N° d'ordre : 02 ISAL 0051 Année 2002

THÈSE

présentée

DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

FORMATION DOCTORALE : GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE DOCTORALE : MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE

par

Stéphane BOCHARD

CONTRÔLE ACTIF PAR COMPOSANTS PIÉZO-ÉLECTRIQUES DE STRUCTURES SOUPLES EN GRANDS DÉPLACEMENTS

Soutenue le 7 novembre 2002 devant la Commission d'Examen :

Jury MM.	DUFOUR R.	Professeur	
	GAUDILLER L.	Maître de Conférence	
	JEZEQUEL L.	Professeur	
	LALANNE M.	Professeur émérite	*directeur de thèse*
	LALLEMAND J.P.	Professeur	*rapporteur*
	PUGNET J.M.	Directeur scientifique	
	RICHARD J.	Professeur	*rapporteur*

Cette thèse a été préparé au Laboratoire de Mécanique des Structures de l'INSA de Lyon

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur : A.STORCK

Professeurs :

AUDISIO S.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
BABOUX J.C.	GEMPPM*
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
BASTIDE J.P.	THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE
BAYADA G.	MAPLY - MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES DE LYON
BERGER C. (Melle)	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BLANCHARD J.M.	LAEPSI***
BOISSON C.	VIBRATIONS ACOUSTIQUE
BOIVIN M.	MÉCANIQUE DES SOLIDES
BOTTA H.	Équipe DÉVELOPPEMENT URBAIN
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	Équipe DÉVELOPPEMENT URBAIN
BOULAYE G. (Prof. émérite)	INFORMATIQUE
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BRISSAU M.	GÉNIE ÉLECTRIQUE ET FERROÉLECTRICITÉ
BRUNET M.	MÉCANIQUE DES SOLIDES
BRUNIE L.	INGÉNIERIE DES SYSTÈMES D'INFORMATION
BUREAU J.C.	THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE
CAVAILLE J.Y.	GEMPPM*
CHANTE J.P.	CEGELY*** - Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COUSIN M.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Structures
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUFOUR R.	MÉCANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM*
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GÉNIE ÉLECTRIQUE ET FERROÉLECTRICITÉ
FANTOZZI G.	GEMPPM*
FAVREL J.	PRISMa - PRoductique et Informatique des Systèmes Manufacturiers
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M.	MÉCANIQUE DES SOLIDES
FERRARIS-BESSO G.	MÉCANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	MÉCANIQUE DES CONTACTS
FLEISCHMANN P.	GEMPPM*
FLORY A.	INGÉNIERIE DES SYSTÈMES D'INFORMATION
FOUGERES R.	GEMPPM*
FOUQUET F.	GEMPPM*
FRECON L.	INFORMATIQUE
GERARD J.F.	MATÉRIAUX MACROMOLÉCULAIRES
GIMENEZ G.	CREATIS**
GONNARD P.	GÉNIE ÉLECTRIQUE ET FERROÉLECTRICITÉ
GONTRAND M.	CEGELY**** - Composants de puissance et applications
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GRANGE G.	GÉNIE ÉLECTRIQUE ET FERROÉLECTRICITÉ
GUENIN G.	GEMPPM*
GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
GUINET A.	PRISMa - PRoductique et Informatique des Systèmes Manufacturiers
GUYADER J.L.	VIBRATIONS ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GÉNIE ÉLECTRIQUE ET FERROÉLECTRICITÉ
JACQUET RICHARDET G.	MÉCANIQUE DES STRUCTURES
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Structures
JUTARD A.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J.	INGÉNIERIE DES SYSTÈMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MÉCANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Énergétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Énergétique et thermique
LAREAL P.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Géotechnique
LAUGIER A.	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
LAUGIER C.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LEJEUNE P.	GÉNÉTIQUE MOLÉCULAIRE DES MICROORGANISMES
LUBRECHT A.	MÉCANIQUE DES CONTACTS
MARTINEZ Y.	INGÉNIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
MAZILLE H.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE

MERLE P.	GEMPPM*
MERLIN J.	GEMPPM*
MILLET J.P.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MIRAMOND M.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Hydrologie urbaine
MOREL R.	MÉCANIQUE DES FLUIDES
MOSZKOWICZ P.	LAEPSI***
NARDON P. (Prof. émérite)	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
NAVARRO A.	LAEPSI***
NOURI A. (Mme)	MAPLY - MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES DE LYON
ODET C.	CREATIS**
OTTERBEIN M. (Prof. émérite)	LAEPSI***
PASCAULT J.P.	MATÉRIAUX MACROMOLÉCULAIRES
PAVIC G.	VIBRATIONS ACOUSTIQUE
PELLETIER J.M.	GEMPPM*
PERA J.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Matériaux
PERACHON G.	THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE
PERRIAT P.	GEMPPM*
PERRIN J.	ESCHIL - Équipe SCiences Humaines de l'Insa de Lyon
PINARD P. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
PINON J.M.	INGÉNIERIE DES SYSTÈMES D'INFORMATION
PLAY D.	CONCEPTION ET ANALYSE DES SYSTÈMES MÉCANIQUES
POUSIN J.	MAPLY - MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES DE LYON
PREVOT P.	GRACIMP - Groupe de Recherche en Apprentissage, Coopération et Interfaces Multimodales pour la Productique
PROST R.	CREATIS**
RAYNAUD M.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
REDARCE H.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
REYNOUARD J.M.	UNITÉ DE RECHERCHE EN GÉNIE CIVIL - Structures
RIGAL J.F.	CONCEPTION ET ANALYSE DES SYSTÈMES MÉCANIQUES
RIEUTORD E. (Prof. émérite)	MÉCANIQUE DES FLUIDES
ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite)	GÉNÉTIQUE MOLÉCULAIRE DES MICROORGANISMES
ROUBY D.	GEMPPM*
ROUX J.J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
RUBEL P.	INGENIÉRIE DES SYSTÈMES D'INFORMATION
RUMELHART C.	MÉCANIQUE DES SOLIDES
SACADURA J.F.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
SAUTEREAU H.	MATÉRIAUX MACROMOLÉCULAIRES
SCAVARDA S.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
THOMASSET D.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
TROCCAZ M.	GÉNIE ÉLECTRIQUE ET FERROÉLECTRICITÉ
UNTERREINER R.	CREATIS**
VELEX P.	MÉCANIQUE DES CONTACTS
VIGIER G.	GEMPPM*
VINCENT A.	GEMPPM*
VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIÈRE
ZIMMERMANN M. (Mme)	Équipe DÉVELOPPEMENT URBAIN

Directeurs de recherche C.N.R.S. :

BERTHIER Y.	MÉCANIQUE DES CONTACTS
COTTE-PATAT N. (Mme)	UNITÉ MICROBIOLOGIE ET GÉNÉTIQUE
FRANCIOSI P.	GEMPPM*
MANDRAND M.A. (Mme)	UNITÉ MICROBIOLOGIE ET GÉNÉTIQUE
QUINSON J.F.	GEMPPM*
ROCHE A.	MATÉRIAUX MACROMOLÉCULAIRES
SEGUELA A.	GEMPPM*

Directeurs de recherche I.N.R.A. :

FEBVAY G.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
GRENIER S.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS

Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :

PRIGENT A-F. (Mme)	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
MAGNIN I. (Mme)	CREATIS**

* **GEMPPM** GROUPE D'ÉTUDE MÉTALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATÈRIAUX
** **CREATIS** CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL
*** **LAEPSI** LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCÉDÉS ET SYSTÈMES INDUSTRIELS
**** **CEGELY** CENTRE DE GÉNIE ÉLECTRIQUE DE LYON

INSA DE LYON
DEPARTEMENT DES ETUDES DOCTORALES
ET RELATIONS INTERNATIONALES SCIENTIFIQUES
OCTOBRE 2001

Ecoles Doctorales et Diplômes d'Etudes Approfondies

habilités pour la période 1999-2003

ECOLES DOCTORALES n° code national	RESPONSABLE PRINCIPAL	CORRESPONDANT INSA	DEA INSA n° code national	RESPONSABLE DEA INSA
CHIMIE DE LYON **(Chimie, Procédés, Environnement)** **EDA206**	M. D. SINOU UCBL1 04.72.44.62.63 Sec 04.72.44.62.64 Fax 04.72.44.81.60	**M. P. MOSZKOWICZ** 83.45 Sec 84.30 Fax 87.17	Chimie Inorganique **910643**	M. J.F. QUINSON Tél 83.51 Fax 85.28
			Sciences et Stratégies Analytiques **910634**	
			Sciences et Techniques du Déchet **910675**	M. P. MOSZKOWICZ Tél 83.45 Fax 87.17
ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS **(E^2MC)** **EDA417**	M.A. BONNAFOUS LYON 2 04.72.72.64.38 Sec 04.72.72.64.03 Fax 04.72.72.64.48	**Mme M. ZIMMERMANN** 84.71 Fax 87.96	Villes et Sociétés **911218**	Mme M. ZIMMERMANN Tél 84.71 Fax 87.96
			Dimensions Cognitives et Modélisation **992678**	M. L. FRECON Tél 82.39 Fax 85.18
ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE **(E.E.A.)** **EDA160**	**M. G. GIMENEZ** INSA DE LYON 83.32 Fax 85.26		Automatique Industrielle **910676**	M. M. BETEMPS Tél 85.59 Fax 85.35
			Dispositifs de l'Electronique Intégrée **910696**	M. D. BARBIER Tél 85.47 Fax 60.81
			Génie Electrique de Lyon **910065**	M. J.P. CHANTE Tél 87.26 Fax 85.30
			Images et Systèmes **992254**	Mme I. MAGNIN Tél 85.63 Fax 85.26
EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE , MODELISATION **(E2M2)** **EDA403**	**M. J.P FLANDROIS** UCBL1 04.78.86.31.50 Sec 04.78.86.31.52 Fax 04.78.86.31.49	**M. S. GRENIER** 79.88 Fax 85.34	Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques **910509**	M. S. GRENIER Tél 79.88 Fax 85.34
INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE **(EDIIS)** **EDA 407**	**M. J.M. JOLION** INSA DE LYON 87.59 Fax 80.97		Documents Multimédia, Images et Systèmes d'Information Communicants **992774**	M. A. FLORY Tél 84.66 Fax 85.97
			Extraction des Connaissances à partir des Données **992099**	M. J.F. BOULICAUT Tél 89.05 Fax 87.13
			Informatique et Systèmes Coopératifs pour l'Entreprise **950131**	M. A. GUINET Tél 85.94 Fax 85.38
INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE **(EDISS)** **EDA205**	**M. A.J. COZZONE** UCBL1 04.72.72.26.72 Sec 04.72.72.26.75 Fax 04.72.72.26.01	**M. M. LAGARDE** 82.40 Fax 85.24	Biochimie **930032**	M. M. LAGARDE Tél 82.40 Fax 85.24
MATERIAUX DE LYON **UNIVERSITE LYON 1** **EDA 034**	**M. J. JOSEPH** ECL 04.72.18.62.44 Sec 04.72.18.62.51 Fax 04.72.18.60.90	**M. J.M. PELLETIER** 83.18 Fax 84.29	Génie des Matériaux : Microstructure, Comportement Mécanique, Durabilité **910527**	M. J.M.PELLETIER Tél 83.18 Fax 85.28
			Matériaux Polymères et Composites **910607**	M. H. SAUTEREAU Tél 81.78 Fax 85.27
			Matière Condensée, Surfaces et Interfaces **910577**	M. G. GUILLOT Tél 81.61 Fax 85.31
MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE **(Math IF)** **EDA 409**	**M. NICOLAS** UCBL1 04.72.44.83.11 Fax 04.72.43.00.35	**M. J. POUSIN** 88.36 Fax 85.29	Analyse Numérique, Equations aux dérivées partielles et Calcul Scientifique **910281**	M. G. BAYADA Tél 83.12 Fax 85.29
MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE **(MEGA)** **EDA162**	**M. J. BATAILLE** ECL 04.72.18.61.56 Sec 04.72.18.61.60 Fax 04.78.64.71.45	**M. G.DALMAZ** 83.03 Fax 04.72.89.09.80	Acoustique **910016**	M. J.L. GUYADER Tél 80.80 Fax 87.12
			Génie Civil **992610**	M. J.J.ROUX Tél 84.60 Fax 85.22
			Génie Mécanique **992111**	M. G. DALMAZ Tél 83.03 Fax 04.78.89.09.80
			Thermique et Energétique **910018**	Mme. M. LALLEMAND Tél 81.54 Fax 60.10

En grisé : Les Ecoles doctorales et DEA dont l'INSA est établissement principal

Remerciements

Ce travail de thèse a été mené au Laboratoire de Mécanique des Structures de l'INSA de Lyon, sous la direction de Michel Lalanne. Je tiens à le remercier en premier pour sa bienveillance et sa relecture consciencieuse du manuscrit de thèse.

Toute ma gratitude va ensuite à Luc Gaudiller qui m'a suivi et encadré tout au long de ce travail. Sans ses nombreuses relectures, sa pugnacité et son soutien constant durant ces deux dernières années, je n'aurais pu terminer cette thèse.

J'adresse de vifs remerciements à Messieurs Jean-Paul Lallemand et James Richard qui ont eu la lourde tache de rapporter sur ce mémoire. Leurs remarques et questions ont permis d'améliorer ce dernier. Un grand merci également à Messieurs Régis Dufour, Louis Jezequel et Jean-Marc Pugnet pour avoir accepté d'examiner mes travaux et de faire partie du jury.

Je remercie également l'ensemble du personnel du LMSt pour son accueil chaleureux à chacun de mes passages et pour la bonne ambiance qu'ils font régner au sein du laboratoire. Merci notamment à Alain pour les dépannages en informatique, à Johan en expérimentation, à Janine et Monique au secrétariat, et à tous les autres pour les remarques et discussions.

Pour finir, toute ma reconnaissance à Valérie qui m'a soutenu et motivé tout au long d'une longue rédaction. Merci à mes enfants Julie, Théo et Chloé pour m'avoir laisser suffisamment de temps pour travail et terminer ce manuscrit.

♡

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction

L'augmentation de la puissance massique des mécanismes conduit à la conception de structures de plus en plus souples. Le mouvement de ces dernières est ainsi d'autant plus sensible aux perturbations qu'elles subissent, et le contrôle de leur comportement dynamique est de plus en plus nécessaire et complexe.

Pour réduire les niveaux vibratoires, différentes méthodes sont utilisées :

La première à être employée consiste à accroître l'amortissement en ajoutant des systèmes dissipatifs liés à la structure. Ces systèmes sont de type amortisseur hydraulique, plot en élastomère, frotteur, ... Bien qu'efficaces, leur application reste limitée aux problèmes de suspension de systèmes souvent discrets. Pour les structures souples, les techniques utilisées vont de l'introduction de matériaux viscoélastiques aux modifications des matériaux constitutifs de la structure elle-même. La qualité de ce contrôle dit "passif" est totalement corrélée à la nature des matériaux constitutifs et aux formes des éléments ajoutés. Leur efficacité est alors limitée par le mouvement relatif de la structure et par l'évolution de ses caractéristiques.

Pour augmenter l'efficacité du contrôle, il est donc nécessaire, non seulement de dissiper ou d'emmagasiner de l'énergie mécanique provenant des mouvements relatifs, mais de maîtriser les échanges d'énergie avec l'extérieur. Cela suppose des sources d'énergie extérieure et la gestion de l'échange d'énergie entre les structures et leur environnement. L'énergie introduite à l'aide d'actionneurs se combine alors à l'énergie vibratoire de telle manière qu'elle conduise au comportement dynamique souhaité. Ce deuxième type de contrôle employé est dit "actif".

Le principe du contrôle actif est basé sur la rétroaction contrôlée de mesures réalisées sur la structure. Ces mesures sont interprétées par un contrôleur qui génère les commandes qui pilotent les actionneurs. Ces derniers agissent alors sur la structure pour maîtriser son comportement dynamique. En fonction de l'état de la structure, le contrôleur gère donc l'échange d'énergie en temps réel avec l'extérieur à partir d'une source externe à la structure.

L'énergie potentiellement disponible en contrôle actif est liée à la puissance des actionneurs dont le dimensionnement n'est pas limité à priori. L'échange d'énergie réalisé peut être piloté par différentes lois de commandes qui permettent de moduler le comportement dynamique de façon à répondre aux différents objectifs de contrôle choisis ou imposés. De plus, le point de fonctionnement de la structure (position d'équilibre) peut être modifié par l'apport d'énergie extérieure et l'amortissement et/ou la fréquence d'un ou plusieurs modes de la structure peuvent être changés indépendamment les uns des autres. Les limites du contrôle passif sont donc dépassées.

Le contrôle actif est souvent délicat à mettre en œuvre. En effet, en fonction de la complexité et du type de structure à contrôler : continue ou discrète, linéaire ou non-linéaire, avec ou sans couplage, ... et des objectifs de contrôle retenus, la construction du contrôleur correspondant fait appel à des techniques nécessairement plus complexes. Par exemple, une structure souple en grands déplacements comporte des couplages entre les vibrations des parties flexibles et les mouvements d'ensemble.

Les applications du contrôle actif dans le cadre des structures souples en grands déplacements sont nombreuses. Par exemple, dans le domaine spatial, le déploiement de panneaux solaires très souples induit des déformations importantes non amorties par l'environnement qui influent sensiblement sur le pointage des satellites. Dans le domaine de la robotique, les rotations rapides de bras articulés chargés conduisent à un comportement vibratoire incompatible avec les contraintes de précision sur les extrémités des bras.

Pour contrôler de telles structures, il faut alors utiliser des algorithmes de commande performants. Les non-linéarités géométriques et le niveau de complexité de la structure imposent la mise au point d'une stratégie de contrôle élaborée en cohérence avec les moyens d'action et d'information. En fonction des objectifs retenus, la stratégie fera intervenir un ou plusieurs contrôleurs dont le schéma de fonctionnement sera hiérarchisé ou parallèle, faisant appel à un ou plusieurs algorithmes de commande linéaire ou non-linéaire, éventuellement robuste en stabilité ou performance. La mise en œuvre du contrôle est donc dépendante des performances des algorithmes de commande et de celle des actionneurs chargés de la réaliser.

La combinaison de la discrétisation par éléments finis avec les techniques de commande linéaire optimale a permis l'essor du contrôle actif des vibrations des structures souples [BALAS 78, YANG 87, GAUDILLER 94]. Aujourd'hui, cet essor est entretenu par les progrès en matière d'électronique temps réel et d'informatique. Ainsi, les bandes passantes de contrôle sont régulièrement élargies. Le contrôle non-linéaire de structures est également possible car les capacités de calcul des contrôleurs numériques actuels sont compatibles

avec des algorithmes complexes.
Cependant, la bande passante limitée des actionneurs classiques tels que vérins, moteurs électriques ou actionneurs inertiels limite les possibilités de contrôle des modes mécaniques élevés. L'arrivée sur ce marché d'actionneurs piézo-électriques donne aujourd'hui la possibilité de contrôler des modes de fréquence plus élevée. Leur bande passante importante et leur puissance constamment croissante les rendent complémentaires des actionneurs classiques.

Ainsi, les différents maillons nécessaires à l'extension du domaine du contrôle actif de structures se développent parallèlement. Les récents progrès dans ce domaine ouvrent de nouveaux horizons : la modélisation du couplage entre comportement dynamique et grands déplacements permet l'étude de structures souples animées de mouvements d'ensemble. Les différents algorithmes de contrôle existants imposent la définition d'une stratégie pour aborder la maîtrise de ces structures complexes à comportement non-linéaire. Les capacités de calcul temps réel rendent maintenant réalisables les contrôleurs correspondant. Enfin, les actionneurs classiques et piézo-électriques maintenant présents sur le marché ont une puissance et une bande passante suffisante pour permettre l'application de ces stratégies de contrôle complexes adaptées à des structures souples en grands déplacements.

Dans ce cadre, l'étude bibliographique qui fait suite, fait le point sur les trois domaines suivants :

- la modélisation de structures souples en grands déplacements et les techniques de simulation de leur comportement dynamique associées,
- le contrôle actif de tels systèmes et ses spécificités avec une présentation et une comparaison des différentes stratégies de contrôle envisagées et des algorithmes de commande utilisés,
- l'utilisation de transducteurs piézo-électriques pour le contrôle de structures souples et les différentes modélisations et applications au contrôle associées.

Étude bibliographique

Les structures souples en grands déplacements sont présentes dans de nombreuses applications. Plusieurs exemples caractéristiques peuvent être cités :

- Un rotor embarqué sur un avion ou un hélicoptère, dont l'excitation provient des mouvements d'ensemble de ce support. Lorsque ce rotor est flexible, il y a un couplage entre les mouvements de corps rigide du support mouvant et les vibrations de la structure. Le comportement du rotor peut être alors fortement perturbé [DUCHEMIN 01].

- Un bras manipulateur flexible dont la source d'excitation est le mouvement d'ensemble de la structure. Si la structure est souple et les déplacements souhaités rapides, les vibrations provoquées sont importantes. Elles interagissent alors avec les mouvements d'ensemble et la dynamique de corps rigide est liée à celle des vibrations de la structure car le couplage entre les vibrations et les déplacements est réciproque.

- Des panneaux solaires de satellite dont la structure bi-dimentionnelle, plus complexe, est particulièrement souple car le gain de masse est privilégié. Les vibrations engendrées par le déploiement du système peuvent être conséquentes car la structure n'est pas amortie par l'air. Leur influence sur le mouvement du corps du satellite peut aller jusqu'à perturber le pointage de ce dernier.

Dans le cadre de structures souples multi-articulées, plusieurs approches pour modéliser les couplages entre grands déplacements et le comportement dynamique ont été développées. Une approche énergétique de type Lagrange permet d'obtenir les équations de mouvement non-linéaires de la structure souple en grands déplacements sous forme explicite. Les parties flexibles du système sont alors approximées par des poutres de Timoshenko [KARKOUB 99], ou des formes modales [SCHOENWALD 90, NAGARAJ 97]. Leur résolution ne pose plus alors de problème mais la projection modale réalisée entraîne des simulations imparfaites du fait de la troncature des modes les plus élevés. Pour des structures de type poutre, une formulation explicite du problème est possible [YOO 95]. Dans le cas de structures complexes, une discrétisation de la géométrie par la méthode des éléments finis est nécessaire, en intégrant des coordonnées généralisées à chaque nœud [FALLAHI 95]. Ces méthodes nécessitent des capacités et des temps de calcul importants, sauf si une projection modale tenant compte de la dynamique et calculée à chaque pas de temps est employée [AZOUZ 98].

La simulation du couplage entre les grands déplacements et le comportement dynamique permet de régler et de tester les stratégies de contrôle élaborées. Le plus souvent, les stratégies de contrôle proposées pour ce type de structure ignorent ces couplages et leurs conséquences. Elles consistent à contrôler indépendamment les modes solides et les modes flexibles [DENOYER 96, LIU 95, KOYAMA 91]. Les contrôleurs se perturbent alors mutuellement par couplage mécanique entre vibrations et grands déplacements d'une part, et entre modes flexibles d'autre part. Le couplage doit donc être impérativement faible pour garantir la stabilité dans ce cas. Les performances du contrôle obtenues sont alors moyennes car les gains du contrôleur doivent être limités pour maintenir la stabilité. La robustesse en est donc d'autant affectée. Pour la maîtriser, des algorithmes de type H∞ ou de type "Quantitative Feedback Theory" peuvent être utilisés [MOREIRA 99, WARREN 95, CHOI 99] mais les performances du contrôle sont dans ce cas aussi non optimales. Un contrôleur intégrant l'ensemble des modes de corps solide et flexible de la structure doit être utilisé si le couplage est important ou si la performance optimale du contrôle est recherchée.

Cette prise en compte du couplage [WARREN 95, CHANG 95] peut être réalisée à l'aide de contrôleurs multivariables. Dans ce cas, les perturbations induites par le couplage mécanique sont minimisées. Cette approche semble bien adaptée pour une structure souple multi-articulée car les couplages sont importants. Le choix du type de commande à utiliser pour le contrôleur se pose alors et plusieurs algorithmes ont été développés.

L'algorithme le plus utilisé pour les structures souples est la commande "Linéaire Quadratique" (LQ) par retour d'état. Pour établir le contrôleur, le modèle de la structure est linéarisé et écrit sous formalisme d'état. Une commande optimale est alors calculée et permet la spécification du contrôle. Celle-ci peut-être déclinée par exemple, en terme de pondérations entre les performances (précision, rapidité et amortissement, ...) et la consommation énergétique des actionneurs [BARNES 71]. La commande obtenue est optimale au sens où elle minimise la consommation énergétique pour les performances voulues. Dans le cas des structures souples, la projection des déplacements physiques sur une base modale permet le contrôle de chaque mode par des actionneurs indépendants [MEIROVITCH 83]. Le nombre d'actionneurs peut être optimisé en utilisant un contrôle groupé [BAZ 89, AMRANE 93, GAUDILLER 96]. La projection dans l'espace modal puis la réduction aux modes à contrôler dans la bande passante ciblée du contrôle a des conséquences sur la stabilité des modes résiduels non ciblés et une instabilité nommée *spill-over* de contrôle peut apparaître [SOONG 82]. Pour alimenter le contrôleur qui calcule la commande, l'état modal est reconstruit à partir de filtres modaux qui nécessitent un capteur par mode [MEIROVITCH 85]. Le nombre de capteurs peut être réduit en utilisant un observateur intervenant dans l'algorithme "Linéaire Quadratique Gaussien" (LQG) [GAUDILLER 96] par exemple.

Les méthodes de contrôle flou sont basées sur une connaissance physique du système à contrôler. Le nombre de variables de réglage du contrôle est petit car elles sont fixées à partir de règles d'évolution dynamique obtenues d'après le comportement connu ou supposé du système. Les performances d'un tel contrôle sont donc limitées par la précision des connaissances sur le système. Il ne semble adapté que pour des structures assez simples non modélisables [BEALE 98], ou des structures plus complexes modélisables et gérées par une combinaison de contrôleurs modaux flous suffisamment robustes pour atténuer leur perturbations mutuelles [MALHIS 02].

L'utilisation d'un contrôleur neuro-flou semble permettre d'aborder des cas plus complexes. Une identification neuronale de la structure est tout d'abord nécessaire. Puis, un réseau de neurones permet alors de régler le contrôleur flou à partir d'un gabarit de la réponse souhaitée en boucle fermée. Le contrôleur flou peut donc comporter plus de variables et être réglé plus finement et de façon automatique.

Les commandes floue et neuro-floue sont encore au stade du développement dans le cadre du contrôle des structures souples. Elles bénéficient des progrès en capacité de calcul de l'électronique temps réel. Seules des applications sur des structures relativement simples ont été menées [COUZON 02]. Leur principal avantage est de pouvoir se dispenser d'une modélisation explicite de la structure à contrôler par réglage éventuellement optimisé et direct du contrôleur sur la structure réelle ou sur sa représentation numérique [JENG 97].

Toutes ces techniques de commande pourront être reprises dans le cadre de structures souples non-linéaires à fort couplage.

Les expérimentations en contrôle de structures souples dans ce domaine sont relativement rares. Les problèmes principaux de la mise en œuvre concernent la bande passante des actionneurs et le spill-over [LIU 95, KOYAMA 91, KHORRAMI 93]. Ce dernier est produit par l'interaction des contrôleurs lorsqu'ils sont indépendants et par l'interaction entre modes contrôlés et non contrôlés. Comme pour le couplage des effets des contrôleurs indépendants, l'utilisation d'algorithme de contrôle robuste permet de réduire ces phénomènes au détriment des performances [CHANG 95, CHOI 99]. Lorsque le contrôleur est multivariable, les effets de spill-over sont d'autant plus réduits que la modélisation est précise et que la bande passante du contrôle est importante. Elle permet d'effectuer les réglages précis du contrôleur sur une grande plage de fréquence en prenant en compte les effets de spill-over. Cette démarche fine a donné lieu a des travaux expérimentaux dans le cas de systèmes à simple entrée et multiples sorties (SIMO) [LIU 95, MAY 00].

Pour ce qui concerne la bande passante des actionneurs, les "smart material" ont fait leur apparition depuis quelques années, et les recherches améliorent constamment leurs performances et leur variété. Ainsi, l'idée de contrôler le comportement dynamique des structures souples à l'aide d'éléments piézo-électriques est apparue dans les années 80 [BAZ 86].

De nombreux travaux ont été réalisés à l'aide d'éléments piézo-électriques utilisés comme capteurs [LIU 95, AZVINE 93], ou comme actionneurs [TANI 88, BAZ 89]. Ils présentent les avantages de l'intégration aux structures, la légèreté, la répartition des efforts et des déformations. Des paires d'actionneurs / capteurs colocalisés à large bande passante [GERHOLD 87, DENOYER 96] sont également aujourd'hui disponibles et utilisables pour le contrôle du comportement dynamique des structures souples. Leur efficacité en basse fréquence est cependant limitée, ce qui rend leur utilisation restreinte si elle n'est pas couplée à d'autres actionneurs classiques prenant en charge les modes les plus bas.

Leur intégration aux structures souples a d'abord été étudiée analytiquement en intégrant des relations locales simplifiées, où les céramiques piézo-électriques ont été modélisées à partir d'hypothèses de champ de contraintes uniformes [POTA 95] ou linéaires [LIN 95, HUNG 95, CELENTANO 99]. Les interfaces de collage ont été souvent considérées parfaites ou à couche élastique cisaillée [BAZ 88]. Les fonctions de transfert des transducteurs utilisées caractérisent les relations tension-moment, chargement-courbures [POTA 95]. Puis une approche éléments finis (E.F.) a permis de s'affranchir des limitations induites par les hypothèses précédentes en discrétisant une géométrie quelconque de l'ensemble structure/composants piézo-électriques [TZOU 94]. Les relations locales complètes du matériau piézo-électrique sont directement intégrées et traduites par des matrices structurales et électriques [WON 94].

L'efficacité croissante des actionneurs piézo-électriques permet aujourd'hui le contrôle des structures souples pour une bande fréquentielle assez large. De plus, les stratégies de contrôle adaptées aux structures souples en grands déplacements peuvent être maintenant réalisés grâce à la puissance de calcul actuelle de l'électronique temps réel. Si un modèle fin prenant en compte les non-linéarités et les couplages est développé en intégrant les actionneurs et les capteurs piézo-électriques alors, une stratégie de contrôle non-linéaire à contrôleurs performants peut-être appliquée. Elle fait l'objet de l'étude dont les objectifs et le plan sont présentés dans ce qui suit.

Objectifs et présentation de l'étude

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur la modélisation et le contrôle de structures souples bi-articulées. Ce type de structure comporte des non-linéarités géométriques et fait apparaître un couplage vibrations / grands déplacements important. Son contrôle est réalisé par des moteurs électriques et des actionneurs et capteurs piézo-électriques.

La stratégie de contrôle proposée utilise un contrôleur non-linéaire qui suit les évolutions de la dynamique de la structure pour garantir le respect d'objectifs de contrôle performants sur toute la plage de fonctionnement de la structure. Pour cela, une commande multi-entrées, multi-sorties (MIMO *"Multi-Input Multi-Output"*) est à choisir de façon à obtenir une efficacité supérieure aux stratégies de contrôle présentées dans la littérature. De plus, elle permet de disposer d'une bonne robustesse vis à vis des performances. Ce travail, s'inscrivant dans le cadre de structures modélisables, suppose une modélisation fine de la structure à contrôler pour garantir la stabilité et les performances du contrôle à réaliser. Des simulations seront donc possibles et nécessaires au réglage du contrôleur. La stabilité et les performances seront validées sur une structure permettant d'extrapoler les résultats à des cas plus complexes.

Pour réaliser ces objectifs l'étude peut être décomposée en trois phases, correspondant aux trois chapitre de ce mémoire :

Chapitre 1 : Dans ce premier chapitre, la piézo-électricité est tout d'abord présentée ainsi que les propriétés des céramiques piézo-électriques. Puis, la modélisation E.F. des composants piézo-électriques est explicitée et validée par des études statique et dynamique.

Ces composants, utilisés comme capteurs et/ou actionneur, sont ensuite intégrés à une poutre souple. Pour cela, le matériau et les dimensions des transducteurs piézo-électriques sont déterminés, ainsi que leur localisation sur la structure de façon à optimiser leur performance en vue du contrôle du comportement dynamique de cette poutre.

Finalement, la modélisation d'une poutre encastrée-libre instrumentée d'un actionneur piézo-électrique bimorphe et de deux capteurs piézo-électriques est réalisée. Après identification et recalage du modèle, la comparaison des résultats issus des simulations et des expérimentations permet d'analyser la finesse de la modélisation.

Chapitre 2 : Un modèle du comportement des structures souples mono-dimensionnelles en grands déplacements est développé dans ce chapitre. Le couplage entre comportement dynamique et grands déplacements est réalisé sous forme énergétique par superposition des déplacements rigides et issus de déformations, avant d'appliquer le principe de Hamilton. L'énergie vibratoire due à la souplesse de la poutre est calculée à partir d'une discrétisation de la structure par éléments finis. La démarche homogène avec celle présentée au chapitre 1, est généralisable à des structures plus complexes qui intègrent des composants piézo-électriques en vue de leur contrôle. Le modèle obtenu est ensuite programmé dans un logiciel de simulation.

Cette démarche est appliquée à différentes structures rigides et souples articulées. Les simulations de leur comportement dynamique mettent alors en évidence les non-linéarités géométriques intrinsèques aux grands déplacements et la réciprocité du couplage entre grands déplacements et vibrations. Les résultats issus des simulations du comportement dynamique du modèle nécessaires au contrôle sont comparés à ceux de deux logiciels métier. Ces derniers ne permettaient pas, au moment de l'étude, l'intégration d'un contrôleur aux simulations.

Chapitre 3 : Le contrôle de structures souples en grands déplacements par composants piézo-électriques fait l'objet de ce dernier chapitre. L'algorithme de commande "Linéaire Quadratique Gaussienne" est tout d'abord présenté. Les techniques d'optimisation complémentaires portant sur la réponse temporelle contrôlée, qui sont utilisées dans la suite de l'étude, sont ensuite explicitées. Enfin, la spécificité de l'application d'une commande LQG à une structure souple est décrite.

La démarche qui vient d'être esquissée est tout d'abord appliquée à une structure simple : une poutre souple articulée à une extrémité et équipée d'un actionneur et de deux capteurs piézo-électriques. Pour cela, l'application est réalisée en trois phases. En premier lieu, le contrôle du motoréducteur activant la rotation est réalisé. La robustesse en performance du contrôle LQG est alors validée expérimentalement en permettant de s'affranchir des non-linéarités de la structure dues au frottement sec. Puis, le contrôle de la poutre souple encastrée-libre instrumentée est ensuite réalisé. Les résultats expérimentaux confirment alors la faisabilité d'un tel contrôle de structures souples, ainsi que la performance des composants piézo-électriques. Enfin, le contrôle de la rotation de la structure et des deux premiers modes flexibles de la poutre est réalisé par un contrôleur linéaire multivariable LQG. Les résultats issus de ces dernières simulations sont comparés à ceux provenant de l'expérimentation et permettent de valider la stratégie de contrôle retenue pour le contrôle de structures souples en grands déplacements.

La même démarche est reprise pour les structures de type bras bi-articulé qui nécessitent une stratégie de contrôle plus complexe et non-linéaire. Pour cela, un contrôleur non-

linéaire utilisant des commandes de type LQ est proposé. Son principe est tout d'abord posé, puis son architecture est explicitée. Le contrôle non-linéaire de deux structures bi-articulées est ensuite présenté. Les principes de réglage pour ces deux applications sont détaillés ainsi que leur optimisation en simulation. Les simulations réalisées concernent la régulation et le suivi d'ordre.
La première application concerne une structure à deux poutres rigides. Les résultats simulés montrent alors l'amélioration sensible des performances par rapport à un contrôle linéaire optimisé. La seconde application concerne un bras bi-articulé constitué d'une poutre considérée rigide et d'une poutre considérée souple.

Le mémoire se termine par des conclusions générales et des perspectives.

Chapitre 1

Interactions composants piézo-électriques - structure

Les composants piézo-électriques sont utilisés depuis longtemps. Il sont par exemple à l'origine de toute une gamme de capteurs de force ou d'accéléromètres. Il sont aussi présents comme actionneurs dans les haut-parleurs de chaîne Hi-Fi ou les sonars de détection sous-marine. Dans ces applications, leur propriétés et leur fonctionnement sont bien maîtrisés, par contre, dans le cadre du contrôle actif de structures, leur emploi est assez récent. Il a été permis par l'amélioration des propriétés propres aux céramiques piézo-électriques et par l'obtention de céramiques de grande taille. Ils sont légers et peuvent être totalement intégrés à la structure à contrôler ce qui en fait des actionneurs et des capteurs de choix pour les structures souples *intelligentes*.
Les composants piézo-électriques seront étudiés dans ce chapitre en vue d'une intégration comme capteurs de vibration et comme actionneurs dans une boucle de contrôle actif de structures souples. La présentation de leurs propriétés permettra d'expliciter leur fonctionnement. L'introduction des effets piézo-électriques en modélisation par éléments-finis sera ensuite réalisée puis testée dans le cadre d'un composant piézo-électrique seul. Ce composant sera ensuite intégré à une structure souple et son efficacité comme capteur et actionneur piézo-électrique sera testée et validée dans le cas d'une poutre encastrée-libre.

1.1 Propriétés et modélisation des composants piézo-électriques

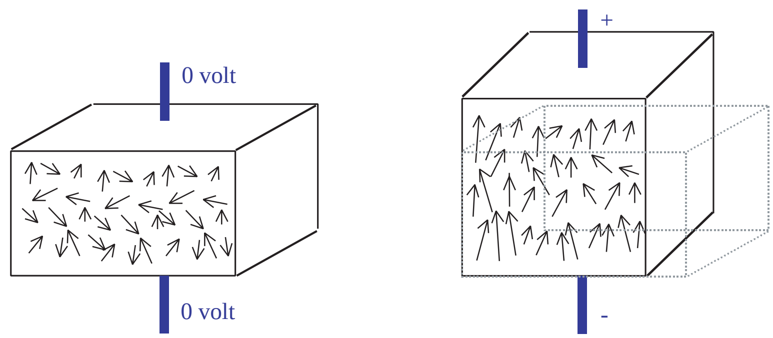
Les principales propriétés des céramiques piézo-électriques vont être présentées dans cette partie afin d'expliciter le fonctionnement de ce type de composant. Le vocabulaire et les spécifications employées par les constructeurs de céramiques seront précisés ensuite. Puis, les composants piézo-électriques seront modélisés et introduits sous forme d'éléments finis dans un code de calcul.

1.1.1 Propriétés des composants piézo-électriques

La piézo-électricité a été découverte par Pierre et Jacques Curie dans les années 1880. Seuls quelques matériaux cristallins possèdent cette propriété.
Lorsque une pression est appliquée sur le cristal, il génère une tension : l'effet piézo-électrique "direct". Inversement, si une différence de potentiel est appliquée au cristal, il se déforme : l'effet piézo-électrique "inverse". Ces deux effets permettent d'utiliser ces céramiques pour réaliser des capteurs et des actionneurs.

Propriétés

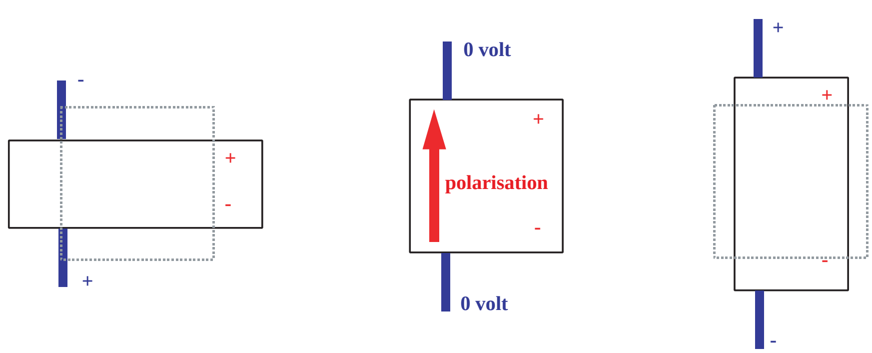
Les propriétés des céramiques piézo-électriques sont induites par la polarisation de chaque cristal. Le matériau est donc constitué d'un grand nombre de dipôles. Ils sont initialement orientés de façon aléatoire. La céramique est donc globalement isotropique et n'exhibe pas d'effet piézo-électrique . En appliquant une forte tension, les cristaux vont tendre à s'orienter parallèlement au champ électrique. Il va en résulter une polarisation rémanente (Figure 1.1).



avant polarisation   aprés polarisation

FIG. 1.1: Polarisation des céramiques piézo-électriques

La céramique ainsi polarisée est aprés ce traitement globalement anisotrope transverse et possède des propriétés piézo-électriques. La direction principale est celle de polarisation. Au cours de la polarisation, elle s'est aussi étirée dans le sens du champ et retrécie perpendiculairement. Il en résulte une contrainte rémanente dans le matériau. Si une nouvelle différence de potentiel limitée est appliquée aux électrodes de la céramique, elle se déforme linéairement par rapport au voltage (Figure 1.2).



tension négative   tension nulle   tension positive

FIG. 1.2: Influence de la différence de potentiel sur la déformation

Inversement, si la céramique est déformée en lui appliquant des efforts, une tension proportionnelle à la force va apparaître entre les électrodes (Figure 1.3).

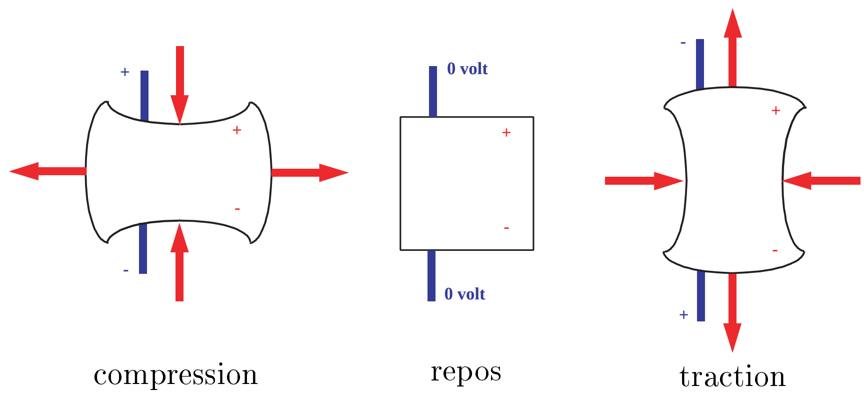


Fig. 1.3: Influence des efforts appliqués sur la différence de potentiel

Limitations

Pour éviter la dépolarisation totale ou partielle de la céramique, il ne faut pas appliquer une trop forte tension de sens opposé à la polarisation initiale. Les limitations courantes sont de 500 à 1000 V.mm^{-1} sachant que la polarisation initiale est obtenue par une différence de potentiel de plusieurs milliers de volts par millimètres. Par ailleurs, une tension alternative peut occasionner une dépolarisation au cours de la demi-période ou la tension est opposée à la polarisation initiale.
Les céramiques piézo-électriques étant réalisées à partir d'un matériau ferroélectrique, elles sont anisotropiques pour une température en dessous du point de Curie et isotropiques en dessus. Cela signifie que si cette température est dépassée, la céramique perd ses propriétés piézo-électriques . Le point de Curie pour ces céramiques se situe généralement entre 200 et 350^{o}C.
Les propriétés piézo-électriques sont dépendantes du temps. Une variation logarithmique de celles-ci après la polarisation est constatée. Ainsi les caractéristiques sont données pour un temps standard après la polarisation. Le vieillissement des céramiques est accéléré pour des températures proches du point de Curie ou si les tensions et sollicitations mécaniques sont proches de leurs limites.

Grandeurs caractéristiques

Un matériau piézo-électrique est caractérisé mécaniquement par une masse volumique ρ, par des modules d'Young Y (le matériau est anisotrope) ou des souplesses S et des coefficients de poisson μ.

Électriquement, sa permitivité est caractérisée par une constante diélectrique relative K.

Le couplage entre les domaines électrique et mécanique est caractérisé par un coefficient de couplage électromécanique k. C'est la racine du rapport entre l'énergie mécanique fournie et l'énergie électrique reçue par le matériau. Dans le cas d'un matériau actionneur, une constante piézo-électrique d est utilisée. C'est le déplacement unitaire pour une tension de 1 Volt appliquée au matériau. Dans le cas d'un matériau capteur, une constante piézo-électrique g est utilisée. C'est la tension générée pour une force de 1 Newton appliquée au matériau.

Le Tableau 1.1 rassemble ces notations utilisées pour caractériser les matériaux piézo-électriques et donne les unités associées.

Caractéristiques	**Symboles**	**Définitions**	**Unités**
coefficient de couplage électromécanique	k	$\sqrt{\frac{\text{énergie mécanique}}{\text{énergie électrique}}}$	
constante piézo-électrique	d	$\frac{\text{déplacement}}{\text{diff. de potentiel}}$	$\mathrm{m.V^{-1}}$
constante piézo-électrique	g	$\frac{\text{diff. de potentiel}}{\text{force}}$	$\mathrm{V.N^{-1}}$
constante diélectrique relative	K	$\frac{\text{permitivité matériau}}{\text{permitivité vide}}$	
module d'Young	Y	$\frac{\text{contrainte}}{\text{déformation}}$	$\mathrm{N.m^{-2}}$
souplesse	S	$\frac{\text{déformation}}{\text{contrainte}}$	$\mathrm{N^{-1}.m^{2}}$
coefficient de poisson	μ	$\frac{\text{déformation}}{\text{déformation}}$	
masse volumique	ρ	$\frac{\text{masse}}{\text{volume}}$	$\mathrm{kg.m^{-3}}$

TAB. 1.1: Notation des caractéristiques des matériaux piézo-électriques

Il est à noter que les constucteurs de matériau piézo-électriques fournissent un ensemble de spécifications garanties généralement à 20% prés.

Orientations caractéristiques

Les céramiques étant anisotropiques, il faut pouvoir différencier les directions caractéristiques. Le système d'axes couramment utilisé est donné par la Figure 1.4.

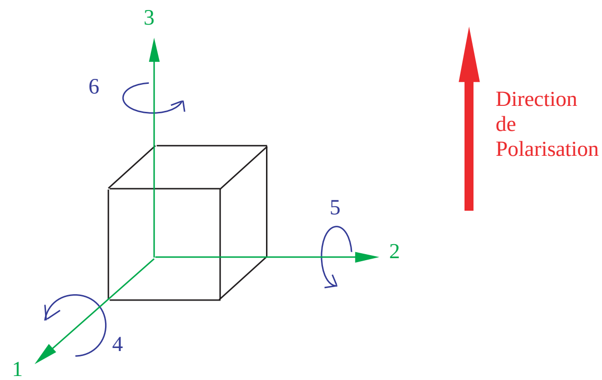


Fig. 1.4: Numérotation des directions

Ce système d'axes permet de définir la notation X_{nm} où l'indice n caractérise la direction de l'action et m celle de la réponse. Les axes 4, 5 et 6 sont relatifs aux rotations respectivement autour de 1, 2 et 3. Les conditions dans lesquelles sont effectuées les mesures de caractérisation sont précisées par l'exposant des symboles. Leur signification est donnée Tableau 1.2.

Exposant	Signification
D	les électrodes sont en circuit ouvert
E	les électrodes sont en court-circuit
T	les contraintes sont constantes
S	les déformations sont constantes

Tab. 1.2: Signification des exposants

Exemple : Y_{12}^E est le module d'Young du matériau pour une contrainte appliquée dans la direction 1 et une déformation mesurée dans la direction 2. La mesure est effectuée avec les électrodes en court-circuit.

Matériaux piézo-électriques des constructeurs

Les fabriquants de céramiques piézo-électriques proposent de nombreux matériaux en fonction du type de comportement souhaité. Par exemple, le Tableau 1.3 présente les différentes céramiques du fabricant anglais Morgan-Matroc® ainsi que leur domaines d'utilisation.

1.1.2 Modélisation des composants piézo-électriques

Dans cette étude, les composants piézo-électriques sont intégrés aux structures à contrôler. Ainsi, les structures instrumentées peuvent être considérées *intelligentes* au sens où elles disposent des fonctions de capteur et d'actionneur permettant de réaliser leur contrôle vibratoire.
Dans le cas des structures souples, la présence des céramiques piézo-électriques modifie le comportement mécanique de la structure en la raidissant localement. Par conséquent, les modèles proposés dans la suite de l'étude doivent tenir compte de l'interaction entre les céramiques et les structures. De façon à permettre la modélisation de géométries complexes au niveau des structures ou des céramiques, une modélisation par éléments finis est utilisée. Elle est réalisée à l'aide d'éléments classiques pour la partie structure et d'éléments piézo-électriques pour les capteurs et les actionneurs.
Dans la suite, la modélisation des éléments piézo-électriques est explicitée puis l'implantation pratique d'éléments finis piézo-électriques à l'aide du logiciel Ansys®est présentée.

Modélisation des éléments finis piézo-électriques

L'étude d'un système piézo-électrique est un problème à champs couplés. En effet, le champ mécanique des déplacements et des forces et le champ électrique des tensions et des intensités sont dépendants l'un de l'autre.
Le matériau piézo-électrique est régit par l'équation électromécanique de comportement :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{d} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y & Z \\ Z^t & -\Sigma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{s} \\ \text{-}\boldsymbol{e} \end{Bmatrix} \tag{1.1}$$

où $\boldsymbol{\sigma}$: vecteur contrainte
$\boldsymbol{d}$: vecteur d'intensité électrique
$\boldsymbol{s}$: vecteur déformation
$\boldsymbol{e}$: vecteur de champ électrique
Y : matrice d'élasticité évaluée à champ électrique constant
Z : matrice piézo-électrique
Σ : matrice de permitivité évaluée à déformation constante

Après discrétisation spatiale, le modèle d'un élément fini piézo-électrique est traduit par

Céramiques	**Domaines d'application**	**Particularités**
PZT4D	sonar nettoyeur ultrasonique émetteur acoustique de forte puissance	grands déplacements pertes électriques et mécaniques faibles statique ou dynamique
PZT8	émetteur de très forte puissance	déplacements plus faibles que PZT4D pertes très faibles
PZT5A	hydrophone accéléromètre capteur de vibration	très sensible stable dans le temps
PZT5J	hydrophone grande énergie et fort voltage	grande permittivité grande constante piézo-électrique
PZT5H	imprimante à jet d'encre récepteur très sensible contrôle de déplacement précis	grande permittivité grande constante piézo-électrique grande constante de couplage faible température de Curie
PZT7A	haute fréquence de résonance déformation transverse	grande constante de couplage transverse faible permittivité bonne tenue en température et au temps

TAB. 1.3: Particularités de différents matériaux utilisés comme céramiques chez Morgan-Matroc

l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & K_z \\ K_z^t & K_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ L \end{Bmatrix} \tag{1.2}$$

où u : vecteur des déplacements nodaux
v : vecteur des potentiels électriques nodaux
M : matrice de masse
C : matrice d'amortissement
K : matrice de raideur
K_d : matrice de conductivité diélectrique
K_Z : matrice des couplages piézo-électriques
F : vecteur de chargement structural
L : vecteur de chargement électrique

et celui d'un élément fini sans couplage par :

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \tag{1.3}$$

Pour modéliser une structure instrumentée par des composants piézo-électriques, il est nécessaire d'utiliser des éléments finis de comportement (1.2) pour les parties piézo-électriques et des éléments finis de comportement (1.3) pour les autres parties. La masse, l'amortissement et la raideur des céramiques piézo-électriques sont donc directement et respectivement intégrées dans les matrices de masse, d'amortissement et de raideur de la structure instrumentée. Les potentiels électriques sont traités comme des degrés de libertés nodaux supplémentaires et le chargement électrique comme une composante supplémentaire du chargement mécanique.

Utilisation dans un code de calcul éléments finis

Le code de calcul par éléments finis Ansys® répond à la contrainte de champs couplés explicitée ci-dessus pour le comportement piézo-électrique / structure. Pour ce type de couplage, il permet de mener des analyses statiques, modales, harmoniques ou transitoires. Pour l'analyse modale, seule la méthode par extraction des modes est disponible et seuls les degrés de liberté en déplacement peuvent être pris comme degrés maîtres.

Pour travailler sur des éléments piézo-électriques, il faut utiliser un type d'élément permettant de réaliser le couplage entre champ des déplacements et champ électrique. Les éléments possibles sont :

- PLANE13 un élément de plaque
- SOLID5 un élément volumique cubique à 8 noeuds
- SOLID98 un élément volumique tétraédrique à 10 noeuds

Il faut, pour chaque matériau piézo-électrique, instruire les caractéristiques matériau. Pour cela, il suffit de connaitre et de remplir la matrice d'élasticité Y, la matrice piézo-électrique Z et la matrice de permitivité Σ, présentées ci-dessous. Dans le code de calcul par éléments finis, les directions de sollicitations sont rangées dans l'ordre x, y, z, xy, yz, xz alors que les fabricants de composants piézo-électriques utilisent l'ordre 1 (x), 2 (y), 3 (z), 4 (yz), 5 (xz), 6 (xy). La correspondance entre les deux systèmes est donnée Figure 1.5.

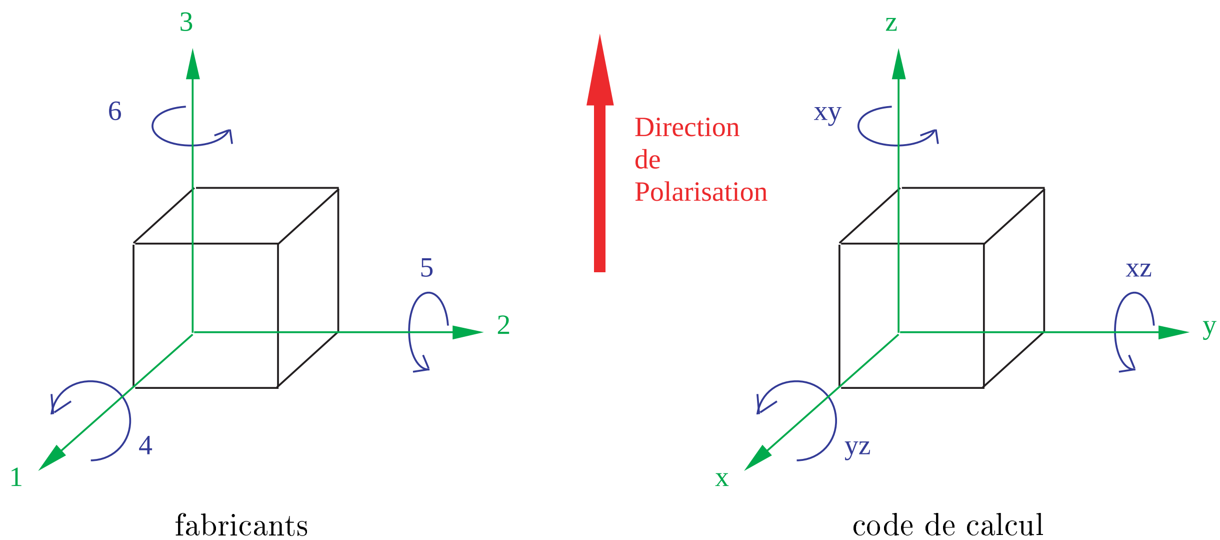


Fig. 1.5: Indices des sollicitations utilisés par les fabricants et par le code de calcul

Les différentes matrices de caractéristiques matériau sont maintenant introduites. La méthode et les commandes nécessaires à leur introduction sous Ansys® sont détaillées en annexe A.

Matrice d'élasticité Y

La matrice d'élasticité Y symétrique, relie le champ des contraintes au champ des déformations. Elle a la forme suivante :

$$Y = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccccc} x & y & z & xy & yz & xz \end{array} & \\ \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{16} & c_{14} & c_{15} \\ - & c_{22} & c_{23} & c_{26} & c_{24} & c_{25} \\ - & - & c_{33} & c_{36} & c_{34} & c_{35} \\ - & - & - & c_{66} & c_{64} & c_{65} \\ - & - & - & - & c_{44} & c_{45} \\ - & - & - & - & - & c_{55} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ xy \\ yz \\ xz \end{array} \end{array} \tag{1.4}$$

Matrice de rigidité D

La matrice de rigidité D est utilisée à la place de la matrice d'élasticité, le lien avec les données des constructeurs étant plus direct.

Le matériau piézo-électrique étant isotrope transverse, la matrice D, pour une isotropie transverse d'axe z s'exprime alors :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{33}^E} & 0 & 0 & 0 \\ - & \frac{1}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{33}^E} & 0 & 0 & 0 \\ - & - & \frac{1}{Y_{33}^E} & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & \frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E} & 0 & 0 \\ - & - & - & - & \frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E} & 0 \\ - & - & - & - & - & \frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E} \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

en prenant comme hypothèse simplificatrice des modules de Coulomb et des coefficients de poissons égaux car ceci est vraissemblable et ces caractéristiques ne sont pas fournies par les fabricants de matériau piézo-électrique.

Matrice piézo-électrique Z

La matrice piézo-électrique Z relie le champ électrique à celui des déformations et a pour forme :

$$Z = \begin{array}{cc} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & c_{22} & c_{23} \\ e_{31} & c_{32} & c_{33} \\ e_{61} & c_{62} & c_{63} \\ e_{41} & c_{42} & c_{43} \\ e_{51} & c_{52} & c_{53} \end{bmatrix} & \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ xy \\ yz \\ xz \end{matrix} \end{array} \tag{1.6}$$

Dans le cas d'une différence de potentiel appliquée suivant l'axe z de polarisation, les données des constructeurs permettent de calculer cette matrice sous la forme :

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{33}Y_{33}^E \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

Matrice de permitivité Σ

La matrice de permitivité est mesurée à déformation constante. Elle a pour forme :

$$\Sigma = \begin{array}{cc} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{33} \end{bmatrix} & \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \end{array} \tag{1.8}$$

Les données des constructeurs permettent de calculer ces constantes pour un matériau d'axe z de polarisation et à partir de la permitivité du vide ε_0 :

$$\Sigma_{11} = K_{11}^T \varepsilon_0 \tag{1.9}$$

$$\Sigma_{22} = K_{11}^T \varepsilon_0 \tag{1.10}$$

$$\Sigma_{33} = K_{33}^T \varepsilon_0 \tag{1.11}$$

Cette modélisation permet maintenant d'étudier le comportement statique et dynamique d'un composant piézo-électrique seul (partie 1.2), puis son intégration dans une structure *intelligente* (partie 1.3).

1.2 Étude d'un composant piézo-électrique

Les composants piézo-électriques sont étudiés dans cette partie. Le modèle éléments finis d'une plaque piézo-électrique est tout d'abord introduit. Une étude statique et une étude dynamique permettent de valider ce modèle en comparant les résultats obtenus avec ceux de formulations analytiques approchées. Enfin, la bonne utilisation d'élements piézo-électriques dans un code de calcul est vérifiée pour permettre d'étendre l'étude à une structure instrumentée.

1.2.1 Modèle d'une plaque piézo-électrique

La géométrie de la plaque piézo-électrique étudiée est donnée Figure 1.6. Il s'agit d'une plaque de dimensions L, W et d'épaisseur E. La céramique est polarisée suivant son épaisseur dans la direction z et chacune des faces de la plaque est recouverte d'un dépot d'argent tenant lieu d'électrode. Ces électrodes imposent le même potentiel à toute la surface de la face.

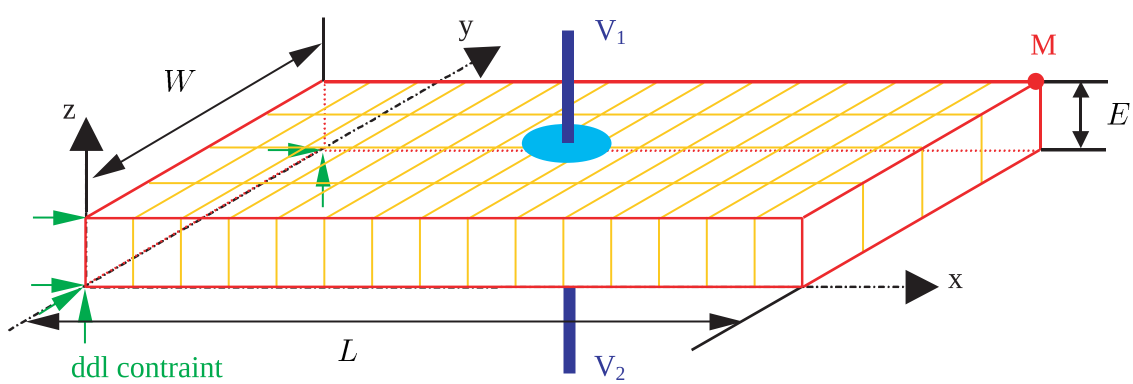


Fig. 1.6: Géométrie de la plaque piézo-électrique

La plaque piézo-électrique est modélisée dans le code de calcul Ansys® par les seuls éléments volumiques permettant de prendre en compte les effets piézo-électriques , les d'éléments cubiques à 8 nœuds de type SOLID5 (cf. annexe A). La plaque est discrétisée par 4 éléments dans la largeur, 15 dans la longueur et 1 dans l'épaisseur.
Pour tenir compte des électrodes, tous les potentiels électriques des noeuds du plan :

$$z = E$$

sont couplés en un seul nommé V_1. De la même façon, tous ceux du plan :

$$z = 0$$

sont couplés en un seul nommé V_2.

1.2.2 Etude statique

La plaque est sollicitée en imposant les tensions aux électrodes :

$$\begin{aligned} V_1 &= 1\,Volt \\ V_2 &= 0\,Volt \end{aligned}$$

La déformation de la structure est caractérisée en observant le déplacement du point M suivant les directions x, y et z. Pour supprimer les mouvements de solide, 6 degrés de liberté en translation sont bloqués comme indiqué Figure 1.6. Ils laissent ainsi la possibilité à la structure de se déformer librement tout en garantissant l'isostatisme. La plaque étant libre de se déformer, il n'y a pas de contraintes dans la céramique donc :

$$\boldsymbol{\sigma} = 0$$

Les équations électromécaniques (1.1) qui régissent la céramique donnent pour la partie mécanique :

$$\boldsymbol{\sigma} = Y\boldsymbol{s} - Z\boldsymbol{e} = 0 \tag{1.12}$$

ce qui permet de calculer le champ des déformations $\boldsymbol{s}$ par :

$$\boldsymbol{s} = Y^{-1} Z\,\boldsymbol{e} = D\,Z\,\boldsymbol{e} \tag{1.13}$$

Le champ électrique $\boldsymbol{e}$ appliqué dans notre cas est une tension V_2 dans l'épaisseur :

$$\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{V_2}{E} \end{bmatrix} \tag{1.14}$$

La déformation de la plaque est uniquement une variation de volume donc seules les déformations longitudinales sont non nulles :

$$\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \tag{1.15}$$

En introduisant les matrices D et Z il vient :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{33}^E} \\ - & \frac{1}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{33}^E} \\ - & - & \frac{1}{Y_{33}^E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{33}Y_{33}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{V_2}{E} \end{bmatrix} \tag{1.16}$$

Si l'effet de striction est négligé ($\mu = 0$), (1.16) devient :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{11}^E} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Y_{11}^E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Y_{33}^E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{33}Y_{33}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{V_2}{E} \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

et les formules approchées données par le fabricant de céramiques Morgan Matroc pour une plaque sont alors retrouvées :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{d_{31}}{E} V_2 \tag{1.18}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\Delta W}{W} = \frac{d_{31}}{E} V_2 \tag{1.19}$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\Delta E}{E} = \frac{d_{33}}{E} V_2 \tag{1.20}$$

$$\tag{1.21}$$

Le Tableau 1.4 permet de comparer les résultats donnés par le code de calcul pour différentes céramiques. La dernière colonne donne les erreurs relatives entre les formules approchées du fabricant et le résultat par éléments finis suivant les différentes directions. Ces ecarts sont proches de 30%. Si dans le code, la striction est aussi négligée en prenant :

$$\mu = 0$$

au lieu de :

$$\mu = 0.31$$

les formules approchées sont alors evidemment retrouvées.

Cette partie montre donc les limitations d'une formulation approchée et l'intérêt d'utiliser une approche par éléments finis sans approximation pour le comportement du matériau.

La céramique PZT5H donne les plus grands déplacements à différence de potentiel égale. Ce résultat est induit par la capacité importante en couplage piézo-électrique (d_{31} ou d_{33}) de ce type de matériau. C'est donc ce type de céramique qui sera utilisé comme transducteur dans la suite de cette étude.

Céramiques	d_{31} (CN^{-1})	d_{33} (CN^{-1})	ΔL (m)	ΔW (m)	ΔE (m)	x (%)	y (%)	z (%)
PZT4D	-135.10^{-12}	315.10^{-12}	$13{,}5.10^{-9}$	$2{,}7.10^{-9}$	-315.10^{-12}	29,3	29,3	25,2
PZT8	-97.10^{-12}	225.10^{-12}	$9{,}7.10^{-9}$	$1{,}9.10^{-9}$	-225.10^{-12}	29,2	28,9	24,0
PZT5A	-171.10^{-12}	374.10^{-12}	$17{,}1.10^{-9}$	$3{,}4.10^{-9}$	-374.10^{-12}	26,9	26,9	24,6
PZT5J	-220.10^{-12}	500.10^{-12}	$22{,}0.10^{-9}$	$4{,}4.10^{-9}$	-500.10^{-12}	28,3	28,3	27,8
PZT5H	-274.10^{-12}	593.10^{-12}	$27{,}4.10^{-9}$	$5{,}5.10^{-9}$	-593.10^{-12}	26,5	26,5	26,7
PZT7A	-60.10^{-12}	153.10^{-12}	$6{,}0.10^{-9}$	$1{,}2.10^{-9}$	-153.10^{-12}	32,4	32,6	23,1

Tab. 1.4: Résultats de l'étude statique d'une plaque piézo-électrique selon le matériau utilisé

1.2.3 Etude dynamique du modèle mécanique seul

Pour cette partie d'étude, l'effet piézo-électrique n'est plus pris en compte. La différence de potentiel est nulle :

$$V_1 = V_2$$

La première fréquence propre de la plaque piézo-électrique libre-libre en élongation longitudinale suivant x est recherchée. Pour ne solliciter que ce mode les déplacements en z des noeuds du plan :

$$z = 0$$

sont bloqués ainsi que les déplacements en y de ceux du plan :

$$y = \frac{W}{2}$$

pour conserver la symétrie. La première fréquence donnée par la mécanique des milieux continus est donnée par :

$$f_{th} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Y_{11}^E}{\rho}} = \frac{N}{L} \tag{1.22}$$

Elle correspond approximativement à celle donnée par le fabricant :

$$f_{fab} = \frac{N_1}{L} \qquad (N_1 \approx N) \tag{1.23}$$

avec N_1 constante de fréquence du matériau pour le 1^{er} mode dans la direction transverse. Les résultats présentés Tableau 1.5 donnent la première fréquence de la plaque : f_{Ansys} calculée par le code et f_{th} calculée par la formule (1.22) et f_{fab} calculée à partir des données du fabricant pour les différents matériaux piézo-électriques .

La bonne corrélation des résultats valide l'utilisation dans le code de calcul des céramiques piézo-électriques en modélisation mécanique pure.

