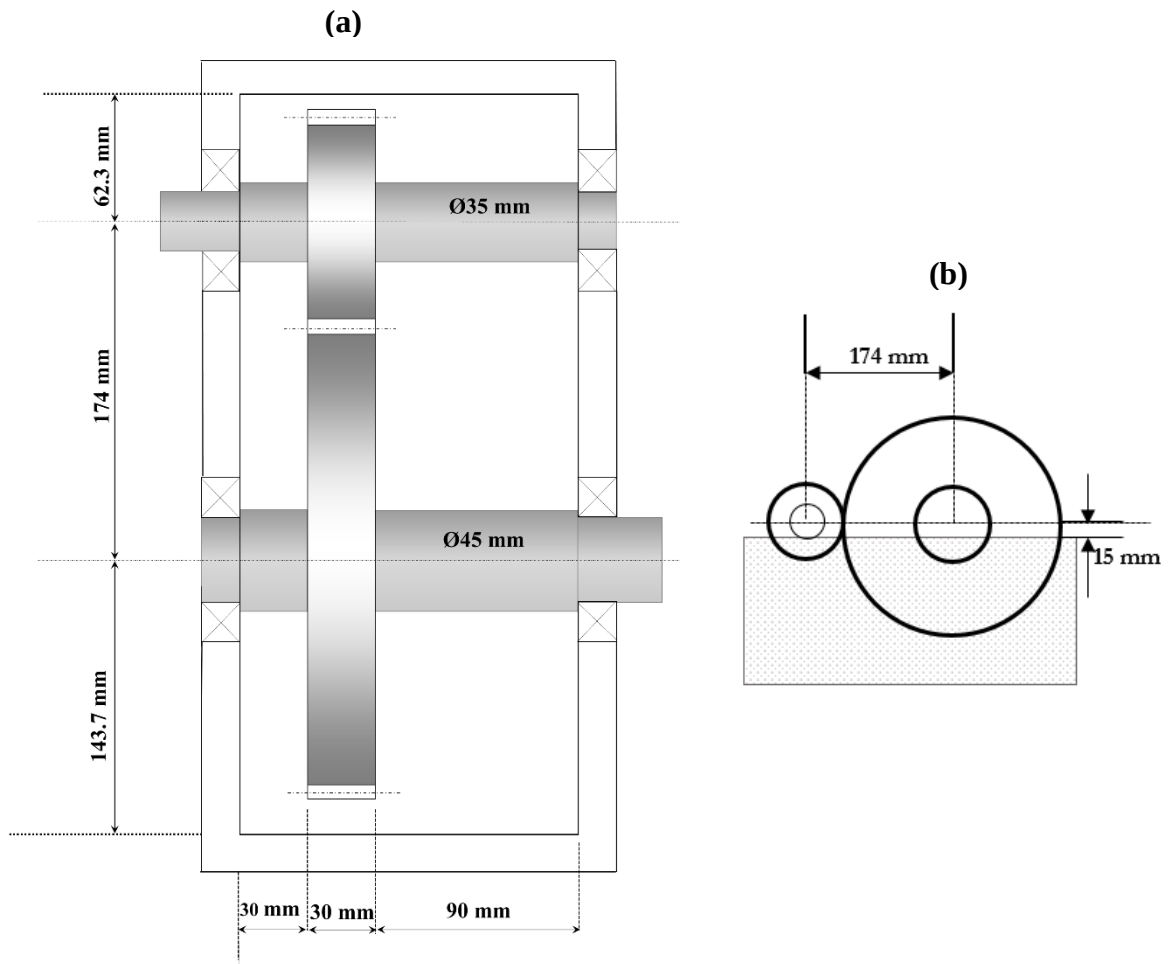


Figure II. 1 : Réducteur mécanique simple étage

Bombé longitudinal (μm)	10
Profondeur de la correction de profil E (μm)	variable
Longueur de correction de profil adimensionnée Γ	variable

Tableau II. 2 : Caractéristiques micro-géométriques de l'engrenage

	Arbre primaire	Arbre secondaire
Diamètre intérieur (mm)	35	45
Diamètre extérieur (mm)	72	85
Largeur (mm)	17	19
Vitesse de rotation maximale (tr min^{-1})	6300	5000

Tableau II. 3 : Caractéristiques des roulements

Viscosité cinématique à 40 °C (cSt)	120
Viscosité cinématique à 100 °C (cSt)	15,9
Masse volumique (kg m^{-3})	860

Tableau II. 4 : Propriétés du lubrifiant

II.3 Modèles pour une optimisation focalisée sur le comportement de la denture

Dans cette partie, l'idée est de raisonner principalement au niveau de la denture. La seule source de chaleur considérée correspond à la perte par frottement à la denture. L'erreur dynamique de transmission, qui correspond à la réponse de l'engrenage aux excitations internes, est retenue comme indicateur du comportement dynamique du réducteur.

II.3.1 Comportement dynamique des engrenages

II.3.1.1 Présentation du modèle d'engrenage

Le pignon et la roue sont assimilés à deux cylindres rigides ayant chacun six degrés de liberté et sont reliés entre eux par une raideur élastique qui représente la liaison entre dentures. Les 12 degrés de liberté sont introduits comme suit : u_k, v_k, w_k (trois translations) sont les déplacements le long respectivement de l'axe $\mathbf{U}$ selon l'entraxe, de l'axe $\mathbf{V}$ perpendiculaire à $\mathbf{U}$ et de la direction axiale $\mathbf{Z}$; $\varphi_k, \psi_k, \theta_k$ sont les rotations autour des axes $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ et $\mathbf{Z}$ respectivement ($k = 1$ pour le pignon et $k = 2$ pour la roue) (voir Figure II. 2). Ces roues dentées sont supportées par des arbres qui sont liés au carter par l'intermédiaire de paliers. Les arbres (I, II, III, IV) sont modélisés par des éléments de poutre de type Timoshenko [73] avec deux nœuds et six degrés de liberté par nœud, comme le montre la Figure II. 3. Ce modèle prend en compte les déformations des dentures, des arbres et des paliers, tout en supposant les corps des roues infiniment rigides. Les roulements sont modélisés par des éléments de raideur radiale et axiale.

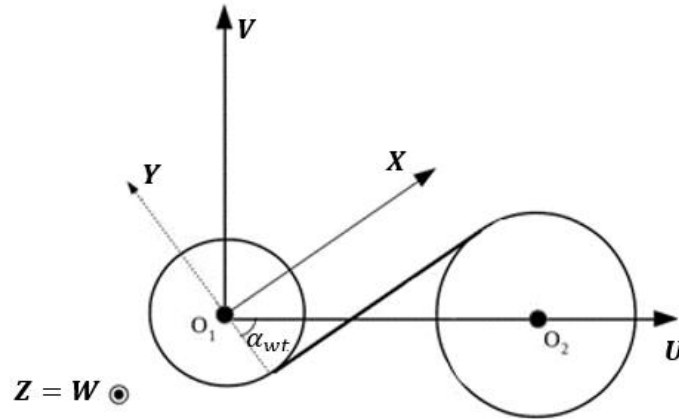
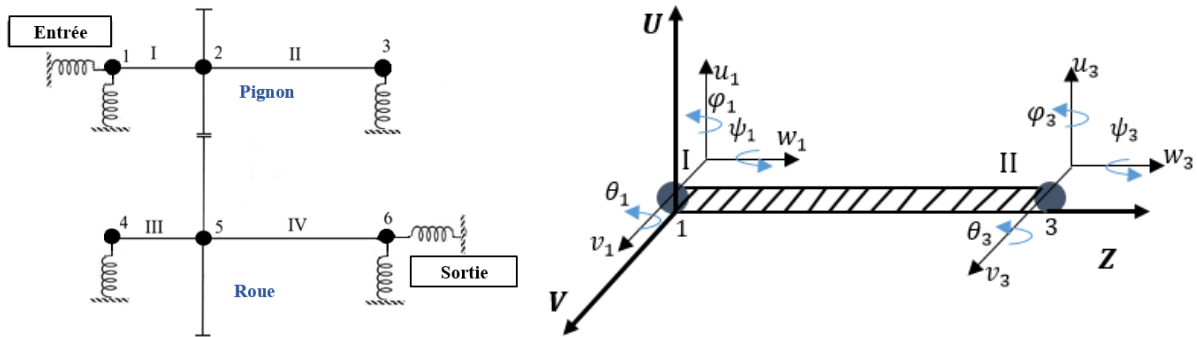


Figure II. 2 : Modèle de système d'engrenages tel que X est dans la direction de la ligne d'action et U est dans la direction de la ligne O_1O_2



**Figure II. 3 : Modèle de la transmission par engrenages
1, 2,..., 6 : Numéros des nœuds
I, II, III, IV : Numéros des éléments d'arbres**

II.3.1.2 Paramètres intervenant dans le modèle

Raideur d'engrènement

- Raideur calculée par la norme ISO 6336

La norme ISO 6336 [74] donne une approximation de la raideur d'engrènement par unité de longueur k_0 sous cette forme :

$$k_0 = \cos(\beta) \frac{0,8}{q_0} \quad \text{II - 1}$$

β est l'angle d'hélice primitif, q_0 est une fonction du nombre de dents, des coefficients de déport et des coefficients déterminés par [74].

La déformée totale d'un couple de dents provient de plusieurs contributions : la déformée de flexion de dent δ_b , la déformée de fondation δ_{fw} et la déformée de contact δ_c .

- Raideur de contact entre les dents

L'expression de la raideur de contact est basée sur le modèle classique de contact hertzien en 2D. Weber et Banascheck [75] ont proposé cette formule pour déterminer la déformée du contact :

$$\delta_c = 4 \frac{F}{b} \frac{1 - \nu^2}{\pi E_Y} \left(\ln \frac{\sqrt[2]{k_1 k_2}}{a_H} - \frac{\nu}{2(1 - \nu)} \right) \quad \text{II - 2}$$

$$\text{avec } a_H = \sqrt{8 \frac{F}{b} \rho_{eq} \frac{1 - \nu^2}{\pi E}} \quad \text{II - 3}$$

$\frac{F}{b}$ est la force appliquée par unité de largeur, E_Y est le module d'Young, ν est le coefficient de Poisson, k_i est la distance entre le point de contact et le plan médian de la denture. a_H est la demi-largeur de contact hertzien, ρ_{eq} est le rayon de courbure équivalent tel que $\rho_{eq} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$, ρ_i ($i = 1, 2$) est le rayon de courbure.

- Raideur de la flexion de dent

La composante de flexion de la dent est estimée en assimilant cette dernière à une poutre encastrée libre de section variable [75] soumise à une force F dans la direction de la ligne d'action (voir Figure II. 4). Après avoir mis en équation le travail de l'effort extérieur et l'énergie de déformation de la dent en flexion, la déflexion dans la direction de la force aux points de la fibre neutre peut être dérivée comme suit :

$$\delta_b = \frac{F}{b} \frac{1}{E} \cos^2(\alpha_0) [10,92 \int_0^{u_w} \frac{(u_w - y)^2}{d(y)^2} dy + 3,1(1 + 0,29 \tan^2(\alpha_0)) \int_0^{u_w} \frac{1}{d(y)} dy] \quad \text{II - 4}$$

$\frac{F}{b}$ est la force appliquée par unité de largeur, E est le module d'Young, α_0 est l'angle de pression, u_w est la distance entre la direction de la force et le pied des dents. Les autres paramètres sont indiqués sur la Figure II. 4.

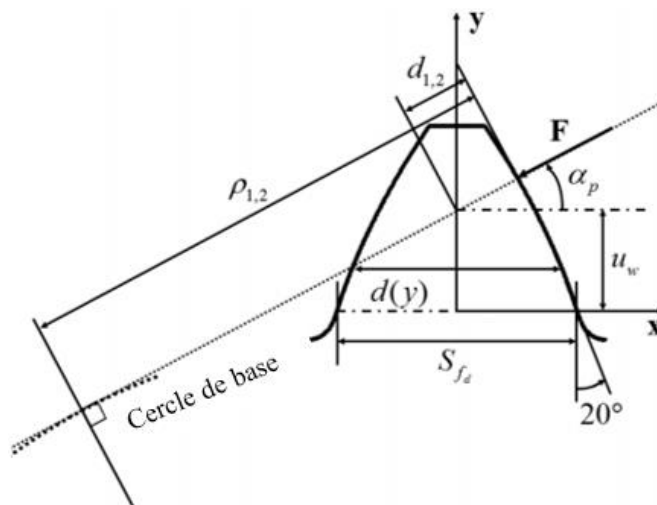


Figure II. 4 : Définition des paramètres de la dent pour le calcul de la rigidité [75]

- Raideur de la fondation de la dent

En réalité, la liaison entre les dents et les corps d'engrenage ne peut pas être modélisée par un encastrement. Un déplacement supplémentaire doit être ajouté pour tenir compte de la déformation du corps d'engrenage. Weber [75] a considéré que la dent est implantée dans un demi-plan élastique en introduisant des distributions de contraintes normales et de cisaillement. La forme générale de la déflexion supplémentaire apportée peut être exprimée sous cette forme :

$$\delta_{fw} = \frac{F}{b} \frac{1}{E} \cos^2(\alpha_0) \left[L \left(\frac{u_w}{S_{fw}} \right)^2 + M \left(\frac{u_w}{S_{fw}} \right) + P(1 + Q \tan^2(\alpha_0)) \right] \quad \text{II - 5}$$

S_{fw} est l'épaisseur de la dent au niveau de la section critique, L , M , P et Q sont des constantes qui dépendent du coefficient de Poisson.

La raideur équivalente est donnée par :

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{\partial(\delta_{fw} + \delta_b + \delta_c)}{\partial F} \quad \text{II - 6}$$

F est l'effort appliqué.

L'élasticité du contact est modélisée en affectant une raideur élémentaire (k_{ij}) à chaque point de contact potentiel (voir Figure II. 5).

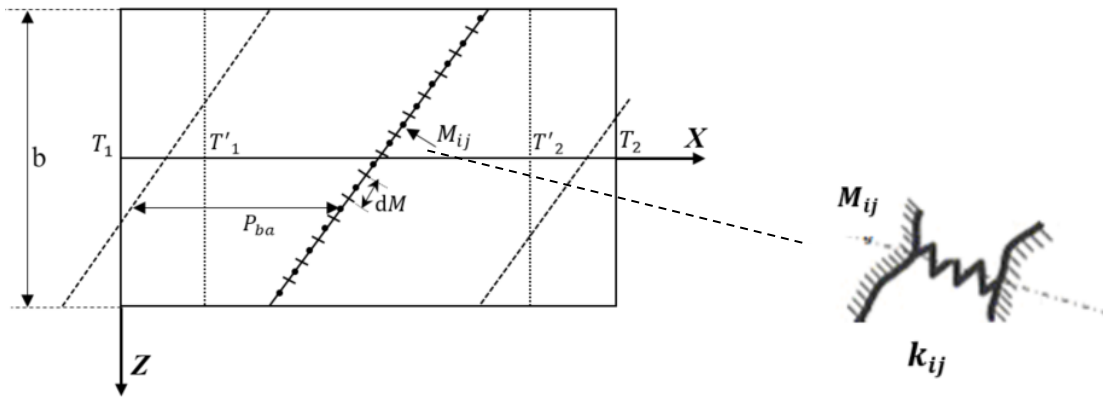


Figure II. 5 : Discretisation des lignes de contact

La raideur globale instantanée est la somme, à chaque instant, de toutes les raideurs élémentaires sur les cellules en contact :

$$k(t) = \sum_i \sum_j k_{ij} \quad \text{II - 7}$$

k_{ij} est la raideur élémentaire, i est l'indice d'une ligne de contact, j est l'indice du segment de discrétisation de la ligne de contact.

Erreurs totales

L'écart total est constitué par la contribution des différents écarts normaux résultant des écarts de fabrication et de montage. Chacun de ces écarts est défini par la distance entre la surface réelle et la surface théorique selon la normale externe du profil considéré. L'écart total selon la normale au point de contact potentiel M_{ij} est $e(M_{ij})$ tel que :

$$e(M_{ij}) = e_1(M_{ij}) + e_2(M_{ij}) \quad \text{II - 8}$$

$e_1(M_{ij})$, $e_2(M_{ij})$ sont les écarts normaux individuels au point M_{ij} sur le pignon et la roue respectivement (voir Figure II. 6). Ces écarts $e_k(M_{ij})$ sont positifs pour un excès de matière et négatifs lorsqu'une partie de la matière est retirée de la géométrie idéale. À tout moment, il existe au moins un point de contact (M^*) entre les dents qui est caractérisé par un écart normal maximal $E(M^*)$ tel que :

$$E(M^*) = \text{Max}(e(M_{ij})) \quad \text{II - 9}$$

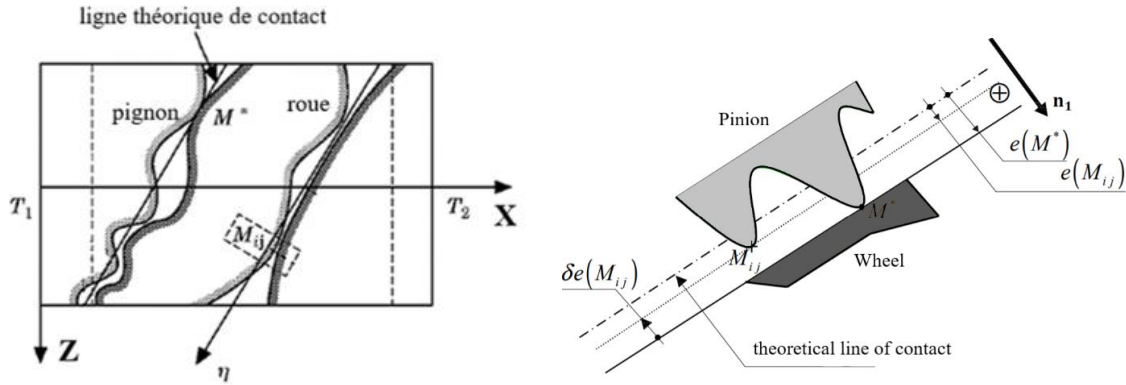


Figure II. 6 : Configuration du point de contact (inspiré par [76])

II.3.1.3 Equation de mouvement et calcul de l'erreur de transmission

Ainsi, en raison des déviations géométriques, il y a apparition de déviations par rapport à la loi de transmission idéale, ce qui conduit à écrire la relation suivante entre les vitesses de rotation :

$$\begin{cases} \Omega_1 = \Omega_{1 \text{ idéal}} + \frac{d\theta_1}{dt} \\ \Omega_2 = \Omega_{2 \text{ idéal}} + \frac{d\theta_2}{dt} \end{cases} \quad \text{II - 10}$$

θ_1, θ_2 sont les écarts de position angulaire du pignon et de la roue par rapport au cas idéal. A partir des équations précédentes et dans des conditions sans charge, l'équation liant la vitesse de rotation et les écarts est donnée par :

$$R_{b1}\Omega_1 + R_{b2}\Omega_2 = -\frac{1}{\cos(\beta_b)} \frac{dE(M^*)}{dt} \quad \text{II - 11}$$

Ω_1, Ω_2 sont respectivement les vitesses de rotation du pignon et de la roue, β_b est l'angle d'hélice de base sur le plan de base et $E(M^*)$ est la déviation normale maximale sur tous les points de contact potentiels à un instant t .

L'erreur statique de transmission sans charge ($ETSC$), qui correspond à une vitesse et à un couple d'entrée très faibles (de sorte que les dents restent en contact sans se déformer), résulte exclusivement des erreurs de fabrication et de montage des engrenages et de la modification intentionnelle de la micro-géométrie. Son calcul est illustré par exemple dans [77] et [78]. La dérivée temporelle de la $ETSC$ est définie comme suit :

$$\frac{d}{dt}(ETSC) = R_{b1}\Omega_1 + R_{b2}\Omega_2 = -\frac{1}{\cos(\beta_b)} \frac{dE(M^*)}{dt} \quad \text{II - 12}$$

L'écart relatif associé à un point M_i sur la ligne de contact est défini comme la différence entre l'écart normal maximum $E(M^*)$ et l'écart normal total en ce point, présent sur la ligne de contact à un instant donné. Il est noté :

$$\delta_e(M_{ij}) = E(M^*) - e(M_{ij}) \quad \text{II - 13}$$

En plus des écarts géométriques, la prise en compte de l'élasticité génère une action de contact entre le pignon (1) et la roue (2). Par conséquent, et comme mentionné précédemment et selon [76], les déplacements du pignon et de la roue par rapport à l'état de référence sont faibles de sorte qu'ils peuvent être décrits par un torseur de petits déplacements dont les coordonnées associées sont définies par :

$$\{\tau_k\} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}_k(O_k) = u_k \mathbf{U} + v_k \mathbf{V} + w_k \mathbf{Z} \\ \boldsymbol{\omega}_k = \varphi_k \mathbf{U} + \psi_k \mathbf{V} + \theta_k \mathbf{Z} \end{array} \right\} \quad \text{II - 14}$$

O_1, O_2 sont les centres du pignon et de la roue respectivement, $k = 1$ est associé au pignon et $k = 2$ à la roue.

Le déplacement mentionné dans l'équation II - 14, qui représente les degrés de liberté du pignon et de la roue, est réarrangé sous forme vectorielle comme suit

$$\mathbf{q}^T = \langle u_1, v_1, w_1, \varphi_1, \psi_1, \theta_1, u_2, v_2, w_2, \varphi_2, \psi_2, \theta_2 \rangle \quad \text{II - 15}$$

L'erreur de transmission (ET) est considérée comme un indicateur global du comportement de la transmission par engrenages. Elle prend en compte la déformation des dents, ainsi que les déformations des arbres et des roulements, les écarts de forme et les défauts d'assemblage. L'erreur de transmission (ET) est exprimée comme un déplacement sur le plan de base :

$$\begin{aligned} ET &= R_{b1} \left[\int_0^t \Omega_1(\xi) d\xi + \theta_1 \right] + R_{b2} \left[\int_0^t \Omega_2(\xi) d\xi + \theta_2 \right] \\ &= R_{b1} \theta_1 + R_{b2} \theta_2 + ETSC \end{aligned} \quad \text{II - 16}$$

En effet, pour chaque point (M_{ij}) de la ligne de contact, l'effet combiné des déplacements infinitésimaux du pignon et de la roue introduit une déviation normale $\delta(M_{ij})$ par rapport aux

positions des corps rigides. Pour passer des déplacements infinitésimaux de la roue et du pignon à $\delta(M_{ij})$, on obtient l'expression suivante :

$$\delta(M_{ij}) = (\mathbf{u}_1(M_{ij}) - \mathbf{u}_2(M_{ij})) \cdot \mathbf{n}_1 = \mathbf{S}(M_{ij})^T \mathbf{q} \quad \text{II - 17}$$

Où $\mathbf{q}$ est le vecteur des degrés de liberté du pignon et de la roue et $\mathbf{S}(M_{ij})$ est un vecteur structurel qui dépend de la géométrie de l'engrenage et il est exprimé par :

$$\mathbf{S}(M_{ij}) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{O}_1 \mathbf{M}_{ij} \wedge \mathbf{n}_1 \\ -\mathbf{n}_1 \\ -\mathbf{O}_2 \mathbf{M}_{ij} \wedge \mathbf{n}_1 \end{bmatrix} \quad \text{II - 18}$$

La déviation $\Delta(M_{ij})$ dépend à la fois de la déviation normale $\delta(M_{ij})$ et de la déviation relative $\delta_e(M_{ij})$ définie ci-dessous :

$$\Delta(M_{ij}) = \delta(M_{ij}) - \delta_e(M_{ij}) = \mathbf{S}(M_{ij})^T \mathbf{q} - \delta_e(M_{ij}) \quad \text{II - 19}$$

L'élasticité génère une action de contact entre le pignon (1) et la roue (2) sur les cellules ij donnée par :

$$\begin{cases} d\mathbf{F}_{1/2}(M_{ij}) = k(M_{ij}) \Delta(M_{ij}) dM \mathbf{n}_1 & \text{si } \Delta(M) > 0 \\ d\mathbf{F}_{1/2} = \mathbf{0} & \text{si } \Delta(M) \leq 0 \end{cases} \quad \text{II - 20}$$

$d\mathbf{F}$ est la force élémentaire du pignon sur la roue à travers dM , $k(M_{ij})$ est la raideur de l'engrènement par unité de longueur de contact qui peut évoluer avec la charge, $\mathbf{n}_1$ est la normale unitaire sortante du pignon en M , $\Delta(M_{ij})$ est la déviation.

Ainsi, la force et le moment résultants au centre de l'engrenage (O_2) sont :

$$\{\tau_{1/2}(O_2)\} = \begin{cases} \mathbf{F}_{1/2} = \int_{L(t)} k(M_{ij}) \Delta(M_{ij}) dM \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{M}_{1/2}(O_2) = \int_{L(t)} k(M_{ij}) \Delta(M_{ij}) \mathbf{O}_2 \mathbf{M} \wedge \mathbf{n}_1 dM \end{cases} \quad \text{II - 21}$$

Il en est de même pour la force et le moment résultant de l'action de 2 sur 1 au centre du pignon (O_1), mais avec un signe négatif. A partir des équations II - 19 et II - 20, la force d'engrènement peut être écrite comme suit :

$$\{F_{M_{ij}}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{1/2} \\ \mathbf{M}_{1/2}(O_2) \\ \mathbf{F}_{2/1} \\ \mathbf{M}_{2/1}(O_1) \end{Bmatrix} = \quad \text{II - 22}$$

$$-\int_{L(t)} k(M_{ij}) \mathbf{S}(\mathbf{M}_{ij}) \mathbf{S}(\mathbf{M}_{ij})^T dM \mathbf{q} + \int_{L(t)} k(M_{ij}) \delta_e(M_{ij}) \mathbf{S}(\mathbf{M}_{ij}) dM \mathbf{q} \\ = -[\mathbf{K}_G(t)] \mathbf{q} + \mathbf{F}_e(t)$$

$[\mathbf{K}_G(t)]$ est la matrice de raideur de l'engrenage variant dans le temps, $\mathbf{F}_e(t)$ est le vecteur d'excitation variant dans le temps associé aux modifications et erreurs de forme des dents.

La partie précédente met en évidence le comportement lié à l'engrènement. Maintenant, on s'intéresse au système global comportant tous les ddl. Le système global est obtenu par l'assemblage des systèmes élémentaires (engrenages, arbres, ...). On construit la matrice de masse totale, matrice de raideur globale (36x36) non linéaire dépendante du temps et la matrice d'amortissement équivalente.

L'équation du mouvement paramétrique décrivant le comportement dynamique de la transmission par engrenages peut être écrite comme suit :

$$[\mathbf{M}] \ddot{\mathbf{x}} + [\mathbf{C}_v] \dot{\mathbf{x}} + [\mathbf{K}(t, \mathbf{x})] \mathbf{x} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_1(t, \mathbf{x}, \delta_e(M)) + \mathbf{F}_2(t, \dot{\Omega}_{1,2}) \quad \text{II - 23}$$

$\mathbf{x}$ est le vecteur de coordonnées (qui contient tous les degrés de liberté), $[\mathbf{M}]$ et $[\mathbf{C}_v]$ sont les matrices de masse et d'amortissement, $[\mathbf{K}(t, \mathbf{x})]$ est la matrice de raideur équivalente non linéaire dépendant du temps (dépendant de la solution $\mathbf{x}$), $\mathbf{F}_0$ est le vecteur de charge externe, $\mathbf{F}_1(t, \mathbf{x}, \delta_e(M))$ est le vecteur de force dépendant du temps incluant les contributions de la modification de forme, $\delta_e(M)$ est la déviation relative, $\mathbf{F}_2(t, \dot{\Omega}_{1,2})$ représente les effets inertiels dus aux vitesses de rotation instantanées.

La forme explicite de la dépendance entre la raideur du contact, les variables d'état et les déviations de la géométrie est généralement inconnue. Par conséquent, l'intégration des conditions de contact est prise en compte dans le processus d'intégration pas à pas. Le schéma implicite de Newmark (voir Annexe 2) est retenu pour résoudre l'équation II - 23 couplée à un algorithme de contact normal ([76], [79]). A chaque pas de temps, deux conditions doivent être vérifiées pour évaluer la longueur de contact instantanée. Si l'écrasement est positif (i.e. le contact est assuré à M_{ij}) alors la raideur est positive et si l'écrasement est négatif (i.e. il n'y a pas de contact à M_{ij}) alors la raideur est nulle.

II.3.2 Pertes par frottement

Les pertes par frottement à la denture représentent une partie importante des pertes globales dans une transmission mécanique. Elles sont associées à l'interaction entre les surfaces de contact et au cisaillement du film lubrifiant. La vitesse de glissement (V_g) et la force (F_n), calculées au point M_{ij} (voir Figure II. 4), varient le long de la ligne d'action. Localement, la puissance perdue au niveau des dents est donnée par cette expression :

$$P_{denture}(x) = F_n(x) V_g(x) C_f(x) \quad \text{II - 24}$$

La valeur moyenne de la perte par frottement à la denture ($Q_{frottement}$) peut être estimée par l'équation suivante :

$$Q_{frottement} = \sum_{\text{ligne d'action}} P_{denture}(x) \quad \text{II - 25}$$

C_f est le coefficient de frottement.

- Détermination du coefficient de frottement

Le coefficient de frottement C_f est un paramètre critique pour estimer les pertes par frottement à la denture. Il existe plusieurs méthodes simples pour calculer ce coefficient [80].

Méthodes	Expression de C_f	Paramètres nécessaires
Kelley Lemanski	$C_f = 0,0099 \frac{1}{1-\frac{s}{45}} \log_{10} \left(\frac{50,8 F}{\mu_0 V_0 V^2 (R_p + R_g)^2} \right)$	μ_0 : viscosité (Pa s) F : charge normale (N) U : vitesse de roulement (m s^{-1}) R_p : rayon de courbure du pignon (m) R_g : rayon de courbure de la roue (m)
Benedict Kelley	$C_f = 0,01271 \log_{10} \left \frac{3,17 \cdot 10^8 F}{\mu_0 V_s V^2} \right $	μ_0 : viscosité (cP) F : charge normale (lb in^{-1}) V : vitesse de roulement (in s^{-1}) V_s : vitesse de glissement (in s^{-1})

Tableau II. 5 : Equations empiriques pour la détermination du coefficient de frottement

Ces formules (voir Tableau II. 5) ont été comparées à des courbes de frottement expérimentales. Il apparait qu'elles ne sont pas valables pour des taux de glissement faibles et qu'elles ne suivent pas le même comportement pour des taux élevés (voir Figure II. 7).

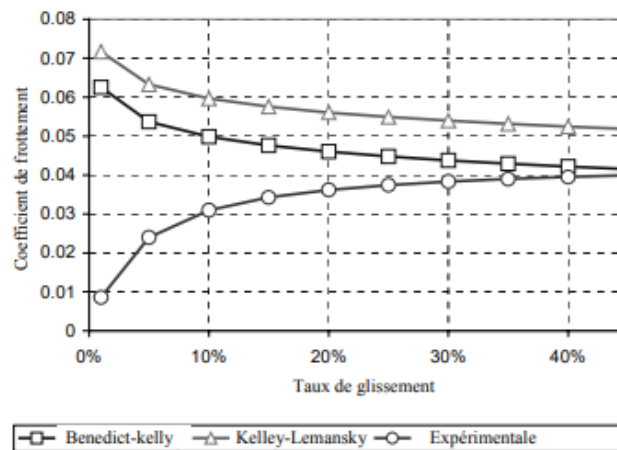
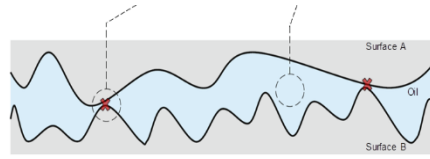


Figure II. 7 : Comparaison entre quelques lois de frottement [80]

Des nouvelles méthodes ont été développées pour calculer le coefficient de frottement C_f . Elles ont toutes cette forme [80], [81] :

$$C_f = f_{sec} \alpha + f_{fluide} (1 - \alpha)$$

II - 26



Cette formulation est basée sur une décomposition du contact en des zones où les dents sont séparées par un film lubrifiant (fluide) et des zones où un contact entre solides apparaît via les aspérités (sec). Le paramètre α représente le ratio des contacts entre aspérités et des contacts séparés par un film d'huile.

Cette formule nécessite des mesures préalables, obtenues sur des bancs d'essais spécifiques, pour caractériser le couple matériau/lubrifiant utilisé. En l'absence de telles données, on choisit un coefficient de frottement constant $C_f = 0,05$ qui est en accord avec les données de la littérature [82] (voir Figure II. 8).

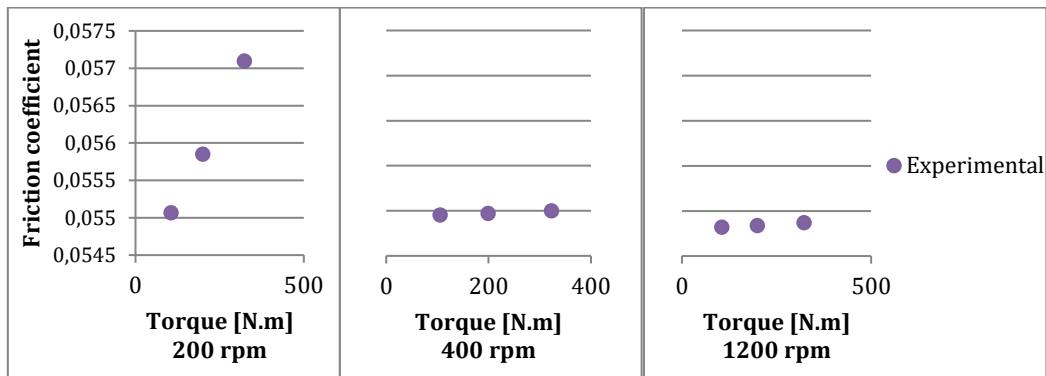


Figure II. 8 : Résultats expérimentale du coefficient de frottement [82]

II.4 Modèles d'optimisation sur la transmission complète

Dans cette partie, l'intérêt est de passer à l'analyse de toute la transmission. Le rendement n'est plus lié aux seules pertes par frottement à la denture, mais aussi aux roulements, au barbotage ou encore aux joints. La réponse vibratoire de la transmission par engrenages est générée en grande partie par l'excitation interne liée à l'erreur de transmission. L'état vibratoire du carter qui en résulte constitue la principale source du bruit rayonné. On parle alors de bruit de sirène.

II.4.1 Comportement vibro-acoustique de la transmission

La prédiction du champ de pression acoustique rayonné par une structure vibrante, ici le carter de la transmission, en tout point de l'environnement fluide nécessite la mise en œuvre d'outils de calcul complexes, même dans le domaine des basses fréquences ou en l'absence d'un couplage fort entre la structure et le fluide. Si l'on considère la puissance acoustique rayonnée d'une structure vibrante immergée dans un fluide léger tel que l'air, elle peut être calculée à partir de l'état vibratoire de son enveloppe dans le vide, et nécessite de ce fait l'estimation préalable de la vitesse pariétale normale aux surfaces. Par conséquent, il convient tout d'abord d'estimer à partir d'un modèle dynamique de structure cet état vibratoire.

II.4.1.1 Modèle dynamique de la transmission avec carter élastique

Le comportement vibro-acoustique de la transmission se situe dans le domaine des basses fréquences pour la partie structure, où une description modale permet d'accéder au champ vibratoire. Pour ce faire on considère un modèle complet par éléments finis (réalisé au moyen du code éléments finis ANSYS®) tenant compte, entre autres, de l'élasticité du carter. Comme le montre la Figure II. 3, ce dernier est discrétisé par des éléments classiques élastiques linéaires, soient 500 éléments volumiques à 8 nœuds et 3 degrés de liberté par nœud, et 6 000 éléments de plaques (modèle de Kirchhoff-Love) à 4 nœuds et 6 degrés de liberté par nœud. Des conditions d'encastrement sont imposées à sa base. La chaîne de transmission quant à elle est identique à ce qui est décrit à la section II.3.1, à ceci près que l'on déconnecte les deux roues dentées en prise. Les raideurs des roulements sont connectées simplement au carter. Le modèle de la transmission complète comprend alors 7 400 nœuds et environ 40 000 degrés de liberté. Le calcul de la base modale permet d'identifier 280 modes propres pour la transmission complète entre 0 et 20 kHz.

La réponse dynamique est alors directement déterminée à partir de cette décomposition modale au travers du code ANSYS® en imposant la force de denture (action et réaction) sur les centres du pignon et de la roue. Cette dernière est calculée selon la procédure décrite section II.3.1, et constitue une donnée d'entrée.

