

N ° Ordre 2011ISAL0119

Année 2011

Thèse de Doctorat
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Analyse et simulation de la mise en forme des renforts de composites NCF

Présentée devant
L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir
Le grade de docteur en Mécanique

Par
Sylvain BEL

Ecole doctorale :
Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique
Spécialité :
Mécanique

Thèse présentée le 22 Novembre 2011 devant le jury composé de :

Véronique Michaud	Professeur, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne	Examinatrice
Sylvain Drapier	Professeur, ENSM de Saint-Étienne	Rapporteur
Arnaud Poitou	Professeur, Ecole centrale de Nantes	Rapporteur
Jacques Lamon	Directeur de recherche, INSA de Lyon	Examineur
Philippe Boisse	Professeur, INSA de Lyon	Directeur
Nahiène Hamila	Maître de conférences, INSA de Lyon	Examineur
François Dumont	Docteur, Eurocopter Deutschland GmbH	Examineur

Université de Lyon, CNRS,
INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, F-69621, France

**INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quinquennal
2011-2015**

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://eedea.ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Insa : H. CHARLES	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43.12.94 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ http://ww2.ibcp.fr/ediss Sec : Safia AIT CHALAL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Louis Pradel Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69677 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax : 04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr	M. Johannes KELLENDONK Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43.19.05 Fax 04 72 43 13 10 infomaths@bat710.univ-lyon1.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON	M. Jean-Yves BUFFIERE Secrétaire : Mériem LABOUNE INSA de Lyon École Doctorale Matériaux Mérim LABOUNE Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry 25bis Avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Tel : 04 72 43 71 70 Fax : 04 72 43 72 37 ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE (ED n°162)	M. Philippe BOISSE Secrétaire : Mériem LABOUNE INSA de Lyon École Doctorale MEGA Mérim LABOUNE Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry 25bis Avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Tel : 04 72 43 71 70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@insa-lyon.fr Site web : http://www.ed-mega.com
ScSo	ScSo* M. OBADIA Lionel Sec : Viviane POLSINELLI Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Analyse et simulation de la mise en forme des renforts de composites NCF

Résumé :

Grâce à leur géométrie spécifique, faite d'une superposition de couches unidirectionnelles de fibres continues, liées par des coutures plus ou moins complexes, les renforts NCF (Non-Crimp Fabric) possèdent une combinaison de propriétés intéressantes. Ces propriétés permettent l'utilisation de procédés de production tels que le procédé RTM (Resin Transfer Moulding) et permettent l'utilisation des caractéristiques de rigidité élevée des fibres dans la pièce finale. Ainsi, ces renforts trouvent des applications dans différents secteurs de l'industrie des composites et notamment en aéronautique. Les couches, formées de fibres parallèles juxtaposées, sont liées par différents types de coutures. Ce lien conduit à des propriétés différentes de celles observées sur un renfort tissé où les mèches de chaîne et de trame sont liées par entrelacement. Par conséquent, la cinématique de déformation des renforts NCF secs lors de la mise en forme peut être différente.

Dans ce travail de recherche, nous menons d'abord une étude expérimentale sur les mécanismes de déformation se produisant lors de tests élémentaires et lors d'une expérience d'emboutissage. Plusieurs renforts NCF et un renfort interlock sont étudiés. Ensuite, nous introduisons un nouveau modèle pour la simulation de la mise en forme du renfort de composite NCF sec. Cette approche implique l'utilisation d'éléments finis lagrangien semi-discrets pour représenter les couches et d'éléments de barres pour représenter les coutures. Ce modèle nécessite un algorithme de contact spécifique pour gérer la relation entre les éléments finis. Une loi de frottement de Coulomb avec seuil de glissement est utilisée. Enfin, le modèle est validé par l'intermédiaire de l'essai de bias test puis la mise en forme sur un hémisphère est simulée et comparée à l'expérience.

Mots clés : *Non Crimp Fabric (NCF), renfort textile, mise en forme, caractérisation mécanique, simulation éléments finis.*

Analysis and simulation of NCF composite reinforcement preforming

Abstract:

Due to their specific geometry, made of overlapping layers of unidirectional plies of continuous fibres, linked by more or less complex stitching, non-crimp fabric (NCF) reinforcements have advantageous combination of properties. These properties enable the use of process in production such as RTM process and allow the full use of stiffness characteristics of the fibres in the final part. Thus, these reinforcements find applications in different areas of composites industry. The plies of juxtaposed parallel fibres are bound by a tricot or a chain stitching with a lead. This link leads to different properties of the NCF compared to those of a woven reinforcement where the warp and weft yarns are linked by the interweaving. Therefore, deformation kinematics of dry NCF reinforcements might be different.

In this research work, we first carry out an experimental study on deformation mechanisms occurring during elementary tests and a drawing experiment. Several non-crimp fabrics and an interlock fabric are studied. Then, we introduce a new model for the simulation of the dry composite reinforcement preforming. This approach involves a semi discrete Lagrangian finite element to represent the plies and a truss element to represent the stitching. This model requires a specific contact algorithm to handle the relation between the finite elements. A Coulomb law with a friction threshold is used. Finally, the model is validated using the bias extension test and the preforming on a hemisphere is simulated and compared to the experiment.

Keywords: *Non Crimp Fabric (NCF), textile reinforcement, preforming, mechanical testing, finite element simulation.*

TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES	9
TABLE DES ILLUSTRATIONS.....	13
TABLE DES TABLEAUX.....	19
NOTATIONS	21
INTRODUCTION	23
CHAPITRE 1 MATERIAUX COMPOSITES ET MISE EN FORME	27
1. Matériaux composites fibreux	27
1.1. Fibres continues.....	27
1.2. Renfort tissés	28
1.3. Matrice organique	29
2. Procédés de fabrication	30
2.1. Formage de préimprégnés	30
2.2. Procédés LCM.....	31
3. Simulation de la mise en forme des renforts	32
3.1. Approche géométrique	33
3.2. Approche continue	34
3.3. Approche discrète.....	35
3.4. Approche semi-discrète.....	36
4. Intérêts industriels	36
Bilan du chapitre 1	38
CHAPITRE 2 RENFORTS DE COMPOSITE NCF	39
1. Etude bibliographique	39
2. Simulation de la mise en forme des renforts NCF.....	41
2.1. Modèle macroscopique de Yu , Harrison et Long [Yu et al., 2005]	41
2.2. Modèle Mésoscopique de Creech et Pickett [Creech, 2006].....	45
3. Etude des propriétés des préformes de composite carbone cousues	48
3.1. Présentation des travaux.....	48
3.2. Conclusion.....	50
Bilan du chapitre 2	51
CHAPITRE 3 ESSAIS DE CARACTERISATION	53
1. Présentation des renforts	53
1.1. Renfort interlock G 1151.....	53
1.2. Renfort NCF 1 : V 96489	54
1.3. Renfort NCF 2 : V 97172.....	54
1.4. Renfort NCF 3 : V 97173.....	55
1.5. Renfort NCF 4 : V 97764.....	55

