## **THESE**

#### Présentée devant

## L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

Pour obtenir

#### LE GRADE DE DOCTEUR

Formation doctorale : Mécanique

École doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon : MEGA

Par

## **David LORNAGE**

(Ingénieur INSA)

## DYNAMIQUE GLOBALE DES LIGNES D'ARBRES DE TURBOMACHINES COUPLEES AUX FLUIDES ENVIRONNANTS APPLICATION AU CAS DES LAMES FLUIDES

Soutenue le 11 décembre 2001 devant la Commission d'examen

Jury MM.

O. BONNEAU
Professeur (Université Poitiers), Rapporteur
G. FERRARIS
Professeur (INSA de Lyon)
J.L. GUYADER
Professeur (INSA de Lyon)

B. PESEUX
F. THOUVEREZ
Professeur (Ecole Centrale de Nantes), Rapporteur
Maître de Conférences HDR (Ecole Centrale de Lyon)

# **SOMMAIRE**

#### **AVANT-PROPOS**

INTRODUCTION GENERALE			
СНАРІТ	RE I : Position du problème	3	
I. Introd	uction	4	
	lations eulériennes, lagrangiennes et mixtes		
II.1.	Formulation eulérienne		
II.2.	Formulation lagrangienne	5	
II.3.	Formulation ALE	6	
	Présentation de la formulation ALE		
	Quelques applications de la formulation ALE dans la littérature		
	Intérêt de la formulation de type ALE		
	Mise en œuvre des formulations ALE		
III. Comp	ortement dynamique des ensembles tournants		
III.1.	Dynamique des rotors		
III.2.	Dynamique des ensembles aubés		
III.3.	Repères d'étude / Amortissement		
III.4.	Problèmes couplés fluide/structure		
III.5.	Limites		
IV. Concl	usion	25	
СНАРІТ	RE II : Description des modèles de base – Technique de couplage	27	
	uction		
	ine structure / Domaine fluide		
II.1.	Structure		
II.2.	Fluide		
	ode de couplage		
III.1.	Projection modale		
III.2. III.3.	Grille d'interface		
	utionution		
	usion		
v. Colici	usioii		
CHAPIT	RE III : Validation	51	
I. Introd	uction	52.	
	che unidimensionnelle		
	est n°1 : couplage de type disque/lame fluide		
III.1.	Description du modèle		
III.2.	Méthode de transfert - Illustration		
III.3.	Comparaison des modèles 1D et 3D		
	Système dans le vide		
	. Système couplé		
	est n°2 : couplage de type palier		
	usion		

CHAPITRE IV : Applications	
I. Introduction	67
II. Cas tests 1 et 2	
II.1. Cas test 1 : couplage de type disque/lame fluide	67
II.1.1. Structure dans le vide	
II.1.2. Ensemble arbre/disque/lame fluide	70
II.1.3. Influence de l'épaisseur du film fluide	72
II.1.4. Instabilités en régime supercritique	77
II.2. Cas test n° 2 : Couplage de type palier	78
II.2.1. Structure dans le vide	79
II.2.2. Comportement du système couplé	81
II.2.3. Influence du nombre de modes constitutifs de la base modale	85
II.2.4. Etude paramétrique : Influence de l'épaisseur de la paroi	87
III. Application : ensemble arbre / roue aubée	
III.1. Présentation du modèle	89
III.2. Comparaison des modèles DR et DS	92
III.2.1. Système dans le vide	
III.2.2. Système couplé	94
IV. Conclusion	
CONCLUSION GENERALE	98
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	101
ANNEXE 1 : CHOIX DIJ REPERE D'ETIDE / AMORTISSEMENT	105

## INTRODUCTION GENERALE

Les ensembles tournants de turbomachines sont des structures aux formes et aux comportements complexes qui, par définition, fonctionnent dans un fluide. Sachant qu'ils ont une influence directe et prépondérante sur la fiabilité et les rendements des machines, ils font l'objet d'études de plus en plus fines et précises.

L'amélioration des produits et l'évolution vers les ensembles de haute technologie disponibles actuellement, ont largement bénéficié de l'apport d'approches dichotomisées par familles de problèmes. Ainsi, sur le plan des structures, on recense des approches qui s'intéressent aux arbres en flexion/torsion, aux ensembles aubés, aux paliers et on retrouve des découpages de même nature sur les études liées aux fluides. Ce cloisonnement, encore relativement étanche à l'heure actuelle, n'est dépassé que dans des cas très particuliers comme, par exemple, lorsqu'il s'agit de maîtriser l'instabilité aéroélastique de flottement qui pénalise le fonctionnement des moteurs d'avion. L'augmentation des exigences en terme de rendement, de coût et de sécurité, dans tous les domaines d'activités, impose maintenant d'envisager la généralisation d'approches couplées, qui devront converger vers des modèles de plus en plus globaux afin de fournir des prévisions sans cesse plus fiables et précises. Il s'agit en effet de rendre compte de l'effet des couplages fluide/structure dans leur ensemble, mais également de coupler des analyses à l'intérieur même des grandes disciplines de base : couplages roues/arbres, couplages parties mobiles/parties fixes...

L'objectif de ce travail est l'amélioration des modélisations utilisées dans le cadre de la dynamique des rotors et capables de rendre compte des comportements couplés particuliers à cette spécialité. Ces couplages, associés par exemple aux paliers, aux étanchéités ou aux écoulements de fuite, ont une influence directe sur le comportement dynamique de l'ensemble et conditionnent largement sa stabilité.

Le premier chapitre situe le problème dans son contexte en s'appuyant sur des références bibliographiques représentatives. Le deuxième chapitre présente les principaux éléments développés. Il s'agit d'un modèle structure basé sur une approche tridimensionnelle, d'un modèle fluide particularisé au cas des films fluides et d'une technique générale de couplage adaptée. Le troisième chapitre propose une validation de la méthode par rapport à des résultats de référence. Enfin, le quatrième chapitre met en évidence l'apport potentiel du modèle développé et permet de mieux cerner les limites des approches unidimensionnelles classiques.

# CHAPITRE I POSITION DU PROBLEME

## I. Introduction

Les modèles utilisés pour l'étude des ensembles tournants de machines ont souvent été développés de manière indépendante. Centrés sur un phénomène particulier, ils sont basés sur différents formalismes, adaptés au cas traité.

Ce chapitre rappelle tout d'abord les spécificités des approches lagrangiennes et eulériennes utilisées pour la mise en équation des problèmes mécaniques, avant de se tourner vers les approches mixtes eulériennes/lagrangiennes pour mettre en évidence leurs intérêts. Ensuite, les grandes lignes des modélisations généralement retenues pour la structure sont décrites. Enfin, la dernière partie du chapitre recense rapidement les principales techniques utilisées pour le traitement des problèmes couplés et souligne leurs domaines d'applications ainsi que leurs limites.

Compte tenu de l'étendue du champ d'applications concerné, le positionnement du problème présenté ici ne se prétend pas exhaustif. Seuls les éléments principaux sont donnés et sont étayés par des références bibliographiques jugées représentatives.

## II. Formulations eulériennes, lagrangiennes et mixtes

#### II.1. <u>Formulation eulérienne</u>

Une description eulérienne étudie le passage d'une certaine quantité de matière à travers une région donnée de l'espace. Le système de référence associé est fixe et est appelé Système de Référence Spatial (SRS). Chaque point de cet espace, appelé point géométrique, est identifié par un ensemble invariable de coordonnées dénommées coordonnées spatiales ou eulériennes. Dans cette description, l'observateur se place en un point fixe et étudie comment varient les caractéristiques de la particule passant par ce point à l'instant considéré. Cette formulation est généralement celle qui est adoptée en mécanique des fluides.

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, une formulation eulérienne impose un maillage fixe dans l'espace. Ce maillage définit un volume de contrôle invariable au cours du temps et une particule matérielle donnée peut migrer d'un élément fini vers un autre. Certaines particules matérielles peuvent même quitter le domaine défini initialement et, dans ce cas, toute information ultérieure relative à ces particules est perdue.

L'utilisation de formulations eulériennes fait apparaître des difficultés lors de l'étude de problèmes à frontières variables. Les frontières du corps étudié ne coïncident généralement ni partout ni à chaque instant avec le bord d'un élément. Il en résulte de grandes difficultés pour prendre en compte les conditions aux limites matérielles ainsi qu'une définition peu précise des frontières matérielles lorsque celles-ci évoluent au cours du temps.

En revanche, les formulations eulériennes autorisent d'importantes distorsions de la matière. Ceci explique pourquoi elles sont largement utilisées en mécanique des fluides ou dans le cas de la mise en forme des matériaux pour l'étude des processus stationnaires.

#### II.2. Formulation lagrangienne

Une description lagrangienne étudie le mouvement du corps considéré comme une certaine quantité de matière se déplaçant dans l'espace à partir d'une référence connue. Le système de référence, appelé Système de Référence Matériel (SRM), est donc attaché à la matière. Chaque particule matérielle du corps est identifiée par un ensemble de coordonnées indépendantes appelées coordonnées matérielles ou lagrangiennes. Dans ce cas, l'observateur peut être considéré comme attaché à une particule matérielle donnée et il étudie l'évolution temporelle des propriétés de cette particule au cours de son mouvement. Cette formulation est classiquement adoptée en mécanique des solides.

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, une formulation lagrangienne impose à chaque nœud de rester en coïncidence avec la même particule matérielle tout au long du processus de déformation. Cette propriété est intéressante d'un point de vue numérique puisque, lors de l'intégration des lois de comportement, les termes convectifs n'apparaissent pas dans les équations. D'autre part, un élément donné contient toujours le même ensemble de particules matérielles et est donc entraîné (convecté) par la déformation. En particulier, un nœud situé à la frontière du corps reste sur cette frontière au cours de la simulation et, dans ce cas, le suivi d'une frontière mobile ne présente pas de difficultés.

En revanche, en présence de grandes déformations, le maillage peut être fortement distordu et entraîner une imprécision des résultats voire l'impossibilité de conduire la simulation à terme. Des opérations de réactualisation de maillage (remaillage) sont alors indispensables, opérations coûteuses en temps homme et machine.

#### **II.3.** Formulation ALE

Les inconvénients des formulations lagrangienne et eulérienne peuvent être largement minimisés grâce à l'adoption de formulations mixtes eulériennes/lagrangiennes. D'une manière générale, dans la littérature, on dénomme formulation mixte eulérienne/lagrangienne ou formulation eulérienne/lagrangienne arbitraire, toute formulation contenant simultanément une part eulérienne et une part lagrangienne. Pour conserver une notation classique, l'abréviation anglo-saxone est conservée dans la suite du texte : cette formulation est ainsi appelée formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian).

#### II.3.1. Présentation de la formulation ALE

La formulation ALE permet de combiner les avantages de la représentation lagrangienne (bonne définition des frontières variables, facilité d'imposer des conditions aux limites matérielles) et ceux de la formulation eulérienne (possibilité de prise en compte de grandes distorsions). Le principe de cette formulation mixte est le développement de maillages se déplaçant à taux indépendant (bien que non nul) de celui de la matière. En conséquence, la matière se déplace par rapport au maillage, comme dans une formulation eulérienne pure, mais la forme extérieure des éléments est contrôlée par les conditions aux limites du problème, comme dans une formulation lagrangienne.

Le système de référence n'est ni fixe dans l'espace, ni attaché au corps. Ce système de référence est appelé Système de Référence de calcul ou de Grille (SRG). Si le système de référence de grille est fixe, on obtient une formulation eulérienne. Par contre si on l'attache à la matière, la formulation ALE rejoint une formulation lagrangienne. Le fait qu'au cours de la déformation, la position du SRG ne soit ni donnée a priori, ni calculée comme résultat d'une déformation directement liée à celle de la matière, procure une très grande liberté dans la formulation du problème, liberté dont il faut essayer de tirer le maximum de profit.

La position des nœuds du SRG peut, par exemple, être modifiée continûment et de manière imposée pendant le processus de simulation ou encore être traitée par le modèle comme des variables inconnues. Dans ce cas, le modèle doit être étendu pour permettre la prise en compte du processus de détermination de la position des nœuds du SRG simultanément avec le processus de déformation. Le but de ce processus de détermination du SRG est alors double. D'une part, il doit permettre une prise en compte plus aisée de tous les types de conditions

aux limites et, d'autre part, il doit maintenir des caractéristiques géométriques acceptables pour tous les éléments finis impliqués.

La figure I.1 illustre les difficultés associées aux formulations eulérienne et lagrangienne ainsi que l'intérêt des formulations de type ALE.

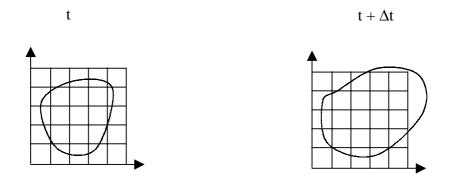


Figure I.1.a: Formulation eulérienne (non coïncidence des frontières)



Figure I.1.b: Formulation lagrangienne (distorsions)



Figure I.1.c: Formulation ALE

Figure I.1 : Evolutions parallèles du corps étudié et du maillage associé

#### II.3.2. Quelques applications de la formulation ALE dans la littérature

La formulation ALE est particulièrement bien adaptée à l'étude des écoulements multidimensionnels à frontières mobiles ou plus généralement à l'étude des problèmes couplés.

Hirt et al. [HIR72] utilisent une technique ALE associée à des discrétisations par différences finies pour l'étude de l'effet de chocs dans des tuyaux, d'écoulements autour d'obstacles, d'écoulements instables ou d'écoulements dans l'atmosphère soumise à une explosion.

Hughes et al. [HUG81] utilisent une discrétisation éléments finis pour le calcul d'écoulements. Pour un écoulement avec surface libre, les degrés de liberté normaux à la surface libre sont lagrangiens et ceux tangents sont eulériens. Ailleurs, ils sont purement eulériens. Ce choix permet de gérer le problème de frontières mobiles.

Brooks et Hughes [BRO82] développent une formulation éléments finis qui permet le calcul d'écoulements multidimensionnels autour d'un cylindre en résolvant les équations de Navier Stokes dans la cas incompressible.

Dans le domaine nucléaire, Donea et al. [DON82] et Kennedy et Belytschko [KEN81] adaptent la formulation ALE aux problèmes couplés. La structure est traitée de manière lagrangienne tandis que le fluide est traité de façon eulérienne dans l'écoulement et de façon lagrangienne à l'interface avec la structure.

Nomura [NOM94] et Nomura et Hughes [NOM92] simulent des écoulements dans lesquels un solide, considéré comme indéformable, est en mouvement. D'autres, dans le même esprit, considèrent des structures mobiles avec des modèles fluides plus ou moins complexes (modèle turbulent par exemple). Boschitsch et Quackenbush [BOS93] utilisent la méthode des volumes finis pour le fluide alors que Blom et Leyland [BLO97] utilisent des maillages éléments finis.

Undreiner et Frei [UND97] présentent les résultats d'une étude couplée fluide/structure portant sur la simulation du comportement dynamique de la zone fluide entre un flasque de roue et un corps de pompe.

La formulation ALE est également adaptée à la prédiction du comportement de matériaux lors de leurs mises en forme ("écoulement de la matière"). La possibilité de gérer les distorsions est ici pleinement utilisée. Cescutti et al. [CES88], Hu et Liu [HU92, HU93] mettent en place des modèles éléments finis pour simuler le processus de forgeage ou de laminage avec ou sans lubrification. Ponthot s'est également intéressé à la mise en forme et

plus généralement à l'étude de la mécanique des milieux continus solides en grandes transformations par la méthode des éléments finis ([PON95], [PON97]).

#### II.3.3. Intérêt de la formulation de type ALE

L'intérêt majeur d'utiliser une formulation de type ALE, pour les applications envisagées, est illustré ici à l'aide d'un exemple simple bidimensionnel. Soient deux disques 1 et 2 supposés indéformables, concentriques et séparés par un fluide. Le maillage fluide ainsi que les 2 disques en position initiale sont représentés sur la figure I.2. Les repères blancs permettent d'avoir une référence lorsque le système tourne et se déplace.

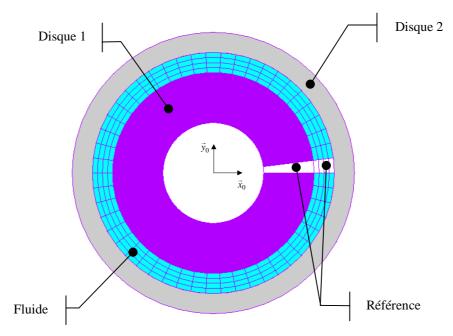


Figure I.2 : Modèle d'illustration Position initiale

Le disque 1 tourne à une vitesse  $\Omega$  autour de l'axe  $\vec{z}_0$  et se déplace dans le plan  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$  d'une quantité  $\vec{\delta}$  telle que  $\vec{\delta} = x\vec{x}_0 + y\vec{y}_0$ . Le disque 2 reste immobile. Des conditions aux limites de non glissement au niveau des parois à l'interface entre la structure et le fluide sont prises en compte.

L'objectif n'étant pas ici de résoudre les équations fluides, seul le mouvement du maillage est étudié. Ainsi, seules les vitesses des nœuds aux interfaces fluide/structure sont précisées. A chaque nœud est associé un repère local  $(\vec{n}, \vec{t})$  où  $\vec{n}$  est le vecteur normale à la surface et  $\vec{t}$  est le vecteur tangent (Figure I.3).

Les définitions suivantes sont nécessaires pour cette illustration :

 $\vec{V}_{R_0}^{R_0}$ : Vitesses des particules fluides par rapport à  $R_0$  exprimées dans  $R_0$ 

 $\begin{cases} U \\ V \end{cases}^{R_0}$ : Vitesses des particules fluides par rapport à  $R_0$  exprimées dans  $(\vec{n}, \vec{t})$ 

 $\begin{cases} U^M \\ V^M \end{cases}^{R_0}$ : Vitesses des nœuds fluides par rapport à R<sub>0</sub> exprimées dans  $(\vec{n}, \vec{t})$ 

 $\vec{V}_{R_0}^{F/1}$  : Vitesses relatives du disque 1 et des particules fluides exprimées dans  $R_0$ 

 $\vec{V}_{R_0}^{F/2}$ : Vitesses relatives du disque 2 et des particules fluides exprimées dans  $R_0$ 

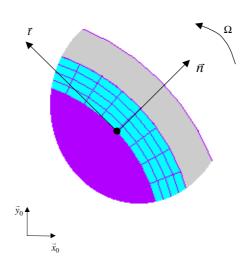


Figure I.3 : Définition des repères Repère global  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$  - Repère local  $(\vec{n}, \vec{t})$ 

En définissant  $[P_{R_0 \to (\vec{n}, \vec{t})}]$ , matrice de passage du repère  $R_0$  au repère  $(\vec{n}, \vec{t})$ , on obtient une première relation entre les vitesses :

$$\begin{cases} U \\ V \end{cases}_{(\vec{n},\vec{t})}^{R_0} = \left[ P_{R_0 \to (\vec{n},\vec{t})} \right] \vec{V}_{R_0}^{R_0}$$
 (I.1)

Les conditions de non glissement donnent, d'une part :

$$\begin{cases} \vec{V}_{R_0}^{F/1} = \vec{0} \\ \vec{V}_{R_0}^{F/2} = \vec{0} \end{cases}$$
 (I.2)

et, d'autre part, à l'interface entre le disque 1 et le fluide :

$$\begin{cases}
U \\ V
\end{cases}_{(\vec{n},\vec{t})}^{R_0} = \begin{cases}
\dot{x}\cos\Omega t + \dot{y}\sin\Omega t \\
-\dot{x}\sin\Omega t + \dot{y}\cos\Omega t + \Omega r
\end{cases}$$
(I.3)

ainsi qu'à l'interface entre le disque 2 et le fluide :

$$\begin{cases} U \\ V \end{cases}_{(\vec{n},\vec{l})}^{R_0} = \vec{0} \tag{I.4}$$

où r est la distance d'un nœud à l'axe de rotation et t est la variable de temps.

Les figures I.4 et I.5 permettent de visualiser l'évolution du système dans les cas où une formulation lagrangienne et une formulation eulérienne sont utilisées pour le fluide. En terme de vitesses, le choix de la formulation lagrangienne se traduit par :

$$\begin{cases} U^{M} \\ V^{M} \end{cases}^{R_{0}}_{(\vec{n},\vec{t})} = \begin{cases} U \\ V \end{cases}_{(\vec{n},\vec{t})}^{R_{0}}$$
 (I.5)

En choisissant une formulation eulérienne, on a :

Le non suivi des conditions aux limites dans le cas de la formulation eulérienne apparaît clairement et les distorsions de maillage sont d'autant plus importantes avec la formulation lagrangienne que la structure tourne dans le fluide.

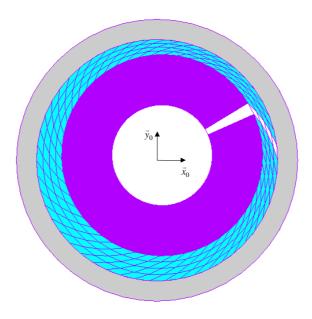


Figure I.4 : Gestion du maillage Formulation lagrangienne

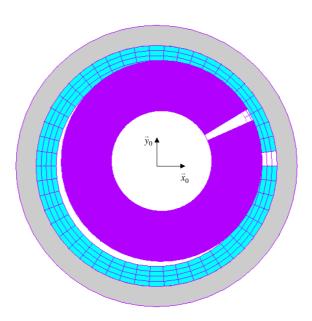


Figure I.5 : Gestion du maillage Formulation eulérienne

Pour la formulation ALE, le vecteur vitesse du maillage fluide à l'interface, peut être choisi sous la forme :

$$\begin{cases} U^{M} \\ V^{M} \end{cases}_{(\vec{n},\vec{t})}^{R_{0}} = \begin{cases} U \\ V - \Omega r \end{cases}_{(\vec{n},\vec{t})}^{R_{0}}$$
 (I.7)

Le choix retenu pour la composante normale ( $U^M = U$ ) permet de respecter les conditions aux limites et le fait de soustraire le déplacement dû à la rotation évite les distorsions excessives et rapides du maillage. Les positions des nœuds fluides à l'interface sont, après projection dans le repère  $R_0$ :

où  $\{X^F\}_{R_0}$  et  $\{X_0^F\}_{R_0}$  sont respectivement les vecteurs positions au temps initial  $t_0$  et au temps  $t = t_0 + \Delta t$  des nœuds fluides situés à l'interface.  $\Delta t$  est le pas de temps utilisé.

La figure I.6 présente l'évolution du maillage fluide géré par la méthode ALE. Cette figure illustre tout l'intérêt du formalisme ALE. Pour un déplacement quelconque de la structure qui s'ajoute à la rotation, le maillage conserve une topologie acceptable tout en suivant les limites des différents domaines.

La même démarche reste valable lorsque la structure se déforme. Dans ce cas, il est nécessaire de connaître le vecteur normal à la surface en chaque nœud et à chaque instant.

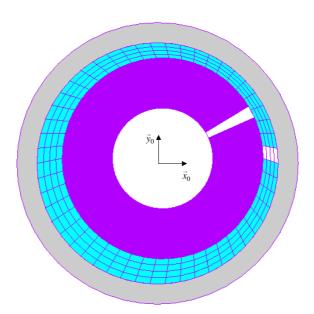


Figure I.6 : Gestion du maillage Formulation ALE

#### II.3.4. Mise en œuvre des formulations ALE

Ce paragraphe présente les étapes principales de la mise en œuvre des formulations ALE. Pour plus de détails, il convient de se reporter, par exemple, au texte de Ponthot [PON95].

#### a/ Relation fondamentale

L'ensemble des positions instantanées de toutes les particules de matière d'un domaine est appelé une configuration. Le mouvement de ce domaine constitue l'évolution de cette configuration. Pour la formulation ALE, trois configurations sont distinguées :

- La configuration initiale C<sub>0</sub> où chaque particule est associée à un nœud.
- La configuration C<sub>t</sub>. C'est la configuration après évolution du domaine (déformations, mouvement) pour laquelle l'équilibre est recherché.
- La configuration de référence C<sub>ref</sub>. C'est dans cette configuration que les nœuds sont positionnés et associés à des particules.

Pour la formulation lagrangienne,  $C_{ref}$  et  $C_0$  sont identiques alors que pour la formulation eulérienne, ce sont  $C_{ref}$  et  $C_t$  qui sont identiques. En ce qui concerne la formulation ALE,  $C_{ref}$  est choisie de la façon la plus judicieuse possible. Dans ce cas, lors du processus d'évolution, la particule est transportée par une application  $\phi$  alors que le nœud est transporté par une application  $\hat{\phi}$ . Dans la configuration  $C_t$ , le nœud n'est alors plus associé à la même particule que dans  $C_0$ .

