

THÈSE

MODELISATION PAR ELEMENTS DISCRETS RIGIDES ET/OU DEFORMABLES DES MILIEUX GRANULAIRES ET DES TROISIEMES CORPS SOLIDES.

Influence du comportement local sur le comportement global

Présentée devant

L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le **GRADE DE DOCTEUR**

École doctorale :

Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité :

MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

Présenté par

Hong-Phong CAO

Ingénieur de Génie Civil de l'ENSGC - Hanoi

Thèse soutenue le 21 juin 2011 devant la Commission d'examen

Jury

TICHY JOHN	Professeur	Président du jury
CHEVOIR FRANÇOIS	Ingénieur de Recherche, HDR	Rapporteur
IORDANOFF IVAN	Professeur	Rapporteur
MOLINARI JEAN-FRANÇOIS	Professeur	Examineur
DUBOIS FRÉDÉRIC	Ingénieur de Recherche	Examineur
BERTHIER YVES	Directeur de Recherche CNRS	Directeur de thèse
RENOUF MATHIEU	Chargé de Recherche CNRS	Directeur de thèse

LaMCoS - UMR 5259 CNRS - INSA de Lyon
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Insa : H. CHARLES	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43.12.94 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://ww2.ibcp.fr/ediss Sec : Safia AIT CHALAL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Louis Pradel Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69677 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr	M. Johannes KELLENDONK Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43.19.05 Fax 04 72 43 13 10 infomaths@bat710.univ-lyon1.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON	M. Jean-Yves BUFFIERE Secrétaire : Mériem LABOUNE INSA de Lyon École Doctorale Matériaux Mérim LABOUNE Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry 25bis Avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Tel : 04 72 43 71 70 Fax : 04 72 43 72 37 ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE (ED n°162)	M. Philippe BOISSE Secrétaire : Mériem LABOUNE Adresse : INSA de Lyon École Doctorale MEGA Mérim LABOUNE Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry 25bis Avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Tel : 04 72 43 71 70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@insa-lyon.fr Site web : http://www.ed-mega.com
ScSo	ScSo* M. OBADIA Lionel Sec : Viviane POLSINELLI Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

à mes grand-parents

Remerciements

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mes directeurs de thèse Mathieu Renouf et Yves Berthier. Je les remercie pour leur encadrement et leurs conseils qui m'ont permis d'apprendre et de progresser durant toute ma thèse.

Je voudrais remercier le professeur John Tichy d'avoir accepté d'être le président de mon jury de thèse, ainsi qu'Ivan Iordanoff et François Chevoir pour avoir accepté d'être rapporteurs. Je remercie également Jean-François Molinari et Frédéric Dubois pour leur participation au jury. Les critiques, ainsi que les commentaires ont sensiblement contribué à compléter mon travail.

Je voudrais remercier tous mes amis au LaMCoS pour leur gentillesse, leurs encouragements, etc.

Je voudrais remercier tous mes amis Vietnamiens du groupe "*an-choi Lyon*" pour leur aide, leur compréhension et leurs encouragements pour ma famille dans les moments difficiles.

Je remercie énormément ma femme Thanh-Xuan pour sa confiance, ses encouragements et son aide pendant les années passées à l'université ainsi que durant la thèse. Je remercie ma fille Julie pour sa présence, son "calme" et sa "gentillesse" pendant la rédaction de mon manuscrit.

Je remercie énormément toute ma famille pour leur confiance, leur soutien tout au long de mes études.

Résumé

Les *Méthodes par Éléments Discrets* apparaissent comme les méthodes les plus appropriées pour modéliser le caractère divisé de certains milieux comme les milieux granulaires, les maçonneries ou les interfaces de contact... De nombreux travaux ont permis de mieux comprendre leurs comportements, mais dans certain cas se pose la question de l'impact du choix de la description volumique (rigide ou déformable) ou des lois d'interaction (élastique ou plastique) sur le comportement global du milieu.

Dans ce contexte, en se basant sur l'approche "*Non Smooth Contact Dynamics*" permettant naturellement de mixer les différentes formulations, nous nous proposons de comprendre et d'analyser l'influence de cette description. Pour cela, nous utilisons deux applications différentes liées, l'une, au comportement des milieux granulaires sous sollicitations quasi-statiques et l'autre au comportement des interfaces tribologiques sous sollicitations dynamiques.

L'étude du comportement des milieux granulaires est faite en utilisant des essais de compression bi-axiale et de cisaillement. Contrairement aux approches classiques, des particules déformables sont utilisées ici. Les résultats des simulations obtenus sont comparés en utilisant des outils de mesure tels que la relation σ - ε macroscopique, la compacité... Les résultats montrent qu'il n'est pas possible à partir d'une description rigide de converger vers des modèles déformables et souligne l'importance d'effectuer une analyse complète en tenant compte de la déformation des particules.

Au niveau de l'étude du comportement des interfaces tribologiques, on s'intéresse à l'influence des conditions limites, des descriptions des premiers corps et du troisième corps sur la rhéologie de l'interface. Dans chaque simulation, frottement macroscopique, profils de vitesse et de contrainte sont observés. Les différents modèles utilisés ont peu d'influence sur la valeur du frottement mais plus d'influence sur les profils de vitesse au travers de l'épaisseur de troisième corps. Ceci souligne l'importance du choix du modèle lors de l'étude de la rhéologie de l'interface et montre qu'il est difficile d'obtenir des résultats génériques et ceci aussi bien en modèles bi que tridimensionnel.

Mots-clefs : Milieux granulaires, Troisième corps, DEM, FEM, Couplage FEM-DEM, Non Smooth Contact Dynamics.

Summary

The *Discrete Element Methods* are the most appropriate methods to model the divided feature of some media such as granular ones, masonries or contact interfaces... Many studies have provided a better understanding of their behavior, but in some cases the impact of both volume description (rigid or deformable) and interaction laws (elastic or plastic) is not negligible on the global behavior.

The approach used here is based on the "*Non Smooth Contact Dynamic*" framework which mixes naturally the rigid and deformable formulations. One propose to analyze the influence of this description. For this purpose, two different applications are used, related to the quasi-static behavior of granular media and to the modelization of the tribological interface under dynamic solicitations.

The study of quasi-static behavior of granular media is developed though biaxial compression test and shear test. Contrary to classical approaches, deformable particles are used. The results are compared using tools such as the stress-strain (σ - ε) macroscopic relation, the compacity... They show that it is not possible to converge to deformable particle with a rigid description and underline the importance to performance full analyze with deformable description.

The modeling of a tribological interface under dynamic solicitation focuses on the influence of boundary conditions, models of the first bodies and the third body on the rheology of the interface. In each simulation, the macroscopic friction, the velocity profile and stress profile are observed. The different models used have not a large influence on the friction value but a large influence on the velocity profiles. This underline the importance of the choice of the model when investigation are performed on the rheology of the third body.

Keywords : Granular media, Third body flow, DEM, FEM, FEM-DEM coupling, Non Smooth Contact Dynamic.

Table des matières

Introduction générale	1
I Approche numérique	3
1 Approche par Eléments Discrets	5
1.1 Généralités	6
1.2 Non Smooth Contact Dynamics (NSCD)	8
1.2.1 Introduction	8
1.2.2 Détection des contacts	8
1.2.3 Formulation locale	9
1.2.4 Eléments hybrides	11
1.2.5 Formulation globale	11
1.2.6 Discrétisation temporelle	12
1.2.7 Résolution du problème par la méthode de Gauss-Seidel non-linéaire	13
1.3 Loi d'interaction	15
1.3.1 Loi de contact unilatéral	15
1.3.2 Loi de choc	16
1.3.3 Loi de contact élastique	16
1.3.4 Loi de frottement de Coulomb	17
1.4 Logiciel	18
1.5 Conclusion	18

2	Modèle hybride : cas simples	19
2.1	Introduction	20
2.2	Test d'un contact particule/corps déformable	20
2.2.1	Modèle	20
2.2.2	Résultats sous pression statique	21
2.2.3	Résultats sous pression et cisaillement	22
2.2.4	Conclusion	23
2.3	Transfert d'information au travers d'une couche granulaire	24
2.3.1	Description du modèle de couplage	24
2.3.2	Résultats sous pression constante	25
2.4	Résultat pour une perturbation ponctuelle	28
2.5	Conclusion	31

II Comportement quasi-statique des matériaux granulaires

33

3	Généralité	35
3.1	Introduction	36
3.2	Description des essais modèles	37
3.2.1	Mise en données de l'échantillon	37
3.2.2	Mise en charge de l'échantillon	39
3.2.3	Réalisation des essais	39
3.3	Outil de mesure	41
3.3.1	Relation contrainte-déformation	41
3.3.2	Compacité	41
3.3.3	Nombre de coordination	42
3.3.4	Orientation des forces de contacts	42
3.3.5	Distribution des forces de contacts	43
3.4	Intensité d'influence	44

3.5	Conclusion	44
4	Comportement rigide	45
4.1	Introduction	46
4.2	Qualité de simulation	46
4.3	Relation contrainte-déformation	47
4.4	Compacité et nombre de coordination	48
4.5	Orientation des forces de contacts	51
4.6	Distribution des forces de contacts	53
4.7	Conclusion	54
5	Comportement déformable	55
5.1	Introduction	56
5.2	Différences entre particules rigide et déformable	56
5.3	Maillage de 16 éléments quadrangles	57
5.3.1	Erreur numérique des simulations	57
5.3.2	Relation contrainte-déformation	58
5.3.3	Compacité	59
5.3.4	Conclusion	61
5.4	Maillage de 32 éléments quadrangles	62
5.4.1	Relation contrainte-déformation	62
5.4.2	Compacité	63
5.4.3	Conclusion	64
5.5	Maillage de 64 éléments quadrangles	65
5.5.1	Relation contrainte-déformation	65
5.5.2	Compacité	66
5.5.3	Conclusion	68
5.6	Synthèse	68
	Conclusion	73

III	Modélisation d'une interface tribologique	75
6	Introduction	77
6.1	Introduction	78
6.2	Outils de mesure	79
6.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	79
6.2.2	Profil d'écoulement de troisième corps	80
6.2.3	Paramètres caractéristiques d'un cisaillement	82
6.3	Energie du système	83
6.4	Conclusion	85
7	Modélisation bidimensionnelle du troisième corps	87
7.1	Description des modèles	89
7.1.1	Modèle des simulations	89
7.1.2	Conditions limites	90
7.1.3	Choix de la loi de contact et pas de temps	91
7.2	Balance d'énergie du système	92
7.3	Influence des propriétés des premiers corps	94
7.3.1	Influence du type de maillage	94
7.3.1.1	Coefficient de frottement macroscopique	95
7.3.1.2	Profils de vitesse	96
7.3.1.3	Conclusions	97
7.3.2	Influence du module d'Young E	97
7.3.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	98
7.3.2.2	Profils de vitesse	99
7.3.2.3	Profils de contrainte	100
7.3.2.4	Conclusions	101
7.3.3	Influence du comportement rigide/déformable	101
7.3.3.1	Coefficient de frottement macroscopique	101
7.3.3.2	Profils de vitesse	102

7.3.3.3	Profils de contrainte	104
7.3.4	Conclusion	106
7.4	Influence des propriétés du troisième corps	106
7.4.1	Influence de l'épaisseur du troisième corps	106
7.4.1.1	Coefficient de frottement macroscopique	107
7.4.1.2	Profils de contrainte	107
7.4.1.3	Profils de vitesse	108
7.4.2	Etude des granulométries de troisième corps	109
7.4.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	109
7.4.2.2	Champs de déplacements et profils de vitesse	110
7.4.2.3	Profils de contrainte	112
7.4.3	Conclusion	113
7.5	Influence des conditions aux limites	113
7.5.1	Influence de la vitesse imposée	114
7.5.1.1	Coefficient de frottement macroscopique	114
7.5.1.2	Profils de vitesse	115
7.5.1.3	Profils de contrainte	116
7.5.2	Influence de la pression appliquée P	117
7.5.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	118
7.5.2.2	Profils de vitesse	119
7.5.2.3	Profils de contrainte	120
7.5.3	Conclusion	121
7.6	Conclusion	121
8	Modélisation tridimensionnelle du troisième corps	123
8.1	Introduction	124
8.2	Description du modèle	124
8.3	Coefficient de frottement macroscopique	126
8.4	Etude des profils de vitesse	128

8.4.1	Cohésion faible	128
8.4.2	Cohésion intermédiaire	129
8.4.3	Cohésion forte	131
8.4.4	Synthèse	132
8.5	Etude des profils de contrainte	133
8.5.1	Profils de contrainte de compression	133
8.5.2	Profils de contrainte de cisaillement	134
8.6	Conclusion	135
	Conclusions générales et perspectives	137
	Table des figures	161
	Liste des tableaux	164

Introduction générale

Dans un grand nombre de milieux présentant un caractère divisé, les modélisations numériques classiques par éléments finis peuvent s'avérer inappropriées pour une description fine des mécanismes mis en jeu : milieux granulaires [1–5], maçonneries [6, 7], interface tribologique [8–11], fracture [12, 13], usinage [14]... Voir le milieu comme un milieu continu demande de faire parfois des hypothèses très restrictives ou de faire des postulats de loi de comportement valides uniquement sous certaines conditions. Il faut alors changer les hypothèses et la loi de comportement pour représenter le même milieu sous des sollicitations différentes. Des stratégies issues des *Méthodes par Éléments Discrets* (DEM) permettent de surmonter les difficultés liées au caractère divisé du milieu. Le développement des méthodes par éléments discrets débute par les travaux précurseurs de Cundall et Strack [1, 15], qui ont développé la *Méthode des Éléments Distincts* pour des applications liées à la mécanique des roches. Ensuite les méthodes DEM ont vu un très grand nombre d'évolutions. La méthode *Granular Element Method* (GEM), développée par Kishino [16, 17] est une alternative à la méthode DEM de Cundall, au même titre que l'extension de la méthode *Dynamique Moléculaire* (MD) [18] aux échelles macroscopiques et la méthode *Dynamique des Contacts* (CD) [19] développée par Moreau. Cette dernière est assez différente des autres méthodes, essentiellement à cause du traitement implicite des interactions et de son intégrateur en temps implicite. L'extension de la méthode au corps déformables est proposée plus tard par Jean [21] et prends le nom de *Non Smooth Contact Dynamics* (NSCD).

Proposant une modélisation de l'évolution de chaque élément en fonction des forces appliquées et des interactions avec leur voisinage, les approches discrètes permettent de s'affranchir du postulat d'une loi de comportement macroscopique. Cependant, il faut pouvoir définir correctement la géométrie des particules [22, 23], la loi d'interaction entre particules [24–27] ainsi que le comportement volumique de chaque particules [29–31]. En effet choisir une mauvaise loi localement peut conduire à un changement radical du comportement macroscopique moyen, autrement dit à “un effet papillon numérique”.

Deux applications apparaissent directement concernées par ce questionnement : le compactage quasi-statique de grains et la modélisation des interfaces tribologiques sous

sollicitations dynamiques.

Le compactage de milieux granulaires par des essais tels que l'essai de compression biaxiale ou de cisaillement est un moyen d'exhiber des lois de comportement macroscopique afin d'associer le granulat à un milieu continu équivalent. Les essais numériques sont devenus un formidable outil pour effectuer ces essais, mais certains points restent à clarifier en particulier quel est l'impact du modèle local choisi sur le comportement macroscopique du milieu ?

La modélisation des interfaces tribologiques s'intéresse à la représentation du milieu séparant deux premiers corps en contact [32, 33]. Ce milieu est hétérogène et discontinu, et est constitué en majeure partie des particules issues des premiers corps. Les méthodes par éléments discrets sont appropriées pour étudier la rhéologie de cette interface jouant le rôle de "troisième corps". Dans la littérature, les auteurs modélisent le troisième corps comme un milieu discret évoluant entre deux parois rigides [11, 34]. Ce modèle présente des limitations si l'on veut prendre en compte la déformation locale des premiers corps en contact et ses répercussions sur la rhéologie de l'interface. De plus, lorsque la loi d'interaction entre éléments change, quelle est l'influence sur le comportement macroscopique de l'interface ? Autrement dit, en utilisant deux types de comportement de matériaux différents (rigide/déformable) pour décrire les premiers corps en contact, obtient-on deux réponses différentes ou des résultats génériques ?

Le propos de cette thèse est donc de contribuer à la modélisation des éléments discrets en présentant un cadre de modélisation permettant la modélisation de systèmes divisés complexes. Leur complexité provient à la fois du comportement continu des éléments présents et des interactions entre ces éléments. Pour cela le manuscrit se décompose en 3 parties.

La première partie introduit les méthodes DEM de manière générale. L'approche *Non Smooth Contact Dynamics* (NSCD) utilisée dans ce travail est introduite et détaillée aussi bien pour les contacts entre corps rigides qu'entre corps rigides et déformables. Elle présente aussi les lois de contact utilisées pour toutes les simulations.

La deuxième partie concerne l'étude du comportement quasi-statique d'un milieu discret pour des essais de compression biaxiale et de cisaillement. L'objectif principal de ces études est d'observer l'influence du comportement local sur le comportement global au travers d'essais conventionnels.

La troisième partie s'intéresse à la modélisation d'une interface tribologique sous sollicitation dynamique. Les simulations sont réalisées en deux et trois dimensions et une comparaison entre les résultats classiques et des résultats prenant en compte la déformation des premiers corps en contact est effectuée.

Première partie

Approche numérique

Chapitre 1

Approche par Eléments Discrets

Sommaire

1.1	Généralités	6
1.2	Non Smooth Contact Dynamics (NSCD)	8
1.2.1	Introduction	8
1.2.2	Détection des contacts	8
1.2.3	Formulation locale	9
1.2.4	Eléments hybrides	11
1.2.5	Formulation globale	11
1.2.6	Discrétisation temporelle	12
1.2.7	Résolution du problème par la méthode de Gauss-Seidel non-linéaire	13
1.3	Loi d'interaction	15
1.3.1	Loi de contact unilatéral	15
1.3.2	Loi de choc	16
1.3.3	Loi de contact élastique	16
1.3.4	Loi de frottement de Coulomb	17
1.4	Logiciel	18
1.5	Conclusion	18

1.1 Généralités

En modélisation numérique, les *Méthodes par Eléments Finis* (FEM) et ses extensions [35–38] sont largement utilisées pour modéliser le comportement statique et dynamique des structures. Elle recouvre plusieurs domaines tels que le génie civil [39], la résistance des matériaux [39, 40], la géophysique [41]... Mais ce type de méthode présente des limitations lorsque le milieu est discontinu, ou présente de multiples fissurations.

Parallèlement, les *Méthodes par Eléments Discrets* (DEM) ont été développées pour résoudre des problèmes liés aux milieux discontinus, là où la mécanique des milieux continus n'est plus appropriée pour décrire le problème. Elles ont pour origine la *Méthode des Eléments Distincts* développée par Cundall [1] pour modéliser le comportement collectif d'un milieu constitué d'éléments distincts.

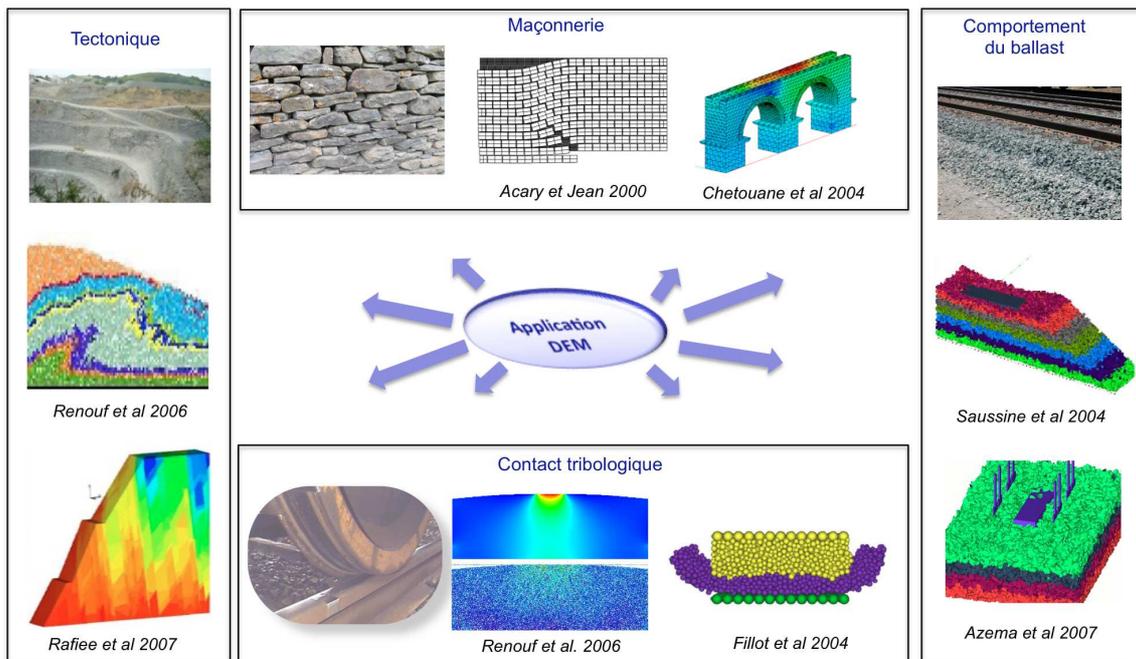


Figure 1.1 – Quelques applications des Méthodes par Eléments Discrets.

Elles sont couramment utilisées pour modéliser des milieux granulaires (poudres, sables, roches ...) ainsi que les milieux condensés comme les gels ou les suspensions. Certaines applications sont présentées dans la figure 1.1. Elles englobent des problèmes à des échelles différentes : interface tribologique [10, 11], géophysique [42, 43], maçonneries [6, 7, 44], comportement du ballast [5, 45],...

Des différentes méthodes par éléments discrets disponibles dans la littérature, on peut dégager une stratégie générale œuvrant pour la simulation des éléments discrets.

Les étapes fondamentales sont alors : la détection des contacts, le calcul des forces de contacts et l'évolution temporelle (prédiction et correction) du milieu (cf. figure 1.2).

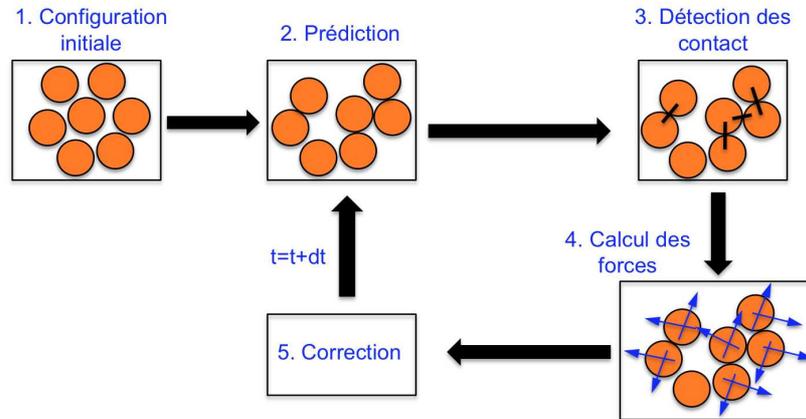


Figure 1.2 – Stratégie générale liée aux méthodes par éléments discrets.

Le schéma classique se décompose alors naturellement selon les étapes suivantes :

1. la configuration initiale t_0 où l'ensemble des positions, accélérations et vitesses des éléments est connu ;
2. la détermination du mouvement des particules sur un intervalle de temps $[t_i, t_i^*]$, en effectuant une prédiction de la configuration du système ($t_i^* < t_{i+1}$) ;
3. une recherche des contacts sur l'ensemble du domaine sans connaissance a priori des forces de contact ;
4. le calcul des forces d'interaction entre éléments ;
5. la correction de la configuration du système en prenant en compte les forces de contact calculées précédemment.

Dans la littérature, les DEMs sont divisées en deux catégories : les “*smooth*” DEM et les “*non smooth*” DEM.

Les méthodes “*smooth*” utilisent un intégrateur explicite pour décrire l'évolution dynamique et proposent une description régulière, ou pénalisée des forces de contact. Ces forces peuvent être décrites par des systèmes de ressort et d'amortisseurs pour des cas linéaires et non-linéaires [1, 15] ou par des forces dérivant de potentiels [18].

Les méthodes “*non smooth*” exigent un traitement implicite de l'équation de la dynamique et des relations inter-granulaires [19–21]. Les actions inter-granulaires sont décrites par des lois unilatérales, élastiques, de choc ou de frottement de Coulomb.

1.2 Non Smooth Contact Dynamics (NSCD)

1.2.1 Introduction

La méthode *Contact Dynamics* (CD) a été initialement développée par J. Moreau en 1988 [19] pour modéliser le comportement de collection des corps rigides dans le cadre de l'analyse convexe. Puis, M. Jean [21, 46] étend la méthode aux corps déformables et celle-ci prends le nom de *Non Smooth Contact Dynamics* (NSCD).

Le type de l'approche *Non Smooth Contact Dynamics* (NSCD) décrite dans ce chapitre est celle présentant le plus grand degré de généralité. Celle-ci nous permet de travailler à la fois avec des corps rigides et des corps déformables permettant d'effectuer un couplage éléments finis/éléments discrets de façon naturelle. Cette méthode est basée sur une mise en équation de la dynamique en présence de collisions éventuelles. Elle est caractérisée par une discrétisation en temps de type "*time stepping*", en utilisant un schéma d'intégration implicite et en considérant une détection des contacts explicite. Un solveur local permet de calculer en même temps vitesses et réactions en tenant compte des lois d'interaction.

Dans cette section, nous proposons un survol rapide de la méthode. Après une présentation de la détection des contacts utilisés, nous explicitons les niveaux local et global associés à la méthode. L'équation de la dynamique est écrite dans la cadre proposé par Moreau [19]. Puis, l'algorithme utilisé pour résoudre le problème de contacts multiples est présenté, en portant une attention particulière au critère de convergence de la méthode. Enfin, nous formalisons les notions de contact unilatéral, élastique et de frottement de Coulomb.

1.2.2 Détection des contacts

Au niveau global, pour gérer l'ensemble des contacts dans une simulation, nous utilisons la stratégie reposant sur la méthode des boîtes (cf. figure 1.3) [3]. Pour chercher tous les contacts existants dans le domaine, on divise le domaine par zones et l'on raisonne en termes de voisinage.

Soit un élément (i) appartenant à une zone test, notée T , cet élément est susceptible d'être en contact avec d'autres éléments appartenant à la zone T ainsi qu'aux zones V constituant le voisinage de T . Ainsi, il n'est plus nécessaire de parcourir l'ensemble de la liste des éléments du domaine mais uniquement la liste des éléments appartenant aux zones test T et voisinage V pour déterminer l'ensemble des contacts avec l'élément (i). La zone test T est déplacée dans les différentes directions en évitant de répéter les détections entre boîtes.

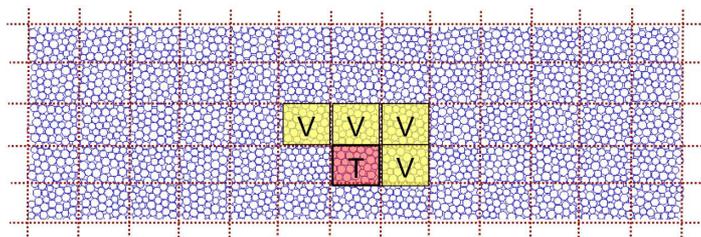


Figure 1.3 – Gestion globale des contacts dans le domaine.

Le principe est valable en 2D comme en 3D. En 3D, on ajoute un nombre de boîtes adjacentes supplémentaire dans la troisième dimension.

1.2.3 Formulation locale

La localisation du repère de contact dépend de la géométrie et de la description choisie. Cependant, dans chaque cas, on aboutit à l'obtention d'un point de contact et d'un repère local. Dans nos illustrations des corps à géométrie circulaire sont utilisés par commodité.

La figure 1.4.b représente les variables locales au point de contact I_α reliées au repère local ($I_\alpha; \mathbf{t}_\alpha, \mathbf{n}_\alpha$). Pour chaque contact α considéré dans la description globale du domaine (cf. figure 1.4.a), \mathbf{U}_α est la vitesse relative au point de contact et \mathbf{R}_N^α et \mathbf{R}_T^α représentent les forces de contact normale et tangentielle au point de contact.

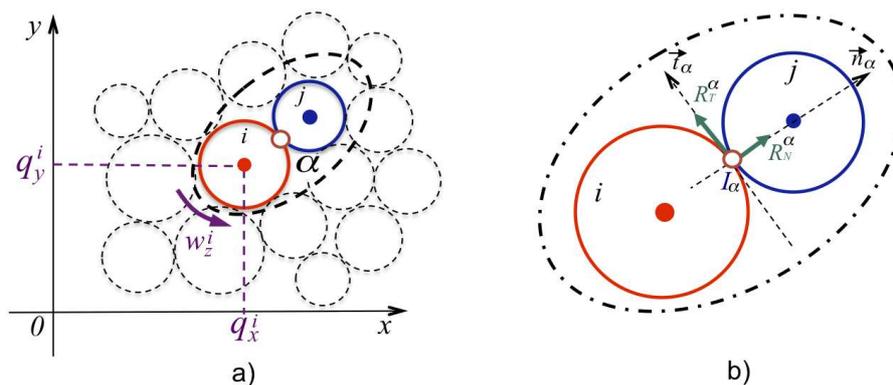


Figure 1.4 – Représentation des repères (a) global et (b) local ainsi que les différentes variables.

La figure 1.4 présente les relations entre les variables locales et globales. Les variables globales sont reliées au repère global ($O; \mathbf{x}, \mathbf{y}$) (au niveau des corps) : r_x, r_y, M_z désignent les composantes du torseur des efforts de contact appliqués sur chaque corps

(résultante et moment), et $\dot{q}_x, \dot{q}_y, w_z$ représentent les vitesses de translation et de rotation de la particule.

Pour chaque description volumique, la localisation du contact est différente. Dans nos simulations numériques, différents comportements sont utilisés. C'est pourquoi, il est nécessaire d'utiliser trois "types" de contacts, représentés sur la figure 1.5. Dans chaque cas l'application \mathbb{H} transfère l'information calculée aux points de contact aux centres de masse des corps en contact.

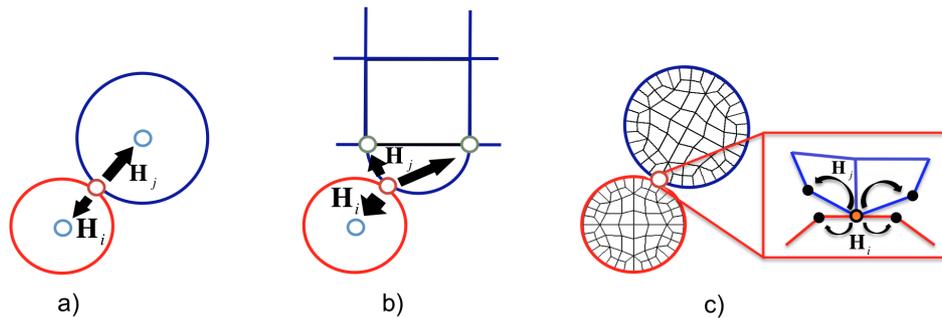


Figure 1.5 – Représentation des trois types de contact considérés : (a) contact entre deux corps rigides, (b) entre un corps rigide et un corps déformable et (c) entre deux corps déformables.

Si le contact est constitué de deux corps rigides (cf. figure 1.5.a), la matrice \mathbb{H} transfère l'information du point de contact au centre de gravité de chaque corps.

Si le contact est constitué d'un corps rigide et d'un corps déformable (cf. figure 1.5.b), la matrice \mathbb{H} transfère l'information du point de contact aux nœuds du maillage associés au corps déformable et au centre de gravité du corps rigide.

Enfin, si le contact est constitué de deux corps déformables (cf. figure 1.5.c), la matrice \mathbb{H} transfère l'information du point de contact aux nœuds du maillage de chaque corps déformable.

Pour les différents cas de contact précédent, nous pouvons écrire les relations entre les variables locales (\mathbf{R}, \mathbf{U}) et les variables globales ($\mathbf{r}, \dot{\mathbf{q}}$) de la façon suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{r} = \mathbb{H}(q)\mathbf{R} \\ \mathbf{U} = \mathbb{H}^*(q)\dot{\mathbf{q}} \end{cases}, \quad (1.1)$$

où q désigne la configuration qui sert à déterminer les repères locaux et \mathbb{H}^* désigne la transposée de \mathbb{H} .

1.2.4 Eléments hybrides

Pour effectuer un couplage éléments finis/éléments discrets (FEM-DEM), les éléments hybrides utilisés pour transférer l'information du milieu discrets vers le milieu continu sont des demi-disques rigides collés sur un des segments d'éléments quadrangles. Lorsqu'un contact est actif, la force de contact \mathbf{R} (au point de contact) est divisée en

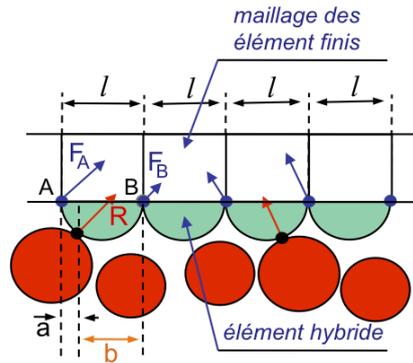


Figure 1.6 – Modèle de couplage FEM-DEM en utilisant des éléments hybrides.

deux composantes \mathbf{F}_A et \mathbf{F}_B . Ces forces sont transférées aux nœuds du maillage connectées au demi-disque rigide et de même direction que \mathbf{R} . Leur valeur est calculée par la formule suivante :

$$\begin{cases} \|\mathbf{F}_A\| = \|\mathbf{R}\| \frac{b}{l} \\ \|\mathbf{F}_B\| = \|\mathbf{R}\| \frac{a}{l} \end{cases} \quad (1.2)$$

où l est la distance entre les points A et B , a et b sont les distances respectives entre la projection du point de contact sur AB et les points A et B .

1.2.5 Formulation globale

Nous pouvons écrire l'équation de la dynamique pour l'ensemble des particules de la manière suivante :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{F}^{ext}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{r}, \quad (1.3)$$

où \mathbb{M} est la matrice de masse du système ($\in R^{n \times n}$), $\ddot{\mathbf{q}}$ est le vecteur accélération ($\in R^n$) dérivée seconde du vecteur configuration \mathbf{q} , F^{ext} les forces extérieures appliquées sur les corps en contact et \mathbf{r} les réactions de contact.

Dans l'étude de systèmes multi-contacts, interviennent des chocs entre particules. Nous écrivons l'équation (1.3) en termes de mesures différentielles :

$$\mathbb{M}d\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}^{ext}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})dt + \mathbf{r}d\nu, \quad (1.4)$$

où dt est la mesure de Lebesgue, $d\dot{\mathbf{q}}$ est une mesure différentielle représentant la mesure d'accélération, $d\nu$ est une mesure non négative pour laquelle $d\dot{\mathbf{q}}$ possède une densité de mesure et r représente la densité d'impulsion exercée au point de contact.

1.2.6 Discrétisation temporelle

On découpe le temps en intervalle $]t_i, t_{i+1}]$ de longueur h [21]. En intégrant les deux membres de l'équation (1.4) sur l'intervalle de temps $]t_i, t_{i+1}]$, on obtient :

$$\begin{cases} \mathbb{M}(\dot{\mathbf{q}}_{i+1} - \dot{\mathbf{q}}_i) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{F}^{ext}(s, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})ds + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{r}d\nu \\ \mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \dot{\mathbf{q}}(s)ds \end{cases}. \quad (1.5)$$

On désigne l'impulsion moyenne par [3, 21] :

$$\mathbf{r}_{i+1} = \frac{1}{h} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{r}d\nu. \quad (1.6)$$

Le schéma d'intégration utilisé pour discrétiser l'équation (1.3) est une θ -méthode. Celle-ci s'apparente à une pondération des quantités obtenues en début et en fin de pas de temps t_i et t_{i+1} . En appliquant ce principe aux deux intégrales du système (1.5), on obtient :

$$\begin{cases} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{F}^{ext}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)dt = h\theta\mathbf{F}_{i+1}^{ext} + h(1-\theta)\mathbf{F}_i^{ext} \\ \int_{t_i}^{t_{i+1}} \dot{\mathbf{q}}(s)ds = h\theta\dot{\mathbf{q}}_{i+1} + h(1-\theta)\dot{\mathbf{q}}_i \end{cases}, \quad (1.7)$$

On peut ainsi réécrire le système (1.5) comme une relation entre les valeurs $\dot{\mathbf{q}}_{i+1}$, \mathbf{r}_{i+1} et \mathbf{q}_{i+1} , \mathbf{q}_i :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}_{i+1} = \dot{\mathbf{q}}_i^{libre} + \mathbb{M}^{-1}h\mathbf{r}_{i+1} \\ \mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + h\theta\dot{\mathbf{q}}_{i+1} + h(1-\theta)\dot{\mathbf{q}}_i \end{cases}, \quad (1.8)$$

avec

$$\dot{\mathbf{q}}_i^{libre} = \dot{\mathbf{q}}_i + \mathbb{M}^{-1}h(\theta\mathbf{F}_{i+1}^{ext} + (1 - \theta)\mathbf{F}_i^{ext}) .$$

Ce système est réécrit en terme de variables locales :

$$\mathbb{W}h\mathbf{R}_{i+1} + \mathbf{U}_i^{libre} = \mathbf{U}_{i+1} , \quad (1.9)$$

où $\mathbb{W} = \mathbb{H}^*\tilde{\mathbb{M}}^{-1}\mathbb{H}$ est l'opérateur de Delassus [4,21], et \mathbf{U}^{libre} est la vitesse relative en l'absence de forces de contact.

L'équation (1.9) présente deux variables inconnues. Il faut alors ajouter une autre relation entre ces variables pour compléter et résoudre le problème. Cette relation vient des lois d'interaction entre ces variables et donne le système suivant :

$$\begin{cases} \mathbb{W}h\mathbf{R}_{i+1} + \mathbf{U}_i^{libre} = \mathbf{U}_{i+1} \\ Interaction(\mathbf{R}_{i+1}, \mathbf{U}_{i+1}) \end{cases} . \quad (1.10)$$

Notons que le système (1.10) s'écrit de la même façon pour les contacts entre particules rigides et les contacts entre particules déformables.

Si les particules sont rigides, le couple $(\tilde{\mathbb{M}}, \dot{\mathbf{q}}^{libre})$ est donné par :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbb{M}} = \mathbb{M} \\ \dot{\mathbf{q}}_i^{libre} = \tilde{\mathbb{M}}^{-1}(h(1 - \theta)\mathbf{F}_i^{ext} + h\theta\mathbf{F}_{i+1}^{ext}) \end{cases} , \quad (1.11)$$

et si les particules sont déformables, il est donné par :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbb{M}} = \mathbb{M} + h\theta\mathbb{C} + h^2\theta^2\mathbb{K} \\ \dot{\mathbf{q}}_i^{libre} = \tilde{\mathbb{M}}^{-1}(h(1 - \theta)\mathbf{F}_i^{ext} + h\theta\mathbf{F}_{i+1}^{ext} + h\mathbf{F}^{int}(\mathbf{q}_i + \theta\dot{\mathbf{q}}_i, \dot{\mathbf{q}}_{i+1})) \end{cases} , \quad (1.12)$$

où \mathbb{C} et \mathbb{K} représentent la matrice de viscosité et de rigidité, \mathbf{F}^{int} représente la force intérieure d'une particule déformable. Plus de détails peuvent être trouvés dans les travaux originaux [21].

1.2.7 Résolution du problème par la méthode de Gauss-Seidel non-linéaire

Il existe différents algorithmes pour résoudre un problème multi-contacts [4, 21, 48, 49]. Dans notre cas, nous utilisons l'algorithme de type *Gauss-Seidel Non-Linéaire*

(NLGS) pour résoudre le problème. Même si sa convergence peut-être lente, il a l'avantage d'être robuste et sa gestion contact/contact permet d'utiliser une grande variété de lois de contact.

Pour un contact α possédant un nombre de voisins N_c , l'équation (1.9) peut être réécrite pour le contact α :

$$\sum_{\beta=1}^{N_c} \mathbb{W}_{\alpha\beta} h \mathbf{R}_{i+1}^{\beta} + \mathbf{U}_i^{libre,\alpha} = \mathbf{U}_{i+1}^{\alpha}, \quad (1.13)$$

On peut réécrire les équations (1.13) et (1.10) pour le contact α comme un schéma itératif. L'itération $(k+1)$ entre les inconnues $(\mathbf{R}_{i+1}^{\alpha(k+1)}, \mathbf{U}_{i+1}^{\alpha(k+1)})$ se traduit par le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta < \alpha} \mathbb{W}_{\alpha\beta} h \mathbf{R}_{i+1}^{\beta(k+1)} + \sum_{\beta > \alpha} \mathbb{W}_{\alpha\beta} h \mathbf{R}_{i+1}^{\beta(k)} + \mathbf{U}_i^{libre,\alpha} = \mathbf{U}_{i+1}^{\alpha(k+1)} - \mathbb{W}_{\alpha\alpha} h \mathbf{R}_{i+1}^{\alpha(k+1)} \\ Interaction (\mathbf{R}_{i+1}^{\alpha(k+1)}, \mathbf{U}_{i+1}^{\alpha(k+1)}) \end{array} \right., \quad (1.14)$$

où le processus itératif est répété jusqu'à satisfaire un critère de convergence.

Pour déterminer la convergence de l'algorithme de type NLGS [4, 48], nous nous intéressons au couple valeurs "réaction/vitesse" obtenu $(\mathbf{R}_{GS}, \mathbf{U}_{GS})$. A chaque itération du solveur NLGS, le couple solution (\mathbf{R}, \mathbf{U}) obtenu ne satisfait pas les équations de la dynamique puisque, les couples locaux $(\mathbf{R}^{\alpha}, \mathbf{U}^{\alpha})$ sont calculés avec des valeurs provisoires des réactions locales.

Pour déterminer l'écart à la solution, nous allons effectuer lors du test de convergence, une itération de Jacobi nous permettant de calculer une valeur temporaire à partir de termes portant le même indice d'itération. On définit alors le couple $(\bar{\mathbf{R}}, \bar{\mathbf{U}})$ comme la demi-somme des couples $(\mathbf{R}_{GS}, \mathbf{U}_{GS})$ et $(\mathbf{R}_{Jac}, \mathbf{U}_{Jac})$ obtenus respectivement avec *Gauss-Seidel* et *Jacobi*. La variation en vitesse relative est également calculée et notée $\Delta \mathbf{U}$ ($\Delta \mathbf{U} = \mathbf{U}_{Jac} - \mathbf{U}_{GS}$).

On introduit ainsi plusieurs grandeurs :

$$\begin{aligned} S_{vr}^m &= \sum_{\alpha} \bar{\mathbf{R}}^{\alpha} \cdot \Delta \mathbf{U}^{\alpha} \\ S_{vv}^q &= \sum_{\alpha} \Delta \mathbf{U}^{\alpha} \cdot \Delta \mathbf{U}^{\alpha} \\ S_{vv}^q &= \sum_{\alpha} (\Delta \mathbf{U}^{\alpha} \cdot \Delta \mathbf{U}^{\alpha}) \cdot (\bar{\mathbf{R}}^{\alpha} \cdot \bar{\mathbf{R}}^{\alpha}) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \varepsilon^m &= \sum_{\alpha} \bar{\mathbf{R}}^{\alpha} \cdot \mathbb{W}_{\alpha\alpha} \bar{\mathbf{R}}^{\alpha} \\ \varepsilon^q &= \frac{1}{N_{actif}} \sum_{\alpha} \mathbb{W}_{\alpha\alpha} \bar{\mathbf{R}}^{\alpha} \cdot \mathbb{W}_{\alpha\alpha} \bar{\mathbf{R}}^{\alpha} \end{aligned}$$

Donc,

$$\begin{cases} e_{vr}^m = \frac{S_{vr}^m}{\varepsilon^m} \\ e_{vv}^q = \sqrt{\frac{S_{vv}^q}{\varepsilon^q}} \\ e_{vr}^q = \frac{\sqrt{N_{actif} \cdot S_{vr}^q}}{\varepsilon^m} \end{cases}, \quad (1.15)$$

où ε^m et ε^q représentent des énergies de référence, N_{actif} est le nombre de contact transmettant une force non nulle.

Nous considérons que la loi de contact est correctement vérifiée pour le contact examiné α [4].

1.3 Loi d'interaction

D'une manière générale, on appelle loi d'interaction une relation entre les variables locales du système. Par exemple l'interstice g entre les particules, la vitesse relative \mathbf{U} , la réaction normale \mathbf{R}_N , la cohésion γ, \dots

Les lois d'interaction dépendent de la nature des particules et de l'environnement dans lequel elles évoluent. Ainsi il appartient au modélisateur de choisir la loi la plus représentative pour décrire ces conditions. De plus, suivant les échelles de temps et d'espace utilisées dans les modèles, le "même phénomène" peut-être représenté de deux façons différentes : choc élastique = {contact unilatéral + loi de Newton} ou {ressort élastique + amortisseur}. Nous présentons dans la suite un distinguo des différentes lois d'interaction utilisées dans nos simulations.

1.3.1 Loi de contact unilatéral

Le contact unilatéral représente le fait que deux particules ne peuvent s'interpénétrer, donc la valeur de l'interstice g doit rester positive ($g \geq 0$). A la notion d'unilatéralité peut alors s'ajouter la notion de cohésion agissant comme une force tendant à rapprocher les corps en contact. Le cas où la force de cohésion γ est nulle nous ramène au contact unilatéral classique défini au sens de Signorini [3]. Nous traitons ici le cas cohésif qui est plus général.

La figure 1.7 montre la relation entre les variables locales lorsqu'il y a un contact avec la condition unilatérale. Ce graphe est utilisé pour traiter le cas d'un contact sans ou avec cohésion locale. Pour prendre en compte de la cohésion locale, on définit une zone cohésive associée à une distance d_w autour de la frontière de la particule (cf. figure 1.7.a) [3, 49]. Lorsque les zones d'attraction se "voient", le phénomène de cohésion est

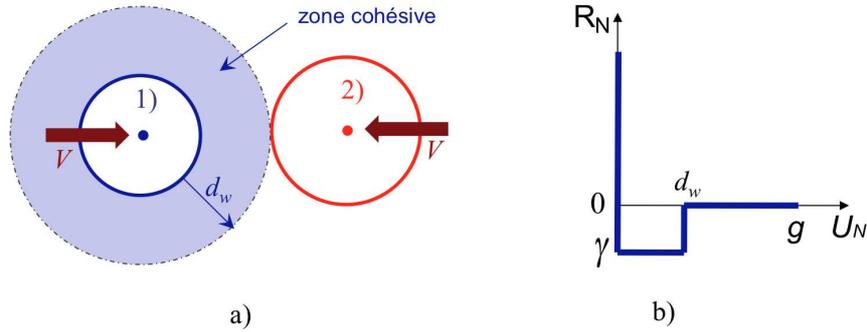


Figure 1.7 – (a) Contact entre deux particules et (b) graphe de la loi unilatérale cohésive.

activé. On peut alors écrire la condition de Signorini comme :

$$g \geq 0 \quad (R_N + \gamma) \geq 0 \quad g \cdot (R_N + \gamma) = 0 . \quad (1.16)$$

Si les particules ne sont pas encore entrées dans la zone cohésive, elles ont le statut “non contact” défini par les relations : $g > d_w$ et $R_N = 0$. Si elles sont dans la zone cohésive, les relations sont définies par $0 < g \leq d_w$ et $R_N = -\gamma$. Enfin, si le statut est “contact”, celui-ci est défini par les relations : $g = 0$ et $R_N \geq -\gamma$. Cette loi est notée *IQS* dans la suite du manuscrit.

1.3.2 Loi de choc

La loi de contact unilatéral ne fait que décrire ce qui se passe pendant que le contact est établi, sans donner d’information sur la transition de contact induite par le choc entre les deux particules. Pour résoudre ce problème, une loi de choc doit donc être adoptée. Une telle loi est supposée décrire un phénomène complexe se produisant sur un intervalle de temps très court. On peut alors utiliser une loi de restitution de type Newton pouvant être décrite par la relation :

$$\mathbf{U}_N^+ = -e\mathbf{U}_N^- \quad (1.17)$$

où \mathbf{U}_N^- représente la vitesse relative normale avant collision, \mathbf{U}_N^+ représente la vitesse relative normale après la collision et e le coefficient de restitution normal. Cette loi est notée *RST* dans la suite du manuscrit.

1.3.3 Loi de contact élastique

Les conditions de complémentarité, en interstice ou en vitesse, modélisent le contact de façon idéale ou simplifiée. En effet à l’échelle du contact, la surface d’intersection

des objets peut être complexe. La présence d'aspérités susceptibles de se déformer sous l'action du contact permet de justifier un modèle de comportement différent. On peut proposer par exemple que la réaction soit proportionnelle à l'interstice g , qui peut alors prendre des valeurs négatives traduisant une interpénétration s'il y a un contact.

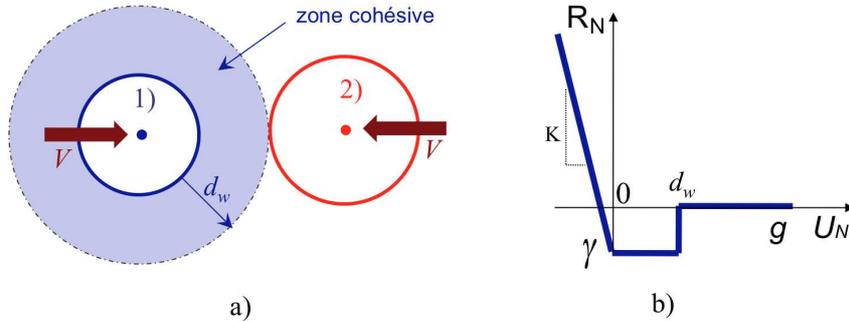


Figure 1.8 – (a) Contact entre deux particules et (b) graphe de la loi élastique cohésive.

La loi de contact élastique avec cohésion signifie que deux corps peuvent s'interpénétrer et qu'il existe une zone cohésive associée à une distance d_w autour de la frontière de la particule. Elle est définie par une relation entre la force de contact \mathbf{R}_N , la raideur de loi élastique K , la valeur d'interstice g et une force de cohésion γ . Comme dans le cas de contact unilatéral, la figure (1.8) montre le graphe de la loi de contact élastique pour traiter le cas d'un contact sans ou avec cohésion locale, celle loi peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \text{si } g \leq 0 & \text{alors } R_N = -Kg + \gamma \\ \text{si } 0 < g \leq d_w & \text{alors } R_N = \gamma \\ \text{si } g > d_w & \text{alors } R_N = 0. \end{cases} \quad (1.18)$$

Cette loi est notée *ELAS* dans la suite du manuscrit.

1.3.4 Loi de frottement de Coulomb

A une certaine échelle, il est important de garder la notion de force tangentielle au travers d'une loi de frottement. Les premières notions de frottement ont été introduites par Amontons [50] avant que Coulomb [51] ne publie son fameux mémoire en 1785. Il serait d'ailleurs plus correct d'appeler cette loi, la loi de *Amontons-Coulomb*. C'est cette loi qui sera utilisé par la suite.

La loi de frottement est définie par la relation entre la force de frottement \mathbf{R}_T , la vitesse de glissement \mathbf{U}_T , ainsi que la force normale \mathbf{R}_N et un seuil μ appelé coefficient de frottement.

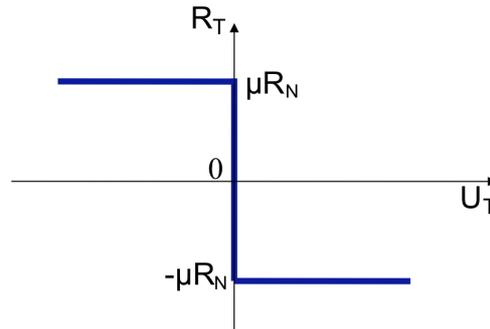


Figure 1.9 – Graphe de la loi de Coulomb.

Le graphe de la loi de frottement de *Coulomb* est présenté sur la figure 1.9. Le glissement n'est alors possible que si l'on dépasse un certain seuil de résistance, lequel est d'autant plus élevé que l'effort normal est grand. Une fois le seuil atteint, la force tangentielle à une norme égale au produit μR_N et à une direction opposé à la vitesse de glissement. La loi de frottement Coulomb se traduit par le système suivant [3] :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_T \in [-\mu \mathbf{R}_N, \mu \mathbf{R}_N] \\ \mathbf{U}_T > 0 \text{ alors } \mathbf{R}_T = -\mu \mathbf{R}_N \\ \mathbf{U}_T < 0 \text{ alors } \mathbf{R}_T = \mu \mathbf{R}_N \end{cases} \quad (1.19)$$

1.4 Logiciel

Ce travail ne pouvait être fait sans un outil numérique adapté. Nous avons bénéficié du code de calcul LMGC90 (Logiciel de Mécanique Gérant le Contact écrit en fortran 90) créé par M. Jean et redéveloppé récemment par F. Dubois [52] et bénéficiant de nombreuses contributions [5, 7, 44, 45, 53, 54]. Cette plate-forme logiciel, initialement conçue dans un esprit orienté objet, possède de nombreuses extensions, et permet assez facilement l'ajout de nouvelles fonctionnalités ou de modules. Construite en s'appuyant sur l'approche NSCD, elle permet de traiter des problèmes de contact aussi bien entre corps rigides qu'entre corps déformables en 2D et 3D.