Table des matières

2.	Comportement en tension	55
2.1.	Essais sur NCF 1.....	56
2.2.	Essais sur NCF 2 et NCF 3.....	57
2.3.	Essais sur NCF4.....	57
2.4.	Bilan des essais de traction.....	59
3.	Comportement en flexion	60
3.1.	Essais de flexion libre.....	60
3.2.	Essais de flexion sur NCF 1 à 3.....	61
3.3.	Essais de flexion sur NCF 4	61
3.4.	Essais de flexion sur G 1151	62
3.5.	Bilan des essais de flexion.....	62
4.	Comportement en cisaillement	63
4.1.	Présentation et théorie du Bias-test :	63
4.2.	Résultats des essais.....	66
4.3.	Mesure de l'angle de cisaillement	71
4.4.	Interprétation des essais.....	77
4.5.	Caractérisation du glissement pour le NCF 4.....	79
4.6.	Bilan des essais de cisaillement.....	82
5.	Essais d'emboutissage hémisphérique.....	82
5.1.	Module d'emboutissage :.....	82
5.2.	Déroulement des essais.....	83
5.3.	Résultats des essais.....	84
5.4.	Bilan	90
	Bilan du chapitre 3	92
 CHAPITRE 4 ELEMENTS FINIS POUR LA SIMULATION DE LA MISE EN		
FORME D'UN RENFORT DE COMPOSITE NCF		93
1.	Contexte.....	93
2.	Schéma d'intégration temporelle	93
2.1.	Cadre général.....	93
2.2.	Equation de la dynamique	95
2.3.	Stabilité du schéma.....	96
3.	Elément fini semi-discret pour la modélisation des renforts tissés	96
3.1.	Elément fini semi-discret Lagrangien.....	97
3.2.	Rigidité en tension.....	98
3.3.	Rigidité en cisaillement	100
3.4.	Rigidité en flexion	100
3.5.	Lois de comportement	101
3.6.	Force internes globales	102
4.	Modélisation d'une nappe de fibres de carbone.....	103
4.1.	Positionnement du problème	103

4.2. Modifications effectuées	105
5. Élément fini de barre pour la modélisation des coutures	108
5.1. Contexte	108
5.2. Formulation de l'élément	109
5.3. Loi de comportement	110
Bilan du chapitre 4	111
CHAPITRE 5 GESTION DE LA CONDITION D'APPARTENANCE POUR LA SIMULATION DE RENFORTS DE COMPOSITE NCF	113
1. Positionnement du problème et formulation.....	113
2. Interface de contact et condition d'appartenance	114
3. Forces liées au contact et formulation du problème	115
4. Résolution.....	116
4.1. Schéma semi implicite	116
4.2. Calcul des forces de contact	117
4.3. Gestion du frottement.....	120
Bilan du chapitre 5	123
CHAPITRE 6 SIMULATION NUMERIQUE	125
1. Identification des paramètres matériaux	125
1.1. Comportement en traction.....	125
1.2. Comportement en flexion.....	126
1.3. Comportement en cisaillement.....	127
1.4. Paramètres de frottement.....	128
2. Détermination des paramètres par approche inverse	128
2.1. Algorithme de Levenberg-Marquardt	128
2.2. Optimisation par approche inverse.....	129
2.3. Résultats	130
3. Simulation de la mise en forme sur un hémisphère	135
Bilan du chapitre 6	139
CONCLUSION 141	
ANNEXES	143
I Caractéristiques matériaux	143
1. G 1151	143
2. NCF 1 : V96489	143
3. NCF 2 : V97172	144
4. NCF 3 : V97173	144
5. NCF 4 : V97764.....	144
II Tableau des essais de Bias-test:.....	145
III Résultats des essais de Bias-test : Courbes effort/déplacement.....	146
1. G 1151	146

Table des matières

2.	NCF 1	146
3.	NCF 2	147
4.	NCF 3	148
5.	NCF 4	149
IV	Résultats des essais de Bias-test : Courbes Couple/Angle pour le renfort G 1151	150
V	Equivalence entre les différentes écritures de la méthode de Newmark, autrement appelé méthode β_2 :151	
1.	Ecriture utilisé par [Hamila, 2007] et disponible dans [Carpenter, 1991] :	151
2.	Ecriture Méthode β_2	151
3.	Ecriture Newmark classique	152
VI	Discretisation élément fini	152
VII	Eléments de cinématique des milieux continus	153
1.	Paramétrage	153
2.	Définition de la déformation dans la direction i	155
3.	Angle de cisaillement	155
VIII	Aide au calcul des forces internes de flexion.....	157
1.	Courbure dans la direction d'une mèche	157
2.	Rotation des cotés	159
IX	Tableaux des simulations.....	162
1.	Simulation de l'essai de Bias-test	162
2.	Simulation de l'essai d'emboutissage hémisphérique	163
BIBLIOGRAPHIE.....		165

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 1-1 : Renforts tissés en 2 dimensions.....	28
Figure 1-2 : Vues en coupe dans 3 plans, perpendiculaires à la direction trame, pour l'interlock G 1151 de Hexcel [Badel, 2008]	29
Figure 1-3 : Principales étapes du procédé de formage du renfort thermoplastique CFRTP [Boisse, 2004].....	31
Figure 1-4 : Principales étapes du procédé RTM (Resin transfer Moulding)	31
Figure 1-5 : Méthode du filet, détermination de la position du point C connaissant celles de A et B	33
Figure 1-6 : Simulation du drapage d'une pièce fortement non développable, au centre, mèches à 0/90°, à droite, mèches à +45°/-45° [Van Der Ween, 1991]	34
Figure 1-7 : Élément fini quadrangulaire semi discret composé de cellules élémentaires [Boisse et al., 1997].....	36
Figure 1-8 : Chassis d'hélicoptère NH 90, Eurocopter.....	37
Figure 1-9 : Préforme NCF et pièce composite finale pour NH90.....	37
Figure 2-1 : Empilement de nappes unidirectionnels placées suivant plusieurs directions.....	39
Figure 2-2 : Définition des longueurs caractéristiques.....	42
Figure 2-3 : Comparaison expérimental/simulation du Picture-frame, dans les 2 directions de cisaillement du renfort [Yu et al., 2005].....	43
Figure 2-4 : Simulation de la mise en forme sur un hémisphère et comparaison des angles de cisaillement dans 2 directions en fonction de l'effort sur le serre-flan [Yu et al., 2005] ..	44
Figure 2-5 : Mécanismes de déformation mésoscopiques dans un NCF biaxial [Creech et al., 2006] ...	45
Figure 2-6 : "Cellule élémentaire" du modèle mésoscopique de NCF [Creech et al., 2006]	46
Figure 2-7 : Comparaison essai/simulation de l'essai de Bias-test [Creech et al., 2006]	47
Figure 2-8 : Mise en forme sur un dôme et comparaison des angles de cisaillement sur la circonférence de l'hémisphère [Creech et al., 2006]	47
Figure 3-1: Photo de la surface d'une éprouvette de G 1151.....	53
Figure 3-2 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 96489.....	54
Figure 3-3 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 97172.....	54
Figure 3-4 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 97173.....	55
Figure 3-5 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 97764.....	55
Figure 3-6 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour le NCF 1	56
Figure 3-7 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour les NCF 2 et NCF 3	57
Figure 3-8 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour le NCF 4 dans la direction chaîne	58