Configurations	Coordonnées
$C_0$	$\vec{X} = \langle X_1, X_2, X_3 \rangle^t$
Ct	$\vec{x} = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle^t$
$C_{ref}$	$\vec{\chi} = <\chi_1, \chi_2, \chi_3 >^t$

Tableau I.1 : Configurations et coordonnées

Lors de la mise en équation, on est amené à calculer la dérivée par rapport au temps de champs tels que ceux relatifs à la vitesse, à la masse volumique... Le choix du référentiel conditionne alors la forme des expressions des dérivées.

Soit f une fonction représentant un champ. Lorsque le système de référence est le système de référence spatial (formulation eulérienne), la fonction est notée  $f(\vec{x},t)$ . Si le système de

référence est matériel (formulation lagrangienne), la fonction est notée  $\tilde{f}(\vec{X},t)$ . Enfin, pour un système de grille (formulation ALE), la fonction est notée  $\hat{f}(\vec{\chi},t)$ . Il vient donc :

$$f(\vec{x},t) = \tilde{f}(\vec{X},t) = \hat{f}(\vec{\chi},t) \tag{I.9}$$

En calculant les dérivées de chaque fonction par rapport au temps, on obtient :

- Dans le cas d'une formulation eulérienne :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla f \cdot \vec{v}$$
 (I.10)

Dans le cas d'une formulation lagrangienne :

$$\frac{d\widetilde{f}}{dt} = \frac{\partial \widetilde{f}}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{f}}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{\partial \widetilde{f}}{\partial t}$$
(I.11)

- Dans le cas d'une formulation ALE :

$$\frac{d\hat{f}}{dt} = \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{f}}{\partial \chi_i} \frac{\partial \chi_i}{\partial t} = \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \nabla \hat{f} \cdot (\vec{v} - \vec{\hat{v}}) = \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \nabla \hat{f} \cdot \vec{c}$$
(I.12)

où:

 $\nabla f$ : Gradient de la fonction f

 $\nabla \hat{f}$  : Gradient de la fonction  $\hat{f}$ 

 $\vec{v}$  : Vitesse de la particule par rapport au système de référence spatial

 $\vec{\hat{v}}$  : Vitesse du maillage par rapport au système de référence spatial

 $\vec{c}$  : Vitesse de la particule par rapport au système de référence de grille (vitesse

convective)

L'expression (I.12) permet de retrouver le cas eulérien ( $\vec{\hat{v}} = \vec{0}$ ) et le cas lagrangien ( $\vec{\hat{v}} = \vec{v}$ ). En combinant les équations I.10, I.11 et I.12, on obtient la relation suivante, entre les expressions des dérivées dans les différents systèmes de référence :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla f . \vec{v} = \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} = \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \nabla \hat{f} . \vec{c}$$
 (I.13)

#### b/ Principales étapes de la mise en œuvre de la formulation ALE

La mise en équations de type ALE conduit à un système non carré. En effet, les déplacements de la matière (n inconnues) et les déplacements du maillage (n inconnues) sont à déterminer avec seulement n équations. Pour résoudre le système, il est donc nécessaire de réduire le nombre d'inconnues ou d'augmenter le nombre d'équations.

L'augmentation du nombre d'équations conduit à établir n équations supplémentaires pour déterminer le déplacement des nœuds du maillage. Ces équations supplémentaires peuvent être obtenues en connaissant à priori la vitesse des nœuds du maillage. Par exemple, cette technique est quelquefois employée en mécanique des fluides, dans le cas où la vitesse du maillage est donnée par des équations de type lignes de courant sous forme discrétisées ([HUG81] par exemple). Hu et Liu [HU92] étendent cette technique à la mécanique des solides.

La réduction du nombre d'inconnues est retenue par de nombreux auteurs. Cette réduction est réalisée en partitionnant l'opérateur eulérien/lagrangien en :

- Une phase lagrangienne,
- Une phase eulérienne.

La phase lagrangienne met en jeu un calcul classique où le système d'équations ne comporte pas de termes convectifs (système carré n x n). Cette phase permet de résoudre les équations régissant le comportement du domaine étudié tout en respectant les conditions aux limites. Le maillage utilisé est matériel. La phase eulérienne est ensuite basée sur une opération de remaillage, le maillage est alors arbitraire, puis de transfert des données du maillage matériel au maillage arbitraire.

Les techniques classiques de remaillage, appliquées régulièrement au cours d'une simulation, sont basées sur des critères géométriques, éviter les distorsions par exemple, ou sur des critères de qualité de la solution. Le maillage est dans ce cas complètement reconstruit, sans forcément conserver la topologie du maillage initial. Par contre, dans une formulation ALE, le remaillage est effectué à chaque pas de temps et le maillage est à topologie constante. Plusieurs techniques de remaillage sont proposées dans la littérature. Par exemple, Martinet [MAR98] et Ponthot [PON95] présentent une méthode qui consiste à positionner tout d'abord les nœuds à la frontière d'une zone ALE puis à reconstruire le

maillage intérieur avec une technique d'interpolation. L'outil de base de cette technique est l'interpolant bilinéaire de Lagrange qui transforme un carré de côté unitaire en une surface quelconque. Blom et Leyland [BLO97] proposent une méthode, intitulée 'spring analogy', qui permet de gérer les déformations du maillage et ainsi que les problèmes de frontières mobiles et/ou déformables. Les segments inter-noeuds sont remplacés par des ressorts fictifs. Les déplacements des nœuds sont déterminés par le calcul de l'équilibre élastique du maillage en utilisant la loi de Hooke généralisée.

L'étape de transfert des données est nécessaire après une phase de remaillage. Les données utiles sont transférées du maillage matériel au maillage arbitraire. Pour cela, plusieurs méthodes sont également disponibles dans la littérature. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, la valeur des champs connus aux nœuds du maillage (déplacements, vitesses, forces externes) est aisément calculable en tout point de l'espace en utilisant les fonctions de forme des éléments. Pour les champs connus uniquement aux points de Gauss, le lissage de ces champs est une étape préliminaire au transfert de données. Martinet [MAR98] propose des méthodes globale et locale des moindres carrés. En fonction des valeurs du champ connu aux points de Gauss et des fonctions de forme, il est possible d'obtenir les valeurs aux nœuds du maillage. Une fois les champs à transférer continus, le transfert effectif est réalisé. La méthode globale des moindres carrés est ici aussi souvent utilisée. L'idée est de minimiser l'écart entre les deux champs (celui du maillage matériel f<sup>M</sup> et celui du maillage arbitraire f<sup>A</sup>) :

$$err = \int_{\Delta_A} (f^M - f^A)^2 d\Delta \tag{I.14}$$

où  $\Delta_A$  représente le nouveau maillage couvrant le domaine  $\Delta$ .

Le fait que la fréquence de remaillage soit élevée et que le remaillage soit à topologie constante permet de minimiser l'étape de transfert. En effet, il est possible de considérer qu'à un point du maillage matériel (nœud ou point de Gauss) ne correspond qu'un seul point du maillage arbitraire. De plus, ces deux points restent à des distances assez faibles et ceci permet d'utiliser un développement au premier ordre. Pour un champ f donné, on a alors :

$$f^{A} = f^{M} + d_{\alpha} \frac{\partial f}{\partial x_{\alpha}} \tag{I.15}$$

où  $d_{\alpha}$  et  $\frac{\partial f}{\partial x_{\alpha}}$  sont respectivement les composantes du vecteur joignant les points des deux maillages et les composantes du gradient du champ f;  $f^A$  et  $f^M$  sont les valeurs du champ f sur le maillage arbitraire et sur le maillage matériel.

## III. Comportement dynamique des ensembles tournants

Les structures considérées sont constituées d'un arbre sur lequel sont montées plusieurs roues aubées. A titre d'exemple, la figure I.7 présente une vue éclatée d'un compresseur centrifuge.

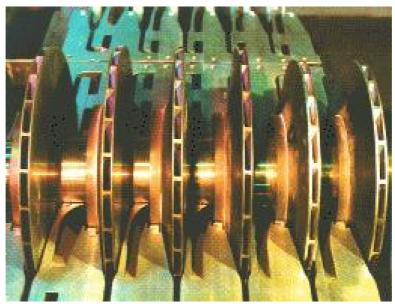


Figure I.7 : Compresseur centrifuge Thermodyn

La modélisation du comportement dynamique des structures en rotation nécessite la définition de deux repères. Le repère  $R(O', \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  est lié à la structure non déformée. Il est donc animé d'un mouvement de rotation  $\vec{\Omega}$  par rapport à un repère galiléen fixe de référence  $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$  (Figure I.8).

De manière classique, le mouvement de la structure, discrétisée par la méthode des éléments finis, est décrit par une formulation lagrangienne. Deux approches sont généralement utilisées : l'approche de type dynamique des rotors et l'approche de type dynamique des ensembles aubés. Les spécificités de ces deux approches sont tout d'abord rappelées. Ces spécificités conduisent à s'intéresser aux problèmes particuliers liés à

l'amortissement. Enfin, cette partie se termine par une revue succincte des différents phénomènes couplés et de leurs modélisations courantes.

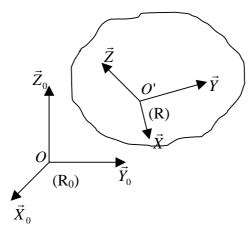


Figure I.8 : Repères de travail

#### III.1. Dynamique des rotors

La dynamique des rotors s'intéresse au comportement de l'arbre en flexion/torsion. Dans ce cas, les roues sont supposées rigides, l'ensemble tournant est supposé axisymétrique et la mise en équations est effectuée dans le repère fixe  $(R_0)$ . L'arbre est généralement discrétisé par la méthode des éléments finis avec, par exemple, des éléments finis de poutre à 2 nœuds et 6 degrés de liberté par nœud. Les roues n'interviennent que par leurs masses et inerties (Figure I.9).

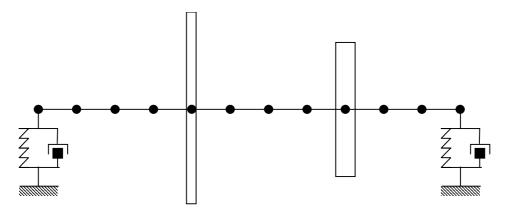


Figure I.9: Modélisation d'un rotor

Le comportement dynamique de la structure est, dans ce cas, régi par le système d'équations suivant [LAL98] :

$$[M] \{ \dot{\delta} \} + [C(\Omega) + D_f] \{ \dot{\delta} \} + [K_E + K_A(\dot{\Omega})] \{ \delta \} = \{ F(\delta, \dot{\delta}, \dot{\delta}) \}$$
(I.16)

Avec:

[M] : Matrice de masse  $[C(\Omega)]$  : Matrice de coriolis

 $[D_f]$  : Matrice d'amortissement fixe  $[K_A(\dot{\Omega})]$  : Matrice de raideur centripète  $[K_F]$  : Matrice de raideur élastique

 $\{F(\delta,\dot{\delta},\ddot{\delta})\}$ : Vecteur des forces extérieures appliquées à la structure

 $\{\ddot{\delta}\}$  : Vecteur des accélérations nodales

 $\{\delta\}$  : Vecteur des vitesses nodales

 $\{\delta\}$  : Vecteur des déplacements nodaux

De nombreux travaux utilisent avec succès cette approche. Elle permet notamment de prévoir les vitesses critiques du système en établissant un diagramme de Campbell et de calculer les réponses à des excitations diverses afin de quantifier les déplacements maximaux et d'établir les cartes de stabilité des machines ([LAL94], [GJI93], [BON89], [BER83] par exemple).

#### III.2. <u>Dynamique des ensembles aubés</u>

L'approche de type dynamique des ensembles aubés s'intéresse au comportement des roues encastrées en leurs moyeux. Ces ensembles, considérés non axisymétriques, sont composés d'un disque et d'aubes discrétisés par la méthode des éléments finis (Figure I.10). La mise en équation est effectuée dans le repère tournant (R).

Les équations du mouvement sont données dans ce cas par le système (I.17). Quelques éléments de la mise en équations seront présentés dans le chapitre II et plus de détails sont disponibles dans [MOY98] ou [JAC96] par exemple.

$$[M] \{ \ddot{\delta} \} + [C(\Omega) + D_t] \{ \dot{\delta} \} + [K_E + K_S(\Omega^2) + K_G(\delta) + K_A(\dot{\Omega})] \{ \delta \} = \{ F(\ddot{\delta}, \dot{\delta}, \delta) \}$$
(I.17)

Où:

[M] : Matrice de masse  $[C(\Omega)]$  : Matrice de coriolis

 $[D_t]$  : Matrice d'amortissement tournant  $[K_s(\Omega^2)]$  : Matrice de raideur supplémentaire  $[K_s(\dot{\Omega})]$  : Matrice de raideur centripète

 $\begin{bmatrix} K_E \end{bmatrix}$  : Matrice de raideur élastique  $\begin{bmatrix} K_G(\delta) \end{bmatrix}$  : Matrice de raideur géométrique

 $\{F(\delta,\dot{\delta},\ddot{\delta})\}$ : Vecteur des forces extérieures appliquées à la structure

 $\{\ddot{\delta}\}$  : Vecteur des accélérations nodales

 $\{\dot{\delta}\}$  : Vecteur des vitesses nodales

 $\{\delta\}$  : Vecteur des déplacements nodaux

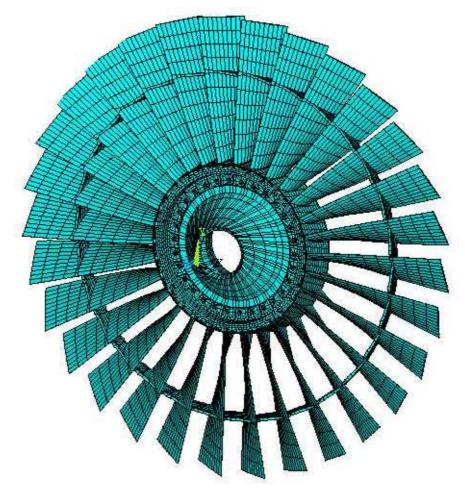


Figure I.10 : Fan de turboréacteur Maillage éléments finis

L'étude des fréquences et modes de ces structures, basée sur des approches utilisant la propriété de symétrie cyclique, est maintenant classique ([BER91], [JAC96]). Les recherches menées actuellement s'intéressent à la prévision de plus en plus fine de leurs réponses sous excitations induites par l'environnement. Dans ce contexte, des progrès importants restent à faire sur la modélisation des éléments dissipatifs (frottement sec, fluide...) ainsi que sur la prise en compte des effets dus au désaccordage (perturbation de la symétrie) ([SRI97], [CHI93a], [MOY99], [KEN01], [RIV01]).

#### III.3. Repères d'étude / Amortissement

Dans le cas de la dynamique des rotors, la mise en équation est effectuée dans le repère fixe  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  alors que c'est le repère tournant  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  qui est utilisé pour la dynamique des ensembles aubés. C'est le caractère de symétrie de la structure qui guide le choix du repère. En effet, afin d'éviter les termes périodiques dans les équations, il est nécessaire de se placer dans le repère où le système n'est pas symétrique. Le choix du repère d'étude conduit à s'intéresser à l'amortissement afin d'être sûr d'introduire le même amortissement physique dans les différents modèles.

Deux types d'amortissement se distinguent : l'amortissement non tournant qui a un effet stabilisant quelque soit le régime de fonctionnement de la machine et l'amortissement tournant qui réduit les amplitudes de flexion d'arbre dans un régime subcritique mais a un effet déstabilisant pour les régimes supercritiques ([WET98], [WET96] et [GEN95]). L'amortissement structural est le plus souvent considéré visqueux et est introduit directement dans les équations du mouvement sous forme modale. L'objet de ce paragraphe est d'illustrer, à l'aide d'un exemple simple, la manière dont doivent être introduits les différents termes d'amortissement dans les équations établies en repères fixes et mobiles.

Le système considéré est composé d'un arbre appuyé-appuyé et d'un disque monté au deux tiers de la longueur de l'arbre. La mise en équation est effectuée avec la méthode de Rayleigh-Ritz (Annexe 1). Afin de pouvoir travailler indifféremment dans les deux repères, l'ensemble disque/arbre est choisi axisymmétrique.

Dans le repère fixe, le vecteur des coordonnées généralisées est noté  $<\!Q_1,\!Q_2\!>^t$  et dans le repère tournant  $<\!q_1,\!q_2\!>^t$ . La mise en équation du problème par rapport au repère fixe conduit au système suivant (Annexe 1) :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{Q}_1 \\ \ddot{Q}_2 \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} c_f + c_t & -\Omega a \\ \Omega a & c_f + c_t \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} k & -\Omega c_t \\ \Omega c_t & k \end{bmatrix} \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(I.18)

où m, a et k sont respectivement les termes de masse, gyroscopique et de raideur.  $\Omega$  est la vitesse de rotation du rotor.  $c_f$  est lié à l'amortissement non tournant et  $c_t$  à l'amortissement tournant.

La mise en équation du même système dans le repère tournant donne, quant à elle, le résultat suivant :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_f + c_t & -\Omega(a - 2m) \\ \Omega(a - 2m) & c_f + c_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k - \Omega^2(m - a) & -\Omega c_f \\ \Omega c_f & k - \Omega^2(m - a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(I.19)

Ainsi, l'amortissement classique non tournant exprimé dans le repère fixe, considéré en dynamique des rotors  $(c_f)$ , se retrouve sous la forme de deux termes lorsque la mise en équation se fait dans le repère tournant :

- un terme dans la matrice "amortissement" c<sub>f</sub>,
- un terme dans la matrice "raideur"  $\pm \Omega c_f$ .

#### III.4. Problèmes couplés fluide/structure

Comme dans le cas de la structure isolée, les problèmes couplés fluide/structure se distinguent selon qu'ils sont associés à la dynamique des rotors ou à la dynamique des ensembles aubés.

En dynamique des rotors, l'effet général des films fluides rencontrés par exemple dans les joints, les paliers et les butées hydrodynamiques ([CHI93b], [DIE89], [FRE90], [IWA90]...) est déterminant. Les lames fluides amènent une raideur et un amortissement supplémentaires et conditionnent largement la stabilité globale des lignes d'arbres. Pour les paliers hydrodynamiques par exemple, deux types d'instabilité sont classiquement rencontrés. La première, connue sous le nom de "whirl instability", correspond au fouettement de l'arbre dans le palier. L'arbre ne se déforme pas (mode du corps rigide) et la fréquence de l'instabilité est de l'ordre de la moitié de la vitesse de rotation. Dans le cas de la seconde, "the whip instability", la déformée de l'arbre correspond au premier mode de flexion et la fréquence est de l'ordre de la moitié de la vitesse de rotation, ce qui correspond à la première vitesse critique de l'arbre ([MUS91], [MUS88], [BEN85]). Les écoulements de fuite entre les flasques de roue et le carter sont également sources d'instabilité ([FON96], [CHI91], [MIT91], [CHI89]). Enfin, les arbres fonctionnant dans un fluide (tiges de forage) ou remplis de liquide font également l'objet d'études détaillées ([PER99], [BER96], [BAS91]).

Pour la dynamique des ensembles aubés, deux types principaux de problèmes couplés fluide/structure sont rencontrés. Le premier concerne le comportement dynamique des structures fonctionnant dans des fluides lourds. Dans ce cas, le fluide apporte masse et amortissement ajoutés [DAL94] et l'effet de confinement du fluide est important. Le second concerne les fluides légers et la possibilité d'apparition du flottement ([BEN00], [MOY98], [JAC97], [MAR95]...) ou l'effet des lames d'air sur le comportement de disques (informatiques) en rotation ([KIM00], [REN98], [CHO92]).

Pour traiter ces problèmes, la technique de couplage la plus rigoureuse consiste à considérer les domaines en présence à l'intérieur d'un même schéma numérique. Ce type de couplage, développé dans le cadre de l'aéroélasticité [BEN00], présente des inconvénients majeurs : il demande la mise en place d'outils lourds, très spécifiques et peu souples. A l'opposé, on rencontre couramment des couplages très faibles basés sur l'utilisation de calculs effectués indépendamment. Par exemple, l'effet des éléments fluides en dynamique des rotors est linéarisé autour d'une position d'équilibre et introduit dans le modèle sous forme de matrices de masse [M], de raideur [K] et d'amortissement [C] (coefficients dynamiques) :

$$\begin{Bmatrix} \vec{F} \\ \vec{M} \end{Bmatrix} = -\left[K\right] \begin{Bmatrix} \vec{x} \\ \vec{\theta} \end{Bmatrix} - \left[C\right] \begin{Bmatrix} \vec{x} \\ \vec{\theta} \end{Bmatrix} - \left[M\right] \begin{Bmatrix} \vec{x} \\ \vec{\theta} \end{Bmatrix} \tag{I.20}$$

où  $\vec{F}$  et  $\vec{M}$  sont respectivement les forces et moments générés par le fluide sur la structure,  $\vec{x}$  et  $\vec{\theta}$  sont respectivement les déplacements et les rotations de la structure autour de la position d'équilibre  $(\vec{x}, \vec{\theta} \text{ et } \vec{x}, \vec{\theta} \text{ correspondent aux vitesses et accélérations})$ . Dans ce cas, les calculs fluides peuvent être effectués séparément des calculs structures puisque les degrés de liberté relatifs aux éléments finis de poutre sont directement compatibles avec les déplacements globaux de section utilisés pour établir les matrices de coefficients dynamiques.

Entre ces deux cas extrêmes, on trouve des degrés de couplage intermédiaires qui consistent à résoudre les modèles fluide et structure alternativement, dans un processus supposant un transfert périodique d'information. Ce type de couplage peut présenter un risque de pertes d'information. Cependant, lorsqu'il est traité avec suffisamment de précision, il présente des avantages majeurs. Tout d'abord, il permet d'utiliser des modèles existants, validés et bénéficiant de l'expérience des spécialistes des différentes disciplines. Ensuite, il

conduit à des outils généraux et évolutifs puisque le remplacement ou l'ajout de modèles peut se faire sans changements lourds.

#### III.5. Limites

La conception ou l'étude des lignes d'arbres reste encore largement basée sur l'utilisation de séries de modèles découplés. Ces approches permettent de traiter un grand nombre de problèmes pratiques actuels. Cependant, il paraît légitime de penser que compte tenu de l'évolution des machines ainsi que des performances demandées, de nombreux problèmes ne pourront être résolus à l'avenir que grâce au développement d'approches des problèmes de plus en plus globales.

Par exemple, le découplage roues/arbre n'est pas toujours vérifié et il convient parfois de considérer l'ensemble de la ligne d'arbre. Des études préliminaires ont mis en évidence des couplages possibles entre la flexion/torsion des arbres et les déformations des roues de type zéro ou un diamètre ([RIE96],[JAC96], [IRR99]).

Pour ce qui est des lames fluides, il apparaît que leur comportement est sensible aux défauts ou déformations localisés. Par exemple, Berger [BER99] montre que le comportement dynamique d'un ensemble arbre/butée hydrodynamique avec défaut est sensiblement différent de celui de la structure sans défaut. De même, Desbordes et al. [DES94] montrent l'influence des déformations élastiques de patins sur la trajectoire de l'arbre dans un palier à patins oscillants. Ces études laissent donc supposer que l'analyse des problèmes couplés doit être en mesure de prendre en compte l'ensemble des flexibilités susceptibles d'intervenir.

## **IV.** Conclusion

La maîtrise du comportement dynamique des ensembles tournants de turbomachines passe encore largement par l'utilisation de modèles spécifiques basés sur des approches différentes. Ces modèles, souvent utilisés indépendamment avec succès, doivent être nécessairement liés de manière plus ou moins étroite lorsqu'il s'agit de traiter des problèmes couplés.

Dans le cadre de la dynamique des rotors, les problèmes couplés sont nombreux et conditionnent fortement la stabilité globale du système. Il s'agit par exemple d'interactions mettant en jeu les paliers, les étanchéités ou les écoulements de fuite. En revanche, les modèles couplés utilisés pour résoudre ces problèmes sont invariablement basés sur les

hypothèses, classiquement admises, qui supposent que les roues restent rigides et que l'arbre est assimilable à une poutre. Ces modèles sont parfaitement adaptés à la modélisation de rotors conventionnels montés sur paliers fluides. Par contre, leurs hypothèses de base les rendent mal adaptés lorsqu'il s'agit d'étudier des configurations plus spécifiques mettant en jeu la flexibilité de l'ensemble de la structure. En particulier, il semble probable que l'effet des lames fluides présentes entre les flasques de roues de type impeller (Figure I.7) et les carters des machines, ne puisse pas se faire avec suffisamment de précision en ne considérant que la flexibilité de l'arbre.

