Numéro d'ordre : 2015 ISAL 0033

THÈSE DE DOCTORAT

Spécialité

Mécanique

École doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

Présentée par

Jonathan RODRIGUEZ

Pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

Sujet de la thèse :

Contrôle Actif d'une Suspension de Boîte de Transmission Principale d'Hélicoptère

soutenue le 22 avril 2015

devant le jury composé de :

Alazard Daniel	Professeur (ISAE)	Rapporteur
Chesné Simon	Maître de Conférences (INSA Lyon)	Examinateur
Cranga Paul	Docteur Ingénieur (Airbus Helicopters)	Examinateur
Gaudiller Luc	Professeur (INSA Lyon)	Directeur de thèse
LECLAIRE Philippe	Professeur (ISAT)	Rapporteur
Petitjean Benoît	Ingénieur expert (Airbus Innovation)	invité

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e etage 04 72 43 80 46 Insa : R. GOURDON secretariat@edchimie-lyon.fr	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIOUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN Ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 <u>Gerard.scorletti@ec-lyon.fr</u>
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Bat Atrium- UCB Lyon 1 04.72.44.83.62 Insa : S. REVERCHON Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	M. Fabrice CORDEY Laboratoire de Géologie de Lyon Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Géode – Bureau 225 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.44.83.74 Sylvie.reverchon-pescheux@insa-lyon.fr fabrice.cordey@ univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTE http://www.ediss-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Bat Atrium – UCB Lyon 1 04 72 44 83 62 Insa : Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.11.90.13 <u>Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr</u>
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e etage infomaths@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 Ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE <u>CIVIL, ACOUSTIQUE</u> <u>http://mega.universite-lyon.fr</u> Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry <u>mega@insa-lyon.fr</u>	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	<u>ScSo*</u> <u>http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/</u> Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT <u>viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr</u>	Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48 <u>isavonb@dbmail.com</u>

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

2

Préface

Ce mémoire présente les résultats de ma thèse de doctorat effectuée au LaM-CoS de Lyon en partenariat avec le service dynamique et vibrations de Airbus Helicopters à Marignane. Cette thèse CIFRE a été dirigée par le Pr. Luc Gaudiller, Professeur des Universités à l'INSA de Lyon que je remercie. Je remercie également le laboratoire LaMCoS, le département Vibrations, le département Rotor et Suspensions et enfin le département de la Recherche de Airbus Helicopters.

Je tiens à remercier particulièrement l'encadrement de mes tuteurs laboratoire et entreprise à savoir respectivement Simon Chesné, maître de conférence au LaM-CoS de l'INSA de Lyon et Paul Cranga, docteur ingénieur à Airbus Helicopters. Je les remercie pour leur aide, leur support et leurs critiques constructives me faisant toujours avancer dans mes travaux. Durant ces trois années de travail de nombreuses personnes m'auront également soutenu et aidé et je tiens à exprimer ma plus sincère gratitude envers elles.

Premièrement je remercie l'ensemble des ingénieurs du service dynamique et acoustique interne de Airbus Helicopters ainsi que les autres doctorants présents dans les locaux tout au long de cette thèse pour l'ambiance de travail joviale et agréable : Lucas Macchi, Donatien Cornette, Thibaut Rouchon, Anne Claire Chapuy-Desplanques, Guillaume Inquiété, Julien Hocqette et Rémi Coisnon.

Plus personnellement, je souhaiterais également remercier mon ami Jean José Liron pour son soutien moral bien utile durant cette période. Enfin, Je remercie spécialement mon épouse Carmen pour son support quotidien et sa compréhension durant ces trois années de doctorat.

Jonathan.

4

Abstract

One of the main causes of discomfort in helicopters are the vibrations transmitted from the rotor to the structure. In forward flight, the blades are submitted to cyclic aerodynamic loads which generate low frequency (around 17Hz) but high energy mechanical vibrations. These vibrations are transmitted from the rotor to the main gearbox, then to the structure and finally to the crew and passengers.

In order to maintain acceptable comfort for crew members and passengers, a lot of antivibration devices have been developed since the last 30 years. These systems are generally passive because most of the mechanical energy transmitted to the structure is at only one frequency ω_c which is equal to the product $b\Omega$ with b the number of blades and Ω the rotor rotational speed. However, modern helicopters evolve and the rotor rpm, which has always been considered as fixed during flight is now a function of time, depending on the flight phases in order to increase performances and reduce energy consumption (variation bandwidth of $b\Omega +/-10\%$).

This new constraint on the design of helicopters makes the active antivibration technology completely relevant with its capacity to adapt in terms of amplitude and frequency to the perturbation. During this thesis, the passive suspension called SARIB from Aibus Helicopters, based on the DAVI principle (Dynamic Antiresonant Vibration Isolator) is modified in order to implement active components and command (actuation).

Firstly, the state of the art background has been investigated in the introduction chapters with a presentation of the so-called DAVI principle in vibration isolation. Then, the theory of the control algorithms used in this thesis is presented in detail in order to define the theoretical tools of the active DAVI control which are : FXLMS control (adaptive control) and LQG (optimal control). To simulate the complete system, a 3D multibody model of the active suspension has been set up, coupled to a the flexible structure of a NH90 (Airbus Helicopters). On this model are applied the different control algorithms presented before and their performances are compared for different loads with variable frequency on the rotor hub. In the same way, different locations for the error sensors in the structure are studied to find the optimal control configuration.

The simulations show that the FXLMS algorithm is well suited for the control of harmonic perturbations and reduce significantly the dynamic acceleration level on the cabin floor, without parasite reinjection on other parts of the structure. A comparison of the active SARIB with classical cabin vibration absorbers is also made in terms of efficiency in order to show the advantages of using the DAVI system as a base for an active antivibration device.

Finally, this thesis also presents the experiments realized in the dynamics laboratory of Airbus Helicopters on a 1 :1 scale prototype of the active SARIB suspension with FXLMS control. The results demonstrate the efficiency of the active suspension architecture and control algorithms. A minimum reduction of

70% in terms of dynamic stiffness of the suspension is achieved for the bandwidth [15-19]Hz with reduced control force (thanks to the the dynamic amplification).

The excellent results obtained with this experiment allow to continue the development and realization of a complete prototype of the active suspension coupled to a 1 :1 scale mock-up of the helicopter structure with the objective of integrating this system in future serial helicopters of Airbus Helicopters.

Keywords : helicopter, active suspension, DAVI, active vibration control, FXLMS, LQG, active vibration absorber.

Résumé

L'une des principales sources d'inconfort dans un hélicoptère sont les vibrations transmises par le rotor à la structure de l'appareil. En vol d'avancement, des efforts aérodynamiques cycliques sont subis par l'ensemble des pales en tête rotor et génèrent de très fortes vibrations basse fréquence (aux alentours des 17Hz) transmises aux passagers via la boîte de transmission principale puis le fuselage lui même.

Afin de garantir le confort des membres d'équipage et des passagers, de nombreux systèmes antivibratoires ont été conçus. Ces systèmes sont généralement passifs car la majorité de l'énergie vibratoire transmise à la structure se situe à une fréquence unique ω_c correspondant à $b\Omega$ avec b le nombre de pales et Ω la fréquence de rotation du rotor. Cependant, les appareils modernes évoluent et le régime rotor jusqu'alors fixe durant toutes les phases de vol varie à présent pour des préoccupations de performances et de consommation (variation de l'ordre de +/-10% autour de $b\Omega$).

Cette nouvelle contrainte dans la conception des hélicoptères rend pertinente la technologie des systèmes antivibratoires actifs, pouvant s'adapter à la sollicitation en termes d'amplitude et fréquence. Lors de ces travaux de thèse, la suspension passive SARIB de Airbus Helicopters basée sur le principe du DAVI (Dynamic Antiresonant Vibration Isolator) est modifiée afin d'être rendue active par ajout d'une partie actuation/commande.

Tout d'abord un état de l'art des systèmes antivibratoires est réalisé dans les chapitres d'introduction ainsi qu'une présentation du principe du DAVI actif. Ensuite, la théorie des lois et algorithmes de contrôle utilisés dans ces travaux est présentée en détail afin de poser solidement les bases du contrôle actif du prototype de suspension conceptualisé ici à savoir le contrôle FXLMS (adaptatif) et le contrôle optimal LQG. Afin de simuler le fonctionnement du système, un modèle tridimensionnel de la suspension active est construit, couplé à la structure souple de l'hélicoptère (NH90). Sur ce modèle sont alors appliquées les différentes lois de commande introduites auparavant et leurs performances comparées dans différents cas de chargement en tête rotor et surtout pour différentes fréquences de sollicitation. De même, pour chaque algorithme différentes localisations des capteurs d'erreur sont étudiées afin de converger vers une configuration optimale.

Les simulations démontrent que l'algorithme FXLMS feedforward est très bien adapté au contrôle des perturbations harmoniques et permet de réduire très significativement le niveau vibratoire du plancher cabine, sans réinjection parasite dans le reste de la structure. Une comparaison de l'efficacité du SARIB actif avec les systèmes d'absorbeurs en cabine est ensuite effectuée pour démontrer la pertinence d'utiliser le principe du DAVI comme base d'un système actif.

Les travaux de cette thèse traitent également des essais réalisés en laboratoire sur le prototype échelle 1 de la suspension SARIB active avec contrôle FXLMS. Les résultats sont probants et démontrent l'efficacité de l'architecture de la suspension et des algorithmes de contrôle. On parvient à diminuer la raideur dynamique de la suspension autour de la fréquence $b\Omega$ à hauteur de 70% minimum moyennant un effort très faible (système résonant accordé).

Cette expérimentation ouvre donc la porte vers la concrétisation d'un prototype complet associé à une maquette échelle 1 de la structure de l'hélicoptère et le développement d'une suspension SARIB active de série sur les futurs appareils.

Mots clé : hélicoptère, suspension active, DAVI, contrôle actif de vibrations, FXLMS, LQG, absorbeur actif de vibrations.

Table des matières

Ι	In	Introduction 1		
1	Inti	roduction générale	20	
	1.1	Les vibrations de structure sur hélicoptère	21	
	1.2	La notion du confort vibratoire pour l'équipage	23	
	1.3	Problématique de la thèse	25	
2	Eta	t de l'art des systèmes antivibratoires d'hélicoptères	27	
	2.1	les systèmes passifs	27	
		2.1.1 Eléments flexibles en pied de barre BTP	27	
		2.1.2 le DAVI mécanique	27	
	2.2	2.1.3 le DAVI à fluide	30	
	2.2	les systèmes adaptatifs	30	
	0.0	2.2.1 le DAVI semi-actir	31 20	
	2.3	2.2.1 la gratère ACCD	37 20	
		2.5.1 le système AUCS	ა∠ აა	
		2.3.2 le DAVI à fluide patif	აა ვჟ	
		2.5.5 If DAVI a funde actif \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $2.3.4$ Bilan	34	
		2.9.1 Dian	94	
II Théorie du contrôle 37				
3	Sta	hilité et robustesse des systèmes linéaires	38	
J	31	Les systèmes d'état	38	
	3.2	Stabilité nominale	39	
	3.3	Robustesse paramétrique	39	
		3.3.1 La Transformation Linéaire Fractionnaire	40	
		3.3.2 Schéma d'interconnection standard	41	
		3.3.3 Calcul d'une borne supérieure de μ	42	
4	Le	Contrôle Linéaire Quadratique	45	
-	4.1	La synthèse LOR (Linear Quadratic Regulator)	45	
		4.1.1 Problématique	45	
	4.2	La synthèse LQG (Linear Quadratic Gaussian)	46	
		4.2.1 Présentation	46	
		4.2.2 L'estimateur de Kalman	47	
		4.2.3 Calcul la commande	49	
	4.3	La synthèse linéaire quadratique pondérée	50	
5	Cor	ntrôle FXLMS	51	
	5.1	Le FXLMS feedforward	51	
		5.1.1 Problématique	51	
		5.1.2 Algorithme	52	
	5.2	Le FXLMS feedback	55	
	5.3	Adaptation à la réjection harmonique sur hélicoptère	56	
	5.4	Bilan	56	

III Modélisation du système

6	Mo	èle bidimensionnel SARIB	60
	6.1	Choix de placement de l'actionneur	60
		6.1.1 Actionneur en parallèle du DAVI	61
		6.1.2 Actionneur placé entre la BTP et la masse battante	62
		6.1.3 Actionneur placé entre la structure et la masse battante	62
		6.1.4 L'effort de contrôle : le critère principal	63
	6.2	Application du DAVI actif au SARIB Airbus Helicopters	64
7	Mod	èle tridimensionnel à fuselage rigide	66
'	7 1	Introduction à l'architecture globale du système	66
	72	Mise en place théorique du modèle	67
	7.3	Dynamique du système multi-corps	69
		7.3.1 Energie cinétique	71
		7.3.2 Energie potentielle	71
		7.3.3 Forces non-conservatives	72
		7.3.4 Equation de Lagrange	72
	7.4	Validation du comportement	74
		7.4.1 Modes de suspension SARIB	74
		7.4.2 Transmissibilités	74
		7.4.3 Efforts de liaison	75
~			-
8	Mo	dele tridimensionnel complet à fuselage souple	78 70
	8.1	Adaptation du modele analytique	78
	8.2	Modele condense du NH90	79
	8.3	Volidation du comportement	80 01
	8.4	Validation du comportement	81 91
		8.4.1 Modes de structure et suspension	01 01
		8.4.2 Reponse en frequence - fransmissionne	04 85
			00
9	Mod	lèle de l'actionneur de contrôle	87
	9.1	Choix de la technologie	87
	9.2	Comportement dynamique	87
тъ		contrôle du SABIB actif	89
- •			00
10	Stra	tégie de contrôle	90
	10.1	Définitions des contrôleurs	91
11	БVІ	MC for the many d	00
11	FA	Contrôle en fréquence five	9Z 02
	11.1	11.1.1 Sollicitation rotor gur l'ava vortical a	92 02
		11.1.1 Domentation rotor sur l'axe vertical 2	92 06
	11.2	Contrôle en fréquence variable	90
	11.2	Bénonse à un choc	101
	11.4	Panne actionneur	101
	11.5	Réponse en régime transitoire - changement de phase de vol 1	102
	11.6	Conclusion	103
12	Con	trôle Linéaire Quadratique 1	.05
	12.1	LQG classique	105
		12.1.1 Mise en torme du compensateur et de l'estimation 1	105
		12.1.2 Analyse trequentielle	106
		12.1.3 Kobustesse	111

 $\mathbf{59}$

12.1.4Contrôle en fréquence fixe11212.1.5Contrôle en fréquence variable11812.1.6Réponse à un choc12012.1.7Panne actionneur12012.1.8Réponse en régime transitoire - changement de phase de vol12112.1.9conclusion122	
V Contrôle de systèmes AVCS en cabine 123	
13 Mise en forme du modèle avec AVCS en cabine12413.1 Objectif12413.2 Modification du modèle 3D à fuselage souple12413.3 Comportement dynamique du modèle avec AVCS passifs12813.4 Conclusion130	
14 Contrôle FXLMS feedforward des AVCS 131 14.1 Objectif 131 14.2 Contrôle des AVCS 131 14.3 Comparaison des différents systèmes 133 14.4 Conclusion 134	
VI Essais laboratoire 135	
15 Mise en place de l'expérimentation13615.1 Montage d'essai13615.2 Définition des essais effectués139	
16 Résultats d'essais 141 16.1 Montage SARIB NH90 série 141 16.2 Montage SARIB actif avec actionneur en circuit ouvert 143 16.3 Montage SARIB actif - Contrôle FXLMS 143 16.3.1 Identification 143 16.3.2 Contrôle 145 16.4 Comparaison avec le système Lord <i>Fluidlastic</i> ® actif 149 16.5 Conclusion des essais SARIB actif 149	
17 Conclusion et recommandations15117.1 Conclusion15117.2 Recommandations152	
Bibliographie 154	
Liste des figures 156	
Liste des tableaux 161	
Annexes 162	
A Modèle tridimensionnel à fuselage rigide 163 A.1 Energie élastique 163 A.1 Liaison batteur-BTP 163 A.1.2 liaison BTP-structure 163 A.1.3 liaison batteur-BTP 163 A.1.4 liaison batteur-BTP 164 A.1.5 liaison BTP-moteurs 165 A.1.6 liaison structure-moteurs 165	

		A.1.7 liaison batteur-masse battante	166
	A.2	Forces non conservatives	167
		A.2.1 Entrées en tête rotor	167
		A.2.2 Entrées liées au contrôle actif du mouvement des masses	
		battantes	167
в	Mod	dèle tridimensionnel à fuselage souple	169
	B.1	Liaison BTP-structure	169
	B.2	Liaison batteur-structure	169
	B.3	Liaison moteurs-structure $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	169
\mathbf{C}	Para	amètres du modèle tridimensionnel à fuselage souple	170
	C.1	paramètres de raideur et masse	170
D	Con	nparaison avec le modèle <i>GAHEL</i>	172
	D.1	Charge statique	172
		D.1.1 Déformée statique	173
		D.1.2 Efforts de liaison	174
	D.2	Dvnamique	175
		D.2.1 Les modes	175
		D.2.2 Réponse en fréquence	176
\mathbf{E}	Bre	vet SARIB actif	180
	E.1	Présentation	180
	E.2	Revendications	183
	E.3	Dispositif de suspension antivibratoire d'un élément mécanique, et	
		aéronef - Abrégé descriptif	185
	E 4	ach émag	100

Liste des symboles

Chapitre 1

Ω	$[rad.s^{-}1]$	vitesse de rotation rotor
b		nombre de pales de l'appareil concerné (4 dans le cas du NH90)

Chapitre 2

m_{em}	[kg]	masse des ensembles mécaniques
m_f	[kg]	masse du fuselage
m_b	[kg]	masse battante DAVI
k_l	$[N.m^{-1}]$	raideur de suspension DAVI
a	[m]	distance ferrure - pied de barre BTP
c	[m]	distance ferrure - masse battante
λ		rapport d'amplification dynamique
z_{em}	[m]	déplacement des ensembles dynamiques
z_f	[m]	déplacement du fuselage
q		vecteur des coordonnées généralisées
$\bar{\omega}_0$	$[rad.s^{-1}]$	fréquence d'antirésonance du DAVI
c_f	$[Ns.m^{-1}]$	amortissement du DAVI à fluide
c_{min}	[m]	distance ferrure - masse battante minimale - DAVI semi-actif
c_{max}	[m]	distance ferrure - masse battante maximale - DAVI semi-actif
u	[N]	commande de contrôle

Chapitre 3

x	vecteur des états
u	vecteur des entrées du système d'état
y	vecteur des mesures du système d'état
(A, B, C, D)	matrices du système d'état
s	variable de Laplace
H(s)	fonction de transfert reliant la mesure aux entrées du système d'état
I_p	matrice identité de dimensions $[p \times p]$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

M_{gain}	[dB]	marge de gain
M_{phase}	[rad]	marge de phase
M_{retard}	[s]	marge de retard
w		vecteur des perturbations du système
z		vecteur à réguler par le contrôle
P(s)		système physique à contrôler
K(s)		compensateur
$F_l(P,K)$		transformée linéaire fractionnaire (basse) de P et K
Δ		matrice des incertitudes paramétriques du modèle
p_i		paramètre incertain du modèle
δ_i		incertitude liée au paramètre p_i du modèle
μ		valeur singulière structurée du système incertain
$\overline{\sigma}(D)$		valeur singulière maximale de la matrice D
$\overline{\lambda}(D)$		valeur propre maximale de la matrice D

matrice permettant de générer le vecteur à réguler z
nombre d'états du système physiquement mesurables
compensateur LQR
critère temporel à minimiser
matrice de pondération du vecteur z
matrice de pondération équivalente à Q pour le vecteur x des états
matrice de pondération du vecteur u
solution de l'équation caractéristique de Riccati (problème LQR)
matrice des perturbations d'entrée
vecteur de bruit de mesure
matrice de covariance du vecteur w
matrice de covariance du vecteur v
matrice de covariance du bruit d'état
matrices de l'estimateur de Kalman
erreur commise par l'estimateur
opérateur Trace
solution de l'équation caractéristique de Riccati (problème LQG - estimation)
filtre en sortie du système P
matrices du système d'état associé à $W_o(s)$
filtre en entrée du système P

Chapitre 5

- n nombre d'actionneurs
- m nombre de capteurs d'erreur
- x(t) signal de référence
- $\mathbf{e}(t)$ vecteur des erreurs

$\mathbf{w}(t)$		vecteur des pondérations adaptatives
t_e	[s]	pas de temps
$\mathbf{y}(t)$		vecteur des signaux de commande
$\mathbf{X}(t)$		matrice des références
$\mathbf{d}(t)$		vecteur des perturbations subies par chaque capteur d'erreur
$\mathbf{y}'(t)$		vecteur d'annulation de l'erreur à chaque capteur d'erreur
$\mathbf{S}(s)$		matrice des transferts entre actionneurs et capteurs d'erreur
$\hat{\mathbf{S}}(s)$		estimation de la matrice des transferts $\mathbf{S}(s)$
$\xi(t)$		fonction coût liée au vecteur d'erreur
$\hat{\xi}(t)$		estimation de la fonction coût liée au vecteur d'erreur
$\mathbf{X}'(t)$		matrice des références filtrées
\mathbf{Q}_{j}		matrice de pondération liée à l'actionneur j
μ		coefficient de convergence
ω_0	$[rad.s^{-1}]$	fréquence à filtrer par le contrôle FXLMS
$\hat{\mathbf{d}}(t)$		estimation du vecteur des perturbations $\mathbf{d}(t)$

\underline{M}		matrice de masse
<u>K</u>		matrice de raideur
\underline{S}		matrice d'actuation
$\underline{\tau}$		forces extérieures imposées au système
h	[m]	distance ferrure - point d'application de l'effort de commande u sur le batteur
λ_u		rapport d'amplification dynamique de l'actuation
J_b	$[kg.m^2]$	inertie en rotation du batteur
m_b	[kg]	masse du batteur flexible
m_{be}	[kg]	masse battante du SARIB
k_b	$[N.m^{-1}]$	raideur de barre BTP
k_l	$[N.m^{-1}]$	raideur de lame flexible
k_{le}	$[N.m^{-1}]$	raideur en flexion des batteurs
k_p	$[N.m^{-1}]$	raideur des paliers de ferrures

Chapitre 7

m_1	[kg]	masse ensemble BTP-rotor et barres BTP
\underline{J}_{CM}^1	$[kg.m^2]$	matrice d'inertie en rotation dans le repère local de l'ensemble BTP-rotor
m_{3i}	[kg]	masse des batteurs
\underline{J}_{CM}^{3i}	$[kg.m^2]$	matrice d'inertie en rotation dans le repère local des batteurs SARIB
m_{6i}	[kg]	masses battantes SARIB
\underline{J}_{CM}^{6i}	$[kg.m^2]$	matrice d'inertie en rotation dans le repère local des masses battantes
m_{5j}	[kg]	masses des moteurs
\underline{J}_{CM}^{5j}	$[kg.m^2]$	matrice d'inertie en rotation dans le repère local des moteurs

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf @ [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$k_{m\phi\theta}$	$[Nm.rad^{-1}]$	raideur angulaire de membrane
k_m	$[N.m^{-1}]$	raideur radiale de membrane
k_{mz}	$[N.m^{-1}]$	raideur verticale de membrane
$k_{m\psi}$	$[Nm.rad^{-1}]$	raideur angulaire de membrane sur l'axe du couple rotor
k_u	$[N.m^{-1}]$	raideur linéaire des trompettes
k_{θ}	$[Nm.rad^{-1}]$	raideur angulaire des trompettes
k_r	$[N.m^{-1}]$	raideur des biellettes de support moteur
$k_{p\theta}$	$[Nm.rad^{-1}]$	raideur angulaire des paliers de liaison batteur-structure
$\hat{k_{le\phi}}$	$[Nm.rad^{-1}]$	raideur angulaire des liaisons batteur-masse battante
$\overrightarrow{\underline{e}}^{j}$		repère local associé au corps j
\underline{A}^{j0}		matrice de passage de \overrightarrow{e}^0 vers \overrightarrow{e}^j
ψ_i	[rad]	rotation sur l'axe $\overrightarrow{e}_{3}^{j}$
θ_i	[rad]	rotation sur l'axe $\overrightarrow{e}_{2}^{j}$
ϕ_i	[rad]	rotation sur l'axe $\overrightarrow{e_1}$
ω^{j}	[]	vecteur des rotations du corps i
$\overrightarrow{r}_{CMi}^{0}$		vecteur position du centre d'inertie du corps j
(x_i, y_i, z_i)		coordonnées du corps <i>i</i> dans le repère global \vec{e}^0
J_{CM}^{j}		matrice d'inertie du corps i dans son repère local au centre d'inertie
$\overrightarrow{h}_{j}^{j}$		vecteur allant du centre d'inertie du corps i à la liaison k
T_{\cdot}^{kj}		énergie cinétique du corps i
$\frac{1}{H}$		moment angulaire du corps j en son contre d'inertie
T CMj		inoment angularie du corps j en son centre d'inertie
⊥ I⊺in		\dot{a}
U_k V		énergie potentielle totale du système
O^{nc}		ánoraio dos forcos non conservativos appliquáes au corps <i>i</i>
		energie des forces non-conservatives appinquées au corps j
$\xrightarrow{F'_{Oj}}$		efforts appliqués au point O du scorps j
\dot{M}_{j}		moments appliqués au corps j
\underline{Q}^{nc}		énergie totale du système liée aux forces non-conservatives
<u>H</u>		matrice comportant les termes de raideur et amortissement (Lagrange)
\underline{q}_{e}		vecteur des coordonnées généralisées initiales
$\underline{q}_l(t)$		vecteur des petites variations des coordonnées généralisées
$\overline{\Phi}$		matrice de déformée des modes
ξ_i		coefficient d'amortissement du mode i
<u>D</u>		matrice d'amortissement
$H_i(j\omega)$		transmissibilité entre la BTP et le fuselage sur l'ax e i
$ F_k $	$\lfloor N \rfloor$	effort de raideur dans la liaison k
M_{CMj}		moment dynamique du corps j en son centre d'inertie
$\overrightarrow{M}_{p}^{j}$		moment dynamique du corps j en un point p quelconque

 $\begin{array}{ll} \underline{M}_{fus} & \quad \mbox{matrice de masse du fuse$ $lage condensé} \\ \underline{K}_{fus} & \quad \mbox{matrice de raideur du fuse$ $lage condensé} \end{array}$

K_f	$[N.A^{-1}]$	constante de force - actionneur voice-coil
K_s	$[Vs.m^{-1}]$	constante de force contre-électromotrice
L_a	[H]	Inductance de la bobine
R	$[\Omega]$	Résistance de la bobine
$F_{act}(t)$	[N]	force délivrée par l'actionneur
U(t)	[V]	tension aux bornes de l'actionneur

Chapitre 11

J	[g]	moyenne sur la bande [15-19]Hz des niveaux vibratoires sur toute la cabine
F_z	[N]	effort vertical appliqué en tête rotor
F_x	[N]	effort longitudinal appliqué en tête rotor
F_y	[N]	effort latéral appliqué en tête rotor
M_x	[Nm]	moment appliqué sur l'axe longitudinal en tête rotor
M_y	[Nm]	moment appliqué sur l'axe latéral en tête rotor

Chapitre 12

\underline{M}_{tot}	matrice de masse du modèle 3D complet
\underline{K}_{tot}	matrice de raideur du modèle 3D complet
\underline{D}_{tot}	matrice d'amortissement du modèle 3D complet
\underline{S}_u	matrice d'actuation du modèle 3D complet
\underline{S}_w	matrice d'entrée des perturbations du modèle 3D complet
M_w	matrice des perturbations d'entrée du modèle d'état
(A_w, B_w, C_w, D_w)	système d'état associé au filtre $W_o(s)$
$N_{er}(i)$	ensemble des noeuds d'erreur du contrôleur i
$H_{sk}(s)$	fonction de transfert globale du compensateur LQG
$H_w(s)$	fonction de transfert entre la mesure y et la perturbation w
W(s)	torseur de sollicitation en tête rotor
E_{Δ}	espace de variation des paramètres incertains du modèle

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf @ [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$AVCS_z$		degrés de liberté du plancher cabine associés aux absorbeurs AVCS en \boldsymbol{z}
$AVCS_x$		degrés de liberté du plancher cabine associés aux absorbeurs AVCS en \boldsymbol{x}
$AVCS_y$		degrés de liberté du plancher cabine associés aux absorbeurs AVCS en \boldsymbol{y}
$u_{AVCS}(i)$	[N]	effort de commande de l'absorbeur actif i
m_c	[kg]	masse mobile des absorbeurs AVCS
k_c	$[N.m^{-1}]$	raideur des absorbeurs AVCS
$M_{tot,AVCS}$		matrice de masse du modèle complet avec AVCS
\underline{q}_{AVCS}		vecteur des coordonnées généralisées du modèle complet avec AVCS
$K_{tot,AVCS}$		matrice de raideur du modèle complet avec AVCS
$D_{tot,AVCS}$		matrice d'amortissement du modèle complet avec AVCS
$S_{u,AVCS}$		matrice d'actuation du modèle complet avec AVCS
$S_{w,AVCS}$		matrice de perturbation du modèle complet avec AVCS

Chapitre 14

$N_{er,AVCS}(i)$	noeuds d'erreur du contrôleur FXLMS pour AVCS i
$P_{AVCS}(s)$	fonctions de transfert du modèle complet avec AVCS
$(A_{AVCS}, B_{AVCS}, C_{AVCS}, D_{AVCS})$	système d'état associé à $P_{AVCS}(s)$

Chapitre 15

$F_f(t)$	[N]	effort ferrure
w(t)	[N]	excitation primaire
u(t)	[N]	effort de contrôle
$\ddot{z}(t)$	$[m.s^{-2}]$	accélération de la masse battante

Chapitre 16

$W_H(n)$		coefficients du FIR identifié de la fonction de transfert secondaire
$k_{dyn}(\omega)$	$[N.m^{-1}]$	raideur dynamique de la suspension
$x(\omega)$	[m]	déplacement machine (déplacement du vérin d'excitation primaire)

Première partie Introduction

Chapitre 1 Introduction générale

Le mot "hélicoptère" provient du grec "helikos" signifiant hélice et "pterôn" qui signifie aile. Ce terme apparut pour la première fois le 3 avril 1861 dans une demande de brevet déposée en Angleterre par Monsieur Gustave Ponton d'Amécourt, qui avec la coopération de Monsieur de la Landelle inventa le premier prototype d'hélicoptère à vapeur. Cependant, ce fut Léonard de Vinci qui à la fin du XVe siècle avança le principe de la voilure tournante avec la vis aérienne (voir la figure 1.1 ci-dessous).



FIGURE 1.1 – Croquis de la Vis aérienne de Léonard de Vinci.

Le développement de l'hélicoptère ne débute réellement qu'après la seconde guerre mondiale en raison de la limite de puissance des moteurs trop faible jusqu'alors. D'abord un outil militaire d'appui, transport et même combat, il est aujourd'hui aussi utilisé pour une gamme de missions civiles de plus en plus nombreuses comme le transport hospitalier, le secourisme, la lutte anti incendie, la surveillance et le transport (privé, liaisons offshore entre le continent et les plateformes pétrolières). La principale raison d'une telle croissance dans son utilisation et jusqu'à nos jours est sa capacité à effectuer des vols stationnaires (voire figure 1.2) lui permettant de mener à bien des missions impossibles aux autres aéronefs (vol basse altitude tactique, sauvetage, treuillage, déploiement de troupes en zones difficiles d'accès).



FIGURE 1.2 – EC155 en mission SAR (Search And Rescue).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

1.1 Les vibrations de structure sur hélicoptère

Un hélicoptère est constitué d'un rotor principal pour sa sustentation, son avancement et son pilotage en tangage et roulis et d'un rotor de queue pour contrer le couple du rotor principal (il sert aussi de pilotage en lacet), d'un ou plusieurs moteurs et du fuselage. Les liaisons moteurs/rotors sont assurées par les boîtes de transmission principale et arrière dont les rapports accordent les vitesses de rotation des rotors avec celles des moteurs. La vitesse de rotation du rotor Ω demeure constante et fixe durant l'ensemble des phases de vol.

De par leur fonctionnement, les rotors, les boîtes de transmission et les moteurs sont source de vibrations et de bruits. Le bruit est très difficilement maîtrisable : en effet, les vitesses de rotations des rotors et des moteurs sont fixées dans des écarts de valeurs faibles du fait de leur rendement. Les vibrations ont été diminuées au niveau des boîtes de transmission avec des progrès sur l'engrènement des dentures. Mais reste la principale cause des vibrations nuisibles à la structure : le rotor principal en vol d'avancement.

En effet, en considérant le rotor comme parfaitement équilibré dynamiquement, il n'y a aucune modulation de l'effort aérodynamique en stationnaire exercé sur les pales. En revanche, en vol d'avancement (supposons pour simplifier que la vitesse de l'air par rapport à l'appareil soit dans l'axe de l'hélicoptère) à un rayon r donné la pale voit au cours du tour sa vitesse par rapport à l'air varier sinusoïdalement de son maximum en pale avançante à son minimum en pale reculante.



FIGURE 1.3 – Articulations d'une pale avec amortisseur de traînée.

Une pale est (sauf exception sur certains appareils bipale) considérée comme dynamiquement libre en rotation sur ses trois axes principaux : battement (flapping), traînée (lagging) et pas (feathering) comme présenté sur la figure 1.3. Postérieurement, ces mouvements sont contrôlés ou limités par différents systèmes assurant ainsi le pilotage de l'appareil et sa stabilité. L'angle de traînée de pale peut être contrôlé par des amortisseurs inter-pales ou reliés directement au moyeu rotor. L'angle de pas permettant le contrôle de l'incidence de la pale est directement commandé par le pilote par l'intermédiaire du plateau de commande. L'angle de battement quant à lui est libre et dépend des charges aérodynamiques agissant sur la pale.

En vol d'avancement, des efforts aérodynamiques alternés agissent sur les pales dus à une incidence variable (pas cyclique) par rapport au flux d'air en fonction de leur azimut [3]. D'autres efforts harmoniques sont également introduits par la réponse dynamique de chaque pale considérée comme souple et dont la fréquence des modes dépend comme tout système dynamique tournant de la vitesse de rotation du mât rotor. Ces phénomènes induisent évidemment des vibrations transmises depuis le rotor vers l'ensemble de la structure de l'appareil.

Les sollicitations majeures de la tête rotor selon le repère fixe de l'appareil dans les trois directions de l'espace ainsi qu'en moments autour des trois axes sont des



FIGURE 1.4 – Ensembles dynamiques, sollicitation de la tête rotor par un torseur aérodynamique 6 composantes - mise en évidence du chemin de propagation des vibrations dans la structure.

harmoniques de la fréquence de rotation du rotor multipliée par le nombre de pales. En effet, le passage du repère tournant (attaché au rotor) vers le repère fixe (attaché à la structure) transforme le spectre vibratoire subit par les pièces mécaniques (voir figure 1.5). Nous pouvons alors dresser le tableau 1.1 ci-après.

Origine de l'excitation	dans le repère tournant	Excitation de la tête rotor dans le repère fixe	
Nature de l'excitation	$\omega[rad.s^{-1}]$	Nature de l'effort	$\omega[rad.s^{-1}]$
Battement	$kb\Omega$	Fz : pompage vertical	$kb\Omega$
Dattement	$(kb \pm 1)\Omega$	Mx,My : moment de flexion mât rotor	$kb\Omega$
Traînée	$kb\Omega$	Mz : moment de torsion mât rotor	$kb\Omega$
Trainee	$(kb \pm 1)\Omega$	Fx,Fy : efforts tranchants sur le mât rotor	$kb\Omega$

TABLE 1.1 – Passage des efforts cycliques du repère tournant au repère fixe, mise en évidence de la forte participation des harmoniques de $b\Omega$

Le spectre des sollicitations en tête rotor comporte donc majoritairement des harmoniques de fréquence $kb\Omega$ avec b le nombre de pales du rotor principal et Ω la fréquence de rotation du rotor. Les vibrations de plus forte amplitude sont situées au premier harmonique $b\Omega$. Une dissymétrie de géométrie rotor comme un balourd massique, des dispersions des caractéristiques des raideurs de pales ou des inégalités des propriétés aérodynamiques peuvent également constituer des sources d'excitation de la structure mais ces phénomènes sont largement réduits par le réglage du rotor.

Comme présenté sur la figure 1.4, les vibrations générées en tête rotor sont transmises à la structure de l'appareil essentiellement via la boîte de transmission principale (BTP) et les barres BTP. La Boîte de transmission principale est un ensemble d'engrennements permettant de passer d'une vitesse de rotation très élevée des arbres moteurs à un régime rotor proche des 300 $tr.min^{-1}$. Les figures 1.5a et 1.5b représentent des mesures provenant de capteurs d'effort situés en tête rotor et sur le fuselage. Leur spectre démontre que le passage des efforts du repère tournant au repère appareil agit comme un filtre mécanique et transforme un signal essentiellement d'harmoniques $k\Omega$ (a) en un signal d'harmoniques $kb\Omega$ (b) où la majorité de l'énergie se situe à k = 1, soit $b\Omega$ [$rad.s^{-1}$].

On retrouvera ce type de spectre dans chacune des composantes du torseur en tête rotor ramené dans le repère appareil, avec des différences de phase et amplitude variant selon les phases de vol, les vitesses, les manoeuvres etc... Ceci montre que le confort lié aux vibrations dans un hélicoptère dépend très majoritairement de la qualité du filtrage mécanique de la fréquence $b\Omega$ car c'est à cette fréquence que l'énergie de perturbation du système est la plus élevée. Ce filtrage doit donc être opéré entre la source, à savoir le rotor et ses efforts aérodynamiques périodiques induits et les récepteurs : les pilotes, l'équipage et les passagers. Différentes



FIGURE 1.5 – Signaux provenant de cellules d'efforts placées en tête rotor (a) et sur la structure (b).

localisations dans l'appareil sont possibles pour les dispositifs anti-vibratoires :

- en amont : en tête rotor.
- à l'interface BTP-structure.
- en aval, dans la structure

C'est donc à cette fréquence $b\Omega$ que doivent se concentrer les efforts de filtrage des vibrations de structure dans l'appareil. De nombreuses solutions technologiques existent à cet effet et pour ces trois catégories de systèmes listées précédemment. Le chapitre 2 traitera de la seconde catégorie qui concerne directement les travaux de cette thèse.

1.2 La notion du confort vibratoire pour l'équipage

Les vibrations créées par les efforts aérodynamiques des pales peuvent, en plus de détériorer le comportement de l'appareil pour de fortes amplitudes, générer de l'inconfort pour les tous les membres de l'équipage. En effet, le corps humain est très sensible aux vibrations basse fréquence en général. Ceci dépend bien sûr de la position de la sollicitation sur le corps, de sa direction, son amplitude, sa fréquence et enfin du temps d'exposition de la personne [9]. Les études sur la sensibilité du corps humain aux vibrations réalisées depuis la Seconde Guerre Mondiale ont permis de construire un modèle mécanique simple du corps humain mettant en évidence les fréquences de résonance et par conséquent d'hypersensibilité majeures. Les sollicitations les plus inconfortables pour le corps humain étant bien sur celles excitant ses fréquences de résonance. Human body resonance frequencies



FIGURE 1.6 – Mise en évidence des fréquences de résonance majeures du corps humain.

On remarquera sur la figure 1.6 la sensibilité de la masse abdominale aux basses fréquences (4-8 Hz) à l'origine de la majorité des maux dans les transports (automobile par exemple). Bien évidemment, ces fréquences sont des estimations et dépendent également de la corpulence et posture de la personne (debout, assis ou allongé sont les principaux cas). L'Organisme International de Normalisation (ISO) a depuis de nombreuses années défini des normes pour tout individu salarié en matière d'exposition aux vibrations sur son lieu de travail. Une échelle de confort a été définie par la norme ISO2631 ([8]) en fonction de l'amplitude maximale d'accélération subie sur l'ensemble du corps.

accélération (m/s^2)	échelle de confort (ISO 2631)
< 0,315	non inconfortable
0,315 - 0,63	peu inconfortable
0,5 - 1	moyennement inconfortable
0,8 - 1,6	inconfortable
1,25 - 1,5	très inconfortable
>2	extrêmement inconfortable

TABLE 1.2 – Echelle de confort.

La norme ISO2631 contient une méthodologie de calcul et post-traitement de données temporelles afin de déterminer des indicateurs de confort. De plus, la sensibilité variable en fréquence du corps humain est prise en compte par une pondération allant de 0, 5 à 80Hz à appliquer au signal d'amplitude la plus élevée entre les trois directions de l'espace.

Les normes européennes régissant ce sujet évoluent encore aujourd'hui ([7]). Toute exposition à un niveau d'accélération supérieur à $0, 5m/s^2$ sur une base normalisée de 8h de travail effectif par jour déclenche l'application juridique de cette directive à l'entreprise. La valeur limite autorisée est, toujours pour une exposition journalière de 8h à $1.15m/s^2$. Cependant, concernant le secteur aéronautique, des dérogations ont été accordées jusqu'à maintenant afin de laisser aux constructeurs le temps de s'adapter. Les valeurs ainsi fournies par cette norme servent de base pour le dimensionnement des systèmes antivibratoires sur les nouveaux appareils.

1.3 Problématique de la thèse

Comme abordé dans les paragraphes antérieurs, la problématique de cette thèse porte sur l'amélioration du confort vibratoire dans la structure de l'appareil. Cette réduction du niveau vibratoire est nécessaire à la fois d'un point de vue mécanique (fatigue), humain (confort) et juridique (nouvelles réglementations). Il aura également été démontré que le principal harmonique à filtrer sur l'appareil dans cet objectif de réduction du niveau vibratoire se situe à la fréquence de $b\Omega$.

Jusqu'à présent, le régime rotor ne variait que très peu lors des différentes phases de vol. Cependant, les futurs appareils verront la vitesse angulaire du rotor principal varier dans le temps selon les phases de vol, les manoeuvres, etc... sur une plage de fréquence d'environ $b\Omega +/-10\%$. Cette variation de fréquence qui se retrouvera donc dans le signal de sollicitation de la structure diminuera fortement l'efficacité de tous les systèmes antivibratoires résonants accordés en fréquence au régime nominal de l'appareil.



FIGURE 1.7 – A gauche : système actuel passif, à droite : système antivibratoire actif.

Il convient donc à présent de se poser la question de l'intégration de systèmes antivibratoires adaptatifs et/ou actifs afin de pouvoir compenser cette perte d'efficacité due à la variation de fréquence de la sollicitation principale en $b\Omega$. Les systèmes résonants nécessitant la plupart du temps des réglages fins, un paramètre de réglage du système antivibratoire évoluant en temps réel (système semi-actif) ou un apport d'énergie via un actionneur (système actif) permettrait d'optimiser le comportement de l'antivibreur sur une certaine plage de fréquence voire même d'en améliorer les performances à la fréquence accordée.

Les objectifs de cette thèse sont donc le développement d'un modèle dynamique d'un concept de suspension active ainsi que de ses algorithmes de contrôle et les essais en laboratoire à échelle réelle dudit concept et de ses lois de commande.

Les travaux présentés dans ce mémoire s'inscrivent directement dans cette optique d'optimisation d'un système antivibratoire passif par l'ajout d'une actuation afin de le rendre actif (figure 1.7). En se basant sur la suspension SARIB de Airbus Helicopters inspirée du principe appelé DAVI (chapitre 2), une étude théorique et expérimentale est menée afin de valider le concept de l'activation de ce système par un actionneur et d'en étudier la pertinence en tant qu'innovation technologique et équipement série pour de futurs appareils. Cette thèse sera organisée en 6 parties majeures. La première partie présente une introduction au problème avec un état de l'art ciblé des systèmes antivibratoires sur hélicoptère. La seconde partie traitera de la théorie de bases des algorithmes de contrôle utilisés pour la simulation du prototype de suspension active développé ici. La troisième partie traitera quant à elle de la modélisation du système mécanique étudié, à savoir la suspension active couplée à l'hélicoptère et ses ensembles dynamiques. La théorie des systèmes dynamiques multicorps y sera reprise et appliquée de manière détaillée à la construction du modèle complet du système. La partie suivante traitera alors de l'application des lois de contrôle présentées précédemment au modèle dynamique construit ainsi qu'à leur efficacité et pertinence sur différents cas test. Enfin, Les parties V et VI présenteront les essais laboratoire menés sur le prototype réel du système antivibratoire actif développé, ainsi que leurs résultats et les conclusions tirées.

Etat de l'art des systèmes antivibratoires d'hélicoptères

Du fait de l'amplitude des efforts vibratoires transmis par le rotor vers la structure de l'appareil, pouvant aller jusqu'à plusieurs milliers de Newtons et générant parfois plus de 1g d'accélération en certains points de la cabine, de nombreux systèmes antivibratoires ont été développés au cours de ces dernières décénnies. Ces systèmes peuvent être classés selon leur localisation dans l'appareil de la manière qui suit :

- Les systèmes placés en tête rotor dans le repère tournant (de type pendulaire) qui permettent de filtrer les efforts dans le plan horizontal appareil (x et y).
- Les systèmes placés à l'interface BTP structure permettant de filtrer l'ensemble du torseur tête rotor directement aux points d'entrée des vibrations dans le fuselage.
- Les systèmes placés en cabine (résonateurs ou souplesses) permettant de filtrer les vibrations au niveau du plancher cabine.

Chacun des principes d'antivibreurs décrits précédemment peuvent être déclinés en version passive, semi active ou active. Ne pouvant pas effectuer un état de l'art exhaustif de l'ensemble des systèmes antivibratoires utilisés sur hélicoptère, la suite de ce chapitre sera centrée sur les systèmes antivibratoires placés à l'interface BTP - structure car c'est à cette catégorie qu'appartient l'absorbeur actif développé et étudié lors de ces travaux. Comme précisé dans ce paragraphe, toutes ces suspensions de boîte de transmission principale peuvent être classées en trois catégories : passive, semi-acive, active.

