

N° d'ordre NNT : 2016LYSEI015

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

préparée au sein de
l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

École Doctorale 162
Mécanique, Énergétique, Génie civil, Acoustique

Spécialité de doctorat
MÉCANIQUE – GÉNIE MÉCANIQUE – GÉNIE CIVIL

Soutenue publiquement le 22 Février 2016, par :

Eduardo GUZMAN MALDONADO
Ingénieur

**MODÉLISATION ET SIMULATION
DE LA MISE EN FORME DES MATÉRIAUX COMPOSITES
PRÉIMPRÉGNÉS À MATRICE THERMOPLASTIQUE ET À
FIBRES CONTINUES**

Devant le jury composé de :

D. DELAUNAY	Directeur de recherche (CNRS/Université de Nantes)	Rapporteur
P. OLIVIER	Professeur (Institut Clément Ader)	Rapporteur
J. BIKARD	Docteur ingénieur (Solvay, Saint-Fons)	Examineur
S. DRAPIER	Professeur (Mines Saint-Étienne)	Examineur
P. BOISSE	Professeur (INSA de Lyon)	Directeur
N. HAMILA	Maitre de conférences (INSA de Lyon)	Co-Directeur

INSA Direction de la Recherche - Écoles Doctorales - Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ÉCOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNÉES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bâtiment Blaise Pascal 3 ^{ème} étage 04.72.43.80.46 Insa : R. GOURDON secretariat@edchimie-lyon.fr	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon - Collège Doctoral Bâtiment ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél. : 04.72.43.13.95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://eedea.ec-lyon.fr Sec. : M.C. HAVGOUDOUKIAN eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI École Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél. : 04.72.18 60.97 Fax : 04.78.43.37.17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec. : Bâtiment Atrium- UCB Lyon 1 Tél. : 04.72.44.83.62 Insa : S. REVERCHON secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	M. Fabrice CORDEY Laboratoire de Géologie de Lyon Université Claude Bernard Lyon 1 Bâtiment Géode - Bureau 225 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.44.83.74 fabrice.cordey@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ http://www.ediss-lyon.fr Sec. : Safia AIT CHALAL Bâtiment Atrium - UCB Lyon 1 Tél. : 04.72.44.83.62 Insa : Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 69621 VILLEURBANNE Tél. : 04.72.68.49.09 Fax : 04.72.68.49.16 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bâtiment Blaise Pascal 3 ^{ème} étage infomaths@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS - INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél. : 04.72.43.80.46 Fax : 04.72.43.16.87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATÉRIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec. : M. LABOUNE PM : 71.70 Fax : 87.12 Bâtiment Saint-Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint-Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél. : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.85.28 Ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://edmega.universite-lyon.fr/ Sec. : M. LABOUNE PM : 71.70 Fax : 87.12 Bâtiment Saint-Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél. : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.72.37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec. : Viviane POLSINELLI Sec. : Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr	Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél. : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48 isavonb@gmail.com

Modélisation et simulation de la mise en forme des composites préimprégnés à matrice thermoplastiques et fibres continues

Les matériaux composites sont largement employés dans le domaine aérospatial grâce à leurs excellentes propriétés mécaniques, leur résistance aux chocs et à la fatigue, tout en restant plus légers que les matériaux conventionnels.

Au cours des dernières années, l'industrie automobile a montré un intérêt croissant pour les procédés de fabrication et de transformation de matériaux composites à matrice thermoplastiques. Cela favorisé par le développement et l'optimisation des procédés de mise en forme tels que le thermostamping, en vue de la réduction de temps de cycle. La modélisation et la simulation de ce procédé sont des étapes importantes pour la prédiction des propriétés mécaniques et de la faisabilité technique des pièces à géométrie complexe. Elles permettent d'optimiser les paramètres de fabrication et du procédé lui-même. À cette fin, ce travail propose une approche pour la simulation de la mise en forme des matériaux composites préimprégnés thermoplastiques.

Un modèle viscohyperélastique avec une dépendance à la température a été proposé dans l'objectif de décrire le comportement du composite thermoplastique à l'état fondu. Et permet de faire des simulations de mise en forme à différentes températures. Au cours cette simulation, des calculs thermiques et mécaniques sont effectués de manière séquentielle afin d'actualiser les propriétés mécaniques avec l'évolution du champ température. L'identification des propriétés thermiques sont obtenues par homogénéisation à partir des analyses au niveau mésoscopique du matériau. La comparaison de la simulation avec le thermoformage expérimental d'une pièce représentative de l'industrie automobile analyse la pertinence de l'approche proposée.

MOTS CLÉS : Préimprégné, Thermoplastique, Thermomécanique, Viscoélasticité, Analyse par éléments finis, Mise en forme

Modelling and simulation of the forming of continuous fibre thermoplastics composites

Pre-impregnated thermoplastic composites are widely used in the aerospace industry for their excellent mechanical properties, impact resistance and fatigue strength all at lower density than other common materials.

In recent years, the automotive industry has shown increasing interest in the manufacturing processes of thermoplastic-matrix composites materials, especially in thermoforming techniques for their rapid cycle times and the possible use of pre-existing equipment. An important step in the prediction of the mechanical properties and technical feasibility of parts with complex geometry is the use of modelling and numerical simulations of these forming processes which can also be capitalized to optimize manufacturing practices. This work offers an approach to the simulation of thermoplastic prepreg composites forming.

The proposed model is based on convolution integrals defined under the principles of irreversible thermodynamics and within a hyperelastic framework. The simulation of thermoplastic prepreg forming is achieved by alternate thermal and mechanical analyses. The thermal properties are obtained from a mesoscopic analysis and a homogenization procedure. The comparison of the simulation with an experimental thermoforming of a part representative of automotive applications shows the efficiency of the approach.

KEYWORDS: Prepreg, Thermoplastic resin, Thermomechanical, Viscoelasticity, Finite element analysis (FEA), Forming

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	ix
Introduction	1
1 Les matériaux composites :	
Mise en forme et état de l'art.	3
1.1 Présentation générale des matériaux composites	4
1.2 Les matériaux composites à fibres continues et matrice organique	5
1.2.1 Les mèches	5
1.2.2 Le renfort	7
1.2.3 Les matrices organiques	10
1.2.4 Les préimprégnés	11
1.3 Procédés de fabrication	13
1.3.1 Tissus secs	13
1.3.2 Préimprégnés thermoplastiques	15
1.4 Modélisation et Simulation de la mise en forme des renforts tissés.	18
1.4.1 Modélisation à l'échelle microscopique	18
1.4.2 Simulation mésoscopique	19
1.4.3 Modélisation à l'échelle macroscopique	22
1.5 Bilan Chapitre 1	27
2 Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.	29
2.1 Les différents modes de déformation	30
2.1.1 Non-glissement entre les réseaux chaîne et trame	30
2.1.2 Comportement en tension	31
2.1.3 Comportement en flexion	35
2.1.4 Comportement en cisaillement	37
2.2 Analyse thermomécanique et comportement viscoélastique des préimprégnés	41

2.2.1	Présentation du matériau	41
2.2.2	Analyse thermiques	42
2.2.3	Caractérisation en flexion	43
2.2.4	Caractérisation du cisaillement plan par Bias-extension test	44
2.3	Bilan Chapitre 2	53
3	Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques	55
3.1	Introduction	57
3.2	Mécanique des milieux continus en grandes transformations	58
3.2.1	Description du mouvement	58
3.2.2	Tenseur gradient de la transformation	58
3.2.3	Mesure des déformations	59
3.2.4	Mesure des contraintes	60
3.2.5	Loi de comportement et principe d'objectivité	62
3.3	Thermodynamique des milieux continus	63
3.3.1	Deuxième principe de la thermodynamique	64
3.3.2	Variables d'état et potentiels thermodynamiques	65
3.3.3	Thermodynamique rationnelle	65
3.3.4	Thermodynamique des processus irréversibles	65
3.4	Lois hyperélastiques	66
3.4.1	Définitions	66
3.4.2	Hyperélasticité isotrope	67
3.4.3	Hyperélasticité orthotrope	68
3.4.4	Hyperélasticité orthotrope pour les renforts tissés	68
3.5	Modèle Viscohyperélastique pour les renforts préimprégnés thermoplastiques	70
3.5.1	Comportement viscoélastique	72
3.6	Choix des potentiels et identification des paramètres	81
3.6.1	Élongation	81
3.6.2	Flexion	83
3.6.3	Cisaillement plan	83
3.6.4	Dépendance de la température	88
3.7	Bilan Chapitre 3	92
4	Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.	93
4.1	Introduction	94
4.2	Conduction en régime stationnaire	95
4.2.1	Cas des milieux Homogènes	95
4.2.2	Conditions aux limites	97
4.2.3	Cas des milieux hétérogènes	97
4.2.4	Conductivité thermique équivalente	99

4.3	Schéma d'homogénéisation	100
4.3.1	Choix de conditions aux limites	101
4.3.2	Extraction du flux macroscopique	104
4.3.3	Calcul du tenseur de conductivité équivalente	105
4.4	Application	106
4.4.1	Choix du VER	106
4.4.2	Propriétés thermiques des constituants	106
4.4.3	Implémentation	109
4.5	Résultats	110
4.5.1	Cas orthotrope	110
4.5.2	Influence de l'angle de cisaillement	112
4.6	Comparaison avec la littérature	115
4.7	Bilan Chapitre 4	118
5	Simulation numérique du thermoformage	119
5.1	Introduction	120
5.2	Schémas d'intégration temporelle	121
5.3	Discrétisation spatiale	123
5.4	Calcul de courbure	125
5.5	Algorithme d'intégration des variables internes	126
5.6	Simulation de la mise en forme des préimprégnées	128
5.6.1	Emboutissage cylindrique	129
5.6.2	Double Dome	131
5.6.3	Pièce industrielle représentative du secteur automobile	135
5.7	Bilan Chapitre 5	138
	Conclusions et perspectives	139
	Annexes	141
A	Relations pour l'identification des paramétrés du Bias-extension Test	143
A.1	Relation Effort- Contrainte	143
A.2	Calcul de la contrainte dans le cas des renforts hyperélastique orthotropes.	145
B	Élément <i>rotation free</i> S3 :	
	Expression de la courbure	147
B.1	Expressions de la courbure des mèches	147
B.2	Calcul des rotations de corps rigide	150
	Bibliographie	155

Table des figures

1.1	Procédé de filage et d'assemblage des mèches en fibre de verre	7
1.2	Schéma d'un métier à tisser et principaux outils du procédé	8
1.3	Les différents motifs de tissage 2D.	9
1.4	Embuvage d'une mèche	9
1.5	Armures de renforts 3D	10
1.6	Procédés adaptés à la préconsolidation de préimprégnés	12
1.7	Illustration du processus d'infusion sous vide	13
1.8	Illustration du processus RTM	14
1.9	Chaîne de production par enroulement filamentaire thermoplastique . .	15
1.10	Principales étapes du procédé de thermostampage	17
1.11	Chaîne de thermostampage	17
1.12	Modélisation à l'échelle microscopique d'un renfort	19
1.13	Modélisation analytique mésoscopique de Kawabata	20
1.14	Génération d'un renfort 3D	21
1.15	Modélisation d'un interlock par traitement d'une microtomographie. . .	21
1.16	Méthode du filet	22
1.17	Drapage d'une pièce complexe avec l'algorithme du filet	23
1.18	Modèle de Sze et Liu	23
1.19	Discrétisation du renfort en treillis et exemple de mise en forme d'un emboutissage sphérique	24
1.20	Résultats expérimentaux et numériques d'un emboutissage de type double	25
1.21	Élément triangulaire semi-discret et application	26
1.22	Représentation de deux nappes et des coutures les liant dans un modèle semi-discret	27
2.1	Les différentes échelles d'un renfort tissé	30
2.2	Validation de l'hypothèse de non-glissement relatif des mèches	31
2.3	Comportement en tension de mèches	31
2.4	La comportement bi-axiale non linéaire des tissés	32
2.5	Mesure de la sollicitation en traction bi-axiale des tissées	33
2.6	Essai de traction sur mèche préimprégnée à hautes températures	34
2.7	Test de relaxation pour une mèche préimprégnée	34
2.8	Principe de fonctionnement du fléxomètre	35

Table des figures

2.9	Fléxomètre de De Bilbao	36
2.10	Dispositif de flexion de préimprégnés à hautes températures	36
2.11	Mécanisme de déformation au cours du cisaillement	37
2.12	Cinématique et dispositif expérimental	38
2.13	Dispositif du Picture frame dans une enceinte thermique	39
2.14	Cinématique du Bias-Test	39
2.15	Microtomographie (μ CT) d'un préconsolidé thermoplastique	41
2.16	DSC effectués sur le préconsolidé étudié	42
2.17	Flexion à chaud d'un préconsolidé	43
2.18	Mesure de la rigidité en flexion du préconsolidé à différentes températures	44
2.19	Montage expérimentale et détail de conception des mors.	45
2.20	Placement des thermocouples sur l'éprouvette	46
2.21	Cycle thermique imposé sur l'éprouvette	47
2.22	Courbe Effort/temps et déplacement imposé des mors	48
2.23	Évolution de la géométrie du Bias extension test	48
2.24	Modification de géométrie afin de respecter les conditions limites	49
2.25	Éprouvettes après déformation pour deux géométries différentes.	50
2.26	Courbes effort/déplacement moyennes pour différentes températures.	51
2.27	Courbes effort/temps moyennes pour différentes températures.	51
2.28	Mise en évidence du cycle thermique	52
2.29	Évolution de la géométrie du Bias-extension test	52
3.1	Configurations initiale et déformée d'un solide	58
3.2	Définition du vecteur contrainte	61
3.3	Modes de déformation des renforts 2D	70
3.4	Définition de l'angle de cisaillement plan	71
3.5	Modèle standard linéaire du solide	73
3.6	Fonction de fluage et fonction de relaxation du modèle linéaire standard	74
3.7	Modèle standard linéaire du solide	75
3.8	Estimation du taux de fibres dans la direction chaîne	82
3.9	Algorithme d'optimisation Levenberg-Marquardt	86
3.10	Identification des paramètres viscoélastiques par approche inverse	87
3.11	Variation linéaire des paramètres viscoélastiques.	89
3.12	Comparaison entre les résultats expérimentaux et modélisés pour différentes températures.	91
3.13	Évolution de l'énergie de déformation du cisaillement plan en fonction de la température.	91
4.1	Équilibre thermique dans un solide isotrope	95
4.2	Solide hétérogène : réseaux de mèches dans une matrice.	98
4.3	Reconstitution du renfort par translation d'un volume élémentaire	99
4.4	Modèles géométriques représentant un volume élémentaire d'un taffetas.	100
4.5	Paramétrage du VER	101

4.6	Paramétrage du cisaillement pur du VER	103
4.7	VER modélisé à l'aide de TexGen	106
4.8	Directions locales des mèches obtenues avec TexGen	106
4.9	Conductivité thermique du PA 6.6 en fonction de la température	107
4.10	Estimation du taux de mèches dans le matériau	108
4.11	Conductivité thermique longitudinale et transversale des mèches	109
4.12	Gradient de température appliqué dans les trois direction du repère	111
4.13	Conductivité thermique du VER en fonction de la temperature	111
4.14	Configuration du VER pour différents angles de cisaillement.	112
4.15	k_{11} en fonction de la température et l'angle de cisaillement	113
4.16	k_{22} en fonction de la température et l'angle de cisaillement	113
4.17	k_{12} en fonction de la température et l'angle de cisaillement	114
4.18	k_{33} en fonction de la température et l'angle de cisaillement	114
4.19	Variation des conductivités thermiques en fonction de l'angle de cisaillement	115
4.20	Paramètres géométriques de la cellule élémentaire Dasgupta	116
4.21	Comparaison des résultats entre les modèles de la littérature et la méthode employée dans ce travail.	117
4.22	Flux thermique dans le plan et dans l'épaisseur	117
5.1	Directions matérielles et définition de bases	125
5.2	Élément S3 étudié entouré des trois éléments voisins	126
5.3	Simulation numérique du Bias-extension Test	129
5.4	Modèle numérique et maillage de l'emboutissage hémisphérique	129
5.5	Modes de déformation des renforts 2D	130
5.6	Modes de déformation des renforts 2D	131
5.7	Modèle numérique et maillage d'un quart de la géométrie du Double Dome.	131
5.8	Champ de cisaillement du Double Dome	132
5.9	Comparaison du champ de cisaillement pour deux champs de température.	133
5.10	Évolution du champ de température moyenné au cours de la mise en forme	134
5.11	Pièce industrielle thermoformée	135
5.12	Modèle numérique et dimensions de la zone étudiée.	136
5.13	Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux de la pièce industrielle à différents états de la mise en forme	137
5.14	Évolution du profil géométrique du gonflement central	138
A.1	Bias-extension test	143
B.1	Caractéristiques du S3	147
B.2	Élément S3 étudié	150
B.3	Poutre en flexion	150

Liste des tableaux

1.1	Compositions massiques principales des fibres de verre	6
2.1	Principales propriétés du préconsolidé étudié	41
2.2	Température de fusion et température de cristallisation moyennes en fonction des vitesses de chauffage/refroidissement	43
2.3	Rigidités en flexion du préconsolidé	44
3.1	Mode de déformation et invariants associés des matériaux composites orthotropes	69
3.2	Paramètres des potentiels en traction	82
3.3	Paramètres des potentiels en traction	83
3.4	Paramètres correspondant au mode de déformation en cisaillement plan	87
3.5	Paramètres correspondant à l'interpolation linéaire du mode de déformation en cisaillement plan	90
4.1	Conditions limites périodiques en fonction de l'angle de cisaillement	103
4.2	Valeurs associées aux taux volumiques de fibres et de polymère du VER	108
4.3	Estimation du taux de fibres dans les mèches et conductivités thermiques associées	116
5.1	Différents schémas d'intégration temporelle	122

Introduction

Les matériaux composites à matrice thermoplastique et fibres continues sont relativement jeunes dans le marché industriel en comparaison aux composites à matrice thermodurcissable. Cependant, les résines thermoplastiques présentent des nombreux avantages : une meilleure stabilité thermique, une meilleure résistance aux chocs et à l'environnement ainsi qu'un cycle de mise en forme plus court. Par conséquent, ce matériau est devenu un candidat privilégié pour la production en série des structures à haute performance.

Depuis quelques années, différents secteurs dans l'industrie, dont le secteur énergétique [BRØ 05], médical[RAM 01], sportif[EAS 12], et plus particulièrement le secteur automobile[VER 06, FUC 08], ont montré un intérêt croissant dans leurs processus de fabrication et de transformation. Parmi ces procédés, le thermoformage/thermostampage s'avère particulièrement intéressant. Il est basé sur des méthodes similaires à l'emboutissage des tôles métalliques. Cette dernière étant un procédé facilement automatisable, permet des cycles de production rapides.

Afin de prédire les propriétés mécaniques de la pièce, sa morphologie et des éventuels défauts, il est important de prendre en compte l'influence des paramètres de fabrication sur la structure finale. Cela est possible uniquement si l'on dispose d'un modèle de comportement adapté aux conditions du procédé. Pour les industriels, la méthode d'essai-erreur devient prohibitive pour une large gamme de fabrication de pièces. Afin de contourner ce problème, la simulation se présente comme une très bonne alternative.

Différentes approches ont été développées ces dernières années afin de modéliser la mise en forme des composites. Elles peuvent être classifiées en trois groupes : cinématiques, discrètes et continues. Dans les cas des approches cinématiques ou « algorithmes du filet » [VAN 91], la longueur des fibres est considérée constante et la rotation entre les mèches aux intersections est supposée libre. Elle constitue une approche très efficace en termes de temps de calcul. Cependant, les résultats sont purement géométriques, car les propriétés mécaniques sont omises. Par ailleurs, les méthodes discrètes, travaillent à l'échelle de la mèche pour maintenir des temps de calcul raisonnables[CHE 01b, SZE 05, BOU 07]. Le renfort est modélisé par des éléments simples tels que les bars et les poutres élastiques. Le comportement non linéaire associé à la matrice est généralement modélisé à l'aide des poutres viscoélastiques ou des membranes [SHA 04, SKO 07].

Dans les modèles continus, le matériau est considéré comme un milieu continu. Ces modèles ont été largement étudiés. Un des premiers modèles a été proposé par Rogers

[ROG 89a] en partant des travaux de Spencer [SPE 72, SPE 84]. Dans ce modèle, les fibres sont considérées quasi inextensibles et le matériau composite est considéré comme étant un modèle renforcé idéalisé. Ce modèle continue à être aujourd'hui une référence pour différents travaux [CHE 01a, THI 07, JAU 09, HAR 04b] qui proposent des modifications et implémentent des techniques plus complexes, telles que les méthodes d'homogénéisation [HSI 99]. Le but de cette étude est de proposer une approche différente pour la modélisation de la mise en forme de matériaux composites à matrice thermoplastique.

Ce document est composé de cinq chapitres. Le premier chapitre introduit les généralités des matériaux composites et leurs procédés de fabrication et de transformation. Le deuxième chapitre est consacré à l'analyse thermomécanique des matériaux préimprégnés à l'état fondu à l'aide du Bias extension test.

Le modèle mécanique qui en découle est présenté est détaillé dans le chapitre III. Les différents paramètres matériaux sont obtenus par méthode inverse sur la base des résultats expérimentaux. Afin de calculer le champ de température au cours du procédé, une analyse mésoscopique fournit les propriétés thermiques du matériau au chapitre IV. Cette étude a pour objectif de calculer le tenseur de conductivité, qui dépend de la température et de l'évolution de la microstructure. Finalement, le chapitre V propose une série de simulations de mise en forme qui prend en compte l'actualisation de la carte de température. Elles mettent en avant l'influence de la température et la vitesse de déplacements des outils.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet composite Cab qui réunit 8 partenaires industriels de la région Rhône-Alpes : Reanult Trucks, Mecacorp, Plastic Omnium, Solvay, Segula, Addiplast, Saertex, Altair ; et deux universités : l'Université de Bourgogne et l'Institut National de Sciences Appliquées (INSA) de Lyon. L'objectif du projet Composite Cab est de réduire le poids des cabines de poids lourds en utilisant des matériaux composites afin de réduire les émissions de CO_2 et d'augmenter la charge utile des camions.

Chapitre 1

Les matériaux composites : Mise en forme et état de l'art.

Sommaire

1.1	Présentation générale des matériaux composites	4
1.2	Les matériaux composites à fibres continues et matrice organique	5
1.2.1	Les mèches	5
1.2.2	Le renfort	7
1.2.3	Les matrices organiques	10
1.2.4	Les préimprégnés	11
1.3	Procédés de fabrication	13
1.3.1	Tissus secs	13
1.3.2	Préimprégnés thermoplastiques	15
1.4	Modélisation et Simulation de la mise en forme des renforts tissés.	18
1.4.1	Modélisation à l'échelle microscopique	18
1.4.2	Simulation mésoscopique	19
1.4.3	Modélisation à l'échelle macroscopique	22
1.4.3.1	Approches géométriques	22
1.4.3.2	Approches mécaniques	23
1.5	Bilan Chapitre 1	27

1.1 Présentation générale des matériaux composites

Un matériau composite est un assemblage d'au moins deux constituants non miscibles dont les propriétés répondent à des besoins spécifiques non satisfaits individuellement par les composants de base. Cette définition inclut un large éventail de matériaux, certains naturels et utilisés depuis longtemps tels que le bois, les os ou le torchis, et d'autres conçus plus récemment tels que les pneumatiques ou le béton armé. Tous ces matériaux ont en commun le fait d'être composés de deux constituants : le renfort qui confère au produit final les caractéristiques mécaniques dominantes et la matrice qui apporte la cohésion de l'ensemble. La volonté d'utiliser des matériaux spécifiques à chaque application, ce dans l'optique d'optimiser les coûts et les performances mécaniques, fait des composites un sérieux candidat.

La matrice

Les matrices des matériaux composites développés actuellement sont généralement classées en deux catégories :

- *Les matrices organiques* (polymères thermoplastiques, thermodurcissables et élastomères). Elles représentent la très grande majorité des matrices utilisées industriellement grâce à leurs faibles coûts et à la facilité de leur mise en œuvre.
- *Les matrices minérales* (céramiques et métalliques). Les matrices céramiques et métalliques sont destinées à des applications de pointe. Elles interviennent lorsque les conditions environnementales ne permettent pas l'utilisation d'une matrice organique (hautes températures, hygrométrie défavorable).

Les renforts

Les renforts aussi peuvent être classifiés, cette fois en fonction de leur géométrie :

- *Les renforts particuliers* : la matrice est renforcée par une phase dispersée de particules avec ou sans orientation privilégiée. Il s'agit généralement d'inclusions granulaires (craie), lamellaires (talc, mica) ou aciculaires (wallastonite, fibres courtes). Les composites à renfort particulier sont peu utilisés à des fins structurelles, mais plutôt pour des applications spécifiques ou encore pour des produits de grande consommation.
- *Les renforts à fibres discontinues* : la matrice est renforcée par une phase dispersée de fibres courtes (de longueurs inférieures à 100 fois leur diamètre) avec ou sans orientation privilégiée. Les fibres courtes sont assemblées en nappes appelées mâts et représentent un apport volumique en fibre de l'ordre de 30%. Le composite obtenu est alors un polymère renforcé.
- *Les renforts à fibres continues* : la matrice est renforcée par une phase dispersée de fibres continues dont la longueur est voisine de celle de la pièce finale. Les directions privilégiées des fibres confèrent à la pièce finale ses caractéristiques mécaniques principales. Dans ce type de renfort, la matrice n'est présente que pour

assurer la cohésion de l'ensemble et apporter une résistance aux efforts appliqués dans des directions différentes de celles des fibres.

Ce travail concerne spécifiquement l'étude de la mise en forme des matériaux composites à renforts continus et matrice thermoplastique ou composites CFRTP (Continuum Fiber Reinforced ThermoPlastic). Les fibres utilisées pour réaliser les renforts peuvent être de différentes natures : verre, carbone ou aramide (kevlar). Cependant, en raison de la popularité des fibres de verre, en raison de leur faible coût face à leurs propriétés thermomécaniques, seul ce type de fibres sera utilisé dans le cadre de ce projet.

1.2 Les matériaux composites à fibres continues et matrice organique

Les matériaux composites à fibres continues et matrice organique sont largement répandus dans l'industrie, notamment dans le secteur militaire[LUC 00, BHA 06], aéronautique [MAZ 05] ou encore dans la construction navale[SMI 90, MOU 01]. Depuis quelques années le secteur automobile montre également un intérêt croissant pour ces matériaux afin de réduire la masse des véhicules [VER 06, FUC 08]. Néanmoins, les grandes cadences de fabrication de ce secteur exigent des cycles de fabrication courts. Avant de présenter cette étape de transformation, une description plus détaillée des différents constituants du matériau est nécessaire pour comprendre les différents phénomènes mis en jeu.

La structure multiéchelle et multimatériau d'une pièce composite conditionne son comportement final. Les fibres doivent être produites, puis assemblées en mèches qui seront liées par tissage selon différents schémas. Le renfort est ainsi obtenu. Suivant le procédé de fabrication l'ajout de la matrice a lieu avant la mise en forme. C'est le cas du thermoformage des renforts préimprégnés, sujet d'étude de ce travail, ou après déformation dans le cas des procédés du type LCM (Liquid Composite Moulding). Les principales propriétés de ces composants, leur obtention et/ou leur transformation sont présentés par la suite.

1.2.1 Les mèches

Fibres de verre

Selon l'usage qui sera fait de la fibre, plusieurs types de compositions peuvent être utilisés comme matière première. Parmi les différentes compositions classiques du verre, les plus couramment utilisées pour former ces fibres sont décrites dans le TAB.1.1. Les composantes principales sont le Silice (SiO_2) qui agit comme agent vitrifiant, l'oxyde de sodium (CaO) qui permet d'abaisser la température de fusion et l'oxyde d'aluminium (Al_2O_3) qui améliore les propriétés mécaniques du matériau.

La composition standard est celle de type E à usage général, et correspond à celle utilisée pour les fibres des renforts présentées dans ce travail. Elle représente plus du

1. Les matériaux composites :
Mise en forme et état de l'art.

Composant	Type			Composant	Type		
	E	C	A		E	C	A
SiO ₂	52-62	64	72	Fe ₂ O ₃	0.05-0.8	-	-
Al ₂ O ₃	12-16	4	0.3	TiO ₂	0-1.5	-	-
CaO	16-25	8	10	R ₂ O	0-2	-	-
MgO	0-5	3	2.8	F ₂	0-1	-	-
Na ₂ O	-	14	14.2	K ₂ O	-	1	-

Tableau 1.1 – Compositions massiques principales des fibres de verre (%) [BER 08]

95% du marché mondial des fibres de verre pour des applications de renforts classiques et de résines thermoplastiques ou thermodurcissables [BER 08]. La composition de type C est généralement utilisée dans des applications nécessitant une bonne résistance à la corrosion, typiquement pour les fibres d'isolation. Enfin, l'intérêt de la composition de type A réside principalement dans son bas coût de fabrication et est utilisée pour le verre plat et le verre de bouteille.

La composition choisie est chauffée à environ 1500°C, puis filée à grande vitesse pour former les fibres. Ce procédé permet d'obtenir des mèches silionnes (appelées également stratifils ou rovings) composées de fibres continues (par opposition aux mèches verrannes composées de fibres longues). Ces fibres ont un diamètre nominal généralement compris entre 5 et 24 microns. La FIG.1.1 illustre le procédé de fabrication des fibres par filage.

Obtention des mèches

Les fibres obtenues peuvent subir des traitements ou des transformations afin de leur conférer de nouvelles propriétés. Dans notre cas, elles sont assemblées pour former des mèches, avec des traitements supplémentaires possibles :

- Le moulinage ou le retordage permet d'apporter une torsion aux fils continus pour, dans certains cas, améliorer leurs caractéristiques mécaniques et diminuer leur section et/ou assembler par torsion plusieurs fibres ;
- La texturation confère aux fils continus des propriétés de gonflant et d'élasticité modifiant ainsi l'aspect et le confort des étoffes ;
- Le guipage consiste à recouvrir un fil d'âme par enroulement hélicoïdal avec un ou plusieurs fils simples appelés fils de couverture. Cette technique est utilisée principalement avec les fils élastiques dans le cas des applications traditionnelles (par exemple, bas et collant), elle permet également de protéger certains fils fragiles comme le carbone ou les fibres céramiques lors leur transformation des fils en surfaces textiles (tissage, tressage...).

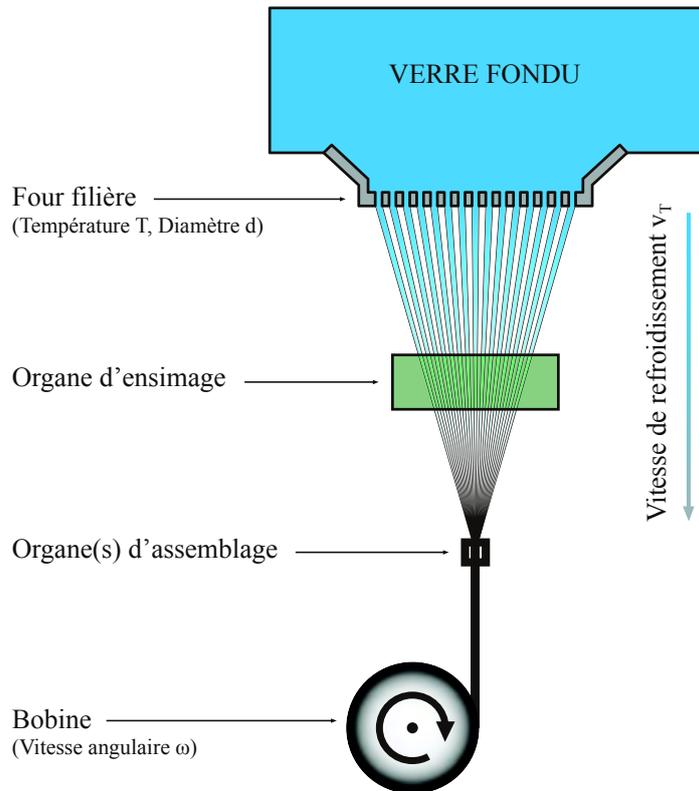


FIGURE 1.1 – Procédé de filage et d'assemblage des mèches en fibre de verre [CHA 11b]

Une fois assemblées, les mèches de fibres de verre comporte entre 1000 (1k) et 12000 (12k) fibres. Les grandeurs caractéristiques généralement utilisées pour décrire une mèche sont les suivantes : matériau, type d'assemblage, nombre de fibres, diamètre des fibres, masse linéique (en *tex*, $1 \text{ tex} = 1 \text{ g.km}^{-1}$), rigidité et résistance en tension. En ce qui concerne les caractéristiques mécaniques directement mesurables sur les fibres, leur module d'élasticité en traction est de l'ordre de 72 à 73 GPa.

1.2.2 Le renfort

Les renforts sont obtenus par assemblages de mèches de verre par un procédé de tissage. Les tissages peuvent être 2D (surfaciques), 2.5D (interlocks) ou 3D (tridimensionnels). Les premiers correspondent à un entrecroisement de mèches selon deux directions perpendiculaires (orthogonales), la chaîne et la trame. Le type d'agencement utilisé est appelé armure du renfort. Pour le cas 2D, les armures traditionnelles de l'industrie textile sont utilisées. Pour les tissages 3D, une troisième direction de mèche est ajoutée dans l'épaisseur du renfort. Finalement, les tissages nommés 2.5D se situent à la frontière des renforts 2D et 3D. Des mèches de chaînes vont alors chercher dans les couches supérieures et inférieures une, ou plusieurs mèches de trame afin de lier ensemble les couches. Seules les armures 2D seront étudiées dans ce manuscrit.

1. Les matériaux composites : Mise en forme et état de l'art.

Une armure tissée est obtenue à partir d'un métier à tisser, de la même manière que les textiles d'habillement. Le procédé de tissage nécessite un certain nombre d'étapes réalisé par des parties spécifiques du métier, illustrées FIG.1.2 : l'ouverture de foule qui permet de séparer les mèches de chaîne en deux parties grâce aux lisses créant l'espace nécessaire à l'insertion d'une trame, l'insertion proprement dite de la trame, le coup de peigne permettant de tasser les trames puis la répétition de ces trois étapes jusqu'à complétion du renfort [MAL 97].

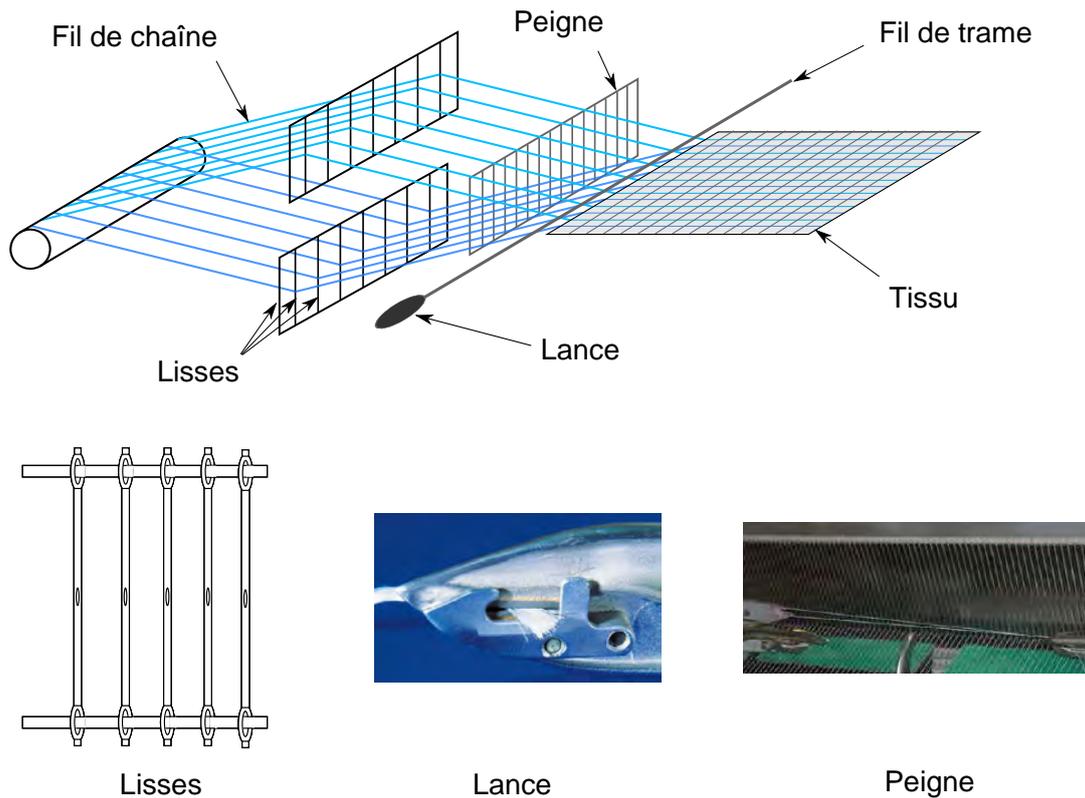


FIGURE 1.2 – Schéma d'un métier à tisser et principaux outils du procédé [FLO 13]

En ce qui concerne les tissus 2D, il existe trois armures principales (FIG.1.3) :

- *La toile ou taffetas*, l'armure la plus simple : chaque fil de chaîne passe alternativement au-dessus et en dessous de chaque fil de trame (FIG.1.3a).
- *Le sergé NxM* : le fil de trame passe au-dessus de N puis en dessous de M fils de chaîne en décalant d'un fil à chaque passage (FIG.1.3b).
- *Le satin* : les points de liage de la chaîne et de la trame sont disséminés de façon à atténuer l'effet de diagonale présent sur le sergé. Le fil de trame passe au-dessus de N fils de chaîne puis en dessous de 1. (FIG.1.3c).

La combinaison de ces trois familles d'armures et de matériaux permet d'obtenir une grande diversité de renforts tissés. Si le renfort est identique dans la direction chaîne et dans la direction trame, on parle de tissu équilibré. De façon générale, un tissu peut être caractérisé par son armure, la disposition relative des chaînes et des trames, et son

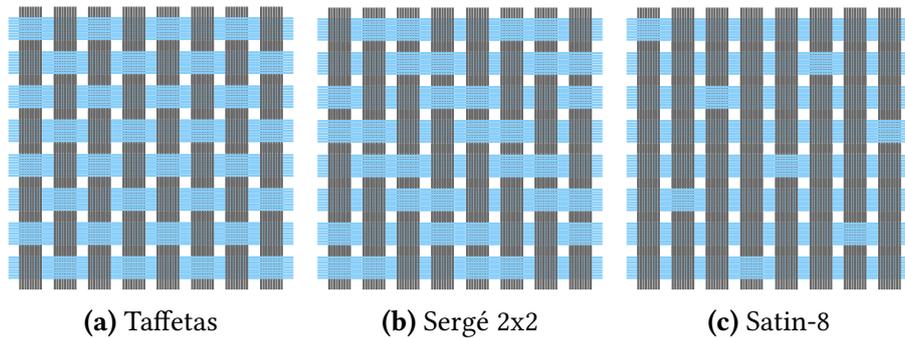


FIGURE 1.3 – Les différents motifs de tissage 2D.

embuvage. Ce dernier se définit par le rapport de la longueur du tissu dans une direction sur la longueur d'une mèche dans cette même direction. Différentes études [BUE 98, BOI 01, LOM 05, HIV 08] ont pu montrer l'influence fondamentale de l'embuvage sur le comportement mécanique des renforts. L'embuvage est donné par

$$e = \frac{l_{\text{mèche}} - l_{\text{tissu}}}{l_{\text{mèche}}} \quad (1.1)$$

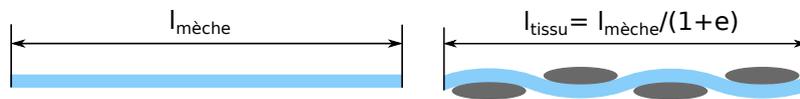


FIGURE 1.4 – Embuvage d'une mèche

Des pièces épaisses peuvent être réalisées grâce à ces armures 2D en les superposant. La structure ainsi obtenue permet d'optimiser la raideur du matériau fini en agissant sur l'orientation des plis. Cependant, dans cette configuration, la structure finale est sujette au délaminage.

Dans le cas de tissés 3D et 2.5D, les mèches de trame croisent plusieurs plans de mèches de chaîne dans l'épaisseur du matériau. Le tissé obtenu peut alors atteindre des épaisseurs de l'ordre de la dizaine de centimètres et permet d'éviter le délaminage. . Les différents agencements de structures présentés (FIG.1.5) ont une forte influence sur le comportement en tension de ces tissés [GU 02] :

- cas 1 : les mèches de chaîne relient deux couches l'une avec l'autre ;
- cas 2 : les mèches de chaîne sur les surfaces extérieures traversent toute l'épaisseur de l'échantillon pour relier toutes les couches entre elles ;
- cas 3 : les mèches de chaîne relient plusieurs couches mais suivent la même trajectoire ;
- cas 4 : les mèches de chaîne relient plusieurs couches de manière aléatoire.

1. Les matériaux composites : Mise en forme et état de l'art.

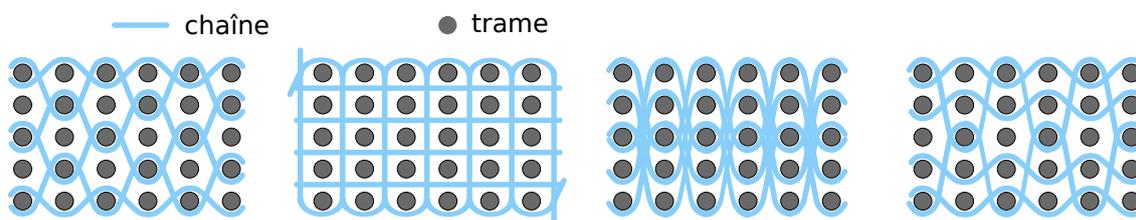


FIGURE 1.5 – Armures de renforts 3D [GU 02]

1.2.3 Les matrices organiques

Les matrices organiques (synthétiques) sont des résines *polymères*. Ces matériaux sont composés d'une série d'unités de répétitions appelées *monomères*, qui s'associent lors d'une réaction chimique connue comme polymérisation pour former des *chaînes* macromoléculaires. Les polymères les plus utilisés pour les matrices des matériaux composites appartiennent à la famille des thermodurcissables et des thermoplastiques.

Thermodurcissables

Les résines polymères thermodurcissables sont composées de chaînes macromoléculaires réticulées ou tridimensionnelles. Avant traitement thermique, la résine se trouve dans un état liquide ou pâteux solubles à température ambiante, ce qui favorise sa manipulation et l'imprégnation des fibres.

Après avoir subi un cycle de chauffage connu comme cycle de polymérisation ou cycle de réticulation, la résine devient irréversiblement solide. Ainsi, les pièces composites thermodurcissables ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois puisque la matrice devient infusible et insoluble après polymérisation.

Les résines thermodurcissables sont les plus utilisées dans l'industrie et présentent des bonnes propriétés mécaniques et une bonne résistance.

Thermoplastiques

Les matrices thermoplastiques sont composées de chaînes linéaires ou unidimensionnelles et de chaînes ramifiées ou bidimensionnelles. À la différence des résines thermodurcissables, le matériau se trouve généralement à l'état solide sous température ambiante. Sous l'action de la chaleur, le polymère peut être ramolli puis fondu et déformé et peut toutefois retrouver son état solide initial par refroidissement sans aucune modification chimique (sous certaines conditions, e.g oxydation). Le processus de transformation est réversible et, par conséquent, la matière et les pièces fabriquées peuvent être potentiellement recyclées.

Face aux matrices thermodurcissables, les composites à matrice thermoplastiques pressentent de nombreux avantages :

- Propriétés mécaniques égales ou supérieures.
- Un cycle de mise en forme plus court.

- Une plus grande facilité de stockage.
- Réversibilité et recyclage.

Le développement industriel des structures en composite à matrice thermoplastique est aujourd'hui en plein essor. Ce manuscrit fait partie des nombreux travaux qui sont en cours de développement pour industrialiser la fabrication de tels produits.

Polyamide 66

Le polyamide 6.6 ou PA 6.6 est un matériau polymère thermoplastique semi-cristallin. L'arrangement des chaînes macromoléculaires à l'intérieur du polymère présente une cristallisation partielle (microstructures organisées) noyée dans une phase amorphe (sans une orientation privilégiée). La proportion de la phase cristalline dans le matériau est définie comme le taux de cristallinité. Les propriétés thermomécaniques du matériau dépendent fortement de cette valeur.

Le PA 6.6 possède des propriétés physicochimiques et thermomécaniques exceptionnelles telles que [GUE 94] :

- Résistance intrinsèque aux huiles et graisses.
- Résistance aux solvants et aux bases.
- Tenue en fatigue élevée.
- Point de fusion élevé (260°C).
- Conservation des propriétés mécaniques dans un large domaine de température.
- Bonne résistance au fluage.
- Résistance élevée à la rupture.
- Résistance au feu.

Concernant ses inconvénients, on peut citer principalement leur reprise d'humidité qui affecte leurs propriétés [HAS 11] et leur oxydabilité à hautes températures, par exemple : le PA 6.6 devient fragile après 2 heures d'exposition à l'air à 250°C.

Compte tenu de ces excellentes propriétés, ce type de matrice polymère est un candidat prometteur dans les applications automobiles d'autant plus que sa température de fusion est supérieure à la température de cataphorèse.

1.2.4 Les préimprégnés

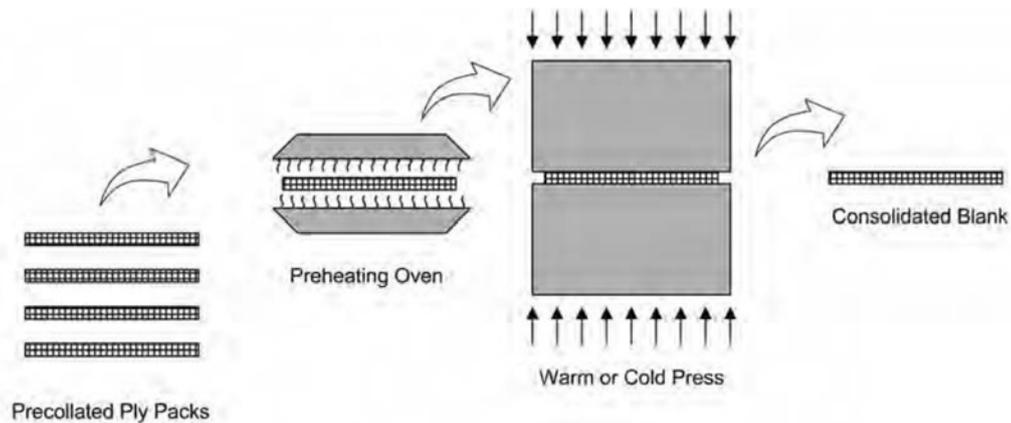
Les préimprégnés ou prépreg est le résultat de la combinaison du renfort et d'un polymère thermoplastique ou thermodurcissable déjà réunis avant la mise en forme.

Comme mentionné précédemment, un des avantages des thermodurcissables est la bonne imprégnation de fibres de par sa faible viscosité à température ambiante ; alors que les thermoplastiques doivent être chauffés au-delà de la température de fusion et nécessite une phase de compaction sur une longue durée afin d'imprégner correctement les fibres. Cette étape affecte le cycle de mise en forme en augmentant le temps de consolidation, nécessaire à la suppression des porosités par compaction.

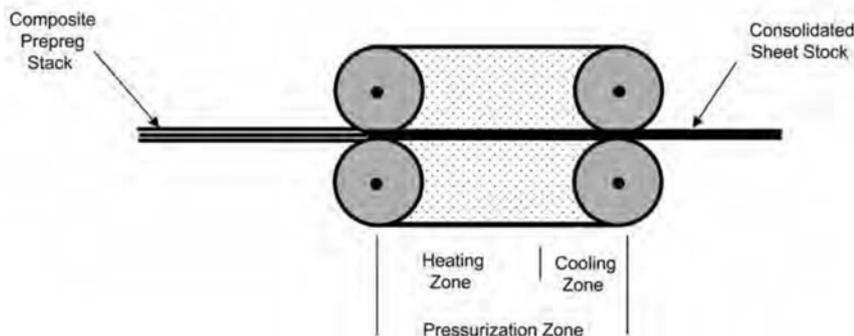
1. Les matériaux composites :
Mise en forme et état de l'art.

Différentes approches ont été proposées afin de surmonter ce problème par la production de produits intermédiaires. Tel est le cas des préconsolidés, où un empilement des différents préimprégnés est consolidé à haute pression sous la forme de plaques semi-finies. L'imprégnation des renforts est obtenue généralement par imprégnation à l'état ramolli où les renforts traversent un bain de polymère à l'état fondu.

La FIG.1.6 montre deux exemples de procédés pour la préconsolidation des pré-preg thermoplastiques [CAM 10]. Dans la FIG.1.6a un empilement de préimprégnés est chauffé puis consolidé à l'aide d'une presse à plaques. La FIG.1.6b montre un procédé connu comme "Rolling Forming" où l'ensemble de plis sont passés entre deux rouleaux durant toute la phase de chauffe et de refroidissement.



(a) Presse à plaques



(b) Double Belt Press

FIGURE 1.6 – Procédés adaptés à la préconsolidation de préimprégnés [CAM 10].

1.3 Procédés de fabrication

Les procédés de fabrication des matériaux composites sont nombreux et variés. Depuis des procédés essentiellement manuels, les techniques n'ont cessé d'évoluer pour répondre à l'utilisation croissante de ces matériaux. Les besoins de cadences de plus en plus élevées, ou encore de pièces aux caractéristiques mieux maîtrisées, optimisées, ont mené à différents types de procédés qui sont choisis en fonction du besoin (forme, cadence, série, caractéristiques mécaniques, etc). Les opérations de formage décrites par la suite sont basées sur le principe du moulage, procédé qui permet l'obtention des structures à géométrie non développable.

Comme mentionné précédemment, suivant le procédé de fabrication, l'ajout de la matrice a lieu avant ou après la déformation du renfort. Les principaux procédés utilisés dans chaque cas seront brièvement décrits par la suite. Une explication plus détaillée sera donnée pour le procédé visé dans ce travail : le thermoformage.

1.3.1 Tissus secs

Les procédés de type LCM (Liquid Composite Moulding) permettent de mettre en forme les composites à renforts tissés et à matrice polymère. Parmi ces procédés, l'infusion sous vide et le RTM (Resin Transfer Moulding, [POT 99]) sont les plus utilisés. Le principe de ces procédés est de mouler le renfort sec, puis d'injecter la résine pour solidifier la pièce. Le fait de mouler le renfort sec permet d'obtenir une pièce composite finale très proche de la pièce désirée, et ainsi de minimiser les étapes d'usinage et donc les coûts. Ces procédés, dits *procédés moule fermé*, permettent un contrôle strict des composés organiques volatiles émis lors de la fabrication, la résine n'étant alors pas en contact direct avec l'atmosphère.

L'infusion sous vide

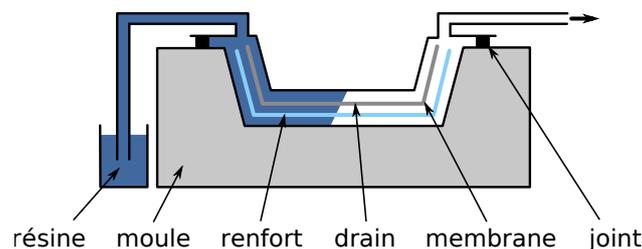


FIGURE 1.7 – Illustration du processus d'infusion sous vide

En infusion sous vide, le renfort tissé sec est placé entre un moule et une membrane étanche, comme décrit FIG.1.7. En mettant sous vide cette zone, la pompe va plaquer le renfort contre le moule grâce à la membrane et amorcer l'écoulement de la résine. Un filet de drainage, réalisé dans un matériau poreux, est placé à proximité du renfort de manière à faciliter la distribution de la résine. Ce procédé est plus facile à mettre en œuvre que

1. Les matériaux composites : Mise en forme et état de l'art.

le RTM, et autorise la production de pièces en grande série avec une bonne répétabilité sur des formes complexes. Cependant, le contrôle de l'épaisseur est difficile et l'état de surface du côté de la membrane est généralement moins bon que le côté moulé.

Resin transfer moulding

Le Resin Transfer Moulding (RTM) est, lui aussi, utilisé pour la réalisation de pièces en composite à renforts tissés [RUD 97, POT 99, PAR 00]. Le processus de fabrication peut être décomposé en trois étapes, comme illustré FIG.1.8.

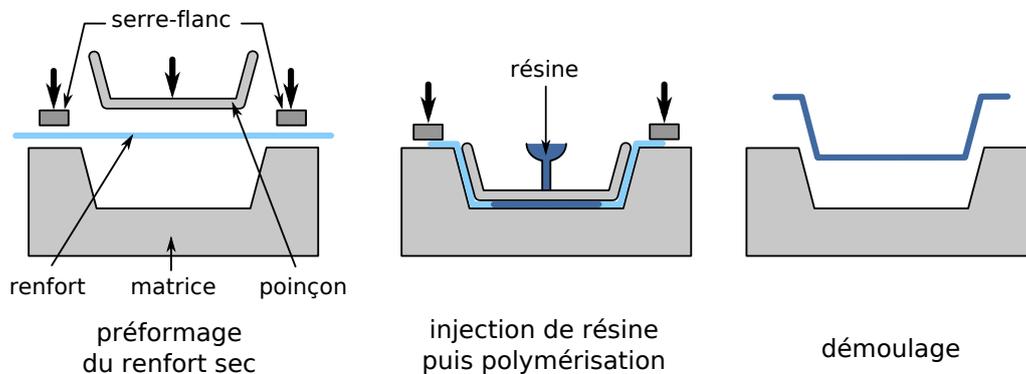


FIGURE 1.8 – Illustration du processus RTM

La première étape est l'étape de préformage. Elle consiste, à partir d'un renfort tissé, à le mettre en forme (ou à l'emboutir) dans un moule par l'intermédiaire d'un poinçon. L'avantage de ce procédé est de disposer de deux parties rigides qui vont permettre de mieux contrôler la compression du renfort pendant la mise en forme et donc son épaisseur finale. Contrairement à l'infusion sous vide, l'état de surface est alors bon des deux côtés. Afin d'éviter la formation de plis pendant l'emboutissage, des serre-flancs peuvent être utilisés en ajoutant une légère tension dans les mèches.

Une fois le renfort moulé dans la forme désirée, la résine est injectée. L'ensemble est ensuite chauffé pour polymériser la résine. Finalement, lorsque la résine est consolidée, le moule est ouvert et la pièce démoulée.

Ce procédé connaît un fort développement dans l'objectif d'être utilisé pour des pièces en grande série car il permet une maîtrise du taux volumique de fibre, un bon état de surface, la création de géométries complexes et des cadences de fabrication soutenues et automatisées. Cependant, malgré son utilisation dans l'industrie, ce procédé n'est pas totalement contrôlé pour des formes complexes (non développables par exemple) ou de grandes tailles. Ces éléments conduisent aujourd'hui les industriels des secteurs aérospatiaux et automobiles à porter un grand intérêt au développement et à la recherche associés au procédé.

1.3.2 Préimprégnés thermoplastiques

Afin d'exploiter dans un contexte industriel les excellentes propriétés des composites CFRTP, différents procédés de fabrication ont été développés en fonction du produit et de son application. La plupart de ces méthodes sont une adaptation des procédés pour la mise en forme des composites thermodurcissables ou des techniques d'emboutissage classiques. Dans les cas de la mise en forme des structures plates, la mise en forme par rouleaux et la compression simple ont déjà été mentionnées. Dans le cas des structures à section constante, on peut citer le formage par pultrusion, qui est un procédé de fabrication en continu où le profilé est obtenu par tirage du renfort préimprégné à travers une matrice chauffée, ou encore, la mise en forme par enroulement filamentaire (filament Winding) dont le principe de fonction est montré FIG.1.9. Ces procédés permettent en effet la mise en forme des pièces simples (1D et 2D) et sont facilement automatisables.

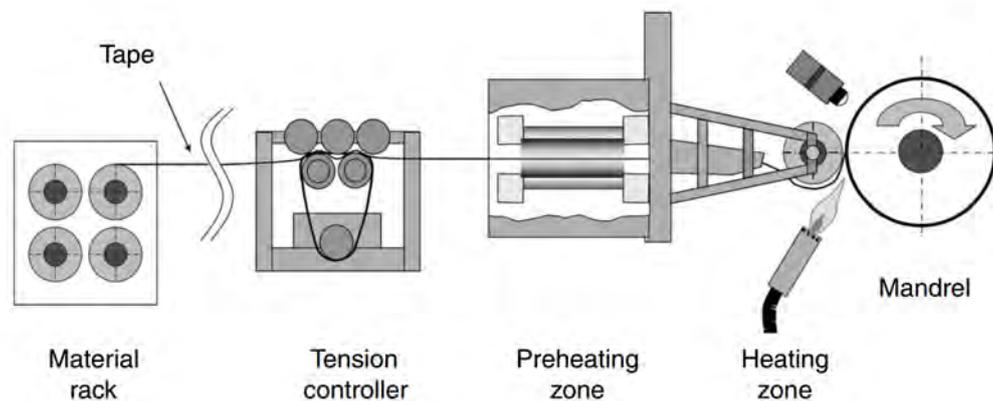


FIGURE 1.9 – Chaîne de production par enroulement filamentaire thermoplastique [MAC 12]

Afin de fabriquer des structures à géométrie non développable (3D), le thermoformage apparaît comme un candidat idéal et sera décrit plus en détail par la suite.

Thermoformage

Le terme *thermoformage* englobe toute une série de procédés de fabrication allant du moulage par application d'une pression ou dépression sur un diaphragme flexible, à l'hydroformage ou au thermostampage. Cependant, le principe de fonctionnement est essentiellement le même. Une plaque composée d'une ou plusieurs couches préimprégnées initialement plate est chauffée puis mise en forme par application d'une pression. La plaque peut être préconsolidée, ce qui permet d'assurer un bon degré de consolidation après mis en forme avec un moindre temps de production. Par la suite, on s'adressera principalement à la description du procédé de thermoformage par emboutissage ou thermostampage.

1. Les matériaux composites : Mise en forme et état de l'art.

Le thermostamping est une solution très intéressante pour la production en masse des structures composites. En effet, étant une adaptation de la mise en forme des tôles métalliques par emboutissage, il existe la possibilité de réutiliser les équipements déjà existants ainsi que son système d'automatisation [CAM 10].

La première étape du thermoformage consiste à chauffer le matériau au-dessus de sa température de fusion. Les principales méthodes utilisées pour le préchauffement sont les lampes infrarouges (IR), les fours à convection et les presses à plateaux chauffants. Le chauffage par IR est le plus populaire. Le temps de chauffage est très court (1 à 2 minutes). Cependant, des gradients de température dans l'épaisseur peuvent apparaître qui sont gérés par l'imposition d'un chauffage progressif (cycle de préchauffage). Une deuxième contrainte associée à cette méthode est la mauvaise distribution de la température dans le cas des géométries complexes. Dans le cas d'application en question, à savoir les structures minces, le chauffage par IR est bien adapté. En revanche, le chauffage par convection est lent (5-10 min) mais une distribution homogène de la température est obtenue dans l'épaisseur en fin de chauffe. Finalement, le chauffage par conduction est rarement utilisé, car le matériau a tendance à rester collé aux plateaux chauffants.

Après chauffage, le matériau est transporté vers la presse. Le temps de transfert est un paramètre critique. Le matériau doit être transporté vers presse le plus rapidement possible afin d'éviter que le matériau ne refroidisse au-dessus de sa température de cristallisation. Les systèmes d'automatisation actuels tels que les convoyeurs et les robots permettent de réduire ce temps. La perte de température dans cette étape est de l'ordre de 10%. Cela est généralement compensé par le sur chauffage du matériau lors de la première étape. Le matériau est ensuite mis en forme.

Pendant la mise en forme, le renfort est déformé par application d'une pression entre deux outils complémentaires qui sont l'empreinte de la structure finale, le poinçon et la matrice. Ces outils sont équipés généralement d'un système permettant de maintenir une température constante au-dessous du point fusion. La mise en forme est de l'ordre de quelques secondes. La pièce est ensuite maintenue sous pression afin d'enlever les porosités et d'assurer la cohésion entre les différentes couches et refroidie jusqu'à une température permettant la stabilité dimensionnelle de la pièce. C'est la phase de consolidation. La structure est finalement démoulée et poursuit son refroidissement à l'air ambiant. L'ensemble des phases sont schématisées sur la FIG.1.10 et FIG.1.11

L'ensemble des étapes sont réalisées dans quelques minutes, ce temps peut être encore réduit si la chaîne de production permet la fabrication des deux pièces au même temps, une sur le module de chauffage et une sur le module de mise en forme. Toutes ces caractéristiques font du thermostamping un candidat privilégié pour la production en masse de pièces composites, notamment dans le secteur automobile.

