

Thèse

Limite d'endurance et durée de vie en fatigue de roulement du 32CrMoV13 nitruré en présence d'indentations.

Présentée devant
L'institut national des sciences appliquées de Lyon

Pour obtenir
Le grade de docteur

Formation doctorale : Génie des Matériaux : Microstructure,
Comportement Mécaniques, Durabilité.
École doctorale : École doctorale matériaux de Lyon

Par
Christophe JACQ
Ingénieur I.N.S.A.L.

Soutenue le 19 décembre 2001 devant la Commission d'examen

Jury MM.

Rapporteur	R. BILLARDON	LMT - ENS de Cachan
Rapporteur	T. BRETHEAU	LMS - Ecole Polytechnique - Palaiseau
	G. DUDRAGNE	SNR Roulements - Annecy
	G. DUSSERRE-TELMON	SNECMA Moteurs - Villaroche
	L. FLAMAND	LMC - INSA de Lyon
	R. FOUGERES	GEMPPM - INSA de Lyon
	G. LORMAND	GEMPPM - INSA de Lyon
	D. NELIAS	LMC - INSA de Lyon
	F. SIDOROFF	LTDS - Ecole Centrale de Lyon
	A. VINCENT	GEMPPM - INSA de Lyon

Directeurs de thèse : LORMAND Gérard / NELIAS Daniel

<i>Conventions et symboles</i>	<i>11</i>
<i>Introduction.</i>	<i>17</i>
<i>Chapitre I. Etude bibliographique.</i>	<i>21</i>
<i>I.1 Introduction.</i>	<i>23</i>
<i>I.2 Les sollicitations subies pendant le contact.</i>	<i>24</i>
I.2.1 Le contact lisse.	25
I.2.2 Le contact non-lisse.	27
<i>I.3 L'endommagement.</i>	<i>31</i>
I.3.1 Fatigue de roulement initiée en sous-couche.	31
I.3.2 Fatigue de roulement initiée au voisinage des rugosités.	33
I.3.3 Fatigue de roulement initiée au voisinage des indents.	33
I.3.4 Bilan.	34
<i>I.4 Le matériau sollicité, le 32CrMoV13 nitruré.</i>	<i>36</i>
I.4.1 Le traitement thermo-chimique de nitruration.	36
I.4.2 Microstructure résultant du traitement de nitruration.	38
I.4.3 Propriétés mécaniques du 32CrMoV13 nitruré.	41
<i>I.5 Bilan.</i>	<i>44</i>
<i>Chapitre II. Modélisation numérique du contact élastoplastique.</i>	<i>49</i>
<i>II.1 Introduction</i>	<i>51</i>
<i>II.2 Théorie de la plasticité.</i>	<i>52</i>
II.2.1 Critères de plasticité.	52
II.2.2 Schématisation de l'érouissage.	54
II.2.3 Formulation des lois d'écoulement.	56
II.2.4 Modèles de plasticité.	57
<i>II.3 Résolution du problème de contact normal élastoplastique.</i>	<i>59</i>
II.3.1 Formulation du contact normal élastoplastique.	59
II.3.2 Résolution du problème de contact élastoplastique.	64
II.3.3 Relations déformations plastiques - déplacements en surface.	68
II.3.4 Calcul des contraintes résiduelles.	69
II.3.5 Calcul des pressions de contact et des contraintes associées.	72
II.3.6 Maillage du problème ; accélération des calculs par l'utilisation de la FFT.	73
<i>II.4 Validation du code de calcul.</i>	<i>78</i>
II.4.1 Validation par comparaison avec le logiciel d'éléments finis ABAQUS.	78

II.4.2 Validation expérimentale. Essai de nano-indentation. _____	86
II.4.3 Validation expérimentale. Mouvement de la charge. _____	86
II.5 Conclusion. _____	91
<i>Chapitre III. Détermination des propriétés mécaniques du 32CrMoV13 nitruré.</i> _____	95
<hr/>	
III.1 Introduction. _____	97
III.2 Méthode de mesure de micro-limite d'élasticité par nano-indentation. _____	98
III.2.1 Description et exploitation d'un essai de nano-indentation. _____	99
III.2.2 Principe de la mesure et application au 32CrMoV13 nitruré. _____	101
III.2.3 Forme générale des lois d'écrouissage du 32CrMoV13 nitruré. _____	104
III.2.4 Influence des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent. _____	106
III.2.5 Détermination des contraintes résiduelles. _____	108
III.2.6 Relation entre le déplacement rémanent et les paramètres de la loi d'écrouissage. _____	112
III.2.7 Méthode de mesure de la micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré en présence de contraintes résiduelles. _____	118
III.3 Mesure du profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré. _____	119
III.3.1 Sensibilité aux contraintes résiduelles selon la méthode d'accès au profil. _____	119
III.3.2 Détermination du profil de micro-limite d'élasticité. _____	121
III.4 Evolution des contraintes résiduelles avec la géométrie. _____	123
III.4.1 Cas du plateau infini. _____	123
III.4.2 Cas de la poutre infinie. _____	126
III.4.3 Bilan. _____	129
III.5 Conclusion. _____	131
<i>Chapitre IV. Etude expérimentale des mécanismes d'endommagement.</i> _____	135
<hr/>	
IV.1 Introduction. _____	137
IV.2 Dispositifs expérimentaux. _____	138
IV.2.1 Machine à galets. _____	138
IV.2.2 Dispositif d'indentation contrôlée. _____	139
IV.3 Choix des conditions d'essai. _____	140
IV.3.1 Nature des galets ; nature et température du lubrifiant. _____	140
IV.3.2 Géométrie et pression de Hertz. _____	140
IV.3.3 Vitesse de rotation. _____	143
IV.3.4 Taux de glissement. _____	143
IV.3.5 Contraintes résiduelles de traction. _____	144
IV.3.6 Indents. _____	145

IV.3.7 Récapitulatif des conditions de fonctionnement. _____	146
<i>IV.4 Méthode d'analyse des essais.</i> _____	<i>147</i>
IV.4.1 Appréciation de l'endommagement. _____	147
IV.4.2 Liste des essais et synthèse d'une condition de fonctionnement. _____	148
<i>IV.5 Résultats expérimentaux.</i> _____	<i>150</i>
IV.5.1 Mise en évidence d'un couplage indirect entre indents. _____	150
IV.5.2 Comparaison M50 - 32CrMoV13 nitruré. _____	152
IV.5.3 Influence des conditions de fonctionnement. _____	154
IV.5.4 Localisation des sites d'endommagement. _____	160
<i>IV.6 Conclusion.</i> _____	<i>163</i>
<i><u>Chapitre V. Analyse et modélisation des propriétés de fatigue en présence d'indentation.</u></i> _____	<i><u>167</u></i>
<i>V.1 Introduction.</i> _____	<i>169</i>
<i>V.2 Etude de l'indentation contrôlée.</i> _____	<i>170</i>
V.2.1 Simulation de l'indentation contrôlée. _____	170
V.2.2 Contraintes résiduelles et taux d'érouissage. _____	178
V.2.3 Forme des indents. _____	180
V.2.4 Transfert des résultats vers le code de calcul. _____	184
<i>V.3 Limite d'endurance des contacts indentés en roulement pur.</i> _____	<i>188</i>
V.3.1 H1 : borne inférieure de la limite d'endurance. _____	188
V.3.2 Détermination de H1 en présence d'indents pour le 32CrMoV13 nitruré sollicité en roulement pur. _____	189
V.3.3 Influence du matériau et des paramètres d'indentation artificielle sur H1I. _____	195
V.3.4 Extension aux autres conditions de fonctionnement. _____	198
V.3.5 Bilan. _____	199
<i>V.4 Durée de vie des contacts indentés.</i> _____	<i>201</i>
V.4.1 Influence de la description des indents sur la localisation des sollicitations. _____	201
V.4.2 Simulation du rodage. Détermination des sollicitations en fonctionnement. _____	202
V.4.3 Etude prospective sur la modélisation physique de l'endommagement. _____	213
<i>V.5 Conclusion.</i> _____	<i>216</i>
<i><u>Conclusion.</u></i> _____	<i><u>221</u></i>
<i><u>Références bibliographiques</u></i> _____	<i><u>227</u></i>
<i><u>Annexes</u></i> _____	<i><u>233</u></i>

CONVENTIONS ET SYMBOLES.

Conventions

La convention de l'indice répété est utilisée :

$$a_i b_{ij} = a_1 b_{1j} + a_2 b_{2j} + a_3 b_{3j}$$

$$a_{i,j} = \frac{\partial a_i}{\partial x_j} dx_j$$

Les symboles gras représentent un tenseur ou un vecteur.

La dérivée est symbolisée par un point :

$$\dot{a}(x) = \frac{\partial a}{\partial x} dx$$

Symboles

- δ_{ij} : symbole de Kronecker.
- \otimes : produit de convolution.
- I** : tenseur identité.
- E, ν : module d'Young et coefficient de Poisson.
- μ, λ : coefficients de Lamé.
- M_{ijkl} : matrice de compliance.
- E^* : module d'Young équivalent.
- W** : charge appliquée sur le contact.
- δ : déplacement du corps solide.
- R_{eq} : rayon équivalent du contact.
- Ph** : pression de Hertz.
- p** : pression de contact.
- a, c : demi axes de l'ellipse de contact.
- h : distance finale entre les corps en contact.
- h_i : distance initiale entre les corps en contact.
- h_{min} : hauteur minimale du film d'huile.
- Λ : paramètre de sévérisation du contact rugueux.
- g : taux de glissement.
- U_1, U_2 : vitesse linéaire des corps en contact.
- Γ_C : surface de contact.
- Ω_p : volume plastique.
- σ : tenseur des contraintes.
- σ' : déviateur du tenseur des contraintes.

σ^{pr}	: tenseur des contraintes dues aux pressions de contact.
σ^r	: tenseur des contraintes résiduelles.
σ_i	: contrainte principale.
$\sigma_0^r(y)$: contrainte de compression résiduelle potentielle du traitement de nitruration.
σ_S	: limite d'élasticité écrouie en compression.
σ_y	: limite d'élasticité initiale en compression.
τ_e	: micro-limite d'élasticité en cisaillement.
ϵ	: tenseur des déformations totales.
ϵ^e	: tenseur des déformations élastiques.
ϵ^p	: tenseur des déformations plastiques.
ϵ^T	: tenseur des déformations de transformation.
$\epsilon_{1l}^T(y)$: terme diagonale du tenseur des déformations de transformation linéaire avec y.
$\epsilon_{nl}^T(y)$: terme diagonale du tenseur des déformations de transformation non linéaire avec y
J_1, J_2, J_3	: premier, second et troisième invariant des tenseurs.
p	: déformation plastique cumulée.
f	: surface de charge.
d λ	: multiplicateur plastique.
B, C et n	: paramètres de la loi de Swift.
$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$: paramètres de la loi de Voce modifiée.
u	: déplacement.
u^r	: déplacement résiduel dû aux déformations plastiques.
u^{pr}	: déplacement dû aux pressions de contact.
u_{ki}^*	: déplacement en surface d'un massif semi-infini selon i dû à une force unitaire appliquée selon k en surface de ce massif.
ϵ_{kij}^*	: terme ij du tenseur des déformations provoquées, dans un massif semi-infini, par une force unitaire appliquée selon k en surface de ce massif.
u_{ki}^{**}	: déplacement dans un massif semi-infini selon i dû à une force volumique unitaire appliquée selon k dans ce massif.
ϵ_{kij}^{**}	: terme ij du tenseur des déformations provoquées, dans un massif semi-infini, par une force volumique unitaire appliquée selon k dans ce massif.
D_{kij}	: fonction d'influence du terme ij des déformations plastiques sur le terme k des déplacements résiduels en surface d'un massif semi-infini.
C_{ijkl}^{ri}	: fonction d'influence du terme kl des déformations plastiques sur le terme ij des contraintes résiduelles dans un massif infini.
C_{ij}^{pr}	: fonction d'influence de la pression normale en surface d'un massif semi-infini sur le terme ij des contraintes.
W_m	: charge maximale de nano-indentation.
e_r	: déplacement rémanent en nano-indentation.
e_{r0}	: déplacement rémanent en nano-indentation en l'absence de contraintes résiduelles de nitruration.

s	: pente des droites $e_r = f(\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^r))$.
τ_0	: seuil de limite d'élasticité en cisaillement.
E_c	: constante élastique.
I_T	: intégrale, sur la couche nitrurée, de la composante non linéaire du profil de déformation de transformation multiplié par la constante élastique E_c .
J_T	: moment de la composante non linéaire du profil de déformation de transformation par rapport à la surface nitrurée multiplié par la constante élastique E_c .
R_p	: rayon du pénétrateur.
W_i	: charge d'indentation.
cf	: coefficient de frottement.
h_p	: profondeur de l'indent.
h_b	: hauteur du bourrelet.
ϕ	: diamètre de l'indent.
R	: rayon de l'indent.
p_m	: pente moyenne de l'indent.
I_1, I_2, I_3	: paramètres de la fonction forme descriptive des indents.
I_R	: rapport entre la racine carrée de la charge d'indentation et le rayon du pénétrateur.
$H1$: borne inférieure de la limite d'endurance.
$H1L$: borne inférieure de la limite d'endurance pour le contact lisse.
$H1I$: borne inférieure de la limite d'endurance au voisinage des indents

INTRODUCTION GENERALE.

INTRODUCTION GENERALE.

Le roulement permet la rotation et le guidage des pièces en rotation pour un faible coût énergétique et dans une plage de vitesse et de charge étendue. C'est un composant présent dans de très nombreux mécanismes. Ainsi, une automobile comprend en moyenne 50 roulements et un avion environ 800. Le nombre de roulements nécessaires par système, et la diversité des mécanismes où ils sont présents créent un besoin industriel important, comblé par la production, dans le monde, de 500 roulements par seconde pour un marché évalué à 15 milliards d'Euro. En France, 300 tonnes d'acier sont élaborées chaque jour pour la fabrication de roulements. L'industrie du roulement y emploie 10 000 personnes, pour un chiffre d'affaires production de 1,9 milliards d'Euro.

Dans le domaine du transport, le roulement occupe souvent une place critique dans le mécanisme. Ainsi, dans certains turboréacteurs double corps, les roulements sont placés entre l'arbre basse pression et l'arbre haute pression, et la défaillance de l'un d'entre eux peut entraîner, dans les cas les plus extrêmes, l'arrêt du moteur. En conséquence, dans le domaine du transport, le taux de fiabilité exigé du composant est très élevé. Ainsi, sur une turbopompe d'Ariane 5, ce taux est de 0,99989. En ce qui concerne le fabricant de roulement, le rapport entre le prix de vente du roulement et le coût qu'il doit supporter en cas de défaillance est élevé. Aussi, la fiabilité du roulement a un impact fort sur la rentabilité de l'activité. L'ensemble de ces facteurs justifie donc la recherche de solutions permettant d'augmenter la fiabilité des roulements.

Les avaries rencontrées dans les roulements peuvent être divisées en deux familles : le grippage et la fatigue de roulement. Le grippage est une avarie rapide, et le blocage de la rotation intervient dans les secondes ou dans la minute qui suit le début du grippage. En fonctionnement normal, les roulements sont dimensionnés pour éviter ce genre de problèmes. La fatigue de roulement, quant à elle, est une avarie au long cours, provoquée par le passage répété des corps roulants. L'amélioration de la qualité des aciers a permis de diminuer fortement le nombre d'avarie liées à la fatigue. Cependant, en cours de fonctionnement normal, des particules en suspension dans le lubrifiant peuvent pénétrer dans le roulement et marquer les pistes de roulement, créant ainsi des indents, sites d'initiation de fatigue de roulement, d'autant plus néfastes que leurs dimensions sont importantes.

La présence des indents peut être limitée par une filtration adéquate du lubrifiant. Cependant, la filtration a un coût en terme de perte de charge, et une filtration trop fine n'est pas envisageable, car les filtres se colmatent trop rapidement pour les applications envisagées. Aussi est-il nécessaire d'intégrer la présence éventuelle d'indents sur les pistes de roulement. Pour augmenter la fiabilité du roulement, il faut donc améliorer sa capacité à supporter la présence d'indents. L'utilisation de l'acier 32CrMoV13 nitruré, qui présente une grande dureté en surface et des contraintes résiduelles de compression élevées, est envisagée pour améliorer cette capacité.

Le travail de recherche que nous avons effectué s'inscrit dans ce cadre. Notre objectif est de comprendre les mécanismes de l'endommagement en fatigue de roulement en présence d'indentation sur le 32CrMoV13 nitruré et de déterminer si ce matériau améliore la capacité d'un roulement à supporter la présence d'un indent.

Chaque partie de ce mémoire est la réponse à une question qui nous permet d'aller vers la compréhension des mécanismes d'endommagement du 32CrMoV13 nitruré en présence d'indentation :

- Chapitre I : Que connaît-on de la fatigue de roulement et du 32CrMoV13 nitruré ?
- Chapitre II : Comment connaître les sollicitations subies par le matériau lorsque la charge roule sur l'indent nouvellement formé ?
- Chapitre III : Comment déterminer les caractéristiques mécaniques du 32CrMoV13 nitruré et quelles sont-elles ?
- Chapitre IV : Comment le 32CrMoV13 nitruré se comporte-t-il expérimentalement en fatigue de roulement en présence d'indentation et quelle est l'influence des conditions de fonctionnement sur la tenue à la fatigue de roulement ?
- Chapitre V : Que se passe-t-il pendant l'indentation puis pendant le passage des corps roulants sur l'indent ?

Les réponses successives à ces questions vont nous permettre d'apporter un certain nombre d'éléments sur les mécanismes d'endommagement en fatigue de roulement en présence d'indentation ainsi que sur la capacité du 32CrMoV13 nitruré à supporter la présence d'indents lorsqu'il est sollicité en fatigue de roulement.

Chapitre I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.



ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.

<i>I.1 Introduction.</i>	23
<i>I.2 Les sollicitations subies pendant le contact.</i>	24
I.2.1 Le contact lisse.	25
I.2.2 Le contact non-lisse.	27
<i>I.3 L'endommagement.</i>	31
I.3.1 Fatigue de roulement initiée en sous-couche.	31
I.3.2 Fatigue de roulement initiée au voisinage des rugosités.	33
I.3.3 Fatigue de roulement initiée au voisinage des indents.	33
I.3.4 Bilan.	34
<i>I.4 Le matériau sollicité, le 32CrMoV13 nitruré.</i>	36
I.4.1 Le traitement thermo-chimique de nitruration.	36
I.4.2 Microstructure résultant du traitement de nitruration.	38
I.4.3 Propriétés mécaniques du 32CrMoV13 nitruré.	41
<i>I.5 Bilan.</i>	44

1.1 INTRODUCTION.

Le roulement est un organe mécanique chargé de permettre la rotation entre deux arbres ou entre un arbre et un logement dans de bonnes conditions de guidage et avec peu de déperdition énergétique. La rotation est permise par des corps roulants (1), séparés par une cage (2), qui roulent sur les bagues intérieures (3) et extérieures (4). La charge appliquée sur le roulement peut être axiale ou radiale, et de nombreuses géométries de bagues et de corps roulants existent en fonction de la nature des efforts à transmettre.

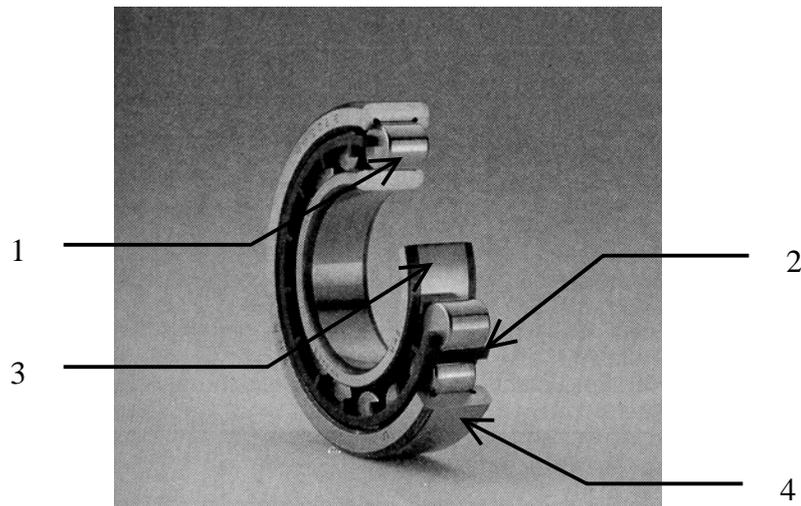


Figure I.1. Roulement à rouleaux cylindriques type NU ; SNR Roulements.

L'endommagement en fatigue de roulement est provoqué par le passage répété des corps roulants sur les pistes de roulement. Au terme d'une longue période d'incubation, des micro-écailles (plusieurs centaines de milliers de cycles) ou des écailles (plusieurs millions de cycles) peuvent apparaître, conduisant, lors de leur développement, à la ruine du roulement.

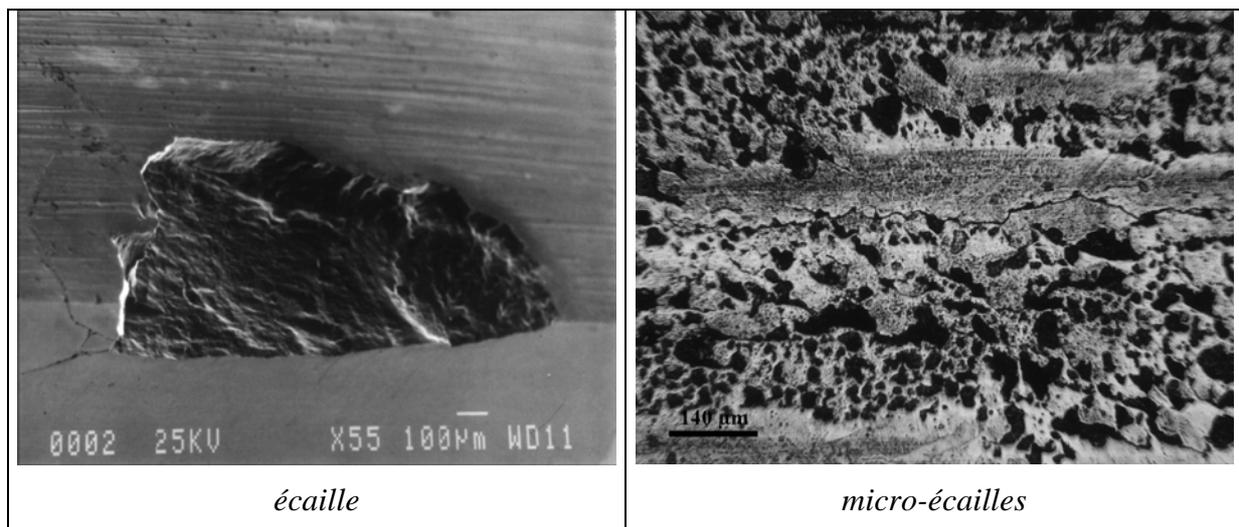


Figure I.2. Avaries dues à la fatigue de roulement [56].

Après avoir identifié les mécanismes mis en jeu lors de la fatigue de roulement et pour mieux comprendre les phénomènes qui sont à son origine, il est nécessaire de s'intéresser au contact entre le corps roulant et la piste, afin de déterminer les sollicitations engendrées durant le contact. La connaissance de ces sollicitations permet alors, dans un certain nombre de cas,

de modéliser les mécanismes d'endommagement à partir du niveau de sollicitation et de la connaissance des caractéristiques du matériau.

I.2 LES SOLLICITATIONS SUBIES PENDANT LE CONTACT.

Dans un roulement, la charge est transmise par les contacts entre les éléments roulants et les bagues. Ces éléments présentent des rayons de courbure très différents. Suivant la valeur de la différence des courbures, on parle de contact plus ou moins conforme (figure I.3). Dans les roulements, la zone de contact est faible, et les pressions élevées s'établissant à l'interface déforment les surfaces. Pour déterminer la répartition de pression en surface et les contraintes dans les éléments en contact, il est alors nécessaire de prendre en compte la déformation de ces derniers.

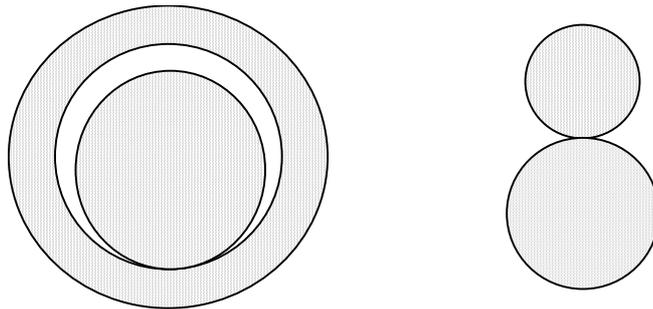


Figure I.3. Contact conforme et contact non conforme.

D'un point de vue cinématique, les deux corps en contact n'ont pas toujours et partout la même vitesse linéaire dans la zone de contact. Il y a donc, en plus du roulement une part de glissement. Le sens du roulement est donné par le sens des vitesses linéaires des corps en contact. En glissement, si on considère la surface lente, la force de frottement est orientée dans le sens du roulement ; la surface rapide tire la surface lente. A l'inverse, sur la surface rapide, le frottement est opposé à la direction du roulement ; la surface lente retient la surface rapide.

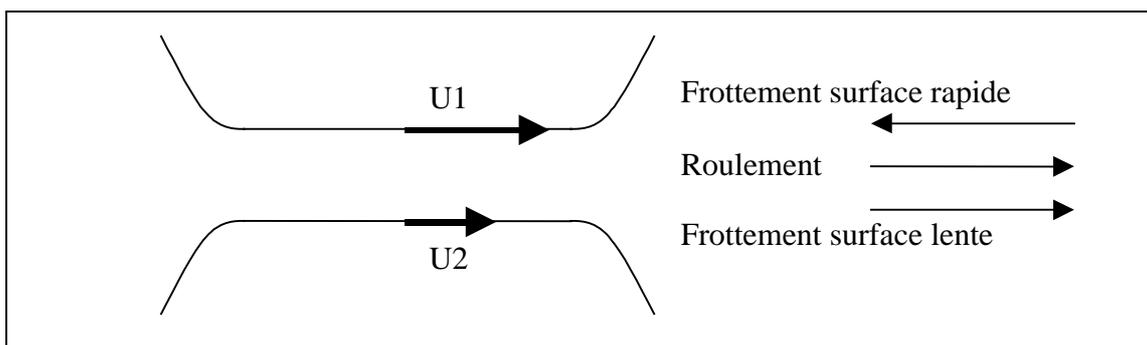


Figure I.4. Cinématique du contact.

Lorsque les zones de contact sont petites au regard des rayons de courbure (contact non conforme) et des dimensions des corps roulants, le comportement des corps en contact peut être assimilé à celui de massifs semi-infinis, en ce qui concerne les déformations en surface et les sollicitations subies.

Les roulements sont réalisés dans des matériaux particulièrement durs (aciers à roulement ou céramique). Dans ce type d'application, il est établi et vérifié que les déformations des massifs en contact sont petites.

I.2.1 LE CONTACT LISSE.

Les premières solutions du problème de contact non conforme ont été établies en considérant que les surfaces en regard sont exemptes de tout défaut et parfaitement lisses.

a) Le contact sec.

Le problème du contact élastique normal entre deux ellipsoïdes a été résolu par Hertz en 1882 [37]. La zone de contact est elliptique, et la répartition de la pression dans le contact parabolique. La pression de Hertz, pression maximale dans le contact est notée P_h . Nous donnons ci-dessous la solution pour le cas du contact entre deux sphères de rayon R_1 et R_2 , de caractéristiques élastiques E_1, ν_1 et E_2, ν_2 et soumises à une charge W . L'aire de contact est alors circulaire, de rayon a . Nous pouvons constater que l'aire de contact et la pression de Hertz dépendent de la géométrie équivalente du contact, définie par R_{eq} et du module d'Young équivalent, défini par E^* . Ainsi, la répartition des pressions de contact entre deux sphères de rayon $R_1 = 40$ mm et $R_2 = 10$ mm est identique à celle du contact entre deux sphères de rayon $R_1 = R_2 = 16$ mm, et à celle d'une sphère de 8 mm de rayon sur un plan.

Les contraintes subies par les massifs en contact peuvent être exprimées en fonction de la pression de Hertz et de la taille de l'aire de contact. Pour un contact circulaire, la contrainte de Tresca maximale vaut $0,31P_h$. Elle est atteinte à une profondeur égale à $0,48a$. Lorsque le rapport d'ellipticité du contact change et que l'on tend vers le cas du contact cylindrique, la contrainte maximale évolue peu, mais sa position en profondeur augmente (figure I.6).

Dans le domaine du roulement, les pressions de contact sont très élevées. Les pressions de Hertz rencontrées sur ces applications varient typiquement entre 1 et 4 GPa.

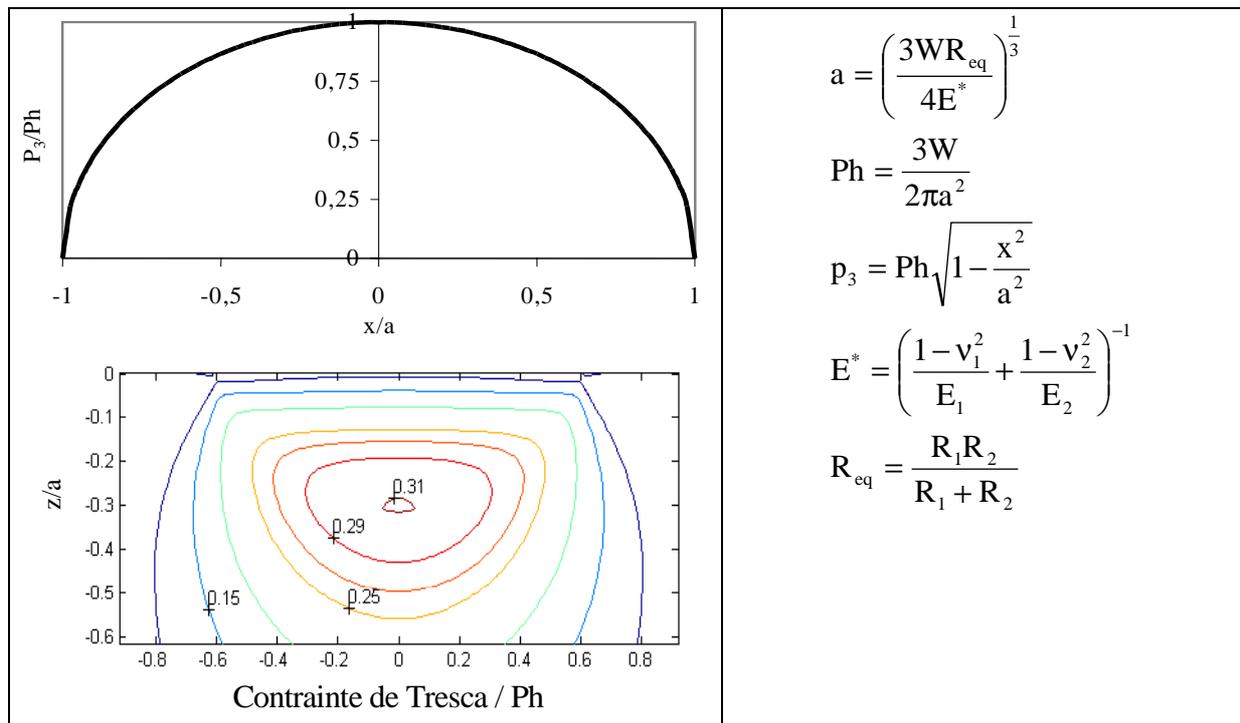


Figure I.5. Solution de Hertz pour un contact circulaire.

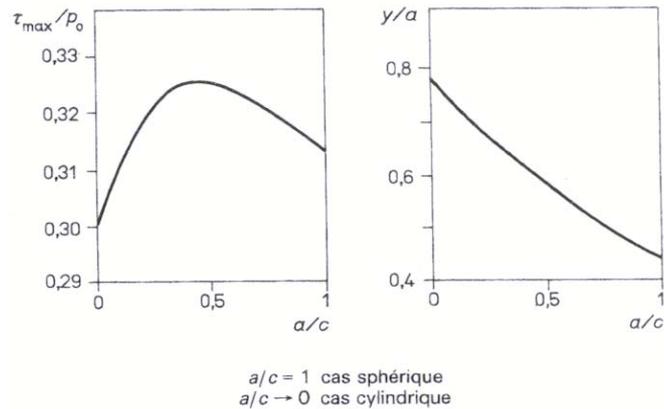


Figure I.6. Valeur et profondeur de la contrainte de cisaillement maximale en fonction du rapport des axes de l'ellipse de contact [27].

b) Le contact lubrifié.

Les roulements sont lubrifiés. En présence de lubrifiant, l'entrée du contact joue le rôle de convergent, dans lequel le lubrifiant est entraîné par le mouvement des corps en contact, créant ainsi un film d'huile qui sépare les surfaces. Les pressions de contact étant très élevées, l'huile qui sépare les corps en contact passe à l'état vitreux et déforme les surfaces. La théorie prenant en compte la déformation des surfaces ainsi que le comportement du fluide piézovisqueux s'appelle l'élastohydrodynamique (EHD). Les solutions pour un contact cylindre/plan lisse ont été publiées par Dowson et Higginson en 1966 [17] et celles du contact ellipsoïde/plan par Hamrock et Dowson en 1976 [33, 34]. En terme de pression de contact, la différence par rapport au cas lisse se situe essentiellement dans l'existence d'un pic de pression à la sortie du contact.

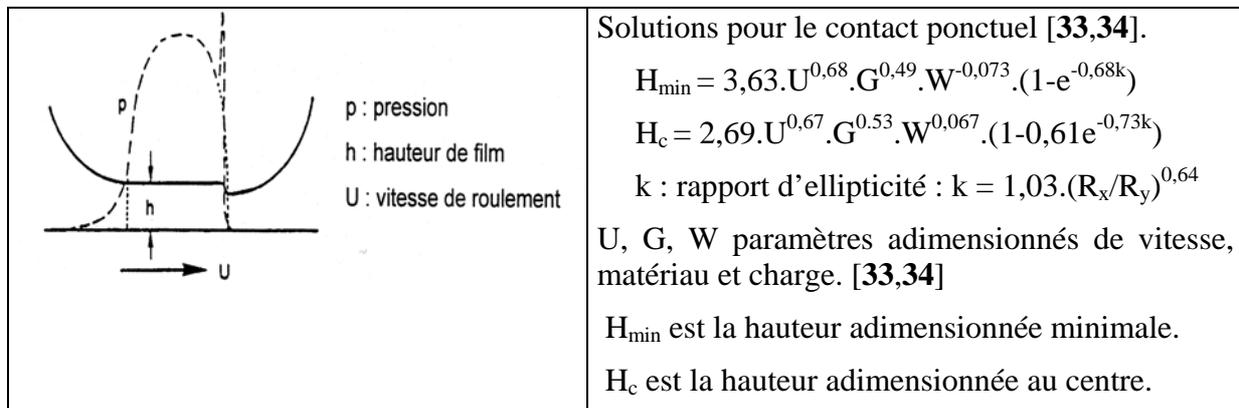


Figure I.7. Profil de pression et paramètres du contact EHD ellipsoïde plan.

Dowson et Higginson [17] montrent que lorsque le paramètre adimensionné de vitesse augmente, la contrainte de cisaillement maximale dans le massif, sous le contact, se rapproche de la surface (figure I.8). Cependant, la valeur de la sollicitation maximale est très peu affectée par la présence du lubrifiant, et pour les pressions de Hertz élevées, le champ de contraintes tend vers celui dû au contact sec.

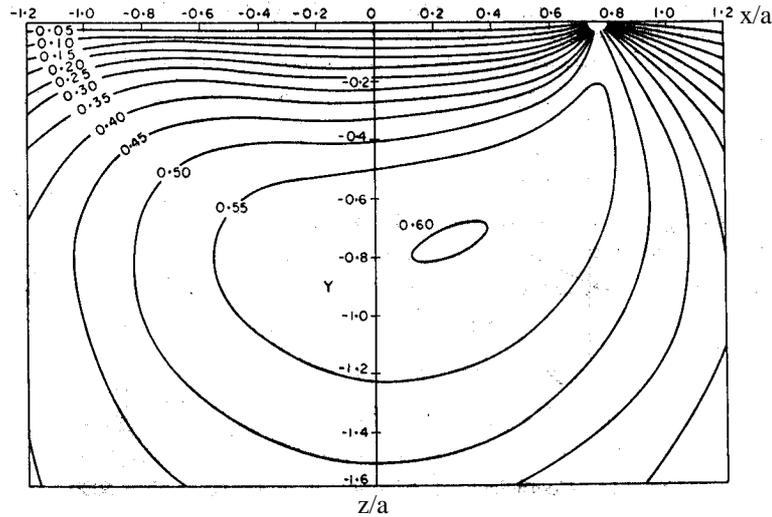


Figure I.8. Contrainte de cisaillement de Tresca adimensionnée par la pression de Hertz. Contact EHD cylindrique-plan [17].

I.2.2 LE CONTACT NON-LISSE.

Grâce aux formules précédentes, nous pouvons calculer l'épaisseur du film d'huile séparant les surfaces. Si l'on considère l'application étudiée par Dumont [18], à savoir deux sphères de 80 mm de diamètre tournant à 9549 tr/min (vitesse linéaire de 40 m.s⁻¹) en contact sous une charge de 2426 N (Ph = 2,5 GPa) et lubrifiées par une huile aéronautique à 80°C (MIL-L-23699, viscosité de 5 cst à 100°C), la hauteur minimale du film d'huile vaut h_{min} = 0,275 μm. Au regard de l'ordre de grandeur obtenu, il apparaît que les surfaces ne peuvent plus être considérées comme lisses, et que la micro-géométrie peut avoir une influence sur les sollicitations subies.

a) Le contact rugueux.

Lorsque les surfaces en regard sont imparfaites, des surpressions peuvent apparaître qui sollicitent les massifs en contact dans des zones proches de la surface. Si ces défauts de surface sont importants, le film d'huile peut être partiellement rompu, et des contacts métal-métal peuvent se produire.

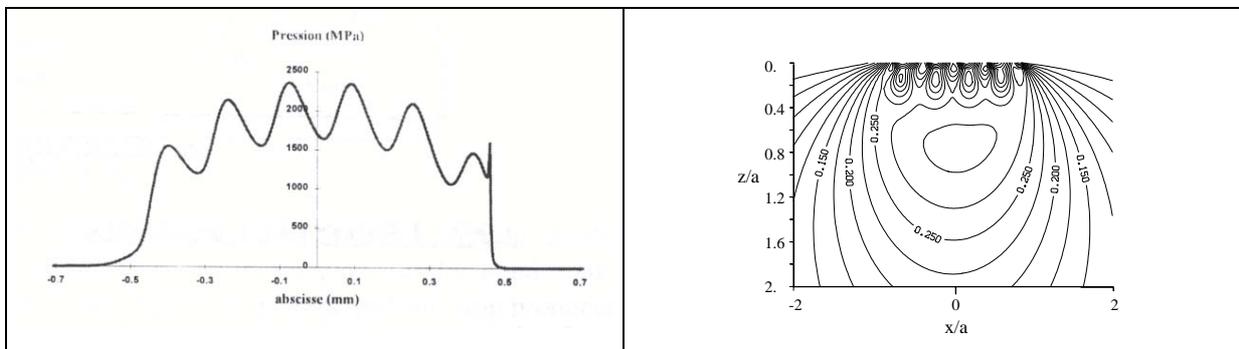


Figure I.9. Pression et contrainte de Von mises dans un contact rugueux. Contact EHD rugueux cylindre/plan[14, 18].

On distingue quatre régimes de lubrification [18].

Elastohydrodynamique.

La charge est transmise par le film de lubrifiant. Des aspérités peuvent exister en surface, mais leur hauteur est telle que les surpressions qu'elles engendrent sont négligeables. Le contact est lisse.

Micro-élastohydrodynamique.

La charge est transmise par le film de lubrifiant. Cependant, la micro-géométrie provoque des surcontraintes non négligeables.

Lubrification mixte.

Le film de lubrifiant est incomplet. Il peut y avoir contact direct entre les aspérités.

Lubrification limite.

L'épaisseur du film de lubrifiant est très faible. La charge est transmise principalement par les contacts directs entre les aspérités.

Le paramètre de sévérisation Λ , rapport entre la hauteur minimale du film élastohydrodynamique en contact lisse et la moyenne quadratique des hauteurs des rugosités, est un bon indicateur du régime de lubrification. La transition entre le régime élastohydrodynamique et le régime micro-élastohydrodynamique se situe autour de $\Lambda = 1$.

$$\Lambda = \frac{h_{\min}}{R_{\text{ms}}}$$

Dans le cas des roulements aéronautiques, les surfaces sont rectifiées très soigneusement (super finition), pour limiter au maximum les surpressions et les surcontraintes. Ils fonctionnent donc en régime élastohydrodynamique. Les surpressions induites par la rugosité des surfaces sont négligeables.

b) Le contact indenté.

En plus des rugosités, qui sont réparties sur l'ensemble des surfaces de contact, on rencontre également des défauts de surface plus localisés. Ce sont des marques présentes sur la piste de roulement et désignées par le terme indent, en raison de leur origine. Leur taille caractéristique est de 1 à 20 μm pour la profondeur et de 50 à 150 μm pour le rayon.

L'indentation.

Les indents peuvent avoir plusieurs origines. Il peut s'agir d'empreintes faites hors service, lors du transport, du montage ou au cours d'opérations de maintenance. La présence de ces marques peut être limitée par un contrôle rigoureux des pièces avant le montage, par des procédures de montage précautionneuses ainsi que par une sensibilisation des monteurs à ce problème. L'autre origine des indents résulte de la pollution des lubrifiants par des particules d'origines diverses. En effet, une huile, même neuve, transporte des particules en suspension provenant de sa fabrication et de son conditionnement. De plus, au cours du fonctionnement du roulement, les particules d'usure de l'ensemble du mécanisme sont susceptibles d'être transportées par le lubrifiant. Enfin, l'environnement extérieur est également susceptible d'être une source de pollution (sable dans un environnement désertique, ...). Lorsqu'une particule est présente dans le lubrifiant, elle peut être happée par le contact, même si sa taille est bien supérieure à l'épaisseur du film d'huile séparant les surfaces en contact. La particule est alors déformée ou cassée, et marque les surfaces de contact.

La résolution du contact entre corps roulants indentés est un problème complexe qui ne peut être traité dans le cadre de la théorie de l'élasticité. En effet, les massifs ont été déformés plastiquement lors du processus d'indentation. Ces déformations, qui créent la déformation permanente de la surface, génèrent également des contraintes résiduelles élevées [64], qu'il est nécessaire de prendre en compte pour déterminer les sollicitations réellement subies pendant le passage d'une charge sur l'indent. De plus, la plastification a modifié localement les caractéristiques du matériau par le phénomène d'écrouissage.

Notre objectif n'est pas de modéliser l'indentation d'une surface par une particule prise dans le contact mais d'étudier une situation voisine utilisée expérimentalement pour étudier l'effet d'indentations sur le comportement d'un roulement en assurant la reproductibilité des indents. Elle consiste à pratiquer des indentations artificielles Vickers ou Rockwell. Nous considérerons ici le cas de l'indentation contrôlée de type Rockwell (indenteur sphérique), plus facilement modélisable. Ceci permet d'avoir accès notamment aux contraintes résiduelles introduites lors de l'indentation et donc d'en tenir compte pour déterminer les sollicitations subies pendant le contact indenté.

Le contact indenté.

La présence d'un indent, défaut de surface, modifie la pression de contact et le champ de contraintes produit par le contact des massifs.

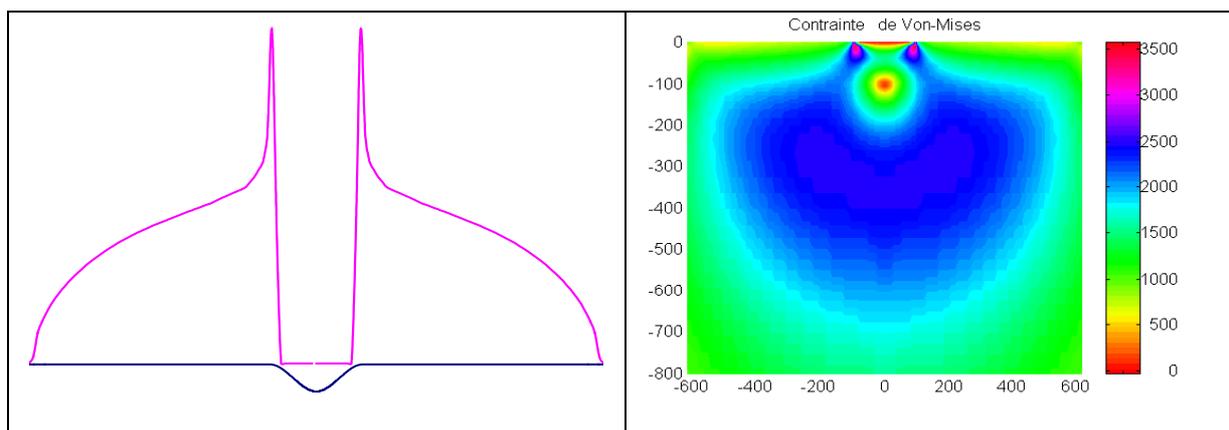


Figure I.10. Pression et contrainte de Von Mises dans un contact indenté sec.

La difficulté d'analyse du problème de contact dans de telles conditions a plusieurs origines. Tout d'abord, le problème ne peut être résolu que numériquement, et la discrétisation nécessaire à la résolution correcte du contact doit être affinée en raison de la faible dimension des défauts par rapport à celle du contact. De plus, la présence d'indents importants crée une zone de non-contact au centre de l'indent. La résolution de ce problème en EHD est extrêmement complexe et nécessite l'utilisation de codes prenant en compte la cavitation du lubrifiant dans la cavité formée au centre de l'indent. La résolution en contact sec permet cependant d'avoir une très bonne représentation des pressions de contact, surtout pour les indentations profondes.

Le contact indenté élastoplastique.

L'observation expérimentale de la géométrie d'un indent au cours d'un essai de fatigue montre que celle-ci évolue au cours des premiers cycles. Principalement, il est constaté que les bourrelets présents au voisinage de l'indent s'estompent, preuve que le massif indenté est plastifié au cours des premiers cycles. Des contraintes résiduelles supplémentaires, modifiant localement le champ de contraintes subi par le matériau indenté, sont alors générées et le matériau est à nouveau écroui, modifiant ainsi ses caractéristiques mécaniques. De plus, la géométrie des pièces en contact évoluant, les surpressions causées par l'indent sont modifiées.

Ainsi, la détermination des sollicitations subies pendant le contact indenté nécessite la résolution du contact élastoplastique. Le comportement élastoplastique dépend du trajet de chargement. Il est donc nécessaire de considérer successivement le processus d'indentation puis le déplacement (relatif) de l'indent dans le contact.

Plusieurs études ont été menées sur le contact élastoplastique lisse, rugueux ou indenté. Gupta et al [31], Hahn et al [32] et Xu et al [64] ont étudié le contact élastoplastique par éléments finis. Cependant, si on considère un contact indenté tridimensionnel, ce genre d'approche n'est pas envisageable, en raison de la lourdeur du maillage nécessaire à une description correcte du problème [16]. Lorsque le volume plastique est faible et que les déformations plastiques peuvent être considérées comme petites, les approches semi-analytiques semblent bien adaptées. Cependant, la plupart des auteurs restreignent le problème pour le simplifier. Ainsi, Hearle et Johnson [36] ne considèrent que les déformations plastiques de cisaillement. Dang Van et Maitournan [16] considèrent eux un problème stationnaire, ce qui ne permet pas de traiter le contact indenté à cause du roulement des corps en contact. Viraux et al [60] ont utilisé une méthode rapide pour évaluer le comportement élastoplastique du contact, mais ils ne considèrent ni la modification de la pression de contact ni le roulement. Enfin, Mayeur et al [45, 46] ont développé un modèle de contact normal semi-analytique basé sur les éléments frontières, sans simplification, mais le modèle est 2D et ne permet pas de traiter le cas du contact circulaire.

Bilan.

Dans la majorité des études, l'indent n'est représenté que par la perturbation de la géométrie de la surface et le contact est résolu élastiquement. Cette analyse permet de déterminer le champ de pression qui s'établit au niveau du contact lorsque la géométrie est rodée, c'est à dire après quelques cycles, lorsque le passage de la charge sur l'indent ne provoque plus de déformations plastiques. Il est évidemment nécessaire de considérer une géométrie représentative de cet état. Cependant, les contraintes calculées à partir de ces pressions de contact ne permettent pas, à elles seules, de déterminer les sollicitations subies puisque, ni les contraintes résiduelles générées pendant l'indentation, ni celles introduites pendant le rodage ne sont prises en compte. Xu et al [64] ont pris en compte l'ensemble du processus, à savoir indentation et passage de la charge, en résolvant le problème du contact élastoplastique 2D par éléments finis, permettant ainsi de mettre en évidence le rôle non négligeable des contraintes résiduelles sur les sollicitations subies dans un contact indenté.

I.3 L'ENDOMMAGEMENT.

La fatigue de roulement a des conséquences dangereuses pour le fonctionnement des dispositifs mécaniques qui contiennent des roulements car elle se traduit, dans son stade final, par la formation d'écailles ou de micro-écailles sur les corps en contact, ce qui détériore les performances du roulement et peut conduire au blocage de la rotation. Concernant les avaries provoquées par la fatigue de roulement, deux questions se posent :

- a) Jusqu'à quel niveau peut-on charger le contact sans risquer de provoquer d'avaries de fatigue (limite d'endurance) ?
- b) Si cette limite est dépassée, quel est le potentiel du mécanisme ; combien d'heures peut-il fonctionner avec un risque de défaillance limité (durée de vie) ?

La formation des écailles ou des micro-écailles s'opère en deux étapes successives, l'initiation et la propagation. L'initiation correspond au temps nécessaire à la nucléation de micro-fissures, et la propagation au temps nécessaire à leur développement jusqu'à l'avarie.

On peut classer les avaries rencontrées en fatigue de roulement en trois catégories, dépendant de leur origine et du site d'initiation. On distingue ainsi les avaries initiées en sous-couche de celles initiées en surface. Nous diviserons cette dernière catégorie en deux, en séparant les avaries initiées près des rugosités de celles initiées près des indents.

I.3.1 FATIGUE DE ROULEMENT INITIEE EN SOUS-COUCHE.

L'écailage dû à la propagation de fissures initiées autour d'inclusions est la principale cause d'avaries initiées en sous-couche.

Les transformations microstructurales visibles dans la zone de Hertz, où la contrainte de cisaillement est maximale, sont les premiers symptômes de l'endommagement en fatigue de roulement initié en sous-couche. Elles se produisent en premier lieu au voisinage d'inclusions qui jouent le rôle d'amplificateurs de contraintes. Les papillons de phase blanche (figure I.11), orientés à 45° par rapport au roulement, qui se forment dans les aciers martensitiques autour de ces inclusions sont dus au mouvement des dislocations générées par le dépassement local de la micro-limite d'élasticité. La multiplication de ces dislocations au cours des cycles successifs de chargement entraîne la formation de fissures dans les zones transformées lorsque la densité de dislocations atteint une valeur critique.

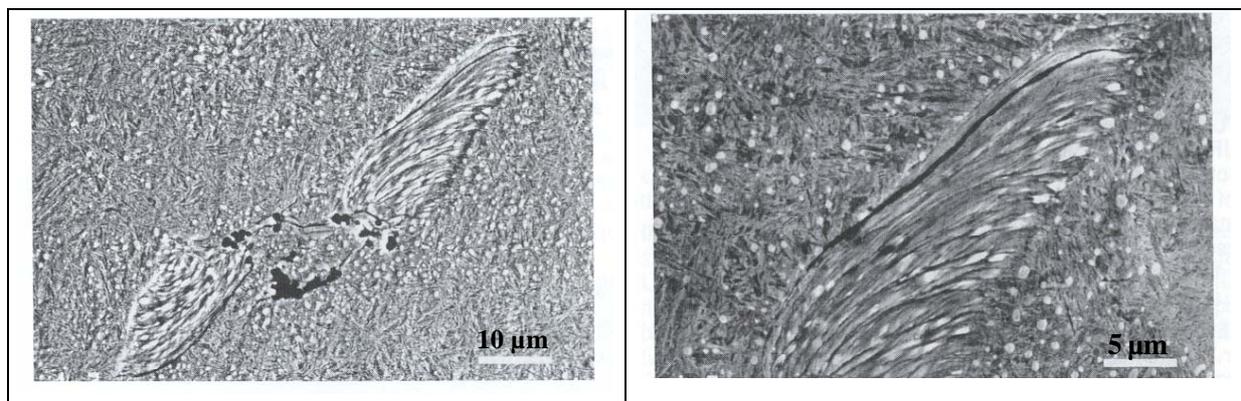


Figure I.11. Papillon et fissure amorcée autour d'une inclusion[53].

Si les contraintes de cisaillement sont suffisamment élevées, ces micro-fissures peuvent se propager jusqu'à la surface, et provoquer ainsi un écailage.

La détermination des sollicitations subies pendant le contact ne permet pas à elle seule ni de prédire, ni d'expliquer la formation des avaries de fatigue. Pour répondre à ces questions, des modèles de durée de vie ont été mis en place. Ils peuvent être scindés en deux familles, les modèles phénoménologiques et les modèles physiques.

Les modèles phénoménologiques actuels sont des évolutions des modèles de Weibull et de Lundberg et Palmgreen. Ils permettent de prédire la durée de vie des roulements, sans s'appuyer sur la description fine du mécanisme de formation des avaries. Ils sont basés sur une approche statistique des défaillances constatées expérimentalement et sur la notion d'un volume à risque engendré par le contact. Ainsi, le modèle de Ioannides Harris [35] exprime la probabilité de survie S en fonction du nombre de cycles N par :

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) = \bar{A}N^e \int_V H(\sigma - \sigma_u) \cdot \frac{(\sigma - \sigma_u)^c}{z^h} dV \quad \text{où}$$

\bar{A} , h , n et e sont des paramètres liés au matériau

σ_u est la limite d'endurance

σ est le critère de fatigue

V est le volume à risque où $\sigma > \sigma_u$

La détermination des paramètres \bar{A} , h , n et e (décrivant le comportement du matériau) ainsi que de la limite d'endurance est délicate, car ils ne sont pas directement basés sur la description des mécanismes d'endommagement, et doivent donc être réactualisés pour chaque matériau ou pour un changement de qualité du matériau en pratiquant de nombreux essais de fatigue. De plus, afin de réduire le nombre d'essais nécessaires à la détermination de ces paramètres, des conditions d'essais très sévères ont souvent été utilisées, ce qui a pu conduire à l'activation de mécanismes d'endommagement différents de ceux rencontrés en service.

Les modèles physiques s'appuient sur l'identification du mécanisme d'endommagement et sont constitués de l'enchaînement de la modélisation de l'amorçage d'une fissure avec la modélisation de sa propagation. Ils s'appuient sur les concepts de la micro-mécanique et de la théorie des dislocations. Plusieurs modèles existent (Cheng et al [9]). Nous résumons ici les bases du modèle développé au Groupe d'Etude de Métallurgie Physique et de Physique des Matériaux (GEMPPM) [8, 39, 40, 42, 59]. Ce modèle permet d'expliquer la formation des écailles amorcées sur inclusion dans les aciers à roulement de type 100Cr6 et M50.

Le mécanisme mis en jeu est basé sur l'incompatibilité de déformation entre l'inclusion et la matrice. Ces incompatibilités sont accommodées par l'émission de dislocations qui créent les papillons de fatigue observés expérimentalement. Ces dislocations, en s'accumulant, conduisent à l'amorçage d'une fissure, qui va ensuite se propager. L'application de ce modèle aux différentes inclusions présentes dans la zone sollicitée par le contact permet de définir une durée de vie du contact. La répétition de ce processus à une famille de contacts permet d'obtenir la distribution des durées de vie qui résulte de la dispersion inclusionnaire liée au processus d'élaboration du matériau. Grâce à ce modèle, on peut déterminer la limite d'endurance $H1$. C'est la pression de Hertz que l'on peut appliquer sur le contact sans qu'il y ait émission de dislocations irréversibles autour des inclusions, c'est à dire sans que la micro-limite d'élasticité ne soit dépassée, en tenant compte des hétérogénéités microstructurales. La micro-limite d'élasticité est la limite d'élasticité pour une déformation d'épreuve de $20 \cdot 10^{-6}$ def et correspond aux premiers mouvements irréversibles des dislocations.

I.3.2 FATIGUE DE ROULEMENT INITIEE AU VOISINAGE DES RUGOSITES.

Lorsque les surfaces ne sont pas lisses, les surpressions générées au niveau du contact ainsi que l'augmentation du frottement se traduisent par des sollicitations élevées en surface ou à proximité de la surface de contact. La figure I.12 schématise l'allure du niveau de sollicitation sous la surface en fonction de la charge appliquée et de l'amplitude des rugosités. Lorsque les sollicitations dépassent la micro-limite d'élasticité (en tenant compte des hétérogénéités microstructurales), il peut y avoir initiation de micro-fissures dans ces zones (figure I.12).

Les micro-fissures amorcées peuvent se propager et donner lieu à du micro-écaillage ou à de l'écaillage. Pour qu'il y ait écaillage profond, il est nécessaire qu'un "pont" de contrainte relie la zone sollicitée en surface et la zone de Hertz [48]. Cette situation correspond à des surfaces très rugueuses et des pressions de Hertz élevées (figure I.12)

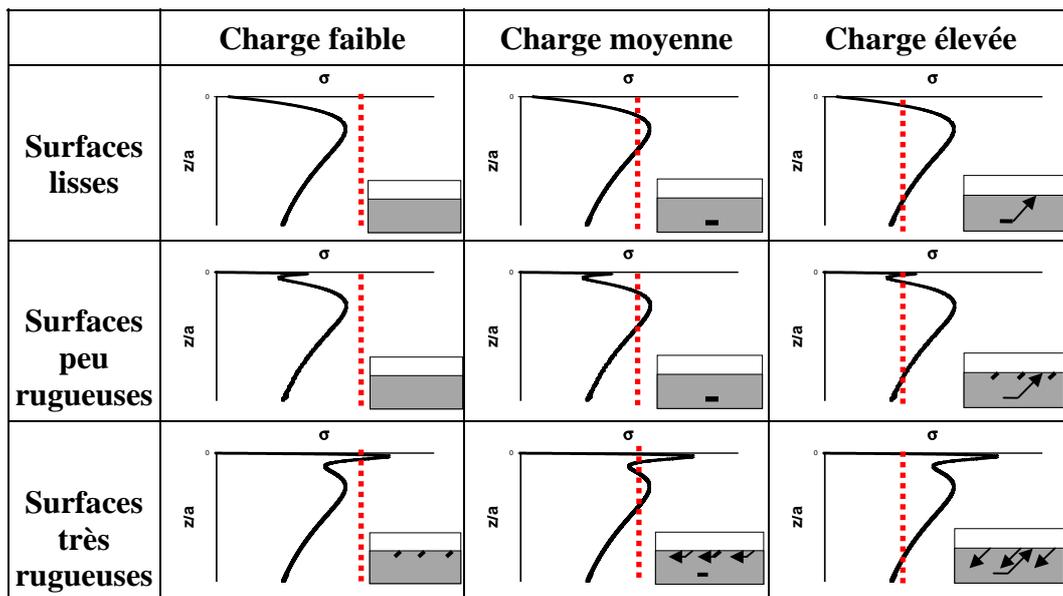


Figure I.12. Compétition entre la fatigue de roulement initiée en sous-couche et celle initiée en surface en fonction du niveau des contraintes de cisaillement selon la profondeur [47].
 (Le trait pointillé correspond à une contrainte limite, fonction du matériau, en deçà de laquelle aucun endommagement n'apparaît)

L'endommagement initié en surface est susceptible de se produire dès que l'amplitude des rugosités est voisine de l'épaisseur du film d'huile séparant les surfaces en contact. Le paramètre Λ permet ainsi de quantifier la sévérité d'une application au regard de la fatigue de roulement initiée près des rugosités.

I.3.3 FATIGUE DE ROULEMENT INITIEE AU VOISINAGE DES INDENTS.

Les indents créent également des surpressions dans le contact, et donc des surcontraintes dans le massif. A ce titre, ils sont une source d'endommagement en fatigue de roulement.

La localisation des sites d'initiation dépend des conditions de fonctionnement (figure I.13). En roulement pur, il est fait état d'endommagements initiés en amont ou en aval de l'indent dans le sens du roulement, avec une proportion tout de même plus élevée pour l'initiation en aval. En présence de glissement, l'initiation se fait en aval dans le sens du frottement. L'étude du champ de pression EHD permet d'expliquer la localisation du site d'initiation par rapport au sens du frottement. En particulier, il a été montré par Dumont [18] qu'en présence de glissement le champ de pression est dissymétrique, et que le pic de pression le plus important est situé en aval de l'indent dans le sens du frottement.

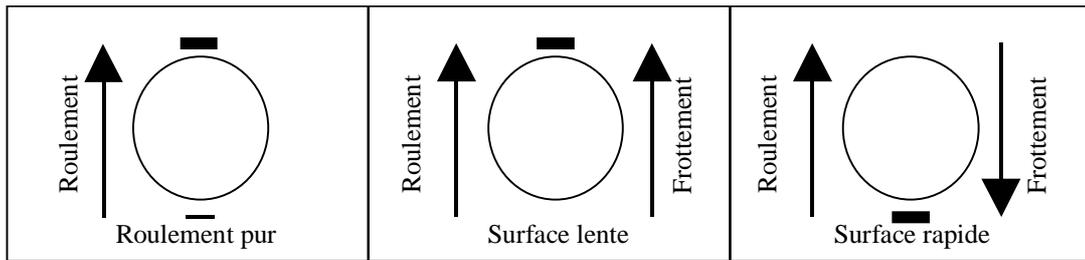


Figure I.13. Localisation des sites d'initiation autour d'un indent.

L'endommagement en fatigue de roulement au voisinage de l'indent se traduit par du micro-écaillage ou par un écaillage profond. Les écailles et les micro-écailles se propagent dans le sens du roulement (opposé au sens du passage de la charge).

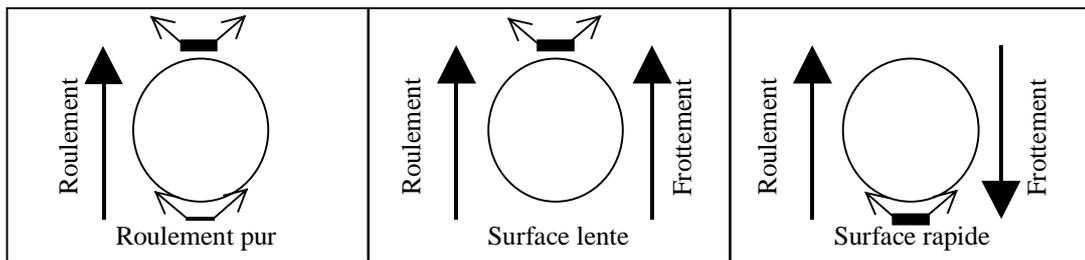


Figure I.14. Propagation des micro-fissures autour d'un indent.

Pour les surfaces rugueuses, la présence ou l'absence de surpressions permet de déterminer si la rugosité est dangereuse ou non au regard de la fatigue de roulement. Ce type d'analyse ne peut pas être appliqué directement au cas des indents. En effet, les surpressions créées par un indent peuvent être élevées et provoquer d'importants dépassements locaux de la micro-limite d'élasticité (caractérisés par l'évolution géométrique de l'indent et le matage du bord de l'indent) sans que celui-ci ne présente de signe d'endommagement. L'origine de l'endommagement initié au voisinage des indents n'est pas comprise. En conséquence, il n'existe pas de critère ou de modèle permettant, d'après les caractéristiques d'un indent, de déterminer une limite d'endurance ou une durée de vie.

La variation des surpressions et des surcontraintes en fonction des caractéristiques des indents a été étudiée par plusieurs auteurs. Dans la majorité des cas, seules les contraintes dues au champ de pression ont été prises en compte. Ces calculs ont été couplés avec des modèles de durée de vie phénoménologiques pour estimer la sévérité des indents. Ces études ne permettent pas d'estimer une limite d'endurance ou une durée de vie pour deux raisons :

- les sollicitations estimées ne tiennent pas compte de la présence des contraintes résiduelles générées pendant l'indentation et pendant les premiers passages de la charge.
- les propriétés mécaniques du matériau utilisées dans le modèle de durée de vie sont celles du matériau de base et ne prennent pas en compte l'évolution due à l'écrouissage pendant l'indentation et pendant les premiers passages de la charge.

I.3.4 BILAN.

Les mécanismes de l'écaillage amorcé sur inclusion sont bien connus. Afin de limiter ces écaillages, les aciers à roulement sont doublement refondus sous vide (VIM-VAR), pour diminuer le nombre et la taille des inclusions. De plus, la connaissance de la taille et de la nature des inclusions permet, grâce au modèle de durée de vie développé par le GEMPPM, de déterminer la charge maximale que peut supporter le contact sans risquer une avarie initiée sur une inclusion.

La fatigue de roulement initiée en surface par la rugosité des surfaces de contact est elle aussi maîtrisée. En effet, la super finition des surfaces de contact, couplée avec une épaisseur de film d'huile suffisante permet de limiter très fortement les surcontraintes en peau des massifs, et donc l'initiation de l'endommagement dans ces zones.

Le problème majeur est lié à l'endommagement initié au voisinage des indents. En effet, ces derniers apparaissent au cours du fonctionnement du mécanisme et, s'ils sont nocifs, peuvent provoquer une avarie rapide du mécanisme, que l'on ne sait pas encore maîtriser.

I.4 LE MATERIAU SOLLICITE, LE 32CrMoV13 NITRURE.

Les deux axes de lutte contre la fatigue de roulement sont d'une part la limitation des sollicitations dues au contact, et d'autre part l'augmentation des capacités du matériau.

Les facteurs permettant de limiter les sollicitations dues au contact sont la pression de Hertz et la micro-géométrie des surfaces. L'augmentation de la capacité du matériau passe elle par l'augmentation de la micro-limite d'élasticité, mais aussi par l'amélioration de la propreté inclusionnaire et par la réduction des sollicitations subies grâce à la présence de contraintes résiduelles de traitement thermique ou thermochimique. Le choix du matériau et de son élaboration sont donc des axes importants de la lutte contre la fatigue de roulement.

L'acier 32CrMoV13 nitruré présente une grande dureté en surface et des contraintes résiduelles de compression élevées. A ce titre, il est un bon candidat pour les applications où la tenue en fatigue de roulement est primordiale, car il permet à la fois d'obtenir une micro-limite d'élasticité élevée et de réduire les sollicitations subies.

Le matériau que nous allons étudier est le 32CrMoV13 nitruré. L'acier 32CrMoV13 a été doublement refondu sous vide (VIM VAR). Avant nitruration, il a été austénitisé, trempé à l'huile et revenu à 630°C pendant 3h. La composition chimique du 32CrMoV13 est donnée dans le tableau suivant en pourcentage massique.

C	Si	Mn	S	P	Ni	Cr	Mo	V
0,334	0,24	0,48	<0,002	0,007	0,10	2,93	0,9	0,32

Tableau I.1. Composition chimique du 32CrMoV13.

I.4.1 LE TRAITEMENT THERMOCHIMIQUE DE NITRURATION.

a) Principe.

Le traitement thermochimique de nitruration est un apport d'azote par diffusion à des températures comprises entre 350 et 590°C (inférieures au palier eutectoïde du diagramme FeN - figure I.16) réalisé en phase ferritique.

Le traitement de nitruration est généralement réalisé sur des aciers trempés puis revenus à une température supérieure à la température de nitruration, pour qu'il n'y ait pas d'évolution du métal de base autre que celle provoquée par la nitruration.

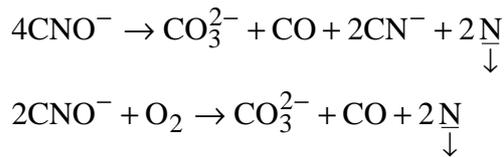
La nitruration provoque un durcissement par transformation in-situ et ne nécessite pas de traitement complémentaire pour obtenir les propriétés d'emploi.

b) Mise en œuvre.

Il existe plusieurs procédés pour effectuer le traitement thermochimique de nitruration. L'ensemble de ces procédés est basé sur un enrichissement superficiel de l'acier traité en produisant de l'azote atomique près de la surface.

Nitruration en bain de sel

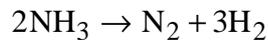
Le dispositif de traitement comporte un four à creuset métallique, dont le matériau est préconisé par le fournisseur du sel. Le maintien en température doit être garanti à 5°C près. L'élément nitrurant est le cyanate CNO^- . Il se décompose suivant une réaction de dismutation et d'oxydation.



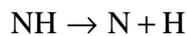
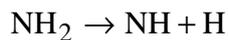
La nitruration en bains de sels conduit à des traitements très courts, avec présence systématique d'une couche de combinaison microporeuse composée principalement de nitrure ϵ (cf I.4.2). De plus, en raison des constituants chimiques des bains utilisés, cette méthode nécessite un lourd traitement des déchets, ce qui a tendance à limiter son utilisation industrielle.

Nitruration gazeuse à l'ammoniac.

La nitruration gazeuse à l'ammoniac consiste à injecter de l'ammoniac anhydre dans un four étanche avec un bon brassage de l'atmosphère et une précision en température élevée. Le débit de gaz fixe le taux de dissociation de l'ammoniac selon la réaction suivante :



La fraction de gaz non dissociée subit un craquelage catalytique au contact de l'acier



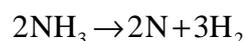
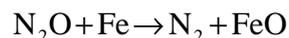
Une partie de l'azote naissant diffuse alors à partir de la surface de l'acier. La quantité d'azote qui diffuse dans le matériau dépend de la concentration locale en azote atomique.

Nitruration ionique

La nitruration ionique permet de durcir la surface par décharge plasma sous courant continu. Après une montée en température sous vide de la charge de nitruration, un mélange d'azote et d'hydrogène est introduit dans le four. La charge est maintenue à une tension comprise entre -500 et -1000V. L'azote est alors dissocié ($\text{N}_2 + e^- \rightarrow 2\text{N} + e^-$), ionisé ($\text{N} + e^- \rightarrow \text{N}^+ + 2e^-$) et accéléré vers la charge. A proximité de la charge, les ions positifs fixent un électron ce qui provoque la décharge plasma. L'énergie cinétique libérée lors de l'impact des atomes avec la pièce contribue à la maintenir à la température désirée pour la nitruration.

Nitruration basse pression

Le principe de la nitruration basse pression est d'utiliser du protoxyde d'azote qui a un pouvoir catalytique sur le phénomène de nitruration. L'atmosphère initiale est composée d'ammoniac, de protoxyde d'azote et d'azote. Les réactions qui se produisent sont:



Le niveau de pression ainsi que le taux de renouvellement de l'atmosphère permettent la réalisation de traitements en semi vrac.

I.4.2 MICROSTRUCTURE RESULTANT DU TRAITEMENT DE NITRURATION.

a) Microstructure générale des aciers nitrurés.

La structure observée après nitruration se compose généralement de deux zones distinctes (figure I.15). A la surface, on observe une couche blanche s'étendant jusqu'à environ 30 µm de profondeur. Sous cette couche blanche, appelée aussi couche de combinaison, on trouve une couche de diffusion, dont l'épaisseur varie de quelques dixièmes de millimètre jusqu'à un millimètre.

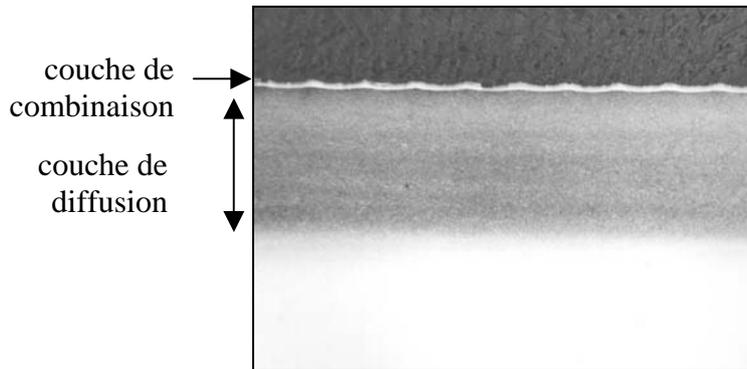


Figure I.15. Micrographie d'un acier nitruré[21].

Le diagramme fer-azote (figure I.16) permet de situer les principales phases en présence. On constate, aux températures utilisées, l'existence des phases suivantes :

- solution solide α d'azote dans le fer
- nitride γ' de structure cubique à faces centrées Fe_4N
- nitride ϵ de structure hexagonale compacte de composition $Fe_{2-3}N$.

En considérant que le taux d'azote décroît quand on s'éloigne de la surface, on aura, en partant de la surface, la présence successive de

- nitride ϵ
- mélange nitride γ' nitride ϵ
- mélange solution solide α d'azote dans le fer nitride γ'
- solution solide α d'azote dans le fer nitride γ'

Les trois premières phases forment la couche de combinaison, qui est composée essentiellement de nitrures, d'où sa couleur blanche après attaque au nital. La couche de diffusion, quant à elle, est composée, à la température de nitruration, de solution solide α qui, au refroidissement, va s'appauvrir en azote en précipitant des nitrures.

En raison des porosités constatées dans la couche de combinaison, cette dernière ne résiste pas à la fatigue de roulement. Aussi, dans nos applications, elle sera systématiquement abrasée. Dans la suite, nous allons nous intéresser uniquement à la couche de diffusion.

Nitride	Réseau de Bravais	Paramètre Å	Affinité standard de formation (J/mole de N_2)
Mo_2N	CFC	$a = 4,169$	-69,4
CrN	CFC	$a = 4,149$	-118
VN	CFC	$a = 4,139$	-251

Tableau I.2. Données cristallines et thermodynamiques de quelques nitrures [30].

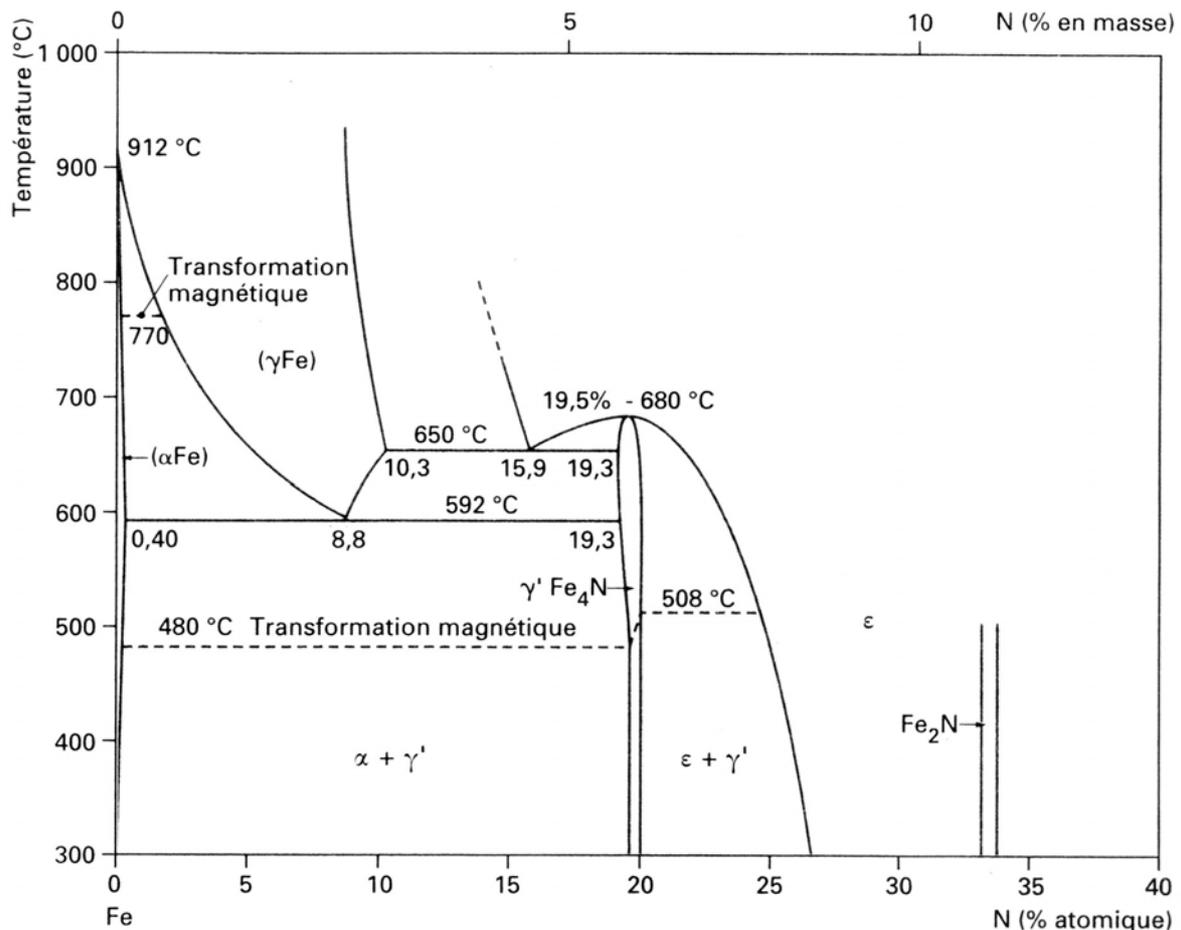


Figure I.16. Diagramme d'équilibre fer-azote[30].

Précipitation dans la couche de diffusion. Influence des éléments d'alliage.

Il est important de noter que si la couche de diffusion est uniquement composée de solution solide α , le durcissement obtenu est relativement faible. En revanche, la présence d'éléments d'alliage présentant une grande affinité avec l'azote favorise la formation de précipités semi-cohérents qui sont autant d'obstacles aux mouvements de dislocations, provoquant ainsi un durcissement important du matériau. De plus, ces précipités, en déformant la matrice de la ferrite (paramètres de maille différents), sont responsables de l'apparition de contraintes résiduelles. Enfin, en raison de la mobilité élevée de l'azote par rapport à celle des éléments d'alliage, cette précipitation sera finement répartie dans la couche de diffusion. Le durcissement provoqué par la nitruration d'un acier allié est un durcissement structural.

Les éléments ayant une grande affinité avec l'azote sont le chrome, le vanadium, le molybdène, l'aluminium et le manganèse (tableau I.2). Le durcissement obtenu par précipitation dépend de l'affinité avec l'azote de l'élément considéré, mais aussi des paramètres cristallins du nitride formé. Les nitrures de structure cubique à faces centrées ayant un paramètre de maille proche de 4,04 Å (diagonale de la maille de la ferrite) produisent un durcissement important.

b) Microstructure du 32CrMoV13 nitruré.

Avant nitruration, le 32CrMoV13 a une structure ferritique non recristallisée. La morphologie en lattes de la structure martensitique a été conservée. L'épaisseur de ces anciennes lattes est de quelques dixièmes de micron. Il existe une précipitation inter et intragranulaire. Dans les grains, deux familles de précipités, orientées à 70° l'une de l'autre existent (figure I.17). Ces précipités, dont la longueur est de l'ordre de la centaine de nanomètres, ont été identifiés comme de la cémentite.

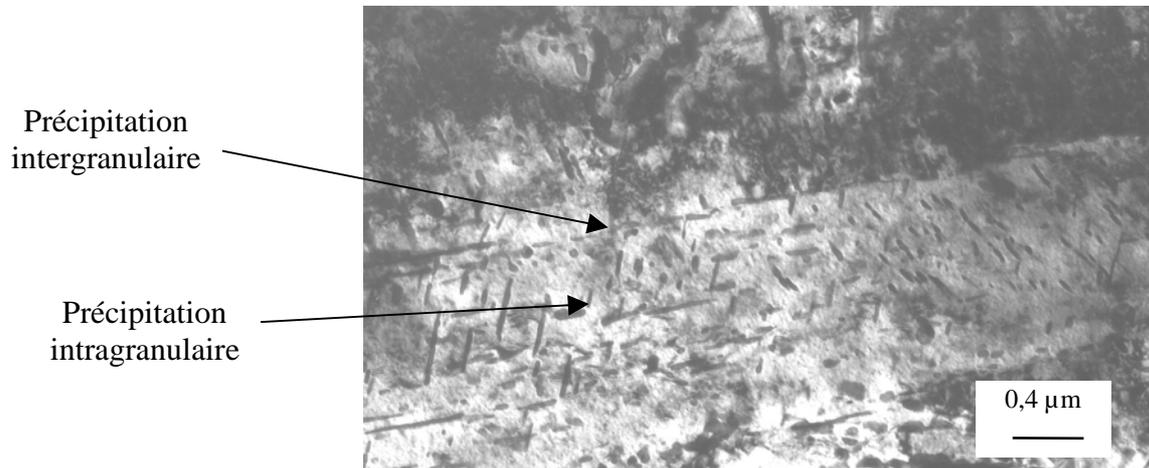


Figure I.17. Micrographie de l'état pré-traité avant nitruration [21].

Après nitruration, la zone sous la couche de diffusion, non concernée par l'apport d'azote n'a pas évolué. Dans la couche de diffusion, trois échelles de précipitation sont observées. Tout d'abord, des liserés de cémentite, dits cheveux d'ange, se sont développés parallèlement à la surface (figure I.18). La taille caractéristique de ces précipités est de quelques microns de long (maximum 10 µm) pour une largeur de l'ordre du micron. Ensuite, la seconde échelle de précipités correspond à la cémentite déjà présente avant la nitruration (figure I.19). Enfin, les observations effectuées au MET montrent l'existence d'une précipitation très fine (figure I.20), à l'origine du durcissement provoqué par le traitement de nitruration. Ces précipités semi-cohérents sont répartis selon trois plans orthogonaux, correspondant aux plans {100} de la ferrite. Ce sont des nitrures, principalement du nitrure de chrome (CrN), mais on trouve aussi du nitrure de vanadium (VN) et du nitrure de molybdène (Mo₂N).

El Ghazal a observé que la fine précipitation de nitrures évolue en fatigue. Les nitrures les plus fins semblent avoir été dissous au profit des nitrures subsistants dont l'épaisseur augmente.

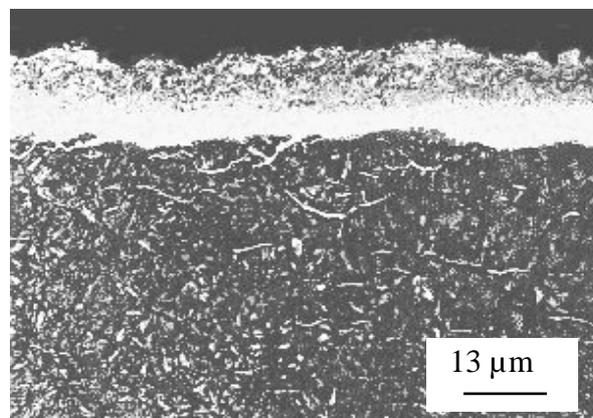


Figure I.18. Cheveux d'anges dans le 32CrMoV13 nitruré[21].

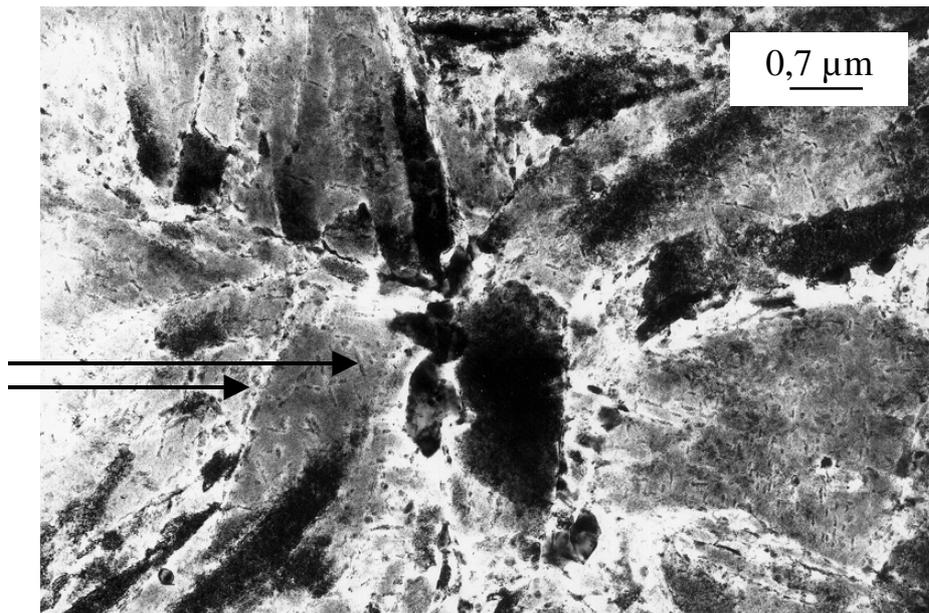


Figure I.19. Précipitation inter et intra granulaire après nitruration [21].

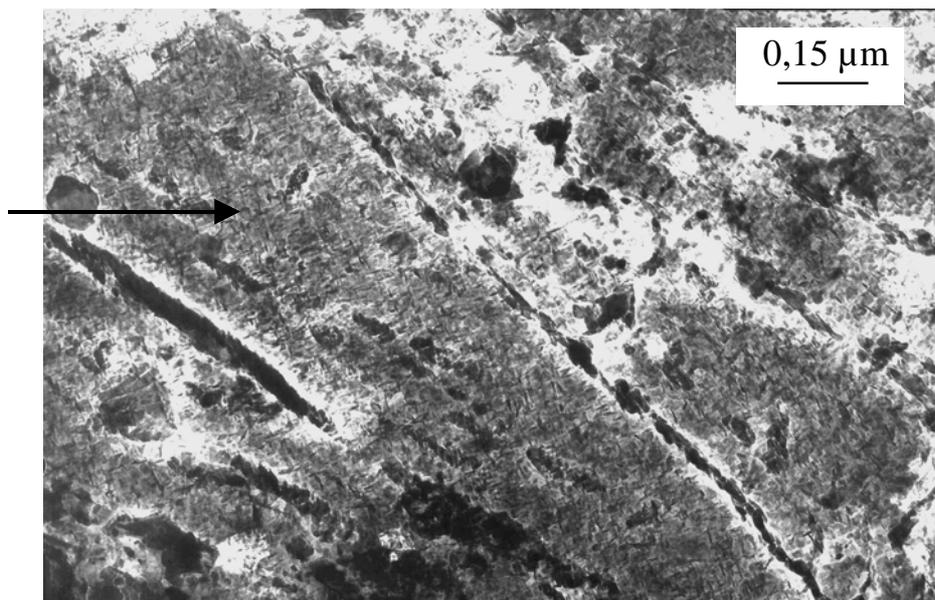


Figure I.20. Précipitation fine après nitruration [21].

I.4.3 PROPRIETES MECANQUES DU 32CrMoV13 NITRURE.

La présence d'éléments d'alliage favorise le durcissement structural du matériau par précipitation de l'azote pour former des nitrures. La concentration en nitrure variant avec la distance à la surface nitrurée, le traitement thermochimique de nitruration crée un profil de propriétés mécaniques. La dureté et la limite d'élasticité varient avec la profondeur. De plus, la distorsion du réseau cristallin par l'insertion d'azote et la précipitation de nitrures génère un profil de contraintes résiduelles.

La dureté permet de définir la profondeur de nitruration, distance entre la surface et la zone à cœur où la dureté est égale à la dureté à cœur augmentée de 100 MPa (norme NF A 04204).

Selon l'enrichissement en azote et la nature des précipités formés, la dureté en surface peut monter jusqu'à 1300 Hv.

a) Contraintes résiduelles.

Dans la couche de diffusion, les contraintes résiduelles sont des contraintes de compression qui peuvent atteindre des niveaux élevés, jusqu'à -800 MPa [2]. De plus, il a été constaté que ces contraintes sont stables jusqu'à 400°C en raison de la stabilité thermique des précipités formés pendant le traitement de nitruration, entre 500 et 600°C .

El Ghazal a déterminé le profil de contrainte résiduelle du 32CrMoV13 nitruré par la méthode d'enlèvement de couche. Sur un plateau nitruré (figure I.21) de 13 mm d'épaisseur et de 40 mm de côté, on enlève successivement des couches de matière. Après chaque enlèvement de couche on mesure la déformation de l'éprouvette à l'aide de jauges de contrainte situées sur la face opposée et on en déduit la valeur moyenne de la contrainte dans la couche.

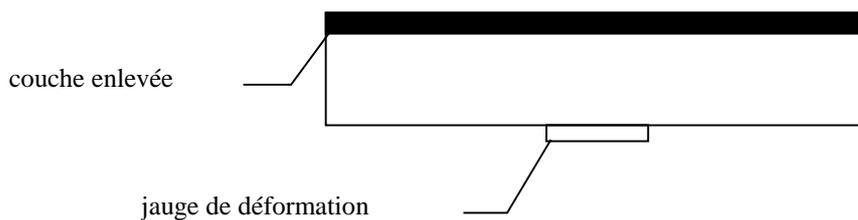


Figure I.21. Mesure des contraintes résiduelles par enlèvement de couche.

Nous pouvons observer sur la figure I.22 le profil de contrainte résiduelle ainsi déterminé par El Ghazal.

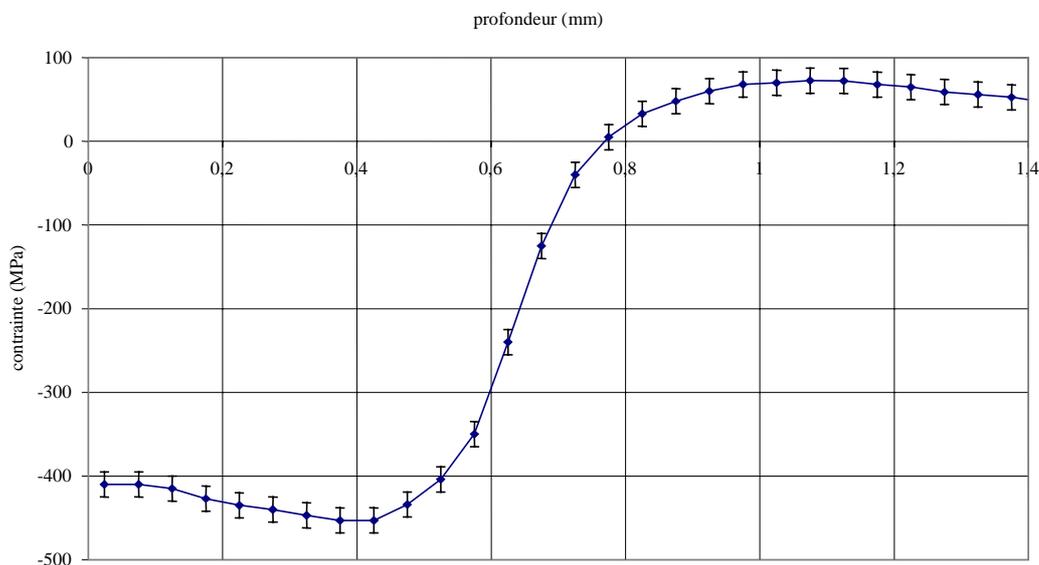


Figure I.22. Profil de contrainte résiduelle sur le 32CrMoV13 nitruré [21].

b) Micro-limite d'élasticité.