1.5 Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la présentation de l'approche *Non Smooth Contact Dynamics*, les lois d'interaction (élastique, plastique, cohésive,...) entre particules ainsi que les comportements rigide et déformable. Dans la suite, nous allons vérifier la qualité de cette approche lorsque l'on effectue un couplage éléments finis et éléments discrets en utilisant des exemples simples.

Chapitre 2

Modèle hybride : cas simples

Sommaire

2.1	Introduction	20
2.2	Test d'un contact particule/corps déformable	20
2.2.1	Modèle	20
2.2.2	Résultats sous pression statique	21
2.2.3	Résultats sous pression et cisaillement	22
2.2.4	Conclusion	23
2.3	Transfert d'information au travers d'une couche granulaire	24
2.3.1	Description du modèle de couplage	24
2.3.2	Résultats sous pression constante	25
2.4	Résultat pour une perturbation ponctuelle	28
2.5	Conclusion	31

2.1 Introduction

Dans nos simulations, des éléments hybrides sont proposés pour transférer les informations entre les corps en contact. L'objectif des exemples de ce chapitre est de tester l'efficacité des éléments hybrides dans un couplage entre éléments finis et éléments discrets. Nous allons effectuer un exemple simple pour tester le contact entre une particule et corps déformable et un autre exemple plus complexe constitué d'une collection de particules rigides et de deux corps déformables.

2.2 Test d'un contact particule/corps déformable

2.2.1 Modèle

Le premier exemple se compose d'une particule soumise à une force verticale P et à une vitesse de cisaillement V en contact avec un corps déformable constitué d'éléments quadrangles (cf. figure 2.1). Dans cet exemple, pour voir l'influence du type de maillage sur les mesures globales, on utilise trois types de maillage : un maillage fin de 144 éléments quadrangles (cf. figure 2.1.a), un maillage progressif de 88 éléments quadrangles (cf. figure 2.1.b) et un maillage grossier de 4 éléments quadrangles (cf. figure 2.1.c).

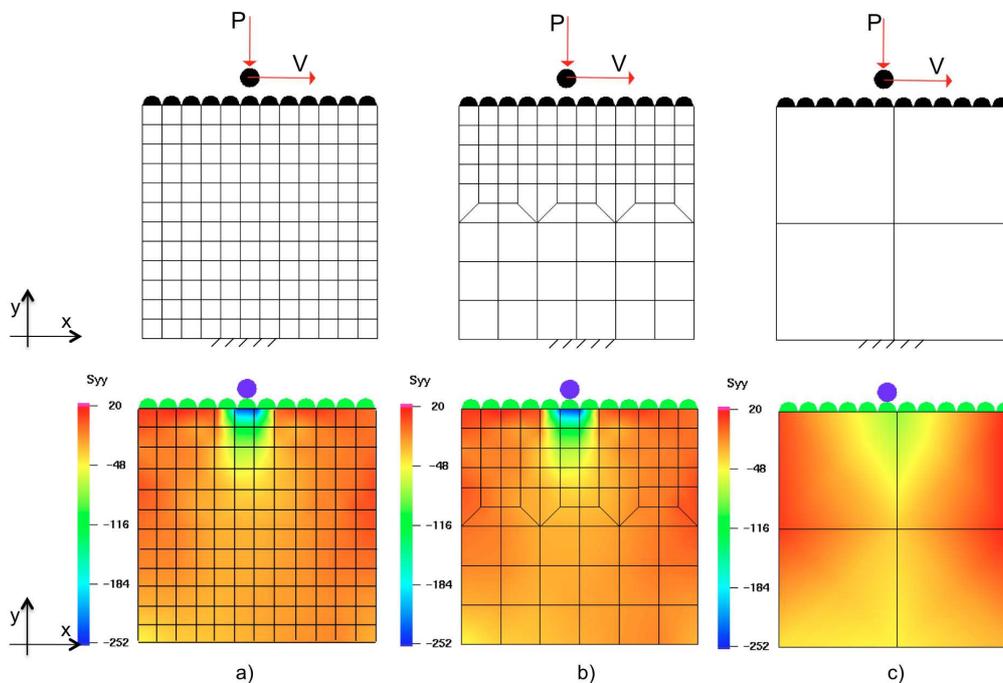


Figure 2.1 – Géométrie du problème (en haut) et champs de contrainte σ_{yy} du corps déformable (en bas) pour les types du maillage : (a) fin, (b) progressif et (c) grossier.

Pour minimiser l'apparition de chocs lors de l'impact du corps rigide sur le corps déformable, la force et la vitesse imposées vont atteindre leur valeur maximale après t_0 secondes :

$$\begin{cases} P(t) = P \times \min(1, \frac{1}{t_0}t) \\ V(t) = V \times \min(1, \frac{1}{t_0}t) \end{cases} \quad (2.1)$$

où $P(t), V(t)$ sont les valeurs de la force et de la vitesse imposées sur la particule, t est le temps de simulation. Nous choisissons la valeur de t_0 égale à 2 000 "pas de temps" pour toutes nos simulations.

Les différents paramètres utilisés pour cet exemple sont les suivants : le rayon de la particule est égal à 0.7×10^{-6} m avec une masse volumique égale à 7.800 kg.m^{-3} , identique à celle du corps déformable. Le module d'Young E est égal à 210 GPa , le coefficient de poisson ν est égal à 0.3. Le pas de temps de simulation Δt est égal à 10^{-9} s.

Au cours des simulations, on mesure la force moyenne F et le déplacement moyen ε au bord supérieur du maillage en utilisant les formules :

$$\begin{cases} F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i \\ \varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \end{cases}, \quad (2.2)$$

où F_i et ε_i sont respectivement la force et le déplacement du nœud i au bord supérieur du maillage et N est le nombre de nœuds sur le bord mesuré.

2.2.2 Résultats sous pression statique

Dans cette simulation, une force de compression P égale à 1 N et une vitesse V nulle sont tout d'abord appliquées à la particule. Les lois de contact utilisées sont les lois *IQS* et *ELAS* dans le cas sans cohésion. La figure 2.2 présente les forces normale F_y et tangentielle F_x mesurées sur la particule et sur le bord supérieur du maillage (cf. figure 2.1) pour les trois différents types de maillage avec la loi de contact *IQS*. Nous retrouvons la forme de l'expression de la force imposée dans tous les différents type de maillage.

Pour chaque type de maillage, l'évolution des forces normale F_y et tangentielle F_x au niveau de la "particule" et du "maillage" sont les mêmes (en termes de valeur moyenne et d'amplitude). Le changement de type de maillage crée des oscillations autour de la

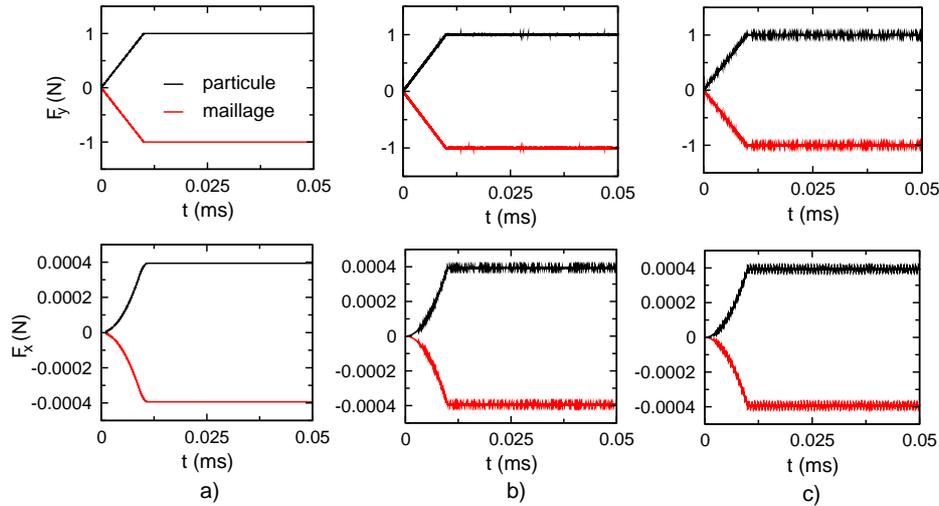


Figure 2.2 – Comparaisons de l'évolution de la force normale F_y (en haut) et de la force tangentielle F_x (en bas) pour les trois différents types de maillage : (a) fin, (b) progressif et (c) grossier.

valeur moyenne avec différentes amplitude : 1% de la valeur moyenne pour les maillages progressif et grossier. Ceci est dû à la différence du type de maillage et de la dynamique locale de chaque maillage qui créent des oscillations différentes. La valeur non nul de F_x résulte de la non symétrie de la compression.

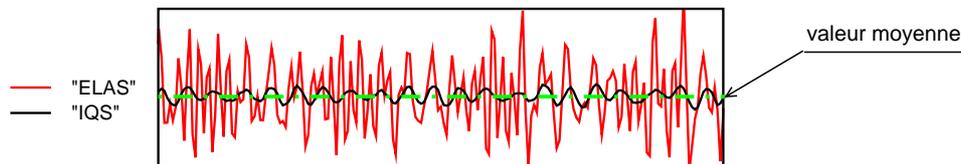


Figure 2.3 – Zoom et comparaison des courbes entre les lois de contact IQS et ELAS.

Les résultats obtenus avec les lois de contact IQS et ELAS sont similaires au niveau de la forme des courbes de la figure 2.2. Bien que la valeur moyenne soit la même, la fréquence et l'amplitude avec la loi ELAS sont toujours plus grandes qu'avec la loi IQS (cf. figure 2.3). Ceci est dû à l'élasticité de la loi de contact ELAS (introduction d'une raideur locale) qui crée des oscillations supplémentaires.

2.2.3 Résultats sous pression et cisaillement

En plus de la force de compression P égale à 1 N, une vitesse V égale à 5 $m.s^{-1}$ est appliquée à la particule (cf. figure 2.1). Les lois de contact utilisées sont les mêmes que précédemment. Une condition périodique est appliquée sur les bords gauche et droit de

l'échantillon.

La figure 2.4 présente l'évolution des forces normale F_y et tangentielle F_x mesurées sur la particule et sur le bord supérieur du maillage pour les trois différents types de maillage avec la loi de contact *IQS*.

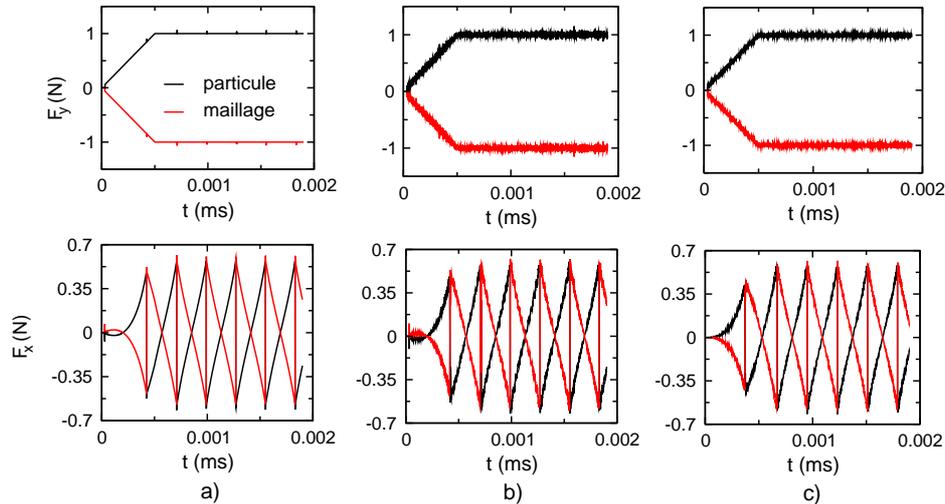


Figure 2.4 – Comparaisons des valeurs de la force normale F_y (en haut) et de la force tangentielle F_x (en bas) pour trois différents types de maillage : (a) fin, (b) progressif et (c) grossier.

Comme pour le cas statique, les forces normale F_y et tangentielle F_x mesurées au niveau de la “particule” et sur le bord supérieur du “maillage” (cf. figure 2.1) sont les mêmes en termes de valeur moyenne, ceci quelque soit le maillage utilisé. Ces courbes présentent toutefois des différences lorsque nous changeons le type de maillage. L'évolution des forces pour chaque type de maillage oscille autour de la valeur moyenne et diffère en amplitude : 1% de valeur moyenne avec le maillage progressif et le maillage grossier.

2.2.4 Conclusion

En utilisant des éléments hybrides, on peut voir que les informations se propagent sans perte entre le corps rigide et le corps déformable, et ceci avec différent type de maillage (“fin”, “progressif” et “grossier”). Cependant, selon le type de maillage, on constate que, bien que la valeur moyenne des forces (normale et tangentielle) soit la même, il y a des différences au niveau de leur amplitude en statique et en dynamique.

L'utilisation de maillage “grossier” ou “progressif” introduit des perturbations dans l'évolution des grandeurs mesurées. Avec le maillage “grossier”, ces perturbations proviennent essentiellement de la description grossière du maillage vis à vis du nombre

d'éléments hybrides utilisées. En effet, comme on utilise 6 éléments hybrides par maille (cf. figure 2.1), on a un surplus d'information donnée à chaque élément du maillage. Avec le maillage "progressif", on a un élément hybride par maille (cf. figure 2.1). Cependant le "déraffinement" du maillage peut piéger des "ondes" parasites à la surface créant ainsi des perturbations sur les mesures. Si on ne s'intéresse pas à la dynamique locale, le maillage grossier peut être suffisant, et même préférable à des maillages progressifs piégeant les ondes au contact. Dans le cas contraire, il semble que seul le maillage "fin" soit acceptable.

Nous allons observer ce problème plus en détail dans la suite, pour mettre en évidence l'influence de la dynamique locale sur le comportement global du troisième corps.

2.3 Transfert d'information au travers d'une couche granulaire

Le but de cette partie est de regarder la propagation de l'information entre deux corps déformables séparés par une couche granulaire.

2.3.1 Description du modèle de couplage

La géométrie et les conditions aux limites du problème sont présentées sur la figure 2.5. Les deux corps déformables sont identiques en terme de comportement et de géométrie. Chaque corps de dimensions à $10^{-4} \times 0.25 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ est modélisé par un maillage de 80×20 éléments quadrangles réguliers de côté égal au diamètre moyen des particules de la couche granulaire. Leur module d'Young E est égal à 210 GPa et leur coefficient de poisson ν égal à 0.3 .

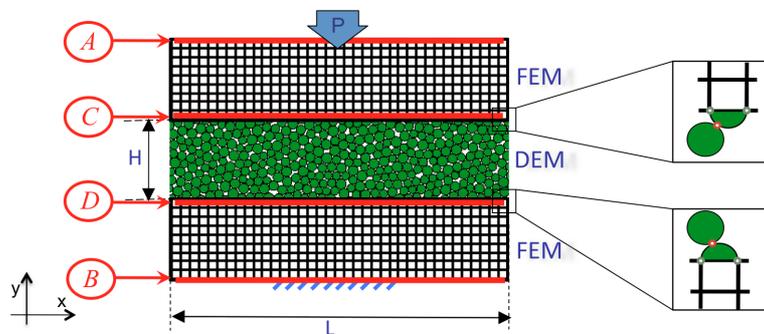


Figure 2.5 – Géométrie et conditions aux limites du modèle.

La couche granulaire qui sépare les deux corps déformables a une épaisseur H (cf. figure 2.5). Pour voir l'influence de l'épaisseur de la couche sur le transfert d'information, trois épaisseurs sont utilisées : $10^{-5} m$, $3 \times 10^{-5} m$ et $5 \times 10^{-5} m$. Le diamètre moyen des particules est de $1.2 \times 10^{-6} m$. Le frottement local n'est pas considéré et la cohésion locale γ est égale à $1 N$.

Pour les conditions limites, une force de compression P égale à $10 N$ est appliquée sur le bord supérieur du corps déformable supérieur (bord A), tandis que le corps déformable inférieur est fixé sur son bord inférieur (bord B) (cf. figure 2.5). Enfin une condition périodique est appliquée aux bords gauche et droit des corps déformables ainsi que la couche granulaire.

2.3.2 Résultats sous pression constante

La figure 2.6 illustre les résultats des visualisations mesurées à la fin du temps de calcul pour les trois épaisseurs.

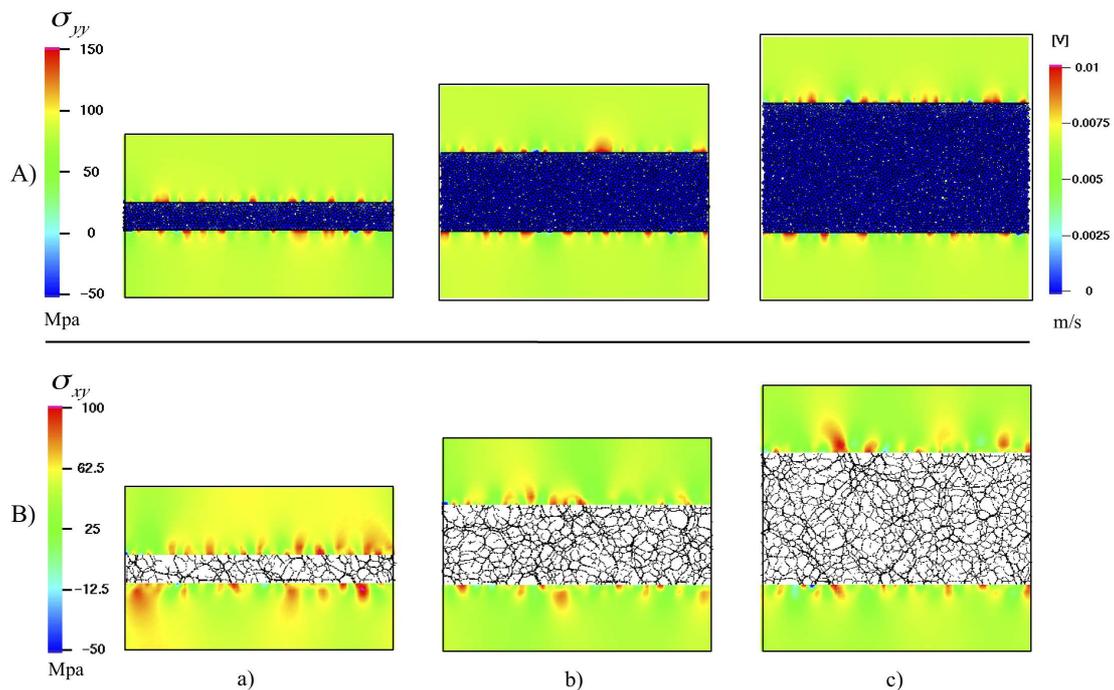


Figure 2.6 – Visualisation en fin de simulation pour H égale à : (a) $1 \times 10^{-5} m$, (b) $3 \times 10^{-5} m$ et (c) $5 \times 10^{-5} m$: (A) champs de contrainte σ_{yy} dans les corps déformables et champs de vitesse des particules de la couche granulaire, (B) champs de contrainte σ_{xy} dans le corps déformable et le réseau de forces de contact entre les particules de la couche granulaire.

Sur la figure 2.6.A, on peut observer le champs de contrainte σ_{yy} des corps déformables et le champs de vitesse des particules de la couche granulaire. Au niveau des corps déformables, les contraintes maximales sont concentrées à l'interface couche granulaire/corps déformable. La valeur moyenne de la contrainte est toujours égale à 100 MPa (i.e égale à la pression appliquée). On remarque que seules quelques valeurs de σ_{yy} sont supérieures (ou inférieures) à la valeur moyenne. Ceci souligne le fait que l'on puisse avoir des contraintes locales plus importantes que la pression appliquée. Au niveau de la couche granulaire, après un réarrangement, les particules ne sont plus en mouvement, obtenant ainsi un état d'équilibre.

Sur la figure 2.6.B, on peut observer le champs de contrainte σ_{xy} des corps déformables et le réseau des forces de contact dans la couche granulaire. Comme pour les contraintes σ_{yy} , les valeurs maximales du champs de contrainte σ_{xy} sont concentrées à l'interface couche granulaire/corps déformable. Dans le régime stationnaire de compression, on observe un réseau de forces de contact très dense entre les particules de la couche granulaire.

La figure 2.7 présente l'évolution du déplacement vertical moyen (cf. eq. 2.2) des bords C (ε_y^C) et D (ε_y^D) pour une couche sans (cf. figure 2.7.I) et avec une cohésion locale de $1N$ (cf. figure 2.7.II) pour les trois valeurs de H .

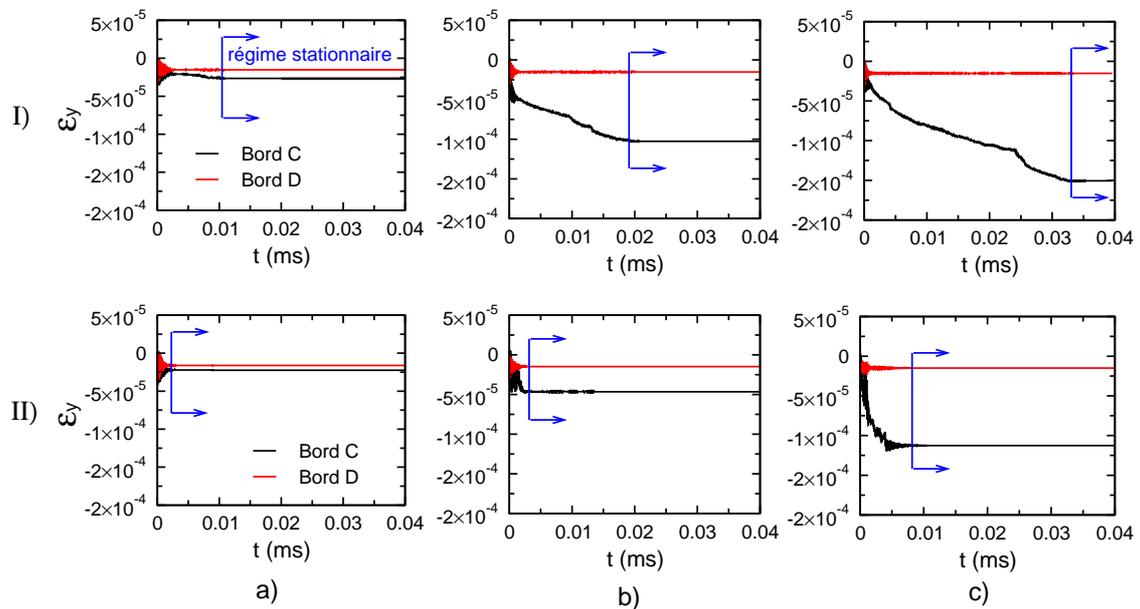


Figure 2.7 – Evolution du déplacement en y des bords C et D selon le cas de (I) sans et (II) avec cohésion pour les trois épaisseurs différentes : (a) 10^{-5} m , (b) $3 \times 10^{-5} \text{ m}$ et (c) $5 \times 10^{-5} \text{ m}$.

Pour chaque épaisseur, le déplacement ε_y^D est négligeable. Le déplacement ε_y^C aug-

mente avec l'augmentation de l'épaisseur H de la couche granulaire. Ceci est du à l'augmentation du nombre de réarrangement possible avec l'épaisseur. Le déplacement ε_y^C se stabilise après 0.01 ms , 0.02 ms et 0.033 ms pour le cas sans cohésion (cf. figure 2.7.I) et après 0.0025 ms , 0.0035 ms et 0.009 ms pour le cas avec cohésion (cf. figure 2.7.II), pour les épaisseurs H respectivement égales à 10^{-5} m , $3 \times 10^{-5}\text{ m}$ et $5 \times 10^{-5}\text{ m}$. De plus, dans le cas avec cohésion locale, on obtient une stabilisation plus rapide de l'évolution de ε_y^C mais aussi une compacité moins grande que dans le cas sans cohésion. Ceci est du à la cohésion locale qui s'oppose au réarrangement des particules dans l'échantillon.

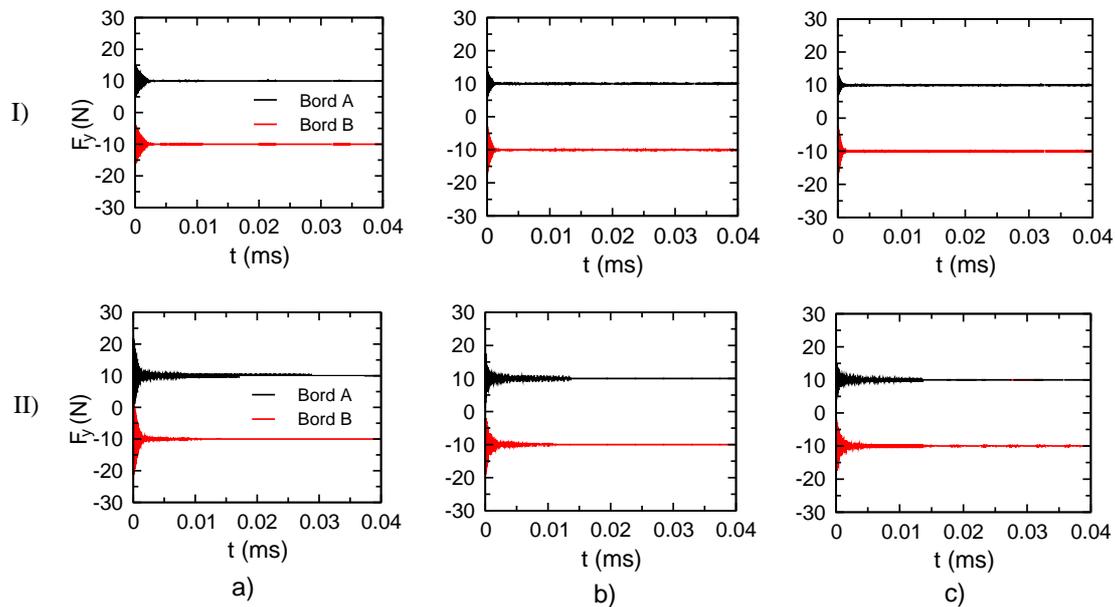


Figure 2.8 – Evolution de la force normale F_y aux bords A et B pour les cas (I) sans et (II) avec cohésion pour les trois valeurs de H : (a) 10^{-5} m , (b) $3 \times 10^{-5}\text{ m}$ et (c) $5 \times 10^{-5}\text{ m}$.

La figure 2.8 présente l'évolution de la force normale moyenne F_y (cf. Eq. 2.2) aux bords A et B pour les cas sans (cf. figure 2.8 I) et avec cohésion (cf. figure 2.8 II) pour les trois valeurs de H . L'évolution de la force normale F_y est la même sur les bords A et B pour toutes les épaisseurs de couche granulaire. On ne perd pas d'information dans la transmission normale.

La figure 2.9 présente l'évolution de la force tangentielle moyenne F_x (cf. Eq. 2.2) mesurée aux bords A et B pour les cas sans (cf. figure 2.9.I) et avec cohésion (cf. figure 2.9.II) pour les trois valeurs de H . Pour chaque épaisseur H , l'évolution de F_x fluctue de façon variable pour atteindre une valeur stabilisée identique. Cette valeur est non nulle et augmente avec l'augmentation de la cohésion locale (elle est égale à 0.055 N pour le cas sans et 1 N pour le cas avec cohésion). Elle peut être vue comme

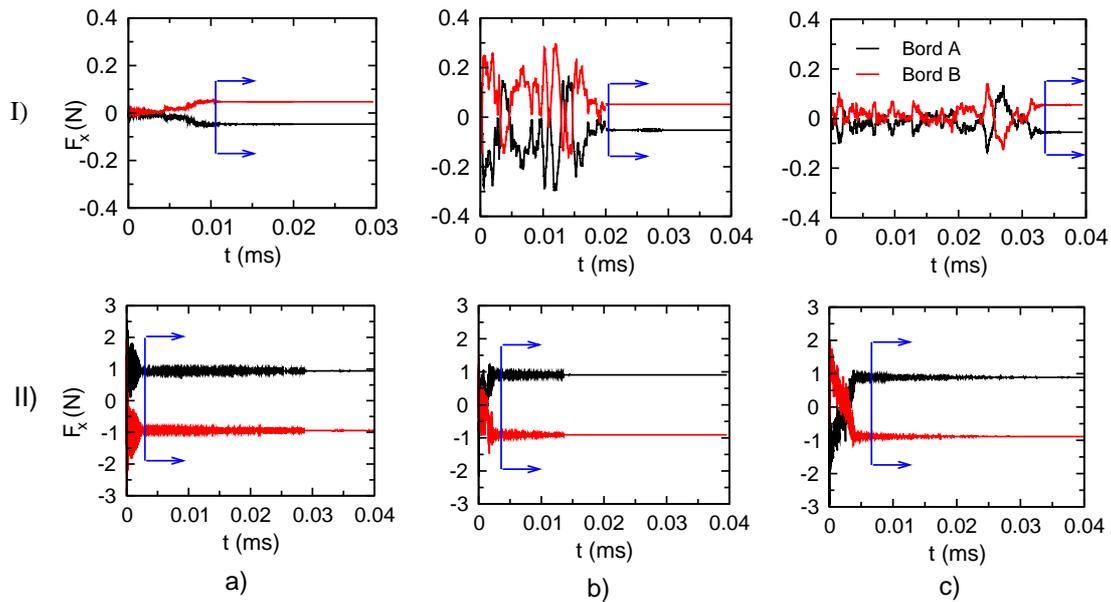


Figure 2.9 – Evolution de la force tangentielle F_x aux bords A et B pour les cas (I) sans et (II) avec cohésion pour les trois valeur de H : (a) $10^{-5} m$, (b) $3 \times 10^{-5} m$ et (c) $5 \times 10^{-5} m$.

le résultat d’une accommodation de la couche granulaire hétérogène, et peut-être reliée à la granulométrie et aux propriétés locales de la couche.

2.4 Résultat pour une perturbation ponctuelle

A la fin des simulations précédentes, on obtient un régime stationnaire de compression. On ajoute une forte perturbation ponctuelle (une vitesse initiale V_y égale à $50 m.s^{-1}$) sur un nœud du maillage supérieur situé sur le bord supérieur (bord A).

La figure 2.10 présente l’évolution du champs de contrainte σ_{yy} dans les corps déformables et le champs de vitesse dans la couche granulaire pour une épaisseur H de $3 \times 10^{-5} m$. Lorsque la perturbation est appliquée, on observe l’évolution de “l’onde” générée en visualisant le champs de contrainte dans le corps déformable supérieur. On ne retrouve pas l’évolution de “l’onde” dans le corps déformable inférieur. La propriété discontinue et hétérogène de la couche granulaire conduit à une redistribution et à un amortissement du champs de contrainte avant d’arriver au niveau du corps déformable inférieur.

La figure 2.11 montre l’évolution de la force normale F_y mesurée aux bords A et B (cf. figure 2.5) des corps déformables. Cette force fluctue de façon périodique mais son amplitude et sa fréquence diminuent au cours du temps. De plus, si l’épaisseur H

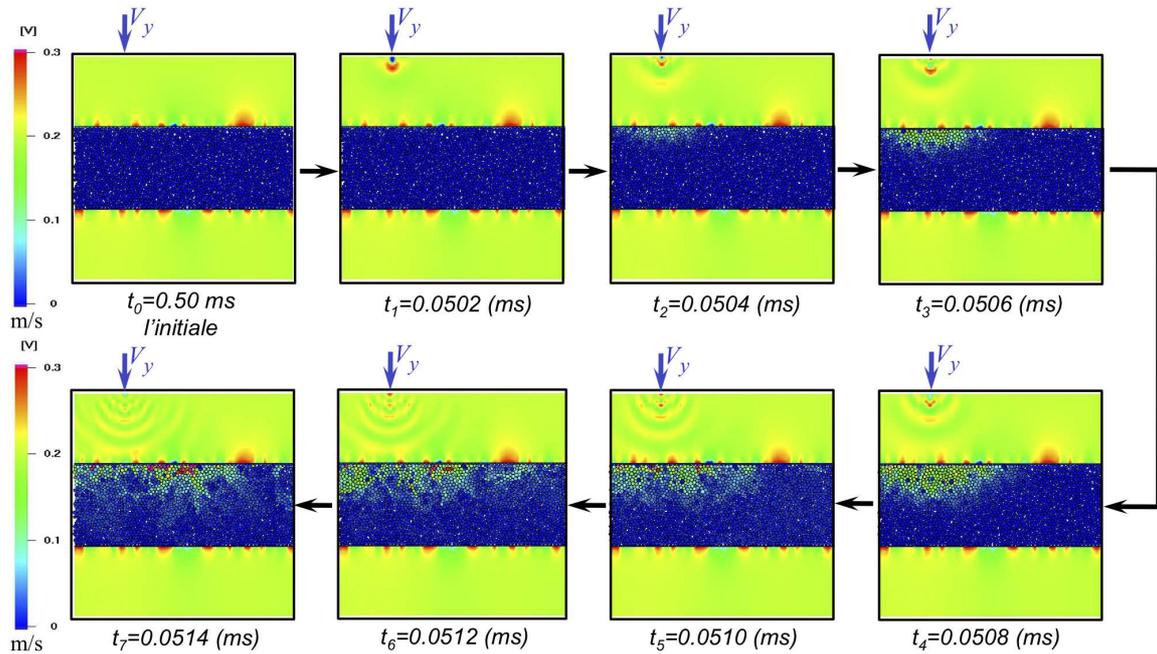


Figure 2.10 – Evolution du champs de contrainte σ_{yy} dans les corps déformable et le champs de vitesse dans la couche granulaire.

augmente, la fréquence et l'amplitude de l'évolution de la force normale F_y diminuent. Sur le zoom de la figure 2.11, la fréquence est égale à 9074, 6024 et 4539 KHz pour des épaisseurs H égale à 10^{-5} , 3×10^{-5} , et 5×10^{-5} m. Ceci est du à la dissipation d'énergie en fonction du temps de simulation et de l'épaisseur de la couche granulaire. Les résultats sont similaires pour les bords A et B à l'exception près que les mesures aux bords B sont régulière car amortie par la couche hétérogène augmentée.

La figure 2.12 présente l'évolution de force tangentielle F_x mesurée aux bords A et B (cf. figure 2.5) des corps déformables. Cette force fluctue de façon aléatoire. Lorsque l'épaisseur H est faible, la perturbation augmente la force F_x (qui reste plus faible que F_y). Cette augmentation diminue avec H . L'épaisseur de la couche granulaire joue son rôle amortissant, et fait en sorte que la force F_x soit peu perturbée.

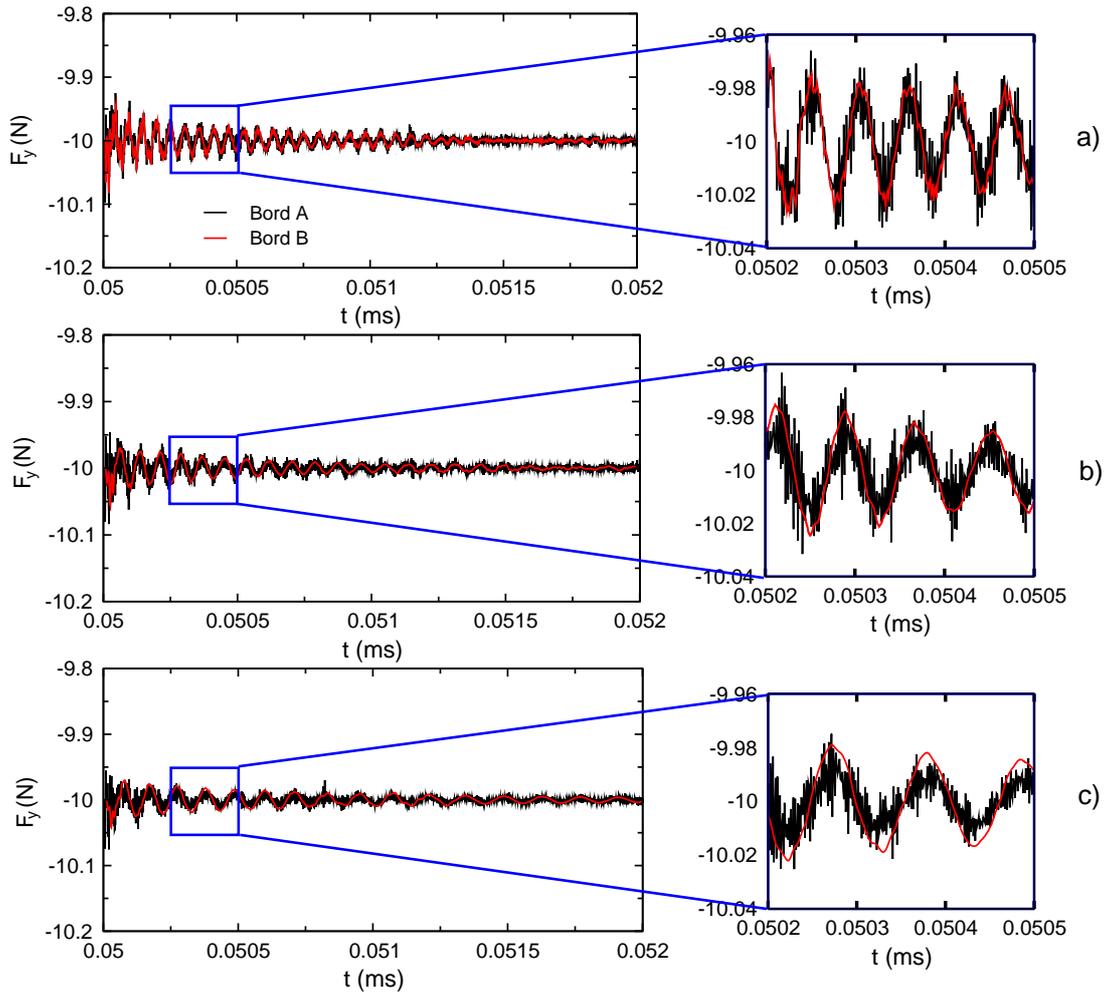


Figure 2.11 – Evolution de force normale F_y sur les bords A et B pour une épaisseur H égale à (a) 10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m.

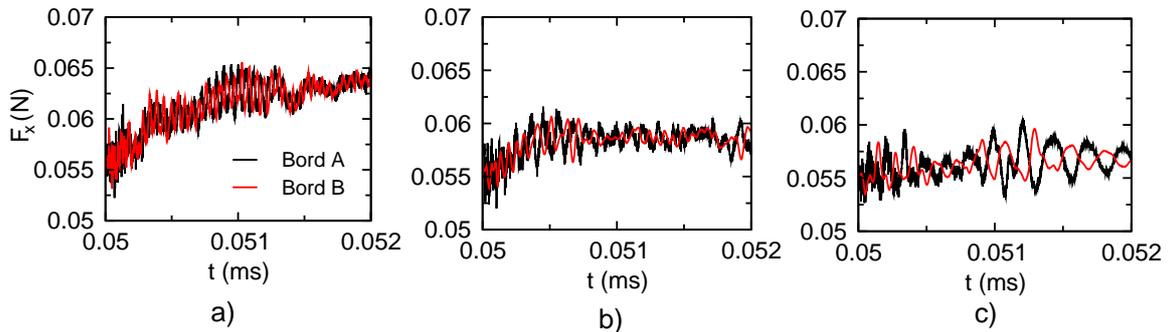


Figure 2.12 – Evolution de la force tangentielle F_x sur les bords A et B pour une épaisseur H égale à (a) 10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m.

2.5 Conclusion

Ces analyses permettent de voir que l'approche utilisée pour le couplage FEM-DEM n'a pas d'incidence sur les efforts mis en jeu. Elle souligne toutefois que dans les phénomènes dynamiques qui vont intervenir, la couche granulaire jouera un rôle important.

En utilisant des éléments hybrides, les informations mesurées au niveau des corps rigides et des corps déformables sont les mêmes. Néanmoins, les résultats obtenus présentent des similitudes en terme de valeur moyenne et des différences en terme de fréquence et d'amplitude selon la description du maillage. Autrement dit, la dynamique locale du corps déformable influence les résultats obtenus. De plus, on observe des similarités sur les forces mesurées au niveau des corps déformables séparés par une couche granulaire. Il n'y a pas de perte d'information au cours de la simulation. On retrouvera ces propriétés dans un des chapitres suivants.

Deuxième partie

Comportement quasi-statique des matériaux granulaires

Chapitre 3

Généralité

Sommaire

3.1	Introduction	36
3.2	Description des essais modèles	37
3.2.1	Mise en données de l'échantillon	37
3.2.2	Mise en charge de l'échantillon	39
3.2.3	Réalisation des essais	39
3.3	Outil de mesure	41
3.3.1	Relation contrainte-déformation	41
3.3.2	Compacité	41
3.3.3	Nombre de coordination	42
3.3.4	Orientation des forces de contacts	42
3.3.5	Distribution des forces de contacts	43
3.4	Intensité d'influence	44
3.5	Conclusion	44

3.1 Introduction

Le comportement des matériaux granulaires s'avère être très complexe. Ceci est certainement dû au fait qu'ils peuvent passer d'un état solide [4,5] à un état liquide [77] très rapidement. Dans certains cas, on peut même parler d'état gazeux [109].

De nombreux auteurs se sont attelés à comprendre et à décrire ces comportements en utilisant aussi bien des approches expérimentales [65, 71] que numériques [55, 60] et des outils issus de la mécanique des milieux continus [29–31] ou celle des milieux discrets [59, 61].

C'est bien grâce à cette dernière que des investigations locales ont pu être réalisées, en soulignant par exemple la coexistence de deux réseaux de contact (un fort et un faible) avec chacun un rôle différent [2, 59–61].

On peut trouver aussi une grande variété de travaux qui aident à la compréhension de ces milieux mais d'un point de vue numérique, ces simulations utilisent le plus souvent un comportement rigide pour décrire les grains et ne prennent pas en compte leur déformation locale sur leur comportement global. Les travaux des auteurs [29, 30] ont ouvert une brèche dans les simulations des milieux granulaires en utilisant des grains déformables. Mais leur échantillon reste très petit et peu dense pour représenter un matériau réel.

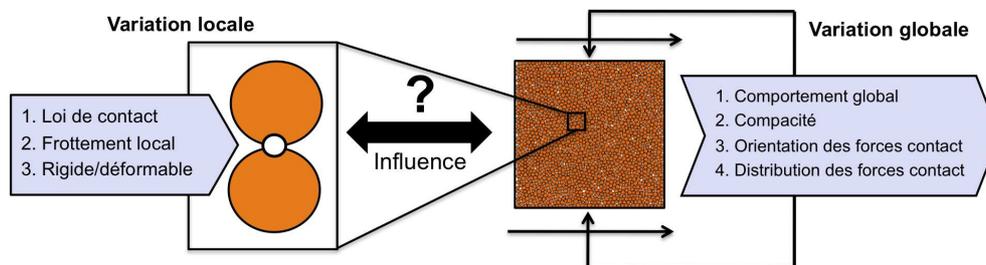


Figure 3.1 – Relation entre les variations locales et globales pour les essais.

Par conséquent, le but de cette partie est d'observer l'influence du comportement local (lois d'interactions, loi de frottement, comportement rigide/déformable des particules...) sur les mesures globales telle que la relation contrainte-déformation (σ - ε), la compacité, les orientations et les distributions des forces de contacts ... (cf. figure 3.1).

3.2 Description des essais modèles

L'étude du comportement des matériaux granulaires présentée dans cette partie est basée sur la simulation d'essais de “*compression biaxiale*” et de “*cisaillement*”, simulations effectuées sur un assemblage composé de particules circulaires. Trois étapes sont nécessaires pour effectuer des essais numériques. La première étape est la mise en données; elle concerne la génération d'un échantillon avec une géométrie et une granulométrie données, le choix des paramètres... La deuxième étape est la mise en charge de l'échantillon, en utilisant ici une compression isotrope [57, 70]. La troisième étape est la réalisation même des essais de compression biaxiale et de cisaillement sur l'échantillon obtenu après stabilisation de l'étape de mise en charge (cf. figure 3.2).

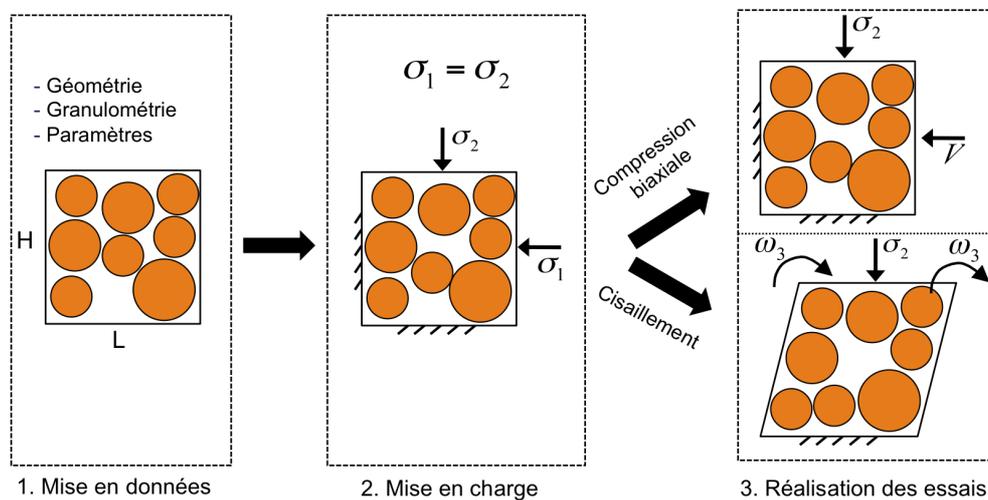


Figure 3.2 – Schéma pour effectuer les essais : 1. mise en données de l'échantillon; 2. mise en charge de l'échantillon; 3. réalisation des essais de compression biaxiale et de cisaillement.

3.2.1 Mise en données de l'échantillon

Cette étape consiste à choisir les différents ingrédients que l'on introduira dans la simulation.

Au niveau de la géométrie choisie de l'échantillon, il est composé de 1700 particules. Le rayon des particules est uniformément entre un rayon minimal R_{min} et un rayon maximal R_{max} . Les particules sont disposées avec cette granulométrie de façon aléatoire dans une boîte rectangulaire délimitée par quatre parois rigides de hauteur H et de largeur L . Cette procédure est appliquée la “même configuration initiale” et est utilisée aussi bien pour les particules rigides et que pour les particules déformables.

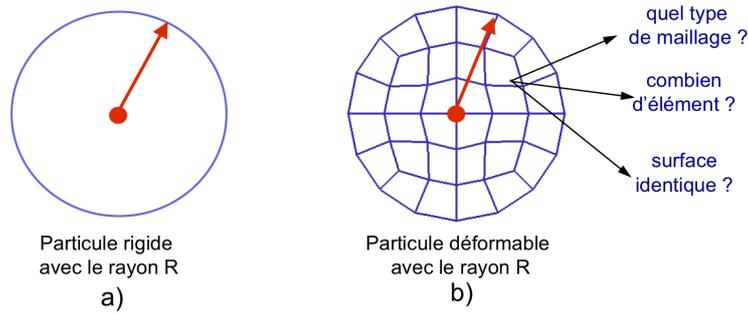


Figure 3.3 – Particules (a) rigide et (b) déformable utilisées pour les simulations, la question reste le choix du maillage pour le modèle de particule déformable.

Pour partir de la “même configuration initiale” pour les essais utilisant des particules avec un comportement rigide et déformable, les particules rigides sont remplacées par des particules déformables utilisant un maillage constitué d’éléments quadrangles (cf. figure 3.3).

La gravité n’est pas prise en compte dans les simulations. Au niveau des lois de contact, les lois unilatérale (*IQS*), avec restitution normale (*RST*) et élastique (*ELAS*) sont utilisées. Deux valeurs de frottement locales sont utilisées : 0 et 0.3. Le tableau 3.1 synthétise l’ensemble des paramètres locaux et globaux des simulations.

Longueur	L	1	m
Hauteur	H	1	m
Nombre de particules	n_b	1700	
Rayon minimum	R_{min}	10×10^{-3}	m
Rayon maximum	R_{max}	14×10^{-3}	m
Rayon moyen	\bar{R}	12×10^{-3}	m
Masse volumique	ρ	7.800	$kg.m^{-3}$
Module d’Young	E	210	GPa
Coefficient de poisson	ν	0.3	
Coefficient de frottement local	μ	0	
		0.3	
Raideur de contact	K	10^7	$N.m^{-1}$
Gravité		0	

Table 3.1 – Paramètres locaux et globaux utilisés dans les simulations.

Concernant le pas de temps des simulations, il est choisit de façon à respecter les conditions imposées par la loi *ELAS* [3].

$$\Delta t = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{M_{eff}}{K}} \quad (3.1)$$

où M_{eff} est la masse effective des particules en contacts, K est la raideur de contact et N est le nombre d'intervalles utilisés pour décrire l'instant de contact. Un choix de N égal à 10 est utilisé dans cette étude pour éviter tout problème numérique lié à la valeur de Δt [3].

3.2.2 Mise en charge de l'échantillon

Cette étape présente la compression isotrope initiale [3, 55, 70–73]. L'objectif de cette étape est de créer un échantillon dense et obtenir une densité souhaitée.

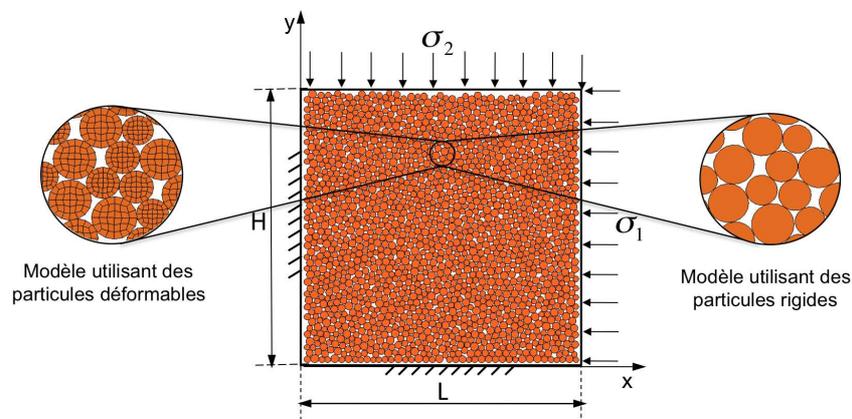


Figure 3.4 – Géométrie de l'échantillon et conditions aux limites pour effectuer une étape de mise en charge. Ce modèle est utilisé pour les particules rigides et déformables.

Pour appliquer la mise en charge, nous effectuons des compressions isotropes en utilisant deux pressions σ_1 et σ_2 égales à 10 kPa (cf. figure 3.4), jusqu'à obtenir la stabilisation de l'échantillon.

3.2.3 Réalisation des essais

Dans cette étape, on procède à la réalisation des essais de compression biaxiale (cas a) et de cisaillement (cas b) sous chargement quasi-statique.

- Pour la compression biaxiale, on fixe la paroi inférieure et la paroi de gauche, on applique une pression de compression σ_2 dans la direction verticale sur la paroi supérieure et on impose un déplacement dans la direction horizontale à la paroi de droite (cf. figure 3.5.a)

- Pour le cisaillement, on fixe la paroi inférieure, on applique une pression de compression σ_2 dans la direction verticale sur la paroi supérieure et on impose une rotation ω_3 aux deux parois verticales (cf. figure 3.5.b).

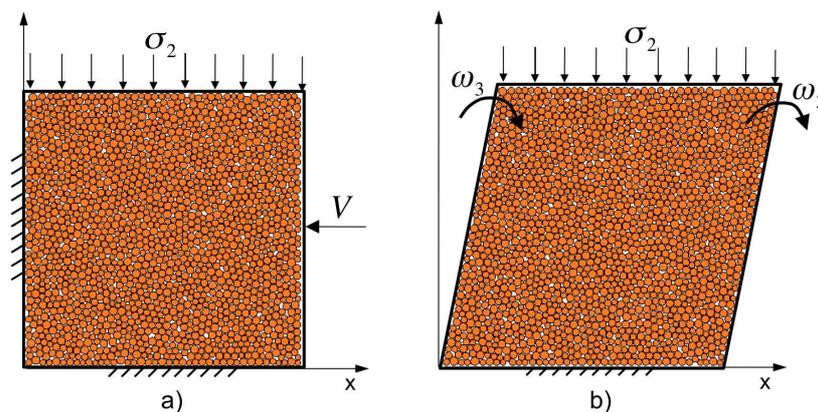


Figure 3.5 – Géométrie et conditions limites des essais (a) de compression biaxiale et (b) de cisaillement.