Table des illustrations

Figure 3-9 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour le NCF 4 dans la direction trame	59
Figure 3-10 : Flexomètre standard à plan incliné fixe	60
Figure 3-11 : Schéma de principe de l'essai de flexion	60
Figure 3-12 : Machine de traction avec éprouvette de Bias-test	64
Figure 3-13 : Allongement d'une éprouvette du Bias-test	65
Figure 3-14 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le G 1151	66
Figure 3-15 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 1 dans la direction 1	67
Figure 3-16 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 1 dans la direction 2	68
Figure 3-17 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 2 dans la direction 1	68
Figure 3-18 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 2 dans la direction 2	69
Figure 3-19 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 3 dans la direction 1	69
Figure 3-20 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 3 dans la direction 2	70
Figure 3-21 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 4 dans la direction 1	70
Figure 3-22 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 4 dans la direction 2	71
Figure 3-23 : Mesure de l'angle de cisaillement en fonction du déplacement pour une éprouvette de Bias-test en G 1151	72
Figure 3-24 : Déformation du pied d'une éprouvette de G 1151, avec apparition de glissements ; la zone 3 théorique est mise en évidence par une ligne pointillée	73
Figure 3-25 : Mesure du demi angle de cisaillement en fonction du déplacement pour des éprouvettes de Bias-test en NCF 1	73
Figure 3-26 : Mesure du demi angle de cisaillement en fonction du déplacement pour des éprouvettes de Bias-test en NCF 2 et 3	74
Figure 3-27 : Mesure de l'angle de cisaillement en fonction du déplacement pour une éprouvette de Bias-test en NCF 4 ; évolution de l'écart entre l'angle théorique et l'angle mesuré	75
Figure 3-28 : Déformation du pied d'une éprouvette de NCF 4, avec apparition de glissements en zone A ; Suivi d'une mèche représentée par une ligne pointillée, mèche théorique en trait continu	76
Figure 3-29 : Zone A : Détail des glissements entre mèches parallèles et coutures (a) état initial (b) déplacement du mors de 35 mm	76
Figure 3-30 : Schématisation des déformations d'une couche de NCF en pied de Bias-test (a) état initial (b) état déformé	77
Figure 3-31 : Evolution du couple surfacique en fonction de l'angle de cisaillement pour le G 1151 ..	79
Figure 3-32 : Mire carrée sur éprouvette de NCF 4 (a) face chaîne non déformée (b) face trame non déformée (c) face chaîne déformée (d) face trame non déformée	80
Figure 3-33 : Evolution de la zone 1, avec mire centrale carrée, entre le début et la fin de l'essai	80
Figure 3-34 : Position des noeuds de la mire au cours de l'essai : forme initiale et forme finale moyenne de la mire	81

Figure 3-35 : Module d'emboutissage monté sur la machine de traction	83
Figure 3-36 : Faces 1 (a) et 2 (b) de l'éprouvette de G 1151 pour emboutissage, définition du repère initial et de la position des marqueurs (étoile).....	84
Figure 3-37 : Faces 1 (a) et 2 (b) de l'éprouvette de G 1151 après emboutissage.....	84
Figure 3-38 : Mouchetis blanc sur G 1151 et résultats de stéréo-corrélation.....	85
Figure 3-39 : Position des marqueurs de l'éprouvette de G 1151 emboutie, dans le plan (O, \vec{x}, \vec{z})	86
Figure 3-40 : Position des marqueurs de l'éprouvette de G 1151 emboutie, dans le plan (O, \vec{y}, \vec{z})	86
Figure 3-41 : Définition du glissement G (a) avant déformation (b) après déformation.....	86
Figure 3-42 : Evolution du glissement en direction trame ($y=0$) et chaîne ($x=0$) pour le renfort G 1151	87
Figure 3-43 : Faces trame (a) et chaîne (b) de l'éprouvette de NCF 4 pour emboutissage, définition du repère initial et de la position des marqueurs (étoile).....	87
Figure 3-44 : Faces trame (a) et chaîne (b) de l'éprouvette de NCF 4 après emboutissage	88
Figure 3-45 : Détail de la zone B, la ligne continue délimite les mèches de chaîne, la ligne discontinue les mèches de trame.....	88
Figure 3-46 : Position des marqueurs de l'éprouvette de NCF 4 emboutie, dans le plan (O, \vec{x}, \vec{z})	89
Figure 3-47 : Position des marqueurs de l'éprouvette de NCF 4 emboutie, dans le plan (O, \vec{y}, \vec{z})	89
Figure 3-48 : Evolution du glissement en direction trame ($x=0$) et chaîne ($y=0$)	90
Figure 3-49 : Etapes de la mise en forme d'un renfort sur un hémisphère, dans les cas d'une liaison faible ou forte. Section en position initiale, intermédiaire et fin de d'emboutissage du renfort sur le poinçon.....	91
Figure 4-1 : Orientation des vecteurs matériels selon les directions des réseaux de mèches.....	97
Figure 4-2 : Élément fini semi-discret triangulaire à 2 directions quelconques.....	97
Figure 4-3 : Position du point A appartenant au solide B, en positions initiale et courante	103
Figure 4-4 : Point P, appartenant à un élément (M1,M2,M3), définissant l'intersection d'une mèche de chaîne et d'une mèche de trame	104
Figure 4-5 : Glissement entre 2 points initialement en vis-à-vis.....	104
Figure 4-6 : Cellules élémentaires.....	105
Figure 4-7 : Cellule représentative d'un modèle méso-mécanique pour NCF [Creech et al., 2006].....	108
Figure 4-8 : Modélisation proposée pour la simulation du NCF.....	109
Figure 4-9 : Élément fini de Barre AB.....	109
Figure 5-1 : Modélisation proposée pour la simulation du NCF.....	113
Figure 5-2 : Glissements entre les coutures et les mèches de carbone pour le NCF 4, face trame, pour différents stades de déformation de l'éprouvette de Bias-test.	114
Figure 5-3 : Définition de la fonction "gap" entre un point B et une surface Γ_A	114
Figure 5-4 : Définition de la zone d'adhérence et de la limite de glissement.....	115

Table des illustrations

Figure 5-5 : Direction des vecteurs pour calcul du frottement	120
Figure 5-6 : Schéma de Gauss-Seidel pour le calcul du déplacement correctif.....	122
Figure 6-1 : Sollicitation en cisaillement sur une surface élémentaire représentatif d'une nappe de mèches	127
Figure 6-2 : Element fini de nappe soumis à une sollicitation de cisaillement	127
Figure 6-3 : Algorithme d'optimisation des paramètres par approche inverse	129
Figure 6-4 : Effort moyen de cisaillement pour le renfort NCF 4	130
Figure 6-5 : Variation de la demi largeur de la mire en fonction du déplacement des mors (optimisation 1).....	130
Figure 6-6 : Effort de cisaillement pour le Bias-test expérimental et simulé, pour le renfort NCF 4 (optimisation 2).....	131
Figure 6-7 : Variation de la demi largeur de la mire en fonction du déplacement des mors (optimisation 3).....	132
Figure 6-8 : Effort de cisaillement pour le Bias-test expérimental et simulé, pour le renfort NCF 4 (optimisation 3).....	132
Figure 6-9 : Résultats de la simulation de l'essai de Bias-test, éprouvette initiale et 2 faces de l'éprouvette déformée	133
Figure 6-10 : Pied de l'éprouvette de Bias-test expérimentale et simulée, suivi d'une mèche (ligne rouge).....	133
Figure 6-11 : Eprouvette de Bias-test pour le renfort NCF 4 en début et en fin d'essai	134
Figure 6-12 : Zones 1 et 2, apparition de glissements en bord d'éprouvette.....	134
Figure 6-13 : Dimensions des outils pour la mise en forme hémisphérique.....	135
Figure 6-14 : Simulation de la mise en forme du renfort NCF4 sur un hémisphère.....	135
Figure 6-15 : Faces inférieure et supérieure du renfort NCF 4 après emboutissage.....	136
Figure 6-16 : Schéma de la position du renfort à la fin de la mise en forme, représentation de la distance au sommet. Section dans le plan $x=0$, mèche de trame en position supérieure	136
Figure 6-17 : Evolution du glissement en direction trame ($x=0$), pour l'expérience et la simulation..	137
Figure 6-18 : Evolution du glissement en direction chaîne ($y=0$), pour l'expérience et la simulation.	137
<i>Annexes :</i>	
Figure I : Courbes effort/déplacement pour le G 1151	146
Figure II : Courbes effort/déplacement pour le NCF 1 dans la direction 1	146
Figure III : Courbes effort/déplacement pour le NCF 1 dans la direction 2	147
Figure IV : Courbes effort/déplacement pour le NCF 2 dans la direction 1	147
Figure V : Courbes effort/déplacement pour le NCF 2 dans la direction 2	148
Figure VI : Courbes effort/déplacement pour le NCF 3 dans la direction 1	148
Figure VII : Courbes effort/déplacement pour le NCF 3 dans la direction 2	149
Figure VIII : Courbes effort/déplacement pour le NCF 4 dans la direction 1	149