Dans cette partie, l'étude statique et dynamique d'un composant piézo-électrique est menée. Elle montre que les résultats obtenus à partir du modèle éléments finis sont en accord avec les prévisions analytiques. Elle a aussi permis de déterminer le type de matériau piézo-électrique le plus sensible, donc le plus adapté comme transducteur.

Ces composants piézo-électriques seront donc implantés sur les structures souples dont la configuration et la modélisation sont réalisées dans les parties suivantes.

Céramiques	$\rho\ (kg.m^{-3})$	$Y_{11}^E\ (MPa)$	$N_1\ (Hz.m)$	$f_{th}\ (Hz)$	$f_{fab}\ (Hz)$	$f_{Ansys}\ (Hz)$
PZT4D	7600	75000	1515	15700	15150	15700
PZT8	7600	87000	1700	16900	17000	16900
PZT5A	7700	61000	1400	14100	14000	14100
PZT5J	7400	62000	1450	14500	14500	14500
PZT5H	7450	61000	1420	14300	14200	14300
PZT7A	7700	93000	1750	17400	17500	17700

Tab. 1.5: Résultats de l'étude dynamique du modèle mécanique d'une plaque piézo-électrique selon le matériau utilisé

1.3 Structure intelligente : cas d'une poutre encastrée-libre

Dans cette partie, la modélisation d'une poutre instrumentée de capteurs piézo-électriques et d'un actionneur bimorphe est tout d'abord présentée (Figure 1.7). Cet actionneur est constitué de deux céramiques piézo-électriques collées de part et d'autre de la poutre et travaillant en opposition de phase. Le choix des dimensions et de la position de ces céramiques et ensuite discuté. Enfin, le modèle obtenu est validé expérimentalement sur une poutre instrumentée d'un actionneur et de deux capteurs.

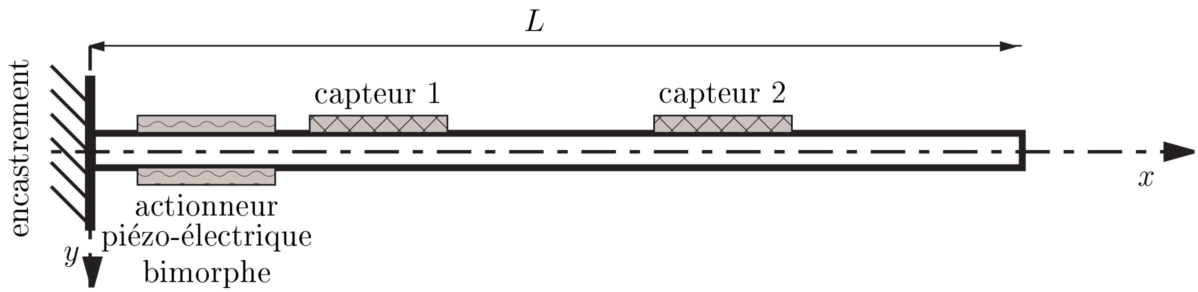


Fig. 1.7: Configuration de la poutre encastrée-libre instrumentée

1.3.1 Modélisation de la poutre instrumentée

Les équations différentielles du comportement dynamique d'une poutre encastrée-libre (Figure 1.8) et instrumentée de céramiques piézo-électriques, sont obtenues par application du principe de Hamilton (Cf. annexe B). L'énergie cinétique et le travail de la structure sont calculés, puis les différentes constantes sont approximées par un calcul éléments finis.

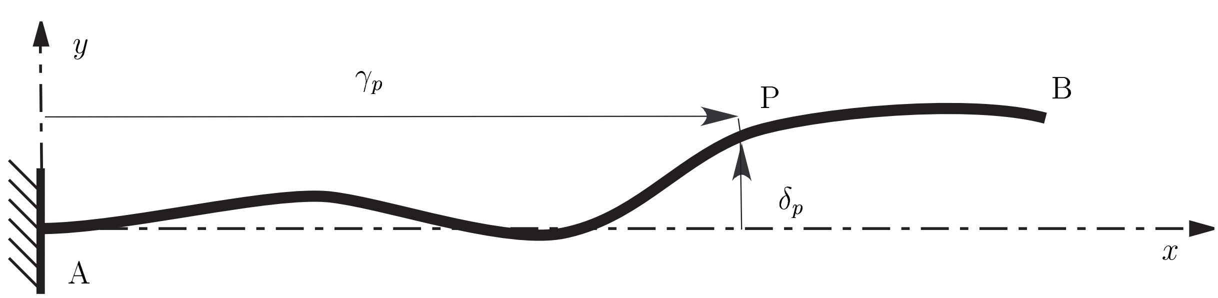


Fig. 1.8: Description des paramètres géométriques utilisés

L'énergie cinétique de la poutre s'écrit :

$$T = \frac{1}{2}\int_0^L m_p \dot{\delta}_p^2 d\gamma_p \tag{1.24}$$

Lorsque l'expression des vibrations est réduite aux n premiers modes de la poutre, elles peuvent être exprimées à partir des participations modales établies sur la base conservative associée et par les formes modales correspondantes :

$$\delta_p = \Phi_p \boldsymbol{q} \tag{1.25}$$

d'où l'expression de l'énergie cinétique (1.24) :

$$T = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^t \left(\int_0^L m_p \Phi_p^t \Phi_p \, d\gamma_p\right) \dot{\boldsymbol{q}} \tag{1.26}$$

Les travaux internes mécaniques et électriques de la structure instrumentée sont calculés à partir des déformations, du champ électrique, des contraintes et des intensités électriques :

$$W_s + W_e = -\frac{1}{2}\int_{P\in S} \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}^t & \text{-}\boldsymbol{e}^t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{d} \end{Bmatrix} d\tau(P) \tag{1.27}$$

En introduisant les équations de comportement de la poutre souple instrumentée (1.1) ces travaux s'écrivent :

$$W_s + W_e = -\frac{1}{2}\int_{P\in S} \boldsymbol{s}^t Y \boldsymbol{s} \, d\tau(P) \;\; + \frac{1}{2}\int_{P\in S} \left(2\boldsymbol{s}^t Z \boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}^t \Sigma \boldsymbol{e}\right) \, d\tau(P) \tag{1.28}$$

Les déformations s'expriment à partir des n participations modales :

$$\boldsymbol{s} = H\boldsymbol{q} \tag{1.29}$$

et le champ électrique à partir des tensions aux bornes des céramiques :

$$\boldsymbol{e} = Q\boldsymbol{v} \tag{1.30}$$

d'où l'expression des travaux internes :

$$W_s + W_e = -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t \left(\int_{P\in S} H^t Y H \, d\tau(P)\right) \boldsymbol{q} + \boldsymbol{q}^t \left(\int_{P\in S} H^t Z Q \, d\tau(P)\right) \boldsymbol{v} + \frac{1}{2}\boldsymbol{v}^t \left(\int_{P\in S} Q^t \Sigma Q \, d\tau(P)\right) \boldsymbol{v} \tag{1.31}$$

Le travail externe de l'alimentation électrique des p céramiques s'écrit :

$$W_a = \boldsymbol{q}_e^t \boldsymbol{v} \tag{1.32}$$

d'où le travail total de la structure par sommation de (1.31) et (1.32) :

$$\begin{aligned} W &= W_s + W_e + W_a \\ &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t\left(\int_{P\in S} H^t Y H \, d\tau(P)\right)\boldsymbol{q} + \boldsymbol{q}^t\left(\int_{P\in S} H^t Z Q \, d\tau(P)\right)\boldsymbol{v} + \frac{1}{2}\boldsymbol{v}^t\left(\int_{P\in S} Q^t \Sigma Q \, d\tau(P)\right)\boldsymbol{v} \\ &\quad + \boldsymbol{q}_e^t \boldsymbol{v} \end{aligned} \tag{1.33}$$

Le modèle éléménts finis de la structure est condensé sur N nœuds maîtres le long de la poutre. Ceci permet de mailler en 3D la structure et donc éventuellement en intégrant les actionneurs et capteurs tout en gardant un modèle analytique 1D. Le vecteur position des nœuds maîtres s'écrit :

$$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1 \, \gamma_2 \, \cdots \, \gamma_i \, \cdots \, \gamma_{N-1} \, \gamma_N]^t \tag{1.34}$$

Le vecteur des déplacements transverses des nœuds maîtres s'écrit :

$$\boldsymbol{\delta} = [\delta_1 \, \delta_2 \, \cdots \, \delta_i \, \cdots \, \delta_{N-1} \, \delta_N]^t \tag{1.35}$$

Le déplacement transverse pour un point P hors discrétisation se construit alors par interpolation :

$$\delta_p = N_p \boldsymbol{\delta} \tag{1.36}$$

avec N_p, matrice contenant les fonctions d'interpolations [ANS 94]
La base discrète des n premières formes modales est :

$$\Phi = [\Phi_1 \, \Phi_2 \, \cdots \, \Phi_i \, \cdots \, \Phi_{n-1} \, \Phi_n] \tag{1.37}$$

Les formes modales au point P s'écrivent par interpolation de la base discrète à partir de (1.25), (1.35) et (1.36) :

$$\Phi_p = N_p \Phi \tag{1.38}$$

d'où l'énergie cinétique (1.26) après avoir introduit (1.38) :

$$T = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^t \Phi^t M \Phi \dot{\boldsymbol{q}} \tag{1.39}$$

avec la matrice de masse condensée sur les nœuds maîtres :

$$M = \int_0^L m_p N_p^t N_p \, d\gamma_p \tag{1.40}$$

Les déformations s'expriment à partir des déplacements transverses des nœuds maîtres par :

$$\boldsymbol{s} = B_s \boldsymbol{\delta} \tag{1.41}$$

et la matrice H par interpolation de la base discrète à partir de (1.29), (1.35) et (1.41) par :

$$H = B_s \Phi \tag{1.42}$$

avec B_s, matrice contenant les dérivations spatiales [ANS 94].
Finalement l'expression (1.33) devient :

$$W = -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t \Phi^t K \Phi \boldsymbol{q} + \boldsymbol{q}^t \Phi^t \Pi \boldsymbol{v} + \frac{1}{2}\boldsymbol{v}^t \Lambda \boldsymbol{v} + \boldsymbol{q}_e^t \boldsymbol{v} \tag{1.43}$$

avec la matrice de raideur condensée sur les nœuds maîtres :

$$K = \int_{P \in S} B_s^t Y B_s \, d\tau(P) \tag{1.44}$$

la matrice de couplage piézo-électrique :

$$\Pi = \int_{P \in S} B_s^t Z Q \, d\tau(P) \tag{1.45}$$

et la matrice de capacité électrique :

$$\Lambda = \int_{P \in S} Q^t \Sigma Q \, d\tau(P) \tag{1.46}$$

A partir de cette enérgie cinétique T et de ce travail W, le principe de Hamilton (Cf. annexe B) est appliqué pour les n participations modales en déplacement virtuelles δq_i et les p tensions virtuelles δv_i. Il en découle les équations du mouvement ainsi qu'une équation électrique :

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \mathcal{A}\boldsymbol{v} \tag{1.47}$$

$$\mathcal{A}^t \boldsymbol{q} + \Lambda \boldsymbol{v} = -\boldsymbol{q}_e \tag{1.48}$$

avec la matrice de masse modale utilisée pour normer les modes :

$$\boldsymbol{M} = \Phi^t M \Phi = I_n \text{ : matrice d'identité de dimension } n \tag{1.49}$$

la matrice diagonale de raideur modale :

$$\boldsymbol{K} = \Phi^t K \Phi \text{ avec } K_i = \omega_i^2 \text{, coefficients diagonaux.} \tag{1.50}$$

et la matrice modale d'effet piézo-électrique :

$$\mathcal{A} = \Phi^t \Pi \tag{1.51}$$

Dans le cas d'une structure faiblement amortie et donc à modes découplés, ce qui est courant en pratique, l'introduction d'une matrice diagonale C_a contenant les amortissements[1] modaux C_i :

$$C_i = 2\xi_i\omega_i \tag{1.52}$$

dans (1.47) permet de tenir compte compte de l'effet de dissipation d'énergie :

$$\ddot{\boldsymbol{q}} + C_a\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \mathcal{A}\boldsymbol{v} \tag{1.53}$$

En séparant les parties actionneurs et capteurs pour les céramiques :

$$\boldsymbol{q}_e = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{ea} \\ \boldsymbol{q}_{ec} \end{bmatrix}, \mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_a & \mathcal{A}_c \end{bmatrix}, \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_a \\ \boldsymbol{v}_c \end{bmatrix}, \text{ et } \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_a & 0 \\ 0 & \Lambda_c \end{bmatrix} \tag{1.54}$$

(1.53) et (1.48) deviennent respectivement :

$$\ddot{\boldsymbol{q}} + C_a\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \mathcal{A}_a\boldsymbol{v}_a + \mathcal{A}_c\boldsymbol{v}_c \tag{1.55}$$

et :

$$\mathcal{A}_a^t\boldsymbol{q} + \Lambda_a\boldsymbol{v}_a = -\boldsymbol{q}_{ea} \tag{1.56}$$

$$\mathcal{A}_c^t\boldsymbol{q} + \Lambda_c\boldsymbol{v}_c = -\boldsymbol{q}_{ec} \tag{1.57}$$

Comme les capteurs sont conditionnés par un amplificateur de charge qui interdit la circulation de courant :

$$\boldsymbol{q}_{ec} = 0 \tag{1.58}$$

et (1.57) donne :

$$\boldsymbol{v}_c = -\Lambda_c^{-1}\mathcal{A}_c^t\boldsymbol{q} = \mathcal{C}\boldsymbol{q} \tag{1.59}$$

En introduisant cette dernière équation dans (1.55), il vient :

$$\ddot{\boldsymbol{q}} + C_a\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}_c\boldsymbol{q} = \mathcal{A}_a\boldsymbol{v}_a \tag{1.60}$$

[1] Tous les amortissements considérés dans cette étude seront modélisés par un amortissement de type visqueux.

avec la matrice de raideur modale de la structure incluant les capteurs en circuit ouvert :

$$\boldsymbol{K}_c = \boldsymbol{K} + \mathcal{A}_c \Lambda_c^{-1} \mathcal{A}_c^t \tag{1.61}$$

Le dernier terme de (1.61) caractérise la rétroaction des céramiques capteurs par effet piézo-électrique direct et indirect, sur les raideurs modales de la structures.

En résumé, les équations de comportement dynamique et de mesure de la structure instrumentée sont :

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{q}} = \mathcal{A}_a \boldsymbol{v}_a - C_a \dot{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{K}_c \boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{\delta} = \Phi \boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{v}_c = \mathcal{C} \boldsymbol{q} \end{cases} \tag{1.62}$$

1.3.2 Choix des composants piézo-électriques

Choix du matériau piézo-électrique

Comme l'étude statique d'un composant seul menée au paragraphe 1.2.2 l'a indiqué, le matériau ayant le plus grand coefficient de couplage piézo-électrique donnera les actionneurs et capteurs les plus efficaces. La modélisation de la poutre instrumentée menée precédement au paragraphe 1.3.1 confirme ces résultats : en effet, pour un capteur, l'utilisation des équations (1.45), (1.51) et (1.59) donne :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_c &= -\Lambda_c^{-1}\mathcal{A}_c^t\boldsymbol{q} \\ &= -\Lambda_c^{-1}\Pi_c^t\Phi\boldsymbol{q} \\ &= -\Lambda_c^{-1}\int_{P\in S_c} Q^t Z^t B_s\, d\mathcal{T}(P)\,\Phi\boldsymbol{q} \end{aligned} \tag{1.63}$$

avec S_c correspondant aux capteurs intégrés à la structure. Les tensions mesurées par les capteurs sont donc d'autant plus grandes que les coefficients de la matrice piézo-électrique Z du matériau sont grands. Ces coefficients sont proportionnels aux coefficients de couplage piézo-électrique comme cela a été montré dans l'équation (1.7). Pour les capteurs, il faut donc s'orienter vers des céramiques à fort couplage piézo-électrique pour qu'ils soient les plus sensibles possible.

Pour un actionneur, l'effort induit sur la poutre est proportionnel à la tension appliquée et au vecteur d'activation $\mathcal{A}_a$ comme le montre l'équation (1.60). Comme pour les capteurs, le vecteur d'activation est proportionnel à la matrice piézo-électrique Z d'aprés les équations (1.45) et (1.51), si elles sont restreintes à S_a, correspondant aux actionneurs intégrés à la structure :

$$\mathcal{A}_a = \Phi^t \int_{P\in S_a} B_s^t Z Q\, d\mathcal{T}(P) \tag{1.64}$$

Un coefficient de couplage piézo-électrique important est donc nécessaire pour des actionneurs performants. Il faut donc choisir un matériau piézo-électrique avec un couplage piézo-électrique élevé pour avoir les capteurs les plus sensibles et les actionneurs avec un gain le plus important. De plus, les actionneurs doivent pouvoir être alimentés par des tensions élévées.

Les céramiques hautes tensions ont été fournies par la société POLYTEC PI, de même que les amplificateurs hautes tensions. Le matériau piézo-électrique PIC-151 choisi, dont les caractéristiques sont données Tableau 1.6, correspond à une définition normalisée du matériau PZT-P7.

Propriétés	Constantes	Valeurs	Unités
constante piézo-électrique	g_{31}	-11,5.10^{-3}	V.m.N^{-1}
constante piézo-électrique	g_{33}	22,8.10^{-3}	V.m.N^{-1}
constante piézo-électrique	d_{31}	-210.10^{-12}	m.V^{-1}
constante piézo-électrique	d_{33}	450.10^{-12}	m.V^{-1}
constante piézo-électrique	d_{15}	580.10^{-12}	m.V^{-1}
coefficient de couplage électromécanique	k_{31}	0,34	
coefficient de couplage électromécanique	k_{33}	0,69	
masse volumique	ρ	7800	kg.m^3
constante diélectrique relative	K_{11}^T	1980	
constante diélectrique relative	K_{33}^T	2100	
souplesse	S_{11}^E	15.10^{-12}	m^2.N^{-1}
souplesse	S_{33}^E	19.10^{-12}	m^2.N^{-1}
température de Curie	T_c	250	^{o}C
constante de fréquence	N_1	1500	Hz.m

TAB. 1.6: Caractéristiques du matériau piézo-électrique PIC-151

Choix et positionnement de l'actionneur piézo-électrique

L'actionneur piézo-électrique est constitué de deux céramiques collées de part et d'autre de la poutre. Il génère ainsi un moment pur sans élongation de la fibre neutre de la poutre et les modes de flexion sont excités sans exciter ceux de traction - compression. Il est positionné au niveau de l'encastrement de la poutre car c'est à cet emplacement qu'il est le plus efficace pour contrôler les premiers modes de flexion de la poutre encastrée - libre. La largeur b des céramiques actionneurs est égale à la largeur de la poutre afin d'obtenir des moments induits les plus importants possibles. Leur épaisseur e_a et leur longueur l_a sont déterminées à partir de plusieurs contraintes :

- l'amplificateur haute - tension délivre des tensions entre -1000 Volts et 0 Volts,
- les céramiques supportent des champs électriques jusqu'à 2000 Volts par mm,
- la capacité des céramiques influence la bande passante de l'amplificateur,
- le déplacement induit en bout de poutre doit être maximum.

L'épaisseur minimum et la longueur maximum vont tout d'abord être déterminées, puis la longueur et l'épaisseur finales seront choisies.

Détermination de l'épaisseur minimum

Pour utiliser l'amplificateur à son maximum, il faut envisager une tension V_a aux bornes des actionneurs maximum, soit :

$$(V_a)_{max} = -1000\,V$$

Le champ électrique E résultant de la tension V_a est alors :

$$E = \frac{V_a}{e_a} \tag{1.65}$$

Comme le champ maximum admissible par le matériau est :

$$(E)_{max} = -2000\,V.mm^{-1}$$

l'épaisseur minimum des céramiques est :

$$(e_a)_{min} = \frac{V_{max}}{E_{max}} = 0,5\,mm$$

Détermination de la longueur maximum

La capacité des deux céramiques constituant l'actionneur, en fonction des dimensions est donnée par :

$$C_a = 2\frac{K_{33}^T \varepsilon_0 l_a b}{e_a} \tag{1.66}$$

La bande passante de l'amplificateur diminue lorsque la capacité C_a augmente. D'après les courbes de réponse en fréquence de l'amplificateur, Figure 1.9, la capacité maximum permettant d'obtenir une bande passante de 1 kHz est de :

$$(C_a)_{max} = 0.3\,mF$$

La longueur maximum des céramiques est donc :

$$(l_a)_{max} = \frac{(C_a)_{max}(e_a)_{min}}{2K_{33}^T \varepsilon_0 b} = 200\,mm$$

Détermination de la longueur

La courbe Figure 1.10 donne l'évolution du déplacement en bout de poutre pour :

$$V_a = -1000\,V$$

en fonction de la longueur l_a des actionneurs et pour une épaisseur fixée à :

$$e_a = 0,5\,mm$$

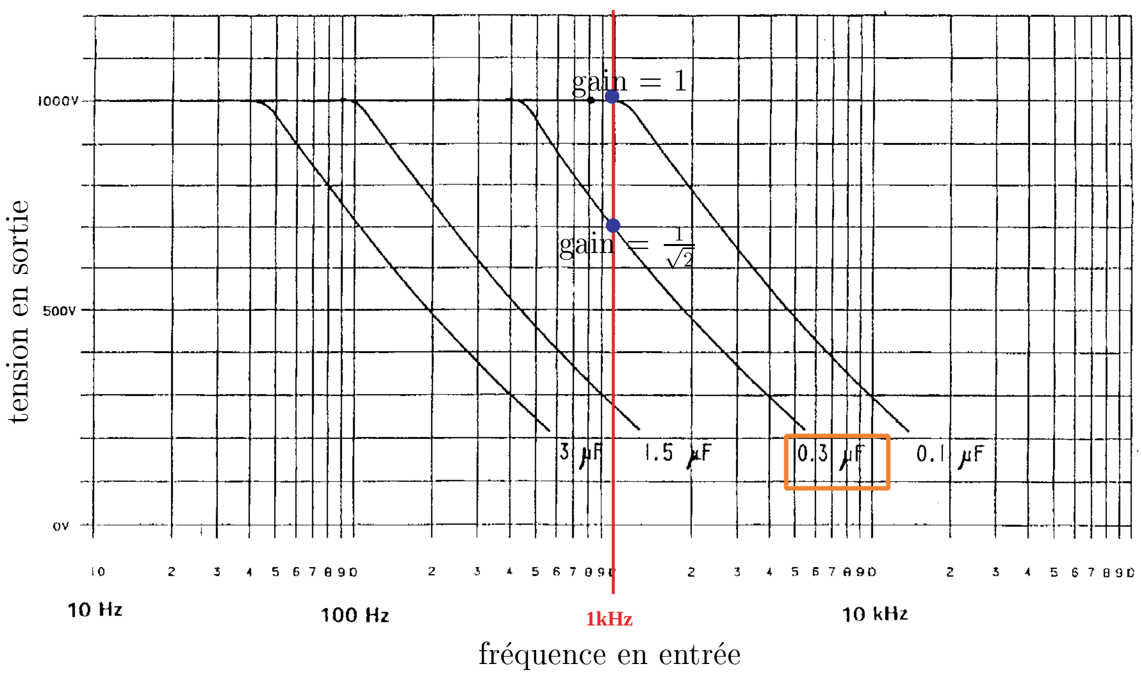


FIG. 1.9: Réponse en fréquence de l'amplificateur Politec PI pour différentes capacités

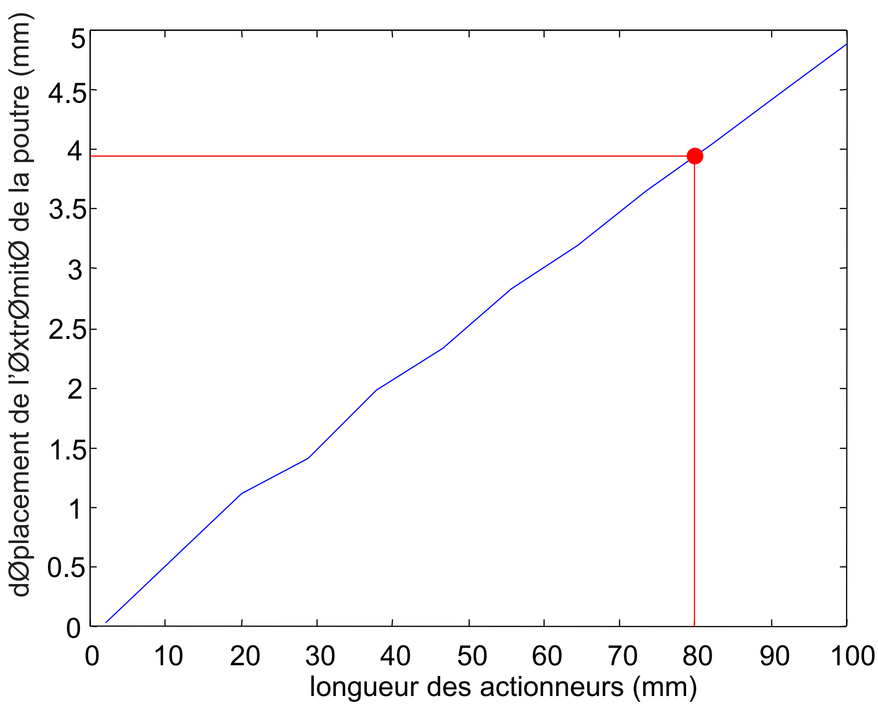


FIG. 1.10: Efficacité statique de l'actionneur en fonction de sa longueur

Le déplacement est proportionnel à la longueur, cependant, pour des raisons d'encombrement sur la poutre et de standard Polytec-PI, la longueur est limitée à :

$$l_a = 80\,mm$$

Détermination de l'épaisseur

La courbe Figure 1.11 donne l'évolution du déplacement en bout de poutre pour une tension constante correspondant au maximum de l'amplificateur choisi :

$$V_a = -1000\,V$$

en fonction de l'épaisseur e_a. La courbe Figure 1.12 donne l'évolution du déplacement en

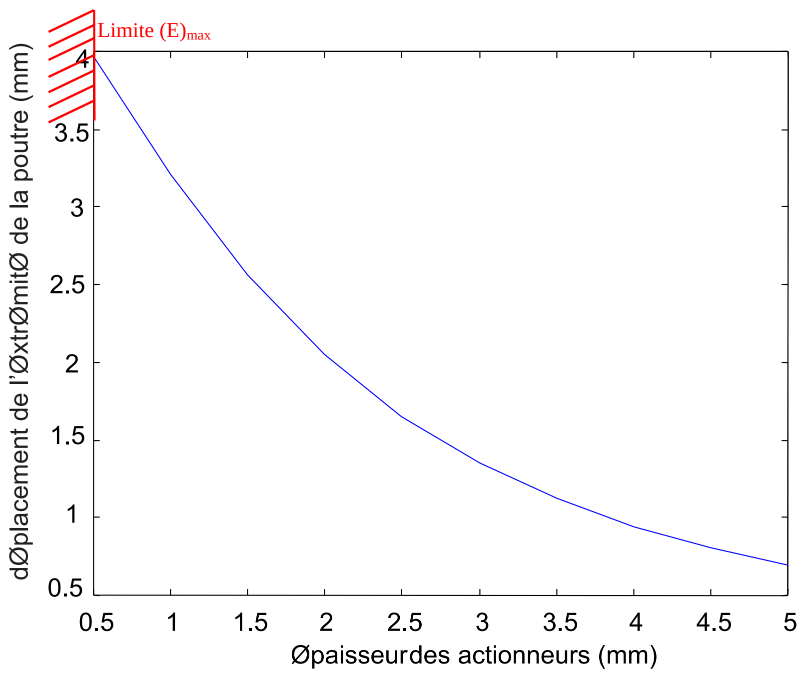


Fig. 1.11: Efficacité statique de l'actionneur en fonction de son épaisseur et pour une tension constante

bout de poutre pour un champ électrique constant :

$$E = -1000\,V.mm^-1$$

en fonction de l'épaisseur e_a. La meilleure activation est obtenue pour une tension maximum délivrée par l'amplificateur et pour un champ électrique également maximum.

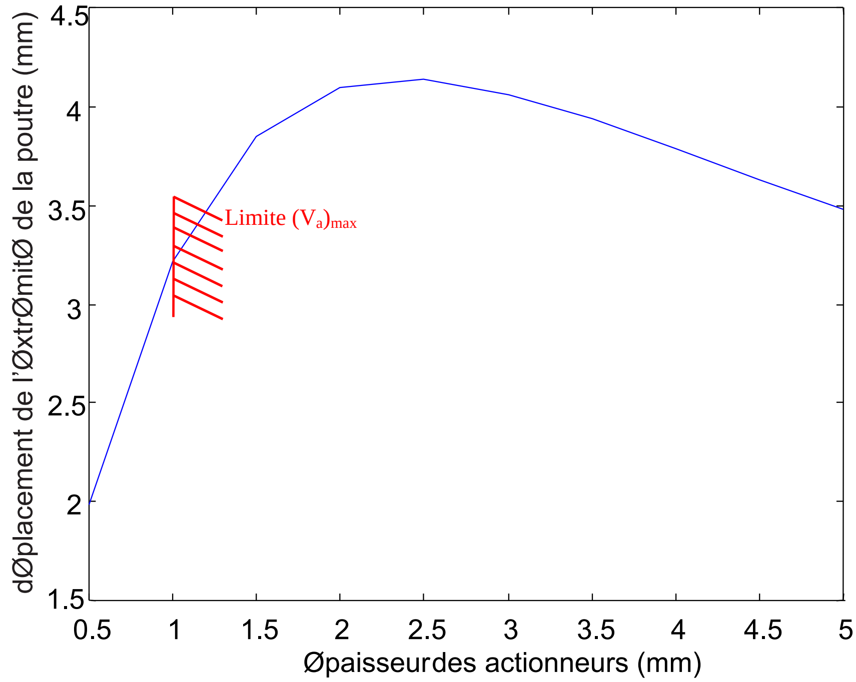


FIG. 1.12: Efficacité statique de l'actionneur en fonction de son épaisseur et pour un champ électrique constant

Finalement, compte-tenu des contraintes énoncées ci-dessus et des standards disponibles, les céramiques actionneurs choisies ont les dimensions suivantes :

$$\begin{aligned} b &= 20\,mm \\ e_a &= 0,5\,mm \\ l_a &= 80\,mm \end{aligned}$$

La capacité d'un actionneur est alors de :

$$C_a = 0,119\,mF$$

ce qui donne une bande passante d'environ 2 kHz pour l'amplificateur, suffisante pour les fréquences concernées par le contrôle.

Choix et positionnement des capteurs piézo-électriques

Les céramiques sont utilisées pour reconstruire les cinq premières participations modales de la poutre encastrée - libre. La qualité de cette reconstruction dépend en particulier de leur sensibilité aux déformations et de leur position sur la poutre. Dans cette partie, une formulation analytique permettant de calculer les tensions délivrées par les capteurs est tout d'abord présentée. La position optimale d'un capteur sur la poutre non-instrumentée est alors discutée pour chaque mode. L'influence de l'intégration des capteurs à la structure est ensuite commentée et les résultats validés. Enfin, le choix des dimensions des capteurs est effectué.

Calcul analytique des tensions délivrées

Les tensions V_{ci} mesurées par les capteurs sont fonction de la courbure de chaque céramique piézo-électrique :

$$V_{ci} = -\frac{e_c k_{31}^2 d}{g_{31} K_{33}^T \varepsilon_0 l_c} \int_{ci}^{ci+l_c} v''(x)dx \tag{1.67}$$

avec :

V_{ci}	:	tension du capteur i,
l_c	:	longueur des céramiques capteurs,
e_c	:	épaisseur des céramiques capteurs,
ci	:	position en x sur la poutre du capteur i,
$v''(x)$	:	courbure de la poutre à l'abscisse x,
d	:	distance du milieu de l'épaisseur du capteur à la fibre neutre,
k_{31}	:	coefficient de couplage électromécanique,
g_{31}	:	constante de couplage piézo-électrique,
K_{33}^T	:	constante de diélectrique relative,
ε_0	:	permittivité du vide.

La distance d à la fibre neutre se calcule par :

$$d = \frac{e_c}{2} + e_p - \frac{Y_{11}^E e_c^2 + Y_p e_p^2 + 2Y_{11}^E e_c e_p}{2\left(Y_{11}^E e_c + Y_p e_p\right)} \tag{1.68}$$

avec :

e_p	:	épaisseur de la poutre,
Y_{11}^E	:	module d'Young des céramiques dans la direction $x = 1$,
Y_p	:	module d'Young de la poutre (isotrope).

Les céramiques ayant une faible épaisseur, on admet qu'elles modifient peu localement la masse et la raideur de la poutre. La tension produite par un capteur piézo-électrique peut donc être estimée par :

$$(V_{ci})_{estim} = \lambda \left(v'(ci + l_c) - v'(ci) \right) \tag{1.69}$$

avec :

λ	:	gain constant,
$v'(x)$	:	pente des modes de la poutre sans les céramiques pour approximer celle de la poutre instrumentée.

Les formes modales de la poutre non-instrumentée sont calculées. Les tensions mesurées pour une position quelconque du capteur le long de la poutre sont alors directement obtenues pour chaque mode.

Positionnement des capteurs

Tout d'abord, les capteurs piézo-électriques sont constitués de céramiques aux dimensions identiques à celles des actionneurs soit :

$$\begin{aligned} b &= 20\,mm \\ e_c &= 0,5\,mm \\ l_c &= 80\,mm \end{aligned}$$

Ces dimensions initiales permettent d'avoir des capteurs de faible épaisseur donc modifiant à priori peu les raideurs et masses locales de la poutre. Les positions optimales des capteurs dépendent alors peu de leur taille. Une fois les positions choisies, les dimensions des céramiques seront discutées. Si l'épaisseur finalement retenu varie trop, il faudra revoir les positions sinon, cela permet d'avoir des capteurs et actionneurs identiques, ce qui facilite leur approvisionnement.

Il suffit d'intégrer la courbure de la poutre sur la longueur de la céramique pour obtenir la tension délivrée par le capteur pour chaque mode en fonction de sa position sur la poutre. La Figure 1.13 présente les formes modales de la poutre et la Figure 1.14 les courbures modales.

La Figure 1.15 présente les valeurs absolues des tensions calculées par intégration de la courbure et normées à 1 pour chaque mode. La position optimale du capteur varie selon le mode et est donnée Tableau 1.7.

Les positions inférieures à $0.10\,m$ sont évitées du fait de la présence de l'actionneur prés de l'encastrement. La position des cinq capteurs peut donc être choisie à partir des positions

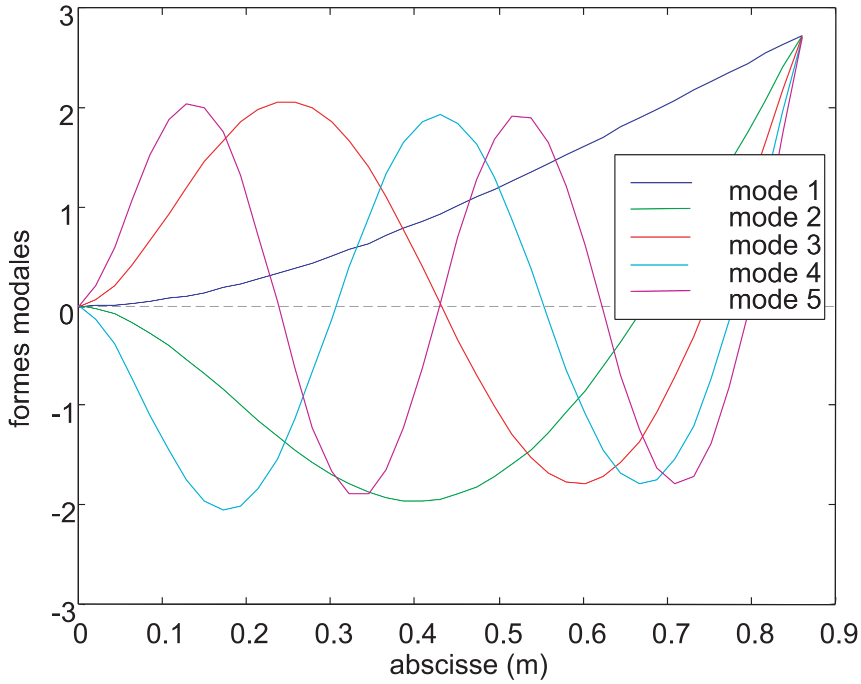


FIG. 1.13: Formes modales de la poutre

Modes	Positions optimales des capteurs *(m)*	Capteurs	Positions priviliégées des capteurs *(m)*	Positions choisies des capteurs *(m)*
1	0.02	c1	0.10	0.10
2	0.42	c2	0.42	0.42
3	0.58	c3	0.58	0.56
4	0.64	c4	0.64	0.64
5	0.68	c5	0.68	0.68

TAB. 1.7: Positions optimales, privilégiées et finales des capteurs

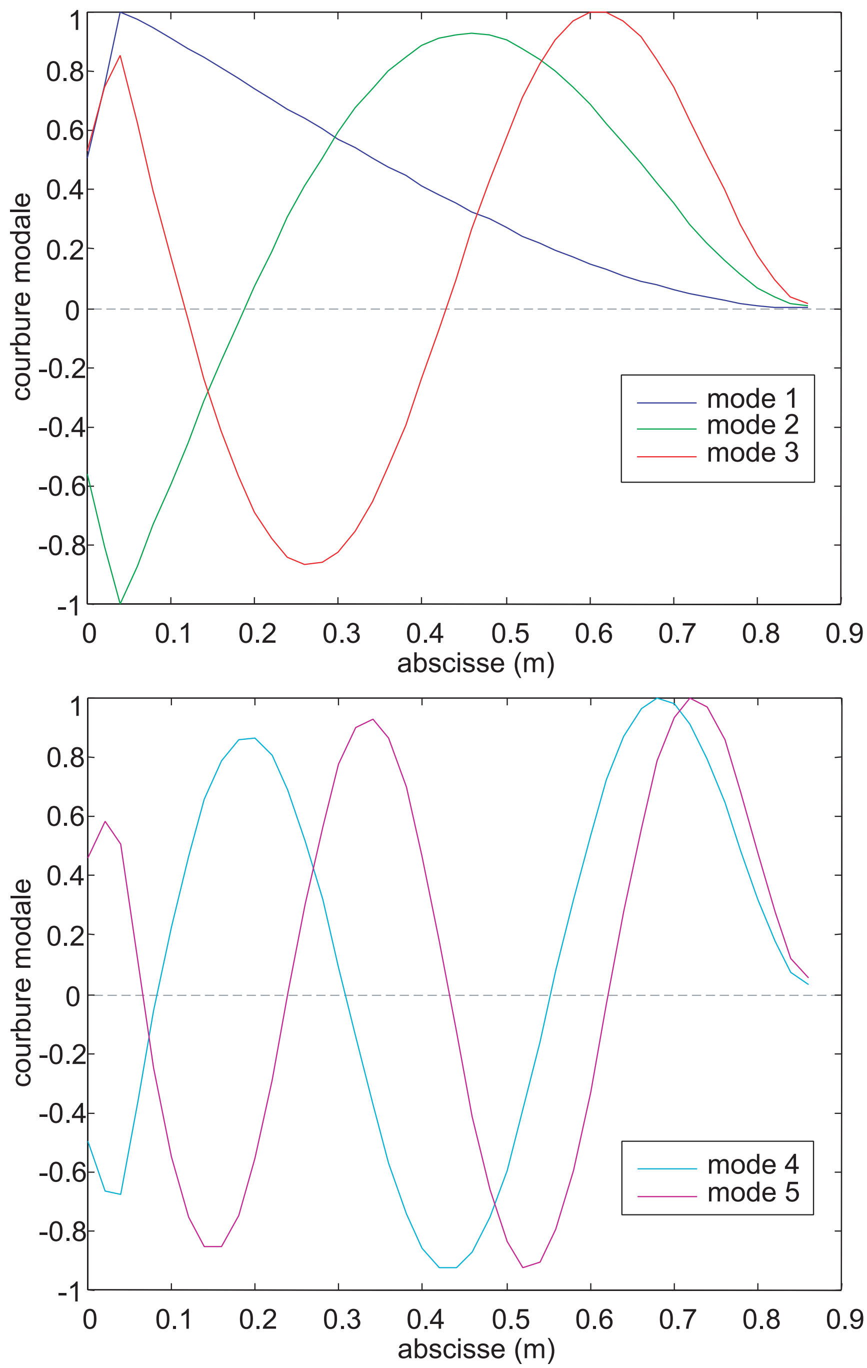


Fig. 1.14: Courbures modales de la poutre

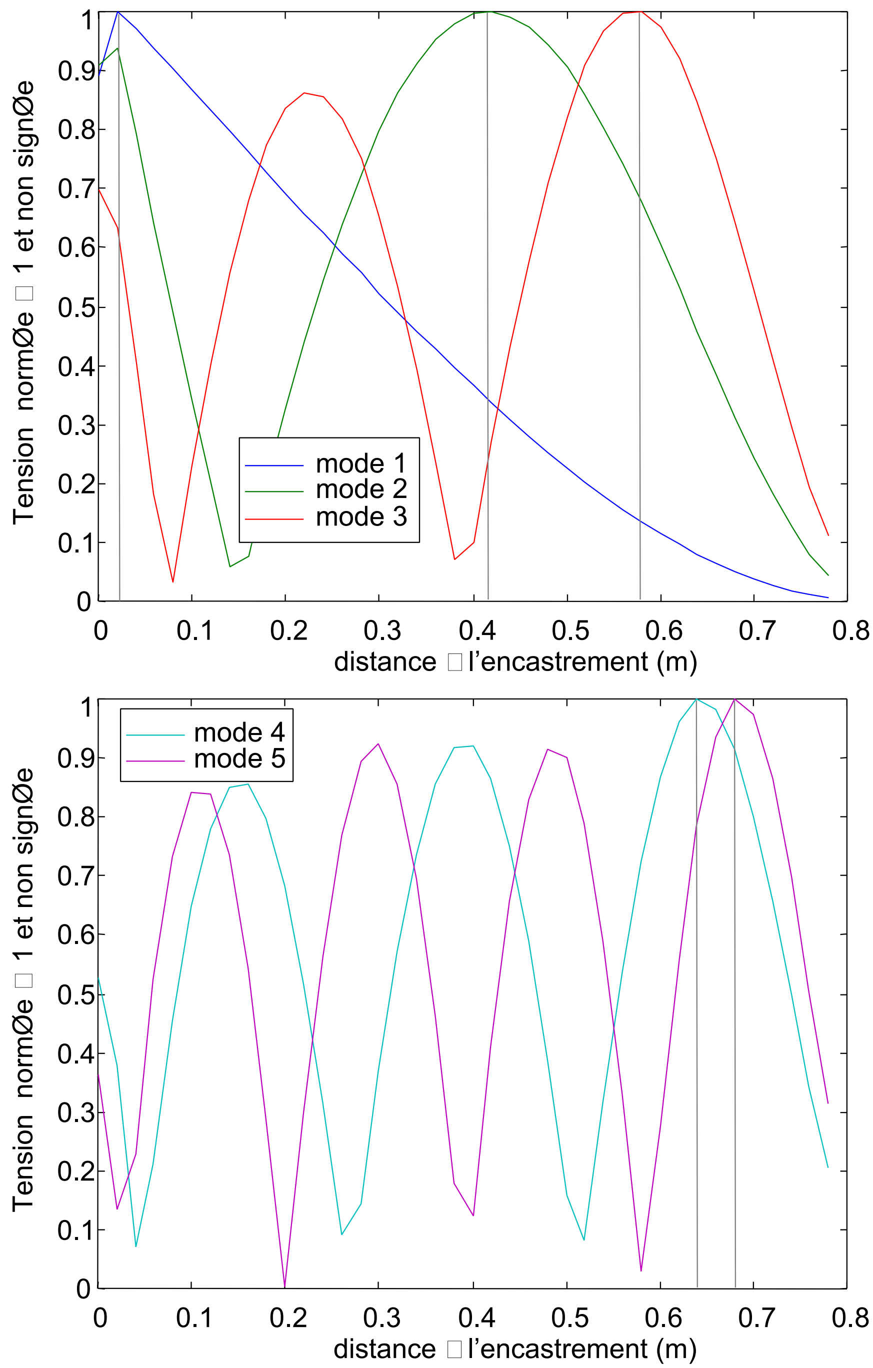


FIG. 1.15: Tensions mesurées pour chaque mode en fonction de l'abscisse du capteur

optimales pour chaque mode. Un capteur est placé pour chaque position possible et là où il délivre la plus forte tension pour le mode ciblé. Cela garantit une bonne mesures des modes mais pas la meilleure observabilité pour autant. D'où les positions privilégiées des capteurs données Tableau 1.7. Les capteurs sont collés sur le dessus de la poutre sauf le capteur $c4$ qui est sur le dessous pour des raisons d'encombrement.

Influence des céramiques sur la position optimale des capteurs

Lorsque les céramiques capteurs et actionneurs sont intégrées à la structure, elles modifient légèrement les modes propres malgré le choix d'une faible épaisseur. La Figure 1.16 présente les courbures modales obtenues d'aprés le modèle éléments finis pour la poutre instrumentée. L'influence des céramiques sur les courbures modales est nettement visible. La Figure 1.17 présente les valeurs absolues des tensions calculées par intégration des courbures précédentes et normées à 1 pour chaque mode. Les tensions calculées à la position des capteurs sont les seules exactes car pour les autres positions les déformées sont approximées.

Les positions optimales ont donc légèrement varié mais seul le capteur $c3$ nécessite une nouvelle position. Les position finales sont données Tableau 1.7.

Validation du choix des positions

Les tensions obtenues par le code de calcul et par (1.69) pour chaque mode et sur chacun des capteurs sont comparées. Les résultats sont présentés Tableau 1.8. Les modes étant normés par rapport à la matrice de masse, les déplacements sont de l'ordre de l'unité pour $q_i = 1$. Par conséquent, les tensions sont données en kV. Les erreurs étant toutes inférieures à $7,2\,\%$, le calcul analytique par approximation est validé. De plus, chaque capteur est le plus sensible des capteurs, pour le mode pour lequel il a été placé. Les positions choisies pour les capteurs sont bien les positions optimales.

Choix des dimensions des capteurs piézo-électriques

L'influence d'une modification d'épaisseur et de longueur des capteurs peut-être étudiée en reprenant les positions précedentes. Augmenter l'épaisseur conduit à augmenter les tensions mesurées d'après (1.69), mais aussi raidir localement la poutre instrumentée, donc diminuer la courbure de la céramique ce qui implique une diminution des tensions mesurées donc de la sensibilité. La Figure 1.18 présente les tensions normées par rapport

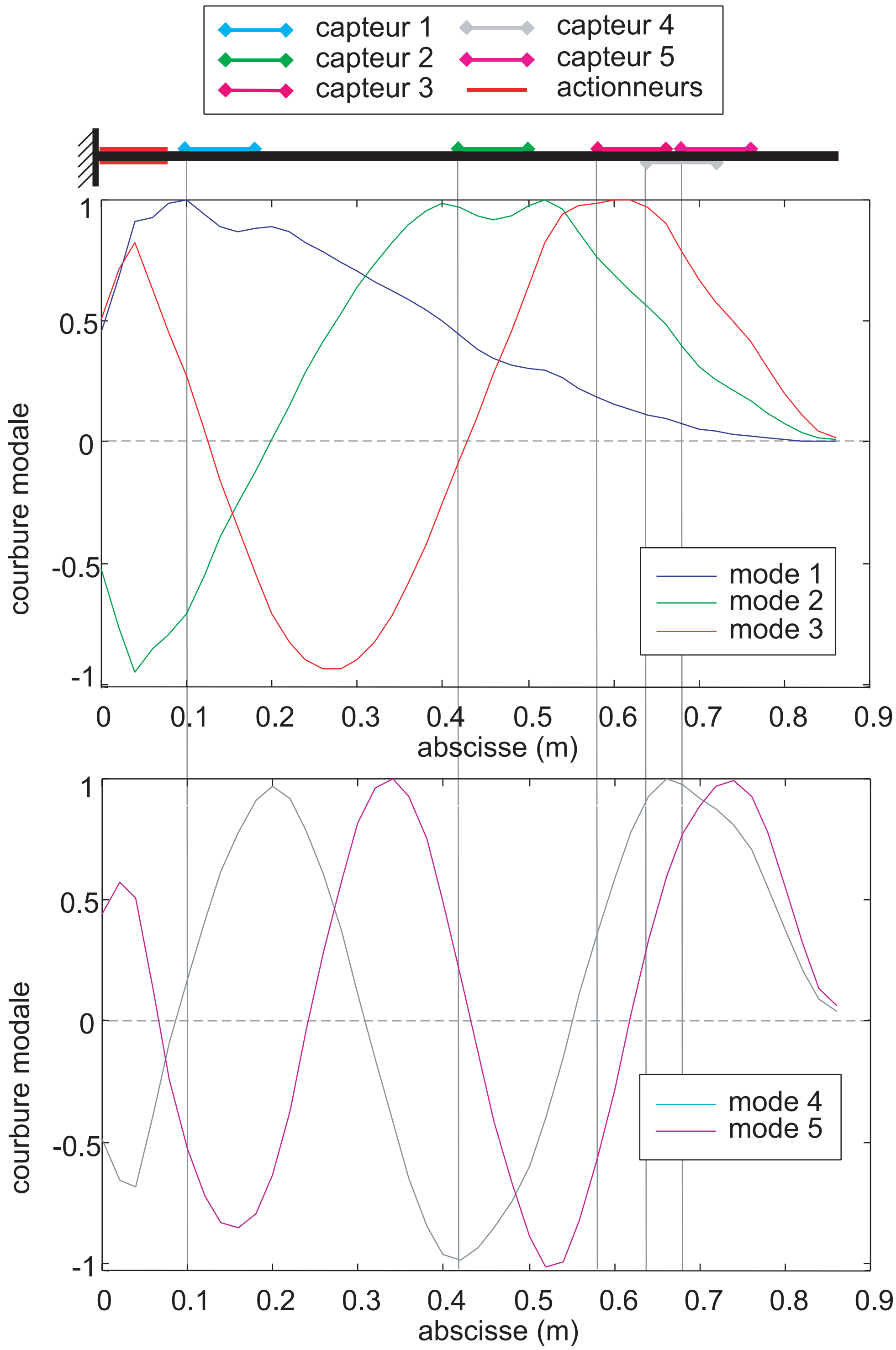


FIG. 1.16: Courbures modales de la poutre instrumentée

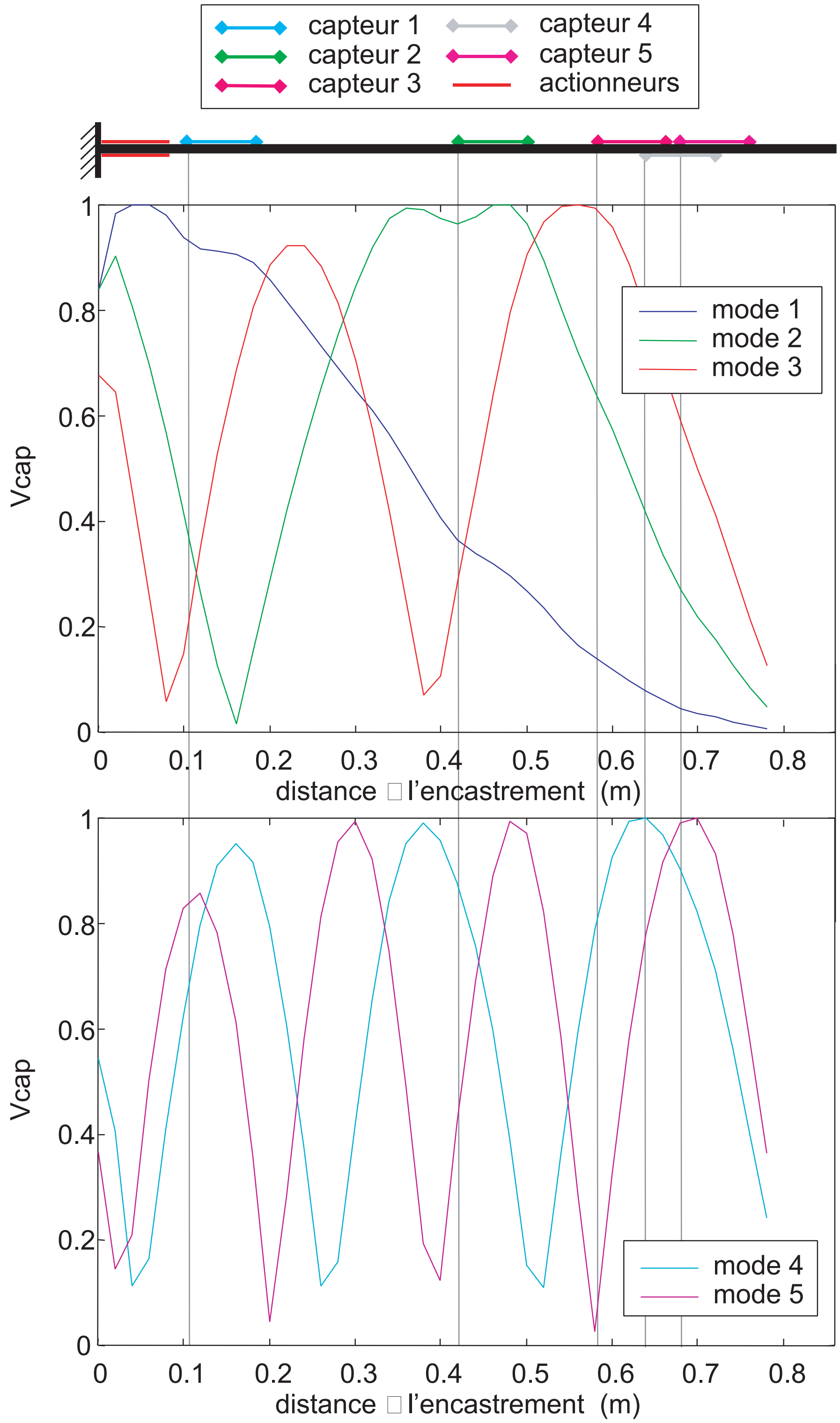


FIG. 1.17: Tensions mesurées pour chaque mode de la poutre instrumentée en fonction de l'abscissse du capteur

Tensions (kV) Ansys® **analytique** *(erreur)*	mode 1	mode 2	mode 3	mode 4	mode 5
V_{c1}	5.87 **5.71** *(2.7%)*	−14.4 **−14.0** *(2.7%)*	−14.9 **−14.2** *(4.8%)*	114 **109** *(4.5%)*	−250 **−237** *(5.2%)*
V_{c2}	2.27 **2.22** *(2.5%)*	33.5 **32.5** *(2.8%)*	28.0 **27.1** *(3.1%)*	−159 **−153** *(3.9%)*	−127 **−121** *(4.7%)*
V_{c3}	1.04 **1.01** *(3.3%)*	25.1 **24.2** *(3.6%)*	100 **95.6** *(4.2%)*	110 **104** *(5.6%)*	−85.0 **−82.4** *(3.1%)*
V_{c4}	0.499 **0.474** *(5.0%)*	14.7 **13.9** *(5.6%)*	80.5 **75.7** *(6.0%)*	187 **175** *(6.5%)*	240 **223** *(7.2%)*
V_{c5}	0.299 **0.283** *(5.2%)*	9.69 **9.18** *(5.2%)*	59.6 **56.3** *(5.5%)*	167 **158** *(5.8%)*	301 **283** *(6.2%)*

TAB. 1.8: Comparaison des tensions calculées sous Ansys® et analytiquement pour $q_i = 1$.

à l'épaisseur de référence :

$$e_c = 0,5\,mm$$

avec la longueur initiale :

$$l_c = 80\,mm$$

Les tensions sont représentées classées par capteur avec le seul mode ciblé par le capteur sur chaque graphique. Les épaisseurs optimales se trouvent aux environs de $3\,mm$ ou plus. Cependant, pour de fortes augmentations de l'épaisseur les capteurs ne sont plus placés de façon optimale car les courbures modales de la poutre seule et instrumentée sont trop différentes. Les tensions aux positions optimales choisies sur la poutre ne correspondent alors plus aux tensions mesurées sur la poutre instrumentée.
La Figure 1.19 donne les courbures modales pour des capteurs de $3\,mm$ d'épaisseur et $100\,mm$ de longueur. Elle montre la forte influence des capteurs qui en raidissant localement la structure diminuent les courbures modales sous les capteurs. Par ailleurs, l'action dynamique de l'actionneur est réduite par l'ajout de masse et de raideur à la poutre. En conséquence, l'épaisseur des capteurs a été choisie identique à celle des actionneurs afin de privilégier leur placement optimale devant des tensions mesurées maximales.

L'étude est affinée en examinant le cas du capteur situé en :

$$c1 = 0.1\,m$$

L'influence de la longueur l_c et de l'épaisseur e_c sur la réponse de ce capteur pour le premier mode est présentée Figure 1.20.
La longueur du capteur influence beaucoup moins la tension mesurée pour le premier mode que son épaisseur. Pour mesurer au mieux le premier mode, il faudrait prendre un capteur de longueur maximale et d'épaisseur $3.5\,mm$. Pour les raisons évoquées précedement, l'épaisseur choisie pour les capteurs est :

$$e_c = 0.5\,mm$$

Leur longueur ayant peu d'influence sur les tensions mesurées, la longueur retenue est :

$$l_c = 40\,mm$$

L'intégration de la courbure de la poutre sur une telle longueur est suffisante pour moyenner les dispertions dues au collage, à la non homogénéïté des matériaux et aux écarts de

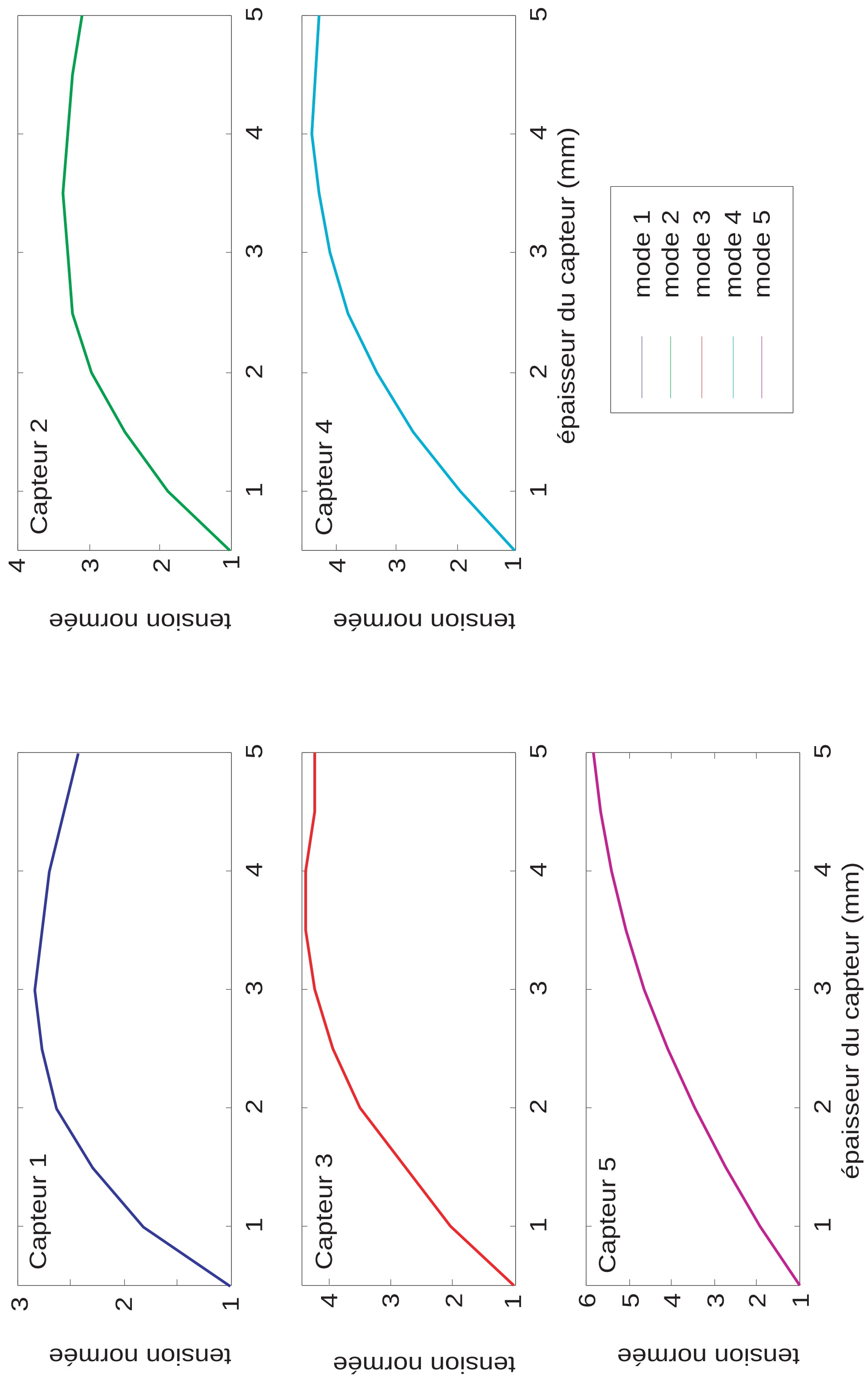


FIG. 1.18: Tensions délivrées par les capteurs en fonction de l'épaisseur pour $q_i = 1$

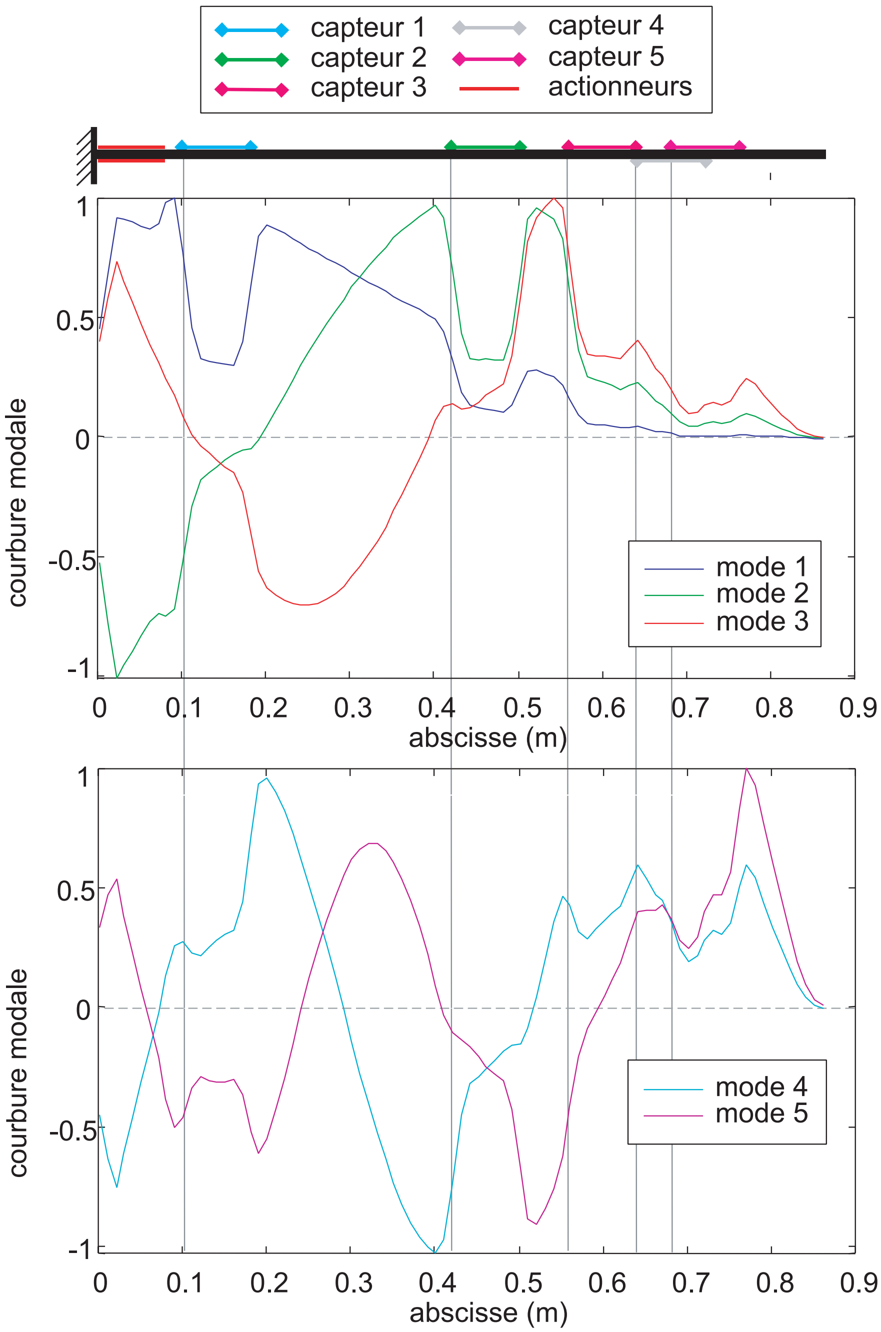


FIG. 1.19: Courbures modales pour des capteurs $l_c = 100\,mm$ et $e_c = 3\,mm$.

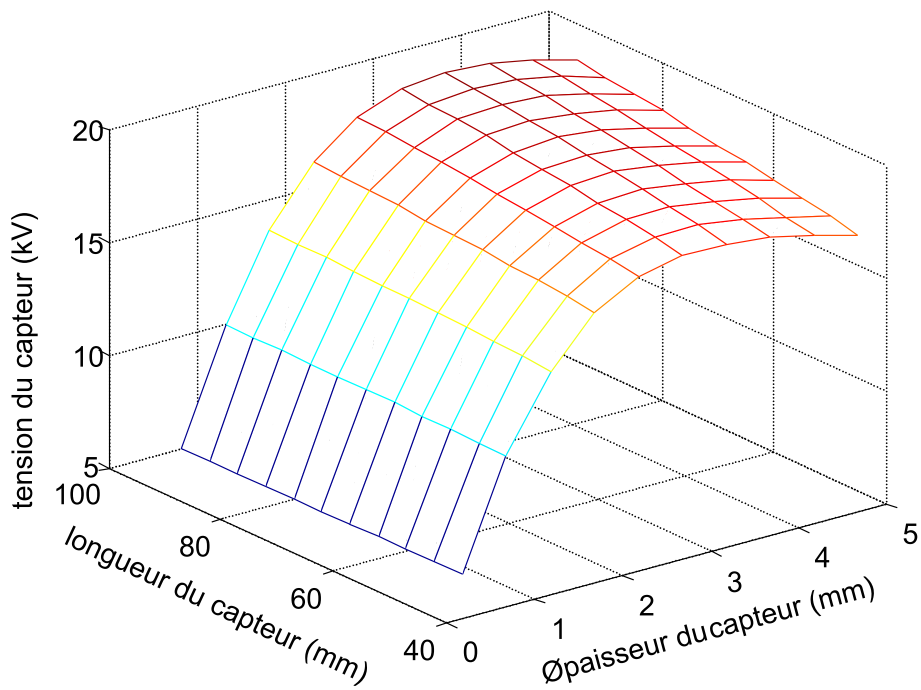


FIG. 1.20: Tension mesurée par le capteur $c1$ et pour le mode 1 en fonction des dimensions

position des capteurs. Les capteurs sont assez courts pour influencer peu la courbure de la poutre instrumentée. La Figure 1.21 donne les courbures modales pour les céramiques choisies.