Les paramètres pour les essais de compression biaxiale et de cisaillement sont représentés dans le tableau 3.2.

	Cas a			Cas b		
Contrainte	σ_2	10	kPa	σ_2	10	kPa
Vitesse	V	0.025	$m.s^{-1}$	ω_3	0.1	$rad.s^{-1}$
Loi de contact			<i>IQS</i>			<i>IQS</i>
			<i>ELAS</i>			<i>ELAS</i>
			<i>RST(0.00)</i>			<i>RST(0.00)</i>
			<i>RST(0.90)</i>			<i>RST(0.90)</i>
Frottement local	μ	0		μ	0	
		0.3			0.3	
Pas de temps	Δt	5×10^{-5}	s	Δt	5×10^{-5}	s
Temps de simulation	t_{simu}	2	s	t_{simu}	2	s
Nombre d'itération		4×10^4			4×10^4	

Table 3.2 – Paramètres pour les essais (cas a) de compression biaxiale et (cas b) de cisaillement.

Le régime quasi-statique de l'essai est vérifié par le nombre inertiel I . Il a été proposé par [74, 75] et utilisé dans plusieurs travaux par [76–79].

$$I = \dot{\tau} \sqrt{\frac{M}{d^{D-2} \sigma_2}}, \quad (3.2)$$

où $\dot{\tau}$ est le taux de déformation imposée, M est la masse des particules, d est leur diamètre moyen, σ_2 est la pression de confinement et D la dimension du modèle de simulation (2 ou 3).

D’après les travaux de Sibille [80] et da Cruz [81], le nombre inertiel I limite pour un chargement quasi-statique semble être de l’ordre de 10^{-2} . La valeur de I dans nos simulations est égale à 2.65×10^{-4} , ce qui caractérise un régime quasi-statique.

3.3 Outil de mesure

Dans la suite de notre étude, différentes grandeurs mécaniques seront utilisées pour comparer les différents résultats. Nous proposons dans cette partie de donner les définitions des outils de mesures utilisés aussi bien pour une description rigide que déformable.

3.3.1 Relation contrainte-déformation

La relation “contrainte-déformation” (σ - ε) a été largement utilisée pour étudier les matériaux granulaires dans la littérature [55, 57, 58]. Lorsqu’ils sont soumis à des sollicitations isotropes ou déviatoires, ces matériaux présentent un comportement caractéristique. Dans nos simulations, la relation “contrainte-déformation” relie la contrainte déviatorique (σ_1 - σ_2) et la déformation principale ε_1 pour un essai de compression biaxiale [57], et une relation entre la contrainte de cisaillement σ_{xy} et l’angle de rotation ($\omega_3 \times t_{simu}$) pour un essai de cisaillement [61].

3.3.2 Compacité

La compacité C d’un milieu granulaire permet de connaître l’état dense ou lâche d’un échantillon. Elle est définie comme le rapport de la surface occupée par les particules (ou volume occupé en 3D) et de la surface totale (ou volume total en 3D) de l’échantillon. A partir de l’évolution de la compacité, on peut savoir si l’échantillon est contractant ou dilatant selon que celle-ci augmente ou diminue.

En 2D, la compacité d’un échantillon est définie par la formule suivante :

$$C(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} A_i}{A_0}, \quad (3.3)$$

où n_b est le nombre de particules dans l’échantillon, A_i et A_0 respectivement la surface de la particule i et de l’échantillon.

La compacité d’un matériau granulaire va alors dépendre de la géométrie des particules et de leur arrangement dans l’échantillon. Concernant les particules déformables (cf. figure 3.6.b), la géométrie peut être biaisée par le maillage choisi créant un contour

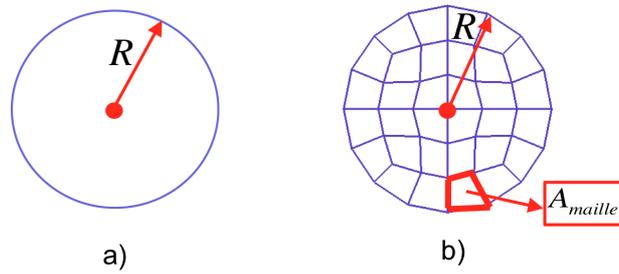


Figure 3.6 – Calcul de la surface pour (a) une particule rigide et pour (b) une particule déformable où la surface est égale à la somme des surfaces des “mailles”.

non circulaire (polygone régulier). Ainsi, si pour la particule rigide (cf. figure 3.6.a), la surface A_i est égale à πR^2 , pour la particule déformable, la surface A_i est égale à :

$$A_i = \sum_{\text{maille}=1}^{N_{\text{maille}}} A_{\text{maille}} , \quad (3.4)$$

où A_{maille} et N_{maille} sont respectivement la surface et le nombre de “mailles” pour chaque particule (cf. figure 3.6.b). Notons que la surface d’une particule déformable est toujours inférieure (ou égale) à celle d’une particule rigide.

3.3.3 Nombre de coordination

Le nombre de coordination d’une particule (ou coordinance) est le nombre de particules voisines qui transmettent des efforts de contacts non nul. Dans un échantillon monodisperse le nombre de coordination est proche de 4 en 2D et proche de 6 en 3D [4, 82]. Le nombre de coordination moyen N_{coor} est défini par la formule suivant :

$$N_{\text{coor}} = \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} N_c^i \quad (3.5)$$

où N_c^i est le nombre de coordination de la particule i et n_b le nombre de particules dans l’échantillon .

3.3.4 Orientation des forces de contacts

L’orientation des forces de contact est la probabilité d’avoir un contact dans une direction donnée et est liée à l’anisotropie du matériau. Usuellement, on utilise un diagramme polaire pour sa représentation.

Ainsi en découpant l’intervalle $[0, \pi]$ en plusieurs secteurs (cf. figure 3.7.b), si on considère un contact entre deux particules (cf. figure 3.7.a), porté par le vecteur \vec{n}_{12}

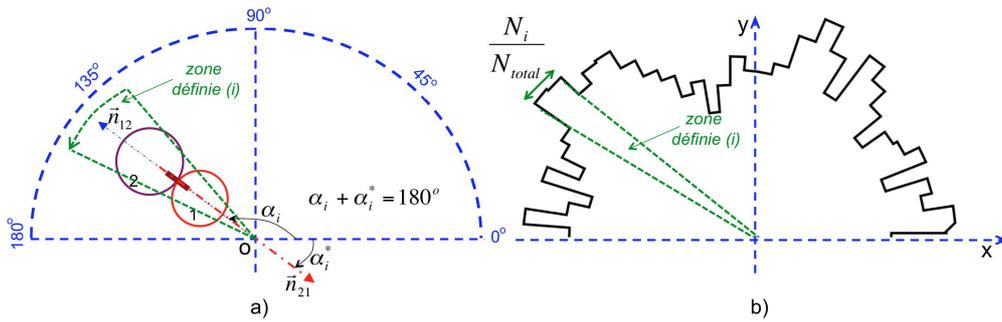


Figure 3.7 – Construction du diagramme polaire à partir de l’orientation des forces de contact normale entre particules au niveau (a) locale et (b) globale.

représentant le vecteur normal au contact, le secteur contenant \vec{n}_{12} est incrémenté de un. On reproduit cette opération sur tous les contacts d’un échantillon. Chaque valeur de secteur N_i est ensuite divisée par le nombre total de contact N_{total} dans l’échantillon afin d’obtenir une probabilité normalisée.

3.3.5 Distribution des forces de contacts

La transmission des efforts à l’intérieur d’un milieu granulaire dense est assurée par le réseau de force de contact entre les particules [82, 83]. Malgré le caractère quasi-statique de certains types de sollicitations, ce réseau évolue avec la déformation du milieu tout en restant dense. Il n’est pas isotrope comme le souligne de nombreux travaux [59] et peut même être dissocié en deux sous-réseaux : un faible et un fort caractérisant respectivement l’ensemble des forces de contact inférieures et supérieures à la force de contact moyenne $\langle F \rangle$. Il est possible de représenter la distribution des forces de contact normalisées dans des échantillons denses soumis à différents types de sollicitation comme des essais de compression biaxiale [83] et de cisaillement simple [61] (cf. figure 3.8).

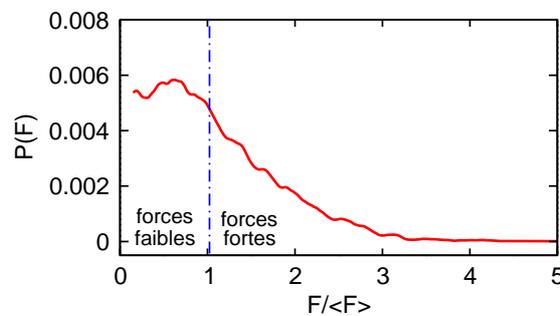


Figure 3.8 – Exemple de distribution des forces de contact d’un échantillon granulaire.

On peut alors vérifier que la distribution des forces respecte la loi suivante :

$$P(F) = \begin{cases} P(1)F^\alpha & \text{si } F / \langle F \rangle < 1 \\ P(1)e^{\beta(1-F)} & \text{si } F / \langle F \rangle > 1 \end{cases} . \quad (3.6)$$

3.4 Intensité d'influence

Pour caractériser l'intensité d'influence du comportement local sur le comportement global, nous allons diviser cette intensité en 4 niveaux, associé à un nombre de croix plus ou moins grand (cf. figure 3.9).

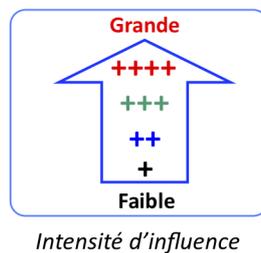


Figure 3.9 – Les différences de l'intensité d'influence du comportement local sur le comportement global.

- Une intensité + correspond à une influence quasi nulle.
- Une intensité ++ correspond à une faible influence.
- Une intensité +++ correspond à une moyenne influence.
- Une intensité ++++ correspond à une grande influence.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une introduction rapide sur la généralité des matériaux granulaires est réalisée. Nous avons présenté la stratégie générale nécessaire pour effectuer des essais de compression biaxiale et des essais de cisaillement. De plus, les définitions des grandeurs mécaniques utilisés pour étudier le comportement des milieux granulaires ont été introduites. Dans la suite, nous allons observer quelle est l'influence du comportement local (loi de contact, frottement local, comportement rigide/déformable) sur ces différentes grandeurs mécaniques.

Chapitre 4

Comportement rigide

Sommaire

4.1	Introduction	46
4.2	Qualité de simulation	46
4.3	Relation contrainte-déformation	47
4.4	Compacité et nombre de coordination	48
4.5	Orientation des forces de contacts	51
4.6	Distribution des forces de contacts	53
4.7	Conclusion	54

4.1 Introduction

Dans cette partie, en utilisant des grandeurs mécaniques précédentes telles que : la relation $\sigma - \varepsilon$, la compacité, l'orientation et la distribution des forces de contact, nous allons vérifier l'influence des lois de contact et des lois de frottement sur le comportement macroscopique d'un matériau granulaire sous une sollicitation de compression biaxiale et de cisaillement.

4.2 Qualité de simulation

L'interpénétration entre particules influence fortement la qualité des simulations. C'est pourquoi, le contrôle de l'interpénétration entre particules est très important lorsqu'on travaille avec les milieux discrets, que la loi de contact soit unilatérale ou non. Dans nos simulations, pour vérifier la qualité des simulations, on utilise la violation moyenne (erreur numérique), qui est égale à la somme des interpénétrations entre particules. On peut ramener cette qualité à un pourcentage de pénétration vis à vis du diamètre moyen des grains.

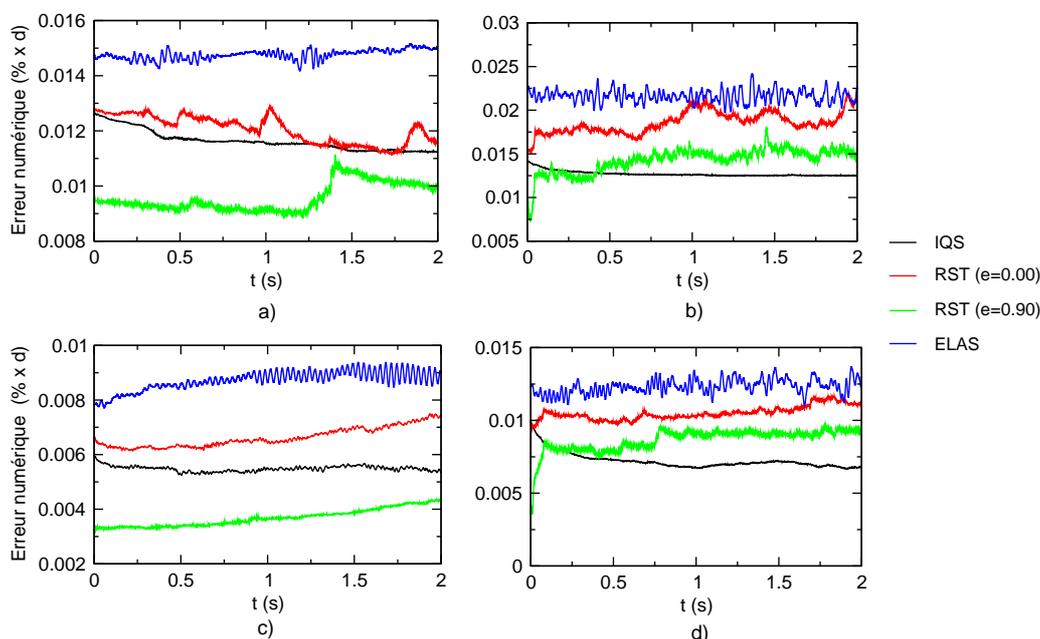


Figure 4.1 – Evolution de l'erreur numérique au cours des simulations pour les sollicitations de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement, pour les sollicitations de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

La figure 4.1 présente l'évolution de l'erreur numérique pour les essais de compression biaxiale et de cisaillement pour deux valeurs de frottement local différentes. La

loi *ELAS* autorisant une pénétration entre particules, donc la violation mesurée est beaucoup plus grande que les autres lois. Néanmoins, pour l'ensemble des simulations, la valeur maximale de la violation mesurée est inférieure à 0.025% du diamètre moyen. Ceci assure des simulations de bonne qualité et garanti que la violation ne perturbera pas les mesures numériques.

4.3 Relation contrainte-déformation

Un outil utilisé pour caractériser le comportement de matériaux granulaires est l'écriture d'une relation contrainte-déformation mettant en jeu la contrainte déviatorique ($\sigma_1 - \sigma_2$) et la déformation principale ε_1 pour un essai biaxial de compression [57], et une relation entre la contrainte de cisaillement σ_{xy} et l'angle de rotation ω_3 pour un essai de cisaillement.

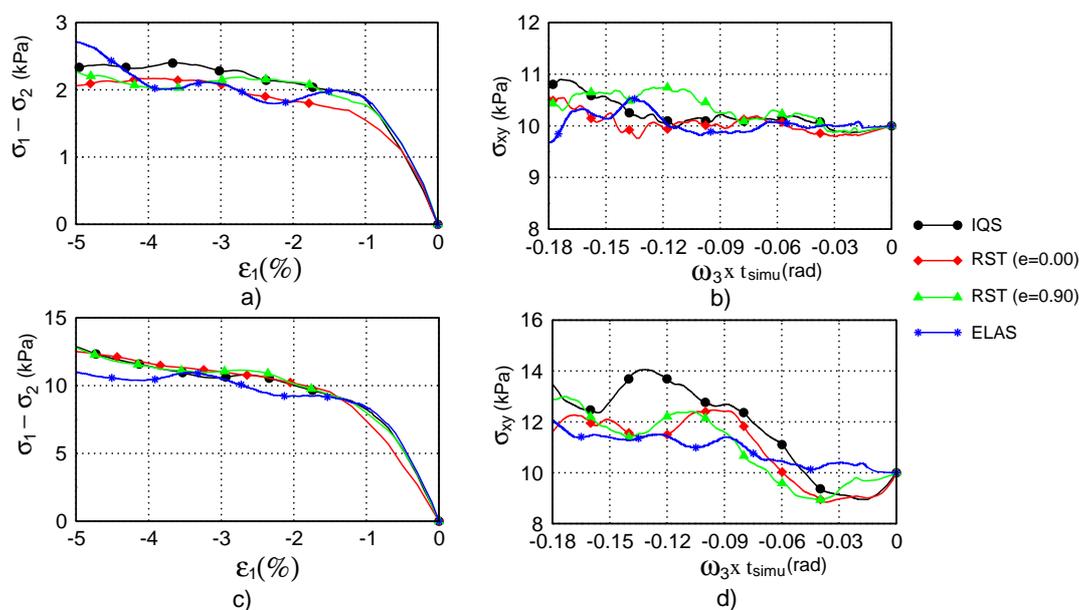


Figure 4.2 – Relation contrainte-déformation pour les sollicitations de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement, pour les sollicitations de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

La figure 4.2 montre l'évolution de la relations σ - ε pour les essais de compression biaxiale (cf. figure 4.2 a et c) et de cisaillement (cf. figure 4.2 b et d). Un premier constat est que, lorsque l'on change la loi de contact, les résultats restent similaires. C'est à dire que la loi de contact est peu influente sur la relation σ - ε . Ceci est du au régime quasi-statique des essais, les échantillons restant très denses, il y a très peu de chocs, donc les paramètres directement liés au chocs comme le coefficient de restitution et la raideur au contact sont peu influants.

Un autre constat est que le frottement local μ a une plus grande influence sur les courbes σ - ε . L'utilisation d'un coefficient de frottement local, introduit une force tangentielle locale, qui s'oppose au mouvement relatif entre particules. C'est pourquoi, pour la compression biaxiale, la contrainte déviatorique ($\sigma_1 - \sigma_2$) augmente avec la déformation principale ε_1 et possède des valeurs plus grandes pour le cas avec frottement que pour le cas sans frottement. Pour l'essai de cisaillement, la contrainte principale σ_{xy} est constante pour le cas sans frottement mais elle a une évolution irrégulière et possède des valeurs plus grandes pour le cas avec frottement que pour le cas sans frottement. De plus, l'introduction du frottement local sépare l'évolution de la loi *ELAS* de celles des autres lois : celle-ci a une phase croissante quasi linéaire alors que toutes les autres passent par une phase décroissante puis une phase croissante. Aussi le relâchement de contrainte initiale n'est pas observé avec la loi *ELAS*. Ce phénomène est dû à l'interpénétration entre particules toléré par la loi *ELAS*.

Donc, le frottement local a une plus grande influence sur la relation σ - ε alors que la loi de contact apparait peu influente sur la réponse σ - ε quelque soit les essais et quelque soit le frottement local.

4.4 Compacité et nombre de coordination

La figure 4.3 montre l'évolution de la compacité $C(t)$ en fonction de la loi d'interaction et du frottement local pour les essais de compression biaxiale et de cisaillement. La valeur initiale C_0 dépend de la loi de contact mais reste caractéristique d'un échantillon dense. Cette valeur est plus importante dans le cas sans frottement que dans le cas avec frottement [78, 107]. Ceci est dû au frottement local qui s'oppose à l'arrangement des particules dans l'échantillon. En effet avec le frottement local, les particules sont beaucoup plus solidaires et bougent par paquet ou cluster [86].

Pour la compression biaxiale sans frottement (cf. figure 4.3.a), pour la loi *ELAS*, l'évolution de la compacité est faiblement contractante sur le temps de simulation. Pour les lois *IQS* et *RST*, elle est quasi constante. L'unilatéralité des lois et le régime quasi-statique de la sollicitation font que les réarrangements sont peu nombreux et n'entraînent pas de brusque changement dans la valeur de la compacité $C(t)$ (variation inférieure de 0.05%). Pour la loi *ELAS*, la légère violation facilite certains réarrangements permettant ainsi d'avoir une compacité plus importante. Cependant, en fin de simulation celle-ci reste quasi-constante. L'évolution de la compacité est en accord avec l'évolution du nombre de coordination (cf. figure 4.4.a) qui est identique pour toutes les lois de contact et quasi constante.

Pour le cisaillement sans frottement (cf. figure 4.3.b), il est difficile de trouver

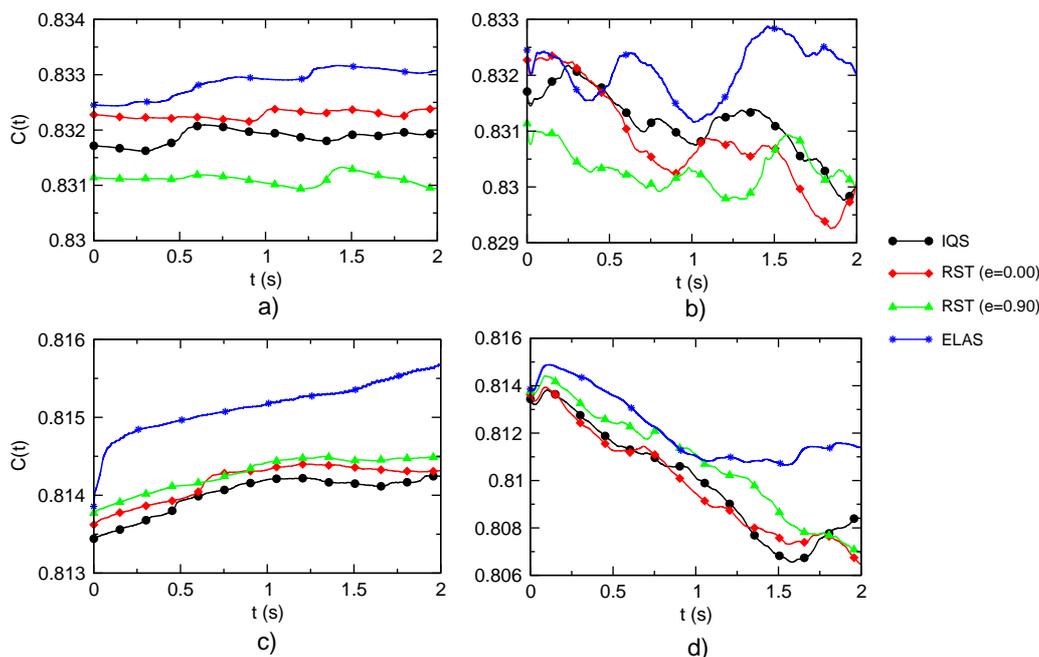


Figure 4.3 – Evolution de la compacité en fonction du temps pour des essais de compression biaxial (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).

une relation entre les différentes courbes, la compacité de la loi *ELAS* semble osciller autour d’une valeur moyenne avec des amplitudes de plus en plus grandes que les autres lois. Ceci peut être relié à l’énergie relâché par les particules coincées dans l’angles bas de l’échantillon. Les lois *IQS* et *RST* ont également de fortes fluctuations mais on majoritairement tendance à être décroissante. Il est très difficile de trouver de plus forte corrélation car le nombre de coordination reste quasi constant (cf. figure 4.4.b).

Pour la compression biaxiale avec frottement (cf. figure 4.3.c), on a une seule phase contractante pour toutes les lois de contact. L’évolution de la compacité des lois *IQS*, *RST* est similaire, tandis que la loi *ELAS* donne une évolution beaucoup plus importante que les autres lois. Ceci est du à la “faible” compacité initiale C_0 créé par le frottement. Le réseau de force de contact est moins dense et de plus nombreux arrangements sont possible. L’évolution similaire de la compacité des lois *IQS* et *RST* est du au caractère unilatéral et à l’évolution quasi-statique. La loi *ELAS* présente une augmentation beaucoup plus rapide sur le premier instant de simulation, pour atteindre une croissance quasi linéaire. La pénétration autorisée par la loi *ELAS* favorise la rupture du réseau faible dans l’échantillon créant aussi de plus nombreux réarrangements.

Ceci est confronté par l’observation du nombre de coordination (cf. figure 4.4.c),

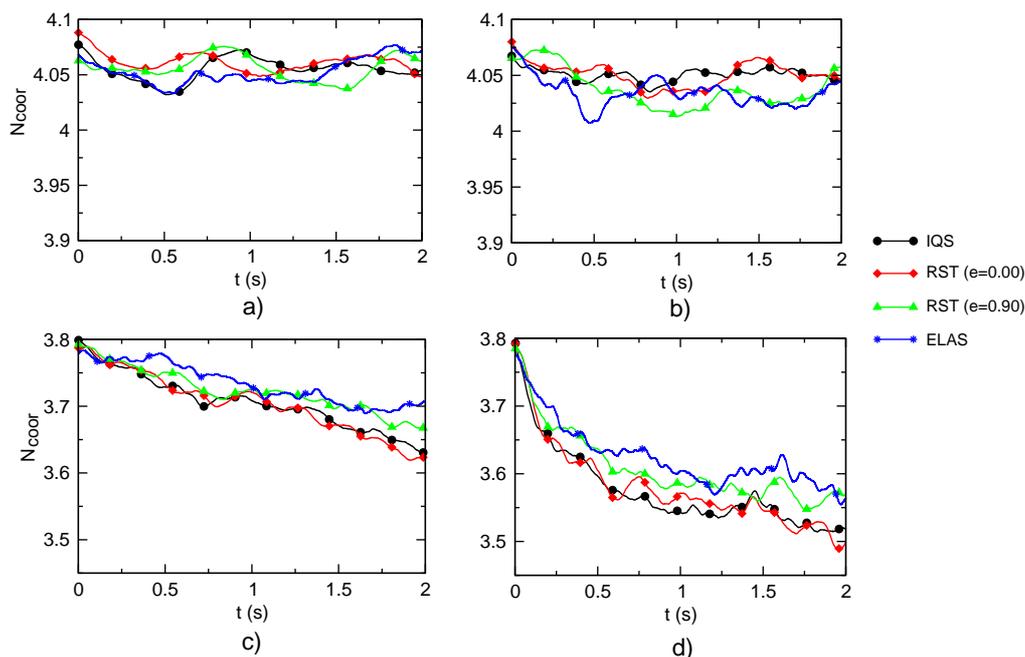


Figure 4.4 – Nombre de coordination moyen N_{coor} en fonction du temps pour des essais de compression biaxial (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).

lorsque celui-ci décroît pour les lois *IQS* et *RST*, suite à la rupture du réseau faible et donc conduit à une diminution des contacts, il reste constante pour la loi *ELAS*. On a donc en moyenne un plus grand nombre de contact donc une plus grande compacité ($t \in [0-0.25]$ s). Puis après 0.25 s, le nombre de coordination décroît, ce qui correspond au changement de pente dans l'augmentation de la compacité. Dans cette simulation, la pénétration autorisée par la loi *ELAS* a donc une incidence sur le résultat de la compacité. On observe ensuite des courbes présentant quasiment la même évolution à une translation près.

Enfin, pour le cisaillement avec frottement (cf. figure 4.3.d), on obtient un comportement quasi similaire pour toutes les lois de contact. Les lois *IQS* et *RST* ($e=0.0$) sont quasi identiques et la loi *RST* ($e=0.9$) est très proche. Elles présentent une phase majoritairement de dilatance. La loi *ELAS* a un comportement similaire que les autres lois sur le premier temps de la simulation ($t \in [0-1.0]$ s), puis devient stationnaire jusqu'à la fin de simulation. On retrouve un comportement similaire avec l'évolution du nombre de coordination sur la figure (cf. figure 4.4.d). Quoi qu'il en soit dans tous les cas la déformation angulaire a pour effet de diminuer la compacité de façon quasi linéaire.

Selon des essais quasi-statique de compression biaxiale et de cisaillement d'un milieu granulaire, la loi de contact ainsi que le frottement local influencent l'évolution

de la compacité $C(t)$ et le nombre de coordination moyen N_{coor} . Au niveau de la loi de contact, on observe toutefois des regroupements entre les lois “plastiques” (IQS et RST ($e=0.00$)) et les lois avec “restitutions” ($ELAS$ et RST ($e=0.90$)). Pour les lois “plastiques”, les résultats obtenus sont quasi similaires, tandis que celles-ci présentent les différences pour les lois avec “restitutions”. C’est à dire que, les composantes liées au “choc” et la raideur de contact ont une incidence sur les résultats. En présence d’un frottement local, la force tangentielle locale dans chaque contact s’oppose du nombre de réarrangement des particules dans l’échantillon. C’est pourquoi, le frottement local entraîne un changement de l’évolution de la compacité ainsi que du nombre de coordination moyen.

4.5 Orientation des forces de contacts

A la fin de l’étape de mise en charge, pour les deux valeurs de μ , on obtient deux distributions d’orientation des forces de contact différentes (cf. figure 4.5). Pour le cas sans frottement local, seule les force normales sont actives, donc l’orientation des forces de contact est régulière (uniforme). Pour le cas avec frottement, les composantes des forces normales et tangentielles sont actives et on retrouve une orientation des forces de contact privilégiées comme observé dans la littérature [68, 69].

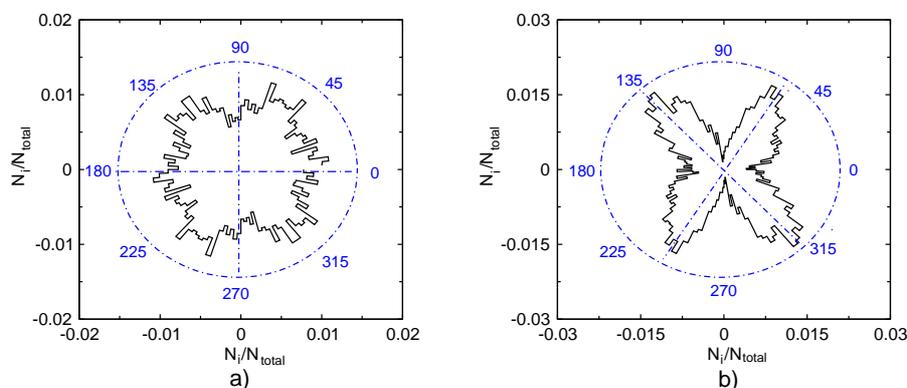


Figure 4.5 – Orientation des forces de contact à l’état initial pour les essais (a) sans et (b) avec un frottement local μ égal à 0.3.

La figure 4.6 montre les changements de la distribution des orientations des forces de contact au cours du temps de simulation pour la compression biaxiale et le cisaillement avec un frottement égal à 0 et 0.3 pour le loi de contact IQS . L’orientation des forces de contact varie peu lorsque l’on change la loi de contact. Par conséquence, seule la loi de contact IQS est présentée.

Dans les deux cas, les changements de direction d’orientation des forces de contact

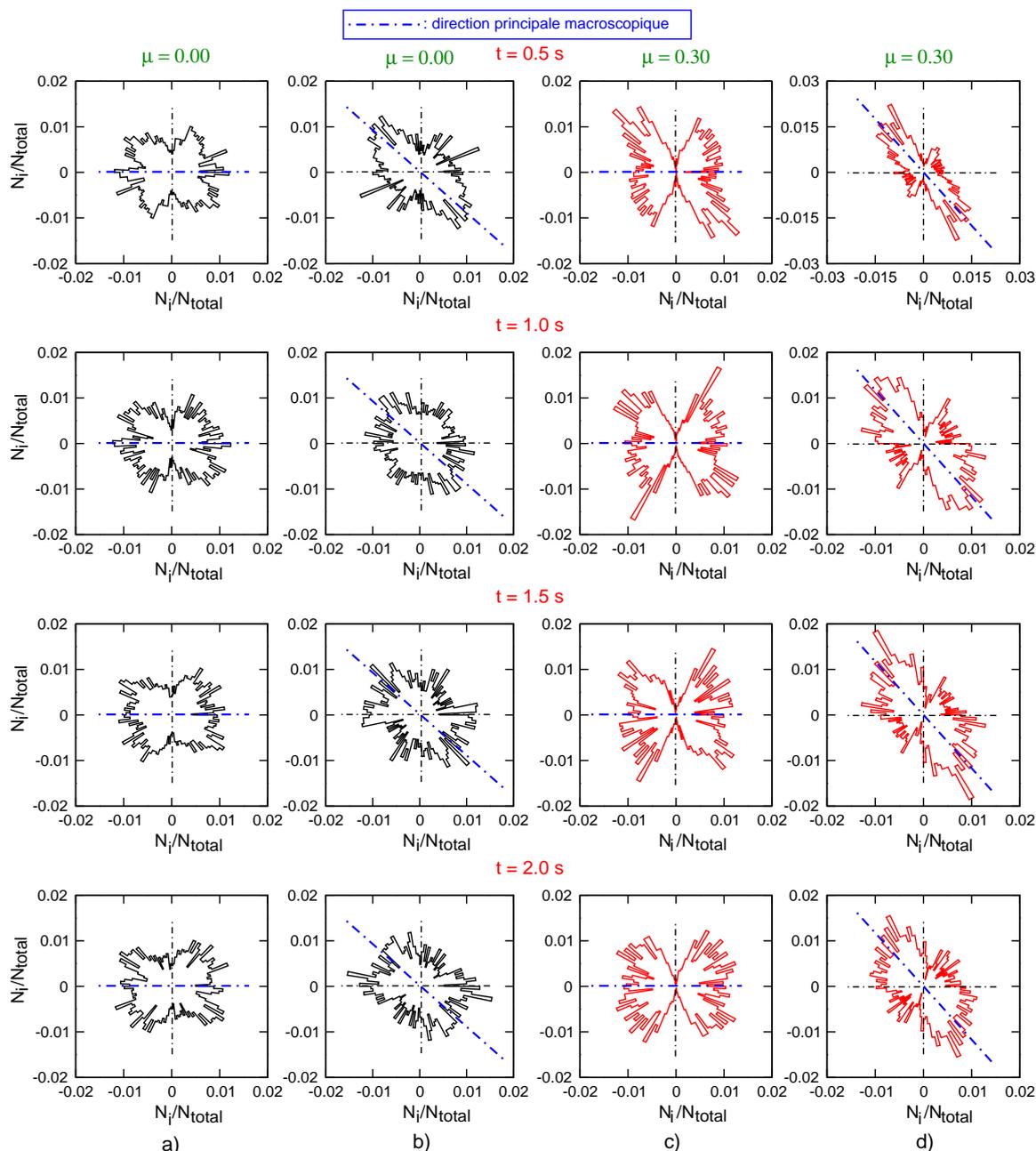


Figure 4.6 – *Changements d'orientation des forces de contacts selon l'augmentation du temps de simulation pour des essais de compression biaxial (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).*

des deux cas, dépendent de la contrainte principale macroscopique (cf. figure 4.6). Dans le cas de la compression biaxiale, la contrainte σ_1 est toujours plus grande que la contrainte σ_2 [57]. Donc, l'orientation des forces de contact est concentrée dans la direction horizontale. Dans le cas sans frottement cette direction est moins marquée que dans le cas avec frottement [15, 68, 69].

Pour le cas du cisaillement, la distribution des orientations des forces de contact est préférentielle à la direction de cisaillement ainsi que la direction de contrainte principale. Dans ce cas, cette direction est constituée de la direction de la flèche bleue, ces flèches évoluent au cours de la simulation (cf. figure 4.6.b et d). Ces comportements sont en accord avec la littérature [60, 61].

4.6 Distribution des forces de contacts

La figure 4.7 présente la distribution des forces de contact en fin de simulation dans l'échantillon granulaire soumis à essais de compression biaxiale (a et c) et de cisaillement (b et d). Pour les simulations sans frottement, les lois de contact sont peu influentes sur la répartition des forces dans le réseau fort ($F/\langle F \rangle > 1$) et dans le réseau faible ($F/\langle F \rangle < 1$). Dans chaque cas, les lois "plastiques" (*IQS* et *RST* ($e=0.0$)) et les lois avec "restitutions" (*ELAS* et *RST* ($e=0.9$)) possèdent des évolutions similaires.

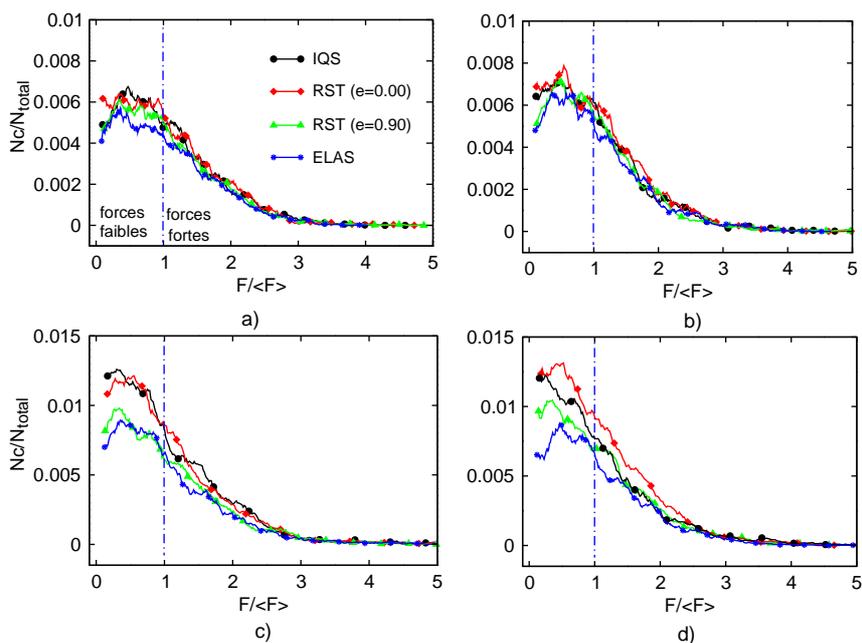


Figure 4.7 – Distribution des forces de contact à la fin de simulation dans l'échantillon granulaire pour des essais de compression biaxiale (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).

Le frottement apparaît plus influent que la loi de contact sur la distribution des forces de contact. On observe une répartition des lois "plastiques" (*IQS* et *RST* ($e=0.00$)) que deux autres lois "élastiques" (*ELAS* et *RST* ($e=0.90$)). Les premières présentent une probabilité plus importante d'avoir des contacts dans le réseau faible. Les lois "élastiques" ont tendance à écarter les particules et ainsi à avoir des particules proches sans

être réellement en contact. De plus, le frottement a tendance à diminuer le nombre de contact dans l'échantillon. Donc, ceci possède une valeur plus grande de la distribution des forces de contact que le cas sans frottement, mais dans une proportion très faible. Ces remarques sont rejointes avec les résultats du nombre de coordination dans la figure 4.4.

4.7 Conclusion

Dans le but d'étudier l'influence du comportement local sur le comportement global des milieux granulaires, nous nous concentrons sur l'influence des lois de contact et des lois de frottement sur le comportement rigide d'un milieu granulaire lors d'essais de compression biaxiale et de cisaillement. La vérification de l'erreur numérique nous permet de confirmer la qualité des simulations et le fait que la violation ne perturbe pas les mesures numériques.

Local \ Global	Relation (σ - ε)	Compacité $C(t)$	Orientation	Distribution
Loi d'interaction <i>IQS, ELAS, RST</i> (0/0.3)	+/+	++/+++	+/+	+ /++++
Frottement local 0 et 0.3 (<i>IQS, ELAS, RST</i>)	++++	++++	++	++++

Table 4.1 – *Tableau récapitulatif de l'influence des lois de contact et frottement local sur le comportement global du milieu granulaire.*

Selon les résultats obtenus sur le tableau 4.1, nous observons l'influence des lois de contact et le frottement sur les grandeurs mécaniques proposées précédemment. La loi de contact est peu influente sur la relation σ - ε , l'orientation et la distribution des forces de contact, mais est plus influente sur l'évolution de la compacité $C(t)$. Le frottement local est influent sur toutes les grandeurs de mesures. Les résultats obtenus sont en accord avec la littérature et nous servons de cas de référence. Il reste maintenant à vérifier l'influence du comportement déformable des particules sur le comportement global du matériau.

Chapitre 5

Comportement déformable

Sommaire

5.1	Introduction	56
5.2	Différences entre particules rigide et déformable	56
5.3	Maillage de 16 éléments quadrangles	57
5.3.1	Erreur numérique des simulations	57
5.3.2	Relation contrainte-déformation	58
5.3.3	Compacité	59
5.3.4	Conclusion	61
5.4	Maillage de 32 éléments quadrangles	62
5.4.1	Relation contrainte-déformation	62
5.4.2	Compacité	63
5.4.3	Conclusion	64
5.5	Maillage de 64 éléments quadrangles	65
5.5.1	Relation contrainte-déformation	65
5.5.2	Compacité	66
5.5.3	Conclusion	68
5.6	Synthèse	68

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, on utilise des particules déformables pour effectuer les essais de compression biaxiale et de cisaillement. Le but est d’observer l’influence du comportement déformable en utilisant comme résultats de référence ceux du chapitre précédent. Nous verrons en particulier l’influence de la description éléments finis utilisée. Le but n’est pas d’espérer retrouver uniquement des “points communs” entre deux comportements rigide/déformable, mais également de voir sur quelles grandeurs des différences interviennent.

5.2 Différences entre particules rigide et déformable

Avant de comparer les comportements macroscopiques, il faut comparer deux particules rigide et déformable à l’échelle des particules. Il y a deux différences importantes : la géométrie et le comportement volumique (cf. figure 5.1).

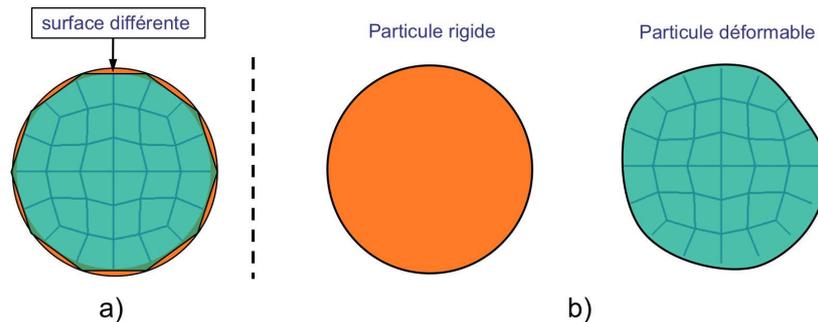


Figure 5.1 – (a) Différence de géométrie et (b) de propriété de mécanique entre particule rigide et particule déformable.

Du point de vue géométrique, en utilisant un maillage constitué d’éléments quadrangles pour décrire une particule déformable, le contour qui est régulier pour la particule rigide ne l’est plus pour la particule déformable. Plus le maillage du contour sera détaillé, plus on se rapprochera de la géométrie circulaire du modèle rigide mais il y a aura toujours une différence sur la valeur de l’aire.

Du point de vue du comportement volumique, on prend réellement en compte la déformation locale en préservant l’unilatéralité.

Ces deux points peuvent donc avoir des conséquences sur des grandeurs mécaniques, surtout sur la compacité. Dans la suite nous allons tout d’abord décrire et observer les différences et points commun entre les résultats obtenus avec les modèle rigides (en utilisant des lois de contact *IQS* et *ELAS*) et des modèles déformables uti-

lisant 16, 32, 64 éléments pour décrire une particule. Une synthèse sera ensuite faite pour analyser les différents résultats.

5.3 Maillage de 16 éléments quadrangles

Le premier type de maillage utilisé pour modéliser la particule déformable comporte 16 éléments quadrangles (cf. figure 5.2.a). L'avantage de ce maillage est de minimiser le nombre d'éléments de chaque particule et ainsi d'économiser le temps de calcul. Toutefois, il propose une description grossière de la frontière des particules.

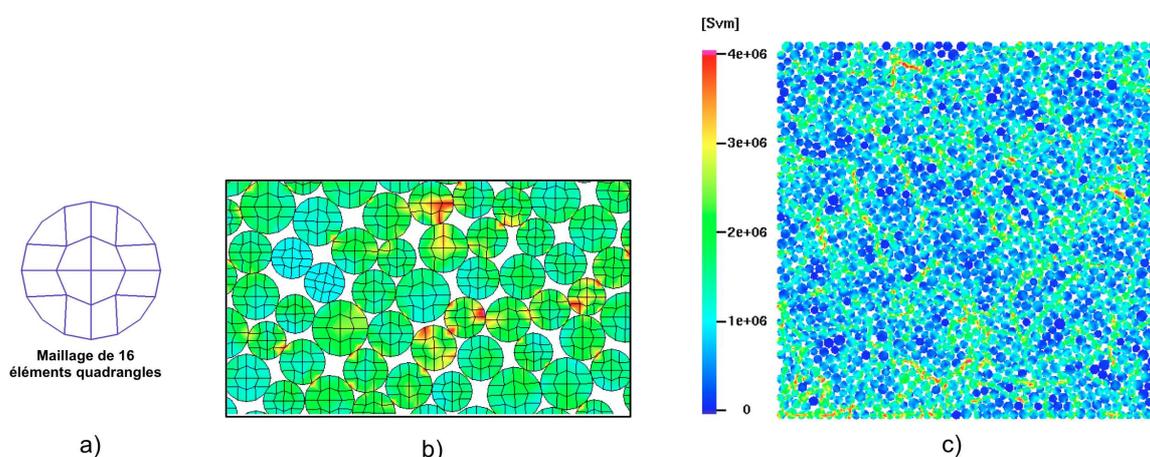


Figure 5.2 – (a) Modèle de particules déformables avec un maillage constitué de 16 éléments quadrangles. Visualisation des contraintes de Von-Mises (b) sur un volume élémentaire et (c) à l'échelle macroscopique.

5.3.1 Erreur numérique des simulations

Comme pour les particules rigides, l'interpénétration entre particules influence fortement la qualité des simulations. Pour contrôler l'interpénétration entre particules déformables, on utilise la violation moyenne (erreur numérique), qui est égale à la somme des interpénétrations locales à chaque point de contact. On peut ramener cette qualité à un pourcentage de pénétration vis à vis du diamètre moyen des particules déformables.

Dans toutes nos simulations, la violation maximale (cf. figure 5.3) est égale à 2×10^{-18} % du diamètre moyen. Les simulations sont donc de bonne qualité et garantissent que la violation ne perturbera pas les mesures numériques

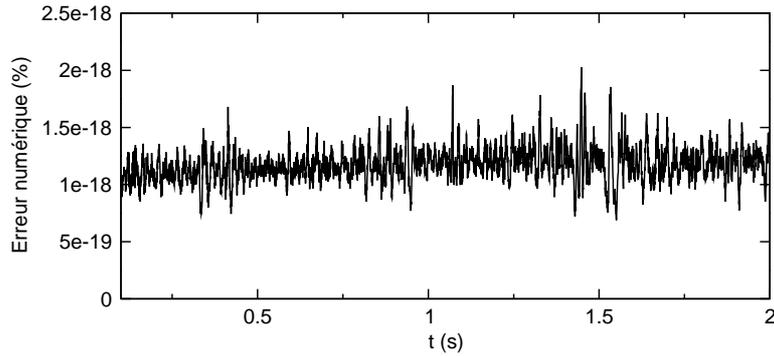


Figure 5.3 – Exemple d'évolution de l'erreur numérique de nos simulations en fonction du temps.

5.3.2 Relation contrainte-déformation

La figure 5.4 présente l'évolution de la relation σ - ε en fonction du temps pour les essais de compression biaxiale (cf. figure 5.4.a et figure 5.4.c) et de cisaillement (cf. figure 5.4.b et figure 5.4.d).

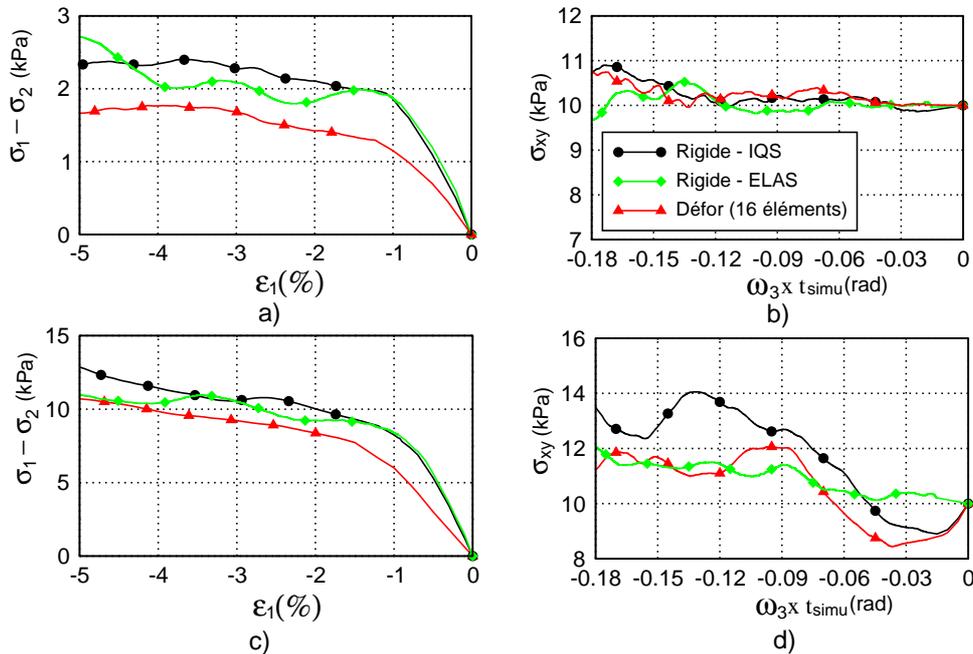


Figure 5.4 – Evolution de la relation contrainte-déformation macroscopique pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement ; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

Les résultats obtenus avec des particules rigides et les lois *IQS* et *ELAS* sont superposés aux résultats obtenus avec des particules déformables. Pour la compression

biaxiale sans et avec frottement, la contrainte déviatorique ($\sigma_1 - \sigma_2$) présente une évolution similaire pour des particules rigides et déformables. La contrainte déviatorique ($\sigma_1 - \sigma_2$) augmente avec la déformation principale ε_1 et possède des valeurs plus grandes pour le cas avec frottement que pour le cas sans frottement. Ceci est dû à l'introduction d'un coefficient de frottement local, qui s'oppose au mouvement relatif entre particules et introduit une force tangentielle locale. Cependant, les valeurs obtenues avec les particules déformables sont légèrement plus faibles que celles obtenues avec les particules rigides (valeur seuil). L'écart est toutefois plus faible dans le cas avec que sans frottement. Ceci est dû à la déformation locale des particules déformables, qui produit une force de confinement et entraîne une diminution de la contrainte locale sur chaque particule, entraînant une diminution de la contrainte macroscopique. Ce phénomène ne se produit plus avec les particules rigides.

Ces observations sont différentes pour le cisaillement. Dans le cas sans frottement, l'évolution de la contrainte σ_{xy} est similaire pour les différents comportements volumiques. Dans le cas avec frottement, l'évolution de la courbe obtenue avec les particules déformables est tout d'abord similaire à l'évolution de la courbe obtenue avec les particules rigides et la loi de contact *IQS* puis se cale sur l'évolution de la courbe obtenue avec les particules rigide et la loi *ELAS*. Pour une petite déformation macroscopique, les particules rigides et déformables pour une même loi "plastique" (*IQS*) donnent un comportement similaire. Car, il y a peu de déformation locale pour les particules déformables. Pour une grande déformation macroscopique, l'évolution de la relation $\sigma - \varepsilon$ pour les particules déformables avec la loi "plastique" et les particules rigides avec la loi "élastique" (*ELAS*) est proche. On peut ainsi faire une analogie entre la déformation locale des particules déformables et la pénétration entre particules rigides avec la loi *ELAS*.

5.3.3 Compacité

La figure 5.5 montre l'évolution de la compacité en fonction du temps avec les différentes descriptions rigide (lois *IQS* et *ELAS*) et déformable pour le cas de compression biaxiale (cf. figure 5.5.a et figure 5.5.c) et de cisaillement (cf. figure 5.5.b et figure 5.5.d). Liée à la déformation et la description du contour des particules, la valeur initiale C_0 de la compacité $C(t)$ avec le modèle rigide est toujours plus grande que celle du modèle déformable. De plus, le frottement local s'oppose à l'arrangement des particules dans l'échantillon, donc la valeur initiale C_0 est plus importante dans le cas sans frottement que dans le cas avec frottement [78, 107].

