THESE

présentée

DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

FORMATION DOCTORALE : Mécanique

ECOLE DOCTORALE : Ecole Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

par:

Karim YAKHOU

Ingénieur I.N.S.A.

VALIDATION EXPERIMENTALE D'UN MODELE DYNAMIQUE GLOBAL DE BOITE DE VITESSES AUTOMOBILE

Soutenue le : 30 novembre 1999

devant la Commission d'Examen

Jury MM.

- C. BOHATIER
- J. GUILLOT
- J.P. LALLEMAND
- G. LENEVEU
- D. PLAY

Rapporteur Président - Examinateur Rapporteur Examinateur Directeur

Cette Thèse a été préparée au Laboratoire de Conception et Analyse des Systèmes Mécaniques de l'INSA de Lyon

ECOLES DOCTORALES

MATERIAUX DE LYON INSAL – ECL -UCB. Lyon1 – Univ. De Chambéry – ENS

Responsable : Professeur A. HOAREAU, UCBL (Tél. : 04.72.44.85.66)

Formations doctorales associées :

- Génie des Matériaux
- Matière condensée surfaces et interfaces
- Matériaux polymères et composites

(Pr. R. FOUGERES, Tél : 04. 72. 43. 81.49) (Pr. G. GUILLOT, Tél : 04.72.43.81.61) (Pr. H. SAUTEREAU, Tél : 04.72.43.81.78)

MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE (MEGA)°

Responsable : Professeur J. BATAILLE, ECL (Tél : 04.72.43.8079)

Formations doctorales associées :

Acoustique

(Pr. J.L. GUYADER, Tél : 04.72.43.80.80)

Génie Civil : Sols, matériaux, structures, physique du bâtiment

		(Pr. P. LAREAL, Tél : 04.72.43.82.16)
	Mécanique	(Pr. G. DALMAZ, Tél : 04.72.43.83.03)
•	Thermique et Energétique	(Pr. M. LALLEMAND, Tél : 04.72.43.81.54)

ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE (EEA) INSAL - ECL – UCB. Lyon1 – Univ. de Saint-Etienne

Responsable : Professeur G. GIMENEZ, INSAL (Tél : 04.72.43.83.32)

Formations doctorales associées :

- Acoustique
- Automatique Industrielle
- Dispositifs de l'électronique intégrée
- Génie biologique et médical
- Génie électrique
- Signal, Image, Parole

(Pr. J.L. GUYADER, Tél : 04.72.43.80.80) (Pr. SCAVARDA, Tél : 04.72.43.83.41) (Pr. P. PINARD, Tél : 04.72.43.80.79) (Pr. I MAGNIN, Tél : 04.72.43.85.63) (Pr. J.P. CHANTE, Tél : 04.72.43.87.26) (Pr. G. GIMENEZ, Tél : 04.72.43.83.32)

ECOLE DOCTORALE INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE (EDISS) INSAL – UCB Lyon1 – Univ. de Saint-Etienne – Univ. Aix-Marseille2

Responsable : Professeur A. COZZONE, CNRS-Lyon (Tél 04.72.72.26.75)

Formations doctorales associées :

- Biochimie
- Génie biologique et médical

(Pr. M. LAGARDE, Tél : 04.72.43.82.40) (Pr. I. MAGNIN, Tél : 04.72.43.85.63)

AUTRES FORMATIONS DOCTORALES

> ANALYSE ET MODELISATION DES SYSTEMES BIOLOGIQUE

Responsable : Professeur S. GRENIER, INSAL Tél : 04.72.43.83.56

CHIMIE INORGANIQUE

Responsable : Professeur P. GONNARD, INSAL Tél : 04.72.43.81.58

CONCEPTION EN BATIMENT ET TECHNIQUE URBAINES

Responsable : Professeur M. MIRAMOND, INSAL Tél : 04.72.43.82.09

DEA INFORMATIQUE DE LYON Responsable : Professeur J.M. JOLION, INSAL Tél : 04.72.43.87.59

PRODUCTIQUE : ORGANISATION ECONOMIQUE ET GENIE INFORMATIQUE POUR L'ENTREPRISE

Responsable : Professeur J. FAVREL, INSAL Tél : 04.72.43.83.63

SCIENCES ET TECHNIQUES DU DECHET

Responsable : Professeur P. MOSZKOWICZ, INSAL Tél : 04.72.43.83.45

Directeur : J. Rochat

Professeurs				
S.	AUDISIO	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE		
J.C.	BABOUX	GEMPPM*		
B.	BALLAND			
D. C	BARBIER BAVADA	MODELISATION MATHEMATIONE ET CALCUL SCIENTIEIONE		
G.	BERGER (Mile)	PHYSIQUE DE LA MATIERE		
с. М.	BETEMPS	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE		
J.M.	BLANCHARD	LAEPSI**		
C.	BOISSON	VIBRATIONS ACOUSTIQUES		
М.	BOIVIN	MECANIQUE DES SOLIDES		
H.	BOTTA			
G.	BOULAYE			
J. M	BRAU BDISSAUD			
M.	BRUNET	MECANIQUE DES SOLIDES		
J.C.	BUREAU	THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE		
J.Y.	CAVAILLE	GEMPPM*		
J.P.	CHANTE	COMPOSANTS DE PUISSANCE ET APPLICATIONS		
В.	CHOCAT	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL		
B.	CLAUDEL			
M. M	COUSIN			
NI. A	DOUTHEAU			
R.	DUFOUR	MECANIQUE DES STRUCTURES		
J.C.	DUPUY	PHYSIQUE DE LA MATIERE		
H.	EMPTOZ	RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION		
C.	ESNOUF	GEMPPM*		
L.	EYRAUD (Prof. Émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE		
G.	FANTOZZI			
M.	FAYET			
J.	FAVREL	DES SYSTEMES MANUFACTURIERS		
G.	FERRARIS-BESSO	MECANIQUE DES STRUCTURES		
Υ.	FETIVEAU	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE		
L.	FLAMAND	MECANIQUE DES CONTACTS		
Р.	FLEISCHMANN	GEMPPM*		
A.	FLORY	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION		
K. F	FOUGERES			
r. L	FRECON			
R.	GAUTHIER	PHYSIQUE DE LA MATIERE		
M.	GERY	CENTRE DE THERMIQUE		
G.	GIMENEZ	CREATIS***		
Р.	GOBIN (Prof. émérite)	GEMPPM*		
P.	GONNARD	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE		
M. D	GONTRAND COUTTE (Deof. Émórito)	COMPOSANTS DE PUISSANCE ET APPLICATIONS		
K. C	GRANCE			
G.	GUENIN	GEMPPM*		
M.	GUICHARDANT	BIOCHIMIE ET PARMACOLOGIE		
G.	GUILLOT	PHYSIQUE DE LA MATIERE		
А.	GUINET	GROUPE DE RECHERCHE EN PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE		
		DES SYSTEMES MANUFACTURIERS		
J.L.	GUYADER			
J.P. I M	GUYOMAK IOLION	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION		
J.M.	JULLIEN	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVII		
A.	JUTARD	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE		
R.	KASTNER	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL		
H.	KLEIMANN	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE		
J.	KOULOUMDJIAN	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION		
M.	LAGARDE			
IVI. A	LALANNE I ALLEMAND	VIEGANIQUE DES STRUGTURES		
A. M.	LALLEMAND (Mme)			
P.	LAREAL	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL		
А.	LAUGIER	PHYSIQUE DE LA MATIERE		
Ch.	LAUGIER	BIOCHIMIE ET PARMACOLOGIE		
Р.	LEJEUNE	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES		

•	LUDDECUT			
A.				
Y.	MARTINEZ			
н.	MAZILLE	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE		
Р.	MERLE	GEMPPM*		
J.	MERLIN	GEMPPM*		
J.P.	MILLET	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE		
М.	MIRAMOND	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL		
N.	MONGEREAU (Prof. Émérite)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL		
R.	MOREL	MECANIQUE DES FLUIDES		
Р.	MOSZKOWICZ	LAEPSI**		
Ρ.	NARDON	BIOLOGIE APPLIQUEE		
Α.	NAVARRO			
Δ	NOURI (Mme)	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE		
M	OTTERREIN			
ID	PASCALLT			
J.1. C	DAVIC			
G. 1				
J.	PERA			
G.	PERRACHON			
J.	PEREZ (Prof. Emerite)	GEMPPM*		
Р.	PINARD	PHYSIQUE DE LA MATIERE		
J.M.	PINON	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION		
D.	PLAY	CONCEPTION ET ANALYSE DES SYSTEMES MECANIQUES		
J.	POUSIN	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE		
Р.	PREVOT	GROUPE DE RECHERCHE EN APPRENTISSAGE, COOPERATION		
		ET INTERFACES MULTIMODALES		
R.	PROST	CREATIS***		
M.	RAYNAUD	CENTRE DE THERMIQUE		
J.M.	REYNOUARD	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL		
E.	RIEUTORD (Porf. Émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES		
J.	ROBERT-BAUDOUY (Mme)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES		
D.	ROUBY	GEMPPM*		
P.	RUBEL	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION		
Ċ	RUMFLHART	MECANIQUE DES SOLIDES		
UF	SACADURA			
н	SAUTERFAL			
S.	SCARVARDA			
D.	THOMASSET			
D. M	TROCCAZ			
D	INTEDDEINED			
K.	VEDON			
J.	VERUN			
G.	VIGIER			
A.	VINCENT WILLEDMOZ			
Р.	VUILLERMOZ	PHYSIQUE DE LA MATIERE		
Directeurs	de recherche C.N.R.S.			
Y.	BERTHIER			
Р.	CLAUDY	THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE		
N.	COTTE-PATTAT (Mme)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES		
Р.	FRANCIOSI	GEMPMM		
J.F.	GERARD	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES		
M.A.	MANDRAND (Mme)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES		
J.F.	QUINSON	GEMPMM		
A.	ROCHE	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES		
Directeurs	de recherche I.N.R.A.			
G.	BONNOT	BIOLOGIE APPLIQUEE		
G.	FEBVAY	BIOLOGIE APPLIQUEE		
S.	GRENIER	BIOLOGIE APPLIQUEE		
Y.	MENEZO	BIOLOGIE APPLIQUEE		
Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M.				
A.F.	PRINGENT (Mme)	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE		
I.	MAGNIN (Mme)	CREATIS***		

GEMPMM* : Groupe d'etude metallurgie physique et physique des matériaux LAEPSI** : Laboratoire d'analyse environnementale des procédés et systèmes industriels CREATIS*** : Centre de recherche et d'applications en traitement de l'image et du signal

A ma famille avec toute ma reconnaissance,

"Et pourtant, elle tourne..." Galileo Galilei

AVANT PROPOS

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire de Conception et d'Analyse des Systèmes Mécaniques (CASM) de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, sous la direction de Monsieur le Professeur D. PLAY que je tiens à remercier de m'avoir accueilli dans son Laboratoire, de m'avoir guidé et conseillé tout au long de ce travail, et, avant tout, de m'avoir fait confiance pour mener à bien ces travaux de recherche.

Cette étude s'inscrivant dans le cadre d'un partenariat recherche - industrie, je souhaite vivement remercier Monsieur G. LENEVEU du Groupe PSA Peugeot Citroën de m'avoir apporté un soutien constant et de nombreux conseils pour orienter les travaux en évitant les habituels conflits d'intérêts entre recherche scientifique et réalité industrielle.

Je désire également exprimer mes plus sincères remerciements à Mademoiselle A. BOURDON du Laboratoire CASM, pour sa gentillesse, sa disponibilité et pour toutes les discussions, parfois "métaphysiques", que nous avons eues.

Je suis très sensible à l'honneur que me font Messieurs les professeurs C. BOHATIER de l'Université de Montpellier II, et J.P. LALLEMAND de l'Université de Poitiers en acceptant de juger ce travail et d'en être rapporteurs et membres du jury.

Je souhaite également remercier Monsieur le Professeur J. GUILLOT de l'INSA de Toulouse pour l'importance qu'il accorde à mon travail en acceptant d'être membre du jury.

Je remercie tout particulièrement Madame C. CONTET du Laboratoire CASM pour son dévouement quasi maternel "alla Siciliana" et pour tous les écueils d'ordre administratif qu'elle m'a aidé à surmonter, et Monsieur P. SOLEILHAC qui m'a aidé à concevoir la plupart des dispositifs expérimentaux et sans qui mes relations avec le cambouis seraient restées très "superficielles".

J'adresse enfin mes remerciements à tous les membres du Laboratoire CASM et de PSA, ingénieurs, chercheurs, informaticiens, secrétaires pour leur sympathie et leur aide au cours des différentes phases de ce travail. J'ai également une pensée chaleureuse à l'adresse de ma famille et de mes amis pour leur soutien moral dans les moments difficiles.

INTRODUCTION GENERALE

Avec l'émergence des concepts d'Ingénierie Simultanée (ou Intégrée) et de Qualité Totale, la prévision du comportement des systèmes mécaniques dès la phase de conception des produits est devenue une des priorités majeures du Bureau d'Etudes. En effet, elle permet de quantifier les risques et parfois de les réduire considérablement. Cependant, la réalisation de modèles de prévision fiables et conformes aux exigences de qualité nécessite un passage systématique par une ou plusieurs phases de validation expérimentale.

Les progrès récents réalisés dans le domaine informatique ont permis d'augmenter considérablement la taille et la complexité des modèles numériques développés. Les modèles de type éléments finis sont probablement ceux qui ont le plus bénéficié de cette évolution des moyens de calcul. Les performances des ordinateurs les plus récents sont telles qu'il est devenu courant de manipuler des structures dont le maillage contient plusieurs dizaines de milliers de noeuds. Un tel effort de modélisation est en partie justifié par le fait que la Méthode des Eléments Finis (M.E.F) est une technique de modélisation fiable ayant déjà fait ses preuves sur la plupart des systèmes mécaniques "simples". Sont qualifiés ici de simples, les systèmes ne présentant pas de discontinuités géométriques ou physiques conséquentes (jeux de montage, soudures, boulonnerie, frottements de surfaces, ...) susceptibles d'introduire des non-linéarités de comportement importantes. Ces systèmes "simples" sont le plus souvent des cas d'études académiques qui ne se rencontrent que très rarement dans la réalité industrielle. Dans le cas de mécanismes complexes tels que les transmissions de puissance par engrenages, l'assemblage des différents composants technologiques conduit à des non-linéarités et des couplages importants. Le comportement de l'ensemble ne peut alors simplement se ramener à la somme des comportements des composants élémentaires. Ainsi, même si la validité du modèle de chaque élément est déjà parfaitement établie, celle du modèle assemblé est loin d'être acquise.

Dans le cadre général de la conception mécanique assistée par ordinateur, une grande partie des activités du Laboratoire CASM est dédiée à l'étude du comportement statique et dynamique des mécanismes de transmission de puissance par engrenages. En particulier, au cours des cinq dernières années, un partenariat avec le constructeur automobile PSA Peugeot-Citroën a abouti au développement de modèles globaux de comportement des boîtes de vitesses. Leur principale originalité est d'intégrer l'ensemble des couplages entre les différents composants technologiques (arbres de boîte, engrenages, paliers, carters) ainsi que les non-linéarités éventuelles introduites par les éléments de liaison (engrenages, paliers). Ces dernières sont prises en compte en statique. Pour les études dynamiques, le comportement est linéarisé autour du point de fonctionnement statique considéré auparavant. La validité de l'approche statique globale a déjà été établie expérimentalement par une mesure de déplacements sur un nombre raisonnable de points. Moyennant des procédures de discrétisation réalistes, les modèles sont supposés robustes et les extrapolations considérées comme bonnes. Pour ce qui est des modèles dynamiques, la complexité du système rend difficile la mise en oeuvre d'une campagne de recalage "classique" faisant appel aux procédures mathématiques décrites dans la bibliographie. En effet, la boîte de vitesses ne peut pas être "isolée" du reste de la chaîne de transmission de puissance et les essais doivent être réalisés sur un mécanisme sous charge et éventuellement en fonctionnement. De plus, le nombre de points de mesure accessibles est techniquement limité par la compacité du mécanisme et la rotation des différents organes. Une méthodologie de validation spécifique doit donc être mise en place. C'est l'objet de cette thèse.

Il est bien évident que cette méthodologie fait appel aux techniques numériques et expérimentales mises au point en dynamique des structures. Par contre, l'architecture spécifique des systèmes mécaniques de transmission de puissance par engrenages nécessite de nouveaux développements. Par exemple, les différents travaux de recherche réalisés sur ce type de mécanisme ces dix dernières années ont montré que les paliers à roulement jouent un rôle fondamental dans le comportement global du système. Ces éléments ont donc été modélisés avec précision en tenant compte de l'ensemble des interactions avec leur environnement (arbres, carter). Afin de valider expérimentalement cette approche, une mesure des efforts dynamiques transmis au carter doit être mise en place sans trop modifier l'environnement de fonctionnement. Par ailleurs, il est reconnu que l'excitation interne du système provient principalement du processus d'engrènement. Il est donc nécessaire de qualifier cette excitation et de mesurer la réponse directement sur les parties tournantes (arbres). Une mesure d'erreur de transmission a donc été retenue en plus des mesures traditionnelles d'accélérations sur les parties fixes (carters).

Ainsi cette thèse va être présentée en quatre chapitres. Le *premier chapitre* est une synthèse bibliographique regroupant l'ensemble des connaissances nécessaires à la définition d'une campagne de validation expérimentale adaptée au système mécanique complexe étudié. La méthodologie générale du recalage de modèles est présentée, suivie par un état des lieux sur le comportement global des transmissions de puissances par engrenages. En conclusion du chapitre, une fois les paramètres et les zones sensibles du système identifiés, une démarche de validation spécifique est proposée.

L'ensemble des moyens numériques et expérimentaux existants ou développés dans le cadre de cette thèse sont présentés au *deuxième chapitre*. Dans une première partie, les modèles globaux mis en place au laboratoire pour simuler le comportement dynamique des boîtes de vitesses sont décrits point par point (prise en compte des différents éléments technologiques, modélisation de l'excitation générée par les engrenages). La seconde partie est consacrée aux outils de mesure permettant d'accéder aux différents paramètres d'observation retenus pour valider le modèle numérique (efforts aux roulements, erreur de transmission des engrenages). Enfin dans une troisième partie, une synthèse bibliographique des différentes techniques d'analyse modale expérimentale est proposée.

La mise en oeuvre de la campagne de validation est présentée dans les deux derniers chapitres. Le *troisième chapitre* est consacré à l'étude de la chaîne cinématique de la boîte de vitesses "à l'arrêt". Partant des arbres isolés, les différents éléments technologiques sont assemblés au fur et à mesure jusqu'à aboutir au système complet. Au *quatrième chapitre*, la boîte de vitesses est alors étudiée dans des conditions de fonctionnement réalistes simulées sur banc d'essais.

CHAPITRE I :

POSITION DU PROBLEME

La volonté de réduire le bruit et les vibrations des boîtes de vitesses est à l'origine des études lancées par les bureaux d'études depuis plusieurs années. La validation des modèles numériques développés pendant cette période est une étape indispensable préalable à toute exploitation plus poussée à des fins d'optimisation, ou pour la conception de nouvelles architectures de boîtes.

Dans ce chapitre, la méthodologie générale de validation et de recalage de modèles numériques, et les principales méthodes utilisées en élastodynamique sont brièvement décrites. Un bilan des connaissances acquises dans le domaine des transmissions de puissance par engrenages est alors présenté. Il aboutit à la proposition d'une démarche de validation expérimentale spécifique adaptée au cas étudié et aux objectifs poursuivis.

I. Validation expérimentale : généralités

I.1. Introduction

La validation expérimentale intervient à différents niveaux de la conception d'un produit. Sur le prototype réel, elle permet de vérifier que le cahier des charges fonctionnel a été respecté (tenue mécanique, confort acoustique, ...). Sur le prototype virtuel (modèle numérique), elle assure que ce dernier fournit une bonne image de la réalité et peut être exploité, en lieu et place du prototype réel, pour optimiser le produit ou en concevoir un nouveau. En pratique, la vérification des performances sur prototype réel ne sera jamais totalement supprimée mais pour réduire les coûts et les délais, elle doit être réalisée à un stade où le risque de remettre en cause toute la conception est minimal.

Dans le même ordre d'idées, il est souhaitable que la validation du prototype numérique n'ait pas à être effectuée à chaque évolution du produit. Elle doit donc permettre d'établir des règles générales de modélisation afin de posséder des modèles numériques robustes et fiables.

D'une manière générale, la validation d'un modèle nécessite une intégration homogène des fonctions "calculs" et "essais". Ces deux fonctions sont complémentaires et pratiquement indissociables. En effet, une vérification exclusivement expérimentale est peu conseillée à cause des limitations inhérentes aux essais, notamment dans la compréhension des phénomènes. Une vérification par le calcul seul est souvent insuffisante compte tenu des imprécisions des modèles, notamment pour la représentativité des liaisons. L'approche "calculs / essais" est généralement la meilleure solution et permet de tirer le maximum d'enseignement des mesures expérimentales.

I.2. Processus de validation et de recalage de modèles numériques

Avant toute chose, il convient de souligner que les notions de validation et de recalage sont étroitement liées en ce sens que la validation figure parmi les objectifs du recalage. Dans un premier temps, on s'attachera donc à décrire la méthodologie générale du recalage sans tenir compte de ses objectifs particuliers.

S'il n'existe pas de méthode de recalage universelle, il se dégage toutefois une démarche commune à toutes les méthodes (Figure 1.1).



Ce synoptique fait apparaître la nécessité d'une bonne intégration des fonctions modélisation et expérimentation. Cette intégration est réalisée à l'aide de trois fonctions complémentaires :

- la fonction préparation d'essais,
- la fonction comparaison calculs / essais,
- le bloc fonctionnel localisation / correction / réanalyse.

La **préparation des essais** et la modélisation doivent être réalisées conjointement afin de concilier au mieux leurs contraintes respectives. Dans le cas de modèles éléments finis, il peut être utile par exemple de faire coïncider certains noeuds du modèle avec les points de mesure. Les questions de savoir où doivent être positionnés les capteurs et excitateurs éventuels, et quel doit être leur nombre minimal nécessaire sont également d'une grande importance pour la qualité des résultats du recalage. Pour y répondre, il est possible de s'appuyer sur des études de sensibilité du modèle non recalé en supposant que ce dernier est déjà globalement représentatif du modèle physique associé. Ces études préalables peuvent aussi servir à identifier les paramètres de conception et de fonctionnement les plus influents afin de mieux cibler les campagnes d'essais.

La **comparaison des calculs et des essais** nécessite la définition de critères permettant de quantifier la distance entre les résultats numériques et expérimentaux. En dynamique, parmi les critères de comparaison de données modales les plus usuels, on peut citer :

- fréquences et déformées modales,
- MAC (Modal Assurance Criterion),
- distributions des énergies modales,
- paramètres modaux effectifs.

L'efficacité de ces critères dépend fortement de la "quantité" et de la qualité des résultats expérimentaux disponibles. Par exemple, la détermination des déformées modales exige un nombre de points de mesure d'autant plus important que la structure étudiée est complexe. Ainsi, dès que l'on s'intéresse à des mécanismes compacts donc difficiles à instrumenter, la plupart de ces critères deviennent inapplicables. L'écart calculs / essais doit alors être évalué par d'autres moyens. Cet aspect sera précisé ultérieurement dans le cadre plus spécifique de l'étude de la boîte de vitesses.

Les fonctions **localisation**, **correction** et **réanalyse** sont intégrées dans un schéma itératif. La localisation consiste à identifier les paramètres et les zones du modèle "responsables" de l'écart observé entre les résultats numériques et expérimentaux. Elle est généralement réalisée par des méthodes de sensibilité ([48], [54]). La correction du modèle se limite généralement aux seuls paramètres identifiés précédemment. Elle s'appuie essentiellement sur des méthodes d'optimisation par minimisation de fonctions objectif exprimées sous forme de résidus ([47]). Au cours de la phase de réanalyse, il faut recalculer les différentes résultats numériques nécessaires au "rebouclage" sur la comparaison calculs / essais. En cas de non convergence du processus ou lorsque les corrections à apporter aux paramètres deviennent incohérentes (aucune signification physique, modification trop importante de la structure initiale, ...), il peut être nécessaire de revenir sur certaines options de modélisation notamment dans les zones du modèle localisées préalablement.

Ainsi, le recalage de modèle peut être considéré comme un processus itératif à deux niveaux. Au premier niveau, le recalage n'agit que sur certains paramètres de conception locaux tels que des masses, des rigidités, des inerties de section, etc... Lorsque ce premier niveau ne suffit pas, il faut envisager des modifications plus en amont, c'est-à-dire qu'il faut revoir certaines hypothèses de modélisation (linéarité, conditions limites, ...). Si le premier niveau peut être plus ou moins automatisé, le deuxième nécessite quant à lui l'intervention manuelle de l'ingénieur aidé en cela par son expérience personnelle et sa connaissance du système.

I.3. Le recalage : un cas particulier de l'identification paramétrique

L'objectif de ce paragraphe n'est pas de présenter de manière détaillée les différentes méthodes de recalage existant à ce jour. Il s'agit plutôt d'exposer leurs principales caractéristiques et de mettre en évidence leurs avantages et inconvénients.

Les méthodes de recalage peuvent être décrites dans le cadre plus général de l'identification paramétrique. En effet, l'identification structurale est une technique de couplage entre données calculées et mesurées permettant l'élaboration d'un modèle mathématique. Pour construire ce modèle, deux voies sont envisageables :

- la première voie dite d'<u>analyse</u> est basée sur la construction d'un modèle de connaissance (ex : modèle éléments finis) établi à partir d'un dossier d'étude. Cette voie est légitime dans le cas où les phénomènes physiques mis en jeu sont connus et correctement modélisables. L'identification intervient alors comme un complément permettant d'évaluer certaines caractéristiques dynamiques actuellement non accessibles par calculs, ou de corriger certaines approximations ou incertitudes du modèle initial. Cela correspond donc à du recalage de modèles,
- la seconde voie dite d'<u>identification pure</u> consiste à construire un modèle de représentation à partir des seuls essais. Ces essais consistent à exciter la structure par des forces extérieures (entrées) et à mesurer les réponses correspondantes (sorties). L'analyse des relations entre réponses et excitations fournit un modèle expérimental (ex : modèle modal, modèle ARMA, ...). Dans cette démarche la forme des relations est à priori supposée connue et résulte généralement d'une analyse globale des différents types de relations intervenant dans la structure considérée. Un tel modèle permet ultérieurement des calculs prévisionnels plus restreints que ceux permis à partir du modèle de connaissance. Cette voie peut toutefois être la seule possible dans le cas de structures très imprécis.

Les problèmes d'identification paramétrique sont traités par des méthodes classiques d'optimisation linéaire (ou non linéaire) par minimisation d'une fonction objectif avec contraintes sur les paramètres. On peut classer les différentes méthodes en deux familles selon la nature des paramètres contrôlés. Les **méthodes globales** agissent sur des paramètres purement mathématiques n'ayant aucune signification physique explicite. Elles peuvent par exemple modifier certains termes d'une matrice de rigidité sans se soucier de la connectivité des éléments. Il est alors impossible de savoir à quelle caractéristique physique ou géométrique (module d'élasticité, coefficient de Poisson, diamètre, épaisseur,...) cela correspond. Au contraire, les **méthodes locales** agissent sur des paramètres physiques de la structure ce qui permet de respecter l'intégrité et la connectivité du modèle initial.

Les tableaux suivants présentent pour chaque méthode, le principe général, la formulation mathématique du problème, les avantages et inconvénients. Ces différentes méthodes sont plus amplement détaillées dans la bibliographie ([47]).

METHODES GLOBALES

Méthode	Principe	Formulation mathématique	Avantages	Inconvénients
Baruch M. Bar Itzack	Correction des matrices M puis K à partir des solutions propres	$\begin{split} Min_{M} h &= \left\ M^{(a)^{-1/2}} \left[M - M^{(a)} \right] M^{(a)^{-1/2}} \right\ ^{2} \\ sous contraintes : \\ {}^{T}Y^{(m)} M Y^{(m)} &= I_{m} ; M = {}^{T}M \\ où M &= M^{(a)} + \Delta M \\ Min_{K} h &= \left\ M^{(a)^{-1/2}} \left[K - K^{(a)} \right] M^{(a)^{-1/2}} \right\ ^{2} \\ sous contraintes : \\ K Y^{(m)} - M Y^{(m)} \Lambda^{(m)} &= 0 ; {}^{T}Y^{(m)} K Y^{(m)} = \Lambda^{(m)} \\ où K &= K^{(a)} + \Delta K \text{ et } K = {}^{T}K \end{split}$	 + pas d'appairage + formulation explicite + un seul pas de calcul 	 connectivité non respectée apparition de modes supplémentaires dans la bande fréquentielle des m modes ne tient pas compte des incertitudes expérimentales sur les solutions propres nécessité de condensation ou d'expansion
Kabe Smith Beatie	Correction des matrices M et K à partir des solutions propres + contraintes sur la connectivité	$\begin{split} Min_{K} h &= \left\ D^{(a)^{-1}} \left[K - K^{(a)} \right] D^{(a)^{-1}} \right\ _{F}^{2} \dots \\ & \dots + \left\ \left[KY^{(m)} - MY^{(m)} \Lambda^{(m)} \right] P \right\ _{F}^{2} \end{split}$ sous contraintes : $K &= {}^{\mathrm{T}}K \text{ ; connect.} [K] = \text{ connect.} [K^{(a)}]$ et où $D &= \text{diag} \{ K_{ia}^{(a)^{1/2}} \} \text{ ;}$ P &= matrice de pondération diag. positive	 + exploitation de vecteurs propres non normés + tient compte des incertitudes sur les solutions propres 	 taille du système à résoudre sous la contrainte de connectivité rapidement prohibitive nécessité de condensation ou d'expansion

METHODES LOCALES

Méthode	Principe	Formulation mathématique	Avantages	Inconvénients
Baruch M. Bar Itzack	Correction basée sur les solutions propres Formulation en raideur dynamique Minimisation des forces modales d'erreur	$\begin{split} & \text{Min}_{x} \ h \ = \ \left\ \ P^{1/2} \ r^{i} \left(x^{(i)} \right) \right\ _{2}^{2} \\ & \text{sous contraintes :} \\ & x^{(i)}_{\text{inf}} \ \leq \ x^{(i)} \leq \ x^{(i)}_{\text{sup}} \\ & \text{où}: \ x^{(i)} \ = \ t \left\{ \ \dots \ k^{(i)}_{s} \ \dots \ ; \ \dots \ m^{(i)}_{u} \ \dots \ \right\} \ \in \ R^{n,1} \ : \\ & \text{vecteur adimensionnel des correcteurs de sous-domaines} \\ & \text{et}: \ r^{(i)}_{v} \ = \ \left[Z^{(i)}_{v} \right] y^{m}_{v} \ : \text{vecteur des forces modales} \\ & \text{d'erreur du mode v, à l'itération i} \end{split}$	 + pas d'appairage + exploitation de vecteurs propres non normés + très bonne sensibilité aux défauts locaux + expansion inclue dans l'optimisation paramétrique 	 coût numérique assez élevé faible robustesse vis à vis des incertitudes sur les données mesurées nécessité d'expansion des vecteurs propres donc nombre de capteurs important
ENSET (Cachan) P. Ladevèze	Correction basée sur les solutions propres Formulation reposant sur l'erreur en loi de comportement	$\begin{array}{rcl} Min_{u:v} \ h \ = \ {}^{t} \left(u - v \right) \ K^{(a)} \left(u - v \right) \ \dots \\ & \dots \ + \ \alpha \ {}^{t} \left({}_{1} v {}_{-1} \underline{v} \right) \ K^{(a)} \left({}_{1} v {}_{-1} \underline{v} \right) \\ o \grave{u} : \\ u \ ; \ v \ \in \ R^{C,1} \ \text{ solutions de } \ K^{(a)} u \ = \ \underline{\lambda} \ M^{(a)} v \\ & \underline{\lambda} \ ; \ \underline{v} \ \text{ solutions de } \left[K^{(a)} \ + \ \Delta K \ - \ \underline{\lambda} M^{(a)} \right] v \ = \ 0 \\ & _{1} \underline{v} \ \in \ R^{c,1} \ \text{restriction de } \underline{v} \ \in \ R^{C,1} \ \text{aux c ddl observés} \end{array}$	 + pas d'appairage + pas d'exploitation de masses généralisées + taille du problème réduite + robustesse vis à vis des incertitudes contenues dans <u>1v</u> 	 processus reposant exclusivement sur la qualité du vecteur (u-v)
DORNIER Systems; J.P.L.; R.A.E.; L.M.A.; L.M.S.; 	Résolution itérative Résidu formé à partir des différences de solutions propres (sorties)	$\begin{split} Min_{x^{(r)}} h^{(r)} &= {}^{t}r^{(r)} \left(x^{(r)}\right) P^{(r)} r^{(r)} \left(x^{(r)}\right) \dots \\ & \dots &+ {}^{t}x^{(r)} P_{x}^{(r)} x^{(r)} \end{split}$ sous contrainte : $k_{i \text{ inf}} \leq k_{i} \leq k_{i \text{ sup}} ; m_{j \text{ inf}} \leq m_{j} \leq m_{j \text{ sup}} \end{split}$	 + pas d'expansion ni de condensation + fonctionne sur un nombre c très réduit de ddl observés + minimisation sur les sorties donc bonne robustesse par rapport aux incertitudes de mesures 	 sensible à la qualité de l'appairage méthode inadaptée aux cas de distances importantes entre modèle initial et réalité problèmes en cas de valeurs propres multiples
Université KASSEL; INTESPACE; L.M.A.;	Résolution itérative Résidu mixte entrées-sorties	$\begin{split} & \text{Min}_{x^{(r)}} \ h^{(r)} \ = \ \sum_{q=1}^{3} {}^{t} \epsilon_{q}^{(r)} \ P_{q}^{(r)} \ \epsilon_{q}^{(r)} \ + \ x^{(r)} \ P_{4}^{(r)} \ x^{(r)} \\ & \text{sous contrainte :} \\ & k_{i \ inf} \ \le \ k_{i} \le \ k_{i \ sup} \ ; \ m_{j \ inf} \ \le \ m_{j} \le \ m_{j \ sup} \\ & \text{où} : \ \epsilon_{q}^{(r)} \ = \ A_{q}^{(r)} \ x^{(r)} \ - \ b_{q} \\ & P_{q}^{(r)} \ , \ q = \ 1 \ (1) \ 4 \ \text{matrices de pondérations} \\ & \text{définies positives} \end{split}$	 + pas d'appairage + exploitation de vecteurs propres non normés + pas de linéarisation des distances entre solutions propres et paramètres de recalage 	 nécessité d'expansion itérative des vecteurs propres à la dimension du modèle donc nombre important de capteurs et choix optimal des ddl observés

I.4. Conclusion

Il serait irréaliste de considérer qu'il existe ou existera une unique méthode de correction de modèles en élastodynamique. Suivant la spécificité du cas considéré (valeurs initiales des distances entre modèle et structure, corrections locales ou globales, densité spectrale, nombre de points d'observations, ...) et suivant les objectifs visés (amélioration de la représentativité du modèle, validation du modèle avec restitution par calcul des résultats de mesures, optimisation de la structure, utilisation de modèles recalés de sous-structures pour la prévision du comportement du système ...), une méthode s'avérera mieux adaptée qu'une autre. Il faut noter qu'à l'origine, le recalage de modèle a été développé pour améliorer les modèles de comportement dynamique de structures complexes et coûteuses. Aujourd'hui, notamment dans le secteur de l'automobile, le recalage est envisagé pour obtenir des règles de modélisation de ces structures.

Quelle que soit la méthode choisie, il est nécessaire de prendre en compte les objectifs du recalage, à la fois lors de l'établissement du modèle et de la préparation des essais, et de maîtriser de façon homogène la qualité des calculs et des essais. C'est pourquoi le facteur le plus limitatif, commun à toutes les méthodes, est le nombre de points de mesures disponibles. Ce dernier doit être suffisant pour permettre l'identification des modes recherchés. Un positionnement incorrect peut conduire à mal identifier un mode ou même à l'oublier complètement s'il n'est pas correctement mesuré ou excité. De plus, la position des capteurs doit permettre de différencier les modes identifiés de manière à éviter des problèmes lors des éventuels traitements numériques ultérieurs (localisation paramétrique, correction, ...).

Un autre facteur restrictif du recalage concerne la non unicité des solutions. Le problème à résoudre est souvent un problème algébrique non linéaire, sous-déterminé, de solution non triviale et non unique, même pour les modèles basiques. Une manière simple d'illustrer cela est de considérer le problème d'ajustement de la fréquence de résonance d'un système masse-ressort. Pour augmenter la fréquence de résonance, on peut soit augmenter la raideur du ressort soit diminuer la masse. Ce sont généralement les contraintes sur les paramètres qui permettent de trancher (masse du système fixée, ...). Il y a donc au moins autant de solutions qu'il y a de contraintes admissibles.

Ainsi, les différentes méthodes de recalage répertoriées dans la littérature sont pour la plupart inadaptées aux besoins d'un contexte industriel. Elles se heurtent le plus souvent à des difficultés d'ordre expérimental (accessibilité, représentativité des mesures, ...). Aucune des méthodes numériques présentées ne peut être retenue pour cette étude et il est donc nécessaire d'aborder le problème par une approche moins "mathématique", et plutôt orientée sur la compréhension des phénomènes mécaniques mis en jeu (nature des excitations, transmission des vibrations, ...).

II. Boîtes de vitesses : état des connaissances

La définition d'une méthodologie de validation et de recalage nécessite une bonne connaissance du système considéré. L'objectif de cette deuxième partie est donc de se familiariser avec les boîtes de vitesses, leur rôle, leur fonctionnement. Les différents organes de la transmission et leurs principales caractéristiques de comportement dynamique sont également présentés afin d'identifier les zones sensibles du système, c'est-à-dire les zones privilégiées de validation du modèle numérique.

II.1. Présentation des boîtes de vitesses

II.1.1. Généralités

Une boîte de vitesses est un **transformateur** mécanique qui permet d'adapter les conditions de fonctionnement du **moteur** à celles des roues motrices (**récepteur**). Cette adaptation est définie par des relations simples liant 4 grandeurs de base : le travail, la puissance, le couple et la vitesse.

Si C et ω désignent respectivement le couple et la vitesse de rotation, alors la puissance P est définie par la relation: $P = C \times \omega$.



Une voiture schématisée par le système {moteur - boîte - roues - carrosserie} est le siège de plusieurs forces (Figure 1.2):

- des forces de propulsion au contact pneumatique route
- des forces résistantes dues à l'aérodynamique du véhicule, aux frottements au contact des pneumatiques, à la pente de la route.

Ces différentes forces peuvent se traduire en terme de puissance : P = $\frac{\frac{\text{travail}}{F \times L}}{t} = F \times V$,

où L est le déplacement de l'ensemble du véhicule pendant le temps t ; V est donc sa vitesse.

Ainsi un véhicule est-il caractérisé par un réseau de courbes, appelées **courbes de puissance consommée** (Figure 1.3). Pour un objectif de performance donné, ces courbes permettent de déterminer la puissance minimale du moteur qu'il faudra installer dans la voiture en tenant compte du rendement de la liaison cinématique. Pour cela, il est nécessaire de les transposer au niveau de la liaison vilebrequin - arbre d'entrée de boîte. Après conversion de la vitesse linéaire V (km/h) du véhicule en vitesse de rotation N (tr/mn) de la roue, et en supposant une liaison directe entre le vilebrequin et la roue, donc une vitesse de rotation commune, on obtient la courbe B (Figure 1.4). En portant sur le même graphique la courbe de puissance du moteur (courbe A), on définit deux surfaces ou **espaces** :

- zone I : espace du besoin du récepteur,
- zone II : espace du moteur.

Ces deux surfaces n'ayant aucun point commun, le système ne peut fonctionner d'où la nécessité d'introduire une boîte de vitesses qui se traduit dans les équations par un coefficient

 $k = \frac{N}{\underset{arbre d'entrée}{N}} qui, dans le cas présent augmente la vitesse de l'arbre d'entrée de la boîte$

pour la rendre compatible avec celle du moteur et inversement diminue le couple à délivrer par le moteur (courbe C) :

- zone III : espace commun entre le récepteur et le moteur, appelé espace d'utilisation.



Dans le cas d'un véhicule automobile, le besoin du récepteur ne peut généralement pas être couvert par un seul rapport k. L'espace d'utilisation est donc couvert :

- 1) par l'embrayage pour la phase transitoire du démarrage
- 2) par plusieurs rapports de réduction suivant la qualité de la couverture recherchée (Figure 1.5.a), ou mieux par un variateur continu (Figure 1.5.b).



Le même raisonnement peut être fait sur le couple (Figure 1.6). Suivant la valeur du coefficient k, il est possible de générer un couple adapté aux besoins. En fait, la boîte de vitesses est en tout premier lieu un adaptateur de couple, assimilable à ce qu'est un transformateur de tension en électricité.



II.1.2. Fonctionnement d'une boîte de vitesses à commande manuelle

Il existe de nombreux types de boîtes de vitesses qui se distinguent essentiellement par les différentes solutions technologiques adoptées pour réaliser les liaisons entre l'arbre d'entrée, les engrenages et l'arbre de sortie. On se contentera ici de présenter la boîte de vitesse étudiée dans le cadre de ce travail; le lecteur pourra se référer au document [36] pour de plus amples informations.

La boîte de vitesses étudiée (boîte BE) est destinée à des véhicules automobiles de gamme moyenne (puissance inférieure à 70 kW). Il s'agit d'une boîte à commande manuelle à cinq rapports, à deux arbres et avec engrenages en prise constante. Comme le montre la Figure 1.7, la puissance motrice est appliquée en entrée de boîte sur l'**arbre primaire**. Ce dernier porte tous les pignons moteurs qui sont continuellement en prise avec l'ensemble des pignons récepteurs, lesquels sont disposés sur l'arbre récepteur appelé **arbre secondaire**. Dans la suite du texte, les pignons récepteurs seront parfois simplement appelés **roues** pour les distinguer des pignons moteurs qui garderont la dénomination de **pignons**. A chaque rapport de boîte correspond un couple d'engrenages (pignon + roue); il y en a donc cinq plus un sixième faisant la liaison entre l'arbre secondaire et le différentiel du **pont**.



Au point mort, les arbres primaire et secondaire sont désolidarisés. En effet, pour chaque couple d'engrenages l'un des deux pignons est libre de tourner sur son arbre ; c'est le "pignon fou". Sur la boîte BE, les pignons fous des deux premiers rapports sont sur l'arbre secondaire alors que les trois autres sont sur l'arbre primaire.

L'enclenchement d'un rapport consiste à rendre solidaires les pignons fous et leur arbre. Cette liaison se fait par l'intermédiaire d'un manchon de crabotage M, pièce liée en rotation à l'arbre du pignon fou, mais pouvant être déplacée latéralement pour permettre l'engagement des crabots C_p et C_m du pignon fou et du manchon. L'engagement des crabots impose l'égalité des vitesses du pignon et du manchon ; il doit donc se faire à l'arrêt ou par mise à niveau du régime moteur par le conducteur. Des dispositifs complémentaires dits "synchroniseurs" (Figure 1.8) ont été développés pour que cette opération soit facilitée en toute circonstance ([36]).

La marche arrière (MA) est un rapport particulier qui nécessite un étage de réduction supplémentaire pour inverser le sens de rotation en sortie de boîte. Elle est installée au voisinage de la première sur le manchon du synchroniseur mais ne bénéficie pas d'un



synchroniseur propre d'où les habituels problèmes de "craquements" lors du passage de la MA avant arrêt de la rotation de l'arbre primaire.

II.1.3. Problèmes vibratoires et acoustiques des boîtes de vitesses

Les boîtes de vitesses, comme la plupart des mécanismes, génèrent des vibrations et donc du bruit lors de leur fonctionnement. La complexité et la diversité des liaisons entre les nombreuses pièces du mécanisme sont à l'origine d'un comportement vibro-acoustique tout aussi complexe. Parmi les différents bruits caractéristiques des boîtes de vitesses en fonctionnement "normal", les plus perceptibles sont :

- le bruit de grenaille (ou graillonnement) : ce bruit provient des chocs de denture sur les couples d'engrenages qui ne transmettent pas la puissance (c'est-à-dire ceux pour lesquels le pignon fou n'est pas craboté) et résulte d'un défaut de filtrage de l'acyclisme moteur dû aux forces d'explosion du moteur sous pleine charge. Une bonne idée de ce bruit est donnée par oscillation manuelle de l'arbre primaire d'une boîte seule, hors véhicule. Comme tous les bruits de chocs et de par son caractère aléatoire (voire chaotique), il se traduit par un spectre d'émission acoustique chargé à toute fréquence, proche de celui d'un bruit blanc.
- le bruit de sirène (ou sirènement) : il est essentiellement lié à une variation de l'effort transmis à l'interface d'engrènement des différents engrenages impliqués dans la chaîne de puissance de la boîte. Contrairement au bruit de grenaille, son spectre est concentré sur la fréquence d'engrènement et ses harmoniques ce qui se traduit d'un point de vue sonore par un sifflement qui peut être modulé en amplitude et en fréquence d'où l'analogie avec le bruit d'une sirène. A titre d'exemple, le bruit de sirène est particulièrement perceptible en marche arrière.

Cette étude est essentiellement orientée sur la compréhension des mécanismes de génération, de propagation et d'émission du bruit de sirène ; l'objectif étant à terme de le réduire pour améliorer le confort vibro-acoustique des automobiles. L'existence d'une relation de cause à effet entre les comportements vibratoires et acoustiques des systèmes mécaniques est depuis longtemps reconnue par l'ensemble des spécialistes. Une analyse du comportement vibratoire peut donc, dans certains cas, suffire à une bonne compréhension du comportement acoustique.

Les nombreux travaux de recherche menés sur le comportement dynamique des transmissions par engrenages ([4], [10], [14], [32], [71], [81]) ont montré que l'engrènement peut être considéré comme la source principale d'excitation du système. S'il est difficile d'expliquer simplement le mécanisme de génération du bruit par l'engrènement ([76], [92]), il est toutefois possible de distinguer deux voies de propagation principales. La première, dite **voie aérienne**, est la plus directe : les ondes vibratoires mécaniques créent un champ de pression dans le fluide environnant (l'air) qui se traduit par un rayonnement acoustique. La deuxième, dite **voie solidienne**, met en jeux les différents éléments du système : les vibrations se transmettent le long de la structure en subissant une amplification lorsqu'un mode propre est excité ou une atténuation dans le cas contraire. Dans tous les cas, cette propagation des vibrations s'accompagne d'un rayonnement acoustique de toute la structure tant au niveau des liaisons présentant des jeux susceptibles de provoquer des chocs entre pièces, qu'au niveau des éléments de confinement du système généralement constitués par des structures minces à fort facteur de rayonnement acoustique.

Lorsque l'on étudie le comportement vibro-acoustique d'un système, il faut donc porter une attention particulière aux principales sources d'excitation, aux éléments de liaison et aux éléments de confinement du système; dans le cas de la boîte de vitesses il s'agit respectivement des engrenages, des roulements et des carters. Ces différents éléments ainsi que leurs principales caractéristiques dynamiques sont décrits au paragraphe suivant.

II.2. Les principaux organes d'une boîte de vitesses et leurs caractéristiques dynamiques

II.2.1. Les engrenages

L'engrenage est l'organe de transmission de puissance par excellence : il répond parfaitement aux exigences de rendement, de précision et de puissance spécifique imposées dans les architectures mécaniques modernes. Depuis peu, les critères de confort acoustique et de tenue vibratoire sont à l'origine d'une nouvelle pression technologique sur ce composant. L'engrènement apparaît alors comme la source principale d'excitation, tant sonore que vibratoire.

Le bruit d'engrènement et l'erreur de transmission (*cf. Chap. II, § I.3.2*) sont les grandeurs utilisées pour caractériser les nuisances sonores et définir le niveau vibratoire d'une transmission par engrenages. Ces grandeurs ainsi que leurs moyens de mesure respectifs sont largement décrits dans la littérature ([4], [76], [75]).

Si les différents mécanismes de génération du bruit d'engrènement sont encore à ce jour peu ou mal connus, de nombreuses études expérimentales ([4], [76]) ont permis de dégager un certain nombre de paramètres influents et de déterminer leurs effets. Ces paramètres peuvent être groupés en trois grandes familles :

- les paramètres de conception : géométriques (rapport de conduite, rapport de recouvrement, entraxe, corrections de dentures) ou physiques (rigidité d'engrènement),
- les paramètres liés aux défauts de fabrication et de montage : erreurs de forme (distorsion de profil, états de surface) et erreurs de position (désalignements, erreur de pas, défauts d'entraxes, excentricités),
- les paramètres de fonctionnement (couple, vitesse, rapport engagé, température, ...).

Une brève présentation de l'influence de ces paramètres est proposée dans cette partie afin de fournir quelques éléments de réponse aux questions qui pourront se poser dans la suite de ce travail et notamment lors de l'exploitation des résultats expérimentaux.

II.2.1.1. Influence des paramètres de conception des engrenages sur leur comportement

a) Rapport de conduite \mathcal{E}_{α} et rapport de recouvrement \mathcal{E}_{β}

Le rapport de recouvrement ε_{β} et dans une moindre mesure le rapport de conduite ε_{α} , qui caractérisent tous deux le nombre moyen de dents simultanément en prise (Figure 1.9), sont connus dans la littérature comme des paramètres déterminants pour la réduction du bruit d'engrènement et des vibrations.



Les résultats expérimentaux obtenus par *Drago* ([19]) montrent qu'un ajustement du rapport de recouvrement peut conduire à une réduction du niveau sonore de 25 dB (Figure 1.10). Le rapport de conduite quant à lui, n'est pas aussi influent ; toutefois *Mitchell* ([61]) a montré que les valeurs entières de ε_{α} conduisent à des niveaux vibratoires plus faibles ce qui

peut s'expliquer par le fait que dans ce cas particulier le nombre de couples de dents en contact reste constant pendant le fonctionnement.



b) Corrections de dentures

Le label "corrections de dentures" regroupe l'ensemble des modifications volontaires effectuées sur les dentures pour améliorer leur comportement mécanique. Leur vocation initiale est essentiellement l'amélioration du comportement quasi-statique ([32]), mais leurs effets sur les fluctuations de l'erreur de transmission les font apparaître comme un paramètre déterminant pour la maîtrise du comportement dynamique.