La seconde propriété mécanique qu'il est important de connaître en vue d'étudier le comportement en fatigue de roulement d'un acier est la micro-limite d'élasticité. Cette grandeur n'est pas à confondre avec la limite d'élasticité conventionnelle. Alors que cette dernière est déterminée pour une déformation d'épreuve de 0,2 %, la microlimite d'élasticité, définie par Lamagnère [40] correspond à la contrainte provoquant une déformation plastique de 0,002 % (20 μ def). La microlimite d'élasticité est donc une mesure beaucoup plus fine. Sa détermination est très délicate dans un matériau traité en surface, puisqu'il est nécessaire d'effectuer une mesure locale. Une technique basée sur l'essai de nano-indentation a été mise au point par El Ghazal. Sa présentation détaillée et son développement font l'objet du chapitre III.

I.5 BILAN.

La fatigue de roulement initiée au voisinage des indents est un phénomène encore mal connu. En particulier le niveau des sollicitations subies par le matériau et ses propriétés mécaniques en fonctionnement, c'est à dire après la formation de l'indent et après le rodage qui s'effectue durant les premiers passages de la charge sur l'indent nouvellement créé, restent à préciser.

La démarche que nous nous proposons de mettre en place pour étudier la fatigue de roulement initiée sur indentation vise tout d'abord à améliorer la connaissance des propriétés du matériau et des sollicitations subies en service, puis, sur cette base, à étudier l'initiation de l'endommagement (figure I.23).

Les caractéristiques mécaniques initiales du matériau sont modifiées lors de l'indentation. Il ne s'agit pas ici de modéliser le piégeage d'une particule dans le contact, mais de s'intéresser à une indentation dite artificielle, réalisée par un pénétrateur sphérique en diamant. La modélisation du processus d'indentation permet de déterminer l'évolution des caractéristiques du matériau ainsi que les contraintes résiduelles d'indentation.

Le passage de la charge sur l'indent doit ensuite être considéré. Au cours des premiers cycles, le rodage de l'indent se traduit par une évolution supplémentaire des caractéristiques du matériau, par l'ajout de contraintes résiduelles de rodage et par l'évolution de la géométrie de l'indent. Au terme de cette démarche, nous disposons alors des contraintes subies et des propriétés du matériau en service. Nous pouvons alors utiliser cette connaissance pour comprendre les mécanismes à l'origine de l'initiation de l'endommagement au voisinage de l'indent.

Pour suivre ce chemin, il faut disposer d'un outil permettant de simuler le processus d'indentation. Les caractéristiques de ce problème (grandes déformations et axisymétrie de l'indenteur) nous incitent à le résoudre par éléments finis. L'étude du rodage nécessite la résolution du contact indenté élastoplastique, en prenant en compte le trajet de l'indent dans le contact. Nous avons vu précédemment que la résolution par éléments finis n'est pas adaptée à ce problème. Nous avons donc mis au point un code de calcul permettant de résoudre ce problème. Son développement fait l'objet du second chapitre de ce document.

Pour connaître les caractéristiques finales du matériau, après indentation et rodage, il est nécessaire de déterminer finement ses caractéristiques initiales. Le 32CrMoV13 nitruré étant un acier à gradient de propriétés, la détermination des caractéristiques mécaniques est délicate, puisqu'elle nécessite une mesure locale. Le troisième chapitre est consacré au développement d'une méthode de mesure locale de micro-limite d'élasticité adaptée au 32CrMoV13 nitruré et à l'étude des contraintes résiduelles de nitruration. Nous avons alors pu déterminer les données d'entrée de notre problème, à savoir les propriétés mécaniques initiales du 32CrMoV13 nitruré.

Après avoir développé le code de contact élastoplastique et caractérisé les propriétés initiales du matériau, nous avons étudié expérimentalement l'initiation de l'endommagement. Cette étude, qui fait l'objet du chapitre IV, nous a permis de mettre en évidence l'influence des conditions d'indentation et de passage de la charge sur l'initiation de l'endommagement. Enfin, une étude des sollicitations subies et de l'évolution des propriétés mécaniques du 32CrMoV13, présentée au chapitre V, a permis de mieux comprendre les phénomènes à l'origine de l'initiation de l'endommagement par fatigue de roulement au voisinage des indents.

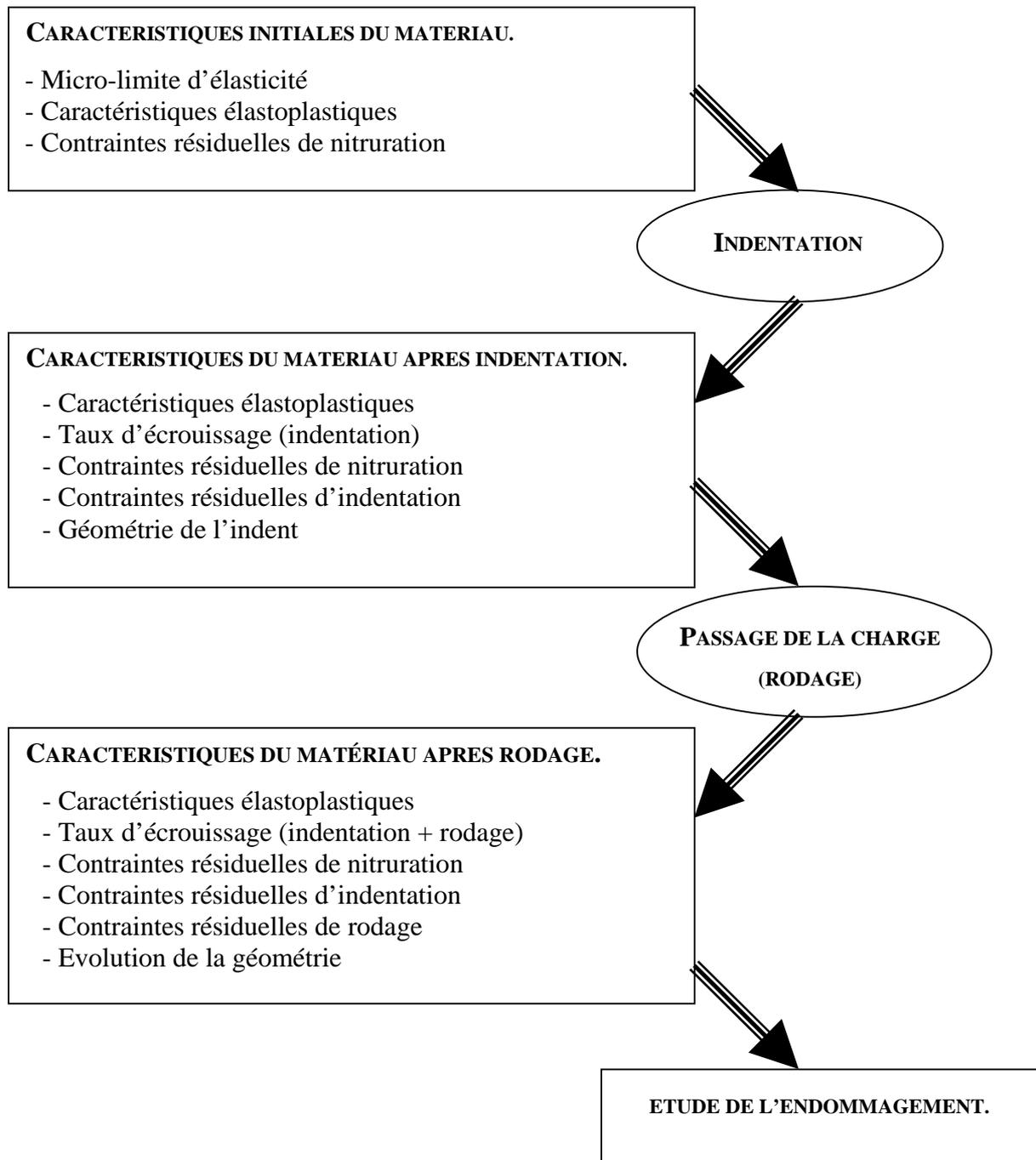
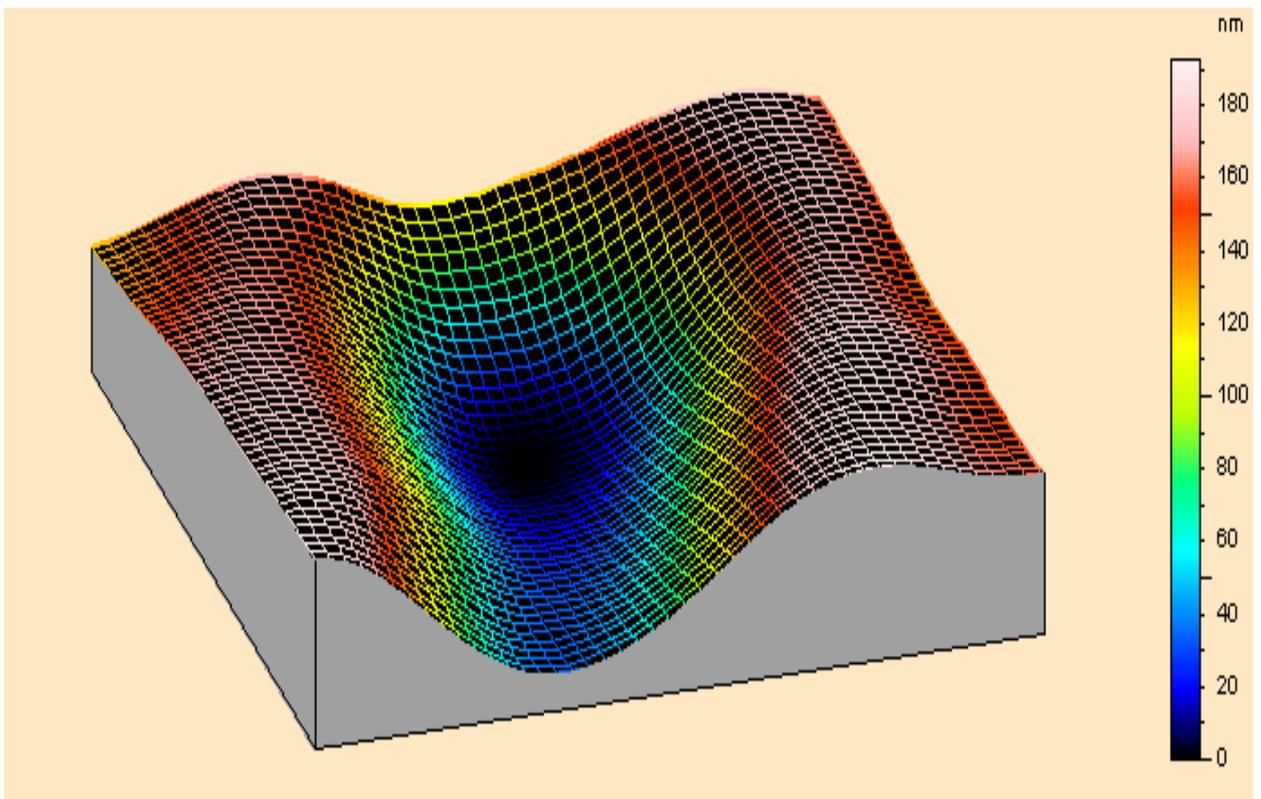


Figure I.23. Evolution des caractéristiques initiales du matériau au cours des événements.

Chapitre II

MODELISATION NUMERIQUE DU CONTACT ELASTOPLASTIQUE.



Début de l'empreinte résiduelle créée par une bille chargée puis entraînée en rotation.

Chapitre II : MODELISATION NUMERIQUE DU CONTACT ELASTOPLASTIQUE.

Résumé :

Afin de traiter les problèmes de durée de vie des contacts indentés, nous avons été amenés à développer un outil permettant de simuler le contact élastoplastique. Dans un premier temps, nous avons dû choisir un modèle de plasticité adapté aux aciers à roulement ainsi qu'aux objectifs de la simulation, à savoir déterminer l'état d'un contact indenté après quelques cycles. Pour résoudre le problème du contact élastoplastique, nous nous sommes placés dans le cadre des hypothèses classiques de Hertz, où les déformations sont petites et les zones de contact sont faibles par rapport aux courbures des massifs en contact, permettant ainsi de considérer les massifs comme étant semi-infinis. A ces hypothèses, dans le cadre du contact élastoplastique, nous rajouterons également que les dimensions du volume plastique sont petites par rapport aux rayons de courbure des massifs en contact. La prise en compte de la plasticité oblige à décrire le problème de contact de façon incrémentale et à prendre en compte le trajet de chargement. De plus, il est nécessaire de considérer le comportement volumique des massifs en contact, et non uniquement le comportement surfacique comme on le fait dans le cas du contact élastique. Une description du type "éléments frontières", couplée avec les conditions de massif semi-infini, a permis de limiter la description du massif au volume plastifié. Les algorithmes de résolution du contact élastoplastique lorsque la charge appliquée augmente ou lorsque les massifs roulent l'un sur l'autre ont été mis en place. Enfin, le code de calcul a été accéléré en utilisant les techniques de FFT qui permettent le calcul rapide des produits de convolution intervenant dans le problème. Le code de contact a ensuite été validé, tout d'abord en comparant les résultats avec le logiciel d'éléments finis ABAQUS, puis en comparant la simulation d'un essai de nano-indentation ainsi que le roulement d'une bille lisse à des essais réels.

II.1 Introduction	51
II.2 Théorie de la plasticité.	52
II.2.1 Critères de plasticité.	52
II.2.2 Schématisation de l'écroutissage.	54
II.2.3 Formulation des lois d'écoulement.	56
II.2.4 Modèles de plasticité.	57
II.3 Résolution du problème de contact normal élastoplastique.	59
II.3.1 Formulation du contact normal élastoplastique.	59
II.3.2 Résolution du problème de contact élastoplastique.	64
II.3.3 Relations déformations plastiques - déplacements en surface.	68
II.3.4 Calcul des contraintes résiduelles.	69
II.3.5 Calcul des pressions de contact et des contraintes associées.	72
II.3.6 Maillage du problème ; accélération des calculs par l'utilisation de la FFT.	73
II.4 Validation du code de calcul.	78
II.4.1 Validation par comparaison avec le logiciel d'éléments finis ABAQUS.	78
II.4.2 Validation expérimentale. Essai de nano-indentation.	86
II.4.3 Validation expérimentale. Mouvement de la charge.	86
II.5 Conclusion.	91

II.1 INTRODUCTION

Afin d'obtenir une description fine du contact indenté, il est nécessaire d'analyser les événements que subissent les massifs en contact.

1) Indentation.

Lorsqu'une particule est piégée dans le contact, elle déforme plastiquement les massifs en regard. Ceci a trois conséquences. Tout d'abord, la géométrie du contact est modifiée localement. De plus, l'hétérogénéité des déformations plastiques introduit des contraintes résiduelles. Enfin, au cours de la plastification, le massif est écroui, ce qui modifie la limite d'élasticité. Il ne s'agit pas dans cette étude de modéliser le piégeage d'une particule dans un contact. Nous allons nous intéresser à une indentation contrôlée de type Rockwell. Les caractéristiques de ce problème (grande déformation, trajet de chargement simple, indenteur élastique, problème axisymétrique) nous incitent à le résoudre en utilisant le code éléments finis ABAQUS.

2) Passage cyclique des corps roulants.

- Evolution de l'indent : lorsqu'un indent pénètre dans un contact, on observe la formation de pics de pression, au voisinage de ce défaut de surface, qui génèrent des surcontraintes élevées dans les massifs. L'observation expérimentale montre que le profil des indents tend à s'aplanir au cours des premiers cycles pour garder ensuite une géométrie qui évolue très peu. Au cours de ce rodage, des déformations plastiques complémentaires apparaissent, modifiant le champ des contraintes résiduelles et l'écrouissage du matériau au voisinage de l'indent. Pour prendre en compte ce phénomène de rodage, il est nécessaire d'utiliser la théorie de la plasticité. Les caractéristiques du problème (petites déformations, trajet de chargement complexe, problème tridimensionnel) nous ont incité à développer un outil spécifique, dont nous allons détailler les bases théoriques ainsi que le fonctionnement dans ce chapitre.

- Passage de la charge sur la géométrie rodée : lorsque le rodage est effectué, les massifs en contact ont un comportement quasiment élastique. L'état de contrainte peut alors être estimé précisément en résolvant simplement le contact élastique. Les contraintes résultantes sont alors la somme des contraintes résiduelles introduites pendant l'élaboration, l'indentation, le rodage, et des contraintes dues à la pression de contact.

Après ces deux étapes, nous aurons accès aux contraintes résiduelles dues à l'indentation et au rodage, aux contraintes générées par le contact sur la géométrie rodée ainsi qu'à l'évolution de la limite d'élasticité.

Dans ce chapitre, nous allons présenter le développement de l'outil qui va nous permettre par la suite de simuler l'évolution de l'indent lorsqu'il passe dans le contact. Pour répondre aux spécificités du 32CrMoV13 nitruré, l'outil que nous allons développer doit permettre la prise en compte des contraintes résiduelles de nitruration ainsi que du profil de micro-limite d'élasticité. Dans un premier temps, nous allons présenter la théorie de la plasticité. Ensuite, nous nous intéresserons à la résolution du contact élastoplastique avant de valider l'outil que nous avons développé.

II.2 THEORIE DE LA PLASTICITE.

La théorie de la plasticité s'attache à décrire les déformations irréversibles et indépendantes du temps. Des formulations existent pour les grandes déformations, mais nous nous limiterons dans cette étude à celle des petites déformations. Dans ce cadre, une hypothèse importante est la partition entre les déformations élastiques et plastiques ($\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^e + \boldsymbol{\epsilon}^p$), ainsi que le découplage des comportements. De plus, le module d'Young variant peu avec la déformation plastique, il sera considéré comme constant, cette hypothèse restant valable jusqu'à de grands taux de déformation.

L'aspect irréversible de la plasticité entraîne la nécessité d'adopter une description incrémentale des lois d'écoulement en raison de la dépendance de la solution à l'historique du chargement.

Dans un premier temps, nous allons présenter les critères classiques de plasticité, avant de nous intéresser au phénomène d'écrouissage. Ensuite, nous formulerons les relations générales liant les déformations plastiques aux contraintes. Enfin, nous particulariserons ces relations pour aboutir à différents modèles de plasticité. La théorie présentée ici est développée dans les références [38, 41, 44, 45, 50, 52].

II.2.1 CRITERES DE PLASTICITE.

Lors d'un essai de traction ou de compression unidimensionnel, la limite d'élasticité est définie comme étant la contrainte pour laquelle apparaissent les premières déformations plastiques. En deçà de cette limite, toutes les déformations générées pendant le chargement de l'éprouvette peuvent être recouvrées. Cette définition du domaine élastique pour un essai uniaxial doit être généralisée dans le cas d'un chargement complexe. Cette généralisation tridimensionnelle est appelée critère de plasticité. Elle permet de définir, dans l'espace des contraintes, la région pour laquelle le matériau aura un comportement élastique. Nous nous bornerons ici à la définition des deux critères isotropes les plus utilisés pour les métaux, les critères de Von Mises et de Tresca.

L'expression de ces critères dépend a priori de toutes les composantes du tenseur des contraintes ainsi que de la limite élastique σ_s . Cependant, quelques remarques préliminaires vont nous permettre de donner une forme générale des critères isotropes. Tout d'abord, en raison de l'isotropie et donc de l'invariance par rapport aux repères, seuls les trois invariants du tenseur des contraintes peuvent entrer en compte. De plus, en raison de l'incompressibilité plastique par rapport à la contrainte hydrostatique, seuls les invariants J_2 et J_3 du déviateur des contraintes, $\boldsymbol{\sigma}'$, peuvent intervenir. Nous obtenons ainsi l'expression générale des critères isotropes :

$$f(J_2, J_3, \sigma_s) = 0 \quad \text{avec} \quad J_2 = \left(\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad J_3 = \left(\frac{9}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II.1})$$

a) Critère de Von Mises.

Le critère de Von Mises a été établi en considérant que le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement, que nous noterons W_d , qui est une fonction du produit tensoriel contracté sur deux indices du déviateur du tenseur des contraintes.

$$W_d = \frac{1}{4\mu} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{4\mu} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} = \frac{1}{6\mu} J_2 (\boldsymbol{\sigma}')^2 \quad (\text{II.2})$$

Lorsque la limite d'élasticité σ_s est atteinte au cours d'un essai de traction pur, l'état de contrainte est simple et l'énergie élastique de cisaillement s'en déduit aisément (équation II.3)

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{I} \quad W_d = \frac{1}{4\mu} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{6\mu} \sigma_s^2 \quad (\text{II.3})$$

En égalant l'énergie élastique de cisaillement d'un état de contrainte quelconque avec celle d'une traction uniaxiale correspondant à l'obtention de la limite élastique, on aboutit à l'expression du critère de Von Mises :

$$f = \sigma_{\text{eq}} - \sigma_s = J_2(\boldsymbol{\sigma}') - \sigma_s = 0 \quad (\text{II.4})$$

Ainsi, l'état de contrainte tel que $\sigma_{\text{eq}} = \sigma_s$ est équivalent au sens de Von Mises à l'état unidimensionnel défini par σ_s . Nous appellerons dorénavant contrainte de Von Mises la contrainte définie par $J_2(\boldsymbol{\sigma}')$, qui est à comparer avec la limite d'élasticité en traction ou en compression.

L'expression développée de ce critère dans l'espace des contraintes est :

$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)]} - \sigma_s = 0 \quad (\text{II.5})$$

b) Critère de Tresca.

Le critère de Tresca relie le seuil de plasticité à la contrainte de Tresca, qui est la contrainte tangentielle maximale. En égalant la contrainte tangentielle maximale d'un état de contrainte quelconque avec celle d'une traction uniaxiale correspondant à l'obtention de la limite élastique, on aboutit à l'expression du critère de Tresca :

$$f = \frac{1}{2} \sup(|\sigma_i - \sigma_j|) - \frac{1}{2} \sigma_s = 0 \quad (\text{II.6})$$

Dans notre cas, nous utiliserons le critère de Von Mises. En effet, ce dernier possède l'avantage de ne pas présenter de discontinuité sur sa frontière (figure II.1), ce qui est très commode d'un point de vue numérique. De plus, les deux critères sont très proches et permettent tous deux de bien décrire le comportement des métaux.

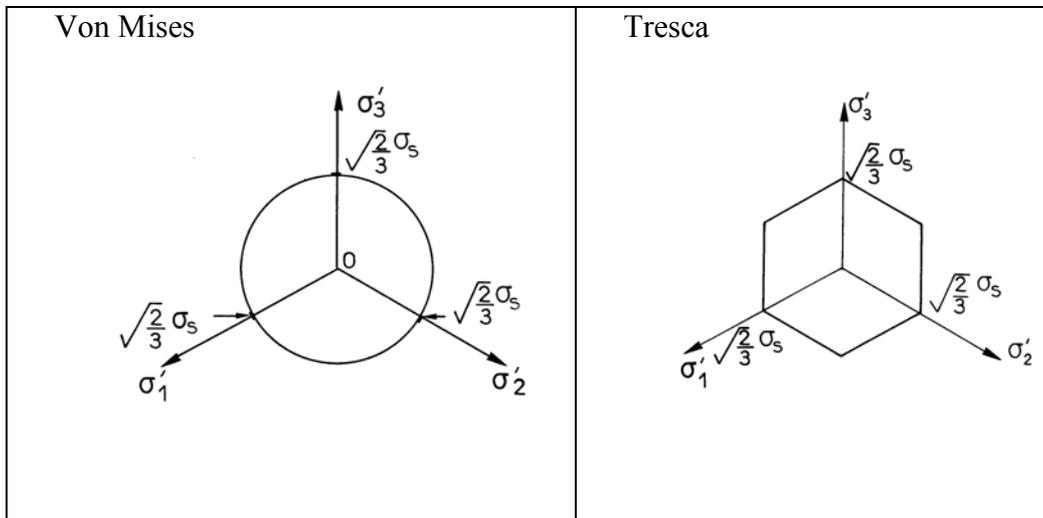


Figure II.1. Représentation des critères dans l'espace des contraintes déviatoriques [41].

II.2.2 SCHEMATISATION DE L'ÉCROUISSAGE.

Lorsque l'écoulement plastique se produit, la limite d'élasticité évolue. Ainsi, si au cours d'un essai de compression, l'éprouvette est chargée à un niveau supérieur à la limite d'élasticité initiale σ_y , déchargée puis rechargée à nouveau, la limite d'élasticité finale au cours de ce second chargement sera différente de la limite d'élasticité initiale. L'écrouissage se manifeste par l'augmentation de la limite d'élasticité pendant l'écoulement et par la nécessité d'augmenter la contrainte appliquée pour poursuivre l'écoulement. Il existe plusieurs manières de représenter l'écrouissage. Dans cette partie, nous présenterons ces différents modèles ainsi que leur capacité à représenter les phénomènes observés physiquement.

a) Écrouissage isotrope.

Un matériau peut être considéré à écrouissage isotrope si son domaine d'élasticité ne dépend que d'une variable scalaire, c'est à dire si les lieux des points représentant la limite d'élasticité dans l'espace des contraintes se déduisent les uns des autres par une homothétie de centre O (figure II.2). Ainsi, si on comprime une éprouvette ayant initialement la même limite d'élasticité en traction et en compression jusqu'à une valeur σ_c puis que l'on fasse une traction, on retrouvera pour la limite en traction cette valeur σ_c .

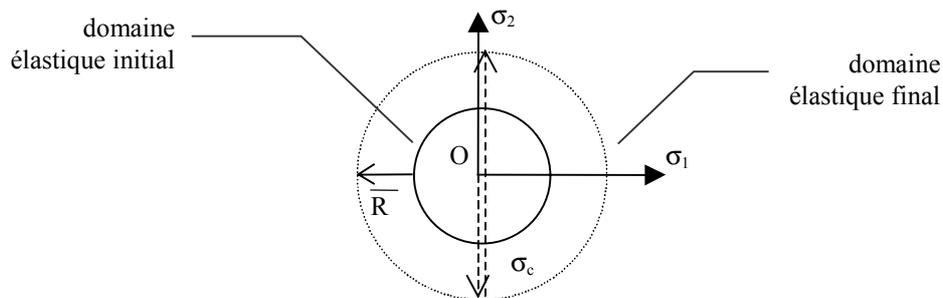


Figure II.2. Schématisation de l'écrouissage isotrope.

b) Écrouissage cinématique.

Dans le cadre de l'écrouissage cinématique, le domaine d'élasticité garde une taille constante, mais il se déplace dans l'espace des contraintes. Si on effectue un essai de traction sur une éprouvette vierge, on trouve une limite d'élasticité en traction initiale σ_{t1} . Si ce même essai est effectué après avoir comprimé l'éprouvette jusqu'à une valeur σ_c inférieure à la limite d'élasticité en compression, on trouve alors une limite d'élasticité en traction σ_{t2} inférieure à σ_{t1} (figure II.3). C'est l'effet Bauschinger, souvent observé dans les métaux.

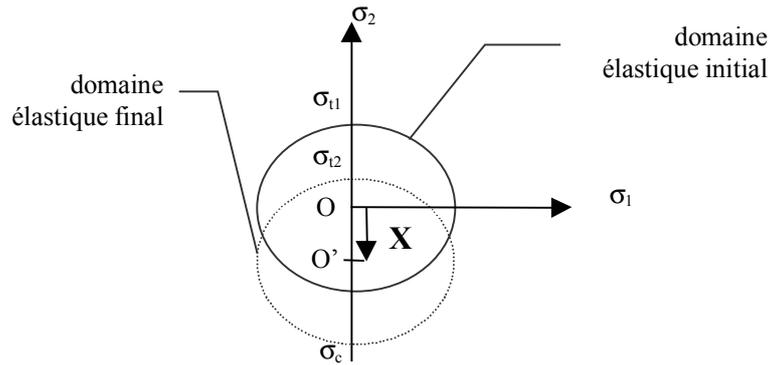


Figure II.3. Schématisation de l'écrouissage cinématique.

On distingue l'écrouissage cinématique linéaire de l'écrouissage cinématique non linéaire. Le premier correspond à une relation linéaire entre le centre du domaine élastique (dans l'espace des contraintes) et le tenseur des déformations plastiques. L'écrouissage cinématique non linéaire est plus complexe et sort du cadre de la plasticité associée (cf. II.2.3.c).

a) Chargements cycliques.

Sous chargement cyclique, les propriétés d'écrouissage de la plupart des matériaux varient avec le nombre de cycles. On peut alors observer plusieurs phénomènes.

Au cours de chargements purement alternés, on peut observer un durcissement cyclique si l'amplitude de déformation diminue à charge imposée ou si l'amplitude de contrainte augmente à déformation imposée. A l'inverse, on peut également observer un adoucissement cyclique.

Sous chargement cyclique à contrainte imposée, on peut alors observer (figure II.4) :

- une adaptation : plastification durant les premiers cycles puis établissement d'un régime purement élastique.
- une accommodation plastique : au bout de quelques cycles, la déformation plastique n'évolue plus.
- un phénomène de rochet : la déformation plastique continue à augmenter à chaque cycle.

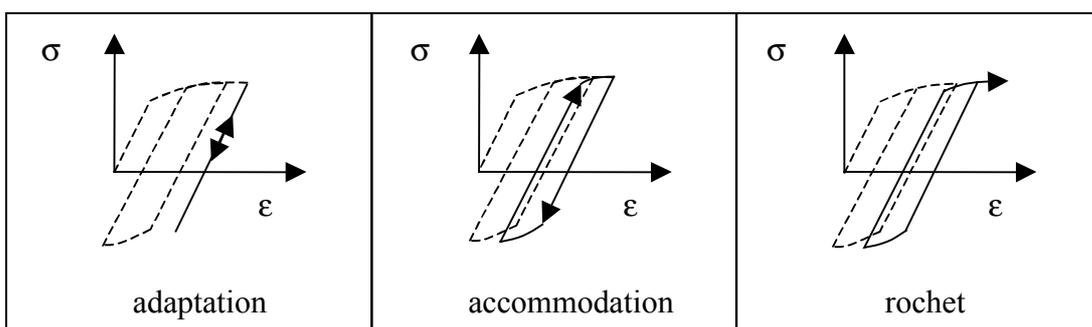


Figure II.4. Comportements cycliques.

c) **Bilan.**

Nous allons maintenant faire le point sur les phénomènes observés et sur les différentes schématisations permettant d'en rendre compte.

écrouissage	Adaptation	Effet Bauschinger	Accommodation plastique	Rochet
isotrope	√			
cinématique linéaire	√	√	√	
cinématique non linéaire	√	√	√	√

Nous avons parlé ici de l'écrouissage du matériau, à ne pas confondre avec l'écrouissage structural. En effet, les déformations plastiques introduisent des changements géométriques permanents et, par leur hétérogénéité, des contraintes résiduelles qui peuvent provoquer une accommodation liée à l'évolution du chargement subi par la structure.

II.2.3 FORMULATION DES LOIS D'ÉCOULEMENT.

Nous allons maintenant nous attacher à décrire les lois d'écoulement. La plasticité est un phénomène irréversible, dépendant du trajet de chargement. Aussi, les lois d'écoulement plastique sont exprimées sous une forme incrémentale.

a) Variables utilisées.

Deux types de variables doivent être distingués : les variables observables et les variables internes. Les variables observables sont des grandeurs mesurables à tout moment. Nous choisirons la déformation totale. Les variables d'état (V_k) sont des variables représentatives de l'histoire passée. On utilise en général la déformation plastique cumulée p pour l'écrouissage isotrope et une variable tensorielle α pour l'écrouissage cinématique. Les variables associées à ces grandeurs sont \bar{R} et \mathbf{X} , respectivement dérivées de l'énergie libre spécifique par rapport à p et à α . Elles sont illustrées sur les figures II.2 et II.3. La déformation plastique cumulée est définie par :

$$p = \int_0^t \frac{2}{3} (\dot{\epsilon}^P : \dot{\epsilon}^P)^{\frac{1}{2}} dt \tag{II.7}$$

b) Critère de charge – décharge.

Nous appellerons surface de charge la surface décrite par le critère de plasticité à l'état écroui du matériau. Pour qu'il y ait écoulement plastique, il est nécessaire de réunir deux conditions :

- le point représentatif de l'état de contrainte est situé sur la surface de charge (la limite d'élasticité doit être atteinte): $f(\sigma, V_k) = 0$
- le point représentatif de l'état de contrainte reste sur la surface de charge, condition de consistance qui assure que le point $(\sigma+d\sigma)$ soit lui aussi sur la surface de charge (l'état de contrainte ne revient pas à l'intérieur du domaine élastique) : $df(\sigma, V_k) = 0$

Pour résumer :

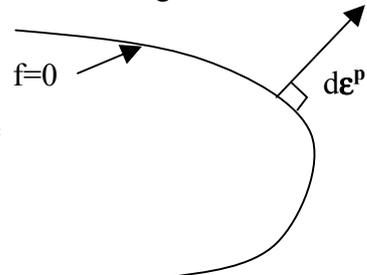
$f < 0$	—————>	comportement élastique	
$f = 0$ et $df = 0$	—————>	écoulement plastique	(II.8)
$f = 0$ et $df < 0$	—————>	décharge élastique	

b) Détermination des déformations plastiques.

Il s'agit maintenant de déterminer l'évolution des déformations plastiques et des variables d'écrouissage en fonction de l'évolution des contraintes. Pour cela, nous faisons appel aux hypothèses de normalité associées aux phénomènes dissipatifs instantanés qui permettent d'écrire que la déformation plastique est normale à la surface de charge.

$$\begin{aligned}
 d\epsilon^P &= d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\
 dp &= -d\lambda \frac{\partial f}{\partial R} \\
 d\alpha &= -d\lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}}
 \end{aligned}
 \tag{II.9}$$

avec $d\lambda$ multiplicateur plastique



La direction des déformations est déterminée à partir de la surface de charge. Dans le cadre plus général de la plasticité non associée, on introduit un potentiel de dissipation F différent de la surface de charge qui donne la direction des déformations. Ce cadre est utilisé dans des

modèles plus complexes que ceux abordés ici, notamment dans le cas de l'érouissage cinématique non linéaire.

Le multiplicateur plastique introduit ici va être déterminé en écrivant la condition de consistance. L'expression de ce multiplicateur va être liée au critère retenu ainsi qu'au schéma d'érouissage choisi.

II.2.4 MODELES DE PLASTICITE.

Nous allons maintenant présenter deux modèles de plasticité, l'un utilisant l'érouissage isotrope, l'autre utilisant l'érouissage cinématique linéaire.

a) Loi de Prandtl-Reuss.

C'est une loi à érouissage isotrope (c'est à dire avec une seule variable d'érouissage p) qui utilise le critère de Von Mises. La courbe d'érouissage unidimensionnelle s'exprime par :

$$\bar{R} + \sigma_y = k(p) \text{ ce qui donne la surface de charge } f = \sigma_{eq} - \bar{R} - \sigma_y \quad (\text{II.10})$$

On écrit tout d'abord les conditions de normalité :

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} d\lambda \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\sigma_{eq}} \quad (\text{II.11})$$

$$dp = -d\lambda \frac{\partial f}{\partial R} = d\lambda$$

On écrit ensuite la condition de consistance :

$$df = d\sigma_{eq} - \dot{k}(p)dp = 0 \quad (\text{II.12})$$

On en déduit alors l'expression du multiplicateur plastique :

$$d\lambda = \frac{d\sigma_{eq}}{\dot{k}(p)} \quad (\text{II.13})$$

La loi d'écoulement s'écrit alors :

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{3}{2} \frac{d\sigma_{eq}}{\dot{k}(p)} \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\sigma_{eq}} \quad (\text{II.14})$$

En arrangeant l'expression pour ne faire intervenir que les contraintes et en introduisant les conditions de charge, on aboutit à la loi de Prandtl-Reuss :

$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p$ $d\boldsymbol{\varepsilon}^e = \frac{1+\nu}{E} d\boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} d(\text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}))\mathbf{I}$ $\text{si } f = 0 \text{ et } df = 0 \quad d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{3}{2} \dot{g}(\sigma_{eq}) \frac{d\sigma_{eq}}{\sigma_{eq}} \boldsymbol{\sigma}' \quad \text{et } \dot{g}(\sigma_{eq}) = [\dot{k}(k^{-1}(\sigma_{eq}))]^{-1}$ $d\boldsymbol{\varepsilon}^p = 0 \quad \text{sinon}$	(II.15)
--	---------

b) Ecouissage cinématique de Prager.

C'est une loi à écouissage cinématique linéaire. La variable d'écouissage est de nature tensorielle et indique la position du centre de la surface de charge dans l'espace des contraintes.

Le critère utilisé est le critère de Von Mises : $f = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - \sigma_y$. En procédant de la même façon que précédemment, on aboutit à la formulation suivante :

$$\begin{array}{l}
 d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p \\
 d\boldsymbol{\varepsilon}^e = \frac{1+\nu}{E} d\boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(d\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} \\
 \text{si } f = 0 \text{ et } df = 0 \left\{ \begin{array}{l} d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{9}{4} \frac{(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}') : d\boldsymbol{\sigma}}{C \cdot \sigma_s^2} (\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}') \\ d\mathbf{X} = \frac{2}{3} C d\boldsymbol{\varepsilon}^p \end{array} \right. \quad \text{avec } C \text{ module d'écouissage} \\
 d\boldsymbol{\varepsilon}^p = 0 \quad \text{sinon}
 \end{array} \quad (\text{II.16})$$

Au cours de cette étude, nous considérerons une schématisation isotrope de l'écouissage. En effet, les matériaux étudiés ont la particularité de présenter un fort taux de durcissement en début d'écouissage, qui diminue au fur et à mesure que l'écouissage augmente. Ce phénomène ne peut pas être représenté par un écouissage cinématique linéaire. En outre, la mise en œuvre d'un écouissage cinématique non linéaire serait complexe dans notre cas, en raison de la difficulté d'identification des différents paramètres, notamment sur des aciers à gradient de propriétés. De plus, au travers de cet outil élastoplastique, nous visons à déterminer l'état du contact après quelques cycles, c'est à dire l'état rodé peu différent de l'état initial, et l'écouissage isotrope est suffisant pour atteindre cet objectif.

En terme de critère de plasticité, nous allons utiliser le critère de Von Mises. Ce critère, très proche de celui de Tresca, est bien adapté au comportement des aciers. Il présente en outre l'avantage d'être adapté au traitement numérique.

Nous allons donc utiliser le modèle de plasticité de Prandtl-Reuss. Au cours de cette étude, ce modèle sera utilisé principalement avec la loi de Swift :

$$k(p) = B(C + p)^n, \text{ ce qui conduit à } \dot{g}(\sigma_{eq}) = \frac{1}{nB} \left(\frac{B}{\sigma_{eq}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \quad (\text{II.17})$$

Le modèle de plasticité ayant été défini, nous allons pouvoir passer à sa mise en œuvre dans le cadre du contact élastoplastique. Cependant, afin de conserver l'aspect général du code de contact élastoplastique, nous allons utiliser la forme générale des modèles de plasticité. Nous allons donc considérer que l'incrément de déformation plastique dépend de la contrainte, de l'incrément de contrainte et de l'état d'écouissage :

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\boldsymbol{\varepsilon}^p(\boldsymbol{\sigma}, d\boldsymbol{\sigma}, \text{état d'écouissage}) \quad (\text{II.18})$$

II.3 RESOLUTION DU PROBLEME DE CONTACT NORMAL ELASTOPLASTIQUE.

II.3.1 FORMULATION DU CONTACT NORMAL ELASTOPLASTIQUE.

Au cours de cette étude, nous allons adopter les hypothèses de Hertz. Les déformations restent limitées, et les dimensions des zones de contact restent faibles au regard des rayons de courbure des massifs en contact. De même, les zones déformées plastiquement sont limitées au vu des dimensions des massifs en contact, qui peuvent alors être considérés comme des massifs semi-infinis.

a) Formulation générale du contact normal sec.

Nous nous plaçons dans le repère de centre O, centré sur le contact. Le plan $(O\bar{x}_1\bar{x}_2)$ définit le plan de contact, et \bar{x}_3 est l'axe vertical descendant (figure II.5).

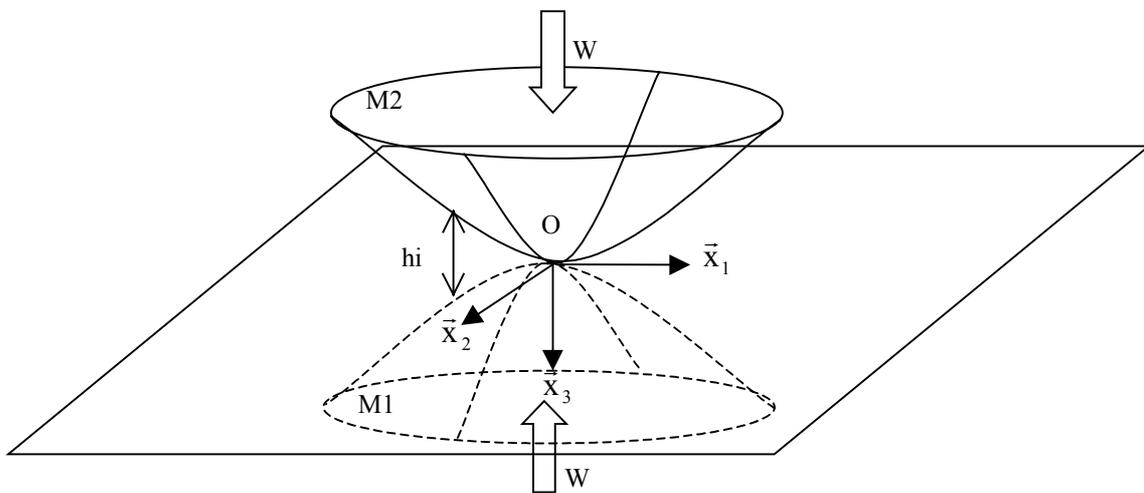


Figure II.5. Définition du problème de contact.

Le problème du contact normal sec entre deux corps, M1 et M2, consiste à résoudre simultanément deux équations et à satisfaire une inéquation. Il est défini par :

- la conservation de la charge. La charge appliquée sur un massif en contact (W) doit être égale à l'intégrale des pressions de contact :

$$W = \iint_{\Gamma_c} p_3(x_1, x_2).dx_1.dx_2 \quad (II.19)$$

- la déformée des deux massifs (M1 et M2) en contact :

$$h(x_1, x_2) = h_i(x_1, x_2) + \delta + u_3(x_1, x_2)^{M1} - u_3(x_1, x_2)^{M2} = h_i(x_1, x_2) + \delta + [u_3(x_1, x_2)]^{(M1-M2)} \quad (II.20)$$

δ : déplacement relatif des deux corps M1 et M2.

h : distance entre M1 et M2.

u_3 : déplacement en surface.

- les conditions de contact :

$$h(x_1, x_2) \geq 0$$

$$\text{contact : si } h(x_1, x_2) = 0 \text{ alors } p_3(x_1, x_2) > 0$$

$$\text{non contact : si } h(x_1, x_2) > 0 \text{ alors } p_3(x_1, x_2) = 0 \quad (II.21)$$

Pour que cet ensemble d'équations soit solvable, il est nécessaire de pouvoir exprimer les déplacements en surface en fonction des pressions de contact.

Dans le cas classique du contact élastique, les déplacements d'un massif $u_3(x_1, x_2)$ s'expriment en fonction des pressions de contact par le produit de convolution suivant :

$$u_3(x_1, x_2) = \iint_{\Gamma_C} p_3(x'_1, x'_2) f(x_1 - x'_1, x_2 - x'_2) dx'_1 dx'_2 \quad (\text{II.22})$$

La fonction $f(x_1 - x'_1, x_2 - x'_2)$ est connue et correspond au déplacement généré au point $(x_1, x_2, 0)$ par une force unitaire appliquée au point $(x'_1, x'_2, 0)$.

Afin de formuler précisément le problème du contact normal élastoplastique, il est nécessaire d'exprimer les déplacements $[u_3(x_1, x_2)]^{M1-M2}$ de l'équation II.20 en fonction des pressions de contact. Pour cela, nous allons procéder en trois étapes. Tout d'abord, nous allons formuler le principe de réciprocité dans le cas du contact élastoplastique normal. Dans un second temps, nous allons montrer que les déplacements en surface peuvent s'exprimer comme la somme des contributions des pressions de contact et des déformations plastiques. Enfin, dans un troisième temps, nous allons montrer comment résoudre le problème du couplage entre les déformations plastiques et les pressions de contact. Au final, nous pourrons donc établir la formulation complète du contact élastoplastique.

b) Ecriture du principe de réciprocité en présence de déformations plastiques. Application au cas du contact élastoplastique.

Soit un domaine Ω de frontière Γ . Considérons deux états mécaniques indépendants de ce domaine. L'un de ces états, $(\mathbf{u}^*, \boldsymbol{\varepsilon}^*, \boldsymbol{\sigma}^*)$, est purement élastique alors que l'autre, $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma})$, comporte en plus des déformations plastiques initiales. Les deux états concernent le même domaine et sont donc régis par les mêmes propriétés élastiques.

\mathbf{u} : présence de déformations initiales	\mathbf{u}^*
$\varepsilon_{ij} = 0,5 \cdot (u_{i,j} + u_{j,i})$	$\varepsilon^*_{ij} = 0,5 \cdot (u^*_{i,j} + u^*_{j,i})$
$\sigma_{ij} = M_{ijkl} \cdot (\varepsilon_{kl} - \varepsilon^p_{kl})$	$\sigma^*_{ij} = M_{ijkl} \cdot \varepsilon^*_{kl}$

La symétrie du tenseur des contraintes impose : $M_{ijkl} = M_{jikl}$
 La symétrie du tenseur des déformations entraîne : $M_{ijkl} = M_{ijlk}$ (II.23)
 L'isotropie entraîne quant à elle : $M_{ijkl} = M_{klij}$

- Considérons le produit $\sigma_{ij} \varepsilon^*_{ij}$. En raison de la symétrie des tenseurs, il vient

$$\sigma_{ij} \varepsilon^*_{ij} = M_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon^p_{kl}) \varepsilon^*_{ij} = (\varepsilon_{kl} - \varepsilon^p_{kl}) M_{ijkl} \varepsilon^*_{ij} = (\varepsilon_{kl} - \varepsilon^p_{kl}) M_{klij} \varepsilon^*_{ij} = (\varepsilon_{kl} - \varepsilon^p_{kl}) \sigma^*_{kl} \quad (\text{II.24})$$

- Intégrons (II.24) sur le domaine Ω

partie gauche :

En raison de la symétrie du tenseur des contraintes, on peut écrire

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon^*_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\sigma_{ij}}{2} (u^*_{i,j} + u^*_{j,i}) d\Omega = \int_{\Omega} \sigma_{ij} u^*_{i,j} d\Omega = \int_{\Omega} (\sigma_{ij} u^*_{i,j})_{,j} d\Omega - \int_{\Omega} \sigma_{ij,j} u^*_{i,j} d\Omega \quad (\text{II.25})$$

Le tenseur des contraintes vérifiant les conditions d'équilibre, il vient :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon^*_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} (\sigma_{ij} u^*_{i,j})_{,j} d\Omega + \int_{\Omega} f_i u^*_{i,j} d\Omega \quad (\text{II.26})$$

En appliquant le théorème d'Ostrogradski, avec une normale dirigée vers l'intérieur :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon^*_{ij} d\Omega = - \int_{\Gamma} u^*_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i u^*_i d\Omega \quad (\text{II.27})$$

partie droite :

De la même façon, on obtient :

$$\int_{\Omega} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p) \sigma_{ij}^* d\Omega = \int_{\Omega} \epsilon_{ij} \sigma_{ij}^* d\Omega - \int_{\Omega} \epsilon_{ij}^p \sigma_{ij}^* d\Omega = - \int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - \int_{\Omega} \epsilon_{ij}^p \sigma_{ij}^* d\Omega \quad (II.28)$$

- En égalant les deux parties, on obtient alors le principe de réciprocité :

$$- \int_{\Gamma} u_i^* \sigma_{ij} n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i u_i^* d\Omega = - \int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - \int_{\Omega} \epsilon_{ij}^p \sigma_{ij}^* d\Omega \quad (II.29)$$

Application au contact élastoplastique.

Appliquons maintenant le principe de réciprocité au cas du contact élastoplastique normal, pour lequel les forces volumiques sont nulles ou négligeables ($f_i=0$). L'état élastique (\mathbf{u} , $\boldsymbol{\epsilon}$, $\boldsymbol{\sigma}$) correspond à un massif semi-infini (hypothèse de Hertz), chargé sur une partie Γ_c de la surface Γ par les pressions de contact $p_3(x,y)$, avec des déformations plastiques en volume.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} n_j &= -p_3(x,y) \text{ sur } \Gamma_c \\ &0 \text{ ailleurs} \end{aligned} \quad (II.30)$$

Le principe de réciprocité devient alors :

$$\int_{\Gamma_c} u_3^* p_3 d\Gamma = - \int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - \int_{\Omega} \epsilon_{ij}^p \sigma_{ij}^* d\Omega \quad (II.31)$$

On démontre que, puisqu'il s'agit de déformations plastiques ($\text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}^p)=0$), on peut écrire :

$$\boxed{\int_{\Gamma_c} u_3^* p_3 d\Gamma = - \int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - 2\mu \int_{\Omega} \epsilon_{ij}^p \epsilon_{ij}^* d\Omega} \quad (II.32)$$

c) Equation de déformée des massifs. Prise en compte des déformations plastiques.

En particulierisant l'état élastique (\mathbf{u}^* , $\boldsymbol{\epsilon}^*$, $\boldsymbol{\sigma}^*$), le principe de réciprocité nous permet d'établir l'équation de la déformée des massifs. Considérons une force unitaire appliquée selon la direction \vec{x}_3 en un point A de la surface du massif semi-infini. Les forces volumiques sont nulles ($f_i^*=0$).

$$- \int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_i p_i^* d\Gamma = u_3(A) \quad (II.33)$$

En reportant dans l'équation II.32, on exprime les déplacements en surface d'un massif semi-infini à partir des pressions de contact et des déformations plastiques présentes dans le massif :

$$u_3(A) = \int_{\Gamma_c} u_{33}^*(A, M') p_3 dx' dy' + 2\mu \int_{\Omega_p} \epsilon_{ij}^p(M) \epsilon_{3ij}^*(A, M) d\Omega \quad (II.34)$$

($u_{33}^*(A, M)$ et $\epsilon_{3ij}^*(A, M)$) sont respectivement le déplacement selon 3 et le terme ij du tenseur des déformations provoqués au point M par une force unitaire appliquée selon 3 au point A)

Il est alors possible de formuler l'équation de la déformée des massifs en tenant compte de la présence de déformations plastiques. En théorie, les deux massifs peuvent être élastoplastiques. Dans la suite on se limite au cas où seul le massif M1 est élastoplastique, la formulation pouvant être étendue à deux massifs élastoplastiques sans difficulté majeure.

$$\boxed{\begin{aligned} h(x_1, x_2) &= h_i(x_1, x_2) + \delta + \left[\int_{\Gamma_c} u_{33}^*(A, M') p_3 dx'_1 dx'_2 \right]^{M1-M2} + 2\mu \int_{\Omega_p} \epsilon_{ij}^p(M) \epsilon_{3ij}^*(A, M) d\Omega \\ &= h_i(x_1, x_2) + \delta + [u_3^{pr}]^{M1-M2} + u_3^r \end{aligned}} \quad (II.35)$$

Les déplacements $[u_3^{pr}]^{M1-M2}$ correspondent aux déplacements générés en surface par les pressions de contact. Les déplacements résiduels u_3^r correspondent aux déplacements induits par les déformations plastiques présentes, dans notre cas, dans le massif M1. De plus, on peut noter que si les déformations plastiques sont connues, on retrouve alors la formulation du problème de contact élastique, avec une géométrie modifiée $hi_{mod}(x_1, x_2) = hi(x_1, x_2) + u_3^r$. Cette particularité sera mise à profit au cours de la résolution du problème de contact élastoplastique.

Cependant, cette équation de la déformée des massifs, tenant compte de la présence de déformations plastiques, ne permet pas à elle seule la résolution du contact élastoplastique. En effet, pour pouvoir résoudre le problème de contact, il est nécessaire que les déplacements résiduels $u_3^r(x_1, x_2)$ puissent s'exprimer en fonction de la pression de contact. Il est donc nécessaire de compléter cette équation de déformée des massifs par une relation liant les déformations plastiques aux pressions de contact.

d) Calcul du champ de contrainte, calcul des déformations plastiques.

Calcul du champ de contrainte

Nous avons vu précédemment que les déformations plastiques dépendent du champ de contraintes. Aussi, pour relier les déformations plastiques au champ de pression, il est nécessaire de déterminer les contraintes générées par le contact élastoplastique. Pour cela, appliquons de nouveau le principe de réciprocité (II.32). Cette fois ci, l'état élastique, que nous noterons $(\mathbf{u}^{**}, \boldsymbol{\varepsilon}^{**}, \boldsymbol{\sigma}^{**})$, correspond à une force volumique unitaire appliquée selon la direction k à un point B situé dans le massif semi-infini.

$$\int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega = u_k(B) ; \sigma_{ij}^* n_j = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{II.36})$$

Le principe de réciprocité devient alors :

$$u_k(B) = 2\mu \int_{\Omega_p} \varepsilon_{ij}^p(M) \varepsilon_{kij}^{**}(B, M) d\Omega + \int_{\Gamma_c} u_{k3}^{**}(B, M') p_3 dx'. dy' \quad (\text{II.37})$$

$(u_{k3}^{**}(B, M)$ et $\varepsilon_{kij}^{**}(B, M)$ sont respectivement le déplacement selon 3 et le terme ij du tenseur des déformations provoquées au point M par une force volumique unitaire appliquée selon k au point B)

Les contraintes s'expriment à partir des déplacements et des déformations plastiques par :

$$\sigma_{ij}(B) = M_{ijkl} (\varepsilon_{kl}(B) - \varepsilon_{kl}^p(B)) = M_{ijkl} \left(\frac{1}{2} (u_{j,i}(B) + u_{i,j}(B)) - \varepsilon_{kl}^p(B) \right) = \sigma_{ij}^{pr}(p_3) + \sigma_{ij}^r(\boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (\text{II.38})$$

Les contraintes peuvent donc être scindées en deux composantes $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{pr} + \boldsymbol{\sigma}^r$. Le premier terme exprime la contribution des pressions de contact, tandis que le second terme, les contraintes résiduelles, exprime la contribution des déformations plastiques. Ce second terme correspond aux contraintes en l'absence de chargement ($p_3 = 0$) ; il dépend des déformations plastiques et va évoluer au fur et à mesure de la plastification.

Calcul des déformations plastiques.

En injectant les résultats de l'équation II.37 dans la formulation générale des modèles de plasticité définie au paragraphe II.2.4, on montre que l'incrément de déformation plastique peut s'exprimer uniquement en fonction de la pression de contact et de son incrément. Le comportement plastique pouvant dépendre de la profondeur (acier à profil de propriétés), il vient finalement :

$$\boxed{d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\boldsymbol{\varepsilon}^p(p_3, dp_3, \text{état d'écroutissage}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, d\boldsymbol{\varepsilon}^p, x_3)} \quad (\text{II.39})$$

e) **Formulation incrémentale du contact élastoplastique.**

Nous avons vu précédemment que la plasticité nécessitait une description incrémentale, liée au caractère irréversible des phénomènes mis en œuvre. Aussi, il doit en être de même pour la formulation complète du problème de contact élastoplastique.

<p>- Conservation de la charge :</p> $W + dW = \iint_{\Gamma_c} (p_3(x_1, x_2) + dp_3(x_1, x_2)) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \quad (II.40)$
<p>- Déformée des massifs en contact :</p> $h(x_1, x_2) + dh(x_1, x_2) = h_i(x_1, x_2) + \delta + [u_3^{pr} + du_3^{pr}]^{M1+M2} + u_3^r + du_3^r \quad (II.41)$ <p>avec $[u_3^{pr} + du_3^{pr}]^{M1+M2} = \left[\int_{\Gamma_c} u_{3i}^*(A, M')(p_i + dp_i) dx'_1 \cdot dx'_2 \right]^{M1+M2}$</p> $u_3^r + du_3^r = 2\mu \int_{\Omega_p} [\epsilon_{ij}^p(M) + d\epsilon_{ij}^p(M)] \epsilon_{3ij}^*(A, M) d\Omega$
<p>- Modèle de plasticité :</p> $d\epsilon^p = d\epsilon^p(\sigma, d\sigma, \text{état d'écrouissage}, x_3) \quad (II.42)$
<p>- Calcul des contraintes :</p> $\sigma = \sigma^{pr}(p_3) + \sigma^r(\epsilon^p) + \sigma^i(x_1, x_2, x_3) \quad (II.43)$ $d\sigma = d\sigma^{pr}(dp_3) + d\sigma^r(d\epsilon^p) \quad (II.44)$
<p>- Conditions de contact :</p> $h(x_1, x_2) + dh(x_1, x_2) \geq 0$ <p>contact : si $h(x_1, x_2) + dh(x_1, x_2) = 0$ alors $p_3(x_1, x_2) + dp_3(x_1, x_2) > 0$ (II.45) non contact : si $h(x_1, x_2) + dh(x_1, x_2) > 0$ alors $p_3(x_1, x_2) + dp_3(x_1, x_2) = 0$</p>
<p>- Conditions initiales :</p> <p>$\epsilon^p, p_3, \text{état d'écrouissage}, \sigma^i$ et W (telle que la limite d'élasticité écrouie ne soit pas dépassée)</p>

Le terme σ^i , présent dans l'équation II.43 est rajouté pour tenir compte de la présence éventuelle de contraintes à l'état initial.

Le comportement élastoplastique dépend du trajet de chargement. Au cours de cette étude, nous en considérerons deux (figure II.6). Le premier correspond à un chargement vertical, et se traduit simplement par une augmentation de la charge appliquée. Le second trajet de chargement correspond au roulement d'un corps sur l'autre. La charge appliquée reste constante, mais l'évolution du chargement se traduit, dans un repère lié au contact, par une translation de la charge appliquée, de l'état d'écrouissage, des déformations plastiques présentes dans le massif et de la géométrie du contact.

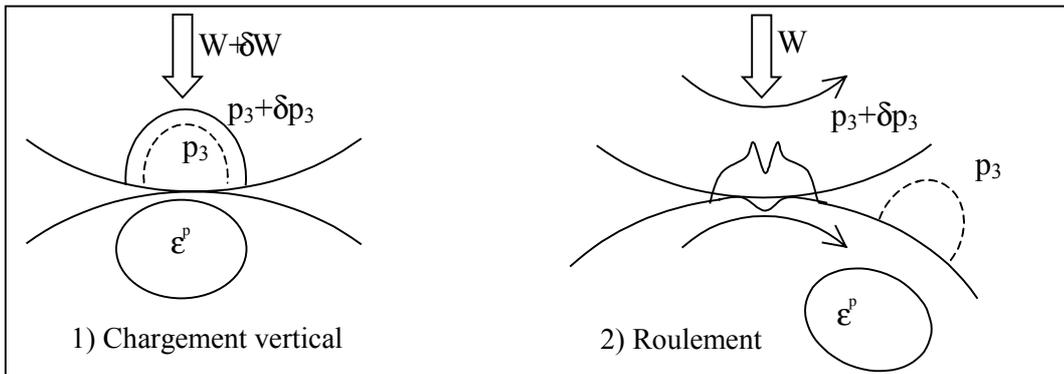


Figure II.6. Définition des trajets de chargement. 1) chargement vertical ; 2) roulement.

Nous obtenons ainsi la formulation incrémentale du contact élastoplastique. Nous pouvons constater que les intégrales de volume intervenant dans la formulation du problème (équations II.37 et II.41) ne font intervenir que le volume occupé par les déformations plastiques. Ainsi, dans le cas d'une résolution numérique du problème, seule la zone plastique devra être maillée, puisque les conditions aux limites sont implicitement prises en compte dans la résolution du problème.

Nous allons maintenant proposer une méthode permettant de résoudre le problème du contact élastoplastique tel qu'il vient d'être posé. Lorsque cette méthode aura été définie, nous expliciterons les relations permettant le calcul des déplacements, des contraintes résiduelles, ainsi que des contraintes dues aux pressions de contact.

II.3.2 RESOLUTION DU PROBLEME DE CONTACT ELASTOPLASTIQUE.

a) Modèle de plasticité intégré.

Le problème du contact élastoplastique a été formulé de manière incrémentale, en considérant des variations infinitésimales. Cependant, la résolution numérique nécessite l'emploi d'incrément de charge ou de déplacement finis. Au cours de chaque incrément, nous allons considérer que la contrainte courante σ_{co} varie linéairement de la valeur initiale σ à la valeur finale $\sigma + \delta\sigma$, ce qui peut se traduire de la façon suivante :

$$\sigma_{co} = \sigma + \xi \cdot \delta\sigma \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (II.46)$$

Cette hypothèse permet alors d'exprimer la variation de la déformation plastique en fonction de ξ , et de l'intégrer pour obtenir l'incrément fini de déformation plastique $\delta\epsilon^p$ compatible avec la condition de consistance.

$$\delta\epsilon^p = \int_0^1 d\epsilon^p(\xi) \cdot d\xi = \delta\epsilon^p(\sigma, \delta\sigma, \text{état d'écroutissage}, x_3) \quad (II.47)$$

Dorénavant, nous considérerons uniquement des incréments finis, que nous noterons δW , δp_3 , $\delta\sigma^{pr}$, $\delta\sigma^r$ et $\delta\epsilon^p$, pour la charge, la pression, les contraintes dues au champ de pression, les contraintes résiduelles et les déformations plastiques.

b) Calcul des incréments de déformations plastiques et de contraintes résiduelles.

La détermination de l'incrément de déformation plastique nécessite la mise en place d'une démarche itérative. En effet, d'une part, l'évolution des déformations plastiques est liée à l'évolution du champ de contraintes et, d'autre part, l'évolution des déformations plastiques modifie le champ de contraintes résiduelles. Considérons p_3 , δp_3 , ϵ^p , σ^i et l'état d'écroutissage connu. Pour calculer l'incrément de déformation plastique, nous allons procéder de la façon suivante (figure II.7).

Tout d'abord, à partir des données initiales, nous pouvons calculer les contraintes dues au champ de pression σ^{pr} , l'incrément de contrainte dû à la modification du champ de pression $\delta\sigma^{pr}$ et les contraintes résiduelles dues aux déformations plastiques existantes σ^r . L'incrément de contrainte résiduelle $\delta\sigma^r$ est initialisé à zéro. En utilisant le modèle de plasticité intégré, un premier incrément de déformation plastique $\delta\epsilon^{pi}$, généré par la modification de la charge, est déterminé. Cet incrément crée un incrément de contrainte résiduelle $\delta\sigma^r$ qui est utilisé pour calculer un nouvel incrément de déformation plastique $\delta\epsilon^{pf}$. Ce dernier est comparé à $\delta\epsilon^{pi}$. Si la convergence n'est pas atteinte, $\delta\epsilon^{pi}$ est modifié en fonction de $\delta\epsilon^{pf}$. Ce processus est répété jusqu'à ce que la convergence soit obtenue. Une fois la convergence atteinte, l'incrément de

déformation plastique est correctement calculé et prend en compte l'évolution des contraintes résiduelles dues à son apparition.

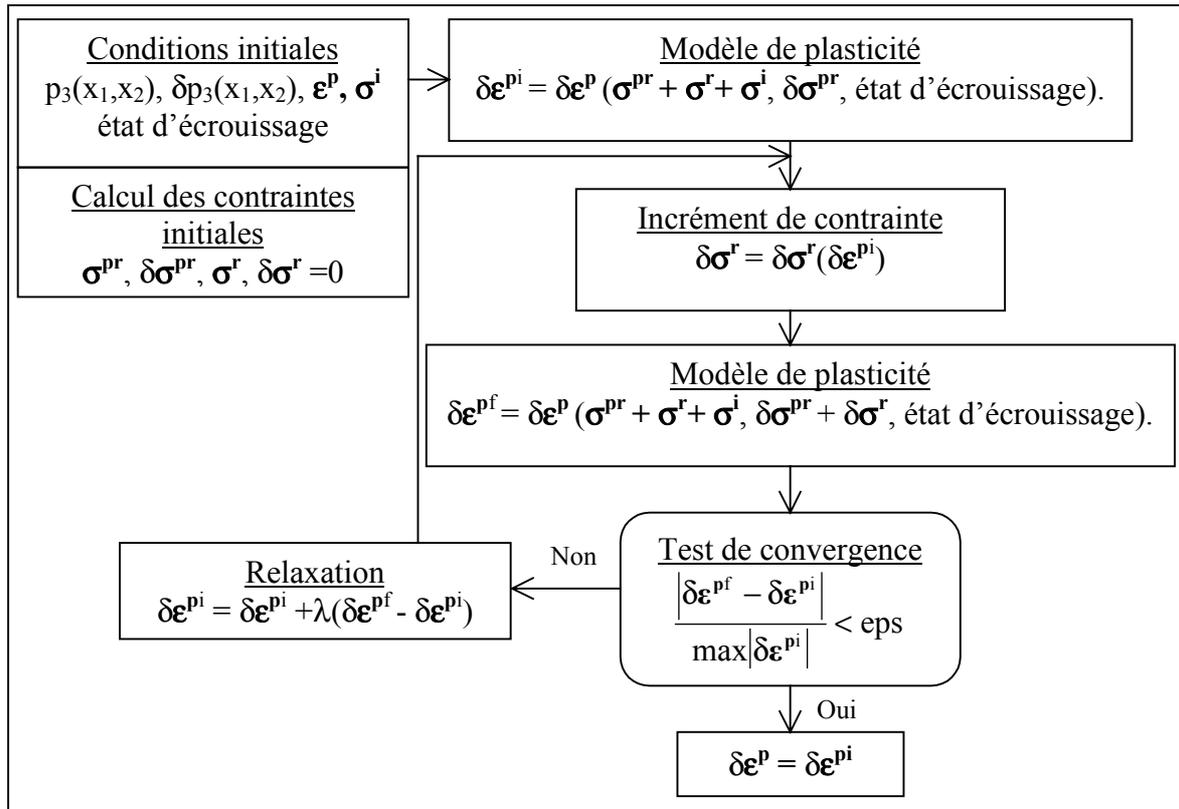


Figure II.7. Algorithme de calcul de l'incrément de déformation plastique.

c) Algorithme de résolution du contact élastoplastique.

Reprenons la formulation incrémentale du contact élastoplastique. Le modèle de plasticité et le calcul des contraintes ont été regroupés sous l'étiquette "calcul de l'incrément de déformation plastique", permettant d'exprimer ainsi l'incrément de déformation plastique en fonction des pressions de contact et de l'état initial, en suivant la méthode que nous venons de présenter.

- Conservation de la charge

$$W + \delta W = \iint_{\Gamma_c} (p_3(x_1, x_2) + \delta p_3(x_1, x_2)) . dx_1 . dx_2 \quad (II.48)$$
- Déformée des massifs en contact :

$$h(x_1, x_2) + \delta h(x_1, x_2) = h_i(x_1, x_2) + \delta + [u_3^{pr} + \delta u_3^{pr}]^{M1+M2} + u_3^r + \delta u_3^r \quad (II.49)$$
- Calcul de l'incrément de déformation plastique

$$\delta \epsilon^p = \delta \epsilon^p (p, \delta p, \sigma^i, \epsilon^p, \text{état d'écrouissage}, x_3) \quad (II.50)$$
- Conditions de contact :

$$h(x_1, x_2) + \delta h(x_1, x_2) \geq 0$$

$$\text{contact : si } h(x_1, x_2) + \delta h(x_1, x_2) = 0 \text{ alors } p_3(x_1, x_2) + \delta p_3(x_1, x_2) > 0 \quad (II.51)$$

$$\text{non contact : si } h(x_1, x_2) + \delta h(x_1, x_2) > 0 \text{ alors } p_3(x_1, x_2) + \delta p_3(x_1, x_2) = 0$$
- Conditions initiales :
 $\epsilon^p, p_3, \text{état d'écrouissage}, \sigma^i \text{ et } W \text{ (telle que la limite d'élasticité écrouie ne soit pas atteinte)}$

Afin de résoudre cet ensemble d'équations, nous allons adopter la démarche suivante, illustrée figure II.8. Considérons l'état initial défini par la charge appliquée W , la géométrie h_i , les contraintes initiales σ^i , l'état d'écrouissage ainsi que les déformations plastiques existantes ϵ^p . A partir de cet état, il est possible de calculer la pression de contact à l'état initial, $p_3(x_1, x_2)$, qui est la solution du problème de contact élastique avec la géométrie modifiée telle qu'elle a été définie au paragraphe II.3.1c). L'incrément de déformation plastique $\delta\epsilon^p$ ainsi que l'incrément de déplacement résiduel δu_3^{ri} associé sont initialisés à zéro.

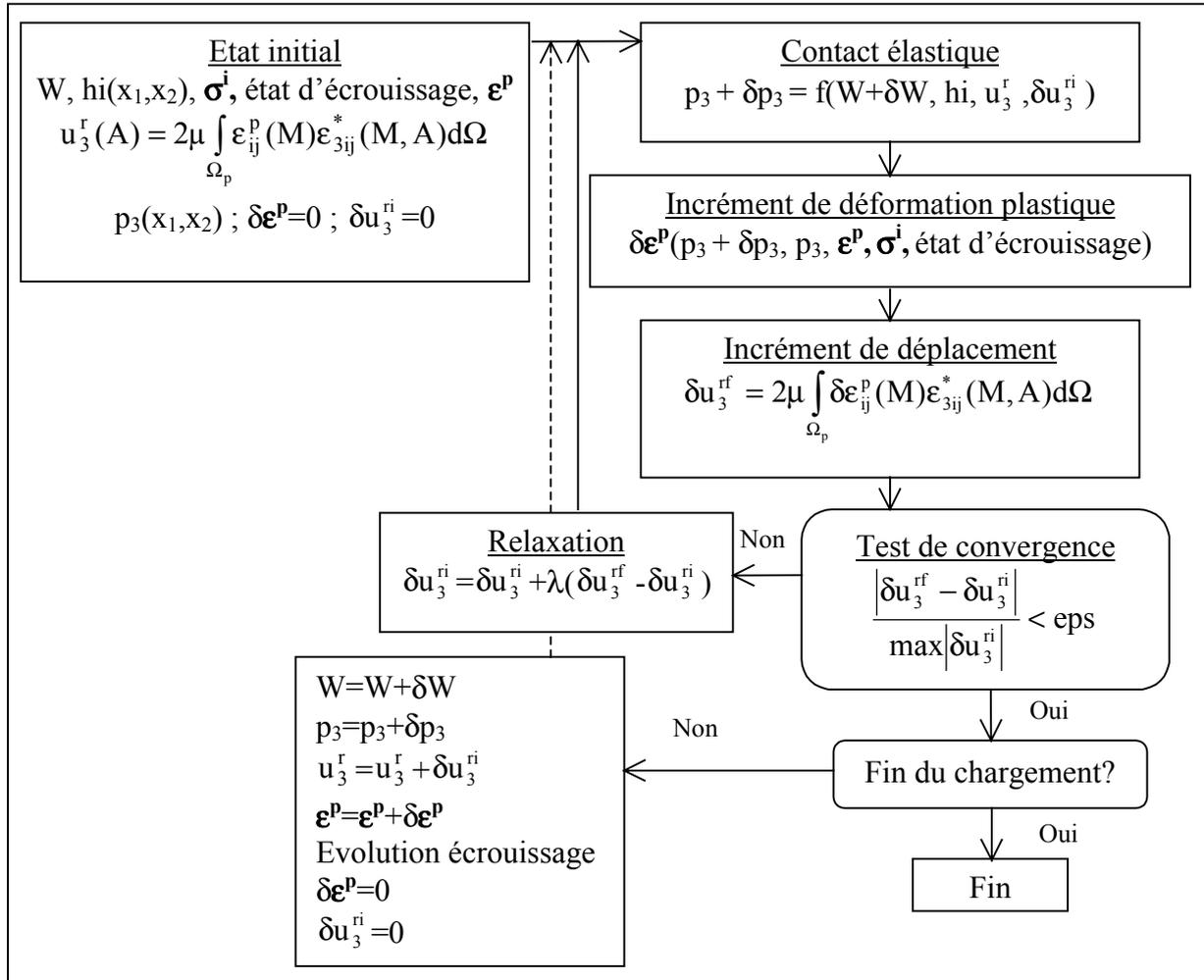


Figure II.8. Algorithme de résolution du contact élastoplastique.

La variation du chargement est alors introduite (augmentation de la charge appliquée ou roulement). En supposant δu_3^{ri} égal à zéro dans cette première étape, la pression de contact $p_3 + \delta p_3$ peut être calculée en utilisant la formulation du contact élastique. Il est alors possible de calculer l'incrément de déformation plastique $\delta\epsilon^p$, et d'en déduire l'incrément de déplacement δu_3^{rf} . La valeur ainsi obtenue est comparée à la valeur utilisée pour le calcul de pression. Si les deux termes ne sont pas suffisamment proches, la convergence n'est pas atteinte et δu_3^{ri} est modifié en fonction de δu_3^{rf} pour recalculer les pressions de contact élastique avec $h_{i,mod} = h_i + u_3^r + \delta u_3^{ri}$. Ce processus est répété jusqu'à ce que l'incrément de déplacement utilisé pour calculer la pression de contact soit proche de celui déduit de l'incrément de déformation plastique. Une fois la convergence atteinte, la charge, la pression de contact, les déplacements résiduels ainsi que les déformations plastiques sont augmentés de leurs

incréments respectifs, l'état d'érouissage est mis à jour et $\delta\epsilon^p$ ainsi que δu_3^r sont réinitialisés à zéro, définissant ainsi un nouvel état initial pour passer à l'incrément de charge suivant. Le contact élastoplastique est ainsi résolu pas à pas.

Afin de pouvoir suivre les deux algorithmes de résolution, un certain nombre d'outils doivent être mis en place. En effet, il est nécessaire de pouvoir déterminer les déplacements en surface et les contraintes résiduelles dans le massif générés par les déformations plastiques. Les pressions de contact et les contraintes associées doivent également être déterminées.

II.3.3 RELATIONS DEFORMATIONS PLASTIQUES - DEPLACEMENTS EN SURFACE.

Afin de calculer les déplacements en surface induits par les déformations plastiques présentes en volume, il est nécessaire de calculer l'intégrale qui représente la contribution des déformations plastiques aux déplacements en surface dans l'équation de la déformée des massifs II.35 :

$$u_3^r(A) = 2\mu \int_{\Omega_p} \epsilon_{ij}^p(M) \epsilon_{3ij}^*(A, M) d\Omega \quad (II.52)$$

a) Discretisation du volume.

La répartition des déformations plastiques dans le volume pouvant être quelconque, cette intégrale ne peut être traitée que de manière discrète. Le domaine d'intégration étant limité à la zone plastique Ω_p , seule cette dernière est discrétisée en N_v volumes élémentaires Ω_{pn} . Le déplacement résiduel en surface peut alors s'exprimer comme la somme des contributions des volumes élémentaires :

$$u_3^r(A) = 2\mu \sum_{n=1}^{N_v} \int_{\Omega_{pn}} \epsilon_{ij}^p(M) \epsilon_{3ij}^*(A, M) d\Omega \quad (II.53)$$

Nous considérons que les déformations plastiques sont constantes sur chaque volume élémentaire (point de contrôle C_n), soit :

$$u_3^r(A) = 2\mu \sum_{n=1}^{N_v} \epsilon_{ij}^p(C_n) \int_{\Omega_{pn}} \epsilon_{3ij}^*(A, M) d\Omega = \sum_{n=1}^{N_v} \epsilon_{ij}^p(C_n) D_{3ij}(A, C_n) \quad (II.54)$$

b) Détermination des fonctions D_{3ij} .

Considérons un point A (figure II.9) en surface d'un massif semi infini, et un repère centré sur ce point. Une force unitaire s'applique en A. Un volume plastique élémentaire est présent. C'est un parallélépipède de centre C(c_1, c_2, c_3), et de taille $2b_1 \cdot 2b_2 \cdot 2b_3$.

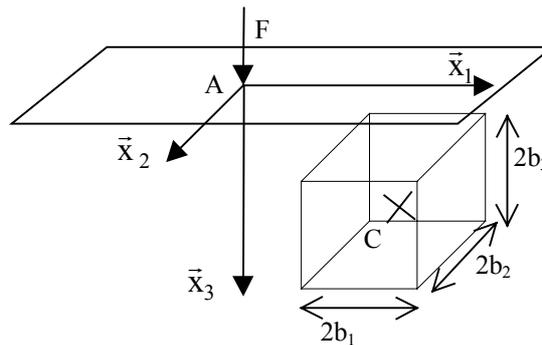


Figure II.9. Position et dimensions du volume plastique élémentaire.

Les déplacements provoqués par la force unitaire sont donnés en tout point M du massif par [52]:

$$4\pi\mu \begin{pmatrix} u_{31}^* \\ u_{32}^* \\ u_{33}^* \end{pmatrix} = \frac{1-2\nu}{r} \begin{bmatrix} \frac{x_1 \cdot x_3}{r^3} - \frac{(1-2\nu) \cdot x_1}{r(x_3+r)} \\ \frac{x_2 \cdot x_3}{r^3} - \frac{(1-2\nu) \cdot x_2}{r(x_3+r)} \\ \frac{x_3^2}{r^3} + \frac{2(1-\nu)}{r} \end{bmatrix} \quad \text{avec } r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad (\text{II.55})$$

Si on définit la fonction F_{ij} comme étant la primitive par rapport à x_1 , x_2 et x_3 de $\mu(u_{3i,j}^* + u_{3j,i}^*)$, la fonction D_{3ij} s'exprime alors de la façon suivante:

$$\begin{aligned} D_{3ij} = & F_{ij}(c_1+b_1, c_2+b_2, c_3+b_3) - F_{ij}(c_1+b_1, c_2+b_2, c_3-b_3) - F_{ij}(c_1+b_1, c_2-b_2, c_3+b_3) \\ & + F_{ij}(c_1+b_1, c_2-b_2, c_3-b_3) - F_{ij}(c_1-b_1, c_2+b_2, c_3+b_3) + F_{ij}(c_1-b_1, c_2+b_2, c_3-b_3) \\ & + F_{ij}(c_1-b_1, c_2-b_2, c_3+b_3) - F_{ij}(c_1-b_1, c_2-b_2, c_3-b_3) \end{aligned} \quad (\text{II.56})$$

Après intégration, les fonctions F_{ij} s'expriment :

$$\begin{aligned} F_{11}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{1}{\pi} \left[-\nu x_1 \ln(x_2 + r) - (1-2\nu)x_3 \tan^{-1}\left(\frac{x_2 + x_3 + r}{x_1}\right) \right] \\ F_{22}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{1}{\pi} \left[-\nu x_2 \ln(x_1 + r) - (1-2\nu)x_3 \tan^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3 + r}{x_2}\right) \right] \\ F_{33}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{1}{2\pi} \left[2(1-\nu) \left(2z \tan^{-1}\left(\frac{x_1 + x_2 + r}{x_3}\right) + x_1 \ln(x_2 + r) + x_2 \ln(x_1 + r) \right) - \frac{x_3}{2} \theta \right] \\ F_{12}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{1}{\pi} [-2\nu r - (1-2\nu)x_3 \ln(x_3 + r)] \\ F_{13}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{1}{\pi} \left[2x_1 \tan^{-1}\left(\frac{x_2 + x_3 + r}{x_1}\right) + x_2 \ln(x_3 + r) \right] \quad \text{avec } \theta = -2 \cdot \tan^{-1}\left(\frac{x_1 x_2}{x_3 r}\right) \\ F_{23}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{1}{\pi} \left[2x_2 \tan^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3 + r}{x_2}\right) + x_1 \ln(x_3 + r) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.57})$$

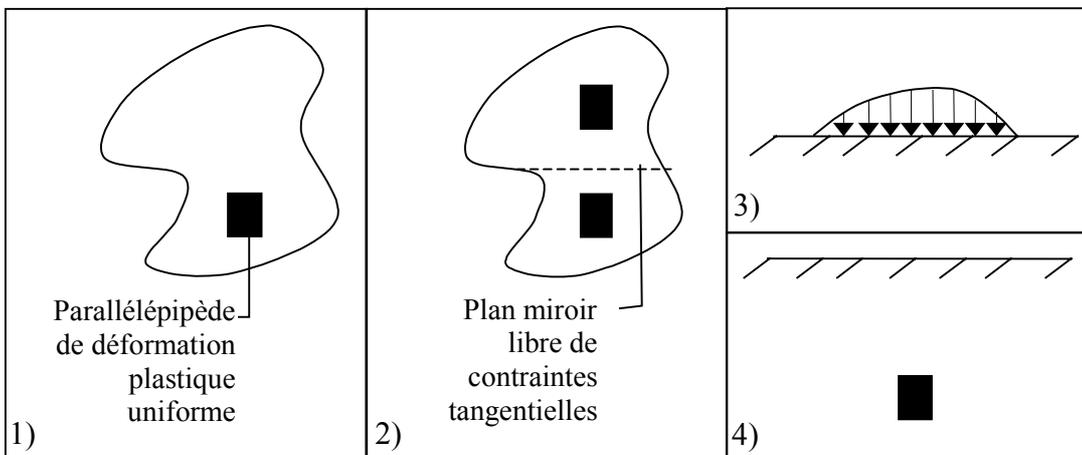
Ces relations permettent finalement le calcul des déplacements résiduels en surface générés par un champ de déformations plastiques dans le massif semi-infini.

II.3.4 CALCUL DES CONTRAINTES RESIDUELLES.

En tenant compte de la discrétisation proposée en II.3.3.a), la détermination des contraintes résiduelles se réduit au calcul des contraintes engendrées par un parallélépipède de déformation plastique uniforme, dans un massif semi-infini non chargé en surface. Chiu [11] a proposé une solution à ce problème en adoptant la démarche suivante que nous allons reprendre.

a) **Méthode de calcul.**

- 1) Tout d'abord, nous considérons l'expression des contraintes induites dans un massif infini par la présence d'un élément de déformation plastique.
- 2) A cette solution, nous superposons les contraintes engendrées par un élément image, dont les déformations plastiques sont choisies telles que le plan miroir soit libre de contraintes tangentielles. Le plan miroir est positionné à l'endroit où va se situer la surface du massif semi-infini.
- 3) Nous en déduisons alors la contrainte normale sur le plan miroir, et nous l'appliquons sur un massif semi-infini.
- 4) Nous enlevons la solution obtenue dans le cas 3) à la solution obtenue dans le cas 2). Nous obtenons alors l'expression des contraintes dans un massif semi-infini en présence d'un parallélépipède de déformation plastique avec une surface libre.



b) **Champ de contraintes dans un massif infini.**

On démontre [12] que dans un massif infini la présence d'un parallélépipède de déformation uniforme provoque des déplacements dont la dérivée en un point quelconque (x_1, x_2, x_3) s'obtient par la relation suivante :

$$2\mu u_{i,q} = \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 (-1)^n \left[\frac{1-2\nu}{1-\nu} \lambda \varepsilon_{kk}^p D_{,iqmm}^n + 4\mu \varepsilon_{ij}^p D_{,jppm}^n - \frac{2\mu}{1-\nu} \varepsilon_{mj}^p D_{,iqmj}^n \right] \quad (\text{II.58})$$

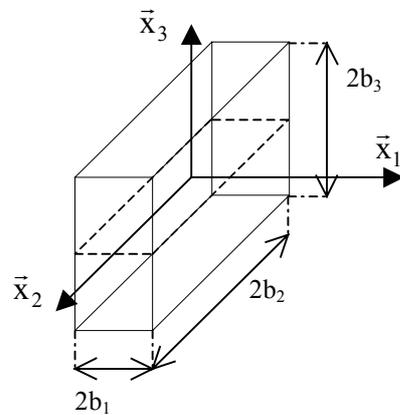
Avec :

$$D_{,1111}^n = 2\pi^2 \left[\tan^{-1} \left(\frac{c_{n2} c_{n3}}{c_{n1} R} \right) - \frac{c_{n1} c_{n2} c_{n3}}{2R} \left(\frac{1}{c_{n1}^2 + c_{n3}^2} + \frac{1}{c_{n1}^2 + c_{n2}^2} \right) \right]$$

$$D_{,1112}^n = -\pi^2 \left[\text{sign}(c_{n3}) \ln \left(\frac{R + |c_{n3}|}{(c_{n1}^2 + c_{n2}^2)^{1/2}} \right) - \frac{c_{n1}^2 c_{n3}}{R(c_{n1}^2 + c_{n2}^2)} \right]$$

$$D_{,1122}^n = \frac{\pi^2 c_{n1} c_{n2} c_{n3}}{R(c_{n1}^2 + c_{n2}^2)}$$

$$D_{,1123}^n = -\frac{\pi^2 c_{n1}}{R} \quad \text{où } R = \sqrt{c_{n1}^2 + c_{n2}^2 + c_{n3}^2}$$



et

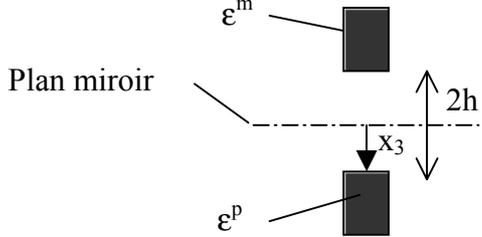
$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{c}}_1 &= (x_1 - b_1, x_2 - b_2, x_3 - b_3) = (\mathbf{c}_{11}, \mathbf{c}_{12}, \mathbf{c}_{13}) & \bar{\mathbf{c}}_5 &= (x_1 - b_1, x_2 + b_2, x_3 + b_3) \\
 \bar{\mathbf{c}}_2 &= (x_1 + b_1, x_2 - b_2, x_3 - b_3) & \bar{\mathbf{c}}_6 &= (x_1 - b_1, x_2 - b_2, x_3 + b_3) \\
 \bar{\mathbf{c}}_3 &= (x_1 + b_1, x_2 + b_2, x_3 - b_3) & \bar{\mathbf{c}}_7 &= (x_1 + b_1, x_2 - b_2, x_3 + b_3) \\
 \bar{\mathbf{c}}_4 &= (x_1 - b_1, x_2 + b_2, x_3 - b_3) & \bar{\mathbf{c}}_8 &= (x_1 + b_1, x_2 + b_2, x_3 + b_3)
 \end{aligned} \tag{II.60}$$

En soustrayant les déformations plastiques aux déformations totales calculées grâce aux formules précédentes, nous obtenons les déformations élastiques. A partir de ces déformations les contraintes s'obtiennent grâce à la loi de Hooke. Finalement, les contraintes résiduelles en un point quelconque (x_1, x_2, x_3) se calculent dans le repère lié au centre de l'élément par :

$$\boldsymbol{\sigma}^r = \mathbf{C}^{ri}(x_1, x_2, x_3) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{II.61}$$

c) **Élément image.**

A la solution proposée précédemment, nous superposons donc la contribution d'un élément image [11]. Les déformations de cet élément, notées $\boldsymbol{\varepsilon}^m$, sont les suivantes :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^m = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^p & \varepsilon_{12}^p & -\varepsilon_{13}^p \\ \varepsilon_{12}^p & \varepsilon_{22}^p & -\varepsilon_{23}^p \\ -\varepsilon_{13}^p & -\varepsilon_{23}^p & \varepsilon_{33}^p \end{bmatrix}$$


$$\tag{II.62}$$

La somme des contributions des deux éléments, séparés par une distance $2h$, donne, dans un repère dont l'origine est sur le plan miroir, le tenseur des contraintes suivant :

$$\boldsymbol{\sigma}^r(x_1, x_2, x_3, h) = \mathbf{C}^{ri}(x_1, x_2, x_3 - h) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^p + \mathbf{C}^{ri}(x_1, x_2, x_3 + h) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^m \tag{II.63}$$

La somme des deux solutions conduit à obtenir, sur le plan miroir, des déplacements nuls ainsi que des contraintes tangentielles nulles. Il ne reste donc plus que la contrainte normale, dont l'expression est la suivante :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{33}(x_1, x_2, 0, h) &= 2 \cdot \mathbf{C}_{33kl}^{ri}(x_1, x_2, x_3 - h) \cdot \varepsilon_{kl}^p = \frac{\lambda}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \left\{ 2\varepsilon_{12}^p (1 - 2\nu) \left[\frac{D_{,1112}^n + D_{,1222}^n}{1 - \nu} - \frac{D_{,3312}^n}{\nu} \right] \right. \\
 &+ 2\varepsilon_{33}^p \left[\frac{1 - \nu}{\nu} D_{,3333}^n + \frac{\nu}{1 - \nu} (D_{,1111}^n + D_{,2222}^n) + 2 \frac{1 - \nu}{\nu} (D_{,3311}^n + D_{,3322}^n) + 2 \frac{\nu}{1 - \nu} D_{,1122}^n \right] \\
 &+ \varepsilon_{11}^p \left[D_{,3333}^n + D_{,1111}^n + \frac{\nu}{1 - \nu} D_{,2222}^n + \frac{1}{1 - \nu} (D_{,3322}^n + D_{,1122}^n) + \frac{4\nu - 1 - 2\nu^2}{2\nu(1 - \nu)} D_{,3311}^n \right] \\
 &+ \varepsilon_{22}^p \left[D_{,3333}^n + D_{,2222}^n + \frac{\nu}{1 - \nu} D_{,1111}^n + \frac{1}{1 - \nu} (D_{,3311}^n + D_{,1122}^n) + \frac{4\nu - 1 - 2\nu^2}{2\nu(1 - \nu)} D_{,3322}^n \right] \\
 &+ \left. \varepsilon_{13}^p \left[\frac{2(1 - 2\nu)}{\nu(1 - \nu)} (D_{,3122}^n + D_{,3111}^n) \right] + \varepsilon_{23}^p \left[\frac{2(1 - 2\nu)}{\nu(1 - \nu)} (D_{,3211}^n + D_{,3222}^n) \right] \right\} \tag{II.64}
 \end{aligned}$$

Nous allons maintenant déterminer la réponse d'un massif semi-infini soumis à ce champ de pression. Nous soustrairons alors cette solution à la superposition des deux éléments afin d'obtenir le champ de contraintes résiduelles généré par un parallélépipède de déformation plastique uniforme dans un massif semi-infini.

d) Massif semi-infini chargé en surface.

Dans un massif semi-infini chargé en surface, les contraintes peuvent s'exprimer sous la forme d'intégrales de Fourier. Les expressions suivantes sont données dans un repère dont l'origine est située sur la surface.

$$\begin{aligned}\sigma_{33} &= f(0,0,0) + x_3.f(0,0,-1) \\ \sigma_{11} &= -x_3.f(2,0,1) + f(2,0,2) + 2\nu f(0,2,2) ; \sigma_{22} = -x_3.f(0,2,1) + f(0,2,2) + 2\nu f(2,0,2) \\ \sigma_{12} &= (1 - 2\nu).f(1,1,2) - x_3.f(1,1,1) \\ \sigma_{13} &= -ix_3.f(0,1,0) ; \sigma_{23} = -ix_3.f(1,0,0)\end{aligned}\quad (II.65)$$

$$\text{avec } f(r,s,q) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{\sigma}\psi\xi_2^r\xi_3^s d\xi_2 d\xi_3}{\chi^q} \quad \text{où } \psi = \sum_{n=1}^8 (-1)^n \exp[-\chi x_3 + i(\zeta_2 c_{nx} + \xi_3 c_{ny})]$$

$$\text{et } \chi = \sqrt{\xi_2^2 + \xi_3^2}$$

En identifiant la contrainte σ_{33} de l'équation II.64 avec celle de l'équation II.65 prise en $x_3 = 0$, on peut déterminer le champ de contraintes dû au chargement restant sur le plan médian entre deux éléments de déformation constante distants de $2h$. Finalement, en soustrayant ce résultat au champ de contraintes précédent, nous obtenons les contraintes générées par un élément de déformation plastique uniforme dans un massif semi-infini.