Pour la compression biaxiale, dans le cas sans frottement (cf. figure 5.5.a), l'évolution de la compacité $C(t)$ obtenue avec des particules déformables est quasi constante,

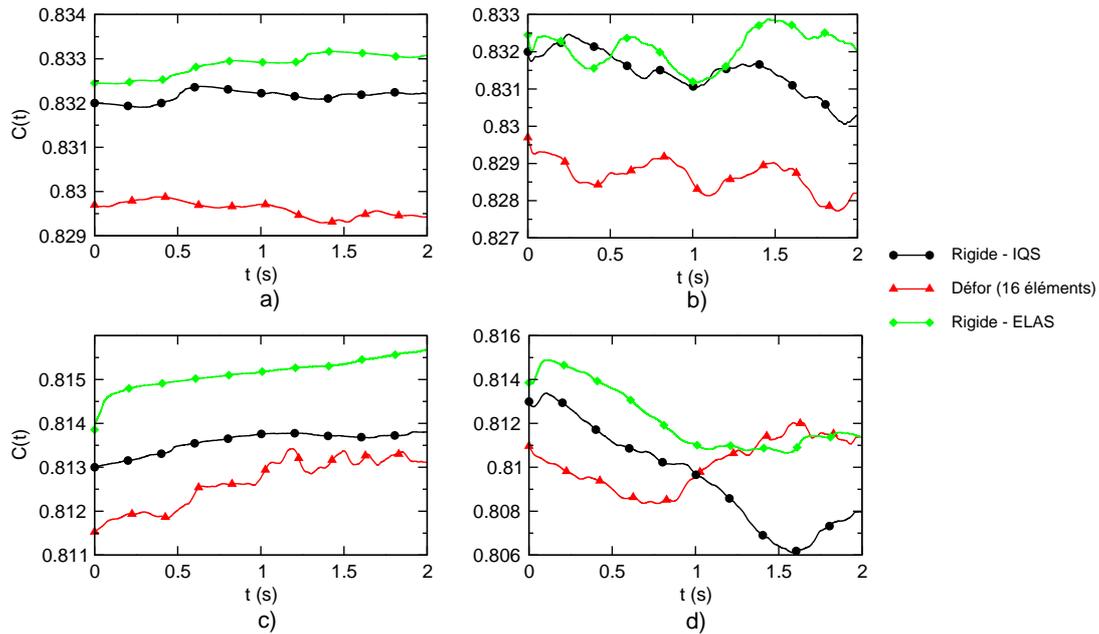


Figure 5.5 – Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

légèrement dilatante. Cette observation est différente de celle du cas rigide qui a une évolution faiblement contractante. Le contour des particules déformables (cf. figure 5.2.a) n'est pas parfaitement régulier comme les particules rigides. Ceci joue sur l'arrangement des particules déformables dans l'échantillon. Dans le cas avec frottement (cf. figure 5.5.c), le frottement local s'oppose en plus à cet arrangement aussi bien pour les particules rigides que déformables. Les particules déformables ont une compacité initiale C_0 plus faible, donc l'évolution de $C(t)$ pour les particules déformables est contractante comme pour le cas rigide, mais avec une évolution plus rapide.

Pour le cisaillement, dans le cas sans frottement (cf. figure 5.5.b), il est difficile de dégager des tendances. On peut noter que pour la simulation avec particules déformables, $C(t)$ est dilatante avec des oscillations. Ce comportement se rapproche plus du comportement rigide (utilisant les lois *IQS* et *ELAS*) malgré une valeur initiale C_0 différentes. Dans un cisaillement simple sans frottement, les particules déformables ne se déforment plus et possèdent une évolution plus proche des particules rigides.

Dans le cas avec frottement (cf. figure 5.5.d), les évolutions sont toutes différentes. Dans un premier temps, l'évolution de la compacité pour les deux types de comportement est dilatante. Puis la courbe avec les particules déformables devient contractante alors que l'évolution de la compacité pour les particules rigides avec la loi *IQS* reste dilatante et, devient constante pour la loi *ELAS*. Enfin, l'évolution de la compacité

pour les particules rigides avec la loi *IQS* devient contractante, tandis que pour les particules rigides avec la loi *ELAS* et les particules déformables elle reste constante. Toutefois on peut remarquer que l'évolution de $C(t)$ obtenue avec des particules déformables correspond à la fin de la courbe d'évolution obtenue avec des particules rigides et la loi de contact *ELAS*. Ceci est du à la déformation locale des particules déformables et l'interpénétration des particules rigides avec la loi *ELAS*, qui permettent un arrangement des particules dans l'échantillon. C'est pourquoi, l'évolution de $C(t)$ devient contractante plus tôt que la loi *IQS*.

5.3.4 Conclusion

La comparaison entre les résultats obtenus avec un comportement rigide et déformable pour un maillage de 16 éléments quadrangles a été présenté des résultats différents en terme de la relation σ - ε et la compacité (cf. tableau 5.1). Si au niveau de la relation σ - ε macroscopique, les courbes restent similaires, au niveau de la compacité, les courbes présentent de nombreuses différences sur l'évolution de la compacité avec les particules rigides et déformables.

Local \ Global	Relation (σ - ε)	Compacité C(t)
Rigide/déformable (16 éléments)	++	++++

Table 5.1 – Tableau récapitulatif de l'influence des particules déformables constituées par 16 éléments quadrangles sur le comportement global.

Il reste maintenant deux hypothèses à vérifier pour peut-être trouver un “point de convergence” entre les modèle de particules rigides et déformables :

- Influence de la description du maillage ;
- Nombre de points définissant le contour de chaque particule.

5.4 Maillage de 32 éléments quadrangles

Dans cette section, nous allons vérifier la première hypothèse concernant la description du maillage. On utilise ici un maillage constitué de 32 éléments quadrangles (cf. figure 5.6.a). Le nombre de points sur le contour est égal à celui d'un maillage de 16 éléments et par conséquent la différence concerne seulement la description volumique.

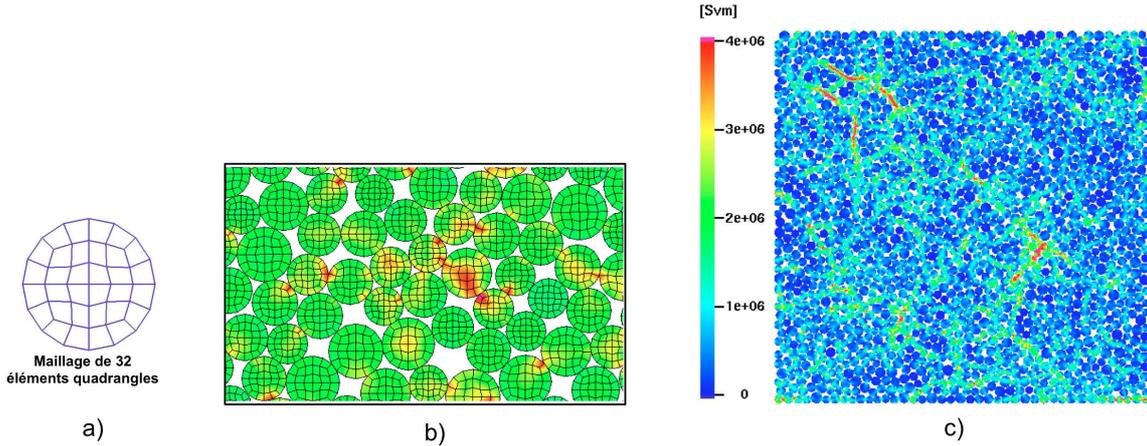


Figure 5.6 – (a) Modèle de particules déformables avec un maillage constitué de 32 éléments quadrangles. Visualisation des contraintes de Von-Mises (b) sur un volume élémentaire et (c) à l'échelle macroscopique.

5.4.1 Relation contrainte-déformation

La figure 5.7 montre l'évolution de la relation σ - ε en fonction du temps pour les essais de compression biaxiale (cf. figure 5.7.a et figure 5.7.c) et de cisaillement (cf. figure 5.7.b et figure 5.7.d) en utilisant des particules rigides avec les lois *IQS* et *ELAS* et des particules déformables. Pour la compression biaxiale sans et avec frottement, la contrainte déviatorique ($\sigma_1 - \sigma_2$) présente une évolution similaire avec des particules rigides et déformables. Les valeurs obtenues avec des particules déformables en utilisant un maillage constitué de 32 éléments sont plus proches de celles obtenues avec des particules rigides.

Dans le cas du cisaillement, sans frottement, tous les résultats sont quasi équivalents. Lorsque le frottement est pris en compte, l'évolution de σ_{xy} pour des particules déformables est similaire à celle des particules rigides avec la loi *IQS* mais dans une gamme de valeur proche de la loi *ELAS*.

Les particules déformables constituées de 32 éléments et 16 éléments ont la même description du contour, mais ont une différence de la description du maillage ("grossier"

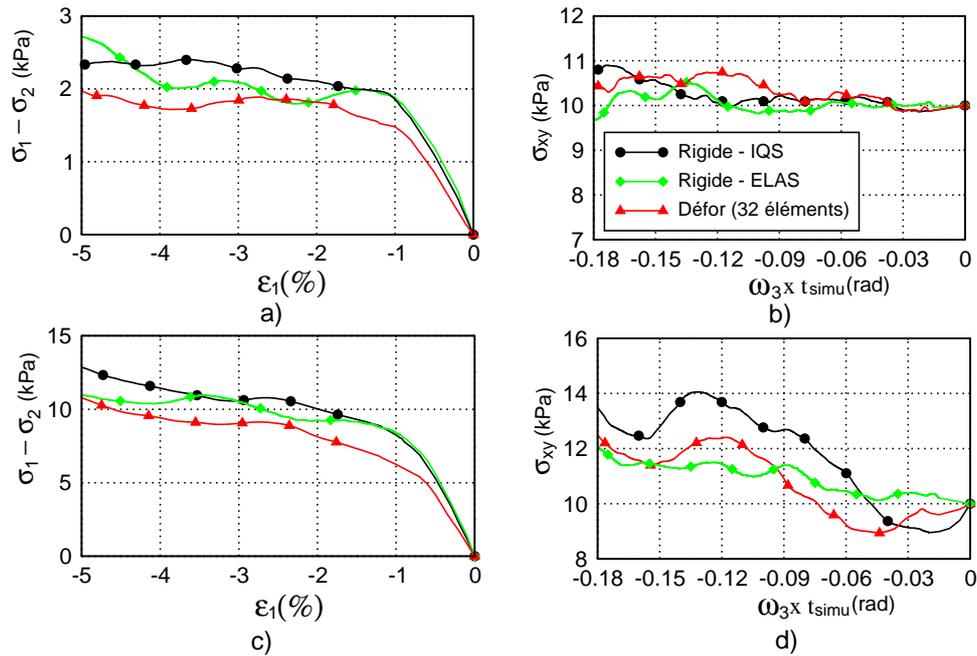


Figure 5.7 – Evolution de la relation contrainte-déformation macroscopique pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement ; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

pour les particules de 16 éléments et “fin” pour les particules de 32 éléments). En terme de relation σ - ε , nous obtenons un comportement similaire pour les particules déformables constitués par 32 éléments et 16 éléments. La description du maillage n’est pas influente sur la relation σ - ε .

5.4.2 Compacité

La figure 5.8 montre l’évolution de la compacité en fonction du temps de simulation pour les descriptions rigide (lois *IQS* et *ELAS*) et déformable pour le cas de compression biaxiale (cf. figure 5.8.a et figure 5.8.c) et de cisaillement (cf. figure 5.8.b et figure 5.8.d). Comme dans les modèles constitués de 16 éléments, la valeur initiale C_0 des modèles rigides est toujours plus grande que celle obtenue avec des modèles déformables, et la valeur initiale C_0 est plus importante dans le cas sans frottement que dans le cas avec frottement.

Lorsque l’on regarde les résultats des simulations cas par cas, pour la simulation de compression biaxiale sans frottement, l’évolution de $C(t)$ est assez similaire du modèle à l’autre, malgré une valeur C_0 différente. En présence de frottement, l’évolution de $C(t)$ obtenue avec le modèle déformable est beaucoup plus irrégulière que celle obtenue avec le modèle rigide.

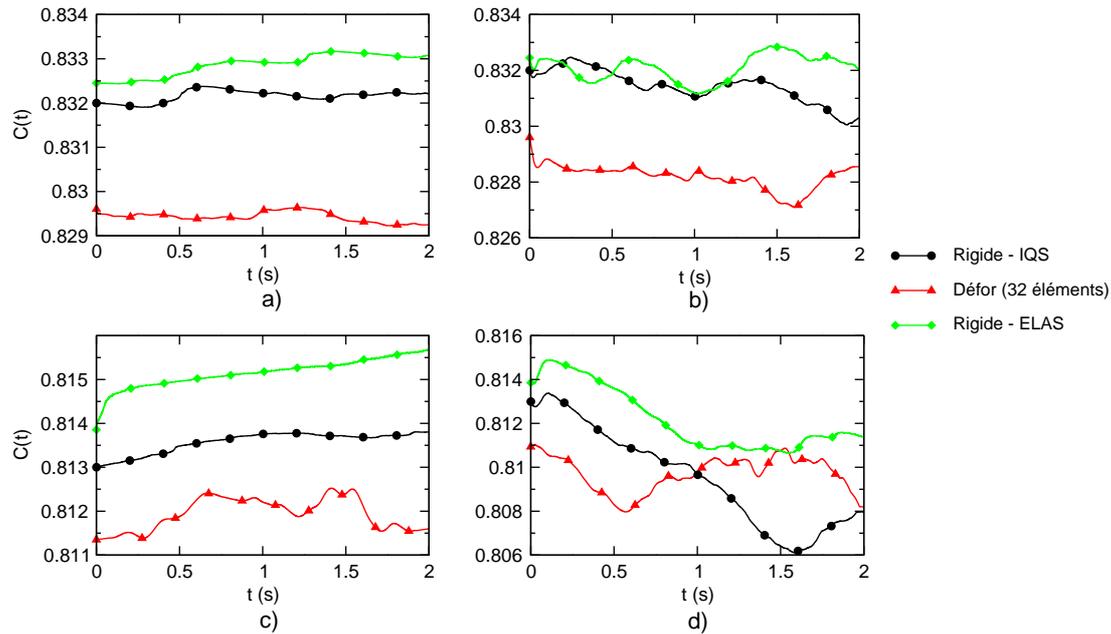


Figure 5.8 – Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

Les plus grandes différences apparaissent dans la simulation de cisaillement. Sans frottement (cf. figure 5.8.b), $C(t)$ est quasi constante pour le modèle déformable, on obtient une chute de la compacité sur le premier temps de simulation, puis très peu de fluctuation. Avec frottement (cf. figure 5.8.d), on obtient un plateau en milieu de simulation, avec dans le cas rigide avec une loi *ELAS*. On obtient une décroissance de $C(t)$ avec la même perte que le modèle rigide, puis on obtient un plateau avec le modèle rigide (loi *ELAS*) alors que le modèle rigide (lois *IQS*) continue de décroissance.

Lorsque l'on change la description du maillage des particules déformables par un maillage constitué de 32 éléments, on n'obtient pas des résultats plus proches des particules rigides qu'avec des particules déformables constituées de 16 éléments. Les résultats pour les particules de 16 éléments et 32 éléments sont similaires. C'est pourquoi, la description du maillage n'est pas une bonne solution pour retrouver un "point de convergence" entre particules rigides et déformables en terme de compacité.

5.4.3 Conclusion

La comparaison des résultats obtenus avec le comportement rigide et le comportement déformable pour un maillage de 32 éléments quadrangles présentent des différences en terme de la relation σ - ε et la compacité (cf. tableau 5.2). Comme dans les

modèles constitués de 16 éléments, l'évolution de la relation σ - ε macroscopique est quasi identique mais les courbes de compacité sont elles différentes. Pour la compacité, les résultats différents mais avec plus ou moins de précision. Nous allons regarder dans la prochaine section l'influence de la description du contour.

Local \ Global	Relation (σ - ε)	Compacité C(t)
Rigide/déformable (32 éléments)	++	++++

Table 5.2 – Tableau récapitulatif de l'influence des particules déformables constituées par 32 éléments quadrangles sur le comportement global.

5.5 Maillage de 64 éléments quadrangles

Dans la logique précédente, un dernier type de maillage est proposé pour modéliser les particules déformables. Le maillage utilisé maintenant est constitué de 64 éléments quadrangles et est présenté sur la figure 5.9.a. Ce type de maillage satisfait les deux hypothèses : un maillage "plus fin" et un contour avec un plus grand nombre de points.

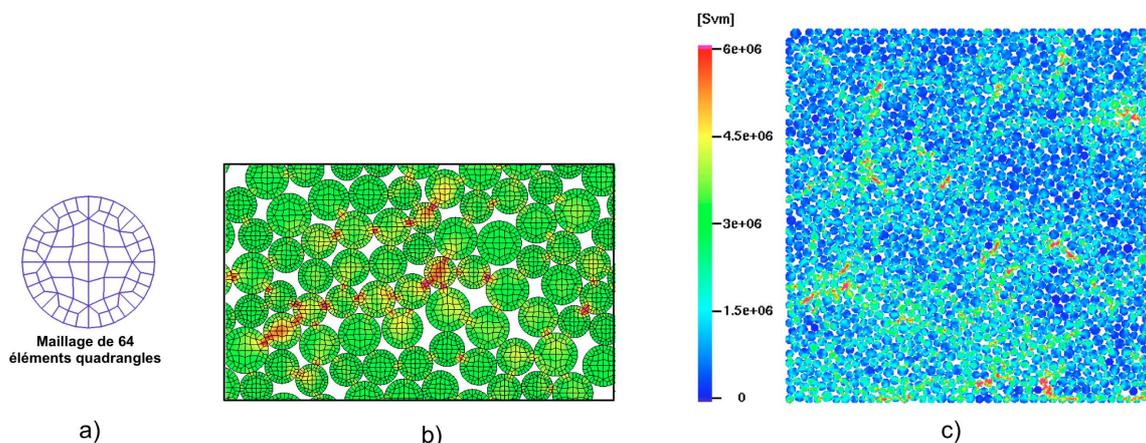


Figure 5.9 – (a) Modèle de particules déformables avec un maillage constitué de 64 éléments quadrangles. Visualisation des contraintes de Von-Mises (b) sur un volume élémentaire et (c) à l'échelle macroscopique.

5.5.1 Relation contrainte-déformation

La figure 5.10 montre l'évolution de la relation σ - ε en fonction du temps pour les essais de compression biaxiale (cf. figure 5.10.a et figure 5.10.c) et de cisaillement

(cf. figure 5.10.b et figure 5.10.d). Comme dans les modèles constitués de 16 et 32 éléments, pour la compression biaxiale sans et avec frottement, la contrainte déviatorique ($\sigma_1 - \sigma_2$) présente la même évolution avec des particules rigides qu'avec des particules déformables aussi bien avec la loi *IQS* qu'avec la loi *ELAS*. On observe également des résultats proches pour le cisaillement. On peut remarquer toutefois que dans le cas sans frottement, le modèle déformable se rapproche plus du modèle rigide avec la loi *ELAS*, tandis qu'en présence du frottement, il se rapproche plus du modèle rigide avec la loi *IQS*.

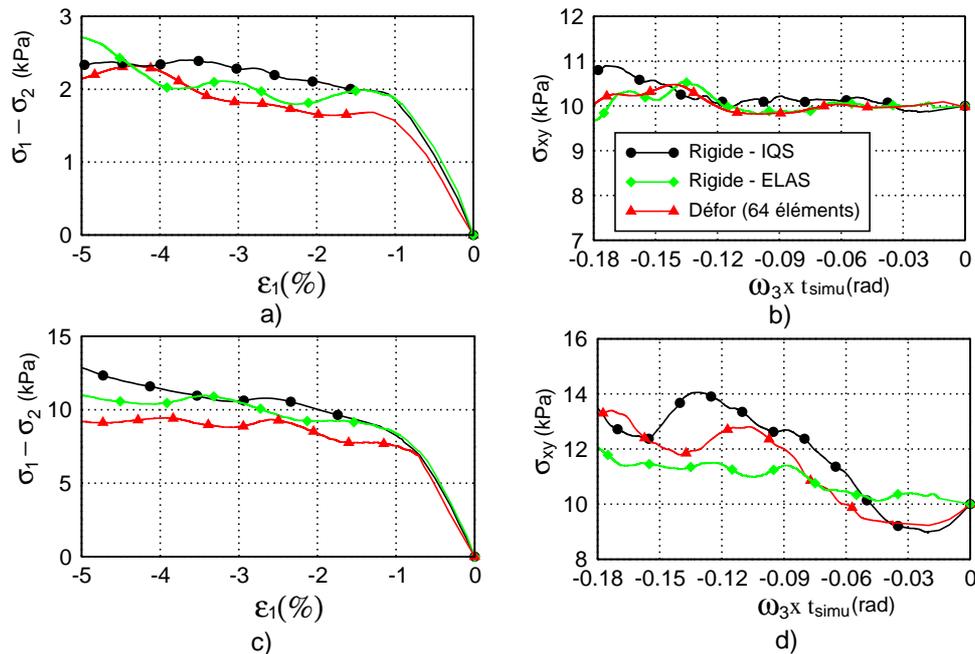


Figure 5.10 – Evolution de la relation contrainte-déformation macroscopique pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

Il semble que les résultats obtenus avec des particules déformables constituées de 64 éléments quadrangles sont plus proches des résultats obtenus avec des particules rigides. Ceci est dû à la description du maillage (“plus fin”) et du contour (“plus régulier”) des particules déformables plus proche de celle des particules rigides.

5.5.2 Compacité

La figure 5.11 montre l'évolution de la compacité en fonction du temps de simulation avec les descriptions rigide (loi *IQS* et *ELAS*) et déformable pour les cas de compression biaxiale et de cisaillement. Comme pour les modèles constitués de 16 et 32 éléments, pour toutes les évolutions de $C(t)$, la valeur initiale C_0 de la compacité

avec le modèle déformable est toujours plus petite que pour le modèle rigide. Néanmoins, liée à la description du contour des particules déformables, la valeur initiale C_0 de la compacité avec le modèle déformable constitué de 64 éléments est plus grande que les modèles de 16 et 32 éléments.

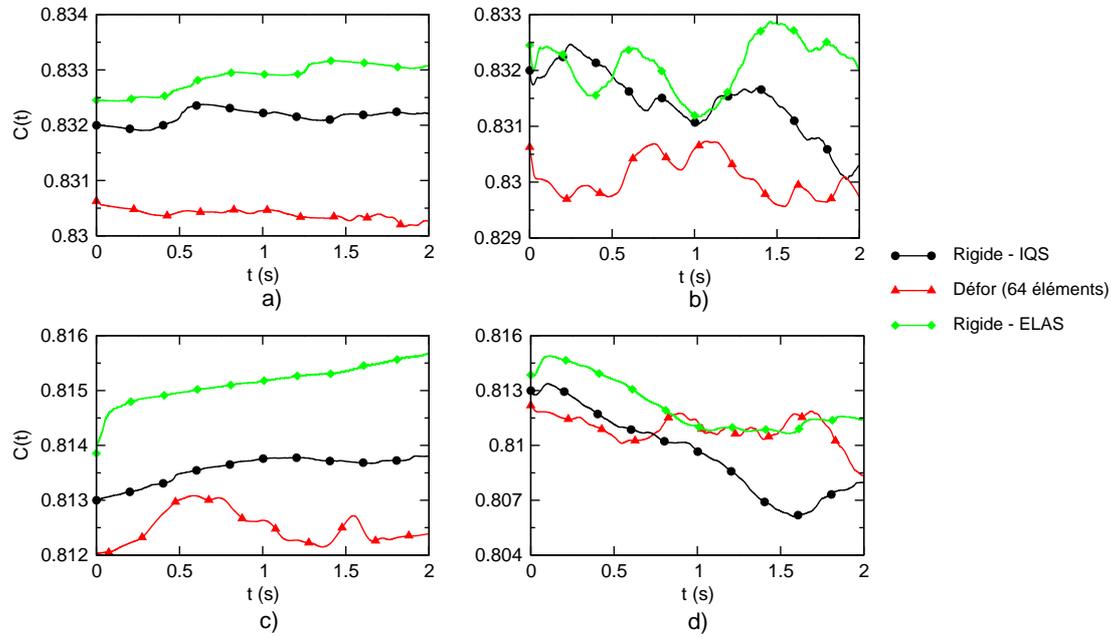


Figure 5.11 – Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement ; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

Dans le cas de la compression biaxiale sans frottement (cf. figure 5.11.a), l'évolution de $C(t)$ pour le modèle déformable à 64 éléments est quasi constante avec un légère dilatante alors que pour les modèles rigides on observe un légère contractance. En présence de frottement (cf. figure 5.11.c), les 3 modèles sont contractants, avec toutefois un comportement plus chaotique dans le cas déformable. Le contour moins régulier des particules déformables s'oppose à l'arrangement dans l'échantillons pour le cas sans frottement. En présence de frottement local, ce phénomène est beaucoup plus actif, et on observe donc une évolution de la compacité majoritairement constante mais moins que les particules rigides.

Dans le cas du cisaillement simple (cf. figure 5.11.b), même si leur compacité initiale est différente, les modèles déformable et rigide avec la loi *ELAS* présentent une évolution similaire, une alternance régulière de contractances et de dilatances, alors que le modèle rigide avec la loi *IQS* est majoritairement dilatant. La compacité "élastique" semble donc être à l'origine de ces alternances puisque le modèle "plastique" ne prend pas en compte cette évolution. En présence de frottement (cf. figure 5.11.d), le modèle

déformable a la même évolution que les deux modèle rigide sur les premiers instants de simulation, puis présente le même évolution que le modèle rigide avec la loi *ELAS*, tandis que le modèle rigide avec la loi *IQS* reste majoritairement dilatant. Les résultats avec un matériau “élastique” (particule déformable) et la loi “plastique” présentent un “point de convergence” en terme d’évolution de compacité avec un matériau “rigide” (particule rigide) et la loi “élastique”. De plus, les résultats montrent qu’une particule déformable avec un contour “plus régulier” et une description du maillage “plus fin”, nous pouvons obtenir un comportement global plus proche de celui obtenu avec le particule rigide.

5.5.3 Conclusion

La comparaison des résultats obtenus avec le comportement rigide et le comportement déformable pour un maillage de 64 éléments quadrangles présentent des différences en terme de la relation $\sigma-\varepsilon$ et la compacité (cf. tableau 5.3). Comme dans les modèles constitués de 16 et 32 éléments, l’évolution de la relation $\sigma-\varepsilon$ macroscopique est quasi identique mais les courbes de compacité sont elles différentes. Pour la compacité, les résultats différents mais avec plus ou moins de précision.

Local \ Global	Relation ($\sigma-\varepsilon$)	Compacité C(t)
Rigide/déformable (64 éléments)	++	++++

Table 5.3 – Tableau récapitulatif de l’influence des particules déformables constituées par 64 éléments quadrangles sur le comportement global.

5.6 Synthèse

En utilisant trois types de maillage constitués de 16, 32 et 64 éléments quadrangles pour modéliser la particule déformable, nous trouvons des similarités et des différences sur certaines grandeurs macroscopiques.

Concernant la relation contrainte-déformation, le changement de type de maillage influence très peu l’évolution de la courbe $\sigma-\varepsilon$ et ceci quelque soit le type d’essais (cf. figure 5.12).

En terme de compacité, l’influence du maillage est plus importante (cf. figure 5.13). En effet pour 16 et 32 éléments, on obtient des évolutions relativement proche, surtout dans les premiers instants des simulations. En présence de frottement, les courbes se

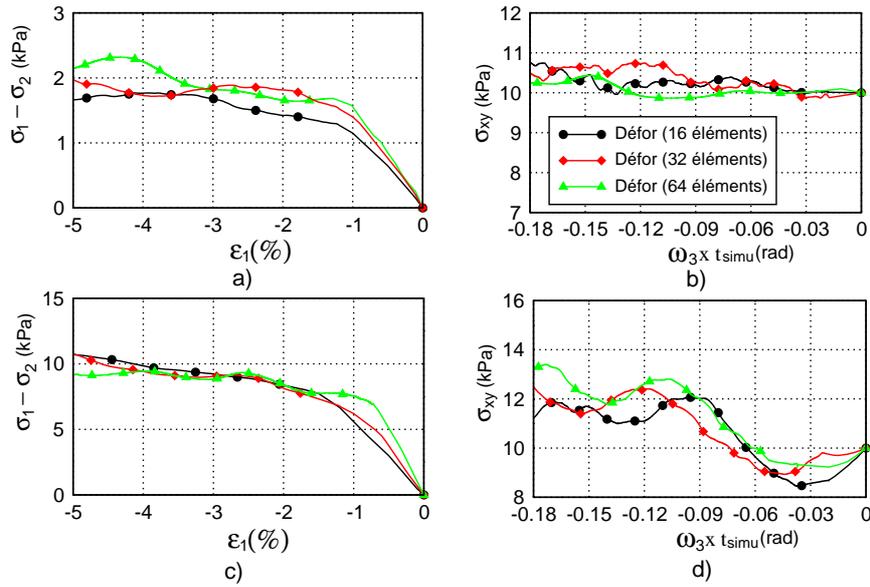


Figure 5.12 – Evolution de la relation contrainte-déformation ($\sigma-\epsilon$) macroscopique avec différent type de maillage pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

superposent moins bien. Avec 64 éléments, on obtient des valeurs de compacité initiales C_0 plus grandes. Toutefois on remarque des similarités dans l'évolution des courbes, mais il est resté très difficile de dégager des tendances.

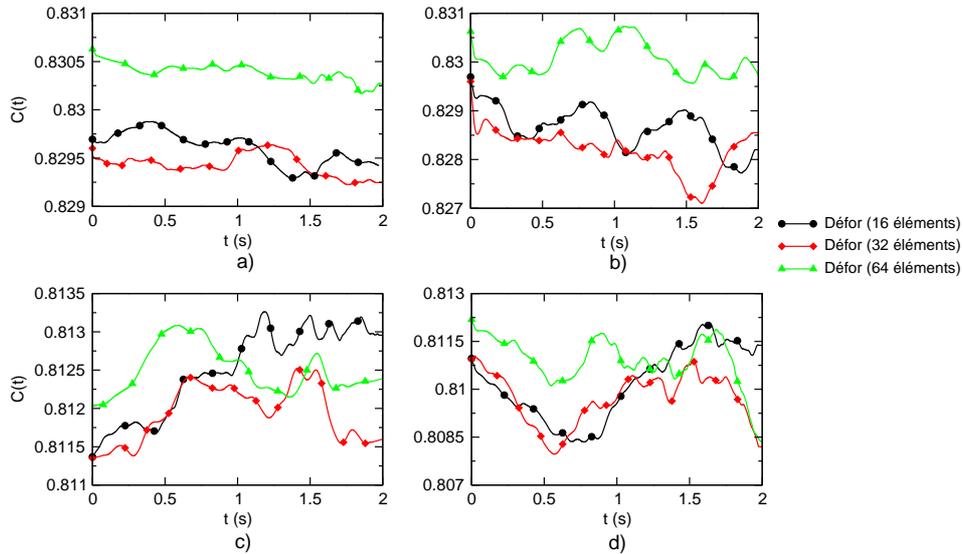


Figure 5.13 – Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps avec différent type de maillage pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

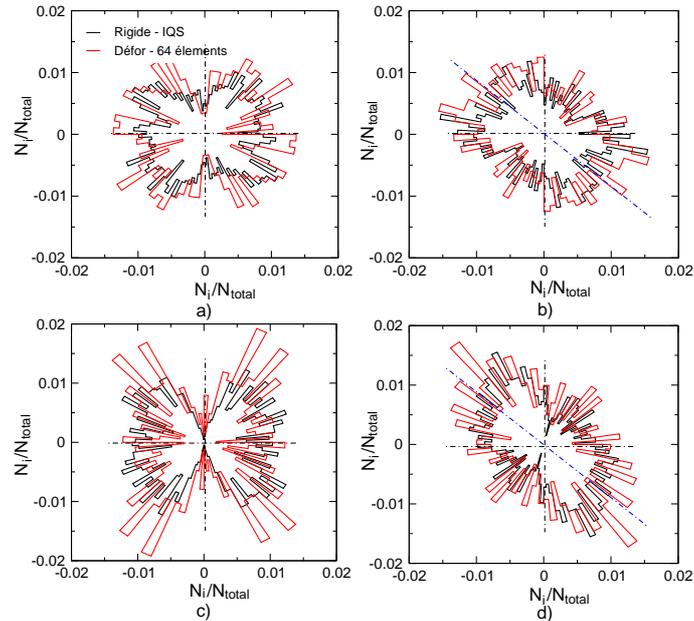


Figure 5.14 – Orientation des forces de contact à la fin de simulation pour le comportement rigide (loi IQS) et déformable (maillage de 64 éléments quadrangles) pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement ; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.

Dans cette synthèse nous regardons également l'influence du maillage sur l'orientation des forces de contact (cf. figure 5.14) et la distribution des forces de contact (cf. figure 5.15). Concernant l'orientation des forces de contact, les résultats sont similaires pour 16, 32 et 64 éléments. Donc seuls les résultats avec 64 éléments sont présentés. Si on les compare avec les résultats obtenus avec des particules rigides avec la loi IQS, on retrouve des résultats identiques. Ceci veut dire que la description du maillage influence peu l'anisotropie du milieu. On retrouve dans chaque cas les mêmes directions privilégiées et l'effet de la contrainte appliquée sur l'échantillon [60, 61, 65].

Pour la distribution des forces de contact, on observe de plus grandes différences entre les modèles. Pour les essais de compression biaxiale sans et avec frottement (cf. figure 5.15.a et c), la répartition dans le réseau fort ($F/\langle F \rangle > 1$) est similaire et diffère dans le réseau faible ($F/\langle F \rangle < 1$). Le nombre de petites forces est beaucoup plus important dans les modèles déformables que dans les modèles rigides.

Ceci peut être dû à la déformation locale des particules rigides qui peut conduire à avoir plusieurs points de contact entre particule déformable. Ceci conduit à répartir les efforts locaux et aussi ainsi à avoir plus de petites forces locales. Une description plus fine permet de réduire cet effet, ce qui explique le rapprochement du modèle à 64 éléments du modèles rigides.

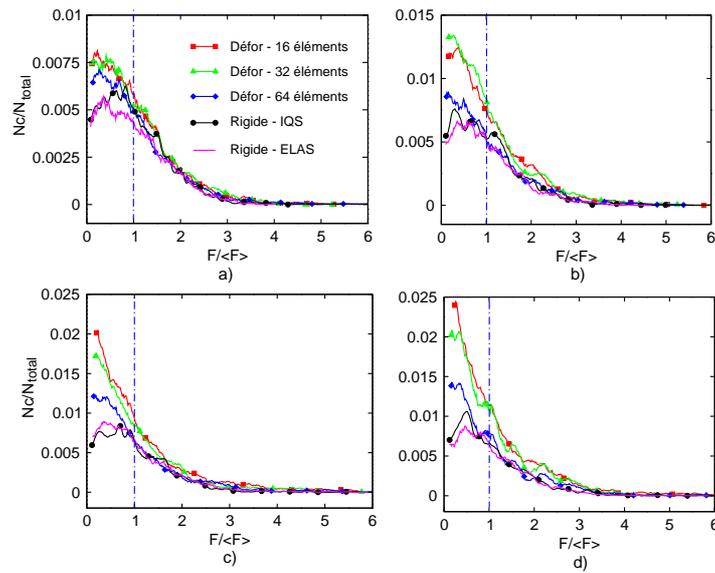


Figure 5.15 – *Distribution des forces de contact pour modèle rigide et déformable du cas de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement ; et de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.*

On obtient la même chose pour les simulations de cisaillement simple avec un écart plus important entre les modèles de 16 et 32 éléments ceux rigides, que celui à 64 éléments.

Conclusion

Dans cette partie, pour des essais de compression biaxiale et de cisaillement, nous avons analysé l'influence du comportement local sur le comportement global d'un matériau granulaire. L'influence des variations locales (loi d'interaction, frottement local, comportement rigide/déformable de particules et description du maillage des particules déformables) sur les variations globales (relation σ - ε , compacité C , orientation et distribution de forces de contact) est présentée dans le tableau 5.4.

Local \ Global	Relation (σ - ε)	Compacité $C(t)$	Orientation	Distribution
Loi d'interaction <i>IQS, ELAS, RST</i> (0/0.3)	+/+	++/+++	+/+	+ /++++
Frottement local 0 et 0.3 (<i>IQS, ELAS, RST</i>)	++++	++++	++	++++
Comportement volumique (rigide/déformable)	++	++++	+	++++
Description du maillage des particules déformables (0/0.3)	+/+	+++ / ++++	+ / ++	+++ / +++++

Table 5.4 – Tableau récapitulatif de l'influence du comportement local sur le comportement global du matériau granulaire.

Nos simulations effectuent sur un régime quasi-statique donc, il y a peu de choc au cours des simulations. C'est pourquoi, il y a peu d'influence des lois de contact sur les grandeurs mécaniques telles que : la relation σ - ε , l'orientation et distribution des forces de contact. Ces grandeurs dépendent fortement de la contrainte macroscopique. Concernant l'évolution de la compacité, la loi *ELAS* autorisant une certaine pénétration entre particules est toujours supérieure à celle des autres lois.

En terme de frottement local, en présence d'une force tangentielle locale entre particules influence directement toutes les grandeurs mesurées, surtout la compacité, la relation σ - ε et la distribution des forces de contact.

En terme de comportement volumique des particules (rigide/déformable), en géné-

ral, tous les types de maillage proposés donnent les résultats similaires. On obtient une convergence en terme de la relation σ - ε , d'orientation des forces de contact, mais une différence en terme d'évolution de compacité et de distribution des forces de contact. La description du maillage et le contour des particules déformables influencent sur les résultats obtenus. Ce problème est lié à la différence de description du contours entre particules rigide (circulaire et régulière) et déformable (polygone et régulière). De plus, une valeur de compacité initiale C_0 différente va influencer sur l'évolution de la compacité. Il semble qu'un type de particule déformable avec un maillage "plus fin" et un contour "plus régulier" (64 éléments) nous apporte des résultats plus proches du modèle rigide.

Troisième partie

Modélisation d'une interface tribologique

Chapitre 6

Introduction

Sommaire

6.1	Introduction	78
6.2	Outils de mesure	79
6.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	79
6.2.2	Profil d'écoulement de troisième corps	80
6.2.3	Paramètres caractéristiques d'un cisaillement	82
6.3	Energie du système	83
6.4	Conclusion	85

6.1 Introduction

C'est dans les années soixante-dix que les travaux du professeur M. Godet [32] offrent une nouvelle vision pour résoudre un problème de contact tribologique. Il souligne l'importance de l'interface jouant un rôle bien différent de celui des deux corps en contact qu'elle sépare. D'un point de vue physique, l'interface de contact est une couche discontinue [33,87] qui est baptisée "*troisième corps*" [10,11,88] en référence aux deux "*premiers corps*" [89–92] qu'elle sépare. Elle est constituée de particules issues des premiers corps et éventuellement mélangées aux particules extérieures au contact. La taille de ces "particules" varie de quelques nanomètres à quelques micromètres. Au niveau expérimental, il est très difficile d'observer et de mesurer les différents phénomènes situés au coeur de l'interface et de traiter les informations au cours du temps. C'est pourquoi, il est nécessaire d'utiliser et de développer des outils numériques pour compléter le manque d'information laissé par les approches expérimentales.

Dans la littérature, deux types d'approches sont utilisées pour modéliser les écoulements de troisième corps : les modèles continus et les modèles discontinus.

La première approche se base sur la mécanique des milieux continus [93] ou utilise la théorie cinétique [94]. Les deux méthodes offrent des possibilités pour modéliser l'écoulement de troisième corps, mais elles présentent des limitations lorsque l'on prend en compte la cohésion locale et la densité du troisième corps [8].

L'approche discontinue se base sur la *Méthode des Éléments Discrets* (DEM) pour décrire la discontinuité et l'hétérogénéité du troisième corps. Selon cette méthode, le troisième corps est vu comme une collection de particules dont le mouvement collectif est gouverné par leur interactions. Elrod et Brewe [8] sont les premiers à souligner la capacité de ces modèles à représenter l'évolution d'une interface tribologique. D'autres auteurs représentent les modèles et étudient l'influence des paramètres numériques, la géométrie et les conditions aux limites sur le comportement macroscopique d'un milieu [22,95]. D'autres travaux relient la cohésion locale et les propriétés des particules à la rhéologie du troisième corps ainsi qu'au frottement macroscopique [9,11,96,97]. Fillot et al. utilisent les approches discrètes [10,99] pour simuler l'usure du troisième corps lors de cisaillements simples. Plus récemment, les travaux de Renouf et al. [100] utilisent des modèles de zones cohésives (CZM) pour modéliser un milieu discontinu comme un milieu continu afin d'effectuer des simulations avec débits d'usure. Une nouvelle brèche est ouverte par Kabir et al. [30] lorsqu'ils utilisent des particules déformables dans leurs simulations. Mais leur échantillon reste très petit et peu dense pour représenter une interface réelle.

Dans tous les cas précédents, les travaux utilisent des premiers corps rigides. Ce

type de modèle ne permet pas de prendre en compte la déformation des premiers corps en contact et l'influence de cette déformation sur la rhéologie du troisième corps. Ainsi dans ce but, un couplage éléments finis/éléments discrets est utilisé ici. En plus de cette déformation, nous étudions aussi l'influence du comportement local (loi de contact, cohésion, conditions aux limites,...) sur le comportement global (frottement macroscopique, profil de vitesse et de contrainte, dissipation d'énergie...) et l'écoulement du troisième corps .

6.2 Outils de mesure

Dans la suite de notre étude, différents outils de mesure vont être utilisés pour comparer les différents résultats. Nous proposons dans cette partie de définir ces grandeurs aussi bien pour une description 2D que 3D.

6.2.1 Coefficient de frottement macroscopique

Dans les simulations discrètes de cisaillement, bien qu'aucun coefficient de frottement local soit introduit dans le modèle, il est possible de générer un coefficient de frottement macroscopique $\mu(t)$ lors du cisaillement. Ce frottement macroscopique est relié à la rugosité des parois, la polydispersité de l'échantillon et aux forces d'interactions locales (i.e ici à la cohésion locale). Celui-ci se calcule de la façon suivante :

$$\mu(t)(2D) = \frac{\sum_{i=1}^{n_{inf}} F_x^i(t)}{\sum_{i=1}^{n_{inf}} F_y^i(t)} \quad \mu(t)(3D) = \frac{\sum_{i=1}^{n_{inf}} F_x^i(t)}{\sum_{i=1}^{n_{inf}} F_z^i(t)} \quad (6.1)$$

où n_{inf} représente le nombre de particules constituant le premier corps inférieur. $F_x^i(t)$, $F_y^i(t)$ et $F_z^i(t)$ sont les projections respectives selon x , y et z des forces de contact agissant sur l'élément i du premier corps inférieur à l'instant t . x est la direction du cisaillement et y (ou z) est la direction de la force de compression en 2D (ou en 3D).

Dans notre système, la valeur de $\sum_{i=1}^{n_{inf}} F_y^i(t)$ en 2D (ou de $\sum_{i=1}^{n_{inf}} F_z^i(t)$ en 3D) est égale à la force F appliquée sur le premier corps supérieur. La formule 6.1 peut donc se réécrire de la façon suivante :

$$\mu(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n_{inf}} F_x^i(t)}{F} \quad (6.2)$$

Cette équation est utilisée aussi bien pour les modèles de simulation en 2D qu'en 3D.

La figure 6.1 illustre un exemple d'évolution du coefficient de frottement macroscopique pour un essai de cisaillement.

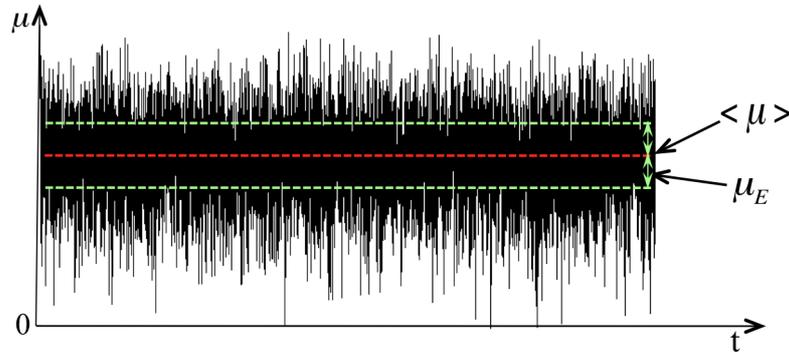


Figure 6.1 – Exemple d'évolution du coefficient de frottement macroscopique en fonction du temps de simulation - définition des notions de frottement moyen ($\langle \mu \rangle$) et d'écart-type (μ_E).

A cette évolution très bruitée, on associe une valeur moyenne notée $\langle \mu \rangle$ et un écart-type noté μ_E , jouant le rôle de barre d'erreur dans nos simulations. La valeur moyenne est calculée sur l'intervalle de temps où le cisaillement est stationnaire. Cet état stationnaire peut-être défini en regardant, par exemple, l'évolution suivant y (en 2D) ou z (en 3D) du déplacement du premier corps supérieur ou en regardant l'évolution de l'énergie cinétique du système.

6.2.2 Profil d'écoulement de troisième corps

Lorsqu'on soumet un échantillon à une sollicitation dynamique, on observe une phase de transition pendant laquelle l'échantillon passe d'un état transitoire à un état stationnaire (cf. figure 6.2). Une fois cet état atteint, il est alors possible de mesurer différents grandeurs moyennes (vitesse, contrainte, compacité,...) par "tranche" au travers de l'épaisseur de l'échantillon. Ceci suppose toutefois une certaine homogénéité dans chaque "tranche" dans le sens de l'écoulement.

Pour effectuer ces mesures, l'échantillon est découpé en "tranches" suivant sa hauteur. Où chaque grandeur X est calculée de la façon suivante :

$$\langle X \rangle_{tranche(i)} = \frac{1}{N_{point}} \sum_{k=1}^{N_{point}} \left\{ \frac{1}{n_{i,k}} \sum_{j \in tranche(i)} X_j \right\} \quad (6.3)$$

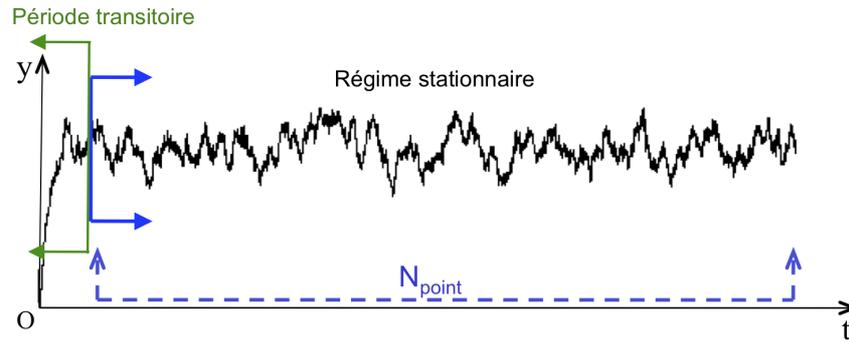


Figure 6.2 – Définition du “régime stationnaire” grâce à l’évolution du déplacement du premier corps supérieur en fonction du temps.

où $n_{i,k}$ représentent le nombre de particules présentes dans la “tranche i ” au point de mesure k et N_{point} représente le nombre de points de traitement des données au cours du temps.

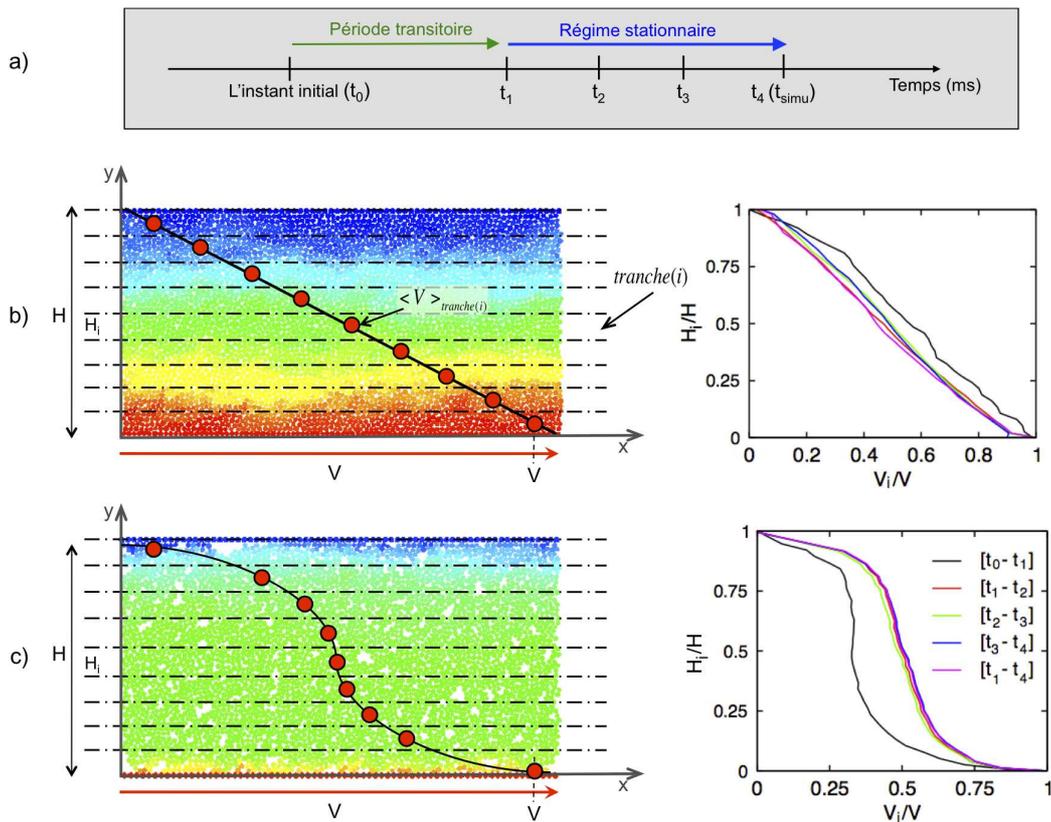


Figure 6.3 – (a) Structure du temps de simulation et les champs de vitesse dans l’échantillon soumise à un cisaillement pour le cas (b) sans et (c) avec cohésion locale.

Notons qu’il est très important de n’effectuer le calcul donné par l’équation (6.3)

que dans le régime stationnaire. Pour illustrer ce propos, on calcule le profil de vitesse sur différent intervalle de temps (cf. figure 6.3) pour une interface en présence ou non de cohésion locale. Si la période transitoire est prise en compte dans les mesures, le profil de vitesse est perturbé. Dans le régime stationnaire, l'intervalle de temps choisi a peu d'importance. Toutefois plus l'intervalle de temps sera grand et le nombre de points de mesure indépendants grand, plus la statistique sera bonne.

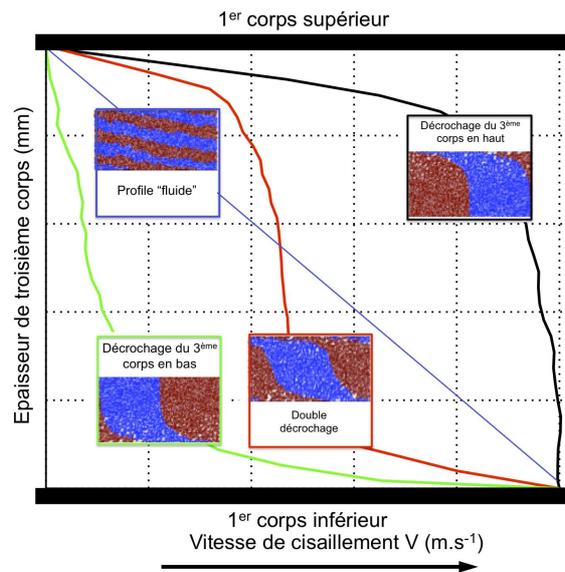


Figure 6.4 – Correspondance avec les champs de déplacement des particules du troisième corps et les profils de vitesse pour chaque type de régime.

Le profil de vitesse est très utile pour caractériser un écoulement sous une sollicitation de cisaillement d'un milieu granulaire [76, 101]. Selon le profil de vitesse tracé au travers de l'épaisseur du troisième corps, nous pouvons observer différents régime nommé par abus de langage, fluide, semi-fluide, élastique ou élastoplastique... [97] régime auquel se superpose ou non, une accommodation/décollement du troisième corps à l'interface avec les premiers corps (cf. figure 6.4).

6.2.3 Paramètres caractéristiques d'un cisaillement

Pour caractériser un écoulement du milieu granulaire, différents indicateurs sont utilisés dans la littérature. Le premier de ces indicateurs est le "taux de cisaillement", notée $\dot{\tau}$. Celui-ci est défini comme le rapport de la vitesse imposée, V , sur l'épaisseur de la couche cisailée, H :

$$\dot{\tau} = \frac{V}{H} . \quad (6.4)$$

On peut aussi retrouver cette notion dans les travaux de différents auteurs [81, 102–105]. Cependant cette définition ne prend pas en compte la pression imposée au système.

Pour cela on regarde alors la notion de “*nombre inertiel*”, notée I , proposée par Savage [74] et repris dans des nombreuses travaux [75–78, 107]. Le nombre inertiel I est égal à :

$$I = \dot{\tau} \sqrt{\frac{m}{d^{D-2}P}} . \quad (6.5)$$

où m désigne la masse moyenne des particules, d leur diamètre moyen, P la pression appliquée et D la dimension du modèle de simulation (2 ou 3).