Les corrections les plus classiques sont effectuées suivant la largeur de denture (bombé et hélice) et suivant le profil. Les corrections de bombé sont introduites pour compenser les effets des désalignements en minimisant la délocalisation de la portée de denture et l'augmentation de la pression de contact qui en résulte. Les corrections d'hélice sont introduites sur les engrenages larges ou hélicoïdaux pour compenser l'évolution de l'angle de torsion suivant la largeur de denture et recentrer la portée sous charge. Les corrections de profil ont, quant à elles, deux fonctions essentielles :

- supprimer les contacts prématurés et donc les chocs à l'entrée de l'engrènement, ce qui permet d'assurer une mise en charge progressive de chaque couple de dents,
- diminuer les fluctuations de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge et donc les irrégularités de l'engrènement, en particulier pour les engrenages droits ou d'angle d'hélice faible.

Leurs effets sur le bruit rayonné et sur le comportement statique et dynamique des transmissions par engrenages sont attestés par de nombreux travaux expérimentaux. *Winter et al. ([95])* ont par exemple mis en évidence une zone de chargement privilégiée pour laquelle l'effet des corrections de denture sur le bruit rayonné est maximal. Cette charge, qualifiée de charge nominale de conception est telle que la déformation élastique introduite par le chargement est "exactement" compensée par l'erreur de transmission introduite par les

corrections de dentures. Certains résultats obtenus dans le cadre de l'étude de la boîte de vitesses vont dans le même sens (*cf. Chap. IV*).

Les différents types de corrections (longues ou courtes, linéaires ou paraboliques, bi ou tridimensionnelles, ...) et leurs effets relatifs sont explicités dans de nombreux ouvrages ([4], [76]) et ne seront donc pas détaillés.

c) Rigidité d'engrènement

La rigidité d'engrènement est le paramètre physique qui permet de caractériser et surtout de modéliser la liaison entre deux engrenages. Elle dépend essentiellement des caractéristiques géométriques et physiques des dentures et du corps de l'engrenage surtout lorsque ce dernier comporte une jante et un voile d'épaisseurs réduites. Cela est souvent le cas en aéronautique par souci de réduction des masses. Dans le domaine automobile, le corps des engrenages est généralement massif et on peut considérer que la rigidité d'engrènement est entièrement définie par la rigidité de denture.

La rigidité de denture est représentative de l'ensemble des déformabilités des dents en prise, c'est-à-dire du fléchissement mais également de l'écrasement dans la zone de contact. Il n'existe pas à notre connaissance de méthode suffisamment précise et fiable pour mesurer une rigidité de denture. Par contre, de nombreuses méthodes analytiques et surtout numériques (éléments finis, primes finis, équations intégrales, transformation conformes, ...) ont été développées pour la calculer ([4], [44], [67], [86], [88]). Ces différentes méthodes de calcul ont le plus souvent été validées indirectement par le biais de paramètres d'observation plus accessibles tels que les contraintes en pied de dent ([44]), l'erreur de transmission quasi-statique sous charge ou les isodéplacements obtenus par interférométrie Speckle ([4], [72]).



En fonctionnement et sous charge, ce sont les fluctuations de la rigidité globale d'engrènement qui sont reconnues comme responsables du caractère excitateur des engrenages.

Ces variations sont essentiellement dues à l'évolution du nombre instantané de dents en contact ou plus précisément de la longueur de la ligne d'action. La Figure 1.11 montre clairement l'intérêt d'utiliser des engrenages cylindriques hélicoïdaux plutôt que droits. En effet, dans le cas des engrenages droits, ($L_{max}-L_{min}$) s'annule uniquement pour les valeurs entières du rapport de conduite (a = 0 ou a = 1) alors que dans le cas des engrenages hélicoïdaux, ($L_{max}-L_{min}$) s'annule aussi pour les valeurs entières du rapport de recouvrement (b = 0 ou b = 1) ce qui offre un degré de liberté de conception supplémentaire.

La valeur moyenne de la rigidité d'engrènement varie suivant le type d'engrenage considéré. Les engrenages avec jante et voile ont généralement une rigidité d'engrènement plus faible que les engrenages à corps massif. A titre indicatif, dans le cas de la boîte de vitesse étudiée, on se situe aux environs de 4.0 10⁸ N/m. D'un point de vue expérimental, il est impossible d'étudier isolément l'influence de ce paramètre car cela suppose l'utilisation de plusieurs couples d'engrenages ayant des caractéristiques différentes. En revanche, il est très facile d'augmenter artificiellement la valeur de la rigidité d'engrènement dans un modèle numérique. Une étude présentée au *chapitre III* a ainsi montré qu'au delà d'une certaine valeur, les modes propres du système n'évoluent plus lorsque l'on augmente encore la rigidité d'engrènement.

Ce sont donc essentiellement les fluctuations de la rigidité d'engrènement qui confèrent son importance à l'engrenage et qui doivent être modélisées finement. Les différentes modélisations dynamiques proposées dans la littérature se distinguent justement par la manière de prendre en compte ces fluctuations. Nous reviendrons sur ce point au *chapitre II*.

II.2.1.2. Influence des paramètres de fabrication et de montage des engrenages

a) Erreurs de formes

Les *erreurs de profil* sont représentatives des écarts existant entre le profil théorique de la denture et le profil réel; le profil théorique pouvant être en développante de cercle, de forme parabolique ou présenter une dépouille s'il a subi une correction volontaire. Ces erreurs peuvent être générées lors de la fabrication ou au cours du fonctionnement par l'usure et la détérioration des profils. Elle peuvent être répétitives d'une dent à l'autre (ou sur un nombre entier de dents) et sont alors associées à l'émergence du pic d'engrènement et de ses harmoniques.

Les *états de surface* dépendent de la qualité du taillage des dentures. Les erreurs liées à la cinématique de la machine de taillage peuvent engendrer des ondulations sur le profil taillé ce qui se traduit par l'apparition de raies qualifiées dans la littérature de "raies fantômes" car elles ne sont reliées à aucune fréquence caractéristique du système. Certains auteurs ont cependant remarqué que les raies fantômes sont généralement localisées à des fréquences définies par le nombre de dents de la couronne de la machine de taillage et correspondent donc à un multiple entier de la fréquence de rotation ([73], [43]). Ils montrent également (Figure 1.12) que leur émergence est favorisée par le mode de finition des dentures (rectification) et est directement lié à la présence de défauts de très faible amplitude (quelques micromètres) mais parfaitement réguliers qui font ressortir des raies très énergétiques. Dans le domaine automobile, ces raies se révèlent particulièrement nuisibles puisque parfaitement situées dans le domaine audible et à un niveau comparable voire supérieur à celui de la raie fondamentale d'engrènement. Cet effet pénalise fortement les bénéfices apportés par les corrections de dentures.



b) Erreurs de position

Le défaut d'excentricité (ou erreur de faux rond) traduit la non concentricité entre l'axe du cylindre primitif de l'engrenage et l'axe de rotation de l'arbre auquel est lié l'engrenage. Il introduit une modulation d'amplitude harmonique à la fréquence de rotation de l'arbre ce qui se traduit par l'apparition de deux raies basse fréquence (fréquence de rotation de chaque arbre) et par des bandes latérales autour de la raie d'engrènement et de ses harmoniques. Ces bandes latérales se composent de plusieurs raies espacées de f_1 et f_2 (fréquences de rotation des arbres 1 et 2). A noter que les excentricités des engrenages et des arbres support peuvent se conjuguer avec plus ou moins de bonheur et conduire à des configurations de montage particulièrement bruyantes. *Rémond ([74])* a ainsi observé des écarts pouvant atteindre 5 dB sur le bruit d'engrènement.

L'erreur de pas caractérise, dans le plan apparent de l'engrenage, le défaut de localisation angulaire d'une dent par rapport à sa position théorique. Deux grandeurs représentatives de la qualité de réalisation d'un engrenage sont associées à cette erreur : l'erreur de pas individuelle et l'erreur de pas cumulée. L'erreur de pas individuelle est généralement considérée comme un défaut de type aléatoire dont les effets ne sont donc pas localisés en fréquence. En revanche, l'erreur de pas cumulée (cumul algébrique des erreurs de pas individuelles) conduit à une modulation basse fréquence (fréquence de rotation des arbres). Ses effets sont identiques à ceux associés aux défauts d'excentricité.

L'entraxe de fonctionnement est un paramètre de première importance qui agit directement sur le jeu de fonctionnement des engrenages et peut modifier complètement la géométrie du contact (localisation et forme de la portée au contact). Mitchell ([61]) signale ce paramètre comme étant particulièrement influent mais aucune étude ne conforte ces indications. Welbourn ([92], [93]) mentionne des résultats expérimentaux obtenus sur une boîte de transmission de camion qui est silencieuse avec un jeu minimum ou important et excessivement bruyante avec un jeu modéré. Rémond ([74]) a observé sur plusieurs couples d'engrenages droits, une réduction du bruit voisine de 10 dB pour une diminution de l'entraxe de seulement 0.1 mm (sur

un entraxe initial de 78 mm). Les variations d'entraxe au cours du fonctionnement (et leurs origines) sont donc à surveiller de près car elles auront des conséquences importantes sur le comportement dynamique global de la transmission.

Les *désalignements* ou défauts d'alignement peuvent être définis par deux angles : l'*angle d'inclinaison* θ_i , qui correspond à un écart angulaire dans le plan des deux axes de rotation des engrenages et l'*angle de déviation* θ_d dans un plan normal au précédent et parallèle aux axes (Figure 1.13). Ce dernier conduit à une délocalisation latérale des portées de denture. De nombreux travaux numériques et expérimentaux ([74], [80], [85], [87], [89]), ont permis de caractériser l'influence des désalignements sur les comportements statique et dynamique des transmissions par engrenages et ont notamment montré que la déviation exerce une influence plus grande que l'inclinaison. Certains auteurs ([88]) signalent que les désalignements favorisent l'émergence du deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement mais aucune tendance forte ne se dégage sur ce point, qui ne fait pas l'unanimité dans la bibliographie.



II.2.1.3. Influence des paramètres de fonctionnement des engrenages

Parmi les différents paramètres de fonctionnement, les plus importants sont le couple transmis par les engrenages et leur vitesse de rotation. Des travaux expérimentaux ([61]) ont montré que le niveau d'émission vibro-acoustique évolue de façon quasi-proportionnelle avec la puissance transmise (produit du couple par la vitesse) (Figure 1.14).

En complément, *Rémond ([74])* a étudié les effets dissociés de la vitesse et du couple. Les résultats obtenus ont montré que la vitesse est faiblement influente sur le niveau des harmoniques de la fréquence d'engrènement alors que son influence est déterminante sur le niveau global (RMS) du bruit rayonné. Toutefois, *Rémond* n'oublie pas de signaler qu'il existe des vitesses critiques autour desquelles le niveau des harmoniques varie fortement. Ces vitesses sont celles pour lesquelles la fréquence de l'harmonique coïncide avec une fréquence propre du système. Nous reviendrons sur ce point au *chapitre IV*.



Le couple, quant à lui, est principalement influent sur le niveau des harmoniques et peu sur le niveau global de la réponse. En effet, le couple est à l'origine des déformations de l'ensemble du système et modifie donc la plupart des paramètres définis précédemment, notamment les désalignements, l'entraxe, et par voie de conséquence, la rigidité d'engrènement (donc le niveau de l'excitation à la fréquence d'engrènement et ses harmoniques).

Les effets du rapport engagé ne seront pas discutés ici puisqu'un changement de vitesse se traduit par un changement fondamental du système mécanique étudié (couple d'engrenages différent, position sur les arbres différente). L'influence de ce paramètre doit néanmoins être intégrée dans la conception et l'optimisation globale de la structure.

Le paramètre température est souvent considéré comme secondaire dans les études dynamiques. Il faut toutefois noter que la dilatation thermique peut modifier certains paramètres présentés plus haut (jeux de fonctionnement, désalignements, ...). La température est également très influente sur la viscosité des lubrifiants donc sur les conditions de contact au niveau des dentures. De plus en plus d'études sont donc réalisées autour de ce paramètre afin de quantifier plus précisément ses effets ([55], [12]).

II.2.1.4. Conclusion

La grande majorité des travaux expérimentaux présentés dans la littérature et consacrés à l'étude de l'influence des différents paramètres de conception, fabrication et montage des engrenages sur le comportement dynamique des transmissions prend rarement en compte leurs variations en cours de fonctionnement. Pour cause, ces paramètres sont pour la plupart inaccessibles ou leur mesure nécessite des montages spécifiques très contraignants. De tels banc d'essais existent dans un contexte de laboratoire mais sont souvent trop éloignés des réalités technologiques des mécanismes industriels. Les conclusions auxquelles aboutissent les divers auteurs doivent être considérées avec précaution mais constituent une base de réflexion solide pour l'étude des boîtes de vitesses.

Ainsi, l'existence de couplages entre les effets des différents paramètres est largement soulignée. En particulier, l'influence du couple sur les autres paramètres en font un paramètre privilégié. Les corrections de denture, par exemple, sont calculées et ne sont optimales que pour un couple *nominal* donné, celui qui correspond à la charge de conception déjà mentionnée au paragraphe II.3.1.1.b. La valeur de ce couple *nominal* doit être judicieusement choisie (ou déterminée) afin que les corrections effectuées agissent au mieux sur toute la plage d'utilisation de la transmission.

II.2.2. Les paliers à roulement

Les paliers à roulement sont des éléments technologiques qui d'un point de vue purement cinématique, sont destinés à la réalisation de liaisons pivot entre deux ensembles de pièces d'un mécanisme. Ils sont généralement constitués par l'assemblage de deux bagues portant les pistes de roulement, de plusieurs corps roulants (billes ou rouleaux) et éventuellement d'une cage prévue pour maintenir ces derniers dans leur écartement normal afin d'empêcher tout frottement entre eux.

Dans les boîtes de vitesses, les paliers à roulement ont pour fonctions principales le guidage en rotation des arbres et le maintien de la chaîne cinématique dans le carter. D'un point de vue mécanique, c'est donc l'ensemble {roulements + carter} qui assure les appuis et génère les efforts de réaction indispensables à la transmission du couple moteur. Pour respecter les contraintes de positionnement des arbres nécessaires au bon fonctionnement des engrenages, ces appuis doivent être les plus rigides possible d'où la tentation d'utiliser des roulements de grande précision et de concevoir des carters massifs. Cependant, les contraintes liées à la diminution des coûts de production et le soucis d'augmenter les performances des véhicules en terme de rapport poids / puissance conduisent à l'utilisation de structures de plus en plus légères au détriment de leur rigidité. Dans ce contexte, les couplages entre les déformations des arbres et du carter par le biais des roulements deviennent importants et doivent être pris en compte lors de la conception et de l'analyse du comportement de ces différents éléments.

Malgré cela, dans les modèles numériques, les roulements sont le plus souvent considérés comme des conditions limites du système (appuis, encastrements) ou simplement modélisés par un ensemble de ressorts susceptibles de représenter des raideurs axiales et radiales. Cependant, les techniques de modélisation se sont affinées au cours de ces dernières années pour aboutir à des modèles plus performants ([14], [34], [52], [78]) tenant compte de la non-linéarité des contacts entre les corps roulants et les pistes de roulement (contact de Hertz, jeux de fonctionnement), et capables de déterminer avec précision la répartition des charges sur les différents corps roulants, les angles de contacts ou de basculement des corps roulants, la position relative et les déformations des bagues extérieures et intérieures... Le modèle statique exploité dans le cadre de cette étude s'inscrit dans cette lignée. Il est décrit au *chapitre II*. Les premiers résultats obtenus sur une boîte de vitesses ([10]) ont clairement montré l'influence de l'environnement des roulements sur leur comportement statique (Figure 1.15).



En plus de leur rôle de couplage statique, et comme cela a déjà été évoqué au paragraphe *II.1.3*, les paliers à roulement sont des points de passages privilégiés des vibrations et, à l'image des engrenages, ils constituent également une source potentielle d'excitation dynamique due principalement (*[76]*, *[68]*, *[60]*) :

- à l'état de surface des éléments roulants et des pistes de roulement,
- aux instabilités des cages,
- aux désalignements des arbres.

Dans le cas d'un roulement sans défauts, ces excitations sont faibles devant celles introduites par l'engrènement et elles sont généralement négligées. En présence de défauts (essentiellement liés à l'usure et la détérioration des pistes de roulement et des corps roulants), ces excitations peuvent devenir prépondérantes. Leurs fréquences caractéristiques sont alors directement reliées à la vitesse de rotation des arbres par des paramètres géométriques invariants (Figure 1.16). Seules les fréquences caractéristiques des roulement à billes à contact oblique sont indiquées. Moyennant quelques adaptations, il est cependant possible d'en déduire celles des roulements à rouleaux cylindriques ou coniques.



Toutefois, si la détection et la localisation de défauts de roulements est une préoccupation majeure dans le domaine de la maintenance préventive des systèmes mécaniques, cela dépasse le cadre de cette étude. Le lecteur pourra se référer à la bibliographie et notamment au travaux de *Bégotto ([6])* qui a conçu un système de surveillance et de diagnostic vibratoire des boîtes de vitesses et également à ceux de *Mevel ([60])* axés quant à eux sur la modélisation des défauts et l'étude de leur influence sur le comportement dynamique d'un roulement à billes.

A l'image de cette dernière, la plupart des études sont réalisées sur des roulements à billes car ce sont les plus couramment employés. Dans le cas de la boîte de vitesses étudiée, les concepteurs ont également choisi d'intégrer des roulements à rouleaux coniques et un roulement à rouleaux cylindriques. D'une manière générale, le choix du type de roulement à utiliser dans les différentes applications est sujet à de nombreux critères parmi lesquels : l'espace disponible, l'intensité et la direction des charges appliquées, la précision du guidage souhaitée, la vitesse de rotation maximale atteinte, la rigidité du montage ... Pour simplifier et parce que ces critères sont largement détaillés dans les catalogues des roulementiers, on retiendra uniquement :

- qu'à tailles égales, les roulements à rouleaux peuvent être soumis à des charges plus élevées et sont plus rigides que les roulements à billes,
- qu'à l'exception des roulements à rouleaux ayant une bague sans épaulement, tous les autres roulements radiaux peuvent supporter une charge axiale en plus de la charge radiale,
- que les roulements à billes conviennent mieux que les autres aux vitesses de rotation élevées (échauffement lié aux frottements plus faible), ...

Ces quelques points permettent de mieux comprendre les choix effectués dans le cas de la boîte de vitesses étudiée et en particulier le fait de combiner un roulement à rouleaux cylindrique et un roulement à billes sur l'arbre secondaire.

D'un point de vue numérique, les modèles dynamiques de roulements proposés dans la littérature sont généralement basés sur une linéarisation des rigidités autour de leur valeur calculée à l'équilibre du système soumis à un chargement statique donné. Cette linéarisation doit cependant être considérée avec précaution car elle repose sur l'hypothèse que les variations des efforts dynamiques sont négligeables par rapport aux efforts statiques (une limite raisonnable de ñ10% est couramment admise). *Bourdon ([10])* a montré, à partir du modèle numérique de la boîte de vitesses BE, que l'erreur commise sur les modes propres en linéarisant le comportement des roulements est négligeable, les écarts en fréquence des modes propres n'excédant pas 3% pour une variation du couple de plus de 20%.

II.2.3. Le carter

Le carter constitue l'enveloppe étanche à l'intérieur de laquelle est placée la chaîne cinématique. Il est constitué d'une ou plusieurs pièces et doit globalement satisfaire les exigences suivantes :

- *Rigidité* : le carter constitue la liaison physique entre les parties actives de la boîte, le moteur et la structure du véhicule, et en tant que tel doit être quasi indéformable. Sous la charge maximale, les déformations doivent rester d'un niveau tel que les conditions normales de fonctionnement des dentures ou d'alignement des paliers soient conservées.
- *Etanchéité* : le carter contient le lubrifiant nécessaire au bon fonctionnement de l'ensemble du mécanisme ; il doit donc être étanche vis-à-vis du milieu extérieur dans lequel fonctionne la boîte.
- *Evacuation de la chaleur* : la transformation de couple à l'intérieur de la boîte se fait avec une légère perte que l'on retrouve sous forme calorifique. Cela se traduit par une augmentation de la température et il est nécessaire, tant pour le lubrifiant lui-même que pour les matériaux, que cette température se stabilise à un niveau raisonnable. Si la ventilation naturelle n'est pas suffisante en plus des ailettes de refroidissement, la boîte peut être équipée d'un dispositif spécifique de refroidissement par pompe et échangeur.
- *Isolation phonique* : les vibrations qui excitent les arbres, paliers et carters dans le domaine audible se propagent par voie aérienne ou solidienne. Le carter doit être conçu pour les filtrer ou du moins ne pas les amplifier. Afin que les fréquences d'excitation soient en dehors des résonances du carter, on lui ajoute des nervures pour le rigidifier et des bossages pour changer la répartition des masses.

Le carter de la boîte de vitesses étudiée est constitué de 4 éléments principaux (Figure 1.7-b):

- le carter d'embrayage fixé au moteur et englobant l'embrayage,
- le carter de boîte recouvrant la plupart des rapports,
- le carter de cinquième qui recouvre le 5^{ème} rapport et fait plus office de couvercle que de carter car il ne maintient aucun élément de la boîte,
- le carter de pont qui assure quant à lui le maintien des deux roulements coniques du différentiel.

La complexité de la forme des carters résulte essentiellement de la nécessité d'optimiser le rapport poids / rigidité. Longtemps basé sur l'expérimentation, l'optimisation de la forme des carters (diminution des masses, maîtrise des contraintes et des déformations par le positionnement judicieux des nervures, ...) profite maintenant de la précision des modèles éléments finis comme le montre la Figure 1.17 présentant les isodéplacements sur un carter de BE4 soumis à un chargement statique.

On voit nettement que les zones subissant les plus grandes déformations sont situées au niveau des roulements.



II.3. Conclusion : intérêt des modèles globaux

La nécessité d'une approche globale dans la modélisation des boîtes de vitesses est donc essentiellement liée à l'existence d'interactions et de couplages importants entre les différents éléments du mécanisme (engrenages, arbres, roulements, carter). Les multiples travaux réalisés au cours de ces dernières années ([4], [74]) ont par exemple montré qu'une description locale des engrenages en prise, aussi fine soit elle ([32], [67], [88]), ne suffit pas à expliquer certains phénomènes observés expérimentalement et requière, quoi qu'il en soit, une connaissance précise de leur repositionnement relatif (entraxe, désalignements) dû au fléchissement des arbres et de leurs supports sous l'effet du chargement statique appliqué.

Il faut donc étendre la zone d'étude et prendre en compte les déformabilités de l'ensemble des éléments du mécanisme. En plus des engrenages, une attention particulière doit être portée aux roulements ([4]) et à leur environnement de fonctionnement (carters et arbres) ([10]).

Des modèles globaux déformables de prédiction du comportement statique sous charge ont été développés ces dernières années ([14], [78]). Ces modèles, présentés au chapitre II, permettent par exemple de déterminer les chargements précis des carters, données nécessaires à l'optimisation de leur géométrie. Ils permettent également de vérifier que les déformées statiques des arbres et des carters ne nuisent pas au bon fonctionnement "cinématique" de l'ensemble.

La validité des modèles statiques de boîtes de vitesses a été vérifiée expérimentalement lors de travaux précédents menés à la fois au Laboratoire et chez PSA. Pour ce qui est des modèles dynamiques, qui sont une extension des modèles statiques (*cf. Chap. II*), la complexité du système nécessite la mise en oeuvre d'une campagne de recalage spécifique.

III. Proposition d'une démarche de validation des modèles de boîtes de vitesses

III.1. Objectifs et limites de la validation

Avant de proposer une démarche générale de validation, il convient de préciser les objectifs et les limites de l'étude.

A long terme, les objectifs poursuivis sont de deux ordres : le premier est orienté sur une meilleure **compréhension du comportement dynamique global** des boîtes de vitesses et plus particulièrement des mécanismes de génération et de transmission des vibrations ; le second vise à **établir des lois ou des critères généraux de conception et de modélisation** des transmissions de puissance par engrenages.

A court terme, c'est-à-dire dans le cadre de cette thèse, on se limitera aux objectifs suivants:

- évaluer pour la première fois l'écart entre les résultats du modèle numérique développé au cours de ces dernières années et la réalité matérialisée dans notre cas par le banc d'essais décrit au *chapitre IV*,
- améliorer si nécessaire la représentativité du modèle et être en mesure de restituer par calcul des résultats de mesures,
- vérifier la pertinence de certaines hypothèses de modélisation telles que la linéarisation du comportement autour d'un point de fonctionnement statique ou encore l'excitation du système par l'erreur de transmission (*cf. Chap. II*),
- établir des règles de modélisation définissant, entre autres, le degré de finesse à apporter aux modèles de chaque élément.

Ces objectifs ne pourraient être atteints en s'appuyant sur des méthodes de recalage purement numériques telles que celles présentées en première partie de ce chapitre. Une démarche de validation axée sur la compréhension des phénomènes mis en jeu est préférable. Elle devra néanmoins s'inspirer du schéma de résolution général de la Figure 1.1. En particulier, les zones sensibles du système devront être localisées et observées avec attention.

III.2. Zones et paramètres de validation privilégiés

En terme de modélisation, les éléments constitutifs d'une boîte de vitesses peuvent être groupés en deux familles :

- les éléments de structure au comportement supposé linéaire (arbres, carters, ...)
- les éléments de liaison au comportement non linéaire (roulements, engrenages, ...)

La modélisation des éléments de structure est depuis longtemps correctement maîtrisée aussi bien en statique qu'en dynamique. Les résultats obtenus par les méthodes de type éléments finis sont fiables et ne nécessitent donc pas une attention particulière. De simples vérifications par des essais classiques (analyse modale au marteau d'impulsion) peuvent suffire à rectifier les erreurs de modélisation les plus grossières (erreurs dans les dimensions, simplification excessive de la géométrie, mauvaises caractéristiques des matériaux, ...).

Les incertitudes de modélisation les plus difficiles à identifier et à corriger proviennent essentiellement des non-linéarités de comportement introduites par les éléments de liaison qui, paradoxalement, sont souvent modélisés de manière simpliste. Les divers travaux sur lesquels
s'est basée l'étude bibliographique présentée au paragraphe II.2 ont montré que ces éléments peuvent être considérés comme des points névralgiques qui régissent le comportement global du système, ou du moins, sont susceptibles de l'influencer fortement. C'est le cas des engrenages, qui constituent la source principale d'excitation et introduisent un couplage entre les déformations des arbres, ainsi que des roulements, qui transmettent les efforts et les vibrations au reste de la structure. Le recalage du modèle doit se focaliser sur ces éléments dont il s'agit en premier lieu de choisir les paramètres caractéristiques les plus représentatifs.

Il convient de différencier deux types de paramètres : les paramètres **contrôlés**, qui regroupent les entrées et les données de définition du système, et les paramètres **observés** qui sont généralement des sorties ou réponses du système. Tout l'art du recalage consiste à agir sur certains paramètres contrôlés pour que les paramètres observés numériquement et expérimentalement coïncident au mieux.

Dans notre cas, et plus généralement en mécanique, les paramètres contrôlés sont essentiellement les caractéristiques physiques et géométriques du système (masses, rigidités, amortissements, jeux, ...) ainsi que les grandeurs physiques permettant de définir les excitations en terme de déplacements ou d'efforts (amplitude, fréquence, ...). Le choix des paramètres contrôlés dépend du système étudié et se base généralement sur une connaissance préalable de son comportement réel. Il peut également provenir d'analyses de sensibilité réalisées sur le modèle numérique initial non recalé. Les différentes études réalisées sur le premier modèle complet d'une boîte de vitesses ([10]) ont ainsi fait ressortir comme facteurs importants :

- la valeur et le sens du couple de charge statique qui déterminent en particulier les rigidités des paliers à roulement,
- la vitesse de rotation des arbres qui définie la (ou les) fréquence(s) d'excitation,
- l'erreur de transmission statique sous charge et la rigidité d'engrènement qui contrôlent le niveau des excitations générées par les engrenages,
- l'amortissement introduit au niveau des éléments de liaison et qui conditionne fortement le niveau des réponses du système,
- les conditions limites (prise en compte du carter, inerties en entrée et sortie de boîte, ...).

Quant aux paramètres observés, ils sont classiquement constitués par les réponses du système (déplacements, vitesses, accélérations, efforts transmis, ...). Parmi ces différents paramètres, seuls quelques uns sont à la fois accessibles numériquement et expérimentalement ce qui constitue le premier critère de choix dans l'optique du recalage. Dans notre cas, on retiendra :

- l'erreur de transmission dynamique,
- les accélérations du carter,
- les efforts transmis par l'un des roulements.

Ces différentes grandeurs et leurs moyens de mesures sont décrits au chapitre suivant.

III.3. Nature des études

Comme cela a été souligné en première partie de ce chapitre, il est recommandé d'exploiter en parallèle les modèles numériques et expérimentaux. Cela permet de concilier au mieux leurs contraintes respectives (maillage EF / position des capteurs, choix des conditions limites, ...) et de bénéficier de leur complémentarité en tirant partie des points forts de l'un pour compenser les faiblesses de l'autre :

- d'un côté, les résultats numériques sont riches et précis mais souvent sujet à caution quant à leur représentativité par rapport à la réalité et au bien-fondé des hypothèses de modélisation,
- de l'autre, la réalité des phénomènes mesurés expérimentalement se heurte à leur nombre limité et aux incertitudes inhérentes aux techniques de mesures adoptées.

Ainsi, différents types d'études doivent être réalisées pour qualifier le modèle numérique de la boîte de vitesses :

- Etudes purement numériques :
 - vérification du domaine de validité des hypothèses de modélisation (ex : efforts dynamiques inférieurs à 10% des efforts statiques pour autoriser une linéarisation),
 - études de sensibilité (ex : influence de la valeur de la rigidité d'engrènement),
 - influence du type de modélisation (ex : modélisation des roulements par des rigidité scalaires ou par des matrices de rigidité tangente),
- Etudes purement expérimentales :
 - compréhension des phénomènes mis en jeux (ex : transmission des vibrations au niveau des engrenages et des roulements),
 - études paramétriques, plans d'expérience (ex : influence du couple, de la vitesse, ...),
- Comparaisons numérique / expérimental :
 - évaluation de l'écart calculs essais,
 - détermination des erreurs de modélisation.

Une première série d'études purement numériques ([10]) a déjà été réalisée au cours du développement du modèle global présenté au chapitre II. Leur objectif était d'estimer d'un point de vue numérique les causes possibles d'erreur de modélisation, et d'évaluer le degré de précision à apporter à la prise en compte des différents constituants de la boîte de vitesses.

Ces études ont ainsi montré que dans le cas des boîtes de vitesses automobile aux carters déformables, la modélisation des roulements par des rigidités scalaires ou par des matrices de rigidité tangente déterminées pour des roulements <u>isolés</u> dans un environnement statique infiniment rigide (Figure 1.15) est insuffisante pour décrire le comportement dynamique de la chaîne cinématique. En revanche, la modélisation des engrenages par une rigidité unidirectionnelle placée au point primitif d'engrènement suivant la normale au contact n'a pas été pas remise en cause. Il s'est même avéré que la valeur de cette rigidité d'engrènement n'a pratiquement pas d'influence sur le comportement global du système : une estimation de son ordre de grandeur suffit pour avoir des résultats significatifs.

Les études expérimentales de validation du modèle numérique doivent être réalisées dans le même esprit afin de confirmer ces différentes conclusions.

III.4. Démarche de validation adoptée

Pour valider le modèle numérique d'un système mécanique complexe composé de plusieurs éléments, il convient de s'intéresser, dans un premier temps, à chaque élément pris isolément. Une telle approche est tout à fait légitime lorsque ces éléments sont relativement indépendants et que leur environnement de fonctionnement ne modifie pas fondamentalement leur comportement propre. Cette condition est généralement vérifiée pour les systèmes dont les éléments et leurs liaisons sont "simples". Dans le cas des boîtes de vitesses, la présence de composants technologiques tels que les roulements et les engrenages conduit à des couplages importants. Le comportement de l'ensemble ne peut alors simplement se ramener à la somme des composants des composants élémentaires.

L'aspect pratique du problème doit également être considéré. En effet, tous les éléments de la boîte de vitesses ne peuvent être "isolés" du reste du mécanisme. Les roulements notamment doivent être mis en charge pour que leur modèle numérique soit défini (matrice de rigidité tangente, *cf. Chap. II*).

Enfin, il faut tenir compte de la démarche suivie dans les calculs. La réponse dynamique du système est en effet obtenue à partir de ses modes propres. Ces derniers sont généralement mesurés sur un système à l'arrêt par des essais modaux classiques (marteau d'impulsion ou pot d'excitation). Dans ce cas l'excitation est connue mais ne correspond pas à la réalité. Des essais complémentaires doivent donc être réalisés sur le système en fonctionnement.

Partant de ces différentes constatations, une campagne de validation articulée en deux grandes étapes a été mise en place. La première est consacrée à l'étude du système en charge à l'arrêt et s'organise selon une démarche "pas à pas" : partant des arbres isolés, les autres éléments technologiques de la boîte sont progressivement intégrés au système étudié, d'abord les paliers à roulement, puis les engrenages et enfin les carters. Ces premiers essais doivent permettre d'une part, de valider l'ensemble des programmes de calcul développés autour des modèles numériques, et d'autre part, de localiser les principales sources possibles d'erreur de modélisation ainsi que de déterminer le degré de précision à apporter à la modélisation des différents éléments de la boîte. Dans un second temps, la boîte de vitesses est étudiée en fonctionnement afin de montrer que les modèles développés permettent de simuler correctement son comportement mécanique réel. Une attention particulière est portée à l'excitation générée par les engrenages et aux efforts transmis par le roulement à billes. Ces études sont présentées aux *chapitres III et IV*.

CHAPITRE II :

MOYENS NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX

L'objet de ce chapitre est de présenter l'ensemble des moyens numériques et expérimentaux développés pour étudier le comportement mécanique de la boîte de vitesses considérée. Dans une première partie, les principaux aspects du modèle numérique exploité sont présentés. Les hypothèses et les principes de modélisation sont précisés, et la prise en compte des différents éléments technologiques (roulements, engrenages, arbres, carter) est décrite. La modélisation de l'excitation générée par les engrenages est également détaillée.

La seconde partie est consacrée aux outils de mesures permettant d'accéder aux différents paramètres d'observation retenus pour valider le modèle numérique. L'erreur de transmission est mesurée grâce à des codeurs optiques montés sur les arbres et les efforts transmis par l'un des roulements de la boîte sont mesurés à l'aide d'un capteur de force original directement intégré au roulement.

Enfin, dans une troisième partie, une synthèse bibliographique des différentes techniques d'analyse modale expérimentale est proposée. Elle aboutit au choix du type d'essais le mieux adapté à l'étude de la boîte de vitesses à l'arrêt.

I. Modélisation globale d'une boîte de vitesses

I.1. Principe des modèles globaux

La mise en place de modèles globaux est un travail "transversal" qui nécessite la synthèse de nombreux travaux de recherche "verticaux" réalisés dans divers domaines :

- mécanique des milieux continus pour la détermination et l'analyse des contraintes et des déformations dans les éléments du mécanisme (arbres, carters, ...),
- mécanique des contacts pour la modélisation des interfaces d'engrènement et des paliers à roulement,
- mécanique des structures pour les études de répartition et de transmission des efforts entre les éléments.

L'intégration et l'articulation de ces descriptions dans les modèles globaux sont des opérations "périlleuses" qui doivent être réalisées en prenant soin, notamment, d'harmoniser les différentes échelles de modélisation et d'observation des phénomènes pris en compte. En effet, certains phénomènes liés par exemple à l'architecture du mécanisme sont de l'ordre du dixième de millimètre (déformations des parties souples, jeux de montage, ...) alors que d'autres

régissant notamment le comportement des liaisons mécaniques sont de l'ordre du micromètre (géométrie des surfaces en contact – dents des engrenages, corps roulants / pistes des roulement des paliers ...). A noter qu'en dynamique, des perturbations microscopiques peuvent avoir des effets macroscopiques perceptibles (ex: influence du type de finition des dentures sur le niveau du bruit rayonné – *figure 1.12*).

En plus de cet effet d'échelle, les modèles développés doivent tenir compte de la nature des phénomènes. Il faut en particulier distinguer les éléments au comportement élastique linéaire des éléments introduisant des non-linéarités. Ces dernières peuvent être de deux sortes :

- les non-linéarités géométriques issues des jeux et liées aux contraintes de fabrication, de montage et de fonctionnement,
- les non-linéarités physiques dans les zones où le comportement du matériau n'est pas élastique linéaire, comme le contact hertzien.

Quelle que soit leur nature, elles peuvent être traduites par une rigidité k fonction des déplacements d et sont régies par l'équation d'équilibre : k(d).d = F, où F est l'effort appliqué.

La résolution du problème non linéaire est réalisée en **statique** avec des techniques de calcul basées sur une discrétisation du système continu (Méthode des Eléments Finis, M.E.F.). Les principes et techniques de cette méthode sont largement décrits dans de nombreux ouvrages ([5], [18], [38]) et ne seront donc pas détaillés. On retiendra toutefois que le modèle exploité dans le cadre de ce travail ([10], [14], [78]) utilise la méthode des déplacements associé à l'algorithme de résolution itératif de Newton-Raphson.

Les modèles **dynamiques** correspondants (*[10]*) sont une extension directe des modèles statiques. Ils sont en effet obtenus en linéarisant le comportement dynamique des éléments non linéaires autour du point de fonctionnement correspondant au chargement statique F° considéré (Figure 2.1).



Le diagramme de la Figure 2.2 présente le processus général d'élaboration du modèle dynamique global. Les différentes techniques de calcul utilisées et leur mise en oeuvre informatique ne seront pas détaillées ici ([10]).



Pour résumer, le modèle dynamique global est obtenu en deux étapes principales :

- construction d'un modèle statique permettant, pour un chargement statique donné, de déterminer les matrices de rigidité tangentes [K_{NL}] des éléments non linéaires. Dans ce modèle, le nombre de noeuds représentatifs des éléments de structures peut être préalablement réduit par des méthodes de condensation statique,
- assemblage des matrices de masse [M] et de rigidité [K]=[$K_{Lin}+K_{NLin}$] afin de résoudre le problème dynamique [M] $\ddot{x}(t) + [K] x(t) = F(t)$. La matrice [K_{Lin}] qui regroupe les éléments linéaires peut également être réduite par des méthodes de sous-structuration dynamique.

I.2. Modélisation des différents éléments technologiques

I.2.1. Les paliers à roulement

La modélisation **statique** des paliers à roulement s'appuie sur les nombreux travaux réalisés dans ce domaine par *S. Andreason ([2]), T.A. Harris ([29], [30]), J.M. de Mul ([64]), T.C. Lim et R. Singh ([53])* pour ne citer qu'eux. Ces travaux ont été repris par *I.S. Choi ([13], [14], [15], [16])* qui a mis en place des modèles de roulements à billes, à rouleaux cylindriques et à rouleaux coniques, pouvant s'introduire dans une modélisation éléments finis "classique", en vue de la résolution d'un problème non-linéaire. Ces modèles prennent en compte la géométrie fine des paliers à roulement et permettent entre autre d'obtenir:

- les efforts exercés par les bagues et les épaulements sur le corps roulant,

- les angles de contact ou de basculement,
- la matrice de rigidité tangente associée à chaque corps roulant.

L'idée essentielle de ces modèles est de discrétiser le roulement en "corps roulant" (billes ou rouleaux), et d'associer à chacun d'eux un "élément" au sens des éléments finis (Figure 2.3). Cet élément "corps roulant" relie un noeud de la bague intérieure à un noeud de la bague extérieure par l'intermédiaire d'une matrice de rigidité de dimension 10×10 . Cette matrice établit le couplage entre les 10 ddl "actifs" (2×3 ddl de translation et 2×2 ddl de rotation) et assure la transmission de 3 forces et de 2 moments. Les degrés de liberté correspondant à la rotation du roulement sont, évidemment, libres de tout couplage et aucun moment n'est transmis suivant cette direction.



Les bagues sont donc discrétisées (Figure 2.4) avec les hypothèses suivantes :

- les sections transversales des bagues sont indéformables,
- à chaque corps roulant correspond un noeud de la bague extérieure et un noeud de la bague intérieure. Ces noeuds sont situés dans le plan radial contenant le centre du corps roulant.



Il s'agit alors de déterminer pour chaque corps roulant, supposé indéformable sauf ponctuellement au niveau des contacts, et pour des déplacements donnés des noeuds "d'attache" N₁ et N₂, les déplacements élémentaires du centre du corps roulant assurant l'équilibre de ce dernier dans le plan radial (équilibre des forces et des moments). En effet, pour des déplacements relatifs des bagues connus, le corps roulant va être soumis à des efforts de contact au niveau des pistes de roulement et des épaulements. Ces efforts sont définis par la théorie de Hertz (contact étroit et tranches minces) : $Q = C_f . (\delta)^n$

La position d'équilibre du système "bagues - corps roulant" est calculée par une boucle itérative de Newton-Raphson (Figure 2.1). A chaque itération sont déterminés les efforts exercés sur le corps roulant par chaque bague et ses éventuels épaulements. Ce calcul se fait en tenant compte des jeux et de la géométrie précise du roulement (rayons de courbure, de dépouille, bombés ...).

Lorsque l'équilibre est atteint (vecteur des efforts résiduels égal au vecteur nul), les efforts entre le corps roulant, les bagues et les épaulements sont connus, ainsi que les matrices de rigidité tangente entre le corps roulant et les différentes bagues. Une matrice de rigidité élémentaire équivalente peut être déterminée entre les noeuds des bagues intérieure et extérieure. Cette matrice est la matrice de rigidité tangente associée à l'élément "corps roulant". La méthodologie détaillée du calcul de l'équilibre des corps roulants des différents types de roulements est décrite dans la thèse de *A. Bourdon [10]*.



L'avantage de cette approche est de permettre de traiter aussi bien le cas des paliers montés dans un environnement rigide avec des bagues indéformables, que celui des roulements montés dans un environnement flexible et des bagues déformables. Les basculements des bagues dans le plan radial sont pris en compte et une matrice de rigidité tangente (10*10) est définie pour

chaque corps roulant. L'assemblage des éléments "corps roulant" conduit à un modèle élément finis non-linéaire "classique" où la matrice de rigidité dépend des déplacements. Il est résolu par la méthode itérative de Newton-Raphson, et à chaque itération les matrices de rigidité tangentes associées aux corps roulants sont réévaluées et réassemblées.

Cette modélisation des roulements permet de simuler le comportement statique global des mécanismes au plus près de la réalité, et d'obtenir des résultats technologiques utilisables pour des études spécifiques (optimisation des carters, des pistes de roulement, ...). Elle permet également de récupérer, à l'issue du calcul statique, les matrices de rigidité tangente associées à chaque corps roulant. La connaissance de ces matrices permet alors de modéliser le comportement dynamique des paliers à roulement, linéarisé autour du point de fonctionnement statique.

I.2.2. Les engrenages

L'engrenage est un organe mécanique constitué par deux roues dentées. Il permet la transmission de puissance entre deux arbres en rotation. Cette transmission se fait avec modification du couple transmis et de la vitesse de rotation. L'élément de modélisation mis en place doit donc assurer :

- la liaison cinématique entre les deux arbres,
- la transmission des efforts.



De précédents travaux ([78]) ont montré qu'en statique, la liaison par engrenage pouvait être modélisée par un ressort de rigidité k_o placé au point primitif d'engrènement, suivant la normale au contact. Pour les études réalisées sur les boîtes de vitesses automobile, les roues et les pignons des engrenages extérieurs cylindriques (droits ou hélicoïdaux), sont supposés indéformables sauf ponctuellement au niveau du contact. Dans le cadre de cette hypothèse, un élément spécifique "d'engrenage" peut être défini. Il connecte le noeud N₁ de la roue 1 au noeud N₂ de la roue 2 en liant, par l'intermédiaire d'une matrice de rigidité [K_{eng}], les efforts transmis {F_i}, aux déplacements {d_i}:

$$\begin{cases} F_1 \\ F_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} K_{eng} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} d_1 \\ d_2 \end{cases}$$
 (2.1)

La matrice de rigidité $[K_{eng}]$ s'exprime comme le produit d'une matrice de géométrie [G], fonction des caractéristiques géométriques de l'engrenage (rayons de base, angle d'hélice, angle de pression ...), et de la rigidité scalaire k_o représentant la rigidité moyenne d'engrènement.

$$\left[K_{eng}\right] = k_o \cdot \left[G\right] \tag{2.2}$$

Suivant le sens du chargement appliqué à l'engrenage, deux positions de contact sont possibles. Elles correspondent à des flancs en contact différents et à des matrices de géométrie différentes (direction de la normale au contact différente):



L'élément de liaison par engrenage mis en place permet de déterminer automatiquement le flanc actif en fonction des déplacements des roues 1 et 2.



Cet élément permet également de déterminer, lorsque l'équilibre du système est atteint, les déplacements relatifs au point primitif d'engrènement dans la base (n, t_h , t_p) liée au contact (Figure 2.7) :

- n : normal au contact,
- t_h : tangente suivant l'hélice,
- t_p : tangente suivant le profil.

La valeur de la rigidité scalaire k_0 dépend de manière non-linéaire du chargement statique et des caractéristiques de la denture. Cette valeur peut être calculée par des logiciels extérieurs spécifiques ([86]). Cependant, pour les mécanismes considérés (boîtes de vitesses automobile), les résultats statiques globaux dépendent assez peu de la valeur de k_0 .

En dynamique le couplage des arbres par les engrenages est modélisé par le même élément qu'en statique (rigidité k_0 selon la ligne se traduisant par une matrice de rigidité liant les 6 ddl de chacun des noeuds d'attache de l'élément).

En plus de leur rôle de couplage les engrenages sont les sources principales d'excitation du système. La modélisation de cette excitation dynamique peut être réalisée de manière indépendante en la considérant comme extérieure au système et ne sera donc pas intégrée à l'élément engrenage défini ci-dessus. Cet aspect est traité un peu plus loin, au paragraphe I.3.

I.2.3. Les arbres de transmission

Classiquement, pour les transmissions par engrenages ([4], [71], [81], [88]), les arbres sont modélisés par des éléments finis de type poutre à deux noeuds et six degrés de libertés par noeud. L'élément choisi dans notre cas est la poutre de Timoshenko de section constante et qui tient compte des effets de torsion, de flexion et d'extension (traction - compression) dus aux engrenages hélicoïdaux utilisés dans la boîte de vitesses ([10]).



L'énergie de déformation utilisée pour le calcul de la matrice de rigidité de l'élément de poutre est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{l} E.S. \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{1}{2} \int_{0}^{l} G. Jo. \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{1}{2} \int_{0}^{l} E.I. \left(\left(\frac{\partial^{2} v}{\partial^{2} x}\right) + \left(\frac{\partial^{2} w}{\partial^{2} x}\right)\right) dx + \frac{1}{2} F. \int_{0}^{l} \left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right) dx$$

$$(2.3)$$

Dans cette équation, les quatre termes du second membre représentent respectivement les énergies d'extension, de torsion, de flexion et l'énergie due aux effets d'une charge axiale F constante sur la déformée en flexion.

En dynamique, il faut également définir la matrice de masse de l'élément. Elle est calculée à partir de l'expression de l'énergie cinétique :

$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \int_{0}^{t} (\dot{u}^{2} + \dot{v}^{2} + \dot{w}^{2}) \cdot dx + \frac{1}{2} \cdot I_{o} \cdot \int_{0}^{t} (\dot{\gamma}^{2}) \cdot dx + \frac{1}{2} \cdot \int_{0}^{t} (I_{y} \dot{\theta}^{2} + I_{z} \dot{\psi}^{2}) \cdot dx$$
(2.4)

A noter que l'effet d'inertie de rotation introduit par Rayleigh est pris en compte mais n'est significatif que pour des vitesses de rotation élevées. Dans le cas des boîtes de vitesses automobiles classiques, il peut être négligé.

I.2.4. Les carters

Dans la majorité des études de système de transmission de puissance par engrenages seule la partie tournante est considérée et le carter n'est pas pris en compte, ce qui revient à le considérer comme infiniment rigide ([4],[88]). Dans quelques cas, les carters et les supports ont été pris en compte mais l'utilisation de modèles de roulement "simples" limitait les forces transmises à des forces purement axiales ou purement radiales. Néanmoins, *K. Satori ([81])* a montré l'influence de l'environnement sur la charge dynamique des dentures aussi bien pour une boîte de transmission de puissance d'hélicoptère que pour une boîte de vitesses de machine-outils. Par le développement de nouveaux éléments de modélisation des roulements, *T.C. Lim* ([52]) introduit la flexibilité dynamique des supports et des carters. Mais, le carter considéré (machine essais NASA) a une forme très "simple" parallélépipèdique. Néanmoins, il semble paradoxal dans les travaux de *T.C. Lim*, de prendre en compte la flexibilité dynamique des carters mais de négliger leur déformabilité statique pour le calcul des matrices de rigidité associées aux paliers à roulement.

L'idée de l'approche adoptée par *A. Bourdon ([10])* est de prendre en compte le comportement de carters réels de boîtes de vitesses aussi bien en statique qu'en dynamique. Pour cela, des maillages précis des carters définis en Bureau d'Etudes ont été utilisés et introduits dans les modèles globaux après "réduction". Pour les **études statiques**, cette réduction se fait par condensation de la matrice de rigidité en certains noeuds définis selon les besoins (noeuds d'attache des éléments non linéaires, noeuds de fixation du carter, points de mesures expérimentaux, ...). Dans le cadre des **études dynamiques**, elle se fait par utilisation de techniques de sous-structuration.

I.2.5. Les autres éléments

Dans le cadre de l'étude de boîtes de vitesses automobiles réelles, le mécanisme ne se limite pas aux engrenages, arbres, roulements et carters. Un certain nombre d'autres éléments sont présents dans la chaîne cinématique et doivent être pris en compte. En particulier, les dispositifs de synchronisation et les pignons libre en rotation par rapport à leur axe. En revanche, les dispositifs de "tringlerie" permettant le passage des vitesses ont été négligés.

Afin de réaliser des modèles numériques utilisables pour toutes les configurations de la boîte de vitesses (vitesses enclenchées), l'ensemble des engrenages est modélisé à l'aide des éléments d'engrenage décrits précédemment. Les pignons fous, correspondant aux vitesses non enclenchées, sont associés à des rigidités d'engrènement et à des inerties en rotation nulles, leur masse en revanche est prise en compte.

Les dispositifs de synchronisation sont pris en compte par l'adjonction de masses et d'inerties ponctuelles.

I.3. Modélisation de l'excitation dynamique générée par les engrenages

Les seules sources d'excitation considérées dans ce travail sont celles associées à l'engrènement et sont donc internes au système étudié. Les actions extérieures, comme les fluctuations de chargement (couple variable) ou celles de la vitesse (acyclisme moteur), ne seront pas prises en compte dans le cadre de cette étude puisqu'en pratique (sur le banc d'essais), elles n'existent pas.