Figure IX : Courbes effort/déplacement pour le NCF 4 dans la direction 2	150
Figure X : Courbes couple/angle pour le G 1151	150
Figure XI : Orientation des vecteurs matériels selon les directions des réseaux de mèches	153
Figure XII : Élément fini semi-discret triangulaire à 2 directions quelconques.....	153
Figure XIII : Définition de l'angle de cisaillement.....	155
Figure XIV : Définition de la géométrie de l'élément fini pour le calcul en flexion.....	158
Figure XV : Poutre en flexion 3 points	159
Figure XVI : Définition des liaisons entre un élément fini et ses voisins	160

TABLE DES TABLEAUX

Tableau 3-1 : Determination de la rigidité moyenne des nappes du NCF 1.....	56
Tableau 3-2 : Determination de la rigidité moyenne des nappes de NCF 2 et NCF 3	57
Tableau 3-3 : Determination de la rigidité moyenne des mèches de NCF 4 dans la direction chaîne	58
Tableau 3-4 : Determination de la rigidité moyenne des mèches de NCF 4 dans la direction trame.....	59
Tableau 3-5 : Rigidités en flexion des NCF 1, 2 et 3	61
Tableau 3-6 : Rigidités en flexion du NCF 4	62
Tableau 3-7 : Rigidités en flexion du renfort G 1151	62
Tableau 4-1 : Différents schémas d'intégration temporelle.....	94

Annexes :

Tableau I : Caractéristiques G 1151	143
Tableau II : Caractéristiques NCF 1.....	143
Tableau III : Caractéristiques NCF 2	144
Tableau IV : Caractéristiques NCF 3	144
Tableau V : Caractéristiques NCF 4	144
Tableau VI : Direction et orientation des éprouvettes de Bias-test	145
Tableau VII : Données pour la simulation de l'essai de Bias-test	162
Tableau VIII : Données pour la simulation de l'essai d'emboutissage hémisphérique.....	163

NOTATIONS

Le tableau suivant définit l'ensemble des notations utilisés dans ce manuscrit. Lorsqu'un symbole est utilisé pour représenter plusieurs données, la définition sera faite localement dans le texte.

Symbole	Signification	unité
$\vec{\cdot}$	<i>Convention :</i>	
$\vec{\cdot}$	Vecteur dans l'espace	-
$\vec{\cdot}$	Tenseur d'ordre 2	-
$\{ \}$	Matrice Colonne	-
$\langle \rangle$	Matrice ligne	-
$[]_{n,m}$	Matrice $n \times m$ où n et m sont différents de 1	-
$\{u_n\}$	Vecteur déplacement au pas n	mm
$\{\dot{u}_n\}$	Vecteur vitesse au pas n	$mm.s^{-1}$
$\{\ddot{u}_n\}$	Vecteur accélération au pas n	$mm.s^{-1}$
α	Indice, utilisé sans convention de sommation	-
β	Coefficient de pondération du schéma d'intégration temporelle / indice, utilisé sans convention de sommation	-
δ	Symbole de Kronecker	-
μ	Coefficient de frottement	-
i, j	Indice, $i, j = 2$ dans le plan et $i, j = 3$ dans l'espace, utilisé avec convention de sommation de Einstein	-
$\{\chi\}$	Courbure du renfort hors plan	mm^{-1}
γ	Angle de cisaillement dans le plan	rad ou $^\circ$
ε_{ii}	Déformation dans la direction i	-
$\{\eta\}$	Champ de vecteurs virtuel	mm
$\{F^t\}$	Efforts nodaux à l'instant t	N
$R_{spatial} : (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$	Repère spatial invariant dans le temps	-
\vec{x}_i	Vecteur position d'un point matériel i dans $R_{spatial}$	-
\vec{k}_i	Vecteur de la base naturelle covariante	-
\vec{k}^i	Vecteur de la base contravariante telle que $\vec{k}_i \cdot \vec{k}^j = \delta_i^j$	-
r^i	Coordonnée selon le vecteur \vec{k}_i	mm
\vec{h}_i	Vecteur normé dans la direction des fibres	-
\vec{h}^j	Vecteur contravariant normé	-
\vec{g}_i	Vecteur du repère isoparamétrique de l'élément fini	-
\vec{g}^j	Vecteur contravariant du repère isoparamétrique	-
ξ^j	Coordonnée i dans le repère isoparamétrique	-
$(X_i)_j$	Coordonnée j du vecteur X_i	-

Notations

n_{CER}	Nombre de cellules élémentaires	-
W_{int}^{*t}	Travail virtuel des efforts internes à l'instant t	mJ
$W_{cisaillement}^{*t}$	Travail virtuel des efforts de cisaillement à l'instant t	mJ
$W_{tension}^{*t}$	Travail virtuel des efforts de tension à l'instant t	mJ
$W_{flexion}^{*t}$	Travail virtuel des efforts de flexion à l'instant t	mJ
$W_{tens-bar}^{*t}$	Travail virtuel des efforts de tension dans une barre	mJ
C_γ	Couple de cisaillement	mJ
M_i	Moment de flexion dans la direction i	$N.mm^2.mm^{-2}$
T^{ii}	Effort de tension dans la direction i	$N.mm.mm^{-1}$
F_b	Effort dans une barre	$N.mm^{-1}$
L_i	Longueur de la CER dans la direction i	mm
A_e	Aire d'un élément fini	mm^2
S_b	Section d'une barre	mm^2
l_b	Longueur d'une barre	mm
F_S	Effort au seuil de glissement	N
	Rigidités :	
C_{11}	Rigidité en tension dans la direction 1	$N.mm^{-1}$
C_{21}	Rigidité en tension dans la direction 2	$N.mm^{-1}$
C_{12}	Rigidité en compression dans la direction 1	$N.mm^{-1}$
C_{22}	Rigidité en compression dans la direction 2	$N.mm^{-1}$
k_i	Coefficients de la loi de comportement en cisaillement	$N.mm/mm^2$
B_1	Rigidité en flexion dans la direction 1	$N.mm.mm^{-1}$
B_2	Rigidité en flexion dans la direction 2	$N.mm.mm^{-1}$
E_{bt}	Rigidité d'une barre en traction	$N.mm^{-2}$
E_{bc}	Rigidité d'une barre en compression	$N.mm^{-2}$

INTRODUCTION

La science des matériaux consiste en l'étude et l'amélioration des relations entre les propriétés, la structure et la mise en œuvre des matériaux au sens large. D'un point de vue pratique et industriel, elle permet l'amélioration des performances des matériaux tout en réduisant les coûts de conception, fabrication et mise en œuvre. Ainsi, de nouveaux matériaux sont sans cesse développés, élargissant le champ des possibilités qui s'offrent aux concepteurs. Les matériaux composites à renforts fibreux font partis d'une classe de matériaux relativement nouvelle qui offre des propriétés attractives pour les domaines de pointes que sont les industries automobile, navale, aéronautique et aérospatiale. Principalement, le rapport masse/résistance élevé permet l'allègement des structures et par conséquent la réduction de la consommation en hydrocarbures [Gay, 1997][Berthelot, 1999].

Utiliser conjointement plusieurs matériaux pour en produire un nouveau dont les performances excèdent celles de chacun des composants de base pris individuellement est une méthode employée depuis des milliers d'années dans le domaine du génie civil. Cependant, il faut attendre le début des années 1970 pour voir apparaître les premiers matériaux composites à renforts fibreux utilisés comme pièces structurelles dans le domaine des transports. Le développement des fibres de carbone et de bore, associées à des résines polymériques, permet la création de matériaux composites aux propriétés comparables aux matériaux utilisés jusqu'alors, tout en réduisant la masse. Entre 1968 et 1970, Rolls-Royce sera ainsi le premier concepteur d'un réacteur d'avion (RB 211) avec aube en composite de carbone en remplacement des aubes métalliques [Robert, 2007].