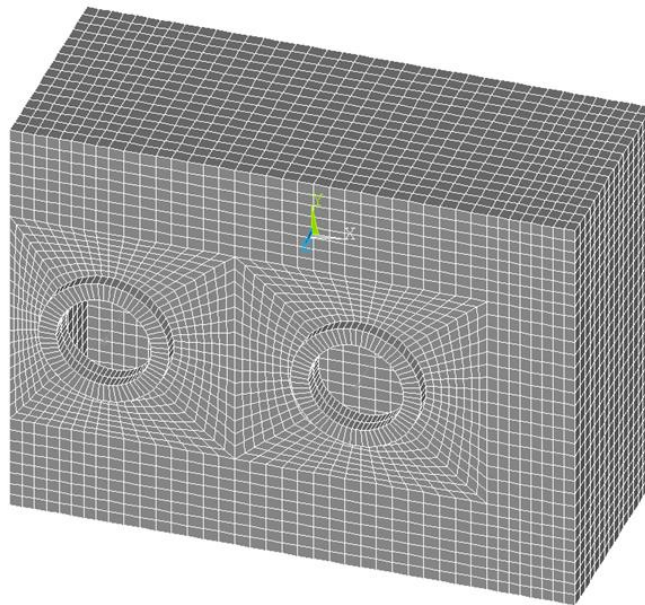


Figure II. 9 : Maillage du carter de la transmission

II.4.1.2 Puissance acoustique rayonnée équivalente de la transmission

Connaissant l'état vibratoire (description en vitesse) *in vacuo* du carter $\vec{v}(\vec{r}, t)$, la puissance acoustique rayonnée, Π_{ac} , de la transmission immergée dans un fluide léger tel que l'air s'exprime, en régime harmonique, selon l'expression suivante :

$$\Pi_{ac}(\omega) = \rho_0 c_0 S \sigma_{rad}(\omega) < S_{VV}(\vec{r}, \omega) > \quad \text{II - 27}$$

ρ_0 , c_0 constituent les caractéristiques du milieu fluide, respectivement sa masse volumique et la vitesse du son dans le milieu (pour l'air sec, à la pression atmosphérique au niveau de la mer et à 15°C, $\rho_0=1,225 \text{ kg m}^{-3}$, $c_0 = 340 \text{ m s}^{-1}$), S l'aire totale de la surface du carter qui rayonne, $\sigma_{rad}(\omega)$, le facteur du rayonnement et $S_{VV}(\vec{r}, \omega)$ la densité spectrale de puissance unilatérale ($\omega > 0$) de la vitesse normale en tout point $\vec{r}$ de la surface rayonnante à la pulsation ω . Enfin, l'opérateur $\langle \rangle$ représente la moyenne spatiale sur la surface immergée dans le fluide environnant.

L'évaluation est donc astreinte à la connaissance du facteur de rayonnement $\sigma_{rad}(\omega)$ qui nécessite de fait le calcul acoustique. En effet, c'est par définition le rapport entre la puissance acoustique rayonnée et celle d'un piston rigide bafflé d'aire équivalente, vibrant à la moyenne spatiale de la vitesse efficace normale à la surface rayonnante. Il traduit l'efficacité de rayonnement de l'objet vibrant en fonction de la pulsation ω . Son calcul est complexe. C'est pourquoi, sous couvert d'hypothèses simplificatrices, on tente généralement d'en fournir une approximation plus ou moins simple. Dans notre cas d'étude, et comme le montre les travaux de (1997) [83], on suppose que les couplages acoustiques entre les différentes faces du carter parallélépipédique sont négligeables. Par conséquent, la puissance acoustique est évaluée comme la somme des puissances acoustiques rayonnées par chacune des faces prises indépendamment. La seconde hypothèse est basée sur la connaissance de la fréquence f_c dite fréquence critique associée au rayonnement acoustique d'ondes de flexion d'une plaque mince infinie immergée en fluide léger et définie par :

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{12 \rho (1 - \nu^2)}{E h_p^2}} \quad \text{II - 28}$$

ρ constitue la masse volumique de la plaque, E et ν son module d'Young et son coefficient de Poisson, et h_p son épaisseur. Dans ce contexte de plaque infinie, et pour des fréquences inférieures à la fréquence critique, il n'y a que des ondes acoustiques évanescentes et le facteur de rayonnement est nul $\sigma(f < f_c) = 0$. Au contraire, pour des fréquences supérieures, on observe le rayonnement d'ondes planes plus ou moins rasantes dont le facteur de rayonnement est fourni par $\sigma(f > f_c) = \sqrt{1 - f_c/f}$, d'autant plus élevé que l'on se rapproche de la fréquence critique, soit $\sigma(f_c \leftarrow f) = +\infty$.

Si l'on considère une plaque de dimension finie de type rectangulaire simplement supportée, bafflée et de caractéristiques identiques (E, ν, ρ, h), plusieurs auteurs comme Maidanik ont proposé des formulations approchées en identifiant notamment la notion de modes de bord et de modes de coin. Pour le carter étudié et chacune de ses faces, et sans nuire à la généralité du processus d'optimisation, on suppose que le facteur de rayonnement est égal à 1 au-delà de la fréquence critique, et que la plaque ne rayonne pas en deçà de la fréquence critique. En effet, l'atténuation du facteur de rayonnement pour des fréquences décroissantes en dessous de la fréquence critique est de l'ordre 15 dB/octave.

La fréquence critique calculée pour le carter en acier d'épaisseur $h = 10 \text{ mm}$ est égale à $f_c = 1175 \text{ Hz}$, inférieure à l'ensemble des fréquences excitatrices. Par conséquent, nous

supposerons pour notre application que $\sigma_{rad}(\omega) \approx 1$. La puissance acoustique rayonnée en régime harmonique est ainsi fournie par l'expression suivante :

$$\Pi_{ac}(\omega) \approx \tilde{\Pi}_{ac}(\omega) = \rho_0 c_0 S \langle S_{VV}(\vec{r}, \omega) \rangle \quad \text{II - 29}$$

Elle est dans ce cas égale à la puissance acoustique équivalente notée *ERP* (pour *Equivalent Radiated Power*) dont l'expression est basée sur l'hypothèse d'onde plane acoustique rayonnée [84], soit :

$$ERP(\omega) = \tilde{\Pi}_{ac}(\omega) \quad \text{II - 30}$$

Par la suite, on retient l'*ERP* comme indicateur du comportement vibroacoustique de la transmission. Pour l'évaluer, il reste à calculer le terme $\langle S_{VV}(\vec{r}, \omega) \rangle$ en fonction de la force de denture supposée connue comme donnée d'entrée.

II.4.1.3 Calcul de la puissance acoustique rayonnée équivalente

Afin de calculer $\langle S_{VV}(\vec{r}, \omega) \rangle$, on considère en premier lieu la réponse normale en l'un des points sur l'une des faces rayonnantes du carter repéré par la variable $\vec{r}$. Soit $H^{V,F}(\vec{r}, \omega)$ la fonction complexe d'influence fréquentielle entre la réponse vitesse pariétale normale au point $\vec{r}$, noté *V*, et la force de denture *F* (appliquée conjointement et opposée sur le pignon et la roue de l'engrenage selon la ligne d'action théorique), la densité spectrale unilatérale $S_{VV}(\vec{r}, \omega)$ s'exprime :

$$S_{VV}(\vec{r}, \omega) = |H^{V,F}(\vec{r}, \omega)|^2 S_{FF}(\omega) \quad \text{II - 31}$$

où $S_{FF}(\omega)$, constitue la densité spectrale unilatérale de la force de denture. Par conséquent :

$$\langle S_{VV}(\vec{r}, \omega) \rangle = \frac{1}{S} \iint_S |H^{V,F}(\vec{r}, \omega)|^2 S_{FF}(\omega) d\Sigma \quad \text{II - 32}$$

Ainsi, l'*ERP* s'exprime :

$$ERP(\omega) = \rho_0 c_0 \iint_S |H^{V,F}(\vec{r}, \omega)|^2 S_{FF}(\omega) d\Sigma \quad \text{II - 33}$$

Finalement, on retiendra l'*ERP* totale sur toutes les fréquences, c'est-à-dire $\int_0^{+\infty} ERP(\omega) d\omega$, soit :

$$ERP = \rho_0 c_0 \int_0^{+\infty} S_{FF}(\omega) \iint_S |H^{V,F}(\vec{r}, \omega)|^2 d\Sigma d\omega \quad \text{II - 34}$$

D'un point de vue pratique, l'intégrale de surface est évaluée à partir de la somme des vitesses normales sur chaque face élémentaire rayonnante du modèle éléments finis, affectées des aires élémentaires. Ainsi, pour la pulsation ω ,

$$ERP(\omega) = \rho_0 c_0 S_{FF}(\omega) \sum_{j=1}^N s_j |H^{V,F}(\vec{r}_j, \omega)|^2 \quad \text{II - 35}$$

où N est le nombre totale de faces élémentaires j , repérées par $\vec{r}_j$ et d'aires élémentaires s_j . On obtient $S_{FF}(\omega)$ à partir de la transformée de Fourier de l'évolution temporelle de l'effort dynamique de denture, calculée à partir de la réponse dynamique de la chaîne cinématique. Seuls les 5 premiers harmoniques de la fréquence d'engrènement ont été retenus pour évaluer l' ERP . Par ailleurs, et pour évaluer $H^{V,F}(\vec{r}_j, \omega)$, nous avons calculé, à partir du modèle éléments finis de la transmission sans couplage entre les roues dentées, la réponse pariétale sur chaque face élémentaire induite par un effort harmonique et unitaire à la denture. Pratiquement, on applique l'effort au niveau des 12 degrés de liberté correspondant au pignon et à la roue, fonction des angles de pression α_0 et d'hélice β . En effet, les efforts généralisés sur ces 12 ddL sont proportionnelles à (voir Figure II. 2):

$$\begin{matrix} t < 1 & 0 & \tan(\beta) & -R_{b1} \tan(\beta) & -R_{b1} \tan(\alpha_0) \tan(\beta) & R_{b1} \\ & & & & & \\ & & -1 & 0 & -\tan(\beta) & -R_{b2} \tan(\beta) & -R_{b2} \tan(\alpha_0) \tan(\beta) & R_{b2} > \end{matrix} \quad \text{II - 36}$$

Il s'ensuit que les fonctions de réponse en fréquence $H^{V,F}(\vec{r}_j, \omega)$ dépendent des angles (α_0, β) , soit $H^{V,F}(\vec{r}_j, \omega) = H^{V,F}(\vec{r}_j, \omega, \alpha_0, \beta)$. Afin d'alléger les calculs, nous les avons évaluées à partir d'une interpolation bilinéaire sur les deux variables d'angle.

Pour conclure, la puissance acoustique rayonnée équivalente totale s'exprime numériquement selon la formule suivante :

$$ERP = \rho_0 c_0 \sum_{k=1}^5 \left(S_{FF}(k\omega_e) \sum_{j=1}^N s_j |H^{V,F}(\vec{r}_j, k\omega_e, \alpha_0, \beta)|^2 \right) \quad \text{II - 37}$$

La puissance acoustique totale équivalente en décibels, choisie comme fonction objectif indicateur de la réponse vibroacoustique de la transmission, est alors donnée par :

$$L_w = 10 \log_{10} \left[\frac{ERP}{\Pi_{ref}} \right] \quad \text{II - 38}$$

avec $\Pi_{ref} = 10^{-12}$ W.

II.4.2 Pertes totales de puissance

II.4.2.1 Sources de pertes

Comme mentionné dans le premier chapitre, il existe un lien important entre les pertes de puissance générées dans une transmission et les températures de fonctionnement.

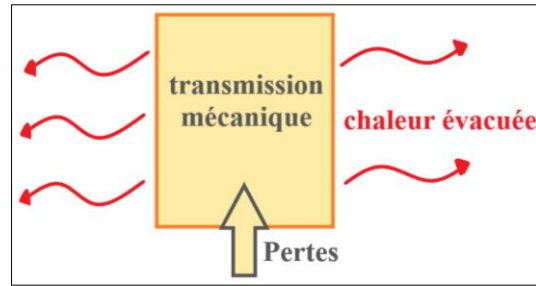


Figure II. 10 : Comportement thermique d'une transmission

En régime permanent, la température moyenne de la transmission (assimilée à celle du bain d'huile) dépend de l'équilibre entre le flux de chaleur généré par les pertes (Q_{total}) et le flux de chaleur évacué par la transmission ($Q_{évacué}$) :

$$Q_{total} = Q_{évacué} \quad \text{II - 39}$$

Le flux de chaleur évacué est donné par l'équation suivante :

$$Q_{évacué} = U_g S_{carter} (T_{huile} - T_{air}) \quad \text{II - 40}$$

U_g est le coefficient global d'échange ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$) et S_{carter} est la surface d'échange du carter (m^2), T_{huile} représente la température d'huile, supposée uniforme et T_{air} est la température de l'air-environnant.

Par conséquent :

$$T_{huile} = T_{air} + \frac{Q_{évacué}}{U_g S_{carter}} \quad \text{II - 41}$$

Cette équation montre qu'une augmentation des pertes peut engendrer une augmentation des températures de la transmission mécanique.

Dans le réducteur mécanique simple étage étudié, les quatre sources de chaleur générées par les pertes de puissance mécaniques sont :

- les pertes au niveau des roulements, qui sont dues aux déformations sous l'effet de la charge dans les zones de contact et aux pertes hydrodynamiques avec le lubrifiant,
- les pertes au niveau des joints dues au frottement de l'arbre en rotation sur le joint immobile,
- les pertes par barbotage dues à la rotation des pignons dans l'huile de lubrification,
- les pertes par frottement à l'engrènement dues au contact entre les dentures (elles sont calculées comme expliqué dans l'approche locale (équation II - 25)).

II.4.2.2 Pertes aux roulements

Les pertes aux roulements $Q_{roulement}$ sont calculées à partir de la formulation proposée par Harris issue des travaux de Palmgren [85]. Ces pertes sont la superposition d'une perte dépendante de la charge Q_1 , due aux déformations élastiques et à des mouvements de glissement

qui se produisent dans les zones de contact, et d'une perte indépendante de la charge Q_0 , affectée par les pertes hydrodynamiques dans le lubrifiant :

$$Q_{\text{roulement}} = Q_0 + Q_1 \quad \text{II - 42}$$

Les pertes indépendantes de la charge s'expriment comme :

$$\text{Si } \frac{60 \Omega}{2 \pi} v \geq 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ min}^{-1}$$

$$Q_0 = 9,54 \cdot 10^{-7} \Omega f_0 (\Omega v)^{2/3} d_m^3 \quad \text{II - 43}$$

$$\text{Si } \frac{60 \Omega}{2 \pi} v < 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ min}^{-1}$$

$$Q_0 = \Omega \cdot 160 \cdot 10^{-7} f_0 d_m^3 \quad \text{II - 44}$$

v est la viscosité cinématique du lubrifiant, d_m est le diamètre moyen du roulement, Ω est la vitesse de rotation et f_0 est le coefficient de pertes hydrauliques donné par le constructeur, il dépend du type de roulement et de la lubrification.

Du fait de la lubrification considérée dans cette étude, la valeur choisie pour f_0 est 2 sur chaque roulement à billes [85].

Les pertes dépendantes de la charge s'expriment comme :

$$Q_1 = \Omega f_1 P_1 d_m \quad \text{II - 45}$$

P_1 est la charge équivalente appliquée au roulement et f_1 est une constante qui dépend du type de roulement. Pour les roulements rigides à billes, la valeur sélectionnée de f_1 est 0.00075 [85].

II.4.2.3 Pertes aux joints

Ces pertes de puissance (Q_{joint}) sont estimées à travers une formulation expérimentale proposée par Simrit [86]. Cette formulation est valable pour un joint à lèvres :

$$Q_{\text{joint}} = 7,69 \cdot 10^{-6} \varnothing^2 N \quad \text{II - 46}$$

$\varnothing$ est le diamètre de l'arbre, N est la vitesse de rotation exprimée en tr min⁻¹.

II.4.2.4 Pertes par barbotage

La transmission par engrenages étudiée est lubrifiée par barbotage, c'est-à-dire que les pignons sont partiellement immergés dans un bain d'huile (voir Figure II. 11). Les formules de Changenet *et al.* [87] sont utilisées pour estimer les pertes par barbotage ($Q_{\text{barbotage}}$) :

$$Q_{\text{barbotage}} = \frac{\rho \Omega^3 S_m R_p^3 C_m}{2} \quad \text{II - 47}$$

ρ est la masse volumique de l'huile, S_m est la surface immergée dans l'huile, R_p est le rayon primitif du pignon, Ω est la vitesse de rotation exprimée en rad s⁻¹ et C_m est le couple adimensionnel qui dépend du régime de fonctionnement.

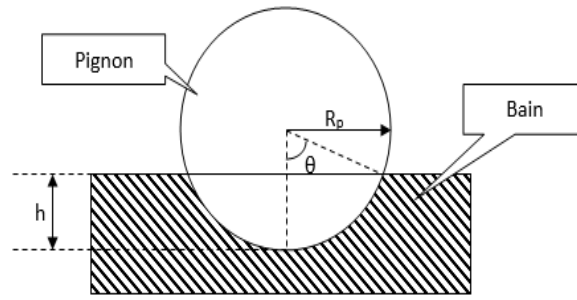


Figure II. 11 : Pignon immergé dans un bain d'huile

La surface partiellement immergée du pignon S_m est divisée en deux parties :

$$S_m = S_{mf} + S_{md} \quad \text{II - 48}$$

S_{mf} est la surface mouillée des flancs :

$$S_{mf} = R_p^2 (2\theta - \sin(2\theta)) \quad \text{II - 49}$$

S_{md} est la surface mouillée de la denture :

$$S_{md} = D_p b \theta + \frac{2 Z \theta H_{dent} b}{\pi \cos(\alpha_0) \cos(\beta)} \quad \text{II - 50}$$

Z est le nombre de dents du pignon, H_{dent} est la hauteur des dents du pignon, α_0 est l'angle de pression, b est la largeur du pignon et θ est l'angle d'immersion.

Plusieurs paramètres ont une influence sur les pertes par barbotage comme la viscosité de l'huile, ou la vitesse de rotation du pignon. Le couple adimensionnel C_m dépend du régime d'écoulement. On introduit deux paramètres qui permettent de définir le régime d'écoulement [87].

Nombre de Reynolds critique (Re_c)

$$Re_c = \frac{\Omega R_p b}{\nu} \quad \text{II - 51}$$

Ω est la vitesse de rotation du pignon, R_p est le rayon primitif du pignon, b est la largeur du pignon, ν est la viscosité cinématique de l'huile exprimée en ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

Paramètre homogène à une accélération (γ)

$$\gamma = \omega^2 (R_p \cdot b \cdot m_0)^{\frac{1}{3}} \quad \text{II - 52}$$

Si $\gamma < 750 \text{ m s}^{-2}$ et $Re_c < 4000$

$$C_m = 0,812 \left(\frac{h}{R_p}\right)^{0,45} \left(\frac{V_0}{R_p^3}\right)^{0,1} Fr^{-0,6} Re_c^{-0,21} \left(\frac{b}{R_p}\right)^{0,21} \quad \text{II - 53}$$

Si $\gamma < 750 \text{ m s}^{-2}$ et $Re_c > 4000$

$$C_m = 0,142 \left(\frac{h}{R_p}\right)^{0,45} \left(\frac{V_0}{R_p^3}\right)^{0,1} Fr^{-0,6} \left(\frac{b}{R_p}\right)^{0,21} \quad \text{II - 54}$$

Si $\gamma > 1250 \text{ m s}^{-2}$ et $Re_c < 4000$

$$C_m = 22,289 \left(\frac{h}{R_p}\right)^{0,1} \left(\frac{V_0}{R_p^3}\right)^{-0,35} Fr^{-0,88} Re_c^{-0,21} \left(\frac{b}{R_p}\right)^{0,85} \quad \text{II - 55}$$

Si $\gamma > 1250 \text{ m.s}^{-2}$ et $Re_c > 4000$

$$C_m = 3,905 \left(\frac{h}{R_p}\right)^{0,1} \left(\frac{V_0}{R_p^3}\right)^{-0,35} Fr^{-0,88} \left(\frac{b}{R_p}\right)^{0,85} \quad \text{II - 56}$$

V_0 est le volume de l'huile dans le carter, h est la hauteur de l'huile (voir Figure II. 11) et Fr est le nombre de Froude calculé comme suit :

$$Fr = \frac{\Omega^2 R_p}{g} \quad \text{II - 57}$$

g est l'accélération gravitationnelle.

II.4.2.5 Méthodes de modélisation thermique choisie

La méthode de résolution nodale a été choisie dans la suite de l'étude. Comme mentionné dans le premier chapitre, cette méthode présente plusieurs avantages indéniables dans une approche de conception, comme sa simplicité et sa rapidité de résolution. Elle permet d'estimer la température des différents éléments d'une transmission et de mettre en évidence le couplage entre les pertes mécaniques et la thermique dans les transmissions par engrenages. Cette méthode a été utilisée dans de nombreux travaux sur les transmissions mécaniques ([36], [88]).

II.4.2.6 Principe de la méthode des réseaux thermiques

La méthode des réseaux thermiques, développée par Changenet [72] sur les transmissions, permet de prendre en compte l'interconnexion des différentes sources de chaleur et de déterminer la température de masse des différents éléments composant le réducteur mécanique.

Le principe de cette méthode est basé sur les étapes suivantes :

- identifier et calculer les pertes de puissance,
- décomposer le réducteur en différents éléments isothermes ou nœuds,
- connecter les nœuds avec les résistances thermiques dépendant du type de transfert thermique entre les éléments (conduction, convection, rayonnement).

Si un échange de chaleur peut exister entre deux de ces éléments, ils sont alors connectés par une résistance thermique. L'interconnexion de ces nœuds et de ces résistances forment le réseau thermique. Les pertes sont ensuite ajoutées et estimées en prenant en compte leur dépendance aux températures. Le modèle des résistances thermiques est extrait de la loi de Fourier et repose sur une analogie avec la loi d'Ohm (voir Figure II. 12) :

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}} = \frac{\Delta T}{R_{th}} \quad \text{II - 58}$$

Grandeurs électriques	Grandeurs mécaniques
Intensité du courant I	Puissance thermique Q
Différence de potentiel ΔV	Différence de température ΔT
Résistance électrique R	Résistance thermique R_{th}



Figure II. 12 : Analogie électrique/thermique

Les résistances thermiques peuvent se composer comme les résistances électriques.

Dans le cas de résistances en série, la résistance équivalente vaut la somme des deux résistances. Dans le cas de résistances en parallèle, l'inverse de la résistance équivalente vaut la somme de l'inverse de chacune des résistances.

Le principe de la méthode des réseaux thermique repose donc sur la décomposition du modèle en éléments isothermes (engrenages, arbres, roulements, etc.).

Pour simuler la distribution de température en régime permanent dans le système étudié, la modélisation proposée par Durand de Gevigney *et al.* [89] pour un réducteur équipé d'un seul engrenage a été adaptée. Ainsi, le réducteur d'étude est divisé en 14 éléments (voir Tableau II. 6). Le carter est décomposé en trois parties : i) une partie inférieure qui contient le bain d'huile, ii) une partie latérale qui supporte les roulements apportant localement une certaine quantité de chaleur, iii) une partie supérieure qui est en contact avec le milieu ambiant. Les roulements et les arbres sont supposés isothermes et sont représentés par un seul élément. Le pignon et la roue sont aussi considérés comme isothermes mais à une température différente de la zone d'engrènement qui représente la zone de contact entre les engrenages où se produit le frottement.

A cela, on ajoute un nœud pour l'huile, ainsi qu'un nœud pour l'air ambiant qui est un nœud limite où la température est imposée. Les flèches dans la Figure II. 13 représentent les sources de chaleur présentées précédemment, c'est-à-dire les pertes de puissance calculées par ailleurs.

NŒUDS	COMPOSANTS
1	Air ambiant
2	Carter bas
3	Carter latéral
4	Carter haut
5	Huile
6	Roulement primaire gauche
7	Roulement primaire droit
8	Roulement secondaire gauche
9	Roulement secondaire droit
10	Arbre primaire
11	Arbre secondaire
12	Pignon
13	Roue
14	Zone d'engrènement

Tableau II. 6 : Désignation des nœuds du réseau thermique

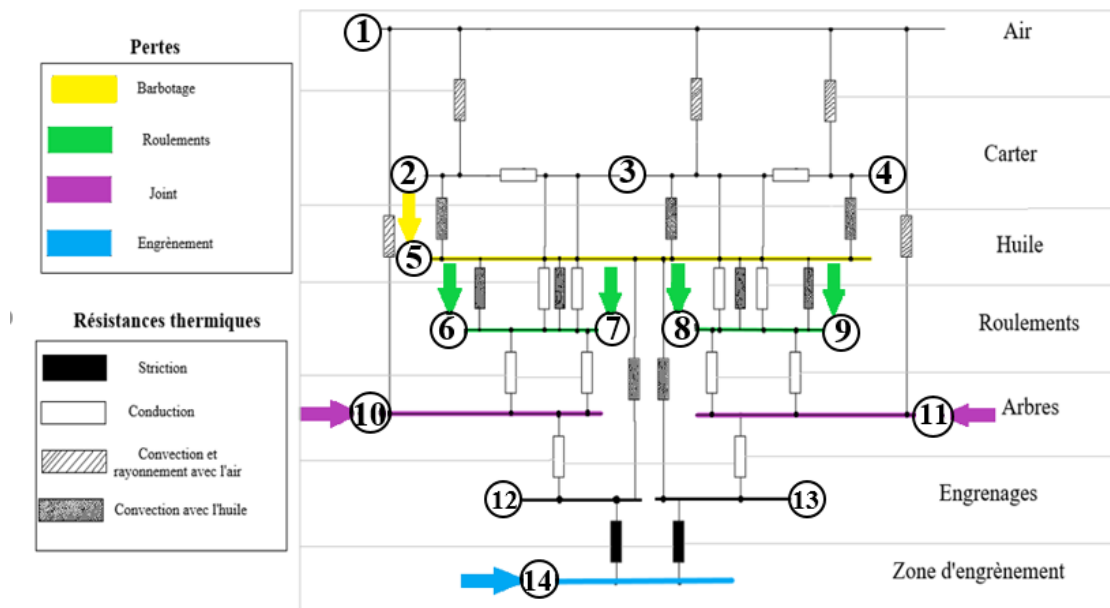


Figure II. 13 : Réseau thermique du réducteur mécanique

II.4.2.7 Définition des résistances entre les nœuds

Les différents types de résistances thermiques sont présentés dans cette section mais les modèles analytiques utilisés sont détaillés en Annexe 2.

- Résistance de striction

Lors de l'engrènement, une augmentation importante de température apparaît au niveau des surfaces en contact $T(14)$. L'échauffement de la matière au voisinage du contact se limite à une profondeur faible par rapport à l'épaisseur de la dent. Cette résistance dépend de l'engrènement considéré et permet de simuler la répartition du flux entre la roue et le pignon.

La formulation de cette résistance est estimée par Changenet [72] à partir des travaux de Blok. On en déduit les résistances $R(12,14)$ et $R(13,14)$ sur la Figure II. 13.

- Résistance de convection et de rayonnement

Comme illustré sur la Figure II. 13, ces résistances ($R(1,2)$, $R(1,3)$, $R(1,10)$, $R(1,11)$ et $R(1,4)$), lient un élément de la transmission (carter ou arbre débouchant) au milieu ambiant. Les lois de Newton et de Stephan-Boltzmann [90] sont respectivement utilisées pour déterminer leur valeur.

- Résistance de conduction

La conduction est calculée avec des formules classiques de transfert de chaleur par conduction. Des éléments dans la transmission (arbres, roulements, etc.) sont représentés comme des corps cylindriques ou plans et l'utilisation de la loi de Fourier [90] permet de déterminer cette résistance. Comme présenté sur la Figure II. 13, les résistances $R(2,3)$, $R(6,10)$ ou $R(2,6)$ constituent des exemples de ce type de résistance.

- Résistance de convection avec l'huile

La convection avec l'huile est quantifiée de différentes façons suivant les composants considérés :

- La rotation d'une roue dentée dans un bain d'huile provoque un échange convectif. Cet échange est conditionné par deux phénomènes. D'une part, une partie des flancs du pignon est immergée à la manière d'un disque en rotation dans un fluide. D'autre part, l'huile qui se trouve entre les dents est centrifugée et évacue lors de sa projection un flux de chaleur provenant des dentures. Cet échange lie l'élément 'engrenage' (nœuds 12 et 13) à l'élément 'huile' (nœud 5).
- Concernant le transfert de chaleur entre l'huile (nœud 5) et les parois du carter (nœuds 2, 3, 4), l'huile brassée par l'engrenage se trouve en mouvement par rapport aux surfaces du carter. Le carter étant de forme parallélépipédique, l'échange convectif est évalué en assimilant chaque partie du carter à une plaque.
- Concernant l'échange de chaleur entre l'huile (nœud 5) et les roulements (nœud 6, 7, 8, 9) quand ceux-ci sont en contact avec l'huile, une résistance de convection est définie entre ces deux éléments ($R(5,6)$, $R(5,7)$, $R(5,8)$ et $R(5,9)$).

II.4.2.8 Résolution du réseau thermique

Une fois le réseau thermique établi, le premier principe de la thermodynamique est appliqué en chaque nœud (i) du réseau. Le taux de variation de l'énergie interne de l'élément considéré est égal à la somme de la puissance thermique apportée au nœud et des quantités de chaleur échangées avec les autres éléments :

$$M_i c_i \frac{dT_i}{dt} = Q_i + \sum_{j=1 \text{ \& } j \neq i}^n \frac{T_j - T_i}{R_{th}(i, j)} \quad \text{II - 59}$$

M_i est la masse (kg), c_i est la capacité calorifique massique ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$), T_i est la température (K), Q_i est le flux de chaleur (W) et $R_{th}(i, j)$ est la résistance thermique (K W^{-1}).

Un régime permanent ($\frac{dT_i}{dt} = 0$) est considéré dans cette étude. Le calcul des températures pour chaque élément de la transmission permet d'ajuster localement les propriétés rhéologiques du lubrifiant. Puisque les pertes mécaniques et plusieurs résistances thermiques dépendent de ces propriétés, la résolution de l'équation matricielle peut se faire de manière itérative (voir Figure II. 14).

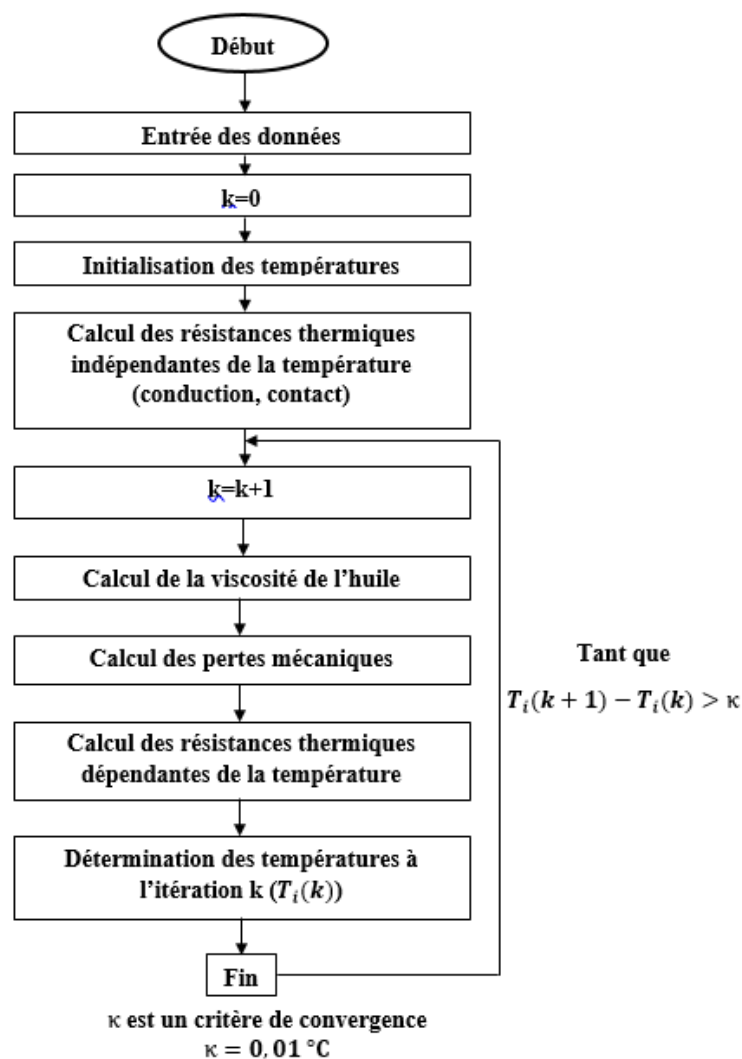


Figure II. 14 : Algorithme de résolution du programme en régime permanent [72]

II.5 Conclusion

Le développement présenté dans ce chapitre permet de mettre en place des modèles pour prédire le comportement dynamique et énergétique de la transmission de puissance. Deux approches distinctes ont été mises en place. La première approche est une approche locale (se focalisant sur la denture seule) qui vise à déterminer d'une part l'erreur de transmission, considérée comme la source majeure du bruit des engrenages, et d'autre part les pertes par frottement à la denture. La deuxième approche est une approche globale qui consiste à prendre en compte l'ensemble du réducteur. Le comportement dynamique est basé sur l'estimation de la puissance acoustique équivalente rayonnée par le carter et le comportement énergétique est basé sur la détermination des pertes totales. En se basant sur ces approches, le chapitre suivant présente les fonctions objectifs utilisées dans cette étude et les paramètres d'optimisation.

Chapitre III : Formulation du problème et méthode d'optimisation choisie

III.1 Introduction

Dans le deuxième chapitre, l'ensemble des modèles (dynamique et thermique) utilisés dans cette étude ont été introduits. Ces derniers permettent de définir les fonctions qui seront minimisées dans le cadre d'une optimisation multi-objectifs afin d'obtenir le front de Pareto pour différentes variables de décision.

Sur cette base, le présent chapitre a pour but de mettre en place la méthode d'optimisation retenue. A cet effet, une formulation du problème est introduite pour clarifier le but de ce travail. Ensuite, ce chapitre présente les variables de décision avec leurs domaines de définition, les contraintes à respecter et la méthode d'optimisation choisie pour la résolution. Afin de valider cet algorithme d'optimisation, différents cas tests ont été réalisés. La dernière partie met en évidence le choix des paramètres de la méthode d'optimisation.

III.2 Formulation du problème

Le but de ce travail est de réaliser une optimisation des paramètres de conception des engrenages correspondant aux paramètres micro et/ou macro-géométriques pour garantir leur performance et réduire le niveau de bruit.

Les fonctions objectifs pouvant être traitées dans cette optimisation sont :

- La valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission (en micromètres) :

$$f_1 = ET_{RMS}$$

- Les pertes par frottement à la denture (en watts) :

$$f_2 = Q_{frottement}$$

- La puissance acoustique rayonnée équivalente (en décibels) :

$$f_3 = L_w$$

- Les pertes totales définies par (en watts) :

$$f_4 = Q_{total} = Q_{frottement} + Q_{roulement} + Q_{joint} + Q_{barbotage}$$

L'idée de ce travail est de pouvoir analyser les différences, entre deux cas distincts de l'optimisation multi-objectifs :

- Optimisation du comportement dynamique de la transmission qui peut se faire via la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission (ET_{RMS}) ou la puissance acoustique rayonnée équivalente (L_w).
- Optimisation du comportement énergétique qui peut se faire par une approche locale ($Q_{frottement}$) ou globale (Q_{total}).

III.3 Variables de décision

Les variables de décision constituent les paramètres d'optimisation dans une optimisation multi-objectifs.

- Variables macro-géométriques

Dans le cadre de ce travail, les variables macro-géométriques retenues sont l'angle d'hélice β et l'angle normal de pression α_0 . L'entraxe de fonctionnement a_w est fixé conduisant à un module normal m_0 variable dépendant des valeurs de β . Cette relation est donnée par la formule suivante :

$$m_0 = \frac{2 a_w \cos(\beta)}{Z_1 + Z_2} \quad \text{III - 1}$$

- Variables micro-géométriques

Les variables micro-géométriques correspondent à des modifications du profil des dentures et sont définies par deux paramètres pour chaque roue dentée ($E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2$) ([20],[91]). E_i est la profondeur de la correction de profil aux sommet du pignon (1) ou de la roue (2). Le paramètre Γ_i est la longueur adimensionnée impactée par la correction au sommet du pignon (1) ou de la roue (2). La correction du profil au sommet de la dent considérée est linéaire (voir Figure III. 1). Sur la ligne d'engrènement dans le plan apparent, la longueur de profil corrigé est $\Gamma \varepsilon_\alpha P_{ba}$. Les paramètres Γ_i représentent donc la fraction du segment de conduite sur lequel s'étend chaque correction de profil.

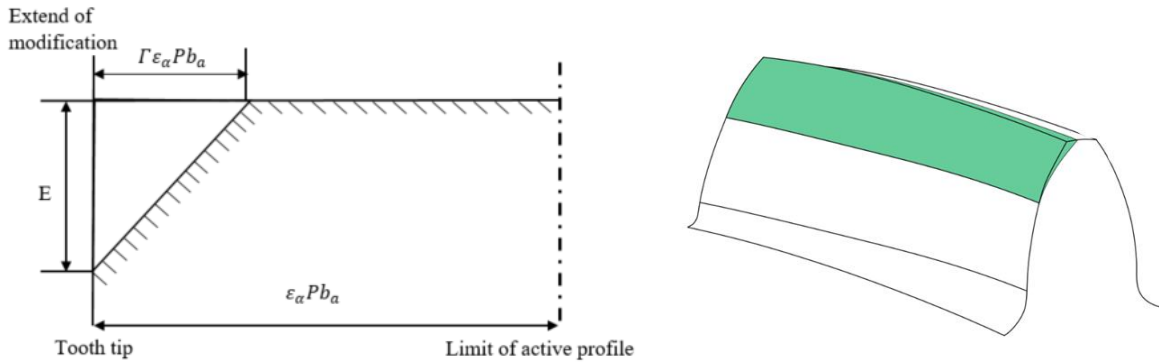


Figure III. 1 : Correction de profil projetée sur la ligne d'action inspiré par ([68],[92])

L'espace de recherche et le type des variables de décision sont indiqués dans le Tableau III. 1. Le vecteur des variables de décision $\mathbf{X}$ est défini comme suit :

$$\mathbf{X} = [\beta, \alpha_0, E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2] \quad \text{III - 2}$$

Variables de décision	Espace de recherche	Type des variables
Angle normal de pression α_0	$[15 - 25^\circ]$	Continue
Angle d'hélice β	$[0 - 30^\circ]$	Continue
Profondeur de la correction de profil E_1, E_2	$[0 - 100 \mu\text{m}]$	Continue
Longueur adimensionnée Γ_1, Γ_2	$[0 - 0,5]$	Continue

Tableau III. 1 : Espace de recherche des variables de décision

III.4 Contraintes

L'espace de conception doit être contraint pour garantir que les solutions résultantes seront réalisables [93]. Dans les engrenages, il est nécessaire d'inclure deux types de contraintes : les contraintes géométriques et les contraintes de capacité de charge. Les premières garantissent que l'engrenage est conçu de manière adéquate et, par conséquent, fonctionnelle. Les secondes garantissent que l'engrenage peut résister aux conditions opérationnelles. Les contraintes appliquées dans le cadre de cette thèse sont présentées ci-dessous.