En cas de structure complexe, le choix des dimensions et de la position des céramiques actionneurs et capteurs est un problème complexe d'optimisation éventuellement à intégrer directement dans le code de calcul. Les problèmes associés sont :

- la qualification des mesures des capteurs pour les modes ciblés (matrice C),
- la qualification de l'action des actionneurs en statique et dynamique pour la gamme de fréquence ciblée (matrice B),
- le regroupement des qualifications précédentes sous forme d'un critère énergétique avec pondération (en terme de contrôle),
- la maximisation de cette énergie sous contraintes (géométries possibles) en fonction des paramètres de taille et de position.

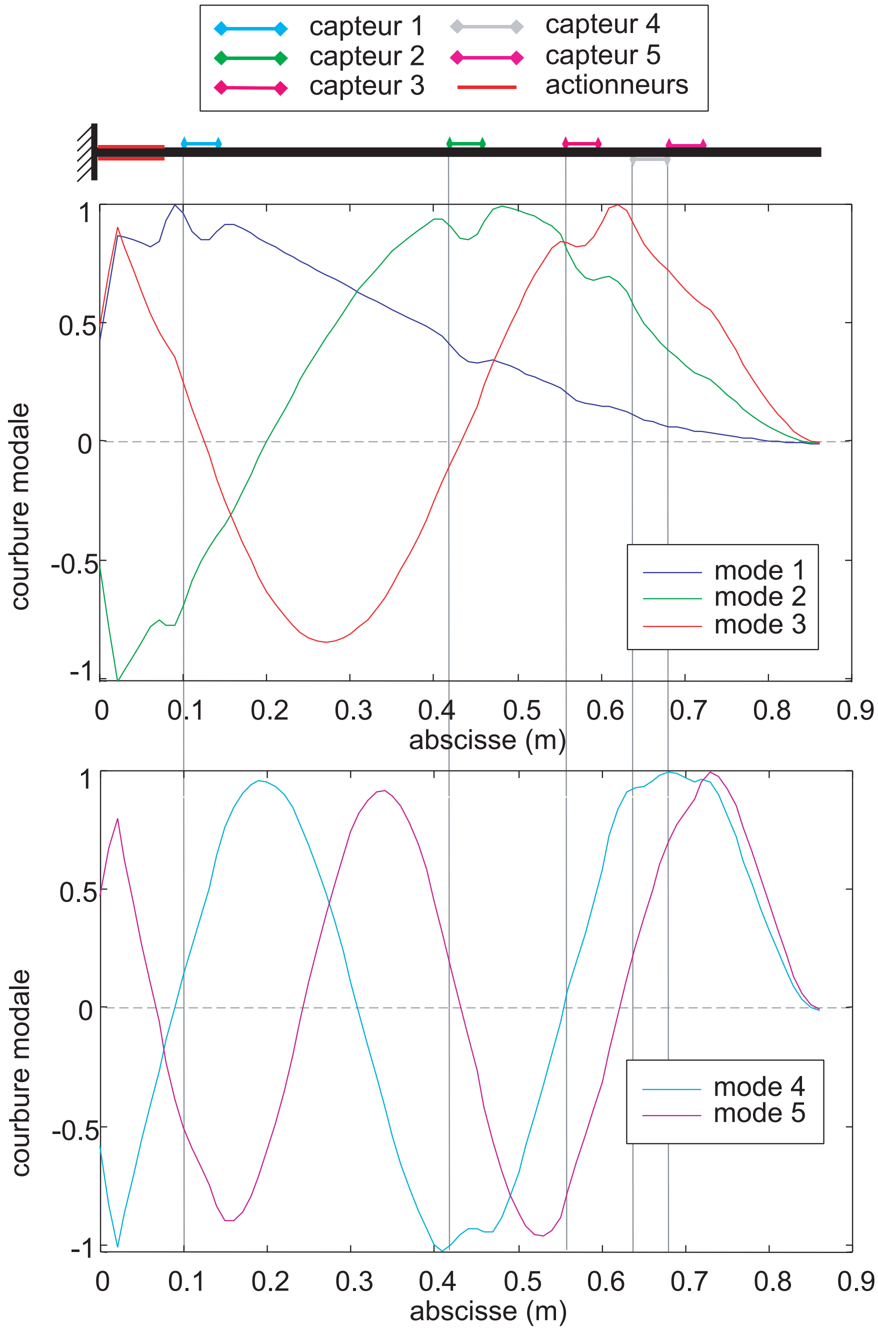


FIG. 1.21: Courbures modales pour les céramiques choisies

Conclusion

La méthode pour choisir les composants piézo-électriques été a présentée. Le matériau $PIC-151$ retenu est identique pour un actionneur ou un capteur. L'influence de la taille et de la position des céramiques actionneurs et capteurs a été discutée pour finalement priviliéger une épaisseur faible et des positions optimales. La pertinence de ces choix va être validée par l'étude expérimentale d'une poutre instrumenté d'un actionneur et de deux capteurs dans le paragraphe suivant.

1.3.3 Modélisation et identification d'une poutre encastrée-libre instrumentée

La structure expérimentale retenue est tout d'abord décrite ainsi que son instrumentation. Les constantes des équations de mouvement developpées au paragraphe 1.3.1 et de mesure nécessaire aux simulations sont calculées à partir d'un modéle éléments finis. Finalement, Ce modèle est recalé sur les 6 premiers modes de la bande fréquentielle 0-300 Hz et les simulations sont comparés aux résultats expérimentaux.

Description de la structure expérimentale instrumentée

La structure expérimentale, une poutre flexible 2 x 30 x 700 mm encastrée-libre est présentée Figure 1.22. Ses caractéristiques sont données Tableau 1.9.

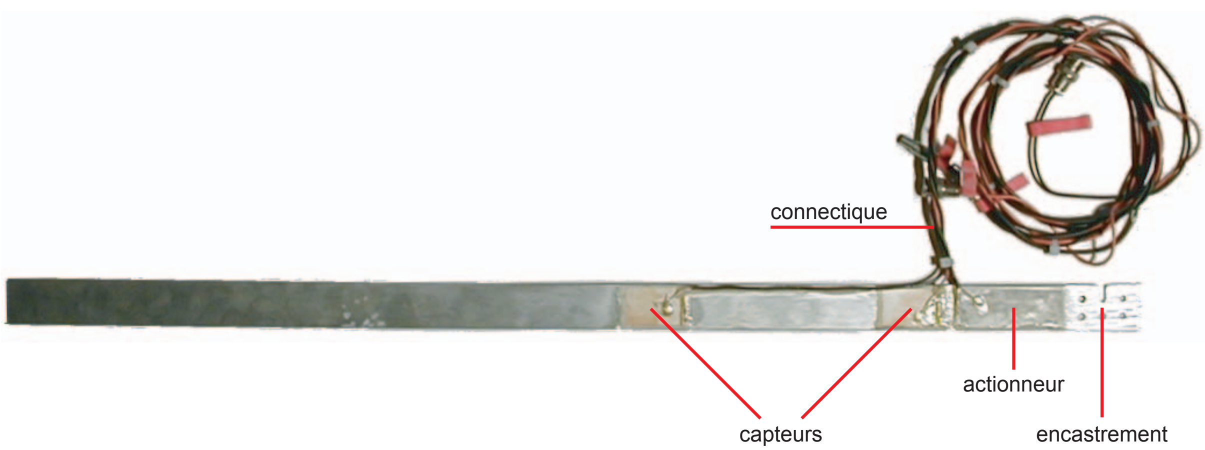


Fig. 1.22: Photographie de la poutre instrumentée

La poutre est instrumentée par 4 céramiques piézo-électriques en PIC-151 (PZT P7). Elles sont collées sur la poutre et constituent un actionneur bimorphe et deux capteurs de déformation. La colle utilisée est une Epotek T7110 non conductrice. Elle est particulièrement résistante au cisaillement et garantit que les déformations des céramiques sont transmises à la poutre dans de bonnes conditions et inversement.
Chaque céramique comporte une électrode en argent sur chaque face, Figure 1.23. Un fil est soudé sur chaque électrode par une colle conductrice. L'électrode de la face inférieure, en contact avec la poutre, est dite "retournée" pour permettre une connection facile.
Les deux céramiques constituant l'actionneur bimorphe sont reliées à deux amplificateurs haute tension (*-1000/0 Volt*) commandés par le même signal mais avec un inverseur de phase pour l'une des céramiques.

Paramètres	Valeurs	
Poutre : [*duralumin (AU4G)*]		
Longueur	715	mm
Largeur	30	mm
Epaisseur	2	mm
Module d'Young	69 000	MPa
Masse volumique	2 770	kg/m^3
Céramiques : [*PIC 151*]		
Longueur actionneur	70	mm
Longueur capteur	40	mm
Largeur	25	mm
Epaisseur	0.5	mm
Module d'Young	114 000	MPa
Masse volumique	7460	kg/m^3
Constante piézo-électrique (d_{31})	127.10^{-12}	m/V

Tab. 1.9: Caractéristiques de la poutre encastrée-libre instrumentée

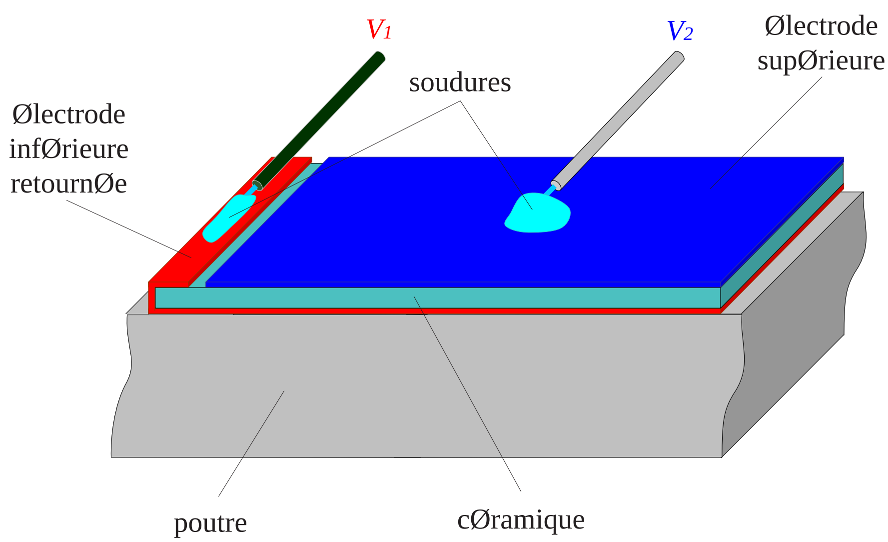


Fig. 1.23: Schéma de principe des électrodes sur les céramiques

Les électrodes inférieures collées sur la poutre sont maintenues à *0 Volt* pour des raisons de sécurité. Les électrodes supérieures sont portées au potentiel V_a de sortie des amplificateurs. Les actionneurs sont isolés électriquement par un vernis diélectrique par sécurité et pour éviter tout arc électrique entre les électrodes.

Les deux céramiques capteurs sont conditionnées par un amplificateur de charge construit spécifiquement du fait de la capacité importante des capteurs. La grande impédance en entrée d'un tel conditionneur permet d'avoir une tension mesurée au plus prés des charges créées par la déformation des céramiques piézo-électriques. Les capteurs sont aussi isolés électriquement par le même vernis afin de protégés les signaux mesurés.

Modélisation

Les caractéristiques des équations de mouvement et de mesure (1.62) sont calculées à partir d'un modèle composé de la poutre encastrée-libre et des céramiques piézo-électriques.
Ce modèle EF est tout d'abord explicité, puis une étude modale et une étude statique sont présentées. L'étude modale permet d'obtenir l'ensemble des caractéristiques (1.62) sauf le vecteur $\mathcal{A}_a$ d'action de l'actionneur bimorphe qui est obtenu à partir de l'étude statique.

Modèle EF

Afin de prendre en compte l'effet piézo-électrique des céramiques et d'avoir le même maillage de part et d'autre de l'interface poutre - céramiques, la structure complète est maillée en 3D par des éléments de brique à 8 nœuds (Figure 1.24). La colle réalisant l'interface n'est pas modélisée. Son influence sur les propriétés des capteurs / actionneur et sur l'amortissement sera introduite lors du recalage des propriétés de la structure.

La poutre est discrétisée par 43 éléments SOLID45 à 3 degrés de liberté (DDL) en translation par nœud. Les céramiques actionneurs et capteurs sont respectivement maillées par 4 et 3 éléments SOLID5 à 3 DDL en translation et 1 DDL de potentiel électrique pour chaque nœud.
Les déplacements des nœuds de la poutre situés à l'encastrement sont annulés. Les potentiels électriques de tous les nœuds de l'interface poutre - céramiques sont contraints à zéro. Les potentiels électriques des nœuds de chaque face externe des céramiques sont couplés pour tenir compte de l'uniformité du potentiel électrique dans les électrodes en argent.

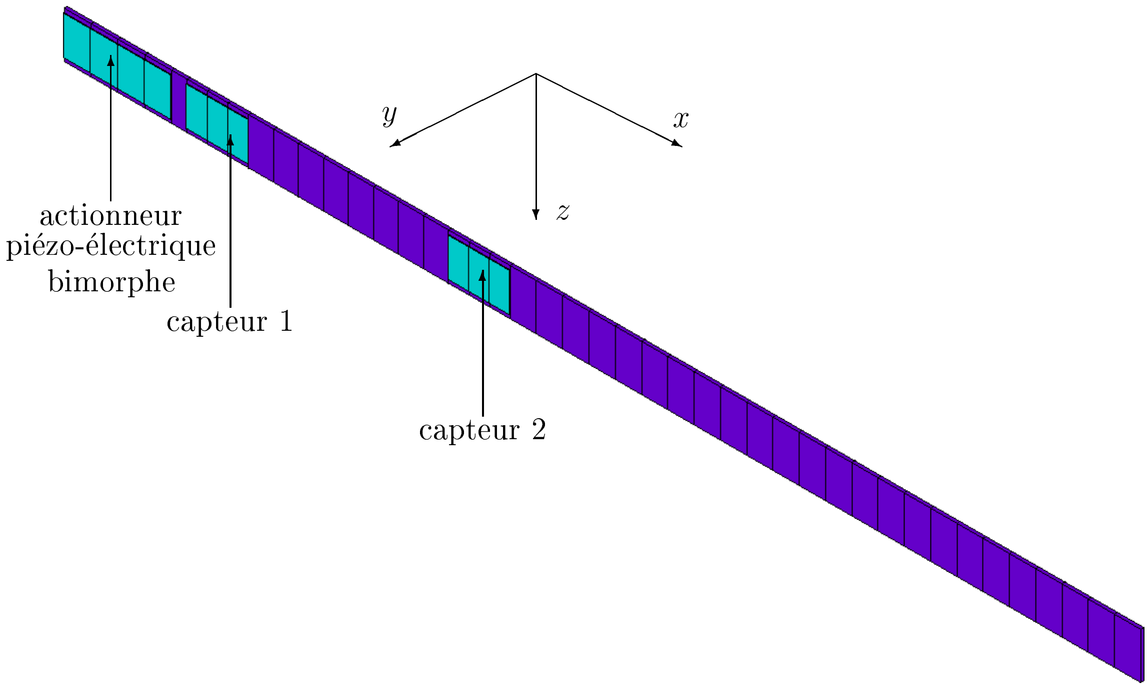


FIG. 1.24: Modèle éléments finis de la poutre encastrée-libre

Etude Modale

Les matrices de masse M, de raideur modale $\boldsymbol{K}_c$, des formes modales Φ, de sortie des capteurs C_c et le vecteur de position des nœuds $\boldsymbol{\gamma}$ sont obtenus à partir d'une étude modale par réduction. Le modèle est condensé sur 42 DDL maîtres de translation suivant y pour les noeuds d'une arête. Ceci permet de mailler en 3D la structure et en intégrant les actionneurs tout en gardant un modèle analytique 1D.

Le potentiel des céramiques actionneurs est fixé à zero Volt. Ceux des céramiques capteurs sont laissés libres afin de rendre compte de la rétroaction piézo-électrique (1.61).
La matrice de masse M correspond à la matrice de masse condensée sur les DDL maîtres. La matrice de raideur modale $\boldsymbol{K}_c$ contient le carré des pulsations propres. La matrice des formes modales Φ contient les modes propres associés à ces pulsations. La matrice de sortie des capteurs C_c contient les formes modales des potentiels électriques des capteurs. Le vecteur de position des nœuds $\boldsymbol{\gamma}$ correspond à l'emplacement des DDL maîtres le long de la poutre.

Etude statique

Le vecteur modal $\mathcal{A}_a$ d'activation de l'actionneur bimorphe est obtenu à partir d'une étude statique. Le potentiel des deux céramiques actionneurs est fixé respectivement à +1 Volt et -1 Volt. L'équilibre de la structure est obtenu à partir de (1.60) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}_c \boldsymbol{q}_a = \mathcal{A}_a & \text{(a)} \\ \delta_a = \Phi \boldsymbol{q}_a & \text{(b)} \end{cases} \tag{1.70}$$

Les participations modales $\boldsymbol{q}_a$ au déplacement statique δ_a, mesuré pour les DDL maîtres, sont calculées par projection de δ_a sur la base modale Φ :

$$\boldsymbol{q}_a = \left(\Phi^t \Phi\right)^{-1} \Phi^t \boldsymbol{\delta}_a \tag{1.71}$$

En réintroduisant (1.71) dans ($1.70_{\text{(a)}}$), le vecteur $\mathcal{A}_a$ d'action est obtenu :

$$\mathcal{A}_a = \boldsymbol{K}_c \left(\Phi^t \Phi\right)^{-1} \Phi^t \boldsymbol{\delta}_a \tag{1.72}$$

Recalage

Le modèle à recaler est tout d'abord introduit, puis les résultats expérimentaux servant de référence au recalage sont détaillés. Enfin, la procedure de recalage s'effectuant en trois étapes est explicitée.

Modèle à recaler

Le modèle développé dans la partie 1.3.1 est repris à partir de (1.62) :

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{q}} + \left[2\xi_i(2\pi f_i)\right] \dot{\boldsymbol{q}} + \left[(2\pi f_i)^2\right] \boldsymbol{q} = \mathcal{A}_a v_a \\ \boldsymbol{v}_c = \mathcal{C} \boldsymbol{q} \end{cases} \tag{1.73}$$

Une modélisation fine nécessite le recalage des paramètres f_i, ξ_i, $\mathcal{A}_a$, et $\mathcal{C}$ du modèle de la structure encastrée-libre à partir de mesures adéquates sur la poutre instrumentée. Le synoptique de ces mesures est présenté Figure 1.25 et elles sont explicitées dans le paragraphe ci-dessous.

Résultats expérimentaux

Les paramètres d'activation $\mathcal{A}_a$ et de mesure $\mathcal{C}$ ne peuvent pas être recalés simultanément. Une mesure supplémentaire du déplacement U_{ext} de l'extrémité de la poutre est alors introduite. Elle permet de recaler $\mathcal{A}_a$ seul :

$$U_{ext} = \Phi_{ext} \boldsymbol{q} \tag{1.74}$$

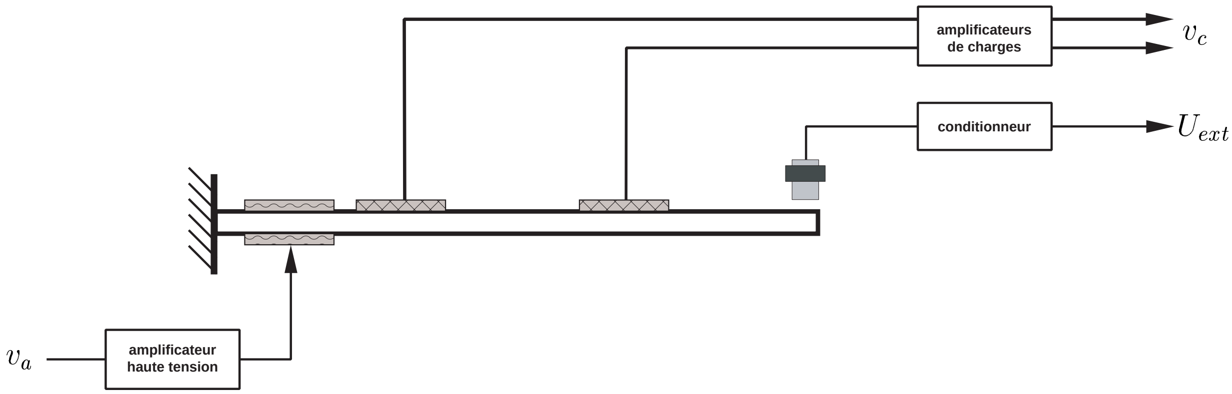


FIG. 1.25: Synoptique des mesures utilisées pour le recalage

Cette mesure est réalisée par un capteur à courant de Foucault. Un analyseur de spectre permet alors d'obtenir la réponse en fréquence entre le déplacement U_{ext}, les tensions des capteurs $\boldsymbol{v}_c$ et la tension v_a de commande envoyée à l'amplificateur haute tension.
Les diagrammes de Bode[2] expérimentaux associés à ces réponses en fréquences sont donnés Figure 1.26 pour la fonction de transfert de l'actionneur :

$$H_{ext}^* = \frac{U_{ext}}{v_a} \tag{1.75}$$

et Figure 1.28 pour celles des capteurs :

$$H_c^* = \frac{\boldsymbol{v}_c}{v_a} \tag{1.76}$$

Les fréquences f_i^* et les amortissements ξ_i^* identifiés expérimentalement sont donnés Tableau 1.10.

Première phase du recalage : Fréquences f_i

Les fréquences propres f_i de la poutre sont d'abord recalées dans le code de calcul ce qui permet d'obtenir une bonne approximation des formes modales calculées. La méthode choisie est une minimisation du critère quadratique E_{freq}, caractérisant l'erreur entre les fréquences simulées et mesurées :

$$E_{\text{freq}} = \sum_{i=1}^{6} \left(\frac{f_i - f_i^*}{f_i^*} \right)^2 \tag{1.77}$$

Les fréquences dépendent principalement des données géométriques et matérielles de la poutre dont le module d'Young du PIC151 et du duralumin, les positions des céramiques

[2]Les amplitudes exprimées en db seront toujours définies par $20 \log(\text{amplitude})$

et la longueur de la poutre. Ces dernières peuvent varier car la position exacte de l'encastrement est mal maîtrisé expérimentalement. De plus, le collage des céramiques ne permet pas de mesurer de façon précise leur position.
Les données matérielles et géométriques retenues servent de variables du design pour la minimisation de la fonction objectif E_{freq}. Les fréquences recalées sont données Tableau 1.10. Elles donnent une bonne approximation des formes modales, en particulier leur contribution Φ_{ext} au déplacement de l'extrémité.

Modes	Fréquences expérimentales f_i^* (*Hz*)	Fréquences recalées f_i (*Hz*)	Amortissements expérimentaux ξ_i^* (%)	Amortissements recalés ξ_i (%)
1	3.85	3.86	0.3	0.29
2	22.3	22.4	0.3	0.41
3	59.6	60.0	0.4	0.32
4	114	112	0.4	0.43
5	184	183	0.5	0.33
6	272	270	0.4	0.38

TAB. 1.10: Paramètres modaux

Deuxième phase du recalage : Vecteur d'activation $\mathcal{A}_a$ et amortissements modaux ξ_i

La réponse en fréquence H_{ext} est simulée et recalée en utilisant le logiciel MATLAB®. Le vecteur d'activation $\mathcal{A}_a$ de l'actionneur et les amortissements modaux ξ_i servent de variables du design pour la minimisation du critère quadratique E_{ext}, caractérisant l'erreur entre les réponses en fréquence simulée et mesurée pour les N_p pulsations p_i dans la bande *0-300Hz* :

$$E_{ext} = \sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{\log |H_{ext}(p_i)| - \log |H^*_{ext}(p_i)|}{\log |H^*_{ext}(p_i)|} \right)^2 \tag{1.78}$$

Les diagrammes de Bode des réponses en fréquence simulée H_{ext} et mesurée H^*_{ext} sont présentés Figure 1.26. Les amortissements recalés sont donnés Tableau 1.10 et le vecteur d'activation $\mathcal{A}_a$ tableau 1.11.
Le comportement piézo-électrique de l'actionneur est aussi testé en temporel par une commande quasi-statique (*un sinus à 0.1 Hz*). Le déplacement transverse de l'extrémité libre de la poutre est mesuré et tracé Figure 1.27 en fonction de la commande envoyée à l'amplificateur et pour différentes amplitudes de commande.

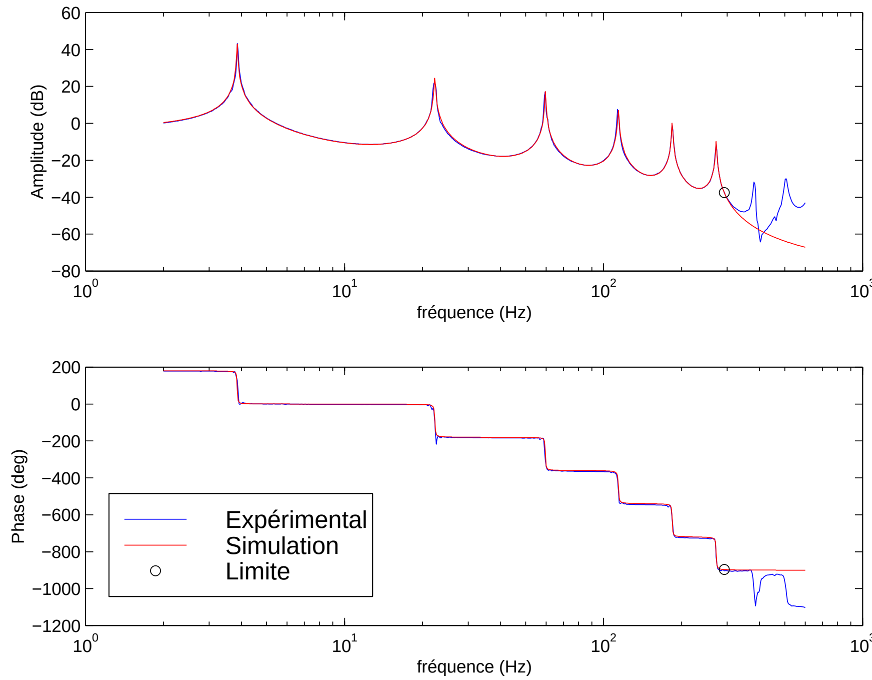


FIG. 1.26: Diagramme de Bode de la fonction de transfert entre le déplacement de l'extrémité de la poutre et la tension de commande

Modes	Vecteur d'activation $\mathcal{A}_a$ $(N.mm^{-1}.V^{-1})$	
	calculé	recalé
1	-1.21	-0.92
2	7.88	6.77
3	-22.7	-20.5
4	40.3	41.5
5	-52.3	-59.9
6	-56.0	-80.5

TAB. 1.11: Vecteur d'activation $\mathcal{A}_a$

Le comportement de la chaine d'action est globalement linéaire avec une légère hystérésis provenant du matériau piézo-électrique lui-même. Cette dernière reste faible ce qui explique la bonne adéquation entre le modèle linéaire proposé et les réponses fréquentielles mesurées (Figure 1.26).

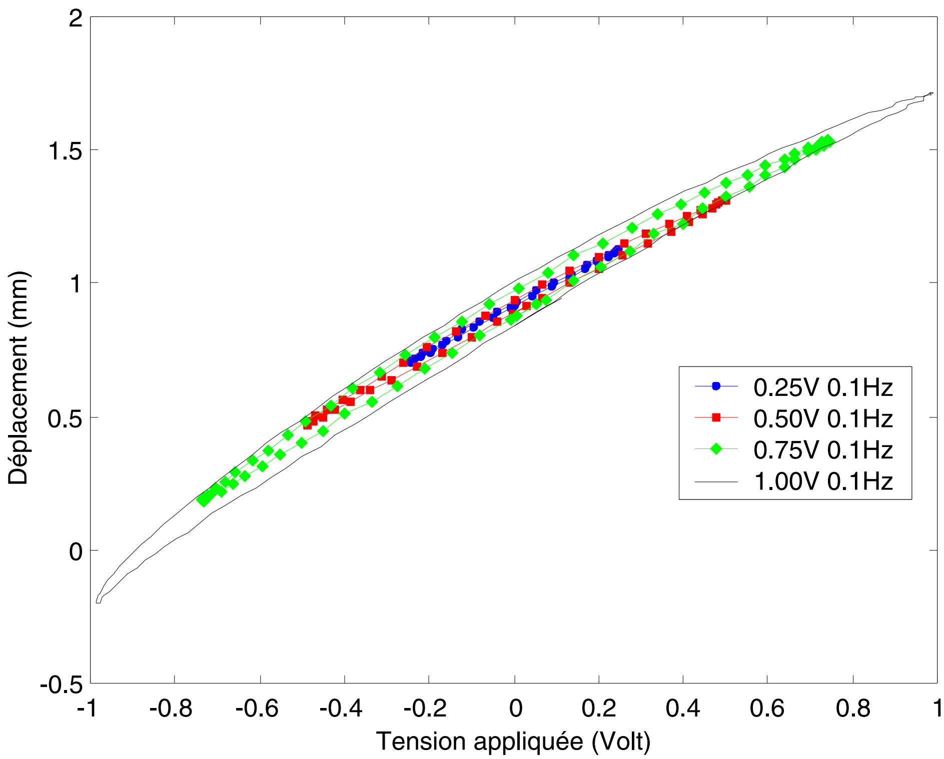


FIG. 1.27: Comportement temporel de l'actionneur piézo-électrique

Troisième phase du recalage : Matrice de mesure $\mathcal{C}$

La réponse en fréquence H_c est à son tour simulée et recalée pour chaque capteur. Chaque colonne de la matrice $\mathcal{C}$ des capteurs sert de variable du design pour chaque minimisation du critère quadratique E_c, caractérisant l'erreur entre la réponse en fréquence simulée et mesurée pour chaque capteur :

$$E_c = \sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{\log |H_c(p_i)| - \log |H_c^*(p_i)|}{\log |H_c^*(p_i)|} \right)^2 \tag{1.79}$$

Les diagrammes de Bode des réponses en fréquence simulées H_c et mesurées H_c^* sont présentés Figure 1.28. La matrice de mesure $\mathcal{C}$ est donnée Tableau 1.12.

Afin de valider le modèle et son recalage (uniquement fréquentiel), une réponse pour un échelon de 1 Volt sur la tension de commande de l'actionneur est simulée. La tension

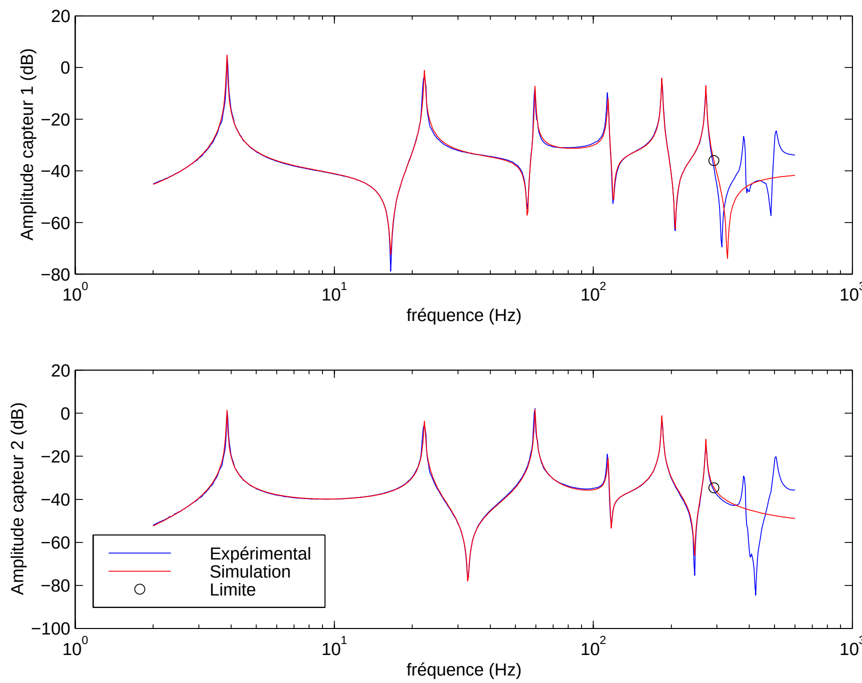


FIG. 1.28: Diagramme de Bode de la fonction de transfert entre les tensions des capteurs piézo-électriques et la tension de commande

Modes	Capteur 1 (*Volt*)	Capteur 2 (*Volt*)
1	67.1	45.6
2	-224	166
3	196	-551
4	269	-94.4
5	-1000	1410
6	-1230	680

TAB. 1.12: Matrice de mesure $\mathcal{C}$ des capteurs

délivrée par le capteur 1 est présentée Figure 1.29 pour la réponse simulée et mesurée sur la poutre.

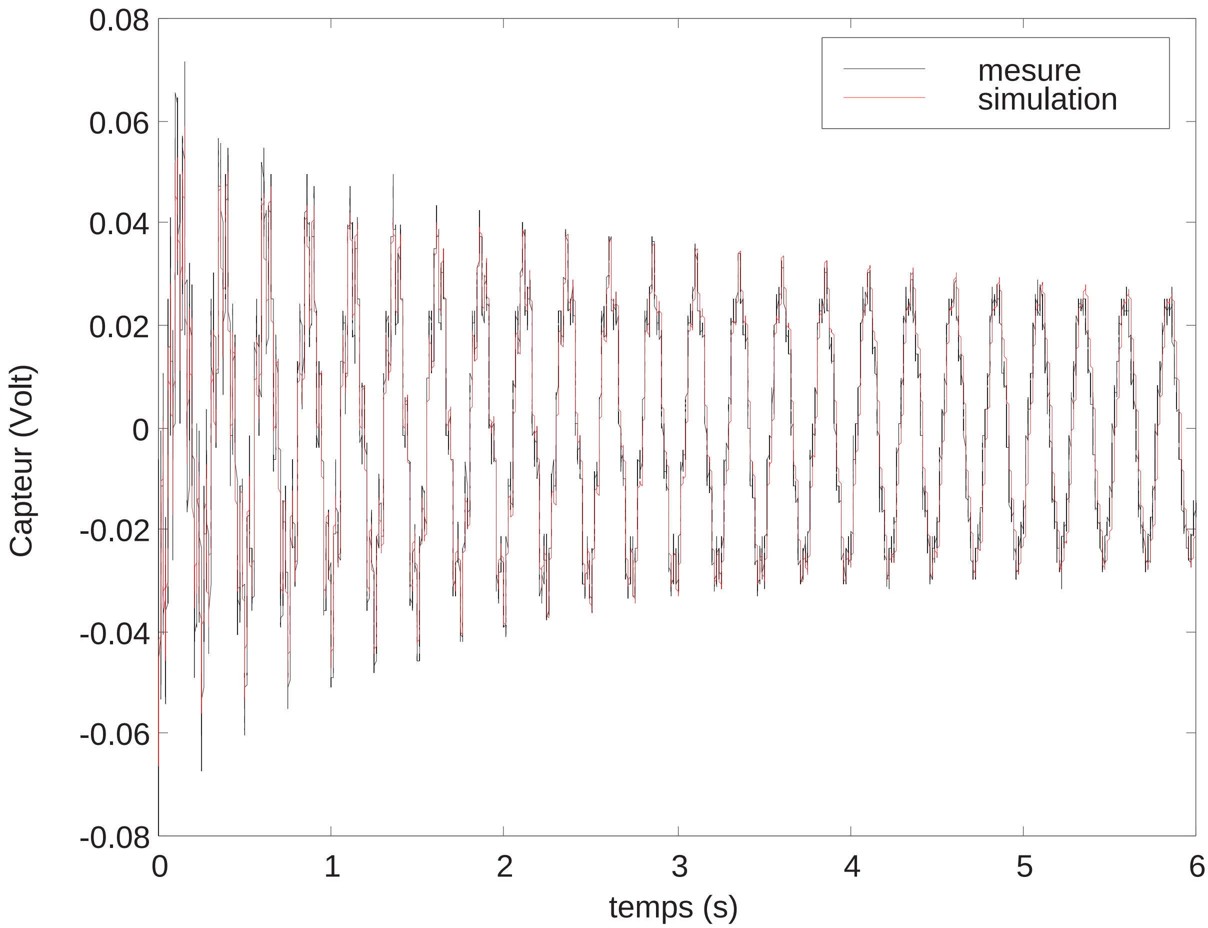


FIG. 1.29: Réponse non-contrôlée pour un échelon de 1 Volt

La simulation reflète fidèlement le comportement réel de la structure pour cette sollicitation temporelle. Le modèle recalé est donc précis et fiable.

Conclusion

Le modèle éléments finis mis en place et le recalage fin des paramètres expérimentaux permet au final une modélisation précise de la structure instrumentée. L'adéquation entre les résultats de la modélisation et de l'expérimentation permet d'étudier la structure en grands déplacements ainsi que son contrôle.

Chapitre 2

Modélisation du comportement dynamique de structures souples en grands déplacements

L'étude des structures souples intégrant des transducteurs piézo-électriques (cf. chapitre 1) ayant été réalisée, ce deuxième chapitre est consacré à la modélisation de structures en grands déplacements.
Pour cela, le couplage complet entre les mouvements de corps rigide et les déformations est modélisé. Il s'agit de prendre en compte l'influence des grands déplacements sur les vibrations et inversement, des vibrations sur les grands déplacements.
Tout d'abord, l'étude d'une structure rigide bi-articulée permet de mettre en valeur et de discuter des non-linéarités en présence, puis, le couplage complet entre le comportement dynamique et les grands déplacements est mis en évidence pour une poutre mono-articulée. Finalement, le modèle d'une structure souple bi-articulée est développé.

2.1 Non-linéarité induite sur la dynamique par des grands déplacements

La structure est choisie de façon à mettre en évidence l'influence forte des non-linéarités sur son comportement dynamique en boucle ouverte. Elle est constituée de deux poutres rigides homogènes articulées dans le plan $(A, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0)$ (Figure 2.1).

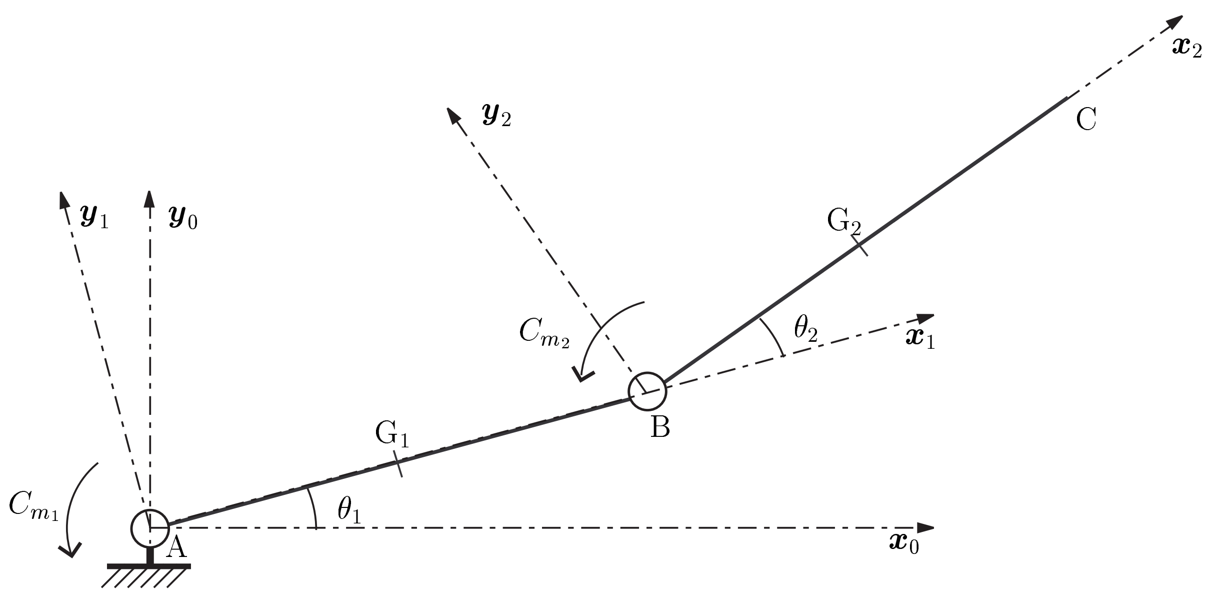


FIG. 2.1: Paramétrage de la structure articulée à deux poutres rigides

Les équations de mouvement de la structure sont tout d'abord obtenues, ensuite, une application numérique est réalisée pour mettre en évidence les différentes non-linéarités et quantifier leur influence sur la mise en place du contrôle des grands déplacements.

2.1.1 Modélisation de la structure à deux poutres rigides

La poutre S_1, de longueur L_1, de masse m_1 et d'inertie J_1 autour de $(G_1, \boldsymbol{z}_0)$ est articulée en A avec le bâti S_0 (cf. Figure 2.1). La poutre S_2, de longueur L_2, de masse m_2 et d'inertie J_2 autour de $(G_2, \boldsymbol{z}_0)$ est articulée en B avec la poutre S_1. Les centres d'inertie G_1 de S_1 et G_2 de S_2 sont situés au milieu de chaque poutre. Les rotations sont mesurées respectivement par les angles θ_1 et θ_2 et générées respectivement par les couples moteurs C_{m_1} et C_{m_2}.
Les mouvements se font donc tous le plan horizonttal $(A, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0)$. La gravité s'exerce suivant la verticale descendante $-\boldsymbol{z}_0$ et n'a ainsi pas d'influence sur ces mouvements. Le problème est donc modélisé dans le plan $(A, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0)$ du bras articulé.
Les équations différentielles du comportement dynamique de la structure constituée de deux poutres rigides (Figure 2.1) sont obtenues par application du principe de Hamilton. L'énergie cinétique et le travail de la structure sont tout d'abord calculés, puis le principe variationnel est appliqué.

Énergie cinétique

L'énergie cinétique de la structure s'écrit à partir des énergies cinétiques T_1 et T_2 de chaque poutre :

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}_1^0 \bar{\bar{\mathrm{I}}}(G_1, 1)\boldsymbol{\Omega}_1^0 + \frac{1}{2}\boldsymbol{V}_1^0(G_1)^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}_2^0 \bar{\bar{\mathrm{I}}}(G_2, 2)\boldsymbol{\Omega}_2^0 + \frac{1}{2}\boldsymbol{V}_2^0(G_2)^2 \qquad (2.1)$$

avec :

$\boldsymbol{V}_1^0(G_1)$	:	vecteur vitesse de S_1 par rapport à S_0 en G_1,
$\boldsymbol{V}_2^0(G_2)$	:	vecteur vitesse de S_2 par rapport à S_0 en G_2,
$\boldsymbol{\Omega}_1^0$	:	vecteur rotation de S_1 par rapport à S_0,
$\boldsymbol{\Omega}_2^0$	:	vecteur rotation de S_2 par rapport à S_0,
$\bar{\bar{\mathrm{I}}}(G_1, 1)$	:	opérateur d'inertie de S_1 en G_1,
$\bar{\bar{\mathrm{I}}}(G_2, 2)$	:	opérateur d'inertie de S_2 en G_2.

La vitesse $\boldsymbol{V}_1^0(G_1)$ du point G_1 de la poutre S_1 par rapport au galiléen $R_0\,(A, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0, \boldsymbol{z}_0)$:

$$\boldsymbol{V}_1^0(G_1) = \frac{L_1}{2}\dot{\theta}_1 \boldsymbol{y}_1 \qquad (2.2)$$

et vitesse $\boldsymbol{V}_2^0(G_2)$ du point G_2 de la poutre S_2 par rapport au galiléen R_0 :

$$V_2^0(G_2) = L_1\dot{\theta}_1\boldsymbol{y}_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\frac{L_2}{2}\boldsymbol{y}_2 \qquad (2.3)$$

sont introduites dans (2.1) :

$$\begin{aligned}
2T &= J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{m_1L_1^2}{4}\dot{\theta}_1^2 \\
&\quad + J_2(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 + m_2L_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{m_2L_2^2}{4}(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 + m_2L_1L_2\cos\theta_2\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2) \\
&= (I_1+m_2L_1^2)\dot{\theta}_1^2 + I_2(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 + m_2L_1L_2\cos\theta_2\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2) \qquad (2.4)
\end{aligned}$$

en posant :

$$\begin{aligned}
I_1 &= J_1 + \frac{m_1L_1^2}{4} \\
I_2 &= J_2 + \frac{m_2L_2^2}{4}
\end{aligned}$$

Travail

Le travail externe des moteurs s'écrit :

$$W_m = C_{m_1}\theta_1 + C_{m_2}\theta_2 \qquad (2.5)$$

Principe de Hamilton

Le principe de Hamilton (Cf. annexe B) est appliqué pour les rotations virtuelles $\delta\theta_1$ et $\delta\theta_2$ et donne les équations du mouvement couplées en rotation :

$$\begin{aligned}
I_{11}\ddot{\theta}_1 + I_{12}\ddot{\theta}_2 &= C_{m_1} + N_1 \qquad (2.6) \\
I_{21}\ddot{\theta}_1 + I_{22}\ddot{\theta}_2 &= C_{m_2} + N_2 \qquad (2.7)
\end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
I_{11} &= I_1 + I_2 + m_2L_1^2 + m_2L_1L_2\cos\theta_2 \qquad (2.8) \\
I_{12} &= I_2 + \frac{m_2L_1L_2}{2}\cos\theta_2 \qquad (2.9) \\
N_1 &= m_2L_1L_2\sin\theta_2\dot{\theta}_2(\dot{\theta}_1 + \frac{\dot{\theta}_2}{2}) \qquad (2.10) \\
I_{21} &= I_{12} \qquad (2.11) \\
I_{22} &= I_2 \qquad (2.12) \\
N_2 &= -\frac{m_2L_1L_2}{2}\dot{\theta}_1^2\sin\theta_2 \qquad (2.13) \\
& \qquad (2.14)
\end{aligned}$$

Les équations du comportement dynamique s'écrivent donc finalement :

$$\left\{\begin{array}{lcl}\ddot{\theta}_1 & = & \dfrac{I_{22}(C_{m_1}+N_1)-I_{12}(C_{m_2}+N_2)}{I_{11}I_{22}-I_{12}^2} \\ \ddot{\theta}_2 & = & \dfrac{I_{11}(C_{m_2}+N_2)-I_{12}(C_{m_1}+N_1)}{I_{11}I_{22}-I_{12}^2}\end{array}\right. \tag{2.15}$$

et peuvent se mettre sous la forme d'état non-linéaire :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} + \boldsymbol{P} \tag{2.16}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \ddot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0\\0&0\\B_{11}&B_{12}\\B_{21}&B_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_{m_1}\\ C_{m_2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\P_1\\P_2\end{bmatrix} \tag{2.17}$$

avec :

$$B_{11} = \frac{I_{22}}{I_{11}I_{22}-I_{12}^2} \tag{2.18}$$

$$B_{12} = \frac{-\,I_{12}}{I_{11}I_{22}-I_{12}^2} = B_{21} \tag{2.19}$$

$$B_{22} = \frac{I_{11}}{I_{11}I_{22}-I_{12}^2} \tag{2.20}$$

$$P_1 = \frac{I_{22}N_1 - I_{12}N_2}{I_{11}I_{22}-I_{12}^2} \tag{2.21}$$

$$P_2 = \frac{I_{11}N_2 - I_{12}N_1}{I_{11}I_{22}-I_{12}^2} \tag{2.22}$$

La matrice de commande B et le vecteur de perturbation $\boldsymbol{P}$ ne sont évidemment pas constants.

2.1.2 Mise en évidence des non-linéarités

La mise en équation de la structure bi-articulée fait apparaître les termes P_1 et P_2 non-linéaires qui n'agissent ni sur le comportement dynamique ni sur l'application de la commande. Ils agissent comme une perturbation extérieure du système d'état (2.17).
Ces termes sont cependant faibles pour de petites vitesses de rotation. Ils sont proportionnels aux carrés des vitesses de rotations et peuvent être interprétés comme des forces *"centrifuges"* par analogie avec une masse non-constante en rotation autour d'un point.

Paramètres	Valeurs	
poutre S_1 :		
longueur L_1	0,5	m
masse m_1	0,09	kg
inertie J_1	19.10^{-4}	$kg.m^2$
poutre S_2 :		
longueur L_2	0,5	m
masse m_2	0,09	kg
inertie J_2	19.10^{-4}	$kg.m^2$

Tab. 2.1: Caractéristiques des deux poutres rigides

Par contre, les termes B_{ij} de la matrice B d'application de la commande sont fortement non-linéaires et dépendent uniquement de l'angle θ_2. Les composantes de la matrice B sont représentées Figure 2.2 en fonction de θ_2 pour les données géométriques et cinétiques présentées Tableau 2.1. Les termes B_{ij} peuvent être interprétés comme termes d'inerties vues par les moteurs avec la même analogie que précédement. En effet, en fonction de l'angle entre les deux poutres, la distribution des masses dans la structure est différente et les inerties rapportées aux axes des moteurs sont donc différentes. Des couples moteurs identiques ont donc des effets différents sur l'évolution du système en fonction de la configuration de la structure.

Le comportement dynamique de la structure étant fortement non-linéaire notamment au niveau de l'application de la commande, un contrôle linéaire calculé pour une valeur de θ_2 présente des performances à priori dégradées lorsque l'état de la structure s'éloigne du point de linéarisation.

Les non-linéarités d'une structure en grands-déplacements ayant été montrées et discutées, le couplage entre le comportement dynamique les grands déplacements est étudié dans le paragraphe suivant.

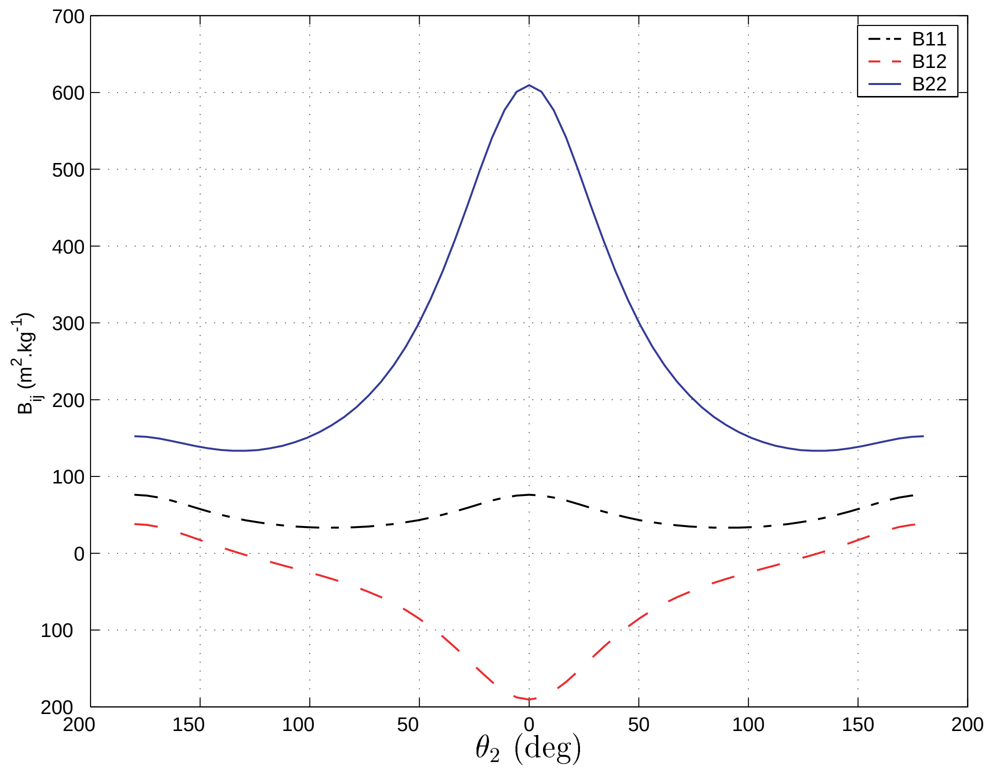


Fig. 2.2: Non-linéarités des coefficients de la matrice d'application de la commande

2.2 Couplage entre grands déplacements et comportement dynamique

Ce paragraphe concerne le couplage réciproque entre le comportement dynamique d'une structure souple et ses grands déplacements.
Le système étudié Figure 2.3 est composé d'une poutre et d'un motoréducteur électrique d'inertie I_0 autour de son axe de sortie. La poutre est encastrée sur cet axe à la distance r_0 de l'axe de rotation $(A, \vec{z}_0)$. Cette structure simple permet l'étude du couplage entre les modes flexibles et le mode rigide de la structure.
Les équations de mouvement de la structure sont obtenues, puis une application numérique est réalisée. Pour cela, le modèle est programmé dans le logiciel SIMULINK® et les résultats des simulations obtenues sont comparés à ceux de logiciels métiers (ADAMS® et ANSYS®).
Les notations utilisées aux paragraphes 1.3.3 et 2.1 sont reprises dans ce paragraphe.

2.2.1 Modélisation d'une poutre souple en rotation

Les équations différentielles du comportement dynamique de la structure (Figure 2.3), sont obtenues par application du principe de Hamilton. Successivement, l'énergie cinétique et le travail de la structure sont calculés, puis les différentes constantes sont approximées par la méthode des éléments finis.

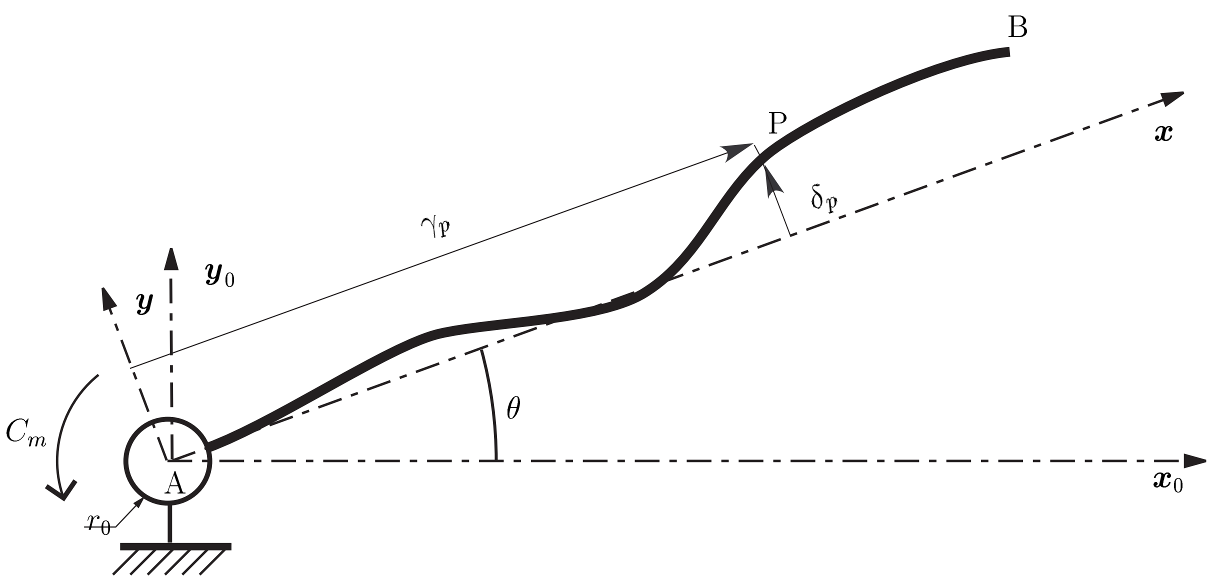


FIG. 2.3: Paramétrage de la structure souple articulée

Énergie cinétique

La vitesse du point P (Figure 2.3) de la poutre par rapport au galiléen $R_0\,(A, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0, \boldsymbol{z}_0)$ est calculée par dérivation de la position $\boldsymbol{r}_p$ dans la base tournante $R\,(A, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}_0)$. La position $\boldsymbol{r}_p$ de P est décomposable par son abscisse γ_p le long de la poutre, et le déplacement vibratoire transverse δ_p :

$$\boldsymbol{r}_p = \gamma_p \boldsymbol{x} + \delta_p \boldsymbol{y} \tag{2.23}$$

ce qui permet d'obtenir le carré de la vitesse du point P :

$$\dot{\boldsymbol{r}}_p^2 = \gamma_p^2 \dot{\theta}^2 + \delta_p^2 \dot{\theta}^2 + 2\gamma_p \dot{\delta}_p \dot{\theta} + \dot{\delta}_p^2 \tag{2.24}$$

Les déplacements transverses dus aux déformations de la poutre sont approximées par les participations modales établies sur la base conservative constituée des n premiers modes de la structure encastrée sur l'axe de rotation d'aprés (1.25), soit :

$$\delta_p = \Phi_p \boldsymbol{q} \tag{1.25}$$

d'où l'expression modale de la vitesse du point P (2.24) au carré :

$$\dot{\boldsymbol{r}}_p^2 = \gamma_p^2 \dot{\theta}^2 + \boldsymbol{q}^t \Phi_p^t \Phi_p \boldsymbol{q} \dot{\theta}^2 + 2\gamma_p \Phi_p \dot{\boldsymbol{q}} \dot{\theta} + \dot{\boldsymbol{q}}^t \Phi_p^t \Phi_p \dot{\boldsymbol{q}} \tag{2.25}$$

L'énergie cinétique en rotation concernant l'inertie équivalente I_0 du rotor du motoréducteur et de la poutre s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \int_{r_0}^{r_0+L} m_p \dot{\boldsymbol{r}}_p^2 d\gamma_p \tag{2.26}$$

À partir de (2.25) et (2.26) l'énergie cinétique s'écrit :

$$\begin{aligned} T \;=\; & \frac{1}{2}\left(I_0 + \int_{r_0}^{r_0+L} m_p \gamma_p^2 \, d\gamma_p\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t \left(\int_{r_0}^{r_0+L} m_p \Phi_p^t \Phi_p \, d\gamma_p\right)\boldsymbol{q}\dot{\theta}^2 \\ & + \left(\int_{r_0}^{r_0+L} m_p \gamma_p \Phi_p \, d\gamma_p\right)\dot{\boldsymbol{q}}\dot{\theta} + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^t \left(\int_{r_0}^{r_0+L} m_p \Phi_p^t \Phi_p \, d\gamma_p\right)\dot{\boldsymbol{q}} \end{aligned} \tag{2.27}$$

Travail

Le travail mécanique interne W_s de la structure est calculé à partir des déformations et des contraintes :

$$W_s = -\frac{1}{2} \int_{P \in S} \boldsymbol{s}^t \boldsymbol{\sigma} d\tau(P) \tag{2.28}$$

En introduisant l'équation de comportement de la poutre souple :

$$\boldsymbol{\sigma} = Y\boldsymbol{s} \tag{2.29}$$

ce travail s'écrit :

$$W_s = -\frac{1}{2}\int_{P\in S} \boldsymbol{s}^t Y \boldsymbol{s}\, d\tau(P) \tag{2.30}$$

Les déformations s'expriment à partir des n participations modales d'aprés (1.29) :

$$\boldsymbol{s} = H\boldsymbol{q}$$

d'où :

$$W_s = -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t \left(\int_{P\in S} H^t Y H\, d\tau(P)\right)\boldsymbol{q} \tag{2.31}$$

Le travail externe W_m du moteur s'écrit :

$$W_m = C_m\theta \tag{2.32}$$

d'où le travail total :

$$\begin{aligned} W &= W_s + W_m \\ &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t \left(\int_{P\in S} H^t Y H\, d\tau(P)\right)\boldsymbol{q} + C_m\theta \end{aligned} \tag{2.33}$$

Discrétisation EF

La structure est discrétisée par la méthode des éléments finis. Puis, le modèle est condensé sur N nœuds maîtres le long de la fibre neutre de la poutre. Ceci permet de mailler en 3D la structure pour intégrer éventuellement les actionneurs et les capteurs piézo-électriques tout en gardant un modèle analytique 1D.
L'abscisse du point P se construit par interpolation à partir de la position des nœuds maîtres à l'aide de la matrice d'interpolation N_p (cf. équation (1.36)) :

$$\gamma_p = N_p\boldsymbol{\gamma} \tag{2.34}$$

En introduisant (1.38) et (2.34), l'énergie cinétique (2.27) devient :

$$T = \frac{1}{2}\left(I_0 + \boldsymbol{\gamma}^t M\boldsymbol{\gamma}\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t\Phi^t M\Phi\boldsymbol{q}\dot{\theta}^2 + \boldsymbol{\gamma}^t M\Phi\dot{\boldsymbol{q}}\dot{\theta} + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^t\Phi^t M\Phi\dot{\boldsymbol{q}} \tag{2.35}$$

avec la matrice de masse condensée sur les nœuds maîtres :

$$M = \int_{r_0}^{r_0+L} m_p N_p^t N_p \, d\gamma_p \tag{2.36}$$

et le travail total (2.33) aprés introduction de (1.42) devient :

$$W = -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t \Phi^t K \Phi \boldsymbol{q} + C_m \theta \tag{2.37}$$

avec la matrice de raideur condensée sur les nœuds maîtres :

$$K = \int_{P\in S} B_s^t Y B_s \, d\tau(P) \tag{2.38}$$

Principe de Hamilton

Le principe de Hamilton (Cf. annexe B) est appliqué pour une rotation virtuelle $\delta\theta$ et des participations modales en déplacement virtuelles δq_i. Les équations du mouvement, couplées pour la rotation et les déformations, sont alors obtenues :

$$\left(J + \boldsymbol{q}^t \boldsymbol{M} \boldsymbol{q}\right) \ddot{\theta} + 2\boldsymbol{q}^t \boldsymbol{M} \dot{\boldsymbol{q}} \dot{\theta} + \boldsymbol{g}^t \ddot{\boldsymbol{q}} = C_m \tag{2.39}$$

$$\boldsymbol{g}\ddot{\theta} + \boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \left(\boldsymbol{K} - \boldsymbol{M}\dot{\theta}^2\right) \boldsymbol{q} = 0 \tag{2.40}$$

avec l'inertie de la structure :

$$J = I_0 + \boldsymbol{\gamma}^t M \boldsymbol{\gamma} \tag{2.41}$$

le vecteur de couplage inertiel entre vibration et rotation :

$$\boldsymbol{g} = \Phi^t M \boldsymbol{\gamma} \tag{2.42}$$

la matrice de masse modale servant à normer les modes :

$$\boldsymbol{M} = \Phi^t M \Phi = I_n \tag{2.43}$$

et la matrice diagonale de raideur modale :

$$\boldsymbol{K} = \Phi^t K \Phi \qquad \text{avec} \qquad K_i = \omega_i^2 \tag{2.44}$$

Les dissipations d'énergie dans la structure articulée sont introduites sous forme d'amortissement visqueux pour l'articulation et la poutre souple. Dans le cas d'une structure faiblement amortie avec des modes suffisamment découplés, l'introduction d'une matrice diagonale C_a contenant les amortissements visqueux modaux :

$$C_i = 2\xi_i \omega_i \tag{2.45}$$

dans (2.40) permet de tenir compte des dissipations dues à la structure :

$$\boldsymbol{g}\ddot{\theta} + \ddot{\boldsymbol{q}} + C_a\dot{\boldsymbol{q}} + \left(\boldsymbol{K} - I_n\dot{\theta}^2\right)\boldsymbol{q} = 0 \tag{2.46}$$

Les frottements visqueux c de l'articulation sont pris en compte dans (2.39) par :

$$\left(J + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{M}q\right)\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + 2\boldsymbol{q}^t\dot{\boldsymbol{q}}\dot{\theta} + \boldsymbol{g}^t\ddot{\boldsymbol{q}} = C_m \tag{2.47}$$

Les équations de comportement dynamique de la structure (2.46) et (2.47) s'écrivent finalement après inversion :

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \dfrac{C_m - c\dot{\theta} + \boldsymbol{g}^t C_a\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}^t\left(\boldsymbol{K}_c - I_n\dot{\theta}^2\right)\boldsymbol{q} - 2\boldsymbol{q}^t\dot{\boldsymbol{q}}\dot{\theta}}{J + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{q} - \boldsymbol{g}^t\boldsymbol{g}} & (a) \\ \ddot{\boldsymbol{q}} = \left(I_n + \dfrac{\boldsymbol{g}\boldsymbol{g}^t}{J + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{q} - \boldsymbol{g}^t\boldsymbol{g}}\right)\left\{-C_a\dot{\boldsymbol{q}} - \left(\boldsymbol{K}_c - I_n\dot{\theta}^2\right)\boldsymbol{q}\right\} + \boldsymbol{g}\dfrac{2\boldsymbol{q}^t\dot{\boldsymbol{q}}\dot{\theta} - C_m + c\dot{\theta}}{J + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{q} - \boldsymbol{g}^t\boldsymbol{g}} & (b) \end{cases} \tag{2.48}$$

2.2.2 Mise en évidence du couplage par simulations

Afin de tester la modélisation développée, nécessaire pour réaliser les simulations du contrôle présentées au chapitre suivant, trois modèles différents de la poutre en rotation sont programmés. Les comportements dynamiques de la structure simulés par ces modèles sont alors comparés. Les caractéristiques de la structure utilisées sont données Tableau 2.2.

Le premier modèle est issu des équations de mouvement (2.48) développées dans cette étude et programmées sous SIMULINK®. Le deuxième est une discrétisation de la poutre appuyée-libre par la méthode des éléments finis dans le code de calcul ANSYS®. Le dernier est basé sur l'importation d'un modèle EF dans le logiciel de simulation dynamique ADAMS®.

Les résultats dans les domaines fréquentiels pour les trois modèles d'une part, puis les résultats temporels concernant le premier modèle et le dernier sont comparés et analysés.

Premier modèle

Les équations de mouvement (2.48) sont programmées grâce à une *S-fonction* programmée en langage C. Le programme obtenu permet les simulations temporelles présentées Figure 2.5. Comme dans l'étude du comportement dynamique d'une poutre souple encastrée (paragraphe 1.3.3), les différentes constantes sont alimentées par un modèle EF de la poutre. Aprés linéarisation du modèle, les fréquences propres de la poutre en rotation sont obtenues.

Paramètres	Valeurs	
Longueur L	860	mm
Épaisseur e	4	mm
Largeur b	20	mm
Masse volumique ρ	7800	kg.m^{-3}
Module d'Young Y	2.10^5	MPa
Fréquences encastrée-libre		
mode 1	4.52	Hz
mode 2	23.3	Hz
mode 3	79.3	Hz
mode 4	155	Hz
mode 5	257	Hz

TAB. 2.2: Caractéristiques de la poutre articulée

Deuxième modèle

La discrétisation de la poutre est réalisée dans le code de calcul en prenant pour conditions limites appuyée-libre. La libération de l'encastrement permet de simuler la rotation de la poutre. Une étude modale permet alors d'obtenir les fréquences propres de la structure articulée. Les simulations temporelles ne sont pas obtenues par ce modèle.