Cependant, l'automatisation optimale du procédé implique que les phénomènes physiques en jeu soient maîtrisés. Les structures à double courbure présentent différents types de défauts qui sont difficilement prévisibles. Afin d'éviter la méthode "essai/erreur", la modélisation numérique est une étape salutaire.

Il est clair que la température apparaît comme un facteur essentiel puisqu'elle modifie le comportement de la résine. Les propriétés mécaniques et mécanismes de déforma-

tions particuliers du matériau, dû à la nature fibreuse du renfort, évoluent constamment. L'identification, la modélisation et l'évolution des propriétés et des mécanismes de déformation au cours la mise en forme, seront les principaux sujets d'étude dans ce travail.

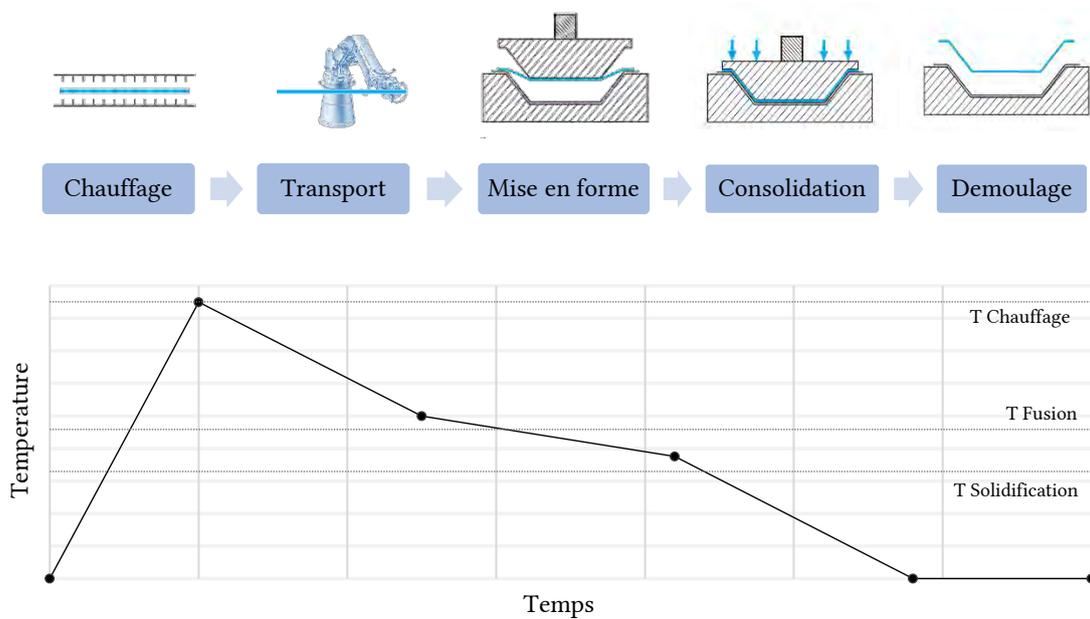


FIGURE 1.10 – Principales étapes du procédé de thermostampage

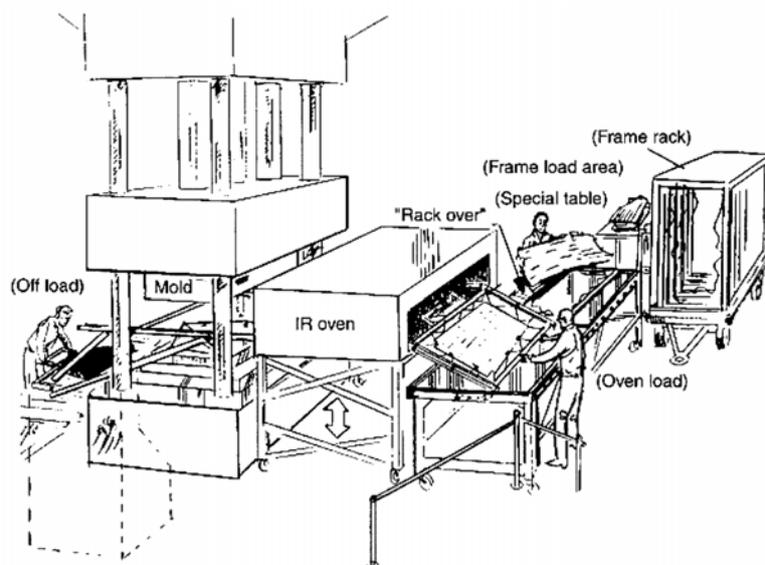


FIGURE 1.11 – Chaîne de thermostampage [CAM 10].

1.4 Modélisation et Simulation de la mise en forme des renforts tissés.

La modélisation et la simulation numérique du procédé de mise en forme sont deux étapes importantes pour prédire la faisabilité des différentes pièces, mais aussi pour comprendre et améliorer le procédé lui-même. Comme mentionné précédemment, la qualité des pièces obtenues dépend grandement des réglages des paramètres qui contrôlent les opérations de formage. Ainsi, lors de la conception d'un produit, il faut faire appel à des campagnes de type essai/erreur, d'autant plus coûteuses que la pièce est complexe et de grandes dimensions. L'objectif de la simulation est de prédire les caractéristiques géométriques et mécaniques susceptibles d'apparaître au cours de la mise en forme comme :

- la position des mèches et des fibres après déformation
- les caractéristiques mécaniques du renfort déformé
- l'apparition éventuelle de plissements, de détissages, de ruptures de fibres

La simulation permet également de déterminer les conditions idéales afin d'optimiser à la fois le procédé et la qualité de la structure (Température, vitesse de mise en forme, taille et géométrie initiales du renfort, etc.).

Ces caractéristiques et ces défauts ne sont pas tous définis à la même échelle : une rupture de fibre est un phénomène microscopique difficile à détecter lorsque l'échelle d'observation est macroscopique, ainsi qu'un plissement (phénomène macroscopique) ne peut être décelé à l'échelle microscopique. Par conséquent, différents types de simulations ont été développés, chacun se plaçant à une échelle précise du renfort :

- L'échelle *microscopique* : étude des fibres et leurs interactions. Seules quelques centaines de fibres par mèche peuvent être simulées au maximum
- L'échelle *mésoscopique* : étude du comportement de la mèche afin de déterminer les caractéristiques locales du renfort. Les volumes simulés sont généralement de l'ordre de la maille élémentaire du renfort
- L'échelle *macroscopique* : étude de la déformation du renfort dans sa globalité, afin de caractériser l'apparition de plissements, de glissements de mèches et plus généralement la formabilité d'une pièce géométrie complexe.

1.4.1 Modélisation à l'échelle microscopique

Dans une approche à l'échelle microscopique, le constituant de base est la fibre. Le comportement de la fibre est orthotrope linéaire et ses grandeurs caractéristiques sont relativement bien connues. La difficulté de ce type d'approche est la gestion des nombreux corps constituant le modèle notamment dans la gestion du contact entre eux.

Actuellement, les modèles existants qui s'approchent le plus de la modélisation du comportement des renforts à l'échelle microscopique sont ceux effectués sur des cordes ou câbles, qui s'apparentent à des mèches contenant moins de fibres et fortement torsadées [JIA 99, NAW 00, SRE 06, GHO 07]. Par contre, l'application aux mèches des renforts est plus rare [LAT 11], principalement à cause du nombre élevé de fibres

par mèche. Cependant, on citera la modélisation du tissage développée par Zhou [ZHO 04](FIG.1.12a) et Durville [DUR 10](FIG.1.12b).

La limitation principale de ce type d'approche est le temps de calcul inhérent au nombre de fibres à modéliser. Pour cette raison, des groupes de fibres sont modélisés dans les mèches, réduisant le nombre de fibres virtuelles à quelques dizaines au lieu des milliers de fibres réelles. Par conséquent, la simulation de la mise en forme d'une pièce à grandes dimensions avec cette approche n'est pas envisageable dans l'état actuel des recherches.

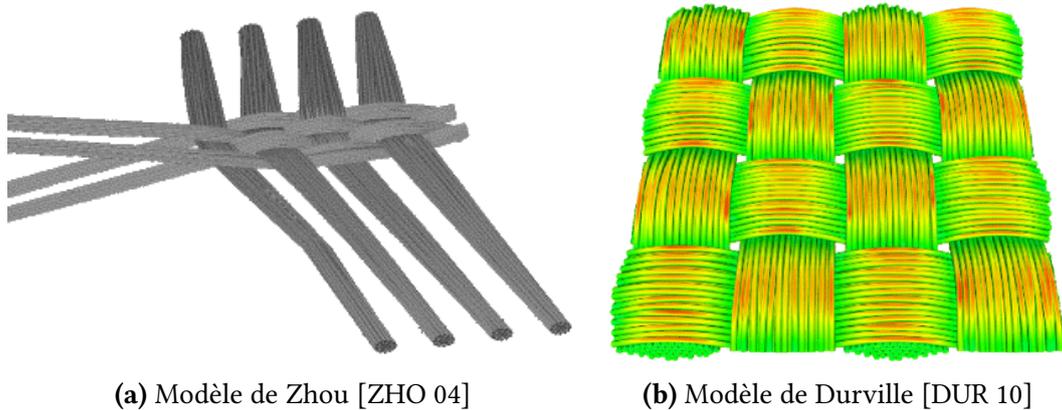


FIGURE 1.12 – Modélisation à l'échelle microscopique d'un renfort

1.4.2 Simulation mésoscopique

Les modèles à l'échelle mésoscopique s'intéressent au comportement d'une maille élémentaire du renfort. À cette échelle, la mèche est considérée comme un milieu continu. L'objectif de ces modèles est de déterminer certains comportements ou certaines propriétés du renfort dont la détermination expérimentale est difficile ou onéreuse. Parmi ces propriétés, les plus recherchées sont :

- le comportement mécanique macroscopique du renfort, permettant notamment d'alimenter les modèles à l'échelle macroscopique.
- la perméabilité locale du renfort en fonction de la déformation de la maille élémentaire [LOI 08], permettant d'alimenter les simulations d'écoulement de la résine dans le renfort dans les cas des procédés de type LCM.
- Les propriétés thermiques macroscopiques du matériau (avec ou sans prise en compte de la matrice) pour la simulation des échanges thermiques, telle que la conductivité thermique macroscopique [DAS 92, DAS 96, HSI 99, BIG 01].

Des approches analytiques ont été développées afin d'accéder à ces grandeurs thermomécaniques et géométriques. Ces approches sont généralement fondées sur une simplification de la géométrie des mèches dans la maille élémentaire et sur des hypothèses de comportement mécanique ou thermique.

1. Les matériaux composites :
Mise en forme et état de l'art.

La FIG.1.13 montre un exemple utilisant ce type d'approche proposée par Kawabata [KAW 73, KAW 80]. La mèche est décrite par un ensemble de segments schématisant sa ligne moyenne : ces segments forment alors un ensemble de barres en traction élastiques représentant l'ensemble du renfort tissé. Les interactions entre les mèches aux points de croisement sont modélisées par des ressorts de différents types.

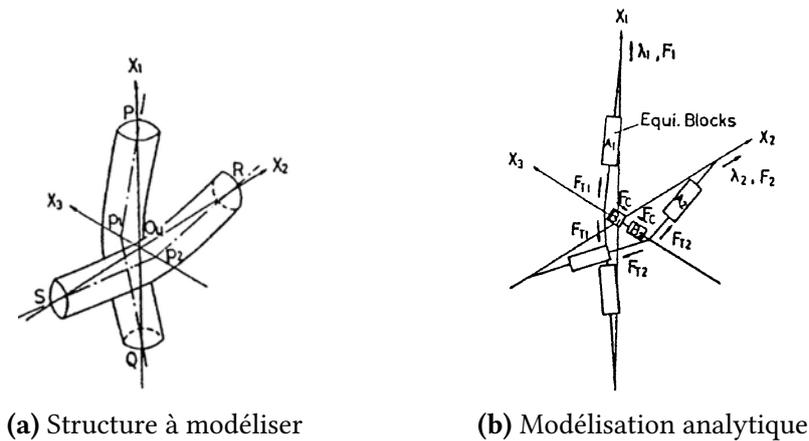
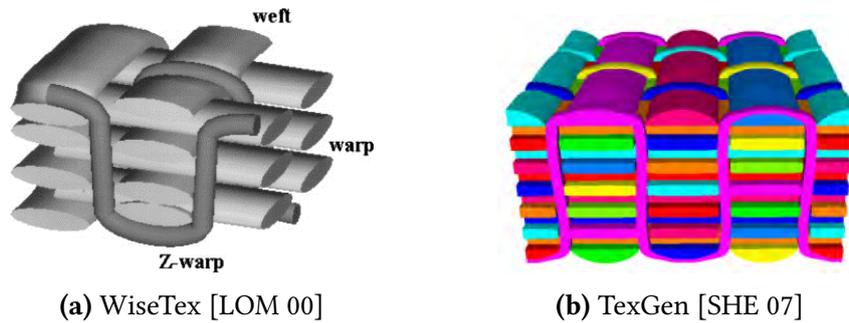


FIGURE 1.13 – Modélisation analytique mésoscopique de Kawabata [KAW 73]

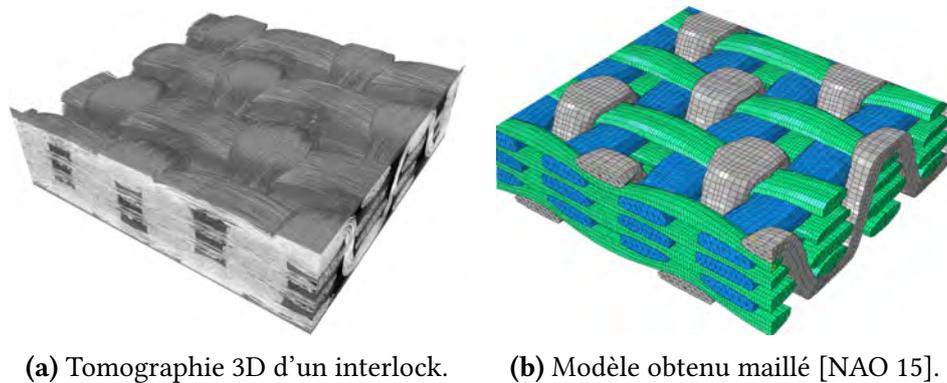
Les approches analytiques fournissent des résultats cohérents dans la détermination du comportement mécanique des mèches en tension, mais sont plus limitées dans des applications plus complexes où interviennent, par exemple, le cisaillement. Les hypothèses simplificatrices de la géométrie, notamment au niveau des contacts latéraux, sont problématiques.

Face à ces limitations, le recours aux éléments finis semble une bonne alternative. Leur utilisation à cette échelle nécessite alors deux prérequis : la géométrie et les conditions limites du renfort. La géométrie doit pouvoir être obtenue théoriquement à partir des caractéristiques de la mèche et de l'armure, ou expérimentalement.

De nombreux modèles ont été développés afin d'obtenir la géométrie finale. On notera les modèles associés aux logiciels *WiseTex* développé à la Katholieke Universiteit Leuven [LOM 00, LOM 06] et *Texgen* développé à l'université de Nottingham [SHE 07]. Dans le cas de *WiseTex*, la géométrie du renfort (FIG.1.14a) est obtenue par minimisation de l'énergie de déformation des mèches au sein du renfort en prenant en compte différentes contributions mécaniques (tension, flexion, torsion, compression des mèches et des interactions). Cette approche nécessite l'identification expérimentale de données difficiles à obtenir. Les modèles réalisés avec *Texgen* (FIG.1.14b), contrairement à *WiseTex*, n'utilisent pas de considérations mécaniques. Il permet toutefois de réaliser facilement des mailles élémentaires de tissés 2D et 3D dans lesquelles les mèches peuvent avoir des sections non symétriques variables le long de leur ligne moyenne. Pour ces deux approches, le problème de l'interpénétration, bien qu'il ait été réduit sous *WiseTex* [VER 05], reste majeur.


FIGURE 1.14 – Génération d'un renfort 3D

La microtomographie X est la méthode la plus prometteuse pour accéder expérimentalement à la géométrie d'une maille élémentaire [BAR 00, DES 05, HSI 09, HER 80, KHA 14]. Cette technique consiste à scanner un échantillon représentatif d'un renfort afin d'en obtenir une cartographie 3D puis de traiter les images obtenues en découpant les éléments constitutifs (les mèches), en les séparant les uns des autres et en les maillant. La microtomographie a le grand avantage de pouvoir conduire à des modélisations libres d'interpénétrations si les traitements numériques appropriés sont réalisés [NAO 14, NAO 15]. Un exemple d'automatisation du traitement de tissus microtomographiés est montré FIG.1.15.


FIGURE 1.15 – Modélisation d'un interlock par traitement d'une microtomographie.

Une fois la géométrie définie et discrétisée par éléments finis, il faut associer une loi de comportement aux mèches, qui sont dans la plus part des cas considérés comme un milieu continu. Ce comportement est très spécifique dû à la nature fibreuse des fibres. La plupart des études utilisent des modèles hypoélastiques [GAS 00] ou hyperélastiques [CHA 11a] pour décrire ce comportement.

À cette échelle, la modélisation de l'ensemble d'un renfort tissé pendant une mise en forme est encore difficile. Cependant, l'étude d'un motif ou cellule élémentaire représentative de la structure (CER) permettra de comprendre le comportement du tissage à une échelle moindre avant de l'étendre à l'ensemble de la pièce. C'est le cas des modélisations par homogénéisation [HSI 99] et des calculs multiéchelles [GEE 03, OZD 08].

1.4.3 Modélisation à l'échelle macroscopique

La simulation à l'échelle macroscopique a pour objectif de simuler la mise en forme de renforts tissés à l'échelle de la pièce entière. L'étude de la formabilité consiste à prévoir l'apparition des divers défauts observables sur les tissés. Le nombre de défauts pouvant être obtenus dépend à la fois du type d'approche de modélisation choisie et de la richesse des caractéristiques mécaniques qui leur sont conférées. Ces caractéristiques peuvent provenir d'essais réalisés à l'échelle du tissé ou d'observations/simulations à des échelles moindres, microscopique et mésoscopique. La réutilisation de résultats obtenus à des échelles inférieures constitue d'ailleurs la principale raison d'être des modèles correspondants. Parmi les approches macroscopiques connues, on recense des approches géométriques et mécaniques.

1.4.3.1 Approches géométriques

Les approches géométriques se basent sur l'algorithme dit du filet (*Fishnet algorithm*). Cette approche dite géométrique ou cinématique est principalement utilisée pour la simulation du drapage. Sa simplicité d'utilisation et sa rapidité d'exécution en font une bonne méthode de première approche [MAR 56, VAN 91, BOR 02]. Elle est basée sur des hypothèses fortes :

- L'inextensibilité des mèches ;
- Le non-glissement entre chaîne et trame ;
- La rotation libre aux points de croisement entre réseaux ;
- L'absence de glissement entre le tissé et les outils de mise en forme.

Dans cette approche, le renfort est semblable à des barres articulées aux points de croisement entre réseaux. Comme le montre la FIG.1.16, l'algorithme détermine la position d'un point curant C à partir de l'intersection des deux géodésiques tracées sur la surface à draper issues des points connexes A et B. La position du point initial est ainsi rendue primordiale et influe sur le résultat final [WAN 99].

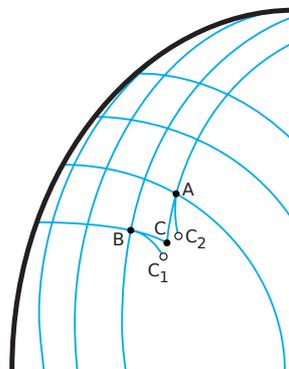


FIGURE 1.16 – Méthode du filet : détermination de la position du point C connaissant celles de A et B [BOI 04]

Avec la suppression de toutes considérations mécaniques et de tissage, les résultats sont identiques quelles que soient les rigidités des mèches et l'armure choisie. Les blocages cinématiques en cisaillement et la variation d'épaisseur en compression sont aussi absents de la modélisation de base. L'absence de prise en compte d'un contact développé empêche l'utilisation d'outils externes tels que des serre-flans, pourtant nécessaires à certaines mises en forme. Pour les renforts tissés, l'algorithme du filet est intéressant comme approche préliminaire afin de déterminer le degré de complexité du formage d'une pièce. Un exemple d'application sur une pièce non développable est donné FIG.1.17.

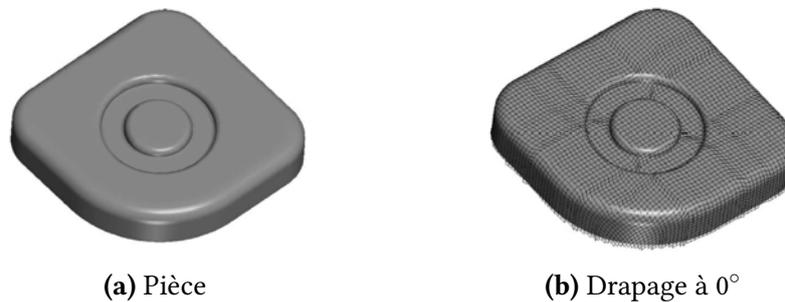


FIGURE 1.17 – Drapage d'une pièce complexe avec l'algorithme du filet [BOR 03]

1.4.3.2 Approches mécaniques

Parmi les modélisations mécaniques, trois types d'approches peuvent être distingués : discrète, semi-discrète ou continue.

Les approches *discrètes* consistent à considérer le textile comme un assemblage discontinu d'éléments déformables [CHE 01b, SHA 04, SZE 05, BOU 07]. Ce sont généralement des extensions de la théorie du filet, c'est-à-dire l'introduction de caractéristiques mécaniques dans la résolution du problème de mise en forme. Le renfort est modélisé par des nœuds reliés entre eux par des barres et ressorts ayant pour but de modéliser la réponse en élongation, cisaillements, torsion et flexion. Les travaux de Sze et Liu [SZE 05] sont notamment intéressants sur la variété des sollicitations modélisées pour des renforts secs 2D, comme illustré FIG.1.18. Ces approches, généralement rencontrées pour les tissus d'habillement, sont délaissées aux profits de méthodes semi-discrètes ou continues dans le cas des tissus techniques.

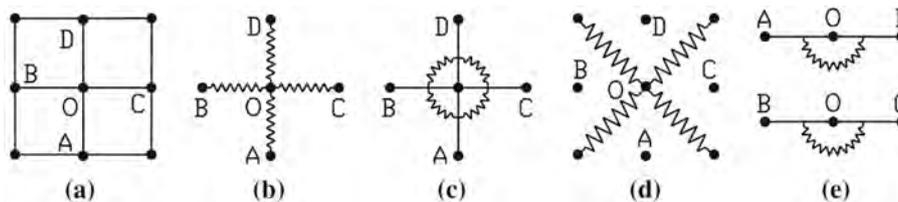


FIGURE 1.18 – Modélisation d'une particule O connectée à ses quatre voisins (a) avec modélisation de l'élongation (b), du cisaillement (c) et (d), et de la flexion (e) [SZE 05]

1. Les matériaux composites : Mise en forme et état de l'art.

L'application de ce type d'approche dans le cas des composites préimprégnés thermoplastiques résulte de la modification du comportement mécanique des éléments discrets qui composent le renfort, cela afin de prendre en compte la contribution de la matrice. On notera le modèle proposé par *Skordos et al.* [SKO 07] basé sur les travaux de Sharma [SHA 04], qui introduit des éléments non linéaires élastoviscoplastiques afin de prendre des comportements propres aux préimprégnés, tel que la dépendance à la vitesse de déformation.

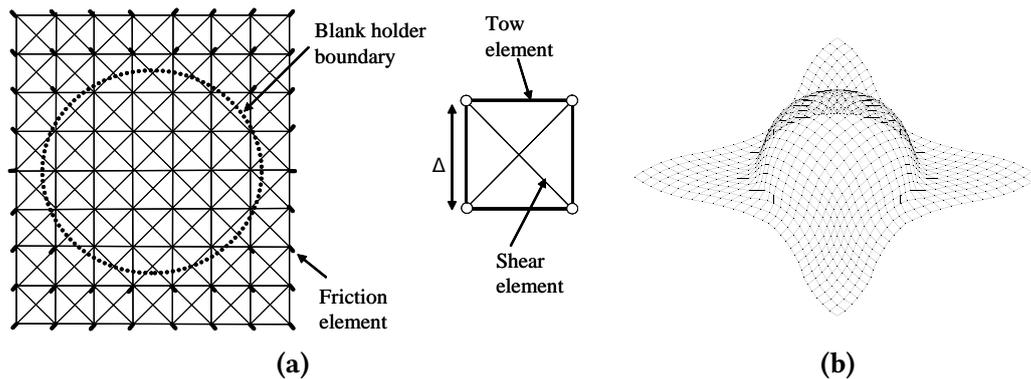


FIGURE 1.19 – (a) Discretisation du renfort en treillis et (b) exemple de mise en forme d'un emboutissage sphérique

Les approches *continues* font l'hypothèse d'un matériau continu à l'échelle macroscopique. Cette hypothèse découle directement de la considération de non-glissement entre mèches durant la phase de mise en forme. La considération du textile comme un milieu continu anisotrope dont le comportement est homogénéisé à partir d'échelles inférieures est alors possible. La modélisation est focalisée sur une proposition adaptée de lois de comportement.

Différentes approches, qu'elles soient hypoélastiques [PEN 05, BAD 08, KHA 10] ou hyperélastiques [SPE 72, THI 07, DRI 10, CHA 12b], ont donné des résultats probants. Ces lois sont associées à des éléments coques ou plaques pour les tissés fins, FIG.1.20, et à des briques pour les tissés épais. Ces méthodes présentent l'avantage de pouvoir être utilisées facilement dans des codes éléments finis commerciaux. Leur inconvénient principal provient justement de l'homogénéisation qui est réalisée. Le même matériau est appliqué en tout point du renfort fibreux à modéliser et ne prend pas en compte les variations des caractéristiques mécaniques inhérentes à l'armure étudiée.

La plupart des modèles continus proposés pour la mise en forme des composites préimprégnés reposent sur les hypothèses appelées IFRM (*ideal fibre reinforced model*). Le IFRM a été initialement proposé par Spencer dans le cas de réponses purement élastiques [SPE 72, SPE 84] et adapté par Rogers [ROG 89a] et Johnson [JOH 95] au comportement viscoélastique des préimprégnés unidirectionnels et bidirectionnels. Deux hypothèses importantes sont faites dans ce type de modèles : l'incompressibilité du matériau et l'inextensibilité des fibres. Par conséquent, le seul *mode de déformation* prise en compte est le cisaillement dans le plan. Cela peut être vu comme la rotation des mèches au tour des

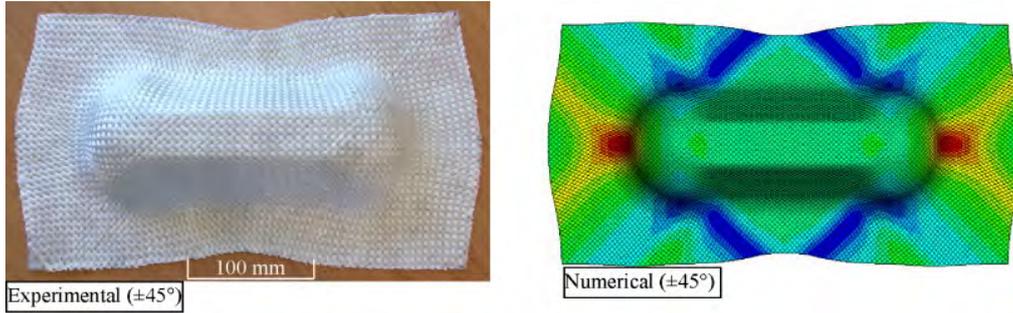


FIGURE 1.20 – Résultats expérimentaux et numériques d'un emboutissage de type double dôme avec mèches orientées à 45° sur un tissé 2D [KHA 10]

points de croisement des réseaux chaîne-trame (effet treillis).

Dans les cas des renforts tissés, l'état de contraintes est donné par la relation suivante [ROG 89a, JOH 95, SPE 00] :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} = & -p\underline{\underline{I}} + T_A\underline{\underline{A}} + T_B\underline{\underline{B}} \\ & + 2\eta_1\underline{\underline{D}} + 2\eta_2(\underline{\underline{AD}} + \underline{\underline{DA}} + \underline{\underline{BD}} + \underline{\underline{DB}}) + 2\eta_3(\text{tr}\underline{\underline{CD}})\left(\underline{\underline{C}} + \underline{\underline{C}}^T\right) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Avec $\underline{\underline{A}} = \underline{a} \otimes \underline{a}$, $\underline{\underline{B}} = \underline{b} \otimes \underline{b}$ et $\underline{\underline{C}} = \underline{a} \otimes \underline{b}$ (\underline{a} et \underline{b} étant les directions des fibres dans le sens chaîne et trame respectivement).

Le premier terme de la relation (1.2) représente une pression hydrostatique arbitraire induite par l'hypothèse d'incompressible du matériau, de la même manière, T_A et T_B sont des tensions arbitraires dans le sens des fibres résultant de la contrainte d'inextensibilité. Les scalaires η_1 , η_2 et η_3 peuvent être interprétés comme les paramètres de viscosité du matériau, éventuellement en fonction du tenseur taux de déformation $\underline{\underline{D}}$ (viscosité non linéaire). L'identification de ces paramètres à partir des essais expérimentaux, soit dans le cas unidimensionnelle [ROG 89b, GOS 96, ADV 97, CHR 93, MAR 95] ou bidimensionnelle [O'B 91, MCG 97, MCG 98], a été le sujet de nombreux travaux. Cependant, des difficultés ont été rencontrées principalement dues au fait que η_1 , η_2 et η_3 ne sont pas associés à des mécanismes simples de cisaillement. Afin de représenter correctement les différents *écoulements* associées aux principales modes de déformation du tissu, différents modifications ont été proposées [MCG 97, MAL 00].

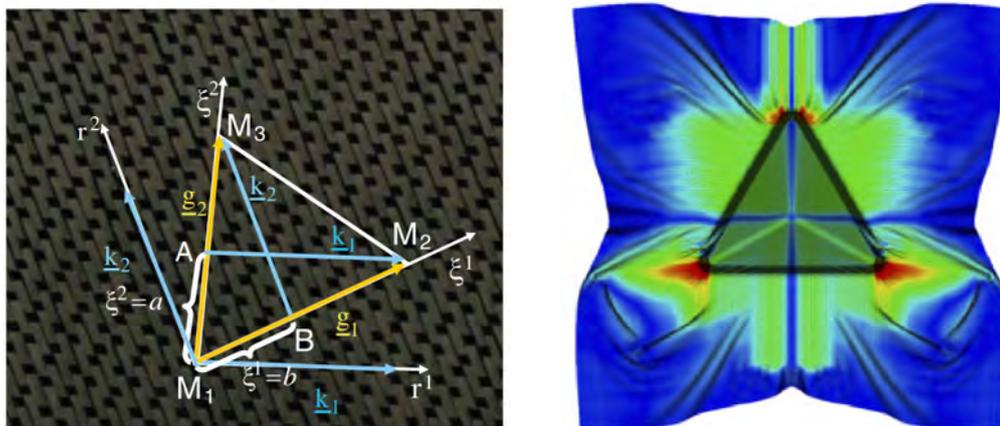
Les modèles développés sous les principes de l'IFRM donnent des résultats analytiques très intéressants dans les cas des déformations simples. Cependant, la contrainte associée à la non-extensibilité des fibres rend difficile son implémentation par éléments finis à cause des tensions arbitraires. Ce dernière point a motivé le développement des divers modèles afin que l'implémentation soit mieux adaptée à la simulation du thermoformage des pièces complexes par éléments finis [HSI 99, CHE 01b, THI 07, JAU 09, HAR 04a, HAR 11, GUZ 15].

C'est dans cette approche que se situe le modèle proposé dans ce manuscrit.

1. Les matériaux composites :
Mise en forme et état de l'art.

Les approches *semi-discrètes* sont une combinaison des deux approches évoquées ci-dessus. Une partie du comportement est modélisée grâce à un solide continu tandis qu'une autre est modélisée grâce à des apports discrets. On peut alors distinguer deux philosophies dans l'interaction entre parties discrètes et continues.

Dans un premier cas, les parties discrètes et continues sont associées dans un même élément lagrangien. Les efforts générés par une déformation quelconque sont subdivisés entre une contribution de tension associée aux parties discrètes et les autres contributions (cisaillements, compression) associées à la partie continue. Les parties discrètes et continues sont fixes l'une par rapport à l'autre dans la configuration isoparamétrique. Dans ce cas-ci, la partie discrète n'est que la représentation élémentaire d'une contribution énergétique de tension. Différents modèles ont été développés, dédiés aux tissus 2D utilisant des éléments plaque [HAM 08, HAM 09, BEL 12] FIG.1.21, mais aussi aux interlocks utilisant des éléments brique (hexaédriques) [LUY 09]. L'intérêt d'un tel élément est de pouvoir représenter plus fidèlement et simplement les directions locales des mèches dans la préforme et de rendre compte de l'anisotropie complexe de ces matériaux.



(a) Discretisation de l'élément fini semi-discrét. (b) Mise en forme d'une géométrie fortement non développable.

FIGURE 1.21 – Élément triangulaire semi-discrét et application [HAM 09]

Une autre philosophie de modélisation considère les parties discrètes et continues comme totalement indépendantes. C'est le cas, par exemple, de travaux sur les NCF [CRE 06]. Ces tissés spécifiques sont constitués de nappes cousues. Dans cette modélisation, les nappes de mèches sont représentées par des couches d'éléments solides tandis que des éléments barres sont ajoutés pour représenter les coutures, FIG.1.22. Ici, les parties continues sont totalement découplées des parties discrètes, impliquant la gestion du contact entre les nappes et les coutures.

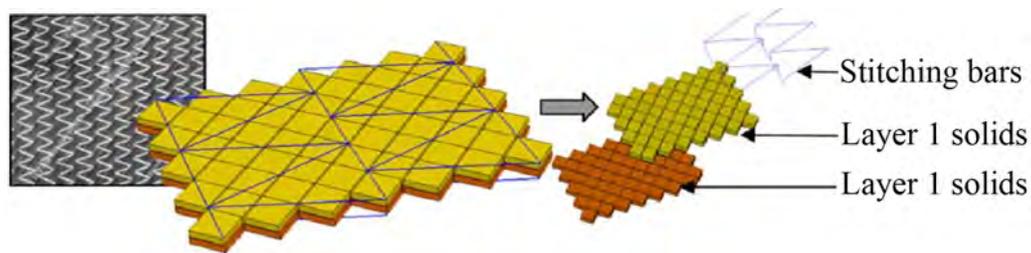


FIGURE 1.22 – Représentation de deux nappes et des coutures les liant dans un modèle semi-discret [CRE 06]

1.5 Bilan Chapitre 1

Les matériaux composites à matrice organique et fibres continues sont une famille des matériaux possédants une série d'avantages face aux matériaux métalliques qui ont été résumés dans ce chapitre. Largement employés dans le secteur aérospatial pour la fabrication des pièces en basses cadences, avec le développement, l'automatisation et l'adaptation des nouveaux procédés de fabrication, ce groupe de matériaux devient une option prometteuse. Il devient envisageable de fabriquer des pièces structurales de grandes dimensions avec des cadences importantes. Cela justifie l'intérêt croissant du secteur automobile.

Parmi les matrices organiques, les résines polymères thermoplastiques présentent des caractéristiques semblables aux thermodurcissables, mais sont plus attractives d'un point de vue économique et environnemental.

Le thermoformage est un procédé prometteur pour la fabrication en cadences élevées des pièces composites thermoplastiques à géométrie non développable. Cependant, afin d'optimiser ce procédé, la compréhension des différents phénomènes physiques mis en jeu au cours la mise en forme doit encore être approfondie. La simulation numérique se présente comme un excellent outil pour étudier ces différents phénomènes, à condition de faire appel à des modèles adaptés. Au cours de ce chapitre différentes approches de modélisation ont été évoquées avec les hypothèses qui y sont associées. Le choix de ces hypothèses est fondamental et conditionne les performances du modèle.

Le chapitre suivant introduit les hypothèses choisies sur lesquelles repose le modèle proposé dans ce travail pour le thermostampage des composites CFRTP.

1. Les matériaux composites :
Mise en forme et état de l'art.

Chapitre 2

Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

Sommaire

2.1	Les différents modes de déformation	30
2.1.1	Non-glissement entre les réseaux chaîne et trame	30
2.1.2	Comportement en tension	31
2.1.3	Comportement en flexion	35
2.1.4	Comportement en cisaillement	37
2.1.4.1	Picture Frame	38
2.1.4.2	Bias Extension Test	39
2.2	Analyse thermomécanique et comportement viscoélastique des préimprégnés	41
2.2.1	Présentation du matériau	41
2.2.2	Analyse thermiques	42
2.2.3	Caractérisation en flexion	43
2.2.4	Caractérisation du cisaillement plan par Bias-extension test	44
2.2.4.1	Description du montage	45
2.2.4.2	Conditions des essais	46
2.2.4.3	Résultats Expérimentaux	47
2.2.4.4	Influence du cycle thermique et phénomènes localisés	49
2.3	Bilan Chapitre 2	53

2.1 Les différents modes de déformation

Comme mentionné dans le Chapitre 1, un matériau composite peut être analysé à différentes échelles (FIG.2.1). À l'échelle microscopique, on s'intéresse au comportement des fibres individuelles qui constituent une mèche. L'échelle mésoscopique consiste à travailler avec la cellule élémentaire représentative (CER) ou motif caractéristique du tissé. Finalement, l'échelle macroscopique décrit le comportement mécanique au niveau des dimensions réelles de la structure. Dans ce chapitre, on s'intéressera aux modes de déformations associées à cette dernière échelle.

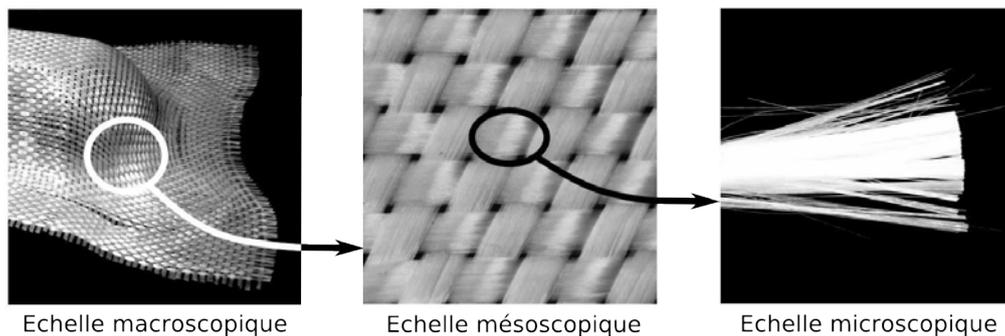


FIGURE 2.1 – Les différentes échelles d'un renfort tissé

Lors de la mise en forme, il existe un grand nombre des modes de déformation qui rentrent en jeu. Cependant, il a été montré que les modes qui jouent un rôle primordial à l'échelle macroscopique sont : le cisaillement dans le plan, l'élongation dans le sens chaîne et trame, et la flexion hors plan [BOI 11].

2.1.1 Non-glissement entre les réseaux chaîne et trame

Avant de continuer dans l'étude des différents modes de déformation à l'échelle macroscopique, il est indispensable de parler d'une hypothèse majeure, *l'hypothèse de non-glissement relatif entre les réseaux chaîne et trame*. Elle stipule que, lors de la mise en forme, les points de croisements entre les réseaux de chaîne et trame restent constants dus aux interactions fortes induites par le tissage. Cette hypothèse, vérifiée par des expériences [BOI 95] (FIG.2.2), sera faite par la suite, car elle constitue la base des modèles *continus* de renforts tissés.

Hypothèse 1 *La mise en forme du tissé s'effectue sans glissement de translation entre les réseaux de chaîne et de trame.*

Cependant, des travaux récents [PAR 13], estiment que la formulation d'un modèle continu avec l'existence de glissement relatif entre les mèches peut être envisageable. La difficulté réside dans la définition de l'observateur du milieu continu. Dans une approche classique, l'observateur est directement attaché à la matière, alors que, dans l'approche citée, le milieu est décrit à l'aide d'un observateur dont le paramétrage est basé sur les

points de croisement entre les. En l'absence de glissement ces points seront confondus avec les points matériels. Le principal inconvénient de cette formulation réside dans la gestion des conditions aux bords.

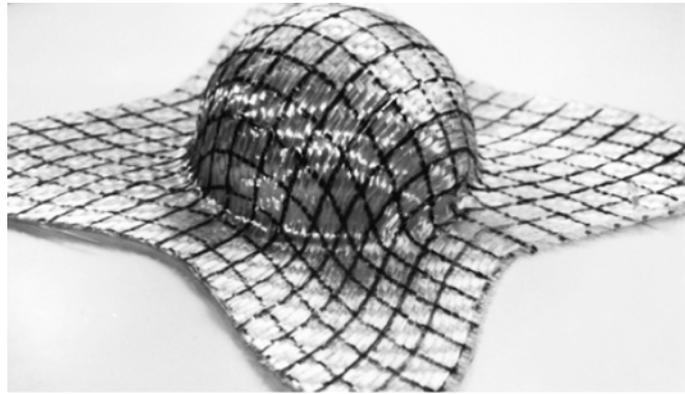


FIGURE 2.2 – Validation de l'hypothèse de non-glissement relatif des mèches

2.1.2 Comportement en tension

L'élongation des renforts dans les directions principales des mèches a été négligée dans la plupart des modèles à cause du haut module de rigidité de fibres. C'est le cas des modèles basés sur les hypothèses des IFRM (Voir Chapitre 1). En effet, les fibres sont essentiellement inextensibles, elles subissent un allongement de l'ordre de 1 – 3% avant la rupture avec un comportement essentiellement linéaire.

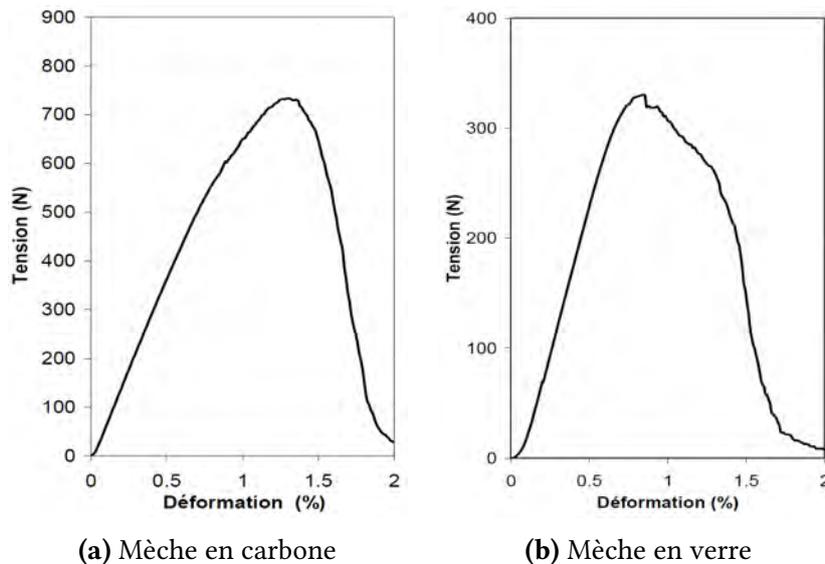


FIGURE 2.3 – Comportement en tension de mèches [DUM 03]

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

Les tissus, contrairement au cas de fibres, se comportent non linéairement pour des faibles sollicitations uniaxiales, malgré le fait que la réponse des mèches est linéaire. En effet, dans le cas des tissus les mèches sont entrelacées et ondulées (embuvage), sous l'effet des sollicitations uniaxiales les mèches tendent à devenir droites avec la disparition progressive de son ondulation, ce qui explique cette non-linéarité. Dans le cas extrême (Fig. 2.4a, pour $T^{22} = 0$), les mèches parallèles au sens de la sollicitation seront complètement droites, alors que les mèches dans le sens perpendiculaire (bord libre) seront fortement ondulées. Le cas intermédiaire correspond à une sollicitation biaxiale, où les deux réseaux des mèches montreront une diminution de l'embuvage. Cette variation est liée directement aux tensions en traction appliquées dans chaque direction (qui ne sont pas nécessairement identiques) et donc aux déformations qui en découlent induites

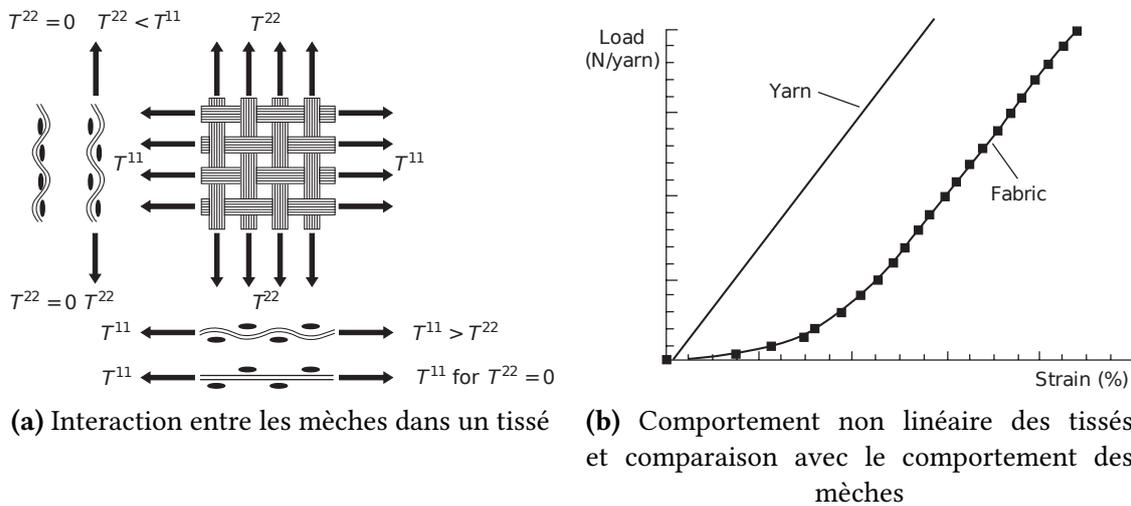


FIGURE 2.4 – La comportement bi-axiale non linéaire des tissés [BUE 98, BUE 01].

Le coefficient de traction biaxiale k (Eq.2.1), est défini comme le rapport entre les élongations dans les directions du renfort. Il permet de quantifier le degré d'interaction entre les réseaux de chaîne et trame. Dans ce contexte, un coefficient $k = 0$ traduit une sollicitation uni-axiale alors que $k = 1$ une équibiaxiale.

$$k = \frac{\varepsilon_{orth}}{\varepsilon_{obs}} \quad (2.1)$$

où ε_{obs} correspond à la déformation dans la direction de la mèche observée et ε_{orth} dans la direction orthogonale.

Ce coefficient peut être imposé à l'aide des dispositifs spécifiques à la traction biaxiale adaptés aux tissus [KAW 73, BUE 01, WIL 08a]. L'influence du rapport k dans le cas d'un taffetas de verre et le dispositif expérimental associé à ces résultats sont montrés dans la FIG.2.5.

Bien que ces types d'essai aient été largement étudiés pour les tissus secs 2D, dans le cas des thermoplastiques très peu de travaux ont étudié l'influence de la résine sur

ce type de sollicitations. Les principales difficultés pour effectuer un tel essai résident principalement dans les points suivants :

- *La mise en position* : Assurer que les réseaux des mèches soient parfaitement alignés afin qu'elles aient toutes le même état de tension. Cela est encore plus difficile dans le cas d'un matériau déjà préimprégné.
- *Le maintien en position* : Éviter le glissement sur l'effet des hautes sollicitations lorsque la matrice se trouve à l'état liquide. La matrice joue un effet de lubrifiant dans les systèmes de fixation.
- *Le contrôle de température* : Imposer une température homogène sur l'éprouvette tout à long de l'essai.

Cela impose la conception d'un banc d'essai complexe et demande la fabrication d'éprouvettes particulières.

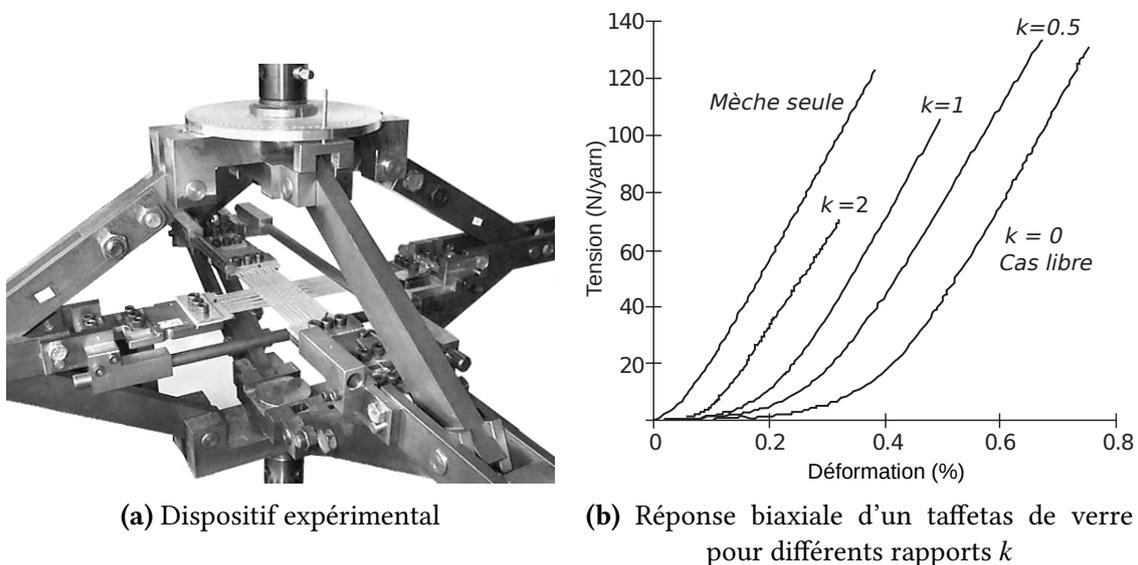


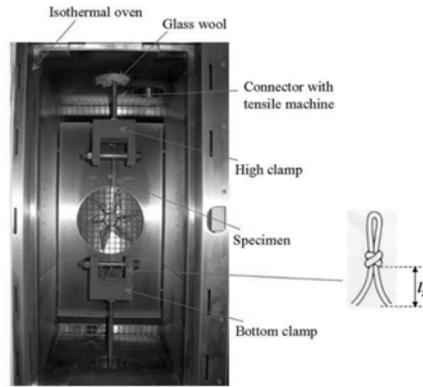
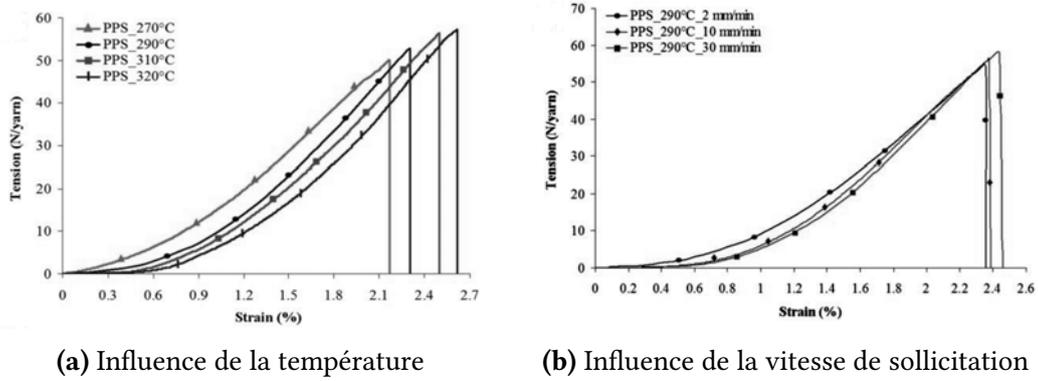
FIGURE 2.5 – Mesure de la sollicitation en traction bi-axiale des tissées [BUE 98, BUE 01]

Cependant, une étude récente portant sur le comportement thermomécanique des fibres préimprégnées a montré que l'influence de la résine peut être négligée dans le cas uniaxial [WAN 15]. Dans cette étude, une série de tests de traction sur mèches préimprégnées en fibres de Carbon/PPS ont été effectués pour différentes températures et vitesses de sollicitation. La Figure 2.6 montre le dispositif expérimental utilisé (2.6c), les courbes expérimentales montrant l'influence de la température (2.6a), ainsi que l'influence de la vitesse de sollicitation (2.6b).

Des tests de relaxation ont été effectués également afin d'étudier le comportement viscoélastique du matériau. Des déplacements par paliers ont été imposés comme illustré FIG.2.7a. Les résultats montrent (FIG.2.7b) une relaxation inférieure au 5%. Par conséquent, le comportement visqueux pour ce type de sollicitation est jugé négligeable. Ce résultat sera pris en compte par la suite et constituera une hypothèse lors de la construction du modèle mécanique dans le Chapitre 3.

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

Hypothèse 2 *Le mode de déformation en traction ne dépend pas de la température et le comportement viscoélastique peut être négligé.*



(c) Dispositif expérimental

FIGURE 2.6 – Essai de traction sur mèche préimprégnée thermoplastique à hautes températures [WAN 15]

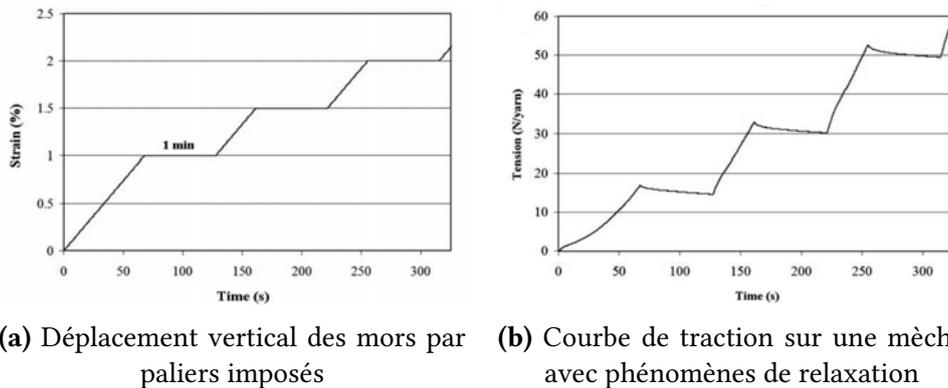


FIGURE 2.7 – Test de relaxation pour une mèche préimprégnée fibre de Carbone/PPS à 290 °C. [WAN 15]

2.1.3 Comportement en flexion

La raideur en flexion des renforts secs est généralement très faible et avait été longtemps négligée. Cependant, des études récentes ont montré que ce mode de déformation a une influence significative sur l'apparition et la forme de plis lorsque le renfort est soumis à des cisaillements importants [HAM 07, BOI 11]. Il existe différents dispositifs expérimentaux destinés à la caractérisation de ce mode de déformation pour les tissus secs. L'objectif principal consiste à trouver une relation entre le moment fléchissant et la courbure du matériau.

La plupart des dispositifs expérimentaux sont basés sur le principe de fonctionnement de la machine de Peirce [PEI 30], un test du type cantilever. Le test consiste à faire glisser un tissu sur un plateau horizontal et soumis en porte à faux jusqu'à ce que, soumis à son propre poids, son extrémité atteigne un plan incliné à 41.5° (FIG.2.2). Le module de flexion G est calculé en fonction de la distance de glissement parcourue par le tissu [BIL 08, SZA 03], soit :

$$G = \frac{l^3 \cos(\theta/2)}{8 \tan(\theta)} q \quad \text{où } q = \frac{mg}{l} \quad (2.2)$$

où q est le poids par unité de surface, l la longueur de surplomb et $\theta = 41.5^\circ$ l'angle du plan incliné du test. La valeur de cet angle est définie de telle façon que le calcul de G soit simplifié.

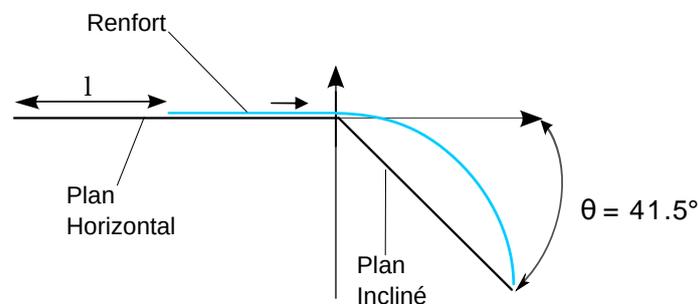


FIGURE 2.8 – Principe de fonctionnement du fléxomètre

À partir de l'Eq.2.2, on en déduit que cette méthode considère que la rigidité flexion est constante, ce qui implique que le comportement en flexion du matériau est linéaire. Or, il a été montré que les matériaux composites présentent un comportement en flexion non-linéaire [LIV 64, KAW 80, BIL 10]. Une adaptation de ce dispositif associée à un système de mesures optique a été conçue afin de prendre en compte la non-linéarité du comportement en flexion du renfort [BIL 10]. Le tissu repose sur des lames qui sont retirées progressivement (FIG.2.9), entraînant la flexion de l'éprouvette sous son propre poids. Le profil obtenu est enregistré pour une série discrète de longueurs d'échantillons et donc pour différentes sollicitations (poids propre). Après dépouillement, le moment de flexion est tracé en fonction de la courbure puis une loi non linéaire peut être identifiée.

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

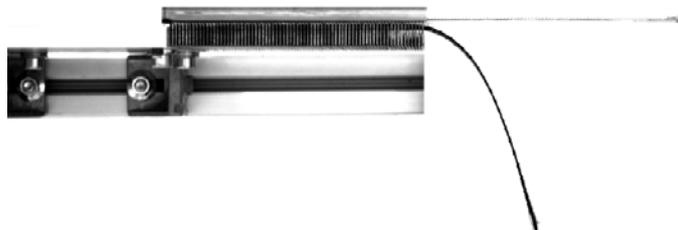


FIGURE 2.9 – Flexomètre de De Bilbao [BIL 10]

Bien que plusieurs méthodes expérimentales aient été proposées pour caractériser la flexion des tissus secs [LOM 03, BIL 10, SOT 11, DAN 15] dans le cas de thermoplastiques les travaux sont encore aujourd’hui en cours de développement [MAR 95, LIA 14, MAR 15]. La difficulté dans le cas des préimprégnés provient du fait qu’il faut assurer les conditions thermiques pendant l’essai afin de déterminer l’influence de la température dans le comportement mécanique.

Les travaux de Liang [LIA 14] ont permis d’adapter la méthode de cantilever de De Bilbao afin d’étudier le comportement en flexion à hautes températures pour certains composites préimprégnés. Le dispositif expérimental est placé dans une enceinte thermique comme illustré FIG.2.10, le support est équipé d’un système de chauffage indépendant. En effet, le temps de chauffage du massif métallique est plus important que celui de l’éprouvette, ce qui génère un gradient de température. Afin d’assurer une répartition homogène de la température, une série de thermocouples sont placés aux voisinages de l’éprouvette et dans le dispositif.

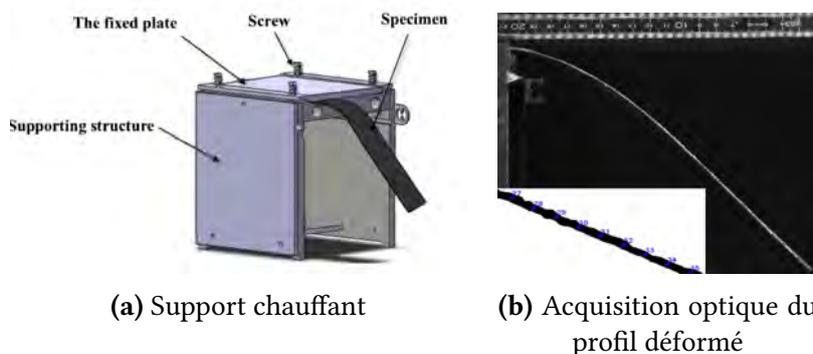


FIGURE 2.10 – Dispositif de flexion de préimprégnés à hautes températures [LIA 14]

Lorsque la température augmente, le profil de l’éprouvette change, ce qui se traduit par une variation de la rigidité en flexion. Le profil déformé est ensuite enregistré pour différentes températures dans l’intervalle d’intérêt. Cette méthode a permis de quantifier l’influence de la température dans le mode de flexion hors plan, et sera utilisée par la suite.