III.4.1 Rapport de conduite total

Le rapport de conduite total (ε_t) est obtenu à partir de la somme du rapport de conduite transversal (ε_α) et du rapport de recouvrement (ε_β). Ces paramètres sont calculés à partir des paramètres de la macro-géométrie de l'engrenage et de l'entraxe de fonctionnement ([94]). Comme recommandé par la littérature [95], le rapport de conduite total doit être supérieur à 1,2 pour assurer une transmission continue du mouvement.

$$g_1(\mathbf{X}) = \varepsilon_t = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$$

$$g_1(\mathbf{X}) \geq 1,2$$
III - 3

III.4.2 Interférences

L'interférence de taillage correspond à une troncature du profil en développante de cercle par l'outil de taillage lors de l'usinage. Elle dépend du nombre de dents de la roue, de l'angle de pression normal et du coefficient de déport. La condition de non interférence (pour une géométrie normalisée) est donnée par :

$$g_2(\mathbf{X}) = \frac{Z}{2} \sin^2(\alpha_0) - (1 - x)$$

$$g_2(\mathbf{X}) \geq 0$$
III - 4

L'interférence de fonctionnement correspond à un contact entre dentures en un point situé non pas sur le profil en développante de cercle, mais sur le profil de raccordement en pied de dent, car le rayon du cercle de pied actif est trop faible. Il dépend principalement de la saillie et de l'entraxe de fonctionnement.

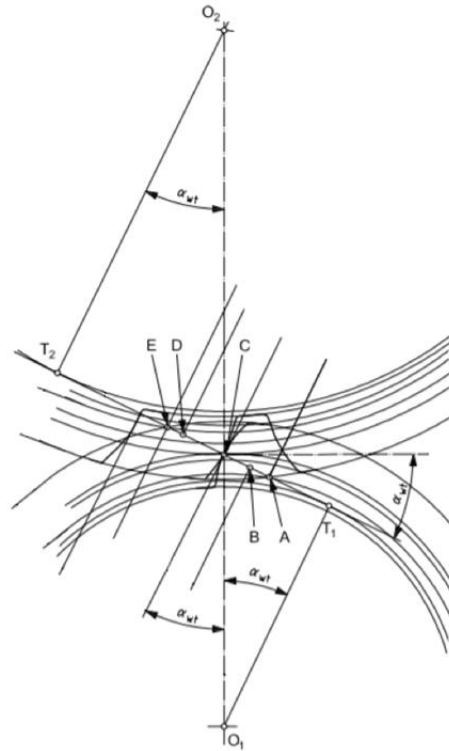


Figure III. 2: Paramètres géométriques au cours de l'engrènement (reproduit de [23])

Il y a interférence de fonctionnement lorsque le segment de conduite sort du segment $[T_1 T_2]$ (voir Figure III. 2). La condition de non interférence de fonctionnement est :

$$g_3(\mathbf{X}) = CT_2 - CA$$

$$g_3(\mathbf{X}) \geq 0$$

III - 5

Cette condition doit être vérifiée pour les deux roues.

De même, des interférences de matière peuvent se produire en fonctionnement, en raison des déformations des dentures générées par la charge transmise.

Les paramètres de conception et de fonctionnement des engrenages doivent être compatibles avec l'absence d'interférences.

III.4.3 Contraintes sur la forme des dents

Le contrôle de l'épaisseur curviligne de tête (s_a) est nécessaire afin d'éviter une forme de denture trop pointue. Cette épaisseur ne doit pas être inférieure à $0,1 m_0$.

$$g_4(\mathbf{X}) = s_a > 0,1 m_0$$

III - 6

III.4.4 Contraintes de flexion en pieds de dents

Lorsqu'une charge suffisamment élevée est appliquée de façon cyclique à une dent, une fissure de fatigue peut s'amorcer et ensuite se propager jusqu'à la rupture complète de la dent ou de la jante. Les amorces des fissures en pied de dent sont généralement localisées dans les profils de

raccordement sollicités en traction. Le calcul normalisé de cette contrainte de traction fait intervenir plusieurs coefficients de correction pour tenir compte des approximations faites et des conditions de fonctionnement. Cette contrainte, basée sur une formule standard simplifiée ISO-6336-1 (méthode B) [74], doit être vérifiée pour chacune des deux roues.

$$g_5(\mathbf{X}) = \sigma = \frac{C}{R_p b m_0} Y_f Y_s Y_\beta Y_B Y_{DT} K_A K_V K_{f\beta} K_{f\alpha} \quad \text{III - 7}$$

$$g_5(\mathbf{X}) \leq \sigma_{adm} = 500 \text{ MPa}$$

Y_f est le facteur de forme, Y_s est le facteur de concentration de contraintes, Y_β est le facteur d'inclinaison, Y_B est le facteur d'épaisseur de jante, Y_{DT} est le facteur de profondeur de dent, K_A est le facteur d'application, K_V est le facteur dynamique interne, $K_{f\beta}$ est le facteur de distribution longitudinale de la charge et $K_{f\alpha}$ est le facteur de distribution transversale de la charge.

III.4.5 Pression maximale de contact

Lorsqu'une dent d'une roue en rotation applique une charge sur la dent de l'autre roue en rotation, une charge ayant une direction perpendiculaire à la surface est appliquée et se déplace le long de la ligne d'action, sur le flanc actif. Ceci conduit à des contraintes de cisaillement élevées sous la surface du flanc actif. Avec des cycles répétés d'application de charge, des fissures peuvent apparaître sous la surface et remonter jusqu'à cette dernière. Par conséquent, l'intensité de la pression de contact des dents lors de l'engrènement est à l'origine de la détérioration des surfaces des dents. Il est donc nécessaire de prendre en compte cette pression afin d'évaluer la résistance mécanique de l'engrenage. Puisque le contact entre les deux surfaces est un contact linéique, la distribution de pression dynamique $P(x)$ peut être déduite en utilisant la théorie de Hertz soit :

$$P(x) = P_{max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_H}\right)^2} = \frac{2}{\pi a_H} \frac{F}{d_n} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_H}\right)^2} \quad \text{III - 8}$$

$\frac{F}{b}$ est la charge par unité de largeur de contact (segment), a_H est la demi-largeur du contact hertzien (voir équation II - 2), d_n est la largeur d'une cellule suivant la largeur de contact (voir Figure III. 3).

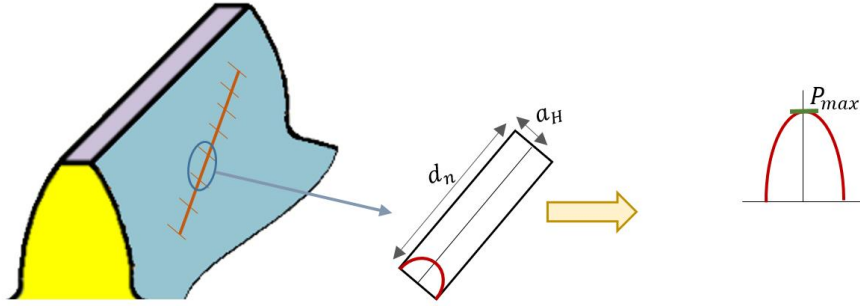


Figure III. 3 : Détermination de la pression maximale sur chaque segment

La pression de contact maximale est vérifiée pour chaque position angulaire et doit être inférieure à la valeur admissible :

$$g_6(\mathbf{X}) = P_{max}$$

$$g_6(\mathbf{X}) \leq P_{adm} = 1200 \text{ MPa}$$

III - 9

III.5 Méthode d'optimisation choisie

Comme mentionné au premier chapitre, dans les problèmes multi-objectifs (MO) il n'existe pas une solution unique qui minimise tous les objectifs simultanément mais un ensemble de solutions qui correspondent aux meilleurs compromis possibles entre les objectifs. Lors de la résolution d'un problème MO, on souhaite non seulement trouver cet ensemble de solutions de compromis, mais aussi que ces solutions soient bien réparties le long du front de Pareto. Les algorithmes évolutionnaires (EA), qui font partie des méta-heuristiques, se sont avérés très efficaces pour résoudre ces problèmes en trouvant un ensemble représentatif de solutions optimales de Pareto.

Parmi ces algorithmes, la méthode d'optimisation la plus couramment adoptée pour résoudre les problèmes multi-objectifs est l'algorithme génétique élitiste Non-Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II). NSGA-II est largement utilisé en raison de son efficacité, de sa rapidité de convergence, de sa capacité à tester et à préserver la diversité (c'est-à-dire une répartition des solutions du front de Pareto). Cet algorithme constitue un outil d'optimisation puissant [96] qui utilise un concept de classement basé sur le degré de non-dominance des solutions [97]. La popularité de NSGA-II fait qu'il a été codé dans plusieurs langages de programmation informatique. De nombreux chercheurs ont cité dans leurs travaux des études utilisant cet algorithme surtout dans le domaine des engrenages comme mentionné dans la section I.7 ([68],[70],[98],[67],[99]). En conséquence, il a été retenu dans le cadre de cette étude.

Cet algorithme a été proposé par Deb *et al* [100]. Il constitue une version révisée de l'algorithme génétique NSGA proposé par Srinivas et Deb [101]. L'organigramme de NSGA-II est présenté sur la Figure III. 5, dans le cas où 2 fonctions objectifs sont utilisées (f_1 et f_2) avec l'angle de pression α_0 et l'angle d'hélice β comme variables de décision. Tout d'abord, NSGA-II utilise la dominance de Pareto pour classer les individus de la population en fonction de leur rang de

dominance. Ensuite, NSGA-II applique des opérateurs évolutifs (sélection, croisement et mutation) pour créer une population des descendants ayant la même taille que la population des parents. La population combinée des parents et des descendants est ensuite répartie en fronts suivant les rangs de dominance des individus. Enfin, la population de la génération suivante est sélectionnée à partir de la population combinée en tenant compte des fronts classés et de la distance d'encombrement. La distance d'encombrement (crowding distance), utilisée dans l'opérateur de sélection de NSGA-II, est conçue pour maintenir la diversité au sein de la population. La procédure de sélection dans NSGA-II est caractérisée par une stratégie élitiste qui permet de sauvegarder les meilleures solutions trouvées lors des générations précédentes (préservation de la diversité).

Les étapes de résolution de cet algorithme commencent par une initialisation qui permet de générer une population aléatoire de N_p individus sur tout le domaine de définition. Ensuite, comme pour les algorithmes évolutionnaires, NSGA-II fait évoluer la population grâce aux opérateurs de croisement et mutation décrits ci-dessous.

Le choix des parents (P_t) à partir d'une sélection par tournoi (voir Annexe 3) consiste à trier aléatoirement deux individus différents de la population X_1 et X_2 et à conserver le meilleur des deux. La qualité de la solution se mesure par élitisme en regardant le rang des deux individus. En effet, le rang est calculé itérativement. Les points non dominés sont de rang 1. Ensuite ils sont retirés et les points de rang 2 sont de nouveaux les points non dominés parmi le reste et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on traite tous les individus de la population. Si les deux points à comparer sont de même rang, alors une nouvelle technique est appliquée pour favoriser la diversité. Pour cela, NSGA-II utilise la distance d'encombrement (voir Figure III. 4). Cette distance est calculée de la façon suivante pour un point i de rang quelconque r :

$$d_r(i) = \begin{cases} \infty & \text{si } x_i \text{ est au bord} \\ \sum_{k=1}^n \frac{f_k(x_{i+1}) - f_k(x_{i-1}))}{f_k^{\max} - f_k^{\min}} & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{III - 10}$$

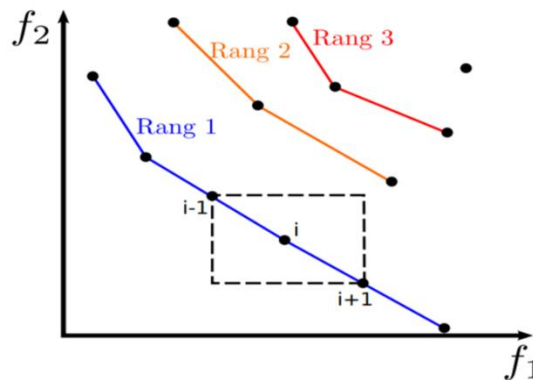


Figure III. 4 : Distance d'encombrement [102]

Le fait de garder les individus ayant la distance la plus grande et à rang fixe favorise la diversité dans la population et permet d'explorer tout le front Pareto.

A partir de ces parents, il faut générer les descendants (D_t). Ceci se fait par le croisement et la mutation. Ces deux opérateurs sont appliqués par des probabilités P_c et P_m (données par l'utilisateur). En fait, la mutation consiste à générer un individu enfant x_c en modifiant les coordonnées de l'individu parent x_p . La mutation utilisée dans NSGA-II est la mutation polynomiale [103]. Le croisement consiste à mélanger de manière stochastique les parents P_1 et P_2 de sorte à obtenir deux enfants D_1 et D_2 . L'opérateur de mutation est utilisé pour l'intensification et celui de croisement pour l'exploration.

Pour garder juste les individus qui améliorent la population, la sélection et la recombinaison se font en mélangeant la population des descendants et la population initiale (triée), ce qui fait une taille de population de $2N_p$ individus. Ensuite, à l'aide du rang et de la distance d'encombrement, seulement N_p individus sont conservés pour obtenir la population finale à chaque itération (t).

Cet algorithme présente l'avantage de combiner une exploration intensive de l'espace des solutions à l'aide de la mutation et du croisement et une garantie de non-régression que permet l'opérateur de sélection basé sur le rang et la distance d'encombrement.

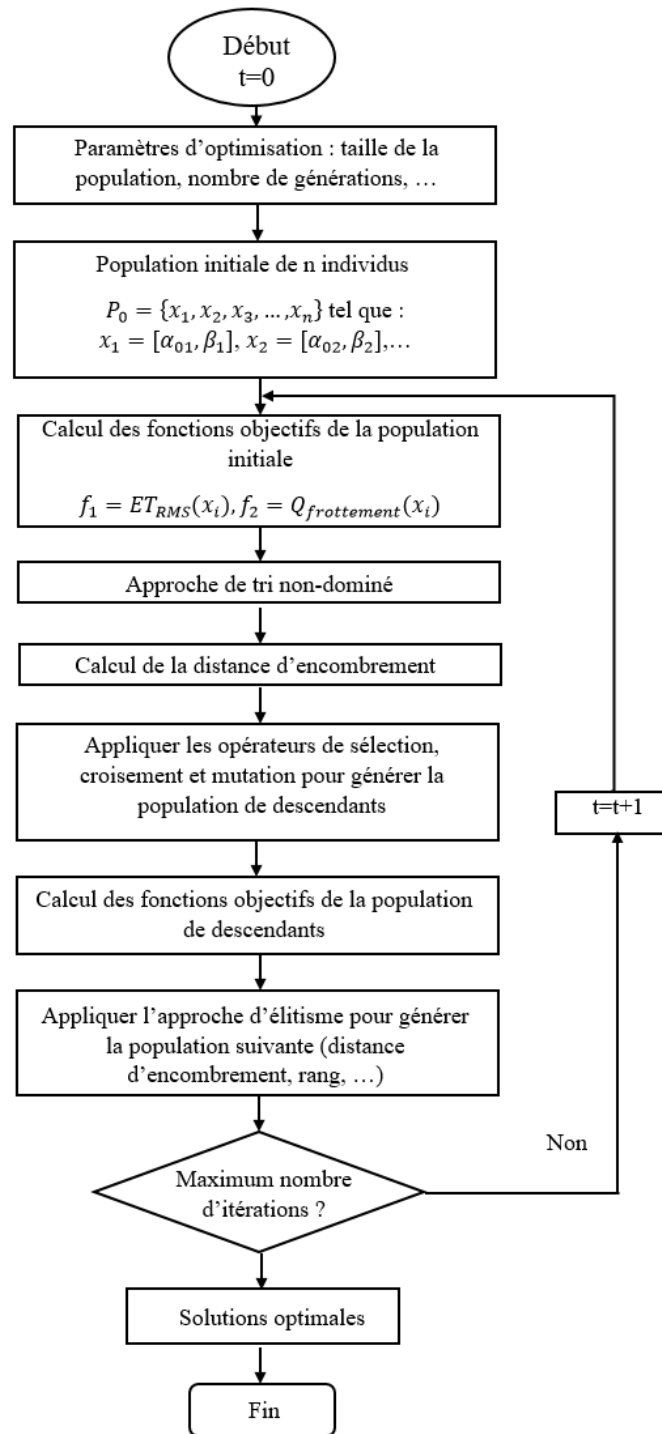


Figure III. 5 : Procédure de NSGA-II

III.6 Vérification de la méthode NSGA-II sur des cas tests

NSGA-II a été programmé puis testé afin d'évaluer ses performances et sa validation en l'exécutant sur certains cas tests bien connus à deux objectifs, avec et sans contraintes, dont la solution analytique (front de Pareto) est connue. Notre version d'outil a ainsi pu être validée. La fonction ZDT1 sans contraintes imposées est un exemple de cas tests standards, définie par :

$$\min \begin{cases} f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = g(x)h(f_1(x), g(x)) \\ g(x) = 1 + \frac{9}{29} \sum_{i=2}^{30} x_i \\ h(f_1(x), g(x)) = 1 - \sqrt{\frac{f_1(x)}{g(x)}} \end{cases} \quad \text{III - 11}$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \text{ et } 1 \leq i \leq 30$$

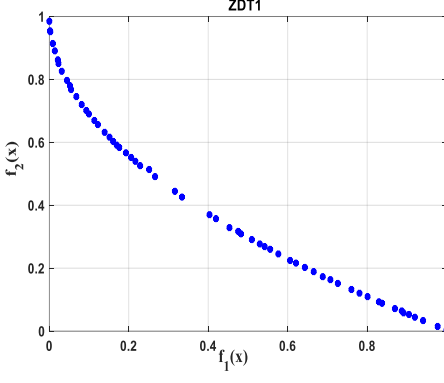
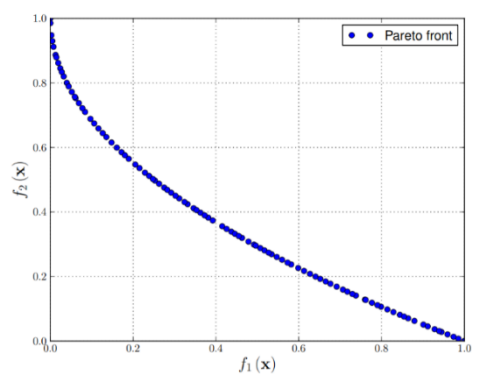
	Résultats Matlab par la méthode NSGA-II	Théorie
ZDT1		

Tableau III. 2 : Comparaison de front de Pareto de la fonction ZDT1 à la théorie

Le Tableau III. 2 montre la compatibilité entre les deux fronts de Pareto et d'autres cas tests sont présentés dans l'Annexe 3.

III.7 Paramètres d'optimisation

Dans cette partie, les fonctions objectifs sont la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission (ET_{RMS}) et les pertes par frottement à la denture ($Q_{frottement}$) et les variables de décision sont les deux paramètres macro-géométriques (β, α_0). Les opérateurs de l'algorithme NSGA-II sont guidés par un certain nombre de paramètres fixés au début de l'optimisation. De nombreuses simulations ont été réalisées afin de trouver des valeurs adéquates pour ces paramètres.

- Taille de population (N_p)

C'est le nombre d'individus. Si N_p est trop grand, le temps de calcul de l'algorithme peut s'avérer très important pour converger vers des solutions envisageables. La taille de population doit être choisie de façon à réaliser un compromis entre le temps de calcul et la qualité du résultat. Certains auteurs l'ont fixé entre 20 et 100 [104].

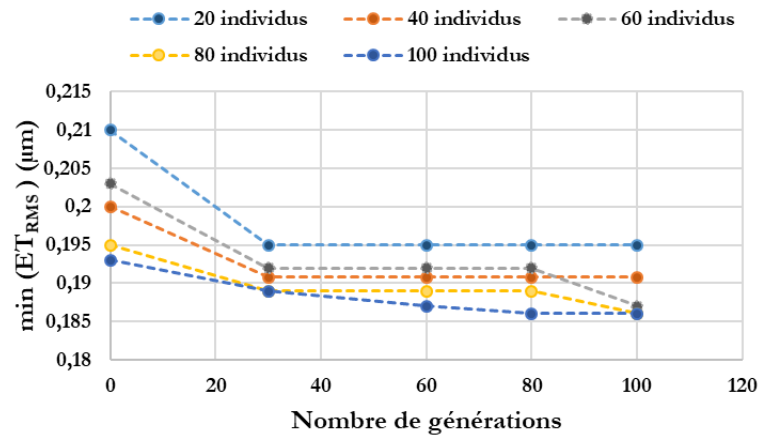


Figure III. 6 : Evolution de la valeur minimale de l' ET_{RMS} en fonction du nombre d'individus

La Figure III. 6 présente l'évolution de la valeur minimale de la fonction objectif ET_{RMS} à chaque génération et pour différentes valeurs de la taille de population. Ces points à chaque génération appartiennent au front de Pareto. Il est constaté que si le nombre d'individus est trop petit ($N_p = 20$ ou $N_p = 40$), l'algorithme peut converger rapidement mais vers un optimum local peu intéressant. L'analyse menée a montré que 100 individus sont suffisants pour chercher les meilleures solutions dans leurs domaines de définition et permettent d'obtenir des résultats fiables.

- Nombre de générations

C'est le nombre d'itérations. Il est préférable qu'il soit assez important afin de mieux visualiser la convergence vers la solution optimale. Certains auteurs utilisent un nombre compris entre 100 et 10000 générations [104]. Plus la taille du problème et le nombre d'individus dans la population sont grands, plus le nombre de générations permettant une convergence vers les optima de Pareto doit être grand.

La Figure III. 7 présente l'évolution de la valeur minimale de l' ET_{RMS} du front de Pareto en fonction du nombre de générations. La Figure III. 8 présente l'évolution de la valeur minimale de $Q_{frottement}$ du front de Pareto en fonction du nombre de générations. Ces figures permettent de déterminer le nombre maximum de générations nécessaire.

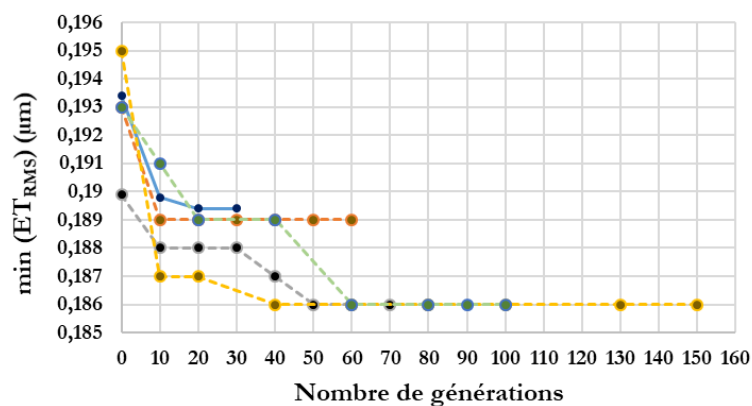


Figure III. 7 : Evolution de la valeur minimale d' ET_{RMS} en fonction du nombre de générations

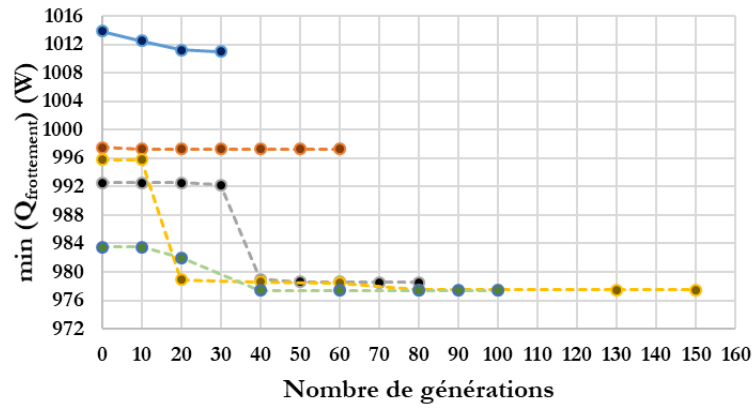
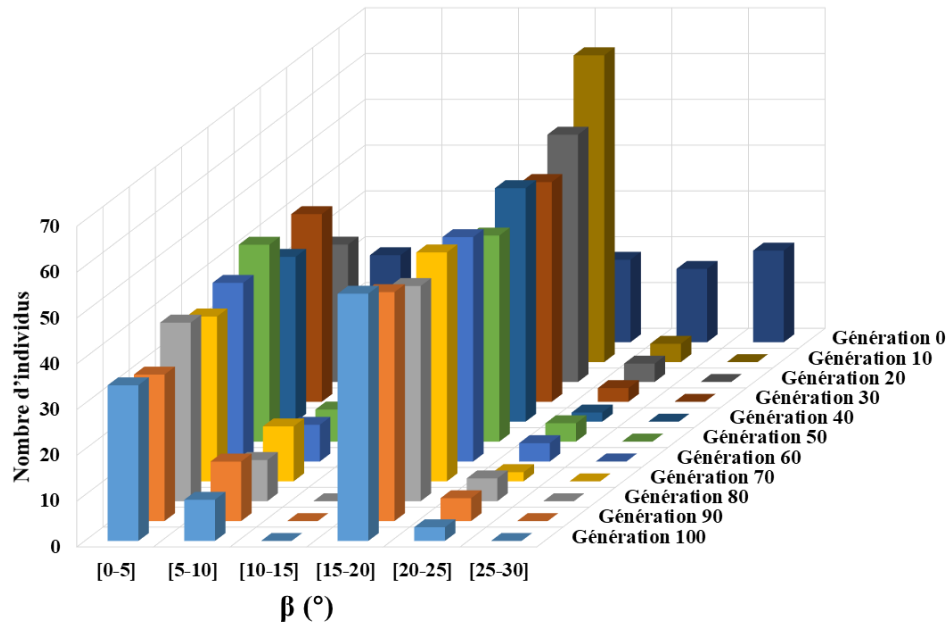


Figure III. 8 : Evolution de la valeur minimale de $Q_{frottement}$ en fonction du nombre de générations

Ces figures montrent la réduction des fonctions objectifs au cours des générations jusqu'à l'obtention de leurs valeurs minimales. La Figure III. 7 montre que, à partir de 80 générations, le minimum de l' ET_{RMS} est atteint et reste constant. De même, la Figure III. 8 montre que le minimum de $Q_{frottement}$ est atteint à partir de la génération 80.

Ces deux figures montrent qu'en passant à 150 générations, la convergence vers le minimum des fonctions objectifs est atteinte à la génération 100. Donc, un nombre de générations égal à 100 correspond à une limite au-delà de laquelle aucun changement significatif n'est détecté dans la simulation effectuée.

Evolution de β



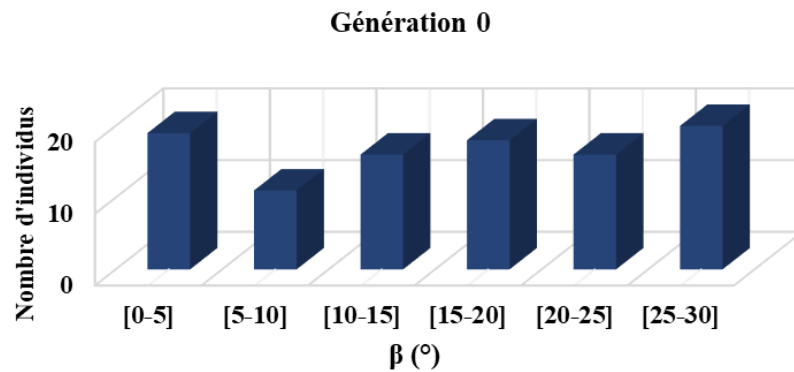


Figure III. 9 : Répartition de l'angle d'hélice β des individus du front de Pareto en fonction du nombre de générations

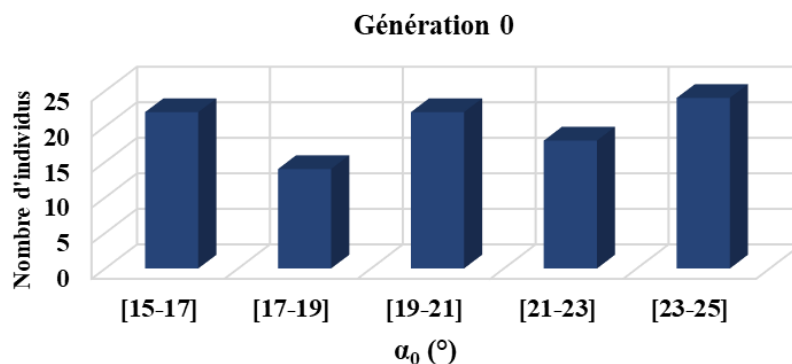
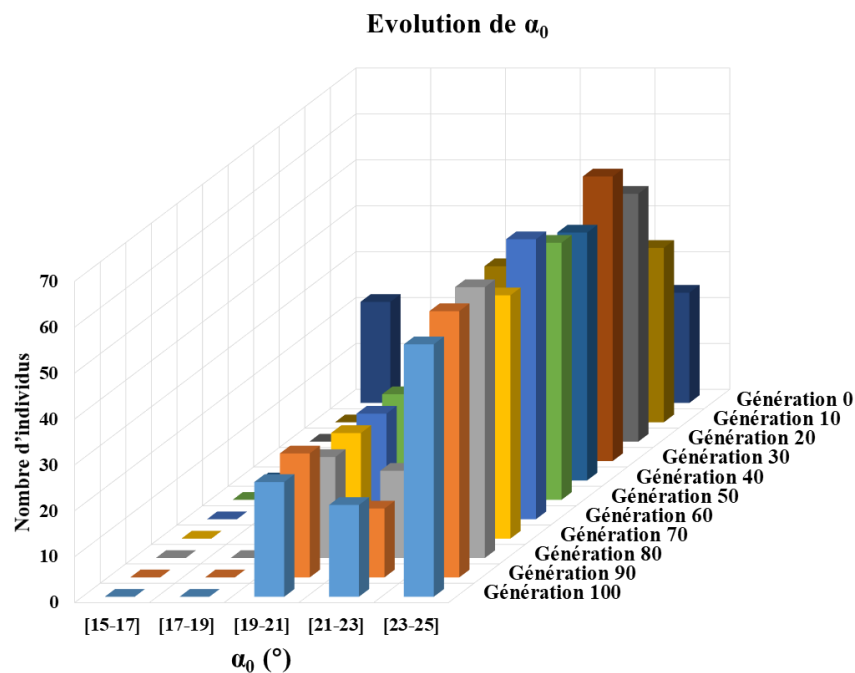


Figure III. 10 : Répartition de l'angle normal de pression α_0 des individus du front de Pareto en fonction du nombre de générations

La Figure III. 9 (respectivement Figure III. 10) présente le nombre d'individus correspondant à chaque intervalle d'angle de pression (respectivement d'angle d'hélice) pour chaque génération. Il est observé qu'il existe une variété de valeurs d'angle de pression α_0 et d'angle d'hélice β dans la population initiale (génération 0).

- Probabilité de croisement (P_c)

Cette probabilité détermine la probabilité qu'un enfant soit créé à partir du croisement de parents ou non. Elle dépend du problème à traiter et de la forme de la fonction objectif. Les recherches n'ont pas pu déterminer une valeur optimale de P_c car celle-ci s'applique sur une paire de chromosomes (individus), contrairement à la probabilité de mutation qui s'opère sur chaque chromosome. Les valeurs généralement admises sont comprises entre 0,5 et 1 [105].

D'après les différents tests réalisés et la littérature, il est noté qu'une valeur faible de P_c ne permet pas d'avoir une variété d'individus. Plus cette probabilité est élevée, plus il y a de nouvelles structures qui apparaissent dans la population. Plus les candidats de la génération précédente sont performants, plus ils ont de chance de devenir des parents. La valeur choisie de P_c est 0,9.

- Probabilité de mutation (P_m)

Ce taux est généralement faible puisqu'un taux élevé peut engendrer une solution sous-optimale. Quelques taux de mutation communément employés en algorithme évolutionnaire peuvent être trouvés dans la littérature comme $P_m=0,01$ [106], ou encore $P_m \in [0,005; 0,03]$ [107]. Dans certains cas, ce taux peut aussi prendre une valeur égale à $(1/l_g)$ où l_g est la longueur de la chaîne de bits codant le chromosome dans un codage binaire. La mutation permet d'étendre l'espace de recherche et de réduire la probabilité de converger vers un minimum local. La probabilité de mutation est habituellement faible (moins de 1%), afin de conserver un équilibre adéquat entre l'évolution et les mutations. Si P_m est égal à 1%, chaque individu de la population enfants a une probabilité de 1% d'être retiré ou d'être remplacé par un autre individu sélectionné de manière aléatoire. Une valeur faible de P_m est désirée afin d'atténuer l'effet de mutation qui altérerait trop les gènes des individus. La valeur choisie pour P_m est 0,01.

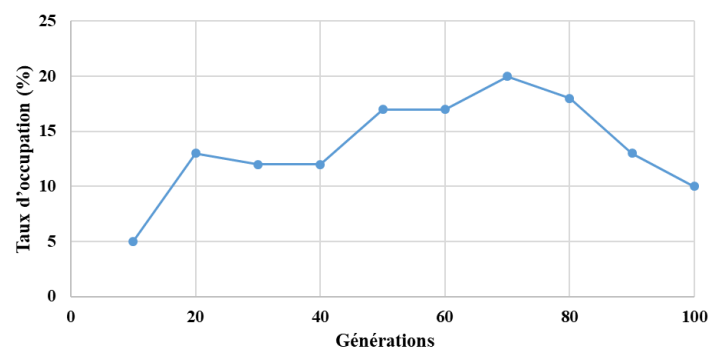


Figure III. 11 : Taux d'occupation de la population enfant

La Figure III. 11 présente le taux d'occupation de la population enfants à chaque génération pour 100 individus et 100 générations. Ceci montre la diversification de la population même avec un taux de mutation faible.

III.8 Mise en œuvre sur la transmission étudiée (programmation)

L'optimisation multi-objectifs est construite à partir de la communication entre deux logiciels distincts. A chaque itération, le 1^{er} programme (écrit en Fortran) simule l'engrènement. Il lit des fichiers contenant les caractéristiques géométriques de l'engrenage et/ou les corrections de profil et calcule les fonctions objectifs liées à la denture : l'erreur de transmission (ET) et les pertes par frottement. A partir de ces résultats, un programme Matlab génère l'algorithme d'optimisation NSGA-II.

A son tour, l'algorithme d'optimisation NSGA-II reçoit comme entrées les corrections de profil et/ou les paramètres géométriques choisis aléatoirement dans leurs domaines de définition représentant les composants de chaque individu de la population et les paramètres de la méthode d'optimisation, et calcule ensuite la valeur des fonctions objectifs en communiquant avec le 1^{er} programme. Les opérations d'optimisation sont appliquées par la suite pour garantir que le meilleur individu soit présent à chaque génération. Cette boucle se répète jusqu'à la condition d'arrêt (voir Figure III. 12).

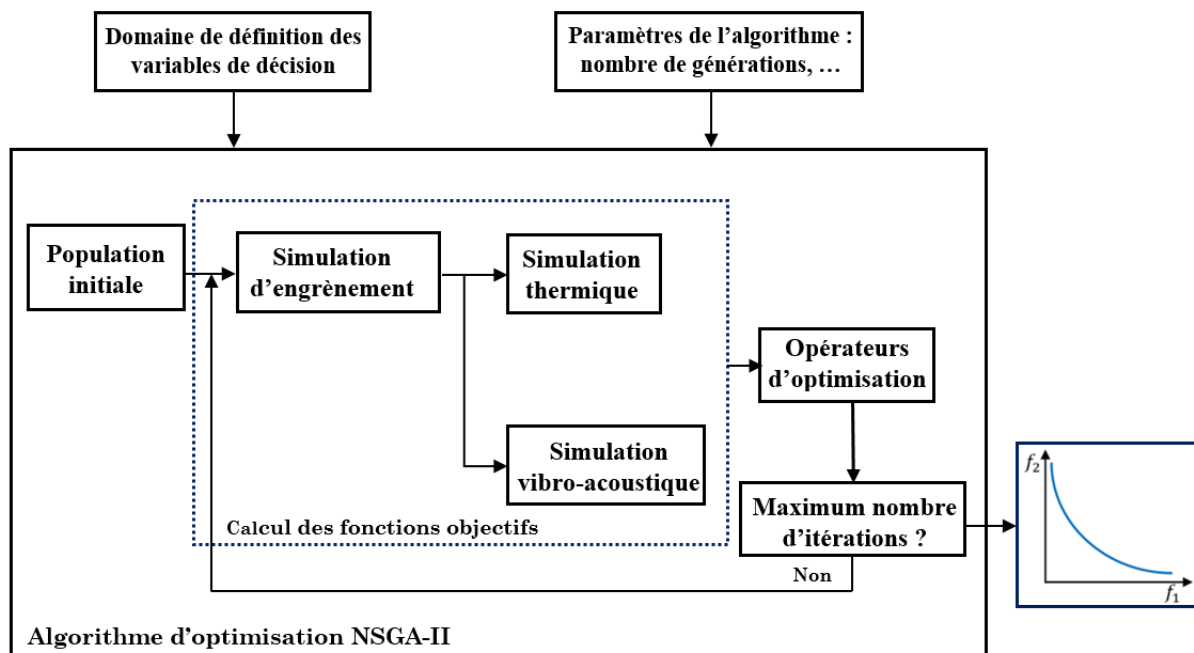


Figure III. 12 : Optimisation des fonctions objectifs

De même, l'optimisation de toute la transmission de puissance nécessite un couplage entre les programmes écrits en Fortran et Matlab. D'une part, les pertes totales sont la somme des différentes pertes dans le réducteur. L'exécution du 1^{er} programme simule l'engrènement pour déterminer les pertes à l'engrènement et les intégrer dans le réseau thermique programmé sous Matlab. D'autre part, la puissance acoustique équivalente rayonnée est déterminée à partir de l'amplitude de l'effort dynamique à la denture calculée grâce au 1^{er} programme. Ce bouclage entre les deux logiciels est intégré dans l'algorithme d'optimisation NSGA-II.