2.1 les systèmes passifs

2.1.1 Eléments flexibles en pied de barre BTP

La solution la plus simple et la première mise en oeuvre dans l'industrie consiste en l'intégration d'éléments souples (type élastomère ou métallique) entre la boîte de transmission principale et la structure. Cette souplesse doit être un compromis entre le filtrage des vibrations issues de la tête rotor et la tolérance en désalignement entre la sortie des moteurs et l'entrée de la BTP.

2.1.2 le DAVI mécanique

Le DAVI (Dynamic Antiresonant Vibration Isolator) est un principe de fonctionnement d'une suspension de type absorbeur de vibration. Ce principe mis en évidence en 1976 par W.G Flannelly [23] était au départ destiné à des suspensions de siège pour les membres d'équipage de la compagnie Kaman. Ce principe fut ensuite transposé avec succès à l'interface entre la boîte de transmission principale et le fuselage. Ce système fonctionne avec une amplification dynamique $\lambda = c/a$ (voir la figure 2.1) ainsi qu'une masse battante m_b en son extrémité. L'inertie de cette masse compense à une fréquence donnée les efforts entrant dans la suspension ce qui génère une antirésonance au niveau de la fonction de transfert et donc une transmissibilité théorique nulle.



FIGURE 2.1 – Schéma de principe du DAVI.

Afin de déterminer la transmissibilité de la suspension DAVI, les équations du mouvement régissant le comportement dynamique de ce système sont déclinées. Soit le vecteur des coordonnées généralisées q défini par :

$$q = [z_{em}(t) \ z_f(t)]^T$$
(2.1)

Avec z_{em} et z_f les positions verticales respectives de la BTP (Ensembles Mécaniques) et du fuselage. En appliquant Newton-Euler au système on obtient l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} m_{em} + \lambda^2 m_b & -(\lambda - 1)\lambda m_b \\ -(\lambda - 1)\lambda m_b & m_f + (\lambda - 1)^2 m_b \end{bmatrix} \frac{\ddot{q}}{l} + \begin{bmatrix} k_l & -k_l \\ -k_l & k_l \end{bmatrix} \underline{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w$$
(2.2)

Avec m_{em} et m_f les masses respectives de la BTP et du fuselage, k_l la raideur de la suspension et w le vecteur perturbation du système représentant les efforts provenant du rotor sur la BTP. Pour une sollicitation imposée w constante en amplitude quelque soit la fréquence on obtient la transmissibilité de la suspension en calculant la fonction de transfert définie par :

$$T(s) = \frac{Z_f(s)}{Z_{em}(s)} \tag{2.3}$$

avec $s = i\omega \ \forall \omega \in \Re^+$ définie comme la variable de Laplace. La fonction T(s) est représentée sur la figure 2.2, on peut y observer un résonance suivie d'une antirésonance avec une transmissibilité théorique nulle atteinte sans amortissement. La fréquence d'isolation optimale ω_0 se définit par l'équation à solution unique suivante :

$$\omega_0^2 = \frac{k_l}{-\lambda(\lambda - 1)m_b} \tag{2.4}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés



FIGURE 2.2 – Transmissibilité en accélération du DAVI.

Comme présenté précédemment, la majorité de l'énergie de la perturbation du système provenant du rotor se situe à la fréquence $b\Omega$. L'intérêt d'un tel absorbeur de vibrations est donc de faire coïncider sa fréquence critique Ω_0 avec $b\omega$.

L'intérêt de placer un DAVI à l'interface entre la boîte de transmission principale et la structure est le filtrage global de la composante vibratoire en $b\Omega$ pour l'ensemble du fuselage.

Dans les années 90, Airbus Helicopters développe sur ce principe la suspension SARIB [11] (Système Antivibratoire Résonnant Intégré aux Barres) et l'intègre sur deux de ses appareils militaires. La figure 2.3 présente le schéma de l'architecture avec laquelle a été intégrée le DAVI entre la BTP et le fuselage. L'amplification dynamique est créée par un batteur en liaison pivot avec la structure sur lequel est fixée une masse. Une lame flexible solidaire du batteur joue le rôle de raideur et est reliée à la BTP par l'intermédiaire de paliers élastomères (appui glissant sur la figure). Le couple rotor est quant à lui repris par une membrane circulaire sur le plancher mécanique de l'appareil. En vol, les mouvements de pompage, tangage et roulis de la BTP actionnent la masse battante, accordée avec la raideur de lame pour filtrer de manière optimale la composante dynamique en $b\Omega$. Ce système à la théorie simple reste toutefois difficile à mettre en oeuvre du fait des très fortes accélérations des masses battantes en vol (peut aller jusqu'à 20g sur un appareil lourd) et donc des contraintes de dimensionnement et intégration associées.



FIGURE 2.3 – SARIB Airbus helicopters, architecture schématique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

2.1.3 le DAVI à fluide

Il est possible d'appliquer le principe du DAVI sur une suspension utilisant un fluide lourd à faible viscosité [20] [18]. L'énergie d'inertie ainsi apportée est celle du fluide en mouvement à l'intérieur du système que l'on vient amplifier en jouant sur une restriction de section de passage entre deux chambres (l'amortisseur comprend également une chambre de compensation pour la conservation du volume fluide). La société Lord, spécialiste antivibratoire a ainsi conçu le système *Fluidlastic*[®] [19] (représenté figure 2.4) qui équipe plusieurs appareils comme le Bell 427 et l'Agusta Westland AW109 et annonce une réduction de 70% des vibrations à la fréquence $b\Omega$.



FIGURE 2.4 – Système Lord Fluidlastic.

L'avantage de ce type de système par rapport à un résonateur purement mécanique comme le SARIB est la compacité. En utilisant un fluide faiblement visqueux, les rapports de section λ peuvent très élevés peuvent être facilement atteints. Cependant, l'inconvénient majeur de l'utilisation d'un fluide est l'amortissement apporté (figure 2.5) au système qui va déteriorer l'atténuation en transmissibilité à l'antirésonance w_0 .



FIGURE 2.5 – DAVI à fluide : ajout d'amortissement freinant de manière non-négligeable l'inertie fluide.

2.2 les systèmes adaptatifs

Un système adaptatif est un système où un paramètre ou plusieurs sont modifés en temps réel dans le but de s'adapter au mieux à la perturbation extérieure. Par exemple, certaines suspensions automobiles utilisent des fluides magnétorhéologiques afin de modifier leur coefficient d'amortissement quasi-statique selon les sollicitations provenant de la route. D'autres systèmes font également varier leur raideur ou d'autres propriétés.

2.2.1 le DAVI semi-actif

Le principe du DAVI peut également se décliner dans la catégorie des systèmes adaptatifs. L'objectif serait de faire varier la valeur de ω_0 afin de s'adapter aux variations de régime moteur. Comme observé dans l'équation 2.4, seuls trois paramètres permettent de modifier la fréquence de l'antirésonance. Dans les années 90, Airbus Helicopters développe et met en vol un système permettant au SARIB de faire translater la masse sur le batteur faisant ainsi varier le rapport d'amplification λ (figure 2.6). Sur la figure 2.7 on peut observer l'effet de la variation du ratio λ sur la fréquence ω_0 .



FIGURE 2.6 – DAVI semi-actif, la masse m_b se déplace sur le batteur et fait varier le rapport λ .



FIGURE 2.7 – Transmissibilité en accélération du DAVI pour différentes valeurs de $\lambda.$

D'un point de vue architecture et conception, ce type de système nécessite une liaison glissière sans jeu et donc précontrainte du fait des très fortes accélérations de la masse battante. L'actionneur pilotant cette liaison doit alors être dimmensionné en conséquence pour compenser l'important coefficient de frottement généré. Les essais effectués en laboratoire et en vol ont démontré la validité du concept cependant le temps de convergence sur la position des masses était bien trop important pour imaginer une adaptation en temps réel par rapport au torseur en tête rotor.

2.3 les systèmes actifs

Le développement des systèmes antivibratoires actifs débute dans les années 80 grâce aux progrès réalisés dans l'augmentation des puissances de calcul et la miniaturisation des composants. Le principe de ces suspensions est de garantir, via un ou plusieurs actionneurs générant des efforts, l'isolation totale d'un corps de la source de vibrations. Ces systèmes connaissent un développement difficile et leur utilisation reste rare du fait de leur très grande consommation en énergie, leur coût, et leur complexité de mise au point.

Avec l'arrivée de régimes rotor variables sur les hélicoptères, les systèmes antivibratoires actifs font l'objet de nombreuses recherches. Par exemple, des essais ont été effectués sur des barres BTP [21] mais les actionneurs utilisés ne pouvant délivrer des efforts importants en basse fréquence, seules des vibrations à plus haute fréquence ont été contrôlées (fréquences d'engrennement dans la transmission).

2.3.1 le système ACSR

En 1993, Airbus Helicopters investit dans le développement de suspensions actives en partenariat avec la société Liebherr sur le principe de l'ACSR (Active Control of Structural Response - voir [3] et [11]). Des barres BTP actives sont ainsi mises au point (figure 2.8). Le système complet est composé de quatre barres actives ainsi qu'une liaison en fond de BTP de type triangle biellette assurant au système les degrés de liberté nécessaires à son fonctionnement. L'actionneur intégré aux barres est de type hydraulique, commandé en pression jusqu'à 200 bars à partir du circuit de commandes de l'appareil. L'objectif est donc de réinjecter des efforts dynamiques entre la structure et la boîte de transmission principale afin de minimiser la transmission des vibrations. Le contrôle s'effectue uniquement à la fréquence $b\Omega$ de 30Hz et chaque actionneur est capable de générer à cette même fréquence 2.5kN.



FIGURE 2.8 – Barre BTP active développée par Liebherr pour Airbus Helicopters.

La contrainte d'un tel système est l'obligation de maintenir une raideur mécanique passive élevée pour la barre ACSR afin de ne pas autoriser des mouvements trop importants entre la BTP et les moteurs. En effet, cette liaison comporte des tolérances très strictes de désalignement et l'intégration d'élément souples dans les barres BTP augmente les déplacements relatifs entre les ensembles. De ce fait, toute actuation placée mécaniquement en parallèle d'une raideur élevée doit à isodéplacement fournir plus d'énergie pour filtrer la même perturbation vibratoire d'entrée ce qui explique l'important niveau d'effort demandé au système ACSR.

Une réduction de 65% du niveau vibratoire sur toute la structure est tout de même atteinte lors des essais en vol. Le contrôle est basé sur des entrées de type accéléromètre ou capteur d'efforts disposés dans la structure. Bien qu'efficace, ce système ne sera jamais intégré en série chez Airbus Helicopters à cause de sa masse (80kg d'actionneurs) et son coût d'intégration. Agusta Westland l'intègre tout de

même dans son modèle AW101 avec trois barres BTP actives hydrauliques. Ce type d'investigation technologique aura donc démontré la réelle validité d'intégrer une actuation dans les systèmes antivibratoires d'hélicoptère pour en améliorer les performances.



FIGURE 2.9 – Le système ACSR, principe de fonctionnement.

2.3.2 le système AVCS

Dans un soucis de compacité et modularité des systèmes antivibratoires, les dernières années ont vu se développer des absorbeurs actifs appelés AVCS [11](Active Vibration Control System) placés directement sur le plancher cabine. Ces absorbeurs sont passivement accordés à la fréquence $b\Omega$ puis une actuation y est ajoutée en parallèle (figure 2.10) afin de fournir les efforts nécessaires pour compenser les variations de régime rotor. L'avantage de contrôler un système mécanique résonant autour de son premier mode est la faible consommation en énergie car la majorité des efforts sera fournie par l'ensemble masse/ressort uniquement.



FIGURE 2.10 – Le système AVCS, principe de fonctionnement.

La compagnie Lord (figure 2.11) développe de nombreuses solutions d'antivibreurs de cabine adaptés à chaque catégorie d'appareil (léger - medium - lourd). En [10] et [22], il est clairement montré qu'en plaçant suffisamment de ces absorbeurs actifs au plus près des parties structurelles dans la cabine et le cockpit et moyennant une consommation faible d'énergie, il est possible de réduire significativement les vibrations dans la structure sur une bande de fréquence de +/-10% autour de $b\Omega.$



FIGURE 2.11 – Lord AVCS intégré dans la structure du 135 Airbus Helicopters.

2.3.3 le DAVI à fluide actif

Le principe du DAVI à fluide présenté précédemment peut être décliné de manière active en y ajoutant une actuation extérieure. En 2006, Lord publie des résultats d'essais sur la version active de sa suspension Fluidlastic [14]. Un actionneur hydraulique intégré à la suspension (figure 2.12) permet par l'intermédiaire d'un piston de contrôler la pression de fluide au sein de la chambre de résonance. D'un point de vue théorique, ce système permettrait d'annuler l'effet d'amortissement dû à la viscosité du fluide à la fréquence d'antirésonance. D'après les résultats présentés par Lord, cet absorbeur réduit de 70% la sollicitation en entrée en mode passif, les 30% restant étant annulés par le contrôle actif du piston. L'effort de contrôle nécessaire annoncé est de 1.3kN à 17.5Hz dans ce cas (correspondant à $b\Omega$).



FIGURE 2.12 – Le DAVI fluide actif, principe de fonctionnement.

2.3.4 Bilan

Depuis le concept du DAVI (1976), beaucoup de systèmes antivibratoires passifs ont été conçus et leur efficacité démontrée. A partir des années 90, grâce aux progrès réalisés sur la miniaturisation et les performances des calculateurs programmables, les systèmes antivibratoires actifs commencent à être investigués et appliqués au monde hélicoptère. L'arrivée du régime rotor variable sur les nouvelles machines confirme à présent leurs pertinences mais trop peu sont pour le moment installés de série sur appareil. La suspension active développée lors de cette thèse est basée sur le principe du DAVI et adaptée directement au système SARIB Airbus Helicopters présenté précédemment. Ce choix d'utiliser un système déjà existant plutôt que de repartir d'un concept totalement nouveau est guidé par la volonté d'avoir une suspension active qui soit toujours efficace en mode passif en cas de défaillance. On ajoute donc une actuation en parallèle de cette suspension résonante afin d'améliorer son efficacité sur la plage de fréquence $b\Omega$ +/- 10%. La partie suivante posera les bases de la théorie du contrôle nécessaires à la synthèses des différents contrôleurs de la suspension SARIB active.
Deuxième partie Théorie du contrôle

Chapitre 3

Stabilité et robustesse des systèmes linéaires

Cette partie du mémoire de thèse est dédiée à la présentation de la théorie du contrôle qui va être mise en oeuvre sur la suspension SARIB active. Cette étape est essentielle à la bonne compréhension des choix qui seront effectués par la suite ainsi qu'à l'interprétation des résultats de simulation et d'essais.

3.1 Les systèmes d'état

Tout système physique linéaire dont les équations sont connues peut se représenter sous la forme d'un système d'état. Ceci permet d'écrire explicitement le comportement dynamique des variables internes d'état du système. Cette formulation permet surtout d'y intégrer les notions d'observation, de mesure et plus tard de régulation qui sont essentielles pour le contrôle actif d'un système comme la suspension SARIB active développée ici.

Soit un système linéaire S à n variables d'entrée, m variables de sortie et p variables d'état. On peut donc définir le vecteur d'entrées $u(t) \in \mathbb{R}^{[n \times 1]}$, le vecteur de sortie ou également appelé de mesure $y(t) \in \mathbb{R}^{[m \times 1]}$ et le vecteur des états $x(t) \in \mathbb{R}^{[p \times 1]}$. On peut alors décrire le système de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$
(3.1)

Avec $A \in \mathbb{R}^{[p \times p]}$ la matrice d'états, $B \in \mathbb{R}^{[p \times n]}$ la matrice d'entrées, $C \in \mathbb{R}^{[m \times p]}$ la matrice d'observation et $D \in \mathbb{R}^{[m \times n]}$. Si on défitnit *s* comme la variable de Laplace tel que :

$$s = j\omega \tag{3.2}$$

En supposant les conditions initiales nulles et en utilisant la transformée de Laplace pour l'ensemble des équations 4.1, il est possible de déterminer la matrice de transferts $H(s) \in \mathbb{C}^{[m \times n]}$ reliant l'entrée U(s) à la mesure Y(s) telle que :

$$Y(s) = H(s)U(s) \tag{3.3}$$

On obtient donc :

$$H(s) = C(sI_p - A)^{-1}B + D$$
(3.4)

Avec $I_p \in \mathbb{R}^{[p \times p]}$ définie comme la matrice identité. Réciproquement, il est possible d'associer à toute fonction de transfert propre une représentation interne équivalente de la forme (3.1). Le quadruplet (A,B,C,D) déterminé est non-unique et s'appelle alors une réalisation de H(s).

3.2 Stabilité nominale

La notion de stabilité est essentielle dans la conception d'un contrôleur de système antivibratoire actif car cette condition est nécéssaire. Elle permet d'assurer la non-divergence du système quelque soit la sollicitation en entrée.

Nous considérons le système d'état suivant (A,B,C,D). La fonction de transfert de ce système, définie précédemment par $H(s) = D + C(sI - A)^{-1}B$ présente deux notions différentes de stabilité.

Premièrement, la stabilité BIBO (Bounded Input / Bounded Output) caractérise un système dont la réponse à toute entrée d'énergie finie dans le temps est elle même d'énergie finie (pas de divergence au niveau de la sortie). Pour vérifier cette caractéristique, tous les pôles de H(s) doivent être à partie réelle négative (demi plan de \mathbb{C} défini par Re(s) < 0).

Deuxièmement, nous définissons la stabilité interne du système caractérisée par la stabilité de la matrice A. Ceci implique que l'ensemble de ses valeurs propres soient à partie réelle négative. Ainsi, pour toute entrée u(t) nulle, le vecteur x(t)décroît vers 0 indépendamment de l'état initial. Enfin, il est important de préciser que la stabilité interne assure la stabilité BIBO mais la réciproque n'est pas vraie.

Soit un système dynamique linéaire H(s) avec une boucle de retour comportant le compensateur K(s) (système contrôle classique). A partir de l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système définie par H(s)K(s), les notions de marge de phase, marge de gain et marge de retard sont utiles afin de quantifier la stabilité d'un système par la position de son tracé de Nyquist par rapport au point critique (-1,0)(voir figure 3.1). Tout d'abord la marge de gain en dB peut s'exprimer ainsi :

$$M_{gain} = -20 \log_{10} |H(j\omega_p)K(j\omega_p)|$$
(3.5)

où ω_p est la fréquence à laquelle le tracé de Nyquist croise l'axe des réels (phase crossover). Cette marge mesure donc la variation possible de gain avant de toucher le point critique. La marge de phase en radians quant à elle s'exprime ainsi :

$$M_{phase} = Arg \left[H(j\omega_c) K(j\omega_c) \right] - \pi \tag{3.6}$$

Ici, ω_c désigne la fréquence où le tracé de Nyquist coupe le cercle unité centré à l'origine. Cette marge mesure alors la variation possible de phase avant de rencontrer le point critique. Enfin la marge de retard représente la notion temporelle de la marge de phase :

$$M_{retard} = M_{phase} \frac{\pi}{180\omega_c} \tag{3.7}$$

Cette marge exprime le retard minimal introduit dans la boucle et destabilisant le système.

3.3 Robustesse paramétrique

La robustesse paramétrique, appelée aussi stabilité paramétrique permet d'introduire la notion d'erreur sur la modélisation du système réel. Ces erreurs peuvent être des dynamiques négligées provenant de non linéarités ou de l'utilisation d'un modèle d'ordre réduit. Les paramètres liés aux équations physiques du modèle (raideur, amortissement, masse, incertitudes dues aux dispersions de fabrication etc...) sont eux aussi soumis à des erreurs d'estimation. Enfin, la structure à contrôler elle même peut évoluer au cours du temps (conditions limites, fatigue matériau, etc...).



FIGURE 3.1 – Marges de gain et de phase.

Dans le cadre de la suspension SARIB active, certaines masses peuvent être mal estimées ou changer (par exemple le chargement en cabine peut évoluer selon les vols). Certaines raideurs également peuvent être non linéaires et varier en fonction du chargement. L'ensemble de ces incertitudes est donc à prendre en compte dans la conception d'un contrôleur.

L'étude de la robustesse paramétrique peut être réalisées selon deux visions différentes :

- Un test de robustesse permettant de déterminer si oui ou non le système demeure stable quels que soient la valeur des paramètres incertains à l'intérieur de leur domaine de définition
- Un calcul de la marge de robustesse déterminant la plage de variation possible des paramètres incertains du modèle garantissant la stabilité du système en boucle fermée.

Le premier cas étant une démarche de vérification à posteriori et le second étant une étude en amont utilisée lors de la conception du contrôle. Avant d'aller plus loin dans la présentation des outils liés à la stabilité paramétrique, il est indipensable d'aborder la notion de Transformation Linéaire Fractionnaire (TLF).

3.3.1 La Transformation Linéaire Fractionnaire

Cette transformation est utilisée pour exprimer la fonction de transfert globale en boucle fermée d'un système composé de deux sous-systèmes reliés par boucle de retour (figure 3.2)



FIGURE 3.2 – Schéma bloc de la transformation linéaire fractionnaire.

Le système P(s) décrit la relation existant entre les signaux d'entrée w et u et les signaux de sortie y et z:

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix}.$$
 (3.8)

Le système est bouclé tel que le signal de commande u vérifie :

$$U(s) = K(s)Y(s) \tag{3.9}$$

Ainsi, en développant le système, on peut aisément déterminer la fonction de transfert globale, en boucle fermée reliant W(s) à Z(s):

$$F_l(P,K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}$$
(3.10)

L'expression $F_l(P, K)$ s'appelle la Transformée Linéaire Fractionnaire basse de P et K.

3.3.2 Schéma d'interconnection standard

Un des outils utilisés afin d'effectuer une étude de la robustesse paramétrique d'un système s'appelle la μ -analyse. La première étape consiste à construire le système équivalent M(s) (figure 3.3) à partir du système classique H(s) - K(s) présenté en figure 3.4.



FIGURE 3.3 – Schéma d'interconnection standard pour μ -analyse.



FIGURE 3.4 – Architecture classique TLF d'un système incertain en boucle fermée.

La matrice Δ représente les incertitudes paramétriques δ_i de l'ensemble du modèle avec $i \in [1 : N]$. Soit la fonction $H_0(s)$ représentant le système d'état reliant $y \ge u$:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + B_0 u \\ y = C_0 x + D_0 u \end{cases}$$
(3.11)

Soit p_i un paramètre du modèle présentant une incertitude δ_i tel que chaque paramètre incertain s'écrit de la forme :

$$p_i = p_{i0}(1+\delta_i) \tag{3.12}$$

avec p_{i0} la valeur nominale de p_i . On définit à présent chaque incertitude δ_i comme une perturbation d'entrée u_{Δ} du système tel que :

$$u_{\Delta_i} = \delta_i x_i \tag{3.13}$$

Le système d'état $\mathrm{H}(\mathrm{s})$ à deux entrées et deux sorties s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + B_1 u_\Delta + B_0 u \\ y_\Delta = C_1 x + D_{11} u_\Delta + D_{12} u \\ y = C_0 x + D_{21} u_\Delta + D_0 u \end{cases}$$
(3.14)

avec u le vecteur des entrées du système et u_{Δ} le vecteur des entrées de perturbations liées aux incertitudes paramétriques. Sur la figure 3.5 est représentée la TLF du système H(s) défini précédemment.



FIGURE 3.5 - H(s) sous forme TLF.

Le système H(s) se partitionne donc de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} y_{\Delta} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\Delta} \\ u \end{bmatrix}$$
(3.15)

Une réalisation minimale du système H(s) est donnée par

$$\begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_0 \end{bmatrix} (sI - A_0)^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_0 \end{bmatrix}$$
(3.16)

La TLF de H et K s'exprime donc par l'expression suivante :

$$F_l(H,K) = H_{11} + H_{12}K(I - H_{22}K)^{-1}H_{21}$$
(3.17)

Cette fonction de transfert correspond bien à la fonction équivalente M(s) de la figure 3.3.

3.3.3 Calcul d'une borne supérieure de μ

Le système de départ est à présent mis sous la forme standard $M(s) - \Delta(s)$. la μ -analyse correspond au calcul de la borne supérieure de la valeur singulière structurée (VSS) du système qui ensuite permet de définir la plage de variation possible des paramètres p_i garantissant la conservation de la stabilité du système. En premier lieu, la stabilité nominale doit être vérifiée :

$$\forall p_i = p_{i0}, \ max[\mathbf{Re}\{\lambda_j(A_0)\}] < 0 \tag{3.18}$$

Soit une matrice des perturbations Δ quelconque, le théorème des Petits Gains [6] permet d'évaluer une borne supérieure de la VSS $\mu(M)$.

$$\mu(M(j\omega)) \le \overline{\sigma}(M(j\omega)) \tag{3.19}$$

Ainsi, pour chaque fréquence ω , la VSS se retrouve bornée par la valeur singulière maximale de matrice $M(j\omega)$. La plage de variation des paramètres p_i conservant la stabilité du système est définie de la manière suivante :

$$\delta_i \in \left[\frac{-1}{\max(\mu)}; \frac{1}{\max(\mu)}\right] \tag{3.20}$$

Cette définition reste très conservative du fait de la non prise en compte de la structure de la matrice Δ . Si on définit la matrice $\Delta = diag(\delta_1 \dots \delta_N)$, on peut alors minimiser l'approximation de la VSS en introduisant à chaque fréquence ω un multiplicateur $D(j\omega)$ [24] ayant la propriété de commuter avec Δ tel que :

$$D(j\omega)^{-1}\Delta(j\omega)D(j\omega) = \Delta(j\omega)$$
(3.21)

Avec $D \in \mathbf{D}$ et D > 0. **D** représentant l'ensemble des matrices de même nature et structure que Δ . La nouvelle borne supérieure de μ s'écrit alors :

$$\mu_{\Delta}(M(j\omega)) \le \overline{\sigma}(D(j\omega)M(j\omega)D(j\omega)^{-1})$$
(3.22)

Le problème se porte donc sur le choix de la matrice D à chaque fréquence d'investigation ω de la VSS. La borne μ_{Δ} calculée est moins restrictive que la précédente car elle prend en compte la stucture diagonale de la perturbation. Le problème présenté par l'équation (3.22) est convexe et admet donc une valeur minimale pour $\overline{\sigma}(DMD^{-1})$. [15] propose une formulation LMI (Linear Matrix Inequality) du problème permettant de transformer la recherche de la matrice Den un problème d'optimisation convexe :

$$\overline{\sigma}(DMD^{-1}) \leq \beta \iff \overline{\lambda}(D^{-1}M^TDDMD^{-1}) \leq \beta^2 \Leftrightarrow D^{-1}M^TDDMD^{-1} - \beta^2 I \leq 0 \Leftrightarrow M^TD^2M - \beta^2 D^2 < 0$$
(3.23)

Ce problème est bien convexe en D^2 . A l'aide d'un solveur LMI basé sur la programmation semi-définie (Matlab robust control toolbox, Sedumi, SDPT3, etc...), on peut déterminer la solution optimale β correspondant à la borne supérieure de μ_{Δ} .

minimiser
$$\beta$$
 tel que $\begin{cases} M^T D M - \beta^2 D \leq 0\\ D > 0, \ D \in \mathbb{D} \end{cases}$ (3.24)

Cette méthode est plus complexe que la simple détermination de la plus grande valeur singulière de M(s) mais permet d'estimer plus finement l'intervalle de tolérance sur les paramètre p_i concernés par la robustesse paramétrique.

Dans le cadre du présent développement d'une suspension active pour hélicoptère , l'étude de la robustesse permet d'estimer les marges de variation possibles de certains paramètres incertains et leur impact sur la stabilité de la boucle fermée pour un même contrôleur. la technique de détermination du paramètre μ par solveur LMI se prête aux systèmes simples comportant peu de degrés de liberté car ces méthodes nécessitent une bonne de puissance de calcul.

Pour les modèles plus complexes, une autre méthode consiste à générer un grand nombre N de matrices de perturbations structurées réelles aléatoires Δ et de déterminer pour chacun des cas la stabilité de la fonction $F_l(H, K)$. Pour chaque matrice Δ assurant la stabilité en boucle fermée du système, on mémorise alors la plus petite valeur des δ_i (en valeur absolue). A la fin des N calculs de stabilité, la valeur maximum de l'ensemble des δ_i mémorisés est considérée comme l'inverse de μ . Avec un nombre N suffisamment grand au regard du nombre de paramètres incertains, on peut donc estimer la robustesse paramétrique d'un contrôleur. C'est cette méthode qui sera utilisée dans le présent mémoire.

Chapitre 4

Le Contrôle Linéaire Quadratique

Dans ce chapitre vont être présentées les méthodes de contrôle robuste dites linéaires quadratiques LQR et LQG [1]. Ces méthodes ont été développées et étudiées à partir des années 90 grâce à la théorie de la représentation des modèles dynamiques en systèmes d'états.

Dans le cadre de la suspension SARIB active, l'utilisation de ces méthodes permettra d'estimer l'efficacité du contrôle optimal sur le pilotage d'un système antivibratoire résonant. En effet, cette utilisation du contrôle LQG diffère quelque peu du contrôle modal pour lequel il est généralement utilisé.

4.1 La synthèse LQR (Linear Quadratic Regulator)

4.1.1 Problématique

La synthèse LQR est une méthode de contrôle robuste basée sur le cas hypothétique idéal que la matrice d'observation C est une matrice identité. En d'autres termes, chaque état du système est connu et mesurable. Ce cas étant bien évidemment utopique, des artifices qui seront abordés plus tard dans ce même chapitre ont été définis afin d'estimer de manière stochastique les états du système nonmesurés. Soit le système P représentant la structure de l'hélicoptère comportant q états mesurables. Le vecteur d'état x est constitué des q/2 positions et q/2 vitesses des noeuds du modèle. Soit \underline{q} le vecteur des coordonnées généralisées du modèle issu de Newton/Euler, on a alors :

$$x(t) = \begin{bmatrix} q & \dot{q} \end{bmatrix}^T \tag{4.1}$$

Le système linéaire continu étudié peut donc être représenté sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = x(t) \\ z(t) = Nx(t) \end{cases}$$

$$(4.2)$$

On retrouve ici la représentation d'état définie précédemment avec C = Iet D = 0. Il a été ajouté au système P = (A, B, C, D) le vecteur $z(t) \in \mathbb{R}^{\lfloor q \times 1 \rfloor}$ représentant l'ensemble des sorties du modèle (position ou accélération) à minimiser par le contrôle. La matrice N permet alors à partir des états du système de générer la sortie z(t). Sur la figure 4.1 suivante, on trouve une représentation sous forme de diagramme bloc de l'ensemble de la commande linéaire quadratique appliquée au modèle P de l'appareil.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés



FIGURE 4.1 – Schéma général de la commande linéaire quadratique.

La synthèse linéaire quadratique consiste donc en la recherche d'une matrice gain K_c telle que la commande appliquée par feedback $u(t) = -K_c x(t)$ aux coordonnées généralisées \underline{q} ou leurs dérivées $\underline{\dot{q}}$ stabilise le système (positionnement des pôles du système en boucle fermée). La détermination du régulateur K_c s'effectue par la minimisation du critère quadratique temporel suivant :

$$J = \int_0^\infty (z^T Q z + u^T R u) dt = \int_0^\infty (x^T Q_x x + u^T R u) dt$$
(4.3)

Avec $Q \in \mathbb{R}^{[q \times q]}$ et $R \in \mathbb{R}^{[n \times n]}$ et $Q_x \in \mathbb{R}^{[p \times p]}$. On remarque donc que les valeurs qui composent la matrice gain K_c dépendent des coefficients présents dans les matrices de pondération Q, Q_x et R. Plusieurs paramètres interviennent donc :

- Choix des noeuds ciblés par la minimisation (structure de Q_x)
- Choix des coefficients associés aux positions et aux vitesses de ces noeuds (valeurs dans Q_x)
- Choix des coefficients sur les différentes commandes (R)

Afin de satisfaire les conditions d'existence d'une solution optimale, les matrices de pondération Q, Q_x et R doivent nécessairement satisfaire les conditions suivantes :

$$Q = Q^T \ge 0, \qquad R = R^T > 0, \qquad Q_x = N^T Q N. \tag{4.4}$$

Minimiser le critère J revient alors à déterminer la matrice P_s symétrique définie positive obéissant à l'équation algébrique de Riccati :

$$P_s A + A^T P_s - P_s B R^{-1} B^T P_s + Q_x = 0 (4.5)$$

La matrice de gain K_c s'écrit donc :

$$K_c = R^{-1} B^T P_s \tag{4.6}$$

Il existe plusieurs manières de résoudre l'équation de Riccati, par itération (dichotomie) ou par méthode LMI (Linear Matrix Inequalities) par exemple. Une méthode théorique va être présentée dans la partie suivante. Dans notre cas, Matlab utilise des méthodes par itération afin de résoudre l'équation algébrique de Riccati.

4.2 La synthèse LQG (Linear Quadratic Gaussian)

4.2.1 Présentation

Comme présenté précédemment, la synthèse LQ exige la connaissance de l'ensemble des positions et vitesses des noeuds du modèle P de l'appareil. Or sur

un système réel, il est rare que tous les états soient connus et mesurables. En effet, certains degrés de liberté du modèle peuvent être virtuels (modèle issu de FEM condensé par exemple) et il n'est en général pas concevable d'avoir des accéléromètres linéaires ou angulaires sur tous les emplacements de la structure de l'appareil correspondant aux noeuds ou corps du modèle.

La synthèse LQG permet de minimiser un critère quadratique tout comme la synthèse LQ mais de nature stochastique, la perturbation du système étant considérée comme pseudo-aléatoire (des grandeurs permettant de quantifier la perturbation maximale sont tout de même définies). Pour ce faire, un estimateur de Kalman est utilisé afin de reconstruire les états non-mesurés du système P. Le système se présente sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Mw(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases}$$
(4.7)

Avec la matrice des perturbations en entrée $M \in \mathbb{R}^{[p \times r]}$. Les perturbations du système sont figurées par la présence des vecteurs $w(t) \in \mathbb{R}^{[r \times 1]}$ (torseur appliqué en tête rotor) et $v(t) \in \mathbb{R}^{[m \times 1]}$ (bruit de mesure). Ces signaux sont considérés comme des bruits blancs, à moyenne nulle, indépendants et avec pour matrice de covariance W et V. Pour le système hélicoptère modélisé, le bruit de mesure est considéré comme très faible. W est défini par :

$$W = E[w(t)w(t)^T]$$
(4.8)

Le torseur tête rotor (3 composantes en effort et 2 composantes en couple) est constitué de signaux sinusoïdaux, soit a l'amplitude du signal w(t), on a :

$$E[w(t)^2] = \frac{a^2}{2} \tag{4.9}$$

On définit également la matrice de covariance du bruit d'état $W_x = MWM^T$. A partir du vecteur y(t) bruité, le critère à minimiser déterminant la loi de commande s'exprime ainsi :

$$J = \lim_{T \to \infty} E\left[\int_0^T (z^T Q z + u^T R u) dt\right]$$
(4.10)

z(t) = Nx(t) représente toujours le vecteur dont la norme est à minimiser. Q et R sont les matrices de pondération avec les mêmes conditions que la synthèse LQ.

$$Q = Q^T \ge 0 \ et \ R = R^T > 0.$$
(4.11)

4.2.2 L'estimateur de Kalman

La synthèse LQG se déroule en deux étapes. Tout d'abord l'estimée $\hat{x}(t)$ du vecteur d'état x(t) est défini par la méthode de Kalman. Ceci permet d'estimer les états non mesurés (position et vitesse) du système hélicoptère P.

Soit $(A, MW^{1/2}, C)$ détectable et stabilisable, on cherche un système d'état ayant pour entrée la mesure effective y(t), la commande u(t) et pour sortie l'estimation du vecteur d'états $\hat{x}(t)$. L'équation de l'estimateur de Kalman s'exprime donc comme suit [6] :

$$\dot{\hat{x}} = A_f \hat{x} + B_f u + K_f y \tag{4.12}$$

Avec $A_f \in \mathbb{R}^{[p \times p]}$, $B_f \in \mathbb{R}^{[p \times n]}$ et la matrice gain dite de Kalman $K_f \in \mathbb{R}^{[p \times k]}$, $k \leq p$. On définit alors l'erreur ϵ commise par l'estimateur :

$$\epsilon = x - \hat{x} \tag{4.13}$$

La dérivée de l'erreur s'exprime ainsi :

$$\dot{\epsilon} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \tag{4.14}$$

so
it \colon

$$\dot{\epsilon} = Ax + Bu + Mw - A_f \hat{x} - B_f u - K_f (Cx + Du + v) \tag{4.15}$$

équivalent à :

$$\dot{\epsilon} = (A - K_f C)x - A_f \hat{x} + (B - B_f - K_f D)u + Mw - K_f v$$
(4.16)

On sait que $x = \epsilon + \hat{x}$. L'expression (4.16) devient donc :

$$\dot{\epsilon} = (A - K_f C)\epsilon + (A - K_f C - A_f)\hat{x} + (B - B_f - K_f D)u + Mw - K_f v(4.17)$$

Par définition, les vecteurs v et w étant considérés comme des bruits centrés, leur espérance est nulle. L'espérance de la dérivée temporelle de l'erreur commise par l'estimateur devient alors :

$$E[\dot{\epsilon}(t)] = (A - K_f C)E[\epsilon(t)] + (A - K_f C - A_f)E[\hat{x}(t)] + (B - B_f - K_f D)E[u(t)] = (A - K_f C)E[u(t)] =$$

Afin de garantir la convergence de l'erreur de l'estimateur vers 0 on pose :

$$\lim_{t \to \infty} E[\epsilon(t)] = 0 \tag{4.19}$$

Il vient donc de l'équation (4.18) les relations suivantes :

$$\begin{cases} A_f = A - K_f C\\ B_f = B - K_f D \end{cases}$$
(4.20)

L'équation (4.12) avec ces nouvelles définitions nous donne l'expression du filtre de Kalman avec D=0 pour simplification :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x}) \tag{4.21}$$

il vient également l'expression de $\dot{\epsilon}$ à partir de (4.17) :

$$\dot{\epsilon} = (A - K_f C)\epsilon + [M - K_f] \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix}$$
(4.22)

Les signaux w et v perturbant le système sont des bruits blancs centrés de matrices de covariance respectives W et V (W et V sont symétriques). Soit P_f La densité spectrale de $\epsilon(t)$ et $\dot{P}_f = 0$ en régime permanent stabilisé (car A est stable). Par définition, P_f vérifie donc l'équation de Lyapunov suivante :

$$\dot{P}_f = (A - K_f C)P_f + P_f (A - K_f C)^T + \begin{bmatrix} M & -K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M^T \\ -K_f^T \end{bmatrix} (4.23)$$

il vient alors :

$$(A - K_f C)P_f + P_f (A - K_f C)^T + MWM^T + K_f V K_f^T = 0$$
(4.24)

Afin de minimiser la densité spectrale P_f de l'erreur $\epsilon(t)$, on dérive $\operatorname{tr}(\dot{P}_f)$ par rapport à la matrice gain K_f pour en trouver un minimum.

$$\frac{\partial \mathbf{tr}(P_f)}{\partial K_f} = \frac{\partial \mathbf{tr}}{\partial K_f} (AP_f - K_f CP_f + P_f A^T - P_f C^T K_f^T + MWM^T + K_f V K_f^T)$$
(4.25)

Les règles de dérivation de l'opérateur tr sont résumées en [17]. L'équation (4.25) se développe donc de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{tr}(\dot{P}_f)}{\partial K_f} = -2P_f C^T + 2K_f V \tag{4.26}$$

L'optimum étant defini par l'annulation de l'expression précédente, il vient naturellement :

$$K_f = P_f C^T V^{-1} (4.27)$$

La matrice de gain de Kalman étant maintenant définie, les équations (4.24) et (4.27) donnent :

$$(A - P_f C^T V^{-1} C) P_f + P_f (A - P_f C^T V^{-1} C)^T + M W M^T + P_f C^T V^{-1} C P_f = 0 \quad (4.28)$$

qui, développé, mène à l'équation caractéristique de Riccati propre à l'estimateur de Kalman du contrôle LQG :

$$AP_f + P_f A^T - P_f C^T V^{-1} C P_f + M W M^T = 0 (4.29)$$

avec $P_f = P_f^T > 0$. Cette équation peut être résolue de manière analytique dans certains cas, la plupart du temps les solveurs dédiés à cette équation particulière fonctionnent par itération pour générer une solution numérique optimale. Une fois la matrice P_f connue, on calcule la matrice de Kalman K_f qui multipliée à la mesure des états de P permet d'estimer le vecteur complet des positions et vitesses $[q \ \dot{q}]^T$.

4.2.3 Calcul la commande

Une fois l'estimateur de Kalman construit caractérisé par l'expression de la matrice K_f , la seconde étape consiste à définir la matrice de gain K_c caractérisant le gain entre le vecteur des états estimés $\hat{x}(t)$ et la commande u(t).

$$u = -K_c \hat{x} \tag{4.30}$$

Ce gain K_c est calculé avec les mêmes expressions que pour la synthèse LQR, c'est à dire :

$$K_c = R^{-1} B^T P_c \tag{4.31}$$

Avec P_c la matrice semi définie positive solution de l'équation :

$$P_{c}A + A^{T}P_{c} - P_{c}BR^{-1}B^{T}P_{c} + N^{T}QN = 0 (4.32)$$

La synthèse LQG exige donc la résolution de deux équations de Riccati. Le correcteur global reliant la mesure Y(s) à la commande U(s) s'écrit alors :

$$K(s) = -K_c(sI - A + BK_c + K_fC)^{-1}K_f$$
(4.33)

Sur le diagramme bloc de la figure 4.2 est représenté la structure de la commande LQG.



FIGURE 4.2 – Structure de la commande LQG associée au modèle P.

4.3 La synthèse linéaire quadratique pondérée

Le système actif conçu a pour objectif d'assister la suspension SARIB passive entre les fréquences de 15Hz et 19Hz. La matrice K_c ne comportant que des gains réels, le contrôle LQG agit donc sur toutes les fréquences. Afin de concentrer les effets du contrôle et n'agir que sur la bande de fréquence choisie, il est nécessaire d'intégrer des filtres dans la boucle fermée du système initial. Les grandeurs pouvant être pondérées fréquentiellement sont les entrées (commande u(t)) et sorties (mesure y(t)). Se pose ensuite la question du couplage avec la synthèse LQR/LQG afin de garantir la stabilité et robustesse du système en boucle fermée.

La manière la plus simple d'effectuer cette pondération est de construire un macro-système $\underline{S}(s)$ composé du système hélicoptère P et d'un filtre $W_o(s)$ en sortie de P. On définit sa représentation d'état :

$$W_o = \begin{bmatrix} A_o & B_o \\ \hline C_o & D_o \end{bmatrix}$$
(4.34)

Une réalisation minimale du macro-système PW_o s'écrit alors :

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{A_s \mid B_s} \\ \hline C_s \mid D_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_o & B_oC \mid B_oD \\ 0 & A \mid B \\ \hline C_o & D_oC \mid D_oD \end{bmatrix}$$
(4.35)

Une fois cette réalisation minimale obtenue, on peut y appliquer la théorie vue précédemment afin de générer un contrôleur (K_c, K_f) adapté au macro-système <u>S</u>. Soit le système dynamique initial P de l'hélicoptère stabilisable par synthèse linéaire quadratique, une condition suffisante afin de conserver cette propriété est d'imposer un gain de filtre inférieur ou égal à 1 sur toute la bande.

$$\left\{ ||W_o(j\omega)|| \le 1 \quad \forall \omega \in \mathbb{R}^+$$

$$(4.36)$$

La fonction $W_o(s)$ est définie comme un filtre analogique passe-bande d'ordre *n* centré à la fréquence nominale $b\Omega$ (17Hz) et de largeur de bande 4Hz ($\omega_{inf} = 15 * 2 * \pi$, $\omega_{sup} = 19 * 2 * \pi$) appliqué en sortie de *P* aux noeuds concernés par la pondération Q_x .

Enfin, un autre filtre $W_i(s)$, de la même forme que $W_o(s)$ mais non intégré au macro-système $\underline{S}(s)$ est appliqué dans la boucle de retour au niveau de la commande pour limiter tout effort en dehors de la bande de fréquence 15Hz-19Hz.

Chapitre 5 Contrôle FXLMS

Nous allons dans ce chapitre présenter deux algorithmes de contrôle de type FXLMS (Filtered-X-Least Mean Square)[12]. A la différence du contrôle robuste basé sur la théorie des systèmes d'état linéaires, ce type de contrôle fait partie des algorithmes dits adaptatifs temporels. Le système global ne peut plus être considéré comme linéaire car l'expression de la fonction de transfert caractérisant le lien entre la mesure et la commande est variable dans le temps. Le contrôleur va donc converger par itération vers une expression stable propre à la perturbation d'entrée du modèle hélicoptère P. Adapté à la suspension SARIB active, les capteurs d'erreur sont des accéléromètres placés dans la structure dont les signaux renvoyés au contrôleur forment le vecteur d'erreur à minimiser.

5.1 Le FXLMS feedforward

5.1.1 Problématique

La suspension active SARIB comporte 4 actionneurs (variable n pour la suite de la théorie) et m capteurs d'erreur. S'agissant d'un algorithme de type feedforward ce qui signifie que les signaux provenant des capteurs d'erreur ne sont pas utilisés directement pour la construction de la commande. On utilise alors un signal de référence x(t) déterministe et totalement correlé avec la perturbation d'entrée afin de générer la commande de contrôle. Cette référence est fournie directement par le signal du top rotor (front montant à chaque passage de pale dans le repère du fuselage) renseignant ainsi la fréquence de sollicitation $b\Omega$.