L'objectif de ce travail est de mettre en place une formulation générale, adaptée à la modélisation des lignes d'arbres couplées aux fluides environnants. Il s'agit ensuite de l'appliquer afin d'étudier différentes configurations et de mieux cerner les limites des approches classiques de type "rotor". Le chapitre suivant présente la formulation retenue.

## **CHAPITRE II**

# DESCRIPTION DES MODELES DE BASE TECHNIQUE DE COUPLAGE

## I. Introduction

L'étude présentée ici a deux objectifs principaux. Le premier vise à établir une formulation adaptée à la modélisation du comportement global des lignes d'arbres couplées aux fluides environnants. Le second repose sur l'utilisation d'une telle formulation afin de mieux comprendre les phénomènes couplés mis en jeu dans le cadre de la dynamique des rotors et ainsi d'être en mesure de mieux cerner les limites des approches classiques basées sur les hypothèses de poutre.

Ces objectifs génèrent des impératifs forts. Tout d'abord, les lignes d'arbre peuvent être associées à différents types d'éléments fluides de nature très variée. Il s'agit par exemple du fluide véhiculé, de celui présent dans les paliers, les butées ou les étanchéités, ou encore des écoulements parasites. Cette diversité exclut donc de fait l'utilisation de couplages forts. Dans ce contexte, la méthode proposée doit au contraire, permettre d'utiliser des modèles fluides et structures développés et validés indépendamment par les spécialistes de chaque discipline. De plus, elle doit être suffisamment souple pour permettre une interchangeabilité relativement aisée des modèles. Ensuite, s'agissant d'une étude prospective, les modèles utilisés doivent être les plus simples possibles tout en restant représentatifs. En effet, l'étude de configurations réelles conduit à des modèles extrêmement lourds et ne fournit pas toujours des résultats exploitables ([UND97]).

Ce chapitre présente dans un premier temps les modèles structures et fluides séparément. Il s'agit d'un modèle tridimensionnel pour la structure et d'un modèle adapté aux films minces pour le fluide. Ensuite, la méthode de couplage répondant aux exigences précédemment précisées est proposée en insistant sur les points forts du couplage puis sur l'algorithme de résolution.

## II. <u>Domaine structure / Domaine fluide</u>

#### II.1. <u>Structure</u>

La nécessité de prédire, avec une précision suffisante, le comportement dynamique global d'un ensemble tournant couplé aux fluides environnants et prenant en compte tous les couplages possibles, conduit à retenir une modélisation tridimensionnelle. La méthode des

éléments finis, quant à elle, est très adaptée à la discrétisation des structures aux formes et aux comportements complexes.

La modélisation des structures en rotation est effectuée dans le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , lié à la structure non déformée. Le repère R est donc animé du même mouvement de rotation  $\vec{\Omega}$  que la structure par rapport à un repère galiléen fixe de référence  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

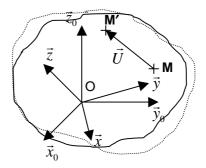


Figure II.1 : Repères de travail

Lors de la déformation de la structure, le point M(x,y,z) se déplace en M' d'une quantité  $\vec{U} = \langle u,v,w \rangle^t$ . Ainsi, la position de M' est repérée dans R par :

$$\overrightarrow{OM'} = \begin{cases} x + u \\ y + v \\ z + w \end{cases}_{R}$$
 (II.1)

La structure étant animée d'un mouvement de rotation supposé quelconque, la vitesse absolue du point M, par rapport à  $R_0$ , exprimée par ses coordonnées dans R, est :

$$\vec{V}^{R_0}(M) = \begin{cases} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{cases}_R + \begin{cases} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{cases}_R \wedge \begin{cases} x + u \\ y + v \\ z + w \end{cases}_R$$
(II.2)

où  $\langle \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 \rangle_R^t$  est le vecteur rotation instantanée de R par rapport à  $R_0$  exprimé dans R.

L'expression de la vitesse (II.2) s'écrit également :

$$\vec{V}^{R_0}(M) = \begin{cases} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{cases}_R + \left[ R \right] \begin{cases} x + u \\ y + v \\ z + w \right]_R$$
 (II.3)

avec 
$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dans la pratique, les axes  $\vec{z}_0$  et  $\vec{z}$  sont souvent confondus et la rotation est définie autour de cet axe commun. Dans ce cas,  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont nulles.

L'écriture des expressions des énergies cinétique et de déformation, ainsi que celle du travail des forces extérieures exercées sur la structure, est classique ([RIE96], [JAC96], [HSI95]...). La discrétisation par la méthode des éléments finis [ZIE91] et l'application des équations de Lagrange conduisent au système différentiel suivant, qui correspond aux équations dynamiques du mouvement du système non amorti.

$$[M] \{ \dot{\delta} \} + [C] \{ \dot{\delta} \} + [K_E + K_S + K_G + K_A] \{ \delta \} = \{ F(\delta, \dot{\delta}, \dot{\delta}) \}$$
(II.4)

Les vecteurs  $\{\ddot{\delta}\}$ ,  $\{\dot{\delta}\}$ ,  $\{\dot{\delta}\}$ , sont respectivement les accélérations, vitesses et déplacements nodaux exprimés dans le repère R et  $\{F\}$  est l'ensemble des forces extérieures appliquées à la structure. Ces forces incluent les efforts classiques (poids, balourd...) ainsi que les efforts induits par le fluide.

Les matrices [M] et  $[K_E]$  correspondent aux termes de masse et de raideur élastique, rencontrés pour toute structure. Les effets dus à la rotation se traduisent de la manière suivante :

- L'effet gyroscopique [C]. Il provoque un couplage des déplacements perpendiculaires (orthogonaux à l'axe de rotation); ce qui a pour conséquence de séparer les fréquences en rotation en deux branches (mode en précession directe et mode en précession inverse). Cet effet a une influence importante sur le comportement des arbres. En revanche, il est négligeable dans le cas des aubes radiales.
- Le raidissement supplémentaire [K<sub>S</sub>]. Cet effet linéaire diminue la raideur de la structure. Il correspond à l'ajustement de la raideur pour prendre en compte les changements de géométrie liés à la vibration.
- Le raidissement géométrique [K<sub>G</sub>]. Cet effet non linéaire est lié à l'état de contraintes dans la structure et en augmente la raideur. Il couple les déplacements plans et

transverses. Son influence est importante pour les structures minces avec une raideur en flexion faible devant la raideur axiale.

- L'effet dû à la variation de la vitesse de rotation [K<sub>A</sub>]. Il a une influence sur l'amplitude maximale des déplacements de la structure lors de montées en vitesse.

Pour les applications considérées dans ce travail, la matrice de raideur géométrique  $[K_G]$  a très peu d'influence et ainsi, sera négligée.

#### II.2. Fluide

La méthode de couplage proposée s'applique quelque soit le modèle fluide utilisé. Cependant, seul le cas des films fluides minces visqueux a été retenu ici dans une approche de type ALE, ceci pour tenir compte de deux impératifs. Le premier a trait à l'aspect prospectif de l'étude et donc à l'obligation de disposer de modèles représentatifs, mais ne nécessitant pas de calculs excessifs pour permettre des études paramétriques. Le second tient compte de la nécessité de maîtriser au mieux, dans la phase prospective, l'ensemble des modèles utilisés.

Les relations régissant les dérivations par rapport au temps dans le cas des formulations eulérienne, lagrangienne et ALE ont été présentées dans le Chapitre I (eq. I.13). Les équations de la mécanique des milieux continus, appliquées aux fluides visqueux newtoniens, s'écrivent alors :

Loi de conservation de la masse :

$$\stackrel{\circ}{\rho} + c_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i)$$
 (II.5)

- Loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho(u_i^{\circ} + c_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}$$
 (II.6)

- Loi de comportement rhéologique :

$$\sigma_{ii} = (-p + \lambda \theta)\delta_{ii} + 2\mu \varepsilon_{ii} \tag{II.7}$$

Loi de conservation de l'énergie :

$$\rho C_p(T + c_j \frac{\partial T}{\partial x_j}) = \alpha T(p + c_j \frac{\partial p}{\partial x_j}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (K \frac{\partial T}{\partial x_i}) + \lambda (\frac{\partial u_i}{\partial x_i})^2 + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$$
(II.8)

où:

x<sub>i</sub>: variables d'espacet: variable de temps

ρ : masse volumique du fluide
 f<sub>i</sub> : forces massiques extérieures
 u<sub>i</sub> : composantes de vitesses
 σ<sub>ii</sub> : tenseur des contraintes

K : coefficient de conductibilité thermique

T : température du fluide

 $\varepsilon_{ii}$  : tenseur des taux de déformations

p : pression

 $\theta$  : taux de dilatation cubique  $\delta_{ij}$  : symbole de Kronecker  $\lambda, \mu$  : coefficients de Navier

C<sub>p</sub> : chaleur massique à pression constante

α : coefficient de dilatation calorimétrique à pression constante

c<sub>i</sub> : composantes des vitesses convectives (vitesses d'une particule fluide par rapport

au maillage arbitraire)

Les équations de Navier sont obtenues en reportant l'équation de comportement rhéologique dans l'équation de la dynamique, soit :

$$\rho(u_{i}^{\circ} + c_{j} \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}) = \rho f_{i} - \frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \lambda \frac{\partial^{2} u_{j}}{\partial x_{i} \partial x_{j}} + \mu(\frac{\partial^{2} u_{i}}{\partial x_{j}^{2}} + \frac{\partial^{2} u_{j}}{\partial x_{i} \partial x_{j}}) + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{j}} \frac{\partial \lambda}{\partial x_{i}} + (\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}) \frac{\partial \mu}{\partial x_{j}}$$
(II.9)

Lorsqu'une dimension du domaine fluide devient faible devant les deux autres, il est possible de simplifier les équations de Navier (II.9). Le fluide est compris entre les parois 1 et 2 (Figure II.2); l'épaisseur du film est mesurée suivant la direction  $\vec{x}_2$  et la relation suivante est vérifiée :

$$\varepsilon = \frac{H}{L} << 1 \tag{II.10}$$

où  $\epsilon$  est un paramètre d'échelle, H est la dimension caractéristique dans la direction de l'épaisseur du fluide (jeu radial dans un palier par exemple) et L est la dimension caractéristique dans les autres directions (longueur d'un palier par exemple).

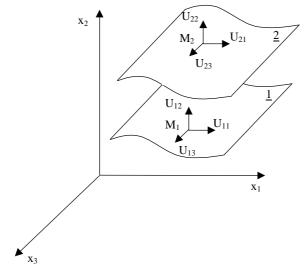


Figure II.2: Systèmes d'axes

Les effets d'inertie peuvent être négligés devant les effets de viscosité lorsque :

$$\varepsilon\Re << 1$$
 (II.11)

où  $\Re$  est le nombre de Reynolds défini par  $\Re = \rho \frac{VH}{\mu}$ .

De plus, lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

- fluide incompressible,
- écoulement laminaire,
- non glissement entre les parois et le fluide,
- forces massiques extérieures et effets thermiques négligés,

les équations de Navier se réduisent aux équations des films minces visqueux II.12 (équation de Reynolds) :

$$\frac{\partial}{\partial x_{1}} \left[ \frac{(H_{2} - H_{1})^{3}}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x_{1}} \right] + \frac{\partial}{\partial x_{3}} \left[ \frac{(H_{2} - H_{1})^{3}}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x_{3}} \right] = 
= 6 \frac{\partial}{\partial x_{1}} \left[ (U_{11} + U_{21})(H_{2} - H_{1}) \right] - 12U_{21} \frac{\partial H_{2}}{\partial x_{1}} + 12U_{11} \frac{\partial H_{1}}{\partial x_{1}} 
+ 6 \frac{\partial}{\partial x_{3}} \left[ (U_{13} + U_{23})(H_{2} - H_{1}) \right] - 12U_{23} \frac{\partial H_{2}}{\partial x_{3}} + 12U_{13} \frac{\partial H_{1}}{\partial x_{3}} 
+ 12(U_{22} - U_{12})$$
(II.12)

où:

p : Pression dans le fluidex<sub>i</sub> : Variables d'espace

u : Viscosité dynamique du fluide

H<sub>i</sub> : Position de la paroi i dans la direction de l'épaisseur du film

U<sub>ii</sub> : Vitesse de la paroi i dans la direction j (Figure II.2)

Dans cette équation, p est l'inconnue et  $H_i$  et  $U_{ij}$  sont les conditions aux limites du domaine fluide. Les dérivées par rapport au temps n'apparaissent plus et, par conséquent, le champ de vitesses des nœuds du maillage n'intervient pas dans la résolution de l'équation. Suivant les cas, ce champ peut être choisi de différentes façons : nul ou identique au champ de vitesse de la structure à l'interface. Le choix est alors précisé pour chaque application. Le caractère arbitraire est conservé et ce type de maillage conduit souvent à des simplifications intéressantes.

Dans le cas particulier où la partie fixe (palier, carter...) du système étudié est axisymétrique et indéformable, le choix du maillage fluide (eulérien, lagrangien ou ALE) est libre. En effet, la position de la partie fixe, nécessaire au calcul de l'épaisseur du film, est naturellement connue quelque soit la position des nœuds du maillage. Le maillage fluide va donc être choisi lagrangien, ce qui permet de suivre le mouvement et les déformations des parties tournantes de la structure.

L'équation de Reynolds est généralement discrétisée par la méthode des différences finies et résolue avec une procédure itérative de type Gauss Seidel avec sur relaxation. Il vient alors :

$$P_{i,j}^{k+1} = (1-w)\overline{P}_{i,j}^{k+1} + wP_{i,j}^{k}$$
(II.13)

où  $P_{i,j}^k$  et  $\overline{P}_{i,j}^k$  sont respectivement les valeurs de la pression au nœud i,j à l'itération k avec et sans sur relaxation. w est le coefficient de sur relaxation souvent choisi égal à :

$$w = 2 - \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{1}{N_1^2} + \frac{1}{N_2^2}}$$
 (II.14)

où N<sub>1</sub> et N<sub>2</sub> sont les nombres de nœuds dans les directions considérées.

Les conditions aux limites prises en compte sont celles de Reynolds :

- pas de pression négative,
- un gradient nul à la rupture du film.

Numériquement, ces conditions sont obtenues en utilisant l'algorithme de Christopherson [CHR41]. A chaque itération, les pressions négatives sont annulées. Ceci permet de forcer la solution de façon à respecter les conditions de Reynolds.

## III. Méthode de couplage

Le système étudié est composé du domaine structure  $\Omega_S$  (ensemble tournant), du domaine fluide  $\Omega_F$  et de l'interface fluide/structure  $\Gamma_{F/S}$  (Figure II.3). Le domaine fluide est situé entre l'ensemble tournant et une partie fixe considérée ici indéformable.

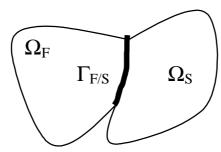


Figure II.3 : Domaines fluide  $(\Omega_F)$ , structure  $(\Omega_S)$  et interface  $(\Gamma_{F/S})$ 

L'équation qui régit le comportement dynamique de la structure en rotation dans un fluide, établie précédemment, est rappelée ici :

$$[M]\{\delta\} + [C]\{\delta\} + [K_E + K_S + K_G + K_A]\{\delta\} = \{F(\delta, \delta, \delta)\}$$
(II.15)

Les choix effectués supposent l'utilisation de procédures numériques différentes pour chaque domaine. Compte tenu de ces choix, une résolution directe du système (II.15) présente des inconvénients majeurs :

- Lors de l'étude de structures réelles, le nombre de degrés de libertés nécessaires pour avoir une précision suffisante est très important et conduit ainsi à des coûts de calcul prohibitifs.
- Les maillages à l'interface fluide/structure sont de nature et de finesse très différentes. La structure est discrétisée par éléments finis, le fluide est souvent discrétisé à l'aide des différences finies et le maillage fluide est généralement beaucoup plus fin que le maillage structure. Dans ces conditions, le risque de pertes d'information généré par le transfert inter domaines est très élevé et l'incompatibilité doit être gérée.

La technique de couplage proposée, basée sur l'utilisation d'une projection modale associée à une grille d'interface, permet de pallier ces inconvénients.

#### III.1. Projection modale

La base modale utilisée, associée au système non amorti à l'arrêt ( $\Omega$ =0) dans le vide, est obtenue en résolvant le système suivant, déduit de (II.15) :

$$[M] \{ \ddot{\delta} \} + [K_E] \{ \delta \} = \{ 0 \}$$
 (II.16)

Les modes calculés sont regroupés sous forme matricielle et sont utilisés comme base de décomposition des déplacements réels inconnus, soit :

$$\{\delta\} = [\Phi^s]\{q\} \tag{II.17}$$

opération qui revient à exprimer les déplacements comme une combinaison linéaire des modes de base. Le système (II.15) devient alors, après projection :

$$[m]\{q\}+[c]\{q\}+[k]\{q\}=\{f\}$$
 (II.18)

où [m], [c] and [k] sont respectivement les matrices modales de masse, gyroscopique et de raideur telles que :

$$\begin{cases}
[m] = [\Phi^{S}]^{t}[M][\Phi^{S}] \\
[c] = [\Phi^{S}]^{t}[C][\Phi^{S}] \\
[k] = [\Phi^{S}]^{t}[K_{E} + K_{S} + K_{G} + K_{A}][\Phi^{S}]
\end{cases}$$
(II.19)

Le vecteur des forces modales est donné par :

$$\{f\} = [\Phi^S]^t \{F\} \tag{II.20}$$

Des études antérieures ont montré que la base constituée des modes à l'arrêt rendait parfaitement compte du comportement du système en rotation [JAC96]. De plus, l'utilisation d'une telle projection offre des avantages considérables :

- La taille du système peut être réduite à quelques dizaines de degrés de liberté modaux, entraînant un gain important en terme d'effort de calcul.
- La base modale peut être optimisée en triant les modes afin de ne retenir que ceux qui paraissent vraiment nécessaires à la résolution du problème traité.
- Les quantités modales sont des quantités physiques qui sont indépendantes du maillage choisi, si ce dernier est suffisamment fin pour rendre compte des phénomènes. Ceci signifie donc qu'il n'est pas indispensable d'effectuer le calcul des forces modales à partir du maillage structure, au risque de perdre de l'information, mais que cette opération peut être basée sur n'importe quel maillage, par exemple un maillage indépendant des deux maillages d'origine et aussi fin que nécessaire.
- L'amortissement peut être introduit directement sous forme modale. Ces amortissements modaux peuvent être estimés ou obtenus à partir d'analyses expérimentales.

La procédure de couplage, pour être efficace, doit être suffisamment précise et souple d'utilisation. La précision suppose que le transfert se fasse sans perte d'information [RIE96] et la souplesse implique une adaptation simple et rapide à différents modèles de base. Du fait des avantages apportés par la projection modale, ces deux critères peuvent être respectés grâce à l'utilisation d'une grille d'interface.

#### III.2. Grille d'interface

La grille d'interface, construite de manière indépendante des maillages d'origine, est constituée d'éléments finis plans à 4 nœuds. Elle est liée à la structure non déformée et tourne avec celle-ci. Ainsi, trois maillages coexistent. Le tableau II.1 rappelle les discrétisations généralement utilisées, les coordonnées de chaque domaine et quelques caractéristiques des maillages structure, fluide et interface.

Domaine	Discrétisations	Coordonnées	Caractéristiques du maillage
Structure	Eléments finis	${X^{S}}_{R}$	Assez fin, éléments complexes
Fluide	Eléments finis Différences finies Volumes finis	$\left\{x^F\right\}_{R_0}$	Très fin, éléments simples
Interface	Eléments finis	$\{x^I\}_R$	Très fin, éléments simples

Tableau II.1 : Discrétisations et coordonnées des domaines

La grille d'interface porte les quantités structures (déplacements, vitesses...) ainsi que les pressions fluides à l'interface. Les quantités structures transitent au travers de la grille alors que les pressions fluides sont transformées en forces nodales équivalentes puis en forces modales. Le calcul des forces nodales équivalentes se fait à partir des fonctions de forme propres aux éléments finis constitutifs de la grille, donc en totale indépendance des maillages d'origine. De plus, si cette grille est aussi fine que le plus fin des maillages à l'interface, le calcul des forces modales s'effectue sans perte d'information. Ce type de procédure respecte donc les critères de précision et de souplesse d'utilisation puisque les modèles de base ne doivent fournir que des quantités usuelles, facilement accessibles.

Le processus de couplage implique plusieurs transferts entre les maillages d'origine et la grille d'interface.

#### a/Transfert des modes du maillage structure à la grille d'interface

Les modes du maillage structure  $[\Phi^S]$  sont transférés sur la grille d'interface  $[\Phi^I]$ . Ce transfert n'est effectué qu'une seule fois.

# b/ <u>Transfert des déplacements et des vitesses structures de la grille d'interface vers le</u> maillage fluide

Les déplacements et vitesses de la structure sont calculés sur la grille d'interface puis transférés vers le maillage fluide où ils servent de conditions aux limites du domaine.

La position de la grille d'interface à un instant t est connue dans le repère R et notée  $\left\{x_{_0}^I\right\}_R$ . Le calcul structure fournit les quantités modales q(t) et  $\dot{q}(t)$  associées au mouvement et vitesse de la structure entre les temps t et  $t+\Delta t$ . Ces quantités, indépendantes du maillage, et les modes  $[\Phi^I]$  connus sur la grille d'interface, permettent de connaître les positions et vitesses instantanées des nœuds du maillage interface, soit :

$$\begin{cases} x^{I}(t) \\ y^{I}(t) \\ z^{I}(t) \end{cases}_{R} = \left\{ x_{0}^{I} \right\}_{R} + \left[ \Phi^{I} \right] \left\{ q(t) \right\} = \left\{ x_{0}^{I} \right\}_{R} + \left\{ \delta^{I}(t) \right\}_{R}$$
(II.21)

$$\begin{cases}
\dot{x}^{I}(t) \\
\dot{y}^{I}(t) \\
\dot{z}^{I}(t)
\end{cases}_{R}^{R} = [\Phi^{I}]\{\dot{q}(t)\} = \{\dot{\delta}^{I}(t)\}_{R}^{R} \tag{II.22}$$

Les vitesses calculées sont les vitesses des nœuds du maillage interface par rapport au repère tournant exprimées dans le repère tournant. Ces vitesses et déplacements associés peuvent être alors exprimés dans le repère fixe :

$$\begin{cases} x^{I}(t) \\ y^{I}(t) \\ z^{I}(t) \end{cases}_{R_{0}} = [P_{R \to R_{0}}] \begin{cases} x^{I}(t) \\ y^{I}(t) \\ z^{I}(t) \end{cases}_{R} = [\delta^{I}(t)]_{R_{0}} = [P_{R \to R_{0}}] [\delta^{I}(t)]_{R}$$
(II.23)

$$\begin{cases}
\dot{x}^{I}(t) \\
\dot{y}^{I}(t) \\
\dot{z}^{I}(t)
\end{cases}_{R_{0}}^{R} = [P_{R \to R_{0}}] \begin{cases}
\dot{x}^{I}(t) \\
\dot{y}^{I}(t) \\
\dot{z}^{I}(t)
\end{cases}_{R}^{R} = [P_{R \to R_{0}}] \begin{cases}
\dot{\delta}^{I}(t) \\
\dot{z}^{I}(t)
\end{cases}_{R}^{R} = [P_{R \to R_{0}}] \begin{cases}
\dot{\delta}^{I}(t) \\
\dot{z}^{I}(t)
\end{cases}_{R}^{R}$$
(II.24)

où  $[P_{R \to R_0}]$  est la matrice de passage entre les deux repères.

En prenant en compte la vitesse relative du repère R par rapport au repère  $R_0$ ,  $\{V\}_{R_0}^{R/R_0}$ , qui correspond à la vitesse de rotation de la structure, la vitesse des nœuds du maillage interface est donnée par :

$$\{v^I\}_{R_0}^{R_0} = \{\dot{\delta}^I(t)\}_{R_0}^R + \{V\}_{R_0}^{R/R_0}$$
 (II.25)

Le transfert est alors effectué du maillage interface vers le maillage fluide et les champs de déplacement  $\{\delta^F\}_{R_0}$  et de vitesse  $\{v^F\}_{R_0}^{R_0}$  sont ainsi connus sur le maillage fluide.

#### c/ Transfert du champ de pression du maillage fluide vers la grille d'interface

La résolution des équations fluides permet d'obtenir le champ de pression dans le fluide. A l'interface, sur le maillage fluide, ce champ est noté p<sup>F</sup>. Ce dernier, transféré du maillage fluide vers la grille d'interface, est alors noté p<sup>I</sup>.