Pour l'optimisation, la communication entre les deux programmes prend du temps. A chaque itération, Fortran lit des fichiers de données (fichier.dat) et retourne des fichiers résultats en

format texte (txt). Matlab lit ses fichiers et retourne des fichiers résultats optimisés (fichiers.dat). Cette boucle de lecture et écriture des fichiers fait croître le temps de calcul. De plus, en augmentant le nombre de paramètres de l'optimisation (nombre d'itérations et taille de la population), le temps de calcul augmente. Les calculs ont été réalisés sur un cluster pour minimiser leur durée. Le temps de calcul de l'algorithme NSGA-II sur le cluster est de 4h. Cependant, ce temps dépend du nombre de variables de décision. Des calculs parallèles en MPI ou openMP n'ont pas pu être réalisés, en raison de l'impossibilité d'organiser le partage et l'échange des informations entre tâches non-indépendantes.

III.9 Conclusion

Dans ce chapitre, une formulation du problème d'optimisation multi-objectifs sur le réducteur considéré a été présentée, ainsi que les variables de décision utilisées dans l'optimisation et les contraintes à respecter. Nous avons également décrit le fonctionnement et les différents paramètres de l'algorithme génétique NSGA-II qui a été retenu dans le cadre de cette étude. Cet algorithme a été programmé sous Matlab et, pour évaluer sa validation, différents cas tests ont été réalisés et lancés avec succès. Les différents résultats obtenus à l'issue de la démarche d'optimisation mise en place sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre IV : Résultats

IV.1 Introduction

Après avoir mis en place l'algorithme génétique NSGA-II, l'idée est de l'appliquer à notre problématique. Les résultats de l'optimisation multi-objectifs obtenus par la méthode NSGA-II sont donc présentés dans ce chapitre. Comme mentionné dans le troisième chapitre, les variables de décision de l'optimisation sont liées à la définition macro-géométrique (angle de pression et angle d'hélice) et/ou micro-géométrique des dentures (corrections de profil). Différentes formulations du problème à deux objectifs sont étudiées. Dans un premier temps, les fonctions objectifs liées à la denture sont optimisées (ET_{RMS} , $Q_{frottement}$). Ensuite, celles liées à la transmission complète (L_w , Q_{total}) sont minimisées et une comparaison entre ces approches est réalisée. Enfin, une optimisation avec 3 fonctions objectifs est traitée.

IV.2 Résultats de l'optimisation

Les paramètres de l'algorithme d'optimisation (taille de population, nombre de générations, etc.) ont été fixés dès le début de l'optimisation multi-objectifs comme mentionné dans le troisième chapitre.

IV.2.1 Point de référence

Avant de réaliser l'optimisation multi-objectifs, les fonctions sont calculées pour un point de référence sans corrections de profil. Les paramètres macro-géométriques de ce point sont indiqués dans le Tableau IV. 1. Les caractéristiques mécaniques et thermiques ainsi que les valeurs des contraintes à respecter sont présentées dans le Tableau IV. 2 et sur la Figure IV. 1.

Point de référence	
Paramètres	Valeurs
Angle de pression normal (α_0)	20°
Angle d'hélice (β)	20°
Module normal (m_0)	3 mm

Tableau IV. 1 : Paramètres géométriques du point de référence

Point de référence		
Paramètres	Valeurs	
ET_{RMS}	0.3 μm	
$Q_{frottement}$	1130 W	
L_w	92 dB	
Q_{total}	1897 W	
T_{pignon}	110° C	
T_{huile}	92° C	
g_1	2.67	
g_3	341 MPa	418 MPa
g_4	1132 MPa	

Tableau IV. 2 : Caractéristiques mécaniques et thermiques du point de référence

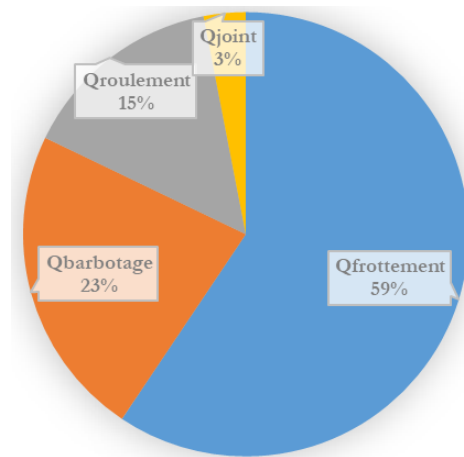


Figure IV. 1 : Sources de pertes de puissance au point de référence

La Figure IV. 1 indique que l'engrenage génère plus de 80% de la perte de puissance totale. A partir du Tableau IV. 2, on peut souligner que pour le point de référence, l'échange avec le milieu environnant est suffisant pour assurer une température du bain d'huile inférieure à 100°C : $T_{huile} = 92^\circ\text{C}$. La température de l'engrenage est par contre plus élevée : par exemple, la température de masse du pignon est de 110°C. Il est clair que la contrainte du rapport de contact total $g_1 = 2,67$ est bien respectée ($g_1 \geq g_{1\lim} = 1,2$). De même, les contraintes de flexion en pied de dents du pignon et de la roue, $g_{5\text{ pignon}} = 341\text{ MPa}$ et $g_{5\text{ roue}} = 418\text{ MPa}$, sont respectées ($g_5 \leq \sigma_{adm} = 500\text{ MPa}$). Enfin, la pression maximale de contact au point de référence $g_6 = 1132\text{ MPa}$ est bien inférieure à la valeur limite de 1200 MPa. La puissance acoustique rayonnée par le carter en décibels au point de référence est égale à 92 dB.

A partir de cette référence, une optimisation multi-objectifs est réalisée dans la section suivante en considérant deux approches distinctes. Dans un premier temps, l'étude se portera essentiellement sur la denture pour ensuite s'étendre à la prise en compte de la transmission complète.

IV.2.2 Résultats obtenus en focalisant l'étude sur la denture

- 2 variables de décision

Le vecteur des variables de décision $\mathbf{X}_1$ comporte l'angle d'hélice β et l'angle de pression normal α_0 :

$$\mathbf{X}_1 = [\beta, \alpha_0]$$

En se focalisant au niveau de la denture, les fonctions objectifs sont la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission (ET_{RMS}) et les pertes par frottement à la denture ($Q_{frottement}$). Comme il faut respecter les contraintes présentées au troisième chapitre, ce problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$P_1: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_1)) = \min(ET_{RMS}) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_1)) = \min(Q_{frottement}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_1) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_1) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_1) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_1) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_1) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_1) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

Les résultats de cette optimisation avec deux variables macro-géométriques sont présentés sur la Figure IV. 2 et la Figure IV. 3.

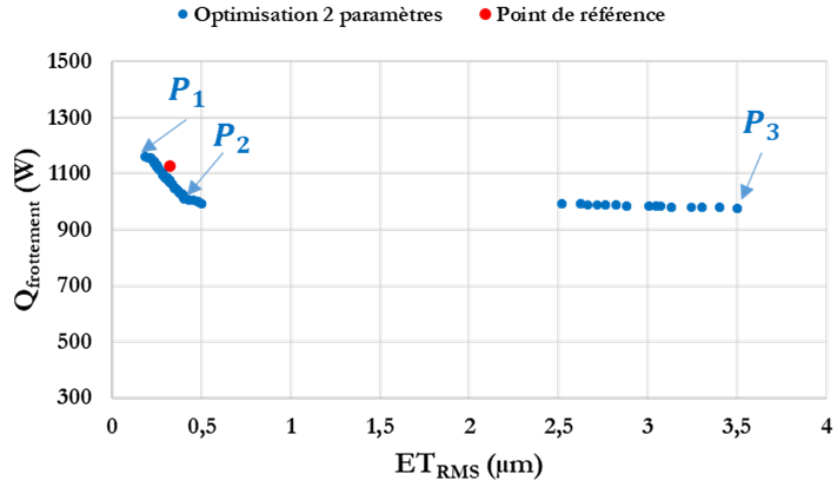


Figure IV. 2 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectives : ET_{RMS} et $Q_{frottement}$ avec 2 variables de décision

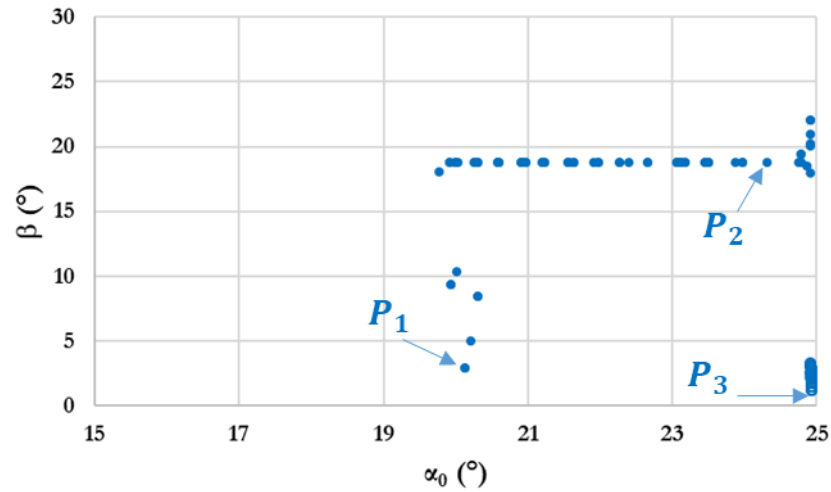


Figure IV. 3 : Solutions associées au front de Pareto

	P_1	P_2	P_3
$[\beta(^{\circ}) - \alpha_0(^{\circ})]$	$[3 - 20,12]$	$[18,77 - 24,3]$	$[1,17 - 24,90]$
$[E_1(\mu\text{m}) - E_2(\mu\text{m})]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[0,0]$
$[I_1 - I_2]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[0,0]$
$ET_{RMS} (\mu\text{m})$	0,18	0,40	3,50
$Q_{frottement} (\text{W})$	1163	1019	977

Tableau IV. 3 : Caractéristiques des points spécifiques

La Figure IV. 2 présente le front de Pareto de l'optimisation multi-objectifs. L'axe des abscisses est associé aux valeurs du premier objectif (ET_{RMS}) et l'axe des ordonnées à celles du second objectif ($Q_{frottement}$).

Comme le montre la Figure IV. 2, le front de Pareto présente tout d'abord une diminution significative des pertes par frottement (de 1163 à 992 W) avec une petite variation de la fonction ET_{RMS} (0,18 à 0,5 μm). Ensuite, on observe un changement de pente qui se traduit par une variation de ET_{RMS} significative (de 2,5 à 3,5 μm) pour des pertes de puissance par frottement approximativement constantes (de 992 à 977 W).

La Figure IV. 3 présente les valeurs des variables de décision des points du front de Pareto. Elle montre que le changement soudain de la pente du front de Pareto ($ET_{RMS} \leq 0,5 \mu\text{m}$ et $2,50 \leq ET_{RMS} \leq 3,50 \mu\text{m}$) correspond à deux régions indépendantes en termes de valeurs de β et α_0 . La première partie du front de Pareto (où ET_{RMS} varie entre 0,18 et 0,5 μm) correspond d'une part à une variation de β dans l'intervalle $[3^\circ - 10^\circ]$ associée à une valeur quasi-constante de α_0 (environ 20°) tel que $\varepsilon_\alpha \approx 1.7$ et, d'autre part, à une valeur élevée et presque constante de β ($\beta \in [18,6^\circ - 22^\circ]$) associée à une variation de α_0 dans l'intervalle $[19,7^\circ - 24,9^\circ]$. Cette valeur de β correspond à un rapport de recouvrement $\varepsilon_\beta \approx 1$ et un rapport de conduite total $\varepsilon_t \geq 2$. La deuxième partie du front de Pareto est associée à une variation de β dans l'intervalle $[1,1^\circ - 3,2^\circ]$ et à une valeur constante de α_0 qui est égale à la limite supérieure de la plage de recherche ($\alpha_0 = 24,9^\circ$) tel que $\varepsilon_\alpha \approx 1.5$. On peut remarquer que cette partie des solutions fait abaisser légèrement les pertes par frottement $Q_{frottement}$.

Les tendances observées sur la perte générée par le frottement des dentures sont cohérentes avec celles mises en avant par l'Université de Munich [108]. Cette étude a en effet souligné que cette source de perte augmente avec l'angle d'hélice. Elle diminue par contre si l'angle de pression α_0 est élevée [92]. En effet, lorsque α_0 augmente, le rapport de conduite (ε_α) diminue. Donc les pertes par frottement diminuent [92].

Des valeurs faibles d' ET_{RMS} correspondent à un rapport de recouvrement $\varepsilon_\beta \approx 1$ et ces valeurs contribuent à une variation très faible de la longueur de contact totale instantanée. Cette conclusion est déjà présentée dans [109] qui montre que les amplitudes des harmoniques de la longueur de contact présentent leurs minima pour $\varepsilon_\beta \approx 1$ (voir Figure IV. 4).

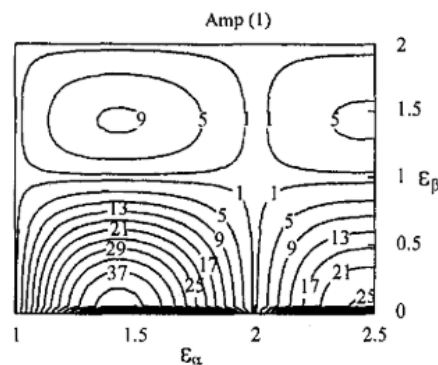


Figure IV. 4 : Amplitudes des harmoniques de la longueur de contact pour différents ε_α et ε_β

Il peut être souligné que le front de Pareto obtenu présente une discontinuité. Ceci s'explique par l'élimination de points qui ne respectent pas certaines contraintes. Par ailleurs l'optimisation

est bien établie vu que les points obtenus sont optimisés par rapport au point de référence (point rouge sur la Figure IV. 2).

Le front de Pareto présenté à la Figure IV. 2 est parcouru du point spécifique P_1 situé sur le côté gauche de la figure au point P_3 situé au côté droit. Les caractéristiques de ces points sont présentées dans le Tableau IV. 3. On peut remarquer qu'au point P_2 les deux fonctions objectifs sont optimisées en même temps. Ce point est caractérisé par une valeur réduite de la pression maximale de contact ($P_{max}(P_2) = 1000$ MPa). Il est également marqué par des pertes par frottement qui sont réduites de 11% par rapport au point de référence et des fluctuations de l'erreur de transmission qui restent quasiment inchangées.

Par conséquent, un point proche de P_2 tel que $\beta = 18,5^\circ$ et $\alpha_0 = 24,5^\circ$ est un point convenable pour optimiser à la fois ET_{RMS} et $Q_{frottement}$.

- **4 variables de décision**

Comme mentionné précédemment, un point dont les caractéristiques sont proches du point P_2 (les valeurs des angles sont arrondies) tel que $\beta = 18,5^\circ$ et $\alpha_0 = 24,5^\circ$ est choisi afin de réaliser l'optimisation de la micro-géométrie avec 4 variables de décision. Le vecteur de variables de décision est donné par :

$$\mathbf{X}_2 = [E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2]$$

Dans ce cas, le problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$P_2: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_2)) = \min(ET_{RMS}) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_2)) = \min(Q_{frottement}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_2) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_2) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_2) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_2) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_2) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_2) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

Les résultats de cette optimisation avec 4 variables micro-géométriques sont présentés sur la Figure IV. 5 et la Figure IV. 6.

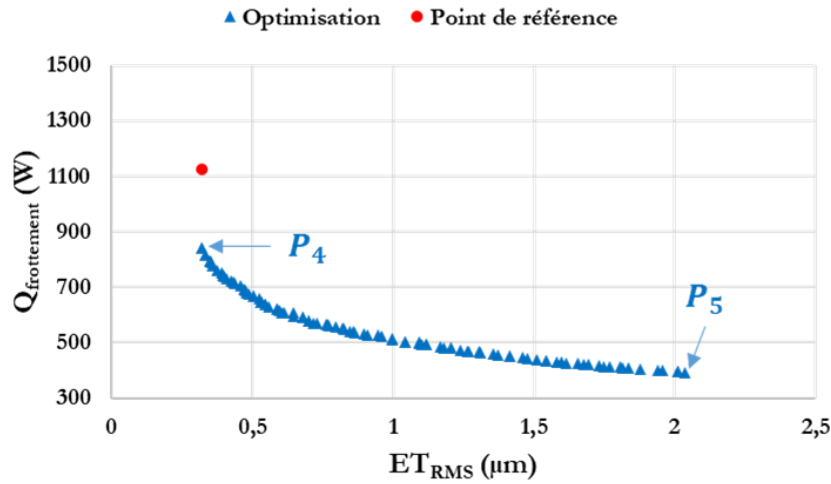


Figure IV. 5 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectives : ET_{RMS} et $Q_{frottement}$ avec 4 variables de décision

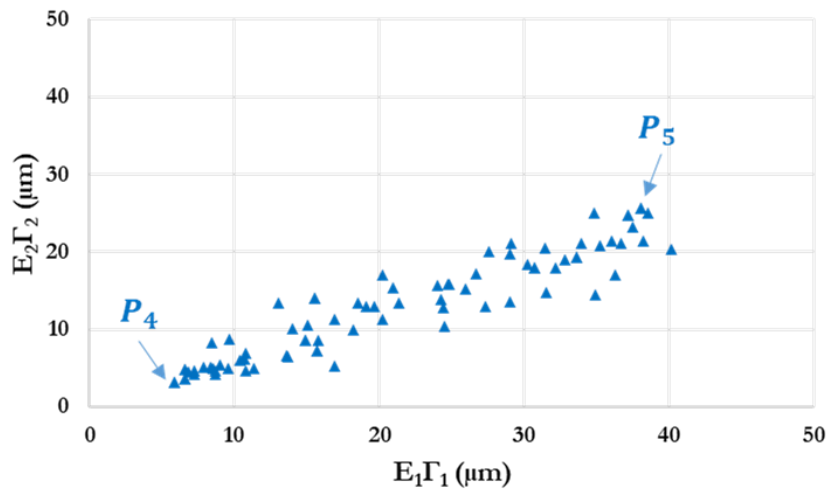


Figure IV. 6 : Solutions associées au front de Pareto

	P_4	P_5
$[\beta(^{\circ}), \alpha_0(^{\circ})]$	$[18,5 - 24,5]$	$[18,5 - 24,5]$
$[E_1(\mu m), E_2(\mu m)]$	$[14 - 9]$	$[98 - 89]$
$[\Gamma_1, \Gamma_2]$	$[0,41 - 0,34]$	$[0,46 - 0,35]$
$ET_{RMS} (\mu m)$	0,32	2,00
$Q_{frottement} (W)$	842	390

Tableau IV. 4 : Caractéristiques des points spécifiques

La Figure IV. 5 montre que le front de Pareto présente une évolution continue des deux fonctions objectives. Comme précédemment, l'axe des abscisses correspond à ET_{RMS} et l'axe des ordonnées correspond à $Q_{frottement}$. Le front de Pareto est parcouru du point spécifique P_4 au point P_5 . Entre ces points, $Q_{frottement}$ diminue de 842 à 390W, tandis que l' ET_{RMS} varie de 0,3 à 2 μm . Le Tableau IV. 4 présente les caractéristiques de ces points. Chaque point du front de Pareto a des caractéristiques micro-géométriques spécifiques qui varient dans les intervalles suivants : $0,3 \leq \Gamma_1 \leq 0,46$, $0,22 \leq \Gamma_2 \leq 0,35$, $14 \leq E_1 \leq 98 \mu m$ et $9 \leq E_2 \leq 89 \mu m$ (voir Figure IV. 6). Le point P_4 correspondant au minimum d' ET_{RMS} présente une faible valeur de

correction de profil au sommet de la dent ($E_1 = 14 \mu\text{m}$, $E_2 = 9 \mu\text{m}$). Le point P_5 correspondant au minimum des pertes par frottement $Q_{\text{frottement}}$ présente au contraire une correction de profil importante au sommet de la dent ($E_1 = 90 \mu\text{m}$ et $E_2 = 82 \mu\text{m}$). La Figure IV. 6 présente l'évolution des paramètres micro-géométriques (produit $E_i \Gamma_i$) pour les points qui constituent le front de Pareto. Le point P_4 correspond au minimum de $E_1 \Gamma_1$ et $E_2 \Gamma_2$. On peut remarquer que les corrections au sommet du pignon sont fortes par rapport à celles de la roue.

La Figure IV. 7 représente la distribution de charge selon la largeur de la dent et en fonction de la position sur le profil. Le contact selon le profil des dents est caractérisé par un temps adimensionnel t/T_m (tel que T_m est la période d'engrènement) qui est proportionnel à la distance parcourue par les lignes de contact. Cette figure montre l'influence de la correction de profil sur l'effort à la denture.

Par conséquent, une correction de profil importante a tendance à faire diminuer significativement les pertes par frottement. Par ailleurs, la vitesse de glissement augmente vers le pied et le sommet de la dent avec des maximums à l'engagement et au déengagement et elle s'annule au point primitif. Donc l'enlèvement de matière se produit dans les zones de fort glissement pour réduire les pertes associées.

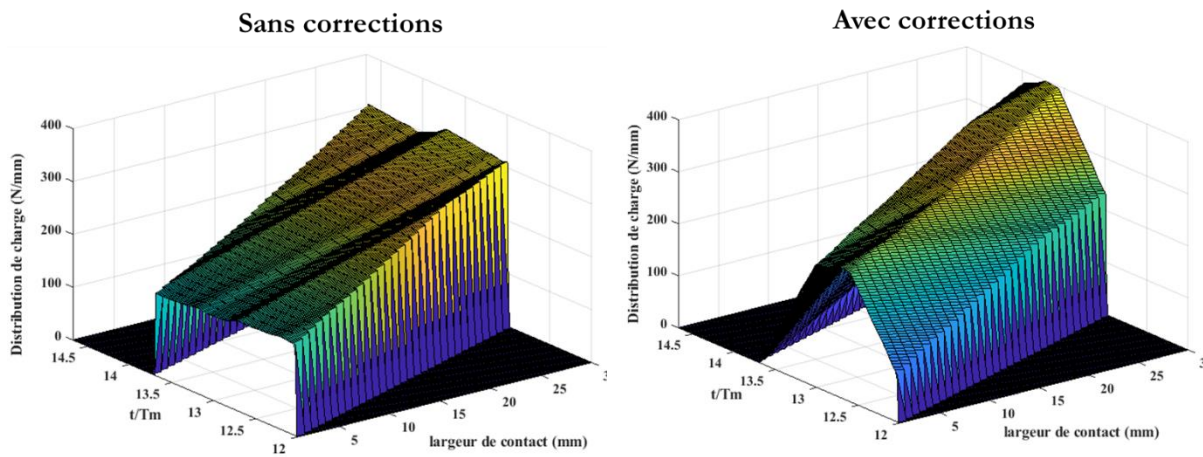


Figure IV. 7 : Distribution de charge au point P_4

- 6 variables de décision

Cette partie traite de l'optimisation multi-objectifs des fonctions ET_{RMS} et $Q_{\text{frottement}}$ en considérant à la fois les paramètres macro et micro-géométriques comme des variables de décision. Le vecteur de ces paramètres est :

$$\mathbf{X}_3 = [\beta, \alpha_0, E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2]$$

Et le problème à traiter se formule :

$$P_3: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_3)) = \min(ET_{RMS}) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_3)) = \min(Q_{frottement}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_3) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_3) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_3) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_3) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

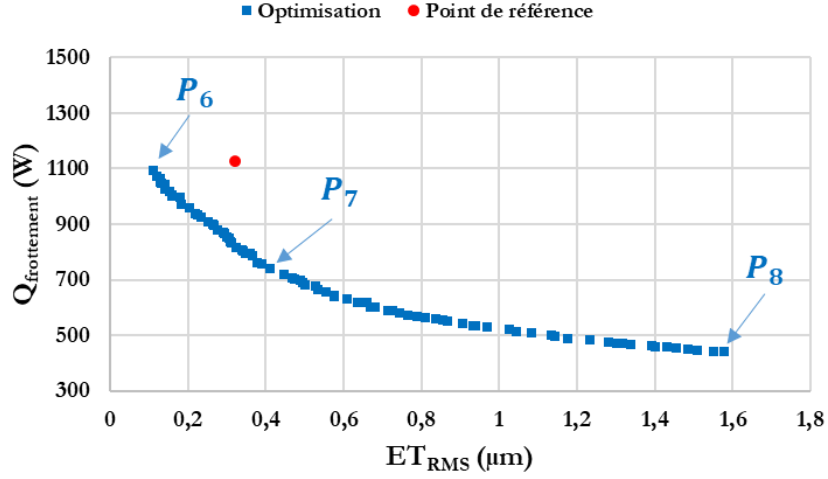


Figure IV. 8 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectives : ET_{RMS} et $Q_{frottement}$ avec 6 variables de décision

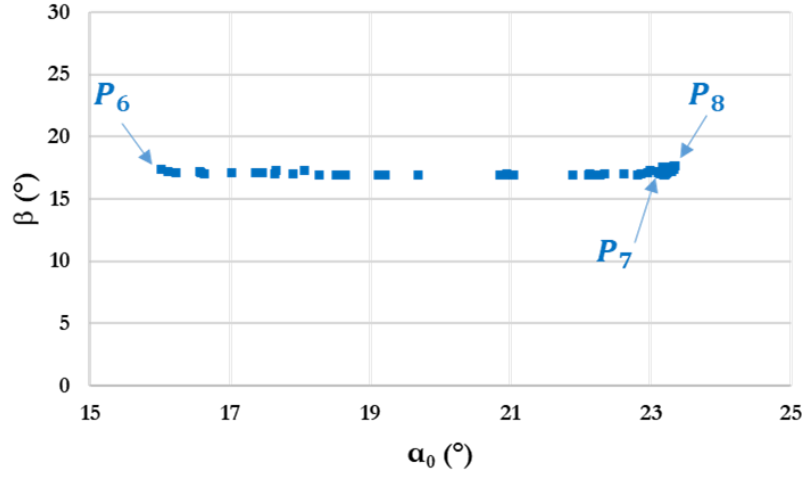


Figure IV. 9 : Solutions associées au front de Pareto

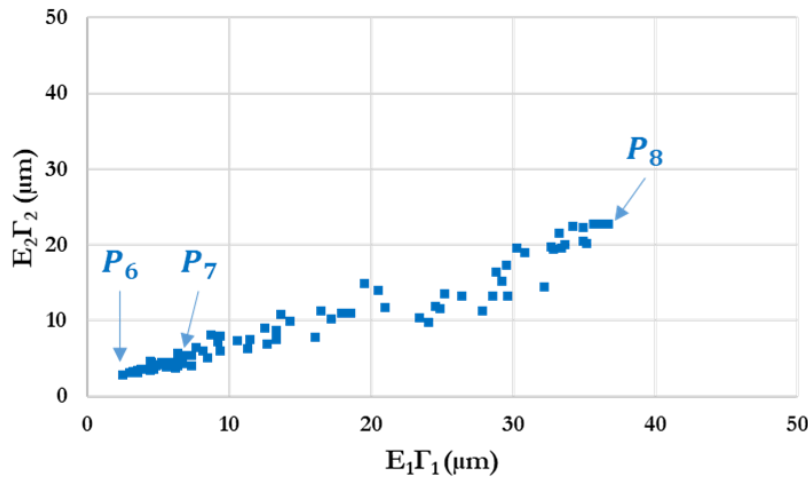


Figure IV. 10 : Solutions associées au front de Pareto

	P_6	P_7	P_8
$[\beta(^{\circ}), \alpha_0(^{\circ})]$	[17,3 - 16]	[17– 23,1]	[17,6 – 23,3]
$[E_1(\mu\text{m}), E_2(\mu\text{m})]$	[11– 11]	[23 – 21]	[80 – 67]
$[\Gamma_1, \Gamma_2]$	[0,22 – 0,25]	[0,34 – 0,27]	[0,45– 0,33]
ET_{RMS} (μm)	0,1	0,4	1,6
$Q_{frottement}$ (W)	1095	739	441

Tableau IV. 5 : Caractéristiques des points spécifiques

La Figure IV. 8 affiche le front de Pareto de l'optimisation de l' $ET_{RMS} - Q_{frottement}$ avec six variables de décision ($\alpha_0, \beta, E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2$). Elle montre une évolution continue des fonctions objectifs avec une variation de $Q_{frottement}$ de 1095 à 441 W et une variation de l' ET_{RMS} de 0,1 à 1,6 μm. Les valeurs de l'angle d'hélice sont presque constantes pour l'ensemble des points du front de Pareto ($16,9^{\circ} \leq \beta \leq 17,6^{\circ}$) alors que α_0 varie dans l'intervalle $[16^{\circ} - 23,3^{\circ}]$. Ces valeurs correspondent à un rapport de recouvrement (qui ne dépend que de β) $\varepsilon_{\beta} \approx 1$.

Le front de Pareto est parcouru du point spécifique P_6 au point P_8 . Tout d'abord, une augmentation de l'angle de pression α_0 est observée (de 16° en P_6 à $22,8^{\circ}$ en P_7) contribuant à des valeurs de l' ET_{RMS} qui sont inférieures à 0,4 μm comme la Figure IV. 9 le montre. Cette plage de variation est associée à des petites corrections de profil au sommet de dent ($E_1\Gamma_1 \leq 10$ μm, $E_2\Gamma_2 \leq 5$ μm). Sur la suite du front de Pareto, l'angle de pression est quasi-constant entre P_7 et P_8 ($\alpha_0 \approx 23,3^{\circ}$) tandis qu'une grande variation de correction de profil au sommet de dent est observée ($E_1\Gamma_1$ varie de 10 à 37 μm et $E_2\Gamma_2$ varie de 5 à 23 μm). Ceci contribue à une diminution de $Q_{frottement}$ et une augmentation de ET_{RMS} .

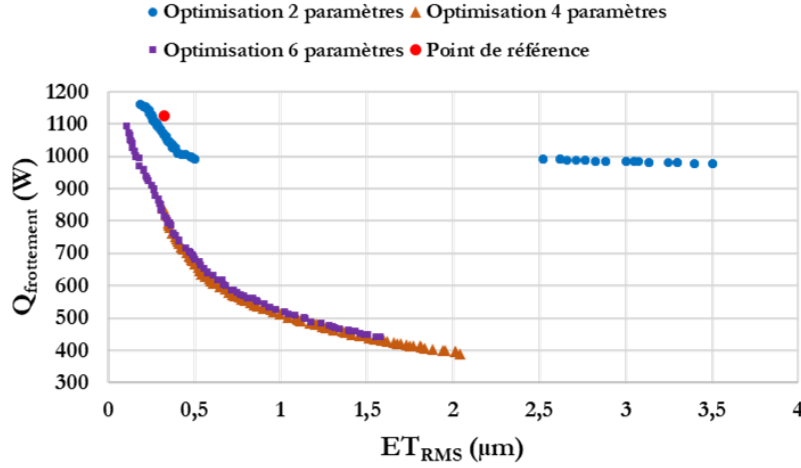


Figure IV. 11 : Front de Pareto avec différentes variables de décision

A partir des résultats précédents et de la Figure IV. 11, on peut remarquer que l' ET_{RMS} est plus faible pour une optimisation avec 6 variables de décision alors que les pertes par frottement $Q_{frottement}$ les plus faibles sont obtenues pour une optimisation avec 4 variables. Le front de Pareto avec les 6 variables est plus large du côté gauche vu que l' ET_{RMS} atteint $0,1 \mu m$ alors que cette valeur atteint $0,32 \mu m$ pour 4 variables. On observe également qu'il y a des points identiques entre l'optimisation avec 4 et 6 variables.

On peut souligner que l'ensemble des valeurs faibles de β obtenues par l'optimisation avec 2 variables sont éliminées par l'optimisation avec 6 variables de décision. Au final, réaliser une optimisation macro-géométrique puis micro-géométrique est différente d'une optimisation micro et macro-géométrique réalisée simultanément.

IV.2.3 Résultats obtenus en étendant l'étude à la transmission complète

Cette partie traite de l'optimisation multi-objectifs en étendant l'étude à la transmission complète. Dans un premier temps, les fonctions objectifs de l'optimisation sont l'erreur de transmission ET_{RMS} et les pertes de puissance totales Q_{total} . Dans un deuxième temps, les fonctions objectifs sont la puissance acoustique en décibels L_w et les pertes de puissance totales Q_{total} .

IV.2.3.1 Fonctions objectifs : ET_{RMS} et Q_{total}

- 2 variables de décision

Le vecteur des variables de décision $\mathbf{X}_1$ comporte l'angle d'hélice β et l'angle de pression α_0 :

$$\mathbf{X}_1 = [\beta, \alpha_0]$$

Pour ces calculs, les fonctions objectifs sont la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission (ET_{RMS}) et les pertes totales (Q_{total}) tout en respectant les contraintes présentées au troisième chapitre. Donc, ce problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$P'_1: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_1)) = \min(ET_{RMS}) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_1)) = \min(Q_{total}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_1) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_1) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_1) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_1) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_1) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_1) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

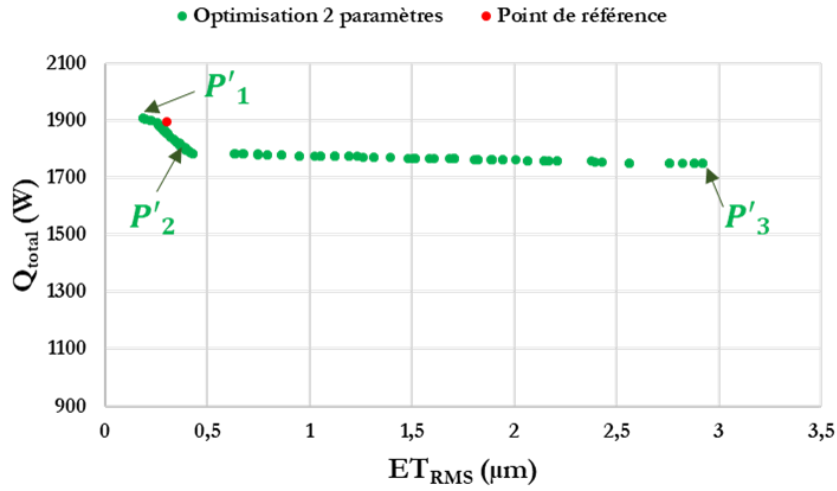


Figure IV. 12 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectives : ET_{RMS} et Q_{total} avec 2 variables de décision

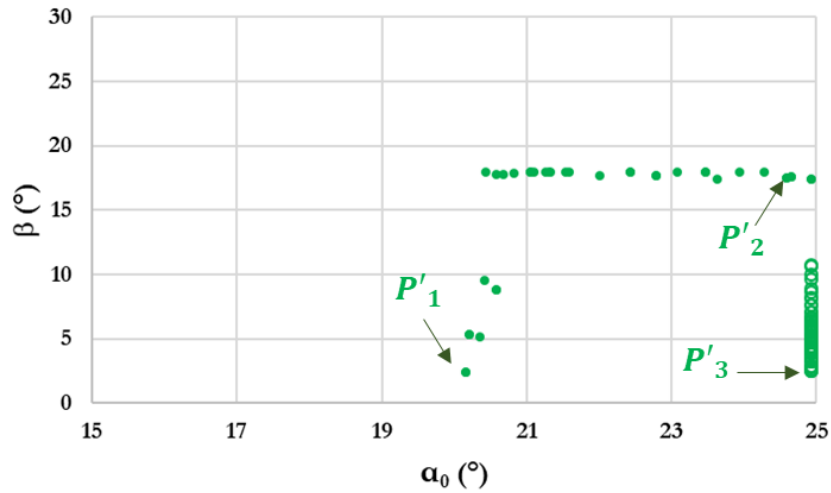


Figure IV. 13 : Solutions associées au front de Pareto

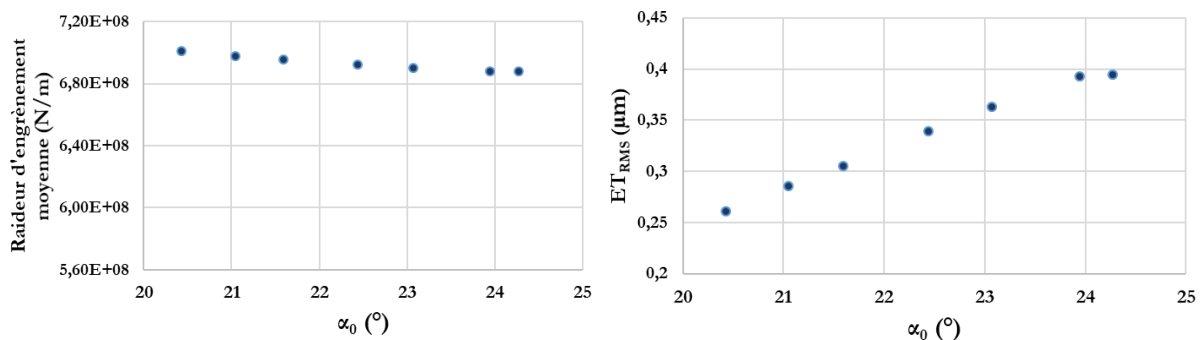
	P'_1	P'_2	P'_3
$[\beta(^{\circ}) - \alpha_0(^{\circ})]$	$[2,44 - 20,16]$	$[18,4 - 24,5]$	$[0,8 - 24,9]$
$[E_1(\mu\text{m}) - E_2(\mu\text{m})]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$
$[I_1 - I_2]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$
$ET_{RMS} (\mu\text{m})$	0,18	0,40	2,90
$Q_{total} (\text{W})$	1901	1790	1748

Tableau IV. 6 : Caractéristiques des points spécifiques

Comme l'illustre la Figure IV. 12, le front de Pareto montre un comportement similaire à celui obtenu avec l'optimisation de l' ET_{RMS} et $Q_{frottement}$ (Figure IV. 2). Ce front montre tout d'abord une diminution significative des pertes de puissance totales Q_{total} (de 1901 à 1783 W) avec une variation limitée de l' ET_{RMS} (de 0,18 à 0,4 μm). Ensuite, une variation importante de l' ET_{RMS} est observée (de 0,6 à 2,9 μm) avec des pertes de puissance totales approximativement constantes (de 1783 à 1748 W). La Figure IV. 13 montre que le changement brusque de la pente du front de Pareto correspond à deux régions indépendantes en termes de valeurs de β et α_0 . La première partie du front est associée d'une part, à une petite variation de β dans l'intervalle $[2^{\circ} - 9^{\circ}]$ alors que la valeur de α_0 est quasi-constante à 20° et, d'autre part, à une valeur plus élevée et presque constante de β ($\beta \in [17,5^{\circ} - 18,2^{\circ}]$) et à une variation de α_0 dans l'intervalle $[20^{\circ} - 24,9^{\circ}]$. La deuxième partie du front de Pareto est associée à une variation de β dans l'intervalle $[2,5^{\circ} - 10,7^{\circ}]$ et une valeur constante de α_0 qui est égale à la limite supérieure de la plage de recherche ($\alpha_0 = 25^{\circ}$).