I.3.1. Principales causes d'excitation à l'interface d'engrènement

L'excitation vibro-acoustique générée par les engrenages est principalement liée ([76]) :

- aux fluctuations de la rigidité d'engrènement,
- aux phénomènes de choc et de résonance,
- aux frottements inhérents au glissement des surfaces des dents en contact,
- à la compression des fluides entre la tête et le fond des dents.

Dans le cadre de ce travail, tous ces phénomènes ne seront pas pris en compte. Seule l'excitation liée aux fluctuations de la rigidité d'engrènement sera considérée. Les chocs de dentures sont des phénomènes transitoires et concernent principalement les engrenages qui ne transmettent pas la puissance. Les effets excitateurs des frottements sont limités par la présence du lubrifiant et seuls leurs effets dissipatifs peuvent éventuellement être pris en compte à travers l'amortissement. Quant aux effets de compression des fluides, ils interviennent plutôt dans les modèles acoustiques, leur action "mécanique" peut être négligée.

Les fluctuations de la rigidité d'engrènement sont essentiellement dues ([4]) :

- aux déformations élastiques des dentures et de leur support,
- aux erreurs de formes et de position résultant de la fabrication (excentricités, erreur de pas, de distorsion, de profil) ou de détériorations en cours d'utilisation (usure, pitting).
- aux erreurs de position relative des engrenages (entraxe, désalignements),
- aux variations du rapport de conduite au cours de l'engrènement.

La prise en compte explicite de tous ces phénomènes dans un modèle numérique **global** est possible mais lourde à mettre en oeuvre. Cela nécessite une description précise des engrenages incluant la géométrie fine des dentures (profil, corrections, bombés ...) afin de calculer les variations de la rigidité de denture au cours de l'engrènement. De tels modèles locaux existent

([86]) mais n'ont pas encore été pleinement intégrés aux modèles globaux. Ils ne tiennent donc pas compte de la déformabilité des arbres et du reste de la structure qui détermine pourtant certains paramètres importants tels que l'entraxe et les désalignements dont dépendent les conditions de contact des dents en prise. Ces paramètres peuvent toutefois être calculés à partir des modèles globaux et réinjectés dans les modèles locaux afin de déterminer précisément les variations de la rigidité d'engrènement.

Une fois connue, la rigidité d'engrènement variable peut être directement introduite dans le modèle dynamique global ce qui conduit à un système d'équations différentielles à coefficients variables (équations de Mathieu-Hill) qui n'admettent pas de solutions analytiques simples et qu'il faut donc résoudre par des algorithmes spécifiques : méthode directe (algorithme de Newmark), méthode pseudo-modale ([46]).

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C(t)]\{\dot{X}(t)\} + [K(t)]\{X(t)\} = \{F_{ext}(t)\}$$
 (équations de Mathieu-Hill)

Une solution alternative est de <u>traduire les variations de rigidité en variations d'efforts</u>. Ces derniers sont calculés à partir de l'Erreur de Transmission quasi-Statique sous Charge (ETSC) définie plus loin, et placés au second membre des équations différentielles. Dans ce cas, la rigidité d'engrènement peut être considérée comme constante et égale à une valeur moyenne. Les effets excitateurs associés aux variations de la rigidité ne sont alors introduits qu'au travers des fluctuations de l'ETSC. Cette approche attribuée dans la bibliographie à *Özguven et Houser* ([4]) offre la possibilité d'introduire dans le modèle global une excitation réaliste obtenue expérimentalement ou calculée par ailleurs à l'aide des modèles locaux prenant en compte la géométrie fine des dentures et les effets des défauts de formes et de positions des engrenages.

I.3.2. Définition de l'erreur de transmission

L'erreur de transmission caractérise l'écart angulaire (ou linéaire s'il est ramené le long de la ligne d'action de l'engrenage) entre la position réelle de la roue menée et la position "idéale" qu'elle devrait occuper si la transmission était parfaite (Figure 2.10). A noter que cette définition ne fait intervenir que les déplacements (ou les déformations) de torsion ce qui ne lui confère pas un caractère général si l'on s'intéresse à l'ensemble des degrés de liberté de la transmission.



Le terme générique "d'erreur de transmission" regroupe en réalité plusieurs phénomènes (Figure 2.11) :

- l'Erreur de Transmission Quasi Statique sans charge (ETS) ou erreur cinématique représente les défauts géométriques de dentures et le fait que les profils ne sont pas exactement conjugués. Ces défauts résultent de la fabrication, du montage, de la détérioration du profil en cours d'utilisation. Cette erreur de transmission est purement géométrique et traduit la synthèse des défauts précédemment évoqués sous la forme de déplacement angulaire. La superposition des effets sur cette erreur de transmission ne se fait pas de façon "biunivoque".
- **l'Erreur de Transmission Quasi Statique sous Charge (ETSC)** est la superposition de l'ETS et de *l'effet des déformations dues à la charge*. Elle fait intervenir les effets périodiques, de période égale à la période d'engrènement, de déformations de denture et de corrections éventuelles de profil, et également les déformations de l'ensemble du système mécanique (arbres, paliers ...). Cette superposition est "algébrique" et correspond à l'augmentation ou l'atténuation (voire la suppression) des effets dus à l'ETS. Par hypothèse, l'ETSC sera considérée comme étant une image de l'excitation du système et sera utilisée en tant que tel dans les modèles numériques.
- l'Erreur de Transmission Dynamique (ETD) est une grandeur instantanée qui rend compte de *l'ensemble des effets dynamiques du système en fonctionnement*. Cette grandeur reflète la réponse dynamique des engrenages (couplée de manière interactive à celle des arbres, du carter et des autres constituants) aux excitations internes (essentiellement générées par les engrenages eux-mêmes) et externes (fluctuations du couple d'entrée, ...). Elle est reconnue comme une grandeur permettant de caractériser le comportement d'une transmission tant du point de vue vibratoire qu'acoustique.



et de la vitesse pour une position angulaire Θ donnée

I.3.3. Excitation par l'Erreur de Transmission quasi-Statique sous Charge

I.3.3.1. Passage de l'ETSC angulaire $\Delta \theta$ à l'ETSC linéaire selon la ligne d'action Σ

"Physiquement", l'ETSC correspond à un déplacement suivant la ligne d'action mais en général les dispositifs expérimentaux ne permettent de mesurer que l'écart $\Delta \theta$ en rotation d'un arbre par rapport à sa position théorique.

Soient $\begin{cases} U_i \\ V_i \\ W_i \end{cases} \begin{cases} \gamma_i \\ \psi_i \end{cases}$ les déplacements (translations et rotations) du noeud O_i dans le repère R_L.

En faisant l'hypothèse d'un solide rigide pour chaque pignon il est possible de calculer le Σ correspondant.



<u>Configuration 1</u> :

$$\Sigma = \cos\beta \cdot (U_1 - U_2) + \sin\beta \cdot (W_1 - W_2) - \sin\beta \cdot (Rb_1 \cdot \gamma_1 + Rb_2 \cdot \gamma_2) - \sin\beta \cdot \tan\alpha \cdot (Rb_1 \cdot \psi_1 + Rb_2 \cdot \psi_2) + \cos\beta \cdot Rb_2 \cdot \Delta\theta$$
(2.5)

Configuration 2 :

$$\Sigma = \cos\beta \cdot (U_1 - U_2) + \sin\beta \cdot (W_1 - W_2) + \sin\beta \cdot (Rb_1 \cdot \gamma_1 + Rb_2 \cdot \gamma_2) - \sin\beta \cdot \tan\alpha \cdot (Rb_1 \cdot \psi_1 + Rb_2 \cdot \psi_2) - \cos\beta \cdot Rb_2 \cdot \Delta\theta$$
(2.6)

Avec:
$$Rb_1\theta_1 + Rb_2\theta_2 = Rb_2 \cdot \Delta\theta$$
, soit: $\Delta\theta = \frac{Rb_1}{Rb_2}\theta_1 + \theta_2$

La configuration est déterminée par le sens (ou signe) du couple de charge appliqué au pignon (ou à la roue).

Remarque : Comme le montrent les équations (2.5) et (2.6), la seule connaissance de $\Delta\theta$ ne permet pas de déterminer précisément Σ . En utilisant $\Sigma = \cos\beta Rb_2 \Delta\theta$, on sur ou sous estime le Σ réel.

I.3.3.2. Utilisation de l'ETSC linéaire selon la ligne d'action $\boldsymbol{\Sigma}$

L'excitation par l'ETSC rapportée à la ligne d'action (et notée Σ) est introduite dans le modèle par le biais des efforts aux dentures qu'elle produit. Dans le cadre du modèle global de la boîte de vitesses, l'interface d'engrènement peut être schématisée par un ressort et un excitateur en déplacement montés en série entre le point I₁ (primitif d'engrènement de la roue 1) et le point I₂ (primitif d'engrènement de la roue 2) comme indiqué sur la Figure 2.13. En réalité, les points I₁ et I₂ sont géométriquement confondus au point I primitif d'engrènement.



La grandeur Σ , déterminée par les études quasi-statiques, traduit le rapprochement des corps. Elle va conduire à la génération d'un effort "extérieur" $\{\vec{F}(I_1)\}$ sur la roue 1 et $\{\vec{F}(I_2)\}$ sur la roue 2 appliqué aux points I₁ et I₂ suivant la normale au contact :

$$\left\{\vec{F}(I_{1})\right\}_{R_{0}} = k_{eng} \cdot \Sigma(t) \cdot \left\{\vec{n}\right\}_{R_{0}}$$
(2.7)

$$\left\{\vec{F}(I_{2})\right\}_{R_{0}} = -k_{eng} \cdot \Sigma(t) \cdot \{\vec{n}\}_{R_{0}}$$
(2.8)

Les roues étant supposées indéformables, la mécanique générale des corps rigides permet de calculer le torseur des efforts équivalents appliqués aux centres des engrenages qui sont des noeuds du maillage.

$$\left\{\vec{F}(O_1)\right\}_{R_0} = \left\{\vec{F}(I_1)\right\}_{R_0}$$
(2.9)

$$\left\{\vec{M}\left(O_{1}\right)\right\}_{R_{0}} = \left\{\overrightarrow{O_{1}I_{1}}\right\}_{R_{0}} \wedge \left\{\vec{F}\left(O_{1}\right)\right\}_{R_{0}}$$
(2.10)

Configuration 1 :

$$Fo_{1} = k_{eng} \cdot \Sigma \cdot \begin{bmatrix} \cos\beta \\ 0 \\ \sin\beta \\ -\sin\beta \\ -\sin\beta \\ -\tan\alpha \cdot \sin\beta \\ \cos\beta \end{bmatrix} \begin{cases} Fo_{2} = -k_{eng} \cdot \Sigma \cdot \begin{bmatrix} \cos\beta \\ 0 \\ \sin\beta \\ -\sin\beta \\ -\sin\beta \\ \cos\beta \end{bmatrix} (2.11)$$

Configuration 2 :

Remarque : Contrairement à ce qui se passe lors du calcul Σ à partir de $\Delta\theta$, tous les ddl du centre des engrenages sont concernés par l'effort F_{ext} généré à l'interface d'engrènement par Σ .

Une fois connus, les efforts rapportés aux centres des engrenages sont introduits au second membre du système d'équations dynamiques : $[M]\{\ddot{X}\}+[C]\{\dot{X}\}+[K]\{X\}=\{F_{ext}\}$, sur les ddl concernés. Deux méthodes ont été envisagées pour résoudre ce système :

- une **méthode temporelle** (algorithme de résolution numérique de Newmark) qui permet de connaître en tout point l'évolution temporelle de la réponse à une excitation quelconque également décrite dans le temps.
- une **méthode fréquentielle** qui en fonction des hypothèses faîtes sur le type d'excitation (harmonique, périodique, quelconque ...) permet d'exprimer plus ou moins simplement la réponse du système en tout point, dans le domaine fréquentiel.

L'excitation générée par l'ETSC est périodique de période égale à la période d'engrènement. Elle peut donc être décomposée en série de Fourier :

$$F(t) = F_o + \sum_{n=1}^{N_r} \left(F_n \sin(n\omega_{eng}t + \phi_n) \right)$$

où N_F est le nombre de termes retenus pour l'approximation. Lorsque l'ETSC est connue de manière discrète (après un échantillonnage), le nombre maximum de termes utilisables dans la décomposition de Fourier est directement lié à la fréquence d'échantillonnage (théorème de Shannon).

Le système étant linéaire, sa réponse est aussi de la forme :

$$X(t) = X_o + \sum_{n=1}^{N_r} \left(X_n \sin(n\omega_{eng}t + \phi_n) \right)$$

La méthode fréquentielle donne directement les coefficient X_n en fonction des F_n et de ω_{eng} ce qui permet d'obtenir très rapidement les réponses en fréquence du système.

Par la méthode temporelle, les réponses en fréquence s'obtiennent à partir des transformées de Fourier des réponses temporelles calculées successivement pour chaque valeur de ω_{eng} ce qui est beaucoup plus long (Figure 2.14).

Remarque : Expérimentalement, les réponses en fréquence sont obtenues de manière analogue à partir d'essais réalisés en régime établi. Pour chaque vitesse de rotation, les signaux échantillonnés sont analysés par FFT et le niveau des "pics d'engrènement" sont relevés.



Dans la suite de ce travail, seules les réponses en fréquence seront étudiées. Leur calcul se fera par la méthode fréquentielle asociée à une résolution par superposition modale permettant de réduire la taille du système et de découpler les équations. Ces techniques de calcul sont largement décrites dans la littérature ([38], [39], [46]).

I.4. Prise en compte de l'amortissement

L'amortissement est un paramètre extrêmement important qui détermine notamment les niveaux vibratoires au voisinage des fréquences de résonance. Il est généralement classé en trois familles définies principalement en fonction de la nature des phénomènes mis en jeux et de leur modélisation respective :

- l'amortissement visqueux qui correspond à une dissipation d'énergie par écoulement laminaire d'un fluide dans un amortisseur. Dans ce cas, la force d'amortissement est proportionnelle à la vitesse,
- l'amortissement structural qui correspond à une dissipation d'énergie par divers mécanismes de frottement interne aux matériaux. En régime harmonique, la force de dissipation est proportionnelle et en quadrature avec la force élastique et donc avec les déplacements relatifs,
- l'amortissement de Coulomb qui correspond à une dissipation d'énergie par frottement sec entre deux surfaces et la force d'amortissement est non linéaire. Ce type d'amortissement convient pour représenter les propriétés dissipatives de certaines liaisons mais il est impossible à prédire sur plan.

En pratique, seuls les modèles visqueux et structuraux sont utilisés à cause de leur simplicité mathématique et de leur caractère linéaire. De plus, des modèles d'amortissement structuraux ou visqueux équivalents peuvent être réalisés à partir de résultats d'essais dynamiques.

Dans les transmissions de puissance par engrenages, les trois types d'amortissement sont inévitablement présents (frottements au niveau des paliers et des engrenages, écoulement du lubrifiant, ...) ce qui complique considérablement le problème d'autant que leurs effets respectifs sont indissociables donc impossible à quantifier expérimentalement. Dans ce contexte et faute de mieux, leur prise en compte se fera de manière globale par le biais d'un amortissement visqueux équivalent ce qui se traduit dans l'espace physique par une matrice d'amortissement [C].

$$[M]{\dot{X}} + [C]{\dot{X}} + [K]{X} = {F_{ext}}$$

Si les matrices de masse [M] et de rigidité [K] sont parfaitement connues, il n'en est rien de [C]. La résolution du système par les méthodes basées sur le principe de superposition modale permet cependant de contourner le problème en remplaçant [C] par son équivalent dans l'espace modal.

où $[\Phi]$ est la matrice des vecteurs propres du système non amorti, m_i la masse modale et ζ_i le facteur d'amortissement du mode i de pulsation ω_i .

Les facteurs d'amortissement modaux présentent l'avantage de pouvoir être déterminés expérimentalement par des méthodes d'identification modale classiques (*cf. § III*). Toutefois, dans le cas des mécanismes complexes leur utilisation n'est pas entièrement satisfaisante car elle ne permet pas de distinguer la participation des différents éléments technologiques du système. Une solution consiste à scinder le facteur d'amortissement en un facteur d'amortissement "structural" identique pour tous les modes et généralement compris entre 0.5 et 1%, et un facteur d'amortissement "élémentaire" pondéré par le niveau de déformation dans les différents éléments. Cela conduit à n'utiliser un amortissement fort (5 à 10 %) que pour les modes faisant intervenir les éléments reconnus comme étant les plus dissipatifs (engrenages, paliers à roulements).

Dans la suite de ce travail, seules les réponses en fréquence seront étudiées. Elles seront calculées par la méthode fréquentielle et correspondront au suivi d'un seul harmonique d'engrènement à la fois.

I.5. Conclusion

Le modèle global présenté possède trois atouts majeurs :

- 1. Il prend en compte de manière précise et homogène la déformabilité statique et dynamique de l'ensemble des éléments constitutifs des boîtes de vitesses :
 - les éléments de structure (arbres, carters) au comportement linéaire sont modélisés par des éléments classiques,
 - les éléments de liaison (engrenages, roulements) au comportement non-linéaire sont modélisés par des éléments "spéciaux" qui prennent en compte l'ensemble des couplages entre les différents ddl.
 - en particulier, les roulements sont modélisés par autant de matrices de rigidité 12×12 qu'il y a de corps roulants,
 - les engrenages sont modélisés par une rigidité scalaire selon la ligne d'action ramenée aux centres des engrenages ce qui se traduit par une matrice de rigidité 12×12 liant les 6 ddl du pignon aux 6 ddl de la roue.

- 2. Il prend en compte les non-linéarités en statique (contacts corps roulants/pistes de roulement définis par la théorie de Hertz) et les linéarise autour du point de fonctionnement ce qui simplifie considérablement la résolution du problème dynamique.
- 3. Il permet d'introduire une excitation réaliste obtenue expérimentalement par une mesure de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge (ETSC).

En pratique, deux logiciels de calcul existent. Le premier, BVSIM, permet de simuler le comportement statique non-linéaire des boîtes de vitesses sous charge. Ce premier logiciel est actuellement utilisé dans les bureaux d'études de PSA. Le second, DYNA, est utilisé en interne au laboratoire. Il donne accès au comportement dynamique du mécanisme linéarisé autour d'un point de fonctionnement statique défini préalablement. Leur exploitation est facilitée par un certains nombre de pré et post-processeurs graphiques réalisés dans un environnement Matlab.

II. Mesure du comportement dynamique d'une boîte de vitesses en fonctionnement

II.1. Introduction : paramètres d'observation et outils de mesure

Les paramètres d'observation permettant de caractériser le comportement dynamique d'une transmission par engrenage peuvent être classés en deux catégories :

- les paramètres externes (accélérations sur le carter, bruit rayonné, ...),
- les paramètres internes (erreur de transmission, effort transmis par les roulements, ...).



Si la mesure des accélérations sur le carter et du bruit rayonné est classique et ne pose pas de problèmes particuliers, l'accès à l'erreur de transmission et aux efforts transmis par les roulements nécessite l'implantation de capteurs à l'intérieur même de la boîte de vitesses avec toutes les contraintes de montage et de fonctionnement que cela implique. De plus, les capteurs doivent être intégrés au système sans en modifier le comportement global. Cet impératif est généralement respecté en utilisant des capteurs de faible masse, ayant un encombrement réduit et une rigidité adaptée à leur environnement immédiat.

Dans le cadre de cette thèse, il a donc été décidé de concevoir et réaliser un capteur de force spécifique directement intégré à l'un des roulements de la boîte de manière à préserver au mieux l'architecture et les conditions de fonctionnement réelles du mécanisme. Une mesure de l'erreur de transmission générée par les engrenages, développée par ailleurs, a également été exploitée. Elle se fait au moyen de codeurs optiques montés sur les arbres de la boîte. Ces différents outils de mesure sont présentés aux paragraphes suivants.

II.2. Mesure de l'erreur de transmission

II.2.1. Introduction : les différentes techniques de mesure

Rappelons que l'erreur de transmission correspond à la différence entre la position réelle de la roue menée et la position qu'elle devrait occuper si la transmission était parfaite (profils parfaitement conjugués et rigidité de denture infinie). Cette grandeur peut être exprimée sous forme angulaire ou sous forme linéaire si elle est ramenée dans le plan d'action. Elle est mesurée dans l'ensemble des études expérimentales présentées dans la bibliographie car elle traduit directement les effets des imperfections et des déformations des dentures sur la transmission des mouvements de rotation qui sont les mouvements fonctionnels dans les mécanismes de transmissions de puissance par engrenages. Elle fournit donc une indication très pertinente sur la qualité de fonctionnement de ce type de mécanisme et sa forte corrélation avec le bruit d'engrènement la rend particulièrement intéressante dans le cadre des études vibro-acoustiques.

Différentes techniques de mesures de l'erreur de transmission existent. Elles dépendent essentiellement du contexte et des conditions de fonctionnement considérés. En particulier, il convient de distinguer les dispositifs de mesure sur les engrenages pris isolément (contrôle à faible charge de la qualité de réalisation des engrenages) des dispositifs de mesure dans un contexte de fonctionnement réel (caractérisation du comportement global du mécanisme sous charge).

Les dispositifs de mesure imaginés par les "engrenagistes" se distinguent également par le type d'erreur de transmission auquel ils permettent d'accéder :

- erreur de transmission quasi-statique sans charge ETS :
- mesure de l'écart composé radial (Figure 2.16),
- mesure de l'écart composé tangentiel (méthodes comparatives Figure 2.17 et Figure 2.18, méthode directe à l'aide de codeurs optiques Figure 2.19),
- erreur de transmission dynamique ETD :
- mesure à l'aide d'accéléromètres montés tangentiellement (Figure 2.20),
- mesure directe à l'aide de codeurs optiques (Figure 2.19).





(Houser & Blankenship 1989, [35]).

II.2.2. Mesure par codeurs optiques

Parmi les différents procédés de mesure présentés, celui utilisant des codeurs optiques est le plus couramment exploité : il permet l'analyse (en régime quasi-statique ou dynamique) d'une roue dentée seule, d'un couple d'engrenages ou d'un mécanisme complet avec ou sans chargement.

Les codeurs optiques fonctionnent selon le principe du balayage photo-électrique de fins réseaux de traits radiaux gravés dans un disque de verre. Les signaux électriques émis sont de type sinusoïdal mais peuvent être transformés en impulsions rectangulaires plus faciles à analyser. L'erreur de transmission est reconstituée à partir des signaux mesurés pour chaque roue :

- par comparaison des phases,
- par chronométrage et comparaison des intervalles de temps séparant le passage de deux raies successives.

La méthode des phases nécessite une multiplication analogique de la fréquence de l'un des deux signaux par le rapport de réduction des engrenages avant de pouvoir comparer les phases ce qui introduit un déphasage supplémentaire difficile à corriger. De plus, la précision des mesures dépend directement du nombre de raies des codeurs, nombre qui est limité par la vitesse de rotation des arbres, les cellules photo-électriques des codeurs ayant une sensibilité fréquentielle inférieure à 300 kHz.

La méthode de chronométrage proposée par Kong (1987, [45]) permet de s'affranchir de ce problème. Elle consiste à dissocier les notions de résolution (confiée à une horloge électronique) et d'échantillonnage (confiée au codeur). Le nombre de raies codeur peut alors être considérablement diminué, la précision de la mesure étant uniquement limitée par la fréquence d'horloge maximale possible et par la qualité de gravage des raies codeur. A titre indicatif, avec une horloge à 100 MHz et des codeurs à 2048 raies, on atteint une précision $\Delta \theta_p$ inférieure à 0.3 seconde d'arc pour 1000 tr/min.



L'erreur de transmission est déterminée par calcul après l'acquisition. La seule information stockée est le nombre de pulsations d'horloge qui sépare les fronts codeur successifs. Ces fronts sont séparés par un intervalle angulaire $\Delta \theta$ fixe et égal à $2.\pi/n$, où n est le nombre de raies du codeur considéré.

Deux méthodes de reconstitution de l'erreur de transmission sont possibles :

- une **méthode temporelle asynchrone** qui consiste à rééchantillonner à fréquence constante les courbes donnant la position des roues avant de calculer l'erreur de transmission (Figure 2.22),
- une méthode angulaire synchrone pour laquelle le rééchantillonnage est synchronisé sur les front montants de l'un des deux codeurs. L'erreur de transmission est alors définie comme une fonction de la position angulaire de la roue sur laquelle a été réalisée la synchronisation (Figure 2.23).



La méthode angulaire est particulièrement intéressante pour la détection et surtout la localisation de défauts sur les engrenages (*Rémond* [75]). En effet, à partir d'une description angulaire directement liée à la géométrie et donc indépendante du temps, il est aisé d'effectuer un moyennage synchrone à l'une des roues dentées. Ce moyennage permet de "gommer" les défauts qui n'apparaissent pas régulièrement à chaque tour de la roue de référence et fait ressortir les autres.

La détection de défaut sortant du cadre de ce travail, on restera par la suite sur une description classique de l'erreur de transmission dans le domaine temporel. La fréquence de rééchantillonnage sera toutefois choisie comme multiple de la fréquence de rotation afin de faciliter le suivi des raies d'engrènement pour la construction des réponses en fréquence.

II.3. Mesure des efforts transmis par le roulement à billes.

II.3.1. Introduction

L'intérêt de mesurer les efforts transmis par les paliers à roulement a été souligné au premier chapitre. La bibliographie sur le sujet est cependant très pauvre. Seulement deux dispositifs de mesure des efforts aux paliers ont pu être relevés, mais à notre connaissance, aucun n'a jamais été intégré à un mécanisme industriel en situation réelle de fonctionnement.

Ainsi, *Frayer ([23])* présente un capteur permettant de déterminer la répartition des efforts statiques sur les corps roulant d'un roulement à rouleaux cylindriques ou coniques. Il utilise des fils en acier ductile disposés dans trois gorges usinées le long de la piste de roulement. Sous l'effet du chargement, les éléments ductiles subissent la même déformation que la bague du roulement mais de manière irréversible ce qui permet de la mesurer (Figure 2.24-a.). Cette technique originale présente cependant peu d'intérêt dans notre cas puisqu'elle ne permet pas de mesurer les efforts en temps réel et nécessite en plus des opérations de montage - démontage à chaque essais.

Furukawa ([24]), propose quant à lui un dispositif réalisé à partir d'un capteur de force piézo-électrique usuel mais dont l'encombrement est important et la mise en place requière des



aménagements spécifiques susceptibles de modifier considérablement le comportement du système (Figure 2.24-b.).

Les capteurs de force à cristaux piézo-électriques usuels étant d'un encombrement trop important (diamètre > 10 mm, épaisseur > 6 mm), notre attention s'est portée sur les films piézo-électriques dont les dimensions sont nettement inférieures (épaisseur << 1 mm). Ces derniers ont un champs d'application très large (jauges de contrainte dynamique, accéléromètres, détecteurs de chocs, capteurs passifs à infrarouges, capteurs acoustiques et ultrasoniques, ...). Utilisés en tant que jauges de contraintes dynamiques, les films piézoélectriques ont un meilleur rendement que les jauges de contraintes résistives classiques. En contrepartie, ils requièrent une attention particulière lors de leur conception et de leur utilisation car ils peuvent être très sensibles aux conditions de mesure (température, impédance de charge).

Après une brève présentation de la technologie des films piézo-électriques, les principaux aspects de la conception et de la réalisation du capteur de force seront précisés.

II.3.2. Présentation générale des films piézo-électriques

II.3.2.1. Fabrication

Les films piézo-électriques sont fabriqués à partir d'un polymère: le fluorure de polyvinylidène (PVDF). Une fois mis en forme par extrusion et étirage unidirectionnel (plus de 300% à 60°C), le PVDF est polarisé par application d'une tension de 150 kV/micron. Il subit ensuite un traitement de surface (décapage par plasma) et une métallisation (encre d'argent ou pulvérisation à vide d'un alliage nickel cuivre). La métallisation par pulvérisation à vide est fragile et est utilisée pour des applications où les besoins signal/bruit imposent une charge en poids très faible aux électrodes. L'encre d'argent est idéale pour des applications où le film subit des contraintes mécaniques.

II.3.2.2. Principe

Les matériaux piézo-électriques convertissent l'énergie mécanique en charge électrique (effet piézo-électrique direct) et, réciproquement, les signaux électriques en mouvement mécanique (effet piézo-électrique inverse). Le PVDF génère également une charge électrique pour des changements de température (effet pyro-électrique).

Les propriétés électromécaniques des films piézos sont de nature anisotropique : la réponse dépend de la direction du stimulus électrique ou mécanique appliqué. Par convention, les trois directions selon la longueur, la largeur et l'épaisseur du film sont respectivement notées 1, 2 et 3 (Cf. Figure 2.25). L'axe 1 correspond à la direction d'étirage du film et l'axe 3 à celle de la polarisation électrique.



Les constantes piézos liant la tension en circuit ouvert Vo (Figure 2.29) à la contrainte appliquée sont pour le PVDF :

$$\begin{array}{rll} g_{31}=216\cdot 10^{-3} & \frac{V/m}{N/m^2} & g_{32}=22\cdot 10^{-3} & \frac{V/m}{N/m^2} & g_{33}=-339\cdot 10^{-3} & \frac{V/m}{N/m^2} \\ & \text{avec} & g_{ij} & \text{tel que} & i = \text{ axe de polarisation } = 3 \\ & j = \text{ axe de sollicitation mécanique} \end{array}$$

et

$$V_o = g \cdot \sigma \cdot e$$
 avec $\sigma = \frac{F}{S}$, contrainte appliquée
e = épaisseur du film piezo

Celles liant les déformations à la tension appliquée sont :

$$d_{31} = 23 \cdot 10^{-12} \quad \frac{m/m}{V/m} \qquad d_{32} = 3 \cdot 10^{-12} \quad \frac{m/m}{V/m} \quad d_{33} = -33 \cdot 10^{-12} \quad \frac{m/m}{V/m}$$

avec d_{ij} tel que
 $i = axe de sollicitation électrique = 3$
 $j = axe de déformation$

et

$$\frac{\Delta x_{j}}{x_{j}} = d_{3j} \cdot \frac{V}{e} \qquad \text{avec} \qquad \frac{\Delta x_{j}}{x_{j}} = \text{ allongement relatif selon l'axe j}$$
$$V = \text{tension appliquée selon l'axe 3}$$

II.3.3. Conception et réalisation du capteur de force

II.3.3.1. Cahier des charges

mesure d'efforts statiques et dynamiques locaux à l'interface bague extérieure du roulement / carter,

≻ encombrement réduit :	moins de 2 mm d'épaisseur,	
≻ étendue des mesures :	plage fréquentielle : 0-5000 Hz, amplitudes des efforts 0-5000 N,	
➤ environnement thermique :	T°C de fonctionnement,	
en conditions réelles \rightarrow jusqu'à 130°C,		
en conditions expérimentales \rightarrow jusqu'à 60°C,		

- ➤ résistance à l'huile,
- > montage sur la BV sans modification du carter et démontage possible.

II.3.3.2. Choix du type de film piézo

Parmi les différents types de film piézo-électrique seuls ceux de la **série DT** (métallisation à l'encre d'argent) ont été retenus. Ce type de film est principalement utilisé comme jauge de contrainte dynamique. C'est donc le mieux adapté à la mesure des efforts dynamiques à l'interface roulement/carter.

Les facteurs de conversion suivants ont été obtenus à partir des constantes piézos pour le composant piézo DT1-028K métallisé à l'encre d'argent, de surface active 12×30 mm² et d'épaisseur 28 μ m.

♦ conversion électro-mécanique : (axe 1)
$$25 \times 10^{-12}$$
 m/V , 700×10^{-6} N/V (axe 3) 33×10^{-12} m/V

- \diamond conversion mécano-électrique : (axe 1) 12×10⁻³ V/µε , 400×10⁻³ V/µm , 14.4 V/N (axe 3) 13×10⁻³ V/N
- \diamond conversion pyro-électrique : 8 V/K (@ 25°C)
- $\diamond~$ capacité : 1.36×10⁻⁹ F (facteur de dissipation 0.018 @ 10 kHz @ 12 k Ω d'impédance)
- tension d'utilisation maximale : DC 280V (déplacement de 7 μm selon l'axe 1)
 AC 840V (déplacement de 21 μm selon l'axe 1)
- \diamond force d'extension à la rupture : (axe 1) 6-9 kgF (tension de sortie de 830 à 1275 V)

On constate que la sensibilité mécano-électrique du film piézo est très importante selon sa longueur (axe 1). En effet, sa section est assez petite pour qu'une force d'extension, même très faible, crée des contraintes élevées au sein du polymère. Cet aspect peut être exploité pour améliorer la sensibilité du film selon l'axe 3. Il suffit pour cela de placer le capteur entre deux couches d'un matériau élastique incompressible pour que les forces de compression (selon l'axe 3) soient converties en forces d'extension (selon l'axe 1). Cette solution présente cependant l'inconvénient d'introduire une épaisseur supplémentaire de matière peu rigide à l'interface roulement/carter ce qui risque de modifier le comportement du système étudié notamment en ce

qui concerne l'amortissement. D'un point de vue pratique, ce sont les couches de colle et d'isolant situées de part et d'autre du film piézo qui joueront éventuellement ce rôle de conversion des efforts de compressions en efforts d'extension.

Pour augmenter encore la sensibilité du capteur en mode épaisseur, il est également recommandé d'utiliser un film piézo-électrique plus épais (110 μ m au lieu de 28 μ m).

II.3.3.3. Mise en place des films piézos sur le roulement

Pour mesurer des efforts en plusieurs points de l'interface roulement/carter, il s'agissait de disposer des cellules actives de film piézo sur la bague extérieure du roulement. Ces cellules ont été directement fixée à la surface de la bague avec une colle à base de cyanoacrilate.

Parmi les différentes solutions envisagées pour mettre en place des films piézos à l'interface bague extérieure du roulement / carter, c'est le montage de la Figure 2.26 qui a été retenu.

Une bague en acier a été mise en place pour protéger les cellules de film lors de la mise en place du roulement instrumenté dans son alésage. Cette bague fendue sur sa largeur est montée comme un circlips afin de rattraper d'éventuels jeux tout en appliquant une précontrainte sur les films. Le diamètre de la bague extérieure du roulement a été préalablement réduit pour permettre l'intégration du capteur sans modification du carter. Le blocage axial de la bague fendue par rapport au carter et à la bague extérieure du roulement est assuré par les deux épaulements situés de part et d'autre de la bague extérieure du roulement.



Lors du fonctionnement de la BV, il peut se produire une rotation de la bague extérieure du roulement dans l'alésage du carter, sous l'effet des forces de frottement générées par les corps roulants sur la piste de roulement. En effet, le roulement n'est pas monté serré dans l'alésage et de plus, le carter peut subir une dilatation thermique plus importante que la bague du roulement. Cette dernière doit donc être bloquée en rotation par rapport au carter. La solution adoptée consiste à goupiller les rondelles d'arrêt axial du roulement sur la bague extérieure.



II.3.3.4. Connexions électriques

La connexion des deux électrodes du film piézo aux fils conducteurs est une opération délicate à cause de la finesse des surfaces métallisées (quelques dizaines de nanomètres) et du polymère qui ne résiste pas aux températures trop élevées d'un fer à souder. Par ailleurs, des connexions mal conçues peuvent engendrer des contraintes élevées susceptibles de perturber les mesures.

Une solution consiste à réaliser une métallisation sous patron de manière à regrouper toutes les connexions dans une région éloignée des parties actives du capteur. Cette solution n'est cependant pas envisageable pour la réalisation d'un seul spécimen de capteur, elle convient mieux aux applications industrielles à grande échelle.

Des connecteurs (agrafes ou oeillets) distribués par le fabricant de film piézo existent mais ne conviennent pas à cette application du fait de leur encombrement. L'emploi de résines électro-conductrices thermodurcissables est plus approprié car plus souple d'utilisation bien qu'exigeant en terme de mise en oeuvre (durée de durcissement très longue : 2 jours à T°C ambiante, 2 heures à 60°C).

Pour éviter tout phénomène de parasitage électromagnétique le long des fils de connexions, des câbles coaxiaux blindés de petite section (1.17 mm de diamètre gaine comprise) ont été utilisés. Afin de faciliter l'opération de montage du roulement instrumenté dans le carter et parce que les câbles coaxiaux, trop rigides, ne peuvent être directement collés aux électrodes, des connecteurs coaxiaux micro-miniatures (type MMS) conçus à l'origine pour les circuits intégrés ont été disposés sur la bague extérieure (Cf. Figure 2.27). Ils font office de relais entre les films piézos et les câbles coaxiaux. La liaison entre ces connecteurs et les électrodes des films piézos est réalisée avec des fils de câblage monoconducteurs multibrins souples ayant une section de 0.3 mm de diamètre gaine non comprise.



II.3.3.5. Interface électrique

D'un point de vu électrique, le film piézo peut s'apparenter à un condensateur car il présente deux surfaces métallisées parallèles séparées par un diélectrique. Il faut donc prêter une attention particulière aux caractéristiques du circuit électrique auquel sont raccordés les deux pôles du film. Les performances du capteur en dépendent fortement.

♦ Circuit ouvert équivalent



La capacité du film piézo est proportionnelle à la surface active des électrodes (surface métallisée) et inversement proportionnelle à l'épaisseur du polymère. La tension délivrée par le générateur équivalent en circuit ouvert varie de quelques microvolts à plusieurs centaines de volts suivant le domaine d'application.

♦ Résistance de charge



Le produit RC définit la constante de temps τ du circuit (temps mis par un condensateur pour perdre 63% de sa charge initiale). Ainsi pour pouvoir mesurer un effort statique, il faut une constante de temps très grande voire infinie. Le produit RC étant de valeur finie, les films piézos ne sont pas bien adaptés à des mesures statiques. Les mêmes conclusions peuvent être obtenues si on raisonne en terme de fréquences, les circuits RC étant des filtres passe-haut dont la fréquence de coupure définie à -3dB est inversement proportionnelle à τ (f_c = 1/2 $\pi\tau$).

D'un point de vue pratique, il sera d'autant plus difficile d'accéder à la valeur statique des efforts que le film utilisé sera de petite taille donc de faible capacité. Dans le cas du film DT1-028K présenté plus haut (12×30 mm²), il faudrait une résistance de charge de l'ordre de $10^9 \Omega$ pour atteindre une constante de temps d'une seconde.

♦ Circuit tampon (buffer)

Le rôle d'un circuit tampon est de réduire l'impédance du capteur piézo afin de minimiser le bruit et les pertes de signal dans le câble de connexion du capteur. Il est indispensable pour les applications qui n'offrent pas la possibilité de placer les appareils de mesure à proximité immédiate du capteur et en particulier lorsqu'on utilise un amplificateur de tension pour traiter le signal (voir amplification du signal).

Lorsque la résistance de charge associée au capteur est élevée (mesures statiques), il faut veiller à ce que l'impédance du circuit tampon soit de son côté beaucoup plus élevée, ceci afin de ne pas shunter la résistance de charge vue par le capteur (résistances en parallèle).

♦ Amplification du signal

L'amplification du signal délivré par le capteur est réalisée à l'aide d'amplificateurs opérationnels (A.O.) qui du fait de leur impédance infinie peuvent aussi servir dans les circuits tampons. Suivant la configuration du montage, on réalise un amplificateur de tension ou un amplificateur de charge (Figure 2.31 et Figure 2.32).





Le principal avantage de l'amplificateur de charge est que la tension de sortie Vs ne dépend que de Cf (capacité de retour réglable ou non suivant l'amplificateur de charge utilisé). La capacité de l'élément piézo-électrique et celle du câble de connexion n'ont alors aucune influence sur le signal de sortie. De plus, il est possible de régler la constante de temps du circuit indépendamment du capteur utilisé. La conséquence immédiate est qu'il est plus facile de réaliser des mesures statiques. Il faut toutefois noter que la haute impédance d'entrée des amplificateurs de charge implique l'utilisation de câbles de connexions coaxiaux blindés pour éviter les bruits parasites générés par d'éventuels mouvements du câbles ou provenant de perturbations électro-magnétiques dans leur environnement immédiat.

Les amplificateurs de tension, quant à eux, peuvent être utilisés avec des câbles coaxiaux classiques moins coûteux à condition de placer un circuit tampon à proximité immédiate du capteur piézo à haute impédance. Ce circuit tampon est de nos jours directement intégré au corps des capteurs ce qui facilite leur utilisation mais limite leur résistance aux conditions expérimentales extrêmes (température, humidité, ...). A noter que les amplificateurs de tension sont particulièrement bien adaptés aux applications pour lesquelles la température de l'environnement varie de manière importante. En effet, la constante piézo de tension est beaucoup moins sensible aux variations de température que la constante piézo de charge.

Pour respecter au mieux le cahier des charges (accès aux efforts statiques) et après quelques essais préliminaires, c'est le montage **amplificateur de charge** qui a été retenu.

II.3.4. Etalonnage et caractérisation du capteur

II.3.4.1. Etalonnage statique

L'étalonnage du capteur est une opération déterminante car elle conditionne la représentativité des mesures. A condition d'avoir une constante de temps assez élevée, on peut envisager un simple "étalonnage statique" qui consiste en l'application d'un effort statique connu (masses calibrées, anneau dynamométrique ou capteur de force de référence) afin de déterminer précisément la sensibilité du capteur étudié.

Une fois le roulement à billes instrumenté, chaque cellule de film piézo a été étalonnée séparément grâce au dispositif présenté sur la Figure 2.33 :



L'arbre secondaire est intégré au système car le roulement doit être instrumenté après avoir été emmanché sur l'arbre afin de ne pas endommager les capteurs lors de cette opération. En effet, le polymère des films piézos ne peut pas résister à la température de chauffe nécessaire à un emmanchement serré du roulement par dilatation thermique de la bague intérieure.

La mise en charge est assurée par une tige filetée à pas fin actionnée manuellement à l'aide d'un volant. Un capteur de force KISTLER permet de connaître précisément la valeur de l'effort radial exercé sur le film piézo à étalonner.

Le protocole opératoire adopté consiste à effectuer 5 mises en charges successives à 500, 1000, 1500, 2000 puis 2500 N. Un palier de 30 secondes est respecté avant et après chaque mise en charge afin de vérifier la stabilité du signal (offset, dérive, ...).

La sensibilité des films piézo-électriques est fixée à une valeur initiale de 20 pC/N conformément aux données du fabricant. Un coefficient de correction est estimé pour chaque film piézo à partir des courbes : *Tension Capteur Etalon* = f(Tension Film Piézo)

Remarques :

- la tension mesurée sur les films piézos est négative pour un effort de compression, - la réponse des films piézos est marquée par un phénomène d'hystérésis caractéristique des matériaux incompressibles de type caoutchouc ou polymère synthétique (comportement différent entre les phases de charge et de décharge), - durant les paliers de chargement, la tension mesurée sur les films piézos continue d'augmenter (en valeur absolue) alors que le chargement appliqué diminue légèrement ce qui est caractéristique d'un phénomène de relaxation.

Les effets d'hystérésis et de relaxation ne peuvent être corrigés de manière simple et efficace. Ils ne seront pas pris en compte par la suite. La sensibilité des films piézos sera calculée sur la partie linéaire des courbes (mise en charge).



Figure 2.34 : Etalonnage statique d'une cellule piézo-électrique du capteur

Film Piézo	Coefficient de	décalage ΔV	Sensibilité
n°	correction	(en V)	corrigée
1	1.2376	non déterminé (*)	16.16 pC/N
2	1.2541	0.1755	15.95 pC/N
3	1.5702	0.0127	12.74 pC/N
4	1.1653	0.1637	17.16 pC/N
5	1.5653	0.1760	12.78 pC/N
6	1.6346	0.0190	12.24 pC/N
7	1.5611	0.1356	12.81 pC/N
(*) Un offset anormalement élevé a été constaté sur le film piézo n°1 qui s'est par la suite avéré défectueux. Il ne sera donc pas exploité dans la suite de ce travail.

II.3.4.2. Influence de la température

Les films piézo-électriques présentent une sensibilité à la température particulièrement élevée. L'influence de ce facteur externe a été étudiée en utilisant une sonde équipée d'une résistance thermique et d'un thermocouple, le tout étant contrôlé par un système de régulation asservi.

La Figure 2.35 montre qu'une variation de température de $1^{\circ}C$ a les mêmes effets qu'une variation d'efforts de **35 Newtons** environs (70 mV). Il est malheureusement impossible de dissocier ces deux effets sur la réponse d'un film piézo.



Des travaux de recherche consacrés à l'étude de capteurs piézo-électriques films minces pour la mesure de contraintes quasi-statiques (*Motti* [63]), font état de la possibilité de compenser les effets de la température par superposition de deux films de caractéristiques piézo-électriques égales mais de caractéristiques pyro-électriques différentes. Cette solution ne sera pas mise en oeuvre sur le roulement pour des raisons d'encombrement et pour ne pas assouplir d'avantage le système mécanique.

II.3.4.3. Caractérisation dynamique

La caractérisation dynamique du capteur consiste principalement à déterminer sa bande passante, c'est-à-dire les limites fréquentielles de validité des mesures. La bande passante des capteurs de type piézo-électriques est généralement limitée du côté des basses fréquences par leurs caractéristiques électriques (impédance, ...) et du côté des hautes fréquences par leur résonance propre. A titre indicatif, la fréquence de résonance des films piézo-électriques seuls est de l'ordre du MHz mais avec les couches de colle et d'isolant, celle du capteur réalisé est certainement plus faible. La détermination de la bande passante a été réalisée à l'aide d'un pot d'excitation électrodynamique suivant le montage de la Figure 2.36-a.

Une précontrainte statique est appliquée sur les films piézos avec un collier de serrage afin de placer le roulement instrumenté dans une configuration de fonctionnement similaire à celle de la boîte de vitesses. La tige d'excitation (tilting rod) est fixée sur le collier et le pot d'excitation est suspendu à des élastiques conformément à l'usage.

Les fonctions de transfert entre le capteur de force de référence et les films piézos (Figure 2.36-b) ont été obtenues avec une excitation de type "chirp" (impulsions sinusoïdales modulées en fréquence). Une excitation de type sinus balayé donne des résultats similaires.

Des pics de résonance apparaissent entre 1250 et 3000 Hz et sont perçus par les deux capteurs ce qui exclut une résonance propre des films piézos. Il s'agit plutôt d'une résonance de structure propre au système {collier de serrage - bague de protection}.

On peut considérer que le capteur développé a une bande passante s'étendant au moins de 10 à 1200 Hz. La fonction de cohérence montre qu'elle peut être étendue au delà de 3000 Hz. Cette bande de fréquence est amplement suffisante pour l'étude de la boîte de vitesses (fréquence d'engrènement du deuxième rapport = 1035 Hz à 2700 tr/min).



II.3.5. Validation expérimentale du capteur sur une boîte de vitesses en fonctionnement

Les résultats présentés dans cette partie ont été obtenus à partir des premiers essais réalisés avec le roulement instrumenté sur une boîte de vitesses en fonctionnement. Ces essais ont permis de valider le principe de la mesure et d'éprouver la résistance du montage. Seuls les efforts mesurés sur deux des 7 cellules piézo-électriques sont présentés (Figure 2.37). Ces deux points de mesure (FP2 et FP6) correspondent à des directions pour lesquelles les corps roulants sont respectivement le plus et le moins chargés. Les accélérations en deux points du carter, l'un situé à proximité immédiate de l'une des cellules piézo-électriques et l'autre un peu plus loin sur le carter ont également été mesurées afin d'établir un premier lien entre les efforts transmis par



le roulement et l'état vibratoire du carter. Les unités de mesure n'apparaissent pas sur les figures car ces essais ont été réalisés avant étalonnage du capteur.

Comme prévu par le modèle numérique, on peut constater sur la Figure 2.39-a qu'il existe une grande différence entre les amplitudes des efforts mesurés sur les deux cellules. En effet, l'effort statique appliqué au centre du roulement impose une direction privilégiée de chargement qui se traduit par une répartition non uniforme des efforts sur les différentes cellules piézoélectriques (Figure 2.38).

Ces résultats montrent également que l'évolution des efforts mesurés est essentiellement gouvernée par le passage des corps roulants au niveau de chaque cellule piézo-électrique (pic à 89 Hz et harmoniques). Des composantes liées au processus d'engrènement (pics à 659 Hz pour le pont et 1341 Hz pour le rapport de boîte engagé) et aux défauts d'excentricités des engrenages (raies latérales traduisant une modulation à la fréquence de rotation de l'arbre secondaire) sont également présentes. Ces fréquences se retrouvent sur les accélérations du carter, associées aux fréquences caractéristiques du carter et des autres roulements de la boîte. Ainsi, d'un point de vue dynamique, les roulements génèrent des vibrations basses fréquences liées au passage des corps roulants, éventuellement des vibrations hautes fréquences associées aux défauts et à l'usure des pistes et des corps roulants, et transmettent les vibrations générées par les engrenages.

Les premiers résultats obtenus avec le roulement instrumenté sont donc cohérents (distribution inégale des efforts sur les corps roulant) et satisfaisants d'un point de vue qualitatif (détection du passage des corps roulants, émergence des raies d'engrènement) ce qui a permis de s'assurer de la validité du principe de la mesure.

Pour ce qui est de la reproductibilité des mesures, aucune étude approfondie n'a été engagée car la durée de vie du capteur était inconnue et qu'il ne fallait pas hypothéquer les chances de mener la campagne d'essais à terme. De plus, vu le caractère artisanal du capteur, il semblait hors de proportion d'engager des études trop poussées sur la précision des mesures, seule l'allure générale des résultats importe dans une démarche qui se veut globale aussi bien dans les études numériques qu'expérimentales. Par précaution, un dédoublement des mesures a toutefois été réalisé pour la plupart des essais et aucune dispersion significative n'a été décelée.



II.3.6. Prise en compte du capteur dans le modèle numérique

L'objectif de ce travail est de se donner les moyens numériques permettant de faciliter l'interprétation des phénomènes observés expérimentalement (en particulier, la présence sur les mesures de la composante à la fréquence de passage des billes), et également d'évaluer l'influence du capteur sur le comportement statique et dynamique du mécanisme. Ce dernier point sera traité au chapitre IV en s'appuyant sur des résultats expérimentaux.

II.3.6.1. Description de l'élément de modélisation des films piézos

Un élément spécifique a été développé pour modéliser les films piézos. Il s'agit d'un élément de "contact déformable" qui présente les caractéristiques suivantes :

• il ne transmet des efforts que lorsque le film piézo est écrasé selon X_L ($\Delta\delta$ <0), sa rigidité est alors égale à k_{min} ,

- il n'admet pas d'écrasement supérieur à une certaine valeur j (inférieure ou égale à son épaisseur), sa rigidité est alors égale à k_{max} (suffisamment grande pour assurer "numériquement" une liaison indéformable),
- lorsqu'il transmet un effort selon X_L , il peut également en transmettre suivant les autres degrés de liberté (introduction de rigidités sur les autres ddl).