Troisième modèle

Le logiciel ADAMS® permet la simulation numérique temporelle de systèmes dynamiques complexes. Il simule principalement le comportement dynamique des corps rigides mais peut aussi modéliser le comportement de corps flexibles en intégrant des modèles EF réalisés par d'autres logiciels.
Un modèle EF réalisé dans le code de calcul avec les conditions encastrée-libre est intégré, puis est articulé à une de ses extrémitées pour modéliser la structure articulée. Les simulations temporelles présentées Figure 2.5 sont alors obtenues et une linéarisation donne les fréquences propres de la poutre en rotation.

Étude fréquentielle

Les fréquences propres obtenues pour chacun des trois modèles sont comparées tout en faisant évoluer le nombre de modes pris en compte pour la base modale intégrée au modèle 1 ou au modèle 3. Le Tableau (2.3) regroupe les différentes fréquences propres calculées.

Fréquences (Hz)	Nombre de modes de la base importée 1	2	3	4	5	**Modèle 2**	Modes
Modèle 1	0	0	0	0	0	**0**	solide
Modèle 3	0	0	0	0	0		
Modèle 1	26.5	19.9	19.9	19.9	19.9	**19.9**	flexible 1
Modèle 3	26.7	19.9	19.9	19.9	19.9		
Modèle 1		96.6	64.8	64.6	64.6	**64.4**	flexible 2
Modèle 3		97.2	64.6	64.4	64.4		
Modèle 1			215	136	135	**134**	flexible 3
Modèle 3			216	135	135		
Modèle 1				386	233	**230**	flexible 4
Modèle 3				385	231		
Modèle 1					607	**351**	flexible 5
Modèle 3					607		

TAB. 2.3: Comparaison des fréquences propres de la poutre articulée

La différence de fréquences propres entre la base importée (encastrée-libre) et la poutre en rotation (articulée-libre) s'interprète physiquement par le changement de conditions aux limites comme le montre les résultats du modèle 2. En effet, l'équation de mouvement (2.48 b) montre que le terme de raideur est modifié par les grands déplacements. Lorsque les termes non-linéaires sont négligés, la matrice de raideur de la poutre articulée devient :

$$\boldsymbol{K}_{\text{articulé}} = \left(I_n + \frac{\boldsymbol{g}\boldsymbol{g}^t}{J + \boldsymbol{g}^t\boldsymbol{g}} \right) \boldsymbol{K}_c \tag{2.49}$$

La modification dépend du terme :

$$\frac{\boldsymbol{g}\boldsymbol{g}^t}{J + \boldsymbol{g}^t\boldsymbol{g}}$$

donc de l'inertie en rotation de la poutre et du terme $\boldsymbol{g}$ de couplage entre les vibrations et la rotation. Ce dernier terme dépend du nombre de modes de la base encastrée-libre pris en compte.

Les fréquences de la structure en rotation sont donc fonction du nombre de modes de la base modale importée aussi bien pour le modèle 1 que pour le modèle 3.

Par exemple, pour 3 modes importés, le mode solide et les deux premiers modes flexibles ont des fréquences proches de celles attendues alors que le mode flexible 3 avec 215 Hz

est loin des 134 Hz attendus.
Le dernier mode calculé (ici le mode flexible 5) est donc entaché d'erreur pour le modèle 1 comme pour le modèle 3. Cette erreur sera très limitée car le mode 5 est le plus amorti. A part la simulation de ce dernier mode, le modèle 1 développé dans ce travail et le modèle 3 programmé dans ADAMS® sont satisfaisants. Le calcul des fréquences propres de la structure en grands déplacements est exacte dés que la base encastrée-libre importée comporte un mode de plus que de modes flexibles à calculer.

Étude temporelle

L'étude des fréquences propres est complétée par une comparaison des réponses temporelles des modèles 1 et 3 afin de tester l'application d'un couple moteur non validée dans l'étude fréquentielle (qui ne teste que la dynamique propre à la structure).
La structure, initialement au repos, est soumise à un couple de 1 Nm à l'articulation. La Figure 2.4 représente l'évolution de l'angle θ et la Figure 2.5 celle des déplacements de l'extrémité libre de la poutre.

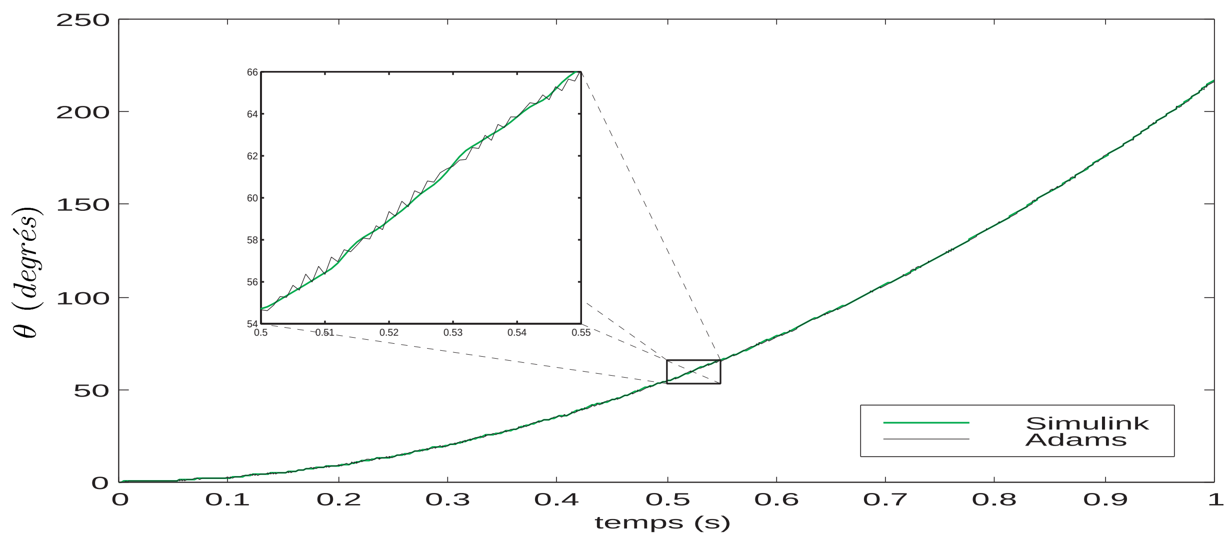


Fig. 2.4: Rotation de la poutre en fonction du logiciel utilisé

Les rotations obtenus par les modèles 1 et 3 sont quasiment indentiques. Pour les déplacements de l'extrémité de la poutre, le comportement global est retrouvé par les deux logiciels. Seul les plus hautes fréquences ont un amortissement différent. Cet amortissement supérieur pour le modèle 3 est dû à un pas de simulation trop important. En diminuant le pas de calcul, les différences disparaissent mais les temps de calculs deviennent prohibitifs.

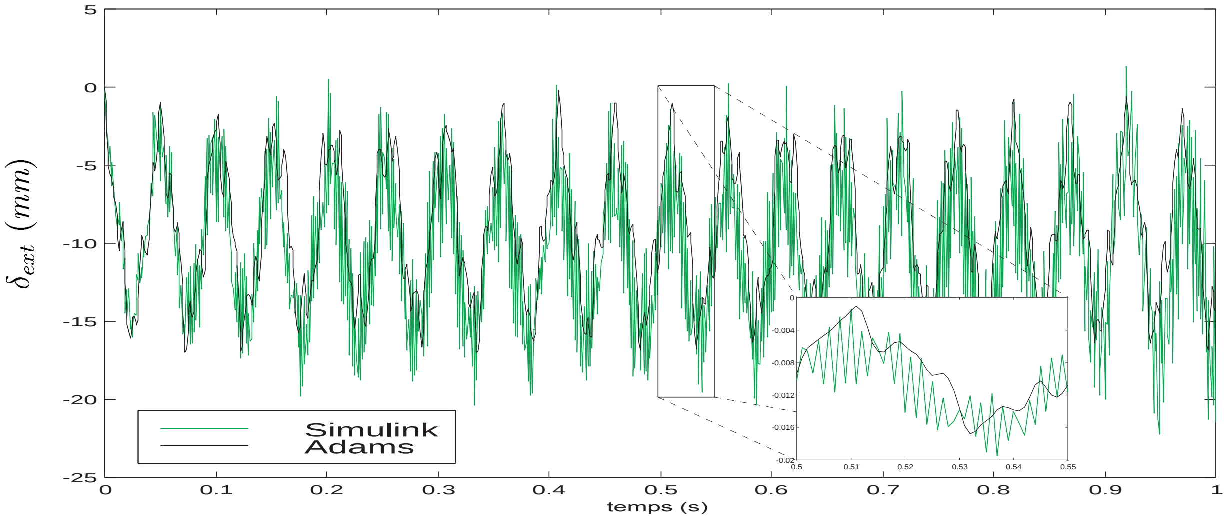


FIG. 2.5: Déplacement en bout de poutre en fonction du logiciel utilisé

L'influence des grands déplacements sur le comportement dynamique est donc mis en évidence par la modification des fréquences propres de la poutre articulée et par les vibrations engendrées par un couple moteur autour de l'articulation.
Les oscillations de la rotation (dans l'encart Figure 2.4) sont dues à l'influence des vibrations de la poutre sur sa rotation.

Le couplage réciproque entre les grands déplacements et le comportement dynamique est donc pris en compte de façon satisfaisante par le modèle développé dans cette étude. Les différents résultats simulés montrent un bon accord avec ceux issus des logiciels métier utilisés. La démarche est alors appliquée à une structure souple bi-articulée au paragraphe suivant.

2.3 Structure souple en grands déplacements

La modélisation présentée au paragraphe précédent est maintenant appliquée à une structure souple bi-articulée. Cette application permet d'étudier une structure intégrant à la fois des non-linéaritées fortes et un couplage entre grands déplacements et vibrations.
La structure étudiée est choisie de façon à mettre en évidence une influence forte des non-linéarités sur son comportement dynamique comme pour la poutre rigide bi-articulée (paragraphe 2.1), mais également un fort couplage entre les modes flexibles et les modes de corps rigide.
La structure retenue, schématisée Figure 2.6, est bi-articulée. Elle est composée d'une première poutre S_1 rigide. L'une de ses extrémités est articulée au chassis en A et l'autre avec une deuxième poutre souple en B. Les rotations sont pilotées par des moteurs.

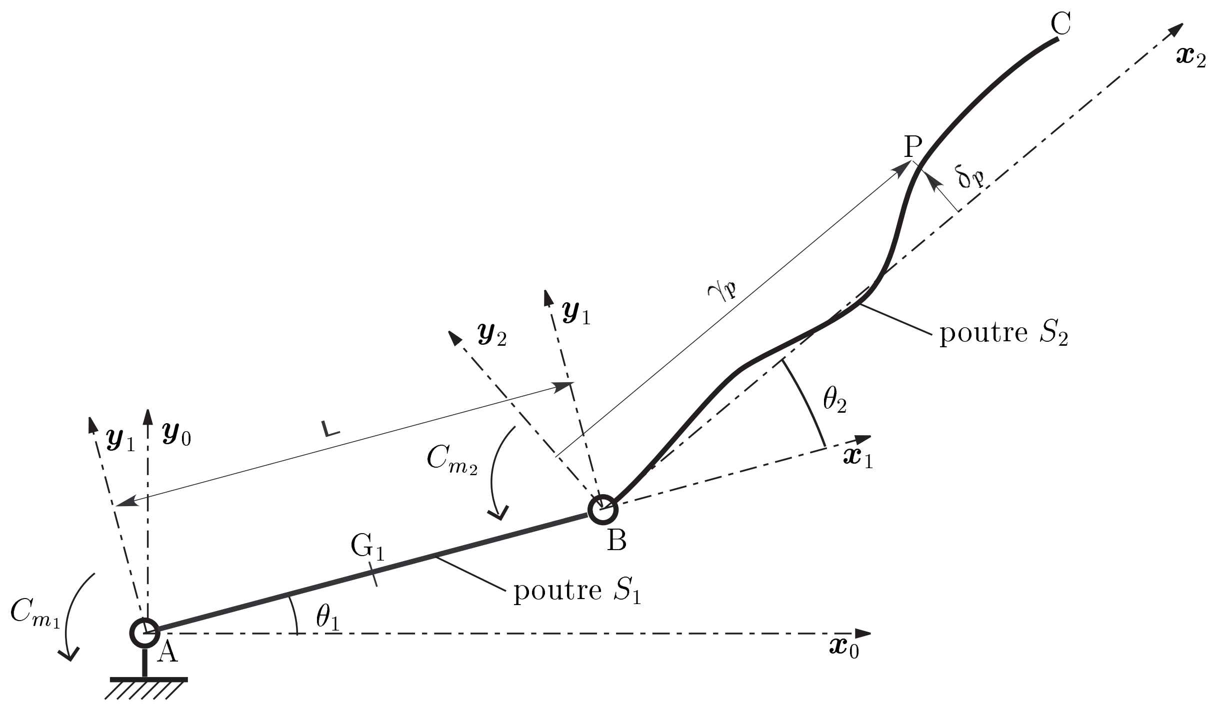


FIG. 2.6: Paramétrage de la structure bi-articulée

Les équations de mouvement de cette structure sont développées puis la validation du modèle obtenu est réalisée selon le même plan que celui suivi au paragraphe précédent.

2.3.1 Modélisation de la structure

Les équations différentielles du comportement dynamique de la structure constituée d'une poutre rigide S_1 et d'une poutre souple S_2, monodimensionnelle rectiligne (Figure 2.6), sont obtenues par application du principe de Hamilton. L'énergie cinétique et le travail de la structure sont d'abord calculés, puis les différentes constantes sont approximées à partir d'un modéle éléments finis.

Énergie cinétique

L'énergie cinétique de la structure s'écrit :

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} m_p \dot{\boldsymbol{r}}_p^2 d\gamma_p \tag{2.50}$$

avec T_1 l'énergie cinétique de la poutre S_1 et T_2 celle de la poutre S_2.
La vitesse d'un point P de la poutre S_2 par rapport au galiléen $R_0\,(A, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0, \boldsymbol{z}_0)$ est calculée par dérivation de la position dans la base tournante $R_2\,(B, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{y}_2, \boldsymbol{z}_0)$. Cette position est approximée par son abscisse le long de la poutre S_2 et le déplacement transverse :

$$\boldsymbol{r}_p = \boldsymbol{AB} + \boldsymbol{BP} = L_1 \boldsymbol{x}_1 + \gamma_p \boldsymbol{x}_2 + \delta_p \boldsymbol{y}_2 \tag{2.51}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{r}}_p^2 &= \left[L_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 - \delta_p (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \right]^2 + \left[\gamma_p (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \dot{\delta}_p + L_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \right]^2 \\ &= L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \delta_p^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \gamma_p^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \dot{\delta}_p^2 - 2 L_1 \delta_p \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 \\ &\quad + 2 \gamma_p \dot{\delta}_p (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + 2 L_1 \gamma_p \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + 2 L_1 \dot{\delta}_p \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \end{aligned} \tag{2.52}$$

L'expression des vibrations est réduite aux participations modales établies sur la base conservative constituée des n premiers modes de la poutre S_2 encastrée suivant l'axe de rotation $(B, \boldsymbol{z}_0)$ d'aprés (1.25) et par les formes modales correspondantes :

$$\delta_p = \Phi_p \boldsymbol{q} \tag{1.25}$$

d'où l'expression modale du carré de la vitesse (2.52) :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{r}}_p^2 &= L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \boldsymbol{q}^t \Phi_p^t \Phi_p \boldsymbol{q} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \gamma_p^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \dot{\boldsymbol{q}}^t \Phi_p^t \Phi_p \dot{\boldsymbol{q}} - 2 L_1 \Phi_p \boldsymbol{q} \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 \\ &\quad + 2 \gamma_p \Phi_p \dot{\boldsymbol{q}} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + 2 L_1 \gamma_p \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + 2 L_1 \Phi_p \dot{\boldsymbol{q}} \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \end{aligned} \tag{2.53}$$

et donc l'expression détaillée de l'énergie cinétique (2.50) :

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} L_1^2 \left(\int_0^{L_2} m_p d\gamma_p \right) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{q}^t \left(\int_0^{L_2} m_p \Phi_p^t \Phi_p d\gamma_p \right) \boldsymbol{q} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\int_0^{L_2} m_p \gamma_p^2 d\gamma_p \right) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^t \left(\int_0^{L_2} m_p \Phi_p^t \Phi_p d\gamma_p \right) \dot{\boldsymbol{q}} \\ &\quad - L_1 \left(\int_0^{L_2} m_p \Phi_p d\gamma_p \right) \boldsymbol{q} \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 + \left(\int_0^{L_2} m_p \gamma_p \Phi_p d\gamma_p \right) \dot{\boldsymbol{q}} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ &\quad + L_1 \left(\int_0^{L_2} m_p \gamma_p d\gamma_p \right) \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + L_1 \left(\int_0^{L_2} m_p \Phi_p d\gamma_p \right) \dot{\boldsymbol{q}} \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \end{aligned} \tag{2.54}$$

Travail

La somme du travail mécanique interne W_s de la poutre S_2 et du travail externe W_m des moteurs est donné par (2.31) et par (2.5), d'où le travail total W de la structure par sommation :

$$\begin{aligned} W &= W_s + W_m \\ &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t\left(\int_{P\in S_2} H^t Y H \, d\tau(P)\right)\boldsymbol{q} + C_{m_1}\theta_1 + C_{m_2}\theta_2 \end{aligned} \tag{2.55}$$

Discrétisation

Dans ce paragraphe, le modèle éléments finis de la poutre S_2 est condensé sur N nœuds maîtres le long de la fibre neutre. Ceci permet de mailler en 3D la structure, éventuellement en intégrant les actionneurs et les capteurs, tout en gardant un modèle analytique 1D.

La longueur L_1 est tout d'abord discrétisée. Elle peut alors se mettre sous la forme :

$$L_1 = N_p\underbrace{[L_1\, L_1\, \cdots\, L_1\, L_1]}_{N \text{ fois}}{}^t = N_p\boldsymbol{L}_1 \tag{2.56}$$

L'énergie cinétique (2.54) obtenue à partir de la discrétisation (2.56) et (2.34), (1.38) s'écrit :

$$\begin{aligned} T = {} & \frac{1}{2}(I_1 + m_2 L_1^2)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}(I_2 + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{q})(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^t\dot{\boldsymbol{q}} \\ & + \boldsymbol{L}_1^t M(\boldsymbol{\gamma}\cos\theta_2 - \Phi\boldsymbol{q}\sin\theta_2)\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \boldsymbol{\gamma}^t M\Phi\dot{\boldsymbol{q}}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \boldsymbol{L}_1^t M\Phi\dot{\boldsymbol{q}}\dot{\theta}_1\cos\theta_2 \end{aligned} \tag{2.57}$$

avec la matrice de masse condensée sur les nœuds maîtres :

$$M = \int_0^{L_2} m_p N_p^t N_p \, d\gamma_p \tag{2.58}$$

la masse de la poutre S_2 :

$$m_2 = \int_0^{L_2} m_p \, d\gamma_p \tag{2.59}$$

l'inertie de la poutre S_2 :

$$I_2 = \int_0^{L_2} m_p \gamma_p^2 \, d\gamma_p \tag{2.60}$$

et la matrice de masse modale utilisée pour normer les modes :

$$\boldsymbol{M} = \Phi^t M \Phi = I_n \tag{2.61}$$

Le travail total (2.55) après introduction de (1.42) devient :

$$W = -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}^t\Phi^t K\Phi\boldsymbol{q} + C_{m_1}\theta_1 + C_{m_2}\theta_2 \tag{2.62}$$

avec la matrice de raideur condensée sur les nœuds maîtres :

$$K = \int_{P\in S_2} B_s^t Y B_s \, d\tau(P) \tag{2.63}$$

Principe de Hamilton

Le principe de Hamilton (Cf. annexe B) est appliqué pour des rotations virtuelles $\delta\theta_1$ et $\delta\theta_2$ et des participations modales en déplacement virtuelles δq_i. Les équations de mouvement couplées pour les rotations et les vibrations sont obtenues :

$$\begin{aligned}
I_{11}\ddot{\theta}_1 + I_{12}\ddot{\theta}_2 + \boldsymbol{I}_{1q}^t\ddot{\boldsymbol{q}} &= C_{m_1} + N_1 && (2.64)\\
I_{12}\ddot{\theta}_1 + I_{22}\ddot{\theta}_2 + \boldsymbol{I}_{2q}^t\ddot{\boldsymbol{q}} &= C_{m_2} + N_2 && (2.65)\\
\boldsymbol{I}_{1q}\ddot{\theta}_1 + \boldsymbol{I}_{2q}\ddot{\theta}_2 + \ddot{\boldsymbol{q}} &= -\boldsymbol{K}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{N}_q && (2.66)
\end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
I_{11} &= I_1 + I_2 + m_2L_1^2 + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{q} + 2\boldsymbol{L}_1^t M(\boldsymbol{\gamma}\cos\theta_2 - \Phi\boldsymbol{q}\sin\theta_2) && (2.67)\\
I_{12} &= I_{21} = I_2 + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{q} + \boldsymbol{L}_1^t M(\boldsymbol{\gamma}\cos\theta_2 - \Phi\boldsymbol{q}\sin\theta_2) && (2.68)\\
\boldsymbol{I}_{1q}^t &= \left(\boldsymbol{\gamma}^t + \cos\theta_2\boldsymbol{L}_1^t\right)M\Phi && (2.69)\\
N_1 &= \left| \begin{array}{l} (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2\boldsymbol{L}_1^t M(\cos\theta_2\Phi\boldsymbol{q} + \sin\theta_2\boldsymbol{\gamma}) \\ -2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)(\boldsymbol{q}^t - \sin\theta_2\boldsymbol{L}_1^t M\Phi)\dot{\boldsymbol{q}} \end{array}\right. && (2.70)\\
I_{22} &= I_2 + \boldsymbol{q}^t\boldsymbol{q} && (2.71)\\
\boldsymbol{I}_{2q}^t &= \boldsymbol{\gamma}^t M\Phi && (2.72)\\
N_2 &= -\dot{\theta}_1^2\boldsymbol{L}_1^t M(\cos\theta_2\Phi\boldsymbol{q} + \sin\theta_2\boldsymbol{\gamma}) - 2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\boldsymbol{q}^t\dot{\boldsymbol{q}} && (2.73)\\
\boldsymbol{N}_q^t &= -\dot{\theta}_1^2\boldsymbol{L}_1^t M\Phi\sin\theta_2 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2\boldsymbol{q}^t && (2.74)
\end{aligned}$$

et la matrice diagonale de raideur modale :

$$\boldsymbol{K} = \Phi^t K\Phi \text{ avec } K_i = \omega_i^2 \tag{2.75}$$

Dans le cas d'une structure faiblement amortie à modes découplés, l'amortissement peut être pris en compte par l'introduction dans (2.66) d'une matrice diagonale C contenant les amortissements modaux :

$$C_i = 2\xi_i\omega_i \tag{2.76}$$

(2.66) devient alors :

$$\boldsymbol{I}_{1q}\ddot{\theta}_1 + \boldsymbol{I}_{2q}\ddot{\theta}_2 + \ddot{\boldsymbol{q}} = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{q} - C\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{N}_q \tag{2.77}$$

Les équations de comportement dynamique de la structure (2.64), (2.65) et (2.77) s'écrivent finalement après inversion :

$$\left\{\begin{array}{rcll} \ddot{\theta}_1 & = & \dfrac{(I_{22} - \boldsymbol{I}_{2q}^2)(C_1 - \boldsymbol{I}_{1q}^t\boldsymbol{C}_q) - (I_{12} - \boldsymbol{I}_{1q}^t\boldsymbol{I}_{2q})(C_2 - \boldsymbol{I}_{2q}^t\boldsymbol{C}_q)}{D} & (a) \\ \ddot{\theta}_2 & = & \dfrac{-(I_{12} - \boldsymbol{I}_{1q}^t\boldsymbol{I}_{2q})(C_1 - \boldsymbol{I}_{1q}^t C_q) + (I_{11} - \boldsymbol{I}_{1q}^2)(C_2 - \boldsymbol{I}_{2q}^t\boldsymbol{C}_q)}{D} & (b) \\ \ddot{\boldsymbol{q}} & = & \boldsymbol{C}_q - \boldsymbol{I}_{1q}\dfrac{(I_{22} - \boldsymbol{I}_{2q}^2)(C_1 - \boldsymbol{I}_{1q}^t\boldsymbol{C}_q) - (I_{12} - \boldsymbol{I}_{1q}^t\boldsymbol{I}_{2q})(C_2 - \boldsymbol{I}_{2q}^t\boldsymbol{C}_q)}{D} & \\ & & +\boldsymbol{I}_{2q}\dfrac{(I_{12} - \boldsymbol{I}_{1q}^t\boldsymbol{I}_{2q})(C_1 - \boldsymbol{I}_{1q}^t C_q) - (I_{11} - \boldsymbol{I}_{1q}^2)(C_2 - \boldsymbol{I}_{2q}^t\boldsymbol{C}_q)}{D} & (c) \end{array}\right. \tag{2.78}$$

en posant :

$$C_1 = C_{m_1} + N_1 \tag{2.79}$$

$$C_2 = C_{m_2} + N_2 \tag{2.80}$$

$$\boldsymbol{C}_q = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{q} - C\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{N}_q \tag{2.81}$$

$$D = (I_{11} - \boldsymbol{I}_{1q}^2)(I_{22} - \boldsymbol{I}_{2q}^2) - (I_{12} - \boldsymbol{I}_{1q}^t\boldsymbol{I}_{2q})^2 \tag{2.82}$$

2.3.2 Validation du modèle

Les équations de mouvement (2.78) sont de nouveau programmées grâce à une *S-fonction* écrite en langage C. Le modèle obtenu (modèle (a)) permet les simulations temporelles. Les différents constantes sont alimentées par un modèle EF de la poutre comme au paragraphe 1.3.3.

Comme pour la poutre simple en rotation (paragraphe 2.2), la modélisation développée, nécessaire au contrôle présenté dans le chapitre suivant, est testée. Pour cela, le comportement dynamique de la structure constituée d'une poutre rigide et d'une poutre souple articulées, est également simulé avec le logiciel ADAMS®. Le modèle EF de la poutre encastrée-libre est intégré et les conditions articulée-libre lui sont affectées. Le modèle (modèle (b)) est complété par l'autre articulation et la première poutre rigide.

Étude fréquentielle

Les fréquences propres sont obtenues pour chaque modèle et sont comparées tout en faisant évoluer le nombre de modes de la base modale qui est intégrée aux deux modèles.

Le Tableau (2.4) donne les caractéristiques de la structure étudiée et le Tableau (2.5) regroupe les différentes fréquences propres calculées.

Paramètres	Valeurs	
poutre S_1 :		
longueur L_1	0,86	m
masse m_1	0,537	kg
inertie I_1	13.10^{-2}	$kg.m^2$
poutre S_2 :		
longueur L_2	0,86	m
épaisseur e	0,004	m
largeur b	0,02	m
masse volumique ρ	7800	$kg.m^{-3}$
module d'Young Y	2.10^5	MPa

Tab. 2.4: Caractéristiques des deux poutres articulées

La fréquence du mode flexible 1 calculée est incorrecte pour une base modale initiale à 1 mode. De même, la fréquence du mode flexible 2 est incorrecte pour une base modale initiale à 2 modes et ainsi de suite. Les différences sont liées à la projection du mode flexible N sur N+1 modes de la base encastré-libre comme le montre le Tableau (2.6), aussi bien pour le modèle (a) que pour le modèle (b). Les simulations seront donc meilleures pour estimer les participations des premiers modes que du dernier mode pris en compte. Il faut donc intégrer un ou plusieurs modes de plus que le nombre de modes souhaités à simuler.

Étude temporelle

Les réponses temporelles des modèles SIMULINK®/ANSYS® et ADAMS®/ANSYS® sont réalisées pour la structure, initialement au repos, soumise à un couple de 2 Nm à la première articulation et un couple de 1 Nm à la deuxième. La Figure 2.7 présente l'évolution des angles aux articulations et la Figure 2.8 celle des déplacements à l'extrémité libre de la poutre S_2, induites par le couplage avec les grands déplacements.
Les résultats de simulation obtenus par le modèle SIMULINK®/ANSYS® et le modèle ADAMS®/ANSYS® sont quasi identiques aussi bien pour les angles calculés que pour les vibrations de l'extrémité libre de la seconde poutre. L'amortissement est identique dans les deux cas et le dernier mode calculé n'a pas affecté sensiblement les résultats temporels du cas étudié.

Fréquences (Hz)	Nombre de modes de la base importée 1	2	3	4	5	Modes
Modèle (a)	0	0	0	0	0	solide 1
Modèle (b)	0	0	0	0	0	
Modèle (a)	0	0	0	0	0	solide 2
Modèle (b)	0	0	0	0	0	
Modèle (a)	29.4	22.3	22.3	22.3	22.3	flexible 1
Modèle (b)	31.7	22.7	22.7	22.7	22.7	
Modèle (a)		77.9	63.4	63.2	63.2	flexible 2
Modèle (b)		106	67.6	67.6	67.5	
Modèle (a)			128	118	118	flexible 3
Modèle (b)			228	138	138	
Modèle (a)				188	184	flexible 4
Modèle (b)				401	234	
Modèle (a)					277	flexible 5
Modèle (b)					627	

Tab. 2.5: Comparaison des fréquences propres des deux poutres articulées selon le logiciel utilisé

Contributions du mode encastré-libre	Modes flexibles 1	2	3	4	5
1	0.99	0.98	0.98	0.98	-0.99
2	0.16	-0.16	-0.15	-0.15	0.15
3	0	-0.12	0.07	0.05	-0.05
4	0	0	0.10	-0.04	0.02
5	0	0	0	-0.11	-0.01

Tab. 2.6: Projection des modes flexibles sur la base encastrée-libre

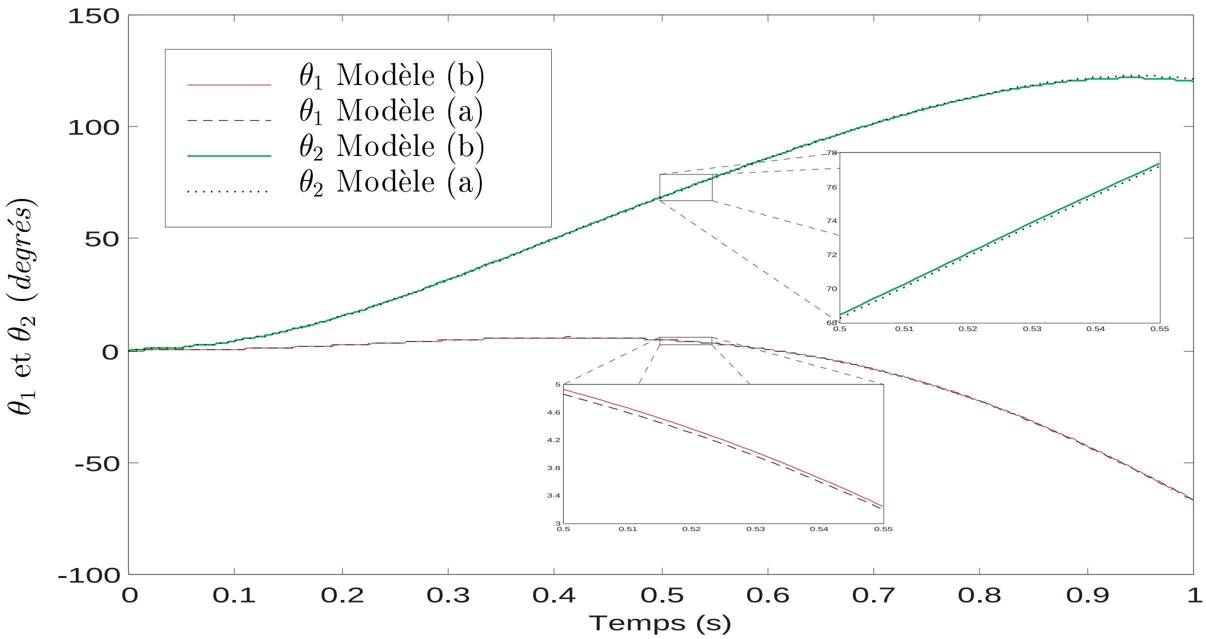


FIG. 2.7: Évolution des angles aux articulations (1ère articulation 2 Nm / 2ème articulation 1 Nm)

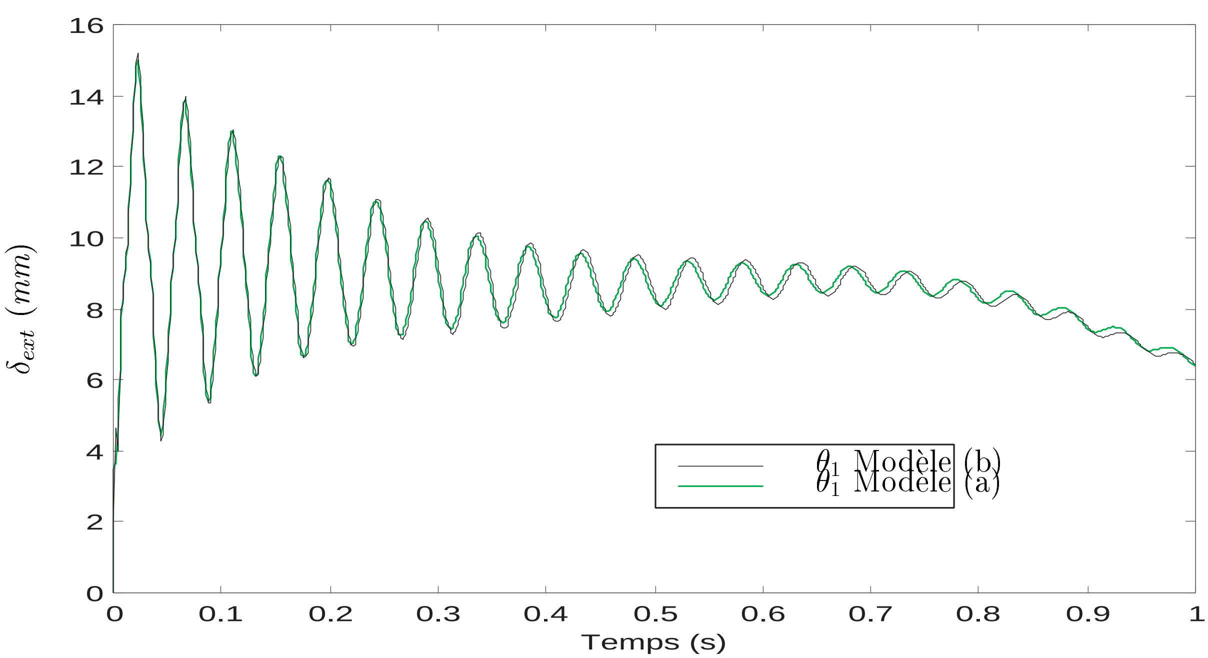


FIG. 2.8: Évolution des déplacement à l'extrémité de la poutre S_2 (1ère articulation 2 Nm / 2ème articulation 1 Nm)

Conclusion

La modélisation de structure souple mono-dimentionelle en grand déplacement a été présenté dans ce chapitre. Les non-linéarités géométriques de telles structures ont été mises en évidence et discutées. Les modèles obtenus, nécessaire au contrôle, ont été comparés aux logiciels métiers existants et valident les résultats obtenus dans les domaines fréquentiel et temporel pour deux structures types. Cette modélisation est utilisée pour le calcul, le réglage et les simulations du contrôle d'une structure souple en grands déplacements présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Contrôle du comportement dynamique de strutures souples en grands déplacements

Dans ce chapitre, le contrôle non-linéaire de stuctures souples en grands déplacements est présenté. La stratégie de contrôle choisie et les algorithmes de commande sont tout d'abord explicités, notamment la commande linéaire quadratique gaussienne.
La première application concerne le contrôle de la rotation du motoréducteur utilisé dans la suite.
La seconde application porte sur le contrôle d'une poutre flexible encastrée-libre instrumentée d'actionneurs et de capteurs piézo-électriques. Le calcul du contrôleur, les simulations du comportement dynamique contrôlé et l'expérimentation correspondante sont présentés.
La troisième application introduit le contrôle d'une structure comportant un couplage entre grands déplacements et comportement dynamique. Pour cela, la poutre de l'application précédente est encastrée sur l'axe du motoréducteur. La prévision de son comportement puis l'expérimentation correspondante sont décrits.
Enfin, le principe et la construction d'un contrôleur non-linéaire est présenté. L'objectif de ce contrôleur est l'obtention d'une efficacité supérieure à celle d'un contrôleur linéaire, ainsi qu'une réelle robustesse vis à vis des performances dans le cas d'une structure non-linéaire.
Ce contrôle non-linéaire est appliqué pour un bras bi-articulé rigide et pour une structure bi-articulée flexible. Les résultats de simulations en régulation et en suivi de consigne permettent de comparer son efficacité par rapport à celle d'un contrôle linéaire.

3.1 Commande "Linéaire Quadratique Gaussienne"

Le principe d'une boucle de contrôle actif (Figure 3.1) est basé sur la rétro-action des mesures issues des capteurs de la structure sur les commandes envoyées aux actionneurs. Des consignes peuvent être fournies au contrôleur pour amener ou maintenir la structure dans un état particulier qui peut-être différent de son état d'équilibre au repos.
L'asservissement en temps réel réalisé par la boucle de contrôle actif peut-être obtenu physiquement par un contrôleur analogique ou numérique. Les stratégies de contrôle digitales utilisant les microprocesseurs sont riches et variées et leur choix dépend de la structure à contrôler et des objectifs de contrôle.
La modélisation de la structure à contrôler est parfois délicate ou le modèle obtenu imprécis. Il faut alors baser les stratégies de contrôle sur l'identification de la structure réelle par des méthodes neuronales. Une autre solution consiste à utiliser un contrôleur flou établi à partir de la connaissance physique globale du comportement dynamique de

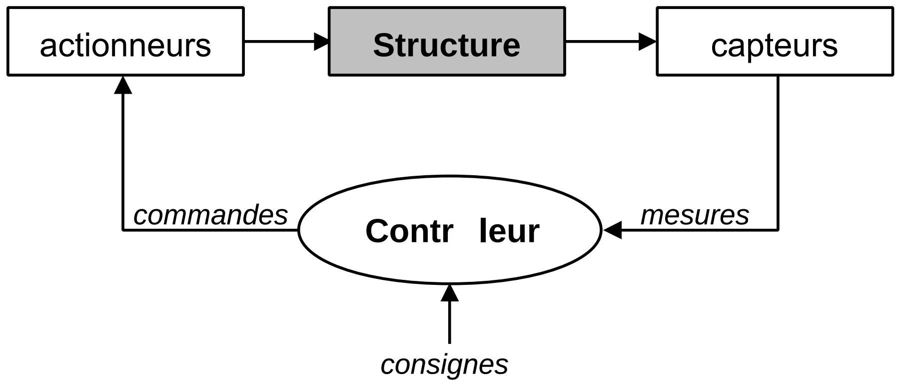


Fig. 3.1: Architecture d'une boucle de contrôle

la structure à contrôler. Enfin, des stratégies de contrôle neuro-flou apparaissent dans la littérature actuelle. Elles s'appliquent à des structures discrètes simples et laissent entrevoir l'extrapolation aux structures souples. Ces méthodes semblent performantes lorsque la modélisation s'avère non envisageable mais l'efficacité de tels contrôleurs reste réduite. L'étude a pour cadre le contrôle d'une structure modélisable.

La modélisation développée précédemment permet l'élaboration d'une stratégie de contrôle performante basée sur une description interne de la structure. L'état du système est alors riche et permet le calcul précis d'une commande par retour d'état. Dans ce cadre, l'algorithme "Linéaire Quadratique (LQ)" est plus performant. En effet, la matrice des gains de contrôle est optimisée à partir d'un critère énergétique traduisant le compromis choisi entre des performances déclinées précisément et la consommation énergétique. La méthode LQ permet de calculer une commande proportionnelle à l'état et nécessite donc une linéarisation des équations de mouvement et leur écriture sous forme d'état. Un état adapté aux structures souples contient les participations modales décrivant l'état modal de la structure. Les performances attendues du contrôle peuvent alors être spécifiées pour chaque mode à contrôler.

Le modèle initial, permettant la simulation précise du comportement dynamique de la stucture, est composé de plus de modes que de modes à contrôler. Il faut donc opérer une réduction modale ramenant ce modèle aux modes ciblés par le contrôle pour obtenir le calcul de la matrice de gain de la commande. Un *spill-over* de contrôle peut alors apparaitre : il s'agit d'une excitation de un ou plusieurs modes non-contrôlés du fait de leur couplage par la boucle fermée avec les modes contrôlés. Un amortissement naturel suffisant des modes non-contrôlés permet d'atténuer ce *spill-over*. La simulation des modes modélisés et non-contrôlés les moins amortis permet de prévenir ce phénomène lors du réglage du contrôleur.

La structure à contrôler comporte volontairement un nombre réduit de capteurs. Les états nécessaires au calcul de la commande ne sont donc pas tous accessibles directement par les mesures. Il faut alors reconstruire le vecteur d'état avec un observateur à partir des informations disponibles et de la commande. Il est construit à partir du modèle de la structure utilisé pour le calcul du contrôleur. L'observateur peut-être aussi optimisé à partir d'un critère quadratique traduisant le compromis entre les performances de la reconstruction (rapidité, amortissement et précision) et la sensibilité aux bruits des mesures. L'ensemble contrôleur-observateur ainsi obtenu est de type "Linéaire Quadratique Gaussien (LQG)" (Figure 3.2). Un *spill-over* d'observation dû à un mauvais réglage de l'observateur qui ré-injecte les participations des modes non-contrôlés sur les modes ciblés par le contrôle peut également apparaitre. Le bouclage *spill-over* de contrôle et d'observation peut conduire à des instabilités dont le risque peut être éliminé grâce à la qualité du modèle de la structure.

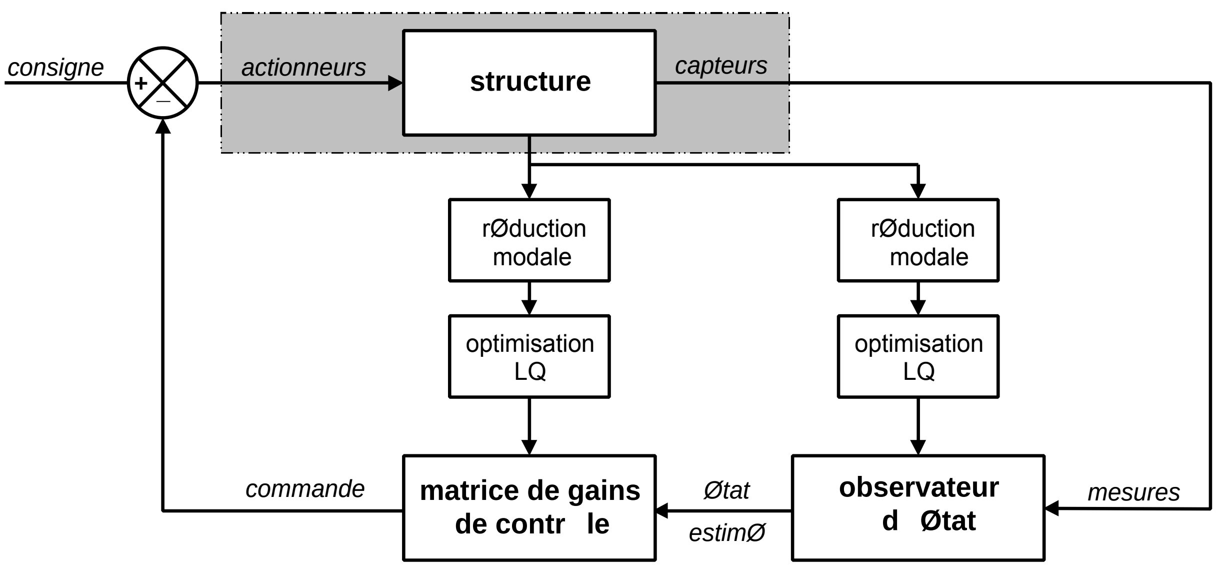


Fig. 3.2: Structure et construction d'une boucle de contrôle LQG

La construction d'un contrôleur LQG utilise les matrices d'état du système à contrôler linéarisé autour du point de fonctionnement désiré.
Dans cette partie, la méthode de linéarisation est présentée, puis le principe de calcul d'une commande LQ est détaillé, ainsi que le principe de construction d'un observateur optimal. Enfin, les spécificités du contrôle de structures souples sont décrites.

3.1.1 Linéarisation des équations

Un contrôleur par retour d'état à matrice constante nécessite la mise sous forme d'état suivante du système à contrôler :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \tag{3.1}$$

avec :

$\boldsymbol{x}$: le vecteur d'état contenant les n_x variables d'état,

$\boldsymbol{u}$: le vecteur contenant les n_u commandes à envoyer aux actionneurs.

(3.1) est linéarisé autour de la position d'équilibre :

$$f(\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{u}_0) = \mathbf{0} \tag{3.2}$$

à l'aide d'un développement en série de Taylor :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \mathcal{J}(f, \boldsymbol{x})\Big|_{\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{u}_0} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0) + \mathcal{J}(f, \boldsymbol{u})\Big|_{\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{u}_0} (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_0) \tag{3.3}$$

Le système d'état linéarisé obtenu peut alors se mettre sous la forme :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} \tag{3.4}$$

où les matrices d'évolution dynamique A $(n_x \times n_x)$ et d'application de la commande B $(n_x \times n_u)$ sont constantes.

3.1.2 Calcul de la commande linéaire quadratique (LQ)

Un contrôleur LQ calcule une commande linéaire $\boldsymbol{u}$ en fonction de l'état $\boldsymbol{x}_a$:

$$\boldsymbol{u} = -G_x \boldsymbol{x}_a \tag{3.5}$$

La commande fournie est, dans cet algorithme, optimale au sens ou l'état suit une trajectoire optimale pour spécification précisée en termes de performance et de consommation. Un critère de type énergétique (quadratique) permet de spécifier les performances relatives attendues pour chaque état et le coût énergétique relatif de chaque commande. Des pondérations permettent de privilégier certaines performances ou le coût energétique de certains actionneurs. La commande optimale est obtenue par calcul variationnel intégrant ce critère et la résolution passe par une équation de Ricatti. Les gains de contrôle sont calculés de façon à remplir les objectifs du contrôle pour une consommation minimale avec une garantie de stabilité.

La précision statique du contrôle est obtenue en ajoutant des états au système (3.4) correspondant à des intégrateurs supplémentaires. La précision devant porter sur n_c mesures $\boldsymbol{y}_c$ choisies parmi les mesures disponibles :

$$\boldsymbol{y}_c = C_c\boldsymbol{x} + D_c\boldsymbol{u} \tag{3.6}$$

l'état est augmenté par l'intégrale de l'erreur entre les mesures $\boldsymbol{y}_c$ et les consignes $\boldsymbol{z}$. L'erreur s'écrit :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{y}_c - \boldsymbol{z} \tag{3.7}$$

et son intégrale :

$$\boldsymbol{p} = \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}\, d\tau \tag{3.8}$$

est réintroduite dans le système d'état s'écrit par le système d'état augmenté suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{p}} \end{bmatrix} = A_a\boldsymbol{x}_a + B_a\boldsymbol{u} + B_z\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix} A & 0_{n_x\times n_c} \\ C_c & 0_{n_c\times n_c} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ D_c \end{bmatrix}\boldsymbol{u} + \begin{bmatrix} 0_{n_x\times n_c} \\ I_{n_c} \end{bmatrix}\boldsymbol{z} \tag{3.9}$$

Avant de calculer les gains du contrôleur, il faut vérifier que le système obtenu est contrôlable. La commande $\boldsymbol{u}$ doit permettre de passer en un temps fini, d'un état initial quelconque à un état final quelconque fixé. La contrôlabilité totale de (3.9) est vérifiée par le critère de Kalman :

$$\begin{aligned} rang\left(\begin{bmatrix} B_a & A_aB_a & \cdots & A_a^{k-1}B_a \end{bmatrix}\right) &= n_x + n_c \\ \text{avec } k &\leq n_x + n_c \end{aligned} \tag{3.10}$$

La matrice de gains de contrôle G_x optimisée est alors calculée, pour un horizon de contrôle infini par minimisation du critère quadratique suivant :

$$J_c = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left(\boldsymbol{x}_a^t Q\boldsymbol{x}_a + \boldsymbol{u}^t R\boldsymbol{u}\right) dt \tag{3.11}$$

Ce critère traduit un compromis entre les performances du contrôle (rapidité, amortissement, précision) et les consommations des actionneurs. La matrice Q quantifie les poids attribués à chaque état et à la précision statique. La matrice R quantifie quant à elle, ceux attribués à chaque actionneur. La trajectoire optimale $\boldsymbol{x}_a^*$ qui minimise J_c est obtenue pour la commande optimale $\boldsymbol{u}^*$ [BORNE 90] :

$$\boldsymbol{u}^* = R^{-1}B_a^t P\boldsymbol{x}_a^* = -G_x\boldsymbol{x}_a^* \tag{3.12}$$

avec P solution de l'équation de Riccati algébrique :

$$PA_a + A_a^t P + PB_a R^{-1} B_a^t P - Q = 0_{n_x \times n_x} \tag{3.13}$$

La dynamique du système contrôlé est alors pilotée par $A_a - B_a G_x$:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_a = (A_a - B_a G_x)\,\boldsymbol{x}_a + B_z \boldsymbol{z} \tag{3.14}$$

Elle est réglée par G_x, elle même obtenue par réglage des matrices de pondération Q et R lors de simulations en boucle fermée.

3.1.3 Optimisation du réglage de la commande LQ

Les coefficients des matrices de pondération Q et R intervenant dans le calcul des gains G_x du contrôleur optimal peuvent être choisis par tatonnement ou par optimisation. S'il s'avère que pour des systèmes simples un tatonnement court est suffisant, dans le cadre de structures complexes, ou le nombre de coefficient est élevé, l'utilisation d'un optimiseur est nécessaire. Dans la suite de l'étude, l'optimiseur inclus dans la toolbox "*non-linear control design*" de SIMULINK® a été utilisé. Le principe de l'optimisation est le suivant : Différentes réponses temporelles du système en boucle fermée (positions, vitesses, commandes, ...) sont simulées et comparées à des gabarits temporels donnés. L'algorithme d'optimisation itère alors sur le réglage des gains de contrôle jusqu'à obtenir une réponse contrôlée du système correspondant aux gabarits fixés. Le principe de cette optimisation est le suivant :
Les variables v_i permettent de régler de façon optimisée les pondérations de l'algorithme de contrôle LQ exposé ci-dessus avec :

$$Q = diag\left[v_i\right] \text{ avec } i \in [1, n_x + n_c] \tag{3.15}$$

$$R = diag\left[v_i\right] \text{ avec } i \in [n_x + n_c + 1, n_x + n_c + n_u] \tag{3.16}$$

Les variables v_i sont utilisées comme variables de l'optimisation. Elles sont regroupées dans le vecteur :

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_{n_x+n_c+n_u} \end{bmatrix}^t \tag{3.17}$$

et leurs variations sont bornées par :

$$\boldsymbol{v}_{inf} \leq \boldsymbol{v} \leq \boldsymbol{v}_{sup} \tag{3.18}$$

À chaque itération, les réponses temporelles sont simulées par le modèle SIMULINK pour N_p points de dicrétisation de la plage totale de la simulation (cf. Figure 3.3). Les n_r réponses retenues pour être contraintes sont alors comparées point par point avec des gabarits déterminés comme ceux qui sont présentés Figure 3.3.

Ces comparaisons permettent de calculer le vecteur de contraintes $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{v})$ qui contient la différence entre les points calculés et les bornes supérieures des gabarits d'une part, et la différence entre les bornes inférieures des gabarits et les points calculés d'autre part, ceci pour chaque réponse temporelle du système. La taille du vecteur $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{v})$ est donc $2N_p \times n_r$.

Le problème d'optimisation à résoudre est dans ce cas :

$$\underset{\boldsymbol{v}}{min}\, \lambda \ \text{ tel que } \left| \begin{array}{l} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{v}) - \boldsymbol{w}\lambda \leq \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{v}_{inf} \leq \boldsymbol{v} \leq \boldsymbol{v}_{sup} \end{array} \right. \tag{3.19}$$

Où $\boldsymbol{w}$ est un vecteur de pondération des contraintes et λ un scalaire positif qui en tendant vers zéro impose le respect maximal de l'ensemble des contraintes. Cette optimisation une fois menée, les pondérations $\boldsymbol{w}$ sont remises à jour en affectant une pondération d'autant plus grande à chaque contrainte qu'elle est plus ou moins violée. Le nouveau vecteur de variable $\boldsymbol{v}$, minimisant globalement la violation des contraintes sert, à l'itération suivante, à effectuer les nouvelles simulations temporelles. Un critère de convergence portant sur l'évolution des contraintes, et des variables d'optimisation permet de stopper le processus lorqu'un minimum local est atteint.

La réponse en boucle fermée de la structure peut donc être réglée en créant des gabarits correspondant aux différentes contraintes à appliquer aux réponses temporelles. Une fois l'optimisation menée, les valeurs finales des variables d'optimisation v_i permettent d'obtenir les matrices Q et R de réglage de la commande LQ.

L'interêt d'une telle stratégie de réglage est de pouvoir exploiter les connaissances physiques connues du système pour créer les gabarits, tout en bénéficiant d'une commande optimale et stable par l'algorithme LQ.

3.1.4 Reconstruction de l'état

L'état $\boldsymbol{x}$ du système (3.4) n'est pas toujours obtenu directement par des capteurs sur la structure. Il peut par exemple comporter des états non physiques ou des états techniquement non instrumentables.

Il faut donc reconstruire l'état nécessaire au contrôle à partir des informations disponibles,

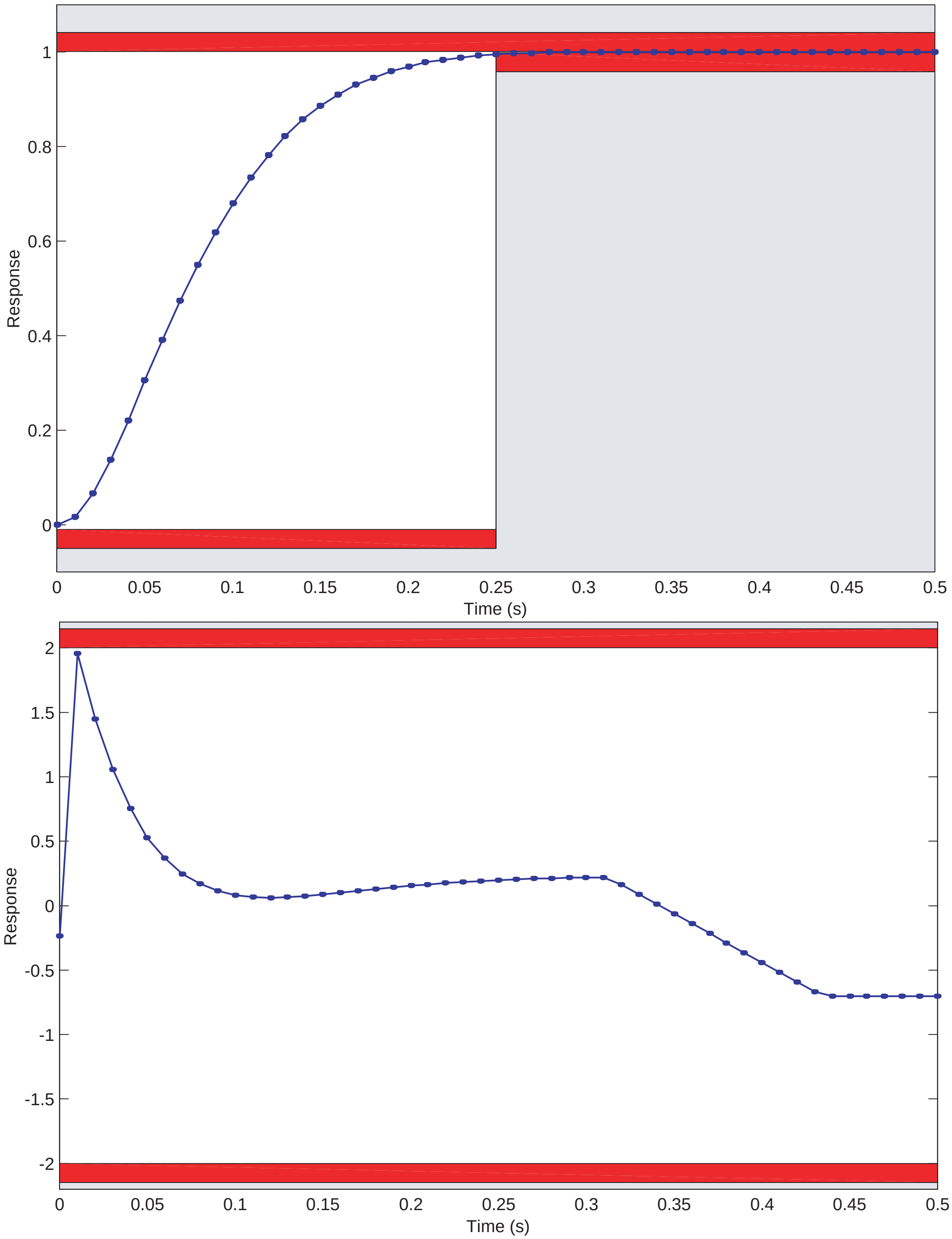


FIG. 3.3: Exemples de gabarit pour contraindre la réponse temporelle du système contrôlé

c'est à dire la commande $\boldsymbol{u}$ et les n_y mesures $\boldsymbol{y}$:

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} + D\boldsymbol{u} \tag{3.20}$$

Généralement, la structure comporte un nombre volontairement réduit de capteurs inférieur au nombre d'états à reconstruire. La matrice C n'est alors pas inversible et l'utilisation d'un filtre modal est impossible pour obtenir l'état du système.
Les états dérivants d'un autre état peuvent être obtenus par dérivation analogique ou numérique si l'état correspondant est mesurable. Il faut alors que l'état mesuré ne soit pas trop bruité et que la dérivation ne génère ni trop de bruit ni trop de déphasage.

Dans le cas général, un observateur qui reconstruit l'état complet du système à partir des mesures disponibles et de la commande peut être employé. Il est linéaire et est calculé à partir de la linéarisation du modèle de la structure donc du modèle utilisé pour le contrôle. Avant de le calculer, il faut vérifier que le système (3.4, 3.20) est observable. L'observabilité totale est réalisée si, les mesures disponibles ainsi que la commande générée permettent de connaitre l'état initial de la structure en un temps fini. L'observabilité totale du système (3.4, 3.20) est vérifiée par le critère de Kalman :

$$\begin{aligned} rang\left(\left[C^t \; A^tC^t \; \cdots \; \left(A^{k-1}\right)^t C^t\right]^t\right) &= n_x \\ \text{avec } k &\leq n_x \end{aligned} \tag{3.21}$$

Si le système est observable, l'observateur permet d'estimer l'état $\hat{\boldsymbol{x}}$ nécessaire au contrôle par un asservissement interne et multivariable du 1^{er} ordre. Cet asservissement est piloté par la différence entre l'estimation des mesures $\hat{\boldsymbol{y}}$:

$$\hat{\boldsymbol{y}} = C\hat{\boldsymbol{x}} + D\boldsymbol{u} \tag{3.22}$$

et les mesures réelles $\boldsymbol{y}$. Il est régit par l'équation d'état :

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = A\hat{\boldsymbol{x}} + B\boldsymbol{u} + L\left(\boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{y}}\right) \tag{3.23}$$

avec L : la matrice de gain de l'asservissement.

L'erreur d'estimation est alors donnée par :

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}} \tag{3.24}$$

et sa dynamique est :

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} = (A - LC)\,\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.25}$$

Afin d'optimiser l'observation, la matrice L^t est calculée comme une matrice de contrôle LQ d'un système dual de (3.25) ayant même dynamique :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A^t\xi + C^t\eta \\ \eta = -L^t\xi \end{cases} \tag{3.26}$$

avec :

ξ	:	l'état du système dual,
η	:	la commande par retour d'état associée.

L'optimisation de l'observateur utilise le même algorithme que celui utilisé pour la commande optimale. La matrice L^t est obtenue par minimisation d'un critère quadratique pour un horizon infini dont la fonctionnelle est :

$$J_{obs} = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left(\xi^t Q_{obs}\xi + \eta^t R_{obs}\eta\right) dt \tag{3.27}$$

Ce critère traduit un compromis entre les performances de la reconstruction et la sensibilité aux mesures. La matrice Q_{obs} quantifie les poids attribués aux erreurs sur les états. La matrice R_{obs} quantifie ceux attribués à chaque mesure. Le réglage de ces pondérations permet d'obtenir une dynamique de l'observateur compatible avec le contrôleur tout en minimisant la perturbation due aux bruits de mesure.
La trajectoire optimale ξ^* pour un horiron infini qui minimise J_{obs} est obtenue pour la commande optimale η^* :

$$\eta^* = R_{obs}^{-1} C P_{obs}\xi^* = -L^t\xi^* \tag{3.28}$$

avec P_{obs} solution de l'équation de Riccati algébrique de l'observateur :

$$P_{obs}A^t + AP_{obs} + P_{obs}CR_{obs}^{-1}CP_{obs} - Q_{obs} = 0_{n_x\times n_x} \tag{3.29}$$

La commande par retour d'état (3.5), alimentée par l'état estimé s'écrit alors :

$$\boldsymbol{u} = -G_x\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}\\ \boldsymbol{p}\end{bmatrix} = -G_x\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\\ \boldsymbol{p}\end{bmatrix} = -G_x\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}\\ \boldsymbol{p}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}G_x^x & G_x^p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\\ \mathbf{0}_{n_c\times 1}\end{bmatrix} = -G_x\boldsymbol{x}_a + G_x^x\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.30}$$

Le système augmenté, (3.9) contrôlé et observé devient :

$$\dot{\boldsymbol{x}}_a = (A_a - B_aG_x)\,\boldsymbol{x}_a + B_aG_x^x\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} + B_z\boldsymbol{z} \tag{3.31}$$

Le système d'état de l'ensemble structure-contrôleur-observateur LQG est présenté Figure 3.4 et est décrit par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_a \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a - B_a G_x & B_a G_x^x \\ 0_{n_x \times (n_x + n_c)} & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_a \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_z \\ \boldsymbol{0}_{n_x \times 1} \end{bmatrix} \boldsymbol{z} \tag{3.32}$$

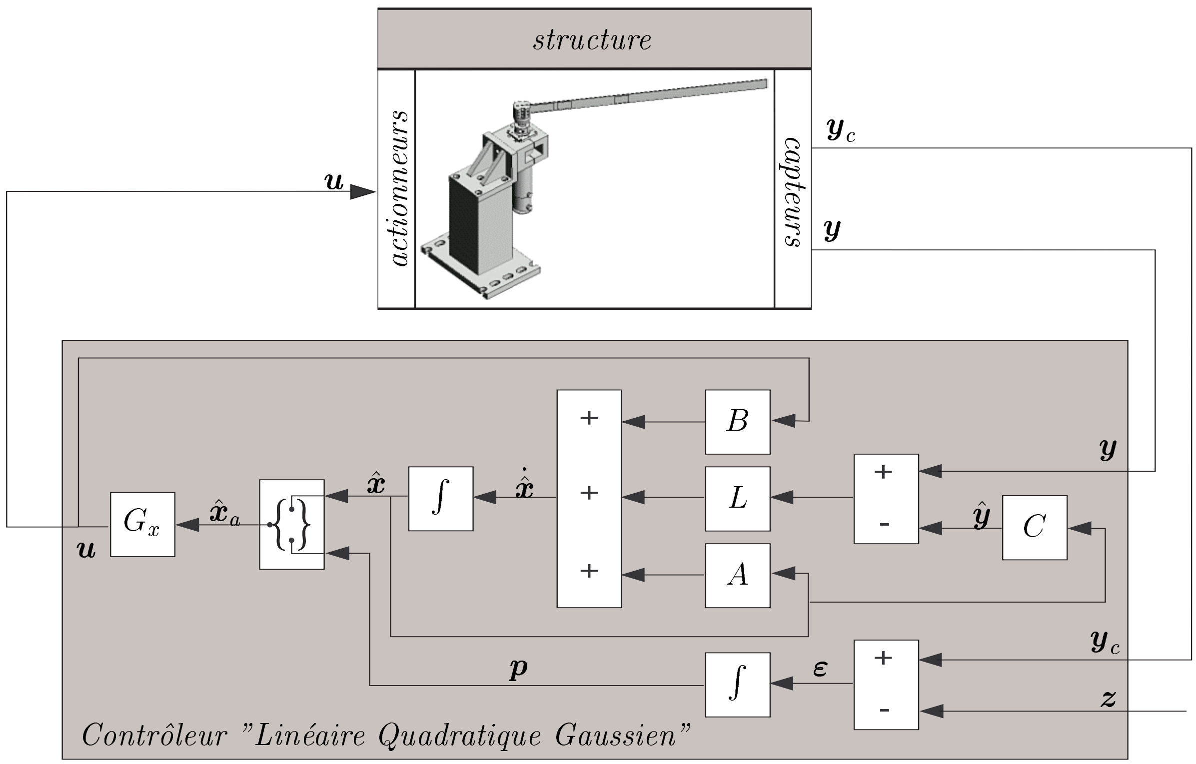


Fig. 3.4: Structure du contrôleur LQG

Dans ce cas, le principe de séparation [BORNE 90] permet de régler de façon indépendante la dynamique du contrôleur et celle de l'observateur. Le contrôle est peu perturbé par l'observation tant que les erreurs d'observations $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ restent faibles. En effet, comme le montre (3.32), la dynamique de l'erreur $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ n'est pilotée ni par l'état $\boldsymbol{x}_a$ ni par les consignes $\boldsymbol{z}$ et la dynamique du contrôle n'est pas modifiée par l'observateur. L'erreur de reconstruction $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ agit seulement comme perturbation de ce contrôle à travers la matrice $B_a G_x^x$. Le contrôleur LQG comporte n_x état de plus que le contrôleur LQ initial soit $2n_x + n_c$ états au total. Alors que la stabilité du contrôle LQ est garantie, celle du contrôle LQG ne l'est pas car un *spill-over* d'observation peut suivant les réglages de l'observateur rendre le système instable.

3.1.5 Contrôle des structures souples

Dans le cas de structures souples, l'état dynamique de la structure peut être décrit par ses coordonnées modales qui donnent les contributions de chaque mode aux déplacements. Ces participations q_i sont obtenues par projections des déplacements physiques δ_p sur une base modale Φ_p (cf. équation (1.25)) :

$$\delta_p = \Phi_p \boldsymbol{q}$$

La base modale utilisée contient souvent les n modes propres de la structure souple comme utilisé au paragraphe 1.3. Cette projection permet de diminuer les temps de calcul en simulation en réduisant le nombre d'équations à résoudre [LALANNE 84]. Le contrôleur construit à partir de cette représentation de la structure peut être réglé directement en terme de rapidité et d'amortissement souhaités pour chaque mode ciblé par le contrôle et en précision par les retours intégraux physiques.