En faisant la synthèse des équations II.63 et II.65, il est possible de déterminer les contraintes résiduelles générées en un point (x_1, x_2, x_3) par un parallélépipède de déformation plastique centré sur le point $(0,0,h)$. L'expression complète de $C_{ijkl}^r(x_1, x_2, x_3, h)$ est donnée en annexe A1.

$$\sigma_{ij}^r(x_1, x_2, x_3) = C_{ijkl}^r(x_1, x_2, x_3, h). \varepsilon_{kl}^p(0,0,h) \quad (II.66)$$

La contrainte en un point (x_1, x_2, x_3) due au champ de déformations plastiques discrétisé en N_v volumes élémentaires de point de contrôle $C_n(c_{n1}, c_{n2}, c_{n3})$ est donnée par :

$$\sigma_{ij}^r(x_1, x_2, x_3) = \sum_{n=1}^{N_v} C_{ijkl}^r(x_1 - c_{n1}, x_2 - c_{n2}, x_3, c_{n3}). \varepsilon_{kl}^p(c_{n1}, c_{n2}, c_{n3}) \quad (II.67)$$

II.3.5 CALCUL DES PRESSIONS DE CONTACT ET DES CONTRAINTES ASSOCIEES.

Nous disposons désormais des outils nécessaires au calcul des déplacements et des contraintes résiduelles induits par les déformations plastiques. Il est également nécessaire de savoir calculer les pressions de contact et les contraintes générées par ces pressions.

a) Résolution du contact élastique.

Nous avons vu précédemment que pour déterminer les pressions de contact, il suffisait de considérer un contact élastique avec une géométrie modifiée par les déplacements dus aux déformations plastiques. Pour résoudre ce problème, nous utilisons le code de contact sec 3D écrit par Coulon [15]. Ce code utilise les méthodes multi-grilles développées par Lubrecht [43] et autorise les finesses de maillage nécessaires aux calculs des contacts indentés. Cet outil permet la résolution du problème de contact élastique défini par la conservation de la charge, les conditions de contact et la déformée élastique des surfaces (II.68).

$$h(x_1, x_2) = h_{i\text{mod}}(x_1, x_2) + \delta + \left[\int_{\Gamma_c} u_{33i}^* (A, M') (p_3 + \delta p_3) dx'_1 dx'_2 \right]^{M1+M2} \quad (II.68)$$

b) Relations $\sigma^{pr} = f(p_3)$.

Le champ de contraintes dû aux pressions de contact est calculé par la méthode des coefficients d'influence. La surface est discrétisée en éléments de pression constante. Le champ de contraintes produit par un tel élément dans un massif semi-infini est donné par :

$$\sigma_{ij}^{pr}(x_1, x_2, x_3) = p_3(0,0,0).C_{ij}^{pr}(x_1, x_2, x_3) \quad (II.69)$$

Les expressions de ces coefficients d'influence ont été déterminées par Vergne [54]. La contrainte en un point (x_1, x_2, x_3) due à la pression de contact discrétisée en N_s surfaces élémentaires de point de contrôle $A_n(a_{n1}, a_{n2}, 0)$ est donnée par :

$$\sigma_{ij}^{pr}(x_1, x_2, x_3) = \sum_{n=1}^{N_s} p_3(a_{n1}, a_{n2}, 0).C_{ij}^{pr}(x_1 - a_{n1}, x_2 - a_{n2}, x_3) \quad (II.70)$$

II.3.6 MAILLAGE DU PROBLEME ; ACCELERATION DES CALCULS PAR L'UTILISATION DE LA FFT.

a) Maillage du problème ; produits de convolution.

Pour résoudre le problème du contact normal élastoplastique, il est nécessaire de mailler la surface de contact ainsi que le volume plastique. Le pas du maillage, noté Δ est constant et identique selon toutes les directions.

L'utilisation d'un pas constant et identique selon \bar{x}_1 et \bar{x}_2 permet de limiter le nombre de coefficients d'influence nécessaire au calcul des différentes grandeurs. En effet, le paramètre intervenant en \bar{x}_1 et en \bar{x}_2 dans les expressions II.56, II.67 et II.70 étant la distance entre le point source et le point de calcul, l'utilisation d'un pas constant limite le nombre de distances différentes qui pourront être rencontrées au cours des calculs. De plus, l'utilisation d'un pas constant permet de mettre en place les méthodes accélératrices exposées ci-après. En revanche, il n'est pas nécessaire d'avoir un pas constant et identique aux deux autres selon \bar{x}_3 . Cependant, dans notre étude, nous le considérerons comme tel.

Les nœuds du maillage sont numérotés de telle façon que les coordonnées du nœud s'expriment dans le repère lié au centre du contact par la multiplication des indices du nœud avec Δ . Ainsi, le nœud (i, j, k) correspond au point de coordonnées $(i.\Delta, j.\Delta, k.\Delta)$. La surface est maillée de n_{s1} à N_{s1} selon 1, et de n_{s2} à N_{s2} selon 2. La zone plastique est elle maillée de n_{v1} à N_{v1} selon 1, de n_{v2} à N_{v2} selon 2 et de n_{v3} à N_{v3} selon 3.

Le déplacement au nœud $(m,n,0)$ dû aux déformations plastiques s'écrit :

$$u^r(m, n, 0) = \sum_{i=n_{v1}}^{N_{v1}} \sum_{j=n_{v2}}^{N_{v2}} \sum_{k=n_{v3}}^{N_{v3}} \Delta \varepsilon_{ij}^p(i, j, k).D_{3ij}(m - i, n - j, k) \quad (II.71)$$

Les contraintes dues au champ de pression s'écrivent :

$$\sigma_{ij}^{pr}(m, n, p) = \sum_{i=n_{s1}}^{N_{s1}} \sum_{j=n_{s2}}^{N_{s2}} p_3(i, j).C_{ij}^{pr}(\Delta.(m - i), \Delta.(n - j), \Delta.p) \quad (II.72)$$

Enfin, les contraintes dues aux déformations plastiques s'écrivent :

$$\sigma_{ij}^r(m, n, p) = \sum_{i=n_{s1}}^{N_{s1}} \sum_{j=n_{s2}}^{N_{s2}} \sum_{k=n_{s3}}^{N_{s3}} \varepsilon_{kl}^p(i, j, k).C_{ijkl}^r(\Delta.(m - i), \Delta.(n - j), \Delta.p, \Delta.k) \quad (II.73)$$

Ces trois équations font apparaître des produits de convolution selon les directions 1 et 2. Ainsi, le calcul du déplacement nécessite six produits de convolution par profondeur de

déformation plastique (un par terme du tenseur des déformations plastiques). Celui des contraintes de pression en nécessite également six par profondeur de calcul. Enfin, le calcul des contraintes résiduelles en nécessite trente six (chaque terme du tenseur des déformations plastiques a une influence sur les six termes du tenseur des contraintes résiduelles) pour chaque couple (profondeur de déformation plastique ; profondeur de calcul). Lorsque le nombre de points est élevé, ces opérations deviennent très coûteuses en terme de temps de calcul. Aussi, nous avons mis à profit les propriétés des transformées de Fourier, qui permettent d'accélérer le calcul des produits de convolution.

b) Accélération du calcul par l'utilisation des FFT.

Les transformées de Fourier possèdent la propriété de transformer un produit de convolution entre deux fonctions dans le domaine spatial en un produit terme à terme dans le domaine fréquentiel. Parallèlement, les algorithmes de Fast Fourier Transform (FFT), apparus au milieu des années 60 [13], permettent de calculer rapidement les transformées de Fourier (le temps de calcul varie avec $n \cdot \ln(n)$, où n est le nombre de points). Ainsi, pour effectuer un produit de convolution, il est devenu plus rapide de transformer les termes du produit de convolution, faire le produit terme à terme et effectuer la transformée inverse (IFFT) que de faire le produit direct, dont le temps de calcul varie comme n^2 .

Non périodisation du produit de convolution.

Cependant, l'utilisation de transformées de Fourier discrètes, nécessaire au calcul numérique, entraîne une périodisation du problème. En effet, effectuer la transformée discrète d'une fonction donnée sur N points sous-entend que l'on considère en fait une fonction périodique de période N . La difficulté liée à l'utilisation des FFT pour réaliser les produits de convolution consiste à ne pas introduire d'effets de périodisation. Il faut donc pouvoir, au moins sur un certain intervalle, égaler le produit de convolution de deux fonctions périodiques avec le produit de convolution de deux fonctions non périodiques. Pour cela, on montre que si les deux fonctions à convoluer sont décrites respectivement sur P et Q points, l'utilisation d'une période égale à $P+Q-1$ suffit à annihiler l'effet de la périodicité [5].

Ceci se démontre aisément. Considérons deux fonctions F et G , données respectivement sur P et Q points, numérotés de 0 à $P-1$ et $Q-1$ (figure II.10). Ces deux fonctions sont complétées par des zéros jusqu'à $N-1$ points. Quand elles sont transformées, elles deviennent périodiques de période N . Elles sont alors notées \bar{F} et \bar{G} .

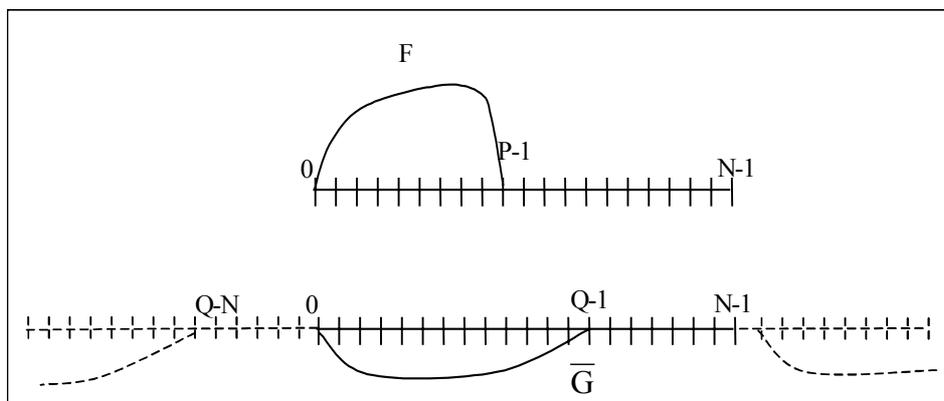


Figure II.10. Convolution de fonctions périodiques.

Le produit de convolution de fonctions non périodiques s'exprime par

$$F \otimes G(j) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} F(i).G(j-i) = \sum_{i=0}^{P-1} F(i).G(j-i) \quad (\text{II.74})$$

Le produit de convolution de fonctions périodiques discrètes de période N s'exprime par

$$\bar{F} \otimes \bar{G}(j) = \sum_{i=0}^{N-1} \bar{F}(i).\bar{G}(j-i) = \sum_{i=0}^{P-1} \bar{F}(i).\bar{G}(j-i) + \sum_{i=P}^{N-1} \bar{F}(i).\bar{G}(j-i) \quad 0 \leq j \leq N-1 \quad (\text{II.75})$$

La seconde somme du produit de convolution périodique est nulle. ($\bar{F}(i) = 0$ entre P et N-1). Pour que la première somme soit égale au produit de convolution non périodique, il suffit que $\bar{G}(j-i)$ soit égale à $G(j-i)$ pour j variant de 0 à N-1. Pour cela, il faut que $\bar{G}(j-i)$ soit nulle quand j-i est négatif. Vu les domaines de variation de i et j, ceci se traduit par :

$$1-P \geq Q-N \quad (\text{II.76})$$

$$N \geq P+Q-1 \quad (\text{II.77})$$

En respectant cette condition, nous nous assurons que la périodicité n'a pas d'effet sur le produit de convolution.

Construction des coefficients d'influence.

Considérons une distribution unidimensionnelle de pression p_3 donnée sur P points numérotés de 0 à P-1 (figure II.11). Nous désirons calculer les contraintes sur une zone s'étendant de n_i à n_e . L'étendue des coefficients d'influence C^{Pr} nécessaire au calcul des contraintes est

$$Q' = 2.\max(n_e+1, P-n_i) \quad (\text{II.78})$$

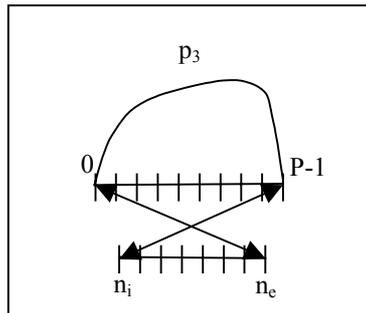


Figure II.11. Etendue des coefficients d'influence.

Le coefficient d'influence C_Q à convoluer avec la pression est alors construit comme indiqué sur la figure II.12. le nombre de termes non nuls est

$$Q = 2Q' - 1 \quad (\text{II.79})$$

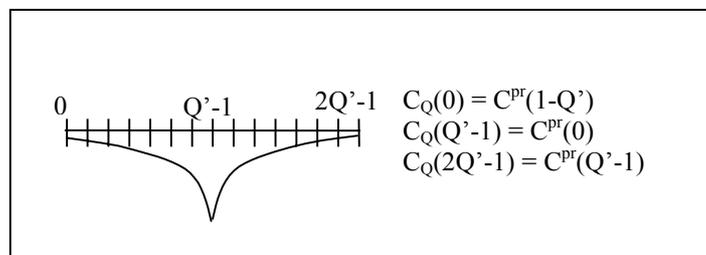


Figure II.12. Construction du coefficient d'influence C_Q .

Décalage du produit de convolution.

Le calcul de la contrainte en un point k doit faire intervenir le terme $p_3(k).C^{Pr}(0)$. Le produit de convolution entre p_3 et C_Q est défini par :

$$p_3 \otimes C_Q(j) = \sum_{i=1}^{N-1} p_3(i).C_Q(j-i) \quad (\text{II.80})$$

Le terme $p_3(k).C_Q^{pr}(0)$ se retrouve donc pour $i = k$ et $k - j = Q' - 1$, soit $j = k - Q' + 1$. Il est donc nécessaire d'effectuer un décalage du produit de convolution pour déterminer les contraintes :

$$\sigma(k) = p_3 \otimes C_Q(k + Q' - 1) \quad (\text{II.81})$$

Réduction de l'extension des fonctions.

La condition nécessaire au non recouvrement dû à la périodisation des fonctions est contraignante. En effet, si nous voulons calculer les contraintes sous l'ensemble du champ de pression, il est nécessaire d'étendre les maillages jusqu'à $3P-1$ points et de réaliser les FFT avec trois fois le nombre de points qui nous intéressent. Cependant, si la convolution est correcte sur l'ensemble de la période, le calcul des contraintes n'est valable lui que sur le nombre de points défini par l'étendue des coefficients d'influence Q' . Puisque nous nous intéressons aux contraintes et non au produit de convolution, il nous importe peu que ce dernier soit incorrect hors de la zone d'intérêt. Déterminons alors la période suffisante pour que le produit de convolution soit correct dans cette zone.

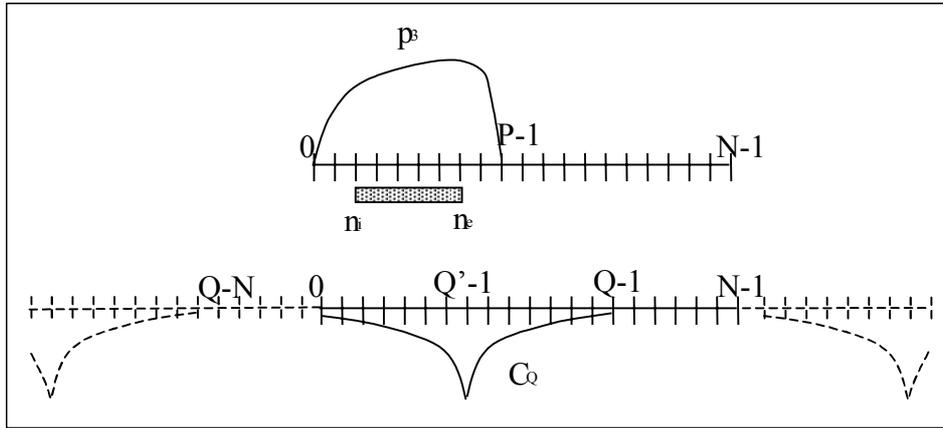


Figure II.13. Calcul de contraintes de pression par produit de convolution.

Pour que le produit de convolution soit correct en un point, il suffit que les pressions qui correspondent aux coefficients d'influence dont l'indice est inférieur à $Q-N$ soient nulles. Cette condition s'exprime ainsi :

$$\text{Quand } j-i < Q-N, \text{ il faut } i > P-1 \quad (\text{II.82})$$

Pour une zone d'intérêt allant de n_i à n_e , la convolution doit être correcte entre les points $j = n_i + Q' - 1$ et $j = n_e + Q' - 1$. En l'injectant dans l'équation précédente, on obtient alors :

$$\text{Quand } i > n_i + Q' - 1 - Q + N, \text{ il faut } i > P-1 \quad (\text{II.83})$$

La définition de Q' permet d'écrire

$$Q' + n_i \geq P \quad (\text{II.84})$$

La condition de non périodisation s'écrit alors

$$\text{Quand } i > P-1 - Q + N, \text{ il faut } i > P-1 \quad (\text{II.85})$$

Finalement, le respect de cette équation impose

$$N \geq Q \quad (\text{II.86})$$

Ainsi, pour que la convolution des fonctions périodiques soit identique à la convolution des fonctions non périodiques entre n_i et n_e , il suffit que la période soit égale à Q , qui est le

nombre de coefficients d'influence nécessaire à la description physique du problème sur la zone d'intérêt. En pratique, nous prenons $N = Q+1$, car les algorithmes de FFT sont plus efficaces lorsque le nombre de points est pair. Ce résultat est très intéressant, puisque le calcul des contraintes sous la zone de pression ne nécessite plus que de doubler le nombre de points pour réaliser les FFT.

Ces considérations s'étendent sans difficultés majeures au cas bi-dimensionnel. Cette méthode a été appliquée avec succès au calcul des contraintes dues au champ de pression, des déplacements et des contraintes résiduelles dus aux déformations plastiques.

Réduction du nombre de FFT.

Nous avons vu comment optimiser le nombre de points nécessaires au calcul du produit de convolution en utilisant les transformées de Fourier discrètes. Nous allons maintenant mettre en place une technique permettant de réduire le nombre de FFT à effectuer pour réaliser plusieurs produits de convolution. Pour cela, nous allons nous baser sur le fait que les FFT sont réalisées avec des nombres complexes, et que les coefficients d'influence et les grandeurs sources (déformation plastique ou pression) sont réels et considérés, dans les algorithmes de FFT, comme des nombres complexes avec une partie imaginaire nulle.

Considérons le calcul des déplacements en surface dus aux déformations plastiques tel qu'il a été défini en II.71. Pour chaque plan source, il est nécessaire d'effectuer la convolution d'un terme du tenseur des déformations et du coefficient d'influence correspondant, soit au total 12 FFT et 6 IFFT. Construisons le coefficient d'influence et les déformations complexes définies par :

$$\bar{D}_{3ij} = D_{3ij} + iD_{3i+1j} \quad \text{et} \quad \bar{\varepsilon}_{ij}^p = \varepsilon_{ij}^p - i\varepsilon_{i+1j}^p \quad (\text{II.87})$$

Si on effectue le produit de convolution de ces deux fonctions, on obtient alors :

$$\bar{D}_{3ij} \otimes \bar{\varepsilon}_{ij}^p = D_{3ij} \otimes \varepsilon_{ij}^p + D_{3i+1j} \otimes \varepsilon_{i+1j}^p + i(D_{3i+1j} \otimes \varepsilon_{ij}^p - D_{3ij} \otimes \varepsilon_{i+1j}^p) \quad (\text{II.88})$$

La partie réelle du résultat correspond ainsi directement à la contribution de deux termes du tenseur des déformations plastiques aux déplacements en surface. Cette opération n'a nécessité que deux FFT au lieu de quatre et qu'une IFFT, au lieu de deux. Nous pouvons ainsi diviser le nombre de FFT à effectuer par deux.

La même méthode peut être appliquée au calcul des contraintes dues au champ de pression. On considère alors le coefficient d'influence et la pression complexe définis par :

$$\begin{aligned} \bar{C}_{ij}^{pr} &= C_{ij}^{pr} + iC_{i+1j}^{pr} & \text{et} & & \bar{p}_3 &= p_3 \\ \bar{C}_{ij}^{pr} \otimes \bar{p}_3 &= C_{ij}^{pr} \otimes p_3 + iC_{i+1j}^{pr} \otimes p_3 \end{aligned} \quad (\text{II.89})$$

On obtient alors la composante σ_{ij}^{pr} du tenseur des contraintes sur la partie réelle et la composante σ_{i+1j}^{pr} sur la partie imaginaire. Au lieu de trois FFT et deux IFFT, ces calculs ne nécessitent que deux FFT et une IFFT. La même méthode peut être appliquée au calcul des contraintes résiduelles en remplaçant la pression par un terme du tenseur des déformations plastiques et en construisant le coefficient d'influence complexe correspondant.

Les méthodes de résolution du contact élastoplastique ainsi que les outils associés ont été développés en FORTRAN 90. Le code de calcul, nommé Contact Elasto Plastique 3D FFT (CEP3DFFT), doit maintenant être validé. Ces tests doivent permettre de valider à la fois les développements théoriques et numériques, ainsi que leur programmation.

II.4 VALIDATION DU CODE DE CALCUL.

Afin de valider le code de calcul développé ici, nous allons procéder en trois étapes. Tout d’abord, nous allons comparer nos résultats avec ceux fournis par le logiciel d’éléments finis ABAQUS. Ensuite, nous allons simuler un essai de nano-indentation et comparer les résultats du code de calcul avec les résultats expérimentaux correspondants. Enfin, dans un troisième temps, nous allons valider les résultats en roulement en comparant avec des manipulations réalisées sur butée FB2.

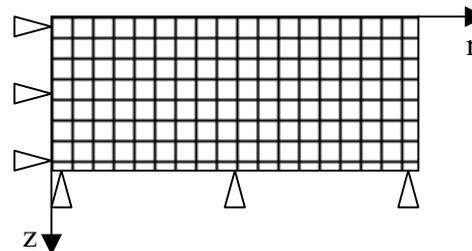
II.4.1 VALIDATION PAR COMPARAISON AVEC LE LOGICIEL D’ELEMENTS FINIS ABAQUS.

a) Résolution du contact élastique par EF. Hypothèses de Hertz.

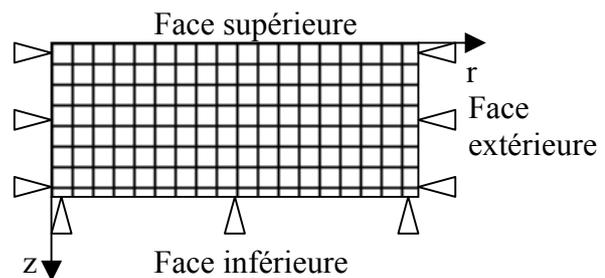
Le code de calcul développé ici se place dans les hypothèses de Hertz, à savoir que les massifs en contact sont semi-infinis et que les déformations restent petites. Si nous restons dans le domaine élastique, la solution de référence de ce problème est connue, puisque c’est la solution analytique proposée par Hertz en 1882.

Dans un premier temps, nous allons nous attacher à reproduire fidèlement par EF les conditions de massif semi-infini. Pour cela, nous allons mailler un massif axisymétrique ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$) sur lequel nous allons appliquer une pression de Hertz. Différents jeux de conditions aux limites vont être testés, et nous allons conserver celui qui reproduit le mieux les conditions de massif semi-infini.

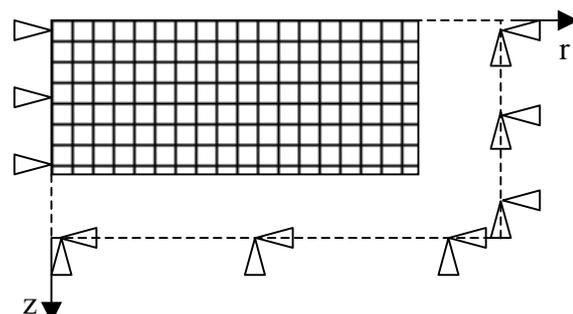
CL1	Déplacements radiaux	Déplacements verticaux
Axe	Bloqués	Libres
Face inférieure	Libres	Bloqués
Face supérieure	Libres	Libres
Face extérieure	Libres	Libres



CL2	Déplacements radiaux	Déplacements verticaux
Axe	Bloqués	Libres
Face inférieure	Libres	Bloqués
Face supérieure	Libres	Libres
Face extérieure	Bloqués	Libres



CL3	Déplacements radiaux	Déplacements verticaux
Axe	Bloqués	Libres
Face inférieure	Bloqués ∞	Bloqués ∞
Face supérieure	Libres	Libres
Face extérieure	Bloqués ∞	Bloqués ∞



Les conditions aux limites "bloqués à l'infini" sont introduites au moyen d'éléments infinis. Ceux-ci permettent de repousser les conditions aux limites à l'infini, en supposant une variation du déplacement adaptée aux problèmes dits à pôles (où les sollicitations sont concentrées sur une zone réduite).

Nous pouvons observer sur la figure II.14 le déplacement (adimensionné par a^2/R_x) de la surface pour les trois jeux de conditions aux limites ainsi que pour la solution de Hertz, qui est la référence de notre problème. Nous pouvons alors constater que le jeu de conditions aux limites CL3 permet de simuler au mieux les conditions de massif semi-infini. Aussi, dans la suite de cette étude, nous utiliserons cet ensemble de conditions aux limites pour décrire un massif semi-infini.

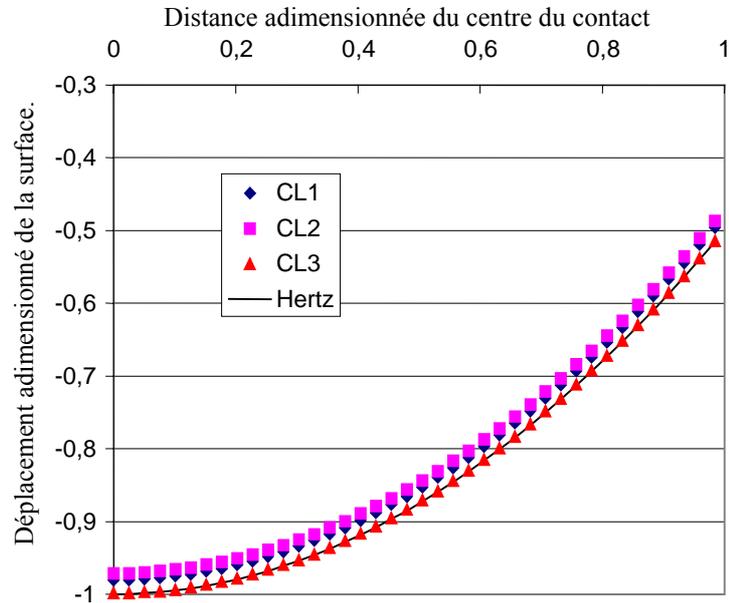


Figure II.14. Influence des conditions aux limites sur le déplacement vertical de la surface. Chargement de Hertz.

Dans un second temps, nous prenons en compte la résolution du contact, afin de nous assurer que les paramètres d'entrée des algorithmes de contact du logiciel ABAQUS sont correctement réglés et que le maillage du massif soit suffisamment fin. Pour cela, nous considérons le contact entre le massif semi-infini précédent et une bille rigide. Nous pouvons alors comparer l'évolution de l'enfoncement de la bille dans le massif en fonction de la charge appliquée avec la solution de référence de Hertz (figure II.15). Nous constatons que les deux résultats sont identiques. Par conséquent, le contact est correctement résolu par ABAQUS, et le maillage utilisé est adapté.

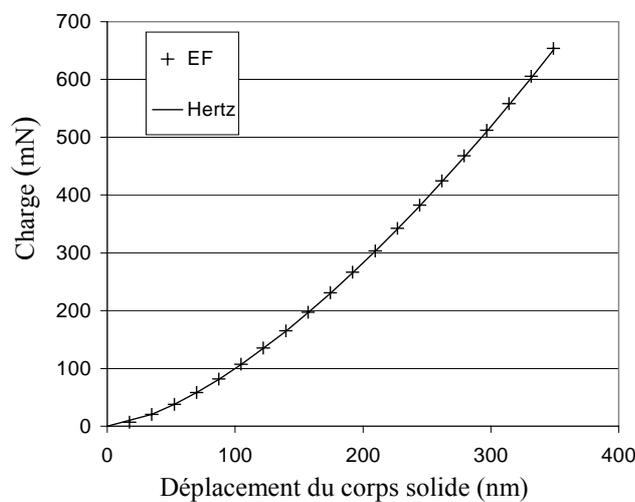


Figure II.15. Résolution du contact rigide-élastique. Comparaison avec la solution de Hertz.

Enfin, dans une troisième étape, nous considérons le contact entre le massif semi-infini et une bille déformable ($E = 1140 \text{ GPa}$, $\nu = 0,07$). Pour résoudre ce problème par éléments finis, la bille a été tronquée, afin de pouvoir y appliquer le chargement en imposant un déplacement uniforme sur le haut de la bille (figure II.16). Nous pouvons alors observer une différence entre la solution obtenue par éléments finis et la solution de référence de Hertz (figure II.17). Elle provient du fait que la bille n'est pas un massif semi-infini, et que l'application du chargement bloque le gauchissement du plan supérieur de la bille.

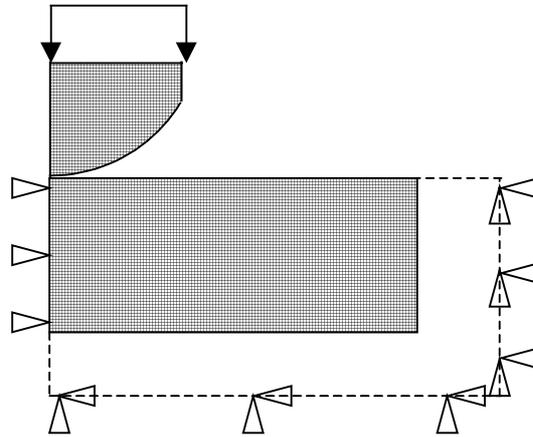


Figure II.16. Maillage EF. Contact élastique-élastique.

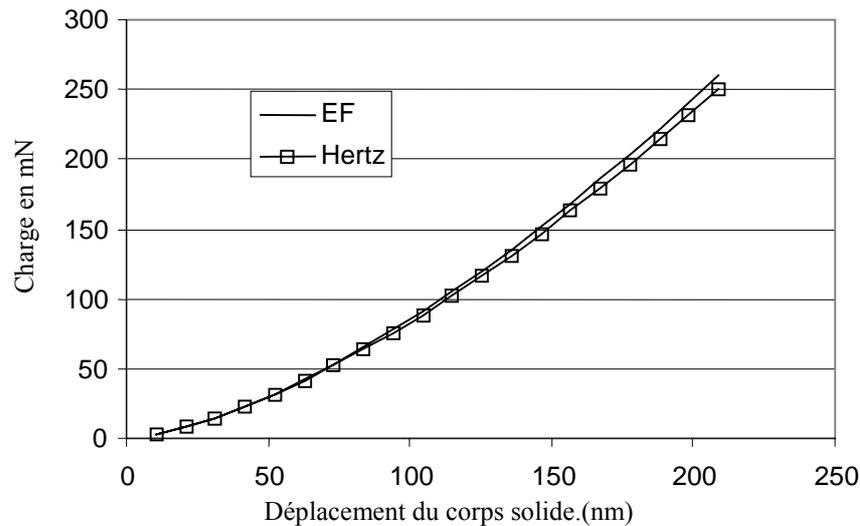


Figure II.17. Résolution du contact élastique-élastique par EF. Comparaison avec la solution de Hertz.

Aussi, pour valider le code de contact élastoplastique développé au cours de cette étude, nous allons étudier le contact élastoplastique entre un massif semi-infini élastoplastique et une bille rigide, conditions pour lesquelles les deux outils de calcul respectent les mêmes hypothèses.

b) Validation du code de calcul.

Comme nous l'avons expliqué ci-dessus, nous allons étudier le contact entre un massif semi-infini élastoplastique et une bille rigide. Afin de valider correctement le code de calcul, il est nécessaire de considérer un problème où les déformations plastiques sont suffisamment importantes pour provoquer une modification visible des pressions de contact par rapport au cas élastique. Pour cela, nous allons traiter le problème suivant :

	<u>Massif 1</u>	<u>Massif 2</u>
Géométrie	Sphère r = 105 µm	Plan
Caractéristiques élastiques	Rigide	E = 210 GPa ν = 0,3
Caractéristiques plastiques	Rigide	B = 1240 C = 30 N = 0,085 Swift : $\sigma = B(C + p \cdot 10^6)^n$
Charge 1	190 mN ; Ph = 5,5 GPa ; a = 4 µm	
Charge 2	650 mN ; Ph = 8,3 GPa ; a = 6 µm	

Tableau II.1. Données du problème de validation code/ABAQUS.

Tout d'abord, nous pouvons constater sur la figure II.18 que ce problème est bien adapté à la validation du code de calcul. En effet, la répartition de pression (obtenue grâce au code de contact) pour le contact élastoplastique chargé à 650 mN est très différente de celle du contact élastique. Ceci prouve que l'ensemble des boucles itératives du code de contact élastoplastique est mis à contribution pour aboutir à la solution finale. Nous pouvons observer que la pression maximale du contact élastoplastique évolue très peu entre les deux charges.

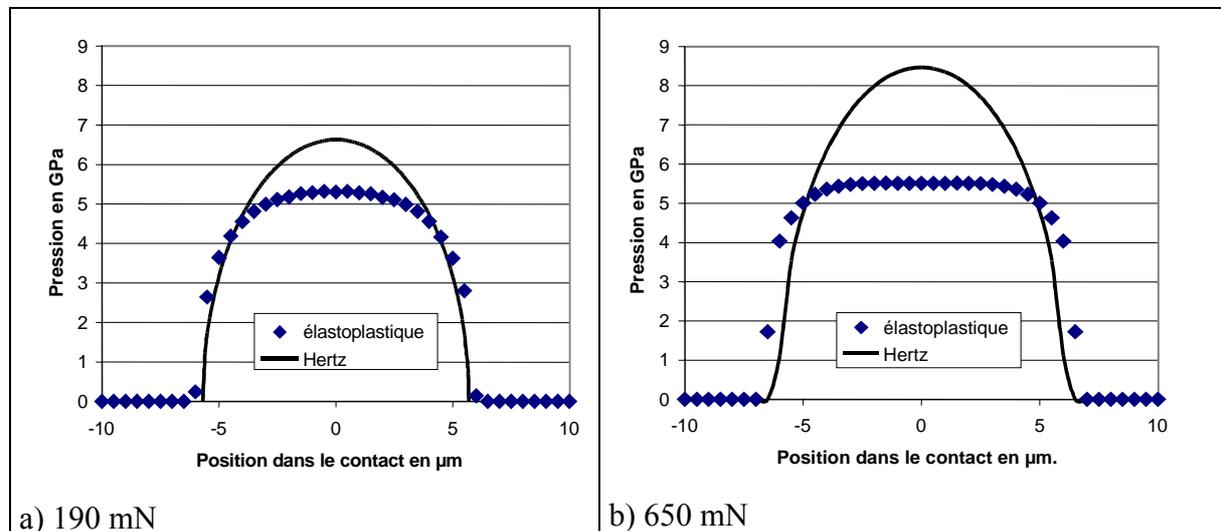


Figure II.18. Pression de contact, pour une charge de 190 mN (a) et de 650 mN (b). Calcul élastique et élastoplastique.

Nous pouvons alors comparer un certain nombre de grandeurs représentatives du contact élastoplastiques fournies par les deux outils de calcul.

Dans un premier temps, nous pouvons observer sur la figure II.19 la variation de la charge appliquée en fonction du déplacement du corps solide, pour le cas élastique, ainsi que pour le cas élastoplastique résolu par EF et par le code de contact. Nous pouvons observer une très grande concordance entre les résultats fournis par les deux outils de calcul.

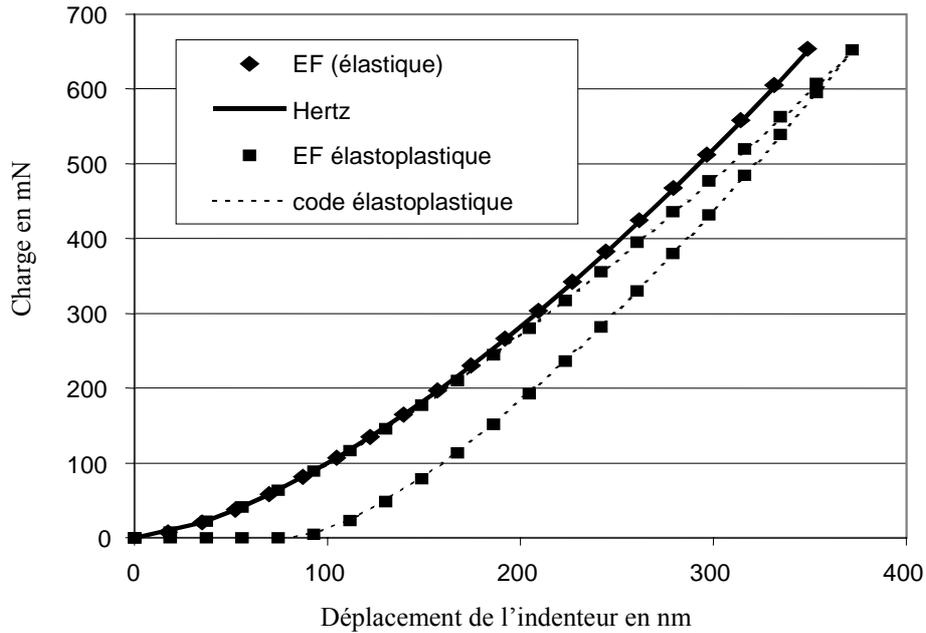


Figure II.19. Charge appliquée en fonction du déplacement du corps solide.
Comparaison EF–code de calcul.

Nous pouvons également comparer les déformations plastiques calculées sur l'axe (figure II.20), ainsi que sur un profil situé à 2 microns de l'axe (0,5 a) (figure II.21) du contact chargé à 190 mN. Nous pouvons là aussi observer une bonne concordance des résultats, pour toutes les composantes du tenseur des déformations plastiques.

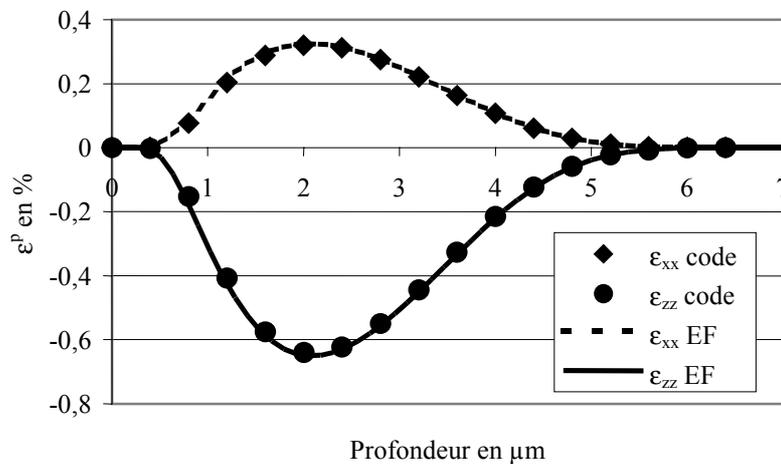


Figure II.20. Déformations plastiques sur l'axe. (contact chargé à 190 mN)
Comparaison EF–code de calcul.

Enfin, nous pouvons comparer les contraintes résiduelles après décharge calculées aux mêmes endroits que les déformations plastiques, c'est à dire sur l'axe et sur un profil vertical situé à deux microns de l'axe, toujours pour le contact chargé à 190 mN (figures II.22 et II.23). Nous notons ici encore un bon accord entre les résultats fournis par les deux outils de calcul. L'ensemble de ces résultats permet donc de considérer le code de contact élastoplastique comme validé par rapport au logiciel ABQUS.

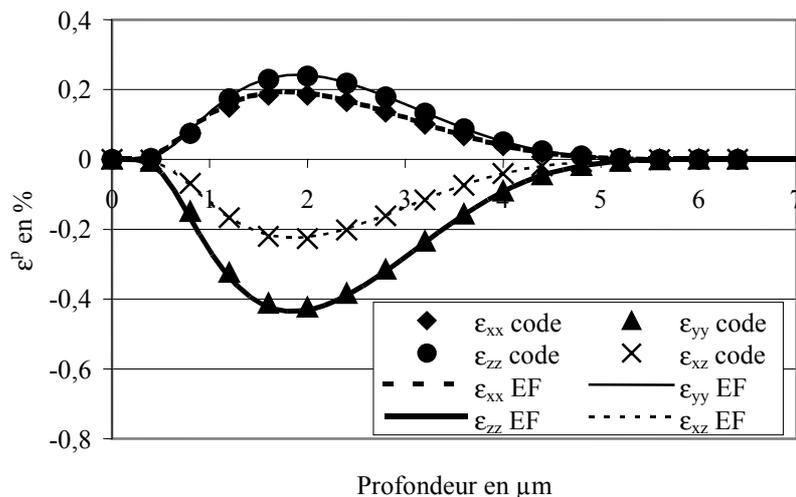


Figure II.21. Déformations plastiques à 2 μm de l'axe. (contact chargé à 190 mN)
 Comparaison EF-code de calcul.

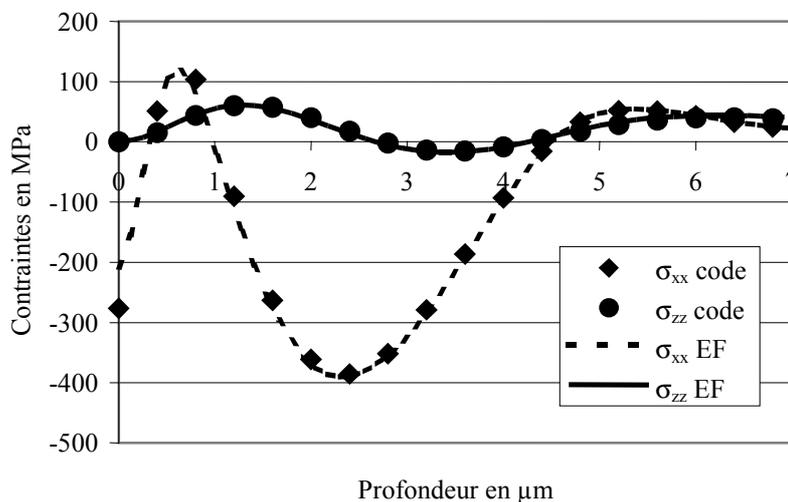


Figure II.22. Contraintes résiduelles sur l'axe. (contact chargé à 190 mN)
 Comparaison EF-code de calcul.

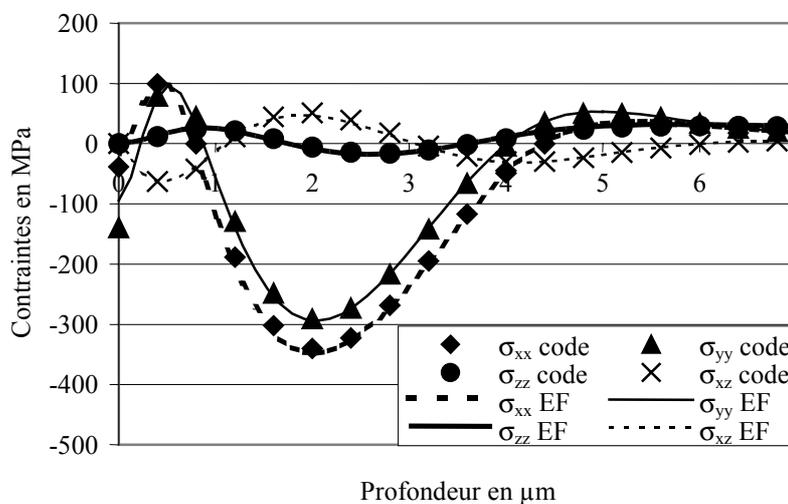


Figure II.23. Contraintes résiduelles à deux microns de l'axe. (contact chargé à 190 mN)
 Comparaison EF-code de calcul.

c) Analyse du contact élastoplastique.

Nous pouvons alors observer les champs de contraintes obtenus pour le contact chargé à 650 mN. Le problème étant axisymétrique, les résultats sont présentés dans un repère cylindrique. Ainsi, nous pouvons observer figure II.24 les quatre composantes non nulles du tenseur des contraintes résiduelles. Nous pouvons tout d'abord observer que les valeurs atteintes par ces contraintes sont non négligeables, puisque la contrainte radiale peut monter jusqu'à 1000 MPa. Nous pouvons également constater que la contrainte σ_{zz} est relativement faible. Ceci est dû à la présence de la surface libre, qui impose que cette contrainte soit nulle en surface, ce qui vient limiter la valeur maximale que ce terme peut atteindre.

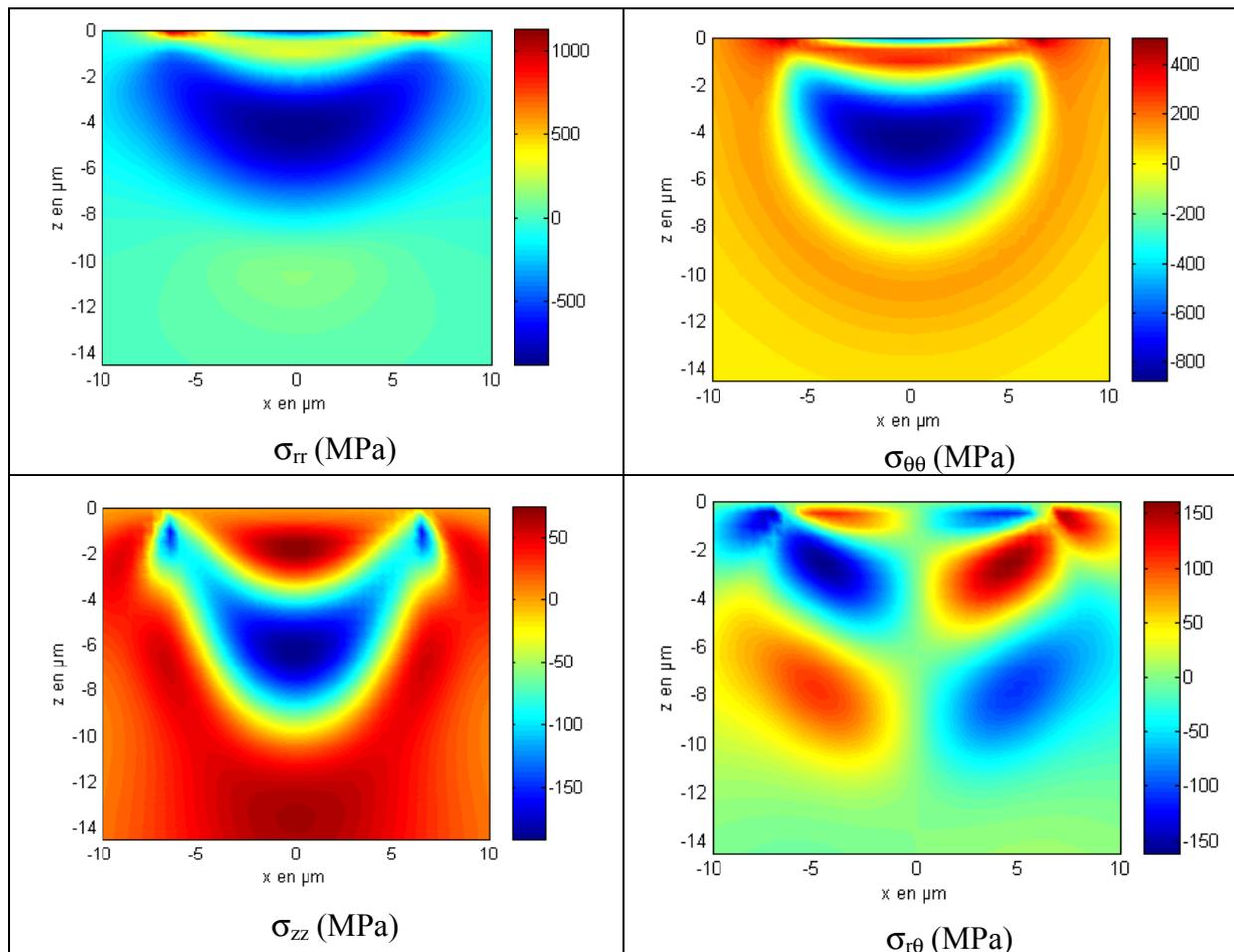


Figure II.24. Champ de contraintes résiduelles. Charge de 650 mN.

Afin de mieux comprendre le rôle et l'influence des contraintes résiduelles, observons les trois figures II.25.a, II.25.b et II.25.c. Elles représentent la contrainte de Von Mises, adimensionnée par rapport à la pression de Hertz (pression maximale qui serait atteinte si le contact était purement élastique). La première, (II.25.a) représente la contrainte de Von Mises obtenue dans le massif en considérant le contact élastique. Nous retrouvons alors la forme caractéristique de la distribution de cette contrainte, ainsi que sa valeur maximale égale à 0.31 PHertz. La seconde figure (II.25.b) représente toujours la contrainte de Von Mises, mais en considérant cette fois le contact élastoplastique sous charge ($\sigma = \sigma^{pr} + \sigma^r$). Nous pouvons constater que la contrainte maximale obtenue est plus faible (0.168 PHertz), et qu'elle est quasiment uniforme sur une zone très large. Enfin, pour la troisième figure (II.25.c), le contact est toujours élastoplastique, mais seules les contraintes dues au champ de pression ont été

prises en compte pour la représentation de la contrainte de Von Mises (cependant l'ensemble des contraintes a été considéré au cours du calcul). Cette figure, comparée à la figure précédente permet donc d'illustrer le rôle des contraintes résiduelles. En effet, on peut constater que la contrainte de Von Mises obtenue alors est plus importante que dans le second cas (0.214 PHertz), et que la répartition est moins uniforme. Ceci illustre parfaitement le rôle des contraintes résiduelles. Lors d'un chargement élastoplastique donné, les contraintes résiduelles qui sont générées vont dans le sens de la diminution de l'écoulement plastique, c'est à dire dans le sens de la diminution de la contrainte de Von Mises pour ce chargement. Par contre, si un chargement différent est appliqué par la suite, les contraintes résiduelles existantes ne vont pas forcément dans le sens de la limitation de la contrainte de Von Mises pour ce nouveau chargement.

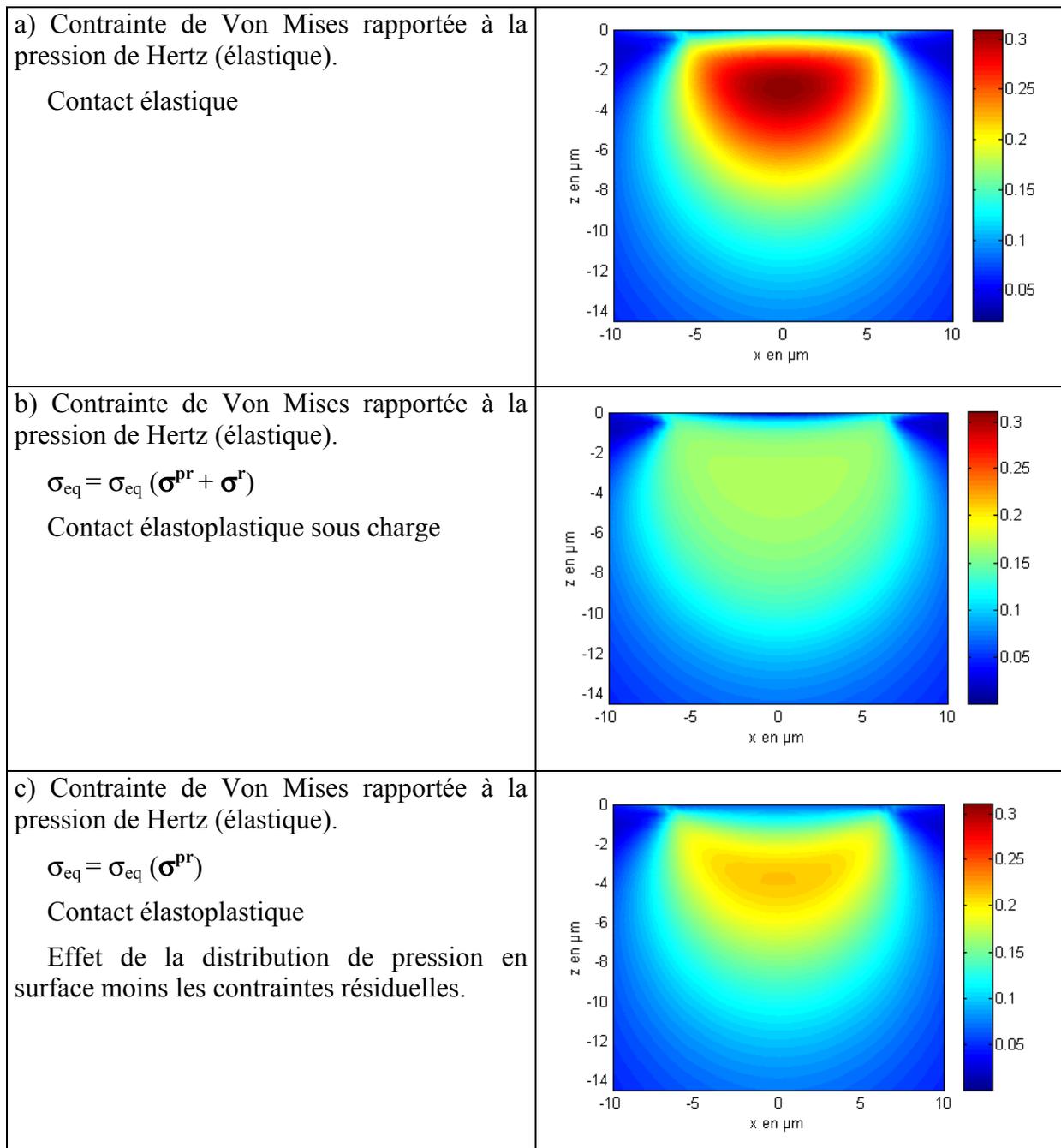


Figure II.25. Influence de la plasticité sur la contrainte de Von Mises.

II.4.2 VALIDATION EXPERIMENTALE. ESSAI DE NANO-INDENTATION.

Des essais de nano-indentation instrumentés ont été menés sur un acier dont la loi de comportement plastique est connue et correspond à celle du massif 2 décrit au paragraphe II.4.1.b). Ces essais permettent de mesurer la profondeur de l’empreinte (déplacement rémanent) en fonction de la charge appliquée.

L’indenteur est une pointe sphérique de 105 μm de rayon. Elle est constituée de diamant, dont les caractéristiques élastiques sont $E = 1140 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,07$. La charge appliquée pendant l’indentation varie de 50 à 650 mN. Nous pouvons observer sur la figure II.26 la très bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et la simulation effectuée avec le code de calcul.

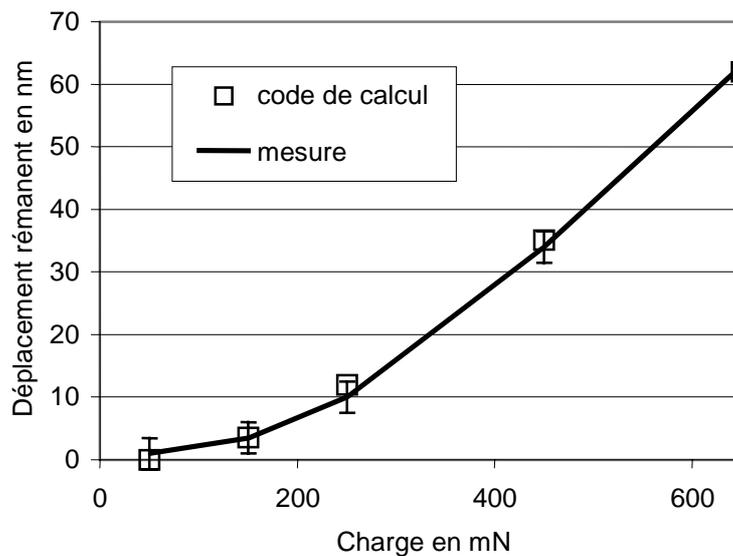


Figure II.26. Simulation d’un essai de nano-indentation. Comparaison avec les résultats expérimentaux.

II.4.3 VALIDATION EXPERIMENTALE. MOUVEMENT DE LA CHARGE.

Dans un troisième temps, nous avons cherché à valider le code de calcul en roulement, lorsque la charge se déplace. Pour cela, nous avons mesuré l’empreinte laissée par une bille élastique roulant sur un massif élastoplastique, et nous l’avons comparée à l’empreinte obtenue par simulation.

a) Description de l’essai.

L’essai a été effectué sur une butée FB2, dispositif d’essai bille-plan conçu par SNR Roulements et schématisé sur la figure suivante. La rondelle centrale, accouplée à un arbre moteur, entraîne les billes en rotation, qui roulent sur les butées planes fixes.

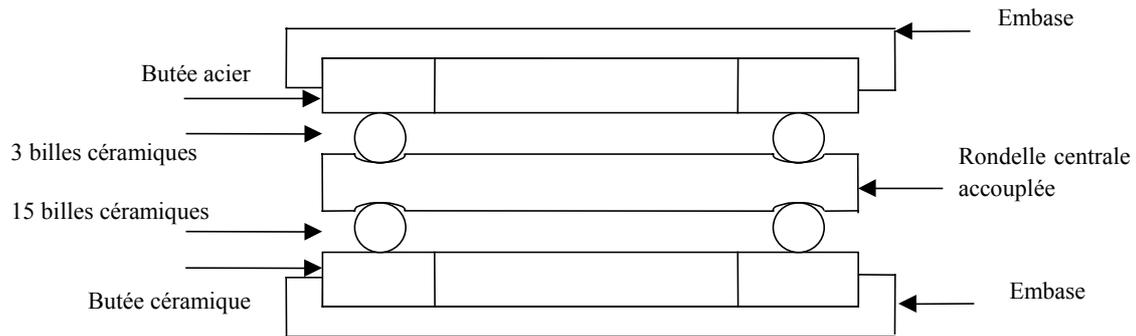


Figure II.27. Schéma du montage de la butée FB2.

Pour notre étude, nous nous sommes intéressés au contact entre les billes et la butée supérieure. Les billes sont des billes céramiques, de diamètre 9,925 mm, dont le comportement est purement élastique. La butée supérieure, elle, est en acier. Les autres composants du montage, à savoir la butée inférieure, les billes de l'étage inférieur et la rondelle accouplée sont tous en céramique. La photo suivante montre une vue éclatée des éléments du montage.



Figure II.28. Vue éclatée des différents constituants du montage de la butée FB2.

Nous désirons étudier l'empreinte réalisée après un passage de la bille. Pour éviter qu'une bille ne roule sur l'empreinte de la bille précédente, seules trois billes ont été montées dans l'étage supérieur, et la rondelle accouplée a été tournée manuellement de 150° , ce qui équivaut à une rotation de 75° des billes par rapport à la butée supérieure.

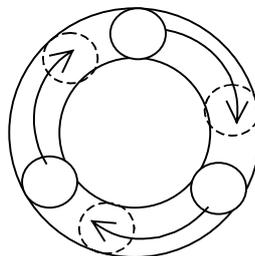


Figure II.29. Trajet des billes sur la butée en acier pendant la rotation.

La procédure d'essai est alors la suivante :

- montage du dispositif
- mise en charge statique
- rotation de la rondelle accouplée de 150°
- décharge statique.

L'essai a été réalisé avec des butées en M50 et en 100Cr6, dont les caractéristiques élastiques sont $E = 210$ GPa et $\nu = 0,3$. Le comportement élastique de la céramique quant à lui est décrit par $E = 310$ GPa et $\nu = 0,29$.

Les essais ont été réalisés sous une charge de 1380 N, soit 460 N par bille, ce qui conduit à une pression de Hertz de 4,2 GPa.

b) Simulation de l'essai.

Les essais de roulement ont été simulés avec le code de contact élastoplastique que nous avons développé. Le comportement plastique de l'acier M50 ainsi que celui de l'acier 100Cr6 est décrit par une loi de Swift, dont les paramètres sont donnés dans le tableau suivant.

	B (MPa)	C (μdef)	n
M50	1280	4	0,095
100Cr6	945	20	0,121

Tableau II.2. Paramètres de la loi de Swift pour le M50 et le 100Cr6.

Nous pouvons alors observer l'empreinte résiduelle laissée par le passage de la bille en surface. La charge est appliquée en 0, le roulement s'effectue ensuite sur 3 mm, puis la charge est enlevée. Cette distance de roulement a été choisie pour que la géométrie de l'empreinte soit quasi stationnaire.

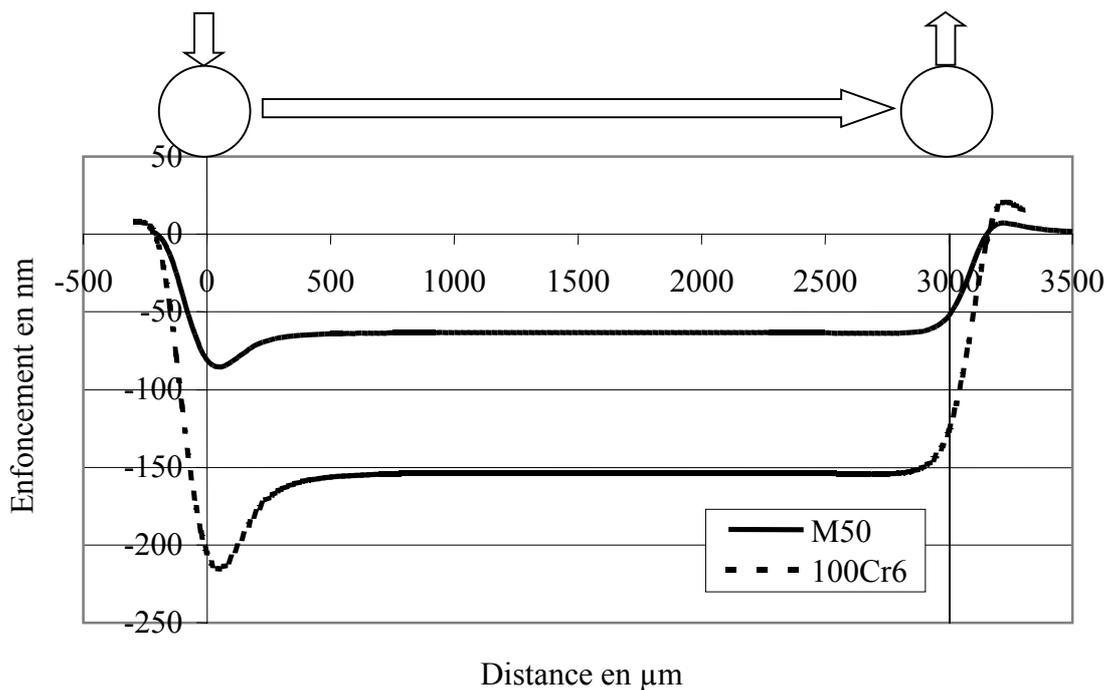


Figure II.30. Simulation de l'empreinte résiduelle laissée par le passage d'une bille.

c) Résultats expérimentaux. Validation du code de calcul.

La mesure des empreintes réalisées sur les butées planes a été effectuée sur un Microsurf 3D, de FOGALE Nanotech, rugosimètre surfacique sans contact. La précision verticale de la mesure est donnée inférieure au nanomètre. Les empreintes que l'on cherche à visualiser sont de l'ordre de grandeur des rugosités de la surface. Les mesures doivent donc être traitées pour séparer la rugosité de la topologie des surfaces, permettant ainsi de mettre en évidence l'empreinte résiduelle. Ce traitement post-mesure est effectué sur le logiciel Mountains SPM.

Afin de valider les simulations présentées ci-dessus, nous avons mesuré un profil transversal au centre de la zone angulaire balayée par chaque bille, représentatif du profil stationnaire, et nous avons réalisé une topographie de surface dans la zone de mise en charge, pour mettre en évidence la géométrie particulière de l’empreinte dans cette zone.

Nous pouvons observer sur les figures II.31 et II.32 la forme des empreintes stationnaires mesurées sur les butées en M50 et en 100Cr6, ainsi que la comparaison avec la simulation correspondante. Nous constatons que l’accord entre les résultats expérimentaux et la simulation est excellent.

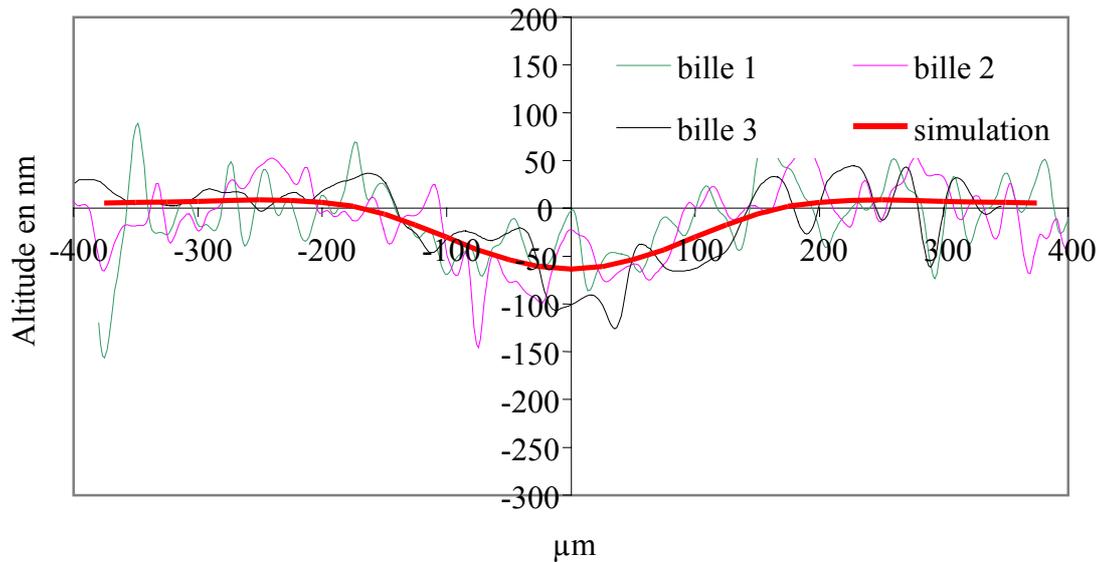


Figure II.31. Profil transversal stationnaire sur la butée en M50. Mesures et simulation.

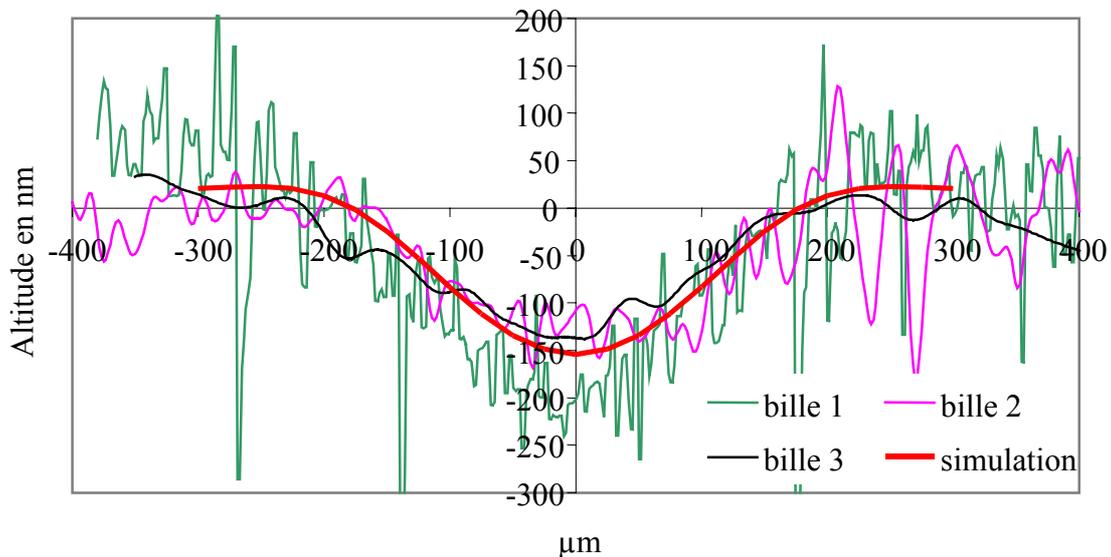


Figure II.32. Profil transversal stationnaire sur la butée en 100Cr6. Mesures et simulation.

La figure II.33 représente le déplacement résiduel au point de départ de la bille sur la butée en 100Cr6. Nous pouvons constater que là encore la simulation concorde avec les résultats expérimentaux. Enfin, la figure II.34 montre une vue en perspective de la surface mesurée au départ de la bille 1. Les rugosités ont été enlevées par filtrage. Nous pouvons observer le point de chargement ainsi que le début du roulement de la bille.

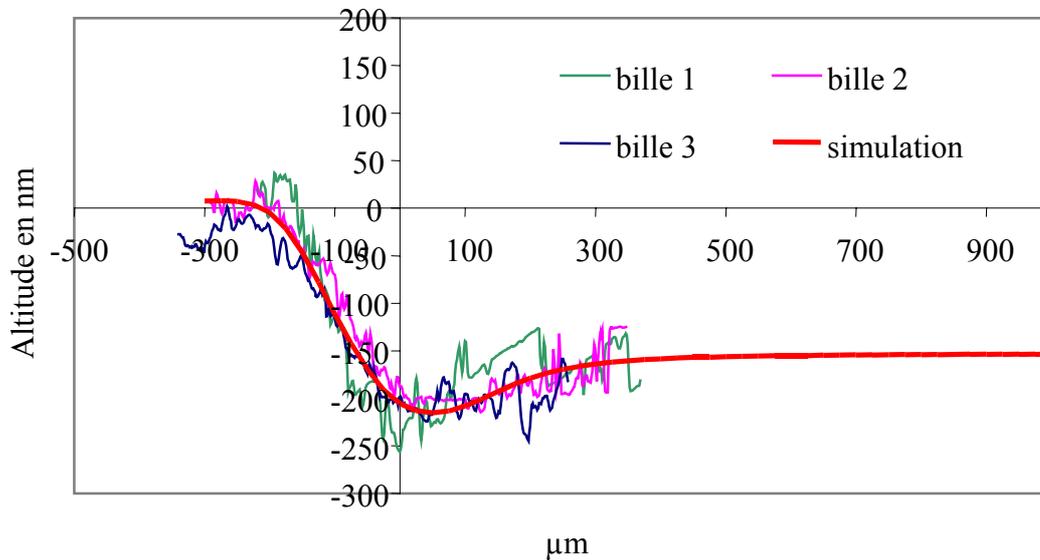


Figure II.33. Mesures et simulation du déplacement résiduel au point de départ de la bille sur la butée en 100Cr6 .

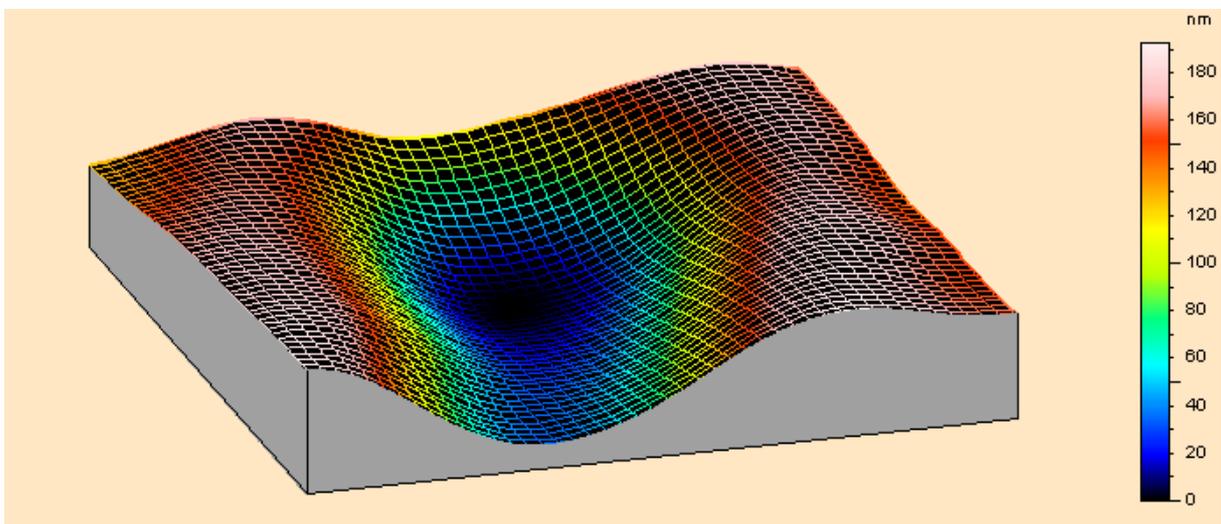


Figure II.34. Vue en perspective du départ de la bille 1 sur la butée en 100Cr6 (mesure). L'ensemble des résultats présentés ici permet de valider le code de calcul en roulement.

II.5 CONCLUSION.

Un code de contact élastoplastique a été développé dans le cadre des hypothèses classiquement utilisées en mécanique des contacts, à savoir que les déformations sont petites et que les massifs en contact peuvent être considérés comme des massifs semi-infinis.

Le comportement plastique des massifs est décrit par le critère de Von Mises et par une schématisation isotrope de l'écroutissage. Ce dernier point a été choisi pour décrire au mieux le comportement des aciers à roulement, mais peut être aisément modifié pour d'autres applications.

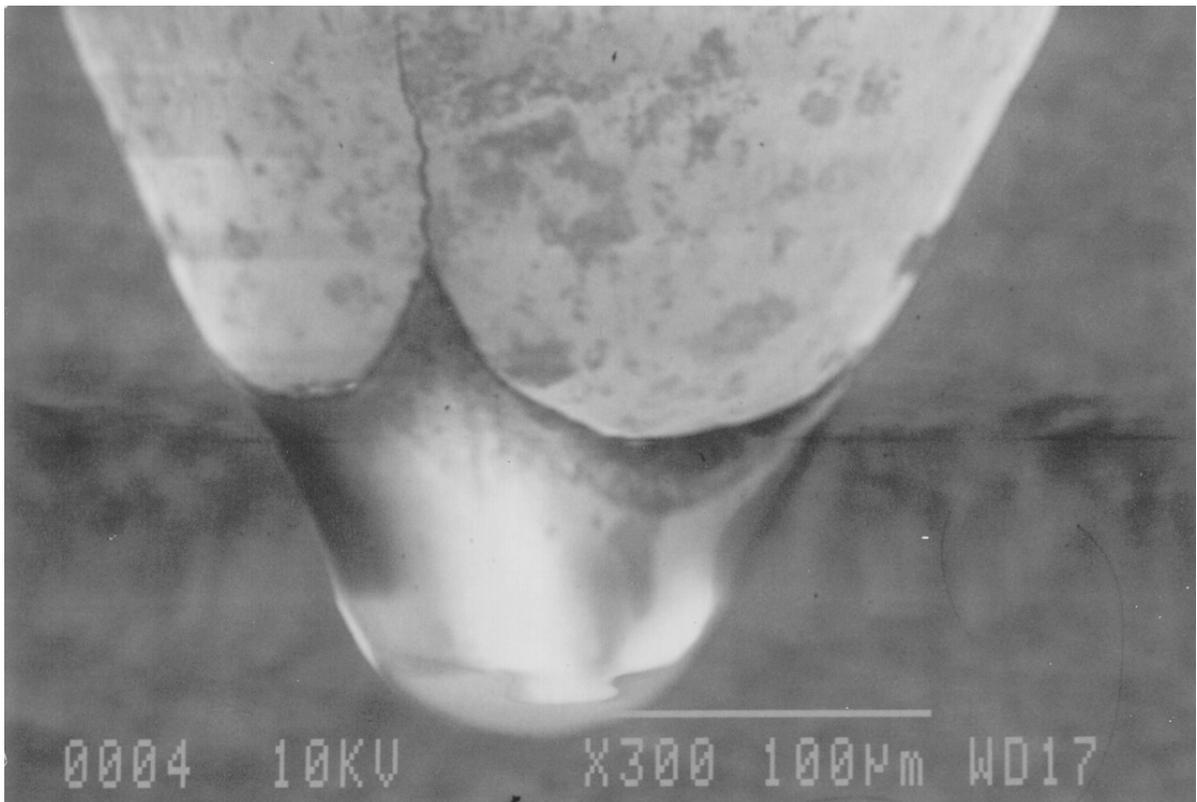
L'existence de contraintes initiales peut être prise en compte. Ceci est nécessaire pour intégrer la présence des contraintes résiduelles de nitruration ainsi que celles générées pendant la phase d'indentation. De plus, le comportement plastique peut être variable avec la profondeur, pour pouvoir simuler le comportement des aciers traités en surface. Enfin, un taux d'écroutissage initial non homogène peut également être introduit, pour compléter la description d'une indentation préalable.

L'utilisation de la méthode multi-grilles pour le calcul des pressions de contact, l'emploi des algorithmes FFT pour calculer les contraintes et les déplacements en surface ainsi que la limitation du maillage volumique à la seule zone plastique permettent de limiter les temps de calcul.

Finalement, l'ensemble des caractéristiques du code de contact élastoplastique développé au cours de ces travaux en font un outil adéquat pour étudier les premiers passages d'un indenteur nouvellement formé dans le contact, lors de la phase de rodage, lorsque l'indenteur est déformé plastiquement.

Chapitre III

DETERMINATION DES PROPRIETES MECANQUES DU 32CrMoV13 NITRURE.



Pointe sphérique de nano-indentation [21].

Chapitre III : DETERMINATION DES PROPRIETES MECANQUES DU 32CrMoV13 NITRURE.

Résumé :

La caractérisation des propriétés mécaniques d'un matériau est une étape essentielle dans la compréhension de son endommagement en fatigue de roulement et dans l'étude de son aptitude pour de telles applications. Pour l'application envisagée l'acier 32CrMoV13 est nitruré ; il présente donc un profil de micro-limite d'élasticité et de contrainte résiduelle. La caractérisation de la micro-limite d'élasticité de cet acier nécessite alors l'emploi d'une méthode de mesure locale, ici la nano-indentation. Cette technique a été mise en place en tenant compte de l'influence des contraintes résiduelles sur l'essai de nano-indentation. L'application de cette méthode montre que, si le profil de micro-limite d'élasticité est mesuré sur une coupe perpendiculaire à la surface nitrurée, l'effet des contraintes résiduelles sur la mesure est faible et peut être négligé. Par contre, si l'accès au profil est réalisé par enlèvement de couches successives l'effet des contraintes résiduelles peut devenir important. Le profil de micro-limite d'élasticité ainsi caractérisé, montre que la micro-limite d'élasticité en cisaillement varie, de manière quasi-linéaire, de 1170 MPa en surface jusqu'à 420 MPa à 800 μm de profondeur. Le profil obtenu a été comparé avec le profil de nano-dureté et celui des concentrations en azote et en carbone. Concernant les contraintes résiduelles de nitruration, nous avons étudié l'influence de la géométrie sur le profil de contrainte obtenu après nitruration, et nous avons pu en déduire des règles de dimensionnement simples permettant d'optimiser les contraintes de compression.

III.1 Introduction.	97
III.2 Méthode de mesure de micro-limite d'élasticité par nano-indentation.	98
III.2.1 Description et exploitation d'un essai de nano-indentation.	99
III.2.2 Principe de la mesure et application au 32CrMoV13 nitruré.	101
III.2.3 Forme générale des lois d'érouissage du 32CrMoV13 nitruré.	104
III.2.4 Influence des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent.	106
III.2.5 Détermination des contraintes résiduelles.	108
III.2.6 Relation entre le déplacement rémanent et les paramètres de la loi d'érouissage.	112
III.2.7 Méthode de mesure de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré en présence de contraintes résiduelles.	118
III.3 Mesure du profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré.	119
III.3.1 Sensibilité aux contraintes résiduelles selon la méthode d'accès au profil.	119
III.3.2 Détermination du profil de micro-limite d'élasticité.	121
III.4 Evolution des contraintes résiduelles avec la géométrie.	123
III.4.1 Cas du plateau infini.	123
III.4.2 Cas de la poutre infinie.	126
III.4.3 Bilan.	129
III.5 Conclusion.	131

III.1 INTRODUCTION.

La résistance à la fatigue de roulement d'un matériau est directement liée à ses propriétés mécaniques. Ainsi, Lamagnère et al [39, 40] et Vincent et al [59] ont montré que dans le cadre de la fatigue de roulement amorcée sur inclusion, le paramètre permettant de fixer un seuil de durée de vie infinie était la micro-limite d'élasticité, définie comme la limite d'élasticité pour une déformation d'épreuve de $20 \cdot 10^{-6}$ def. Cette valeur marque la transition entre le domaine élastique ou quasi-élastique et le domaine micro-plastique où les mouvements des dislocations deviennent irréversibles conduisant à la multiplication et à l'accumulation des dislocations qui, au fil des cycles, sont responsables de l'endommagement en fatigue. La valeur de cette micro-limite d'élasticité est une valeur seuil qui est par définition liée à la limite d'endurance et qu'il est par conséquent très important de connaître. Cependant, si cette grandeur est accessible par un essai de compression macroscopique pour les matériaux traités dans la masse (100Cr6, M50), la caractérisation du profil de micro-limite d'élasticité introduit par le traitement thermo-chimique de nitruration sur le 32CrMoV13 nécessite l'emploi d'une méthode de mesure locale.

La nitruration est connue pour générer des contraintes résiduelles élevées [2]. Ces dernières sont également très importantes en ce qui concerne la résistance à la fatigue de roulement. En effet, elles modifient le champ de contraintes dû au seul passage des corps roulants et participent, à ce titre, à la tenue en fatigue du matériau. Enfin, les caractéristiques élastiques du matériau entrent également en compte, puisqu'elles déterminent en grande partie les conditions du contact entre les corps roulants et les niveaux de contraintes dans les massifs en contact. Cependant, ces dernières ne sont pas modifiées significativement par le traitement de nitruration et peuvent donc être considérées comme homogènes dans tout le matériau nitruré. Nous les prendrons constantes et égales à $E = 210$ GPa pour le module d'Young et $\nu = 0,3$ pour le coefficient de Poisson [21].

Afin de caractériser le profil de micro-limite d'élasticité, nous allons utiliser une méthode de détermination locale par nano-indentation. Son principe a été établi par El Ghazal [21] pour mesurer le profil de micro-limite d'élasticité du 16NiCrMo13 cémenté. Cependant, son application au cas du 32CrMoV13 nitruré nécessite d'étudier l'influence des contraintes résiduelles sur l'essai de nano-indentation afin d'obtenir une méthode de correction de leur influence. Cette technique mise au point, il est alors possible de caractériser le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré. Finalement, nous nous intéresserons à l'évolution des contraintes résiduelles de nitruration avec la géométrie des pièces nitrurées, complétant ainsi la caractérisation des propriétés mécaniques du 32CrMoV13 nitruré.

III.2 METHODE DE MESURE DE MICRO-LIMITE D'ELASTICITE PAR NANO-INDENTATION.

Le traitement de nitruration appliqué au 32CrMoV13 crée un profil de micro-limite d'élasticité qu'il est important de connaître pour étudier son aptitude à résister à la fatigue de roulement. La caractérisation de ce profil oblige à mesurer localement la micro-limite d'élasticité. El Ghazal et al [21, 22, 23] ont utilisé l'essai de nano-indentation pour caractériser localement les propriétés élastoplastiques du 16NiCrMo13 cémenté et du 32CrMoV13 nitruré. En effet, l'essai de nano-indentation sollicite un volume de matière compris dans un cube de 20 μm de côté. A cette échelle, la zone sollicitée peut être considérée comme locale par rapport au traitement de surface qui s'étend sur près d'un millimètre (cf. I.4.2), tout en étant suffisamment importante vis à vis des dimensions caractéristiques de la microstructure (0,1 μm) du matériau qui peut être considéré comme homogène. La réponse de l'essai de nano-indentation dépend donc des caractéristiques élastoplastiques locales.

La méthode développée jusqu'à présent suppose que le comportement de l'échantillon nano-indenté ne dépend que des caractéristiques élastoplastiques du matériau et de la charge appliquée sur la tête d'indentation. Or, nous avons vu au chapitre précédent que le comportement plastique dépend des caractéristiques élastoplastiques du matériau et du champ de contraintes subi. En présence de contraintes résiduelles, ce dernier est différent du champ de contraintes appliqué par le nano-indentateur. Le comportement de l'échantillon pendant l'essai de nano-indentation dépend donc des caractéristiques élastoplastiques locales du matériau, de la charge appliquée sur la tête d'indentation mais aussi des contraintes résiduelles.

Lorsque ces dernières sont faibles, comme c'est le cas pour les aciers cémentés, il est tout à fait raisonnable d'en négliger l'influence. En revanche, les contraintes résiduelles générées par le traitement de nitruration peuvent être élevées (jusqu'à -800 MPa [2]) et modifier la réponse de l'échantillon sollicité par nano-indentation. Aussi, la caractérisation du profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré nécessite la mise en place d'une méthode de mesure locale de micro-limite d'élasticité par nano-indentation tenant compte de la présence de contraintes résiduelles.

Dans un premier temps, nous allons décrire le matériel de nano-indentation, ainsi que la procédure d'essai et l'exploitation qui en est faite. Dans un second temps, nous exposerons le principe de la mesure mis en place par El Ghazal, en l'illustrant par le cas des aciers cémentés, avant de faire un bilan des tâches nécessaires à la mise en place d'une méthode similaire pour le 32CrMoV13 nitruré. Les quatre étapes ainsi définies seront alors successivement décrites pour finalement aboutir à une méthode de mesure locale de la micro-limite d'élasticité adaptée au 32CrMoV13 nitruré.

III.2.1 DESCRIPTION ET EXPLOITATION D'UN ESSAI DE NANO-INDENTATION.

a) Le nano-indenteur.

Les essais de nano-indentation instrumentés ont été réalisés sur un appareil Nano Indenter® II, de la société Nano Instruments, permettant l'enregistrement simultané de la charge appliquée et du déplacement de la pointe de nano-indentation. Cet appareil, schématiquement représenté sur la figure III.1, se compose de trois parties : la colonne optique, la table de déplacement et la colonne d'indentation.

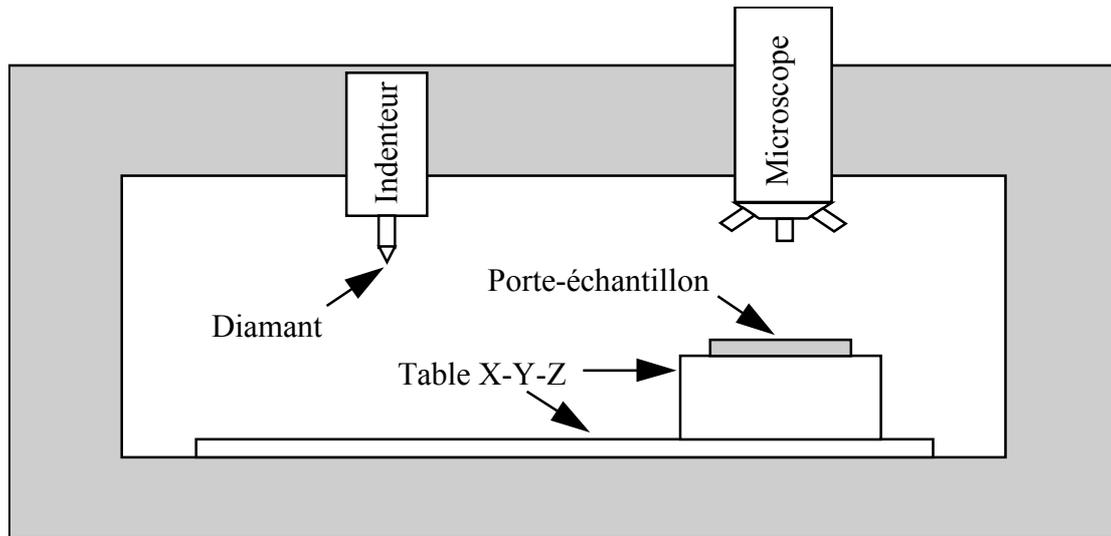


Figure III.1. Représentation schématique du nano-indenteur [21].

L'échantillon est placé sous la colonne optique pour que l'utilisateur sélectionne la position des indents. Il est ensuite amené sous la colonne d'indentation par la table de déplacement. Ce système permet de positionner les indents à $\pm 2 \mu\text{m}$. La colonne d'indentation est composée d'une tête mobile sur laquelle est fixée la pointe d'indentation. Ses déplacements sont repérés par ceux d'un disque solidaire de la tête entre deux disques solidaires de la colonne. L'ensemble forme un capteur capacitif. La résolution théorique en déplacement vertical est de $0,04 \text{ nm}$. La charge est appliquée par l'intermédiaire d'un électro-aimant situé au sommet de la colonne d'indentation. Ce système permet d'imposer des chargements compris entre 0 et 700 mN , avec une précision qui peut descendre jusqu'à $\pm 75 \text{ nN}$ pour les gammes les plus sensibles. L'indenteur est piloté préférentiellement en charge.

Plusieurs pointes d'indentation peuvent être montées sur le nano-indenteur, la plus courante étant la pointe pyramidale Berkovitch. Celle-ci est très utilisée pour les mesures de nano-dureté (liée à l'enfoncement maximal sous charge) ainsi que pour les mesures de module d'Young (lié à la pente au début de la décharge). Pour notre étude, nous utiliserons une pointe sphérique de $105 \mu\text{m}$ de rayon réalisée en diamant ($E = 1140 \text{ GPa}$, $\nu = 0,07$). L'avantage de la pointe sphérique est de générer un champ de contraintes plus homogène que la pointe Berkovitch, facilitant ainsi la simulation de l'essai de nano-indentation qui sera nécessaire à la détermination de la micro-limite d'élasticité.

b) Procédure d'essai et exploitation des résultats.

Pour déterminer la micro-limite d'élasticité du matériau par nano-indentation, nous allons suivre la procédure mise au point par El Ghazal qui consiste à mesurer la profondeur de l'empreinte créée pendant l'essai en fonction de la charge maximale appliquée. Plusieurs charges successives ($W_m = 50, 150, 250, 450, 650$ mN) sont appliquées. Chaque charge est suivie d'une décharge jusqu'à 2 mN. Un maintien à faible charge est effectué au cours de l'essai afin de déterminer et corriger la dérive thermique (figure III.2).