Le tableau (II.2) résume les caractéristiques des trois transferts nécessaires à la résolution du système couplé.

	Déj	part	Arrivée		
	Maillage	Champ	Maillage	Champ	
Transfert des modes	Structure	$[\Phi^{\mathrm{S}}]$	Interface	$[\Phi^{ m I}]$	
Transferts des vitesses	Interface	$\{\delta^I\}_{R_0}, \{v^I\}_{R_0}^{R_0}$	Fluide	$\{\delta^F\}_{R_0}, \{v^F\}_{R_0}^{R_0}$	
Transfert de la pression	Fluide	$p^{\mathrm{F}}$	Interface	p <sup>I</sup>	

Tableau II.2 : Caractéristiques des transferts

#### III.3. <u>Méthode de transfert</u>

La méthode proposée ici permet de transférer un champ physique (pression, déplacements,...) d'un domaine  $G_S$  (source) à un domaine  $G_C$  (cible). Ces domaines sont discrétisés de manière indépendante et ont une interface non compatible.

Dans le cas général, les domaines  $G_S$  et  $G_C$  sont des grilles volumiques. Dans un premier temps, les faces des éléments à l'interface des deux domaines sont identifiées permettant la création de deux grilles surfaciques intermédiaires  $\Gamma_{S-p}$  et  $\Gamma_{C-p}$ . Afin de rendre le transfert indépendant du type d'élément de  $G_S$ , une nouvelle grille est créée en triangularisant la grille  $\Gamma_{S-p}$ . La grille  $\Gamma_{S-c}$  ainsi obtenue, est composée d'éléments finis triangulaires linéaires simples (figure II.4). La triangularisation des éléments de  $\Gamma_{S-p}$  suit les conventions proposées tableau

II.3. Le transfert de  $\Gamma_{S-p}$  vers  $\Gamma_{S-c}$  est immédiat puisque les nœuds de ces deux grilles sont identiques ; seule une nouvelle table de connectivité est établie.

Elé	ément de $\Gamma_{ ext{S-p}}$	Eléments de $\Gamma_{ ext{S-c}}$
	Face d'un tétraèdre à 4 nœuds ou d'un triangle à 3 nœuds	
	Face d'un tétraèdre à 10 nœuds ou d'un triangle à 6 nœuds	
	Face d'un hexaèdre à 8 nœuds ou d'un quadrilatère à 4 nœuds	
	Face d'un hexaèdre à 20 nœuds ou d'un quadrilatère à 8 nœuds	

Tableau II.3 : Triangularisation des éléments de  $\Gamma_{S-p}$ 

L'élément fini triangulaire utilise les fonctions de forme en coordonnées d'aire ([ZIE91]) définies par :

$$\xi_{1} = \frac{Aire(N_{2}qN_{3})}{Aire(N_{1}N_{2}N_{3})} \quad \xi_{2} = \frac{Aire(N_{1}qN_{3})}{Aire(N_{1}N_{2}N_{3})} \quad \xi_{3} = \frac{Aire(N_{1}qN_{2})}{Aire(N_{1}N_{2}N_{3})}$$
(II.26)

Au point q (figure II.4), la relation entre les coordonnées cartésiennes (x,y) et les coordonnées d'aire  $(\xi_1,\,\xi_2,\,\xi_3)$  s'écrit :

$$\begin{cases} x = \xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 \\ y = \xi_1 y_1 + \xi_2 y_2 + \xi_3 y_3 \\ 1 = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 \end{cases}$$
 (II.27)

Le transfert est effectué entre la grille surfacique triangulaire  $\Gamma_{S-c}$  et les nœuds de la grille surfacique  $\Gamma_{C-p}$ . La méthode de transfert est donc indépendante de la topologie des maillages source et cible ainsi que des caractéristiques de l'élément du maillage source utilisé.

A chaque nœud  $N_C^{(n)}$  de la grille  $\Gamma_{\text{C-p}}$  est associé un élément triangulaire de  $\Gamma_{\text{S-c}}$ . Cette association est faite en projetant le nœud considéré sur chaque élément de  $\Gamma_{\text{S-c}}$  (figure II.5). L'élément associé est celui dans lequel se trouve la projection q du nœud. Il faut noter que pour des formes complexes, il est possible que le nœud  $N_C^{(n)}$  se projette dans plusieurs éléments ; l'élément choisi est alors le plus proche. L'algorithme, présenté figure II.8, est utilisé pour l'ensemble des nœuds de  $\Gamma_{\text{C-p}}$ .

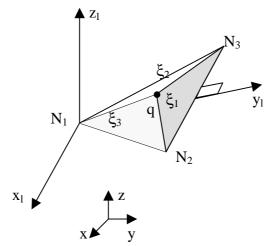


Figure II.4 : Elément plan triangulaire linéaire  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  : Coordonnées d'aire du point q  $(x_l, y_l, z_l)$  : Système de coordonnées local de l'élément (x, y, z) : Système de coordonnées global

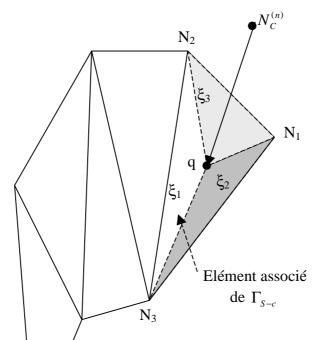


Figure II.5 : Couplage d'un nœud intérieur de  $\Gamma_{C-p}$  avec un élément de  $\Gamma_{S-c}$  (projection orthogonale)

Cette association nœud/élément fonctionne bien pour le domaine intérieur à l'interface des deux domaines. Cependant, des traitements spécifiques sont nécessaires aux frontières où les domaines peuvent ne pas coïncider parfaitement. Il est donc possible que certains nœuds de  $\Gamma_{C-p}$  ne soient associés à aucun élément triangulaire. En effet, sur un exemple plan simple (figure II.6), les 2 nœuds de la grille  $\Gamma_{C-p}$ , pointés par une flèche, sont proches mais à l'extérieur de la grille  $\Gamma_{S-c}$  (élément en trait fort) et ainsi, aucun élément n'est en vis à vis de ces deux nœuds. Ceci peut être dû, comme ici, à la finesse relative des grilles  $\Gamma_{C-p}$  et  $\Gamma_{S-c}$ . Ainsi, un schéma d'extrapolation est utilisé aux frontières des domaines (figures II.7 et II.9).

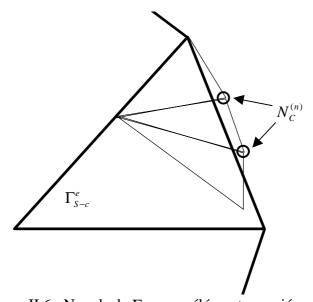


Figure II.6 : Nœuds de  $\Gamma_{S\text{-c}}$  sans élément associé sur  $\Gamma_{C\text{-p}}$ 

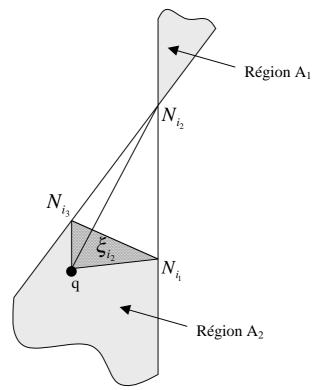


Figure II.7 : Couplage d'un nœud frontière de  $\Gamma_{\text{C-p}}$  avec un élément de  $\Gamma_{\text{S-c}}$  ( $\xi_{i_2} < 0.0$ )

Pour chaque nœud  $N_C^{(n)}$  et élément associé identifié  $\Gamma_{S-c}^{(e)}$ , la valeur du champ à transférer au nœud est calculée par :

$$X(n) = X_1 \xi_1 + X_2 \xi_2 + X_3 \xi_3 \tag{II.28}$$

où  $(X_1, X_2, X_3)$  sont les valeurs nodales du champ sur  $\Gamma_{S-c}$  et  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  sont les coordonnées d'aire de la projection orthogonale q de  $N_C^{(n)}$  sur  $\Gamma_{S-c}^{(e)}$ .

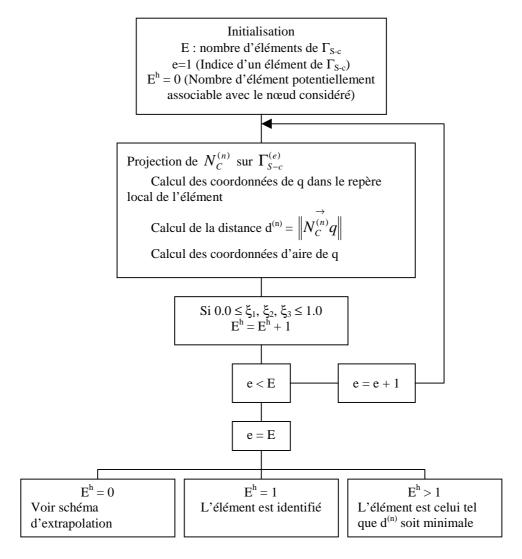


Figure II.8 : Algorithme d'interpolation de couplage nœud/élément (Domaine intérieur)

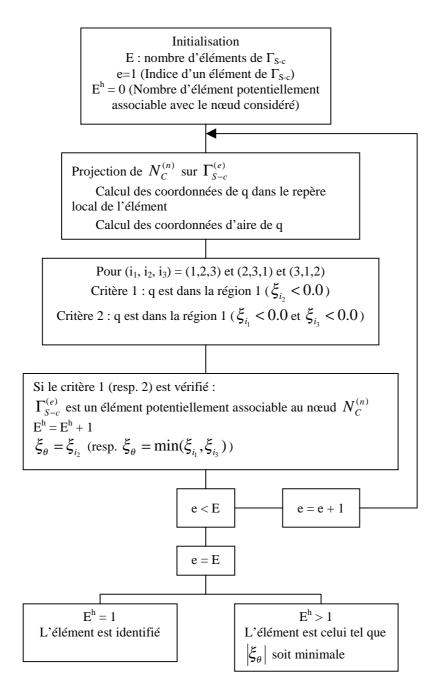


Figure II.9 : Algorithme d'extrapolation de couplage nœud/élément (Frontière du domaine)

### IV. Résolution

Les modèles de base utilisés et les procédures liées à la technique de couplage retenue ont fait l'objet des paragraphes précédents. Il est maintenant nécessaire de s'intéresser à la procédure de résolution qui permet de simuler le comportement du système couplé ainsi qu'aux méthodes numériques associées.

Le système modal couplé (II.18) est fortement non linéaire, notamment à cause des efforts liés au fluide. Ainsi, pour résoudre ce système, une méthode d'intégration temporelle pas à pas est utilisée. La figure II.10 présente les principales étapes du processus de résolution du système couplé.

```
E0:
     Construction des modèles fluide et structure et de la grille d'interface
     Calcul des modes de la structure à l'arrêt [\Phi^S]
     Projection des matrices en base modale
     Transfert des modes [\Phi^{S}] sur la grille d'interface [\Phi^{I}]
     Initialisation -t = 0 s
E1: Temps t
     Calcul des déplacements et vitesses de la structure \{\delta^I\}_{R_n} et \{v^I\}_{R_n}^{R_0} et \{v^I\}_{R_n}^{R_0}
     Transfert vers le maillage fluide : \{\delta^F\}_{R_n} et \{v^F\}_{R_n}^{R_0} et \{v^F\}_{R_n}^{R_0}
E2:
     Gestion du maillage (ALE)
     Résolution des équations fluides : Champ de pression p<sup>F</sup>
E3:
     Transfert vers la grille d'interface : p<sup>I</sup>
     Intégration en forces nodales équivalentes \{F_{Fluide}^I\}_{R_a}
     Passage dans le repère tournant \{F_{Fluide}^I\}_{R}
E4:
     Calcul des forces modales \{f\} = [\Phi^I]^t \{F_{Fluide}^I\}_R + [\Phi^S]^t \{F^S\}_R
     Résolution du système couplé (II.18)
E5:
     Si t<T<sub>MAX</sub> : Retour à l'étape E1 avec t=t+\Deltat
     Sinon: Fin de la simulation
```

Figure II.10 : Méthode de résolution du système couplé

L'étape E0 est une étape de pré-traitement où les différents maillages sont construits. Les modes de la structure à l'arrêt dans le vide sont calculés sur le maillage structure puis transférés vers le maillage interface (transfert a/). Les données liées aux paramètres de simulation sont également définies : temps de simulation  $T_{MAX}$ , pas de temps  $\Delta t$ , vitesses de rotation initiale et finale, accélération angulaire.

L'étape E1 correspond au transfert des déplacements et vitesses de la structure de la grille d'interface au maillage fluide (transfert b/). L'étape E3 permet de connaître le champ de

pression sur la grille d'interface (transfert c/). Le champ de pression ainsi obtenu p<sup>I</sup> est intégré sur la grille d'interface en utilisant les fonctions de forme des éléments finis surfaciques linéaires à 4 nœuds utilisés pour cette grille (Figure II.11) :

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \qquad (i = 1, 4)$$
(II.29)

où  $\xi_i$  et  $\eta_i$  sont les coordonnées des nœuds.

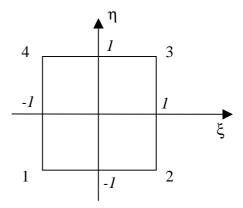


Figure II.11: Elément surfacique à 4 nœuds

En chaque nœud du maillage interface, la connaissance du vecteur normal à la structure est nécessaire, ce vecteur  $\vec{n}$  est exprimé dans  $R_0$ . Ainsi, sur chaque élément, les forces nodales équivalentes sont obtenues par :

$$\{F_i\} = \int_{S} pN_i \vec{n} ds \tag{II.30}$$

Avec:

$$p(\xi, \eta) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} P_i (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta)$$
 (II.31)

où P<sub>i</sub> est la valeur de la pression au nœud i de l'élément.

Les forces nodales équivalentes  $\{F_{Fluide}^I\}_{R_0}$ , obtenues en sommant les  $\{F_i\}$  calculées selon (II.30), sont exprimées dans le repère fixe. Ces forces sont passées du repère R au repère  $R_0$  selon :

$$\{F_{Fluide}^{I}\}_{R} = [P_{R \to R_{0}}]^{I} \{F_{Fluide}^{I}\}_{R_{0}}$$
(II.32)

Les étapes E2 et E4 n'ont trait qu'à un seul domaine de compétence ; à savoir le fluide pour l'étape E2 et la structure pour l'étape E4. Pour l'étape E4, le vecteur des forces modales  $\{f\}$  est la projection sur la base modale du vecteur des forces fluides précédemment obtenues  $\{F_{Fluide}^I\}_{R_0}$  et auquel s'ajoute le vecteur des forces extérieures  $\{F^S\}$  appliquées à la structure (balourd, poids,...).

$$\{f\} = [\Phi^I]^t \{F_{Fluide}^I\}_R + [\Phi^S]^t \{F^S\}_R$$
(II.33)

Le système (II.18) est résolu avec la procédure d'intégration temporelle de Runge Kutta d'ordre 4 (RK4). Efficace pour la résolution numérique des équations différentielles, cette procédure est en général stable et précise. Pour des systèmes linéaires, le pas de temps  $\Delta t$  utilisé doit vérifier  $\Delta t < 1/10 f_{max}$ , où  $f_{max}$  est la plus haute des fréquences associées aux modes retenus dans la base modale. Cependant, du fait des fortes non linéarités des efforts hydrodynamiques, le pas de temps considéré est souvent fixé par des problèmes de convergence liés aux équations fluides.

Chaque étape de la méthode RK4 nécessite un calcul de dérivées obtenues à partir des équations modales du système couplé.

où i est le numéro de l'étape (i=1,4). Au temps  $t + \Delta t$ , on obtient donc :

où g est une fonction dépendant des dérivées calculées au cours des différentes étapes.

La dépendance des matrices vis à vis de la vitesse de rotation est prise en compte à chaque pas de temps. Tant que le temps est inférieur au temps de simulation  $(T_{Max})$ , le processus reprend après incrémentation du temps  $(t = t + \Delta t)$ .

#### V. Conclusion

La technique de couplage présentée dans ce chapitre permet de modéliser le comportement dynamique d'une structure tournant dans un fluide environnant. Les caractéristiques principales de cette technique sont les suivantes :

- Elle autorise l'utilisation de modèles de base développés et validés indépendamment, ce qui la rend souple d'utilisation et évolutive.
- Basée sur une projection en base réduite, elle permet de traiter des systèmes à nombre de degrés de liberté élevé.
- Construite autour d'un concept de grille d'interface, elle assure un couplage sans perte d'information.

Les deux chapitres suivants visent à valider l'approche retenue et à l'utiliser afin de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu et d'essayer de cerner les limites des modèles conventionnels.

# CHAPITRE III VALIDATION

#### I. Introduction

Les validations réalisées reposent sur deux cas tests parfaitement maîtrisés. Les structures retenues restent très simples et sont constituées d'un arbre circulaire sur lequel est monté un disque axisymétrique. Pour le premier cas test, l'ensemble disque/arbre est couplé avec une lame fluide entre le disque et le carter, alors que le second repose sur une configuration classique de rotor monté sur palier hydrodynamique.

La validation concerne les points suivants :

- Validation de la procédure de transfert,
- Validation globale de la méthode par comparaison des résultats obtenus avec des résultats fournis par une approche unidimensionnelle établie de manière indépendante,
- Validation par comparaison des résultats obtenus avec des données de référence.

#### II. Approche unidimensionnelle

L'approche unidimensionnelle utilisée est classique, de type dynamique des rotors. Dans ce cas, comme précisé dans le paragraphe III.1 du premier chapitre, le disque supposé rigide n'intervient que par ses caractéristiques de masse et d'inertie, l'arbre est modélisé à l'aide d'éléments finis de poutre et les efforts fluides sont ramenés à leurs résultantes au niveau de la ligne moyenne du rotor. La mise en équation se fait dans la repère fixe et le modèle fluide est rigoureusement le même que celui utilisé pour l'approche tridimensionnelle décrite dans le paragraphe II.2 du chapitre II.

Ce type d'approche présente les avantages suivants. Tout d'abord, le fluide et la structure sont ici tous deux étudiés dans le même repère de référence, ce qui conduit à une procédure beaucoup plus simple limitant les risques d'erreurs. Ensuite, les efforts fluides sont directement intégrés pour fournir leurs résultantes, rendant la procédure de transfert immédiate. Enfin, les résultats 1D sont parfaitement comparables à ceux fournis par une approche 3D, où l'hypothèse de disque rigide est prise en compte par accroissement important de la rigidité des éléments finis concernés.

L'organigramme associé au modèle 1D est présenté figure III.1.

E0:

Construction des modèles fluide et structure Calcul des modes de la structure à l'arrêt  $[\Phi]$  Projection des matrices en base modale Initialisation – t=0 s

E1: Temps t

Calcul des déplacements et vitesses de la structure au nœud  $n_{\rm F}$  et à la frontière du domaine fluide

E2:

Gestion du maillage fluide Résolution des équations fluides : Champ de pression p<sup>F</sup>

E3:

Intégration en efforts résultants  $\left\{F_{Fluide}\right\}_{R_0}$ 

E4:

Calcul des forces modales  $\{f\} = [\Phi]^t (\{F_{Fluide}\}_{R_0} + \{F^s\}_{R_0})$ Résolution du système modal couplé

E5:

Si  $t < T_{MAX}$ : Retour à l'étape E1 avec  $t=t+\Delta t$ Sinon : Fin de la simulation

Figure III.1 : Organigramme de résolution Modèle 1D

Si le nœud auquel est attaché l'élément fluide est le nœud  $n_F$ , alors ses déplacements et vitesses sont donnés par :

$$\left\{\delta_{n_F}\right\} = \left[\Phi_{n_F}\right]\left\{q\right\} \tag{III.1}$$

$$\left\{\dot{\delta}_{n_F}\right\} = \left[\Phi_{n_F}\right]\left\{\dot{q}\right\} \tag{III.2}$$

 $\{\delta_{n_F}\}$  regroupe les degrés de liberté de type déplacement et pente associés au nœud  $n_F$  et  $[\Phi_{n_F}]$  regroupe les quantités modales correspondantes. Ces informations permettent de calculer directement les positions et vitesses de tous les nœuds du maillage fluide à l'interface.

Le champ de pression fluide obtenu à l'interface fluide/structure est intégré en efforts résultants (forces et moments) appliqués au nœud  $n_F$ :

$$\begin{cases}
F_X \\
F_Y \\
F_Z
\end{cases} = \int_{\Gamma_{F/S}} p\vec{n}dS \tag{III.3}$$

où  $F_X$ ,  $F_Y$ ,  $F_Z$  et  $M_X$ ,  $M_Y$ ,  $M_Z$  sont respectivement les forces et les moments dans les trois directions du repère d'étude,  $\vec{n}$  est la normale à l'interface fluide/structure  $\Gamma_{F/S}$  et  $\vec{r}$  la distance du point d'intégration au nœud  $n_F$  situé sur la ligne moyenne du rotor. A ces efforts viennent s'ajouter les forces classiques  $\{F^S\}_{R_0}$  à appliquer à la structure (balourd, pesanteur...). Comme pour le modèle 3D, la résolution numérique repose sur la méthode de Runge Kutta d'ordre 4.

#### III. Cas test n°1 : couplage de type disque/lame fluide

#### III.1. <u>Description du modèle</u>

Le système étudié est composé d'un ensemble arbre/disque couplé à une lame fluide située entre le disque et un carter rigide (figure III.2).

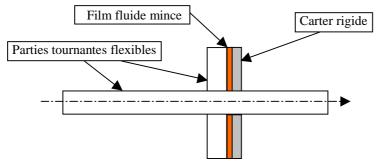


Figure III.2 : Schéma du système couplé.

La structure est composée d'un arbre circulaire plein et d'un disque monté à 75% de la longueur de l'arbre. L'arbre est appuyé à ses deux extrémités et bloqué longitudinalement à une extrémité. Ses dimensions sont les suivantes : longueur L=0.3m et rayon extérieur  $R_e$ =0.005m. Le rayon du disque est  $R_d$ =0.05m et son épaisseur est e=0.003m. L'arbre est en acier (module d'Young E=2.10<sup>11</sup>Pa, masse volumique  $\rho$ =7800kg/m³). Afin d'avoir des conditions de simulations comparables entre les modélisations 1D et 3D, le matériau du

disque est choisi de telle façon que le disque ne se déforme pas (module d'Young E= $2.10^{15}$ Pa, masse volumique  $\rho$ =7800kg/m<sup>3</sup>).

Dans le cas unidimensionnel, l'arbre est discrétisé avec 17 éléments de poutre (figure III.3).

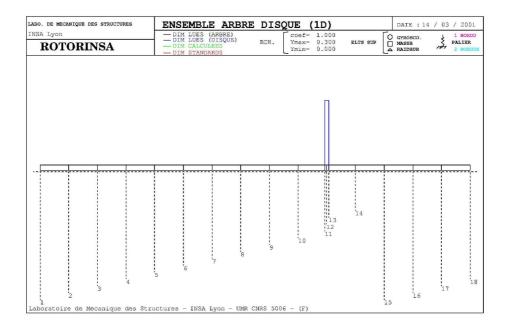


Figure III.3 : Maillage structure (1D)

Dans le cas tridimensionnel, le maillage structure est composé de 420 éléments volumiques isoparamétriques à vingt nœuds à 3 degrés de liberté par nœud, donc de 3033 nœuds (figure III.4).

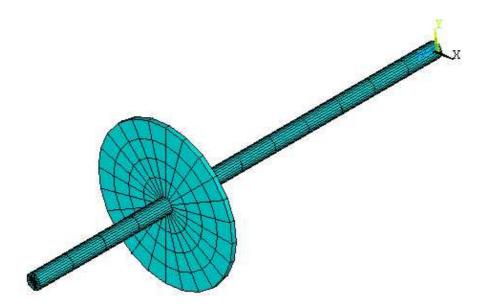


Figure III.4: Maillage structure (3D)

Les excitations mécaniques appliquées sur la structure sont, d'une part un effort statique vertical au niveau du disque  $F_Y = -50N$  et, d'autre part, un balourd de 1 g.cm appliqué sur le disque. Un amortissement modal non tournant de 2% est introduit.

Le film fluide est situé entre le disque et un carter rigide. Son épaisseur est C=0.2mm et la viscosité dynamique du fluide est  $\mu$ =0.01Pa.s. Le maillage différences finies utilisé pour discrétiser le domaine est constitué de 1600 nœuds (figure III.5).