Le nombre inertiel I est utilisé dans différents travaux [77, 81, 102, 108, 109]. Ces travaux montrent qu’un nombre inertiel faible ($I \leq 10^{-2}$) correspond à un régime “quasi-statique élastique” associé à un taux de cisaillement $\dot{\tau}$ faible et à une forte pression imposée [81, 110]. Tandis qu’un nombre inertiel grand ($I > 10^{-2}$) correspondant à un régime “inertiel élastique” associé à une vitesse de cisaillement grande et une pression imposée faible [78].

Enfin, on peut utiliser également un dernier paramètre liée à la force de cohésion γ , appelée “*intensité de cohésion*”, notée η . Celui-ci se définit comme le rapport de la pression locale sur la pression globale [78, 107, 109] :

$$\eta = \frac{\gamma}{d^{D-1}P} . \quad (6.6)$$

Dans le cadre de notre travail, nous utiliserons le nombre inertiel I et l’intensité de cohésion η pour caractériser les différents régimes d’écoulements. De plus, en utilisant des paramètres sans dimension, nous pourrons comparer nos résultats de simulations avec les résultats de la littérature.

6.3 Energie du système

Une autre grandeur importante à mesurer est l’énergie du système. Il est important de vérifier si le modèle est bien conservatif et que l’énergie dissipée soit dissipée physiquement et pas numériquement.

Le théorème de l’énergie cinétique dit que :

$$\frac{d(E_{totale})}{dt} = P_{ext} + P_{int} \quad (6.7)$$

où E_{totale} est l'énergie cinétique totale du système, P_{ext} et P_{int} sont respectivement les puissances des efforts extérieurs et intérieurs appliquées au système.

L'équation (6.7) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\frac{d}{dt}(E_{sup} + E_{inf} + E_{TC}) = P_{sup} + P_{inf} + P_{TC} , \quad (6.8)$$

où E_{sup} , E_{inf} , E_{TC} représentent respectivement l'énergie cinétique du premier corps supérieur, inférieur et du troisième corps, tandis que P_{sup} , P_{inf} , P_{TC} représentent respectivement les puissances des efforts du premier corps supérieur, inférieur et du troisième corps.

L'énergie cinétique totale E_{totale} du système est donc égale à la somme des énergies cinétiques des éléments qui le composent :

$$E_{sup} + E_{inf} + E_{TC} = \frac{1}{2}M_{sup}V_{sup}^2 + \frac{1}{2}M_{inf}V_{inf}^2 + \sum_{i=1}^{n_b} \frac{1}{2}M_i\dot{\mathbf{q}}_i^2 , \quad (6.9)$$

où M_{sup} et V_{sup} sont respectivement la masse et la vitesse du premier corps supérieur, M_{inf} et V_{inf} sont la masse et la vitesse du premier corps inférieur, M_i et $\dot{\mathbf{q}}_i$ respectivement la masse et la vitesses de la particule i dans le troisième corps, et n_b est le nombre de particule de troisième corps.

Pour le calcul de la dérivée par rapport au temps de E_{totale} , on obtient :

$$\frac{d}{dt}(E_{sup} + E_{inf} + E_{TC}) = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \left\{ M_{sup}V_{sup}^2 + M_{inf}V_{inf}^2 + \sum_{i=1}^{n_b} M_i\dot{\mathbf{q}}_i^2 \right\} \right\} \quad (6.10)$$

On écrit l'équation (6.10) sur le pas de temps $[t, t+\Delta t]$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(E_{sup} + E_{inf} + E_{TC}) &= \frac{1}{\Delta t} \times \frac{1}{2} \{ \\ &M_{sup}(V_{sup}^2(t + \Delta t) - V_{sup}^2(t)) \\ &+ M_{inf}(V_{inf}^2(t + \Delta t) - V_{inf}^2(t)) \\ &+ \sum_{i=1}^{n_b} M_i(\dot{\mathbf{q}}_i^2(t + \Delta t) - \dot{\mathbf{q}}_i^2(t)) \} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Les puissances mises en jeu dans le système sont calculées de la façon suivante :

$$P_{sup} + P_{inf} + P_{TC} = \vec{F}_{sup} \cdot \vec{V}_{sup} + \vec{F}_{inf} \cdot \vec{V}_{inf} + \sum_{i=1}^{n_b} \vec{F}_i \cdot \vec{\dot{\mathbf{q}}}_i , \quad (6.12)$$

où \vec{F}_{sup} , \vec{F}_{inf} et \vec{F}_i sont les composantes de la force appliquée aux premiers corps supérieur, inférieur et à la particule i de troisième corps. \vec{V}_{sup} , \vec{V}_{inf} et $\vec{\dot{\mathbf{q}}}_i$ sont les

composantes de la vitesse des premiers corps supérieur, inférieur et de la particule i de troisième corps.

Aussi pour chaque simulation, le bilan donné par l'équation (6.12) doit être effectué afin de vérifier le bilan énergétique.

6.4 Conclusion

Nous avons donné dans ce chapitre les définitions des différentes grandeurs qui vont nous servir à caractériser l'écoulement du troisième corps dans les simulations. Les deux chapitres suivants vont se baser sur ces grandeurs pour étudier l'influence du comportement local sur le comportement global du troisième corps.

Chapitre 7

Modélisation bidimensionnelle du troisième corps

Sommaire

7.1	Description des modèles	89
7.1.1	Modèle des simulations	89
7.1.2	Conditions limites	90
7.1.3	Choix de la loi de contact et pas de temps	91
7.2	Balance d'énergie du système	92
7.3	Influence des propriétés des premiers corps	94
7.3.1	Influence du type de maillage	94
7.3.1.1	Coefficient de frottement macroscopique	95
7.3.1.2	Profils de vitesse	96
7.3.1.3	Conclusions	97
7.3.2	Influence du module d'Young E	97
7.3.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	98
7.3.2.2	Profils de vitesse	99
7.3.2.3	Profils de contrainte	100
7.3.2.4	Conclusions	101
7.3.3	Influence du comportement rigide/déformable	101
7.3.3.1	Coefficient de frottement macroscopique	101
7.3.3.2	Profils de vitesse	102
7.3.3.3	Profils de contrainte	104
7.3.4	Conclusion	106
7.4	Influence des propriétés du troisième corps	106
7.4.1	Influence de l'épaisseur du troisième corps	106
7.4.1.1	Coefficient de frottement macroscopique	107
7.4.1.2	Profils de contrainte	107
7.4.1.3	Profils de vitesse	108
7.4.2	Etude des granulométries de troisième corps	109
7.4.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	109

7.4.2.2	Champs de déplacements et profils de vitesse	110
7.4.2.3	Profils de contrainte	112
7.4.3	Conclusion	113
7.5	Influence des conditions aux limites	113
7.5.1	Influence de la vitesse imposée	114
7.5.1.1	Coefficient de frottement macroscopique	114
7.5.1.2	Profils de vitesse	115
7.5.1.3	Profils de contrainte	116
7.5.2	Influence de la pression appliquée P	117
7.5.2.1	Coefficient de frottement macroscopique	118
7.5.2.2	Profils de vitesse	119
7.5.2.3	Profils de contrainte	120
7.5.3	Conclusion	121
7.6	Conclusion	121

7.1 Description des modèles

Pour étudier la rhéologie du troisième corps, nous modélisons une cellule de cisaillement simple (type Couette), comme utilisée classiquement [11, 98, 108, 111]. Nous souhaitons différencier les notions de modèle d'interface tribologique et modèle de troisième corps. Le premier englobe le deuxième et prend également en compte la modélisation partielle des premiers corps. Dans les études précédentes [11, 34], les premiers corps étant uniquement rigides les deux modèles étaient donc similaires. Dans notre cas ce n'est plus le cas, et la notion du modèle d'interface tribologique nous semble plus adaptée.

7.1.1 Modèle des simulations

Pour modéliser deux premiers corps indégradables, trois modèles sont utilisés (cf. figure 7.1).

Le modèle dit "rigide", modèle le plus classique, utilise deux premiers corps rigides et un troisième corps constitué également de particules rigides. (cf. figure 7.1.a).

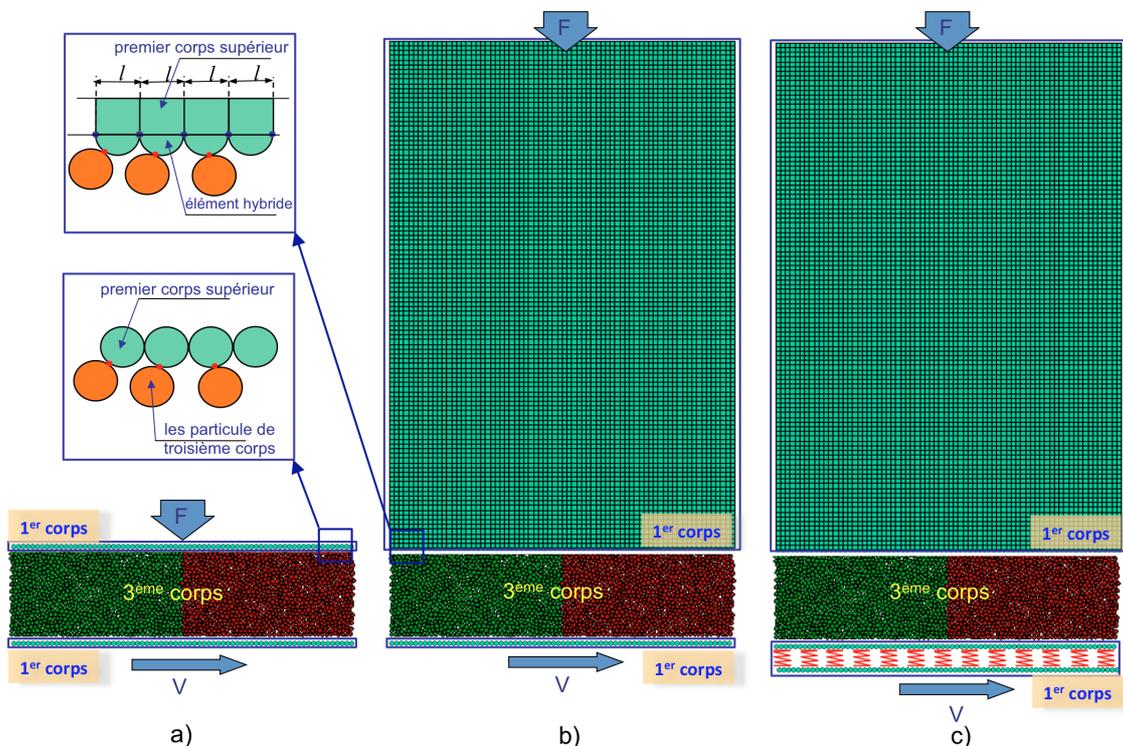


Figure 7.1 – Description des modèles : (a) modèle "rigide", (b) modèle "déformable-rigide" et (c) modèle "déformable pur".

Le modèle dit “déformable-rigide” utilise également un troisième corps constitué de particules rigides. Le premier corps inférieur est également modélisé par une collection de corps rigides mais ici le premier corps supérieur est modélisé par un corps déformable utilisant un maillage constitué d’éléments quadrangles. (cf. figure 7.1.b).

Le modèle dit “déformable pur” utilise également un troisième corps constitué de particules rigides. Le premier corps supérieur est modélisé par un corps déformable utilisant un maillage en éléments quadrangles comme pour le modèle “déformable-rigide”. Le premier corps inférieur est modélisé par un réseau de ressorts relié à une collection de particules rigides (cf. figure 7.2), permettant ainsi d’avoir une déformation locale sans pour autant s’intéresser au volume du premier corps.

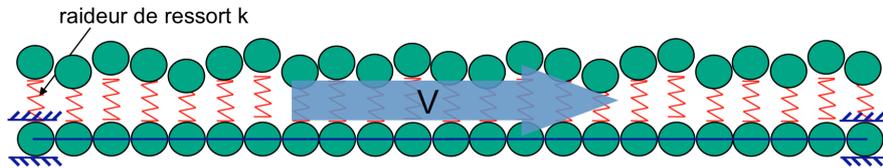


Figure 7.2 – Description du premier corps inférieur pour le modèle avec ressorts.

Dans les différentes simulations, les masses des premiers corps supérieurs sont identiques. Ainsi dans le cas “rigide”, la masse volumique du premier corps supérieur est modifiée afin de retrouver la masse du maillage des modèles “déformable-rigide” et “déformable pur” et avoir aussi la même inertie.

Concernant le troisième corps, si on s’intéresse à une rhéologie “globale”, les travaux antérieurs [22, 23] ont montré que des géométries “simples” donnent des résultats qualitativement identiques à ceux obtenus par des modèles avec des particules à géométries “complexes” (polygones, etc.). Toutefois, comme une particule numérique ne représente pas une particule réelle, mais plutôt un Volume Élémentaire Représentatif (VER), des particules circulaires (2D) sont utilisées.

Le maillage éléments finis est constitué d’éléments quadrangles dont la taille est égale au diamètre moyen des particules de troisième corps. La connection entre le maillage et le troisième corps est assurée par les éléments hybrides définis précédemment. Enfin, le réseau de ressorts (cf. figure 7.2) est construit de façon à ce que les raideurs utilisées aient une rigidité équivalente à celle du maillage éléments finis.

7.1.2 Conditions limites

La figure 7.3 présente les conditions limites utilisées dans les simulations. Une pression verticale P est appliquée sur le premier corps supérieur et une vitesse de cisaille-

ment horizontale V est donnée au premier corps inférieur. Les conditions périodiques sont appliquées aussi bien au maillage qu'aux particules de troisième corps. Dans toutes les simulations, la masse des particules est très faible à la vue de la pression appliquée P , donc la gravité n'est pas considérée.

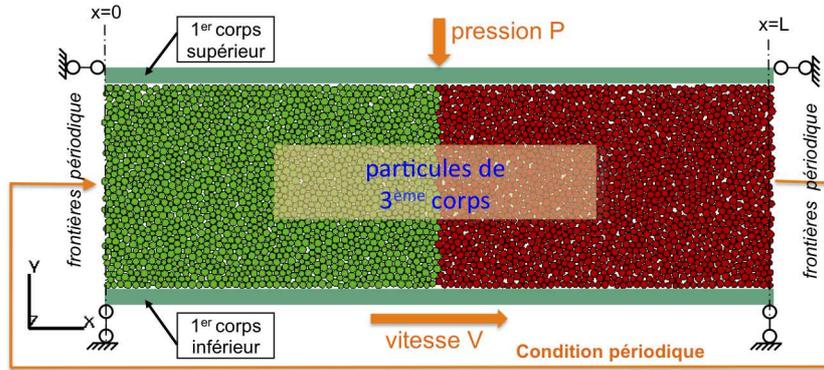


Figure 7.3 – Description des conditions limites (pression P et une vitesse cisaillement V) et des conditions périodiques appliquées au domaine.

7.1.3 Choix de la loi de contact et pas de temps

Nous proposons ici d'utiliser deux lois d'interaction, une loi élastique (baptisée *ELAS*) et une loi plastique (baptisée *IQS*), associées à chaque fois à un paramètre de cohésion (voir modèles de la section 1.3). Dans les deux cas le pas de temps est choisi pour respecter la qualité de la solution ainsi que l'équilibre mécanique. Il est lié à l'élasticité de la loi *ELAS* :

$$\Delta t = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{M_{eff}}{K}}, \quad (7.1)$$

où M_{eff} est la masse effective des particules en contacts, K la raideur de contact et N le nombre d'intervalles utilisés pour décrire l'instant de contact. Un choix de N égal à 10 est utilisé dans cette étude pour éviter tout problème numérique lié à la valeur de Δt [3].

Les paramètres locaux et globaux utilisés dans les simulations numériques bidimensionnelles sont récapitulés dans le tableau 7.1.

Corps	Longueur du 1 ^{er} corps	L	0.1	mm
	Hauteur du 1 ^{er} corps déformable	H_{sup}	0.15	mm
	Module d'Young	E_1	210	GPa
	Densité	ρ_1	7.800	$kg.m^{-3}$
	Coefficient de poisson	ν_1	0.3	
	Longueur du 3 ^{eme} corps	L	0.1	mm
	Hauteur du 3 ^{eme} corps	H_1	0.025	mm
	Rayon minimum	R_{min}	0.48	μm
	Rayon maximum	R_{max}	0.72	μm
	Rayon moyen	\bar{R}	0.6	μm
	Densité	ρ	7.800	$kg.m^{-3}$
Conditions	Pression verticale	P	100	MPa
	Vitesse cisaillement	V	5	$m.s^{-1}$
	Force de cohésion	γ	0 ÷ 1.5	N
	Loi de contact			IQS
				$ELAS$
	Raideur de contact	K	10^8	$N.m^{-1}$
	Raideur de ressorts	k	0.156×10^5	$N.m^{-1}$
	Pas de temps	Δt	1×10^{-9}	s
	Temps de simulation	t_{simu}	0.2×10^{-3}	s
	Nombre d'itération	N_{ite}	2×10^5	

Table 7.1 – Les paramètres locaux et globaux utilisés dans les simulations numériques bidimensionnelles.

7.2 Balance d'énergie du système

A la stabilisation de l'écoulement (régime stationnaire), l'énergie cinétique globale E_{totale} du système est constante (i.e $d(E_{totale})/dt \simeq 0$). La figure 7.4 montre la dissipation d'énergie donnée par l'équation (6.11) au cours de la simulation pour deux valeurs de cohésion différentes (γ égal à 0 et 1.0 N). Les courbes oscillent autour d'une valeur moyenne nulle avec des amplitudes différentes, qui augmentent avec la cohésion γ .

Ainsi d'après le résultat précédent, le théorème de l'énergie cinétique donné par l'équation (6.12) peut se réécrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 0 &\simeq P_{sup} + P_{inf} + P_{TC} \\
 \iff 0 &\simeq F.V_{sup}^y + F_x.V + P_{TC}
 \end{aligned}
 \tag{7.2}$$

La figure 7.5 présente les puissances P_{sup} , P_{inf} et P_{TC} des trois corps en contact. Combinée à l'équation 7.2, ceci nous permet de valider les considérations théoriques concernant les bilans énergétiques. On constate qu'en régime stationnaire, la puissance

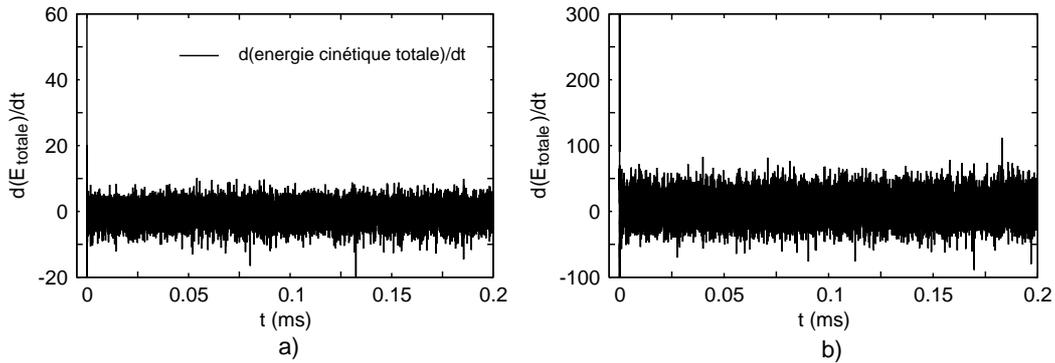


Figure 7.4 – Evolution de l'énergie cinétique en fonction du temps pour les cas (a) sans et (b) avec une cohésion locale γ égale à 1.0 N.

mise en jeu par le premier corps supérieur P_{sup} reste très faible au cours de la simulation. On observe de plus une égalité entre les puissances mises en jeu par le troisième corps P_{TC} et par le premier corps inférieur P_{inf} . Le signe négatif de P_{inf} indique qu'il s'agit d'une puissance qui est dissipée par le système alors que le signe positif de P_{TC} indique qu'il s'agit d'une puissance reçue par le système.

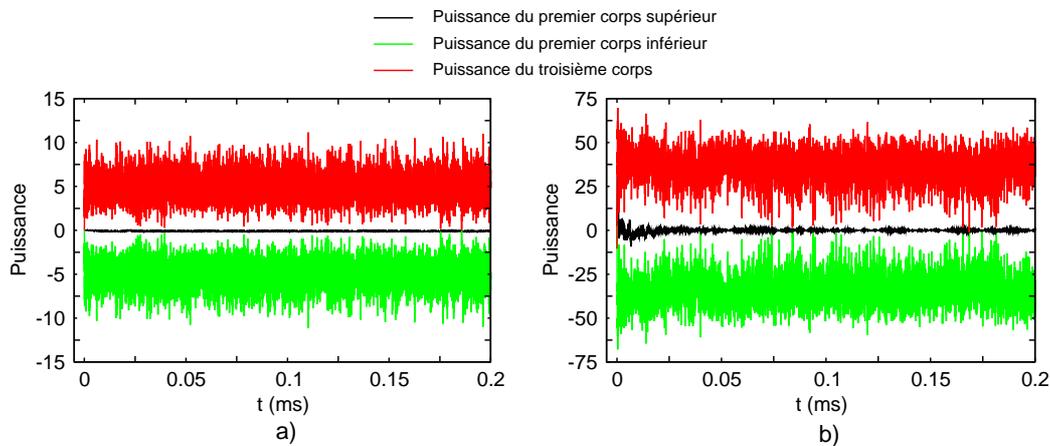


Figure 7.5 – Balance des puissances en fonction du temps pour les cas (a) sans et (b) avec une cohésion locale γ égale à 1.0 N.

Cette étude énergétique préalable montre que le système reste globalement conservatif au cours d'une simulation. En régime stable, si le premier corps supérieur ne génère pas de puissance, la puissance du premier corps inférieur est dissipée totalement dans le troisième corps. Ces résultats sont en bon accord avec le théorème de l'énergie cinétique et les travaux antérieurs sur les bilans énergétiques [88, 97].

7.3 Influence des propriétés des premiers corps

Dans cette section, nous analysons l'influence des propriétés des premiers corps (en terme de description, de rigidité et de comportement rigide/déformable) sur la rhéologie du troisième corps sous une sollicitation de cisaillement.

7.3.1 Influence du type de maillage

Cette étude est basée sur le modèle “déformable-rigide” (cf. figure 7.1). Dans ce modèle, pour observer l'influence de la description du maillage de premier corps supérieur sur le comportement du troisième corps, nous utilisons pour différents types de maillage une pression de confinement P égale à 100 MPa , une vitesse de cisaillement V égale à 5 m.s^{-1} , une intensité de cohésion η allant de 0 à 1.25×10^{-2} et une valeur du nombre inertiel I égale à 2.11×10^{-3} .

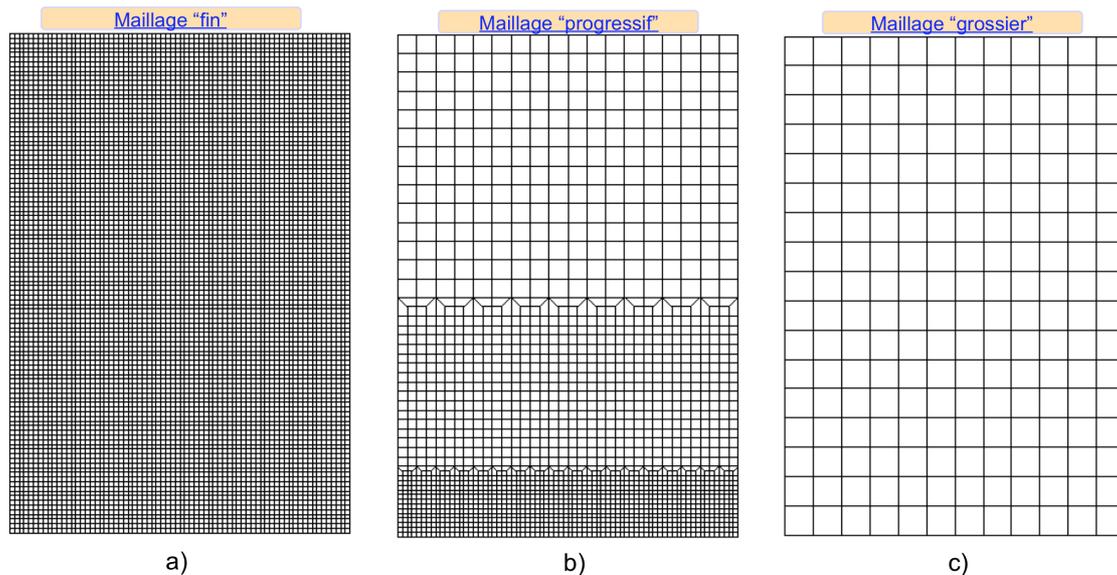


Figure 7.6 – Différents types de maillage utilisés pour modéliser le premier corps déformable supérieur : (a) le maillage “fin” constitué de 7 704 éléments quadrangles, (b) le maillage “progressif” constitué de 1 926 éléments quadrangles et (c) le maillage “grossier” constitué de 324 éléments quadrangles.

On peut voir sur la figure 7.6, les trois types de maillage utilisés pour modéliser le premier corps déformable supérieur. Le maillage “fin” est constitué de 7 704 éléments quadrangles réguliers, dont la taille de maille est égale au diamètre moyen des particules du troisième corps (cf. figure 7.6.a). Le maillage “progressif” est constitué de 1 926 éléments quadrangles sur trois niveaux, dont la taille de maille minimale (niveau inférieur) est égale au diamètre moyen des particules de troisième corps (cf. figure 7.6.b).

Le maillage “grossier” est constitué de 324 éléments quadrangles réguliers, dont la taille de maille est égale à 6 fois le diamètre moyen des particules de troisième corps (cf. figure 7.6.c).

7.3.1.1 Coefficient de frottement macroscopique

La figure 7.7 présente l'évolution du coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction de l'intensité de cohésion η pour les trois types de maillage et pour les lois de contact *IQS* (cf. figure 7.7.a) et *ELAS* (cf. figure 7.7.b). Pour les différents cas, on observe une augmentation de $\langle \mu \rangle$ en fonction de η quasi linéaire, avec une augmentation des barres d'erreurs en fonction de η [107, 109]. Ceci est dû à la cohésion locale du milieu s'oppose le cisaillement, donc la force tangentielle augmente avec l'augmentation de cohésion locale. Le frottement macroscopique donc augmente.

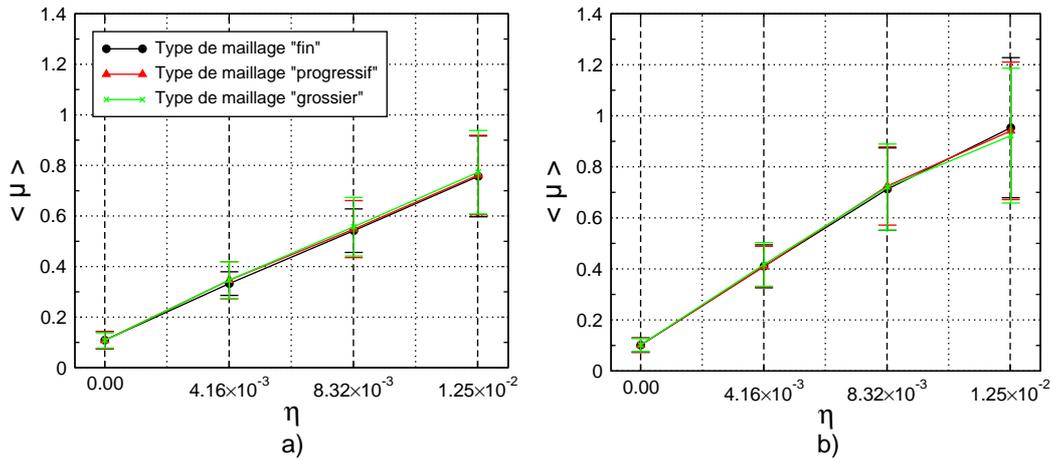


Figure 7.7 – Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les lois (a) *IQS* et (b) *ELAS* et pour les trois types de maillage.

On note également que quelque soit la description du maillage utilisée, le frottement moyen mesuré est le même, et ceci quelque soit l'intensité de cohésion η . Les résultats précédents ont démontré que, si on s'intéresse à la valeur moyenne et ne s'intéresse pas à la dynamique locale du maillage, les types de maillage “grossier”, “progressif” et “fin” donnent des résultats similaires. C'est pourquoi, le type de maillage a donc peu d'influence sur la transmission des forces et donc sur la valeur moyenne $\langle \mu \rangle$. De plus, L'augmentation de η est associée à une diminution du nombre de contact moyen $\langle N_c \rangle$ (cf. figure 7.8). Avec l'augmentation de η , les échantillons sont moins denses et on peut observer des “porosités” lors du cisaillement. Ceci s'explique par le fait que les particules sont beaucoup plus solidaires et bougent par paquets ou cluster [86].

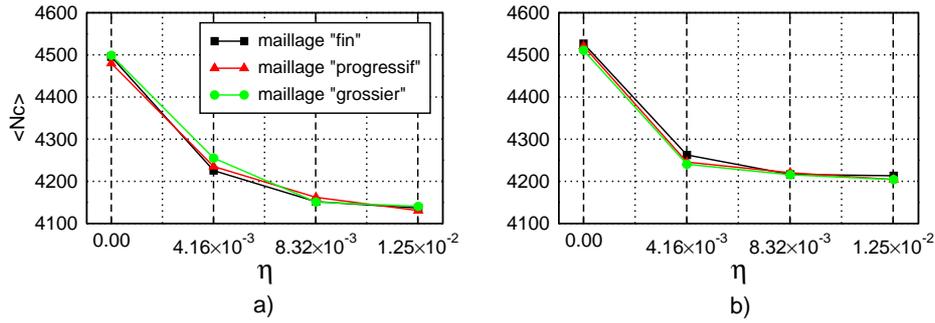


Figure 7.8 – Relation entre le nombre de contact moyen $\langle N_c \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les lois (a) IQS et (b) ELAS et pour les trois types de maillage.

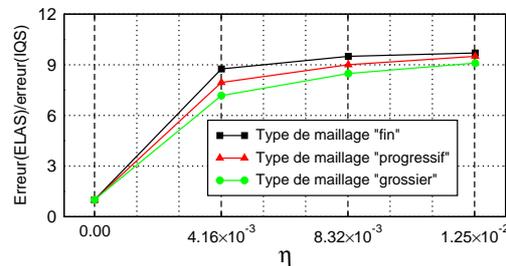


Figure 7.9 – Rapport des violations pour les lois ELAS et IQS en fonction de l'intensité de cohésion η .

Une dernière remarque concerne les valeurs obtenues avec la loi *ELAS*. En effet celles-ci sont supérieures à celles obtenues avec la loi *IQS*. Pour expliquer ce phénomène, nous avons regardé l'évolution de l'erreur commise avec la loi *ELAS* par rapport à l'erreur commise avec la loi *IQS* (cf. figure 7.9). Pour de grandes valeurs d'intensité de cohésion η , ce rapport s'approche de 10, indique une violation 10 fois plus importante avec la loi *ELAS* qu'avec la loi *IQS*, tout en respectant la valeur autorisée. Ceci peut avoir pour conséquence la création de plus grandes forces nécessaires pour séparer les particules et donc conduire à une augmentation de la force tangentielle ainsi qu'à une augmentation du frottement global. Toutefois des investigations plus poussées doivent être menées pour mieux comprendre ce résultat.

7.3.1.2 Profils de vitesse

La figure 7.10 présente les profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de η pour les trois types de maillages et pour la loi de contact *IQS*. Les profils de vitesse sont très dépendants de la description du maillage. Lorsque η est faible, le profil typique de vitesse est linéaire (type Couette) quelque soit le type de maillage. Les profils se différencient dès que η augmente ($\eta \geq 4.16 \times 10^{-3}$). Ceci est

dû aux accommodations locales permises par les modèles déformables (contrairement aux modèles rigides). Ces accommodations ont alors de grandes répercussions dans l'échantillon et sur l'écoulement moyen.

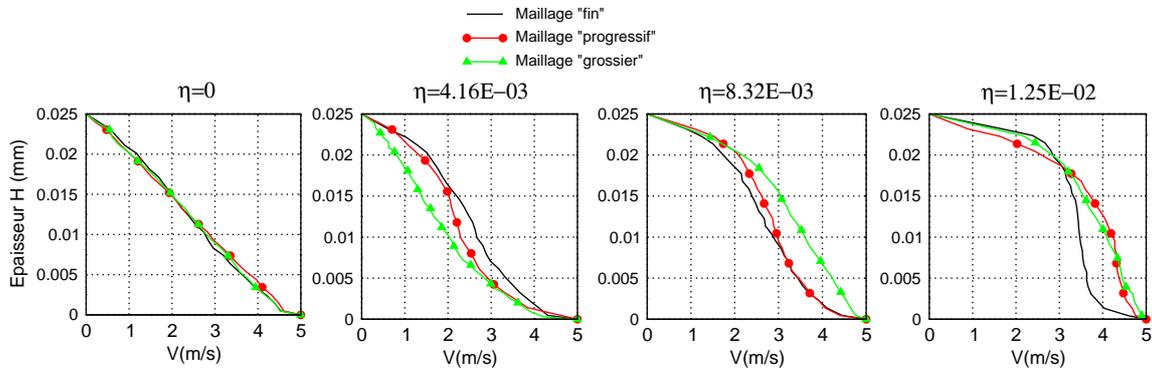


Figure 7.10 – Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour les trois types de maillage “fin”, “progressif” et “grossier”.

7.3.1.3 Conclusions

Selon les résultats obtenus avec les différents types de maillage, nous constatons que même si la rigidité est la même, la description de la dynamique locale perturbe la réponse du troisième corps en terme de profil de vitesse. Si les efforts “moyens” sont peu affectés, leur amplitude est perturbée conduisant à perturber l'écoulement du troisième corps et donc les profils de vitesses.

Par conséquent, pour la suite de nos travaux, nous prendrons uniquement le maillage “fin”, maillage proposant la meilleure description du premier corps supérieur pour effectuer les simulations.

7.3.2 Influence du module d'Young E

Après avoir testé l'influence du maillage, nous regardons l'influence de la rigidité du premier corps supérieur sur la rhéologie du troisième corps. Les simulations sont basées sur le modèle “déformable-rigide” (cf. figure 7.1). On utilise deux rigidités différentes pour le premier corps supérieur, un “acier” et un “polymère” (type *PVC*), dont les propriétés sont données par le tableau 7.2. La pression de confinement P est égale à 100 MPa et la vitesse de cisaillement V égale à 5 m.s^{-1} . On utilise aussi des valeurs de η allant de 0 à 1.25×10^{-2} et un nombre inertiel I égal à 2.11×10^{-3} .

Acier	Module d'Young	E_1	210	GPa
	Densité	ρ_1	7.800	$kg.m^{-3}$
	Coefficient de poisson	ν_1	0.3	
Polymère type PVC	Module d'Young	E_2	3	GPa
	Densité	ρ_2	1.200	$kg.m^{-3}$
	Coefficient de poisson	ν_2	0.29	

Table 7.2 – Paramètres utilisés différents pour décrire le premier corps supérieur.

7.3.2.1 Coefficient de frottement macroscopique

La figure 7.11 montre la relation entre le coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les deux module d'Young choisis (E_1 et E_2) ainsi que les lois de contact *IQS* et *ELAS*. Quelque soit la rigidité du premier corps supérieur et quelque soit la loi de contact, l'évolution de $\langle \mu \rangle$ augmente avec η [107]. De plus, la loi de contact *ELAS* fournit des valeurs de coefficient de frottement global plus importantes que la loi *IQS* dès que l'intensité de cohésion η devient non nulle (cf. section précédente).

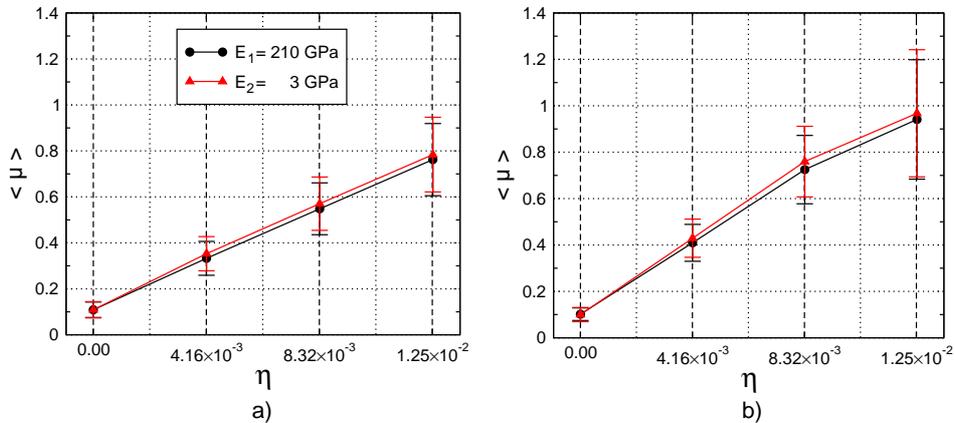


Figure 7.11 – Relation entre le coefficient de frottement global moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les deux valeurs du module d'Young (E_1 et E_2) ainsi que la loi de contact (a) *IQS* et (b) *ELAS*.

Au niveau de la rigidité du premier corps supérieur, on constate que, lorsque l'intensité de cohésion η est nulle, le frottement est le même pour les deux rigidités. Lorsque η devient non nulle, les résultats obtenus sont quasiment similaires pour les deux modules d'Young. Ces remarques peuvent donner une interprétation par la dissipation d'énergie dans le troisième corps. Selon la balance d'énergie proposée précédemment (cf. section 7.2), à la stabilisation du cisaillement du troisième corps, le premier corps supérieur ne fournit pas, ou très peu, l'énergie quelque soit la rigidité du premier corps

supérieur. Par conséquence, l'énergie du troisième corps ne dépend que de l'énergie du premier corps inférieur et le frottement ne varie pas pour différentes valeurs de rigidité du premier corps supérieur.

7.3.2.2 Profils de vitesse

La figure 7.12 présente les profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η et les deux valeurs du module d'Young proposées pour la loi de contact *IQS*.

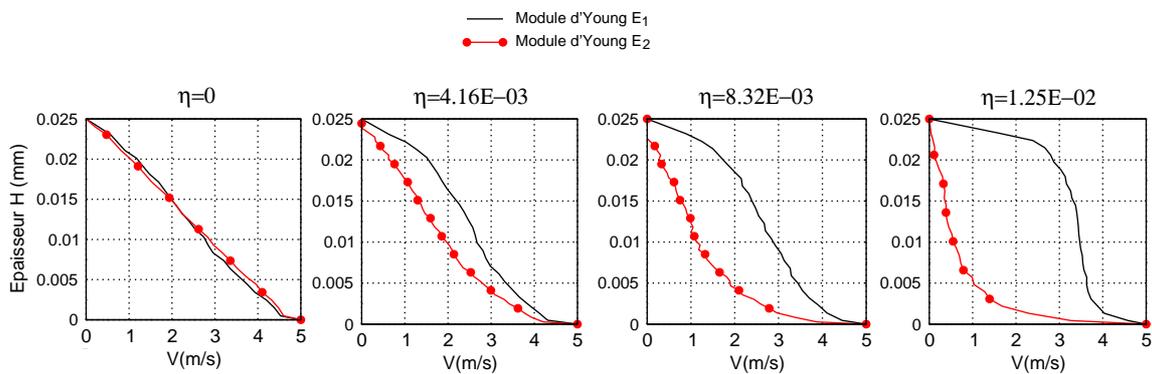


Figure 7.12 – Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour le module d'Young E_1 et E_2 .

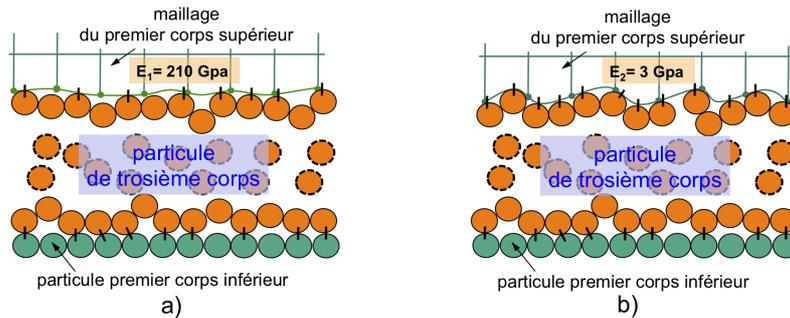


Figure 7.13 – Illustration de la déformation locale du premier corps supérieur ainsi que le nombre de contact entre les premiers corps et le troisième corps pour les modules d'Young (a) E_1 et (b) E_2 .

On constate que lorsque le module d'Young est important, pour η non nulle, on observe des accommodations de vitesse aussi bien au niveau du premier corps inférieur que du premier corps supérieur. Si le module d'Young devient plus faible, un plus grand nombre de contact s'active sur le premier corps supérieur (cf. figure 7.13) favorisant une accommodation de vitesse au niveau du premier corps inférieur.

7.3.2.3 Profils de contrainte

La figure 7.14 présente les profils de contraintes σ_{yy} et σ_{xy} en fonction de l'intensité de cohésion η et le module d'Young pour les lois de contact *IQS* et *ELAS*. Au niveau du profil de contrainte σ_{yy} , lorsque nous changeons la rigidité du premier corps supérieur, il y a peu d'influence sur le profil de contrainte en σ_{yy} . La valeur moyenne de σ_{yy} est toujours égale à la pression imposée P [81]. Ces remarques sont en bon accord avec les résultats précédents (cf. section 2.3), qui ont démontré que l'on ne perd pas d'information dans la transmission normale lorsque celles-ci passent d'une couche granulaire (les cas sans ou avec une cohésion locale).

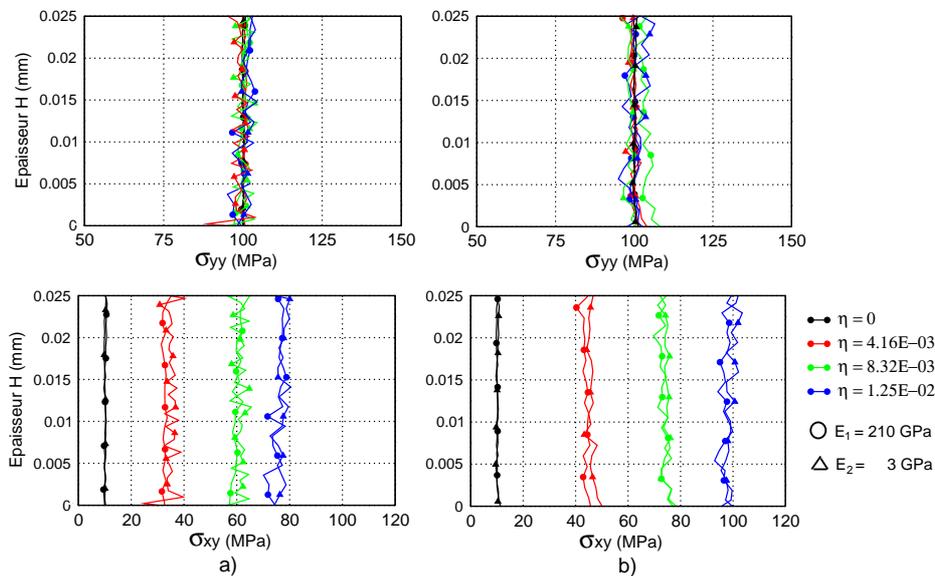


Figure 7.14 – Profil des contraintes σ_{yy} et σ_{xy} au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η et du module d'Young du premier corps supérieur pour les lois de contact (a) *IQS* et (b) *ELAS*.

Au niveau du profil de contrainte σ_{xy} , lorsque η est très faible ($\eta < 4.16 \times 10^{-3}$), la valeur moyenne du profil de contrainte σ_{xy} est la même pour les deux modules d'Young E_1 et E_2 ainsi que les lois de contact. Lorsque η augmente ($\eta \geq 4.16 \times 10^{-3}$), la valeur moyenne de σ_{xy} pour les deux modules d'Young est quasiment similaire. Ces résultats sont comparables à l'évolution du coefficient de frottement macroscopique (cf. figure 7.11). On retrouve un même comportement du coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ par rapport aux valeurs moyennes des contraintes σ_{xy} et σ_{yy} , car fondamentalement, le coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ s'exprime comme le rapport de la contrainte de cisaillement et de la contrainte de compression [78, 81, 101].

7.3.2.4 Conclusions

Le module d'Young des premiers corps influence peu sur le coefficient de frottement macroscopique mesuré ainsi que les profils de contraintes, mais beaucoup plus les profils de vitesse. Ceci souligne simplement le fait que les résultats obtenus pour un type de modèle ne sont pas directement transposables pour un autre type de comportement et que la donnée matériau du premier corps reste une donnée très importante à prendre en compte dans la simulation. Un modèle rhéologique établi pour un jeu de paramètre n'est pas forcément identique si la donnée matériau change.

7.3.3 Influence du comportement rigide/déformable

Dans cette étude, nous nous intéressons à l'influence du comportement des premiers corps sur la rhéologie du troisième corps en utilisant 3 modèles : "rigide", "déformable-rigide" et "déformable pur" (cf. figure 7.1). Pour la partie déformable, on utilise un maillage "fin" constitué de 7704 éléments quadrangles (Tab. 7.1). La pression de confinement P est égale à 100 MPa et la vitesse de cisaillement V égale à 5 m.s⁻¹, respectivement appliquée aux premiers corps supérieur et inférieur. Comme précédemment, les simulations sont effectuées pour des valeurs de η allant de 0 à 1.25×10^{-2} pour une valeur du nombre inertiel I égale à 2.11×10^{-3} .

7.3.3.1 Coefficient de frottement macroscopique

La figure 7.15 montre la relation entre le coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les trois modèles de simulation et pour les lois de contact *IQS* et *ELAS*.

On retrouve les résultats précédents montrant une augmentation du frottement $\langle \mu \rangle$ avec l'augmentation de η et ceci quelque soit le modèle utilisé et la loi de contact. On retrouve également le fait que l'on "dissipe plus" avec les lois "élastique cohésive" que "plastique cohésive". L'évolution du coefficient de frottement global reste inchangée pour les trois modèles "rigide", "déformable-rigide" et "déformable pur". En régime stationnaire, l'énergie dissipée dans le troisième corps dépend fortement à l'énergie du premier corps inférieur. C'est pourquoi, le frottement est similaire pour les trois modèles.

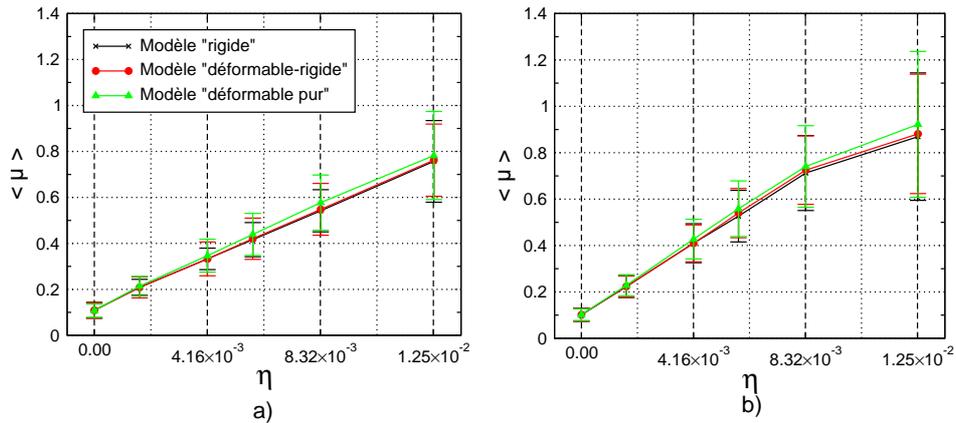


Figure 7.15 – Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les lois (a) IQS et (b) ELAS et pour les trois modèles de simulation.

7.3.3.2 Profils de vitesse

La figure 7.16 montre une image des simulations prise au cours du régime stationnaire pour les trois modèles avec la loi de contact IQS pour différentes valeurs de η .

On peut y observer le champs de déplacement des particules de troisième corps et le champs de contrainte σ_{yy} du premier corps supérieur pour les modèles “déformable-rigide” et “déformable pur”. Au niveau du premier corps supérieur, les contraintes σ_{yy} maximales sont concentrées à l’interface “premier corps supérieur/troisième corps”. La valeur moyenne de la contrainte est toujours égale à 100 MPa (i.e égal à P). On remarque que seules quelques valeurs de σ_{yy} sont supérieures (ou inférieures) à la valeur moyenne. De plus, leur fréquence augmente avec l’augmentation de η . Ceci souligne bien le fait que l’on puisse avoir des contraintes locales plus importantes que la pression appliquée, et que la probabilité d’en obtenir augmentera suivant la cohésion du troisième corps.

Pour observer le champs de déplacement des particules du troisième corps, à l’état initial, les particules sont coloriées de deux couleurs différemment perpendiculairement à la direction du cisaillement. Si η est nulle, on observe un déplacement de type Couette pour n’importe quelle description (rigide ou déformable) des premiers corps. Lorsque η égale à $8.32E-03$ et $1.25E-02$, pour les modèles “rigide” et “déformable-rigide” on observe des décrochages aux deux interfaces du troisième avec les premiers corps supérieur et inférieur. Pour le modèle “déformable pur”, on observe une accommodation de vitesse uniquement au niveau du premier corps supérieur.

Ces phénomènes se répercutent sur les profils de vitesse au travers de l’épaisseur

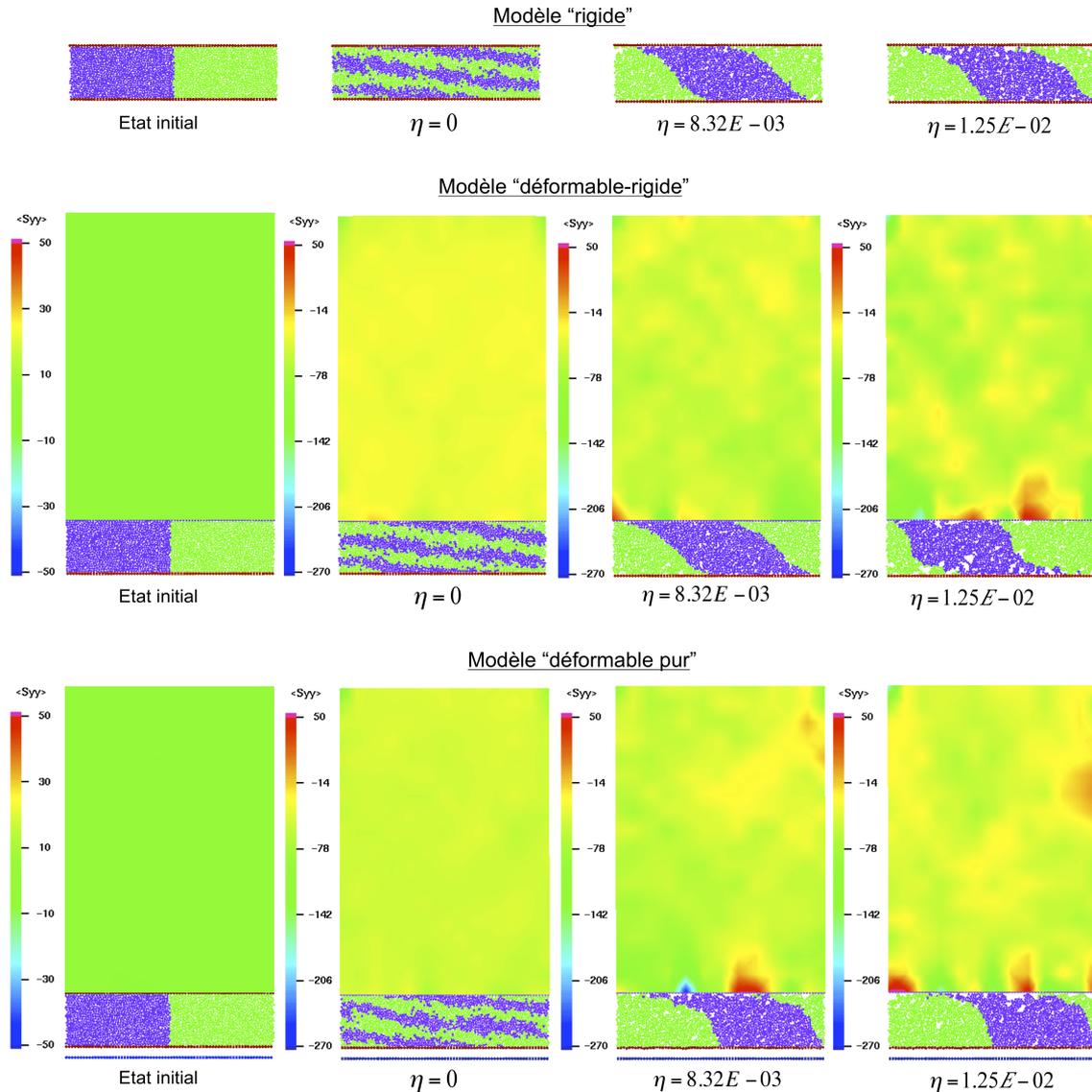


Figure 7.16 – Visualisation du champs de déplacement des particules de troisième corps pour les trois modèles de simulation “rigide”, “déformable-rigide” et “déformable pur” en fonction de l’intensité de cohésion η .

du troisième corps dans la figure 7.17. Si η est nulle, les profils de vitesse sont linéaires (type Couette) pour les trois modèles [11, 81]. Si η augmente ($\eta \geq 4.16E-03$), les profils de vitesse présentent des accommodations de vitesse à différents endroits. Pour les modèles “rigide” et “déformable-rigide”, on observe une localisation qui se situe de façon alternative aux interfaces du troisième corps avec les premiers corps supérieur et inférieur, comme observés par différents auteurs [11, 93, 113] en utilisant un modèle classique (comme modèle “rigide”). Pour le modèle “déformable pur”, la déformation locale des ressorts crée une accommodations de déformation locale au niveau du premier

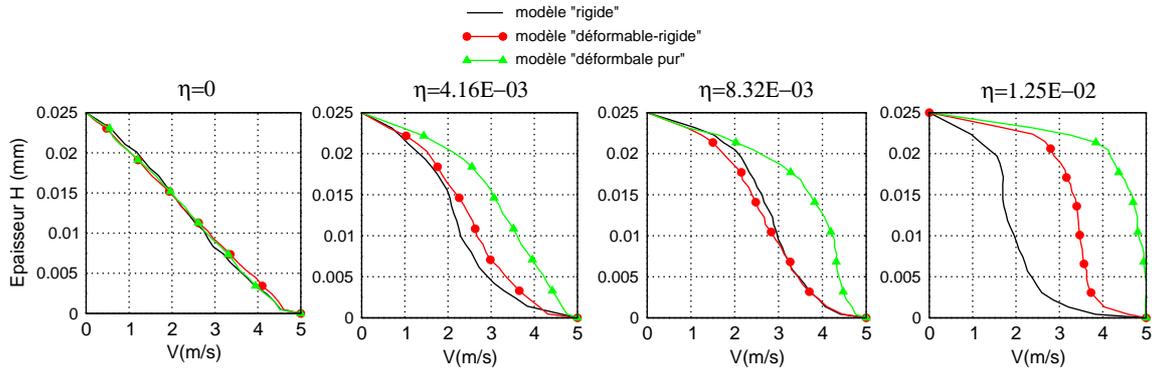


Figure 7.17 – Profil de vitesse de troisième corps en fonction de l’intensité de cohésion η pour les trois modèles de simulation “rigide”, “déformable-rigide” et “déformable pur”.

corps inférieur, et on observe une accommodation de vitesse au niveau du premier corps supérieur (cf. figure 7.18).