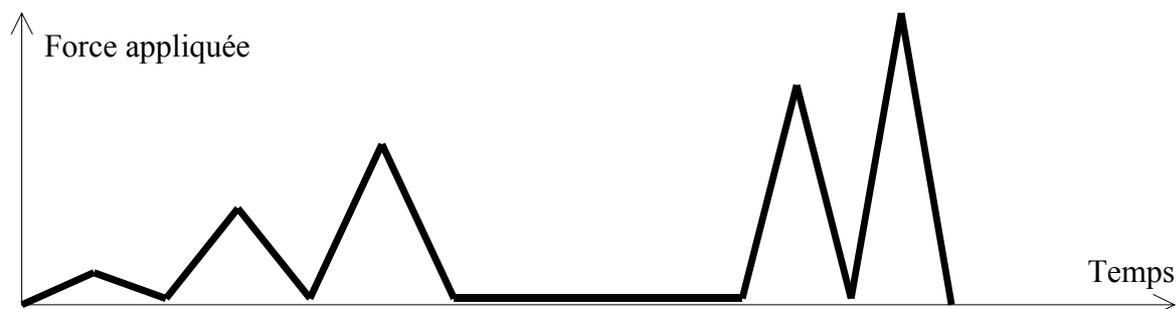


Figure III.2. Cycle de chargement d'un essai de nano-indentation.

La figure III.3 montre le résultat typique d'un essai de nano-indentation. La charge appliquée W est tracée en fonction du déplacement de l'indenteur. Le déplacement rémanent e_r est mesuré comme étant la différence des déplacements après le passage à la charge considérée et avant la première charge. La mesure, qui devrait s'effectuer au moment de la perte de contact entre le nano-indentateur et l'échantillon pour être rigoureusement égale à la profondeur de l'empreinte, s'effectue en fait sous une faible charge de 10 mN, dont il sera tenu compte par la suite, afin de s'affranchir des incertitudes liées à la pente des courbes pour les charges nulles.

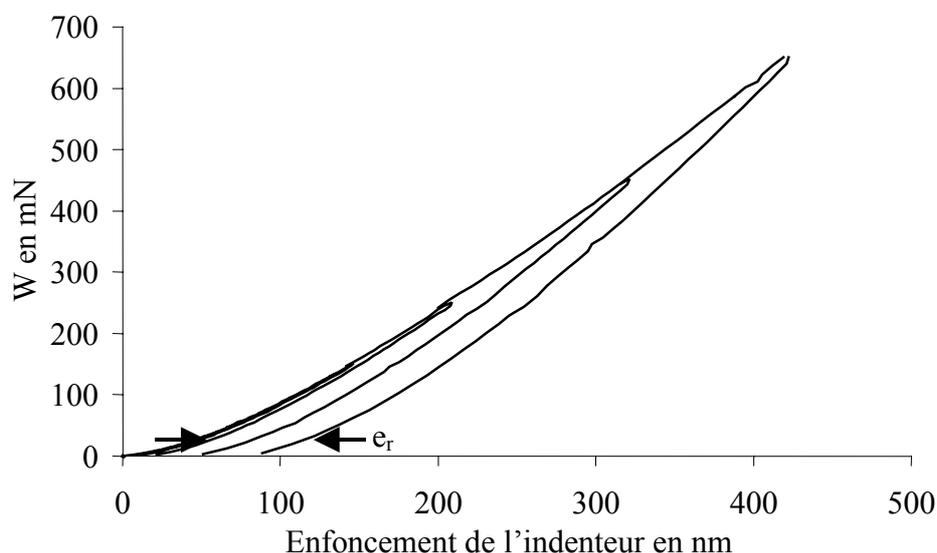


Figure III.3. Réponse charge - déplacement d'un essai de nano-indentation.

Avant indentation, les échantillons sont polis mécaniquement jusqu'à la pâte diamantée $\frac{1}{4}$ de μm . El Ghazal a comparé ce mode de préparation avec un polissage électrolytique. Aucune différence significative n'a été constatée.

III.2.2 PRINCIPE DE LA MESURE ET APPLICATION AU 32CrMoV13 NITRURE.

Le principe de la mesure de micro-limite d'élasticité par nano-indentation a été établi par El Ghazal [21, 22, 23]. Cette mesure repose sur la détermination, par méthode inverse, des paramètres de la loi d'écroissage locale du matériau à partir de la mesure du déplacement rémanent e_r en fonction de la charge appliquée. La mise en œuvre de cette méthode comporte trois étapes. Tout d'abord, on détermine la forme et les paramètres de la loi d'écroissage du matériau ainsi que leurs évolutions avec la concentration de l'élément introduit par le traitement de surface. De la même manière on détermine l'évolution des courbes déplacement rémanent - force appliquée avec la concentration. L'ensemble de ces deux séries de résultats expérimentaux permet de déterminer la relation entre le déplacement rémanent et les coefficients de la loi d'écroissage. Enfin, l'utilisation de cette relation permet, à partir de la mesure du déplacement rémanent, de déterminer les caractéristiques de la loi d'écroissage locale et de remonter à la micro-limite d'élasticité, ou à la limite d'élasticité pour toutes autres déformations d'épreuve. Afin d'illustrer la méthode, nous allons en présenter l'application au cas du 16NiCrMo13 cémenté, avant d'en étudier les modifications pour son application au 32CrMoV13 nitruré.

a) Forme générale de la loi d'écroissage.

Des essais de compression macroscopiques ont été menés sur des plots cimentés à divers taux de carbone, représentatifs de l'état du matériau à diverses profondeurs de la couche cimentée. Ces essais ont permis d'établir que, quel que soit le taux en carbone, l'ensemble des courbes d'écroissage peut être approximé par une loi de Swift ($\sigma_{eq} = B.[C + p.10^6]^n$), dont seul le paramètre B varie, C et n étant égaux respectivement à 1.10^{-7} et 0,115.

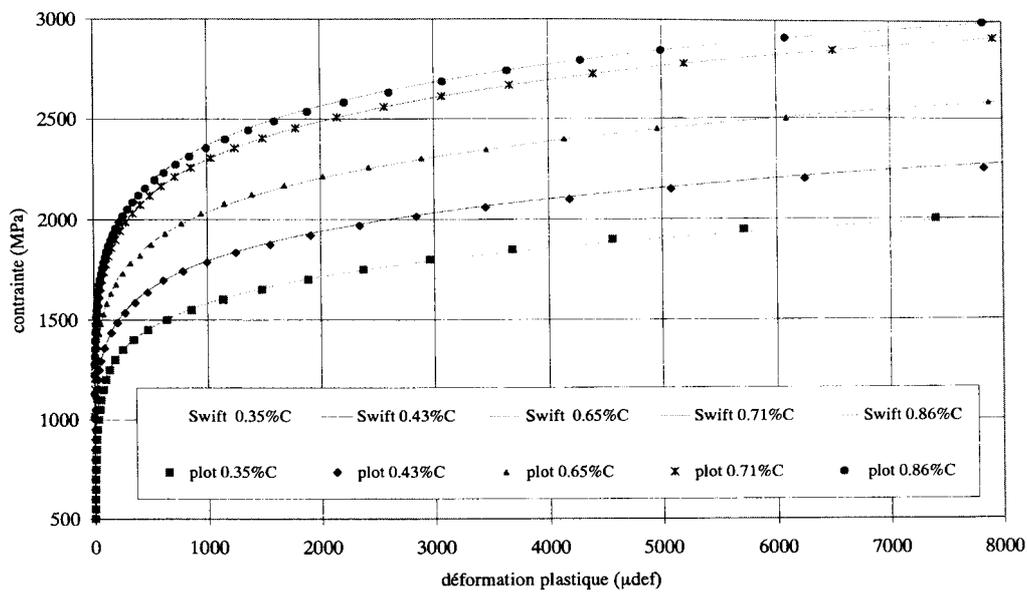


Figure III.4. Courbes de compression de plots cimentés à divers taux de carbone.[21]

b) Relation entre le déplacement rémanent et les paramètres de la loi d'écroissage.

Des essais de nano-indentation ont été réalisés sur les plots cimentés à divers taux de carbone. Ils ont permis de montrer que les courbes déplacement rémanent – force appliquée peuvent être approximées par des lois puissances où seul le paramètre multiplicatif α varie avec la concentration en carbone, β étant constant et égal à 1,5.

$$e_r = \alpha(B).W_m^\beta \tag{III.1}$$

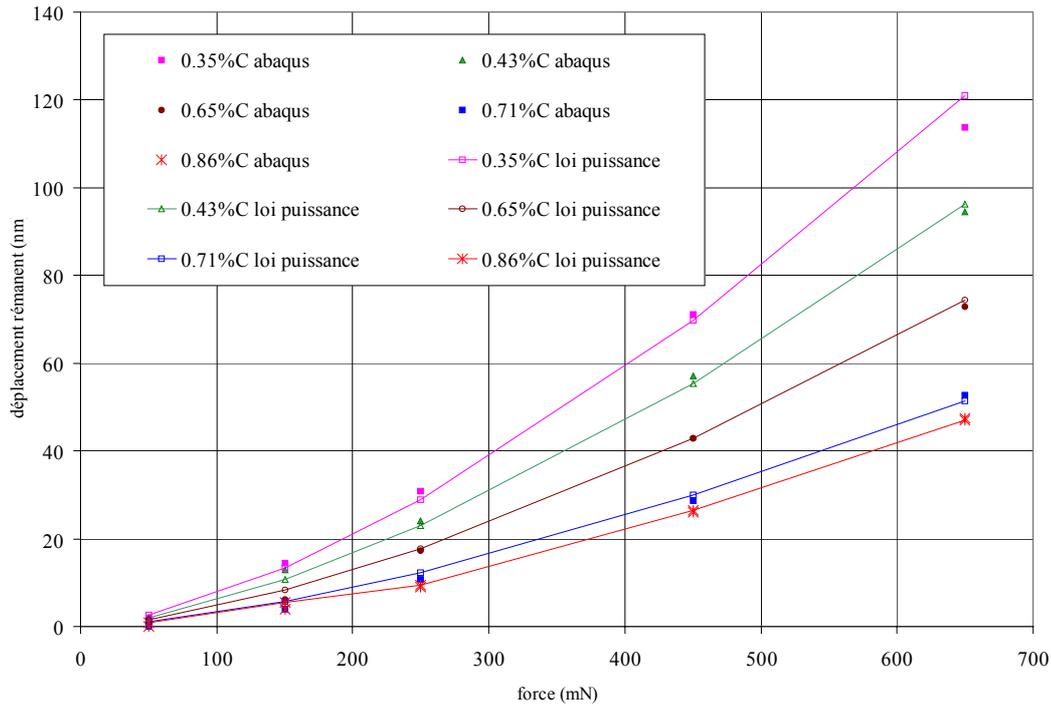


Figure III.5. Courbes déplacement rémanent – force appliquée sur des plots cimentés à divers taux de carbone et approximation par des lois puissances[21].

Pour chaque plot cimenté, le paramètre variable de la loi d'écroissage B ainsi que le paramètre α permettant de décrire l'évolution du déplacement rémanent avec la charge maximale appliquée sont connus. La relation entre les deux peut donc être identifiée (équation III.2). En combinant les équations III.1 et III.2, le déplacement rémanent peut être relié au paramètre variable de la loi d'écroissage B.

$$B = 4.10^6\alpha^2 - 122920\alpha + 13981,7 \quad (III.2)$$

c) Mesure de la micro-limite d'élasticité.

Des essais de nano-indentation sont réalisés à différentes profondeurs de la couche cimentée. Les résultats $e_r = f(W_m)$ expérimentaux permettent alors de déterminer le α le plus adéquat et d'en déduire le paramètre inconnu de la loi d'écroissage représentant le mieux le comportement plastique du matériau au point de mesure. Une fois cette loi identifiée, il est possible de déterminer la limite d'élasticité pour n'importe quelle déformation d'épreuve. On peut ainsi obtenir la micro-limite d'élasticité en cisaillement, τ_e , qui correspond à une déformation d'épreuve de $20 \cdot 10^{-6}$ def ($2\tau_e = B \cdot [C + 20]^n$).

d) Application au 32CrMoV13 nitruré.

Pour appliquer cette méthode à la mesure de la micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré, il est nécessaire de résoudre successivement ces trois étapes.

- Dans un premier temps, nous allons identifier la forme générale des lois d'écroissage du 32CrMoV13 nitruré.
- Ensuite, nous allons déterminer la relation entre le déplacement rémanent et les caractéristiques élastoplastiques du matériau. Le déplacement rémanent dépend du champ de contraintes subi par le matériau et de ses caractéristiques élastoplastiques. En l'absence de contraintes résiduelles, ou si elles sont faibles comme pour le cimenté, les

contraintes subies par le matériau sont égales aux contraintes appliquées par le nano-indenteur. Le déplacement rémanent s'exprime donc en fonction de la charge maximale appliquée sur le nano-indenteur W_m et des paramètres variables de la loi d'écrouissage. Cependant, le traitement de nitruration introduit des contraintes résiduelles élevées. Le champ de contraintes subi est alors une combinaison du champ de contraintes appliqué et du champ de contraintes résiduelles de nitruration. Le déplacement rémanent dépend donc de la charge maximale appliquée W_m , des contraintes résiduelles et des caractéristiques élastoplastiques du matériau. L'utilisation de plots homogènes (donc sans contraintes résiduelles) ne permet pas d'identifier cette relation. Pour résoudre ce problème, nous allons procéder en trois étapes successives.

- L'influence des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent est mal connue. Aussi, nous allons commencer par déterminer si elle est significative.
 - Pour prendre en compte les contraintes résiduelles, il est nécessaire de les connaître. A cet effet, nous devons développer une méthode permettant le calcul des contraintes résiduelles au point de mesure.
 - Nous pourrions alors étudier la relation entre les caractéristiques élastoplastiques et le déplacement rémanent, relation faisant intervenir les contraintes résiduelles et la charge appliquée sur le nano-indenteur.
- Nous proposerons une méthode de mesure de micro-limite d'élasticité adaptée au 32CrMoV13 nitruré.

III.2.3 FORME GENERALE DES LOIS D'ECROUISSAGE DU 32CrMoV13 NITRURE.

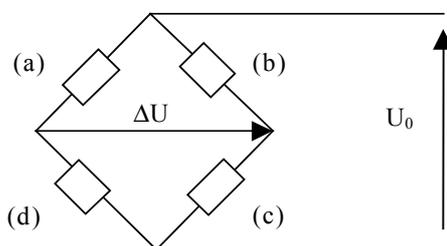
L'identification de la forme générale des lois d'érouissage du 32CrMoV13 nitruré est plus délicate que celle des aciers cémentés. En effet, il n'est pas possible d'obtenir des éprouvettes nitrurées homogènes à divers taux d'azote. Au cours de ses travaux, El Ghazal a réalisé des essais de compression sur des plots tubulaires nitrurés sur les faces internes et externes. L'épaisseur de ces éprouvettes a été choisie inférieure au double de la profondeur de nitruration, afin d'obtenir au final un état microstructural le plus homogène possible, représentatif de la surface de la couche nitrurée. De plus, puisqu'ils sont homogènes, ils ne contiennent pas de contraintes résiduelles. Ces plots présentent tous la même teneur en azote et ne permettent pas, comme pour les aciers cémentés, de déterminer avec certitude la forme générale des lois d'érouissage la plus adaptée au problème. Aussi, afin de compléter les informations fournies par ces essais, nous avons réalisé des essais de compression sur des éprouvettes constituées de matériau tiré à cœur, sous la couche nitrurée.

a) Essai de compression.

Ces essais ont été effectués sur une machine hydraulique de compression de capacité maximale de 100 kN (modèle 8502 Instron) à température ambiante. Les éprouvettes de compression sont des plots de 20 mm de long et de 8 mm de diamètre. La mesure des déformations s'effectue par des jauges assemblées en pont de Wheastone. Deux jauges, (a) et (c) sont collées symétriquement le long de l'éprouvette, afin de s'affranchir des effets de flexion. Les jauges (b) et (d) sont collées sur une éprouvette de référence située à proximité de celle testée afin de compenser les effets thermiques. L'ensemble est relié à un conditionneur amplificateur qui alimente le pont sous une tension U_0 et qui mesure la tension de déséquilibre ΔU . Le montage utilisé est un montage huit fils, l'alimentation étant télé-régulée. La relation permettant de passer du déséquilibre mesuré à la déformation de l'éprouvette est donnée par :

$$\Delta U = U_0 \cdot g \cdot \frac{k_j}{2} \cdot \varepsilon \quad (\text{III. 3})$$

où U_0 est la tension d'alimentation, g le gain de l'amplificateur et k_j le facteur de jauge. La mesure s'effectuant à température ambiante, la valeur du facteur de jauge est très voisine de celle donnée par le constructeur à 24 °C. De même, en raison de la faible sensibilité transversale des jauges (0,4 %), les déformations transverses ne sont pas prises en compte.



Les jauges utilisées sont de type EA-06-125-BZ-350 de Vishay Micromesures. Elles sont collées avec de l'AE10 de Vishay Micromesures, qui nécessite une polymérisation d'une heure à 60 °C. Le facteur de jauge à 24 °C est 2,105.

Figure III.6. Montage des jauges de déformation en pont de Wheastone.

Des charges - décharges successives sont menées à vitesse de charge constante (1000 N/s) en augmentant pas à pas la charge maximale. A la fin de chaque décharge, l'éprouvette est maintenue sous faible charge (0,5 kN), et la déformation rémanente est mesurée après stabilisation. Les essais ont été menés jusqu'à destruction de l'éprouvette.

b) Forme des lois d'érouissage.

Les lois d'érouissage des matériaux représentatifs de la surface de la couche nitrurée (plot nitruré) et du matériau à cœur, sous la couche nitrurée sont représentées sur la figure III.7. On constate que les deux courbes d'érouissage peuvent être approximées par deux lois de Swift ($\sigma_{eq} = B.[C + p.10^6]^n$) où les paramètres C et n sont identiques et égaux respectivement à 16 et à 0,067. On admettra qu'il en est de même pour les concentrations intermédiaires. Ainsi, la loi de Swift avec un paramètre variable suffit à représenter le comportement du 32CrMoV13 nitruré. Nous pouvons cependant observer que sur le matériau à cœur, l'approximation par la loi de Swift tend à surestimer la micro-limite d'élasticité (840 MPa au lieu de 780). Notons également que, puisqu'un seul paramètre variable suffit à décrire la loi d'érouissage du 32CrMoV13 nitruré en tous points, la connaissance de la micro-limite d'élasticité est suffisante pour caractériser le comportement élastoplastique du 32CrMoV13 nitruré.

Ayant déterminé la forme générale des lois d'érouissage du 32CrMoV13 nitruré, nous pouvons donc passer à la seconde étape, à savoir la détermination de la relation entre le déplacement rémanent et les caractéristiques élastoplastiques représentées par B. Comme il a été annoncé au paragraphe III.2.2d), nous allons tout d'abord nous intéresser à l'influence des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent.

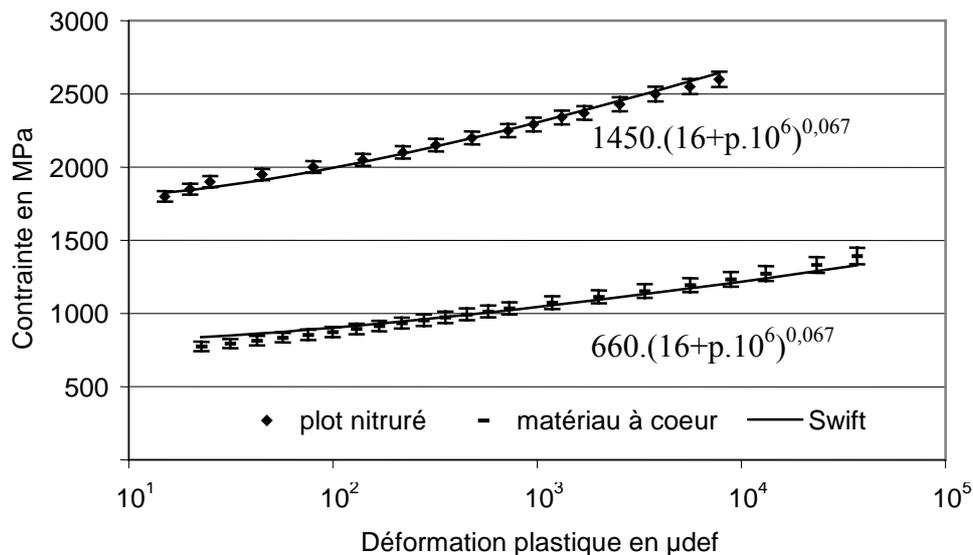


Figure III.7. Courbes d'érouissage du plot nitruré et du matériau à cœur.

III.2.4 INFLUENCE DES CONTRAINTES RESIDUELLES SUR LE DEPLACEMENT REMANENT.

Nous avons vu au paragraphe III.2.2d) que le déplacement rémanent dépend de la charge maximale appliquée sur le nano-indentateur W_m , des contraintes résiduelles σ^r et des caractéristiques élastoplastiques du matériau testé, qui dans le cas présent, peuvent être représentées par le paramètre B de la loi de Swift. Dans une première étape, nous avons voulu mettre en évidence l'effet des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent, afin de savoir s'il est vraiment nécessaire de les prendre en compte, ou si leur effet est du second ordre.

a) Principe et mise en œuvre.

Nous avons cherché à mettre expérimentalement en évidence l'influence des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent. Pour cela, il est nécessaire de comparer des résultats de nano-indentation réalisés pour les mêmes caractéristiques élastoplastiques, mais en présence de contraintes résiduelles différentes. Pour obtenir ces conditions, nous avons mis à profit la réorganisation du champ de contraintes provoquée dans le matériau nitruré par une coupe perpendiculaire à la surface nitrurée. En effet, loin des bords, le tenseur des contraintes dans la couche nitrurée présente deux composantes égales non nulles, σ_{xx}^r et σ_{zz}^r (si y est dirigé selon l'épaisseur de la couche nitrurée, figure III.8). Ces contraintes sont élevées et peuvent atteindre, d'après les mesures réalisées par El Ghazal, jusqu'à -500 MPa. Lorsque le matériau est coupé perpendiculairement à la surface de nitruration selon un plan (yz), la contrainte normale σ_{xx}^r s'annule sur la coupe qui est une surface libre, et les autres termes du tenseur des contraintes se réarrangent pour respecter les conditions d'équilibre. Ainsi, si on se déplace en surface en se rapprochant de la coupe, le champ de contraintes va évoluer progressivement de la configuration rencontrée loin de la coupe ($\sigma_{xx}^r = \sigma_{zz}^r$) jusqu'à la situation rencontrée sur la coupe ($\sigma_{xx}^r = 0$). Par contre, puisque l'on se déplace sur la surface nitrurée, le comportement élastoplastique reste identique en tous points. Les conditions permettant de mettre en évidence l'influence des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent sont donc réunies.

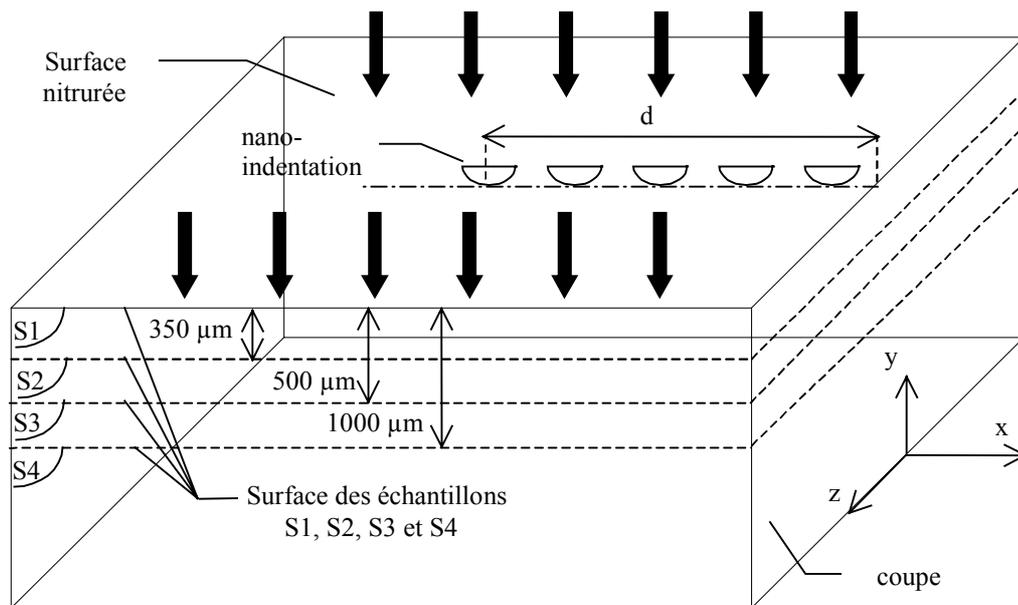


Figure III.8. Coupe d'une couche nitrurée.

Nous avons prélevé quatre échantillons notés S1, S2, S3 et S4 dans un podium nitruré identique à ceux qui ont servi à la détermination des contraintes résiduelles par El Ghazal. Ce sont des parallélépipèdes à base carrée 10x10 mm et de 5 mm de hauteur. Ils ont été prélevés de telle sorte que seule la face supérieure soit nitrurée. Tous les autres bords sont donc des surfaces libres non traitées. Les faces supérieures de S2, S3 et S4 ont été rectifiées afin d'enlever respectivement une épaisseur de 350, 500 et 1000 μm (figure III.8). Les faces supérieures des quatre échantillons ont ensuite été soigneusement polies mécaniquement afin d'enlever les contraintes résiduelles d'usinage. Sur la face supérieure de chaque échantillon, les caractéristiques élastoplastiques sont homogènes, puisque la profondeur par rapport à la surface nitrurée initiale est constante. Les échantillons S1, S2, S3, et S4 sont donc représentatifs du comportement du matériau à diverses profondeurs de la couche nitrurée. Sur ces quatre échantillons, nous avons réalisé des essais de nano-indentation à différentes distances d du bord des éprouvettes, afin de faire varier le champ de contraintes résiduelles.

b) Résultats.

Pour chaque échantillon, nous pouvons tracer l'évolution du déplacement rémanent e_r avec la charge maximale appliquée à différentes distances d de la surface libre. L'ensemble des résultats est présenté sur la figure III.9. Nous pouvons constater que sur S1, S2 et S3, le déplacement rémanent évolue avec d . Si nous considérons les variations du déplacement rémanent obtenu pour la charge maximale de 650 mN, nous trouvons qu'il évolue de 25% sur les échantillons S1 et S2, et de 15% sur S3. Sur l'échantillon S4 nous ne constatons aucune évolution, toute la couche nitrurée ayant été enlevée ; les contraintes résiduelles sont nulles.

Le déplacement rémanent dépend du champ de contraintes subi par le matériau et de ses caractéristiques élastoplastiques. Ces dernières sont constantes à la surface de chaque échantillon. L'évolution du déplacement rémanent est donc due à la modification du champ de contraintes subi pendant l'essai de nano-indentation. L'influence de la surface libre sur le champ de contraintes appliqué par le nano-indentateur doit être écartée. En effet, la taille de la zone de contact pendant l'essai est $a = 6 \mu\text{m}$, et tous les essais ont été effectués à plus de 260 μm du bord, soit $40.a$. Aussi, à l'échelle concernée par la nano-indentation, la surface libre est très éloignée. Ceci est confirmé par El Ghazal qui a montré qu'une surface libre située à plus de 100 μm de l'essai n'avait pas d'influence sur celui-ci. Aussi, la variation du déplacement rémanent ne peut être attribuée qu'à la variation du champ de contraintes résiduelles occasionné par la surface libre. Ces résultats de nano-indentation mettent donc clairement en évidence l'influence des contraintes résiduelles sur le déplacement rémanent.

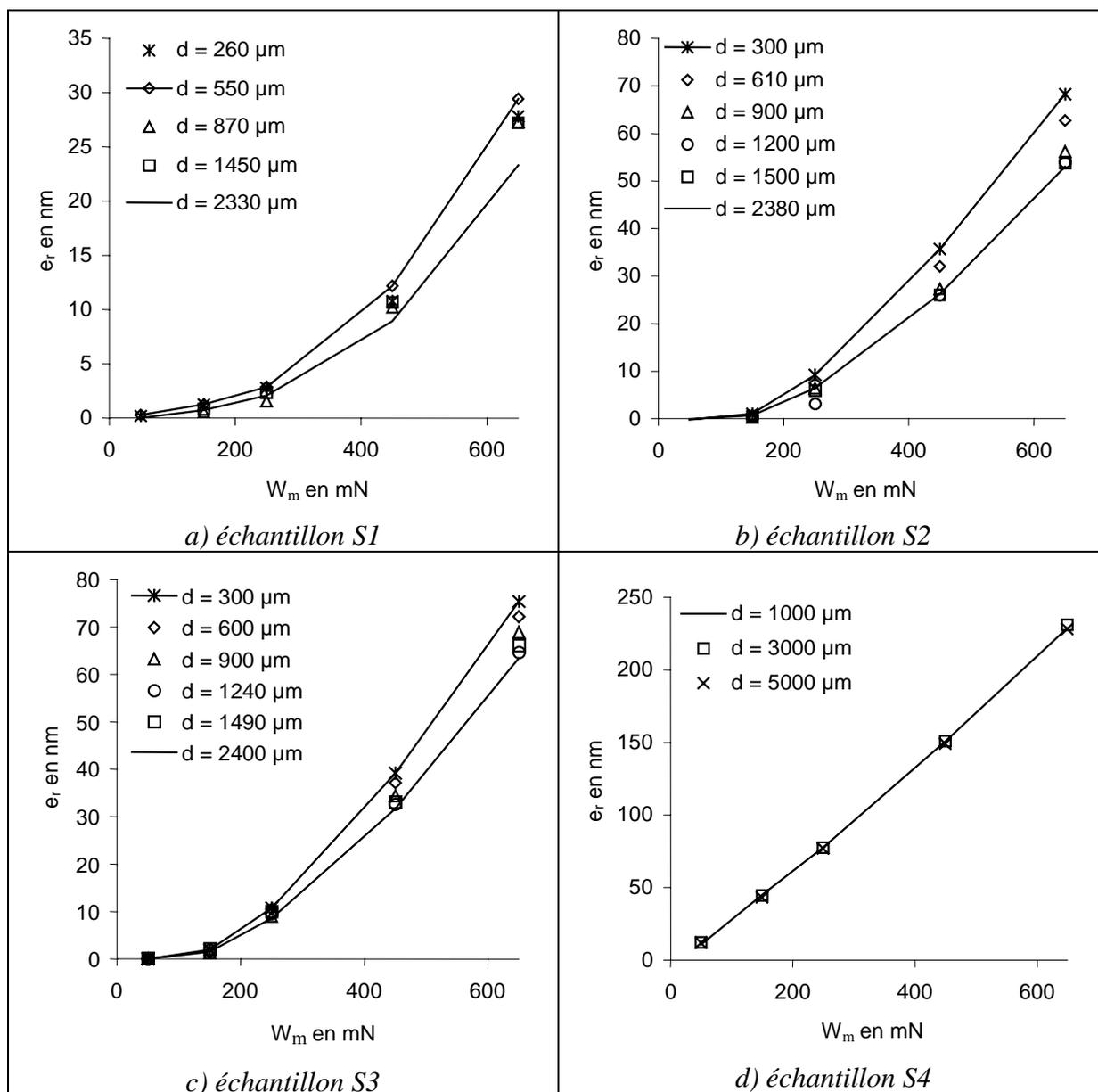


Figure III.9. Evolution du déplacement rémanent e_r en fonction de la charge maximale W_m appliquée à différentes distances d de la surface libre (échantillons S1, S2, S3 et S4).

Au vu de ces résultats expérimentaux, il apparaît donc nécessaire de prendre en compte les contraintes résiduelles dans la relation entre e_r et les caractéristiques élastoplastiques locales. Afin de quantifier précisément leur effet sur le déplacement rémanent elles doivent être connues précisément au point de mesure.

III.2.5 DETERMINATION DES CONTRAINTES RESIDUELLES.

Les contraintes résiduelles, dont nous venons de constater l'effet sur le déplacement rémanent, ont été mesurées par enlèvement de couches par El Ghazal [21] sur un podium nitruré. Pour mesurer la micro-limite d'élasticité par nano-indentation, il est nécessaire de découper l'échantillon pour placer le point de mesure en surface. Or, nous avons vu précédemment que le champ de contraintes résiduelles dépend des conditions aux limites et n'est pas une grandeur intrinsèque du matériau nitruré. Aussi, puisque l'échantillon sur lequel se fait l'essai de nano-indentation a une géométrie différente du podium nitruré, les

contraintes résiduelles ne sont pas les mêmes sur l'échantillon et sur le podium, et sont donc inconnues au point de mesure.

Le traitement thermochimique de nitruration déforme le réseau cristallin, générant ainsi les contraintes résiduelles de nitruration. Cette déformation peut être divisée en deux parties. La première, la déformation de transformation est la déformation que subirait le réseau cristallin en l'absence de contraintes résiduelles. C'est la déformation provoquée par l'insertion d'azote dans la matrice ferritique et la précipitation. Elle est intrinsèque puisque liée à l'état microstructural du matériau. La seconde partie est une déformation élastique, qui apparaît pour assurer la compatibilité de la déformation totale. Elle est liée aux contraintes résiduelles par la loi de Hooke, et dépend donc des conditions aux limites et des conditions d'équilibre mécanique, c'est à dire de la géométrie de la pièce nitrurée.

La méthode que nous nous proposons de mettre en place pour déterminer les contraintes résiduelles au point de mesure consiste à identifier la déformation de transformation à partir de la configuration géométrique où les contraintes résiduelles ont été mesurées (podium nitruré), puis à l'appliquer avec les conditions aux limites correspondant à la configuration pour laquelle nous voulons connaître les contraintes résiduelles (échantillon).

Dans un premier temps, nous allons mettre en place les bases théoriques permettant d'identifier le profil de déformation de transformation à partir de la configuration du podium nitruré, pour laquelle les contraintes résiduelles ont été mesurées [21]. Nous pourrons alors caractériser le profil de déformation de transformation du 32CrMoV13 nitruré, puis calculer le champ de contraintes résiduelles dans les configurations qui nous intéressent.

a) Développements théoriques.

Les contraintes résiduelles ont été mesurées sur un podium d'épaisseur $h = 13$ mm, nitruré sur les deux faces, et dont la largeur et la longueur sont grandes par rapport à h . Nous l'assimilerons à un plateau infini dans les directions x et z , et d'épaisseur h suivant y . Du fait de l'étendue infinie en x et en z , ni le champ de contraintes, ni le champ de déformations ne seront sensibles aux variations de x et de z . En conséquence, toute dérivée par rapport à l'une ou l'autre de ces variables doit être nulle.

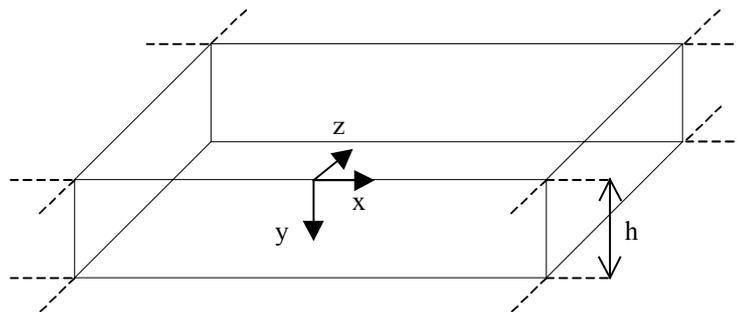


Figure III.10. Plateau nitruré.

Après avoir tenu compte de l'axi-symétrie du problème (qui entraîne $\sigma_{xz}^r = 0$), l'intégration des équations d'équilibre ($\sigma_{ij,j} + f_i = 0$) montre que le champ de contraintes ne peut avoir que deux composantes non nulles et identiques σ_{xx}^r et σ_{zz}^r que nous noterons $\sigma^r(y)$.

$$\begin{cases} \sigma_{yy,y}^r = 0 \\ \sigma_{zy,y}^r = 0 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \sigma_{yy}^r(0) = 0 \\ \sigma_{zy}^r(0) = 0 \end{cases} \text{ conduit à } \boldsymbol{\sigma}^r = \begin{bmatrix} \sigma^r(y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^r(y) \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

L'application de la loi de Hooke (équation III.5) à un tel tenseur des contraintes montre que le tenseur des déformations élastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ est diagonal et que ses termes se déduisent simplement de $\sigma_r(y)$.

$$\sigma_{ij}^r = 2\mu\varepsilon_{ij}^e + \lambda\Theta\delta_{ij}, \quad \text{où } \Theta = \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e), \quad \text{et } \delta_{ij} \text{ est le symbole de Kronecker.} \quad (\text{III.5})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \begin{bmatrix} \varepsilon^e(y) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2\lambda}{2\mu + \lambda}\varepsilon^e(y) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^e(y) \end{bmatrix} \quad \text{où } \varepsilon^e(y) = \frac{\sigma^r(y)}{E_C} \quad \text{avec } E_C = 2\mu \frac{3\lambda + 2\mu}{2\mu + \lambda} \quad (\text{III.6})$$

Si on considère une échelle suffisamment large (c'est à dire un volume incluant plusieurs grains), le matériau se déformerait isotropiquement en l'absence de contraintes résiduelles. Cette dilatation isotropique $\boldsymbol{\varepsilon}^T(y)$ peut être scindée en une partie linéaire $\varepsilon_1^T(y)$ et une partie non linéaire $\varepsilon_{nl}^T(y)$ par rapport à la variable y (équation III.7).

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \boldsymbol{\varepsilon}^T(y)\mathbf{I} \quad \text{où } \mathbf{I} \text{ est le tenseur identité ; } \boldsymbol{\varepsilon}^T(y) = \varepsilon_1^T(y) + \varepsilon_{nl}^T(y) \quad (\text{III.7})$$

La déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^T + \boldsymbol{\varepsilon}^e$ doit respecter les équations de compatibilité. La déformation élastique, qui s'établit pour accommoder la déformation de transformation incompatible, s'exprime alors en fonction de la partie non linéaire de la déformation de transformation.

$$\frac{d^2\varepsilon_{xx}}{dy^2} = 0, \quad \text{ce qui donne :} \quad \frac{d^2\varepsilon^e}{dy^2} = -\frac{d^2\varepsilon_{nl}^T}{dy^2} \quad (\text{III.8})$$

En intégrant l'équation précédente et en l'injectant dans III.6, les composantes non nulles du tenseur des contraintes peuvent finalement être reliées à la déformation de transformation, F et H étant des constantes d'intégration déterminées par l'équilibre mécanique du plateau qui n'est soumis à aucun chargement extérieur.

$$\sigma_{xx}^r(y) = \sigma_{zz}^r(y) = \sigma^r(y) = -\varepsilon_{nl}^T(y)E_C + Fy + H \quad (\text{III.9})$$

Considérons un plan (yz) . Le moment des forces agissant sur ce plan doit être nul. L'expression de σ_{xx}^r donnée dans l'équation III.9 permet le calcul du moment au centre du plateau, en $y = h/2$ (équation III.10). On en déduit alors la constante d'intégration F (équation III.11). Afin de respecter l'équilibre mécanique du plateau, la somme des forces agissant sur ce plan dans la direction x doit également être nulle. Cette somme peut s'exprimer comme étant l'intégrale de σ_{xx}^r sur l'épaisseur h (équation III.12). La constante d'intégration H peut alors s'exprimer en fonction de la déformation de transformation (équation III.13).

$$\int_0^h \sigma^r(y) \cdot (y - \frac{h}{2}) \cdot dy = -E_C \cdot \int_0^h \varepsilon_{nl}^T(y) \cdot (y - \frac{h}{2}) \cdot dy + \int_0^h (Fy + H) \cdot (y - \frac{h}{2}) \cdot dy = 0 \quad (\text{III.10})$$

$$F = \frac{12 \cdot E_C}{h^3} \cdot \int_0^h \varepsilon_{nl}^T(y) \cdot (y - \frac{h}{2}) \cdot dy \quad (\text{III.11})$$

$$\int_0^h \sigma^r(y) \cdot dy = -E_C \cdot \int_0^h \varepsilon_{nl}^T(y) \cdot dy + \int_0^h (Fy + H) \cdot dy = 0 \quad (\text{III.12})$$

$$H = \frac{E_C}{h} \int_0^h \varepsilon_{nl}^T(y) \cdot dy - \frac{6 \cdot E_C}{h^2} \int_0^h \varepsilon_{nl}^T(y) \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right) \cdot dy \quad (\text{III.13})$$

Dans cette application, le plateau est nitruré sur les deux faces. La déformation de transformation est donc symétrique par rapport à $h/2$. Aussi, la constante F est nulle. Le profil de contrainte résiduelle s'exprime alors de la façon suivante :

$$\sigma_{xx}^r(y) = \sigma_{zz}^r(y) = \sigma^r(y) = -\varepsilon_{nl}^T(y) E_C + \frac{E_C}{h} \int_0^h \varepsilon_{nl}^T(u) du \quad (\text{u variable d'intégration}) \quad (\text{III.14})$$

La déformation de transformation n'est non nulle que dans la couche nitrurée. Aussi, l'intégrale, selon l'épaisseur, du profil de déformation de transformation ne dépend pas de h et est égale au double de l'intégrale sur chaque couche nitrurée. Nous noterons cette grandeur I_T quand elle est multipliée par la constante élastique E_C .

$$I_T = \int_{\text{couche nitrurée}} E_C \cdot \varepsilon_{nl}^T(u) du = \frac{E_C}{2} \int_0^h \varepsilon_{nl}^T(u) du \quad (\text{III.15})$$

b) Identification du profil de transformation du 32CrMoV13 nitruré.

Le profil de contrainte résiduelle mesuré sur un podium nitruré est présenté figure III.11 [21]. On retrouve une forme classique pour ce genre de traitement, avec des contraintes de compression élevées dans la région nitrurée qui décroissent brutalement pour atteindre un état de tension dans le matériau à cœur.

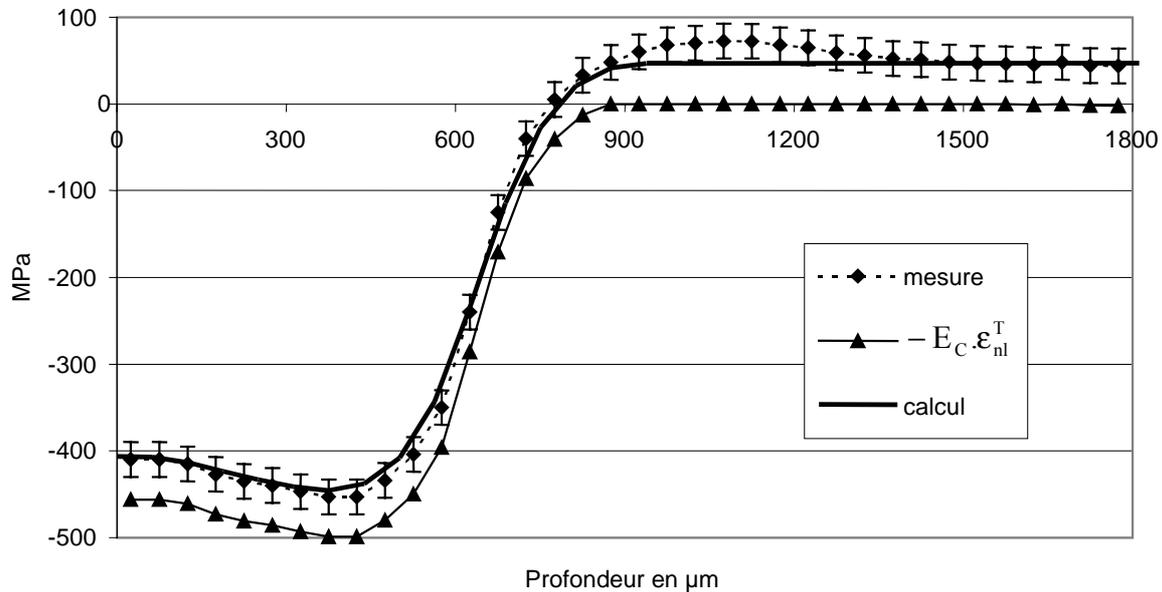


Figure III.11. Profil de déformation de transformation du 32CrMoV13 nitruré et comparaison des profils de contrainte résiduelle mesurés et calculés sur un podium nitruré.

La déformation de transformation peut être identifiée à partir de la mesure du profil de contrainte résiduelle. Lorsque l'on considère le matériau à cœur, la déformation de transformation est nulle. La contrainte est alors directement égale à la constante d'intégration H . En multipliant cette constante par l'épaisseur du plateau, on obtient $I_T = 312 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$. Le profil de déformation de transformation s'obtient alors simplement en soustrayant H au profil de contrainte, et en divisant le tout par la constante élastique E_c .

c) Détermination des contraintes résiduelles par EF. Influence de la coupe.

Afin de déterminer les contraintes résiduelles générées par ce profil de transformation dans différentes configurations, nous utilisons le logiciel d'éléments finis ABAQUS. D'un point de vue technique, la déformation de transformation est introduite sous la forme d'une dilatation thermique. Le coefficient de dilatation du matériau est pris égal à 1 et le profil de déformation $\varepsilon^T(y)$ est entré sous la forme d'un profil de variation de température $\Delta T(y)$.

Tout d'abord, les contraintes ont été recalculées en se plaçant dans la configuration du podium nitruré. Nous pouvons voir figure III.11 que les contraintes recalculées sont très proches des contraintes mesurées.

La prise en compte d'une coupe ne pose alors plus de difficultés majeures. Lorsque la couche nitrurée est partiellement enlevée (cas des échantillons S2 et S3), le profil de déformation de transformation est tronqué. Nous pouvons alors déterminer l'évolution du champ de contraintes résiduelles à la surface des échantillons S1, S2 et S3, ainsi que dans toute autre configuration.

La figure III.12 représente l'évolution du champ de contraintes résiduelles en fonction de la distance d à la surface des échantillons S1 et S2. On constate que la zone où les contraintes sont perturbées s'étend sur environ 4 mm.

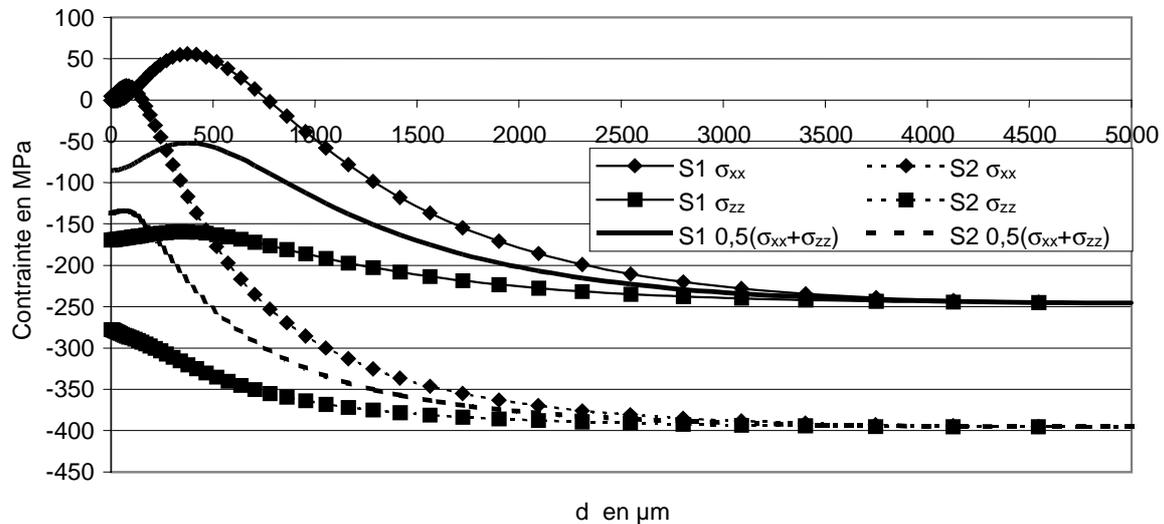


Figure III.12. Evolution du champ de contraintes résiduelles en fonction de la distance d à la coupe. Echantillons S1 et S2.

III.2.6 RELATION ENTRE LE DEPLACEMENT REMANENT ET LES PARAMETRES DE LA LOI D'ECROUISSAGE.

Le problème consiste à déterminer le paramètre variable de la loi d'érouissage B au point que l'on cherche à caractériser à partir des variations du déplacement rémanent mesuré après avoir appliqué une charge W_m , connaissant les contraintes résiduelles σ^r .

Pour cela, nous allons simuler l'essai de nano-indentation, pour calculer le déplacement rémanent en se fixant B , σ^r et W_m (problème direct). Avec un tel outil, la résolution du problème inverse (déterminer B en fonction de e_r) ne peut se faire qu'en résolvant itérativement le problème direct, c'est à dire en faisant évoluer B jusqu'à ce que le déplacement rémanent calculé soit égal au déplacement rémanent mesuré. Cette méthode rendrait le dépouillement des essais excessivement long. Aussi, nous allons approximer les résultats du problème direct $e_r = e_r(B, W_m, \sigma^r)$ par des lois aisément inversables, accélérant ainsi la résolution du problème inverse et l'exploitation des essais de nano-indentation. Puisque nous simulons l'essai de nano-indentation et puisqu'en plus nous approximations les réponses de la simulation, il est nécessaire de valider les relations obtenues au final en les comparant à des résultats expérimentaux.

a) Simulation de l'essai de nano-indentation.

Simuler l'essai de nano-indentation revient à étudier le contact entre un massif élastique (l'indenteur en diamant) et un massif élastoplastique (l'échantillon). Au cours de l'essai, les zones de contact restent petites par rapport aux rayons de courbure et à la taille des massifs en contact. De plus, les déformations plastiques maximales, engendrées pendant la nano-indentation, sont de l'ordre de 1 à 2 %, ce qui reste faible [21]. Aussi, le problème de nano-indentation rentre-t-il tout à fait dans le cadre des hypothèses du code de calcul présenté au chapitre précédent.

Les déplacements rémanents simulés ont été évalués selon deux méthodes.

- Dans le premier cas (Cas A), l'influence de la charge de mesure a été prise en compte. En effet, le déplacement rémanent est mesuré en comparant le déplacement sous une faible charge de 10 mN avant le passage par la charge maximale et après la décharge. Cependant, la géométrie des surfaces ayant évolué, la différence de déplacement de la tête d'indentation avant et après le passage par la charge maximale intègre la profondeur de l'empreinte réalisée, mais aussi la différence d'enfoncement élastique (due au changement de géométrie). Nous avons donc calculé le déplacement rémanent en faisant la différence des enfoncements à 10 mN après et avant le passage à la charge maximale.
- Dans le second cas (Cas B), cet effet n'est pas pris en compte et le déplacement rémanent est calculé à charge nulle.

Des essais de nano-indentation ont été réalisés sur le plot nitruré, dont la loi de comportement a été déterminée par un essai de compression macroscopique ($B = 1450 \text{ MPa}$; $C = 16$; $n = 0,067$). Ces essais ont été simulés avec le code de contact élastoplastique. Au vu des résultats de la figure III.13, nous pouvons observer que :

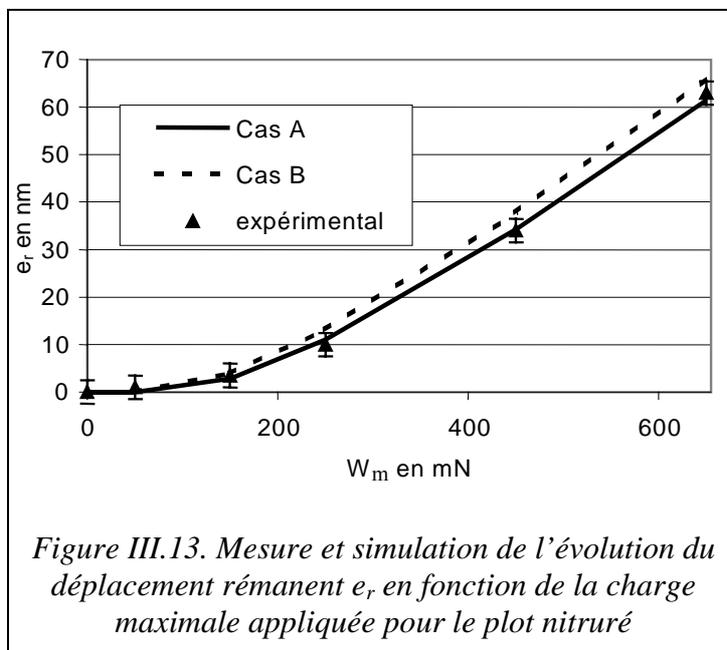


Figure III.13. Mesure et simulation de l'évolution du déplacement rémanent e_r en fonction de la charge maximale appliquée pour le plot nitruré

- la simulation "Cas A" permet de bien reproduire les mesures expérimentales.
- la simulation "Cas B" comparée à la simulation "Cas A" permet de quantifier le rôle de la mise en conformité des surfaces. Cet effet, bien que limité a une influence du même ordre de grandeur que l'incertitude de mesure.

Nous exploiterons donc les simulations de l'essai de nano-indentation selon la première méthode "Cas A".

En conclusion, compte tenu des résultats satisfaisants obtenus avec le code de calcul semi-analytique, nous pouvons l'utiliser pour simuler les essais de nano-indentation et déterminer la relation entre le déplacement rémanent, la charge et le paramètre variable de la loi d'érouissage.

b) Forme des lois $e_r=f(B, W_m, \sigma^r)$.

A chaque mesure réalisée sur les échantillons S1, S2 et S3, nous savons désormais associer le tenseur des contraintes résiduelles correspondant. Nous pouvons alors tracer l'évolution du déplacement rémanent mesuré avec la somme des composantes σ_{xx}^r et σ_{zz}^r . Les mesures ayant été faites sur une surface de normale y, il s'agit de la trace du tenseur des contraintes résiduelles. La figure III.14 montre les résultats obtenus sur l'échantillon S2. Nous pouvons constater que la variation du déplacement rémanent avec la trace du tenseur des contraintes résiduelles est linéaire pour les trois charges considérées $W_m = 250, 450$ et 650 mN . Le même

constat a pu être fait sur les échantillons S1 et S3, pour lesquels les résultats sont reportés sur les figures III.18 et III.20.

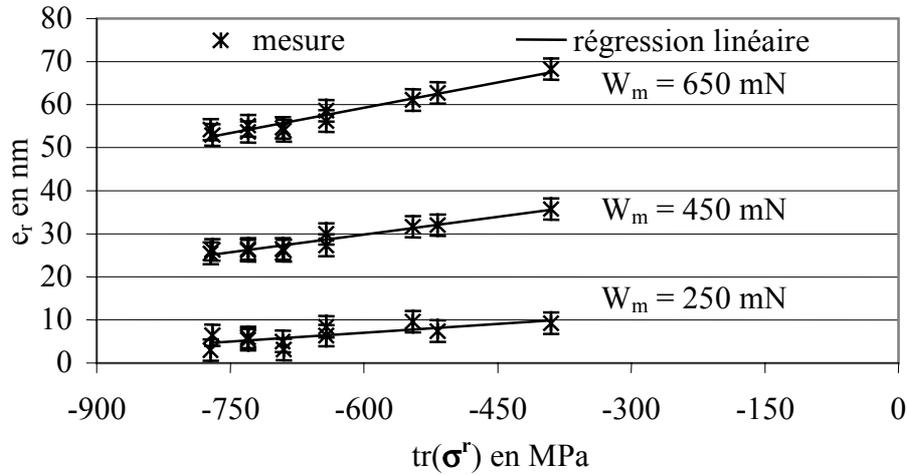


Figure III.14. Evolution du déplacement rémanent e_r en fonction de la trace du tenseur des contraintes résiduelles. Echantillon S2

L'essai de nano-indentation a été simulé pour des valeurs de B comprises entre 800 et 1750 MPa. Pour chaque B, nous avons observé une variation linéaire du déplacement rémanent avec la trace du tenseur des contraintes résiduelles, comme il a été constaté expérimentalement. A titre d'exemple, la figure III.15 montre les simulations réalisées pour B = 1570 MPa, ce qui correspond à une micro-limite d'élasticité en cisaillement de 1000 MPa.

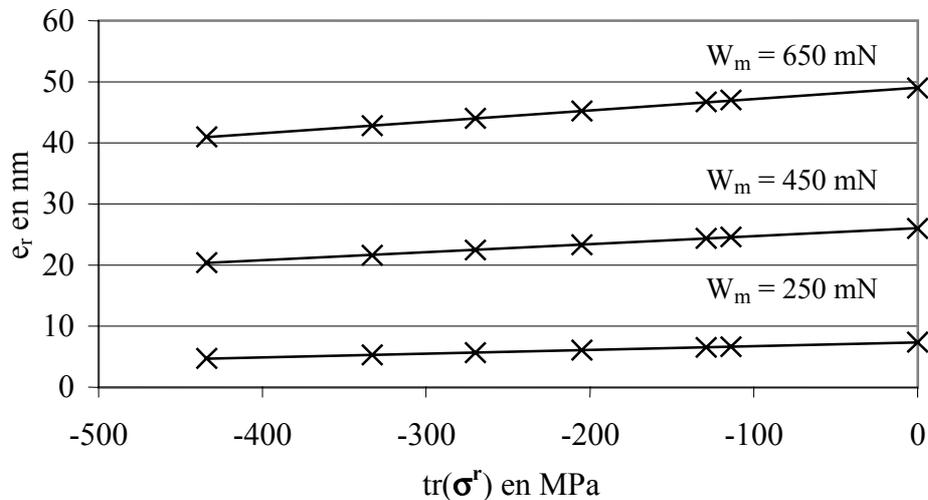


Figure III.15. Simulation de l'évolution du déplacement rémanent en fonction de la trace du tenseur des contraintes résiduelles.

Le déplacement rémanent peut donc être exprimé linéairement avec la trace du tenseur des contraintes résiduelles (équation III.16),

$$e_r = e_{r0}(B, W_m) + s(B, W_m) \cdot \text{tr}(\sigma^r) \quad (\text{III.16})$$

où s, la pente des droites mises en évidence ci-dessus, et e_{r0} , le déplacement rémanent en l'absence de contraintes résiduelles, ne dépendent que de B et de W_m .

Les simulations réalisées pour plusieurs valeurs de B montrent que l'évolution de la pente s avec B peut être très bien approximée par des lois logarithmiques pour chaque valeur de la charge (figure III.16).

$$s(B, W_m) = c_1(W_m) \cdot \ln(B) + c_2(W_m) \quad (\text{III.17})$$

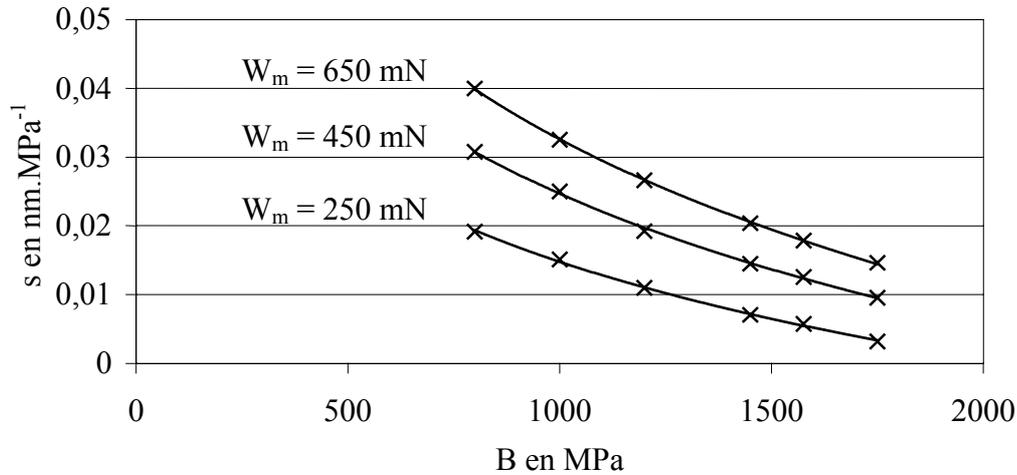


Figure III.16. Evolution de la pente s en fonction du paramètre B de la loi d'écrouissage. Approximation par des lois logarithmiques.

La relation reliant le déplacement rémanent libre de contraintes résiduelles, e_{r0} , à la charge maximale appliquée W_m et au paramètre B de la loi d'écrouissage est une relation à seuil. En effet, pour une charge W_m donnée, si la micro-limite d'élasticité est supérieure à la contrainte maximale subie par le matériau, le déplacement rémanent est nul. En l'absence de contraintes résiduelles et de déformations plastiques (nous cherchons la limite élastique-plastique), la contrainte de cisaillement maximale subie pendant l'essai de nano-indentation est égale à la contrainte produite par le contact élastique de l'échantillon et de l'indenteur, et peut être simplement exprimée (équation III.18) à partir de la charge appliquée, du rayon de l'indenteur R et des propriétés élastiques des matériaux en contact (E_1 , E_2 , ν_1 , ν_2). Ainsi, pour chaque charge, on définit un seuil de limite d'élasticité en cisaillement τ_0 , égal au maximum de la contrainte de cisaillement due au contact élastique. Si la limite d'élasticité en cisaillement du matériau est supérieure à τ_0 , le déplacement rémanent est nul.

$$\tau_0(W_m) = 0,31 Ph = 0,31 \left(\frac{6W_m E^*{}^2}{\pi^3 R^2} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ avec } \frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (\text{III.18})$$

La relation entre e_{r0} , B et W_m sera donc recherchée sous la forme suivante

$$e_{r0} = e_{r0} (2\tau_0(W_m) - B \cdot (C+20)^n, W_m) \quad (\text{III.19})$$

En utilisant les simulations réalisées avec un champ de contraintes résiduelles nul, nous pouvons tracer le déplacement rémanent e_{r0} en fonction de $(2\tau_0 - B \cdot (C+20)^n)$ pour chaque charge maximale appliquée (figure III.17). Cette quantité représente la différence entre le seuil de limite d'élasticité et la micro-limite d'élasticité induite par B . Le déplacement rémanent libre de contraintes résiduelles peut être approximé par des lois puissances.

$$e_{r0} = c_3(W_m) \cdot [2 \cdot \tau_0(W_m) - B \cdot (C + 20)^n]^{c_4(W_m)} \quad (\text{III.20})$$

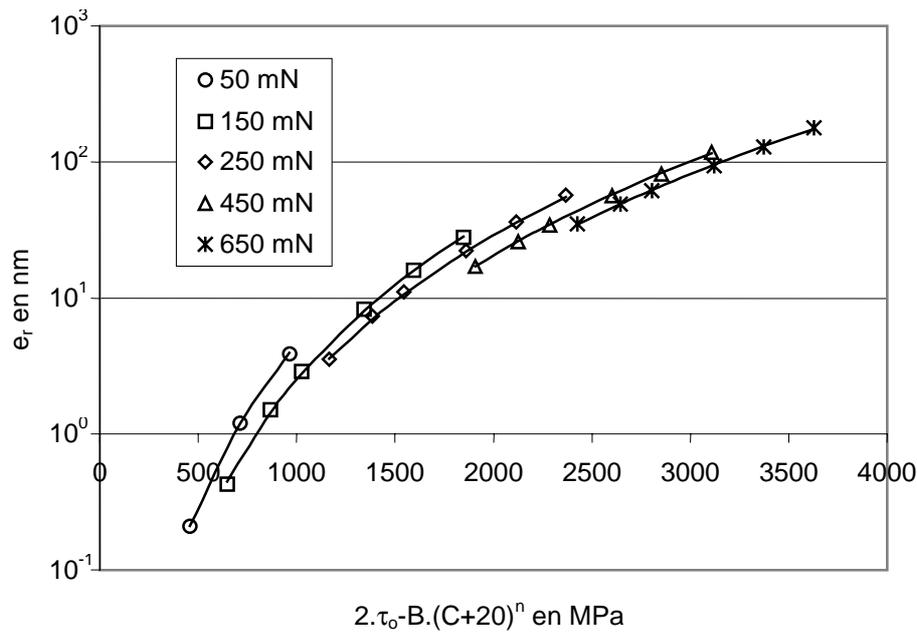


Figure III.17. Variation du déplacement rémanent en fonction de $(2 \cdot \tau_0 - B \cdot (C + 20)^n)$.
 $C = 16$ et $n = 0,067$. Approximation par des lois puissance.

En injectant les équations III.17 et III.20 dans l'équation III.16, nous obtenons la relation III.21 qui permet de déterminer le déplacement rémanent en fonction de la charge appliquée, des contraintes résiduelles et des propriétés élastoplastiques du matériau testé. Les différents coefficients intervenants dans cette relation sont donnés dans le tableau ci-dessous.

$$e_r(B, W_m, \sigma^r) = (c_1(W_m) \cdot \ln(B) + c_2(W_m)) \cdot \text{tr}(\sigma^r) + c_3(W_m) \cdot [2 \cdot \tau_0(W_m) - B \cdot (C + 20)^n]^{c_4(W_m)} \quad (\text{III.21})$$

W_m (mN)	$c_1(W_m)$	$c_2(W_m)$	$c_3(W_m)$	$c_4(W_m)$	$\tau_0(W_m)$ (MPa)
650	-0,0325	0,257	$8,56 \cdot 10^{-13}$	4,02	2320
450	-0,0272	0,212	$2,36 \cdot 10^{-12}$	3,92	2060
250	-0,0204	0,156	$4,83 \cdot 10^{-12}$	3,87	1690

Tableau III.1. Paramètres des lois $e_r = f(W_m, B, \sigma^r)$. B et σ^r sont exprimés en MPa et e_r en nm.

c) **Validation.**

A l'aide des relations ci-dessus et des champs de contraintes résiduelles calculés sur les échantillons S1, S2 et S3, nous pouvons déterminer la valeur de B permettant de reproduire au mieux les résultats expérimentaux. Nous pouvons constater sur les figures suivantes que pour chaque échantillon, notre modèle permet de reproduire correctement les résultats expérimentaux. De plus, nous constatons que pour les échantillons S2 et S3, deux valeurs de B séparées seulement de 30 MPa encadrent les résultats expérimentaux pour les trois charges de mesure, montrant ainsi la précision de la méthode développée ici. Nous disposons donc d'un moyen rapide et efficace permettant la résolution du problème direct. Nous allons maintenant l'utiliser pour résoudre le problème inverse et mettre ainsi en place la méthode de mesure de micro-limite d'élasticité.

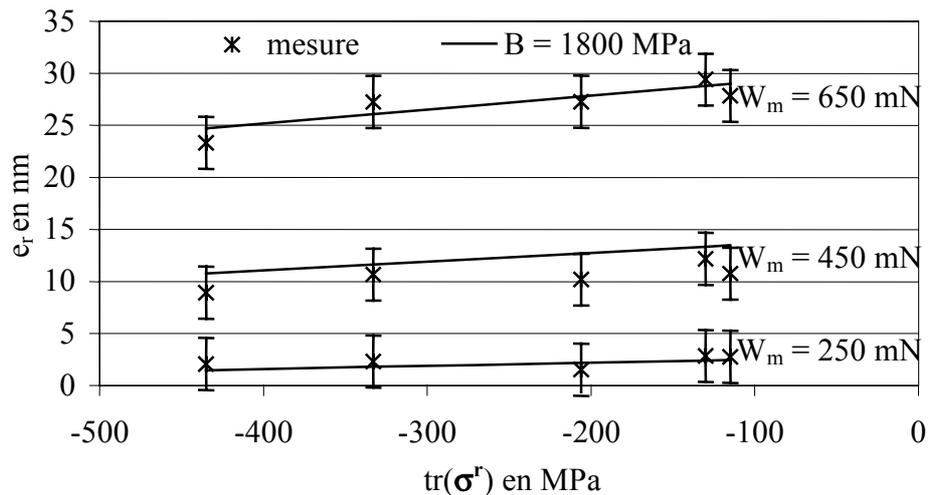


Figure III.18. Evolution du déplacement rémanent e_r en fonction de la trace du tenseur des contraintes résiduelles. Echantillon S1.

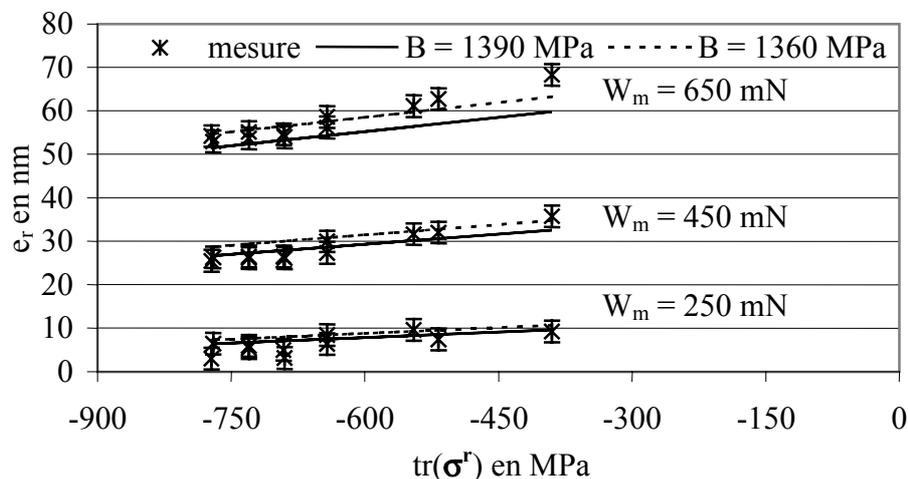


Figure III.19. Evolution du déplacement rémanent e_r en fonction de la trace du tenseur des contraintes résiduelles. Echantillon S2.

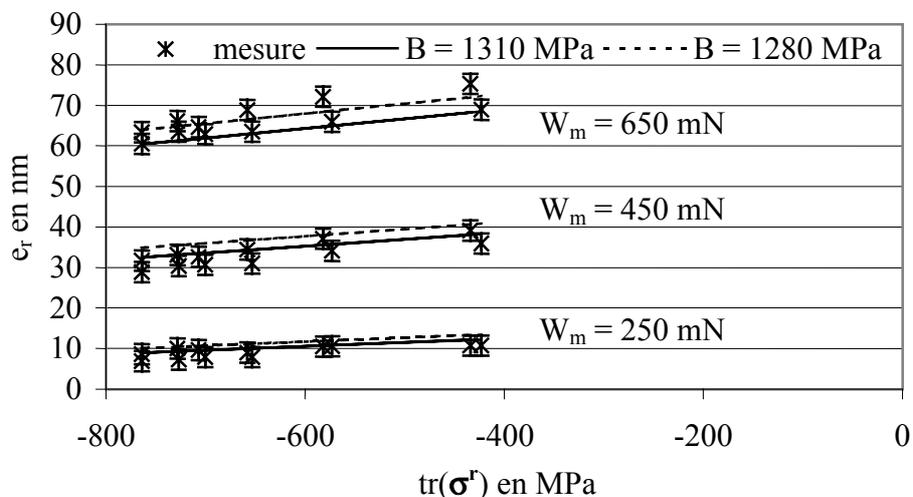


Figure III.20. Evolution du déplacement rémanent e_r en fonction de la trace du tenseur des contraintes résiduelles. Echantillon S3.

III.2.7 METHODE DE MESURE DE LA MICRO-LIMITE D'ELASTICITE DU 32CrMoV13 NITRURE EN PRESENCE DE CONTRAINTES RESIDUELLES.

Nous disposons d'un outil permettant de déterminer simplement le déplacement rémanent à partir du champ de contraintes résiduelles, de la charge appliquée sur le nano-indenteur et des caractéristiques élastoplastiques du matériau. Il ne reste plus qu'à l'appliquer aux essais de nano-indentation pour mettre au point une méthode permettant la mesure de la micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré en présence de contraintes résiduelles.

a) Sensibilité à l'erreur de mesure.

L'évolution du déplacement rémanent avec B a été tracée sur la figure suivante, pour plusieurs charges W_m et pour un tenseur des contraintes résiduelles dont la trace vaut -800 MPa. Nous pouvons constater pour la charge de 250 mN que, lorsque B est élevé, une faible erreur sur la mesure du déplacement rémanent conduit à une incertitude importante sur B en raison de la tangente horizontale des courbes. Ce phénomène serait encore plus sensible pour les mesures faites à 50 et à 150 mN. Ceci est dû au fait que, pour les faibles charges, le seuil τ_0 est trop proche des micro-limites d'élasticité que l'on cherche à mesurer. Aussi, nous n'utiliserons pas les mesures de déplacement rémanent pour les charges de 50 et de 150 mN. En ce qui concerne la charge de 250 mN, elle ne sera utilisée que pour les valeurs de B inférieures à 1500 MPa.

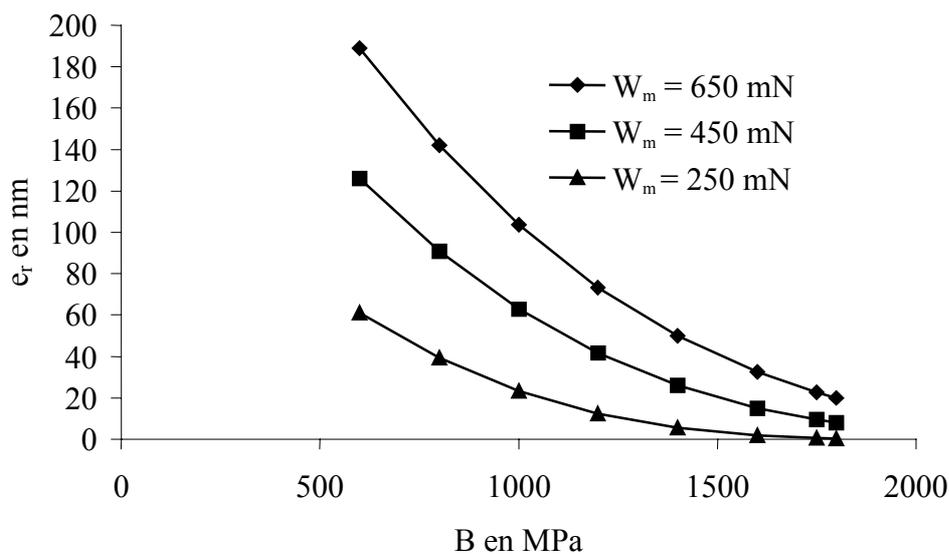


Figure III.21. Variation du déplacement rémanent avec B et W_m ; $tr(\boldsymbol{\sigma}) = -800$ MPa.

b) Mesure de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré.

Suite à ces considérations, nous pouvons alors mettre en place la procédure de mesure locale de la micro-limite d'élasticité sur le 32CrMoV13 nitruré.

1- Découpe et préparation de l'échantillon. La découpe de l'échantillon doit être faite de manière à rendre accessible le point de l'échantillon que l'on veut caractériser.

2- Essai de nano-indentation et exploitation. (cf. paragraphe III.2.1). Nous disposons alors du déplacement rémanent pour cinq charges de mesure ($W_m = 50, 150, 250, 450, 650$ mN).

3- Calcul des contraintes résiduelles au point de mesure (cf. paragraphe III.2.5)

4- Résolution numérique de III.21 pour les charges appliquées de 250, 450 et 650 mN. Nous obtenons alors trois valeurs de B. Si la moyenne est inférieure à 1500 MPa, les trois charges sont significatives. Sinon, la valeur moyenne de B est déterminée à partir des charges de 450 et 650 mN.

Nous avons alors déterminé la valeur de B permettant de décrire au mieux le comportement élastoplastique du point mesuré. La micro-limite d'élasticité en cisaillement τ_e s'en déduit en appliquant la loi de Swift pour une déformation d'épreuve de $20 \cdot 10^{-6}$ def.

$$2 \cdot \tau_e = B \cdot (C+20)^n \text{ avec } C = 16 \text{ et } n = 0,067 \quad (\text{III. 22})$$

III.3 MESURE DU PROFIL DE MICRO-LIMITE D'ELASTICITE DU 32CrMoV13 NITRURE.

La mesure du profil de micro-limite d'élasticité nécessite d'effectuer des essais de nano-indentation à plusieurs profondeurs de la couche nitrurée. Pour accéder à ces points, diverses préparations des échantillons sont envisageables. Les deux méthodes les plus directes consistent l'une à faire des mesures sur des surfaces parallèles à la surface nitrurée, la variation de profondeur étant alors obtenue par enlèvement de couches (méthode M1), et l'autre à faire des mesures sur une coupe perpendiculaire à la surface nitrurée (méthode M2). Les deux méthodes diffèrent notamment par les champs de contraintes résiduelles aux points de mesure. En effet, en suivant la méthode M1, aucune coupe n'est introduite, mais le profil de déformation de transformation est tronqué au fur et à mesure de l'enlèvement de matière. La méthode M2 consiste elle à effectuer des essais de nano-indentations sur la coupe. Or, nous avons vu précédemment que cette dernière perturbe fortement le champ de contraintes résiduelles. Nous allons donc nous intéresser aux deux méthodes afin de choisir la moins sensible aux contraintes résiduelles.

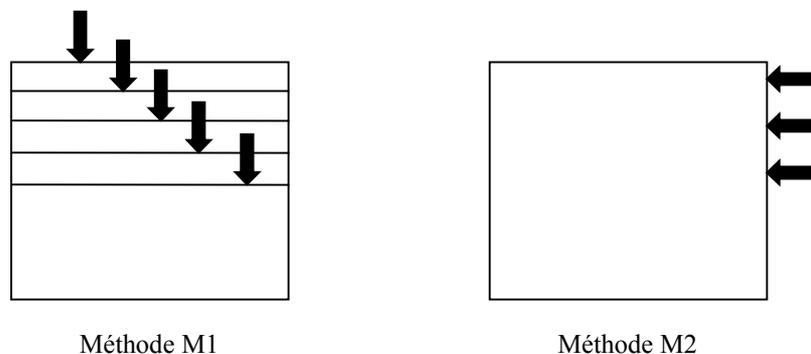


Figure III.22. Présentation des deux méthodes d'accès au profil de propriétés.

III.3.1 SENSIBILITE AUX CONTRAINTES RESIDUELLES SELON LA METHODE D'ACCES AU PROFIL.

Afin d'observer la sensibilité des méthodes M1 et M2 aux contraintes résiduelles, nous allons comparer :

- La micro-limite d'élasticité intrinsèque. C'est la micro-limite d'élasticité du matériau. Elle est obtenue en utilisant les équations III.21 et III. 22. Il est tenu compte de la présence des contraintes résiduelles.

- La micro-limite d'élasticité apparente. C'est une estimation de la micro-limite d'élasticité faite sans tenir compte des contraintes résiduelles. Elle est obtenue en confondant le déplacement rémanent $e_{r,0}$ avec e_r dans l'équation III.20.

La méthode M1 consiste à effectuer des essais sur des surfaces parallèles à la surface nitrurée à différentes profondeurs de la couche nitrurée. Afin d'établir la sensibilité de cette méthode aux contraintes résiduelles, nous allons utiliser les résultats obtenus sur les échantillons S1, S2, S3 et S4, où les mesures les plus éloignées du bord correspondent aux conditions de M1. La micro-limite d'élasticité intrinsèque de ces échantillons a été calculée à partir des valeurs de B déterminées au paragraphe III.2.6c) ($2\tau_e = B.[C + 20]^n$). Les résultats sont synthétisés sur la figure III.23.

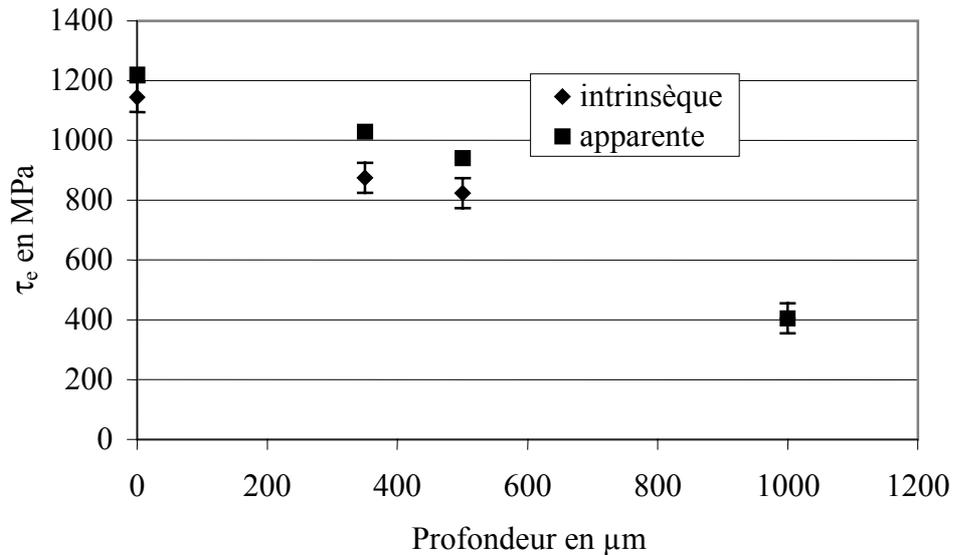


Figure III.23. Influence des contraintes résiduelles sur la mesure du profil de micro-limite d'élasticité en cisaillement τ_e . Méthode M1. Podium nitruré.

En ce qui concerne la méthode M2, nous avons coupé un galet nitruré réalisé pour la thèse. Sur cette coupe, nous avons mesuré le déplacement rémanent à différentes profondeurs de la couche nitrurée. En chaque point de mesure, nous avons calculé le tenseur des contraintes résiduelles, et nous pouvons donc déterminer la micro-limite d'élasticité apparente et intrinsèque. Les deux profils sont présentés sur la figure III.24.

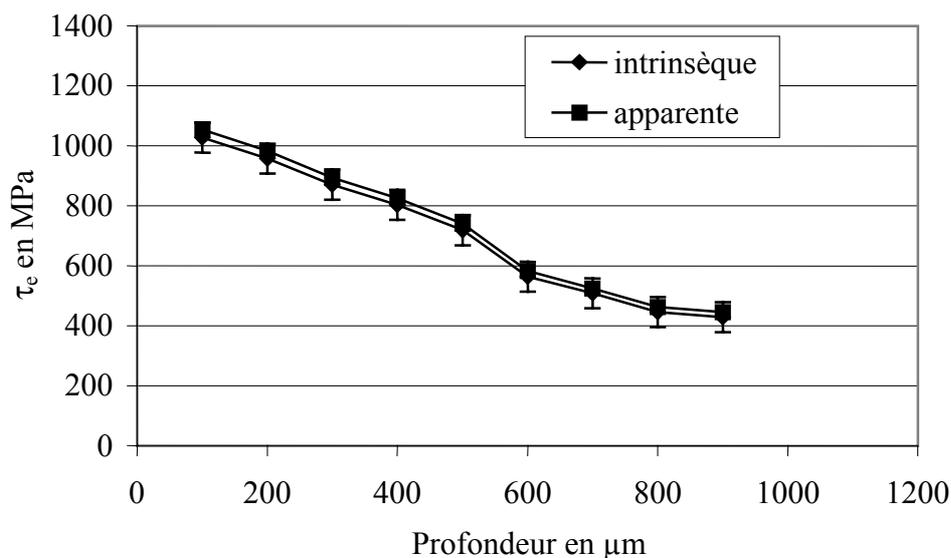


Figure III.24. Influence des contraintes résiduelles sur la mesure du profil de micro-limite d'élasticité en cisaillement τ_e . Méthode M2. Galet nitruré.

En comparant les figures III.23 et III.24, nous constatons que la méthode M2 est beaucoup moins sensible aux contraintes résiduelles que la méthode M1. Ceci est dû à la relaxation d'une partie des contraintes résiduelles sur la coupe réalisée pour mesurer la micro-limite d'élasticité dans la procédure M2. Dans notre application, la sensibilité de celle-ci est même suffisamment faible pour que l'erreur due à la non prise en compte des contraintes résiduelles soit inférieure à l'erreur de mesure, qui est de ± 50 MPa. Nous utiliserons donc cette méthode pour déterminer le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré, en appliquant tout de même la méthode de mesure en présence de contraintes résiduelles.

En ce qui concerne la mesure de la micro-limite d'élasticité en surface, la méthode M2 ne peut pas être appliquée (cela reviendrait à indenter sur une arête !). Dans ce cas, l'essai de nano-indentation doit être réalisé sur la surface nitrurée et exploité en conséquence. Cependant, si ce dernier est réalisé à proximité d'une coupe perpendiculaire à la surface nitrurée, les contraintes résiduelles au point de mesure seront plus faibles qu'au centre d'une pièce massive, et la correction sera moindre.

III.3.2 DETERMINATION DU PROFIL DE MICRO-LIMITE D'ELASTICITE.

Le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré est présenté figure III.25. Nous pouvons constater que la micro-limite d'élasticité varie quasi linéairement avec la profondeur depuis la valeur en surface de 1170 MPa jusqu'à la valeur à cœur de 420 MPa, atteinte à partir d'une profondeur de 800 μm . Nous observons tout de même un léger décrochement à 600 μm de profondeur. La valeur mesurée à cœur par nano-indentation est légèrement plus élevée que celle mesurée par essai de compression sur le plot nitruré (+ 30 MPa). Ceci est dû à l'approximation de la loi d'écrouissage par la loi de Swift, dont il a déjà été fait état au paragraphe III.2.3b).

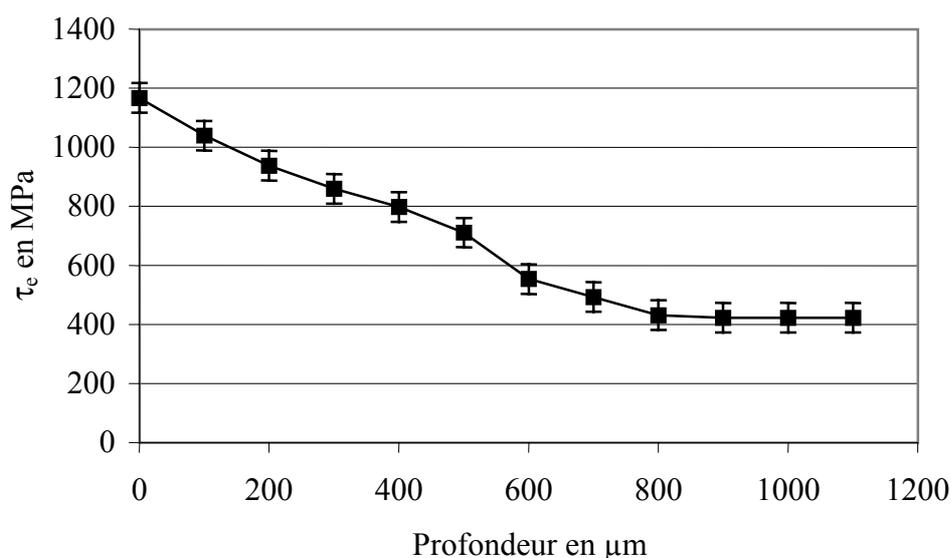


Figure III.25. Profil de micro-limite d'élasticité en cisaillement du 32CrMoV13 nitruré.

Le profil de micro-limite d'élasticité peut être comparé aux mesures de nano-dureté ainsi qu'aux profils de concentration en azote et en carbone réalisés par El Ghazal [21]. La figure III.26 montre les variations relatives de ces quatre grandeurs. Tout d'abord, nous pouvons observer que la micro-limite d'élasticité et la nano-dureté varient de la même façon. Ceci est cohérent, puisque la nano-dureté dépend elle aussi du paramètre variable de la loi d'écroutissage. Nous pouvons également observer que le décrochement constaté sur le profil de micro-limite d'élasticité correspond à la chute du taux en azote. Enfin, la micro-limite d'élasticité commence à augmenter à partir de 800 μm. Cette position coïncide avec celle de l'augmentation de la concentration en carbone en avant du front de diffusion d'azote. L'ensemble de ces évolutions est tout à fait compatible avec le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré présenté ici.

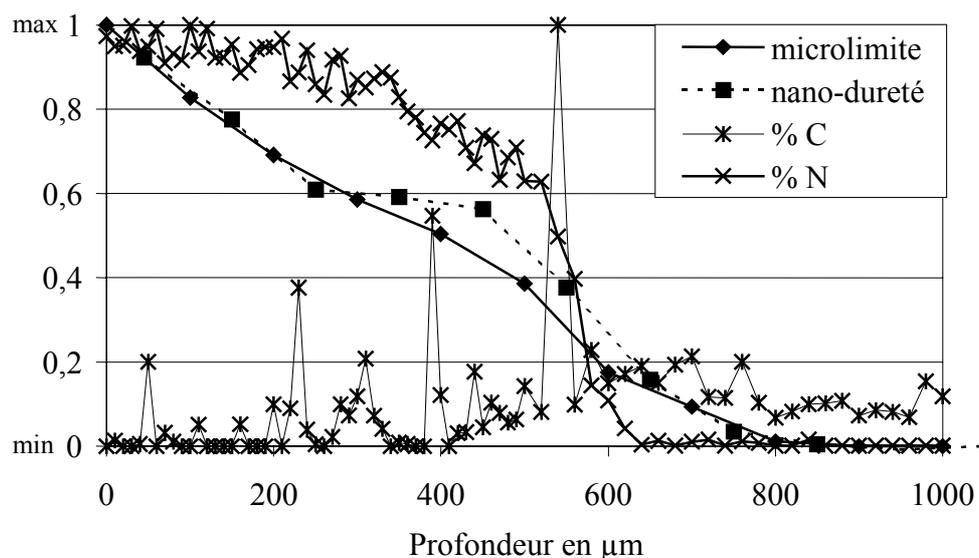


Figure III.26. Profils adimensionnés de micro-limite d'élasticité, de nano-dureté et de teneur en azote et en carbone du 32CrMoV13 nitruré.

III.4 EVOLUTION DES CONTRAINTES RESIDUELLES AVEC LA GEOMETRIE.

Nous avons mis en place une méthode permettant la détermination des contraintes résiduelles à partir de la connaissance du profil de déformation de transformation (paragraphe III.2) et de la géométrie de la pièce considérée. Nous allons mettre cette méthode à profit pour étudier l'influence de la géométrie des pièces nitrurées sur le profil de contrainte résiduelle. Dans un premier temps, nous allons étudier le cas simple du plateau infini, pour lequel la variation de la contrainte résiduelle avec la géométrie peut être décrite analytiquement. Dans un second temps, nous allons considérer une poutre infinie, représentative des bagues de roulement à rouleaux et des butées planes.

III.4.1 CAS DU PLATEAU INFINI.

Nous nous intéressons tout d'abord au cas du plateau infini, décrit par son épaisseur h . L'axe y est dirigé selon l'épaisseur.

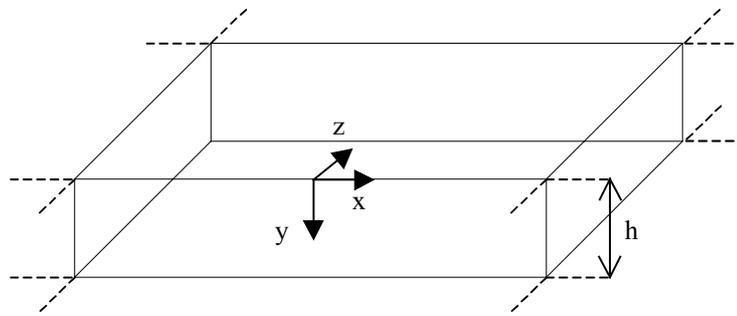


Figure III.27. Plateau nitruré.

a) Plateau infini nitruré sur les deux faces.