Cette dernière propriété permet non seulement de s'affranchir des problèmes de stabilité du système liés à la liberté de rotation de la bague extérieure du roulement dans l'alésage du carter (autour de Z_L), mais également d'étudier les éventuels efforts de "cisaillement" des films piézos.



Cet élément de modélisation des films piézos est uniquement utilisé dans le modèle statique. En dynamique, le comportement est par hypothèse linéarisé autour du point de fonctionnement statique, et chaque film piézo est donc modélisé par un simple élément de rigidité liant un noeud de la bague extérieure du roulement à un noeud du carter.

II.3.6.2. Détermination expérimentale de la rigidité des films piézos

Le capteur développé est monté en série dans la chaîne de transmission des efforts. Il doit donc présenter une raideur suffisamment élevée pour éviter de perturber le comportement du système étudié. Cette condition est particulièrement importante pour les essais dynamiques.

Les films piézo-électriques sont constitués par un polymère synthétique dont le module d'élasticité est relativement faible $(2.0E+09 \text{ N/m}^2 \text{ contre } 2.1E+11 \text{ N/m}^2 \text{ pour l'acier et } 8.0E+10 \text{ N/m}^2 \text{ pour l'aluminium})$. Une mesure de la rigidité d'un échantillon de dimensions identiques à celles des cellules utilisées sur le roulement a donc été effectuée avec le dispositif de mise en charge utilisé pour l'étalonnage statique (Figure 2.33). L'empilement {colle + film piézo + isolant} a été reproduit sur une surface plane afin d'obtenir une rigidité globale représentative du capteur. Les efforts ont été mesurés à l'aide d'un capteur de force classique et les déplacements selon l'épaisseur à l'aide d'un comparateur micrométrique analogique. Une rigidité moyenne de **3.0E+07 N/m** a été obtenue pour des efforts supérieurs à 500 N. A titre comparatif, les valeurs de rigidités radiales calculées sur le roulement à billes sont de l'ordre de 1.0E+08 N/m. La présence du capteur est donc susceptible de modifier le comportement global du système.

II.3.7. Simulation de la rotation du roulement en quasi-statique

L'objectif de cette simulation est d'expliquer la présence sur les mesures précédentes d'une composante à la fréquence fondamentale de passage des corps roulants sur la bague extérieur du roulement, et éventuellement de déterminer s'il existe une relation directe liant l'amplitude de cette composante à celle des efforts statiques transmis.

L'étude a été réalisée sur un modèle complet de la boîte de vitesses mais seule la rotation du roulement à bille a été considérée. Elle a été simulée en modifiant pas à pas la position des corps roulants par rapport à la bague extérieure du roulement. L'équilibre statique du système a été recherché successivement pour chaque position.

Dans le modèle de départ, la bague extérieure du roulement est incluse dans le "superélément" du carter condensé et il n'existe que 7 noeuds d'attache pour les éléments "corps roulants". Afin de définir des points intermédiaires, il a donc été nécessaire de superposer une seconde bague modélisée par 70 éléments de poutres courbes. L'environnement du roulement est donc plus rigide qu'en réalité mais cela ne modifie en rien la nature et l'interprétation des phénomènes mis en jeux.



La transmission des efforts entre la bague extérieure et le carter est exclusivement assurée par les films piézos. Le blocage axial de la bague par rapport au carter (assuré physiquement par un circlips) a été modélisé en liant les ddl axiaux de tous les noeuds de la bague à ceux des noeuds du carter par des éléments "infiniment rigides" (au sens numérique).

Dans un premier temps, seuls les efforts générés par les déplacements relatifs de la bague extérieure par rapport au carter ont été examinés. Les efforts radiaux correspondant à la compression des films piézos selon leur épaisseur sont présentés sur la Figure 2.42. Quatre modes de visualisation ont été adoptés afin de faciliter l'interprétation des résultats :

- a) visualisation directe des efforts sur chaque film piézo en fonction de l'angle de rotation du roulement (représentation cartésienne),
- b) visualisation directe des efforts sur chaque film piézo en fonction de la position angulaire des films piézos (représentation polaire),
- c) visualisation de la composante alternative des efforts sur chaque film piézo en fonction de l'angle de rotation du roulement (représentation cartésienne),
- d) visualisation de l'amplitude de la composante alternative des efforts sur chaque film piézo en fonction de la position angulaire des films piézos (représentation polaire),



Présentés sous les formes c et d, les efforts calculés numériquement peuvent être directement comparés aux efforts mesurés expérimentalement. En effet, seule la composante alternative (ou dynamique) des efforts est accessible expérimentalement. Son amplitude est déduite de la FFT du signal et correspond à l'amplitude du pic localisé à la fréquence f_{BE} de passage des corps roulants en un point fixe de la bague extérieure.

Une analyse globale des résultats numériques obtenus (Figure 2.42) montre que :

- les efforts radiaux vus par les films piézos varient très peu (moins de 3% des efforts statiques),
- les plus fortes amplitudes de variations ne sont pas forcément observées sur les films piézos qui encaissent les plus grandes charges statiques.

Ce dernier point est en contradiction avec les résultats expérimentaux (Figure 2.43) pour lesquels il semble y avoir une relation directe entre l'amplitude des variations des efforts à la fréquence de passage des billes et les efforts statiques. De plus, les amplitudes observées expérimentalement (< 40 N) sont plus importantes que celles calculées (< 11 N).



Ainsi, les variations observées par les films piézos ne peuvent provenir uniquement d'une variation des efforts radiaux. Les efforts correspondant à du cisaillement ou à un basculement de la bague ont également été étudiés mais ils aboutissent à des résultats similaires et ne sont donc pas présentés.

A ce stade de la réflexion, il est utile de rappeler la forte sensibilité des films piézos aux déformations longitudinales selon l'axe 1 (Figure 2.25). Cette propriété a d'ailleurs été exploitée pour améliorer leur sensibilité à un effort selon l'épaisseur (*cf. § II.3.3.2*). Ainsi, le fait que les films aient été collés à la surface de la bague extérieure du roulement peut avoir introduit une sensibilité aux déformations de la bague. Cette dernière est essentiellement sollicitée en flexion avec une modification locale de sa courbure sous l'effet du passage des billes (Figure 2.44). Ces variations de courbure peuvent être obtenues simplement en calculant le rayon du cercle passant par trois points successifs de la bague discrétisée. Elles se traduisent par un allongement (ou un rétrécissement) longitudinal des films piézos qui peut être calculé à partir des variations de la courbure et du secteur angulaire α défini par les deux points d'extrémité et le centre de courbure ($\frac{\Delta I}{I} = \frac{R\alpha - R'\alpha'}{R\alpha}$). Cette quantité sera par la suite exprimée en micro-déformations (µdef).





La comparaison des efforts mesurés aux allongements des films piézos dus à la flexion de la bague (Figure 2.45) est concluante. Même si les déphasages relatifs des courbes obtenues pour les différents films piézos sont sensiblement différents, les amplitudes relatives sont similaires ce qui apparaît clairement sur les représentations polaires.



Le phénomène prédominant mesuré par les films piézos à la fréquence de passage des billes correspond donc à un effet local de flexion de la bague sous l'action de l'effort radial transmis par les billes. Cette flexion locale est d'autant plus importante que l'effort transmis par le corps roulant concerné est grand : les distributions des efforts radiaux (Figure 2.42-b) et des allongements dus à la flexion (Figure 2.45-b) sont en effet très similaires. Ainsi l'amplitude H_{BE}

de la composante à la fréquence de passage des billes peut être associée aux efforts statiques radiaux F_{Tstat} transmis par les corps roulants. Un suivi de H_{BE} a été réalisé pour des vitesses de rotation de l'arbre primaire comprises entre 400 et 2700 tr/min ce qui correspond à des fréquences de passage des corps roulants de 9 à 61 Hz. La relative stabilité des courbes obtenues (Figure 2.46) sur l'ensemble de la plage fréquentielle confirme le fait que l'amplitude H_{BE} est globalement représentative d'un phénomène statique plutôt que dynamique. Les quelques irrégularités apparaissant simultanément sur toutes les courbes indiquent cependant l'existence d'un phénomène pseudo-dynamique qui pourrait provenir d'une résonance propre de la bague du roulement, ce qui est peu probable à de telles fréquences d'excitation (< 61 Hz), ou d'une évolution des conditions de transmission des efforts liée à une évolution des conditions du contact lubrifié billes / piste de roulement.



En ce qui concerne la composante à la fréquence d'engrènement, également perçue par le capteur, le phénomène est différent (Figure 2.47). Dans le cas précédent, les efforts appliqués au centre du roulement étaient constants et les variations étaient uniquement dues à la rotation du roulement, alors que cette fois l'excitation est générée par l'engrènement et engendre une variation sensible des efforts au centre du roulement qui se traduit par un déplacement d'ensemble du roulement dans son alésage et une sollicitation des films piézos en compression selon leur épaisseur.

Remarque : L'étalonnage ayant uniquement été réalisé en compression selon l'épaisseur des films piézos, seules les composantes mesurées à la fréquence d'engrènement sont effectivement exprimables en Newtons.

II.3.8. Conclusion

Le capteur de force présenté dans cette partie a été développé dans le but de mesurer simplement et à faible coût les efforts transmis au carter par le roulement à billes de la boîte de vitesses. Des contraintes d'encombrement sévères ont imposé le choix d'une technologie assez récente qui s'est avérée très difficile à exploiter efficacement : le film mince piézo-électrique. En particulier, une forte sensibilité à la température ambiante a très rapidement écarté la possibilité de mesurer les efforts statiques en plus des efforts dynamiques comme spécifié dans le cahier des charges initial. Cependant, la précision de la modélisation des roulement, qui est un des points forts des modèles globaux présentés en première partie de ce chapitre, a permis de contourner ce problème par une meilleure compréhension du comportement mécanique du roulement instrumenté.

Ce dernier s'est effectivement avéré sensible aux efforts radiaux mais à travers deux phénomènes distincts :

- par compression des films piézos selon leur épaisseur, due au déplacement relatif de la bague du roulement par rapport au carter,
- par allongement longitudinal des films piézos, dû à la flexion de la bague.

Ces deux phénomènes ne peuvent être dissociés sur les mesures mais l'exploitation du modèle numérique a permis d'établir que :

- la composante à la fréquence de passage des corps roulants provient non pas d'une variation des efforts radiaux vus par un point fixe de l'alésage (carter) mais d'une variation locale de la déformée en flexion de la bague sous l'action successive des corps roulants. Elle est globalement représentative des efforts statiques transmis par les corps roulants mais ne permet pas de remonter à leur valeur précise.
- la composante à la fréquences d'engrènement est représentative de la variation dynamique des efforts radiaux transmis par le roulement au carter, variation qui résulte directement de l'excitation générée par les engrenages.

Le capteur devra être exploité à bon escient, les mesures étant fiables en terme de localisation fréquentielle mais moins en terme d'amplitudes. Son influence sur le comportement global de la boîte de vitesses devra également être étudiée (*cf. Chap. IV. § III.2.1*).

III.Analyse modale expérimentale

L'identification expérimentale des caractéristiques dynamiques d'un système est une étape importante. En effet, la qualité de l'identification des modes propres conditionne très fortement celle du recalage. Une étude bibliographique a donc été réalisée afin de se familiariser avec les différents aspects de l'analyse modale expérimentale et pour choisir le type d'essai le mieux adapté à l'étude de la boîte de vitesses à l'arrêt.

III.1. Généralités

L'analyse modale expérimentale est une technique utilisée pour déterminer les caractéristiques dynamiques d'une structure afin de valider (ou de construire) le modèle mathématique représentatif du comportement dynamique du système. Les bases théoriques des différentes méthodes reposent sur l'établissement d'une relation entre la réponse vibratoire d'un point de la structure et l'excitation qui en est à l'origine, et ce en fonction de la fréquence d'excitation. Cette relation appelée Fonction de Transfert (FT) est le plus souvent une fonction complexe (au sens mathématique du terme). Une combinaison d'excitations et de réponses en différents points et selon différents degrés de liberté (ddl) conduit à un ensemble de fonctions de transfert qui forment la matrice de transfert du système. Cette matrice est symétrique ce qui traduit la propriété de réciprocité structurale du système.

En pratique, l'analyse modale expérimentale nécessite une mesure des fonctions de transfert ce qui peut être réalisé en excitant un degré de liberté et en mesurant la réponse obtenue sur un ou plusieurs degrés de liberté. De nouvelles techniques d'excitation ainsi que les derniers développements dans le domaine théorique de l'analyse modale autorisent des types d'excitations de plus en plus complexes (bande de fréquences donnée, sinus échelonné, impulsion, bruit blanc...). L'excitation est généralement mesurée en son point d'application, en terme d'effort, à l'aide d'un capteur de force, alors que la réponse est mesurée au moyen d'un accéléromètre ou autres capteurs de déplacement ou de vitesse. Ces deux signaux sont ensuite introduits dans un analyseur spectral à deux voies afin d'obtenir la fonction de transfert correspondante (Figure 2.49).

Théoriquement, une seule ligne (ou colonne) de la matrice des FT est nécessaire pour avoir la description modale d'un système. En pratique, il est préférable de travailler avec plusieurs lignes (ou colonnes). Les lignes peuvent être obtenues par des essais au marteau d'impulsion (point de mesure de la réponse fixe, point d'excitation mobile), alors que pour les colonnes on utilise plutôt un pot d'excitation (point d'excitation fixe, point de mesure mobile). Le problème est alors de choisir le nombre de FT à déterminer pour estimer correctement les caractéristiques dynamiques du système considéré. Lorsque ces FT ont été déterminées, une analyse numérique est réalisée afin d'extraire les paramètres modaux du système. Cette analyse consiste le plus souvent à effectuer un lissage des courbes représentatives des fonctions de transfert : c'est l'identification modale expérimentale.

Pour résumer, l'analyse modale expérimentale comprend trois différentes phases : *préparation des essais, mesure des fonctions de transfert,* et enfin, *identification modale.* La préparation des essais inclut le choix des supports de la structure, du type et de la localisation de l'excitation, du matériel adéquat pour mesurer les forces et les réponses, mais elle inclut aussi la détermination des points de mesures ainsi que l'identification des irrégularités géométriques ou physiques pouvant mener à des mesures erronées. Pendant les essais, un ensemble de fonctions de transfert sont mesurées et stockées en mémoire. Ces informations sont ensuite analysées pour identifier les paramètres modaux de la structure étudiée.

III.2. Rappel de certains aspects théoriques

L'analyse modale expérimentale nécessite à la fois une bonne connaissance de la théorie des vibrations, une bonne maîtrise des techniques de mesure des vibrations, et des outils d'analyse des résultats expérimentaux performants. Un rappel des bases de la théorie des vibrations est donc nécessaire avant d'aborder l'aspect pratique de l'analyse modale.

III.2.1. Mouvement libre et mouvement forcé

Tout d'abord il est important de faire la différence entre les notions de mouvement libre et de mouvement forcé, notions complémentaires qui constituent deux étapes successives de l'analyse modale analytique. Pour un système à un degré de liberté, une analyse en mouvement libre permet de déterminer la fréquence propre et le facteur d'amortissement, alors qu'une analyse en régime forcé permet de définir la fonction de transfert du système (rapport entre la réponse et l'excitation du système).

Dans le cas plus général d'un système à plusieurs ddl, les propriétés physiques du système – masse, raideur, amortissement – apparaissent sous forme matricielle, respectivement [M], [K] et [C] ou [H] (amortissement visqueux ou structural). L'analyse modale analytique est alors réalisée en trois phases :

1. Etablissement des équations régissant le comportement du système

$$[M]{\ddot{x}} + [C]{\dot{x}} + [K]{x} = {F(t)}$$

ou
$$[M]{\ddot{x}} + i[H]{x} + [K]{x} = {F(t)}$$

 \rightarrow détermination des matrices [M], [K] et [C] ou [H]

2. Etude de la réponse libre (problème aux valeurs propres classique) :

{s²[M]+s[C]+[K]}X=0)

→ *détermination des modes propres* (fréquences propres et vecteurs propres)

3. Etude de la réponse en régime forcé (excitation harmonique $\{f(t)\}=\{f\}e^{i\omega t}$)

 \rightarrow détermination des fonctions de transfert regroupées dans une matrice de transfert.

III.2.2. Fonctions de transfert

Suivant la nature de la réponse considérée (déplacement, vitesse ou accélération), différentes fonctions de transfert (respectivement réceptance $\alpha(\omega)$, mobilité $Y(\omega)$ ou accélérance $A(\omega)$ sont définies. Ces trois types de FT sont liées par la relation :

$$A(\omega) = i\omega Y(\omega) = -\omega^2 \alpha(\omega)$$

La mobilité, notée $Y_{jk}(\omega)$, représente le rapport entre la réponse harmonique au point j et l'excitation harmonique au point k. $Y_{jk}(\omega)$ dépend de la fréquence d'excitation ω et des propriétés physiques du système. Elle peut toujours être exprimée en fonction des propriétés modales du système.

$$Y_{jk}(\omega) = \left(\frac{x_j}{f_k}\right) = i\omega \sum_{r=1}^N \frac{(r \Phi_j)(r \Phi_k)}{\lambda_r^2 - \omega^2} = i\omega \sum_{r=1}^N \frac{(r A_{jk})}{\lambda_r^2 - \omega^2}$$

 λ_r : valeur propre du r^{ieme} mode

 $_{r} \Phi_{i}$: j^{ieme} terme du r^{ieme} vecteur propre $\{\Phi\}_{r}$

 $_{r}A_{ik}$: constante modale du mode r liant l'excitation j et la reponse k

N : nombre total de ddl du système discret complet

Cette expression constitue la base même de l'analyse modale puisqu'elle exprime le lien entre les propriétés modales d'un système et sa réponse.

Les fonctions de transfert sont représentées dans le domaine fréquentiel. Leur particularité vient du fait que les quantités considérées sont complexes et contiennent donc deux informations distinctes (partie réelle et partie imaginaire ou amplitude et phase).

Les trois représentations les plus fréquemment utilisées sont les suivantes :

- diagramme de **Bode**, amplitude et phase en fonction de la fréquence,
- partie réelle et partie imaginaire en fonction de la fréquence,
- diagramme de Nyquist, partie imaginaire en fonction de la partie réelle.



Remarque : Le diagramme de Nyquist prend généralement la forme d'un cercle plus ou moins distordu en fonction de l'importance et de la nature de l'amortissement. Chaque point du cercle correspond à une fréquence. Pour un incrément de fréquence donné, les points du cercle sont de plus en plus espacés au fur et à mesure que l'on s'approche de la fréquence de résonance.

III.2.3. Transformée de Fourier rapide.

Le calcul et la représentation des fonctions de transfert présentées plus haut nécessitent la connaissance des signaux dans le domaines fréquentiel. En pratique, on a seulement accès aux signaux dans le domaine temporel (réponse d'un accéléromètre par exemple). Le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel est réalisé à l'aide de la transformée de Fourier rapide (FFT).

A noter que la FFT est simplement un moyen rapide d'effectuer une transformée de Fourier discrète qui est, pour un signal discrétisé, l'équivalent d'une décomposition en série de Fourier d'un signal continu.

Décomposition en série de Fourier d'un signal continu :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-2i\pi\omega t) dt$$

Transformée de Fourier discrète d'un signal échantillonné :

$$X_{\ell} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp(-2i\pi \frac{k\ell}{N})$$

Remarque : Mathématiciens et physiciens ne sont pas toujours en accord sur le signe du terme en exponentiel. Nous adopterons un signe négatif à l'instar du logiciel MATLAB.

Un certain nombre de précautions sont à prendre lors du calcul la FFT d'un signal. En effet, il est primordial :

- de filtrer le signal à traiter à l'aide d'un filtre passe-bas pour éviter le phénomène de repliement ("aliassing"),
- de s'assurer que le nombre de points considérés pour calculer la FFT est suffisant pour représenter correctement le signal étudié. En particulier, l'hypothèse de périodicité du signal doit être vérifiée pour éviter les problèmes de raies latérales (*"leakage"*),
- de s'assurer que le signal n'est pas trop bruité auquel cas il est conseillé d'effectuer un moyennage du signal avant de calculer sa FFT,
- de choisir le bon facteur de normalisation de la FFT pour que les amplitudes des pics de résonance qui apparaissent sur les tracés correspondent effectivement aux amplitudes réelles du signal analysé. Généralement, ce facteur est égal à 2/nbpt (avec nbpt = nombre de points de la FFT).

III.3. Aspect expérimental

Les techniques de mesure des fonctions de transfert comprennent trois aspects fondamentaux :

- le mécanisme permettant d'exciter correctement la structure,
- celui permettant de capter les signaux souhaités (forces, accélérations, déplacements,...),
- et enfin celui qui assure l'extraction des informations que l'on veut **analyser** (fonctions de transfert).

Dans cette partie, l'aspect technologique des différents outils de mesure n'est pas abordé, seules seront présentées leurs principales propriétés et leur contexte d'utilisation. Ces informations devraient permettre de choisir les outils les mieux adaptés à notre étude.



III.3.1. Chaîne de mesure classique

Les principaux composants de la chaîne de mesure sont les suivants :

- a) **le générateur de signaux :** délivre des signaux de faible puissance et de différentes natures sinusoïdal (par un oscillateur), aléatoire (par un générateur de bruit), transitoire (par un générateur ou un marteau d'impulsion), périodique (par un générateur spécial capable de produire un signal dans une bande de fréquence donnée),
- b) **l'amplificateur de signaux :** amplifie le signal d'entrée afin de l'adapter à la puissance de l'excitateur,
- c) **l'excitateur :** permet d'exciter la structure étudiée au moyen de mécanismes divers pots d'excitation électrodynamiques (magnétiques, hydrauliques...), marteaux d'impulsion,
- d) **le capteur :** délivre un signal proportionnel à la quantité physique mesurée (force, accélération, vitesse, déplacement...),
- e) **le conditionneur :** amplifie le signal (charge ou tension) de manière à l'analyser plus facilement,

f) **l'analyseur de signaux :** a la même fonction de base qu'un voltmètre (mesure de la tension) mais permet en plus de visualiser et d'interpréter les signaux complexes dans le domaine fréquentiel (transformée de Fourier).

III.3.2. Excitation de la structure

III.3.2.1. Les différents types d'excitateurs

Les excitateurs peuvent être classés en deux catégories : ceux directement en contact avec la structure étudiée pendant toute la durée de l'essai et ceux qui agissent à distance ou qui ne sont en contact que pendant un certain laps de temps (cas des marteaux d'impulsion). Le tableau suivant présente les principaux avantages et inconvénients de différents types d'excitateurs.

	Avantages	Inconvénients		
Pot d'excitation électrohydraulique	 + Possibilité d'appliquer simultanément une charge statique et une charge dynamique + Amplitudes des déplacements imposés importantes + Encombrement réduit, légèreté 	 Coût élevé Fréquence d'excitation faible (< 1 kHz) 		
Pot d'excitation électromagnétique	 + Fréquence et amplitude contrôlables de manière indépendante + Coût raisonnable + Bonne reproductibilité 	 Impédance électrique variant en fonction de l'amplitude du mouvement Impossible de mesurer directement l'effort à partir de la tension délivrée ⇒ nécessité d'utiliser un capteur de force supplémentaire amplitude de la force d'excitation affaiblie lorsqu'une fréquence de résonance est atteinte ⇒ sensibilité au bruit Encombrement important 		
Marteau d'impulsion	 + Simplicité de mise en œuvre + Capteur de force intégré + Faible encombrement + Coût réduit 	 Problème de reproductibilité Incertitude sur l'orientation de la force appliquée 		

III.3.2.2. Les différents types de test

• Sinus échelonné

Cette méthode nécessite l'utilisation d'un pot d'excitation contrôlé par un signal sinusoïdal discret d'amplitude constante mais de fréquence variable. La fonction de transfert est directement tracée point par point en incrémentant la fréquence d'excitation dans la bande de fréquences considérée pour l'étude. L'incrément de fréquence utilisé ne reste pas constant pendant toute la durée du test. Il est généralement diminué lorsque l'on s'approche d'une fréquence de résonance ou d'anti-résonance de la structure. A l'inverse, loin de ces zones critiques, on choisit un incrément plus grand. Cette façon de procéder permet de diminuer la durée des essais tout en augmentant la précision des résultats.

• Sinus balayé

Cette méthode s'apparente à la précédente mais la fréquence d'excitation varie cette fois de manière continue. A noter que la montée en fréquence doit être suffisamment lente pour éviter les phénomènes transitoires qui fausseraient les mesures. Afin de s'assurer que le taux de variation utilisé n'est pas trop élevé, on effectue généralement un double balayage (une montée suivie d'une descente en fréquence). Les deux courbes obtenues doivent théoriquement être identiques lorsque le taux de variation est correct.

• Excitation périodique

Cette variante des deux méthodes précédentes consiste à appliquer simultanément une multitude d'excitations harmoniques dont les fréquences sont inclues dans le domaine d'étude. L'amplitude et la phase de chaque harmonique peuvent être ordonnées d'une certaine façon ou bien distribuées de manière pseudo-aléatoire. Dans les deux cas, on obtient simultanément la réponse du système à toutes les fréquences d'excitation.

Les transformées de Fourier discrètes de l'excitation et de la réponse du système permettent alors de déterminer la fonction de transfert du système.

$$H(\omega_k) = X(\omega_k)/F(\omega_k)$$

• Excitation aléatoire

Un signal aléatoire (bruit blanc) contrôle le pot d'excitation. Les autospectres (S_{xx} et S_{ff}) et les interspectres (S_{xf} et S_{fx}) de l'excitation f et de la réponse x (respectivement force et accélération) sont estimées à l'aide d'un analyseur spectral. La fonction de transfert est alors calculée grâce aux relations :

$$S_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 \cdot S_{ff}(\omega)$$

$$S_{fx}(\omega) = H(\omega) \cdot S_{ff}(\omega)$$

$$S_{xx}(\omega) = H(\omega) \cdot S_{sf}(\omega)$$

• Excitation transitoire

Il existe deux types d'excitations transitoires:

- l'impulsion résultant de l'impact d'un marteau à impulsion,
- l'impulsion sinusoïdale à fréquence variant au cours du temps ("chirp"), obtenue par l'intermédiaire d'un pot d'excitation.

Dans les deux cas, les fonctions de transfert peuvent être directement calculées à partir des transformées de Fourier discrètes de l'excitation et de la réponse.

$$H(\omega_k) = X(\omega_k)/F(\omega_k)$$

III.3.3. Capteurs

Pour obtenir expérimentalement une fonction de transfert, il faut mesurer simultanément l'excitation (force appliquée) et la réponse (déplacement, vitesse ou accélération) de la structure étudiée. Des différentes fonctions de transfert (réceptance, mobilité ou accélérance), c'est généralement l'accélérance qui est retenue. Les capteurs de déplacement et de vitesses sont en effet plus délicats à utiliser étant donné qu'ils nécessitent tous deux un repère de référence ce qui peut être gênant lorsque la structure étudiée est amenée à se déplacer (ex : essais en libre-libre sur une structure suspendue à des élastiques). Les accéléromètres, qui sont pour leur part fixés à la structure, ne posent pas ce problème. Il faut cependant bien garder à l'esprit que leur présence peut modifier le comportement de la structure : *"l'outil de mesure perturbe la mesure"*. Afin de minimiser ce phénomène, il est primordial de choisir des capteurs de masse et de taille négligeables par rapport à celles de la structure étudiée (un rapport de 1/50 est généralement suffisant).

Les capteurs de force et d'accélération les plus couramment utilisés sont de type piézoélectrique. Ils délivrent un signal (charge ou tension) directement proportionnel à la quantité physique que l'on désire mesurer.

III.4. Méthodes d'identification modale

Les différentes méthodes d'identification modale à partir de résultats expérimentaux sont presque toutes basées sur des techniques de lissage des fonctions de transfert. Elles peuvent être classées en deux grandes catégories : celles appliquées dans le domaine **fréquentiel** et celles appliquées dans le domaine **temporel**.

III.4.1. Domaine fréquentiel

III.4.1.1. "Frequency Domain Direct Parameter Identification (FD-DPI)"

Cette méthode permet de traiter des résultats d'essais réalisés en appliquant simultanément plusieurs excitations impulsionnelles ([50]). L'ensemble des fonctions de transfert obtenues sont d'abord traitées par une méthode de réduction ("principal-component reduction"). Le problème d'identification modale est alors transformé en un problème aux valeurs propres classique dont les solutions permettent de remonter aux modes propres du système. Les facteurs de contribution de chaque mode à la réponse globale sont estimés à partir d'une approximation

au sens des moindres carrés des données condensées. Ces facteurs notés L_{jk} donnent une information sur l'excitabilité du mode k par l'excitation j.

$$[X(s)] = [H(s)][F(s)]$$

$$[H(s)] = [\Phi][sI - \Lambda]^{-1}[L]$$

avec

$$s = variable de Laplace (= i\omega)$$

$$[X] = matrice des ré ponses$$

$$[H] = matrice de transfert$$

$$[F] = matrice des excitations$$

$$[\Lambda] = matrice diagonale des valeurs propres = matrice spectrale$$

$$[L] = matrice des facteurs de contribution modale$$

Pour les méthodes utilisant l'approximation au sens des moindres carrés, il est utile de représenter l'erreur d'approximation en fonction du nombre de modes inclus dans le modèle (ordre du modèle). L'erreur doit diminuer de manière significative quand le bon ordre est atteint. A noter que la condensation des données ("principal-component reduction") présente l'inconvénient d'introduire des distorsions dans le diagramme des erreurs ce qui risque de perturber la détermination du nombre de modes du système étudié.

III.4.1.2. "Forced Normal Mode Excitation Method" — Appropriation modale

La méthode d'appropriation modale ([1], [27]) est l'une des premières méthodes développées pour identifier expérimentalement les caractéristiques dynamiques des systèmes mécaniques. Il s'agit aussi de la première méthode à utiliser simultanément plusieurs excitations en différents points de la structure étudiée.

L'appropriation modale consiste à isoler chaque mode par ajustement de la fréquence de l'excitation harmonique (recherche de la résonance du système conservatif associé) ainsi que par le dosage des forces d'excitations en différents points judicieusement choisis pour assurer la compensation globale des forces de dissipation. Cela correspond, du point de vue théorique, à rechercher la base modale dans laquelle les équations de mouvement d'une structure complexe sont découplées.

En effet, en coordonnées physiques, l'équation du mouvement d'une structure s'écrit :

$$[M]{\ddot{x}} + [C]{\dot{x}} + [K]{x} = {F(t)}$$

En coordonnées généralisées (dans la base modale), cette même équation s'écrit :

$[\mu]{\ddot{q}} + [\beta]{\dot{q}} + [\Gamma]{q}^{=T}[\Phi]{F(t)}$	
avec $\{x\} = [\Phi]\{q\}$	[q] = vecteur des coordonnées généralisées
$[\mu] = {}^{T} [\Phi] [M] [\Phi]$	$[\Phi]$ = matrice des vecteurs propres
$\begin{bmatrix} \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \end{bmatrix}$	$[\mu]$ = matrice de masse généralisée
$[\beta] = [\Phi] [C] [\Phi]$	$[\beta]$ = matrice d'amortissement généralisée
$[\Gamma] = {}^{\prime} [\Phi] [K] [\Phi]$	$[\Gamma]$ = matrice de raideur généralisée

En supposant les solutions décomposables en série de Fourier et après transposition dans le domaine fréquentiel, cette équation devient:

$$\left[\omega^{2}[\mu]+i\omega[\beta]+[\Gamma]\right]\left\{q\right\}=\left[\Phi\right]\left\{F\right\}$$

Ainsi, l'appropriation modale se traduit par la séparation en deux de l'équation du mouvement selon ses parties réelles et imaginaires :

$$\begin{bmatrix} \omega^2 [\mu] + [\Gamma] \end{bmatrix} \{q\} = 0 \quad (équation aux valeurs propres du système conservatif associé)$$
$$i\omega[\beta] \{q\} = [\Phi] \{F\} \quad (condition d'appropriation des forces)$$

Cette méthode est encore largement employée en raison de son excellente précision ainsi que de sa robustesse face aux non-linéarités. Elle présente cependant l'inconvénient de nécessiter des campagnes d'essais relativement longues car la recherche des forces satisfaisant à la condition d'appropriation nécessite encore à l'heure actuelle un certain nombre d'opérations non automatisées : choix de l'emplacement des excitateurs, déplacement de ceux-ci, etc...

III.4.2. Domaine temporel

III.4.2.1. "Least Square Complex Exponential Method (LSCE)"

La méthode Exponentielle Complexe ([1], [21], [27], [50]) constitue la base de la plupart des méthodes temporelles existant à ce jour et pour lesquelles seules quelques modifications d'ordre numérique ont été introduites afin d'en améliorer la précision et l'efficacité. Le principal avantage de cette méthode est qu'elle ne repose pas sur une estimation initiale des caractéristiques modales.

A noter que l'application de la méthode est limitée aux cas des systèmes à **amortissement visqueux** à cause de son caractère temporel. L'amortissement structural est en effet très difficile à analyser dans le domaine temporel.

Le point de départ de la méthode est l'expression générale de la réceptance (fonction de transfert liant l'excitation au déplacement de la structure) dans le domaine fréquentiel.

$$\alpha_{jk}(\omega) = \left(\frac{x_j}{f_k}\right) = \sum_{r=l}^{N} \frac{({}_{r}A_{jk})}{\omega_r \zeta_r + i\left(\omega - \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2}\right)} + \frac{({}_{r}A^*{}_{jk})}{\omega_r \zeta_r + i\left(\omega - \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2}\right)}$$
$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=l}^{2N} \frac{({}_{r}A_{jk})}{\omega_r \zeta_r + i\left(\omega - \omega_r'\right)}$$
$$\omega_r' = \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad ; \quad \omega_r + N' = -\omega_r' \quad ; \quad {}_{(r+N)}A_{jk} = {}_{r}A^*{}_{jk}$$

En appliquant une transformée de Fourier inverse à $\alpha(\omega)$, on obtient la fonction de transfert impulsionnelle correspondant par définition à la réponse du système à une excitation de type Dirac et d'amplitude unitaire.

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^{2N} A_{jk} e^{\sum_{r=1}^{N} t} \quad avec \quad s_r = -\omega_r \zeta + i\omega_r'$$

Cette fonction de transfert est connue de manière discrète, la résolution en fréquence étant $\Delta f=1/T$. Un système d'équations est formé à partir de l'écriture de h(t) aux différents instants $t_{\ell} = \ell \Delta t$.

$$h_{\ell} = \sum_{r=1}^{2N} A_r e^{S_r t_{\ell}} = \sum_{r=1}^{2N} A_r V_r^{\ell}$$

A condition que le nombre d'instants t_{ℓ} (égal au nombre d'équations du système) soit supérieur à 4N, ce système peut être converti en un problème aux valeurs propres qui conduit à la détermination (par la méthode de résolution de Prony) des fréquences propres complexes contenues dans les paramètres V_r et des constantes modales A_r .

La démarche suivie pour appliquer la méthode LSCE est la suivante:

- estimation initiale du nombre de degrés de liberté N (ordre du modèle),
- détermination des paramètres modaux par la méthode décrite précédemment,
- reconstitution de la fonction de transfert à partir des paramètres obtenus,
- comparaison des résultats expérimentaux et reconstitués, calcul de l'erreur commise (au sens des moindres carrés),
- réitération du processus avec un nombre de ddl différent,
- puis détermination du nombre de modes identifiés à l'aide du diagramme des erreurs.

III.4.2.2. "Ibrahim Time Domain Method (ITD)"

Directement dérivée de la méthode LSCE, cette méthode se distingue des autres en ce qu'elle n'inclut pas de procédure de lissage des fonctions de transfert ([1], [21]). Elle consiste à déterminer en une seule phase un ensemble unique de caractéristiques modales à partir d'une série de mesures. Ainsi, contrairement aux autres méthodes où chaque FT est traitée séparément, toutes les données issues des essais sont analysées simultanément. De plus la méthode est applicable à tous les types d'essais même lorsque l'excitation n'est pas mesurée auquel cas les vecteurs propres obtenus ne sont pas normés.

Comme pour la méthode LSCE, les calculs sont le plus souvent effectués à partir de la transformée de Fourier inverse des fonctions de transfert mesurées. L'équation de base traduit l'hypothèse selon laquelle, pour un système à amortissement visqueux chaque réponse temporelle peut être exprimée dans la base modale.

$$x_{i}(t_{\ell}) = \sum_{r=1}^{2m} {}_{r} \Psi_{i} e^{S_{r} t_{\ell}}$$

$${}_{r} \Psi_{i} = i^{eme} \text{ vecteur propre non norme du mode r}$$

$$m = \text{nombre de ddl consideres dans le modele } (m < N)$$

A noter que m, qui représente le nombre de ddl minimum nécessaire pour représenter correctement les données, peut être inférieur au nombre total de ddl du système, en particulier lorsque les mesures sont limitées à une bande de fréquence donnée.

A partir de cette équation, on forme le système de dimension $n \times q$ (n = nombre de points de mesure, q = nombre d'échantillons temporels):

Un deuxième système est formé à partir de l'équation de base décalée dans le temps de l'incrément Δt :

$$x_{i}(t_{\ell} + \Delta t) = \sum_{r=1}^{2m} {}_{r} \Psi_{i} e^{S_{r}(t_{\ell} + \Delta t)}$$
$$\hat{x}_{i}(t_{\ell} + \Delta t) = \sum_{r=1}^{2m} {}_{r} \hat{\Psi}_{i} e^{S_{r}t_{\ell}} \quad avec \quad {}_{r} \hat{\Psi}_{i} = {}_{r} \Psi_{i} e^{S_{r}\Delta t}$$
$$d'où \ le \ système \qquad \left[\hat{X}\right] = \left[\hat{\Psi}\right] [\Lambda]$$

On peut alors définir la matrice [A] telle que :

$$\begin{bmatrix} \hat{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\Psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\Psi} \end{bmatrix} \quad et \quad \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{X} \end{bmatrix}$$

Si q = n = 2m alors :

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X} \end{bmatrix}^T \right)^{-1}$$

d'où
$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \{\Psi\}_r = \left(e^{sr\Delta t} \right) \{\Psi\}_r$$

Les solutions de ce système d'équations sont obtenues en déterminant les valeurs propres de [A]. Ces valeurs propres notées λ_r ne correspondent pas exactement à celles des équations de mouvement du système notées s_r mais elles leurs sont directement liées.

$$e^{s,\Delta t} = \lambda r = a_r + ib_r = e^{-\omega_r \zeta_r \Delta t} e^{i\omega_r \Delta t} = c_r e^{i\theta_r}$$

$$c_r = \left(a_r^2 + b_r^2\right)^{1/2} \qquad \theta r = tan^{-1} \left(-b_r / a_r\right)$$

$$\omega_r \zeta_r = -\ln\left(a_r^2 + b_r^2\right) / 2\Delta t$$

$$\omega_r = \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} = tan^{-1} \left(b_r / a_r\right) / \Delta t$$

Les vecteurs propres, par contre, sont identiques pour les deux systèmes et déterminent donc la forme du mode r. A noter que les vecteurs obtenus ne sont pas normés et ne permettent donc pas une reconstitution des FT, sauf si les données traitées proviennent d'une transformée de Fourier inverse des FT. Les vecteurs sont alors normé par rapport aux masses.

L'application de la méthode ITD nécessite un certain nombre de choix préalables quant aux données à utiliser : pour chaque essais, il y a généralement un excès d'échantillons temporels. De plus, la méthode demande au moins deux points de mesure pour chaque mode à identifier qui peut être gênant lorsqu'on n'en dispose que d'un nombre limité.

III.5. Conclusion : choix d'une méthode

C'est le test au marteau d'impulsion qui sera retenu pour caractériser le comportement dynamique à l'arrêt des différents éléments de la boîte de vitesses (*cf. Chap. I*). Il est en effet plus facile à mettre en oeuvre que les autres et offre notamment la possibilité d'exciter la structure en différents points sans avoir à modifier le banc. Les réponses du système seront mesurées à l'aide d'accéléromètres miniatures (masse = 3 g). Les fonctions de transfert obtenues (accélérances) seront traitées par la méthode d'identification modale LSCE qui est la mieux adaptée à ce type d'essais et permet d'accéder à la fréquence, à l'amplitude et au facteur d'amortissement naturel de chaque mode propre identifié.

L'hypothèse de base de la méthode (amortissement visqueux) est à priori raisonnable pour étudier les éléments de la boîte et correspond également à celle adoptée dans le modèle numérique global. De plus, les facteurs d'amortissement modaux mesurés pourront être directement introduits dans les calculs (méthode de superposition modale).

I. MODÉLISATION GLOBALE D'UNE BOÎTE DE VITESSES

I.1. PRINCIPE DES MODÈLES GLOBAUX	
I.2. MODÉLISATION DES DIFFÉRENTS ÉLÉMENTS TECHNOLOGIQUES	
1.2.1. Les paliers à roulement	
1.2.2. Les engrenages	
1.2.3. Les arbres de transmission	
I.2.4. Les carters	
I.2.5. Les autres éléments	
I.3. MODÉLISATION DE L'EXCITATION DYNAMIQUE GÉNÉRÉE PAR LES ENGRENAGES	
I.3.1. Principales causes d'excitation à l'interface d'engrènement	
I.3.2. Définition de l'erreur de transmission	51
I.3.3. Excitation par l'Erreur de Transmission quasi-Statique sous Charge	
I.3.3.1. Passage de l'ETSC angulaire $\Delta \theta$ à l'ETSC linéaire selon la ligne d'action Σ	
I.3.3.2. Utilisation de l'ETSC linéaire selon la ligne d'action Σ	
I.4. PRISE EN COMPTE DE L'AMORTISSEMENT	
I.5. CONCLUSION	
II. MESURE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UNE BOÎTE DE VITESSES EN FONG	CTIONNEMENT
II.1. INTRODUCTION : PARAMÈTRES D'OBSERVATION ET OUTILS DE MESURE	
II.2. MESURE DE L'ERREUR DE TRANSMISSION	
II.2.1. Introduction : les différentes techniques de mesure	
II ? ? Mesure par codeurs ontiques	61
II 3 MESURE DES EFFORTS TRANSMIS PAR I E ROLII EMENT À BILLES	63
II 3.1 Introduction	
II.3.1. Introduction constraine des films pièze électriques	
II.3.2.1 Federication	
II.3.2.1. Fabrication	
II 3.3 Conception et réalisation du canteur de force	
II.3.3.1 Cahier des charges	
II 3 3 2 Choix du type de film piézo	
II.3.3.3. Mise en place des films piézos sur le roulement	
II.3.3.4. Connexions électriques	
II.3.3.5. Interface électrique	
II.3.4. Etalonnage et caractérisation du capteur.	
II.3.4.1. Etalonnage statique	
II.3.4.2. Influence de la température	
II.3.4.3. Caractérisation dynamique	74
II.3.5. Validation expérimentale du capteur sur une boîte de vitesses en fonctionnement	
II.3.6. Prise en compte du capteur dans le modèle numérique	
II.3.6.1. Description de l'élément de modélisation des films piézos	
II.3.6.2. Détermination expérimentale de la rigidité des films piézos	
II.3.7. Simulation de la rotation du roulement en quasi-statique	
II.3.8. Conclusion	
III. ANALYSE MODALE EXPÉRIMENTALE	
III.1. Généralités	
III.2. RAPPEL DE CERTAINS ASPECTS THÉORIQUES	
III 2 1 Mauvement libre et mauvement forcé	
III 2.2 Fonctions de transfort	
III.2.2. Fonctions de Fransfert	
III.2.3. Transjorniee ae rourier rapiae.	
III.5. ASPECT EXPERIMENTAL	
111.5.1. Chaine ae mesure classique	
III.5.2. Excitation de la structure	
III.5.2.1. Les différents types d'excitateurs	
III.5.2.2. Les différents types de lest	
III.4. WE THODES DIDENTIFICATION MODALE	
III.4.1. Domaine fréquentiel	
III.4.1.1. "Frequency Domain Direct Parameter Identification (FD-DPI)"	
III.4.1.2. "Forced Normal Mode Excitation Method" — Appropriation modale	

III.4.2. Domaine temporel	94
III.4.2.1. "Least Square Complex Exponential Method (LSCE)"	94
III.4.2.2. "Ibrahim Time Domain Method (ITD)"	95
III.5. CONCLUSION : CHOIX D'UNE MÉTHODE	97

CHAPITRE III :

QUALIFICATION EXPERIMENTALE DU SYSTEME "A L'ARRET"

Comme cela a été souligné au chapitre I, les méthodes de recalage classiques ne peuvent être appliquées de manière efficace à un système aussi complexe qu'une boîte de vitesses. Les principales raisons invoquées sont le peu de résultats expérimentaux disponibles et le caractère non-unique de "la" solution, en particulier lorsque la distance entre le modèle initial non recalé et la réalité est importante. Une démarche plus souple basée sur la compréhension et l'interprétation des phénomènes mécaniques mis en jeu, et conduisant le plus souvent à une remise en question des hypothèses de modélisation plutôt qu'à un "simple" ajustement des caractéristiques géométriques et physiques du système (matrices de masse et de rigidité, amortissement), est donc nécessaire. La définition de cette démarche dépend principalement des objectifs visés et de la spécificité du système étudié.

Les objectifs ont été précisés au chapitre I (§ III.1). Il s'agit essentiellement de valider certaines hypothèses de modélisation et d'établir des règles de modélisation définissant entre autres le degré de finesse à apporter au modèle pour avoir des résultats globaux satisfaisants.

Pour ce qui est de la spécificité du système étudié, les résultats de la bibliographie et les études réalisées au laboratoire ont montré l'importance d'une prise en compte précise des éléments de liaison au comportement non-linéaire (engrenages, paliers), de la déformabilité de leur environnement (arbres, carter), et surtout des couplages entre ces éléments selon l'ensemble des degrés de libertés. Une validation du modèle global présenté au chapitre II passe forcément par une validation de chacun des éléments précités ce qui constitue la première idée directrice de la démarche proposée : partant des arbres isolés les autres éléments sont progressivement intégrés au système étudié jusqu'à aboutir à la chaîne cinématique complète.

La méthodologie générale des essais et des calculs en dynamique a également orienté le travail. La plupart des techniques d'analyse modale expérimentale (cf. Chap. II) requière une mesure précise de l'excitation appliquée. Dans le cas de la boîte de vitesse en fonctionnement, cette dernière est générée au coeur même du mécanisme (engrenages), et ne peut être mesurée directement. De plus, les méthodes de calculs analytiques et numériques adoptées utilisent les modes propres "à l'arrêt" pour obtenir la réponse dynamique du système à une excitation donnée. Il est donc logique de réaliser en premier lieu des essais classiques au marteau d'impulsion sur le système "à l'arrêt" afin de valider les modes propres calculés. Les essais en fonctionnement pourront alors être effectués en s'intéressant plus particulièrement à la modélisation de l'excitation générée par les engrenages.

I. Arbres isolés en libre-libre

L'objectif principal de cette première étape est de déterminer le degré de précision à apporter à la modélisation des arbres de transmission de la boîte de vitesses. L'utilisation d'éléments de poutre de Timoshenko (*cf. Chap. II, § I.2.3*) est classique et ne sera pas remise en question. Seules les hypothèses liées aux simplifications de géométrie (cannelures et engrenages arbrés ramenés à des cylindres "lisses") seront si nécessaire discutées. De plus, l'étude est uniquement réalisée sur l'arbre primaire, l'arbre secondaire étant de conception pratiquement identique.

L'arbre primaire est donc isolé du reste du mécanisme. Les différents éléments qui lui sont normalement rattachés (roulements, pignons fous, éléments de synchronisation, bagues lubrifiées, ...) sont retirés ce qui permet non seulement de libérer de la place pour fixer les accéléromètres mais également de supprimer les sources de bruit de mesure liées aux jeux existant dans ces différentes pièces.

La détermination expérimentale des caractéristiques dynamiques de l'arbre est réalisée par un test au marteau d'analyse modale. Conformément à l'usage, l'arbre est suspendu par des élastiques de raideur négligeable de manière à ce que les conditions limites puissent être considérées comme libre-libre.



Des supports pour accéléromètres ayant une face parfaitement plane et l'autre adaptée aux différents diamètres de l'arbre ont été utilisés (Figure 3.2). Ces supports sont directement collés à la surface de l'arbre et les accéléromètres vissés dessus. Leurs masses respectives ont été mesurées avec précision pour être prises en compte dans le modèle numérique. Une étude numérique a montré que, malgré des valeurs très faibles (3.3 à 3.5 g) relativement à celle de l'arbre (3.5 kg), leur présence peut diminuer les fréquences de résonance de plus de 10 Hz.



Deux accéléromètres miniatures d'une masse de 3.5 g ont été utilisés : le premier en tant que référence est resté en position ④, le deuxième a été fixé successivement sur les cinq autres positions. Pour chaque configuration, quatre essais ont été réalisés de manière à s'assurer de la bonne reproductibilité des mesures.

L'effort résultant de l'impact du marteau a été mesuré par un capteur de force piézoélectrique intégré. La FFT de l'impulsion mesurée (Figure 3.3) montre que la structure est excitée de manière efficace jusqu'à une fréquence de 7000 Hz environs ce qui constituera donc la limite de cette étude.



Remarque : L'unité choisie pour quantifier les accélérations est l'accélération gravitationnelle terrestre ($g \cong 9.81 \text{ m/s}^2$). Les fonctions de transfert sont donc exprimées en g/N.

Les tableaux suivants présentent les caractéristiques modales extraites des mesures par la méthode d'identification LSCE présentée au chapitre II. Seuls les quatre premiers modes de vibration de l'arbre correspondant à des fréquences inférieures à 7000 Hz sont retenus. Pour chaque configuration (ou position de capteur) les caractéristiques modales obtenues sont moyennées sur les quatre essais.



Les fréquences mesurées à partir des différentes configurations ne sont pas tout à fait identiques. Ces différences sont essentiellement dues à l'influence de la masse de l'accéléromètre déplacé.

De même, l'amortissement d'un mode donné semble varier le long de l'arbre mais il est difficile d'en tirer des conclusions intéressantes car ces variations sont trop faibles pour être réellement significatives et peuvent être simplement dues aux erreurs expérimentales et à la précision de l'identification modale expérimentale.

Une première comparaison des résultats numériques et expérimentaux montre que la localisation fréquentielle des modes propres est satisfaisante (erreur < 4%). Les déformées modales peuvent également être comparées en reportant, à un facteur d'échelle près, les amplitudes des fonctions de transfert obtenues aux différents points de mesure, sur les

représentations graphiques des modes propres calculés (Figure 3.4-b). Il est cependant tout aussi édifiant de comparer directement les fonctions de transfert ; cela permet de s'affranchir du problème d'échelle et de vérifier l'exactitude des niveaux vibratoires calculés.