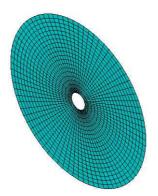


Figure III.5: Maillage fluide

La grille d'interface est choisie de finesse équivalente au maillage fluide et est donc composée de 1600 nœuds et 1440 éléments finis surfaciques à quatre nœuds. Ainsi, à chaque instant, les nœuds fluides et les nœuds de la grille d'interface coïncident. Les transferts du

champ des vitesses de la grille d'interface au maillage fluide et du champ de pression du maillage fluide au maillage interface sont donc immédiats.

#### III.2. Méthode de transfert - Illustration

La méthode de transfert présentée dans le paragraphe III.3 du chapitre II est illustrée ici pour le passage des modes propres constituant la base modale, du maillage structure vers la grille d'interface.

Le maillage structure d'origine (source) ainsi que la grille d'interface (cible) sont présentés respectivement figures III.6 et III.7. Les éléments du maillage cible concernés par le transfert sont repérés (éléments grisés figure III.6) et servent de base à la construction de la grille surfacique intermédiaire  $\Gamma_{S-c}$  (figure III.8). Cette grille reprend les nœuds structure à l'interface et sert à découpler la procédure de transfert des éléments finis d'origine. Les quantités sont connues sur  $\Gamma_{S-c}$  puis transférées sur  $G_C$ .

Ce transfert est illustré pour le cas du mode visualisé figure III.9. Il s'agit du 2<sup>ème</sup> mode de flexion d'arbre. La visualisation se fait par représentation en iso couleurs du déplacement axial (direction z) sur le maillage déformé. Le résultat du transfert sur la grille d'interface est présenté figure III.10. L'examen des figures III.9 et III.10 montre une parfaite concordance des déplacements modaux sur les maillages source et cible.

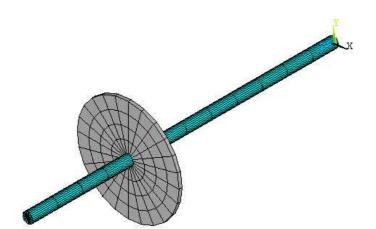


Figure III.6 : Maillage volumique source G<sub>S</sub> Eléments concernés par le transfert grisés

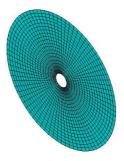
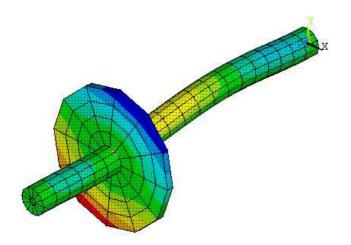


Figure III.7 : Maillage surfacique cible  $G_C = \Gamma_{S\text{-p}}$ 



Figure III.8 : Maillage surfacique intermédiaire  $\Gamma_{S-c}$  (Eléments triangulaires)



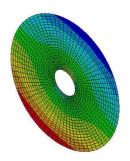


Figure III.9 : Déplacements modaux sur le maillage  $G_S$ 

Figure III.10 : Déplacements modaux sur le maillage  $\Gamma_{S-p}$ 

#### III.3. Comparaison des modèles 1D et 3D

#### III.3.1. Système dans le vide

Les premières fréquences naturelles et modes propres associés à la structure dans le vide, sont reportés dans le tableau III.1 à l'arrêt et tableau III.2 en rotation.

	1D	3D – Disque rigide	Δ (%)
1 <sup>ère</sup> flexion (Hz)	143.5	144.1	0.42
2 <sup>ème</sup> flexion (Hz)	670.8	674.7	0.58
3 <sup>ème</sup> flexion (Hz)	1246.4	1256.1	0.78
1 <sup>ère</sup> torsion (Hz)	4067.8	4060.3	0.18
1 <sup>er</sup> longitudinal (Hz)	2668.9	2671.1	0.08

Tableau III.1 : Fréquences du système isolé arbre/disque rigide à l'arrêt

	5000 tr/min			10000 tr/min		
	1D	3D	Δ (%)	1D	3D	Δ (%)
1 <sup>ère</sup> flexion (Hz) – BW	142.5	143.0	0.35	141.4	141.9	0.35
1 <sup>ère</sup> flexion (Hz) – FW	144.5	145.0	0.35	145.5	146.0	0.34
2 <sup>ème</sup> flexion (Hz) – BW	651.9	655.7	0.58	631.8	635.4	0.60
2 <sup>ème</sup> flexion (Hz) – FW	688.1	692.2	0.60	703.9	708.2	0.61

Tableau III.2 : Fréquences du système isolé arbre/disque rigide en rotation

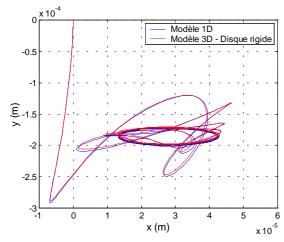
Compte tenu des proportions du système, les deux types de modélisation donnent des résultats tout à fait similaires; les différences restent inférieures à 1%. En rotation, les fréquences des modes de flexion se divisent en deux branches associées aux précessions directe (FW) et inverse (BW). Cette séparation est due aux effets gyroscopiques. Les modes de torsion et longitudinaux ne dépendent pas de la vitesse de rotation et ne sont donc pas reportés dans le tableau III.2.

#### III.3.2. Système couplé

Le comportement du système couplé est simulé en rotation. A  $\Omega$ =5000 tr/min, sous excitation liée au balourd, seuls les modes de précession directe sont excités. La position d'équilibre ainsi que les efforts hydrodynamiques calculés (charge statique) sont reportés dans le tableau III.3. Dans le cas 3D, les efforts donnés sont les efforts résultants calculés au centre de l'arbre au niveau du disque. Les déplacements au cours du temps du centre de l'arbre au niveau du disque ainsi que l'orbite stabilisée du centre de l'arbre en ce même point sont présentés respectivement figures III.11 et III.12.

	1D	3D – Disque rigide	Δ (%)
x (µm)	28.	28.	0.
y (µm)	-186	-184.	-1.1
z (µm)	-0.93	-0.93	0.
1 <sup>ère</sup> flexion (Hz)	180.	180.	0.
2 <sup>ème</sup> flexion (Hz)	880.	880.	0.
$M_{\mathrm{X}}$	1.1	1.1	0.
$M_{ m Y}$	-1.3	-1.3	0.
$F_{\rm Z}$	-75.4	-75.4	0.

Tableau III.3 : Caractéristiques du comportement du système couplé arbre/disque rigide  $\Omega = 5000 \; tr/min - Comparaison \; 1D/3D$ 



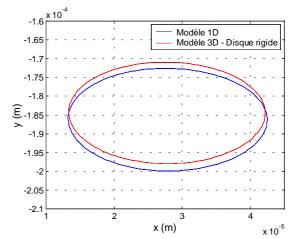


Figure III.11 : Déplacements du centre de l'arbre au niveau du disque (transitoire)  $\Omega = 5000 \text{ tr/min} - \text{Comparaison } 1\text{D/3D}$ 

Figure III.12 : Orbite stabilisée du centre de l'arbre au niveau du disque  $\Omega = 5000 \text{ tr/min} - \text{Comparaison 1D/3D}$ 

Ici aussi, les résultats obtenus sont tout à fait similaires.

#### IV. Cas test $n^{\circ}2$ : couplage de type palier

Le deuxième cas test est composé d'un ensemble arbre/disque monté sur un roulement supposé rigide à une extrémité et sur un palier hydrodynamique à l'autre extrémité (figure III.13). La structure est de nature identique à celle considérée précédemment mais les dimensions sont adaptées à la nouvelle configuration.

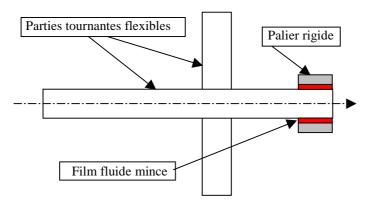


Figure III.13 : Schéma du système couplé.

La structure est composée d'un arbre et d'un disque monté à 75% de la longueur de l'arbre. Les dimensions de l'arbre sont : longueur L=0.65m et rayon extérieur  $R_e$ =0.04m. Le rayon du disque est  $R_d$ =0.2m et son épaisseur est e=0.02m. L'arbre est en acier (module d'Young E=2.10<sup>11</sup>Pa, masse volumique  $\rho$ =7800kg/m³). Le disque est considéré rigide (module d'Young E=2.10<sup>15</sup>Pa, masse volumique  $\rho$ =7800kg/m³). Les excitations mécaniques

appliquées sur la structure sont un effort statique vertical au niveau du palier  $F_Y$ =-1000N et un balourd de 10gcm appliqué sur le disque.

L'arbre est discrétisé avec 17 éléments finis de poutre en unidimensionnel (figure III.14). L'ensemble disque/arbre est discrétisé avec 252 éléments finis volumiques isoparamétriques en tridimensionnel (figure III.15).

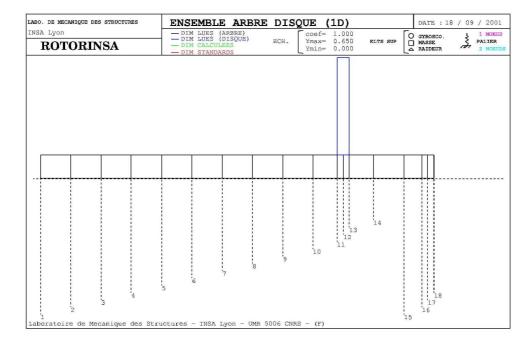


Figure III.14: Maillage structure (1D)

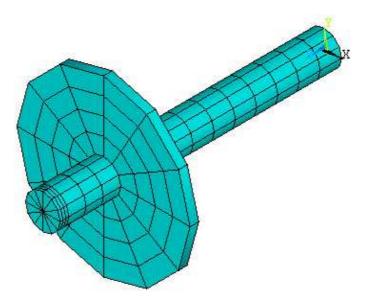


Figure III.15: Maillage structure (3D)

Les caractéristiques du palier sont : longueur l=0.02m et jeu radial C=0.1mm. La viscosité dynamique du fluide est  $\mu$ =0.01Pa.s. Le maillage différences finies du domaine fluide est composé de 1368 nœuds (figure III.16).



Figure III.16: Maillage fluide

Les premières fréquences naturelles et modes propres associés à la structure dans le vide sont reportés tableaux III.4 et III.5.

	1D	3D – Disque rigide	Δ (%)
1 <sup>ère</sup> flexion (Hz)	86.1	86.8	0.81
2 <sup>ème</sup> flexion (Hz)	550.8	552.8	0.36
3 <sup>ème</sup> flexion (Hz)	1604.9	1619.7	0.92

Tableau III.4 : Fréquences du système isolé arbre/disque rigide à l'arrêt

	5000 tr/min			10000 tr/min		
	1D	3D	Δ (%)	1D	3D	Δ (%)
1 <sup>ère</sup> flexion (Hz) – BW	81.6	82.3	0.86	77.1	77.7	0.78
1 <sup>ère</sup> flexion (Hz) – FW	90.6	91.3	0.77	95.0	95.8	0.84
2 <sup>ème</sup> flexion (Hz) – BW	505.9	507.7	0.36	466.2	467.8	0.34
2 <sup>ème</sup> flexion (Hz) – FW	600.5	602.8	0.38	654.5	657.3	0.43

Tableau III.5 : Fréquences du système isolé arbre/disque rigide en rotation

Les résultas obtenus sur le système isolé sont donc en très bon accord pour ce qui concerne les modèles 1D et 3D, avec des différences qui restent inférieures à 1%.

Le comportement du système est ensuite simulé en rotation, à  $\Omega$ =10000 tr/min, sous excitation liée au balourd.

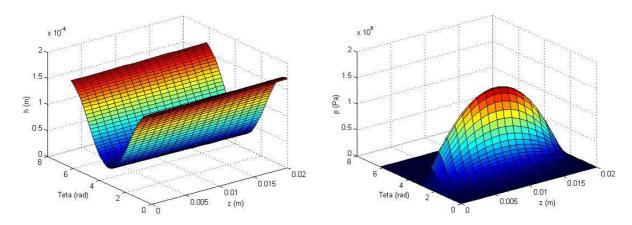


Figure III.17 : Epaisseur du film fluide  $\Omega = 10000 \text{ tr/min}$ 

Figure III.18 : Champ de pression  $\Omega = 10000 \text{ tr/min}$ 

Les figures III.17 et III.18 présentent respectivement l'épaisseur du film fluide et le champ de pression dans le palier pour une position stabilisée du palier. Le palier est développé dans la direction circonférentielle.

Les caractéristiques calculées (position statique du centre de l'arbre au niveau du palier, efforts hydrodynamiques résultants calculés au centre de l'arbre au niveau du palier) sont présentées tableau III.6. Les résultats, obtenus pour les modèles 1D et 3D, sont comparés à des résultats de référence issus de [RIE96]. Les trajectoires du centre de l'arbre au niveau du palier et les efforts correspondants sont présentés figures III.19, III.20 et III.21.

	Résultats de	1D	3D – Disque	Δ (%)	Δ (%)
	réf. (1)	(2)	rigide (3)	(2)/(1)	(3)/(1)
x (µm)	31.6	31.9	31.7	-0.95	-0.32
y (µm)	-63.3	-62.2	-62.1	1.74	1.90
$F_{X}(N)$	150.	153.	155.	2.00	3.33
$F_{Y}(N)$	694.	701.	698.	1.01	0.58

Tableau III.6 : Caractéristiques du comportement du système couplé arbre/disque rigide  $\Omega = 10000 \ tr/min - Comparaison \ 1D/3D$ 

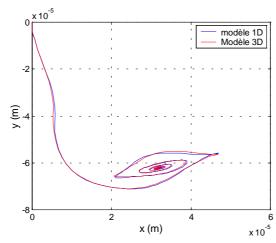
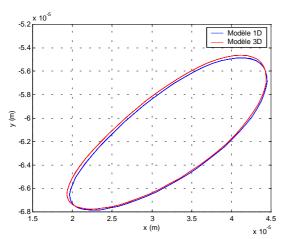


Figure III.19 : Trajectoire du centre de l'arbre au niveau du palier -  $\Omega = 10000$  tr/min Réponse sans balourd



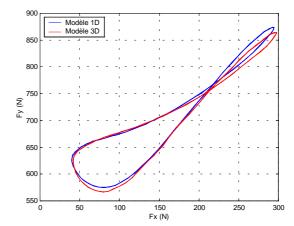


Figure III.20 : Orbite stabilisée du centre de l'arbre au niveau du palier -  $\Omega = 10000$  tr/min Réponse au balourd

Figure III. 21 : Efforts hydrodynamiques  $\Omega = 10000 \text{ tr/min}$  Réponse au balourd

Les résultats fournis par le modèle 3D sont en très bon accord avec les résultats obtenus à partir du modèle 1D ainsi qu'avec les résultats de référence considérés.

### V. <u>Conclusion</u>

Deux types de modèles couplés fluide/structure servent de base à la validation de la technique de modélisation présentée au chapitre II : un ensemble disque/arbre couplé à une lame fluide entre un carter et le disque et un ensemble disque/arbre monté sur un palier hydrodynamique.

Les résultats obtenus ont été comparés à des résultats de référence ainsi qu'à des résultats issus d'une technique de couplage plus simple basée sur une approche de type dynamique des

rotors et développée indépendamment. Cette comparaison, très satisfaisante, valide le modèle sur le plan numérique. Le chapitre suivant s'intéresse plus particulièrement aux phénomènes physiques mis en jeu.

# CHAPITRE IV APPLICATIONS

#### I. Introduction

Le chapitre précédent a montré que le modèle tridimensionnel avec disque rigidifié donne des résultats tout à fait similaires aux résultats fournis par une approche unidimensionnelle de type dynamique des rotors, lorsque la structure étudiée est suffisamment élancée pour respecter les hypothèses de poutre. En conséquence, l'influence des couplages roues/arbre ou de déformations localisées sur le comportement global des lignes d'arbres, peut être illustrée par comparaison des résultats donnés par les modèles tridimensionnels disque rigide et disque souple. Cette comparaison permet de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu et donne une meilleure idée du domaine de validité des approches classiques.

Ce chapitre reprend et approfondit tout d'abord les deux cas tests définis précédemment. Puis, dans un second temps, l'analyse est portée sur une structure qui, tout en restant académique, présente des caractéristiques plus proches d'un ensemble roue/arbre réel.

#### II. Cas tests 1 et 2

#### II.1. Cas test 1 : couplage de type disque/lame fluide

Le système étudié ici est identique à celui présenté chapitre 3 paragraphe III (figure IV.1). Les principales caractéristiques sont rappelées :

- Arbre : longueur L=0.3m et rayon extérieur R<sub>e</sub>=0.005m

- Disque : rayon R<sub>d</sub>=0.05m et épaisseur e=0.003m.

- Fluide : épaisseur C=0.2mm et viscosité dynamique μ=0.01Pa.s.

La comparaison des modèles disque rigide (DR) et disque souple (DS) permet de mieux comprendre l'influence de la principale hypothèse associée à la dynamique des rotors dans le cas de structures couplées à des domaines fluides situés sur les flans d'une roue. Cette application sert également de support à une étude paramétrique sur l'influence de l'épaisseur de la lame fluide ainsi qu'à une illustration d'instabilités potentiellement rencontrées.

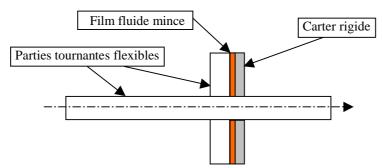


Figure IV.1 : Schéma du système couplé.

#### II.1.1. Structure dans le vide

La figure IV.2 présente le diagramme de Campbell du système arbre/disque souple dans le vide, sur la plage de fréquences [0-3000 Hz]. Les modes 1, 2 et 6 sont les modes de première, deuxième et troisième flexion d'arbre. Le troisième mode est un mode fortement couplé : première flexion de la partie gauche et mode de disque à 1 diamètre et 0 cercle nodal. Les modes 4 et 5 sont des modes de disque : 0 diamètre 0 cercle pour le quatrième et 2 diamètres 0 cercle pour le cinquième.

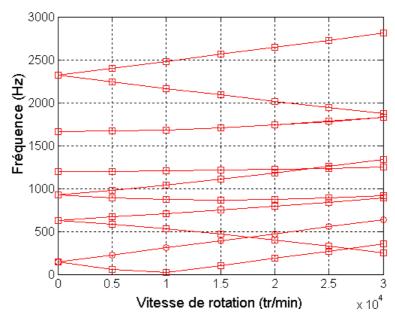


Figure IV.2 : Diagramme de Campbell Modèle Disque Souple

La figure IV.3 superpose les résultats obtenus avec les modèles à disque souple et disque rigide. En examinant cette figure, on constate naturellement que le modèle à disque rigide ne rend pas compte des modes de disque mais la nature couplée des modes au delà du premier apparaît également clairement.

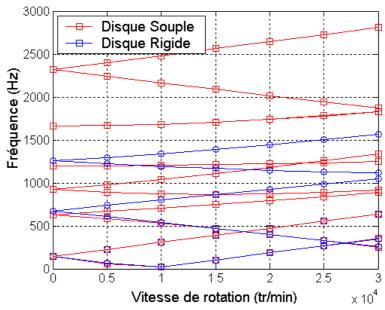


Figure IV.3 : Diagramme de Campbell Comparaison disque rigide / Disque souple

La figure IV.4 illustre le troisième mode de flexion et l'influence de la déformation du disque est quantifiée dans le tableau IV.1 pour une vitesse de rotation de 5000tr/min.

Le premier mode de flexion de l'arbre étant très peu influencé par la flexibilité du disque, il en va de même pour la première vitesse critique (8810tr/min en disque rigide et 8787tr/min en disque souple), ainsi que pour le niveau de réponse au balourd associé à cette vitesse critique (1685µm en disque rigide et 1682µm en disque souple).

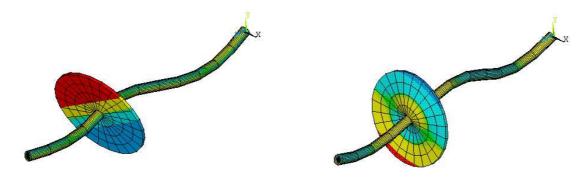


Figure IV.4 : Troisième mode de flexion d'arbre à l'arrêt dans le vide Comparaison Disque Rigide / Disque Souple

Modes		Disque Rigide	Disque Souple	Δ (%)
1 <sup>ère</sup> flexion	FW	61.7	60.9	-1.3
1 Hexion	BW	226.3	225.4	-0.4
2 <sup>ème</sup> flexion	FW	608.9	581.8	-6.1
2 Hexion	BW	739.0	668.8	-9.5
3 <sup>ème</sup> flexion	FW	1221.5	2244.2	83.7
3 Hexion	BW	1295.9	2402.3	85.4
Flexion partie gauche de	FW	-	891.7	-
l'arbre + 0C1D	BW	-	979.8	-
Disque 0C0D		-	1199.1	-
Diama OCOD	FW	-	1668.3	-
Disque 0C2D	BW	-	1668.8	-

Tableau IV.1 : Influence de la souplesse du disque Structure dans le vide à 5000tr/min

### II.1.2. Ensemble arbre/disque/lame fluide

Le système couplé est tout d'abord étudié en rotation à 5000tr/min sous excitation liée au balourd. La trajectoire calculée pour le centre de l'arbre au niveau du disque est présentée figure IV.5. On peut constater que le modèle avec disque rigide atteint plus vite l'état d'équilibre que le modèle avec disque souple et que l'influence de la souplesse de disque est importante pour la position de l'orbite stabilisée. Cette influence est quantifiée tableau IV.2 qui reporte la position dans l'espace du centre de l'orbite ainsi que la résultante des efforts hydrodynamiques associés.

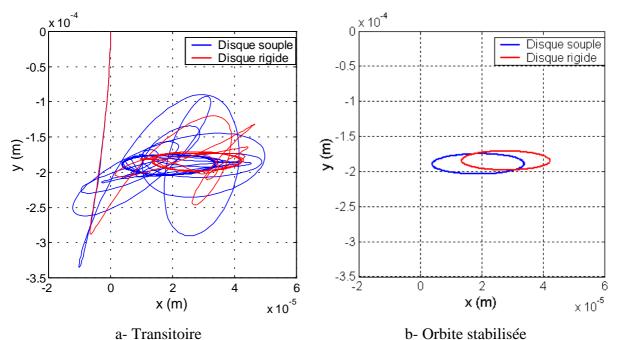


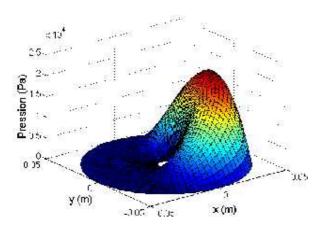
Figure IV.5 : Trajectoire du centre de l'arbre au niveau du disque Réponse au balourd à Ω=5000 tr/min

	DR – Couplé	DS – Couplé	Δ (%)
x (µm)	28.	19.	-32.1
y (µm)	-184.	-189.	2.7
z (µm)	-0.93	-0.78	-16.1
$M_{X}(Nm)$	1.1	1.0	-9.1
M <sub>Y</sub> (Nm)	-1.3	-0.9	-30.8
$F_{Z}(N)$	-75.4	-61.0	-20.1

Tableau IV.2 – Influence de la souplesse du disque Système arbre/disque couplé -  $\Omega$  = 5000 tr/min (x,y,z) : position du centre de l'orbite

 $(M_X,M_Y,F_Z)$ : efforts résultants dus au fluide

La répartition de pression instantanée à l'interface est illustrée figures IV.6 et IV.7. Les champs obtenus ont une allure identique et la souplesse du disque influe principalement ici sur l'intensité de la pression.



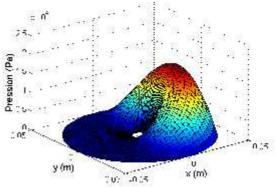


Figure IV.6 : Champ de pression Ensemble arbre/disque rigide Ω=5000 tr/min

Figure IV.7 : Champ de pression Ensemble arbre/disque souple Ω=5000 tr/min

Dans un second temps, une simulation de montée en vitesse permet d'identifier les caractéristiques relatives au passage de la première vitesse critique. Le résultat d'une montée en vitesse de 8000tr/min à 12000tr/min est présenté figure IV.8. L'examen de cette figure permet l'identification de la première vitesse critique ainsi que du déplacement associé, quantités reportées dans le tableau IV.3. On peut constater que l'influence de la souplesse du disque reste limitée sur la valeur de la vitesse critique mais qu'elle est majeure pour ce qui concerne le déplacement. Ceci s'explique puisque la configuration disque rigide entraîne un écrasement plus important du film fluide et se traduit par un apport d'amortissement plus élevé.