Le vecteur d'erreur à minimiser $\mathbf{e}(t)$ est lui généré à partir des m signaux mesurés en sortie des capteurs d'erreur (position, vitesse ou accélération des noeuds choisis). Cet algorithme effectuant une convergence dans le temps, on définit le pas de temps par la variable t_e . Nous définissons le vecteur $\mathbf{w}(t)$ des pondérations adaptatives associées aux n filtres adaptatifs comme il suit :

$$\mathbf{w}(t) \equiv [\mathbf{w}_1^T(t) \quad \mathbf{w}_2^T(t) \quad \cdots \quad \mathbf{w}_n^T(t)]^T$$
(5.1)

avec

$$\mathbf{w}_{i}(t) \equiv [w_{i,0}(t) \quad w_{i,1}(t) \quad \cdots \quad w_{i,L-1}(t)]^{T}, \qquad i \in [1,m]$$
 (5.2)

chacun des vecteurs $\mathbf{w}_n(t)$ est un vecteur colonne de longueur L, ce qui correspond à l'ordre des n filtres adaptatifs. On définit par $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^{[n \times 1]}$ le vecteur des signaux de commande des n (4) actionneurs du système :

$$\mathbf{y}(t) \equiv \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) & \cdots & y_n(t) \end{bmatrix}^T.$$
(5.3)

Sur la figure 5.1 est représenté le diagramme bloc de l'algorithme FXLMS que nous allons détailler ci-après.



FIGURE 5.1 – Diagramme bloc de l'algorithme FXLMS en feedforward.

5.1.2 Algorithme

Chaque vecteur de commande $y_n(t)$ s'obtient par le filtrage de la référence x(t) avec son filtre adaptatif correspondant $\mathbf{w}_n(t)$:

$$y_j(t) = \mathbf{w}_j^T(t)\mathbf{x}(t), \qquad j \in [1, n]; \tag{5.4}$$

avec

$$\mathbf{x}(t) \equiv [x(t) \quad x(t-t_e) \quad \cdots \quad x(t-(L-1)t_e]^T$$
(5.5)

pour vecteur de référence à tous les filtres adaptatifs. On peut alors combiner les équations (5.1), (5.3) et (5.4):

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{X}^T(t)\mathbf{w}(t) \tag{5.6}$$

où $\mathbf{X}(t)$ est une matrice diagonale par bloc (partitionnée) de dimension $[(nL) \times L]$:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{x}(t) & \mathbf{0} & \cdots \\ \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{x}(t) \end{bmatrix}$$
(5.7)

Le vecteur d'erreur $\mathbf{e}(t)$ mesuré par les m capteurs peut être exprimé comme suit :

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{d}(t) - \mathbf{y}'(t) \tag{5.8}$$

où le vecteur $\mathbf{d}(t) \equiv [d_1(t) \ d_2(t) \ \cdots \ d_m(t)]^T$ représente le vecteur des signaux de perturbation du système avec $d_i(t)$ la perturbation mesurée au $i^{ième}$ capteur d'erreur. Dans notre cas, il s'agit des perturbations harmoniques générées par le rotor et propagées à travers le fuselage de l'appareil. De même, $\mathbf{y}'(t) \equiv [y'_1(t) \ y'_2(t) \ \cdots \ y'_m(t)]^T$ représente le vecteur d'annulation de l'erreur aux capteurs avec $y'_i(t)$ signal d'annulation de la perturbation au $i^{ième}$ capteur par l'ensemble des *n* sources secondaires (actionneurs). En d'autres termes, il s'agit de l'effet de chaque actionneur de contrôle sur le signal mesuré à chaque capteur d'erreur. Ce vecteur $\mathbf{y}'(t)$ est défini ainsi :

$$\mathbf{y}'(t) = \mathbf{S}(t) * \mathbf{y}(t) \tag{5.9}$$

où \ast représente ici le produit de convolution (correspondant à la multiplication dans le domaine de Laplace). La matrice suivante :

$$\mathbf{S}(t) = \begin{bmatrix} s_{11}(t) & s_{12}(t) & \cdots & s_{1n}(t) \\ s_{21}(t) & s_{22}(t) & \cdots & s_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{m1}(t) & s_{m2}(t) & \cdots & s_{mn}(t) \end{bmatrix}$$
(5.10)

représente la matrice de dimension $[m \times n]$ de la transformée inverse de Laplace de la matrice de transfert $\mathbf{S}(s)$ entre sources secondaires et capteurs d'erreur. Chaque fonction $s_{ij}(t)$ exprimée dans le domaine de Laplace permet de définir la fonction de transfert entre un signal provenant du $j^{ième}$ actionneur et le signal mesuré au $i^{ième}$ capteur. Ces fonctions de transfert sont estimées grâce au modèle dynamique P de l'appareil défini dans le chapitre précédent. Les fonctions de transfert $s_{ij}(s)$ de l'algorithme FXLMS appartiennent à l'ensemble des fonctions de transfert des 4 actionneurs de contrôle vers les q états du modèle définies par :

$$P(s) = \left[C(sI - A)^{-1}B + D \right]$$
(5.11)

L'équation 5.9 peut être également exprimée sous la forme d'un scalaire :

$$y'_{i}(t) = s_{i1}(t) * y_{1}(t) + s_{i2}(t) * y_{2}(t) + \ldots + s_{in}(t) * y_{n}(t)$$
(5.12)

$$= \sum_{j=1}^{n} s_{ij}(t) * y_j(t), \qquad i \in [1, m];$$
(5.13)

En combinant les équations 5.6 et 5.9, le vecteur er reur défini dans l'équation 5.8 devient alors :

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{d}(t) - \mathbf{S}(t) * \mathbf{y}(t)$$
(5.14)

$$= \mathbf{d}(t) - \mathbf{S}(t) * [\mathbf{X}^{T}(t)\mathbf{w}(t)]$$
(5.15)

La fonction coût $\xi(t)$ des filtres adaptatifs est définie par la somme des erreurs quadratiques :

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^{m} E[e_i^2(t)]$$
(5.16)

En admettant que la référence x(t) soit corrélée à $\mathbf{d}(t)$, il est possible de réduire son écriture en utilisant sa nature quadratique. Ainsi on peut approximer la fonction coût par :

$$\hat{\xi}(t) = \sum_{i=1}^{m} e_i^2(t)$$
 (5.17)

$$= \mathbf{e}^{T}(t)\mathbf{e}(t) \tag{5.18}$$

A partir du gradient de la fonction coût, on peut donc itérer sur le vecteur adaptatif de pondération \mathbf{w} et estimer ses coefficients à l'état $t + t_e$:

$$\mathbf{w}(t+t_e) = \mathbf{w}(t) - \frac{\mu}{2}\nabla\hat{\xi}(t)$$
(5.19)

Tout d'abord, ce gradient exprimé par l'équation 5.17 va être calculé par rapport au $j^{ième}$ sous vecteur $\mathbf{w}_j(t)$ au temps t. Ainsi, à partir des équations 5.4, 5.8 et 5.12, il vient :

$$\nabla_j \hat{\xi}(t) = \nabla_j \sum_{i=1}^m e_i^2(t)$$
(5.20)

$$= -2\sum_{i=1}^{m} [s_{ij}(t) * \mathbf{x}(t)] e_i(t), \qquad j \in [1, n];$$
(5.21)

En assemblant l'ensemble de ces k sous vecteurs, on définit le gradient complet par l'expression suivante :

$$\nabla \hat{\xi}(t) = -2 \begin{bmatrix} s_{11}(t) * \mathbf{x}(t) & s_{12}(t) * \mathbf{x}(t) & \cdots & s_{m1}(t) * \mathbf{x}(t) \\ s_{21}(t) * \mathbf{x}(t) & s_{22}(t) * \mathbf{x}(t) & \cdots & s_{m2}(t) * \mathbf{x}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1n}(t) & s_{2n}(t) & \cdots & s_{mn}(t) \end{bmatrix} \mathbf{e}(t)$$

$$= -2[\mathbf{S}^{T}(t) \circledast \mathbf{x}(t)]\mathbf{e}(t)$$
(5.23)

Avec \circledast représentant le produit de convolution tensoriel de Kronecker. Chaque élément de $\mathbf{S}^{T}(t)$ est convolué avec $\mathbf{x}(t)$ pour construire une matrice de dimensions $[nL \times m]$. Dans le cadre du SARIB actif, on ne connaît pas parfaitement la matrice $\mathbf{S}(t)$ par modélisation, on l'estime donc par $\hat{S}(t)$ construit à partir d'identifications réelles effectuées sur appareil. Nous construisons alors la matrice des signaux de référence filtrés :

$$\mathbf{X}'(t) = \mathbf{\hat{S}}^{T}(t) \circledast \mathbf{x}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{S}}_{11}(t) \ast \mathbf{x}(t) & \hat{\mathbf{S}}_{12}(t) \ast \mathbf{x}(t) & \cdots & \hat{\mathbf{S}}_{m1}(t) \ast \mathbf{x}(t) \end{bmatrix}$$
(5.24)

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11}^{(t)} + \mathbf{x}_{11}^{(t)} + \mathbf{x}_{12}^{(t)} + \mathbf{x}_{11}^{(t)} + \mathbf{x}_{12}^{(t)} + \mathbf{x}_{11}^{(t)} + \mathbf{x}_{12}^{(t)} \\ \hat{s}_{21}(t) + \mathbf{x}_{11}(t) + \hat{s}_{22}(t) + \mathbf{x}_{11}(t) \cdots + \hat{s}_{m2}(t) + \mathbf{x}_{11}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{s}_{1n}(t) + \mathbf{x}_{11}(t) + \hat{s}_{2n}(t) + \mathbf{x}_{11}(t) + \mathbf{x}_{12}(t) + \mathbf{x}_{12}(t) \\ \mathbf{x}_{21}^{(t)} + \mathbf{x}_{22}^{(t)} + \mathbf{x}_{2m}^{(t)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}_{n1}^{(t)}(t) + \mathbf{x}_{n2}^{(t)}(t) + \mathbf{x}_{nm}^{(t)}(t) \end{bmatrix}$$
(5.25)

A présent, en substituant les équations 5.20 et 5.22 dans l'équation 5.19, nous obtenons l'équation générale de l'algorithme FXLMS :

$$\mathbf{w}(t+t_e) = \mathbf{w}(t) + \mu \mathbf{X}'(t)\mathbf{e}(t)$$
(5.27)

Cette expression peut être partitionnée en n équations indépendantes :

$$\mathbf{w}_{j}(t+t_{e}) = \mathbf{w}_{j}(t) + \mu \sum_{i=1}^{m} \mathbf{x}'_{ji}(n) e_{i}(t), \qquad j \in [1, n]$$
(5.28)

L'équation 5.28 démontre que dans l'algorithme décrit ici, l'élaboration de chaque signal de commande d'actionneur nécessite tous les signaux provenant des capteurs de mesure d'erreur, ceci devant permettre de trouver un minimum global de niveau vibratoire et non local dans la mesure où l'on dispose de suf-fisamment d'accéléromètres pour couvrir l'ensemble de la structure. Seulement, pour certaines applications, ce minimum global ne sera pas obligatoirement avantageux à rechercher. Parfois il peut convenir de décider de n'utiliser la mesure que de certains capteurs, et non la totalité pour commander un actionneur particulier. Cette démarche permet de minimiser par exemple le niveau vibratoire en une zone particulière de la structure et donc d'être plus performant localement. Ce principe peut être formalisé en employant un ensemble de n matrices de pondération indépendantes dans le but de contrôler l'influence des m signaux d'erreur sur chacun des n filtres adaptatifs

$$\mathbf{Q}_{j} \equiv \begin{bmatrix} q_{j1} & 0 & \cdots & 0\\ 0 & q_{j2} & 0 & \cdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & 0\\ 0 & \cdots & 0 & q_{jm} \end{bmatrix}, \qquad j \in [1, n];$$
(5.29)

Ainsi l'algorithme original donné dans l'équation 5.28 s'en trouve modifié pour obtenir :

$$\mathbf{w}_{j}(t+t_{e}) = \mathbf{w}_{j}(t) + \mu \sum_{i=1}^{m} \mathbf{x}'_{ji}(n) e'_{i}(t), \qquad j \in [1, n]$$
(5.30)

où

$$e_{ji}'(t) \equiv q_{ji}e_i(t) \tag{5.31}$$

est le vecteur d'erreur $e_i(t)$ pondéré par q_{ji} afin d'adapter le vecteur $\mathbf{w}_j(t)$. De plus, l'influence de ces vecteurs d'erreur peut être limitée voire annulée en définissant certains coefficients q_{ji} de l'équation 5.29 à 0.

5.2 Le FXLMS feedback

A la différence de l'algorithme présenté précédemment, le FXLMS feedback utilise les signaux provenant des m capteurs d'erreur afin de s'autogénérer une référence x(t) corrélée à la perturbation en entrée de système. Sur appareil, le top rotor n'est donc plus utilisé comme référence mais ce sont tous les signaux provenant des accéléromètres en cabine, logiquement corrélés à la perturbation qui sont utilisés en feedback afin de générer le vecteur de référence. Le signal d'erreur $\mathbf{e}(t)$ s'écrit :

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{d}(t) - \mathbf{y}'(t) \tag{5.32}$$

équivalent à cette expression :

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{d}(t) - \mathbf{S}(t) * \mathbf{y}(t)$$
(5.33)

On a donc

$$\mathbf{d}(t) = \mathbf{e}(t) + \mathbf{S}(t) * \mathbf{y}(t) \tag{5.34}$$

Il est alors possible de construire une référence $\mathbf{x}(t)$ à partir des signaux connus $\mathbf{y}(t)$ et $\mathbf{e}(t)$ avec l'équation suivante :

$$\mathbf{x}(t) \equiv \hat{\mathbf{d}}(t) \tag{5.35}$$

$$\mathbf{x}(t) \equiv \mathbf{e}(t) + \hat{\mathbf{S}}(t) * \mathbf{y}(t)$$
(5.36)

avec $\hat{\mathbf{d}}(t)$ l'estimation de la perturbation réelle $\mathbf{d}(t)$ subie par l'appareil au niveau du rotor principal.

Sur la figure 5.2 est représenté le diagramme bloc de l'algorithme FXLMS feedback. L'intérêt d'adapter cet algorithme au principe du feedback permet de l'utiliser dans de plus larges cas d'application. En effet, tous les systèmes ne se prêtent pas à une mesure directe du signal de perturbation car il peut être dans certains cas non-mesurable ou inatteignable physiquement par un capteur.



FIGURE 5.2 – Diagramme bloc de l'algorithme FXLMS en feedback.

5.3 Adaptation à la réjection harmonique sur hélicoptère

La perturbation à rejeter dans le cas d'étude de l'hélicoptère est un signal sinusoïdal de fréquence $b\Omega$ variant entre 15Hz et 19Hz. Afin de garantir le seul contrôle de cette fréquence variable par l'algorithme FXLMS, il est possible d'adapter la construction du signal de référence x(t).

Pour le rejet d'une harmonique seule de fréquence quelconque ω_0 , on définit tout d'abord l'ordre du filtre L = 2, le vecteur de référence s'écrit alors :

$$\mathbf{x}(t) = [\cos(\omega_0 t) \ \sin(\omega_0 t)]^T \tag{5.37}$$

Le vecteur des coefficients adaptatifs $\mathbf{w}(t)$ est donc de dimension $[2n \times 1]$. Deux coefficients $w_{i,0}(t)$ et $w_{i,1}(t)$ sont ainsi affectés à chaque actionneur de contrôle. Ces derniers sont alors multipliés par la référence (équation (5.37)) afin de générer un signal de commande pour chaque actionneur qui soit sinusoïdal de fréquence w_0 et d'amplitude et phase variable. Ces paramètres d'amplitude et phase sont réglés par le ratio entre les coefficients adaptatifs $w_{i,0}(t)$ et $w_{i,1}(t)$ qui eux sont mis à jour à chaque pas de temps (équation 5.27)

Le même principe s'applique également au FXLMS feedback, la référence composée du signal sinus et cosinus est générée à partir d'un capteur d'erreur (accéléromètre ou capteur d'effort) au plus près de la source de perturbations. Ce signal est ensuite déphasé de -90° (intégration et suppression d'une éventuelle composante continue) et multiplié par $1/\omega$ qui est la fréquence de l'harmonique considéré par le contrôle. Il est alors obtenu une référence sinus/cosinus $\mathbf{x}(t)$ à l'identique de l'algorithme à réjection harmonique en feedforward.

5.4 Bilan

Cette partie du mémoire de thèse dédiée à la présentation de la théorie a permis de poser les bases de la programmation des algorithmes de contrôle de la suspension SARIB active. la prochaine partie traitera de la construction du



FIGURE 5.3 – Diagramme bloc de l'algorithme FXLMS à rejection d'harmonique ω_0 en feedforward.

modèle physique de la suspension SARIB et de son couplage avec un modèle du fuselage du NH90.

Troisième partie Modélisation du système

Chapitre 6

Modèle bidimensionnel SARIB

6.1 Choix de placement de l'actionneur

Comme expliqué dans l'introduction, c'est à partir du système SARIB d'Airbus Helicopters (basé sur le DAVI) qu'est développé ici le concept d'une suspension active (brevet déposé en annexe E). Dans tout système antivibratoire actif, il convient de déterminer judicieusement le placement de l'actuation. De ce placement dépend l'efficacité du contrôle, la contrôlabilité du système et la demande en énergie de l'actuation. Les paramètres les plus importants sont le choix des ensembles dynamiques accueillant l'actionneur (partie fixe et partie mobile) ainsi que la direction de l'effort ou du couple généré. Le terme structure utilisé ici est défini comme le fuselage de l'appareil, celui-ci est lié aux batteurs de la suspension SARIB par l'intermédiaire de liaisons pivot.

Considérons un modèle à 2 degrés de liberté du système DAVI, l'actuation peut être placée en différents endroits dans la direction verticale :

- l'effort de contrôle est généré entre la BTP et la structure, on se retrouve avec une architecture véritablement parallèle entre les parties actives et passives (figure 6.1);
- l'actionneur est placé entre la BTP et la masse battante, tirant profit de l'amplification dynamique λ pour diminuer le niveau d'effort mais augmentant sa course en conséquence (figure 6.2);
- l'actionneur est placé entre la structure et la masse battante, ce système est proche du second avec une amplification dynamique d'actuation λ_u sensiblement plus élevée (figure 6.3).

Il s'agit à présent de modéliser de manière simple ces systèmes afin d'effectuer un choix pour la suite de l'étude en comparant l'effort de contrôle nécessaire à l'actionneur pour assurer une transmissibilité minimale autour de la fréquence d'antirésonance de la suspension.

6.1.1 Actionneur en parallèle du DAVI



FIGURE 6.1 – Schéma de principe du DAVI actif : actionneur entre les ensembles mécaniques et le fuselage.

variable	valeur	unité
m_b	48	[kg]
m_{em}	700	[kg]
m_f	104	[kg]
kl	$3.2 \ 10^7$	$[N.m^{-1}]$

TABLE 6.1 – Paramètres du modèle.

On place premièrement l'actionneur de contrôle entre les ensembles mécaniques et la structure comme présenté sur la figure 6.1. Les paramètres du modèle sont définis dans le tableau 6.1. La description du comportement dynamique du système s'effectue sous la formulation classique linéarisée des équations du mouvement par Newton-Euler de la forme suivante :

$$\underline{M}\ddot{q} + \underline{K}q = \underline{S}\ \underline{\tau} \tag{6.1}$$

Avec <u>M</u> la matrice de masse, <u>K</u> la matrice de raideur, <u>S</u> la matrice d'actuation, <u>q</u> le vecteur des coordonnées généralisées et <u> τ </u> les entrées du système. L'amortissement est ici volontairement négligé car très faible (amortissement structural uniquement de l'ordre de 2% sur chaque mode). On rappelle que <u>q</u> = $[z_{em} z_f]^T$, on obtient alors :

$$\begin{bmatrix} m_{em} + \lambda^2 m_b & -(\lambda - 1)\lambda m_b \\ -(\lambda - 1)\lambda m_b & m_f + (\lambda - 1)^2 m_b \end{bmatrix} \underline{\ddot{q}} + \begin{bmatrix} k_l & -k_l \\ -k_l & k_l \end{bmatrix} \underline{q} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} (6.2)$$

Avec le terme d'amplification $\lambda = c/a$. On rappelle que z_{em} et z_f représentent les positions respectives des masses m_{em} et m_f . En posant $z_f = 0$, on impose une condition d'accélération nulle au niveau du fuselage (cas idéal) permettant ainsi de déterminer l'effort U(s) nécessaire pour assurer le respect de cette condition. on calcule alors la fonction de transfert $H_1(s)$ entre l'effort de contrôle à générer pour garantir $z_f = 0$ et l'accélération des ensembles dynamiques $Z_{em}(s)s^2$:

$$H_1(s) = \frac{U(s)}{Z_{em}(s)s^2} = -\frac{(\lambda - 1)\lambda m_b s^2 + k_l}{s^2}$$
(6.3)

6.1.2 Actionneur placé entre la BTP et la masse battante



FIGURE 6.2 – Schéma de principe du DAVI actif : actionneur entre les ensembles mécaniques et la masse battante.

Sur le système schématisé en figure 6.2, l'actionneur de contrôle génère un effort entre les ensembles mécaniques et la masse battante. On définit le terme d'amplification $\lambda_u = h/a$. L'équation décrivant son mouvement est la suivante :

$$\begin{bmatrix} m_{em} + \lambda^2 m_b & -(\lambda - 1)\lambda m_b \\ -(\lambda - 1)\lambda m_b & m_f + (\lambda - 1)^2 m_b \end{bmatrix} \ddot{\underline{q}} + \begin{bmatrix} k_l & -k_l \\ -k_l & k_l \end{bmatrix} \underline{q} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda_u & 1 \\ -(1 - \lambda_u) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} 6.4$$

On pose de nouveau $z_f = 0$, la fonction de transfert $H_2(s)$ s'écrit alors :

$$H_2(s) = \frac{U(s)}{Z_{em}(s)s^2} = -\frac{(\lambda - 1)\lambda m_b s^2 + k_l}{(\lambda_u - 1)s^2}$$
(6.5)

L'intérêt d'une telle architecture apparait clairement dans le dénominateur de $H_2(s)$ à travers le rapport λ_u qui permet bien de diminuer l'effort de contrôle nécessaire.

6.1.3 Actionneur placé entre la structure et la masse battante



FIGURE 6.3 – Schéma de principe du DAVI actif : actionneur entre la structure et la masse battante.

Sur le système schématisé en figure 6.3, l'actionneur de contrôle génère un effort entre la structure et la masse battante. L'équation décrivant son mouvement

est la suivante :

$$\begin{bmatrix} m_{em} + \lambda^2 m_b & -(\lambda - 1)\lambda m_b \\ -(\lambda - 1)\lambda m_b & m_f + (\lambda - 1)^2 m_b \end{bmatrix} \frac{\ddot{q}}{l} + \begin{bmatrix} k_l & -k_l \\ -k_l & k_l \end{bmatrix} \underline{q} = \begin{bmatrix} -\lambda_u & 1 \\ \lambda_u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} (6.6)$$

On pose de nouveau $z_f = 0$, la fonction de transfert $H_3(s)$ s'écrit alors :

$$H_3(s) = \frac{U(s)}{Z_{em}(s)s^2} = -\frac{(\lambda - 1)\lambda m_b s^2 + k_l}{\lambda_u s^2}$$
(6.7)

6.1.4 L'effort de contrôle : le critère principal

Maintenant que ces fonctions de transfert $H_i(s)$ ont été déterminées de manière analytique, leur norme est présentée en figure 6.4 entre 10 et 30Hz pour un λ donné de 8. Ce qui apparaissait déjà dans leur expression mathématique est clairement visible sur ce graphe, le fait de placer l'actionneur sur la masse battante (solutions n°2 et n°3) présente un intéret indéniable quant au niveau d'effort de contrôle demandé. Ces solutions tirent profit de l'amplification dynamique λ_u , exactement à la façon du rapport λ pour le système passif afin de générer des efforts importants au niveau de la structure pour contrer la sollicitation principale w.



FIGURE 6.4 – Effort de contrôle nécessaire U(s) normé par l'accélération de la BTP $Z_{em}(s)s^2$ assurant une transmissibilité nulle au système.

On observe également sur la figure 6.5 l'influence du paramètre λ_u sur la norme de l'effort U(s) qui pourrait se résumer de la manière suivante pour la solution n°2 :

$$\lim_{\lambda_u \to 1} U(s) = +\infty \quad , \quad \lim_{\lambda_u \to +\infty} U(s) = 0 \quad \forall \omega \in \mathbb{R}^{+*}$$
(6.8)

De même pour la solution n°3

$$\lim_{\lambda_u \to 0} U(s) = +\infty \quad , \quad \lim_{\lambda_u \to +\infty} U(s) = 0 \quad \forall \omega \in \mathbb{R}^{+*}$$
(6.9)



FIGURE 6.5 – Influence du paramètre λ_u sur l'effort de contrôle nécessaire U(s) assurant une transmissibilité nulle au système n°2.

Toutefois, la diminution des efforts de contrôle rendue possible par l'amplification dynamique λ_u va de pair avec l'augmentation de la course et accélération demandée à l'actionneur. Un compromis est donc nécessaire pour ce type de solution entre l'effort de contrôle et le déplacement relatif entre la masse battante et le support de l'actionneur.

D'autres contraintes d'intégration sont également à prendre en compte pour le choix du principe d'actuation du SARIB actif :

- encombrement disponible autour du batteur et sa masse battante. Nous sommes dans une zone acollée à la BTP, limitée en dessous par le plancher mécanique et particulièrement encombrée par de nombreux éléments comme les servo-commandes, des durites, etc...
- la masse de l'actuation dictée par la technologie choisie et l'énergie qui sera à fournir. La masse d'un système est évidemment un critère prépondérant en aéronautique. L'objectif étant d'avoir une suspension active SARIB dont la masse totale est inférieure à la suspension passive (48kg de masse battante) additionnée de 20kg pour l'actuation.

Les solutions 2 et 3 sont celles demandant le moins d'effort d'actuation. Cependant la solution n°3 imposerait d'appuyer un partie de l'actuation sur le plancher mécanique de l'appareil, volontairement souple sur l'axe vertical à cet endroit, ce qui est donc rédhibitoire pour l'application d'un effort de contrôle. Sur la base des observations analytiques présentées précédemment ainsi que de la faisabilité de l'intégration physique du système a donc été choisie la solution n°2 pour concevoir le SARIB actif.

6.2 Application du DAVI actif au SARIB Airbus Helicopters

Le placement de l'actionneur d'un point de vue modèle (ensembles dynamiques faisant support et direction de l'effort) ayant été déterminé, la solution n°2 est à présent transposée au système SARIB d'Airbus Helicopters équipant les appareils Tigre et NH90. Comme présenté sur la figure 6.6, l'actionneur est placé entre la BTP et la masse battante (comparer avec la figure 2.3), les paramètres du modèle sont listés dans le tableau 6.2.

variable	valeur	unité
m_b	7.8	[kg]
J_b	0.248	$[kg.m^2]$
m_{be}	8	[kg]
k_b	1.06 10 ⁸	$[N.m^{-1}]$
k_p	1.7 10 ⁸	$[N.m^{-1}]$
k_l	$9.0899 \ 10^4$	$[N.m^{-1}]$
k_{le}	$3 \ 10^5$	$[N.m^{-1}]$

TABLE 6.2 – Paramètres du modèle SARIB.



FIGURE 6.6 – Schéma d'architecture du SARIB actif.

 m_b et J_b représentent ici les caractéristiques de masse et d'inertie du batteur SARIB, la raideur du batteur supportant la masse battante m_{be} est représentée par le paramètre k_{le} . k_b représente la raideur de barre BTP en série avec ses paliers élastomères reliant la boîte de transmission principale au batteur. La lame flexible reliée en D à la BTP a pour raideur équivalente en flexion la variable k_l . Enfin, les paliers reliant le batteur SARIB à la structure sont modélisés par la raideur k_p .

Le choix de ne pas considérer l'ensemble batteur-masse battante comme une seule pièce rigide est justifié par le rapport entre la raideur de la k_l et la raideur k_{le} . Dans les faits, on a :

$$\frac{k_{le}}{k_l} \approx 3 \tag{6.10}$$

La raideur du batteur influe non seulement sur l'efficacité de l'antirésonance (augmentation de la transmissibilité) mais également sur sa fréquence ω_0 , car celle-ci devient fonction de la raideur équivalente globale définie par (k_l, k_{le}, λ) .

On appelle le modèle bidimensionnel défini en figure 6.6 une unité SARIB. Sur appareil, une suspension complète comporte quatre de ces unités individuelles ainsi qu'une membrane flexible en fond de BTP. Ce modèle 2D va donc à présent être intégré à un modèle complet tridimensionnel du système.

Chapitre 7

Modèle tridimensionnel à fuselage rigide

7.1 Introduction à l'architecture globale du système

Dans ce chapitre va être présenté la modélisation de la suspension active complète SARIB. Il convient à présent d'identifier les ensembles dynamiques intervenant de manière majeure dans la dynamique complète du système. Sur la figure 7.1 est représenté le plancher mécanique de l'appareil NH90. On peut y distinguer la BTP supportant le mât rotor ainsi que les deux moteurs placés en position arrière. Ces trois premiers ensembles sont reliés par les trompettes, des joints universels souples assurant un désalignement maitrisé dans la transmission. Les quatres unités SARIB sont reconnaissables aux quatres barres BTP (FR, FL, RR, RL).



FIGURE 7.1 – Intégration du SARIB sur hélicoptère NH90.

Le modèle complet comportera donc les ensembles suivants :

- L'ensemble boîte de transmission principale et rotor combiné en un seul solide rigide de caractéristiques inertielles m_1, \underline{J}_1
- Les quatres batteurs SARIB $(m_{3i}, \underline{J}_{3i})$ avec $i \in [FR, FL, RR, RL]$ (Front Right, Front Left, Rear Right, Rear Left)
- Les quatres masses battantes $(m_{6i}, \underline{J}_{6i})$ considérées désolidarisées de leur batteur afin de prendre en compte sa raideur
- Les deux moteurs $(m_{5R}, \underline{J}_{5R})$ et $(m_{5L}, \underline{J}_{5L})$ reliés à la BTP par les trompettes
- La structure (m_4, \underline{J}_4) qui sera pour le moment considérée comme infiniment rigide

Le modèle est présenté de manière schématique en figure 7.2 sur laquelle on retrouve les éléments cités précédemment.



FIGURE 7.2 – Modèle tridimensionnel de la suspension SARIB avec géométrie appareil.

7.2 Mise en place théorique du modèle

La figure 7.3 présente la BTP avec une seule des 4 unités SARIB (FL) ainsi que la structure avec les centres d'inertie et raideurs de liaisons entre les ensembles dynamiques du modèle.



FIGURE 7.3 – Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°1 - centres d'inertie et raideurs de liaisons.

Comme présenté dans le chapitre précédent, les batteurs sont reliés tout d'abord à la structure par l'intermédiaire de paliers élastomères (raideur k_p). L'équivalent de la liaison pivot souple au niveau des ferrures est garanti par la raideur angulaire $k_{p\theta}$. Les barres BTP ont quant à elle une raideur k_b et une longueur l_{0j}

(dissymétrie de longueur de barres avant/arrière). Elles ne sont pas représentées par des solides avec une masse et inertie afin de simplifier le modèle final. Les batteurs sont également lié à la BTP par leur lame flexible représentée par la raideur équivalente de flexion k_l . Chaque masse battante liée de manière souple à son batteur par la raideur k_{le} qui peut se décomposer en 3 raideurs dans les trois directions de l'espace ainsi de 3 raideurs angulaires sur les 3 angles de rotation élémentaires

 u_i représente l'effort de contrôle délivré par chacun des 4 actionneurs entre la BTP (corps n°1) et les masses battantes. Le corps 1, représentant la BTP avec le rotor est lié à la structure par l'intermédiaire d'une membrane flexible. La raideur radiale de cette pièce et représentée par k_m . Les raideurs angulaires $k_{m\phi\theta}$ et $k_{m\psi}$ contraignent quant à elles les rotations entre la BTP et la structure.

La figure 7.4 présente l'ensemble BTP-rotor avec les 2 moteurs situés en position arrière. Les trompettes sont représentées par les raideurs k_u et k_{θ} . Les liaisons assurant le support des moteurs par la structure sont les biellettes moteur souple k_r de longueur initiale l_{r0} .



FIGURE 7.4 – Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°2 - centres d'inertie et raideurs de liaisons.

La formulation utilisée pour la mise en équation du modèle analytique est celle tirée de [13]. Tout d'abord, on fixe le repère de l'espace \vec{e}_0 comme référence. Ses composantes sont définies par :

$$\overrightarrow{\underline{e}}^{0} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{e}_{1}^{0} & \overrightarrow{e}_{2}^{0} & \overrightarrow{e}_{3}^{0} \end{bmatrix}^{T}$$

$$(7.1)$$

Avec $j \in L$ défini comme l'ensemble des corps du modèle :

$$L = \{1, 3FR, 3FL, 3RR, 3RL, 4, 5R, 5L, 6FR, 6FL, 6RR, 6RL\}$$
(7.2)

Soit \overrightarrow{e}^{j} le repère orthonormé local associé à chaque corps de l'ensemble L. On définit alors la matrice de rotation \underline{A}^{j0} de dimension $[3 \times 3]$ telle que :

$$\overrightarrow{\underline{e}}^{j} = \underline{A}^{j0} \overrightarrow{\underline{e}}^{0} \tag{7.3}$$

Soit ϕ l'angle associé à la rotation d'axe \overrightarrow{e}_1 , θ l'angle associé à la rotation d'axe \overrightarrow{e}_2 et ψ l'angle associé à la rotation d'axe \overrightarrow{e}_3 . Afin de pouvoir écrire chaque matrice de rotation \underline{A}^{j0} , on utilise les angles de Tait-Bryant (communs en dynamique véhicule et dynamique du vol). La séquence des 3 rotations élémentaires associée à chaque solide est donc (ψ, θ, ϕ) et toute matrice de rotation \underline{A}^{j0} s'écrit alors :

$$\frac{\underline{A}^{j0}(\psi,\theta,\phi) =}{\begin{bmatrix} \cos(\theta_j)\cos(\psi_j) & \cos(\theta_j)\sin(\psi_j) & -\sin(\theta_j)\\ \cos(\psi_j)\sin(\theta_j)\sin(\phi_j) - \cos(\phi_j)\sin(\psi_j) & \cos(\phi_j)\cos(\psi_j) + \sin(\theta_j)\sin(\phi_j)\sin(\psi_j) & \cos(\theta_j)\sin(\phi_j)\\ \cos(\phi_j)\cos(\psi_j)\sin(\theta_j) + \sin(\phi_j)\sin(\psi_j) & -\cos(\psi_j)\sin(\phi_j) + \cos(\phi_j)\sin(\theta_j)\sin(\psi_j) & \cos(\theta_j)\cos(\phi_j) \end{bmatrix}} (7.4)$$

Le vecteur des vitesses angulaires $\underline{\omega}^j$ du repère $\overline{\underline{e}}^j$ par rapport au repère référence $\overline{\underline{e}}^0$ s'exprime donc ainsi :

$$\underline{\omega}^{j} = [\dot{\phi}_{j} \ \dot{\theta}_{j} \ \dot{\psi}_{j}]^{T} \tag{7.5}$$

Le vecteur position du centre d'inertie de chaque ensemble j exprimé dans le repère de référence \underline{e}^{0} est défini par $\overrightarrow{r}_{CMj}^{0}$ tel que;

$$\overrightarrow{r}_{CMj}^{0} = \underline{r}_{CMj}^{0} \overrightarrow{\underline{r}}_{\underline{\ell}}^{0}$$

$$(7.6)$$

$$= [x_j \ y_j \ z_j] \vec{\underline{e}}^0 \tag{7.7}$$

On définit alors le vecteur \underline{q} des coordonnées généralisées rassemblant l'ensemble des coordonnées des centres d'inertie de tous les solides du modèle. Appliqué à notre étude, on a donc :

$$\underline{q} = [x_1, y_1, z_1, \psi_1, \theta_1, \phi_1 \dots x_j, y_j, z_j, \psi_j, \theta_j, \phi_j]^T \forall j \in L$$

$$(7.8)$$

La matrice d'inertie \underline{J}_j exprimée au centre d'inertie de chaque corps j dans son repère associé s'exprime ainsi :

$$\underline{J}_{CM}^{j} = \begin{bmatrix} J_{11}^{j} & 0 & 0\\ 0 & J_{22}^{j} & 0\\ 0 & 0 & J_{33}^{j} \end{bmatrix}$$
(7.9)

Les figures 7.5 et 7.6 présentent respectivement les mêmes ensembles que les figures 7.3 et 7.4. Sur ces schémas sont représentés tous les vecteurs \overrightarrow{b}_{kj} allant du centre d'inertie de chaque corps j vers le centre de la liaison indicée k. Ces vecteurs sont exprimés par définition en coordonnées relatives dans le référentiel du corps associé :

$$\overrightarrow{b}_{kj}^{j} = \underline{b}_{kj}^{j} \overline{\underline{e}}^{T} \overrightarrow{\underline{e}}^{j}$$

$$(7.10)$$

$$= [b_{kjx} \ b_{kjy} \ b_{kjz}] \overrightarrow{\underline{e}}^{j} \tag{7.11}$$

7.3 Dynamique du système multi-corps

Les variables et la géométrie du modèle étant à présent posées, on peut poser les équations liées au comportement dynamique de l'ensemble. C'est l'approche Lagrangienne qui sera utilisée afin d'arriver aux équation de Newton-Euler, ce choix s'explique simplement par sa facilité d'application au calcul formel sur les modèles analytiques de grande taille.



FIGURE 7.5 – Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°1 - vecteurs de liaison entre les ensembles.



FIGURE 7.6 – Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°2 - vecteurs de liaison entre les ensembles.

7.3.1 Energie cinétique

La première étape consiste en la formulation de l'expression de l'énergie cinétique totale T du système. Cette expression comporte les termes de l'énergie cinétique de translation et l'énergie cinétique de rotation de chaque corps du système. Pour chaque corps j, on a donc :

$$T_j = \frac{1}{2} m_j \, \dot{\vec{r}}_{CMj} \cdot \, \dot{\vec{r}}_{CMj} + \frac{1}{2} \, \vec{\omega}^j \cdot \, \vec{H}_{CMj} \tag{7.12}$$

avec \overrightarrow{H}_{CMj} le moment angulaire défini au centre d'inertie du corps j par :

$$\vec{H}_{CMj} = \vec{\omega}^j \cdot \underline{J}_{CM}^j \tag{7.13}$$

Ce qui permet d'exprimer l'équation 7.12 en ces termes :

$$T_j = \frac{1}{2} m_j \overrightarrow{r}_{CMj} \cdot \overrightarrow{r}_{CMj} + \frac{1}{2} (\underline{\omega}^j \cdot \underline{\omega}^j) \cdot \underline{J}_{CM}^j$$
(7.14)

L'énergie totale est donc la somme des énergies cinétiques du système :

$$T = \sum_{j} T_{j} \quad \forall j \in L \tag{7.15}$$

7.3.2 Energie potentielle

On exprime à présent l'énergie potentielle V du système. Celle-ci est divisée en deux termes à savoir l'énergie interne U^{in} (élastique) et l'énergie potentielle des forces conservatives externes V^{ex} (gravité). L'objectif étant d'obtenir les petits mouvements autour de la position d'équilibre, les termes de gravité ne seront pas pris en compte dans l'étude présentée ci-après. L'expression de V dépend donc uniquement de l'énergie potentielle élastique des liaisons souples du système.

On exprime tout d'abord l'ensemble des vecteurs \overrightarrow{c}_k traduisant la distance entre les deux points d'ancrage de la liaison souple k sur les corps j et j' par la boucle fermée suivante :

$$\overrightarrow{r}_{CMj} + \overrightarrow{b}_{kj} + \overrightarrow{c}_k - \overrightarrow{b}_{kj'} - \overrightarrow{r}_{CMj'} = \overrightarrow{0}$$
(7.16)

avec $\overrightarrow{b}_{kj} = \underline{b}_{kj}^{T} \underline{A}^{j0} \overrightarrow{\underline{e}}^{0}$

On peut alors écrire l'expression développée suivante :

$$\overrightarrow{c}_{k} = (\underline{r}_{CMj'}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{kj'}^{j'}{}^{T}\underline{A}^{j'0} - \underline{b}_{kj}^{j}{}^{T}\underline{A}^{j0} - \underline{r}_{CMj}^{0}{}^{T})\overrightarrow{\underline{e}}^{0}$$
(7.17)

L'énergie potentielle élastique U_k^{in} associée à la liaison souple d'indice k s'exprime alors ainsi :

$$U_k^{in} = \frac{1}{2} k_k (\overrightarrow{c}_k \cdot \overrightarrow{c}_k) \tag{7.18}$$

Avec k_k la raideur associée à la liaison k. L'énergie potentielle totale est donc la somme des énergie potentielles élastiques associées à chaque liaison souple

$$V = \sum_{k} U_k^{in} \tag{7.19}$$
7.3.3 Forces non-conservatives

La dernière énergie du système est celle provenant des forces non-conservatives (perturbations d'entrée, efforts de contrôle) appelée \underline{Q}^{nc} . Son expression dépend des efforts et couples d'entrée du système (amplitude et direction) ainsi que leur point d'application sur les différents solides.

Soit une force \overrightarrow{F}_{Oj} appliqué au point O du corps j et $\overrightarrow{M_j}$ un couple appliqué au même corps. On définit tout d'abord le vecteur $\overrightarrow{b}_{F_{Oj}}$ comme le vecteur allant du centre d'inertie du corps j au point O dans le référentiel local \overrightarrow{e}^j . On définit ensuite le vecteur \overrightarrow{r}_{Oj} de la manière suivante :

$$\overrightarrow{r}_{Oj} = \overrightarrow{r}_{CMj} + \overrightarrow{b}_{F_{Oj}}$$
(7.20)

On définit également le vecteur $\underline{\theta}_j$ des angles associés aux axes sur lesquels sont exercés les composantes du couple M_j et $\underline{\overrightarrow{\omega}}_j(\underline{\theta}_j)$ le vecteur de ces axes. Dans notre cas, on a :

$$\underline{\theta}_j = \begin{bmatrix} \psi_j & \theta_j & \phi_j \end{bmatrix} \tag{7.21}$$

L'énergie \underline{Q}_{j}^{nc} liée aux forces non-conservatives sur le corps j s'exprime alors ainsi :

$$\underline{Q}_{j}^{nc} = \left(\frac{\partial \overrightarrow{r}_{Oj}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{F}_{Oj} + \left(\frac{\partial \underline{\theta}_{j}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \overrightarrow{\underline{\omega}}_{j}(\underline{\theta}_{j}) \cdot \overrightarrow{M}_{j}$$
(7.22)

L'énergie totale liées aux forces non conservatives du système est le vecteur \underline{Q}^{nc} de dimension N (nombre de degrés de liberté du modèle) et s'exprime de la manière suivante :

$$\underline{Q}^{nc} = \sum_{j} \underline{Q}_{j}^{nc} \tag{7.23}$$

L'amortissement interne au système fait également partie des forces non conservatrice (énergie de dissipation). Cependant, il n'apparaît pas à ce stade de la modélisation pour des raisons de simplicité de mise en oeuvre car il est très faible. En effet l'amortissement lié au système étudié est très majoritairement structural, on préfèrera donc un amortissement modal proportionnel plutôt que l'intégration d'amortisseurs en parallèle de chaque raideur de liaison pour plus d'homogénéité dans le comportement fréquentiel du modèle.

7.3.4 Equation de Lagrange

Les différentes énergies du système étant à présent exprimées, on utilise la célèbre équation de Lagrange donnée par :

$$\frac{d}{dt}\left(T_{,\underline{\dot{q}}}\right) - T_{,\underline{q}} + V_{,\underline{q}} = \left(\underline{Q}^{nc}\right)^{T}$$
(7.24)

Cette équation de vecteurs de dimension N peut être reformulée de la manière suivante :

$$\underline{M}(q)\underline{\ddot{q}} + \underline{H}(q,\underline{\dot{q}}) = \underline{S}(q)\underline{\tau}$$
(7.25)

Avec $\underline{M}(\underline{q})$ la matrice de masse dépendante en général des coordonnées généralisées. La matrice $\underline{H}(\underline{q}, \underline{\dot{q}})$ regroupe les termes de raideur et amortissement ainsi que les termes liés aux effets de Coriolis. $\underline{S}(\underline{q})$ est la matrice d'actuation définissant les directions généralisées des force et couples $\underline{\tau}$ appliqués au système.