Une excitation transitoire correspondant à celle générée par le marteau d'impulsion peut être simulée numériquement par un demi-sinus dont la durée Δt détermine la bande de fréquence effectivement excitée. Plus Δt est faible plus le spectre des fréquences de l'excitation s'étale vers les hautes fréquences.

La réponse dynamique de l'arbre est calculée par une méthode de superposition modale, à partir des modes propres déterminés préalablement. L'amortissement est introduit conformément aux résultats expérimentaux (moyenne des 5 valeurs obtenues pour chaque mode).

N° mode	Facteur d'amortissement (%)
1	0.20
2	0.13
3	0.10
4	0.12

Ces valeurs sont très faibles mais restent en accord avec celles généralement adoptées dans la littérature pour de telles structures (moins de 1 %).



Conclusion :

Cette première série d'essais a permis de vérifier qu'une modélisation des arbres par des éléments de poutre de Timoshenko à section circulaire est satisfaisante d'un point de vue dynamique. Les différentes irrégularité géométriques locales (cannelures, perçages pour la circulation du lubrifiant) peuvent être négligées et les engrenages arbrés peuvent être ramenés à de simples éléments de poutres cylindriques de diamètre extérieur le diamètre primitif d'engrènement.

II. {Arbres + Roulements} dans un environnement "rigide"

Dans cette partie, les arbres primaire puis secondaire sont montés avec leurs roulements dans un support conçu pour être le plus rigide possible. Il sera par la suite considéré comme infiniment rigide. Ce support a également été réalisé de manière à offrir la possibilité de monter simultanément les deux arbres (*cf. § II.3*). Un tel montage permet de se consacrer à l'étude des paliers à roulement en s'affranchissant de l'influence du carter de la boîte de vitesses.

Cette deuxième étape a donc pour objectif de montrer la pertinence (et la nécessité) d'une modélisation des roulements par des matrices de rigidités tangentes complètes. Ces dernières sont calculées par condensation des matrices de rigidité tangente de chaque corps roulant, au centre du roulement, la bague extérieure étant ici considérée comme encastrée (supports infiniment rigides).

II.1. Arbre primaire sur roulements à rouleaux coniques

Pour cette étude, les paliers à roulement doivent être mis en charge afin que leur matrice de rigidité soit définie. Un système de chargement par *vérin souple* a été choisi pour ne pas introduire de rigidité supplémentaire au système étudié. Il s'agit d'un coussin pneumatique qui peut résister à une pression de 8 bars en délivrant une poussée maximale de 20 000 N. Ce coussin est monté entre deux plateaux comme le montre le schéma de la Figure 3.6. L'effort exercé par le système peut être calculé à partir de la pression de gonflage et de la surface d'appui du coussin.

Pour se rapprocher d'une situation réelle de fonctionnement, le chargement statique des roulements est appliqué au niveau d'un pignon (le pignon du premier rapport a été choisi pour des raisons d'accessibilité). Son inclinaison par rapport à l'axe de l'arbre (axe z) dans le plan horizontal (Oyz) correspond à l'angle d'hélice de l'engrenage ($\beta \approx 29^{\circ}$). Une simulation numérique du comportement statique de la boîte de vitesses complète a permis d'évaluer un ordre de grandeur de l'effort exercé au centre du pignon. Pour un couple très important (environ 300 N.m), un effort de plus de 12 000 N est obtenu. Le vérin souple a donc été gonflé à 6 bars ce qui correspond approximativement à une poussée d'une tonne.

chargement statique de l'arbre : $F_{stat} = 10\ 000\ N$

Le chargement statique introduit une dissymétrie dans les conditions limites du système (paliers à roulement). Contrairement au cas de l'arbre primaire en libre-libre, une excitation selon x n'aura pas les mêmes effets qu'une excitation selon y. De plus, pour mettre en évidence le fait que les roulements introduisent un couplage entre les différents degrés de liberté, deux



directions privilégiées ont été retenues pour exciter et mesurer la réponse de la structure (axes x et y). Une excitation selon x devrait donc induire une réponse selon y et vice versa.

L'excitation de la structure est toujours assurée par un marteau d'impulsion. Deux points d'application ont été choisis (noeuds 11 et 27) afin de limiter le risque de se situer sur un noeud de vibration de l'un des modes. Pour des raisons d'encombrement, trois sites seulement peuvent accueillir les deux accéléromètres miniatures (noeuds 15, 18 et 30).



Des entretoises assurant le maintient axial de la bague intérieure du roulement R11 sont emmanchées sur l'arbre. Leur effet sur la rigidité globale de la structure peut être négligé, d'autant plus que la surface de contact entre l'arbre et les entretoises n'est pas continue (existence de cannelures, de gorges, d'épaulements ...). Elles sont donc modélisées par des cylindres creux dont les rigidités sont considérées comme nulles ce qui revient en pratique à annuler leur module d'élasticité E. A noter, que 5 noeuds ont été ajoutés au modèle de l'arbre primaire libre-libre pour faciliter la modélisation des entretoises.

Les inerties des roulements sont assimilées à celles de cylindres dimensionnés de manière à représenter globalement la bague intérieure, les corps roulant et la cage. La bague extérieure est ignorée car liée au bâti. Les rigidités des roulements sont modélisés par des éléments de raideurs ponctuelle auxquels sont associés des matrices de rigidité pleines de dimension 5×5 (la rotation autour de l'axe z n'est pas bloquée par les roulements).

Les matrices de rigidité obtenues pour les deux roulements coniques de l'arbre primaire et pour un chargement de 10 000 N sont les suivantes :

k _{ij} (S.I.)	Х	У	Z	rx	ry
Х	4.01E+07	8.96E+06	3.58E+06	-2.97E+04	1.20E+05
у	8.96E+06	2.66E+08	8.15E+07	-7.99E+05	2.97E+04
Z	3.58E+06	8.15E+07	2.51E+07	-2.45E+05	1.17E+04
rx	-2.97E+04	-7.99E+05	-2.45E+05	3.00E+03	-9.93E+01
ry	1.20E+05	2.97E+04	1.17E+04	-9.93E+01	4.22E+02

- roulement conique R11 (gauche)

- roulement conique R12 (droite)

k _{ij} (S.I.)	Х	У	Z	rx	ry
Х	1.08E+09	-1.32E+06	-9.03E+04	-1.64E+04	-8.74E+06
у	-1.32E+06	1.01E+09	-8.70E+07	8.23E+06	1.64E + 04
Z	-9.03E+04	-8.70E+07	1.72E+08	-8.79E+05	2.54E+02
rx	-1.64E+04	8.23E+06	-8.79E+05	7.17E+04	1.98E+02
ry	-8.74E+06	1.64E+04	2.54E+02	1.98E+02	7.61E+04

Le roulement conique R12 est beaucoup plus rigide que le R11. En effet, étant situé à proximité du pignon de première (point d'application du chargement), il encaisse une grande partie des efforts radiaux et la totalité des efforts axiaux (Figure 3.8). De son côté, le roulement R11 encaisse une charge purement radiale qui se répartie sur les trois rouleaux situés à proximité de l'axe Y ce qui explique la prépondérance du terme Kyy de sa matrice de rigidité.



D'un point de vue dynamique, à cause du peu de points de mesures accessibles, et parce que les plans privilégiés de flexion ne sont pas connus à priori comme dans le cas libre-libre, il est difficile de reconstituer correctement les déformées modales expérimentales. Les seuls éléments de comparaison exploitables sont les fonctions de transfert calculées et mesurées de la même manière qu'au paragraphe *II.1*.

Les facteurs d'amortissement modaux retenus proviennent essentiellement des résultats expérimentaux au moins pour ce qui concerne les modes qui ont pu être appairés. Les autres ont été fixés à priori.

N° modes	Fréquence	Amortissement	Ν	l° modes	Fréquence	Amortissement
2	723 Hz	4.00 %		9	3307 Hz	1.00 %
3	746 Hz	2.00 %		10	3853 Hz	1.00 %
4	1009 Hz	2.00 %		11	4572 Hz	5.00 %
5	1280 Hz	1.00 %		12	4601 Hz	5.00 %
6	1336 Hz	2.60 %		13	5043 Hz	5.00 %
7	1358 Hz	2.00 %		14	6354 Hz	5.00 %
8	2032 Hz	2.00 %		15	6576 Hz	5.00 %

(Les 25 modes suivants sont pris en compte, dans les calculs par la méthode de superposition modale, avec un amortissement de 5 %.)

Une analyse globale des résultats de la Figure 3.9 montre :

- que les principaux modes de vibrations sont localisés de manière satisfaisante malgré un léger décalage vers les basses fréquences,
- que les fonctions de transfert numériques et expérimentales coïncident particulièrement bien lorsque les directions d'excitation et de mesure sont confondues (notamment selon l'axe x),
- que le phénomène de couplage est effectivement observé expérimentalement mais est apparemment sous-estimé par le modèle numérique,
- qu'il semble y avoir un problème de modélisation dans la direction y.





Décalage des fréquences :

L'étude de l'arbre primaire en libre-libre a montré que son modèle numérique est fiable. On peut donc supposer que les différences observées sont principalement liées à la présence des roulements. Ces derniers ont été modélisés de manière précise (matrices de rigidités complètes) mais il semblerait que les rigidités calculées soient trop importantes. On conçoit aisément que des rigidités plus faibles diminueraient les fréquences. A ce stade du raisonnement, il faut noter que la valeur du chargement statique appliqué (qui détermine la rigidité des roulement)) a été estimée grossièrement à partir d'une pression mesurée par un simple manomètre et d'une surface d'appui approximée. Une simulation numérique a donc été réalisée avec un chargement statique beaucoup plus faible (5 000 N) pour étudier l'influence de la rigidité des roulements sur les fréquences propres du système. Les figures suivantes permettent de comparer les deux cas.


Ces résultats montrent que la variation relative des fréquences dépend du mode considéré mais n'excède pas 10 %, ce qui n'est pas suffisant pour expliquer le décalage effectivement observé entre les résultats numériques et expérimentaux. Le problème ne vient donc pas directement des roulements.

Problème dans la direction y :

Le mécanisme de chargement statique des roulements (situé dans un plan contenant l'axe y) a été conçu de manière à limiter son influence sur le système étudié par l'utilisation d'un vérin souple. Cet objectif n'est apparemment pas atteint. La prise en compte du dispositif de chargement par une rigidité supplémentaire doit être envisagée (*cf. étude de l'arbre secondaire, § II.3.*).

Conclusion :

La comparaison des résultats expérimentaux et numériques montre que la modélisation numérique de l'arbre primaire monté sur ses roulements est satisfaisante dans la mesure où les formes générales des fonctions de transferts numériques et expérimentales sont très proches. Il n'est cependant pas possible, à partir des quelques points de mesures accessibles, de tracer précisément les déformées propres de chaque mode. Mais le fait que les amplitudes des pics soient respectées sur la majorité des fonctions de transfert permet d'affirmer que les déformées calculées sont proches de la réalité.

II.2. Caractérisation dynamique des supports "rigides"

L'étude précédente a fortement remis en question l'hypothèse selon laquelle les supports des roulements peuvent être considérés comme infiniment rigides et modélisés par de simples encastrements. Une caractérisation dynamique de chaque support a donc été réalisée pour identifier les éventuels modes propres situés dans la plage fréquentielle de l'étude.

Les deux supports sont dans un premier temps testés séparément puis avec l'arbre secondaire monté sur ses roulements. En effet le comportement dynamique d'un système est sensible aux conditions limites. Les fréquences de résonance des supports peuvent varier de manière significative d'une configuration à l'autre.

• Supports encastrés, sans les arbres

Cette première étape permet de localiser les pics de résonance correspondant à chacun des deux supports qui sont identiques à quelques détails près (diamètre des alésages des roulements différents, système de blocage de l'engrenage de pont – *cf. § II.4*, ...). Les accéléromètres sont placés selon l'axe z, entre les deux alésages. L'excitation au marteau est également appliquée selon z (direction de flexion principale des supports).



• Supports encastrés, avec l'arbre secondaire chargé

Dans un second temps, l'influence de l'arbre secondaire sur le comportement dynamique des supports est examinée. Les résultats obtenus sur le support gauche montrent que la présence de l'arbre secondaire ne modifie pratiquement pas les fréquences propres du support (moins de 0.5 % de variation). En revanche des pics de résonance supplémentaires apparaissent (à 390 Hz et 686 Hz).



Les pics de résonance identifiés sur les supports sont tous susceptibles d'apparaître sur les fonctions de transfert expérimentales. Cela est valable pour l'ensemble des essais réalisés avec ces supports y compris lors de l'étude de l'arbre primaire monté sur ses roulements (Figure 3.5). La comparaison des fonctions de transfert mesurées et calculées doit tenir compte de ce résultat afin de faciliter l'appairage des modes numériques et expérimentaux.

II.3. Arbre secondaire sur roulements à billes et à rouleaux cylindriques

L'étude de l'arbre primaire monté sur ses roulements a permis de valider la modélisation des roulements à rouleaux coniques. L'objet de cette étude est de s'intéresser aux deux autres types de roulements présents dans la boîte de vitesse.

Le dispositif expérimental est identique à celui adopté lors de l'étude de l'arbre primaire. Le chargement définissant la rigidité des paliers est appliqué à l'aide d'un vérin souple perpendiculairement à l'axe de l'arbre, (la direction de chargement retenue lors de l'étude de l'arbre primaire et représentative de l'angle d'hélice des engrenages n'a pas pu être adoptée pour des raisons d'encombrement et de manque d'appuis).

Pour contrôler plus précisément la valeur du chargement appliqué, un capteur de force piézo-électriques est introduit entre le doigt de chargement et le vérin souple (cf. Figure 3.13). Ce capteur a été préalablement étalonné à l'aide d'un anneau dynamométrique.

Chargement statique de l'arbre : $F_{stat} = 14\ 000\ N$

Pour fixer les roulements, les éléments de synchronisation sont remplacés par des entretoises montées serrées. Ces entretoisent sont prises en compte dans le modèle numérique.



L'entretoise de gauche n'est pas montée serrée sur l'arbre pour pouvoir agir sur le boulon de serrage (macro-élément 14), elle est modélisée par un cylindre creux de rigidité nulle. Seule son inertie est donc prise en compte.

Par contre, l'entretoise de droite est montée serrée et subit en plus le chargement statique de 14 000 N. Elle peut pratiquement être considérée comme arbrée et est donc modélisée par un cylindre creux de rigidité non nulle.



En ce qui concerne le bloc engrenage de 3^{ème} et 4^{ème}, il est considéré comme étant arbré. Les diamètres extérieurs des cylindres modélisant les engrenages sont égaux aux diamètres primitifs d'engrènement.

Les matrices de rigidité obtenues pour les deux roulements de l'arbre secondaire et pour un chargement de 14 000 N sont les suivantes :

- roulement à billes de gauche (R21)

k _{ij} (S.I.)	Х	У	Z	rx	ry
Х	.117E+09	330E+07	230E+07	114E+05	136E+05
У	330E+07	.216E+09	.462E+07	983E+05	.114E+05
Z	230E+07	.462E+07	.139E+08	.293E+06	.256E+04
rx	114E+05	983E+05	.293E+06	.665E+04	967E+02
ry	136E+05	.114E+05	.256E+04	967E+02	.232E+04

- roulement cylindrique de droite (R22)

k _{ij} (S.I.)	Х	у	Z	rx	ry
Х	.344E+09	.971E+07	453E-05	320E+05	.144E+07
У	.971E+07	.623E+09	640E-03	280E+07	.320E+05
Z	453E-05	640E-03	.660E-15	.287E-05	134E-07
rx	320E+05	280E+07	.287E-05	.157E+05	140E+03
ry	.144E+07	.320E+05	134E-07	140E+03	.751E+04

Le roulement à billes est environ trois fois moins rigide que le roulement cylindrique. Ce dernier encaisse une grande partie des 14 000 N du chargement radial (selon y).



L'excitation au marteau d'impulsion est efficace jusqu'à environ 7000 Hz. Elle est simulée par un demi-sinus d'amplitude 870 N et de durée 24 ms.

Les amortissements modaux ont été choisis de manière approximative mais avec le souci de respecter au mieux les résultats expérimentaux. Les fréquences propres données sont celles du modèle recalé (*voir plus loin*).

N° modes	Fréquence	Amortissement	N° modes	Fréquence	Amortissement
2	627 Hz	2.00 %	8	3565 Hz	1.00 %
3	1491 Hz	6.00 %	9	4827 Hz	0.25 %
4	2131 Hz	3.00 %	10	5032 Hz	1.00 %
5	2366 Hz	3.00 %	11	5183 Hz	5.00 %
6	2786 Hz	2.00 %	12	7595 Hz	5.00 %
7	2995 Hz	5.00 %	13	7725 Hz	5.00 %

(Les 27 modes suivants sont pris en compte, dans les calculs par la méthode de superposition modale, avec un amortissement de 5 %.)

Les résultats présentés sur la Figure 3.16 ont étés obtenus après une première phase de recalage basée sur une analyse énergétique analogue à celle présentée plus loin. Des erreurs ont été localisées au niveau de la modélisation de l'inertie des roulements. Des essais complémentaires de vérification ont été réalisés sur l'ensemble {arbre secondaire - roulements - entretoises} suspendu à des élastiques (condition libre -libre). Le détail de ce travail n'est cependant pas présenté.



Comme lors de l'étude de l'arbre primaire, les résultats numériques semblent coïncider avec les résultats expérimentaux dans la direction x, mais sont nettement moins concordants dans la direction y (direction du chargement statique). Une décomposition énergétique des modes "mal positionnés" est donc réalisée. Elle a pour objectif d'identifier la (ou les) zone(s) de la structure la plus énergétique pour chaque mode considéré. Les zones les plus énergétiques sont celles pour lesquelles une légère modification de structure aura le plus d'influence sur les résultats.

C'est en modifiant certaines caractéristiques physiques de la zone repérée qu'il est possible d'ajuster la fréquence des modes concernés. Sachant que la fréquence f d'un mode est homogène à $\sqrt{k/m}$, il faut agir sur la rigidité k de la zone ou sur sa masse m pour augmenter ou, si besoin, diminuer la fréquence du mode. Le choix d'agir sur m ou k dépend de la nature de l'énergie d'après laquelle a été localisée la zone (m si c'est l'énergie cinétique, k si c'est l'énergie potentielle).

Pour réaliser cette étude énergétique, l'arbre secondaire est divisé en plusieurs zones ou macro-éléments (Figure 3.14). Les zones 15 et 16 représentent respectivement les roulements R21 et R22.

Quatre modes sont mal positionnés sur les fonctions de transfert :

– mode 3 :	1348 Hz	(flexion dans le plan xz)
– mode 4:	1529 Hz	(flexion dans le plan yz)
– mode 6:	2782 Hz	(flexion dans le plan xz)
– mode 10 :	5014 Hz	(flexion dans le plan xz)

Leurs décompositions énergétiques sont réalisées grâce à un programme de calcul utilisé en interne au laboratoire et développé sous Matlab. Sur les diagrammes de visualisation, les trois types de déformations (flexion, torsion, extension) sont dissociées. Les déformations des roulements sont comptabilisées en tant qu'extension.



Le roulement à billes (macro-élément 15) contient environs 50% des énergies potentielles des modes 3 et 4. Comme déjà constaté d'après sa matrice de rigidité, ce roulement est beaucoup moins rigide que le roulement à rouleaux cylindrique. Une modification de sa rigidité est donc susceptible d'influencer fortement ces deux modes. Deux solutions sont envisageables pour agir sur la rigidité du roulement :

- changer la valeur du chargement statique dans le modèle numérique,
- ou changer de manière artificielle les termes de la matrice de rigidité du roulement.

Ces deux solutions ont été appliquées mais la première ne convient pas car il faut augmenter considérablement le chargement statique avant d'obtenir une variation significative de la matrice de rigidité ce qui nous éloigne trop des conditions expérimentales effectives. La deuxième solution a naturellement donné de bons résultats mais elle remet fortement en question le calcul des matrices de rigidité des roulements.

Les zones 6 et 13 contiennent à elles seules plus de 25% des énergies potentielles totales des modes 3 et 4. Ces deux zones sont situées à proximité du point d'application du chargement statique (noeud 17) ce qui confirme l'idée qu'il faut prendre en compte la rigidité introduite par le dispositif de mise en charge.

A noter qu'une modification de la rigidité des zones 6 et 13 devrait modifier les fréquences des mode 3, 4 et 6 mais presque pas celle du mode 10, qui est plutôt sensible à la rigidité des zones 3, 7 et 10. Ces dernières ne présentent aucune particularité notable et ne seront donc pas modifiées.

Les énergies cinétiques n'apportent pas d'éléments nouveaux dans l'étude. Elles sont équitablement réparties le long de la structure sauf pour le mode 6 où la zone 8 (engrenage de pont) contient plus de 50% de l'énergie cinétique totale du mode.



Pour prendre en compte la rigidité introduite par le mécanisme de chargement statique, un élément de rigidité ponctuelle est attaché au noeud 17. Un ordre de grandeur de cette rigidité a d'abord été évalué à partir de la relation de base :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

La valeur obtenue (environ 1.E+08 N/m) a permis de lancer une première série de calculs. Après quelques affinages, le dispositif de chargement à finalement été modélisé par trois rigidités de translation selon les trois axes :

$$\begin{array}{ll} k_x=& 3.E+07\ N/m\\ k_y=15.E+07\ N/m & (la\ rigidité\ est\ choisie\ plus\ grande\ dans\ la\ direction\ du\ chargement)\\ k_z=& 3.E+07\ N/m \end{array}$$

Les résultats présentés sur la Figure 3.19 montrent que la prise en compte du dispositif de chargement permet d'améliorer fortement la représentativité du modèle numérique de l'arbre secondaire monté sur ses roulements dans la mesure où les formes globales des fonctions de transferts numériques et expérimentales sont respectées. Il faut cependant noter que certains modes expérimentaux ne peuvent être appairés aux modes numériques. Ces modes,

approximativement localisés à 450 Hz, 1200 Hz et 4650 Hz, ont été identifiés comme caractéristiques des supports "rigides" (*cf. § II.2*).



II.4. Conclusion

Les études réalisées sur les arbres montés dans un environnement "rigide" ont confirmé les roulements dans leur rôle d'éléments de couplage élastique : une excitation dans une direction particulière peut engendrer une réponse selon les autres. Ce résultat conforte l'idée que seule une modélisation par des matrices de rigidité pleines prenant en compte l'ensemble des degrés de libertés et leurs couplages est à même de représenter correctement le comportement des roulements.

L'autre résultat important concerne l'influence de l'environnement dans lequel sont montés les roulements. En particulier, le fait de retrouver des modes propres caractéristiques des supports sur les réponses des arbres confirme l'existence d'interactions entre le système étudié et son environnement. L'utilisation de supports "rigides" (forte épaisseur, renforts, ...) n'a pas suffit pour s'en affranchir mais a permis de les réduire à leur plus simple expression (superposition des modes propres des supports sur les réponses du système étudié mais influence limitée sur ses modes propres). En d'autres termes, les modes propres des arbres et ceux des supports "rigides" peuvent pratiquement être considérés comme découplés.

Enfin, il est à noter que les coefficients d'amortissement modaux mesurés sur le système $\{arbre + roulements\}$ sont très nettement supérieurs à ceux mesurés sur l'arbre isolé (1 à 6 % contre moins de 0.5 %) ce qui peut être attribué à la présence des roulements mais également au vérins souples. Par la suite, l'amortissement des modes caractéristiques des roulements, ou du moins ceux pour lesquels l'énergie de déformation des roulements est élevée, pourra être fixé à une valeur comprise entre 3 et 6 %.

Ce travail a été l'occasion de mettre en oeuvre une procédure de recalage "manuelle" mais permettant de conserver un sens physique aux corrections effectuées. Ce recalage, réalisé à partir d'une décomposition énergétique des modes propres, a permis de corriger certaines erreurs de modélisation (inertie des roulements, rigidité introduite par le dispositif de mise en charge statique).

L'analyse énergétique constitue donc un bon moyen de corriger les erreurs de modélisation les plus grossières. Ce type d'action constitue la base de la plupart des méthodes de recalage qui, grâce à certains développements mathématiques (*cf. Chap. I*), peuvent être partiellement ou entièrement automatisées. Dans notre cas, les modes expérimentaux et numériques sont très difficiles à appairer du fait de la complexité de la structure étudiée. Il est donc particulièrement difficile d'appliquer une méthode de recalage "automatisée" sans passer par une analyse énergétique "manuelle".

III. {Arbres + Roulements + Engrenages} dans un environnement "rigide"

III.1. Dispositif expérimental et modèle numérique

Pour vérifier la validité du modèle dynamique de la chaîne cinématique comprenant les arbres primaire et secondaire liés par l'engrenage de 3^{eme} , le montage suivant est réalisé :

- les deux arbres considérés dans les études précédentes sont montés avec leurs roulements dans les supports rigides,
- le synchroniseur de l'arbre primaire est enclenché sur la 3^{ème}. L'engrenage de 4^{ème} a été retiré pour des raisons d'encombrement.
- l'arbre secondaire est bloqué en rotation à l'aide d'une portion de l'engrenage de pont fixé au support droit. Cette solution technologique a été choisie pour approcher au plus près les conditions de fonctionnement normales de la chaîne cinématique.
- la mise en couple de l'arbre primaire est assurée par deux vérin souples identiques exerçant leurs efforts en opposition, de part et d'autre de l'axe de rotation de l'arbre primaire. Les deux bras de levier sur lesquels s'appuient les vérins ont été soudés sur un moyeu d'embrayage d'origine. Ce système permet d'appliquer un couple pur d'une valeur maximale de $2\times0.07 \text{ m}\times20 000 \text{ N} = 2 800 \text{ N.m.}$ Dans notre cas, cette valeur est bien entendu beaucoup plus importante que nécessaire puisque le couple nominal appliqué à la boîte de vitesses dans des conditions fonctionnement réelles est de l'ordre de 215 N.m.
- deux capteurs de force de type piézo-électrique sont montés sur les deux vérins de manière à contrôler précisément le couple appliqué. Une valeur de +262 N.m. a finalement été retenue pour cette étude.



 $C_{stat} = + 262 \text{ N.m}$



L'excitation au marteau d'analyse modale est appliquée aux noeuds 33 (selon x) et 56 (selon y) situés respectivement sur l'arbre primaire et sur l'arbre secondaire. Les mêmes sites que ceux utilisés pour les études précédentes reçoivent les deux accéléromètres miniatures (noeuds 21, 24 et 36 sur le primaire, et noeuds 48, 49, 54 et 57 sur le secondaire).

L'accéléromètre n°1 est positionné au noeud 24 et sert de référence. L'accéléromètre n°2 est successivement placé sur les 6 autres positions. Pour chaque configuration 4 répétitions des mesures sont réalisées.

Les entretoises sont modélisées de la même manière que lors des études précédentes. La bague d'origine servant de palier hydrodynamique pour le pignon fou du 4^{ème} rapport et située sur l'arbre primaire est modélisée par un cylindre creux de rigidité nulle.

Les engrènements de $3^{\text{ème}}$ et de pont sont modélisés par de simples éléments de raideur linéaire selon la ligne d'action. Ces rigidités n'ont pas été calculées de manière précise; elles ont été évaluées à partir des travaux réalisés aux laboratoire dans le domaine des engrenages. Une valeur réaliste de 1.E+10 N/m a été retenue. Une étude numérique sera toutefois réalisée pour étudier l'influence de la rigidité d'engrènement sur les modes propres (*cf. § III.3*).



Dans un premier temps, les leviers de mise en couple ont été modélisés par de simples inerties ponctuelles ramenées au noeud 24. Les résultats obtenus n'étant pas satisfaisants, il a été nécessaire de les modéliser plus précisément par des éléments de poutre. La rigidité de chargement est alors prise en compte par des éléments de raideur ponctuelle rattachés à chaque levier. Plusieurs valeurs de rigidité ont été testées. Celles aboutissant aux meilleurs résultats sont les suivantes :

 $\label{eq:kx} \begin{array}{l} k_x = 1.E{+}05 \ N/m \\ k_y = 1.E{+}06 \ N/m \end{array} \mbox{ (direction de chargement)} \\ k_z = 1.E{+}05 \ N/m \end{array}$

Les matrices de rigidité des roulements calculées pour le couple statique appliqué sont les suivantes:

k _{ij} (S.I.)	Х	У	Z	rx	ry
Х	.139E+09	.440E+08	219E+08	195E+06	.544E+06
у	.440E+08	.429E+09	139E+09	158E+07	.195E+06
Z	219E+08	139E+09	.466E+08	.517E+06	963E+05
rx	195E+06	158E+07	.517E+06	.732E+04	996E+03
ry	.544E+06	.195E+06	963E+05	996E+03	.249E+04

- roulement conique R11 (gauche)

- roulement conique R12 (droite)

k _{ij} (S.I.)	Х	У	Z	rx	ry
Х	.110E+10	110E+08	.125E+08	113E+06	884E+07
у	110E+08	.108E+10	.236E+08	.869E+07	.113E+06
Z	.125E+08	.236E+08	.179E+09	.525E+06	281E+06
rx	113E+06	.869E+07	.525E+06	.755E+05	.104E+04
ry	884E+07	.113E+06	281E+06	.104E+04	.768E+05

k _{ij} (S.I.)	Х	У	Z	rx	ry
х	.177E+09	.331E+08	201E+08	.983E+04	386E+06
у	.331E+08	.169E+09	175E+08	.355E+06	983E+04
Z	201E+08	175E+08	.176E+08	222E+06	.237E+06
rx	.983E+04	.355E+06	222E+06	.497E+04	187E+04
ry	386E+06	983E+04	.237E+06	187E+04	.498E+04

- roulement à billes R21 (gauche)

- roulement cylindrique R22 (droite)

k _{ij} (S.I.)	Х	У	Z	rx	ry
Х	.529E+09	767E+08	.131E-02	.496E+06	.264E+07
у	767E+08	.725E+09	194E-02	362E+07	496E+06
Z	.131E-02	194E-02	.772E-14	.985E-05	.655E-05
rx	.496E+06	362E+07	.985E-05	.225E+05	.363E+04
ry	.264E+07	496E+06	.655E-05	.363E+04	.162E+05

La répartition des efforts sur les différents corps roulants de chaque roulement est représentée sur les figures suivantes.



La position des dents en prise par rapport au centre des roulements ainsi que l'orientation des efforts exercés permettent de mieux comprendre la répartition des efforts sur les rouleaux.

Les quatre roulements ont des directions de chargement privilégiées ce qui se reflète également sur les matrices de rigidité. Ainsi, le roulement conique R11, qui est principalement chargé dans la direction Y, présente une rigidité plus importante selon cette direction. Ce raisonnement est également valable pour les trois autres roulements.

III.2. Caractérisation dynamique des supports et des leviers de mise en couple

Les études précédentes ont déjà souligné l'existence d'interactions entre le système étudié et son environnement. Une caractérisation dynamique des supports et des leviers de mise en couple, avec la chaîne cinématique en place et en charge, a donc été réalisée pour localiser les pics de résonance susceptibles d'apparaître sur les fonctions de transfert mesurées sur les arbres.





Les fréquences propres des supports restent globalement identiques à celles déjà identifiées précédemment.

Les bras de levier présentent quant à eux un grand nombre de modes qui sont couplés ou non aux modes de la chaîne cinématique comme le montre la décomposition énergétique obtenue à partir du modèle numérique (Figure 3.25).



Les modes les plus énergétiques pour les bras de leviers se retrouvent bien sur les résultats expérimentaux (Figure 3.24) ce qui conforte la modélisation retenue (poutres déformables).

Leviers de mise en couple						
Modes	numériques	Modes expérimentaux				
mode 1 :	185 Hz	163 Hz				
mode 4 :	371 Hz	373 Hz				
mode 6 :	476 Hz	560 Hz				
mode 14 :	1936 Hz	1848 Hz				
mode 15 :	2027 Hz	2047 Hz				
mode 17 :	2305 Hz	2340 Hz				
mode 27 :	4905 Hz	4731 Hz				

III.3. Influence de la modélisation de l'engrenage

L'étude de la chaîne cinématique de la boîte de vitesses dans un environnement rigide a permis de valider globalement le modèle numérique développé. Il est cependant apparu que certains modes de l'arbre secondaire, situés entre 2000 et 3000 Hz, ne sont pas ou presque pas excités lorsqu'une impulsion est appliquée sur l'arbre primaire (Figure 3.26). Les modèles des deux arbres ayant été préalablement validés séparément, seule une imprécision dans la modélisation de l'engrènement pouvait être responsable de cet état de fait. Une étude plus fine de la zone d'engrènement a donc été entreprise et certaines hypothèses de modélisation des engrenages ont notamment été revues.



III.3.1. Modélisation classique : rigidité normale au contact

L'engrènement est généralement modélisé par une raideur de translation selon la ligne d'action de la paire d'engrenages considérée. Cette rigidité d'engrènement traduit un contact théoriquement parfait entre deux surfaces en développante de cercle conjuguées. Les efforts engendrés par le contact sont alors normaux à ces surfaces et il n'y a pas de composantes dans le plan tangentiel (normal à la ligne d'action).

Dans la réalité, les déformations des dentures (écrasement, flexion), ajoutées aux défauts de surface et aux erreurs de fabrication, font que les deux surfaces en contact ne sont jamais parfaitement conjuguées. Un lubrifiant utilisé pendant le fonctionnement permet toutefois de limiter les frottements de glissement. Dans ce contexte, on peut alors considérer que les efforts restent bien sur la ligne d'action et que la rigidité K_n suffit pour représenter correctement l'engrènement.



Modélisation adaptée au cas étudié : prise en compte d'une rigidité tangentielle

Dans notre cas, le système est à l'arrêt et il n'y a pas de lubrification. Il faut donc tenir compte du frottement d'adhésion, d'autant plus que la portée au contact, due à l'écrasement des dentures, est importante à cause de la valeur élevée du couple appliqué (262 N.m). La première idée retenue consiste à introduire la notion de "raideur de frottement" dans le modèle par l'intermédiaire de deux rigidités tangentielles K_{tp} et K_{tr} dans les directions définies sur le schéma suivant (Figure 3.28).



Cet artifice de modélisation peut sembler simpliste mais présente l'avantage d'être commode à mettre en oeuvre. La seule difficulté est d'associer une valeur à ces deux rigidités. A priori, et en se basant sur la définition générale d'une force de frottement, il est possible de lier les deux rigidités de frottement à la rigidité normale au contact par le biais du coefficient de frottement d'adhésion usuel. Ce coefficient étant lui-même difficile à évaluer, il a été décidé de conserver K_{tp} et K_{tr} en tant que paramètres d'entrée du modèle tout en ayant conscience du fait que ces deux rigidités sont forcément inférieures à K_n . De plus, dans toute la suite de l'étude, on prendra $K_{tp} = K_{tr} = K_t$.

III.3.2. Influence de la rigidité normale K_n

Une étude réalisée par *A. Bourdon ([10])* a montré qu'au delà de 1.0E+08 N/m la rigidité d'engrènement n'a presque plus d'influence sur les modes propres de la chaîne cinématique. Les rigidités K_n des engrènements de 3^{ème} et de pont avaient donc été fixées à 1.0E+10 N/m ce qui revenait pratiquement à considérer l'engrènement comme une liaison quasi parfaite ou du moins très rigide. (A titre indicatif, les rigidités des paliers à roulement sont 10 à 100 fois plus faibles.)

De nouveaux calculs ont été effectués avec des valeurs de K_n comprises entre 1.0E+06 N/m et 1.0E+12 N/m pour confirmer les conclusions de *A. Bourdon* et pour positionner les fréquences de résonance caractéristiques des engrènements. Ces renseignements pourront être exploités par ailleurs dans l'optique de recalage du modèle numérique à partir des réponses mesurées à proximité des engrenages considérés.

La figure suivante permet de comparer les spectres des fréquences propres obtenues pour 4 valeurs de K_n . Entre 1.0E+10 et 1.0E+12 N/m, les fréquences restent identiques, alors qu'en dessous de 1.0E+10 N/m, certains modes évoluent de manière sensible. Comme le montrent les

spectres des énergies potentielles (Ep) de l'engrènement de 3^{ème}. Les modes concernés sont essentiellement des modes énergétiques pour les rigidités d'engrènement dans la plage de fréquence considérée.



A chaque valeur de K_n correspond au moins un mode "caractéristique" de l'engrènement de $3^{\text{ème}}$ identifiable au pic d'énergie potentielle qui apparaît sur le spectre d'énergie associé. Pour les valeurs élevées de K_n , les énergies de déformations de l'engrènement sont très faibles par rapport aux énergies du reste de la structure. L'engrènement peut être assimilé à une liaison parfaite indéformable. Le diagramme de la Figure 3.30 montre que c'est entre 1.0E+07 et 1.0E+09 N/m que la fréquence propre caractéristique des engrènement est le plus sensible à la valeur de K_n .



En examinant de plus près les déformées des modes rapportés sur le diagramme, on s'aperçoit qu'ils ne sont pas forcément semblables (Figure 3.31) ce qui peut expliquer les discontinuités observables sur les pentes des deux courbes. Certains modes correspondent à des mouvements de corps solide (rotation des deux arbres) et sont principalement gouvernés par les engrènements, alors que d'autres mettent également en jeu les déformations de flexion des deux arbres. Il n'est donc pas possible de dissocier le comportement dynamique des engrènements de celui du reste de la structure, notamment si les rigidités d'engrènement et celles des autres éléments de la chaîne cinématique (arbres, roulements) sont du même ordre de grandeur.



L'étude précédente a permis de montrer par simple analyse modale, que le comportement dynamique de la chaîne cinématique est sensible aux variations de K_n , surtout pour des valeurs comprises entre 1.0E+07 et 1.0E+09 N/m. On a notamment constaté l'existence de modes fortement énergétiques pour l'engrènement de 3^{eme} et dont les fréquences propres peuvent varier sur une gamme de fréquence importante (de 250 à 4000 Hz). Toutefois la majorité des modes n'évolue pas de manière significative et il semble donc opportun d'observer plus localement l'influence effective de K_n sur les réponses impulsionnelles du système en un certain nombre de points.

En particulier, il s'agit d'étudier l'influence de K_n sur la transmission des vibrations de l'arbre primaire à l'arbre secondaire (et vice-versa) à travers l'engrenage de 3^{ème}. Dans cette optique, les réponses sont représentées sous forme de fonctions de transfert (FT) et plus précisément d'accélérances (rapport effort appliqué / accélération). Les excitations ont été appliquées en deux points situés sur l'arbre primaire puis sur l'arbre secondaire en accord avec les essais réalisés par ailleurs. Les figures suivantes présentent les FT calculées en différents points des deux arbres pour trois valeurs de K_n (1.0E+07, 1.0E+08 et 1.0E+09 N/m). Les résultats expérimentaux n'y sont pas rapportés pour des raisons de lisibilité.



L'examen des fonctions de transfert suscite un certain nombre de remarques :

- les réponses des points situés sur l'arbre excité, loin des engrenages, ne sont presque pas influencées par la rigidité d'engrènement $K_n,\,$
- celles des point situés sur l'arbre non excité sont au contraire très sensibles à K_n,
- la rigidité d'engrènement influence davantage les niveaux vibratoires que les fréquences propres. On constate notamment que plus K_n augmente plus les niveaux vibratoires basse fréquence diminuent alors que les niveaux hautes fréquences augmentent. Cet effet est particulièrement prononcé pour les points situés sur l'arbre non excité.

C'est trois constatations montrent que les engrenages contrôlent la transmission des vibrations entre les deux arbres en agissant un peu comme des filtres sélectifs puisqu'ils ne transmettent pas tous les modes de manière identique.



III.3.3. Influence de la rigidité tangentielle K_t

L'introduction d'une rigidité dans le plan tangent au contact des dentures a été motivée par la non-coïncidence des modèles numériques et expérimentaux dans la bande de fréquence 2000-3000 Hz. En effet, certains modes de l'arbre secondaire, situés dans cette plage de fréquence, n'étaient pas ou presque pas excités lorsqu'une impulsion numérique était appliquée sur l'arbre primaire. Comme souligné sur la Figure 3.26, la prise en compte de K_t permet d'améliorer sensiblement les résultats.

Les modes propres ont étés calculés pour différentes valeurs de K_t comprises entre 1.0E+07 et 1.0E+10 N/m ; la valeur de K_n ayant été fixée à 1.0E+09 N/m. L'hypothèse selon laquelle K_t est toujours inférieure à K_n est volontairement transgressée dans cette étude mais doit être gardée à l'esprit. Le diagramme de la Figure 3.34-a montre que le spectre des fréquences propres du système est davantage sensible aux variations de K_t qu'à celles de K_n (Figure 3.29a). Cependant, les matrices de MAC calculées par ailleurs indiquent que les déformées modales n'évoluent pratiquement pas avec K_t (MAC > 0.8). Seuls les modes caractéristiques des engrènements, identifiés grâce aux spectres (Figure 3.34-b), se distinguent des autres. Ils apparaissent à des fréquences spécifiques et peuvent être indépendants ou couplés aux autres modes de la structure.



Un suivi de ces modes peut être effectué pour chaque engrenage (Figure 3.35). Comme déjà constaté dans l'étude de l'influence de la rigidité K_n (Figure 3.30), les deux courbes résultantes présentent des discontinuités de pente dues à un changement dans la nature de la déformée des modes concernés. Ces courbes ont notamment été exploitées afin de déterminer les valeurs de Kt permettant d'agir sur les réponses du système dans la plage fréquentielle 2000-3000 Hz. Ainsi, le résultat présenté sur la Figure 3.26-b a été obtenu avec Kn = 1.0E+09 N/m et Kt = 1.0E+08 N/m.



L'analyse des modes propres a mis en évidence l'existence de modes fortement énergétiques pour les "rigidités de frottement". Reste à savoir dans quelle mesure ces dernières influencent la transmission des vibrations entre les deux arbres. Une étude de l'évolution des fonctions de transfert liant une excitation impulsionnelle aux accélérations induites en différents points du système a donc été réalisée.

Trois valeurs de K_t ont été retenues pour cette étude : 1.0E+07, 1.0E+08 et 1.0E+09 N/m. Ces valeurs sont volontairement très éloignées les unes des autres afin que les écarts entre les différentes FT apparaissent de manière plus prononcée.

Les trois traits verticaux figurant sous les FT indiquent les fréquences des modes caractéristiques de la rigidité tangentielle K_t pour les 3 valeurs étudiées. Ils se situent respectivement à 550, 2192 et 4679 Hz.



Excitation au noeud 33 selon x



Comme lors de l'étude précédente, l'influence des rigidités K_t est d'autant plus importante que le point d'observation est proche des engrenages et qu'il est situé sur l'arbre non excité (voir par exemple le noeud 48 lorsque l'excitation est au noeud 33)

Une comparaison des fonctions de transfert numériques et expérimentales obtenues pour les différentes valeurs de Kn et Kt a permis de montrer que c'est avec Kn = 1.0E+09 N/m et Kt = 1.0E+08 N/m que la corrélation est la meilleure. Le coefficient de frottement d'adhésion associé est alors de 0.10 ce qui est conforme aux valeurs données dans la bibliographie (0.15 à 0.30 pour un contact sec acier-acier et 0.10 pour un contact graissé).

III.3.4. Conclusion

Cette étude réalisée autour de la modélisation des engrenages avait pour objectif d'affiner le modèle numérique de la chaîne cinématique <u>à l'arrêt</u>. L'introduction d'une rigidité tangentielle représentative du frottement d'adhésion des dents en contact a notamment permis d'améliorer la concordance des résultats numériques et expérimentaux, et de mettre en évidence le rôle de couplage élastique des engrenages. Si cette modélisation "améliorée" de l'interface d'engrènement est nécessaire lorsque le système est à l'arrêt, elle devient inutile dans les situations où les frottements peuvent être négligés. En fonctionnement normal, bien que la boîte de vitesses soit lubrifiée, le coefficient de frottement peut atteindre 0.05 ou plus, et il peut alors être nécessaire de le prendre en compte. Ce phénomène ne sera pas intégré dans le cadre de cette thèse mais doit être gardé à l'esprit dans l'optique de recalage. Les rigidités tangentielles n'interviendront donc pas dans le modèle de la boîte en fonctionnement exploité au dernier chapitre.

Un autre résultat important concerne la sensibilité du modèle à la valeur de la rigidité d'engrènement Kn. Rappelons, tout d'abord, que les résultats présentés dans cette étude ont été obtenus pour de très fortes variations des rigidités K_n et K_t et que finalement, toutes proportions gardées, leur influence reste minime ou du moins, limitée aux modes caractéristiques des engrenages. Ainsi une valeur réaliste de K_n , même si elle n'a pas été calculée de manière très précise, suffit au calcul des <u>modes propres du système à l'arrêt</u>. Ces derniers peuvent alors être exploités pour déterminer la <u>réponse dynamique du système en fonctionnement</u> par une méthode pseudo-modale (*cf. Chap. II*).

IV. {Arbres + Roulements + Engrenages} dans le carter de la boîte

Les études expérimentales précédentes, bien que réalisées dans un environnement "rigide", ont déjà mis à jour l'existence d'interactions dynamiques entre les supports et les arbres. Ces interactions étaient limitées à l'apparition de pics de résonance caractéristiques des supports, sur les réponses des arbres. Dans le cas d'un environnement souple (carter de boîte), des études numériques (*Bourdon [10]*) ont montré qu'il existe en plus de forts couplages entre les modes propres de la chaîne cinématique et du carter. L'objectif de cette partie est de confirmer cela expérimentalement en s'appuyant sur des essais réalisés en parallèle sur les deux montages de la Figure 3.38.

Les résultats des mesures dans les deux cas ne peuvent être comparées de manière directe. En effet, la complexité de la structure est telle que de nombreux modes coexistent sur la plage fréquentielle considérée (0-2000 Hz), ce qui gène considérablement le suivi des modes d'une configuration à l'autre. Il est alors difficile de donner une interprétation pertinente des résultats obtenus. C'est pourquoi une étude numérique a été réalisée préalablement à partir de modèles réalistes qui fournissent des informations plus complètes pouvant servir de support à l'analyse et l'interprétation des résultats expérimentaux. Dans un premier temps, l'influence de la flexibilité de l'environnement sur le comportement statique des roulements, qui définit les conditions limites des arbres pour les études en dynamique, a été examinée. Dans un second temps, les modes propres obtenus dans les deux configurations ainsi que les spectres d'énergies associés aux différents éléments technologiques de la chaîne cinématique ont été calculées et confrontées aux mesures.

IV.1. Dispositif expérimental et modèle numérique

Pour observer l'influence effective du carter de boîte sur le comportement dynamique de la chaîne cinématique les montages suivants ont étés réalisés.



Remarque : Le repère global a été modifié par rapport aux études précédentes pour des raisons purement pratiques. L'axe x correspond ici à l'axe de l'arbre primaire.

Un arbre de prolongement du "primaire" (indispensable pour effectuer la mise en couple lorsque le carter de boîte est présent) est utilisé dans les deux cas afin que la seule différence entre les deux structures étudiées se situe au niveau des carters. De même, l'arbre secondaire est bloqué en rotation à l'aide d'une portion de la couronne de pont fixée respectivement au support rigide droit ou au châssis du banc d'essais de la boîte de vitesses.



Les principaux points concernant la modélisation du système sont rappelés dans le tableau suivant :

Modèle expérimental	Modélisation numérique (EF)			
Eléments tech	nologiques de la BV			
• arbres primaire et secondaire	- poutres de Timoshenko cylindriques			
• roulements à Z corps roulants	 Z matrices de rigidité tangentes 12×12 (6 ddl pour le noeud de la bague extérieure, 6 ddl pour le noeud de la bague intérieure) calculées en statique 			
	- élément d'inertie ponctuel au centre des roulements			
 engrenages arbrés ou montés serrés sur cannelures 	 poutres de Timoshenko de diamètre extérieur égal au diamètre primitif d'engrènement 			
• engrènement	 rigidité normale au contact des dents Kn et prise en compte du frottement d'adhésion par une rigidité tangentielle Kt = 0.10 Kn 			
• élément de synchronisation de 3 ^{ème}	 poutres de module d'Young nul (seules les inerties sont prises en compte) 			
• carter (sans les carter de 5 ^{ème} et de pont)	 - en statique : modèle NASTRAN condensé au noeuds des bagues extérieures des roulements 			
	- en dynamique : sous-structuration avec prise en compte des 19 premiers modes du carter (<1800 Hz)			
Dispositif de	e mise en couple			
• arbre d'entrée (prolonge du primaire)	- poutres de Timoshenko cylindriques			
 bras de levier fixés sur la prolonge du primaire 	 poutres de Timoshenko à sections rectangulaires attachées à un noeud de la prolonge du primaire 			
vérins souples	 raideurs de translation tridirectionnels liant le point d'application de l'effort sur le levier à un noeud bloqué 			
Conditi	ions limites			
 blocage de l'arbre secondaire: une partie de l'engrenage de pont est soudée à un support fixé sur le châssis du banc 	 rigidité d'engrènement liant le centre du pignon de pont de l'arbre secondaire à un noeud bloqué 			
 carter monté sur une équerre fixée sur le châssis du banc 	 - 8 noeuds d'attache bloqués (équerre non prise en compte) 			

A titre indicatif, le modèle numérique final contient 200 noeuds (1200 ddl dont 83 bloqués) et 180 éléments (carter non compris).

IV.2. Influence statique du carter

Parmi la grande variété de résultats issus des calculs statiques, seul le comportement des paliers à roulements a été étudié, ces derniers étant directement concernés par la prise en compte du carter de boîte. Deux types de résultats statiques ont donc été observés :

- des résultats "technologiques" (répartition des efforts statiques sur les corps roulants),
- des résultats "numériques" (matrices de rigidité tangente des roulements).



Les directions principales de chargement des roulements restent globalement identiques. Une redistribution sensible des efforts sur les corps roulants peut toutefois être observée (notamment sur le roulement conique R12). Cela est directement lié aux dissymétries introduites par le carter et qui sont caractéristiques de sa géométrie complexe. Les niveaux d'efforts encaissés sont semblables dans les deux configurations : ils diminuent pour les roulements R11 et R21 et augmentent pour les roulements R12 et R22, les écarts n'excédant pas 10%. Une analyse des matrices de rigidité devrait confirmer ces tendances et faciliter leur interprétation.

Les matrices de rigidité des roulements sont calculées en statique et sont introduites par la suite dans le modèle dynamique (cf chapitre II).