	DR – Couplé	DS – Couplé	Δ (%)
$\Omega_{\rm c}$ (tr/min)	9990.	9583.	-4.1
$ \Delta y $ à $\Omega_c$ ( $\mu m$ )	340.	550.	61.8

Tableau IV.3 : Influence de la souplesse du disque Système arbre/disque couplé

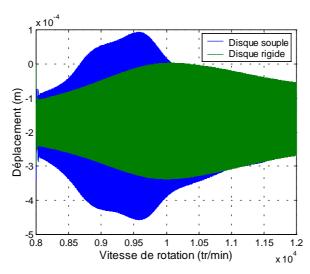


Figure IV.8 : Influence de la souplesse du disque Déplacement du centre de l'arbre au niveau du disque - Montée en vitesse

### II.1.3. <u>Influence de l'épaisseur du film fluide</u>

Une étude paramétrique, réalisée sur les modèles avec disque rigide et disque souple permet d'examiner l'influence de l'épaisseur du film sur le comportement du système couplé. L'épaisseur varie de  $5.10^{-5}$  m à  $5.10^{-4}$  m. La position statique verticale  $|y_{ST}|$  et la  $1^{\text{ère}}$  vitesse critique  $\Omega_{c1}$  (images de la raideur) ainsi que l'amplitude maximale du déplacement vertical au passage de la  $1^{\text{ère}}$  vitesse critique ( $\Omega = \Omega_{c1}$ ) (image de l'amortissement) sont reportées dans le tableau IV.4 dans le cas du disque rigide et dans le tableau IV.5 dans le cas du disque souple.

C (m)	$ y_{ST}  (\mu m)$	$\Omega_{\rm c1}$ (tr/min)	$ \Delta y $ ( $\mu m$ )
5.10 <sup>-5</sup>	137.	11138.	1562.
$1.10^{-4}$	140.	10994.	818.
$2.10^{-4}$	184.	9990.	340.
$3.10^{-4}$	204.	9050.	372.
$4.10^{-4}$	207.	8872.	746.
$5.10^{-4}$	208.	8793.	1015.

Tableau IV.4 : Influence de l'épaisseur du film fluide Système arbre/disque rigide -  $\Omega$ =5000tr/min

C (m)	$ y_{ST}  (\mu m)$	$\Omega_{\rm c1}$ (tr/min)	Δy  (μm)
5.10 <sup>-5</sup>	160.	10110.	1020.
$1.10^{-4}$	168.	9862.	831.
$2.10^{-4}$	189.	9583.	550.
3.10 <sup>-4</sup>	206.	9030.	664.
$4.10^{-4}$	210.	8897.	873.
5.10 <sup>-4</sup>	211.	8832.	1096.

Tableau IV.5 : Influence de l'épaisseur du film fluide Système arbre/disque souple -  $\Omega$ =5000tr/min

Les courbes IV.9 à IV.11 permettent de visualiser les différences entre les modèles disque rigide et disque souple pour les trois paramètres définis précédemment :  $y_{st}$ ,  $\Omega_{c1}$  et  $|\Delta y|$ .

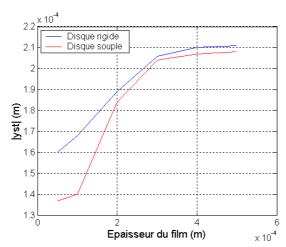


Figure IV.9 : Influence de l'épaisseur du film fluide sur la position d'équilibre Comparaison disque rigide/disque souple -  $\Omega$ =5000tr/min

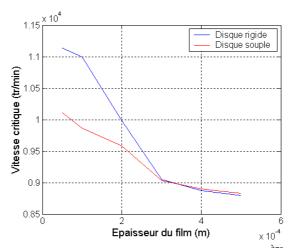


Figure IV.10 : Influence de l'épaisseur du film fluide sur la  $1^{\text{ère}}$  vitesse critique  $\Omega_{c1}$  Comparaison disque rigide/disque souple

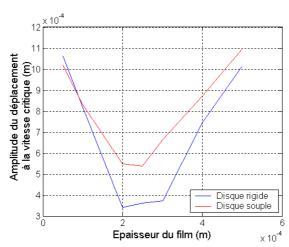


Figure IV.11 : Influence de l'épaisseur du film fluide sur l'amplitude du déplacement à  $\Omega_{c1}$  Comparaison disque rigide/disque souple

Pour  $|y_{ST}|$  et  $\Omega_{c1}$ , paramètres représentatifs de la raideur du système, l'effet de la souplesse du disque augmente avec la diminution de l'épaisseur du film fluide. Lorsque l'épaisseur du film devient importante, les deux modèles tendent vers les résultats obtenus sans le fluide : respectivement 8800 tr/min et 211  $\mu$ m pour  $\Omega_{c1}$  et  $|y_{ST}|$ .

Pour ce qui concerne l'amplitude au passage au passage de la vitesse critique, image de l'amortissement apporté par le fluide, un minimum (maximum d'amortissement) est atteint pour une épaisseur de fluide comprise entre  $2.10^{-4}$  et  $3.10^{-4}$  m. C'est pour cette épaisseur que l'écart entre les modèles disque rigide et disque souple est maximal. Lorsque l'épaisseur est de  $5.10^{-4}$  m, l'amplitude du déplacement est encore inférieure de 35% par rapport à celle constatée sans le fluide.

Afin d'illustrer l'influence du fluide sur le comportement de la structure, en fonction de l'épaisseur du film fluide, la déformée de la structure est représentée pour les modèles avec disque rigide et disque souple pour les différentes épaisseur du film étudiée (figures IV.12 et IV.13). Pour mettre en évidence les déformations locales du disque, les coefficients multiplicateurs appliqués à ces déformations ne sont pas les mêmes dans les directions radiales et dans la direction axiale : 50 dans les directions radiales et 500 dans la direction axiale.

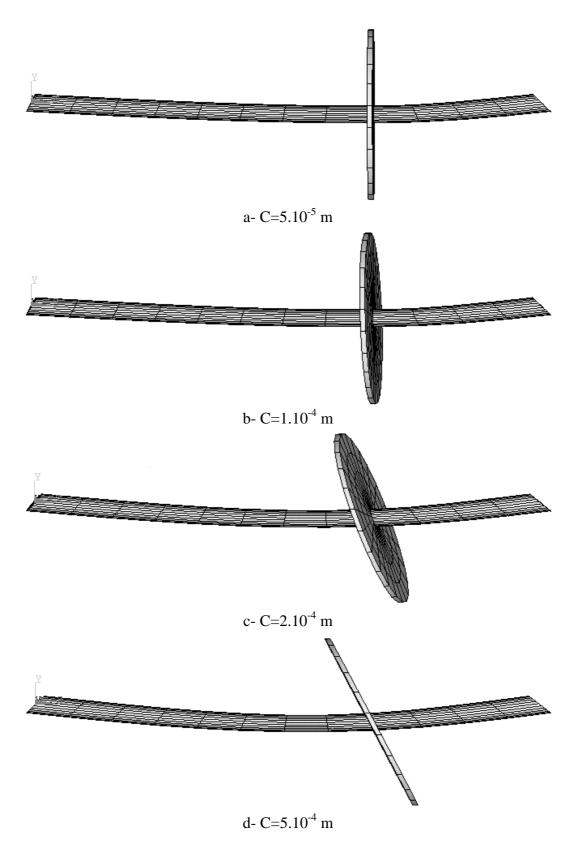


Figure IV.12 : Déformée de l'ensemble arbre/disque rigide Influence de l'épaisseur du film fluide -  $\Omega$ =5000tr/min

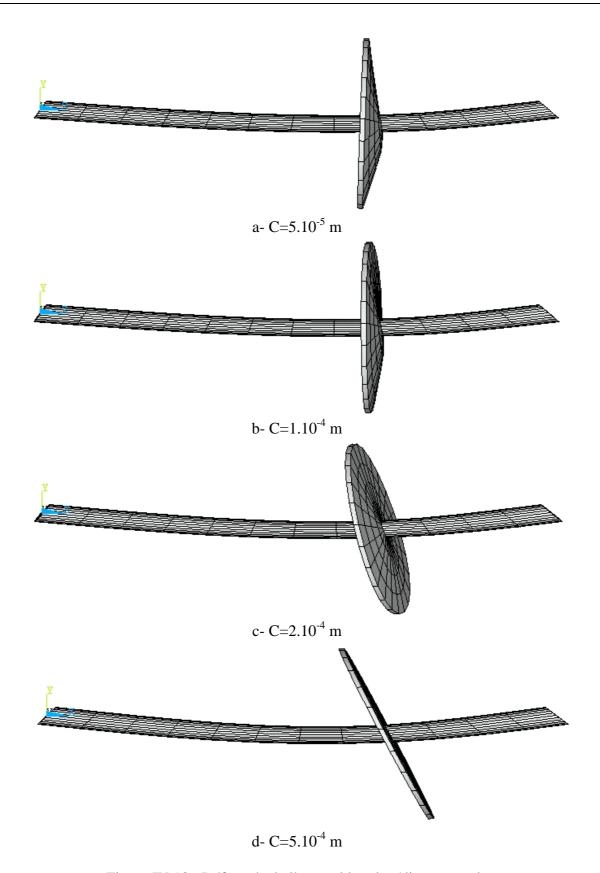


Figure IV.13 : Déformée de l'ensemble arbre/disque souple Influence de l'épaisseur du film fluide -  $\Omega$ =5000tr/min

Dans le cas du disque rigide, le fluide limite la flexion de l'arbre par l'intermédiaire du disque qui ne peut rester que perpendiculaire à la ligne moyenne de l'arbre (résultat constaté en examinant le paramètre  $|y_{ST}|$ ). Dans le cas du disque souple, le disque se déforme (de plus en plus avec la diminution de l'épaisseur du film fluide) et ainsi la flexion de l'arbre est beaucoup moins contrainte.

### II.1.4. Instabilités en régime supercritique

Lorsque la simulation de montée en vitesse est poursuivie au delà de 12000tr/min, on constate l'apparition d'une instabilité aux environs de 20000tr/min (figure IV.14).

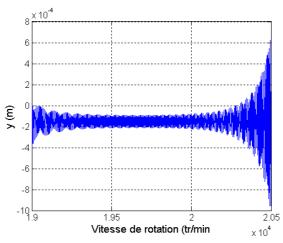


Figure IV.14 : Montée en vitesse en régime supercritique Apparition d'une instabilité

Pour mieux comprendre cette instabilité, le signal vibratoire est étudié par paliers stabilisés, incrémentés de 1000 tr/min. Le contenu des signaux est reporté figure IV.15 sous forme de diagramme en cascade. Deux raies apparaissent. La première raie, directement liée à la vitesse de rotation, correspond à la réponse au balourd classique. L'amplitude du signal croit aux abords de la vitesse critique (environ 10000 tr/min) puis décroît ensuite. La seconde raie porte l'instabilité qui est associée à une excitation de type  $\Omega/2$  et se déclenche aux environs de 20000 tr/min, donc à deux fois la valeur de la vitesse critique. Une fois l'instabilité déclenchée, la réponse du système reste bloquée sur la même fréquence.

Ce type d'instabilité est de même nature que celle qui se rencontre avec les paliers hydrodynamiques lisses (fouettement [FRE90], instabilités de type "whirl" et "whip" [Chapitre I]). L'excitation liée à ces phénomènes, induite par le fluide, est tournante et se déplace à une vitesse qui est la moitié de celle du rotor. A cette excitation est associé un amortissement tournant, qui génère l'instabilité constatée.

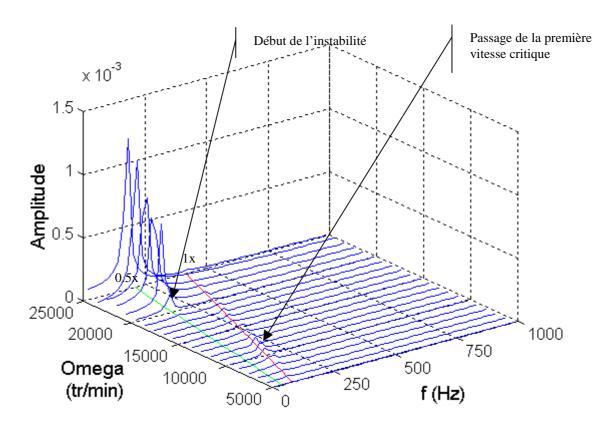


Figure IV.15 : Evolution des spectres fréquentiels en fonction de la vitesse de rotation Mise en évidence d'une instabilité

### II.2. Cas test n° 2 : Couplage de type palier

Ici aussi, le système couplé est de nature identique à celui présenté chapitre III paragraphe IV. Les principales caractéristiques du système sont :

- Arbre : longueur L=0.65m et rayon extérieur R<sub>e</sub>=0.04m
- Disque : rayon R<sub>d</sub>=0.2m et épaisseur e=0.02m
- Palier : longueur l=0.02m, jeu radial C=0.1mm et viscosité dynamique du fluide  $\mu$ =0.01Pa.s.

L'objectif est d'examiner l'influence de l'autre hypothèse principale de la dynamique des rotors qui, basée sur les hypothèses de poutre, suppose que la déformation de section est négligeable. Pour cela, l'arbre est supposé creux avec un rayon intérieur noté  $R_i$ . L'arbre est tout d'abord considéré mince, d'épaisseur de paroi égale à  $e_a=1$  mm ( $e_a=R_e-R_i$ ), afin de mettre en évidence l'influence des déformations locales de section au niveau du palier sur le comportement d'ensemble. Cet exemple sert également de support à l'étude de l'influence du

type de base modale conservée. Une étude paramétrique, portant sur l'épaisseur de paroi, est ensuite proposée.

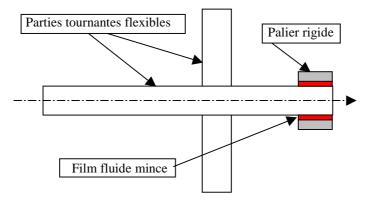


Figure IV.16 : Schéma du système couplé.

### II.2.1. Structure dans le vide

Les figures IV.17 et IV.18 présentent les diagrammes de Campbell de la structure dans le vide, calculés à partir des modèles 1D et 3D respectivement. La différence entre les deux séries de résultats est présentée à l'arrêt dans le tableau IV.6.

	1D	3D	$\Delta$ (%)
1 <sup>ère</sup> Flexion	33.4	33.6	0.6
2 <sup>ème</sup> Flexion	198.4	206.1	3.9
3 <sup>ème</sup> Flexion	1562.6	1625.4	4.0
1 <sup>ère</sup> Torsion	64.4	64.4	0.0
1 <sup>er</sup> Longitudinal	373.8	373.8	0.0
1 <sup>er</sup> mode déf. section	-	782.8	-
2 <sup>ème</sup> mode déf. section	-	1285.8	-
3 <sup>ème</sup> mode déf. section	-	1334.6	-

Tableau IV.6 : Fréquences (Hz) de la structure à l'arrêt (sans fluide) Comparaison 1D/3D

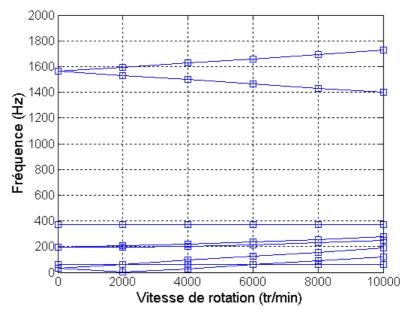


Figure IV.17 : Diagramme de Campbell Modèle 1D

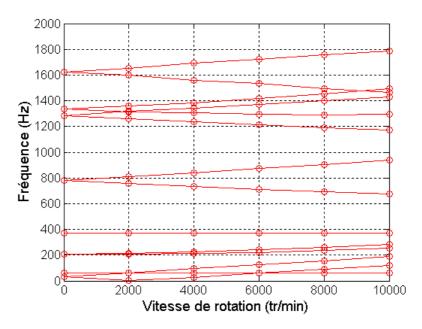


Figure IV.18 : Diagramme de Campbell Modèle 3D

Le modèle 1D ne peut rendre compte que des modes de flexion, de torsion et longitudinaux d'arbre. Le modèle 3D, en plus de ces modes (figure IV.19), met en évidence des modes de déformation de section. Le disque agissant comme un encastrement, ces modes sont associés à l'une ou l'autre des parties de part et d'autre du disque (figures IV.20 et IV.21).

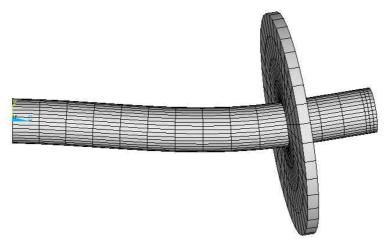


Figure IV.19: Mode de flexion d'arbre

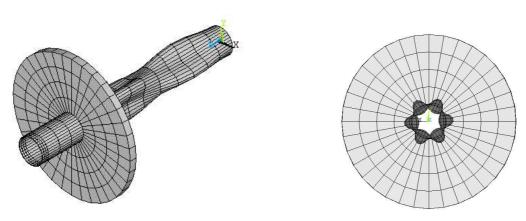


Figure IV.20 : Mode de déformation de section d'arbre Partie en amont du disque

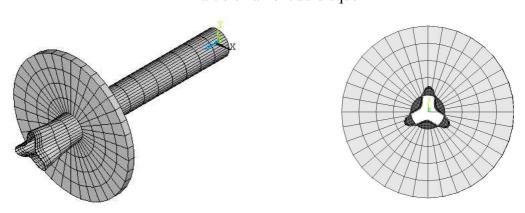


Figure IV.21 : Mode de déformation de section d'arbre Partie en aval du disque

### II.2.2. Comportement du système couplé

La trajectoire du centre d'inertie de section au milieu du palier de la structure soumise à la seule force  $F_Y$  (sans balourd) est reportée figure IV.22. Concernant la réponse au balourd, les orbites stabilisées décrites par le centre d'inertie de section au milieu du palier et au niveau du

disque, ainsi que les efforts hydrodynamiques associés sont présentés respectivement figures IV.23, IV.24 et IV.25.

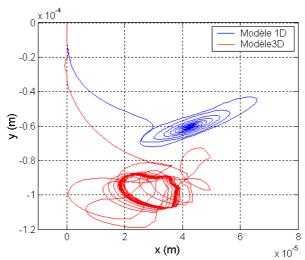


Figure IV.22 : Trajectoire du centre d'inertie de section au milieu du palier Influence des déformations de section d'arbre -  $\Omega$ =10000tr/min (sans balourd)

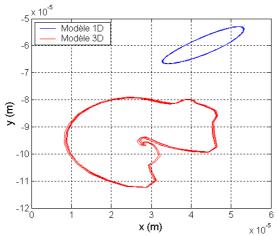


Figure IV.23 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au milieu du palier Influence des déformations de section d'arbre Ω=10000tr/min (avec balourd)

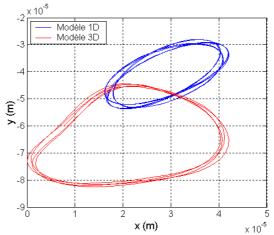


Figure IV.24 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au centre du disque Influence des déformations de section d'arbre Ω=10000tr/min (avec balourd)

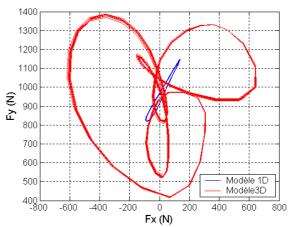


Figure IV.25 : Orbite stabilisée des efforts hydrodynamiques Influence des déformations de section d'arbre -  $\Omega$ =10000tr/min (avec balourd)

Dans ce cas, les résultats 1D et 3D sont très différents. Plus particulièrement, il est intéressant de noter que le sytème sans balourd n'atteint pas une position d'équilibre dans le cas 3D ; ceci est dû au fait que les modes de déformation de section sont continuellement excités. Les efforts hydrodynamiques induits dans le fluide sont très supérieurs dans le cas 3D avec, dans la direction verticale, une amplitude de l'ordre du triple de celle du cas 1D. La visualisation du champ de pression (figures IV.26 et IV.27) et de l'épaisseur du film fluide (figures IV.28 et IV.29), lorsque le déplacement vertical est minimum (orbite stabilisée en réponse au balourd à  $\Omega$ =10000tr/min, figure IV.23), laisse également clairement apparaître les différences entre les deux modélisations. L'épaisseur du film fluide est l'image de la déformée de l'arbre sous le palier.

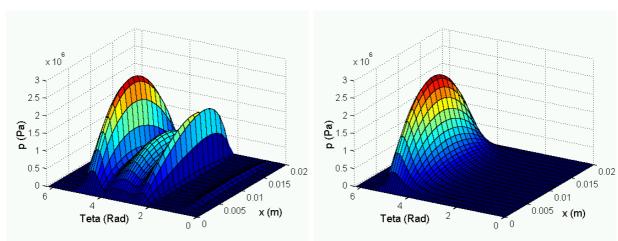


Figure IV.26 : Champ de pression Modèle 3D -  $\Omega$ =10000tr/min

Figure IV.27 : Champ de pression Modèle 1D -  $\Omega$ =10000tr/min

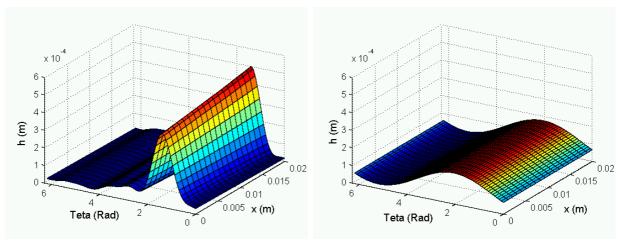


Figure IV.28 : Epaisseur du film fluide Modèle 3D -  $\Omega$ =10000tr/min

Figure IV.29 : Epaisseur du film fluide Modèle 1D -  $\Omega$ =10000tr/min

Les résultats présentés précédemment ont été calculés avec un pas de temps de  $10^{-7}$  s. Comme le montrent les figures IV.30 à IV.33, la finesse de ce pas est nécessaire puisque un pas dix fois plus grand ne donne pas de résultats satisfaisants. En revanche, un pas plus petit n'introduit pas de différences notables.

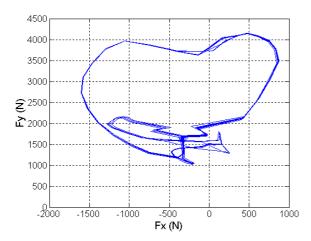


Figure IV.30 : Orbite stabilisée des efforts hydrodynamiques  $\Delta t = 10^{-6} \text{ s} - \Omega = 10000 \text{tr/min (avec balourd)}$ 

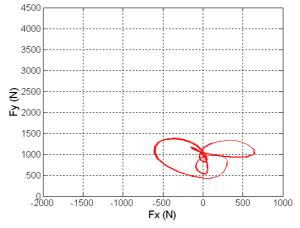
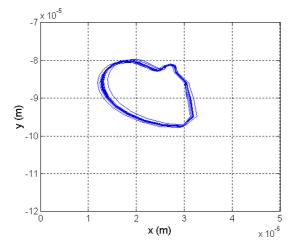


Figure IV.31 : Orbite stabilisée des efforts hydrodynamiques  $\Delta t = 10^{-7} \text{ s} - \Omega = 10000 \text{tr/min}$  (avec balourd)



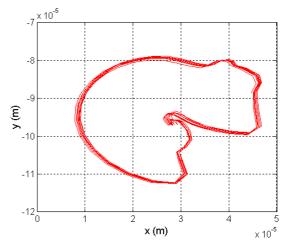


Figure IV.32 : Orbite stabilisée des déplacements  $\Delta t = 10^{-6} \text{ s} - \Omega = 10000 \text{tr/min (avec balourd)}$ 

Figure IV.33 : Orbite stabilisée des déplacements  $\Delta t = 10^{-7} \text{ s - } \Omega \text{=} 10000 \text{tr/min (avec balourd)}$ 

### II.2.3. Influence du nombre de modes constitutifs de la base modale

L'ensemble des résultats présentés a été calculé avec une base modale riche de 30 modes convenablement choisis. Ce paragraphe vise à illustrer l'influence de cette base modale sur la convergence des résultats ainsi que la nécessité de ne pas baser le choix du contenu de cette base sur le seul critère du nombre de modes.

Le système couplé est ici calculé avec différentes bases modales comprenant respectivement 20, 30, 45, 65 et 92 modes. Les modes sont dans ce cas les n premiers calculés. Les résultats obtenus, reportés figure IV.34 pour ce qui concerne les déplacements du centre d'inertie de section au niveau du palier et IV.35 pour ce qui concerne les déplacements du centre d'inertie de section au niveau du disque, montrent que 92 modes sont nécessaires pour obtenir des résultats précis. Ce nombre de modes entraîne des temps de calculs considérables, mais il est intéressant de noter qu'il est possible de les diminuer en prenant non seulement en compte le nombre de modes mais également leur type.