Considérons dans un premier temps un plateau infini d'épaisseur h nitruré sur les deux faces. On ne considère donc aucun effet de bord. Le profil de contrainte résiduelle est donné par l'équation III.14. On appelle σ_0^r la contrainte de compression maximale pouvant être générée en chaque point par le traitement de nitruration. Elle est obtenue lorsque l'épaisseur h est infinie.

$$\sigma_0^r(y) = -\varepsilon_{nl}^T(y)E_C \quad (\text{III.23})$$

Considérons maintenant un plateau nitruré sur les deux faces et dont l'épaisseur est supérieure à deux fois l'épaisseur de la couche nitrurée. Le produit de la constante élastique E_C et de l'intégrale du profil de déformation de transformation est donc égale à $2.I_T$ (équation III.15). Sa valeur a été calculée précédemment ($I_T = 312 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$). Nous pouvons alors aisément déterminer l'évolution de la contrainte résiduelle avec l'épaisseur h .

$$\sigma^r(y, h) = \sigma_0^r(y) + \frac{2.I_T}{h} = \sigma_0^r(y) + \frac{624}{h} \quad (h \text{ en mm et } \sigma^r \text{ en MPa}) \quad (\text{III. 24})$$

Nous pouvons tracer la diminution des contraintes résiduelles de compression par rapport au cas $h=\infty$ en fonction de l'épaisseur du plateau. Le passage d'une épaisseur de 20 mm à une épaisseur de 5 mm se traduit par une perte de contrainte de compression de 90 MPa.

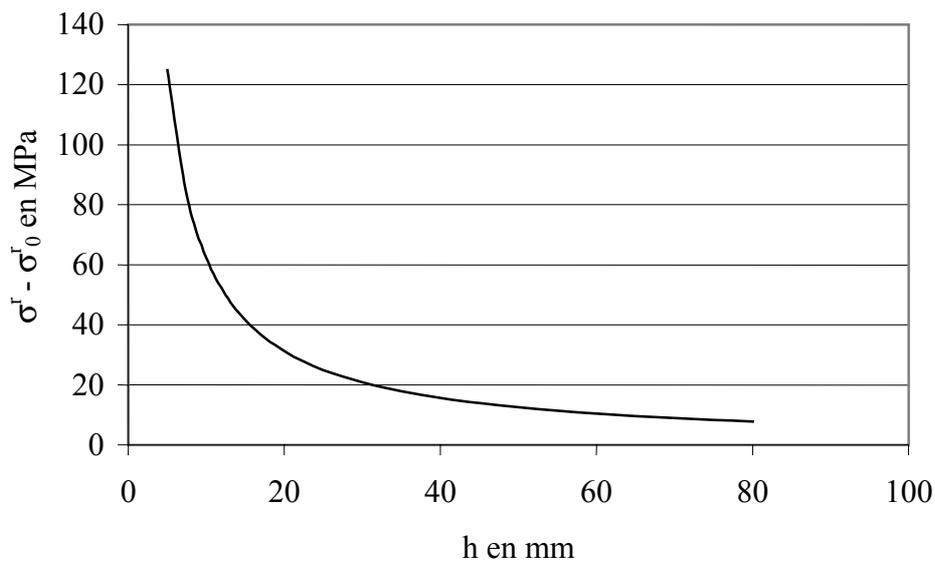


Figure III.28. Diminution des contraintes résiduelles de nituration en fonction de l'épaisseur du plateau nitruré sur les deux faces.

Afin d'optimiser les contraintes résiduelles pouvant être introduites par le traitement thermochimique de nituration, il est préférable d'utiliser les pièces les plus épaisses possibles.

b) Plateau infini nitruré sur une face.

Lorsque le plateau n'est nitruré que sur une face, la contrainte s'exprime en fonction de y (distance à la surface nitrurée) et de h (épaisseur du plateau) par l'équation III.9 avec les constantes définies par les équations III.11 et III.13. Seule une des faces du plateau est nitrurée. Par conséquent, le produit de la constante élastique E_C et de l'intégrale du profil de transformation est égale à I_T . La contrainte s'exprime alors par :

$$\sigma^r(y, h) = \sigma_0^r(y) + \frac{12y}{h^3} \cdot (J_T - \frac{h \cdot I_T}{2}) - \frac{6J_T}{h^2} + \frac{4I_T}{h} \quad \text{avec} \quad J_T = E_C \int_0^h y \epsilon_{nl}^T(y) \cdot dy \quad \text{(III.25)}$$

L'intégrale J_T ne dépend pas de h , puisque la déformation de transformation n'est non nulle que dans la couche nitrurée. En intégrant numériquement l'intégrale III.25, nous trouvons $J_T = 103 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^2$.

Nous pouvons observer sur la figure III.29 le profil de contrainte résiduelle obtenu pour les épaisseurs $h = 5 \text{ mm}$ et $h = 10 \text{ mm}$. L'équilibre en moment se traduit par une diminution des contraintes résiduelles de compression dans la couche nitrurée et par l'apparition d'une zone de traction immédiatement sous la couche nitrurée. La figure III.30 représente la perte de contrainte de compression par rapport au cas $h = \infty$ en fonction de l'épaisseur sur la face nitrurée ($y = 0$) et sur la face opposée ($y = h$). Nous pouvons constater qu'en surface les pertes sont plus importantes que pour le plateau nitruré sur les deux faces. Le passage d'une épaisseur de 20 mm à une épaisseur de 5 mm se traduit par une perte de 160 MPa de compression. Pour optimiser les contraintes résiduelles de compression, il est donc préférable de nitrurer les deux faces des pièces. Nous constatons également que des contraintes résiduelles de compression s'établissent sur la face opposée à la face nitrurée. Elles sont d'autant plus élevées que l'épaisseur du plateau est faible.

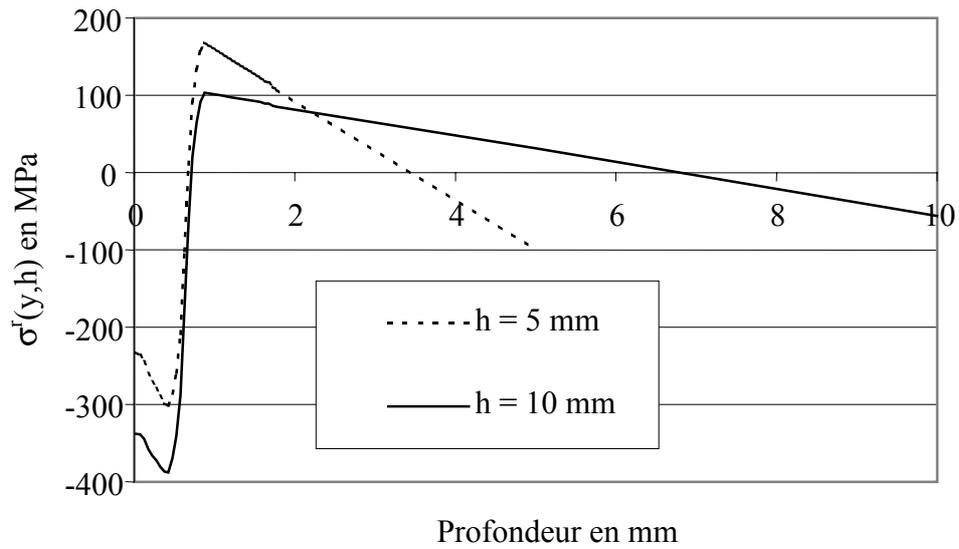


Figure III.29. Profil de contrainte résiduelle. ($h = 5 \text{ mm}$; $h = 10 \text{ mm}$)

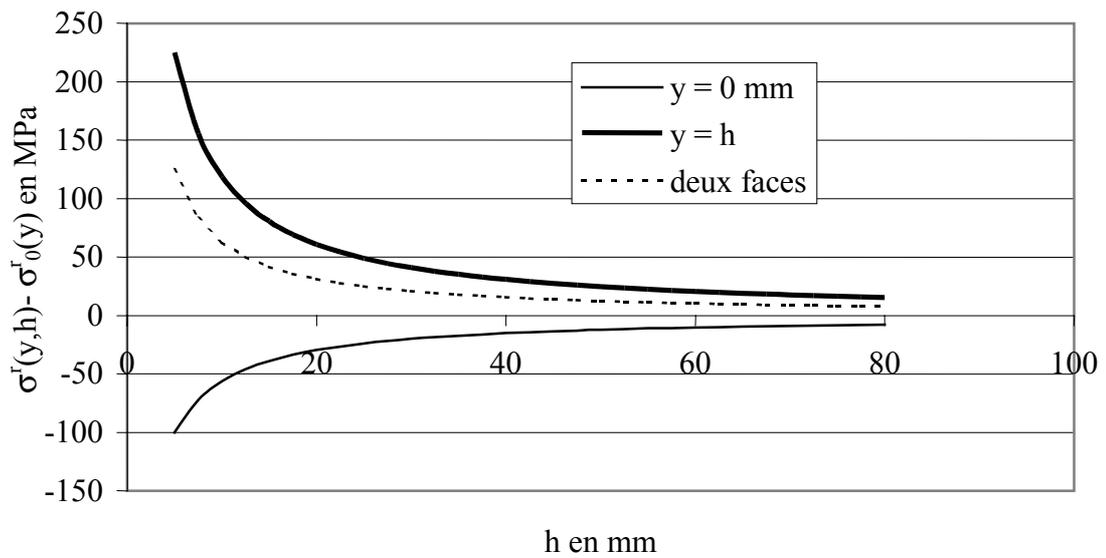


Figure III.30. Diminution des contraintes résiduelles de nitruration en fonction de l'épaisseur du plateau nitruré sur une face en $y = 0$ et en $y = h$. Comparaison avec le cas du plateau nitruré sur deux faces.

III.4.2 CAS DE LA POUTRE INFINIE.

Les bagues de roulement à rouleaux ainsi que les butées planes peuvent être très bien représentées par une poutre infinie. Nous allons donc nous intéresser à ce cas pour intégrer l'influence des bords sur les contraintes résiduelles. Considérons une poutre de section $hx2L$ (figure III.31). Les quatre faces sont numérotées de 1 à 4. La face sollicitée est la face 1. Un point de la section est repéré par d , qui est la distance avec la face 4 et par y , qui est la distance à la surface 1.

Nous allons maintenant nous focaliser sur la valeur de la contrainte résiduelle en surface. Cette grandeur est très importante. En effet, il est reconnu que la présence de contraintes résiduelles de compression en surface a un effet bénéfique sur la tenue en fatigue en présence de défauts de surface. Dans certaines applications, ce facteur est même retenu comme critère de conformité de la bague de roulement.

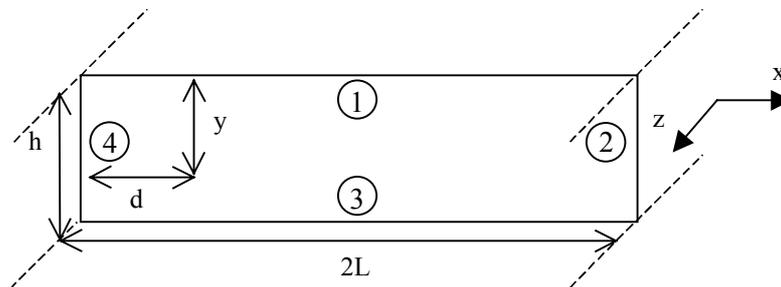


Figure III.31. Section de la poutre infinie.

a) Faces latérales non traitées.

Dans un premier temps, nous allons considérer le cas où seules les faces 1 et 3 sont traitées. Nous supposons que le profil de déformation de transformation est constant quelle que soit la distance d du bord de l'éprouvette. Cette hypothèse est totalement vérifiée si la pièce a été nitrurée puis coupée pour obtenir des surfaces 2 et 4 non traitées. Dans le cas où cette configuration a été obtenue en protégeant les surfaces latérales pendant le traitement de nitruration, cette hypothèse reste valable, la couche superficielle étant altérée sur une distance d de l'ordre de grandeur de la profondeur nitrurée, à savoir 0,8 mm.

Nous pouvons observer sur la figure III.32 la variation des contraintes résiduelles $\sigma_{xx}^r(y=0,d,h)$ et $\sigma_{zz}^r(y=0,d,h)$ adimensionnées par rapport à la contrainte résiduelle obtenue dans le cas du plateau infini de la même épaisseur h $\sigma^r(y=0,h)$. Ce rapport des contraintes est tracé en fonction de d , ramené à l'épaisseur h , pour plusieurs largeurs L de la poutre.

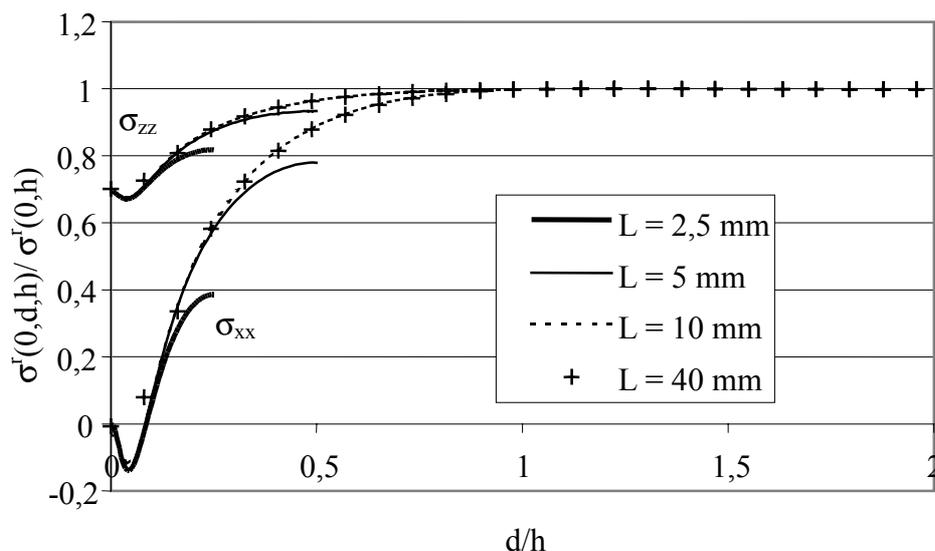


Figure III.32. Evolution des contraintes résiduelles en fonction de d/h ($h=10$ mm).

Nous pouvons observer que l'effet du bord se fait sentir lorsque $d/h < 1$. Il est donc nécessaire que la zone sollicitée de la bague soit à une distance du bord supérieure à l'épaisseur de l'éprouvette. Nous pouvons constater sur la figure III.33.a) que plus l'épaisseur est faible, plus la perte de contrainte est rapide. Enfin, si nous considérons une éprouvette de section carrée ($2L = h$), aucun point n'est à une distance suffisante du bord. Nous constatons alors (figure III.33.b) que lorsque l'épaisseur est faible, la perte de contrainte due au bord est importante (60% pour $h = 5$ mm ; 80% pour $h = 10$ mm). De plus, elle se cumule à la perte de contrainte due à la faible épaisseur (cf. plateau nitruré).

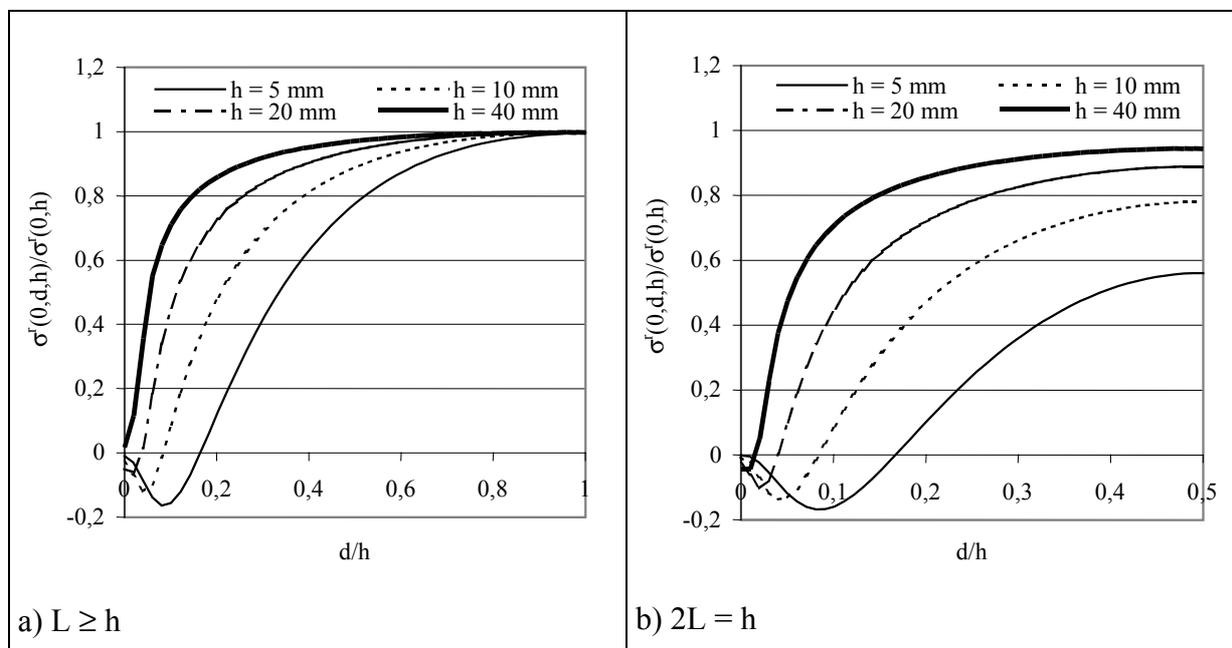


Figure III.33. Evolution des contraintes résiduelles en fonction de d/h pour différentes épaisseurs.

b) Faces latérales traitées.

Nous allons maintenant considérer le cas où toutes les faces sont traitées. Afin de résoudre ce problème, nous allons superposer le cas où les faces 1 et 3 sont traitées au cas où ce sont les faces 2 et 4 qui le sont. Cette superposition est correcte sur l'ensemble de la pièce, hormis dans les angles. De la même manière que précédemment, cette zone étant de dimension réduite, nous considérerons son effet comme négligeable, mais le traitement exact est possible.



Figure III.34. Superposition des couches nitrurées.

Nous pouvons constater sur la figure III.35 que l'effet du bord sur la contrainte σ_{xx}^r ne se fait plus sentir jusqu'à $d/h = 1$, mais seulement jusqu'à $d/h = 0,4$. La variation de la contrainte σ_{zz}^r est représentée sur la figure III.36. L'augmentation importante au voisinage du bord 4 est un effet de la superposition des couches nitrurées. Nous pouvons cependant constater que l'effet du bord se fait également sentir jusqu'à $d/h = 0,4$ pour cette contrainte, et que la contrainte au centre de la barre, en $d = L$ dépend de L . Ceci est dû à un phénomène similaire à celui rencontré sur le plateau infini nitruré sur les deux faces. Lorsque la distance entre les deux couches nitrurées, ici $2L$, diminue, la constante d'intégration nécessaire à l'équilibre mécanique du plateau augmente, ce qui provoque la baisse de la contrainte résiduelle de compression au milieu de la surface nitrurée.

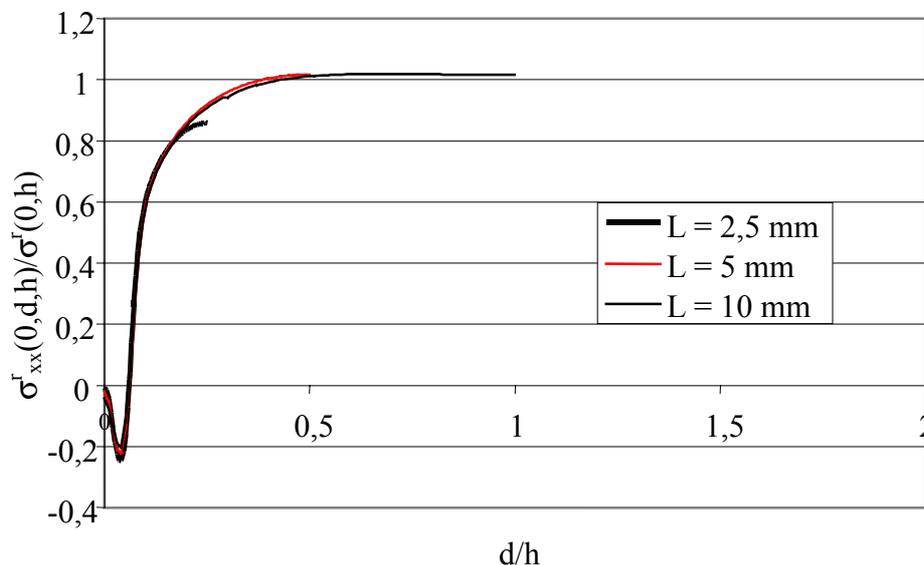


Figure III.35. Evolution de la contrainte résiduelle σ_{xx}^r en fonction de d/h ($h=10$ mm).

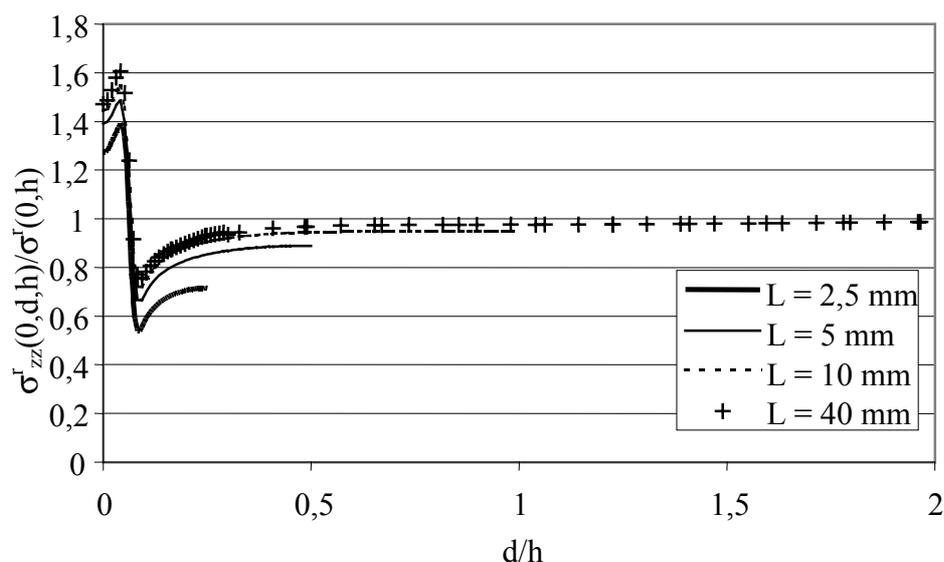


Figure III.36. Evolution de la contrainte résiduelle σ'_{zz} en fonction de d/h ($h=10$ mm).

De même que précédemment, nous pouvons constater que plus l'épaisseur est faible, plus la contrainte chute rapidement.

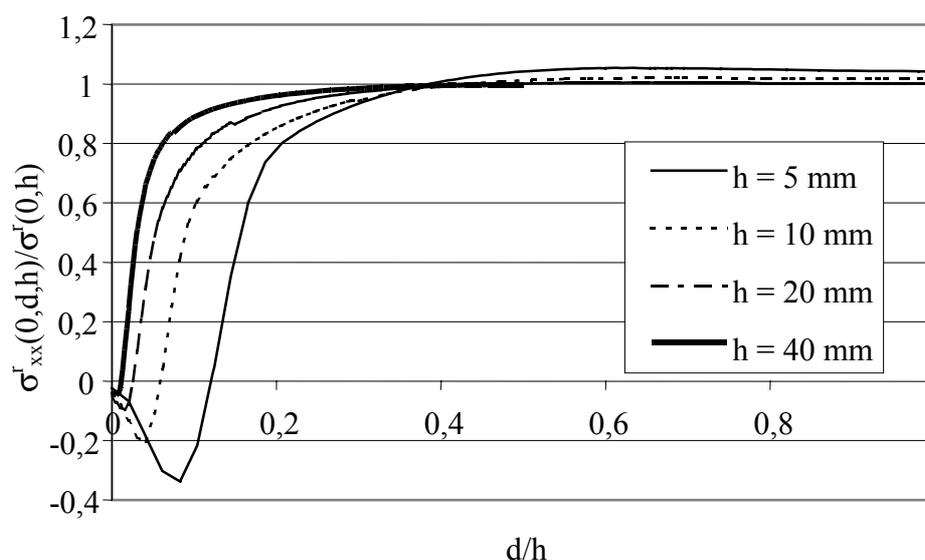


Figure III.37. Evolution de la contrainte résiduelle σ'_{xx} en fonction de d/h pour $L \geq h$.

III.4.3 BILAN.

Cette étude nous a permis de montrer que les contraintes résiduelles dépendent de la géométrie des échantillons traités. Nous avons tout d'abord pu mettre en évidence la dépendance des contraintes résiduelles à l'épaisseur des pièces nitrurées. Nous avons ainsi montré que lorsque l'épaisseur des pièces diminue, la contrainte de compression diminue également. De plus, nous avons également montré qu'il est préférable de nitrurer les deux faces opposées.

Nous avons ensuite considéré une poutre infinie, représentative des butées planes et des bagues de roulement à rouleaux. Nous avons pu étudier les effets de bord sur les contraintes résiduelles. Lorsque les faces latérales de la poutre ne sont pas nitrurées, l'effet de bord se fait sentir jusqu'à une distance égale à l'épaisseur de la poutre. Lorsque les faces latérales sont également nitrurées, cette distance se réduit à 0,4 fois l'épaisseur. L'étendue des effets de bord n'est donc pas liée à la profondeur de nitruration, mais à l'épaisseur de la pièce nitrurée. Il est donc nécessaire de la prendre en compte pour dimensionner les pièces de façon à ce que les contraintes résiduelles soient maximales dans la zone sollicitée. De plus, dans le cas des barres nitrurées sur les quatre faces, la contrainte de compression au milieu de la surface nitrurée diminue avec la largeur de la barre.

III.5 CONCLUSION.

Nous nous sommes intéressés aux propriétés mécaniques qui jouent un rôle essentiel dans la fatigue de roulement, le comportement élastoplastique et les contraintes résiduelles de nitruration.

Concernant le comportement élastoplastique du 32CrMoV13 nitruré, nous avons observé qu'il peut être décrit par une loi de Swift, ($\sigma_{eq} = B.[16 + p.10^6]^{0,067}$), dont le paramètre B varie avec la profondeur. Dans ces conditions, le profil de micro-limite d'élasticité suffit à décrire le comportement élastoplastique du 32CrMoV13 nitruré.

$$\sigma_{eq} = 2\tau_e \left(\frac{16 + p.10^6}{16 + 20} \right)^{0,067}$$

Pour déterminer le profil de micro-limite d'élasticité, nous avons mis au point, à partir des travaux d'El Ghazal [21], une méthode de mesure locale de micro-limite d'élasticité adaptée au 32CrMoV13 nitruré, et tenant compte de la présence des contraintes résiduelles de nitruration. A cet effet, nous avons développé une méthode permettant le calcul des contraintes résiduelles de nitruration au point de mesure, à partir du profil de déformation de transformation. Cette propriété intrinsèque, liée à la microstructure de la couche nitrurée, a été caractérisée à partir de mesures de contraintes résiduelles sur un podium nitruré.

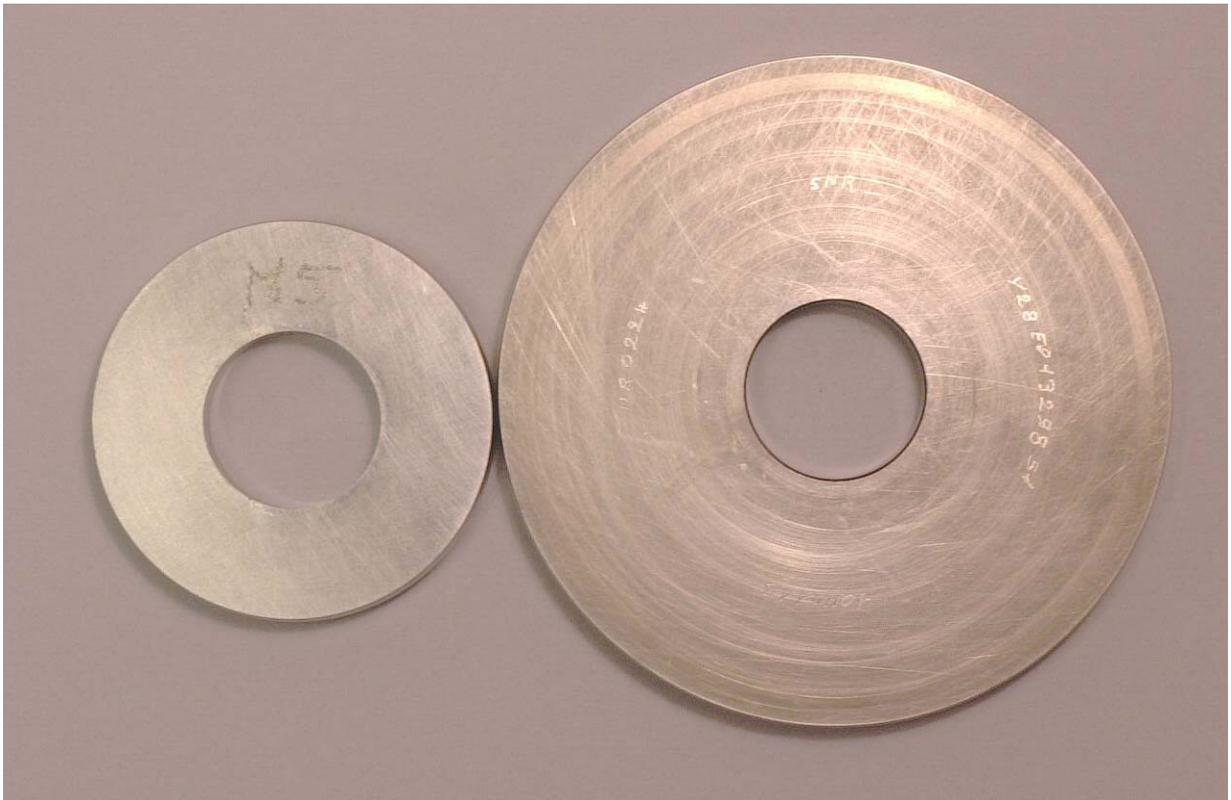
Nous avons alors mesuré le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré. Cette mesure a été effectuée sur une coupe perpendiculaire à la surface nitrurée, ce qui permet de limiter l'effet des contraintes résiduelles sur la mesure. La micro-limite d'élasticité en cisaillement varie de manière quasi-linéaire d'une valeur de 1170 MPa en surface jusqu'à la valeur à cœur de 420 MPa atteinte à partir de 800 μm de profondeur. La similitude du profil obtenu avec ceux des concentrations en azote et en carbone, ainsi qu'avec le profil de nano-dureté conforte la validité de ces mesures.

La caractérisation du profil de déformation de transformation nous a ensuite permis de calculer les contraintes résiduelles pour des pièces nitrurées de différentes géométries. Nous avons ainsi pu quantifier l'influence de l'épaisseur des pièces nitrurées sur les contraintes résiduelles. Plus l'épaisseur est importante, plus les contraintes de compression sont élevées. De plus, nous avons également mis en évidence l'intérêt de nitrurer la face opposée à la face sollicitée. Enfin, nous avons caractérisé les effets de bords sur les bagues nitrurées, assimilées pour l'occasion à une poutre infinie. Nous avons montré que la zone où les contraintes résiduelles sont perturbées dépend de l'épaisseur de la pièce nitrurée, et non de l'épaisseur de la couche nitrurée. Lorsque les bords ne sont pas nitrurés, la zone perturbée est égale à l'épaisseur de la pièce, tandis que lorsqu'ils le sont, cette zone est égale à 0,4 fois l'épaisseur. Ces considérations permettent de dimensionner la largeur des pièces nitrurées en fonction de l'épaisseur et de la taille de la zone sollicitée où les contraintes résiduelles de nitruration doivent être maximales.

Ayant identifié les propriétés mécaniques du 32CrMoV13 nitruré, nous allons maintenant nous intéresser à son comportement lorsqu'il est sollicité en fatigue de roulement en présence d'indentation.

Chapitre IV

ETUDE EXPERIMENTALE DES MECANISMES D'ENDOMMAGEMENT.



Galets utilisés pour l'étude expérimentale des mécanismes d'endommagement.

Chapitre IV : ETUDE EXPERIMENTALE DES MECANISMES D'ENDOMMAGEMENT.

Résumé :

L'étude expérimentale des mécanismes d'endommagement a été effectuée sur une machine à galets, qui permet de contrôler le contact de deux éprouvettes. Les pistes de roulement ont été indentées avec des pointes sphériques en diamant de différents rayons (200, 400 et 600 μm) à l'aide d'une machine de dureté. Les conditions d'essais ont été choisies pour se rapprocher au mieux des conditions de fonctionnement rencontrées sur les applications aéronautiques. Un critère d'endommagement strict a ensuite été défini. Dans ces conditions, et en appliquant ce critère, nous avons constaté que le 32CrMoV13 nitruré résiste mieux que le M50 à la fatigue de roulement en présence d'indentations. Nous avons également observé que la charge et les contraintes circonférentielles de traction ont une influence limitée, et que le glissement est le principal facteur aggravant pour l'endommagement. Enfin, nous avons pu observer que l'endommagement se produit en aval dans le sens du roulement, en roulement pur, et en aval dans le sens du frottement, en présence de glissement. Deux zones d'endommagement préférentielles ont été identifiées. La première, ZR, correspond au bord de l'indent, et est activée en roulement pur. La seconde, ZRF, est décollée du bord de l'indent et est activée en roulement pur et en glissement.

IV.1 Introduction.	137
IV.2 Dispositifs expérimentaux.	138
IV.2.1 Machine à galets.	138
IV.2.2 Dispositif d'indentation contrôlée.	139
IV.3 Choix des conditions d'essai.	140
IV.3.1 Nature des galets ; nature et température du lubrifiant.	140
IV.3.2 Géométrie et pression de Hertz.	140
IV.3.3 Vitesse de rotation.	143
IV.3.4 Taux de glissement.	143
IV.3.5 Contraintes résiduelles de traction.	144
IV.3.6 Indents.	145
IV.3.7 Récapitulatif des conditions de fonctionnement.	146
IV.4 Méthode d'analyse des essais.	147
IV.4.1 Appréciation de l'endommagement.	147
IV.4.2 Liste des essais et synthèse d'une condition de fonctionnement.	148
IV.5 Résultats expérimentaux.	150
IV.5.1 Mise en évidence d'un couplage indirect entre indents.	150
IV.5.2 Comparaison M50 - 32CrMoV13 nitruré.	152
IV.5.3 Influence des conditions de fonctionnement.	154
IV.5.4 Localisation des sites d'endommagement.	160
IV.6 Conclusion.	163

IV.1 INTRODUCTION.

L'acier 32CrMoV13 nitruré semble être résistant à la fatigue de roulement en présence d'indentations. Cependant, ce phénomène étant encore mal connu, cette aptitude de l'acier nitruré n'a pas encore été clairement prouvée. De même, l'influence des conditions de fonctionnement sur l'apparition ou non d'endommagement autour des indents n'a pas non plus été quantifiée. Pour clarifier ces points et identifier le ou les mécanismes d'endommagement en vue de leur modélisation, nous avons étudié expérimentalement les mécanismes d'endommagement du 32CrMoV13 nitruré sollicité en fatigue de roulement en présence d'indentation.

Pour ces essais, nous nous sommes fixés trois objectifs. Tout d'abord, nous avons cherché à comparer la résistance à l'endommagement en présence d'indentations du 32CrMoV13 nitruré et d'un matériau de référence, le M50. Dans un second temps, nous avons voulu identifier l'influence des conditions de fonctionnement sur l'apparition de l'endommagement. Enfin, dans un troisième temps, nous avons cherché à localiser les sites d'endommagement.

Les essais ont été réalisés sur la machine à galets du LMC, dispositif expérimental permettant d'étudier le contact entre deux corps roulants dans des conditions parfaitement contrôlées. Les conditions de fonctionnement ont été choisies pour être représentatives des conditions rencontrées sur les roulements aéronautiques. L'exploitation systématique des essais, basée sur un critère d'endommagement précis et strict, nous a permis d'apporter un certain nombre d'informations quant à l'endommagement du 32CrMoV13 nitruré en présence d'indentations.

IV.2 DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX.

L'étude pratique des mécanismes d'endommagement en présence de défauts de surface nécessite l'emploi d'un dispositif expérimental permettant de maintenir diverses conditions de contact pendant un grand nombre de cycles, et d'un outil permettant une indentation contrôlée.

IV.2.1 MACHINE A GALETS.

a) Fonctionnement.

La machine à galets est un dispositif expérimental permettant d'étudier le contact contrôlé de deux galets. Les éprouvettes sont des disques de largeur l et de rayon R_x . Le bombé des pistes est repéré par R_z . Elles sont pilotées en vitesse de façon indépendante, permettant ainsi d'imposer le taux de glissement au niveau du contact, sur lequel est appliqué une charge normale W . La lubrification est assurée par un jet d'huile dont la température à la sortie de la buse est imposée. La plage de variation des différents paramètres est donnée dans les tableaux ci-dessous. De plus amples informations sont disponibles dans les références [18, 26, 56, 58].

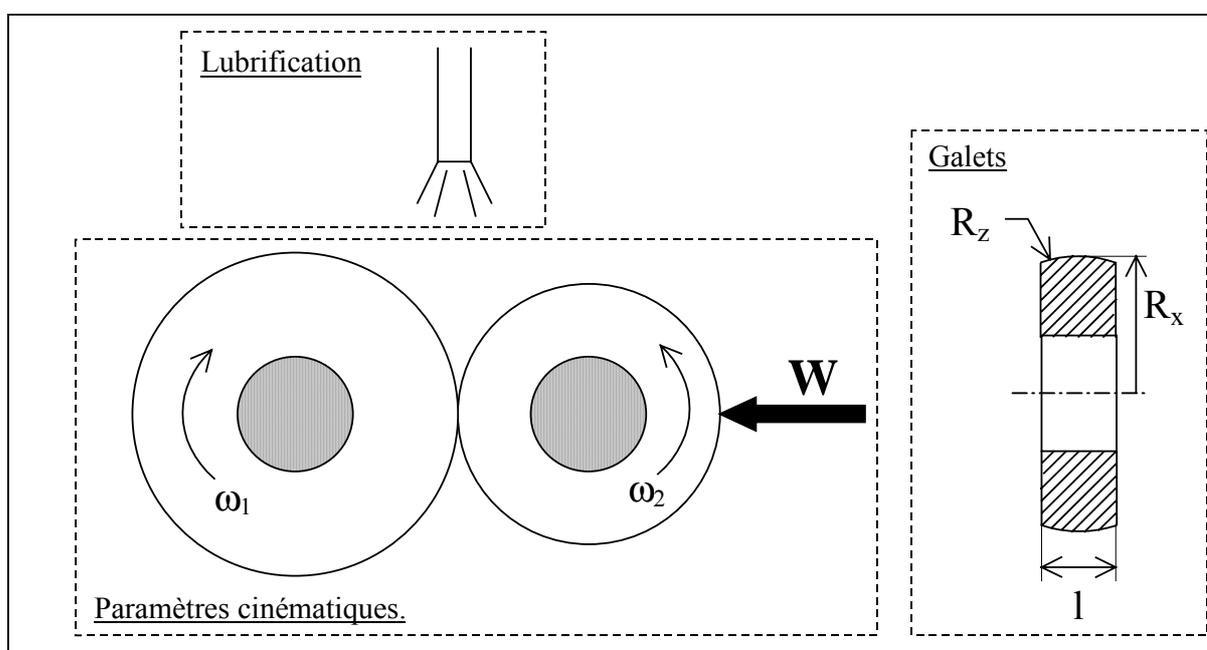


Figure IV.1. Schéma de fonctionnement de la machine à galets.

b) Capacités.

Rayon des éprouvettes R_x	10 à 50 mm
Largeur des pistes l	0,5 à 10 mm
Courbure des pistes R_z	10 mm à ∞

Nature du lubrifiant	Quelconque
Température du lubrifiant	- 10 à 120 °C

Charge W	250 à 10 000 N
Vitesse de rotation ω_1, ω_2	2 000 à 14 000 tr.min ⁻¹

Vitesse linéaire	2,1 à 73,3 m.s ⁻¹
Glissement $\Delta U/(U_1+U_2)$	0 à 75 %
Pression de Hertz ($E = 210$ GPa, $\nu = 0,3$)	0,6 à 6 GPa

IV.2.2 DISPOSITIF D'INDENTATION CONTROLÉE.**a) Dispositif d'indentation contrôlée.**

Le dispositif d'indentation contrôlée est schématisé sur la figure IV.2. Deux têtes, l'une optique et l'autre d'indentation sont fixées sur un support pivotant. L'axe optique permet de sélectionner la position de l'indent. Lorsque la charge est appliquée, le support des têtes tourne autour du point O, intersection de l'axe optique et de l'axe de la tête d'indentation, permettant ainsi d'indenter le point désiré. La tête d'indentation est amovible, ce qui permet d'utiliser le dispositif avec plusieurs indenteurs.

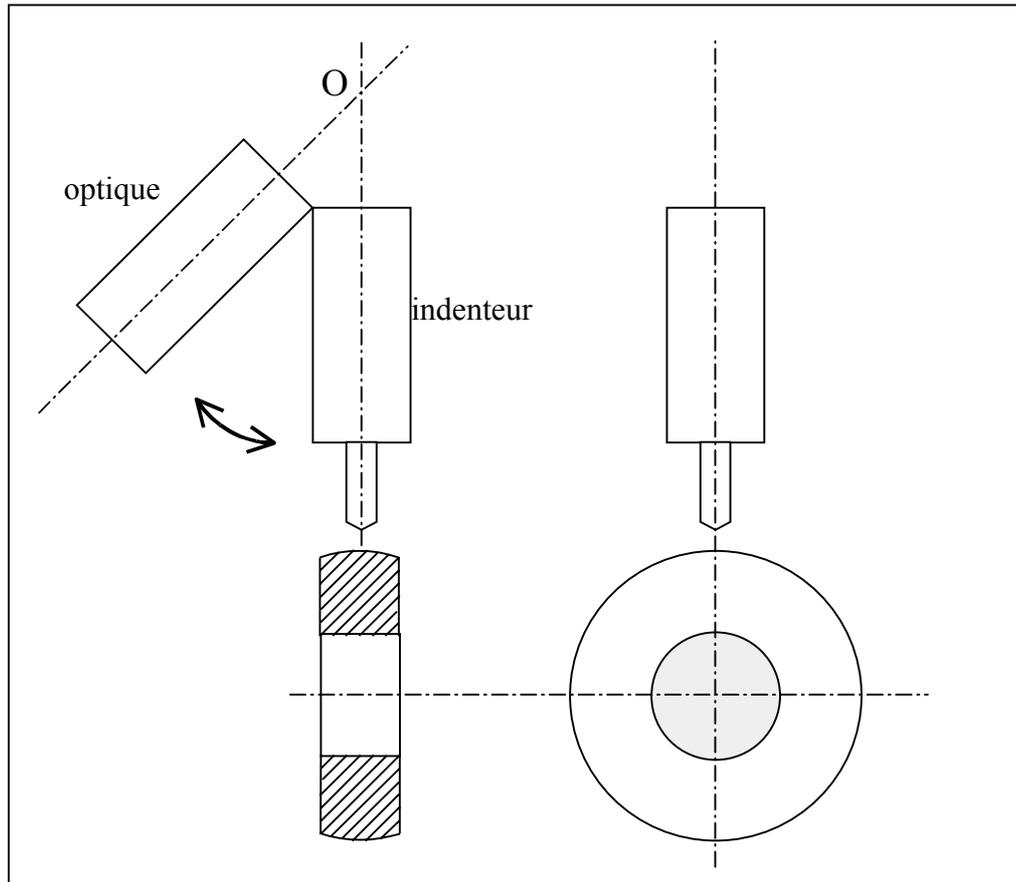


Figure IV.2. Dispositif d'indentation contrôlée.

b) Procédure d'indentation.

Pour les essais d'endurance sur galets indentés, nous avons besoin de réaliser des indents reproductibles, tant en forme qu'en position sur la piste de roulement. Pour cela, avant indentation, le galet à indenter est marqué au feutre, puis monté sur la machine à galets avec sa contre-épreuve associée. Une faible charge est appliquée sur les galets en rotation, permettant ainsi de visualiser la piste de roulement. Le galet est ensuite positionné sous l'indenteur, et le centre de la piste de roulement repéré sous l'axe optique. Cette procédure permet d'assurer que l'indent est réalisé au centre de la piste de roulement.

Dans le sens de la piste de roulement, on veille à toujours indenter le sommet du galet, afin d'éviter les problèmes de dissymétrie liés à une indentation sur une surface non plane.

IV.3 CHOIX DES CONDITIONS D'ESSAI.

Les conditions d'essai doivent être choisies afin de mettre en évidence l'influence des conditions de fonctionnement sur l'endommagement par fatigue de contact en présence d'indentation du 32CrMoV13 nitruré. Pour que les essais soient pertinents vis à vis de l'utilisation industrielle envisagée, il est nécessaire de s'assurer que les phénomènes et les mécanismes physiques mis en jeu au cours de ces essais soient bien identiques à ceux rencontrés en fonctionnement normal. Cette exigence nécessite notamment d'éviter les problèmes des essais sévérés à outrance où les constats que l'on peut tirer des résultats expérimentaux sont basés sur des mécanismes que l'on ne rencontre que dans ces essais. Nous avons donc choisi les conditions d'essai sur la machine à galets afin de reproduire au mieux les sollicitations rencontrées en fonctionnement sur le palier IV du CFM56.

IV.3.1 NATURE DES GALETS ; NATURE ET TEMPERATURE DU LUBRIFIANT.

Les bagues de roulement en 32CrMoV13 nitruré sont en général utilisées avec des corps roulants réalisés dans un autre acier à roulement, le M50. Aussi, au cours de ces essais, nous indenterons des galets nitrurés qui seront testés face à des éprouvettes lisses en M50. Quelques essais M50 vs M50 seront également réalisés car ce matériau largement utilisé et testé constitue une référence. Nous pourrions ainsi comparer la résistance à l'endommagement en présence d'indentation du 32CrMoV13 nitruré et du M50. Le comportement élastique de ces deux aciers est décrit par un module d'Young $E = 210 \text{ GPa}$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0,3$.

Pour ces essais, nous utiliserons le lubrifiant aéronautique Mobil Oil Jet II qui répond aux spécifications de la norme MIL-L-23699-E, dont les caractéristiques sont données par Vergne et Nélias [55]. La température d'entrée du fluide dans le contact sera fixée à $80 \text{ }^\circ\text{C}$. Dans ces conditions, sa viscosité et son coefficient de piézo-viscosité sont respectivement de $7,5 \cdot 10^3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ et de $11,6 \text{ GPa}$.

IV.3.2 GEOMETRIE ET PRESSION DE HERTZ.

Dans un contact sphérique lisse, les niveaux de contrainte dans les éprouvettes en contact sont déterminés par la pression hertzienne. Lorsque l'on s'intéresse à la fatigue amorcée en sous-couche de matériaux traités dans la masse, celle-ci suffit à quantifier la sévérité de l'essai. En revanche, lorsque le matériau présente un profil de propriétés mécaniques, il est nécessaire de tenir compte de la profondeur de sollicitation qui dépend de la géométrie équivalente du contact. La sévérité de l'essai est alors donnée par la comparaison entre le profil de micro-limite d'élasticité et le niveau de contrainte atteint. La géométrie des galets va être choisie afin d'obtenir des niveaux de sollicitations comparables à ceux rencontrés en fonctionnement sur la bague nitrurée du palier IV du CFM56.

a) Présentation de l'application palier IV CFM56.

Le cas de référence qui va nous permettre de déterminer la géométrie des galets est le contact rouleau - bague extérieure du palier IV du CFM56. La bague a un diamètre de 154 mm. La géométrie du rouleau est présentée sur la figure IV.3. La partie cylindrique mesure entre 5,6 et 8,2 mm et se prolonge par une dépouille de 500 mm de rayon. Le rayon du congé entre ces deux parties varie de 60 à 90 mm. Le rayon de courbure de la partie cylindrique est de 6 mm. Le chargement appliqué sur ces rouleaux est de 5000, 8750 ou 12000 N. En utilisant le code de contact sec élastique écrit par Coulon (cf. chapitre II [15]), il est possible de déterminer le champ de pression, notamment pour la longueur cylindrique la plus courte qui

conduit aux plus fortes pressions (figure IV.4). Nous pouvons aussi calculer les contraintes en sous-couche dues à la pression de contact, en particulier sous les pics de pression qui apparaissent au niveau des raccords entre la partie cylindrique et la dépouille (figure IV.5).

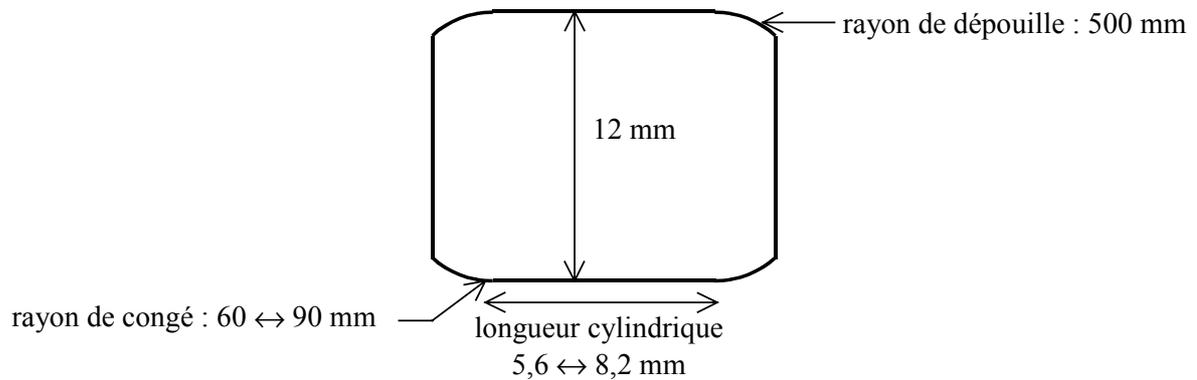


Figure IV.3. Géométrie du rouleau du palier IV du CFM 56.

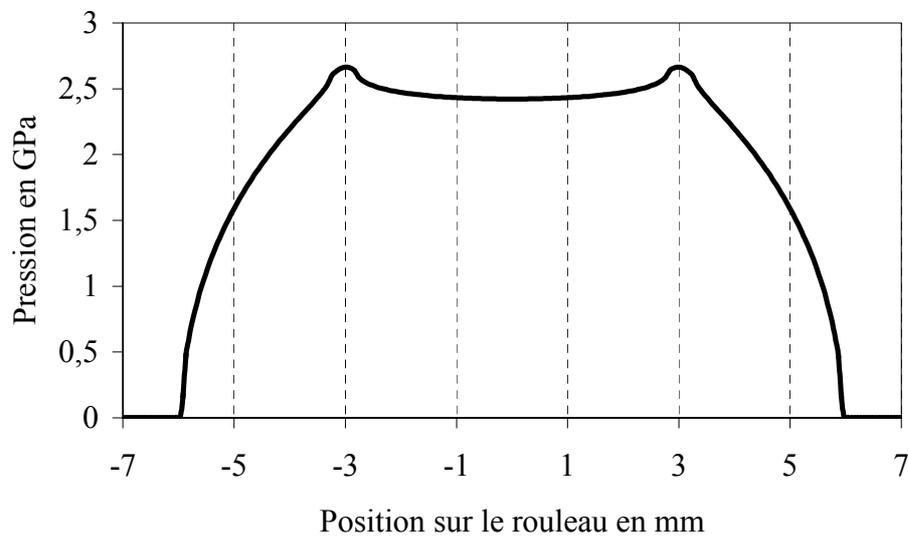


Figure IV.4. Champ de pression dans le contact rouleau – bague extérieure. (longueur cylindrique 5,6 mm, rayon de congé 75 mm, charge 8750 N).

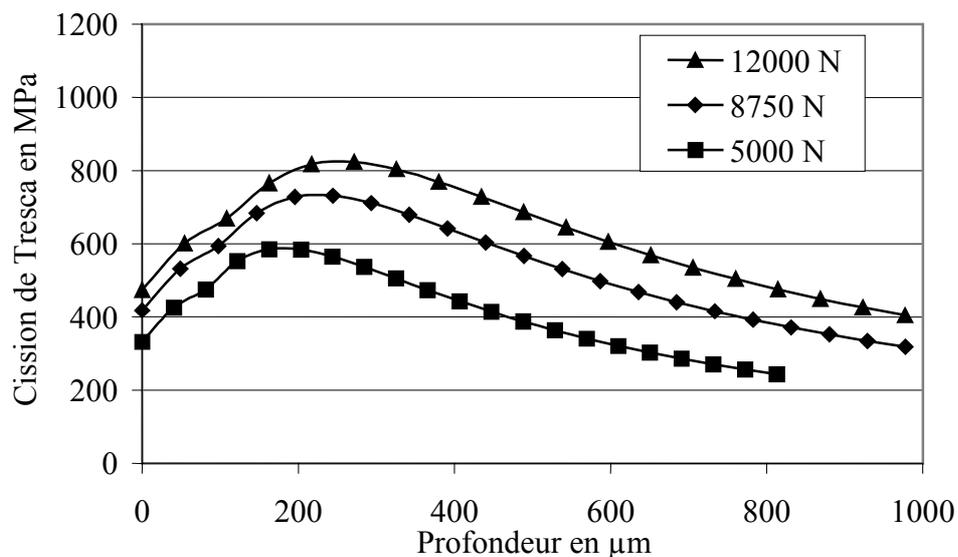


Figure IV.5. Profil de contrainte dû au champ de pression sous le pic de pression. (longueur cylindrique 5,6 mm, rayon de congé 75 mm)

b) Géométrie et pression de Hertz.

Nous allons choisir la géométrie et le chargement des éprouvettes afin que les contraintes dues au champ de pression sur les galets soient proches de celles rencontrées sur le palier IV.

Le cisaillement maximal atteint en sous couche est de 590 MPa pour la charge de 5000 N, de 730 MPa pour 8750 N et de 830 MPa pour le chargement de 12000 N (longueur cylindrique de 5,6 mm). Pour un contact circulaire, la contrainte de cisaillement maximale atteinte en sous-couche est égale à $0,31.P_h$, P_h étant la pression de Hertz. Pour les essais, nous utiliserons des pressions de Hertz de 2,5 GPa et de 3 GPa, correspondant à des contraintes de cisaillement maximales de 775 MPa et de 930 MPa, proches de celles rencontrées sur le palier IV du CFM56.

Pour les trois charges appliquées sur le palier IV, la contrainte de cisaillement maximale se trouve à la profondeur de 200, 250 et 270 μm . Pour le contact circulaire entre les galets, la profondeur de la sollicitation maximale se trouve à $0,48a$, a étant le rayon de la zone de contact. En appliquant la solution de Hertz pour le cas circulaire, on trouve que sous une pression de Hertz de 2,5 GPa, la contrainte est maximale à 250 μm de profondeur lorsque le rayon équivalent du contact vaut $R = 15,3$ mm. Pour 3 GPa, le maximum est atteint à 270 μm sous la surface pour un rayon équivalent de 13,8 mm. En conséquence, nous choisirons un rayon équivalent du contact de 15 mm. Nous disposons d'un lot de galets sphériques en M50 de 40 mm de rayon. Pour nos essais, nous leur associerons donc des galets de 24 mm de rayon. La profondeur de sollicitation maximale pour les essais est ainsi proche de celle rencontrée sur le palier IV.

En tenant compte des contraintes résiduelles de nitruration, nous pouvons comparer :

- la contrainte de Tresca sous les pics de pression dans la bague extérieure nitrurée du palier IV pour les trois cas de charge (5000, 8750, 12000 N),
- la contrainte de Tresca sous les galets nitrurés chargés à 2,5 et 3 GPa,
- le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré déterminé au chapitre III, (figure III.25).

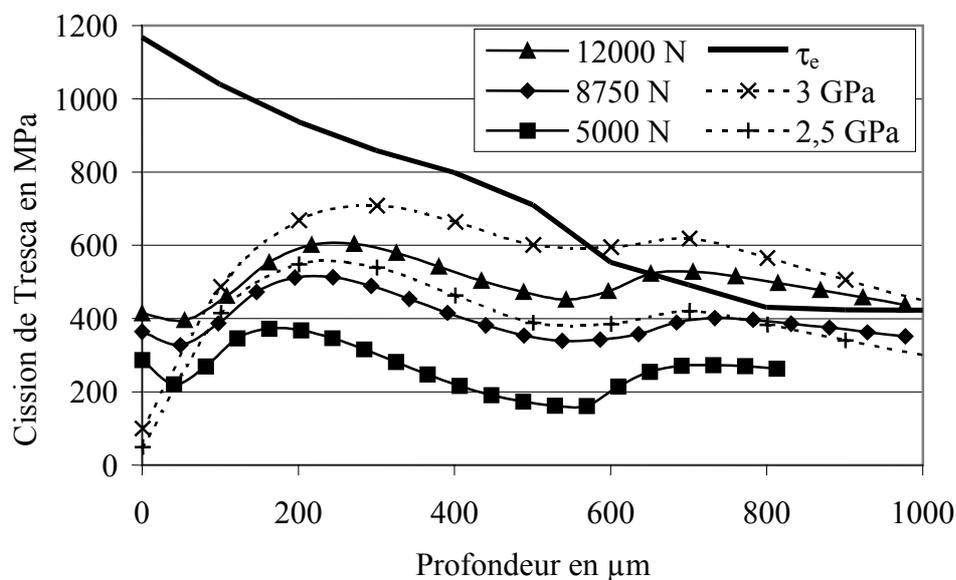


Figure IV.6. Comparaison des profils de contrainte sur les bagues nitrurées et sur les galets avec la micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré. Les contraintes résiduelles de nitruration sont prises en compte.

Nous constatons que lorsque les galets sont chargés à 2,5 GPa, le profil de contrainte est très proche de l'application palier IV chargée à 8750 N. Lorsque la charge appliquée est de 3 GPa, le profil de contrainte sur les galets dépasse la micro-limite d'élasticité en sous-couche, comme l'application palier IV à 12000 N.

Le contact étudié pendant les essais sera donc celui entre deux galets sphériques de 80 et de 48 mm de diamètre, chargés à 1365 et à 2360 N, pour obtenir des pressions de Hertz de 2,5 et de 3 GPa et des rayons de contact de 511 μm et 613 μm . Ces configurations ont été retenues afin de reproduire au mieux les sollicitations du 32CrMoV13 nitruré rencontrées en fonctionnement.

IV.3.3 VITESSE DE ROTATION.

La vitesse de rotation des éprouvettes fixe la cadence de cycles. De plus, la géométrie et le lubrifiant étant choisis, elle fixe également la vitesse linéaire dans le contact et la hauteur du film d'huile.

Les galets indents sont les galets de 24 mm de rayon. Leur vitesse de rotation a été fixée à 9695 $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$. La vitesse linéaire dans le contact est donc de 24,4 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. En roulement pur, la vitesse de rotation des contre-éprouvettes lisses en M50 est de 5817 $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$. Dans ces conditions, la hauteur de film d'huile minimale est de 0,203 μm pour 3 GPa et de 0,291 μm pour 2,5 GPa.

Les galets ont été super finis. La rugosité mesurée est de $R_a = 0,1 \mu\text{m}$. Le paramètre de sévérité du contact Λ [18] est alors égal à 2. Dans ces conditions, le régime de lubrification est élastohydrodynamique ; les surpressions introduites par la rugosité des surfaces sont négligeables, comme c'est le cas dans les roulements aéronautiques.

IV.3.4 TAUX DE GLISSEMENT.

Nous désirons mettre en évidence l'influence du glissement sur la résistance à l'endommagement. Pour cela, des essais ont été effectués en roulement pur et d'autres avec un taux de glissement $g = 1,5 \%$. Lors des essais en glissement, les indents sont placés sur la surface lente, cette configuration étant la plus sévère [63]. Le taux de glissement est défini comme le rapport entre la différence des vitesses linéaires des corps en contact (U_1 et U_2) et leur somme (équation IV.1). On notera que la définition du glissement n'est pas unifiée, et qu'on le trouve également exprimé comme étant le rapport de la différence des vitesses et de la vitesse linéaire moyenne.

$$g = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} \quad (\text{IV.1})$$

IV.3.5 CONTRAINTES RESIDUELLES DE TRACTION.

Afin d'observer l'influence des contraintes liées aux effets centrifuges dans les roulements de grande dimension tournant rapidement, nous allons introduire des contraintes circonférentielles de traction par frettage sur quelques galets en 32CrMoV13 nitruré. Les frettes sont réalisées en M50.

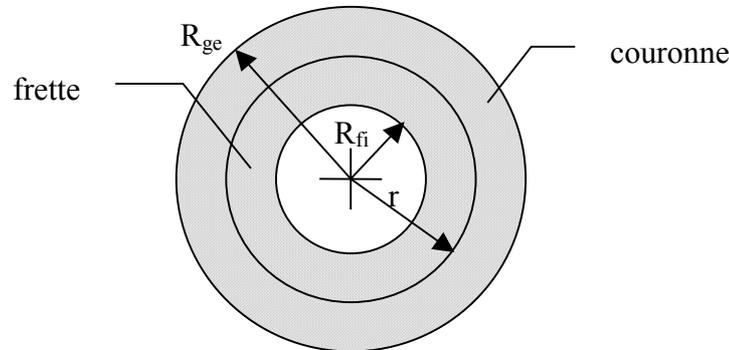


Figure IV.7. Frettage des éprouvettes.

La relation entre la pression de serrage P_s , qui s'établit à l'interface frette – couronne, et la contrainte circonférentielle de traction en surface est donnée par [1] :

$$\frac{1}{P_s} = 2\sigma_{\text{cir}} \frac{r^2}{R_{\text{ge}}^2 - r^2} \quad (\text{IV.2})$$

La différence de rayon entre la frette et la couronne nécessaire à un tel serrage est donnée par [1] :

$$\Delta R = \frac{2P_s}{E} \frac{r^3 (R_{\text{ge}}^2 - R_{\text{fi}}^2)}{(r^2 - R_{\text{fi}}^2) (R_{\text{ge}}^2 - r^2)} \quad (\text{IV.3})$$

Le diamètre extérieur du galet est de 48 mm, le diamètre intérieur de 38 mm et le diamètre intérieur de la frette de 21 mm. Dans de telles conditions, un serrage de 62 μm sur les diamètres crée des contraintes circonférentielles de traction de 185 MPa. Une tolérance de 3 μm sur les diamètres de la frette et de la couronne entraîne une incertitude sur les contraintes de ± 10 MPa. Les plans des galets sont disponibles en annexe A2.

Des mesures de contraintes résiduelles ont été effectuées sur les galets frettés, montrant que 115 ± 50 MPa de traction ont été rajoutés en surface par rapport à un galet plein. Cette valeur, bien que représentative de celles rencontrées sur le palier IV, est différente de la prévision. Cette différence s'explique par l'influence de la géométrie sur les contraintes résiduelles de nitruration. Lors de la nitruration, la face extérieure du galet ainsi que l'alésage intérieur sont nitrurés. Dans le cas du galet plein, la distance entre les deux surfaces vaut $h_{\text{nf}} = 13,5$ mm, alors que pour le galet nitruré, la distance est égale à l'épaisseur de la frette, $h_f = 5$ mm (figure IV.8). Si nous appliquons les formules déterminées au chapitre III.4.1.a concernant l'évolution des contraintes résiduelles avec l'épaisseur des pièces nitrurées, nous trouvons que ce changement de géométrie induit une variation de contrainte résiduelle de nitruration de 80 MPa, qui correspond à la différence entre la contrainte circonférentielle prévue et la contrainte résiduelle mesurée.

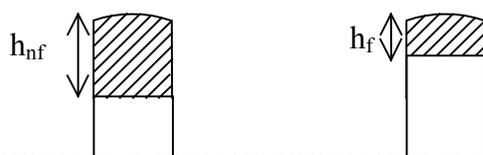
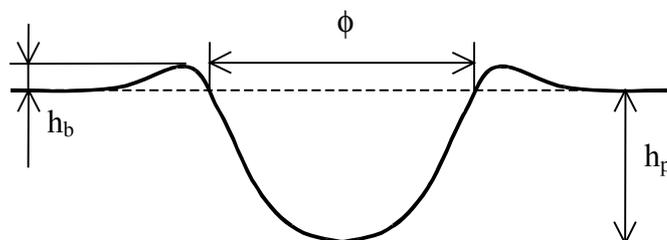


Figure IV.8. Epaisseur de la pièce nitrurée sur le galet plein et sur le galet fretté.

IV.3.6 INDENTS.

Au cours de ces essais, nous avons étudié des indents artificiels, réalisés avec des pénétrateurs en diamant. Ces pénétrateurs sont des cônes de 120° , terminés par une calotte sphérique. Le rayon de cette calotte R_p , peut être de 200 (pénétrateur Rockwell classique), 400, 600, 800 et 1000 μm . Seule la partie sphérique est en contact avec la pièce indentée. Au cours des essais, nous avons utilisé essentiellement les trois premiers. Les valeurs de la charge qui peut être appliquée sur le pénétrateur, W_i , sont égales à 3, 5, 10, 20, 30 ou 50 kg. Les principales caractéristiques des indents ainsi réalisés sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50 sont données dans le tableau suivant.



32CrMoV13 nitruré									
Indentation		Indent			Indentation		Indent		
Rayon (μm)	Charge (kg)	ϕ (μm)	h_p (μm)	h_b (μm)	Rayon (μm)	Charge (kg)	ϕ (μm)	h_p (μm)	h_b (μm)
200	5	85	3,5	0,4	400	20	180	6,5	0,6
200	10	120	6	0,7	400	30	210	10	0,8
200	20	170	13	1,2	400	50	290	18	0,9
200	30	200	20	2,7	600	20	195	4	0,3
200	50	260	32	4	600	30	225	6	0,3
400	10	125	2,5	0,6	600	50	290	11	0,7
M50									
Indentation		Indent			Indentation		Indent		
Rayon (μm)	Charge (kg)	ϕ (μm)	h_p (μm)	h_b (μm)	Rayon (μm)	Charge (kg)	ϕ (μm)	h_p (μm)	h_b (μm)
200	5	90	3,5	0,3	400	20	190	7,5	0,3
200	10	130	7	0,4	400	30	220	11	0,4
200	20	170	14	1,3	400	50	280	18	0,6
200	30				600	20	190	4,5	0,5
200	50				600	30	230	7	0,6
400	10	140	3	0,2	600	50	300	12	0,7

Tableau IV.1. Caractéristiques des indents.

Les indents sont placés au centre de la piste de roulement, qui est repérée selon la procédure décrite au paragraphe IV.2.2.b. Sur un même galet, plusieurs indents sont répartis

le long de la circonférence. Au maximum, il y a 18 indents sur un galet, soit un indent tous les 8 mm. Le choix des indents présents sur un galet n'est pas fait à priori et dépend des conditions de fonctionnement.

Les indents sont nommés par le rayon du pénétrateur suivi de la charge d'indentation. Ainsi, l'indent 200-20 est l'indent réalisé avec le pénétrateur de 200 μm de rayon sous la charge de 20 kg.

IV.3.7 RECAPITULATIF DES CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT.

Les paramètres indiqués en gras suffisent à définir l'ensemble des conditions d'essais. Ceux qui, en plus, sont écrits en italique, sont des paramètres variables d'un essai à l'autre.

Lubrifiant			
Mobil Oil Jet II			
Température d'huile			
80 °C			
Rayon de courbure des galets sphériques			
galet lisse	40 mm	galet indenté	24 mm
Nature des galets.			
galet lisse	M 50	galet lisse	M50
<i>galet indenté</i>	a) <u>32CrMoV13</u> nitruré	<i>galet indenté</i>	b) <u>M50</u>
Vitesse de rotation			
vitesse galet lisse	$\omega_1 = 5817 \text{ tr.min}^{-1}$ $U_1 = 24,4 \text{ m.s}^{-1}$	vitesse galet lisse	$\omega_1 = 5904 \text{ tr.min}^{-1}$ $U_1 = 24,7 \text{ m.s}^{-1}$
<i>vitesse galet indenté</i>	$\omega_2 = 9695 \text{ tr.min}^{-1}$ $U_2 = 24,4 \text{ m.s}^{-1}$	<i>vitesse galet indenté</i>	$\omega_2 = 9550 \text{ tr.min}^{-1}$ $U_2 = 24 \text{ m.s}^{-1}$
Glissement	$g = 0 \%$	Glissement	$g = 1,5 \%$
Charge appliquée			
Charge appliquée	W = 1365 N	Charge appliquée	W = 2360 N
Pression de Hertz	$Ph = 2,5 \text{ GPa}$	Pression de Hertz	$Ph = 3 \text{ GPa}$
Rayon de contact	a = 511 μm	Rayon de contact	a = 613 μm
Hauteur de film	$h_{\text{min}} = 0,291 \mu\text{m}$	Hauteur de film	$h_{\text{min}} = 0,203 \mu\text{m}$
Contraintes circonférentielles de traction.			
Non fretté : 0 MPa		Fretté : 115 MPa	
Indents			
Dépend des conditions de fonctionnement.			

Tableau IV.2. Récapitulatif des conditions de fonctionnement.

Les différents jeux de conditions de fonctionnement étudiés sont donnés dans le tableau suivant, avec le label correspondant. L'étude de chaque condition de fonctionnement nécessite plusieurs essais avec des indents différents sur les galets indentés. Ces essais sont différenciés par le nom du label auquel est ajouté un chiffre romain. (ES2, I ; ES2, II ; ...)

Label	Eprouvette	Charge (GPa)	% g	Fretté
C1	M50	2,5	0	non
C2	M50	3	1,5	non
ES1	Nitruré	2,5	0	non
ES2	Nitruré	2,5	0	oui
ES3	Nitruré	2,5	1,5	non
ES4	Nitruré	2,5	1,5	oui
ES5	Nitruré	3	0	non
ES6	Nitruré	3	0	oui
ES7	Nitruré	3	1,5	non
ES8	Nitruré	3	1,5	oui

Tableau IV.3. Label des conditions de fonctionnement.

IV.4 METHODE D'ANALYSE DES ESSAIS.

Nous cherchons à mettre en évidence l'influence des conditions de fonctionnement sur la résistance à l'endommagement par fatigue de roulement en présence de défauts de surface. Pour cela, il est nécessaire de se doter d'un critère fiable et reproductible permettant de déterminer si, dans des conditions d'essai données, un indent a provoqué un endommagement. A partir de la liste des essais réalisés, et de leurs conditions, nous avons mis en place une méthode permettant de visualiser efficacement l'ensemble des résultats, pour faciliter leur analyse.

IV.4.1 APPRECIATION DE L'ENDOMMAGEMENT.

a) Critère visuel d'endommagement.

Nous repérerons l'endommagement par l'apparition de micro-écailles au voisinage de l'indent. Ainsi, l'indent présenté sur la figure IV.9.a) n'est pas considéré comme endommageant, alors que celui présenté sur la figure IV.9.b) l'est. Ce critère a été retenu puisque lorsque des micro-écailles apparaissent au voisinage d'un indent, elles sont susceptibles de se propager, comme nous pouvons le voir sur la figure IV.9.c) qui représente l'indent présenté figure IV.9.b) au bout de 50 millions de cycles. Ce critère est focalisé sur l'apparition de l'endommagement et non sur l'évolution vers un micro-écaillage généralisé ou un écaillage profond.

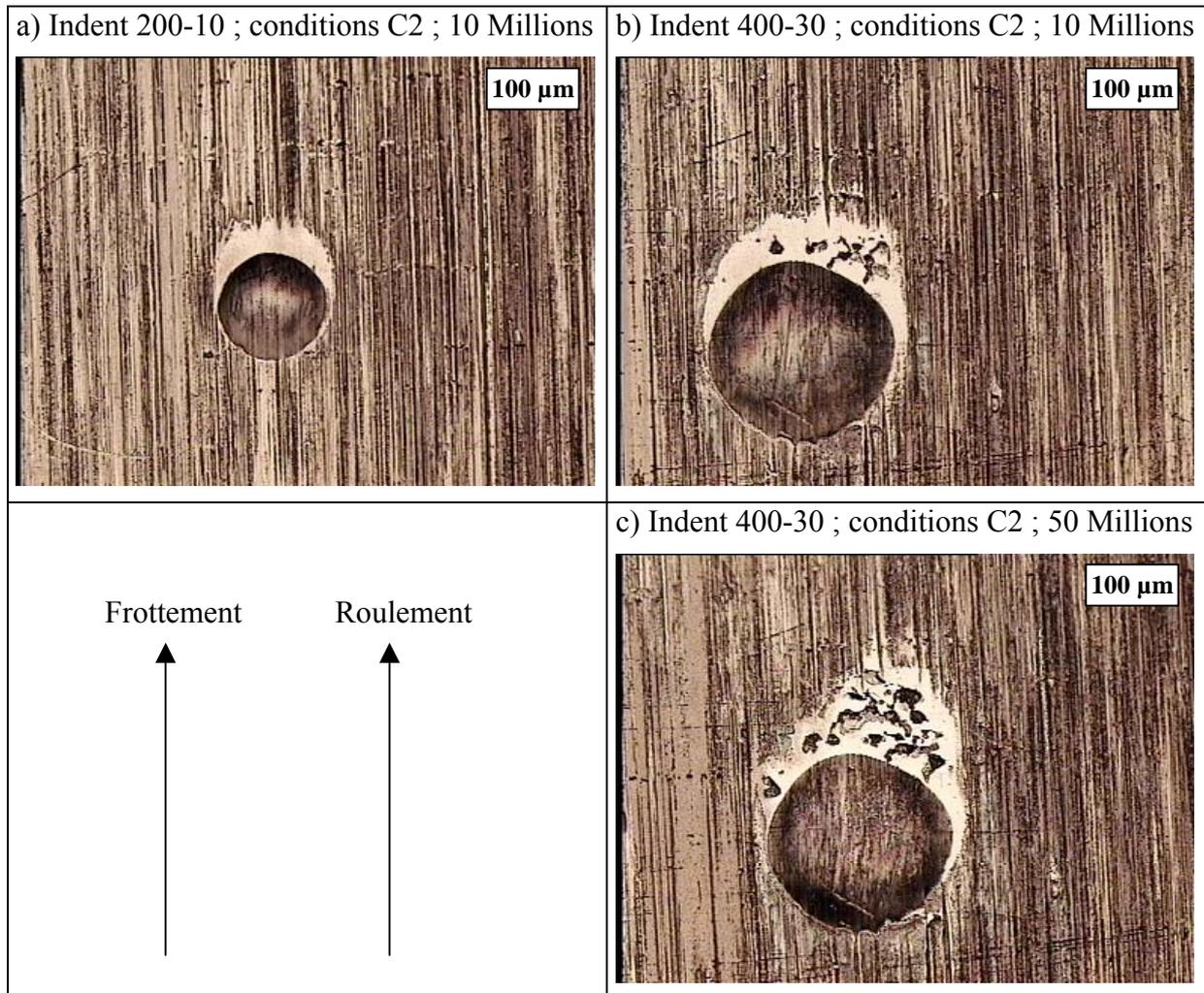


Figure IV.9. Indent 200-10 et indent 400-30 sollicités dans les conditions C2.

a) Durée des essais.

En utilisant le critère précédent, nous sommes capables de déterminer si un indent a provoqué un endommagement. Cependant, cela ne suffit pas pour affirmer qu'un indent n'ayant pas provoqué d'endommagement au bout d'un certain nombre de cycles n'en provoquera pas si l'essai est poursuivi. Il est donc nécessaire de fixer une durée au-delà de laquelle nous considérerons qu'un indent n'ayant pas encore évolué ne provoquera pas d'endommagement.

Pour fixer cette durée, nous avons mené deux essais (C1, I et C2, IV) jusqu'à 40 et 50 millions de cycles. Sur ces deux essais, nous avons pu constater que les indents endommagés à la fin de l'essai étaient déjà endommagés avant 20 millions de cycles. Aussi, nous avons fixé la durée des essais à 20 millions de cycles.

Pour apprécier l'endommagement, nous adopterons alors le critère suivant :

apparition de micro-écailles = endommagement.
pas de micro-écailles à 20 millions de cycles = pas d'endommagement.

IV.5 RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Les essais ont été exploités avec le critère proposé ci-dessus (cf. IV.4.1). Après avoir identifié et pris en considération un phénomène de couplage indirect entre certains indents, nous avons pu comparer la tenue à la fatigue de roulement en présence d'indentation du M50 et du 32CrMoV13 nitruré. Nous avons également mis en évidence l'influence des conditions de fonctionnement et localisé les sites d'endommagement préférentiels autour des indents.

IV.5.1 MISE EN EVIDENCE D'UN COUPLAGE INDIRECT ENTRE INDENTS.

L'essai C2, I a été le premier effectué. Pour cet essai, les indents ont été réalisés avec les différents pénétrateurs à la charge maximale d'indentation de 50 kg.

Au bout de 10 millions de cycles, nous observons que les indents 200-50 et 400-50 sont déjà endommagés. Nous observons également des marques en forme d'arcs de cercle, dont la courbure est orientée dans le sens opposé au roulement (figure IV.10). Elles sont particulièrement visibles autour des indents, mais existent aussi entre ces derniers. De plus, elles sont alignées sur le centre de la piste de roulement comme les indents avec parfois un léger décalage.

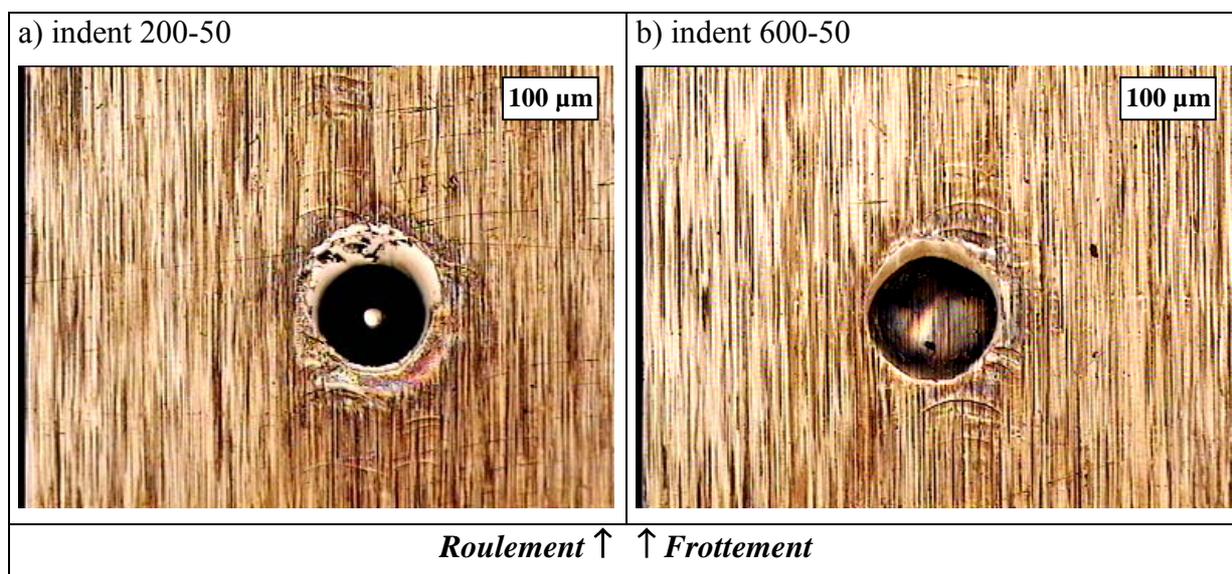


Figure IV.10. Indent 200-50 et indent 600-50 ; essai C2, I après 10 millions de cycles.

Afin d'identifier l'origine de ces marques, nous avons réalisé l'essai C2, II. Au cours de cet essai, les indents ont été ajoutés progressivement. L'indent 1000-50 a été réalisé en premier. L'essai a alors été mené durant cinq minutes, à l'issue de quoi les galets ont été observés. L'indent 800-50 a alors été rajouté sur le galet. Ce processus a été répété jusqu'à ce que l'indent 200-50 soit présent sur le galet. Nous avons alors pu constater que l'apparition des marques sur le galet indenté coïncide avec la présence de l'indent 200-50. Nous observons également que des marques visibles au microscope apparaissent sur le galet lisse lorsque l'indent 400-50 est présent.

Le processus de formation de ces marques est donc le suivant :

- Les indents 200-50 et 400-50 marquent le galet lisse.
- Les marques laissées par le galet 200-50 sont suffisantes pour marquer en retour le galet indenté.

Ce phénomène montre qu'un point du galet indenté peut être sollicité par les indents présents sur ce même galet, via la déformation de la surface du galet lisse.

Considérons maintenant l'essai ES3, II. Sur le galet indenté, sont présents, entre autres, trois indents 400-50 et trois indents 200-5. Au cours de cet essai, ces derniers ont provoqué un endommagement que nous pouvons observer, pour deux d'entre eux, sur la figure IV.11. Or, pour aucune autre condition de fonctionnement, même les plus sévères, cet indent n'a provoqué d'endommagement. L'essai ES3, II a alors été refait à l'identique sans les indents 400-50 (ES3, III). Nous n'avons alors constaté aucun endommagement autour des indents 200-5.

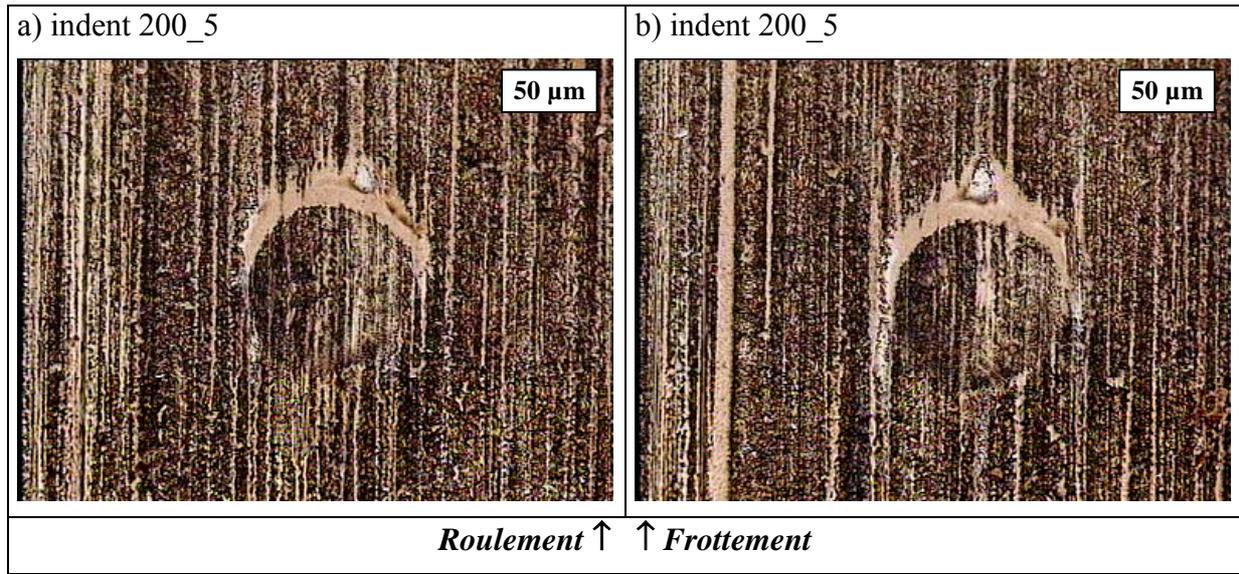


Figure IV.11. Indents 200-5 ; essai ES3, II après 20 millions de cycles.

Ceci montre que le caractère endommageant de l'indent 200-5 est lié à la présence de l'indent 400-50 qui modifie les conditions d'essai, via la création de marques sur le galet lisse. Il peut donc exister un couplage indirect entre les indents.

Pour nos essais, ce couplage indirect est apparu en présence des indents 400-50 et 200-50. Aussi, les essais où ces indents sont présents ne sont pas retenus dans l'expertise. Ce phénomène doit inciter à une certaine prudence lors d'expertises de cas réels. En effet, si plusieurs indents ont provoqué un endommagement, il n'est pas certain que pris isolément, tous auraient dégradé la surface de contact.

IV.5.2 COMPARAISON M50 - 32CrMoV13 NITRURE.

Les conditions d'essai C2 et ES7 ne diffèrent que par le matériau de l'éprouvette indentée. La comparaison des résultats de ces deux conditions permet donc de comparer la tenue à la fatigue de contact en présence d'indentation du 32CrMoV13 nitruré et du M50. Nous constatons sur les deux tableaux suivants que tous les indents qui provoquent un endommagement du 32CrMoV13 nitruré en provoquent également sur le M50. En revanche, les indents 400-20, 600-20 et 600-30 n'endommagent que le M50. Ainsi, le 32CrMoV13 nitruré résiste mieux à l'endommagement autour des indents que le M50.

Nous pouvons observer sur la figure IV.12 les indents 400-20, 600-20 et 600-30 sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50 après 20 millions de cycles. Nous constatons que sur le M50, des micro-écaïlles sont apparues au voisinage des trois indents, alors qu'ils n'ont pas provoqué d'endommagement sur le 32CrMoV13 nitruré.

<i>32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté</i>						
ES7	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm	+++	+++	+ ● ●	●		
400 µm				+++	● ● ●	
600 µm				++	+++	● ● ●

+ non endommagé ● endommagé

<i>M50 ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté</i>						
C2	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm			● ++	● ● ●		
400 µm			+++	● ● ● +	● ● ● ●	
600 µm				● ● +	● ● ●	● ●

+ non endommagé ● endommagé

Tableau IV.6. Comparaison du 32CrMoV13 nitruré et du M50.

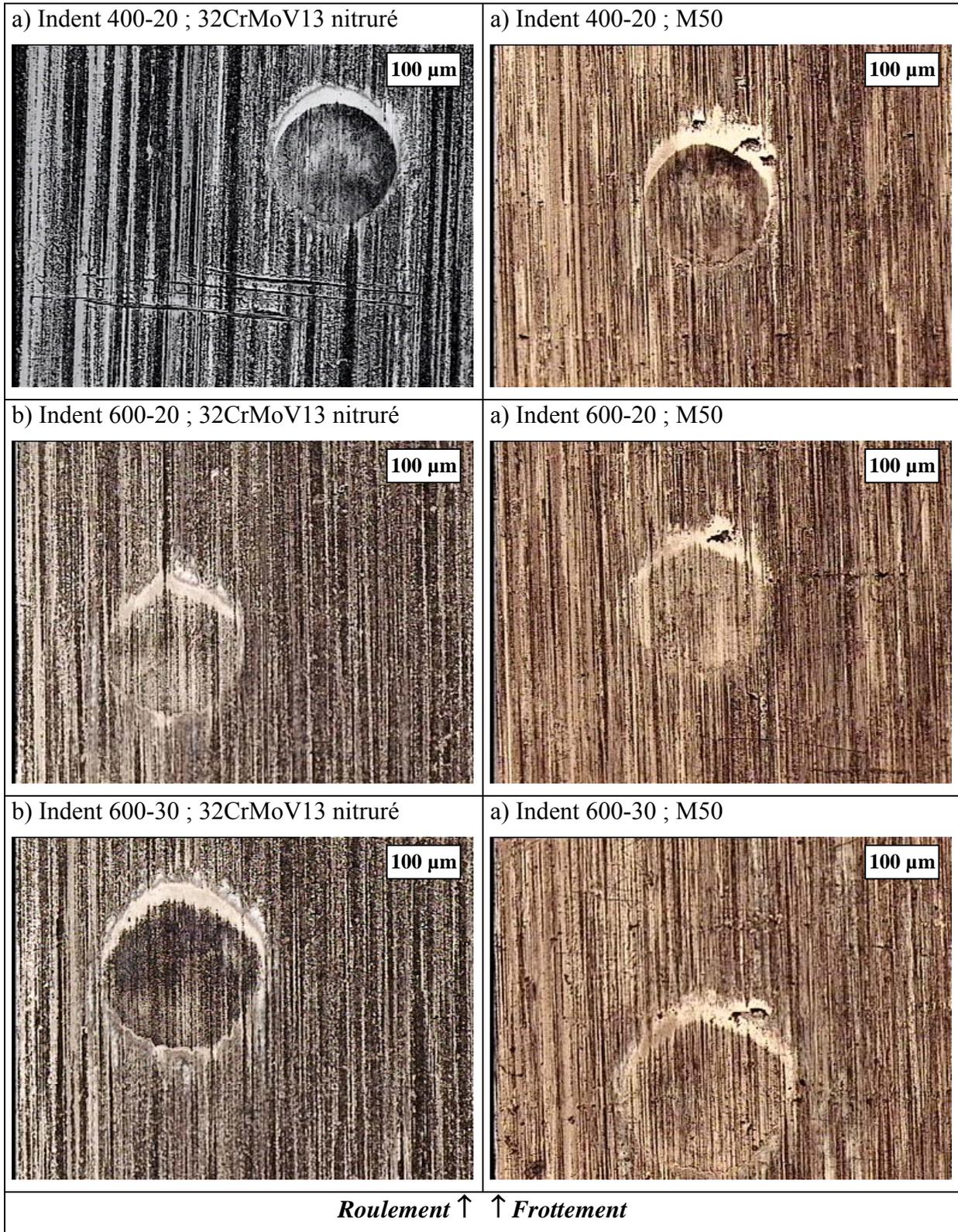


Figure IV.12. Indents 400-20, 600-20 et 600-30 sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50 après 20 millions de cycles.

IV.5.3 INFLUENCE DES CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT.

Afin d'observer l'influence des conditions de fonctionnement sur l'endommagement du 32CrMoV13 nitruré en présence d'indents, nous pouvons comparer les conditions d'essai deux à deux, avec à chaque fois un seul paramètre différent sur les trois variables (charge, contraintes circonférentielles de traction, glissement).

a) **Influence de la charge.**

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 0 % ; non fretté

ES1	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	++ ●	● ● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 0 % ; fretté

ES2	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	+ ●	● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm				++	+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté

ES3	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		+++	● ● ● ● ● ●	● ● ● ● ● +		
400 µm				+++	● ● ● ● ● ● ● ● +	
600 µm					+++	● ● ● ● ● ● ● ● +

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 1,5 % ; fretté

ES4	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	● ●	● ●		
400 µm			+++++	● ● + + + +	● ● + + + +	
600 µm				++	++	● ● ● ● ++

+ non endommagé ● endommagé

Tableau IV.7. Bilan des essais effectués sous une pression de Hertz de 2,5 GPa.

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 0 % ; non fretté

ES5	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++++	++	●●●●		
400 µm				+++	++++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 0 % ; fretté

ES6	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	+●	●●		
400 µm				+++	+++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté

ES7	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm	+++	+++	+●●	●		
400 µm				+++	●●●	
600 µm				++	+++	●●●

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; fretté

ES8	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm	++	++++	●●●			
400 µm			+++	●●●++	●●++	
600 µm				++	●●+++	●●●●

+ non endommagé ● endommagé

Tableau IV.8. Bilan des essais effectués sous une pression de Hertz de 3 GPa.

La page de gauche montre l'ensemble des résultats obtenus pour 2,5 GPa et celle de droite ceux obtenus pour 3 GPa.