Hypothèse 3 *Le mode de déformation en flexion dépend de la température.*

2.1.4 Comportement en cisaillement

Le cisaillement plan traduit la rotation entre deux mèches autour de son point de croisement, ce lieu de contact géométrique reste constant au cours de la déformation d'après de l'hypothèse du non-glissement (Voir 2.1.1).

Le cisaillement plan est considéré comme étant le principal mécanisme de déformation durant la mise en forme d'un renfort sur une géométrie non développable [BOI 06]. Cela provient du fait que la rigidité du tissu en cisaillement est faible face à la grande rigidité des fibres en tension. L'étude et la caractérisation de ce mode de déformation sont donc primordiales pour développer un modèle de comportement pour les renforts secs ou préimprégnés.

Le comportement en cisaillement est de nature non linéaire. En effet, différents mécanismes apparaissent au cours de la déformation. Pour des faibles angles de cisaillement (FIG.2.11- I), les mèches pivotent librement les unes par rapport aux autres dans un mouvement de corps rigide. Dans cette étape, les efforts de cisaillement sont faibles puisque seuls les efforts de frottement entre les mèches s'opposent à la rotation. Puis, progressivement les mèches rentrent en contact latéral (FIG.2.11- II), la compression traverse s'ajoute au frottement et l'effort monte graduellement. Finalement, les efforts dus à la compression transverse deviennent très importants lorsque l'on se rapproche de la limite de compaction des mèches (FIG.2.11- III) et, par conséquent, la rigidité en cisaillement augmente très rapidement.

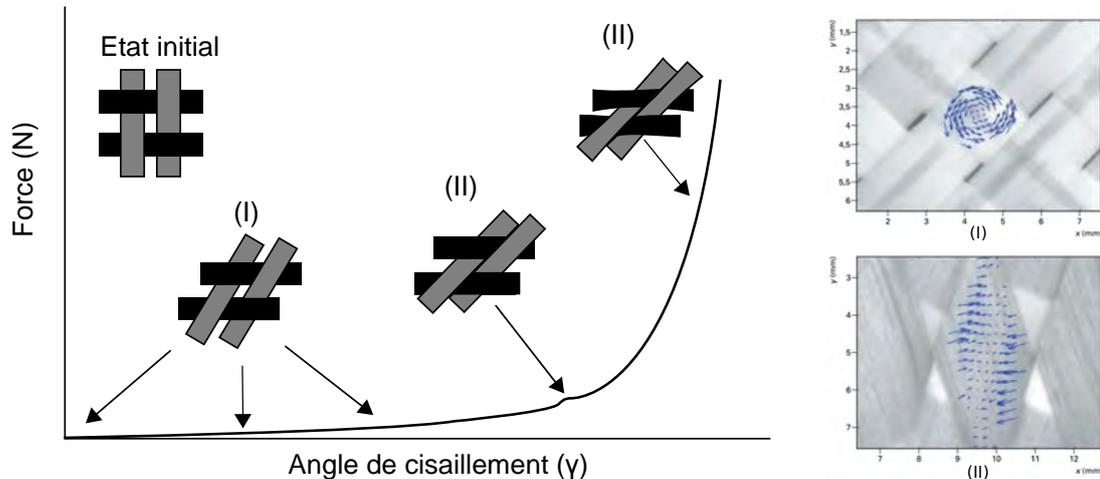


FIGURE 2.11 – Mécanisme de déformation au cours du cisaillement [SHE 12, DUM 03]

La limite de déformation maximale par cisaillement qu'un renfort peut atteindre avant la formation de plissements est souvent déterminée par *l'angle de blocage*, qui correspond généralement, à la valeur de l'angle de cisaillement située au passage de la configuration I (FIG.2.11- I) vers la configuration II (FIG.2.11- II). Il n'existe pas une relation explicite pour calculer cette valeur, car elle dépend directement de la géométrie du renfort. Cependant, elle peut être estimée à partir du rapport entre l'espacement des mèches et sa largeur initiale [SKE 76].

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

Il existe deux moyens expérimentaux destinés à l'étude de ce type de déformation : l'essai du cadre (ou *Picture frame*) et l'essai de traction de biais (ou *Bias extension test*).

2.1.4.1 Picture Frame

Le Picture Frame test (ou essai de cadre) est un essai classique qui consiste à placer un tissu sur un cadre articulé, les directions des fibres étant parallèles aux côtés du dispositif (FIG.2.12). Le cadre est placé dans une machine à traction universelle et sollicité suivant deux points opposés sur la diagonale. Ce type de sollicitation permet d'imposer une cinématique de cisaillement pur sur l'ensemble de l'éprouvette. L'angle de cisaillement théorique γ dépend directement du déplacement imposé d et de la longueur L_c du côté du cadre, d'après la relation suivante :

$$\gamma(d) = \frac{\pi}{2} - 2\cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{d}{2L_c} \right) \quad (2.3)$$

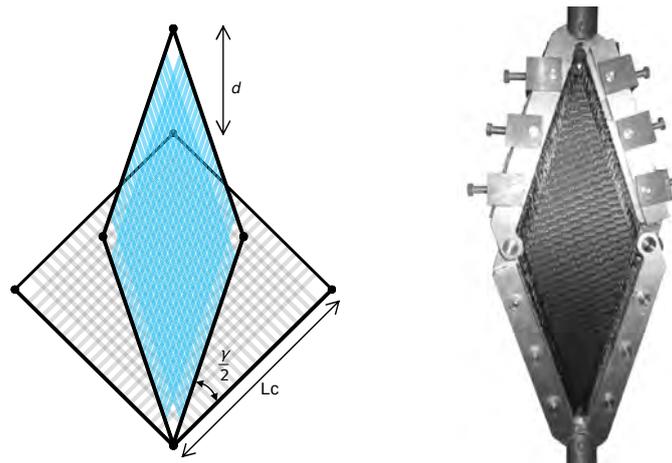


FIGURE 2.12 – Cinématique et dispositif expérimental

Cette méthode a été largement utilisée pour la caractérisation des tissus secs [CAO 08], mais aussi dans le cas des préimprégnés [MCG 97, MCG 98, HAR 02, LUS 02, LEB 03], où le montage expérimental a été placé dans une enceinte thermique (FIG.2.13).

L'exploitation des résultats et des relations issus du Picture frame sont assez simples grâce à la cinématique en cisaillement pur imposé. Un deuxième avantage concerne l'identification directe de l'angle de blocage, si le test est bien effectué, la mesure optique du flambement hors plan du tissu donnera une bonne approximation de cette valeur. Le principal inconvénient de cette méthode provient de l'alignement initial du tissu qui doit être rigoureusement identique à celui du cadre. En effet, les mèches désalignées vont être tendues au cours de l'essai, créant des tensions parasites. La rigidité en tension perturbera la mesure de manière très significative, du fait qu'elle est largement importante que celle en cisaillement.

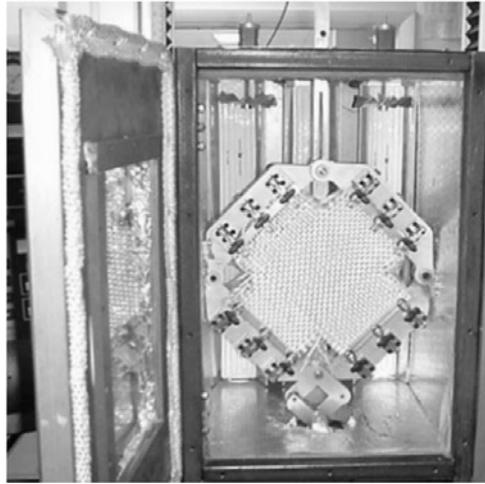


FIGURE 2.13 – Dispositif du Picture frame dans une enceinte thermique [LUS 02]

2.1.4.2 Bias Extension Test

Le Bias extension Test [CAO 08] est un deuxième essai très utilisé permettant également de caractériser le comportement en cisaillement plan d'un tissu. Son principe repose sur la traction d'une éprouvette dont les directions des fibres sont orientées à $\pm 45^\circ$ par rapport à l'axe de sollicitation.

Si l'hypothèse de non-glissement est vérifiée (Voir 2.1.1), et le rapport entre la longueur L et la largeur l de l'éprouvette, est supérieur à deux, trois zones vont se développer au cours de l'essai (FIG.2.14) :

- Z_A : Une zone centrale à cisaillement pur ($\gamma = \pi - \alpha$).
- Z_B : Quatre zones latérales demi-cisillées ($\frac{\gamma}{2}$).
- Z_C : Deux zone à cisaillement nul aux extrémités de l'éprouvette ($\gamma = 0$).

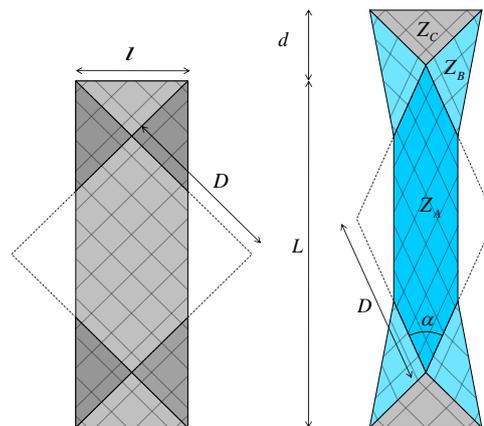


FIGURE 2.14 – Cinématique du Bias-Test

2. Caractérisation mécanique des préimprégnés thermoplastiques à hautes températures.

En supposant que les fibres sont assez rigides pour subir une déformation au cours de l'essai, l'angle de cisaillement théorique peut être exprimé à partir des paramètres géométriques de l'essai :

$$\gamma(d) = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(1 + \frac{d}{L-l} \right) \right) \quad (2.4)$$

où d est le déplacement imposé par la machine. Il faut rappeler que cette expression est valable uniquement lorsque les glissements entre les réseaux de mèches sont négligeables.

La mise en place du Bias extension test est relativement simple dans le cas des tissus secs, le principal inconvénient réside dans le fait que le champ de déformation n'est pas constant et donc dans l'exploitation des données qui n'est pas immédiate.

L'effort mesuré doit être adimensionné afin d'enlever la dépendance structurelle. En supposant que le seul mode de déformation dans l'éprouvette est le cisaillement pur, la puissance externe due aux efforts de la machine peut être liée à la puissance interne due aux efforts de cisaillement dans chaque zone. Or, les seules zones intervenant dans ce bilan seront les zones A et B, puisque la zone C n'est pas déformée, soit :

$$P_{int} = P_{ext} \quad (2.5)$$

$$F \dot{d} = \int_{S_A} C_s(\gamma) \dot{\gamma} dS + \int_{S_B} C_s \left(\frac{\gamma}{2} \right) \frac{\dot{\gamma}}{2} dS \quad (2.6)$$

Où C_s représente le couple surfacique de cisaillement [LUY 09] et S_A et S_B les surfaces des zones cisailées et demi-cisailées respectivement. Après intégration sur les surfaces initiales, la relation entre le couple de cisaillement surfacique et l'effort externe appliqué F , est donnée par [LUY 09] :

$$C_s(\gamma(t)) = \frac{\sqrt{2}}{2S_1} F D \sqrt{1 - \left(\frac{D+d}{D\sqrt{2}} \right)^2} - \frac{S_2}{2S_1} C_s \left(\frac{\gamma(t)}{2} \right) \quad (2.7)$$

Avec $D = L - l$, la longueur initiale de la diagonale du cadre de cisaillement virtuel dans la zone A (Voir FIG.2.14).

La résolution de cette équation n'est pas directe et requiert l'application d'une méthode séquentielle. Le couple surfacique pour un angle donné $C_s(\gamma)$ est calculé en supposant connu le couple pour un demi-cisaillement, $C_s \left(\frac{\gamma}{2} \right)$. La condition initiale de l'algorithme est donnée par :

$$C_s \left(\frac{\gamma}{2} \right) = \frac{1}{2} C_s(\gamma) \quad (2.8)$$

Certains auteurs ont appliqué la méthode du Bias extension test pour la caractérisation des composites préimprégnés thermoplastiques en obtenant une bonne répétabilité des résultats [POT 02, LEB 03, CHE 11, WAN 12].

2.2 Analyse thermomécanique et comportement viscoélastique des préimprégnés

Dans cette section, on se propose d'analyser le comportement thermomécanique d'un matériau composite préconsolidé à matrice thermoplastique.

À l'état actuel, très peu de travaux présentent un protocole expérimental détaillé pour la caractérisation de ce type de matériau. L'objectif de cette partie est donc d'étudier son comportement, tout en proposant un protocole expérimental détaillé : montage, conditions thermiques, préparation de l'éprouvette ; ainsi que quelques points de réflexion.

2.2.1 Présentation du matériau

Le matériau utilisé dans ces travaux est une plaque composite thermoplastique préconsolidée fournie par Solvay. La plaque est composée de 5 couches Satin-8 en fibre de verre et préimprégnés d'une résine Polyamide 6.6 (PA 6.6). La FIG.2.15 montre la structure interne du matériau obtenue par microtomographie X et le TAB.2.1 ses principales propriétés.

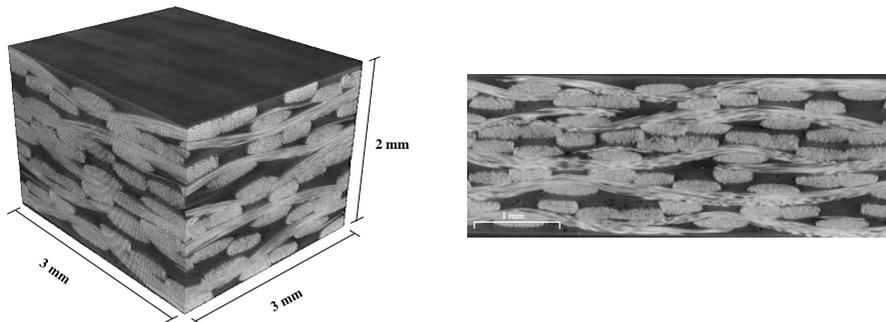


FIGURE 2.15 – Microtomographie (μ CT) du préconsolidé thermoplastique Satin 8 fibre de verre / PA 6.6

Les principales propriétés matériaux sont résumées dans le tableau 2.1.

Matrice	PA 6.6
Fibres	Verre
Type d'armure	Satin-8
Volume fibre (%)	48
Contenu vide (%)	< 0.2
Densité surfacique ($g \cdot m^{-2}$)	546
Épaisseur (mm)	2

Tableau 2.1 – Principales propriétés du préconsolidé étudié

2.2.2 Analyse thermiques

Des analyse thermiques du type DSC (Differential Scanning Calorimetry) ont été réalisés dans la matrice polymère et dans le pré-imprégné. Ce type de technique permet de déterminer différents propriétés thermiques, telles que : la capacité thermique, les températures de cristallisation et fusion du matériau, la chaleur latente, entre autres.

La technique DSC mesure la différence entre le flux thermique échangé entre une substance à analyser et une substance de référence en fonction de la température, alors que l'éprouvette est soumise à un cycle thermique particulier. Dans ce sens, la DSC peut fournir une information importante sur les conditions d'un procédé de transformation, sachant que l'historique thermique d'un matériau est facilement enregistré.

La FIG.2.16 montre les résultats moyens obtenus pour différentes vitesses de chauffage/refroidissement dans le cas du préconsolidé. L'analyse de ces courbes est essentielle afin d'imposer les conditions nécessaires pour caractériser correctement le matériau.

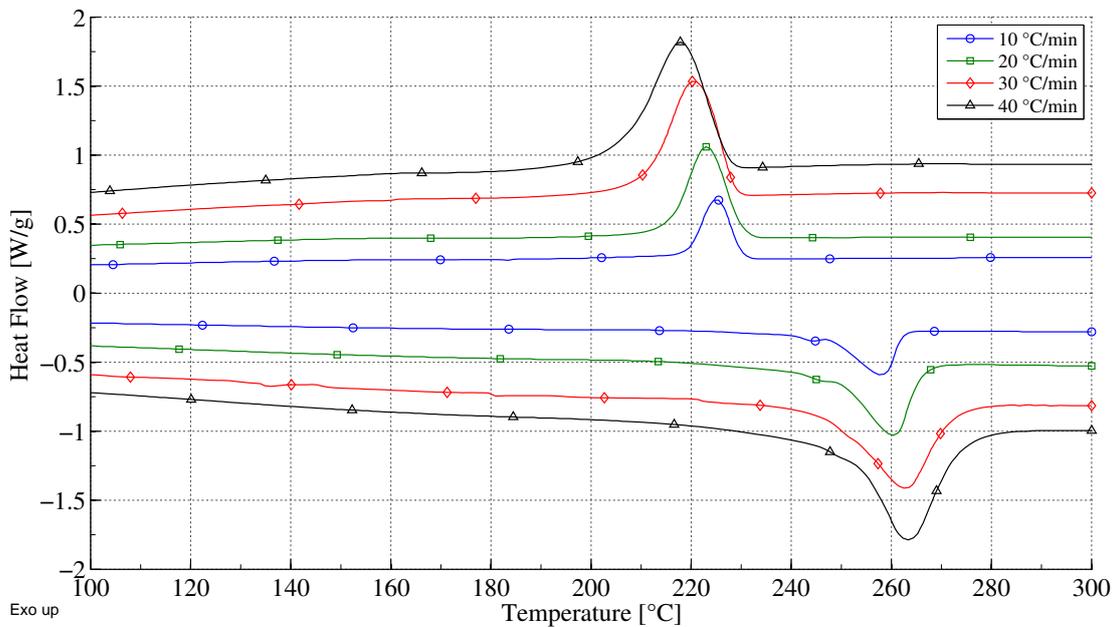


FIGURE 2.16 – DSC effectués sur le préconsolidé pour différents vitesses de chauffage/-refroidissement.

Un résultat important à remarquer est l'évolution des températures de fusion et cristallisation en fonction de la vitesse de chauffage et de refroidissement. En effet, la température de fusion et de cristallisation sont différentes [MAR 07], l'écart entre ces deux températures sera d'autant plus importante que les vitesses de chauffage/refroidissement le sont. Du point de vue mécanique, ceci signifie que le comportement du matériau sera différent après une phase de chauffe et refroidissement pour un même intervalle. Par exemple, pour une température de 240 °C à une vitesse de refroidissement de 30 °C/min

la matrice sera théoriquement à l'état liquide, le fait que la température de fusion est à 263 °C. Le TAB.2.2 résume les différentes températures de fusion (T_m) et cristallisation (T_c) en fonction de la vitesse de chauffage/refroidissement (V_T).

V_T (°C/min)	T_m (°C)	T_c (°C)
20	261.4	223
30	263.5	220
40	264.5	217

Tableau 2.2 – Température de fusion (T_m) et Température de cristallisation (T_c) moyennes du matériau étudié en fonction des vitesses de chauffage/refroidissement (V_T).

Les résultats de ces analyses seront utilisés par la suite afin d'imposer un cycle thermique qui soit en accord avec le procédé.

2.2.3 Caractérisation en flexion

La caractérisation en flexion a été effectuée en utilisant le montage expérimental décrit dans la Section 2.1.3. Une série de test ont été effectués dans le sens chaîne et trame sur des éprouvettes de 80 mm de longueur et sur un intervalle de température [260 – 320°C].

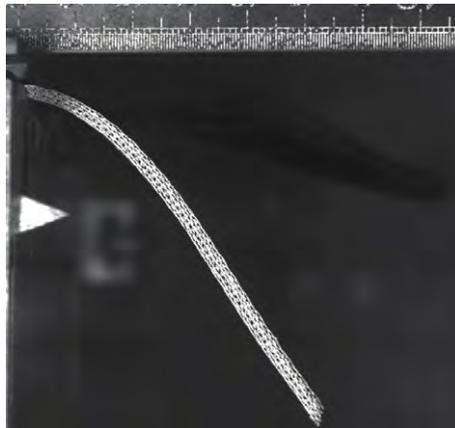


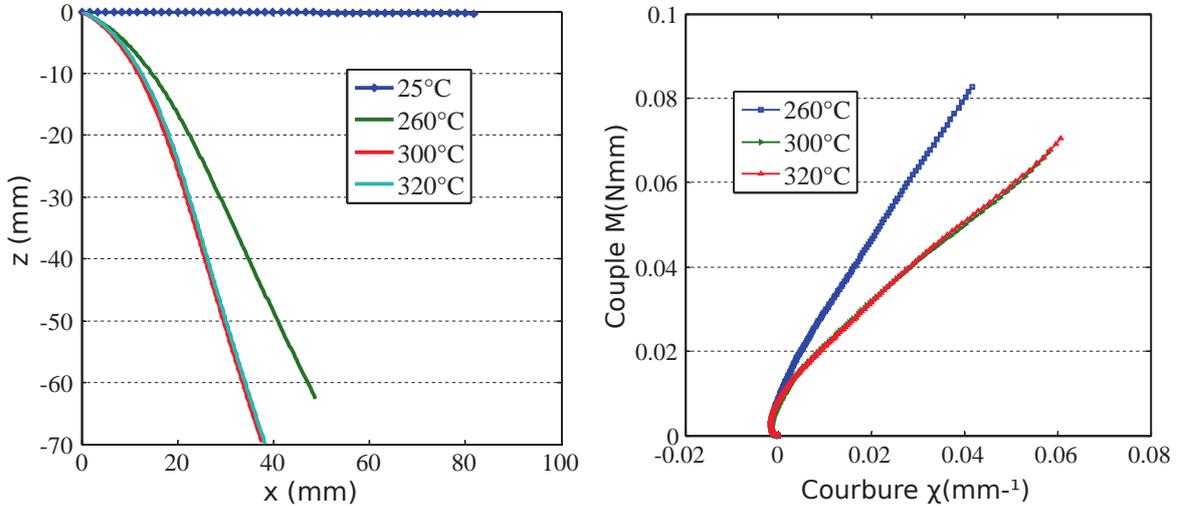
FIGURE 2.17 – Flexion à chaud d'un préconsolidé

Les résultats obtenus montrent que la rigidité du matériau, à la différence des tissus secs, présente une relation de comportement linéaire et équilibré dans la mesure où la rigidité dans le sens chaîne et trame sont égales.

Les profils déformés obtenus par mesures optiques ainsi que le courbe moment de flexion vs courbure, sont montrés dans la FIG.2.18. La déformée maximale est obtenue

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

pour une température de 300°C, au-dessus de cette température la rigidité en flexion reste constante et est voisine à celle du tissu sec.



(a) Profil mesuré pour différentes températures. (b) Couple de flexion en fonction de la courbure.

FIGURE 2.18 – Mesure de la rigidité en flexion du préconsolidé à différentes températures

Les résultats obtenus pour $T = 260^\circ\text{C}$ et $T = 300^\circ\text{C}$ sont présentés dans le tableau 2.3. Une variation linéaire sera supposée entre l'intervalle [260 – 320°C]. L'unité utilisée es le $N \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{mm}^{-1}$.

	260 °C	300 °C
χ	1.65	0.92

Tableau 2.3 – Rigidités en flexion du préconsolidé

2.2.4 Caractérisation du cisaillement plan par Bias-extension test

La caractérisation du comportement en cisaillement plan a été effectuée en utilisant le Bias extension test. Ce test a été choisi car, à température ambiante, le préconsolidé se trouve en état solide, à cet état, il très compliqué de s'assurer que les directions chaîne et trame sont exactement parallèles aux côtés du cadre comme l'exige le Picture Frame. Le Bias extension Test étant moins sensible aux variations de conditions limites est préféré pour cette étude.

Le Bias Extension Test, dans le cas de thermoplastiques mono et multiplis, est un essai assez délicat à mettre en œuvre. Afin d'étudier le comportement des préimprégnés pendant la mise en forme, il faut amener l'éprouvette au-dessus du point de fusion.

À cet état, la résine passe à l'état liquide (visqueux). Deux aspects doivent être assurés au cours de l'essai : le respect des conditions limites et le contrôle de la température au sein du matériau. En effet, la répartition de la température dans l'éprouvette doit être le plus homogène possible et constante dans le temps, afin de caractériser au mieux le matériau en fonction de la température. D'autre part, l'épaisseur du matériau diminue lorsque la résine passe à l'état liquide. Celle-ci agit à son tour, comme lubrifiant entre le contact outil-matériau et entre les différentes couches qui composent le matériau. Il faut donc assurer un effort constant au cours de l'essai afin d'éviter les problèmes de glissements.

2.2.4.1 Description du montage

Le banc expérimental est présenté dans la FIG.2.19. L'éprouvette est placée dans un enceinte thermique ($T_{max} = 600\text{ °C}$) et installée dans une machine à traction Schenk® (250 kN). Le déplacement est mesuré par le capteur interne de la machine et l'effort à l'aide d'un capteur 500 N ($\pm 0.3\%$). Le maintien en position est assuré par des vis à bout téton qui bloqueront l'éprouvette à travers l'épaisseur, ainsi qu'à l'aide d'un système de ressorts dans le mors permettant d'assurer un effort de serrage constant.

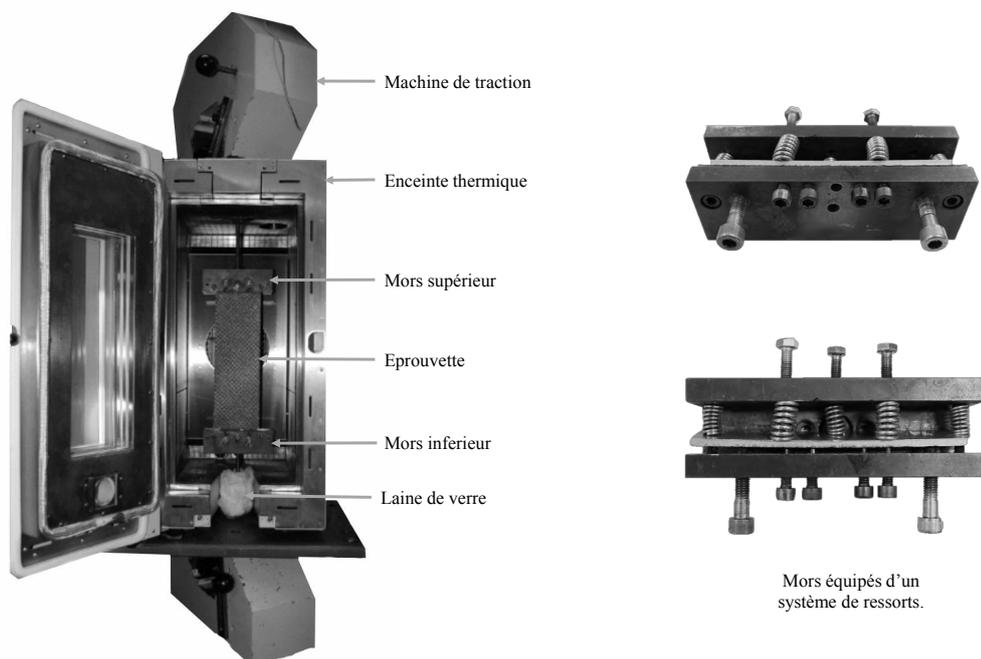


FIGURE 2.19 – Montage expérimentale et détail de conception des mors.

L'enceinte thermique est équipée d'un thermocouple permettant de mesurer la température proche des parois. Cependant, il a été constaté qu'il existe un écart entre cette température et celle au sein du matériau. Cet écart est dû principalement aux effets

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

convectifs et aux échanges par conduction entre le matériau et les mors. Afin de respecter les conditions thermiques, une série de thermocouples miniatures du type K ont été placés sur la longueur de l'éprouvette comme illustré FIG.2.20. Les thermocouples sont insérés dans petit trous percés dans le matériau suivant l'axe de symétrie ($\varnothing 1\text{mm}$). Ces mesures permettent de suivre exactement l'évolution de la température au cours du temps. Les essais sont effectués lorsque la température cible est atteinte et le gradient thermique dans l'éprouvette est négligeable (FIG.2.21-IV).

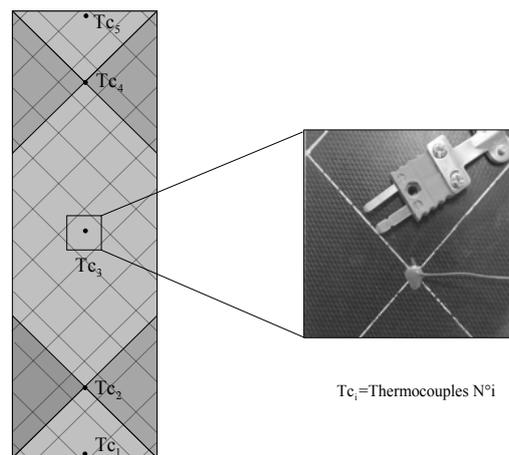


FIGURE 2.20 – Placement des thermocouples sur l'éprouvette

2.2.4.2 Conditions des essais

Comme mentionné au Chapitre 1, la mise en forme du matériau est effectuée après une phase de chauffage, généralement dans un four par infrarouges. La température de chauffage dans cette étape est d'environ 300 °C dans le cas du PA 66. Cette opération est suivie d'une phase de transport entre le four et la presse, dans laquelle, le préconsolidé subit une perte de température par convection de l'ordre de 10%. Une fois placé dans la presse, le moule est fermé pour donner la forme finale à la pièce. Afin de caractériser le matériau pendant la mise en forme, il est essentiel de suivre le même historique thermique du procédé. En partant de ce point, un cycle thermique a été imposé en accord avec le procédé de thermoformage (FIG.2.21). Dans un premier temps l'échantillon est chauffé à une température de 40° au-dessus du point de fusion (Figure 2.21-I). Cette température est maintenue constante jusqu'à obtention d'une température homogène dans l'éprouvette (Figure 2.21-II). Finalement, l'éprouvette est refroidie à la température de caractérisation (FIG.2.21-III).

Une série d'essais a été menée pour différentes températures dans la gamme de mise en forme (260° – 300°). La vitesse de déplacement des mors a été fixée à 30 mm/min. Afin de mettre en évidence le comportement viscoélastique du matériau, un déplacement par

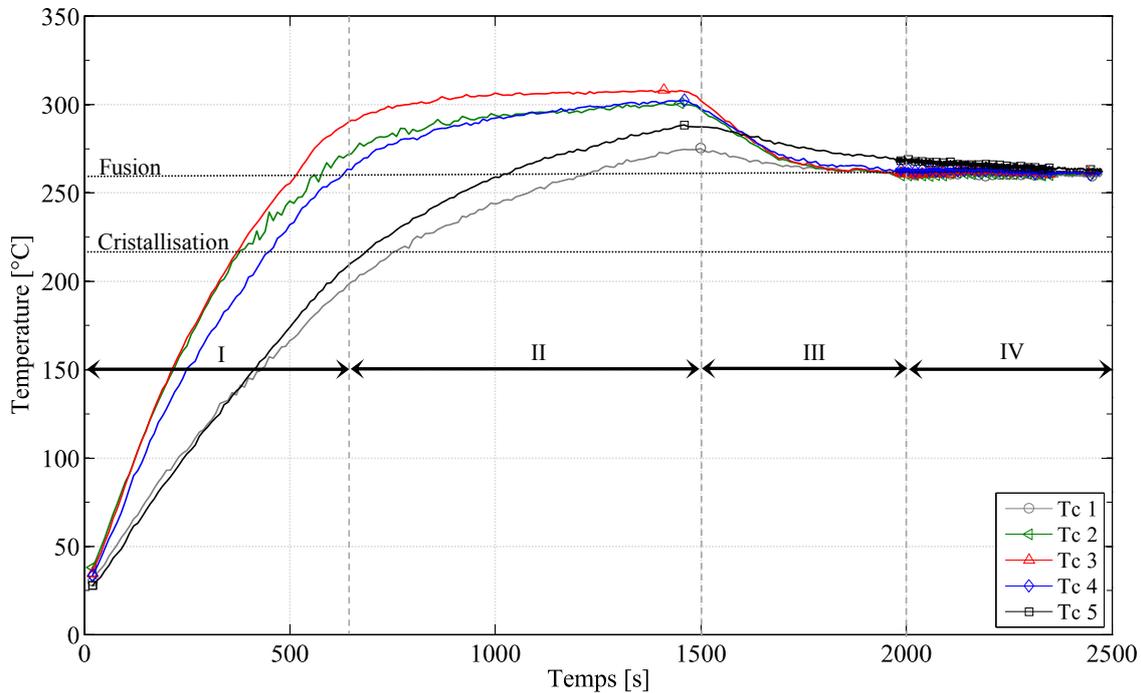


FIGURE 2.21 – Cycle thermique imposé : I. Chauffage au-dessous du point de fusion, II. Étape d'homogénéisation de la température, III. Refroidissement jusqu'à la température ciblée. IV. Bias extension test.

paliers de 10 mm a été fixé, le déplacement total étant égal à 50 mm. Ce déplacement correspond à un angle de cisaillement théorique de 57° . Le temps de maintien entre chaque palier a été fixé à une minute pour les trois premiers paliers et deux minutes pour les deux derniers. Cela permet de stabiliser la réponse et d'identifier les différents mécanismes de relaxation.

2.2.4.3 Résultats Expérimentaux

Le chargement et les résultats obtenus pour une température de 270°C sont présentés dans la FIG.2.22. Des effets de relaxation peuvent être constatés pour chaque déformation imposée, mettant en évidence le comportement viscoélastique associé au cisaillement dans le plan. L'évolution de la géométrie de l'éprouvette est également présente sur la séquence d'images FIG.2.23.

Les matériaux étudiés possèdent une rigidité en cisaillement importante, ce qui peut entraîner des problèmes de glissement dans les mors si le montage n'est pas adapté. Dans le cas où ce type de problème survient, il faut modifier le montage expérimental et donc agir sur la raideur des ressorts. Une autre solution consiste à modifier la géométrie de l'éprouvette comme illustré FIG.2.24.

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

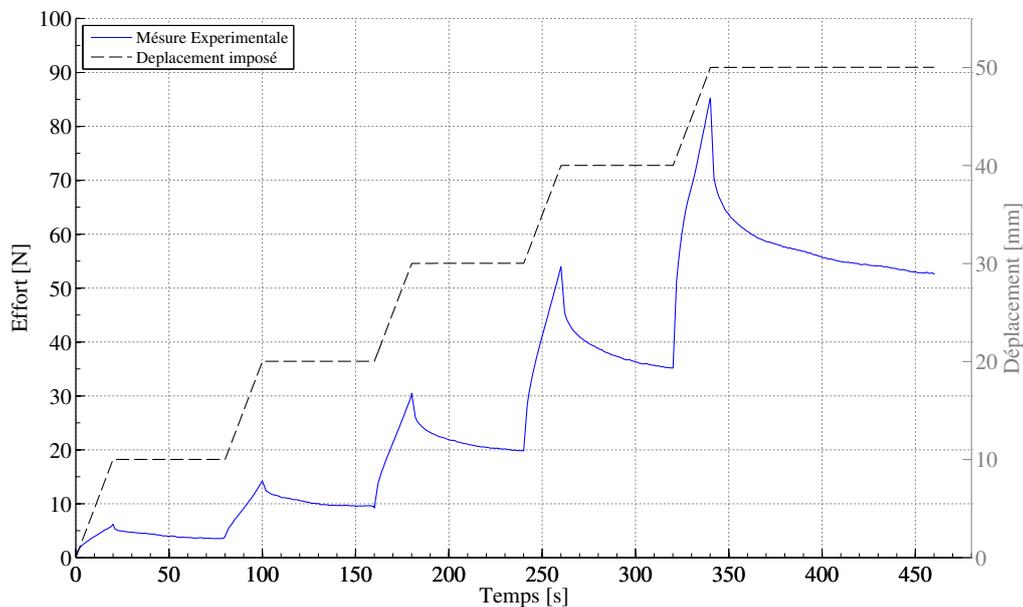


FIGURE 2.22 – Courbe Effort/temps pour une température de 270°C et déplacement imposé des mors

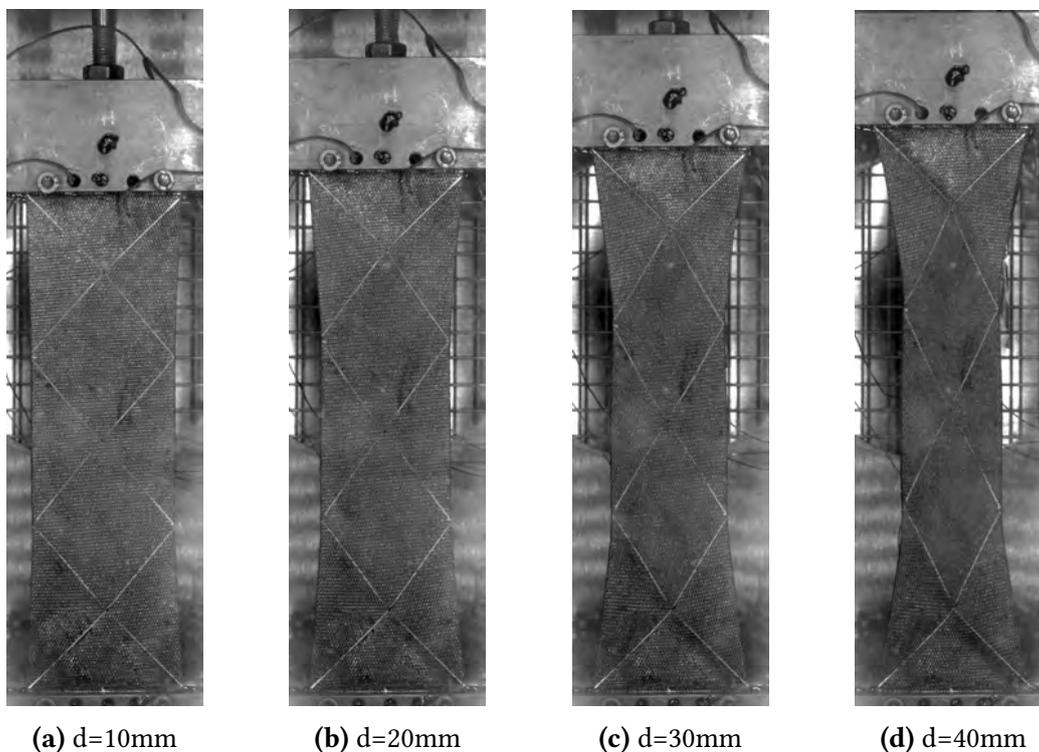


FIGURE 2.23 – Évolution de la géométrie du Bias extension test

La géométrie en "T" possède principalement deux avantages : tout d'abord, la surface de serrage de l'éprouvette est augmentée, et deuxièmement, toutes les fibres situées à la limite de la zone demi-cisaillée (zone B) et la zone non-cisaillée (zone C) sont maintenues continues dans la zone de serrage.

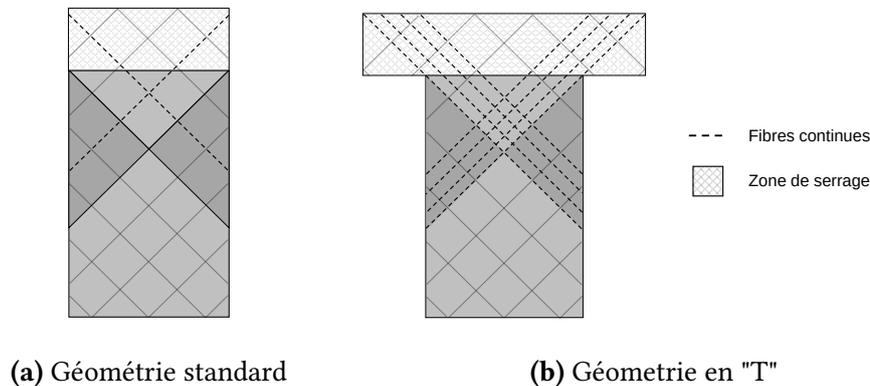


FIGURE 2.24 – Modification de géométrie afin de respecter les conditions limites

La FIG.2.25 montre les résultats obtenus après déformation en utilisant les deux types de géométries pour les mêmes conditions expérimentales. Il faut remarquer que les trois zones théoriques (voir 2.1.4.2) ne sont pas bien définies pour la géométrie standard (FIG.2.25a), alors qu'avec la géométrie en "T" (FIG.2.25a), on obtient une configuration jugée correcte. Pour cette nouvelle configuration les conditions limites ont été mieux respectées.

Les essais de caractérisation ont été effectués en utilisant la nouvelle géométrie. Les FIG.2.26 et FIG.2.27 montrent les résultats moyennés obtenus pour différentes températures. Il faut remarquer que la rigidité en cisaillement plan diminue lorsque la température augmente, le comportement tend vers celui du renfort sec. Cependant, les phénomènes de relaxation persistent FIG.2.27.

2.2.4.4 Influence du cycle thermique et phénomènes localisés

Afin d'illustrer l'importance du respect des cycles thermiques (Voir 2.2.4.2), la FIG.2.28 montre le résultat de deux essais effectués suivant deux cycles différents. Dans le premier cas, l'éprouvette a été chauffée à 265 °C puis maintenue à cette température pendant l'essai. Dans le deuxième cas, l'éprouvette a été chauffée à 300 °C puis refroidie à 265 °C avant l'essai.

La différence entre ces deux courbes est évidente. Dans le deuxième cas, les efforts sont moins importants et augmentent progressivement en fonction du déplacement. Dans le premier cas, l'effort augmente très rapidement de façon linéaire dans la première partie de la courbe, puis l'effort chute, ce qui rappelle l'allure d'un comportement du type élastoplastique. L'analyse des images dans le premier cas met en évidence l'apparition des déformations localisées au milieu de l'éprouvette FIG.2.29, celle-ci est déformée

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

de manière discontinue. L'exploitation des mesures avec les hypothèses classiques du Bias extension test n'est plus possible.

Ce type de comportement ne sera pas abordé dans ces travaux, mais il représente un point de départ pour des futurs développements.

Hypothèse 4 *Le mode de déformation en cisaillement plan dépend de la température et présente un comportement viscoélastique pour la gamme de température de mise en forme.*

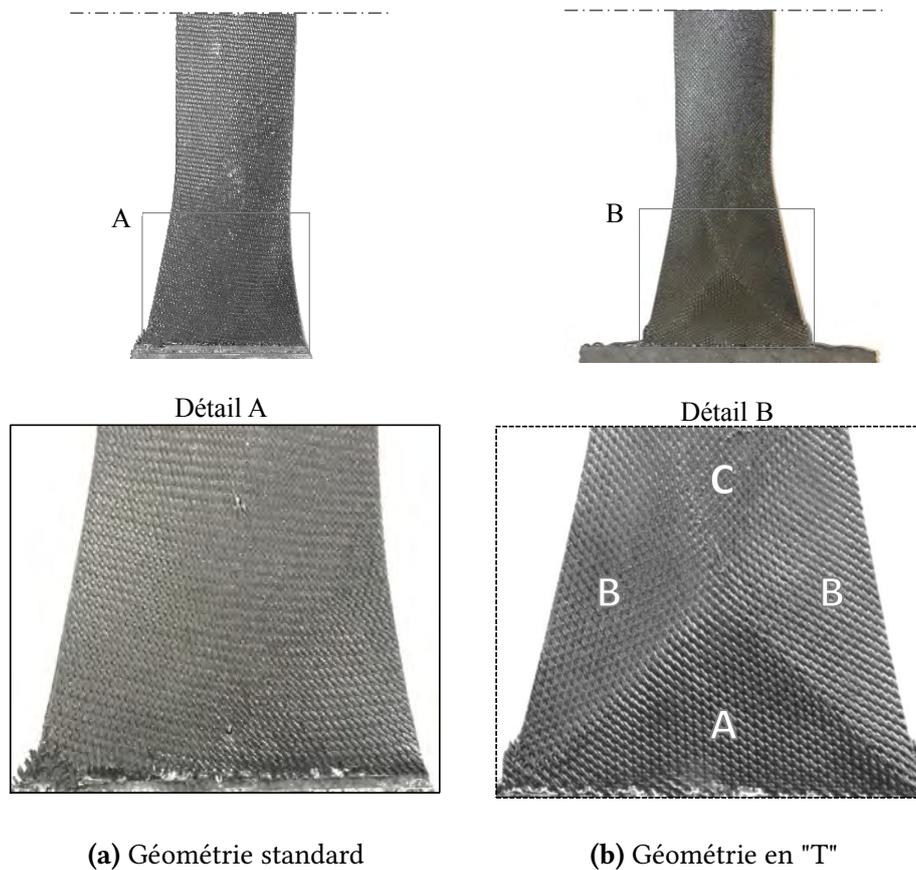


FIGURE 2.25 – Éprouvettes après déformation pour deux géométries différentes.

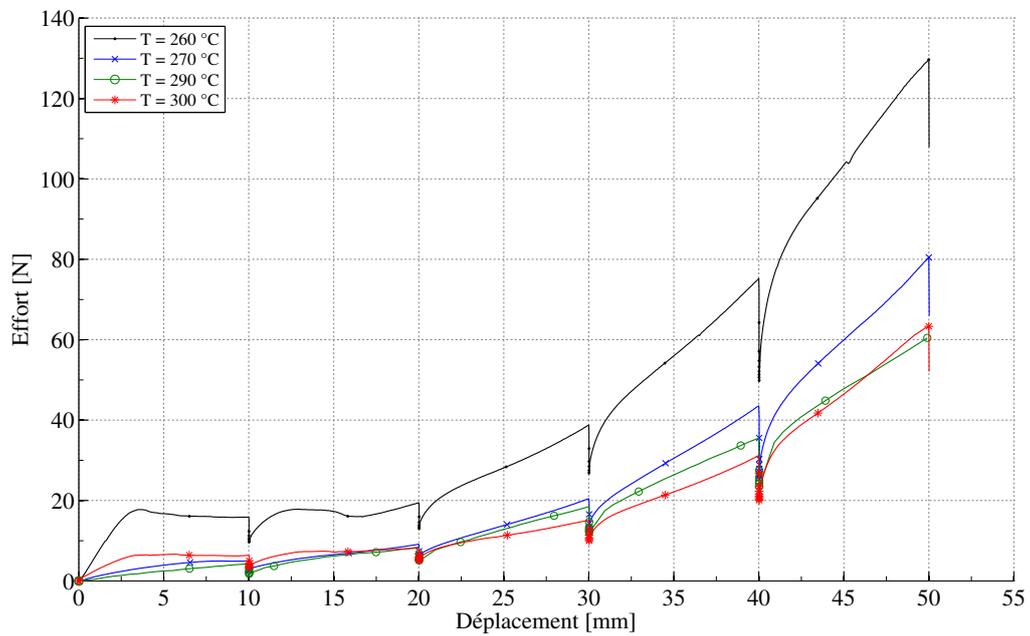


FIGURE 2.26 – Courbes effort/déplacement moyennes pour différentes températures.

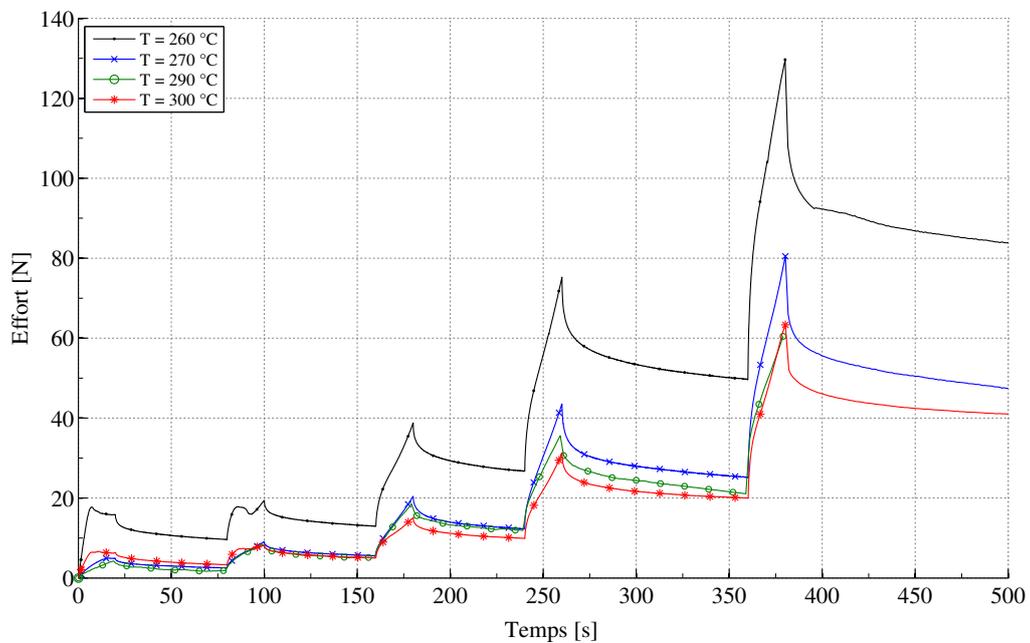


FIGURE 2.27 – Courbes effort/temps moyennes pour différentes températures.

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

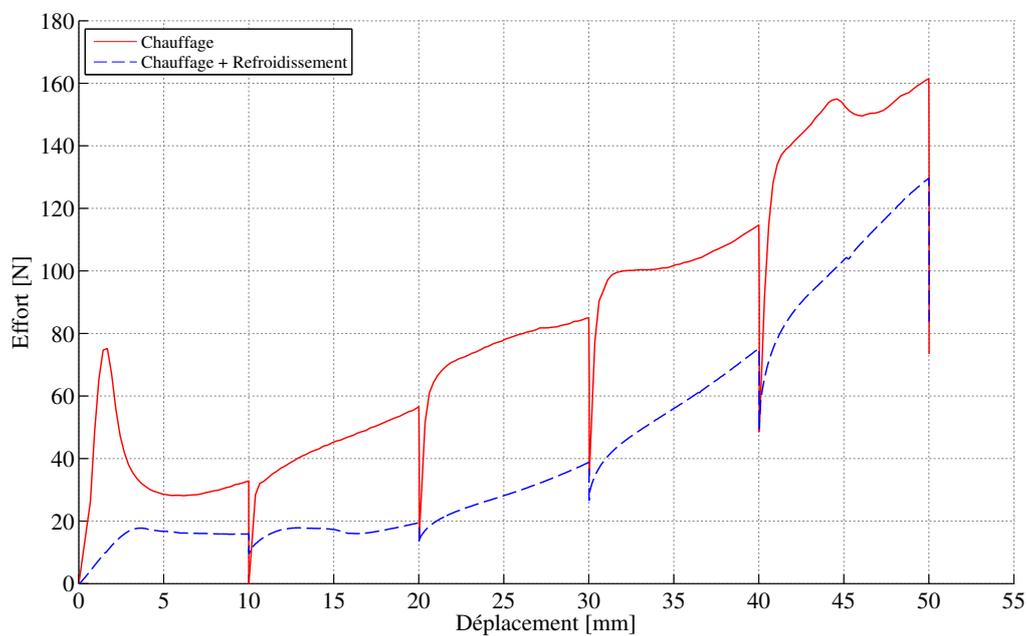


FIGURE 2.28 – Mise en évidence du cycle thermique pour deux essais réalisées à une température de 265°C.

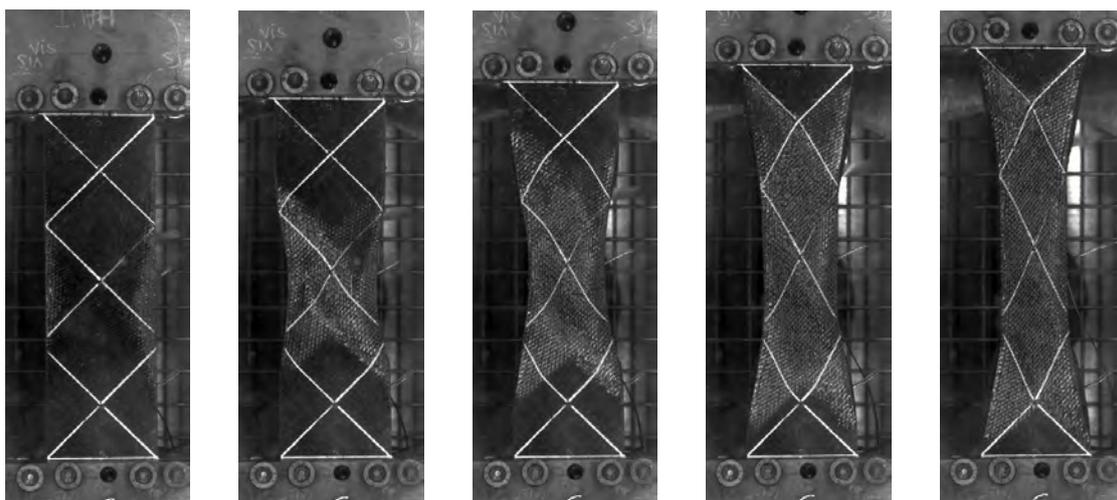


FIGURE 2.29 – Évolution de la géométrie du Bias-extension test

2.3 Bilan Chapitre 2

Ce chapitre a permis de présenter les principaux mécanismes de déformation mise en jeu dans le thermoformage des préimprégnés thermoplastiques, ainsi que les différentes méthodes expérimentales employées pour sa caractérisation. Une description détaillée est donnée dans le cas de la caractérisation des préconsolidés en cisaillement plan à l'aide du Bias-extension test.

Une attention particulière a été portée sur la validité des conditions limites d'une part, et d'autre part sur la réalisation d'un cycle thermique qui soit en accord avec le procédé de transformation.

En se basant sur des travaux existants, une série d'hypothèses sur le comportement de ce type de matériau à hautes températures a été posée. Elles serviront comme point de départ pour la formulation d'un modèle de comportement pour la mise en forme introduit dans le chapitre suivant.

2. Caractérisation mécanique des préimprégnées thermoplastiques à hautes températures.

Chapitre 3

Développement d'un modèle pour la mise en forme des renforts préimprégnés thermoplastiques

Sommaire

3.1	Introduction	57
3.2	Mécanique des milieux continus en grandes transformations	58
3.2.1	Description du mouvement	58
3.2.2	Tenseur gradient de la transformation	58
3.2.3	Mesure des déformations	59
3.2.4	Mesure des contraintes	60
3.2.5	Loi de comportement et principe d'objectivité	62
3.3	Thermodynamique des milieux continus	63
3.3.1	Deuxième principe de la thermodynamique	64
3.3.2	Variables d'état et potentiels thermodynamiques	65
3.3.3	Thermodynamique rationnelle	65
3.3.4	Thermodynamique des processus irréversibles	65
3.4	Lois hyperélastiques	66
3.4.1	Définitions	66
3.4.2	Hyperélasticité isotrope	67
3.4.3	Hyperélasticité orthotrope	68
3.4.4	Hyperélasticité orthotrope pour les renforts tissés	68
3.5	Modèle Viscohyperélastique pour les renforts préimprégnés thermoplastiques	70
3.5.1	Comportement viscoélastique	72
3.5.1.1	Modèle rhéologique Maxwell Généralisé	72
3.5.1.2	Considérations thermodynamiques	76
3.5.1.3	Modèle viscohyperélastique	78

3.6	Choix des potentiels et identification des paramètres	81
3.6.1	Élongation	81
3.6.2	Flexion	83
3.6.3	Cisaillement plan	83
3.6.4	Dépendance de la température	88
3.7	Bilan Chapitre 3	92

3.1 Introduction

D'après les observations expérimentales du chapitre précédent, une série d'hypothèses a été formulée concernant les différents modes de déformation, son comportement spécifique, et sa thermodépendance. Il a été convenu que les principaux modes de déformation à l'échelle macroscopique sont l'élongation dans le sens chaîne et dans le sens trame, le cisaillement dans le plan et la flexion hors plan. Parmi eux, seule la déformation en cisaillement plan est supposée avoir un comportement viscoélastique induit par l'introduction de la résine thermoplastique. Les principales raisons pour cette hypothèse sont les suivantes : Le comportement en traction est principalement relié à la tension des fibres ne présentant pas un comportement visqueux [WAN 15]. Concernant la flexion, son comportement est probablement visqueux, mais les travaux existants ne sont pas assez avancés sur le sujet [MAR 95], et son influence est souvent négligée dans les simulations de mise en forme. Cependant, ce mode de déformation est thermodependent, et des travaux récents [LIA 14] ont permis de caractériser ce type de déformation en fonction de la température. Par conséquent, il est supposé que le comportement viscoélastique est principalement associé au mode de déformation en cisaillement dans le plan.

Partant de ces hypothèses, le point de départ de ce modèle consiste à découpler les différents modes de déformation et de décrire la partie élastique à l'aide d'une formulation hyperélastique. Cette étape est basée, comme détaillé plus tard, sur une décomposition multiplicative du gradient de la transformation, chaque partie sera caractérisée par un invariant dit "physique" au sens des modes de déformation du renfort considérés être indépendants. Ce type d'approche a été déjà utilisé pour la modélisation de la mise en forme de renforts tissés secs 2D [AIM 08] et 3D [CHA 12a] avec des résultats satisfaisants.

Dans un deuxième temps, un modèle de comportement viscohyperélastique est associé au cisaillement plan, traduisant l'influence de la résine sur ce mode de comportement. Le principe de ce modèle repose sur la généralisation des modèles rhéologiques classiques, tels que, le modèle Maxwell et sa formulation en termes des variables internes [SIM 98].

Le résultat obtenu est un modèle phénoménologique, où les paramètres matériaux peuvent facilement être déduits des essais expérimentaux du Chapitre 2, sachant que chaque mode de déformation est considéré être indépendant.

La première partie de ce chapitre introduit le formalisme et les bases nécessaires de la mécanique des milieux continus pour le développement de cette loi de comportement.

3.2 Mécanique des milieux continus en grandes transformations

3.2.1 Description du mouvement

Le mouvement dans tout point d'un solide est décrit par la fonction bijective Φ :

$$\underline{x} = \Phi(\underline{X}, t) \quad (3.1)$$

qui donne le vecteur position \underline{x} à l'instant t de la particule qui occupait précédemment la position \underline{X} . Pour un instant t fixé, cette fonction définit la déformation en tout point d'un solide entre une configuration de référence C_0 et une configuration actuelle $C(t)$ (FIG.3.1).

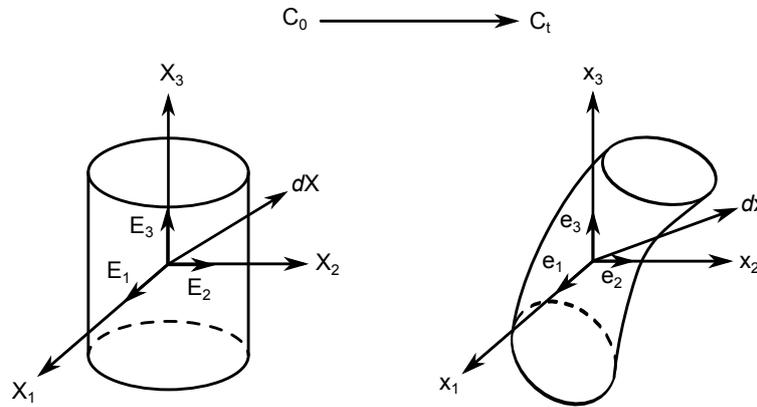


FIGURE 3.1 – Configuration initiale C_0 et configuration actuelle déformée C_t

En mécanique des solides, la configuration de référence C_0 est généralement associée à l'état initial du solide non déformé, ce qui permet d'associer les deux configurations dans le même système d'axe. Néanmoins, il est préférable de traiter séparément ces deux systèmes et de distinguer les coordonnées lagrangiennes ou matérielles pour la configuration C_0 et eulériennes ou spatiales pour la configuration courante $C(t)$. Par abus de langage la dépendance au temps t sera omise dans la suite en supposant $t > 0$.

3.2.2 Tenseur gradient de la transformation

Afin de décrire la cinématique au voisinage d'un point X donné, on introduit le tenseur gradient de la transformation, également appelé application linéaire tangente, défini comme le jacobien de l'application Φ . Le vecteur $d\underline{x}$ se met alors sous la forme :

$$d\underline{x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{X}} d\underline{X} = \underline{F} d\underline{X} \quad (3.2)$$

Le tenseur gradient de la transformation $\underline{\underline{F}}$, est donc une application qui transforme un vecteur matériel élémentaire donné $d\underline{X}$ en sa contrepartie eulérienne $d\underline{x}$. Ce tenseur donne une description locale, au premier ordre, de la transformation solide.