Comme détaillé ci-dessous, chaque matrice peut être décomposée en 3 sous-matrices:

- Kt regroupant les raideurs de translation (homogènes à des N.m⁻¹),
- Kr regroupant les raideurs de rotation (homogènes à des N.m.rad⁻¹),
- K_{tr} regroupant les raideurs de couplage entre translation et rotation. (homogènes à des N.m.m⁻¹ ou N.rad⁻¹ ce qui est équivalent puisque le radian est une unité adimensionnelle).

$$\begin{split} \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{t} & \mathbf{K}_{t\,r} \\ \mathbf{K}_{r\,t} & \mathbf{K}_{r\,r} \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \qquad \mathbf{K}_{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{xx} & \mathbf{k}_{xy} & \mathbf{k}_{xz} \\ \mathbf{k}_{yx} & \mathbf{k}_{yy} & \mathbf{k}_{yz} \\ \mathbf{k}_{zx} & \mathbf{k}_{zy} & \mathbf{k}_{zz} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{K}_{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{rx\,rx} & \mathbf{k}_{rx\,ry} & \mathbf{k}_{rx\,rz} \\ \mathbf{k}_{ry\,rx} & \mathbf{k}_{ry\,ry} & \mathbf{k}_{ry\,rz} \\ \mathbf{k}_{rz\,rx} & \mathbf{k}_{rz\,ry} & \mathbf{k}_{rz\,rz} \end{bmatrix} \\ \mathbf{t}_{\mathbf{K}_{rt}} = \mathbf{K}_{tr} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{x\,rx} & \mathbf{k}_{x\,ry} & \mathbf{k}_{x\,rz} \\ \mathbf{k}_{y\,rx} & \mathbf{k}_{y\,ry} & \mathbf{k}_{y\,rz} \\ \mathbf{k}_{z\,rx} & \mathbf{k}_{z\,ry} & \mathbf{k}_{z\,rz} \end{bmatrix} \end{split}$$

Il est donc possible de comparer entre eux les termes d'une même sous-matrice, mais pas les termes de sous-matrices différentes. Les variations des termes de la matrice K sont calculées relativement au plus grand terme de chaque sous-matrice du "modèle rigide" (modèle 1). Par exemple :

$$\frac{\Delta \mathbf{k}_{xy}}{\mathbf{k}_{xy}} = \frac{\left|\mathbf{k}_{xy}\right| - \left|\mathbf{k}_{xy}\right|}{\max\left(\left|\mathbf{K}_{1}\right|\right)}$$

De cette manière, seuls les variations des termes les plus significatifs de chaque matrice sont mises en évidence.

Les diagrammes de la Figure 3.42 montrent que les matrices de rigidité des 4 roulements ne réagissent pas de façon identique. Contrairement aux roulements R12 et R22, les roulements R11 et R21, situés du côté de la $5^{\text{ème}}$, ont une rigidité plus faible lorsqu'ils sont montés dans le carter de la boîte, ce qui peut s'expliquer par le fait que cette partie du carter (nez de boîte) est plus souple.

Il apparaît également que ce sont principalement les rigidités de rotations et de couplage entre rotations et translations qui sont les plus sensibles à la nature de l'environnement des roulements. Cet aspect doit être pris en compte lors de la conception des carters de boîtes puisque leur fonction première est d'assurer le maintien de la chaîne cinématique avec le plus de rigidité possible selon tous les ddl afin d'éviter que le basculement des roulements ne perturbent le bon fonctionnement des engrenages.



La prise en compte du carter dans le modèle numérique semble donc primordiale pour les études statiques. Reste à voir quels en sont les effets sur le comportement dynamique du système.

IV.3. Influence dynamique du carter

IV.3.1. Comparaison des modes propres numériques

Les modes propres des deux modèles sont calculés et comparés. Dans le modèle 2, les 19 premiers modes du carter sont pris en compte par une méthode de sous-structuration dynamique (méthode de type Craig-Bampton). Ils ont été calculés et validés expérimentalement par les Bureaux d'Etudes de PSA à partir d'un maillage précis réalisé sous NASTRAN. Leurs fréquences sont inférieures à 1800 Hz ce qui constitue donc la limite de "représentativité fréquentielle" du modèle.

Une décomposition énergétique des modes propres et une analyse des matrices de MAC ont permis de dresser le tableau récapitulatif suivant :

	Modèle 1 (environnement rigide)			MAC >0.9			Modèle 2 (environnement souple : carter)
Mode n°	Répartition des énergies	f (Hz)				f (Hz)	Répartition des énergies
1	<u>flexion I</u> + vérins	73.9	•		•	72.5	<u>flexion I</u> + vérins
2	flexion (I + levier) + <u>vérins</u>	153.8	•		•	153.3	flexion (I + levier) + $\underline{v\acute{e}rins}$
3	flexion/torsion (I + II) + flexion levier + <u>vérins</u>	216.3	•		•	212.7	flexion/torsion (I + II) + flexion levier + <u>vérins</u>
4	<u>flexion levier</u> + vérins	432.0	•		•	280.4	carter (281.7 Hz)
5	flexion/torsion (I + II) + flexion levier + EP	659.4	•		•	351.9	carter (365.6 Hz)
6	$\underline{R12} + EP + flexion (I + II + levier)$	717.4	•	$\langle \rangle$	•	366.6	carter (369.2 Hz)
7	flexion (I + prolonge + levier)+ \underline{EP}	822.7	•	$\setminus \setminus$	•	424.3	<u>carter (464.7 Hz)</u> + levier
8	flexion ($I + II$ + prolonge)+ R21 + E3 + EP	956.8	٠		•	431.2	flexion levier + vérins + carter
9	flexion ($I + II + levier + prolonge$)+ EP	1008.9	٠	$\langle \langle \rangle$	•	435.5	\underline{carter} + flexion levier + R12 +E3 + EP
10	flexion levier + torsion I	1069.9	٠	$\langle \rangle \rangle \langle \rangle$	•	491.7	$\underline{carter} + R12 + E3 + EP$
11	flexion (<u>I</u> + II + levier + prolonge) + R12 + E3 + EP	1126.7	•	$ \setminus \setminus$	•	596.2	$\frac{carter}{R12 + E3 + EP} + \frac{carter}{R12 + E3 + EP} + \frac{carter}{R12 + E3 + EP}$
12	flexion (I + \underline{II} + levier + prolonge)+ $\underline{R21}$	1219.5	•		•	626.4	<u>carter (626.7 Hz)</u>
13	flexion (I + II + prolonge)+ $\underline{R11}$	1320.5	٠		•`	644.0	flexion $(I + \underline{levier}) + EP + carter$
14	flexion $(I + \underline{levier}) + R11$	1477.3	•		•	664.6	$\frac{carter}{EP} + flexion (I + II) + R11 + R21 + E3 + EP$
15	flexion $(I + \underline{levier}) + R21 + E3$	1579.9	•		À	694.9	<u>carter (696 Hz)</u>
16	flexion ($\underline{I} + \underline{levier} + prolonge$)+ R12	1596.1	٠		•`	750.0	flexion (I + <u>levier</u> + prolonge)+ R12 + carter
17	flexion (I + II + prolonge)+ $\underline{R21} + \underline{E3}$	2019.4	٠		Y	874.1	$\underline{carter} + flexion (I + II) + R21$
18	flexion $\underline{I} + \underline{R11}$	2183.4	•		•`	917.2	$\underline{carter} + flexion (I + II) + R21 + EP$
19	flexion $(I + \underline{II} + prolonge) + \underline{R21} + \underline{E3}$	2302.8	٠	\setminus	•	935.5	flexion (I + prolonge) + R12 + EP + carter
20	flexion <u>levier</u> + torsion prolonge	2410.3	٠		•	970.9	flexion $(\underline{I} + II) + EP + \underline{carter}$
21	flexion $(I + \underline{levier} + prolonge) + R12$	2432.8	٠		•	980.4	flexion ($\underline{I} + II + prolonge$) + EP + <u>carter</u>
22	flexion II + $\underline{R21}$	2575.6	٠		•	1022.9	flexion (I + II + prolonge) + EP + carter
23	<u>flexion</u> /extension $\underline{I} + E3$	2917.0	٠		•`	1071.8	torsion I + flexion levier + \underline{carter}
24	flexion/ extension (\underline{I} + prolonge) + E3	3050.9	٠		•	1075.1	flexion/torsion I + flexion levier + carter
25	flexion/ extension (I + prolonge) + E3	3224.6	•		•	1171.3	flexion $(I + prolonge) + carter$
26	flexion/extension I + flexion/torsion II + flexion prolonge + $R11 + R22 + E3 + EP$	3360.0	•		•	1232.1	flexion $(\underline{I} + II) + R11 + R21 + \underline{carter}$
27	flexion (I + levier + prolonge) + $R12$	3507.1	•		•	1295.9	flexion $(I + II + prolonge) + carter$
28	flexion (I + levier + $prolonge$) + R12 + R22	3548.7	•		•	1310.7	<u>carter (1311.8 Hz)</u>
20	+ Er flowion (I + II) + P22 + E2 + ED	2681.0				1292 /	flavion (I + II + laviar) + P11 + cortar
29	flexion/torsion $II + P22 + EP$	3030.2			•	1303.4	$\frac{1}{100} \left(1 + 11 + 10000\right) + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{10000000000000000000000000000000000$
30 31	flavion II + P11 + FD	1024 0				1399.0	$\frac{\text{catter}(1410.4112)}{\text{flavion}(1+1)}$
31	$\frac{\Pi e \times \Pi \Pi}{\Pi} + R \Pi + R \Pi$	4924.0				1454.1	flexion $(I + II + Ievier + prolonge) + carter$
32	$\frac{1}{1}$	5194.6				1526.6	flexion levier \pm carter
34	torsion levier	5364 5				1520.0	flexion $(I + II + levier) + carter$
35	torsion II + EP	5644 5	-			1548 1	flexion prolonge + carter
36	flexion levier + torsion prolonge	5835 5				1605.6	flexion $(I + II) + R11 + FP + carter$
37	flexion $I + R11 + R12 + F3$	5993.9				1645 1	flexion $(I + II) + E3 + EP + carter$
38	flexion I + $R11 + R12 + F3$	6175.0	-			1768.0	flexion $(I + II) + B2I + E3 + EP + carter$
39	flexion (levier + prolonge)	6360.4				1800.5	flexion $(I + II) + R11 + R21 + E3 + carter$
40	flexion (<u>levier</u> + prolonge)	6403.2	•		•	1864.6	flexion $(I + II) + R21 + EP + carter$

Les éléments soulignés sont les plus énergétiques de chaque mode et les modes reliés par un trait sont corrélés avec un MAC supérieur à 0.90.

La prise en compte du carter dans le modèle dynamique augmente considérablement la densité modale du système (Figure 3.43-a). On passe de 17 modes à plus de 40 modes dans la plage fréquentielle 0-2000 Hz. Cette augmentation n'est pas uniquement due à la superposition des 19 modes du carter mais également à l'apparition de modes fortement couplés.

De plus, seuls 8 modes peuvent être appairés avec un critère de corrélation supérieur à 90% et des fréquences propres voisines (Figure 3.43-b). L'introduction du carter dans le modèle dynamique modifie donc considérablement les déformées modales de la chaîne cinématique.



Les diagrammes des Figure 3.44 et 3.45 présentent l'évolution du pourcentage d'énergie potentielle (ou énergie de déformation) de différents éléments de la boîte de vitesses en fonction des fréquences propres du système. Une comparaison de l'allure générale de ces spectres permet d'apprécier l'influence de la prise en compte du carter sur le comportement dynamique des éléments technologiques. Les pourcentages d'énergie sont calculés relativement à l'énergie totale de chaque mode (il s'agit de l'énergie modale = ½ ω^2 , *cf. annexe*).

A noter que l'énergie de déformation du carter n'est pas accessible directement car ce dernier a été introduit par sous-structuration et n'a donc pas d'élément physique associé dans le modèle. Elle peut cependant être obtenue en déduisant de l'énergie totale $\frac{1}{2} \omega^2$, la somme des énergies des autres éléments.



Le diagramme de la Figure 3.44 indique que mis à part les trois premiers modes (caractéristiques du mécanisme de mise en couple), tous les autres modes ont au moins 15% de leur énergie dans le carter. Sept modes apparaissent à plus de 95 % et peuvent être considérés comme des modes caractéristiques du carter. Les autres sont des modes couplés avec la chaîne cinématique.



Les spectres d'énergie de la plupart des éléments restent semblables d'un modèle à l'autre même s'ils sont plus denses pour le modèle 2. Les pourcentages d'énergie et les fréquences caractéristiques de chaque élément (identifiées par des pics d'énergie dominants) diminuent sensiblement lorsque le carter est pris en compte ce qui traduit un assouplissement global de la structure. Cela est particulièrement perceptible au niveau des paliers pour lesquels les pics d'énergie peuvent passer de plus de 40% à moins de 8% de l'énergie totale (cas du roulement à billes R21, Figure 3.45-a). Une grande partie de l'énergie transmise aux roulements est donc redistribuée au carter. Contrairement aux autres éléments, les engrenages conservent un pourcentage d'énergie important ($\approx 8\%$) et leur spectre évolue de manière sensible avec l'apparition de pics basses fréquences (modes 9 et 10 à 436 et 492 Hz). Ces deux modes se distinguent des autres car ce sont les seuls à être simultanément gouvernés par les déformations du carter, des roulements et des engrenages sans que les arbres ne subissent de déformations importantes.

L'ensemble de ces résultats souligne la sensibilité des paliers à leur environnement et la part importante que peut prendre le carter dans le comportement dynamique de la boîte de vitesses.

IV.3.2. Comparaison des réponses à une excitation impulsionnelle

L'analyse globale des modes propres des deux modèles peut être complétée par un examen des réponses impulsionnelles en certains points situés sur les arbres.

Les résultats présentés sur la Figure 3.46 montrent que la présence d'un carter souple modifie fortement le comportement dynamique de la chaîne cinématique. Les divergences sont telles qu'il est d'ailleurs difficile d'en extraire des informations plus précises. Néanmoins, lorsque la chaîne cinématique est montée dans le carter, les niveaux vibratoires semblent plus



élevés, et le spectre devient plus riche et décalé vers les basses fréquences ce qui dénote d'un assouplissement global de la structure.

La comparaison des résultats numériques et expérimentaux n'est pas vraiment concluante. Sur les fonctions de transfert expérimentales, il est particulièrement difficile de distinguer les pics de résonance des bruits de mesure, et ce malgré une restriction du domaine de l'étude à 2000 Hz et une amélioration sensible de la résolution fréquentielle.

En se basant sur l'allure générale des courbes (niveaux vibratoires et densité modale), il semble toutefois que la représentativité du modèle "souple" est meilleure, même s'il subsiste quelques divergences notables dans la plage fréquentielle 0 et 250 Hz qui contient des modes caractéristiques du dispositif de mise en couple.

IV.3.3. Conclusion

Ainsi, l'utilisation d'un modèle de carter sous-structuré et déjà validé du point de vue expérimental conduit globalement à une meilleure corrélation numérique/expérimental que celle obtenue pour l'environnement "rigide" (bagues extérieures des roulements encastrées). Ces résultats confirment la nécessité de modéliser finement l'environnement des paliers et remettent aussi en question la modélisation de l'environnement "rigide" par un encastrement parfait.

Par ailleurs, la mauvaise lisibilité des fonctions de transfert expérimentales souligne les limites des essais au marteau d'analyse modale dans le cas de structures complexes. L'utilisation d'un pot d'excitation électrodynamique, plus performant que le marteau, permettrait certainement d'y remédier mais à ce stade de l'étude, il est plus intéressant de passer à la qualification du modèle numérique de la boîte de vitesses en fonctionnement.

V. Conclusion

L'un des objectifs de ces essais sur le système à l'arrêt était de valider les modes propres qui vont être exploités par la suite pour les études en fonctionnement. Une reconstitution de leur déformée à partir des résultats expérimentaux n'étant pas possible à cause du peu de points de mesure accessibles, il a été nécessaire de travailler directement sur les réponses impulsionnelles du système. Ces dernières ont été obtenues expérimentalement, à l'aide d'un marteau d'analyse modale, et numériquement par application d'une excitation équivalente simulée par un demisinus. Leur comparaison s'est avérée de plus en plus difficile au fur et à mesure que les différents éléments de la boîte de vitesses ont été introduits. Le fait de retrouver des allures et des densités modales semblables ont toutefois permis de conclure dans la plupart des cas. La représentativité globale du modèle a ainsi été validée.

D'autre part, il s'agissait de définir le degré de finesse à apporter à la modélisation des éléments constitutifs de la boîte. Sur ce point, les principaux résultats obtenus sont les suivant :

- les arbres peuvent être modélisés par des poutres de Timoshenko classiques en négligeant les irrégularité géométriques (cannelures, perçages pour la circulation du lubrifiant, ...),
- les roues dentées peuvent être approximées par des éléments cylindriques de diamètre le diamètre primitif d'engrènement,
- les roulements doivent être considérés dans leur environnement de fonctionnement et tous les degrés de liberté et leur couplages doivent être pris en compte (matrices de rigidité pleines),
- l'interface d'engrènement doit être modélisé avec soin en ce qui concerne les directions de transmission des efforts mais en revanche une évaluation réaliste de la valeur de la rigidité d'engrènement suffit pour obtenir des modes propres correctes,
- les éléments supplémentaires rattachés aux arbres (synchroniseurs, pignons fous, ...) et qui ne participent pas à la transmission de la puissance peuvent être pris en compte par leur seule inertie sauf s'ils sont montés de telle façon qu'ils rigidifient les arbres (entretoises, éléments emmanchés serrés, ...).

En ce qui concerne le problème de la modélisation de l'amortissement, aucune étude spécifique n'a été réalisée. Toutefois, les coefficients d'amortissement associés aux modes caractéristiques des roulements ont été estimés à partir des mesures réalisées sur les arbres montés sur leurs roulements dans un environnement rigide. Les valeurs obtenues sont comprises entre 3 et 6 % à comparer avec celles mesurées sur les arbres isolés qui sont toutes inférieures à 0.5 %. Pour les études de la boîte de vitesses en fonctionnement l'amortissement

modal pourra donc être pondéré en fonction de l'élément le plus énergétique de chaque mode. A noter que l'amortissement lié au lubrifiant (huile de boîte) n'est pas considéré puisque les essais statiques ont été réalisés "à sec".
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **ALLEMANG R. J., BROWN D. L.** *Multiple-input Experimental Modal Analysis A Survey.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 37-44.
- [2] **ANDREASON S.** Load distribution in a taper roller bearing arrangement considering *misalignement*, Tribology, June 1973, Vol. 6, N° 3, p. 84-92
- [3] **BALMES E.** *Component Model Synthesis Using Experimental Non-proportional Damping Models.* AIAA Dynamics Specialist Conference, Hilton Head, SC (USA), April 1994,
- [4] BARD C. Modélisation du comportement dynamique des transmissions de puissance par engrenages. Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1995, n°95 ISAL 0031, 296 p.
- [5] **BATHE K. J.** *Finite Element procedures in engineering analysis.* Englewood cliffs, New Jersey USA : Prentice Hall, 1982. 735 p.
- [6] BEGOTTO V. Etude et conception d'un système de surveillance et de diagnostic vibratoires de boîtes de vitesses. Thèse de doctorat : Université Henri Poincarré - Nancy 1, 1997, n°97 / 1320, 177 p.
- [7] BOURDON A., YAKHOU K. & PLAY D. Global numerical model of automobile gearboxes. Proceedings of the 2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering - IDMME'98, UTC, Compiègne, France, 27-29 mai 1998, pp. 00-00
- [8] BOURDON A., YAKHOU K., CHALOYARD L. & PLAY, D. Influence of the mechanical architecture and coupling effects on the vibratory behavior of complex gear transmissions. Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences -DETC'99, Las Vegas, Nevada, Sept. 12-15, 1999, pp. 00-00
- [9] BOURDON A., YAKHOU K., PLAY D. Roller bearing effects on global dynamic behaviour of gear power transmission. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 2, pp. 1157-1170.
- BOURDON A. Modélisation dynamique globale des boîtes de vitesses automobile. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997, No 97 ISAL 0000, 217 p.
- [11] **BRICOUT J. N., REYNIER M., PROSLIER L.** *Recalage de Modèles Dynamiques pour la Conception de Satellites.* Journées Collaboration Industries/PRIMECA, Novembre 1995,

- [12] CHANGENET C., HECKLY A. Rendement et comportement thermique d'une boîte de vitesses à cinq rapports. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 2259-2269.
- [13] CHOI I. S., RIGAL J. F. & PLAY D. Contribution of highly deformable mechanical parts on load distribution of rolling element bearings. International Rolling Element Bearing Symposium '91 and sponsored by the Charles Stark Draper Laboratory and DoD/Instrument Bearing Working Group, Orlando, Florida, USA, 9-12 April 1991, 18 p.
- [14] CHOI I. S. Simulation des mécanismes complexes en C.M.A.O, étude des non linéarités de comportement. Application aux boîtes de transmission de puissance d'hélicoptère. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, N° 93 ISAL 0034, 224 p.
- [15] CHOI I. S., RIGAL J. F. & PLAY D. Housing effects on bearing load distributions of power transmission gearboxes. In : *Proceedings of the 3rd world congress on gearing and power transmissions "CMET'92"*. Paris, 12-13 Octobre, 1992, p. 339-350.
- [16] CHOI I. S., RIGAL J. F. & PLAY D. Influence of deformable ring bearing in helicopter gearbox design. Application to cylindrical and taper roller bearings. In : *Proceedings of the international conference SRUGENG "FEMCAD-91*. Paris, Institue for industrial Technology Transfer, 10-11 Octobre, 1991, p. 115-120
- [17] CUNNIFF P. F., O'HARA G. J. Modal Characteristics of Structures from Transient-Response Data. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, October 1987, vol. 2, n° 4, pp. 180-191.
- [18] **DHATT G., THOUZOT G.** *Une présentation de la méthode des éléments finis.* Paris: Maloines, 1984. 539 p.
- [19] DRAGO R. J. How to design quiet transmissions. Machine Design, December 1980, pp. 175-181.
- [20] **DRAGO R. J.** Fundamentals of gear design. Boston : Butterworks, 1988, 560 p.
- [21] **EWINS D. J.** *Modal Testing : Theory and Practice*. Letchworth, Herts, England: Research Studies Press Ltd., John Wiley & Sons Inc., 1984.
- [22] **FAURE L.** *Contrôle des engrenages, mesure de l'écart de transmission.* CETIM information février 1989, n°109, pp. 47-55.
- [23] **FRAYER R. W.** *Measurement of bearing loads using ductile wire inserts.* SAE Earthmoving Industry Conference, April 1985, Peoria, Illinois, paper n°850765, 7 p.
- [24] FURUKAWA T. Vibration analysis of gear shaft system by modal method. JSME International Conference on Motion and Powertransmissions, Nov. 1991, Hiroshima, Japan, pp. 123-127.
- [25] GAUGHT T. M., DOBSON B. J. The Transient Analysis of a Structure Using a Modal Model. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 11-16.
- [26] **GORDIS J. H.** An Analysis of the Improved Reduced System (IRS) Model Reduction *Procedure.* pp. 471-479.
- [27] **GRAVELLE A.** *Identification Modale des Structures Aéronautiques, Méthodes de l'ONERA*. Colloque Européen ASTELAB 92, Paris, Juin 1992,

- [28] **GUINGAND M., DE VAUJANY, J.P., ANDRE, G., PLAY, D.** *Axis misalignments and crowning for helical cylindrical gears.* Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 1, pp. 199-211.
- [29] **HARRIS T. A.** *Rolling bearing analysis.* 2^{nde} edition, New York : John Wiley and Sons, 1984, 565 p.
- [30] **HARRIS T. A.** *The effect of misalignment on the fatigue life of a cylindrical roller bearing having crowned roller members.* Journal of Lubrification Technology, Trans ASME, April 1969, p. 294-300
- [31] HE J., EWINS D. J. Analytical Stiffness Matrix Correction Using Measured Vibration Modes. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, July 1986, vol. 1, n° 3, pp. 9-14.
- [32] **HENRIOT G.** *Traité théorique et pratique des engrenages*. Théorie et technologie. 6ème édition, Paris : Dunod, 1983, 662 p.
- [33] HOUJOH H., MATSUMURA S., WADA S., UMEZAWA K. Influence of rolling element bearings on vibration of an helical gear unit. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 2079-2089.
- [34] **HOUPERT L.** *Prediction of bearing, gear and housing performances.* Rolling Bearing Practice Today seminar, I. Mech. E. London, february 2, 1995, 30 p.
- [35] HOUSER D. R., BLANKENSHIP G. W. Methods for measuring transmission error under load and operating speeds. SAE Off-Highway Conference, Sept. 1989, Milwaukee, pp. 1367-1374.
- [36] HULIN R. Boîtes de vitesses Techniques de l'ingénieur, traité Mécanique et Chaleur, vol. B5, n° B5660, pp. 1-26
- [37] **IMBERT J. F.** *Méthodologies et Outils d'Intégration Calculs/Essais en Dynamique des Structures.* 2ième Congrès International : Essais et Mesures en Développement Automobile, Avril 1995,
- [38] **IMBERT J. F.** *Analyse des Structures par éléments finis.* 3ème édition, Toulouse : Cepadues Edition, 1991. 506 p.
- [39] **IMBERT J. F.** *La dynamique des structures en contexte industriel : Techniques d'analyses.* Intespace, Edition 1, mars 1994
- [40] JOH Y.-D., LEE C. -W. Excitation and Modal Parameter Identification in Complex Modal Testing of Rotating Machinary. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, July 1993, vol. 8, n° 3, pp. 179-203.
- [41] KAMMER D. C. A Hybrid Approach to Test-Analysis-Model Development for Large Space Structures. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, June 1991, vol. 113, pp. 325-332.
- [42] KANO H. An Identification Method of Multiinput, Multioutput Linear Dynamical Systems for the Experimental Modal Analysis of Mechanical Structures. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, June 1989, vol. 111, pp. 146-152.

- [43] KASSAI A., MATHIEU J. P., CHAHMIRIAN G. Sirènement de denture : composantes non harmoniques de l'engrènement liées à la rectification par génération. 3ème Congrés Mondial des Engrenages et des Transmissions, Février 1992, Paris, France, pp. 853-863.
- [44] KIM I. S. Distribution des charges et des contraintes dans les engrenages cylindriques avec voile. Simulation numérique par la méthode des prismes finis. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996, N° 96 ISAL 0045, 152 p.
- [45] **KONG X.** *Gear train monitoring by transmission error method.* Ph. D. : Wisconsin-Madison University, 1987, 149 p.
- [46] LALANNE M., FERRARIS, G. *Rotordynamics Prediction in engineering*. New-York : John Wiley and Sons, 1990, 198 p.
- [47] LALLEMENT G. Cours du D.E.A. Acousto-Opto-Electronique et de Mécanique des Structures. Filières Mécaniques des Structures - Université de Franche-Comté. Besançon, 1991, Chapitre 4 : Identification Paramétrique et Recalage de Modèles en Elastodynamique Linéaire, 69 p.
- [48] LALLEMENT G. Cours du D.E.A. Acousto-Opto-Electronique et de Mécanique des Structures. Filières Mécaniques des Structures - Université de Franche-Comté. Besançon, 1991, Chapitre 5 : Sensibilité paramétrique des systèmes dynamiques. Problèmes directs et inverses, 19 p.
- [49] **LALLEMENT G., COGAN S.** Optimal Selection of the Measured Degrees of Freedom and Application to a Method of Parametric Correction.
- [50] **LEMBREGTS F., SNOEYS R., LEURIDAN J.** *Application and Evaluation of Multipleinput Modal Parameter Estimation.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1987, vol. 2, n° 1, pp. 19-31.
- [51] LIM T. W. Actuator/Sensor Placement for Modal Parameter Identification of Flexible Structures. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1993, vol. 8, n° 1, pp. 1-13.
- [52] **LIM T. C.** *Vibration transmission through rolling element bearing in geared rotor system.* Thèse de doctorat : Ohio State University, 1989, 215 p.
- [53] **LIM, T. C., SINGH, R.** Vibration transmission through rolling element bearings. Part I, II & III. *Journal of Sound and Vibrations*, 1990, Vol. 139, n° 2, p. 179-245.
- [54] **LUBER W., LOTZE A.** Application of sensitivity methods for error localization in finite element systems.
- [55] **MANIN L.** *Contribution.* Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1999, n°99 ISAL 0000, 000 p.
- [56] MARK W. D. Gear noise origins. In : Gear and Power transmission systems for helicopters and Turboprops., Proceedings of AGARD Conference. Lisbon, 1984, 13 p., Preprint N° 369.
- [57] MATZEN V. C., MURPHY C. E. On Obtaining Mass Participation Factors Using 'Equivalent' Structures. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 17-23.
- [58] McCONNELL K. G., SANDIA J. D. Transducer Requirements for Use in Modal Analysis. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, April 1991, vol. 6, n° 2, pp. 131-145.

- [59] McCULLOCH C. F., VANHONACKER P., DASCOTTE E. Validating and Updating Finite Element Model Using Experimental Modal Analysis. Environmental Engineering, June 1991, vol. 4, pp. 18-24.
- [60] **MEVEL B.** *Comportement dynamique des roulements à billes.* Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1992, n°92 ISAL 0079, 138 p.
- [61] **MITCHEL L. D.** *Gear noise, the purchaser's and the manufacturer's views.* Proceeding of Purdue noise control conference, Lafayette, Indiana, July 1971, pp. 95-106.
- [62] MITCHELL L. D. Signal Processing and Fast-Fourier-Transform (FFT) Analyser A Survey. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 24-36.
- [63] MOTTI X. Etude de capteurs piézo-électriques "films minces" pour la mesure de contraintes en régime quasi-statique : aspect physique, modèle analytique et méthodes expérimentales. Application à la biomécanique de la hanche et du rachis. Thèse de doctorat : Institut National de Polytechnique de Lorraine, 1992, n°92 INPL 029N, 181 p.
- [64] MUL (de) J. M., VREE J. M., MASS D. A. Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearing in five degrees of freedom while neglecting friction, Part I and II, Journal of Tribology, Trans. ASME, January 1989, Vol 111, p. 142-148 et p. 149-155
- [65] NORRIS G. A., SKELTON R. E. Selection of Dynamic Sensors and Actuators in the Control of Linear Systems. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, September 1989, vol. 111, pp. 389-397.
- [66] OEHLMANN H., BRIE D., TOMCZAK M., RICHARD A. A Method for Analysing Gearbox Fault Using Time-Frequency Representations. Université Henri Poincarré -Nancy 1, 1997, p.529-545
- [67] OLAKOREDE A. A. Répartition des charges et résistance en conception d'engrenanges cylindriques. Application de la méthode des prismes finis en C.A.O. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1990, N° 90 ISAL 0049, 157 p.
- [68] ONO K., OKADA Y. Analysis of ball bearing vibrations caused by outer race waviness. Proceeding of Design Engineering Technical Conferences, September 14-17 1997, Sacramento, California, vol. 3, pp. 2259-2269
- [69] PAPPA R. S., JUANG J. N. Studies of Modal Identification Performance Using Hybrid Data. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, April 1987, vol. 2, n° 2, pp. 99-108.
- [70] **PARK Y.** *Improved Estimation of Frequency Response Function.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, April 1994, vol. 9, n° 2, pp. 99-110.
- [71] **PERRET-LIAUDET J.** *Etude des mécanismes de transfert entre l'erreur de transmission et la réponse dynamique des boîtes de vitesses automobiles.* Thèse de doctorat : Ecole Centrale de Lyon, 1992, 198 p.
- [72] **PILIPENKO S. V., POTICHENKO V. A.** *Holographic and Speckle interferometry in examining the deformed state of gear teeth in bending.* Problemy Prochnosti, n°1,January 1983, pp. 88-92.
- [73] **RANDALL R. B.** *A new method for modeling gear faults.* Journal of Mechanical Design, April 1982, vol. 104, pp. 259-267.

- [74] REMOND D. Contribution à l'étude et à l'analyse expérimentale du bruit d'engrènement. Développement et application de la transformée en ondelettes rapide. Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1991, n°91 ISAL 0067, 232 p.
- [75] REMOND D., JEAN Y., GOSSELIN C. Practical performances in high speed measurement of gear transmission error using optical encoders. Comptes rendus du 16ème congrès canadien de mécanique appliquée, CANCAM 97, Université de Laval, Québec, Canada; 1er au 5 juin 1997. Edited by L. Cloutier, D. Rancourt, 1997. Vol. 1, p 141-143.
- [76] **REMOND D., VELEX P., SABOT J.** *Comportement dynamique et acoustique des transmissions par engrenages. Synthèse bibliographique.* Senlis : Publication du CETIM, 1993, 189 p.
- [77] **RICHARDSON J. A., DOUGLAS B. M.** *An Improved Frequency-Domain Equation for Identifying Modal Parameters.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, October 1994, vol. 9, n° 4, pp. 227-238.
- [78] RIGAL J. F. Analyse et modélisation des systèmes mécaniques en conception assistée par ordinateur. Application à la simulation du comportement statique des boîtes de transmission de puissance d'hélicoptères. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1989, N° 89 ISAL 0095, 243 p.
- [79] ROY N.A., GIRARD A., BUGEAT L.P., BRICOU J.N. Revue des méthodes de recalage modal de modèles éléments finis. 12ème journée Scientifique et Technique de l'ASTE, Essais industriels - Coopération européenne, Paris, Juin 1990, pp. 1-6
- [80] SASAOKA S., ONO T., MAHEARA O. *Measurement system of transmission error of gears for various non-parallelism of axis.* MPT'91, JSME International Conference on Motion and Power Transmissions, Hiroshima, Japan, November 1991, pp. 135-140.
- [81] **SATORI K.** *Conception des mécanismes de transmission de puissance avec étude du comportement dynamique et vibratoire.* Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, No 93 ISAL 0055, 215 p.
- [82] SATTELBERGER K., HÖHN B.-R., OSER P. Excitation of vibration and noise in multi-stage gearboxes. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 1857-1869.
- [83] **SMITH J. D.** *A modular system for transmission error measurement.* Proceeding of the I.M.E., 1988, vol. 102, n°C6, pp. 439-442.
- [84] **SNYDER V. W.** *Structural Modification and Modal Analysis A Survey.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986,
- [85] UMEZAWA K., SUZUKI T., HOUJOT H., BAGIASNA K. Influence of misalignment on vibration of helical gear. Proceeding of Second World Congress on Gearing, Paris, March 1986, pp. 615-626.
- [86] VAUJANY (de) J. P. Comportement d'engrenage cylindrique extérieur : effets de jante et voile. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996, N° 96 ISAL 0128, 179 p.
- [87] VAUJANY (de) J. P., GUINGAND M., ANDRE G., PLAY D. Axis misalignments and crowning for helical cylindrical gears. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 1, pp. 199-211.

- [88] VELEX P. Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes paralléles. Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1988, n°88 ISAL 0032, 188 p.
- [89] VINAYAK H., HOUSER D. R. A comparison of analytical predictions with experimental measurements of transmission error of misaligned loaded gears. Proceeding of International Power Transmission and Gearing Conference, Phoenix, 1992, vol. 1, pp. 11-17.
- [90] WECK M., MAUER G. Optimum tooth flank corrections for helical gears. Proceeding of the IME First International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, April 1989, , pp. 197-202.
- [91] WECK M., WITTKE W. Optimized dynamic behaviour of gears by tooth flank correction with consideration of load carrying capacity. MPT'91, JSME International Conference on Motion and Power Transmissions, Hiroshima, Japan, November 1991, pp. 98-103.
- [92] WELBOURN D. B. Fundamental knowledge of gear noise A survey. Conference on noise and vibrations of engines and transmissions, Cranfield, 1979, paper C 117/79, pp. 9-29.
- [93] WELBOURN D. B. Gear noise spectra a rational explanation. ASME, 77-DTE-38, pp. 1-8
- [94] WICKS A. L., MITCHELL L. D. Methods for the Estimation of Frequency-response Functions in the Presence of Uncorrelated Noise, a Review. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, July 1987, vol. 2, n° 3, pp. 109-112.
- [95] **WINTER H., GERBER H., MULLER R.** *Investigation on the excitation of vibrations and noise at spur and helical gears.* Proceeding of the IME First International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, April 1989, pp. 765-772.
- [96] **YONGFANG Z., YUEMING S., NAIYAN L., YAODONG C., ZHONGFANG T.** *A Study of Impulse Excitation and the Modal Parameters Identification for Mechanical Structure.* Proceeding of the First International Modal Analysis Conference, pp. 350-357.
- [97] **ZAK M.** *Discrete Model Improvement by Eigenvector Updating*. Journal of Engineering Mechanics, December 1983, vol. 109, pp. 1437-1444.
- [98] **ZHANG G. X., RIGAUD E., SABOT J.** *Gearboxes : indirect identification of dynamic forces transmitted to housing through bearings.* Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 2065-2078.
- [99] MAX J. et al. Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques Tomes I et II. 4^{ème} Edition, Paris : Masson, 1989, 808 p.

I. ARBRES ISOLÉS EN LIBRE-LIBRE

II. {ARBRES + ROULEMENTS} DANS UN ENVIRONNEMENT "RIGIDE"

II.1. ARBRE PRIMAIRE SUR ROULEMENTS À ROULEAUX CONIQUES	03
II.2. CARACTÉRISATION DYNAMIQUE DES SUPPORTS "RIGIDES"	08
II.3. ARBRE SECONDAIRE SUR ROULEMENTS À BILLES ET À ROULEAUX CYLINDRIQUES	10
II.4. CONCLUSION	16

III. {ARBRES + ROULEMENTS + ENGRENAGES} DANS UN ENVIRONNEMENT "RIGIDE"

III.1. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MODÈLE NUMÉRIQUE	
III.2. CARACTÉRISATION DYNAMIQUE DES SUPPORTS ET DES LEVIERS DE MISE EN COUPLE	
III.3. INFLUENCE DE LA MODÉLISATION DE L'ENGRENAGE	
III.3.1. Modélisation classique : rigidité normale au contact	
III.3.2. Modélisation adaptée au cas étudié : prise en compte d'une rigidité tangentielle	
III.3.3. Influence de la rigidité normale K_n	
III.3.4. Influence de la rigidité tangentielle K _r	
III.3.5. Conclusion	

IV. {ARBRES + ROULEMENTS + ENGRENAGES} DANS LE CARTER DE LA BOÎTE

IV.1. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MODÈLE NUMÉRIQUE	
IV.2. INFLUENCE STATIQUE DU CARTER	
IV.3. INFLUENCE DYNAMIQUE DU CARTER	
IV.3.1. Comparaison des modes propres numériques	
IV.3.2. Comparaison des réponses à une excitation impulsionnelle	140
IV.3.3. Conclusion	141
V. CONCLUSION	142

<u>CHAPITRE IV :</u>

QUALIFICATION EXPERIMENTALE DU SYSTEME EN FONCTIONNEMENT

Dans ce dernier chapitre, la boîte de vitesses est étudiée dans des conditions réelles de fonctionnement simulées sur banc d'essais.

L'objectif principal de ce travail est d'évaluer la distance calculs-essais pour statuer sur la représentativité globale du modèle numérique développé. Après une brève description du banc, du modèle associé et de leurs limites respectives, une étude en régime quasi-statique est réalisée afin de déterminer l'excitation du système, conformément aux hypothèses de calcul (excitation par l'ETSC). Le comportement dynamique de la boîte de vitesses est alors étudié, à travers une analyse expérimentale et numérique de l'influence des paramètres de fonctionnement les plus significatifs (vitesse de rotation, couple de charge, configuration tirage ou rétro), sur les paramètres d'observation choisis préalablement en fonction de leur accessibilité et de leur représentativité (erreur de transmission dynamique, efforts transmis par le roulement à billes).

I. Description et modélisation du banc d'essais

I.1. Architecture et fonctionnement du banc



Le banc d'essais conçu pour étudier le comportement dynamique de la boîte de vitesses peut être divisé en trois zones :

- une **zone d'entrée** de la puissance qui est principalement constituée par un moteur électrique à courant continu (60 kW pour $N_{max} = 1820$ tr/mn), une transmission par courroie et un arbre d'entrée supporté par des paliers à rotules,
- une zone d'étude dans laquelle sont effectuées toutes les mesures et qui englobe un arbre de torsion instrumenté pour la mesure du couple d'entrée, la boîte de vitesse étudiée montée sur une équerre fixée sur une plaque massive, et un arbre de sortie rattaché au pont de la boîte (le différentiel a été soudé de façon à ce que toute la puissance soit récupérée par ce seul arbre de sortie)
- une zone de sortie comprenant un arbre supporté par des paliers à rotules, une boîte de vitesses "esclave" montée en opposition et un frein électrique à courant continu (121 kW, pour N_{max} = 3000 tr/mn).

La zone d'étude a été isolée des deux autres par l'utilisation d'accouplements élastiques dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

	accouplement d'entrée	accouplement de sortie		
rigidité axiale*	8 daN/mm	15 daN/mm		
rigidité radiale*	30 daN/mm	60 daN/mm		
rigidité en torsion*	0.57 kN.m/rad	10.6 kN.m/rad		
masse	3 kg	57 kg		
diamètre extérieur	117 mm	280 mm		

* pour un couple nominal de 90 N.m pour l'accouplement d'entrée et 1200 N.m pour l'accouplement de sortie

Le châssis qui supporte l'ensemble des éléments fonctionnels est un assemblage rigide d'éléments de poutre à section en H. Le principal avantage d'une telle structure est une certaine modularité qui lui a permis d'évoluer au fur et à mesure des études et des besoins. De nombreuses modifications ont ainsi pu être apportées par rapport à la version initiale du banc avec notamment l'insertion des accouplements élastiques. L'ensemble du banc d'essais est isolé au sol par des plots amortisseurs classiques.

La courroie située entre le moteur et la ligne d'arbres d'entrée a été introduite pour adapter la plage de vitesses disponible au moteur (50 à 1820 tr/mn) à la plage de vitesse en entrée de boîte nécessaire pour les études (25 à 2700 tr/mn). L'utilisation d'une courroie de type poly-V plutôt qu'une courroie crantée permet de transmettre un couple important (120 à 150 N.m suivant le rapport de boîte sélectionné) sans introduire d'excitations supplémentaires au système (effet polygonal des courroies crantées, ...).

La boîte de vitesse "esclave" permet de ramener le couple et la vitesse de sortie de la boîte étudiée à des valeurs acceptables situées dans la plage de fonctionnement du frein électrique. Dans ce contexte, l'accouplement de sortie a un rôle primordial puisqu'il permet de découpler le comportement des deux boîtes.

I.2. Dispositifs de mesure, acquisition et traitement des signaux

I.2.1. Position des capteurs

Comme spécifié au chapitre II, trois mesures ont été prévues simultanément :

- mesure de l'erreur de transmission à l'aide de codeurs optiques,
- mesure des efforts transmis par le roulement à billes au carter,
- mesure des accélérations en plusieurs points du carter à l'aide d'accéléromètres classiques.

Les codeurs optiques ont été disposés en bout d'arbre (Figure 4.2) afin de limiter les modifications de la structure et ne pas altérer le comportement du mécanisme. Ils sont de plus situés en dehors de la boucle de puissance. L'objectif initial était d'obtenir une mesure représentative de l'erreur de transmission au centre des engrenages. Les codeurs C1 et C2 permettant de mesurer l'erreur de transmission entre l'arbre primaire (AP) et l'arbre secondaire (AS) sont toutefois situés de part et d'autre de la boucle de puissance ce qui peut introduire une légère erreur de mesure liée à la torsion de la portion d'arbre secondaire située entre le rapport engagé et l'engrenage de pont. Une étude numérique a cependant montré que cette erreur est globalement négligeable (Figure 4.3).



Les points de mesure des efforts transmis par le roulement correspondent exactement aux noeuds d'attache des corps roulants du maillage éléments finis préalablement défini. Les sept films piézos sont donc équitablement répartis sur le pourtour de la bague extérieure du roulement comme le montre la Figure 4.4. Un film piézo non chargé (FP8) avait initialement été prévu pour évaluer l'influence de la température et permettre un recalage des mesures statiques. Ce problème a finalement pu être contourné (*cf. Chap. II*) et le capteur FP8 n'a donc pas été exploité.

En ce qui concerne les accélérations sur le carter, de nombreux emplacements étaient possibles. Afin de permettre une comparaison avec les résultats numériques, seuls les noeuds principaux de condensation du carter étaient intéressant à retenir. Dans le modèle exploité ici, seuls les noeuds d'attache des corps roulants et les noeuds de fixation du carter côté moteur ont été initialement retenus pour les premières études réalisées. En attendant la construction d'un nouveau modèle plus spécialement dédié aux travaux de recalage, seuls deux points de mesures des accélérations ont été retenus. Il s'agit de points situés à proximité du roulement à billes comme indiqué sur la Figure 4.5. Ces mesures seront essentiellement exploitées pour établir un lien entre les efforts transmis par le roulement et les accélérations du carter.



Une mesure du couple en entrée de boîte a également été mise en oeuvre au moyen d'un arbre de torsion instrumenté avec des jauges extensiométriques. Une série d'essais préliminaires a cependant montré que l'amplitude des variations du signal aux fréquences d'engrènement était faible, voire entièrement noyée dans du bruit. Par la suite, cette mesure a donc uniquement été exploitée pour contrôler précisément la valeur du couple statique appliqué.

I.2.2. Chaîne d'acquisition

Le dispositif d'acquisition mis en place pour la campagne d'essais la boîte de vitesses en fonctionnement se compose de deux chaînes indépendantes : l'une permettant de recueillir des signaux de type analogique (accélérations, efforts) et l'autre les signaux incrémentaux rectangulaires délivrés par les codeurs optiques. Ces deux acquisitions sont cependant réalisées en parallèle par un déclenchement simultané des cartes d'acquisition.



I.2.2.1. Acquisition des accélérations et des efforts

Comme présenté sur la Figure 4.6, la chaîne d'acquisition des accélérations et des efforts se compose :

- d'un étage de conditionnement des signaux issus des capteurs (amplificateurs de charge ou de tension avec un préfiltrage intégré)
- d'un filtre passe-bas anti-repliement 8 voies (carte compatible PC),
- d'une carte d'acquisition 8 voies en simultané.

Physiquement, les cartes de filtrage et d'acquisition ont été implantées dans une seule unité centrale de micro ordinateur afin de limiter la longueur des câblages et de diminuer ainsi les pertes et les bruits parasites. Elles sont gérées par deux logiciels distincts fournis par leurs fabricants respectifs. Le logiciel de la carte d'acquisition joue également un rôle de visualisation (oscilloscope et analyseur spectral) ce qui permet une vérification rapide (en temps réel ou différé) des signaux numérisés effectivement stockés en mémoire.

Les capacités de la carte d'acquisition limitent le nombre d'échantillons temporels à 32768 points par voie ce qui correspond à un temps d'acquisition de 2.6 secondes pour une fréquence d'échantillonnage de 12500 Hz (fréquence de coupure à 5000 Hz), soit environs 20 à 120 tours de l'arbre primaire pour des vitesses comprises entre 400 et 2700 tr/mn.

Les signaux ainsi numérisés et toutes les informations nécessaires à leur exploitation ultérieure, sont stockés dans des fichier formatés en binaire et archivés sur disque dur ou sur CD-ROM.

I.2.2.2. Acquisition de l'erreur de transmission

La mesure de l'erreur de transmission par la méthode de chronométrage de Kong a nécessité le développement d'une carte d'acquisition spécifique uniquement dédiée à cet effet. Le principe de fonctionnement de cette carte est décrit sur la Figure 4.7.

Sur chaque voie, les fronts montants du signal codeur déclenchent le basculement du buffer rapide qui "photographie" l'état du compteur. Le transfert en mémoire (RAM) est ensuite réalisé en temps masqué. L'implantation des buffers rapides a été rendue nécessaire par la durée du transfert en mémoire qui est incompatible avec la fréquence d'évolution des compteurs (fréquence d'horloge à 100 MHz). La carte, dont l'architecture globale n'est pas détaillée ici, est

implantée dans un micro ordinateur dont le fonctionnement est bloqué pendant toute la durée de l'acquisition afin de ne pas perturber cette dernière.

Le nombre de raies codeur a été fixé à 2000 pour les arbres primaire et secondaire et à 2500 pour le pont, ce qui permet de disposer d'au moins 30 points par dent. La fréquence d'horloge peut être ajustée en fonction de la vitesse de rotation étudiée et de la précision souhaitée. Elle a été fixée à 100 MHz pour la plupart des essais ce qui offre une précision de 0.4E-06 rad à 400 tr/mn et 2.8E-06 rad à 2700 tr/mn.

Comme déjà évoqué au chapitre II, la seule information stockée en mémoire puis dans les fichiers de mesure est le nombre de pulsations d'horloge qui séparent les front codeurs successifs. L'erreur de transmission est calculée après l'acquisition à l'aide d'un programme développé sous Matlab. La méthode de traitement asynchrone (cf. Chapitre II) a été retenue afin d'obtenir une description temporelle de l'erreur de transmission identique à celle des accélération et des efforts.

I.2.3. Traitement des signaux

L'objectif premier des traitements effectués sur les signaux recueillis est de réaliser un suivi des harmoniques aux fréquences caractéristiques du système (fréquence d'engrènement, passage des corps roulant, ...). Cette opération, plus communément connue sous le nom de "suivi d'ordre" ou "tracking", a été effectuée en trois étapes :

- passage du domaine temporel au domaine fréquentiel par une FFT classique,
- amélioration du rapport signal / bruit par moyennage spectral,
- localisation et relevé de l'amplitude des différents pics recherchés.

La Figure 4.8 montre l'efficacité du moyennage spectral à fenêtre glissante avec recouvrement, pondérée par une fenêtre d'apodisation de Hanning. L'objectif de cette dernière est de diminuer les effets de bord liés au découpage "intempestif" du signal, effets reconnus comme responsables de l'apparition de raies latérales parasites ([99]). Le recouvrement, quant à lui, permet d'augmenter artificiellement le nombre de moyennes sans augmenter le nombre d'échantillons du signal traité. Le coefficient de recouvrement généralement retenu est de 0.5.



Sur les figures précédentes, l'axe des abscisses est gradué en Hz. Les lignes verticales discontinues correspondent aux ordres n de la vitesse de rotation de l'arbre primaire. Les lignes continues repèrent les dizaines d'ordres. Ainsi pour le rapport de $2^{\text{ème}}$ (23/43), le premier harmonique à la fréquence d'engrènement (H1) est situé à l'ordre 23. Les cercles évidés désignent les harmoniques à la fréquence d'engrènement du pont (19/79) : le premier est situé à l'ordre 19×23/43 = 10.2.