Linéarisation

En l'état ce système n'est pas linéaire car la matrice \underline{M} dépend encore des coordonnées \underline{q} . Pour ce faire, le système doit fonctionner autour d'une position d'équilibre et avec de faibles variations de position. On dissocie alors le vecteur \underline{q} en une partie représentant la position d'équilibre et une perturbée, variant dans le temps :

$$q(t) = q_e + q_I(t) \tag{7.26}$$

Avec $\underline{q}_l(t)$ considéré comme petites variations. En posant $\underline{\dot{q}}_e = \underline{0}$, on peut écrire l'équation 7.25 de la manière suivante :

$$\underline{M}(\underline{q}_e + \underline{q}_l)\underline{\ddot{q}}_l + \underline{H}(\underline{q}_e + \underline{q}_l, \underline{\dot{q}}_l) = \underline{S}(\underline{q}_e + \underline{q}_l)\underline{\tau}$$
(7.27)

On dérive cette équation par rapport aux coordonnées généralisées \underline{q} en négligeant les termes d'ordre supérieur à un. Les expressions comportant des fonctions trigonométriques de \underline{q} sont ensuite linéarisées autour de \underline{q}_e . On obtient alors les matrices constantes de masse \underline{M} , raideur \underline{K} et actuation \underline{S} telles que :

$$\underline{M} = \underline{M}(\underline{q}_e) \qquad \underline{K} = \frac{\partial \underline{H}}{\partial \underline{q}}(\underline{q}_e, \underline{0}) \qquad \underline{S} = \underline{S}(\underline{q}_e) \tag{7.28}$$

Le comportement dynamique du système avec amortissement négligé se traduit alors par l'expression :

$$\underline{M}\underline{\ddot{q}}_l + \underline{K}\underline{q}_l = \underline{S}\ \underline{\tau} \tag{7.29}$$

Matrice d'amortissement

Afin de calculer la matrice \underline{D} d'amortissement, on utilise la théorie de l'amortissement modal proportionnel. En effet, l'amortissement présent dans le système dynamique modélisé est uniquement dû à l'amortissement structural des corps métalliques qui le constituent. Il est donc faible et homogène sur tous les modes de la structure ce qui justifie d'utiliser cette méthode. En utilisant les matrices \underline{K} et \underline{M} , on détermine la matrice des déformées de modes $\underline{\Phi}$. La masse modale et la raideur modale sont données par :

$$\begin{cases}
\underline{M}_{mod} = \underline{\Phi}^T \ \underline{M} \ \underline{\Phi} \\
\underline{K}_{mod} = \underline{\Phi}^T \ \underline{K} \ \underline{\Phi}
\end{cases}$$
(7.30)

Soit ξ_i le coefficient d'amortissement du $i^{\grave{e}me}$ mode. Dans notre cas, on choisira par défaut un amortissement modal de 2% ($\xi = 0.02$) représentant l'amortissement structural présent dans le système. Cette valeur est déterminée par des essais de type shake-test effectués sur la structure réelle de l'appareil NH90. La matrice d'amortissement modal \underline{D}_{mod} est une matrice diagonale de la forme suivante :

$$\underline{D}_{mod} = \operatorname{diag}\left(2\xi_i \sqrt{\underline{K}_{mod\ i}\ \underline{M}_{mod\ i}}\right) \tag{7.31}$$

Finalement, la matrice d'amortissement du modèle est donnée par :

$$\underline{D} = (\underline{\Phi}^T)^{-1} \underline{D}_{mod} \underline{\Phi}^{-1} \tag{7.32}$$

L'équation finale de la dynamique du modèle est donc la suivante :

$$\underline{M}\underline{\ddot{q}}_{l} + \underline{D}\underline{\dot{q}}_{l} + \underline{K}\underline{q}_{l} = \underline{S}\ \underline{\tau}$$

$$(7.33)$$

Mode de suspension	Fréquence
roulis	13.98 [Hz]
pompage	14.55 [Hz]
tangage	15.15 [Hz]
mode de batteur antisymétrique	24.03 [Hz]

TABLE 7.1 – Paramètres du modèle.



FIGURE 7.7 – Modes de suspension SARIB.

7.4 Validation du comportement

7.4.1 Modes de suspension SARIB

Le modèle final comporte donc 12 corps rigides soit 72 degrés de liberté. Les modes caractéristiques de la suspension sont listés dans le tableau 7.1 et leurs déformées principales sont représentées sur la figure 7.7.

7.4.2 Transmissibilités

Afin de caractériser le comportement passif de la suspension, on observe les fonctions de transfert en accélération entre la BTP et la structure. On détermine la réponse en fréquence du modèle pour chaque corps rigide (position du centre d'inertie et angles de Tait-Bryant) :

$$q(j\omega) = (-\underline{M}\omega^2 + j\omega\underline{D} + \underline{K})^{-1}\underline{S} \ \underline{\tau}(j\omega)$$
(7.34)

Soit la transmissibilité $H_i(j\omega)$ définie comme le ratio de la réponse fréquentielle sur l'axe *i* de la structure sur celle de la BTP, on a alors :

$$H_i(j\omega) = \frac{q_4(j\omega)^i}{q_1(j\omega)^i} \tag{7.35}$$

Sur la figure 7.8, on retrouve la transmissibilité de la suspension SARIB passive en accélération linéaire dans les trois directions de l'espace. On note que le système ainsi réglé présente bien une anti-résonance aux alentours de 17Hz sur les axes x, y et z ce qui valide l'architecture passive de la suspension. On remarquera toutefois que les fréquences de transmissibilité minimale sont légèrement différentes dans les 3 directions et ce, dû à la géométrie même du système.



FIGURE 7.8 – Transmissibilité en accélération linéaire de la suspension SARIB passive (axes x, y et z) - modèle à fuselage rigide.



FIGURE 7.9 – Transmissibilité en accélération angulaire de la suspension SARIB passive (angles ϕ , θ et ψ) - modèle à fuselage rigide.

La transmissibilité en accélération angulaire entre la BTP et la structure est présentée sur la figure 7.9. On retrouve le même comportement que pour la transmissibilité en accélération linéaire avec des antirésonances proches de 17Hz pour les angles de roulis et tangage (respectivement ϕ et θ). Cependant on remarque l'effet nul du SARIB sur l'angle ψ (rotation sur l'axe du mât rotor) grâce à la raideur en torsion importante de la membrane dans le plan du plancher mécanique.

Les gains d'atténuation à la fréquence d'antirésonance sont résumés dans le tableau 7.2.

7.4.3 Efforts de liaison

Les efforts élastiques ${\cal F}_k$ dans les liaisons souples k du modèle peuvent être calculés de la manière suivante :

$$\|F_k\| = \|\overrightarrow{c}_k\| . K_k \tag{7.36}$$

axe	fréquence $[Hz]$	gain
x	17.27 [Hz]	0.026
y	17.19 [Hz]	0.01
z	16.43 [Hz]	0.037
ϕ	$19.42 \ [Hz]$	0.019
θ	18.38 [Hz]	0.004

TABLE 7.2 – Fréquences d'antirésonance de la suspension SARIB et gains d'atténuation.

Le modèle comporte des raideurs très élevées sur certaines liaisons (barre BTP, ferrures, biellettes de support moteur), ce qui provoque donc de très petits déplacements entre les corps rigides. On observe alors de fortes imprécisions numériques sur le calcul des efforts élastiques et une autre méthode de calcul est nécessaire. Pour ce faire, on isole le corps concerné et lui applique Newton-Euler afin de déterminer ses équations du mouvement en fonction des efforts d'entrée.

Son accélération linéaire et angulaire ainsi que certains efforts de liaison (raideur faible $\leq 10^6 \ N.m^{-1}$) étant considérés comme fiables, on remonte ainsi aux efforts d'entrée du corps et donc aux efforts de liaison inconnus. Les équations de base suivantes sont donc exploitées, tout d'abord Newton :

$$\sum \vec{F}_j = m_j \cdot \ddot{\vec{r}}_{CMj} \tag{7.37}$$

Puis Euler :

$$\sum \vec{M}_j = \vec{M}_{CMj} \tag{7.38}$$

avec :

$$\overrightarrow{M}_{CMj} = \underline{J}_{CM}^{j} \cdot \overrightarrow{\omega}^{j} + \overrightarrow{\omega}^{j} \times \left(\underline{J}_{CM}^{j} \cdot \overrightarrow{\omega}^{j} \right)$$
(7.39)

Pour plus de précision lors du calcul, on peut déterminer le moment dynamique \overrightarrow{M} en un des points p d'application des raideurs de liaison, on élimine ainsi 3 inconnues dans les équations d'Euler. Le moment dynamique en un point p quelconque d'un solide j s'exprime ainsi :

$$\vec{M}_p^j = \vec{M}_{CMj} + m_j (\vec{r}_{CMj/p} \times \ddot{\vec{r}}_{CMj})$$
(7.40)

Dans le cas du modèle considéré, cette méthode a été nécessaire afin de déterminer plus précisément les efforts dans les barres BTP, les ferrures et les biellettes de support moteur. On isole ainsi les quatres batteurs ainsi que les deux moteurs et les équations de Newton-Euler sont formulées. Pour plus de précision dans le calcul, le moment dynamique de chaque batteur a été formulé au point C de liaison avec la structure (ferrure) et non au centre d'inertie.



FIGURE 7.10 – Efforts dans les liaisons élastiques du modèle et transmissibilité T_f en effort entre chaque barre BTP et sa ferrure associée.

Sur la figure 7.10 sont présentés les efforts dans les liaisons élastiques majeures du modèle pour une sollicitation sinusoïdale en tête rotor d'amplitude 8000N et de direction verticale $(\overrightarrow{e'}_3)$. Sur chacun des efforts représentés, on retrouve une présence constante du mode de suspension SARIB (résonance des batteurs et masses battantes avec la lame flexible) à la fréquence de 14.55Hz. L'antirésonance s'observe quant à elle principalement sur l'effort barre et l'effort ferrure. Un phénomène intéressant à observer est la légère dissymétrie existant entre l'antirésonance avant et arrière sur les ferrures et barres qui s'explique par la géométrie du modèle. De même, l'antirésonance au niveau des ferrures est sensiblement décalée en fréquence (0.1Hz) par rapport à celle que l'on peut observer au niveau des barres BTP, décalage qui se retrouve dans les transmissibilités calculées $T_{f \ FR}$, $T_{f \ FL}$, $T_{f \ RR}$ et $T_{f \ RL}$ (transmissibilité minimale à l'avant à 18.9Hz et à l'arrière à 18.8Hz).

Il est important de noter qu'il existe un décalage en fréquence de 10% entre les antirésonances sur les transmissibilités en effort (autour de 18.8Hz) et celles en accélération (autour de 17Hz). Par conséquent, dans une phase ultérieure de contrôle actif de la suspension, il sera évident qu'une optimisation à partir d'accéléromètres ou capteurs d'effort donnera différents résultats pour ce qui est du contrôleur.

Chapitre 8

Modèle tridimensionnel complet à fuselage souple

Le modèle analytique de la suspension active SARIB construit défini dans le chapitre précédent considère un fuselage rigide, uniquement représenté par un centre de gravité, une masse, une matrice d'inertie ainsi que les différents points d'ancrage des ferrures, de la membrane et des moteurs. Cette représentation simplifiée permet de valider le comportement en passif de la suspension et constitue une première base pour simuler le comportement du système actif.

Cependant, ce modèle simplifié ne permet pas d'estimer des niveaux vibratoires dans la structure qui soient représentatifs en tous points du comportement dynamique du fuselage réel de l'appareil. Afin de gagner en représentativité, le solide 4 du modèle précédent est remplacé par un modèle de l'appareil provenant de la méthode des éléments finis (voir [16]). Ces modèles comportant en général de très nombreux degrés de liberté, il est condensé pour ne comporter que quelques noeuds de mesure ainsi que les noeuds de liaison servant à effectuer le couplage avec le modèle analytique de la suspension active SARIB.

8.1 Adaptation du modèle analytique

Afin de réaliser ce couplage, plusieurs modifications doivent être apportées au modèle analytique initial. Soit n le nombre de noeuds communs entre les deux modèles à coupler. Le structure rigide (corps 4) est remplacée par ces n noeuds de liaison, chacun ayant 3 degrés de liberté dans l'espace :

- 4 noeuds $\{n_{fFL}, n_{fFR}, n_{fRR}, n_{fRL}\}$ représentant les 4 ferrures liant les batteurs à la structure chacun ayant les 3 degrés de liberté en translation dans l'espace.
- 1 noeud n_{mem} sous la BTP représentant la membrane flexible ayant 6 degrés de liberté (3 translations et les 3 rotations de la membrane).
- 4 noeuds $\{n_{ele}, n_{ere}, n_{eli}, n_{eri}\}$ représentant les points d'ancrage des 4 biellettes de support moteur sur la structure chacun ayant les 3 degrés de liberté en translation dans l'espace.

Sur la figure 8.1 en rose sont représentés les 9 no
euds de liaison à la structure de l'appareil.



FIGURE 8.1 – Modèle tridimensionnel de la suspension SARIB - Mise en évidence des noeuds de liaison (noeuds roses) du modèle analytique à la structure de l'appareil.

Le vecteur des coordonnées généralisées est alors de la forme :

$$\underline{q} = [\underline{q}_{nodes}^T \quad \underline{q}_{model}^T]^T \tag{8.1}$$

avec

$$\underline{q}_{nodes} = [x_{fFL}, y_{fFL}, z_{fFL}, \dots x_{mem}, y_{mem}, z_{mem}, \phi_{mem}, \theta_{mem}, \psi_{mem}, \dots x_{eri}, y_{eri}, z_{eri}]^{T}$$

$$\underline{q}_{model} = [x_1, y_1, z_1, \psi_1, \theta_1, \phi_1 \dots x_j, y_j, z_j, \psi_j, \theta_j, \phi_j]^{T}$$

$$\forall j \in \{1, 3FR, 3FL, 3RR, 3RL, 5R, 5L, 6FR, 6FL, 6RR, 6RL\}$$
(8.2)

L'ensemble des liaisons souples \overrightarrow{c}_k liant la structure au reste du modèle est donc reformulé de la manière suivante

$$\overrightarrow{c}_{k} = (\underline{n}_{j'}^{0\ T} - \underline{b}_{kj}^{j\ T} \underline{A}^{j0} - \underline{r}_{CMj}^{0\ T}) \overrightarrow{\underline{e}}^{0}$$

$$(8.3)$$

avec $\underline{n}_{j'}^0$ les coordonnées du noeud de liaison j' dans le repère de référence \underline{e}^{0} et $j' \in \{fFL, fFR, fRR, fRL, mem, ele, ere, eli, eri\}$. Soit m le nombre de degrés de liberté du modèle analytique du SARIB actif liés aux corps rigides. Le modèle ainsi reformulé donne des matrices de masses et de raideur de la forme suivante :

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} \underline{M}_{1,1} & 0\\ 0 & \underline{M}_{2,2} \end{bmatrix} \qquad \underline{K} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{1,1} & \underline{K}_{1,2}\\ \underline{K}_{2,1} & \underline{K}_{2,2} \end{bmatrix}$$
(8.4)

Avec $\underline{M}_{1,1} \in \Re^{[n \times n]}, \underline{M}_{2,2} \in \Re^{[m \times m]}, \underline{K}_{1,1} \in \Re^{[n \times n]}$ and $\underline{K}_{2,2} \in \Re^{[m \times m]}$.

8.2 Modèle condensé du NH90

Le modèle utilisé de la structure du NH90 provient d'un modèle complet en éléments finis qui est ensuite condensé (méthode de Craig-Bampton détaillée [5]) aux noeuds choisis. Le modèle condensé comporte donc p degrés de libertés internes, q degrés de liberté de contour dont n noeuds de liaison communs entre les deux modèles.

$$\underline{M}_{fus} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{p} & \underline{M}_{fus_{1,2}} & \underline{M}_{fus_{1,3}} \\ \underline{M}_{fus_{1,2}}^{T} & \underline{M}_{fus_{2,2}} & \underline{M}_{fus_{2,3}} \\ \underline{M}_{fus_{1,3}}^{T} & \underline{M}_{fus_{2,3}}^{T} & \underline{M}_{fus_{3,3}} \end{bmatrix} \qquad \underline{K}_{fus} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{fus_{1,1}} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{K}_{fus_{2,2}} & \underline{K}_{fus_{2,3}} \\ 0 & \underline{K}_{fus_{3,2}} & \underline{K}_{fus_{3,3}} \end{bmatrix} (8.5)$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés



FIGURE 8.2 – Noeuds de contour du modèle condensé NH90.

Avec $\underline{M}_{fus_{2,2}} \in \Re^{[(q-n)\times(q-n)]}, \underline{M}_{fus_{3,3}} \in \Re^{[n\times n]}, \underline{K}_{fus_{1,1}} \in \Re^{[p\times p]}$ et est une matrice diagonale, $\underline{K}_{fus_{2,2}} \in \Re^{[(q-n)\times(q-n)]}$ et $\underline{K}_{fus_{3,3}} \in \Re^{[n\times n]}$.

Le modèle est représenté en figure 8.2 et comporte des couples de noeuds (droite et gauche) à 3 degrés de libertés en translation sur le plancher cabine au niveau des pieds pilote/copilote, des sièges pilote et copilote et des cadres 4,6,8 et 11. Sont également inclus les noeuds représentant la poutre de queue et les points d'ancrage du modèle analytique SARIB actif : biellettes moteur, ferrures des batteurs (FR,FL,RR,RL) et membrane (6 degrés de liberté pour la membrane de liaison à la BTP). Le modèle condensé comporte alors au total 69 degrés de liberté de contour. En annexe C sont listées l'ensemble des valeures numériques des paramètres du modèle.

8.3 Couplage des modèles

Les matrices de masses et de raideur provenant des deux modèles séparés sont à présent mis en forme de manière à pouvoir se coupler de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{p} & \underline{M}_{fus_{1,2}} & \underline{M}_{fus_{1,3}} & 0\\ \underline{M}_{fus_{1,2}}^{T} & \underline{M}_{fus_{2,2}} & \underline{M}_{fus_{2,3}} & 0\\ \underline{M}_{fus_{1,3}}^{T} & \underline{M}_{fus_{2,3}}^{T} & \underline{M}_{fus_{3,3}} + \underline{M}_{1,1} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \underline{M}_{2,2} \end{bmatrix} \underline{\ddot{q}} +$$
(8.6)

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{fus_{1,1}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \underline{K}_{fus_{2,2}} & \underline{K}_{fus_{2,3}} & 0\\ 0 & \underline{K}_{fus_{3,2}} & \underline{K}_{fus_{3,3}} + \underline{K}_{1,1} & \underline{K}_{1,2}\\ 0 & 0 & \underline{K}_{2,1} & \underline{K}_{2,2} \end{bmatrix} \underline{q} + \underline{D} \ \underline{\dot{q}} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{q \times k} \\ \underline{S} \end{bmatrix} \underline{\tau}$$
(8.7)

 $\underline{S} \in \Re^{[(m+n) \times k]}$ avec k défini comme le nombre d'entrées du modèle complet. La matrice d'amortissement \underline{D} est de nouveau calculée à l'aide de la méthode définie dans le chapitre précédent dans les équations (7.30) à (7.32). La géométrie du modèle complet est ainsi représentée en figure 8.3.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés



FIGURE 8.3 – Modèle tridimensionnel de la suspension SARIB avec géométrie appareil.

8.4 Validation du comportement

8.4.1 Modes de structure et suspension

Le modèle final comporte donc 234 degrés de liberté :

- 66 DDL dûs au modèle analytique original
- 69 DDL de contour pour le modèle condensé de la structure
- 99 DDL internes (Craig-Bampton)

Les premiers modes de structure et ceux de suspension sont listés dans le tableau 8.1 et leurs déformées sont représentées sur la figure 8.4.

Mode	Fréquence
Flexion structure plan (xz)	6.7 [Hz]
Flexion structure plan (xy)	11.54 [Hz]
Roulis BTP	12.79 [Hz]
Pompage BTP	13.52 [Hz]
Tangage BTP	14.18 [Hz]
Torsion structure	15.29 [Hz]
Cisaillement structure plan (yz) direction y	16.9 [Hz]
Mode de batteur antisymétrique	21.83 [Hz]

TABLE 8.1 – Paramètres du modèle.



(g) Cisaillement structure - plan (yz). (h) Mode de batteur antisymétrique.

FIGURE 8.4 – Premiers modes de s
tructure et modes de suspension SARIB du modèle à fuse
lage souple.

On peut observer une baisse en fréquence des modes de la suspension SARIB de l'ordre de 5 à 10%, phénomène qui s'explique par le passage d'un fuselage infiniment rigide à une structure souple qui diminuant ainsi la raideur équivalente globale vue par chaque mode.

8.4.2 Réponse en fréquence - Transmissibilité

Comme pour le modèle avec fuselage rigide, on observe les transmissibilités en accélération entre la BTP et la structure. Sur la figure 8.5 sont représentées les amplitudes de ces fonctions au niveau du siège pilote, siège copilote, cadre $n^{\circ}6$

et de la poutre de queue sur l'axe x appareil (sens longitudinal de structure). De même, les figures 8.6 et 8.7 présentent ces mêmes courbes respectivement sur les axes y (latéral) et z (vertical) appareil.



FIGURE 8.5 – Transmissibilités en accélération sur l'axe x appareil.



FIGURE 8.6 – Transmissibilités en accélération sur l'axe y appareil.



FIGURE 8.7 – Transmissibilités en accélération sur l'ax
e \boldsymbol{z} appareil.

On observe très clairement la résonance et l'antirésonance de la suspension SARIB, principalement dans les direction x et z. De la même manière que pour les modes, un glissement en fréquence s'opère en passant au modèle à fuselage souple par rapport au fuselage rigide.

Sur les figures 8.9, 8.10 et 8.11 sont représentées les cartographies vibratoires de l'appareil sur le plancher cabine dans la direction z pour une sollicitation en tête rotor de 8000N. Ces cartographies sont à mettre en correspondance avec la vue de dessus de la figure 8.8 présentant l'appareil NH90 avec le modèle. Il est important de préciser qu'au regard de la simplicité du modèle de fuselage, les niveaux vibratoires sont uniquement indicatifs par rapport à l'appareil et permettent surtout de tenir compte des différents modes de la réponse de la structure.



FIGURE 8.8 – Modèle NH90 - vue de coté et de dessus.



Figure $8.11-19 \mathrm{Hz}\ 8000 \mathrm{N}$ z.

On observe à 15Hz qu'il demeure une forte présence du premier mode de flexion structure du fait des fortes accélérations subies à l'avant de l'appareil (cockpit et nez). La présence d'un tel mode de structure global sur la bande passante prévue du contrôle actif de la suspension SARIB peut présenter la difficulté de demander des efforts très importants à cette fréquence. D'autre part, un gain de confort significatif pourrait être apporté dans l'appareil en contrôlant judicieusement ce mode.

8.4.3 Efforts de liaison

Comme pour le modèle à fuselage rigide, sur les figures 8.12 à 8.16 sont représentés les efforts élastiques dans les liaisons majeures du modèle pour une sollicitation sinusoïdale en tête rotor d'amplitude 8000N et de direction verticale (\overrightarrow{e}_3^0) . La même méthode de calcul que celle expliquée dans le chapitre précédent est utilisée afin de déterminer les efforts dans les barres BTP, les ferrures et les biellettes de support moteur.



FIGURE 8.12 – Efforts dans barres BTP.



FIGURE 8.13 – Efforts dans les 4 paliers de ferrure (liaisons batteur/structure).

De la même manière que pour les transmissibilités en accélération, un glissement en fréquence des résonances est opéré dans les efforts de liaisons du fait de la structure souple. L'amplitude des efforts quant à elle reste globalement identique et les observations effectuées sur le modèle à fuselage souple peuvent être reportées sur le présent modèle à sructure souple.



FIGURE 8.14 – Efforts de flexion dans les 4 lames flexibles SARIB.



FIGURE 8.15 – Efforts dans les 4 biellettes de support moteur.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés



FIGURE 8.16 – Efforts dans les trompettes (liaison BTP/moteur) et en fond de BTP (membrane flexible).

Sur la figure 8.17 sont représentées les transmissibilités en effort entre chaque barre BTP et sa ferrure associée. L'antirésonance est atteinte pour une fréquence de 16.6Hz bien plus proche de l'antirésonance en accélération que pour le modèle à fuselage rigide. Le gain par contre demeure faible (0.92) au regard de ceux observés sur les fonctions de transfert en accélération, ce qui est cohérent avec les résultats obtenus avec le modèle à fuselage rigide.



FIGURE 8.17 – Transmissibilité en effort entre les 4 barres BTP et leurs ferrures associées.

Ce modèle complet du système comportant la suspension SARIB couplée à la structure souple du NH90 présente des résultats d'une bonne précision par rapport aux modèles déjà utilisés auparavant à Airbus Helicopters tant au niveau des accélérations dans la structure qu'au niveau des efforts de liaison. Il a tout d'abord été validé le modèle à fuselage rigide en le comparant aux résultats provenant du modèle actuellement utilisé au service dynamique et vibrations appelé GAHEL ([16]-voir en annexe D la comparaison effectuée) sur la base des critères suivants :

- fréquences et déformées des modes;
- déflexions statiques;
- accélérations des corps du modèle;
- efforts de liaison.

Les variations non négligeables de résultats obtenues entre les deux modèles ont pu être expliquées par leur différence de construction. Le modèle condensé du fuselage avait quant à lui déjà été validé auparavant par recalage avec les résultats d'essais sur NH90.

Ce modèle complet de la suspension avec sa structure souple associée présente donc l'avantage d'être entièrement paramètrable pour ce qui est de la géométrie des éléments du SARIB, permettant ainsi d'étudier de nombreuses configurations. Son nombre de degrés de liberté, bien plus faible qu'un modèle complet issu de la méthode des éléments finis assure des simulations temporelles relativement rapides et des résultats facilement interprétables. L'intérêt évident d'un tel modèle est la précision des niveaux vibratoires en cabine, nous permettant d'estimer de manière réaliste les gains pouvant être obtenus par le système actif.

Chapitre 9

Modèle de l'actionneur de contrôle

9.1 Choix de la technologie

Bien que l'étude ne soit pas basée sur l'optimisation des paramètres intrinsèques à l'actuation physique de la suspension, le choix de la technologie générant l'effort de contrôle est primordial pour l'estimation des puissances nécessaires au système.

Dans les systèmes actifs, comme par exemple l'ACSR évoqué en introduction, les courses faibles et les efforts de contrôle importants, supérieur à 1kN mènent intuitivement vers la technologie hydraulique. Un simple vérin, commandé en pression par des distributeurs et asservi en effort permet de fournir facilement au système la puissance nécessaire.

Dans le cas de cette étude, cette technologie est pourtant peu adaptée. Le SARIB est un système résonant et en tant que tel, son efficacité demeure extrêmement dépendante de l'amortissement présent dans le système. Un actionneur utilisant un fluide sous pression introduirait donc trop d'amortissement dans le système et pourrait même supprimer l'efficacité en passif de la suspension. Or le postulat de base de la suspension active développée ici est la conservation des performances passive du SARIB, avec ou sans contrôle, impliquant donc une actuation à très faible amortissement. De plus, le débattement total nécessaire aux actionneurs (course statique + dynamique) pouvant atteindre 60mm, la technologie piézoélectrique n'est pas adaptée également.

La technologie apparaissant comme la plus pertinente dans cette application est donc l'électrodynamique, ou plus précisément la technologie *voice coil* (haut parleurs). Il s'agit d'une bobine mobile en liaison glissière avec un bâti comportant des aimants permanents. La force générée et quasi-linéairement dépendante du courant appliqué à la bobine et le temps de réponse est très faible (constante de temps uniquement due au circuit électrique).

De plus, l'avantage principal par rapport à la technologie hydraulique évoquée précédemment est l'amortissement faible dans l'actionneur lorsque celui-ci est en circuit ouvert (seule la friction due au guidage de la partie mobile demeure). Cette propriété permet donc en cas de dysfonctionnement du contrôleur de retrouver la totalité du comportement passif du SARIB. Enfin, la masse importante des aimants permanents peut être utilisée en tant que partie des masses battantes du SARIB passif afin de limiter l'impact en masse du système actif.

9.2 Comportement dynamique

Sur la figure 9.1 est réprésenté l'actionneur voice coil qui servira de référence afin d'estimer les consommations en énergie de la suspension active SARIB.



FIGURE 9.1 – Actionneur électrodynamique de type voice-coil utilisé pour la simulation du SARIB actif.

Variable	Description	valeur	unité
K_f	Constante de force	38.9	$[N.A^{-1}]$
K_s	constante de force contre-électromotrice	38.9	$[V.s.m^{-1}]$
L_a	Inductance de la bobine	5.210^{-3}	[H]
R	résistance de la bobine	1.3	[Ω]

TABLE 9.1 – Paramètres principaux de l'actionneur électrodynamique

Durant les phases de vol, le contrôleur calcule les efforts nécessaires devant être générés par chaque actionneur de la suspension. Comme présenté dans la littérature [2] [4], l'alimentation en courant et tension des actionneurs électrodynamiques s'exprime ainsi :

$$\begin{cases} F_{act}(t) = K_f I(t) \\ U(t) = L_a \dot{I}(t) + RI(t) + K_s \dot{x}_{act}(t) \end{cases}$$

$$(9.1)$$

Avec U, I et $x_{act}(t)$ représentant respectivement la tension, le courant et le déplacement relatif entre partie mobile et partie fixe. F_{act} est donc la force générée par chacun des actionneurs. L'ensemble des paramètres liés au modèle est listé dans le tableau 9.1. Les pertes électromagnétiques sont négligées ici, nous considérons l'actionneur comme idéal.

Quatrième partie Contrôle du SARIB actif

Chapitre 10

Stratégie de contrôle

Le modèle théorique étant à présent défini, les différents algorithmes de contrôle vont être appliqués au système linéaire représentant la structure souple du NH90 couplée à la suspension active SARIB. L'ensemble des lois de commande synthétisées grâce à la théorie présentée dans les chapitres précédents nécessite la sélection de noeuds d'erreur sur le modèle. Ce que nous appelons ici stratégie de contrôle pour cette application est le choix des noeuds du modèle dont les états (position - vitesse - accélération) seront utilisés comme signaux d'erreur à réguler par les différents contrôleurs synthétisés.

La sélection de ces noeuds conditionne le type de contrôle effectué (global ou local). Un autre choix à faire est le type de signal à contrôler, à savoir vitesse, accélération ou un compromis des deux.

nooud	degrés de liberté associés					
noeud	x y z ψ θ					ϕ
Noeuds internes		1-99				
Pieds copilote	100	101	102	-	-	-
Pieds pilote	103	104	105	-	-	-
Copilote	106	107	108	-	-	-
Pilote	109	110	111	-	-	-
Cadre 4 G	112	113	114	-	-	-
Cadre 4 D	115	116	117	-	-	-
Cadre 6 G	118	119	120	-	-	-
Cadre 6 D	121	122	123	-	-	-
Cadre 8 G	124	125	126	-	-	-
Cadre 8 D	127	128	129	-	-	-
Cadre 11 G	130	131	132	-	-	-
Cadre 11 D	133	134	135	-	-	-
Rotor de queue	136	137	138	-	-	-
Ferrure AVG	139	140	141	-	-	-
Ferrure AVD	142	143	144	-	-	-
Ferrure ARD	145	146	147	-	-	-
Ferrure ARG	148	149	150	-	-	-
Membrane	151	152	153	156	155	154
Moteur gauche extérieur	157	158	159	-	-	-
Moteur gauche intérieur	160	161	162	-	-	-
Moteur droit extérieur	163	164	165	-	-	-
Moteur droit intérieur	166	167	168	-	-	-
BTP	169	170	171	172	173	174
Batteur AVD	175	176	177	178	179	180
Batteur AVG	181	182	183	184	185	186
Batteur ARD	187	188	189	190	191	192
Batteur ARG	193	194	195	196	197	198
Moteur droit	199	200	201	202	203	204
Moteur gauche	205	206	207	208	209	210
Masse battante AVD	211	212	213	214	215	216
Masse battante AVG	217	218	219	220	221	222
Masse battante ARD	223	224	225	226	227	228
Masse battante ARG	229	230	231	232	233	234

TABLE 10.1 – Liste des degrés de liberté du modèle.

10.1 Définitions des contrôleurs

On définit à présent 4 stratégies de contrôles par 4 ensembles distincts de noeuds d'erreur dans la structure :

- Contrôleur n°1 : 4 noeuds d'erreur correspondant aux ferrures liant les 4 batteurs à la structure de l'appareil. Ces noeuds sont situés sur le chemin primaire de passage des vibrations entre le rotor et la structure, il est intéressant d'observer l'influence d'une réduction de niveau à l'interface sur l'ensemble de la cabine.
- Contrôleur n°2 : 4 noeuds d'erreur correspondant au cockpit de l'appareil : pieds pilote/copilote et sièges pilote/copilote. Ce type de contrôle assez localisé peut être envisagé en cas d'absence de passagers ou de transport de matériel pour un meilleur confort du pilote et du copilote.
- Contrôleur n°3 : 8 noeuds d'erreur correspondant à la cabine de l'appareil : cadres gauche et droit n°4,6,8 et 11. Ce contrôleur est envisageable pour une optimisation du confort des passagers (configuration VIP par exemple).
- Contrôleur n°4 : 12 noeuds d'erreur correspondant à l'ensemble du plancher structure : cockpit ainsi que les cadres n°4,6,8 et 11. Contrôle global pour l'optimisation du confort sur l'ensemble de l'appareil.

Sur la figure 10.1 sont représentés sur l'appareil les différents noeuds d'erreur correspondant aux 4 stratégies de contrôle énoncées précédemment.



FIGURE 10.1 – Représentation des noeuds d'erreur correspondant aux différentes stratégies de contrôle - $n^{\circ}1$: bleu - $n^{\circ}2$: rouge - $n^{\circ}3$: vert - $n^{\circ}4$: jaune.

La démarche suivie est donc la suivante : avec un modèle donné du système à contrôler à savoir celui de l'appareil couplé à la suspension actif SARIB, l'objectif est de tester pour toutes les différentes lois de commande (LQG ou FXLMS) chacun des choix de localisation du contrôle (différentes stratégies évoquées précédemment). Pour ce faire, différents cas test sont simulés afin de comparer les efficacités de chacun des contrôles utilisés. L'objectif étant de converger vers une méthode de synthèse de la commande optimisée par rapport au système et à sa perturbation propre, ainsi qu'à une pondération la plus judicieuse possible entre les différents accéléromètres à réguler placés dans la structure.

Chapitre 11 FXLMS feedforward

Dans ce chapitre, l'algorithme FXLMS feedforward est appliqué au modèle de la suspension active SARIB pour les 4 différentes localisations du contrôle présentées dans le chapitre précédent. A chaque localisation, les paramètres du FXLMS sont optimisés par rapport au modèle et à la sollicitation en tête rotor. Il est le premier algorithme à être présenté car il semble le plus adapté au problème de contrôle développé dans ce mémoire. En effet, le FXLMS feedforward utilise comme présenté dans la partie théorie du contrôle de ce présent mémoire, le signal du top rotor (signal comportant un front montant à chaque passage de pale) afin de générer la référence. Ce signal disponible sur appareil donne directement à l'algorithme une référence synchrone et corrélée à la perturbation d'entrée d'ou l'intérêt d'en tirer avantage par rapport à une architecture de type feedback ou la perturbation est supposée inconnue. L'amplitude et la phase du signal de commande de chaque actionneur sont quant elles calculées à partir des signaux provenant d'accéléromètres en cabine.

Ce signal de référence $\mathbf{x}(t)$ est composé de deux signaux sinusoïdaux de fréquence $b\Omega$, d'amplitude unitaire et déphasés de $\pi/2$ l'un par rapport à l'autre. Cette méthode a été choisie car on s'intéresse principalement à ce stade du développement uniquement à l'atténuation des vibrations de fréquence $b\Omega$. Une référence multi-sinus comportant de très nombreux signaux sinusoidaux de fréquence fixe sur une bande de fréquence déterminée pourrait être envisagée mais demande beaucoup de puissance de calcul pour la simulation du modèle complet. On rappelle que la rapidité de calcul dépend du nombre de signaux de référence L ainsi que de la taille et complexité de la matrices des transferts $\mathbf{S}(s)$.

11.1 Contrôle en fréquence fixe

11.1.1 Sollicitation rotor sur l'axe vertical z

On sollicite tout d'abord la tête rotor par un effort sinusoïdal de fréquence fixe 17Hz et d'amplitude 8000N dans la direction verticale (axe z dans le repère local de la BTP). Cette direction est privilégiée pour le contrôle car elle est celle provoquant le plus d'inconfort vibratoire dans l'appareil. Comme pour le modèle passif (voir la figure 8.10), on peut observer les cartographies vibratoires sur le plancher cabine pour les différents contrôleurs FXLMS feedforward synthétisés. Sur les figures 11.1a à 11.1e sont représentés ces niveaux vibratoires en [g] sur l'ensemble du plancher appareil.

Cette première mise en situation des contrôleurs FXLMS feedforward avec un torseur unidirectionnel appliqué en tête rotor permet d'interpréter plus simplement les résultats obtenus et de quantifier leurs efficacités relatives. La figure 11.1a présente les accélérations dans la structure pour le système en mode passif à sa fréquence nominale de réglage $b\Omega$. On notera premièrement le gain de la

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

suspension passive SARIB; en effet l'amplitude de l'accélération de la boîte de transmission principale directement excitée par le rotor est de 0.38g alors que le maximum sur le plancher cabine est atteint au niveau du nez de l'appareil avec 0.1g. Ceci représente donc déjà un gain minimal de -12dB (gain de 0.26 en absolu) pour la suspension en mode passif.



(a) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - SARIB passif.



(b) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur FXLMS feedforward n°1.



(c) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur FXLMS feedforward n°2.



(d) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur FXLMS feedforward n°3.



(e) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur FXLMS feedforward n°4.

FIGURE 11.1 – Effort vertical en tête rotor - Cartographie vibratoire de la structure pour chacun des contrôleurs FXLMS.

Sur la structure particulière du NH90, deux zones sensibles se dégagent :

- le nez de l'appareil, ceci étant dû à un mode de flexion d'ensemble proche du $b\Omega$ rotor (voir 8.4.2).
- le cadre 6, placé sous les ferrures avant du SARIB. Il est le point d'entrée privilégié de tous les efforts dynamiques car situé directement sous la BTP.

On notera que l'ensemble des contrôleurs permet de réduire significativement les accélérations dans ces deux zones de l'appareil. Tout d'abord sur l'ensemble des contrôleurs, le gain minimal d'atténuation est de -9dB (0.36) au niveau du cadre n°6. Quant au contrôleur n°2 focalisé sur le cockpit, ses résultats présentent des accélérations à l'avant de l'appareil inférieures à 0.02g à 17Hz contre 0.1g pour le SARIB passif soit un gain de 14dB environ.

Les contrôleurs n°1 et n°2, focalisés respectivement sur les ferrures et le cockpit présentent des atténuations moins importantes en cabine à la différence des n°3 et n°4, ceci logiquement dû au fait qu'aucun capteur d'erreur n'y soit placé et expliquant leur faible efficacité à l'arrière de la structure.

Les meilleurs résultats à la fréquence nominale de 17Hz sont obtenus non pas pour le contrôleur n°4 prenant en compte tous les capteurs d'erreur sur le plancher cabine (-50% en moyenne de niveau en [g]) mais pour le n°3 (-55% en moyenne de niveau en [g]). Ceci peut s'expliquer par la forte présence du mode de flexion structure au niveau du cockpit à cette fréquence, induisant des fonctions de transfert comportant des différences de phase importantes selon le capteur d'erreur ciblé (mode subi ou non) pour un même actionneur de contrôle. Ces différences engendrant alors des difficultés à l'algorithme n°4 prenant en compte les accélérations au niveau du nez de l'appareil pour converger.



FIGURE 11.2 – Accélérations en différents points de la structure pour chacun des contrôleurs.

Les figures 11.2a à 11.2d permettent de comparer les contrôleurs FXLMS feedforward avec plus de précision. Les résultats présentés sur ces graphes sont issus de simulations dans lesquelles la tête rotor est sollicitée par un effort vertical de 8000N à fréquence fixe durant un temps t suffisamment élevé (10s) pour considérer la réponse comme stabilisée. On observe alors les niveaux d'accélération en différents points stratégiques de la structure pour des fréquences allant de 15Hz à 19Hz ($b\Omega \pm 10\%$).

On retrouve sur la bande de fréquence considérée les mêmes tendances observées à 17Hz. En considérant les 4 points présentés figure 12.4 comme un échantillon représentatif du comportement vibratoire de la structure entière, on peut établir un critère **J** correspondant à la moyenne des niveaux vibratoires en [g] pour chaque contrôleur, tous points et toutes fréquences confondues. Le plancher cabine comporte 12 noeuds, le critère **J** associé au contrôleur *i* s'écrit simplement :

$$\mathbf{J}_{i} = \frac{\sum_{j=1}^{12} \left[\overline{\ddot{z}(f)} \right]}{12} \quad \forall \ f \in \ [15 - 19] \ Hz \tag{11.1}$$

Ce critère ne représente rien de physique dans le sens où l'on mélange le fréquentiel et le spatial mais permet de classer entre eux les différents contrôleurs et de quantifier le gain par rapport à la suspension passive ce qui est exactement notre objectif. Les valeurs de ce critère \mathbf{J} sont listées dans le tableau 11.1.

Contrôleur	\mathbf{J} [g]	réduction
SARIB passif	0.0669	-
Contrôleur n°1	0.0257	-61.6%
Contrôleur n°2	0.0316	-52.7%
Contrôleur n°3	0.0396	-40.8%
Contrôleur n°4	0.0252	-62.3%

TABLE 11.1 – Valeurs du critère \mathbf{J} pour chaque contrôleur FXLMS feedforward.

Le critère **J** confirme l'efficacité globale du contrôleur n°4 qui présente donc une atténuation des niveaux vibratoires sur toute la structure à fréquence stabilisée. Il est tout de même intéréssant de noter que le contrôleur n°1, bien que moins performant que les autres contrôleurs à 17Hz, présente un critère **J** sensiblement égal à celui du n°4. Ses capteurs d'erreur sont des accéléromètres placés au niveau des ferrures de liaison entre la suspension SARIB et la structure; ceci démontrant qu'il peut être pertinent de contrôler le niveau vibratoire à l'interface entre la BTP et la structure.



FIGURE 11.3 – Effort vertical de 8000N,17Hz en tête rotor - efforts et puissances d'actuation.

Les figures 11.3a et 11.3b présentent les efforts maximum de contrôle observés durant ces simulations à fréquence rotor stabilisée ainsi que les puissances électriques nécessaires par actionneur (à multiplier par 4 donc pour la puissance du système SARIB actif complet). Deux observations peuvent être effectuées, la première est de noter que pour l'ensemble des contrôleurs, les puissances demandées demeurent très faibles pour un système actif luttant contre des pertubations dynamiques basse fréquence de plusieurs milliers de Newtons (puissance maximale par actionneur de 110W - 440W pour le système complet).

Deuxièmement, le contrôleur n°3 se démarque par un effort de contrôle bien plus faible en basse fréquence que les autres contrôleurs du fait de la non prise en compte des niveaux d'accélération dans le nez de l'appareil (forte participation du 1er mode de flexion de l'appareil).



FIGURE 11.4 – Course maximale des actionneurs de contrôle.

Sur la figure 11.4 sont représentées les courses maximales des actionneurs de contrôle pour chaque contrôleur. On remarque une influence assez faible du contrôle sur l'amplitude du mouvement des masses du fait des faibles efforts de contrôle.

11.1.2 Torseur rotor complet

Toujours à fréquence stabilisée, la simulation suivante consiste à solliciter la structure avec un torseur en tête rotor représentatif des charges vues en vol. Les composantes de ce torseur sont estimées et listées dans le tableau 11.2 et représentent les efforts dans le repère fixe structure lors d'une phase de palier stabilisé à 160 noeuds (288 km/h).

Composante	Amplitude	Phase	Unité
F_x	8000	80°	[N]
F_y	5500	10°	[N]
F_z	8000	100°	[N]
M_x	2500	-85°	[N.m]
M_y	2600	-160°	[N.m]

TABLE 11.2 – Torseur estimé en tête rotor en palier stabilisé à 160 noeuds (fréquence 17Hz).

Ce torseur est appliqué en tête rotor à la fréquence de 17Hz pendant 10s. Les niveaux vibratoires sur le plancher cabine pour le SARIB passif et les quatres contrôleurs FXLMS sont représentés sur les cartographies de la figure 11.5. De gauche à droite, les accélérations sont considérées suivant les axes x (longitudinal appareil), y (latéral appareil) et z (vertical appareil).

Il est essentiel de noter que les niveaux vibratoires, du fait de la sollicitation de la tête rotor par un torseur complet sont bien supérieurs comparés à la partie précédente mais permettent d'estimer les performances et gains théoriques réels de la suspension active.

	atténua	ation sur x	: en [g]	atténuation sur y en [g]		atténuation sur z en		en [g]	
	cockpit	cabine	global	cockpit	cabine	global	cockpit	cabine	global
Contrôleur n°1	+9.7%	+3.0%	+5.3%	-26.6%	-19.7%	-21.3%	+33%	-3.3%	+8.8%
Contrôleur n°2	-7.7%	-6.6%	-7%	-14.26%	-5.35%	-8.3%	-37.6%	+2%	-11.2%
Contrôleur n°3	-33.6%	-29%	-30.5%	-33.7%	-22.6%	-26.3%	-14.45%	-11.6%	-12.5%
Contrôleur n°4	+3.2%	+7.9%	+6.3%	-22.9%	-12.9%	-16.2%	-16%	-6.2%	-9.5%

TABLE 11.3 – Torseur complet appliqué en tête rotor - atténuation par rapport au système passif.

Les contrôleurs utilisent uniquement comme signal d'erreur les composantes verticales des accélérations aux points de la structure considérés. De ce fait, on observe selon les contrôleurs synthétisés plus ou moins de réinjection de niveau vibratoire sur les axes x et y. Considérant ce phénomène majeur pour le confort des passagers, le contrôleur présentant les meilleures performances globales se révèle être le n°3 (8 capteurs d'erreur en cabine - depuis le cadre 4 jusqu'au cadre 11, pas de considération des accélérations dans le cockpit). Ce contrôleur ne présente aucune réinjection parasite de niveau vibratoire et agit de manière efficace sur les trois composantes au niveau du plancher cabine. Dans le tableau 11.3 sont résumés les gains en niveau d'accélération des simulations effectuées avec torseur complet en tête rotor. Le contrôleur n°3 confirme être le plus performant avec des atténuations sur x, y et z de respectivement 30.5%, 26.3% et 12.5%. les efforts d'actuation ainsi que les puissances électriques par actionneur sont réprésentées sur les figures 11.6a et 11.6b. Le contrôleur n°3 étant le plus efficace, il est également celui demandant le plus d'effort d'actuation (320N). Les puissances électriques sont quant à elles sensiblement identiques pour les 4 contrôleurs (entre 1.7 et 1.9kW).