On peut remarquer que les valeurs de α_0 aux alentours de $24,9^{\circ}$ avec des valeurs faibles de β (voir Figure IV. 12) font diminuer les pertes totales Q_{total} . Ces valeurs correspondent à un rapport de conduite ε_{α} autour de 1,5 représentant sa valeur minimale vue que la plage de variation de α_0 est $[15^{\circ} - 25^{\circ}]$.

Pour les valeurs de β constantes autour de 18° , la valeur de l' ET_{RMS} est faible et inférieure à 0,5 μm . Ces valeurs correspondent à un rapport de recouvrement $\varepsilon_{\beta} \approx 1$ et un rapport de contact total $\varepsilon_t \geq 2$. Ceci contribue à une variation très faible de la longueur de contact totale instantanée et ainsi à une valeur quasi-constante de la raideur d'engrènement. La Figure IV. 14 montre l'évolution de la raideur d'engrènement moyenne et de l' ET_{RMS} pour les points du front de Pareto avec β autour de 18° .

**Figure IV. 14 : Evolution de la raideur d'engrènement et de l' ET_{RMS} en fonction de α_0**

En termes de pertes totales, l'intérêt de l'approche globale utilisant le réseau thermique est de décrire la répartition des pertes et la distribution des températures. Les pertes totales diminuent

du point P'_1 au point P'_3 . La Figure IV. 15 montre la répartition des pertes de puissance aux deux points extrêmes du front de Pareto. Elle illustre que les pertes par barbotage et celles aux roulements augmentent du point P'_1 au point P'_3 tandis que les pertes par frottement diminuent. On peut souligner que dans un cas où les pertes par frottement à la denture représentent 60% des pertes totales, cette variation est sensible. La température de masse du pignon (T_{pignon}) varie entre 109°C et 101°C pour les solutions entre les points spécifiques P'_1 et P'_3 . On constate qu'il n'y a pas beaucoup de variation de température (seulement 8°C) puisque les pertes ne sont réduites que de 160 W.

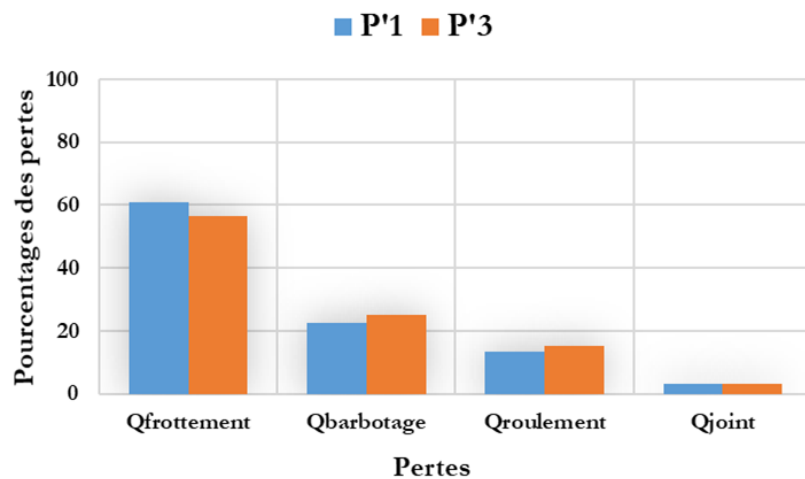
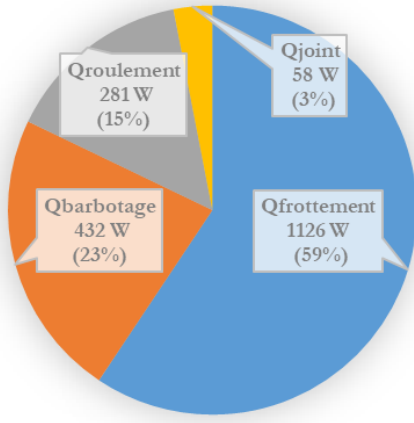
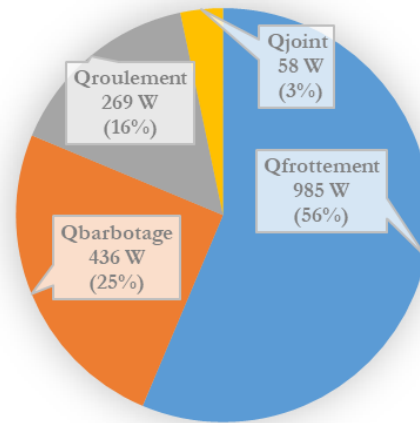


Figure IV. 15 : Répartition des pertes aux points spécifiques

Une différence au niveau des solutions du front de Pareto entre l'optimisation $ET_{RMS} - Q_{frottement}$ et celle $ET_{RMS} - Q_{total}$ peut-être remarquée puisque les plages de variation de β ne sont pas balayées de la même façon. La Figure IV. 3 montre qu'en se concentrant uniquement sur l'engrenage, pour une variation de α_0 entre $[19^\circ - 24,9^\circ]$, l'angle d'hélice β peut atteindre des valeurs élevées (22°) alors que la Figure IV. 13 montre que pour une variation de α_0 entre $[20^\circ - 24,9^\circ]$, l'angle d'hélice β ne dépasse pas $18,5^\circ$. En effet, en prenant en compte la transmission complète, augmenter l'angle d'hélice β a un impact sur d'autres sources de pertes de puissance : d'une part, sur la surface immergée (S_m) associée aux pertes par barbotage (voir paragraphe II.4.2.4) et, d'autre part, sur la charge équivalente appliquée aux roulements et donc sur leur couple de frottement (voir Figure IV. 16).

Répartition des pertes au point P'_1 Répartition des pertes au point P'_3 **Figure IV. 16 : Répartition des pertes**

Au-delà des différences soulignées, comme sur l'approche menée à l'échelle de la denture, un point présentant un bon compromis entre les deux objectifs se dégage : le point P'_2 où les pertes sont réduites de 6% par rapport au point de référence et où les fluctuations de l'erreur de transmission restent quasiment inchangées.

- 4 variables de décision

Dans cette partie, un point spécifique ayant les mêmes valeurs que le point retenu dans l'approche $ET_{RMS} - Q_{total}$ tel que $\beta = 18,5^\circ$ et $\alpha_0 = 24,5^\circ$ est choisi afin de réaliser l'optimisation de la micro-géométrie avec un vecteur à 4 variables de décision. Ce vecteur est donné par :

$$\mathbf{X}_2 = [E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2]$$

Dans ce cas, le problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$P'_2: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_2)) = \min(ET_{RMS}) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_2)) = \min(Q_{total}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_2) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_2) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_2) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_2) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_2) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_2) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

Les résultats de cette optimisation avec 4 variables micro-géométriques sont présentés sur la Figure IV. 17 et la Figure IV. 18.

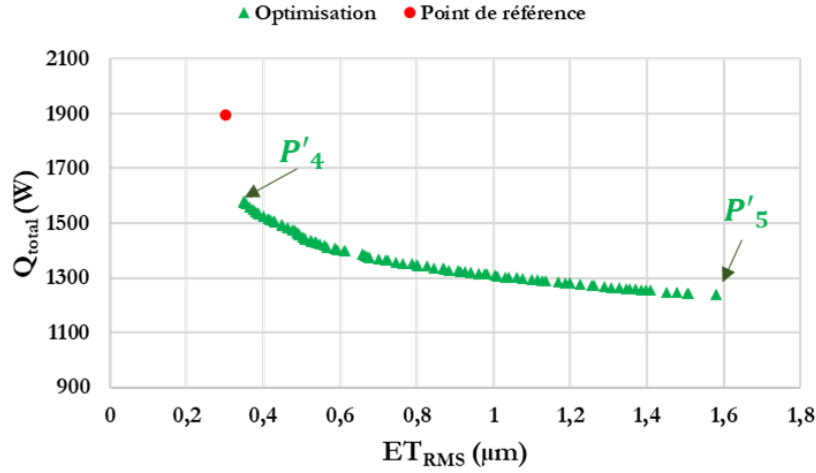


Figure IV. 17 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectives : ET_{RMS} et Q_{total} avec 4 variables de décision

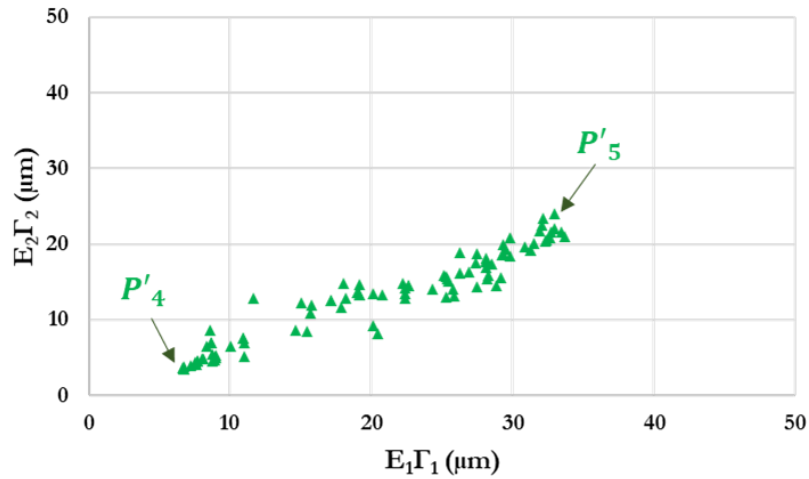


Figure IV. 18 : Solutions associées au front de Pareto

	P'_4	P'_5
$[\beta(^{\circ}), \alpha_0(^{\circ})]$	$[18,5 - 24,5]$	$[18,5 - 24,5]$
$[E_1(\mu m), E_2(\mu m)]$	$[18 - 13]$	$[77 - 82]$
$[\Gamma_1, \Gamma_2]$	$[0,38 - 0,26]$	$[0,42 - 0,29]$
$ET_{RMS}(\mu m)$	0,34	1,39
$Q_{total}(W)$	1578	1255

Tableau IV. 7 : Caractéristiques des points spécifiques

La Figure IV. 17 montre que le front de Pareto correspond à une évolution continue des deux fonctions objectives. Du point spécifique P'_4 au point P'_5 , les pertes totales Q_{total} diminuent de 1578 à 1255 W tandis que l' ET_{RMS} varie de 0,34 à 1,39 μm . Le Tableau IV. 7 montre que ces points spécifiques ont des valeurs peu différentes pour les paramètres sans dimension Γ ($0,25 \leq \Gamma_1 \leq 0,44$ / $0,2 \leq \Gamma_2 \leq 0,3$). Cependant, le point spécifique P'_4 correspondant au minimum de l' ET_{RMS} présente une faible correction de profil au sommet de dent ($E_1 = 18 \mu m$ et $E_2 = 13 \mu m$) tandis que le point P'_5 correspondant au minimum des pertes totales présente une forte correction de profil au sommet de dent ($E_1 = 77 \mu m$ et $E_2 = 82 \mu m$).

Lorsque le front de Pareto est parcouru du point spécifique P'_4 au point P'_5 , la diminution des pertes totales (de 1578 à 1238 W) est principalement due à la diminution des pertes par frottement $Q_{frottement}$ (de 794 à 436 W). Elle se traduit par une diminution de la température de l'huile (de 81°C au point P'_4 à 68°C au point P'_5) entraînant une augmentation de la viscosité de l'huile et des pertes aux roulements (de 291 à 310 W) avec une valeur quasi constante des pertes par barbotage $Q_{barbotage}$ (436 W) et des pertes aux joints (58 W). Par conséquent, le poids relatif des pertes par frottement $Q_{frottement}$ diminue de manière significative, passant de 50 % des pertes totales au point P'_4 à 35 % au point P'_5 . La Figure IV. 19 montre l'évolution du ratio (pertes indépendantes de la charge par rapport aux pertes totales) au point P'_4 et P'_5 .

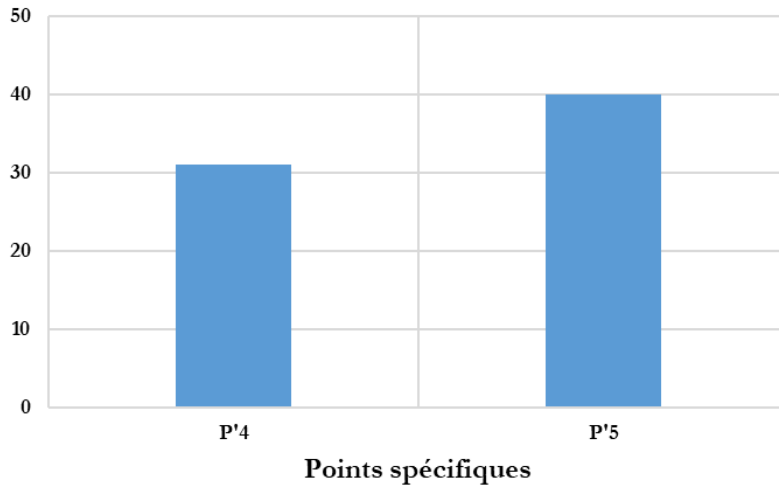


Figure IV. 19 : Evolution des pertes indépendantes de la charge par rapport aux pertes totales

On remarque que l'optimisation des pertes par frottement avec 4 variables de décision conduit à une correction de profil plus importante par rapport à l'optimisation des pertes totales. En effet, derrière cette correction de profil importante qui conduit à une réduction notable de $Q_{frottement}$, le réducteur sera plus froid et il y aura un impact sur les pertes indépendantes de la charge. Contrairement à l'étude des variables macro-géométriques dont les valeurs peuvent jouer directement sur d'autres sources de pertes, dans le cas des variables micro-géométriques c'est le couplage thermique qui permet d'expliquer les variations obtenues sur les pertes autres que celles générées par le frottement des dentures.

- **6 variables de décision**

Cette partie traite de l'optimisation multi-objectifs des fonctions ET_{RMS} et Q_{total} en considérant à la fois les paramètres macro et micro-géométriques comme variables de décision. Le vecteur de ces paramètres est :

$$\mathbf{X}_3 = [\beta, \alpha_0, E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2]$$

Et le problème à traiter devient :

$$P'_3: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_3)) = \min(ET_{RMS}) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_3)) = \min(Q_{total}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_3) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_3) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_3) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_3) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

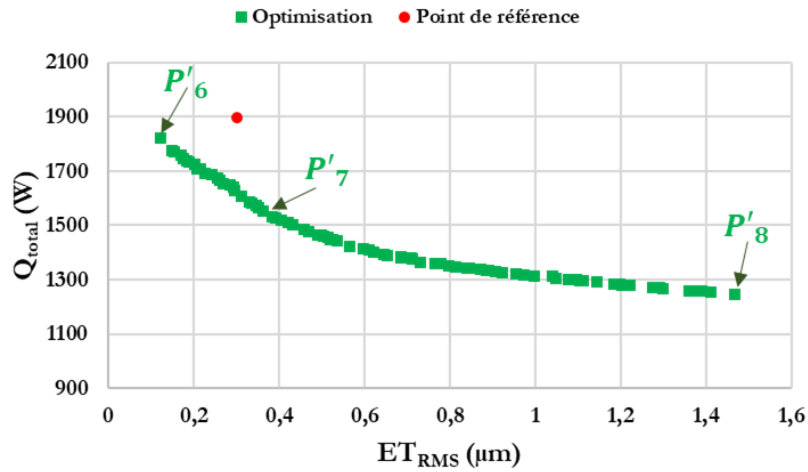


Figure IV. 20 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectives : ET_{RMS} et Q_{total} avec 6 variables de décision

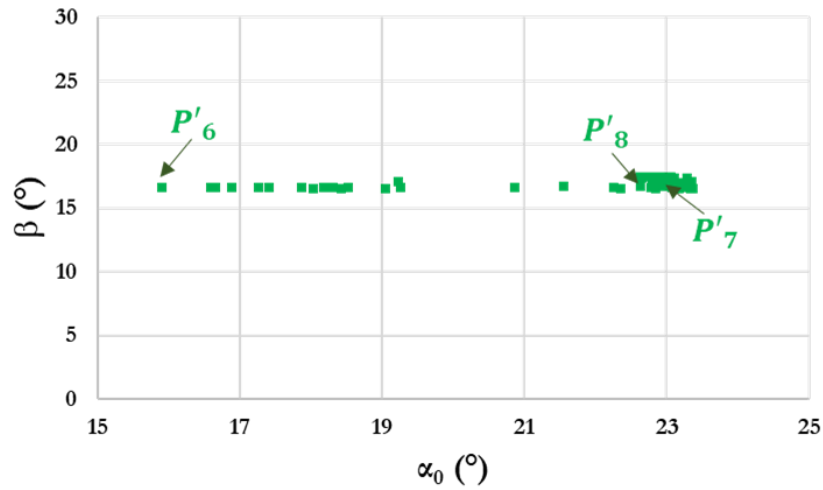


Figure IV. 21 : Solutions associées au front de Pareto

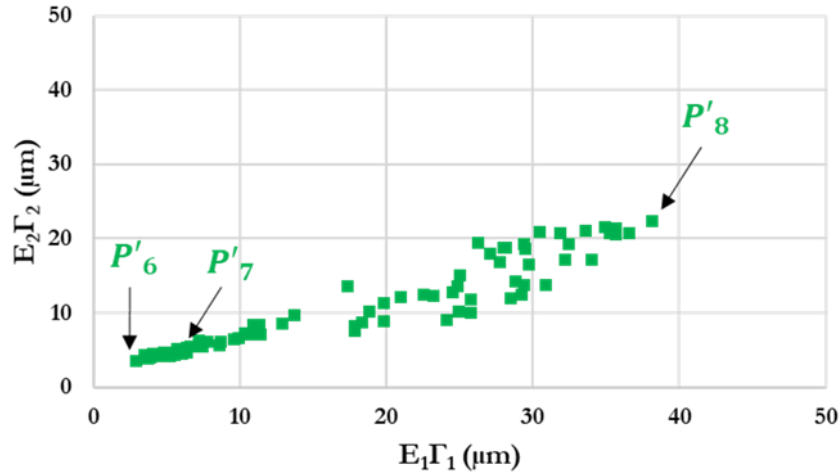
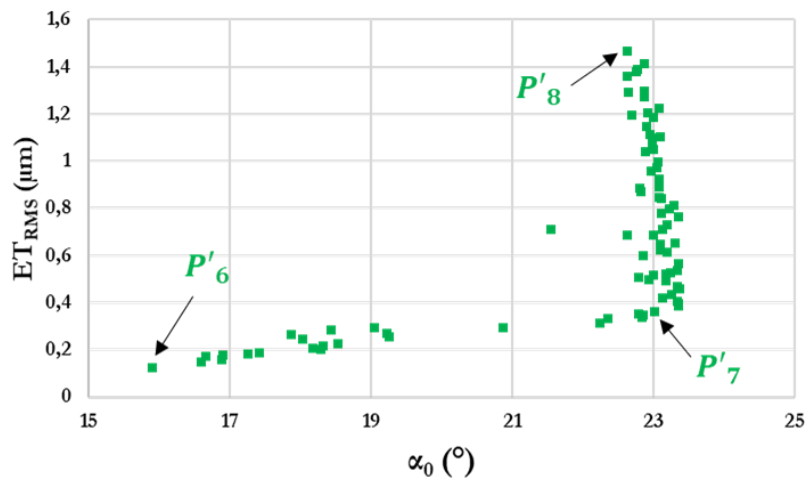


Figure IV. 22 : Solutions associées au front de Pareto

	P'_6	P'_7	P'_8
$[\beta(^{\circ}) - \alpha_0(^{\circ})]$	$[16,6 - 15,8]$	$[16,6 - 23]$	$[17,4 - 22,6]$
$[E_1(\mu\text{m}) - E_2(\mu\text{m})]$	$[10 - 16]$	$[19 - 20]$	$[88 - 71]$
$[\Gamma_1 - \Gamma_2]$	$[0,3 - 0,2]$	$[0,34 - 0,27]$	$[0,43 - 0,31]$
$ET_{RMS} (\mu\text{m})$	0,12	0,36	1,46
$Q_{total} (\text{W})$	1821	1554	1247

Tableau IV. 8 : Caractéristiques des points spécifiques

Figure IV. 23 : Evolution de ET_{RMS} en fonction de α_0

La Figure IV. 20 présente le front de Pareto de l'optimisation de l' $ET_{RMS} - Q_{total}$ avec 6 variables de décision. Elle montre une évolution continue des fonctions objectifs avec une variation de Q_{total} (de 1821 à 1247 W) et une variation de l' ET_{RMS} (de 0,12 à 1,46 μm). Les valeurs de l'angle d'hélice β sont presque constantes pour l'ensemble du front de Pareto ($16,5^{\circ} \leq \beta \leq 17,4^{\circ}$). Cette valeur de β correspond à un rapport de recouvrement entier $\varepsilon_{\beta} \approx 1$. Lorsque le front de Pareto est parcouru du point spécifique P'_6 au point P'_7 , une augmentation de l'angle de pression α_0 est tout d'abord observé (de $15,8^{\circ}$ à $23,3^{\circ}$) contribuant à une valeur de l' ET_{RMS} inférieures à 0,4 μm comme le montre la Figure IV. 23. Cette plage de variation de la macro-géométrie est associée à de petites corrections de profil au sommet de la

dent ($E_1\Gamma_1 \leq 10 \mu\text{m}$, $E_2\Gamma_2 \leq 5 \mu\text{m}$). Pour la suite du front de Pareto du P'_7 au P'_8 , l'angle de pression est presque constant ($\alpha_0 \approx 23,2^\circ$) tandis qu'une grande variation des correction de profil au sommet de la dent est observée ($10 \leq E_1\Gamma_1 \leq 38 \mu\text{m}$, $5 \leq E_2\Gamma_2 \leq 23 \mu\text{m}$) conduisant à une diminution de Q_{total} .

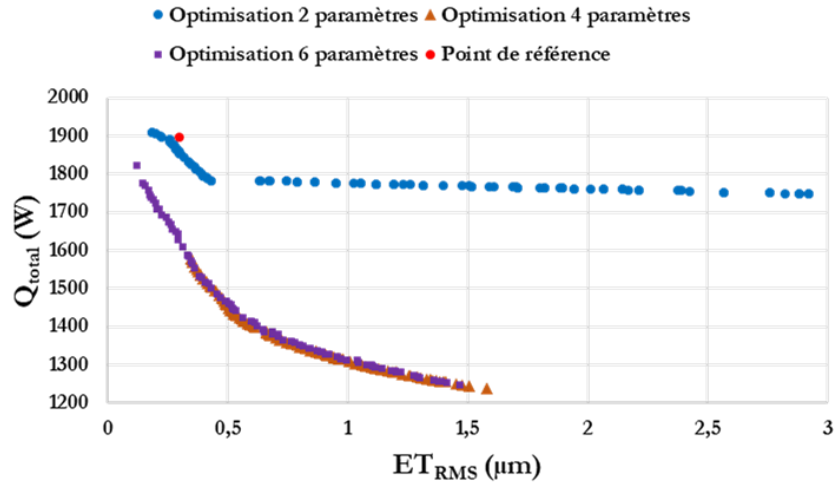


Figure IV. 24 : Front de Pareto avec différentes variables de décision

La Figure IV. 24 montre que le point de référence est proche du front de Pareto utilisant 2 paramètres macro-géométriques (β , α_0). Cette optimisation a conduit à obtenir de nombreuses valeurs de l'angle d'hélice β . Cependant, l'approche menée en utilisant simultanément les paramètres micro et macro-géométriques conduit à une valeur quasi constante de β . Cela permet également d'améliorer considérablement l'efficacité du réducteur. Par rapport à l'optimisation utilisant 4 paramètres micro-géométriques, l'optimisation utilisant les 6 variables de décision mène à un front de Pareto plus large avec un ET_{RMS} plus faible du côté gauche allant jusqu'à $0,12 \mu\text{m}$ et des pertes de puissance totales Q_{total} un peu plus faibles du côté droit de la Figure IV. 24.

Les points P_6 et P'_6 affichés respectivement sur la Figure IV. 8 et la Figure IV. 20 présentent le maximum des pertes et le minimum de l' ET_{RMS} avec des caractéristiques micro et macro-géométriques différentes. Le minimum des pertes ($Q_{frottement}$ et Q_{total}) est observé à l'extrémité du front de Pareto aux points P_8 et P'_8 . Des corrections de profil sont plus importantes pour l'optimisation des pertes totales avec 6 variables de décision alors que les paramètres macro-géométriques sont plus élevées pour l'optimisation des pertes par frottement avec 6 variables de décision.

Par conséquent, des optimisations successives avec d'abord des paramètres macro-géométriques et ensuite des variables micro-géométriques prises en compte séparément, conduisent à un front de Pareto différent de celui avec des paramètres micro et macro-géométriques pris en compte simultanément. L'optimisation avec 6 variables de décision permet d'avoir un front de Pareto plus large, vu que l'espace d'exploration est plus grand [110].

IV.2.3.2 Fonctions objectifs : L_w et Q_{total}

- 2 variables de décision

Comme mentionné précédemment, le vecteur de variables de décision $\mathbf{X}_1$ comporte l'angle d'hélice β et l'angle de pression normal α_0 :

$$\mathbf{X}_1 = [\beta, \alpha_0]$$

En se focalisant sur la transmission complète, les fonctions objectifs sont désormais la puissance acoustique rayonnée équivalente (L_w) et les pertes totales (Q_{total}), tout en respectant les contraintes présentées au troisième chapitre. Donc, ce problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$P''_1: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_1)) = \min(L_w) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_1)) = \min(Q_{total}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_1) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_1) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_1) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_1) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_1) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_1) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

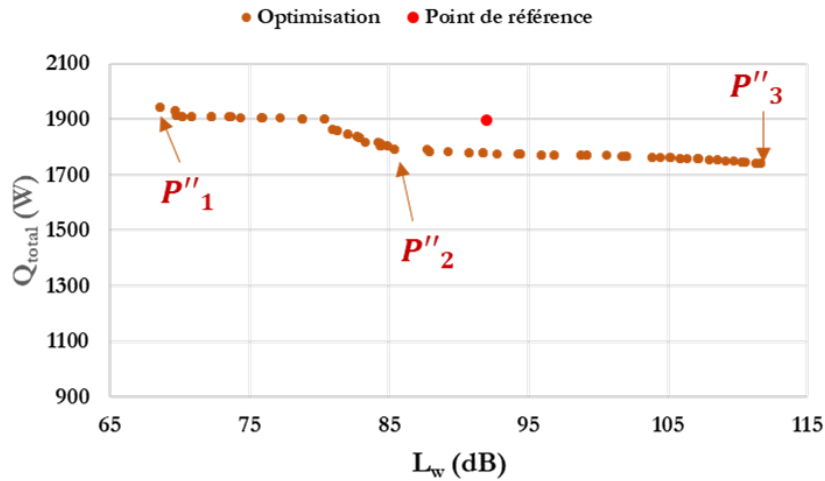


Figure IV. 25 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectifs : L_w et Q_{total} avec 2 variables de décision

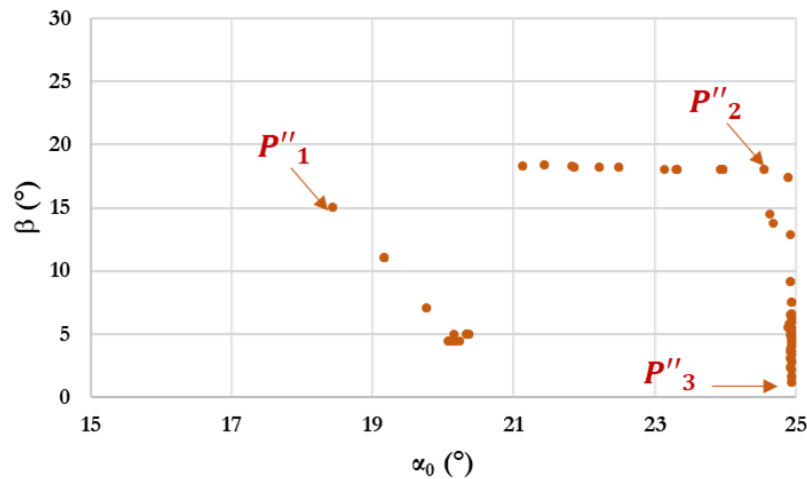


Figure IV. 26 : Solutions associées au front de Pareto

	P''_1	P''_2	P''_3
$[\beta(^{\circ}) - \alpha_0(^{\circ})]$	$[15 - 18,42]$	$[18 - 24,54]$	$[1,23 - 24,93]$
$[E_1(\mu\text{m}) - E_2(\mu\text{m})]$	$[0 - 0]$	$[0 - 0]$	$[0 - 0]$
$[I_1 - I_2]$	$[0 - 0]$	$[0 - 0]$	$[0 - 0]$
L_w (dB)	69	85	112
Q_{total} (W)	1945	1791	1741

Tableau IV. 9 : Caractéristiques des points spécifiques

Comme le montre la Figure IV. 25, le front de Pareto présente tout d'abord une diminution légère des pertes totales Q_{total} (de 1945 à 1901 W) avec une variation de la puissance acoustique rayonnée équivalente L_w (de 69 à 80 dB). Puis, il présente une petite augmentation de L_w avec une variation significative de Q_{total} (de 1865 à 1803 W). Enfin, il présente une nouvelle diminution de Q_{total} (de 1803 à 1741 W) avec une variation de L_w .

Le front de Pareto est parcouru du point spécifique P''_1 au point P''_3 sur la Figure IV. 25. Les caractéristiques de ces points sont présentées dans le Tableau IV. 9. La première partie du front de Pareto où L_w est inférieure à 80 dB correspond à une valeur de α_0 comprise entre $18,4^{\circ}$ et $20,3^{\circ}$ et une valeur de β faible, entre 5° et 15° . Le point P''_1 présentant un minimum de L_w (69 dB), correspond à $\varepsilon_{\beta} = 0,8$ pour une raideur d'engrènement $k_{engrènement} = 9,5 \cdot 10^8 \text{ N m}^{-1}$. La deuxième partie du front où L_w varie entre 80 et 90 dB, correspond à une valeur élevée de β (entre 13° et $18,4^{\circ}$) avec une valeur de α_0 variant entre 21° et $24,8^{\circ}$. Le point P''_2 appartenant à cette partie du front correspond à $\varepsilon_{\beta} \approx 1$ et une raideur d'engrènement $k_{engrènement} = 9,14 \cdot 10^8 \text{ N m}^{-1}$. La dernière partie du front de Pareto correspond à une valeur faible de β ($[1,2^{\circ} - 9^{\circ}]$) avec α_0 autour de $24,9^{\circ}$. Cette dernière partie correspond à une diminution de Q_{total} .

La variation de L_w dépend spécialement de la fonction d'influence et du contenu harmonique de l'effort dynamique.

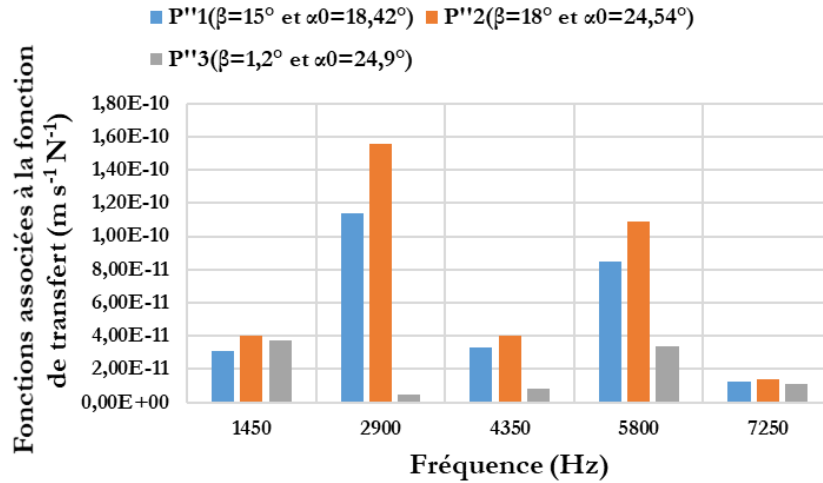


Figure IV. 27 : Evolution de la fonction d'influence en fonction de la fréquence

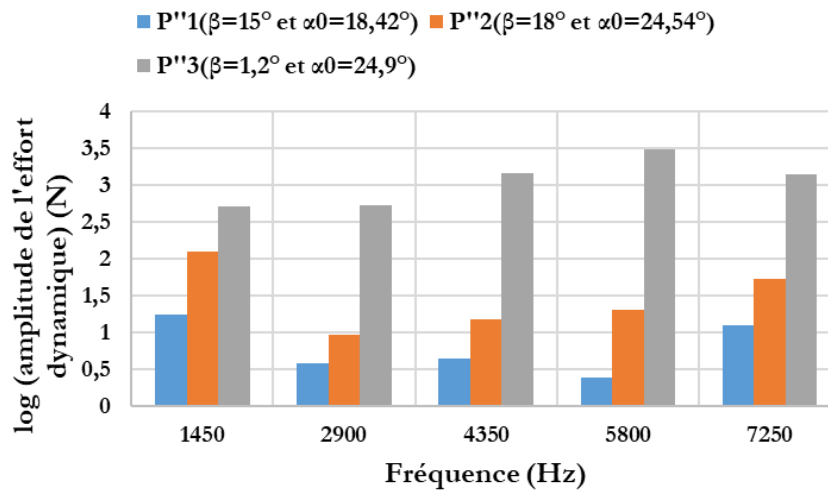
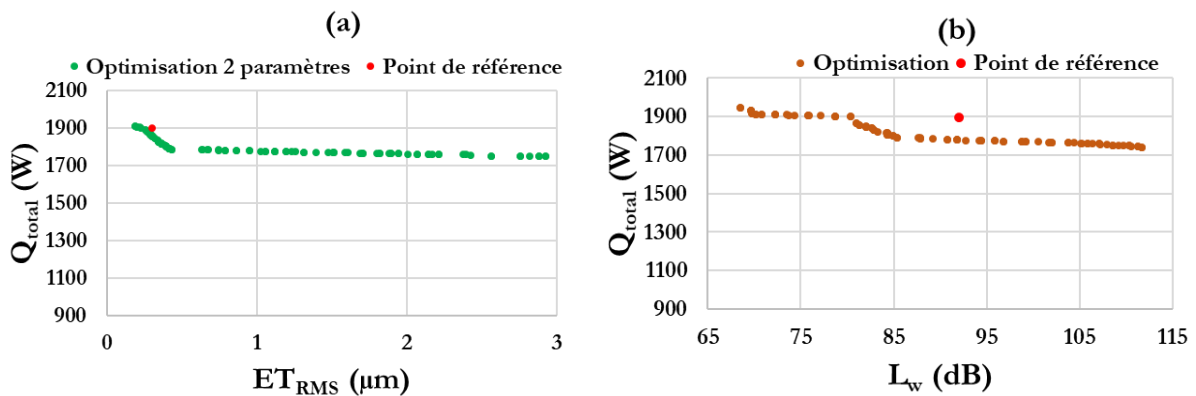


Figure IV. 28 : Evolution du log de l'amplitude de l'effort dynamique en fonction de la fréquence

La fonction d'influence dépend de l'angle d'hélice et de l'angle de pression comme vu au deuxième chapitre. La Figure IV. 27 montre que cette fonction est faible quand β est faible. Le point P''_3 ($\beta = 1,23^\circ$, $\alpha_0 = 24,93^\circ$) correspond au maximum de $L_w = 112$ dB avec une faible valeur de la fonction d'influence et un maximum de l'amplitude des harmoniques de l'effort dynamique de denture.