Le modèle complet servant à la simulation du comportement de la structure peut directement intégrer les équations de mouvement parfois non-linéaires. Le nombre n élevé de modes intégrés au modèle permet de simuler de façon précise le comportement de la structure en boucle ouverte ou fermée. Le contrôleur peut alors être réglé en tenant compte des non-linéarités du comportement réel et de l'influence des modes non ciblés par le contrôle.

Le modèle servant au calcul du contrôleur est obtenu par linéarisation du modèle précédent afin de calculer une commande LQG. Pour une structure souple, le modèle linéarisé décrivant le comportement dynamique de la structure peut être écrit sous la forme de n équations modales :

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2 q = \mathcal{F}_i \tag{3.33}$$

avec :

ω_i	:	pulsation du mode i,
ξ_i	:	amortissement modal du mode i,
$\mathcal{F}_i$	:	force de contrôle généralisée associée au mode i.

Le modèle ainsi obtenu est réécrit sous forme d'état en groupant les participations modales q_i et $\dot{q}_i$ dans un vecteur d'état $\boldsymbol{x}$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0_{n\times n} & I_n \\ -\omega_i^2 & -2\xi_i\omega_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} \\ \mathcal{F}_i \end{bmatrix} \\ \dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} \end{aligned} \tag{3.34}$$

où $\boldsymbol{u}$ contient les commandes envoyées aux différents actionneurs et la matrice B d'application de la commande répartit ces commandes sur les différents modes.
À partir de cette formulation, le modèle de contrôle est souvent obtenu en tronquant celui de la structure pour ne comporter plus que les modes à contrôler. Cette phase de réduction modale permet d'éliminer des équations d'état les modes non ciblés par le contrôle. L'état du système est séparé en deux parties : $\boldsymbol{x}_1$ les états à conserver (contenant les participations des modes ciblés par la contrôle) et $\boldsymbol{x}_2$ les n_2 états à supprimer du contrôle :

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

Les équations d'état (3.4) sont réécrites sous la forme séparée suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{u} \tag{3.36}$$

et la dérivée des états éliminés est annulée :

$$\dot{\boldsymbol{x}}_2 = \mathbf{0}_{n_2} \tag{3.37}$$

ce qui permet de calculer la contribution des état éliminés par :

$$\boldsymbol{x}_2 = -A_{22}^{-1} A_{21} \boldsymbol{x}_1 - A_{22}^{-1} B_2 \boldsymbol{u} \tag{3.38}$$

avant de les réintroduire dans les équations d'état des états conservés :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}}_1 &= A_{11}\boldsymbol{x}_1 + A_{12}\boldsymbol{x}_2 + B_1\boldsymbol{u} && (3.39) \\ &= (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})\boldsymbol{x}_1 + (B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2)\boldsymbol{u} && (3.40) \\ &= A_r\boldsymbol{x}_1 + B_r\boldsymbol{u} && (3.41) \end{aligned}$$

Les mesures sont elles aussi affectées par cette réduction modale. Les mesures sont initialement obtenues par :

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} + D\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} + D\boldsymbol{u} \tag{3.42}$$

Après réinjection de (3.38), elles sont données par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y} &= \left(C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21}\right)\boldsymbol{x}_1 + \left(D - C_2A_{22}^{-1}B_2\right)\boldsymbol{u} && (3.43) \\ &= C_r\boldsymbol{x}_1 + D_r\boldsymbol{u} && (3.44) \end{aligned}$$

Les nouvelles matrices d'évolution A_r, d'application de la commande B_r, et de mesure C_r et D_r du modèle réduit sont alors obtenues et permettent de calculer la commande LQ correspondante.

Lors du réglage du contrôleur, il faut veiller par simulation à ce que la commande correpondante n'excite pas les modes non contrôlés. En effet, la commande (3.12) calculée à partir de l'état réduit, appliquée au modèle de simulation ou à la structure réelle, introduit parfois un gain de rétro-action positif sur un mode non ciblé par le contrôle. Un *spill-over* de contrôle apparait alors. La présence d'un amortissement naturel suffisant permet de limiter la contribution pour le mouvement des modes excités par le *spill-over*.

Lors du réglage de l'observateur, il faut veiller de nouveau à ne pas amplifier les participations des modes non ciblés contenues dans les mesures. Ce phénomène de *spill-over* d'observation peut-être également réduit si les modes non ciblés sont fortement amortis initialement. La boucle fermée contenant la structure, l'observateur et le contrôleur peut alors être instable pour un mode même si le contrôle sans observateur est stable. Ces instabilités sont d'autant plus facile à détecter en simulation que le modèle complet de la structure est riche.

La méthode de commande *Linéaire Quadratique Gaussienne* a été ci-dessus détaillée. Les équations dynamiques du contrôleur-observateur LQG ont été établies et les spécificités d'un tel contrôle pour une structure souple ont été présentées. Cette méthode sera utilisée totalement ou partiellement dans toute la suite de l'étude. Une première application de ce type de commande à une structure simple est explicitée dans le paragraphe suivant.

3.2 Contrôle du motoréducteur

La méthode de contrôle de structure développée précédement est appliquée ci-dessous au motoréducteur utilisé dans la suite de l'étude.

Le motoréducteur est tout d'abord présenté, puis il est modélisé et identifié. Le modèle est réduit à un système à un seul degré de liberté. Le contrôle de la rotation est ensuite réglé par simulations puis programmé dans un microprocesseur. Enfin, une expérimentation utilisant le contrôleur-observateur décrit précédement est menée afin de valider la méthode, évaluer son efficacité, et tester les capacités du motoréducteur en fonction des objectifs des applications qui suivent.

3.2.1 Étude du motoréducteur

Le mototréducteur (Figure 3.5) est constitué d'un moteur à courant continu SOCITEC accouplé à un réducteur de rapport $\frac{1}{7}$.

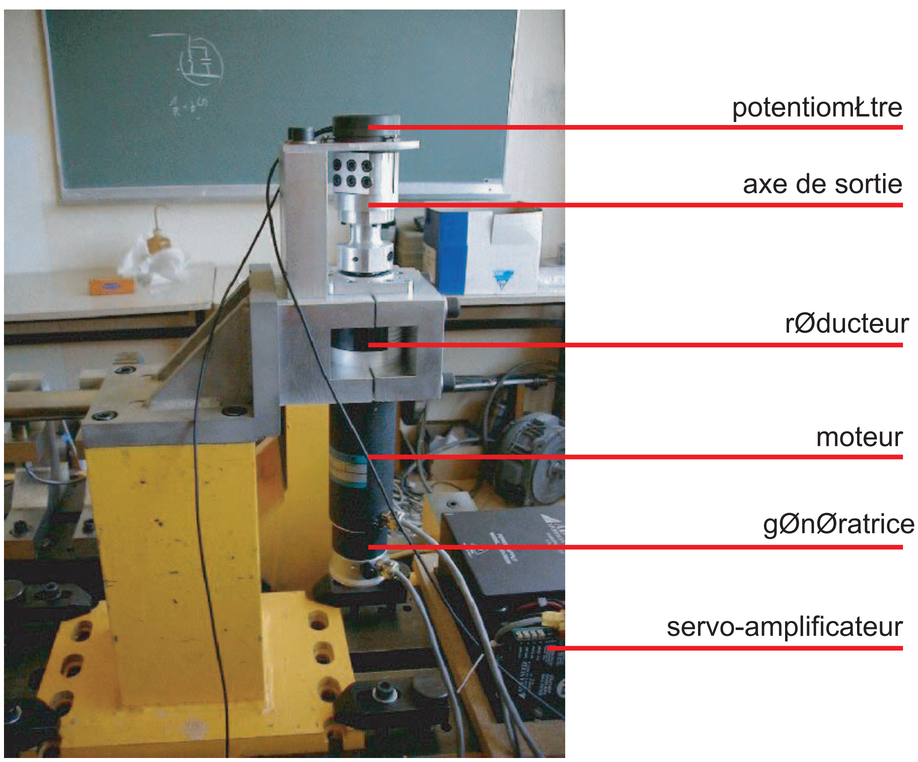


FIG. 3.5: Photographie de l'ensemble motoréducteur

Le moteur est alimenté par un servo-amplificateur asservi en intensité. Il est instrumenté d'une génératrice tachymétrique permettant de mesurer la vitesse de rotation du rotor du moteur. L'axe de sortie du réducteur est instrumenté d'un potentiomètre de précision permettant de mesurer la position angulaire.

Modélisation du motoréducteur

Le réducteur étant choisi à jeux réduits, ces derniers sont négligés (jeu angulaire $< 1'$). Le servo-amplificateur est considéré parfait. Le couple délivré par le moteur est donc considéré proportionnel à la tension de commande V_m avec un gain G_m.
Dans ces conditions, et en modélisant les frottements par un coefficient de frottement visqueux c et un couple de frottement sec C_f, l'équation de mouvement de la rotation θ de l'axe de sortie du réducteur est :

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} = G_m V_m + C_f \tag{3.45}$$

L'inertie I de l'axe de sortie est composée de l'inertie de la génératrice tachymétrique, de celle du moteur, de celle du réducteur, de celle de la partie tournante du potentiomètre et de celle de l'axe de sortie comportant les éléments nécessaires à l'encastrement éventuel d'une poutre.
Un modèle simple peut aussi être utilisé pour la partie mesure. Le potentiomètre ainsi que la génératrice sont considérés à gains constants. Les équations de mesure des tensions V_{pot} délivrée par le potentiomètre, et V_{gen} délivrée par la génératrice sont alors :

$$V_{pot} = G_p \theta \tag{3.46}$$

$$V_{gen} = G_g \dot{\theta} \tag{3.47}$$

Identification du motoréducteur

Le gain G_p du potentiomètre est déterminé à l'aide d'un voltmètre en divisant la tension maximum délivrée par la course totale de 355^o du capteur.
Le gain G_g de la génératrice tachymétrique est déterminé à l'aide d'un oscilloscope. La mesure de la tension V_{pot} délivrée par le potentiomètre fournit un signal en dent de scie avec retour à zéro pour chaque révolution complète. La période de ce signal donne la vitesse de rotation de l'axe de sortie du motoréducteur. Cette vitesse peut alors être comparée à la tension délivrée par la génératrice tachymétrique pour obtenir le gain G_g.
L'ensemble des paramètres expérimentaux identifiés sont regroupés Tableau 3.1.
L'inertie I, ainsi que les frottements visqueux c, le gain du servo-amplificateur G_m et le couple de frottement sec C_f sont identifiés à partir de réponses temporelles lorsque la

Paramètres	Valeurs	
Inertie I	$9{,}5.10^{-3}$	$\mathrm{kg.m^2}$
Gain servo-amplificateur G_m	7,84	$\mathrm{Nm.V^{-1}}$
Frottement visqueux c	0,44	$\mathrm{Nm.(rad.s^{-1})^{-1}}$
Frottement sec C_f	2,09	Nm
Gain potentiomètre G_p	$28{,}2.10^{-3}$	$\mathrm{V.deg^{-1}}$
Gain génératrice G_g	11,18	$\mathrm{V.(1000\ tr.min^{-1})^{-1}}$

TAB. 3.1: Caractéristiques du motoréducteur

commande V_m est un signal de type créneau de 1 Hz (Figure 3.6), de 5 Hz (Figure 3.7) et de 10 Hz (Figure 3.8).

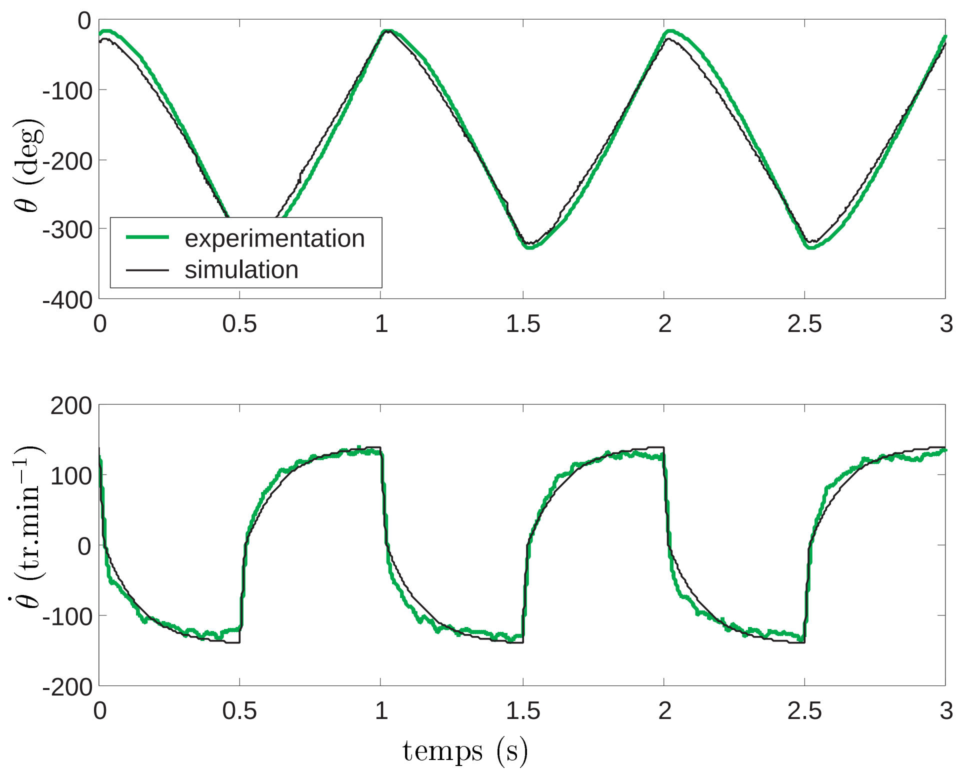


FIG. 3.6: Réponse du moteur pour une commande de type créneau de 0.5 Volt à 1 Hz

Le moteur est identifié de façon satisfaisante pour les basses fréquences comme le montre la Figure 3.6. Les écarts augmentent au fur et à mesure que la fréquence de commande s'accroit mais restent cependant acceptables. Ils sont dus principalement à une variation du couple de frottement sec différent selon le sens de rotation (cf. Figure 3.8) et à celle du coefficient de frottement visqueux selon la vitesse. L'identification est cependant

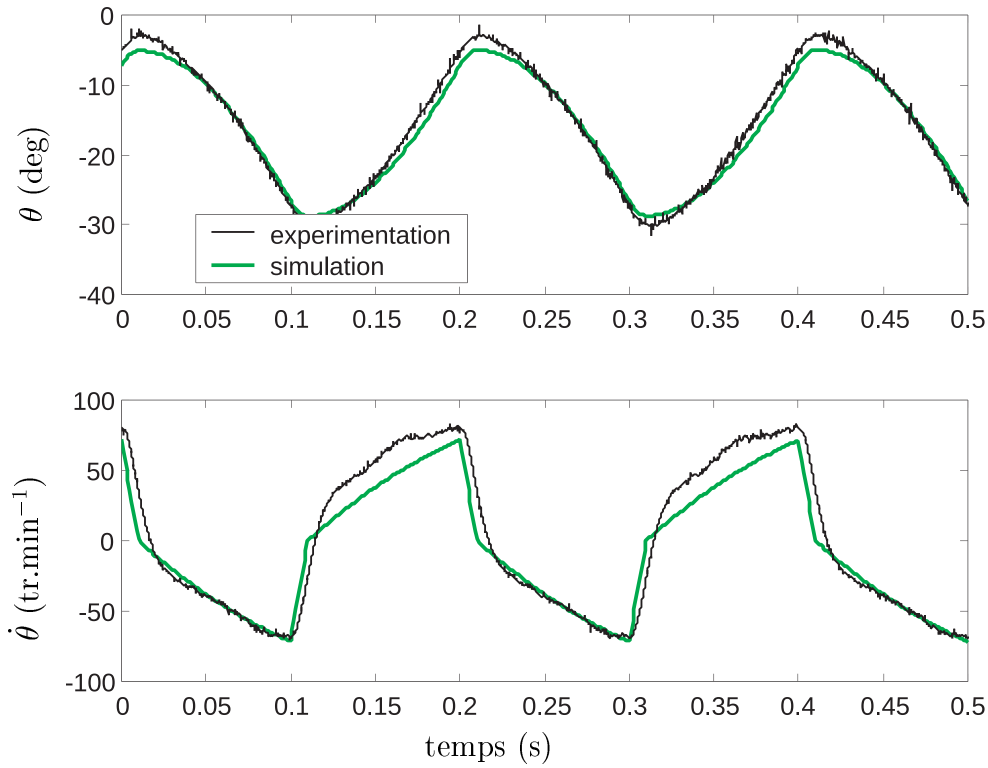


Fig. 3.7: Réponse du moteur pour une commande de type créneau de 0.5 Volt à 5 Hz

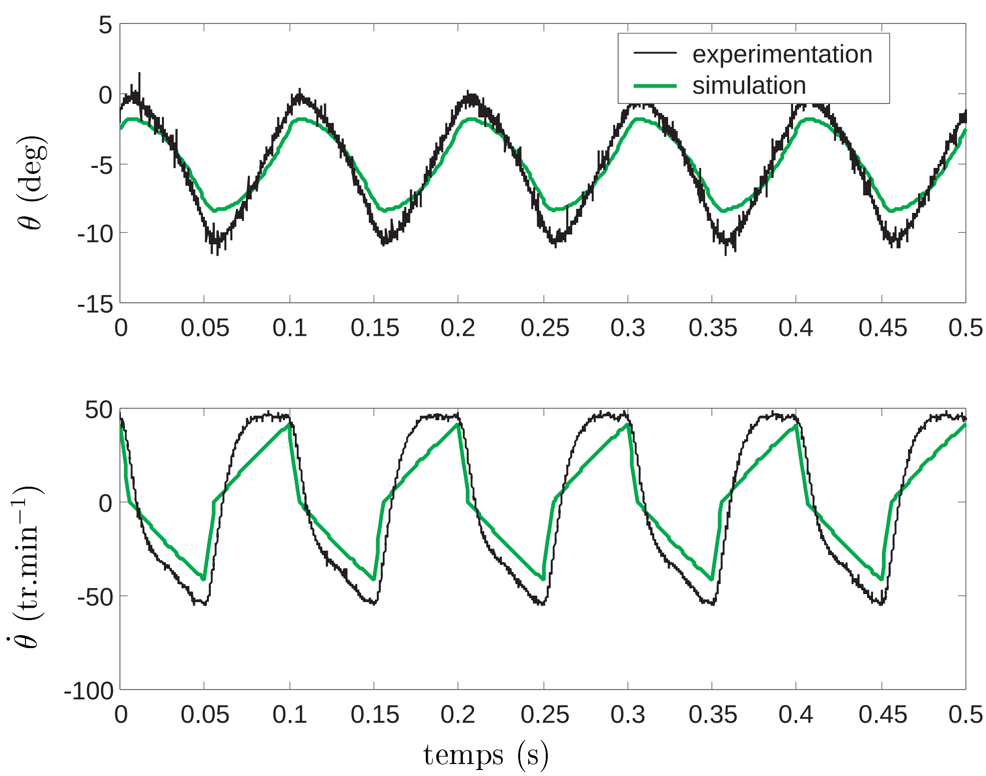


Fig. 3.8: Réponse du moteur pour une commande de type créneau de 0.5 Volt à 10 Hz

satisfaisante pour permettre le contrôle du motoréducteur jusqu'à quelques dizaines de Hertz.

3.2.2 Contrôle optimisé du motoréducteur

Un contrôle LQG est établi pour maîtriser la rotation du motoréducteur. Les objectifs du contrôle sont un temps de réponse minimum et la réjection des perturbations dans la bande de fréquence $0 - 30\,Hz$.

Afin de calculer les gains de la commande LQ, l'équation du mouvement du moteur (3.45) est linéarisée. Le terme non-linéaire concernant le couple de frottement sec est donc retiré et l'équation d'état linéarisée s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\dfrac{c}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{G_m}{I} \end{bmatrix} V_m = A\boldsymbol{x} + Bu \tag{3.48}$$

Avec $\boldsymbol{x}$ vecteur d'état constitué de la position angulaire $\theta\,(rad)$ et de la vitesse angulaire $\dot{\theta}\,(rad.s^{-1})$ de l'axe de sortie du motoréducteur et u correspondant à la tension de commande V_m du moteur ($n_x = 2$ et $n_u = 1$).

L'identification précédente permet le calcul de la matrice d'évolution A et de commande B :

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -7.78 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ -830 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La précision statique du contrôleur sera à réaliser sur la tension mesurée V_{pot} par le potentiomètre ($n_c = 1$) :

$$\begin{aligned} y_c &= V_{pot} = \begin{bmatrix} 1.62 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u \\ C_c &= \begin{bmatrix} 1.62 & 0 \end{bmatrix} \\ D_c &= 0 \end{aligned}$$

La controlabilité du système augmenté se vérifie alors par :

$$\begin{aligned} rang(\begin{bmatrix} B_a & A_aB_a & A_a^2B_a \end{bmatrix}) &= n_x + n_c = 3 \\ k = 2 &\leq n_x + n_c = 3 \end{aligned}$$

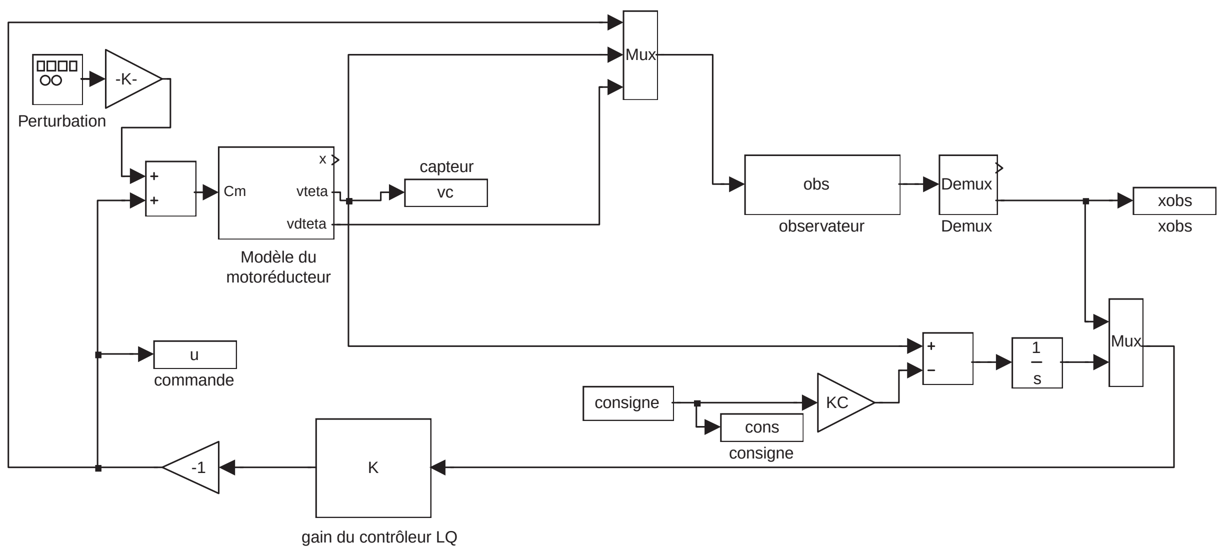


FIG. 3.9: Schéma bloc sous SIMULINK® utilisé pour régler le contrôleur

Le modèle non-linéaire (3.45) et le contrôleur sont programmé sous SIMULINK®. Le programme, créé sous forme de schéma bloc présenté Figure 3.9, permet de régler les pondérations Q et R du critère de performance (3.11) telles que :

$$Q = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

$$R = v_4 \tag{3.50}$$

où v_1 pondère la rapidité (temps de réponse) du contrôle en quantifiant la participation de θ, v_2 pondère l'amortissement du contrôle en quantifiant la participation de $\dot{\theta}$, v_3 pondère la rapidité d'atteinte de la position et sa précision statique via la participation de $\int_0^t (v_c - z)\, d\tau$ sur le gain intégral correspondant et enfin v_4 pondère l'amplitude du couple moteur en modifiant la participation de la tension de commande du moteur V_m.

Le réglage des pondérations est effectué par à l'aide de l'optimisation temporelle présentée au paragraphe 3.1.3. Les contraintes portent sur la tension de commande V_m et la position angulaire θ de la poutre. Les gabarits choisis sont présentés Figures 3.10 et 3.11. Ils garantissent les objectifs retenus pour le contrôle à savoir : la commande du moteur ne dépasse pas $\pm 2\, Volt$ et la consigne angulaire de 180 *degrés* est atteinte en $0,25\, seconde$ (la réponse angulaire est normée par la consigne de 180 *degrés*).

L'optimisation réalisée permet d'obtenir les matrices de pondération du contrôle sui-

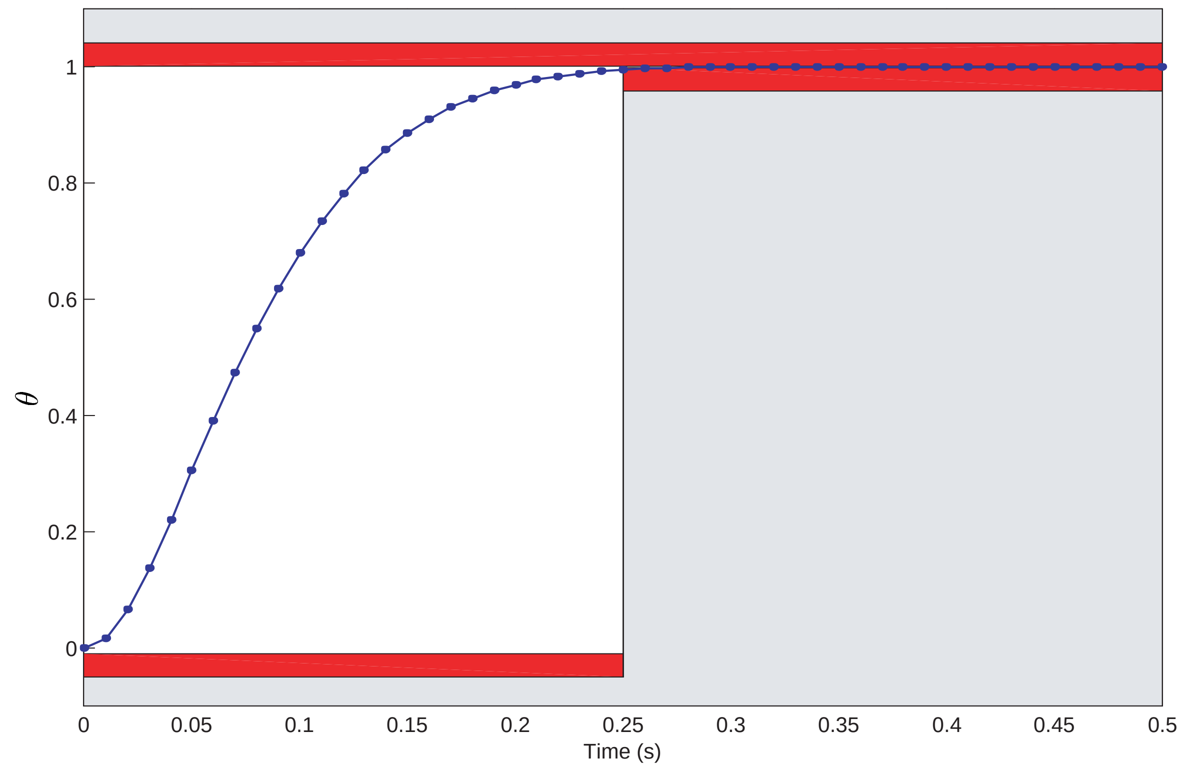


FIG. 3.10: Gabarit utilisé pour l'évolution temporelle de l'angle θ

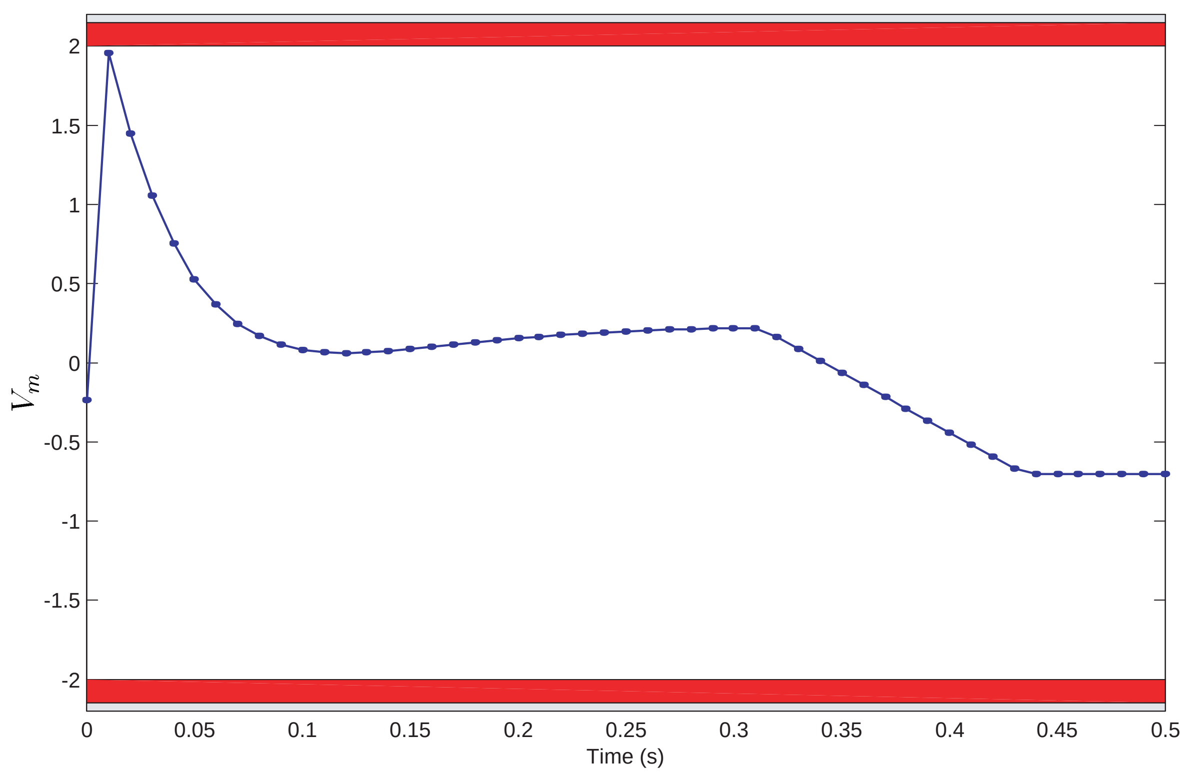


FIG. 3.11: Gabarit utilisé pour l'évolution temporelle de la commande V_m

vantes :

$$Q = \begin{bmatrix} 1,37.10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 2,48 & 0 \\ 0 & 0 & 2,16.10^5 \end{bmatrix}$$
$$R = [1]$$

L'algorithme de commande LQ utilisant Q et R permet d'optimiser les gains de commande à partir du critère de performance J_c (3.11). Le résultat obtenu est :

$$G_x = \begin{bmatrix} -61.6 & -1.61 & -465 \end{bmatrix}$$

La dynamique en boucle fermée du moteur est alors caractérisée par un pôle de fréquence *3.5 Hz* et d'amortissement *90 %* et un intégrateur de pulsation *1310 rad.s*$^{-1}$ (cf Figures 3.12).

La réponse simulée présentée dans chaque gabarit Figures 3.10 et 3.11 est obtenue en fin d'optimisation lorsque le contrôle est adapté au comportement souhaité. La tension V_m, linéique entre 0,3 et 0,4 seconde Figure 3.11 est due au frottement sec. Le contrôle intègre l'erreur statique constante et produit alors une commande proportionnelle au temps. Cette dernière ne modifie cependant pas la position angulaire en sortie tant que le couple de commande est inférieur au couple de frottement sec.

Les informations disponibles sont les tensions du potentiomètre et de la génératrice tachymétrique :

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} V_{pot} \\ V_{gen} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.62 & 0 \\ 0 & 0.107 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_m \tag{3.51}$$

La matrice de mesure C est donc dans ce cas carrée et inversible, l'état du système est observable et pourrait être reconstruit en calculant :

$$\boldsymbol{x} = C^{-1}\boldsymbol{y} \tag{3.52}$$

Cependant, l'objectif de cette partie de l'étude étant de valider le contrôle LQG, un observateur sera utilisé pour reconstruire l'état du système.

Vu la simplicité du système, cet observateur est réglé en plaçant ses pôles directement sans optimisation à une pulsation de *500 rad.s*$^{-1}$ et un amortissement de *100 %* (pôle intégrateur double). Cela permet d'obtenir un contrôle correct grâce à une bonne rapidité de l'observateur, tout en amplifiant peu le bruit des capteurs. Les pôles du système en

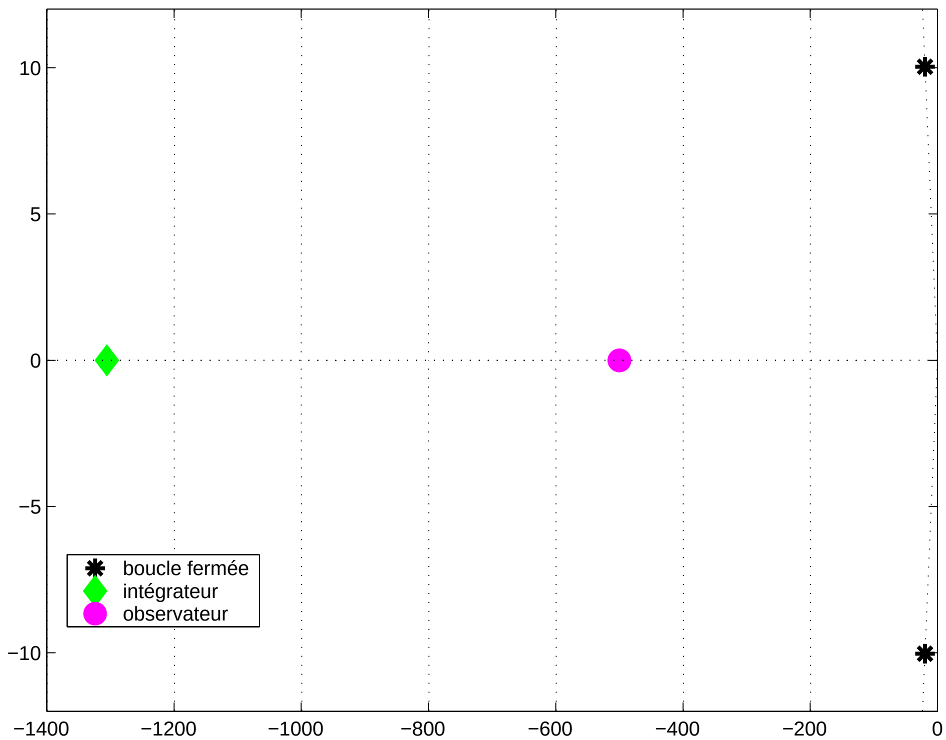


FIG. 3.12: Pôles du moteur contrôlé avec l'observateur

boucle fermée ainsi que le pôle double de l'intégrateur sont présentés dans le plan complexe Figure 3.12.

La matrice de gains d'observation obtenue pour une telle dynamique de l'observateur est :

$$L = \begin{bmatrix} 310 & 9.4 \\ 0 & 4610 \end{bmatrix}$$

Simulations du comportement dynamique contrôlé/observé

Les diagrammes de Bode simulés du moteur en boucle ouverte (BO), avec contrôle sans observateur (LQ) et avec contrôle et observateur (LQG) sont présentées Figure 3.13. La réponse en fréquence obtenue sans observateur (LQ) correspond au contrôle idéal vers lequel peut se rapprocher la réponse obtenue avec observateur (LQG). En effet, la reconstruction de l'état dégrade les qualités du contrôle.

Dans le cas des réglages présentés précédement, l'observateur perturbe le contrôle car, à la résonance du système contrôlé (*3.5 Hz*), pour *40.3 dB* d'atténuation prévu avec le contrôleur LQ, le contrôleur LQG a une atténuation de *29 dB* (soit 11.3 dB de moins). La bande passante à *-3 dB* du contrôleur-observateur est ainsi de *47 Hz* et permet d'envisager le contrôle du premier mode de la poutre encastrée sur l'axe du moto-réducteur.

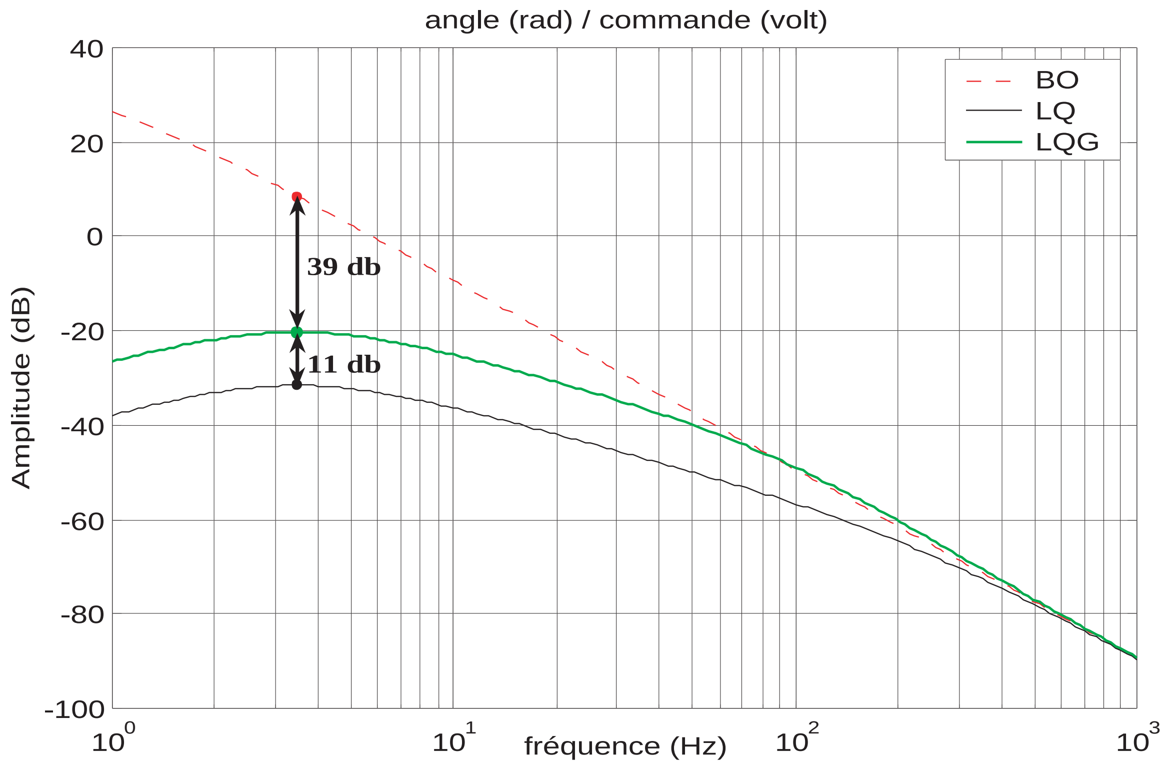


Fig. 3.13: Diagrammes de Bode du moteur avec et sans contrôle et/ou sans observateur

Les réponses temporelles pour un suivi de consigne (Figure 3.14) donnent un temps de réponse pour une consigne de 180 *degrés* de $0,25\,secondes$, et la tension de commande du moteur reste inférieure à $2\,Volt$ conformément aux objectifs annoncés.

La réjection d'une perturbation de type créneau de $0,5\,Volt$ ajouté à la commande du moteur est simulée. Les résultats sont présentés Figures 3.15, 3.16 et 3.17 pour une fréquence de perturbation respectivement de 1, 5 et 10 *Hertz*. Par rapport aux simulations des réponses non contrôlées (cf. Figures 3.6 à 3.8), les réponses angulaires sont divisées par environ 60, 25 et 15 pour les mêmes perturbations de respectivement 1, 5 et 10 *Hertz*. L'atténuation prévue pour le comportement contrôlé est donc satisfaisante.

La bande passante de 47 *Hz* avec une atténuation de -29 *db* à la résonance (à 3,5 *Hz*) est suffisante pour envisager le contrôle d'une structure souple montée sur l'axe de sortie du motoréducteur (en particulier celui de premier mode flexible). Le temps de réponse de 0,25 *seconde* pour un demi-tour de l'axe de sortie devrait permettre d'obtenir des temps de réponse entre 1 et 2 *secondes* avec l'inertie supplémentaire de la structure flexible.

Les réponses simulées du contrôle sont comparées, dans le paragraphe suivant à celles obtenues expérimentalement pour valider les réglages et qualifier l'influence des erreurs de modélisation.

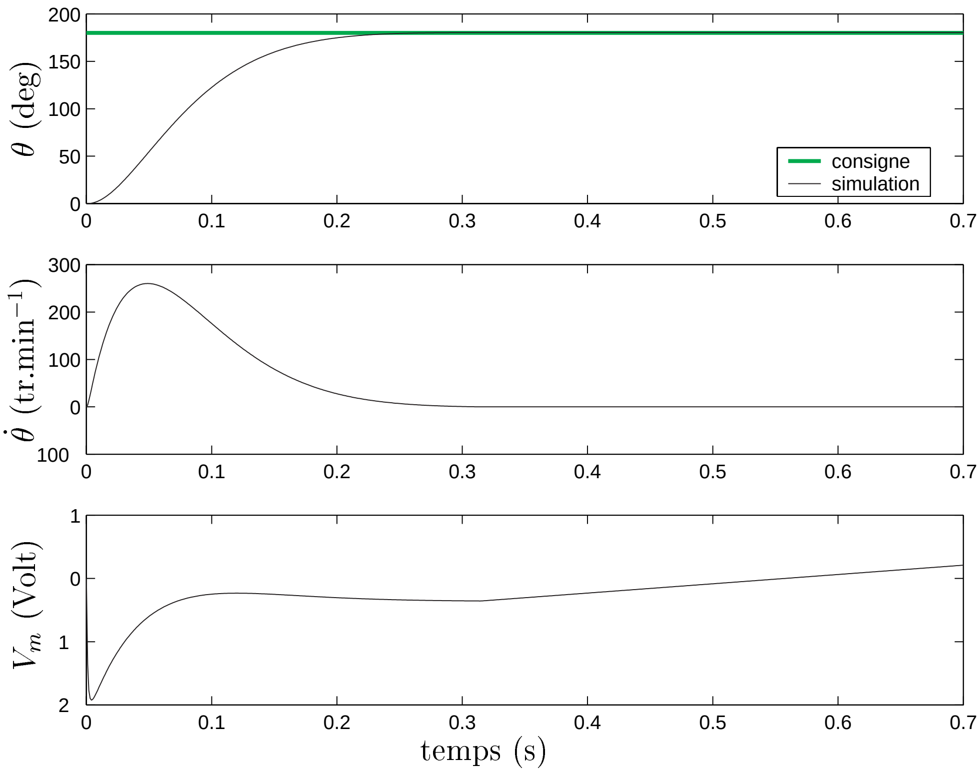


FIG. 3.14: Réponse simulée pour une consigne de 180 *degrés*

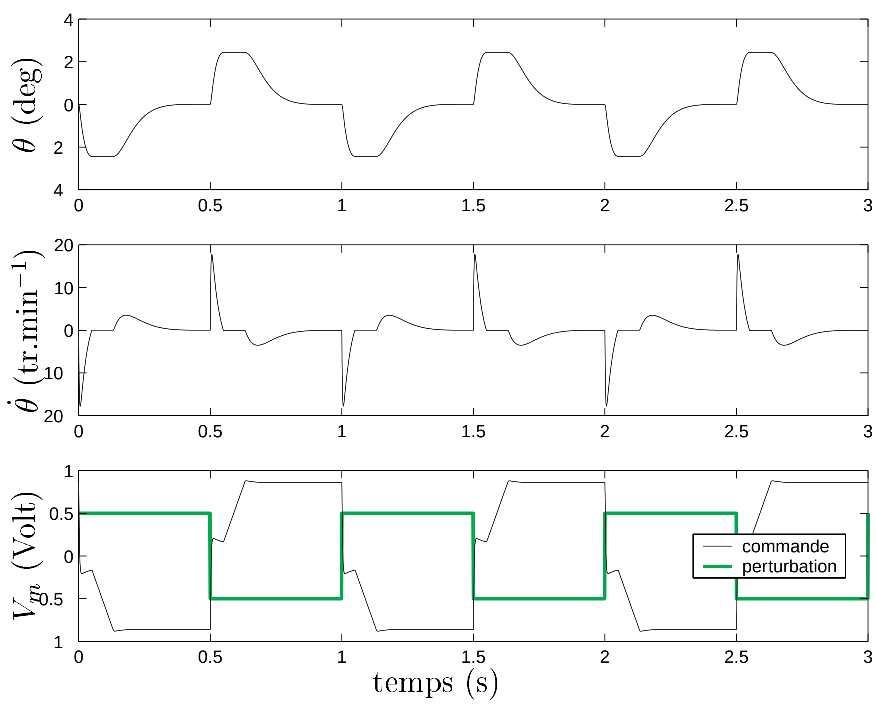


FIG. 3.15: Réponse simulée du contrôle pour une perturbation de type créneau de 0,5 *Volt* à 1 *Hz*

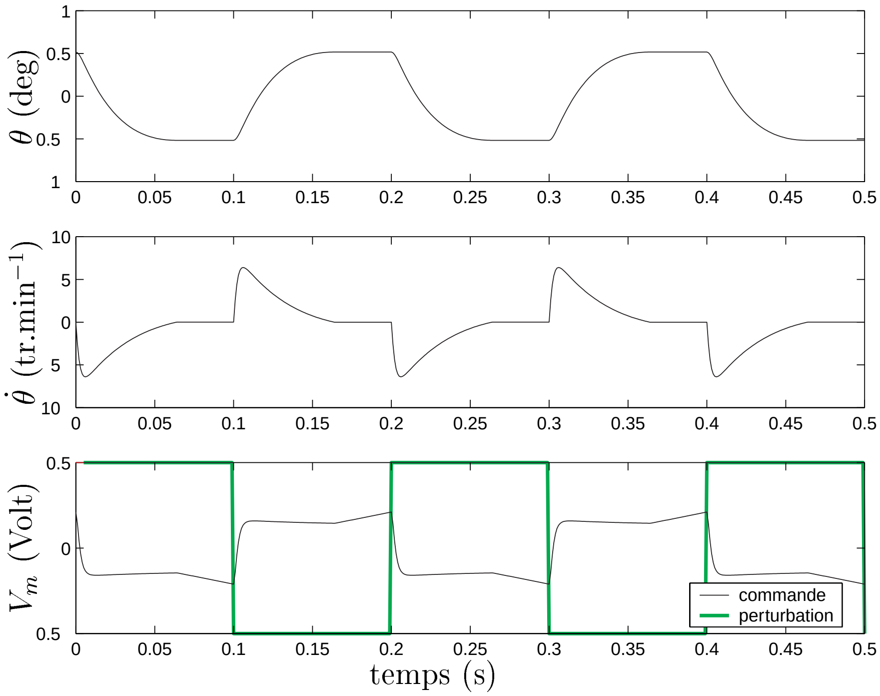


FIG. 3.16: Réponse simulée du contrôle pour une perturbation de type créneau de 0,5 *Volt* à 5 *Hz*

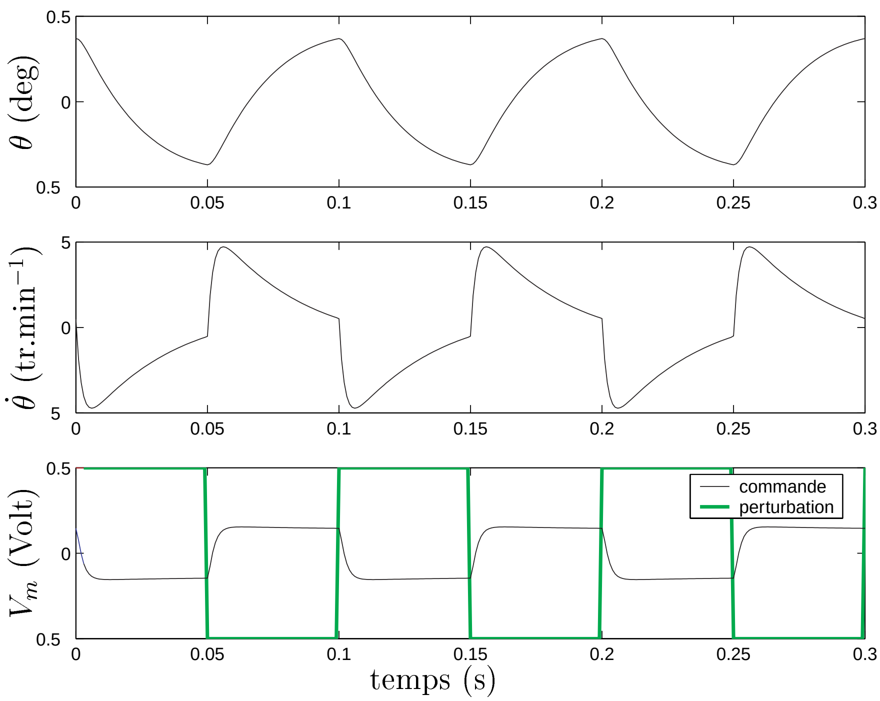


FIG. 3.17: Réponse simulée du contrôle pour une perturbation de type créneau de 0,5 *Volt* à 10 *Hz*

3.2.3 Expérimentation du contrôle du motoréducteur

Environnement informatique matériel (hardware)

Le contrôle LQG du motoréducteur est réalisé par 3 cartes DSPACE® (Figure 3.18) insérées dans un micro-ordinateur de type P.C. Une carte (*DS2002*) est chargée de l'acquisition des mesures V_{pot} et V_{gen}, une autre (*DS1003*) effectue les calculs et la dernière (*DS2101*) restitue la commande V_m sous forme analogique.

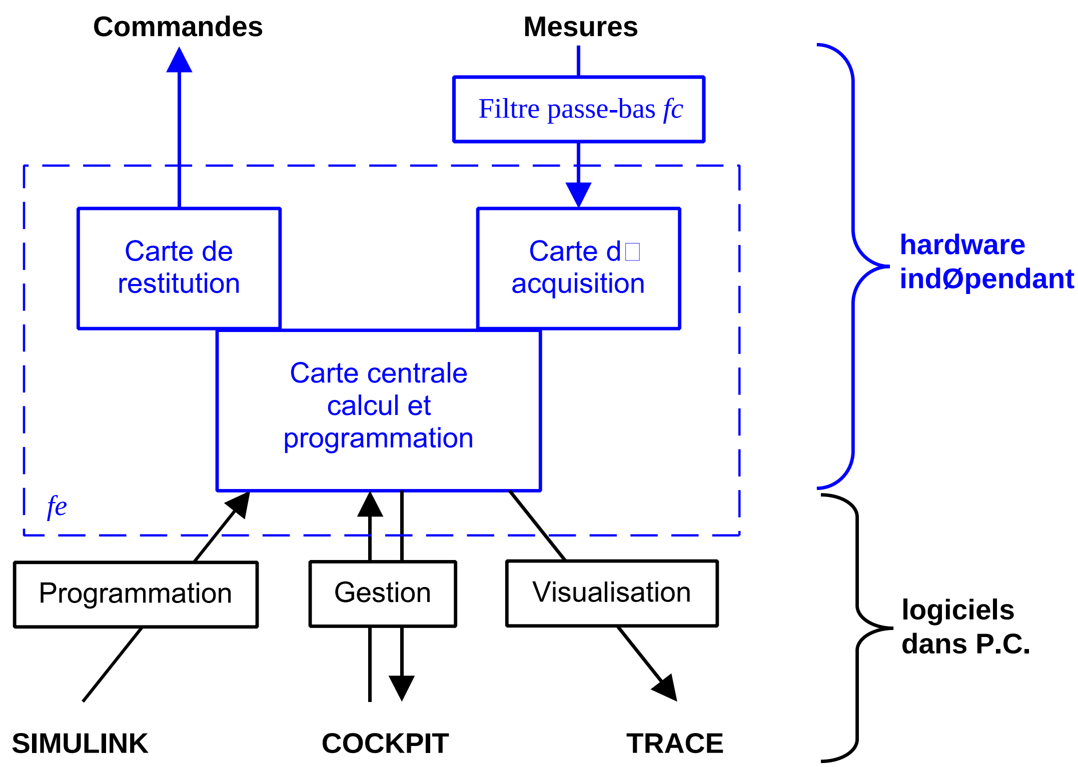


FIG. 3.18: Architecture de la communication des cartes DSPACE®

La fréquence d'échantillonage utilisée est de $f_e = 10\,000\,Hz$. Elle permet de programmer le contrôle sur les cartes en négligeant les perturbations induites par le bloqueur d'ordre 0 des cartes d'acquisition, et donc de s'affranchir d'une description récurente des équations de mouvement et de contrôle. Les mesures sont filtrées à $f_c = 640\,Hz$ par un filtre analogique anti-repliement. Il prévient le repliement du spectre des fréquences lors de l'échantillonage : le théorème de Shanon est largement respecté et filtre une partie des bruits de mesure.

Environnement logiciel

Le logiciel SIMULINK® utilisé pour réaliser les simulations, permet de programmer directement les cartes DSPACE®. Une compilation du contrôle programmé sous SIMULINK® et traduit en langage C, permet de charger les codes temps réel dans la carte de calcul et gère les communications entre cartes, et entre cartes et logiciels de surveillance et de gestion. Des blocs d'acquisition et de restitution permettent de paramétrer les cartes DS2002 et DS2101 (voies d'entrée et de sortie utilisées, tension limite d'acquisition, ...). La fréquence de calcul, d'échantillonage et de restitution est commune et se régle lors de la compilation.

Le logiciel COCKPIT® permet de créer une interface graphique (Figure 3.19) qui assure

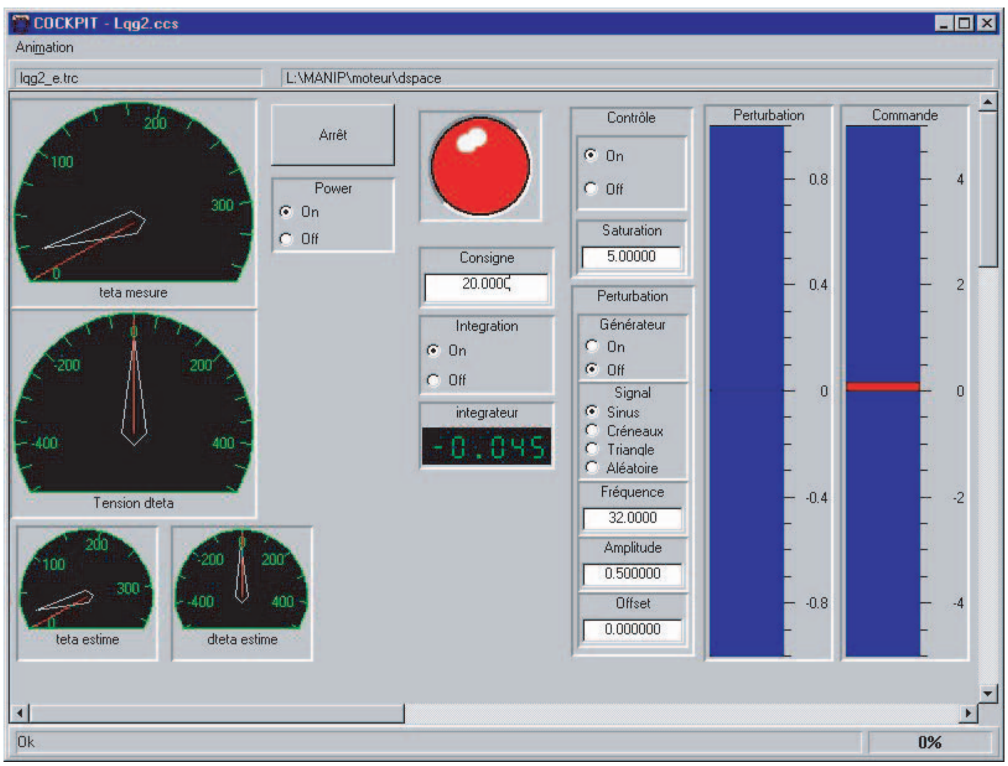


FIG. 3.19: Logiciel de gestion du contrôle : Interface pour le contrôle du moteur

le suivi du contrôle et la gestion des paramètres de contrôle dans les cartes. La position angulaire du motoréducteur et sa vitesse de rotation peuvent être visualisées sous forme de compteur par exemple, le contrôle peut-être activé, désactivé ou modifié, une pertubation peut-être réglée et superposée à la commande du moteur, ...

Le logiciel TRACE® permet de prélever et visualiser en temps réel des données provenant des cartes et donc du contrôle opérant. Cette visualisastion permet de tracer, en fonction du temps, la commande calculée, les mesures effectuées, ou les états reconstruits.

Résultats expérimentaux

Le contrôle du comportement dynamique expérimental du moteur est testé pour une consigne de 180 degrés. Les résultats sont présentés Figure 3.20.

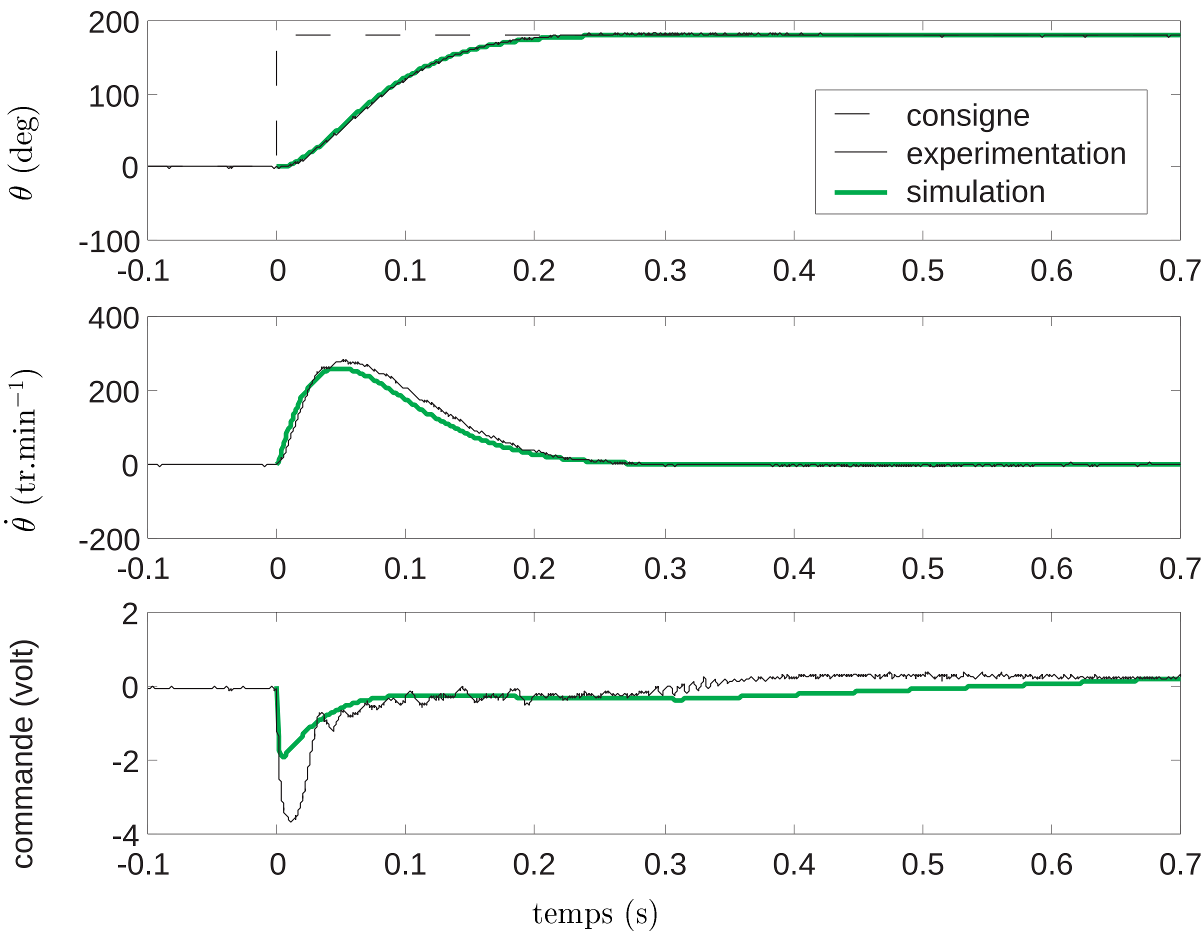


FIG. 3.20: Réponse et commande en BF du motoréducteur pour une consigne de 180 $degrs$

Les évolutions des positions et vitesses angulaires relevées expérimentalement par le logiciel TRACE®, sont proches de celles simulées par le logiciel SIMULINK. Les performances du contrôle sont bien respectées avec un temps de montée de 0,25 seconde. Par contre, la tension de commande envoyée au motoréducteur est plus importante expérimentalement qu'en simulation. Cette différence est dûe essentiellement au frottement sec qui est différent en adhérence et en glissement alors qu'il est considéré comme constant en modélisation : il faut plus de couple en expérimentation pour lancer la rotation. La robustesse du contrôle mis en œuvre permet de compenser ces différences entre la modélisation et le

moto-réducteur réel en dégradant peu les performances du contrôle.
Le test en réjection de pertubations utilise les mêmes créneaux (1, 5 et 10 Hz) qui ont servi à identifier le motoréducteur. Les Figures 3.21, 3.22, et 3.23 montrent que ces perturbations sont globalement bien rejetées.

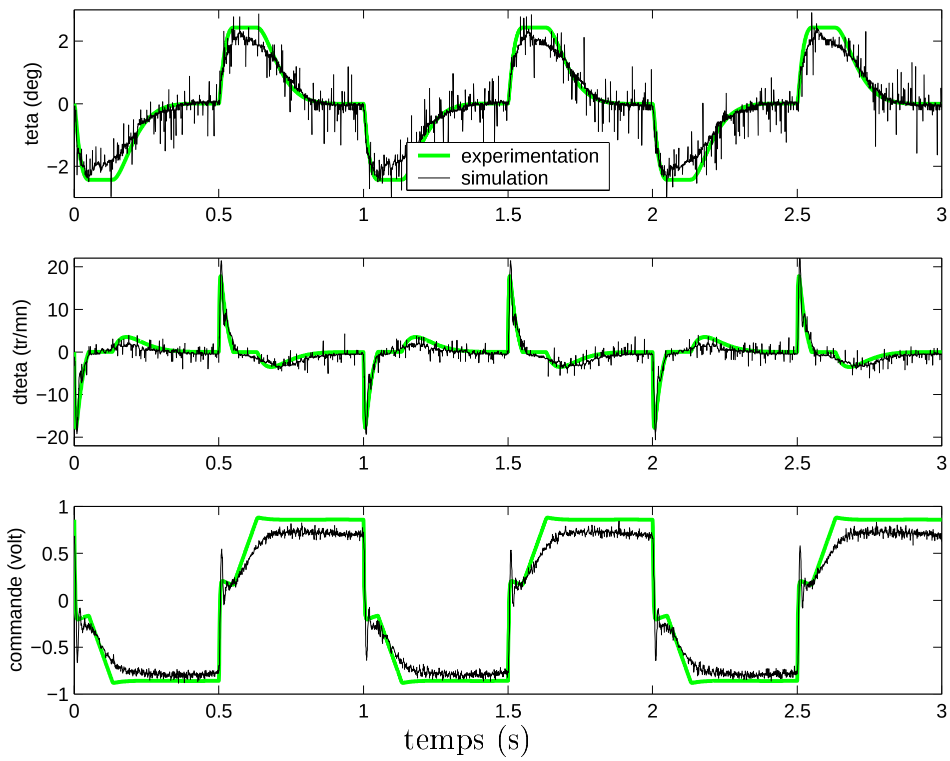


FIG. 3.21: Réponse contrôlée pour une perturbation de type créneau de $0,5\,Volt$ à $1\,Hz$

En effet, les courbes expérimentales et simulées pour une perturbation créneau de $0,5\,Volt$ à $1\,Hz$ (Figure 3.21) sont très proches en forme et amplitude. Seules les commandes diffèrent légèrement. Ici, également, le couple de frottement sec n'a pas la même valeur pour les deux sens de rotation.
Pour la réponse non-contrôlée (Figure 3.6) l'angle oscille de $146\,degrs$, il n'oscille plus que de $2,2\,degrs$ en réponse contrôlée. La perturbation est donc rejetée en quasi totalité.
Les courbes expérimentales et simulées correspondant à une perturbation créneau de $0,5\,Volt$ à $5\,Hz$ (Figure 3.22) sont proches en forme et en amplitude. La principale différence concerne une oscillation visible sur la réponse expérimentale en vitesse. Elle est due à une rigidité trop faible en torsion entre l'axe de sortie du réducteur et celui de la génératrice tachymétrique. Cette raideur interne au moto-réducteur génère un mode de torsion entre l'axe de la génératrice et l'axe de sortie du réducteur. Le modèle utilisé ne permet pas de visualiser cette vibration. Ce mode perturbe peu la reponse en position

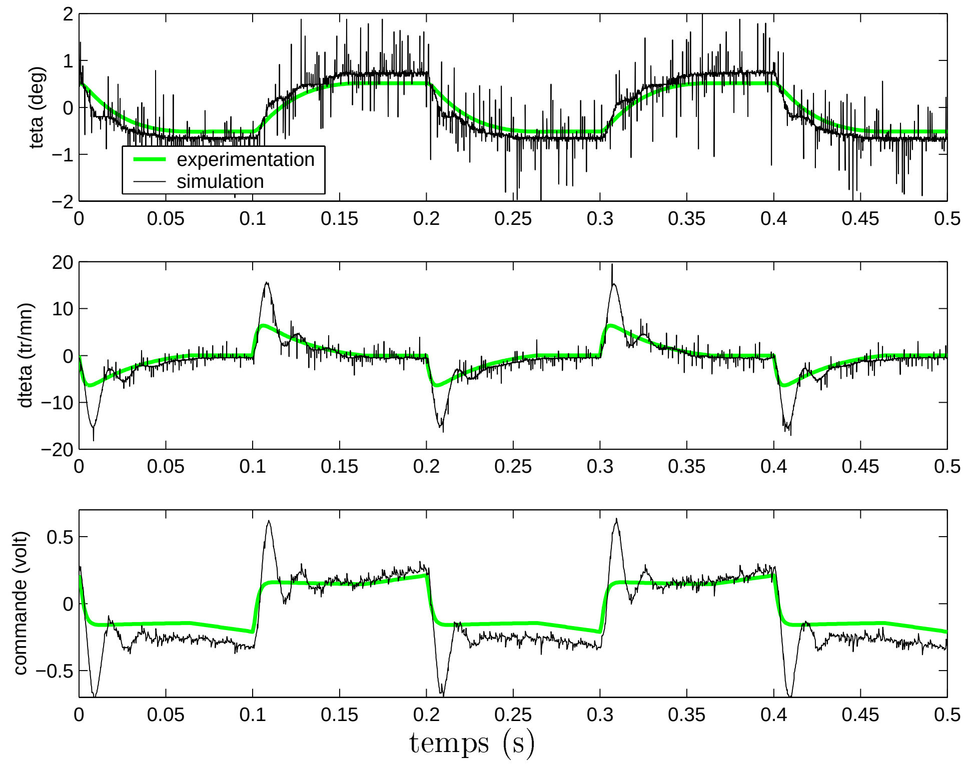


FIG. 3.22: Réponse contrôlée pour une perturbation de type créneau de $0,5\,Volt$ à $5\,Hz$

car c'est principalement la génératrice qui est excitée et qui oscille.