La localisation des raies d'engrènement et la détermination de leur niveau Hi est facilitée par une connaissance précise de la vitesse de rotation moyenne (ici, 1001.3 tr/mn au lieu des 1000 tr/mn prévus initialement pour cet essai) et par un échantillonnage à une fréquence multiple de la fréquence de rotation (ici, Fe = 256×Fr). Cet échantillonnage est réalisé au moment de la reconstitution de l'erreur de transmission par la méthode asynchrone. Pour les autres signaux (accélérations, efforts, ...), il correspond en fait à un rééchantillonnage et doit donc être effectué après un filtrage anti-repliement. Afin de limiter les erreurs introduites par ces traitements successifs et quelque peu redondants, il est possible de réaliser dès l'acquisition un échantillonnage synchrone à la fréquence de passage des raies codeur. Cela nécessite toutefois l'utilisation de filtres suiveurs (fréquence de coupure directement liée à la fréquence de rotation des codeurs). Cette solution n'a pas été mise en oeuvre par manque de temps mais le sera à court terme. Elle offre notamment la possibilité de réaliser du moyennage synchrone dans le domaine temporel ou plus précisément dans le domaine angulaire puisque les signaux sont alors décrits en fonction de la position angulaire de chaque raie. Les perspectives de ces nouveaux traitements sont nombreuses tant pour la détection et la localisation des défauts géométriques sur les engrenages ou les roulements, que pour les études de corrélation entre l'erreur de transmission, les efforts au roulement et les accélérations sur le carter.

I.3. Modèle numérique

I.3.1. Zone d'étude et conditions aux limites

La zone d'étude expérimentale définie précédemment (Figure 4.1) est bornée par les deux accouplements élastiques. En plus de la boîte de vitesse étudiée, elle inclut un certain nombre d'éléments supplémentaires (lignes d'arbres en entrée et en sortie, paliers à rotule, accouplements élastiques) qui ne sont pas pris en compte afin de ne pas augmenter la taille et la complexité du modèle numérique, ni introduire de nouvelles incertitudes de modélisation (cannelures en entrée et sortie de boîte, paliers à rotule).

Ainsi, dans les études présentées, seule la boîte de vitesses est considérée. Le couple statique est appliqué en entrée à l'extrémité libre de l'arbre primaire. Le côté de l'arbre de pont par lequel est transmise la puissance (Figure 4.2) est bloqué en rotation. Le carter, qui est fixé sur une plaque et une équerre, est considéré comme encastré aux points d'attache moteur (sur les 8 prévus à l'origine seuls 4 sont effectivement utilisés sur le banc).

Les conditions aux limites choisies ne sont peut être pas optimales et pourront être remises en cause si les résultats numériques sont trop éloignés des mesures expérimentales. Elles pourront par exemple être remplacées par une modélisation fine des deux lignes d'arbre, des paliers à rotule et des accouplements élastiques, ou par des inerties et rigidités équivalentes en entrée et en sortie de boîte.



I.3.2. Descriptif du modèle

I.3.2.1. Eléments non-linéaires

Les éléments non-linéaires présents dans la boîte sont :

- les 6 roulements : 4 à rouleaux coniques (notés R11, R12, R31, R32), 1 à billes (noté R21) et 1 à rouleaux cylindriques(noté R22),
- les 6 engrenages cylindriques extérieurs hélicoïdaux (notés E1 à E5 et Ept).

Ils sont modélisés par les éléments décrits au chapitre II. Les bagues intérieures des roulements sont assimilées à un noeud de l'arbre proche du centre du roulement. Les 6 engrenages hélicoïdaux relient les noeuds des arbres correspondant à la position des points technologiques d'application des efforts (centre du pignon pour les pignon fixes, point d'attache du crabot pour les pignons fous). Deux engrenages peuvent donc être reliés à un même noeud. Tous les engrenages de la boîte sont présents dans le modèle, ceux qui ne sont pas crabotés aux arbres ont une rigidité et une inertie de rotation axiale nulles.

I.3.2.2. Eléments linéaires de structure

Le maillage de la partie structurelle de la boîte a été réalisé sous la responsabilité des bureaux d'études PSA et conduit à un modèle de plus de 37000 noeuds et 20000 éléments :

 les carters de pont, de boîte et d'embrayage sont maillés à l'aide d'éléments volumiques, ce qui permet une bonne représentativité des transitions entre les zones minces (toiles) et les zones massives (alésages des paliers, bossages, nervures ...), et donne la possibilité de calculer et de visualiser les contraintes dans les zones de raccordement. Les différentes parties sont maillées séparément puis assemblées par des éléments rigides au niveau des bossages. Le carter de 5ème est modélisé par des éléments de coque, et est raccroché au reste de la structure au niveau des vis de fixation,

- les différents "accessoires" liés à la boîte : démarreur, conjoncteur, "prolonge" sont pris en compte par l'intermédiaire d'éléments ponctuels, ou de maillages éléments finis spécifiques,
- les bagues des roulements sont modélisées par des éléments volumiques puis "collées" à l'aide d'éléments de liaison dans leur alésage,
- les arbres sont modélisés par des poutres de sections différentes. L'ensemble du différentiel est assimilé à un arbre lié, par l'intermédiaire de l'engrenage de pont, à l'arbre secondaire.

Pour les calculs **statiques** de linéarisation, un modèle condensé intégrant l'ensemble de ces éléments est réalisé. Les noeuds de condensation retenus sont des noeuds d'attache d'éléments non-linéaires, ou des noeuds d'application de conditions aux limites (en effort ou en déplacement). Ce sont :

- les noeuds d'attache des corps roulants sur les bagues extérieures (104),
- les noeuds de liaison des corps roulants sur les arbres (6),
- les points d'application des efforts transmis par les engrenages (10),
- les points de fixation de la boîte côté moteur (8)
- des noeuds d'extrémité d'arbres (3)

Les matrices de rigidité des roulements montés dans le carter peuvent donc être déterminées à l'aide d'un modèle statique non-linéaire réduit à 131 noeuds.

Remarque : Ce choix des noeuds de jonction permet d'effectuer les calculs non-linéaires pour toutes les configurations de fonctionnement (vitesse enclenchée) et toutes les conditions aux limites (nombre de points de fixation de la boîte), à l'aide de la même matrice réduite. Les calculs de condensation ne sont donc effectués qu'une seule fois.

Pour les calculs **dynamiques**, un modèle sous-structuré du carter seul est généré avec les mêmes noeuds de jonction (noeuds d'attache des corps roulants et points de fixation de la boîte côté moteur). Les arbres sont modélisés séparément ce qui donne la possibilité d'étudier différentes évolutions de la chaîne cinématique sans passer à nouveau par des calculs de sous-structuration coûteux. Cet aspect est particulièrement intéressant pour les travaux de recalage.

I.3.2.3. Limites du modèle exploité

• Définition "ancienne" du carter

Le modèle numérique exploité dans ce chapitre est légèrement différent du modèle physique monté sur le banc. Les principales différences se situent au niveau du carter. Les quelques modifications apportées n'ont pas pu être intégrées à temps dans le modèle élément fini (maillage de 37000 noeuds à redéfinir). Leurs effets n'ont pas été évalués mais correspondent probablement à une augmentation sensible des fréquences propres liée à une rigidification globale de la structure grâce à une optimisation des nervures et des bossages. Le nouveau modèle correspondant exactement à la boîte du banc est en cours de réalisation. Il intégrera en plus l'équerre de fixation de la boîte sur le banc et les quelques modifications nécessitées par le montage des codeurs optiques.

• <u>Définition approximative de "l'arbre de pont"</u>

Les parties mobiles du pont de la boîte de vitesse (couronne de pont et boîtier de différentiel) ont été prises en compte par de simples éléments de poutre cylindriques. Cette modélisation peut paraître bien simpliste au regard de la complexité réelle de la géométrie du pont et devra être affinée. Elle est cependant suffisante pour les études réalisées, essentiellement focalisées sur le premier étage de réduction, et ne sera donc pas remise en question dans ce travail.

• <u>Limites fréquentielles</u>

Le modèle dynamique sous-structuré prend en compte les 19 premiers modes de résonance propre du carter tous situés à des fréquences inférieures à 1800 Hz ce qui constitue donc la limite fréquentielle de validité du modèle.

Cette limitation constitue une des raisons pour lesquelles le deuxième rapport de boîte a été choisi pour les études. Il présente en effet une fréquence fondamentale d'engrènement de 1035 Hz à 2700 tr/mn (vitesse maximale atteinte sur le banc d'essais).



I.3.3. Excitation et réponse du système

Le calcul de la réponse dynamique du système à une excitation engendrée par l'ETSC a été détaillé au chapitre II. Cette excitation est introduite au centre de la roue dentée située sur l'arbre secondaire en accord avec la définition de l'erreur de transmission adoptée :

$$\Delta \theta = \frac{Rb_1}{Rb_2} \theta_1 + \theta_2$$

Elle se traduit par un torseur d'efforts extérieurs appliqué au centre des deux roues.

L'excitation générée par les engrenages du pont n'est pas prise en compte, priorité ayant été donnée aux engrenages du premier étage de réduction. Ce choix est légitime dans la mesure où les excitations dues aux deux couples d'engrenages en prise, bien que générées simultanément, sont situées à des fréquences distinctes (fréquences d'engrènement différentes). Elle peuvent donc être considérées comme découplées ce qui constitue également une hypothèse de base de la méthode fréquentielle utilisée pour les calculs.

En ce qui concerne l'amortissement, donnée indispensable au calcul puisqu'il détermine en grande partie l'amplitude de la réponse dans les zones de résonance, il est introduit sous forme d'amortissement modal. Pour les études de sensibilité du modèle numérique (influence du couple et de la configuration), les facteurs d'amortissement modaux seront tous fixés à 1% afin de faciliter la comparaison des réponses en fréquence. Ils pourront éventuellement être ajustés en fonction des résultats expérimentaux et/ou de la participation énergétique modale des différents éléments technologiques.

II. Essais en régime quasi-statique : détermination de l'excitation du système

II.1. Introduction

L'erreur de transmission quasi-statique sous charge (ETSC) a été retenue pour modéliser l'excitation générée par les engrenages (*cf. Chap. II*). Elle est donc considérée comme un paramètre d'entrée du modèle numérique et doit en conséquence être connue d'une manière ou d'une autre.

Deux stratégies sont envisageables pour la déterminer : le calcul ou la mesure. La première nécessite la définition de modèles numériques intégrant à la fois les effets de la géométrie fine des dentures et ceux de l'architecture globale du système. Ces modèles, actuellement en cours de développement, ne sont pas encore opérationnels. C'est donc la deuxième stratégie qui a été retenue dans ce travail de thèse d'autant qu'elle cadre mieux à l'objectif initial de recalage du modèle numérique à partir de données expérimentales.

L'objectif de ces essais en régime quasi-statique est de construire une base de données expérimentales donnant l'excitation du système pour différentes conditions et configurations de fonctionnement (rapport engagé, couple transmis, tirage/rétro). L'ETSC a donc été mesurée sur les 5 rapports de boîte pour 4 vitesses de rotations (400, 200, 100 et 50 tr/mn) et 9 couples différents (de 0 à 16 daN.m par pas de 2 daN.m).

Les diagrammes de la Figure 4.11 montrent l'évolution de l'amplitude des 4 premiers harmoniques à la fréquence d'engrènement en fonction du couple et de la vitesse de rotation en entrée de boîte (régime moteur). Chaque point a été obtenu par une analyse systématique du spectre de l'erreur de transmission mesurée (identification des différents pics d'engrènement et relevé de leurs amplitudes respectives).

L'allure générale de ces diagrammes montre en premier lieu que le niveau H1 du premier harmonique d'engrènement est un paramètre d'observation significatif et que les différentes options de traitement des signaux d'erreur de transmission ayant été retenues (traitement "asynchrone", fréquence d'échantillonnage temporel multiple de la fréquence d'engrènement, moyennage spectral par fenêtres d'analyse glissantes avec recouvrement) conviennent à cette étude. A noter que les points de mesure qui semblaient "suspects" ont été vérifiés par répétitions des mesures.

Il ressort également que H1 reste dominant par rapport aux autres harmoniques. Les nappes des harmoniques supérieurs H2, H3 et H4 sont en effet entièrement masquées par celle de H1 sauf pour la 4^{ème}, de manière très locale (autour de 200 tr/mn et de 10 daN.m). Ce phénomène est pour l'instant difficile à interpréter car la signification physique des harmoniques supérieurs n'est pas clairement établie.

Remarque : L'erreur de transmission a été rapportée selon la ligne d'action : $\Delta l = Rb \cdot \cos \beta \cdot \Delta \theta$, afin de pouvoir comparer les résultats obtenus pour les différents couples d'engrenages. L'ETSC à couple nul est en fait l'erreur cinématique (ETS) mais est incluse dans les diagrammes.



II.2. Influence de la vitesse de rotation

Par définition, l'Erreur de Transmission quasi-Statique sous Charge est une grandeur dénuée de composantes dynamiques. Elle doit donc être mesurée à une vitesse de rotation suffisamment lente pour que les fréquences d'excitation liées au processus d'engrènement soient plus faibles que les premières fréquences propres de la boîte de vitesses. En pratique, il faut toutefois que cette vitesse soit suffisamment rapide pour rester dans le domaine d'utilisation des moteurs électriques et éviter les phénomènes de pompage entre le moteur et le frein (fluctuations de la vitesse et du couple).

Les résultats de la Figure 4.11 ont été repris en partie, les vitesses de rotation ayant été traduites en fréquences d'engrènement afin de faciliter les interprétations.



Dans la plupart des cas, l'erreur de transmission mesurée à une vitesse de rotation correspondant à une fréquence d'engrènement inférieure à 100 Hz semble bien être représentative d'une grandeur quasi-statique dénuée de composantes dynamiques. Les premières

fréquences propres du modèle numérique de la boîte de vitesses sont d'ailleurs toutes supérieures à 100 Hz.

Sur certaines courbes, il faut toutefois noter l'émergence d'un "pic" aux environs de 40 Hz. Un modèle numérique intégrant l'ensemble des éléments du banc d'essais (boîte de vitesses, arbres d'entrée et de sortie, accouplements élastiques) a montré l'existence de modes basses fréquences (à 14 et 42 Hz) correspondant à une torsion des accouplements élastiques. Une limite inférieure doit donc également être respectée dans le choix de la vitesse de rotation permettant de mesurer l'ETSC.

Les vitesses de rotations finalement retenues sont :

- $-400 \text{ tr/mn en } 1^{\text{ère}}$
- 200 tr/mn en 2^{nde} et en 3^{eme} ,
- -100 tr/mn en 4^{ème} et en 5^{ème}

Elles correspondent à des fréquences d'engrènement comprises entre 68 et 84 Hz.

II.3. Influence du couple

Les diagrammes de la Figure 4.13 donnent l'évolution de l'ETSC en fonction du couple appliqué en entrée de boîte. Sur le diagramme de gauche, les valeurs mesurées sont exprimées en rotation de l'arbre secondaire, alors que sur celui de droite, elles ont été rapportées selon la ligne d'action ce qui permet de comparer directement les 5 couples d'engrenages.



Pour la plupart des rapports, une augmentation de la charge se traduit par une diminution de l'ETSC. Le 5^{ième} rapport, qui déroge à cette règle, est le seul à ne pas être positionné entre les paliers à roulements. Il est cependant difficile d'établir un lien direct entre ces deux faits.

Par ailleurs, il existe au moins un couple pour lequel H1 passe par un minimum (en 2^{eme} , il se situe à environ 10 daN.m). En effet, les déformations de la structure amènent

progressivement les engrenages vers une configuration de fonctionnement idéale pour laquelle les surfaces des dents en contact sont parfaitement conjuguées. C'est d'ailleurs dans cette optique que sont réalisées les corrections de dentures qui doivent à la fois tenir compte de la déformation des dents et de celle de la structure environnante (arbres, carter).

Un classement des couples d'engrenages par valeur croissante de l'amplitude de l'ETSC qu'ils génèrent et en fonction du couple appliqué peut être proposé :

_	pour un couple inférieur à 4 daN.m :	4 ^{ème} ,	5 ^{ème} ,	$2^{\text{ème}}$,	3 ^{ème} ,	1 ^{ère} ,	
_	pour un couple supérieur à 4 daN.m :	4 ^{ème} ,	2 ^{ème} ,	5 ^{ème} .	3 ^{ème} .	1 ^{ère} .	

Ce classement est donné à titre indicatif et ne fera pas l'objet d'études plus poussées dans le cadre de cette thèse. Pour l'expliquer, et notamment faire la part entre les effets locaux liés à la définition des engrenages et les effets globaux liés à l'architecture générale du mécanisme, il serait intéressant par exemple de modifier la position des engrenages sur les arbres et de comparer les résultats obtenus.

II.4. Conclusion

L'objectif de cette étude expérimentale était de déterminer l'excitation à introduire dans le modèle numérique pour différentes configurations de fonctionnement. Les cinq rapports de boîte ont donc été étudiés pour des couples de charge compris entre 0 et 16 daN.m.

D'un point de vue pratique, il a été nécessaire de définir les conditions de vitesse permettant effectivement de mesurer un phénomène quasi-statique. Elles ont uniquement été établies en configuration rétro mais pourront être considérées comme identiques en tirage. La cohérence des résultats obtenus, et en particulier leur évolution progressive avec le couple appliqué, indique que les techniques de mesure et d'analyse adoptées sont tout à fait appropriées et suffisamment précises pour une observation correcte des phénomènes mécaniques étudiés.

Un suivi des différents harmoniques d'engrènement a montré que le premier reste toujours à un niveau supérieur aux autres. Il sera donc étudié en priorité dans la suite de ce travail. D'un point de vue numérique, ce choix n'est pas restrictif puisque le modèle dynamique est linéarisé. Les réponses en fréquence aux harmoniques supérieurs peuvent donc être directement déduites de celles obtenues pour le premier harmonique (*cf. Chap. II*).

Une analyse de l'influence du couple sur l'erreur de transmission quasi-statique sous charge a permis de mettre en évidence l'existence d'un couple de charge optimal pour lequel l'excitation est minimale. Ce phénomène peut être associé à la conjugaison de deux effets différents : un effet local lié à la définition des engrenages et un effet global lié à l'architecture du mécanisme. A noter que dans le modèle dynamique exploité par la suite, l'effet local sera uniquement pris en compte dans l'excitation alors que l'effet global sera également pris en compte dans la réponse (modes propres).

Enfin, un classement des rapports par valeur croissante de l'excitation qu'ils génèrent a été proposé. Ce classement, obtenu en régime quasi-statique, ne peut toutefois pas être directement extrapolé en dynamique, une même excitation pouvant engendrer des niveaux vibratoires très différents selon son point d'application et donc suivant le rapport de boîte considéré.

III. Essais en régime dynamique : caractérisation de la réponse du système

L'objectif de cette partie est d'évaluer pour la première fois la distance calculs-essais sur le système en fonctionnement. Il s'agit également de préparer la phase de recalage à travers des études de sensibilité du modèle à certains paramètres contrôlant l'excitation et/ou la réponse du système (rigidité d'engrènement, ...).

Deux des trois paramètres d'observation choisis initialement pour caractériser le comportement dynamique de la boîte de vitesses ont été étudiés : l'erreur de transmission et les efforts transmis par le roulement à billes R21. Les accélérations mesurées en différents point du carter n'ont pas été exploitées car les modèles physique et numérique du carter sont différents.

Le principal critère de comparaison utilisé est la réponse en fréquence. Elle correspond plus précisément à un suivi du niveau du premier harmonique d'engrènement en fonction de la vitesse de rotation (donc de la fréquence d'engrènement).

La complexité du mécanisme engendre une densité modale importante. Les réponses en fréquences contiennent donc un grand nombre de pics de résonance ce qui rend les comparaisons délicates. Il est notamment difficile d'appairer avec certitude les modes numériques et expérimentaux. Une solution à ce problème consiste à étudier les répercussions d'une évolution du système sur la localisation fréquentielle et l'amplitude des résonances. Dans le cas de la boîte de vitesses, les conditions de fonctionnement sont les seuls paramètres contrôlables à la fois sur le modèle numérique et sur le banc d'essais. C'est donc à travers une étude de l'influence de la valeur et du sens (tirage ou rétro) du couple de charge que sont effectuées les comparaisons des réponses dynamiques.

III.1. Erreur de transmission dynamique

L'erreur de transmission a été retenue pour caractériser le comportement dynamique de la boîte de vitesses et plus particulièrement celui des engrenages. Une attention particulière a été portée aux engrenages du rapport engagé. La $2^{\text{ème}}$ vitesse a été retenue car réputée bruyante et à cause des limitations fréquentielles du modèle numérique (*cf. § I.3.2.3*). L'erreur de transmission caractéristique du pont n'a pas été étudiée pour plusieurs raisons : excitation découplée en fréquence (*cf. § I.3.3.*), fréquence d'engrènement trop faible (457 Hz à 2700 tr/mn), modélisation peu précise de "l'arbre de pont".

III.1.1. Résultats expérimentaux

III.1.1.1. Influence du couple et de la configuration

L'Erreur de Transmission Dynamique a été mesurée sur le 2^{ème} rapport de boîte pour 3 couples de charges (5, 10 et 15 daN.m) en configuration tirage et en rétro. Un balayage en vitesse de 400 à 2700 tr/mn par pas de 50 tr/mn a été réalisé afin de localiser les principales

zones de résonance. Le choix d'un tel pas constituait le meilleur compromis entre les exigences de précision et de durée des essais. Il a été validé (uniquement en rétro) par un affinage des pics de résonance les plus "larges" avec un pas de 10 tr/mn (minimum possible) : aucune différence significative n'a été constatée.



Influence du couple :

D'un point de vue fréquentiel, il semble que le couple ne modifie que très faiblement les fréquences propres du système.

D'un point de vue amplitude, trois zones de fonctionnement dans lesquelles le couple n'a pas les même effets peuvent être distinguées :

- pour des vitesses de rotation inférieures à 1000 tr/mn, il existe un couple pour lequel le niveau de l'ETD est nettement plus faible (5 daN.m en tirage et 10 daN.m en rétro). D'après l'étude quasi-statique précédente, ce couple pourrait correspondre au couple d'optimisation des corrections de denture,
- entre 1000 et 1500 tr/mn, aucune tendance ne peut être dégagée si ce n'est que les trois courbes ont un niveau global équivalent,
- pour des vitesses de rotation supérieures à 1500 tr/mn, le niveau global de l'ETD diminue lorsque le couple augmente (ce qui est plus flagrant en tirage qu'en rétro).

Ainsi, les corrections de denture, si on suppose qu'elles ont effectivement été optimisées en statique pour un couple de charge donné (5 daN.m en tirage et 10 daN.m en rétro), perdent de leur efficacité à partir d'une certaine vitesse de rotation. Cela ne remet pas fondamentalement en cause le principe des optimisations réalisées en fonction de critères statiques car le niveau global de l'ETD obtenue est probablement plus faible que pour des dentures non corrigées. Il faudrait cependant tenir compte de l'effet dynamique. En particulier, une connaissance des variations dynamiques de l'entraxe de fonctionnement et plus globalement de la position relative des engrenages permettrait de déterminer plus précisément les conditions de contact (des dents en prises) par rapport auxquelles sont généralement réalisés les calculs d'optimisation. Ce problème dépasse largement le cadre de ce travail mais pourra ultérieurement faire l'objet d'études plus poussées (une fois le modèle numérique validé).

Influence de la configuration (tirage / rétro) :

Les réponses en fréquence obtenues pour les deux configurations de fonctionnement sont différentes :

- le niveau global de l'ETD est plus élevé en tirage qu'en rétro,
- les régimes critiques sont localisés dans les mêmes zones mais semblent légèrement plus élevés en tirage qu'en rétro.

Ces constatations ne peuvent être expliquées sans s'appuyer sur des résultats plus complets fournis par le modèle numérique. On peut toutefois dores et déjà noter que les deux configurations se distinguent principalement par :

- une permutation des flancs actifs des dents en prise,
- une modification du chargement des paliers à roulement.

Les différences observées peuvent donc provenir d'un effet local lié à la différence de géométrie des deux flancs de denture (corrections différentes, erreurs de fabrication, ...) et/ou d'un effet global lié à une modification des conditions aux limites de la chaîne cinématique ("appuis" aux paliers) et à une sollicitation différente du carter.

III.1.1.2. Exploitation des harmoniques d'ordre supérieur

Dans l'étude précédente, seul le niveau du premier harmonique d'engrènement a été suivi. C'est en effet lui qui est reconnu comme caractéristique du bruit de sirène. Les harmoniques d'ordre supérieur donnent uniquement des indications sur la "pureté" du signal : plus ils sont faibles plus le signal s'identifie à un sinus pur.

Dans le cas de la boîte de vitesses, les harmoniques d'ordre supérieur sont toujours présents; essentiellement à cause du caractère discontinu du processus d'engrènement. Il serait d'ailleurs tout à fait fortuit d'obtenir des signaux parfaitement sinusoïdaux.

Comme le montre la Figure 4.15-a, le niveau des harmoniques d'ordre supérieur semble fluctuer indépendamment du niveau du premier harmonique. Dans ces conditions, il est difficile de leur donner une signification et de les exploiter. Toutefois, si ces mêmes courbes sont représentées, non pas en fonction du régime moteur mais en fonction de la fréquence propre à chaque harmonique (Figure 4.15-b), une tendance très nette se dégage. Tout comme le premier harmonique, les harmoniques d'ordre supérieur reflètent le comportement dynamique global de la structure. Ils sont amplifiés dans les zones de résonance et peuvent même dépasser le niveau du premier harmonique lorsque ce dernier se situe lui dans une zone d'anti-résonance.



Ainsi, une exploitation des harmoniques d'ordre supérieur permet d'augmenter artificiellement l'étendue des mesures. A partir des essais réalisés jusqu'à 2700 tr/mn, il est possible d'extrapoler les résultats jusqu'à 5400 tr/mn en suivant l'évolution du deuxième harmonique (8100 tr/mn avec le troisième). Il faut cependant veiller à ce que l'amplitude de l'harmonique suivi ne devienne pas inférieure à la précision de la mesure pour que les résultats soient significatifs. A 2700 tr/mn, avec une fréquence d'horloge de 100 MHz, la précision des mesures est de 2.8×10^{-6} rad ce qui limite les extrapolations au deuxième harmonique.



Figure 4.16 : Erreur de transmission dynamique expérimentale : influence du couple et de la configuration (suivi du deuxième harmonique d'engrènement)

III.1.2. Résultats numériques

III.1.2.1. Influence du couple et de la configuration

Dans le modèle numérique exploité, une modification du couple (valeur et/ou signe) se traduit par une modification des matrices de rigidité des roulements et éventuellement par une modification de la direction de transmission des efforts au niveau des engrenages (ligne d'action différente en tirage et en rétro). Cela correspond à l'effet global d'architecture déjà évoqué lors des études quasi-statiques. L'effet du couple sur le fonctionnement des engrenages donc sur l'excitation (effet local) n'est pris en compte que par l'amplitude de l'ETSC utilisée pour exciter le système. Le modèle étant linéarisé, l'amplitude de la réponse est directement proportionnelle à celle de l'excitation.

Pour cette étude, l'influence des conditions de fonctionnement sera uniquement analysée à travers l'effet global d'architecture et l'ETSC sera donc fixée à une valeur arbitraire mais réaliste de 1.0E-06 rad pour toutes les configurations de fonctionnement.



Influence de la valeur du couple :

L'erreur de transmission dynamique calculée est très peu sensible à la valeur du couple tant au niveau des fréquences que des amplitudes. Il semble toutefois qu'un accroissement du couple s'accompagne d'une légère augmentation des fréquences propres (moins de 10%) ce qui peut être associé à une rigidification des roulements. Il est par contre difficile d'établir des tendances générales dans l'évolution des amplitudes de résonance car cela dépend fortement du mode considéré. Influence de la configuration (tirage / rétro) :



Les fréquences et les amplitudes de résonance de l'erreur de transmission sont globalement plus élevées en tirage qu'en rétro et il apparaît clairement que la configuration de fonctionnement a bien plus d'influence que la valeur du couple de charge. Une comparaison des matrices de MAC (Figure 4.19) montre que les déformées modales n'évoluent pratiquement pas avec le couple alors qu'elles sont très différentes lorsque la configuration change (seul le mode 3 en tirage et le mode 1 en rétro peuvent être corrélés à plus de 80%).



Les matrices de MAC ne permettent cependant pas de corréler deux modes de flexion d'arbre ayant des déformés identiques dans des directions différentes (Figure 4.20). Il est donc souvent préférable de compléter les analyses par une visualisation directe des déformées modales.



III.1.2.2. Influence de la rigidité d'engrènement

Les études réalisées sur la chaîne cinématique de la boîte de vitesses à l'arrêt (*cf. Chap. III*) ont montré que la rigidité d'engrènement n'a que très peu d'influence sur les modes propres du système. La question est maintenant de déterminer son influence sur le niveau de la réponse et en particulier celui de l'erreur de transmission dynamique. En d'autres termes : la rigidité d'engrènement est-elle un paramètre potentiel de recalage des amplitudes ?



Il est utile de rappeler que l'excitation par l'ETSC est introduite dans le modèle par le biais des efforts aux dentures qu'elle produit : $F = k_{eng} \times ETSC$. Pour une valeur donnée de l'ETSC, une augmentation de k_{eng} se traduit donc par une augmentation de F. Malgré cela, les résultats de la Figure 4.21 montrent que la réponse du système (en déplacement et en effort) n'augmente pas avec la rigidité d'engrènement. C'est au contraire avec la valeur la plus faible de k_{eng} que la réponse obtenue est la plus élevée. Le comportement du modèle est donc conforme à la réalité puisqu'il est généralement reconnu qu'un engrenage "souple" engendre une erreur de transmission plus importante qu'un engrenage "rigide". Ce résultat peut être associé au fait que l'énergie de déformation de l'engrenage augmente lorsque la rigidité d'engrènement diminue et se rapproche de celle des arbres (Figure 4.22).



A noter que cette étude de sensibilité a été réalisée pour de très fortes variations de la rigidité d'engrènement, et que finalement, toutes proportions gardées, son influence est négligeable comparée à celle de l'ETSC. Ce résultat était prévisible, vu le niveau faible des énergies de déformations mises en jeu dans l'élément engrenage.

III.1.3. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

Une confrontation directe des résultats numériques aux résultats expérimentaux est proposée dans ce paragraphe. Il faut toutefois garder à l'esprit que la boîte de vitesses modélisée est légèrement différente de celle du banc d'essais (version du carter différente). Par ailleurs, l'ETSC n'a été mesurée précisément qu'en configuration rétro. Les excitations introduites en tirage ont donc été fixées arbitrairement de manière à ce que les amplitudes dynamiques coïncident au mieux.



L'ETD numérique obtenue en rétro pour un couple de 100 N.m et avec une excitation par l'ETSC expérimentale est nettement plus faible que l'ETD réellement observée (Figure 4.23-b). Ce résultat peut s'expliquer par le comportement particulier de la boîte de vitesses à ce couple déjà mis en évidence au paragraphe III.1.1. et mis sur le compte des correction de dentures. Ces dernières semblent perdre leur effet en régime dynamique et l'ETSC mesurée sous-estime alors l'excitation du système en dynamique (la courbe en pointillé a été obtenue avec une ETSC quatre fois plus élevée que celle effectivement mesurée).



Le premier pic de résonance localisé à moins de 200 Hz a été volontairement masqué sur les courbes numériques car situé en dehors de la plage fréquentielle des mesures. Le mode propre associé à ce pic se distingue des autres par une participation énergétique très importante du roulement à billes R21 (plus de 50% de l'énergie de déformation en tirage et plus de 30% en

rétro). C'est un mode "pseudo-rigide" de la chaîne cinématique correspondant à des déplacements axiaux de l'arbre secondaire couplés, par l'intermédiaire des engrenages hélicoïdaux, à des rotations rigides des arbres primaire et secondaire. Ce mode s'accompagne également de déformations élastiques en flexion des arbres mais de seconde importance (environs 10 % de l'énergie de déformation totale).



III.1.4. Conclusions

L'erreur de transmission dynamique calculée est globalement représentative de la réalité :

- les résonances principales situées aux environs de 1500 tr/mn, associées à des résonances secondaires vers 1000 et 2000 tr/mn, sont correctement identifiées. Il semble toutefois que les fréquences propres soient sous-estimées par le modèle numérique. Ce problème peut être lié à la définition ancienne du carter puisque ce dernier contient 30 à 70% de l'énergie de déformation totale des modes apparaissant sur l'ETD.
- les amplitudes calculées sont du bon ordre de grandeur. La modélisation linéarisée de l'engrènement (rigidité d'engrènement constante et excitation par l'ETSC) est amplement satisfaisante. Des précautions sont toutefois à prendre vis-à-vis des corrections de denture, leurs effets étant différents en quasi-statique et en dynamique.

En ce qui concerne le *recalage en amplitude* de la réponse du système, une analyse de l'influence de la rigidité d'engrènement a permis de reléguer ce paramètre au second plan au profit de l'ETSC qui doit être connue avec précision. Ces quelques résultats expérimentaux ne permettent pas d'envisager une campagne de *recalage des fréquences propres* car l'appairage des modes n'est pas encore réalisable avec certitude.

III.2. Efforts transmis par le roulement à billes

III.2.1. Influence du capteur sur le comportement du système

L'influence du capteur de force sur le comportement dynamique de la boîte de vitesses a été étudiée pour plusieurs raisons :

- d'un point de vue mécanique, les films piézos ont une rigidité plus faible que leur environnement (3.0E+07 contre environs 1.0E+08 N/m pour le roulement). Instrumenté, le roulement à billes est donc forcément plus souple qu'à l'origine alors même qu'il a déjà été remarqué pour sa faible rigidité par rapport aux autres paliers et pour son influence prépondérante sur le comportement dynamique global du système,
- d'un point de vue pratique, la mise en place du capteur a nécessité un démontage puis un remontage complet de la boîte de vitesses. Certains jeux de fonctionnement et forces de serrages ont probablement été altérés au cours de ces opérations.

Dans un premier temps, l'influence du capteur a été mise en évidence expérimentalement, par le biais de l'erreur de transmission dynamique (cf. Figure 4.26) :

- des modifications sont perceptibles au niveau de la forme des réponses avec l'apparition, la disparition, ou un simple décalage de certains pics de résonance,
- globalement, l'ETD diminue en configuration tirage alors qu'elle augmente en rétro.

Ces constatations confirment une nouvelle fois que le comportement de la chaîne cinématique et sa sensibilité à une évolution des conditions aux limites (appuis aux paliers moins rigides) diffèrent foncièrement d'une configuration à l'autre. Il est toutefois difficile d'expliquer cela à partir des seuls résultats expérimentaux et il a été nécessaire, dans un second temps, de compléter l'étude par une analyse numérique s'appuyant sur un modèle prenant en compte la faible rigidité des films piézos.

Le modèle numérique mis en oeuvre est similaire à celui décrit au *paragraphe II.3.6.* du *chapitre II*. Une seule position angulaire des corps roulants étant considérée, il n'a pas été nécessaire de définir de noeuds supplémentaires sur la bague extérieure qui est déjà intégrée au modèle réduit du carter et n'a donc pas été "dédoublée". Par contre, 7 noeuds intermédiaires situés exactement en vis-à-vis des 7 noeuds d'attache des éléments corps roulants ont été ajoutés afin d'intercaler les éléments films piézos entre les corps roulant et le carter. Les rigidités de translation dans les directions axiales et circonférentielles, et les rigidités de rotation selon les trois axes ont été fixées à des valeurs infiniment grandes (au sens numérique) pour tenir compte du fait que les films piézos sont physiquement solidaires de la bague extérieure. Finalement, seules les déformations radiales des films piézos (selon leur épaisseur) sont autorisées.

L'excitation par l'ETSC est considérée comme identique avec et sans capteur ce qui suppose donc que l'implantation des films piézos n'a pas de répercussions sur l'excitation générée par les engrenages.



Figure 4.26 : Erreur de transmission dynamique : influence du capteur sur les résultats expérimentaux



Les résultats numériques obtenus (Figure 4.27) sont globalement conformes aux données expérimentales. Il est particulièrement intéressant de noter l'émergence du premier pic de résonance et ce, quelle que soit la configuration de fonctionnement. Le mode associé est représenté sur la Figure 4.28, c'est un mode "pseudo-rigide" pour lequel les déplacements axiaux des arbres sont couplés, par l'intermédiaire des engrenages hélicoïdaux, aux rotations axiales. L'arbre secondaire est de plus animé d'un mouvement transversal radial accentué par l'introduction des films piézos souples et se traduisant par une augmentation de la rotation de l'arbre primaire. Ces déplacements solides s'accompagnent de déformations élastiques de seconde importance pour lesquelles l'énergie potentielle totale se répartit à :

- 35% dans le carter (compensation des déplacement axiaux et radiaux des arbres),
- 21% dans le roulement à billes R21 (idem),
- 20% dans la torsion du pont (compensation des rotations de l'arbre secondaire),
- 7% dans la flexion de l'arbre secondaire.
A noter que l'introduction du capteur se traduit par une diminution de l'énergie dans le roulement à bille (-18%) : elle est transférée équitablement dans l'ensemble du système (+5% dans la torsion du pont, +4% dans les films piézos, +2% dans le carter, +2% dans la flexion du secondaire, et le reste, dans les autres roulements). Ce résultat montre que l'influence du capteur n'est pas uniquement locale, tous les éléments du mécanismes sont concernés.



L'influence du capteur de force sur le comportement dynamique de la boîte de vitesses a été quantifiée avec une bonne corrélation numérique / expérimental. La seule prise en compte de l'assouplissement mécanique du système, lié à la faible rigidité des films piézos, a permis de reproduire numériquement les changements observés expérimentalement sur l'erreur de transmission dynamique. Ces changements ne peuvent donc pas être imputés aux conditions de montage, qui n'interviennent pas dans la modélisation. Il est également possible qu'elles n'aient pas évolué lors de la mise en place du capteur. Ces résultats confortent la représentativité

globale du modèle numérique et confirment la nécessité d'une prise en compte précise de l'environnement souple des paliers à roulement.

III.2.2. Résultats expérimentaux

III.2.2.1. Répétitivité des mesures

Pour une configuration de fonctionnement donnée (tirage, couple 5 daN.m), trois séries d'essais ont été réalisées à différents moments de la campagne d'essais. Entre chaque série, le couple et la configuration ont été modifiés volontairement afin de montrer que ni les mesures ni le comportement du système ne sont sensibles à son état antérieur.



Remarque : Sur les figures 4.29 à 4.33, la représentation polaire indique la répartition des efforts "pseudo-statiques" (amplitude moyenne HBE1 du premier harmonique à la fréquence de passage des corps roulants, cf. chap. II, § II.3.7) mesurés sur les films

piézos (orientation et positionnement en accord avec la Figure 4.4). Les diagrammes situés autour, en vis-à-vis de chaque film piézo donnent l'amplitude du premier harmonique à la fréquence d'engrènement en fonction de la vitesse de rotation.

La localisation fréquentielle des résonances est identique pour les trois séries. Les dispersions observées concernent essentiellement les amplitudes et sont surtout apparentes sur la première série d'essais. L'ensemble de ces résultats permet de conclure à une bonne répétitivité de la mesure des efforts dynamiques. Par la suite, une seule série d'essais sera exploitée pour chacune des conditions de fonctionnement considérées.

III.2.2.2. Influence du couple et de la configuration



Le passage d'une configuration de fonctionnement à l'autre s'accompagne non seulement d'une modification de la répartition des efforts statiques mais également d'une transmission différente des efforts dynamiques :

- sur un film piézo donné, les efforts dynamiques transmis sont plus élevés dans la configuration pour laquelle le film est le plus chargé en statique,
- pour une configuration donnée, ce sont les films piézos les plus chargés en statique qui encaissent les efforts dynamiques les plus élevés.

Plus généralement, plus un corps roulant est chargé plus les efforts dynamiques qu'il transmet sont importants. Autrement dit, les efforts dynamiques sont transmis dans le même sens que les efforts statiques.

Ces tendances sont confirmées par la Figure 4.31 qui visualise l'influence de la valeur du couple sur les efforts transmis. A noter que les efforts dynamiques à couple 10 daN.m ne sont pas forcément plus élevés que ceux obtenus à couple 5 daN.m, résultat déjà constaté sur l'ETSC. Il existe donc bien un lien de cause à effet entre les efforts dynamiques transmis par les roulements au carter et l'excitation générées aux engrenages par l'ETSC.



Les amplitudes des efforts dynamiques observées sont globalement inférieures à 10 Newtons et représentent moins de 10% des efforts statiques calculés. Rappelons que les valeurs "pseudo-statiques" mesurées (niveaux de l'harmonique HBE1 à la fréquence de passage des corps roulant) ne correspondent pas à des Newtons (*cf. Chap II*, § 2.3.7).

III.2.3. Résultats numériques

Les efforts dynamiques exercés sur les films piézos sont calculés simplement à partir de leur rigidité et des déplacements relatifs de leurs noeuds d'attache. L'effet inertiel n'est donc pas pris en compte. Cette approximation est acceptable dans la plage fréquentielle considérée ($f_{eng} < 1100 \text{ Hz}$).

III.2.3.1. Influence de la rigidité des films piézos

La rigidité des films piézos a été déterminée expérimentalement par des essais statiques (*cf. Chap. II, § II.3.6.2*). Aux erreurs liées à la précision du dispositif de mesure vient s'ajouter l'erreur commise en supposant que la loi de déformation du polymère est linéaire, hypothèse d'autant plus discutable que l'effort statique appliqué est faible. Il est donc nécessaire de vérifier la sensibilité du système à la rigidité des films piézos et éventuellement de corriger la valeur initialement retenue (3.0E+07 N/m pour des efforts statiques supérieurs à 500 N).

Les modes propres présentant une énergie de déformation importante au niveau des films piézos (modes à moins de 300 Hz) ont été amortis à 10% pour tenir compte de leur nature dissipative (propriété reconnue des polymères synthétiques).



D'après les résultats présentés sur la Figure 4.32, les amplitudes et les fréquences de résonance diminuent sensiblement avec la rigidité K_{fp} des films piézos. Dans la suite de ce travail, K_{fp} sera fixée à 8.0E+06 N/m, valeur pour laquelle les efforts dynamiques calculés sont comparables à ceux effectivement mesurés.

Remarque : Il serait utile d'établir précisément la loi de variation de K_{fp} en fonction de l'effort appliqué et de l'introduire directement dans les calculs statiques non-linéaires précédant les études dynamiques.

III.2.3.2. Influence de la configuration



Comme le montre la Figure 4.33, l'évolution de la répartition des efforts statiques lors du passage d'une configuration de fonctionnement à l'autre est conforme aux résultats expérimentaux (Figure 4.30). Ces derniers ont également montré que les efforts dynamiques étaient globalement transmis dans les mêmes directions que les efforts statiques : les efforts dynamiques les plus importants étaient relevés sur les films piézos les plus chargés en statique. Cette tendance n'est cependant pas confirmée par les calculs ce qui peut être expliqué par le fait que les propriétés physiques des films piézos (rigidité et amortissement) ont été supposées indépendantes de leur charge statique, donc identiques quelle que soit leur position autour du roulement.

La rigidité des films piézos les moins chargés est en réalité plus faible que 8.0E+06 N/m ce qui conduit à des efforts dynamiques moindres (*cf. § III.2.3.1*). Dans ce contexte, la prise en compte du comportement non-linéaire des films piézos faiblement chargés (< 500 N) devient une nécessité.

En ce qui concerne l'amortissement, il est difficile d'appliquer la même démarche. Il faudrait pour cela être en mesure de le quantifier dans l'espace physique afin de l'introduire de manière indépendante sur les différents films piézos. De plus, rien n'indique qu'il peut

augmenter ou même évoluer avec la charge. Tant que ces questions resteront en suspend, la définition modale de l'amortissement restera d'usage.

III.2.4. Conclusion

L'étude des efforts dynamiques transmis par le roulement à billes présentée dans cette partie a permis d'établir ou de vérifier un certain nombre de points concernant la compréhension et la modélisation du comportement dynamique des roulements dans un environnement mécanique souple.

Il a notamment été montré expérimentalement que les efforts dynamiques sont transmis au carter dans les mêmes directions que les efforts statiques. Ce résultat n'a toutefois pas pu être reproduit aussi clairement par le modèle numérique ce qui pose un certain nombre de questions relativement aux hypothèses faîtes lors de la prise en compte des films piézos (blocage par rapport au carter des ddl autres que le ddl radial, rigidité K_{fp} indépendante de la charge statique, ...). Ces aspects locaux du problème pourront être approfondis dans l'optique d'un recalage plus précis du modèle numérique. Dans le cadre de ce travail, il était préférable de conserver une vue globale dans l'observation du comportement du système. C'est d'ailleurs en partie pour cette raison que la comparaison directe des efforts dynamiques numériques et expérimentaux n'a pas été présentée. On retiendra principalement que les ordres de grandeurs sont comparables (moins de 10 Newtons) ce qui indique d'une part, que le modèle est représentatif de la réalité, et d'autre part, que les hypothèses de linéarisation du comportement dynamique des paliers à roulement sont vérifiées (efforts dynamiques inférieurs à 10% des efforts statiques).

Il est par ailleurs intéressant de noter que l'étude de l'influence du capteur de force sur le comportement dynamique du système peut également être interprétée comme une étude de sensibilité aux conditions limites de la chaîne cinématique (rigidité des appuis aux paliers). La bonne corrélation numérique / expérimental observée sur l'évolution de l'erreur de transmission dynamique indique que le modèle numérique est suffisamment représentatif de la réalité pour être exploité à des fins d'optimisation (changement des roulements, rigidification du carter, ...).

IV. Conclusion

Ce dernier chapitre était consacré à l'étude de la boîte de vitesses en fonctionnement et plus particulièrement à la validation expérimentale du modèle numérique développé pour simuler ce fonctionnement.

Le principal point à vérifier concernait la modélisation de l'excitation générée par les engrenages. Cette dernière a été introduite par le biais des efforts aux dentures calculés à partir d'une rigidité d'engrènement constante et de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge mesurée sur banc d'essais. Les résultats obtenus ont montré qu'une valeur approximative de la rigidité suffisait pour obtenir des résultats représentatifs des mesures puisque ni les modes propres à l'arrêt utilisés pour calculer la réponse du système (superposition modale) ni le niveau de cette réponse ne se sont montrés sensibles à ce paramètre. Si cette modélisation simple de l'excitation est dans l'ensemble acceptable des précautions sont à prendre vis-à-vis de cas particuliers (corrections de dentures, ...) pour lesquels l'ETSC semble sous-estimer l'excitation dynamique du système.

Un autre aspect important était de confirmer expérimentalement les hypothèses de linéarisation du comportement dynamique du système autour d'un point de fonctionnement statique. Sur ce point, l'hypothèse selon laquelle les efforts dynamiques doivent être inférieurs à 10% des efforts statiques a été vérifiée au niveau de l'un des paliers et devrait pouvoir être généralisée aux autres.

En terme de démarche, la qualification de la représentativité globale du modèle numérique par rapport au modèle physique a été réalisée à travers une comparaison de leur sensibilité à différents paramètres (vitesse de rotation, couple de charge, configuration de fonctionnement). Ces études de sensibilité ont permis de pallier le nombre limité de points de mesure disponibles. Elles ont également permis de mieux comprendre le comportement dynamique du mécanisme (transmission des efforts des roulements au carter) et ses réactions à des évolutions des conditions de fonctionnement et éventuellement à des modifications (volontaires ou non) des conditions aux limites de la chaîne cinématique (appuis aux paliers). Dans ce contexte, un résultat intéressant concerne l'influence de la configuration de fonctionnement (tirage / rétro) définie par le sens du couple de charge appliqué en entrée de boîte. Le comportement différent du système dans ces deux configurations (amplitudes et fréquences de résonance différentes) a pu être associé à un effet global d'architecture lié essentiellement à une modification des conditions aux limites aux appuis. Les directions principales des efforts statiques encaissés par les roulements définissant également celles de leur rigidité sont en effet très différentes. En revanche, il semble que l'effet local lié à un changement des flancs actifs des dents en prise et qui n'est pas pris en compte dans la modélisation autrement que par ses effets sur le niveau de l'excitation par l'ETSC mesurée, ne peut être incriminé. Ce résultat permet de suggérer une nouvelle orientation des recherches visant à diminuer le bruit de sirène en se focalisant sur une optimisation de l'architecture générale plutôt que sur une amélioration de la qualité de conception et de fabrication des dentures, domaine dans lequel la marge de progrès est de plus en plus étroite et qui retient pourtant encore beaucoup l'attention des concepteurs de transmission de puissance par engrenages.

Le recalage précis du modèle n'a pas été réalisé dans la mesure où il subsistait des différences entre la boîte de vitesses modélisée et celle montée sur le banc d'essais, notamment au niveau du carter. La grande influence de cet élément sur le comportement dynamique de la chaîne cinématique a été clairement mise en évidence lors des études précédentes et a été confirmée dans cette étude. En effet, les énergies de déformation des modes propres associés aux pics de résonance apparaissant sur l'ETD sont pour une grande part concentrées dans le carter (30 à 70 % de l'énergie de déformation totale du système suivant le mode considéré). Néanmoins, les quelques études de sensibilité réalisées ont permis d'identifier certains paramètres ou zones du modèle sur lesquels agir en priorité dans l'optique du recalage. Tout d'abord, il s'avère que les fréquences propres du système sont particulièrement sensibles aux rigidités des appuis de la chaîne cinématique (roulements et carter). Des paramètres technologiques tels que les jeux internes ou les forces de précontrainte des roulements peuvent donc constituer des paramètres de recalage potentiels puisqu'ils interviennent directement dans le calcul des rigidités. Les niveaux vibratoires sont pour leur part essentiellement gouvernés par l'amplitude de l'excitation et par l'amortissement. Compte tenu de la modélisation adoptée, le niveau global de la réponse est directement proportionnel à l'ETSC qui doit donc être déterminée avec précision. L'amortissement intervient plus localement au voisinage des résonances. Le recalage en amplitude doit donc être réalisé en priorité sur l'excitation d'autant que l'amortissement est particulièrement difficile à manipuler que ce soit expérimentalement ou numériquement.