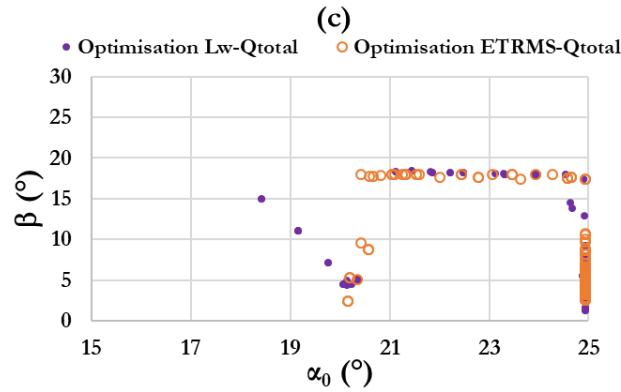


Figure IV. 29 : Comparaison entre les solutions du front de Pareto

Les Figure IV. 29 (a) et Figure IV. 29 (b) montrent que les pertes totales Q_{total} varient entre 1700 et 2100 W. Ainsi, ces pertes sont optimisées dans la même plage de variation pour les 2 optimisations $ET_{RMS} - Q_{total}$ et $L_w - Q_{total}$.

D'après la Figure IV. 29 (c), on remarque qu'un ensemble des solutions où $\varepsilon_\beta \approx 1$, tel que β autour de 18° pour l'optimisation de $ET_{RMS} - Q_{total}$ et $\beta \in [17,4^\circ - 18,4^\circ]$ pour l'optimisation de $L_w - Q_{total}$, est un point en commun entre les deux optimisations. Cet ensemble montre qu'il n'y a pas une variation significative de la longueur de la ligne de contact. Par conséquent, cela conduit à une diminution de la fluctuation de l'erreur de transmission ET_{RMS} d'une part et de la puissance acoustique rayonnée équivalente L_w d'autre part, tant que la fluctuation de la raideur d'engrènement est très faible. De même, des valeurs faibles de β , telles que $\beta \in [2,5^\circ - 10,7^\circ]$ pour l'optimisation de $ET_{RMS} - Q_{total}$ et $\beta \in [1,2^\circ - 9,1^\circ]$ pour l'optimisation de $L_w - Q_{total}$, conduisent à diminuer les pertes totales Q_{total} (voir paragraphe IV.2.3.1).

L'allure obtenue pour le front de Pareto souligne qu'on ne peut pas optimiser à la fois les deux fonctions objectifs L_w et Q_{total} contrairement pour les fonctions objectifs ET_{RMS} et Q_{total} . Par ailleurs, l' ET_{RMS} ne donne pas une image du bruit rayonné par le carter L_w , car les points qui constituent les deux fronts de Pareto correspondent à des valeurs des variables de décision un peu différentes.

- **6 variables de décision**

Cette partie traite de l'optimisation multi-objectifs des fonctions L_w et Q_{total} en considérant à la fois les paramètres macro et micro-géométriques comme des variables de décision. Le vecteur de ces paramètres est :

$$\mathbf{X}_3 = [\beta, \alpha_0, E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2]$$

Et le problème à traiter est :

$$P''_2: \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_3)) = \min(L_w) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_3)) = \min(Q_{total}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_3) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_3) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_3) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_3) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

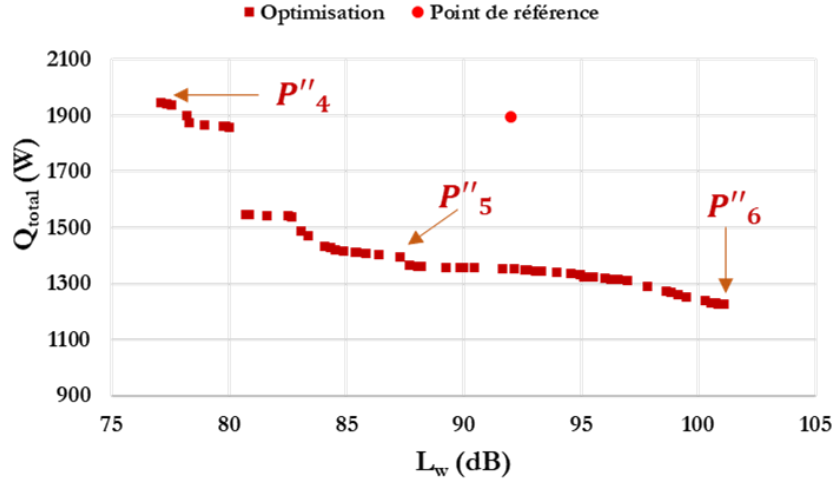


Figure IV. 30 : Front de Pareto associé à deux fonctions objectives : L_w et Q_{total} avec 6 variables de décision

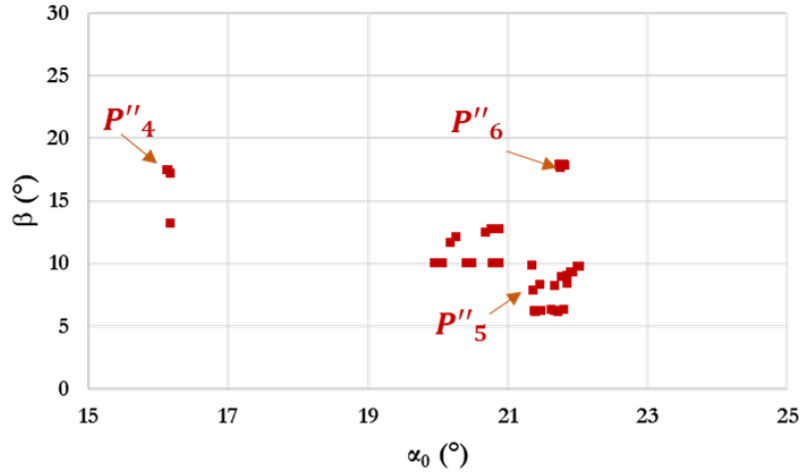


Figure IV. 31 : Solutions associées au front de Pareto

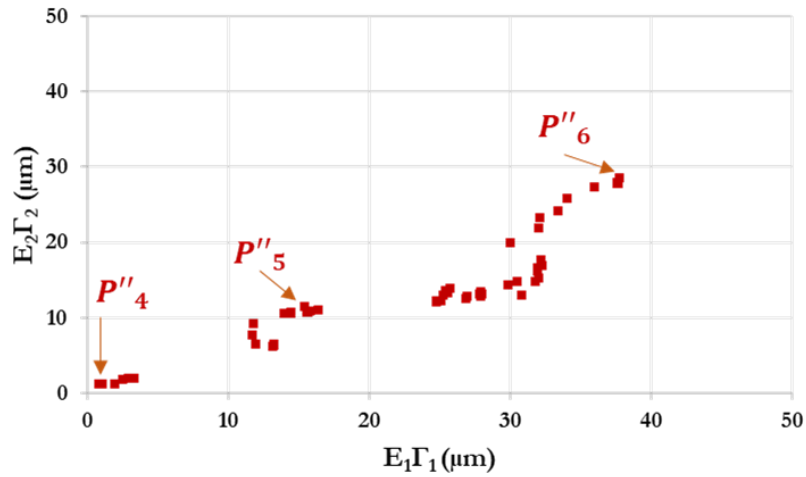


Figure IV. 32 : Solutions associées au front de Pareto

	P''_4	P''_5	P''_6
$[\beta(^{\circ}) - \alpha_0(^{\circ})]$	$[17,5 - 16,1]$	$[7,8 - 21,3]$	$[17,6 - 21,7]$
$[E_1(\mu\text{m}) - E_2(\mu\text{m})]$	$[19 - 11]$	$[43 - 45]$	$[82 - 78]$
$[\Gamma_1 - \Gamma_2]$	$[0,04 - 0,1]$	$[0,35 - 0,25]$	$[0,45 - 0,36]$
L_w (dB)	77	87	101
Q_{total} (W)	1946	1395	1227

Tableau IV. 10 : Caractéristiques des points spécifiques

Comme le montre la Figure IV. 30, le front de Pareto montre tout d'abord une diminution de Q_{total} (de 1947 à 1859 W) avec variation notable de L_w (de l'ordre de 3 dB). Ensuite, on observe une variation de L_w (de 81 à 83 dB) avec un changement important de Q_{total} (1859 à 1548 W). Enfin, on observe une variation importante des pertes totales Q_{total} (de 1469 à 1227 W) avec une variation importante de L_w (de 83 à 101 dB). Le front de Pareto obtenu dans cette optimisation présente donc plusieurs changements de pente et est différent de celui déterminé dans l'optimisation de $ET_{RMS} - Q_{total}$ qui est continu (voir Figure IV. 20).

Le front de Pareto est parcouru des points P''_4 au point P''_6 , dont leurs caractéristiques sont présentées dans le Tableau IV. 10. La première partie du front (où $77 \leq L_w \leq 80$ dB,) associé à des valeurs élevées de Q_{total} , correspond à une valeur de l'angle de pression $\alpha_0 \approx 16^{\circ}$, une valeur de l'angle d'hélice $\beta \in [13^{\circ} - 17^{\circ}]$ et une correction de profil faible ($0 \leq E_1\Gamma_1 \leq 5 \mu\text{m}$, $0 \leq E_2\Gamma_2 \leq 5 \mu\text{m}$). Le point P''_4 appartient à cette partie et correspond à un rapport de recouvrement $\varepsilon_{\beta} \approx 1$. La deuxième partie du front (où $80 \leq L_w \leq 85$ dB) correspond à une valeur de l'angle de pression $\alpha_0 \in [20^{\circ} - 21^{\circ}]$, une valeur de l'angle d'hélice $\beta \in [10^{\circ} - 13^{\circ}]$ et une correction de profil ($10 \leq E_1\Gamma_1 \leq 15 \mu\text{m}$, $5 \leq E_2\Gamma_2 \leq 11 \mu\text{m}$). La dernière partie du front de Pareto (où on observe une variation importante de L_w et Q_{total}) correspond à $21^{\circ} \leq \alpha_0 \leq 22^{\circ}$ et une variation de β (β faible et β autour de $17,7^{\circ}$) avec une correction de profil importante. La variation de L_w dépend de la fonction d'influence et du contenu harmonique de l'effort dynamique de denture.

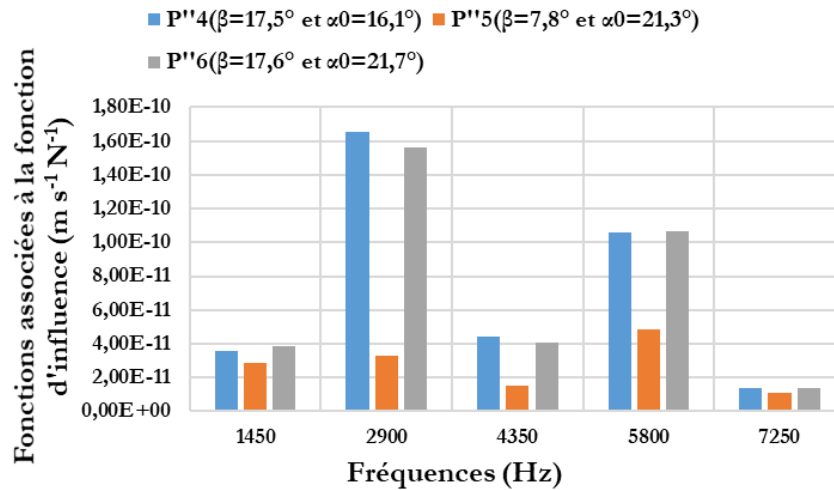


Figure IV. 33 : Evolution de la fonction d'influence en fonction de la fréquence

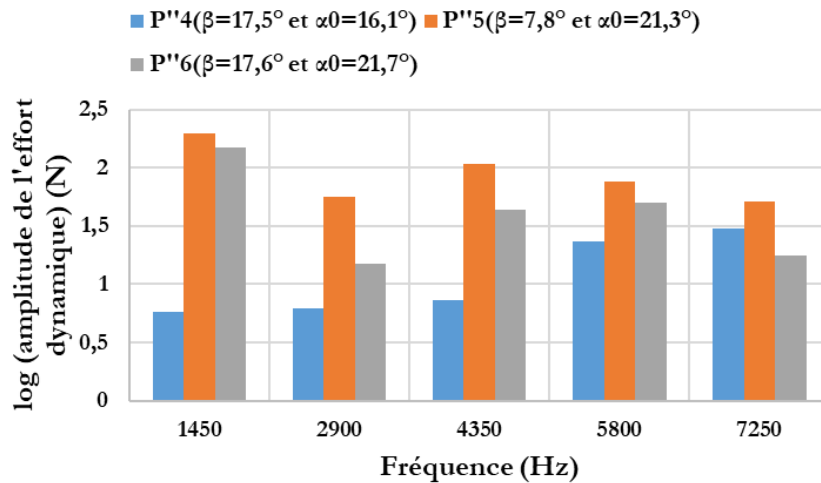


Figure IV. 34 : Evolution du log de l'amplitude de l'effort dynamique en fonction de la fréquence

Il est clair que P''_4 correspond au minimum de L_w . D'après la Figure IV. 34, l'amplitude des harmoniques de l'effort dynamique de denture est minimale. La fonction d'influence dépend que de β et α_0 .

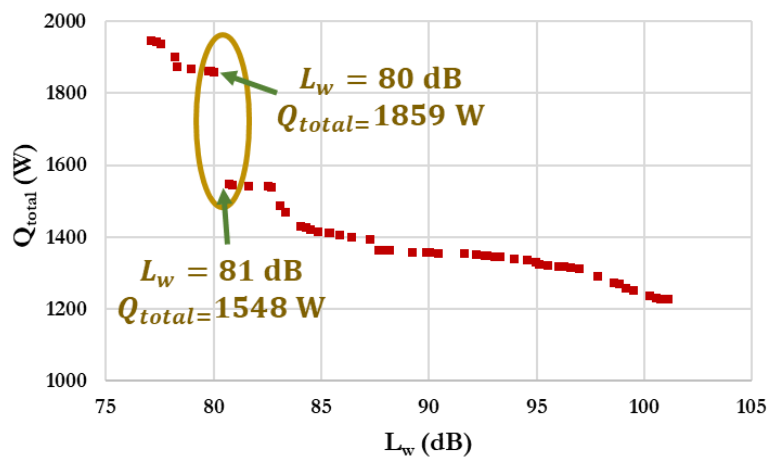


Figure IV. 35 : Points remarquables du front de Pareto

Sur le front de Pareto, il existe deux points remarquables (voir Figure IV. 35). Ces deux points présentent approximativement la même valeur de $L_w \approx 81$ dB et des valeurs assez différentes de Q_{total} . Leurs caractéristiques sont présentées dans le Tableau IV. 11. La fonction d'influence est la même pour les deux points (voir Figure IV. 36(a)) car il n'y a pas une différence importante entre les paramètres macro-géométriques. La correction de profil fait la différence au niveau des pertes totales entre ces 2 points.

$[\beta(^{\circ}) - \alpha_0(^{\circ})]$	$[13,1 - 16,1]$	$[20,7 - 12,7]$
$[E_1(\mu\text{m}) - E_2(\mu\text{m})]$	$[34 - 13]$	$[62 - 18]$
$[\Gamma_1 - \Gamma_2]$	$[0,09 - 0,1]$	$[0,21 - 0,33]$
L_w (dB)	80	81
Q_{total} (W)	1859	1548

Tableau IV. 11 : Caractéristiques des deux points remarquables

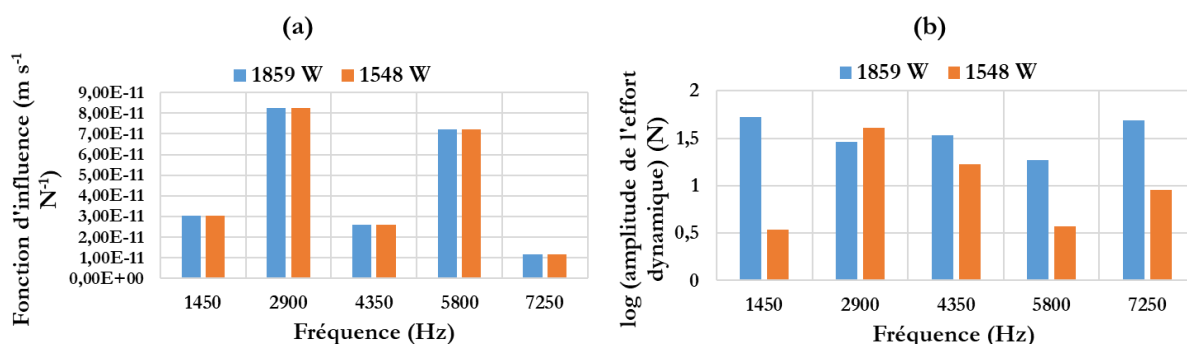


Figure IV. 36 : Evolution de la fonction d'influence et du log de l'amplitude de l'effort dynamique en fonction de la fréquence

Il ressort clairement de la comparaison entre l'optimisation $ET_{RMS} - Q_{total}$ et l'optimisation $L_w - Q_{total}$ que les solutions trouvées lors des deux optimisations sont un peu différentes et que les deux fronts de Pareto ne présentent pas la même allure. Celui obtenu via la puissance acoustique rayonnée présente des variations de pentes significatives, tandis que l'autre est continu. On peut également remarquer qu'il est difficile d'optimiser les deux fonctions L_w et Q_{total} simultanément.

IV.2.4 3 fonctions objectifs

Comme les deux fonctions ET_{RMS} et L_x n'aboutissent pas aux mêmes résultats, il est intéressant de chercher à optimiser 3 fonctions objectifs.

Donc dans cette partie, on cherche donc à trouver la surface de Pareto qui englobe les 3 fonctions objectifs : ET_{RMS} , L_w et Q_{total} . Le vecteur de variables de décision est :

$$\mathbf{X}_3 = [\beta, \alpha_0, E_1, E_2, \Gamma_1, \Gamma_2]$$

Et le problème s'écrit de la manière suivante :

$$P''': \begin{cases} \min(f_1(\mathbf{X}_3)) = \min(ET_{RMS}) \\ \min(f_2(\mathbf{X}_3)) = \min(L_w) \\ \min(f_3(\mathbf{X}_3)) = \min(Q_{total}) \end{cases} \text{ soumis à } \begin{cases} g_1(\mathbf{X}_3) \geq 1.2 \\ g_2(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_3(\mathbf{X}_3) \geq 0 \\ g_4(\mathbf{X}_3) > 0,1 m_0 \\ g_5(\mathbf{X}_3) \leq 500 \text{ MPa} \\ g_6(\mathbf{X}_3) \leq 1200 \text{ MPa} \end{cases}$$

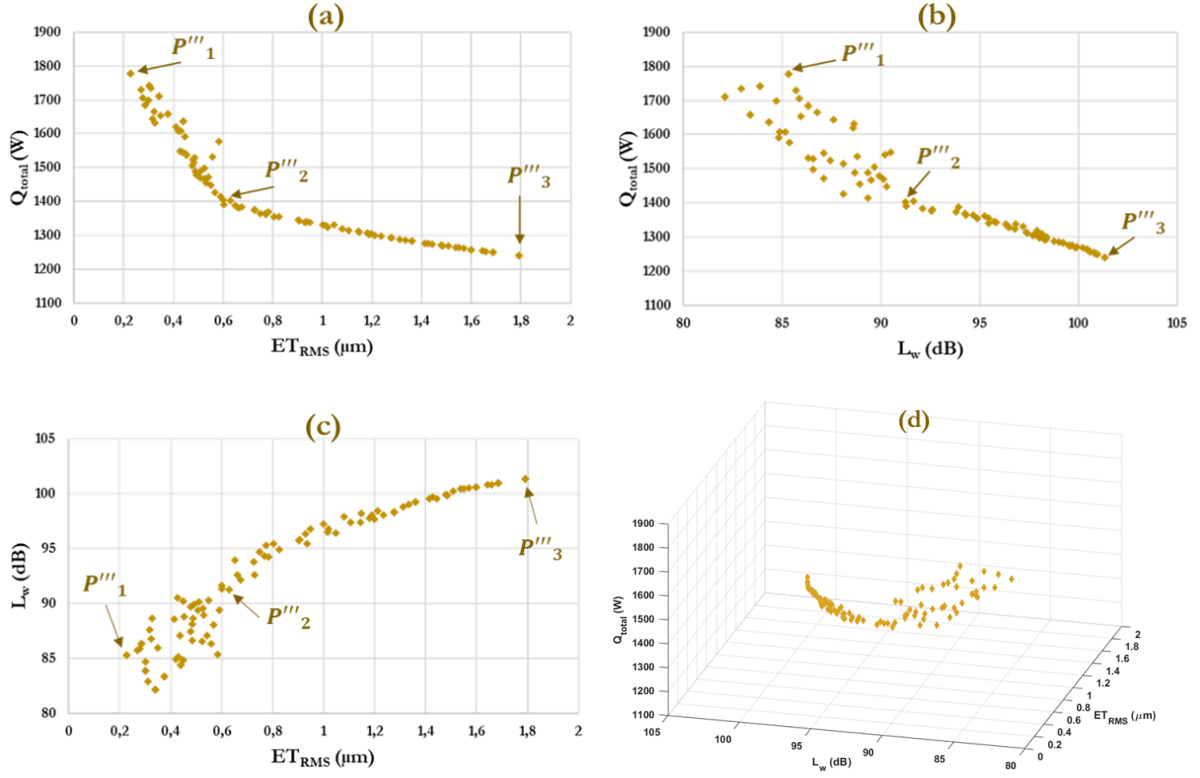


Figure IV. 37 : Front de Pareto à 3 objectifs

La Figure IV. 37(d) est une représentation tridimensionnelle des fonctions objectifs. Elle présente les solutions non dominées constituant la surface de Pareto. Pour visualiser clairement les solutions, on a recours à trois projections des points issus de l'optimisation des trois objectifs. Les Figure IV. 37(a), Figure IV. 37(b) et Figure IV. 37(c) présentent les projections des nuages du front de Pareto à 3 objectifs qui correspondent respectivement à $ET_{RMS} - Q_{total}$, $L_w - Q_{total}$ et $ET_{RMS} - L_w$.

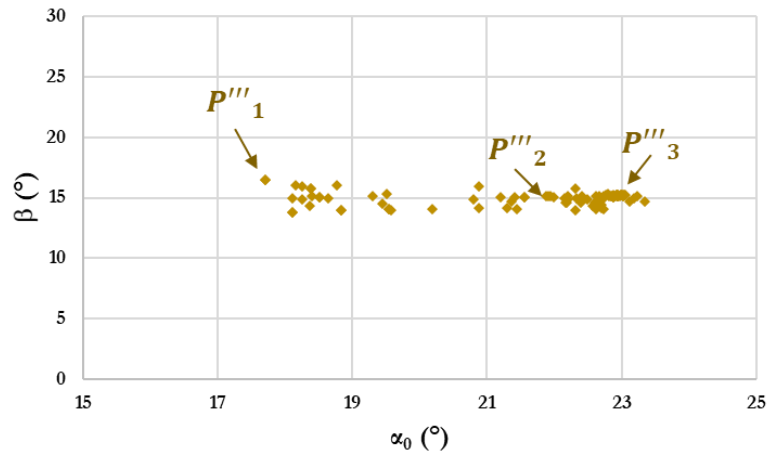


Figure IV. 38 : Solutions associées au front de Pareto

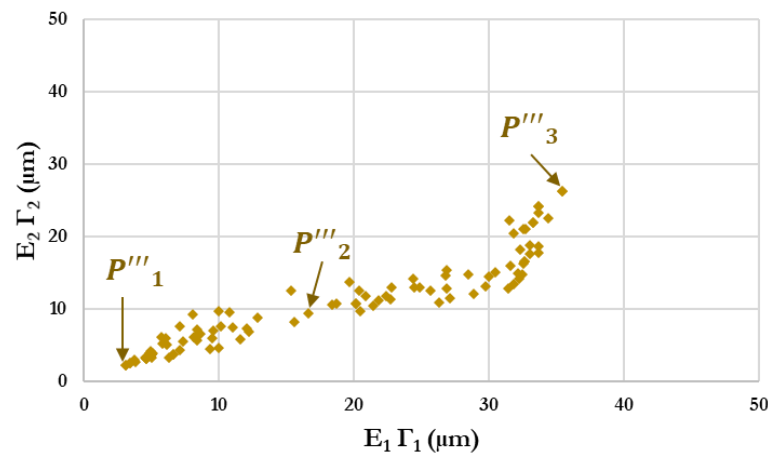


Figure IV. 39 : Solutions associées au front de Pareto

	P'''_1	P'''_2	P'''_3
$[\beta(^{\circ}) - \alpha_0(^{\circ})]$	$[16,5 - 17,7]$	$[15 - 22]$	$[15,2 - 23]$
$[E_1(\mu\text{m}) - E_2(\mu\text{m})]$	$[17 - 12]$	$[46 - 33]$	$[80 - 79]$
$[\Gamma_1 - \Gamma_2]$	$[0,18 - 0,18]$	$[0,36 - 0,28]$	$[0,44 - 0,33]$
ET_{RMS}	0,22	0,62	1,8
L_w (dB)	85	91	101
Q_{total} (W)	1778	1403	1241

Tableau IV. 12 : Caractéristiques des points spécifiques

Les solutions associées à cette optimisation sont présentées sur la Figure IV. 38 et la Figure IV. 39. Les valeurs de β varient entre $13,7^{\circ}$ et $16,4^{\circ}$ et celles de α_0 varient entre $17,7^{\circ}$ et $23,3^{\circ}$. Ces valeurs correspondent à $0,8 \leq \varepsilon_{\beta} \leq 0,9$. Les deux projections du front sont parcourues du point spécifique P'''_1 au point P'''_3 . Les corrections de profil varient de $3 \leq E_1 \Gamma_1 \leq 35 \mu\text{m}$ et $2 \leq E_2 \Gamma_2 \leq 26 \mu\text{m}$. Il a déjà été souligné que des corrections de profil importantes font diminuer les pertes totales Q_{total} . La première partie du front de Pareto de P'''_1 à P'''_2 correspond à des valeurs faibles de l' ET_{RMS} et de L_w avec des valeurs importantes de Q_{total} et elle montre que les deux fonctions objectifs ET_{RMS} et de L_w sont indépendantes : pour une même valeur de l' ET_{RMS} , on peut observer un écart de 6 dB pour L_w . De plus, le point présentant le minimum de l' ET_{RMS} ne correspond pas à celui présentant le minimum de L_w . Cette partie

du front illustre qu'on peut améliorer le rendement sans dégrader beaucoup le bruit. La deuxième partie du front de Pareto de P'''_2 à P'''_3 montre une corrélation forte entre ET_{RMS} et L_w (voir Figure IV. 37(c)).

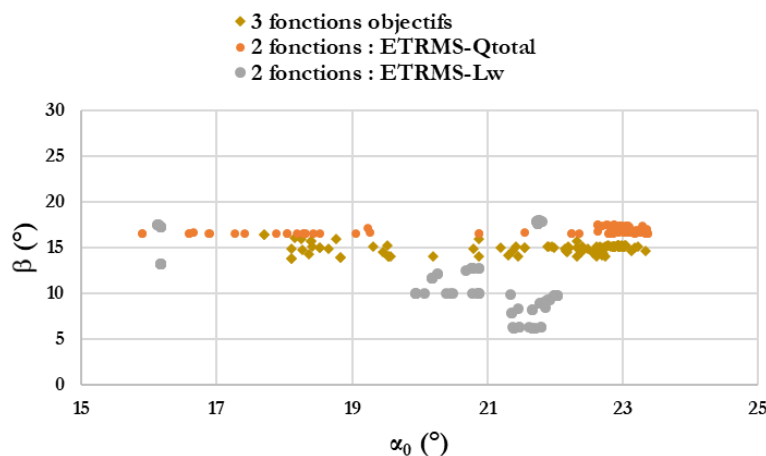


Figure IV. 40 : Solutions macro-géométriques associées aux différentes optimisations

Il y a une différence entre optimiser les 3 objectifs (ET_{RMS} , L_w , Q_{total}) et optimiser 2 objectifs séparément ($ET_{RMS} - Q_{total}$ ou bien $L_w - Q_{total}$) vu qu'on n'obtient pas les mêmes résultats (voir Figure IV. 40). Les deux fonctions ET_{RMS} et L_w ont approximativement le même sens de variations mais elles ne sont pas corrélées. Ces résultats soulignent l'intérêt d'utiliser une modélisation qui intègre le fonctionnement global de la transmission pour optimiser son efficacité et son comportement NVH.

IV.3 Conclusion

Différentes optimisations multi-objectifs ont été réalisées à l'aide de l'algorithme génétique NSGA-II : dans un premier temps, le travail s'est focalisé essentiellement sur la denture (optimisation de ET_{RMS} et $Q_{frottement}$), avant de prendre en compte la transmission complète (optimisation de ET_{RMS} et Q_{total} puis optimisation de L_w et Q_{total}). L'ensemble des variables de décision choisies pour ces optimisations correspond à des variables macro (angle de pression et angle d'hélice) et/ou micro-géométriques (corrections de profil). On remarque tout d'abord que les différentes approches conduisent à des solutions optimales associées aux fronts de Pareto différentes en termes de paramètres de conception des engrenages. On remarque également que l'optimisation des fonctions $ET_{RMS} - Q_{frottement}$ et $ET_{RMS} - Q_{total}$ utilisant les variables macro-géométriques conduit à un front de Pareto avec deux régions indépendantes en termes de valeurs d'angle d'hélice et d'angle de pression. La prise en compte des variables micro-géométriques permet une amélioration significative de l'efficacité du réducteur. Une optimisation avec des variables micro-géométriques et macro-géométriques montre une évolution continue des fonctions objectifs $ET_{RMS} - Q_{frottement}$ et $ET_{RMS} - Q_{total}$. Ainsi, une optimisation par étape (variables macro, puis micro-géométriques) et une optimisation où toutes les variables sont prises en compte en même temps conduisent à des fronts de Pareto qui se superposent partiellement. Néanmoins, le front s'étend vers des fluctuations d' ET_{RMS} plus faibles pour l'optimisation à 6 variables.

Il est également intéressant de remarquer qu'on ne peut pas optimiser à la fois les deux fonctions objectifs L_w et Q_{total} contrairement aux résultats observés pour les fonctions objectifs ET_{RMS} et Q_{total} . On peut donc en conclure qu'il n'y pas une corrélation directe entre ET_{RMS} et L_w en tant que fonctions objectifs.

A partir de l'optimisation des 3 fonctions objectifs ET_{RMS} , L_w et Q_{total} , on obtient un front de Pareto dans un espace 3D à partir duquel on peut réaliser des projections dans un espace 2D ($ET_{RMS} - Q_{total}$), ($L_w - Q_{total}$) et ($ET_{RMS} - L_w$). Cette optimisation permet de chercher les solutions associées à ces 3 fonctions. Il est remarqué que ET_{RMS} et L_w ont à peu près le même sens de variation mais ne sont pas corrélés sur toute l'étendue du front de Pareto, d'où l'intérêt de prendre en compte le réducteur complet pour optimiser son efficacité et son comportement NVH. Par ailleurs, on observe qu'on ne peut pas réduire les pertes et le bruit simultanément.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce manuscrit cherche à mettre en place une méthodologie pour mener une optimisation multi-objectifs qui s'étend du contact des engrenages à la transmission complète afin de minimiser les pertes de puissance, les excitations générées par l'engrènement et la réponse vibro-acoustique du carter, à partir des paramètres de conception macro et micro-géométriques des dentures.

L'analyse de la bibliographie conduite au premier chapitre montre que les études réalisées dans le domaine de l'optimisation des engrenages sont appliquées uniquement à des composants individuels ou des sous-ensembles intermédiaires, plutôt qu'à l'ensemble de la transmission de puissance, et utilisent des variables associées uniquement à la macro-géométrie ou micro-géométrie de la denture. Les objectifs précédemment cités ne sont jamais abordés simultanément. En conclusion de cette analyse, le présent travail a essayé de répondre à la question suivante : si on raisonne au niveau de la denture, est-ce qu'une optimisation permet de trouver des paramètres de conception adéquates ou est-il nécessaire d'étendre l'analyse à toute la transmission ?.

Le deuxième chapitre présente tout d'abord le réducteur mécanique à simple étage et à dentures hélicoïdales considéré. Pour développer la démarche d'optimisation, deux approches parallèles sont mises en œuvre. Les fonctions associées à l'analyse locale qui se focalisent au niveau de la denture sont la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission (ET_{RMS}) et les pertes par frottement ($Q_{frottement}$). Les fonctions associées à l'analyse globale qui intègrent l'ensemble de la transmission de puissance sont la puissance acoustique rayonnée équivalente (L_w) et les pertes de puissance totales (Q_{total}). La détermination de l'erreur de transmission est basée sur la résolution de l'équation de mouvement décrivant le comportement dynamique de la transmission par engrenages. Les pertes par frottement moyennées, s'exprimant en fonction de la vitesse de glissement, du coefficient de frottement et l'effort, sont estimées par la loi de frottement de type Coulomb. Les pertes totales prises en compte sont les pertes par frottement aux dentures, pertes aux roulements, pertes par barbotage et pertes aux joints. La détermination de ces pertes est basée sur la méthode des réseaux thermiques. Cette méthode, s'appuyant sur une modélisation nodale, permet d'estimer la température de masse des différents éléments composant le réducteur mécanique et ainsi de réaliser un couplage thermique avec les pertes de puissance. La puissance acoustique rayonnée équivalente de la transmission est déterminée à partir de l'état vibratoire de son carter. Cette puissance est estimée à partir d'un modèle dynamique de structure qui permet de calculer la réponse de l'enveloppe induite par l'effort à la denture à partir de la superposition de la réponse de chaque mode du système discrétisé.

Le troisième chapitre présente la méthode d'optimisation choisie : Non-Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II). Au-delà des fonctions objectifs et des variables de décision, les paramètres d'optimisation sont déterminés. La méthode d'optimisation est validée par différents cas tests.

Le dernier chapitre présente les nombreuses optimisations multi-objectifs réalisées. Une optimisation avec des variables de conception macro-géométriques conduit à un front de Pareto avec deux régions indépendantes en termes de valeurs d'angle de pression et d'angle d'hélice. Une partie du front avec des valeurs faibles d'angle d'hélice correspond au minimum des pertes et l'autre partie avec un rapport de recouvrement entier conduit à des valeurs faibles d'erreur de transmission. L'intégration de corrections micro-géométriques permet une amélioration significative du rendement du réducteur. Une optimisation avec les variables micro et macro-

géométriques montre une évolution continue des fonctions objectifs correspondant aux fluctuations de l'erreur de transmission et des pertes par frottement à la denture. Une grande variation de correction de profil conduit à une diminution importante de ces pertes. Une optimisation par des variables macro puis micro-géométriques et une optimisation simultanément par les 6 variables de décision mènent à des fronts de Pareto qui se superposent partiellement, car le front de Pareto pour les 6 variables s'étend vers des fluctuations de l'erreur de transmission plus faibles. L'optimisation à l'échelle de l'ensemble de la transmission de puissance via uniquement les paramètres macro-géométriques montre qu'il est difficile d'optimiser à la fois L_w et Q_{total} contrairement aux résultats obtenus pour ET_{RMS} et Q_{total} . L'optimisation à 3 fonctions ET_{RMS} , L_w et Q_{total} montre que les fonctions objectifs ET_{RMS} et L_w sont corrélées uniquement sur une partie du front de Pareto. Par ailleurs, il ressort des travaux réalisés que les deux approches (locale et globale) n'aboutissent pas aux mêmes résultats en termes de paramètres de conception.

A l'issue de ces travaux de thèse, de nombreuses perspectives peuvent être dégagées pour développer et étendre l'approche méthodologique présentée. Les pistes destinées à améliorer la démarche présentée sont tout d'abord mises en avant, puis les pistes destinées à étendre l'analyse sont évoquées.

Au niveau de la procédure d'optimisation, plusieurs points peuvent être mis en avant afin d'améliorer le temps d'exécution. Il serait préférable de paralléliser l'algorithme, de l'exécuter sur une machine multi-cœurs, de faire communiquer directement les logiciels utilisés sans le passage par des fichiers textes et de minimiser le temps d'exécution pour chaque algorithme utilisé.

Dans cette étude, le coefficient de frottement a été choisi constant pour le calcul des pertes par frottement. Ce coefficient est un paramètre complexe à caractériser et à déterminer étant donné qu'il dépend de divers phénomènes thermiques, mécaniques et fluidiques. Il serait envisageable d'utiliser une loi de frottement plus réaliste qui prendrait en compte une lubrification mixte (présence de film d'huile et de contacts sur aspérités) et qui serait couplée avec le réseau thermique pour considérer les variations des propriétés d'huile avec les températures de fonctionnement.

Dans l'approche globale, l'estimation de la fonction d'influence est déterminée par interpolation en calculant un nombre discret de couple d'angles couvrant l'espace de recherche. Une méthode plus détaillée pourrait être introduite afin d'estimer plus précisément la puissance acoustique équivalente. Cette méthode est basée sur un calcul plus long et plus théorique, nécessitant d'accéder aux fonctions complexes d'influence fréquentielle pour les composantes de la force généralisée et la réponse en vitesse normale de chaque point du carter discrétisé.

La présente étude se focalise sur les engrenages hélicoïdaux. Il serait intéressant de réaliser une extension de l'approche proposée à d'autres types de dentures. On peut par exemple citer des dentures coniques ou, spiro-coniques, les trains planétaires, etc.

Un axe important d'investigation correspond à l'étude des systèmes utilisant des moteurs qui fonctionnent à haute vitesse. Ces derniers étant plus petits à puissance égale, ils permettent d'augmenter la puissance massique des Groupes Moto Propulseur Electriques, donc de réduire le poids des véhicules. Ils permettent également d'augmenter leur rendement énergétique, mais aussi de contribuer à l'économie des ressources naturelles, en limitant la quantité de matière

utilisée pour le moteur. Cependant, pour accéder à ces différents gains, il est nécessaire de construire de nouveaux réducteurs mécaniques permettant d'accommoder la grande vitesse du moteur. Au-delà des échanges thermiques, à haute vitesse, les pertes indépendantes de la charge deviennent prépondérantes. Les sources de pertes majoritaires n'étant pas les mêmes, les résultats de l'optimisation pourraient être très différents.