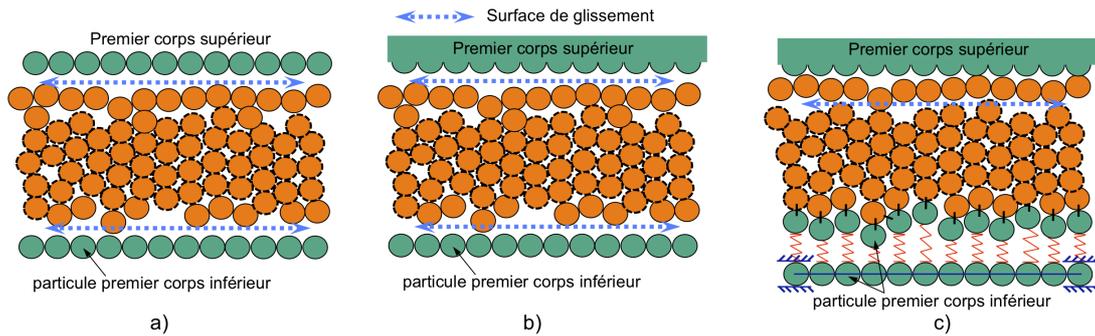


Figure 7.18 – Illustration de la surface de glissement pour une cohésion forte pour les modèles de simulation (a) “rigide”, (b) “déformable-rigide” et (c) “déformable pur”.

Ainsi suivant le modèle utilisé (rigide ou déformable), on a une évolution différente du profil de vitesse. Ce qui souligne l’influence de la modélisation (rigide/déformable) des premiers corps sur la rhéologie du troisième corps.

7.3.3.3 Profils de contrainte

Nous nous concentrons maintenant sur les profils de contrainte σ_{yy} et σ_{xy} pour les trois modèles de simulation en fonction de l’intensité de cohésion η . Les différentes lois de contact donnant les mêmes tendances, nous ne présentons que ceux obtenus avec la loi de contact *IQS* (cf. figure 7.19).

En terme de contrainte σ_{yy} , pour toutes les valeurs de η et tous les modèles de simulation, la valeur moyenne des contraintes σ_{yy} reste logiquement inchangée, égale à

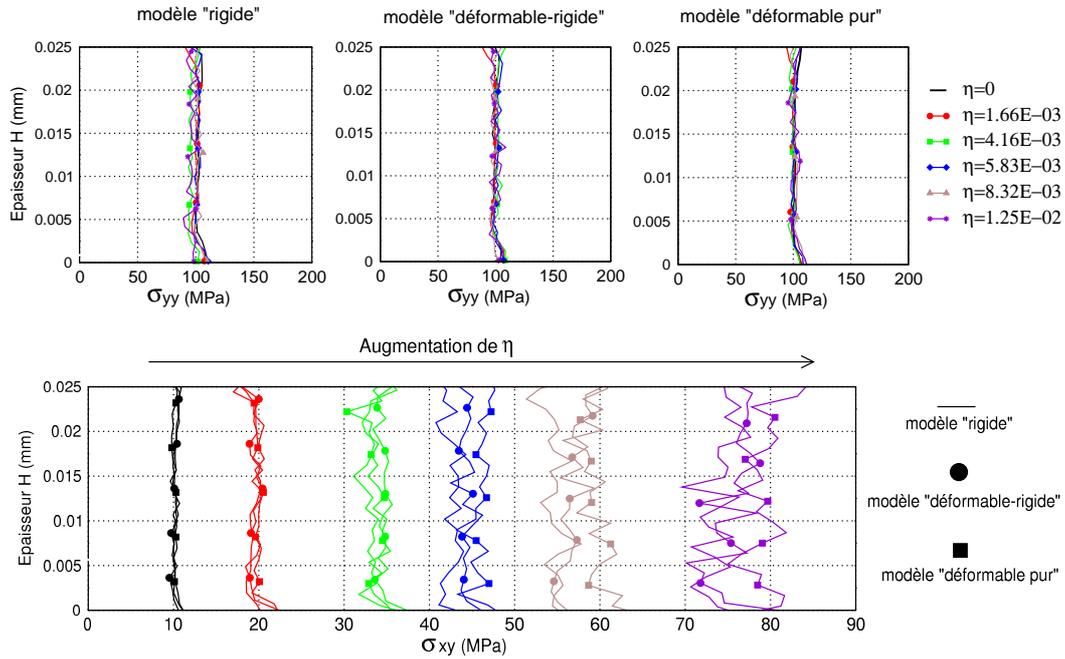


Figure 7.19 – Profils de contrainte σ_{yy} (en haut) et σ_{xy} (en bas) dans le troisième corps en fonction de l’intensité de cohésion η pour les trois modèles de simulation.

100 MPa (pression P appliquée sur le premier corps supérieur). En terme de profils de contrainte σ_{xy} , les différents profils sont similaires pour les trois modèles et les valeurs moyennes de σ_{xy} augmentent avec l’augmentation de l’intensité de cohésion η . Donc, le type de modèle (rigide/déformable) ne perturbe pas les profils de contraintes.

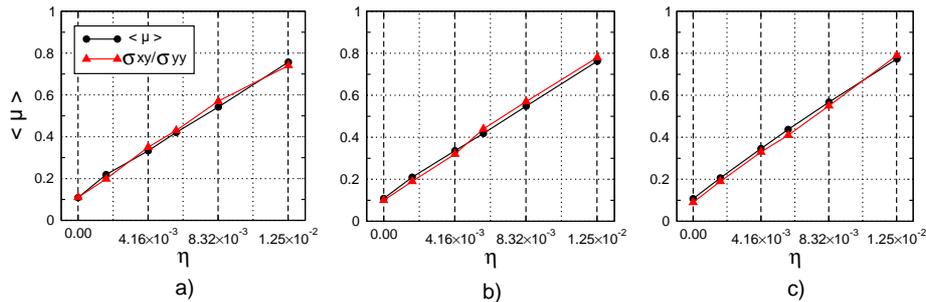


Figure 7.20 – Comparaison du coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ et le rapport σ_{xy}/σ_{yy} en fonction de l’intensité de cohésion η pour les trois 3 modèles (a) “rigide”, (b) “déformable-rigide” et (c) “déformable pur”.

On retrouve ainsi un comportement comparable à l’évolution de $\langle \mu \rangle$ avec le rapport de la contrainte σ_{xy} et σ_{yy} sur la figure 7.20. Ces résultats sont en bon accord avec la littérature [78, 81, 101].

7.3.4 Conclusion

Les propriétés des premiers corps (description du maillage, rigidité et comportement rigide/déformable) influencent sur la rhéologie du troisième corps (cf. tableau 7.3). Même si en terme de force (évolution de frottement, profils des contraintes), il y a peu d'influence, en terme de cinétique (profil de vitesse), l'influence est beaucoup plus grande. Ceci est du aux accommodations locales que permettent les modèles déformables et qui rendent dépendants les contacts à l'interface premier corps/troisième corps.

Local \ Global	Frottement μ	Profils de V	Profils de σ_{yy}	Profils de σ_{xy}
Description du maillage	+	++++	+	+
Rigidité	+	++++	+	+
Rigide/déformable	+	++++	+	+

Table 7.3 – *Tableau récapitulatif de l'influence des propriétés des premiers corps sur le comportement global du troisième corps en 2D.*

Cette influence sur la cinétique de l'interface va donc avoir une influence sur la localisation de la dissipation au sein de l'interface et en vu de coupler le modèle mécanique au modèle thermique, les changements auront une incidence sur la localisation du profil de température.

7.4 Influence des propriétés du troisième corps

Dans les sections précédents, nous avons regardé l'influence des propriétés (en terme de description, de rigidité et de comportement) des premiers corps sur la rhéologie de l'interface. Dans cette section, nous proposons de revenir sur l'influence des propriétés du troisième corps sur sa propre rhéologie. L'influence de son épaisseur et de sa granulométrie sont étudiées.

7.4.1 Influence de l'épaisseur du troisième corps

Les simulations utilisées sont basées sur les modèles "rigide" et "déformable-rigide" (cf. figure 7.1). Les propriétés du troisième corps sont identiques en terme de granulométrie et propriété mécanique. Deux hauteurs utilisées, notées H_1 et H_2 sont respectivement égale à 0.025 et 0.05 mm. Ces épaisseurs de troisième corps correspondent à deux nombres inertiels égaux à 2.11×10^{-3} et 1.055×10^{-3} . On constate que ces deux valeurs

sont inférieures à la valeur seuil ($I < 10^{-2}$), ce qui est caractéristique des échantillons très denses pour le cisaillement [76, 78, 81]. Comme précédemment, les simulations sont effectuées pour des valeurs de η allant de 0 à 1.25×10^{-2} .

7.4.1.1 Coefficient de frottement macroscopique

La figure 7.21 montre l'évolution du coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ en fonction de l'intensité de cohésion η et de l'épaisseur du troisième corps pour les lois de contact *IQS* et *ELAS*. Il y a peu de différences entre les courbes que l'on obtient pour les différentes épaisseurs H_1 et H_2 . Donc, les deux épaisseurs testées sont peu influentes sur le coefficient de frottement macroscopique. Ces remarques sont en bon accord en comparaison avec des travaux dans la littérature [78, 102, 114, 115], où on observe que lorsque le nombre inertiel reste faible ($I < 10^{-2}$), le coefficient de frottement global varie peu.

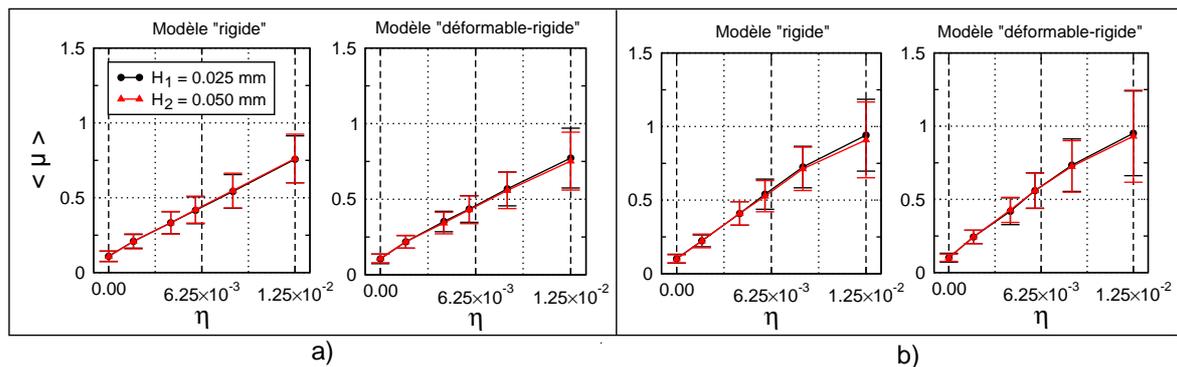


Figure 7.21 – Relation entre le coefficient de frottement global moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η en fonction de l'épaisseur du troisième corps pour les lois de contact (a) *IQS* et (b) *ELAS*.

7.4.1.2 Profils de contrainte

Pour les profils de contrainte σ_{yy} et σ_{xy} , on obtient les mêmes résultats pour le modèle "rigide" et "déformable-rigide" lorsque l'on change l'épaisseur du troisième corps. Comme les résultats précédents, en terme de contrainte σ_{yy} , pour les différentes cohésions et les deux épaisseurs H_1 et H_2 , les deux troisièmes corps restent denses. C'est pourquoi, la valeur moyenne de σ_{yy} reste inchangée (égale à la pression imposée P de 100 MPa). En terme de profils de contraintes σ_{xy} , ils sont similaires suivant l'épaisseur du troisième corps et les valeurs moyennes de σ_{xy} augmente avec l'augmentation de η [107].

7.4.1.3 Profils de vitesse

La figure 7.22 montre les profils de vitesse pour les modèles “rigide” et “déformable-rigide” en fonction de l’intensité de cohésion η et pour les différentes épaisseurs de troisième corps H_1 et H_2 pour la loi de contact IQS . Lorsque nous augmentons l’épaisseur du troisième corps, nous observons des différences de profils de vitesse aussi bien pour le modèle “rigide” que pour le modèle “déformable-rigide” selon l’épaisseur H_1 et H_2 .

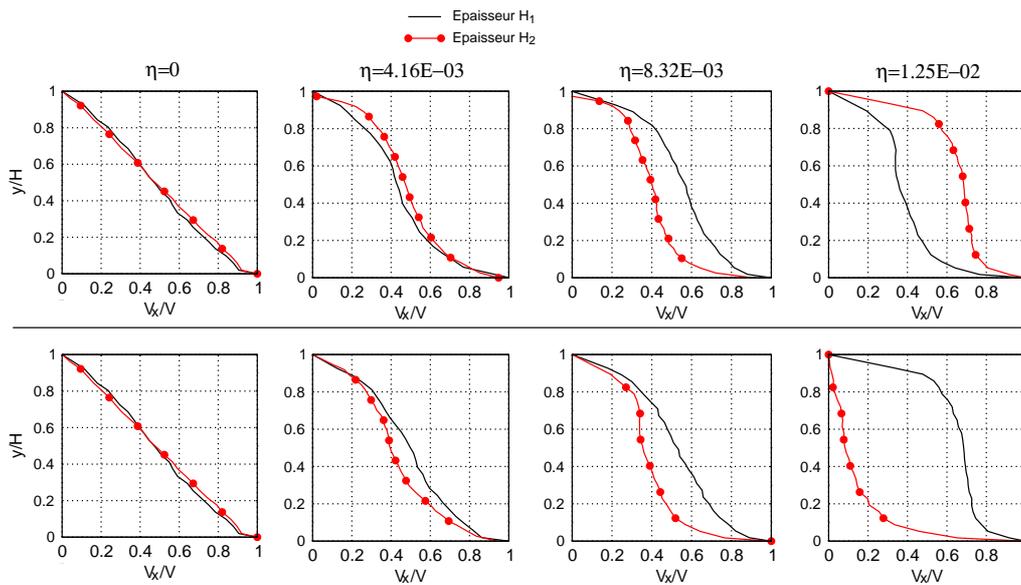


Figure 7.22 – Profil de vitesse au travers de l’épaisseur du troisième corps en fonction de l’intensité de cohésion η et l’épaisseur du troisième corps pour les modèles (en haut) “rigide” et (en bas) “déformable-rigide”.

On constate que lorsque l’épaisseur du troisième corps change, le taux de cisaillement $\dot{\tau}$ (Eq. 6.4) change aussi. Ce changement influence les profils de vitesse au travers de l’épaisseur du troisième corps [101]. On obtient un écoulement de type Couette pour une intensité de cohésion nulle quelque soit l’épaisseur du troisième corps et quelque soit le modèle utilisé [76, 81]. Pour des valeurs non nulle de η , il devient difficile de retrouver des similarités entre les profils de vitesse obtenus avec les différentes épaisseur de troisième corps et ceci quelque soit le modèle. Ceci souligne l’importance de la description du troisième corps pour pouvoir en déterminer sa rhéologie, et qu’une donnée d’étude telle que la hauteur est aussi importante que la déformation des premiers corps.

7.4.2 Etude des granulométries de troisième corps

Dans le cadre de nos simulations, nous nous intéressons maintenant à l'influence de la granulométrie du troisième corps sur sa rhéologie. Le modèle de simulation est basé sur le modèle "déformable-rigide" (cf. figure 7.1). Deux valeurs de cohésion sont utilisées : une cohésion γ_1 nulle et une autre cohésion γ_2 égale à $0.25 N$ pour une loi de contact IQS . Nous utilisons six granulométries différentes notées GR_i dans le tableau 7.4.

Type GR_i	R_{min} (mm)	R_{max} (mm)	\bar{R} (mm)	Nombre inertiel (I)	η_1	η_2
GR_1	0.24×10^{-3}	0.36×10^{-3}	0.3×10^{-3}	1.055×10^{-3}	0	4.166×10^{-3}
GR_2	0.32×10^{-3}	0.48×10^{-3}	0.4×10^{-3}	1.406×10^{-3}	0	3.125×10^{-3}
GR_3	0.40×10^{-3}	0.60×10^{-3}	0.5×10^{-3}	1.758×10^{-3}	0	2.500×10^{-3}
GR_4	0.48×10^{-3}	0.72×10^{-3}	0.6×10^{-3}	2.110×10^{-3}	0	2.083×10^{-3}
GR_5	0.56×10^{-3}	0.84×10^{-3}	0.7×10^{-3}	2.461×10^{-3}	0	1.785×10^{-3}
GR_6	0.76×10^{-3}	0.84×10^{-3}	0.8×10^{-3}	2.812×10^{-3}	0	1.562×10^{-3}

Table 7.4 – *Granulométries utilisées pour les différentes simulations.*

7.4.2.1 Coefficient de frottement macroscopique

La relation entre le coefficient du frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et la granulométrie du troisième corps est présentée sur la figure 7.23. La figure 7.23.a montre l'évolution de $\langle \mu \rangle$ en fonction du nombre inertiel I lorsque la cohésion est nulle. Cette évolution est quasi constante. Ceci recoupe les résultats de la littérature [78, 81, 102, 114, 115] qui montrent que pour I très faible ($I < 10^{-2}$), le coefficient de frottement reste constant.

Lorsqu'il y a une cohésion locale (γ égale à $0.25 N$), l'augmentation de la taille des particules de troisième corps entraîne une diminution de l'intensité de cohésion η (eq. 6.6). On observe sur la figure 7.23.b que le coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ augmente avec l'augmentation de l'intensité de cohésion η ainsi que la diminution de la taille des particules constituant le troisième corps. Ces remarques sont en bon accord avec la littérature [79, 101, 107]. Nous retrouvons aussi un comportement identique à celui observé expérimentalement [119] et numériquement [11]. Il est intéressant de noter que la diminution de la taille des particules de troisième corps a le même effet sur le frottement macroscopique que l'augmentation de la cohésion locale à taille constante [11, 109].

De plus, l'augmentation de la taille des particules entraîne une augmentation des barres d'erreur. Cette augmentation des barres d'erreur s'explique par la diminution

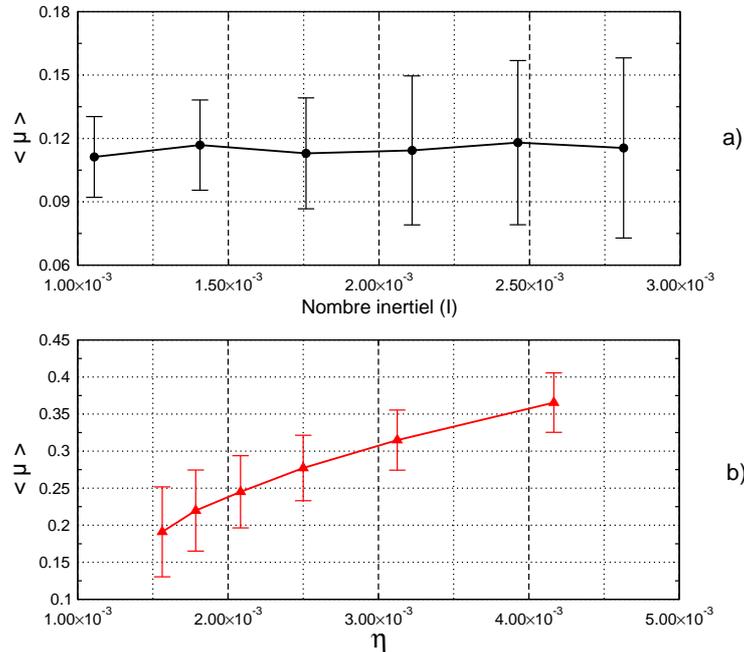


Figure 7.23 – Coefficient de frottement macroscopique (a) en fonction du nombre inertiel I pour le cas sans cohésion locale (η est nulle) et (b) en fonction de l'intensité de cohésion η (I faible).

du nombre de particules dans l'échantillon, conduisant à des statistiques plus bruitées. Pour le cas avec cohésion locale, il est normal d'observer une augmentation du frottement $\langle \mu \rangle$. En effet la diminution de la taille fait qu'il y a un plus grand nombre d'interactions dans l'échantillon et donc un nombre de contacts plus important s'opposant au cisaillement. La force tangentielle est donc proportionnelle à ce nombre de particules donc le frottement $\langle \mu \rangle$ aussi. Lorsqu'il n'y a pas de cohésion, cet effet n'est pas observé.

7.4.2.2 Champs de déplacements et profils de vitesse

Pour faciliter la vision du profil d'écoulement lorsque l'on effectue un cisaillement de troisième corps avec différente granulométrie, nous avons colorié le troisième corps de deux couleurs différentes, perpendiculairement à la direction de cisaillement. La figure 7.24 montre ainsi le champs de déplacement des particules du troisième corps pour les différents granulométries pour les cas sans et avec cohésion locale (γ égale à $0.25 N$). Pour le cas sans cohésion locale, le champs de déplacements de toutes les granulométries est similaire (en moyenne). On observe un profil d'écoulement de type Couette [11].

Pour le cas avec cohésion locale, le champs de déplacement des particules du troi-

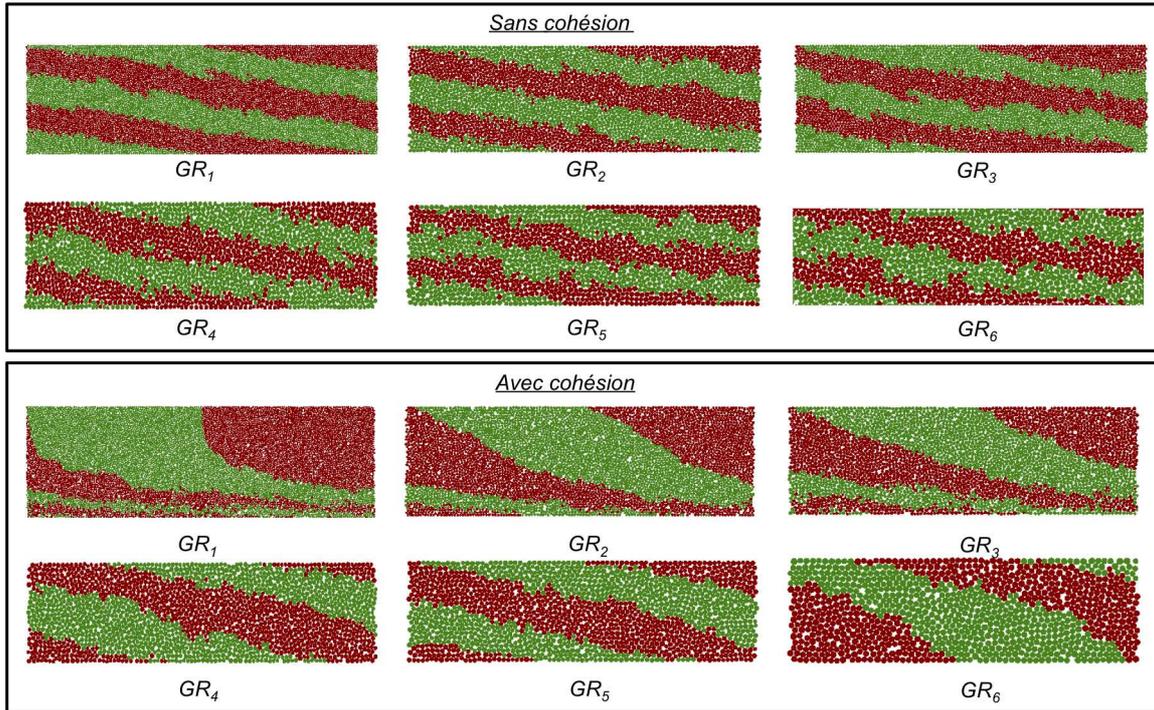


Figure 7.24 – Visualisations du champs de déplacement des particules en fonction de la granulométrie pour le cas (en haut) sans et (en bas) avec une cohésion locale.

sième corps change selon l’augmentation de la granulométrie de troisième corps. A cohésion constante, pour des granulométries faibles (GR_1, GR_2, GR_3), l’intensité de cohésion est grande. Le troisième corps s’apparente à un matériau solide rattaché au premier corps supérieur. Sous cisaillement, il y a une accommodation au niveau du premier corps inférieur. Lorsque la granulométrie augmente (GR_4, GR_5, GR_6), l’intensité de cohésion η est faible. Dans ce cas, la force cohésive n’est pas suffisante pour garder le matériau sous un état solide. Les champs de déplacement des particules du troisième corps sont donc proches de celle d’un type Couette [11].

Le champs de déplacement des particules du troisième corps coïncident avec les profils de vitesse de la figure 7.25. Pour le cas sans cohésion, les profils de vitesse sont linéaires pour toutes les granulométries [81, 116–118]. Pour le cas avec cohésion locale, ils ne sont plus linéaires et on observe une localisation avec la diminution de la taille des particules [101]. Dans le modèle “déformable-rigide”, on a une accommodation de déformation au niveau du premier corps supérieur, donc on observe une accommodation de vitesse au niveau du premier corps inférieur pour une granulométrie faible (GR_1, GR_2, GR_3), tandis que les autres granulométries (GR_4, GR_5, GR_6) sont comme linéaires [11].

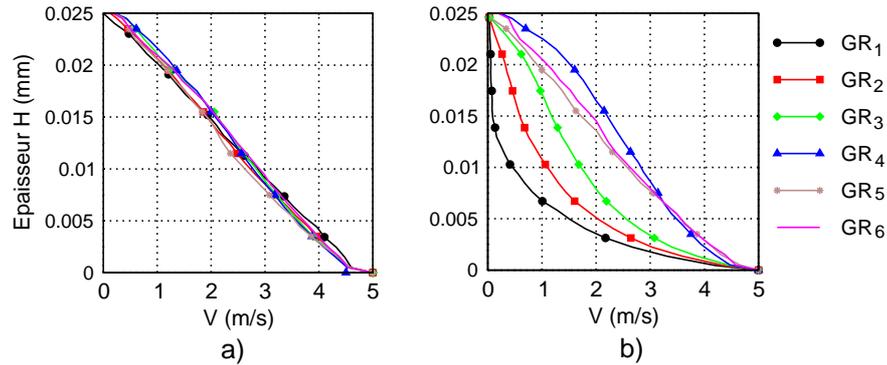


Figure 7.25 – Profils de vitesse en fonction de la granulométrie du troisième corps pour le cas (a) sans et (b) avec une cohésion locale.

7.4.2.3 Profils de contrainte

La figure 7.26 présente les profils de contrainte σ_{yy} et σ_{xy} dans le troisième corps en fonction de la granulométrie pour les cas sans et avec cohésion locale.

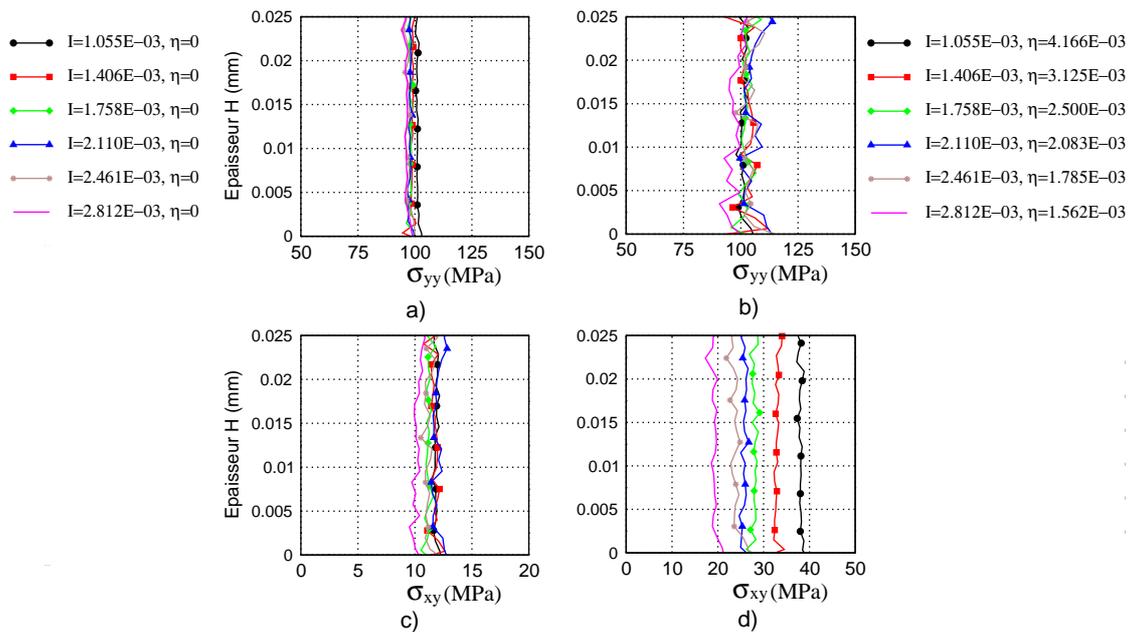


Figure 7.26 – Profils de contrainte σ_{yy} (en haut) et σ_{xy} (en bas) en fonction du nombre inertiel I pour le cas sans cohésion locale (η est nulle) (a et c) et en fonction de l'intensité de cohésion η avec le cas avec une cohésion locale (I est faible) (b et d).

Au niveau de la contrainte σ_{yy} (cf. figure 7.26.a et b), les valeurs moyennes pour les différentes granulométries et cohésions sont toujours similaires. Elles sont égales à la pression P appliquée sur le premier corps supérieur. Mais l'évolution de σ_{yy} pour le cas

avec cohésion est plus bruitée que le cas sans cohésion. On retrouve aussi les résultats présentés par da Cruz [81] indiquant que la composante σ_{yy} est constante quelque soit le nombre inertiel I . Ce résultat a été aussi mis en évidence pour les écoulements denses [106, 126–128].

Au niveau de la contrainte σ_{xy} (cf. figure 7.26.c et d) dans le cas sans cohésion (η égale nulle), les courbes obtenues sont quasi identiques [81] et la valeur moyenne est égale à environ 10 MPa. Dans le cas avec cohésion (γ égale à 0.25 N), la diminution de la granulométrie du troisième corps entraîne l’augmentation de l’intensité de cohésion η . C’est pourquoi, on obtient une augmentation de σ_{xy} avec la diminution de η . On retrouve un même comportement du coefficient de frottement global avec le rapport de la contrainte de cisaillement sur la contrainte de compression [78, 81].

7.4.3 Conclusion

Nous venons de voir l’influence des propriétés du troisième corps (épaisseur et granulométrie) sur sa rhéologie (cf. tableau 7.5).

Local \ Global	Frottement μ	Profils de V	Profils de σ_{yy}	Profils de σ_{xy}
Epaisseur	+	++++	+	+
Granulométrie	++++	++++	+	++++

Table 7.5 – Tableau récapitulatif de l’influence des propriétés du troisième corps sur son comportement global en 2D.

Au niveau de l’épaisseur du troisième corps, même si en terme de force (évolution de frottement, profils des contraintes), il y a peu d’influence, en terme de cinétique (profil de vitesse) l’influence est beaucoup plus grande. Au niveau de la granulométrie du troisième corps, elle présente donc une grande influence sur la rhéologie du troisième corps en terme d’évolution de frottement et des profils des contraintes et de vitesse. Le choix de la description du troisième corps est donc très important puisqu’il peut conditionner sa rhéologie et ceci sous-entend que le choix du VER associé au modèle est primordial.

7.5 Influence des conditions aux limites

Après avoir regardé l’influence de la description et du comportement des premiers corps et du troisième corps sur la rhéologie du troisième corps, nous clôturons cette

partie par l'étude de l'influence des conditions limites sur la rhéologie du troisième corps. Le but de cette section est de vérifier l'influence des variables pression P et vitesse cisaillement V sur la rhéologie du troisième corps sous une sollicitation de cisaillement.

7.5.1 Influence de la vitesse imposée

Les tests pour observer l'influence de la vitesse imposée V sur la rhéologie du troisième corps sont réalisés sur les modèles "rigide" et "déformable-rigide" (cf. figure 7.1). Dans ces simulations, la pression appliquée P est constante et égale à 100 MPa tandis que la vitesse de cisaillement varie de 5, 10, 20 et 40 $m.s^{-1}$ [129]. Les simulations sont effectuées pour des intensités de cohésion η allant de 0 à 1.25×10^{-2} . Tous les paramètres sont présentés dans le tableau 7.6.

Vitesse de cisaillement	Valeur de vitesse ($m.s^{-1}$)	Pression P (MPa)	Nombre inertiel correspondant (I)
V_1	5	100	2.110×10^{-3}
V_2	10	100	4.220×10^{-3}
V_3	20	100	8.440×10^{-3}
V_4	40	100	1.688×10^{-2}

Table 7.6 – Paramètres utilisés pour étudier l'influence de la vitesse de cisaillement V_i sur la rhéologie du troisième corps.

7.5.1.1 Coefficient de frottement macroscopique

La figure 7.27 présente l'évolution du coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ en fonction du nombre inertiel I , l'intensité de cohésion η et la loi de contact IQS et $ELAS$ pour chaque modèle de simulation "rigide" et "déformable-rigide".

Au niveau du modèle "rigide" (ou même du modèle "déformable-rigide"), on constate que le frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ augmente avec l'intensité de cohésion η . De plus, il augmente aussi avec l'augmentation du nombre inertiel I . Lorsque I est faible ($I < 10^{-2}$), le coefficient de frottement augmente légèrement, mais lorsque I devient plus grand ($I > 10^{-2}$), le coefficient de frottement augmente [78, 79, 107] quelque soit le modèle de simulation et la loi de contact. On retrouve le même comportement observer expérimentalement [120, 121, 123] et numériquement [81, 103]. Donc, le frottement macroscopique est fonction de la vitesse imposée V [122]. Toutefois on peut noter que les vitesses utilisées sont très grandes et qu'à faible vitesse cette influence est moindre. Sous effet de l'augmentation de la vitesse de cisaillement, il y a une compétition entre la partie "cohésive" et la partie de "cisaillement". Dans un régime quasi-statique de

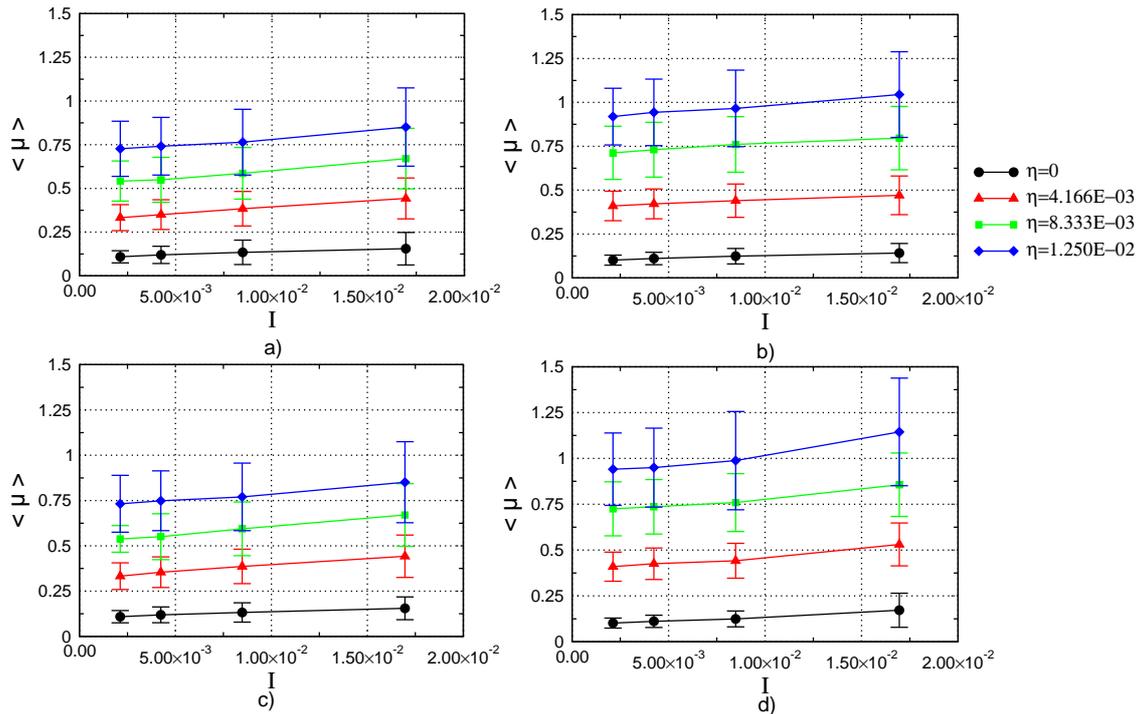


Figure 7.27 – Coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction du nombre inertiel I et l'intensité de cohésion η pour le modèle "rigide" ((a) loi IQS et (b) loi ELAS) et le modèle "déformable-rigide" ((c) loi IQS et (d) loi ELAS).

cisaillement, il semble que la vitesse n'est pas assez forte pour briser les liens entre particules. C'est pourquoi, la force tangentielle augmente ainsi que le frottement.

7.5.1.2 Profils de vitesse

Pour comparer les profils de vitesse en fonction de la vitesse de cisaillement, on adimensionne chaque profil par la vitesse imposée (V_x/V) et l'épaisseur du troisième corps (y/H). La figure 7.28 présente plusieurs profils de vitesse en fonction de la vitesse imposée, de l'intensité de cohésion η , des lois de contact IQS et ELAS ainsi que du modèle de simulation.

On constate que, lorsque η est nulle, les profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps restent quasiment linéaires avec l'augmentation de la vitesse de cisaillement (ainsi que du nombre inertiel I), il n'y a pas de localisation de l'écoulement avec différent nombre inertiel I . Ces remarques vont dans le sens de plusieurs études précédentes [76, 81, 101].

En présence de cohésion, quelque soit le modèle et la loi de contact utilisés, le profil de vitesse n'est plus linéaire (cf. figure 7.28). Il y a des localisations qui augmentent

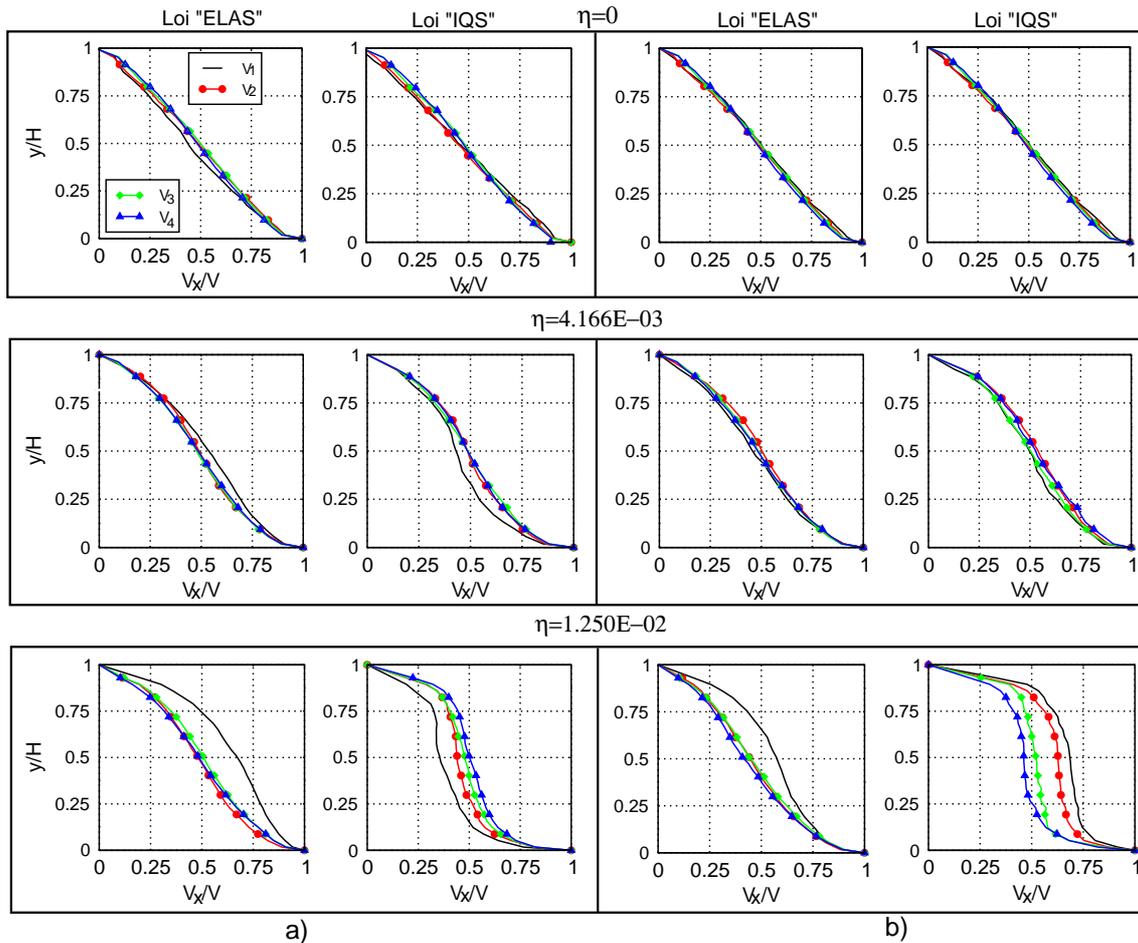


Figure 7.28 – Profils de vitesse en fonction de la vitesse imposée, de la loi de contact IQS et ELAS et selon des intensités de cohésion η égale à 0, $4.166E-03$, $1.250E-02$ pour les modèles (a) “rigide” et (b) “déformable-rigide”.

avec l’augmentation de l’intensité de cohésion η . Les résultats de profils de vitesse sont en bon accords avec la littérature [101, 131, 132]. Ils démontrent que lorsque le nombre inertiel I est faible, la forme du profil de vitesse reste identique (η est constante) et que des localisations apparaissent avec l’augmentation de l’intensité de cohésion η .

7.5.1.3 Profils de contrainte

Concernant les profils de contrainte σ_{yy} , on obtient les mêmes résultats comme précédemment pour le modèle “rigide” et “déformable-rigide” lorsque l’on change la vitesse imposée. La valeur moyenne de la contrainte σ_{yy} reste inchangée et égale à 100 MPa (égale à la pression P) [81].

La figure 7.29 présente le profil de contrainte σ_{xy} lorsque l’on augmente la vitesse

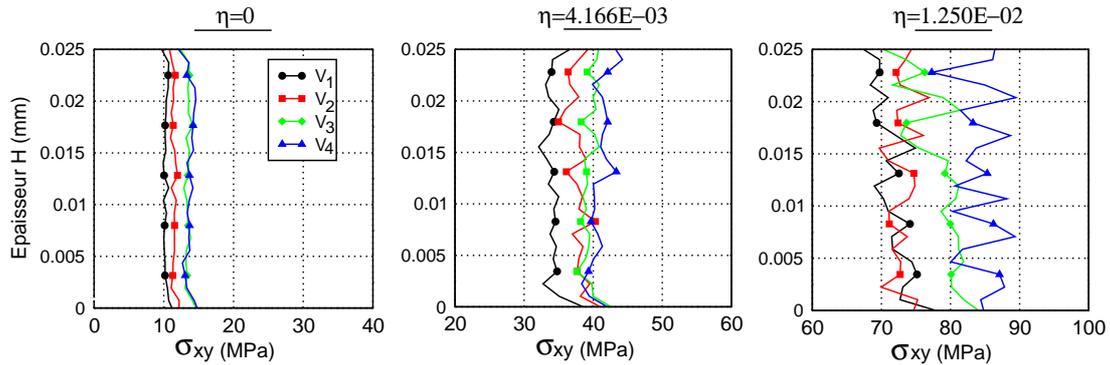


Figure 7.29 – Profil de contrainte σ_{xy} dans l'épaisseur du troisième corps en fonction de la vitesse imposée V avec des intensités de cohésion η égale à 0, $4.166E-03$, $1.250E-02$.

imposée pour le modèle “déformable-rigide” avec la loi de contact *IQS*. On constate que, la valeur moyenne de ces profils augmente avec l’augmentation de la vitesse imposée V , de plus les courbes sont beaucoup plus bruitées avec l’augmentation de la vitesse. Lorsque la vitesse augmente, la compétition entre la partie “cohésive” et la partie de “cisaillement” entraîne une augmentation de la force tangentielle et des barres d’erreurs. C’est pourquoi, il y a une relation de proportionnalité entre la vitesse imposée et la valeur moyenne du profil de contrainte σ_{xy} [78, 81].

7.5.2 Influence de la pression appliquée P

Les tests sont réalisés sur le modèle “déformable-rigide” (cf. figure 7.1). Dans ces simulations, la vitesse de cisaillement V est égale à 5 m.s^{-1} mais la pression varie pour prendre les valeurs de 20, 50 et 100 MPa . Les simulations sont effectuées pour des forces de cohésion γ allant de 0 à 1.5 N . Tous les paramètres sont présentés dans le tableau 7.7.

Pression (P_i)	Valeur de pression (MPa)	Vitesse V (m.s^{-1})	Nombre inertiel (I)
P_1	100	5	2.110×10^{-3}
P_2	50	5	2.990×10^{-3}
P_3	20	5	4.739×10^{-3}

Table 7.7 – Paramètres utilisées pour étudier l’influence de la pression sur la rhéologie du troisième corps.

7.5.2.1 Coefficient de frottement macroscopique

Quelque soit la valeur de la cohésion γ (cf. figure 7.30.a et b), le coefficient de frottement macroscopique augmente avec le nombre inertiel I [78, 79, 107]. Autrement dit le frottement est plus important lorsque la pression imposée diminue [122]. Ceci est comparable à des travaux antérieurs numérique [121] et expérimentaux [124, 125]. La diminution de la pression entraîne une augmentation de l'intensité de cohésion η (cf. Eq. 6.6). Cette augmentation s'oppose au cisaillement et augmente la force tangentielle. C'est pourquoi, le frottement augmente.

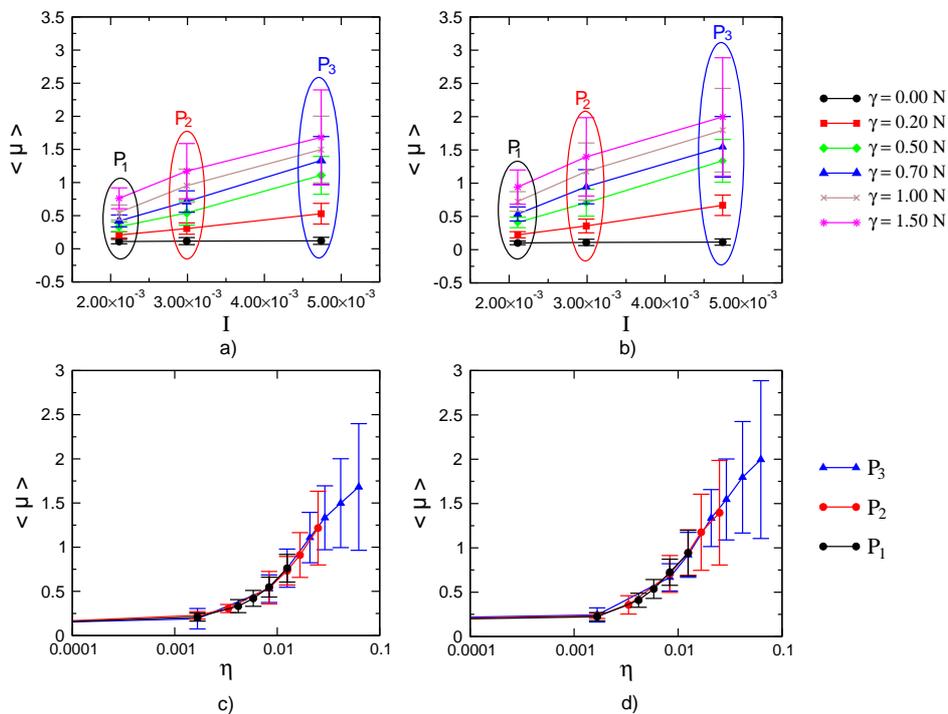


Figure 7.30 – Coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction du nombre inertiel I pour la loi de contact (a) IQS et (b) ELAS. Coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction de l'intensité de cohésion η pour la loi de contact (c) IQS et (d) ELAS.

La figure 7.30.c et 7.30.d présente l'évolution du coefficient de frottement macroscopique en fonction de l'intensité de cohésion η . Nous constatons que pour différente pression appliquée, le frottement et sa fluctuation augmente avec l'augmentation de l'intensité de cohésion η . En utilisant le paramètre sans dimension η , on obtient la même évolution du frottement pour les différentes pression appliquée. La diminution de la pression P permet obtenir des valeurs de η plus grande. Mais quelque soit les valeurs de pression P , les courbes ($\langle \mu \rangle - \eta$) se superpose montrant que la pression n'est pas influente sur le profil d'évolution ($\langle \mu \rangle - \eta$) (cf. figure 7.30.c et d) et (cf. table 7.8).

Il est intéressant de noter que la diminution de la pression appliquée a le même effet sur le coefficient de frottement macroscopique que la diminution de la cohésion locale à η constante.

Loi de contact	η	μ_1	P_1 MPa	γ_1 N	μ_2	P_2 MPa	γ_2 N	μ_3	P_3 MPa	γ_3 N
IQS	0.0	<u>0.118</u>	100	0.0	<u>0.120</u>	50	0.0	<u>0.121</u>	20	0.0
	8.333E-03	<u>0.548</u>	100	1.0	<u>0.551</u>	50	0.50	<u>0.557</u>	20	0.2
	1.250E-02	<u>0.762</u>	100	1.5	<u>0.760</u>	50	0.75	<u>0.758</u>	20	0.3
ELAS	0.0	<u>0.120</u>	100	0.0	<u>0.121</u>	50	0.0	<u>0.119</u>	20	0.0
	8.333E-03	<u>0.725</u>	100	1.0	<u>0.718</u>	50	0.50	<u>0.722</u>	20	0.2
	1.250E-02	<u>0.941</u>	100	1.5	<u>0.937</u>	50	0.75	<u>0.945</u>	20	0.3

Table 7.8 – Comparaison les résultats de simulation lorsque le changement de la pression appliquée P et la cohésion locale correspondante γ .

7.5.2.2 Profils de vitesse

La figure 7.31 présente les profils de vitesse en fonction de la pression appliquée, les lois de contact *IQS* et *ELAS* ainsi que l'intensité de cohésion η .