FIGURE 11.5 – Torseur complet appliqué en tête rotor - cartographies des accélérations sur le plancher cabine.



(m) Contrôleur FXLMS 4. (n) Contrôleur FXLMS 4. (o) Contrôleur FXLMS 4.

FIGURE 11.5 – Torseur complet appliqué en tête rotor - cartographies des accélérations sur le plancher cabine (suite).



FIGURE 11.6 – Torseur complet appliqué en tête rotor - Efforts et puissances maximum par actionneur.

11.2 Contrôle en fréquence variable

Les simulations précédentes ont été réalisées à fréquence stabilisée ce qui constitue une première approche pour l'estimation des performances d'un algorithme de contrôle. En vol, la fréquence de rotation du rotor Ω sera variable dans le temps, le cas test suivant consiste donc à solliciter la tête rotor avec un effort vertical dynamique de 8000N à fréquence variant linéairement entre 15Hz et 19Hz sur 10 secondes. Ce temps de simulation correspond à une vitesse de changement de fréquence de sollicitation représentative d'une variation rapide de régime rotor en vol.

Les cartographies vibratoires correspondant aux différents contrôleurs ainsi qu'au système passif sont présentées sur la figure 11.7. Afin de quantifier les différences de performances entre les contrôleurs synthétisés, le tableau 11.4 liste leurs atténuations par rapport au SARIB passif dans le cockpit, en cabine puis au niveau de la structure globale.

On observe bien pour les contrôleurs 2,3 et 4 les zones privilégiées par le contrôle dans chaque cas. Le contrôleur n°2 génère une atténuation proche des 50% au niveau du cockpit et le contrôleur n°3 parvient à diminuer les niveaux en cabine de 19%. Le n°4 quant à lui permet un compromis des deux précédents tout en conservant des performances proches du n°2. Les efforts d'actuation et puissances électriques nécessaires sont représentées respectivement sur les figures 11.8a et 11.8b. Tout comme les simulations à fréquence fixe stabilisée, les efforts demeurent faibles au vu des sollicitations en tête rotor et le contrôleur n°3 présente des consommations de puissance légèrement inférieures aux autres.





FIGURE 11.7 – Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s - cartographie des niveaux vibratoires moyens en [g] sur l'axe z au niveau du plancher cabine.

	Atténuation sur z en [g]				
	cockpit cabine global				
Contrôleur n°1	-34.4%	-8.3%	-17%		
Contrôleur n°2	-48.6%	-17.7%	-28%		
Contrôleur n°3	-28.4%	-18.9%	-22%		
Contrôleur n°4	-46.5%	-17.1%	-26.9%		

TABLE 11.4 – Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s - atténuation par rapport au système passif.



FIGURE 11.8 – Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s - Efforts et puissances maximum par actionneur.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

11.3 Réponse à un choc

Le cas test suivant consiste à simuler un choc sur la BTP lors d'une phase de contrôle afin de vérifier la stabilité de l'algorithme FXLMS feedforward. Le choc vu par le système n'est en aucun cas représentatif de ce qui pourrait arriver sur appareil mais il permet uniquement de s'assurer de la non-divergence du contrôle. La tête rotor est donc sollicitée à la fréquence de 17Hz par un effort vertical de 8000N durant 10s. Le choc est caractérisé par l'application d'un effort vertical de 24000N sur la BTP à t=5s durant 0.1s. Les figures 11.9a et 11.9b présentent respectivement l'accélération au niveau de la BTP et du siège pilote ainsi que les coefficients adaptatifs $\mathbf{w}_i(t)$ pour le contrôleur n°3.



 (a) Accélérations en différents points (b) Coefficients adaptatifs du FXLMS du plancher cabine.
 feedforward, contrôleur n°3.

FIGURE 11.9 – Effort vertical de 8000N , 17Hz appliqué en tête rotor - choc de 24000N à t=5s.

L'observation est la suivante : le choc impacte évidemment les accélérations tant au niveau de la BTP qu'au niveau de la structure mais les coefficients adaptatifs $\mathbf{w}_i(t)$ ne subissent que très légèrement son effet. Dès la fin du choc, les accélérations dans la structure retournent à un état stabilisé et les performances ne sont donc pas affectées. Le contrôle présentant un temps de réponse trop élevé (temps de convergence des coefficients de l'ordre de la seconde) en comparaison de la durée du choc, il ne permet pas d'atténuer l'impact lui même.

11.4 Panne actionneur

Un autre cas test pouvant être effectué est la simulation d'une panne d'un des actionneurs. On sollicite à nouveau la tête rotor avec un effort vertical de 8000N à 17Hz puis à t=5s, l'actionneur AVD (avant-droit) est mis hors service, son effort généré devient alors nul. Le choix de l'actionneur mis hors tension provient du fait qu'il est celui générant le plus d'effort lors des phases de contrôle (tous contrôleurs confondus).

La figure 11.10a présente l'accélération verticale de la BTP et au niveau du siège pilote lors de la simulation. On observe aisément l'augmentation du niveau vibratoire passant par exemple de 0.011 à 0.031g pour le pilote à partir de t=5s. La figure 11.10b montre l'allure de l'évolution des coefficients $\mathbf{w}_i(t)$ en fonction du temps. Lors de la mise hors tension de l'actionneur AVD, on remarque la variation dans la convergence des coefficients adaptatifs, surtout visible sur ceux concernant l'actionneur AVG qui démontre la tentative de l'algorithme de s'adapter aux nouvelles conditions et compenser l'absence d'énergie fournie par l'actionneur restés opérationnels d'environ 20%, ce qui reste tout à fait acceptable. Ainsi, la mise hors tension d'un des actionneurs de contrôle ne provoque pas la divergence de l'ensemble de l'algorithme.



 (a) Accélérations en différents points (b) Coefficients adaptatifs du FXLMS du plancher cabine.
 feedforward, contrôleur n°3.

FIGURE 11.10 – Effort vertical de 8000N , 17Hz appliqué en tête rotor - Panne de l'actionneur AVD à t=5 s.

La figure 11.11 expose les cartographies vibratoires sur le plancher cabine pour la même sollicitation rotor avec les systèmes passif, actif et enfin actif avec actionneur mis hors tension. Ceci permet d'observer que la baisse de performances de la suspension active due à une panne d'un des actionneurs ne provoque pas une augmentation des niveaux vibratoires par rapport au système passif, la fonction principale reste donc assurée (voir les résultats quantifiés dans le tableau 11.5).



FIGURE 11.11 – Cartographies vibratoires du plancher cabine (contrôleur FXLMS n°3).

	Atténuation sur z en [g]		
	cockpit	cabine	global
Contrôleur n°3	-60.4%	-52.2%	-55%
Contrôleur n°3 mode dégradé (panne actionneur AVD)	-28.3%	-36.9%	-34%

TABLE 11.5 – Effort vertical de 8000N ,17Hz appliqué en tête rotor - gains du contrôleur FXLMS n°3 en mode actif et dégradé (panne de l'actionneur AVD).

11.5 Réponse en régime transitoire - changement de phase de vol

Le dernier cas test sur l'algorithme étudié se veut plus représentatif d'une situation pouvant être vécue en vol par le système à savoir le changement brutal du torseur tête rotor, conséquence d'un changement rapide de phase de vol. On sollicite donc la tête rotor avec le torseur complet défini précédemment (tableau 11.2) caractéristique d'un palier stabilisé à 160 noeuds. A t=5s, le torseur change et passe à celui défini dans le tableau 11.6 simulant ainsi un virage.

Composante	Amplitude	Phase	Unité
F_x	5500	80°	[N]
F_y	8000	10°	[N]
F_z	12000	100°	[N]
M_x	1500	-85°	[N.m]
M_y	3600	-160°	[N.m]

TABLE 11.6 – Torseur imposé en tête rotor pour simulation d'un virage rapide (fréquence 17Hz).

L'ensemble de la figure 11.12 permet de visualiser les effets sur le système du changement de torseur. On remarque que les coefficients adaptatifs $\mathbf{w}_i(t)$ convergent environ 1.5 secondes après le passage du palier stabilisé au virage. Une fois stabilisés, les performances en atténuation vibratoire par rapport au système passif sont maintenues (11.12c) sous condition que les actionneurs de contrôle puissent délivrer les efforts nécessaires qui peuvent évidemment augmenter selon les phases de vol comme c'est le cas ici présent.



(a) Coefficient du contrôleur FXLMS 3. (b) Effort délivrés par les 4 actionneurs.



du siège pilote.

FIGURE 11.12 – Passage d'une phase de palier stabilisé 160 noeuds à une phase de virage.

11.6 Conclusion

Ces simulations réalisées à fréquence stabilisée avec une sollicitation unidirectionnelle ou un torseur complet révèlent premièrement l'efficacité de l'algorithme FXLMS en feedforward. Le signal du top-rotor (front montant à chaque passage de pale) utilisé comme référence assure une commande non parasitée par les bruits de mesure comme pourrait l'être un algorithme de type feedback. Si l'algorithme fonctionne pour tous les contrôleurs, il est clair que leurs performances respectives sont très fortement dépendantes de la localisation des capteurs d'erreur dans la structure. Le contrôleur n°4 s'est avéré performant pour des sollicitations à fréquence variable sur la bande [15-19]Hz car il permet surtout d'atténuer le niveau vibratoire dans le cockpit dû à un mode de structure couplé flexion/torsion du fuselage fortement subi dans cette zone de l'appareil à 15Hz. En revanche, le contrôleur n°3 présente de meilleures performances à la fréquence $b\Omega$ nominale. En effet, le fait qu'il ne possède pas de capteurs d'erreur dans le cockpit permet de diminuer l'influence du mode de structure cité juste avant sur les fonctions de transfert secondaires de $\mathbf{S}(s)$ et donc de réduire les différences de phase entre les fonction $s_{ij}(s)$. En combinant tous les cas test effectués sur les contrôleurs, c'est bien le n°3 qui apparaît être le plus performant et polyvalent pour tous les types de sollicitation rotor.

De plus, les cas test à fréquence de sollicitation variable dans le temps ont permis de démontrer la stabilité de l'algorithme et les performances de convergence des coefficients adaptatifs suffisamment élevées pour suivre en temps réel la variation du régime rotor Ω . Enfin, les différents tests des régimes transitoires (choc, panne, changement de phase de vol) attestent de la bonne stabilité de l'algorithme FXLMS feedforward face à des situations réalistes de vol. Les performances de l'algorithme sur la bande de fréquence considérée démontrent donc sa pertinence et la validité du concept de cette suspension active.

Chapitre 12 Contrôle Linéaire Quadratique

12.1 LQG classique

L'algorithme de contrôle étudié à présent est appelé contrôle Linéaire Quadratique Gaussien, sa théorie est exprimée plus avant dans le présent mémoire. Afin de comparer cette méthode avec l'algorithme FXLMS, les noeuds correspondant aux capteurs d'erreur pour les 4 contrôleurs synthétisés précédemment sont également ceux utilisés dans la synthèse LQG pour la construction de la matrice de pondération Q_x déterminant les états du système à réguler.

12.1.1 Mise en forme du compensateur et de l'estimation

La théorie LQG se base sur la représentation des systèmes linéaires sous la forme de systèmes d'état. A partir des matrices de masse \underline{M}_{tot} , de raideur \underline{K}_{tot} , d'amortissement \underline{D}_{tot} , d'actuation \underline{S}_u et de perturbation \underline{S}_w du modèle complet à 234 degrés de liberté, on construit les matrices (A, B, C, D) du système d'état correspondant ainsi que la matrice de perturbation des états M_w . Le système dynamique s'écrit sous la forme suivante :

$$\underline{M}_{tot}\ddot{q} + \underline{K}_{tot}q + \underline{D}_{tot}\dot{q} = \underline{S}_u \ u + \underline{S}_w \ w \tag{12.1}$$

Avec la matrice $\underline{S}_u \in \Re^{[234 \times 4]}$ associée aux quatres actionneurs du système actif générant les efforts u et $\underline{S}_w \in \Re^{[234 \times 6]}$ associée au torseur appliqué en tête rotor w. Soit le vecteur des états $x(t) = [\underline{q} \ \underline{\dot{q}}]^T$, on a alors les relations suivantes :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\underline{M}_{tot}^{-1}\underline{K}_{tot} & -\underline{M}_{tot}^{-1}\underline{D}_{tot} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{M}_{tot}^{-1}\underline{S}_{u} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{M}_{tot}^{-1}\underline{S}_{w} \end{bmatrix} w \quad (12.2)$$
$$\dot{x} = Ax + Bu + M_{w}w$$

Soit le vecteur de l'observation y comportant l'ensemble des états physiques du système, à savoir la position et la vitesse de chacun des degrés de liberté associés à un noeud réel du modèle. La matrice d'observation C est alors construite en considérant l'ensemble de ces noeuds (noeuds 100 à 234), on a donc $C \in \Re^{[270 \times 468]}$. La matrice D est quant à elle définie comme nulle.

Afin de concentrer l'efficacité du contrôleur LQG sur la bande passante 15-19Hz, on applique à la mesure y du système physique un filtrage virtuel $W_o(s)$ (filtre analoqigue passe bande d'ordre n) représenté par le système d'état (A_w, B_w, C_w, D_w) . Le système d'état résultant virtuel P_w s'exprime ainsi :

$$P_w = \begin{bmatrix} A_w & B_w C & B_w D \\ 0 & A & B \\ \hline C_w & D_w C & D_w D \end{bmatrix}$$
(12.3)

105

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

On rappelle à présent les vecteurs des noeuds dont les états (position et vitesse) sont régulés par la synthèse LQG :

$$N_{er\ 1} = \begin{bmatrix} 141 & 144 & 147 & 150 \end{bmatrix}$$

$$N_{er\ 2} = \begin{bmatrix} 102 & 105 & 108 & 111 \end{bmatrix}$$

$$N_{er\ 3} = \begin{bmatrix} 114 & 17 & 120 & 123 & 126 & 129 & 132 & 135 \end{bmatrix}$$

$$N_{er\ 4} = \begin{bmatrix} 102 & 105 & 108 & 111 & 114 & 117 & 120 & 123 & 126 & 129 & 132 & 135 \end{bmatrix}$$

$$(12.4)$$

A partir de ce système d'état équivalent P_w et du vecteur $N_{er i}$, on construit alors les matrices de pondération Q_x et R du contrôleur LQG afin de minimiser le critère temporel J:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q_x x + u^T R u) dt \tag{12.5}$$

Dans la matrice carrée Q_x , de même dimension que la matrice A_w , on associe à chaque noeud d'erreur du vecteur $N_{er i}$ un coefficient fixe de 1 pour la position et 100 pour la vitesse du noeud. Ces coefficients ont été fixés ainsi après une recherche de compromis entre performance et stabilité. De forts coefficients sur la position augmentent la stabilité de la boucle fermée mais réduisent significativement les performances (lissage des fonctions de transfert). D'autre part, de forts coefficients sur la vitesse augmentent les performances du contrôle mais tendent à rendre instable la boucle fermée. Il existe donc un compromis à faire entre ces deux types de feedback pour déterminer le contrôleur aux meilleures performances tout en demeurant dans le domaine de stabilité.

Les coefficients de la matrice R sont définis quant à eux comme étant quasi nuls (1.10^{-19}) afin de ne pas limiter la commande. Une fois ces matrices définies, on détermine la solution P à l'équation caractéristique de Riccati afin d'obtenir la matrice de gains du correcteur optimal $-K_x$.

La construction de l'estimateur de Kalman est effectuée à partir du modèle d'état P_w , de la matrice de perturbations M_w (équation 12.2) et des covariances W et V des vecteurs w(t) et v(t) (bruit de mesure). Soit $V = I \times 10^{-10}$ (bruit de mesure considéré nul) et $W = (8000^2)/2$ (amplitude de la sollicitation de 8000N - voir équation (4.11)).

Le compensateur final est donc composé tout d'abord de l'estimateur de Kalman dont le nombre d'entrées correspond à la mesure physique y ajoutée du vecteur des efforts de commande u et le nombre de sorties est lié aux dimensions de la matrice A_w (l'estimateur génère également les états du filtre W_o à partir de la mesure y). La matrice de gain $-K_x$ qui suit l'estimation utilise alors l'ensemble des états du filtre de Kalman afin de générer les 4 composantes du vecteur de commande u appliqué aux actionneurs de contrôle. Afin de s'assurer de l'absence de toute composante continue dans la boucle, un filtre passe-haut ou passe bande W_i est ajouté en sortie de correcteur $-K_x$.

12.1.2 Analyse fréquentielle

Une fois les 4 contrôleurs LQG synthétisés, le système spécifique étudié peut être défini comme sur le schéma 12.1. P représente le système physique de l'hélicoptère défini précédemment comme (A, B, M_w, C, D) . L'estimateur de Kalman K(s) est quant à lui défini par le système d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_k = A_k \hat{x}_k + B_k y + B_{ku} u\\ y_k = C_k \hat{x}_k \end{cases}$$
(12.6)



FIGURE 12.1 – Commande LQG associée au système perturbé de l'hélicoptère.

de la même manière, le système d'état correspondant au compensateur ${\cal S}(s)$ s'écrit ainsi :

$$\begin{cases} \dot{x}_s = A_s x_s + B_s y_k \\ u = C_s x_s + D_s y_k \end{cases}$$
(12.7)

Les fonctions de transfert reliant U à Y_k et Y_k à Y et U s'écrivent de manière directe :

$$\begin{cases} U = (C_s(sI - A_s)^{-1}B_s + D_s)Y_k \\ Y_k = C_k(sI - A_k)^{-1}(B_kY + B_{ku}U) \end{cases}$$
(12.8)

On peut alors écrire la relation suivante :

$$U = \left(C_s(sI - A_s)^{-1}B_s + D_s\right)C_k(sI - A_k)^{-1}(B_kY + B_{ku}U)$$
(12.9)

menant à la fonction de transfert ${\cal H}_{sk}$ de la boucle d'estimation-correction reliant U à Y :

$$U = [I - (C_s(sI - A_s)^{-1}B_s + D_s)C_k(sI - A_k)^{-1}B_{ku}]^{-1} (C_s(sI - A_s)^{-1}B_s + D_s)C_k(sI - A_k)^{-1}B_kY U = H_{sk}Y$$
(12.10)

De la même manière, on peut relier la mesure Y à la perturbation rotor W et à l'actuation U :

$$Y = [C(sI - A)^{-1}B + D] U + C(sI - A)^{-1}M_wW$$

$$Y = [C(sI - A)^{-1}B + D] H_{sk}Y + C(sI - A)^{-1}M_wW$$

$$Y = [I - (C(sI - A)^{-1}B + D)H_{sk}]^{-1}C(sI - A)^{-1}M_wW$$

$$Y = H_wW$$

(12.11)

La fonction H_w permet d'estimer la réponse de l'ensemble des noeuds du modèle en fonction de la perturbation d'entrée et donc de caractériser les performances de chaque contrôleur. Sur la figure 12.2 sont représentées les accélérations en fonction de la fréquence $(|s^2Y(s)|)$ dans 4 des 12 noeuds de la structure présents au niveau du plancher cabine pour une sollicitation verticale en tête rotor de 8000N entre 0.1 et 30Hz :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés
$$W(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8000 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$
(12.12)

Plusieurs observations peuvent être effectuées sur le comportement en fréquence des contrôleurs LQG. Tout d'abord on remarque l'effet du filtrage passe bande de la commande afin d'éviter tout effort d'actuation inutile en basse fréquence ainsi que toute composante continue dans l'effort de contrôle.



FIGURE 12.2 – amplitude de l'accélération \ddot{z} en fonction de la fréquence en différents points de la structure hélicoptère pour chaque contrôleur LQG (sollicitation W(s) de 8000N sur l'axe z BTP) - Partie 1.



FIGURE 12.2 – amplitude de l'accélération \ddot{z} en fonction de la fréquence en différents points de la structure hélicoptère pour chaque contrôleur LQG (sollicitation W(s) de 8000N sur l'axe z BTP) - Partie 2.

Par rapport au comportement propre de la suspension passive, chaque contrôleur tend à diminuer l'amortissement au niveau du mode SARIB (résonance de la masse battante avec la raideur de lame) ce qui a pour effet également de creuser l'antirésonance qui suit. On comprend alors de fait que le contrôle LQG demande, dans le cas de cette application un compromis serré entre stabilité et performance. La figure 12.2c est un excellent exemple de ce phénomène où l'amplitude de la résonance passe de 5.3g pour la suspension passive à 22.3g. Le minimum de transmissibilité est atteint à la fréquence de 16.4Hz et passe de 0.39g à 0.22g avec le contrôleur LQG n°4. Cet effet de réinjection de niveau parasite présente un réel inconvénient pour une application sur l'appareil et un filtrage plus fin de la commande serait nécessaire (filtrage numérique et non analogique permettant des filtres passe bande très étroit avec une phase minimale).

On observe également pour les contrôleurs dont les capteurs d'erreur sont concentrés de manière assez locale comme le n°2 (focalisé sur le cockpit) une augmentation des niveaux dans les zones non considérées (voir le contrôleur n°2 sur les figures correspondant aux cadres 8 et 11 - figures 12.2d et 12.2e).

Le contrôleur qui semble le plus efficace de prime abord est le n°4 utilisant comme noeuds d'erreur les vitesses et positions de l'ensemble des 12 noeuds du plancher cabine. Aucune réinjection de niveau n'est observée entre 15Hz et 19Hz et l'atténuation est toujours plus performante sur cette bande de fréquence pour le contrôleur n°4 que pour les trois autres. Le tableau 12.1 permet de récapituler les gains en accélération à 17Hz par rapport au SARIB passif. Il apparaît alors de manière claire l'efficacité supérieure du contrôleur n°4 (-2dB dans le cockpit et -5dB en cabine).

Contrôlour				noe	uds du p	olancher	cabine (gain en	dB)			
Controleur	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135
Contrôleur n°1	-1.62	-2.25	-2.83	0.36	-4.75	-5.46	-3.07	-1.94	-0.54	-0.34	-0.69	-0.96
Contrôleur n°2	-3.39	-4.37	-8.09	-4.65	-4.02	-5.93	-3.79	-3.16	-0.52	0.65	-0.47	-0.40
Contrôleur n°3	-2.32	-2.32	-2.32	-2.32	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88	-1.88
Contrôleur n°4	-1.97	-1.97	-1.97	-1.97	-5.18	-5.18	-5.18	-5.18	-5.18	-5.18	-5.18	-5.18

TABLE 12.1 – gains en accélération aux noeuds du plancher cabine à 17Hz pour chaque contrôleur LQG (par rapport au système passif).

L'amplitude de l'effort de contrôle est représentée sur les figures 12.3a et 12.3b. Les efforts des actionneurs étant quasi-symétriques deux à deux (AV et AR), ces deux figures sont suffisantes pour caractériser la commande en fonction de la fréquence de sollicitation. L'effort en basse fréquence est bien réduit par le filtrage passe bande de la boucle de contrôle. Les efforts d'actuation demeurent tout de même très faibles sur la bande de fréquence 15-19Hz. Le contrôleur n°4, dans la logique des conclusions précédentes présente un niveau d'effort de contrôle supérieur aux autres contrôleurs LQG synthétisés.



(b) Amplitude de l'effort de commande (actionneur ARD).

FIGURE 12.3 – Commande $U(\omega)$ pour une sollicitation verticale en tête rotor de 8000N.

Afin de caractériser le compromis serré réalisé entre performance et stabilité des contrôleurs LQG, on peut observer les marges de gain et marges de phase de la boucle ouverte $P(\omega)H_{sk}(\omega)$. Celles-ci sont listées avec leur fréquences associées dans le tableau 12.2.

Contrôleur	Marge de gain [dB]	ω_p	Marge de phase	ω_c
Contrôleur n°1	5.34	12.93 Hz	Inf	-
Contrôleur n°2	5.98	25.7Hz	Inf	-
Contrôleur n°3	3.17	19.7Hz	76°	14.63Hz
Contrôleur n°4	2.14	21.4Hz	Inf	-

TABLE 12.2 – Marges de gain et marges de phase pour chaque contrôleur LQG.

On peut noter que les marges de gain sont faibles pour les 4 contrôleurs (< 6dB). Si l'on observe les fréquences critiques ω_c et ω_p pour la stabilité de chaque contrôleur, on remarque que le n°1 présente une sensibilité à la fréquence de résonance de la suspension SARIB (13.5Hz). En effet, les noeuds d'erreurs de ce contrôleur sont au niveau des ferrures de liaison entre les batteurs et la structure. Les noeuds [141–144–147–150], très proches de la suspension, subissent alors fortement ce mode.

Le contrôleur n°4 étant le plus performant, il est également celui qui possède la marge de gain la plus faible. Ceci nous fait tendre vers la conclusion que la performance du contrôle augmente généralement au détriment de la stabilité.

12.1.3 Robustesse

L'étape suivante consiste à quantifier la robustesse du contrôle LQG suite à une incertitude sur certains paramètres du modèle. Ces paramètres incertains du modèle analytique sont les suivants :

- k_l : raideur de lame
- k_p : raideur des paliers liant les batteurs à la structure
- k_{lez} : raideur en flexion des batteurs
- m_{6i} : masse battante i

Soit E_Δ l'espace des variations des paramètres incertains du modèle de dimension n :

$$E_{\Delta} = \left[\delta_{k_l} \ \delta_{k_p} \ \delta_{k_{lez}} \ \delta_{m_{6AVD}} \ \delta_{m_{6AVD}} \ \delta_{m_{6ARD}} \ \delta_{m_{6ARD}} \right] \tag{12.13}$$

L'objectif de l'analyse de robustesse est de déterminer la taille maximale de l'espace E_{Δ} garantissant la stabilité de la boucle fermée H_w . Pour ce faire on procède à la génération aléatoire de modèles P(s) avec des paramètres incertains variant aléatoirement autour de leur valeur nominale. Lorsqu'une boucle stable est déterminée, la plus petite variation $\delta_{min} = min(|\delta_j|)$ du vecteur est mémorisée tel que l'espace des variations E_{Δ} garantissant la stabilité de la boucle s'écrit :

$$E_{\Delta} \subset [-\delta_{\min}, \delta_{\min}]^n \tag{12.14}$$

Cette opération est réhitérée jusqu'à permettre d'obtenir une confiance suffisante dans la valeur déterminée du paramètre δ_{min} . Les résultats donnés par cette méthode sont exposés dans le tableau 12.3 en générant pour chacun des contrôleurs 10^3 modèles perturbés différents (variation maximale de chaque paramètre incertain de 50% autour de sa valeur nominale).

Contrôleur	δ_{min}
Contrôleur n°1	27%
Contrôleur n°2	20%
Contrôleur n°3	16%
Contrôleur n°4	11.6%

TABLE 12.3 – Valeurs de δ_{min} pour chaque contrôleur LQG.

On remarque qu'il existe également une relation entre le nombre de noeuds d'erreur du contrôle LQG et sa robustesse. Plus le nombre de noeuds d'erreur est élevé, moins le contrôleur sera robuste aux erreurs paramétriques sur le modèle. Dans le cas du contrôleur n°4, l'espace des variations des paramètres incertains listés précédemment est donc de 11.6% autour de leur valeur nominale :

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrc} 8.67 \ 10^4 N.m^{-1} &\leq k_l &\leq 10.95 \ 10^4 N.m^{-1} \\ 1.5 \ 10^8 N.m^{-1} &\leq k_p &\leq 1.9 \ 10^8 N.m^{-1} \\ 2.65 \ 10^5 N.m^{-1} &\leq k_{lez} &\leq 3.35 \ 10^8 N.m^{-1} \\ 7.07 kg &\leq m_{6AVD} &\leq 8.93 kg \\ 7.07 kg &\leq m_{6ARD} &\leq 8.93 kg \\ 7.07 kg &\leq m_{6ARD} &\leq 8.93 kg \\ 7.07 kg &\leq m_{6ARG} &\leq 8.93 kg \end{array}$$
(12.15)

12.1.4 Contrôle en fréquence fixe

Afin de pouvoir comparer directement l'efficatité du contrôle optimal LQG au contrôle adaptatif FXLMS, l'ensemble des simulations temporelles appliquées au contrôle adaptatif est également appliqué au contrôle optimal. On sollicite donc premièrement la tête rotor avec un effort vertical de 8000N à 17Hz. Les cartographies vibratoires sont représentées sur les figures 12.4a à 12.4e. On retrouve évidemment une certaine redondance des résultats avec l'analyse fréquentielle effectuée précédemment car les quatres systèmes bouclés présentés sont linéaires. Cependant la représentation graphique des résultats sous forme de cartographie de la cabine permet toujours de mieux visualiser la distribution spatiale des niveaux vibratoires dans la structure.

On observe tout d'abord une efficacité beaucoup moins marquée du contrôle LQG par rapport au contrôle adaptatif. Les cartographies des systèmes bouclés 1,2 et 3 sont quasi-identiques à la cartographie vibratoire du système passif. Seul le contrôleur n°4 présente une réelle atténuation, majoritairement dans la zone critique du cadre n°6.



(a) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - SARIB passif.



(b) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur LQG n°1.



(c) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur LQG n°2.



(d) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur LQG n°3.



(e) 8000N en tête rotor à 17Hz, direction verticale - contrôleur LQG n°4.

FIGURE 12.4 – Effort vertical en tête rotor - Cartographie vibratoire de la structure pour chacun des contrôleurs LQG.

La même sollicitation est imposée au système entre 15Hz et 19Hz à fréquence stabilisée. Les résultats sont présentés sur les figures 12.5a à 12.5d. Le contrôle LQG confirme son efficacité moindre par rapport au FXLMS adaptatif, comme le montrent les résultats sur le critère J (critère défini dans le chapitre précédent comme la moyenne des niveaux vibratoires en [g], tous points de la cabine confondus et toutes fréquences de la bande [15-19Hz] confondues) dans le tableau 12.4 à comparer avec le tableau 11.1. On atteint alors un gain d'environ 20% en accélération par rapport au système passif.

Le contrôle optimal tend à générer de l'amortissement dans la boucle fermée du système, ce qui pour un système résonant comme le SARIB actif, dégrade la qualité de l'antirésonance. Ce phénomène oblige à augmenter de manière conséquente la valeur des coefficients des matrices Q_x et diminuer ceux de la matrice R. En conséquence, les contrôleurs générés se révèlent instables et une réduction du gain global dans la boucle de retour s'avère indispensable. Au final, les efforts de commande sont donc faibles afin d'assurer la stabilité de $H_w(\omega)$ et l'efficacité de l'atténuation vibratoire moindre dans la bande de fréquence correspondant à notre zone de travail de 15-19Hz.



FIGURE 12.5 – Accélérations en différents points de la structure pour chacun des contrôleurs.

Contrôleur	J [g]	gain
SARIB passif	0.0669	-
Contrôleur n°1	0.0716	+7%
Contrôleur n°2	0.0584	-13%
Contrôleur n°3	0.0660	-1%
Contrôleur n°4	0.0544	-19%

TABLE 12.4 – Valeurs du critère J pour chaque contrôleur LQG.

Les efforts et puissances demandés par l'actuation du SARIB actif ainsi que la course maximale des actionneurs sont présentés sur les figures 12.6a, 12.6b et 12.8. On remarque peu de différence par rapport au contrôle adaptatif; ainsi pour un même niveau d'effort d'actuation, l'atténuation du contrôleur FXLMS se révèle bien supérieure pour cette application.



FIGURE 12.6 – Effort vertical de 8000N, 17Hz en tête rotor - efforts et puissances d'actuation.



FIGURE 12.7 – Phase de l'effort d'actuation $U_i(s)$ par rapport à l'accélération de la masse battante associée m_{6i} .

Sur la figure 12.7 est réprésentée la phase des efforts d'actuation par rapport à l'accélération de la masse battante associée. Les efforts d'actuation de l'algorithme FXLMS présentent des déphasages plus importants par rapport aux accélérations des masses battantes sur la plage de fréquence 15-19Hz. Ceci permet d'affirmer que le contrôle adaptatif tend à plus ralentir le mouvement des masses battantes atteintes par les vitesses maximales atteintes par les dites masses lors de simulations équivalentes avec les deux contrôles.

Or, la consommation électrique d'un actionneur électro-dynamique dépend également de la force contre-électromotrice s'opposant à la vitesse relative du noyau par rapport à la bobine. Ainsi, plus cette vitesse est élévée, plus la tension demandée augmente. Ce phénomène, visible également sur la figure 12.8 dans l'augmentation de la course des actionneurs, permet d'expliquer le surplus de puissance de la part du contrôleur LQG par rapport au contrôle FXLMS pour une même amplitude d'effort de commande.



FIGURE 12.8 – Course maximale des actionneurs de contrôle.

Torseur rotor complet

On applique à présent un torseur complet représentant une phase de vol de type palier stabilisé 160 noeuds au système bouclé à la fréquence de 17Hz (voir le tableau 11.2). Les résultats des simulations temporelles sont présentés sur les cartographies de la figure 12.9 et résumés dans le tableau 12.5.

	atténuation sur x en [g]			atténuation sur y en [g]			atténuation sur z en [g]		
	cockpit	cabine	global	cockpit	cabine	global	cockpit	cabine	global
Contrôleur n°1	-17.6%	-22.3%	-20.7%	-6.6%	+3.5%	+0.1%	-17.1%	+13.2%	+3.1%
Contrôleur n°2	+19.2%	+18.9%	+19%	-5.8%	-3%	-3.9%	-18%	-6.6%	-10.4%
Contrôleur n°3	-13.6%	-38.4%	-30.1%	+6.2%	+17.8%	+12.6%	+2.1%	+32.6%	+22.4%
Contrôleur n°4	+0.4%	-40.7%	-27%	+1.9%	+12.6%	+9.1%	-13.3%	+29.6%	+15.3%

TABLE 12.5 – Torseur complet appliqué en tête rotor - atténuation par rapport au système passif.

Les résultats démontrent que les contrôleurs LQG ont tendance à réinjecter du niveau vibratoire dans certaines zones de l'appareil, ce qui nuit à l'efficacité globale du contrôle. Le contrôleur n°4, plus performant jusqu'alors présente une forte réinjection à l'arrière de la cabine lorsque la structure est sollicitée par un torseur complet ce qui masque son efficacité à l'avant de l'appareil (cockpit + cadres 4 et 6). C'est donc le contrôleur n°2, contrôlant le niveau vibratoire dans le cockpit qui se révèle ici être le plus performant (-10.4% sur z).



FIGURE 12.9 – Torseur complet appliqué en tête rotor - cartographies des accélérations sur le plancher cabine.



FIGURE 12.9 – Torseur complet appliqué en tête rotor - cartographies des accélérations sur le plancher cabine (suite).

A nouveau, on peut retrouver les efforts et puissances d'actuation sur la figure 12.10 classés par contrôleur. Les conclusions précédentes sur la puissance électrique et l'effet de FEM de l'actionneur électro-dynamique s'appliquent également. Pour un niveau d'effort equivalent au contrôle adaptatif, la puissance maximale demandée par le contrôle optimal s'avère supérieure, spécialement pour les contrôleurs n°3 et n°4.



FIGURE 12.10 – Torseur complet appliqué en tête rotor - Efforts et puissances maximum par actionneur.

12.1.5 Contrôle en fréquence variable

On sollicite à présent la structure avec un sinus balayé dans la direction verticale de 8000N allant de 15Hz à 19Hz en 10s. Les cartographies vibratoires sont présentées sur la figure 12.11 et les résultats sont résumés dans le tableau 12.6. Sur la figure 12.12 sont représentés les efforts et puissances de l'actuation pour chacun des contrôleurs. Une nouvelle fois, l'efficacité du contrôle LQG se révèle faible. les contrôleurs n°2 et n°4 présentent tout de même un certain gain au niveau de l'avant de l'appareil mais tendent à réinjecter du niveau vibratoire à l'arrière de la structure. La moyenne des gains dans les deux zones de l'appareil reste alors proche du système passif.



FIGURE 12.11 – Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s - cartographie des niveaux vibratoires moyens en [g] sur l'axe z au niveau du plancher cabine.

	Atténuation sur z en [g]					
	cockpit cabine globa					
Contrôleur n°1	+23.5%	+37.8%	+33%			
Contrôleur n°2	-10.4%	+5.5%	+0.2%			
Contrôleur n°3	+23.8%	+16.9%	+19.2%			
Contrôleur n°4	-10.2%	+0.7%	-2.9%			

TABLE 12.6 – Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s - atténuation par rapport au système passif.



 ${\rm FIGURE}$ 12.12 – Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s - Efforts et puissances maximum par actionneur.

12.1.6 Réponse à un choc

Tous les contrôleurs LQG sont par définition stables pour toute perturbation d'entrée à énergie finie. La figure 12.13 confirme cette stabilité lorsqu'un choc vertical de 24000N est appliqué à la BTP durant 0.1s. L'effet de cette sollicitation ponctuelle dans le temps ne se répercute donc que très peu sur l'actuation u(t).



(a) Accélérations en différents points (b) Efforts fournis par chaque actiondu plancher cabine. neur - contrôleur n°4.

FIGURE 12.13 – Effort vertical de 8000N , 17Hz appliqué en tête rotor - choc de 24000N à t=5s.

12.1.7 Panne actionneur

On sollicite à nouveau la tête rotor avec un effort vertical de 8000N à 17Hz puis à t=5s, l'actionneur AVD (avant-droit) est mis hors service, son effort généré devient alors nul. Les résultats sont présentés sur la figure 12.14. Lors de la panne, le niveau vibratoire augmente dans la structure mais ne génère aucune instablité dans le système bouclé.



(a) Accélérations en différents points (b) Efforts fournis par chaque actiondu plancher cabine. neur - contrôleur n°4.

FIGURE 12.14 – Effort vertical de 8000N , 17Hz appliqué en tête rotor - Panne de l'actionneur AVD à t=5 s.

La figure 12.15 expose les cartographies vibratoires sur le plancher cabine pour la même sollicitation rotor avec les systèmes passif, actif et enfin actif avec actionneur mis hors tension. La baisse de performances de la suspension active due à une panne d'un des actionneurs ne provoque pas une augmentation des niveaux vibratoires par rapport au système passif, la fonction principale de la suspension reste donc assurée (voir les résultats quantifiés dans le tableau 12.7).



FIGURE 12.15 – Cartographies vibratoires du plancher cabine (contrôleur LQG n°4).

	Atténuation sur z en [g		
	cockpit	cabine	global
Contrôleur n°4	-27.7%	-24.7%	-25.7%
Contrôleur n°4 mode dégradé (panne actionneur AVD)	-3.9%	-7.7%	-6.4%

TABLE 12.7 – Effort vertical de 8000N ,17Hz appliqué en tête rotor - gains du contrôleur LQG n°4 en mode actif et dégradé (panne de l'actionneur AVD).

12.1.8 Réponse en régime transitoire - changement de phase de vol

A présent, on simule un changement brutal du torseur tête rotor, conséquence d'un changement rapide de phase de vol. On sollicite donc la tête rotor avec le torseur complet utilisé précédemment (tableau 11.2) caractéristique d'un palier stabilisé à 160 noeuds. A t=5s, le torseur devient celui défini dans le tableau 11.6 simulant un virage. Le contrôleur LQG avec lequel est simulé ce changement de phase de vol est le n°4, globalement considéré comme le plus performant.



(a) Effort délivrés par les 4 actionneurs. (b) Accélération BTP et pilote (axe z).

FIGURE 12.16 – Passage d'une phase de palier stabilisé 160 noeuds à une phase de virage.

L'ensemble de la figure 12.16 permet de visualiser les effets sur le système du changement de torseur. La répartition des efforts de contrôle change en fonction de la phase de vol, on observe une augmentation de la commande $u_{AVD}(t)$ et en contrepartie une diminution de $u_{ARD}(t)$, dues aux variations de niveau dans certaines zones de la structure. Le plus important des résultats est que les performances en atténuation vibratoire par rapport au système passif sont maintenues.

12.1.9 conclusion

Le contrôle LQG présente une théorie interessante basée sur la réduction d'un critère temporel J. Son formalisme permettant de demeurer dans le domaine des systèmes linéaires facilite l'étude du comportement fréquentiel de la boucle fermée $H_w(s)$, de sa stabilité et robustesse. Cependant, ce type de contrôle tend à générer de l'amortissement dans le système physique, dégradant alors les performances de la suspension passive résonante SARIB.

Il reste possible de mettre en oeuvre ce contrôle en forçant les coefficients d'une des matrices Q_x ou R à des valeurs soit très grandes soit infiniment faibles, ce qui n'est pas sans générer rapidement de l'instabilité dans la boucle. De plus, le conditionnement initial des matrices du système d'état joue un rôle essentiel dans la résolution de l'équation caractéristique de Riccati permettant de déterminer une matrice optimale de gains K_x . Dans le cas de notre système, les raideurs des liaisons étant parfois très importantes (barres BTP par exemple), ceci provoque de très grandes différences entre la plus petite et la plus grande valeur propre de la matrice A du système d'état, détériorant ainsi fortement son conditionnement et donc la précision de la solution optimale P_s de l'équation (4.5).

Finalement, le contrôle LQG présente un niveau d'effort équivalent au contrôle FXLMS, mais avec une efficacité bien inférieure du fait du caractère spécifique du système à contrôler. En effet le contrôle optimal tend à apporter de l'amortissement sur les modes du système or c'est précisément un mode qui permet de générer l'antirésonance du SARIB à la fréquence $b\Omega$. De plus, on observe beaucoup plus de réinjection de niveau vibratoire que le contrôle FXLMS dans les zones de l'appareil non contrôlées par l'algorithme LQG. Ceci est dû à la nature non-adaptative du contrôle LQG où le compromis entre l'efficacité sur une zone particulière de la structure et l'absence de réinjection d'efforts parasites dans une autre zone est difficile à obtenir. Même si le contrôle LQG pour une sollicitation de type torseur complet en tête rotor sont clairement rédhibitoires.

Cinquième partie

Contrôle de systèmes AVCS en cabine

Chapitre 13

Mise en forme du modèle avec AVCS en cabine

13.1 Objectif

Le SARIB passif est un système complexe à intégrer du fait de son encombrement et de sa masse. A bien plus forte raison l'est également le SARIB actif puisqu'il faut y ajouter toute l'actuation nécessaire à son fonctionnement. Cette actuation représente aussi un encombrement supplémentaire dans une zone ou l'espace libre est extrêmement rare (autour de la BTP, organe coeur de l'appareil). Cette complexité d'intégration pousse les hélicoptèristes à opter pour des solutions plus simples de systèmes antivibratoires directement placés en cabine comme le système AVCS présenté en introduction. On rappelle le principe de ce système qui consiste à placer un certain nombre d'absorbeurs de vibrations type masse-ressort sur le plancher cabine accordés à la fréquence $b\Omega$ afin de réduire le niveau vibratoire localement.

Cette partie du travail de thèse a pour objectif de modifier le modèle complet construit dans le but de simuler le SARIB actif afin de placer 4 actionneurs AVCS en cabine et observer leur efficacité passive comme active. Ces simulations permettront de comparer la pertinence de la décision d'utiliser ce type de système antivibratoire au lieu du SARIB passif/actif. Cette question a toute son importance dans un contexte où les hélicoptèristes doivent effectuer des compromis de plus en plus difficiles entre confort et réduction des coûts et masses.

Ce chapitre traitera donc de la mise en place du modèle de l'appareil avec absorbeurs de vibrations en cabine et leur efficacité en fonctionnemment passif sera comparée à la suspension passive SARIB. Le chapitre suivant traitera quant à lui du fonctionnement actif des absorbeurs afin de comparer leurs performances face à la suspension SARIB active.

13.2 Modification du modèle 3D à fuselage souple

La transformation du modèle passe par deux étapes :

- modification des paramètres de masse et raideur du SARIB passif pour annuler toute antirésonance à la fréquence $b\Omega$;
- Ajout de 4 degrés de liberté au modèle au niveau du plancher cabine correspondant aux 4 AVCS agissant dans la direction verticale (\overrightarrow{e}_3^0) .

Afin d'annuler les effets d'antirésonance de la suspension SARIB, les 4 masses battantes passent de 8kg à 1g et les batteurs d'une masse de 7.796kg à 1kg. La raideur de lame quant à elle passe de $9.81 \times 10^4 N.m^{-1}$ à $1 \times 10^8 N.m^{-1}$.

Ces modifications permettent de réduire fortement l'énergie de l'antirésonance générée et surtout de la décaler vers de plus hautes fréquences.

Le modèle ainsi modifié se comporte comme s'il n'y avait pas de suspension SARIB et que la BTP était fixée de manière quasiment rigide à la structure comme c'est majoritairement le cas dans les appareils concernés par les absorbeurs en cabine.

A présent, il convient d'ajouter les degrés de liberté spécifiques des 4 actionneurs AVCS au modèle. Pour ce faire, les matrices de masse \underline{M} , raideur \underline{K} et actuation \underline{S} sont modifiées. Les 4 actionneurs sont placés sur les noeuds suivants de la structure :

- au niveau des pieds pilote et copilote : dans cette zone sont très souvent placés les absorbeurs antivibratoires pour la raison évidente de la présence constante de membres d'équipage;
- au niveau du cadre 6 gauche et droit : cette zone est en effet la plus critique de l'appareil en terme de niveau vibratoire.