On définit aussi la transformation d'un élément de volume élémentaire. Soit un élément de volume dans la configuration de référence, $d\Omega_0 \in C_0$. Sa contrepartie déformée dans la configuration courante, $d\Omega \in C_t$, est donnée par le déterminant de la matrice jacobienne du tenseur gradient de la transformation, appelé jacobien :

$$dv = J dV \quad \text{avec} \quad J = \det(\underline{\underline{F}}) \quad (3.3)$$

La condition locale d'impenétrabilité de la matière exige que :

$$J(X) > 0 \quad (3.4)$$

On définit aussi la transformation d'un élément de surface $d\underline{S}$ de normale \underline{N} en configuration initiale en un élément de surface $d\underline{s}$ de normale \underline{n} à l'aide de la formule de Nanson :

$$\underline{n} \cdot d\underline{s} = J \underline{\underline{F}}^{-T} d\underline{S} \cdot \underline{N} \quad (3.5)$$

3.2.3 Mesure des déformations

Le tenseur gradient de la transformation décrit le mouvement local du milieu. Afin de définir sa déformation, il est nécessaire de caractériser les changements de forme, c'est-à-dire les variations de longueurs et d'angles. Ce sont en fait les variations des produits scalaires de vecteurs matériels $d\underline{X}$ et $\delta\underline{X}$, devenant $d\underline{x}$ et $\delta\underline{x}$ après transformation :

$$d\underline{x} \cdot \delta\underline{x} = (\underline{\underline{F}} d\underline{X})^T \cdot (\underline{\underline{F}} \delta\underline{X}) = d\underline{X} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \delta\underline{X} \quad (3.6)$$

où $\underline{\underline{C}}$ dénote le tenseur de dilatations Cauchy-Green droit et $\underline{\underline{B}}$ le tenseur de Cauchy-Green gauche définis par :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{F}} \quad (3.7)$$

À partir de la variation de ces produits scalaires, on obtient la déformation associée :

$$\begin{aligned} d\underline{x} \cdot \delta\underline{x} - d\underline{X} \cdot \delta\underline{X} &= d\underline{X} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \delta\underline{X} - d\underline{X} \cdot \delta\underline{X} \\ &= d\underline{X} \cdot (\underline{\underline{C}} - \underline{\underline{I}}) \cdot \delta\underline{X} \\ &= d\underline{X} \cdot 2\underline{\underline{E}} \cdot \delta\underline{X} \end{aligned} \quad (3.8)$$

où $\underline{\underline{I}}$ est le tenseur identité d'ordre 2 et $\underline{\underline{E}}$ est le tenseur des déformations de Green-Lagrange donné par :

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{C}} - \underline{\underline{I}}) \quad (3.9)$$

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

En petites déformations, ce tenseur se confond avec le tenseur des déformations linéarisées $\underline{\underline{\epsilon}}$. Les tenseurs $\underline{\underline{C}}$ et $\underline{\underline{E}}$ sont définis par rapport à la configuration initiale et à des variations de vecteurs matériels élémentaires. À ce titre, ils sont qualifiés de lagrangiens. En reprenant le même processus, en exprimant $d\mathbf{X} \cdot \delta\mathbf{X}$ puis la variation des produits scalaires dans la base spatiale, on obtient leurs équivalents eulériens en configuration courante :

$$\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{F}}^T \quad (3.10)$$

$$\underline{\underline{e}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{C}} - \underline{\underline{B}}^{-1}) \quad (3.11)$$

avec $\underline{\underline{b}}$ tenseur de Cauchy-Green gauche et $\underline{\underline{e}}$ le tenseur des déformations d'Euler-Almansi.

L'écriture du principe des puissances virtuelles, ainsi que certaines loi de comportement (hypoélastiques, viscoélastiques), nécessitent de définir la notion de vitesse de déformation. En différentiant l'équation 3.2 par rapport au temps, on obtient :

$$d\dot{\underline{\underline{x}}} = \dot{\underline{\underline{F}}} \cdot d\underline{\underline{X}} = \dot{\underline{\underline{F}}} \cdot \underline{\underline{F}}^{-1} \cdot d\underline{\underline{x}} = \underline{\underline{L}} \cdot d\underline{\underline{x}} \quad (3.12)$$

Le tenseur $\underline{\underline{L}}$ est appelé tenseur *gradient de vitesse*. Il est classiquement décomposé en un terme symétrique $\underline{\underline{D}}$ (tenseur *taux de déformation*) et un terme antisymétrique $\underline{\underline{\omega}}$ (tenseur *taux de rotation*) :

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{L}}^S = \frac{1}{2} (\underline{\underline{L}} + \underline{\underline{L}}^T) \quad (3.13)$$

$$\underline{\underline{\omega}} = \underline{\underline{L}}^A = \frac{1}{2} (\underline{\underline{L}} - \underline{\underline{L}}^T) \quad (3.14)$$

Le taux de déformation décrit la vitesse de déformation du solide considéré. Cette mesure est associée à la configuration actuelle. Pour que cette vitesse de déformation soit mesurée dans la configuration initiale, $\underline{\underline{D}}$ est transporté :

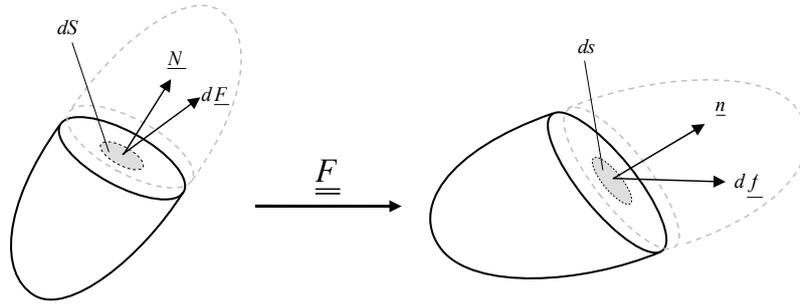
$$\dot{\underline{\underline{E}}} = \underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{F}} \quad (3.15)$$

où $\dot{\underline{\underline{E}}}$ est la vitesse de déformation lagrangienne.

3.2.4 Mesure des contraintes

Soit un solide déformable virtuellement coupé en deux sous domaines, avant et après transformation (Fig.3.2). L'équilibre de chacun des deux sous domaines ainsi définis impose l'existence de forces internes à la frontière entre les deux. Comme en hypothèses de petites déformations, on définit dans la configuration actuelle le vecteur contrainte $\underline{\underline{t}}$ qui caractérise les efforts internes de cohésion $\underline{\underline{f}}$ exercés sur une partie du solide à travers la surface ds de normal extérieure $\underline{\underline{n}}$:

$$\underline{\underline{t}} = \frac{d\underline{\underline{f}}}{ds} \quad (3.16)$$


FIGURE 3.2 – Définition du vecteur contrainte

Selon le théorème de Cauchy, pour un point donné, le vecteur contrainte dépend linéairement du vecteur normal \underline{n} . Il existe alors un tenseur d'ordre deux, nommé tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$, tel que :

$$\underline{t} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} \quad (3.17)$$

L'écriture de l'équation de moment du principe fondamental de la dynamique permet de démontrer que ce tenseur des contraintes de Cauchy est symétrique. Avec (3.16) et (3.17), l'effort exercé sur la surface élémentaire s'écrit :

$$d\underline{f} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} ds \quad (3.18)$$

Le tenseur de Cauchy représente donc les efforts internes exprimés dans la configuration actuelle. De même que pour les différentes mesures de déformation établies précédemment, il est possible de définir d'autres mesures des efforts internes. Ainsi, en notant $d\underline{F}$, dS et \underline{N} l'effort, la surface et sa normale ramenés en configuration initiale, on définit les deux tenseurs $\underline{\underline{P}}$ et $\underline{\underline{S}}$ comme suit :

$$\begin{aligned} d\underline{f} &= \underline{\underline{P}} \cdot \underline{N} dS \\ d\underline{F} &= \underline{\underline{S}} \cdot \underline{N} dS \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ces tenseurs sont respectivement appelés premier tenseur de Piola-Kirchhoff (PK1) (ou tenseur de Boussinesq), second tenseur de Piola-Kirchhoff (PK2) ou tenseur de Piola Lagrange. En petites déformations, ces tenseurs sont identiques. On introduit d'autre part le tenseur eulérien $\underline{\underline{\tau}} = J\underline{\underline{\sigma}}$, appelé tenseur des contraintes de Kirchoff; c'est un tenseur symétrique qui joue un rôle important pour la formulation variationnelle des problèmes en grande déformation.

Les équations (3.20 et 3.21) montrent les liens entre ces différents tenseurs :

$$\underline{\underline{\tau}} = J\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{F}} \underline{\underline{S}} \underline{\underline{F}}^T = \underline{\underline{P}} \underline{\underline{F}}^T \quad (3.20)$$

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{\tau}} \underline{\underline{F}}^{-T} = J \underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{F}}^{-T} \quad (3.21)$$

3. Développement d'un modèle pour la mise en forme des renforts préimprégnés thermoplastiques

En reprenant les définitions précédentes des adjectifs lagrangien et eulérien en fonction des configurations auxquelles sont associés les tenseurs, le tenseur de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ sera dit eulérien (i.e configuration actuelle), tandis que le second tenseur de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$ sera dit lagrangien (i.e configuration initiale). Les tenseurs de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{P}}$ et de Kirchhoff $\underline{\underline{\tau}}$, ni eulériens ni lagrangiens, seront dits bipoints.

3.2.5 Loi de comportement et principe d'objectivité

Les lois de comportement traduisent la façon dont réagit la matière, relations entre les processus de déformation et l'évolution des contraintes. En correspondance avec la diversité des comportements observables, il existe tout autant de modèles disponibles. On peut distinguer trois types de lois de comportement [SID 82] :

- Les lois hypoélastiques, où une vitesse de déformation est liée à un taux de contrainte. Ces lois sont fréquemment utilisées pour des matériaux à la réponse peu anisotrope. Elles sont faciles à mettre en place et adaptées aux résolutions réactualisées. Les contraintes et énergies de déformation peuvent ne pas être indépendantes de l'historique de déformation ;
- Les lois élastiques (ou Cauchy élastique) où une mesure de la déformation est liée à une mesure de la contrainte. Les contraintes sont indépendantes de l'historique de déformation tandis que l'énergie de déformation peut ne pas l'être. Ces formulations sont très faiblement utilisées dans le cadre des grandes transformations ;
- Les lois hyperélastiques où une densité d'énergie de déformation est définie comme étant un potentiel des contraintes. Les contraintes et énergies de déformation sont indépendantes de l'historique de déformation.

Une loi de comportement doit vérifier le principe d'indifférence matérielle ou d'objectivité, c'est-à-dire qu'elle doit être invariante dans tout changement de référentiel. En effet, l'objectivité traduit l'indépendance de ces grandeurs de l'observateur choisi. Il est donc nécessaire de définir et de travailler avec des grandeurs elles mêmes objectives. Il faut donc distinguer parmi les grandeurs précédemment introduites celles qui sont objectives [LEM 09] :

- Tout tenseur écrit dans la configuration de référence C_0 (tels sont les cas du tenseur de déformation de Green-Lagrange $\underline{\underline{E}}$ et le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$).
- Toute dérivée temporelle d'un tenseur défini dans la configuration de référence C_0 (telle que $\underline{\underline{\dot{E}}}$ et $\underline{\underline{\dot{S}}}$).
- Tout scalaire.

Cependant, il est important de noter que les dérivées temporelles des grandeurs définies dans la configuration actuelle déformée C_t ne sont pas objectives. Ainsi, la dérivée $\underline{\underline{\dot{\sigma}}}$ du tenseur des contraintes de Cauchy n'est pas objective. Les dérivées temporelles $\underline{\underline{\dot{F}}}$ du gradient de la transformation et $\underline{\underline{\dot{P}}}$ du premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff ne sont également pas objectives. Cependant, plusieurs dérivées temporelles objectives existent, telles que Jaumann ou Green-Naghdi.

3.3 Thermodynamique des milieux continus

La prise en compte des lois thermodynamiques associées à la mécanique des milieux continus est nécessaire afin d'introduire le couplage entre les phénomènes thermiques et les effets mécaniques. Cependant, même en absence de tout couplage mécanique, le second principe de la thermodynamique permet d'introduire le principe fondamental lié à la dissipation, conduisant au fait que l'énergie mécanique fournie à un système et perdue sous forme de chaleur. Le premier principe de la thermodynamique ou loi de la conservation de l'énergie exprime que la variation d'énergie totale (i.e. énergie interne plus énergie cinétique) est égale à la somme de la puissance des efforts externes plus la quantité de chaleur fournie au système par unité de temps, soit :

$$\frac{d}{dt}(E_{int} + E_{cin}) = P_{ext} + \dot{Q} \quad (3.22)$$

avec :

- L'énergie interne du système en fonction de l'énergie spécifique e :

$$E_{int} = \int_{\Omega} \rho e \, dv \quad (3.23)$$

- L'énergie cinétique :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{\underline{x}} \cdot \dot{\underline{x}} \, dv \quad (3.24)$$

- La puissance des efforts extérieurs :

$$P_{ext} = \int_{\Omega} \underline{f}_v \cdot \dot{\underline{x}} \, dv + \int_{\partial\Omega} \underline{t} \cdot \dot{\underline{x}} \, dv \quad (3.25)$$

\underline{f}_v étant les efforts volumiques sur le domaine.

- Taux de chaleur fourni au système :

$$Q = \int_{\partial\Omega} (r - \text{div}(\underline{q})) \, dv \quad (3.26)$$

r : sources d'énergie volumique internes

\underline{q} : flux thermique par unité de surface (Voir CHAP.4)

En tenant compte de la définition de chaque terme énergétique, le premier principe de la thermodynamique devient :

$$\int_{\Omega} \frac{d}{dt} \rho e \, dv = \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} \, dv + \int_{\Omega} (r - \text{div}(\underline{q})) \, dv \quad (3.27)$$

Cette équation étant vérifiée, quel que soit le domaine Ω considéré, on obtient la forme locale eulérienne de l'équilibre :

$$\frac{d}{dt} \rho e = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} + r - \text{div}(\underline{q}) \quad (3.28)$$

3.3.1 Deuxième principe de la thermodynamique

Le deuxième principe de la thermodynamique fait intervenir deux nouvelles variables : la température $T(\underline{x}, t)$ et l'entropie S . L'entropie exprime une variation d'énergie interne associée à une variation de la température, sa définition en fonction de l'entropie spécifique η est donnée par :

$$S = \int_{\Omega} \rho \eta \, dv \quad (3.29)$$

Le second principe de la thermodynamique traduit la non-conservation de l'entropie dans un cadre irréversible (non dissipatif). Il postule que le taux de production d'entropie est toujours supérieur ou égale au taux de chaleur reçue divisé par la température :

$$\frac{dS}{dt} \geq \frac{\dot{Q}}{T} \quad (3.30)$$

$$\int_{\Omega} \rho \dot{\eta} \, dv \geq \int_{\Omega} \left(\frac{r}{T} - \operatorname{div} \left(\frac{\underline{q}}{T} \right) \right) \, dv \quad (3.31)$$

Soit sur sa forme locale eulérienne :

$$\rho \dot{\eta} + \operatorname{div} \left(\frac{\underline{q}}{T} \right) - \frac{r}{T} \geq 0 \quad (3.32)$$

En remplaçant les sources d'énergie volumique r à la aide du premier principe et en remarquant que :

$$\operatorname{div} \left(\frac{\underline{q}}{T} \right) = \frac{1}{T} \operatorname{div}(\underline{q}) - \frac{1}{T^2} \underline{q} \cdot \frac{\partial T}{\partial \underline{x}} \quad (3.33)$$

le premier et second principe définissent la fonction dissipation Φ . Ce potentiel peut être divisé en deux parties, la dissipation intrinsèque Φ_{int} (i.e production interne d'entropie) et la dissipation thermique par conduction Φ_{th} :

$$\Phi = \underbrace{\rho \left(T \dot{\eta} - \frac{d}{dt} e \right)}_{\Phi_{int}} + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} - \underbrace{\frac{1}{T} \underline{q} \cdot \frac{\partial T}{\partial \underline{X}}}_{\Phi_{th}} \geq 0 \quad (3.34)$$

Finalement en introduisant la notion d'énergie libre spécifique $\psi = e - T\eta$, on obtient la forme locale du deuxième principe connue sous le nom de *inégalité de Clausius-Duheim*, sous sa forme eulérienne :

$$\Phi = -\rho (\dot{\psi} - \dot{T} \eta) + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} - \frac{1}{T} \underline{q} \cdot \frac{\partial T}{\partial \underline{X}} \geq 0 \quad (3.35)$$

ou Lagrangienne :

$$\Phi_0 = -\rho_0 (\dot{\psi} - \dot{T} \eta) + \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} - \frac{1}{T} \underline{Q} \cdot \frac{\partial T}{\partial \underline{x}} \geq 0 \quad (3.36)$$

3.3.2 Variables d'état et potentiels thermodynamiques

L'état thermodynamique d'un milieu pour un point donné et à instant fixé est complètement défini par la connaissance d'un certain nombre des variables scalaires et tensorielles, les variables d'état. L'évolution d'un système peut être alors considérée comme une succession d'état d'équilibres correspondant aux différents points du milieu [LEM 09]. Ces variables d'état ou thermodynamiques, peuvent être observables ou internes.

Les variables observables (i.e. déformation, température) comme son nom l'indique peuvent être directement mesurées et décrivent totalement l'évolution des phénomènes ré-versibles, tel est le cas pour les phénomènes élastiques.

Les variables internes interviennent lorsqu'on considère un phénomène dissipatif, qui dépend non seulement de l'état actuel mais aussi de l'histoire de transformation subit par le matériau. Ces variables n'interviennent pas directement dans les équations de mouvement et donc ne sont pas directement mesurables. Mais d'un point de vu physique, elles permettent de donner une caractérisation macroscopique de l'état microscopique du matériau (ex : dislocations, cristallisation, fissurations). Le choix de ces variables, leur type et leur nombre, demande une connaissance approfondie du sens physique du problème et conditionne la précision de la modélisation du phénomène.

3.3.3 Thermodynamique rationnelle

Dans le cas générale une loi de comportement devrait donner : l'énergie libre du système Φ , l'entropie spécifique η , le tenseur de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et le vecteur de flux de chaleur \underline{q} en fonction des variables d'état. Le contenu physique de la théorie résulte de la liste des variables d'état disponible. La thermodynamique est alors utilisée pour restreindre les lois de comportement possibles et ne conserver que celles qui sont compatibles avec le second principe de la thermodynamique, à savoir compatibles avec l'inégalité de Clausius-Duheim.

La méthode opératoire de la thermodynamique rationnelle consiste à supposer l'existence d'un potentielle thermodynamique en fonction d'un certain nombre des variables d'état bien définies (observables ou internes). Généralement on postule l'existence et la forme de l'énergie libre Φ . Les équations d'état du système sont ensuite déduites à partir l'inégalité de Clausius-Duheim et de l'application de certaines hypothèses propres au phénomène physique (ex : processus isotherme $T = \text{cste}$ et homogène $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$).

3.3.4 Thermodynamique des processus irréversibles

Dans le cas des processus irréversibles (dissipatifs), l'inégalité de Clausius-Duheim permettra de déterminer la fonction de *dissipation* du système, les forces (ex : les contraintes) et flux thermodynamiques (ex : Les taux de déformations) associés et d'en déduire les équations d'évolution des variables internes. Cette deuxième méthode est plus physique car ses hypothèses (nature des variables d'état et nature de dissipations) se rattachent directement aux mécanismes du phénomène.

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

En résumé, lorsqu'on souhaite décrire le comportement d'un matériau donné sur lequel on possède un minimum de sa connaissance physique, il est préférable d'utiliser la méthode de la thermodynamique des processus irréversibles qui est plus restrictive que la thermodynamique rationnelle. Autrement la thermodynamique rationnelle s'imposera pour donner une structure générale sans se référer à un matériau en particulier.

L'application de ces concepts sera exemplifiée dans la section 3.5.1.2 et sera le point de départ de la construction du modèle présenté.

3.4 Lois hyperélastiques

3.4.1 Définitions

L'inégalité de Clausius-Duhem (EQ.3.35 et EQ.3.36) constitue le point de départ de la définition des lois de comportement hyperélastiques. Ces lois diffèrent en ce point des lois élastiques et des lois hypoélastiques qui sont dépourvues de fondements thermodynamiques.

En théorie « purement mécanique », il est courant de s'affranchir des effets thermiques, c'est-à-dire de considérer la température homogène et la transformation isotherme. Les dissipations s'écrivent alors :

$$\Phi_0 = -\rho_0\dot{\Psi} + \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} \quad (3.37)$$

$$\Phi = -\rho\dot{\psi} + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} \quad (3.38)$$

Un matériau hyperélastique est un matériau dont l'énergie de déformation par unité de volume initial $w = \rho_0\Psi$ ne dépend que de l'état actuel de déformation et qui est non dissipatif, c'est-à-dire que les dissipations 3.37 et 3.38 sont nulles. On peut déduire de ces deux conditions les équations suivantes, relations de base des lois de comportement hyperélastiques :

$$w(\underline{\underline{F}}) = \rho_0\Psi \quad (3.39)$$

$$\dot{w}(\underline{\underline{F}}) = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} \quad (3.40)$$

Il a été montré [CIA 88] que pour respecter le principe d'indifférence matérielle, il faut et il suffit que l'énergie de déformation soit une fonction du tenseur de Cauchy-Green droit :

$$w(\underline{\underline{C}}) = \rho_0\Psi \quad (3.41)$$

$$\dot{w}(\underline{\underline{C}}) = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} = \frac{1}{2}\underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{C}}} \quad (3.42)$$

Ainsi, les problématiques liées aux dérivées objectives n'ont pas lieu d'être dans ce type de formulation.

On en déduit alors :

$$\begin{aligned} \dot{w}(\underline{\underline{C}}) &= \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} : \frac{\partial \underline{\underline{C}}}{\partial t} = \frac{1}{2} \underline{\underline{S}} : \frac{\partial \underline{\underline{C}}}{\partial t} \\ 0 &= \left(\frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} - \frac{1}{2} \underline{\underline{S}} \right) \\ \Rightarrow \underline{\underline{S}} &= 2 \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} \end{aligned} \quad (3.43)$$

L'Eq.3.43 constitue l'expression générale des lois de comportement hyperélastiques. Ces dernières nécessitent alors uniquement la définition de l'énergie de déformation w correspondant au comportement mécanique du matériau. Ce potentiel n'est admissible que s'il vérifie les conditions suivantes :

- w s'annule lorsque le matériau n'est soumis à aucune sollicitation :

$$w(\mathbb{I}) = 0 \quad (3.44)$$

- w respecte le principe d'indifférence matérielle :

$$w(\underline{\underline{F}}) = w(\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{F}}), \forall \underline{\underline{Q}} \in \mathcal{SO}_3 \quad (3.45)$$

- w respecte les symétries du matériau :

$$w(\underline{\underline{F}}) = w(\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{Q}}), \forall \underline{\underline{Q}} \in \mathcal{G} \subset \mathcal{SO}_3 \quad (3.46)$$

où \mathcal{G} est le groupe de symétries du matériau. La condition 3.44 dépend de la forme choisie pour l'énergie de déformation. La condition 3.45 est satisfaite par l'utilisation du tenseur de Cauchy-Green droit comme argument de w . La condition 3.46 est satisfaite par l'introduction d'invariants du tenseur de Cauchy-Green droit.

3.4.2 Hyperélasticité isotrope

Les théorèmes de représentation des fonctions à arguments vectoriels ou tensoriels statuent qu'une fonction d'un tenseur symétrique d'ordre deux est isotrope si et seulement si elle peut être représentée par une fonction de trois invariants du tenseur argument :

$$w(\underline{\underline{C}}) \text{ est isotrope} \Leftrightarrow \exists \tilde{w} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad w(\underline{\underline{C}}) = \tilde{w}(I_1, I_2, I_3) \quad (3.47)$$

Les invariants classiquement utilisés pour définir la fonction \tilde{w} sont les coefficients du polynôme caractéristique de $\underline{\underline{C}}$:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= Tr(\underline{\underline{C}}) \\
 I_2 &= \frac{1}{2} \left(Tr(\underline{\underline{C}})^2 - Tr(\underline{\underline{C}}^2) \right) \\
 I_3 &= Det(\underline{\underline{C}})
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Plusieurs expressions du potentiel ont été proposés afin de modéliser les milieux hyperélastique isotropes, on peut citer notamment les travaux de Mooney [MOO 40], Ogden [OGD 97] et Rivlin [RIV 48].

3.4.3 Hyperélasticité orthotrope

Un matériau orthotrope est caractérisé, dans la configuration initiale, par trois directions privilégiées $\underline{L}_1, \underline{L}_2$ et \underline{L}_3 (normées). Ces directions permettent de définir les tenseurs de structure caractéristiques du groupe de symétrie du matériau [BOE 78], définis par :

$$\underline{\underline{L}}_{ij} = \underline{L}_i \otimes \underline{L}_j \quad i, j = 1, 3 \tag{3.49}$$

Le théorème de représentation permet alors l'écriture de la fonction densité d'énergie de déformation en fonction d'invariants de la transformation pour un comportement orthotrope [QUA 94, ITS 04] :

$$w^{orth} = w^{orth}(I_1, I_2, I_3, I_{41}, I_{42}, I_{43}, I_{412}, I_{413}, I_{423}, I_{51}, I_{52}, I_{53}) \tag{3.50}$$

où I_1, I_2 et I_3 correspondent aux invariants classiques de Cauchy-Green (Eq. 3.48), et les invariants mixtes I_{4i}, I_{4ij} et I_{5i} sont définies par :

$$\begin{aligned}
 I_{4i} &= \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{L}}_{ii} = \underline{L}_i \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{L}_i \\
 I_{4ij} &= \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{L}}_{ij} = \underline{L}_i \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{L}_j \\
 I_{5i} &= \underline{\underline{C}}^2 : \underline{\underline{L}}_{ii} = \underline{L}_i \cdot \underline{\underline{C}}^2 \cdot \underline{L}_i
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

3.4.4 Hyperélasticité orthotrope pour les renforts tissés

Un renfort tissé peut être considéré comme un matériau orthotrope, les trois directions principales étant définies respectivement par les directions chaîne, trame et une troisième direction perpendiculaire aux deux précédentes.

Des travaux récentes ont permis la mise en place des lois hyperélastique adaptés aux tissus 2D [AIM 10] et 3D [CHA 11a] formulées à l'aide d'invariants porteurs de sens physique. Cette approche, inspirée des travaux de Criscione [CRI 01], est basée sur une décomposition multiplicative du gradient de la transformation $\underline{\underline{F}}$. Chacun des termes de cette décomposition est caractérisé par un invariant dit "physique", relié aux invariants classiques. L'avantage de ce type de formulation réside dans le découplage des modes de déformation, permettant ainsi de les mettre en évidence et de les identifier séparément.

Les modes de déformation considérés dans les cas d'un renfort composite initialement orthotrope ainsi que ses respectifs invariants sont [CHA 11a] :

Mode de déformation	Invariant
Élongation direction chaîne	$I_{elong1} = \ln(\sqrt{I_{41}})$
Élongation direction trame	$I_{elong2} = \ln(\sqrt{I_{42}})$
Cisaillement dans le plan	$I_{sh} = \frac{I_{412}}{\sqrt{I_{41}I_{42}}}$
Cisaillement transverse sens chaîne	$I_{ct1} = \frac{I_{413}}{\sqrt{I_{41}I_{43}}}$
Cisaillement transverse sens trame	$I_{ct2} = \frac{I_{423}}{\sqrt{I_{42}I_{43}}}$
Compression transverse	$I_{comp} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{I_3}{I_{41}I_{42}(1 - I_{cp}^2)}\right)$

Tableau 3.1 – Mode de déformation et invariants associés des matériaux composites orthotropes

L'énergie volumique de déformation peut alors être exprimée en fonction de ces invariants physiques grâce à l'hypothèse de découplage :

$$w = w_{elong1}(I_{elong1}) + w_{elong2}(I_{elong2}) + w_{comp}(I_{comp}) + w_{cp}(I_{cp}) + w_{ct1}(I_{ct1}) + w_{ct2}(I_{ct2}) \quad (3.52)$$

À partir de cette énergie volumique, on obtient le second tenseur de Piola-Kirchhoff :

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w}{\partial I_k} \frac{\partial I_k}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_k}{\partial I_k} \frac{\partial I_k}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (3.53)$$

avec I_k un invariant porteur de sens physique (TAB.3.1) et w_k l'énergie élastique correspondante. Il est possible de simplifier chaque dérivée partielle de l'énergie par rapport aux invariants physiques de manière à n'obtenir que la dérivée de chaque contribution énergétique par l'invariant associé. Cette simplification n'est possible que par ce que tous les invariants sont indépendants les uns des autres.

3.5 Modèle Viscohyperélastique pour les renforts préimprégnés thermoplastiques

Le premier pas dans la formulation de ce modèle consiste à découpler le comportement membranaire et le comportement en flexion du tissu. Le potentiel d'énergie interne surfacique est alors défini, comme la somme des potentiels d'énergie associées aux déformations membranaires (w_{mem}) et la contribution en flexion (w_{ben}), soit :

$$w = w_{mem} + w_{ben} \tag{3.54}$$

Afin de décrire le comportement membranaire, on considère le potentiel hyperélastique exprimé dans le cas d'un renfort initialement orthotrope (Eq.3.52).

D'après les hypothèses du CHAP.2 et compte tenu du faible épaisseur du matériau face aux dimensions dans le plan, les modes de déformation liés aux cisaillements transverses et à la compression du renfort peuvent être négligés pendant la mise en forme (Voir 2.1). Ce qui revient à se placer dans le cas des plaques minces de la théorie de Kirchhoff.

Les trois modes de déformation retenus pour la contribution membranaire sont donc : l'élongation du renfort dans la direction chaîne, l'élongation du renfort dans la direction trame et le cisaillement du renfort dans le plan (FIG.3.3).

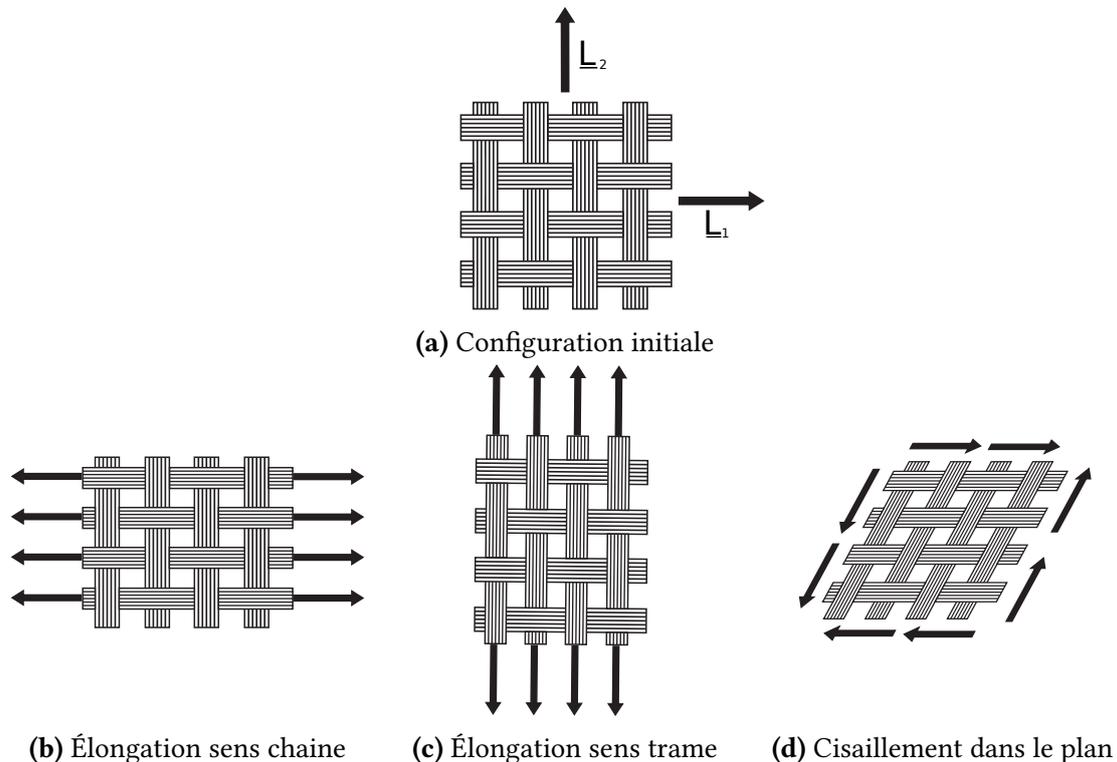


FIGURE 3.3 – Modes de déformation des renforts 2D

Le potentiel d'énergie interne membranaire est donc exprimé en fonction des inva-

riants associés à chaque mode de déformation.

$$w_{mem} = w_{elong_1}(I_{elong_1}) + w_{elong_2}(I_{elong_2}) + w_{sh}(I_{sh}) \quad (3.55)$$

où w_{elong_1} et w_{elong_2} sont les potentiels associés à élongation dans le sens chaîne et trame et w_{sh} le potentiel associé au cisaillement dans le plan.

Les invariants I_{elong_1} et I_{elong_2} sont associés directement à l'élongation des mèches. En effet on a :

$$\begin{aligned} I_{elong_i} &= \ln(\sqrt{I_{4i}}) \\ &= \ln\left(\sqrt{\underline{L}_i \cdot \underline{C} \cdot \underline{L}_i}\right) \\ &= \ln\left(\sqrt{C_{ii}}\right) = \ln(\lambda_i) \end{aligned} \quad (3.56)$$

avec λ_i l'élongation dans la direction matérielle L_i (direction des fibres).

Et I_{sh} étant l'invariant associé au cisaillement dans le plan ($\underline{L}_1, \underline{L}_2$) où γ est l'angle de cisaillement dans le plan chaîne/trame (FIG.3.4).

$$I_{sh} = \frac{I_{412}}{\sqrt{I_{41}I_{42}}} = \sin(\gamma) \quad (3.57)$$

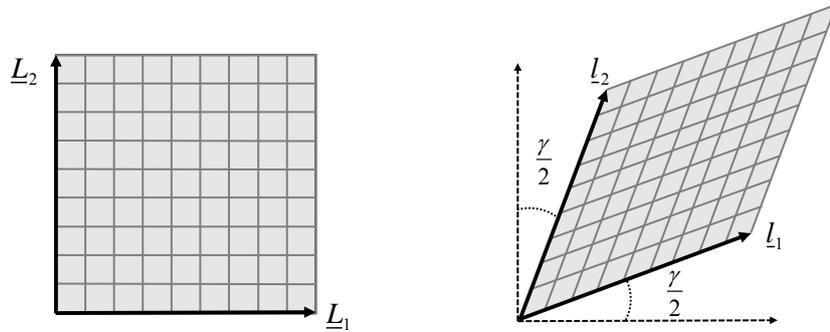


FIGURE 3.4 – Définition de l'angle de cisaillement plan

Les contraintes généralisées de membrane (car 3.54 définit une densité surfacique) sont données par :

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial w_{mem}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \left(\frac{\partial w_{elong_1}}{\partial I_{elong_1}} \frac{\partial I_{elong_1}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{elong_2}}{\partial I_{elong_2}} \frac{\partial I_{elong_2}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{sh}}{\partial I_{sh}} \frac{\partial I_{sh}}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \quad (3.58)$$

L'obtention de ce tenseur nécessite le calcul de deux dérivées différentes par mode de déformation : la dérivée de la fonction d'énergie associée par rapport à chaque invariant

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

$\partial w_k / \partial I_k$ ainsi que la dérivée de l'invariant par rapport au tenseur de Cauchy-Green droit $\partial I_k / \partial \underline{\underline{C}}$. Les dérivées des invariants peuvent être calculées à priori :

$$\frac{\partial I_{elong_1}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2} \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{L}}_{11} \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial I_{elong_2}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2} \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{L}}_{22} \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial I_{sh}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{42}}} (\underline{\underline{L}}_{12} + \underline{\underline{L}}_{21}) - \frac{1}{2} \frac{I_{sh}}{I_{41}} \underline{\underline{L}}_{11} - \frac{1}{2} \frac{I_{sh}}{I_{42}} \underline{\underline{L}}_{22} \quad (3.61)$$

Finalement, on introduit les invariant I_{χ_1} et I_{χ_2} associés à la déformation en flexion dans le sens chaîne et trame respectivement [SPE 07] :

$$I_{\chi_i} = \underline{\underline{l}}_i \cdot \underline{\underline{\chi}} \cdot \underline{\underline{l}}_i = \chi_{ii} \quad i = 1, 2 \quad (3.62)$$

où $\underline{\underline{\chi}}$ représente le tenseur de courbure du renfort dans la configuration actuelle et $\underline{\underline{l}}_i$ la direction actuelle de la fibre matérielle i .

$$\underline{\underline{l}}_i = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{L}}_i \quad (3.63)$$

Les moments de flexion dans le sens chaîne et trame sont donnés par :

$$M_{ii} = \frac{1}{J_s} \frac{\partial w_{ben}}{\partial I_{\chi_i}^i} \quad (3.64)$$

avec J_s le rapport de surfaces entre la configuration actuelle et initiale.

3.5.1 Comportement viscoélastique

3.5.1.1 Modèle rhéologique Maxwell Généralisé

Considérons dans un premier temps le cas unidimensionnel du modèle rhéologique standard du solide, composé d'un ressort de raideur $E_\infty > 0$ assemblé en parallèle avec un modèle de Maxwell.

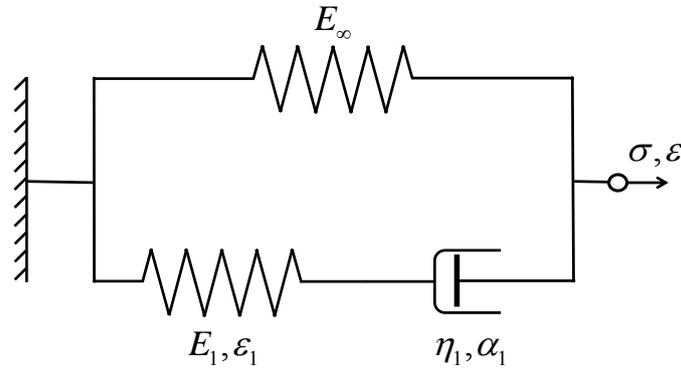
Si $E_1 > 0$ est le module d'élasticité du ressort de Maxwell et $\eta_1 > 0$ le coefficient visqueux dans l'amortisseur, l'équilibre du système s'écrit :

$$\sigma = E_\infty \varepsilon + \sigma^v \quad (3.65)$$

où σ^v représente la contribution visqueuse du système apportée par l'amortisseur, définie par :

$$\sigma^v = \eta_1 \dot{\alpha}_1 = E_1 \dot{\varepsilon}_1 \quad (3.66)$$

$\alpha_1 \in (-\infty, t)$ étant la déformation inélastique et $\varepsilon_1 = \varepsilon - \alpha_1$ la déformation élastique dans le ressort de Maxwell.


FIGURE 3.5 – Modèle standard linéaire du solide

En substituant EQ.3.66 dans EQ.3.65 l'équation d'équilibre devient :

$$\sigma = \varepsilon(E_\infty + E_1) - E_1 \alpha_1 \quad (3.67)$$

où la déformation inélastique α_1 satisfait (à partir de l'EQ.3.67) l'équation différentiel d'évolution suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 + \frac{E_1}{\eta} \alpha_1 &= \frac{E_1}{\eta} \varepsilon \\ \lim_{t \rightarrow -\infty} \alpha_i(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

En introduisant la notion des temps de relaxation $\tau_1 = \frac{\eta_1}{E_1}$ et en posant $E_0 = E_\infty + E_1$ le module élastique initial, on obtient le modèle de comportement classique du système :

$$\begin{cases} \sigma = E_0 \varepsilon - E_1 \alpha_1 \\ \dot{\alpha}_1 + \frac{1}{\tau_1} \alpha_1 = \frac{1}{\tau_1} \varepsilon(t) \\ \lim_{t \rightarrow -\infty} \alpha_i(t) = 0 \end{cases} \quad (3.69)$$

La solution du système 3.69 peut être représentée sous la forme d'un produit de convolution (Voir Annexe 1) :

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t-s) \dot{\varepsilon}(s) ds \quad (3.70)$$

où G désigne le module de relaxation du système, définie par :

$$G(t) = E_\infty + E_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.71)$$

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

La valeur τ détermine donc la vitesse de relaxation du matériau, un temps de relaxation faible traduit un processus de relaxation rapide, même si théoriquement la relaxation totale est achevée pour un temps infini. La réponse en relaxation (i.e à *déformation constante*) et la réponse en fluage (i.e *contrainte constante*) de ce type de modèle sont montrées FIG.3.6.

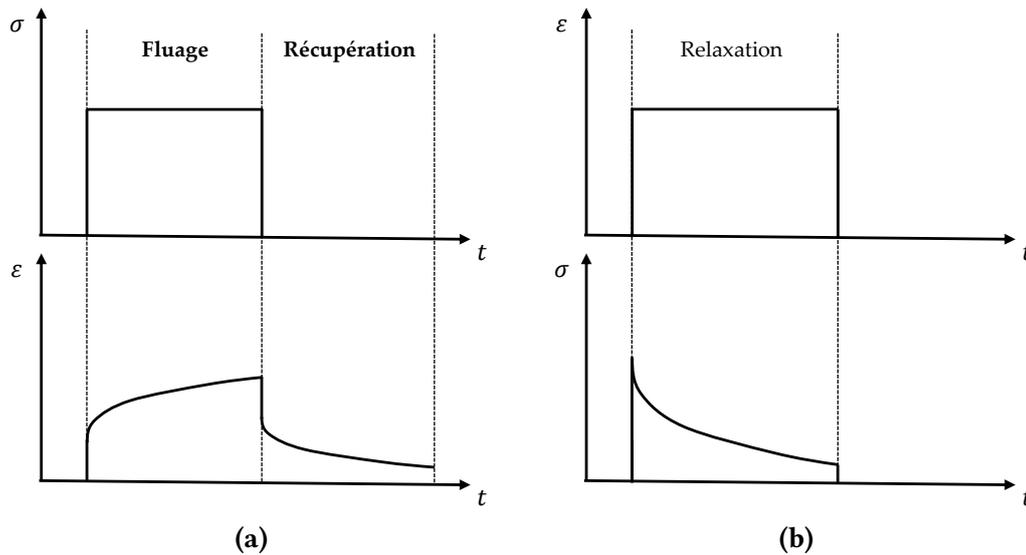


FIGURE 3.6 – (a) Fonction de fluage et (b) fonction de relaxation du modèle linéaire standard

La complexité du comportement réel des matériaux viscoélastique tels que les polymères fait qu'il est souvent nécessaire de multiplier ce type de modèles. La FIG.3.7 montre un modèle connu sur le nom de Maxwell Généralisé construit à partir de la multiplication en parallèle de N modèles de Maxwell en parallèle avec un ressort isolé (afin de préserver une déformation élastique après une totale relaxation). Chaque élément du système (branche) est composé d'un ressort et un amortisseur caractérisés par ses propres temps de relaxation.

D'après le principe de superposition de Boltzmann la réponse totale du système sera la somme des contributions indépendantes de chaque élément, soit :

$$\sigma = E_0 \varepsilon - \sum_{i=1}^N E_i \alpha_i \quad (3.72)$$

où E_0 représente le module d'élasticité équivalente du système, définie par :

$$E_0 = E_\infty + \sum_{i=1}^N E_i \quad (3.73)$$

De la même manière, les N variables inélastiques α_i doivent respecter N équations d'évolution, la loi de comportement est donc représentée par le système suivant :

$$\begin{cases} \sigma = E_0 \varepsilon - \sum_{i=1}^N E_i \alpha_i \\ \dot{\alpha}_i + \frac{1}{\tau_i} \alpha_i = \frac{1}{\tau_i} \varepsilon_i \\ \lim_{t \rightarrow -\infty} \alpha_i(t) = 0 \end{cases} \quad (3.74)$$

avec $\tau_i = \frac{\eta_i}{E_i}$ les différents temps de relaxation associés à chaque élément.

Ou bien sous sa forme de convolution, avec G le module de relaxation du système :

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t-s) \dot{\varepsilon}(s) ds \quad (3.75)$$

$$G(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^N E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (3.76)$$

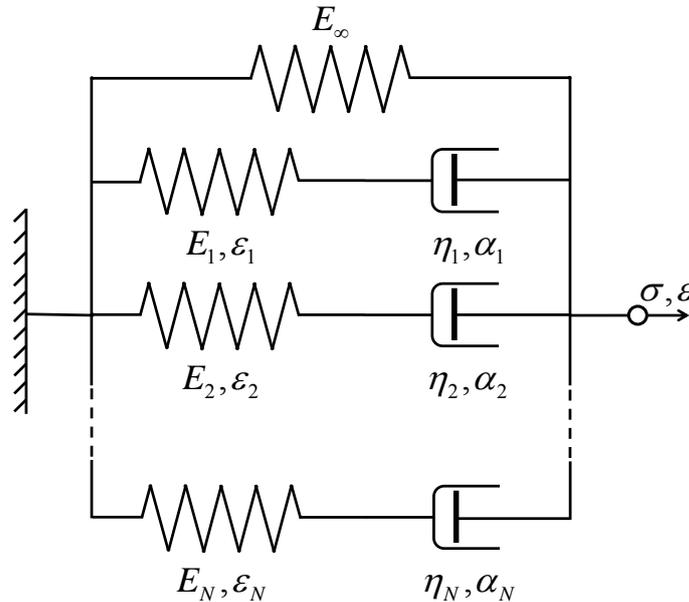


FIGURE 3.7 – Modèle standard linéaire du solide

Le modèle généralisé de Maxwell permet donc d'obtenir une variation exponentielle de la contrainte en ajoutant les différentes contributions proportionnées par les différents temps de relaxation τ_i . Ainsi, il est possible de modéliser un comportement complexe si suffisamment d'éléments sont utilisés.

3.5.1.2 Considérations thermodynamiques

L'énergie libre associée au système précédente dépend de la variable observable ε et des variables internes α_i , soit :

$$\Psi(\varepsilon, \alpha_i) = \frac{1}{2}E_\infty\varepsilon^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^N E_i(\varepsilon - \alpha_i)^2 \quad (3.77)$$

La dérivée temporelle de ce potentiel est donnée par :

$$\dot{\Psi}(\varepsilon, \alpha_i) = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \quad (3.78)$$

Les variables d'état fixées et l'énergie libre définie, l'inégalité de Clausius-Duheim devient :

$$\left(\sigma - \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \right) \dot{\varepsilon} - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i + \eta \dot{T} - \frac{1}{T} \underline{q} \cdot \frac{\partial T}{\partial \underline{X}} \geq 0 \quad (3.79)$$

En considérant une température homogène et une transformation homogène, la fonction de dissipation est définie physiquement par :

$$\Phi = \left(\sigma - \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \right) \dot{\varepsilon} - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \geq 0 \quad (3.80)$$

De manière générale, la fonction dissipation peut être vue comme le produit scalaire entre les forces thermodynamiques \underline{X}_i (fonctions d'état) et les flux thermodynamiques \underline{x}_i (dérivées temporelles) du système.

$$\Phi = \sum_i \underline{X}_i \cdot \underline{x}_i \geq 0 \quad (3.81)$$

En identifiant ces forces et flux à partir de l'équation 3.80, on obtient :

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \sigma - \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\underline{\alpha}} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

avec $\underline{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_N]$, le vecteur des variables internes.

Finalement, sachant que la seule source de dissipation est associée aux variables internes (déformations inélastiques) et que l'inégalité 3.80 est valable pour tout flux thermique (i.e. $\dot{\alpha}, \dot{\varepsilon}$), les relations thermodynamiques du système sont données par :

$$\begin{cases} \sigma - \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = 0 \\ \Phi_{int} = - \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\alpha}} \cdot \dot{\underline{\alpha}} \geq 0 \end{cases} \quad (3.83)$$

Afin que le modèle de comportement respecte le deuxième principe de la thermodynamique, il faut que la dissipation interne Φ_{int} soit supérieure ou égale à zéro. Or, à partir de la dérivation de l'énergie libre choisie (Eq.3.77), la relation (3.83) est strictement positive (car $\eta_i \geq 0$), satisfaisant ainsi sa consistance par rapport à ces postulats thermodynamiques :

$$\Phi_{int} = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\alpha})}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i = \sum_{i=1}^N E_i (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\alpha}_i) \dot{\alpha}_i = \sum_{i=1}^N \eta_i (\dot{\alpha}_i)^2 \geq 0 \quad (3.84)$$

En introduisant un nouveau ensemble de variables internes q_i assimilables à des contraintes [SIM 98] définies par :

$$q_i = E_i \alpha_i \quad i = 1 \dots N \quad (3.85)$$

et en considérant l'expression de l'énergie de potentielle $w_0(\boldsymbol{\varepsilon})$ correspondant à l'ensemble des éléments purement élastiques de module équivalent E_0 :

$$w_0(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} E_0 \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.86)$$

La réponse du système peut s'écrire d'une façon alternative très intéressante faisant intervenir ce potentiel d'énergie de déformation et qui est complètement équivalente à celle du système 3.74 :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial w_0(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} - \sum_{i=1}^N q_i \\ \dot{q}_i + \frac{1}{\tau_i} q_i = \frac{\gamma_i}{\tau_i} w_0(\boldsymbol{\varepsilon}) \\ \lim_{t \rightarrow -\infty} q_i(t) = 0 \end{cases} \quad (3.87)$$

où les $\gamma_i \in [0, 1)$ représentent des modules adimensionnels définis par :

$$\gamma_i = \frac{E_i}{E_0}, \quad i = 1 \dots N \quad (3.88)$$

$$\gamma_\infty = \frac{E_\infty}{E_0} \quad (3.89)$$

qui à partir de l'Eq.3.73 sont soumis à la condition suivante :

$$\gamma_\infty + \sum_{i=1}^N \gamma_i = 1 \quad (3.90)$$

Ce modèle peut être généralisé dans le cas des réponses non linéaires et des grandes transformations en postulant une forme de l'énergie libre Ψ analogue à celle de l'Eq.3.77 et en considérant un potentiel d'énergie de déformation w *admissible* correspondant au comportement du matériau.

3.5.1.3 Modèle viscohyperélastique

A partir des hypothèses évoquées au cours de ce manuscrit, il a été considéré que le comportement viscoélastique est principalement associé au cisaillement plan. Cependant, les mécanismes de relaxation ne dépend pas uniquement des propriétés thermo-mécaniques de la résine, mais aussi des différents interactions (contacts visqueux) entre les mèches, les fibres et différents les plis dans le cas des multicouches. Décrire un comportement global en analysant indépendamment chaque interaction devient rapidement très complexe.

La construction d'un modèle en utilisant la théorie des processus réversibles et le concept des variables internes semble plus adaptée afin de décrire le comportement global du matériau. En effet, les variables internes permettraient de donner, dans ce cas, une information homogénéisée des différentes interactions en intervenant sur la fonction dissipation.

Motivé par le modèle de la section précédente, l'énergie libre est donnée sous la forme suivante :

$$\Psi(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{L}}_1, \underline{\underline{L}}_2, \underline{\underline{Q}}_i) = w_{mem}(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{L}}_1, \underline{\underline{L}}_2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{Q}}_i) + \Xi \left(\sum_{i=1}^N \underline{\underline{Q}}_i \right) \quad (3.91)$$

où les $\underline{\underline{Q}}_i$ représentent un set des variables internes non physiquement mesurables dans la configuration de référence (assimilables à des contraintes), traduisant les phénomènes microscopiques mentionnés précédemment et pilotant le comportement visqueux du cisaillement plan. Le potentiel w_{mem} correspond au potentiel d'énergie interne membranaire définie dans la section 3.5, et Ξ étant une fonction des variables internes.

$$\begin{aligned} \Psi(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{L}}_1, \underline{\underline{L}}_2, \underline{\underline{Q}}_i) &= w_{elong_1} \left(I_{elong_1}(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{L}}_1) \right) + w_{elong_2} \left(I_{elong_2}(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{L}}_2) \right) \\ &+ w_{sh} \left(I_{sh}(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{L}}_1, \underline{\underline{L}}_2) \right) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{Q}}_i) + \Xi \left(\sum_{i=1}^N \underline{\underline{Q}}_i \right) \end{aligned} \quad (3.92)$$

Sans pertes de généralité, la dépendance aux directions principales $\underline{\underline{L}}_i$ sera omise dans l'écriture par la suite.

Les relations thermodynamiques du comportement sont obtenues en utilisant la restriction donnée par l'inégalité de Clausius-Duheim dans le cas d'une transformation isotherme et en supposant que la dissipation est associée uniquement aux variables internes :

$$\begin{cases} \underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial \Psi(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{Q}}_i)}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{mem}(\underline{\underline{C}})}{\partial \underline{\underline{C}}} - \sum_{i=1}^N \underline{\underline{Q}}_i \\ \Phi_{int} = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Psi(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{Q}}_i)}{\partial \underline{\underline{Q}}_i} : \underline{\underline{\dot{Q}}}_i \geq 0 \end{cases} \quad (3.93)$$

Le second tenseur de Piola-Kirchoff peut être décomposé suivant les différentes modes de déformation (Eq.3.58) afin exprimer chacune de leurs contributions :

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{S}}_{\text{elong}_1} + \underline{\underline{S}}_{\text{elong}_2} + \underline{\underline{S}}_{\text{sh}} \quad (3.94)$$

où $\underline{\underline{S}}_{\text{elong}_1}$ et $\underline{\underline{S}}_{\text{elong}_2}$ représentent les contributions purement hyperélastiques liées à l'élongation dans le sens chaîne et trame respectivement :

$$\underline{\underline{S}}_{\text{elong}_i} = 2 \frac{\partial w_{\text{elong}_i}}{\partial I_{\text{elong}_i}} \frac{\partial I_{\text{elong}_i}}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (i = 1, 2) \quad (3.95)$$

et $\underline{\underline{S}}_{\text{sh}}$ la contribution viscohyperélastique liée au cisaillement plan :

$$\underline{\underline{S}}_{\text{sh}} = 2 \frac{\partial w_{\text{sh}}(\underline{\underline{C}})}{\partial \underline{\underline{C}}} - \sum_{i=1}^N \underline{\underline{Q}}_i \quad (3.96)$$

Par analogie au modèle Maxwell généralisé, on considère le système d'équations suivant décrivant l'évolution des variables internes :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{Q}}}_i + \frac{1}{\tau_i} \underline{\underline{Q}}_i = \frac{\gamma_i}{\tau_i} \left[2 \frac{\partial w_{\text{sh}}(I_{\text{sh}})}{\partial \underline{\underline{C}}} \right] \\ \lim_{t \rightarrow -\infty} \underline{\underline{Q}}_i(t) = 0 \end{cases} \quad (3.97)$$

où les $\gamma_i \in [0, 1)$ et $\tau_i \geq 0$ représentent les différents paramètres matériaux viscoélastiques et les temps de relaxation associés avec la restriction :

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i = 1 - \gamma_\infty \quad (3.98)$$

Le système (3.97) est linéaire et la solution peut être représentée sous la forme d'un produit de convolution :

$$\underline{\underline{Q}}_i(t) = \frac{\gamma_i}{\tau_i} \int_{-\infty}^t \exp\left(\frac{-(t-s)}{\tau_i}\right) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{\text{sh}}(I_{\text{sh}})}{\partial \underline{\underline{C}}} \right] ds \quad (3.99)$$

La fonction $\underline{\underline{\Xi}}$, introduite dans l'énergie libre peut être ensuite déterminée à partir de la condition sur la dissipation interne Φ_{int} . En effet :

$$\Phi_{\text{int}} = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Psi(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{Q}}_i)}{\partial \underline{\underline{Q}}_i} : \dot{\underline{\underline{Q}}}_i = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} \underline{\underline{C}} - \frac{\partial \underline{\underline{\Xi}}}{\partial \underline{\underline{Q}}_i} \right) : \dot{\underline{\underline{Q}}}_i \quad (3.100)$$

Or, l'équilibre du système est atteint lorsque le taux de variation des variables internes est nul, par analogie au modèle de Maxwell cela revient à considérer que les déformations inélastiques dans l'amortisseur sont constantes et donc que la dissipation dans le matériau est nulle.

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

À l'équilibre on a donc :

$$\Phi_{int} = 0 \quad (3.101)$$

$$\underline{\dot{Q}}_i = 0 \Rightarrow \underline{Q}_i = \gamma_i \left[2 \frac{\partial w_{sh}(I_{sh})}{\partial \underline{C}} \right] \quad (3.102)$$

$$\frac{\partial \Psi(\underline{C}, \underline{Q}_i)}{\partial \underline{Q}_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Xi(\underline{Q}_i)}{\partial \underline{Q}_i} = \frac{1}{2} \underline{C} \quad (3.103)$$

Il faut constater à partir des équations (3.102) et (3.103) que la fonction Ξ définie donc la transformation de Legendre du potentiel w_{sh} :

$$\Xi(\underline{Q}_i) = \sum_{i=1}^N \left(-2\gamma_i \cdot w_{sh}(\underline{C}) + \frac{1}{2} \underline{C} : \underline{Q}_i \right) \quad (3.104)$$

Finalement, la contribution membranaire viscohyperélastique sous sa forme de convolution est donnée par :

$$\underline{S}(t) = \underline{S}_{elong_1} + \underline{S}_{elong_2} + \int_{-\infty}^t G(t-s) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{sh}}{\partial \underline{C}} \right] ds \quad (3.105)$$

avec $G(t)$ la fonction de relaxation associée :

$$G(t) = \gamma_{\infty} + \sum_{i=1}^N \exp\left(\frac{-t}{\tau_i}\right) \gamma_i \quad (3.106)$$

La loi de comportement (Eq.3.105) fait intervenir uniquement des tenseurs lagrangiens qui sont objectifs par définition. L'objectivité de la loi sera alors respectée à condition que les potentiels d'énergie de déformation w_k associés à chaque mode de déformation soient admissibles (Voir 3.4).

Par soucis de simplicité, les potentiels seront représentés sous forme polynomiales. La symétrie du comportement en cisaillement ne fait que seules les composantes paires sont préservées.

$$w_k = \sum_{i=1}^n p_{ki} (I_k)^{2i} \quad (3.107)$$

3.6 Choix des potentiels et identification des paramètres

L'étape d'identification consiste à trouver les différents γ_i , τ_i et p_{ki} associés à la loi de comportement à partir de l'analyse des résultats expérimentaux. La prise en compte d'un potentiel de la forme (3.107) permet en effet de respecter les conditions d'admissibilité suivantes :

- La fonction énergie est de classe C^2 . L'énergie volumique w_k , sa première dérivée et sa seconde dérivée sont continues.

$$\frac{\partial w_k}{\partial I_k} = \sum_{i=1}^n (2i) \cdot p_{ki} (I_k)^{2i-1} \quad (3.108)$$

$$\frac{\partial^2 w_k}{\partial I_k^2} = \sum_{i=1}^n (2i) (2i-1) \cdot p_{ki} (I_k)^{2(i-1)} \quad (3.109)$$

- L'énergie est libre au repos. Quand aucune sollicitation n'est présente l'énergie volumique développée, ainsi que la contrainte induite, sont nulles.

$$w_k|_{I_k=0} = \sum_{i=1}^n p_{ki} (I_k)^{2i} \Big|_{I_k=0} = 0 \quad (3.110)$$

$$\frac{\partial^2 w_k}{\partial I_k^2} \Big|_{I_k=0} = \sum_{i=1}^n (2i) \cdot p_{ki} (I_k)^{2i-1} \Big|_{I_k=0} = 0 \quad (3.111)$$

- La fonction énergie est symétrique, condition qui est nécessaire notamment dans le cas du cisaillement plan.

3.6.1 Élongation

Comme mentionné au CHAP.2, le comportement en tension des tissés préimprégnés est peut être un phénomène bi-axial. La caractérisation de ce mécanisme nécessiterait de l'implémentation d'un nouveau dispositif expérimental permettant d'assurer la mise en place de l'éprouvette ainsi qu'une distribution homogène de la température, un essai relativement complexe. Dans cette étude, l'élongation dans les sens chaîne et trame ont été dans un premier temps découplées. La rigidité en tension étant largement supérieure aux autres rigidités, l'allongement des mèches est un phénomène mineur par rapport aux autres modes de déformation.