Pour la réponse non-contrôlée (Figure 3.7) la vitesse angulaire oscille avec une amplitude de $75\,tr.min^{-1}$. Pour la réponse contrôlée, elle n'oscille plus que de $15\,tr.min^{-1}$. La perturbation est donc en grande partie rejetée malgré la non prise en compte du mode interne du moto-réducteur.

Les courbes expérimentales et simulées correspondant à une perturbation de type créneau de $0,5\,Volt$ à $10\,Hz$ (Figure 3.23) sont, de nouveau, proches en forme et amplitude. La différence est due également à la génératrice tachymétrique.

Pour la réponse non-contrôlée (Figure 3.8) la vitesse angulaire oscille avec une amplitude de $50\,tr.min^{-1}$. Pour la réponse contrôlée, elle oscille de nouveau de $15\,tr.min^{-1}$ car le mode non modélisé due à la génératrice et donc non contrôlé est toujours présent. La perturbation créneau est donc, là encore, rejetée en grande partie malgré la présence du mode de la génératrice.

Un balayage en fréquence est réalisé par un analyseur de spectre pour comparer expérimentalement la réponse fréquentielle à une perturbation de la commande du moteur en boucle ouverte et en boucle fermée. Un sinus d'amplitude $1\,Volt$ est appliqué sur la commande du motoréducteur, avec ou sans contrôle activé. La Figure 3.24 présente la

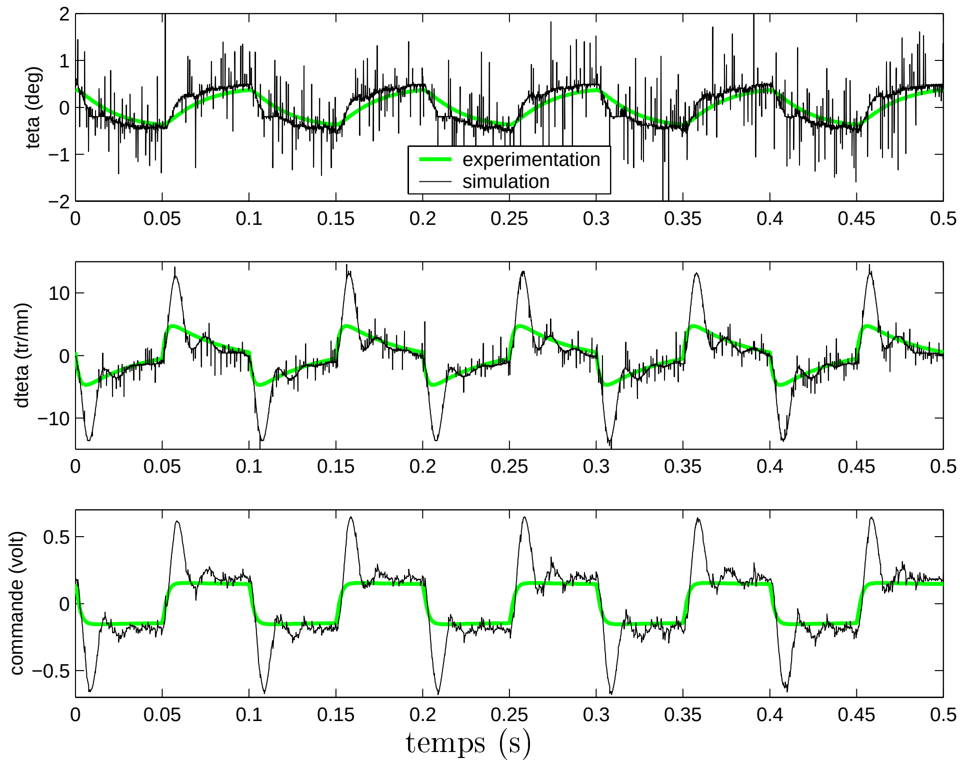


FIG. 3.23: Réponse contrôlée pour une perturbation de type créneau de $0,5\,Volt$ à $10\,Hz$

réponse fréquentielle en position entre 5 et $300\,Hz$ et la Figure 3.25, la réponse en vitesse pour la même gamme de fréquence.
La bande passante expérimentale à $-3\,db$ constatée du contrôle (Figure 3.24) est de $41\,Hz$ (pour $47\,Hz$ en simulation) avec une atténuation de $-19\,db$ à $10\,Hz$. La résonance présente vers $60\,Hz$, correspand aux oscillations observées sur les figures temporelles (Figures 3.22 et 3.23), est la résonance du mode non contrôlé de la génératrice.

Conclusion

Le contrôle de la rotation de l'axe de sortie du motoréducteur a été mis en place, calculé, simulé, et testé expérimentalement. Malgré la présence d'un mode de génératrice non contrôlé, les résultats présentés montrent un contrôle performant, notamment la bande passante du système contrôlé/observé est de $41\,Hz$, ce qui permet un suivi de consigne rapide. Le contrôle d'une poutre encastrée sur cet axe de sortie, objet d'étude du paragraphe 3.4 est donc envisageable et le moteur pourra participer au contrôle du premier mode flexible de la structure en plus de celui de la rotation.

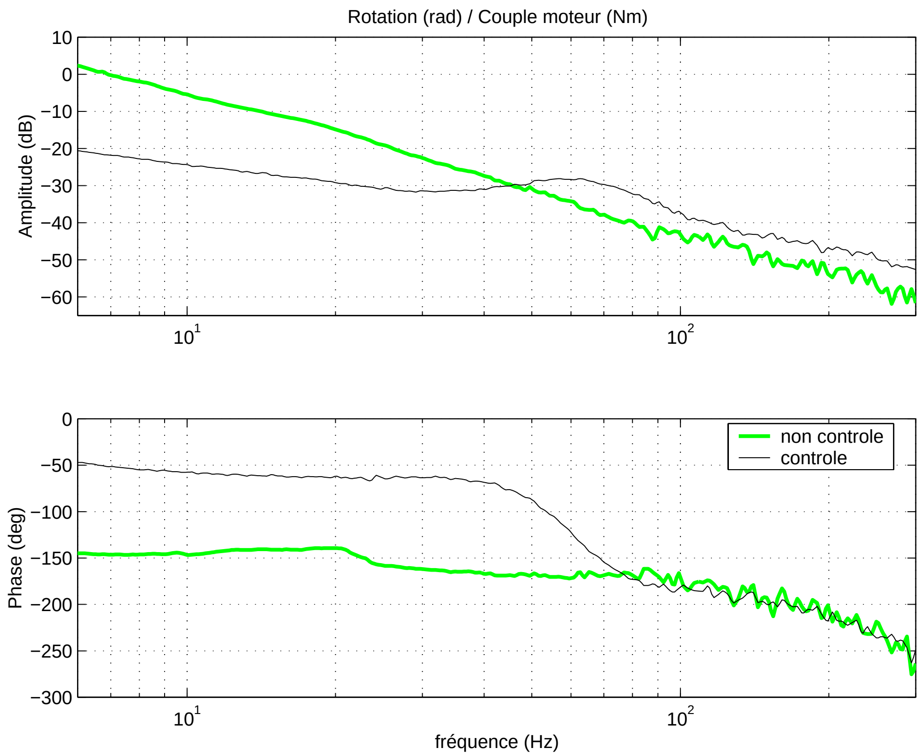


FIG. 3.24: Diagramme de Bode pour la rotation

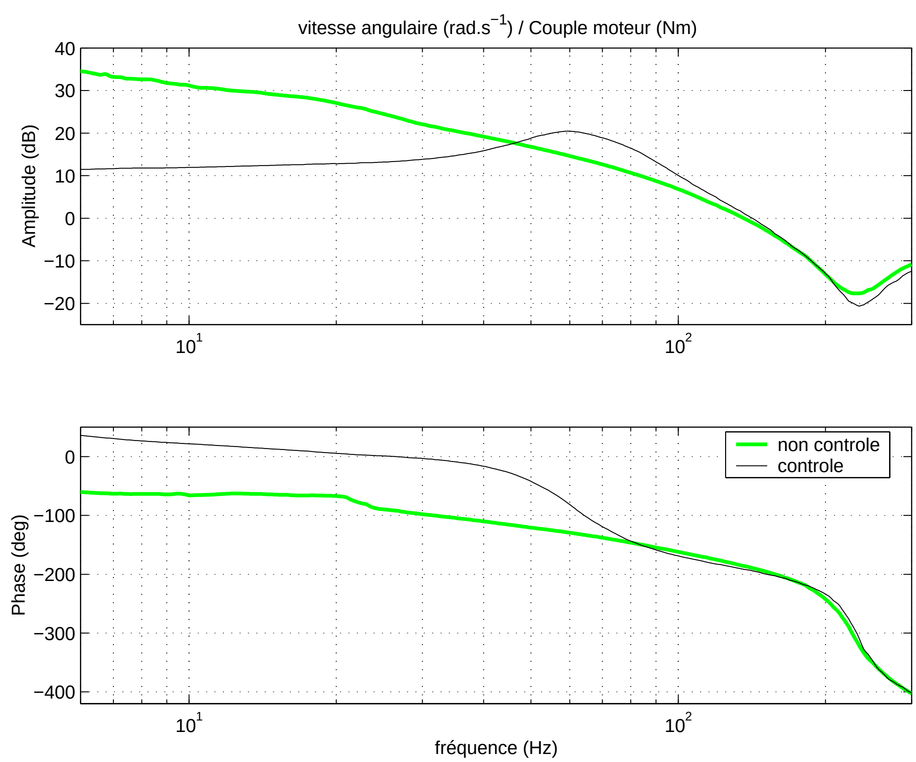


FIG. 3.25: Diagramme de Bode pour la vitesse

3.3 Contrôle par composants piézo-électriques d'une poutre souple encastrée

Afin de valider l'adaptation des céramiques piézo-électriques au contrôle de modes flexibles et de qualifier la méthode de contrôle LQG pour les structures souples, l'application présentée dans ce paragraphe concerne la poutre encastrée-libre (Figure 1.22). Elle est instrumentée de deux capteurs et d'un actionneur bimorphe en céramiques piézo-électriques et elle a été identifiée au paragraphe 1.3.3.

L'objectif de contrôle retenu est la maîtrise des trois premiers modes de flexion en augmentant notamment l'amortissement de ces modes. L'algorithme de commande LQG est utilisé puis programmé et testé expérimentalement.

3.3.1 Calcul et simulation du contrôle

Les équations de comportement dynamique (1.73) ont été recalées pour les $n = 6$ premiers modes au paragraphe 1.3.3. Ces équations sont linéaires et permettent de construire le modèle d'état suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n\times n} & I_n \\ -[(2\pi f_i)^2] & -[2\xi_i(2\pi f_i)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} \\ \mathcal{A}_a \end{bmatrix} v_a = A\boldsymbol{x} + Bu \tag{3.53}$$

Le vecteur d'état $\boldsymbol{x}$ contient les participations modales en déplacement q_i et en vitesse $\dot{q}_i$. La commande u correspond à la tension v_a appliquée à l'amplificateur haute-tension qui pilote les céramiques actionneurs. Ce modèle a été réalisé pour simuler le comportement de la poutre encastrée-libre de façon à régler le contrôleur.

Comme le contrôle à calculer a pour objectif la maîtrise des trois premiers modes de la structure, le modèle de contrôle est réalisé à partir d'une réduction modale opérée en éliminant les trois modes de plus haute fréquence (cf. équations (3.35-3.44)). Les matrices d'évolution dynamique A_r et d'application de la commande B_r du modèle linéaire de contrôle sont, aprés réduction :

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5,85.10^2 & 0 & 0 & -1,39.10^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -1,96.10^4 & 0 & 0 & -1,14 & 0 \\ 0 & 0 & -1,40.10^5 & 0 & 0 & -2,40 \end{bmatrix}$$

$$B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -9,17.10^{-2} \\ 6,77.10^{-1} \\ -2,05 \end{bmatrix}$$

L'algorithme de commande LQ est appliqué au système précédent en faisant porter la précision statique sur la tension de commande de l'actionneur piézo-électrique. L'intégrateur correspondant impose une courbure nulle de la poutre lorsque celle-ci atteind la nouvelle position statique s'il n'y a pas d'efforts extérieurs appliqués :

$$\begin{aligned} y_c &= v_a \\ C_c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D_c &= \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.54}$$

La controlabilite du système augmenté se vérifie par :

$$\begin{aligned} rang(\begin{bmatrix} B_a & A_aB_a & A_a^2B_a & A_a^3B_a & A_a^4B_a & A_a^5B_a & A_a^6B_a \end{bmatrix}) &= 7 \\ k = 7 &\leq 7 \end{aligned}$$

Les pondérations Q et R, introduites dans le critère de performance (3.11) du contrôle, sont réglées par optimisation temporelle par la méthode des gabarits de réponse et de commande présentée au paragraphe 3.1.3. Les gabarits temporels (Figure 3.28), pour une perturbation de type échelon de $1\,Volt$ sur la commande, concernent les réponses temporelles du capteur 1 v_{c_1} et de la commande v_a. La commande générée par le contrôle ne doit pas dépasser $0,5\,Volt$ en valeur absolue et le temps de réjection de la perturbation doit être minimum. Les pondérations retenues aprés optimisation pour le contrôleur

sont :

$$
\begin{aligned}
Q &= \begin{bmatrix}
9,74.10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 9,74.10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 9,74.10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1,58.10^2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 9,15.10^2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,45.10^3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{10^4}
\end{bmatrix} \\
R &= 10,6
\end{aligned}
$$

Dans la matrice de pondération Q, le premier bloc porte sur les participations modales q_i des trois modes, le deuxième bloc porte les participations modales $\dot{q}_i$ et le dernier bloc pondère l'importance relative de l'état intégral donc la précision statique.
L'algorithme LQ présenté précédement, permet alors de calculer la matrice de gains de commande :

$$G_x = \begin{bmatrix} -7,71.10^3 & 3,88.10^3 & -3,38.10^3 & -2,30.10^2 & 6,12.10^1 & -2,71.10^1 & -3,07.10^1 \end{bmatrix}$$

Les informations disponibles pour reconstruire l'état concernent la tension de commande v_a et les tensions $\boldsymbol{v}_c$ des deux capteurs piézo-électriques :

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{v}_c = C\boldsymbol{x} + Dv_a \tag{3.55}$$

La même réduction modale (cf. équations (3.35-3.44)) est opérée pour ne conserver que les trois premiers modes à contrôler. Les matrices de mesure sont alors :

$$
\begin{aligned}
C_r &= \begin{bmatrix} -6,71.10^1 & 2,25.10^2 & -1,96.10^2 & 0 & 0 & 0 \\ -4,56.10^1 & -1,66.10^2 & 5,51.10^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
D_r &= \begin{bmatrix} -1,96.10^{-2} \\ 6,65.10^{-3} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

avec une matrice D_r non nulle du fait de la réduction modale (cf. équation (3.44)).
L'observabilité de l'état $\boldsymbol{x}$ à partir des mesures $\boldsymbol{y}$ est vérifiée par :

$$
\begin{aligned}
rang(\begin{bmatrix} C_r^t & A_r^t C_r^t \end{bmatrix}) &= 6 \\
k = 2 &\leq 6
\end{aligned}
$$

L'observateur est réglé par optimisation temporelle. Les variables d'optimisation w_i sont introduites dans les matrices de pondération :

$$
\begin{aligned}
Q_{obs} &= \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \boxed{\begin{matrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 \end{matrix}} \end{bmatrix} \\
R_{obs} &= \begin{bmatrix} w_4 & 0 \\ 0 & w_5 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Dans la matrice de pondération Q_{obs}, le premier bloc porte sur les erreurs de reconstruction des participations modales q_i, et le deuxième bloc sur les erreurs de reconstruction des participations modales $\dot{q}_i$. La matrice R_{obs} contient les pondérations sur l'importance relative des mesures des deux capteurs. Les pondérations sur les participations q_i sont fixées à zéro car les simulations ont montré que cette valeur donne une meilleure reconstruction de l'état.

La réponse en fréquence H_{ext}^{LQ} de l'extrémité de la poutre avec un contrôleur LQ (sans observateur) et la réponse en fréquence H_{ext}^{LQG} avec l'observateur sont simulées sous MATLAB®. Les variables w_i sont alors optimisées afin de minimiser le critère quadratique E_{LQG}, caractérisant l'erreur entre les réponses en fréquence LQ et LQG pour les $N_p = 1\,000$ pulsations p_i dans la bande *0-300Hz* :

$$
E_{LQG} = \sum_{i=1}^{N_p} E(p_i) \tag{3.56}
$$

$$
E(p_i) = \left| \begin{array}{ll} \dfrac{\left(\left|H_{ext}^{LQ}(p_i)\right|_{db} - \left|H_{ext}^{LQ}(p_i)\right|_{db} \right)^2}{p_i} & \text{si } \left|H_{ext}^{LQG}(p_i)\right|_{db} < \left|H_{ext}^{LQG}(p_i)\right|_{db} \\ 0 & \text{si } \left|H_{ext}^{LQ}(p_i)\right|_{db} \geq \left|H_{ext}^{LQG}(p_i)\right|_{db} \end{array} \right. \tag{3.57}
$$

Seuls les écarts lorsque l'observateur dégrade le contrôle sont pris en compte, et les écarts au carré sont normalisés par division par la pulsation p_i pour donner la même importance à toutes les fréquences ciblées par le contrôle.

L'observateur ainsi réglé minimise la perte de performance entre le contrôleur LQ et le contrôleur/observateur LQG. Les matrices de pondérations obtenues aprés optimisation

sont :

$$Q_{obs} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \boxed{\begin{matrix} 3,66.10^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1,79 & 0 \\ 0 & 0 & 4,72 \end{matrix}} \end{bmatrix}$$

$$R_{obs} = \begin{bmatrix} 3,65.10^{-3} & 0 \\ 0 & 1,80.10^{-3} \end{bmatrix}$$

ce qui donne la matrice de gain de l'observateur (2 capteurs et 6 valeurs modales) :

$$L = \begin{bmatrix} -2,47.10^{-1} & 1,07.10^{-1} & -2,11.10^{-1} & -3,96 & 2,26 & -2,86 \\ -3,41.10^{-1} & -1,56.10^{-1} & 1,25.10^{-1} & -5,35 & -1,60 & 1,07.10^{1} \end{bmatrix}$$

Afin de montrer l'incidence de la richesse de l'observation (mesures et dynamique de l'observateur) sur le contrôle, un observateur basé sur la seule mesure du capteur 1 à été utilisé. Le choix de comparaison à pour contraintes : l'utilisation du même contrôleur et l'utilisation des mêmes pondérations de l'observateur sur les états à reconstruire. Le nombre de mesures étant différent, la matrice R_{obs} se réduit à :

$$R_{obs} = \begin{bmatrix} 3,65.10^{-3} \end{bmatrix}$$

La comparaison des simulations en boucle fermée pour le contrôle LQ sans observateur, le contrôle avec observateur utilisant un capteur (LQG 1 capteur) et le contrôle avec observateur utiliant deux capteurs (LQG 2 capteurs) sont présentées sur un diagramme de Bode, Figure 3.26, à partir d'une perturbation sinusoïdale placée sur la commande envoyée à l'actionneur piézo-électrique.

La dégradation du contrôle LQ par l'observation est beaucoup plus importante pour l'observateur alimenté avec un seul capteur qu'avec deux. Le mode 2 et surtout le mode 3 sont les plus dégradés car le capteur à été placé pour mesurer au mieux le mode 1. Cette comparaison montre qu'un capteur suffit pour contrôler trois modes, mais que le contrôle est d'autant plus efficace que le nombre de capteurs se rapproche du nombre de modes à contrôler.

Les pôles de la structure en boucle ouverte, ceux de la structure et du contrôleur (boucle fermé) et ceux de l'observateur sont présentés figure 3.27. Ceux de la structure avec le contrôleur et l'observateur ne sont pas présentés car ils sont confondus avec les autres.

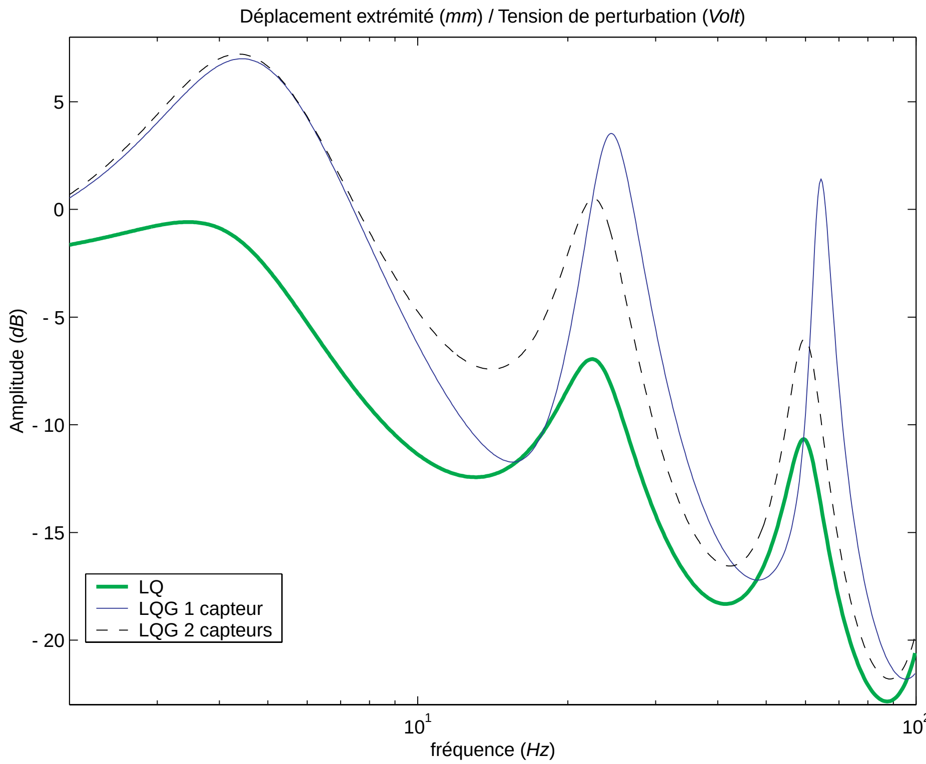


FIG. 3.26: Contrôle avec ou sans observateur en utilisant 1 ou 2 capteurs

Les courbes rouges représentent la rapidité minimum que doit avoir chaque pôle de l'observateur pour être plus rapide que le pôle de la structure contrôlée correspondant. L'optimisation du réglage de l'observateur conduit à des pôles d'observation placés prés de cette limite mais légèrement plus rapides que les modes contrôlés correspondant.

Simulation du contrôle avec observateur

La réponse temporelle du comportement dynamique de la poutre encastrée-libre est simulée avec et sans contrôleur. La perturbation utilisée est de type échelon de 1 *Volt* ajoutée à la commande des actionneurs piézo-électriques. Les réponses en BO et BF prélevées sur le capteur 1 et la commande sont présentées Figure 3.28.
Le temps de réjection de la perturbation est de 0,4 *seconde* environ pour une tension de commande ne dépassant pas 0,5 *Volt*.
Les diagrammes de Bode simulés de la poutre en boucle ouverte (BO) et en boucle fermée (BF) sont présentés Figure 3.29 pour les tensions des deux capteurs.
Les amortissements significatifs apportés par le contrôle sont donnés Tableau 3.2. Seuls les trois premiers modes ciblés par le contrôle sont amortis. Les trois suivants, modélisés et simulés mais non contrôlés ne sont pas modifiés. Le risque de *spill-over* est donc éliminé

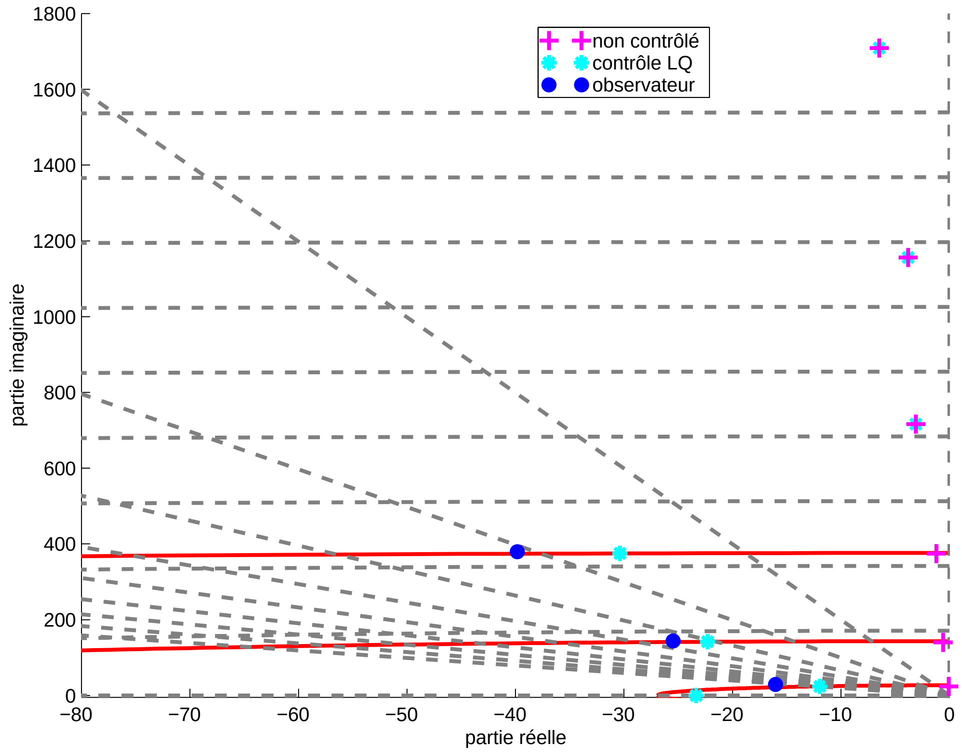


FIG. 3.27: Pôle de la poutre, du contrôleur et de l'observateur

pour les modes 4 à 6. Le modèle étant précis, les résultats attendus en expérimentation devraient être proches. Le risque de *spill-over* concernant les modes non modélisés est réduit car ces modes sont de plus en plus amortis naturellement.

L'amortissement obtenu en simulation à l'aide du contrôle a donc été augmenté de façon trés importante évitant tout risque d'instabilité ou de dégradation du contrôle par *spill-over*.

Modes	Fréquences BO (*Hz*)	Fréquences BF (*Hz*)	Amortissements BO (%)	Amortissements BF (%)
1	3.86	4.29	0.29	44
2	22.4	22.8	0.41	15
3	60.0	59.9	0.32	7.9

TAB. 3.2: Fréquences et amortissements modaux en BO et BF

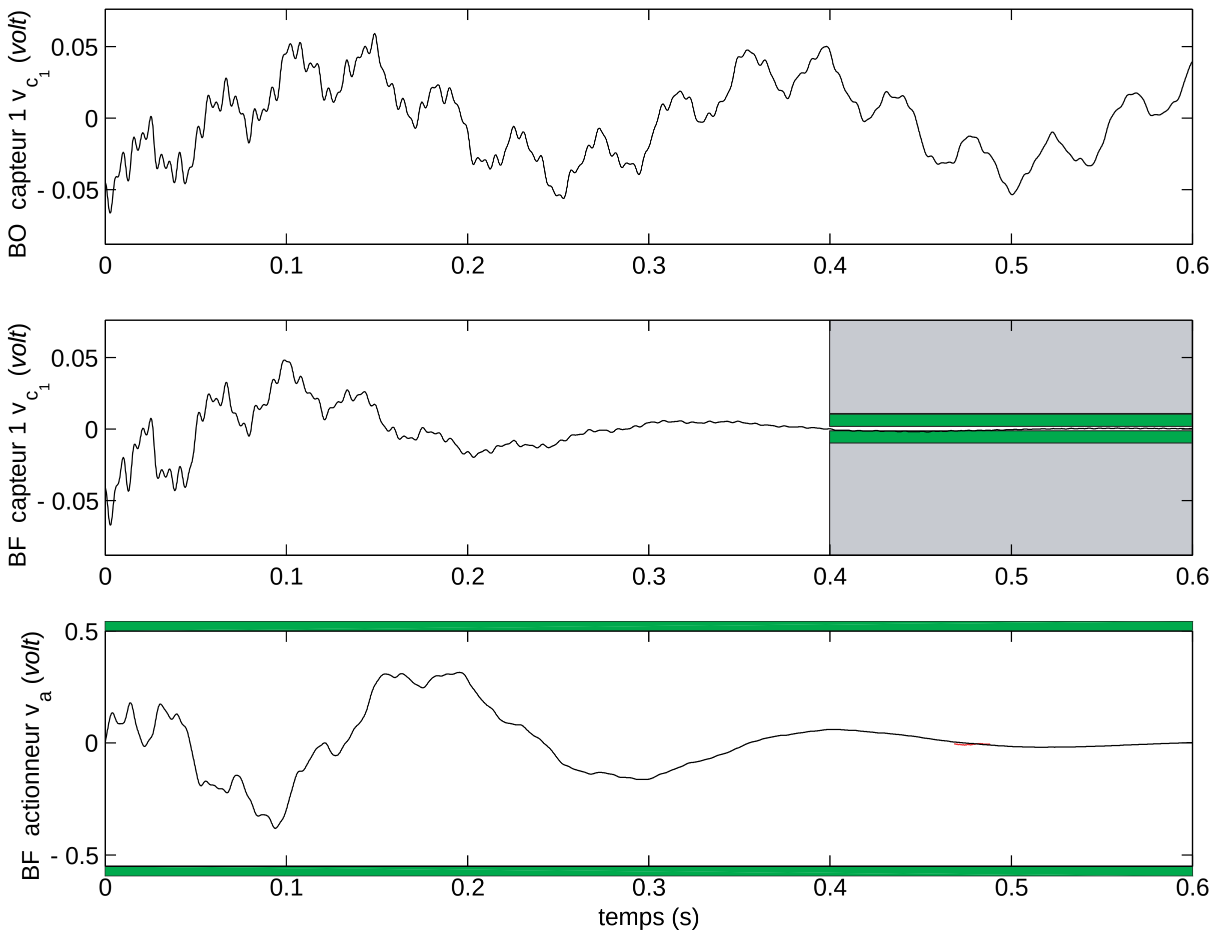


FIG. 3.28: Mesures et commande simulées correspondant à une perturbation colocalisée de type échelon de $1\,Volt$

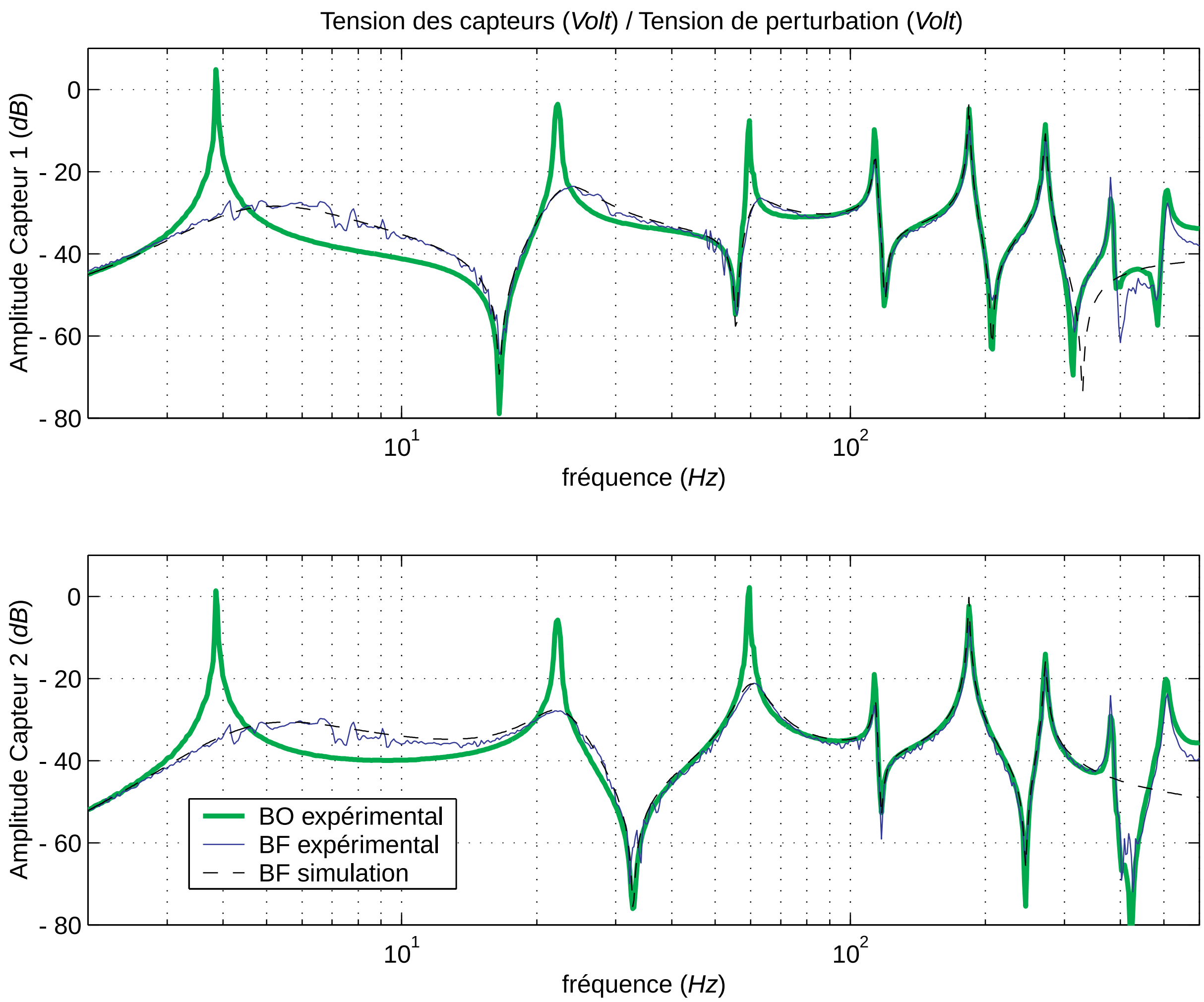


Fig. 3.29: Diagramme de Bode concernant la poutre encastrée-libre

3.3.2 Expérimentation du contrôle

Le matériel utilisé au paragraphe 3.2.3 est employé pour maitre en œuvre le contrôle de la poutre encastrée. Les trois cartes DSPACE® présentées chapitre 3.2 (cf. Figure 3.18), sont programmées à partir du modèle SIMULINK® du contrôleur de la poutre. La fréquence d'échantillonage est $f_e = 10\,000 Hz$ et les mesures des capteurs piézo-électriques sont filtrées à $f_c = 640 Hz$ par le filtre analogique anti-repliement. Une interface graphique (Figure 3.30) est développée sous COCKPIT® et assure le suivi du contrôle et la gestion des paramètres de contrôle dans les cartes.

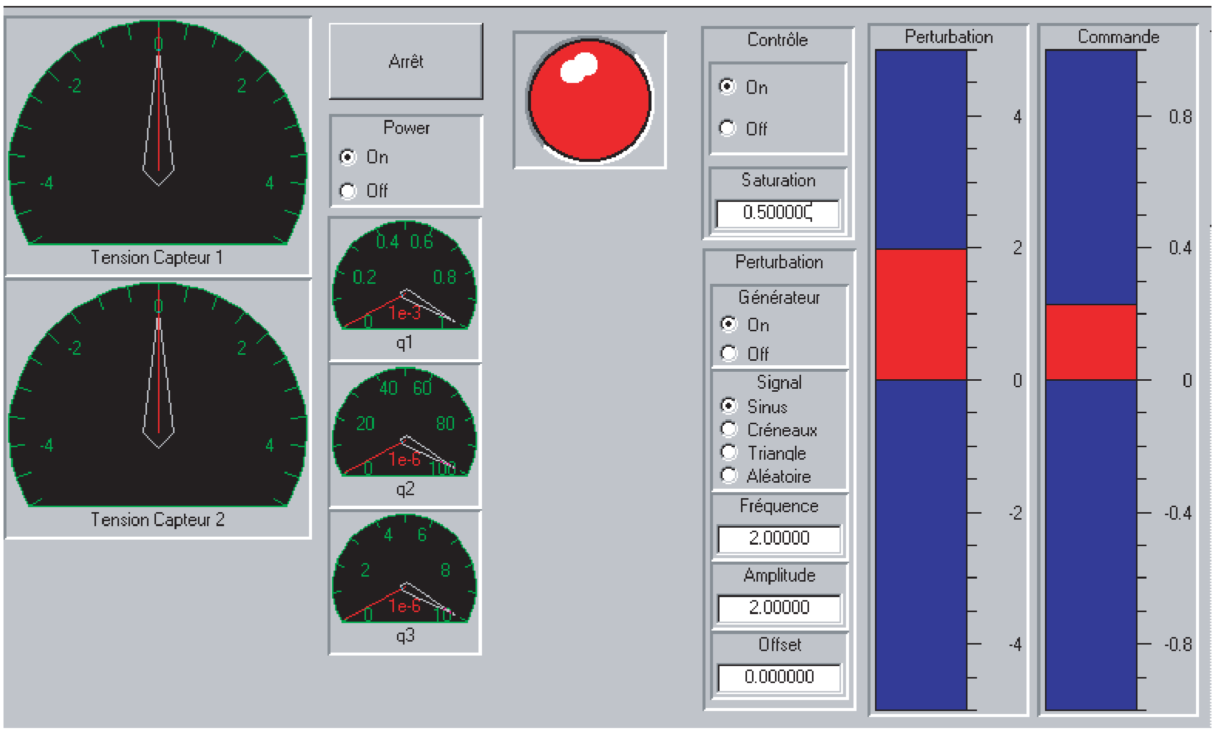


FIG. 3.30: Interface pour le contrôle de la poutre

Le contrôle est testé pour une perturbation de type échelon de 1 *Volt* superposée sur la commande de l'actionneur. La réponse temporelle de la poutre est présentée Figure (3.31). Le comportement expérimental du système contrôlé est proche de celui simulé. Le contrôle améliore donc comme en simulation, le comportement par rapport à la poutre non contrôlée en rejettant la pertubation en 0,4 *seconde*.

Un balayage en fréquence est réalisé avec un analyseur de spectre pour comparer les réponses contrôlées expérimentale et simulée à partir d'une perturbation sinusoïdale de 0,5 *Volt* superposée à la commande envoyée à l'actionneur piézo-électrique. Les réponses relévées par les deux capteurs sont présentées Figure 3.29. Les performances du contrôle

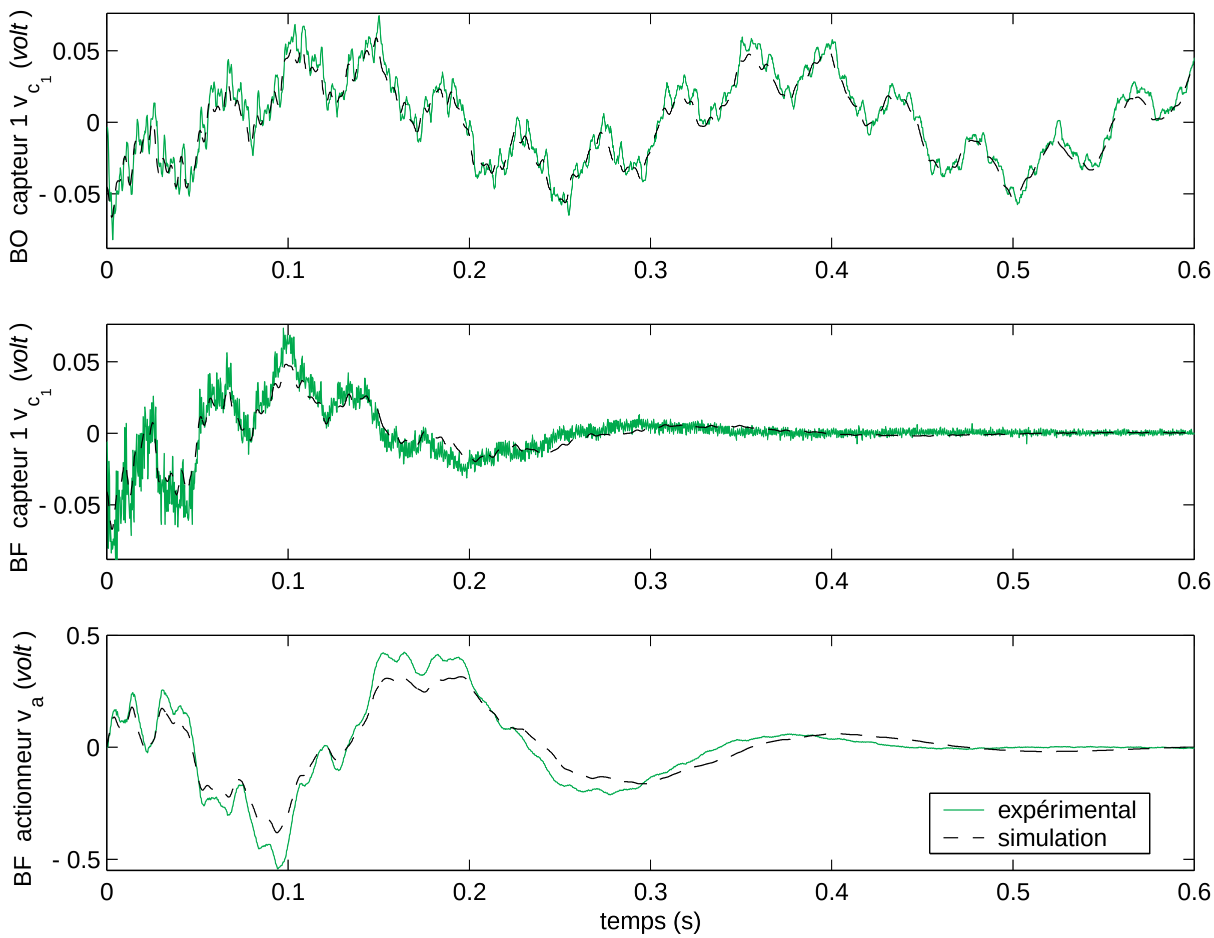


FIG. 3.31: Mesures et commande expérimentées et simulées, correspondant à une perturbation colocalisée de type échelon de 1 *Volt*

expérimental sont proches du contrôle simulé et il n'y a pas de *spill-over* même pour les modes 7 et 8 non modélisés et simulés, car la réponse en boucle fermée est superposée à la réponse en boucle ouverte pour la plage de fréquence des modes 4 à 8. Ces modes ne sont donc pas affectés par le contrôle.

Lorsque une perturbation d'amplitude plus importante est envoyée à la structure, des domaines de comportement non-linéaire de l'ensemble à contrôler sont atteints. En particulier, les amplificateurs et l'actionneur piézo-électrique ne sont plus linéaires comme le montre l'hystérésis et la raideur non constante sur la Figure 1.27.

Par exemple, pour la poutre sollicitée par un échelon de 4 Volt sur la commande de l'actionneur, la Figure 3.32 montre que les simulations basées sur un modèle linéaire et le comportement réel ne sont plus identiques et même, un léger *spill-over* apparait. Néanmoins, le contrôle reste stable et performant avec un temps de réponse de 0,7 *seconde* environ au lieu de 0,4 *seconde*.

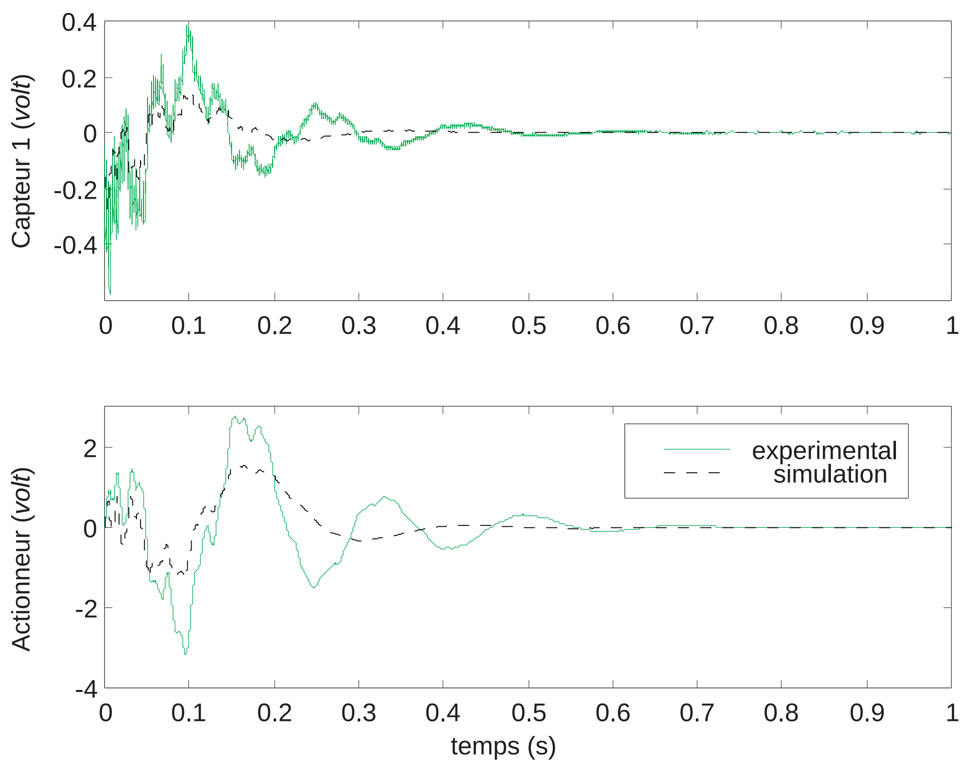


Fig. 3.32: Mesures et commande expérimentées et simulées, correspondant à une perturbation colocalisée de type échelon de 4 *Volt*

Le contrôle de la poutre souple encastrée instrumentée de composants piézo-électriques est réalisé. La réponse expérimentale en boucle fermée du comportement dynamique de la structure est conforme aux simulations réalisées grâce à la modélisation fine développée au chapitre 1. Le contrôleur expérimental permet de passer d'un amortissement initial trés faible de la structure à un amortissement significatif pour les trois premiers modes ciblés par le contrôle sans déstabiliser les modes non-ciblés. Le contrôle des vibrations de la poutre souple articulée animée en rotation est donc envisageable avec la stratégie de contrôle LQG retenue.

Dans le paragraphe suivant, la même poutre encastrée sur l'axe du moto-réducteur étudié au paragraphe précédent est donc utilisée pour l'étude de son comportement dynamique contrôlé en grands déplacements.

3.4 Contrôle d'une structure souple en grands déplacements

Dans cette partie, le contrôle est appliqué aux structures souples en grands déplacements. Pour cela, la poutre encastrée-libre (cf. paragraphe 1.3.3) est montée sur l'axe de sortie du moto-réducteur (Figure 3.33). Il s'agit de contrôler la rotation d'ensemble et les deux premiers modes de flexion de la structure. Le contrôle obtenu doit permettre le suivi de consigne et la régulation avec en particulier un temps de montée minimum, un temps d'établissement minimum et une bonne précision statique.

Le contrôle de la poutre encastrée-libre, réalisé au paragraphe 3.3, a permis de mettre en œuvre et de valider l'utilisation d'un contrôleur LQG pour le contrôle des vibrations de la structure par des composants piézo-électriques. Le contrôle du moto-réducteur, réalisé au paragraphe 3.2, était d'une bande passante suffisante pour permettre le contrôle du mode de corps rigide et du premier mode de flexion de la poutre articulée. Le contrôle global faisant l'objet de ce paragraphe englobe ces deux contrôles et distribue les actions du contrôleur en fonction de la bande passante de chaque actionneur : le moto-réducteur pour la rotation et le premier mode de flexion, l'actionneur piézo-électrique pour les modes de flexion. La précision statique est à réaliser sur la rotation tout en ayant un retour à courbure nulle en fin de contrôle.

Le contrôle retenu est obtenu en limitant les commandes et il génère un *spill-over* faible. Il est tout d'abord calculé, simulé puis programmé et testé.

3.4.1 Étude de la poutre souple instrumentée en rotation

Modélisation

Les équations de comportement dynamique (2.48) de la poutre souple en rotation et celles (1.62) de la poutre encastrée activée par les céramiques piézo-électriques sont reprises. Il suffit de sommer les différents travaux intervenant avant d'appliquer le principe d'Hamilton. Les équations de comportement dynamique et de mesure de la poutre souple

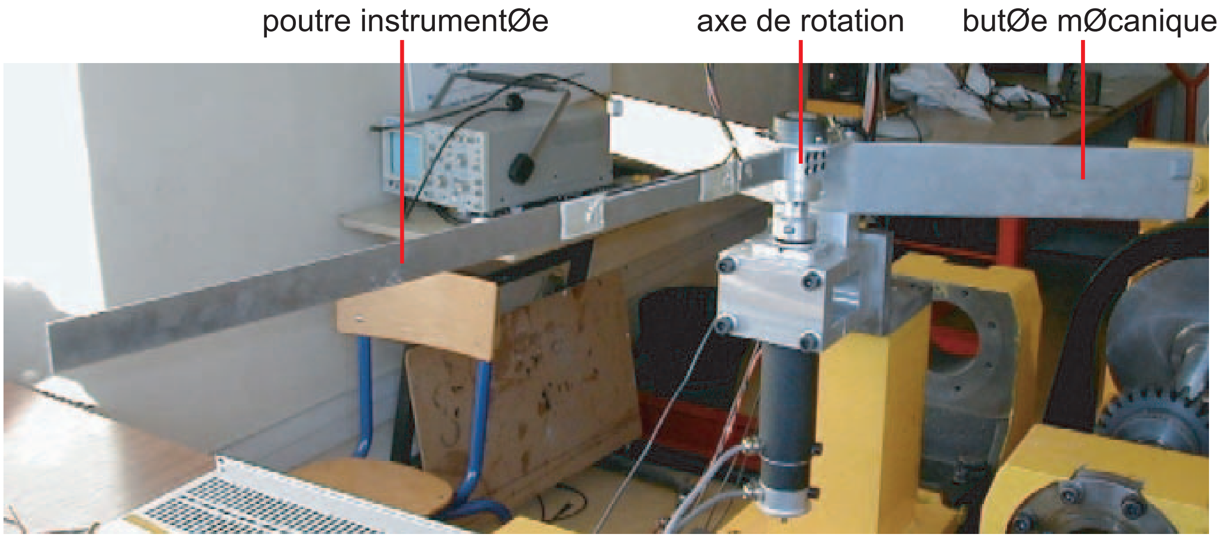


FIG. 3.33: Photographie du dispositif poutre instrumentée montée sur l'axe du moto-réducteur

instrumentée en rotation sont alors obtenues :

$$
\left\{
\begin{array}{lr}
\ddot{\theta} = \dfrac{C_m + C_f - \boldsymbol{g}^t \mathcal{A}_a \boldsymbol{v}_a - c\dot{\theta} + \boldsymbol{g}^t C_a \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}^t \left(\boldsymbol{K}_c - I_n \dot{\theta}^2\right) \boldsymbol{q} - 2\boldsymbol{q}^t \dot{\boldsymbol{q}} \dot{\theta}}{J + \boldsymbol{q}^t \boldsymbol{q} - \boldsymbol{g}^t \boldsymbol{g}} & (a) \\
\ddot{\boldsymbol{q}} = \left(I_n + \dfrac{\boldsymbol{g}\boldsymbol{g}^t}{J + \boldsymbol{q}^t \boldsymbol{q} - \boldsymbol{g}^t \boldsymbol{g}}\right) \left\{\mathcal{A}_a \boldsymbol{v}_a - C_a \dot{\boldsymbol{q}} - \left(\boldsymbol{K}_c - I_n \dot{\theta}^2\right) \boldsymbol{q}\right\} + \boldsymbol{g} \dfrac{2\boldsymbol{q}^t \dot{\boldsymbol{q}} \dot{\theta} - C_m - C_f + c\dot{\theta}}{J + \boldsymbol{q}^t \boldsymbol{q} - \boldsymbol{g}^t \boldsymbol{g}} & (b) \\
\boldsymbol{\delta} = \Phi \boldsymbol{q} & (c) \\
\boldsymbol{v}_c = \mathcal{C} \boldsymbol{q} & (d) \\
V_{pot} = G_p \theta & (e) \\
V_{gen} = G_g \dot{\theta} & (f)
\end{array}
\right.
\tag{3.58}
$$

Les paramètres identifiés pour le moteur en rotation (cf. Tableau 3.1) et pour la poutre encastrée-libre (cf. Tableaux 1.10, 1.11 et 1.12) sont utilisés. Le modèle de la structure souple instrumentée en grands déplacements est intégré dans le logiciel Simulink® sous la forme d'une fonction écrite en langage C puis compilée en un exécutable pour réduire les temps de simulation et faciliter ainsi l'optimisation du contrôle.

Simulation et expérimentation de la structure non contrôlée

Afin de tester le modèle, des simulations temporelles sont réalisées. La poutre est sollicitée par une perturbation de type créneau sur la commande V_m du moteur. Les réponses mesurées et simulées pour différentes fréquences f_p et amplitudes v_p sont présentées Figure 3.34 pour $f_p = 2\,Hz$ et $v_p = 0.3\,Volt$, Figure 3.35 pour $f_p = 2\,Hz$ et $v_p = 0.5\,Volt$, Figure 3.36 pour $f_p = 5\,Hz$ et $v_p = 0.3\,Volt$ et Figure 3.37 pour $f_p = 5\,Hz$ et $v_p = 0.5\,Volt$.

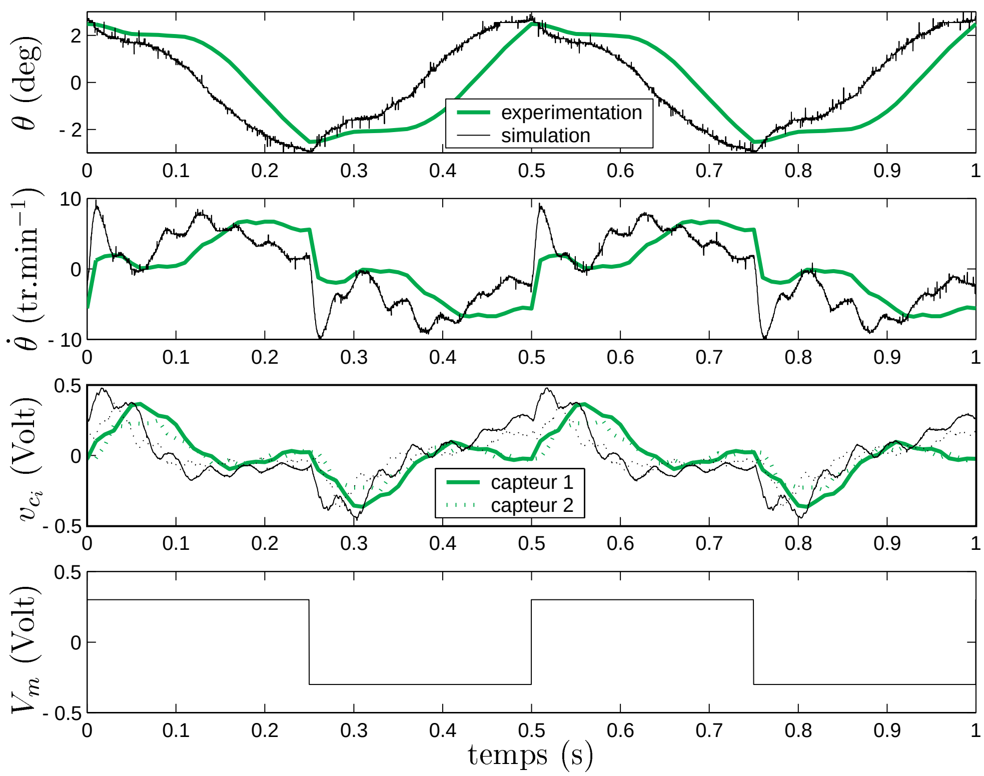


FIG. 3.34: Réponse de la structure non contrôlée : $f_p = 2\,Hz$ et $v_p = 0.3\,Volt$

Pour les faibles niveaux de sollicitation ($v_p = 0.3\,Volt$), les résultats montrent un déphasage entre les réponses simulées et mesurées, dû au frottement sec qui est non constant aux faibles vitesses de rotation. Pour les créneaux à $f_p = 5\,Hz$, l'amplitude des réponses simulées est supérieure aux résultats de mesure. La simplification du modèle de frottement en est à nouveau la cause. Il ne dissipe pas suffisament d'énergie lors du passage du comportement de type *poutre en rotation* à celui *poutre encastrée* car le frottement d'adhérence supérieur au frottement de glissement n'est pas pris en compte par la modélisation.

Les frottements sont toujours présents dans les structures réelles. Ils ont pour origine de nombreux phénomènes physico-chimiques difficiles à modéliser finement. Le modèle simple utilisé ici permet une approche macroscopique du problème mais ne permet pas de rendre compte de tous les cas de comportement.

Les formes et les niveaux des réponses angulaires en position et en vitesse, ainsi que les réponses des capteurs piézo-électriques sont cependant suffisament fidèles pour permettre de réaliser le contrôle de cette structure à partir des simulations basés sur le modèle

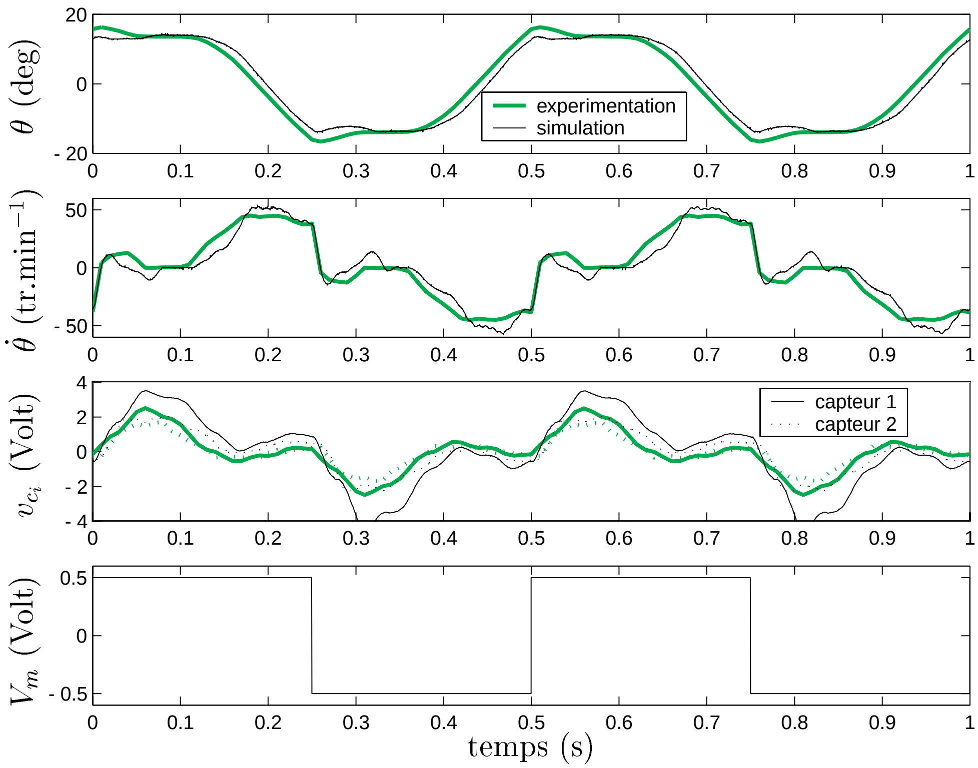


FIG. 3.35: Réponse de la structure non contrôlée : $f_p = 2\,Hz$ et $v_p = 0.5\,Volt$

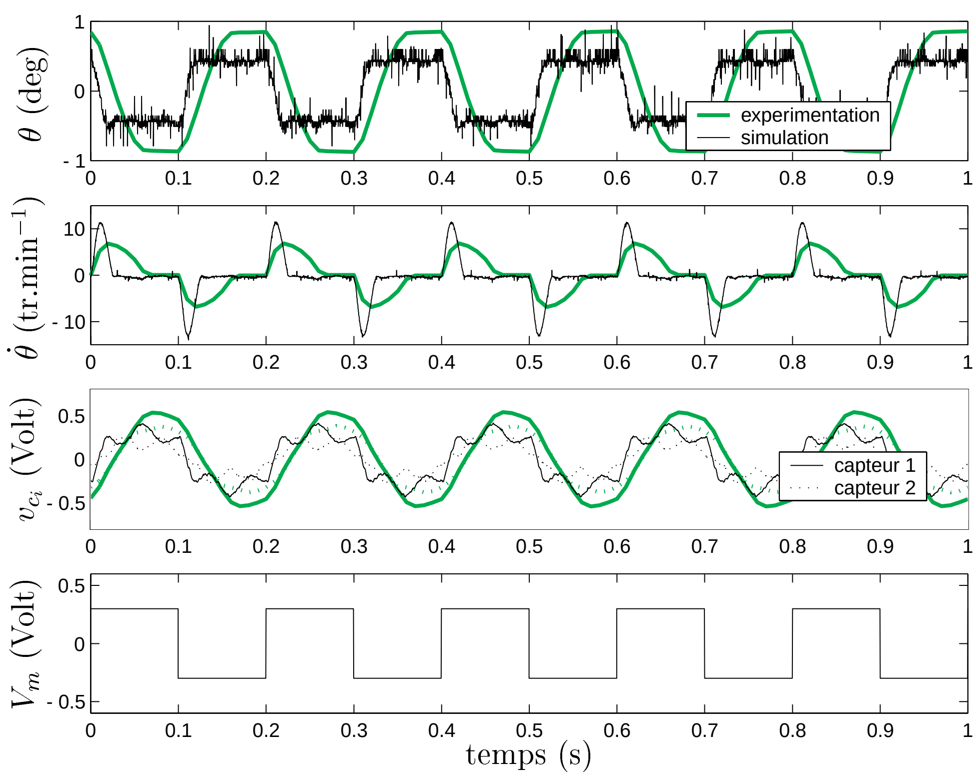


FIG. 3.36: Réponse de la structure non contrôlée : $f_p = 5\,Hz$ et $v_p = 0.3\,Volt$

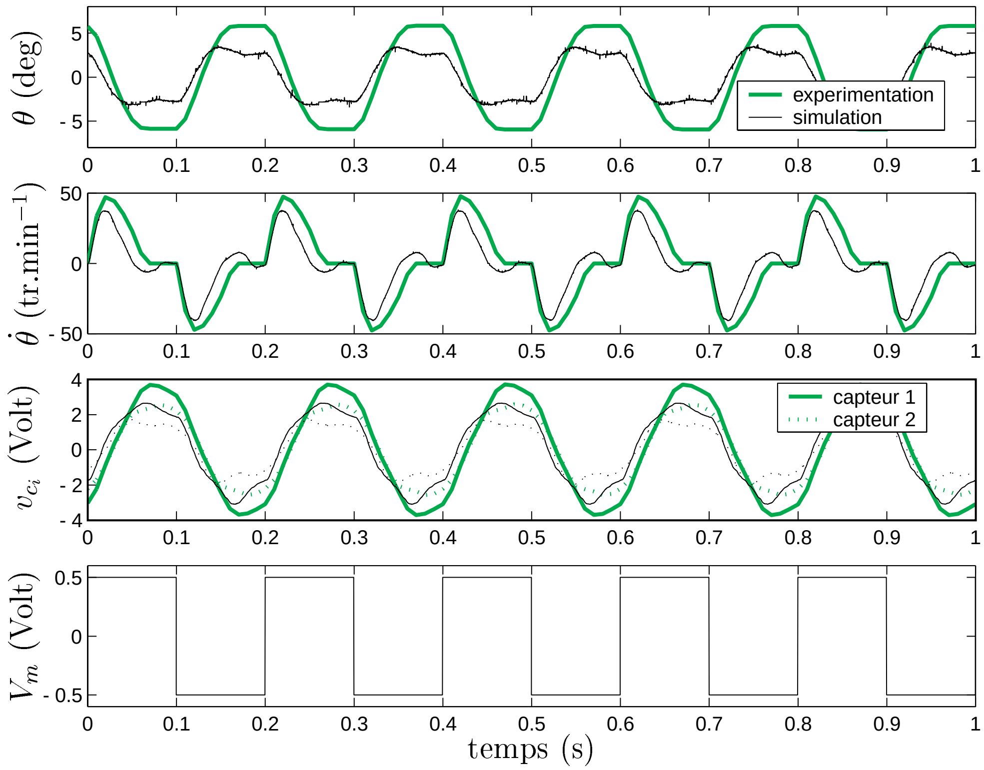


FIG. 3.37: Réponse de la structure non contrôlée : $f_p = 5\,Hz$ et $v_p = 0.5\,Volt$

proposé.

3.4.2 Contrôle de la poutre souple instrumentée en rotation

Les équations dynamiques (3.58) sont linéarisées et traduites sous forme d'état pour permettre le calcul du contrôleur linéaire d'algorithme LQ. Le résultat de la linéarisation s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} = A_r \begin{bmatrix} \theta \\ \boldsymbol{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} + B_r \begin{bmatrix} V_m \\ v_a \end{bmatrix} \tag{3.59}$$

Les variables d'état concernent uniquement le mode de corps rigide $(\theta, \dot{\theta})$ en rotation et les deux premiers modes flexibles $(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ de la structure. Les matrices d'évolution A_r et d'application de la commande B_r calculées par réduction modale (cf équations (3.35-3.44))

sont :

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 9,00.10^3 & -6,63.10^4 & -4,49.10^1 & 3,32 & -3,90 \\ 0 & -1,91.10^3 & 9,61.10^3 & 6,51 & -7,05.10^{-1} & 5,65.10^{-1} \\ 0 & 2,96.10^2 & -2,20.10^4 & -1,48 & 1,09.10^{-1} & -1,29 \end{bmatrix}$$

$$B_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -7,98.10^2 & -2,91^2 \\ 1,16.10^2 & 5,07.10^1 \\ -2,63.10^2 & -6,07.10^1 \end{bmatrix}$$

La précision statique porte ici sur la rotation, mesurée par la tension V_{pot} et sur la commande v_a envoyée aux actionneurs pour éliminer les courbures de la poutre en fin de contrôle transitoire :

$$\boldsymbol{y}_c = \begin{bmatrix} V_{pot} \\ v_a \end{bmatrix} = C_c\boldsymbol{x} + D_c\boldsymbol{u} \tag{3.60}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 1,62 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La controlabilite du système augmenté est vérifiée par :

$$\begin{aligned} rang(\begin{bmatrix} B_a & A_aB_a & A_a^2B_a & A_a^3B_a \end{bmatrix}) &= 8 \\ k = 4 &\leq 8 \end{aligned}$$

Le modèle de la structure en boucle fermée est intégré dans SIMULINK®. Le programme permet de régler les pondérations Q et R de la commande LQ par optimisation temporelle (cf. paragraphe 3.1.3). Pour une consigne angulaire de 120 *degrés*, les réponses temporelles de la position angulaire θ, de l'extrémité de la poutre δ_{ext} et des commandes V_m et v_a sont limitées par le gabarit présenté Figure 3.38. Les pondérations retenues pour le contrôleur

sont :

$$Q = \begin{bmatrix} 2,47.10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7,52.10^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,69.10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,53.10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,61.10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

Le gain de retour de la boucle fermée est alors :

$$G_x = \begin{bmatrix} -2,38.10^1 & 1,95.10^3 & -2.62.10^3 & -4,69 & -1,56.10^1 & 1,39.10^1 & -3,14.10^1 & 4,73.10^{-1} \\ 4.09 & -6.27.10^1 & 1,46.10^1 & 7,42.10^{-1} & 4,17 & -4,15 & 5,40 & 1,37 \end{bmatrix}$$

La réponse simulée est présentée Figure 3.38. Les courbes montrent que la consigne est dépassée en $1,2\,seconde$ mais avec une légère erreur statique qui se résorbe totalement en $2\,secondes$ environ. Cette dernière est due au frottement sec. Les fréquences et amortissements obtenus en boucle ouverte (BO) ou fermée (BF), pour les modes ciblés sont donnés Tableau 3.3.