Sur la figure 13.1 est représentée la structure du NH90 avec le modèle dynamique en transparence. On y retrouve également l'emplacement des 4 absorbeurs de vibrations AVCS dans le modèle.



FIGURE 13.1 – Modèle NH90 - vue de coté et de dessus, placement des absorbeurs AVCS dans le modèle.

Les degrés de liberté associés à ces quatres noeuds de la structure sont listés dans les 3 ensembles suivant : $AVCS_z = [102 \ 105 \ 120 \ 123]$ sur l'axe vertical dans le modèle, $AVCS_x = [100 \ 103 \ 118 \ 121]$ sur l'axe longitudinal et $AVCS_y = [101 \ 104 \ 119 \ 122]$ sur l'axe latéral. Chaque actionneur est donc constitué d'une masse m_c , d'une raideur k_c et d'une actuation $u_{AVCS}(i)$ avec $i \in [1; 4]$ comme indiqué sur la figure 13.2.



FIGURE 13.2 – Absorbeur actif AVCS i.

Ces 4 absorbeurs de vibrations sont accordés à $f_c = 16Hz$, fréquence proche de $b\Omega$ mais pas identique. La raison de cette différence est d'éviter des changements de phase rapides en permanence de la part du contrôle dans le cas où l'ensemble masse/ressort serait parfaitement accordé au $b\Omega$ nominal, générant ainsi de l'instabilité dans la boucle fermée de contrôle. Les paramètres de l'absorbeur AVCS sont listés dans le tableau 13.1. Avec $\omega_c = 2\pi \times f_c$, la relation $k_c = m_c \omega_c^2$ est conservée pour le réglage désiré de l'absorbeur.

variable	valeur	unité
m_c	20	[kg]
k_c	2.02×10^{5}	$[N.m^{-1}]$

TABLE 13.1 – Paramètres des modèles d'absorbeur AVCS.

On reprend la représentation du système dynamique exprimée par l'équation 12.2 :

$$\underline{M}_{tot}\ddot{q} + \underline{K}_{tot}q + \underline{D}_{tot}\dot{q} = \underline{S}_u \ u + \underline{S}_w \ w \tag{13.1}$$

La matrice de masse \underline{M}_{tot} du modèle complet est donc modifiée de la manière suivante :

$$\underline{M}_{tot,AVCS} = \begin{bmatrix} \underline{M}_{tot} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_c \end{bmatrix}$$
(13.2)

avec $\underline{M}_{tot,AVCS} \in \Re^{[(234+4)\times(234+4)]}$. Les degrés de liberté associés aux masses m_c des absorbeurs sont donc $AVCS_{DOFz} = [235\ 236\ 237\ 238]$. Afin d'ajouter également l'inertie de la masse des absorbeurs AVCS sur leurs noeuds d'attache structure, on additionne la masse m_c aux masses déjà associées aux degrés de libertés $AVCS_x$ et $AVCS_y$:

$$\begin{cases} \underline{M}_{tot,AVCS}(AVCS_x(i),AVCS_x(i)) = \underline{M}_{tot,AVCS}(AVCS_x(i),AVCS_x(i)) + m_c \quad \forall \ i \in [1;4]\\ \underline{M}_{tot,AVCS}(AVCS_y(i),AVCS_y(i)) = \underline{M}_{tot,AVCS}(AVCS_y(i),AVCS_y(i)) + m_c \quad \forall \ i \in [1;4] \end{cases} (13.3)$$

Ainsi, ces degrés de liberté supplémentaires s'ajoutent au vecteur \underline{q} pour former \underline{q}_{AVCS} :

$$\underline{q}_{AVCS} = \begin{bmatrix} \underline{q} \\ z_{AVCS,1} \\ z_{AVCS,2} \\ z_{AVCS,3} \\ z_{AVCS,4} \end{bmatrix}$$
(13.4)

Avec $\underline{q}_{AVCS}\in\Re^{[(234+4)\times 1]}.$ De même, la matrice de raideur \underline{K}_{tot} se modifie de la manière suivante :

$$\underline{K}_{tot,AVCS} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{tot} & 0\\ 0 & \underline{I}_4 \times 0 \end{bmatrix}$$
(13.5)

On vient ensuite y ajouter les termes de raideur liés à k_c :

$$\begin{pmatrix} \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{z}(i),AVCS_{z}(i)) &= \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{z}(i),AVCS_{z}(i)) + k_{c} &\forall i \in [1;4] \\ \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{z}(i),AVCS_{DOFz}(i)) &= \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{z}(i),AVCS_{DOFz}(i)) - k_{c} &\forall i \in [1;4] \\ \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{DOFz}(i),AVCS_{z}(i)) &= \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{DOFz}(i),AVCS_{z}(i)) - k_{c} &\forall i \in [1;4] \\ \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{DOFz}(i),AVCS_{DOFz}(i),AVCS_{DOFz}(i)) &= \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{DOFz}(i),AVCS_{z}(i)) + k_{c} &\forall i \in [1;4] \\ \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{DOFz}(i),AVCS_{DOFz}(i)) &= \underline{K}_{tot,AVCS}(AVCS_{DOFz}(i),AVCS_{DOFz}(i)) + k_{c} &\forall i \in [1;4] \\ \end{bmatrix}$$

On remplace à présent la matrice d'actuation \underline{S}_u du SARIB actif par la matrice $\underline{S}_{u,AVCS}$ liée aux efforts de contrôle du vecteur $u_{AVCS} \in \Re^{[4 \times 1]}$ des actionneurs AVCS en cabine :

$$\underline{S}_{u,AVCS} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ AVCS_z(3) \\ AVCS_z(3) \\ \vdots \\ AVCS_{2}(4) \\ \vdots \\ AVCS_{DOFz}(1) \\ AVCS_{DOFz}(2) \\ AVCS_{DOFz}(3) \\ AVCS_{DOFz}(4) \end{bmatrix}$$
(13.7)

Avec la matrice $\underline{S}_{u,AVCS} \in \Re^{[(234+4)\times 4]}$. De la même manière, la matrice d'actuation des perturbations en tête rotor \underline{S}_w doit être adaptée aux nouvelles dimensions du système :

$$\underline{S}_{w,AVCS} = \begin{bmatrix} \underline{S}_w \\ \underline{0}_{4\times 6} \end{bmatrix}$$
(13.8)

Avec la matrice $\underline{S}_{u,AVCS} \in \Re^{[(234+4)\times 6]}$. La matrice d'amortissement $\underline{D}_{tot,AVCS}$ est calculée de la même manière que le modèle complet avec SARIB actif (équations (7.30) à (7.32)) et avec le même taux d'amortissement modal de 2%. Il vient alors l'expression complète de la dynamique du modèle :

$$\underline{M}_{tot,AVCS} \, \underline{\ddot{q}}_{AVCS} + \underline{K}_{tot,AVCS} \, \underline{q}_{AVCS} + \underline{D}_{tot,AVCS} \, \underline{\dot{q}}_{AVCS} = \underline{S}_{u,AVCS} \, u + \underline{S}_{w,AVCS} \, w \quad (13.9)$$

13.3 Comportement dynamique du modèle avec AVCS passifs

Dans une première approche, nous allons comparer en terme de transmissibilités en accélération sur l'axe vertical entre le centre d'inertie de la BTP et plusieurs points du plancher cabine, 3 configurations de modèles d'appareil complet :

- Modèle modifié pour les AVCS mais sans aucun absorbeur en cabine (masse m_c négligeable);
- Modèle modifié pour les AVCS avec les absorbeurs accordés à 16Hz;
- Modèle initial avec SARIB (passif) accordé au $b\Omega$.

les figures 13.3 à 13.6 présentent ces transmissibilités au niveau des pieds pilote/copilote et du cadre 6 (zones dans lesquelles sont placées les actionneurs AVCS) ainsi qu'au niveau du cadre 11 (zone arrière de l'appareil, éloignée des actionneurs).



FIGURE 13.3 – Transmissibilités en accélération sur l'ax
ez appareil entre la BTP et les pieds copilote.



FIGURE 13.4 – Transmissibilités en accélération sur l'ax
ezappareil entre la BTP et les pieds copilote.



FIGURE 13.5 – Transmissibilités en accélération sur l'axe z appareil entre la BTP et le cadre 6.



FIGURE 13.6 – Transmissibilités en accélération sur l'ax
ez appareil entre la BTP et le cadre 11.

Le premier modèle simulé ici à chaque fois est le modèle avec AVCS mais dont la masse des absorbeurs est négligeable pour en annuler tous les effets. Ce modèle sert à simuler un appareil sans système antivibratoire, où la BTP serait fixée de manière quasi rigide au plancher mécanique et nous permet donc de clairement identifier l'effet des absorbeurs AVCS aux fréquences proches de 16Hz sur le second modèle. En effet, pour chaque transmissibilité représentée ici, on observe très clairement un gain entre les deux modèles à 16Hz et autour, dû aux absorbeurs passifs. Par exemple au niveau des pieds du copilote est obtenu un gain en transmissibilité entre le modèle sans et avec AVCS de -6.5dB. On divise donc globalement par deux la transmissibilité aux noeuds sur lesquels sont placés les actionneurs AVCS.

On remarquera par contre que l'atténuation n'est pas aussi performante au niveau du cadre 11, plus éloigné des absorbeurs (-2.2dB à 16Hz). Ceci s'explique simplement car ces absorbeurs ont un effet réellement local, sur une zone proche de leur implantation dans la structure. Cette idée essentielle nous mène donc à observer les effets de la suspension SARIB.

Pour chacune des transmissibilités présentées ici, les résultats du modèle avec SARIB passif sont sans comparaison avec les AVCS. Si l'on reconsidère le noeud correspondant aux pieds du copilote, le gain en accélération entre le modèle sans système antivibratoire et le modèle avec SARIB est de -16.4dB à 16Hz. De plus, et c'est là tout l'intérêt d'une suspension à l'interface entre la BTP et la structure comme le SARIB, son effet est global et non local. On obtient tout de même un gain de -18.2dB à 16Hz au niveau du cadre 11. En comparaison avec le modèle comportant les absorbeurs AVCS en cabine, la suspension SARIB possède non seulement des performances bien supérieures mais présente en plus un effet sur l'ensemble de la structure de l'appareil.

13.4 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de modéliser un appareil sans SARIB comportant des absorbeurs en cabine afin de comparer l'efficacité des deux différents systèmes antivibratoires en mode passif lors d'une première approche. Si cette étape a permis de confirmer le gain, plutôt localisé des absorbeurs AVCS, la suspension SARIB présente des performances bien supérieures et a des effets sur l'ensemble de la structure. L'étape suivante consiste maintenant à appliquer le contrôle FXLMS feedforward aux actionneurs AVCS en cabine et observer leur efficacité en comparaison de la suspension active SARIB. Ceci fera l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 14

Contrôle FXLMS feedforward des AVCS

14.1 Objectif

L'objectif de ce chapitre est d'utiliser le contrôle FXLMS feedforward sur le modèle dynamique intégrant les AVCS en cabine pour rendre les absorbeurs actif grâce à la commande u_{AVCS} . L'efficacité des AVCS actifs pourra alors être comparée aux performances de la suspension SARIB active développée dans le présent mémoire.

14.2 Contrôle des AVCS

La méthode de synthèse de la commande choisie est le FXLMS feedforward dont la théorie a déjà été exposée dans le présent mémoire. On détermine tout d'abord les degrés de liberté du modèle dont les informations de vitesse serviront de signaux d'erreur pour le contrôle, tout comme pour le contrôle du SARIB actif. Les degrés de liberté choisis sont les suivants :

$$N_{er,AVCS} = \begin{bmatrix} 102 & 105 & 120 & 123 \end{bmatrix}$$
(14.1)

Ce vecteur correspond aux mêmes degrés de liberté que le vecteur $AVCS_z$, ce choix se justifie car il est plus simple pour le contrôle FXLMS d'avoir des capteurs d'erreur au plus proche des actionneurs. Cette idée est confirmée dans la pratique car les accéléromètres liés aux absorbeurs AVCS sont toujours installés au plus près des actionneurs sur le plancher cabine [10].

Les fonctions de transfert secondaires $s_{ij}(s)$ de l'algorithme FXLMS traduisant l'effet sur chaque capteur d'erreur (vitesse des DDL de $N_{err,AVCS}$) de chaque commande $u_{AVCS}(i)$ appartiennent à l'ensemble des fonctions de transfert des 4 actionneurs de contrôle vers les états du système défini par :

$$P_{AVCS}(s) = \left[C_{AVCS}(sI - A_{AVCS})^{-1}B_{AVCS} + D_{AVCS}\right]$$
(14.2)

Avec

$$A_{AVCS} = \begin{bmatrix} 0 & I_{238} \\ -\underline{M}_{tot,AVCS}^{-1} \underline{K}_{tot,AVCS} & -\underline{M}_{tot,AVCS}^{-1} \underline{D}_{tot,AVCS} \end{bmatrix}$$

$$B_{AVCS} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{M}_{tot,AVCS}^{-1} \underline{S}_{u,AVCS} \end{bmatrix}$$

$$C_{AVCS} = \underline{I}_{476}$$

$$D_{AVCS} = \underline{0}_{476 \times 4}$$

$$(14.3)$$

Avec le vecteur des états $x = [\underline{q}_{AVCS}^T \ \underline{\dot{q}}_{AVCS}^T]^T$. Les fonctions de transfert $s_{ij}(s)$ sont maintenant identifiées, on sollicite alors le système ainsi construit par un effort en tête rotor de 8000N à 17Hz durant 10 secondes (temps suffisamment long pour assurer la convergence des coefficients $\mathbf{w}(t)$ de l'algorithme FXLMS feedforward). Sur les figures 14.1 à 14.3 sont représentées de la même manière que dans les chapitres précédents les cartographies vibratoires des niveaux d'accélération en [g] sur le plancher cabine.



FIGURE 14.1 – 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - sans AVCS.



FIGURE 14.2 – 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS passifs.



FIGURE 14.3 - 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS actifs.

Le tableau 14.1 résume ces 3 cartographies en présentant pour chaque système le niveau vibratoire moyen en [g] sur tout le plancher cabine. On observe aisément une efficacité certaine du contrôle à cette fréquence qui permet tout de même de réduire le niveau moyen en cabine de 48%. Ce gain est atteint moyennant des efforts de contrôle de l'ordre de 180N pour les AVCS du cockpit et 120N pour les AVCS en base du cadre n°6. On retrouve de nouveau l'intérêt du contrôle actif d'un système antivibratoire résonant permettant avec des efforts de commande faibles une excellente réduction du niveau vibratoire.

Modèle	Niveau moyen [g]
sans AVCS	0.51
AVCS passifs	0.29
AVCS actifs	0.15

TABLE 14.1 – Accélération moyenne sur tout le plancher cabine pour une sollicitation verticale en tête rotor de 8000N à 17Hz.

14.3 Comparaison des différents systèmes

Si les AVCS actifs démontrent bien leur efficacité en comparaison de simples absorbeurs passifs, il faut tout de même les comparer à la suspension active SARIB conceptualisée pour ce travail de thèse. Nous comparons alors, toujours dans ce même cas de simulation ou la tête rotor est sollicitée par un effort de 8000N à 17Hz durant 10 secondes, les résultats précédents à ceux obtenus au chapitre 11.

Les cartographies vibratoires sont présentées sur les figures 14.4 à 14.7 pour les modèles avec AVCS passif/actif et SARIB passif/actif et le tableau 14.2 présente les niveaux moyens sur tout le plancher cabine. L'échelle des couleurs a dû être modifiée par rapport aux cartographies concernant seulement les modèles avec AVCS car les niveaux vibratoires présentent de grandes différences entre les 4 simulations.

Comme conclu dans le chapitre précédent, la suspension SARIB passive présente des performances bien supérieures aux absorbeurs AVCS passifs mais également actifs (-69% par rapport aux AVCS actifs). La souplesse donnée à la liaison BTP-structure ajoutée à l'antirésonance des masses battantes se révèle donc beaucoup plus efficace que la multiplication des absorbeurs AVCS en cabine, même actifs. Quant au gain du SARIB actif par rapport au SARIB passif, cette question a déjà été étudiée dans la partie précédente du présent mémoire.



FIGURE 14.4 – 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS passifs.



FIGURE 14.5 – 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS actifs.



FIGURE 14.6 – 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - SARIB passif.



FIGURE 14.7 – 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - SARIB actif.

Modèle	Niveau moyen [g]
AVCS passifs	0.29
AVCS actifs	0.15
SARIB passif	0.046
SARIB actif	0.018

TABLE 14.2 – Accélération moyenne sur tout le plancher cabine pour une sollicitation verticale en tête rotor de 8000N à 17Hz.

14.4 Conclusion

Cette partie a permis de confronter le système SARIB passif et actif à une autre famille de systèmes antivibratoire de plus en plus utilisés dans les appareils modernes : les absorbeurs AVCS passifs et actifs. Force est de constater que si son intégration demeure complexe du fait de son emplacement à l'interface BTP-structure induisant l'introduction de souplesses devant être impérativement maitrisées (mésalignement BTP-moteurs), la suspension SARIB passive présente des atténuations de niveaux vibratoires de loin supérieures par rapport à une structure uniquement équipée d'AVCS. Certes ces derniers sont simples à intégrer dans la cabine mais ne peuvent garantir qu'une efficacité assez localisée autour de leur point d'ancrage dans la structure contrairement au SARIB dont l'effet est par construction, global.

Ces résultats confirment bien la pertinence de l'utilisation de la suspension SARIB, même passive sur les appareils. Ceci atteste égalemement que la recherche d'un contrôle actif de structure avec pour base cette suspension résonante présente un avantage certain en comparaison avec les absorbeurs antivibratoires actif en cabine d'où le travail de cette thèse. Sixième partie Essais laboratoire

Chapitre 15

Mise en place de l'expérimentation

Dans ce chapitre est présentée la mise en place des essais qui ont été effetués sur le prototype échelle 1 de la suspension active SARIB au laboratoire de dynamique Airbus Helicopters. Ces essais ont eu pour objectif de valider l'architecture générale du système actif ainsi que l'efficacité des lois de contrôle présentées précédemment. Le tout menant à une validation générale du concept d'un point de vue matériel et algorithme de contrôle.

La démarche adoptée est la suivante : tout d'abord le montage d'essai échelle 1 est présenté : il comporte une unité SARIB (batteur et masse battante, lame flexible et barre BTP) et un actionneur de contrôle. L'ensemble est placé de manière à reproduire par l'intermédiaire d'une machine traction compression travaillant en dynamique la sollicitation rotor. Une fois le montage défini, on présente un récapitulatif des différents cas de chargement opérés durant les essais : d'abord sur la suspension SARIB série, puis sur le montage prototype en passif puis en actif.

15.1 Montage d'essai

Les investigations préliminaires sur la théorie du contrôle de la suspension active SARIB étant à présent effectuées, il convient de monter une expérimentation représentative du système pour valider dans la pratique le contrôle du mouvement des masses battantes et son efficacité sur la transmissibilité de la suspension. Le schéma du montage est présenté sur la figure 15.1.

Une unité SARIB (batteur avec sa masse et une lame) est placée dans la même configuration géométrique que sur appareil. Un vérin hydraulique simule l'excitation harmonique primaire w(t) du rotor et l'effort transmis à la structure par l'intermédiaire de la ferrure est mesuré lors de l'essai. Une jauge d'effort permet également de mesurer l'effort effectif u(t) dans la tige de l'actionneur de contrôle et un accéléromètre est placé sur la masse battante (mesure de l'accélération sur l'axe y').

Sur la figure 15.2 sont représentées deux photos prises du montage final sur les quelles on peut y apercevoir l'actionneur éléctro-dynamique, la tige de ce même actionneur suivie d'une jauge d'effort en S et enfin la masse battante, le batteur et la lame flexible (voir figure 15.3). L'actionneur voice-coil visible sur l'expérimentation est un modèle standard acheté dans le commerce, le but étant de démontrer la validité d'un concept et non de présenter un système intégrable sur appareil en l'état.

Le montage dans sa configuration initiale a présenté certaines difficultés, en effet le pivot reliant l'actionneur de contrôle au bâti métallique générait une pré-

contrainte trop grande sur l'axe d'actuation, ce qui cinématiquement provoquait le blocage du mouvement de la tige dans le bâti de l'actionneur voice-coil.

Afin de libérer cinématiquement l'ensemble, le bâti de l'actionneur de contrôle a été suspendu par des raideurs souples (voir figure 15.4) permettant à l'axe de translation de la tige par rapport au bâti de s'autorégler durant l'essai. Le fait de suspendre ainsi le bâti permet également et surtout de ne pas créer d'arcboutement lié à la masse de l'actionneur dans la liaison glissière tige/bâti, réduisant ainsi les frottements dont les effets sont dévastateurs sur un système résonant.



FIGURE 15.1 – Schéma du montage d'essai.



(a) Montage d'essai - vue n°1.

(b) Montage d'essai - vue n°2.

 $\ensuremath{\mathsf{FIGURE}}$ 15.2 – Montage expérimental au laboratoire de dynamique Airbus Helicopters.



FIGURE 15.3 – Montage d'essai - vue n°3.



FIGURE 15.4 – Montage d'essai - vue n°4.

Svetème	Description		w(t)	
Systeme	Description	plage de fréquence	charge statique	charge dynamique
	variation de l'effort statique	[15Hz-20Hz]	200daN	50daN
	variation de l'effort statique	[15Hz-20Hz]	2600daN	50daN
niontage	variation de l'effort statique	[15Hz-20Hz]	3600daN	50daN
serie NH90	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	20daN
	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	100daN
Cinquit	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	100daN
Circuit	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	150daN
ouvert	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	200daN
EVIME	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	100daN
foodforword	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	150daN
leediorward	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	200daN
	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	100daN
EVIME	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	150daN
foodbook	variation de l'effort dynamique	[15Hz-20Hz]	2600daN	200daN
Teedback	influence de l'effort statique	[15Hz-20Hz]	1500daN	150daN
	influence de l'effort statique	[15Hz-20Hz]	3500daN	150daN

Définition des essais effectués 15.2

TABLE 15.1 – Récapitulatif des chargements appliqués au montage expérimental.

L'expérimentation menée est séparée en trois parties disctintes. Tout d'abord, le montage d'appareil série NH90 (actionneur de contrôle non monté) est étudié afin de valider que le comportement vibratoire du montage est représentatif de ce qu'il se passe sur appareil. Différents chargements statiques et dynamiques sont appliqués en barre BTP pour s'assurer de ne pas opérer dans le domaine non linéaire du montage mécanique lors de la mise en oeuvre du contrôle actif. En effet les paliers élastomères assurant les liaisons pivot présentent des raideurs variables selon l'amplitude de leur déformée radiale. De plus, l'angle initial entre la droite passant par les axes des pivots ferrure/batteur et barre BTP/batteur et le plan horizontal du plancher mécanique sur appareil détermine la valeur de l'amplification dynamique λ et donc la fréquence d'antirésonance. Le chargement statique influe alors directement sur le comportement en fréquence de la suspension.

La seconde partie consiste à valider le montage de la suspension active avec actionneur en circuit ouvert (pas d'amortissement induit). Cette étape permet de s'assurer que les frottements entre la tige et le bâti de l'actionneur ne nuisent pas au fonctionnement passif de la suspension.

La dernière étape est bien évidemment la mise en oeuvre des algorithmes de contrôle sur le montage. Pour ce faire, un calculateur programmable DSPACE AutoBox (figure 15.5) est utilisé avec son logiciel *Control Desk* en liaison avec Matlab/Simulink. Ce dernier permet la programmation du contrôle qui est ensuite compilé en langage C et téléchargé dans le calculateur.



FIGURE 15.5 – Calculateur programmable Dspace AutoBox.

L'allocation en temps de la machine de traction/compression étant limitée (contexte industriel), le temps de manipulation effectif sur le banc d'essai a été de 15 jours ouvrés ce qui n'a pas permis d'appliquer tous les contrôles au système. Seuls les algorithmes FXLMS feedforward et feedback ont donc pu être testés. Dans le tableau 15.1 sont résumés les différents essais ayant donné matière à résultats.

Chapitre 16

Résultats d'essais

16.1 Montage SARIB NH90 série

La première étape des essais était de valider le montage série NH90. Tout d'abord un chargement statique de traction de 2600daN est appliqué sur la barre BTP et on fait varier la charge dynamique w(t). Les résultats sont présentés sur les figures 16.1 et 16.2. On peut remarquer qu'en effet l'amplitude de la charge dynamique a une influence sur les fréquences de résonance et antirésonance du système, de fortes charges auront tendance à abaisser ces fréquences caractéristiques.

Ces phénomène linéaires peuvent s'expliquer par la déformée en S de la lame flexible, créant ainsi une raideur équivalente dépendante de l'amplitude du mouvement du batteur. Comme expliqué dans le chapitre précédent, l'angle initial du batteur par rapport au plancher mécanique modifie également l'amplification dynamique λ et donc la réponse fréquentielle de la suspension.



FIGURE 16.1 – Fonction de transfert entre l'effort ferrure $F_f(\omega)$ et l'accélération de la masse battante $(j\omega)^2 Y(\omega)$.



FIGURE 16.2 – Fonction de transfert entre l'effort d'entrée $W(\omega)$ et l'effort transmis à la structure $F_f(\omega)$.

Sur les figures 16.3 et 16.4 sont réprésentées les fonctions de transfert entre l'effort ferrure $F_f(t)$ et l'accélération $\ddot{y}(t)$ de la masse battante SARIB ainsi que l'effort d'entrée du système w(t). Pour un même chargement dynamique de 50daN, différents chargements statiques de w(t) sont appliqués. On remarque nettement que les chargements statiques faibles induisent de grosses variations sur les fréquences caractéristiques de la suspension SARIB. En effet, lorsque la charge statique est trop faible, les jeux ne sont pas suffisamment annulés dans l'ensemble mécanique, créant des non-linéarités dans le comportement fréquentiel du système tout comme la précontrainte insuffisante de la lame flexible.



FIGURE 16.3 – Fonction de transfert entre l'effort ferrure $F_f(\omega)$ et l'accélération de la masse battante $(j\omega)^2 Y(\omega)$.



FIGURE 16.4 – Fonction de transfert entre l'effort d'entrée $W(\omega)$ et l'effort transmis à la structure $F_f(\omega)$.

Pour la poursuite des essais, il est donc impératif de s'assurer de travailler dans le domaine de linéarité du système, à savoir avec un chargement statique w_0 suffisamment élevé comme 2600daN. Concrètement sur appareil, les cas de charge statique faible ou négative n'arrivent qu'au sol, où l'efficacité de la suspension n'est pas essentielle.

16.2 Montage SARIB actif avec actionneur en circuit ouvert

Le montage suivant consiste à lier la masse battante à l'actionneur voice-coil de contrôle. Le montage mécanique comportant la tige de l'actionneur électrodynamique avec son support de liaison au batteur entre dans le calcul de la masse battante afin de conserver la même configuration dynamique que le SARIB issu de l'appareil série.

Une fois l'actionneur de contrôle suspendu et sa tige liée mécaniquement à la masse battante, l'ensemble est chargé en statique avec un effort de 2600daN. Différents chargements dynamiques w(t) sont appliqués et les fonctions de transfert entre la sollicitation d'entrée et l'accélération de la masse battante sont présentées sur la figure 16.5.



FIGURE 16.5 – Comparaison du montage série NH90 avec le montage SARIB actif - actionneur en circuit ouvert.

On note immédiatement que la résonance est plus amortie dans le cas du montage SARIB actif et également décalée en fréquence. En effet les frottements entre la tige de l'actionneur voice-coil et son bâti dégradent très fortement l'antirésonance de la suspension et génèrent des effets de non linéarité décalant aussi les fréquences propres du système. En conséquence, les performances passives de la suspension pour le montage prototype en l'état ne sont pas égales au système série. A l'avenir, un actionneur sans contact devra être conçu pour le prototype de la suspension afin de conserver l'atténuation du SARIB passif série. Cependant, les gains mesurés lors des phases de contrôle par rapport au montage prototype seront directement transposables en gains pouvant être obtenus par rapport à la suspension série avec un actionneur électro-dynamique sans contact.

16.3 Montage SARIB actif - Contrôle FXLMS

16.3.1 Identification

Une identification de la fonction de transfert entre la commande et le signal de retour du capteur d'effort en ferrure doit être réalisée pour utiliser le contrôle FXLMS. Sur la figure 16.6 est représenté un schéma de cette procédure d'identification. Pour ce faire, on alimente l'actionneur électro-dynamique avec un bruit blanc u n'excédant pas 200N et un algorithme de type LMS identifie à partir de la réponse de la jauge d'effort les coefficients $W_H(n)$ d'un FIR (Filtre à Réponse Impulsionnelle finie) discret H(z) en [N/V]. Durant cette identification


FIGURE 16.6 – Schéma de la procédure d'identification.

la sollicitation principale w est nulle afin de ne pas parasiter la convergence de l'algorithme LMS et biaiser le résultat.



FIGURE 16.7 – Coefficients $W_H(n)$ du FIR identifié de la fonction de transfert secondaire $H(\omega)$.

Cette fonction discrète H(z) se présente sous la forme d'un FIR (figure 16.7) dépendant de la fréquence d'échantillonnage (2kHz) qui est ensuite converti en système d'état discret de la forme :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases}$$
(16.1)

Dont une réalisation connue est :

$$A = \begin{bmatrix} \underline{0}_{(n-2)\times 1} & \underline{I}_{n-2} \\ 0 & \underline{0}_{1\times(n-2)} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \underline{0}_{(n-2)\times 1} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(16.2)
$$C = [W_H(n) \quad W_H(n-1)\cdots W_H(2)] \qquad D = W_H(1)$$

Ce système d'état discret est une réalisation non-unique de la fonction de transfert $H(\omega)$ représentée ici sur la figure 16.8. On y remarque un mode à la fréquence de 18.8Hz correspondant à la résonance de la chaîne mécanique vérin d'excitation et sa raideur - barre-BTP - batteur - ferrure. Le système discret calculé (A, B, C, D) est lui directement intégré à l'algorithme FXLMS pour le programme de contrôle.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés



FIGURE 16.8 – Fonction de transfert secondaire identifiée $H(\omega)$.

16.3.2 Contrôle

Sur la figure 16.9 est représenté un schéma du système de contôle avec le signal de sollicitation primaire provenant du vérin hydraulique de la machine w, la mesure y provenant des capteurs dont le signal à réguler z provenant de la cellule d'effort au niveau de la ferrure $(F_f(t))$ et enfin la commande u.



FIGURE 16.9 – Schéma de la procédure de contrôle.

L'actionneur permettant d'appliquer au montage d'essai la sollicitation primaire w(t) est hydraulique, par conséquent le déplacement de la barre BTP est dépendant de l'effort généré par le vérin. De ce fait, la consigne de commande en effort de la machine traction/compression est directement traduite en consigne de déplacement pour le vérin hydraulique ce qui n'est pas le cas de la technologie voice-coil où il est possible de générer n'importe quel effort indépendamment de la position de la tige. Ce phénomène justifie le fait que la grande majorité des essais dynamiques sont effectués avec des pots vibrants électro-dynamiques permettant de générer un effort d'amplitude constante quel que soit la fréquence et la position relative du noyau par rapport à la bobine.

Lors des phases de contrôle ce phénomène présent dans l'actuation dynamique par technologie hydraulique a donc créé des difficultés pour générer un effort sinusoïdal d'amplitude constante w(t). En effet, l'ajout de l'effort u(t) au système dynamique tend à imposer un déplacement en pied de barre BTP et donc à la tige du vérin de l'excitation primaire w(t) ce qui a pour conséquence une consigne sur l'effort d'entrée non respectée.

La solution trouvée afin de pallier ce problème physique est de comparer non pas la fonction de transfert entre $W(\omega)$ et $F_f(\omega)$ biaisée par la variation de $|W(\omega)|$ mais la raideur apparente de la suspension $k_{dyn}(\omega)$ exprimée par de la manière suivante :

$$k_{dyn}(\omega) = \frac{F_f(\omega)}{x(\omega)} \tag{16.3}$$

avec x mesuré comme le débattement machine (débattement de la suspension). Sur la figure 16.10 sont représentés les résultats du contrôle FXLMS feedback où le signal d'erreur est lui même utilisé comme signal de référence. On notera tout d'abord l'augmentation de l'amortissement entre la suspension série NH90 et le montage SARIB actif avec actionneur en circuit ouvert ainsi que le décalage en fréquence de l'antirésonance. Ce décalage en fréquence est surement dû au couplage des deux phénomènes suivants :

- frottements entre la tige et le bâti de l'actionneur;
- la masse de la partie mobile de l'actionneur étant intégrée à la masse battante SARIB, une correction probablement excessive a été effectuée.



FIGURE 16.10 – Comparaison des raideurs apparentes pour le montage série, actif sans contrôle et actif avec contrôle FXLMS feedback.

Lors du balayage fréquentiel avec contrôle FXLMS feedback, on observe une réduction conséquente de la raideur apparente qui passe, pour les valeurs les plus élevées de 1.25 10^7 N/m à 2.57 10^6 N/m (-79%). Une meilleure efficacité est atteinte aux alentours de la fréquence de 18.6Hz (-96%), fréquence correspondant à la résonance de la fonction de transfert secondaire $H(\omega)$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Des gains similaires sont obtenus avec le FXLMS feedforward (voir la figure 16.11). Le signal de l'accélération de la masse battante est filtré pour obtenir l'information de la fréquence de sollicitation principale $b\Omega$. Cette information de fréquence est ensuite utilisée afin de générer deux références sinusoïdales déphasées de 90°. La courbe obtenue avec le contrôle feedforward présente de fortes variations dues à la vitesse de balayage en fréquence de la machine d'essai. En effet, l'algorithme calcule à chaque annulation du signal d'accélération de la masse battante la fréquence de sollicitation. Cette méthode induit donc une erreur entre la fréquence réelle et la fréquence calculée entre deux périodes du signal ainsi qu'un retard car l'information de fréquence au temps t ne sera utilisée pour générer la commande qu'au temps $t + t_e$. Ces phénomènes couplés génèrent des discontinuités dans les résultats obtenus avec la méthode feedforward, surtout visibles sur le signal de phase. Cependant l'atténuation en terme de raideur apparente est globalement à iso-performance avec la méthode feedback.



FIGURE 16.11 – Comparaison des raideurs apparentes pour le montage série, actif sans contrôle et actif avec contrôle FXLMS feedforward.

Les efforts de contrôle pour les deux méthodes FXLMS sont présentés dans la figure 16.12 ci-après. Ces signaux sont issus non pas de la commande mais du capteur d'effort directement placé entre la tige de l'actionneur voice coil et la masse battante. Lors des essais, les coefficients de convergence μ et de leak ρ sont modifiés manuellement afin d'optimiser la convergence des coefficients $\mathbf{w}_i(t)$ et d'assurer qu'aucune divergence ne se produise durant le balayage en fréquence.

L'effort est maximal lorsque la fréquence de sollicitation est faible (15Hz) car plus éloignée de l'antirésonance du système passif. Les deux algorithmes génèrent environ le même niveau d'effort de contrôle soit environ 10% de l'amplitude de la perturbation d'entrée $W(\omega)$ (pour 200daN de sollicitation w(t) - environ 200N d'effort dynamique u(t)). Ce ratio entre la perturbation et l'effort à générer par le contrôle n'est autre que l'amplification dynamique λ provenant de la géométrie du système.



FIGURE 16.12 – Effort de commande u(t) pour différentes charges dynamiques (FXLMS feedback/feedforward).

La figure 16.13 présente un bilan des essais effectués en gains de raideur apparente par rapport au SARIB série NH90 et au système actif en circuit ouvert. Ces deux comparaisons sont nécessaires car si l'objectivité oblige à admettre que les performances du système actif sont moindres par rapport au SARIB NH90 aux alentours de la fréquence d'antirésonance, ce phénomène s'explique par l'architecture même du prototype conçu pour l'essai (frottements et amortissement dans l'actionneur voice-coil). Ainsi les gains à retenir, prometteurs pour l'avenir de cette suspension active, sont ceux obtenus par rapport au système en circuit ouvert. Dans le cadre d'un actionneur électro-dynamique sans contact, cette même atténuation serait alors obtenue par rapport à la suspension de série.

Comme on peut le constater sur cette dernière figure, une réduction de la raideur apparente allant de 70% (17.8Hz) jusqu'à 96% (18.9Hz) est obtenue entre le système avec et sans contrôle actif.



 ${\rm FIGURE}$ 16.13 – Gain en raideur apparente des contrôles FXLMS feedback/feedforward par rapport au SARIB NH90 série et au système actif avec actionneur en circuit ouvert.

16.4 Comparaison avec le système Lord *Fluidlastic*® actif

En 2006, la société Lord publie des résultats sur ses essais d'un concept actif de sa suspension $Fluidlastic^{\mathbb{B}}$ [14]. Ces mêmes résultats ayant également été publiés en termes de raideur apparente $k_{dyn}(\omega)$, il convient de les comparer avec ceux obtenus lors de ces essais du SARIB actif à Airbus Helicopters pour évaluer à la fois la pertinence de nos résultats mais aussi les performances de notre système actif prototype par rapport à la concurrence directe. La figure 16.14 présente justement cette comparaison des raideurs dynamiques des deux suspensions en mode actif et passif.



FIGURE 16.14 – Gain en raideur apparente du SARIB passif/actif (contrôle FXLMS feedback) par rapport système *Fluidlastic*[®] passif/actif.

Plusieurs observations peuvent être effectuées. Tout d'abord on note de manière claire la présence d'un amortissement plus élevé dans le système Lord passif comme actif dû à l'utilisation d'un fluide à haute densité pour inertie ; la viscosité inhérente au fluide apportant obligatoirement de l'amortissement. Les raideurs des deux systèmes sont du même ordre de grandeur ce qui confirme la pertinence des essais menés sur le SARIB actif.

D'un point de vue performance, la raideur équivalente au point de réglage optimum du $Fluidlastic^{(B)}$ actif est de 8.75.10⁵ N/m alors qu'elle est de 5.05.10⁵ N/mpour le SARIB actif. Le prototype, malgré sa construction sommaire et clairement non-optimisée présente déjà une atténuation 40% supérieure au système de Lord. Cette conclusion nous assure donc l'intérêt de poursuivre le développement du SARIB actif avec des essais plus représentatifs encore et un prototype mécaniquement plus optimisé.

16.5 Conclusion des essais SARIB actif

En conclusion, ces essais menés sur un batteur isolé SARIB ont permis de montrer l'efficacité du contrôle actif sur une suspension résonante à amplification dynamique. Des difficultés de mise en oeuvre ont été rencontrées notamment dues à la configuration mécanique de l'essai provoquant de trop importants effets de friction entre la tige de l'actionneur voice-coil et son bâti. Ces effets néfastes pour la qualité de l'antirésonance n'ont donc pas permis de pouvoir comparer directement les gains obtenus entre le prototype de la suspension active et la suspension passive de série. Cependant, l'atténuation obtenue en raideur apparente $k_{dyn}(\omega)$ sur la plage de fréquence 15hz-20Hz permet de valider l'excellente efficacité du contrôle FXLMS feedback et feedforward. Lors de ces essais, le contrôle optimal n'a pas pu être testé par manque de temps pour son optimisation sur le banc. Cependant le concept est validé, la prochaine étape de ce développement consiste à effectuer ces mêmes essais avec un actionneur voice-coil conçu spécialement pour cette application et donc sans guidage ni frottement. Ceci permettra en théorie d'obtenir cette même atténuation sur la raideur apparente de 70% par rapport à la suspension série NH90.

Une fois ce prototype d'actionneur dédié évalué, il faudrait alors poursuivre les essais avec une maquette échelle 1 représentative du système complet comportant la BTP, 4 unités SARIB et une masse représentant la structure complète de l'appareil. L'enjeu d'un tel essai serait de vérifier la capacité du contrôle à assurer ces mêmes performances tout en gérant les effets croisés entre les différents actionneurs de contrôle. Cette étape validée, elle ouvrirait alors la voie à des essais en vol du prototype SARIB actif.

Chapitre 17

Conclusion et recommandations

Comme mentionné dans l'introduction de ce mémoire, les objectifs de cette thèse sont :

le développement d'un modèle dynamique d'un concept de suspension active ainsi que de ses algorithmes de contrôle et les essais en laboratoire à échelle réelle dudit concept et de ses lois de commande.

Dans ce dernier chapitre vont être présentés un bilan de ce développement effectué pour Airbus Helicopters avec le LaMCoS (INSA Lyon) ainsi que les conclusions sur ce concept de système antivibratoire actif et enfin les perspectives futures du travail accompli.

17.1 Conclusion

Comme expliqué en introduction, les vibrations sont un problème majeur sur hélicoptère de par leur construction mécanique et leur mode de sustentation. Le rotor subit des efforts dynamiques en vol d'avancement pouvant aller jusqu'à des amplitudes équivalentes à 10% de la masse de l'appareil, générant ainsi de forts niveaux vibratoires dans la structure. La majorité de l'énergie vibratoire transmise au fuselage se situe à la fréquence $b\Omega$ (b le nombre de pales et Ω la vitesse de rotation du mât rotor) ce qui a permis à de très nombreux systèmes antivibratoires passifs d'être intégrés aux appareils en cabine ou à l'interface BTP-structure.

Les futurs appareils évoluent et la fréquence de rotation du rotor Ω considérée fixe jusqu'à maintenant varie à présent d'environ 10% autour de sa valeur nominale ce qui amène les hélicoptèristes à considérer le développement de systèmes antivibratoires actifs. Cette thèse répond donc à une double nécessité : d'une part, optimiser les performances d'une suspension déjà existante et d'autre part d'y intégrer des éléments d'actuation lui permettant de s'adapter à la fréquence de la perturbation subie.

Le filtrage de cette fréquence $b\Omega$ variant entre 15 et 19Hz est donc l'objectif majeur du développement de cette suspension active. Afin de maintenir un effet d'atténuation passif en cas de fonctionnement dégradé, l'actuation est mise en parallèle avec la suspension SARIB basée sur le principe du DAVI (absorbeur de vibrations avec amplification dynamique) qui génère une antirésonance à la fréquence définie. Ce système utilise une masse battante venant contrer la sollicitation par son inertie à la fréquence d'antirésonance. L'actuation est donc placée de manière à contrôler le mouvement de la masse et élargir la bande passante du phénomène d'antirésonance en boucle fermée en générant un effort de commande vertical entre la BTP et chacune des masses battantes. Afin d'obtenir de manière réaliste les gains du SARIB actif au niveau du cockpit et de la cabine, un modèle tridimensionnel multi-corps complet de la suspension a été construit comportant les moteurs et la BTP, le tout couplé à un modèle condensé de la structure NH90. L'utilisation d'un tel modèle, suffisamment complexe pour être représentatif tout en étant bien plus simple qu'un modèle issu de la méthode des éléments finis permet de mener rapidement des études paramétriques et ainsi d'optimiser la suspension et son contrôle.

Deux algorithmes de contrôle sont présentés et utilisés dans ce mémoire, totalement différents : le FXLMS (contrôle adaptatif) et LQG (contrôle optimal). l'algorithme FXLMS feedforward donne d'excellents résultats (jusqu'à -60% par rapport au SARIB passif), tant en fréquence fixe que variable et sur toute la bande de travail [15-19]Hz. De plus, grâce à l'amplification dynamique, les efforts de contrôle nécessaires demeurent très faibles au regard d'autres systèmes actifs. Le contrôle optimal LQG, quant à lui, se révèle peu adapté pour le pilotage de systèmes résonants car il tend à générer de l'amortissement et de fait dégrade les performances du SARIB passif. Sa mise en oeuvre reste tout de même faisable mais pas sans se rapprocher des limites de stablité. la comparaison de la suspension active avec un modèle d'appareil comportant des absorbeurs de cabine passifs et actifs est sans appel et montre bien tout l'intérêt et du SARIB passif et du SARIB actif. Si l'effet des absorbeurs actifs est clairement visible sur les cartographies vibratoire du plancher cabine, il demeure très en deçà des performances passive et actives de la suspension SARIB.

L'expérimentation a permis de démontrer les tendances observées de manière théorique sur le SARIB actif. Malgrés un montage d'essai non-optimal car comportant beaucoup d'amortissement mécanique, le contrôle FXLMS feedforward a permis de réduire de 70% la raideur dynamique de la suspension entre 15 et 19Hz pour un effort de contrôle équivalent à 10% environ de la sollicitation primaire en amont. Les résultats sont de plus tout à fait cohérent avec les essais menés par Lord sur le *Fluidlastic*[®] actif. Cette thèse aboutit donc sur une modélisation pertinente de la suspension active tant au niveau dynamique que des algorithmes de contrôle ainsi que sur une démonstration par essais laboratoire des performances du concept.

17.2 Recommandations

Durant ces trois années de développement, ce qui n'était qu'un concept s'est avéré devenir une réelle opportunité d'apporter de l'intelligence dans les systèmes antivibratoires des hélicoptères de nouvelle génération. Les essais réalisés en laboratoire sur un prototype ont permis de montrer l'efficacité du concept SARIB actif et permettent aujourd'hui de se projeter dans une logique de développement à plus long terme ayant pour aboutissement son intégration sur un futur appareil de série.

Ce développement doit tout d'abord commencer par la conception et fabrication d'un actionneur dédié, sans frottements, parfaitement intégré à la suspension SARIB de série et ayant la capacité de générer les efforts nécessaires au contrôle. Une fois cet actionneur concrétisé, de nouveaux essais devront être réalisés à l'image de ceux effectués durant la thèse pour valider la nouvelle partie matérielle du système actif et confirmer les performances de la suspension active.