Tout d'abord, nous pouvons constater une incohérence sur l'indent 200-10 entre les conditions ES1 et ES5 : l'indent 200-10, qui s'endommage à 2,5 GPa ne s'endommage plus à 3 GPa. Ce comportement semble lié au nombre d'essais insuffisants pour cet indent dans les conditions ES5.

La comparaison de ces tableaux montre que la charge a une très faible influence sur l'endommagement, au moins dans cette gamme de charge. En effet, seul le caractère endommageant de l'indent 600-30 change avec la charge, mais ce changement nécessite la présence des contraintes circonférentielles de traction, comme le montre la comparaison de ES7 et ES8 et du glissement comme le montre la comparaison entre ES6 et ES8.

b) Influence du frettage.

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 0 % ; non fretté

ES1	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	++ ●	● ● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé

● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté

ES3	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		+++	● ● ● ● ●	● ● ● ● +		
400 µm				+++	● ● ● ● ● +	
600 µm					+++	● ● ● ● ● +

+ non endommagé

● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 0 % ; non fretté

ES5	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++++ ++++	++	● ● ● ●		
400 µm				+++	++++ ++++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé

● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté

ES7	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm	+++	+++	+ ● ●	●		
400 µm				+++	● ● ●	
600 µm				++	+++	● ● ●

+ non endommagé

● endommagé

Tableau IV.9. Bilan des essais effectués sans contraintes circonférentielles de traction.

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 0 % ; fretté

ES2	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	+ ●	● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm				++	+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 1,5 % ; fretté

ES4	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	● ●	● ●		
400 µm			+++++	● ● + + + +	● ● + + + +	
600 µm				++	++	● ● ● ++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 0 % ; fretté

ES6	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	+ ●	● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; fretté

ES8	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm	++	+++ +++	● ● ●			
400 µm			+++	● ● ● ++	● ● ++	
600 µm				++	● ● ++ + ●	● ● ● ●

+ non endommagé ● endommagé

Tableau IV.10. Bilan des essais effectués avec contraintes circonférentielles de traction.

Les essais réalisés sans contraintes circonférentielles de traction sont présentés page de gauche, et ceux obtenus sur les galets frettés page de droite.

La présence des contraintes circonférentielles de traction change le caractère endommageant de l'indent 400-20 lorsque l'essai est réalisé avec du glissement quelque soit la charge (ES3 – ES4 ; ES7 – ES8).

Globalement, nous pouvons dire que l'influence des contraintes circonférentielles de traction de 115 ± 50 MPa est plus élevée que celle de la charge, mais reste limitée.

c) Influence du glissement.

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 0 % ; non fretté

ES1	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	++ ●	● ● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 0 % ; fretté

ES2	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	+ ●	● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm				++	+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 0 % ; non fretté

ES5	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++++ ++++	++	● ● ● ●		
400 µm				+++	++++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 0 % ; fretté

ES6	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	+ ●	● ●		
400 µm				+++	+++	
600 µm					+++	+++

+ non endommagé ● endommagé

Tableau IV.11. Bilan des essais effectués en roulement pur.

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté

ES3	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		+++	●●●●●	●●●●●+		
400 µm				+++	●●●●● +	
600 µm					+++	●●●●● +

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 2,5 GPa ; g = 1,5 % ; fretté

ES4	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm		++	●●	●●		
400 µm			+++++	●●++++	●●++++	
600 µm				++	++	●●● ++

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; non fretté

ES7	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm	+++	+++	+●●	●		
400 µm				+++	●●●	
600 µm				++	+++	●●●

+ non endommagé ● endommagé

32CrMoV13 nitruré ; 3 GPa ; g = 1,5 % ; fretté

ES8	3 kg	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg	50 kg
200 µm	++	+++ +++	●●●			
400 µm			+++	●●●++	●●++	
600 µm				++	●●+++	●●●●

+ non endommagé ● endommagé

Tableau IV.12. Bilan des essais effectués avec 1,5% de glissement.

Nous pouvons visualiser l'influence du glissement entre la page de gauche où sont présentés les résultats obtenus en roulement pur et la page de droite où sont présentés ceux obtenus avec le glissement de 1,5 %.

Nous constatons que le glissement est, de loin, le facteur le plus aggravant concernant l'endommagement provoqué par les indents. En effet, la présence du glissement suffit à elle seule à changer le caractère endommageant des indents 600-50 et 400-30. Combiné aux contraintes circonférentielles de traction, le glissement modifie le comportement de l'indent 400-20. Si, en plus, la charge est augmentée de 2,5 à 3 GPa, l'indent 600-30 devient endommageant.

d) **Bilan.**

Ces essais nous ont permis de constater que la charge a une influence négligeable sur l'endommagement causé par les défauts de surface. Ce constat doit être restreint à la gamme de charge rencontrée dans les applications aéronautiques (typiquement de 2 à 3 GPa). En effet, si la charge est beaucoup plus élevée (4, 4,5 GPa), d'autres phénomènes peuvent être activés. De même, ce constat a été fait sur l'apparition de l'endommagement, la phase de propagation vers un micro-écaillage généralisé où vers un écaillage profond pouvant quant à elle dépendre de la charge.

Les contraintes circonférentielles de traction de 115 MPa ont une influence limitée sur l'apparition de l'endommagement.

Le facteur le plus aggravant concernant l'endommagement provoqué par les indents est le glissement. Une application avec du glissement, même faible (1,5 % dans les essais) est donc une application à risque du point de vue de la fatigue amorcée sur des défauts de surface, puisque le nombre de défauts endommageants est plus élevé.

IV.5.4 LOCALISATION DES SITES D'ENDOMMAGEMENT.

Sur l'ensemble des essais effectués en roulement pur, l'endommagement s'est toujours produit du côté de l'indent qui rentre en premier dans le contact, c'est à dire en aval dans le sens du roulement. Pour les essais en glissement, tous les endommagements ont également eu lieu en aval dans le sens du roulement. Dumont [18] a mis en évidence qu'en glissement, l'endommagement était situé en aval dans le sens du frottement. Pour nos essais, les indents étaient tous situés sur la surface lente. Dans cette configuration, le sens du frottement et du roulement sont identiques. Nos résultats en glissement sont donc conformes.

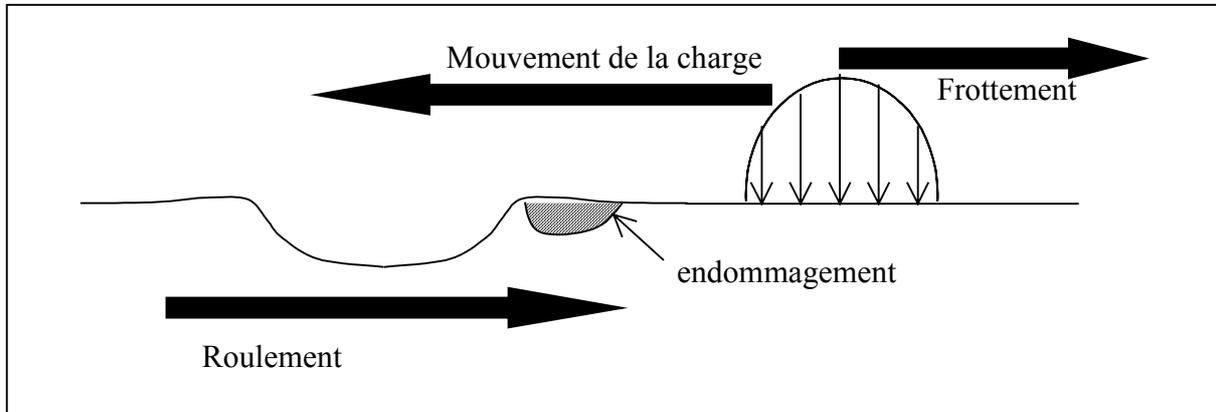


Figure IV.13. Localisation de l'endommagement par rapport au sens du roulement.

Nous pouvons voir sur la figure IV.14.a) un exemple typique d'endommagement rencontré en roulement pur. Nous pouvons observer que les bords de l'indent sont déchiquetés et que quelques micro-écailles apparaissent dans la zone matée. La figure IV.14.b) montre un indent similaire soumis en plus à du glissement. Nous pouvons constater que dans ce cas le bord de l'indent n'a pas été détérioré.

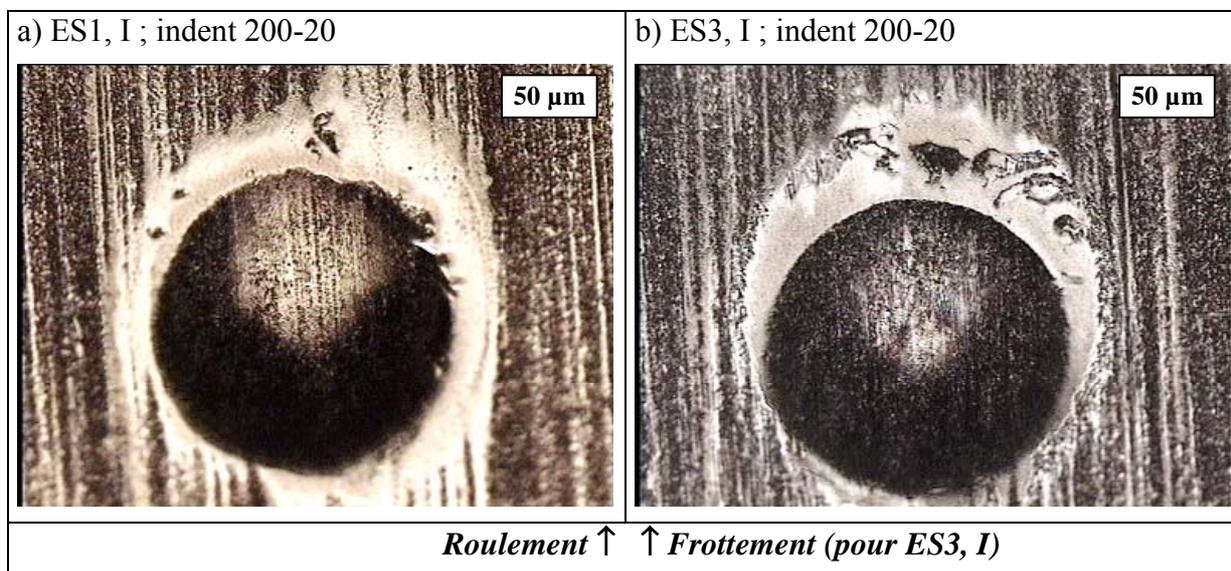


Figure IV.14. Indent 200-20 après 20 millions de cycles ; influence du glissement.

Les micro-écailles que nous pouvons observer dans la zone matée tant en glissement qu'en roulement apparaissent à une certaine distance du bord de l'indent, comme nous pouvons le voir sur les figures IV.14.a et IV.14.b pour l'indent 200-20, ainsi que sur la figure IV.15.a) pour l'indent 400-30 sollicité en glissement. Cette zone non endommagée tend à se réduire lorsque le micro-écaillage se généralise (cas de la figure IV.15.b), mais nous n'avons jamais observé de micro-écailles débouchant sur l'indent. En glissement, le bord de l'indent est toujours resté intact.

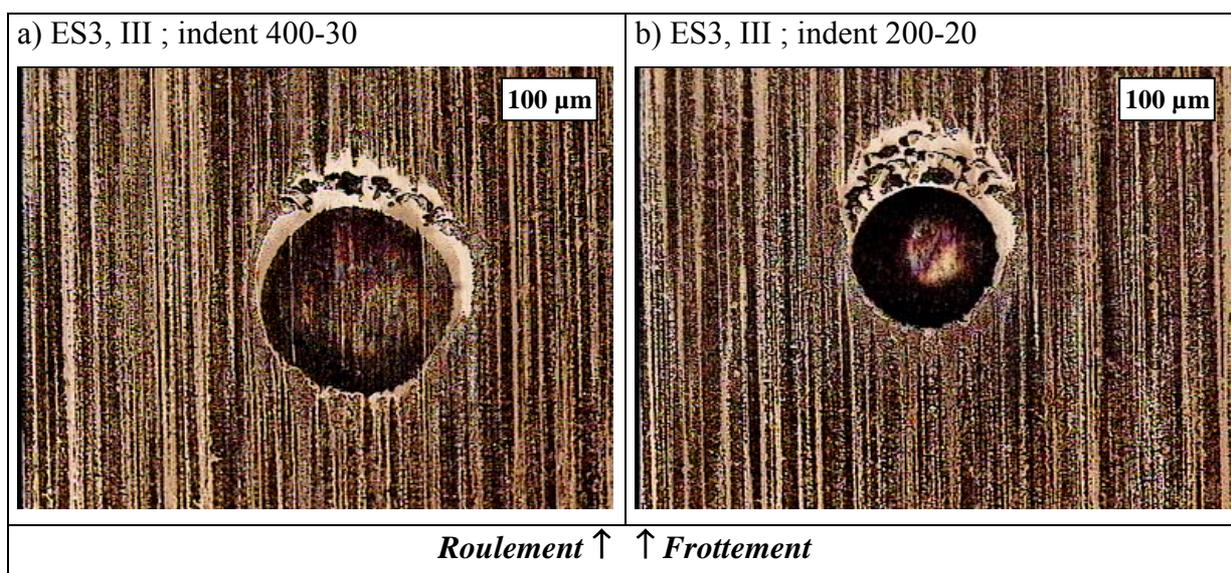


Figure IV.15. Indents endommagés en glissement.

Au cours des essais, nous avons donc identifié deux zones d'initiation de l'endommagement représentées schématiquement ci-dessous. La première, que nous noterons ZR correspond au bord de l'indent. Elle n'est activée qu'en roulement pur. La seconde zone,

que nous noterons ZRF est activée en roulement pur et en glissement. Elle est décollée du bord de l'indent. La distance observée entre cette zone et le sommet de l'indent est de l'ordre de 20 μm et peu sensible à la géométrie de l'indent. L'espace entre le bord de l'indent et ZRF peut s'endommager, mais il s'agit alors d'une propagation de l'endommagement initié dans ZRF.

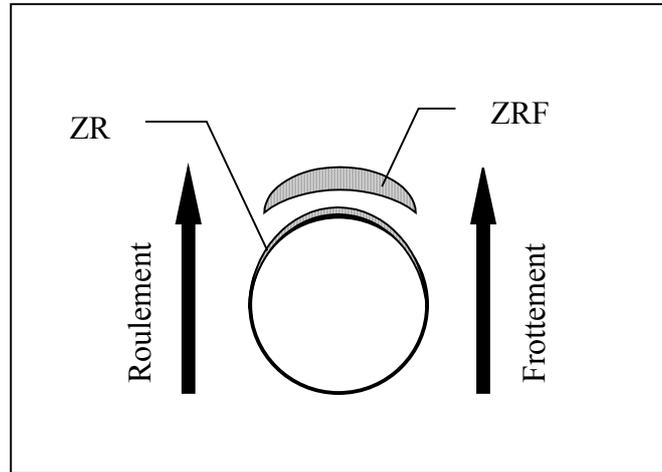


Figure IV.16. Représentation schématique des zones endommagées.

IV.6 CONCLUSION.

Pour réaliser cette étude expérimentale, nous avons choisi des conditions d'essais telles que les sollicitations de l'acier 32CrMoV13 nitruré soient proches de celles rencontrées en fonctionnement sur les applications aéronautiques. Nous nous assurons ainsi que les essais ne sont pas sévérés à outrance et que les mécanismes d'endommagement activés pendant les essais sont identiques à ceux activés en fonctionnement.

Nous avons alors défini un critère pratique d'endommagement. Un indent est considéré comme endommageant lorsqu'il provoque l'apparition de micro-écaillés en moins de 20 millions de cycles. Ce critère, très sévère, ne considère pas l'extension de l'endommagement vers du micro-écaillage généralisé ou vers un écaillage. C'est un critère proche de l'initiation, qui est très bien adapté au problème aéronautique. En effet, en raison de la fiabilité exigée sur ces applications, toute défaillance doit être évitée. Dans ce cas, l'apparition d'un endommagement susceptible a priori de se propager est donc un critère de défaillance pertinent.

Dans ces conditions d'essai, et en adoptant le critère d'endommagement décrit ci-dessus, nous arrivons aux conclusions suivantes :

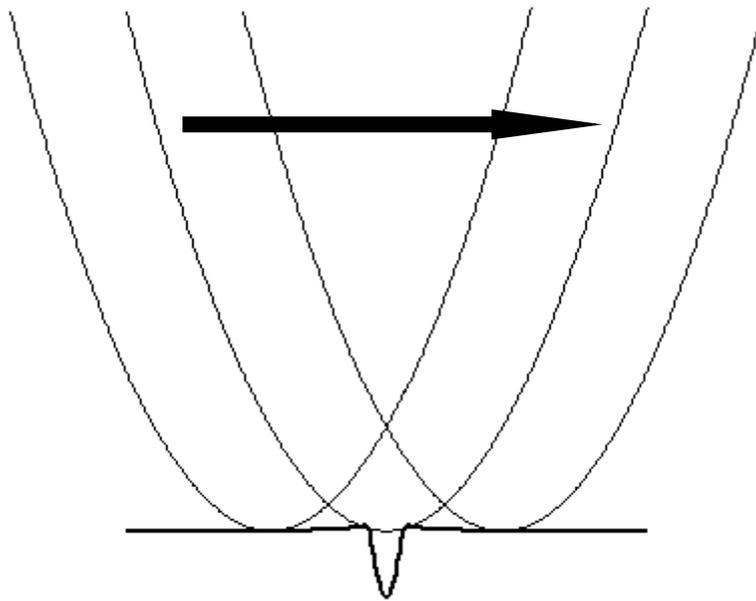
- Le 32CrMoV13 nitruré résiste mieux à la fatigue de roulement en présence d'indentations que le M50.
- La charge a une influence très faible sur l'endommagement par fatigue de roulement en présence d'indentation. Ceci est valable pour les gammes de charges rencontrées dans les applications aéronautiques.
- Les contraintes circonférentielles de traction modérées (115 ± 50 MPa) ont une influence aggravante modérée.
- Le glissement, même faible, est un facteur très aggravant quant à l'endommagement par fatigue de roulement en présence d'indentation.

Nous avons également pu localiser les sites d'endommagement préférentiels autour des indents.

- En roulement, tous les endommagements se sont produits en aval dans le sens du roulement, c'est à dire du côté de l'indent qui pénètre en premier dans le contact.
- En glissement, tous les endommagements constatés se sont produits en aval par rapport au frottement.
- Deux zones d'endommagement distinctes ont été identifiées. La première, ZR, est située au bord de l'indent et n'est activée qu'en roulement pur. La seconde, ZRF, est décollée du bord de l'indent et est activée en roulement pur et en glissement.

Chapitre V

ANALYSE ET MODELISATION DES PROPRIETES DE FATIGUE EN PRESENCE D'INDENTATIONS.



Passage d'un corps roulant sur un indent.

Chapitre V : ANALYSE ET MODELISATION DES PROPRIETES DE FATIGUE EN PRESENCE D'INDENTATION.

Résumé :

L'analyse et la modélisation des propriétés de fatigue de roulement nécessitent la connaissance des sollicitations subies et des propriétés du matériau. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés au premier événement que subit le matériau : l'indentation. Nous avons mis en évidence l'influence du coefficient de frottement entre l'indenteur et le massif indenté ainsi que celle de l'extrapolation des lois d'écrouissage. Le choix judicieux de ces deux paramètres, basé sur la forme des indents simulés, nous permet d'obtenir les contraintes résiduelles introduites pendant l'indentation ainsi que l'écrouissage du matériau. Grâce à ces deux grandeurs et à la géométrie des indents, nous avons pu étudier la limite d'endurance du 32CrMoV13 nitruré sollicité en fatigue de roulement en présence d'indentation, définie comme la charge maximale ne provoquant pas de dépassement de la micro-limite d'élasticité sur l'indent nouvellement formé. Nous avons montré que la limite d'endurance est plus élevée sur le 32CrMoV13 nitruré que sur le M50. Nous avons également montré que le galet indenté a une limite d'endurance plus faible que le galet lisse qui roule sur l'indent. De plus, nous avons pu classer les indents réalisés artificiellement par un pénétrateur sphérique en diamant selon leur nocivité en fonction de la charge d'indentation et du rayon du pénétrateur. Nous avons également constaté que la limite d'endurance des indents en roulement pur est un bon indicateur de leur nocivité relative pour une condition de fonctionnement donnée. Enfin, nous avons mis en évidence l'influence élevée du rodage sur les sollicitations subies au voisinage des indents, même en l'absence d'évolution géométrique importante. La détermination des sollicitations subies après rodage, couplée à une modélisation physique des mécanismes d'endommagement devrait, à terme, permettre la détermination de la durée de vie des contacts indentés.

V.1 Introduction.	169
V.2 Etude de l'indentation contrôlée.	170
V.2.1 Simulation de l'indentation contrôlée.	170
V.2.2 Contraintes résiduelles et taux d'écrouissage.	178
V.2.3 Forme des indents.	180
V.2.4 Transfert des résultats vers le code de calcul.	184
V.3 Limite d'endurance des contacts indentés en roulement pur.	188
V.3.1 H1 : borne inférieure de la limite d'endurance.	188
V.3.2 Détermination de H1 en présence d'indents pour le 32CrMoV13 nitruré sollicité en roulement pur.	189
V.3.3 Influence du matériau et des paramètres d'indentation artificielle sur H1I.	195
V.3.4 Extension aux autres conditions de fonctionnement.	198
V.3.5 Bilan.	199
V.4 Durée de vie des contacts indentés.	201
V.4.1 Influence de la description des indents sur la localisation des sollicitations.	201
V.4.2 Simulation du rodage. Détermination des sollicitations en fonctionnement.	202
V.4.3 Etude prospective sur la modélisation physique de l'endommagement.	213
V.5 Conclusion.	216

V.1 INTRODUCTION.

La fatigue de roulement en présence d'indentation est le résultat du passage répété des corps roulants sur l'indent. L'analyse du processus de fatigue nécessite la connaissance des sollicitations subies pendant la phase de fatigue et des propriétés du matériau. Pour cela, il est nécessaire de considérer l'historique complet des événements subis, depuis la création de l'indent jusqu'au passage cyclique des corps roulants sur l'indent.

Les caractéristiques initiales du 32CrMoV13 nitruré (profil de contrainte résiduelle de nitruration et profil de micro-limite d'élasticité) ont été déterminées au chapitre III. Le premier événement conduisant à la fatigue de roulement en présence d'indentation est la création de l'indent. Au cours de ce processus, le matériau est écroui, des contraintes résiduelles élevées sont introduites, et la surface de contact est localement déformée. Notre but n'est pas de modéliser le piégeage de la particule dans le contact, mais de comprendre comment la présence d'un indent peut conduire à la fatigue de roulement. Pour cette raison, nous avons étudié expérimentalement la fatigue de roulement en présence d'indentations artificielles contrôlées, pour lesquelles il est possible de simuler le processus d'indentation, et donc de déterminer les contraintes résiduelles et l'écrouissage du matériau au voisinage de l'indent. En raison des caractéristiques du problème (grandes déformations et axisymétrie), la simulation de l'indentation a été effectuée par éléments finis.

Le corps roulant va ensuite rouler sur l'indent nouvellement créé. Durant les premiers cycles, il peut y avoir une phase de rodage, pendant laquelle la géométrie et les propriétés du matériau vont évoluer et des contraintes résiduelles vont être introduites. A la fin de cette phase de rodage, les sollicitations et les caractéristiques sont alors celles qui sont subies pendant la phase de fatigue.

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser au processus d'indentation, afin de déterminer la géométrie des surfaces de contact, les contraintes résiduelles d'indentation et les caractéristiques du matériau après l'indentation.

Dans une seconde phase, nous allons nous intéresser au passage du corps roulant sur la géométrie nouvellement formée, et mettre en place un premier critère permettant d'identifier les indents qui ne provoqueront pas d'endommagement ultérieur.

Enfin, dans une troisième étape, nous allons étudier le rodage des indents, afin de déterminer les sollicitations subies pendant la phase de fatigue. Nous allons ensuite présenter une modélisation physique des mécanismes d'endommagement. Cette modélisation, couplée à la simulation de l'indentation et du rodage, devrait, à terme, permettre la détermination de la durée de vie des contacts indentés.

V.2 ETUDE DE L'INDENTATION CONTROLEE.

Le rôle de l'indent dans la fatigue de roulement ne peut se résumer au rôle de facteur de surpression au niveau du contact. En effet, pendant l'indentation, des déformations plastiques importantes apparaissent qui non seulement créent le défaut géométrique sur la surface de contact, mais aussi modifient localement les caractéristiques mécaniques du matériau (écrouissage) et introduisent des contraintes résiduelles importantes. Finalement, c'est l'indent dans sa globalité qui doit être pris en compte pour étudier la fatigue de roulement initiée sur indent.

Si la forme de l'indent peut aisément être déterminée par des relevés topographiques, les contraintes résiduelles et l'écrouissage du matériau ne peuvent pas être mesurés simplement. Pour accéder à ces grandeurs, il faut donc simuler la création de l'indent. Afin de s'assurer de la qualité de l'estimation des contraintes résiduelles et du taux d'écrouissage, il est nécessaire de s'assurer de la cohérence des géométries simulées et mesurées. Nous pouvons alors observer les contraintes résiduelles et l'écrouissage introduit pendant l'indentation. La simulation de l'indentation étant effectuée par éléments finis en grandes déformations, il est nécessaire de transférer les résultats pour qu'ils puissent être réutilisés dans des codes de contact semi-analytique, qui sont développés dans le cadre des petites déformations et des massifs semi-infinis.

V.2.1 SIMULATION DE L'INDENTATION CONTROLEE.

Le résultat de l'indentation contrôlée dépend de la forme et des caractéristiques du pénétrateur en diamant, de la charge appliquée pendant l'indentation, du coefficient de frottement entre l'indenteur et le matériau indenté ainsi que des caractéristiques élastoplastiques du matériau indenté.

Les pénétrateurs sont des cônes dont l'angle au sommet vaut 120° . Ils sont tronqués par une calotte sphérique dont le rayon R_p est égal à 200, 400 ou 600 μm . La partie utile des pénétrateurs est en diamant, dont les caractéristiques élastiques sont $E = 1140 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,07$.

La charge appliquée pendant l'indentation, W_i , peut être égale à 5, 10, 20 ou 50 kg. Le coefficient de frottement entre l'indenteur en diamant et la pièce indentée (en 32CrMoV13 nitruré ou en M50) n'est pas connu. Aussi, nous avons réalisé des simulations permettant de quantifier l'influence du coefficient de frottement, pour estimer l'importance du choix de ce coefficient.

Les caractéristiques élastoplastiques des aciers à roulement (M50, 100Cr6, 32CrMoV13 nitruré) sont connues jusqu'à des taux de déformation de 2 %. Cependant, les déformations engendrées pendant l'indentation sont bien plus élevées, et peuvent atteindre jusqu'à 40 % [7]. Aussi est-il nécessaire d'extrapoler les lois de comportement. Pour valider ces extrapolations, il faut s'assurer que la simulation conduit bien à des résultats proches des observations expérimentales.

Dans un premier temps, nous présenterons la façon dont les simulations ont été réalisées. Puis, dans un second temps, nous étudierons l'influence du coefficient de frottement, avant de déterminer une extrapolation des lois d'écrouissage pour le 32CrMoV13 nitruré et pour le M50.

a) **Simulation de l'indentation contrôlée.**

Le processus d'indentation contrôlée a été simulé par éléments finis, avec le logiciel ABAQUS. Les pénétrateurs possédant une symétrie de révolution, le problème est axisymétrique.

Le maillage utilisé est présenté sur la figure V.1. La taille des éléments au niveau du contact est de $2\ \mu\text{m}$, ce qui est faible au regard de la taille des empreintes résiduelles, dont le diamètre varie de 150 à $300\ \mu\text{m}$. Le massif a été maillé avec 5050 nœuds. Le nombre de nœuds de l'indenteur varie quant à lui entre 1000 et 1700, selon le rayon de courbure de la calotte sphérique.

L'indenteur a un comportement purement élastique. La charge est appliquée par une pression homogène sur le plan supérieur de l'indenteur. Le déplacement radial des nœuds de ce plan est bloqué. Le massif a un comportement élastoplastique à écrouissage isotrope. Les conditions aux limites y sont imposées à l'aide d'éléments infinis, permettant d'annuler les déplacements à l'infini.

Le problème doit être résolu en grandes déformations. Aussi, la courbe d'écrouissage doit être exprimée comme la variation de la contrainte vraie (contrainte de Cauchy) en fonction de la déformation logarithmique.

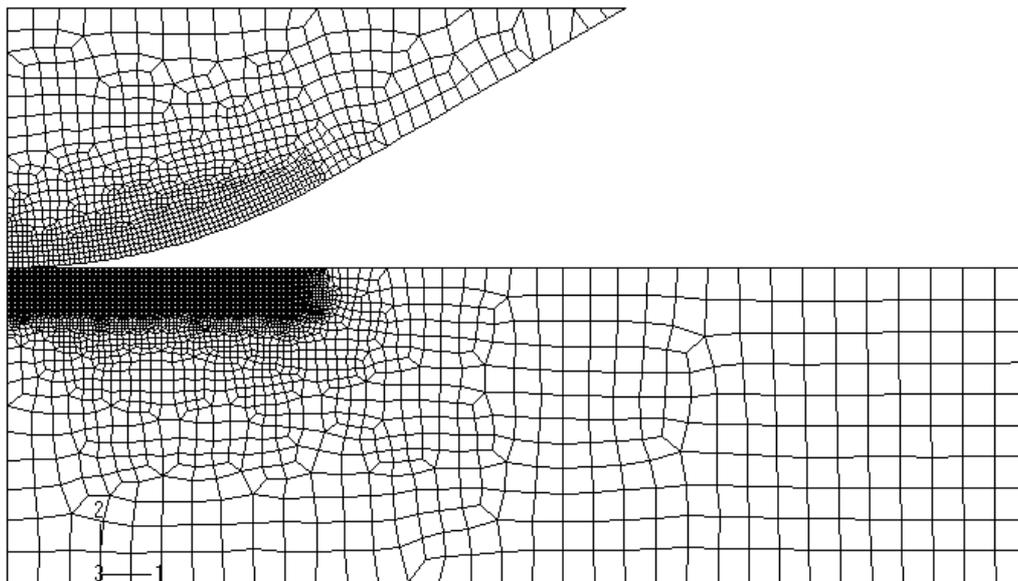


Figure V.1. Maillage utilisé pour simuler l'indentation.

b) **Influence du coefficient de frottement.**

Pour mettre en évidence l'influence du frottement, nous avons comparé la géométrie simulée du même indent ($R_p = 200\ \mu\text{m}$; $W_i = 20\ \text{kg}$; indent 200-20), sur le même matériau (extrapolation Swift modifiée de la loi d'écrouissage du M50 cf.V.2.1.c), avec quatre coefficients de frottement différents, 0, 1, 10 et 50%.

Nous observons sur la figure V.2 les formes d'indents obtenus lors des quatre simulations. Nous retrouvons la forme classique d'un indent artificiel, avec la présence d'un bourrelet au voisinage de l'indent. Nous pouvons constater que la profondeur h_p et le rayon R de l'indent sont indépendants du coefficient de frottement entre l'indenteur et la pièce indentée.

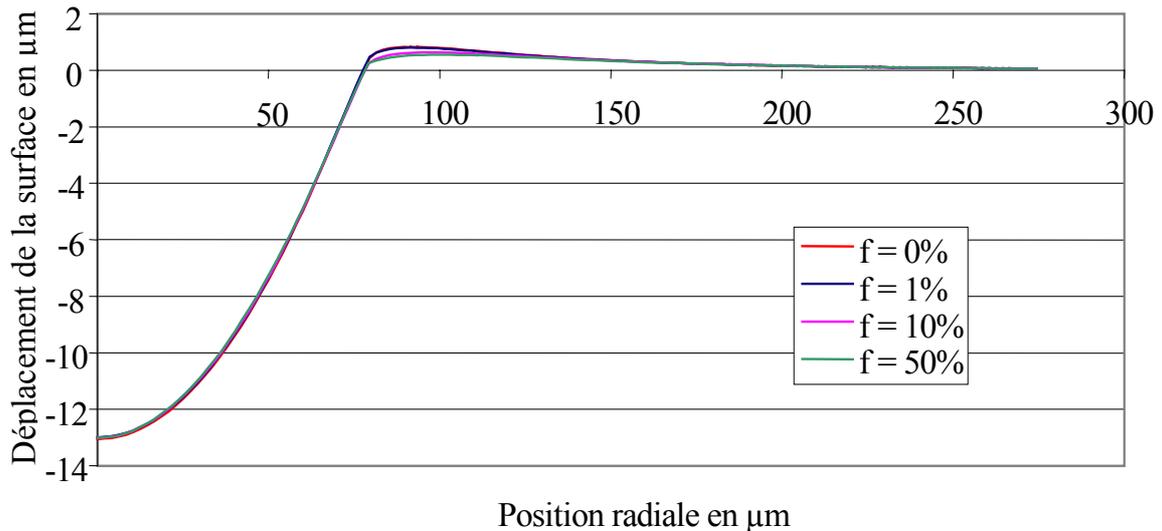


Figure V.2. Influence du frottement sur la géométrie de l'indent. (Indent 200-20, M50)

Si nous observons la périphérie de l'indent de plus près (figure V.3), nous constatons que le frottement tend à réduire h_b , la hauteur du bourrelet, et à déplacer la position radiale du sommet du bourrelet vers l'extérieur. Ainsi, lorsque le frottement évolue de 0 à 50%, la hauteur du bourrelet passe de 0,8 à 0,6 μm , et la position du sommet de 90 à 100 μm .

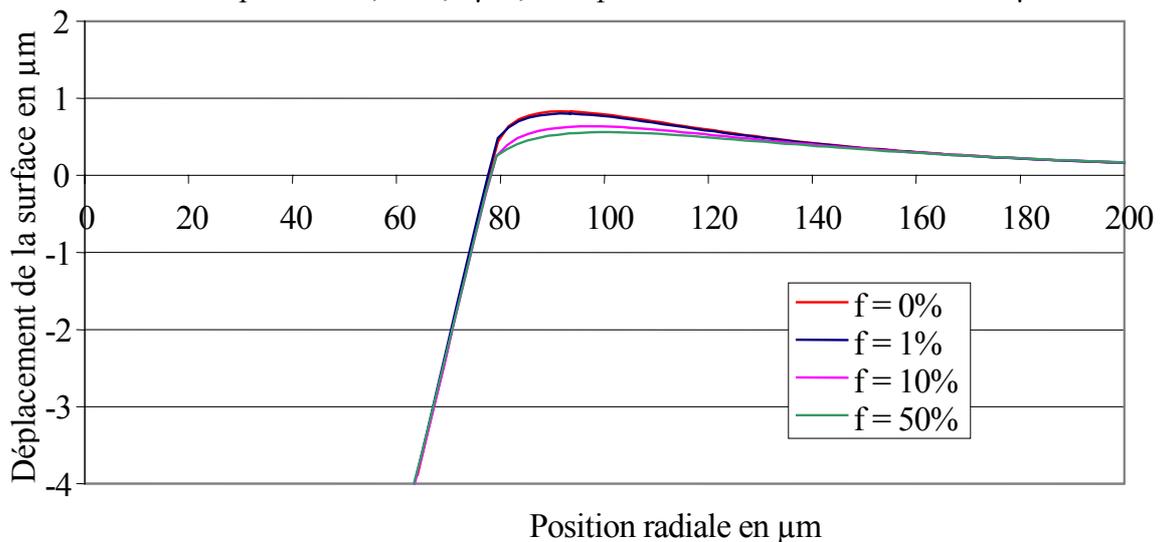


Figure V.3. Influence du frottement sur la géométrie du bourrelet. (Indent 200-20, M50)

Afin d'estimer l'importance de ces changements géométriques, nous avons résolu le problème du contact élastique entre deux galets sphériques ($R_{\text{eq}} = 15 \text{ mm}$) en présence des indents simulés avec 0, 10 et 50 % de frottement. Les pressions, adimensionnées par rapport à la pression de Hertz, sont représentées sur la figure V.4 pour les trois cas, en introduisant une translation horizontale arbitraire des profils pour éviter leur superposition. Nous pouvons constater que le pic de pression passe de $2,9Ph$ à $2,2Ph$ (Ph étant la pression de Hertz) lorsque le frottement pendant l'indentation évolue de 0 à 50 %. Les modifications géométriques induites par le frottement ne sont donc pas négligeables car les modifications de pression vont entraîner une modification des contraintes. Or, le coefficient de frottement est inconnu.

L'indentation artificielle s'effectue à une vitesse lente sur une surface indentée rugueuse. Dans ces conditions, la présence de traces de lubrifiant sur la surface indentée intervient modérément. Un coefficient de frottement de 10% est une estimation réaliste du frottement entre l'indenteur et la pièce indentée.

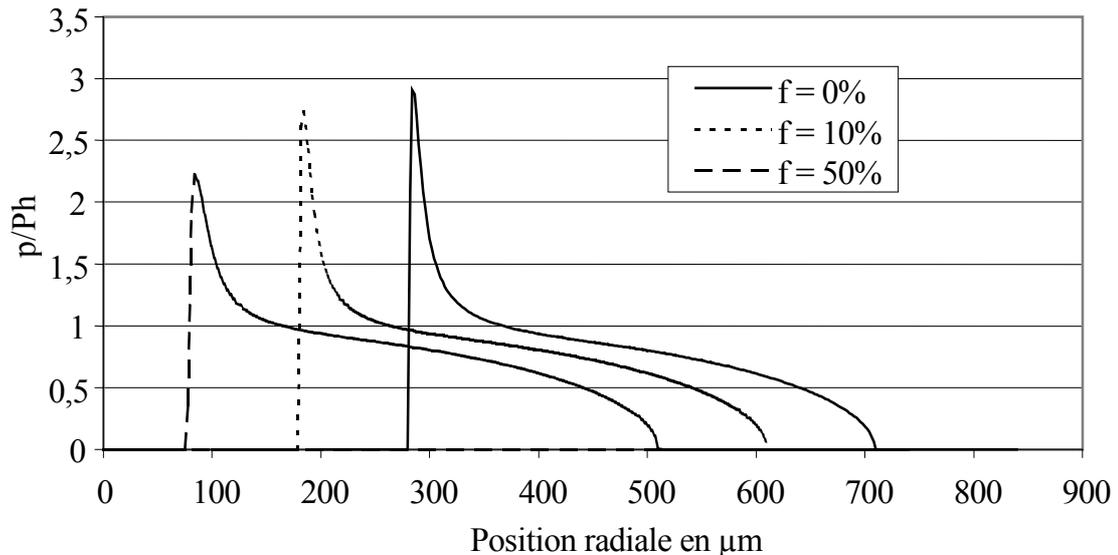


Figure V.4. Influence du frottement pendant l'indentation sur la pression de contact.
(Indent 200-20, M50)

c) Extrapolation de la loi d'écroutissage.

Les caractéristiques élastoplastiques des aciers à roulement sont connues à partir d'essais de compression uniaxiaux jusqu'à des taux de déformation plastique de l'ordre de 1 à 2 %. Pour simuler l'indentation, il est nécessaire d'extrapoler la loi d'écroutissage jusqu'à des taux qui peuvent atteindre, dans certains cas, jusqu'à 40 %. Pour déterminer l'extrapolation des lois d'écroutissage du 32CrMoV13 nitruré et du M50, nous allons étudier l'indent 200-20, simulé avec plusieurs extrapolations.

Cas du M50.

Le comportement élastoplastique du M50 peut être représenté jusqu'à 2 % de déformation plastique par la loi de Swift, $\sigma_{eq} = B(C + p \cdot 10^6)^n$, dont les paramètres sont $B = 1280$ MPa, $C = 4$ et $n = 0,095$. Nous avons simulé l'essai d'indentation avec trois lois d'extrapolation de cette loi d'écroutissage, représentées sur la figure V.5:

- loi de Swift modifiée.

C'est la traduction en contraintes vraies et en déformations logarithmiques de la loi de Swift, considérée comme une loi exprimée en contraintes apparentes obtenue sur un essai de traction. La différence avec la loi de Swift n'est sensible qu'à partir de 2 % de déformation plastique.

- loi de Swift.

La loi de Swift, identifiée jusqu'à 2 % de déformation plastique, est simplement étendue à l'ensemble du domaine.

- loi de Voce.

Alors que la loi de Swift est continûment croissante, la loi de Voce présente une asymptote horizontale. Cette loi, utilisée par Cercueil [7], a donné de bons résultats dans la simulation de l'indentation sur le 100Cr6. C'est pourquoi nous l'utilisons dans cette étude. C'est une loi à quatre paramètres (équation V.1) qui ont été choisis pour que la loi de Voce soit proche de la loi de Swift jusqu'à 2 % de déformation plastique.

$$\sigma_{eq} = 1444 + 1996 \cdot \{1 - \exp[-(390 \cdot p)^{0,352}]\} \quad (\sigma_{eq} \text{ en MPa}) \quad (V.1)$$

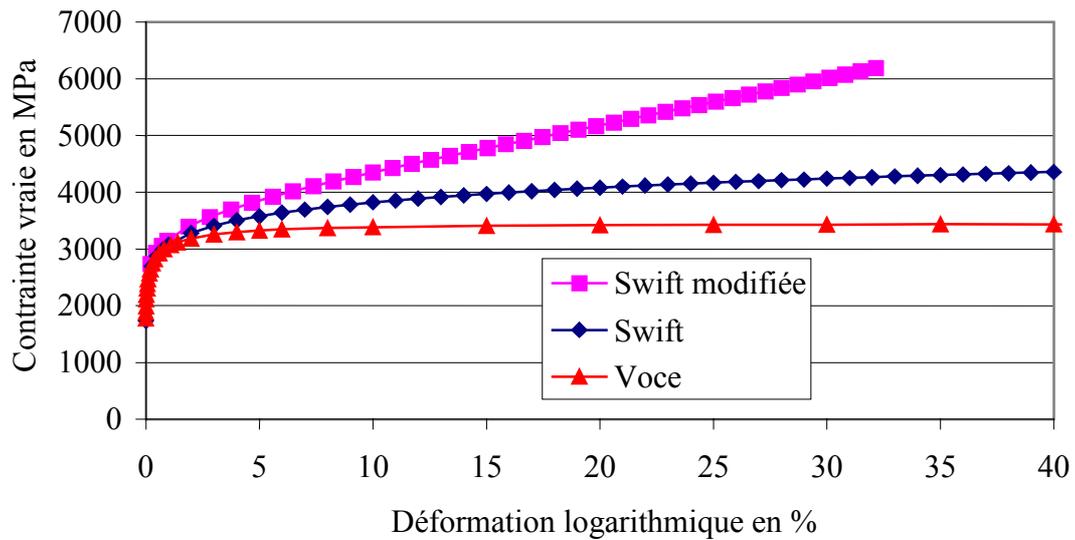


Figure V.5. Extrapolations de la loi d'érouissage du M50.

La figure V.6 montre les résultats des simulations réalisées sans frottement pour les trois lois, ainsi que la mesure du profil de l'indent 200-20 sur le M50. La loi de Swift modifiée conduit à un bourrelet trop faible par rapport à la mesure. Celui obtenu avec la loi de Swift est plus important. Cependant, dans cette simulation, le coefficient de frottement est nul, ce qui revient à surestimer la hauteur du bourrelet. Aussi, la comparaison du bourrelet obtenu avec la loi de Swift avec celui du profil mesuré montre que sa hauteur est encore trop faible. La loi de Voce, quant à elle surestime la hauteur du bourrelet lorsqu'il n'y a pas de frottement. Nous pouvons observer sur la figure V.7 le résultat obtenu avec la loi de Voce et 10 % de frottement. Nous pouvons constater le bon accord obtenu entre la simulation et la mesure, particulièrement à la périphérie de l'indent, dans la zone où de faibles variations géométriques peuvent induire des différences importantes sur les surpressions de contact. Aussi, nous utiliserons ces conditions pour simuler l'indentation sur le M50.

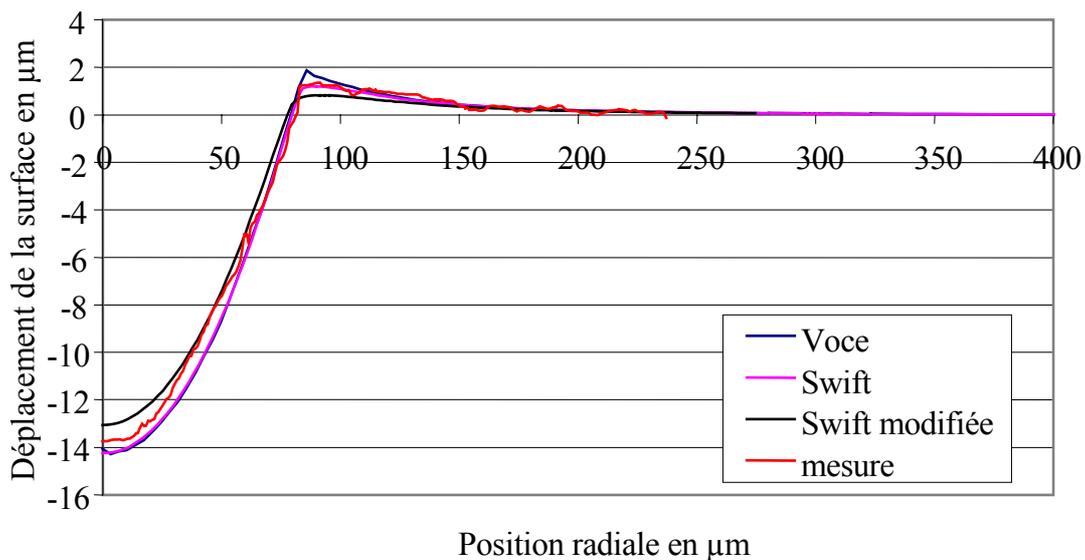


Figure V.6. Influence de l'extrapolation de la loi d'érouissage sur la géométrie de l'indent. Indent 200-20, M50, sans frottement.

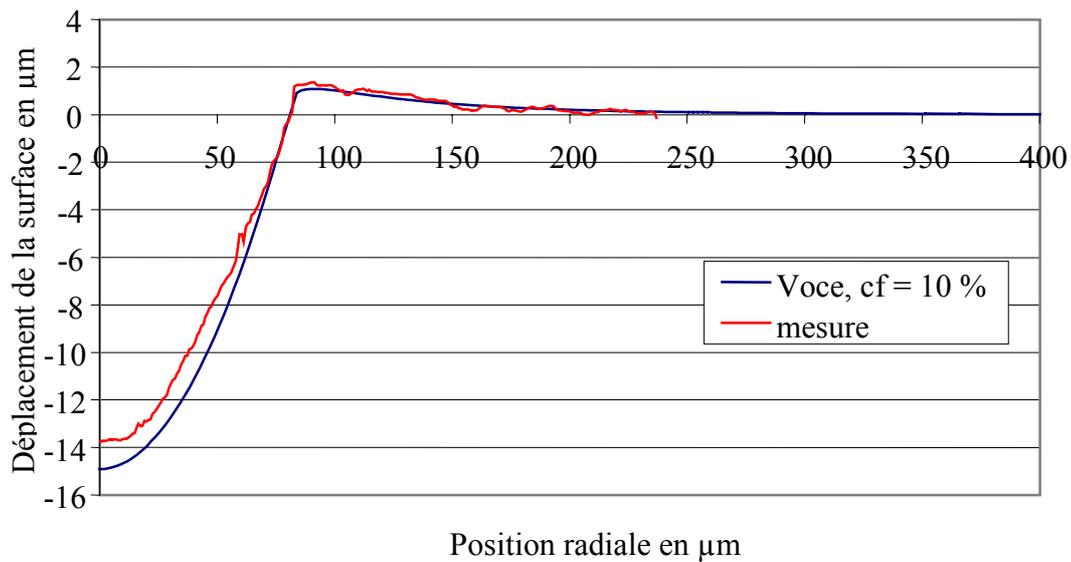


Figure V.7. Profil de l'indent 200-20 sur du M50. Mesure et simulation.
Loi de Voce ; $cf = 10 \%$.

Cas du 32CrMoV13 nitruré.

La profondeur maximale sollicitée pendant l'indentation est de l'ordre de 150 µm pour la majorité des indents. Cette profondeur est suffisamment faible par rapport à la profondeur nitrurée pour que le 32CrMoV13 nitruré puisse être considéré comme homogène au regard de l'indentation, du point de vue de ses caractéristiques mécaniques. Nous nous sommes basés sur les caractéristiques élastoplastiques obtenues à une profondeur de 50 µm, que nous avons extrapolées par une loi de Voce (équation V.2). Les contraintes résiduelles compressives de nitruration (-400 MPa dans la zone sollicitée), ont également été prises en compte.

$$\sigma_{eq} = 1930 + 1380. \{1 - \exp[-(455.p)^{0,490}]\} \quad (\sigma_{eq} \text{ en MPa}) \quad (V.2)$$

Nous pouvons observer sur la figure V.8 que la simulation réalisée dans ces conditions permet de bien reproduire le profil de l'indent 200-20 réalisé sur le 32CrMoV13 nitruré, tout particulièrement à la périphérie de l'indent.

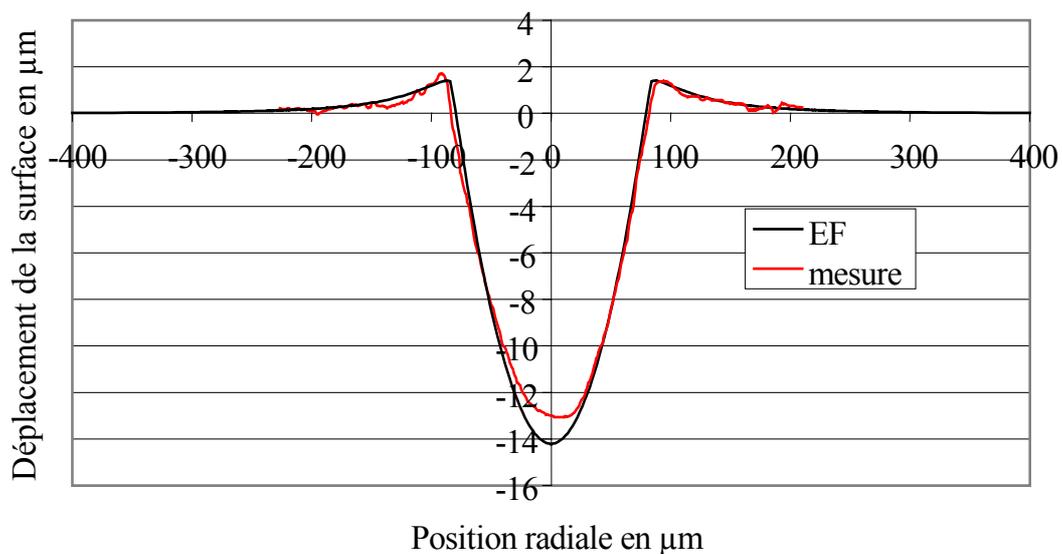


Figure V.8. Profil de l'indent 200-20 sur du 32CrMoV13 nitruré. Mesure et simulation.
Loi de Voce ; $cf = 10 \%$.

d) **Bilan.**

Nous avons regroupé l'ensemble des caractéristiques nécessaires à la simulation de l'indentation sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50.

Matériaux

	Module d'Young (GPa)	Coeff de Poisson.	Loi d'écrouissage σ_{eq} (MPa)	Contraintes résiduelles (MPa)
Diamant	1140	0,07		
32CrMoV13 nitruré	210	0,3	$1930 + 1380 \cdot \{1 - \exp[-(455.p)^{0,490}]\}$	-400
M50	210	0,3	$1444 + 1996 \cdot \{1 - \exp[-(390.p)^{0,352}]\}$	0

Charge et géométrie

Rayon de la calotte sphérique	$R_p = 200, 400, 600 \mu\text{m}$
Charge d'indentation	$W_i = 5, 10, 20, 50 \text{ kg}$
Coefficient de frottement	$cf = 10 \%$

Tableau V.1. Paramètres de la simulation de l'indentation.

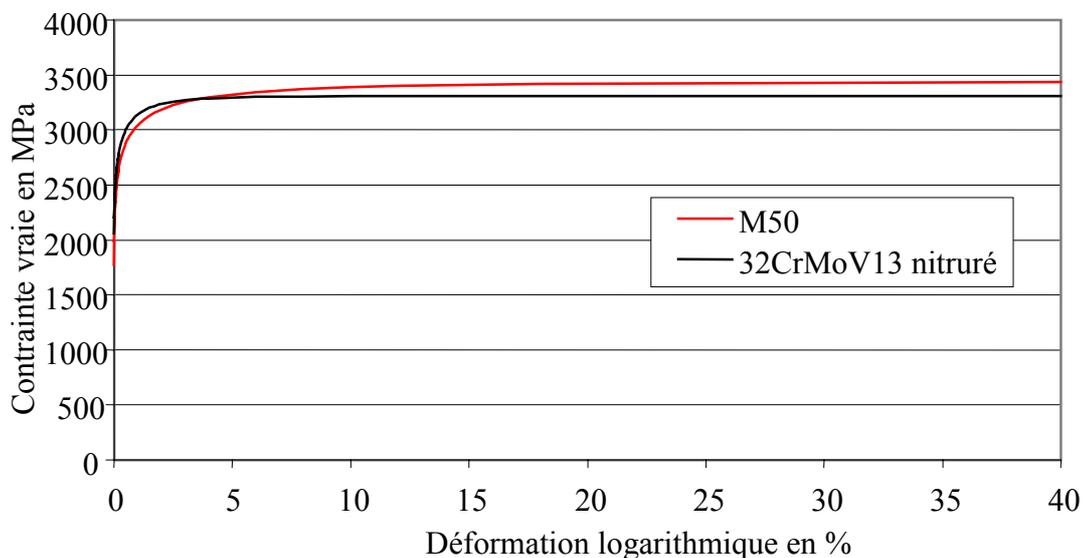


Figure V.9. Extrapolation des lois d'écrouissage du 32CrMoV13 nitruré et du M50.

La confrontation expérimentale des simulations effectuées avec un pénétrateur de rayon $R_p = 200 \mu\text{m}$ a déjà été présentée et a servi à déterminer la forme des lois d'écrouissage. Nous pouvons observer sur la figure V.10 que les simulations réalisées pour les rayons de 400 et de 600 μm permettent également de bien reproduire la forme des indents, tant sur le 32CrMoV13 nitruré que sur le M50.

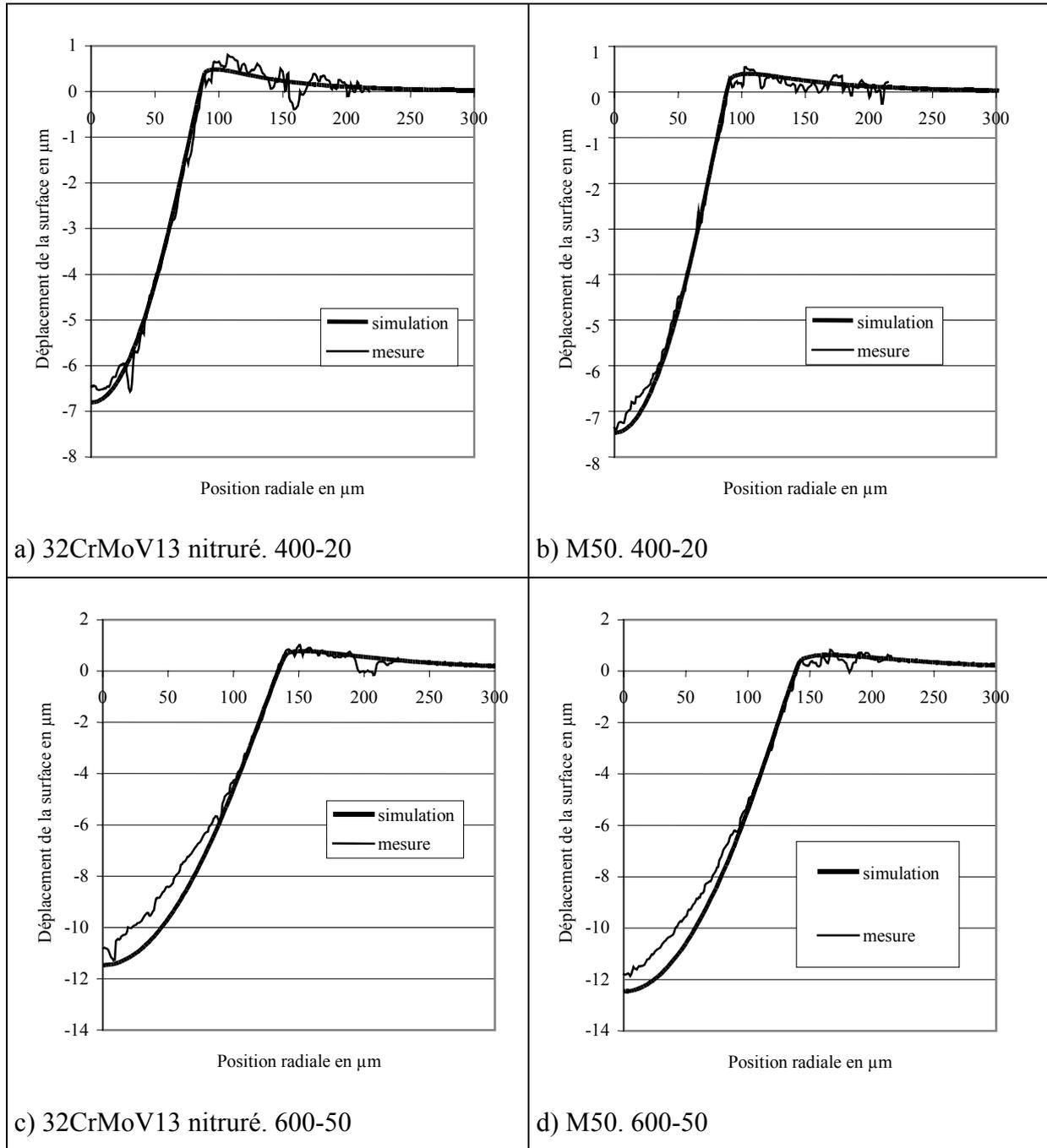


Figure V.10. Profils mesurés et simulés des indents 400-20 et 600-50 réalisés sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50.

V.2.2 CONTRAINTES RESIDUELLES ET TAUX D'ECROUISSAGE.

La simulation de l'indentation est le seul moyen dont nous disposons pour déterminer les contraintes résiduelles introduites pendant l'indentation ainsi que le taux d'écroissage du matériau au voisinage de l'indent. La cohérence des géométries simulées et des géométries mesurées est alors un élément important, qui nous permet d'estimer que le taux d'écroissage (déformation plastique cumulée) ainsi que les contraintes résiduelles déterminées par la simulation sont proches de la réalité. Nous allons tout d'abord examiner la distribution des

déformations plastiques au voisinage de l'indent avant de nous intéresser aux contraintes résiduelles d'indentation.

a) **Taux d'écroutissage.**

Nous pouvons observer sur la figure V.11 la déformation plastique cumulée, exprimée en %, introduite pendant l'indentation. La profondeur, indiquée en μm , est la distance par rapport à la surface déformée. La position radiale, quant à elle, est adimensionnée par rapport au rayon de l'empreinte. Les résultats présentés correspondent aux indents 200-10, 200-20, 400-20, 600-50 réalisés sur le 32CrMoV13 nitruré. Le taux de déformation maximum est de 20% pour l'indent 200-20. Pour les trois autres indents, il est plus faible et compris entre 8 et 13%. La profondeur concernée par les déformations plastiques est inférieure à 250 μm dans tous les cas et à 150 μm dans la majorité des cas. Le maximum de déformation se trouve au voisinage de $x/R = 1$, à proximité de la surface. Au-delà de ce point, quand $x/R > 1$, la déformation chute d'autant plus rapidement que la profondeur est faible.

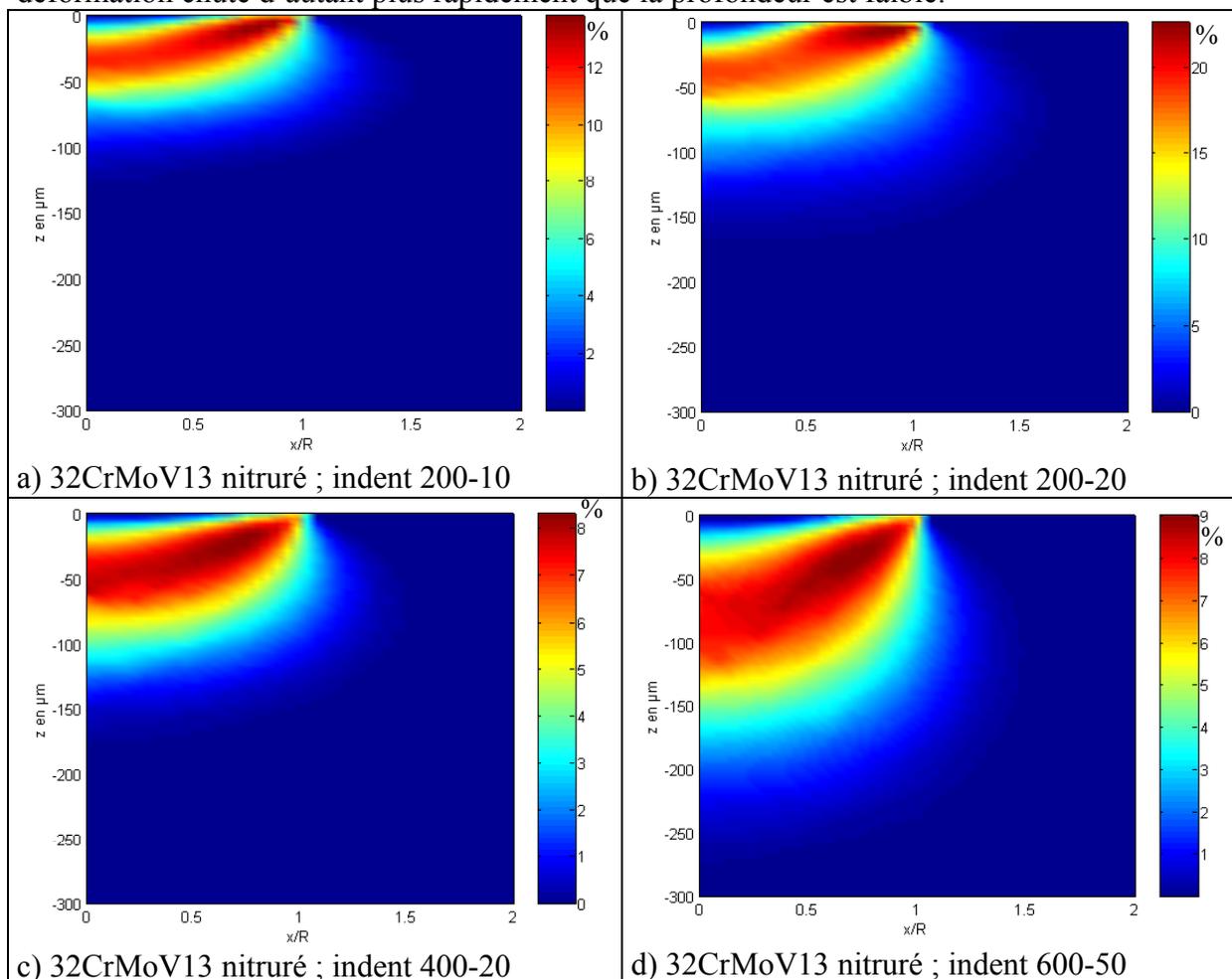


Figure V.11 Déformation plastique cumulée introduite pendant l'indentation sur le 32CrMoV13 nitruré.

b) **Contraintes résiduelles.**

Nous avons représenté sur la figure V.12 la répartition de la contrainte de Von Mises des contraintes résiduelles d'indentation après décharge pour les indents 200-10, 200-20, 400-20 et 600-50 sur le 32CrMoV13 nitruré.

Nous pouvons tout d'abord constater que le niveau de contrainte est très élevé. En effet, bien qu'aucune charge ne soit appliquée, la contrainte de Von Mises est supérieure à 2000

MPa pour tous les indents et peut atteindre, pour l'indent 200-20, jusqu'à 3000 MPa. La contrainte de Von Mises est maximale à la périphérie de l'indent, lorsque x/R est juste supérieur à 1. Le maximum est situé à proximité de la surface. Nous pouvons également observer que les contraintes résiduelles ne sont pas limitées à la zone déformée plastiquement, mais qu'elles s'étendent bien au-delà. Ainsi, pour un point en surface, la contrainte résiduelle en $x/R = 2$ est toujours supérieure à 1000 MPa pour tous les indents.

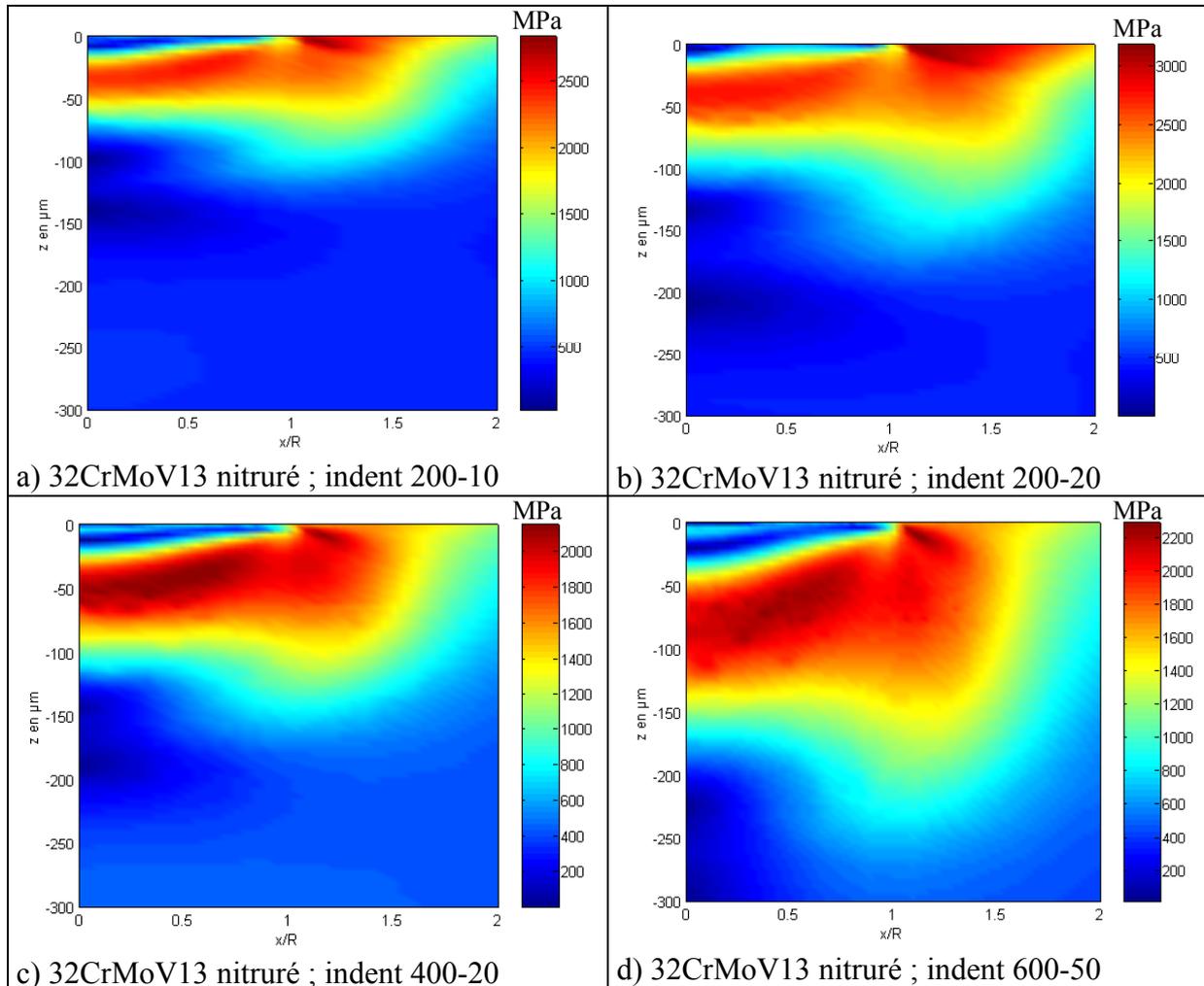


Figure V.12. Contrainte résiduelle de Von Mises introduite par l'indentation.

Pour mieux comprendre le rôle des contraintes résiduelles introduites pendant l'indentation, il est nécessaire de considérer le tenseur des contraintes résiduelles, et non uniquement l'un de ses invariants. Nous pouvons observer sur la figure V.13 les différentes composantes du tenseur des contraintes résiduelles générées autour de l'indent 200-20. Nous constatons que la contrainte radiale est essentiellement compressive dans les 150 premiers microns. En revanche, les termes $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} sont négatifs dans la zone déformée plastiquement et positifs à l'extérieur. Enfin, la contrainte de cisaillement σ_{rz} est maximale au niveau du bourrelet.

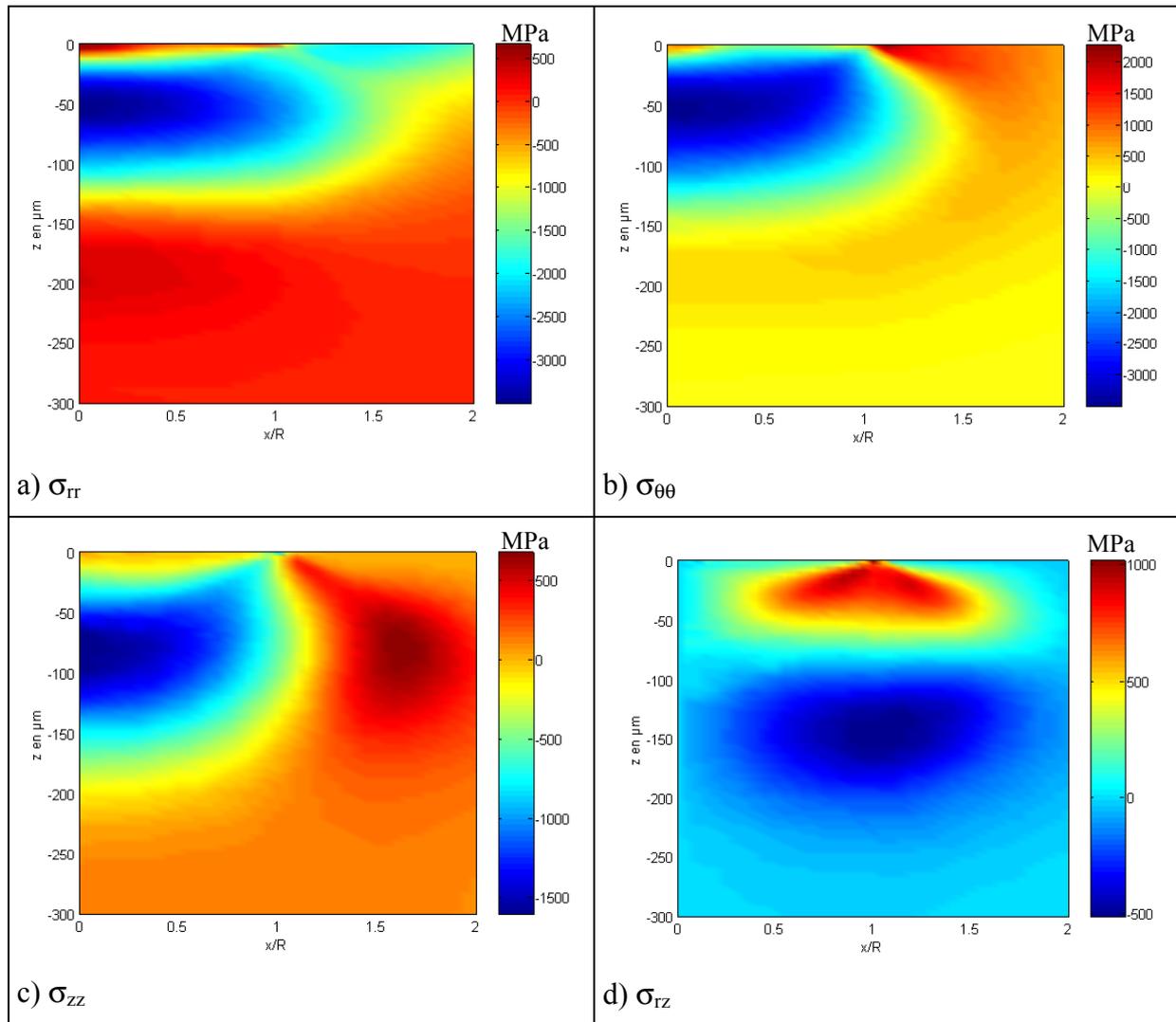


Figure V.13. Simulation du champ de contraintes résiduelles autour de l'indent 200-20 sur le 32CrMoV13 nitruré.

V.2.3 FORME DES INDENTS.

La forme des indents est très importante, puisque c'est elle qui contrôle le niveau des surpressions dans le contact. Nous avons tout d'abord comparé les géométries des indents réalisés sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50. Nous avons ensuite déterminé une fonction de forme analytique, permettant de reproduire la forme des profils expérimentaux et simulés sans les oscillations dues aux rugosités ou à des imprécisions numériques. Cette fonction, continûment dérivable, va être utilisée par la suite dans la simulation du contact indenté.

a) Comparaison M50-32CrMoV13 nitruré.

Le profil des indents 200-20, 400-20 et 600-50 réalisés sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50 est représenté sur les figures V.14, V.15 et V.16. Ces trois indents sont représentatifs des différences observées entre les indents réalisés sur le 32CrMoV13 nitruré et ceux obtenus sur le M50. Nous pouvons constater que, sur le M50, les indents obtenus sont légèrement plus profonds que sur le 32CrMoV13 nitruré. Cependant, la géométrie du bord des indents diffère peu selon le matériau, au contraire des tous petits indents (cf. chapitre II) qui peuvent être très différents selon le matériau.

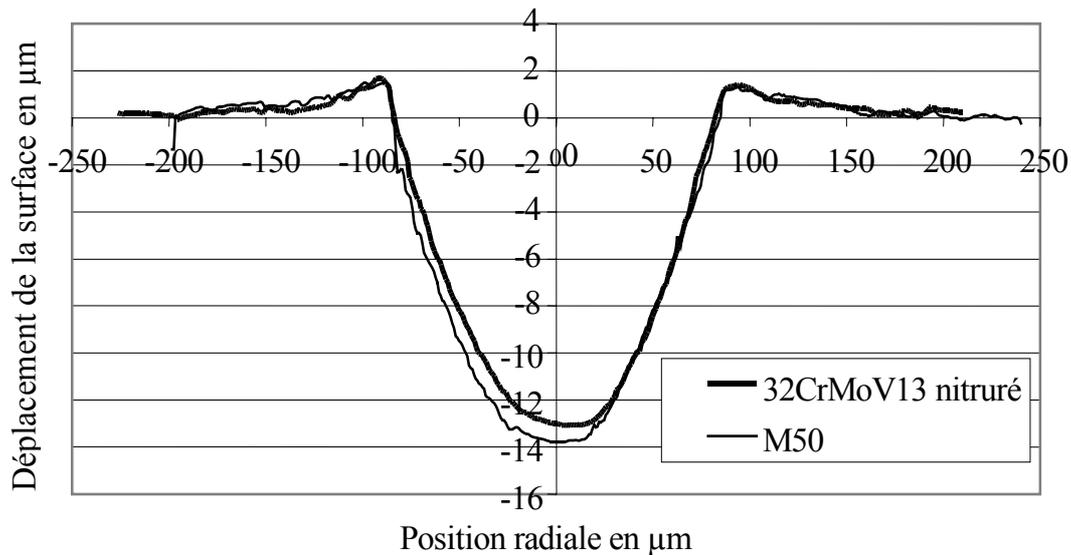


Figure V.14. Mesure du profil de l'indent 200-20.

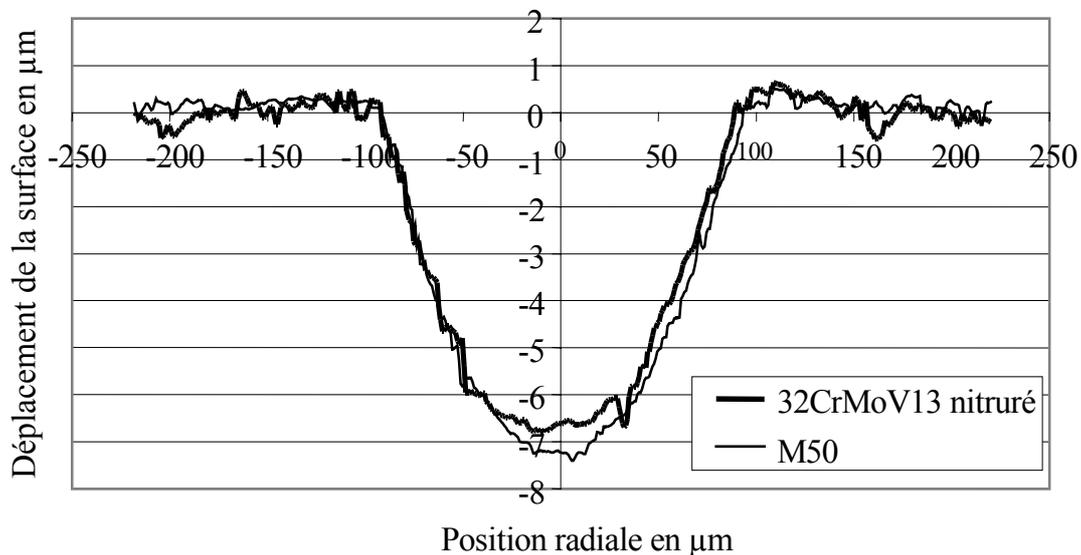


Figure V.15. Mesure du profil de l'indent 400-20.

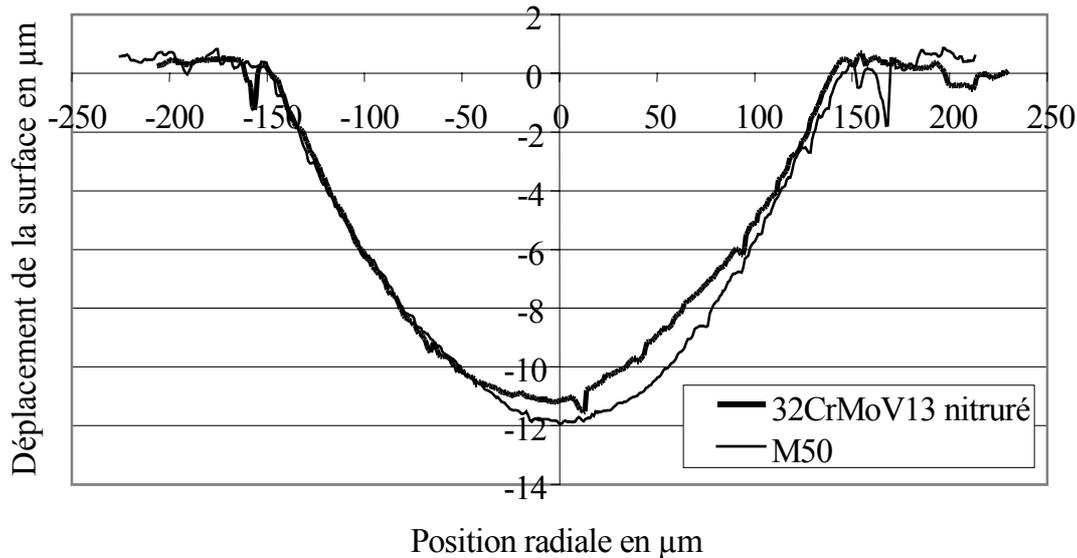


Figure V.16. Mesure du profil de l'indent 600-50.

b) Fonction de forme.

Au cours des simulations menées sur les contacts indentés, la géométrie initiale de l'indent est décrite par une fonction analytique plutôt que par un profil expérimental ou celui résultant de la simulation de l'indentation par éléments finis. Ceci permet de s'affranchir des ondulations dues à la rugosité et des oscillations numériques qui peuvent résulter du calcul par éléments finis.

Classiquement, la géométrie des indents est représentée par le produit d'un cosinus avec une exponentielle décroissante pour amortir les ondulations (équation V.3). Les paramètres de cette fonction sont h_p , la profondeur de l'indent, R le rayon de l'indent et K le facteur d'amortissement qui est fixé pour obtenir la hauteur du bourrelet désiré.

$$h(r) = h_p \cdot \cos\left(\frac{2\pi r}{4R}\right) \exp\left(-K \frac{r^2}{(4R)^2}\right) \quad (\text{V.3})$$

Nous avons utilisé cette formule pour représenter le profil simulé par EF de l'indent 200-20 sur le matériau nitruré, profil qui est très proche de celui mesuré. Nous pouvons observer sur la figure V.17 que si la profondeur de l'indent, sa largeur et la hauteur du bourrelet sont conformes, la forme du bourrelet est très éloignée de celle de l'indent. Or, c'est précisément cette zone de l'indent qui détermine les surpressions générées lors du passage du corps roulant sur l'indent.

Afin de palier à ce problème, nous proposons une fonction de forme à cinq paramètres, h_p , R , I_1 , I_2 et I_3 (équation V.4). A l'intérieur de l'indent, lorsque $r < R$, nous conservons la fonction précédente. En revanche, à l'extérieur de l'indent, nous utilisons une différence d'exponentielle, permettant, par le jeu des paramètres I_1 , I_2 et I_3 de reproduire au mieux la forme du bourrelet, en réglant la pente du côté de l'indent, la pente du côté opposé à l'indent ainsi que la hauteur du bourrelet. La continuité de la dérivée de la fonction en $r = R$ est assurée par K , dont la valeur dépend des cinq paramètres variables.

Nous pouvons voir sur la figure V.17 l'approximation du profil simulé obtenu par cette fonction, référencée sous l'étiquette "ajustement". Nous constatons que la géométrie de l'indent est très bien reproduite, tout particulièrement dans la zone du bourrelet.

$$r < R$$

$$h(r) = h_p \cdot \cos\left(\frac{2\pi r}{4R}\right) \exp\left(-K \frac{r^2}{(4R)^2}\right) \quad \text{avec } K = -16 \ln\left(\frac{2RI_1(I_3 - I_2)}{\pi h_p}\right) \quad (\text{V.4})$$

$$r \geq R$$

$$h(r) = I_1[\exp(-I_2(r - R)) - \exp(I_3(r - R))]$$

Nous pouvons observer sur la figure V.18 les champs de pression élastique (adimensionnés par la pression de Hertz) obtenus en utilisant les deux géométries analytiques. Le pic de surpression, défini comme la différence maximale entre la pression actuelle et la pression correspondante pour le cas lisse, est supérieur de 75% lorsque la géométrie la plus proche de la réalité est prise en compte.

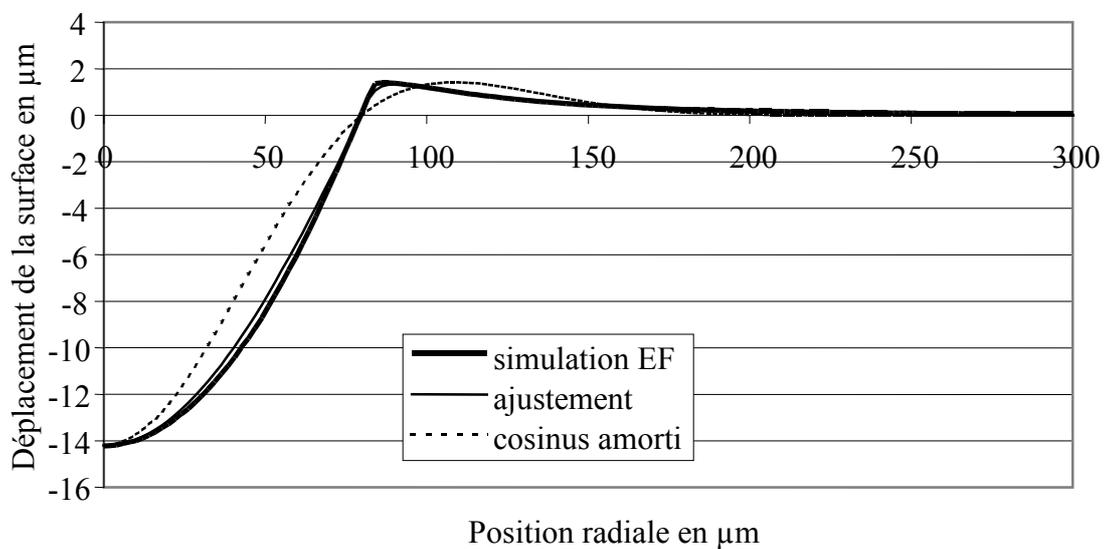


Figure V.17. Approximations de la géométrie simulée. Indent 200-20, 32CrMoV13 nitruré.

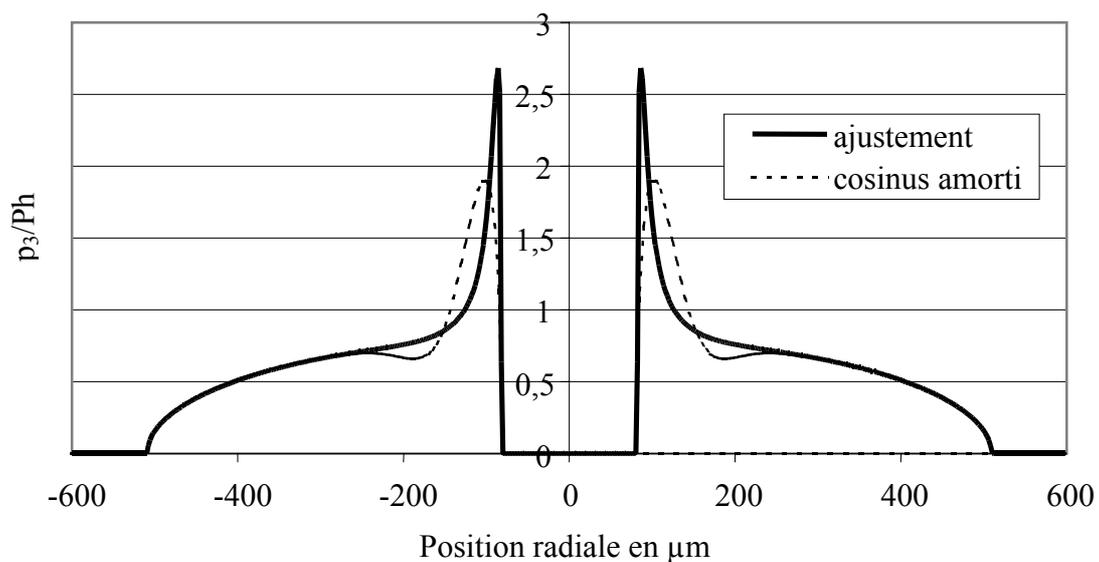


Figure V.18. Influence de la fonction de forme sur le champ de pression. L'indent est situé au centre du contact.

L'approximation de la forme des indents a été réalisée pour plusieurs indents, sur le 32CrMoV13 nitruré et sur le M50. Les coefficients h_p , R , I_1 , I_2 et I_3 sont donnés dans le tableau V.2.

Matériau	Indent	h_p (μm)	R (μm)	I_1 (μm)	I_2	I_3
32CrMoV13 nitruré	200-5	3,8	42	0,35	0,03	0,3
	200-10	7	60	0,63	0,02	0,3
	200-20	14	80	1,7	0,018	0,3
	200-50	35	120	8	0,02	0,14
	400-5	1,4	45	0,2	0,036	0,15
	400-10	3,2	65	0,3	0,02	0,3
	400-20	6,8	85	0,63	0,015	0,23
	400-50	17,6	130	1,75	0,011	0,23
	600-5	0,72	50	0,07	0,025	0,3
	600-10	1,8	66	0,18	0,02	0,2
	600-20	4,2	90	0,4	0,015	0,2
	600-50	11,5	135	1	0,01	0,2
M50	200-5	3,7	43	0,33	0,03	0,23
	200-10	6,8	60	0,56	0,018	0,3
	200-20	15	80	1,4	0,015	0,23
	200-50	36	120	5,1	0,014	0,2
	400-5	1,7	50	0,12	0,025	0,3
	400-10	3,6	65	0,28	0,02	0,2
	400-20	7,5	88	0,52	0,012	0,2
	400-50	19	130	1,5	0,009	0,13
	600-5	0,96	53	0,07	0,02	0,23
	600-10	2,21	70	0,16	0,017	0,23
	600-20	4,8	94	0,4	0,015	0,12
	600-50	12,5	137	0,83	0,008	0,12

Tableau V.2. Coefficients de la géométrie analytique pour différents indents.

V.2.4 TRANSFERT DES RESULTATS VERS LE CODE DE CALCUL.

La simulation du processus d'indentation ne permet pas, à elle seule, d'apporter des réponses quant au caractère endommageant des indents en fatigue de roulement. Pour cela, il est nécessaire de simuler le passage du corps roulant sur l'indent et donc de transférer le résultat des simulations réalisées par éléments finis vers le code de contact semi-analytique.

Le transfert des informations d'un outil de calcul vers l'autre est délicat, car les hypothèses dans lesquelles fonctionnent ces deux outils sont différentes. Ainsi, dans le code de contact semi-analytique, les contraintes sont calculées dans un massif semi-infini plan. Il faut donc savoir comment placer un point de la géométrie déformée (EF) dans ce massif. Le transfert des contraintes résiduelles ne pose pas de problèmes particuliers. En revanche, la loi d'érouissage, extrapolée jusqu'à des taux de déformations élevés, est donnée, sous ABAQUS, en contraintes vraies et en déformations logarithmiques. Il est nécessaire de la transformer pour la rendre cohérente avec le formalisme des petites déformations utilisé dans le code de contact.

a) **Géométrie.**

Dans le code de contact semi-analytique, le calcul des contraintes s'effectue dans un massif semi-infini plan (figure V.19). Les contraintes résiduelles et le taux d'érouissage sont exprimés dans un massif déformé par l'empreinte résiduelle. La correspondance entre les deux cas peut être faite de deux façons :

- Le plan supérieur du massif semi-infini plan correspond à la géométrie déformée de l'indent. Le point A correspond au point A'.
- Le plan supérieur du massif semi-infini plan correspond au plan supérieur initial du massif déformé. Le point A correspond au point A''.

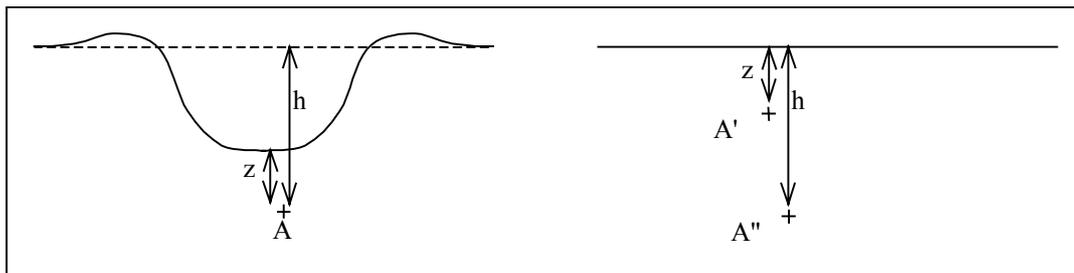


Figure V.19. Correspondance entre le massif déformé et le massif semi-infini plan.