Modes	Fréquences BO (Hz)	Fréquences BF (Hz)	Amortissements BO ($\%$)	Amortissements BF ($\%$)
rotation	0	0.1	0	13
flexible 1	3.93	3.94	0.48	4.5
flexible 2	22.4	22.4	0.42	1.4

TAB. 3.3: Fréquences et amortissements modaux en BO et BF de la poutre en rotation

Le contrôle apporte donc la réalisation du suivi de consigne avec une bonne qualité. Le temps de réponse est faible et la précision statique bonne. De plus, il apporte de l'amortissement à la structure. La rotation, passe de 0 à 13% d'amortissement et l'amortissement des modes flexibles trés faible initialement devient significatif. Cela garantit une bonne

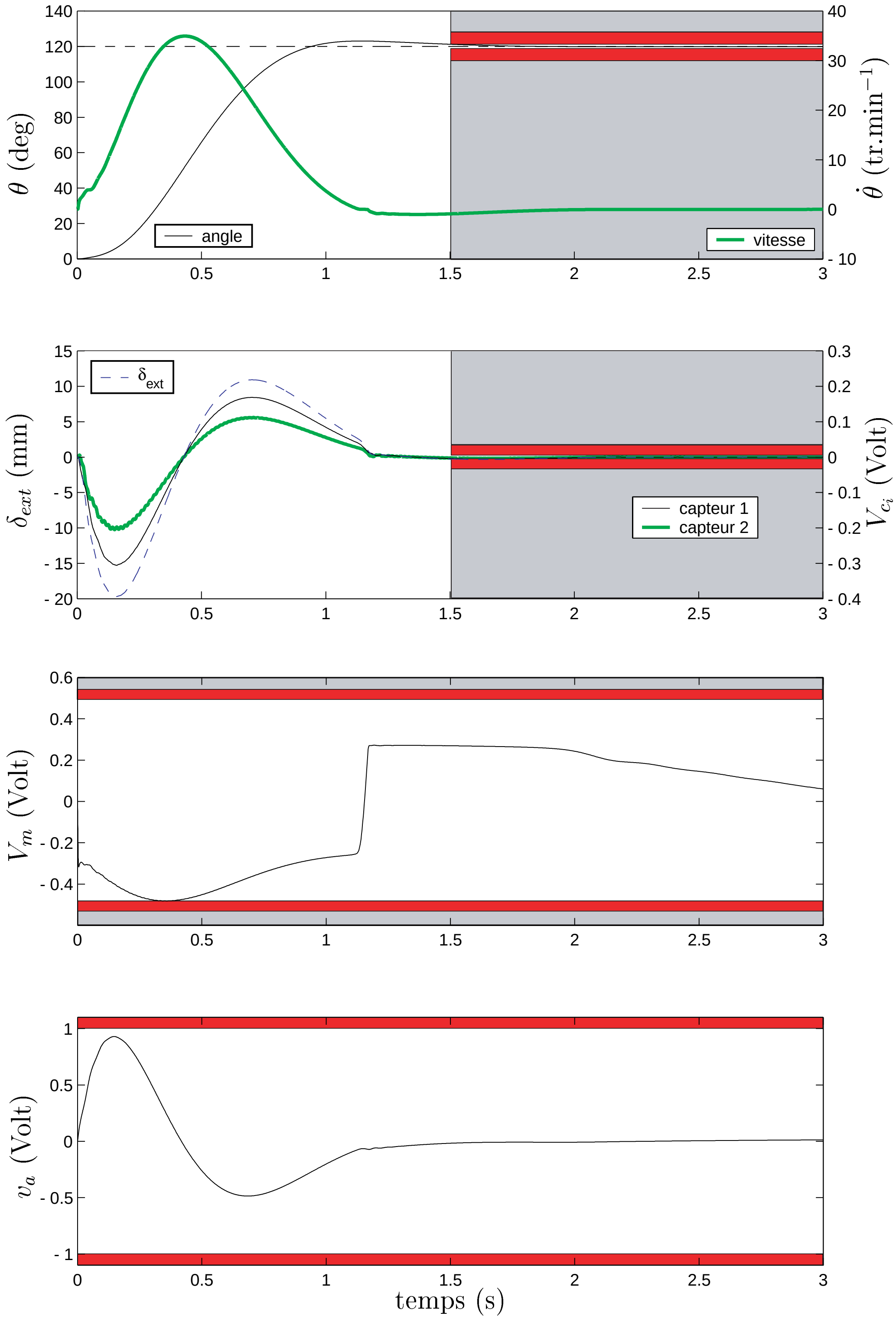


FIG. 3.38: Réponses simulées du contrôle LQ pour une consigne de 120 *degrés*

réjection des perturbations pouvant se présenter au cours du suivi de consigne ou en régulation.

L'état de la structure est reconstruit à partir de la commande $\boldsymbol{u}$, des tensions du potentiomètre, de la génératrice et des deux capteurs piézo-électriques ; mesures présentes dans $\boldsymbol{y}$:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} V_{pot} \\ V_{gen} \\ \boldsymbol{v}_c \end{bmatrix} = C_r \boldsymbol{x} + D_r \boldsymbol{u} \tag{3.61}$$

Les matrices de l'équation d'observation identifiées sont aprés réduction modale :

$$\begin{aligned} C_r &= \begin{bmatrix} 1,62 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8,74.10^{-1} & -2,76.10^{2} & -1,78.10^{-3} & 1,32.10^{-4} & -1,55.10^{-4} \\ 0 & 6,13.10^{1} & 2,73.10^{2} & -4,50.10^{-3} & 3,32.10^{-4} & -3,90.10^{-4} \end{bmatrix} \\ D_r &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

L'observabilité de l'état $\boldsymbol{x}$ à partir des mesures $\boldsymbol{y}$ est vérifiée par :

$$\begin{aligned} rang(\begin{bmatrix} C_r^t & A_r^t C_r^t \end{bmatrix}) &= 6 \\ k = 2 &\leq 6 \end{aligned}$$

Les pondérations de l'observateur sont réglées de proche en proche à partir de la connaissance de la structure et des contrôles LQG effectués pour la rotation du moteur et pour la poutre encastrée. Le réglage se fait à partir de la réponse du système contrôlé et observé (pour le suivi de consigne ayant servi à régler le contrôleur). En effet, ici, le réglage fréquentiel de l'observateur n'est pas possible car la présence du frottement n'est pas prise en compte lors de la linéarisation du modèle. Le calcul des pôles serait donc imparfait et ne permettrait pas d'optimiser l'observateur.

Les matrices de pondérations retenues aprés ce réglage manuel, sont :

$$Q_{obs} = \begin{bmatrix} 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^3 \end{bmatrix}$$

$$R_{obs} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

et donnent pour matrice de gain de l'observateur :

$$L = \begin{bmatrix} 1,41.10^3 & 1,07.10^{-3} & -1,99.10-4 & 6,59 & 2,51.41^{-1} & -3,17.10^{-2} \\ -4,36.10^{-1} & -1,64.10^{-1} & 3,31.10^{-2} & -1,06.10^3 & -3,74.10^1 & 4,83 \\ 8,47.10^{-2} & 1,37 & -3,46.10^{-1} & 2,02.10^2 & 4,20.10^1 & -1,60.10^1 \\ -1,12.10^{-1} & 1,11 & 3,94.10^{-1} & -3,50.10^1 & 3,89.10^1 & 6,59 \end{bmatrix}$$

Un modèle de la structure non-linéaire avec frottement sec et le contrôleur LQG est programmé. Ce programme permet les simulations temporelles conduisant à la validation des réglages de l'observateur.

Les simulations temporelles pour la consigne de 120 *degrés* sont présentées Figure 3.39. Le temps de réponse obtenu est de $1,2\,seconde$ avec une tension du moteur inférieure à $0,5\,Volt$ et une tension de l'actionneur piézo-électrique inférieure à $4\,Volt$. Le facteur limitant du contrôle présenté est la sollicitation de la poutre en flexion au démarrage du mouvement. Sous l'accélération angulaire de l'axe de sortie du moto-réducteur, la poutre fléchit violemment. Pour ne pas détériorer les céramiques collées sur la structure, il faut donc limiter l'accélération angulaire et donc la rapidité du contrôle en rotation.

Après $1,2\,seconde$, la rotation de l'axe du moteur est retenue par le couple de frottement sec. Il faut dépasser environ $2,5\,secondes$ pour corriger à nouveau cette erreur statique rémanente. Le comportement *encastré-libre* de la poutre après $1,2\,seconde$ est clairement visible sur la réponse des capteurs piézo-électriques mais l'actionneur piézo-électrique permet de résorber rapidement (en environ $0,8\,seconde$ en simulation) la déflexion provoquée par le blocage de la rotation dû au frottement sec.

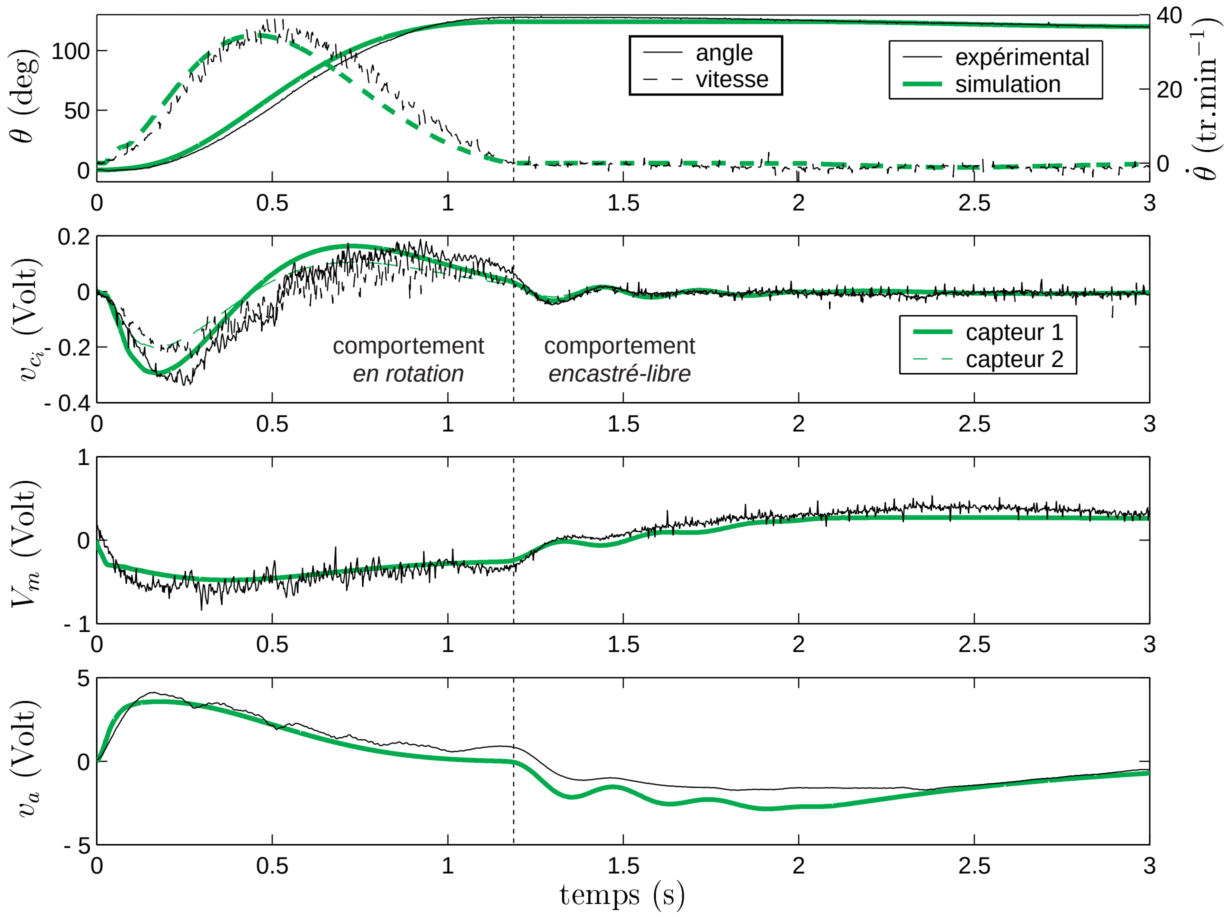


FIG. 3.39: Réponses et commandes simulées et mesurées pour une consigne de 120 *degrés*

3.4.3 Expérimentation du contrôle de la poutre souple en rotation

Matériel

Par sécurité, l'expérimentation (Figure 3.33) et le contrôle (Figure 3.40) sont situées dans deux pièces séparées. Un système de télésurveillance (Figure 3.41) permet de suivre les

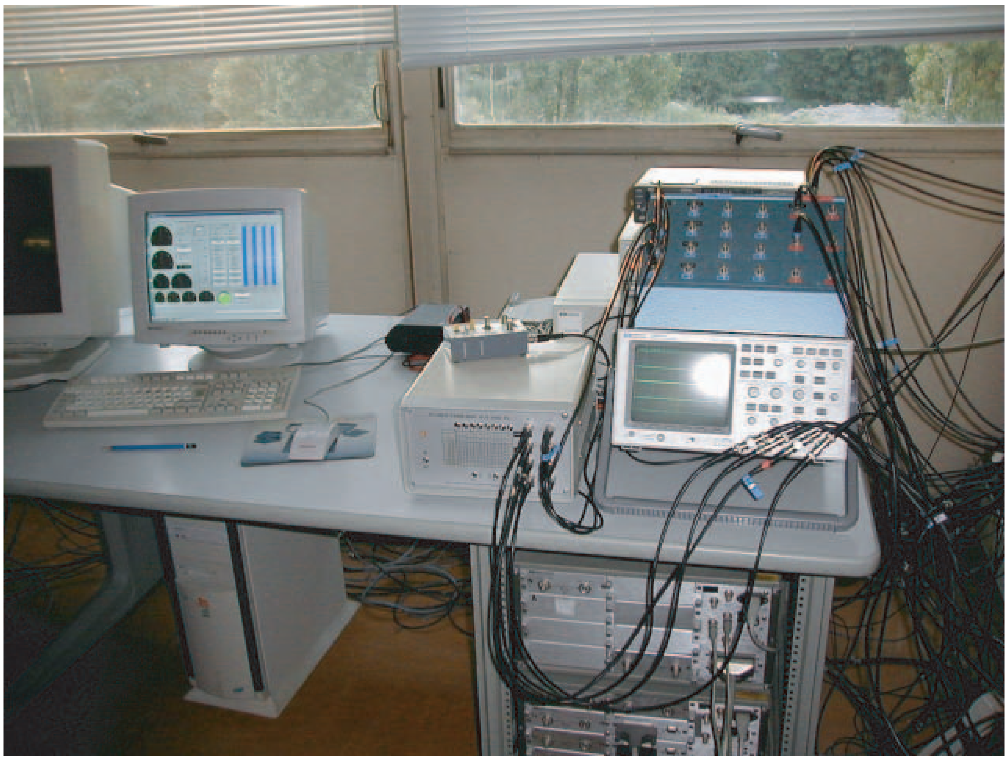


FIG. 3.40: Photographie du poste de contrôle de la poutre en rotation

évolutions de la structure depuis le poste de contrôle.

Le matériel utilisé au paragraphe 3.2.3 est employé pour expérimenter le contrôle de la poutre souple articulée. Les trois cartes DSPACE® présentées chapitre 3.2 (cf. Figure 3.18), sont programmées à partir du modèle du contrôleur de la poutre en rotation, leur fréquence d'échantillonage est fixée à $f_e = 10\,000\,Hz$. Les mesures du potentiomètre, de la génératrice et des capteurs piézo-électriques sont filtrées à $f_c = 640\,Hz$ à l'aide d'un filtre analogique anti-repliement. Une interface graphique (Figure 3.42) est développée sous COCKPIT® et assure le suivi du contrôle et la gestion des paramètres de contrôle dans les cartes.

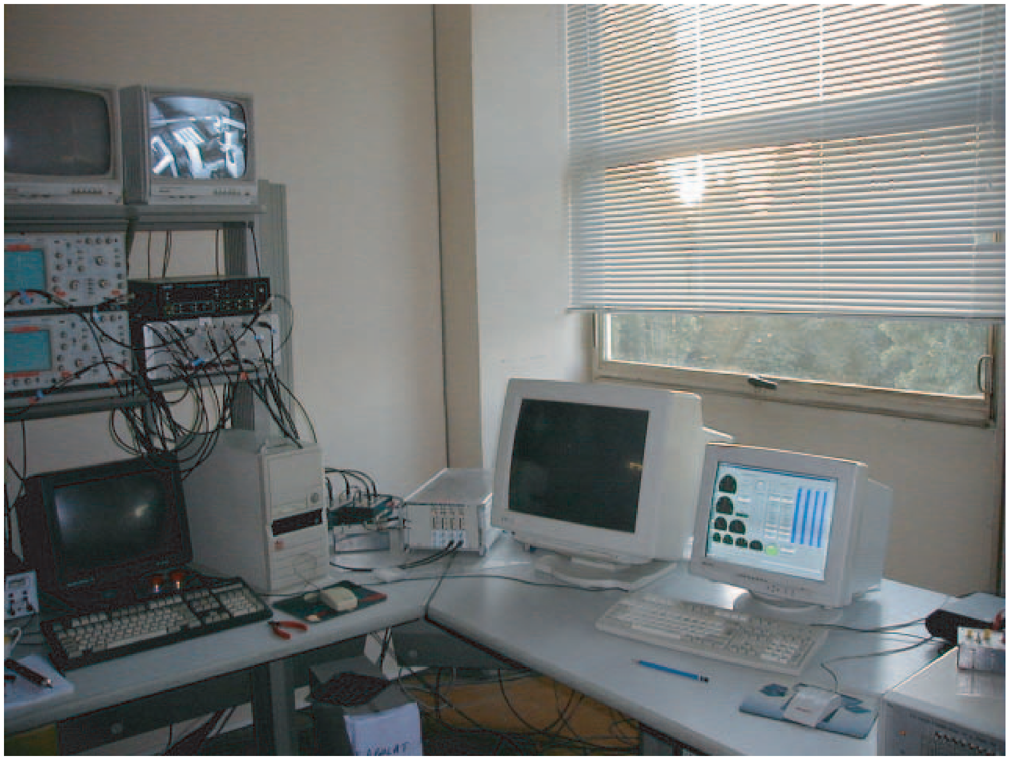


Fig. 3.41: Photographie de la zone de surveillance de la poutre en rotation par caméra

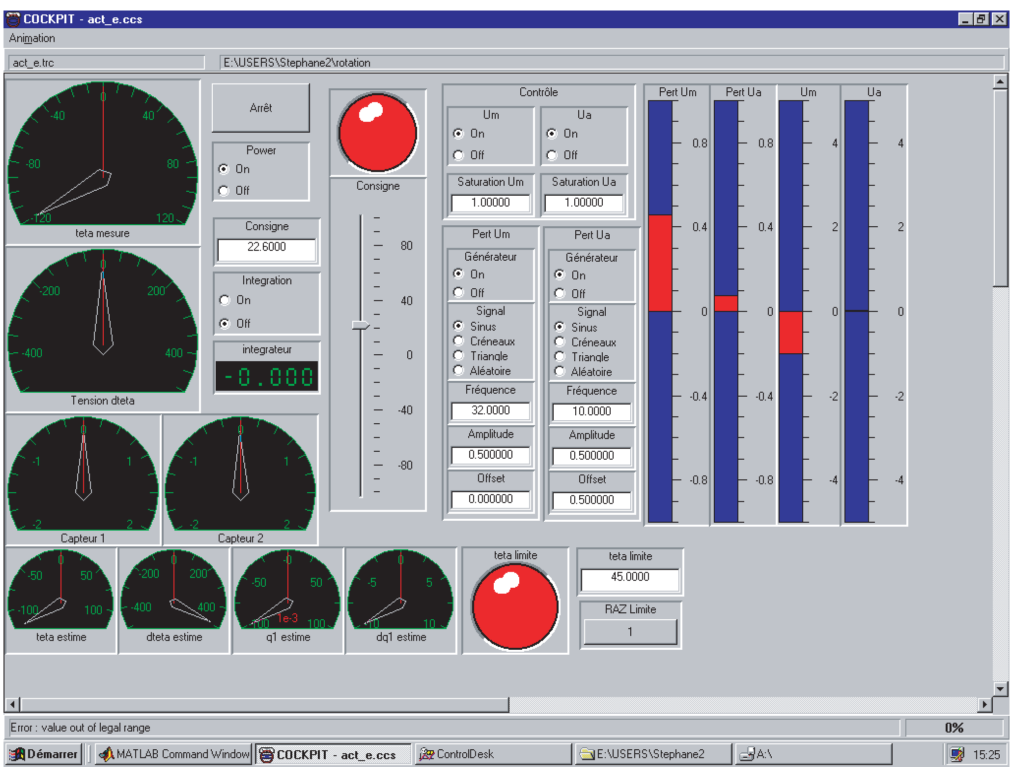


Fig. 3.42: Interface pour le contrôle de la poutre en rotation

Test en poursuite

Le contrôle est testé pour une consigne de rotation de 120 *degrés*. Les résultats expérimentaux sont présentés Figure 3.39 avec ceux des simulations. Les résultats expérimentaux sont très proches des résultats simulés, même lors du passage du comportement *en rotation* au comportement *encastré-libre*. La consigne angulaire est atteinte en 1,2 *seconde* et le contrôle rejette les vibrations de la poutre générées par la rotation. Le contrôle des modes flexibles aprés 1,2 *seconde* est réalisé uniquement par l'actionneur piézo-électrique car l'axe du motoréducteur est bloqué par le frottement sec.
Un autre contrôleur utilisant uniquement le moteur est utilisé pour permettre de quantifier l'apport de l'actionneur piézo-électrique au contrôle des vibrations. Sa réponse est présentée Figure 3.43. La comparaison des résultats expérimentaux avec ceux issus des

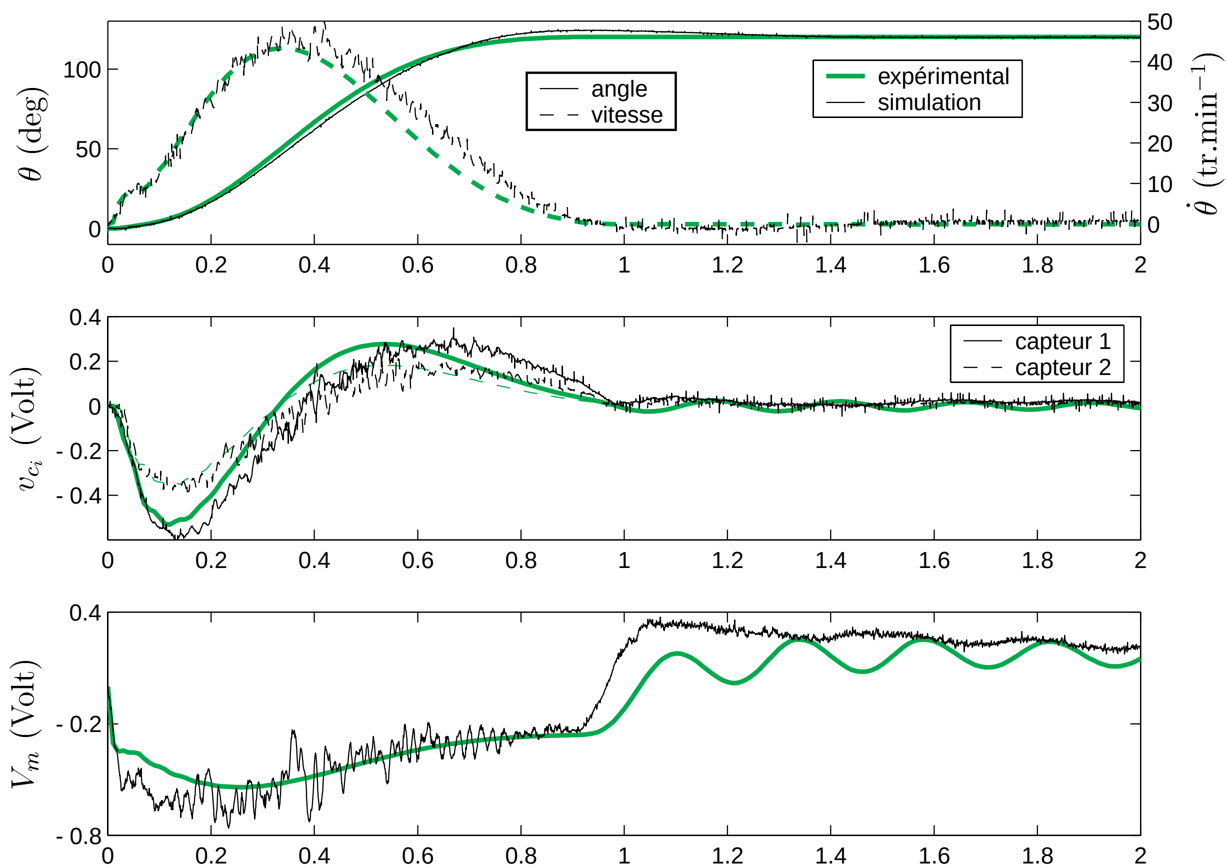


FIG. 3.43: Réponse en consigne du contrôle par le moteur uniquement

simulations montre que ces derniers surestiment les déplacements en fin de rotation, aprés 1,2 *seconde*. Cependant, il y a bien une déflexion de la poutre qui est non amortie par le contrôle du moteur seul. La commande pilotant le moteur génère une action mécanique qui est inférieure au frottement d'adhérence et n'agit donc pas sur la poutre, d'où la nécessité de l'actionneur piézo-électrique pour contrôler ces déplacements en fin de mouvement.

Test en régulation

Le contrôle expérimental complet (moteur et actionneur piézo-électrique) est ensuite testé pour des perturbations de type créneaux en superposition de la commande de $v_p = 0,5\,Volt$ d'amplitude et de fréquence $f_p = 2\,Hz$ (Figure 3.44) ou $f_p = 5\,Hz$ (Figure 3.45). Le contrôleur agit efficacement et rejette ces perturbations. La comparaison avec

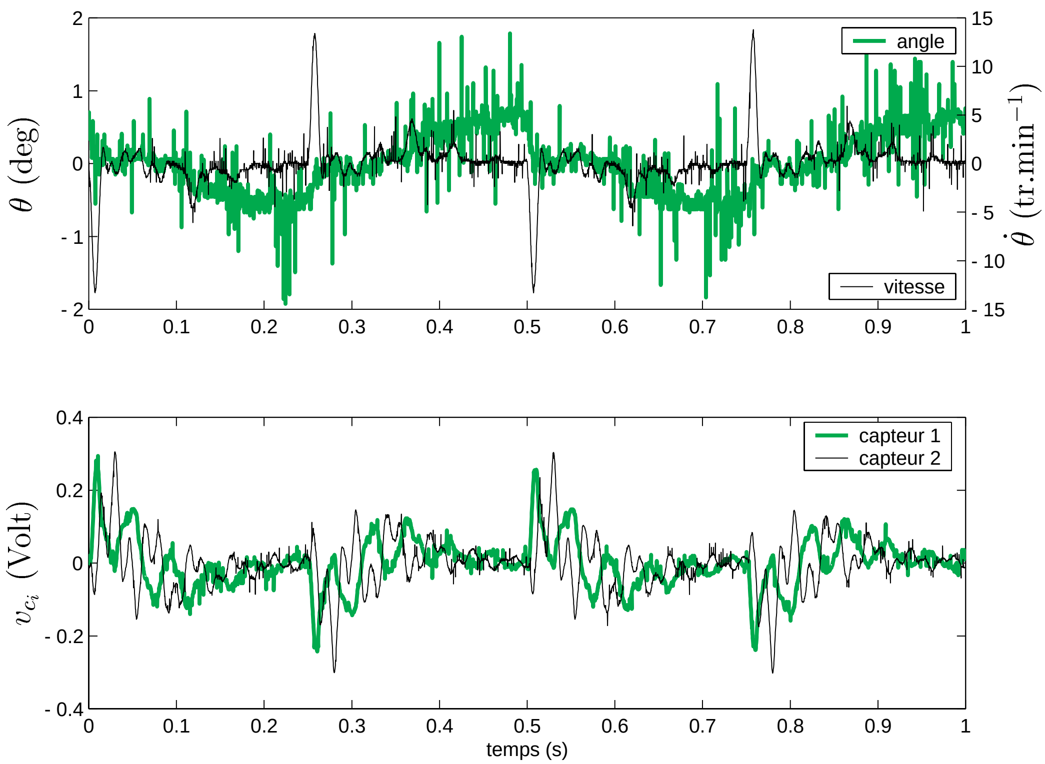


FIG. 3.44: Réponse contrôlée de la structure : $f_p = 2\,Hz$ et $v_p = 0.5\,Volt$

le comportement non contrôlé (cf. Figures 3.34 et 3.37) montre des niveaux vibratoires divisés environ par 10.

Des balayages en fréquence sont finalement réalisés à l'aide d'un analyseur de spectre pour comparer expérimentalement les réponses fréquentielles contrôlées et non-contrôlées de la poutre et pour les comparer avec les réponse simulées. La structure est soit activée par le moteur (Figure 3.46), soit par l'actionneur piézo-électrique (Figure 3.47).

Le contrôle améliore sensiblement le comportement dynamique de la poutre sur les modes

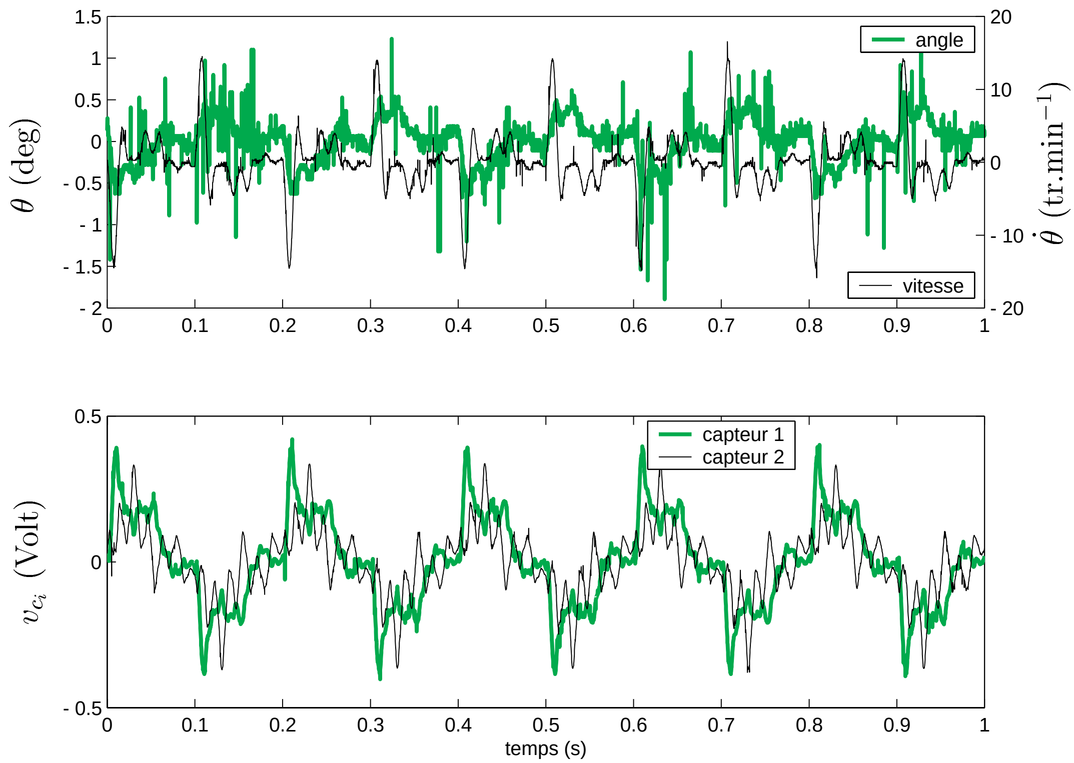


FIG. 3.45: Réponse contrôlée de la structure : $f_p = 5\,Hz$ et $v_p = 0.5\,Volt$

ciblés par les objectifs : la rotation et les deux premiers modes de flexion. Les différences entre le comportement mesuré et le comportement simulé sont dues essentiellement au frottement sec dans le moto-réducteur. De nouveau, le modèle linéarisé pour les simulations fréquentielles prend mal en compte les non-linéarités de ce frottement. Ce dernier, comme dans les résultats temporels présentés, fait que les conditions aux limites de la poutre alternent entre appuyé-libre et encastré-libre suivant le niveau des sollicitations. De ce fait, les modes de flexion sont moins bien contrôlés expérimentalement lors d'une perturbation sur l'actionneur piézo-électrique (Figure 3.47) lorsque la poutre est à l'arrêt car le niveau de perturbation est faible, alors qu'il sont bien mieux contrôlés lors d'une perturbation sur la commande du moteur (Figure 3.46) lorsque la poutre est en rotation car le niveau de perturbation est plus important.

Conclusion

Dans cette partie, le contrôle de la rotation et des deux premiers modes de flexion d'une poutre articulée instrumentée de deux capteurs et d'un actionneur piézo-électriques à été calculé et obtenu en simulation. Ces dernières ont été validées expérimentalement.

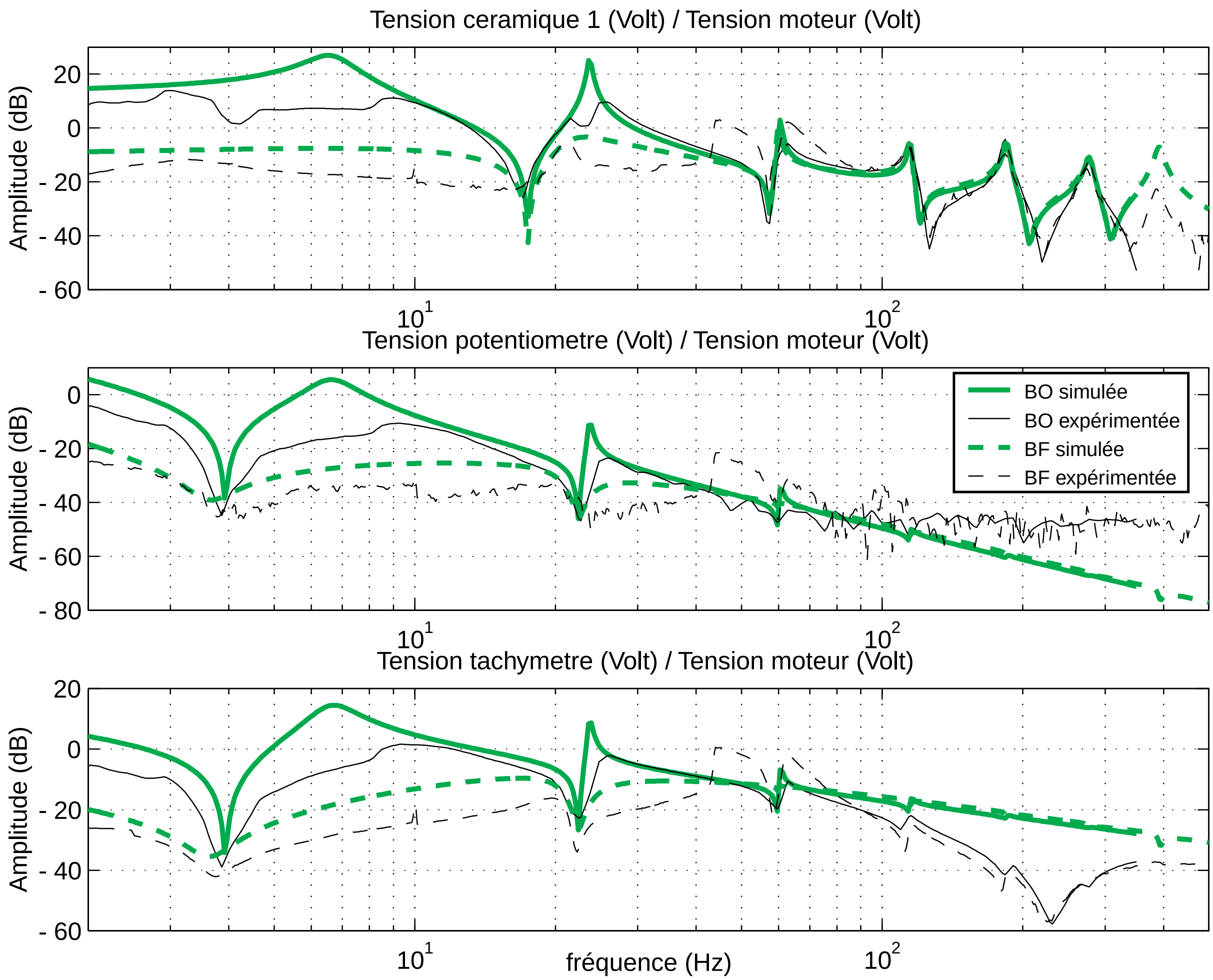


FIG. 3.46: Diagramme de Bode obtenu par activation du moteur

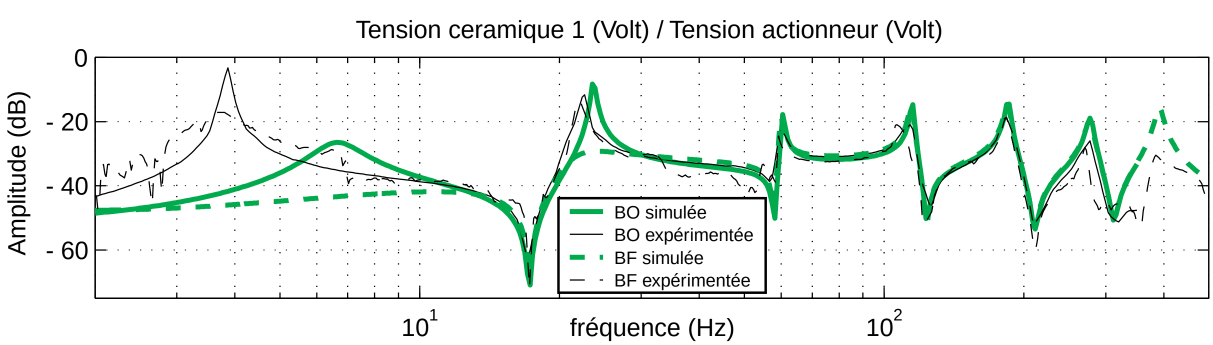


FIG. 3.47: Diagramme de Bode obtenu par activation de l'actionneur piézo-électrique

Le contrôle obtenu s'avère efficace. En effet, les temps de réponse obtenus sont faibles en suivi de consigne pour la rotation. Les amortissements apportés par le contrôle sur les modes ciblés sont importants surtout lors de la rotation de la poutre et permettent de bien rejetter les perturbations en régulation. Malgré la présence de frottement sec important dans la structure expérimentale, le contrôle reste stable avec une bonne robustesse en performance.

Les simulations en boucle fermée sont représentatives du comportement réel et prenent correctement en compte l'influence forte du frottement sec lors des simulations temporelles. La faisabilité du contrôle linaire LQG global multivariable et optimisé de structures souples articulées en grands déplacements est ainsi montrée. Cette stratégie de contrôle peut maintenant être étendue au contrôle de structures souples en grands déplacements comportant des non-linéarités fortes. Le paragraphe suivant concerne donc l'adaptation d'un contrôle non-linaire à de telles structures.

3.5 Contrôle non-linéaire d'une structure souple bi-articulée en grands déplacements

3.5.1 Principe

Lors de l'évolution des structures en grands déplacements, des fortes non-linéarités du comportement dynamique peuvent apparaître. Un contrôle linéaire n'est plus forcement adapté lorsque l'état de cette structure s'éloigne du point de linéarisation pour lequel les équations d'états ont été obtenues et le contrôleur construit et pour suivre au mieux les évolutions de la structure, il est nécessaire dans ce cas de construire un contrôleur non-linéaire.

La stratégie de contrôle proposée consiste à faire fonctionner en parallèle un nombre fini de contrôleurs linéaires construits pour un nombre fini p de points de fonctionnement traversés au cours de l'évolution de la structure. Le contrôleur global non-linéaire délivre une commande $\boldsymbol{u}$ constituée par la somme des commandes linéaires pondérées par des fonctions f_i des paramètres influants sur les non-linéarités induites par les grands déplacements :

$$\boldsymbol{u} = \sum_{i=1}^{p} f_i(\text{grands déplacements}) K_i \boldsymbol{x} \tag{3.62}$$

3.5.2 Cas des structures bi-articulées

Dans l'exemple de deux poutres articulées (rigides ou souples, cf. paragraphes 2.1 et 2.3), le paramètre qui pilote les principales évolutions du comportement dynamique de la structure est l'angle θ_2 entre les deux poutres. Lorsque θ_2 varie, les termes non-linéaires de la matrice d'application de la commande B évoluent considérablement (cf. Figure 2.2). Des points l_i de linéarisation sont donc répartis dans la plage de variation de θ_2. Pour chacun de ces points, une commande linéaire par retour d'état est calculée :

$$\boldsymbol{u}_i = -K_i \boldsymbol{x} \tag{3.63}$$

L'algorithme optimal LQ présenté précédement garantit la stabilité du contrôle autour de chaque position de linéarisation et une robustesse suffisante pour les positions voisines. En multipliant suffisamment les points de linéarisation, le contrôle est globalement stable sur toute la plage de fonctionnement, et induit une robustesse de performance relativement constante. À partir de ces différents contrôleurs, le contrôleur global est construit en faisant travailler en parallèle les contrôleurs linéaires. Pour éviter les discontinuités de commande lors du passage d'un contrôleur linéaire à l'autre, les commandes $\boldsymbol{u}_i$ délivrées par les contrôleurs de positions voisines sont pondérées à l'aide de fonctions d'interpolation f_i. De plus, la somme des fonctions de pondération pour chaque position θ_2 est égale à 1 afin de ne pas induire de gain d'amplification sur la commande générée soit :

$$\forall\theta_2, \quad \sum_{i=1}^{p} f_i(\theta_2) = 1 \tag{3.64}$$

La commande non-linéaire par retour d'état pour les p points de linéarisation est alors déterminée par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}(\theta_2) &= \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{u}_i(\theta_2) && (3.65)\\ &= -\sum_{i=1}^{p} f_i(\theta_2) K_i \boldsymbol{x} = -K(\theta_2)\boldsymbol{x} && (3.66) \end{aligned}$$

La Figure 3.48 présente la structure d'un contrôleur non-linéaire construit à partir de trois contrôleurs linéaires.

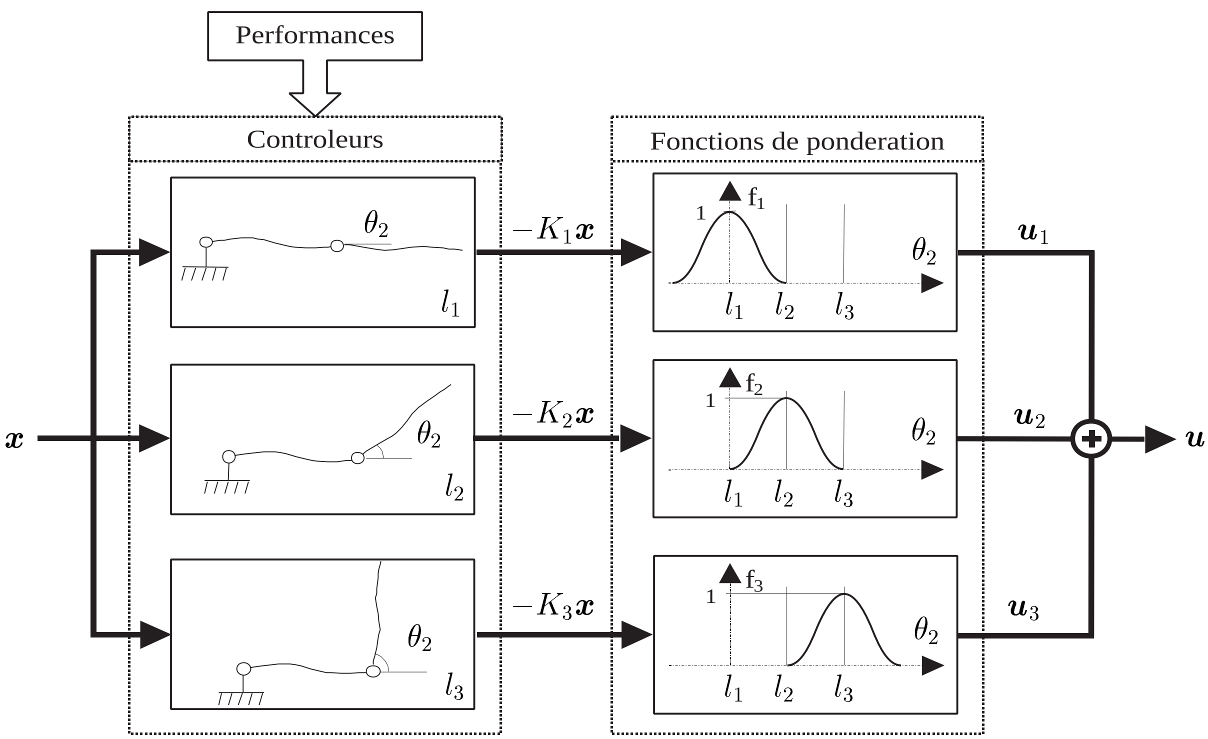


Fig. 3.48: Structure du contrôleur non-linéaire

3.5.3 Contrôle non-linéaire d'une structure rigide bi-articulée

Pour tester le contrôleur non-linéaire proposé, la structure articulée à deux poutres rigides (cf. paragraphe 2.1) est utilisée. Les objectifs retenus pour le contrôle sont doubles :

- apporter de l'amortissement et une rapidité de contrôle pour rejetter les perturbations en régulation et ceci pour toute la plage de fonctionnement du contrôleur non-linéaire,

- améliorer le comportement en poursuite en réduisant le temps de réponse à une consigne, tout en maintenant la précision et l'amortissement des vibrations en cours de mouvement,

- rendre constante la dynamique quelle que soit la modification des caractéristiques de la structure induite par les grands déplacements et par conséquent créer une bonne robustesse interne en stabilité et performance.

La plage de variation de θ_2 retenue pour le contrôleur non-linéaire est de $-\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{2}$. Dans cette plage, $p = 9$ points l_i de linéarisation sont répartis de façon uniforme et symétrique de part et d'autre de zéro :

$$l_i = \left\{ -\frac{\pi}{2} \;,\; -\frac{3\pi}{8} \;,\; -\frac{\pi}{4} \;,\; -\frac{\pi}{8} \;,\; 0 \;,\; \frac{\pi}{8} \;,\; \frac{\pi}{4} \;,\; \frac{3\pi}{8} \;,\; \frac{\pi}{2} \right\}$$

Ces neuf points de linéarisations se sont avérés suffisant pour suivre les évolutions de la dynamique de la structure sur la plage de fonctionnement retenue.

Plusieurs fonctions d'interpolations ont été testées. Finalement, l'interpolation linéaire (Figure 3.49) semble la plus adaptée parmi celles testées. La Figure 3.50 présente les domaines d'action de chaque fonction de pondération et donc de chaque contrôleur. Par exemple, le domaine d'action du contrôleur associé à la position de linéarisation $\frac{\pi}{8}$ et à la fonction de pondération f_6 est grisé sur la figure.

Pour calculer les gains de commande de chaque contrôleur, les équations d'état non-linéaires (2.17) sont linéarisées pour les positions l_i. Les matrices d'état obtenues aprés

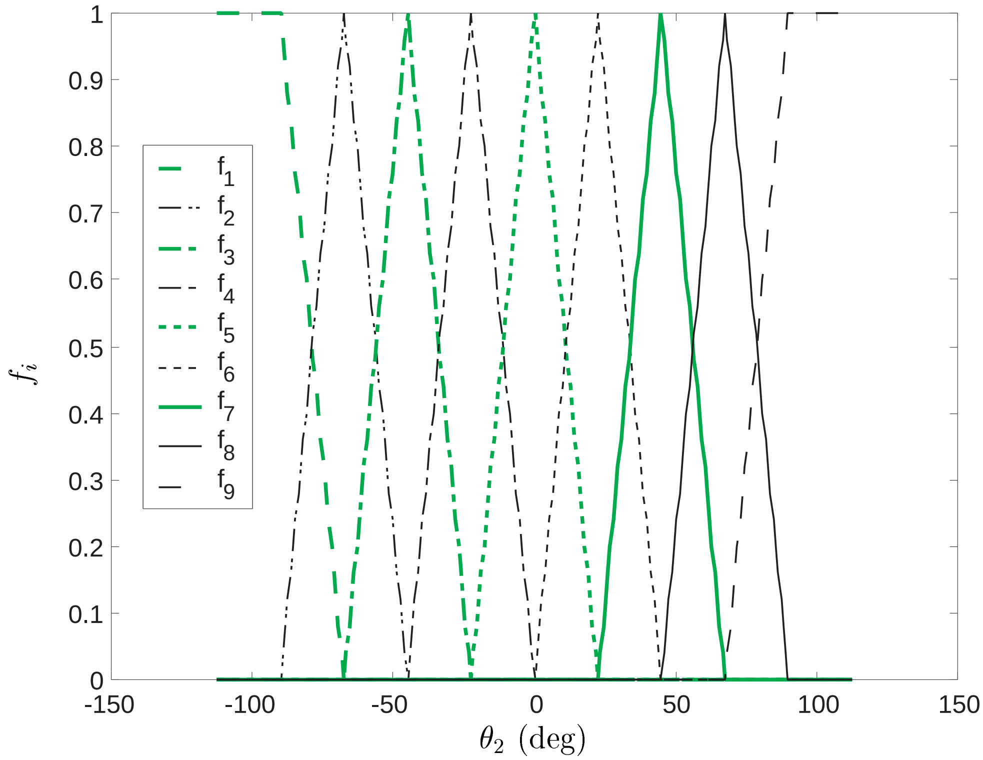


FIG. 3.49: Évolution des fonctions de pondérations f_i

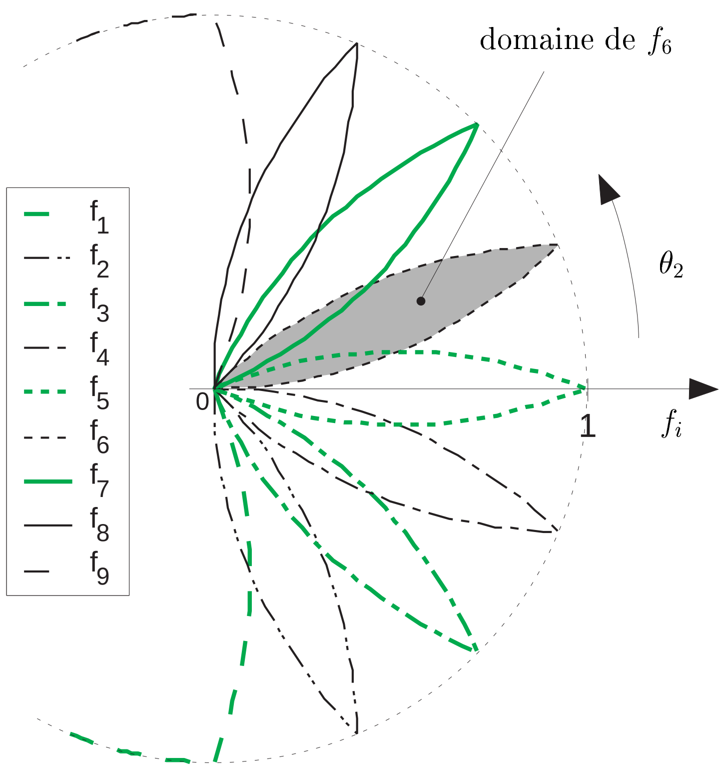


FIG. 3.50: Domaines d'action des fonctions de pondérations f_i

linéarisation sont les suivantes :

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.67}$$

$$B_i = \frac{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ I_2 & -I_2 - \dfrac{m_2 L_1 L_2}{4} \\ -I_2 - \dfrac{m_2 L_1 L_2}{4} & I_1 + I_2 + m_1 L_1^2 + m_2 L_1 L_2 \cos l_i \end{bmatrix}}{I_1 I_2 + m_1 L_1^2 I_2 - \left(\dfrac{m_2 L_1 L_2}{2} \cos l_i \right)^2} \tag{3.68}$$

La précision statique porte sur les positions angulaires θ_1 et θ_2 des deux poutres afin de permettre le suivi de consigne pour ces angles :

$$\boldsymbol{y}_c = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \tag{3.69}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.70}$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.71}$$

Pour chaque point de fonctionnement l_i, la matrice K_i est calculée par (3.13) avec le critère (3.11) à partir des matrices d'états et des pondérations Q_i et R_i. Comme la structure est symétrique pour des évolutions de part et d'autre du point $\theta_2 = 0$, les matrices de pondérations sont prises identiques par symétrie. Il y a $(n_x = 6) + (n_c = 2) = 8$ pondérations par contrôleur et donc $8 * 5 = 40$ pondérations au total à régler pour ajuster le contrôleur non-linéaire.

Le réglage des pondérations dépend des objectifs du contrôle. Si la réjection des perturbations pour toute la plage de fonctionnement est privilégiée, le réglage peut être fait de façon indépendante pour chaque contrôleur linéaire et les performances en amortissement et/ou rapidité seront étudiées. La robustesse en stabilité et en performance peut donc être modulée. Dans le cas d'un suivi de consigne, tous les contrôleurs sont à régler de façon dépendante pour obtenir le temps de montée souhaité.

Réjection de perturbation

Le premier réglage des pondérations est réalisé de façon indépendante pour chaque contrôleur afin d'optimiser la réjection de perturbation pour toute position. L'objectif retenu ici sera d'obtenir un amortissement le plus constant possible au cours de l'évolution de la structure pour garantir la performance du contrôle.

Le contrôleur linéaire correspondant à la position $\theta_2 = 0$ est d'abord réglé par optimisation temporelle par la méthode des gabarits (cf. paragraphe 3.1.3) pour que le comportement en réjection de perturbation et le suivi de consigne autour de cette position soient satisfaisants. Puis, les pondérations des contrôleurs correspondant aux autres positions θ_2 sont optimisées de façon à obtenir l'amortissement en boucle fermée le plus proche possible de celui obtenu pour $\theta_2 = 0$.
Le problème conduit donc à l'optimisation temporelle du contrôleur linéaire pour une perturbation donnée puis à 4 optimisations fréquentielles de 8 paramètres sans simulations temporelles (calcul des pôles seuls) pour les autres positions de linéarisation.
La perturbation sur chaque barre S_1 et S_2, utilisée ici, est de type échelon de respectivement 2 Nm et 1 Nm colocalisés sur chacune des articulations afin de mettre à contribution tous les modes de la structure.
Les pondérations obtenues après optimisation temporelle et selon le principe de réglage décrit ci-dessus sont :

$$\begin{aligned}
Q_0 &= diag\begin{bmatrix}6,65.10^4 & 6,64.10^3 & 1,24.10^2 & 5,13 & 2.99.10^7 & 3,19.10^6\end{bmatrix} \\
R_0 &= diag\begin{bmatrix}9.98 & 3.74\end{bmatrix} \\
Q_{\frac{\pi}{8}} &= diag\begin{bmatrix}2,15.10^5 & 3,46.10^4 & 2,34.10^2 & 2,58.10^1 & 8,80.10^7 & 1,66.10^7\end{bmatrix} = Q_{-\frac{\pi}{8}} \\
R_{\frac{\pi}{8}} &= diag\begin{bmatrix}4,42.10^1 & 1,31.10^1\end{bmatrix} = R_{-\frac{\pi}{8}} \\
Q_{\frac{\pi}{4}} &= diag\begin{bmatrix}2,50.10^4 & 4,27.10^3 & 2,14.10^1 & 2,86 & 1,04.10^7 & 2,04.10^6\end{bmatrix} = Q_{-\frac{\pi}{4}} \\
R_{\frac{\pi}{4}} &= diag\begin{bmatrix}6,56 & 5,18.10^{-1}\end{bmatrix} = R_{-\frac{\pi}{4}} \\
Q_{\frac{3\pi}{8}} &= diag\begin{bmatrix}1,26.10^4 & 2,71.10^3 & 3,87 & 1,18 & 5,29.10^6 & 1,28.10^6\end{bmatrix} = Q_{-\frac{3\pi}{8}} \\
R_{\frac{3\pi}{8}} &= diag\begin{bmatrix}5,74 & 2,81.10^{-1}\end{bmatrix} = R_{-\frac{3\pi}{8}} \\
Q_{\frac{\pi}{2}} &= diag\begin{bmatrix}2,20.10^5 & 5,05.10^4 & 1,60.10^2 & 2,75.10^1 & 8,43.10^7 & 2,42.10^7\end{bmatrix} = Q_{-\frac{\pi}{2}} \\
R_{\frac{\pi}{2}} &= diag\begin{bmatrix}1,78.10^2 & 9,75\end{bmatrix} = R_{-\frac{\pi}{2}}
\end{aligned}$$

Les Figures 3.51 et 3.52 donnent la position des pôles dans le plan complexe au fur et à mesure de l'évolution de la structure. Les résultats montrent le glissement des pôles en boucle fermée lorsque l'angle θ_2 évolue. Dans le cas d'un contrôleur linéaire établi pour le point de fonctionnement $\theta_2 = 0$, la perte d'amortissement est importante et l'évolution de la rapidité est sensible, alors que dans le cas du contrôleur non-linéaire proposé, les pôles sont maintenus au même amortissement et avec une évolution contenue de la rapidité.

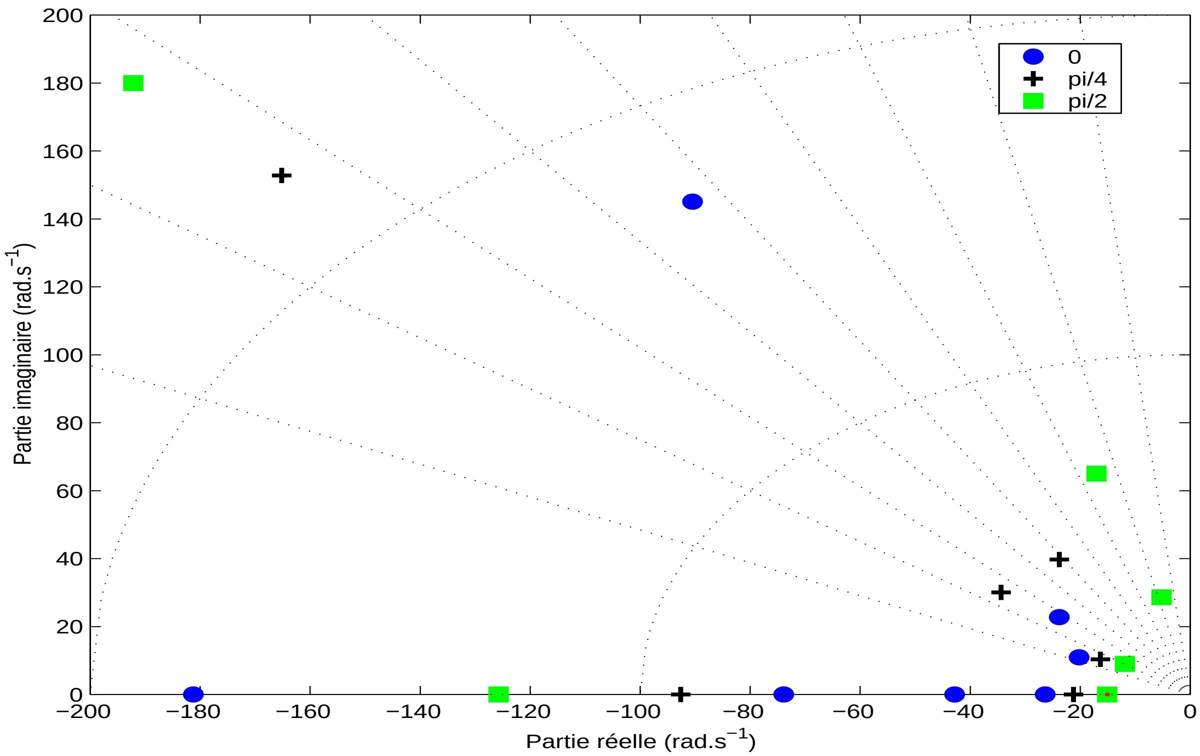


FIG. 3.51: Évolution des pôles en BF pour le contrôleur linéaire

L'efficacité du contrôleur non-linéaire est testée en simulant la réjection de la perturbation précédente pour différentes positions $\theta_2 = \theta_{20}$ de fonctionnement de la structure. L'objectif du contrôle est de maintenir le plus possible la structure dans son état initial $\boldsymbol{x}_0$ donné par :

$$\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{20} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

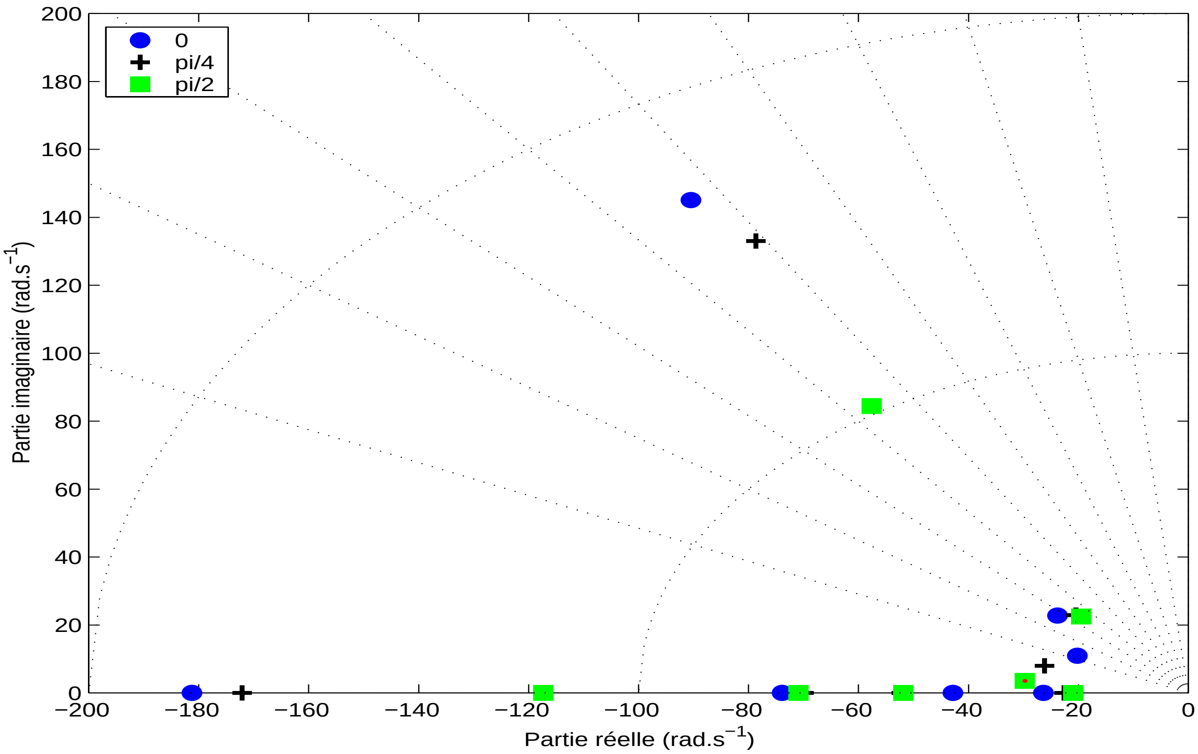


FIG. 3.52: Évolution des pôles en BF pour le contrôleur non-linéaire

Pour cela, la consigne $\boldsymbol{z}$ de position envoyée au contrôleur est égale à la position initiale :

$$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{20} \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

Le contrôle fonctionne donc en régulation autour de la position θ_{20} de la barre S_2 et pour la position $\theta_1 = 0$ de la barre S_1. Dans cette position, une perturbation identique à la précédente (échelons respectifs de $2\,Nm$ et $1\,Nm$ colocalisés sur chacune des articulations) est appliquée à la structure.

La Figure 3.53 montre que le contrôleur linéaire perd en performance au fur et à mesure que la structure s'éloigne de la position de linéarisation $\theta_2 = 0$ de ce contrôleur pour la même perturbation injectée à $\theta_{20} = 0$, $\frac{\pi}{4}$ ou $\frac{\pi}{2}$. Par contre, le contrôleur non-linéaire maintient les mêmes temps de réjection de perturbation pour les différentes positions (Figure 3.54) et pour une consommation énergétique des actionneurs quasi inchangée (Figure 3.55).