Le second tenseur de Piola-Kirchhoff associé à ce mode de déformation sera exprimé sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}}_{elong_i} &= 2 \frac{\partial w_{elong_i}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{elong_i}}{\partial I_{elong_i}} \frac{\partial I_{elong_i}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\ &= \frac{1}{I_{4i}} \underline{\underline{L}}_{ii} \frac{\partial w_{elong_i}}{\partial I_{elong_i}} \end{aligned} \quad (3.112)$$

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

Dans une première approche, il est considéré que la rigidité en élongation du matériau dépend uniquement de la rigidité des fibres E_f . La réponse en traction d'une mèche relève d'un comportement quasi linéaire (2.3b). Afin de reproduire ce comportement, le potentiel de déformation sera défini par :

$$w_{elong_i} = p_{elong_i} (I_{elong_i})^2 \quad i = 1, 2 \quad (3.113)$$

La valeur de p_{elong_i} peut être approximée à partir du taux de fibres dans les directions chaîne et trame (v_{f_i}). Dans une sollicitation uni-axial on peut montrer que :

$$p_{elong_i} \approx \frac{E_f \cdot v_{f_i}}{2} \quad (3.114)$$

Le taux de fibres est estimé à partir des images issues de la microtomographie X du matériau. Les sections de mèches dans la direction concernée sont isolées grâce à la segmentation des images basée sur le tenseur de structure.

En prenant $E_f = 73000$ MPa et $v_{f_1} = v_{f_2} = 0.3$ (car tissu équilibré) issu de l'analyse des images, on obtient les paramètres associés à ce potentiel :

p_{elong_1}	p_{elong_2}	Unité
$1.095 \times e^{+04}$	$1.095 \times e^{+04}$	MPa

Tableau 3.2 – Paramètres des potentiels en traction

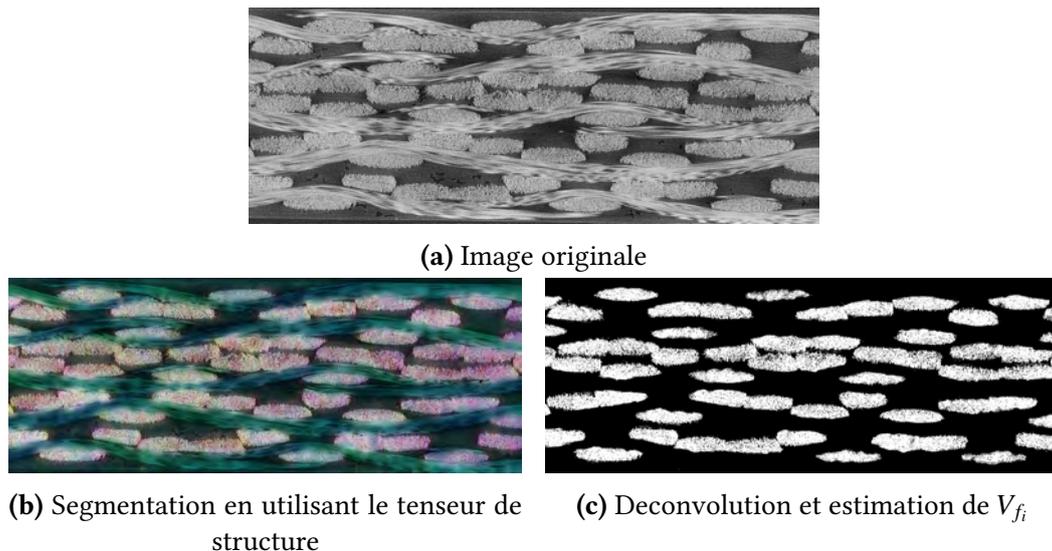


FIGURE 3.8 – Estimation du taux de fibres dans la direction chaîne

3.6.2 Flexion

Les résultats issus des travaux de [LIA 14] et résumés dans le chapitre précédent montrent que la rigidité du matériau présente un comportement quasi linéaire. La forme du potentiel associé au mode de déformation en flexion sera exprimée de la façon suivante :

$$w_{ben}(I_{\chi_1}, I_{\chi_2}) = p_{\chi_1}(T) (I_{\chi_1})^2 + p_{\chi_2}(T) (I_{\chi_2})^2 \quad (3.115)$$

où p_{χ_1} et p_{χ_2} sont deux fonctions linéaires thermodépendants. Cette linéarité est justifiée par les résultats expérimentaux présentés dans la référence [LIA 14] :

$$p_{\chi_1}(T) = p_{\chi_2}(T) = \alpha_{ben} \cdot T + \beta_{ben} \quad (3.116)$$

avec :

α_{ben}	β_{ben}
$-1.838 \times e^{-02}$	$6.438 \times e^{+00}$

Tableau 3.3 – Paramètres des potentiels en traction

3.6.3 Cisaillement plan

Comme il a été souligné précédemment, le comportement en cisaillement plan est thermodépendant. Dans un premier temps, les différents paramètres pour chaque température seront identifiés séparément pour déduire en suite une extrapolation sur la gamme de température de mise en forme.

Les paramètres seront identifiés par méthode inverse à partir des résultats du chapitre précédent. En effet, le principe d'une méthode inverse consiste à optimiser certains paramètres d'un modèle en comparant les résultats fournis par ce modèle à un résultat de référence [SCH 92].

Le problème consiste donc à minimiser une erreur e , mesure de l'écart entre les courbes expérimentales et celles du modèle.

Problème d'optimisation Il s'agit de comparer deux courbes et de minimiser l'erreur entre les deux. Soient $n_e(x_e, y_e)$ et $n_m(x_m, y_m)$ les ensembles des points des courbes expérimentale et du modèle respectivement. Les abscisses des points ne correspondant pas, le choix est fait ici d'interpoler la courbe expérimentale sur la courbe du modèle, choix non déterminant pour la précision du résultat final de l'algorithme. Soit $n_i(x_i, y_i)$ l'ensemble des points expérimentaux interpolés, calculés comme suit :

- recherche des points expérimentaux $n_e^1(x_e^1, y_e^1)$ et $n_e^2(x_e^2, y_e^2)$ encadrant l'abscisse x_m du modèle considéré :

$$x_e^1 \leq x_m \leq x_e^2 \quad (3.117)$$

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

- interpolation linéaire des ordonnées y_e^1 et y_e^2 à l'abscisse x_i :

$$y_i = y_e^1 + \frac{y_e^2 - y_e^1}{x_e^2 - x_e^1} (x_i - x_e^1) \quad (3.118)$$

L'erreur entre la courbe expérimentale et le modèle est alors calculée par la méthode des moindres carrés :

$$e = \sum_{n_m} (y_i - y_m)^2 = \sum_n e_n \quad (3.119)$$

C'est cette erreur que l'on cherche à minimiser de manière à ce que la courbe simulée se rapproche au plus de la courbe expérimentale. L'algorithme utilisé pour cela est l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Algorithme de Levenberg-Marquardt Lorsque le système à minimiser (Eq.3.119) est non linéaire et dépend de plusieurs variables, il faut faire appel à des méthodes itératives pour sa résolution, par exemple : l'algorithme de Gauss-Newton et la méthode du gradient.

L'algorithme de Levenberg-Marquardt [MAR 63] est en fait, une combinaison de ces deux dernières méthodes, lorsque les paramètres calculés sont proches de la solution l'algorithme se comporte comme la méthode de Gauss Newton, alors que, si ces valeurs sont très éloignées l'algorithme se comporte comme la méthode du gradient. En effet, la méthode de Gauss Newton assume que la fonction évalué près de la solution peut être approchée "localement" grâce aux séries de Taylor, cela permet de faire converger plus rapidement la solution vers le minimum locale, tandis que l'algorithme du gradient, bien que moins rapide, permet d'approcher plus précisément la solution.

Considérons une fonction $\hat{y}(t, \underline{p})$ où t est un variable "indépendante" et \underline{p} est un vecteur composé de n_p variables dépendantes permettant de recaler la fonction \hat{y} sur les $n_e(t, y_e)$ points expérimentaux. Pour trouver ces valeurs optimales, il est judicieux de minimiser la somme des carrés des erreurs "pondérées" entre la fonction et la plage de donnés. Ce test statistique est connu sous le nom de "Pearson's chi-squared test χ^2 ".

$$\chi^2(\underline{p}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_e} \left[\frac{y_e(t_i) - \hat{y}(t_i; \underline{p})}{w_i} \right]^2 \quad (3.120)$$

Le paramètre w_i correspond au poids de $y_e(t_i)$, c'est-à-dire qu'il quantifie l'erreur commis pour cette mesure. En mettant l'expression (3.120) sous sa forme matricielle on obtient :

$$\chi^2(\underline{p}) = \frac{1}{2} \underline{y}_e^T \underline{W} \underline{y}_e - \underline{y}_e^T \underline{W} \underline{\hat{y}} + \underline{\hat{y}}^T \underline{W} \underline{\hat{y}} \quad (3.121)$$

où \underline{W} est une matrice diagonale composé des termes $W_{ii} = 1/w_i^2$.

L'objectif consiste à trouver les n_p paramètres qui minimisent le critère (3.121). Ces paramètres sont calculés de façon itérative, le but de chaque itération consiste à trouver un vecteur perturbation \underline{h} pour les paramètres \underline{p} que minimisent χ^2 .

L'algorithme du gradient donne un vecteur perturbation de la forme :

$$\underline{h}_{grad} = \alpha \underline{J}^T \underline{W} (\underline{y}_e - \underline{\hat{y}}) \quad (3.122)$$

avec α un scalaire positif équivalent à un pas et \underline{J} étant la matrice jacobienne représentant la sensibilité locale de la fonction $\underline{\hat{y}}$ à la variation de \underline{p} :

$$\underline{J} = \frac{\partial \underline{\hat{y}}(\underline{p})}{\partial \underline{p}} \quad (3.123)$$

Tandis que l'algorithme de Gauss-Newton prédit :

$$\left[\underline{J}^T \underline{W} \underline{J} \right] \underline{h}_{gn} = \alpha \underline{J}^T \underline{W} (\underline{y}_e - \underline{\hat{y}}) \quad (3.124)$$

L'algorithme de Lavenberg-Marquandt adapte cette perturbation au cours des itérations grâce à l'expression suivante :

$$\left[\underline{J}^T \underline{W} \underline{J} - \lambda \text{diag} \left(\underline{J}^T \underline{W} \underline{J} \right) \right] \underline{h}_{lm} = \underline{J}^T \underline{W} (\underline{y}_e - \underline{\hat{y}}) \quad (3.125)$$

où le paramètre λ permet de basculer entre les deux méthodes. En effet, pour des valeurs importantes de λ l'algorithme se comporte comme la méthode du gradient alors que pour des petites valeurs on bascule vers l'algorithme de Gauss-Newton.

Le nouveau jeu de paramètres à l'itération $i + 1$ est donné par :

$$\underline{p}_{i+1} = \underline{p}_i + \underline{h}_{lm} \quad (3.126)$$

et la convergence du calcul est atteint lorsque $\chi^2(\underline{p}) \leq \varepsilon$, avec ε la valeur du critère de convergence.

Application Les paramètres à optimiser dans le cas du cisaillement plan correspondent aux différents temps de relaxations τ_i et paramètres matériaux γ_i , ainsi que les coefficients du potentiel w_{sh} définie par :

$$w_{sh} = \sum_{i=1}^{n_{sh}} p_{shi} (I_{sh})^{2i} \quad (3.127)$$

d'où, on en déduit le vecteur de paramètres indépendants \underline{p} :

$$\underline{p} = [\tau_1, \dots, \tau_{n_{pm}}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n_{pm}}, p_{sh_1}, \dots, p_{n_{sh}}]^T \quad (3.128)$$

L'erreur est calculée à partir des efforts des données expérimentales de la forme $([t, d(t)], F_{exp})$ et des efforts résultant du modèle proposé $([t, d(t)], F_{mod})$:

$$\chi^2(\underline{p}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[\frac{F_{exp}(t_i, d(t)) - F_{mod}([t_i, d(t)], \underline{p})}{w_i} \right]^2 \quad (3.129)$$

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

Le poids de mesure w_i est considéré être égale à 1 par la suite (cas des moindres carrés).

Deux options permettraient de calculer l'effort du modèle F_{mod} . La première option consiste à effectuer la simulation numérique par éléments finis du Bias-extension test et postérieurement récupérer les efforts numériques. La deuxième option consiste à calculer une expression de l'effort théorique (Voir Annexe A). La démarche d'optimisation dans les deux cas est résumée sur la FIG.3.9.

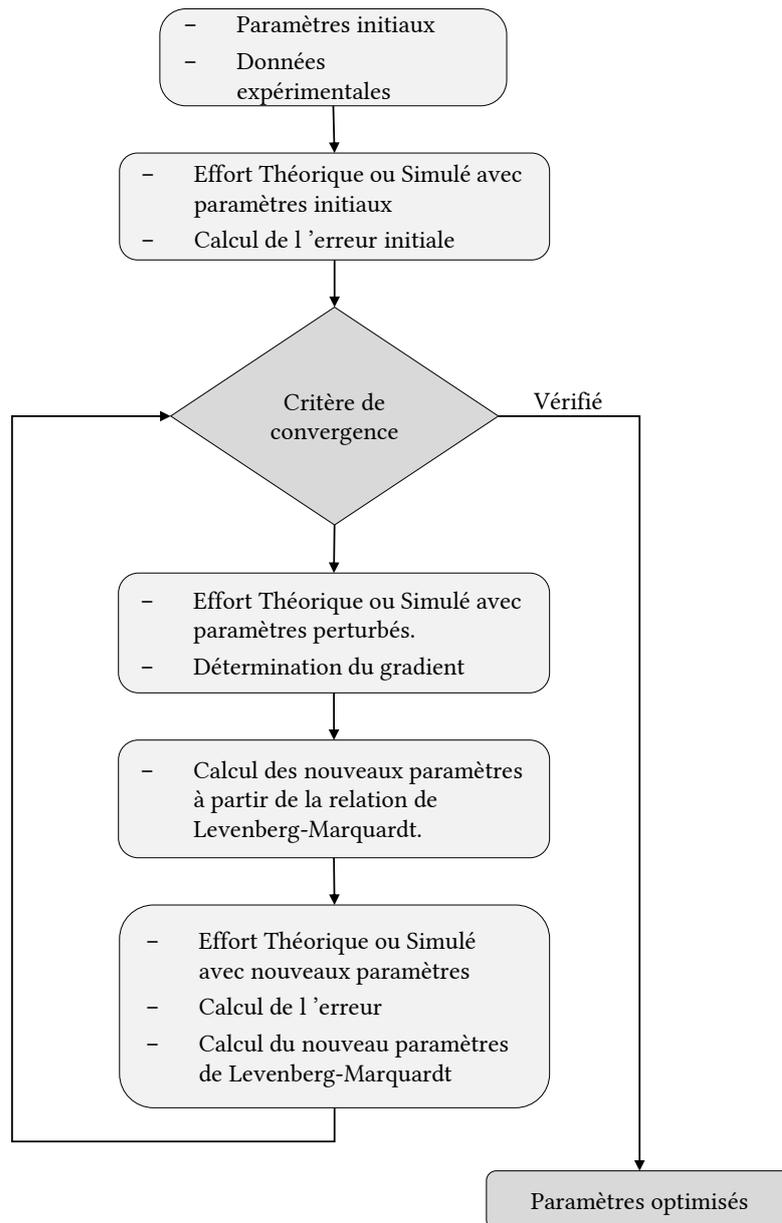


FIGURE 3.9 – Algorithme d'optimisation des paramètres par approche inverse de type Levenberg-Marquardt

Les paramètres optimisés dans cette partie (TAB.3.4) ont été obtenus en utilisant une expression de l'effort théorique dont le développement détaillé est donné en Annexe A.

	260°C	270°C	290°C	300°C	Unités
p_{sh_1}	$3.338 \times e^{+00}$	$8.420 \times e^{-01}$	$5.380 \times e^{-01}$	$6.670 \times e^{-01}$	$[J \cdot mm^{-2}]$
p_{sh_1}	$2.758 \times e^{+00}$	$2.153 \times e^{+00}$	$1.487 \times e^{+00}$	$2.465 \times e^{-01}$	$[J \cdot mm^{-2}]$
p_{sh_1}	$3.378 \times e^{-02}$	$2.430 \times e^{-01}$	$4.147 \times e^{-01}$	$4.299 \times e^{-01}$	$[J \cdot mm^{-2}]$
γ_1	$9.322 \times e^{-01}$	$9.116 \times e^{-01}$	$8.774 \times e^{-01}$	$8.600 \times e^{-01}$	–
γ_2	$2.530 \times e^{-02}$	$3.815 \times e^{-02}$	$5.254 \times e^{-02}$	$5.270 \times e^{-02}$	–
τ_1	$7.420 \times e^{-01}$	$8.767 \times e^{-01}$	$1.198 \times e^{+00}$	$1.526 \times e^{+00}$	[s]
τ_2	$3.450 \times e^{+01}$	$3.469 \times e^{+01}$	$4.016 \times e^{+01}$	$4.300 \times e^{+01}$	[s]

Tableau 3.4 – Paramètres correspondant au mode de déformation en cisaillement plan

Après optimisation, on en déduit que deux temps de relaxation et par conséquent deux paramètres matériaux, ainsi qu'un polynôme pair de degré six, ont été nécessaires pour une description correcte du comportement. La FIG.3.10 montre la comparaison entre l'effort expérimental et celui optimisé pour une température de 270°C.

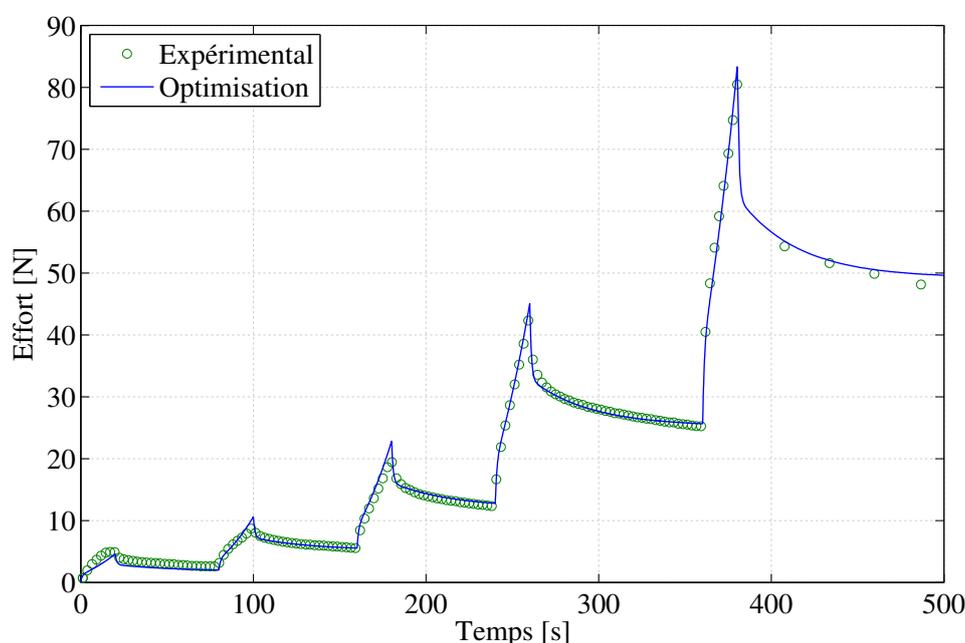


FIGURE 3.10 – Identification des paramètres viscoélastiques par approche inverse pour $T=270^\circ\text{C}$.

3.6.4 Dépendance de la température

Le comportement thermoviscoélastique des polymères est lié à des réarrangements moléculaires sous contraintes dont la vitesse dépend de la température. Le principe d'équivalence temps-température est utilisé généralement afin de corréliser la réponse mécanique du polymère sous une gamme de températures. Ce principe repose sur l'idée que le comportement viscoélastique d'un matériau à une température donnée peut être lié à celui d'une autre température par une modification de l'échelle de temps.

Afin de clarifier ce principe, on se place dans un cas stationnaire de la température par rapport au temps, et on suppose que seuls les différents temps de relaxation dépendent de la température.

$$\tau_i = \tau_i(T) \quad (3.130)$$

On fixe aussi une température de référence T_0 permettant d'obtenir une fonction de relaxation initiale $G_0(t-s, T_0)$ qu'on appellera la courbe maîtresse.

Dans le cas d'un matériau thermo-rhéologiquement simple, c'est à dire dans le cas où la thermodépendance du matériau est régie uniquement par une fonction $a(T)$, on peut montrer que la fonction de relaxation peut être généralisée pour une gamme de températures. En effet, en considérant une échelle logarithmique sur le temps, la courbe maîtresse peut être mise sur la forme :

$$G_0(t-s, T_0) = \Gamma(\log(t-s)) \quad (3.131)$$

Également pour une température T on a :

$$G(t-s, T) = \Gamma(\log(t-s) - \varphi(T)) \quad (3.132)$$

où $\varphi(T) = \log(a(T))$ représente le glissement dans l'échelle de temps logarithmique de la fonction de relaxation G en fonction de la température, avec $\varphi(T_0) = 0$.

En faisant intervenir $a(T)$ sur l'Eq.3.132, on a également :

$$G(t-s, T) = \Gamma\left(\log\left(\frac{t-s}{a(T)}\right)\right) = \Gamma(\log(\xi - \xi')) \quad (3.133)$$

$$\Rightarrow G(t-s, T) = G(\xi - \xi', T_0) \quad (3.134)$$

où $\xi = \frac{t}{a(T)}$ et $\xi' = \frac{s}{a(T)}$. La fonction $a(T)$ est connue comme étant le facteur de translation (shift factor en anglais) et est obtenu expérimentalement à partir des essais de fluage et de relaxation. La relation entre le facteur de translation et la température est caractérisé par différents modèles. On peut citer celui d'Arrhenius :

$$\log(a(T)) = \frac{AE}{R} \left(\frac{1}{T - T_0} \right) \quad (3.135)$$

où A , E et R représentent une constante caractéristique du matériau, l'énergie d'activation du matériau et la constante thermodynamique des gaz.

En appliquant ce principe à la fonction de relaxation EQ.3.106 on a :

$$G(t-s, T) = G(\xi - \xi', T_0) = \gamma_\infty + \sum_{i=1}^N \exp\left(\frac{-(t-s)}{\tau_0 \cdot a(T)}\right) \gamma_i \quad (3.136)$$

Cependant, l'identification de paramètres du modèle en utilisant cette fonction de relaxation s'avère difficile. En effet, l'ensemble de paramètres de la contribution sont thermo-dépendants, le matériau ne peut pas être approximé par un seul facteur de translation et par conséquent n'est peut pas être considéré comme un matériau thermorhéologiquement simple.

Une deuxième option plus simple consiste à faire varier tous les paramètres en fonction de la température. En analysant les résultats du TAB.3.4, il peut être observé que la relation entre ces paramètres et la température peut être facilement approchée par des fonctions linéaires sur l'intervalle considéré [260°C - 300°C] (FIG.3.11).

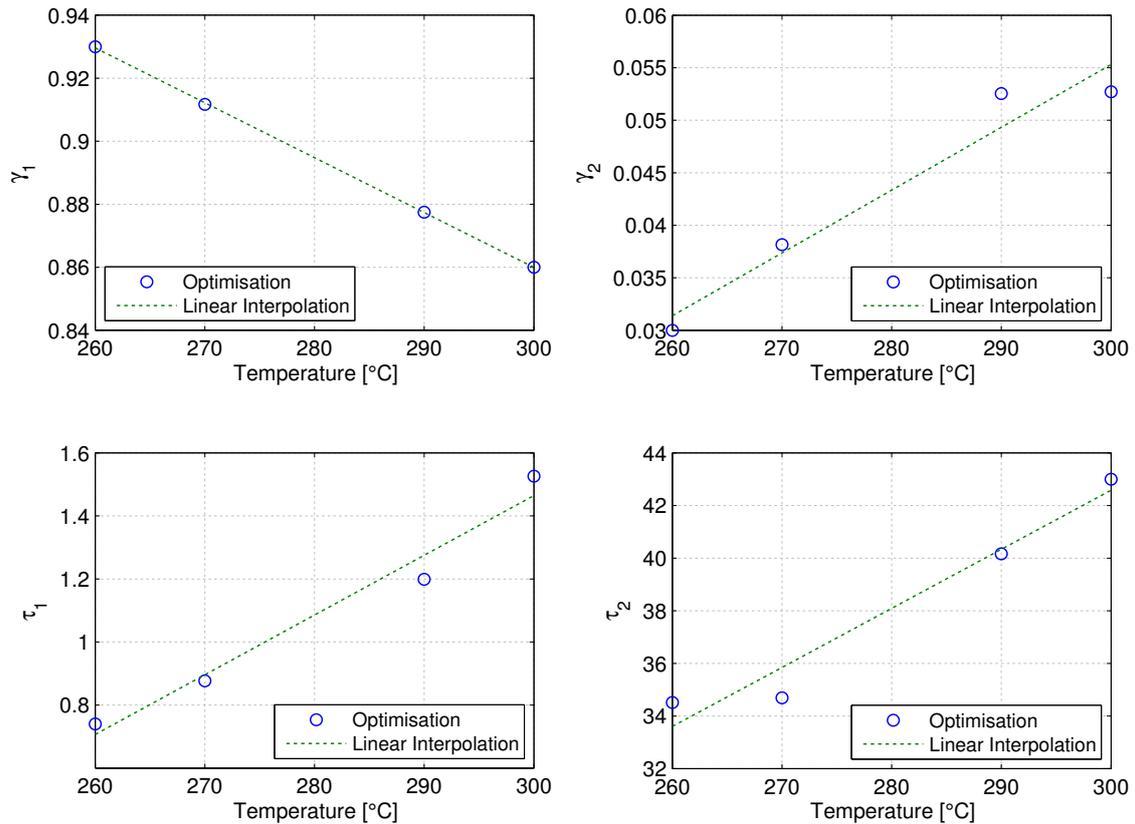


FIGURE 3.11 – Variation linéaire des paramètres viscoélastiques.

3. Développement d'un modèle pour la mise en formé des renforts préimprégnés thermoplastiques

On considère que l'ensemble des paramètres varient linéairement en fonction de la température :

$$\gamma_1(T) = \alpha_1^\gamma T + \beta_1^\gamma \quad \gamma_2(T) = \alpha_2^\gamma T + \beta_2^\gamma \quad (3.137)$$

$$\tau_1(T) = \alpha_1^\tau T + \beta_1^\tau \quad \tau_2(T) = \alpha_2^\tau T + \beta_2^\tau \quad (3.138)$$

et :

$$w'_{sh}(I_{sh}, T) = \begin{cases} (\alpha_1^w T + \beta_1^w) \sum_{i=1}^3 p_{sh_i}(I_{sh})^{2i} & 260 \leq T \leq 270 \\ (\alpha_2^w T + \beta_2^w) \sum_{i=1}^3 p_{sh_i}(I_{sh})^{2i} & 270 < T \leq 300 \end{cases} \quad (3.139)$$

Le nouvel ensemble de paramètres permettant une généralisation de la loi sur l'intervalle de températures est donnée sur le TAB.3.5.

	α	Unités	β	Unités
γ_1	$-1.793 \times e^{-03}$	-	$1.397 \times e^{+00}$	-
γ_2	$6.845 \times e^{-04}$	-	$-1.491 \times e^{-01}$	-
τ_1	$1.706 \times e^{-02}$	[K · s ⁻¹]	$-3.715 \times e^{+00}$	[s]
τ_2	$-4.527 \times e^{-02}$	[K · s ⁻¹]	$-4.642 \times e^{+01}$	[s]
w'_{sh_1}	$-6.010 \times e^{-02}$	[K ⁻¹]	$1.663 \times e^{+01}$	-
w'_{sh_2}	$-6.709 \times e^{-03}$	[K ⁻¹]	$2.206 \times e^{+00}$	-

p_{sh_1}	p_{sh_2}	p_{sh_3}	Unité
$6.122 \times e^{-01}$	$6.794 \times e^{-01}$	$-3.756 \times e^{-02}$	[J · mm ⁻²]

Tableau 3.5 – Paramètres correspondant à l'interpolation linéaire du mode de déformation en cisaillement plan

La FIG.3.12 montre le résultat de l'interpolation linéaire sur la gamme de température considérée. L'allure du potentiel associée à la déformation du cisaillement dans le plan en fonction de la température est également montrée sur la FIG.3.13 ainsi que le résultat de l'interpolation linéaire. Il faut constater que ces derniers résultats montrent un incrément de l'énergie lorsque la température se rapproche du point de cristallisation, ce qui est en accord avec la physique du phénomène.

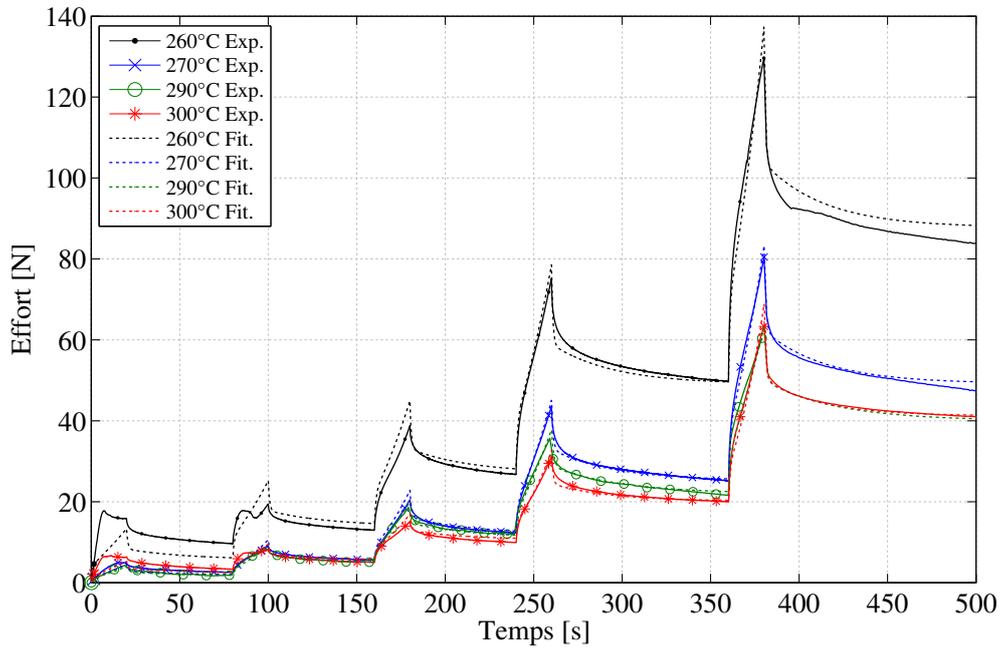


FIGURE 3.12 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et modélisés pour différentes températures.

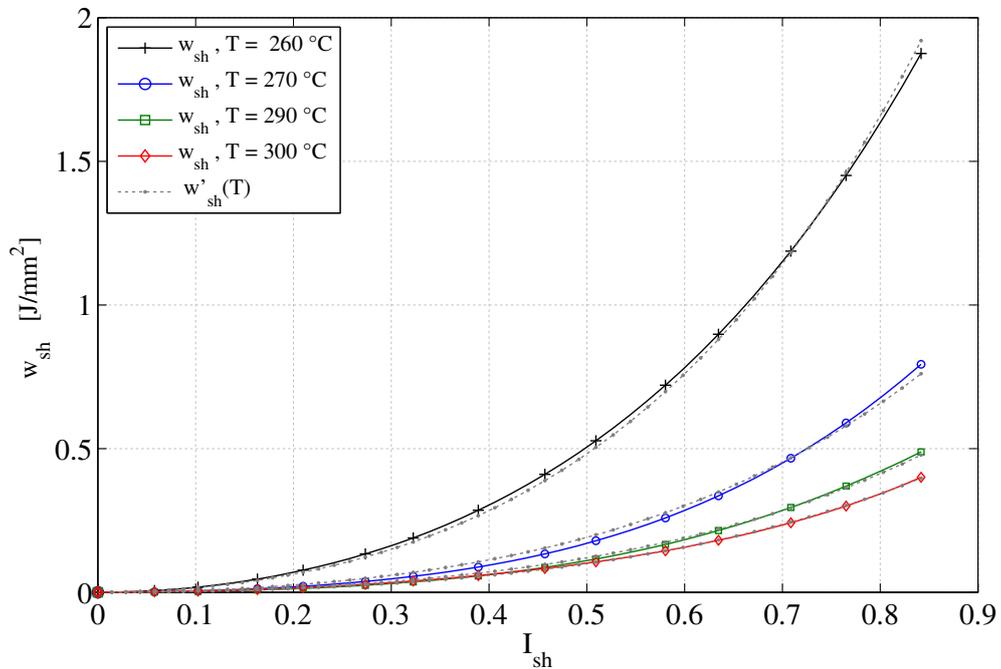


FIGURE 3.13 – Évolution de l'énergie de déformation du cisaillement plan en fonction de la température.

3.7 Bilan Chapitre 3

Dans ce chapitre, un modèle viscohyperélastique a été présenté pour décrire le comportement des renforts préimprégnés thermoplastiques pendant la mise en forme. Le comportement hyperélastique a été associé au renfort sec en supposant que le matériau peut être considéré comme un milieu orthotrope en configuration initial. Le potentiel d'énergie de déformation hyperélastique est composé par quatre termes associés chacun à un mode majeur de déformation, à savoir : l'élongation dans le sens chaîne, l'élongation dans le sens trame, le cisaillement dans le plan et la flexion hors plan. Chaque mode de déformation fait intervenir un invariant au sens physique du renfort permettant le découplage de l'énergie interne et facilitant par conséquent l'identification des paramètres liés à chaque mode à l'aide des tests simples, ex : essai de traction, essai cantilever, Bias-extension test.

D'après les résultats expérimentaux du chapitre précédent, le comportement viscoélastique est associé exclusivement au cisaillement dans le plan. Afin de prendre en compte cette contribution, un modèle viscohyperélastique non linéaire construit à partir de la théorie des processus thermodynamiques irréversibles a été considéré.

L'identification des différents paramètres pour le matériau préconsolidé du chapitre précédente a été effectuée. Dans le cas particulière du cisaillement dans le plan, les paramètres ont été obtenus par une méthode inverse. Après optimisation, on constate que les différents paramètres varient linéairement avec la température sur l'intervalle considéré.

Ce modèle sera implémenté dans un code de calcul par éléments finis, afin de simuler le thermoformage des différentes pièces et évaluer la pertinence du modèle.

Chapitre 4

Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

Sommaire

4.1	Introduction	94
4.2	Conduction en régime stationnaire	95
4.2.1	Cas des milieux Homogènes	95
4.2.2	Conditions aux limites	97
4.2.3	Cas des milieux hétérogènes	97
4.2.4	Conductivité thermique équivalente	99
4.3	Schéma d'homogénéisation	100
4.3.1	Choix de conditions aux limites	101
4.3.2	Extraction du flux macroscopique	104
4.3.3	Calcul du tenseur de conductivité équivalente	105
4.4	Application	106
4.4.1	Choix du VER	106
4.4.2	Propriétés thermiques des constituants	106
4.4.3	Implémentation	109
4.5	Résultats	110
4.5.1	Cas orthotrope	110
4.5.2	Influence de l'angle de cisaillement	112
4.6	Comparaison avec la littérature	115
4.7	Bilan Chapitre 4	118

4.1 Introduction

Le comportement mécanique des composites thermoplastiques est directement lié à la température de transformation. Dans le cas de polymères semi-cristallins, le matériau peut être mis en forme uniquement lorsqu'il se trouve à un état mou. Il est par conséquent nécessaire que le matériau subisse une étape de chauffage avant la mise en forme.

Le cycle thermique que subi le matériau avant la mise en forme commence par une phase du chauffe, généralement par infrarouges dans le cas des préconsolidés. Cela a pour avantage d'être une méthode très rapide. Les étapes de la mise en forme et celle du chauffage s'effectuent généralement dans deux endroits différents (mais pas nécessairement), par conséquent, le matériau doit être déplacé entre ces deux modules. Cela induit une perte de chaleur par convection durant le transport. La phase de chauffage doit prendre en compte cette perte en surchauffant le matériau, afin d'assurer au mieux que la température soit suffisamment élevée, et ce pour assurer une mise en forme la plus correcte possible.

Avant et durant l'étape de mise en forme, des pertes de chaleur par conduction se produisent au contact du matériau avec les outils. Le moule et/ou le poinçon peuvent être dotés d'un système de chauffe afin de minimiser ces pertes, et sa température est généralement largement inférieure à la température de cristallisation du matériau. La température des outils est judicieusement choisie afin d'assurer une bonne consolidation, un bon état de surface et un temps de cycle court. L'influence de la carte de température générée par ces contacts sur le comportement du composite est du premier ordre.

Comme on a vu dans les chapitres précédentes, le comportement mécanique du matériau varie de manière importante dans l'intervalle de température de la mise en forme. C'est pourquoi, on se propose de prendre en compte ce champ de température hétérogène induit par le contact et son évolution au cours de la mise en forme. Pour ce faire, une estimation des propriétés thermiques s'impose.

Le comportement thermique des matériaux composites préimprégnés est complexe à décrire de manière analytique. En effet, la structure du matériau est fortement hétérogène et anisotrope. Les propriétés thermiques du matériau dépendent à la fois de la taille et de la répartition spatiale des constituants (fibre+matrice), ainsi que des directions privilégiées du matériau. Si en outre, les propriétés du matériau sont thermodépendantes le problème devient non-linéaire. Tel est le cas de la conductivité thermique.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la détermination des différentes propriétés thermiques du matériau par une méthode d'homogénéisation. Une attention particulière est portée sur l'influence de l'angle de cisaillement sur la conductivité thermique. En effet, au cours de la mise en forme la structure interne du matériau évolue. La direction des fibres change et par conséquent les directions principales locales avec. Le but de ce chapitre est d'estimer la variation de la conductivité thermique en fonction de la déformation (angle de cisaillement) et de la température.

4.2 Conduction en régime stationnaire

4.2.1 Cas des milieux Homogènes

Considérons un sous domaine Ω dans \mathbb{R}^3 occupé par un matériau isotrope de frontière $\partial\Omega$ (FIG.4.1), où tout point est également repéré par la variable spatiale \underline{x} .

Le premier principe de la thermodynamique (3.27) appliqué au sous-domaine Ω permet d'exprimer la conservation de l'énergie globale du système :

$$\forall \Omega \quad \int_{\Omega} \frac{d}{dt} \rho e \, dv = \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} \, dv + \int_{\Omega} (r - \underline{\nabla} \cdot \underline{q}) \, dv \quad (4.1)$$

Cette expression est réduite dans le cas stationnaire. L'équilibre du système fait intervenir uniquement un champ vectoriel $\underline{q}(\underline{x}) = (q_1(\underline{x}), q_2(\underline{x}), q_3(\underline{x}))$ qui représente le flux thermique par unité de surface ($\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) sortant à travers la surface $\partial\Omega$ de normal \underline{n} , et r les sources d'énergie volumiques internes ($\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$) :

$$\forall \Omega \quad \int_{\Omega} (r - \underline{\nabla} \cdot \underline{q}) \, dv = 0 \quad (4.2)$$

La traduction physique de cette expression indique que l'équilibre du système est atteint lorsque le flux thermique échangé avec l'extérieur à travers la frontière $\partial\Omega$ est égal à la production interne d'énergie thermique dans Ω :

$$\forall \Omega \quad \int_{\Omega} r \, dv = \int_{\partial\Omega} \underline{q} \cdot \underline{n} \, ds \quad (4.3)$$

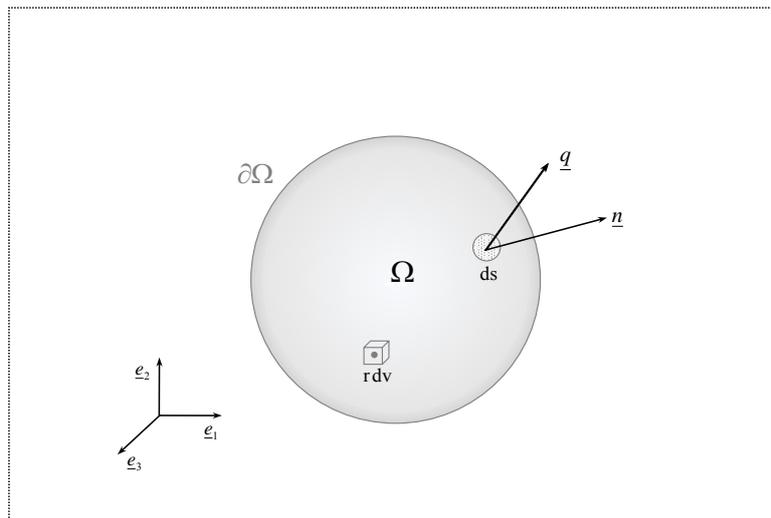


FIGURE 4.1 – Équilibre thermique dans un solide isotrope

La forme locale eulérienne est définie par :

4. Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

$$r - \underline{\nabla} \cdot \underline{q} = 0 \quad (4.4)$$

ou bien lorsque le matériau ne contient pas de sources internes d'énergie, cette expression devient :

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{q} = 0 \quad (4.5)$$

On peut définir maintenant un champ *scalaire* $T(\underline{x})$ représentant la température en tout point du domaine. Les équations qui relient le flux thermique avec la température sont traitées comme lois de comportement thermiques. Dans le cas des transferts thermiques par conduction, cette relation de comportement est connue sous le nom de loi de Fourier.

$$\underline{q} = -\underline{K} \underline{\nabla} T \quad (4.6)$$

où $\underline{\nabla} T$ est le gradient de $T(\underline{x})$.

La relation (4.6) exprime une proportionnalité entre le flux et la distribution spatiale de la température. La conductivité thermique sera donnée à l'aide d'un tenseur d'ordre deux \underline{K} symétrique défini positif, donné sous la forme matricielle suivante :

$$\underline{K} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Les termes k_{ij} représentent la conductivité thermique ($Wm^{-1}K^{-1}$) dans la direction i dû au flux thermique dans la direction j . Dans le cas d'un matériau isotrope ce tenseur s'écrit simplement comme :

$$\underline{K} = k\underline{I} \quad (4.8)$$

Où \underline{I} dénote le tenseur identité et k la conductivité thermique du matériau (identique dans toutes les directions). Dans le cas isotrope le flux thermique et le gradient de température sont dans la même direction, contrairement au contraire du cas anisotrope où le vecteur flux ne suit pas nécessairement la même direction.

En substituant l'équation (4.6) dans (4.4), on obtient un système d'équations différentiel traduisant l'équilibre thermique en tout point du solide et en fonction de la température.

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{K} \underline{\nabla} T) + r = 0 \quad (4.9)$$

Dans le cas où la conductivité ne dépend pas de la température (cas linéaire), on obtient l'équation de la chaleur de Laplace :

$$k\Delta T + r = 0 \quad (4.10)$$

$\Delta(\bullet)$ étant le laplacien, donné en coordonnées cartésiennes par : $\Delta(\bullet) = \frac{\partial^2(\bullet)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\bullet)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\bullet)}{\partial z^2}$.

4.2.2 Conditions aux limites

La définition des conditions aux limites est nécessaire afin de résoudre le système différentiel (4.9). Ces conditions sont imposées sur la surface $\partial\Omega$ lorsque la température ou le flux thermique sont connus sur une partie de la frontière, soit respectivement $\partial\Omega_T$ et $\partial\Omega_q$, tel que :

$$\partial\Omega = \partial\Omega_T \cup \partial\Omega_q \quad (4.11)$$

La connaissance de la distribution de température sur un domaine $\partial\Omega_T$ conduit à une *condition de Dirichlet* sur $\partial\Omega_T$ de la forme :

$$T(\underline{x}) = T_d \quad \forall \underline{x} \in \partial\Omega_T \quad (4.12)$$

Également, si le flux thermique échangé entre l'extérieur et l'intérieur du solide ϕ_d à travers la surface $\partial\Omega_q$ est connu, la condition limite sur $\partial\Omega_q$ peut être exprimé par :

$$\underline{q} \cdot \underline{n} = \phi_d \quad \forall \underline{x} \in \partial\Omega_q \quad (4.13)$$

Dans le cas particulier d'un milieu adiabatique (cas des isolants parfaits) cette condition est connue sous le nom de condition de Neumann.

$$\frac{\partial T}{\partial n}(\underline{x}) = 0 \quad \forall \underline{x} \in \partial\Omega_q \quad (4.14)$$

4.2.3 Cas des milieux hétérogènes

Un milieu hétérogène est par définition composé de deux ou plus composants non miscibles. Tel est le cas des matériaux composites préimprégnés (FIG.4.2). Le domaine Ω est composé d'une matrice contenant une série de n inclusions Ω_{mi} (les mèches). Dans cette configuration, le domaine occupé par la matrice polymère Ω_p est défini par :

$$\Omega_p = \Omega \cap \left(\bigcup_{i=1 \dots n} \Omega_{mi} \right)^c \quad (4.15)$$

Les propriétés thermiques du milieu et en particulier le tenseur de conductivité dépendent de la variable spatiale \underline{x} . S'il existe en plus une dépendance à la température T on parle de *conduction non linéaire* $\underline{K}(\underline{x}, T)$.

L'expression (4.6) traduit maintenant une relation *locale* entre le flux et le gradient de la température au tour de la position \underline{x} :

$$\underline{q}(\underline{x}, T) = -\underline{K}(\underline{x}, T) \underline{\nabla} T(\underline{x}) \quad (4.16)$$

Le problème est encore plus complexe dans le cas préimprégnés, sachant que les mèches sont à la fois composées d'un mélange fibre-matrice. Ce mélange est supposé isotrope transverse, à savoir que le matériau possède une direction privilégiée (sens longitudinal des fibres).

4. Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

En assimilant le matériau à un milieu continu, on peut calculer, comme dans le cas mécanique, les *propriétés effectives* du matériau. Les propriétés thermomécaniques et thermiques dans le cas des matériaux composites dépendent de la géométrie du tissage, des propriétés des constituants et de la fraction volumique des fibres [DAS 96]. La complexité de la microarchitecture des composites préimprégnés, rend difficile l'analyse de leurs propriétés à l'aide des solutions analytiques [NIN 95, KUL 97, NIN 98]. Une modélisation numérique s'avère nécessaire.

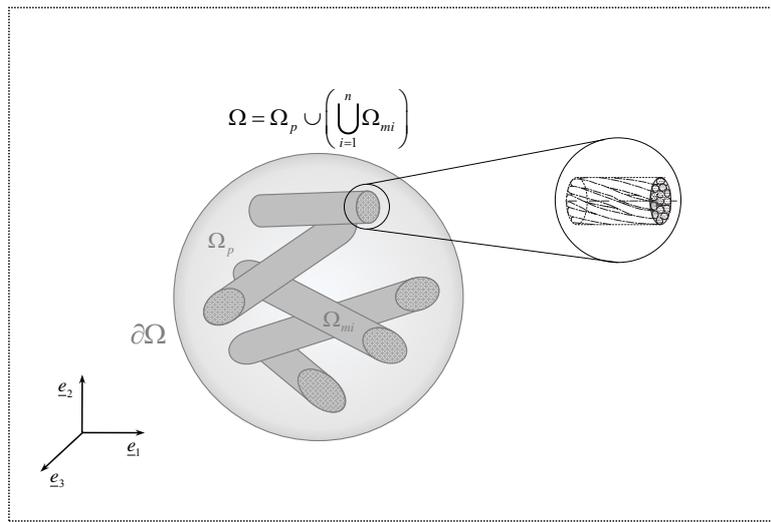


FIGURE 4.2 – Solide hétérogène : réseaux de mèches dans une matrice.

Le système d'équation traduisant l'équilibre dans les cas des matériaux hétérogènes en absence de sources internes est donc donné par :

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{\underline{K}}(\underline{x}, T) \underline{\nabla} T(\underline{x})) = 0 \quad (4.17)$$

Cependant, si le domaine Ω est *représentatif* de la structure microscopique, on peut obtenir un tenseur de conductivité *constant* (par rapport à la variable spatiale) traduisant les propriétés effectives du matériau à l'échelle macroscopique [AUR 83] :

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{\underline{K}}_{eq}(T) \underline{\nabla} T_0(\underline{x})) = 0 \quad (4.18)$$

où T_0 est une grandeur macroscopique au tour du point \underline{x} solution du système (4.17). Le tenseur $\underline{\underline{K}}_{eq}$ étant définie symétrique positif peut être réduit à sa forme diagonale dans sa base principale.

$$\underline{\underline{K}}_{eq}(T) = \begin{pmatrix} k_{eq11}(T) & 0 & 0 \\ 0 & k_{eq22}(T) & 0 \\ 0 & 0 & k_{eq33}(T) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

4.2.4 Conductivité thermique équivalente

Au cours des dernières années plusieurs modèles ont été développés afin de prédire les propriétés thermiques effectives des renforts tissés [DAS 92, NIN 95, KUL 97, BIG 01]. Tous ces modèles exploitent une propriété importante de ce type de matériaux : la périodicité. En effet, le renfort tissé est une structure périodique plane : l'ensemble du renfort peut être reconstitué par translations successives d'un motif identique (FIG.4.3). Cette motif élémentaire, constitue un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau. Plusieurs représentations des mailles élémentaires peuvent être proposées.

Le VER est le plus petit élément de volume permettant de reconstituer l'ensemble de la structure par simples translations, sans utiliser des symétries ou des rotations. Dans certains cas, des conditions de symétrie peuvent également être ajoutées afin de réduire d'avantage la taille du modèle.

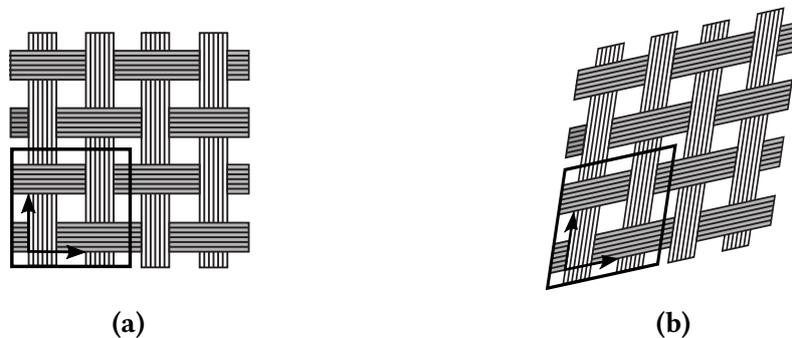


FIGURE 4.3 – Reconstitution du renfort par translation d'un volume élémentaire (a) non déformé et (b) soumis à une transformation homogène.

Plusieurs approches géométriques sont possibles. Dasgupta et al. [DAS 92] ont déterminé les propriétés effectives thermomécaniques d'un taffetas à partir des analyses micromécaniques et en implémentant une technique de homogénéisation par développement asymptotique. Les constituants ont été considérés comme entités séparées permettant de prendre en compte les interfaces et les interactions entre les mèches. Des méthodes analytiques basées sur des réseaux de résistances thermiques ont également été développées afin d'estimer le tenseur de conductivité thermique équivalent. Le VER choisi, est un modèle géométrique idéalisé parfaitement équilibré (FIG.4.4a).

Dans la même idée, Ning et Chou [NIN 95] ont considéré une cellule élémentaire idéalisée composée d'un assemblage d'éléments homogènes anisotropes (FIG.4.4b). La réponse globale du système est estimée par analogie à un système électrique, composé d'une série de résistances associé à chaque élément.

Les résultats obtenus avec les deux modèles précédentes ont été en accord avec les résultats expérimentaux même si des simplifications géométriques importantes ont été effectuées. Cependant, ces méthodes sont uniquement adaptées aux tissés orthogonaux d'architecture simple. L'influence de la température ainsi que l'évolution spatiale de l'orientation des fibres dans les mèches n'ont pas été prises en compte. Toutefois, il

4. Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

convient de mentionner que des méthodes pour la prédiction du tenseur de conductivité équivalent adapté aux renforts de géométrie plus complexe ont été également proposées [BIG 01].

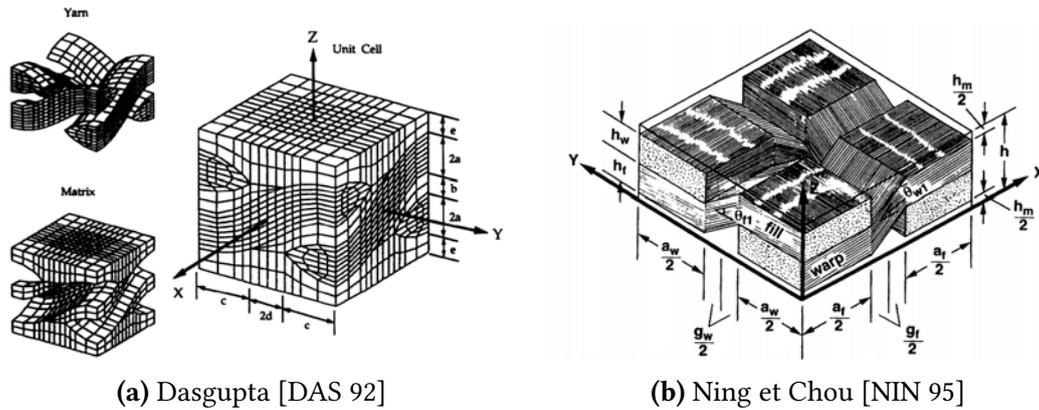


FIGURE 4.4 – Modèles géométriques représentant un volume élémentaire d'un taffetas.

Dans ce travail, le tenseur de conductivité équivalente sera calculé à partir de la réponse des problèmes aux limites de la cellule élémentaire. La technique d'homogénéisation adoptée pour ce calcul est celle Ozdemir et Geers qui a été développée pour l'analyse multiéchelles des transferts thermiques par conduction dans les matériaux hétérogènes [OZD 08].

Le point de départ est l'utilisation du gradient thermique à l'échelle macroscopique (supposé connu) pour imposer les conditions aux limites à l'échelle mésoscopique. Le tenseur de conductivité macroscopique est ensuite estimé en moyennant le flux mésoscopique résultant du problème aux limites. Cette méthode à l'avantage de n'avoir pas de restrictions concernant le comportement des différents constituants du matériau (anisotropie, thermodépendance, etc.) et qui peut être adaptée pour la prise en compte de l'évolution géométrique de la structure. De surcroît, le résultat obtenu correspond directement à une structure périodique de taille infinie soumise à un flux constant.

4.3 Schéma d'homogénéisation

Le début de ce schéma consiste à définir le problème à l'échelle mésoscopique du matériau, à savoir à l'échelle du VER. Vue la taille du domaine, l'équilibre thermique est supposé atteint instantanément. Le problème est ainsi traité tel un régime stationnaire.

En absence des sources internes l'équilibre thermique est donné d'après (4.5) par :

$$\nabla_m \cdot q_m(x) = 0 \quad (4.20)$$

où q_m représente le flux de chaleur volumique dans tout point x à l'échelle mésoscopique.

Sans perte de généralités, considérons un VER hexaédrique Ω_m de volume V avec un repère défini pour l'ensemble des sommets, arêtes et faces comme montré FIG.4.5 :

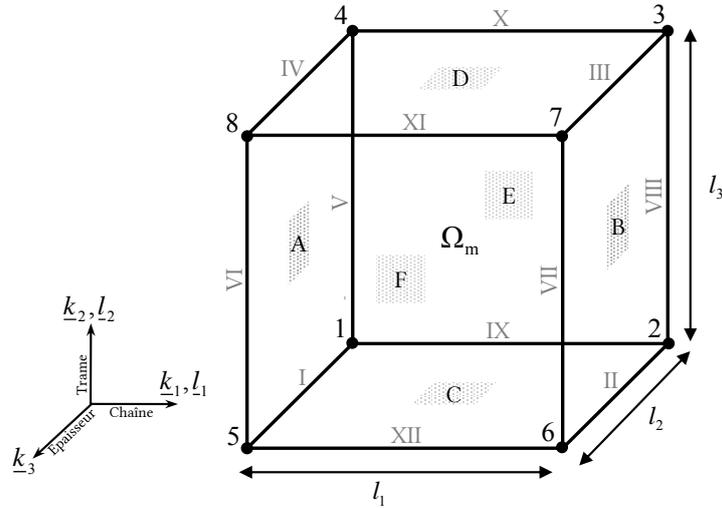


FIGURE 4.5 – Paramétrage du VER

où (l_1, l_2) définit la base matérielle associée aux directions des fibres dans le sens chaîne et trame respectivement, et $(\underline{k}_1, \underline{k}_2, \underline{k}_3)$ une deuxième base locale telle que :

$$\underline{k}_1 = l_1 \quad \underline{k}_3 = \underline{k}_1 \wedge l_2 \quad \underline{k}_2 = \underline{k}_3 \wedge \underline{k}_1 \quad (4.21)$$

4.3.1 Choix de conditions aux limites

La résolution du système (4.20) nécessite une définition correcte des conditions aux limites dans le VER. Ces conditions aux limites sont imposées à partir du gradient de température macroscopique.

Le champ de température mésoscopique est défini à partir de la linéarisation du gradient de température macroscopique $\underline{\nabla}_M T_M$ au tour d'un point \underline{x}_a du VER arbitrairement fixé :

$$T_m(\underline{x}) = T_m(\underline{x}_a) + (\underline{x} - \underline{x}_a) \cdot \underline{\nabla}_M T_M + T_f(\underline{x}) \quad (4.22)$$

où $T_f(\underline{x})$ représente une fluctuation thermique à l'échelle microscopique (variation de deuxième ordre) [GEE 03, OZD 08].

Le champ de température mésoscopique peut être décrit d'une manière unique en fixant la température au point a . Par la suite, la température au point 1 sera supposée connue :

$$T_m(\underline{x}) = T_1 + (\underline{x} - \underline{x}_1) \cdot \underline{\nabla}_M T_M + T_f(\underline{x}) \quad (4.23)$$

Les relations de transition entre l'échelle macroscopique et mésoscopique sont déduites à partir du calcul du gradient thermique de la relation (4.23) moyenné sur le volume et par application du théorème de la divergence sur le terme associé à la fluctuation.

$$\frac{1}{V} \int_{\Omega_m} \underline{\nabla}_m T_m \, dV = \underline{\nabla}_M T_M + \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega_m} T_f \underline{n} \, dS \quad (4.24)$$

4. Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

Afin d'imposer l'égalité entre le gradient macroscopique et le gradient mésoscopique moyenné, il est clair que la condition à imposer sur les fluctuations aux limites du domaine doit être de la forme :

$$\frac{1}{V} \int_{\partial\Omega_m} T_f \underline{n} \, dS = 0 \quad (4.25)$$

À partir de la FIG.4.5, la condition (4.25) peut être décomposée suivant les normales au domaine exprimées dans le repère $(\underline{k}_1, \underline{k}_2, \underline{k}_3)$:

$$\int_{\partial\Omega_{AB}} (T_{f_B} - T_{f_A}) \underline{n}_1 \, dS + \int_{\partial\Omega_{CD}} (T_{f_D} - T_{f_C}) \underline{n}_2 \, dS + \int_{\partial\Omega_{EF}} (T_{f_F} - T_{f_E}) \underline{n}_3 \, dS = 0 \quad (4.26)$$

Finalement à partir de l'Eq.(4.23) on en déduit que les conditions *suffisantes* à imposer peuvent être exprimées en termes des températures à la surface du domaine et du gradient thermique macroscopique sous la forme :

$$T_{m_B} - T_{m_A} = \underline{\nabla}_M T_M \cdot (\underline{x}_B - \underline{x}_A) \quad (4.27a)$$

$$T_{m_D} - T_{m_C} = \underline{\nabla}_M T_M \cdot (\underline{x}_D - \underline{x}_C) \quad (4.27b)$$

$$T_{m_F} - T_{m_E} = \underline{\nabla}_M T_M \cdot (\underline{x}_F - \underline{x}_E) \quad (4.27c)$$

avec $\underline{x}_I \in \partial\Omega_I$, ($I = A, B, C, D, E, F$) l'ensemble de points matérielles sur la surface I du domaine. Les points \underline{x}_B , \underline{x}_D et \underline{x}_F sont l'*image* des points par projection périodique sur les surfaces opposées \underline{x}_A , \underline{x}_C et \underline{x}_E . Dans le cas d'un VER non cisailé, ils correspondent aux points vis à vis sur chaque facette, alors que dans le cas cisailé, la cinématique de déformation doit être prise en compte afin de respecter cette correspondance spatiale.