L'étape la plus cruciale du développement sera alors la suivante : confirmer la capacité des algorithmes à contrôler de manière globale et simultanée les 4

batteurs de la suspension active. Pour ce faire, une maquette échelle 1 comportant la structure de l'appareil avec la BTP, les moteurs et la suspension active complète avec les quatre actionneurs prototype, pouvant être excitée dynamiquement par la tête rotor avec des sollicitations représentatives des torseurs subis par la machine en vol sera construite. S'en suivront alors des essais de validation et optimisation des lois de contrôle qui permettront de confirmer la capacité des algorithmes à gérer le contrôle global simultané des quatre masses battantes SARIB.

La réussite de ces essais pourra alors donner lieu à la mise en vol du système pour tester ses performances réelles sur appareil. Si ceux-ci sont concluants, alors le SARIB actif pourra faire partie des solutions technologiques innovantes dont dispose Airbus Helicopters pour significativement améliorer le confort vibratoire de ses appareils.

Bibliographie

- [1] APKARIAN Pierre et al. ALAZARD Daniel, CUMER Christelle. *Robustesse et commande optimale*. 1999.
- [2] PREUMONT André. Vibration Control of active structures, an introduction, 3rd edition. Springer.
- [3] BALMFORD David BRAMWELL A.R.S., BONE George. Bramwell's Helicopter Dynamics, second edition. Butterworth Heinemann, 2001.
- [4] ZIRN Oliver CHRISTIANSEN Bahne, MAURER Helmut. Optimal control of a voice-coil-motor with coulombic friction.
- [5] M.C.C. CRAIG Jr. R.R., BAMPTON. Coupling of substructures for dynamic analysis. AIAA, 6 :1313–1319, 1968.
- [6] ALAZARD Daniel. *Régulation LQ/LQG*. Supaéro.
- [7] Parlement Européen. Directive 2002/44/ce du parlement européen et du conseil.
- [8] ISO2631. Iso 2631-1, vibrations et chocs mécaniques evaluation de l'exposition des indivisus à des vibrations globales du corps.
- [9] GRIMSTER W. F. JACKSON C. E. P. Human aspects of vibration and noise in helicopters. *Journal of Sound and Vibration*, 1977.
- [10] JOUVE Jeremy KERDREUX Benjamin. Vibration comfort through active cabin vibration control and its certification on ec130t2. *ERF*, 2012.
- [11] MALBURET François KRYSINSKI Tomasz. Mechanical Vibrations Active and Passive Control. iSTE, 2007.
- [12] MORGAN Dennis R. KUO Sen M. Active Noise Control Systems, Algorithms and DSP implementations. 1996.
- [13] VAN DE WOUW Nathan. Multibody DynamicsLecture Notes. Technische Universiteit Eindhoven, 2010.
- [14] McGUIRE Dennis P. Active vibration control using fluidlastic pylon strut. AHS, 2006.
- [15] DOYLE John PACKARD Andy. The complex structured singular value. Automatica, 1993.
- [16] CRANGA Paul. Helicopter Dynamic Behavior, Contribution to General Architecture Definition. PhD thesis, Ecole doctorale Mecanique, Energetique, Genie civil, Acoustique (MEGA), 2005.
- [17] PEDERSEN Michael Syskind PETERSEN Kaare Brandt. The Matrix Cookbook. 2008.
- [18] PASCAL Robert J. et al. SMITH Michael R. Results from the dynamically tailored airframe structures program. American Helicopter Society 58th, Annual Forum, 2002.
- [19] REDINGER W. Scott SMITH Michael R. The model 427 pylon isolation system. AHS, 1999.
- [20] VAN SCHOOR Marthinus C. et al. SMITH Michael R., PASCAL Robert J. Dynamically tailored airframe structures program. *American Helicopter Society 57th, Annual Forum*, 2001.

- [21] BRENNAN M.J. et al. SUTTON T.J., ELLIOT S.J. Active isolation of multiple structural waves on a helicopter gearbox support strut. *Journal of Sound and Vibration*, 205 :81–101, 1997.
- [22] KRYSINSKI Tomasz VIGNAL Berengere. Development and qualification of active vbration control system for the eurocopter ec225/ec725. AHS, 2005.
- [23] FLANELLY W.G. The dynamic anti-resonant vibration isolator. AHS, 1976.
- [24] DOYLE John C. YOUNG Peter M., NEWLIN Matthew P. Mu analysis with real parametric uncertainty. 30th Conference on Decision and Control, 1991.

Table des figures

$1.1 \\ 1.2$	Croquis de la Vis aérienne de Léonard de Vinci	20 20
1.3	Articulations d'une pale avec amortisseur de traînée	21
1.4	Ensembles dynamiques, sollicitation de la tete rotor par un torseur aérodynamique 6 composantes - mise en évidence du chemin de propagation des vibrations dans la structure.	22
1.5	Signaux provenant de cellules d'efforts placées en tête rotor (a) et sur la structure (b)	23
1.6	Mise en évidence des fréquences de résonance majeures du corps humain.	24
1.7	A gauche : système actuel passif, à droite : système antivibratoire actif	25
2.1	Schéma de principe du DAVI.	28
2.2	Transmissibilité en accélération du DAVI	29 20
2.3	Système Lord Fluidlastic	29 30
2.5	DAVI à fluide : ajout d'amortissement freinant de manière non-	00
	négligeable l'inertie fluide.	30
2.6	DAVI semi-actif, la masse m_b se déplace sur le batteur et fait varier	0.1
9.7	le rapport λ	31
2.1	$de \lambda$	31
2.8	Barre BTP active développée par Liebherr pour Airbus Helicopters.	32
2.9	Le système ACSR, principe de fonctionnement.	33
2.10	Le système AVCS, principe de fonctionnement	33
2.11	Lord AVCS intégré dans la structure du 135 Airbus Helicopters.	34
2.12	Le DAVI fluide actif, principe de fonctionnement	34
$3.1 \\ 3.2$	Marges de gain et de phase	40 40
3.3	Schéma d'interconnection standard pour μ -analyse	41
3.4	Architecture classique TLF d'un système incertain en boucle fermée.	41
3.5	H(s) sous forme 1LF	42
$4.1 \\ 4.2$	Schéma général de la commande linéaire quadratique Structure de la commande LQG associée au modèle P	46 50
5.1	Diagramme bloc de l'algorithme FXLMS en feedforward	52
5.2	Diagramme bloc de l'algorithme FXLMS en feedback	56
5.3	Diagramme bloc de l'algorithme FXLMS à rejection d'harmonique ω_0 en feedforward.	57
6.1	Schéma de principe du DAVI actif : actionneur entre les ensembles	
	mécaniques et le fuselage.	61
6.2	Schéma de principe du DAVI actif : actionneur entre les ensembles	00
	mecaniques et la masse battante.	62

6.3 6.4	Schéma de principe du DAVI actif : actionneur entre la structure et la masse battante. \ldots Effort de contrôle nécessaire $U(s)$ normé par l'accélération de la	62
6.5	BTP $Z_{em}(s)s^2$ assurant une transmissibilité nulle au système Influence du paramètre λ_u sur l'effort de contrôle nécessaire $U(s)$	63
6.6	Schéma d'architecture du SARIB actif.	$\frac{64}{65}$
7.1 7.2	Intégration du SARIB sur hélicoptère NH90	66
7.3	Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°1 - centres d'inertie et raideurs de liaisons	67
7.4	Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°2 - centres d'inertie et raideurs de liaisons.	68
7.5	Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°1 - vecteurs de liai- son entre les ensembles	70
7.6	Schéma d'architecture du SARIB actif - vue n°2 - vecteurs de liai- son entre les ensembles	70
7.7 7.8	Modes de suspension SARIB	74
7.9	passive (axes x, y et z) - modèle à fuselage rigide	75 75
7.10	Efforts dans les liaisons élastiques du modèle et transmissibilité T_f en effort entre chaque barre BTP et sa ferrure associée	77
8.1	Modèle tridimensionnel de la suspension SARIB - Mise en évidence des noeuds de liaison (noeuds roses) du modèle analytique à la structure de l'appenril	70
8.2 8.3	Noeuds de contour du modèle condensé NH90	79 80
8.4	appareil	81
8.5	modele a fuselage souple	82 83
8.6	Transmissibilités en accélération sur l'axe y appareil	83
8.7	Transmissibilités en accélération sur l'axe z appareil	83
8.8	Modèle NH90 - vue de coté et de dessus.	84
8.9	15Hz 8000N z	84
8.10	17Hz 8000N z	84
8.11	19Hz 8000N z	84
8.12	Efforts dans barres BTP	85
8.13	Efforts dans les 4 paliers de ferrure (liaisons batteur/structure).	85
8.14	Efforts de flexion dans les 4 lames flexibles SARIB.	85
8.15	Efforts dans les 4 biellettes de support moteur	85
8.16	Efforts dans les trompettes (liaison BTP/moteur) et en fond de	
	BTP (membrane flexible).	86
8.17	Transmissibilité en effort entre les 4 barres BTP et leurs ferrures associées.	86
9.1	Actionneur électrodynamique de type voice-coil utilisé pour la si- mulation du SARIB actif.	88
10.1	Représentation des noeuds d'erreur correspondant aux différentes stratégies de contrôle - $n^{\circ}1$: bleu - $n^{\circ}2$: rouge - $n^{\circ}3$: vert - $n^{\circ}4$: jaune.	91

11.1 Effort vertical en tête rotor - Cartographie vibratoire de la struc- ture pour chacun des contrôleurs EXLMS	03
11.2 Accélérations en différents points de la structure pour chacun des	50
contrôleurs.	94
11.3 Effort vertical de 8000N,17Hz en tête rotor - efforts et puissances	
d'actuation	95
11.4 Course maximale des actionneurs de contrôle. \ldots \ldots \ldots	96
11.5 Torseur complet appliqué en tête rotor - cartographies des accélé-	
rations sur le plancher cabine	98
11.5 Torseur complet appliqué en tête rotor - cartographies des accélé-	
rations sur le plancher cabine (suite).	99
11.6 Torseur complet appliqué en tête rotor - Efforts et puissances maxi-	
mum par actionneur	99
11.7 Sinus Balaye applique en tete rotor, 8000N de 15Hz a 19Hz en 10s	
- cartographie des inveaux vibratoires moyens en [g] sur i axe z au	100
11.8 Sinus Balavá appliqué en tête rotor $8000N \text{ de } 15\text{Hz} \ge 10\text{Hz}$ en 10s	100
- Efforts et puissances maximum par actionneur	100
11.9 Effort vertical de 8000N 17Hz appliqué en tête rotor - choc de	100
24000N à t=5s	101
11.10Effort vertical de 8000N .17Hz appliqué en tête rotor - Panne de	
l'actionneur AVD à t=5s	102
11.11Cartographies vibratoires du plancher cabine (contrôleur FXLMS	
n°3)	102
11.12Passage d'une phase de palier stabilisé 160 noeuds à une phase de	
virage	103
12.1. Commanda LOC accoción au gratima porturbá da l'hálicoptiva	107
12.1 Commande LQG associée au système perturbe de l'hencoptere	107
fárents points de la structure hélicoptère pour chaque contrôleur	
LOG (sollicitation $W(s)$ de 8000N sur l'axe z BTP) - Partie 1	108
12.2 amplitude de l'accélération \ddot{z} en fonction de la fréquence en dif-	100
férents points de la structure hélicoptère pour chaque contrôleur	
LQG (sollicitation $W(s)$ de 8000N sur l'axe z BTP) - Partie 2	109
12.3 Commande $U(\omega)$ pour une sollicitation verticale en tête rotor de	
8000N	110
12.4 Effort vertical en tête rotor - Cartographie vibratoire de la struc-	
ture pour chacun des contrôleurs LQG	113
12.5 Accélérations en différents points de la structure pour chacun des	
contrôleurs.	114
12.6 Effort vertical de 8000N,17Hz en tête rotor - efforts et puissances	
d'actuation. \dots	114
12.7 Phase de l'effort d'actuation $U_i(s)$ par rapport à l'acceleration de	115
la masse battante associe m_{6i}	115
12.8 Course maximale des actionneurs de controle	110
12.9 Torseur complet applique en tere rotor - cartographies des accele-	117
12.9 Torseur complet appliqué en tête rotor - cartographies des accélé-	111
rations sur le plancher cabine (suite).	118
12.10 Torseur complet appliqué en tête rotor - Efforts et puissances maxi-	
mum par actionneur.	118
12.11Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s	
- cartographie des niveaux vibratoires moyens en [g] sur l'axe z au	
niveau du plancher cabine	119
$12.12 \mathrm{Sinus}$ Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s	
- Efforts et puissances maximum par actionneur	119

 12.13Effort vertical de 8000N ,17Hz appliqué en tête rotor - choc de 24000N à t=5s. 12.14Effort vertical de 8000N ,17Hz appliqué en tête rotor - Panne de 	120
l'actionneur AVD à t=5s	120 .121
12.16Passage d'une phase de palier stabilisé 160 noeuds à une phase de virage.	121
 13.1 Modèle NH90 - vue de coté et de dessus, placement des absorbeurs AVCS dans le modèle. 13.2 Absorbeur actif AVCS i 	125 126
 13.2 Absolute actil AVCS I. 13.3 Transmissibilités en accélération sur l'axe z appareil entre la BTP et les pieds conjucte 	120
13.4 Transmissibilités en accélération sur l'axe z appareil entre la BTP et les pieds copilote	128
 13.5 Transmissibilités en accélération sur l'axe z appareil entre la BTP et le cadre 6 	120
13.6 Transmissibilités en accélération sur l'axe z appareil entre la BTP et le cadre 11.	129
14.1 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - sans AVCS	132
14.2 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS passifs	132
14.3 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS actifs	132
14.4 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS passifs	133
14.5 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - AVCS actifs	133
14.6 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - SARIB passif	134
14.7 8000N en tête rotor à 17Hz, direction z - SARIB actif	134
15.1 Schéma du montage d'essai.15.2 Montage expérimental au laboratoire de dynamique Airbus Heli-	137
copters	138
15.3 Montage d'essai - vue n°3	138
15.4 Montage d'essai - vue n°4. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	139
15.5 Calculateur programmable Dspace AutoBox	140
16.1 Fonction de transfert entre l'effort ferrure $F_f(\omega)$ et l'accélération de la masse battante $(j\omega)^2 Y(\omega)$	141
16.2 Fonction de transfert entre l'effort d'entrée $W(\omega)$ et l'effort trans-	
mis à la structure $F_f(\omega)$	142
de la masse battante $(j\omega)^2 Y(\omega)$	142
mis à la structure $F_f(\omega)$	142
16.5 Comparaison du montage série NH90 avec le montage SARIB actif - actionneur en circuit ouvert.	143
16.6 Schéma de la procédure d'identification.	144
16.7 Coefficients $W_H(n)$ du FIR identifié de la fonction de transfert	
secondaire $H(\omega)$.	144
16.8 Fonction de transfert secondaire identifiée $H(\omega)$	145
16.9 Schéma de la procédure de contrôle	145
16.10Comparaison des raideurs apparentes pour le montage série, actif	140
sans controle et actil avec controle FALMS feedback	140
sans contrôle et actif avec contrôle FXLMS feedforward	147
16.12Effort de commande u(t) pour différentes charges dynamiques (FXL)	AS .
feedback/feedforward).	148

16.13	3Gain en raideur apparente des contrôles FXLMS feedback/feedforwar	rd
	neur en circuit ouvert.	148
16.14	4Gain en raideur apparente du SARIB passif/actif (contrôle FXLMS feedback) par rapport système <i>Fluidlastic</i> [®] passif/actif	149
D.1	Accélération au centre d'inertie du fuselage (rigide) en x,y et z sous des charges dynamiques de 8000N en tête rotor dans les axes	
D.2	correspondants	176
	axes correspondants.	177
D.3	Accélération au centre d'inertie BTP en x,y et z sous des charges	
D 4	dynamiques de 8000N en tête rotor dans les axes correspondants.	177
D.4	Acceleration angulaire centre d'inertie BTP en θx et θy sous des charges dynamiques de 8000N en tête rotor dans les aves corres-	
	pondants.	178
D.5	Accélération des masses battantes sous charge dynamique de 8000N	
	en tête rotor (direction Z)	178
D.6	Angle α des batteurs avant et arrière sous charge dynamique de	
	8000N en tête rotor (direction Z)	178
D.7	Efforts dans les barres BTP sous charge dynamique de 8000N en	170
	tete rotor (direction Z)	179
E.1		186
E.2		187
E.3		188
E.4		189

Liste des tableaux

1.1	Passage des efforts cycliques du repère tournant au repère fixe, mise en évidence de la forte participation des harmoniques de $b\Omega$.	22
1.2	Echelle de confort.	24
$\begin{array}{c} 6.1 \\ 6.2 \end{array}$	Paramètres du modèle	61 65
7.1 7.2	Paramètres du modèle	74 76
0.1		00
8.1	Parametres du modele	82
9.1	Paramètres principaux de l'actionneur électrodynamique	88
10.1	Liste des degrés de liberté du modèle	90
$\begin{array}{c} 11.1 \\ 11.2 \end{array}$	Valeurs du critère \mathbf{J} pour chaque contrôleur FXLMS feedforward. Torseur estimé en tête rotor en palier stabilisé à 160 noeuds (fré-	95
11.3	quence 17Hz)	96
11 /	au système passif	96
11.4	- atténuation par rapport au système passif	100
	contrôleur FXLMS n°3 en mode actif et dégradé (panne de l'ac- tionneur AVD).	102
11.6	Torseur imposé en tête rotor pour simulation d'un virage rapide (fréquence 17Hz)	103
12.1	gains en accélération aux noeuds du plancher cabine à 17Hz pour chaque contrôleur LOG (par rapport au système passif).	110
12.2	Marges de gain et marges de phase pour chaque contrôleur LQG.	111
12.3	Valeurs de δ_{min} pour chaque contrôleur LQG	111
12.4	Valeurs du critère ${\bf J}$ pour chaque contrôleur LQG	114
12.5	Torseur complet appliqué en tête rotor - atténuation par rapport au système passif.	115
12.6	Sinus Balayé appliqué en tête rotor, 8000N de 15Hz à 19Hz en 10s - atténuation par rapport au système passif	119
12.7	Effort vertical de 8000N ,17Hz appliqué en tête rotor - gains du contrôleur LQG n°4 en mode actif et dégradé (panne de l'action-	110
	neur AVD).	121
13.1	Paramètres des modèles d'absorbeur AVCS	126
14.1	Accélération moyenne sur tout le plancher cabine pour une sollici-	100
14.2	Accélération moyenne sur tout le plancher cabine pour une sollici-	133
	tation verticale en tête rotor de 8000N à 17Hz.	134

15.1	Récapitulatif des chargements appliqués au montage expérimental.	139
C.1	Paramètres de masse et inertie du modèle complet NH90	170
C.2	Paramètres de raideur des liaisons du modèle complet NH90	170
C.3	Coordonnées généralisée initiales du modèle	171
C.4	coordonnées des points de liaison entre les corps du modèle SARIB.	.171
C.5	coordonnées noeuds de la structure NH90	171
_		
D.1	Nomenclature des coordonnées généralisées du modèle GAHEL.	172
D.2	Déplacements sous charge statique verticale - $Fz = 91.3kN.$	173
D.3	Déplacements sous charge statique longitudinale - Fx = 10kN	173
D.4	Déplacements sous charge statique latérale - Fy = 10 kN	174
D.5	Efforts de liaison sous charge statique verticale - Fz = 91.3kN	174
D.6	Efforts de liaison sous charge statique longitudinale - $Fx = 10$ kN.	175
D.7	Efforts de liaison sous charge statique latérale - $Fy = 10 kN.$	175
D.8	Fréquences et déformées des modes	176

Annexe A

Modèle tridimensionnel à fuselage rigide

Dans cette annexe vont être détaillées certaines parties de la construction du modèle tridimensionnel du SARIB actif. Tout d'abord, voici l'ensemble des équations vectorielles définissant les déplacements des liaisons souples du modèle analytique SARIB actif :

A.1 Energie élastique

Premièrement la formualation de l'énergie élastique de chaque liaison dépend du type de raideur (linéaire ou angulaire), de sa direction et des vecteurs symbolisant les points d'application des efforts élastiques sur les corps. De leur formulation dépend tout le comportement du système ce qui justifie de détailler les expressions mathématiques utilisées.

A.1.1 liaison batteur-BTP

Chaque liaison souple batteur-BTP est représentée par une raideur de la me k_l . On définit ainsi les vecteurs \overrightarrow{c}_j traduisant le déplacement relatif de la liaison :

$$\vec{c}_{3FR} = (\underline{r}_{CM3FR}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{33FR}^{3}{}^{T}\underline{A}_{FR}^{30} - \underline{b}_{31FR}^{1}{}^{T}\underline{A}_{10}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\vec{\underline{e}}^{0}$$

$$\vec{c}_{3FL} = (\underline{r}_{CM3FL}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{33FL}^{3}{}^{T}\underline{A}_{FL}^{30} - \underline{b}_{31FL}^{1}{}^{T}\underline{A}_{10}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\vec{\underline{e}}^{0}$$

$$\vec{c}_{3RR} = (\underline{r}_{CM3RR}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{33RR}^{3}{}^{T}\underline{A}_{RR}^{30} - \underline{b}_{31RR}^{1}{}^{T}\underline{A}_{10}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\vec{\underline{e}}^{0}$$

$$\vec{c}_{3RL} = (\underline{r}_{CM3RL}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{33RL}^{3}{}^{T}\underline{A}_{RL}^{30} - \underline{b}_{31RL}^{1}{}^{T}\underline{A}_{10}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\vec{\underline{e}}^{0}$$
(A.1)

L'énergie élastique associée à la raideur de lame k_l pour l'ensemble des 4 batteurs s'exprime donc ainsi :

$$V_3 = \frac{1}{2}k_l \left\{ \overrightarrow{c}_{3FR} \cdot \overrightarrow{c}_{3FR} + \overrightarrow{c}_{3FL} \cdot \overrightarrow{c}_{3FL} + \overrightarrow{c}_{3RR} \cdot \overrightarrow{c}_{3RR} + \overrightarrow{c}_{3RL} \cdot \overrightarrow{c}_{3RL} \right\} (A.2)$$

On remarquera que la raideur est donc considérée ici comme tridimensionnelle et homogène dans toutes les directions de l'espace.

A.1.2 liaison BTP-structure

Cette liaison est effectuée par une membrane flexible, souple sur l'axe vertical et en rotation (roulis et tangage). En revanche les raideurs radiales k_m et angulaires $k_{m\psi}$ sur l'axe de reprise du couple rotor sont plus élevées.

$$\overrightarrow{c}_{4}^{0} = (\underline{r}_{CM4}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{4}^{4T}\underline{A}^{40} - \underline{b}_{41}^{1}{}^{T}\underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\overrightarrow{\underline{e}}^{0}$$
(A.3)

L'énergie élastique liée à la membrane flexible s'écrit donc ainsi :

$$V_{4} = \frac{1}{2}k_{m}\left(\overrightarrow{c}_{4}^{0} \cdot ([1 \ 0 \ 0] \cdot \underline{A}^{40})\right)^{2} + \left(\overrightarrow{c}_{4}^{0} \cdot ([0 \ 1 \ 0] \cdot \underline{A}^{40})\right)^{2} + \frac{1}{2}k_{mz}\left(\overrightarrow{c}_{4}^{0} \cdot ([0 \ 0 \ 1] \cdot \underline{A}^{40})\right)^{2} + \frac{1}{2}k_{m\psi}(\psi_{4} - \psi_{1})^{2} + \frac{1}{2}k_{m\phi\theta}\left(([0 \ 0 \ 1] \cdot \underline{A}^{40} - [0 \ 0 \ 1] \cdot \underline{A}^{10}) \cdot ([0 \ 0 \ 1] \cdot \underline{A}^{40} - [0 \ 0 \ 1] \cdot \underline{A}^{10})\right)$$

On notera dans cette expression la construction simultanée des raideurs en roulis et tangage $k_{m\phi\theta}$ de la BTP par rapport à la structure. En effet, on utilise la valeur du produit scalaire entre les vecteurs \overrightarrow{e}_3^1 et \overrightarrow{e}_3^4 pour caractériser l'angle combiné de ces deux mouvements de rotation dans l'espace.

A.1.3 liaison batteur-structure

Cette liaison comporte une raideur linéaire k_p représentant la raideur des paliers ainsi qu'une raideur angulaire $k_{p\theta}$ servant à contraintre la rotation du batteur dans le plan initial formé par les points (B, C, D) (figure 6.6).

$$\vec{c}_{3FR}^{0} = (\underline{r}_{CM4}^{0} + \underline{b}_{54FR}^{4} \underline{A}^{40} - \underline{b}_{53FR}^{3} \underline{A}_{FR}^{30} - \underline{r}_{CM3FR}^{0} \underline{T}) \vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{3FL}^{0} = (\underline{r}_{CM4}^{0} + \underline{b}_{54FL}^{4} \underline{A}^{40} - \underline{b}_{53FL}^{3} \underline{A}_{FL}^{30} - \underline{r}_{CM3FL}^{0} \underline{T}) \vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{3RR}^{0} = (\underline{r}_{CM4}^{0} + \underline{b}_{54RR}^{4} \underline{A}^{40} - \underline{b}_{53RR}^{3} \underline{A}_{RR}^{30} - \underline{r}_{CM3RR}^{0} \underline{T}) \vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{3RL}^{0} = (\underline{r}_{CM4}^{0} + \underline{b}_{54RR}^{4} \underline{A}^{40} - \underline{b}_{53RL}^{3} \underline{A}_{RR}^{30} - \underline{r}_{CM3RR}^{0} \underline{T}) \vec{e}^{0}$$

$$(A.5)$$

L'énergie élastique associée à la raideur radiale et angulaire des paliers de ferrure est donnée par :

$$V_{5} = \frac{1}{2}k_{p}\left\{\overrightarrow{c}_{5FR}^{0}\cdot\overrightarrow{c}_{5FR}^{0}+\overrightarrow{c}_{5FL}^{0}\cdot\overrightarrow{c}_{5FL}^{0}+\overrightarrow{c}_{5RR}^{0}\cdot\overrightarrow{c}_{5RR}^{0}+\overrightarrow{c}_{5RL}^{0}\cdot\overrightarrow{c}_{5RL}^{0}\right\}$$

$$+\frac{1}{2}k_{p\theta}\left\{\left([\sin(\psi_{3FR0}) -\cos(\psi_{3FR0}) \ 0]\cdot\underline{A}^{40} - [0 \ -1 \ 0]\cdot\underline{A}_{FR}^{30}\right)^{2} +\left([\sin(\psi_{3FL0}) \ -\cos(\psi_{3FL0}) \ 0]\cdot\underline{A}^{40} - [0 \ -1 \ 0]\cdot\underline{A}_{FL}^{30}\right)^{2} +\left([\sin(\psi_{3RR0}) \ -\cos(\psi_{3RR0}) \ 0]\cdot\underline{A}^{40} - [0 \ -1 \ 0]\cdot\underline{A}_{RR}^{30}\right)^{2} +\left([\sin(\psi_{3RL0}) \ -\cos(\psi_{3RL0}) \ 0]\cdot\underline{A}^{40} - [0 \ -1 \ 0]\cdot\underline{A}_{RR}^{30}\right)^{2} +\left([\sin(\psi_{3RL0}) \ -\cos(\psi_{3RL0}) \ 0]\cdot\underline{A}^{40} - [0 \ -1 \ 0]\cdot\underline{A}_{RR}^{30}\right)^{2}\right\}$$

On notera l'utilisation ici de la même méthode que pour la raideur angulaire $k_{\phi\theta}$ de la membrane. $\psi_j 0$ représente l'angle de rotation initial du batteur j dans le plan $\{\overrightarrow{e}_1^4 \overrightarrow{e}_2^4\}$. La raideur angulaire des paliers est ainsi construite autour de la position initiale du batteur afin de créer un axe de pivot souple.

A.1.4 liaison batteur-BTP : les barres BTP

Les barres BTP ne sont pas représentées par des corps rigides mais des raideurs linéaires k_b à longueur initiale l_0 non nulle.

$$\overrightarrow{c}_{2FR}^{0} = (\underline{r}_{CM3FR}^{0}^{T} + \underline{b}_{23FR}^{3}^{T} \underline{A}_{FR}^{30} - \underline{b}_{11FR}^{1}^{T} \underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}^{T}) \overrightarrow{e}^{0}$$

$$\overrightarrow{c}_{2FL}^{0} = (\underline{r}_{CM3FL}^{0}^{T} + \underline{b}_{23FL}^{3}^{T} \underline{A}_{FL}^{30} - \underline{b}_{11FL}^{1}^{T} \underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}^{T}) \overrightarrow{e}^{0}$$

$$\overrightarrow{c}_{2RR}^{0} = (\underline{r}_{CM3RR}^{0}^{T} + \underline{b}_{23RR}^{3}^{T} \underline{A}_{RR}^{30} - \underline{b}_{11RR}^{1}^{T} \underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}^{T}) \overrightarrow{e}^{0}$$

$$\overrightarrow{c}_{2RL}^{0} = (\underline{r}_{CM3RL}^{0}^{T} + \underline{b}_{23RL}^{3}^{T} \underline{A}_{RR}^{30} - \underline{b}_{11RR}^{1}^{T} \underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}^{T}) \overrightarrow{e}^{0}$$
(A.7)

L'énergie élastique associée à la raideur des barres BTP est donnée par :

$$V_{2} = \frac{1}{2}k_{b} \left\{ \left(\left(\overrightarrow{c}_{2FR}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{2FR}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{0FR} \right)^{2} + \left(\left(\overrightarrow{c}_{2FL}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{2FL}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{0FL} \right)^{2} + \left(\left(\overrightarrow{c}_{2RR}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{2RR}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{0RR} \right)^{2} + \left(\left(\overrightarrow{c}_{2RL}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{2RL}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{0RL} \right)^{2} \right\}$$
(A.8)

A.1.5 liaison BTP-moteurs : les trompettes

$$\vec{c}_{6R}^{0} = (\underline{r}_{CM5R}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{65R}^{5R}{}^{T}\underline{A}_{R}^{50} - \underline{b}_{61R}^{1}{}^{T}\underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\vec{\underline{e}}^{0}$$

$$\vec{c}_{6L}^{0} = (\underline{r}_{CM5L}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{65L}^{5L}{}^{T}\underline{A}_{L}^{50} - \underline{b}_{61L}^{1}{}^{T}\underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\vec{\underline{e}}^{0}$$
(A.9)

La liaison BTP-moteur comporte une raideur linéaires et plusieurs angulaires. L'énergie élastique liée à cette liaison se formule de la manière suivante :

$$V_{6} = \frac{1}{2}k_{u} \left\{ \left(\overrightarrow{c}_{6R}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{6R}^{0} \right) + \left(\overrightarrow{c}_{6L}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{6L}^{0} \right) \right\} \\ + \frac{1}{2}k_{\theta} \left\{ \left(\phi_{5R} - \phi_{1} \right)^{2} + \left(\phi_{5L} - \phi_{1} \right)^{2} \right\} \\ + \frac{1}{2}k_{\psi} \left\{ \left(\psi_{5R} - \psi_{1} \right)^{2} + \left(\psi_{5L} - \psi_{1} \right)^{2} \right\}$$
(A.10)

A.1.6 liaison structure-moteurs : les biellettes de support moteur

Sur la même formulation que les raideurs de barre BTP, on construit les liaisons élastiques représentant les biellettes souples de support moteur

$$\vec{c}_{7RE}^{0} = (\underline{r}_{CM5R}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75RE}^{5R}{}^{T}\underline{A}_{R}^{50} - \underline{b}_{74RE}^{4}{}^{T}\underline{A}^{40} - \underline{r}_{CM4}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{7RI}^{0} = (\underline{r}_{CM5R}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75RI}^{5R}{}^{T}\underline{A}_{R}^{50} - \underline{b}_{74RI}^{4}{}^{T}\underline{A}^{40} - \underline{r}_{CM4}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{7LE}^{0} = (\underline{r}_{CM5L}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75LE}^{5L}{}^{T}\underline{A}_{L}^{50} - \underline{b}_{74LE}^{4}{}^{T}\underline{A}^{40} - \underline{r}_{CM4}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{7LI}^{0} = (\underline{r}_{CM5L}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75LI}^{5L}{}^{T}\underline{A}_{L}^{50} - \underline{b}_{74LI}^{4}{}^{T}\underline{A}^{40} - \underline{r}_{CM4}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$
(A.11)

L'énergie élastique associée à la raideur des biellettes de support moteur est donnée par :

$$V_{7} = \frac{1}{2}k_{r} \left\{ \left(\left(\overrightarrow{c}_{7RE}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{7RE}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{RE} \right)^{2} + \left(\left(\overrightarrow{c}_{7RI}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{7RI}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{RI} \right)^{2} + \left(\left(\overrightarrow{c}_{7LE}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{7LE}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{LE} \right)^{2} + \left(\left(\overrightarrow{c}_{7LI}^{0} \cdot \overrightarrow{c}_{7LI}^{0} \right)^{\frac{1}{2}} - l_{LI} \right)^{2} \right\}$$
(A.12)

A.1.7 liaison batteur-masse battante

Cette liaison représente en réalité un encastrement souple avec les 6 degrés de liberté relatifs des deux corps contraints élastiquement.

$$\vec{c}_{8FR}^{0} = (\underline{r}_{CM3FR}^{0}^{T} + \underline{b}_{83FR}^{3}^{T} \underline{A}_{FR}^{30} - \underline{b}_{86FR}^{6}^{T} \underline{A}_{FR}^{60} - \underline{r}_{CM6FR}^{0}^{T}) \vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{8FL}^{0} = (\underline{r}_{CM3FL}^{0}^{T} + \underline{b}_{83FL}^{3}^{T} \underline{A}_{FL}^{30} - \underline{b}_{86FR}^{6}^{T} \underline{A}_{FL}^{60} - \underline{r}_{CM6FL}^{0}^{T}) \vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{8RR}^{0} = (\underline{r}_{CM3RR}^{0}^{T} + \underline{b}_{83RR}^{3}^{T} \underline{A}_{RR}^{30} - \underline{b}_{86RR}^{6}^{T} \underline{A}_{RR}^{60} - \underline{r}_{CM6RR}^{0}^{T}) \vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{8RL}^{0} = (\underline{r}_{CM3RL}^{0}^{T} + \underline{b}_{83RL}^{3}^{T} \underline{A}_{RL}^{30} - \underline{b}_{86RL}^{6}^{T} \underline{A}_{RL}^{60} - \underline{r}_{CM6RL}^{0}^{T}) \vec{e}^{0}$$

$$(A.13)$$

L'énergie élastique associée à cet encastrement souple s'écrit donc ainsi :

$$\begin{split} V_8 &= \frac{1}{2} k_{lex} \left\{ \left(\vec{c} \,_{8FR}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right)^2 + \left(\vec{c} \,_{8FL}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FL}^{30} \right) \right)^2 \right\} \\ &+ \left(\vec{c} \,_{8RR}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right)^2 + \left(\vec{c} \,_{8FL}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FL}^{30} \right) \right)^2 \right\} \\ &+ \frac{1}{2} k_{ley} \left\{ \left(\vec{c} \,_{8FR}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right)^2 + \left(\vec{c} \,_{8FL}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FL}^{30} \right) \right)^2 \right\} \\ &+ \left(\vec{c} \,_{8RR}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right)^2 + \left(\vec{c} \,_{8FL}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FL}^{30} \right) \right)^2 \right\} \\ &+ \frac{1}{2} k_{lez} \left\{ \left(\vec{c} \,_{8FR}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right)^2 + \left(\vec{c} \,_{8FL}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FL}^{30} \right) \right)^2 \right\} \\ &+ \frac{1}{2} k_{les} \left\{ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right)^2 + \left(\vec{c} \,_{8FL}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FL}^{30} \right) \right)^2 \right\} \\ &+ \frac{1}{2} k_{led} \left\{ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right)^2 + \left(\vec{c} \,_{8FL}^0 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FL}^{30} \right) \right)^2 \right\} \\ &+ \frac{1}{2} k_{led} \left\{ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right) \cdot \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right\} \\ &+ \left(\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{0} \right) - \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right) \cdot \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right) \\ &+ \left(\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{0} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right) \cdot \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right) \\ &+ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{0} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right) \cdot \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{FR}^{30} \right) \right) \\ &+ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{0} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right) \cdot \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right) \\ &+ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{0} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right) \cdot \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right) \\ &+ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{0} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right) \cdot \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A}_{RR}^{30} \right) \right) \\ &+ \left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{A$$

L'énergie élastique totale du système est la somme des énergies calculées précédemment :

$$V = V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8$$
(A.15)

A.2 Forces non conservatives

A.2.1 Entrées en tête rotor

Le torseur des efforts aérodynamiques d'entrée en tête rotor comporte 6 composantes dans les trois directions du repère local de la BTP $\overrightarrow{\underline{e}}^1$:

$$\begin{cases} \overrightarrow{F}_{rotor}^{1} = [F_{1} \ F_{2} \ F_{3}] \overrightarrow{\underline{e}}^{1} \\ \overrightarrow{M}_{rotor}^{1} = [M_{1} \ M_{2} \ M_{3}] \overrightarrow{\underline{e}}^{1} \end{cases}$$
(A.16)

Ces efforts et couples sont appliqués au corps 1 du modèle en tête rotor. Le point d'application est exprimé par le vecteur \overrightarrow{b}_0 tel que :

$$\overrightarrow{b}_0 = \underline{b}_0^{1T} \underline{\overrightarrow{e}}^1 \tag{A.17}$$

Soit \overrightarrow{r}_0^0 le vecteur de position absolue de la tête rotor dans le repère de référence :

$$\overrightarrow{r}_{0}^{0} = \overrightarrow{r}_{CM1} + \overrightarrow{b}_{0} \tag{A.18}$$

Les angles associés au couple d'entrée $\overrightarrow{M}^1_{rotor}$ sont exprimés dans le vecteur suivant :

$$\underline{\theta}_1 = \begin{bmatrix} \psi_1 & \theta_1 & \phi_1 \end{bmatrix} \tag{A.19}$$

associé au vecteur des axes de rotation :

$$\overrightarrow{\omega}_1 = \begin{bmatrix} \overrightarrow{e}_3^1 & \overrightarrow{e}_2^1 & \overrightarrow{e}_3 \end{bmatrix}^T \tag{A.20}$$

A.2.2 Entrées liées au contrôle actif du mouvement des masses battantes

Les efforts de commandes du contrôle actif agissent entre les masses battantes et la BTP. Les efforts subis par la BTP sont les vecteurs suivants :

$$\begin{cases} \vec{U}_{1FR} = [0 \ 0 \ -u_{fr}] \vec{\underline{e}}^{1} \\ \vec{U}_{1FL} = [0 \ 0 \ -u_{fl}] \vec{\underline{e}}^{1} \\ \vec{U}_{1RR} = [0 \ 0 \ -u_{rr}] \vec{\underline{e}}^{1} \\ \vec{U}_{1RL} = [0 \ 0 \ -u_{rl}] \vec{\underline{e}}^{1} \end{cases}$$
(A.21)

Les vecteurs de position absolue des points d'application de ces efforts sur le corps 1 du modèle s'expriment de la même manière que dans l'équation (A.18):

$$\overrightarrow{r}_{u1FR} = \overrightarrow{r}_{CM1} + \overrightarrow{b}_{u1FR}$$

$$\overrightarrow{r}_{u1FL} = \overrightarrow{r}_{CM1} + \overrightarrow{b}_{u1FL}$$

$$\overrightarrow{r}_{u1RR} = \overrightarrow{r}_{CM1} + \overrightarrow{b}_{u1RR}$$

$$\overrightarrow{r}_{u1RL} = \overrightarrow{r}_{CM1} + \overrightarrow{b}_{u1RL}$$
(A.22)

Par contre-réaction, les efforts de contrôle subis par les masses battantes sont :

$$\begin{cases} \overrightarrow{U}_{6FR} = [0 \ 0 \ u_{fr}] \overrightarrow{e}^{6FR} \\ \overrightarrow{U}_{6FL} = [0 \ 0 \ u_{fl}] \overrightarrow{e}^{6FL} \\ \overrightarrow{U}_{6RR} = [0 \ 0 \ u_{rr}] \overrightarrow{e}^{6RR} \\ \overrightarrow{U}_{6RL} = [0 \ 0 \ u_{rl}] \overrightarrow{e}^{6RL} \end{cases}$$
(A.23)

Et les vecteurs de position absolue des points d'application de ces efforts sur les corps 6FR, 6FL, 6RR et 6RL du modèle s'expriment de la manière suivante :

$$\overrightarrow{r}_{u6FR} = \overrightarrow{r}_{CM6FR} + \overrightarrow{b}_{u6FR}$$

$$\overrightarrow{r}_{u6FL} = \overrightarrow{r}_{CM6FL} + \overrightarrow{b}_{u6FL}$$

$$\overrightarrow{r}_{u6RR} = \overrightarrow{r}_{CM6RR} + \overrightarrow{b}_{u6RR}$$

$$\overrightarrow{r}_{u6RL} = \overrightarrow{r}_{CM6RL} + \overrightarrow{b}_{u6RL}$$
(A.24)

L'énergie \underline{Q}^{nc} due aux forces non-conservatives se calcule par l'expression ciaprès :

$$\underline{Q}^{nc} = \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{0}^{0}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{F}_{rotor}^{1} + \left(\frac{\partial \underline{\theta}_{1}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \overrightarrow{\omega}_{1}(\underline{\theta}_{1}) \cdot \overrightarrow{M}_{rotor}^{1} \\
+ \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u1FR}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{1FR} + \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u6FR}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{6FR} \\
+ \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u1FL}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{1FL} + \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u6FL}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{6FL} \qquad (A.25) \\
+ \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u1RR}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{1RR} + \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u6RR}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{6RR} \\
+ \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u1RR}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{1RL} + \left(\frac{\partial \overrightarrow{\tau}_{u6RL}}{\partial \underline{q}}\right)^{T} \cdot \overrightarrow{U}_{6RL}$$

On obtient alors un vecteur colonnne de même dimension que le vecteur des coordonnées généralisées q.

Annexe B

Modèle tridimensionnel à fuselage souple

Afin de pouvoir coupler le modèle analytique du SARIB actif au modèle condensé du fuselage NH90, les formulations de l'énergie élastique des liaisons souples liant ces deux derniers doivent etre modifiées.

B.1 Liaison BTP-structure

Le noeud n_m (6 degrés de libertés) représente la membrane flexible assurant la liaison entre la BTP et la structure, le vecteur \vec{c}_4^0 doit donc être réécrit de la manière suivante :

$$\overrightarrow{c}_{4}^{0} = (\underline{n}_{m}^{0}{}^{T} - \underline{b}_{41}^{1}{}^{T}\underline{A}^{10} - \underline{r}_{CM1}^{0}{}^{T})\overrightarrow{\underline{e}}^{0}$$
(B.1)

B.2 Liaison batteur-structure

De même que précédemment, les vecteurs $\overrightarrow{c}_{5j}^0$ représentant le déplacement relatifs de la liaison batteur-structure doivent être reformulés :

$$\overrightarrow{c}_{5FR}^{0} = (\underline{n}_{fFR}^{0}{}^{T} - \underline{b}_{53FR}^{3}{}^{T}\underline{A}_{FR}^{30} - \underline{r}_{CM3FR}^{0}{}^{T})\overrightarrow{\underline{c}}^{0}$$

$$\overrightarrow{c}_{5FL}^{0} = (\underline{n}_{fFL}^{0}{}^{T} - \underline{b}_{53FL}^{3}{}^{T}\underline{A}_{FL}^{30} - \underline{r}_{CM3FL}^{0}{}^{T})\overrightarrow{\underline{c}}^{0}$$

$$\overrightarrow{c}_{5RR}^{0} = (\underline{n}_{fRR}^{0}{}^{T} - \underline{b}_{53RR}^{3}{}^{T}\underline{A}_{RR}^{30} - \underline{r}_{CM3RR}^{0}{}^{T})\overrightarrow{\underline{c}}^{0}$$

$$\overrightarrow{c}_{5RL}^{0} = (\underline{n}_{fRL}^{0}{}^{T} - \underline{b}_{53RL}^{3}{}^{T}\underline{A}_{RL}^{30} - \underline{r}_{CM3RL}^{0}{}^{T})\overrightarrow{\underline{c}}^{0}$$

$$(B.2)$$

B.3 Liaison moteurs-structure

Enfin, on reformule également les vecteurs représentant le déplacement relatifs des biellettes de support moteur

$$\vec{c}_{7RE}^{0} = (\underline{r}_{CM5R}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75RE}^{5R}{}^{T}\underline{A}_{R}^{50} - \underline{n}_{ere}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{7RI}^{0} = (\underline{r}_{CM5R}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75RI}^{5R}{}^{T}\underline{A}_{R}^{50} - \underline{n}_{ere}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{7LE}^{0} = (\underline{r}_{CM5L}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75LE}^{5L}{}^{T}\underline{A}_{L}^{50} - \underline{n}_{ele}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$

$$\vec{c}_{7LI}^{0} = (\underline{r}_{CM5L}^{0}{}^{T} + \underline{b}_{75LI}^{5L}{}^{T}\underline{A}_{L}^{50} - \underline{n}_{ele}^{0}{}^{T})\vec{e}^{0}$$
(B.3)

Annexe C

Paramètres du modèle tridimensionnel à fuselage souple

C.1 paramètres de raideur et masse

Dans les tableaux C.1 et C.2 sont présentés les paramètres de masse et inertie des corps rigides du modèle ainsi que toute les raideurs de liaison.

variable	définition	valeur	unité
m_1	masse ensemble BTP-rotor et barres BTP	1182.1	[kg]
J_{1xx}	Inertie en rotation sur l'axe x du repère local ensemble BTP-rotor	495.0586	$kg.m^2$
J_{1yy}	Inertie en rotation sur l'axe y du repère local ensemble BTP-rotor	484.9474	$kg.m^2$
J_{1zz}	Inertie en rotation sur l'axe z du repère local ensemble BTP-rotor	106.8888	$kg.m^2$
m_{3i}	masse des batteurs	7.796	[kg]
$J_{3i,xx}$	Inertie en rotation sur l'axe x du repère local batteurs SARIB	0.017	$kg.m^2$
$J_{3i,yy}$	Inertie en rotation sur l'axe y du repère local batteurs SARIB	0.248	$kg.m^2$
$J_{3i,zz}$	Inertie en rotation sur l'axe z du repère local batteurs SARIB	0.261	$kg.m^2$
m_{6i}	masses battantes SARIB	8	[kg]
$J_{6i,xx}$	Inertie en rotation sur l'axe x du repère local masses battantes	0.065	$kg.m^2$
$J_{6i,yy}$	Inertie en rotation sur l'axe y du repère local masses battantes	0.013	$kg.m^2$
$J_{6i,zz}$	Inertie en rotation sur l'axe z du repère local masses battantes	0.075	$kg.m^2$
m_{5j}	masses des moteurs	256	[kg]
$J_{5j,xx}$	Inertie en rotation sur l'axe x du repère local moteurs	7	$kg.m^2$
$J_{5j,yy}$	Inertie en rotation sur l'axe y du repère local moteurs	53	$kg.m^2$
$J_{5j,zz}$	Inertie en rotation sur l'axe z du repère local moteurs	69	$kg.m^2$

TABLE C.1 – Paramètres de masse et inertie du modèle complet NH90.

variable	définition	valeur	unité
k_b	raideur de barre BTP	1.06×10^{8}	$[N.m^{-1}]$
k_l	raideur de lame	98099	$[N.m^{-1}]$
k_p	raideur de paliers	1.7×10^{8}	$[N.m^{-1}]$
$k_{m\phi\theta}$	raideur angulaire de membrane	1.5×10^{6}	$[Nm.rad^{-1}]$
k _m	raideur radiale de membrane	2.13×10^{8}	$[N.m^{-1}]$
k _{mz}	raideur verticale de membrane	7.23×10^{5}	$[N.m^{-1}]$
$k_{m\psi}$	raideur angulaire de membrane sur l'axe du couple rotor	6.5×10^{7}	$[Nm.rad^{-1}]$
k_u	raideur linéaire des trompettes	1.2×10^{8}	$[N.m^{-1}]$
k_{θ}	raideur angulaire des trompettes	1.26×10^{8}	$[Nm.rad^{-1}]$
k_r	raideur des biellettes de support moteur	4×10^{6}	$[N.m^{-1}]$
$k_{p\theta}$	raideur angulaire des paliers de liaison batteur-structure	1×10^{8}	$[Nm.rad^{-1}]$
klex	raideur en flexion des batteurs sur l'axe x repère local	1×10^{8}	$[N.m^{-1}]$
k_{ley}	raideur en flexion des batteurs sur l'axe y repère local	1×10^{8}	$[N.m^{-1}]$
klez	raideur en flexion des batteurs sur l'axe z repère local	3×10^{5}	$[N.m^{-1}]$
$k_{le\phi}$	raideur angulaire des liaisons batteur-masse battante	1×10^{8}	$[Nm.rad^{-1}]$

TABLE C.2 – Paramètres de raideur des liaisons du modèle complet NH90.