La participation de chaque mode de base sur le résultat final peut être quantifiée en sommant au cours du temps les différentes coordonnées généralisées calculées. Soit :

$$s(i) = \sum_{j} |q(i,j)| \tag{IV.1}$$

où q(i,j) est la valeur de la coordonnée généralisée du mode i au temps  $t_j$ . Le résultat de cette somme est représentée figure IV.36 pour le cas où la base modale est riche de 92 modes.

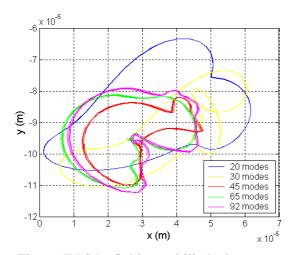


Figure IV.34 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au milieu du palier Influence du nombre de modes retenus Ω=10000tr/min (avec balourd)

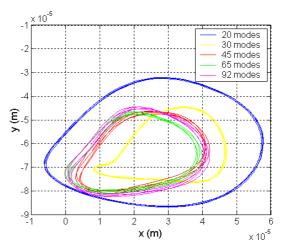


Figure IV.35 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au centre du disque Influence du nombre de modes retenus  $\Omega$ =10000tr/min (avec balourd)

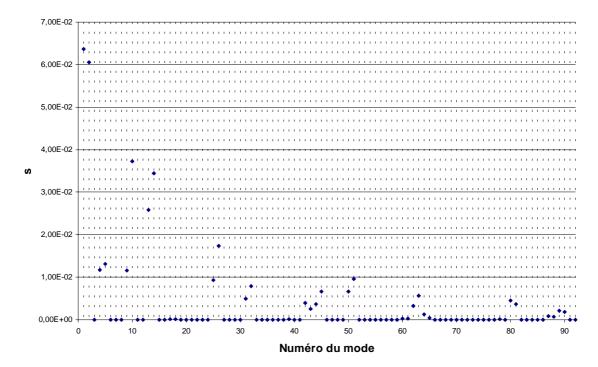


Figure IV.36: Participation des modes de la base modale

Après identification des modes, il apparaît que seuls les premiers modes de flexion de l'arbre et les modes de déformation de section d'arbre de la partie en aval du disque sont mis à contribution. Cela justifie donc la procédure qui vise à trier les modes pour ne retenir que ceux qui paraissent utiles, réduisant ainsi la taille du système à résoudre. Dans ce cas, 34 modes sur 92 sont retenus. Sur la figure IV.37, les déplacements sont reportés dans le cas où la base et complète et dans le cas où la base est réduite.

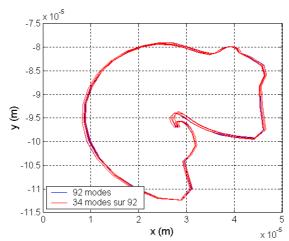


Figure IV.37 : Réponse au balourd ( $\Omega = 10000 \text{ tr/min}$ ) Comparaison base modale complète et réduite (92 modes et 34 modes sur 92)

Les résultats sont en très bon accord. La maîtrise du choix des modes (un des avantages de la réduction modale) est ainsi pleinement justifiée. La base modale ainsi réduite reste suffisamment riche pour traduire le comportement de la structure sur toute la plage de fonctionnement désirée. Dans le même esprit, il est possible de ne retenir que les modes de flexion de l'arbre et ainsi retrouver les résultats donnés par le modèle 1D.

### II.2.4. Etude paramétrique : Influence de l'épaisseur de la paroi

Dans ce paragraphe, une étude paramétrique est conduite afin d'identifier l'influence de l'épaisseur de la paroi sur le comportement dynamique de l'ensemble. Les déplacements au niveau du disque ( $z=0.5\ m$ ) et au niveau du palier ( $z=0.64\ m$ ) sont comparés pour les modèles 1D et 3D. Les épaisseurs retenues sont  $e_a=1\ mm$ ,  $e_a=2\ mm$  et  $e_a=5\ mm$ .

Les positions moyennes du centre d'inertie de section d'arbre sont reportées dans les tableaux IV.7 (au niveau du disque) et IV.8 (au niveau du palier). Les écarts obtenus entre les modèles 1D et 3D montrent l'influence des déformations de section sur le comportement du système pour les différentes épaisseurs de l'arbre. Sur les figures IV.38 à IV.43, les orbites stabilisées des déplacements du centre d'inertie sont représentées sous excitation liée au balourd.

	$e_a = 1 \text{ mm}$		$e_a = 2 \text{ mm}$		$e_a = 5 \text{ mm}$				
	1D	3D	Δ (%)	1D	3D	Δ (%)	1D	3D	Δ (%)
x (µm)	29.0	20.0	-31.0	28.0	19.8	-29.3	26.4	22.2	-15.9
y (µm)	-41.0	-64.7	57.8	-41.0	-58.5	-42.7	-41.8	-47.8	14.4

Tableau IV.7 : Positions d'équilibre à  $\Omega$ =10000 tr/min (Disque) Comparaisons 1D/3D : Influence des déformations de section

	$e_a = 1 \text{ mm}$		$e_a = 2 \text{ mm}$		$e_a = 5 \text{ mm}$				
	1D	3D	Δ (%)	1D	3D	Δ (%)	1D	3D	Δ (%)
x (µm)	42.4	28.2	-33.5	41.5	29.4	-29.2	38.9	32.6	-16.2
y (µm)	-60.6	-98.0	61.7	-61.0	-86.2	-41.3	-61.5	-70.1	14.0

Tableau IV.8 : Positions d'équilibre à  $\Omega$ =10000tr/min (Palier) Comparaisons 1D/3D : Influence des déformations de section

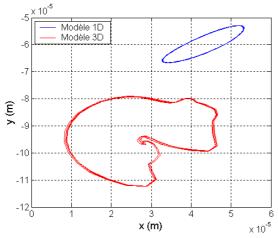


Figure IV.38 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au milieu du palier Réponse au balourd  $-e_a=1$  mm

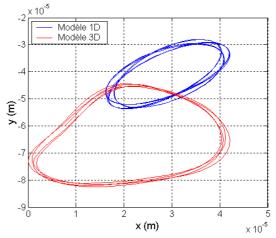


Figure IV.39 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au centre du disque Réponse au balourd  $-e_a = 1 \text{ mm}$ 

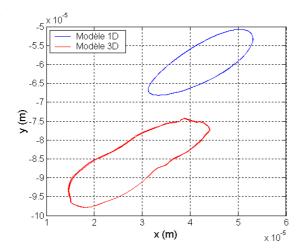


Figure IV.40 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au milieu du palier Réponse au balourd  $-e_a=2\ mm$ 

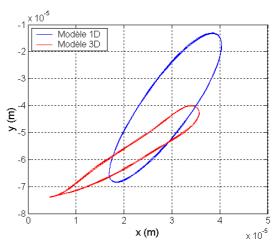


Figure IV.41 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au centre du disque Réponse au balourd  $-e_a=2\ mm$ 

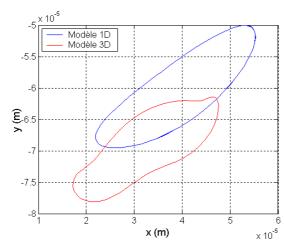


Figure IV.42 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au milieu du palier Réponse au balourd  $-e_a=5 \text{ mm}$ 

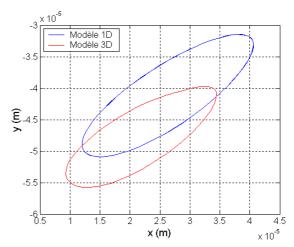


Figure IV.43 : Orbite stabilisée du centre d'inertie de section au centre du disque Réponse au balourd  $-e_a = 5 \text{ mm}$ 

Pour une épaisseur de 1 mm, le comportement dynamique du système est très mal rendu lorsque les déformations de section ne sont pas prises en compte (modèle 1D). Lorsque l'épaisseur augmente, l'allure des courbes devient semblable et les écarts entre les valeurs caractéristiques du comportement diminuent, en restant toutefois sensibles.

# III. Application : ensemble arbre / roue aubée

L'objet de cette dernière partie est d'étudier un système qui, tout en restant académique, est plus proche de la réalité. Comme précédemment, il s'agit de mettre en évidence les effets du fluide et des déformations locales de la structure sur le comportement dynamique global.

# III.1. Présentation du modèle

Le système couplé étudié est composé d'un ensemble roue/arbre et d'un film fluide situé entre un des flasques de roues et un carter supposé rigide (figure IV.44).

L'arbre circulaire est appuyé à chacune de ses extrémités et une roue de type "impeller" est placée sur cet arbre à 60% de sa longueur (figure IV.45). Les dimensions de l'arbre sont les suivantes : rayon  $r_a$ =0.005m et longueur L=0.25m. L'arbre est en acier ( $\rho$ =7800kg/m³ et E=2.10<sup>11</sup> Pa). La roue est composée de deux flasques et de 8 aubes équiréparties (figure IV.46). Les caractéristiques principales de la roue sont : rayon extérieur  $R_e$ =0.05m, rayon intérieur  $R_i$ =0.01m, épaisseur des flasques et des aubes e=0.001m, inclinaison des aubes par rapport à la direction radiale  $\beta$ =30°. Un moyeu assure la liaison entre l'arbre et le flasque 1. De part sa fonction de liaison, ce moyeu est une partie assez rigide de la structure, ceci

pouvant être dû au montage par exemple (ensemble boulonné). Ici, pour ne pas compliquer la géométrie, le moyeu est rigidifié localement en prenant, pour les éléments finis correspondants, un module d'Young de  $2.10^{15}$  Pa (figure IV.47).

Afin de mettre en évidence l'influence des déformations locales sur le comportement global, deux modèles sont utilisés :

- Modèle Roue Rigide (RR) : le matériau de la roue est tel que  $\rho$ =7800kg/m³ et E=2.10<sup>15</sup> Pa.
- Modèle Roue Souple (RS) : le matériau de la roue est tel que  $\rho$ =7800kg/m³ et E=2.10<sup>11</sup> Pa.

Les excitations mécaniques appliquées sont d'une part une force statique verticale  $F_Y$ =-50N et d'autre de part un balourd de 1 g.cm, appliqués au niveau de la roue.

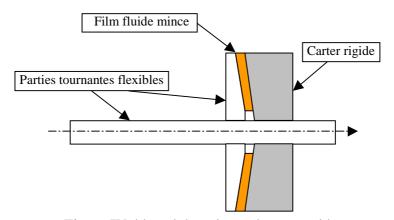


Figure IV.44 : schéma du système couplé

Le modèle structure est composé de 888 éléments volumiques à 20 nœuds et ainsi de 6363 nœuds (figure IV.45 pour l'ensemble roue/arbre et figure IV.46 pour la roue seule).

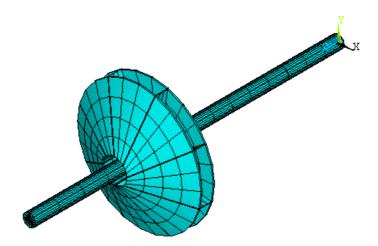


Figure IV.45: Maillage structure

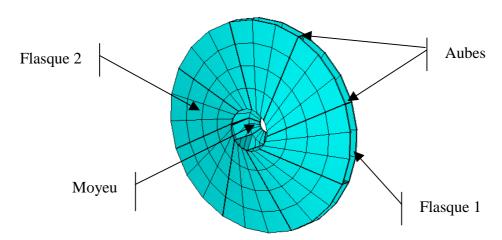


Figure IV.46: Maillage structure (roue seule)

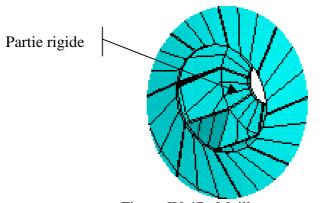


Figure IV.47 : Maillage structure Zoom sur le moyeu – Partie rigide

Le film fluide est situé entre le flasque 2 de la roue et un carter. Son épaisseur est C=0.2mm et la viscosité dynamique du fluide est  $\mu=0.01$ Pa.s. Le maillage différences finies utilisé pour discrétiser le domaine fluide est composé de 1600 nœuds (figure IV.48).

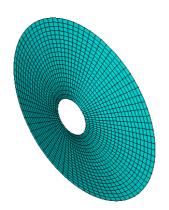


Figure IV.48: Maillage fluide

# III.2. Comparaison des modèles DR et DS

### III.2.1. Système dans le vide

Les figures IV.49 à IV.51 illustrent la nature des modes qui composent la base modale retenue : mode de flexion d'arbre, mode de roue et mode couplé. Le mode de roue est tout à fait caractéristique de cette structure de type 'impeller'.

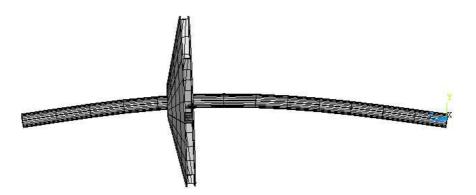


Figure IV.49: Mode de flexion d'arbre

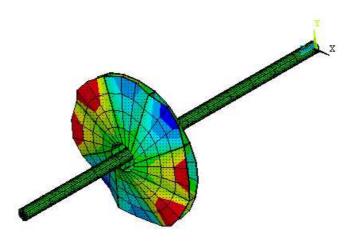


Figure IV.50 : Mode de roue

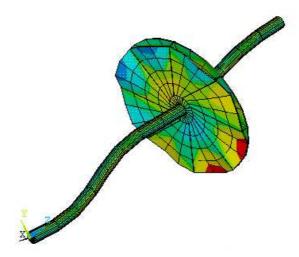
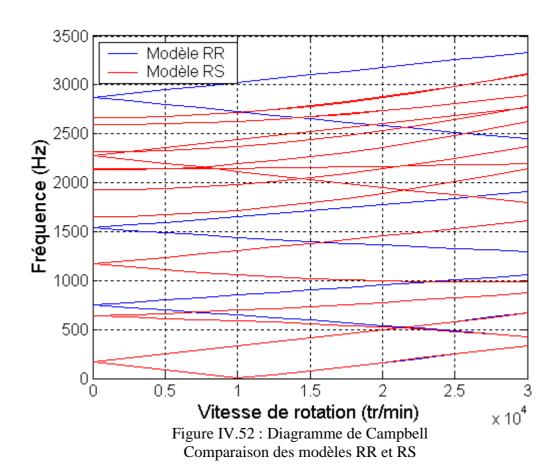


Figure IV.51: Mode couplé

La figure IV.52 présente un diagramme de Campbell pour les modèles avec roue rigide (RR) et avec roue souple (RS) dans le vide.



Le système est étudié en rotation à  $\Omega = 10000$  tr/min. Les déplacements du centre de l'arbre au niveau de la roue, sous excitation de type balourd, sont reportés sur la figure IV.53,

lorsque le système est stabilisé. La position du centre de ces orbites et les caractéristiques à la première vitesse critique sont données respectivement tableaux IV.9 et IV.10.

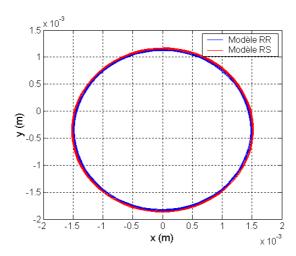


Figure IV.53 : Orbite stabilisée des déplacements du centre de l'arbre au niveau de la roue Système isolé -  $\Omega = 10000$  tr/min

	RR – Isolé	RS – Isolé	$\Delta\left(\% ight)$
x (µm)	0.0	0.0	-
y (µm)	-350.0	-353.0	0.9
z (µm)	0.0	0.0	-

Tableau IV.9 – Influence de la souplesse de la roue Système arbre/roue isolé -  $\Omega = 10000$  tr/min

	RR – Isolé	RS – Isolé	$\Delta\left(\% ight)$
$\Omega_{\rm C1}$ (tr/min)	10265	10257	-0.1
$ \Delta y _{max} (\mu m)$	390.	388.	-0.5

Tableau IV.10 – Influence de la souplesse de la roue Système arbre/roue isolé

Les écarts obtenus sont très faibles. Compte tenu des excitations considérées, le comportement dynamique du systèmes est quasiment identique quel que soit les caractéristiques du matériau de la roue.

### III.2.2. Système couplé

En prenant en compte le fluide, toujours à  $\Omega=10000$  tr/min, les caractéristiques du comportement, en terme de déplacements et d'efforts induits, sont reportées tableau IV.11. L'orbite stabilisée des déplacements au niveau de la roue est présentée figure IV.54.

	RR – Couplé	RS – Couplé	$\Delta\left(\% ight)$
x (µm)	70.3	50.8	-27.8
y (µm)	-174.7	-208.9	19.6
z (µm)	-1.5	-1.4	-6.7
$F_{X}(N)$	7.0	5.2	-25.7
$F_{Y}(N)$	17.0	13.8	-18.8
$F_{Z}(N)$	-110.3	-92.8	-15.9

Tableau IV.11 – Influence de la souplesse de la roue Système arbre/roue couplé -  $\Omega = 10000$  tr/min

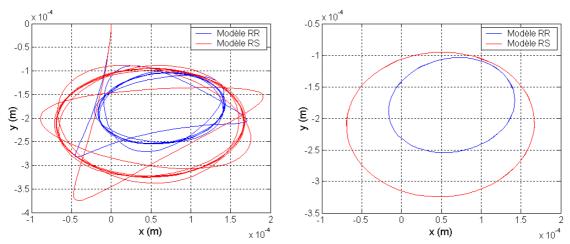


Figure IV.54 : Déplacements du centre de l'arbre au niveau de la roue Comparaison des modèles RR et RS

Dans le cas couplé, le comportement est très différent pour les modèles RR et RS. La déformée de la structure dans son ensemble est présentée figure IV.55 pour le modèle roue rigide et figure IV.56 pour le modèle roue souple. Comme pour le cas test n°1, l'hypothèse de roue rigide limite la flexion de l'arbre. Sur les figures IV.57 et IV.58, les déplacements axiaux sont reportés sous forme d'iso couleurs pour la roue rigide et la roue souple, ce qui permet de visualiser les déformations locales dues au fluide.

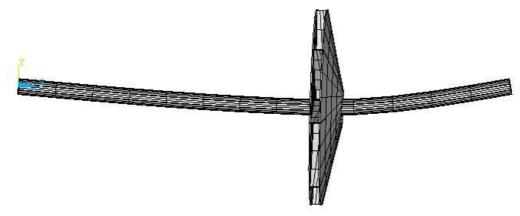


Figure IV.55 : Système complet roue rigide/arbre

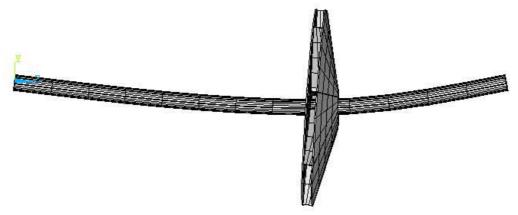


Figure IV.56 : Système complet roue souple/arbre

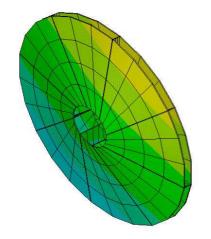


Figure IV.57 : Déplacements axiaux Roue Rigide

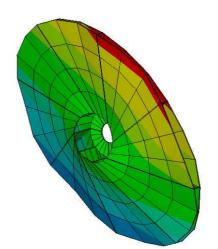


Figure IV.58 : Déplacements axiaux Roue Souple

# IV. Conclusion

Les trois applications présentées dans ce chapitre illustrent la technique de modélisation proposée et permettent d'examiner ses apports principaux.

La première est basée sur une interaction arbre/disque/lame fluide au niveau du disque. Les résultats obtenus montrent que ce type d'interaction, quand il génère des réactions importantes du fluide, ne peut pas être traité sans considérer l'ensemble des flexibilités du système. Cette application sert également de support pour l'illustration d'une instabilité classiquement rencontrée en régime supercritique.

La seconde considère une interaction arbre creux/palier hydrodynamique et montre l'influence potentielle de déformations de section sur le comportement dynamique global du système. Elle permet également d'illustrer l'efficacité de la projection en base modale ainsi que l'intérêt du choix optimisé des vecteurs de base retenus.

Enfin, la troisième application porte sur un ensemble arbre/roue/lame fluide. La roue considérée reste académique mais est représentative d'une roue de type "impeller". Ici également, l'influence potentielle de déformations localisées au niveau des flasques de roue apparaît clairement.

# **CONCLUSION GENERALE**

Cette étude s'inscrit dans le cadre de l'avancée vers des modélisations de plus en plus globales en turbomachines. Plus particulièrement, pour ce qui concerne les ensembles tournants, il s'agit d'être en mesure de rendre compte de l'effet des couplages potentiels, qu'ils soient liés aux différentes parties flexibles (arbres, roues...) ou aux fluides environnants (écoulements, paliers...).

Les configurations couplées de type rotor/palier ou aubage/écoulement instationnaire sont maintenant classiques et bien traitées. D'autres configurations restent encore largement à explorer comme par exemple celles qui mettent en jeu la flexibilité d'ensemble de la ligne d'arbre (rotor, roues, fluides).

Le développement de modèles globaux pourrait être envisagé à partir d'une discrétisation d'ensemble à l'intérieur d'un même schéma numérique. Mais ce type de traitement, impliquant des couplages forts, présente des inconvénients rédhibitoires. En effet, le nombre de degrés de liberté nécessaires pour traiter des cas réels est trop important et le couplage résultant est trop rigide et ne permet pas d'utiliser tout le potentiel des modèles existants.

La technique proposée permet de dépasser ces inconvénients. Basée sur l'utilisation d'une grille d'interface entre les domaines fluide et structure associée à une projection en base modale, elle est très flexible et permet d'envisager le calcul de problèmes à grand nombre de degrés de liberté. Cette technique n'impose pas de contraintes d'interface spécifiques et travaille à partir de quantités facilement accessibles dans tout code de calcul existant, qu'il soit associé au fluide ou à la structure.

Pour conserver des temps de calcul raisonnables, afin d'être en mesure de conduire des études paramétriques, le modèle est particularisé au seul cas de l'interaction structure/film fluide mince. L'application porte sur trois cas tests. Les deux premiers sont constitués d'ensembles arbre/disque axisymétriques et le dernier, tout en restant académique, est plus proche d'ensembles roue/arbre réels. Ces cas tests permettent tout d'abord de valider le modèle, en faisant référence à des résultats numériques obtenus indépendamment, et sont ensuite utilisés pour essayer de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu. Du point de vue numérique, l'intérêt et l'efficacité de la projection en base modale sont illustrés en mettant en avant les possibilités d'optimisation du choix des modes retenus. Du point de vue mécanique, dans la mesure où les applications restent académiques, les effets constatés ne sont pas tous directement transposables aux cas réels. Il est cependant possible de dégager les

points suivants. Tout d'abord, l'effet de couplage roue/arbre est significativement amplifié par couplage avec un fluide confiné. Ceci confirme que, même si cet effet n'apparaît pas lors de la phase d'étude de la structure seule, il ne doit pas être négligé lorsqu'il s'agit d'étudier les problèmes issus de couplages fluide/structure, comme par exemple la participation déstabilisante des écoulements de fuite au niveau des flasques de roues. Ensuite, l'effet potentiel de déformations locales, liées par exemple aux roues ou aux arbres creux, peut être significatif sur la dynamique d'ensemble du système et doit être examiné.

La technique utilisée ayant montré son efficacité et sa bonne adaptation aux cas traités, les perspectives concernent l'amélioration de la compréhension des phénomènes de base et des modèles associés. Il s'agit de continuer d'améliorer l'étude sur les couplages entre étages et de prendre en compte des modèles fluides adaptés aux traitements de structures industrielles.