Ces conditions sont connues sous le nom de *conditions aux limites périodiques* et conduisent naturellement à des conditions antipériodiques en termes des flux de chaleur aux limites du domaine :

$$\underline{q}_{m_B} \cdot \underline{n}_1 = -\underline{q}_{m_A} \cdot \underline{n}_1 \quad (4.28a)$$

$$\underline{q}_{m_D} \cdot \underline{n}_2 = -\underline{q}_{m_C} \cdot \underline{n}_2 \quad (4.28b)$$

$$\underline{q}_{m_F} \cdot \underline{n}_3 = -\underline{q}_{m_E} \cdot \underline{n}_3 \quad (4.28c)$$

D'autres types des conditions aux limites peuvent être utilisées afin de satisfaire la relation (4.25) : naturelles, essentielles ou mixtes [OST 96]. Cependant, il a été montré que le calcul de la conductivité thermique équivalente est moins sensible au choix du VER en le traitant à l'aide des conditions aux limites périodiques [JIA 02]. Ces types des conditions seront donc utilisées par la suite.

Comme mentionné précédemment, un des objectifs de cette partie consiste à analyser la variation du tenseur de conductivité thermique équivalente en fonction de l'évolution de la température et de la direction des mèches, et par conséquent, en fonction de l'angle de cisaillement. Pour le dernière point, il est considéré que la cellule élémentaire est soumise à une déformation en cisaillement pur dans le plan $(\underline{k}_1, \underline{k}_2)$ (FIG.4.6). Les conditions aux limites associées à cette nouvelle configuration sont présentées sous forme développée (faces, arêtes et nœuds) en fonction des différents paramètres géométriques du VER (TAB.4.1)

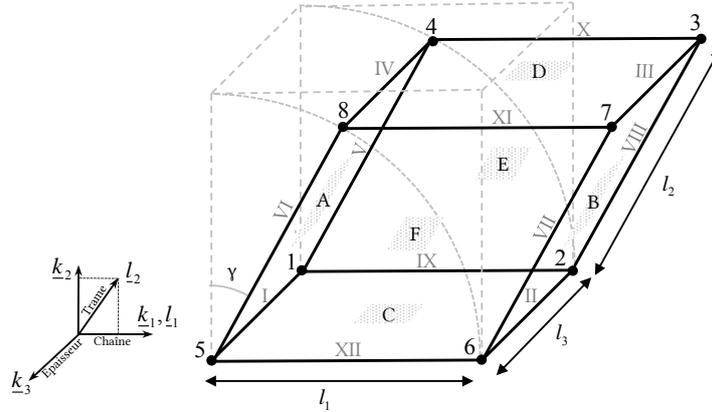


FIGURE 4.6 – Paramétrage du cisaillement pur du VER sur le plan

Faces	Relation
A-B	$T_B = T_A + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1$
C-D	$T_D = T_C + l_2 (\underline{\nabla}_M)_1 \sin(\gamma) + l_2 (\underline{\nabla}_M)_2 \cos(\gamma)$
E-F	$T_F = T_E + l_3 (\underline{\nabla}_M)_3$
Arête	Relation
I-II	$T_{II} = T_I + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1$
I-III	$T_{III} = T_I + l_2 (\underline{\nabla}_M)_1 \sin(\gamma) + l_2 (\underline{\nabla}_M)_2 \cos(\gamma) + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1$
I-IV	$T_{IV} = T_I + l_2 (\underline{\nabla}_M)_1 \sin(\gamma) + l_2 (\underline{\nabla}_M)_2 \cos(\gamma)$
V-VI	$T_{VI} = T_V + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1$
V-VII	$T_{VII} = T_V + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1 + l_3 (\underline{\nabla}_M)_3$
V-VIII	$T_{VIII} = T_V + l_3 (\underline{\nabla}_M)_3$
Nodes	Relation
1-2	$T_2 = T_1 + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1$
1-3	$T_3 = T_1 + l_2 (\underline{\nabla}_M)_1 \sin(\gamma) + l_2 (\underline{\nabla}_M)_2 \cos(\gamma) + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1$
1-4	$T_4 = T_1 + l_2 (\underline{\nabla}_M)_1 \sin(\gamma) + l_2 (\underline{\nabla}_M)_2 \cos(\gamma)$
1-5	$T_5 = T_1 + l_3 (\underline{\nabla}_M)_3$
1-6	$T_6 = T_1 + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1 + l_3 (\underline{\nabla}_M)_3$
1-7	$T_7 = T_1 + l_1 (\underline{\nabla}_M)_1 + l_2 (\underline{\nabla}_M)_1 \sin(\gamma) + l_2 (\underline{\nabla}_M)_2 \cos(\gamma) + l_3 (\underline{\nabla}_M)_3$
1-8	$T_8 = T_1 + l_3 (\underline{\nabla}_M)_3 + l_2 (\underline{\nabla}_M)_1 \sin(\gamma) + l_2 (\underline{\nabla}_M)_2 \cos(\gamma)$

Tableau 4.1 – Conditions limites périodiques en fonction de l'angle de cisailment ¹

1. Avec $(\underline{\nabla}_M)_i = (\underline{\nabla}_M T_M)_i$ la composante i du gradient thermique macroscopique.

4.3.2 Extraction du flux macroscopique

La consistance de l'entropie entre l'échelle macroscopique et mésoscopique est le point de départ pour la détermination du flux macroscopique. Cette relation peut être écrite comme suit :

$$\frac{1}{V} \int_{\Omega_m} \underline{\nabla}_m T_m \cdot \underline{q}_m \, dV = \underline{\nabla}_M T_M \cdot \underline{q}_M \quad (4.29)$$

$$\text{or, } \underline{\nabla} \cdot (T_m \underline{q}_m) = \underline{\nabla} (T_m) \cdot \underline{q}_m + \underbrace{T_m \underline{\nabla} \cdot (\underline{q}_m)}_0$$

en appliquant le théorème de la divergence à l'échelle mésoscopique on a :

$$\frac{1}{V} \int_{\Omega_m} \underline{\nabla} \cdot (T_m \underline{q}_m) \, dV = \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega_m} T_m \underline{q}_m \cdot \underline{n} \, dS \quad (4.30)$$

L'intégrale sur la surface peut être décomposée suivant les directions principales du repère, et en tenant compte des conditions aux limites périodiques Eq.4.27 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega_m} T_m \underline{q}_m \cdot \underline{n} \, dS &= \frac{1}{V} \underline{\nabla}_M T_M \cdot \left(\int_{\partial\Omega_{AB}} (x_B - x_A) \underline{q}_m \cdot \underline{n}_1 \, dS \right. \\ &\quad \left. + \int_{\partial\Omega_{CD}} (x_D - x_C) \underline{q}_m \cdot \underline{n}_2 \, dS + \int_{\partial\Omega_{EF}} (x_F - x_E) \underline{q}_m \cdot \underline{n}_3 \, dS \right) \end{aligned} \quad (4.31)$$

ou bien en introduisant la variable spatiale \underline{x} :

$$\frac{1}{V} \underline{\nabla}_M T_M \cdot \int_{\partial\Omega_m} T_m \underline{q}_m \cdot \underline{n} \, dS = \frac{1}{V} \underline{\nabla}_M T_M \cdot \int_{\partial\Omega_m} \underline{x} \underline{q}_m \cdot \underline{n} \, dS \quad (4.32)$$

$$\text{de la même façon que précédemment : } \underline{\nabla} \cdot (\underline{x} \underline{q}_m) = \underbrace{\underline{\nabla}(\underline{x}) \cdot \underline{q}_m}_I + \underbrace{\underline{x} (\underline{\nabla} \cdot \underline{q}_m)}_0$$

Cela conduit finalement à une relation entre le flux macroscopique et le flux au niveau mésoscopique :

$$\frac{1}{V} \underline{\nabla}_M T_M \cdot \int_{\Omega_m} \underline{q}_m \, dV = \underline{\nabla}_M T_M \cdot \underline{q}_M \quad (4.33)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V} \int_{\Omega_m} \underline{q}_m \, dV = \underline{q}_M \quad (4.34)$$

Le flux macroscopique correspond donc à la moyenne volumique du flux mésoscopique. Cette information peut être déduite à partir de la moyenne numérique sur l'ensemble des éléments composant le modèle.

4.3.3 Calcul du tenseur de conductivité équivalente

Afin de calculer le tenseur de conductivité équivalente, on considère le problème de la conduction macroscopique en régime stationnaire.

$$\underline{q}_M = \underline{\underline{K}}_M \underline{\nabla}_M T_M \quad (4.35)$$

ou bien sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} \underline{q}_{M_1} \\ \underline{q}_{M_2} \\ \underline{q}_{M_3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (\underline{\nabla}_M T_M)_1 \\ (\underline{\nabla}_M T_M)_2 \\ (\underline{\nabla}_M T_M)_3 \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

Il est clair que le tenseur $\underline{\underline{K}}_M$ peut être complètement déterminé en imposant trois gradients macroscopiques unitaires dans les directions principales de la base considérée :

$$\underline{\nabla}_M T_M = [1 \ 0 \ 0]^T \quad \begin{Bmatrix} \underline{q}_{M_1} \\ \underline{q}_{M_2} \\ \underline{q}_{M_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{13} \end{Bmatrix} \quad (4.37)$$

$$\underline{\nabla}_M T_M = [0 \ 1 \ 0]^T \quad \begin{Bmatrix} \underline{q}_{M_1} \\ \underline{q}_{M_2} \\ \underline{q}_{M_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{21} \\ k_{22} \\ k_{23} \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

$$\underline{\nabla}_M T_M = [0 \ 0 \ 1]^T \quad \begin{Bmatrix} \underline{q}_{M_1} \\ \underline{q}_{M_2} \\ \underline{q}_{M_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{31} \\ k_{32} \\ k_{33} \end{Bmatrix} \quad (4.39)$$

Le schéma d'homogénéisation se déroule de la façon suivante :

- Choix d'un VER à partir de la configuration actuelle du matériau (orthotrope ou cisailée).
- Définition des conditions aux limites périodiques en fonction de l'angle de cisaillement et de la température initiale.
- Résolution du problème mésoscopique pour trois configurations différentes : $\underline{\nabla}_M T_M = [1 \ 0 \ 0]^T$, $\underline{\nabla}_M T_M = [0 \ 1 \ 0]^T$ et $\underline{\nabla}_M T_M = [0 \ 0 \ 1]^T$
- Extraction du flux macroscopique \underline{q}_M à partir de la moyenne volumique de la réponse mésoscopique \underline{q}_m .
- Analyse des composants du flux macroscopique et détermination du tenseur équivalente $\underline{\underline{K}}_M$

Cette méthode sera appliquée par la suite, afin de déterminer les propriétés thermiques équivalentes du matériau préconsolidé étudié dans ce manuscrit.

4.4 Application

4.4.1 Choix du VER

Le VER choisi a été modélisé à l'aide de TexGen, un logiciel pour la modélisation géométrique des renforts textiles [SHE 07]. Les différents paramètres géométriques ont été mesurés directement à partir d'images microtomographiques.

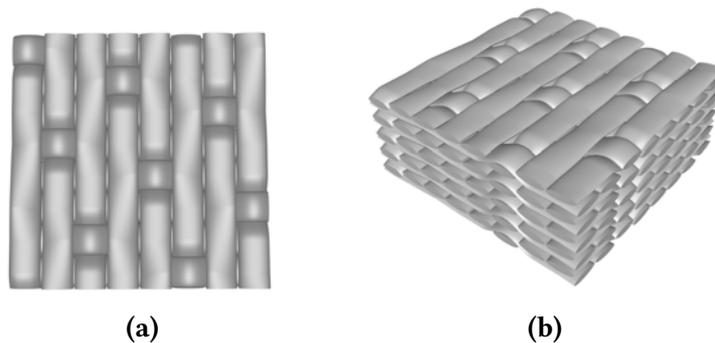


FIGURE 4.7 – VER modélisé à l'aide de TexGen

Les directions locales (FIG.4.8) peuvent être récupérées et exportées afin de créer des repères locaux associés aux mèches et donc d'y associer un comportement adapté, ex : comportement isotrope transverse.

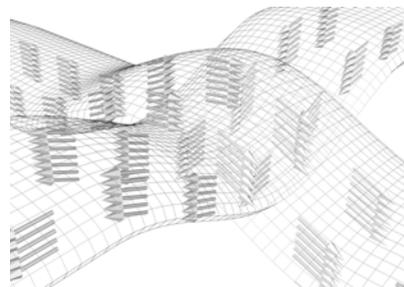


FIGURE 4.8 – Directions locales des mèches obtenues avec TexGen

4.4.2 Propriétés thermiques des constituants

Comme mentionné précédemment, la méthode d'homogénéisation choisie implique que les propriétés thermiques et le comportement des constituants sont connus. Dans le cas du préconsolidé, on suppose que le comportement de la résine polymère (PA 6.6) et des fibres, est isotrope. La conductivité thermique du PA 6.6 (k_p), dont l'évolution est donnée FIG.4.9 sera considéré thermodépendante. Concernant la conductivité des fibres (k_f), elle sera supposée être constante et égale à $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ [KUT 02, THO 12].

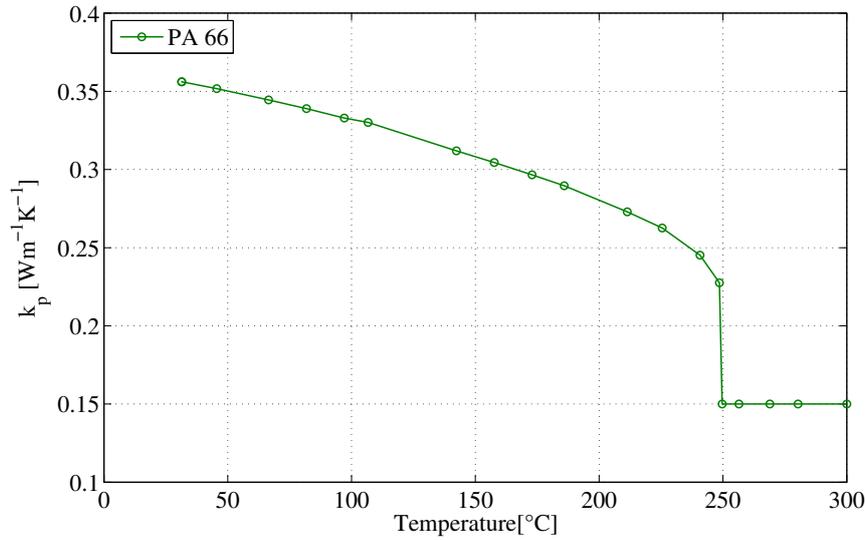


FIGURE 4.9 – Conductivité thermique du PA 6.6 en fonction de la température [MAR 07]

Les propriétés thermiques des mèches (fibre+matrice) sont plus délicates à déterminer. Comme en mécanique, on supposera que son comportement *local* est du type isotrope transverse, à savoir que les conductivité dans le sens longitudinal (i.e. parallèle à la direction des fibres) et transversal (i.e. perpendiculaire à la direction des fibres) dans une section de la mèche sont différentes.

Localement, une mèche peut être modélisée comme une série d'inclusions cylindriques isotropes (les fibres) noyées dans un milieu également isotrope (la matrice). Dans cette configuration, la conductivité thermique dans le sens longitudinal k_{lon}^m peut être approximée par une simple loi de mélanges de la forme :

$$k_{lon}^m = k_f \cdot v_f^m + k_p \cdot (1 - v_f^m) \quad (4.40)$$

où v_f^m représente le taux volumique des fibres dans les mèches.

Dans le cas de la conductivité transversale k_{tra}^m , Hasselman [HAS 93] propose une expression analytique dérivée de la théorie de Maxwell et Rayleigh [MAX 81, RAY 92], prenant en compte la conductance entre la fibre et la matrice :

$$k_{tra}^m = k_p \cdot \frac{\left(\frac{k_f}{k_m} - 1 - \frac{k_f}{ah_c}\right) v_f^m + \left(1 + \frac{k_f}{ah_c} + \frac{k_f}{k_m}\right)}{\left(1 + \frac{k_f}{ah_c} - \frac{k_f}{k_m}\right) v_f^m + \left(1 + \frac{k_f}{ah_c} + \frac{k_f}{k_m}\right)} \quad (4.41)$$

où h_c représente la conductance à l'interface du contact fibre-matrice et a le rayon de la fibre.

4. Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

Dans ce travail, on considère par la suite le cas d'un contact parfait $h \rightarrow \infty$:

$$k_{tra}^m = k_p \cdot \frac{\left(\frac{k_f}{k_m} - 1\right) v_f^m + \left(1 + \frac{k_f}{k_m}\right)}{\left(1 - \frac{k_f}{k_m}\right) v_f^m + \left(1 + \frac{k_f}{k_m}\right)} \quad (4.42)$$

Les relations (4.40) et (4.42) font intervenir le taux de fibres dans les mèches. Cette information peut être calculée à partir de la connaissance du taux de fibres dans le matériau v_f (généralement connu) et de l'estimation du *taux de mèches* v_m dans le VER, soit :

$$v_f^m = \frac{v_f}{v_m} \quad (4.43)$$

on en déduit également le taux volumique de polymère dans les mèches.

$$v_p^m = \left(1 - v_f^m\right) \quad (4.44)$$

Le taux de mèches du matériau v_m peut être obtenu par analyse d'images à partir de l'application successive de filtres. Cela afin d'isoler les enveloppes des mèches sur l'ensemble d'acquisitions du VER (FIG.4.10).

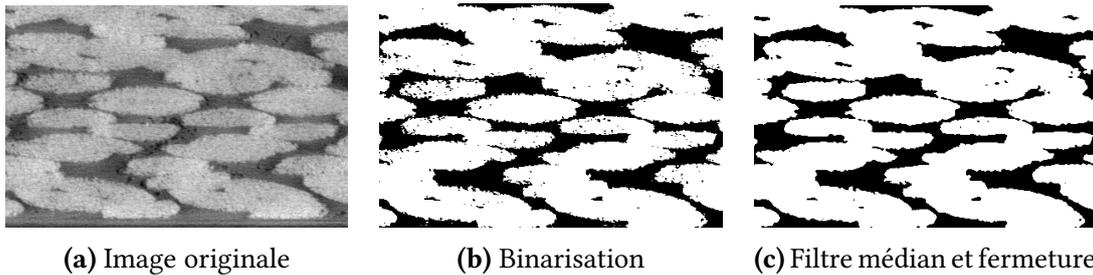


FIGURE 4.10 – Estimation du taux de mèches dans le matériau

Le bilan sur l'ensemble de taux volumiques des constituants définis précédemment est donné sur le TAB.4.2

	Valeur	Description
v_f	0.50	Taux de fibres (Donnée)
v_m	0.72	Taux de mèches (Mesuré FIG.4.10c)
v_p	0.28	Taux de polymère
v_f^m	0.70	Taux de fibres dans les mèches
v_p^m	0.30	Taux de polymère dans les mèches

Tableau 4.2 – Valeurs associées aux taux volumiques de fibres et de polymère du VER

L'évolution de la conductivité (locale) transversale et longitudinale en fonction de la température est présentée sur la FIG.4.11.

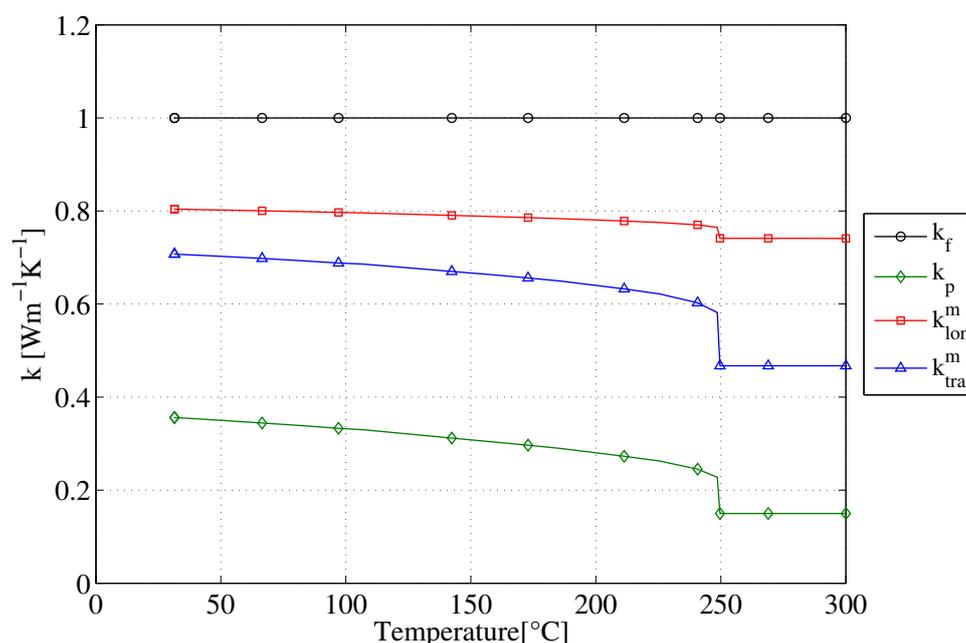


FIGURE 4.11 – Conductivité thermique longitudinale et transversale des mèches en fonction de la température et comparaison avec les conductivités des constituants purs.

4.4.3 Implémentation

Orientation L'ensemble de calculs d'homogénéisation ont été effectués en utilisant le code de calcul ABAQUS. La prise en compte de l'orientation locale est effectuée grâce à la commande *ORIENTATION qui permet la définition d'un repère locale sur chaque élément.

Maillage Afin de faciliter l'application des conditions aux limites périodiques, il a été décidé de considérer un modèle du type voxelisé. En effet, les maillages sur les différentes faces du domaine sont par défaut coïncidentes indépendamment du type de renfort considéré. Dans les cas d'un maillage standard, cette relation ainsi que le maillage complémentaire du renfort (la matrice) peuvent être compliqués à obtenir lorsque la structure du renfort est complexe. Toutefois, en raison de l'absence de déformation au cours du calcul, les résultats obtenus avec un maillage standard et voxelisé restent très voisins.

Conditions aux limites Les conditions aux limites sont introduites à partir de la création d'équations internes traduisant les relations entre les degrés de liberté (la température) des nœuds dans la surface du domaine. Sur ABAQUS ces relations sont créés via l'instruction *EQUATION. La mise en données de l'ensemble d'équations peut être simplifiée avec la création de groupes des nœuds correspondant aux différentes faces, arêtes et coins du VER spécifiées sur la FIG.4.6

Post-traitement L'extraction du flux macroscopique est aussi simplifiée avec un maillage voxelisé puisque le volume de tous les éléments est constant et identique. La relation (4.34) peut être discrétisée de la façon suivante :

$$\underline{q}_M = \frac{1}{V} \int_{\Omega_m} \underline{q}_m dV = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n_e} \int_{\Omega_e} \underline{q}_{m_i} dV_e = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n_e} \int_{\square} \underline{q}_{m_i}(\underline{\xi}) J_{\xi} d\square \quad (4.45)$$

où n_e est le nombre d'éléments, Ω_e le domaine de l'élément, \square le domaine de l'élément parent isoparamétrique, $\underline{\xi}$ les coordonnées isoparamétriques de l'élément et J_{ξ} le déterminant du jacobien entre la configuration spatiale et celle de l'élément parent (variation de volume), qui reste constant pour l'ensemble des éléments.

$$J_{\xi} = \det \left[\frac{\partial x}{\partial \underline{\xi}} \right] \quad (4.46)$$

En appliquant la formule de quadrature de Gauss à deux points d'intégration dans chaque direction (dimension 3), la relation précédente peut être discrétisée de la façon suivante :

$$\underline{q}_M = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{k=1}^{n_g} w_{Q_1} w_{Q_2} w_{Q_3} \cdot \underline{q}_{m_i}(\underline{\xi}_k) \cdot V_e = \frac{1}{n_e} \sum_{i=1}^{n_e} \sum_{k=1}^{n_g} \underline{q}_{m_i}(\underline{\xi}_k) \quad (4.47)$$

avec $\underline{\xi}_k$ les coordonnées isoparamétriques des points de gauss, n_g le nombre de points de gauss de l'élément et $w_{Q_1} = w_{Q_2} = w_{Q_3} = 1$ les poids de gauss.

Le vecteur \underline{q}_m peut être extrait sur chaque point d'intégration à partir d'ABAQUS grâce à la création d'un fichier report (*.rpt), qui peut être post-traité à l'aide de MATLAB pour le calcul du flux macroscopique.

4.5 Résultats

4.5.1 Cas orthotrope

Le schéma de homogénéisation a été effectué dans un premier temps dans le cas d'un VER initialement orthotrope sur l'intervalle de températures [50°C–300°C]. La FIG.4.12 illustre le gradient de température macroscopique imposé sur chaque direction à température de 300°C. Le tenseur de conductivité équivalente obtenu pour cette température est de la forme :

$$\underline{K}_{ortho} = \begin{bmatrix} 0.427 & 0 & 0 \\ 0 & 0.426 & 0 \\ 0 & 0 & 0.306 \end{bmatrix}_{300^{\circ}C} \quad (4.48)$$

La FIG.4.13 montre l'évolution de la conductivité dans le sens chaîne, trame et dans l'épaisseur en fonction de la température.

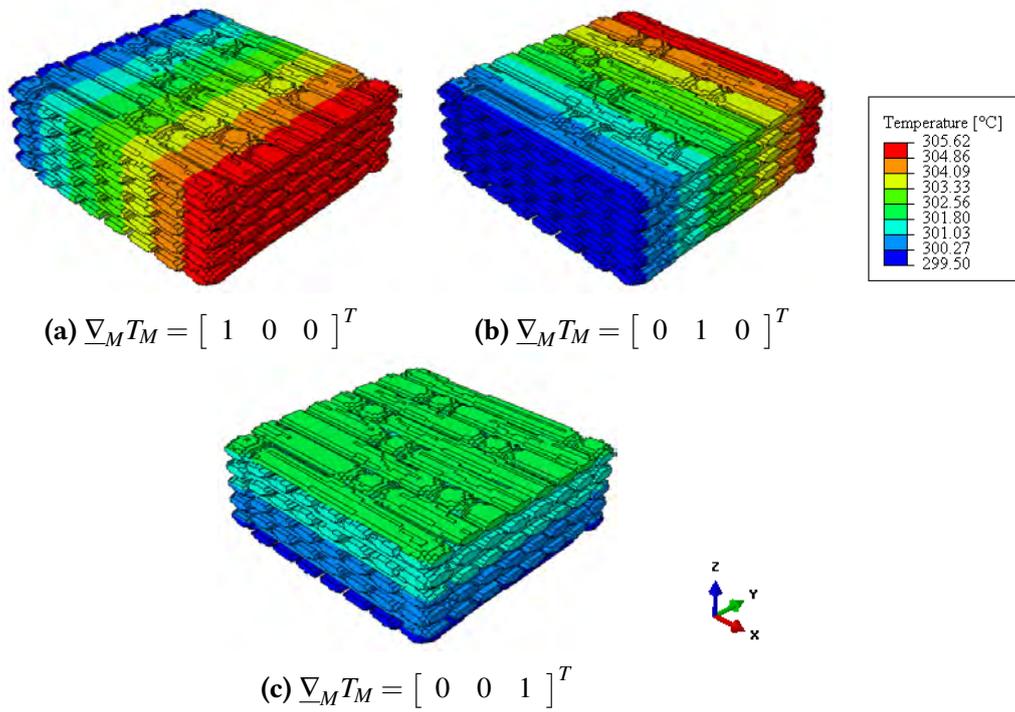


FIGURE 4.12 – Gradient de température appliqué dans les trois direction du repère (k_1, k_2, k_3)

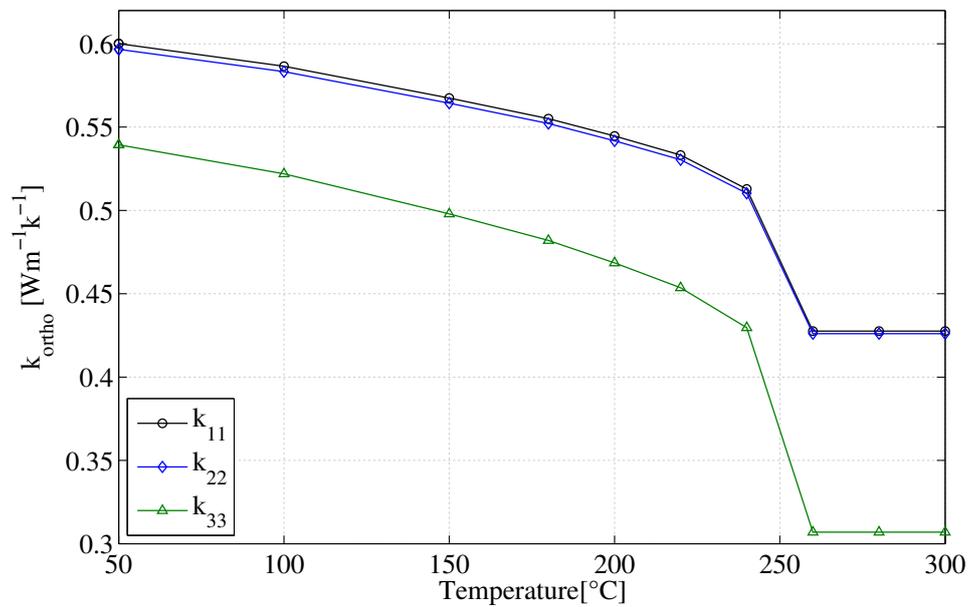


FIGURE 4.13 – Conductivité thermique du VER initialement orthotrope en fonction de la température

4.5.2 Influence de l'angle de cisaillement

Une série d'essais a été effectuée pour différents angles de cisaillement afin de construire une cartographie de l'évolution de la conductivité thermique en fonction de la température mais également en fonction de l'angle de cisaillement du renfort.

La configuration déformée pour la gamme d'angles de cisaillement considérée [0°-60°] est montré FIG.4.14.

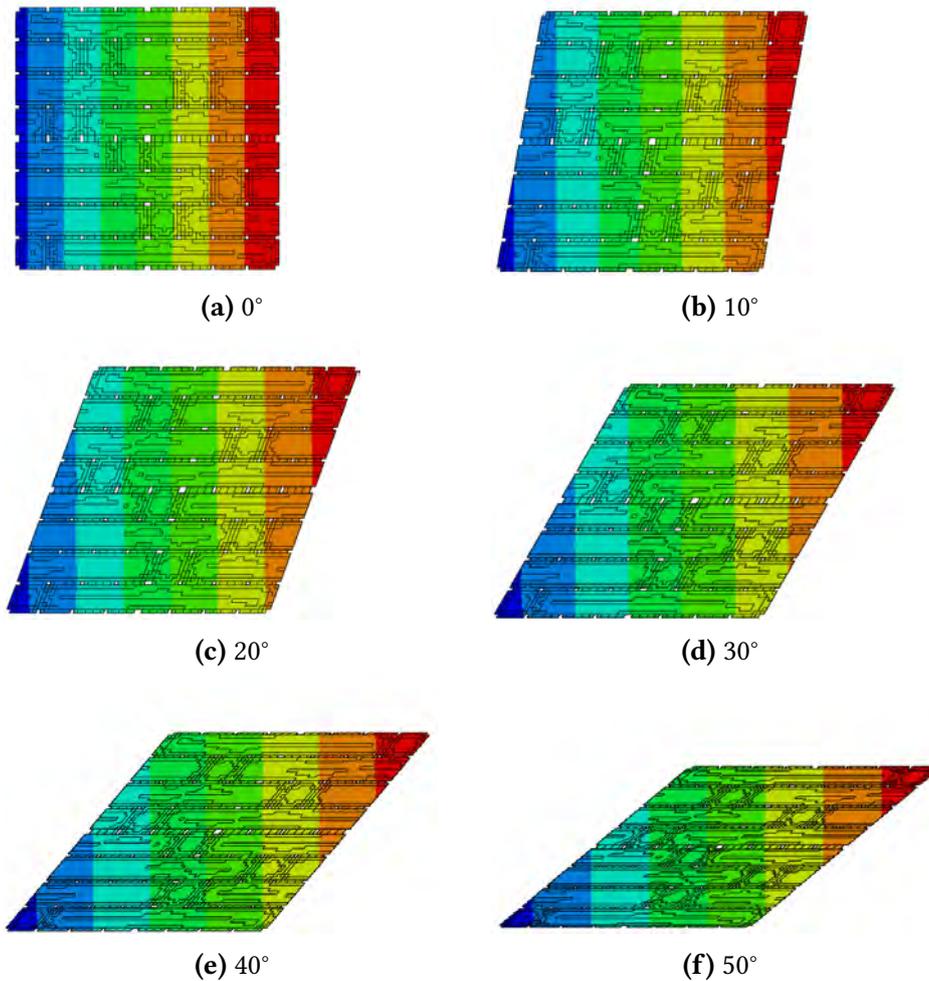


FIGURE 4.14 – Gradient de température macroscopique dans le sens chaîne appliqué à différents VER cisailés.

Les différentes composantes du tenseur de conductivité obtenues sont présentées dans les figures suivantes en fonction de la température et de l'angle de cisaillement dans la base $(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)$:

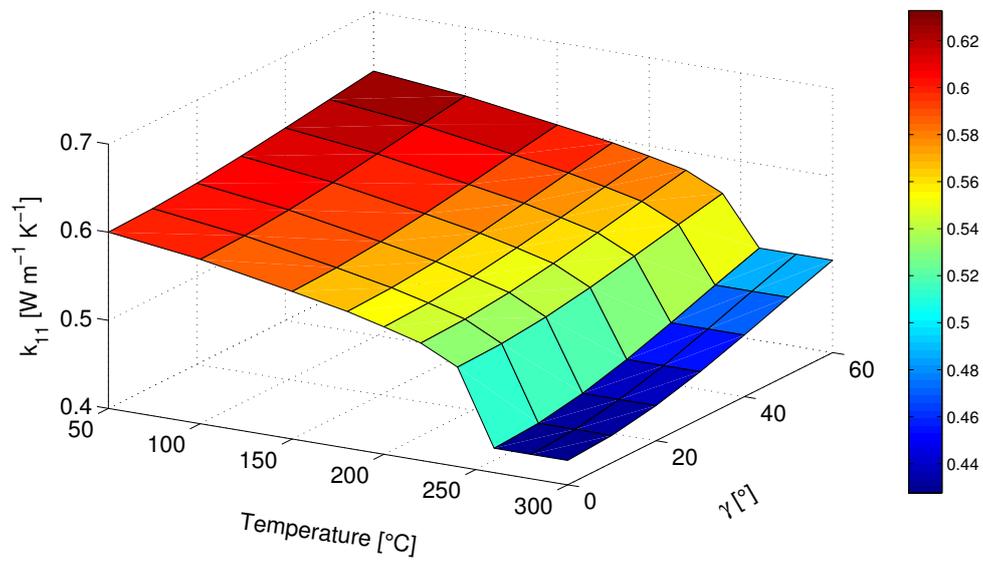


FIGURE 4.15 – k_{11} en fonction de la température et l'angle de cisaillement

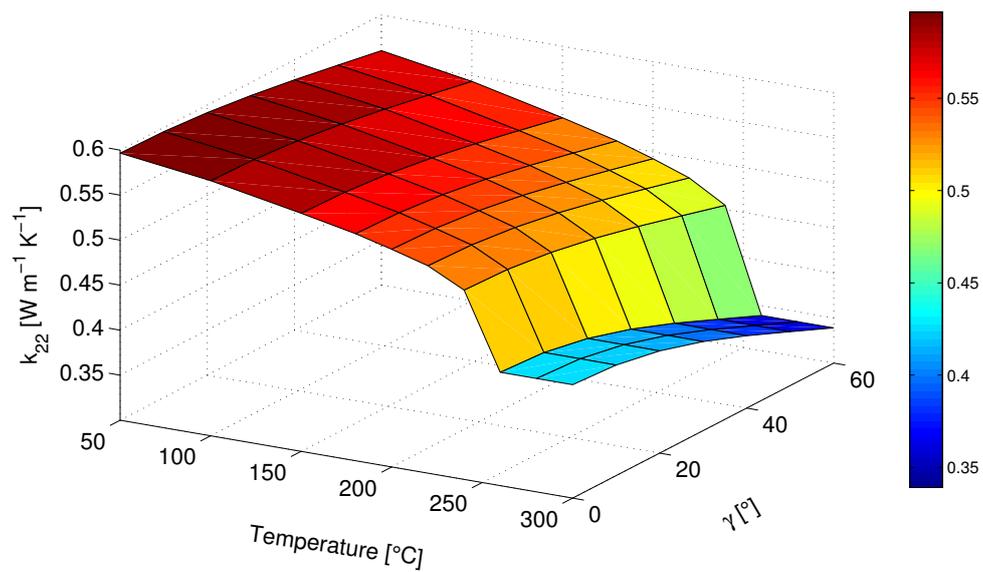


FIGURE 4.16 – k_{22} en fonction de la température et l'angle de cisaillement

4. Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

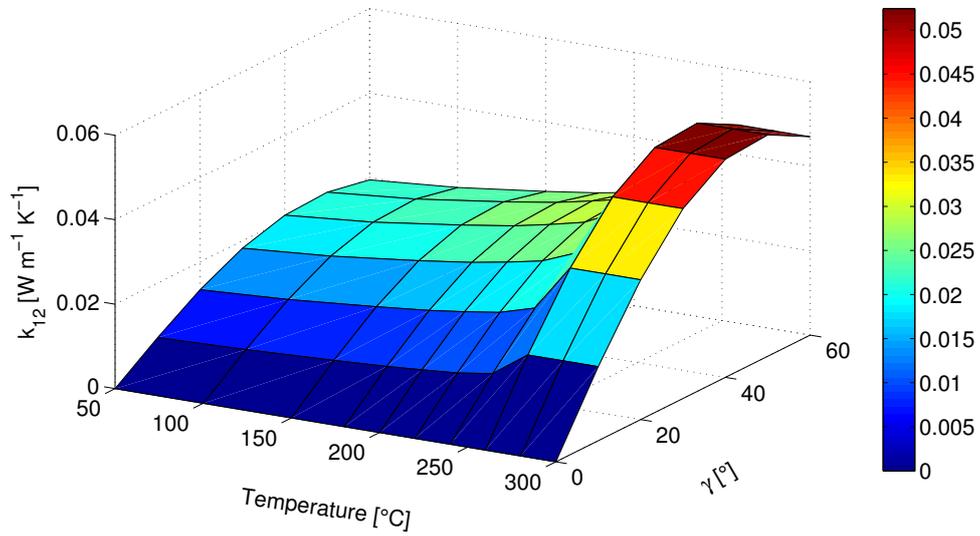


FIGURE 4.17 – k_{12} en fonction de la température et l'angle de cisaillement

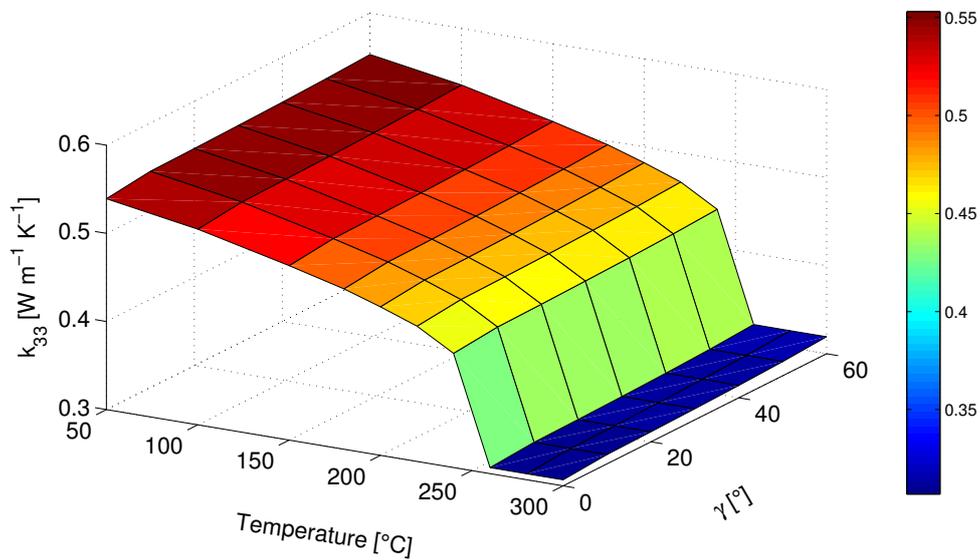


FIGURE 4.18 – k_{33} en fonction de la température et l'angle de cisaillement

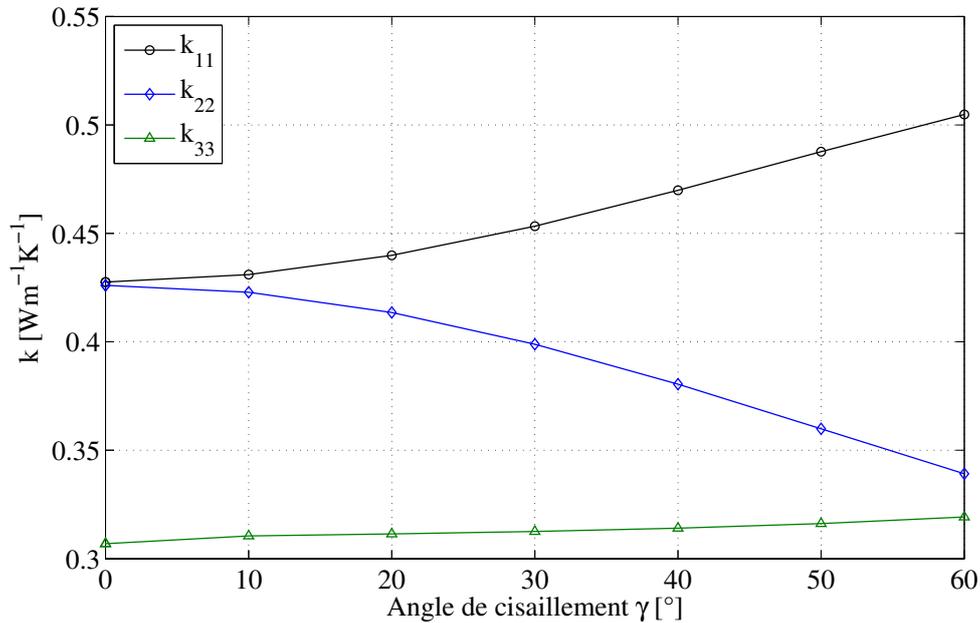


FIGURE 4.19 – Variation des conductivités thermiques en fonction de l'angle de cisaillement pour $T = 300^\circ$

L'interpolation des composants du tenseur de conductivité équivalente sur l'intervalle de température $[250^\circ - 300^\circ]$ permet l'écriture des expressions analytiques qui pourront être utilisées par la suite :

– Pour $250^\circ \leq T < 300^\circ$

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= 0.4277 + 0.1025 \cdot \sin(\gamma)^2 \\
 K_{22} &= 0.3117 + 0.1151 \cdot \cos(\gamma)^2 \\
 K_{33} &= 0.3072 + 0.0123 \cdot |\sin(\gamma)| \\
 K_{12} &= 0.05275 \cdot |\sin(2\gamma)|
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

4.6 Comparaison avec la littérature

La méthode d'homogénéisation décrite dans ce chapitre a été employée pour la caractérisation du matériau utilisé par Dasgupta [DAS 92], Ning [NIN 95] et Bigaud [BIG 01] afin de comparer les résultats et analyser la pertinence de la méthode.

Comme mentionné précédemment, le matériau utilisé est un taffetas verre/epoxy, avec $k_f = 1.03$ et $k_p = 0.19$ [$Wm^{-1}K^{-1}$]. Le taux de fibres dans le matériaux est 0.28 et le taux de fibres dans les mèches est estimé être égale à 0.63. Les paramètres géométriques du VER sont montrés FIG.4.20. Les rapports b/a , c/a , d/a et e/a sont 0.4, 6, 0.6 et 0.4 respectivement.

La conductivité des mèches préimprégnées dans les sens longitudinale et transversale sont données à partir des relations (4.40) et (4.42). Les travaux cités précédemment ont

4. Détermination des propriétés thermiques par homogénéisation : Influence de la déformation mésoscopique.

pour objectif d'analyser la variation de la conductivité thermique en fonction du taux de fibres V_f . On considère les différents valeurs de V_f spécifiées TAB.4.3, les valeurs des V_f^m associées sont déduites à partir de la relation (4.43).

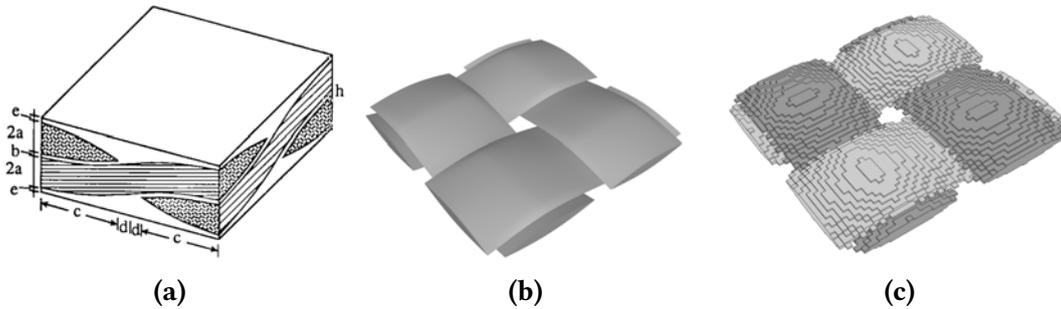


FIGURE 4.20 – (a) Paramètres géométriques de la cellule élémentaire [DAS 92], (b) Modèle géométrique TexGen, (c) Modèle voxelisé.

V_f	V_f^m	$k_{lon}^m [Wm^{-1}K^{-1}]$	$k_{lon}^m [Wm^{-1}K^{-1}]$
0.22	0.49	0.60	0.38
0.25	0.56	0.66	0.43
0.28	0.63	0.72	0.28
0.33	0.74	0.81	0.58
0.36	0.81	0.87	0.67

Tableau 4.3 – Estimation du taux de fibres dans les mèches et conductivités thermiques associées

Les résultats obtenus (FIG.4.21) permettent de confirmer la validité de la méthode. La conductivité équivalente dans le plan est en accord avec les résultats expérimentaux. Cependant la conductivité dans l'épaisseur montre un écart de 9%, cette erreur relative peut provenir de relation (4.42) utilisé pour le calcul de la conductivité transverse dans la mèche.

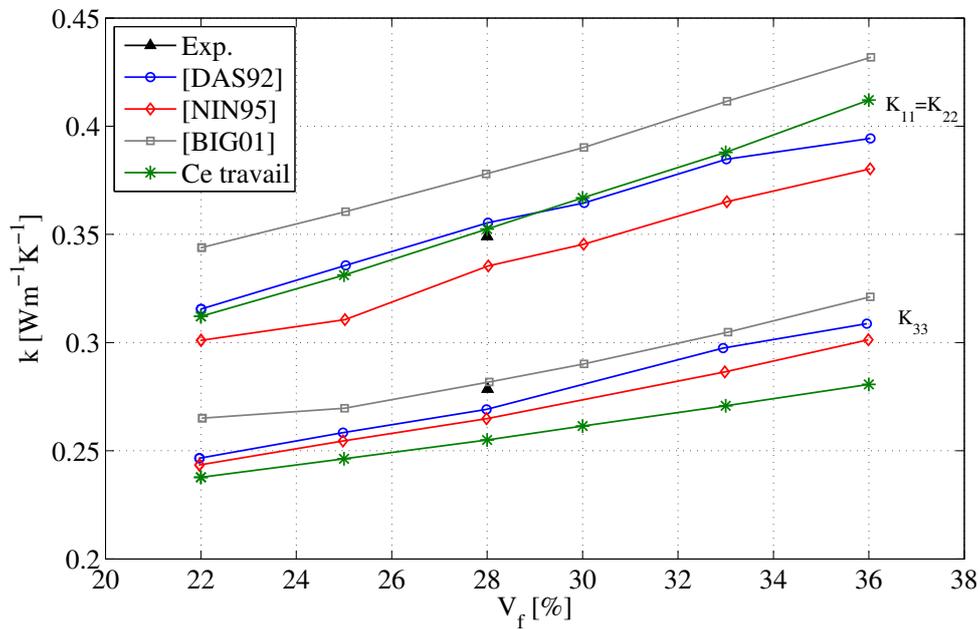
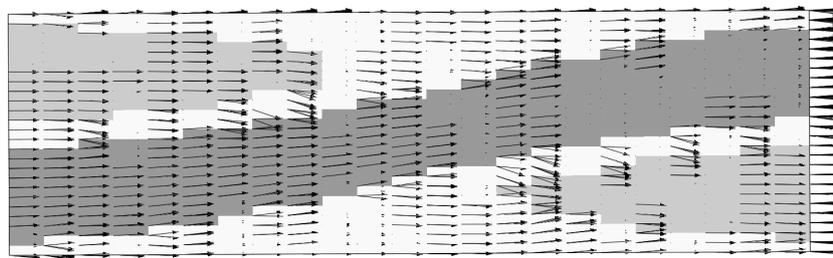
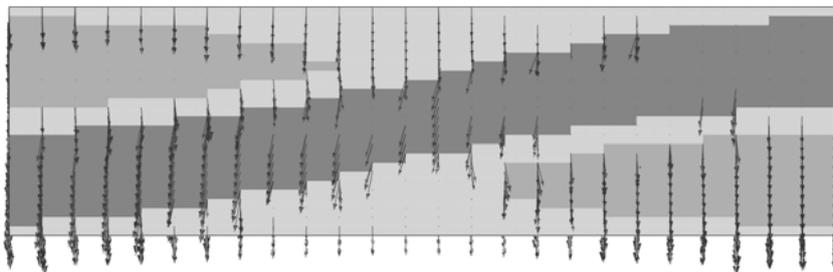


FIGURE 4.21 – Comparaison des résultats entre les modèles de la littérature et la méthode employée dans ce travail.



(a) Gradient dans le plan



(b) Gradient dans l'épaisseur

FIGURE 4.22 – Flux thermique dans le plan (a) et dans l'épaisseur (b)

4.7 Bilan Chapitre 4

Ce chapitre traite de l'identification des propriétés thermiques macroscopiques des matériaux composites à matrice thermoplastique par une méthode d'homogénéisation numérique. Ces paramètres ont été estimés à partir de l'équilibre thermique sur un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau (échelle mésoscopique). La transition entre l'échelle macroscopique et mésoscopique est réalisée par l'imposition des conditions aux limites périodiques en fonction du gradient thermique macroscopique et des dimensions géométriques du VER. L'avantage de cette approche est de n'avoir pas a priori une restriction sur le comportement des composants dans le domaine et de pouvoir traiter tout type des renforts de manière générale.

La structure mésoscopique du matériau a été obtenue par microphotographie X, ce qui a permis de construire un modèle géométrique à l'aide de TexGen. L'orientation locale des mèches est également fournie par ce logiciel permettant de créer des repères matérielles sur chaque élément. Cela permet de gérer correctement le comportement anisotrope des mèches. La technique d'homogénéisation choisie implique que les propriétés thermiques et le comportement des constituants sont connus. Le comportement de la matrice est considéré isotrope et celles de mèches comme isotrope transverse, tous deux thermodépendante.

Étant donné que la température macroscopique et la géométrie du VER évolue au cours de la mise en forme, une étude paramétrique du tenseur de conductivité thermique en fonction de l'angle de cisaillement et de la température est effectuée. Cette information sera ensuite exploitée dans le chapitre suivant afin de prédire l'évolution de la température du matériau au cours du thermoformage.

Chapitre 5

Simulation numérique du thermoformage

Sommaire

5.1	Introduction	120
5.2	Schémas d'intégration temporelle	121
5.3	Discrétisation spatiale	123
5.4	Calcul de courbure	125
5.5	Algorithme d'intégration des variables internes	126
5.6	Simulation de la mise en forme des préimprégnées	128
5.6.1	Emboutissage cylindrique	129
5.6.2	Double Dome	131
5.6.3	Pièce industrielle représentative du secteur automobile	135
5.7	Bilan Chapitre 5	138

5.1 Introduction

Le dernier chapitre de ce travail concerne la discrétisation de la loi de comportement et de la simulation de la mise en forme de matériaux thermoplastiques préimprégnés. Le modèle de comportement décrit dans le chapitre précédent a été implémenté dans un code par éléments finis en dynamique explicite, Plasfib. Le matériau est représenté par un élément de coque triangulaire à trois degrés de liberté où les contributions membranaires et en flexion sont découplées. La méthode employée pour le calcul de la courbure est reprise des travaux de Hamila et Sabourin sur les éléments "rotational free".

Au début de la simulation il est considéré que la température dans le matériau est homogène et supérieure à la température de solidification du matériau. La mise à jour de la carte de température est effectuée au cours de la mise en forme puisque que la géométrie de la pièce évolue ainsi que les différentes surfaces en contact. Un couplage dit faible est considéré entre le comportement mécanique et thermique. La répartition de la température est obtenue en résolvant l'équation de la chaleur dans le cas d'un transfert par conduction mais en tenant compte de l'orientation locale de fibres donnée par le calcul mécanique. Cette nouvelle carte de température est ensuite considérée pour la détermination des nouveaux paramètres matériaux mécaniques. Le processus de réactualisation thermique se fait chaque n pas jusqu'à la fin de la mise en forme.

La simulation du procédé de thermoformage a été effectuée pour trois types de géométrie : Un emboutissage cylindrique, un double dôme et un exemple de pièce structurelle automotrice complexe. Dans l'ensemble de simulations, il est considéré que la température des outils reste constante.

Les simulations mécaniques ont été effectuées en utilisant le code éléments finis Plasfib [PLA 11] qui a été développé au LaMCoS pour la simulation de la mise en forme des renforts de composites secs [HAM 07]. Un certain nombre d'éléments finis est présent dans le code : des éléments rigides pour la modélisation des outils d'emboutissage, des éléments de coque et membrane spécifiques pour la simulation des renforts secs 2D [BOI 05, HAM 09, BEL 11] ainsi que des éléments fibreux 3D pour la modélisation des renforts composites [LUY 09]. Ce travail de thèse vient enrichir ce code avec un nouvel élément adapté à la mise en forme des renforts préimprégnés.

Dans un premier temps, une introduction générale sur le schéma d'intégration temporelle du code est présentée, suivie de la discrétisation spatiale adoptée.

5.2 Schémas d'intégration temporelle

Dans un problème dynamique non-linéaire, les équations de la dynamique sont résolues pas à pas à l'aide de schémas d'intégration temporelle itératifs. Le temps est discrétisé en incréments, espacés d'un pas de temps donné. Ainsi, l'équation de la dynamique valable à tout instant, peut s'écrire à l'incrément i sous la forme :

$$\underline{\underline{M}}_d \underline{\ddot{u}}^{(i)} + \underline{\underline{C}}_d \underline{\dot{u}}^{(i)} + \underline{\underline{K}}_d \underline{u}^{(i)} - \underline{f}_{ext}^{(i)} = 0 \quad (5.1)$$

où \underline{u} est le déplacement des nœuds, $\underline{\underline{M}}_d$ la matrice de masse, $\underline{\underline{C}}_d$ la matrice d'amortissement, $\underline{\underline{K}}_d$ la matrice de rigidité tangente liée aux efforts internes et \underline{f}_{ext} les efforts externes appliqués aux nœuds.

Le schéma d'intégration temporelle va définir la façon dont sont approximés les déplacements, vitesses et accélérations d'un incrément à l'autre. Le schéma d'intégration temporelle utilisé dans Plasfib est un schéma dit Newmark β_2 [BEL 00] et correspond à un développement en série de Taylor à l'ordre 2 des déplacements, tronqués au jerk, avec deux coefficients de pondération β_1 et β_2 :

$$\begin{aligned} \underline{u}^{(i+1)} &= \underline{u}^{(i)} + \Delta t \underline{\dot{u}}^{(i)} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \underline{\ddot{u}}^{(i)} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \beta_2 \left(\underline{\ddot{u}}^{(i+1)} - \underline{\ddot{u}}^{(i)} \right) \\ \underline{\dot{u}}^{(i+1)} &= \underline{\dot{u}}^{(i)} + \Delta t \underline{\ddot{u}}^{(i)} + \beta_1 \Delta t \left(\underline{\ddot{u}}^{(i+1)} - \underline{\ddot{u}}^{(i)} \right) \end{aligned} \quad (5.2)$$

où $\Delta t = t^{(i+1)} - t^i$ définie le pas de temps associé.

Ces équations peuvent être décomposées en deux jeux de termes, dits de prédiction :

$$\begin{aligned} \underline{\tilde{u}}^{(i+1)} &= \underline{u}^{(i)} + \Delta t \underline{\dot{u}}^{(i)} + \frac{1}{2} \Delta t^2 (1 - \beta_2) \underline{\ddot{u}}^{(i)} \\ \underline{\dot{\tilde{u}}}^{(i+1)} &= \underline{\dot{u}}^{(i)} + \Delta t (1 - \beta_1) \underline{\ddot{u}}^{(i)} \end{aligned} \quad (5.3)$$

et de correction :

$$\begin{aligned} \underline{u}^{(i+1)} &= \underline{\tilde{u}}^{(i+1)} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \beta_2 \underline{\ddot{u}}^{(i+1)} \\ \underline{\dot{u}}^{(i+1)} &= \underline{\dot{\tilde{u}}}^{(i+1)} + \Delta t \beta_1 \underline{\ddot{u}}^{(i+1)} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Le jeu de coefficients (β_1, β_2) de l'algorithme permet d'obtenir différents schémas d'intégration, adaptés au problème donné. La stabilité du schéma en est directement influencée. Deux types de résolution sont possibles : explicite et implicite. La résolution explicite permet de connaître le déplacement à l'incrément suivant uniquement à l'aide du déplacement, de la vitesse et de l'accélération au pas précédent. À l'inverse, lorsque ce n'est pas possible, la résolution est dite implicite. L'ensemble des différents cas sont résumés sur le TAB.5.1.

L'objectif est maintenant de trouver l'accélération au nouveau pas de temps en insérant (5.4) dans l'équation de la dynamique (5.1) :

Méthode	Type	β_2	β_1	Stabilité
Différences centrées	Explicite	0	1/2	Conditionnelle
Méthode des trapèzes	Implicite	1/2	1/2	Inconditionnelle
-	Implicite	$(\beta_2 - \beta_1) \geq 0$	$\beta_1 \geq 1/2$	Inconditionnelle
-	Implicite	$(\beta_2 - \beta_1) < 0$	$\beta_1 \geq 1/2$	Conditionnelle
-	-	-	$\beta_1 < 1/2$	Instable

Tableau 5.1 – Différents schémas d'intégration temporelle

$$\ddot{\underline{u}}^{(i+1)} = -\underline{\underline{A}}^{-1} \left(\underline{\underline{f}}_{ext}^{(i+1)} + \underline{\underline{C}}_d \dot{\underline{u}}^{(i+1)} + \underline{\underline{K}}_d \underline{u}^{(i+1)} \right) \quad (5.5)$$

où :

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{M}}_d + \beta_1 \Delta t \underline{\underline{C}}_d + \frac{1}{2} \beta_2 \Delta t^2 \underline{\underline{K}}_d \quad (5.6)$$

Le schéma d'intégration temporelle utilisé dans Plasfib est explicite et donc de la forme $\beta_2 = 0$. Dans ce cas, la matrice des rigidités $\underline{\underline{K}}_d$ n'a plus besoin d'être inversée car effacée par la valeur de β_2 .

L'inversion de la matrice de masse est simplifiée grâce à l'application d'une méthode de condensation (mass lumping, [ZIE 05]) afin de générer une matrice diagonale équivalente. La condensation de la matrice est faite en sommant sur la diagonale les termes d'une même ligne :

$$\tilde{M}_{ii} = \sum_j M_{ij} \quad (5.7)$$

L'utilisation de la matrice diagonale $\tilde{\underline{\underline{M}}}_d$ à la place de la matrice de masse $\underline{\underline{M}}_d$ permet d'accélérer le calcul, tout en étant raisonnable puisque globalement $M_{ij} \neq 0$ est en faible nombre pour chaque ligne i et est associé à des degrés de libertés proches géométriquement [BON 08].