La différence entre les deux cas n'est sensible que sous l'indent. Or, comme nous allons le voir par la suite, la sollicitation due au passage de la charge est principalement située à l'extérieur de l'indent, là où les deux méthodes correspondent. Aussi, dans ce cas précis, il est possible de choisir indifféremment l'une ou l'autre méthode. Pour notre part, nous allons faire correspondre le plan supérieur du massif semi-infini plan à la géométrie déformée de l'indent ($A \rightarrow A'$).

b) **Loi de comportement.**

La simulation par éléments finis a été effectuée dans le cadre des grandes déformations. A ce titre, la loi de comportement est donnée en contraintes vraies et en déformations logarithmiques. Cette loi ne peut pas être utilisée directement dans le code de contact semi-analytique qui, nous le rappelons, est restreint au cadre des petites déformations. Aussi, nous allons transformer la loi d'érouissage utilisée en éléments finis.

Pour cela, nous allons considérer un essai de compression et chercher la loi de comportement, exprimée en contraintes apparentes, qui correspond à celle exprimée en contraintes vraies. Considérons une éprouvette de section initiale S_0 et de longueur initiale l_0 soumise à une force axiale F . Après déformation, sa section est S et sa longueur l (figure V.20).

La contrainte apparente σ_0 est définie par le rapport entre la force F et la section initiale S_0 , alors que la contrainte vraie σ_v est définie comme le rapport entre la force F et la section finale S (équation V.5).

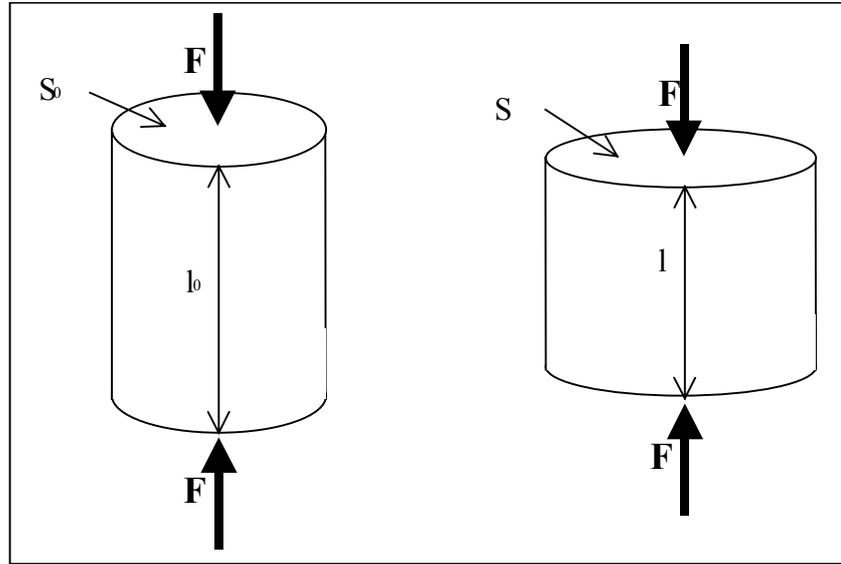


Figure V.20. Déformation schématique d'une éprouvette de compression.

$$\sigma_0 = \frac{F}{S_0} \quad \text{et} \quad \sigma_v = \frac{F}{S} \quad (\text{V.5})$$

Le rapport entre les deux contraintes est

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_v} = \frac{S}{S_0} \quad (\text{V.6})$$

Pour exprimer ce rapport, nous considérons la variation relative du volume de l'éprouvette qui est égale à la trace du tenseur des déformations élastiques, puisque les déformations plastiques sont isochoriques.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{S - S_0}{S_0} + \frac{l - l_0}{l_0} = \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}^e) \quad (\text{V.7})$$

En utilisant la loi de Hooke, cette dernière peut s'exprimer en fonction de la contrainte apparente :

$$\text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}^e) = \frac{1 - 2\nu}{E} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1 - 2\nu}{E} \frac{F}{S_0} \quad (\text{V.8})$$

Le rapport des sections peut alors s'écrire en fonction de la contrainte apparente et de la variation relative de longueur.

$$\frac{S}{S_0} = 1 - \frac{l - l_0}{l_0} + \frac{1}{E} \frac{F}{S_0} - 2\nu \frac{F}{S_0} \quad (\text{V.9})$$

La variation relative de longueur est égale à la somme de la déformation axiale plastique et élastique. Cette dernière est égale au rapport de la contrainte apparente et du module d'Young.

$$\frac{S}{S_0} = 1 - \epsilon^p - \epsilon^e + \epsilon^e - 2\nu \frac{F}{S_0} = 1 - \epsilon^p - 2\nu \frac{F}{S_0} \quad (\text{V.10})$$

La contrainte vraie s'exprime alors en fonction de la contrainte apparente par :

$$\sigma_v = \frac{\sigma_0}{1 - \epsilon_{zz}^p - 2\nu \sigma_0} \quad (\text{V.11})$$

Les déformations plastiques logarithmiques sont elles égales à :

$$\epsilon_{ln}^p = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) - \epsilon_{ln}^e = \ln\left(1 + \frac{l-l_0}{l_0}\right) - \frac{\sigma_V}{E} = \ln(1 + \epsilon^p + \epsilon^e) - \frac{\sigma_V}{E} \quad (V.12)$$

Avec les relations V.11 et V.12, nous pouvons alors déterminer la loi de comportement en petites déformations qui correspond à celle utilisée pour simuler l'indentation.

Nous pouvons observer sur la figure V.21 le cas du 32CrMoV13 nitruré. La loi notée "Voce gdef" est la loi utilisée pour simuler l'indentation. La loi notée "Voce pdef" est la loi correspondante utilisée dans le code de contact écrit en petites déformations. Nous pouvons remarquer la correspondance de cette dernière avec la loi de Swift.

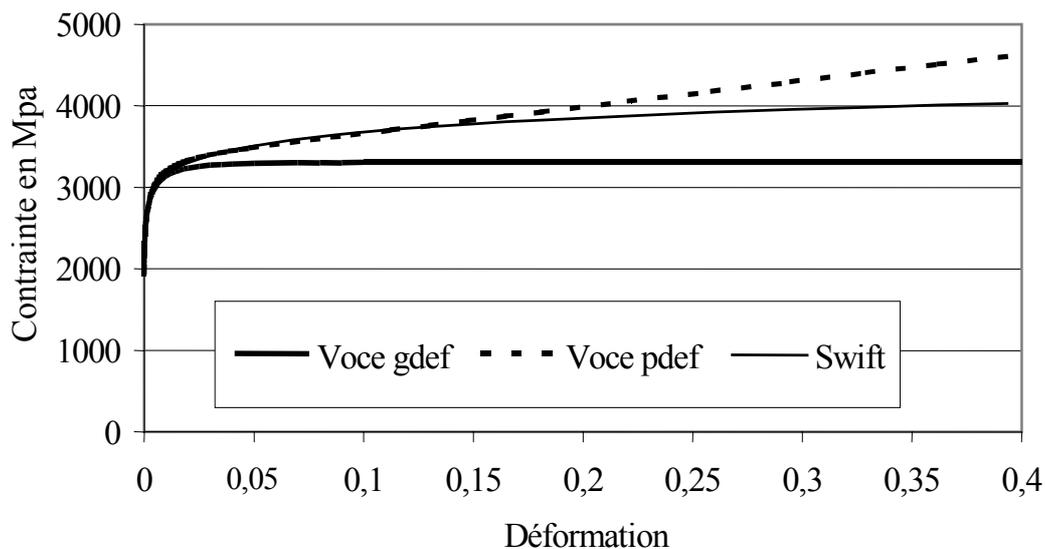


Figure V.21. Lois d'écrouissage du 32CrMoV13 nitruré utilisées en petites et en grandes déformations.

La loi d'écrouissage en petites déformations a été approximée par une loi de Voce modifiée (équation V.13) pour représenter la partie linéaire de la courbe d'écrouissage. C'est une loi à six paramètres :

$$\begin{aligned} & \text{Si } p \leq A_6 \\ & \sigma_{eq} = A_1 \{ 1 + A_2 [1 - \exp(-A_3 (p + A_5)^{A_4})] \} \\ & \text{Si } p > A_6 \end{aligned} \quad (V.13)$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}(A_6) + (p - A_6) \frac{d\sigma_{eq}}{dp}(A_6)$$

Les paramètres utilisés pour le 32CrMoV13 nitruré et le M50 sont donnés dans le tableau suivant.

	A ₁ (MPa)	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
32CrMoV13 nitruré	1597	1,3	318	0,327	27.10 ⁻⁶	0,0446
M50	784	4,56	124	0,211	10.10 ⁻⁶	0,062

Tableau V.3. Coefficients de la loi de Voce modifiée pour le 32CrMoV13 nitruré et le M50.

Nous disposons alors de l'ensemble des éléments qui nous permettent de transférer les résultats obtenus par éléments finis vers le code de contact semi-analytique, développé dans le cadre des petites déformations et des hypothèses de massif semi-infini.

V.3 LIMITE D'ENDURANCE DES CONTACTS INDENTES EN ROULEMENT PUR.

Ayant simulé le processus d'indentation, nous disposons de l'ensemble des données permettant de nous intéresser au passage du corps roulant sur l'indent pour étudier la borne inférieure de la limite d'endurance du contact indenté. Après l'avoir définie, nous allons la déterminer numériquement pour le 32CrMoV13 nitruré sollicité en roulement pur en présence d'indentation. Nous allons alors pouvoir vérifier la cohérence des résultats numériques avec les résultats expérimentaux présentés au chapitre IV. Nous pourrons ensuite comparer la limite d'endurance obtenue sur le 32CrMoV13 nitruré à celle obtenue sur le M50 et étudier l'influence des paramètres de l'indentation contrôlée. Enfin, nous étudierons qualitativement l'influence des conditions de fonctionnement sur la borne inférieure de la limite d'endurance.

V.3.1 H1 : BORNE INFÉRIEURE DE LA LIMITE D'ENDURANCE.

La borne inférieure de la limite d'endurance en fatigue de roulement est atteinte lorsqu'en un point des massifs sollicités, la contrainte de cisaillement maximale subie pendant le passage du corps roulant est supérieure à la micro-limite d'élasticité du matériau. Au-delà de cette limite, les dislocations mises en mouvement sont susceptibles de s'accumuler et de donner naissance à un endommagement.

La charge maximale que peut supporter un contact (exprimée par la pression de Hertz du contact lisse) sans provoquer de dépassement de la micro-limite d'élasticité en tenant compte de l'ensemble des surcontraintes qui peuvent exister ainsi que des éventuelles variations de la micro-limite d'élasticité dans le matériau est la borne inférieure de la limite d'endurance, notée H1.

Si on considère le cas d'un contact lisse sphère/plan en roulement pur et d'un matériau homogène sans inclusion, H1 est égale à la pression de Hertz qui génère une contrainte de cisaillement maximale égale à micro-limite d'élasticité en cisaillement, soit :

$$H1 = \frac{\tau_e}{0,3}$$

Si des inclusions sont présentes, la surcontrainte dépend de la forme et des propriétés mécaniques relatives des inclusions et de la matrice. Ainsi, pour chaque couple inclusion-matrice, correspond une valeur de H1, déterminée en plaçant l'inclusion à l'endroit le plus défavorable. Pour un contact lisse en roulement pur sur un acier traité dans la masse, cette position est pratiquement située à la profondeur de Hertz. Ainsi, en considérant des inclusions sphériques, Lamagnère [39] a pu identifier la nature des inclusions les plus nocives dans le M50 (alumine, facteur de surcontraintes 1,38) et calculer la valeur de H1 pour le contact lisse en roulement pur qui est égale à 1,72 GPa à 100°C.

Considérons maintenant le cas du 32CrMoV13 nitruré sollicité en contact lisse. La micro-limite d'élasticité varie avec la profondeur. De plus, le profil de contrainte résiduelle modifie les sollicitations dues au seul champ de pression. Il est donc nécessaire de comparer point par point la contrainte de cisaillement maximale à la micro-limite d'élasticité. La forme du profil de contrainte de cisaillement et son adéquation par rapport au profil de micro-limite d'élasticité dépendent du rayon équivalent des corps en contact, R_{eq} . Nous pouvons ainsi observer sur la figure V.22.a le profil de contrainte de Tresca obtenu pour deux rayons de courbure à la même pression de Hertz de 3,75 GPa. Nous constatons que pour le plus grand rayon, la borne inférieure de la limite d'endurance est dépassée. H1, la borne inférieure de la limite d'endurance dépend donc du rayon de courbure du contact. Nous pouvons observer

cette variation sur la figure V.22.b. Nous pouvons également y observer la variation de la profondeur où a lieu le premier dépassement de la micro-limite d'élasticité.

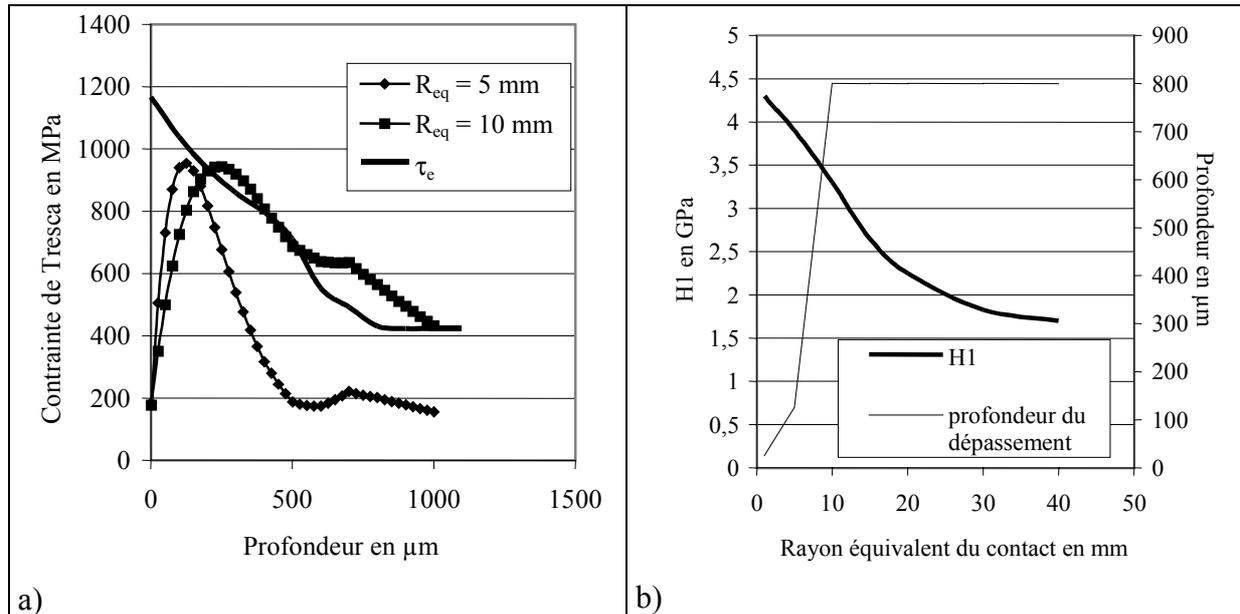


Figure V.22. Profils de contrainte de Tresca pour deux rayons de courbure sur le 32CrMoV13 nitruré (a) et variation de H1 et de la profondeur sollicitée en fonction du rayon de courbure équivalent du contact (b).

La présence d'un indente dans le contact crée des surpressions qui sont à l'origine de surcontraintes dans le massif. De plus, le processus d'indentation génère des contraintes résiduelles élevées et écroute le matériau au voisinage de l'indente, modifiant ainsi les sollicitations dues aux seules pressions de contact ainsi que la micro-limite d'élasticité du matériau. En considérant l'état nouvellement indenté comme le nouvel état initial avant le passage du corps roulant sur l'indente, on peut définir H1 comme étant la charge maximale (toujours exprimée par la pression maximale du contact lisse) pour laquelle le passage de la charge sur l'indente ne provoque aucun dépassement de la micro-limite d'élasticité. Cette borne inférieure de la limite d'endurance dépend du matériau, des conditions de fonctionnement (roulement, glissement, ...) et de l'indente considéré.

V.3.2 DETERMINATION DE H1 EN PRESENCE D'INDENTS POUR LE 32CrMoV13 NITRURE SOLLICITE EN ROULEMENT PUR.

Dans un premier temps, nous avons mis en place la méthode permettant de déterminer la borne inférieure de la limite d'endurance. Nous l'avons ensuite appliquée à l'ensemble des indents simulés par éléments finis sur le 32CrMoV13 nitruré. Nous avons alors pu confronter nos résultats numériques aux résultats expérimentaux dont nous disposons, avant de mettre en évidence l'influence de la description de l'indente sur la limite d'endurance.

a) Méthode de détermination de H1 : résolution et analyse du contact élastique.

Résolution du contact élastique.

Puisque l'on cherche à caractériser la limite du domaine élastique, le problème peut être résolu élastiquement. Dans ce cas, la pression de contact dépend uniquement du comportement élastique des massifs en contact et de leur géométrie. Nous simulons le contact étudié expérimentalement. Le comportement élastique du 32CrMoV13 nitruré et du M50 est défini par un module d'Young $E = 210 \text{ GPa}$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. La macro-

géométrie est définie par le rayon de courbure équivalent des corps en contact, égal, dans notre cas, à 15 mm. La résolution du contact étant élastique, l'historique du trajet de chargement n'intervient pas. Les indents sont donc placés directement au centre du contact. Leur géométrie est définie par les fonctions de forme déterminées au paragraphe V.2.3.b. Les indents sont placés sur le massif en 32CrMoV13 nitruré et nous utiliserons donc les coefficients correspondants pour les fonctions de forme. Pour chaque charge appliquée sur le contact et pour chaque indent, nous pouvons alors déterminer la répartition des pressions de contact. La charge appliquée sur le contact est définie par la pression de Hertz, qui est la pression maximale qui s'établirait dans le contact en l'absence de l'indent (contact lisse).

Nous pouvons observer sur la figure V.23 la répartition de la pression de contact obtenue en présence des indents 400-20 et 600-20 pour une charge de 3,5 GPa.

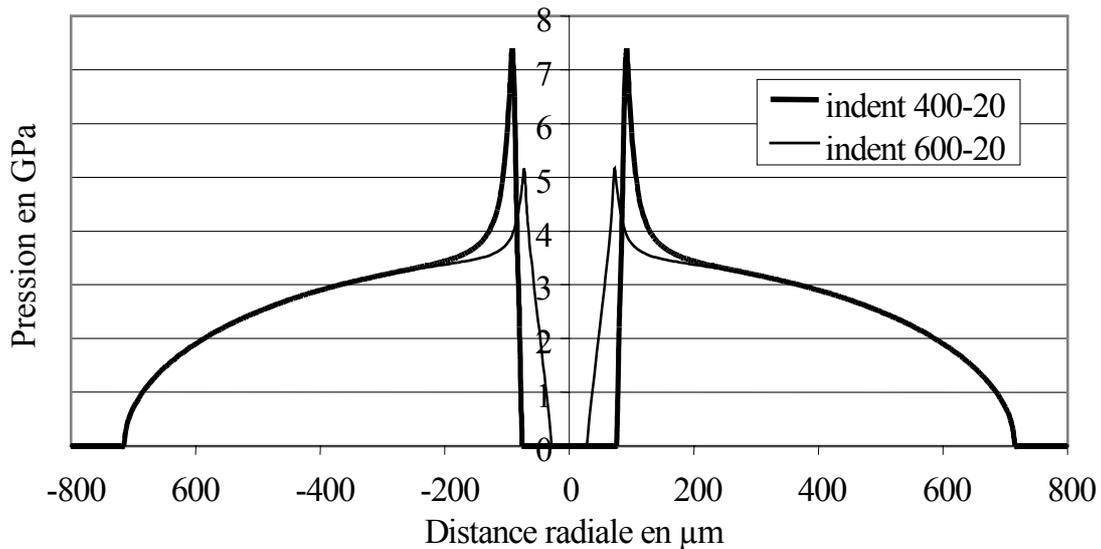
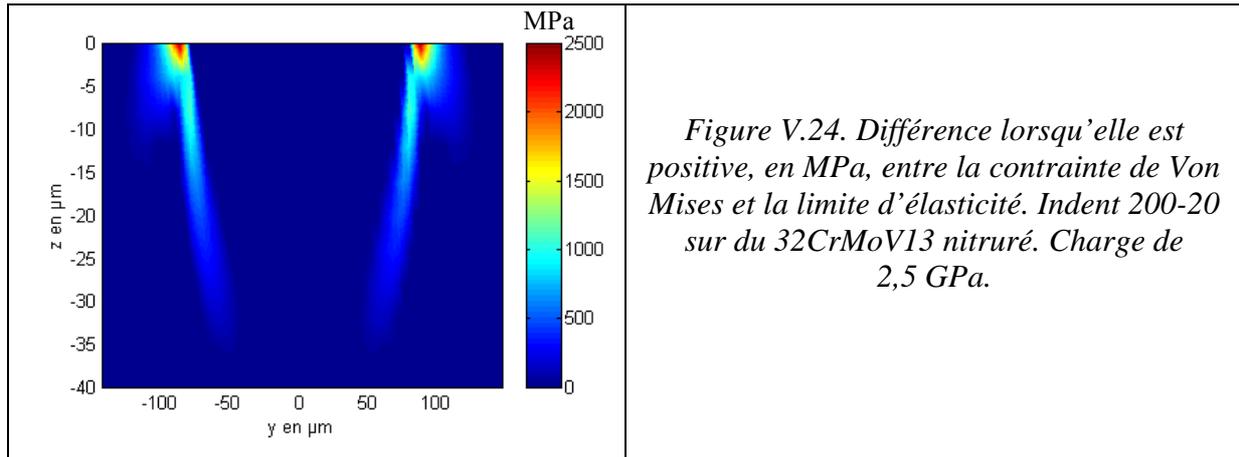


Figure V.23. Répartition de pression dans le contact chargé à 3,5 GPa en présence des indents 400-20 et 600-20.

Analyse du contact élastique indenté.

Pour déterminer H1, il est nécessaire d'analyser le champ de contraintes dans le massif en contact. Dans le cas du 32CrMoV13 nitruré, il est égal à la somme des contraintes résiduelles (nitruration, indentation) et des contraintes dues au champ de pression. Pour déterminer si la limite d'élasticité est dépassée, nous calculons la contrainte de Von Mises de la somme des contraintes, et nous la comparons à la micro-limite d'élasticité. Cette dernière varie dans la profondeur en raison du traitement de nitruration, et a été modifiée localement au voisinage de l'indentation. Nous pouvons observer sur la figure V.24 la différence, lorsqu'elle est positive, entre la contrainte de Von Mises et la limite d'élasticité au voisinage de l'indent 200-20, lorsque le contact est chargé à 2,5 GPa. Nous pouvons constater que, dans ce cas précis, la limite d'endurance est largement dépassée.



Avant de présenter les résultats observés sur les différentes indentations, il est important de remarquer que, dans notre étude, nous désirons nous focaliser sur les sollicitations dues aux défauts de surface. Or, lorsque le rayon de courbure équivalent des corps en contact est égal à 15 mm, la borne inférieure de la limite d'endurance du 32CrMoV13 nitruré en contact lisse, que nous noterons H1L, est de 2,65 GPa et le dépassement de la micro-limite d'élasticité se fait à une profondeur de 800 μm , dans une zone peu modifiée par la présence éventuelle de défauts de surface. Nous n'allons donc tenir compte que du dépassement de micro-limite d'élasticité au voisinage de l'indent, définissant ainsi une borne inférieure de la limite d'endurance H1I, liée à l'indent. La borne inférieure de la limite d'endurance H1 est égale, au final, au minimum de H1I et de H1L. Nous avons effectué cette distinction puisque la valeur de H1L dépend fortement, pour un matériau traité en surface, du rayon de courbure équivalent des corps en contact (figure V.22). Dans la suite de ce paragraphe, nous nous limiterons à l'étude de H1I en fonction des différents paramètres.

b) Résultats.

Nous avons déterminé, pour chaque indent simulé, la limite d'endurance H1I en roulement pur. La charge maximale étudiée est de 4 GPa. Lorsque les indents ont toujours un comportement élastique sous cette charge, la limite d'endurance H1I est notée " > 4 GPa". À l'inverse, la charge minimale étudiée est de 0,4 GPa. Lorsque la limite d'élasticité est dépassée dès cette charge, la limite d'endurance H1I est notée " $< 0,4$ GPa". L'ensemble des résultats est présenté dans le tableau V.4. Au vu de ces résultats, les indents peuvent être classés selon trois groupes. Le premier groupe, groupe B(as), est constitué des cinq indents pour lesquels la charge admissible est inférieure à 0,4 GPa. Ils se déforment donc plastiquement dès les plus faibles charges. Le second groupe, groupe M(oyen) est formé des quatre indents dont la limite d'endurance H1I est comprise entre 0,4 et 4 GPa. Enfin, le troisième groupe, groupe H(aut) comprend les indents dont la limite d'endurance est très élevée (> 4 GPa) et qui sont donc sans danger pour la majorité des applications en roulement pur.

<u>Indent</u>	<u>H1I (GPa)</u>	<u>Indent</u>	<u>H1I (GPa)</u>	<u>Indent</u>	<u>H1I (GPa)</u>
200-5	0,43	400-5	> 4	600-5	> 4
200-10	< 0,4	400-10	1,17	600-10	> 4
200-20	< 0,4	400-20	0,45	600-20	1,94
200-50	< 0,4	400-50	< 0,4	600-50	< 0,4

Tableau V.4. Limite d'endurance H1I en roulement pur pour différents indents. Acier 32CrMoV13 nitruré. Rayon équivalent du contact 15 mm.

c) Confrontation expérimentale.

Nous avons confronté les résultats numériques aux résultats de l'étude expérimentale présentée dans le chapitre précédent. Nous avons effectué deux essais en roulement pur, l'un à 2,5 GPa (conditions ES1) et l'autre à 3 GPa (conditions ES5). Nous avons reporté sur les figures V.25.a et V.25.b les différents indents étudiés numériquement, classés selon leur limite d'endurance H1I croissante et décalés horizontalement par soucis de lisibilité. Le comportement expérimental des indents, identifié lors des essais présentés dans le chapitre IV, est figuré par le symbole de l'indent. Nous pouvons constater que pour ces deux conditions d'essais, la limite d'endurance H1I des indents endommageant est inférieure à la pression de Hertz de l'essai. Les résultats sont donc tout à fait cohérents avec le calcul de la borne inférieure de la limite d'endurance H1I.

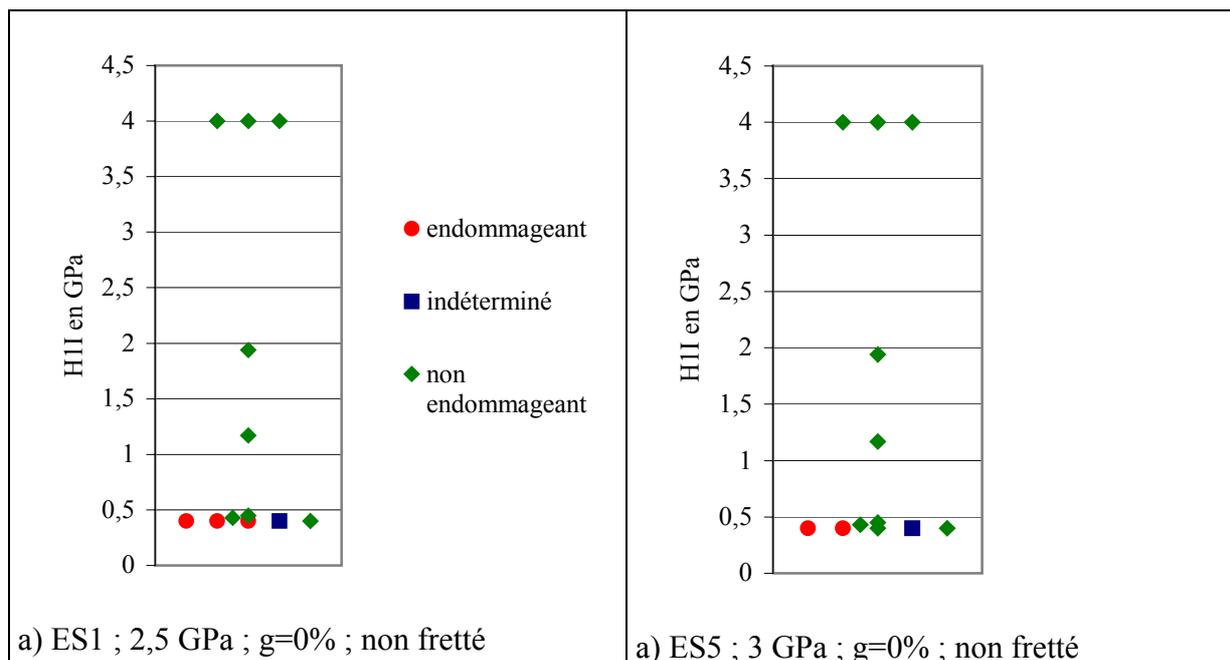


Figure V.25. Limite d'endurance H1I et comportement expérimental des indents en roulement pur.

Bien que leur caractère non endommageant ait pu être déterminé, les trois indents dont la limite d'endurance est supérieure à 4 GPa n'ont pas été testés expérimentalement. Aussi, pour l'ensemble des indents étudiés expérimentalement, la pression de Hertz des essais a toujours été supérieure à leur limite d'endurance H1I. Or, pour tous ces indents, nous avons observé un matage de la surface, signe de déformation plastique, ce qui est cohérent avec la détermination de H1I.

d) Influence de la description de l'indent.

L'indentation se traduit par la formation d'une empreinte résiduelle, associée avec la création de contraintes résiduelles et l'érouissage du matériau. Nous avons voulu déterminer qu'elle était l'influence de ces phénomènes sur la limite d'endurance. Nous pouvons observer sur la figure V.26 la limite d'endurance obtenue en considérant l'indent dans sa globalité (courbes notées "complet") ou uniquement sa géométrie (courbes notées "géométrie"). Nous pouvons constater que lorsque seule la géométrie est prise en compte, la limite d'endurance est plus élevée. Nous pouvons en déduire que l'érouissage et les contraintes résiduelles introduits pendant l'indentation ne protègent pas la surface indentée (sauf pour un chargement de même type), et que pour avoir une bonne estimation de la limite d'endurance, il est nécessaire de considérer l'ensemble géométrie, contraintes résiduelles et érouissage.

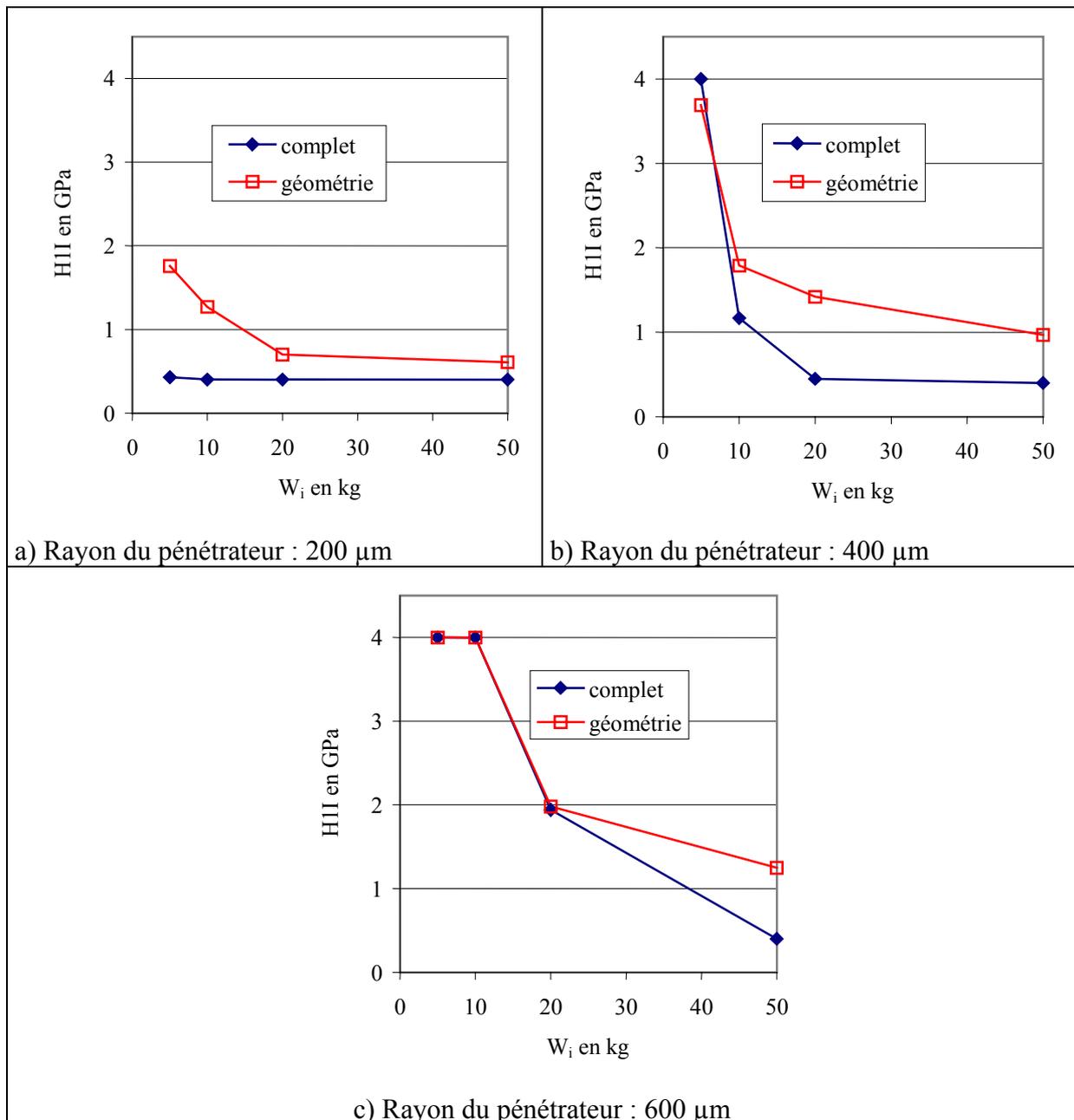
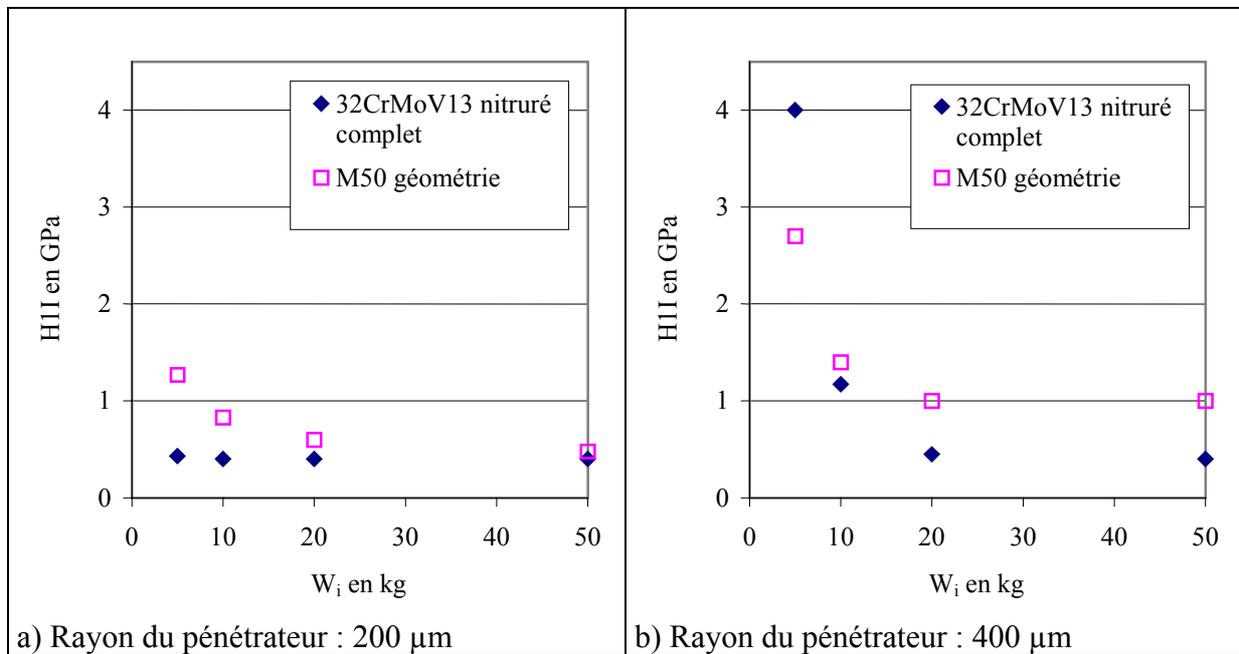


Figure V.26. Influence de la description de l'indent sur la limite d'endurance H_{II} pour trois pénétrateurs ($R_p = 200, 400, 600 \mu m$) et pour différentes charges d'indentation W_i sur le 32CrMoV13 nitruré.

La configuration où seule la géométrie est prise en compte correspond au cas du massif lisse qui passe sur un indente. En effet, ce dernier subit les surpressions dues à l'indente sans avoir été préalablement écroui. Nous constatons alors que lorsque les deux massifs sont en 32CrMoV13 nitruré, la limite d'endurance la plus basse est celle du massif indente, et non celle du massif lisse qui passe sur un indente.

Pour les essais réalisés dans cette étude, les galets en 32CrMoV13 nitruré ont été associés à des contre-éprouvettes lisses en M50. Nous avons alors comparé la limite d'endurance HII du galet nitruré en considérant la description complète de l'indente à celle du galet lisse en M50, en ne considérant que la description géométrique de l'indente (figure V.27). Nous pouvons observer que la limite d'endurance du galet indente en 32CrMoV13 nitruré est généralement plus faible que celle du galet lisse en M50 qui roule sur l'indente.



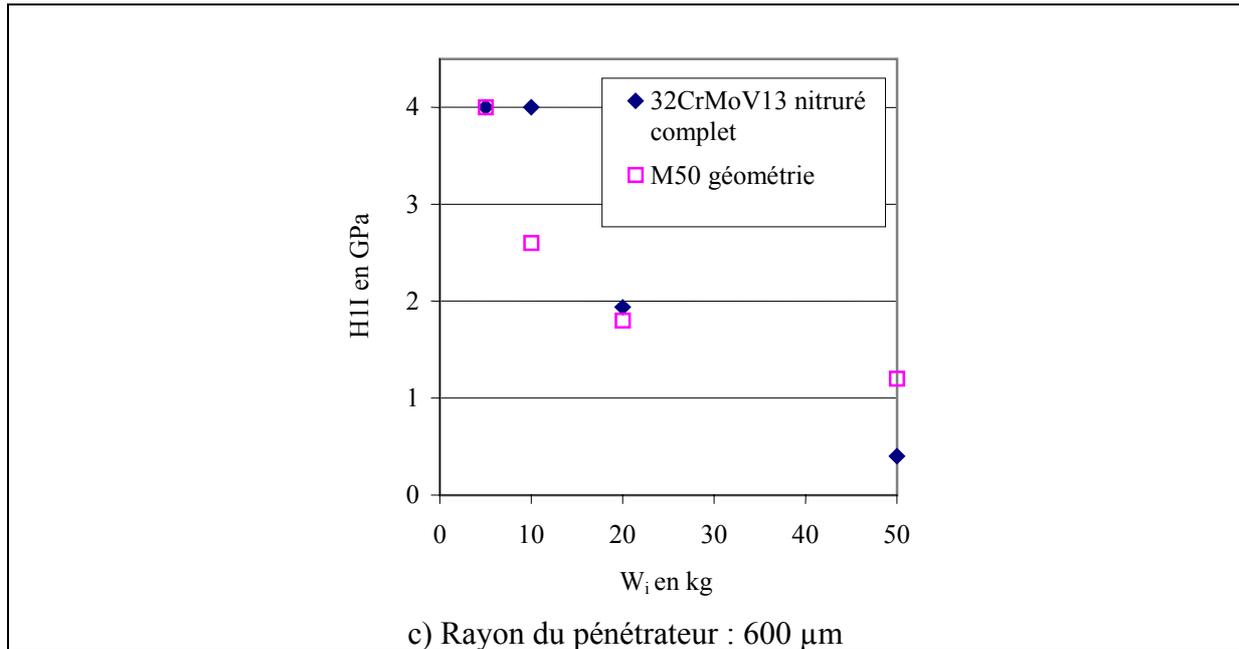


Figure V.27. Comparaison de la limite d'endurance H_{II} des indents complets sur le 32CrMoV13 nitruré à celle des indents géométriques sur le M50 pour trois pénétrateurs ($R_p = 200, 400, 600 \mu\text{m}$) et pour différentes charges d'indentation W_i . Configuration identique aux conditions expérimentales.

V.3.3 INFLUENCE DU MATERIAU ET DES PARAMETRES D'INDENTATION ARTIFICIELLE SUR H_{II} .

a) Comparaison 32CrMoV13 nitruré – M50.

A partir des simulations des indentations réalisées sur le M50, nous avons pu déterminer la limite d'endurance H_{II} des indents obtenus sur le M50. Nous considérons ici uniquement la description complète des indents. Nous pouvons observer sur la figure suivante que :

- lorsque la borne inférieure de la limite d'endurance des indents est inférieure à 0,4 GPa sur le 32CrMoV13 nitruré, elle l'est également sur le M50.
- pour les autres indents, la borne inférieure de la limite d'endurance H_{II} sur le M50 est inférieure à celle du 32CrMoV13 nitruré.

Ceci montre que la limite d'endurance du 32CrMoV13 nitruré en présence d'indentation est supérieure à celle du M50, conformément à la tendance observée expérimentalement.

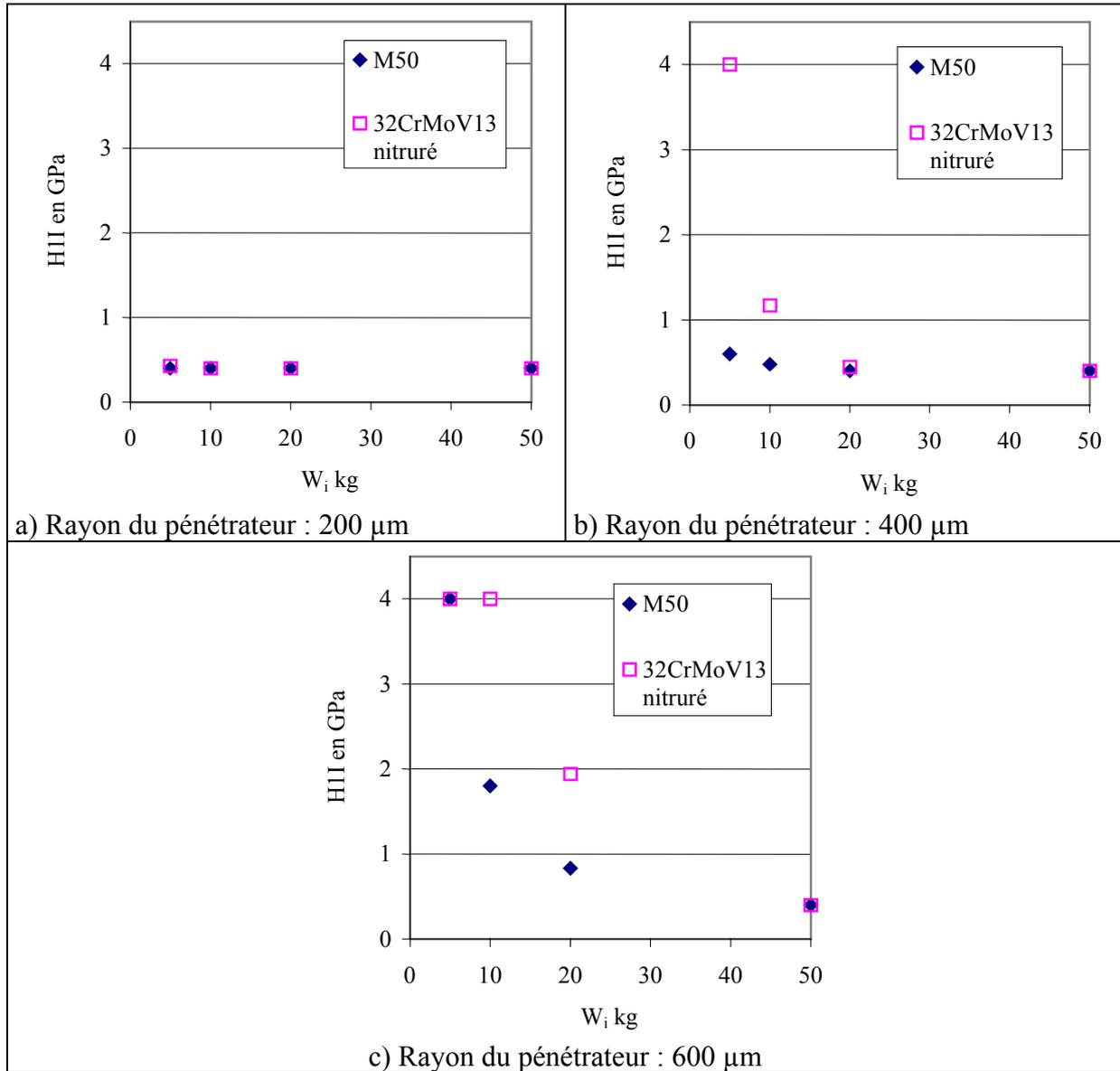


Figure V.28. Influence du matériau sur la limite d'endurance H_{II} pour trois pénétrateurs ($R_p = 200, 400, 600 \mu\text{m}$) et pour différentes charges d'indentation W_i .

b) Influence des paramètres d'indentation artificielle.

Nous avons également cherché à caractériser l'influence des paramètres d'indentation artificielle sur la valeur de H_{II} . Pour cela, nous avons constaté que la variation de H_{II} est monotone avec la pente moyenne des indents, p_m , définie comme le rapport entre la profondeur de l'indent et son rayon (figure V.29). Ce constat, valable pour des indenteurs sphériques en diamant, ne saurait cependant être étendu à des indents réalisés dans d'autres conditions sans une étude spécifique.

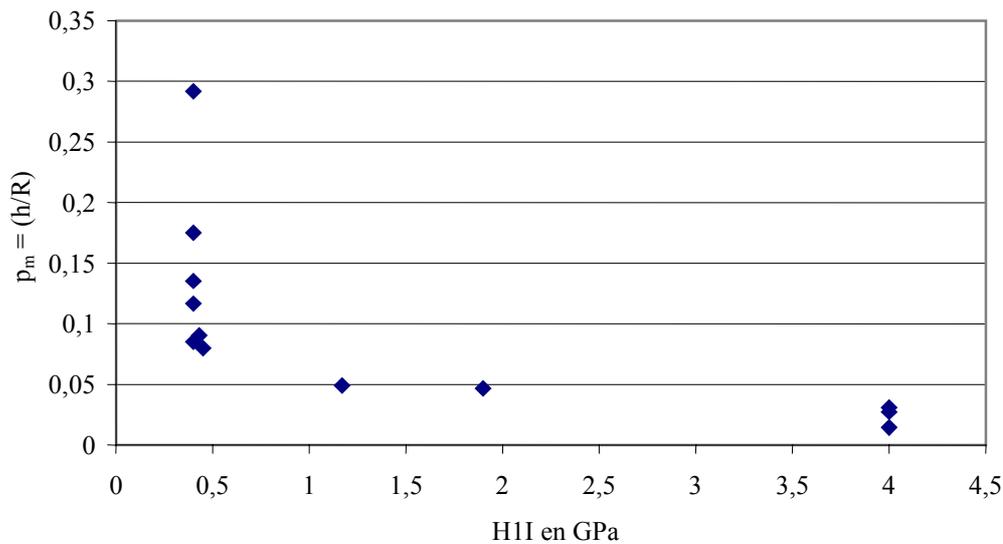


Figure V.29. Evolution de la pente moyenne en fonction de HII. Indenteurs sphériques en diamant.

Pour faire intervenir les paramètres d'indentation contrôlée, nous avons exprimé la pente moyenne des indents en fonction du rayon du pénétrateur et de la charge d'indentation. Si on néglige le retour élastique du matériau et la déformation de l'indenteur pendant l'indentation, l'indent est une calotte sphérique (figure V.30), dont la profondeur peut être exprimée en fonction du rayon de l'indent et du rayon du pénétrateur (équation V.14).

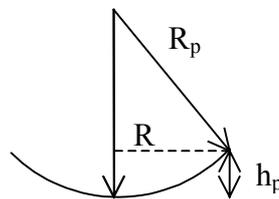


Figure V.30. Schématisation de l'indent produit par un indenteur indéformable sphérique dans un matériau sans retour élastique.

$$h_p \cong \frac{R^2}{2R_p} \quad (\text{V.14})$$

La pente moyenne, p_m , rapport entre h_p et R , s'exprime alors en fonction du rayon du pénétrateur et du rayon de l'indent. Si on considère en plus que la pression moyenne qui s'établit dans le contact pendant l'indentation est une constante ne dépendant que du matériau indenté (plafonnement des pressions dans les contacts fortement plastiques cf. figure II.18), le rayon de l'indent peut s'exprimer en fonction de la force appliquée pendant l'indentation et de la pression moyenne :

$$R = \left(\frac{W_i}{\pi P_{\text{moy}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{V.15})$$

En combinant les équations V.14 et V.15, nous montrons que la pente moyenne varie comme le rapport de la racine carrée de la force d'indentation et du rayon du pénétrateur, rapport que nous noterons I_R (équation V.16).

$$p_m \approx I_R = \frac{W_i^{\frac{1}{2}}}{R_p} \quad (\text{V.16})$$

Nous pouvons tracer l'évolution de la pente déterminée par les simulations de l'indent en fonction de I_R (figure V.31). Nous pouvons constater que nous avons bien une relation linéaire entre p_m et I_R , montrant ainsi que les hypothèses que nous avons effectuées sont raisonnables. Nous avons observé que la variation de H1 est monotone avec la pente moyenne des indents. Elle l'est donc également avec I_R .

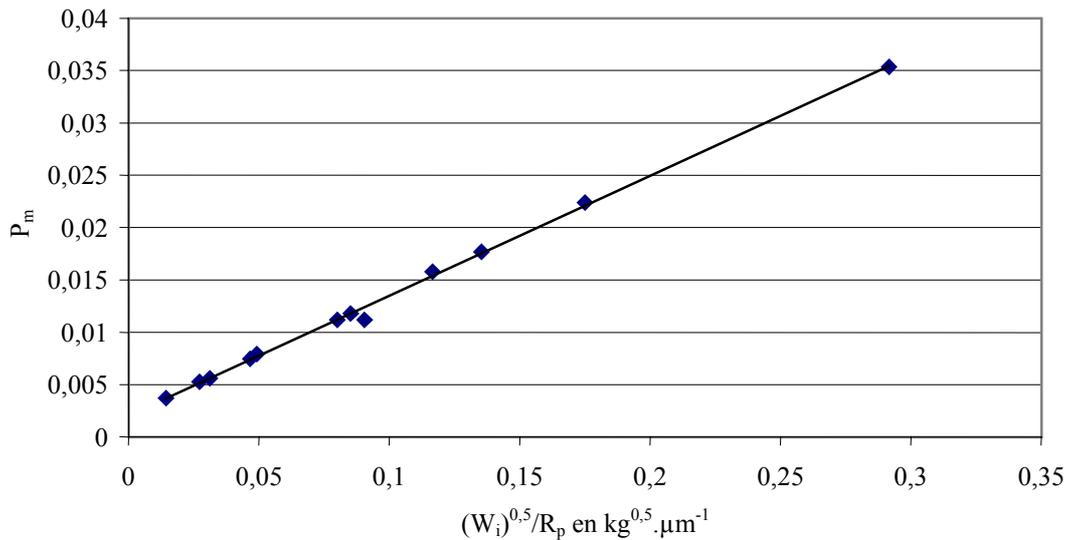


Figure V.31. Evolution de la pente moyenne des indents en fonction de I_R . Acier 32CrMoV13 nitruré.

Si nous classons les indents en fonction du paramètre I_R et que nous reportons le comportement constaté expérimentalement sur les deux essais en roulement pur, nous constatons que ce sont les indents qui ont le I_R le plus élevé qui ont provoqué un endommagement (figure V.32). La grandeur I_R permet donc de classer les indents réalisés avec des pénétrateurs sphériques en diamant sollicités en roulement pur. Nous avons également reporté les trois groupes d'indents, déterminés d'après les valeurs de H1I. Cependant, la relation entre H1I et I_R n'est pas linéaire et dépend du matériau considéré. Aussi, il nous semble délicat d'établir un critère d'endurance sur I_R , d'autant plus que la validité d'un tel critère serait limitée au cas d'indentations artificielles réalisées par des pointes sphériques en diamant. Aussi, le paramètre I_R doit être considéré uniquement comme un indice permettant de classer les indents réalisés par un pénétrateur sphérique en diamant selon leur nocivité.

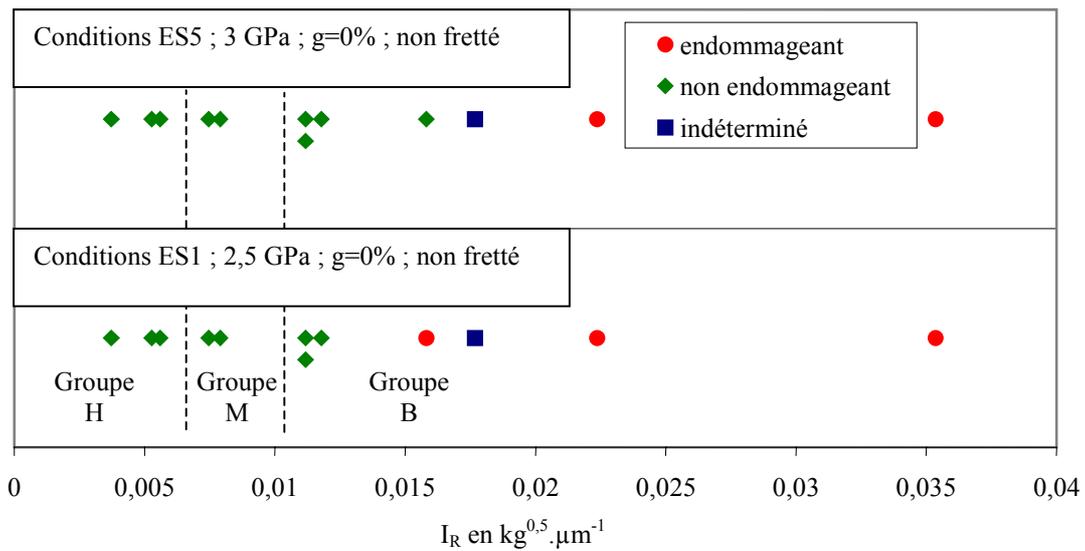


Figure V.32. Classement des indents selon I_R croissant et comportement expérimental constaté en roulement pur.

V.3.4 EXTENSION AUX AUTRES CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT.

Pour un indent donné, la valeur de HII dépend des conditions de fonctionnement. Ainsi, en présence de glissement, la charge maximale admissible est plus faible qu'en roulement pur, condition que nous avons considérée jusqu'à présent. La détermination précise de HII nécessiterait de simuler exactement les conditions de fonctionnement et de déterminer la charge qui, dans ces conditions, correspond à la limite supérieure du domaine élastique. Le code de calcul de contraintes ne permet pas la prise en compte de sollicitations tangentielles. De plus, l'estimation du coefficient de frottement est très délicate [18]. Cependant, les résultats obtenus en roulement pur nous permettent de tirer un certain nombre de conclusions lorsque les conditions de sollicitation sont plus sévères.

Plaçons-nous dans un cas de roulement plus glissement, sous une pression de Hertz donnée, en présence d'un indent. Si la limite d'endurance HII de cet indent en roulement pur est inférieure à la pression de Hertz du cas considéré, nous pouvons affirmer que sa limite d'endurance en glissement sera également dépassée. Par contre, la réciproque ne peut pas être appliquée. Si sa limite d'endurance en roulement pur est supérieure à la pression de Hertz, rien ne permet de dire que ce sera le cas en présence de glissement.

Nous nous sommes également interrogés sur la nocivité relative des indents. Considérons deux indents I_1 et I_2 , et leur limite d'endurance en roulement pur, que nous noterons $HII(I_1, g = 0\%)$ et $HII(I_2, g = 0\%)$. La limite d'endurance en roulement pur de l'indent I_1 est supérieure à celle de l'indent I_2 . La question est de savoir si cela reste vrai lorsque les conditions de fonctionnement changent, et que l'on rajoute du glissement.

$$HII(I_1, g = 0\%) > HII(I_2, g = 0\%) \Rightarrow HII(I_1, g \neq 0\%) > HII(I_2, g \neq 0\%)$$

La réponse absolue à cette question ne peut être apportée que par l'analyse numérique des différentes conditions de fonctionnement. Cependant, les essais réalisés au cours de cette étude nous permettent déjà d'apporter un élément de réponse. Pour cela, nous avons classé les indents en fonction de leur limite d'endurance en roulement pur déterminée ci-dessus. Nous avons ensuite reporté leur comportement lors des essais en glissement avec ou sans frettage.

La valeur de la limite d'endurance ne correspondant pas aux conditions de fonctionnement, il n'est pas possible de chercher une limite en fonction de la pression de Hertz à laquelle a été effectué l'essai. Nous pouvons cependant constater que les indents qui présentent un caractère endommageant lorsque les sollicitations deviennent plus sévères, c'est à dire ceux dont la limite d'endurance est la plus basse dans ces conditions, sont ceux qui, en roulement pur, ont déjà la plus faible limite d'endurance. Ainsi, il semble que les indents les plus nocifs dans une condition de fonctionnement restent également les plus nocifs lorsque les conditions sont plus sévères. Dans ce cas, la détermination de HII en roulement pur permet de classer les indents selon leur nocivité relative pour une condition d'essai donnée.

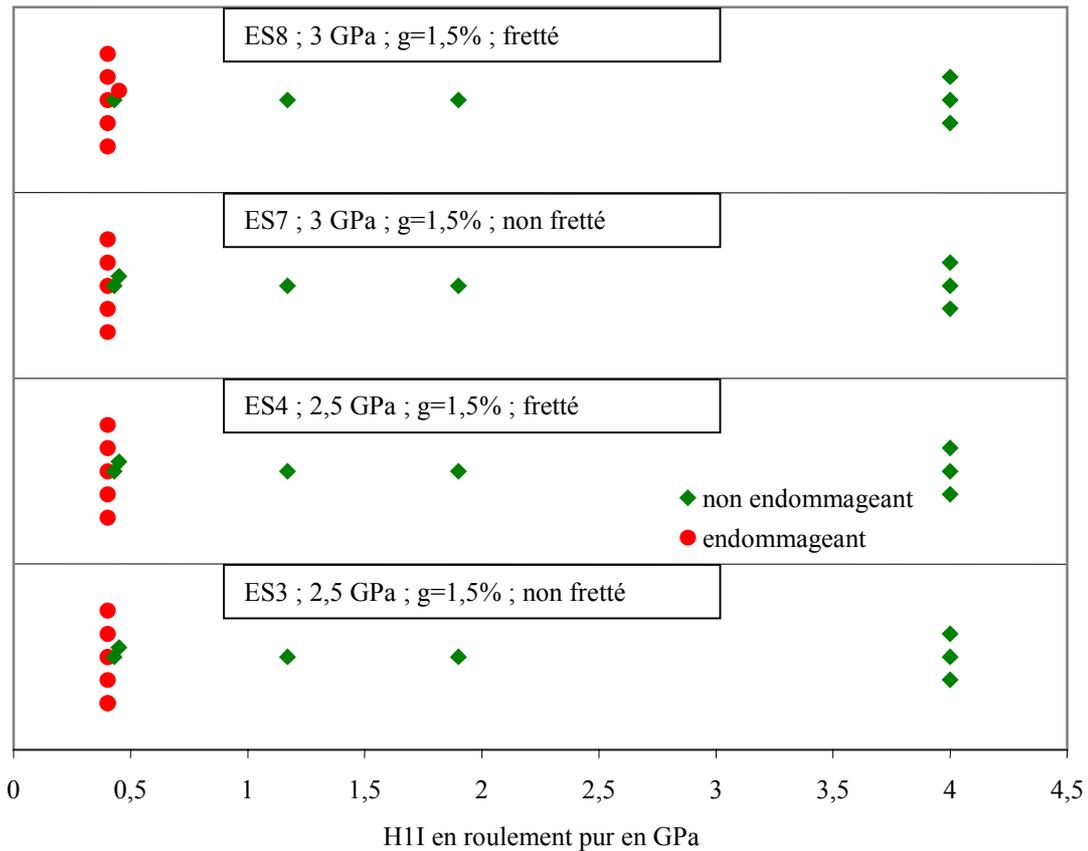


Figure V.33. Classement des indents selon leur limite d'endurance en roulement pur et comportement expérimental constaté sur les essais en glissement avec ou sans frettage.

Nous pouvons également remarquer le caractère particulièrement nocif des indents dont la limite d'endurance en roulement pur est inférieure à 0,4 GPa. En effet, ces indents, pour lesquels une charge extrêmement faible suffit à provoquer des déformations plastiques, ont tous provoqué un endommagement dès que les conditions de sollicitation ont été sévères.

V.3.5 BILAN.

L'étude de la limite d'endurance en présence d'indents nous permet de déterminer les indents susceptibles de provoquer un endommagement pour une condition d'essai donnée. Nous avons étudié numériquement le cas du roulement pur. Après avoir observé la cohérence de nos résultats avec l'étude expérimentale réalisée précédemment, nous avons pu montrer que lorsqu'un indent passe dans le contact, la limite d'endurance la plus faible est celle du

galet indenté, et non celle du galet lisse qui passe sur l'indent. L'écroutissage et les contraintes résiduelles introduits pendant l'indentation ne protègent donc pas la surface indentée.

Nous avons également montré que la limite d'endurance en présence du même indent (rayon du pénétrateur ; charge d'indentation) est plus élevée sur le 32CrMoV13 nitruré que sur le M50, confirmant ainsi les résultats expérimentaux du chapitre précédent.

Dans le cas spécifique des indents artificiels réalisés avec des pénétrateurs sphériques en diamant, le rapport entre la racine carrée de la force d'indentation et le rayon du pénétrateur, I_R , permet de classer les indents selon leur sévérité. Plus ce rapport est élevé, plus l'indent produit est nocif.

La limite d'endurance dépend des conditions de fonctionnement. Cependant, il semble que les indents les plus nocifs pour une condition de fonctionnement donnée le soient également si l'on change les conditions de fonctionnement. Aussi, les indents dont la limite d'endurance en roulement pur est la plus faible seront les plus susceptibles de provoquer un endommagement quelles que soient les conditions de fonctionnement.

Au cours des essais en roulement pur, la limite d'endurance de l'ensemble des indents testés a été dépassée. Or, parmi ces indents, seuls trois d'entre eux ont provoqué un endommagement en 20 millions de cycles. Le concept de borne inférieure de la limite d'endurance permet de classer les indents selon leur nocivité relative pour une condition de fonctionnement donnée et de faire un tri parmi les indents, en séparant ceux qui ne provoqueront pas d'endommagement de ceux susceptibles d'en provoquer. Cependant, il ne permet pas de déterminer ceux qui, parmi eux, vont provoquer un endommagement.

V.4 DUREE DE VIE DES CONTACTS INDENTES.

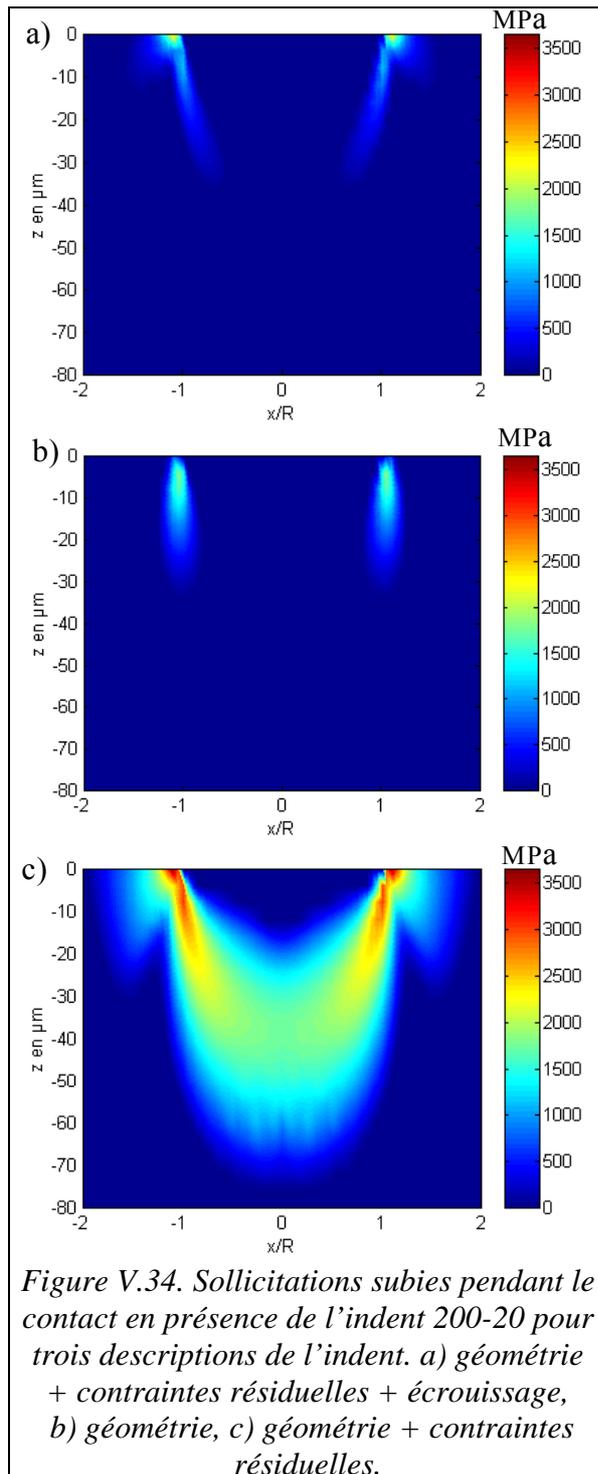
Le concept de limite d'endurance est insuffisant pour identifier les indents qui provoquent un endommagement. L'étape suivante consiste donc à s'intéresser à la durée de vie des indents, pour déterminer, parmi ceux dont la limite d'endurance est dépassée, lesquels risquent de provoquer un endommagement en un faible nombre de cycles. Pour identifier les mécanismes d'endommagement, il est nécessaire de déterminer les sollicitations subies pendant la phase de fatigue, et donc de simuler le rodage qui a lieu durant les premiers cycles après la formation de l'indent.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la localisation des sollicitations au voisinage de l'indent. Dans un second temps, nous avons simulé la phase de rodage des indents 200-20, 200-10, 400-20 et 600-50 sur le 32CrMoV13 nitruré. Ces indents ont été choisis car dans les conditions de roulement pur, deux d'entre eux ont provoqué des endommagements. Enfin, nous concluons par une étude prospective sur la modélisation de l'amorçage de micro-fissures en présence d'indentation.

V.4.1 INFLUENCE DE LA DESCRIPTION DES INDENTS SUR LA LOCALISATION DES SOLLICITATIONS.

Tout d'abord, nous avons localisé les zones sollicitées au voisinage de l'indent et nous nous sommes intéressés à l'influence de la description de l'indent sur la position de ces zones. Pour cela, nous avons de nouveau considéré le contact élastique avec un indent situé au centre du contact. Nous pouvons observer sur la figure V.34 la différence, lorsqu'elle est positive, entre la contrainte de Von Mises et la micro-limite d'élasticité au voisinage de l'indent 200-20 pour trois configurations :

- a) L'indent est décrit par la géométrie, les contraintes résiduelles et l'écrouissage.
- b) L'indent est décrit uniquement par sa géométrie.
- c) L'indent est décrit par la géométrie et les contraintes résiduelles.



Nous pouvons constater que lorsque l'indent est décrit dans sa globalité (figure V.34.a), les zones où la sollicitation est maximale sont en surface et non pas, comme dans le cas de la description uniquement géométrique (figure V.34.b), à une profondeur de 5 μm , qui correspond à la profondeur de Hertz du contact local sur le bourrelet.

Nous pouvons également observer sur la figure V.34.c l'effet des contraintes résiduelles d'indentation. Ce calcul a été effectué en prenant en compte la géométrie de l'indent et les contraintes résiduelles sans tenir compte de l'écrouissage. La comparaison avec le cas b montre que les contraintes résiduelles d'indentation ne limitent pas la sollicitation subie et entraînent une augmentation importante des contraintes dans un volume très élevé. La comparaison des figures V.34.a et c permet elle de mettre en évidence le rôle essentiel de l'écrouissage autour de l'indent, qui compense partiellement le rôle néfaste des contraintes résiduelles d'indentation.

V.4.2 SIMULATION DU RODAGE. DETERMINATION DES SOLLICITATIONS EN FONCTIONNEMENT.

L'étude de la durée de vie des contacts indentés requiert la connaissance des sollicitations subies et des caractéristiques du matériau pendant la phase de fatigue, c'est à dire après le rodage qui a lieu durant les premiers cycles après la formation de l'indent. Pour simuler le rodage, nous allons utiliser le code de contact élastoplastique présenté dans le second chapitre de ce mémoire. Dans un premier temps, nous allons présenter la façon dont ont été réalisées

les simulations, avant, dans un second temps, d'observer l'effet du rodage sur les sollicitations subies et sur les caractéristiques élastoplastiques du matériau au voisinage de l'indent. Enfin, dans un troisième temps, nous allons présenter le résultat des simulations que nous avons effectuées.

a) **Paramètres de la simulation.**

Nous avons constaté expérimentalement que la charge influe très peu sur l'apparition de l'endommagement. Aussi, nous allons simuler les essais réalisés à 2,5 GPa en roulement pur. Nous nous situons donc dans les conditions ES1. La charge de 2,5 GPa étant inférieure à la limite d'endurance du 32CrMoV13 nitruré en contact lisse pour un rayon équivalent de 15 mm, seule la zone au voisinage de l'indent est sollicitée plastiquement. Ceci permet de minimiser la taille du volume plastique à mailler.

Dans ces conditions, nous avons simulé le rodage de quatre indents, deux d'entre eux ayant un caractère endommageant. Ainsi, nous avons considéré les indents 200-10, 200-20, 400-20 et 600-50.

Le comportement plastique de l'indent dépend du trajet de chargement. Il est donc nécessaire de considérer le passage de la charge sur l'indent. Nous considérerons le trajet de chargement décrit sur la figure V.35.

La charge est appliquée verticalement en aval de l'indent dans le sens du roulement. Elle est alors déplacée dans le sens opposé au sens du roulement ; l'indent passe dans le contact. Le trajet est poursuivi jusqu'à ce que le déplacement de la charge ne provoque plus de déformation plastique. Le point de mise en charge est choisi pour que le chargement vertical n'ait pas d'effet sur l'indent. Ceci implique tout d'abord que l'indent soit hors de la zone de contact initiale, dont le rayon, pour les conditions de simulation vaut $a = 511 \mu\text{m}$. Cette condition n'est cependant pas suffisante. En effet, nous avons observé que, pour les indents considérés (dont la limite d'endurance H1I est inférieure à 0,4 GPa), la présence d'un champ de pression lisse au voisinage de l'indent suffit à provoquer des déformations plastiques. Nous avons donc éloigné le point de chargement vertical jusqu'à ce que les déformations plastiques générées au voisinage de l'indent soient faibles ($< 400 \cdot 10^{-6}$ def). Typiquement, le point de chargement est situé entre $1,5a$ et $2a$ du centre de l'indent.

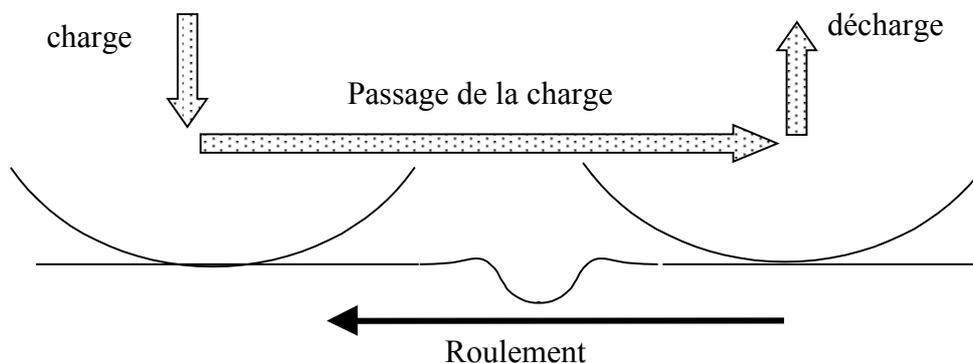


Figure V.35. Trajet de chargement.

Le comportement élastoplastique du 32CrMoV13 nitruré est décrit par la loi de Voce modifiée, dont les paramètres sont donnés dans le tableau V.3. L'indent 200-20 a dû être traité séparément. En effet, des oscillations très élevées ont été constatées lors de la simulation du rodage (figures V.36 et V.37). Elles ont pour origine des oscillations numériques très faibles

sur les contraintes résiduelles d'indentation qui sont amplifiées par la faible pente de la loi d'écroutissage, et qui se propagent au fur et à mesure de la résolution itérative du problème. Pour y remédier, nous avons modifié le paramètre A_6 , qui fixe la pente de la partie linéaire de la loi de comportement. En diminuant ce paramètre de 0,0446 à 0,005 pour les points en surface, c'est à dire en augmentant la pente de la partie linéaire, nous sommes parvenus à faire disparaître les oscillations. Leur origine est toujours présente, mais elles ne sont plus amplifiées. Nous pouvons constater sur les figures V.36 et V.37 que la déformation plastique cumulée introduite en surface pendant le rodage calculée avec $A_6 = 0,005$ en surface est proche de la solution précédente, débarrassée des oscillations. Nous pouvons également constater qu'en raison du roulement, la déformation plastique cumulée est différente dans le sens du roulement et dans le sens transverse.

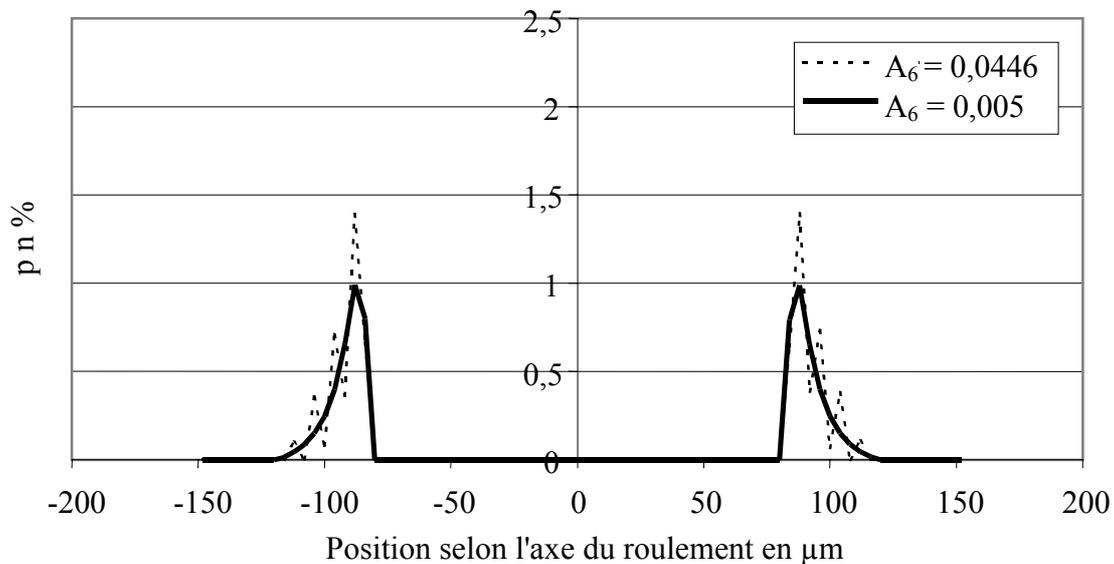


Figure V.36. Déformation plastique cumulée en surface dans la direction du roulement. Profil passant par le centre de l'indent.

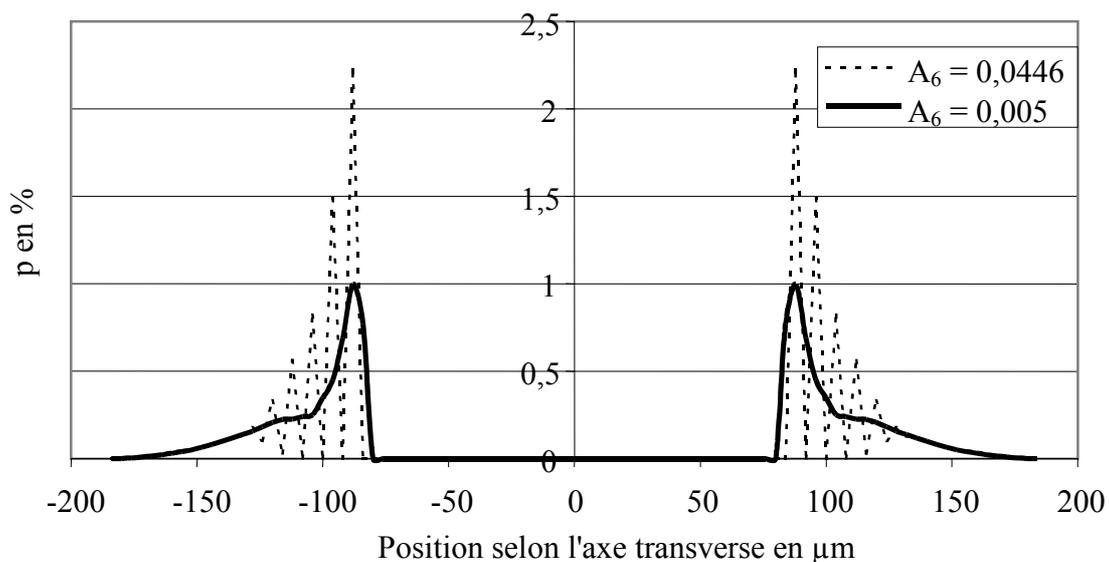


Figure V.37. Déformation plastique cumulée en surface dans la direction transverse au roulement. Profil passant par le centre de l'indent.

b) Effets du rodage.**Géométrie.**

Nous pouvons observer sur la figure V.38 la géométrie de l'indent 200-20 avant et après rodage sous une charge de 2,5 GPa. Nous ne constatons aucune différence majeure. En agrandissant la zone du bourrelet (figure V.39), nous observons une très légère diminution de sa hauteur, de 0,06 μm .

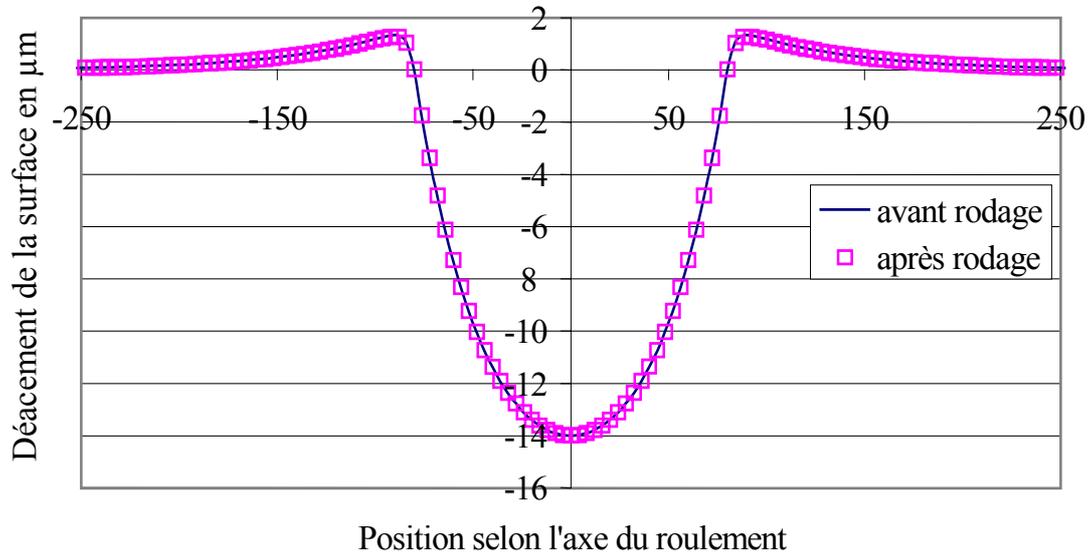


Figure V.38. Géométrie de l'indent 200-20 avant et après rodage en roulement pur à 2,5 GPa.

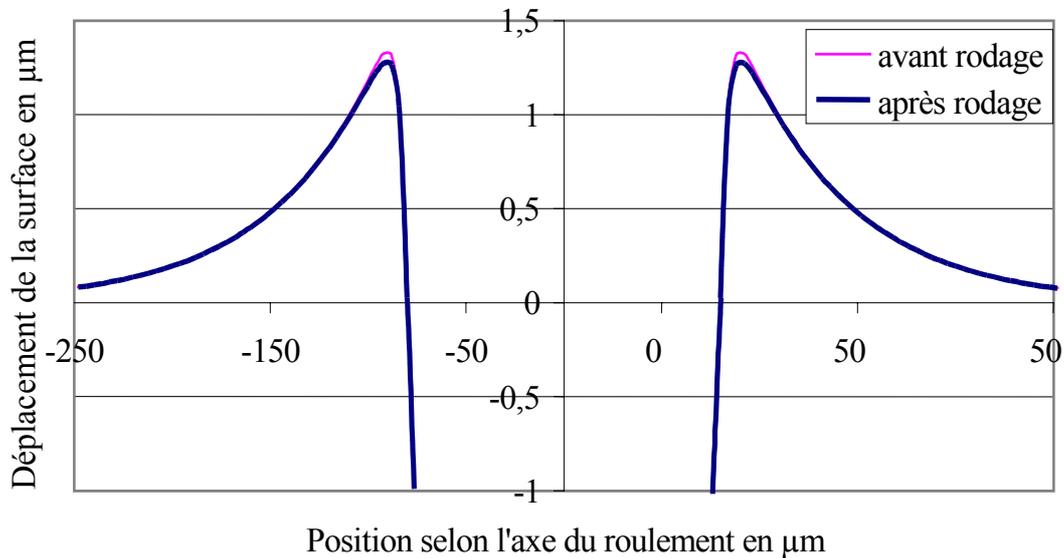


Figure V.39. Détail de la géométrie de l'indent 200-20 avant et après rodage en roulement pur à 2,5 GPa.

Nous ne disposons pas de résultats expérimentaux sur la géométrie de l'indent 200-20 après rodage. Cependant, nous avons mesuré le profil de l'indent 200-15 avant et après le passage d'une charge de 3 GPa. La manipulation a été réalisée sur une butée FB2, selon la méthode exposée au chapitre II, paragraphe II.4.3. L'indent est plus petit que celui que nous considérons, mais la charge de rodage est plus élevée. Dans ces conditions, nous ne constatons pas d'évolution significative de la géométrie au niveau du bourrelet (figure V.40). Le résultat numérique obtenu précédemment est donc cohérent avec cette expérience.

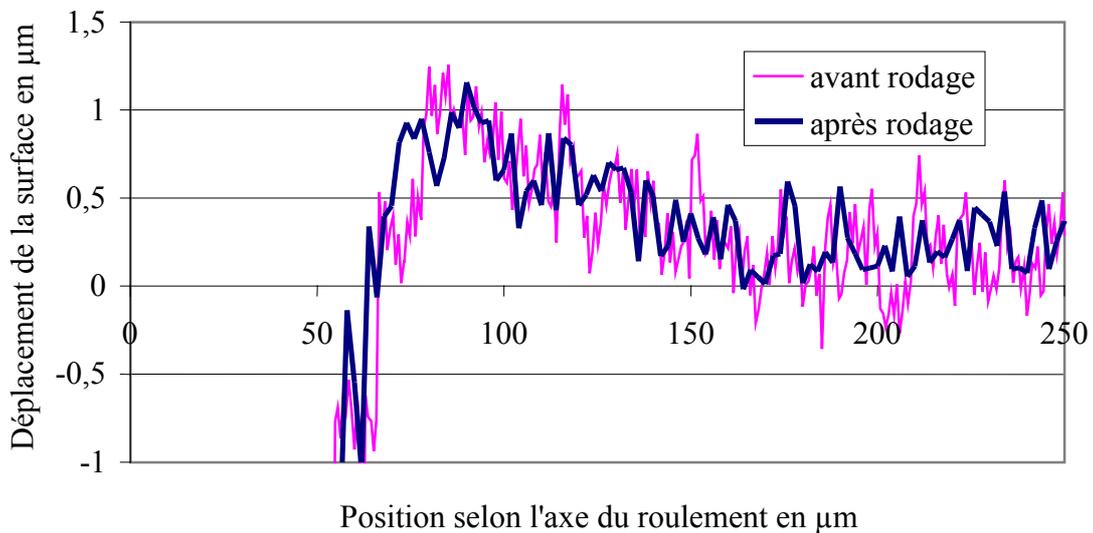


Figure V.40. Détail de la géométrie de l'indent 200-15 avant et après 500 cycles sur butée FB2. Charge de 3 GPa.

Contraintes subies.

Pour évaluer l'influence du rodage sur les sollicitations subies pendant la phase de fatigue, nous avons simulé le premier passage de la charge sur l'indent, puis nous avons déterminé, lors du second passage (après le rodage), la contrainte de Von Mises subie lorsque l'indent est au centre du contact. Nous pouvons alors comparer ces résultats à ceux obtenus dans cette même position sans rodage.

Les résultats pour l'indent 200-20 sont présentés sur la figure V.41.a, dans un plan vertical parallèle à la direction du roulement et passant par le centre de l'indent. La figure V.41.b montre les contraintes calculées sans tenir compte du rodage, et la figure V.41.c celles calculées avec la géométrie rodée, mais sans tenir compte des contraintes résiduelles introduites pendant le rodage.

Comparons tout d'abord le cas a (après rodage) au cas b (non rodé). Nous constatons une baisse importante des sollicitations subies. Ainsi, en surface, la contrainte maximale passe de 5400 MPa à 3700 MPa. Entre 10 et 30 μm , la contrainte maximale est maintenant de 4000 MPa, alors qu'elle était supérieure à 4500 MPa.

Le rodage est traditionnellement associé à l'évolution géométrique des surfaces de contact, et ce mécanisme est généralement mis en avant pour expliquer la limitation des contraintes en fonctionnement. Nous avons calculé la contrainte de Von Mises en considérant la géométrie rodée, sans prendre en compte les contraintes résiduelles générées pendant le rodage (figure V.41.c). Nous mettons ainsi en évidence l'influence de l'évolution géométrique. Nous

observons que celle ci est négligeable, ce qui est tout à fait normal au vu du résultat présenté sur la figure V.39. Nous montrons donc que le rodage peut se faire sans évolution géométrique, et que, dans le cas présent, le mécanisme principal de la limitation des contraintes subies en fonctionnement est l'apparition des contraintes résiduelles.

Il est également intéressant de comparer les contraintes calculées en tenant compte de l'indentation et du rodage à celles obtenues en ne décrivant l'indent que par sa géométrie, sans tenir compte des contraintes résiduelles d'indentation ni de celles de rodage, ainsi qu'il est habituellement fait. Le résultat de ce calcul est présenté sur la figure V.41.d. En la comparant avec la figure V.41.a, nous pouvons observer que la répartition de la contrainte de Von Mises est totalement différente, et que l'estimation d'une durée de vie basée sur le cas d n'est pas réaliste. De plus, il convient d'ajouter à ceci l'écrouissage que subit le matériau pendant l'indentation et le rodage, ce qui modifie la micro-limite d'élasticité.

Afin de présenter les résultats obtenus pour les quatre indents dont nous avons simulé le rodage (200-20, 200-10, 400-20 et 600-50), nous allons faire apparaître les contraintes subies ainsi que la micro-limite d'élasticité.

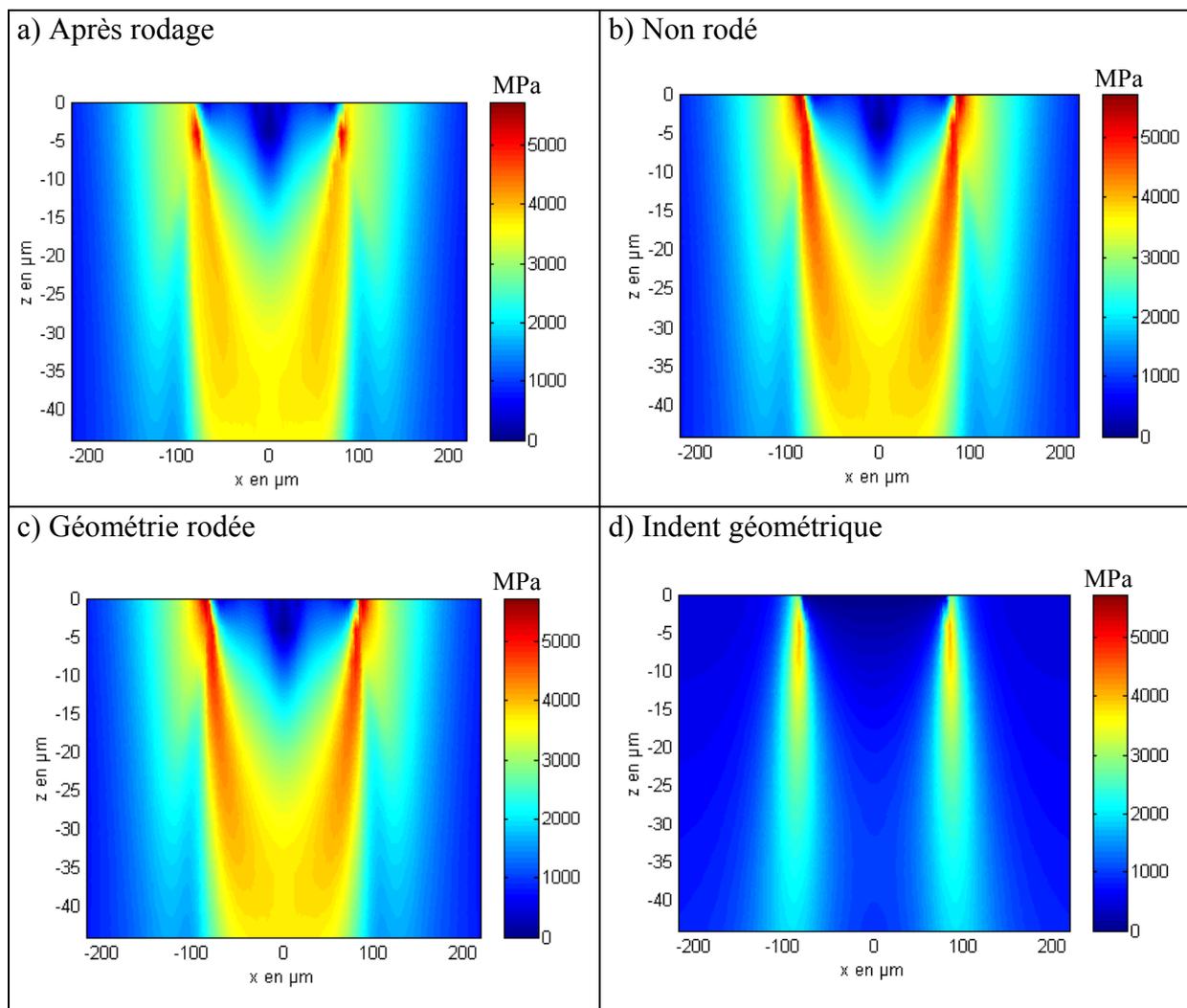


Figure V.41. Contrainte de Von Mises au voisinage de l'indent 200-20 lorsqu'il est placé au centre du contact ; charge de 2,5 GPa. a) après rodage. b) avant rodage. c) avec la géométrie rodée, sans contraintes résiduelles de rodage. d) géométrie initiale sans contraintes résiduelles d'indentation ni contraintes résiduelles de rodage.

c) ***Sollicitations en fonctionnement après rodage.***

Nous avons présenté sur les figures V.43, V.44, V.45 et V.46 les sollicitations en fonctionnement pour les indents 200-20, 200-10, 400-20 et 600-50.