Aujourd'hui, les technologies de fabrication des composites à base de renforts à fibres continues font principalement appel à des méthodes manuelles, ou automatisées, de dépose de plis préimprégnés de résine. Les pièces sont ensuite solidifiées par polymérisation de la résine dans un autoclave. Ce type de méthodes permet d'obtenir un composite aux propriétés mécaniques dans le plan très intéressantes, mais au coût de fabrication élevé lorsqu'on atteint un grand nombre de pièces. Le développement de méthodes de faible coût pour la fabrication en série de pièces de composites à la géométrie complexe et aux propriétés mécaniques élevées est donc d'un grand intérêt. Afin de palier le problème de coût, il est envisagé d'utiliser d'autres processus de fabrication des composites de haute qualité.

Les procédés type «RTM», Resin Transfer Moulding, allient l'utilisation de renforts secs, mis en forme dans un moule, et de résines, généralement therm durcissables, injectée au travers du renfort. Ces procédés s'avèrent compétitifs puisqu'ils permettent d'obtenir des produits finaux de moindre coût, avec une production en grande quantité et une automatisation du processus.

Il existe de nombreux types de renforts bidimensionnels à fibres continues, on notera principalement les renforts tissés et les renforts NCF (Non Crimp Fabrics). Les renforts tissés sont constitués de mèches tissées entre elles pour obtenir des armatures telles que le sergé ou le taffetas. Les renforts NCF sont constitués de nappes de fibres superposées et maintenues entre-elles par des coutures, il n'y

Introduction

donc pas d'entrecroisement entre les réseaux de fibres. L'embuvage nul, c'est-à-dire l'absence d'ondulation des fibres, permet d'obtenir des propriétés mécaniques plus intéressantes ainsi qu'une drapabilité et des propriétés d'imprégnation élevées [Lomov et al., 2001].

Dans le cadre des procédés type « RTM », la maîtrise de la mise en forme du renfort dans le moule est d'une grande importance. En effet, des caractéristiques importantes telles que l'angle de cisaillement ou la compaction du renfort sont déterminées lors de cette phase du processus. Il en découle des données importantes telles que la possibilité d'apparition de défauts ou la perméabilité du renfort déformé. Cet ensemble de paramètres doit être contrôlé, optimisé. Une alternative aux longues campagnes d'essais/erreurs pour l'optimisation est la simulation numérique basée sur des modèles plus ou moins détaillés.

Ce document concerne la mise en place d'un outil numérique pour la simulation de la mise en forme de renforts de composite NCF secs, dans le cadre d'un procédé type « RTM ».

- Le premier chapitre est consacré aux généralités permettant de mieux appréhender l'ensemble du travail. On pose le cadre autour des matériaux composites considérés dans l'étude, seuls sont étudiés les renforts NCF à fibres continues, appelés renforts NCF dans la suite. Puis on détaille les principaux procédés de fabrication avant de s'intéresser aux méthodes de simulation de la mise en forme. Quatre approches principales sont évoquées, l'une d'elles sera utilisée dans la suite du travail.
- L'étude bibliographique des renforts NCF est faite dans le deuxième chapitre. Ceux-ci ont été étudiés selon de nombreux points de vue, tout au long de la vie du matériau, depuis la fabrication jusqu'à la rupture. Dans la littérature, la simulation de la mise en forme est envisagée de deux manières, par une approche macroscopique ou mésoscopique. L'étude des avantages et inconvénients de chacune permet d'envisager au mieux une nouvelle approche.
- Le troisième chapitre est consacré aux essais de caractérisation menés sur cinq renforts différents. Ces expérimentations sont couramment effectués sur renforts de composites tissés, elles comprennent : un essai de traction uni axiale, un essai de flexion et un essai de cisaillement par la méthode du « Bias extension test ». Ces essais permettent de définir les rigidités des renforts, servant à alimenter le modèle pour la simulation. Ils mettent en évidence un phénomène nouveau, le glissement entre les 2 réseaux d'un renfort, peu présent sur renforts tissés. Des essais d'emboutissages sont alors menés pour quantifier ce phénomène.
- L'approche proposée pour la simulation est basée sur la méthode des éléments finis avec utilisation d'éléments finis semi-discrets en dynamique explicite. Les principaux points sont détaillés dans le chapitre quatre. La modélisation, à l'origine développée pour la simulation de la mise en forme de renforts tissés, est modifiée et complétée pour les renforts NCF. Les modifications sont effectuées sur la base de ce qui est observé expérimentalement.

- Le cinquième chapitre est consacré à la modélisation de la liaison et du glissement entre les deux couches du renfort NCF. Ce travail permet de finaliser la modélisation de l'ensemble du renfort NCF.
- Enfin, le dernier chapitre permet de mettre en parallèle les observations expérimentales et les résultats numériques. Après le recalage de paramètres matériaux sur l'essai de bias extension test, on effectue la simulation de la mise en forme sur un hémisphère puis on la compare à la mise en forme expérimentale.

CHAPITRE 1 MATERIAUX COMPOSITES ET MISE EN FORME

On appelle *matériau composite* un assemblage, de plusieurs matériaux non miscibles, possédant des propriétés finales que les éléments de base pris seuls ne possèdent pas. Par exemple, en ajoutant une faible quantité de fibres de verre courtes à une résine polymère, on obtient un matériau composite aux propriétés améliorées. Les fibres de verre courtes augmentent les propriétés mécaniques, thermiques et de stabilité dimensionnelle de la résine prise seule [Lucas et al., 2007]. Généralement, on pourra définir 2 composants principaux dans un matériau composite : *le renfort* qui assure la tenue mécanique et *la matrice* qui assure la cohésion de la structure et la transmission des efforts.

Afin de clarifier les choses, la classification des matériaux composites peut se faire selon plusieurs critères [Gay, 1997], que ce soient la nature des constituants, le domaine d'utilisation ou encore les propriétés mécaniques. Cependant, dans la suite de ce chapitre, nous nous focalisons sur une partie seulement des matériaux composites. Nous détaillons dans un premier temps la constitution des *matériaux composites à fibres continues et matrice organique* (CMO) tels qu'utilisés dans les domaines de l'aéronautique ou l'industrie navale. Puis, nous évoquons les procédés de fabrication du matériau, avant de s'intéresser à la simulation de l'étape de mise en forme du renfort fibreux. Ces deux aspects sont reliés aux intérêts industriels pour les matériaux composites dans la dernière partie de ce chapitre.

1. Matériaux composites fibreux

Les matériaux composites à fibres continues et matrice organique sont largement répandus dans l'industrie notamment en aéronautique [Pora, 2001], [Mazumdar, 2005], en construction navale [Smith, 1990] ou encore dans le domaine de l'automobile [Beardman, 1989]. Le renfort est dans ce cas composé de fibres continues, assemblées entre-elles selon différents schémas. La mèche est un assemblage de ces fibres qui sont juxtaposées. Un ensemble de mèches forme alors ce qu'on appelle le *renfort de composite*. Les fibres de ce renfort sont liées par la matrice organique qui permet d'obtenir le matériau final. Etant donné qu'il est fabriqué à partir de plusieurs composants de base, il est important de noter que le matériau composite en temps que tel est étroitement liée à la méthode de fabrication de la pièce, de l'objet final.