Les tableaux C.3, C.4 et C.5 présentent respectivement les 6 coordonnées initiales de chaque corps du modèle analytique, les coordonnées des points de liaison entre les solides du modèle et enfin les coordonnées des noeuds du modèle condensé de la structure NH90.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0033/these.pdf © [J. Rodriguez], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

corps	x [m]	y [m]	z [m]	ψ [rad]	θ [rad]	ϕ [rad]
\underline{q}_1	7.0837	0	3.5886	0	0	0
$\frac{q}{3FR}$	6.4787	0.3984	2.9444	-0.4934	0	0
$\frac{q}{3FL}$	6.4787	-0.3984	2.9444	0.4934	0	0
$\frac{q}{3RR}$	7.6513	0.3985	2.9444	-2.6489	0	0
$\frac{q}{3RL}$	7.6513	-0.3985	2.9444	2.6489	0	0
$\frac{q}{6FR}$	6.6790	0.2906	2.9444	-0.4934	0	0
$\frac{q}{6FL}$	6.6790	-0.2906	2.9444	0.4934	0	0
$\frac{q}{6RR}$	7.4509	0.2909	2.9444	-2.6489	0	0
$\frac{q}{6RL}$	7.4509	-0.2909	2.9444	2.6489	0	0
$\frac{q}{5R}$	8.3400	0.8200	3.3854	0	0	0
$\frac{q}{5L}$	8.3400	-0.8200	3.3854	0	0	0

TABLE C.3 – Coordonnées généralisée initiales du modèle.

point	définition	x[m]	y[m]	z[m]
0	centre tête rotor	7	0	4.22
Е	liaison membrane-BTP	7.1160	0	2.8950
Afr	liaison AVD barre BTP-BTP	6.8010	0.2420	3.4880
Afl	liaison AVG barre BTP-BTP	6.8010	-0.2420	3.4880
Arr	liaison ARD barre BTP-BTP	7.3280	0.2420	3.5410
Arl	liaison ARG barre BTP-BTP	7.3280	-0.2420	3.5410
Bfr	liaison AVD barre BTP-batteur	6.3012	0.4938	2.9444
Bfl	liaison AVG barre BTP-batteur	6.3012	-0.4938	2.9444
Brr	liaison ARD barre BTP-batteur	7.8288	0.4938	2.9444
Brl	liaison ARG barre BTP-batteur	7.8288	-0.4938	2.9444
Cfr	ferrures AVD	6.2450	0.5240	2.9320
Cfl	ferrures AVG	6.2450	-0.5240	2.9320
Crr	ferrures ARD	7.8850	0.5240	2.9320
Crl	ferrures ARG	7.8850	-0.5240	2.9320
Dfr	liaison AVD lame flexible-BTP	6.8140	0.2180	2.9320
Dfl	liaison AVG lame flexible-BTP	6.8140	-0.2180	2.9320
Drr	liaison ARD lame flexible-BTP	7.3150	0.2180	2.9320
Drl	liaison ARG lame flexible-BTP	7.3150	-0.2180	2.9320
Fr	trompette D	7.5260	0.8200	3.3600
Fl	trompette G	7.5260	-0.8200	3.3600
Gre	ancrage biellette de support moteur Extérieure sur moteur D	8.3530	0.9560	3.1560
Gri	ancrage biellette de support moteur Intérieure sur moteur D	8.3530	0.6840	3.1560
Gle	ancrage biellette de support moteur Extérieure sur moteur G	8.3530	-0.9560	3.1560
Gli	ancrage biellette de support moteur Intérieure sur moteur G	8.3530	-0.6840	3.1560
Hre	ancrage biellette de support moteur Extérieure sur structure D	8.3630	0.9941	3.0540
Hri	ancrage biellette de support moteur Intérieure sur structure D	8.3630	0.6459	3.0540
Hle	ancrage biellette de support moteur Extérieure sur structure G	8.3630	-0.9941	3.0540
Hli	ancrage biellette de support moteur Intérieure sur structure G	8.3630	-0.6459	3.0540

TABLE C.4 – coordonnées des points de liaison entre les corps du modèle SARIB.

point	x[m]	y[m]	z[m]
Pieds Copilote	3.0500	-1.0790	1.3900
Pieds pilote	3.0500	1.0790	1.3900
pilote	4.3000	1.0262	1.3900
copilote	4.3000	1.0262	1.3900
cadre 4G	4.8500	-1.0330	1.2300
cadre 4F	4.8500	1.0330	1.2300
cadre 6G	6.1500	-1.0230	1.2300
cadre 6F	6.1500	1.0230	1.2300
cadre 8G	7.7800	-1.0230	1.2300
cadre 8D	7.7800	1.0230	1.2300
cadre 11	9.6500	-1.0155	1.2300
cadre 11	9.6500	1.0155	1.2300
poutre de queue	16.8468	-0.1394	2.3324

TABLE C.5 – coordonnées no euds de la structure NH90.

Annexe D

Comparaison avec le modèle *GAHEL*

Un nouveau modèle dynamique du système SARIB Airbus Helicopters a été construit lors du travail de cette thèse, en utilisant de manière rigoureuse la théorie de la dynamique des systèmes multi-solides [13]. L'objectif ici est de comparer les résultats de ce modèle à l'outil GAHEL utilisé à Airbus Helicopters pour le prédimensionnement de la suspension SARIB (Pour la construction détaillée du modèle GAHEL voir la thèse [16]. Cette étape permettra de valider le modèle obtenu mais aussi d'en faire ressortir les différences de construction avec l'outil GAHEL.

Afin de correspondre à la construction du modèle GAHEL, la nomenclature des variables du modèle FMBM (Full MultiBody-Model) développé ici a du être adaptée, celles-ci sont listées dans le tableau D.1. On utilise bien sûr ici le modèle FMBM à fuselage rigide pour la comparaison avec GAHEL.

variable	définition
wbtp	déplacement vertical centre d'inertie BTP
θy	angle de tangage BTP
wb1	déplacement vertical masse battante AVD
α1	position angulaire du batteur AVD
wb4	déplacement vertical masse battante AVG
α4	position angulaire du batteur AVG
wb2	déplacement vertical masse battante ARD
α2	position angulaire du batteur ARD
wb3	déplacement vertical masse battante ARG
α3	position angulaire du batteur ARG
um1	déplacement sur x, centre d'inertie moteur 1
vm1	déplacement sur y, centre d'inertie moteur 1
wm1	déplacement sur z, centre d'inertie moteur 1
$\gamma mx1$	position angulaire autour de l'axe x, moteur 1
$\gamma my1$	position angulaire autour de l'axe y, moteur 1
$\gamma mz1$	position angulaire autour de l'axe z, moteur 1
um2	déplacement sur x, centre d'inertie moteur 2
vm2	déplacement sur y, centre d'inertie moteur 2
wm2	déplacement sur z, centre d'inertie moteur 2
$\gamma m x 2$	position angulaire autour de l'axe x, moteur 2
$\gamma my2$	position angulaire autour de l'axe y, moteur 2
$\gamma m z 2$	position angulaire autour de l'axe z, moteur 2

TABLE D.1 – Nomenclature des coordonnées généralisées du modèle GAHEL.

D.1 Charge statique

Une charge correspondant à la masse totale de l'appareil est appliquée en tête rotor sur l'axe z appareil. La masse totale du système étant de 9310kg, on appliquera une charge verticale Fz = 91.331kN en tête rotor puis des charges plus faibles (10kN) pour des sollicitations statiques en tamis (x et y).

D.1.1 Déformée statique

s Dans les trois tableaux D.2 à D.4 sont présentés les déplacements des corps rigides de chacun des modèles sous trois différentes charges statiques correspondant aux trois axes principaux du repère global. Pour plus de clarté, la notation est reprise du modèle GAHEL. On notera que lorsque les grandeurs mesurées sont proches de 0, on ne calcule pas l'erreur relative commise car celle-ci donnerait des résultats incohérents (division par 0).

			GAHEL	FMBM	unité	Erreur FMBM/GAHEL [%]
DTD		wbtp	1.7385	1.7231	[mm]	-0.88
DIF		θy	0.0101	-0.0094	[°]	-
	AVD	wb1	14.4224	14.7803	[mm]	2.48
	TIV D	α1	1.7886	2.0359	[°]	13.82
	AVC	wb4	14.4224	14.7803	[mm]	2.48
battours	AVG	$\alpha 4$	1.7886	2.0359	[°]	13.82
Datteurs	APD	wb2	16.5232	13.0429	[mm]	-21.06
	AND	$\alpha 2$	2.0492	1.7966	[°]	-12.32
	ADC	wb3	16.5232	13.0429	[mm]	-21.06
	Ang	$\alpha 3$	2.0492	1.7966	[°]	-12.32
		um1	0.0178	-0.0792	[mm]	-
	moteur 1	vm1	0.0000	0.0000	[mm]	-
		wm1	-0.0231	-0.0116	[mm]	-
		$\gamma mx1$	0.0000	0.0000	[°]	-
		$\gamma my1$	-0.1291	-0.1170	[°]	-
motours		$\gamma mz1$	0.0000	0.0000	[°]	-
moteurs		um2	0.0178	-0.0792	[mm]	-
		vm2	0.0000	0.0000	[mm]	-
		wm2	-0.0231	-0.0116	[mm]	-
	moteur 2	γmx^2	0.0000	0.0000	[°]	-
		$\gamma my2$	-0.1291	-0.1170	[°]	-
		$\gamma mz2$	0.0000	0.0000	[°]	-

TABLE D.2 – Déplacements sous charge statique verticale - Fz = 91.3kN.

			GAHEL	FMBM	unité	Erreur FMBM/GAHEL [%]
		ubtp	0.2353	0.2356	[mm]	0.11
		vbtp	0.0000	0.0000	[mm]	-
DTD		wbtp	0.1903	0.0128	[mm]	-
DIF		θx	0.0000	0.0000	[°]	-
		θy	0.0213	0.0213	[°]	-
		θz	0.0000	0.0000	[°]	-
	AVD	wb1	-2.4828	-2.2385	[mm]	-9.84
	AVD	$\alpha 1$	-0.3079	-0.3083	[°]	0.13
	AVC	wb4	-2.4828	-2.2385	[mm]	-9.84
battours	AVG	$\alpha 4$	-0.3079	-0.3083	[°]	0.13
Datteurs	ARD	wb2	2.5355	2.2860	[mm]	-9.84
	AILD	$\alpha 2$	0.3144	0.3149	[°]	0.144
	ARG	wb3	2.5355	2.2860	[mm]	-9.84
		$\alpha 3$	0.3144	0.3149	[°]	0.144
		um1	0.1443	0.1445	[mm]	0.11
		vm1	0.0000	0.0000	[mm]	-
	motour 1	wm1	-0.0164	-0.0164	[mm]	-0.04
	moteur i	$\gamma mx1$	0.0000	0.0000	[°]	-
		$\gamma my1$	-0.0136	-0.0136	[°]	-0.17
motours		$\gamma mz1$	0.0000	0.0000	[°]	-
moteurs		um2	0.1443	0.1445	[mm]	0.11
		vm2	0.0000	0.0000	[mm]	-
	moteur 2	wm2	-0.0164	-0.0164	[mm]	-0.04
	moteur 2	$\gamma mx2$	0.0000	0.0000	[°]	-
		$\gamma my2$	-0.0136	-0.0136	[°]	-0.17
		$\gamma mz2$	0.0000	0.0000	[°]	-

TABLE D.3 – Déplacements sous charge statique longitudinale - Fx = 10kN.

			GAHEL	FMBM	unité	Erreur FMBM/GAHEL [%]
		ubtp	0.0000	0.0000	[mm]	-
		vbtp	0.5957	0.5975	[mm]	0.31
DTD		wbtp	0.0000	0.0000	[mm]	-
DII		θx	-0.0499	-0.05	[°]	0.24
		θy	0.0000	0.0000	[°]	-
		θz	-0.0004	-0.0006	[°]	-
	AVD	wb1	4.0415	3.6375	[mm]	-9.99
	AVD	$\alpha 1$	0.5012	0.5010	[°]	-0.04
	AVC	wb4	-4.0415	-3.6375	[mm]	-9.99
L = 44	AVG	$\alpha 4$	-0.5012	-0.5010	[°]	-0.04
Datteurs	ADD	wb2	3.9315	3.5650	[mm]	-9.32
	ARD	$\alpha 2$	0.4876	0.4911	[°]	0.72
	ARG	wb3	-3.9315	-3.5650	[mm]	-9.32
		$\alpha 3$	-0.4876	-0.4911	[°]	0.72
		um1	0.0279	0.0135	[mm]	-51.6
		vm1	-0.1327	-0.1329	[mm]	0.14
		wm1	0.0057	0.0071	[mm]	25.56
	moteur i	$\gamma mx1$	-0.0499	-0.05	[°]	0.24
		$\gamma my1$	0.0506	0.0509	[°]	0.5
motours		$\gamma mz1$	0.0390	0.0386	[°]	-1.04
moteurs		um2	-0.0282	-0.135	[mm]	-52.06
		vm2	0.1088	-0.1329	[mm]	22.15
		wm2	-0.0144	-0.0071	[mm]	-50.74
	moteur 2	$\gamma mx2$	-0.0499	-0.0500	[°]	0.24
		$\gamma my2$	-0.0513	-0.0509	[°]	-0.71
		$\gamma mz2$	0.0373	0.0386	[°]	3.41

TABLE D.4 – Déplacements sous charge statique latérale - Fy = 10kN.

Dans la majorité des déplacements, le modèle FMBM donne des résultats très proches du modèle GAHEL. La différence qui peut se démarquer est concernant l'amplitude de mouvement prise par les batteurs. Dans le cas d'une charge statique verticale par exemple, GAHEL calcule une amplitude supérieure sur les batteurs arrière. Le modèle FMBM quant à lui présente un résultat opposé à savoir une amplitude de mouvement plus élevée sur les batteurs avant. Cette différence peut s'expliquer par la construction même des modèles. Le modèle FMBM, à la différence de GAHEL prend en compte l'inclinaison de la BTP (axe mât) de 5° environ vers l'avant de l'appareil. Ceci explique la différence de charge sur les batteurs BTP et donc le mouvement quelque peu différent des batteurs dans chaque modèle. On notera tout même que les déplacements calculés colinéaires à la charge ou directement impactés par celle-ci sont tout à fait fidèles au modèle GAHEL.

D.1.2 Efforts de liaison

Tout en appliquant les mêmes cas de charge aux modèles que précédemment, on détermine à présent les efforts dus aux différentes liaisons essentielles du système. Il s'agit des efforts dans les barres BTP, dans les ferrures de liaison structure/batteur et dans les lames flexibles en leur point d'ancrage à la BTP. Les résultats sont représentés dans les trois tableaux D.5 à D.7.

		GAHEL	FMBM	unité	Erreur FMBM/GAHEL [%]
	AVD	33208	40013	[M]	20.17
	AVC	22200	40013		20.17
BTP	ANG	33298	40013		20.17
	AND	30020	32313		-9.73
	ARG	36020	32515	[<i>I</i> V]	-9.73
	AVD	20758	38600	[N]	85.9
formuros	AVG	20758	38600	[N]	85.9
icituics	ARD	23507	31220	[N]	32.8
	ARG	23507	31220	[N]	32.8
lame	AVD	2275	2081	[N]	-8.52
	AVG	2275	2081	[N]	-8.52
	ARD	2572	1826	[N]	-29
	ARG	2572	1826	[N]	-29

TABLE D.5 – Efforts de liaison sous charge statique verticale - Fz = 91.3kN.

		GAHEL	FMBM	unité	Erreur FMBM/GAHEL [%]
	AVD	6097	5985	[N]	-1.83
DTD	AVG	6097	5985	[N]	-1.83
DIF	ARD	-5820	-5820	[N]	-0.0043
	ARG	-5820	-5820	[N]	-0.0043
	AVD	3801	-5758	[N]	51.5
formunoc	AVG	3801	-5758	[N]	51.5
lerrures	ARD	3798	5577	[N]	46.8
	ARG	3798	5577	[N]	46.8
	AVD	416.5	332.6	[N]	-20.13
lame	AVG	416.5	332.6	[N]	-20.13
	ARD	-415.6	-339.3	[N]	-18.3
	ARG	-415.6	-339.3	[N]	-18.3

TABLE D.6 – Efforts de liaison sous charge statique longitudinale - Fx = 10kN.

		GAHEL	FMBM	unité	Erreur FMBM/GAHEL [%]
	AVD	-9840	-9872	[N]	0.32
DTD	AVG	9840	9588	[N]	-2.55
DIP	ARD	-8962	-9054	[N]	1.01
	ARG	8962	8822	[N]	-1.57
	AVD	6134	9508	[N]	55
formunoc	AVG	-6134	-9223	[N]	50.3
lenures	ARD	5849	8680	[N]	48.4
	ARG	-5849	-8447	[N]	44.42
	AVD	-672	-536	[N]	-20.3
lame	AVG	672	536	[N]	-20.3
	ARD	-640	-525	[N]	-17.9
	ARG	-640	525	[N]	17.9

TABLE D.7 – Efforts de liaison sous charge statique latérale - Fy = 10kN.

A la différence des déplacements, l'écart entre les deux modèles est plus manifeste au niveau des efforts de liaison. Cet écart est notamment important sur les efforts de ferrure ce qui peut s'expliquer par la construction du modèle FMBM. Celui-ci en effet considère ces liaisons non comme rigides mais comme des raideurs tridimensionnelles ce qui implique des degrés de liberté supplémentaires par rapport à GAHEL. Cette modélisation permet notamment d'introduire les déplacements du pivot ferrure/batteur par rapport à la structure dans le plan (XY) de l'appareil. Malgré la charge verticale, on note ainsi que ces déplacements sont plus importants en amplitude dans le plan XY que sur l'axe vertical Z.

D.2 Dynamique

D.2.1 Les modes

A présent que la comparaison des résultats statiques a permis de déterminer la convergence des deux modèles ainsi que d'expliquer certaines de leurs différences de construction, il convient d'étudier le comportement dynamique de ceux-ci. Dans le tableau D.8 est présentée la synthèse des modes des modèles (hors modes rigides).

Les modes 7 à 9 et 12 à 13 présentent des fréquences et déformées exactement similaires. Pour ce qui est des modes 10 et 11 dont les fréquences sont également identiques, il semblerait que les déformées soient inversées à savoir le mode de pompage SARIB serait plus bas en fréquence que celui de tangage pour le modèle FMBM, à l'opposé du modèle GAHEL. Cette différence s'explique d'une part par la proximité en fréquence des deux modes et d'autre part par l'inclinaison de l'axe de BTP qui crée un phénomène de couplage des modes de pompage et tangage.

Les modes 14 et 15 quant à eux se présentent à des fréquences totalement différentes d'un modèle à l'autre. S'agissant des modes de lame, ceci peut s'expliquer par la construction du modèle. Dans le modèle GAHEL, le batteur et la lame flexible sont deux pièces distinctes ce qui n'est pas le cas dans le modèle FMBM ou l'on vient simplement ajouter une raideur en bout de batteur pour le relier à la BTP et symboliser la lame.

					_	
		GAHEL		FMBM	Erreur	
mode	fréquence $[Hz]$	déformée	fréquence [Hz]	déformée	FMBM/GAHEL [%]	
7	7 0.02	roulis $BTP + mode tamis$	8 02	mode tamis	0.01	
· ·	0.05	des biellettes moteur gauche	0.05	des biellettes moteur		
0	e 20	roulis $BTP + mode tamis$	e 01	roulis BTP + mode tamis	2.2	
0	0.39	des biellettes moteur droit	0.21	des biellettes moteur	-2.2	
9	12.55	roulis BTP	12.85	roulis BTP	2.39	
10	13.47	tangage BTP	13.60	tangage/pompage SARIB	0.97	
11	14.11	pompag SARIB	14.00	tangage BTP	-0.78	
		roulis $BTP + mode vertical$		roulis $BTP + mode vertical$		
12	22.55	des biellettes moteur	23.35	des biellettes moteur	3.55	
		(en opposition de phase)		(en opposition de phase)		
		tangage BTP + mode vertical		roulis $BTP + mode vertical$		
13	22.95	des biellettes moteur	23.64	des biellettes moteur	2.92	
		(en phase)		(en phase)		
14	24.4	mode des batteurs croisés	51.47	lacet BTP, mode des batteurs croisés	110	
15	36.06	roulis $BTP + mode des lames$	78.97	tangage BTP, mode des lames	119	

TABLE D.8 – Fréquences et déformées des modes.

D.2.2 Réponse en fréquence

Il convient à présent de comparer les réponses en fréquence des deux modèles en termes de déplacements, accélérations et efforts. Les figures D.1 à D.7 présentent ces mêmes résultats sous une charge dynamique de 8kN dont la direction dépend de la variable observée.



 $\label{eq:FIGURE D.1-Accélération au centre d'inertie du fuselage (rigide) en x, y et z sous des charges dynamiques de 8000N en tête rotor dans les axes correspondants.$



FIGURE D.2 – Accélération angulaire centre d'inertie du fuselage (rigide) en θx et θy sous des charges dynamiques de 8000N en tête rotor dans les axes correspondants.



FIGURE D.3 – Accélération au centre d'inertie BTP en x,y et z sous des charges dynamiques de 8000N en tête rotor dans les axes correspondants.

On observe depuis le début de cette comparaison de modèles une réelle influence de leur méthode de construction sur les résultats obtenus. Ce phénomène est de nouveau présent dans leurs réponses en fréquence. On peut tout de même remarquer pour chaque mode un décalage d'environ 0.5Hz qui s'expliquerait par l'inclinaison du mât rotor de 5° vers l'avant ainsi que la prise en compte de cet angle dans les mouvements de BTP pour le modèle FMBM (décalage sur l'axe X du centre de d'inertie BTP par rapport à son point d'attache à la membrane (structure).



FIGURE D.4 – Accélération angulaire centre d'inertie BTP en θx et θy sous des charges dynamiques de 8000N en tête rotor dans les axes correspondants.



FIGURE D.5 – Accélération des masses battantes sous charge dynamique de 8000N en tête rotor (direction Z).



FIGURE D.6 – Angle α des batteurs avant et arrière sous charge dynamique de 8000N en tête rotor (direction Z).



FIGURE D.7 – Efforts dans les barres BTP sous charge dynamique de 8000N en tête rotor (direction Z).

Le modèle FMBM donne ainsi des résultats pertinents, proches de GAHEL pour certaines grandeurs. Cependant, des différences majeures persistent pouvant s'expliquer par la méthode même de construction du modèle. Afin de valider ce modèle, il serait nécessaire de le comparer à des résultats obtenus d'un modèle plus complet type éléments finis ou idéalement des mesures de shake-test. Cependant, le modèle FMBM construit lors de ce travail de thèse reste cohérent et présente certains avantages par rapport au modèle GAHEL :

- prise en compte de toute la géométrie 3D du système (exemple : inclinaison du mât rotor de 5° par rapport au plancher mécanique);
- prise en compte de tous les mouvements dans l'espace de chaque corps (formulation rigoureuse multibody);
- toutes les liaisons sont considérées souples, prise en compte de la raideur des barres BTP, des paliers élastomères, etc...);
- prise en compte de la raideur en flexion des batteurs (observation possible des modes du batteur).
Annexe E

Brevet SARIB actif

Ce brevet concernant le prototype de suspension active développé durant ce travail de thèse a été déposé à l'INPI (Institut National de la Propriété Industrielle) en 2013 par :

- Paul Cranga (Airbus Helicopters expert vibration)
- Alain Eberhard (Airbus Helicopter service rotor et suspension)
- Jonathan Rodriguez (doctorant)
- Benoît Rogier (Airbus Helicopter service rotor et suspension)

E.1 Présentation

L'invention et ses avantages apparaîtront avec plus de détails dans le cadre de la description qui suit avec des exemples de réalisation donnés à titre illustratif en référence aux figures annexées qui représentent :

- la figure 1, une vue schématique d'un aéronef selon l'invention,
- la figure 2, une vue schématique d'un dispositif de suspension,
- les figures 3 à 9, des vues schématiques de réalisations de l'invention d'un dispositif de suspension selon l'invention,

Les éléments présents dans plusieurs figures distinctes sont affectés d'une seule et même référence. La figure 1 présente un aéronef 1 comportant une structure porteuse 2. De plus, l'aéronef 1 est muni d'un ensemble mécanique 3 fixé à la structure porteuse 2 pour participer notamment à la sustentation de l'aéronef 1.

Cet ensemble mécanique 3 inclut un rotor de sustentation 5, une boîte de transmission de puissance 4 de l'ensemble mécanique 3 étant interposée entre le rotor de sustentation 5 et une installation motrice non représentée sur les figures.

En effet, la représentation de l'aéronef sur les figures est délibérément incomplète pour ne pas alourdir inutilement ces figures. La boîte de transmission de puissance 4 repose sur la structure porteuse 2 par le biais d'une membrane 300, reprenant le couple et assurant la cinématique de la transmission. Cet aéronef 1 comprend un dispositif de suspension qui permet d'une part de réduire les vibrations transmis par l'ensemble mécanique 3, et d'autre part de fixer l'ensemble mécanique 3 à la structure porteuse. L'ensemble mécanique 3 inclut au moins une barre de maintien 15, voire au moins trois barres de maintien 15 pour sa fixation à la structure porteuse. Chaque barre de maintien s'étend alors d'une extrémité supérieure 16 vers une extrémité inférieure 17. Dès lors, chaque extrémité supérieure 16 est articulée à la boîte de transmission de puissance 4 et notamment à une partie supérieure de cette boîte de transmission de puissance 4, alors que chaque extrémité inférieure 17 est reliée indirectement à la structure porteuse 2.

Dès lors, le dispositif de suspension comporte au moins un moyen de suspension 20 interfacé entre une barre de maintien 15 et la structure porteuse 2. Par exemple, le dispositif de suspension comporte un moyen de suspension par barre de maintien articulé à la structure porteuse et à l'extrémité inférieure 17 de la barre de maintien correspondante. Chaque moyen de suspension 20 comprend un batteur 21 muni d'un moyen de support 25 qui porte une masse battante 30 ainsi que l'extrémité inférieure 17 d'une barre de suspension. Le moyen de support 25 peut être un levier ou une lame.

La figure 2 détaille un moyen de suspension 20 selon l'invention. Le moyen de support 25 peut comprendre une zone plate 25' prolongée par deux bras longitudinaux 28 qui sont liés par un bras transversal 29 de manière à présenter une forme en H. Le batteur s'étend alors longitudinalement d'une extrémité dite " extrémité proximale 27 " vers une extrémité dite " extrémité distale 26 ". La masse battante est alors portée par l'extrémité distale 26 du batteur.

De plus, l'extrémité proximale 27 est munie d'une première articulation 35 permettant d'articuler le moyen de support 25 à la structure porteuse 2. Cette première articulation 35 comporte éventuellement une liaison pivot permettant la rotation du moyen de support, et de fait de la masse battante 30 autour d'une première direction AX1. Par suite, la première articulation peut comprendre une ferrure 60 pouvant être fixée à la structure porteuse 2. Un premier axe de pivot 36 de la première articulation peut alors traverser au moins une joue 61 de cette ferrure 60.

En outre, le moyen de suspension comprend une deuxième articulation 40 pour articuler une barre de maintien 15 au moyen de support 25 à proximité de la première articulation. Par exemple, la deuxième articulation 40 est agencée dans une zone comprise entre le centre de gravité Cg du batteur et la première articulation 35. Cette deuxième articulation 40 peut inclure au minimum une liaison pivot. La deuxième articulation peut avantageusement être une liaison à rotule munie d'un deuxième axe de liaison 42 représenté par le bras transversal 29. Le deuxième axe de liaison 42 traverse une partie interne sphérique 43 d'une rotule, cette partie interne sphérique 43 étant disposée dans une cage 44 de la partie inférieure 17 d'une barre de maintien 15.

Le deuxième axe de liaison 42 est dirigé selon une deuxième direction AX2 parallèle à la première direction AX1. La deuxième articulation 40 est décalée par rapport à la première articulation 35 permettant ainsi une amplification cinématique du mouvement de la masse battante 30 provoqué par un mouvement relatif entre la structure porteuse 2 et la boîte de transmission 4.

En outre, le dispositif de suspension comprend un élément élastique 200 par moyen de suspension, qui apporte la raideur nécessaire pour reprendre les efforts statiques transitant dans les barres de maintien 15. Cet élément élastique 200 est réalisé sur la figure 1 par une lame travaillant en flexion, solidaire des bras 28 du batteur et reposant à son extrémité sur le fond 4' de la boîte de transmission. Dans d'autres variantes, l'élément élastique 200 peut être constitué d'un tube de torsion monté au niveau de la première articulation 35 entre la ferrure 60 et le batteur 21, ou encore par le biais d'un ressort agencé entre un batteur 21 et la structure porteuse par exemple.

De plus, le dispositif de suspension peut comprendre au moins un générateur d'efforts 70 pour contrôler l'amplitude et la phase du mouvement oscillatoire d'un batteur 21. En référence à la figure 1, le dispositif de suspension 10 peut comprendre un générateur d'efforts 70 intégré à chaque moyen de suspension. Ce générateur d'efforts peut être un actionneur hydraulique, pneumatique, électromécanique, électromagnétique, ou encore piézoélectrique.

Le dispositif de suspension 10 comporte en outre au moins un calculateur 50 relié à un système de mesure 55 mesurant la réponse vibratoire de la structure porteuse par des accéléromètres ou des capteurs d'effort. Par exemple, des accéléromètres sont collés à la structure porteuse 2.

Chaque générateur d'efforts 70 communique alors avec un calculateur 50, le calculateur 50 contrôlant activement l'amplitude et la phase du mouvement du batteur en donnant des ordres au générateur d'efforts 70 en fonction d'au moins un signal de mesure provenant du système de mesure 55.

Le dispositif de suspension peut comprendre un calculateur pour chaque générateur d'efforts 70, ou encore un unique calculateur 50 contrôlant tous les générateurs d'efforts 70 du dispositif de suspension 10. En référence aux figures 3 à 9, le dispositif de suspension peut comprendre : un moyen de fixation 70' pour fixer au moins un générateur d'efforts 70 à la structure porteuse 2, un système de fixation 70" pour fixer au moins un générateur d'efforts 70 à l'ensemble mécanique 3, un organe de fixation 70"' pour fixer au moins un générateur d'efforts 70 au batteur. Ainsi, selon la figure 3, le générateur d'efforts 70 peut être interposé entre le batteur et l'ensemble mécanique 4 en leur étant attaché par des moyens usuels. Dans cette configuration, la distance d séparant la première articulation 35 du point d'attachement du générateur d'efforts 70 au support de masse 25 est favorablement maximisée pour réduire les efforts à délivrer.

Selon la figure 4, le générateur d'efforts 70 peut être interposé entre le batteur et la structure porteuse 2 en leur étant attaché par des moyens usuels.

Selon la figure 5, le générateur d'efforts 70 peut être interposé entre l'ensemble mécanique 3 et la structure porteuse 2 en leur étant attaché par des moyens usuels.

Selon les figures 6 à 9, le générateur d'efforts 70 est relié à l'extrémité distale 26 du batteur, et donc à la masse battante.

Selon la figure 6, le générateur d'efforts 70 est interposé entre l'ensemble mécanique 3 et la masse battante. Par exemple, le générateur d'efforts 70 inclut un actionneur électromagnétique 75 qui comprend une masse magnétique 76 fixée à la boîte de transmission de puissance 4. De plus, l'actionneur électromagnétique 75 possède au moins une bobine 77 fixée à la masse battante 30, voire un amplificateur 78 de puissance électrique relié à ladite bobine 77 et audit calculateur 50. La bobine 77 et la masse battante peuvent constituer une seule et même entité physique.

Selon les figures 7 à 9, le générateur d'efforts est simplement attaché à l'extrémité distale du moyen de suspension. La figure 7 présente un générateur d'efforts pourvu d'au moins une bobine 77 solidaire de la masse battante 30. De plus, le générateur d'efforts comprend une masse magnétique 76 élastiquement attachée à la masse battante 30 par un corps élastique 78, tel qu'un ressort. La masse magnétique est alors mobile par rapport à la masse battante. Chaque bobine peut s'étendre dans un logement de la masse magnétique. Chaque bobine 77 communique alors avec un calculateur 50, via un amplificateur de puissance éventuellement. La figure 8 illustre un générateur d'efforts qui est pourvu d'un organe piézoélectrique 80. Cet actionneur électromagnétique 75 est intégré au support de masse 25 et porte la masse battante 30.

La figure 9 présente un générateur d'efforts comportant deux masses contrarotatives 86, 87 portées par la masse battante 30. Au moins un moteur 85 met en rotation les masses contrarotatives. Un moteur peut aussi régler le déphasage angulaire des masses contrarotatives.

Naturellement, la présente invention est sujette à de nombreuses variations quant à sa mise en œuvre. Bien que plusieurs modes de réalisation aient été décrits, on comprend bien qu'il n'est pas concevable d'identifier de manière exhaustive tous les modes possibles. Il est bien sûr envisageable de remplacer un moyen décrit par un moyen équivalent sans sortir du cadre de la présente invention.

E.2 Revendications

1. Dispositif de suspension (10) antivibratoire d'un ensemble mécanique (3) muni d'au moins un moyen de suspension (20), le moyen de suspension (20) comprenant un batteur (21) effectuant un mouvement de balancier, le batteur (21) étant muni d'un support de masse (25) qui s'étend d'une extrémité distale (26) supportant au moins une masse battante (30) vers une extrémité proximale (27), cette extrémité proximale (27) étant munie d'une première articulation (35) pour articuler le support de masse (25) à une structure porteuse (2) à isoler, le moyen de suspension (20) ayant une deuxième articulation (40) pour articuler une barre de maintien (15) dudit ensemble mécanique au support de masse (25) entre ladite extrémité distale (26) et ladite extrémité proximale (27), caractérisé en ce que ledit dispositif de suspension (10) comporte au moins un générateur d'efforts (70) agissant sur l'amplitude et la phase du mouvement de balancier d'un batteur (21), ledit dispositif de suspension (10) ayant au moins un calculateur (50) relié audit générateur d'efforts (70) et à un système de mesure (55) mesurant une réponse vibratoire de ladite structure pour régler activement ladite amplitude et ladite phase en contrôlant le générateur d'efforts (70) en fonction d'au moins un signal de mesure provenant dudit système de mesure (55).

2. Dispositif selon la revendication 1, caractérisé en ce que ledit dispositif de suspension (10) comporte un moyen de fixation (70') pour fixer au moins un générateur d'efforts (70) à ladite structure porteuse (2).

3. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 2, caractérisé en ce que ledit dispositif de suspension (10) comporte un système de fixation (70") pour fixer au moins un générateur d'efforts (70) audit ensemble mécanique (3).

4. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 3, caractérisé en ce que ledit dispositif de suspension (10) comporte un organe de fixation (70") pour fixer au moins un générateur d'efforts (70) audit batteur (21).

5. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 4, caractérisé en ce que ledit générateur d'efforts (70) est un actionneur électromagnétique (75) comprenant une masse magnétique (76), au moins une bobine (77) et un amplificateur (78) de puissance électrique relié à ladite bobine (77) et audit calculateur (50).

6. Dispositif selon la revendication 5, caractérisé en ce que ladite bobine (77) est agencée sur ladite masse battante (30).

7. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisé en ce que le système de mesure (55) comprend un moyen d'attachement (55') à une structure porteuse (2).

8. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisé en ce que ledit générateur d'efforts (70) est relié à ladite masse battante.

9. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 8, caractérisé en ce que ledit générateur d'efforts (70) comporte au moins une bobine (77) solidaire de ladite masse battante (30) et une masse magnétique (76), la masse magnétique étant reliée à la masse battante par un corps élastique.

10. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 8, caractérisé en ce que ledit générateur d'efforts (70) comporte un organe piézoélectrique (80) intégré au support de masse (25).

11. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 8, caractérisé en ce que ledit générateur d'efforts (70) comporte au moins une paire de masses contrarotatives (86, 87) portées par ladite masse battante (30).

12. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 11, caractérisé en ce que le dispositif de suspension (10) comprend un élément élastique (200) par batteur pour apporter de la raideur entre l'ensemble mécanique (3) et la structure porteuse (2).

13. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 12, caractérisé en ce que le dispositif de suspension (10) comprend un générateur d'efforts (70) pour chaque moyen de suspension (20).

14. Dispositif selon l'une quelconque des revendications 1 à 13, caractérisé en ce que le dispositif de suspension (10) comprend un calculateur (50) pour chaque générateur d'efforts (70).

15. Aéronef (1) muni d'une structure porteuse (2) et d'un ensemble mécanique (3) comprenant un rotor de sustentation (5) et une boîte de transmission de puissance (4) entraînant ce rotor de sustentation (5), ledit ensemble mécanique (3) comprenant au moins une barre de maintien (15) s'étendant d'une extrémité supérieure (16) articulées à la boîte de transmission (4) vers une extrémité inférieure (17), caractérisé en ce que cet aéronef (1) comporte un dispositif de suspension (10) selon l'une quelconque des revendications 1 à 14, au moins une extrémité inférieure (17) d'une barre de maintien (15) étant articulée à une deuxième articulation (40) d'un moyen de suspension (20) du dispositif de suspension (10).

16. Aéronef (1) selon la revendication 15, caractérisé en ce que chaque barre de maintien (15) est articulée à un moyen de suspension (20).

E.3 Dispositif de suspension antivibratoire d'un élément mécanique, et aéronef - Abrégé descriptif

La présente invention concerne un dispositif de suspension (10) muni d'au moins un moyen de suspension (20) comprenant un batteur (21) effectuant un mouvement de balancier, le batteur (21) étant muni d'un support de masse (25) supportant au moins une masse battante (30). Le support de masse (25) est articulé à une structure porteuse (2) à isoler et à une barre de maintien (15) dudit ensemble mécanique. Le dispositif de suspension (10) comporte au moins un générateur d'efforts (70), ledit dispositif de suspension (10) ayant au moins un calculateur (50) relié à un système de mesure (55) mesurant des niveaux vibratoires et audit générateur d'efforts (70) pour régler activement ladite amplitude et ladite phase en contrôlant le générateur d'efforts (70) en fonction d'au moins un signal de mesure provenant dudit système de mesure (55).



FIGURE E.1

186









FIGURE E.2



3/3





FIGURE E.3

188

DESSIN D'ABREGE



FIGURE E.4



FOLIO ADMINISTRATIF

THÈSE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

NOM : RODRIGUEZ (avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant) DATE de SOUTENANCE : 22 AVRIL 2015

Prénoms : JONATHAN

TITRE : DOCTORANT

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : AAAAISALXXXX

Ecole doctorale : MEGA (Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique)

Spécialité : Mécanique

RESUME :

L'une des principales sources d'inconfort dans un hélicoptère sont les vibrations transmises par le rotor à la structure de l'appareil. En vol d'avancement, des efforts aérodynamiques cycliques sont subis par l'ensemble des pales en tête rotor et génèrent de très fortes vibrations basse fréquence (aux alentours des 17Hz) transmises aux passagers via la boîte de transmission principale puis le fuselage lui-même.

Afin de garantir le confort des membres d'équipage et des passagers, de nombreux systèmes antivibratoires ont été conçus. Ces systèmes sont généralement passifs car la majorité de l'énergie vibratoire transmise à la structure se situe à une fréquence unique ω c correspondant à b Ω avec b le nombre de pales et Ω la fréquence de rotation du rotor. Cependant, les appareils modernes évoluent et le régime rotor jusqu'alors fixe durant toutes les phases de vol varie à présent pour des préoccupations de performances et de consommation (variation de l'ordre de +/-10% autour de b Ω).

Cette nouvelle contrainte dans la conception des hélicoptères rend pertinente la technologie des systèmes antivibratoires actifs, pouvant s'adapter à la sollicitation en termes d'amplitude et fréquence. Lors de ces travaux de thèse, la suspension passive SARIB de Airbus Helicopters basée sur le principe du DAVI (Dynamic Antiresonant Vibration Isolator) est modifiée afin d'être rendue active par ajout d'une partie actuation/commande.

Tout d'abord un état de l'art des systèmes antivibratoires est réalisé dans les chapitres d'introduction ainsi qu'une présentation du principe du DAVI actif. Ensuite, la théorie des lois et algorithmes de contrôle utilisés dans ces travaux, est présentée en détail afin de poser solidement les bases du contrôle actif du prototype de suspension conceptualisé ici à savoir le contrôle FXLMS (adaptatif) et le contrôle optimal LQG. Afin de simuler le fonctionnement du système, un modèle tridimensionnel de la suspension active est construit, couplé à la structure souple de l'hélicoptère (NH90). Sur ce modèle sont alors appliquées les différentes lois de commande introduites auparavant et leurs performances comparées dans différents cas de chargement en tête rotor et surtout pour différentes fréquences de sollicitation. De même, pour chaque algorithme, différentes localisations des capteurs d'erreur sont étudiées afin de converger vers une configuration optimale.

Les simulations démontrent que l'algorithme FXLMS feedforward est très bien adapté au contrôle des perturbations harmoniques et permet de réduire très significativement le niveau vibratoire du plancher cabine, sans réinjection parasite dans le reste de la structure. Une comparaison de l'efficacité du SARIB actif avec les systèmes d'absorbeurs en cabine est ensuite effectuée pour démontrer la pertinence d'utiliser le principe du DAVI comme base d'un système actif.

Les travaux de cette thèse traitent également des essais réalisés en laboratoire sur le prototype échelle 1 de la suspension SARIB active avec contrôle FXLMS. Les résultats sont probants et démontrent l'efficacité de l'architecture de la suspension et des algorithmes de contrôle. On parvient à diminuer la raideur dynamique de la suspension autour de la fréquence b Ω à hauteur de 70% minimum moyennant un effort très faible (système résonant accordé).

Cette expérimentation ouvre donc la porte vers la concrétisation d'un prototype complet associé à une maquette échelle 1 de la structure de l'hélicoptère et le développement d'une suspension SARIB active de série sur les futurs appareils.

MOTS-CLÉS : hélicoptère, suspension active, DAVI, contrôle actif de vibrations, FXLMS, LQG, absorbeur actif de vibrations.

Laboratoire (s) de recherche : LaMCoS

Directeur de thèse: Professeur Luc Gaudiller

Président de jury :

Composition du jury : Luc Gaudiller (directeur de thèse), Simon Chesné (Co-directeur), Paul Cranga (Tuteur entreprise – Expert vibrations Airbus Helicopters), Daniel Alazard (rapporteur), Philippe Leclaire (rapporteur) et Benoît Petitjean (Expert vibrations Airbus)