I. DESCRIPTION ET MODÉLISATION DU BANC D'ESSAIS

I.1. ARCHITECTURE ET FONCTIONNEMENT DU BANC	
I.2. DISPOSITIFS DE MESURE, ACQUISITION ET TRAITEMENT DES SIGNAUX	
I.2.1. Position des capteurs	
I.2.2. Chaîne d'acquisition	
I.2.2.1. Acquisition des accélérations et des efforts	
I.2.2.2. Acquisition de l'erreur de transmission	
I.2.3. Traitement des signaux	
I.3. MODÈLE NUMÉRIQUE	
I.3.1. Zone d'étude et conditions aux limites	
I.3.2. Descriptif du modèle	
I.3.2.1. Eléments non-linéaires	
I.3.2.2. Eléments linéaires de structure	
I.3.2.3. Limites du modèle exploité	
I.3.3. Excitation et réponse du système	
II. ESSAIS EN RÉGIME QUASI-STATIQUE : DÉTERMINATION DE L'EXCITA	ATION DU SYSTÈME
	154
II 2 INFLUENCE DE LA VITESSE DE POTATION	
II 3 INFLUENCE DE LA VITESSE DE ROTATION	
II.4. CONCLUSION	
II.4. CONCLUSION	
III. ESSAIS EN RÉGIME DYNAMIQUE : CARACTÉRISATION DE LA REPONS	SE DU SYSTÈME
III.1. ERREUR DE TRANSMISSION DYNAMIQUE	
III.1.1. Résultats expérimentaux	
III.1.1.1. Influence du couple et de la configuration	
III.1.1.2. Exploitation des harmoniques d'ordre supérieur	
III.1.2. Résultats numériques	
III.1.2.1. Influence du couple et de la configuration	
III.1.2.2. Influence de la rigidité d'engrènement	
III.1.3. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux	
III.1.4. Conclusions	
III.2. EFFORTS TRANSMIS PAR LE ROULEMENT À BILLES	
III.2.1. Influence du capteur sur le comportement du système	
III.2.2. Résultats expérimentaux	
III.2.2.1. Répétitivité des mesures	
III.2.2.2. Influence du couple et de la configuration	
III.2.3. Résultats numériques	
III.2.3.1. Influence de la rigidité des films piézos	
III.2.3.2. Influence de la configuration	
111.2.4. Conclusion	
IV. CONCLUSION	

CONCLUSION GENERALE

L'objet principal de ce travail était la validation expérimentale d'un modèle dynamique global permettant de simuler le comportement en fonctionnement et sous charge d'une boîte de vitesses automobile. Il s'inscrit dans la continuité des travaux de modélisation et de caractérisation du comportement statique et dynamique des transmissions de puissance par engrenages réalisés au laboratoire ces dix dernières années. En particulier, il s'agissait d'évaluer pour la première fois la distance entre les résultats des simulations numériques et les relevés expérimentaux effectués sur banc d'essais, de vérifier les principales hypothèses de modélisation, et de recaler le modèle. Plus généralement, il s'agissait également d'établir des règles de modélisation et de conception utilisables par les bureaux d'études.

La complexité du mécanisme considéré a très vite réduit les marges de manoeuvre en terme de recalage. En effet, les méthodes classiques répertoriées dans la bibliographique se sont avérées inapplicables (*Chap. I, § I.*). Les travaux ont donc été orientés davantage vers une validation des hypothèses de modélisation et une compréhension du comportement global du système étudié. La démarche adoptée a été définie en s'appuyant sur les nombreux travaux numériques et expérimentaux réalisés à ce jour, et qui ont contribué à identifier les paramètres influents et les zones sensibles des transmissions de puissance par engrenages (*Chap. I, § II.*). Il a également été nécessaire de tenir compte de la méthodologie générale des calculs et des essais en dynamique (*Chap. II*). Ainsi, la campagne de validation expérimentale a été menée en deux grandes étapes.

Dans un premier temps (*Chap. III*), les différents éléments constitutifs de la boîte de vitesses ont été considérés "à l'arrêt", en dehors de leur contexte de fonctionnement normal. Des essais modaux classiques au marteau d'impulsion ont permis de valider successivement la modélisation de chaque élément (arbres, roulements, engrenages puis carter) et d'évaluer le degré de finesse à respecter dans leur prise en compte. Une réponse attendue concernait la

modélisation des paliers à roulements, point fort du modèle exploité. L'utilisation de matrices de rigidité tangente pleines associées à chaque corps roulant a été motivée par la nécessité de prendre en compte les couplages entre les déformations des carters, les basculements des roulements et les flexions des arbres. Les études expérimentales réalisées ont confirmé l'existence de ces couplages et ont montré que cette modélisation permettait d'obtenir des résultats satisfaisants en dynamique (modes propres à l'arrêt). Ainsi, dans le cas des boîte de transmission de puissance aux carters déformables, l'utilisation de modèles de roulements simplifiés (rigidités scalaires radiales et axiales calculées par les formules de Palmgren) qui ne tiennent pas compte des couplages entre les différents degrés de liberté est à proscrire. Un autre point abordé concernait la modélisation des engrenages en tant qu'élément de couplage élastique entre les arbres. L'utilisation d'une rigidité unidirectionnelle placée au point primitif d'engrènement suivant la normale au contact n'a pas été remise en cause. Néanmoins, il peut parfois être nécessaire d'introduire une rigidité tangentielle pour tenir compte du frottement d'adhésion. Cette rigidité supplémentaire s'est avérée indispensable pour modéliser le système en charge à l'arrêt mais n'a pas été considérée pour l'étude de la boîte de vitesses en fonctionnement. De manière générale, si l'interface d'engrènement doit être modélisé avec soin en ce qui concerne les directions de transmission des efforts, il est en revanche apparu qu'une bonne estimation de la valeur moyenne de la rigidité d'engrènement est amplement suffisante pour la détermination des modes propres à l'arrêt utilisés par la suite pour déterminer la réponse dynamique du système par une méthode pseudo-modale.

Dans un second temps (Chap. IV), la boîte de vitesses complète a été étudiée en fonctionnement (régime permanent stabilisé, couple de charge constant). Dans ce contexte, seules les excitations associées au processus d'engrènement ont été considérées. Elles résultent principalement des défauts géométriques de dentures et des déformations élastiques des engrenages et de leurs supports. L'Erreur de Transmission quasi-Statique sous Charge (ETSC) a été retenue pour caractériser et modéliser ces excitations. Les paramètres d'observation de la réponse du système ont été choisis en fonction de leur accessibilité expérimentale et de leur représentativité. L'Erreur de Transmission Dynamique (ETD) a été retenue pour observer le comportement dynamique des engrenages (origine de l'excitation) et les efforts à l'interface roulements / carter pour étudier la transmission des vibrations de la chaîne cinématique au carter. Les outils de mesure permettant d'accéder à ces deux quantités ont été développés au laboratoire. La technique de mesure de l'erreur de transmission par codeurs optiques a été mise au point au cours de ces dix dernières années et a déjà été largement exploitée dans de nombreuses études. En ce qui concerne la mesure des efforts, un capteur original, conçu et réalisé dans le cadre de ce travail de thèse, a été directement intégré à l'un des roulements de la boîte de vitesses. Il permet d'accéder aux efforts dynamiques radiaux transmis en plusieurs points régulièrement répartis autour du roulement, et de manière détournée, à la distribution des efforts statiques (par un suivi de l'amplitude des variations des efforts à la fréquence de passage des corps roulant sur la bague extérieure).

Pour pallier le nombre limité de points de mesure et mieux appréhender le comportement global du mécanisme, les essais et les calculs (effectués en parallèle) ont été multipliés en faisant varier un certain nombre de paramètres reconnus comme influents, à savoir :

- la vitesse de rotation qui détermine la fréquence de l'excitation (fréquence d'engrènement)
- la valeur du couple de charge qui agit notamment sur la rigidité des paliers à roulements,

 le sens du couple de charge qui détermine les directions principales de transmission des efforts au niveau des engrenages (ligne d'action) et par voie de conséquence au niveau des roulements.

La représentativité globale du modèle numérique par rapport au modèle physique a donc été qualifiée à travers une comparaison de leur sensibilité à ces différents paramètres. Des évolutions similaires ont été observées expérimentalement et numériquement ce qui a permis de conforter la validité de la modélisation et de ses principales hypothèses (linéarisation du comportement dynamique autour du point de fonctionnement statique, excitation par l'erreur de transmission quasi-statique sous charge en considérant une rigidité d'engrènement moyenne constante, ...).

L'ensemble de ces études de sensibilité a également contribué à une meilleure compréhension du comportement des mécanismes de transmission de puissance par engrenages, que ce soit au niveau local (effet des corrections de dentures limité aux faibles vitesses, transmission des efforts dynamiques aux paliers dans le même sens que les efforts statiques, ...) ou au niveau global (influence déterminante de la rigidité des appuis de la chaîne cinématique, effet prédominant de l'architecture du système lors du passage d'une configuration tirage à une configuration rétro, ...). Ces différentes constatations pourront être exploitées par les bureaux d'études dans le cadre de l'optimisation ou de la conception des nouvelles boîtes de vitesses.

La suite des travaux présentés dans ce mémoire pourra être orientée vers des études de corrélation entre l'erreur de transmission, les efforts aux roulements, les accélérations du carter et le bruit rayonné, mais la poursuite et l'amélioration des recalages expérimentaux réalisés dans le cadre de ce travail apparaît comme une perspective immédiate. L'exploitation d'un modèle numérique plus proche du modèle physique du banc d'essais devrait notamment faciliter les comparaisons (appairage des modes propres numériques et expérimentaux, ...). Par ailleurs, il serait utile d'étendre la zone modélisée jusqu'aux accouplements élastiques afin de rejeter les points d'applications des conditions aux limites de la chaîne cinématique loin de la zone d'étude (boîte de vitesses) et de limiter ainsi leur influence. Une extension de ce travail aux autres rapports de boîte est également souhaitable afin de renforcer les conclusions obtenues notamment en ce qui concerne la prédominance de l'effet global lié à l'architecture par rapport à l'effet local lié à la géométrie fine des engrenages.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **ALLEMANG R. J., BROWN D. L.** *Multiple-input Experimental Modal Analysis A Survey.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 37-44.
- [2] ANDREASON S. Load distribution in a taper roller bearing arrangement considering misalignement, Tribology, June 1973, Vol. 6, N° 3, p. 84-92
- [3] **BALMES E.** *Component Model Synthesis Using Experimental Non-proportional Damping Models.* AIAA Dynamics Specialist Conference, Hilton Head, SC (USA), April 1994, 8 p.
- [4] BARD C. Modélisation du comportement dynamique des transmissions de puissance par engrenages. Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1995, n°95 ISAL 0031, 296 p.
- [5] **BATHE K. J.** *Finite Element procedures in engineering analysis.* Englewood cliffs, New Jersey USA : Prentice Hall, 1982. 735 p.
- [6] BEGOTTO V. Etude et conception d'un système de surveillance et de diagnostic vibratoires de boîtes de vitesses. Thèse de doctorat : Université Henri Poincarré - Nancy 1, 1997, n°97 / 1320, 177 p.
- [7] BOURDON A., YAKHOU K. & PLAY D. Global numerical model of automobile gearboxes. Proceedings of the 2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering - IDMME'98, UTC, Compiègne, France, 27-29 mai 1998, 8 p.
- [8] BOURDON A., YAKHOU K., CHALOYARD L. & PLAY, D. Influence of the mechanical architecture and coupling effects on the vibratory behavior of complex gear transmissions. Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences -DETC'99, Las Vegas, Nevada, Sept. 12-15, 1999, Paper Ref. VIB 8100, 11 p.
- [9] **BOURDON A., YAKHOU K., PLAY D.** *Roller bearing effects on global dynamic behaviour of gear power transmission.* Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 2, pp. 1157-1170.
- [10] BOURDON A. Modélisation dynamique globale des boîtes de vitesses automobile. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997, No 97 ISAL 0084, 217 p.
- [11] BRICOUT J. N., REYNIER M., PROSLIER L. Recalage de Modèles Dynamiques pour la Conception de Satellites. Journées Collaboration Industries/PRIMECA, ECP, Paris, France, 30 novembre 1995, 12 p.

- [12] CHANGENET C., HECKLY A. Rendement et comportement thermique d'une boîte de vitesses à cinq rapports. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 2259-2269.
- [13] CHOI I. S., RIGAL J. F. & PLAY D. Contribution of highly deformable mechanical parts on load distribution of rolling element bearings. International Rolling Element Bearing Symposium '91 ans sponsored by the Charles Stark Draper Laboratory and DoD/Instrument Bearing Working Group, Orlando, Florida, USA, 9-12 April 1991, 18 p.
- [14] CHOI I. S. Simulation des mécanismes complexes en C.M.A.O, étude des non linéarités de comportement. Application aux boîtes de transmission de puissance d'hélicoptère. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, N° 93 ISAL 0034, 224 p.
- [15] CHOI I. S., RIGAL J. F. & PLAY D. Housing effects on bearing load distributions of power transmission gearboxes. In : *Proceedings of the 3rd world congress on gearing and power transmissions "CMET'92"*. Paris, 12-13 Octobre, 1992, p. 339-350.
- [16] CHOI I. S., RIGAL J. F. & PLAY D. Influence of deformable ring bearing in helicopter gearbox design. Application to cylindrical and taper roller bearings. In : *Proceedings of the international conference SRUGENG "FEMCAD-91*. Paris, Institue for industrial Technology Transfer, 10-11 Octobre, 1991, p. 115-120
- [17] CUNNIFF P. F., O'HARA G. J. Modal Characteristics of Structures from Transient-Response Data. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, October 1987, vol. 2, n° 4, pp. 180-191.
- [18] **DHATT G., THOUZOT G.** Une présentation de la méthode des éléments finis. Paris: Maloines, 1984. 539 p.
- [19] **DRAGO R. J.** *How to design quiet transmissions.* Machine Design, December 1980, pp. 175-181.
- [20] **DRAGO R. J.** Fundamentals of gear design. Boston : Butterworths, 1988, 560 p.
- [21] **EWINS D. J.** *Modal Testing : Theory and Practice*. Letchworth, Herts, England: Research Studies Press Ltd., John Wiley & Sons Inc., 1984, 269 p.
- [22] **FAURE L.** Contrôle des engrenages, mesure de l'écart de transmission. CETIM information février 1989, n°109, pp. 47-55.
- [23] **FRAYER R. W.** *Measurement of bearing loads using ductile wire inserts.* SAE Earthmoving Industry Conference, April 1985, Peoria, Illinois, paper n°850765, 7 p.
- [24] **FURUKAWA T.** Vibration analysis of gear shaft system by modal method. JSME International Conference on Motion and Powertransmissions, Nov. 1991, Hiroshima, Japan, pp. 123-127.
- [25] GAUGHT T. M., DOBSON B. J. The Transient Analysis of a Structure Using a Modal Model. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 11-16.
- [26] GORDIS J. H. An Analysis of the Improved Reduced System (IRS) Model Reduction Procedure. Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, San Diego, 1992, pp. 471-479.
- [27] **GRAVELLE A.** Identification Modale des Structures Aéronautiques, Méthodes de l'ONERA. Colloque Européen ASTELAB 92, Paris, 16-18 Juin 1992, 6 p.

- [28] GUINGAND M., DE VAUJANY, J.P., ANDRE, G., PLAY, D. Axis misalignments and crowning for helical cylindrical gears. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 1, pp. 199-211.
- [29] **HARRIS T. A.** *Rolling bearing analysis.* 2nd edition, New York : John Wiley and Sons, 1984, 565 p.
- [30] **HARRIS T. A.** *The effect of misalignment on the fatigue life of a cylindrical roller bearing having crowned roller members.* Journal of Lubrification Technology, Trans ASME, April 1969, p. 294-300
- [31] HE J., EWINS D. J. Analytical Stiffness Matrix Correction Using Measured Vibration Modes. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, July 1986, vol. 1, n° 3, pp. 9-14.
- [32] **HENRIOT G.** *Traité théorique et pratique des engrenages*. Théorie et technologie. 6ème édition, Paris : Dunod, 1983, 662 p.
- [33] HOUJOH H., MATSUMURA S., WADA S., UMEZAWA K. Influence of rolling element bearings on vibration of an helical gear unit. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 2079-2089.
- [34] **HOUPERT L.** *Prediction of bearing, gear and housing performances.* Rolling Bearing Practice Today seminar, I. Mech. E. London, february 2, 1995, 30 p.
- [35] HOUSER D. R., BLANKENSHIP G. W. Methods for measuring transmission error under load and operating speeds. SAE Off-Highway Conference, Sept. 1989, Milwaukee, pp. 1367-1374.
- [36] HULIN R. Boîtes de vitesses Techniques de l'ingénieur, traité Mécanique et Chaleur, vol. B5, n° B5660, Août 1989, pp. 1-26
- [37] IMBERT J. F. Méthodologies et Outils d'Intégration Calculs/Essais en Dynamique des Structures. 2^{ème} Congrès International : Essais et Mesures en Développement Automobile, 5-6 avril 1995, Marne-la-Vallée, SIA 950 303, 13 p.
- [38] **IMBERT J. F.** Analyse des Structures par éléments finis. 3ème édition, Toulouse : Cepadues Editions, 1991, 506 p.
- [39] **IMBERT J. F.** *La dynamique des structures en contexte industriel : Techniques d'analyses.* Toulouse : Intespace, Edition 1, mars 1994, 253 p.
- [40] JOH Y.-D., LEE C. -W. Excitation and Modal Parameter Identification in Complex Modal Testing of Rotating Machinary. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, July 1993, vol. 8, n° 3, pp. 179-203.
- [41] **KAMMER D. C.** A Hybrid Approach to Test-Analysis-Model Development for Large Space Structures. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, June 1991, vol. 113, pp. 325-332.
- [42] KANO H. An Identification Method of Multiinput, Multioutput Linear Dynamical Systems for the Experimental Modal Analysis of Mechanical Structures. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, June 1989, vol. 111, pp. 146-152.
- [43] KASSAI A., MATHIEU J. P., CHAHMIRIAN G. Sirènement de denture : composantes non harmoniques de l'engrènement liées à la rectification par génération. 3ème Congrés Mondial des Engrenages et des Transmissions, Février 1992, Paris, France, pp. 853-863.

- [44] **KIM I. S.** Distribution des charges et des contraintes dans les engrenages cylindriques avec voile. Simulation numérique par la méthode des prismes finis. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996, N° 96 ISAL 0045, 152 p.
- [45] KONG X. Gear train monitoring by transmission error method. Ph. D. : Wisconsin-Madison University, 1987, 149 p.
- [46] LALANNE M., FERRARIS, G. *Rotordynamics Prediction in engineering*. New-York : John Wiley and Sons, 1990, 198 p.
- [47] LALLEMENT G. Cours du D.E.A. Acousto-Opto-Electronique et de Mécanique des Structures. Filières Mécaniques des Structures - Université de Franche-Comté. Besançon, 1991, Chapitre 4 : Identification Paramétrique et Recalage de Modèles en Elastodynamique Linéaire, 69 p.
- [48] LALLEMENT G. Cours du D.E.A. Acousto-Opto-Electronique et de Mécanique des Structures. Filières Mécaniques des Structures - Université de Franche-Comté. Besançon, 1991, Chapitre 5 : Sensibilité paramétrique des systèmes dynamiques. Problèmes directs et inverses, 19 p.
- [49] LALLEMENT G., COGAN S., ADRIAMBOLOLONA G. Optimal Selection of the Measured Degrees of Freedom and Application to a Method of Parametric Correction Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference, Florence, Italy, Apr. 15-18, 1991, pp. 369-375.
- [50] **LEMBREGTS F., SNOEYS R., LEURIDAN J.** *Application and Evaluation of Multipleinput Modal Parameter Estimation.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1987, vol. 2, n° 1, pp. 19-31.
- [51] **LIM T. W.** Actuator/Sensor Placement for Modal Parameter Identification of Flexible Structures. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1993, vol. 8, n° 1, pp. 1-13.
- [52] **LIM T. C.** *Vibration transmission through rolling element bearing in geared rotor system.* Thèse de doctorat : Ohio State University, 1989, 215 p.
- [53] **LIM, T. C., SINGH, R.** Vibration transmission through rolling element bearings. Part I, II & III. *Journal of Sound and Vibrations*, 1990, Vol. 139, n° 2, p. 179-245.
- [54] LUBER W., LOTZE A. Application of sensitivity methods for error localization in finite element systems. Proceedings of 8th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, Jan. 29-Feb. 1, 1990, vol 1, pp. 598-604
- [55] MANIN L. Modèles de comportement multiniveaux pour la Conception Mécanique Assistée par Ordinateur : Application à la prévision du comportement thermique de transmissions de puissance par engrenages. Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1999, n°99 ISAL 0019, 142 p.
- [56] MARK W. D. Gear noise origins. In: Gear and Power transmission systems for helicopters and Turboprops., Proceedings of AGARD Conference. Lisbon, 1984, Preprint n° 369, 13 p.
- [57] MATZEN V. C., MURPHY C. E. On Obtaining Mass Participation Factors Using 'Equivalent' Structures. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 17-23.

- [58] McCONNELL K. G., SANDIA J. D. Transducer Requirements for Use in Modal Analysis. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, April 1991, vol. 6, n° 2, pp. 131-145.
- [59] McCULLOCH C. F., VANHONACKER P., DASCOTTE E. Validating and Updating Finite Element Model Using Experimental Modal Analysis. Environmental Engineering, June 1991, vol. 4, pp. 18-24.
- [60] **MEVEL B.** *Comportement dynamique des roulements à billes.* Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1992, n°92 ISAL 0079, 138 p.
- [61] **MITCHEL L. D.** *Gear noise, the purchaser's and the manufacturer's views.* Proceeding of Purdue noise control conference, Lafayette, Indiana, July 1971, pp. 95-106.
- [62] **MITCHELL L. D.** Signal Processing and Fast-Fourier-Transform (FFT) Analyser A Survey. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, vol. 1, n° 1, pp. 24-36.
- [63] **MOTTI X.** Etude de capteurs piézo-électriques "films minces" pour la mesure de contraintes en régime quasi-statique : aspect physique, modèle analytique et méthodes expérimentales. Application à la biomécanique de la hanche et du rachis. Thèse de doctorat : Institut National de Polytechnique de Lorraine, 1992, n°92 INPL 029N, 181 p.
- [64] MUL (de) J. M., VREE J. M., MASS D. A. Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearing in five degrees of freedom while neglecting friction, Part I and II, Journal of Tribology, Trans. ASME, January 1989, Vol 111, p. 142-148 et p. 149-155
- [65] NORRIS G. A., SKELTON R. E. Selection of Dynamic Sensors and Actuators in the Control of Linear Systems. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, September 1989, vol. 111, pp. 389-397.
- [66] OEHLMANN H., BRIE D., TOMCZAK M., RICHARD A. A Method for Analysing Gearbox Fault Using Time-Frequency Representations. Université Henri Poincarré -Nancy 1, 1997, pp. 529-545
- [67] OLAKOREDE A. A. Répartition des charges et résistance en conception d'engrenanges cylindriques. Application de la méthode des prismes finis en C.A.O. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1990, N° 90 ISAL 0049, 157 p.
- [68] ONO K., OKADA Y. Analysis of ball bearing vibrations caused by outer race waviness. Proceeding of Design Engineering Technical Conferences, September 14-17 1997, Sacramento, California, vol. 3, pp. 2259-2269
- [69] PAPPA R. S., JUANG J. N. Studies of Modal Identification Performance Using Hybrid Data. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, April 1987, vol. 2, n° 2, pp. 99-108.
- [70] PARK Y. Improved Estimation of Frequency Response Function. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, April 1994, vol. 9, n° 2, pp. 99-110.
- [71] **PERRET-LIAUDET J.** *Etude des mécanismes de transfert entre l'erreur de transmission et la réponse dynamique des boîtes de vitesses automobiles.* Thèse de doctorat : Ecole Centrale de Lyon, 1992, 198 p.
- [72] **PILIPENKO S. V., POTICHENKO V. A.** *Holographic and Speckle interferometry in examining the deformed state of gear teeth in bending.* Problemy Prochnosti, January 1983, n°1, pp. 88-92.

- [73] **RANDALL R. B.** *A new method for modeling gear faults.* Journal of Mechanical Design, April 1982, vol. 104, pp. 259-267.
- [74] REMOND D. Contribution à l'étude et à l'analyse expérimentale du bruit d'engrènement. Développement et application de la transformée en ondelettes rapide. Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1991, n°91 ISAL 0067, 232 p.
- [75] REMOND D., JEAN Y., GOSSELIN C. Practical performances in high speed measurement of gear transmission error using optical encoders. Comptes rendus du 16ème congrès canadien de mécanique appliquée, CANCAM 97, Université de Laval, Québec, Canada; 1er au 5 juin 1997. Edited by L. Cloutier, D. Rancourt, 1997. Vol. 1, p 141-143.
- [76] **REMOND D., VELEX P., SABOT J.** *Comportement dynamique et acoustique des transmissions par engrenages. Synthèse bibliographique.* Senlis : CETIM, 1993, 189 p.
- [77] **RICHARDSON J. A., DOUGLAS B. M.** *An Improved Frequency-Domain Equation for Identifying Modal Parameters.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, October 1994, vol. 9, n° 4, pp. 227-238.
- [78] RIGAL J. F. Analyse et modélisation des systèmes mécaniques en conception assistée par ordinateur. Application à la simulation du comportement statique des boîtes de transmission de puissance d'hélicoptères. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1989, N° 89 ISAL 0095, 243 p.
- [79] **ROY N.A., GIRARD A., BUGEAT L.P., BRICOUT J.N.** *Revue des méthodes de recalage modal de modèles éléments finis.* 12ème journée Scientifique et Technique de l'ASTE, Essais industriels Coopération européenne, Paris, Juin 1990, pp. 1-6
- [80] SASAOKA S., ONO T., MAHEARA O. Measurement system of transmission error of gears for various non-parallelism of axis. MPT'91, JSME International Conference on Motion and Power Transmissions, Hiroshima, Japan, November 1991, pp. 135-140.
- [81] **SATORI K.** Conception des mécanismes de transmission de puissance avec étude du comportement dynamique et vibratoire. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, No 93 ISAL 0055, 215 p.
- [82] SATTELBERGER K., HÖHN B.-R., OSER P. Excitation of vibration and noise in multi-stage gearboxes. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 1857-1869.
- [83] **SMITH J. D.** A modular system for transmission error measurement. Proceeding of the I.M.E., 1988, vol. 102, n°C6, pp. 439-442.
- [84] **SNYDER V. W.** *Structural Modification and Modal Analysis A Survey.* International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, January 1986, pp.45-52
- [85] UMEZAWA K., SUZUKI T., HOUJOT H., BAGIASNA K. Influence of misalignment on vibration of helical gear. Proceeding of Second World Congress on Gearing, Paris, March 1986, pp. 615-626.
- [86] VAUJANY (de) J. P. Comportement d'engrenage cylindrique extérieur : effets de jante et voile. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996, N° 96 ISAL 0128, 179 p.
- [87] VAUJANY (de) J. P., GUINGAND M., ANDRE G., PLAY D. Axis misalignments and crowning for helical cylindrical gears. Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 1, pp. 199-211.

- [88] **VELEX P.** Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes paralléles. Thèse de doctorat : Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1988, n°88 ISAL 0032, 188 p.
- [89] VINAYAK H., HOUSER D. R. A comparison of analytical predictions with experimental measurements of transmission error of misaligned loaded gears. Proceeding of International Power Transmission and Gearing Conference, Phoenix, 1992, vol. 1, pp. 11-17.
- [90] WECK M., MAUER G. Optimum tooth flank corrections for helical gears. Proceeding of the IME First International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, April 1989, , pp. 197-202.
- [91] WECK M., WITTKE W. Optimized dynamic behaviour of gears by tooth flank correction with consideration of load carrying capacity. MPT'91, JSME International Conference on Motion and Power Transmissions, Hiroshima, Japan, November 1991, pp. 98-103.
- [92] WELBOURN D. B. Fundamental knowledge of gear noise A survey. Conference on noise and vibrations of engines and transmissions, Cranfield, 1979, paper C 117/79, pp. 9-29.
- [93] **WELBOURN D. B.** *Gear noise spectra a rational explanation.* ASME, 77-DTE-38, pp. 1-8
- [94] WICKS A. L., MITCHELL L. D. Methods for the Estimation of Frequency-response Functions in the Presence of Uncorrelated Noise, a Review. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, July 1987, vol. 2, n° 3, pp. 109-112.
- [95] **WINTER H., GERBER H., MULLER R.** Investigation on the excitation of vibrations and noise at spur and helical gears. Proceeding of the IME First International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, April 1989, pp. 765-772.
- [96] YONGFANG Z., YUEMING S., NAIYAN L., YAODONG C., ZHONGFANG T. A Study of Impulse Excitation and the Modal Parameters Identification for Mechanical Structure. Proceeding of the First International Modal Analysis Conference, Union College, Schenectady, NY, 1982, pp. 350-357.
- [97] ZAK M. Discrete Model Improvement by Eigenvector Updating. Journal of Engineering Mechanics, December 1983, vol. 109, pp. 1437-1444.
- [98] **ZHANG G. X., RIGAUD E., SABOT J.** *Gearboxes : indirect identification of dynamic forces transmitted to housing through bearings.* Proceeding of the Forth World Congress on Gearing and Power Transmission, March 16-18, 1999, Paris, France, vol. 3, pp. 2065-2078.
- [99] MAX J. et al. Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques - Tomes I et II. 4^{ème} Edition, Paris : Masson, 1989, 354 p. et 454 p.

ANNEXE A :

MATRICES DE MAC

La matrice de MAC (Modal Assurance Criterion), aussi appelée matrice de corrélation modale, est souvent utilisée pour la comparaison entre deux ensembles de modes propres $[Y^1]$ et $[Y^2]$.

Soient :

 $[\mathbf{Y}^{1}] = \left[\left\{ y_{1}^{1} \right\} ... \left\{ y_{k}^{1} \right\} ... \left\{ y_{N_{1}}^{1} \right\} \right], \text{ la matrice modale associée à la première série de modes,}$ $[\mathbf{Y}^{2}] = \left[\left\{ y_{1}^{2} \right\} ... \left\{ y_{k}^{2} \right\} ... \left\{ y_{N_{2}}^{2} \right\} \right], \text{ la matrice modale associée à la seconde série de modes.}$

Le nombre de modes déterminés dans chaque série peut être différent (N1 \neq N2) mais la dimension de chaque vecteur (nombre de degré de liberté) doit être la même. La matrice de MAC associée à ces deux séries de vecteurs est définie par :

$$(\mathbf{MAC})_{\substack{i=1 \ a \ N_1 \\ j=1 \ a \ N_2}} = \frac{\left\| {}^{\mathrm{T}} \left\{ y_i^1 \right\} \cdot \left\{ y_j^2 \right\} \right\|^2}{\left\| \left\{ y_i^1 \right\} \right\|^2 \left\| \left\{ y_j^2 \right\} \right\|^2}$$

Cette matrice permet de quantifier le degré de corrélation entre deux vecteurs par un seul nombre compris entre 0 et 1.

- (MAC)_{i,j} =1 indique que le i^{ème} vecteur de la première série est colinéaire au j^{ème} vecteur de la seconde série, c'est-à-dire que les déformées propres sont identiques, il y a une corrélation parfaite,
- (MAC)_{i,j} =0 indique que les deux vecteurs sont orthogonaux, les déformées propres sont très différentes.

Dans la pratique, les coefficients de corrélation se situent entre ces 2 valeurs et il est nécessaire de définir des intervalles de proximité. La notion de correspondance doit évidemment inclure la proximité des fréquences propres. Deux modes ne peuvent être "appariés" que si leurs fréquences propres sont voisines.

Pour obtenir une plus grande lisibilité et une meilleure interprétation de ces matrices de MAC, elles sont données sous la forme d'une représentation 2D où une échelle de couleur ou de niveau de gris permet de visualiser les valeurs des coefficients de corrélation.



Cette figure indique par exemple que le mode 2 du modèle 1 est très bien corrélé (coefficient de corrélation supérieur à 0.8) au mode 2 du modèle 2.

ANNEXE B :

ANALYSE DES ENERGIES MODALES

L'analyse énergétique consiste à décomposer les énergies de la structure en énergies élémentaires de flexion, de torsion et d'extension. Cette décomposition permet de visualiser le couplage des effets, et ultérieurement, de choisir des modes propres représentatifs du système à étudier.

Pour un mode de pulsation propre ω_i et de vecteur propre $\{\phi_i\}$, il est sans intérêt de calculer l'énergie de déformation globale W^g ou l'énergie cinétique globale T^g qui sont toutes les deux égales à $\frac{1}{2}\omega_i^2$. En effet, à cause des relations d'orthonormalité :

$$W^{g} = \frac{1}{2}^{T} \{ \phi_{i} \} \cdot [K_{g}] \cdot \{ \phi_{i} \} = \frac{1}{2} \omega_{i}^{2}$$

$$T^{g} = \frac{1}{2} \omega^{2}^{T} \{ \phi_{i} \} \cdot [M_{g}] \cdot \{ \phi_{i} \} = \frac{1}{2} \omega_{i}^{2}$$
(B.1)

Il est en revanche beaucoup plus intéressant de calculer l'énergie globale du système comme la somme des énergies élémentaires de chaque élément ou macro-élément du modèle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{g} \end{bmatrix} = \sum_{e} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{g}^{e} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{W}_{i}^{g} = \frac{1}{2}^{T} \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} \cdot \sum_{e} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{g}^{e} \end{bmatrix} \cdot \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} = \sum_{e} \frac{1}{2}^{T} \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{g}^{e} \end{bmatrix} \cdot \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} = \sum_{e} \mathbf{W}_{i}^{e}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{g} \end{bmatrix} = \sum_{e} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{g}^{e} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{T}_{i}^{g} = \frac{1}{2} \omega_{i}^{2}^{T} \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} \cdot \sum_{e} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{g}^{e} \end{bmatrix} \cdot \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} = \sum_{e} \frac{1}{2} \omega_{i}^{2}^{T} \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{g}^{e} \end{bmatrix} \cdot \{ \boldsymbol{\varphi}_{i} \} = \sum_{e} \mathbf{T}_{i}^{e}$$

$$(B.2)$$

Cette décomposition permet de déterminer la contribution de chaque élément technologique aux déformées modales. Afin de pouvoir comparer les décompositions énergétiques de plusieurs modes, les énergies élémentaires T^e et W^e doivent être "adimensionnées", elles sont divisées par l'énergie globale du mode correspondant soit $\frac{1}{2}\omega_i^2$.

Cette analyse peut être affinée en décomposant les énergies élémentaires en énergie de torsion, flexion et extension. Pour chaque élément il est facile d'écrire dans sa base locale que:

$$K_{1}^{e} = K_{T,1}^{e} + K_{F,1}^{e} + K_{E,1}^{e} = \sum_{s} K_{s,1}^{e}$$

avec :
$$\begin{cases} -T : \text{ torsion} \\ -F : \text{ flexion} \\ -E : \text{ extension} \end{cases}$$

(B.3)

(B.5)

La connaissance de ces matrices découplées exprimées dans les bases locales permet de calculer les matrices découplées dans la base globale. Les énergies globales peuvent s'écrire :

$$W^{g} = \sum_{e} \sum_{s} \frac{1}{2}^{T} \{ \phi_{i} \} \cdot [K^{e}_{s,g}] \cdot \{ \phi_{i} \} = \sum_{e} \sum_{s} W^{e}_{s}$$
(a)
$$= \sum_{s} \sum_{e} \frac{1}{2}^{T} \{ \phi_{i} \} \cdot [K^{e}_{s,g}] \{ \phi_{i} \} = \sum_{s} W^{g}_{s}$$
(b)

$$T^{g} = \sum_{a} \sum_{s} \frac{1}{2} \omega_{i}^{2^{T}} \{\phi_{i}\} . [M^{e}_{s,g}] . \{\phi_{i}\} = \sum_{a} \sum_{s} T^{e}_{s} \qquad (a)$$

$$= \sum_{s} \sum_{e}^{\frac{1}{2}} \omega_{i}^{2^{T}} \{ \phi_{i} \} . [M_{s,g}^{e}] . \{ \phi_{i} \} = \sum_{s}^{e} T_{s}^{g}$$
 (b)

Deux sortes d'études énergétiques peuvent alors être réalisées :

- pour un mode, en utilisant les équations (B.4-a) et (B.5-a), il est possible d'examiner la répartition élémentaire des énergies découplées,
- pour plusieurs modes, en utilisant les équations (B.4-b) et (B.5-b), il est possible d'examiner la répartition globale des énergies découplées.

Ces différentes études sont résumées dans le diagramme de la figure suivante :



Afin d'appliquer cette méthode à l'étude des modes propres d'une boîte de vitesses automobile, il est nécessaire de définir pour chaque type d'éléments utilisés, les matrices élémentaires découplées exprimées dans les bases locales. Pour les éléments de poutre, cette décomposition est standard et est obtenue sans difficulté. Pour les autres éléments, cette décomposition est plus arbitraire et a été réalisée en analogie avec les systèmes "masses-ressorts" :

- pour les éléments de type masse et inertie ponctuelle, l'effet de masse est comptabilisé comme de l'extension et l'effet de l'inertie comme de la torsion,
- pour les éléments d'engrenage et de roulement les effets sont comptabilisés en extension.

Dans le cas de l'introduction de la contribution du carter par l'intermédiaire d'un super élément, l'énergie de déformation W_{carter} et l'énergie cinétique T_{carter} dissipées dans le carter sont obtenues par :

$$W_{carter} = \frac{1}{2}\omega_{i}^{2} - \sum_{\substack{\epsilon \text{ lé ments} \\ \text{chaine ciné matique}}} W^{e}$$

$$T_{carter} = \frac{1}{2}\omega_{i}^{2} - \sum_{\substack{\epsilon \text{ lé ments} \\ \text{chaine ciné matique}}} T^{e}$$
(B.6)

TABLE DES MATIERES

AVANT PROPOS	8
INTRODUCTION GENERALE	9

CHAPITRE I : **Position du probleme**

I. VALIDATION EXPÉRIMENTALE : GÉNÉRALITÉS

I.1. INTRODUCTION	11
I.2. PROCESSUS DE VALIDATION ET DE RECALAGE DE MODÈLES NUMÉRIQUES	12
I.3. LE RECALAGE : UN CAS PARTICULIER DE L'IDENTIFICATION PARAMÉTRIQUE	13
I.4. CONCLUSION	17
II. BUITES DE VITESSES : ETAT DES CONNAISSANCES	
II.1. Présentation des boîtes de vitesses	18
II.1.1. Généralités	18
II.1.2. Fonctionnement d'une boîte de vitesses à commande manuelle	
II.1.3. Problèmes vibratoires et acoustiques des boîtes de vitesses	
II.2. LES PRINCIPAUX ORGANES D'UNE BOÎTE DE VITESSES ET LEURS CARACTÉRISTIQUES DYNAMIQUES	
II.2.1. Les engrenages	
II.2.1.1. Influence des paramètres de conception des engrenages sur leur comportement	
a) Rapport de conduite $\varepsilon \alpha$ et rapport de recouvrement $\varepsilon \beta$	
b) Corrections de dentures	
c) Rigidité d'engrènement	
II.2.1.2. Influence des paramètres de fabrication et de montage des engrenages	
a) Erreurs de formes	
b) Erreurs de position	
II.2.1.3. Influence des parametres de fonctionnement des engrenages	
II.2.1.4. Conclusion	
11.2.2. Les patiers à rouiement	
II.2.3. Le carter	
II.3. CONCLUSION : INTERET DES MODELES GLOBAUX	35

III. PROPOSITION D'UNE DÉMARCHE DE VALIDATION DES MODÈLES DE BOÎTES DE VITESSES

III.1. Objectifs et limites de la validation	37
III.2. ZONES ET PARAMÈTRES DE VALIDATION PRIVILÉGIÉS	37
III.3. Nature des études	39
III.4. DÉMARCHE DE VALIDATION ADOPTÉE	40
III.4. DÉMARCHE DE VALIDATION ADOPTÉE	40

CHAPITRE II : MOYENS NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX

I. MODELISATION GLOBALE D'UNE BOITE DE VITESSES

I.1. PRINCIPE DES MODÈLES GLOBAUX	41
I.2. MODÉLISATION DES DIFFÉRENTS ÉLÉMENTS TECHNOLOGIQUES	43
I.2.1. Les paliers à roulement	
I.2.2. Les engrenages	46
I.2.3. Les arbres de transmission	
I.2.4. Les carters	49
I.2.5. Les autres éléments	
I.3. MODÉLISATION DE L'EXCITATION DYNAMIQUE GÉNÉRÉE PAR LES ENGRENAGES	
I.3.1. Principales causes d'excitation à l'interface d'engrènement	
I.3.2. Définition de l'erreur de transmission	51
I.3.3. Excitation par l'Erreur de Transmission quasi-Statique sous Charge	53
I.3.3.1. Passage de l'ETSC angulaire $\Delta \theta$ à l'ETSC linéaire selon la ligne d'action Σ	53
I.3.3.2. Utilisation de l'ETSC linéaire selon la ligne d'action Σ	54
I.4. PRISE EN COMPTE DE L'AMORTISSEMENT	
I.5. CONCLUSION	57

II. MESURE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UNE BOITE DE VITESSES EN FONCTIONNEMENT

II.1. INTRODUCTION : PARAMÈTRES D'OBSERVATION ET OUTILS DE MESURE	59
II.2. MESURE DE L'ERREUR DE TRANSMISSION	60
II.2.1. Introduction : les différentes techniques de mesure	60
II.2.2. Mesure par codeurs optiques	61
II.3. MESURE DES EFFORTS TRANSMIS PAR LE ROULEMENT À BILLES.	63
II.3.1. Introduction	63
II.3.2. Présentation générale des films piézo-électriques	64
II.3.2.1. Fabrication	64
II.3.2.2. Principe	65
II.3.3. Conception et réalisation du capteur de force	66
II.3.3.1. Cahier des charges	66
II.3.3.2. Choix du type de film piézo	66
II.3.3.3. Mise en place des films piézos sur le roulement	67
II.3.3.4. Connexions électriques	68
II.3.3.5. Interface électrique	69
II.3.4. Etalonnage et caractérisation du capteur	72
II.3.4.1. Etalonnage statique	
II.3.4.2. Influence de la temperature	
II. 3.4.3. Caracterisation dynamique	74
11.5.5. validation experimentale au capteur sur une boite de vitesses en fonctionnement	73
11.3.6. Prise en compte du capteur dans le modele numerique	//
II.3.6.1. Description de l'element de modelisation des films piezos	//
II.3.0.2. Determination experimentate de la rigidite des minis piezos	78
II.3.7. Simulation de la rolation du roulement en quasi-statique	/9
11.5.8. Conclusion	83

III. ANALYSE MODALE EXPERIMENTALE

III.1. Généralités	85
III.2. RAPPEL DE CERTAINS ASPECTS THÉORIQUES	86
III.2.1. Mouvement libre et mouvement forcé	86
III.2.2. Fonctions de transfert	86
III.2.3. Transformée de Fourier rapide.	88
III.3. ASPECT EXPÉRIMENTAL	89
III.3.1. Chaîne de mesure classique	89
III.3.2. Excitation de la structure	90
III.3.2.1. Les différents types d'excitateurs	90

	0.1
III.3.2.2. Les différents types de test	
III.3.3. Capteurs	
III.4. MÉTHODES D'IDENTIFICATION MODALE	
III.4.1. Domaine fréquentiel	
III.4.1.1. "Frequency Domain Direct Parameter Identification (FD-DPI)"	
III.4.1.2. "Forced Normal Mode Excitation Method" — Appropriation modale	
III.4.2. Domaine temporel	
III.4.2.1. "Least Square Complex Exponential Method (LSCE)"	
III.4.2.2. "Ibrahim Time Domain Method (ITD)"	
III.5. CONCLUSION : CHOIX D'UNE MÉTHODE	

CHAPITRE III : QUALIFICATION EXPERIMENTALE DU SYSTEME A L'ARRET

I. ARBRES ISOLES EN LIBRE-LIBRE

II. {ARBRES + ROULEMENTS} DANS UN ENVIRONNEMENT "RIGIDE"

II.1. ARBRE PRIMAIRE SUR ROULEMENTS À ROULEAUX CONIQUES	
II.2. CARACTÉRISATION DYNAMIOUE DES SUPPORTS "RIGIDES"	
II.3. ARBRE SECONDAIRE SUR ROULEMENTS À BILLES ET À ROULEAUX CYLINDRIQUES	
II.4. CONCLUSION	

III. {ARBRES + ROULEMENTS + ENGRENAGES} DANS UN ENVIRONNEMENT "RIGIDE"

III.1. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MODÈLE NUMÉRIQUE	117
III.2. CARACTÉRISATION DYNAMIQUE DES SUPPORTS ET DES LEVIERS DE MISE EN COUPLE	
III.3. INFLUENCE DE LA MODÉLISATION DE L'ENGRENAGE	
III.3.1. Modélisation classique : rigidité normale au contact	
III.3.2. Modélisation adaptée au cas étudié : prise en compte d'une rigidité tangentielle	
III.3.3. Influence de la rigidité normale Kn	
III.3.4. Influence de la rigidité tangentielle Kt	
III.3.5. Conclusion	

IV. {ARBRES + ROULEMENTS + ENGRENAGES} DANS LE CARTER DE LA BOITE

IV.1. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MODÈLE NUMÉRIQUE	
IV.2. INFLUENCE STATIQUE DU CARTER	
IV.3. INFLUENCE DYNAMIQUE DU CARTER	
IV.3.1. Comparaison des modes propres numériques	
IV.3.2. Comparaison des réponses à une excitation impulsionnelle	
IV.3.3. Conclusion	141
V. CONCLUSION	142

$CHAPITRE \ IV: \ QUALIFICATION \ EXPERIMENTALE \ DU \ SYSTEME \ EN \ FONCTIONNEMENT$

I. DESCRIPTION ET MODELISATION DU BANC D'ESSAIS

I.1. ARCHITECTURE ET FONCTIONNEMENT DU BANC	143
I.2. DISPOSITIFS DE MESURE, ACQUISITION ET TRAITEMENT DES SIGNAUX	145
I.2.1. Position des capteurs	145
I.2.2. Chaîne d'acquisition	146
I.2.2.1. Acquisition des accélérations et des efforts	147
I.2.2.2. Acquisition de l'erreur de transmission	147

I.2.3. Traitement des signaux	
I.3. MODÈLE NUMÉRIQUE	
I.3.1. Zone d'étude et conditions aux limites	
I.3.2. Descriptif du modèle	
I.3.2.1. Eléments non-linéaires	
I.3.2.2. Eléments linéaires de structure	
1.3.2.3. Limites du modèle exploité	
1.3.3. Excitation et reponse du système	
II. ESSAIS EN REGIME QUASI-STATIQUE : DETERMINATION DE L'EXCITA	ATION DU SYSTEME
II.1. INTRODUCTION	
II.2. INFLUENCE DE LA VITESSE DE ROTATION	
II.3. INFLUENCE DU COUPLE	
II.4. CONCLUSION	
III. ESSAIS EN REGIME DYNAMIQUE : CARACTERISATION DE LA REPON	ISE DU SYSTEME
III.1. ERREUR DE TRANSMISSION DYNAMIQUE	
III.1.1. Résultats expérimentaux	
III.1.1.1. Influence du couple et de la configuration	
III.1.1.2. Exploitation des harmoniques d'ordre supérieur	
III.1.2. Résultats numériques	
III.1.2.1. Influence du couple et de la configuration	
III 1.3 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux	
III 1 4 Conclusions	168
III.2. Efforts transmis par le roulement à billes	
III.2.1. Influence du capteur sur le comportement du système	
III.2.2. Résultats expérimentaux	
III.2.2.1. Répétitivité des mesures	
III.2.2.2. Influence du couple et de la configuration	
III.2.3. Résultats numériques	
III.2.3.1. Influence de la rigidité des films piézos	
III.2.3.2. Influence de la configuration	
III.2.4. Conclusion	
IV. CONCLUSION	
CONCLUSION GENERALE	
REFERENCES BILBLIOGRAPHIQUES	
ANNEXE A : MATRICES DE MAC	
	100
ANNEXE B : ANALYSE DES ENERGIES MODALES	192
TADIE DES MATIEDES	105
I ADLE DES MATIERES	

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : YAKHOU

(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE de SOUTENANCE 30 novembre 1999

Prénoms : Karim

TITRE :

VALIDATION EXPERIMENTALE D'UN MODELE DYNAMIQUE GLOBAL DE BOITES DE VITESSES AUTOMOBILE

 NATURE : Doctorat
 Numéro d'ordre : 99 ISAL 0092

 Formation doctorale : Mécanique
 Cote B.I.U - Lyon : T 50/210/19 / et bis

 Cote B.I.U - Lyon : T 50/210/19 / et bis
 CLASSE :

RESUME :

Des modèles globaux permettant de simuler le comportement dynamique des boîtes de vitesses automobiles ont été développés. Ils sont basés sur la Méthode des Eléments Finis et ont pour principale originalité d'intégrer l'ensemble des couplages entre les différents composants technologiques (arbres de boîte, engrenages, paliers, carters). Avant d'être exploités en bureau d'étude, ces modèles numériques doivent être validés expérimentalement. C'est l'objet de cette thèse. La complexité du système rend difficile la mise en oeuvre d'une campagne de recalage "classique" faisant appel aux procédures mathématiques décrites dans la bibliographie. En effet, la boîte de vitesses ne peut pas être "isolée" du reste de la chaîne de transmission de puissance et les essais doivent être réalisés sur un mécanisme sous charge et éventuellement en fonctionnement. Une campagne d'essais articulée en deux grandes étapes a donc été mise en place. La première est consacrée à l'étude du système en charge, à l'arrêt, et s'organise selon une démarche "pas à pas" : partant des arbres isolés, les autres éléments de la boîte ont été progressivement intégrés au système étudié, d'abord les paliers à roulement, puis les engrenages et enfin les carters. La modélisation de ces différents éléments a ainsi été validée et l'existence de couplages importants confirmée. Dans un second temps, la boîte de vitesses est étudiée en fonctionnement. Un certain nombre de paramètres d'observation privilégiés ont été choisis : erreur de transmission, efforts transmis par les roulements. Un capteur de force original directement intégré à l'un des roulements de la boîte de manière à préserver au mieux l'architecture et les conditions de fonctionnement du mécanisme a donc été conçu en utilisant la technologie des films piézo-électriques. Un bon accord expérience / simulation numérique a été observé (notamment en terme d'amplitudes), ce qui a permis de valider les principales hypothèses de modélisation (linéarisation du comportement dynamique autour d'un point de fonctionnement statique, utilisation de l'erreur de transmission quasi-statique sous charge pour modéliser l'excitation générée par les engrenages).

MOTS-CLES : VALIDATION - MODELE DYNAMIQUE - BOITE VITESSE - PALIER ROULEMENT - CAPTEUR FORCE - TRANSDUCTEUR PIEZOELECTRIQUE - ENGRENAGE - ERREUR TRANSMISSION

Laboratoire(s) de Recherches :

LABORATOIRE DE CONCEPTION ET ANALYSE DES SYSTEMES MECANIQUES

Directeur de Thèse : Daniel PLAY

Président du Jury :

Composition du Jury : MM. : BOHATIER Claude, GUILLOT Jean, LALLEMAND Jean Paul, LENEVEU Géraud, PLAY Daniel