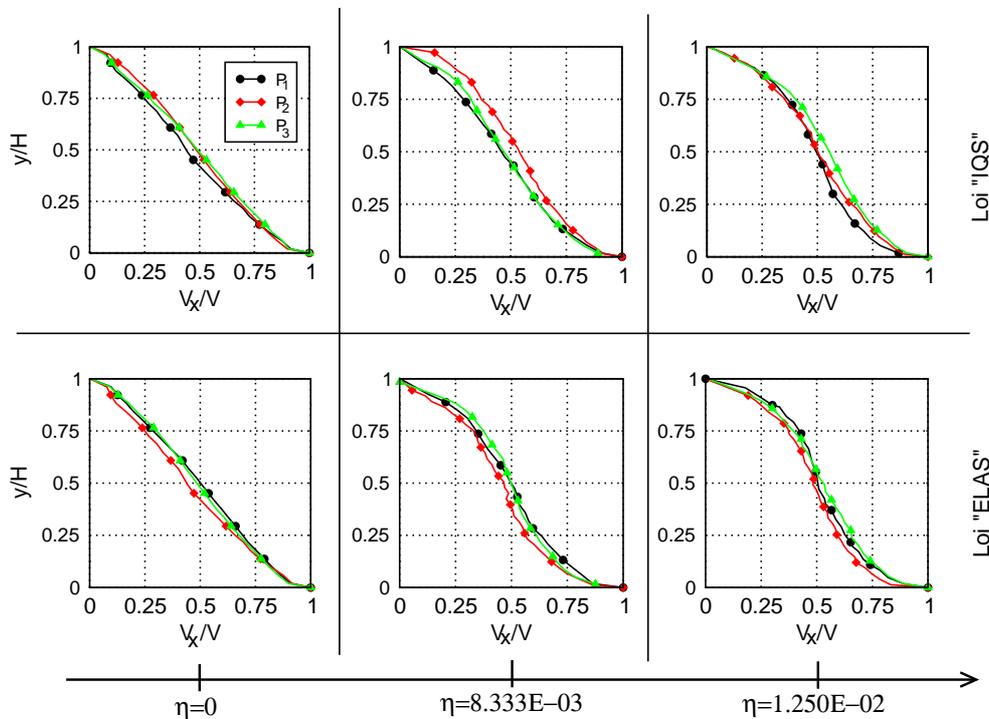


Figure 7.31 – Profils de vitesse en fonction de la pression appliquée et l'intensité de cohésion η selon la loi de contact (en haut) *IQS* et (en bas) *ELAS*.

Lorsque η est nulle, les profils de vitesse sont comme l'écoulement de type Couette. Cette remarque coïncide avec la littérature [76, 81], si $I < 10^{-2}$, le profil de vitesse est toujours linéaire. En présence de cohésion locale, il y a des localisations sur le profil de vitesse ainsi que sur l'écoulement. Les profils de vitesse ont la même forme pour les différentes pressions appliquées pour chaque loi de contact et chaque intensité de cohésion η . De plus, la localisation des profils de vitesse augmente avec l'intensité de cohésion η (cf. figure 7.31). On peut donc dire que le changement de la pression P a peu d'influence sur le profil de vitesse à intensité de cohésion η constante. Ces résultats recourent les résultats obtenues par Rognon et al. [101, 131, 132].

7.5.2.3 Profils de contrainte

La figure 7.32 montre les profils de contrainte σ_{yy} et σ_{xy} dans l'épaisseur du troisième corps en fonction de la pression, l'intensité de cohésion η et pour la loi de contact IQS . Au niveau du profil de contrainte σ_{yy} , comme précédemment, il dépend fortement de la pression appliquée P_i sur le premier corps supérieur. En moyenne, la valeur moyenne de σ_{yy} est toujours égale à la pression appliquée.

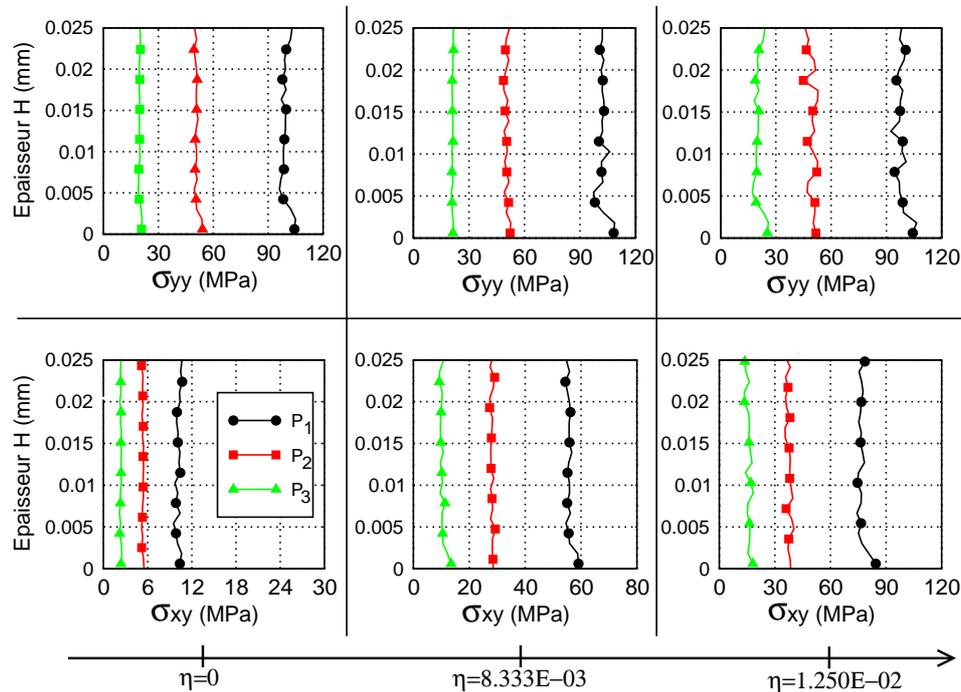


Figure 7.32 – Profil de contrainte σ_{yy} (en haut) et σ_{xy} (en bas) en fonction de la pression appliquée et l'intensité de cohésion η .

Au niveau du profil de contrainte σ_{xy} , pour chaque loi de contact et pression, la valeur moyenne de celui-ci augmente avec l'intensité de cohésion η . Logiquement la

pression imposée influence les profils de contrainte σ_{yy} et σ_{xy} . Avec différente pression appliquée, on obtient un comportement du coefficient de frottement macroscopique identique au rapport de contrainte de cisaillement sur la contrainte de compression [81, 107].

7.5.3 Conclusion

Selon l'étude de l'influence des conditions aux limites (vitesse imposée et pression appliquée) sur la rhéologie du troisième corps (cf. tableau 7.9). Au niveau de la vitesse imposée, il y a une plus influence en terme de cinétique (profil de vitesse) et en terme de force (évolution du frottement, profil de contrainte). L'augmentation de la vitesse entraîne l'augmentation légèrement du frottement macroscopique.

Au niveau de la pression appliquée, elle est plus influente en terme cinétique (profil de vitesse) et sur le frottement à intensité de cohésion η constante. Celle-ci est beaucoup plus influente sur le frottement et les profils de contrainte au niveau de la cohésion locale γ constante (cf. figure 7.30.a et 7.30.b). De plus, le frottement devient plus important lorsque la pression imposée diminue.

Local \ Global	Frottement μ	Profils de V	Profils de σ_{yy}	Profils de σ_{xy}
Vitesse V	++	++	+	++
Pression P	++++	++	++++	++++

Table 7.9 – Tableau récapitulatif de l'influence des conditions limites sur le comportement global du troisième corps en 2D.

7.6 Conclusion

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à étudier la rhéologie du troisième corps sous une sollicitation dynamique. Les efforts ont été menés aussi bien sur la description des premiers corps (description du maillage, rigidité et comportement rigide/déformable...) que sur la description du troisième corps (épaisseur et granulométrie) et les sollicitations exercées sur l'échantillon.

L'influence des variables locales sur les mesures globales est présentée dans le tableau 7.10. D'abord, nous observons une peu influence de la loi d'interaction sur les comportements globaux dans le cas sans cohésion, tandis qu'en présence de la cohésion, cet influence est plus. De plus, nous observons une grande influence de la cohésion locale sur la rhéologie du troisième corps. La cohésion locale s'oppose aux cisaillement

Local \ Global	Frottement μ	Profils de V	Profils de σ_{yy}	Profils de σ_{xy}
Description du maillage	+	++++	+	+
Rigidité	+	++++	+	+
Rigide/déformable	+	++++	+	+
Epaisseur	+	++++	+	+
Granulométrie	++++	++++	+	++++
Cohésion locale	++++	++++	+	++++
Loi d'interaction (γ)	+ / ++	+ / ++	+ / +	+ / ++
Vitesse V	++	++	+	++
Pression P	++++	++	++++	++++

Table 7.10 – *Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 2D.*

local (les particules) et donc global (les corps en contact), entraînant l'augmentation du frottement macroscopique et l'observation de localisations sur les profils d'écoulement.

Nous avons pu voir l'influence de la vitesse de cisaillement et de la charge imposée sur le frottement global et les profils de contraintes. Une vitesse de cisaillement plus importante et une diminution de pression imposée génèrent un frottement global plus important. Ceci est dû à une intensité de cohésion et un taux de cisaillement plus importants. Les profils de vitesse restent inchangés selon ces effets.

Le changement de la description des premiers corps en contact influence peu le frottement mais a une incidence sur les profils de vitesse. Les propriétés des premiers corps influencent la rhéologie du troisième corps. L'épaisseur du troisième corps est peu influente sur le coefficient de frottement macroscopique et les profils de contraintes mais elle est beaucoup plus influente sur les profils de vitesse. L'influence de la granulométrie a été également dégagée.

Pour synthétiser l'ensemble de ces résultats, on peut dire que le choix du modélisateur peut avoir de fortes conséquences sur les résultats mesurés. Les approches discrètes sont très utiles et efficaces pour représenter la rhéologie de l'interface mais le choix du modèle doit être mûrement réfléchi. De plus, il semble difficile de pouvoir dégager une tendance générale par ces méthodes au vu des problèmes soulevés. Ceci sous entend que pour écrire un modèle rhéologique, il faut connaître l'ensemble des données matériaux et pouvoir qualifier la carte d'identité du troisième corps d'un point de vue expérimental.

Chapitre 8

Modélisation tridimensionnelle du troisième corps

Sommaire

8.1	Introduction	124
8.2	Description du modèle	124
8.3	Coefficient de frottement macroscopique	126
8.4	Etude des profils de vitesse	128
8.4.1	Cohésion faible	128
8.4.2	Cohésion intermédiaire	129
8.4.3	Cohésion forte	131
8.4.4	Synthèse	132
8.5	Etude des profils de contrainte	133
8.5.1	Profils de contrainte de compression	133
8.5.2	Profils de contrainte de cisaillement	134
8.6	Conclusion	135

8.1 Introduction

L'analyse précédente a permis d'observer l'influence de nombreux paramètres, reliés aux premiers corps, au troisième corps et aux conditions limites, sur le comportement global du troisième corps. Les simulations proposent des résultats intéressants et apportent une vision globale du comportement du troisième corps .

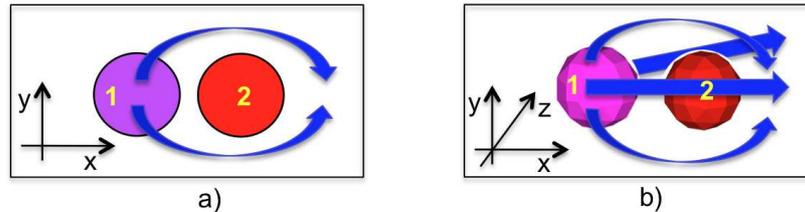


Figure 8.1 – *Illustration de la principale différence entre la modélisation 2D et 3D dans le mouvement de deux particules, pour passer la particule 2, la particule 1 possède deux possibilités en 2D (a) et une infinité en 3D (b).*

Cependant un paramètre important n'a pas encore été pris en compte : la dimension du modèle. En effet la modélisation 3D offre plus de souplesse que la modélisation 2D. Si l'on regarde la figure 8.1, dans un modèle en deux dimensions, la particule 1 n'a que deux solutions possibles pour "passer" la particule 2. En 3D, le nombre de possibilité est beaucoup plus important (infini). La question ici est donc, comme dans la section précédent, de savoir à quel niveau joue la dimension du modèle sur le comportement du troisième corps ?

8.2 Description du modèle

Comme pour la modélisation 2D, les modèles de simulations 3D sont aussi basés sur un couplage entre modèles rigide et déformable. Toutefois, pour prendre en compte la déformation du premier corps sur la rhéologie du troisième corps, on n'utilise pas un modèle éléments finis mais un modèle utilisant un réseau de ressorts. Ce modèle est comparé à l'approche classique utilisant un premier corps rigide [11, 111]. Les deux modèles "rigide" et "déformable" utilisés dans les simulations sont présentés sur la figure 8.2.

Dans le modèle "rigide", chaque premier corps est composé de sphères rigides fixées les unes par rapport aux autres. La taille des sphères est constante et égale à la taille moyenne des sphères constituant le troisième corps (cf. figure 8.2.a).

Dans le modèle "déformable", le premier corps supérieur est modélisé par un réseau

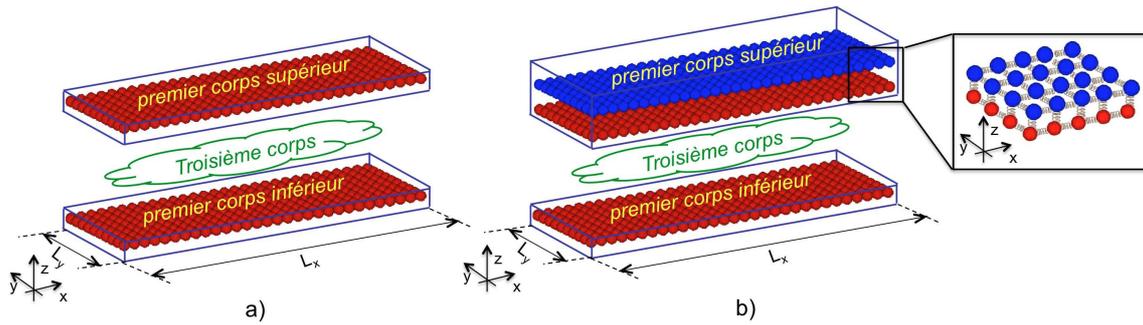


Figure 8.2 – Modèles de simulation (a) modèle "rigide" utilisant deux premiers corps rigides; (b) modèle "déformable" utilisant le premier corps supérieur déformable et le premier corps inférieur rigide.

de ressorts (cf. figure 8.2.b). Ce corps est constitué de 2 couches de sphères : les sphères de la première couche et de la deuxième couche sont connectées par des ressorts pour permettre une déformation locale du premier corps supérieur. Le premier corps inférieur est rigide avec les même propriétés que dans le modèle "rigide" (cf. figure 8.2.a).

Le troisième corps (ou cellule de cisaillement) est contenu dans une "boîte" rectangulaire de dimensions, L_x , pour la longueur, L_y , pour la largeur et, H , pour la hauteur. Le troisième corps est constitué de sphères de rayon choisi aléatoirement entre deux valeurs R_{min} et R_{max} (cf. figure 8.3.a).

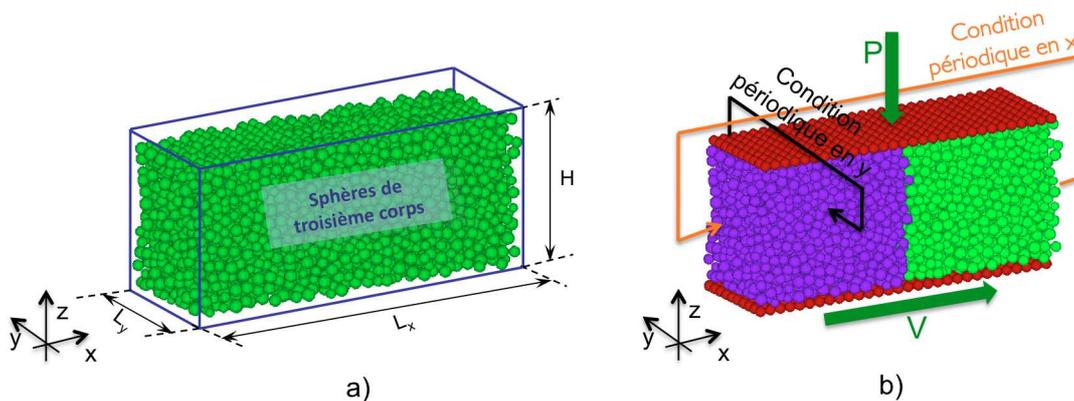


Figure 8.3 – (a) Visualisation des particules constituant le troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" et (b) description des conditions aux limites et les conditions périodiques.

Comme dans les simulations 2D, un couple de conditions aux limites est appliqué sur les premiers corps : une pression verticale P et une vitesse de cisaillement horizontale V (dans la direction x) (cf. figure 8.3.b). Le premier corps supérieur est libre suivant l'axe $(0; \mathbf{z})$ et fixe dans les deux autres directions, tandis que le premier corps

inférieur est libre suivant $(0; \mathbf{x})$ et fixe dans les deux autres directions. Enfin on ajoute des conditions périodiques dans les directions \mathbf{x} et \mathbf{y} (cf. figure 8.3.b). On considère ainsi que, ce contact élémentaire, contenu entre ces deux frontières, se répète à l'infini. Pour des questions de visualisation, les particules sont coloriées de deux différentes couleurs, perpendiculaires à la direction du cisaillement afin de faciliter l'observation de la "déformation" du troisième corps durant la simulation.

Les paramètres utilisés dans les modèles "rigide" et "déformable" sont résumés dans le tableau 8.1.

Corps	Longueur	L_x	0.06	mm
	Largeur	L_y	0.02	mm
	Raideur des ressorts	k	186	$N.m^{-1}$
	Rayon moyen	\bar{R}	0.99×10^{-3}	mm
	Nombre de sphères du 1 ^{er} corps	$N_{sup(inf)}$	300	
	Densité	ρ	7.800	$kg.m^{-3}$
	Hauteur	H	0.03	mm
	Rayon minimum	R_{min}	0.80×10^{-3}	mm
	Rayon maximum	R_{max}	1.10×10^{-3}	mm
	Rayon moyen	\bar{R}	0.99×10^{-3}	mm
Conditions	Nombre de sphères du 3 ^{eme} corps	N_{TC}	4.357	
	Densité	ρ	7.800	$kg.m^{-3}$
	Pression verticale	P	20	MPa
	Vitesse cisaillement	V	5	$m.s^{-1}$
	Loi de contact			<i>IQS</i> <i>ELAS</i>
	Force de cohésion	γ	0–0.001	N
	Raideur de contact	K	10^8	$N.m^{-1}$
	Pas de temps	Δt	10^{-12}	s
	Temps de simulation	t_{simu}	0.2×10^{-5}	s
	Nombre d'itération	N_{ite}	2×10^6	
Nombre inertiel	I	2.38×10^{-3}		
Intensité de cohésion	η	0–25		

Table 8.1 – Paramètres utilisés dans les modèles de simulation.

8.3 Coefficient de frottement macroscopique

La figure 8.4 présente l'évolution du coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction de l'intensité de cohésion η pour les deux modèles "rigide" et "déformable" ainsi que pour les deux lois de contact *IQS* (cf. figure 8.4.a) et *ELAS* (cf. figure 8.4.b). Pour la loi *IQS*, nous obtenons une évolution similaire à celle obtenue avec le modèle

bidimensionnel (cf. figure 7.15) : le frottement augmente quasi linéairement avec l'intensité de cohésion η [78, 101, 107]. Pour la loi *ELAS*, on obtient un comportement du coefficient de frottement particulier : dans une première phase, le frottement augmente quasi linéairement jusqu'à une valeur seuil (ici, η égale à 12.5 pour une valeur $\langle \mu \rangle$ correspondant à 0.48), puis diminue avec l'augmentation de η . Ce comportement est observé dans autres travaux [109, 111, 113]. Le comportement (rigide/déformable) du premier corps supérieur n'est pas influent sur le coefficient de frottement global quelque soit la loi de contact. Ce comportement est donc plus une caractéristique locale propre au troisième corps.

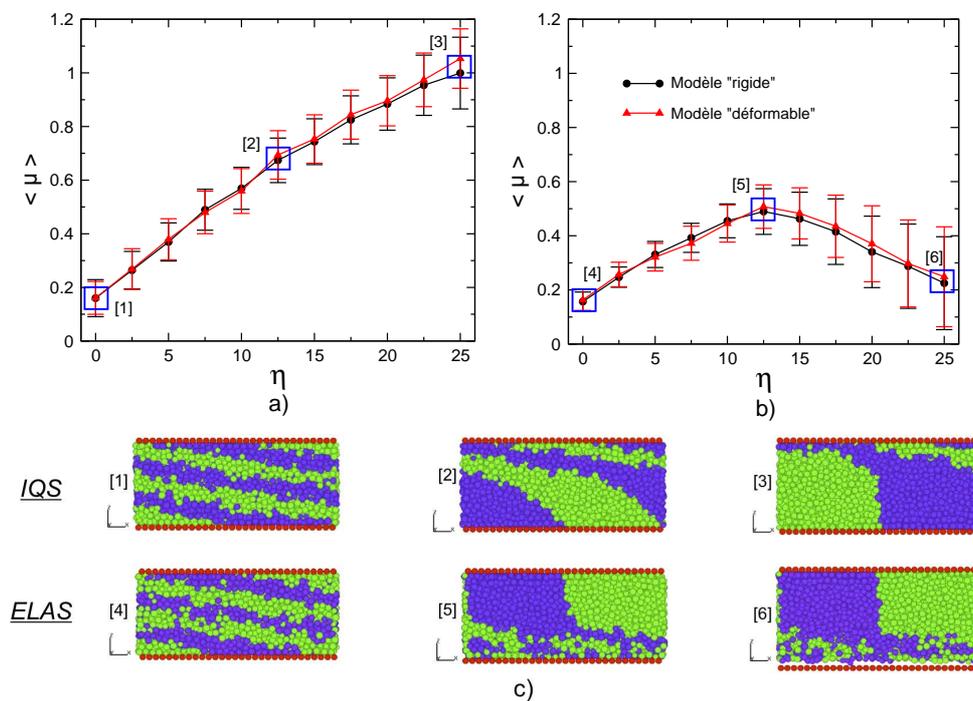


Figure 8.4 – Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour l'ensemble des modèles "rigide" et "déformable" selon les lois (a) *IQS* et (b) *ELAS*; (c) Visualisation de la déformation du troisième corps en fonction de η (point de vue 1 à 6) pour les lois *IQS* et *ELAS*.

Pour la loi *IQS*, plus l'intensité de cohésion η est importante plus il est difficile de briser les liens entre les particules (cf. figure 8.4.c, points de vue 1,2,3), ce qui entraîne une augmentation de la force tangentielle et donc l'augmentation du frottement. Pour la loi *ELAS*, nous retrouvons un comportement similaire à celui obtenu avec la loi *IQS* dans une première phase, les liens entre particules ne se brisent pas (cf. figure 8.4.c, points de vue 4,5). Au delà d'une valeur seuil de η ($\eta > 12.5$), il y a une compétition entre la partie de "cisaillement" et la partie "cohésive" au cours de cisaillement, et on observe une rupture des liens entre les particules du troisième corps et le premier corps

inférieur (cf. figure 8.4.c, points de vue 6). Il y a donc beaucoup moins de contact actif entraînant une diminution de la force tangentielle et donc une diminution du frottement mesuré. Ce résultat souligne le fait que l'on peut obtenir deux valeurs identiques du frottement macroscopique liées à deux rhéologies très différentes.

On peut remarquer également que contrairement au cas 2D, le frottement obtenu avec la loi *ELAS* est inférieur à celui obtenu avec la loi *IQS*. Cette différence est liée à la dimension du modèles de simulation choisie (2D ou 3D). Une étude plus détaillée reste à faire pour comprendre ces différences.

8.4 Etude des profils de vitesse

Dans cette section, nous présentons trois types caractéristiques de profils de vitesse correspondant à des valeurs faibles, intermédiaires et fortes de la cohésion locale. On observe ici l'influence du comportement (rigide/déformable) du premier corps supérieur et de la loi de contact (*IQS* ou *ELAS*) sur le profil de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps. Le nombre inertiel I égal à 2.38×10^{-3} assure que les simulations s'effectuent sous un régime "quasi-statique" de cisaillement.

8.4.1 Cohésion faible

Ce régime correspond à des valeurs faibles de l'intensité de cohésion ($\eta \in [0, 2]$).

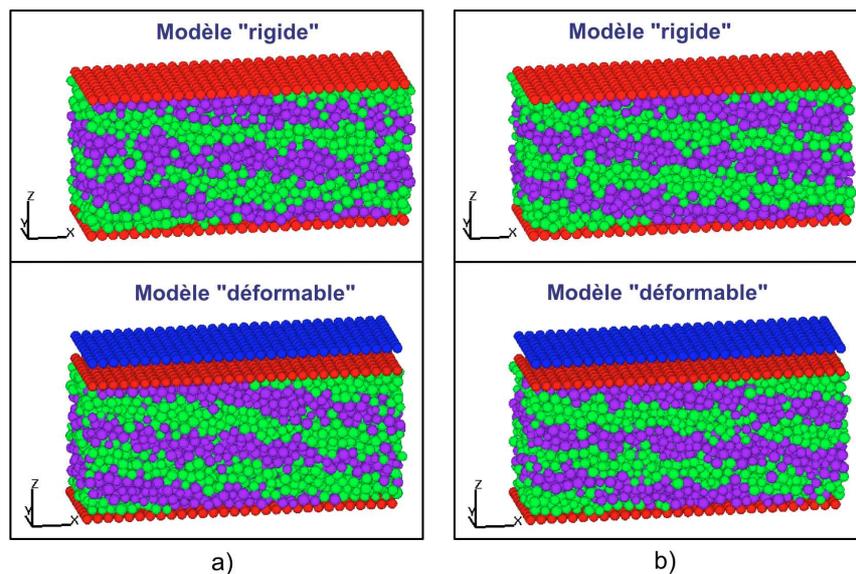


Figure 8.5 – Visualisation de la déformation du troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) *IQS* et (b) *ELAS* lors η égale à 0.

La figure 8.5 permet de visualiser la déformation du troisième corps en régime stationnaire pour les deux modèles de premier corps supérieur ("rigide" et "déformable") et les deux lois de contact (IQS et $ELAS$) pour une valeur de η nulle. On observe un troisième corps très dense et un profil d'écoulement de type Couette dans tous les cas de simulation [97].

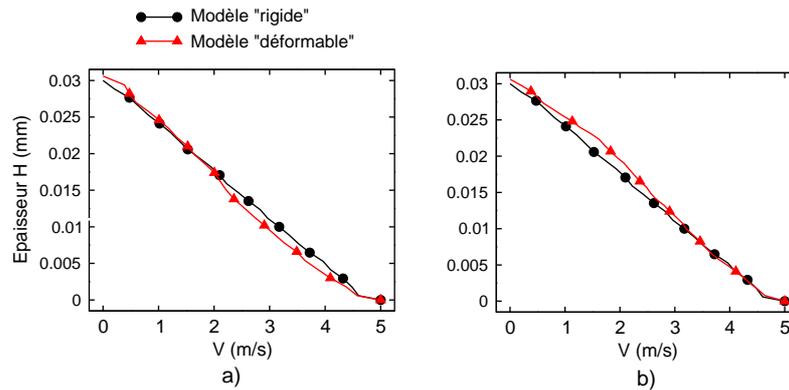


Figure 8.6 – Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps dans la direction du cisaillement x pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) IQS et (b) $ELAS$ pour η égale à 0.

Le régime fluide de l'écoulement se retrouve sur le profil de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps (cf. figure 8.6). Il n'y a pas de localisation sur les courbes, et on obtient un profil de vitesse quasiment linéaire [81,97,132], sans influence du comportement rigide/déformable et la loi de contact sur les profils de vitesse.

8.4.2 Cohésion intermédiaire

Dans une gamme de valeurs intermédiaires d'intensité de cohésion ($\eta \in [2, 12.5]$), le régime d'écoulement n'est plus de type Couette. Il apparaît des localisations dans les profils d'écoulement.

La figure 8.7 présente la déformation du troisième corps en régime stationnaire pour les deux modèles de premier corps supérieur ("rigide" et "déformable") et les lois de contact IQS et $ELAS$ lorsque η égale à 10. Pour la loi de contact IQS et le modèle "rigide", on obtient une accommodation de vitesse au niveau du premier corps supérieur tandis qu'elle se produit au niveau du premier corps inférieur avec le modèle "déformable". Il démontre que, la déformation locale des ressorts du modèle "déformable" crée une accommodation de la déformation du troisième corps au niveau du premier corps supérieur, favorisant une accommodation de vitesse au niveau du premier corps inférieur. Pour la loi $ELAS$, "l'élasticité" de la loi conduit à une accommodation de vitesse

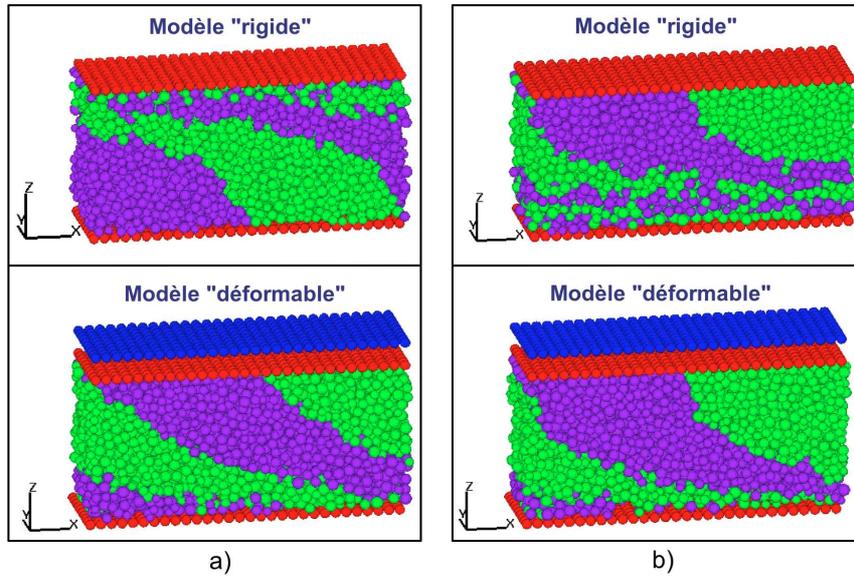


Figure 8.7 – Visualisation de la déformation du troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) IQS et (b) ELAS pour une valeur de η égale à 10.

au niveau du premier corps mobile plutôt qu'au niveau du premier corps immobile, aussi bien pour le modèle "rigide" que le modèle "déformable".

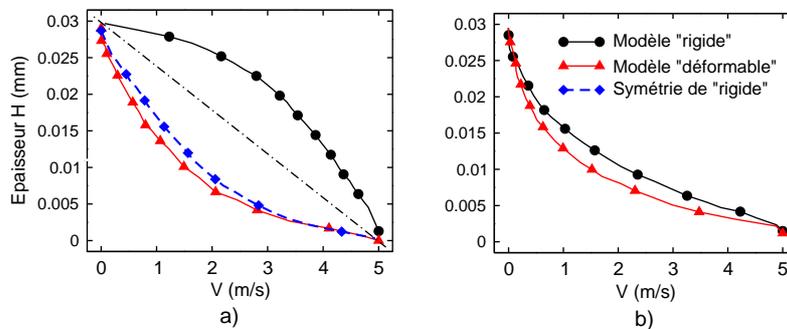


Figure 8.8 – Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps dans la direction du cisaillement x pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) IQS et (b) ELAS pour une valeur de η égale à 10.

La déformation du troisième corps se reflète sur les profils de vitesse (cf. figure 8.8). Pour la loi IQS, il y a une localisation du cisaillement dans une région proche du premier corps supérieur pour le modèle "rigide" et proche du premier corps inférieur pour le modèle "déformable". Toutefois, les profils de vitesse sont quasi identiques lorsque l'on compare le symétrique de la courbe obtenue avec le modèle "rigide" et celle du modèle "déformable" dans la figure 8.8.a. Il est intéressant de noter que, à η constante,

bien que le frottement macroscopique ne change pas, le profil de vitesse change. Il dépend fortement de l'accommodation de vitesse au niveau du premier corps supérieur ou inférieur. De tous façon, ces accommodations de vitesse restent dans une gamme identique (décrochage supérieur ou inférieur). Pour la loi *ELAS*, avec les modèles "rigide" et "déformable", on observe une légère différence (cf. figure 8.8.b). Ainsi, pour des valeurs de η intermédiaires, les profils de vitesse deviennent un peu plus sensibles à la loi de contact et au comportement du premier corps supérieur.

8.4.3 Cohésion forte

Ce régime correspond des valeurs de l'intensité de cohésion η entre 12.5 et 25. La figure 8.9 montre la déformation du troisième corps en régime stationnaire pour les deux modèles de premier corps et les deux lois de contact pour une valeur η égale à 25. Le troisième corps est divisée en deux parties, une partie "fluide" et une autre partie "statique" qui ne participe pas à l'accommodation des vitesses.

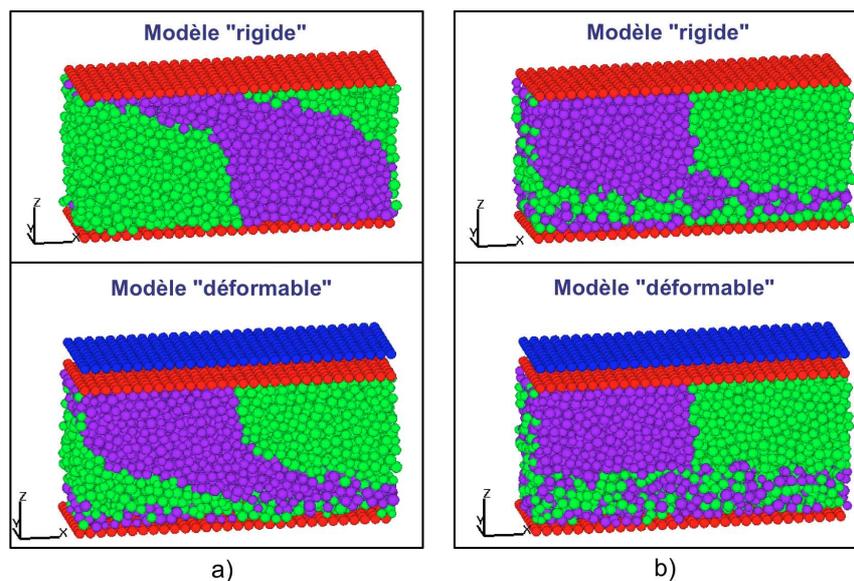


Figure 8.9 – Visualisation de la déformation du troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) *IQS* et (b) *ELAS* pour une valeur de η égale à 25.

Pour la loi *IQS*, on retrouve un comportement identique au profil d'écoulement obtenu pour une intensité de cohésion intermédiaire (cf. figure 8.7). On obtient une accommodation de vitesse au niveau du premier corps supérieur avec le modèle "rigide", tandis qu'elle se situe au niveau du premier corps inférieur avec le modèle "déformable". Pour la loi *ELAS*, on obtient une accommodation de vitesse au niveau du premier corps

inférieur pour les deux modèles de premier corps.

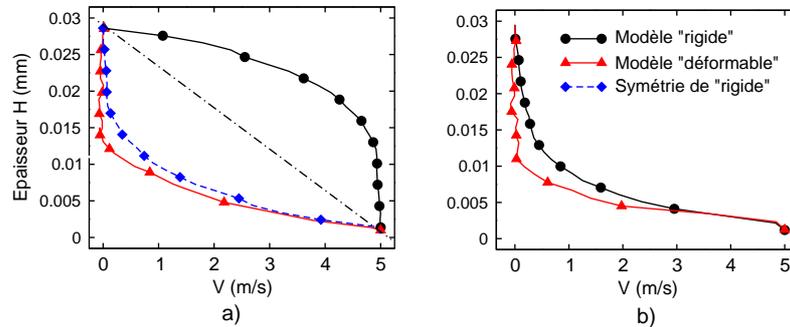


Figure 8.10 – Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps dans la direction du cisaillement x pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) *IQS* et (b) *ELAS* pour une valeur de η égale à 25.

Au niveau des profils de vitesse, la localisation est plus importante que pour une intensité de cohésion intermédiaire : pour la loi *IQS*, on a une localisation du profil de vitesse au niveau du premier corps supérieur pour le modèle "rigide", et une localisation au niveau du premier corps inférieur pour le modèle "déformable". Toutefois, les profils de vitesse sont quasi identiques lorsque l'on compare le symétrique de la courbe obtenue avec le modèle "rigide" et celle du modèle "déformable" (cf. figure 8.10.a). Pour la loi *ELAS*, l'accommodation de vitesse se fait au niveau du premier corps inférieur. On observe un régime légèrement différent qui se retrouve sur les profils de vitesse (cf. figure 8.10.b).

Le modèle de premier corps supérieur déformable conduit à une transition plus "raide" entre la partie statique et la partie dynamique du troisième corps, et ceci pour les deux lois de contact. On retrouve dans les deux cas une vitesse moyenne nulle alors qu'il y a une léger gradient pour le modèle rigide. L'ajout de cette souplesse au modèle favorise la tenue de l'échantillon et privilégie ainsi l'accommodation de vitesse au niveau du premier corps mobile.

8.4.4 Synthèse

La figure 8.11 propose une synthèse des profils de vitesse pour les différentes rigidités de premier corps supérieur et loi de contact en fonction de l'intensité de cohésion η . Si η est faible, les profils de vitesse sont linéaires pour tout les cas. Si η augmente, les profils de vitesse ne restent plus linéaires, et on observe une localisation au niveau des profils de vitesse qui augmente avec l'augmentation de l'intensité de cohésion η [101].

Il est intéressant de noter que pour le modèle rigide, lorsque η augmente l'accommo-

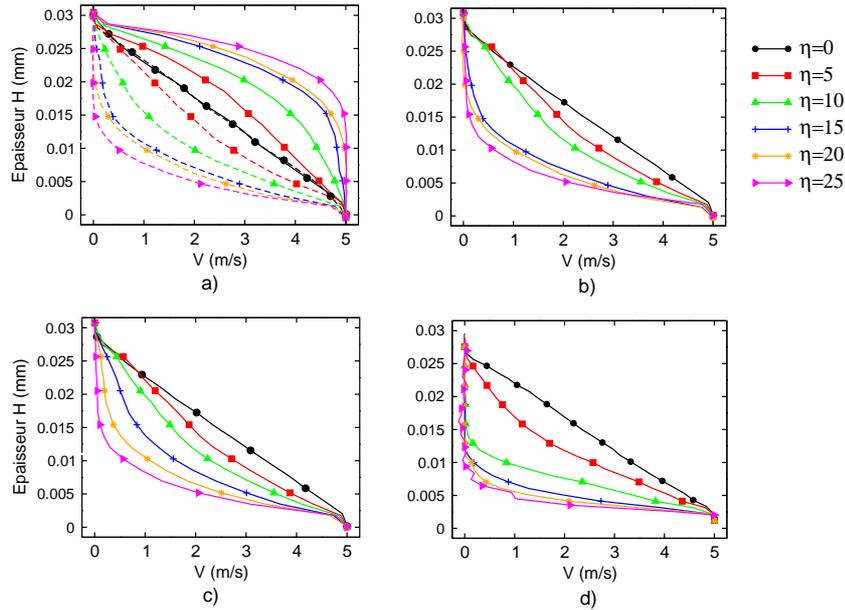


Figure 8.11 – Profils de vitesse dans la direction de cisaillement x en fonction de η pour le modèle "rigide" ((a) IQS et (c) ELAS) et pour le modèle "déformable" ((b) IQS et (d) ELAS).

duction de vitesse se fait de façon régulière (décroissance de l'épaisseur accommodation). Avec le modèle déformable, la transition est plus raide et se passe dans la gamme de l'intensité de cohésion intermédiaire, pouvant aussi conduire à des profils très différents (cas η égale 10 par exemple).

8.5 Etude des profils de contrainte

Pour obtenir une description complète de la rhéologie du troisième corps sous la sollicitation de cisaillement, on examine maintenant les différents profils de contrainte.

8.5.1 Profils de contrainte de compression

La figure 8.12 montre les profils de contrainte σ_{zz} au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour le modèle "déformable" avec une loi de contact IQS. Comme pour les profils de contrainte σ_{yy} en 2D (cf. figure 7.19), la valeur moyenne du profil de contrainte σ_{zz} est inchangée et égale à la pression appliquée P . Logiquement la contrainte principale σ_{zz} que l'on mesure est toujours égale à la pression appliquée. Nous obtenons le même comportement aussi bien avec le modèle "rigide" qu'avec la loi de contact ELAS. De plus, ils sont en bon accords

avec la littérature [81, 101]. Donc, le comportement rigide/déformable du premier corps supérieur et la loi de contact (*ELAS* ou *IQS*) sont peu influents sur les profils de contrainte σ_{zz} .

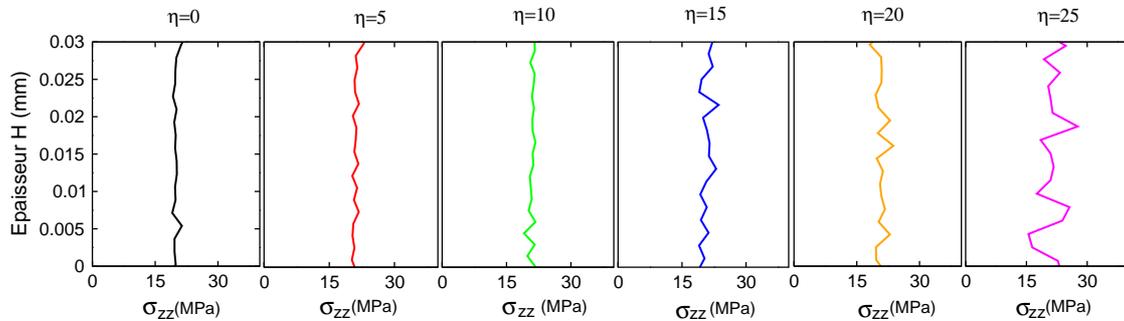


Figure 8.12 – Profil de contrainte σ_{zz} en fonction de l'intensité de cohésion η pour le modèle "déformable" avec une loi de contact *IQS*.

8.5.2 Profils de contrainte de cisaillement

Au niveau des profils de contrainte σ_{xz} , les résultats sont similaires pour le modèle "rigide" et "déformable", donc, un seul modèle "déformable" est présenté. La figure 8.13 montre les profils de contraintes de cisaillement σ_{xz} en fonction de l'intensité de cohésion η pour le modèle "déformable" avec une loi de contact *IQS* et *ELAS*.

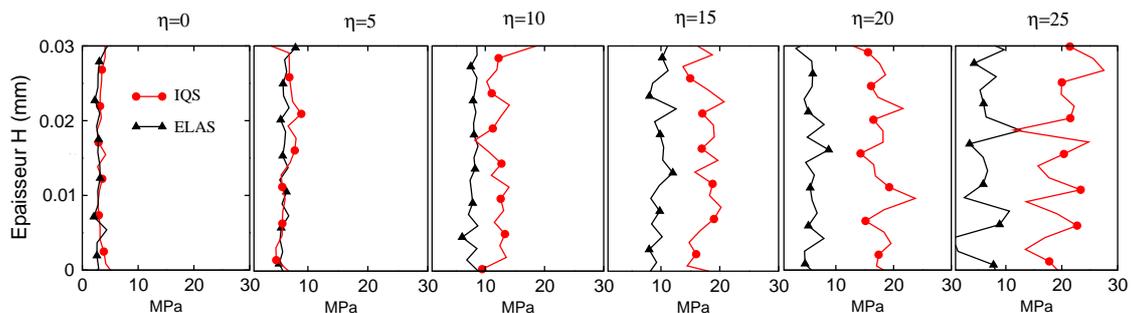


Figure 8.13 – Profil de contrainte σ_{xz} en fonction de l'intensité de cohésion η pour le modèle "déformable" avec la loi de contact *IQS* et *ELAS*.

Le profil de contrainte σ_{xz} présente des différences entre les lois *IQS* et *ELAS*. Au niveau de la loi *IQS*, la valeur moyenne du profil de contrainte σ_{xz} augmente avec l'augmentation de η . Ce phénomène ne se produit pas pour la loi *ELAS*, la valeur moyenne augmente puis diminue avec l'augmentation de η . Logiquement nous retrouvons l'évolution des profils de contrainte cisailé σ_{xz} comme le comportement du frottement macroscopique.

Donc, il y a peu d'influence du comportement rigide/déformable du premier corps supérieur sur le profil de σ_{xz} , mais la loi de contact est beaucoup plus influente sur le profil de σ_{xz} . Comme observé avec le coefficient de frottement macroscopique (cf. figure 8.4) [78, 81, 101].

8.6 Conclusion

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à étudier la rhéologie du troisième corps dans 3D et plus particulièrement à l'influence de la description (rigide/déformable) du premier corps supérieur, de la cohésion et de la loi de contact sur le comportement global du troisième corps.

Local \ Global	Frottement μ	Profils de V	Profils de σ_{zz}	Profils de σ_{xz}
Rigide/déformable	+	+++	+	+
Cohésion locale	++++	++++	+	++++
Loi d'interaction (γ)	+ /++++	+ /+++	+ /+	+ /++++

Table 8.2 – *Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 3D.*

L'influence des variables locales sur les mesures globales est présentée dans le tableau 8.2. Nous avons montré une grande influence de la cohésion locale et de la loi de contact sur la rhéologie, le frottement macroscopique et les profils de vitesse et de contrainte. Comme en 2D, la description (rigide/déformable) est peu influente sur le coefficient de frottement macroscopique et les profils de contrainte mais beaucoup plus influente sur les profils de vitesse.

De plus, on s'aperçoit que le choix de la dimension 2D, 3D n'est pas négligeable. En effet si pour la loi plastique (*IQS*), on obtient un comportement similaire en 2 et 3 dimensions, ce n'est pas le cas pour la loi élastique (*ELAS*). Il reste à comprendre le rôle du comportement élastique dans ce changement.

Conclusions générales et perspectives

Conclusions générales

Nous nous sommes intéressés dans cette thèse à l'influence du comportement local sur le comportement global dans le cas de la modélisation du comportement d'un matériau granulaire et de la modélisation d'une interface tribologique en utilisant l'approche *Non Smooth Contact Dynamics*. Les lois d'interaction entre grains (élastique, plastique, cohésive,...) ainsi que le comportement volumique (rigide, déformable) ont été testés au niveau local. Le cadre numérique utilisé a permis d'intégrer directement les différentes formulations au sein de la même approche, évitant ainsi de devoir gérer le dialogue entre différents modèles et formalismes. Les résultats obtenus ont été comparés aux approches classiques utilisant uniquement des descriptions rigides ainsi que des lois élastiques. Pour les deux applications choisies (comportement quasi-statique des matériaux granulaires et modélisation du troisième corps sous sollicitation dynamique) de nombreux résultats ont pu être dégagés.

Dans le cas de l'étude quasi-statique des matériaux granulaires, en utilisant des essais de compression biaxiale et de cisaillement, nous avons analysé l'influence du comportement local (loi d'interaction, loi de frottement et comportement volumique rigide/déformable de particules) sur les comportements global d'un matériau. Nous nous sommes intéressés aussi bien à distinguer les différences que les similarités entre les différents modèles. Pour cela des outils de mesures ont été utilisés tel que la relation contrainte-déformation (σ - ε), la compacité, l'orientation et la distribution de forces de contact (cf. table 8.3).

Le frottement local influence beaucoup les résultats (compacité et la relation σ - ε). Logiquement la valeur de la contrainte (respectivement de la compacité) est plus grande (respectivement plus faible) avec frottement que sans frottement. L'orientation et la distribution des forces de contact donnent des résultats différents, mais dans chaque cas on voit ressortir l'influence de la contrainte macroscopique. Concernant

les lois d'interaction utilisées, on peut dire qu'il y a peu d'influence pour de petites déformations. Pour de grande déformations, la compacité fait ressortir des différences, essentiellement pour l'essai biaxial où la loi élastique se comporte différemment lorsque le frottement est pris en compte. Concernant le comportement volumique celui-ci à une plus grande influence, notamment sur la compacité de l'échantillon, les courbes σ - ε restant très proches des résultats obtenus en rigide.

Local \ Global	Relation (σ - ε)	Compacité C(t)	Orientation	Distribution
Loi d'interaction <i>IQS, ELAS, RST</i> (0/0.3)	+/+	++/+++	+/+	+/>++++
Frottement local 0 et 0.3 (<i>IQS, ELAS, RST</i>)	++++	++++	++	++++
Comportement volumique (rigide/déformable)	++	++++	+	++++
Description du maillage des particules déformables (0/0.3)	+/+	+++/>++++	+/>++	+++/>++++

Table 8.3 – Tableau récapitulatif de l'influence des lois de contact, frottement local et du comportement volumique des particules sur le comportement global.

Dans le cas de l'étude du comportement global du troisième corps sous une sollicitation dynamique, nous nous sommes intéressés à l'influence de la description des premiers corps, du troisième corps, des conditions limites ainsi qu'à la dimension du modèle de simulation sur la rhéologie du troisième corps. Dans chaque cas, nous avons utilisé des grandeurs de mesures telles que le frottement macroscopique, le profil de vitesse, les profils des contraintes de compression et de cisaillement.

Le tableau 8.4 synthétise l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 2D. D'abord, nous observons une grande influence de la cohésion locale sur toutes les grandeurs mesurées. Concernant les conditions limites, les vitesses et pressions influencent peu la rhéologie du troisième corps en terme de profil de vitesse mais changent la valeur du frottement macroscopique. Les propriétés des premiers corps (la description, la rigidité et le comportement rigide/déformable) ont peu d'influence sur la valeur du frottement mais influencent plus les profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps. Concernant les propriétés du troisième corps, l'épaisseur du troisième corps a peu d'influence sur la valeur du frottement macroscopique mais influence plus les profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps, tandis que la granulométrie est beaucoup influente sur le profil de vitesse et le frottement macroscopique. Notons qu'une diminution de la granulométrie du troisième corps agit comme une augmentation de la cohésion locale à taille constante.

Local \ Global	Frottement μ	Profils de V	Profils de σ_{yy}	Profils de σ_{xy}
Description du maillage	+	++++	+	+
Rigidité	+	++++	+	+
Rigide/déformable	+	++++	+	+
Epaisseur	+	++++	+	+
Granulométrie	++++	++++	+	++++
Cohésion locale	++++	++++	+	++++
Loi d'interaction (γ)	+ / ++	+ / ++	+ / +	+ / ++
Pression P	++++	++	++++	++++
Vitesse V	++	++	+	++

Table 8.4 – Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 2D.

Local \ Global	Frottement μ	Profils de V	Profils de σ_{zz}	Profils de σ_{xz}
Rigide/déformable	+	+++	+	+
Cohésion locale	++++	++++	+	++++
Loi d'interaction (γ)	+ / +++++	+ / ++++	+ / +	+ / +++++

Table 8.5 – Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 3D.

Le tableau 8.5 synthétise l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 3D. Comme en 2D, la cohésion locale est influente sur toutes les grandeurs, et la description (rigide/déformable) est peu influente sur le coefficient de frottement macroscopique mais beaucoup plus influente sur les profils de vitesse. Concernant la loi de contact *IQS*, on obtient un comportement similaire en 2 et 3 dimensions, ce n'est pas le cas pour la loi *ELAS*. Ceci souligne l'importance du choix du modèle de simulation lors de l'étude de la rhéologie du troisième corps et le fait qu'il est difficile d'obtenir des résultats génériques aussi bien en modèles bidimensionnel (cf. table 8.4) et tridimensionnel (cf. table 8.5). La donnée de matériaux est très importantes et les différents résultats souligne que pour un même type de condition limite, deux matériaux différents n'aurait pas fournir la même rhéologie. On ne peut pas restreindre le comportement du troisième corps à la seule valeur de la cohésion mais aussi à la géométrie du milieu.

Perspectives

On peut dégager des perspectives liées directement aux deux applications concernées.