Les problèmes d'optimisation à résoudre présentent également des incertitudes qu'il est nécessaire de prendre en considération. Par exemple dans notre cas, différentes incertitudes sur les données géométriques peuvent apparaître suite aux variations de l'environnement de fonctionnement (température), aux conditions de production des engrenages (tolérances dans la fabrication) ou encore à l'usure après fonctionnement. Ces variations peuvent avoir un impact sur la performance de l'engrenage. Pour analyser cela, un concept de robustesse pourrait être introduit. La recherche de solutions robustes s'appuie sur des mesures de robustesse pour quantifier les variations des objectifs dues aux incertitudes. L'idée est de déterminer la valeur moyenne ou la variance de la performance des solutions quand les paramètres incertains varient. Il faut chercher alors le système qui possède la meilleure efficacité moyenne ou celui dont l'efficacité varie le moins.

Annexe 1 : Performance d'un algorithme

Pour quantifier les performances d'un algorithme, on doit se munir d'une notion de taille sur les entrées.

En effet, le temps d'exécution d'un problème dépend de certains facteurs :

- les données du problème,
- la qualité du compilateur (langage utilisé),
- la machine utilisée (vitesse, mémoire, architecture),
- la complexité de l'algorithme.

La complexité d'un algorithme est la quantité de ressources nécessaires pour traiter des entrées. On la voit comme une fonction de n , la taille de l'entrée. Les principales ressources mesurées sont :

- le temps (nombres d'instructions de calcul élémentaires utilisés),
- l'espace (taille de l'espace mémoire),
- le nombre d'opérations élémentaires (affectation, calcul arithmétique, comparaison, etc.).

D'une façon générale, la complexité d'un algorithme est une mesure de sa performance asymptotique ($O(\cdot)$) dans le pire des cas par rapport aux variables d'entrées. ($O(\cdot)$) est utilisée pour indiquer la borne supérieure asymptotique, $f = O(g)$ s'il existe c et n_0 telle que $f(n) \leq c g(n)$, pour tout entier $n > n_0$.

Il existe différentes classes de complexité dont les plus utilisées sont :

- $O(\log n)$: ce sont des algorithmes très rapides.
- $O(n)$ (ou linéaire): typiquement quand on parcourt un tableau un nombre borné de fois.
- $O(n \log n)$: existe principalement dans des algorithmes efficaces de tri.
- $O(n^2)$ (ou quadratique): quand on manipule des tableaux à deux dimensions.

La plupart des problèmes utiles peuvent soit être résolus au moyen d'un algorithme polynomial, soit être analysées pour vérifier si une solution proposée en est bien une en un temps polynomial.

La classe P est celle des problèmes pour lesquels il existe un algorithme polynomial où la taille des données permet de les résoudre. La classe NP est celle des problèmes pour lesquels on peut vérifier en un temps polynomial si une solution proposée convient.

La plupart de ces problèmes d'optimisation appartiennent à la classe des problèmes NP -difficiles : classe où il n'existe pas d'algorithme qui fournit la solution optimale en un temps polynomial en fonction de la taille du problème.

Annexe 2 : Algorithme de résolution dynamique et résistances thermiques

1. Algorithmes de résolution de l'équation de mouvement

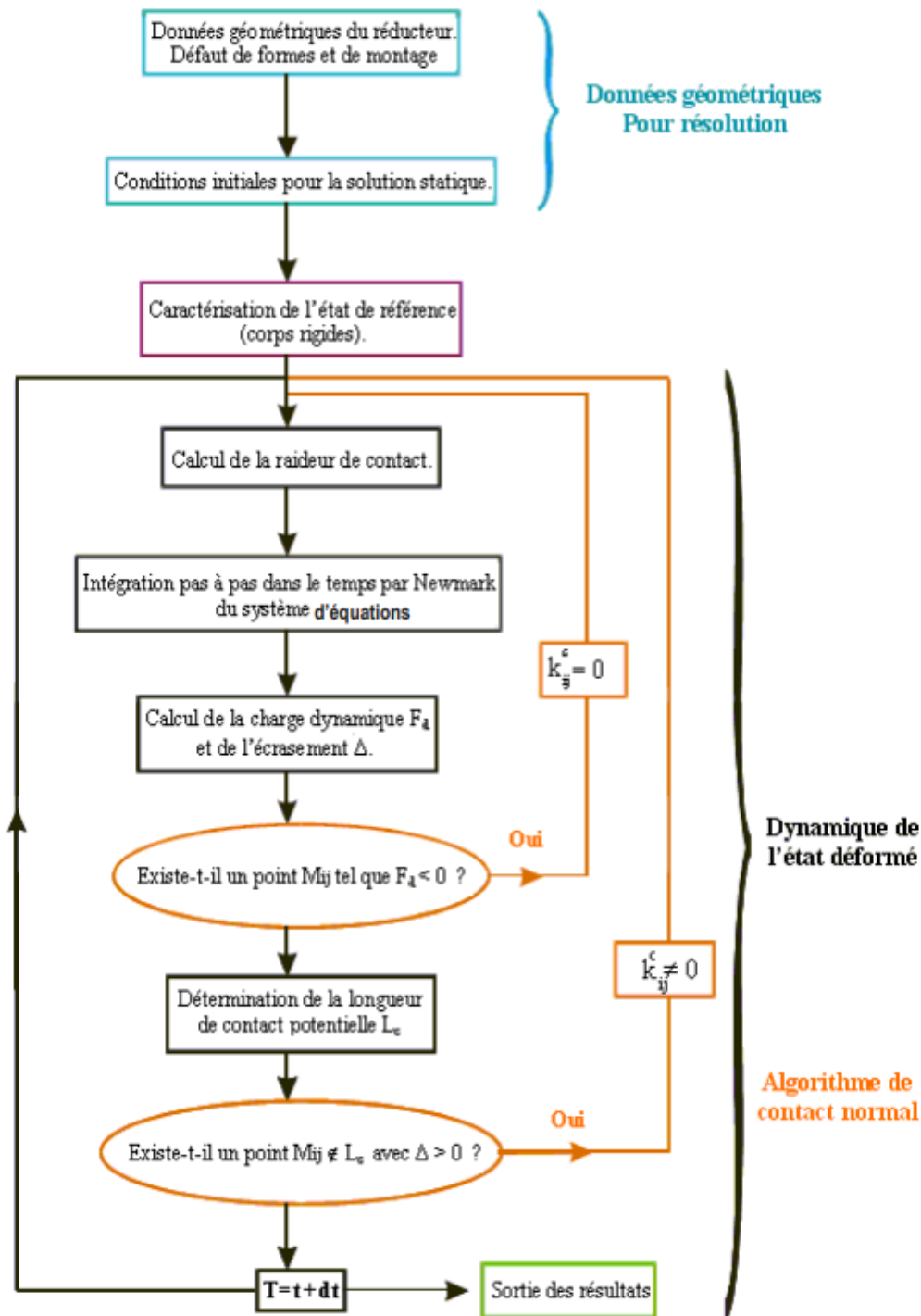


Figure II- 1 : Schéma de résolution de Newmark couplé à un algorithme de contact [111]

L'algorithme de résolution du système d'équation du second ordre à excitations non linéaires (voir équation II - 23) est présenté dans la Figure II- 1. La solution x à l'instant t est obtenue après la convergence des deux boucles et l'ensemble du processus est répété au pas du temps suivant [76].

Il existe différentes méthodes d'intégration temporelles qui consistent à intégrer pas à pas les équations du mouvement. La méthode choisie dans ce travail est la méthode implicite de

Newmark. 64 pas de temps sont choisis pour chaque période d'engrènement ($\Delta t = 0,01$ ms). Cette méthode est facile à être implémentée car elle permet de calculer le résultat de l'équation au temps $t + \Delta t$ en fonction des paramètres connus à l'instant t [112]. Donc, elle lie les accélérations, les vitesses et les déplacements aux instants $t + \Delta t$ à l'instant t :

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{x}_t + \Delta t \dot{\mathbf{x}}_t + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2b_1)\ddot{\mathbf{x}}_t + 2b_1\ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}] \quad \text{A2 - 1}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t [(1 - a)\ddot{\mathbf{x}}_t + a\ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}] \quad \text{A2 - 2}$$

Les paramètres a et b_1 doivent être sélectionnés en fonction des applications pour rendre la méthode stable [113]. La méthode la plus utilisée est la méthode de l'accélération moyenne telle que $a = 0,5$ et $b_1 = 0,25$ [114].

On cherche à résoudre l'équation de mouvement suivante :

$$[\mathbf{M}] \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} + [\mathbf{C}] \dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} + [\mathbf{K}] \mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{ext} \quad \text{A2 - 3}$$

On peut exprimer maintenant les accélérations à $t + \Delta t$ en fonction des paramètres connus et des déplacements à $t + \Delta t$:

$$\ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} = \frac{\mathbf{x}_{t+\Delta t} - \mathbf{x}_t}{b_1 \Delta t^2} - \frac{\dot{\mathbf{x}}_t}{b_1 \Delta t} - \left(\frac{1}{2b_1} - 1 \right) \ddot{\mathbf{x}}_t \quad \text{A2 - 4}$$

A partir de l'équation A2 - 4 et l'équation A2 - 2, on obtient :

$$\dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} = \left(1 - \frac{a}{b_1} \right) \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t \left((1 - a) - \left(\frac{a}{2b_1} - a \right) \right) \ddot{\mathbf{x}}_t + \frac{a}{\Delta t b_1} (\mathbf{x}_{t+\Delta t} - \mathbf{x}_t) \quad \text{A2 - 5}$$

2. Résistances thermiques

2.1. Echanges entre les pièces assemblées

a. Résistance thermique de conduction

La conduction traduit le transfert de chaleur au sein d'un solide d'un point chaud à un point froid. Elle est décrite par la loi de Fourier [72] et elle exprime le flux de chaleur en fonction du gradient de température suivant une direction donnée :

$$Q = -\bar{k} S \frac{dT}{dx} \quad \text{A2 - 6}$$

Avec $\bar{k}$ est la conductivité thermique ($\text{W m}^{-1} \text{°C}^{-1}$), S est la surface perpendiculaire au flux thermique (m^2). Par exemple, dans le cas d'une paroi plane de longueur ' l ' et de surface ' S ' soumise à un écart de température ΔT , on trouve : $Q = \frac{\bar{k} S}{l} \Delta T$, donc $R_{th} = \frac{l}{\bar{k} S}$, comme R (2,3) et R (3,4) sur le réseau thermique du réducteur étudié.

Dans le cas où la conduction de chaleur se fait radialement, c'est par exemple le cas pour les roulements, ou encore pour les liaisons entre les roues dentées et les arbres, c'est-à-dire par exemple R (11,13) et R (10,12), l'expression de la résistance est :

$$R_{Th} = \frac{\ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)}{2\pi k l} \quad A2 - 7$$

Avec r_{ext} le rayon extérieur (m), r_{int} le rayon intérieur (m), l est la longueur de conduction (m) et $\bar{k}$ est la conductivité thermique du solide ($W m^{-1} ^\circ C^{-1}$).

2.2. Echange entre solides et milieu environnant

Deux types d'échange existent entre les solides et l'environnement. Il s'agit de la convection et du rayonnement. Ils sont modélisés par des résistances thermiques différentes composées en parallèle.

a. Résistance de rayonnement

Le rayonnement thermique est un mode d'échange thermique basé sur l'émission et la réception d'ondes électromagnétiques. La puissance émise par rayonnement est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann [115] :

$$Q = S \sigma \varepsilon T^4 \quad A2 - 8$$

Avec ε est l'émissivité du matériau (comprise entre 0 et 1), σ est la constante de Stefan-Boltzmann [$= 5,67 \cdot 10^{-8} (W m^{-2} K^{-4})$], S est la surface d'échange de l'élément (m^2).

La résistance de rayonnement dépend de la température et des propriétés radiatives des surfaces. Pour un réducteur placé dans un environnement à température uniforme (T_{air}), elle est donnée par cette formule [72] :

$$R_{Th} = \frac{1}{\varepsilon \sigma S (T_p^2 + T_{air}^2) (T_p + T_{air})} \quad A2 - 9$$

Avec T_p la température de la paroi (K) et T_{air} la température du milieu environnant (K),

b. Résistance de convection avec les parois

La résistance de convection, déterminée par la loi de Newton, est donnée par la formule suivante [116]:

$$R_{Th} = \frac{1}{h_{conv} S} \quad A2 - 10$$

Avec h_{conv} est le coefficient d'échange convectif ($W m^{-2} ^\circ C^{-1}$), S est la surface d'échange (m^2). Le coefficient d'échange h_{conv} dépend de plusieurs paramètres comme les dimensions de la paroi ou encore sa forme. Sa détermination passe par l'utilisation de corrélations empiriques qui relient le nombre de Nusselt à d'autres nombres adimensionnels. Le nombre de Nusselt est défini par :

$$Nu = \frac{h_{conv} l}{\bar{k}} \quad A2 - 11$$

Avec l est la longueur caractéristique du massif qui dissipe de la chaleur (m), $\bar{k}$ est la conductivité thermique de l'air ($\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$). Donc en déterminant la valeur du nombre de Nusselt, on peut directement calculer le coefficient d'échange convectif h_{conv} pour la convection forcée, cas considéré dans le cadre de ce travail.

Ce type de convection se produit quand le mouvement du fluide est imposé par une intervention extérieure indépendante de la différence de température comme un flux généré par un ventilateur. Dans ce cas, le calcul du coefficient de convection dépend de la direction de l'écoulement.

Dans le cas où l'écoulement est tangentiel à la paroi, le coefficient d'échange s'exprime :

$$h_{conv} = 7,6 l^{-0,37} V^{0,63} \quad \text{A2 - 12}$$

Avec V est la vitesse d'écoulement de l'air (m s^{-1}), l est la longueur de la paroi (m).

Dans le cas d'une ventilation normale à la paroi, le coefficient d'échange est donné par :

$$h_{conv} = 5,6 l^{-0,34} V^{0,66} \quad \text{A2 - 13}$$

Avec V est la vitesse d'écoulement de l'air (m s^{-1}) et l est la longueur caractéristique (m) exprimée par : $l = \frac{S}{p}$, où S est la surface frontale de la paroi et qui est normale à la direction de la vitesse (m^2) et p est le périmètre de la paroi (m).

c. Résistance de convection avec les arbres

Les extrémités des arbres qui sont situées à l'extérieur du carter échangent également avec l'air environnant. Les résistances $R(1,10)$ et $R(1,11)$ lient l'élément arbre à l'élément air environnant.

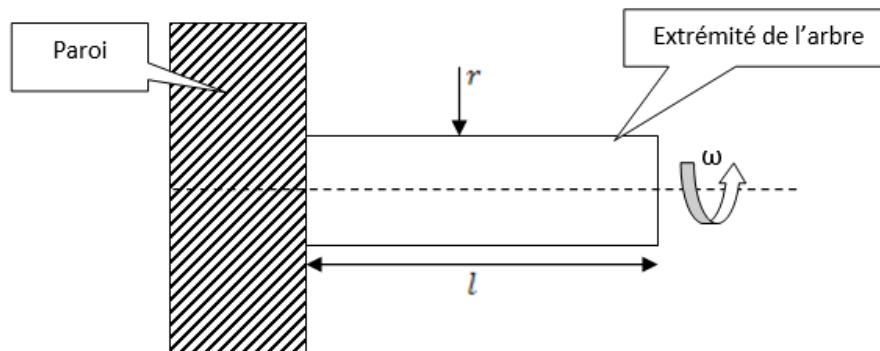


Figure II- 2 : Extrémité d'un arbre en rotation

Cette quantité de chaleur est exprimée comme suit :

$$Q = h_{conv} S (T_{arbre} - T_{air}) \quad \text{A2 - 14}$$

La température de l'arbre varie au fur à mesure que la distance avec le carter change. Il faut donc se ramener à la théorie des ailettes [90] pour déterminer un coefficient d'efficacité de la façon suivante :

$$\eta_{ailette} = \frac{th(\sqrt{\frac{2 h_{conv}}{k r}} l)}{\sqrt{\frac{2 h_{conv}}{k r}} l} \quad A2 - 15$$

Avec h_{conv} est le coefficient d'échange, $\bar{k}$ est la conductivité thermique de l'arbre, r est le rayon de l'arbre et l est la longueur de l'arbre en contact avec l'air.

La résistance thermique s'exprime comme :

$$R_{th} = \frac{1}{h_{conv} \eta_{ailette} S} \quad A2 - 16$$

Le coefficient d'échange h_{conv} est estimé à l'aide des formulations expérimentales qui lient le nombre de Nusselt (Nu) aux nombre de Grashof (Gr) et de Reynolds (Re) [117]:

Si $Re < 2500$

$$Nu = 0,4 Gr^{0,25} \quad A2 - 17$$

Si $2500 < Re < 15000$

$$Nu = 0,095 (0,5 Re^2 + Gr^{0,25})^{0,35} \quad A2 - 18$$

Si $Re > 15000$

$$Nu = 0,073 Re^{0,7} \quad A2 - 19$$

Dans le cas des solides de forme cylindriques, le nombre de Nusselt est défini par l'expression suivante :

$$Nu = \frac{h_{conv} \phi}{k} \quad A2 - 20$$

Avec ϕ est le diamètre de l'arbre.

Le nombre de Reynolds est défini par :

$$Re = \frac{V_c \phi}{\nu} \quad A2 - 21$$

Avec V_c est la vitesse caractéristique, ϕ est le diamètre de l'arbre et ν est la viscosité cinématique de l'air (exprimé en $m^2 s^{-1}$).

Le nombre de Grashof se calcule de la façon suivante :

$$Gr = \frac{g \beta_f (T_{moy} - T_{air}) (5 r_{arbre})^3}{\nu^2} \quad A2 - 22$$

Avec g est l'accélération gravitationnelle, β_f est le coefficient de dilatation volumique de l'air, T_{moy} est la température moyenne de l'arbre entre sa base et son extrémité, T_{air} est la

température de l'air environnant, r_{arbre} est le rayon de l'arbre, ν est la viscosité cinématique de l'air ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

2.3. Echange entre solides et lubrifiant

La lubrification par barbotage consiste à immerger une partie des engrenages dans un bain d'huile. Suite à la mise en mouvement de la transmission, l'huile est mise en mouvement et projetée en plusieurs éléments de la transmission. Donc à travers cet échange, on peut estimer la résistance entre l'huile et les parois internes des trois éléments carter $R(2,5)$, $R(3,5)$ et $R(4,5)$, la résistance de convection entre l'huile et un engrenage $R(5,12)$ et $R(5,13)$ et la résistance entre l'huile et un roulement $R(5,6)$ par exemple. Il s'agit d'un échange convectif entre un fluide et un solide. La résistance thermique est donnée sous cette forme :

$$R_{th} = \frac{1}{h_{conv} S} \quad \text{A2 - 23}$$

Avec S est la surface de l'élément en contact avec l'huile, h_{conv} est le coefficient de convection. La surface d'échange se calcule directement en fonction du niveau d'huile et des dimensions des éléments considérés.

a. Résistance de convection par ruissellement (convection avec le carter)

Les surfaces internes des trois éléments de type carter sont en contact avec l'huile qui ruisselle. Cette résistance correspond à un échange convectif forcé tangent à une surface ($R(2,5)$, $R(3,5)$ et $R(4,5)$). Le coefficient d'échange convectif h_{conv} est calculé à partir du nombre de Nusselt Nu . Il est déterminé d'après Holman sur la base de corrélations pour des plaques [90] :

Si $Re < 5 \cdot 10^5$

$$Nu = 0,664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad \text{A2 - 24}$$

Si $Re > 5 \cdot 10^5$

$$Nu = Pr^{1/3} (0,037 Re^{0,8} - 850) \quad \text{A2 - 25}$$

Avec Re est le nombre de Reynolds et Pr est le nombre de Prandtl qui est estimé par cette formulation :

$$Pr = \frac{\mu c}{k} \quad \text{A2 - 26}$$

Avec μ est la viscosité dynamique de l'huile (Pa.s), c est la capacité calorifique de l'huile et k est la conductivité thermique de l'huile.

Pour estimer le nombre de Reynolds, la vitesse utilisée est une vitesse moyenne qui dépend de la hauteur de la paroi, elle est donnée par [72] :

$$V_{moy} \approx 2,95 \sqrt{L} \quad \text{A2 - 27}$$

Avec L est la hauteur du Ruissellement.

b. Résistance de convection avec les roulements

Il y a un échange de chaleur entre l'huile et les éléments roulants des roulements quand des parties d'un roulement sont en contact avec l'huile. Entre ces deux éléments, une résistance thermique de convection est définie, comme par exemple $R(5,6)$. La détermination de cette résistance nécessite le calcul du coefficient d'échange h_{conv} proposé par Harris [85]:

$$h_{conv} = 0,0332 k P r^{1/3} \left[\frac{\Omega}{4 \nu} \left(1 - \frac{2 r_r \cos(\theta_{rmt})}{d_m} \right) \right]^{1/2} \quad A2 - 28$$

Avec r_r est le rayon des éléments roulants, θ_{rmt} est l'angle de contact des éléments roulants, d_m est le diamètre moyen du roulement, ν est la viscosité cinématique du lubrifiant, k est la conductivité thermique de l'huile utilisé.

c. Résistance de projection

La résistance de projection traduit le transfert de chaleur entre le pignon et l'huile. Soit un pignon qui tourne à une vitesse ω et barbote dans un bain d'huile (voir Figure II- 3). Cette résistance est donnée par [72]:

$$R_{th} = \frac{\pi}{b Z \left(0,058 + \frac{1,112}{\left[1 + \exp\left(\frac{\psi - 0,731}{0,233}\right) \right]^{0,455}} \right) H_{dent} \chi \sqrt{\theta} \omega} \quad A2 - 29$$

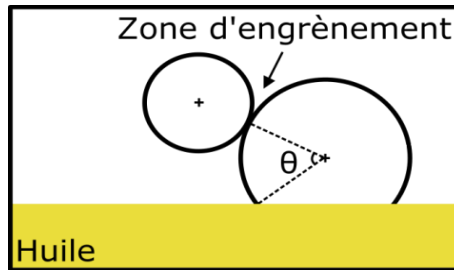


Figure II- 3 : schéma d'un pignon immergé dans un bain d'huile avec un angle de projection θ

Avec θ est l'angle de projection (rad), ω est la vitesse de rotation (rad s^{-1}), b est la largeur de denture (m), H_{dent} est la hauteur de dent (m), χ est l'effusivité thermique de l'huile ($\text{N m}^{-1} \text{s}^{-1/2} \text{°C}^{-1}$), Z est le nombre de dents du pignon, ψ est le nombre sans dimension dépendant de la géométrie du pignon et des caractéristiques de l'huile :

$$\psi = \left(\frac{R_p D \theta^2}{\nu H_{dent}} \right)^{1/4} \quad A2 - 30$$

Avec R_p est le rayon primitif du pignon (m), D est la diffusivité thermique de l'huile ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), θ est l'angle de projection centrifuge (rad), ν est la viscosité cinématique de l'huile ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), H_{dent} est la hauteur de la dent (m). Et l'effusivité thermique de l'huile est donnée par : $\chi = \sqrt{k \cdot \rho \cdot c}$ où k est la conductivité thermique de l'huile ($\text{W m}^{-1} \text{°C}^{-1}$), ρ est la masse volumique de l'huile (kg m^{-3}), c est la capacité calorifique de l'huile ($\text{J kg}^{-1} \text{°C}^{-1}$).

d. Résistance d'échange sur les flancs

Au cours du fonctionnement, l'échange entre l'huile et les éléments en rotation n'est plus accordé au ruissellement d'huile mais à l'échange d'huile généré par la rotation des éléments de l'engrenage. La résistance de ruissellement présentée précédemment est remplacée par résistance de convection forcée [89]. L'échange entre l'huile et le disque en rotation est caractérisé par ([118], [119]) :

Si $Re < 2,5 \cdot 10^5$

$$Nu = 0,4 \sqrt{Re} Pr^{1/3} \quad A2 - 31$$

Si $Re > 3,2 \cdot 10^5$

$$Nu = 0,238 Re^{0,8} Pr^{0,6} \quad A2 - 32$$

2.4. Echange entre les dents en contact

Lors de l'engrènement, une augmentation importante de température peut apparaître au niveau des surfaces en contact. C'est ce que Block appelle la température « éclair » : T_{ec} . L'échauffement de la matière au voisinage du contact se limite à une profondeur faible par rapport à l'épaisseur de la dent. La modélisation du flux de chaleur entre la zone de contact et le corps des pignons est représentée par une résistance de striction. Cette résistance dépend de l'engrènement considéré et permet de simuler la répartition du flux entre la roue et le pignon.

Le champ de température d'un pignon est représenté par deux composantes : T_{ec} est la température-éclair pour la zone d'engrènement, T_{ma} est la température de masse pour le corps du pignon. D'après Block, l'élévation moyenne de la température est donnée par :

$$T_{ec} - T_{ma} = \frac{0,767 Q}{\sqrt{2} l_h b \chi \sqrt{V_{rm}}} \quad A2 - 33$$

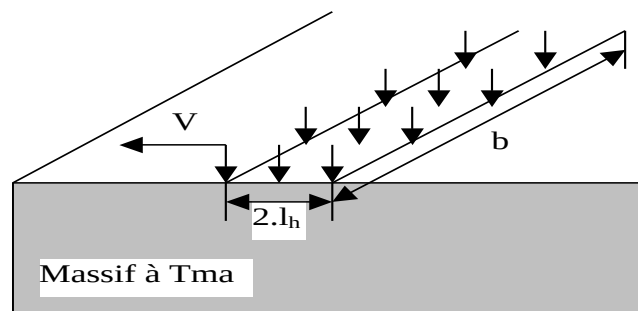


Figure II- 4 : source de chaleur se déplaçant sur un massif

Avec $2 l_h$ est la largeur de la surface d'écrasement (m), b est la largeur de denture (m), V_{rm} est la vitesse de roulement moyenne du pignon ($m s^{-1}$), χ est l'effusivité thermique du pignon ($N m^{-1} s^{-1/2} K^{-1}$).

Donc la résistance de restriction est donnée par :

$$R_{th} = \frac{0,767}{\sqrt{2 l_h} b \chi \sqrt{V}} \quad \text{A2 - 34}$$

Annexe 3 : Opérateurs d'optimisation et cas tests

1. Opérateurs d'optimisation

1.1 Sélection

Une fois que la génération et l'évolution de la population initiale sont terminées, l'étape suivante consiste en la détermination des individus qui vont se reproduire (à savoir les parents de la prochaine génération). La sélection permet d'identifier statistiquement les meilleurs individus d'une population et d'éliminer les mauvais lors du passage d'une génération à une autre. Elle est fondée sur la qualité des individus, estimée à l'aide de la fonction objectif. En fait, pour n individus, on doit en sélectionner $n/2$ (car l'opérateur de croisement nous permet de repasser à n individus).

Il existe différentes techniques de sélection [97] et la sélection utilisée dans cette étude est la sélection par tournoi.

C'est la méthode la plus facile à mettre en œuvre. Elle consiste à choisir aléatoirement k individus (nombre de participants à un tournoi) et ils sont comparés entre eux et seul le meilleur individu est considéré comme vainqueur du tournoi. On répète ce processus jusqu'à ce que la génération intermédiaire soit complétée. Il est possible que certains des individus participent à plusieurs tournois. S'ils gagnent plusieurs fois, ils vont être présents plusieurs fois dans la génération.

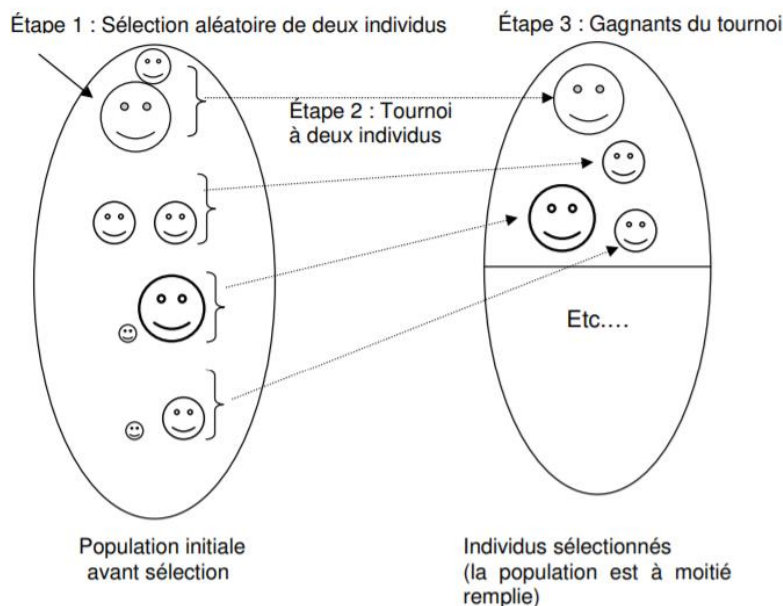


Figure A3. 1 : Représentation d'une sélection par tournoi d'individus pour un critère de maximisation [120]

1.2 Principe d'élitisme

La stratégie élitiste consiste à conserver le meilleur individu à chaque génération. Ainsi l'élitisme empêche l'individu le plus performant de disparaître au cours de la sélection. Après chaque évaluation de la performance des individus à une génération t donnée, le meilleur individu de la génération précédente ($t - 1$) est réintroduit dans la population si aucun des individus de la génération t n'est meilleur que lui. Par cette approche, la performance du

meilleur individu de la population courante est monotone de génération en génération. Cette méthode a l'avantage de permettre une convergence rapide des solutions mais risque de diminuer la diversité des individus.

1.3 Classification des individus par Rang

Dans un premier temps [121], avant de procéder à la sélection, on affecte à chaque individu de la population un rang correspondant au front auquel il appartient. Tous les individus de la population non-dominée appartenant au front optimal (1^{er} front) reçoivent un rang égal à 1 (voir Figure A3. 2). Ces individus sont retirés de la population et l'opération est répétée ainsi de suite pour les fronts successifs suivants en incrémentant le rang.

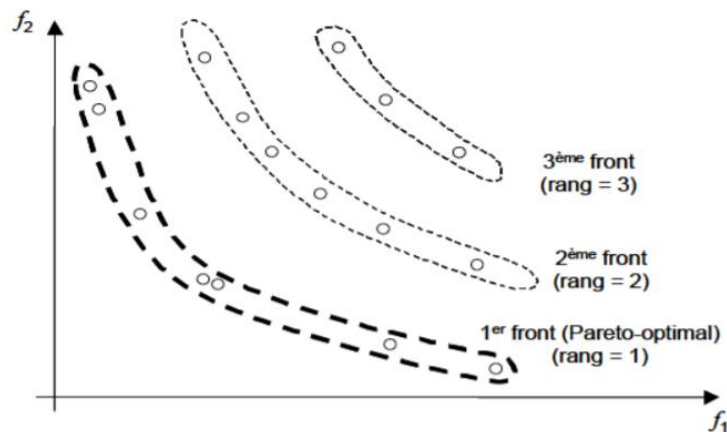


Figure A3. 2 : Classification des individus suivant le rang de Pareto [121]

1.4 Distance d'encombrement (crowding distance)

Holland a été le premier à suggérer l'utilisation de l'opérateur de 'crowding' [46] dans la phase de remplacement des algorithmes génétiques. Cette technique, utilisée par NSGAII (citée précédemment) pour préserver la diversité des solutions dans le front de Pareto, s'applique sur le dernier front pour compléter la taille de la population des parents pour la génération suivante. Cette distance permet de calculer la proximité d'un point à ses voisins du front du même rang que lui. Le calcul de la distance de crowding nécessite, avant tout, le tri des solutions selon chaque objectif, dans un ordre ascendant. Ensuite, pour chaque objectif, les individus possédant des valeurs limites se voient associés une distance infinie. Pour les autres solutions intermédiaires, on calcule une distance de crowding égale à la différence des valeurs des fonctions objectifs de deux solutions adjacentes. La distance de crowding d'une solution est obtenue en sommant les distances correspondantes à chaque objectif (voir Figure III. 4).

1.5 Opérateur de crowding de comparaison ($<_n$)

L'opérateur de crowding de comparaison ($<_n$) sert pour guider le processus de la sélection avec la répartition uniforme des solutions Pareto. En fait, un individu i de la population a deux attributs : rang de non dominance i_{rang} et distance de crowding $i_{distance}$. Soient deux individus i et j [122] :

$$i <_n j \text{ si } \begin{cases} i_{rang} < j_{rang} \\ \text{ou} \\ (i_{rang} = j_{rang}) \text{ et } (i_{distance} > j_{distance}) \end{cases} \quad \text{A3 - 35}$$

Entre deux solutions de rangs différents, la solution de plus petit rang (appartenant au meilleur front) est préférée. Pour deux solutions qui appartiennent au même front (même rang), la solution possédant la plus grande valeur de distance de crowding est choisie. Cet opérateur de sélection intensifie donc la recherche des solutions Pareto-optimales.

1.6 Opérateur de croisement

Le phénomène de croisement est une propriété naturelle de l'ADN. C'est par analogie qu'ont été conçus les opérateurs de croisement dans les algorithmes génétiques. Il a pour but d'enrichir la diversité de la population en manipulant la structure des chromosomes. Les méthodes de croisement sont liées au type de codage mais leur principe est identique. Le croisement combine les gènes de deux individus parents pour donner deux nouveaux individus enfants possédant des caractéristiques issues des deux parents. Il existe plusieurs méthodes de croisement. Dans cette étude, le croisement réel arithmétique est utilisé.

C'est une combinaison linéaire des parents. Une recherche portée sur le croisement arithmétique est réalisée dans les études réalisées dans [123] et [124]. En fait, deux gènes (parents) P_1 et P_2 sont sélectionnés à la même position (i). Ils définissent deux nouveaux gènes (enfants) $D_1(i)$ et $D_2(i)$ par combinaison linéaire [125] :

$$\begin{cases} D_1(i) = \alpha P_1(i) + (1 - \alpha) P_2(i) \\ D_2(i) = \alpha P_2(i) + (1 - \alpha) P_1(i) \end{cases} \quad \text{A3 - 2}$$

Avec α est un coefficient de pondération entre 0 et 1 et il a la même taille que les parents. Et pour permettre de générer des individus entre ou à l'extérieur du segment joignant les deux parents, on peut prévoir un paramètre particulier [124], tout en vérifiant de maintenir les individus dans leurs domaines de définition.

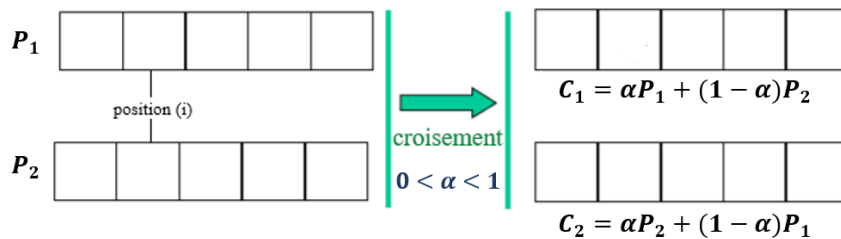


Figure A3. 3 : Exemple de croisement barycentrique

1.7 Opérateur de mutation

L'opérateur de mutation est un processus où un changement mineur du code génétique est appliqué à un individu pour induire de la diversité et ainsi éviter de tomber dans des optimums locaux. Classiquement, la mutation modifie aléatoirement la valeur d'un paramètre du dispositif avec un faible taux de probabilité P_m , généralement inférieure à celle de croisement. En

revanche, une faible probabilité permet d'assurer une bonne exploration de l'espace de recherche sans perturber la convergence. En effet, l'individu muté n'est pas forcément meilleur ou moins bon, mais il apportera des possibilités supplémentaires qui peuvent être utiles pour la création de bonnes solutions [126]. Il existe deux types de mutation : la mutation binaire où dans le cas du codage binaire, chaque bit est remplacé par son inverse (0 donne 1 et 1 donne 0) et la mutation réelle qui est utilisée dans cette étude.

L'opérateur de mutation possède quelques avantages puisqu'il permet une grande diversité de solutions.

2. Vérification des cas tests

Les quatre premiers cas tests sans contraintes sont tirés de la comparaison d'optimisation multi-objectifs de Ziteler *et al.* [127], à savoir les cas tests ZDT et le cas de Fonseca-Fleming [128]. Trois autres cas tests avec contraintes, à savoir la fonction de Chakong et Haimes [129], la fonction d'Osyczka et Kundu [130] et le problème de Constr-Ex [97], ont également été testés. Ces sept cas tests impliquent des optimisations à deux objectifs où les deux objectifs doivent être minimisés.

Le Tableau A3. 1 présente les paramètres de l'algorithme NSGA-II choisis pour l'optimisation des cas tests.

Paramètres	Valeurs
Taille de population	70
Nombre de générations	100
Probabilité de croisement	0.8
Probabilité de mutation	0,3

Tableau A3. 1 : Paramètres de la méthode NSGA-II

- Fonctions sans contraintes

Fonction ZDT2

$$\min \begin{cases} f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = g(x)h(f_1(x), g(x)) \\ g(x) = 1 + \frac{9}{29} \sum_{i=2}^{30} x_i \\ h(f_1(x), g(x)) = 1 - \left(\frac{f_1(x)}{g(x)} \right)^2 \end{cases}$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \text{ et } 1 \leq i \leq 30$$

Fonction ZDT3

$$\min \begin{cases} f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = g(x)h(f_1(x), g(x)) \\ g(x) = 1 + \frac{9}{29} \sum_{i=2}^{30} x_i \\ h(f_1(x), g(x)) = 1 - \sqrt{\frac{f_1(x)}{g(x)}} - \left(\frac{f_1(x)}{g(x)}\right) \sin(10\pi f_1(x)) \end{cases}$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \text{ et } 1 \leq i \leq 30$$

Fonction Fonesca- Fleming

$$\min \begin{cases} f_1(x) = 1 - \exp\left[-\sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right] \\ f_2(x) = 1 - \exp\left[-\sum_{i=1}^n \left(x_i + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right] \end{cases}$$

$$-4 \leq x_i \leq 4 \text{ et } 1 \leq i \leq n$$

Les fronts de Pareto de ces cas tests sont illustrés dans les figures ci-dessous.