La matrice d'amortissement est calculée à partir de cette dernière expression de la matrice de masse en utilisant un cas spécial de l'amortissement de Rayleigh, tel que :

$$\underline{\underline{C}}_d = \alpha \tilde{\underline{\underline{M}}}_d \quad (5.8)$$

Finalement, ce type de schéma d'intégration temporelle étant conditionnellement stable pour $\beta_1 \in [0.5, 1]$, il conviendra de vérifier que la condition de Courant-Friedrichs-Lewy, c'est-à-dire, que le pas de temps utilisé pour la simulation reste inférieur à un pas de temps critique Δt_{crit} . Ce critère est normalement calculé en effectuant une analyse spectrale de la matrice d'amplification. Afin d'éviter un calcul des valeurs propres, une approximation de cette valeur consiste à évaluer le temps mis par une onde de compression pour parcourir la longueur du plus petit élément du maillage [BEL 00] :

$$\Delta t < \Delta t_{crit} = \frac{l_{min}}{c} \quad (5.9)$$

où l_{min} correspond à la plus petite dimension de l'élément du maillage et c la vitesse de l'onde de compression dans l'élément. Dans le cas d'un élément triangulaire, la longueur l_{min} est égal à la plus petite des hauteurs dans l'élément.

5.3 Discrétisation spatiale

Le vecteur position \underline{X} dans la configuration initiale Ω_0 et dans la configuration actuelle Ω_t sont approximés par les interpolations isoparamétriques classiques de la forme.

$$\underline{X}(\underline{\xi}) \Big|_{\mathcal{B}^e} = \sum_{a=1}^n \underline{X}_a^e N_a(\underline{\xi}) \quad (5.10)$$

$$\underline{x}(\underline{\xi}, t) \Big|_{\mathcal{B}^e} = \sum_{a=1}^n \underline{x}_a^e(t) N_a(\underline{\xi}) \quad (5.11)$$

où \mathcal{B}^e est le sous-domaine occupé par un seul élément fini e et n le nombre de nœuds qui le compose. Les sous domaines sont assemblés de façon que $\mathcal{B} \approx \bigcup_{e=1}^{n_{ele}} \mathcal{B}^e$ désigne le domaine étudié avec n_{ele} le nombre total d'éléments finis. Les fonction de forme isoparamétriques associées à chaque nœud a sont notées $N_a : \square \rightarrow \mathbb{R}$, définies en fonction des coordonnées isoparamétriques dans le domaine parent $\underline{\xi} \in \square : [-1, 1]^{n_{dim}}$.

De même, le champ de déplacements \underline{u} est approximé à partir des déplacement nodaux \underline{d}_a^e de l'élément :

$$\underline{u}(\underline{\xi}, t) \Big|_{\mathcal{B}^e} = \sum_{a=1}^n \underline{d}_a^e(t) N_a(\underline{\xi}) \quad (5.12)$$

Le système de coordonnées matérielles ou base covariante est également définie pour chaque sous domaine dans la configuration de référence (\underline{G}) et dans la configuration actuelle (\underline{g}) par :

$$\underline{G}_\alpha = \frac{\partial \underline{X}}{\partial \xi_\alpha} \quad \underline{g}_\alpha = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \xi_\alpha} \quad (5.13)$$

où, d'après (5.10) et (5.11) sont discrétisés de la façon suivante :

$$\underline{G}_\alpha = \sum_{a=1}^n \underline{X}_a^e \frac{\partial N_a(\underline{\xi})}{\partial \xi_\alpha} \quad (5.14)$$

$$\underline{g}_\alpha = \sum_{a=1}^n \underline{x}_a^e \frac{\partial N_a(\underline{\xi})}{\partial \xi_\alpha} \quad (5.15)$$

Le vecteur normal à la surface de l'élément dans la configuration initiale \underline{N} et actuelle \underline{n} peuvent être définis à partir du produit vectoriel entre les tenseur tangentiels décrits précédemment :

$$\underline{N} = \frac{\underline{G}_1 \wedge \underline{G}_2}{\|\underline{G}_1 \wedge \underline{G}_2\|} \quad \underline{n} = \frac{\underline{g}_1 \wedge \underline{g}_2}{\|\underline{g}_1 \wedge \underline{g}_2\|} \quad (5.16)$$

5. Simulation numérique du thermoformage

Les bases $G_M = (\underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{N})$ et $g_M = (g_1, g_2, n)$ définissent donc deux repères directes. La base duale G^M (contravariante) est définie, de sorte que $\delta_\alpha^\beta = \underline{G}_\alpha \cdot \underline{G}^\beta$, où δ_α^β désigne le symbole de Kronecker.

Les interpolations du gradient de transformation et du tenseur de Cauchy-Green droit peuvent être exprimées comme suit :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} = \sum_{\alpha, \beta=1}^2 g_{\alpha\beta} \underline{G}^\alpha \otimes \underline{G}^\beta, \quad \underline{\underline{F}} = \sum_{\alpha, \beta=1}^2 \underline{g}_\alpha \otimes \underline{G}^\beta \quad (5.17)$$

où $g_{\alpha\beta} = \underline{g}_\alpha \cdot \underline{g}_\beta$ désigne les composantes deux fois covariantes du tenseur métrique.

Le second tenseur de Piola-Kirchoff $\underline{\underline{S}}$ peut être maintenant calculée à partir des invariants de $\underline{\underline{C}}$ définis dans la Section 3.5 et du potentiel d'énergie de déformation membranaire. Le tenseur de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ est obtenu à partir des relations (3.21). En se plaçant dans le cadre des contraintes planes $\sigma_{33} = 0$, l'interpolation des efforts internes au nœud a est calculé à partir de la relation classique suivante :

$$\begin{aligned} \underline{f}_a^{int} &= \int_{\mathcal{B}_e} \underline{H} \underline{B}_a^T \underline{\underline{\sigma}}(t) dA_e \\ &= \int_{\square} \underline{H} \underline{B}_a^T \underline{\underline{\sigma}}(t) J_\xi d\xi \\ &\cong \sum_{j=1}^{n_G} \omega_j \underline{H} \underline{B}_a^T(\underline{\xi}_j) \underline{\underline{\sigma}}(\underline{\xi}_j, t) J_\xi \end{aligned} \quad (5.18)$$

où H définit l'épaisseur, $\underline{\underline{\sigma}} = [\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{12}]^T$ représente le tenseur de contraintes de Cauchy sous la notation de Voigt, ω_j les poids d'intégration des n_G points de gauss $\underline{\xi}_j$, J_ξ le déterminant de la matrice jacobienne de transformation de l'espace isoparamétriques à l'espace cartésien :

$$J_\xi = \det \left(\frac{\partial \underline{x}(\underline{\xi})}{\partial \underline{\xi}} \right) \quad (5.19)$$

et la matrice \underline{B}_a définie typiquement par :

$$\underline{B}_a = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad b_i = \frac{\partial N_a(\underline{\xi})}{\partial x_i} = \frac{\partial N_a(\underline{\xi})}{\partial \xi_i} \left(\frac{\partial \underline{x}(\underline{\xi})}{\partial \xi_i} \right)^{-1} \quad (5.20)$$

L'ensemble des simulations qui seront présentées la suite ont été effectuées en utilisant un élément finis triangulaire linéaire ($n = 3$) à trois degrés de liberté (FIG.5.1). Les fonctions de forme associées à cet élément sont définies classiquement par :

$$\underline{N}(\underline{\xi}) = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 - \xi^1 - \xi^2 \\ \xi^1 \\ \xi^2 \end{Bmatrix} \quad (5.21)$$

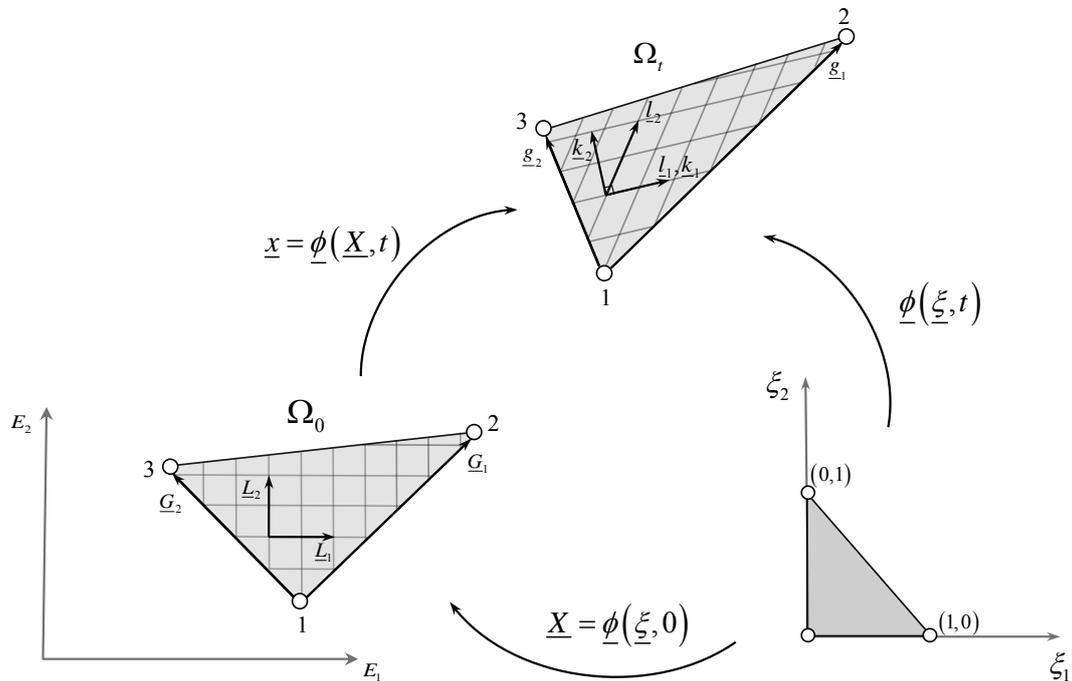


FIGURE 5.1 – Directions matérielles et définition de bases

Les directions des mèches dans le sens chaîne et trame à l'état initial constituent des données d'entrée et sont définies par les vecteurs L_1 et L_2 respectivement. Les directions dans la configuration actuelle sont données par les vecteurs l_1 et l_2 , et permettent de définir la base locale (k_1, k_2, k_3) associée au tenseur de conductivité du chapitre précédent (EQ.4.21).

5.4 Calcul de courbure

La méthode employée dans ce travail pour le calcul de la courbure a été développée par [HAM 07], à partir de travaux sur l'élément S3 de [BRU 95] et [SAB 06]. L'avantage de cette méthode est de décrire la courbure d'une structure uniquement à l'aide des degrés de liberté en déplacement. Pour cela, la courbure d'un élément dans les directions des fibres est liée à la position des éléments adjacents (FIG.5.2). Ceci permet de diminuer le nombre global de degrés de liberté et par conséquent le temps de calcul. Les détails de la formulation des éléments plaques S3 utilisés sont précisés en Annexe B.

Après calculs on montre que la courbure dans les directions des fibres peut être exprimée en fonction du déplacement des nœuds de l'élément considéré et des nœuds des

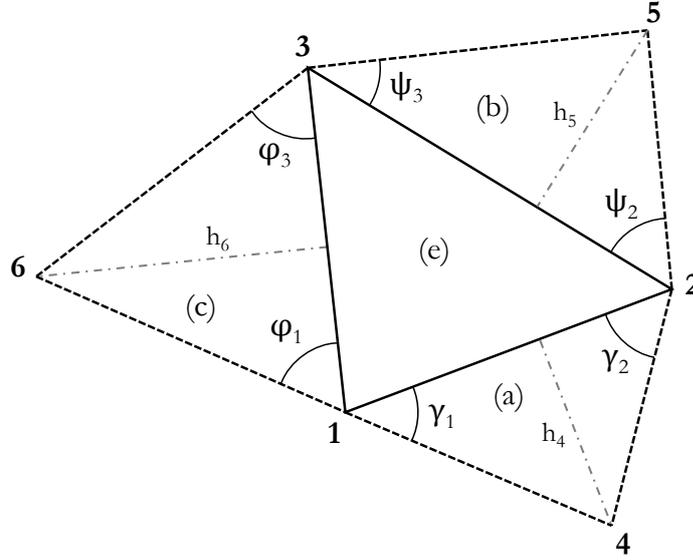


FIGURE 5.2 – Élément S3 étudié (e) entouré des trois éléments voisins (a),(b) et (c).

3 éléments adjacents notés \underline{u} (FIG.5.2) :

$$\underline{\chi}_f^e = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{H}} \underline{\underline{R}} \underline{u} \quad (5.22)$$

$$\underline{u} = [\underline{u}_1 \quad \underline{u}_2 \quad \underline{u}_3 \quad \underline{u}_4 \quad \underline{u}_5 \quad \underline{u}_6]^T \quad (5.23)$$

où \underline{u}_i désigne le déplacement du nœud i dans la base globale et $\underline{\chi}_f^e$ représente la courbure de l'élément suivant les directions l_1 et l_2 , définie par :

$$\underline{\chi}_f^e = \begin{Bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{Bmatrix} \quad \text{avec} \quad \chi_i^e = I_{\chi_i} = \underline{l}_i \cdot \underline{\chi}_f^e \cdot \underline{l}_i \quad i = 1, 2 \quad (5.24)$$

et $\underline{\underline{L}}$, $\underline{\underline{H}}$ et $\underline{\underline{R}}$ étant des matrices géométriques détaillées en Annexe.

5.5 Algorithme d'intégration des variables internes

La contribution membranaire (3.105) fait intervenir une série des intégrations temporelles correspondant aux variables internes $\underline{\underline{Q}}_i$ dont la forme est rappelée ci-dessous :

$$\underline{\underline{Q}}_i(t, T) = \frac{\gamma_i}{\tau_i} \int_{-\infty}^t \exp\left(\frac{-(t-s)}{\tau_i(T)}\right) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{sh}(I_{sh}, T)}{\partial \underline{\underline{C}}} \right] ds \quad (5.25)$$

Afin de discrétiser cette expression, on considère l'intervalle de temps $[t_0, t] \subset \mathbb{R}$ avec $t > 0$ et $t > t_0$ comme domaine d'intérêt tel que :

$$[t_0, t] = \bigcup_{n \in \mathbb{I}} [t_n, t_{n+1}] \quad \text{avec} \quad t_{n+1} = t_n + \Delta t \quad (5.26)$$

Comme exprimé dans (5.20), l'évaluation des efforts internes sur l'intervalle $[t_0, t]$ nécessite l'historique des contraintes uniquement aux points d'intégrations des éléments. On définit ainsi un ensemble de $N_H^e = n_G \cdot n_{pm}$ variables internes *numériques* par élément évaluées à chaque point d'intégration, où n_{pm} représente le nombre de paramètres matériaux viscoélastiques ($n_\tau = n_\gamma = n_{pm}$). Ces variables seront notées par \underline{H}_i pour les distinguer par rapport aux variables internes analytiques \underline{Q}_i et sont définies d'une manière analogue à l'instant t par :

$$\underline{H}_i(t, T) = \int_{t_0}^t \exp\left(\frac{-(t-s)}{\tau_i(T)}\right) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{sh}(I_{sh}, T)}{\partial \underline{C}} \right] ds \quad (5.27)$$

De la même manière à l'instant t_{n+1} et d'après la définition (5.26), les variables internes sont données par :

$$\underline{H}_i(t_{n+1}, T) = \int_{t_0}^{t_{n+1}} \exp\left(\frac{-(t_n + \Delta t_n - s)}{\tau_i(T)}\right) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{sh}(I_{sh}, T)}{\partial \underline{C}} \right] ds \quad (5.28)$$

L'idée de base pour l'intégration numérique de l'équation (5.28) consiste à convertir cette expression dans une relation récursive (Two step recursive formula) en faisant intervenir l'expression des variables internes numériques au pas précédent (EQ.5.27). Cette procédure a été initialement proposée par Taylor, Pister et Gaudreau [TAY 70] et modifiée par la suite par Simo [SIM 98].

En rappelant la propriété algébrique du semi groupe de la fonction exponentielle suivante, qui reste valable quel que soit Δt et τ :

$$\exp\left(\frac{t + \Delta t}{\tau}\right) = \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) \exp\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right) \quad \forall (t, \Delta t, \tau) \in \mathbb{R} \quad (5.29)$$

La relation (5.28) devient :

$$\begin{aligned} \underline{H}_i(t_{n+1}) &= \int_{t_0}^{t_n} \exp\left(\frac{-\Delta t_n}{\tau_i(T)}\right) \exp\left(\frac{-(t_n - s)}{\tau_i(T)}\right) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{cp}(I_{cp})}{\partial \underline{C}} \right] ds \\ &+ \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp\left(\frac{-(t_{n+1} - s)}{\tau_i(T)}\right) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{cp}(I_{cp})}{\partial \underline{C}} \right] ds \end{aligned} \quad (5.30)$$

La relation récursive est obtenue en utilisant l'équation (5.27) pour $t = t_n$:

$$\begin{aligned} \underline{H}_i(t_{n+1}, T) &= \exp\left(\frac{-\Delta t_n}{\tau_i(T)}\right) \underline{H}_i(t_n, T) \\ &+ \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp\left(\frac{-(t_{n+1} - s)}{\tau_i(T)}\right) \frac{d}{ds} \left[2 \frac{\partial w_{cp}(I_{cp}, T)}{\partial \underline{C}} \right] ds \end{aligned} \quad (5.31)$$

Finalement, en intégrant le deuxième terme avec la méthode du point médian sur l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$, l'expression itérative permettant d'approximer l'évolution des variables internes est donnée par :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{H}}_i(t_{n+1}, T) &\cong \exp\left(\frac{-\Delta t_n}{\tau_i(T)}\right) \underline{\underline{H}}_i(t_n, T) \\ &+ \exp\left(\frac{-\Delta t_n}{2\tau_i(T)}\right) \left[2 \frac{\partial w_{sh}(I_{sh}, T)}{\partial \underline{\underline{C}}_{n+1}} - 2 \frac{\partial w_{cp}(I_{sh}, T)}{\partial \underline{\underline{C}}_n} \right] \end{aligned} \quad (5.32)$$

L'expression du second tenseur de Piola-Kirchoff (3.105) à l'instant t_{n+1} est approximée par :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}}(t_{n+1}, T) &= 2 \frac{\partial w_{elong1}}{\partial I_{elong1}} \frac{\partial I_{elong1}}{\partial \underline{\underline{C}}_{n+1}} + 2 \frac{\partial w_{elong2}}{\partial I_{elong2}} \frac{\partial I_{elong2}}{\partial \underline{\underline{C}}_{n+1}} \\ &+ 2\gamma_\infty \frac{\partial w_{sh}(I_{sh}, T)}{\partial I_{sh}} \frac{\partial I_{sh}}{\partial \underline{\underline{C}}_{n+1}} + \sum_{i=1}^N \gamma_i \underline{\underline{H}}_i(t_{n+1}, T) \end{aligned} \quad (5.33)$$

et le tenseur de contraintes de Cauchy par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = (J_{n+1})^{-1} \underline{\underline{F}}_{n+1} \underline{\underline{S}}_{n+1} \underline{\underline{F}}_{n+1}^T \quad (5.34)$$

avec $J_{n+1} = \det\left(\underline{\underline{F}}_{n+1}\right)$

5.6 Simulation de la mise en forme des préimprégnées

Avant de présenter l'ensemble des simulations et des résultats, il est important de présenter les résultats de la simulation du Bias-extension test. En effet, l'identification des paramètres matériaux a été effectuée en considérant une expression analytique résultant d'une approche énergétique entre puissance interne développée par les efforts internes et la puissance externe développée par l'effort machine. Cette simulation permet donc de vérifier la justesse de cette approche et au même temps de valider l'implémentation de l'élément fini dans le code.

La figure montre la comparaison entre l'effort obtenu par la simulation et le résultat expérimental pour une température de 270° et une vitesse de sollicitation de 30 mm/min, comme dans l'expérience, un déplacement par paliers a été imposé. Il peut être constaté que la réponse numérique donne des résultats très satisfaisants. Les simulations pour l'ensemble des températures testées donnant des résultats similaires, on peut valider la méthode d'identification des paramètres ainsi que la discrétisation et implémentation de la loi de comportement.

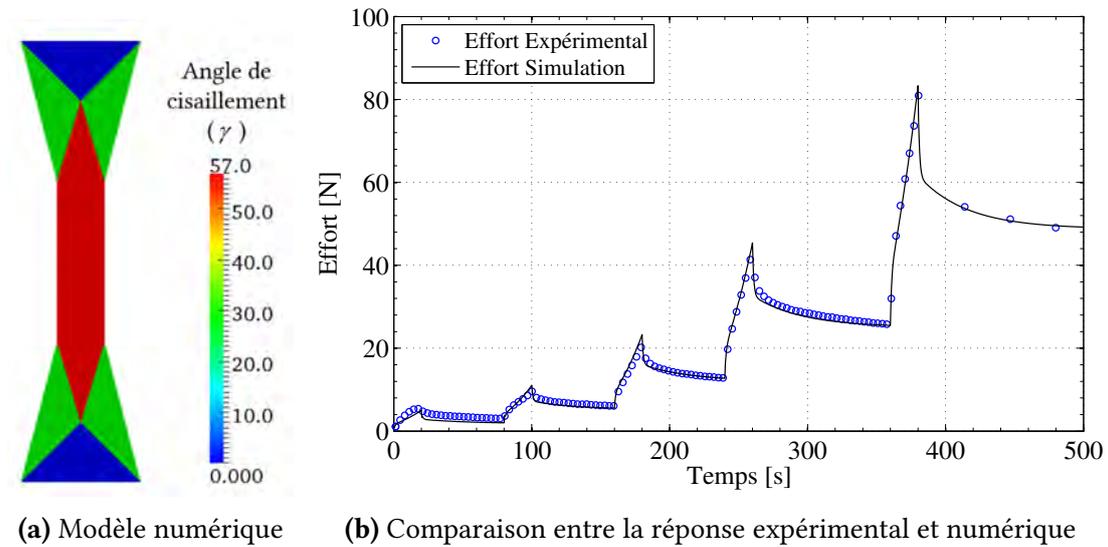


FIGURE 5.3 – Simulation numérique du Bias-extension Test pour $T=270^\circ$

5.6.1 Emboutissage cylindrique

Une première série de simulations par éléments finis d'emboutissage cylindrique a été effectuée afin de mettre en évidence l'influence de la température lors de la mise en forme. La répartition de la température est supposée être homogène et constante au cours du formage. Les paramètres matériaux correspondent à ceux présentés chapitre 3 pour le préconsolidé. La rigidité en flexion est considérée constante : $p_{\chi_2} = p_{\chi_1} = 10$ N.mm. La FIG.5.4 montre la géométrie et le maillage du modèle numérique.

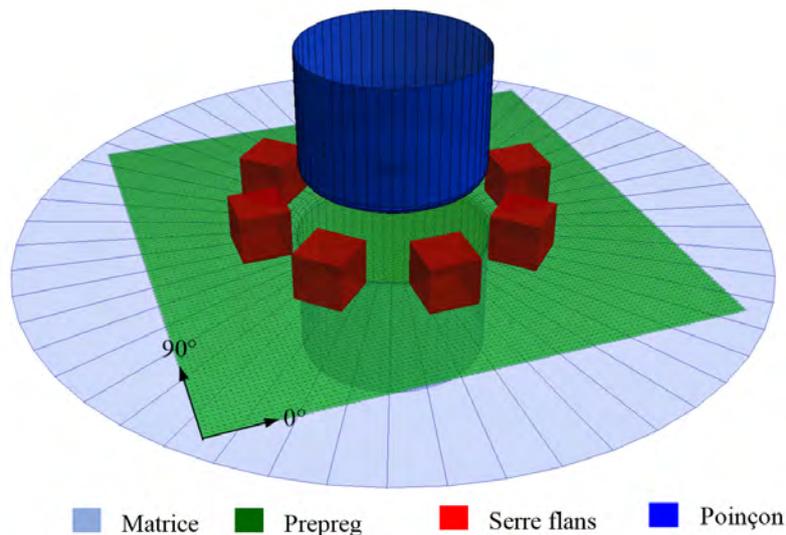


FIGURE 5.4 – Modèle numérique et maillage de l'emboutissage hémisphérique

5. Simulation numérique du thermoformage

La plaque de dimensions 400 x 400 x 2 mm est maintenue en position par huit serre-flans exerçant une pression de 0.1 MPa. Le poinçon possède un diamètre de 156 mm et l'orientation initial des fibres est de 0/90° comme indiqué FIG.5.4. Dans un premier temps la vitesse de déplacement du poinçon est fixée à 30 mm/min. La FIG.5.5 montre trois configurations déformées pour trois températures différentes 260°C, 265° et 300°C.

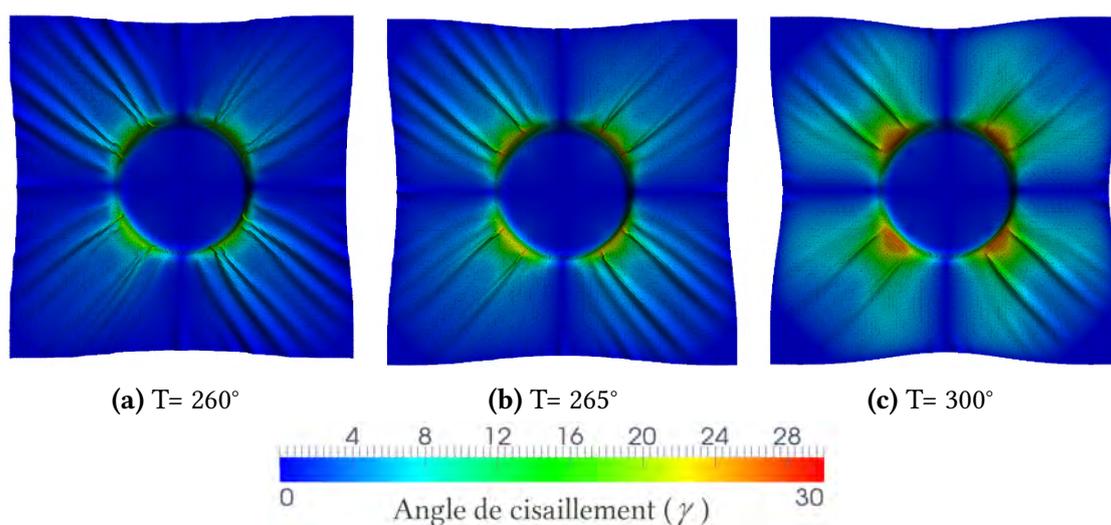


FIGURE 5.5 – Modes de déformation des renforts 2D

La formation des plis est constatée dans les trois configurations. Cependant, comme montré FIG.5.5a et FIG.5.5b les plis sont plus nombreux lorsqu'on se rapproche de la température de cristallisation, c'est-à-dire lorsque la température diminue, et par conséquent (Voir Chapitre 2), lorsque la rigidité en cisaillement augmente. Inversement, en comparant la FIG.5.5c avec les deux premières, il peut être constaté que l'angle de cisaillement maximum est plus important lorsque la température augmente, ou bien lorsque la rigidité en cisaillement plan diminue. Ces simulations sont en accord avec des travaux précédents, où il a été montré que l'apparition et la morphologie des plis dépendent principalement de la rigidité en cisaillement et en flexion. La rigidité en cisaillement détermine l'apparition des plis, alors que la rigidité en flexion définit leur amplitude et leur nombre [BOI 11].

Dans la deuxième série de simulations, on se propose d'analyser l'influence de la vitesse de déplacement du poinçon. La température a été fixée à 265°C et la vitesse de déplacement du poinçon est prise égale à 15 mm/min, 30 mm/min et 60 mm/min, les résultats sont présentés FIG.5.6. On constate que l'angle de cisaillement maximum augmente et que le nombre de plis diminue à basses vitesses (FIG.5.6a). En effet, la vitesse de mise en forme est directement liée au taux de déformations et par conséquent au taux de contraintes. Une sollicitation à grande vitesse implique alors une augmentation de la contrainte en cisaillement plan, et comme mentionnée précédemment, une augmentation du nombre des plis est susceptible d'apparaître.

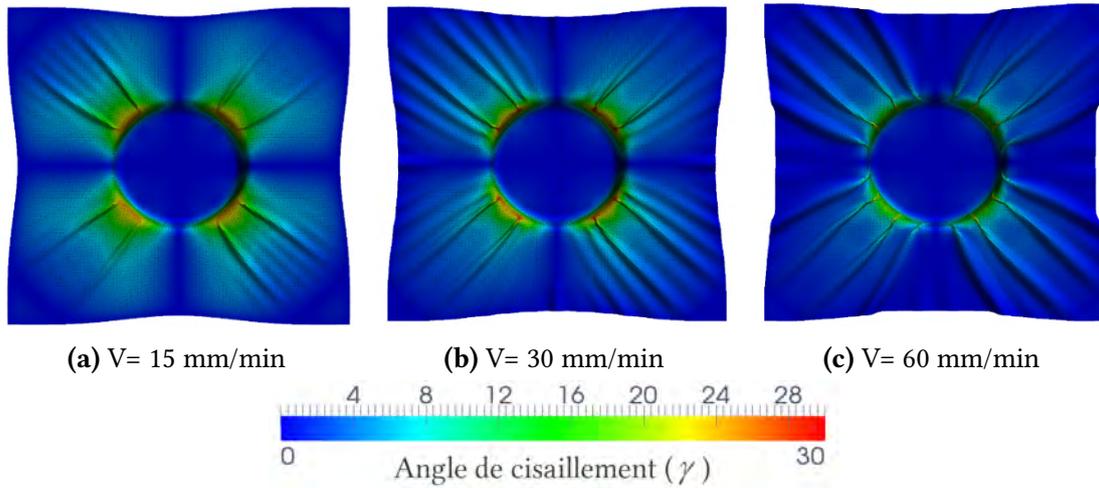


FIGURE 5.6 – Modes de déformation des renforts 2D

5.6.2 Double Dome

Le Double Dome benchmark est une géométrie à double courbure relativement complexe utilisée principalement pour effectuer des études comparatives entre les différents modèles et approches existants pour la mise en forme de renforts continus secs et préimprégnés [WIL 08b, KHA 09, KHA 10, SAR 10], mais également afin d'effectuer des analyses sensibles par rapport aux conditions limites et aux paramètres du procédé [WIL 08b, HAR 13].

Le matériau utilisé ici étude n'a pas été pris en compte auparavant pour effectuer des simulations de la mise en forme du Double Dome. Le but de cette étude est donc d'effectuer une analyse sensible sur un champ de température hétérogène.

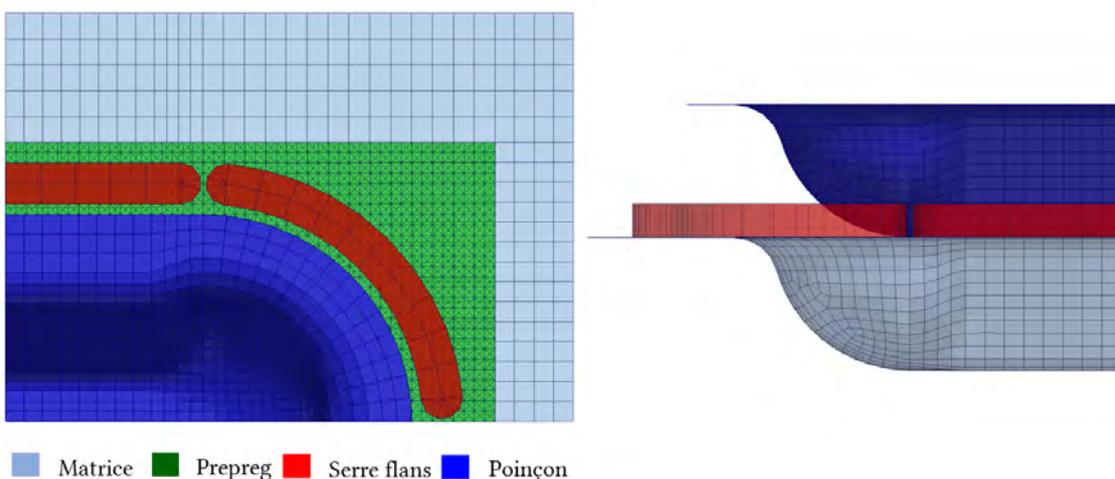


FIGURE 5.7 – Modèle numérique et maillage d'un quart de la géométrie du Double Dome.

5. Simulation numérique du thermoformage

Le modèle numérique comporte un quart de la géométrie réelle et est composée par un poinçon, une matrice et une plaque rectangulaire préimprégnée de dimensions 270 x 190 mm maintenue en contact avec la matrice par 6 serre flans afin d'éviter la formation de plis (FIG.5.7). La simulation a été effectuée pour deux orientations matérielles : $0^\circ/90^\circ$ et $-45^\circ/45^\circ$. Concernant les conditions initiales et conditions limites, il est considéré que la température avant la mise en forme est connue et égale à 300°C . La température des outils est fixé à 250°C et la vitesse du déplacement du poinçon est fixé à 240 mm/min pour un déplacement total de 60 mm .

Dans un premier temps, la température est maintenue constante pendant la mise en forme pour les deux configurations matérielles. La FIG.5.8 montre le champ de cisaillement obtenu par simulation dans les deux cas.

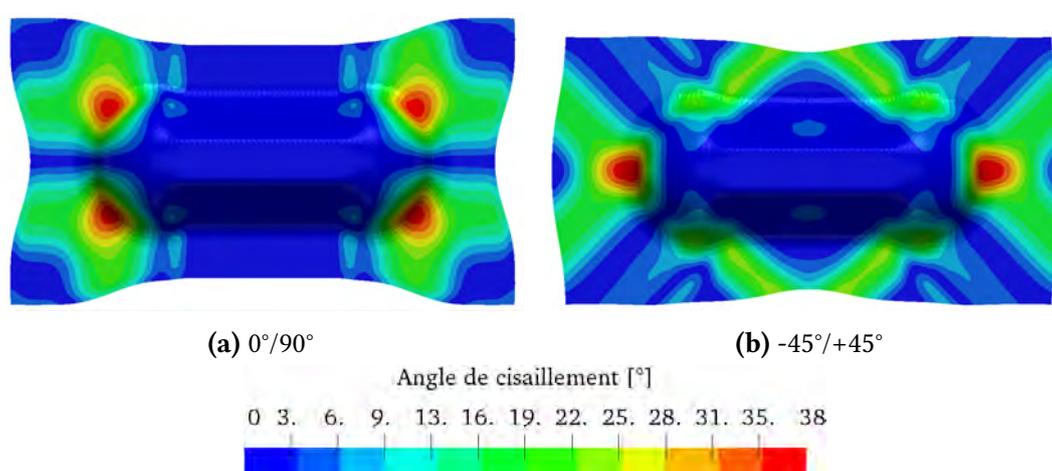


FIGURE 5.8 – Champ de cisaillement du Double Dome à l'état final pour deux configurations matérielles différentes à $T=300^\circ$

Ces résultats sont ensuite comparés avec une deuxième série de simulations où la réactualisation de la carte de température est effectuée au cours de la mise en forme. Comme mentionné précédemment, un couplage faible est considéré entre le problème mécanique et thermique. La répartition de la température dans le matériau à l'instant t est obtenue en résolvant l'équation de la chaleur dans le cas d'un transfert transitoire par conduction entre l'instant t et $(t - \Delta t_{th})$, où Δt_{th} représente le pas de réactualisation thermique. Cependant, ce calcul tient compte de l'orientation locale de fibres et de l'angle de cisaillement donné par le calcul mécanique à l'instant t , afin de modifier les valeurs la conductivité thermique local du matériau. Cette nouvelle carte de température est ensuite considérée pour la détermination des nouveaux paramètres matériaux mécaniques et le processus de réactualisation thermique continue jusqu'à la fin de la mise en forme.

Les différentes propriétés thermiques du matériau ont été obtenus à partir des analyses thermiques du type DSC (cf. Chapitre 2) et les valeurs de la conductivité thermique correspondent à celles calculées à partir du schéma d'homogénéisation du Chapitre 4.

Finalement, un point délicat est la définition de la résistance du contact entre les outils et le matériau. Cette propriété dépend des divers paramètres tels que la tempéra-

ture, la pression de contact, l'état de surface et la nature des matériaux en contact entre autres. La caractérisation et modélisation de cette propriété ont été et continuent à être aujourd'hui l'objet des divers travaux [MAR 96, SAV 03, SOM 15].

La valeur de la résistance du contact dans le cas du PA 66 à 20°C en contact avec l'aluminium est comprise entre $(366 - 447) [Wm^{-2}K^{-1}]$ d'après [MAR 96]. Dans cette étude, on considère que la conductivité de contact reste constante et égale à $1 \times 10^4 [Wm^{-2}K^{-1}]$ basée sur la mesure de la conductance dans le cas du contact Acier-Polypropylène à l'état fondu et considérant que la surface est peu rugueuse[SOM 15].

L'ensemble des calculs thermiques ont été effectués sur le logiciel commercial ABAQUS. La création du fichier de mise en données : définition des contacts, cartes matériaux, orientations locales, conditions initiales, ainsi que le lacement de calculs et la création de scripts pour la récupération des données sont pilotés par Plasfib au cours de la simulation. La FIG.5.10 montre l'évolution de la température moyennée dans l'épaisseur au cours de la simulation.

En comparant le champ de cisaillement obtenu dans le cas de la réactualisation de la température avec le cas homogène (FIG.5.8), on constate, comme dans le cas précédent, une réduction de l'angle de cisaillement de l'ordre de 3° à 5°, ainsi qu'une légère modification de la forme du champ de cisaillement, même si les angles de cisaillement du Double Dome restent relativement insensibles au matériau utilisé [WIL 08b, HAR 13].

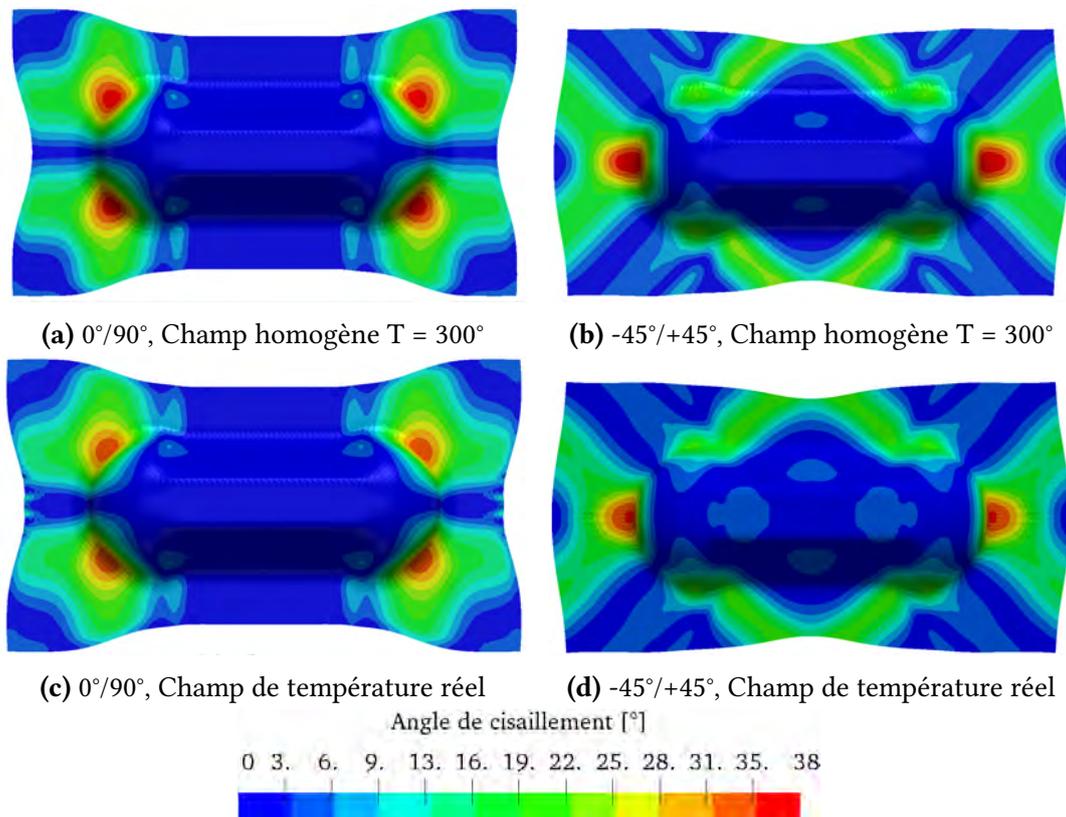


FIGURE 5.9 – Comparaison du champ de cisaillement pour deux champs de température.

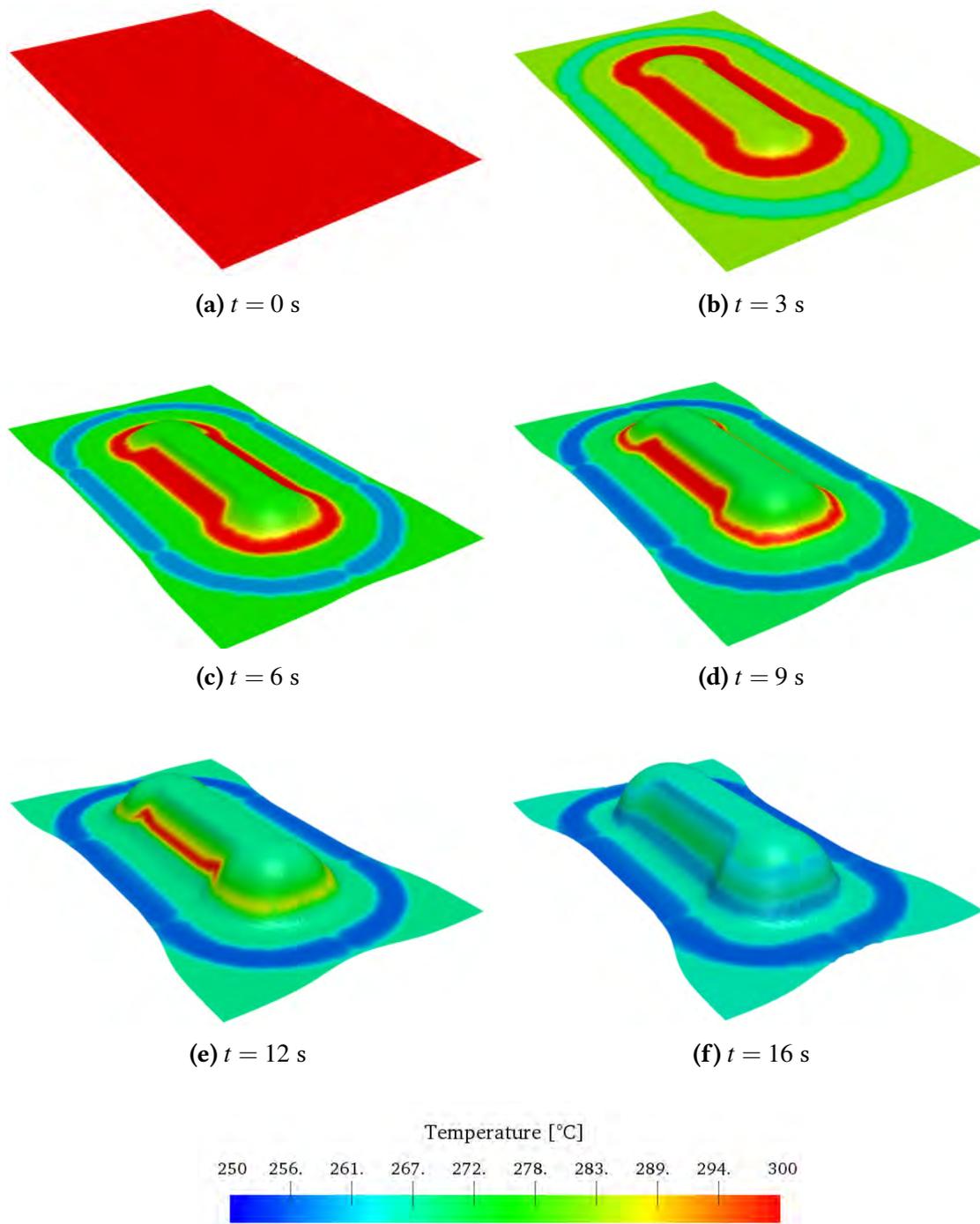


FIGURE 5.10 – Évolution du champ de température moyenné au cours de la mise en forme

5.6.3 Pièce industrielle représentative du secteur automobile

La dernière simulation présentée, concerne une structure industrielle complexe qui est représentative des pièces composites pour les applications automobiles (FIG.5.11). La forme de cette pièce à double courbure, notamment aux extrémités de la pièce, impose des angles de cisaillement importants pour le matériau donnant lieu à l'apparition des plissements qui peuvent perturber la phase de consolidation.



FIGURE 5.11 – Pièce industrielle thermoformée

Afin d'obtenir expérimentalement des états déformés intermédiaires de la pièce et mettre en évidence l'apparition de ces défauts, le procédé a été arrêté à 30 mm et 15 mm avant la fin de mise en forme en plaçant des cales entre les outils.

La simulation a pour but de reproduire ces différentes configurations expérimentales. Le modèle numérique est présenté sur la FIG.5.12. Les conditions de fabrication et les propriétés matériaux restent identiques à celles du Double Dome.

La comparaison entre la simulation et l'expérience pour les différentes configurations est montrée FIG.5.13. Les angles de cisaillement montrés sur les figures expérimentales ont été obtenus par analyse d'image en utilisant le logiciel Image J. On constate un écart maximal de 3° entre les différents points mesurés et la simulation.

Sur les Figures 5.13a, 5.13c on observe le développement des plis de grande taille sur la partie frontale de la pièce (Zone B et Zone C FIG.5.13e). Ces plis sont postérieurement écrasés à la fin du procédé (FIG.5.13e) augmentant localement l'épaisseur ce qui peut occasionner des problèmes de consolidation. Globalement, l'allure de ces défauts est bien reproduite par la simulation.

La prédiction des angles de cisaillement et de l'évolution des différents défauts sont de grandes importances. En effet, l'angle de cisaillement détermine les directions locales des fibres à l'état final et par conséquent les propriétés mécaniques effectives de la pièce.

De même, une description correcte de l'évolution du pli permet de prédire son éventuelle propagation vers les zones utiles de la pièce. Un exemple du suivi de ce type de

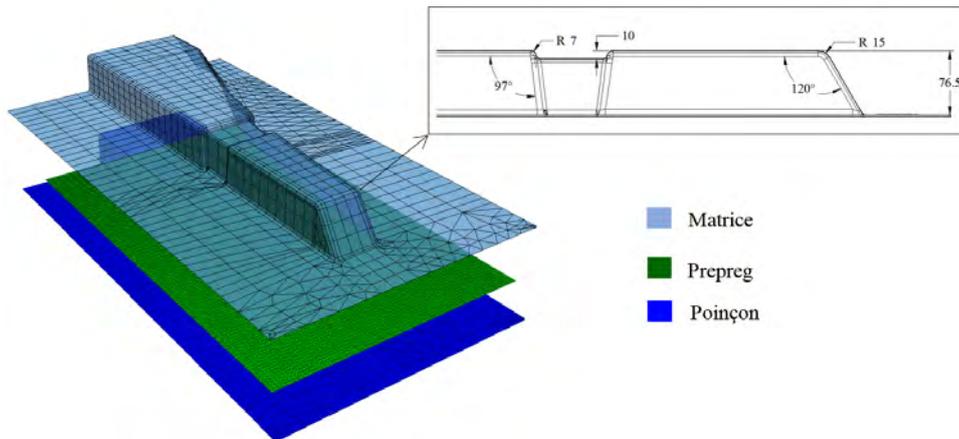


FIGURE 5.12 – Modèle numérique et dimensions de la zone étudiée.

défaut est présenté dans la zone centrale de la pièce, notée Zone A (FIG.5.13e). Dans la première configuration on peut constater un gonflement de la matière sur cette zone qui est obtenue également par simulation (FIG.5.13a et FIG.5.13b). La FIG.5.14 montre l'évolution du profil numérique de cette bosse et sa comparaison avec le profil expérimental mesuré. Il peut être constaté que ce défaut est progressivement écrasé par le poinçon sans créer des surépaisseurs dans la pièce finale à la différence des zones B et C.

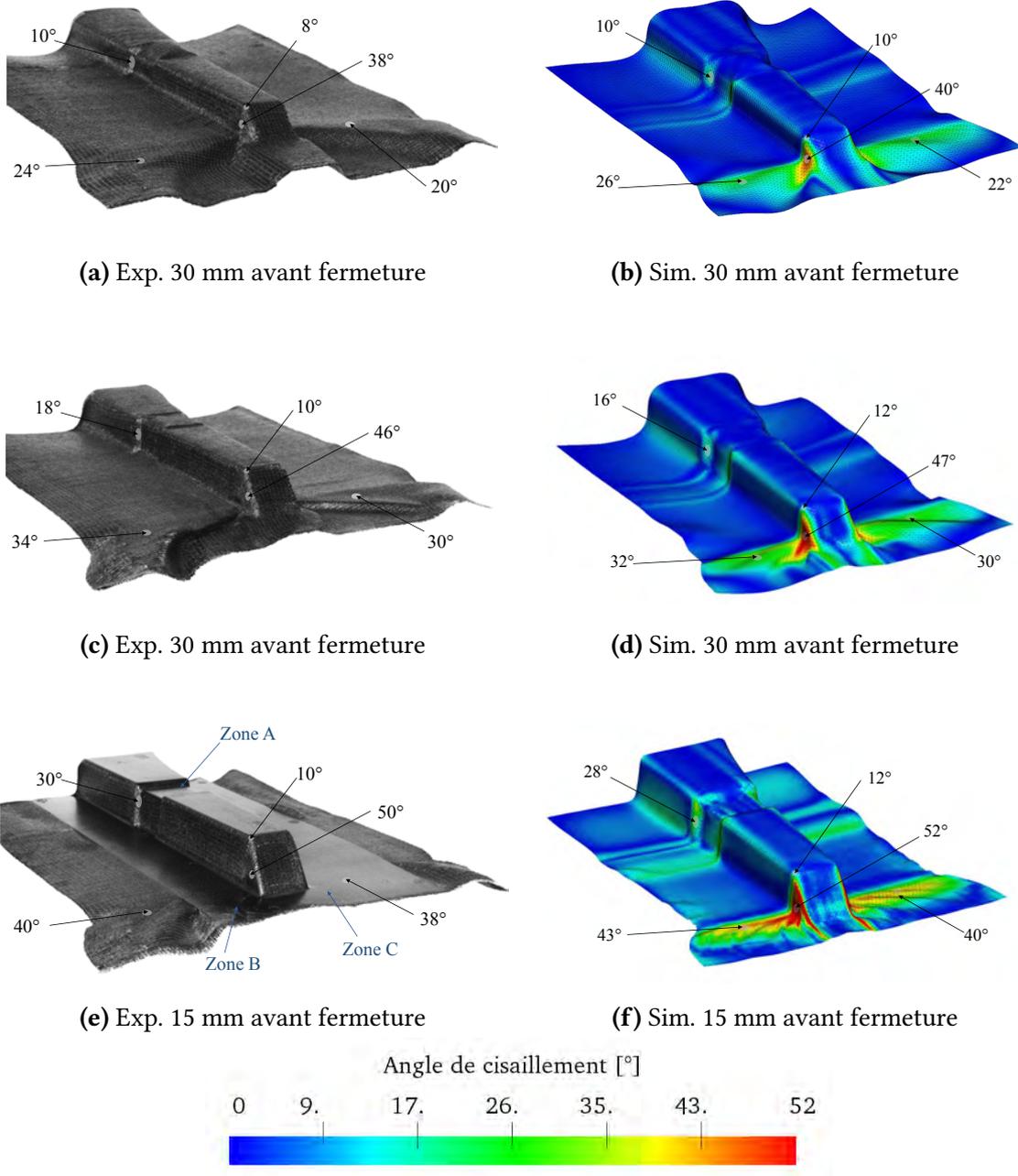


FIGURE 5.13 – Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux de la pièce industrielle à différents états de la mise en forme

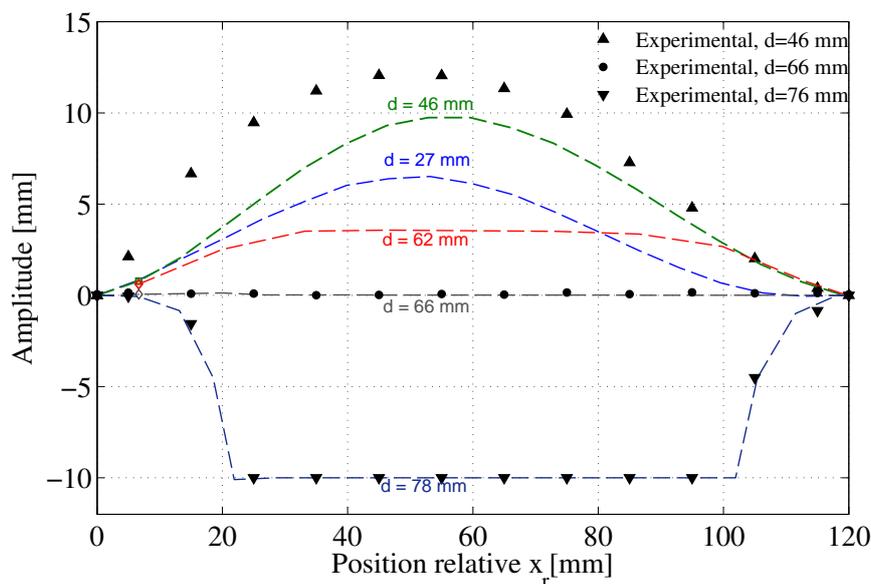


FIGURE 5.14 – Évolution du profil géométrique du gonflement central (Zone A)

5.7 Bilan Chapitre 5

Ce dernier chapitre a présenté la discrétisation et l'implémentation par éléments finis de la loi viscohyperélastique adaptée au thermoformage des matériaux préimprégnés thermoplastiques. Une série de simulations a été présentée dans le but d'analyser les capacités de prédiction du modèle. Au cours de la simulation, des calculs thermiques et mécaniques sont effectués de manière séquentielle afin d'actualiser les propriétés mécaniques de la loi à partir de l'évolution du champ de température. Le calcul thermique prends en compte l'évolution locale des directions de fibres, ce qui permet d'établir un couplage faible entre le problème mécanique et thermique.

Les simulations ont permis de mettre en évidence l'influence de la température et de la vitesse de mise en forme sur l'état final de la pièce. Il a été montré que le comportement mécanique peut varier fortement sur un petit intervalle de température. L'évolution de la température doit donc être prise en compte afin d'avoir une prédiction plus réaliste du produit final.

Les résultats obtenus dans le cas de la simulation d'une pièce industrielle complexe sont en accord avec l'expérience. Globalement, le modèle proposé permet de prédire les principaux défauts macroscopiques.

Conclusions et perspectives

Aujourd'hui, l'industrialisation des procédés de fabrication des CFRTP est en plein essor. Différents secteurs dans l'industrie dont le secteur automobile s'intéressent à la fabrication à hautes cadences des pièces structurales avec ce type de matériaux à propriétés exceptionnelles. Cependant, la maîtrise de ces procédés et la compréhension des phénomènes qui rentrent en jeu sont encore un verrou industriel. Cela a motivé différents sujets de recherche dans ce domaine. Ce travail de thèse est une contribution pour faire face à cette demande.

Dans ce travail une nouvelle approche continue pour la mise en forme des composites CFRTP a été proposée. Le modèle anisotrope est construit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles avec variables internes. Il permet de découpler la contribution des principaux modes de déformation macroscopiques du renfort à l'échelle macroscopique. Cela grâce à la définition des invariants dits " physiques " et à l'application d'un comportement hyperélastique pour la partie élastique.

La prise en compte du comportement visqueux en grandes transformations est obtenue par analogie avec la formulation avec variables internes du modèle de Maxwell généralisé. D'après l'expérience, le comportement viscoélastique est uniquement associé au mode de déformation en cisaillement plan.

Les propriétés mécaniques inhérentes à la loi ont l'avantage d'être identifiées à partir de tests simples qui ont été présentés et discutés en détail.

L'effet de la température est un facteur majeur à prendre en compte. Il a été montré que la variation de la température dans un court intervalle peut engendrer des écarts importants sur les propriétés mécaniques du matériau. Un couplage thermomécanique faible a été considéré afin d'affiner le modèle.

Les propriétés thermiques ont été obtenues par une méthode d'homogénéisation qui a permis de déterminer l'évolution du tenseur de conductivité en fonction de la température et de l'angle de cisaillement. Cette étape a permis d'estimer le champ de température au cours de la mise en forme.

La simulation des pièces académiques avec ce type d'approche a montré des résultats satisfaisants qui sont en accord avec la théorie. La description de la géométrie finale ainsi que la prédiction et l'évolution des défauts dans le cas d'une géométrie complexe ont été correctement obtenues.

Ce travail de thèse ouvre la voie à plusieurs perspectives. Tout d'abord, il a été montré que l'hypothèse d'un comportement viscoélastique est uniquement valable pour une température supérieure à la température de fusion/cristallisation du matériau. Au-

dessous de cet intervalle, le matériau présent un comportement différent dû à l'augmentation du taux de cristallisation au sein de la matrice polymère. Le modèle proposé dans ces circonstances n'est plus adapté. Il peut être envisagé la formulation avec variables internes d'un modèle elastoviscoplastique en grandes transformations pour des milieux fortement anisotropes. Le problème d'une telle formulation réside dans la proposition d'une loi d'écroutissement adaptée aux modes de déformation du renfort.

Une deuxième perspective concerne la phase de consolidation. En effet, dans l'approche courante, ce mode de déformation a été omis. La prise en compte de cette déformation nécessite a priori l'implémentation des éléments 3D qui peut être coûteuse en temps de calcul. Une solution à envisager est l'implémentation de la loi sur des éléments de plaques et de coques à pincement. Des critères spécifiques pour la détermination du degré de consolidation seront également nécessaires.

La dernière perspective concerne le calcul des structures à forte épaisseur, où l'influence du cisaillement transverse n'est plus négligeable. L'approche proposée permet actuellement d'effectuer des calculs multicouches. Cependant, le temps de calcul augmente de manière considérable avec le nombre de plis, même si les algorithmes de contact ont été optimisés. Une approche plus efficace consiste, comme dans le cas précédent, à considérer des éléments du type coque avec la prise en compte des contributions des cisaillements transverses dans le potentiel hyperélastique. Les invariants associés à ces modes de déformation ont été déjà proposés auparavant.

Le comportement en cisaillement transverse est très certainement viscoélastique et non négligeable dû à la présence de la résine entre les différentes couches. Si les modes de déformation sont considérés découplés, l'application de la loi est directe par analogie au développement proposé dans ce manuscrit dans le cas du cisaillement plan.

Annexes

Annexe A

Relations pour l'identification des paramètres du Bias-extension Test

A.1 Relation Effort- Contrainte

Le Bias-extension test est un essai permettant d'imposer une cinématique de déformation en cisaillement pur par zones (FIG.A.1). L'expression du gradient de transformation dans la zone centrale dans la base globale (E_1, E_2) est donné par :

$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \sin(\alpha/2) & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \cos(\alpha/2) \end{bmatrix}_{(E_1, E_2)} \quad (\text{A.1})$$

où α représente l'angle entre les réseaux de chaîne et trame.