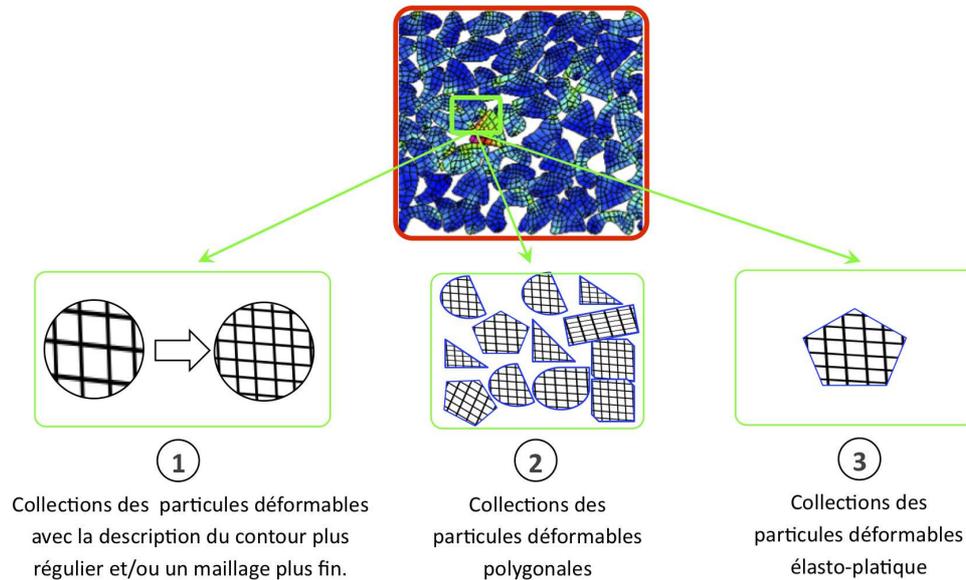


Figure 8.14 – *Les perspectives concernées au comportement des milieux granulaires.*

Concernant le cas d'étude quasi-statique des matériaux granulaires (cf. figure 8.14), une collection de particules déformables avec une description de contour plus régulier et/ou un maillage plus fin (cf. figure 8.14.1) peut-être réalisé. De plus, une analyse plus poussée est à faire concernant le comportement des collections des particules déformables polygonales (cf. figure 8.14.2), en effectuant des comparaisons avec des polygones et en utilisant également des comportements autre qu'élastique (élasto-plastique, visco-élastique...) (cf. figure 8.14.3).

Concernant la modélisation d'une interface tribologique (cf. figure 8.15), des points sont encore à approfondir aussi bien sur les aspects loi d'interaction que loi de comportement. Sur les aspects loi d'interaction, il reste à comprendre l'influence de la rigidité des lois élastiques sur la rhéologie et à introduire la notion d'endommagement du premier corps et du troisième corps pour reproduire l'usure. Ce travail est déjà commencé en 2D avec la thèse de V.H Nhu, il restera à l'étendre au modèle 3D. Sur l'aspect loi de comportement, il sera intéressant de regarder l'influence de la rigidité des particules du troisième corps (rigide/déformable) sur la rhéologie de l'interface (cf. figure 8.15.3) et ainsi même imaginer avoir un modèle complet déformable/déformable pour modéliser l'interface tribologique.

Pour compléter l'étude de la rhéologie du troisième corps, il faut étudier la surface

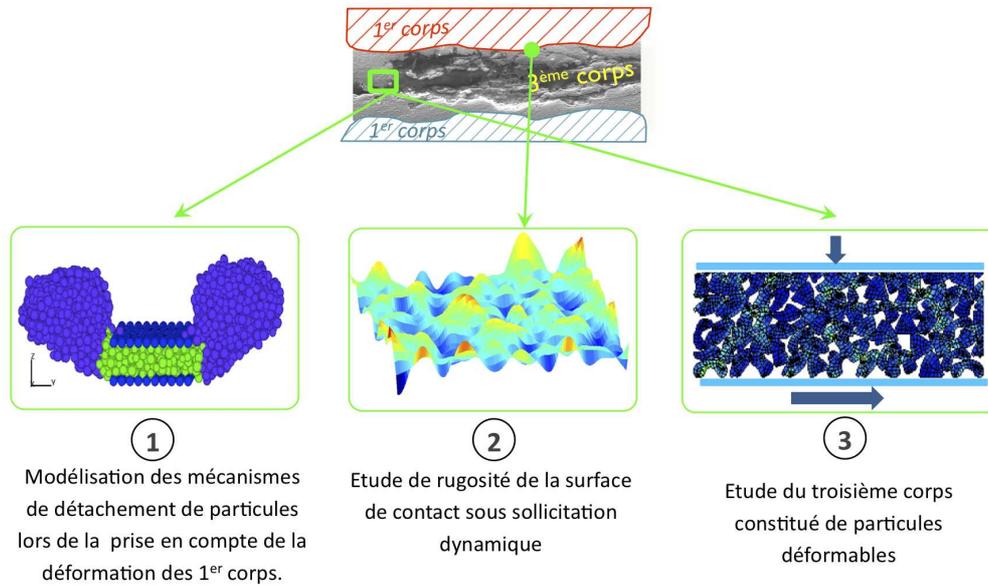


Figure 8.15 – Les perspectives concernées au comportement des interfaces tribologiques.

de contact pour avoir une vision globale des phénomènes au contact. Cependant, il est nécessaire de faire plus de simulations pour observer l'influence de la cohésion locale sur la rhéologie du troisième corps ainsi que le phénomène de la surface de l'interface "premier corps supérieur/troisième corps" (cf. figure 8.15.2).

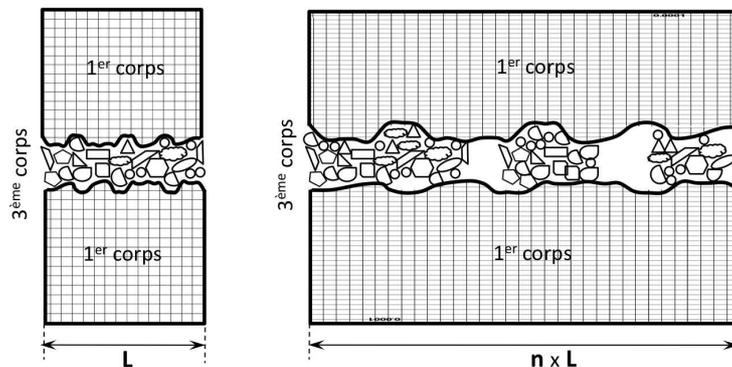


Figure 8.16 – Etude de la discontinuité de l'interface dans le sens de l'écoulement.

Une autre perspective concerne les mécaniques d'usure sous sollicitation de cisaillement du troisième corps. Les travaux de la littérature ont proposé des résultats intéressants sur le problème de la mécanique d'usure. En utilisant un couplage de modèles rigides et déformables pour modéliser des premiers corps en contact, ceci nous permet de voir le phénomène et d'observer l'influence du comportement rigide/déformable des premiers corps sur les débits d'usure [134] (cf. figure 8.15.1). De plus, une étude

de la discontinuité de l'interface dans le sens de l'écoulement (lubrification fractionnée) (cf. figure 8.16) est également à envisager.

Une dernière perspective concerne l'interaction et le couplage thermo-mécanique entre premier corps et troisième corps. Celui-ci existe déjà pour des aspects statiques avec un découplage des effets thermo-mécanique dans les premiers corps [133]. Il faut maintenant l'étendre au couplage complet.

Bibliographie

- [1] P. A. Cundall, *A computer model for simulating progressive large scale movements of blocky rock systems*, In Proceedings of the symposium of the international society of rock mechanics, Vol. 1, pages 132–150, 1971.
- [2] F. Radjai, D.E. Wolf, M. Jean, S. Roux et J.J. Moreau, *Force networks in dense granular media*, In Behringer and Jenkins, éditeur : Powders and Grains, pages 211–214, Rotterdam, 1997.
- [3] B. Cambou et M. Jean, *Micromécanique des matériaux granulaires*, Hermes Sciences, 2001.
- [4] M. Renouf, *Optimisation numérique et calcul parallèle pour l'étude des milieux divisés Bi-et Tridimensionnels*, Thèse de doctoral de l'université de Montpellier II, 2004
- [5] G. Saussine, *Contribution à la modélisation de granulats tribimensionnel application au Ballast*, Thèse de doctoral de l'université de Montpellier II, 2004
- [6] V. Acary and M. Jean, *Numerical modeling of three dimensional divided structures by the non smooth contact dynamics method : Application to masonry structure*, In B.H.V. Topping, editor, The Fifth international Conference on Computational Structures Technology 2000, pages 211–222 Edimburgh, September, 6–8, 2000. CivilComp Press.
- [7] B. Chetouane, *Approche combinée éléments finis/éléments discrets pour la modélisation des structures maçonnées*, Thèse de doctorat de LMGC - Université Montpellier II, 2004
- [8] H.G. Elrod and D.E. Brewe, *Numerical Experiments with Flows of Elongated Granules*, Tribology Series, Vol. 21, pages 219–226, 1991.
- [9] I. Iordanoff, Y. Berthier, S. Descarte and H. Heshmat, *A review of recent approaches for modeling third bodies*, ASME J. Tribol., Vol. 124, pages 725–735, 2002
- [10] N. Fillot, I. Iordanoff and Y. Berthier, *A granular dynamic model for the degradation of material*, J. Tribology Vol. 126, pages 606–614, 2004.

-
- [11] I. Jordanoff, B. Sève and Y. Berthier, *Solid Third Body Analysis Using a Discrete Approach : Influence of Adhesion and Particle Size on the Macroscopic Behaviour of the Contact*, ASME J. Tribol, Vol. 124, pages 530–538, 2002
- [12] A. Munjiza and N.W.M. John, *Mesh size sensitivity of the combined FEM/DEM fracture and fragmentation algorithms*, Engineering Fracture Mechanics , Vol. 69, pages 281–295, 2002.
- [13] M. Naderi and M.M. Khonsari, *An experimental approach to low-cycle fatigue damage based on thermodynamic entropy*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 47, pages 875–880, 2010.
- [14] M. Nouari and I. Jordanoff, *Effect of the third-body particles on the tool–chip contact and tool-wear behaviour during dry cutting of aeronautical titanium alloys*, Tribology international, Vol. 40, pages 1351–1359, 2007.
- [15] P. A. Cundall and O. D. L. Strack, *A discrete numerical model for granular assemblies*, Geotechnique, Vol. 29, pages 47–65, 1979.
- [16] Y. Kishino, *Disk model analysis of granular media. Micromechanics of Granular Materials*, Elsevier (eds. M. Satake and J.T. Jenkins), Vol. 37, pages 143–152, 1988.
- [17] Y. Kishino, *Mechanics of granular materials*, Mechanics of granular materials : an introduction, chapter 3, pages 147–159. Balkema, 1998
- [18] M.P. Allen and D.J. Tildesley, *Computer simulation of liquids*, Oxford University Press, 1987.
- [19] J. J. Moreau, *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics*, In J.J. Moreau and eds. P.-D. Panagiotopoulos, editors, Non Smooth Mechanics and Applications, CISM Courses and Lectures, Vol. 302, pages 1–82, 1988.
- [20] M. Jean and J.J. Moreau, *Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid bodies collection*, In A. Curnier, editor, Contact Mechanics International Symposium, Presses Polytechniques et Universitaires Romanes, 31–48, 1992.
- [21] M. Jean, *The non smooth contact dynamics method*, Compt. Methods Appl. Math. Engrg, Vol. 177, pages 235–257, 1999.
- [22] A. Lubrecht, C.E. Chan-Tien, and Y. Berthier, *A Simple Model for Granular Lubrication, Influence of Boundaries*, Elsevier Tribology Series, Vol. 30, pages 53–62, 1995
- [23] C. E. C. Tien, *Simulation numérique du comportement d'un film mince granulaire cisailé en fonction de la rugosité des parois et de la forme des granules*, Thèse de doctorat, Ecole doctorale MEGA - INSA-Lyon, 1998.
- [24] A. R. Tholen, *Particle-particle interaction in granular material*, In : I. L. Singer, H. M. Pollock, Fundamentals in friction : macroscopic and microscopic processes, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, Vol. 25, pages 95–110, 1992,

- [25] D. Zhang and W. J. Whiten, *The calculation of contact forces between particles using spring and damping models*, Powder Technology, Vol. 88, pages 59–64, 1996,
- [26] B. N. Asmar, P. A. Langston, A. J. Matchett, J. K. Walters, *Validation tests on a distinct element model of vibrating cohesive particle systems*, Comp. & Chemical Eng, Vol. 26, pages 785–802. 2002,
- [27] A. D. Renzo, P. D. Maio, *Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes*, Chem. Eng. Sc. Vol. 59, pages 525–541, 2004
- [28] K. Mao, M. Wang, Z. Xu, T. Chen, *DEM simulations of particle damping*, Powder Technology, Vol. 142, pages 154–165, 2004
- [29] D.T. Gethin, R.S. Ransing, R.W. Lewis, M. Dutko and A.J.L. Crook, *Numerical comparison of a deformable discrete element model and an equivalent continuum analysis for the compaction of ductile porous material*, Computers and Structures Vol. 79, pages 1287–1294, 2001,
- [30] A. Kabir, V. Jasti, III.C.F, Higgs and M. Lovell, *An evaluation of the explicit finite-element method approach for modelling dense flows of discrete grains in a couette shear cell*, I. Mech. E, Vol. 222, pages 715–723, 2008.
- [31] H.P. Cao, M. Renouf and F. Dubois, *Impact of interaction laws and particle modeling in Discrete Element Simulation*, Powder and grains 2009 Proceeding, Golden, Colorado, USA, pages 788–791, 2009.
- [32] M. Godet, *The third body approach : a mechanical view of wear*, Wear, Vol. 100, pages 437–452, 1984.
- [33] Y. Berthier, *Maurice Godet's third body*, Leed-Lyon Symposium on Tribology : Third body concept 5-8 septembre 1995, Lyon. Amsterdam : Elsevier. Tribology Series, Vol. 31, pages 21–30, 1996
- [34] N. Fillot, I. Iordanoff and Y. Berthier, *Modeling third body flows with a discrete element method - a tool for understanding wear with adhesive particles*, Tribology International Vol. 40, pages 973–981, 2007.
- [35] P. Ciarlet, *The finite element method for elliptic problems*, North Holland, Amsterdam, 1978.
- [36] N. Sukumar, N. Moes, B. Moran and T. Belytschko, *Extended Finite Element Method for Three-Dimensional Crack Modeling*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 48, pages 1549–1570, 2000.
- [37] J. Dolbow, N. Sukumak, N. Moes, and T. Belytschko, *Modeling Fracture in Mindlin-Reissner Plates with the eXtended Finite Element Method*, International Journal of Solids and Structures, Vol 10, pages 100-110, 2000

- [38] N. Sukumak, D.L.Chopp, N. Moes and T. Belytschko, *Modeling Holes and Inclusions by Level Sets in the Extended Finite-Element Method*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 190, pages 6183–6200, 2000.
- [39] J. Jirousek, F. Frey, *Méthode des éléments finis - Analyse des structures et milieux continus - Traité de génie civil*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes (PPUR), 300 pages, 2009.
- [40] J. Debard, L. Yves, *Résistance des matériaux (RDM) : calcul des structures par la méthode des éléments finis*, Presses IUT. Institut universitaire de technologie du Mans. France, 300 pages, 2002.
- [41] E. Rey, *Caractérisa de sols hétérogènes par des méthodes géophysique*, Thèse de doctoral de l'université de Joseph Fourier - Grenoble I, 2005.
- [42] M. Renouf, F. Dubois, P. Alart, *Numerical investigations of fault propagation and forced-fold using a non smooth discrete element method*, Alleviating mesh constraints, pages 549–570, 2006
- [43] A. Rafiee and M. Vinches, *Application of geostatistical characteristics of rock mass fracture systems in 3D model generation* Int. J. Rock Mech. Min. Sc. 2007,
- [44] A. Rafiee, *Contribution à l'étude de la stabilité des massifs rocheux fracturés : caractérisation de la fracturation in situ, géostatistique et mécanique des milieux discrets*, Thèse de doctoral de l'université Montpellier II, 271 pages, 2008,
- [45] E. Azéma, F. Radjai, G. Saussine, and R. Peyroux, *Transmission des forces dans un assemblage de polygones*, Colloque du GdR MIDI, 29–31 juillet, Carry-le-Rouet, France. 2007,
- [46] M. Jean, *Frictional contact in rigid or deformable bodies*, Numerical simulation of geomaterial Salvadurai A.P.S, Boulon J.M, Amsterdam-Elsevier, pages 463–486, 1995.
- [47] J. Fortin and P. Coorevits, *Selecting contact particles in dynamics granular mechanics systems*, In ACOMEN, Liège (Belgium), May 28-31 2002.
- [48] M. Renouf and P. Alart, *Conjugate gradient type algorithms for frictional multi-contact problems : applications to granular materials*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 194, pages 2019–2041, 2005,
- [49] M. Renouf, F. Dubois, P. Alart, *A parallel version of the non smooth contact dynamics algorithm applied to the simulation of granular media*, J. Comput. Appl. Math, Vol. 168, pages 375–382. 2004
- [50] G. Amontons, *Sur l'origine de la résistance dans les machines*, Acad. Roy. Vol. 10, pages 206–222, 1699.
- [51] C.A. Coulombs, *Théorie de machines simples*, Mémoire de Mathématique et de Physique de d'Académie Royale, Vol. 10, pages 161–342, 1785.

- [52] F. Dubois and M. Jean, *LMGC90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation des problèmes d'interaction*, Actes du système colloque national en calcul dans structures, Vol. 1, pages 111–118, CSMA-AFM-LMS, 2003.
- [53] F. Dubois and M. Renouf, *Numerical strategies and software architecture dedicated to the modeling of dynamical systems in interaction. application to multibody dynamics*, Multibody 2007 proceedings, Politecnico di Milano, Milano, Italy, 25–28 June, 2007.
- [54] F. Perales, Y. Monerie, F. Dubois and L. Stainier, *Simulation numérique de la rupture dynamique des matériaux hétérogènes*, Actes du 7ème colloque national en calcul des structures, CD-ROM, page 151. 17-20 Mai 2005.
- [55] P.V. Lade and J.M. Duncanr, *Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil*, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 101, pages 1037–1053, 1975.
- [56] A. Casagrande et N. Carillo, *Shear failure of anisotropic materials*, In Boston Society of Civil Engineering, Vol. 31, pages 74–87, 1944.
- [57] J. Biarez, *Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents*, Thèse de doctoral de l'université de Grenoble, 1962.
- [58] R. Deluzarche, *Modélisation discrète des enrochements - Application aux barrages*, Thèse de doctoral de l'Ecole Centrale de Lyon, Lyon, 2004
- [59] F. Radjai, D.E. Wolf, M. Jean et J.J. Moreau, *Bimodal character of stress transmission in granular packings*, Phys Rev Lett, Vol. 80, pages 61–64, 1998.
- [60] F. Radjai, D.E. Wolf, *Features of static pressure in dense granular media*, Granular Matter, Vol. 1, pages 3–8, 1998.
- [61] F. Radjai, *Multi contact dynamics of granular systems*, Computer Physics Communications, Vol 121, pages 294–298, 1999.
- [62] P. Chapuis, *De la structure géométrique des milieux granulaires en relation avec leur comportement mécanique*, Thèse de doctoral de l'Ecole Polytechnique de Montréal, Canada, 1976.
- [63] M. Oda, J. Konishi et S. Nemat Nasser, *Experimental micromechanical evaluation of strength of granular materials : effect of particle rolling*, Mechanics of materials, Vol. 1, pages 269–283, 1982.
- [64] A. Wachs, *A DEM-DLM/FD method for direct numerical simulation of particulate flows : Sedimentation of polygonal isometric particles in a Newtonian fluid with collisions*, Computers & Fluids Vol. 38, pages 1608–1628, 2009.
- [65] F. Calvetti, G. Combe et J. Lanier, *Experimental micromechanical analysis of a 2d granular material : Relation between structure evolution and loading path*, Mech Cohesive Frict Mater, Vol. 2, pages 121–163, 1997.

- [66] J. P. Bardet, *Observations on the effects of particles rotations on the failure of idealized granular materials*, Mechanics of Materials, Vol. 18, pages 159–182, 1994.
- [67] F. Dedecker, M. Chaze, P. Dubujet et B. Cambou, *Specific features of strain in granular materials*, Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, Vol. 5, pages 173–193, 2000.
- [68] L. Rothenburg et R. J. Bathurst, *Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials*, Geotechnique, Vol. 4, pages 601–614, 1989.
- [69] N. P. Kruyt et L. Rothenburg, *Probability density functions of contact forces for cohesionless frictional granular materials*, Int.J.Solids Struct, Vol. 39, pages 571–583, 2002.
- [70] C. Nouguier-Lehon, B. Cambou et E. Vincens, *Influence of particle shape and angularity on the behaviour of granular materials : A numerical analysis*, Int J Numer Anal Methods Geomech, Vol. 27, pages 1207–1226, 2003.
- [71] D. Daudon, J. Lanier, M. Jean, *A micro mechanical comparison between experimental results and numerical simulation of a biaxial test on 2D granular material*, Powers and grains 97 proceeding, pages 219–222, 1997.
- [72] J. Biarez et K. Wiendieck, *La comparaison qualitative entre l’anisotropie mécanique et l’anisotropie de milieux pulvérulents*, CR Acad Sci, Vol. 256, pages 1217–1220, 1963.
- [73] M. Oda, *The mechanism of fabric change during compressional deformation of sands*, Soils and Foundations, Vol. 12, pages 1–18, 1972.
- [74] S. Savage, *The mechanics of rapid granular flows*, Advances in applied mechanics, Vol. 24, pages 289–366, 1984.
- [75] O. Pouliquen and F. Chevoir, *Dense flows of dry granular material*, PC. R. Physique, Vol. 3, pages 163–175, 2002.
- [76] G.D.R. Midi, *On Dense Granular Flows*, Eur. Phys, Vol. 14, pages 341–365, 2004.
- [77] M. Renouf, D. Bonamy and F. Dubois and P. Alart, *Numerical simulation of two-dimensional steady granular flows in rotating drum : On surface flow rheology*, Physics of fluids, Vol. 3, pages 110–121, 2005.
- [78] J.N. Roux and F. Chevoir, *Simulation numérique discrète et comportement mécanique des matériaux granulaires*, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Vol. 254, pages 109–138, 2005.
- [79] F. Chevoir, J.-N. Roux, F. da Cruz, P. G. Rognon, and G. Koval, *Friction law in dense granular flows*, Powder Technology, Vol. 190, pages 264–268, 2008.
- [80] L. Sibille, *Modélisation discrètes de la rupture dans les milieux granulaires*, Thèse de doctorat de l’INP Grenoble, 2006.

- [81] F. da Cruz, *Écoulement de grains secs : Frottement et blocage*, Thèse de doctorat de l'École nationale des Ponts et Chaussées, 2004.
- [82] F. Radjai, *Dynamique des rotations et frottement collectif dans les systèmes granulaires.*, Thèse de doctorat de de l'Université PARIS XI ORSAY, 1995.
- [83] F. Radjai, M. Jean, J.-J. Moreau, et S. Roux, *Force distributions in dense two-dimensional granular systems*, Phys. Rev. Lett, Vol. 77, pages 264–277, 1996.
- [84] D.M. Mueth, H.M. Jaeger, and Nagel S.R, *Force distribution in a granular medium*, Phys. Rev. Vol. 57, pages 120–129, 1998.
- [85] C.S. O'Hern, S.A. Langer, A.J. Liu, and S.R. Nagel, *Force distribution near jamming and glass transitions*, Phys. Rev. Vol. 86, 250–268, 2001.
- [86] D. Bonamy, *Phénomènes collectifs dans les matériaux granulaires*, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, Orsay, France, 2001.
- [87] Y. Berthier, L. Vincent and M. Godet, *Third-body reality - Consequences and use of the third-body concept to solve friction and wear problems*, Wear - Materials, Mechanisms and Practice. John Wiley & Sons, pages 291–316, 2005.
- [88] D. Richard, I. Iordanof, Y. Berthier, M. Renouf and N. Fillot, *Friction Coefficient as a Macroscopic View of Local Dissipation*, Journal of Tribology J. Tribol, Vol. 129, pages 829-835, 2007.
- [89] V. Link, L. Baillet and Y. Berthier, *Modeling the consequences of local kinetics of the first body on friction and on third body sources in wear*, Wear, Vol. 250, pages 299–308, 2003.
- [90] A. Saulot, L. BAillet, V. Link , S. Derrico, B. Laulagnet, Y. Berthier, *Finite Element Simulation of Dynamic Instabilities in Frictional Sliding Contact*, Journal of Tribology, Transaction of the ASME, Vol. 127, pages 652–657, 2005.
- [91] A. Saulot and L. Baillet, *Dynamic finite element simulations for understanding wheel-rail contact instability states occurring under sliding conditions*, Wear, Vol. 128, pages 761–770, 2006.
- [92] F. Massi, L. Baillet, O. Giannini, and A. Sestieri, *Brake squeal : linear and non-linear numerical approaches*, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 21, pages 2374–2393, 2007.
- [93] C. F. Higgs and J. Tichy, *Granular Flow Lubrication : Continuum Modeling of Shear Behaviour*, ASME J. Tribol., Vol. 126, pages 499–510, 2004.
- [94] G. W. Sawyer and J. Tichy, *Lubrication With Granular Flow : Continuum Theory, Particle Simulation, Comparison With Experiment*, ASME J. Tribol., Vol. 123, pages 734–745, 2001.

- [95] A. Ghaoudi, M. Chaze, P. Dubujet and F. Sidiroff, *Particulate and Granular Simulation of Third Body Behaviour*, Elsevier Tribology Series, Vol. 31, pages 355–365, 1996
- [96] B. Sève, I. Iordanoff and Y. Berthier, *A discrete solid third body model : Influence of the inter-granular forces on the macroscopic behaviour*, Tribology and Interface Engineering Series, Vol. 39, pages 361–368, 2001
- [97] D. Richard, *Thermique des contacts avec troisième solide - Modélisation et compréhension des phénomènes de frottement et de diffusion de la chaleur par la méthode des éléments discrets*, Thèse de Doctorat de l'INSA de Lyon, 2008.
- [98] Y. Berthier, H.P. Cao, V.H. Nhu, M. Renouf et A. Saulot, *Couplage et dialogue entre méthode discrets et continue pour la tribologie numérique*, 9e Colloque National en calcul des structures, 25–29 Mai 2009, Giens (Var)
- [99] N. Fillot, *Etude mécanique de l'usure - Modélisation par Elément Discrets des débits de troisième corps solide*, Thèse de Doctorat de l'INSA de Lyon, 2004
- [100] M. Renouf, A.Saulot and Y. Berthier, *Third body flow during a wheel-rail interaction*, In C. A. Mota Soares et.al., editor III European Conference on Computational Mechanics Solids, 5–8 June 2006.
- [101] P. Rognon, *Rhéologie des matériaux granulaires cohésifs - Application aux avalanches de neige dense*, Thèse de doctorat de l'Ecole nationale des Ponts et Chaussées, 2006.
- [102] C. Campbell, *Stress controlled elastic granular shear flows*, J. Fluid. Mech, Vol. 539, pages 273–297, 2005.
- [103] C. Campbell, *Campbell. Rapid granular flows*, Annu. Rev. Fluid Mech, Vol. 22, pages 57–92, 1990.
- [104] P. A. Thompson and G. S. Grest, *Granular flow : Friction and dilatancy transition*, Physical Review Letters, Vol. 67, pages 1751–1754, 1991.
- [105] W. L. Vargas-Escobar, *Discrete Modeling of Heat Conduction in Granular Media*, PhD thesis, University of Pittsburgh, 2002,
- [106] Y. Forterre and O. Pouliquen, *Flows of dense granular media*, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 40, pages 1–24, 2007.
- [107] F. Radjai et F. Dubois, *Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires*, Collection Mécanique et Ingénierie des Matériaux. Chapitre 8 : Analyse dimensionnelle et paramètres de contrôle, Par F. Chevoir et J.N. Roux, Livre chez Hermes, pages 223–258, 2010.
- [108] C. Campbell, *Granular shear flows at the elastic limit*, J. Fluid Mech, Vol. 465, pages 261–291, 2002,

- [109] I. Iordanoff, *Modélisation du comportement tribologique des troisième corps Solides et Gazeux. D'application à l'analyse de l'usure et à l'étude des paliers aérodynamique à feuilles*, Habilitation à Diriger des Recherches de l'INSA de Lyon et Université Lyon 1, 2004.
- [110] L. S. Mohan, K. K. Rao, and P. R. Not, *A frictional cosserat model for the slow shearing of granular materials*, J. Fluid Mech. Vol 10, pages 1–63, 2001,
- [111] D. Richard, I. Iordanoff, M. Renouf and Y. Berthier, *Thermal Study of the Dry Sliding Contact With Third Body Presence*, ASME, Journal of Tribology, Vol. 130, pages 1–8, 2008.
- [112] J. L. Anthony and C. Marone, *Influence of particle characteristics on granular friction*, Journal of Geophysical Research, Vol. 110, pages 1–14, 2005.
- [113] I. Iordanoff, N. Fillot, Y. Berthier, *Numerical study of a thin layer of cohesive particles under plane shearing*, Powder Technology, Vol. 159, pages 46–54, 2005,
- [114] F. Radjai and J.N. Roux, *Contact dynamics study of 2D granular media : critical states and relevant internal variables*, The physics of granular media, Berlin, Wiley-Vch, pages 165–187, 2004.
- [115] P.E. Peyneau and J.N. Roux, *Frictionless bead packs have macroscopic friction, but no dilatancy*, Phys. Rev. E, Vol. 78, pages 341–347, 2008.
- [116] C. S Campbell, *Shear Flows Granular Materials*, PhD thesis, California Institute of Technology, 1982.
- [117] M. Latzell, S. Luding, H. Herrmann, D. Howell, and R. Behringer, *Comparing simulation and experiment of a 2d granular couette shear device*, The European Physical Journal E, Vol. 1, pages 325–333, 2003.
- [118] S. Schollman, *Simulation of a two-dimensional shear cell*, Physical Review E, Vol. 59, pages 889–899, 1999.
- [119] K. Mair, K. Frye, and C. Marone, *Influence of grain characteristics on the friction of granular zones*, J. of Geophysical Research, Vol. 107, pages 2201–2219, 2002.
- [120] J.K. Morgan, *Particule dynamic simulations of rate and state dependent friction sliding of granular fault gouge*, Pure and Applied geophysics Vol. 161, pages 1877–1891, 2004,
- [121] V. Popov, S. Psakhie, E. Shilko, A. Dmitriev, K. Knothe, F. Bucher, and M. Ertz, *Friction coefficient in "rail-wheel" contacts as a function of material and loading parameters*, Physical Mesomechanics, Vol. 5, pages 17–24, 2002,
- [122] F. Bucher, A. I. Dmitriev, M. Ertz, K. Knothe, V. L. Popov, S. G. Psakhie, and E. V. Shilko, *Multiscale simulation of dry friction in wheel/rail contact*, Wear, Vol. 261, pages 874–884, 2006.

- [123] J. Samuelson, C. Marone, B. Voight and D. Elsworth, *Laboratory investigation of the frictional behaviour of granular volcanic material*, Journal of Volcanology and Geothermal Research, Vol. 173, pages 265–279, 2008.
- [124] J. Hartl and J.Y. Ooi, *Experiments and simulations of direct shear tests : porosity, contact friction and bulk friction*, Granular Matter, Vol. 10, pages 263–271, 2008,
- [125] K.M. Frye, *A Laboratory Study of the Friction Behaviour of Granular Materials*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2002.
- [126] S. Douady, B. Andreotti and A. Daerr, *On granular surface flow equation*, Eur.Phys. J., Vol. 11, pages 131–142, 1999
- [127] S.L. Silbert, D. Ertas, G.S. Grest, T.C. Halsey, D. Levine and S.J. Plimpton, *Granular flow down an inclined plane*, Phys.Rev.E, Vol. 64, pages 385–403, 2001
- [128] M. Prochnow, *Écoulement de grains secs*, Thèse de doctorat de l'École nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- [129] Y. Remond and C. Wagner, *Two Experimental Methods to Measure the Damaged Subsurface of Carbon–Carbon Brake Discs*, Applied Composite Materials Vol. 6, pages 185–201, 1999..
- [130] F. Chevoir, E. Azanza, F. da Cruz, G. Koval, M. Prochnow, P. G. Rognon, P. Coussot, P. Moucheron J.N. Roux, and L. Tocquer, *Écoulements granulaires : physique et applications*, LMSGC, Institut Navier, Champs-sur-Marne, 2008.
- [131] P. G. Rognon, J.-N. Roux, D. Wolf, M. Naaim et F. Chevoir, *Rheophysics of cohesive granular materials*, Europhys. Lett., Vol. 74, pages 644–650, 2006.
- [132] P. G. Rognon, J.-N. Roux, M. Naaim et F. Chevoir, *Dense flows of cohesive granular materials*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 596, pages 21–47, 2008.
- [133] M. Renouf, H.-P. Cao and V.-H. Nhu, *Multiphysical modeling of third-body rheology*, Tribology international, Vol. 44, pages 417–425, 2011.
- [134] H.-P. Cao, M. Renouf et Y. Berthier, *Couplage de modèles rigides et déformables pour la modélisation d'une interface tribologique*, 10e Colloque National en calcul des structures, CSMA 2011, Mai 2011, Giens (Var)

Table des figures

1.1	Quelques applications des Méthodes par Eléments Discrets.	6
1.2	Stratégie générale liée aux méthodes par éléments discrets.	7
1.3	Gestion globale des contacts dans le domaine.	9
1.4	Représentation des repères (a) global et (b) local ainsi que les différentes variables.	9
1.5	Représentation des trois types de contact considérés : (a) contact entre deux corps rigides, (b) entre un corps rigide et un corps déformable et (c) entre deux corps déformables.	10
1.6	Modèle de couplage FEM-DEM en utilisant des éléments hybrides. . . .	11
1.7	(a) Contact entre deux particules et (b) graphe de la loi unilatérale cohésive.	16
1.8	(a) Contact entre deux particules et (b) graphe de la loi élastique cohésive.	17
1.9	<i>Graphe de la loi de Coulomb.</i>	18
2.1	Géométrie du problème (en haut) et champs de contrainte σ_{yy} du corps déformable (en bas) pour les types du maillage : (a) fin, (b) progressif et (c) grossier.	20
2.2	Comparaisons de l'évolution de la force normale F_y (en haut) et de la force tangentielle F_x (en bas) pour les trois différents types de maillage : (a) fin, (b) progressif et (c) grossier.	22
2.3	Zoom et comparaison des courbes entre les lois de contact <i>IQS</i> et <i>ELAS</i> .	22
2.4	Comparaisons des valeurs de la force normale F_y (en haut) et de la force tangentielle F_x (en bas) pour trois différents types de maillage : (a) fin, (b) progressif et (c) grossier.	23
2.5	Géométrie et conditions aux limites du modèle.	24

2.6	Visualisation en fin de simulation pour H égale à : (a) 1×10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m : (A) champs de contrainte σ_{yy} dans les corps déformables et champs de vitesse des particules de la couche granulaire, (B) champs de contrainte σ_{xy} dans le corps déformable et le réseau de forces de contact entre les particules de la couche granulaire.	25
2.7	Evolution du déplacement en y des bords C et D selon le cas de (I) sans et (II) avec cohésion pour les trois épaisseurs différentes : (a) 10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m.	26
2.8	Evolution de la force normale F_y aux bords A et B pour les cas (I) sans et (II) avec cohésion pour les trois valeurs de H : (a) 10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m.	27
2.9	Evolution de la force tangentielle F_x aux bords A et B pour les cas (I) sans et (II) avec cohésion pour les trois valeur de H : (a) 10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m.	28
2.10	Evolution du champs de contrainte σ_{yy} dans les corps déformable et le champs de vitesse dans la couche granulaire.	29
2.11	Evolution de force normale F_y sur les bords A et B pour une épaisseur H égale à (a) 10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m.	30
2.12	Evolution de la force tangentielle F_x sur les bords A et B pour une épaisseur H égale à (a) 10^{-5} m, (b) 3×10^{-5} m et (c) 5×10^{-5} m.	30
3.1	Relation entre les variations locales et globales pour les essais.	36
3.2	Schéma pour effectuer les essais :1. mise en données de l'échantillon ; 2. mise en charge de l'échantillon ; 3. réalisation des essais de compression biaxiale et de cisaillement.	37
3.3	Particules (a) rigide et (b) déformable utilisées pour les simulations, la question reste le choix du maillage pour le modèle de particule déformable.	38
3.4	Géométrie de l'échantillon et conditions aux limites pour effectuer une étape de mise en charge. Ce modèle est utilisé pour les particules rigides et déformables.	39
3.5	Géométrie et conditions limites des essais (a) de compression biaxiale et (b) de cisaillement.	40
3.6	Calcul de la surface pour (a) une particule rigide et pour (b) une particule déformable où la surface est égale à la somme des surfaces des "mailles".	42

3.7	Construction du diagramme polaire à partir de l'orientation des forces de contact normale entre particules au niveau (a) locale et (b) globale.	43
3.8	Exemple de distribution des forces de contact d'un échantillon granulaire.	43
3.9	Les différences de l'intensité d'influence du comportement local sur le comportement global.	44
4.1	Evolution de l'erreur numérique au cours des simulations pour les sollicitations de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement, pour les sollicitations de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	46
4.2	Relation contrainte-déformation pour les sollicitations de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement, pour les sollicitations de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	47
4.3	Evolution de la compacité en fonction du temps pour des essais de compression biaxial (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).	49
4.4	Nombre de coordination moyen N_{coord} en fonction du temps pour des essais de compression biaxial (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).	50
4.5	Orientation des forces de contact à l'état initial pour les essais (a) sans et (b) avec un frottement local μ égal à 0.3.	51
4.6	Changements d'orientation des forces de contacts selon l'augmentation du temps de simulation pour des essais de compression biaxial (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).	52
4.7	Distribution des forces de contact à la fin de simulation dans l'échantillon granulaire pour des essais de compression biaxiale (μ égal à 0 (a) et 0.3 (c)) et de cisaillement (μ égal à 0 (b) et 0.3 (d)).	53
5.1	(a) Différence de géométrie et (b) de propriété de mécanique entre particule rigide et particule déformable.	56
5.2	(a) Modèle de particules déformables avec un maillage constitué de 16 éléments quadrangles. Visualisation des contraintes de Von-Mises (b) sur un volume élémentaire et (c) à l'échelle macroscopique.	57
5.3	Exemple d'évolution de l'erreur numérique de nos simulations en fonction du temps.	58

5.4	Evolution de la relation contrainte-déformation macroscopique pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	58
5.5	Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	60
5.6	(a) Modèle de particules déformables avec un maillage constitué de 32 éléments quadrangles. Visualisation des contraintes de Von-Mises (b) sur un volume élémentaire et (c) à l'échelle macroscopique.	62
5.7	Evolution de la relation contrainte-déformation macroscopique pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	63
5.8	Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	64
5.9	(a) Modèle de particules déformables avec un maillage constitué de 64 éléments quadrangles. Visualisation des contraintes de Von-Mises (b) sur un volume élémentaire et (c) à l'échelle macroscopique.	65
5.10	Evolution de la relation contrainte-déformation macroscopique pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	66
5.11	Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	67
5.12	Evolution de la relation contrainte-déformation ($\sigma-\varepsilon$) macroscopique avec différent type de maillage pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	69
5.13	Evolution de la valeur de compacité $C(t)$ en fonction du temps avec différent type de maillage pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	69

5.14	Orientation des forces contacts à la fin de simulation pour le comportement rigide (loi <i>IQS</i>) et déformable (maillage de 64 éléments quadrangles) pour un essai de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement ; et pour une sollicitation de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	70
5.15	Distribution des forces de contact pour modèle rigide et déformable du cas de compression biaxiale (a) sans et (c) avec frottement ; et de cisaillement (b) sans et (d) avec frottement.	71
6.1	Exemple d'évolution du coefficient de frottement macroscopique en fonction du temps de simulation - définition des notions de frottement moyen ($\langle \mu \rangle$) et d'écart-type (μ_E).	80
6.2	Définition du "régime stationnaire" grâce à l'évolution du déplacement du premier corps supérieur en fonction du temps.	81
6.3	(a) Structure du temps de simulation et les champs de vitesse dans l'échantillon soumise à un cisaillement pour le cas (b) sans et (c) avec cohésion locale.	81
6.4	Correspondance avec les champs de déplacement des particules du troisième corps et les profils de vitesse pour chaque type de régime.	82
7.1	Description des modèles : (a) modèle "rigide", (b) modèle "déformable-rigide" et (c) modèle "déformable pur".	89
7.2	Description du premier corps inférieur pour le modèle avec ressorts.	90
7.3	Description des conditions limites (pression P et une vitesse cisaillement V) et des conditions périodiques appliquées au domaine.	91
7.4	Evolution de l'énergie cinétique en fonction du temps pour les cas (a) sans et (b) avec une cohésion locale γ égale à 1.0 N.	93
7.5	Balance des puissances en fonction du temps pour les cas (a) sans et (b) avec une cohésion locale γ égale à 1.0 N.	93
7.6	Différents types de maillage utilisés pour modéliser le premier corps déformable supérieur : (a) le maillage "fin" constitué de 7704 éléments quadrangles, (b) le maillage "progressif" constitué de 1926 éléments quadrangles et (c) le maillage "grossier" constitué de 324 éléments quadrangles.	94
7.7	Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les lois (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> et pour les trois types de maillage.	95

7.8	Relation entre le nombre de contact moyen $\langle N_c \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les lois (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> et pour les trois types de maillage.	96
7.9	Rapport des violations pour les lois <i>ELAS</i> et <i>IQS</i> en fonction de l'intensité de cohésion η	96
7.10	Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour les trois types de maillage "fin", "progressif" et "grossier".	97
7.11	Relation entre le coefficient de frottement global moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les deux valeurs du module d'Young (E_1 et E_2) ainsi que la loi de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i>	98
7.12	Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour le module d'Young E_1 et E_2	99
7.13	Illustration de la déformation locale du premier corps supérieur ainsi que le nombre de contact entre les premiers corps et le troisième corps pour les modules d'Young (a) E_1 et (b) E_2	99
7.14	Profil des contraintes σ_{yy} et σ_{xy} au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η et du module d'Young du premier corps supérieur pour les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i>	100
7.15	Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les lois (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> et pour les trois modèles de simulation.	102
7.16	Visualisation du champs de déplacement des particules de troisième corps pour les trois modèles de simulation "rigide", "déformable-rigide" et "déformable pur" en fonction de l'intensité de cohésion η	103
7.17	Profil de vitesse de troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour les trois modèles de simulation "rigide", "déformable-rigide" et "déformable pur".	104
7.18	Illustration de la surface de glissement pour une cohésion forte pour les modèles de simulation (a) "rigide", (b) "déformable-rigide" et (c) "déformable pur".	104
7.19	Profils de contrainte σ_{yy} (en haut) et σ_{xy} (en bas) dans le troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour les trois modèles de simulation.	105

7.20	Comparaison du coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ et le rapport σ_{xy}/σ_{yy} en fonction de l'intensité de cohésion η pour les trois 3 modèles (a) "rigide", (b) "déformable-rigide" et (c) "déformable pur".	105
7.21	Relation entre le coefficient de frottement global moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η en fonction de l'épaisseur du troisième corps pour les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i>	107
7.22	Profil de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η et l'épaisseur du troisième corps pour les modèles (en haut) "rigide" et (en bas) "déformable-rigide".	108
7.23	Coefficient de frottement macroscopique (a) en fonction du nombre inertiel I pour le cas sans cohésion locale (η est nulle) et (b) en fonction de l'intensité de cohésion η (I faible).	110
7.24	Visualisations du champs de déplacement des particules en fonction de la granulométrie pour le cas (en haut) sans et (en bas) avec une cohésion locale.	111
7.25	Profils de vitesse en fonction de la granulométrie du troisième corps pour le cas (a) sans et (b) avec une cohésion locale.	112
7.26	Profils de contrainte σ_{yy} (en haut) et σ_{xy} (en bas) en fonction du nombre inertiel I pour le cas sans cohésion locale (η est nulle) (a et c) et en fonction de l'intensité de cohésion η avec le cas avec une cohésion locale (I est faible) (b et d).	112
7.27	Coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction du nombre inertiel I et l'intensité de cohésion η pour le modèle "rigide" ((a) loi <i>IQS</i> et (b) loi <i>ELAS</i>) et le modèle "déformable-rigide" ((c) loi <i>IQS</i> et (d) loi <i>ELAS</i>).	115
7.28	Profils de vitesse en fonction de la vitesse imposée, de la loi de contact <i>IQS</i> et <i>ELAS</i> et selon des intensités de cohésion η égale à 0, 4.166E-03, 1.250E-02 pour les modèles (a) "rigide" et (b) "déformable-rigide".	116
7.29	Profil de contrainte σ_{xy} dans l'épaisseur du troisième corps en fonction de la vitesse imposée V avec des intensités de cohésion η égale à 0, 4.166E-03, 1.250E-02.	117
7.30	Coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction du nombre inertiel I pour la loi de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> . Coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction de l'intensité de cohésion η pour la loi de contact (c) <i>IQS</i> et (d) <i>ELAS</i>	118

7.31	Profils de vitesse en fonction de la pression appliquée et l'intensité de cohésion η selon la loi de contact (en haut) <i>IQS</i> et (en bas) <i>ELAS</i>	119
7.32	Profil de contrainte σ_{yy} (en haut) et σ_{xy} (en bas) en fonction de la pression appliquée et l'intensité de cohésion η	120
8.1	Illustration de la principale différence entre la modélisation 2D et 3D dans le mouvement de deux particules, pour passer la particule 2, la particule 1 possède deux possibilités en 2D (a) et une infinité en 3D (b).	124
8.2	Modèles de simulation (a) modèle "rigide" utilisant deux premiers corps rigides ; (b) modèle "déformable" utilisant le premier corps supérieur déformable et le premier corps inférieur rigide.	125
8.3	(a) Visualisation des particules constituant le troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" et (b) description des conditions aux limites et les conditions périodiques.	125
8.4	Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle\mu\rangle$ et l'intensité de cohésion η pour l'ensemble des modèles "rigide" et "déformable" selon les lois (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> ; (c) Visualisation de la déformation du troisième corps en fonction de η (point de vue 1 à 6) pour les lois <i>IQS</i> et <i>ELAS</i>	127
8.5	Visualisation de la déformation du troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> lors η égale à 0.	128
8.6	Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps dans la direction du cisaillement \mathbf{x} pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> pour η égale à 0.	129
8.7	Visualisation de la déformation du troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> pour une valeur de η égale à 10.	130
8.8	Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps dans la direction du cisaillement \mathbf{x} pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> pour une valeur de η égale à 10.	130
8.9	Visualisation de la déformation du troisième corps pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> pour une valeur de η égale à 25.	131

8.10	Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps dans la direction du cisaillement \mathbf{x} pour les modèles "rigide" et "déformable" avec les lois de contact (a) <i>IQS</i> et (b) <i>ELAS</i> pour une valeur de η égale à 25.	132
8.11	Profils de vitesse dans la direction de cisaillement \mathbf{x} en fonction de η pour le modèle "rigide" ((a) <i>IQS</i> et (c) <i>ELAS</i>) et pour le modèle "déformable" ((b) <i>IQS</i> et (d) <i>ELAS</i>).	133
8.12	Profil de contrainte σ_{zz} en fonction de l'intensité de cohésion η pour le modèle "déformable" avec une loi de contact <i>IQS</i>	134
8.13	Profil de contrainte σ_{xz} en fonction de l'intensité de cohésion η pour le modèle "déformable" avec la loi de contact <i>IQS</i> et <i>ELAS</i>	134
8.14	Les perspectives concernées au comportement des milieux granulaires. .	140
8.15	Les perspectives concernées au comportement des interfaces tribologiques.	141
8.16	Etude de la discontinuité de l'interface dans le sens de l'écoulement. . .	141

Liste des tableaux

3.1	Paramètres locaux et globaux utilisés dans les simulations.	38
3.2	Paramètres pour les essais (cas a) de compression biaxiale et (cas b) de cisaillement.	40
4.1	Tableau récapitulatif de l'influence des lois de contact et frottement local sur le comportement global du milieu granulaire.	54
5.1	Tableau récapitulatif de l'influence des particules déformables constituées par 16 éléments quadrangles sur le comportement global.	61
5.2	Tableau récapitulatif de l'influence des particules déformables constituées par 32 éléments quadrangles sur le comportement global.	65
5.3	Tableau récapitulatif de l'influence des particules déformables constituées par 64 éléments quadrangles sur le comportement global.	68
5.4	Tableau récapitulatif de l'influence du comportement local sur le comportement global du matériau granulaire.	73
7.1	Les paramètres locaux et globaux utilisés dans les simulations numériques bidimensionnelles.	92
7.2	Paramètres utilisés différents pour décrire le premier corps supérieur.	98
7.3	Tableau récapitulatif de l'influence des propriétés des premiers corps sur le comportement global du troisième corps en 2D.	106
7.4	Granulométries utilisées pour les différentes simulations.	109
7.5	Tableau récapitulatif de l'influence des propriétés du troisième corps sur son comportement global en 2D.	113
7.6	Paramètres utilisés pour étudier l'influence de la vitesse de cisaillement V_i sur la rhéologie du troisième corps.	114

7.7	Paramètres utilisées pour étudier l'influence de la pression sur la rhéologie du troisième corps.	117
7.8	Comparaison les résultats de simulation lorsque le changement de la pression appliquée P et la cohésion locale correspondante γ	119
7.9	Tableau récapitulatif de l'influence des conditions limites sur le comportement global du troisième corps en 2D.	121
7.10	Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 2D.	122
8.1	Paramètres utilisés dans les modèles de simulation.	126
8.2	Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 3D.	135
8.3	Tableau récapitulatif de l'influence des lois de contact, frottement local et du comportement volumique des particules sur le comportement global.	138
8.4	Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 2D.	139
8.5	Tableau récapitulatif de l'influence des variables locales sur le comportement global du troisième corps en 3D.	139

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : CAO	DATE de SOUTENANCE : 21 juin 2011
Prénoms : HONG-PHONG	
TITRE : <p style="text-align: center;">MODELISATION PAR ELEMENTS DISCRETS RIGIDES ET/OU DEFORMABLES DES MILIEUX GRANULAIRES ET DES TROISIEMES CORPS SOLIDES. INFLUENCE DU COMPORTEMENT LOCAL SUR LE COMPORTEMENT GLOBAL</p>	
NATURE : Doctorat	Numéro d'ordre: 2011-ISAL-0045
Ecole doctorale : MECANIQUE - ENERGETIQUE - GENIE CIVIL – ACOUSTIQUE (MEGA)	
Spécialité : MECANIQUE - GENIE MECANIQUE - GENIE CIVIL	
RESUME :	
<p>Les Méthodes par Eléments Discrets apparaissent comme les méthodes les plus appropriées pour modéliser le caractère divisé de certains milieux comme les milieux granulaires, les maçonneries ou les interfaces de contact... De nombreux travaux ont permis de mieux comprendre leurs comportements, mais dans certain cas se pose la question de l'impact du choix de la description volumique (rigide ou déformable) ou des lois d'interaction (élastique ou plastique) sur le comportement global du milieu.</p> <p>Dans ce contexte, en se basant sur l'approche "<i>Non Smooth Contact Dynamics</i>" permettant naturellement de mixer les différentes formulations, nous nous proposons de comprendre et d'analyser l'influence de cette description. Pour cela, nous utilisons deux applications différentes liées, l'une, au comportement des milieux granulaires sous sollicitations quasi-statiques et l'autre au comportement des interfaces tribologiques sous sollicitations dynamiques.</p> <p>L'étude du comportement des milieux granulaires est faite en utilisant des essais de compression bi-axiale et de cisaillement. Contrairement aux approches classiques, des particules déformables sont utilisées ici. Les résultats des simulations obtenus sont comparés en utilisant des outils de mesure tels que la relation contrainte-déformation macroscopique, la compacité... Les résultats montrent qu'il n'est pas possible à partir d'une description rigide de converger vers des modèles déformables et souligne l'importance d'effectuer une analyse complète en tenant compte de la déformation des particules.</p> <p>Au niveau de l'étude du comportement des interfaces tribologiques, on s'intéresse à l'influence des conditions limites, des descriptions des premiers corps et du troisième corps sur la rhéologie de l'interface. Dans chaque simulation, frottement macroscopique, profils de vitesse et de contrainte sont observés. Les différents modèles utilisés ont peu d'influence sur la valeur du frottement mais plus d'influence sur les profils de vitesse au travers de l'épaisseur de troisième corps. Ceci souligne l'importance du choix du modèle lors de l'étude de la rhéologie de l'interface et montre qu'il est difficile d'obtenir des résultats génériques et ceci aussi bien en modèles bi que tridimensionnel.</p>	
MOTS-CLES : <i>Milieux granulaires, Troisième corps, DEM, FEM, Couplage FEM-DEM, Non Smooth Contact Dynamics.</i>	
Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS), INSA de Lyon UMR CNRS 5259 20, avenue Albert Einstein 69621 Villeurbanne Cedex FRANCE	
Directeur de thèse:	BERTHIER Yves Directeur de Recherche CNRS RENOUF Mathieu Chargé de Recherche CNRS
Président de jury :	TICHY John Professeur
Composition du jury :	TICHY John Professeur CHEVOIR François Ingénieur de recherche, HDR IORDANOFF Ivan Professeur MOLINARI Jean-François Professeur DUBOIS Frédéric Ingénieur de recherche RENOUF Mathieu Chargé de Recherche CNRS BERTHIER Yves Directeur de Recherche CNRS