	Résultats Matlab par la méthode NSGA-II	Théorie
ZDT2		

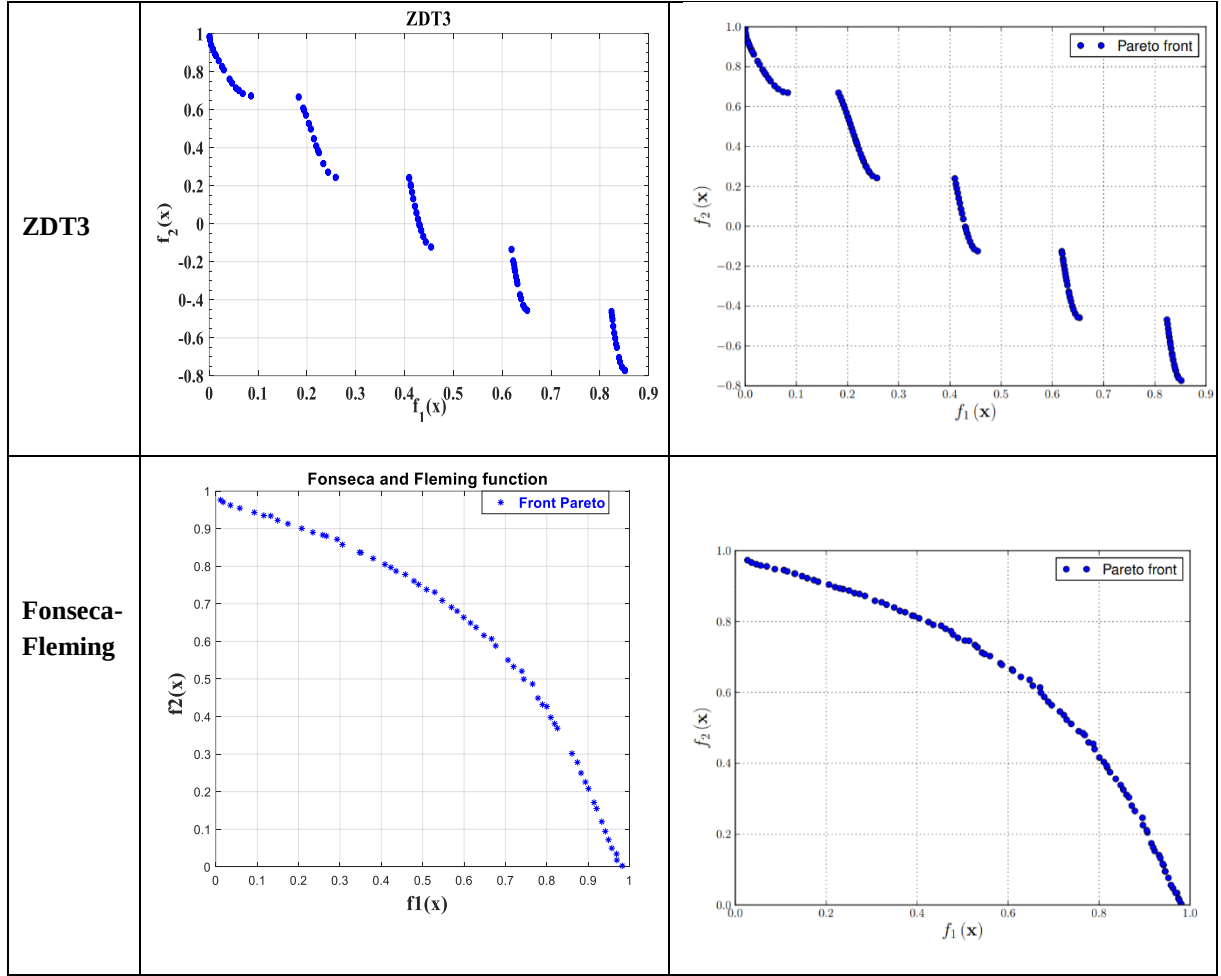


Tableau A3. 2 : Comparaison des fronts de Pareto des fonctions sans contraintes à la théorie

- Fonctions avec contraintes

Fonction Chakong and Haimes

$$\min \begin{cases} f_1(x, y) = 2 + (x - 2)^2 + (y - 1)^2 \\ f_2(x, y) = 9x - (y - 1)^2 \end{cases}$$

$$-20 \leq x, y \leq 20$$

$$\text{sous des contraintes : } \begin{cases} g_1(x, y) = x^2 + y^2 \leq 225 \\ g_2(x, y) = x - 3y + 10 \leq 0 \end{cases}$$

Fonction Osyczka and Kundu

$$\min \begin{cases} f_1(x) = -25(x_1 - 2)^2 - (x_2 - 2)^2 - (x_3 - 1)^2 - (x_4 - 4)^2 - (x_5 - 1)^2 \\ f_2(x) = \sum_{i=1}^6 x_i^2 \end{cases}$$

$$0 \leq x_1, x_2, x_6 \leq 10, 1 \leq x_3, x_6 \leq 5, 0 \leq x_4 \leq 6$$

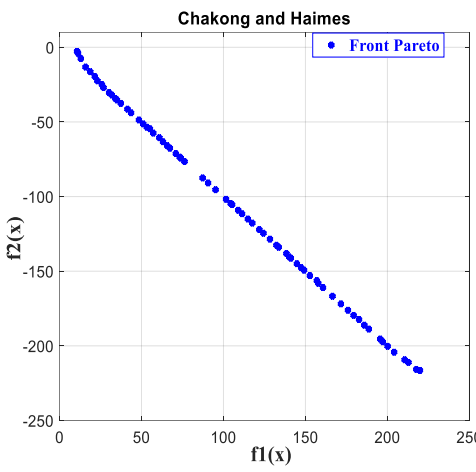
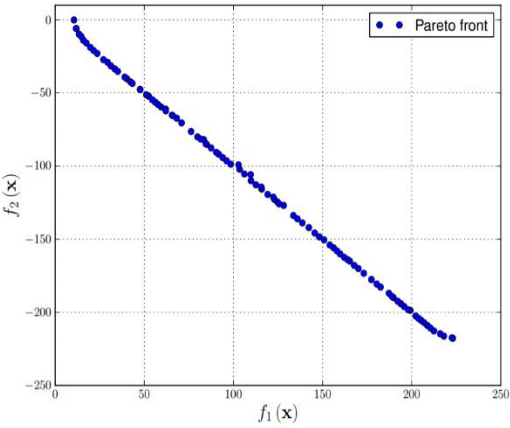
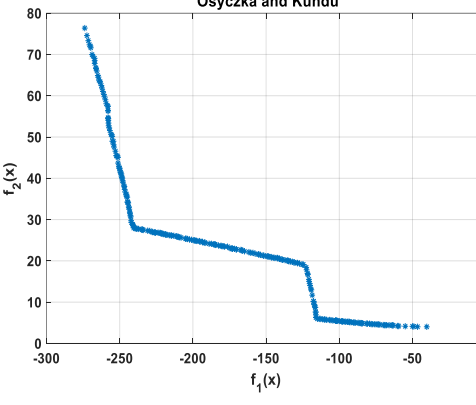
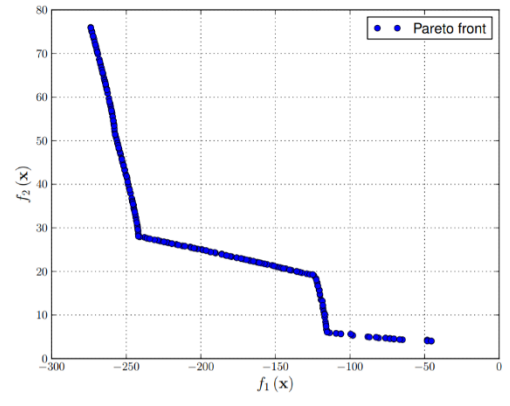
$$\text{sous des contraintes : } \begin{cases} g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \geq 0 \\ g_2(x) = 6 - x_1 - x_2 \geq 0 \\ g_3(x) = 2 - x_2 + x_1 \geq 0 \\ g_4(x) = 2 - x_1 + 3x_2 \geq 0 \\ g_5(x) = 4 - (x_3 - 3)^2 - x_4 \geq 0 \\ g_6(x) = (x_5 - 3)^2 + x_6 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

- Problème de Constr-Ex

$$\min \begin{cases} f_1(x, y) = x \\ f_2(x, y) = \frac{1+y}{x} \end{cases}$$

$$0.1 \leq x \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq 5$$

$$\text{sous des contraintes : } \begin{cases} g_1(x, y) = y + 9x \geq 6 \\ g_2(x, y) = -y + 9x \geq 1 \end{cases}$$

	Résultats Matlab par la méthode NSGA-II	Théorie
Chakong and Haimes		
Osyczka and Kundu		

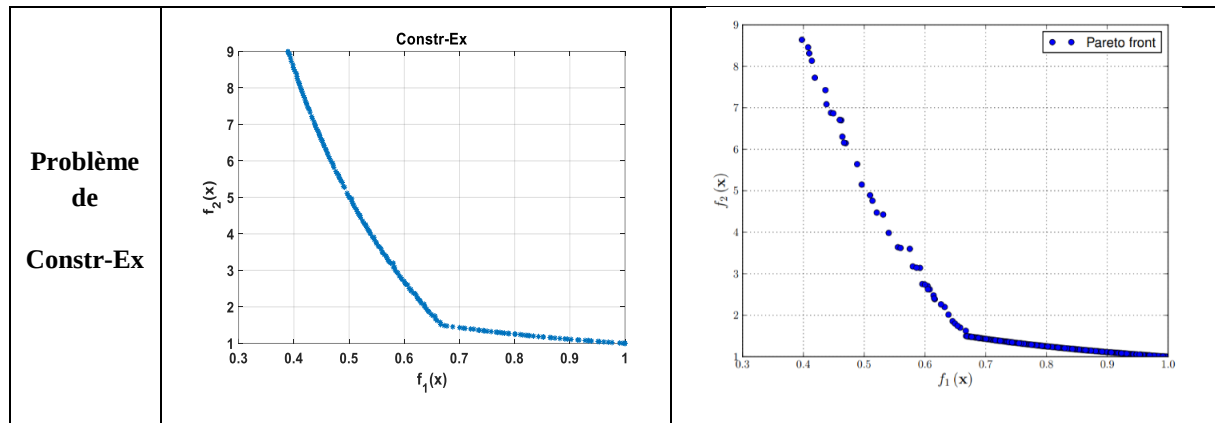


Tableau A3. 3 : Comparaison des fronts de Pareto des fonctions soumises à des contraintes à la théorie

Les Tableau A3. 2 et Tableau A3. 3 montrent la cohérence entre les résultats obtenus par la méthode programmée NSGA-II et celles de la littérature. En d'autres termes, ces cas tests vérifient la validation de la programmation de l'algorithme NSGA-II.

Références bibliographiques

- [1] S. L. Harris, "Dynamic loads on the teeth of spur gears," *Proceedings of Institution of Mechanical Engineering*, pp. 87–112, 1958.
- [2] D. B. Welbourn, "Fundamental Knowledge of Gear Noise," in *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1979, pp. 9–14.
- [3] P. Garambois, J. Perret-Liaudet, and E. Rigaud, "NVH robust optimization of gear macro and microgeometries using an efficient tooth contact model," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 117, pp. 78–95, Nov. 2017.
- [4] E. Hiroaki and S. Nader, "Gearbox Simulation Models with Gear and Bearing Faults," in *Mechanical Engineering intechOpen*, USA, 2012, pp. 1–40.
- [5] T. Lin and Z. He, "Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 91, pp. 167–182, 2017.
- [6] S. chul Kim, S. gon Moon, J. hyeon Sohn, Y. jun Park, C. ho Choi, and G. ho Lee, "Macro geometry optimization of a helical gear pair for mass, efficiency, and transmission error," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 144, p. 103634, 2020.
- [7] J. A. Korta and D. Mundo, "Multi-objective micro-geometry optimization of gear tooth supported by response surface methodology," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 109, pp. 278–295, 2017.
- [8] Y. Lei, L. Hou, Y. Fu, J. Hu, and W. Chen, "Research on vibration and noise reduction of electric bus gearbox based on multi-objective optimization," *Applied Acoustics*, vol. 158, p. 107037, 2020.
- [9] T. Osman and P. Velex, "A model for the simulation of the interactions between dynamic tooth loads and contact fatigue in spur gears," *Tribology International*, vol. 46, no. 1, pp. 84–96, 2012.
- [10] "NF ISO 1328-1 Engrenages cylindriques-système ISO de précision. Partie 1: Définitions et valeurs admissibles des écarts pour les flancs homologues de la denture," 1995.
- [11] E. Rigaud, "Interactions dynamiques entre dentures, lignes d'arbres, roulements et carter dans les transmissions par engrenages," Thèse de doctorat, École centrale de Lyon, 1998.
- [12] A. Carbonelli, J. Perret-Liaudet, E. Rigaud, and A. Le Bot, "Particle swarm optimization as an efficient computational method in order to minimize vibrations of multimesh gears transmission," *Advances in Acoustics and Vibration*, pp. 1–6, 2011.
- [13] A. Carbonelli, E. Rigaud, J. Perret-Liaudet, E. Pelloli, and D. Barday, "Robust optimization of a truck timing gear cascade : numerical and experimental results," in *Actes CFM 2013, 21ème Congrès Français de Mécanique*, 2013, pp. 1–6.
- [14] M. Maatar and P. Velex, "Quasi-static and dynamic analysis of narrow-faced helical gears with profile and lead modifications," *ASME, Journal of Mechanical Design*, vol. 119, no. 4, pp. 474–480, 1997.
- [15] P. Velex, J. Bruyère, and D. R. Houser, "Some analytical results on transmission errors in narrow-faced spur and helical gears: Influence of profile modifications," *Journal of*

- Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 133, no. 3, 2011.
- [16] M. S. Tavakoli and D. R. Houser, "Optimum profile modifications for the minimization of static transmission errors of spur gears," *ASME, Journal of Mechanical Design*, vol. 108, no. 1, pp. 86–94, 1986.
 - [17] E. Mehr and S. Yoders, "Efficient hard finishing of asymmetric tooth profiles and topological modifications by generating grinding," *gear technology*, pp. 76–83, 2017.
 - [18] A. Türich, "Producing profile and lead modifications in threaded wheel and profile grinding," *gear technology*, pp. 54–62, 2010.
 - [19] Y. A. Tesfahunegn, F. Rosa, and C. Gorla, "The effects of the shape of tooth profile modifications on the transmission error, bending, and contact stress of spur gears," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 224, no. 8, pp. 1749–1758, 2010.
 - [20] P. Velez, J. Bruyère, and D. R. Houser, "Some Analytical Results on Transmission Errors in Narrow-Faced Spur and Helical Gears: Influence Of Profile Modifications," *ASME, Journal of Mechanical Design*, vol. 133, no. 3, pp. 1–11, 2011.
 - [21] U. Kissling, "Effects of Profile Corrections on Peak-to-Peak Transmission Error," *Gear technology*, pp. 52–61, 2010.
 - [22] R. Frazer, B. A. Shaw, M. Fish, and D. Palmer, "Optimizing gear geometry for minimum transmission error, mesh friction losses and scuffing risk through computer-aided engineering," in *09FTM07 Proceedings of AGMA fall technical meeting*, 2010, pp. 58–67.
 - [23] "Gears — Cylindrical involute gears and gear pairs — Concepts and geometry," *International standard ISO 21771*. pp. 1–88, 2007.
 - [24] D. Miler and M. Hoić, "Optimisation of cylindrical gear pairs: A review," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 156, pp. 1–20, 2021.
 - [25] R. H. Lyon, "Product sound quality - From perception to design," *Sound and Vibration*, vol. 37, no. 3, pp. 18–22, 2003.
 - [26] A. Artoni, M. Guiggiani, A. Kahraman, and J. Harianto, "Robust optimization of cylindrical gear tooth surface modifications within ranges of torque and misalignments," *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 135, no. 12, pp. 1–9, 2013.
 - [27] M. Bozca, "Transmission error model-based optimisation of the geometric design parameters of an automotive transmission gearbox to reduce gear-rattle noise," *Applied Acoustics*, vol. 130, pp. 247–259, 2018.
 - [28] A. Carbonelli, "Carctérisation vibro-acoustique d'une cascade de distribution poids lourd," thèse Ecole Centrale de Lyon, 2012.
 - [29] K. Inoue, D. P. Townsend, and J. Coy, "Optimum Design of a Gearbox for Low Vibration," *Journal of Mechanical Design*, vol. 115, no. 4, pp. 1002–1007, 1993.
 - [30] A. Carbonelli, E. Rigaud, and J. Perret-Liaudet, "Vibro-acoustic analysis of geared

- systems—predicting and controlling the whining noise,” in *Automotive NVH Technology*, Springer International Publishing, 2016, pp. 63–79.
- [31] H. Guo, J. Zhang, and H. Yu, “Robust optimisation of dynamic and NVH characteristics for compound power-split hybrid transmission,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, vol. 233, no. 4, pp. 817–826, 2019.
- [32] A. Mazioud, L. Ibos, A. Khlaifi, and J. F. Durastanti, “Detection of rolling bearing degradation using infrared thermography,” in *9th International Conference on Quantitative InfraRed Thermography*, 2008.
- [33] K. D. Cole, C. M. Tarawneh, A. A. Fuentes, B. M. Wilson, and L. Navarro, “Thermal models of railroad wheels and bearings,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, no. 9–10, pp. 1636–1645, 2010.
- [34] M. Taburdagitan and M. Akkok, “Determination of surface temperature rise with thermo-elastic analysis of spur gears,” *Wear*, vol. 261, no. 5–6, pp. 656–665, 2006.
- [35] “Gears - Thermal capacity Part 2 : Thermal load-carrying capacity,” *ISO/TR 14179-2*. Switzerland, pp. 1–42, 2001.
- [36] C. Changenet, X. Oviedo-Marlot, and P. Velez, “Power loss predictions in geared transmissions using thermal networks-applications to a six-speed manual gearbox,” *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 128, no. 3, pp. 618–625, 2006.
- [37] F. Y. Edgeworth, *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*. 1881.
- [38] V. Pareto, *Manuel d'économie politique*. 1896.
- [39] V. Pareto, “The new theories of economics,” *Journal of political economy*, vol. 5, pp. 485–502, 1897.
- [40] I. H. Dridi, “Optimisation heuristique pour la résolution du m-PDPTW statique et dynamique,” Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lille, 2010.
- [41] R. L. Carraway, T. L. Morin, and H. Moskowitz, “Generalized dynamic programming for multicriteria optimization,” *European Journal of Operational Research*, vol. 44, no. 1, pp. 95–104, 1990.
- [42] C. Dhaenens-Flipo, “Optimisation Combinatoire Multi-Objectif : Apport des méthodes coopératives et contribution à l'extraction de connaissances,” Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2005.
- [43] G. Polya, “How to solve it,” in *Doubleday anchor books*, 1957, p. 29.
- [44] C. A. Bana E Costa and J.-C. Vansnick, “The MACBETH Approach: Basic Ideas, Software, and an Application,” in *ADVANCES IN DECISION ANALYSIS*, vol. 4, Portugal, Belgium, 1999, pp. 131–157.
- [45] C. A. C. Coello, G. B. Lamont, and D. A. Van Veldhuizen, “Genetic and evolutionary computation,” in *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*,

- Springer., 2002, pp. 1–810.
- [46] J. H. Holland, “Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence,” 1975, pp. 1–206.
 - [47] D. E. Goldberg, “Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning,” in *Genetic algorithms*, Addison-Wesley, Ed. 1989, pp. 1–432.
 - [48] C. Darwin, *L’origine des espèces au moyen de la sélection naturelle ou la lutte pour l’existence dans la nature*, Reinwald. Paris, 1876.
 - [49] D. Miler, D. Žeželj, A. Lončar, and K. Vučković, “Multi-objective spur gear pair optimization focused on volume and efficiency,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 125, pp. 185–195, 2018.
 - [50] H. Zarefar and S. N. Muthukrishnan, “Computer-aided optimal design via modified adaptive random-search algorithm,” *Computer-Aided Design*, vol. 25, no. 4, pp. 240–248, 1993.
 - [51] Y. Wang, “Optimized tooth profile based on identified gear dynamic model,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 42, no. 8, pp. 1058–1068, 2007.
 - [52] N. Marjanovic, B. Isailovic, V. Marjanovic, Z. Milojevic, M. Blagojevic, and M. Bojic, “A practical approach to the optimization of gear trains with spur gears,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 53, pp. 1–16, 2012.
 - [53] T. Yokota, T. Taguchi, and M. Gen, “A solution method for optimal weight design problem of the gear using genetic algorithms,” *Computers and Industrial Engineering*, vol. 35, no. 3–4, pp. 523–526, 1998.
 - [54] C. Gologlu and M. Zeyveli, “A genetic approach to automate preliminary design of gear drives,” *Computers and Industrial Engineering*, vol. 57, no. 3, pp. 1043–1051, 2009.
 - [55] L. Tudose, O. Buiga, C. Ștefanache, and A. Sóbester, “Automated optimal design of a two-stage helical gear reducer,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 42, no. 3, pp. 429–435, 2010.
 - [56] O. Buiga and C. O. Popa, “Optimal mass design of a single-stage helical gear unit with genetic algorithms,” *Proceedings of the Romanian Academy, Series A*, vol. 13, no. 3, pp. 243–250, 2012.
 - [57] O. Buiga, “A 2K-h Single-Row Planetary Gearbox Optimal Design with Genetic Algorithms,” *Advanced Engineering Forum*, vol. 8–9, pp. 389–396, 2013.
 - [58] V. Savsani, R. V. Rao, and D. P. Vakharia, “Optimal weight design of a gear train using particle swarm optimization and simulated annealing algorithms,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, no. 3, pp. 531–541, 2010.
 - [59] S. Golabi, J. J. Fesharaki, and M. Yazdipoor, “Gear train optimization based on minimum volume/weight design,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 73, pp. 197–217, 2014.
 - [60] T. H. Chong, I. Bae, and G. J. Park, “A new and generalized methodology to design multi-stage gear drives by integrating the dimensional and the configuration design process,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 37, no. 3, pp. 295–310, 2002.

- [61] K. Tamboli, S. Patel, P. M. George, and R. Sanghvi, "Optimal Design of a Heavy Duty Helical Gear Pair Using Particle Swarm Optimization Technique," *Procedia Technology*, vol. 14, pp. 513–519, 2014.
- [62] P. Rai, A. Agrawal, M. L. Saini, C. Jodder, and A. G. Barman, "Volume optimization of helical gear with profile shift using real coded genetic algorithm," *Procedia Computer Science*, vol. 133, pp. 718–724, 2018.
- [63] G. Bonori, M. Barbieri, and F. Pellicano, "Optimum profile modifications of spur gears by means of genetic algorithms," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 313, no. 3–5, pp. 603–616, 2008.
- [64] F. Mendi, T. Başkal, K. Boran, and F. E. Boran, "Optimization of module, shaft diameter and rolling bearing for spur gear through genetic algorithm," *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 12, pp. 8058–8064, 2010.
- [65] A. Osyczka, "An approach to multicriterion optimization problems for engineering design," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 15, no. 3, pp. 309–333, 1978.
- [66] B. A. Abuid and Y. M. Ameen, "Procedure for optimum design of a two-stage spur gear system," *JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, vol. 46, no. 4, pp. 1582–1590, 2003.
- [67] M. Patil, P. Ramkumar, and K. Shankar, "Multi-objective optimization of the two-stage helical gearbox with tribological constraints," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 138, pp. 38–57, 2019.
- [68] D. Ghribi, J. Bruyère, P. Velez, M. Octrue, and M. Haddar, "Multi-objective optimization of gear tooth profile modifications," *Design and modeling of mechanical systems*, pp. 189–197, 2013.
- [69] C. Lagresle, M. Guingand, J.-P. de Vaujany, and B. Fulleringer, "Optimization of tooth modifications for spur and helical gears using an adaptive multi-objective swarm algorithm," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 233, pp. 7292–7308, 2019.
- [70] P. Garambois, E. Rigaud, and J. Perret-liaudet, "Optimisation robuste des macro / microgéométries de denture pour minimiser l'excitation vibratoire générée par l'engrènement," in *13e colloque national en calcul des structures*, Université Paris-Saclay, 2017, pp. 1–9.
- [71] X. Li, G. R. Symmons, and G. Cockerham, "Optimal design of involute profile helical gears," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 31, no. 6, pp. 717–728, 1996.
- [72] C. Changenet, "Modélisation du comportement thermique des transmissions par engrenages," thèse INSA Lyon, 2006.
- [73] M. Lalanne, P. Berthier, and J. Der Hagopian, *Mechanical Vibrations for Engineers*. <https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00315803>, 1983.
- [74] "ISO 6336, Calculation of load capacity of spur and helical gears." 1996.
- [75] C. Weber and K. Bnaschek, "Formänderung und Profilirücknahme bei Gerad-und

- Schrägverzahnten Antriebstechnik.” Germany, pp. 1–87, 1953.
- [76] P. Velez and M. Maatar, “A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 191, no. 5, pp. 629–660, 1996.
 - [77] P. Velez, “On the relationship between gear dynamics and transmissions errors,” in *JSME International Conference on Motion and Power Transmissions*, 2009, pp. 249–254.
 - [78] E. Rigaud and D. Barday, “Modelling and Analysis of Static Transmission Error – Effect of Wheel Body Deformation and Interactions Between Adjacent Loaded Teeth,” in *4th World Congress on Gearing and Power Transmission*, 1999, vol. 3, pp. 1961–1972.
 - [79] M. Maatar, P. Velez, and J. P. Raclot, “Some numerical methods for the simulation of geared transmission dynamic behavior formulation and assessment,” *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 119, no. 2, pp. 292–298, 1997.
 - [80] Y. Diab, “Analyse des pertes de puissance dans les transmissions par engrenages à grande vitesse. Applications aux réducteurs industriels et aux machines textiles,” thèse INSA Lyon, 2005.
 - [81] S. Matsumoto and K. Morikawa, *The new estimation formula of coefficient of friction in rolling-sliding contact surface under mixed lubrication condition for the power loss reduction of power transmission gears*, no. 3. Woodhead Publishing Limited, 2014.
 - [82] T. Touret, C. Changenet, F. Ville, V. Abousleiman, and S. Becquerelle, “A new expression to estimate the mean coefficient of friction of the gear mesh,” in *International Gear Conference, Lyon, Villeurbanne*, 2018, pp. 1–13.
 - [83] P. Ducret, “Prédiction du bruit rayonné par les carters des transmissions à engrenages,” thèse Ecole centrale de Lyon, 1997.
 - [84] D. Fritze, S. Marburg, and H. J. Hardtke, “Estimation of radiated sound power: A case study on common approximation methods,” *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 95, no. 5, pp. 833–842, 2009.
 - [85] T. A. Harris, *Rolling Bearing Analysis 4th Edition*. New York, United States of America: John Wiley & Sons, 1991.
 - [86] R. C. Martins, P. S. Moura, and J. O. Seabra, “MoS2/Ti low-friction coating for gears,” *Tribology International*, vol. 39, no. 12, pp. 1686–1697, 2006.
 - [87] C. Changenet, G. Leprince, F. Ville, and P. Velez, “A Note on Flow Regimes and Churning Loss Modeling,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 133, no. 12, pp. 1–5, 2011.
 - [88] L. Manin, “Modèles de comportements multiniveaux pour la Conception Assistée par Ordinateur : Application à la prévision du comportement thermique de transmissions de puissance par engrenages,” thèse INSA Lyon, 1999.
 - [89] J. Durand De Gevigney, C. Changenet, F. Ville, and P. Velez, “Thermal modelling of a back-to-back gearbox test machine: Application to the FZG test rig,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, vol. 226,

- no. 6, pp. 501–515, 2012.
- [90] J. P. Holman, *Heat Transfer, Tenth Edition*. McGraw-Hill, 2010.
 - [91] J. Bruyère and P. Vex, “Derivation of Optimum Profile Modifications in Narrow-Faced Spur and Helical Gears Using a Perturbation Method,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 135, pp. 1–8, 2013.
 - [92] P. Vex and F. Ville, “An analytical approach to tooth friction losses in spur and helical gears-influence of profile modifications,” *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 131, no. 10, pp. 1–10, 2009.
 - [93] K. Deb, “Introduction to Genetic Algorithms for Engineering Optimization,” in *New optimization techniques in engineering*, Springer., Berlin, 2004, pp. 13–51.
 - [94] G.R.Nicolet, “Conception et calcul des éléments de machines,” vol. 3, 2006, pp. 1–404.
 - [95] S. P. Radzevich, “Dudley’s Handbook of Practical Gear Design and Manufacture,” 2012, pp. 1–878.
 - [96] Y. Yusoff, M. S. Ngadiman, and A. M. Zain, “Overview of NSGA-II for Optimizing Machining Process Parameters,” *Procedia Engineering*, vol. 15, pp. 3978–3983, 2011.
 - [97] K. Deb, “Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms: An Introduction,” in *Multi-objective Evolutionary Optimisation for Product Design and Manufacturing*, India, 2011, pp. 1–24.
 - [98] R. C. Sanghvi, A. S. Vashi, H. . Patolia, and R. G. Jivani, “Multi-objective optimization of two-stage helical gear train using NSGA-II,” *Journal of optimization*, pp. 1–8, 2014.
 - [99] V. Simon, “Multi-objective optimization of hypoid gears to improve operating characteristics,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 146, pp. 1–15, 2020.
 - [100] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, “A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II,” *IEEE transactions on evolutionary computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182–197, 2002.
 - [101] S. N. and K. Deb, “Multiobjective Optimization using nondominated sorting in genetic algorithms,” *Journal of Evolutionary Computation*, vol. 2, no. 3, pp. 221–248, 1994.
 - [102] J. Guerra, “Optimisation multi-objectif sous incertitudes de phénomènes de thermique transitoire,” thèse ISAE Toulouse, 2016.
 - [103] M. M. Raghuwanshi and O. Kakde, “Survey on multiobjective evolutionary and real coded genetic algorithms,” in *Complexity international*, 2005, vol. 11, no. January 2004, pp. 150–161.
 - [104] N. Ben-Ahmed, “optimisation de réseaux de neurones pour la reconnaissance de chiffres manuscrits isolés: sélection et pondération des primitives par algorithmes génétiques,” thèse univ. du Québec, 2002.
 - [105] A. Eiben, Z. Michalewicz, M. Schoenauer, and J. Smith, “Parameter Control in Evolutionary Algorithms,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 3, no. 2, pp. 19–46, 1999.

- [106] E. Pellerin, L. Pigeon, and S. Delisle, "Self-adaptive parameters in genetic algorithms," in *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 2004, pp. 1–13.
- [107] J. D. Schaffer, "A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function optimization," in *Proceedings of the third international conference on genetic algorithms*, 1989, pp. 1–8.
- [108] B. Höhn, K. Michaelis, and A. Wimmer, "Low loss gears," *gear technology*, pp. 28–35, 2007.
- [109] M. Maatar and P. Velez, "An analytical expression for the time-varying contact length in perfect cylindrical gears: Some possible applications in gear dynamics," *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 118, no. 4, pp. 586–589, 1996.
- [110] E. Ben Younes, C. Changenet, J. Bruyère, E. Rigaud, and J. Perret-Liaudet, "Multi-objective optimization of gear unit design to improve efficiency and transmission error," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 167, pp. 1–23, 2022.
- [111] M. N. Bettaieb, "Modélisation Du Comportement Mécanique D'Engrenages. Couplages Entre Engrenement Et Elements De Structures Flexibles," thèse INSA Lyon, 2006.
- [112] N. M. Newmark, "Method of Computation for Structural Dynamics," *Journal of the Engineering mechanics division, ASCE*, vol. 85, pp. 67–94, 1959.
- [113] D. Clair, "Analyse et Modélisation des Effets mécaniques dans le processus d'usure par impacts/glislements: Application a des contacts de géométrie conforme," thèse INSA Lyon, 2000.
- [114] V. Linck, "Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant. Mise en évidence d'instabilités locales de contact - Conséquences tribologiques," thèse INSA Lyon, 2005.
- [115] H. Hachimi, "Hybridation d'algorithmes métaheuristiques en optimisation globale et leurs applications," thèse INSA Rouen, 2013.
- [116] W. H. M. Adams, *Transmission de La Chaleur*. 1961.
- [117] H. Winter, K. Michaelis, and G. Funck, "Wärmeabführung bei Getrieben unter Quasistationären Betriebsbedingungen. Teil II : Untersuchungen zur Wärmeabführung über Stahlfundamente und Übertragung der Prüfstandsergebnisse auf die Praxis," *Antriebstechnik*, vol. 26, no. 6, pp. 49–55, 1987.
- [118] E. Cobb and O. Saunders, "The heat transfer from a rotating disk," *Proc. R. Soc. London*, vol. 236, pp. 343–351, 1956.
- [119] C. Wagner, "Heat transfer from a rotating disk to ambient air," *Journal of Applied Physics*, vol. 19, no. 9, pp. 837–839, 1948.
- [120] L. Drdi, "Développement et validation d'une approche de remplacement des conduites pour les réseaux d'eau potable," Thèse, Université du Québec, 2005.
- [121] A. Abdelli, "Optimisation multicritère d'une chaîne éolienne passive," Thèse, Institut national polytechnique de Toulouse, 2007.
- [122] M. Samir, "Optimisation multiobjectif par un nouveau schéma de coopération

- méta/exacte,” Mémoire de magister, Université Mentouri de Constantine, 2016.
- [123] Z. Michalewicz, “Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs,” *the Springer series Artificial intelligence*, pp. 1–388, 1992.
 - [124] F. Herrera, M. Lozano, and J. L. Verdegay, “Tackling Real-Coded Genetic Algorithms: Operators and Tools for Behavioural Analysis,” *Artificial Intelligence Review volume*, vol. 12, no. 4, pp. 265–319, 1998.
 - [125] M. Schoenauer, “Optimisation par Evolution Artificielle et application à la robotique,” INRIA Saclay et LRI, 2009.
 - [126] M. Haj-Rachid, C. Bloch, W. Ramdane Cherif, and P. Chatonnay, “Différentes opérateurs évolutionnaires de permutation: sélections, croisements et mutations,” Laboratoire d’informatique de l’université de Franche-Comte, 2010.
 - [127] K. Deb, E. Zitzler, and L. Thiele, “Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms : Empirical Results,” *Evolutionary Computation*, vol. 8, no. 2, pp. 173–195, 2000.
 - [128] C. M. Fonseca and P. J. Fleming, “An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization,” *Evolutionary Computation*, vol. 3, no. 1, pp. 1–16, 1995.
 - [129] V. Chankong and Y. Y.Haimes, “Multi-objective decision making: theory and methodology,” vol. 8, 1983, pp. 1–213.
 - [130] A. Osyczka and S. Kundu, “A new method to solve generalized multicriteria optimization problems using the simple genetic algorithm,” *Structural Optimization*, vol. 10, no. 2, pp. 94–99, 1995.



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : Ben Younes

DATE de SOUTENANCE : 18/11/2021

Prénoms : Emna

TITRE : Optimisation durable et multicritères de dentures d'engrenages cylindriques

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2021LYSEI079

Ecole doctorale : ED162 - MEGA – Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique

Spécialité : Génie mécanique

RESUME : Cette étude vise à mettre en œuvre l'optimisation multi-objectif d'une transmission par engrenage afin de minimiser les pertes de puissance, l'excitation vibratoire générée par l'engrènement et la réponse vibro-acoustique via une approche multi-échelle qui s'étend du contact de l'engrènement à la transmission complète. Tous ces indicateurs sont étroitement liés à la définition de la macro et micro géométrie de l'engrenage. L'optimisation est réalisée à l'aide d'un algorithme génétique, à savoir le Non-dominated Sorting Genetic II (NSGA-II). Les variables de décision choisies sont l'angle de pression normal et l'angle d'hélice, en tant que caractéristiques macro-géométriques de l'engrenage, et/ou la profondeur et la longueur adimensionnée impactée par la correction au sommet des roues, en tant que caractéristiques micro-géométriques de l'engrenage. Des contraintes sont imposées afin de ne pas dépasser une contrainte de flexion maximale en pied de dent et une pression maximale de contact pendant l'engrènement, de garantir un rapport de conduite total suffisant et d'éviter les interférences. Dans ce but, une première approche se concentre sur l'engrenage. Les variables de décision sont optimisées afin de minimiser à la fois la valeur efficace des fluctuations de l'erreur de transmission et les pertes par frottement à la denture. Une deuxième approche vise à considérer la transmission complète qui prend en compte différentes sources de perte. Les mêmes variables de décision sont optimisées afin de maximiser l'efficacité du réducteur et de réduire la puissance acoustique équivalente rayonnée par son carter. Une comparaison est faite entre ces deux approches pour démontrer l'intérêt de se focaliser sur l'ensemble de la transmission de puissance. Au final, une optimisation à 3 objectifs en utilisant l'algorithme génétique NSGA-II est réalisée. On s'intéresse à l'optimisation des variables macro et micro-géométriques minimisant la valeur efficace de l'erreur de transmission, la puissance acoustique équivalente rayonnée par le carter et les pertes de puissance totales.

MOTS-CLÉS : Engrenages, erreur de transmission, correction de dentures, optimisation multi-objectifs, thermique, acoustique.

Laboratoire (s) de recherche :

LaMCoS – INSA Lyon

LabECAM – ECAM Lyon

LTDS – Ecole Centrale de Lyon

Directeur de thèse: Christophe Changenet

Président de jury :

Composition du jury : Christophe Changenet, Jérôme Bruyère, Emmanuel Rigaud, Joël Perret-Liaudet, Eva Dornigac, Jean-Yves Dantan, Noureddine Bouhaddi.