REFERENCES	RIRI	IOGR	V DHIC	MIEC

# REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [BAS91] **BASKHARONE E. A., HENSEL S. J.** A finite element perturbation approach to fluid/rotor interaction in turbomachinery elements (Part 1 : Theory Part 2 : Application). *ASME Journal of fluids engineering*, 1991, vol 113, p 353-361.
- [BEN00] **BENDIKSEN O. O.** Transonic bending flutter in rotors and cascades. In P. Ferrand & S. Aubert. (Eds) *Proc. 9<sup>th</sup> International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines*, 2000, Lyon. p 791-802. Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble.
- [BEN85] **BENTLY D. E., MUSZINSKA A.** Perturbation study of a rotor/bearing system: Identification of the oil whirl and oil whip resonances. *ASME paper*, 1985, 85-DET-142, 8 p.
- [BER99] **BERGER S.** Etude du comportement dynamique non linéaire d'un rotor monté sur éléments fluides: caractérisation des étanchéités influence des butées. Thèse de doctorat : Université de Poitiers, 1999. 216 p.
- [BER91] **BERLIOZ A.** Etude dynamique des structures à symétrie cyclique en rotation Application à une roue de compresseur centrifuge. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de LYON, 1991. 162 p.
- [BER96] **BERLIOZ A., DER HAGOPIAN J., DUFOUR R., DRAOUI E.** Dynamic behavior of a drill-string: Experimental investigation of lateral instabilities. *ASME Journal of vibration and acoustics*, 1996, vol 118, p 292-298.
- [BER83] **BERTHIER P., FERRARIS G., LALANNE M.** Prediction of critical speeds, unbalance and nonsynchronous forced response of rotors. *53<sup>rd</sup> Shock and Vibration Bulletin*, 1983. 10 p.
- [BLO97] **BLOM F., LEYLAND P.** Analysis of fluid-structure interaction on moving airfoils by means of an improved ALE method. *AIAA paper*, 1997, vol 1770, 11p.
- [BON89] **BONNEAU O., KASSAI A., FRENE J., DER HAGOPIAN J.** Dynamical behavior of an elastic rotor with squeeze film damper. 5<sup>th</sup> International Congress on Tribology, Helsinky (Finland), 1989, 8p.
- [BOS93] **BOSCHITSCH A. H., QUACKENBUSH T. R.** High accuracy computation of fluid-structure interaction in transonic cascades. *31<sup>st</sup> Aerospace Sciences Meeting and exhibit*, AIAA 93-0485, 1993. 14p.
- [BRO82] **BROOKS A. N., HUGHES J. R.** Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1982, vol 32, p 199-259.
- [CES88] **CESCUTTI J. P., WEY E., CHENOT J. L.** Finite element calculation for hot forging with continuous remeshing. *in J.L. Chenot, E. Onate, Modelling of metal forming processes: Proc. of the Euromech 233 Colloquium, Sophia Antipolis, France, 1988, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p 207-216.*
- [CHI93a] **CHIANG H.-W., KIELB R.E.** An analysis system for blade forced response. *ASME Journal of Turbomachinery*, 1993, vol 115, p 762-770.
- [CHI89] **CHILDS D. W.** Fluid-structure interaction forces at pump-impeller-shourd surfaces for rotordynamic calculations. *ASME Journal of vibration, acoustics, stress and reliability in design*, 1989, vol 111, p 216-225.
- [CHI91] **CHILDS D. W.** Fluid-structure interaction forces at a pump-impeller-force axial analysis. *ASME J. of Vibration and Acoustics*, 1991, vol 113, n° 1, p 108-115.
- [CHI93b] **CHILDS D. W.** *Turbomachinery rotordynamics phenomena, modeling and analysis.* New York: John Wiley and Sons, 1993. 476 p.
- [CHO92] **CHONAN S., JIANG Z. W., SHYU Y. J.** Stablity analysis of a 2" floppy disk drive system and the optimum design of the disk stabilizer. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, vol 114, p 283-286.

- [DAL94] **DAL-FERRO C.** Etude dynamique des structures à symétrie cyclique, immergées dans un fluide lourd Application à une roue de pompe centrifuge. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de LYON, 1994. 100 p.
- [DES94] **DESBORDES H., FILLON M., CHAN HEW WAI C., FRENE J.** Dynamic analysis of tilting-pad journal bearing Influence of pad deformations. *ASME Journal of tribology*, 1994, vol 116, p 621-628.
- [DIE89] **DIEWALD, W., NORDMANN, R.** Dynamic analysis of centrifugal pump rotors with fluid mechanical interactions. *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, vol 111, n° 4, 1989, p 370-378.
- [DON82] **DONEA J., GIULIANI S., HALLEUX J. P.** An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. *Computer method in applied mechanics and engineering*, 1982, vol 33, p 689-723.
- [FAR95] **FARHAT C.** High performance simulation of coupled nonlinear transient aeroelastic problems. *Cosmase advanced course on computational fluid dynamics: Lausanne*, June 26-30, 1995. 77 p.
- [FON96] **FONGANG R., COLDING-JORGESEN J., NORDMANN R.** Investigation of hydrodynamic forces on rotating and whirling centrifugal pump impellers. *ASME paper 96-GT-18*, 1996, 9 p.
- [FRE90] **FRENE, J., NICOLAS, D., DEGUEURCE, B., BERTHE, D., GODET, M.** *Lubrification hydrodynamique Paliers et butées.* Paris : Eyrolles, 1990. 488 p.
- [GEN95] **GENTA G.** Vibration of structures and machines Practical aspects. New York: Springer-Verlag, 1995. 474 p.
- [GJI93] **GJIKA K., DUFOUR R., SWIDER P., THOUVENIN D.** The dynamic behavior of a turbocharger rotor involving subassembly. *NAFEMS Int. Conf. Structural Dynamics modeling, Analysis and Correlation*, Milton Keynes, 1993, 10 p.
- [HIR72] **HIRT C. W., AMSDEN A. A., COOK J. L.** An arbitrary lagrangian eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, 1972, vol 14, p 227-253.
- [HSI95] **HSIEH S.-H., ABEL J. F.** Comparison of two finite element approaches for analysis of rotating bladed-disk assemblies. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, vol 182, n° 1, p 91-107.
- [HU92] **HU Y. K., LIU W. K.** ALE finite element formulation for ring rolling analysis. *Int. journal for numerical methods in engineering*, 1992, vol 33, p 1217-1236.
- [HU93] **HU Y. K., LIU W. K.** ALE hydrodynamic lubrication finite element method with application to strip rolling. *International journal for numerical methods in engineering*, 1993, vol 36, p 855-880.
- [HUG81] **HUGHES J. R., LIU W. K., ZIMMERMAN T. K.** Lagrangian Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1981, vol 29, p 329-349.
- [IRR99] **IRRETIER H., JACQUET-RICHARDET G., REUTER F.** Numerical and experimental investigations of coupling effects in anisotropic elastic rotors. *International Journal of Rotating Machinery*, 1999, vol 5, n° 4, p. 263-271.
- [IWA90] **IWATSUBO T., SHENG B. C., ONO M.** Experiment of static and dynamic characteristics of spiral grooved seals. 6<sup>th</sup> Workshop Rotordynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery, NASA Conference Publication n°3122, College Station TX, 1990, 11p.
- [JAC97] **JACQUET-RICHARDET G., MOYROUD F. FRANSSON T.H.** An influence of shroud design on the dynamic and aeroelastic behavior of bladed disk assemblies. *ASME paper*, 1997, Vol GT-191, 7 p.

- [JAC96] **JACQUET-RICHARDET G., FERRARIS G., RIEUTORD P.** Frequencies and modes of rotating flexible bladed disc-shaft assemblies: a global cyclic symmetry approach. *Journal of sound and vibration*, 1996, Vol. 191, n° 5, p 901-915.
- [JIA99] **JIANG P. L., YU L.** Dynamics of a rotor-bearing system equipped with a hydrodynamic thrust bearing. *Journal of Sound and Vibration*, vol 227, n° 4, 1999, p 833-872.
- [JOB96] **JOBARD N., COSTES M., BEAUMIER P.** Three dimensional BVI simulation on aeroelastic blades using a new deforming grid approach coupled to free-wake analysis. *American helicopter society* 52<sup>nd</sup> annual forum, Washington, D.C., 4-6 Juin 1996. 13p.
- [KEN81] **KENNEDY J. M., BELYTSCHKO T.** Theory and application of a finite element method for arbitrary lagrangian eulerian fluids and structures. *Nuclear engineering and design*, 1981, vol 68, p 129-146.
- [KEN01] **KENYON J.A., GRIFFIN J.H.** Forced response of turbine engine bladed discs and sensitivity to harmonic mistuning. *ASME paper*, 2001, vol GT-0274, 10 p.
- [KIM00] **KIM B. C., RAMAN A., MOTE C. D.** Prediction of aeroelastic flutter in hard disk drive. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, vol 238, n° 2, p 309-325.
- [LAL94] **LALANNE M., FERRARIS G.** Dynamic behavior of symmetrical coaxial co and counter-rotating rotors. Application to a propfan engine. *Proceedings of the* 4<sup>th</sup> IFToMM Rotordynamics Conference, Chicago, 1994, 12 p.
- [LAL98] **LALANNE M., FERRARIS G.** *Rotordynamics Prediction in Engineering 2<sup>nd</sup> edition.* Chichester: J. Wiley and Sons, 1998. 254 p.
- [LOR01] **LORNAGE D., CHATELET E., JACQUET-RICHARDET G.,** Effects of wheel-shaft-fluid coupling and local wheel deformations on the global behavior of shaft lines, *The Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001 (à paraître).
- [MAR95] **MARSHALL J. G., IMREGUN M.** A 3D time-domain flutter prediction method for turbomachinery blades. *Royal Aerosol Meeting*, Manchester, Juin 1995. 14p.
- [MAR98] **MARTINET F.** Etude et mise en oeuvre d'une formulation ALE Application au contact lubrifié en mise en forme. Thèse de doctorat : Université Aix-Marseille II, 1998. 204 p.
- [MIT91] **MITTWOLLEN N., HEGEL T., GLIENICKE J.** Effect of hydrodynamic thrust bearings on lateral shaft vibrations. *Journal of Tribology*, 1991, vol 113, p 811-818.
- [MOY00] MOYROUD F., COSME N., JOCKER M., FRANSSON T. H., LORNAGE D., JACQUET-RICHARDET G. A fluid-structure interfacing technique for computational aeroelastic simulations. In P. Ferrand & S. Aubert. (Eds) *Proc. 9<sup>th</sup> International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines*, 2000, Lyon. p 721-738. Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble.
- [MOY99] **MOYROUD F., JACQUET-RICHARDET G. FRANSSON T. H.** Aeroelasticity in turbomachines: effects of coupling modeling and blade material changes. *International journal for rotating machinery*, 2000, vol 6 n°4, p 265-273.
- [MOY98] **MOYROUD F.** Fluid-structure integrated computational methods for turbomachinery blade flutter and forced response predictions. Thèse de doctorat: INSA de Lyon (98 ISAL 0101), PhD thesis: KTH Stockholm (TRITA-KRV-1998-2), 1998. 148 p.
- [MUS88] **MUSZINSKA A.** Stability of whirl and whip in rotor/bearing systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1988, vol 127, n° 1, p 49-64.

- [MUS91] **MUSZINSKA A., GRANT J. W.** Stability and instability of a two-mode rotor supported by two fluid-lubricated bearings. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1991, vol 113, p 316-324.
- [NOM92] **NOMURA T., HUGHES T. J. R.** An arbitrary lagrangian eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1992, vol 95, p 115-138.
- [NOM94] **NOMURA T.** ALE finite element computations of fluid-structures interaction problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1994, vol 112, p 291-308.
- [PER99] **PERNG Y-L., CHIN J-H.** Theoritical and experimental investigations on the spinning BTA deep-hole drill shafts containing fluids and subject to axial forces. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1999, vol 41, p 1301-1322.
- [PON95] **PONTHOT J. P.** Mécanique des milieux continus solides en grandes transformations et traitement unifié par la méthode des éléments finis. Thèse: Université de Liège, 1995.
- [PON97] **PONTHOT J. P., BELYTSCHKO T.** Arbitrary lagrangian eulerian formulation for element free Galerkin method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1997, vol 152, p 19-46.
- [REN98] **RENSHAW A. A.** Critical speed for floppy disks. *Journal of Applied Mechanics*, 1998, vol 65, p 116-120.
- [RIE96] **RIEUTORD P.** Comportement dynamique des rotors de turbomachines avec couplage fluide structure, méthode tridimensionnelle. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de LYON, 1996. 98 p.
- [RIV01] **RIVAS-GUERRA A., MIGNOLET M.P.** Local/global effects of mistuning on the forced response of bladed disks. *ASME Paper 2001-GT-0289*, 2001, 12 p.
- [SRI97] **SRINIVASAN A.V.** Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades. *ASME paper 97GT533*, 1997, 35 p.
- [UND97] **UNDREINER S., FREI A.** Simulation du comportement dynamique de la zone lame fluide entre le flasque de la roue et le corps de pompe. *Colloque de la société hydrotechnique de France*, Chatou, 19-20 Novembre 1997, p 185-191.
- [VAN99] **VAN DE VRANDE B. L., DE KRAKER B.** Influence of bearing compliance on long-term nonlinear rotordynamics. *Proceedings of the ASME 1999 Design Engineering Technical Conferences*, Las Vegas (Nevada), 1999, vol 7 Part A, p1591-1596.
- [WET96] **WETTERGREN H.L., OLSSON K.-O.** Dynamic instability of a rotating asymmetric shaft with internal viscous damping supported in anisotropic bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, vol 195, n° 1, p 75-84.
- [WET98] **WETTERGREN H.L.** Optimal design to reduce dynamic instability of a turbine generator due to microslip. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, vol 214, n° 1, p 57-66.
- [ZIE91] **ZIENKIEWICZ O.C., TAYLOR R.L.** *The finite element method Fourth edition.* London: Mc Graw-Hill book compagny, 1991. 620 p.

# **ANNEXE 1:**

# CHOIX DU REPERE D'ETUDE / AMORTISSEMENT

# I. Présentation du modèle

Le modèle retenu est le modèle présenté dans [LAL98] p.12 (Figure A1.1). Il est composé d'un ensemble disque-arbre étudié en flexion. L'arbre est appuyé-appuyé et sa longueur est L.

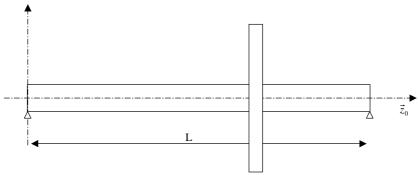


Figure A1.1 : Schéma du système non amorti

Concernant les déplacements, vitesses et accélérations, des lettres majuscules sont utilisées quand ceux ci sont exprimés dans  $R_0$  et des lettres minuscules quand ceux ci sont exprimés dans R (Figure I.2). Par séparation des variables, Les déplacements s'écrivent sous la forme :

$$U = f(z)Q_1(t) \tag{A1.1}$$

$$V = f(z)Q_2(t) \tag{A1.2}$$

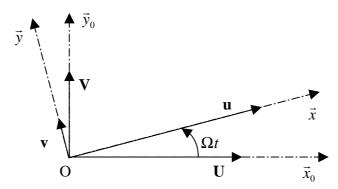


Figure A1.2 : Repères et déplacements Notation

Le premier mode est raisonnablement exprimé par (hypothèse de Rayleigh) :

$$f(z) = \sin\frac{\pi z}{L} \tag{A1.3}$$

Dans le repère R<sub>0</sub> (non tournant), le mouvement du système non amorti est donné par :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Q}_1 \\ \ddot{Q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Omega a \\ \Omega a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(A1.4)

Deux types d'amortissement, tournant et non tournant par rapport au repère  $R_0$ , est considéré (Figure A1.3). Pour l'amortissement tournant, 4 amortisseurs c sont placés à 90° entre les points  $A_i$  (z=0) et  $B_i$  (z=L) (i=1,4). Pour l'amortissement non tournant, deux amortisseurs c' (type palier par exemple) sont positionnés au point C, actifs dans les directions  $\vec{x}_0$  et  $\vec{y}_0$ .

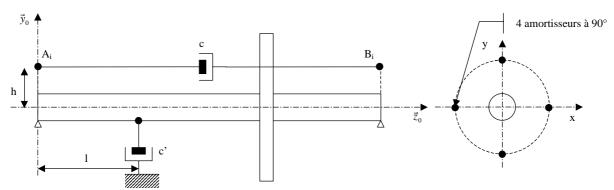


Figure A1.3 : Schéma du système amorti

# II. Mise en équation dans le repère fixe $R_0$

### II.1. Amortissement tournant

En notant  $w_{i1}$  et  $w_{i2}$  les déplacements des points  $A_i$  et  $B_i$  dans la direction  $\vec{z}$ , l'énergie dissipée par un amortisseur est :

$$R = \frac{1}{2}c(\dot{w}_{i1} - \dot{w}_{i2})^2 \tag{A1.5}$$

Dans le plan (yOz),  $w_{i1}$  et  $w_{i2}$  sont exprimés en fonction de u et v (déplacements dans le repère tournant) :

$$\dot{w}_{i1y} = -\frac{\partial \dot{v}}{\partial z}_{(z=0)} h$$

$$\dot{w}_{i2y} = -\frac{\partial \dot{v}}{\partial z}_{(z=L)} h$$
(A1.6)

De même, dans le plan (xOz),

$$\dot{w}_{i1x} = -\frac{\partial \dot{u}}{\partial z}_{(z=0)} h$$

$$\dot{w}_{i2x} = -\frac{\partial \dot{u}}{\partial z}_{(z=L)} h$$
(A1.7)

La figure A1.4 permet d'illustrer sur un cas l'établissement des 4 expressions précédentes.

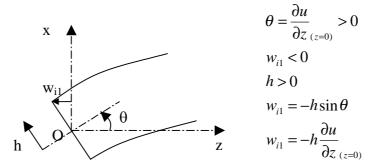


Figure A1.4 : Schéma d'une extrémité déformée

Ainsi, l'énergie dissipée par les 4 amortisseurs tournants (2 amortisseurs dans chaque plan) est :

$$R = c[(\dot{w}_{i1y} - \dot{w}_{i2y})^2 + (\dot{w}_{i1x} - \dot{w}_{i2x})^2]$$
(A1.8)

Soit:

$$R = ch^{2}\left[\left(-\frac{\partial \dot{u}}{\partial z_{(z=L)}} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial z_{(z=0)}}\right)^{2} + \left(-\frac{\partial \dot{v}}{\partial z_{(z=L)}} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial z_{(z=0)}}\right)^{2}\right]$$
(A1.9)

Les déplacements u et v sont alors exprimés dans le repère fixe en utilisant la matrice de passage P telle que :

$$[P] = \begin{bmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix}$$
(A1.10)

On obtient alors:

En utilisant l'expression des déplacements (A1.1) et (A1.2), il vient :

$$\dot{U} = f(z)\dot{Q}_1(t) \tag{A1.13}$$

$$\dot{V} = f(z)\dot{Q}_2(t) \tag{A1.14}$$

De plus, l'hypothèse concernant la forme du rotor (A1.3) permet d'écrire l'expression (A1.9) sous la forme :

$$R = \frac{4ch^2\pi^2}{L^2} [\dot{Q}_1^2 + \Omega^2 Q_1^2 + \dot{Q}_2^2 + \Omega^2 Q_2^2 - 2\Omega \dot{Q}_1 Q_2 + 2\Omega Q_1 \dot{Q}_2]$$
(A1.15)

En posant  $c_{\scriptscriptstyle t} = \frac{4ch^2\pi^2}{L^2}$  et en appliquant les équations de Lagrange :

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{Q}_1} = c_t \dot{Q}_1 - c_t \Omega Q_2 \tag{A1.16}$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{Q}_2} = c_t \dot{Q}_2 + c_t \Omega Q_1 \tag{A1.17}$$

# II.2. Amortissement fixe

L'énergie dissipée par les amortisseurs non tournants est :

$$R = \frac{1}{2}c'(\dot{U}^2 + \dot{V}^2) \tag{A1.18}$$

En utilisant (A1.13) et (A1.14), en positionnant les amortisseurs à z=1, on a :

$$R = \frac{1}{2}c'\sin^2\frac{\pi l}{L}(\dot{Q}_1^2 + \dot{Q}_2^2)$$
 (A1.19)

En posant  $c_f = c' \sin^2 \frac{\pi l}{L}$  et en appliquant les équations de Lagrange :

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{Q}_1} = c_f \dot{Q}_1 \tag{A1.20}$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{Q}_2} = c_f \dot{Q}_2 \tag{A1.21}$$

### II.3. Equations du système amorti dans le repère fixe $(\mathbf{R}_0)$

Ainsi, dans le repère fixe, les équations du mouvement du système amorti sont données par :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Q}_1 \\ \ddot{Q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_t + c_f & -\Omega a \\ \Omega a & c_t + c_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -\Omega c_t \\ \Omega c_t & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(A1.22)

# III. <u>Mise en équation dans le repère tournant (R)</u>

En utilisant de nouveau la matrice de passage [P] (A1.10), les déplacements dans le repère fixe et leurs dérivées sont exprimés en fonction de [P], des déplacements dans le repère tournant et de leur dérivées.

$$\begin{cases}
Q_1 \\
Q_2
\end{cases} = [P]^t \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2
\end{cases}$$
(A1.23)

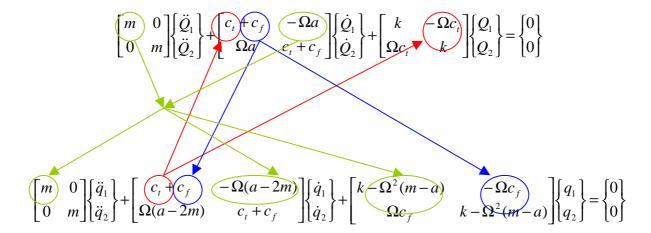
En reportant les expressions (A1.23), (A1.24) et (A1.25) dans (A1.22), l'équation du mouvement exprimée dans le repère tournant est obtenue.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_t + c_f & -\Omega(a - 2m) \\ \Omega(a - 2m) & c_t + c_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k - \Omega^2(m - a) & -\Omega c_f \\ \Omega c_f & k - \Omega^2(m - a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(A1.26)

Les termes liés au choix du repère d'étude sont ainsi mis en évidence sur un exemple académique mais représentatif.

# IV. Conclusion

Sur cet exemple simple, la prise en compte des différents types d'amortissement rencontrés dans les machines tournantes est mise en évidence ainsi que l'influence du choix du repère d'étude sur la forme des équations. Ainsi, en mettant les deux équations régissant le comportement du système amorti en parallèle, les différents termes liés au choix du repère apparaissent clairement.



### FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM: LORNAGE
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE DE SOUTENANCE
11 Décembre 2001

Prénoms: David

TITRE: DYNAMIQUE GLOBALE DES LIGNES D'ARBRES DE TURBOMACHINES

COUPLEES AUX FLUIDES ENVIRONNANTS APPLICATION AU CAS DES LAMES FLUIDES

NATURE : Doctorat Numéro d'ordre : 01 ISAL 0067

Formation doctorale: MEGA

cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

#### **RESUME:**

Les lignes d'arbres de turbomachines doivent répondre à des exigences sans cesse croissantes en terme de fiabilité, performances et sécurité. Une modélisation précise des parties tournantes prenant en compte l'ensemble des couplages possibles devient donc de plus en plus souvent nécessaire. Dans ce contexte, le travail présenté vise à développer une modélisation globale adaptée aux ensembles roues/arbres tournants dans un fluide environnant, ceci afin de prévoir le comportement dynamique du système.

Tout d'abord, l'utilisation et l'intérêt des formulations eulériennes, lagrangiennes et mixtes de type ALE sont rappelés. Une synthèse bibliographique sur les techniques classiques utilisées en mécanique des structures et sur les techniques de couplage dans l'étude des machines tournantes est alors présentée.

Ensuite, la technique de couplage retenue est exposée. Elle utilise des modèles fluides et structures développés et validés indépendamment. Le domaine structure est discrétisé par la méthode des éléments finis et le modèle est tridimensionnel. Le domaine fluide est discrétisé par la méthode des différences finies en prenant en compte les hypothèses liées aux films minces. Une projection en base modale associée à une grille placée à l'interface des domaines fluide et structure permet un couplage efficace, souple et évolutif.

Enfin, la méthode présentée est appliquée à trois cas tests. Les deux premiers sont composés d'un ensemble arbre/disque couplé d'une part à une lame fluide entre le disque et un carter et d'autre part à un palier hydrodynamique. Ces deux cas tests permettent une première validation de la méthode de couplage. Le troisième cas test a pour but d'étudier une structure plus proche de la réalité composée d'un arbre et d'une roue couplée à une lame fluide entre un flasque de roue et un carter. Ces trois applications permettent de dégager des tendances liées aux effets du fluide et des couplages entre les sous-ensembles flexibles de la structure.

MOTS-CLES: Modélisation – Modèle 3D – Rotor – Dynamique – Film fluide –

Couplage fluide structure – Réduction modale - Grille - Interface

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Structures (LMSt) UMR CNRS 5006

Directeur de thèse : G. JACQUET-RICHARDET

Président de jury : GUYADER J.L.

Composition du jury : BONNEAU O., FERRARIS G., GUYADER J.L., JACQUET-RICHARDET G.,

LALANNE M., PESEUX B., THOUVEREZ F.