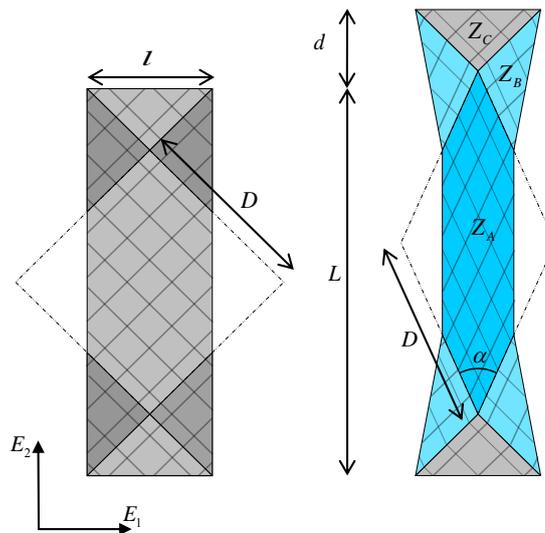


FIGURE A.1 – Bias-extension test

Le tenseur de Cauchy Green droit la base globale :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} 2 \sin(\alpha/2)^2 & 0 \\ 0 & 2 \cos(\alpha/2)^2 \end{bmatrix}_{(E_1, E_2)} \quad (\text{A.2})$$

ou bien, en introduisant l'angle cisaillement définie par $\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha$:

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 1 - \sin(\gamma) & 0 \\ 0 & 1 + \sin(\gamma) \end{bmatrix}_{(E_1, E_2)} \quad (\text{A.3})$$

En utilisant un approche énergétique on peut établir une relation entre la puissance interne développée par les couples/efforts en cisaillement et les efforts externes, telle que :

$$P_{int} = P_{ext} \Rightarrow \int_{\Omega_0} \frac{1}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{C}}} dV = F \dot{d} \quad (\text{A.4})$$

où $\underline{\underline{S}}$ représente le second tenseur Piola-Kirchhoff et $\underline{\underline{\dot{C}}}$ est définie par :

$$\underline{\underline{\dot{C}}} = \dot{\gamma} \cos(\gamma) \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{(E_1, E_2)} \quad (\text{A.5})$$

Or, seules les zones A et B contribuent dans ce bilan énergétique puisque la zone C n'est pas déformée. En décomposant l'intégrale (A.4) dans ces deux zones, l'expression de la puissance interne devient :

$$P_{int} = P_{int}^{(A)} + P_{int}^{(B)} = \int_{\Omega_0^A} \frac{1}{2} \underline{\underline{S}}^{(A)} : \underline{\underline{\dot{C}}}^{(A)} dV + \int_{\Omega_0^B} \frac{1}{2} \underline{\underline{S}}^{(B)} : \underline{\underline{\dot{C}}}^{(B)} dV \quad (\text{A.6})$$

En exploitant la relation (A.5) les contributions énergétiques peuvent être exprimées en fonction des angles de cisaillements γ_A et γ_B correspondant respectivement à chaque zone :

$$P_{int}^{(A)} = \int_{\Omega_0^A} \frac{1}{2} \cos(\gamma_A) \left(S_{22}^{(A)} - S_{11}^{(A)} \right) \dot{\gamma}_A dV \quad (\text{A.7})$$

$$P_{int}^{(B)} = \int_{\Omega_0^B} \frac{1}{2} \cos(\gamma_B) \left(S_{22}^{(B)} - S_{11}^{(B)} \right) \dot{\gamma}_B dV \quad (\text{A.8})$$

L'intégrale sur le volume est aisément effectuée puisque on travaille dans la configuration référence :

$$P_{int} = \frac{1}{2} H S_A \cos(\gamma_A) \left(S_{22}^{(A)} - S_{11}^{(A)} \right) \dot{\gamma}_A + \frac{1}{2} H S_B \cos(\gamma_B) \left(S_{22}^{(B)} - S_{11}^{(B)} \right) \dot{\gamma}_B \quad (\text{A.9})$$

avec H l'épaisseur initiale et S_A et S_B les surfaces initiales des zones A et B respectivement.

Or, $\gamma_A = 2\gamma_B$ d'après les hypothèses du Bias-extension test. En posant $\gamma_A = \gamma$, l'expression de la puissance interne devient :

$$P_{int} = \frac{1}{2}H\dot{\gamma} \left[S_A \cos(\gamma) \left(S_{22}^{(A)} - S_{11}^{(A)} \right) + \frac{1}{2}S_B \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \left(S_{22}^{(B)} - S_{11}^{(B)} \right) \right] \quad (A.10)$$

L'angle de cisaillement peut être exprimé en fonction du déplacement vertical d imposé par la machine :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \cos^{-1} \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}} \left(\frac{D+d}{D} \right) \right) \quad (A.11)$$

En dérivant la relation (A.11), la vitesse de cisaillement peut être exprimée en fonction de la vitesse de sollicitation :

$$\dot{\gamma} = \gamma_{,d} \dot{d} = \left(\frac{\sqrt{2}}{D \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right) \dot{d} \quad (A.12)$$

Finalement en substituant (A.10) dans (A.4) et en exploitant la relation et (A.12), l'effort machine peut être lié aux composants du second tenseur de Piola-Kirchoff dans le deux zones utiles par :

$$F = \frac{S_A H \cos(\gamma)}{\sqrt{2} D \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(S_{22}^{(A)} - S_{11}^{(A)} \right) + \frac{S_B H \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{2\sqrt{2} D \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(S_{22}^{(B)} - S_{11}^{(B)} \right) \quad (A.13)$$

A.2 Calcul de la contrainte dans le cas des renforts hyperélastique orthotropes.

D'après la relation (3.58) du CHAP.3, le tenseur PK2 peut être exprimé en fonction des dérivées des fonctions d'énergie de chaque mode déformation par rapport à l'invariant associé $\partial w_k / \partial I_k$ et de la dérivée des invariants par rapport au tenseur de Cauchy-Green droit $\partial I_k / \partial \underline{\underline{C}}$:

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial w_{mem}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \left(\frac{\partial w_{elong1}}{\partial I_{elong1}} \frac{\partial I_{elong1}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{elong2}}{\partial I_{elong2}} \frac{\partial I_{elong2}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{sh}}{\partial I_{sh}} \frac{\partial I_{sh}}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \quad (A.14)$$

Dans le cas d'une déformation en cisaillement pur, l'énergies associés aux modes de déformation en élongation dans le sens des mèches sont négligées. La seule contribution est celle du potentielle associé au cisaillement plan, par conséquent :

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial w_{sh}}{\partial I_{sh}} \frac{\partial I_{sh}}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (\text{A.15})$$

avec w_{sh} le potentiel de déformation associé au cisaillement plan définie par :

$$w_{sh} = \sum_{i=1}^{n_{sh}} p_{shi} (I_{sh})^{2i} \quad (\text{A.16})$$

et la dérivée de l'invariant par rapport au tenseur de Cauchy-Green droit donnée par :

$$\frac{\partial I_{sh}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{42}}} (\underline{\underline{L}}_{12} + \underline{\underline{L}}_{21}) - \frac{1}{2} \frac{I_{sh}}{I_{41}} \underline{\underline{L}}_{11} - \frac{1}{2} \frac{I_{sh}}{I_{42}} \underline{\underline{L}}_{22} \quad (\text{A.17})$$

En tenant compte des directions matérielles dans la base globale $L_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$ et $L_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$ et avec la définition des tenseurs de structure : $L_{ij} = L_i \otimes L_j$, le tenseur PK2 sous sa forme matricielle dans la base (E_1, E_2) est exprimé de la manière suivante :

$$\underline{\underline{S}} = \sum_{i=1}^{n_{sh}} (2i) p_{shi} (I_{sh})^{2i-1} \begin{bmatrix} -(1+I_{sh}) & 0 \\ 0 & (1-I_{sh}) \end{bmatrix}_{(E_1, E_2)} \quad (\text{A.18})$$

avec $I_{sh} = \sin(\gamma)$.

Annexe B

Élément *rotation free* S3 : Expression de la courbure

B.1 Expressions de la courbure des mèches

L'élément fini triangulaire S3 [SAB 06] est composé de trois nœuds (FIG.B.1) disposant d'un degré de liberté en déplacement normal au plan du triangle w_i . Les longueurs des côtés sont désignées par L_1, L_2 et L_3 tandis que les mesures des hauteurs sont nommées h_1, h_2 et h_3 .

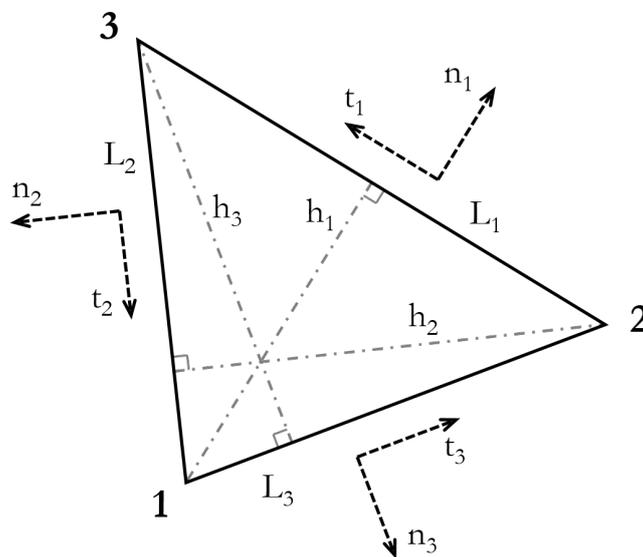


FIGURE B.1 – Caractéristiques du S3

Le développement commence par la décomposition du déplacement normal w en deux parties : une partie linéaire associée à la rotation de corps rigide w^r et une partie quadratique associée au changement de courbure w^b .

B. Élément *rotation free* S3 :
Expression de la courbure

La courbure s'écrit dans le repère local à l'élément sous la forme :

$$\underline{\chi} = \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ 2\chi_{xy} \end{Bmatrix} = - \left[\frac{\partial^2 w^b}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 w^b}{\partial y^2}, 2 \frac{\partial^2 w^b}{\partial x \partial y} \right]^T \quad (\text{B.1})$$

où χ_x et χ_y sont les courbures associées aux directions \underline{x} et \underline{y} du repère local, et χ_{xy} la courbure de torsion.

En considérant que la courbure est constante dans l'élément, la courbure moyenne peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\underline{\chi} = \frac{1}{A_e} \int_{A_e} \left[-\frac{\partial^2 w^b}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2 w^b}{\partial y^2}, -2 \frac{\partial^2 w^b}{\partial x \partial y} \right]^T dA \quad (\text{B.2})$$

où A_e est l'aire de l'élément. En intégrant par parties (B.2) et en exploitant les formules de Green-Ostrogradski ([ONA 05]), le champ de courbure constant suivant apparaît :

$$\underline{\chi} = \frac{1}{A_e} \oint_{\Gamma_e} \begin{bmatrix} -n_x & 0 \\ 0 & -n_y \\ -n_y & -n_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial x} \\ \frac{\partial w^b}{\partial y} \end{Bmatrix} d\Gamma \quad (\text{B.3})$$

où Γ_e désigne la frontière de l'élément et $\underline{n} = (n_x, n_y)$ la normale sortante au bord de l'élément fini, exprimée dans le repère local. Cette équation permet d'exprimer le champ de courbure constant de l'élément en fonction du gradient du déplacement normal le long des côtés du triangle. Elle peut être reformulée en fonction de la numérotation des côtés :

$$\underline{\chi} = \frac{1}{A_e} \sum_{i=1}^3 L_i \begin{bmatrix} -n_{ix} & 0 \\ 0 & -n_{iy} \\ -n_{iy} & -n_{ix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial x} \\ \frac{\partial w^b}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

où les n_{ix} et n_{iy} désignent les composantes dans la base locale des normales sortantes au côté i . En exprimant l'aire de l'élément en fonction des hauteurs h_i , cette expression devient :

$$\underline{\chi} = \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \begin{bmatrix} -n_{ix} & 0 \\ 0 & -n_{iy} \\ -n_{iy} & -n_{ix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial x} \\ \frac{\partial w^b}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

On relie maintenant le gradient du déplacement transverse dans le repère local au gradient du déplacement transverse dans la direction de chaque normale sortante $\partial w / \partial n_i$, car directement lié à l'angle de flexion θ^b . Pour cela on effectue une rotation vers les repères (n_i, t_i) :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial x} \\ \frac{\partial w^b}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -n_{ix} & n_{iy} \\ -n_{iy} & -n_{ix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial n_i} \\ \frac{\partial w^b}{\partial t_i} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Les éléments à courbure constantes sont issus de l'élément fini de Morley [MOR 71] à degrés de liberté en rotation au milieu des côtés faisant l'hypothèse que le gradient du déplacement transverse est nul dans la direction tangente au côté i ($\frac{\partial w^b}{\partial t_i} = 0$). Par conséquent :

$$\underline{\chi} = - \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \begin{Bmatrix} n_{ix}^2 \\ n_{iy}^2 \\ 2n_{ix}n_{iy} \end{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial n_i} \quad (\text{B.7})$$

Étant dans un milieu fibreux, on s'intéresse aux courbures portées par la direction principales des mèches \underline{L}_1 et \underline{L}_2 . On utilisera le moment M_{fj} associé à la courbure χ_j calculée dans la direction \underline{L}_j . La courbure $\underline{\chi}$ est alors remplacée par :

$$\underline{\chi}_f = \begin{Bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

où les courbures sont données par :

$$\chi_1 = (\underline{L}_1 \cdot \underline{e}_x)^2 \chi_{xx} + (\underline{L}_1 \cdot \underline{e}_y)^2 \chi_{yy} + 2(\underline{L}_1 \cdot \underline{e}_x)(\underline{L}_1 \cdot \underline{e}_y) \chi_{xy} \quad (\text{B.9})$$

$$\chi_2 = (\underline{L}_2 \cdot \underline{e}_x)^2 \chi_{xx} + (\underline{L}_2 \cdot \underline{e}_y)^2 \chi_{yy} + 2(\underline{L}_2 \cdot \underline{e}_x)(\underline{L}_2 \cdot \underline{e}_y) \chi_{xy} \quad (\text{B.10})$$

Soit à partir de (B.7) :

$$\chi_j = - \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} (\underline{L}_j \cdot \underline{n}_i)^2 \frac{\partial w^b}{\partial n_i} \quad (\text{B.11})$$

En considérant que le gradient des déplacements transverses est lié à l'angle de flexion associé à un côté du triangle :

$$\theta_i^b = - \frac{\partial w^b}{\partial n_i} \quad (\text{B.12})$$

on peut écrire :

$$\chi_j = \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} (\underline{L}_j \cdot \underline{n}_i)^2 \theta_i^b \quad (\text{B.13})$$

Comme évoqué précédemment, le triangle de Morley d'où est issu ce début de développement utilise des degrés de liberté en rotation. L'objectif ici est de représenter ces rotations autrement.

B.2 Calcul des rotations de corps rigide

L'idée principale est d'exprimer l'équivalent des degrés de liberté en rotation par des considérations géométriques. Pour ce faire, un groupe d'éléments est considéré ; c'est-à-dire un élément entouré de trois autres éléments, chacun ayant un côté en commun avec l'élément central (FIG.B.2).

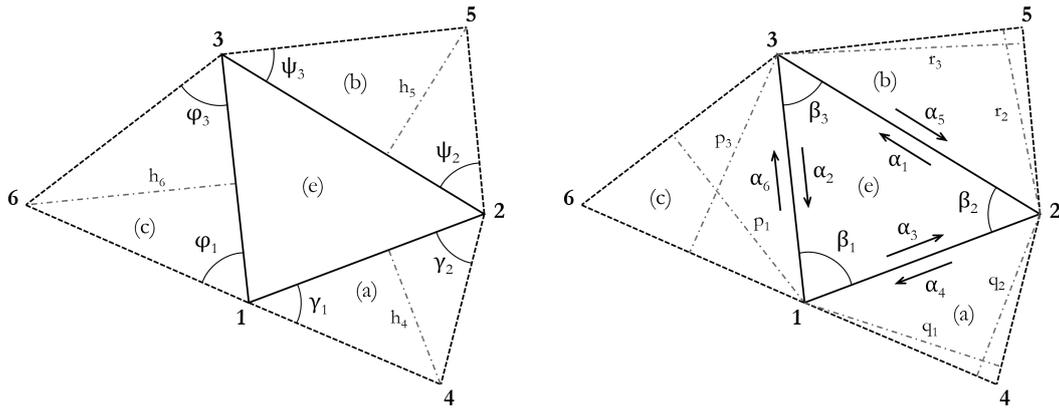


FIGURE B.2 – Élément S3 étudié (e) entouré de trois voisins

La méthode utilisée ici est celle proposée par Sabourin [SAB 06] et repris par Hamila [HAM 09]. Cette relation purement cinématique est déduite à l'aide de l'équation du déplacement d'une poutre d'Euler Bernoulli de longueur $h_1 + h_2$ (FIG.B.3), ayant une liaison pivot à une distance h_1 et soumise aux condition limites suivantes :

$$w(0) = w_1 \quad \text{et} \quad w(h_1 + h_2) = w_2 \quad (\text{B.14})$$

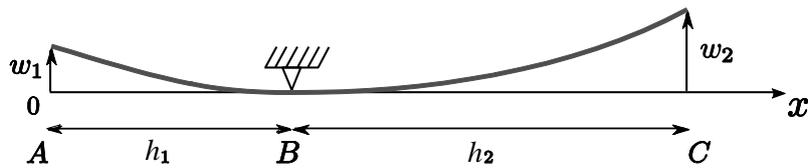


FIGURE B.3 – Poutre en flexion

L'expression du déplacement normal en fonction de l'abscisse est donné par :

$$w(x) = \left(\frac{w_1}{h_1} + \frac{w_2}{h_2} \right) (x - h_1) \frac{x}{h_1 + h_2} - \frac{w_1}{h_1} (x - d_1) \quad (\text{B.15})$$

On approxime la rotation de solide rigide du segment AB et du segment BC autour du point B :

$$\alpha_1 \approx \frac{w_1}{d_1} \quad \alpha_2 \approx \frac{w_2}{d_2} \quad (\text{B.16})$$

Soit d'après calcul :

$$\frac{\partial w^b}{\partial x} = \alpha_1 \frac{d_1}{d_1 + d_2} + \alpha_2 \frac{d_1}{d_1 + d_2} \quad (\text{B.17})$$

Cette formule est le point de départ pour l'expression des rotations de flexion sur les bords des éléments. Le déplacement global est considéré comme le résultat de trois rotations successives autour des cotés i , tel que :

$$\alpha_i = \left(\frac{w_1}{h_1} t_1 + \frac{w_2}{h_2} t_2 + \frac{w_3}{h_3} t_3 \right) \cdot t_i \quad (\text{B.18})$$

En posant β_i l'angle au sommet i (FIG.B.2), on trouve :

$$\begin{aligned} t_2 &= -\sin(\beta_3) n_1 - \cos(\beta_3) t_1 \\ t_3 &= -\sin(\beta_2) n_1 - \cos(\beta_2) t_1 \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Les rotations des cotés peuvent être exprimées sous forme matricielle à partir des relations (B.19) et (B.18), soit pour l'élément (e) :

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_1} & -\frac{\cos \beta_3}{h_2} & -\frac{\cos \beta_2}{h_3} \\ -\frac{\cos \beta_3}{h_1} & \frac{1}{h_2} & -\frac{\cos \beta_1}{h_3} \\ -\frac{\cos \beta_2}{h_1} & -\frac{\cos \beta_1}{h_2} & \frac{1}{h_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1^e \\ w_2^e \\ w_3^e \end{Bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

Pour le côté 3 collé à l'élément (a) :

$$\alpha_4 = -\frac{\cos \gamma_2}{q_1} w_1^a - \frac{\cos \gamma_1}{q_2} w_2^a + \frac{1}{h_4} w_4^a \quad (\text{B.21})$$

Pour le côté 1 collé à l'élément (b) :

$$\alpha_5 = -\frac{\cos \psi_3}{r_2} w_2^b - \frac{\cos \psi_2}{r_3} w_3^a + \frac{1}{h_5} w_5^a \quad (\text{B.22})$$

Pour le côté 2 collé à l'élément (c) :

$$\alpha_6 = -\frac{\cos \phi_3}{p_1} w_1^c - \frac{\cos \phi_1}{p_3} w_3^c + \frac{1}{h_6} w_6^c \quad (\text{B.23})$$

De même, il est possible de réécrire sous forme matricielle le lien entre les déplacements de tous les nœuds du patch \underline{u}^p et le vecteur des 6 rotations de corps rigide $\underline{\alpha}$:

$$\underline{\alpha} = \underline{R} \underline{u}^p \quad (\text{B.24})$$

où le vecteur des déplacements nodaux du patch \underline{u}^p est donné par :

B. Élément *rotation free* S3 :
Expression de la courbure

$$\underline{u}^p = [\underline{u}_1^p \quad \underline{u}_2^p \quad \underline{u}_3^p \quad \underline{u}_4^p \quad \underline{u}_5^p \quad \underline{u}_6^p]^T \quad (\text{B.25})$$

et \underline{u}_i^p désigne les déplacements nodaux exprimés dans la base globale du calcul :

$$\underline{u}_i^p = [u_x^i \quad u_y^i \quad u_z^i] \quad (\text{B.26})$$

La matrice $\underline{\underline{R}}$ peut alors être écrite :

$$\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_1} \underline{n}_e^T & -\frac{\cos \beta_3}{h_2} \underline{n}_e^T & -\frac{\cos \beta_2}{h_3} \underline{n}_e^T & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\cos \beta_3}{h_1} \underline{n}_e^T & \frac{1}{h_2} \underline{n}_e^T & -\frac{\cos \beta_1}{h_3} \underline{n}_e^T & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\cos \beta_2}{h_1} \underline{n}_e^T & -\frac{\cos \beta_1}{h_2} \underline{n}_e^T & \frac{1}{h_3} \underline{n}_e^T & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\cos \gamma_2}{q_1} \underline{n}_a^T & -\frac{\cos \gamma_1}{q_2} \underline{n}_a^T & 0 & \frac{1}{h_4} \underline{n}_a^T & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\cos \psi_3}{r_2} \underline{n}_b^T & -\frac{\cos \psi_2}{r_3} \underline{n}_b^T & 0 & \frac{1}{h_5} \underline{n}_b^T & 0 \\ -\frac{\cos \phi_3}{p_1} \underline{n}_c^T & 0 & -\frac{\cos \phi_1}{p_3} \underline{n}_c^T & 0 & 0 & \frac{1}{h_6} \underline{n}_c^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

où les \underline{n}_k sont les normales au triangle noté (k) sous la FIG.B.2. La matrice $\underline{\underline{R}}$ a été définie dans le cas où l'élément central du groupe comporte un autre élément S3 sur chacun de ses côtés. Dans le cas où aucun élément n'est présent ou pour des conditions limites de symétrie, les éléments de la matrice ne peuvent être calculés de la même manière et des modifications doivent être apportées.

- Cas 1. Le coté i est libre : la rotation de courbure doit être nulle.

$$\frac{\partial w^b}{\partial n_i} = 0 \quad (\text{B.28})$$

- Cas 2. Le coté i est bloqué en rotation : La rotation de courbure est égale à la rotation de corps rigide (encastrement, conditions de symétrie).

$$\frac{\partial w^b}{\partial n_i} = \alpha_i \quad (\text{B.29})$$

- Cas 3. Le coté i a un élément voisin : La rotation de courbure est exprimé en exploitant la relation (B.17). Il est alors possible d'écrire sous forme matricielle le lien entre rotations de corps rigide et angles de flexion :

$$\underline{\theta}^b = \underline{\underline{H}} \underline{\alpha} \quad (\text{B.30})$$

où $\underline{\underline{H}}$ est donné par :

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} -\frac{h_1}{h_1+h_5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{h_1}{h_1+h_5} & 0 \\ 0 & -\frac{h_2}{h_2+h_6} & 0 & 0 & 0 & -\frac{h_2}{h_2+h_6} \\ 0 & 0 & -\frac{h_3}{h_3+h_4} & -\frac{h_3}{h_3+h_4} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.31})$$

Il reste maintenant à relier les angles de flexion à la courbure dans la direction des mèches en utilisant l'équation B.11 :

$$\underline{\underline{\chi}}_f = \underline{\underline{L}}\underline{\underline{\theta}}^b \quad (\text{B.32})$$

où $\underline{\underline{L}}$ est donné par :

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{h_1} (\underline{L}_1 \cdot \underline{n}_1)^2 & \frac{2}{h_2} (\underline{L}_1 \cdot \underline{n}_2)^2 & \frac{2}{h_3} (\underline{L}_1 \cdot \underline{n}_3)^2 \\ \frac{2}{h_1} (\underline{L}_2 \cdot \underline{n}_1)^2 & \frac{2}{h_2} (\underline{L}_2 \cdot \underline{n}_2)^2 & \frac{2}{h_3} (\underline{L}_2 \cdot \underline{n}_3)^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.33})$$

Les courbures recherchées $\underline{\underline{\chi}}_f$ dans les directions principales de mèches M_1 et M_2 peuvent dès lors être exprimées en fonction des déplacements des nœuds \underline{u}^p du patch de triangles figure B.2 et des matrices B.27, B.31 et B.33 définies précédemment :

$$\underline{\underline{\chi}}_f = \underline{\underline{L}}\underline{\underline{H}}\underline{\underline{R}}\underline{u}^p \quad (\text{B.34})$$

Bibliographie

- [ADV 97] ADVANI S., SHULER S. et al.
Rheology of long fiber-reinforced composites in sheetforming. *Composite Materials Series*, vol. 11, 1997, p. 323–369, Elsevier.
- [AIM 08] AIMENE Y., HAGEGE B., SIDOROFF F., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P., DRIDI S.
Hyperelastic Approach for Composite Reinforcement Forming Simulations. *International Journal of Material Forming*, vol. 1, n° S1, 2008, p. 811–814.
- [AIM 10] AIMÈNE Y., E. VIDAL-SALLÉ B. H., SIDOROFF F., BOISSE P.
A Hyperelastic Approach for Composite Reinforcement Large Deformation Analysis. *J. Comp. Mater.*, vol. 44, 2010, p. 5-26.
- [AUR 83] AURIAULT J.
Effective macroscopic description for heat conduction in periodic composites. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 26, n° 6, 1983, p. 861 - 869.
- [BAD 08] BADEL P.
Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2008.
- [BAR 00] BARUCHEL J., BUFFIERE J., MAIRE E., MERLE P., PEIX G.
X-Ray Tomography in Material Science. Hermes Science, 2000.
- [BEL 00] BELYTSCHKO T., LIU W. K., MORAN B.
Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. Wiley, 2000.
- [BEL 11] BEL S.
Analyse et simulation de la mise en forme des renforts de composites NCF. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011.
- [BEL 12] BEL S., HAMILA N., BOISSE P., DUMONT F.
Finite element model for NCF composite reinforcement preforming : Importance of inter-ply sliding. *Composites Part A*, vol. 43, 2012, p. 2269-2277.
- [BER 08] BERTHEREAU A., DALLIES E.
Fibres de verre de renforcement. *Techniques de l'ingénieur. Plastiques et composites*, , n° AM5132, 2008, Techniques de l'ingénieur.
- [BHA 06] BHATNAGAR A.
Lightweight ballistic composites : military and law-enforcement applications. Woodhead Publishing, 2006.

- [BIG 01] BIGAUD D., GOYHÉNÈCHE J. M., HAMELIN P.
A global-local non-linear modelling of effective thermal conductivity tensor of textile-reinforced composites. *Composites - Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 32, 2001, p. 1443-1453.
- [BIL 08] DE BILBAO E., SOULAT D., HIVET G., LAUNAY J., GASSER A.
Bending test of composite reinforcements. *International Journal of Material Forming*, vol. 1, n° 4, 2008, p. 835-838.
- [BIL 10] DE BILBAO E., SOULAT D., HIVET G., GASSER A.
Experimental study of bending behaviour of reinforcements. *Experimental Mechanics*, vol. 50, 2010, p. 333-351.
- [BOE 78] BOEHLER J.
Lois de comportement anisotrope des milieux continus. *J méc*, vol. 17, 1978, p. 153-70.
- [BOI 95] BOISSE P., CHEROUAT A., GELIN J. C., SABHI H.
Experimental study and finite element simulation of a glass fiber fabric shaping process. *Polymer Composites*, vol. 16, n° 1, 1995, p. 83-95.
- [BOI 01] BOISSE P., BUET K., GASSER A., LAUNAY J.
Meso/macro-mechanical behaviour of textile reinforcements for thin composites. *Composites Science and Technology*, vol. 61, 2001, p. 395-401.
- [BOI 04] BOISSE P.
Mise en forme des renforts fibreux de composites. *Techniques de l'ingénieur*, vol. TIB474DUO, n° am3734, 2004.
- [BOI 05] BOISSE P., ZAOUARI B., GASSER A.
A mesoscopic approach for the simulation of woven fibre composite forming. *Composites Science and Technology*, vol. 65, n° 3-4, 2005, p. 429-436.
- [BOI 06] BOISSE P.
Meso-macro approach for composites forming simulation. *Journal of Materials Science*, vol. 41, n° 20, 2006, p. 6591-6598.
- [BOI 11] BOISSE P., HAMILA N., VIDAL-SALLÉ E., DUMONT F.
Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. Influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses. *Composites Science and Technology*, vol. 71, n° 5, 2011, p. 683-692, Elsevier Ltd.
- [BON 08] BONNET J., WOOD R. D.
Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis. Cambridge University Press, 2008.
- [BOR 02] BOROUCAKI H., CHEROUAT A.
Une nouvelle approche géométrique pour le drapage des structures composites. *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol. 12, 2002, p. 407-421.
- [BOR 03] BOROUCAKI H., CHEROUAT A.
Drapage géométrique des composites. *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 331, 2003, p. 437-442.

- [BOU 07] BOUBAKER B. B., HAUSSY B., GANGHOFFER J. F.
Discrete models of woven structures. Macroscopic approach. *Composites Part B : Engineering*, vol. 38, n° 4, 2007, p. 498-505.
- [BRØ 05] BRØNDSTED P., LILHOLT H., LYSTRUP A.
Composite materials for wind power turbine blades. *Annu. Rev. Mater. Res.*, vol. 35, 2005, p. 505–538, Annual Reviews.
- [BRU 95] BRUNET M., SABOURIN F.
A simplified triangular shell element with a necking criterion for 3-D sheet-forming analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 50, 1995, p. 238-251.
- [BUE 98] BUET-GAUTIER K.
Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 1998.
- [BUE 01] BUET-GAUTIER K., BOISSE P.
Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements. *Experimental Mechanics*, vol. 41, n° 3, 2001, p. 260-269.
- [CAM 10] CAMPBELL F. C.
Structural Composite Materials. ASM International, 2010.
- [CAO 08] CAO J., AKKERMAN R., BOISSE P., CHEN J., CHENG H., DE GRAAF E., GORCZYCA J., HARRISON P., HIVET G., LAUNAY J., LEE W., LIU L., LOMOV S., LONG A., DE LUYCKER E., MORESTIN F., PADVOISKIS J., PENG X., SHERWOOD J., STOILOVA T., TAO X., VERPOEST I., WILLEMS A., WIGGERS J., YU T., ZHU B.
Characterization of mechanical behavior of woven fabrics : Experimental methods and benchmark results. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 39, n° 6, 2008, p. 1037–1053.
- [CHA 11a] CHARMETANT A., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Hyperelastic modelling for mesoscopic analyses of composite reinforcements. *Composites Science and Technology*, vol. 71, n° 14, 2011, p. 1623–1631, Elsevier Ltd.
- [CHA 11b] CHARMETANT A.
Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement mécanique de préformes tissées de composites. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011.
- [CHA 12a] CHARMETANT A., ORLIAC J. G., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Hyperelastic model for large deformation analyses of 3D interlock composite preforms. *Composites Science and Technology*, vol. 72, n° 12, 2012, p. 1352–1360, Elsevier Ltd.
- [CHA 12b] CHARMETANT A., ORLIAC J., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Hyperelastic model for large deformation analyses of 3D interlock composite preforms. *Composites Science and Technology*, vol. 72, 2012, p. 1352-1360.
- [CHE 01a] CHEROUAT A., BILLOËT J. L.
Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 118, n° 1-3, 2001, p. 460–471.

- [CHE 01b] CHEROUAT A., BILLOËT J. L.
Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 118, n° 1-3, 2001, p. 460-471.
- [CHE 11] CHEN Q., BOISSE P., HAE PARK C., SAOUAB A., BRÉARD J.
Intra/Inter-ply shear behaviors of continuous fiber reinforced thermoplastic composites in thermoforming processes. *Composite Structures*, vol. 93, 2011, p. 1692-1703.
- [CHR 93] CHRISTENSEN R.
Effective viscous flow properties for fiber suspensions under concentrated conditions. *Journal of Rheology (1978-present)*, vol. 37, n° 1, 1993, p. 103-121, The Society of Rheology.
- [CIA 88] CIARLET P.
Mathematical Elasticity, Volume 1 : Three dimensional elasticity. Elsevier, 1988.
- [CRE 06] CREECH G., PICKETT A. K.
Meso-modelling of Non-Crimp Fabric composites for coupled drape and failure analysis. *Journal of Materials Science*, vol. 41, n° 20, 2006, p. 6725-6736.
- [CRI 01] CRISCIONE J., DOUGLAS A., HUNTER W.
Physically based strain invariant set for materials exhibiting transversely isotropic behavior. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, 2001, p. 871-897.
- [DAN 15] DANGORA L. M., MITCHELL C. J., SHERWOOD J. A.
Predictive model for the detection of out-of-plane defects formed during textile-composite manufacture. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 78, 2015, p. 102 - 112.
- [DAS 92] DASGUPTA A., AGARWAL R.
Orthotropic Thermal Conductivity of Plain-Weave Fabric Composites Using a Homogenization Technique. *Journal of Composite Materials*, vol. 26, n° 18, 1992, p. 2736-2758.
- [DAS 96] DASGUPTA A., AGARWAL R. K., BHANDARKAR S. M.
Three-dimensional modeling of woven-fabric composites for effective thermo-mechanical and thermal properties. *Composites Science and Technology*, vol. 56, n° 95, 1996, p. 209-223.
- [DES 05] DESPLENTERE F., LOMOV S. V., WOERDEMAN D. L., VERPOEST I., WEVERS M., BOGDANOVICH A.
Micro-CT characterization of variability in 3D textile architecture. *Composites Science and Technology*, vol. 65, n° 13, 2005, p. 1920-1930.
- [DRI 10] DRIDI S.
Essais de caractérisation des structure tissées. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2010.
- [DUM 03] DUMONT F.
Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de renforts de composites tissés. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2003.

- [DUR 10] DURVILLE D.
Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers. *International Journal of Material Forming*, vol. 3, n° S2, 2010, p. 1241-1251.
- [EAS 12] EASTERLING E.
Advanced materials for sports equipment : how advanced materials help optimize sporting performance and make sport safer. Springer Science & Business Media, 2012.
- [FLO 13] FLORIMOND C.
Contribution à la modélisation mécanique du comportement de mèches de renforts tissés à l'aide d'un schéma éléments finis implicite. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2013.
- [FUC 08] FUCHS E. R., FIELD F. R., ROTH R., KIRCHAIN R. E.
Strategic materials selection in the automobile body : Economic opportunities for polymer composite design. *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 9, 2008, p. 1989 - 2002.
- [GAS 00] GASSER A., BOISSE P., HANKLAR S.
Mechanical behaviour of dry fabric reinforcements. 3D simulations versus biaxial tests. *Computational Materials Science*, vol. 17, n° 1, 2000, p. 7-20.
- [GEE 03] GEERS M. G. D., KOUZNETSOVA V. G., BREKELMANS W. A. M.
Multi-scale modelling : Computational homogenization in solid mechanics. *Composites Science and Technology*, vol. 1, n° 4, 2003, p. 1235-1260.
- [GHO 07] GHOREISHI S., CARTAUD P., DAVIES P., MESSENGER T.
Analytical modeling of synthetic fiber ropes subjected to axial loads. Part I : A new continuum model for multilayered fibrous structures. *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, 2007, p. 2924-2942.
- [GOS 96] GOSHAWK J., JONES R.
Structure reorganization during the rheological characterization of continuous fibre-reinforced composites in plane shear. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 27, n° 4, 1996, p. 279-286, Elsevier.
- [GU 02] GU H., ZHILI Z.
Tensile behavior of 3D woven composites by using different fabric structures. *Materials & Design*, vol. 23, n° 7, 2002, p. 671-674.
- [GUE 94] GUERIN B.
Polyamides PA. *Techniques de l'ingénieur*, vol. TIB147DUO, n° a3360, 1994, Editions T.I.
- [GUZ 15] GUZMAN-MALDONADO E., HAMILA N., BOISSE P., BIKARD J.
Thermomechanical analysis, modelling and simulation of the forming of pre-impregnated thermoplastics composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 78, 2015, p. 211-222, Elsevier.
- [HAM 07] HAMILA N.
Simulation de la mise en forme des renforts composites mono et multi plis. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2007.

- [HAM 08] HAMILA N., BOISSE P.
Simulations of textile composite reinforcement draping using a new semi-discrete three node finite element. *Composites Part B : Engineering*, vol. 39, n° 6, 2008, p. 999-1010.
- [HAM 09] HAMILA N., BOISSE P., SABOURIN F., BRUNET M.
A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 79, n° 12, 2009, p. 1443-1466.
- [HAR 02] HARRISON P., CLIFFORD M. J., LONG A. C., RUDD C. D.
Constitutive modelling of impregnated continuous fibre reinforced composites Micromechanical approach. *Plastics, Rubber and Composites*, vol. 31, n° 2, 2002, p. 76-86.
- [HAR 04a] HARRISON P., CLIFFORD M. J., LONG A. C., RUDD C. D.
A constituent-based predictive approach to modelling the rheology of viscous textile composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 35, n° 7-8, 2004, p. 915-931.
- [HAR 04b] HARRISON P., CLIFFORD M., LONG A.
Shear characterisation of viscous woven textile composites : a comparison between picture frame and bias extension experiments. *Composites Science and Technology*, vol. 64, 2004, p. 1453-1465.
- [HAR 11] HARRISON P., YU W. R., LONG A. C.
Rate dependent modelling of the forming behaviour of viscous textile composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 42, n° 11, 2011, p. 1719-1726, Elsevier Ltd.
- [HAR 13] HARRISON P., GOMES R., CURADO-CORREIA N.
Press forming a 0/90 cross-ply advanced thermoplastic composite using the double-dome benchmark geometry. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 54, 2013, p. 56-69, Elsevier Ltd.
- [HAS 93] HASSELMAN D., DONALDSON K., THOMAS J.
Effective Thermal Conductivity of Uniaxial Composite with Cylindrically Orthotropic Carbon Fibers and Interfacial Thermal Barrier. *Journal of Composite Materials*, vol. 27, n° 6, 1993, p. 637-644.
- [HER 80] HERMAN G. T.
Image Reconstruction from Projections : The Fundamentals of Computerized Tomography. Academic Press, New York, 1980.
- [HIV 08] HIVET G., BOISSE P.
Consistent mesoscopic mechanical behaviour model for woven composite reinforcements in biaxial tension. *Composites Part B : Engineering*, vol. 39, n° 2, 2008, p. 345 - 361.

- [HSI 99] HSIAO S.-W., KIKUCHI N.
Numerical analysis and optimal design of composite thermoforming process. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 177, 1999, p. 1–34.
- [HSI 09] HSIEH J.
Computed tomography : principles, design, artifacts, and recent advances. SPIE Press, 2009.
- [ITS 04] ITSKOV M., AKSEL N.
A class of orthotropic and transversely isotropic hyperelastic constitutive models based on a polyconvex strain energy function. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, 2004, p. 3833-3848.
- [JAU 09] JAUFFRÈS D., MORRIS C. D., SHERWOOD J. A., CHEN J.
Simulation of the thermostamping of woven composites : Mesoscopic modelling using explicit FEA codes. *International Journal of Material Forming*, vol. 2, n° SUPPL. 1, 2009, p. 173–176.
- [JIA 99] JIANG W., YAO M., WALTON J.
A concise finite element model for simple straight wire rope strand. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 41, 1999, p. 143-161.
- [JIA 02] JIANG M., JASIUK I., OSTOJA-STARZEWSKI M.
Apparent thermal conductivity of periodic two-dimensional composites. *Computational Materials Science*, vol. 25, n° 3, 2002, p. 329 - 338.
- [JOH 95] JOHNSON A. F.
Rheological model for the forming of thermoplastic sheets. *Compos. Manuf.*, vol. 6, n° 3, 1995, p. 153–160.
- [KAW 73] KAWABATA S., NIWA M., KAWAI H.
The finite-deformation theory of plain-weave fabrics part I : the biaxial-deformation theory. *The Journal of The Textile Institute*, vol. 64, 1973, p. 21-46.
- [KAW 80] KAWABATA S.
The Standardization and Analysis of Hand Evaluation. Textile Machinery Society of Japan, 1980.
- [KHA 09] KHAN M. A., MABROUKI T., BOISSE P.
Numerical and experimental forming analysis of woven composites with double dome benchmark. *International Journal of Material Forming*, vol. 2, n° S1, 2009, p. 201–204.
- [KHA 10] KHAN M., MABROUKI T., VIDAL-SALLÉ E., BOISSE P.
Numerical and experimental analyses of woven composite reinforcement forming using a hypoelastic behaviour-application to the double dome benchmark. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 210, 2010, p. 378-388.
- [KHA 14] KHAN A. H., CHAUDHURI R. A.
Fan-beam geometry based inversion algorithm in computed tomography (CT) for imaging of composite materials. *Composite Structures*, vol. 110, n° 0, 2014, p. 297 - 304.

- [KUL 97] KULKARNI M., BRADY R.
A model of global thermal conductivity in laminated carbon/carbon composites. *Composites Science and Technology*, vol. 57, n° 3, 1997, p. 277 - 285.
- [KUT 02] KUTZ M.
Handbook of materials selection. John Wiley & Sons, 2002.
- [LAT 11] LATIL P., ORGÉAS L., GEINDREAU C., DUMONT P., DU ROSCOAT S. R.
Towards the 3D in situ characterisation of deformation micro-mechanisms within a compressed bundle of fibres. *Composites Science and Technology*, vol. 71, 2011, p. 480-488.
- [LEB 03] LEBRUN G., BUREAU M. N., DENAULT J.
Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of intraply shear properties of PP/glass commingled fabrics. *Composite Structures*, vol. 61, n° 4, 2003, p. 341-352.
- [LEM 09] LEMAITRE J., CHABOCHE J., BENALLAL A., DESMORAT R.
Mécanique des matériaux solides. Dunod, 2009.
- [LIA 14] LIANG B., HAMILA N., PEILLON M., BOISSE P.
Analysis of thermoplastic prepreg bending stiffness during manufacturing and of its influence on wrinkling simulations. *Composites Part A*, vol. 67, 2014, p. 111-122.
- [LIV 64] LIVESSEY R., OWEN J.
Cloth stiffness and hysteresis in bending. *Journal of the Textile Institute Transactions*, vol. 55, 1964, p. 516-530.
- [LOI 08] LOIX F., BADEL P., ORGEAS L., GEINDREAU C., BOISSE P.
Woven fabric permeability : From textile deformation to fluid flow mesoscale simulations. *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 7-8, 2008, p. 1624 - 1630.
- [LOM 00] LOMOV S. V., GUSAKOV A. V., HUYSMANS G., PRODROMOU A., VERPOEST I.
Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites. *Composites Science and Technology*, vol. 60, n° 11, 2000, p. 2083-2095.
- [LOM 03] LOMOV S., VERPOEST I.
Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 2. KES-F characterisation of the deformability of the preforms at low loads. *Composites : Part A*, vol. 34, 2003, p. 359-370.
- [LOM 05] LOMOV S., VERPOEST I., ROBITAILLE F.
1 - Manufacturing and internal geometry of textiles. LONG A., Ed., *Design and Manufacture of Textile Composites*, Woodhead Publishing Series in Textiles, p. 1 - 61 Woodhead Publishing, 2005.
- [LOM 06] LOMOV S. V., VERPOEST I.
Model of shear of woven fabric and parametric description of shear resistance of glass woven reinforcements. *Composites Science and Technology*, vol. 66, n° 7-8, 2006, p. 919-933.

- [LUC 00] LUCAS D., PARNEIX P.
Les matériaux composites en construction navale militaire. Ed. Techniques Ingénieur, 2000.
- [LUS 02] LUSSIER D., CHEN J.
Material Characterization of Woven Fabrics for Thermoforming of Composites. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 15, n° 6, 2002, p. 497-509.
- [LUY 09] DE LUYCKER E., MORESTIN F., BOISSE P., MARSAL D.
Simulation of 3D interlock composite preforming. *Composite Structures*, vol. 88, n° 4, 2009, p. 615 - 623.
- [MAC 12] MACK J., SCHLEDJEWSKI R.
7 - Filament winding process in thermoplastics. ADVANI S. G., HSIAO K.-T., Eds., *Manufacturing Techniques for Polymer Matrix Composites (PMCs)*, Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, p. 182 - 208 Woodhead Publishing, 2012.
- [MAL 97] MALLICK P. K.
Composites engineering handbook. CRC Press, 1997.
- [MAL 00] MALLON P. J., OBRADAIGH C. M.
2.26 - Compliant Mold Techniques for Thermoplastic Composites. KELLY A., ZWEBEN C., Eds., *Comprehensive Composite Materials*, p. 873 - 913 Pergamon, Oxford, 2000.
- [MAR 56] MARK C., TAYLOR H. M.
The fitting of woven cloth to surfaces. *Journal of the Textile Institute*, vol. 47, 1956, p. 477-488.
- [MAR 63] MARQUARDT D.
An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 11, 1963, p. 431-441.
- [MAR 95] MARTIN T., BHATTACHARYYA D., COLLINS I.
Bending sheets of fibre-reinforced thermoplastic. *Composites Manufacturing*, vol. 6, n° 3, 1995, p. 177-187.
- [MAR 96] MAROTTA E., FLETCHER L.
Thermal contact conductance of selected polymeric materials. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 10, n° 2, 1996, p. 334-342.
- [MAR 07] MARK J. E.
Physical Properties of Polymers Handbook. Springer, 2007.
- [MAR 15] MARGOSSIAN A., BEL S., HINTERHOELZL R.
Bending characterisation of a molten unidirectional carbon fibre reinforced thermoplastic composite using a Dynamic Mechanical Analysis system. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 77, 2015, p. 154 - 163.
- [MAX 81] MAXWELL J. C.
A treatise on electricity and magnetism, vol. 1. Clarendon press, 1881.

- [MAZ 05] MAZUMDAR S.
Aerospace Market Forecast : What's in it for Composites? *High-Performance Composites*, vol. 13, n° 2, 2005, page 9.
- [MCG 97] MCGUINNESS G., BRAIDAIGH C. O.
Development of rheological models for forming flows and picture-frame shear testing of fabric reinforced thermoplastic sheets. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, vol. 73, 1997, p. 1-28.
- [MCG 98] MCGUINNESS G., BRAIDAIGH C.
Characterisation of thermoplastic composite in rombus-shear : the picture frame experiment. *Composites Part A*, vol. 29A, 1998, p. 115-132.
- [MOO 40] MOONEY M.
A theory of large elastic deformation. *Journal of applied physics*, vol. 11, n° 9, 1940, p. 582-592, AIP Publishing.
- [MOR 71] MORLEY L.
On the constant-moment plate-bending element. *Journal of Strain Analysis*, vol. 6, 1971, p. 10-14.
- [MOU 01] MOURITZ A., GELLERT E., BURCHILL P., CHALLIS K.
Review of advanced composite structures for naval ships and submarines. *Composite structures*, vol. 53, n° 1, 2001, p. 21-42, Elsevier.
- [NAO 14] NAOUAR N., VIDAL-SALLE E., SCHNEIDER J., MAIRE E., BOISSE P.
Meso-scale FE analyses of textile composite reinforcement deformation based on X-Ray computed tomography. *Composite Structures*, vol. 116, n° 0, 2014, p. 165 - 176.
- [NAO 15] NAOUAR N., VIDAL-SALLE E., SCHNEIDER J., MAIRE E., BOISSE P.
3D composite reinforcement meso FE analyses based on X-ray computed tomography. *Composite Structures*, vol. 132, 2015, p. 1094-1104, Elsevier.
- [NAW 00] NAWROCKI A., LABROSSE M.
A finite element model for simple straight wire rope strands. *Computers and Structures*, vol. 77, 2000, p. 345-359.
- [NIN 95] NING Q.-G., CHOU T.-W.
Closed-form solutions of the in-plane effective thermal conductivities of woven-fabric composites. *Composites Science and Technology*, vol. 55, n° 1, 1995, p. 41 - 48.
- [NIN 98] NING Q.-G., CHOU T.-W.
A general analytical model for predicting the transverse effective thermal conductivities of woven fabric composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 29, n° 3, 1998, p. 315 - 322.
- [O'B 91] O'BRADAIGH C., PIPES R. B.
Finite element analysis of composite sheet-forming process. *Composites Manufacturing*, vol. 2, n° 4, 1991, p. 161 - 170.
- [OGD 97] OGDEN R. W.
Non-Linear Elastic Deformations. Dover Publications, 1997.

- [ONA 05] ONATE E., FLORES F.
Advances in the formulation of the rotation-free basic shell triangle. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 194, 2005, p. 2406-43.
- [OST 96] OSTOJA-STARZEWSKI M., SCHULTE J.
Bounding of effective thermal conductivities of multiscale materials by essential and natural boundary conditions. *Physical review B*, vol. 54, n° 1, 1996, page 278, APS.
- [OZD 08] OZDEMIR I., BREKELMANS W. A. M., GEERS M. G. D.
Computational homogenization for heat conduction in heterogeneous solids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 73, n° 2, 2008, p. 185-204, John Wiley & Sons, Ltd.
- [PAR 00] PARNAS R.
Liquid composite molding. Garner Publications, 2000.
- [PAR 13] PARSONS E. M., KING M. J., SOCRATE S.
Modeling yarn slip in woven fabric at the continuum level : Simulations of ballistic impact. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 61, n° 1, 2013, p. 265 - 292.
- [PEI 30] PEIRCE F.
The "handle" of cloth as a measurable quantity. *The Journal of the Textile Institute*, vol. 21, 1930, p. 377-416.
- [PEN 05] PENG X. Q., CAO J.
A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 36, n° 6, 2005, p. 859-874.
- [PLA 11] PLASFIB
2011. [Software] Paris, Inter Deposit certification, agence pour la protection des programmes.
- [POT 99] POTTER K. D.
The early history of the resin transfer moulding process for aerospace applications. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 30, n° 5, 1999, p. 619-621.
- [POT 02] POTTER K.
Bias extension measurements on cross-plyed unidirectional prepreg. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 33, n° 1, 2002, p. 63-73.
- [QUA 94] QUANSHUI Z., BOEHLER J. P.
Tensor function representations as applied to formulating constitutive laws for clino-tropic materials. *Acta Mech. Sin.*, vol. 10, 1994, p. 336-348.
- [RAM 01] RAMAKRISHNA S., MAYER J., WINTERMANTEL E., LEONG K. W.
Biomedical applications of polymer-composite materials : a review. *Composites science and technology*, vol. 61, n° 9, 2001, p. 1189-1224, Elsevier.
- [RAY 92] RAYLEIGH L.
LVI. On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties

- of a medium. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 34, n° 211, 1892, p. 481–502, Taylor & Francis.
- [RIV 48] RIVLIN R. S.
Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. IV. Further Developments of the General Theory. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 241, n° 835, 1948, p. 379–397, The Royal Society.
- [ROG 89a] ROGERS T.
Rheological characterization of anisotropic materials. *Composites*, vol. 20, n° 1, 1989, p. 21 - 27. Flow Processes in Composite Materials.
- [ROG 89b] ROGERS T.
Squeezing flow of fibre-reinforced viscous fluids. *Journal of engineering mathematics*, vol. 23, n° 1, 1989, p. 81–89, Springer.
- [RUD 97] RUDD C. D., LONG A.
Liquid molding technologies. Woodhead Publishing Limited, 1997.
- [SAB 06] SABOURIN F., BRUNET M.
Detailed formulation of the rotation-free triangular element S3 for general purpose shell analysis. *Engineering Computations*, vol. 23, 2006, p. 469-502.
- [SAR 10] SARGENT J., CHEN J., SHERWOOD J., CAO J., BOISSE P., WILLEM A., VANCLOOSTER K., LOMOV S., KHAN M., MABROUKI T., FETFATSIDIS K., JAUFFRÈS D.
Benchmark Study of Finite Element Models for Simulating the Thermostamping of Woven-Fabric Reinforced Composites. *International Journal of Material Forming*, vol. 3, n° 1, 2010, p. 683-686, Springer-Verlag.
- [SAV 03] SAVIJA I., CULHAM J., YOVANOVICH M., MAROTTA E.
Review of thermal conductance models for joints incorporating enhancement materials. *Journal of Thermophysics and Heat transfer*, vol. 17, n° 1, 2003, p. 43–52.
- [SCH 92] SCHNUR D. S., ZABARAS N.
An inverse method for determining elastic material properties and a material interface. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, n° 10, 1992, p. 2039–2057, John Wiley & Sons, Ltd.
- [SHA 04] SHARMA S. B., SUTCLIFFE M. P. F.
A simplified finite element model for draping of woven material. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 35, n° 6, 2004, p. 637–643.
- [SHE 07] SHERBURN M.
Geometric and mechanical modelling of textiles. Thèse de doctorat, Université de Nottingham, 2007.
- [SHE 12] SHERWOOD J., FETFATSIDIS K., GORCZYCA J., BERGER L.
6 - Fabric thermostamping in polymer matrix composites. ADVANI S. G., HSIAO K.-T., Eds., *Manufacturing Techniques for Polymer Matrix Composites (PMCs)*, Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, p. 139 - 181 Woodhead Publishing, 2012.

- [SID 82] SIDOROFF F.
. « Cours sur les grandes déformations », 1982.
- [SIM 98] SIMO J., HUGES T.
Computational Inelasticity. Springer, New York, 1998.
- [SKE 76] SKELTON J.
Fundamentals of Fabric Shear. *Textile Research Journal*, vol. 46, n° 12, 1976, p. 862-869.
- [SKO 07] SKORDOS A. A., MONROY ACEVES C., SUTCLIFFE M. P. F.
A simplified rate dependent model of forming and wrinkling of pre-impregnated woven composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 38, n° 5, 2007, p. 1318–1330.
- [SMI 90] SMITH C.
Design of marine structures in composite materials. *Barking, Essex, England : Elsevier Science Publishers*, , 1990.
- [SOM 15] SOMÉ S. C., DELAUNAY D., FARAJ J., BAILLEUL J.-L., BOYARD N., QUILLIET S.
Modeling of the thermal contact resistance time evolution at polymer–mold interface during injection molding : Effect of polymers’ solidification. *Applied Thermal Engineering*, vol. 84, 2015, p. 150–157, Elsevier.
- [SOT 11] SOTEROPOULOS D., FETFATSIDIS K., SHERWOOD J. A., LANGWORTHY J.
Digital Method of Analyzing the Bending Stiffness of Non-Crimp Fabrics. *THE 14TH INTERNATIONAL ESAFORM CONFERENCE ON MATERIAL FORMING : ESAFORM 2011*, vol. 1353 AIP Publishing, 2011, p. 913–917.
- [SPE 72] SPENCER A.
Deformations of Fibre Reinforced Materials. Oxford University Press, London, 1972.
- [SPE 84] SPENCER A. J. M.
Continuum Theory of the Mechanics of Fibre-Reinforced Composites. Springer Vienna, 1984.
- [SPE 00] SPENCER A. J. M.
Theory of fabric-reinforced viscous fluids. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 31, n° 12, 2000, p. 1311–1321.
- [SPE 07] A.J.M. SPENCER, SOLDATOS K.
Finite deformations of fibre-reinforced elastic solids with fibre bending stiffness. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 42, n° 2, 2007, p. 355–368.
- [SRE 06] SREPRATEEP K., BOHEZ E.
Computer aided modeling of fiber assemblies. *Computer Aided Design & Applications*, vol. 3, 2006, p. 367-376.
- [SZA 03] SZABLEWSKI P., KOBZA W.
Numerical Analysis of Peirce’s Cantilever and Test for the Bending Rigidity of Textiles. *FIBRES & TEXTILES in Eastern Europe*, vol. 11, 2003, p. 54-57.

- [SZE 05] SZE K. Y., LIU X. H.
A new skeletal model for fabric drapes. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, vol. 2, n° 3-4, 2005, p. 225-243.
- [TAY 70] TAYLOR R. L., PISTER K. S., GOUDREAU G. L.
Thermomechanical analysis of viscoelastic solids. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 2, 1970, p. 49-49.
- [THI 07] TEN THIJE R. H. W., AKKERMAN R., HUÉTINK J.
Large deformation simulation of anisotropic material using an updated Lagrangian finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 196, n° 33-34, 2007, p. 3141–3150.
- [THO 12] THOMAS S., JOSEPH K., MALHOTRA S., GODA K., SREEKALA M.
Polymer Composites, Macro-and Microcomposites. Wiley-VCH : Weinheim, Germany, 2012.
- [VAN 91] VAN DER WEEËN F.
Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 31, n° 7, 1991, p. 1415–1426, Wiley Online Library.
- [VER 05] VERPOEST I., LOMOV S. V.
Virtual textile composites software Wisetex : integration with micro-mechanical and permeability and structural analysis. *Composites Science and Technology*, vol. 65, n° 15-16, 2005, p. 2563-2574.
- [VER 06] VERREY J., WAKEMAN M., MICHAUD V., MÅNSON J.-A.
Manufacturing cost comparison of thermoplastic and thermoset RTM for an automotive floor pan. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, n° 1, 2006, p. 9–22, Elsevier.
- [WAN 99] WANG J., PATON R., PAGE J. R.
The draping of woven fabric preforms and prepregs for production of polymer composite components. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 30, n° 6, 1999, p. 757-765.
- [WAN 12] WANG P., HAMILA N., PINEAU P., BOISSE P.
Thermomechanical analysis of thermoplastic composite prepregs using bias-extension test. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 27, n° 5, 2012, p. 679-698.
- [WAN 15] WANG P., HAMILA N., BOISSE P., CHAUDET P., LESUEUR D.
Thermo-mechanical behavior of stretch-broken carbon fiber and thermoplastic resin composites during manufacturing. *Polymer Composites*, vol. 36, n° 4, 2015, p. 694–703.
- [WIL 08a] WILLEMS A., LOMOV S. V., VERPOEST I., VANDEPITTE D.
Optical strain fields in shear and tensile testing of textile reinforcements. *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 3-4, 2008, p. 807-819.

- [WIL 08b] WILLEMS A., LOMOV S., VERPOEST I., VANDEPITTE D., HARRISON P., YU W.
Forming simulation of a thermoplastic commingled woven textile on a double dome.
International Journal of Material Forming, vol. 1, n° 1, 2008, p. 965-968, Springer-Verlag.
- [ZHO 04] ZHOU G., SUN X., WANG Y.
Multi-chain digital element analysis in textile mechanics. *Composites Science and Technology*, vol. 64, n° 2, 2004, p. 239-244.
- [ZIE 05] ZIENKIEWICZ O., TAYLOR R., ZHU J.
The Finite Element Method : Its Basis and Fundamentals. Butterworth-Heinemann, 6ème édition édition, 2005.

FOLIO ADMINISTRATIF

THÈSE DE L'UNIVERSITÉ DE LYON OPÉRÉE AU SEIN DE L'INSA DE LYON

NOM : GUZMAN MALDONADO

DATE de SOUTENANCE : 22 Février 2016

Prénoms : Eduardo

TITRE : Modélisation et simulation de la mise en forme des matériaux composites préimprégnés à matrice thermoplastique et à fibres continues

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2016LYSEI015

École doctorale : MEGA

Spécialité : Mécanique - Génie Mécanique - Génie Civil

RÉSUMÉ :

Les matériaux composites sont largement employés dans le domaine aérospatial grâce à leurs excellentes propriétés mécaniques, leur résistance aux chocs et à la fatigue, tout en restant plus légers que les matériaux conventionnels.

Au cours des dernières années, l'industrie automobile a montré un intérêt croissant pour les procédés de fabrication et de transformation de matériaux composites à matrice thermoplastiques. Cela favorisé par le développement et l'optimisation des procédés de mise en forme tels que le thermostampage, en vue de la réduction de temps de cycle. La modélisation et la simulation de ce procédé sont des étapes importantes pour la prédiction des propriétés mécaniques et de la faisabilité technique des pièces à géométrie complexe. Elles permettent d'optimiser les paramètres de fabrication et du procédé lui-même. À cette fin, ce travail propose une approche pour la simulation de la mise en forme des matériaux composites préimprégnés thermoplastiques.

Un modèle viscohyperélastique avec une dépendance à la température a été proposé dans l'objectif de décrire le comportement du composite thermoplastique à l'état fondu. Et permet de faire des simulations de mise en forme à différentes températures. Au cours cette simulation, des calculs thermiques et mécaniques sont effectués de manière séquentielle afin d'actualiser les propriétés mécaniques avec l'évolution du champ température. L'identification des propriétés thermiques sont obtenues par homogénéisation à partir des analyses au niveau mésoscopique du matériau. La comparaison de la simulation avec le thermoformage expérimental d'une pièce représentative de l'industrie automobile analyse la pertinence de l'approche proposée.

MOTS-CLÉS : Préimprégné, Thermoplastique, Thermomécanique, Viscoélasticité, Analyse par éléments finis, Mise en forme

Laboratoire(s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides
UMR CNRS 5259 - INSA de Lyon
20, avenue Albert Einstein
69621 Villeurbanne Cedex FRANCE

Directeur de thèse : Philippe BOISSE

Président du jury : Sylvain DRAPIER

Composition du jury : Philippe BOISSE
Jerome BIKARD
Didier DELAUNAY

Sylvain DRAPIER
Nahiene HAMILA
Philippe OLIVIER