1.1. Fibres continues

On citera 3 types principaux de fibres continues : les fibres en *aramide* (Kevlar), en *verre* ou en *carbone*. Ces composants ont des caractéristiques différentes, du point de vue mécanique, thermique ou encore économique. Dans la suite, nous ne parlerons plus que des fibres de carbone. Bien qu'ayant un coût de production relativement élevé, celles-ci sont les plus utilisées pour les applications structurantes et donc dans les domaines de pointe.

Les fibres de carbone, dont le diamètre classique est 7 micromètres et n'excède pas la quinzaine de micromètres, sont fabriquées dans des filières à partir de résidus d'hydrocarbures, suivant 2 techniques principales : à partir de mèches de polyacrylonitrile (PAN) ou à partir de brai mésophase [Dupupet, 2008][Dumont, 2003]. Elles sont caractérisées par leur faible densité (1,7 à 1,9), leur résistance élevée à la traction et à la compression, leur flexibilité, leurs bonnes conductivités électrique et thermique et leur tenue en température.

La mèche de fibres de carbones est le composant de base du renfort. Elle est composée de milliers de fibres, formant un ensemble de quelques millimètres de diamètre plus facile à manipuler. Une première possibilité de fabrication d'un renfort à fibres continues est de juxtaposer des mèches, sous formes de *nappes* puis de les empiler. On forme alors ce qu'on appelle les *renforts unidirectionnels* (UD). Ces renforts ont de très bonnes caractéristiques mécaniques, notamment de rigidité en traction, dues au positionnement des fibres dans la nappe. Par contre, la cohésion des mèches n'est pas assurée, les UD ont donc des inconvénients au niveau de la mise en forme. D'autres types de renforts peuvent être obtenus à partir des mèches :

- Les renforts NCF, qui sont l'objet du présent travail, sont composés de renforts unidirectionnels liés entre eux par des coutures en fil synthétique. Les renforts NCF sont présentés plus en détail dans le chapitre suivant (chapitre 2).
- Les renforts tissés, très répandus, qui sont présentés succinctement dans le paragraphe suivant.
- Les renforts mâts (constitués de fibres et non de mèches) et les renforts 3D qui ne sont pas considérés ici.

1.2. Renfort tissés

L'assemblage des mèches par tissage permet d'obtenir différentes *armures* de renfort. Les renforts tissés 2D sont classés suivant ce motif de tissage (cf. exemples figure 1-1). La mèche de trame, qui traverse le métier à tisser, peut passer au dessus ou en dessous de la mèche de chaîne, disposée dans le sens de la longueur du tissé. En changeant le type d'armure on fait varier les propriétés du tissu, ainsi le *satin* sera moins rigide en cisaillement que le *taffetas*.

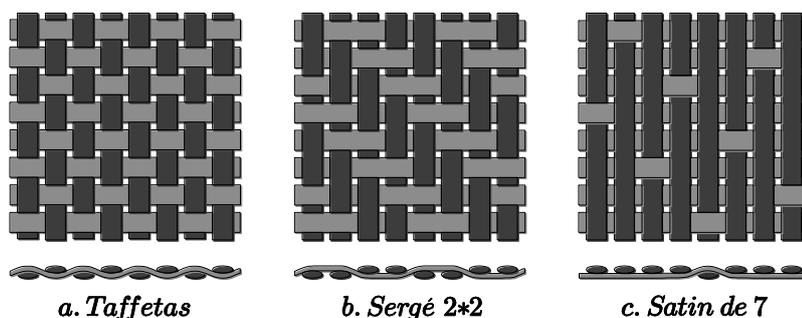


Figure 1-1 : Renforts tissés en 2 dimensions

Le passage des mèches l'une sur l'autre mène à l'ondulation des réseaux qui est caractérisée par l'*embuvage* calculé à partir des longueurs de mèche et de tissu (éq. (1.1)).

$$e = 100 \frac{\text{longueur mèche} - \text{longueur tissu}}{\text{longueur tissu}} \quad (\text{en } \%) \quad (1.1)$$

L'embuvage du tissu a une influence sur la rigidité du renfort en traction bi-axiale [Buet et al., 2001], nous verrons dans la suite (chapitre 3) les répercussions de l'absence d'embuvage sur les renforts NCF.

Dans le cas où la densité de mèches est différente dans les 2 directions chaîne et trame, on parle de tissus *déséquilibrés*. Il est également possible de placer plusieurs mèches de trame et de chaîne dans l'épaisseur. On obtient un renfort de type tissé interlock (cf. figure 1-2), plus épais et plus intéressant du point de vue du délaminage [De Luycker, 2009].

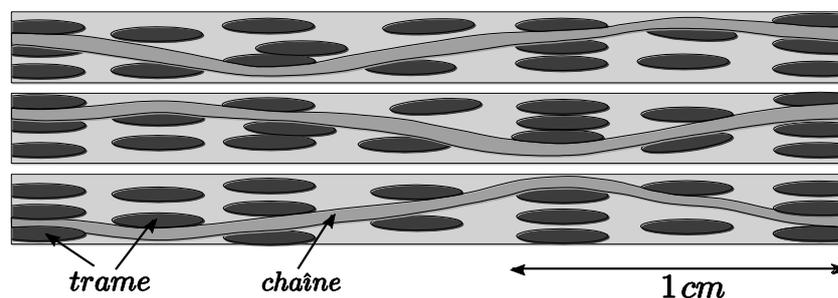


Figure 1-2 : Vues en coupe dans 3 plans, perpendiculaires à la direction trame, pour l'interlock G 1151 de Hexcel [Badel, 2008]

Les renforts de composites tissés présentent de nombreux avantages, c'est pourquoi ils sont largement utilisés aujourd'hui. Cependant, nous verrons dans la suite que la présence d'embuvage mène à des caractéristiques mécaniques amoindries par rapport aux renforts unidirectionnels. Pour pallier cet inconvénient, les *renforts de composite non tissés à couches unidirectionnels cousus* (NCF) présentent une bonne alternative. Le chapitre 2 détaille la composition de renforts NCF et leurs caractéristiques.

1.3. Matrice organique

La matrice a pour but principal de transmettre les efforts mécaniques au renfort. Elle assure la protection du renfort vis à vis des conditions environnementales et elle permet de maintenir le produit fini dans la forme voulue.

Dans le cas des composites à matrices organiques, on peut citer les 2 principaux types de matrices utilisés :

1.3.1. Les résines thermodurcissables :

Ce sont les plus utilisées dans l'industrie des composites. Plutôt peu onéreuses (résine UP), avec de bonnes propriétés mécaniques (résines EP) et une résistance chimique intéressante (résines vinylester), elles sont aussi de bonnes caractéristiques pour les applications à haute température (résines PIRP).

Les résines thermodurcissables ont l'avantage d'être pâteuses à température ambiante, donc plus faciles à manipuler pour la réalisation du composite. Cependant, un matériau thermodurcissable ne peut être mis en forme qu'une seule fois puisqu'il devient infusible et insoluble après polymérisation. Cet aspect rend impossible le recyclage sous forme de matière première mais on pourra par exemple réintégrer le matériau broyé sous forme de charge dans un nouveau composite.

1.3.2. Les résines thermoplastiques :

Ces résines se déforment sous l'effet de la chaleur, tout en gardant leur forme en refroidissant. Cela implique que l'assemblage entre la résine et le renfort soit fait à chaud (entre 200°C et 400°C). Ces résines sont globalement plus utilisées (environ 80% du tonnage des déchets plastiques, contre 20% pour les thermodurcissables), mais leur utilisation dans les matériaux composites est aujourd'hui plus faible. Les matériaux thermoplastiques sont potentiellement *recyclables*, puisque fusibles à nouveau après mise en forme, mais cet aspect dépend de nombreux facteurs, dont la purification et le tri des différentes matières plastique [Robin, 2003].