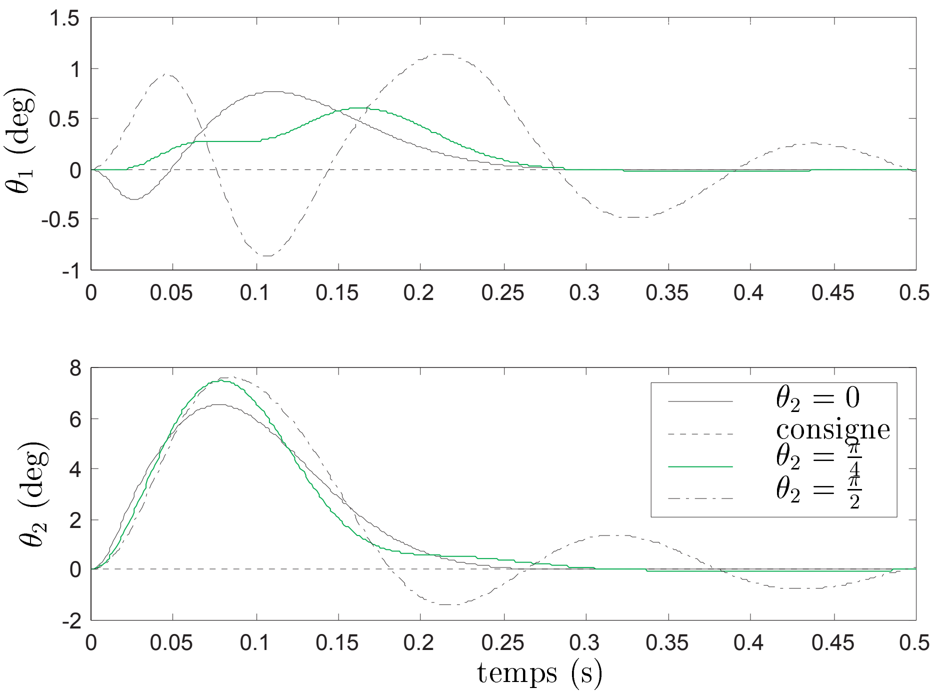


FIG. 3.53: Réjection de perturbation ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur linéaire calculé pour $\theta_2 = 0$

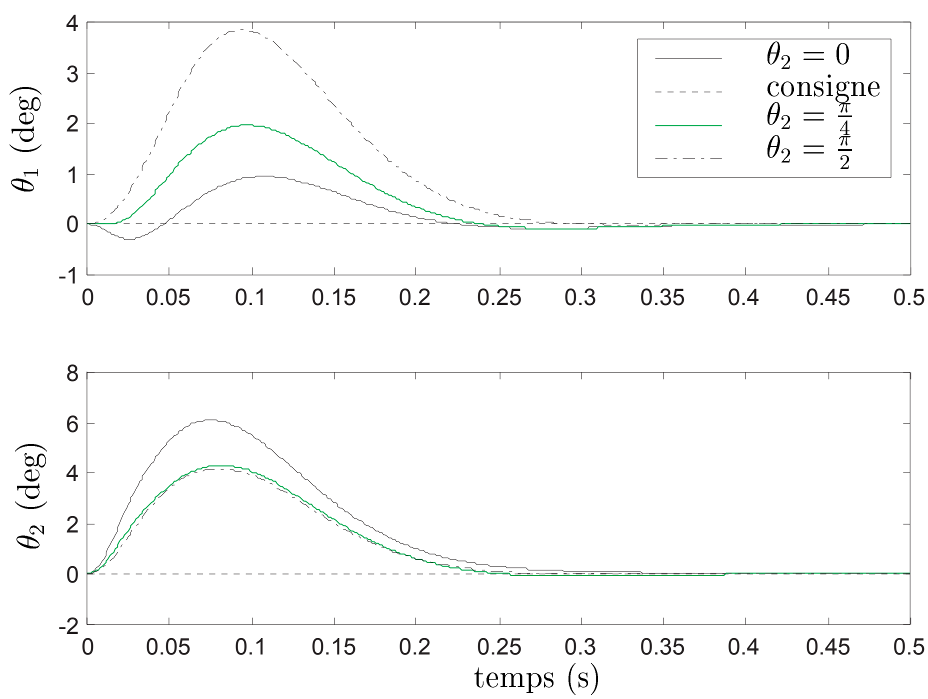


FIG. 3.54: Réjection de perturbation ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur non-linéaire

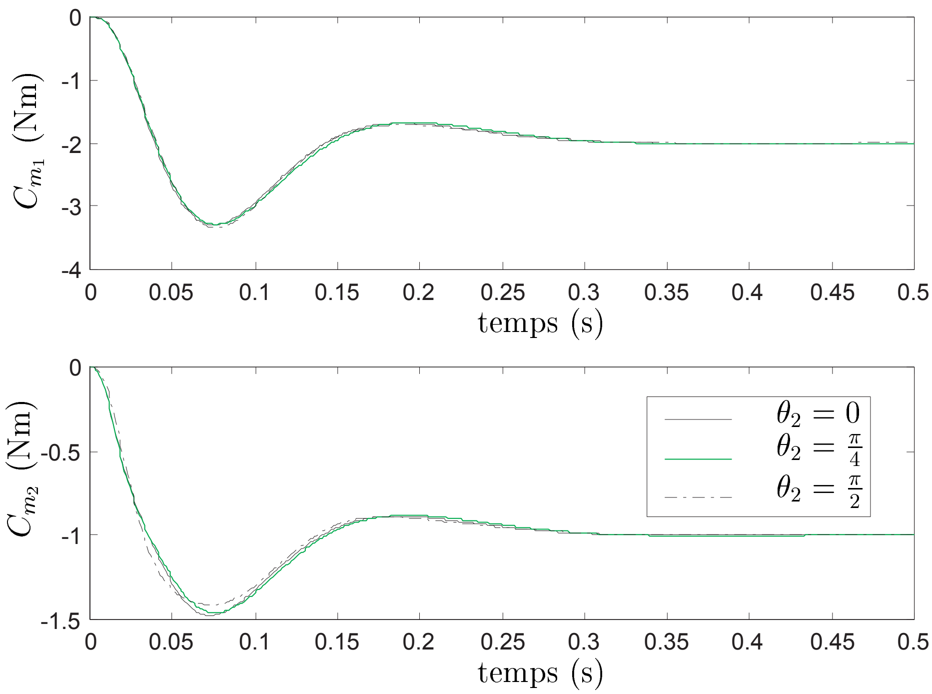


FIG. 3.55: Variations de la commande du contrôleur non-linéaire en fonction de l'angle θ_{20} où sont injectées les perturbations

Suivi de consigne

Le deuxième réglage a pour objectif l'optimisation du temps d'établissement d'une consigne. Il est réalisé simultanément sur tous les contrôleurs. Le suivi de consigne opère à travers les différentes positions de linéarisation et fait donc travailler l'ensemble des contrôleurs linéaires au cours de sa réalisation.

Les pondérations des contrôleurs sont optimisées pour que la réponse de la structure soit la plus rapide et la plus amortie possible. Les simulations temporelles sont réalisées pour une consigne de type échelon d'un demi-tour pour la poutre S_1 et d'un quart de tour pour la poutre S_2. Ces mouvements doivent se faire sans dépasser 5 Nm au niveau des actionneurs.

Le problème se ramène alors à l'optimisation temporelle par la méthode des gabarits (cf. paragraphe 3.1.3) de 40 paramètres, soit les 40 pondérations du contrôleur non-linéaire avec une simulation en temps du suivi de consigne à chaque pas de l'optimisation. Afin de réduire la compléxité de l'optimisation, le contrôleur non-linéaire est construit sans les positions de linéarisation $\frac{\pi}{8}$, $\frac{3\pi}{8}$ et leur symétrique. L'optimisation porte alors sur 24 paramètres. Les pondérations retenues après cette optimisation sont :

$$
\begin{aligned}
Q_0 &= diag\left[3,24.10^1 \quad 1,97.10^1 \quad 9,10.10^{-5} \quad 5,37.10^{-3} \quad 2.40.10^1 \quad 3,80.10^2\right] \\
R_0 &= diag\left[2,18.10^{-3} \quad 9.60.10^{-3}\right] \\
Q_{\frac{\pi}{4}} &= diag\left[2,16 \quad 1,16 \quad 7,97.10^{-5} \quad 2,90.10{-}2 \quad 4,68.10^2 \quad 2,27.10^3\right] = Q_{-\frac{\pi}{4}} \\
R_{\frac{\pi}{4}} &= diag\left[1,78.10^{-1} \quad 6,06.10^{-3}\right] = R_{-\frac{\pi}{4}} \\
Q_{\frac{\pi}{2}} &= diag\left[5,18 \quad 4,26.10^1 \quad 7,51.10^{-5} \quad 2,34.10^{-3} \quad 4,21.10^2 \quad 5,45.10^3\right] = Q_{-\frac{\pi}{2}} \\
R_{\frac{\pi}{2}} &= diag\left[7,85.10^{-2} \quad 6,06.10^{-3}\right] = R_{-\frac{\pi}{2}}
\end{aligned}
$$

Les résultats présentés Figure 3.56 montrent que le contrôleur non-linéaire permet d'atteindre la consigne de façon sensiblement plus rapide que les contrôleurs linéarisés. La comparaison de l'efficacité est possible sur l'exemple proposé des contrôleurs linéaires calculés pour la position initiale $\theta_2 = 0$ et pour la position finale $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$.

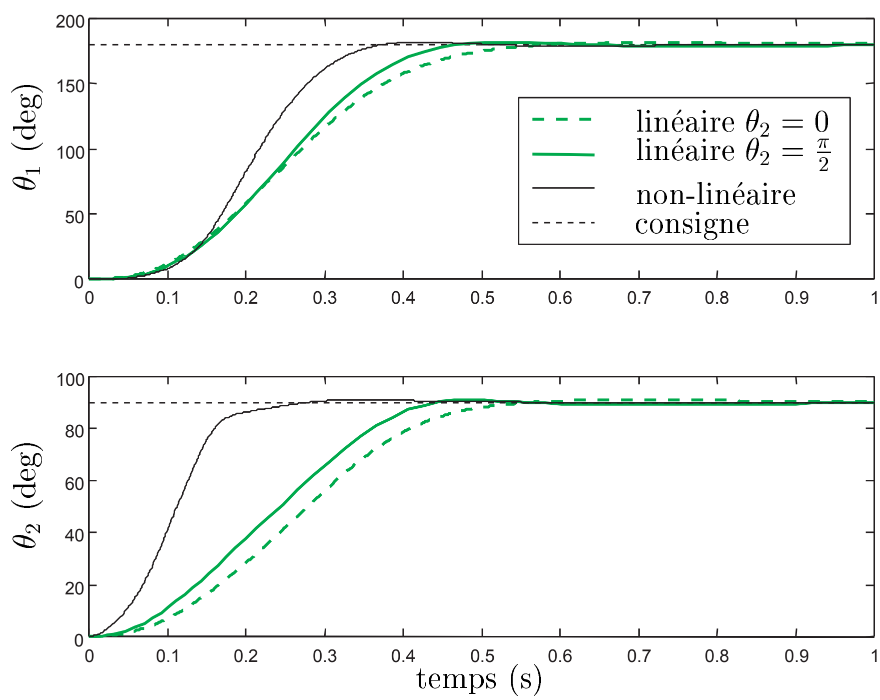


FIG. 3.56: Suivi de consigne (180^o et 90^o) opéré par les contrôleurs linéaires et non-linéaire

Les résultats présentés Figure 3.57 mettent en évidence l'influence des contrôleurs linéaires et non-linéaire sur la forme de la commande. Dans le cas d'un contrôleur non-linéaire, les contraintes d'optimisation choisies permettent au moteur pilotant l'articulation entre la poutre S_1 et le bâti d'être utilisé à pleine puissance pendant une durée sensiblement plus grande que pour un contrôleur linéaire. La forme de commande classique de type "*sinusoïdale amortie*" du contrôle linéaire n'est alors plus une limite pour le contrôle.

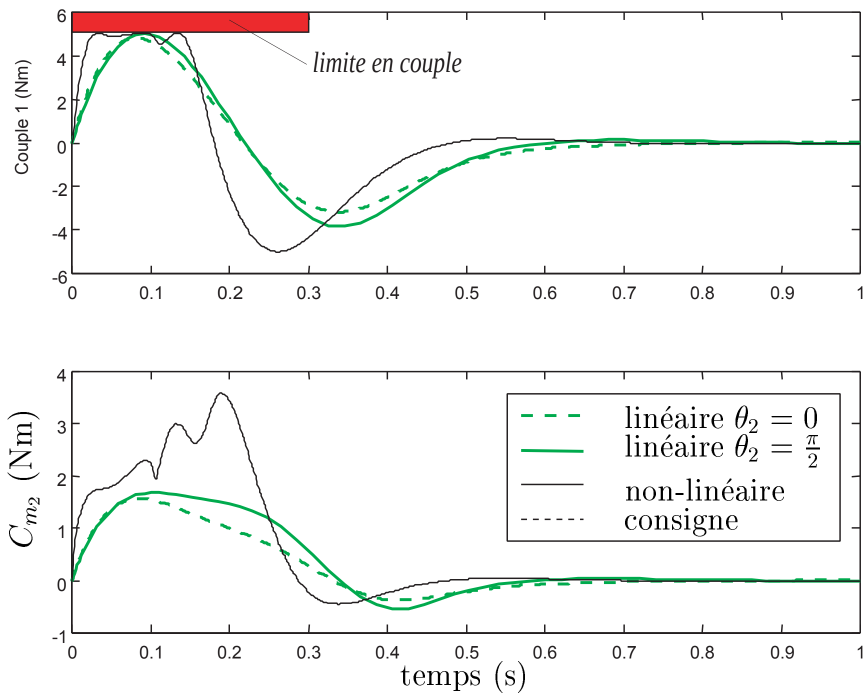


FIG. 3.57: Commande en suivi de consigne (180^o et 90^o) générée par les contrôleurs linéaires et non-linéaire

3.5.4 Contrôle non-linéaire d'une structure souple bi-articulée

La modélisation de la structure bi-articulée constituée d'une poutre rigide S_1 et d'une poutre souple S_2 est reprise (cf. paragraphe 2.3) pour construire et calculer le contrôleur non-linéaire répondant aux objectifs suivants :

- rejeter avec le même amortissement et la même rapidité les perturbations dans toute la plage de fonctionnement de la structure, donc être robuste en stabilité et en performance.
- suivre une consigne de type échelon avec précision et un temps de montée minimum.

Comme pour la structure à deux barres rigides, la plage de variation de θ_2 retenue pour le contrôleur non-linéaire, est $-\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{2}$ et les mêmes points de linéarisation l_i sont utilisés :

$$l_i = \left\{ -\frac{\pi}{2} \ , \ -\frac{3\pi}{8} \ , \ -\frac{\pi}{4} \ , \ -\frac{\pi}{8} \ , \ 0 \ , \ \frac{\pi}{8} \ , \ \frac{\pi}{4} \ , \ \frac{3\pi}{8} \ , \ \frac{\pi}{2} \right\}$$

Les fonctions de pondération linéaires utilisées dans le paragraphe précédent (cf 3.5.3) sont de nouveau employées ici (cf figure 3.49).

Les équations de mouvement (2.78) sont linéarisées pour les neufs positions l_i et donnent les matrices d'état A_i et B_i, caractéristiques de la dynamique de la structure pour ces points de fonctionnement. Le vecteur d'état $\boldsymbol{x}$ associé contient les informations sur les positions et vitesses angulaires de la structure ainsi que sur son état par l'intermédiaire des participations modales en déplacement et en vitesse :

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \boldsymbol{q} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

En plus des 2 modes de corps rigide, 5 modes de corps flexible sont pris en compte. Le vecteur $\boldsymbol{x}$ est donc de dimension 14. La commande $\boldsymbol{u}$ appliquée à la structure est composée des couples moteurs et de la tension d'alimentation de l'actionneur piézo-électrique :

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} C_{m1} \\ C_{m2} \\ v_a \end{bmatrix} \tag{3.75}$$

Un contrôleur non-linéaire construit comme en 3.5.1 est élaboré à partir des neuf contrôleurs linéaires calculés par l'algorithme LQ pour chacune des positions l_i.
La précision statique porte à nouveau sur les positions angulaires θ_1 et θ_2 des deux poutres pour la partie rigide, afin de permettre le suivi de consignes angulaires, et sur la tension v_a d'alimentation de l'actionneur piézo-électrique pour garantir un retour à courbure nulle de la partie flexible en fin de contrôle :

$$\boldsymbol{y}_c = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ v_a \end{bmatrix} \tag{3.76}$$

avec :

$$C_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0_{1\times5} & 0 & 0 & 0_{1\times5} \\ 0 & 1 & 0_{1\times5} & 0 & 0 & 0_{1\times5} \\ 0 & 0 & 0_{1\times5} & 0 & 0 & 0_{1\times5} \end{bmatrix} \tag{3.77}$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.78}$$

Afin de réduire le nombre de pondérations à régler, les pondérations sur les modes flexibles sont couplées par une matrice de la forme :

$$Q_i = diag \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \overbrace{a_3 \quad \ldots \quad a_3}^{5fois} & a_4 & a_5 & a_6\boldsymbol{\omega}^t & a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix} \tag{3.79}$$

Les pondérations a_1, a_2, a_4 et a_5 pondèrent les deux modes rigides et les pondérations a_7, a_8 et a_9 pondèrent les retour intégraux. Les pondérations a_3 et a_6 pondèrent les modes flexibles. Le fait de multiplier a_6 par les pulsations ω_i des modes permet d'assurer un poids identique sur les vitesses modales dans le but de réaliser un même amortissement pour les modes flexibles en boucle fermée. Il y a donc $9 + 3 = 12$ pondérations par contrôleur et donc $12 * 5 = 60$ pondérations au total à régler pour ajuster le contrôleur non-linéaire.

Réjection de perturbation

Le premier réglage des pondérations est réalisé de façon indépendante pour chaque contrôleur. Le contrôleur linéaire établi pour la position $\theta_2 = 0$ est réglé par optimisation temporelle pour que le comportement en réjection de perturbation et le suivi de consigne soit satisfaisant.

Ensuite, ces pondérations sont réutilisées pour tous les autres contrôleurs. Les pondérations retenues sont :

$$\begin{aligned} Q_i &= diag \begin{bmatrix} 7.10^5 & 7.10^4 & 10^9 & 10^9 & 10^9 & 10^9 & 10^9 & 10^3 & 5 & 60\boldsymbol{\omega}^t & 3.10^8 & 3.10^7 & 10 \end{bmatrix} \\ R_i &= diag \begin{bmatrix} 10 & 10 & 0,1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les Figures 3.58 et 3.59 donnent l'évolution de la position des pôles dans le plan complexe au cours du mouvement de la structure. Les résultats montrent le glissement relatif des pôles en boucle fermée lorsque l'angle θ_2 évolue. Dans le cas d'un contrôleur établi pour le point de linéarisation $\theta_2 = 0$, la perte d'amortissement est importante et l'évolution de la rapidité sensible. Certains pôles deviennent même à partie réelle positive et correspondent alors à un contrôle instable. Dans le cas du contrôleur non-linéaire proposé, les pôles hors intégrateurs sont maintenus au même amortissement et à la même rapidité et ils sont tous contenus dans le domaine de stabilité. Seul les pôles intégraux varient de façon à obtenir un temps d'établissement identique à chaque position. La robustesse en performance et la dynamique de la structure sont donc maintenues constantes par le contrôleur non-linéaire.

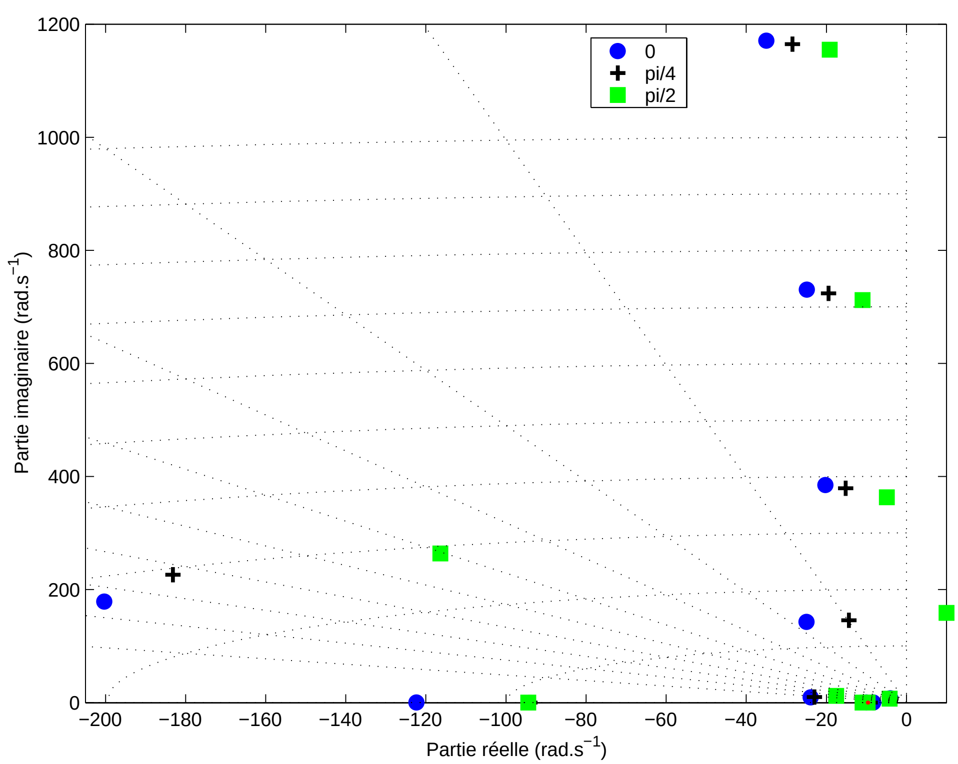


FIG. 3.58: Évolution des pôles en BF pour le contrôleur linéaire de la structure souple

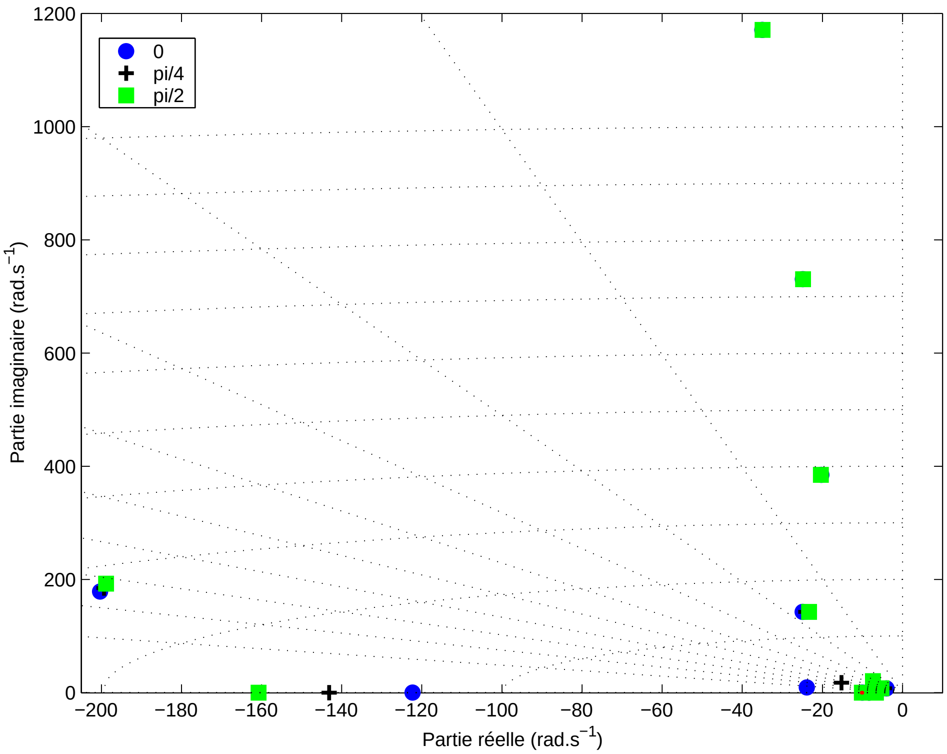


FIG. 3.59: Évolution des pôles en BF pour le contrôleur non-linéaire de la structure souple

Le réglage du contrôleur non-linéaire peut être validé en visualisant les réponses temporelles aux perturbations. Pour différentes positions angulaires θ_{20} de la poutre S_2, une perturbation de type échelon de $2\,Nm$ est envoyée sur la poutre S_1 et un échelon de $1\,Nm$ sur la poutre S_2. Les Figures 3.60, 3.61 et 3.62 présentent respectivement les réponses angulaires θ_1 et θ_2 et les déplacements de l'extrémité libre de la poutre S_2 pour le contrôleur linéaire. Ces simulations montrent que ce dernier perd en performance au fur et à mesure que la structure s'éloigne de sa position de linéarisation $\theta_2 = 0$. Cette perte de performance progressive conduit à une instabilité à partir de $\theta_{20} = 68^o$, visualisant ainsi cette limite déjà observée dans le domaine fréquentiel. Cette instabilité se retrouve sur les réponses angulaires, et vibratoires par couplage entre les grands déplacements et les vibrations.

Par contre, le contrôleur non-linéaire maintient les mêmes temps de réjection des perturbations pour les différentes positions θ_{20} (Figures 3.63, 3.64, 3.65).

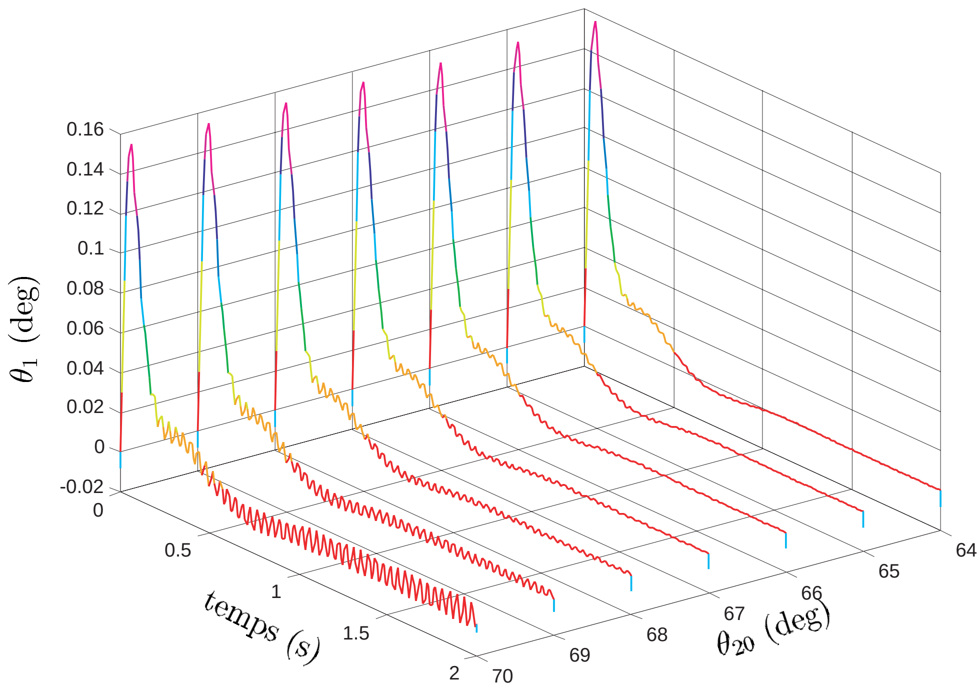


FIG. 3.60: Évolution de l'angle θ_1 : réjection de perturbations ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur linéaire établi pour $\theta_2 = 0$

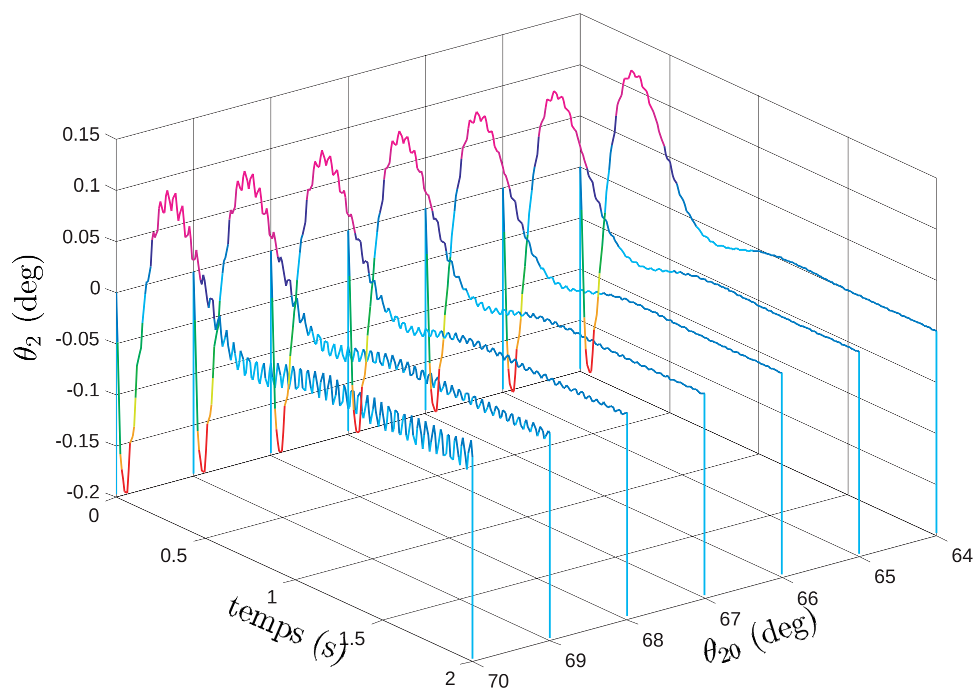


FIG. 3.61: Évolution de l'angle θ_2 : réjection de perturbations ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur linéaire établi pour $\theta_2 = 0$

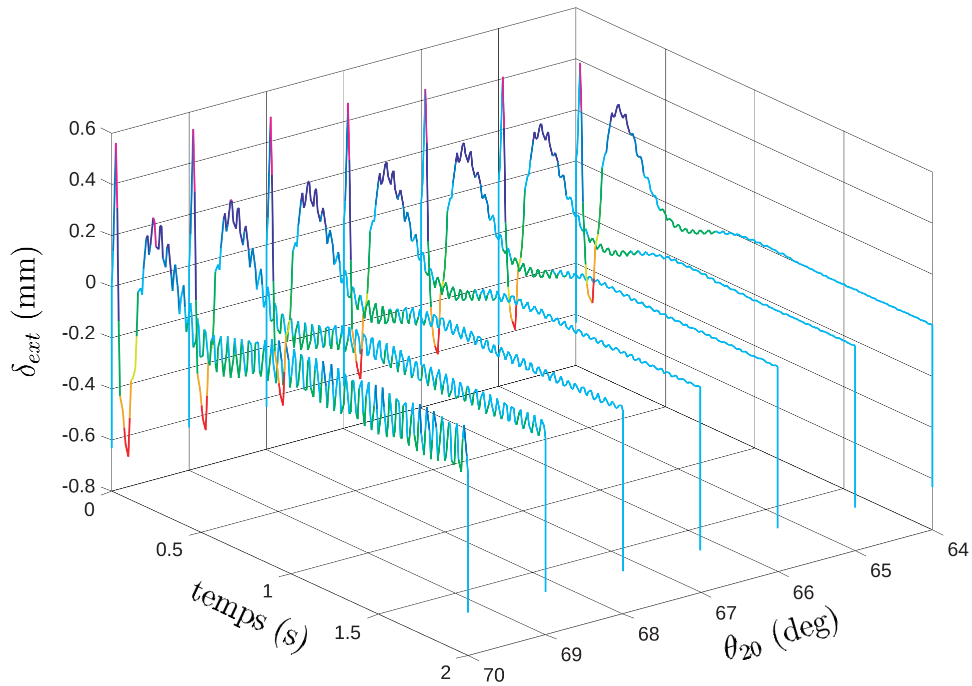


FIG. 3.62: Évolution du déplacement δ_{ext} de l'extrémité de S_2 : réjection de perturbations ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur linéaire établi pour $\theta_2 = 0$

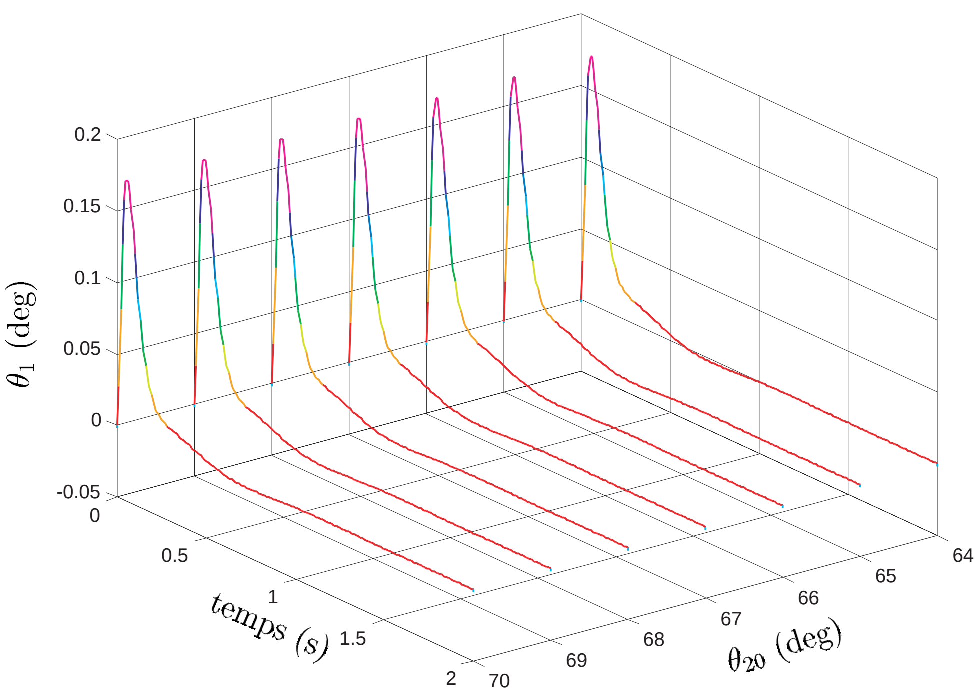


FIG. 3.63: Évolution de l'angle θ_1 : réjection de perturbations ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur non-linéaire

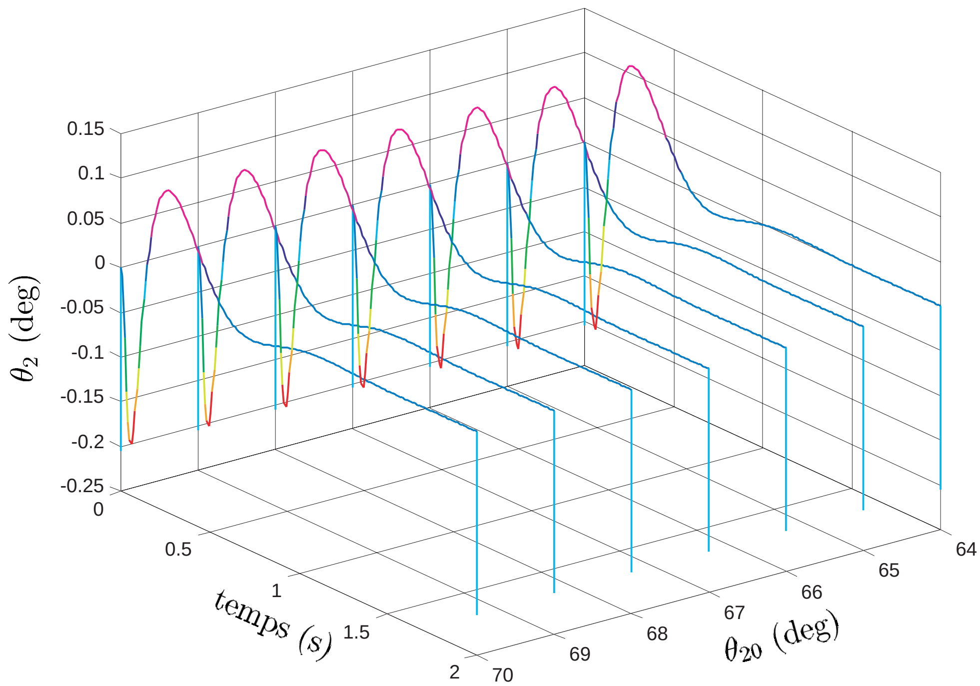


FIG. 3.64: Évolution de l'angle θ_2 : réjection de perturbations ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur non-linéaire

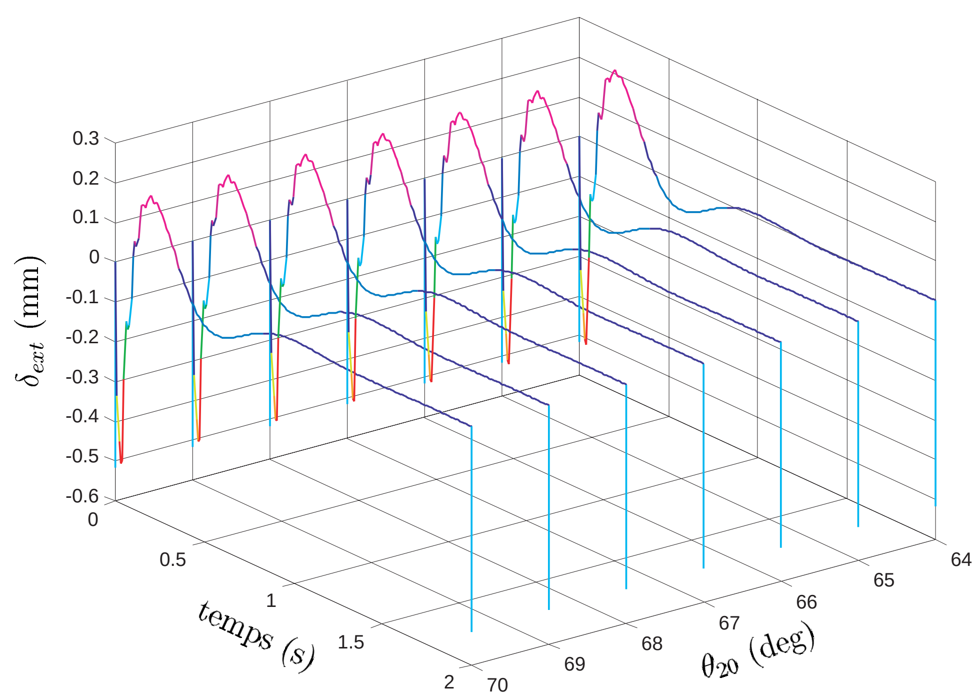


FIG. 3.65: Évolution du déplacement δ_{ext} de l'extrémité de S_2 : réjection de perturbations ($2\,Nm$ et $1\,Nm$) opérée par le contrôleur non-linéaire

Suivi de consigne

Le deuxième réglage est réalisé simultanément pour tous les contrôleurs. Les pondérations des contrôleurs sont optimisées temporellement (cf. paragraphe 3.1.3) pour avoir un suivi de consigne précis et stable avec un temps de réponse minimum.

La consigne à suivre est un demi-tour pour la poutre S_1 et un quart de tour pour la poutre S_2. Ces mouvements doivent se réaliser sans dépasser $12\,Nm$ pour le moteur 1, $5\,Nm$ pour le moteur 2 et $5\,volts$ pour l'actionneur piézo-électrique.

Le problème se ramène ici à une optimisation simultanée de 60 paramètres avec une simulation temporelle du suivi de consigne à chaque pas d'optimisation. La Figure 3.66 présente les réponses angulaires et vibratoires de la structure lors du suivi de consigne. Le contrôleur non-linéaire permet d'atteindre la consigne en environ $1,5\,seconde$. Le contrôleur linéaire linéarisé pour la position $\theta_2 = 0$ est plus lent avec une consigne atteinte en environ $2,5\,secondes$. Le contrôleur non-linéaire améliore donc sensiblement les performances du contrôle.

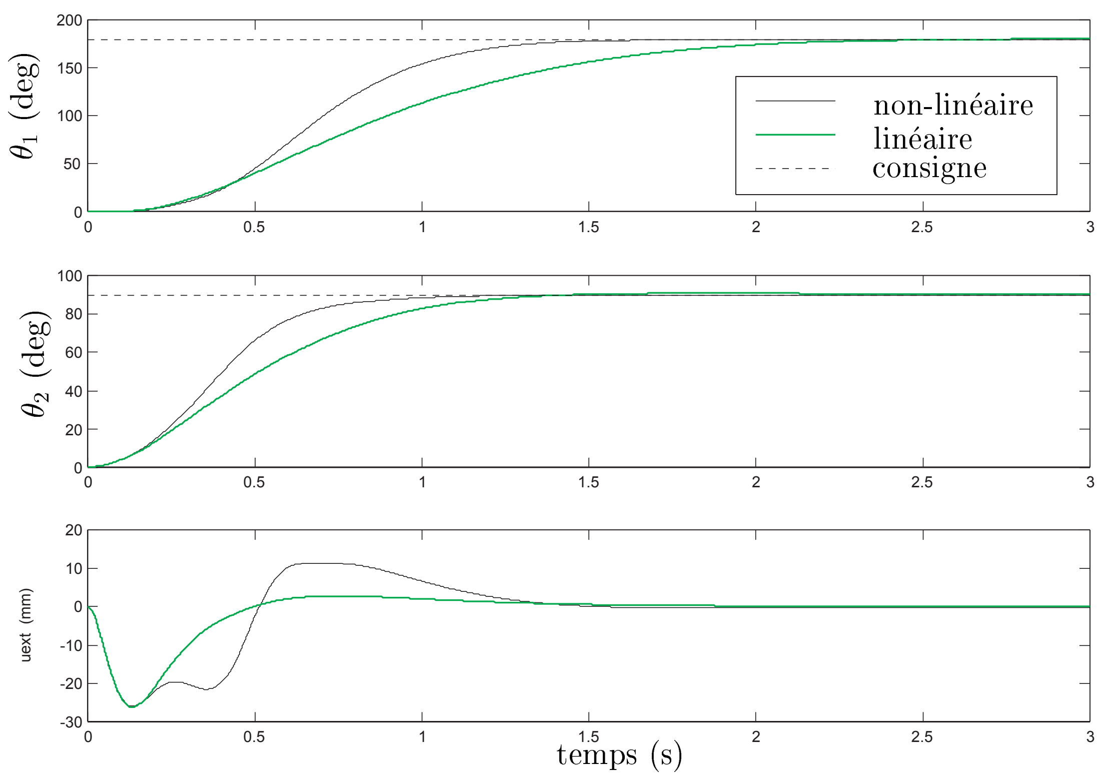


Fig. 3.66: Suivi de consigne de la structure souple pour les contrôleurs linéaires et non-linéaire

La Figure (3.67) présente les commandes envoyées aux différents actionneurs pour réaliser le suivi de consigne.

Comme dans le cas du contrôle de la structure rigide bi-articulée (cf 3.5.3), le contrôleur non-linéaire permet d'utiliser à son maximum ($C_{m_1} = 12\,Nm$) le moteur 1 pendant une durée plus grande que pour un contrôleur linéaire. De nouveau, le contrôle n'est plus limité par la forme classique de commande LQ de type "*sinusoïdale amortie*".

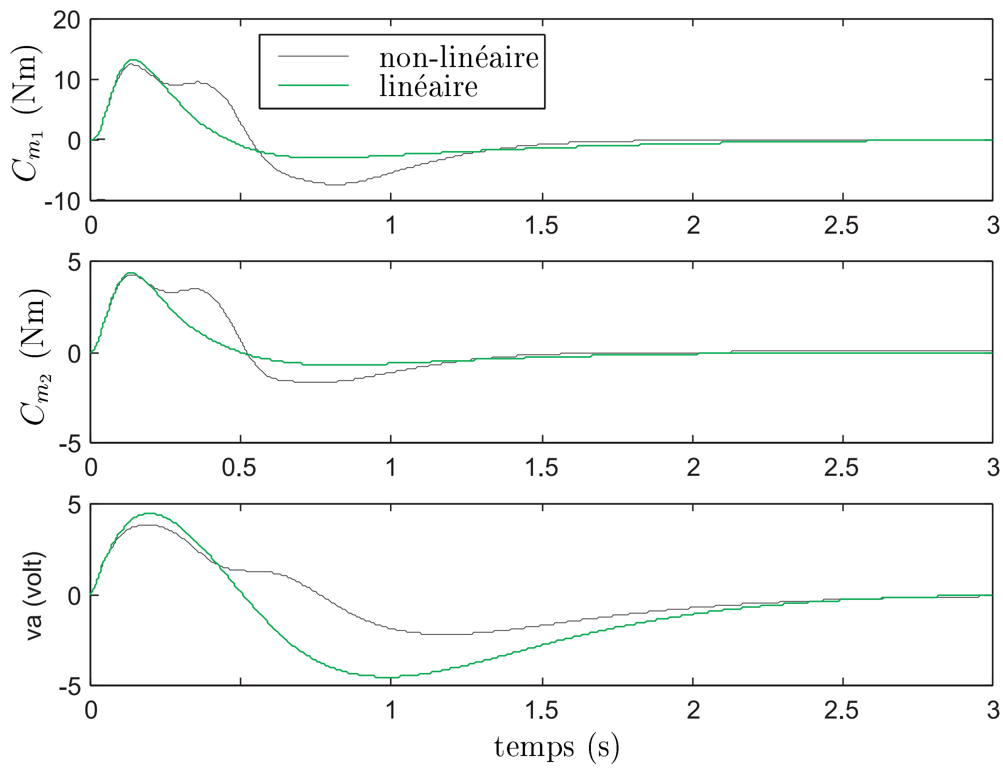


Fig. 3.67: Commande en suivi de consigne de la structure souple pour les contrôleurs linéaires et non-linéaire

Cependant, la forme de la commande est moins adaptée que dans la cas du contrôle non-linéaire de la structure rigide (cf. Figure 3.57) car le réglage des 60 pondérations est délicat et pose des problèmes de convergence des algorithmes d'optimisation utilisés. Les limites de la toolbox "*Non Linear Control Design* sont atteintes car il y a beaucoup de paramètres à régler et trop de contraintes à vérifier à chaque pas d'optimisation.

Conclusion

Un contrôleur non-linéaire basé sur des commandes LQ pondérées a été présenté, puis utilisé dans le cas de structures bi-articulées rigides et/ou souples. La stabilité d'un tel contrôleur a été vérifiée ainsi que la possiblité de régler une dynamique en boucle fermée constante au cours du mouvement malgré la modification sensible de la dynamique en boucle ouverte. Le contrôleur non-linéaire est donc sensiblement plus efficace qu'un contrôleur linéaire, même optimisé, et véritablement robuste en performances par rapport aux évolutions internes de la structure. Il est donc bien adapté aux réjections de perturbations pour des structures souples en grands déplacements. Le réglage du contrôleur non-linéaire pour un suivi de consigne est plus délicat et nécessite des outils d'optimisation performants.

Conclusion générale

L'objectif de ce travail était le contrôle actif de structures souples en grands déplacements. La stratégie de contrôle devait donc être multivariable et non-linéaire pour être performante et adaptée à de telles structures qui comportent à la fois de fortes non-linéarités et des couplages importants entre le comportement dynamique et les mouvements d'ensemble. Les structures souples retenues étaient modélisables et permettaient ainsi l'utilisation d'algorithmes de contrôle performants. L'emploi de composants piézo-électriques permettait une complémentarité avec les actionneurs classiques de type motoréducteur. Leur légèreté et leur intégration totale à la structure à contrôler en faisait des actionneurs mais aussi des capteurs de choix pour des structures souples *intelligentes*.

La première partie de ce travail a concerné l'intégration de ces composants piézo-électriques dans une boucle de contrôle actif. L'introduction des effets piézo-électriques en modélisation par éléments finis a permis de s'affranchir de la forme de la structure et des céramiques. La modélisation développée est donc applicable à des structures complexes. La performance de ces transducteurs a été montrée en étudiant expérimentalement le cas d'une poutre encastrée-libre instrumentée avec des capteurs et des actionneurs piézo-électriques. Le recalage fin des paramètres expérimentaux a conduit à une modélisation précise de la structure instrumentée. L'étude et le contrôle de cette structure en grands déplacements ont ainsi été possibles.

La seconde partie de ce travail a concerné la modélisation du couplage entre les mouvements de corps rigide et les vibrations. L'influence réciproque des grands déplacements sur les vibrations a été prise en compte. Le modèle développé intègre une discrétisation par la méthode des éléments finis de la partie flexible de la structure. La modélisation est de nouveau applicable à des structures de forme quelconque et peut intégrer des composants piézo-électriques en vue d'un contrôle des vibrations. La modélisation et la simulation du comportement dynamique de différentes structures souples mono-dimensionnelles en grands déplacements ont mis en évidence les non-linéarités en présence, ainsi que le couplage important entre le comportement dynamique et les grands déplacements. Le modèle complexe développé permet, contrairement aux logiciels métier, de construire un contrôle performant et de le régler de façon optimale en simulation.

La troisième partie de ce travail a donc consisté à développer une stratégie de contrôle adaptée aux structures souples en grands déplacements pour tenir compte des non-linéarités et des couplages en présence. Le principe et la conception d'un contrôleur non-linéaire ont été décrits. Il est basé sur une commande "Linéaire Quadratique Gaussienne" qui garantit une performance optimale du contrôle pour une consommation énergétique donnée des actionneurs. L'interêt du contrôleur conçu est de faire travailler en parallèle plusieurs contrôleurs linéaires à base de commande LQG. Chacun de ces contrôleurs a été obtenu pour un point de fonctionnement particulier de la structure. Des fonctions de pondération permettent ensuite de passer d'une commande à une autre en fonction de la position de la structure. Le contrôleur non-linéaire ainsi réalisé permet de suivre les évolutions de la dynamique de la structure et de maintenir un comportement contrôlé performant pour tous les points de fonctionnement de la structure. L'expérimentation du contrôle d'une poutre instrumentée, encastrée-libre puis articulée-libre, a permis de valider l'adaptation de la commande LQG et des composants piézo-électriques au contrôle des structures souples.
Le contrôleur non-linéaire a été réalisé pour des structures bi-articulées composées de deux poutres rigides ou d'une poutre rigide et d'une poutre flexible. La stabilité du contrôle a été montrée ainsi que les gains en robustesse par rapport au contrôle LQ. Le contrôleur non-linéaire s'est avéré après réglage par optimisation, plus efficace en rejection de perturbations. Les pôles de la structure contrôlée sont maintenus au même lieu fréquenciel quel que soit le point de fonctionnement de la structure. Contrairement au contrôle LQ, le contrôleur non-linéaire est donc robuste en performance face aux évolutions de la dynamique en boucle ouverte de la structure. Il garantit une dynamique en boucle fermée quasi-constante. Le réglage du contrôleur non-linéaire en suivi de consigne, bien que plus délicat a pu également être optimisé temporellement. Les réponses obtenues permettent de mieux utiliser les actionneurs en adaptant la forme de la commande au suivi de consigne désiré. Le temps de réponse à une consigne a ainsi été diminué, par rapport à des contrôleurs LQ, tout en conservant des actionneurs de même puissance.

Perspectives

La suite logique du travail présenté concerne l'expérimentation correspondant à la simulation réalisé dans la dernière partie. En effet même si l'expérimentation présentée sur la poutre souple en grands déplacements a montré la possibilité d'extrapoler aux structures bi-articulées le principe proposé, ce travail de validation pourrait être complété en utilisant des structures bi-articulées rigides ou souples.

La démarche et le principe du contrôle non-linéaire proposés peuvent ensuite être étendus à des structures plus complexes : par exemple, l'application aux structures bidimensionnelles de type panneaux solaires de satellite. Les difficultés à lever se situent notamment au niveau du contrôle des structures souples avec des problèmes d'observabilité et de contrôlabilité renforcés. Les actionneurs/capteurs devront être placés de façon optimale pour permettre un contrôle performant de la structure sans *spill-over* de contrôle ou d'observation. La modélisation serait également plus complexe mais pourrait être rendu moins fastidieuse par l'emploi d'un logiciel spécialisé dans la simulation dynamique de structures rigides ou souples. Ces derniers intègrent maintenant la possibilité de simuler un contrôle associé à la structure modélisée. Le seul verrou à lever à ce niveau demeure la prise en compte de la piézo-électricité dans la modélisation de la structure par ces logiciels.

Le principe proposé de contrôleur non-linéaire peut être repris et rendu adaptatif au lieu des points de linéarisation préétablis actuels. Avec les progrès de l'électronique temps réel, l'identification du comportement de la structure en cours de fonctionnement semble désormais possible. Les différents gains des commandes LQ utilisés par le contrôleur non-linéaire seraient alors calculés à partir de cette identification. Le contrôleur pourrait alors s'adapter en temps réel aux évolutions de la dynamique de la structure.

Par ailleurs, le contrôleur non-linéaire présenté étant basé sur la pondération des commandes LQ par des fonctions, il s'apparente à un contrôleur flou à fonctions d'appartenance en sortie. En le complétant par des fonctions d'appartenance en entrée pour obtenir des gains continûment variables, le contrôleur modal non-linéaire obtenu serait de type flou. Si la modélisation de la structure employée dans cette étude est réalisée sous la forme d'une identification neuronale, le contrôleur pourrait être réalisé sous forme neuro-floue. Ce dernier type de contrôle de structures souples en grands déplacements peut être maintenant envisagé compte tenu des développements rapides en terme de capacité informatique.

A terme, ces stratégies de contrôle aujourd'hui envisageable pourront être comparées en simulation et en expérimentation avec le contrôleur non-linéaire développé dans ce travail, nécessitant très peu de ressource en terme informatique temps réel.

Références bibliographiques

[AMRANE 93] AMRANE M.N., JEZEQUEL L. et SUWECA W. Active control of flexible structure. *Internatinal Congress MV2 of Active Control in Mechanical Engineering*. Lyon, 1993, vol 2, p 95–104.

[ANS 94] ANSYS Corporation. *ANSYS User's Manual Volume IV page 11-14, 11-15*, septembre 1994.

[AZOUZ 98] AZOUZ N., PASCAL M. et COMBESCURE A. Application de la mef à la modélisation dynamique des robots souples. *Revue européenne des éléments finis*, 1998, vol 7, n° 7, p 763–791.

[AZVINE 93] AZVINE B., TOMLINSON G. R., WYNNE R. J. et SENSBURG O. Vibration control via active damping. 1993.

[BALAS 78] BALAS M. J. Active control of a flexible systemes. *Journal of Optimisation Theory and Applications*, 1978, vol 25, p 415–436.

[BARNES 71] BARNES E. R. Necessary and sufficient optimality conditions for a class of distribued parameter control systems. *S.I.A.M. Journal on Control*, 1971, vol 9, n° 1, p 62–82.

[BAZ 86] BAZ A.M. *Static deflection control of flexible beams by piezoelectric actuators*. Rapport technique NASA-CR-179947, The Catholic University of America, Washington D.C., 1986.

[BAZ 88] BAZ A. et POH S. Performance of an active control system with piezoelectric actuators. *Journal of Sound and Vibration*, 1988, vol 126, n° 2, p 327–343.

[BAZ 89] BAZ A., POH S. et STUDER P. Modified independant modal space control method for active control of flexible systems. *Procee-*

dings of the Institution of Mechanical Engineering, 1989, vol 203, p 103–111.

[BEALE 98] BEALE D., LEE S.W. et BOGHIU D. An analytical study of fuzzy control of a flexible rod mechanism. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, vol 210, n° 1, p 37–52.

[BORNE 90] BORNE P., DAUPHIN-TANGUY G., RICHARD J. P., ROTELLA F. et ZAMETTAKIS I. *Commande et optimisation des processus.* Paris : Éditions Technip, 1990, 303 p.

[CELENTANO 99] CELENTANO G. et SETOLA R. The modelling of a flexible beam with piezoelectric plates for active vibration control. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, vol 223, n° 3, p 483–492.

[CHANG 95] CHANG P. M. et JAYASURIYA S. An evaluation of several controller synthesis methodologies using a rotating flexible beam as a test bed. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1995, vol 117, p 360–373.

[CHOI 99] CHOI S. B., CHO S. S., SHIN H. C. et KIM H. K. Quantitative feedback theory control of a single-link flexible manipulator featuring piezoelectric actuator and sensor. *Smart Materials and Structures*, 1999, vol 8, p 338–349.

[COUZON 02] COUZON P. Y., DER HAGOPIAN J. et GAUDILLER L. Neuro-fuzzy active control of mechanical structures. *Proceedings of Engineering Technology Conference on Energy ETCE 2002.* Houston, 2002, p 997–1004.

[DENOYER 96] DENOYER K. K. et KWAK M. K. Dynamic modelling and vibration suppression of a slewing structure utilizing piezoelectric sensors and actuators. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, vol 189, n° 1, p 13–31.

[DUCHEMIN 01] DUCHEMIN M., BERLIOZ A. et FERRARIS G. Modélisation du comportement dynamique d'un rotor embarqué. *5ème Colloque National en Calcul de Structure.* Giens, 2001, p 385–392.

[FALLAHI 95] FALLAHI B., LAI S. et VENKAT C. A finite element formulation of a flexible slider crank mechanism using local coordinates. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1995, vol 117, p 329–335.

[GAUDILLER 94] GAUDILLER L. *Contrôle actif du comportement dynamique de structures souples supportées*. Thèse Mécanique: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1994, 190 p.

[GAUDILLER 96] GAUDILLER L. et HAGOPIAN J. DER. Active control of flexible structures using a minimum number of components. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, vol 193, n° 3, p 713–741.

[GERHOLD 87] GERHOLD C. H. Active control of flexural vibrations in beams, final report. *Summer Faculty Fellowship Program*. Washington : NASA/ASEE, 1987, p 11.11–11.20.

[HUNG 95] HUNG C. F. et CHIU J. T. Vibration control of moving flexible member using piezoelectric actuators. *Journal of Engineering Mechanics*, 1995, vol 121, n° 8, p 858–864.

[JENG 97] JENG C.A., YANG S.M. et LIN J.N. Multi-mode control of structures by using neural networks with marquardt algorithms. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1997, vol 8, n° 18, p 1035–1043.

[KARKOUB 99] KARKOUB M., TAMMA K. et BALAS G. Robust control of two-link flexible manipulators using the μ-synthesis technique. *Journal of Vibration and Control*, 1999, vol 5, p 559–576.

[KHORRAMI 93] KHORRAMI F., ZEINOUN I. et TOME E. Experimental results on active control of flexible-link manipulators with embedded piezoceramics. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1993, vol 3, p 222–227.

[KOYAMA 91] KOYAMA T. et ASADA H. Design of an arm with double actuators for high speed and high accuracy manipulation. *Proceedings of the 1991 American Control Conference*. 1991, vol 2, p 1435–1437.

[LALANNE 84] LALANNE M., BERTHIER P. et DER HAGOPIAN J. *Mechanical Vibrations for Engineers.* Chichester : John Wiley and sons, 1984, 266 p.

[LIN 95] LIN Y. H. et CHU C. L. Numerical evaluation for stability and performance of an electronic damping device for structural vibration control. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, vol 184, n° 5, p 929–933.

[LIU 95] LIU Y. C. et YANG S. M. Vibration control experiment of a slewing flexible beam. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1995, vol 117, p 432–435.

[MALHIS 02] MALHIS M., GAUDILLER L. et DER HAGOPIAN J. Fuzzy modal control of a flexible rotor by piezoelectric actuators arranged on a plane. *IFToMM Sixth International Conference on Rotor Dynamics.* Sydney, Australia, 2002, p 101–108.

[MAY 00] MAY D. C., JAYASURYA S. et MOORING B. W. Modeling and control of a manipulator joint driven through a worm gear transmission. *Journal of Vibration and Control*, 2000, vol 6, p 85–111.

[MEIROVITCH 83] MEIROVITCH L., BARUH H. et
"OZ H. A comparison of control techniques for large flexible systems. *A.I.A.A. Journal Guidance and Control*, 1983, vol 6, n° 4, p 302–310.

[MEIROVITCH 85] MEIROVITCH L. et BARUH H. The implementation of modal filters for control of complex systems. *A.I.A.A. Journal Guidance and Control*, 1985, vol 8, n° 6, p 707–716.

[MOREIRA 99] MOREIRA F. J. DE O., GÓES L. C. S. et ADADE FILHO A. H∞ control of a robotic manipulator with a flexible link. *Proceedings (in CD) of the XV Brasilian Congress of Mechanical Engineering (XV COBEM).* Águas de Lindóia, São Paulo, Brasil, 1999, Paper code AACCJA.

[NAGARAJ 97] NAGARAJ B. P. et NATARAJU B. S. Dynamics of a two-link flexible system undergoing locking: mathematical modelling and comparison with experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, vol 207, n° 4, p 567–589.

[POTA 95] POTA H. R. et ALBERTS T. E. Multivariable transfer functions for a slewing piezoelectric laminate beam. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1995, vol 117, p 352–359.

[SCHOENWALD 90] SCHOENWALD D. A. et ÖZGÜNER Ü. On combining slewing and vibration control in flexible manipulators via singular perturbations. *Proceeding of the 29th Conference on Decision and Control*. 1990, vol 3, p 533–538.

[SOONG 82] SOONG T. T. et CHANG J. C. H. Active vibration control of large flexible structures. *The Shock and Vibration Bulletin*, 1982, vol 52, n° 4, p 47–54.

[TANI 88] TANI J., TAKAHASHI F. et UEDA H. Active control of vibrating beam. *10th International Symposium on Space Technology and Science*. Sapporo, 1988, vol 1, p 571–576.

[TZOU 94] TZOU H. S. et YE R. Piezothermoelasticity and precision control of piezoelectric systems: theory and finite element analysis. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1994, vol 116, p 489–495.

[WARREN 95] WARREN S. R., VOULGARIS P. G. et BERGMAN L. A. Robust control of a slewing beam system. *Journal of Vibration and Control*, 1995, vol 1, p 251–271.

[WON 94] WON C. C., SULLA J. L., SPARKS D. W. et BELVIN W. K. Application of piezoelectric devices to vibration suppression. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, vol 17, n° 6, p 1333–1338.

[YANG 87] YANG J. N., AKBARPOUR A. et GHAEMMAGHAMI P. New optimal control algorithms for structural control. *J. Engr Mech.*, 1987, vol 113, n° 9, p 1369–1386.

[YOO 95] YOO H. H., RYAN R. R. et SCOTT R. A. Dynamics of flexible beams undergoing overall motions. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, vol 181, n° 2, p 261–278.

Annexe A

Introduction des caractéristiques des matériaux sous Ansys®

Matrice de rigidité D

Pour indiquer que la matrice de rigidité D est utilisée à la place de la matrice d'élasticité, il faut utiliser la commande :

KEYOPT, matériau, 2, 1

Cette matrice est instruite grâce à la commande :

TB,ANEL, matériau

pour spécifier la symétrie de la matrice de rigidité et à la commande :

TBDATA, indice, valeur, valeur, ...

pour entrer les données. Les numéros d'indice correspondent aux positions suivantes dans la matrice D :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ - & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ - & - & 12 & 13 & 14 & 15 \\ - & - & - & 16 & 17 & 18 \\ - & - & - & - & 19 & 20 \\ - & - & - & - & - & 21 \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

Par exemple, la matrice de rigidité :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{33}^E} & 0 & 0 & 0 \\ - & \frac{1}{Y_{11}^E} & \frac{-\mu}{Y_{33}^E} & 0 & 0 & 0 \\ - & - & \frac{1}{Y_{33}^E} & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & \frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E} & 0 & 0 \\ - & - & - & - & \frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E} & 0 \\ - & - & - & - & - & \frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E} \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

peut être instruite par la séquence de commandes :

KEYOPT, matériau, 2, 1
TB,ANEL, matériau
TBDATA, 1, $\frac{1}{Y_{11}^E}$, $\frac{-\mu}{Y_{11}^E}$, $\frac{-\mu}{Y_{33}^E}$
TBDATA, 7, $\frac{1}{Y_{11}^E}$, $\frac{-\mu}{Y_{33}^E}$
TBDATA, 12, $\frac{1}{Y_{33}^E}$
TBDATA, 16, $\frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E}$
TBDATA, 19, $\frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E}$
TBDATA, 21, $\frac{2(1+\mu)}{Y_{11}^E}$

Matrice piézo-électrique Z

Cette matrice est instruite par la commande :

TB, PIEZ, matériau

pour spécifier la nature piézo-électrique de Z et par la commande :

TBDATA, indice, valeur, valeur, ...

pour entrer les données. Les numéros d'indice correspondent aux positions suivantes dans la matrice Z :

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

Par exemple, la matrice piézo-électrique :

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{31}Y_{11}^E \\ 0 & 0 & d_{33}Y_{33}^E \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

peut être instruite par la séquence de commandes :

TB,PIEZ, matériau
TBDATA, 3, $d_{31}Y_{11}^E$
TBDATA, 6, $d_{31}Y_{11}^E$
TBDATA, 9, $d_{33}Y_{33}^E$

Matrice de permitivité Σ

Ces constantes de permitivité du matériau sont instruites grâce à la commande :

MP, PERX, valeur ou *PERY* ou *PERZ*

suivant la permitivité qui est introduite.
Par exemple, la matrice de permitivité :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} K_{11}^T\varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{11}^T\varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33}^T\varepsilon_0 \end{bmatrix} \tag{A.5}$$

peut être instruite par la séquence de commandes :

MP, PERX, $K_{11}^T\varepsilon_0$
MP, PERY, $K_{11}^T\varepsilon_0$
MP, PERZ, $K_{33}^T\varepsilon_0$

Annexe B

Principe de Hamilton

L'énergie cinétique T et le travail W de la structure s'expriment à partir des n coordonnées généralisées q_i et du temps t :

$$T = T\left(q_i, \dot{q}_i, t\right) \tag{B.1}$$

$$W = W\left(q_i, \dot{q}_i, t\right) \tag{B.2}$$

La variation d'énergie cinétique pour des mouvements virtuels δq_i se calcule par :

$$\delta T = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right\} \delta q_i \tag{B.3}$$

et la variation du travail par :

$$\delta W = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial W}{\partial q_i} \delta q_i \tag{B.4}$$

d'où l'application du principe de Hamilton :

$$\delta T - \delta W = 0 \tag{B.5}$$

Comme les champs virtuels sont arbitraires et quelconques, il en découle les n équations du mouvement :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial W}{\partial q_i} \tag{B.6}$$

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : **BOCHARD** Prénoms : **Stéphane**	DATE de SOUTENANCE **7 novembre 2002**

TITRE :

Contrôle actif par composants piézo-électriques de structures souples en grands déplacements

NATURE : **Doctorat** Numéro d'ordre : **02 ISAL 051**

Formation doctorale : **Génie Mécanique**

RESUME :

Lorsque les structures vibrantes sont soumises à de grands déplacements, leur comportement dynamique peut être fortement non linéaire et présente un couplage vibrations/grands déplacements. Une commande linéaire et une stratégie de contrôles indépendants ne sont plus adaptés.

L'étude développée traite du contrôle non linéaire de structures bi-articulées. Une modélisation fine est réalisée. Elle lie les éléments finis, où le couplage déformations/champ électrique est pris en compte, et les grands déplacements. Le contrôle est réalisé par des actionneurs électromécaniques et piézo-électriques.

La stratégie de contrôle MIMO développée consiste à pondérer à chaque instant la commande de contrôleurs fonctionnant en parallèle, calculés pour des points de fonctionnement traversés au cours du mouvement. La commande multivariable est obtenue en pondérant par interpolation les commandes linéaires quadratiques de chaque contrôleur optimisé, en fonction des grands déplacements.

Les simulations de la première application : une structure bi-articulée rigide, ont montré que le contrôle non-linéaire est bien plus efficace qu'un contrôle linéaire, l'utilisation des couples moteurs étant meilleure.

La seconde application du contrôle non linéaire proposé concerne une structure bi-articulée flexible. Dans un premier temps, une poutre instrumentée d'un actionneur piézo-électrique bimorphe et de deux capteurs piézo-électriques est réalisée. Le modèle associé est recalé de façon optimisée. Les contrôles de la poutre encastrée, puis articulée sur un motoréducteur sont performants. Les résultats issus des simulations et de l'expérimentation sont en bon accord. Le contrôle non linéaire de structure bi-articulée flexible modélisée par deux modes de corps rigides et cinq flexibles est simulé. Il s'avère robuste en stabilité et performance. Grâce à ce type de contrôle, la dynamique globale est maintenue quasi-constante au cours du mouvement, malgré l'évolution de la géométrie de la structure.

MOTS-CLES : contrôle actif, structure souple piézo-électricité, transducteur, contrôle vibration, contrôle optimal, contrôleur non-linéaire, grands déplacements, couplage mécanique, optimisation, bras articulé, robot

Laboratoire (s) de recherches : **Laboratoire de Mécanique des Structures de l'INSA de Lyon – UMR CNRS 5006**

Directeur de thèse: **Professeur Michel LALANNE**

Président de jury :

Composition du jury : **MM. DUFOUR R., GAUDILLER L., JEZEQUEL L., LALANNE M., LALLEMAND, J.P. (rapporteur), PUGNET J.M. , RICHARD J. (rapporteur)**