En chaque point, nous avons déterminé la contrainte de Von Mises maximale subie pendant le passage de la charge sur l'indent après le rodage. A partir de la déformation plastique cumulée introduite pendant l'indentation puis pendant le rodage, nous pouvons déterminer la micro-limite d'élasticité. Pour chaque indent, nous avons observé la contrainte maximale atteinte et la micro-limite d'élasticité le long de trois profils, représentés sur la figure V.42. Ils sont orientés parallèlement au passage de la charge et situés dans le plan de symétrie de l'indent. Le premier est situé en surface. Le troisième est situé à la première profondeur où les contraintes subies sont inférieures à la micro-limite d'élasticité. Le second profil, quant à lui, est situé à une position intermédiaire. La position le long du profil est repérée par rapport au centre de l'indent et adimensionnée par R, le rayon de l'indent.

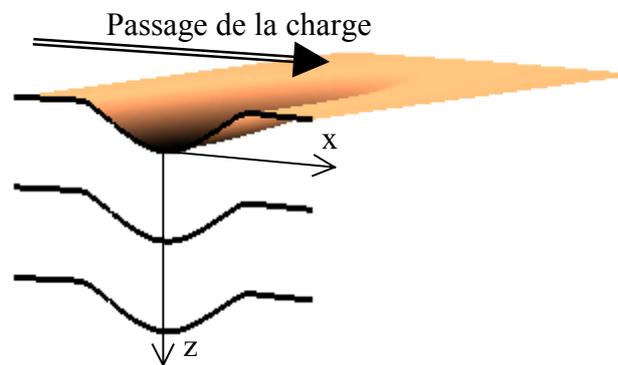


Figure V.42. Profils observés au voisinage de l'indent.

En raison du modèle de plasticité utilisé, la contrainte de Von Mises est inférieure ou égale à la micro-limite d'élasticité. Les zones où la contrainte de Von Mises est égale à la micro-limite d'élasticité sont les plus sollicitées.

Nous constatons que, sur l'ensemble des indents considérés ici, ces zones sont situées dans les 40 premiers microns sous la surface.

En surface, la zone plastifiée pendant le rodage est continue. Elle commence au bord de l'indent et s'étend de R à 1,5R pour les indents 200-10 et 200-20, de R à 1,3R pour l'indent 400-20 et de R à 1,25R pour l'indent 600-50, soit sur une zone comprise entre 25 et 40 μm du bord de l'indent. La comparaison de ces valeurs à la taille des zones matées observées autour des indents dans les conditions d'essais ES1 (roulement pur, 2,5 GPa) montre la cohérence des résultats numériques (tableau V.5).

Indent	Largeur de la zone plastifiée	Largeur de la zone matée (ES1)
200-20	$0,5R = 40 \mu\text{m}$	40 μm
200-10	$0,5R = 30 \mu\text{m}$	20 μm
400-20	$0,3R = 25 \mu\text{m}$	20 μm
600-50	$0,25R = 34 \mu\text{m}$	30 μm

Tableau V.5. Largeur de la zone plastifiée en surface (numérique) et de la zone matée (expérimental) au voisinage des indents.

Dans la profondeur, la zone sollicitée se scinde en deux parties, séparées par une zone de repos. La zone intérieure débute à une position inférieure à R ($0,85R$ pour l'indent 200-20 à $z=12\ \mu\text{m}$), et s'étend au maximum, jusqu'à $1,1R$ (pour l'indent 200-20). Elle correspond aux plus forts taux d'érouissage. La zone extérieure commence elle à $1,3R$ pour l'indent 200-20, à $1,21R$ pour l'indent 200-10, et à $1,13R$ pour les indents 400-20 et 600-50, soit approximativement à la position radiale moyenne de la zone sollicitée en surface. La position de l'extrémité extérieure de cette zone est proche de celle de la zone sollicitée en surface.

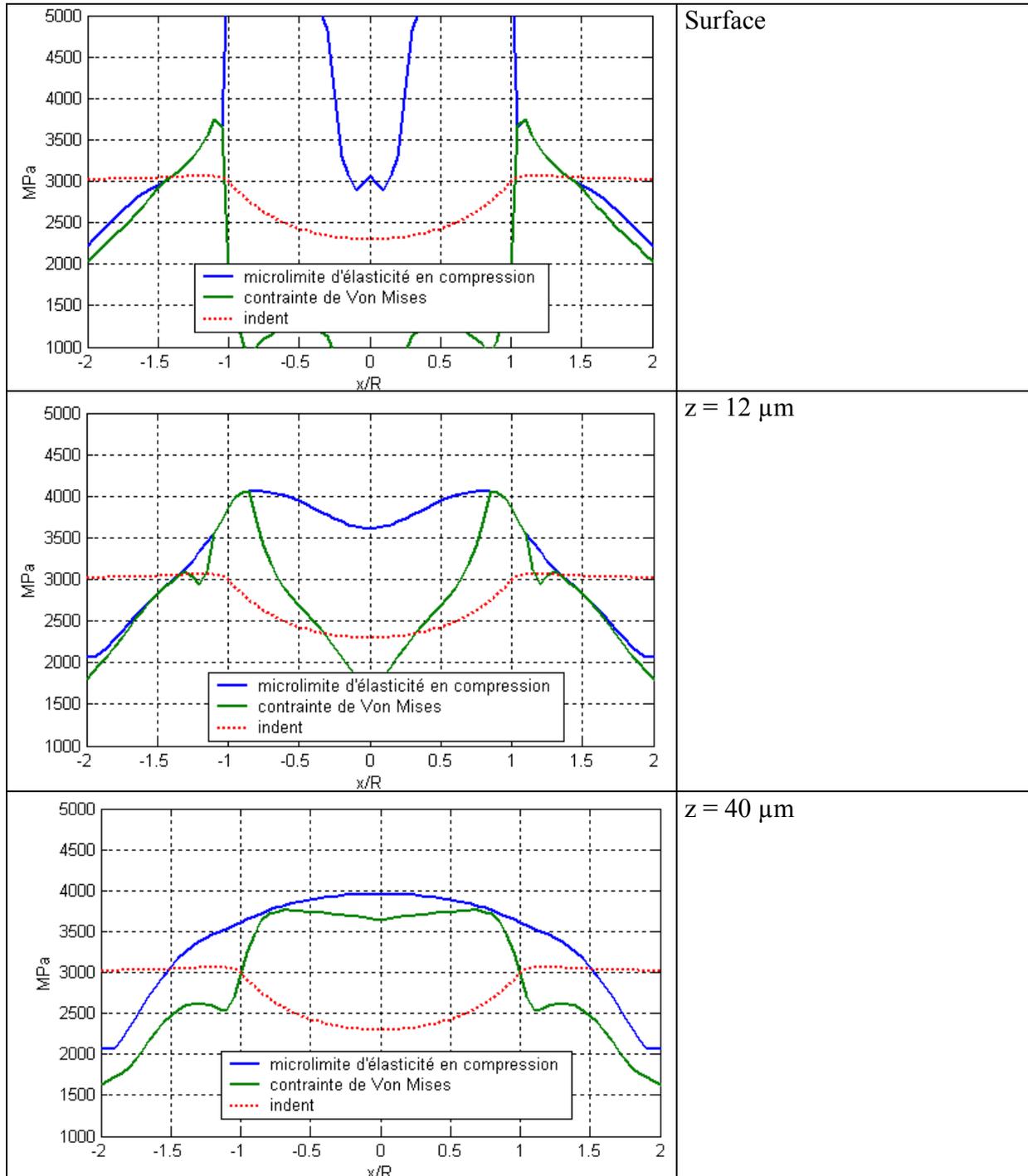


Figure V.43. Sollicitations subies au voisinage de l'indent 200-20.

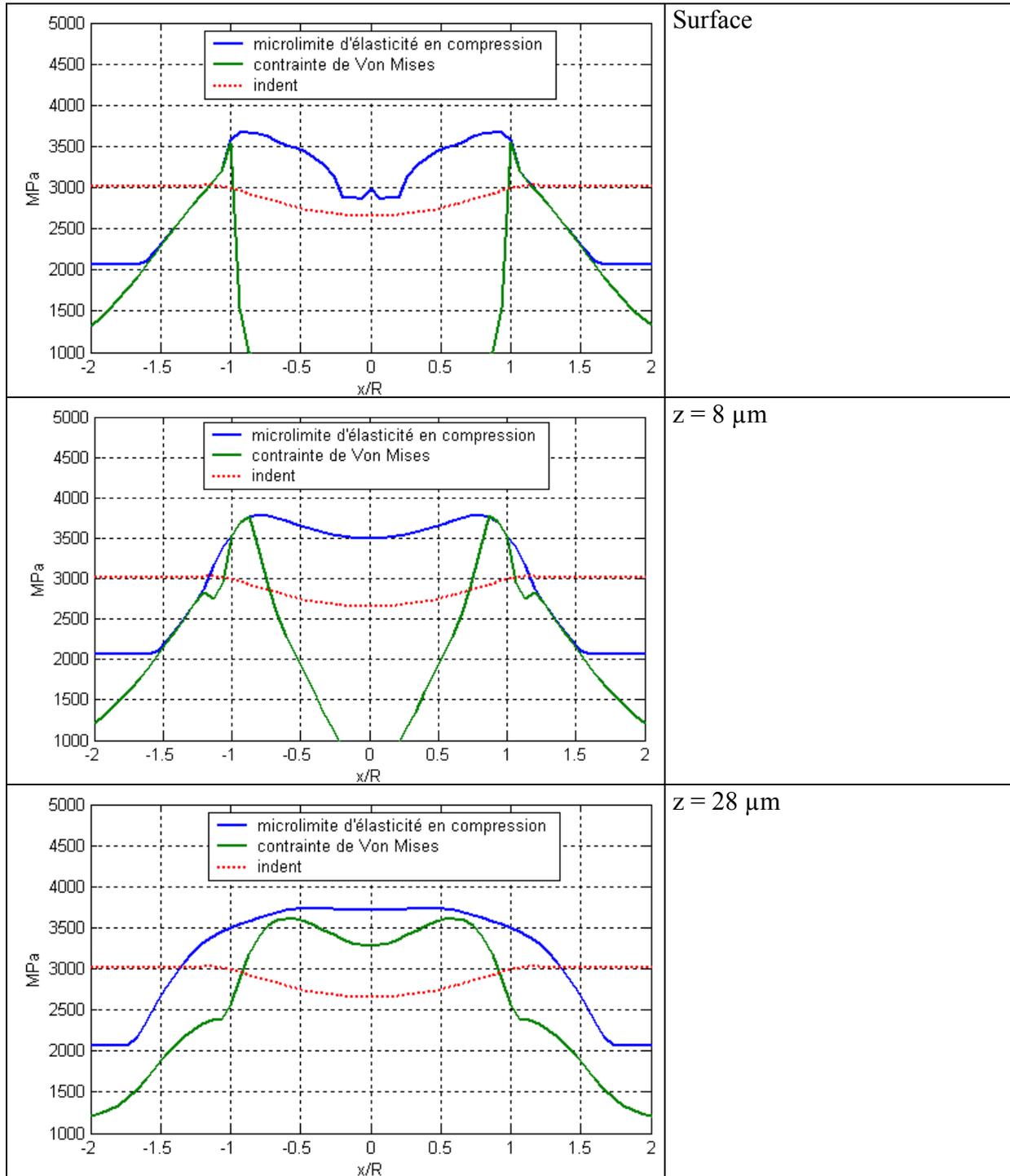


Figure V.44. Sollicitations subies au voisinage de l'indent 200-10.

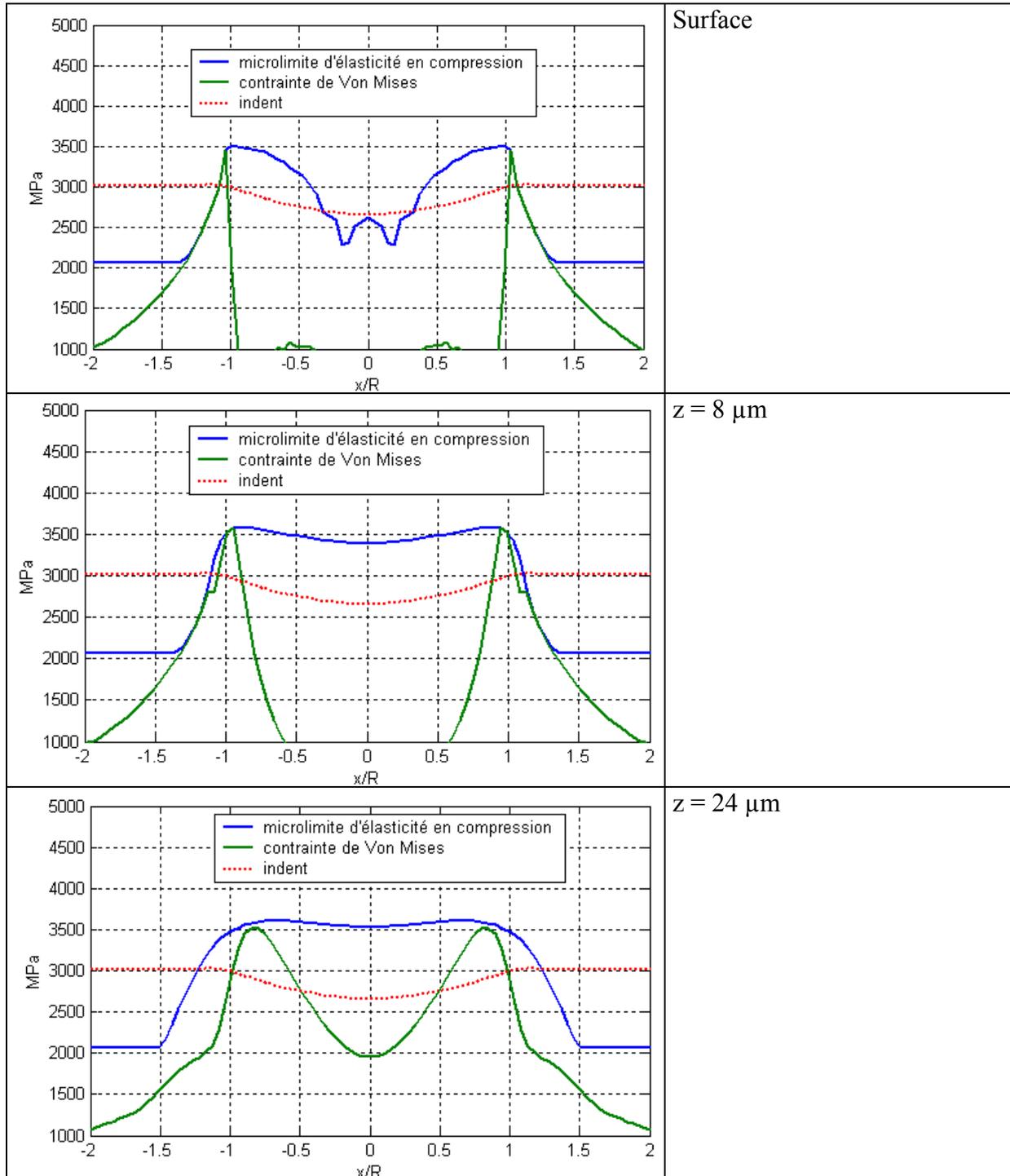


Figure V.45. Sollicitations subies au voisinage de l'indent 400-20.

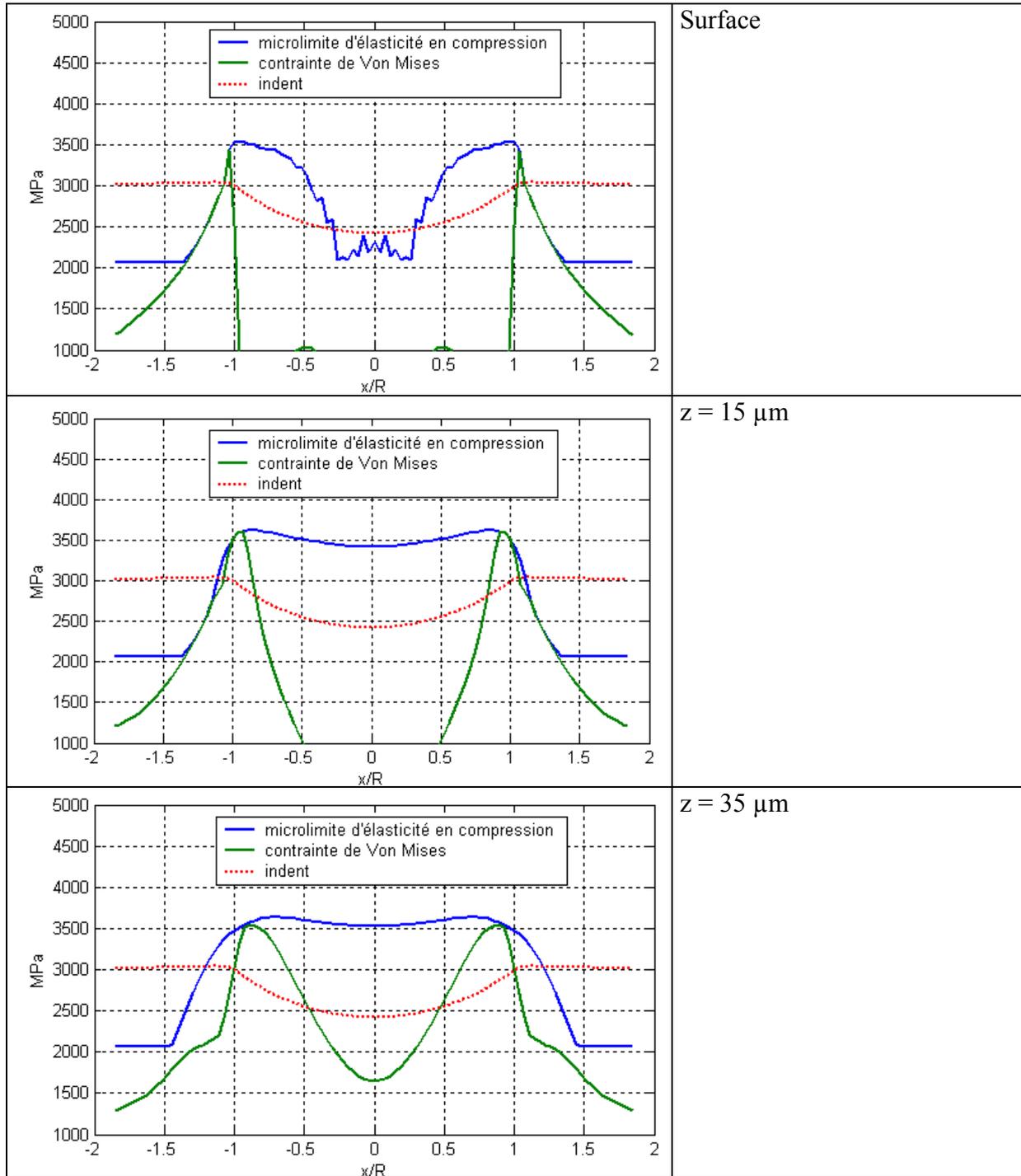


Figure V.46. Sollicitations subies au voisinage de l'indent 600-50.

Le rodage est un élément important à prendre en compte pour l'étude de la durée de vie des contacts indentés. En effet, au cours de cette phase, les sollicitations subies et la micro-limite d'élasticité, nécessaires à toute étude de durée de vie, évoluent. Cette évolution peut se faire sans modification notable de la géométrie de la surface, mécanisme qui intervient donc en second lieu, après la limitation des sollicitations subies par la création de contraintes résiduelles de rodage.

La simulation du rodage des indents, cohérente avec les résultats expérimentaux, nous a permis d'obtenir les sollicitations subies pendant le passage de la charge au cours de la phase de fatigue ainsi que les caractéristiques du matériau en fonctionnement.

V.4.3 ETUDE PROSPECTIVE SUR LA MODELISATION PHYSIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT.

Une fois que le rodage a été simulé, il s'agit de déterminer et de modéliser les mécanismes qui conduisent à l'initiation de micro-fissures au voisinage de l'indent. L'apparition d'un endommagement au bout d'un certain nombre de cycles ne peut se concevoir qu'à la condition que le matériau ne se comporte pas parfaitement élastiquement. En effet, si son comportement est parfaitement réversible, il "oublie" la sollicitation qu'il subit à chaque cycle, et rien ne peut justifier l'apparition soudaine d'une micro-fissure au bout du n ème cycle, qui serait parfaitement identique à tous les précédents.

Après le rodage de l'indent, où des déformations plastiques importantes sont générées, l'irréversibilité cyclique est très faible et modifie peu les sollicitations subies pendant le cycle. Les sollicitations après rodage déterminées par le code de contact élastoplastique sont donc identiques à celles subies au cours de la phase de fatigue. Cet outil n'est pas adapté à l'étude des faibles phénomènes irréversibles cycliques. D'ailleurs, en raison du modèle de plasticité utilisé, le comportement après rodage prédit par cet outil est purement élastique. Il est donc nécessaire de changer d'échelle d'analyse, et de s'intéresser aux phénomènes microplastiques au voisinage de l'état post rodage, qui, cumulés sur un grand nombre de cycles, sont responsables de l'amorçage de micro-fissures.

Au cours de ses travaux, Cercueil [7] a réalisé l'expérience suivante sur un acier à roulement (figure V.47) :

- Une éprouvette a été comprimée jusqu'à une contrainte σ , supérieure à la limite d'élasticité initiale.
- L'éprouvette a été déchargée
- L'éprouvette a ensuite été rechargée jusqu'à la valeur σ . Lors de la seconde charge, la micro-limite d'élasticité σ_e est inférieure à σ et supérieure à la micro-limite d'élasticité initiale.

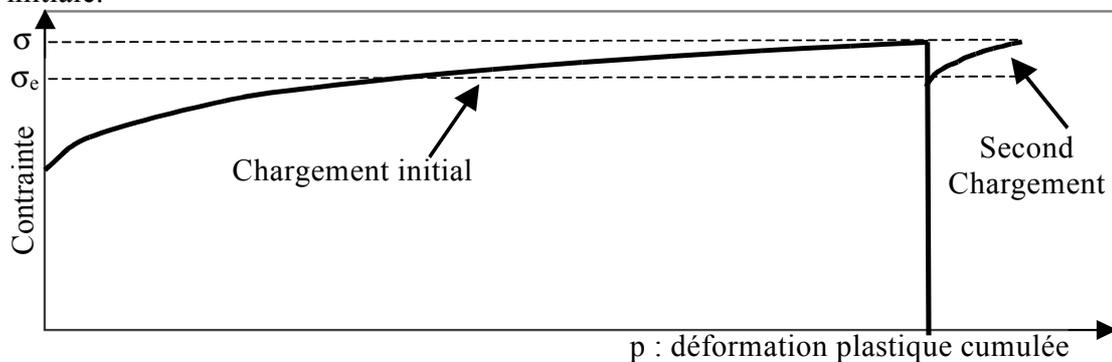


Figure V.47. Représentation schématique de l'expérience de Cercueil.

Ainsi, la limite d'élasticité écrouie est légèrement inférieure à la contrainte maximale atteinte. Ce phénomène est le mécanisme moteur de l'initiation de l'endommagement. En effet, à chaque cycle charge-décharge, la micro-limite d'élasticité est légèrement dépassée. Des dislocations vont donc être émises. Au fil des cycles, la densité de dislocations va alors augmenter, jusqu'à atteindre une densité critique et provoquer l'amorçage d'une micro-fissure.

Si on appelle $\Delta\Lambda_k$ l'augmentation de la densité de dislocations pendant le cycle k , au bout d'un nombre de cycles N , la densité de dislocation Λ peut s'exprimer en fonction de la densité de dislocations initiale Λ_i et de l'incrément cyclique :

$$\Lambda = \Lambda_i + \sum_{k=1}^N \Delta\Lambda_k \quad (\text{V.17})$$

L'amorçage se produit au bout de N_a cycles, lorsque la densité de dislocations est égale à la densité critique Λ_c .

$$\Lambda_c = \Lambda_i + \sum_{k=1}^{N_a} \Delta\Lambda_k \quad (\text{V.18})$$

Si on appelle σ la contrainte de Von Mises atteinte au cours du cycle (contrainte maximale subie en chaque point lors du passage de la charge sur l'indent après rodage) et σ_e la limite d'élasticité à la charge après rodage, le nombre de cycles à l'amorçage peut s'exprimer selon Fougères et al [29] par :

$$N_a = \frac{A - \sigma_e^2}{f^* (\sigma^2 - \sigma_e^2)} \quad (\text{V.19})$$

où A est une constante dépendant du matériau et f^* le facteur d'irréversibilité qui définit la part irréversible des dislocations mises en mouvement pendant un cycle charge-décharge.

Pour appliquer ce modèle, il est nécessaire de caractériser A et f^* , mais aussi de connaître la différence entre la micro-limite d'élasticité σ_e et la contrainte maximale admissible donnée par la loi de Voce modifiée. Cette différence tend asymptotiquement vers zéro pour les grandes déformations (en raison de l'enchevêtrement des dislocations qui bloque tout mouvement) comme pour les faibles taux d'érouissage (puisque'elle est forcément nulle pour la micro-limite d'élasticité initiale). En revanche, nous ne disposons pas d'éléments permettant de la décrire entre les deux. A titre d'exemple, nous avons considéré une constante $A = 64 \text{ GPa}^2$ associée à la courbe de micro-limite d'élasticité illustrée sur la figure V.48.

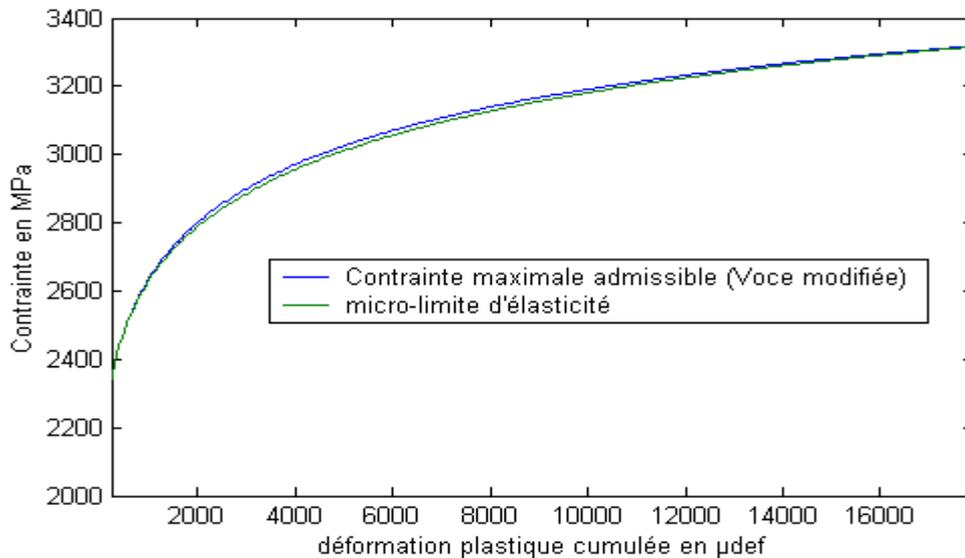


Figure V.48. Contrainte maximale admissible et micro-limite d'élasticité après rodage.

L'application de ce modèle (équation V.19) au cas de l'indent 200-20 permet de définir la zone où le temps d'amorçage est le plus faible au voisinage de l'indent. Les résultats sont présentés figure V.49 à différentes profondeurs sur les plans parallèles à la surface. Le temps minimal d'amorçage au voisinage de l'indent est utilisé comme facteur d'adimensionnement. Nous pouvons alors constater que l'application de ce modèle, après avoir pris en compte l'érouissage, peut permettre de mettre en évidence des dissymétries dans le sens du passage de la charge, ainsi que le fait que la zone la plus sollicitée en aval de l'indent dans le sens du roulement n'est pas située exactement au bord de l'indent, en $x/R = -1$, ainsi qu'il a été constaté expérimentalement. Cependant, le choix des paramètres ayant été réalisé de manière tout à fait arbitraire, nous ne pouvons pas exploiter les résultats de ces calculs pour obtenir une estimation quantitative de la durée de vie.

La détermination des constantes A et f^* pour le 32CrMoV13 nitruré ainsi que la caractérisation de la différence entre la micro-limite d'élasticité et la contrainte maximale admissible en fonction du taux d'érouissage permettront d'identifier les zones d'initiation de l'endommagement et d'évaluer la durée de vie des indents. Nous pourrions alors évaluer la nocivité des indents de façon absolue, et non pas relative comme c'est le cas en considérant la limite d'endurance H1I.

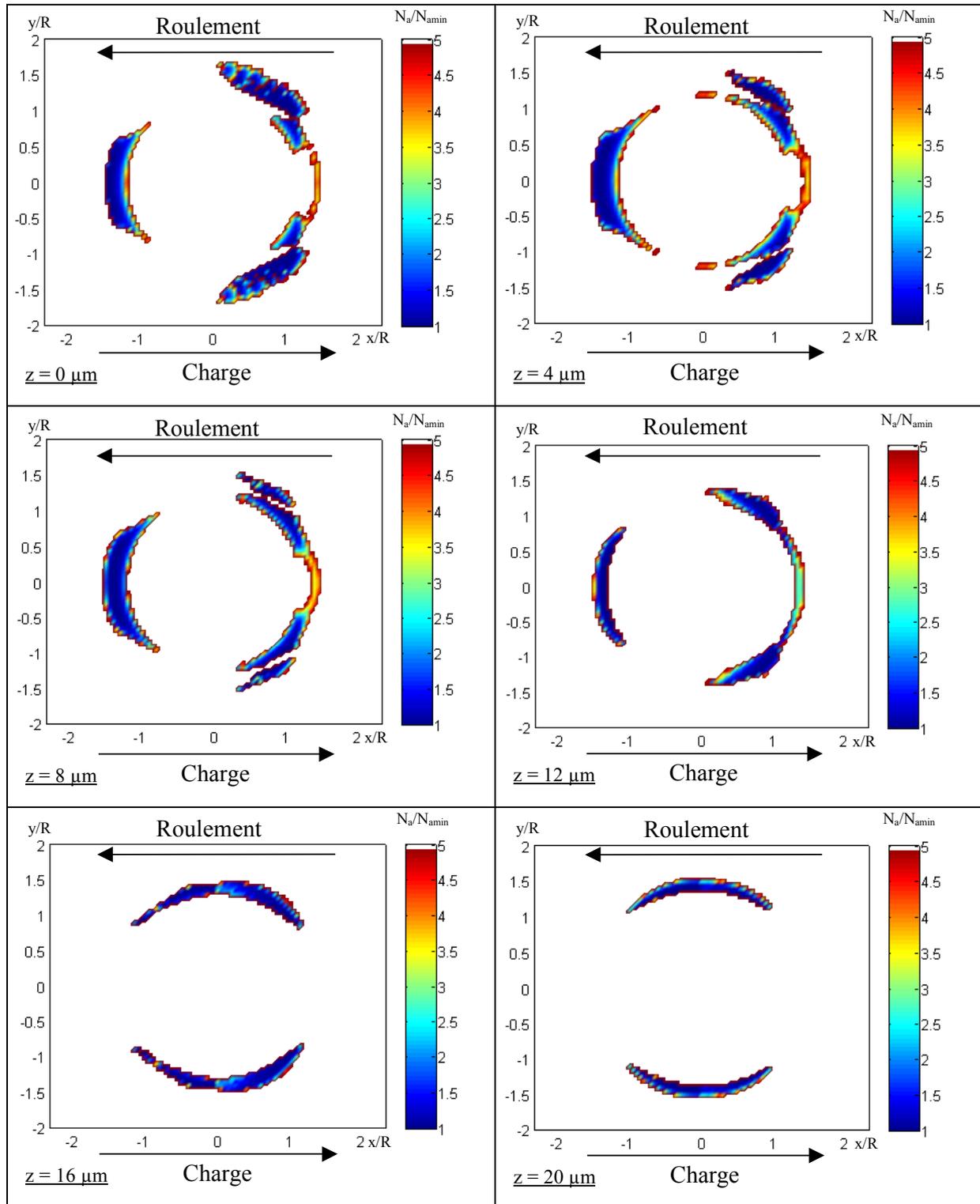


Figure V.49. Exemple de calcul de durée de vie au voisinage de l'indent 200-20.

V.5 CONCLUSION.

L'analyse et la modélisation des propriétés de fatigue en présence d'indentation nécessitent la prise en compte du processus d'indentation. Les contraintes résiduelles et l'érouissage du matériau introduit pendant l'indentation ne pouvant être obtenus que numériquement, nous avons simulé l'essai d'indentation. Ces simulations, réalisées avec un coefficient de frottement de 10 % et des lois d'érouissage extrapolées jusqu'à de grands taux de déformation, ont été validées en comparant les profils numériques et expérimentaux. L'extrapolation des lois d'érouissage est rendue nécessaire par les taux de déformation très élevés (jusqu'à 40 % de déformation plastique cumulée) qui peuvent être rencontrés au voisinage des indents. Les contraintes résiduelles peuvent également être très importantes, puisque la contrainte résiduelle de Von Mises peut s'élever au-delà de 3000 MPa, ce qui est très proche de la limite d'élasticité érouie.

Après avoir mis en place le transfert des résultats des simulations d'indentation, effectuées par éléments finis, vers le code de contact semi-analytique développé dans le cadre des petites déformations et des massifs semi-infinis, nous avons pu étudier la borne inférieure de la limite d'endurance en présence d'indentation. Cette dernière est définie comme la charge maximale qu'il est possible d'appliquer sur le contact indenté sans provoquer de dépassement de la micro-limite d'élasticité. Elle intègre donc la présence des contraintes résiduelles et l'érouissage du matériau introduit pendant l'indentation.

Nous avons comparé nos résultats numériques à ceux de l'étude expérimentale présentée au chapitre IV. Nous avons constaté que la limite d'endurance en roulement pur des indents ayant provoqué un endommagement dans ces conditions est inférieure à la charge à laquelle a été effectué l'essai, ce qui est cohérent avec la définition de la borne inférieure de la limite d'endurance. De plus, nous avons constaté des traces de déformation plastique autour des indents dont la limite d'endurance est inférieure à la pression de Hertz de l'essai, même s'ils n'ont pas provoqué d'endommagement, signe que la limite d'élasticité, et donc la limite d'endurance, a bien été dépassée. Enfin, nous avons pu mettre en évidence l'influence des contraintes résiduelles d'indentation et de l'érouissage du matériau sur la limite d'endurance. Ceci nous a permis de démontrer que la limite d'endurance du corps roulant indenté est plus faible que celle du massif lisse qui roule sur l'indent. Les contraintes résiduelles d'indentation n'ont donc pas un rôle protecteur.

Nous avons alors pu comparer les qualités du 32CrMoV13 nitruré et du M50. La limite d'endurance en présence d'une indentation réalisée dans les mêmes conditions sur ces deux aciers est plus élevée pour le 32CrMoV13 nitruré que sur le M50. Nous avons également montré que le rapport entre la racine carrée de la force d'indentation et le rayon de courbure du pénétrateur permettait, pour les indents réalisés avec des pénétrateurs sphériques en diamant, de classer les indents selon leur nocivité relative.

Enfin, en observant le comportement des indents pour chaque condition d'essai (roulement pur, glissement), nous avons pu constater que les indents dont la limite d'endurance est la plus faible en roulement pur sont également ceux qui provoquent des endommagements dans les autres conditions de fonctionnement. Il semble donc que, pour une condition d'essai donnée, les indents puissent être classés selon leur nocivité relative par la limite d'endurance en roulement pur.

Cependant, le concept de limite d'endurance n'est pas suffisant pour déterminer le caractère endommageant d'un indent. Nous nous sommes donc intéressés à la durée de vie des contacts indentés. Pour cela, il est nécessaire de considérer la phase de rodage de l'indent.

Nous avons mis en évidence l'importance de cette phase sur les sollicitations subies pendant la phase de fatigue ainsi que sur l'évolution de la déformation plastique cumulée, même en l'absence d'évolution géométrique significative. La limitation des contraintes subies par l'apparition de contraintes résiduelles est, dans notre cas, le mécanisme principal du rodage.

Après avoir exposé les résultats des simulations du rodage de quelques indents choisis, nous avons présenté une modélisation physique des mécanismes d'endommagement. Cette modélisation, basée sur l'irréversibilité d'une partie des dislocations mobiles émises à chaque cycle charge-décharge devrait permettre, à terme, de prédire la durée de vie des contacts indentés, et donc de déterminer la nocivité des indents de manière absolue, et non plus relative.

CONCLUSION GENERALE.

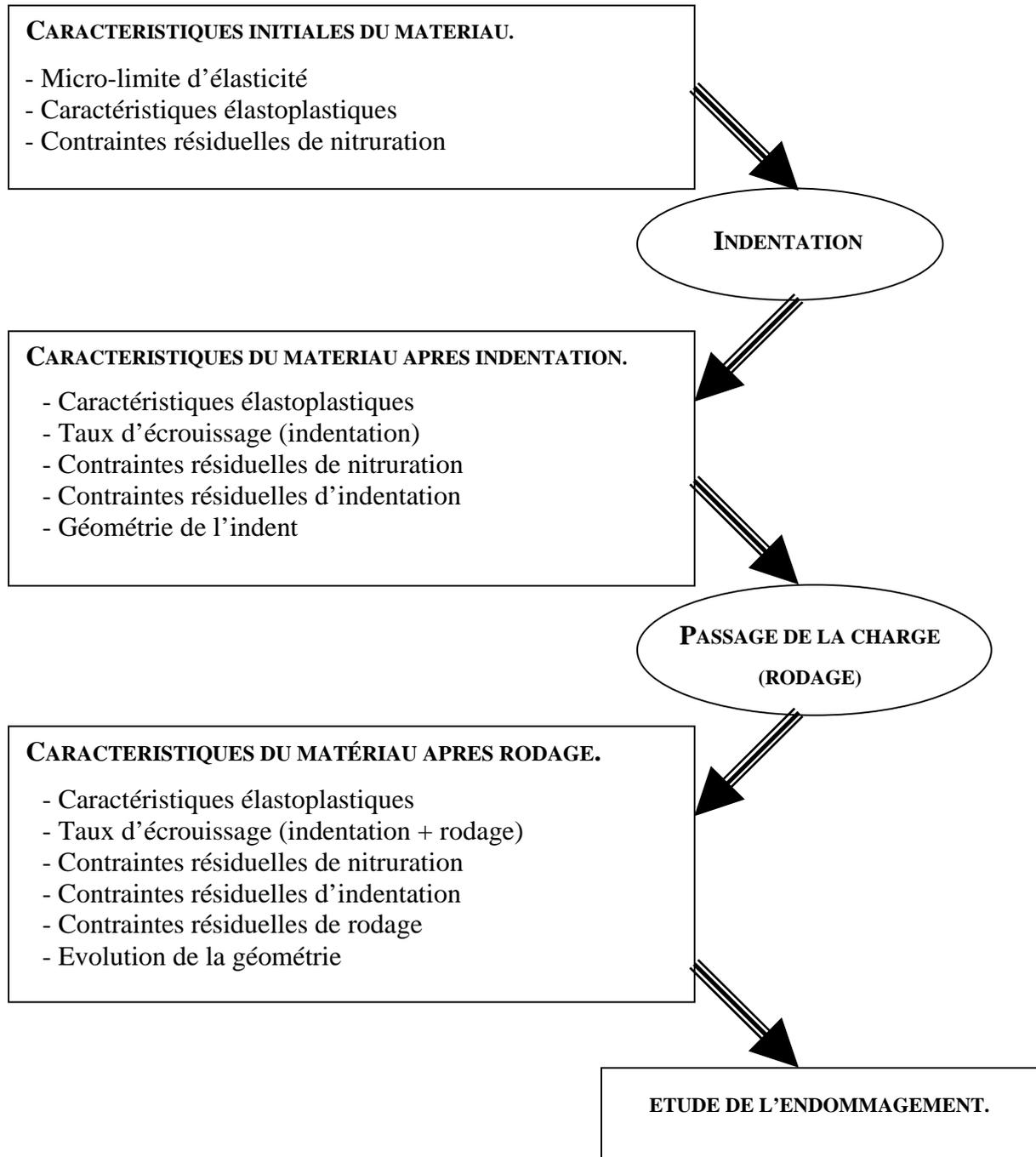


Figure 1. Evolution des caractéristiques initiales du matériau au cours des événements.

CONCLUSION GENERALE.

Pour comprendre les mécanismes d'endommagement du 32CrMoV13 nitruré sollicité en fatigue de roulement en présence d'indentations, il est nécessaire de connaître les sollicitations qu'il subit ainsi que les caractéristiques du matériau pendant la phase de fatigue. Au terme de l'étude bibliographique, nous avons pu poser le problème de la façon suivante (figure 1):

- Initialement, le 32CrMoV13 nitruré présente un profil de micro-limite d'élasticité et de contraintes résiduelles de nitruration.
- L'indent est créé. La surface est déformée, des contraintes résiduelles sont introduites et le matériau est écroui au voisinage de l'indent.
- Le corps roulant passe sur l'indent nouvellement créé, qui peut se déformer plastiquement. Des contraintes résiduelles sont introduites et le matériau est à nouveau écroui. La géométrie de la surface évolue. C'est la phase de rodage.
- Le corps roulant passe sur la géométrie rodée. Les sollicitations subies dépendent des contraintes résiduelles de nitruration, d'indentation, de rodage et des contraintes dues aux pressions de contact. Les propriétés du matériau ont été modifiées par l'indentation puis par le rodage. C'est la phase de fatigue.

L'étude théorique de la fatigue de roulement nécessite donc la connaissance des caractéristiques initiales du matériau ainsi que la simulation des différents événements qu'il subit, à savoir l'indentation et le rodage.

Contact élastoplastique.

Le premier point de notre étude a consisté à développer un outil permettant de simuler le rodage de l'indent. Il s'agit pour cela de résoudre le problème du contact élastoplastique tridimensionnel transitoire afin de prendre en compte le trajet de l'indent dans le contact. Les caractéristiques du problème, petites déformations et massifs semi-infinis, ainsi que la finesse du maillage nécessaire à la description des indents, nous ont incité à développer un code de contact élastoplastique 3D transitoire semi-analytique.

Le code de calcul, basé sur une description de type éléments frontières, a été validé tant numériquement qu'expérimentalement.

L'intérêt de ce code de calcul par rapport aux outils existant réside principalement dans la limitation du maillage volumique aux seules zones déformées plastiquement et dans l'utilisation des méthodes accélératrices multi-grilles et FFT, ce qui permet de limiter les temps de calcul et donc d'affiner suffisamment le maillage pour résoudre le problème du contact indenté élastoplastique transitoire.

Ce code de calcul peut également être utilisé pour simuler l'essai de nano-indentation. La possibilité de prendre en compte un champ de contraintes résiduelles non axisymétrique nous a été très utile dans le second point de notre étude, pour simuler l'influence des contraintes résiduelles de nitruration sur la profondeur de l'empreinte résiduelle, et donc sur le déplacement rémanent de la tête d'indentation.

Caractérisation des propriétés mécaniques du 32CrMoV13 nitruré.

Le second point de notre étude a consisté à déterminer le comportement plastique du 32CrMoV13 nitruré, son profil de micro-limite d'élasticité ainsi que l'influence de la géométrie des pièces nitrurées sur les contraintes résiduelles de nitruration.

Nous avons montré que le comportement élastoplastique du 32CrMoV13 nitruré peut être décrit, en chaque point, par une loi de Swift, à partir de la micro-limite d'élasticité en cisaillement :

$$\sigma_{eq} = 2\tau_e \left(\frac{16 + p \cdot 10^6}{16 + 20} \right)^{0,067}$$

Pour déterminer le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré, nous avons mis au point une méthode de mesure locale par nano-indentation, adaptée à cet acier, qui intègre la présence des contraintes de nitruration. A cet effet, nous avons développé une méthode permettant le calcul des contraintes résiduelles au point de mesure, à partir du profil de déformation de transformation, grandeur intrinsèque que nous avons identifiée à partir de mesures de contraintes résiduelles dans une configuration connue.

Nous avons alors mesuré le profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré. Nous avons montré que, lorsque cette mesure est réalisée sur une coupe perpendiculaire à la surface nitrurée, l'influence des contraintes résiduelles est faible. La micro-limite d'élasticité en cisaillement varie de manière quasi-linéaire de 1170 MPa en surface jusqu'à la valeur à cœur de 420 MPa, atteinte à partir de 800 μm de profondeur. La cohérence des mesures est confortée par la similitude du profil de micro-limite d'élasticité avec ceux de nano-dureté et ceux de concentration en azote et en carbone.

Nous nous sommes également intéressés à l'évolution des contraintes résiduelles de nitruration avec la géométrie des pièces nitrurées pour un traitement de nitruration donné. Nous avons mis en évidence que les contraintes résiduelles de compression diminuent avec l'épaisseur des pièces nitrurées. Nous avons également montré l'intérêt de nitrurer la face opposée à la face sollicitée, pour optimiser les contraintes résiduelles de compression sur cette dernière. Enfin, nous avons mis en évidence que les contraintes résiduelles sont perturbées par un bord non traité jusqu'à une distance égale à l'épaisseur de la pièce nitrurée et que cette distance peut être réduite de 60% si le bord est traité. Ces considérations permettent de dimensionner les pièces nitrurées de façon optimale vis à vis des contraintes résiduelles de compression.

A la suite de ces deux points, nous disposons des caractéristiques initiales du 32CrMoV13 nitruré et de l'outil qui nous manquait pour simuler la chaîne des événements qui conduisent à la fatigue de roulement. Nous avons alors pu focaliser notre étude sur les mécanismes et les conditions d'endommagement du 32CrMoV13 nitruré sollicité en fatigue de roulement en présence d'indentation.

Etude expérimentale des mécanismes d'endommagement.

Nous avons étudié expérimentalement les mécanismes d'endommagement du 32CrMoV13 nitruré en présence d'indentation par des essais de fatigue sur une machine bi-disques. Les conditions d'essai ont été choisies afin de s'approcher des sollicitations rencontrées en fonctionnement sur les applications aéronautiques. Nous nous assurons ainsi que les essais ne sont pas sévérés à outrance et que les mécanismes activés pendant les essais sont identiques à ceux activés en fonctionnement. L'expertise des essais de fatigue a été réalisée en mettant

en place un critère pratique d'endommagement très sévère, très proche de l'initiation de l'endommagement.

Cette étude expérimentale nous a permis d'aboutir à un certain nombre de conclusions. Tout d'abord, le 32CrMoV13 nitruré résiste mieux à la fatigue de roulement en présence d'indentation que le M50. De plus, pour les gammes de charge rencontrées dans les applications aéronautiques, la charge a une influence très faible sur l'endommagement par fatigue de roulement en présence d'indentation. L'influence des contraintes circonférentielles de traction de 115 MPa est modérée. Enfin, un glissement, même faible, est un facteur très aggravant.

Nous avons également localisé les sites d'endommagement préférentiels autour des indents. En roulement pur, les endommagements se produisent en aval dans le sens du roulement. En roulement plus glissement, ils apparaissent en aval par rapport au frottement. Deux zones d'endommagement distinctes ont été identifiées au voisinage de l'indent. La première, ZR, est située au bord de l'indent et n'est activée qu'en roulement pur. La seconde, ZRF, est décollée du bord de l'indent et est activée en roulement pur et en glissement.

Analyse et modélisation des propriétés de fatigue en présence d'indentation.

Pour étudier la fatigue en présence d'indentation, nous avons tout d'abord simulé le processus d'indentation contrôlée. Ces simulations, effectuées avec un coefficient de frottement de 10% et une extrapolation des lois d'écrouissage sous la forme de lois de Voce, ont permis de bien reproduire la géométrie des indents réalisés expérimentalement. Ce point constitue une validation indirecte des contraintes résiduelles et du taux d'écrouissage obtenus par calcul.

Nous avons alors étudié la limite d'endurance en présence d'indentation. Nous l'avons définie comme étant la pression de Hertz maximale pour laquelle le passage de la charge sur l'indent ne provoque aucun dépassement de la micro-limite d'élasticité. Elle intègre donc la présence des contraintes résiduelles de nitruration et d'indentation ainsi que l'écrouissage du matériau pendant l'indentation. Sa détermination numérique est cohérente avec les résultats expérimentaux : la limite d'endurance des indents endommagés est effectivement inférieure à la pression de Hertz de l'essai. Par ailleurs, tous les indents dont la limite d'endurance est inférieure à la pression de Hertz de l'essai présentent des traces d'évolution plastique, signe qu'elle est effectivement dépassée.

L'analyse de la limite d'endurance du contact indenté a permis de montrer que, globalement, elle est plus faible pour le galet indenté que pour le galet lisse en vis à vis. De plus, nous montrons que pour un même indent, elle est plus élevée sur le 32CrMoV13 nitruré que sur le M50.

Nous avons également montré que dans le cas des indents réalisés avec des pénétrateurs sphériques en diamant, le rapport I_R , rapport entre la racine carrée de la force d'indentation et le rayon du pénétrateur qui est proportionnel à la pente moyenne de l'indent, permet de classer les indents produits selon leur nocivité.

Dans un cadre plus général, il semble que la limite d'endurance en roulement pur des différents indents soit un bon indicateur de leur nocivité relative, pour une condition de fonctionnement donnée.

Perspectives.

La limite d'endurance a été déterminée dans des conditions de roulement pur. La prise en compte de sollicitations tangentiels au niveau du calcul des contraintes résiduelles permettrait d'effectuer cette même étude avec du glissement, qui, nous l'avons constaté

expérimentalement, a une forte influence sur l'endommagement des contacts indentés. La principale difficulté liée à ce développement ne réside pas dans la prise en compte de sollicitations tangentielles, mais bien plus dans la détermination d'un coefficient de frottement adéquat.

Le concept de limite d'endurance nous permet de déterminer quels sont les indents susceptibles de produire un endommagement. Cependant, il ne nous permet pas de prédire la durée de vie de ces indents. Ainsi, sur les essais en roulement pur, nous n'avons identifié que trois types d'indents endommageants en 20 millions de cycles, alors que la limite d'endurance de la majorité des indents testés était dépassée. Il nous semble alors nécessaire de dépasser la notion de limite d'endurance pour pouvoir identifier les indents qui provoquent un endommagement en peu de cycles, par rapport à ceux dont la durée de vie est plus élevée.

Enfin, le troisième axe sur lequel il convient de travailler concerne le processus d'indentation. En effet, l'indentation artificielle nous permet de comprendre les mécanismes mis en jeu dans la fatigue de roulement, d'identifier le rôle des contraintes résiduelles et de l'écroutissage du matériau. Il est donc important de déterminer comment le processus d'indentation influe sur ces paramètres afin de pouvoir mieux estimer la nocivité des indents naturels, produits par le passage des particules solides dans le contact.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

- [1] M. Aublin, R. Boncompain, M. Boulaton et al. *Systèmes mécaniques. Théorie et dimensionnement*. Paris : Dunod, 1992, 658 p.
- [2] T. Bell, Y. Sun. *Load bearing capacity of plasma nitrided steel under rolling-sliding contact*. Surface engineering, 1996, vol.6, n°2, pp. 133-139.
- [3] E. Beskos, Ed. *Boundary element methods in mechanics*. Amsterdam : Elsevier, 1987, 598 p.
- [4] C.A. Brebbia. *The boundary element method for engineers. 2nd ed.* London : Pentech Press, 1980, 184 p.
- [5] E.O. Brigham. *The fast fourier transform*. Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1974, 252 p.
- [6] P.M.E. Cann, J.C. Hamer, R.S. Sayles et al. *Direct observation of particle entry and deformation in a rolling EHD contact*. **In** : D. Dowson et al Eds. The third body concept : interpretation of tribological phenomena, Proc. of the 22nd Leeds-Lyon symposium on tribology, 1995, Lyon. Amsterdam : Elsevier, 1996, pp 127-134. (Tribology series, vol. 29)
- [7] H. Cercueil. *Etude d'une nouvelle nuance d'acier à roulement pour conditions d'usage sévères et modélisation de son endommagement en présence d'une indentation*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1999, 182 p.
- [8] F. Champiot Bayard. *Etude et modélisation de la propagation des fissures de fatigue de roulement amorcées en sous-couche dans l'acier M50(80MoCrV42)*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1997, 252 p.
- [9] W. Cheng, H.S. Cheng, T. Mura, L.M. Keer. *Micromechanics modeling of crack initiation under contact fatigue*. ASME Journal of Tribology, 1994, vol. 116, n°1, pp. 2-8.
- [10] Y.P. Chiu. *On the internal stresses in a half plane and a layer containing localized strains or inclusions*. ASME Journal of Applied Mechanics, 1980, vol. 47, pp. 313-318.
- [11] Y.P. Chiu . *On the stress field and surface deformation in a half space with a cuboidal zone in which initial strains are uniform*. ASME Journal of Applied Mechanics, 1978, Vol 45, pp 302-306.
- [12] Y.P. Chiu. *On the stress field due to initial strains in a cuboid surrounded by an infinite elastic space*. ASME Journal of Applied Mechanics, 1977, vol. 44, pp. 587-590.
- [13] J.W. Cooley, J.W. Tukey. *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*. Math. Comp., 1965, vol. 19, pp. 297-301.
- [14] F. Couhier. *Modélisation du contact élastohydrodynamique cylindre/plan : influence des rugosités de surface sur les mécanismes de lubrification*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1996, 150 p.
- [15] S. Coulon, F. Ville, D. Nelias. *Numerical and experimental investigations on rolling contact fatigue for dented surfaces*. **In** : G. Dalmaz et al Eds. Tribology research : from model experiment to industrial problem, Proceedings of the 27th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 2000, Lyon. Amsterdam : Elsevier, 2001, pp. 459-467. (Tribology series, vol. 39)
- [16] K. Dang Van, M.H. Maitournam. *Steady-state flow in classical elastoplasticity : applications to repeated rolling and sliding contact*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1993, vol. 41, n°11, pp. 1691-1710

- [17] D. Dowson, G.R. Higginson. *Elasto-hydrodynamic lubrication*. 2nd ed. Oxford : Pergamon Press, 1977, 235 p.
- [18] M.L. Dumont. *Etude des endommagements de surface induits par fatigue de roulement dans les contacts élastohydrodynamiques pour des aciers M50 et 100Cr6*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1997, 197 p.
- [19] H. Elgahazal, A. Hamel, A. Vincent. *Traitements thermochimiques de cémentation et nitruration – Tenue de fatigue de roulement*. Rapport annuel contrat SNR/CNRS/INSA. Lyon : INSA de Lyon, 1997 , 64 p.
- [20] H. Elgahazal, A. Hamel, A. Vincent. *Traitements thermochimiques de cémentation et nitruration – Tenue de fatigue de roulement*. Rapport annuel contrat SNR/CNRS/INSA. Lyon : INSA de Lyon, 1996 , 80 p.
- [21] H. Elgahazal. *Traitements thermochimiques de cémentation et nitruration – Tenue de fatigue de roulement*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1999, 234 p.
- [22] H. Elghazal, G. Lormand, A. Hamel, D. Girodin, A. Vincent. *Microplasticity characteristics obtained through nano-indentation measurements: application to surface hardened steels*. Material Science and Engineering A, 2001, vol. 303, n°1, pp 110-119.
- [23] H. Elghazal, A. Hamel, D. Girodin, A. Vincent, G. Lormand. *Détermination par nano-indentation du profil des propriétés de microplasticité d'aciers cémentés*. Matériaux et techniques, 2001, vol. 89, n°1, 29 p.
- [24] A. Erdélyi, Ed., W. Magnus, F. Oberhettinger et al. *Tables of integral transforms. Volume I*. New York : McGraw-hill, 1954, 391p.
- [25] A. Erdélyi, Ed., W. Magnus, F. Oberhettinger et al. *Tables of integral transforms. Volume II*. New York : McGraw-hill, 1954, 451p.
- [26] L. Flamand, D. Berthe, M. Godet. *Simulation of hertzian contacts found in spur gears with a high performance disc machine*. ASME Journal of Mechanical Design, 1981, vol 103, n°1, pp. 204-209.
- [27] L. Flamand. *Fatigue des surfaces*. Techniques de l'ingénieur : 1993, vol. BAD, B 5055, pp. 1-19.
- [28] S. Foissey, O. Atale, C. Deramaix, P. Jacquot. *Nitruration basse pression : NITRAL® et NITRALOX®*. In : ATTT97 Internationaux de France du Traitement Thermique, 1997. pp193-201.
- [29] R.Fougères, G. Lormand, A. Vincent, D. Nélias, G. Dudragne, D. Girodin, G. Baudry, P. Daguier. *A new physically based model for predicting the fatigue life distribution of rolling bearings*. In : J.M. Beswick Ed. Bearing Steel Technology, 2001, Phoenix.
- [30] D. Ghiglione, C. Leroux, C. Tournier. *Pratique des traitements thermochimiques – Nitruration, nitrocarburation et dérivés*. Techniques de l'ingénieur : 1996, vol. MD, M 1222, pp. 1-44.
- [31] V. Gupta, G. T. Hahn, P. C. Bastias, C. A. Rubin. *Contribution of surface irregularities to rolling contact plasticity in bearing steels*. ASME Journal of Tribology, 1995, vol. 117, n°4, pp. 660-666.
- [32] G. T. Hahn, V. Bhargava, C. A. Rubin, Q. Chan , K. Kim. *Analysis of the rolling contact residual stresses and cyclic plastic deformation of SAE 52100 steel ball bearings*. ASME Journal of Tribology, 1987, vol. 109, pp. 618-626.

- [33] B.J. Hamrock, D. Dowson. *Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts. Part I- Theoretical foundation*. ASME Journal of Lubrication Technology series F, 1976, vol. 98, n°2, pp 223-229.
- [34] B.J. Hamrock, D. Dowson. *Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts. Part II- Ellipticity parameter results*. ASME Journal of Lubrication Technology series F, 1976, vol. 98, n°3, pp. 375-383.
- [35] T.A. Harris. *Rolling bearing analysis*. 3rd ed. New York : Wiley-Interscience, 1991, 1013 p.
- [36] A.D. Hearle, K.L. Johnson. *Cumulative plastic flow in rolling and sliding line contact*. ASME Journal of Applied Mechanics, 1987, vol. 54, pp. 1-7.
- [37] K.L. Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1985, 452 p.
- [38] A.S. Khan, S. Huang. *Continuum theory of plasticity*. New York : Wiley-Interscience, 1995, 420 p.
- [39] P. Lamagnère, R. Fougères, G. Lormand, A. Vincent, D. Girodin, G. Dudragne, F. Vergne. *A physically based model for endurance limit of bearing steels*. ASME Journal of Tribology, 1998, vol 120, n°3, pp. 1-6.
- [40] P. Lamagnère. *Etude et modélisation de l'amorçage des fissures de fatigue de roulement au voisinage des microhétérogénéités dans l'acier M50(80MoCrV42)*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1996, 180 p
- [41] J. Lemaître, J.L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*. Paris : Dunod, 1988, 544 p.
- [42] G. Lormand, P. Meynaud, A. Vincent, G. Baudry, D. Girodin, G. Dudragne. *From cleanliness to rolling fatigue life of bearings – A new approach*. **In** : J.J.C Hoo, W.B. Green. Fifth international Symposium on bearing steels : Into the 21st Century, 1996, New Orleans. West Conshohocken, Pa : ASTM, 1998, pp. 55-69. (ASTM S.T.P., vol. 1327)
- [43] A.A. Lubrecht, E. Ioannides. *A fast solution for the dry contact problem and the associated subsurface stress field, using multilevel techniques*. ASME Journal of Tribology, 1991, vol. 113, n°1, pp. 128-133.
- [44] J.B. Martin. *Plasticity*. Cambridge, USA : The MIT Press, 1975, 931 p.
- [45] C. Mayeur. *Modélisation du contact rugueux élastoplastique*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1995, 178 p.
- [46] C. Mayeur, P. Sainsot, L. Flamand. *A numerical elastoplastic model for rough contact*. ASME Journal of Tribology, 1995, vol. 117, n°3, pp. 422-429.
- [47] D. Nélias. *Contribution à l'étude des roulements. Modélisation globales des roulements et avaries superficielles dans les contacts EHD pour des surfaces réelles ou indentées*. Dossier d'habilitation à diriger des recherches. Lyon : INSA de Lyon, 1999, 160 p.
- [48] D. Nélias, M.L. Dumont, F. Champiot, A. Vincent, D. Girodin, R. Fougères, L. Flamand. *Role of inclusions, surface roughness and operating conditions on rolling contact fatigue*. ASME Journal of tribology, 1999, vol. 121, n°2, pp. 240-251.
- [49] N. Piskounov. *Calcul différentiel et intégral*. Moscou : Mir, 1966, 867 p.

- [50] J.J. Skrzypek. *Plasticity and creep : theory, examples and problems*. Boca raton, Florida : CRC Press, 1993, 542 p.
- [51] I.S. Sokolnikoff. *Mathematical theory of elasticity 2nd ed.* New York : McGraw-Hill, 1956, 476 p.
- [52] L. Solomon. *Elasticité linéaire*. Paris : Masson et C^{ie}, 1968, 693 p.
- [53] T.E. Tallian. *Failure atlas for hertz contact machine elements. 2nd ed.* New York : ASME Press, 1999, 486 p.
- [54] F. Vergne. *Calcul des déplacements et des contraintes dans un demi-espace élastique chargé en surface par des actions distribuées normales ou tangentielles quelconques*. DEA Mécanique. Lyon : INSA de Lyon, 1985, 61 p.
- [55] P. Vergne, D. Nélias. *Tribological and rheological properties of a MIL-L23699 lubricant*. **In** : Proceedings of the International Tribology Conference, 1995, Yokohama. pp 691-696.
- [56] F. Ville. *Pollution solide des lubrifiants, indentation des surfaces*. Thèse de doctorat. Lyon : INSA de Lyon, 1998, 163 p.
- [57] F. Ville, D. Nélias. *Technical Papers - Detrimental Effects of Debris Dents on Rolling Contact Fatigue*. ASME Journal of Tribology, 2000, vol. 122, n°1, pp. 55-64.
- [58] F. Ville, D. Nélias, G. Tournalias, L. Flamand, P. Sainsot. *On the two-disc machine : a polyvalent and powerful tool to study fundamental and industrial problems related to elastohydrodynamic lubrication*. **In** : G.Dalmaz et al Eds. Tribology research : from model experiment to industrial problem, Proceedings of the 27th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 2000, Lyon. Amsterdam : Elsevier, 2001, pp. 393-402. (Tribology series, vol. 39)
- [59] A. Vincent, G. Lormand, P. Lamagnère, L. Gosset, D. Girodin, G. Dudragne, R. Fougères. *From white etching areas formed around inclusions to crack nucleation in bearing steels under rolling contact fatigue*. **In** : J.J.C Hoo, W.B. Green. Fifth international Symposium on bearing steels : Into the 21st Century, 1996, New Orleans. West Conshohocken, Pa : ASTM, 1998, pp. 109-123. (ASTM S.T.P., vol. 1237)
- [60] Ph. Virnoux, G. Inglebert, R. Gras. *Characterisation of elastic-plastic behaviour for contact purposes on surface hardened materials*. Tribology series, 1994, vol. 27, pp. 287-301.
- [61] N. Vogel, A. Hazotte, J. Dulcy, H. Michel, S. Denis. *Internal mismatch stress associated with CrN precipitation in nitriding layers of Fe-Cr alloys*. **In** : S. Denis, J.L. Lebrun, B. Bourniquel Eds. Proc. of the fourth european conference on residual stresses, juin 1996, Cluny, France. Nanterre : SF2M, 1996, vol. 2, pp. 921-930
- [62] G. N. Watson. *A treatise on the theory of Bessel functions*. Cambridge : Cambridge university press, 1966, 804 p.
- [63] M. N. Webster, C. J. J. Norbart. *An experimental investigation of micropitting using a roller disk machine*. STLE Transactions, 1995, vol.38, n°4, pp 883-893.
- [64] G. Xu, F. Sadeghi, M. Hoepflich. *Residual stresses due to debris effects in EHL Contacts*. Tribology series, 1997, vol. 40, n° 4, pp. 613-621.

ANNEXES.

ANNEXES.

Annexe A1. Calcul des contraintes résiduelles dues à un parralélépipède de déformation
plastique dans un massif semi-infini. 234

Annexe A2. Plan des galets. 241

ANNEXE A1. CALCUL DES CONTRAINTES RESIDUELLES DUES A UN PARRALELEPIPEDE DE DEFORMATION PLASTIQUE DANS UN MASSIF SEMI-INFINI.

Nous explicitons ici le calcul du tenseur C^r (équation II.66), permettant le calcul des contraintes résiduelles au point $M(x_1, x_2, x_3)$ d'un massif semi infini dues à un parallélépipède de déformation plastique uniforme centré sur le point $(0,0,h)$, de taille $2b_1 \times 2b_2 \times 2b_3$. Le détail des démonstrations est disponible dans les travaux de Chiu [Erreur ! Source du renvoi introuvable., Erreur ! Source du renvoi introuvable., Erreur ! Source du renvoi introuvable.].

$$\sigma_{ij}^r(x_1, x_2, x_3) = C_{ijkl}^r(x_1, x_2, x_3, h) \cdot \epsilon_{kl}^p(0,0, h)$$

Le tenseur C^r est composé de 36 termes différents :

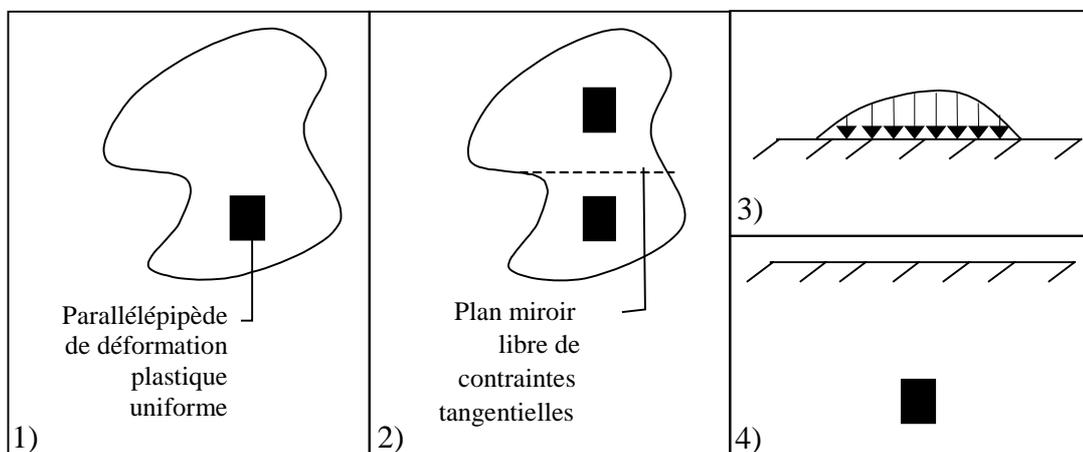
$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^r \\ \sigma_{22}^r \\ \sigma_{33}^r \\ \sigma_{12}^r \\ \sigma_{13}^r \\ \sigma_{23}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111}^r & C_{1122}^r & C_{1133}^r & C_{1112}^r & C_{1113}^r & C_{1123}^r \\ C_{2211}^r & C_{2222}^r & C_{2233}^r & C_{2212}^r & C_{2213}^r & C_{2223}^r \\ C_{3311}^r & C_{3322}^r & C_{3333}^r & C_{3312}^r & C_{3313}^r & C_{3323}^r \\ C_{1211}^r & C_{1222}^r & C_{1233}^r & C_{1212}^r & C_{1213}^r & C_{1223}^r \\ C_{1311}^r & C_{1322}^r & C_{1333}^r & C_{1312}^r & C_{1313}^r & C_{1323}^r \\ C_{2311}^r & C_{2322}^r & C_{2333}^r & C_{2312}^r & C_{2313}^r & C_{2323}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^p \\ \epsilon_{22}^p \\ \epsilon_{33}^p \\ \epsilon_{12}^p \\ \epsilon_{13}^p \\ \epsilon_{23}^p \end{bmatrix}$$

La solution est calculée comme étant la superposition de trois solutions.

La solution 1) correspond à la solution dans un massif infini en présence d'un parallélépipède de déformation plastique uniforme.

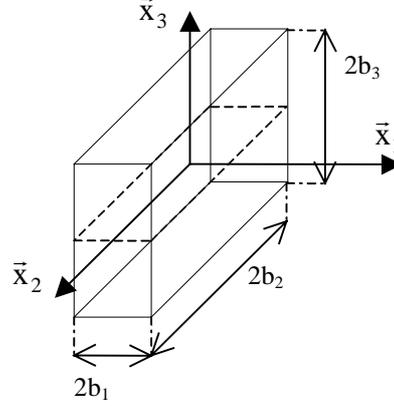
La solution 2) correspond à la solution dans un massif infini en présence d'un parallélépipède de déformation plastique uniforme image, tel que les déformations plastiques ϵ_{13}^p and ϵ_{23}^p soient opposées à celles de l'élément principal. La superposition des deux solutions laisse le plan médian libre de contraintes tangentielles.

La solution 3) correspond à un massif semi-infini sur lequel est appliquée la contrainte normale résultante de la superposition de 1) et 2) qui est le double de chaque solution prise séparément. En soustrayant 3) à 1) et 2), nous obtenons les contraintes résiduelles produites dans un massif semi-infini par un parallélépipède de déformation plastique uniforme (4).



Calcul des contraintes résiduelles dans un massif infini.

Considérons un massif infini et un parallélépipède de déformation plastique uniforme, de taille $2b_1.2b_2.2b_3$.



Les coordonnées du vecteur liant les coins de l'élément au point $M(x_1, x_2, x_3)$ sont :

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 &= (x_1 - b_1, x_2 - b_2, x_3 - b_3) = (c_{11}, c_{12}, c_{13}) & \bar{c}_5 &= (x_1 - b_1, x_2 + b_2, x_3 + b_3) \\ \bar{c}_2 &= (x_1 + b_1, x_2 - b_2, x_3 - b_3) & \bar{c}_6 &= (x_1 - b_1, x_2 - b_2, x_3 + b_3) \\ \bar{c}_3 &= (x_1 + b_1, x_2 + b_2, x_3 - b_3) & \bar{c}_7 &= (x_1 + b_1, x_2 - b_2, x_3 + b_3) \\ \bar{c}_4 &= (x_1 - b_1, x_2 + b_2, x_3 - b_3) & \bar{c}_8 &= (x_1 + b_1, x_2 + b_2, x_3 + b_3) \end{aligned}$$

Les déformations élastiques générées au point M par le parallélépipède de déformation plastique constante unitaire ϵ_{11}^p sont données par:

$$\epsilon_{1111} = \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 [D_{,1111}^n + \frac{2-\nu}{1-\nu} (D_{,1122}^n + D_{,1133}^n)] - H(M)$$

$$\epsilon_{2211} = -\frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 -D_{,1122}^n + \frac{\nu}{1-\nu} (D_{,2222}^n + D_{,2233}^n)$$

$$\epsilon_{3311} = -\frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 -D_{,1133}^n + \frac{\nu}{1-\nu} (D_{,2233}^n + D_{,3333}^n)$$

$$\epsilon_{1211} = \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \frac{\nu}{1-\nu} D_{,1112}^n + \frac{1+\nu}{1-\nu} (D_{,2221}^n + D_{,3312}^n)$$

$$\epsilon_{1311} = \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \frac{\nu}{1-\nu} D_{,1113}^n + \frac{1+\nu}{1-\nu} (D_{,3331}^n + D_{,2213}^n)$$

$$\epsilon_{1311} = \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \frac{\nu}{1-\nu} D_{,2223}^n + D_{,3332}^n)$$

Avec $H(M) = 1$ si M est à l'intérieur du parallélépipède et $H(M) = 0$ sinon.

Puisqu'il s'agit d'un massif infini, les déformations élastiques provoquées par les autres termes diagonaux du tenseur des déformations plastiques s'obtiennent très simplement en permutant les indices.

En présence d'une déformation plastique de cisaillement unitaire $(\varepsilon_{12}^p + \varepsilon_{21}^p) = 2$, les déformations élastiques au point M sont données par:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1112} &= \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \frac{-2\nu}{1-\nu} D_{,1112}^n + 2(D_{,2221}^n + D_{,3312}^n) \\ \varepsilon_{2212} &= \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \frac{-2\nu}{1-\nu} D_{,1222}^n + 2(D_{,1112}^n + D_{,3312}^n) \\ \varepsilon_{3312} &= \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \frac{-2\nu}{1-\nu} D_{,3312}^n \\ \varepsilon_{1212} &= \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 \left[\frac{-2\nu}{1-\nu} D_{,1122}^n + D_{,1111}^n + D_{,2222}^n + D_{,1133}^n + D_{,2233}^n \right] - H(M) \\ \varepsilon_{1312} &= \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 -\frac{1+\nu}{1-\nu} D_{,1123}^n + D_{,2223}^n + D_{,3332}^n \\ \varepsilon_{2312} &= \frac{1}{8\pi^3} \sum_{n=1}^8 -\frac{1+\nu}{1-\nu} D_{,2213}^n + D_{,1113}^n + D_{,3331}^n\end{aligned}$$

La encore, les déformations élastiques provoquées par les autres termes extra diagonaux du tenseur des déformations plastiques s'obtiennent très simplement en permutant les indices.

Les fonctions D sont définies par :

$$\begin{aligned}D_{,1111}^n &= 2\pi^2 \left[\tan^{-1} \left(\frac{c_{n2}c_{n3}}{c_{n1}R} \right) - \frac{c_{n1}c_{n2}c_{n3}}{2R} \left(\frac{1}{c_{n1}^2 + c_{n3}^2} + \frac{1}{c_{n1}^2 + c_{n2}^2} \right) \right] \\ D_{,1112}^n &= -\pi^2 \left[\text{sign}(c_{n3}) \ln \left(\frac{R + |c_{n3}|}{(c_{n1}^2 + c_{n2}^2)^{\frac{1}{2}}} \right) - \frac{c_{n1}^2 c_{n3}}{R(c_{n1}^2 + c_{n2}^2)} \right] \\ D_{,1122}^n &= \frac{\pi^2 c_{n1} c_{n2} c_{n3}}{R(c_{n1}^2 + c_{n2}^2)} \\ D_{,1123}^n &= -\frac{\pi^2 c_{n1}}{R} \quad \text{où } R = \sqrt{c_{n1}^2 + c_{n2}^2 + c_{n3}^2}\end{aligned}$$

Les autres dérivées sont obtenues par une permutation des indices.

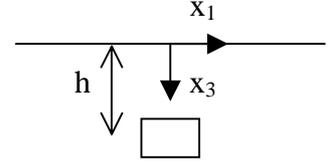
En sommant les déformations élastiques dues à chaque terme du tenseur des déformations plastiques, on obtient les déformations élastiques totales. La loi de Hooke, appliquée sur ces dernières permet alors le calcul du tenseur des contraintes résiduelles. Le tenseur $\mathbf{C}^{ri}(x_1, x_2, x_3)$, permettant le calcul des contraintes résiduelles dans un massif infini est alors défini.

$$\boldsymbol{\sigma}^r = \mathbf{C}^{ri}(x_1, x_2, x_3) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^p$$

Solution du massif semi-infini chargé en surface.

La taille du parallélépipède de déformation plastique constante est $2b_1.2b_2.2b_3$. Les coordonnées du vecteur liant les coins de l'élément image à la projection du point de calcul M sur le plan médian (O, \bar{x}_1, \bar{x}_2) sont notées $\bar{c}_m = (c_{m1}, c_{m2}, c_{m3})$. h est la distance entre le plan médian et le centre de l'élément de déformation plastique.

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 &= (x_1 - b_1, x_2 - b_2, h - b_3) & \bar{c}_5 &= (x_1 - b_1, x_2 + b_2, h + b_3) \\ \bar{c}_2 &= (x_1 + b_1, x_2 - b_2, h - b_3) & \bar{c}_6 &= (x_1 - b_1, x_2 - b_2, h + b_3) \\ \bar{c}_3 &= (x_1 + b_1, x_2 + b_2, h - b_3) & \bar{c}_7 &= (x_1 + b_1, x_2 - b_2, h + b_3) \\ \bar{c}_4 &= (x_1 - b_1, x_2 + b_2, h - b_3) & \bar{c}_8 &= (x_1 + b_1, x_2 + b_2, h + b_3) \end{aligned}$$



Considérons un parallélépipède de déformation plastique unitaire ϵ_{kl}^p . Le champ de contrainte normal sur le plan médian entre l'élément principal et l'élément miroir peut être déterminé par la superposition des solutions 1) et 2). Si ce champ de contraintes est appliqué en surface d'un massif semi-infini, les contraintes dans celui-ci sont données par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11kl}^{rsi} \\ \sigma_{22kl}^{rsi} \\ \sigma_{33kl}^{rsi} \\ \sigma_{12kl}^{rsi} \\ \sigma_{13kl}^{rsi} \\ \sigma_{23kl}^{rsi} \end{bmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} -x_3 \cdot f_{kl}(2,0,1) + f_{kl}(2,0,2) + 2\nu f_{kl}(0,2,2) \\ -x_3 f_{kl}(0,2,1) + f_{kl}(0,2,2) + 2\nu f_{kl}(2,0,2) \\ f_{kl}(0,0,0) + x_3 \cdot f_{kl}(0,0,-1) \\ (1-2\nu) \cdot f_{kl}(1,1,2) - x_3 \cdot f_{kl}(1,1,1) \\ -i \cdot x_3 \cdot f_{kl}(0,1,0) \\ -i \cdot x_3 \cdot f_{kl}(1,0,0) \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } f_{kl}(r,s,q) = \sum_{m=1}^8 (-1)^m \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{\sigma}_{kl}(x_1, x_2, c_{m3}) \exp[-\chi x_3 + i(\xi_1 c_{m1} + \xi_2 c_{m2}) \xi_1^r \xi_2^s] d\xi_1 d\xi_2}{\chi^q}$$

$$\text{et } \chi = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$$

Les fonctions f_{kl} s'expriment comme la somme de fonctions $V_{u,n,k}$

$$f_{11}(0,0,0) = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{m=1}^8 \left\{ \begin{aligned} & -V_{-1,-1,0}(x_3 + c_{m3}) + V_{3,-1,4}(x_3 + c_{m3}) - V_{3,-1,4}(x_3) \\ & + \frac{c_{m3}}{2} (V_{-1,-1,-1}(x_3 + c_{m3}) + V_{3,-1,3}(x_3 + c_{m3})) \\ & - \frac{V_{-1,1,1}(x_3 + c_{m3})}{1-\nu} - \frac{4\nu-1-2\nu^2}{2\nu(1-\nu)} \frac{c_{m3}}{2} V_{1,-1,1}(x_3 + c_{m3}) \\ & + \frac{\nu}{1-\nu} \cdot (V_{-1,3,4}(x_3 + c_{m3}) - V_{-1,3,4}(x_3) + \frac{c_{m3}}{2} V_{-1,3,3}(x_3 + c_{m3})) \\ & + \frac{1}{1-\nu} (V_{1,1,4}(x_3 + c_{m3}) - V_{1,1,4}(x_3) + \frac{c_{m3}}{2} V_{1,1,3}(x_3 + c_{m3})) \end{aligned} \right\}$$

$f_{22}(0,0,0)$ s'en déduit en permutant les indices u et n des fonctions $V_{u,n,k}$.

$$f_{33}(0,0,0) = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{m=1}^8 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1-v}{v} \left[V_{-1,-1,0}(x_3 + c_{m3}) + \frac{c_{m3}}{2} V_{-1,-1,-1}(x_3 + c_{m3}) \right] \\ + \frac{v}{1-v} \left[\begin{array}{l} 2V_{1,1,4}(x_3 + c_{m3}) + c_{m3} V_{1,1,3}(x_3 + c_{m3}) + V_{3,-1,4}(x_3 + c_{m3}) \\ + V_{-1,3,4}(x_3 + c_{m3}) + \frac{c_{m3}}{2} (V_{3,-1,3}(x_3 + c_{m3}) + V_{-1,3,3}(x_3 + c_{m3})) \\ - 2V_{1,1,4}(x_3) - V_{3,-1,4}(x_3) - V_{-1,3,4}(x_3) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$f_{12}(0,0,0) = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{m=1}^8 (1-2v) \cdot \frac{V_{0,0,1}(x_3 + c_{m3})}{v} + \frac{c_{m1} V_{0,0,1}(x_3 + c_{m3}) + 2 \cdot (V_{0,0,2}(x_3 + c_{m3}) - V_{0,0,2}(x_3))}{1-v}$$

$$f_{13}(0,0,0) = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{m=1}^8 \frac{1-2v}{v(1-v)} (V_{0,-1,1}(x_3 + c_{m3}) + C_{m1} V_{0,-1,0}(x_3 + c_{m3}))$$

$f_{23}(0,0,0)$ s'en déduit en permutant les indices u and n des fonctions $V_{u,n,k}$.

Les fonctions f_{12} , f_{13} et f_{23} prennent implicitement en compte la symétrie du tenseur des déformations plastiques.

Les fonctions $f_{kl}(r,s,q)$ se déduisent des fonctions $f_{kl}(0,0,0)$ en ajoutant r, s et q sur les indices correspondants des fonctions $V_{u,n,k}$.

Les fonctions $V_{u,n,k}$ sont définies par :

$$V_{u,n,k}(z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-\chi z + i(\xi_1 c_{m1} + \xi_2 c_{m2}) \xi_1^u \xi_2^n d\xi_1 d\xi_2]}{\chi^k}$$

$$V_{0,0,k} = 2\pi J_{1-k,0}$$

$$V_{0,1,k} = 2\pi i \cdot \sin \Phi \cdot J_{2-k,1}$$

$$V_{1,1,k} = -2\pi \sin \Phi \cdot \cos \Phi \cdot J_{3-k,2} \quad \rho = \sqrt{c_{m1}^2 + c_{m2}^2}; \Phi = \tan^{-1}(c_{m2}/c_{m1})$$

$$V_{0,2,k} = \pi [J_{3-k,0} + \cos(2\Phi) \cdot J_{3-k,2}]$$

$$V_{2,2,k} = \pi / 4 [J_{5-k,0} - \cos(4\Phi) \cdot J_{5-k,4}]$$

$$V_{0,3,k} = (\pi/2) i \sin \Phi [3J_{4-k,1} - (4 \sin^2 \Phi - 3) \cdot J_{4-k,3}]$$

$$V_{1,3,k} = \pi \sin 2\Phi [\sin^2 \Phi J_{5-k,0} + (3 - 8 \sin^2 \Phi) \rho^{-1} \cdot J_{4-k,1} - 12 \cos(2\Phi) \rho^{-2} J_{3-k,2}]$$

$$J_{n,m} = \int_0^{\infty} r^n e^{-rz} J_m(\rho r) dr = \frac{\Gamma(n+m+1)}{(\rho^2 + z^2)^{(n+1)/2}} P_n^{-m} \left(\frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \text{ où } P_n^{-m} \text{ est le polynôme associé de}$$

Legendre et J la fonction de Bessel du premier type.

Quand $(n+m+1)=0$, cette fonction n'est pas définie.

$$\text{La fonction } J_{-m-1,m} = \int_0^{\infty} \frac{(e^{-rz} - 1) J_m(\rho r)}{r^{m+1}} dr = \int_0^z \int_0^{\infty} -\frac{e^{-rz} J_m(\rho r)}{r^m} dr \text{ est utilisée à la place. Le}$$

terme ajouté ne dépendant pas de z, le résultat de la somme sur les huit coins du parallélépipède est identique.

$$\begin{aligned}
 V_{-1,0,1} &= 2\pi i H_{1,0} \\
 V_{-1,0,0} &= 2\pi i z H_{3,0} \\
 V_{-1,0,-1} &= 2\pi i (3z^2 H_{5,0} - H_{3,0}) \\
 V_{-1,1,1} &= -2\pi c_{m2} H_{3,0} \\
 V_{-1,1,0} &= -6\pi c_{m2} z H_{5,0} \\
 V_{-1,1,2} &= -2\pi c_{m2} (H_{0,2} - z H_{1,2})
 \end{aligned}$$

Les fonctions H sont égales à :

$$\begin{aligned}
 H_{0,2} &= \frac{\tan^{-1}(c_{m1}/c_{m2})}{c_{m2}} \\
 H_{1,2} &= \frac{\tan^{-1}(c_{m1}z/c_{m2}\sqrt{z^2+\rho^2})}{c_{m2}z} \\
 H_{3,0} &= \frac{c_{m1}}{(c_{m2}^2+z^2)\sqrt{z^2+\rho^2}} \\
 H_{1,0} &= \ln \frac{c_{m1} + \sqrt{z^2+\rho^2}}{(c_{m2}^2+z^2)^{1/2}} \\
 H_{5,0} &= \frac{c_{m2}^2+z^2}{3} [2H_{3,0} + \frac{c_{m1}}{(z^2+\rho^2)^{3/2}}]
 \end{aligned}$$

Enfin, les fonctions $V_{u,n,k}$ suivent les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 V_{u+2,n,k} + V_{u,n+2,k} &= V_{u,n,k-2} \\
 V_{u,n,k}(c_{m1}, c_{m2}, z) &= V_{n,u,k}(c_{m2}, c_{m1}, z)
 \end{aligned}$$

L'ensemble de ces relations nous permet finalement d'obtenir la solution de 3). Les contraintes résiduelles produites dans u massif semi-infini par le chargement présent sur le plan médian d'un élément de déformation plastique et de son image est égal à :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^r \\ \sigma_{22}^r \\ \sigma_{33}^r \\ \sigma_{12}^r \\ \sigma_{13}^r \\ \sigma_{23}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111}^{rsi} & C_{1122}^{rsi} & C_{1133}^{rsi} & C_{1112}^r & C_{1113}^{rsi} & C_{1123}^{rsi} \\ C_{2211}^{rsi} & C_{2222}^{rsi} & C_{2233}^{rsi} & C_{2212}^{rsi} & C_{2213}^{rsi} & C_{2223}^{rsi} \\ C_{3311}^{rsi} & C_{3322}^{rsi} & C_{3333}^{rsi} & C_{3312}^{rsi} & C_{3313}^{rsi} & C_{3323}^{rsi} \\ C_{1211}^{rsi} & C_{1222}^{rsi} & C_{1233}^{rsi} & C_{1212}^{rsi} & C_{1213}^{rsi} & C_{1223}^{rsi} \\ C_{1311}^{rsi} & C_{1322}^{rsi} & C_{1333}^{rsi} & C_{1312}^{rsi} & C_{1313}^{rsi} & C_{1323}^{rsi} \\ C_{2311}^{rsi} & C_{2322}^{rsi} & C_{2333}^{rsi} & C_{2312}^{rsi} & C_{2313}^{rsi} & C_{2323}^{rsi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^p \\ \epsilon_{22}^p \\ \epsilon_{33}^p \\ \epsilon_{12}^p \\ \epsilon_{13}^p \\ \epsilon_{23}^p \end{bmatrix}$$

Sommation des solutions.

Au final, les contraintes résiduelles générées dans un massif semi-infini par un parallélépipède de déformation plastique uniforme sont égales à :

$$\boldsymbol{\sigma}^r(x_1, x_2, x_3, h) = \mathbf{C}^{ri}(x_1, x_2, x_3 - h)\boldsymbol{\varepsilon}^p + \mathbf{C}^{ri}(x_1, x_2, x_3 + h)\boldsymbol{\varepsilon}^m - \mathbf{C}^{rsi}(x_1, x_2, x_3, h)\boldsymbol{\varepsilon}^p$$

ANNEXE A2. PLAN DES GALETS.

LMC. *Machine à galets : galets sur diamètre 48 épaisseur 10*. Lyon : LMC – INSA de Lyon, 1999, 5 p.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : JACQ (avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant) PRENOM : Christophe	DATE DE SOUTENANCE : 19 décembre 2001
TITRE : LIMITE D'ENDURANCE ET DUREE DE VIE EN FATIGUE DE ROULEMENT EN PRESENCE D'INDENTATIONS.	
NATURE : Doctorat Formation doctorale : Génie des matériaux	Numéro d'ordre : 01 ISAL ? ? ? ?
Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis	CLASSE :
RESUME : Ce travail est consacré à l'étude des mécanismes d'endommagement du 32CrMoV13 nitruré sollicité en fatigue de roulement en présence d'indentations. Dans un premier temps, nous avons développé un code de contact élastoplastique semi-analytique permettant la prise en compte d'un chargement roulant. Ce code, nécessaire à la simulation du rodage des indents, a été validé en comparant ses résultats avec des simulations réalisées avec le logiciel d'éléments finis ABAQUS et avec des résultats expérimentaux. Dans une seconde étape, nous avons mis au point une méthode de mesure locale de micro-limite d'élasticité par nano-indentation en tenant compte de la présence éventuelle de contraintes résiduelles. Nous l'avons alors appliquée à la mesure du profil de micro-limite d'élasticité du 32CrMoV13 nitruré. Nous avons également mis en lumière l'influence de la géométrie des pièces nitrurées sur les contraintes résiduelles de nitruration. Dans une troisième étape, nous avons étudié le comportement expérimental du 32CrMoV13 nitruré sollicité en fatigue de roulement en présence d'indentation. Nous avons alors pu mettre en évidence le rôle prépondérant du glissement et nous avons identifié deux zones d'initiation de l'endommagement. Enfin, nous avons analysé le processus d'indentation et le passage du corps roulant sur l'indent. Nous avons alors pu déterminer quels indents dépassent la limite d'endurance et sont susceptibles de s'endommager, classer les indents selon leur dangerosité relative et comparer les qualités relatives du 32CrMoV13 nitruré et du M50 quant à la tenue à la fatigue de roulement en présence d'indentation.	
MOTS-CLES : FATIGUE CONTACT ROULEMENT ; PLASTICITE ; NANOINDENTATION ; NITRURATION ; ACIER 32CrMoV13 ; LIMITE ENDURANCE ; INDENTATION ; PROPRIETE MECANIQUE	
Laboratoires de recherche : Groupe d'Etude de Métallurgie Physique et de Physique des Matériaux (GEMPPM) Laboratoire de Mécanique des Contacts (LMC)	
Directeur de thèse : Gérard Lormand et Daniel Nélias	
Président de jury : Composition du jury : René Billardon, Thierry Bretheau, Gilles Dudragne, Guy Dusserre-Telmon, Louis Flamand, Roger Fougères, Gérard Lormand, Daniel Nélias, François Sidoroff, Alain Vincent.	