2. Procédés de fabrication

Les procédés de fabrication des matériaux composites sont nombreux et variés. Depuis des procédés essentiellement manuels, les techniques n'ont cessé d'évoluer pour répondre à l'utilisation croissante de ces matériaux. Les besoins de cadences de plus en plus élevées, ou encore de pièces aux caractéristiques mieux maîtrisées, optimisées, ont mené à différents types de procédés qui sont choisis en fonction du besoin (forme, cadence, série, caractéristiques mécaniques...). On citera principalement 2 techniques de fabrication utilisés actuellement et ayant chacune leurs variantes. Chacune de ses techniques allie un renfort et une matrice pour obtenir le matériau composite final.

2.1. Formage de préimprégnés

Ce procédé utilise comme élément de base des feuilles composées du renfort et de la matrice. Ainsi, les 2 composants sont manipulés en même temps pour l'obtention de la pièce finale. Dans le cas des renforts préimprégnés à matrice thermoplastique on obtient la possibilité de mouvement relatif des fibres et donc de déformation du renfort en chauffant préalablement le renfort (rigide à température ambiante) à une température supérieure à celle de fusion de la résine. Pour les préimprégnés à matrice thermodurcissable, la matrice n'est à priori pas solide, son état est visqueux car la résine n'a pas encore été polymérisée. Dans les 2 cas, le formage a lieu grâce aux déformations de flexion et de cisaillement plan rendues possibles. Après une phase de consolidation (compression transverse) qui a pour objectif d'éviter les vides entre les plis, le composite obtient sa rigidité complète après refroidissement (précédé selon le cas du chauffage). Pour les préimprégnés thermoplastiques, l'ensemble des étapes du procédé sur renfort CFRTP (Continuous Fibres Reinforced ThermoPlastic) décrites figure 1-3 est rapide (de l'ordre de une ou quelques minutes), cette technique est donc intéressante économiquement, en particulier pour les moyennes et grandes séries.

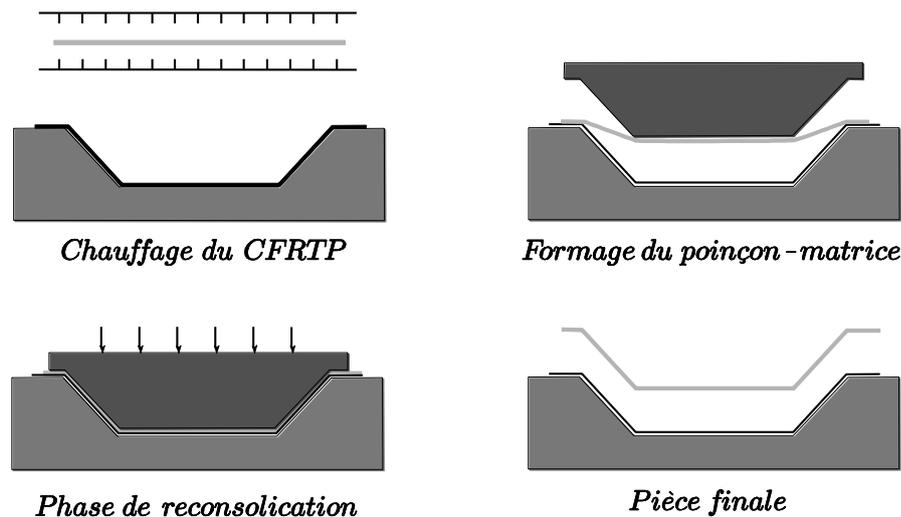


Figure 1-3 : Principales étapes du procédé de formage du renfort thermoplastique CFRTP [Boisse, 2004]

2.2. Procédés LCM

Dans le cas de procédés LCM (Liquid Composites Moulding) et plus particulièrement de la méthode RTM (Resin Transfer Moulding) [Rudd et al., 1997][Potter, 1999][Parnas, 2000], le renfort est mis en forme dans un moule puis la résine polymérisée à chaud est injectée au travers du renfort (cf. figure 1-4). Les composants de base sont donc manipulés séparément. Ce type de procédés est envisageable avec résines thermodurcissables et thermoplastiques mais cela aura une influence importante sur la durée du cycle thermique pour la polymérisation (Verrey et al., 2006).

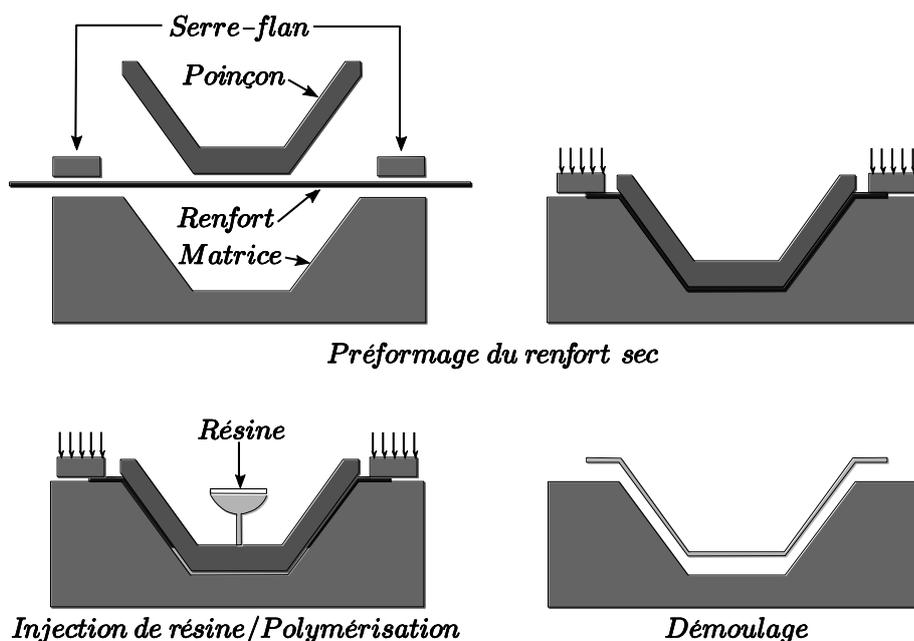


Figure 1-4 : Principales étapes du procédé RTM (Resin transfer Moulding)

La mise en forme se fait en l'absence de matrice, celle-ci n'étant injectée qu'après le formage. La déformation du renfort a lieu principalement en flexion et en cisaillement dans le plan ; il est possible d'atteindre des formes non développables à faible rayon de courbure. Ce procédé est automatisable et peut être décomposé en 5 étapes principales :

- Découpe du renfort à la dimension voulue.
- Mise en forme du renfort par estampage ou emboutissage (phase de préformage).
- Injection de la résine liquide (1 à 4 bars) à haute température dans le moule fermé.
- Polymérisation de la résine.
- Refroidissement et démoulage.

Des variantes de ce procédé existent, notamment sur la méthode d'injection/imprégnation de la résine. Dans le cadre de notre étude, c'est ce procédé qui sera considéré par la suite. Et plus particulièrement, on s'intéressera à l'étape de mise en forme par emboutissage du renfort sec, avant imprégnation/injection de la résine.

3. Simulation de la mise en forme des renforts

Que ce soit pour un renfort préimprégné (procédé type CFRTP), ou un renfort sec (procédé type LCM), l'étape de mise en forme du renfort dans le moule est cruciale pour la qualité et la pérennité de la structure. Pour une géométrie de pièce donnée et un type de renfort donné, un certain nombre de questions se posent vis-à-vis de l'étape de formage du renfort.

Pour qu'une mise en forme soit possible, il faut que celle-ci puisse être réalisée *sans défaut*. Ceux-ci sont potentiellement nombreux. On peut citer principalement :

- plissements du tissé
- déchirures des fibres
- glissements entre les réseaux
- porosités résiduelles

Dans le cas où l'absence de défaut est possible, il faut déterminer les *conditions de faisabilité* de la mise en forme. Cet aspect concerne directement les réglages possibles du procédé. Différents facteurs, tels que le positionnement initial du renfort, les efforts sur les outils (poinçon, serre-flan), la vitesse, la température de fabrication, changent les résultats du formage et il est important de pouvoir définir les paramètres optimaux de fabrication.

Enfin, la *position des renforts dans la pièce finale* est importante à au moins deux titres. D'un point de vue structurel, la rigidité et la résistance de la pièce finale (après durcissement de la résine) sont dépendantes de l'orientation des renforts. Il est donc important de les connaître, voire de les optimiser. Par ailleurs, dans le cas d'un procédé type RTM, l'injection sur le renfort dépend de l'orientation des mèches et en particulier la perméabilité est fonction de l'angle entre les réseaux

chaîne et trame [Loix et al., 2008]. Il est donc important de connaître l'orientation des renforts pour optimiser l'injection.

Ainsi, si l'on veut répondre aux trois critères (*absence de défauts, conditions de faisabilité, position des renforts*) autrement que par campagnes d'essais-erreurs sur des fabrications souvent coûteuses, il est nécessaire de mettre au point des modélisations et des simulations de l'opération de mise en forme des renforts. Pour ce faire, plusieurs approches existent, avec des degrés de complexité différents. Dans les paragraphes suivants, nous présentons dans les grandes lignes 4 types d'approches possibles. La première approche est purement géométrique, alors que les 3 suivantes nécessitent la connaissance du comportement mécanique des renforts et font appel à la méthode des éléments finis.

3.1. Approche géométrique

Cette approche est aussi appelée « méthode du filet » ou encore « approche cinématique ». Elle repose sur les hypothèses fortes suivantes :

- les mèches sont inextensibles
- les intersections entre les réseaux chaîne et trame ne peuvent pas glisser
- les rotations entre les deux réseaux sont libres
- le contact du tissé avec la surface de l'outil se fait sans glissement

Comme le montre la figure 1-5, la méthode du filet permet de déterminer la position d'un noeud C à partir de la connaissance des positions de deux de ses voisins (A et B) sur le filet. En connaissant les longueurs AC et BC, C est défini comme l'intersection des deux géodésiques issues de A et B, et qui se coupent en C en vérifiant ces longueurs. Cela constitue un problème géométrique, en général non linéaire qui peut être résolu très rapidement. Pour cela, la surface de l'outil doit être définie, soit analytiquement, soit par facettes planes ou de degrés supérieurs, soit par des « panneaux » courbes [Indermaur et al., 1999]. Pour initier le drapage suivant le schéma de la figure 1-5, il est nécessaire de positionner un premier noeud et de fixer deux directions initiales de dépose (chaîne et trame). Il s'agit en général des axes de symétrie s'ils existent. Le résultat du drapage dépend de ces directions.

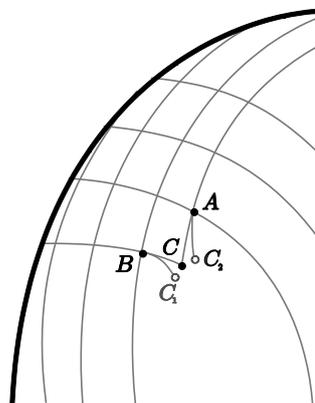


Figure 1-5 : Méthode du filet, détermination de la position du point C connaissant celles de A et B

La figure 1-6 présente le résultat d'une simulation de drapage pour une pièce mécanique fortement non développable et pour deux orientations initiales du renfort [Borouchaki et al., 2003]. On observe la différence de répartition des angles de cisaillement en fonction de l'orientation initiale du renfort. Si la méthode du filet conduit à des outils de calcul rapides (dont certains sont commercialisés), les très fortes hypothèses utilisées en restreignent l'utilisation. En effet, le résultat est identique quel que soit le matériau utilisé. Or, bien souvent le résultat de la mise en forme dépend des caractéristiques mécaniques du renfort. De plus, les conditions aux limites en efforts, par exemple les efforts créés par les outils (serre-flan en particulier), ne sont pas prises en compte. Ceci nous mène aux approches éléments finis, prenant en compte les caractéristiques mécaniques du renfort.

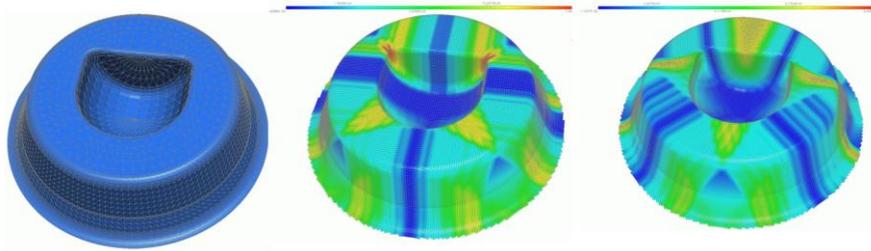


Figure 1-6 : Simulation du drapage d'une pièce fortement non développable, au centre, mèches à 0/90°, à droite, mèches à +45°/-45° [Van Der Ween, 1991]

3.2. Approche continue

Une première famille de modèles est obtenue en homogénéisant le comportement mécanique du renfort. On considère alors le renfort comme un *milieu continu anisotrope* [Spencer, 2000] [Dong et al., 2001][Peng et al., 2005] [Aimène, 2007][Then Thije, 2007]. Ce type de modèle est dit *macroscopique* puisqu'il prend en compte un comportement global homogénéisé du renfort. Les codes éléments finis utilisant cette approche sont généralement basés sur des équations constitutives en taux, on parle de *lois hypoélastiques* :

$$\underline{\underline{\sigma}}^\nabla = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{D}} \quad (1.2)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^\nabla = \underline{\underline{Q}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \left(\underline{\underline{Q}}^T \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{Q}} \right) \right) \cdot \underline{\underline{Q}}^T \quad (1.3)$$

$\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{D}}$ sont respectivement le tenseur des contraintes de Cauchy et le tenseur des taux de déformation. $\underline{\underline{\sigma}}^\nabla$ est la dérivée objective de $\underline{\underline{\sigma}}$ associée à la rotation $\underline{\underline{Q}}$. En pratique, le schéma incrémental classique de Hughes et Winget [Hughes et al., 1980] est utilisé pour le calcul des contraintes, ce qui donne :

$$\begin{cases} [\underline{\underline{\sigma}}^{n+1}]_{e_i^{n+1/2}} = [\underline{\underline{\sigma}}^n]_{e_i^n} + [C^{n+1/2}]_{e_i^{n+1/2}} [\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}]_{e_i^{n+1/2}} \\ [\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}]_{e_i^{n+1/2}} = [D^{n+1/2}]_{e_i^{n+1/2}} \Delta t \end{cases} \quad (1.4)$$

Pour un milieu fibreux, le tenseur constitutif $\underline{\underline{C}}$ est orienté par \vec{k} la direction des fibres. $\{\vec{e}_i\}$ étant le repère orthonormé obtenu à partir du repère de base initial tourné par la rotation $\underline{\underline{Q}}$, \vec{k} n'est en

général pas fixe dans $\{\bar{e}_i\}$ puisque c 'est une *direction matérielle* (qui suit la matière). Au cours de la mise en forme, la direction de fibre \bar{k} est transformée par le tenseur gradient $\underline{\underline{F}}$, alors que le repère orthonormé $\{\bar{e}_i\}$ est tourné par la rotation $\underline{\underline{Q}}$. Il a été montré que dans le cas d'un renfort fibreux, la dérivée objective en rotation correcte doit être pilotée par la rotation de la fibre [Hagege, 2004][Boisse et al., 2005a].

Une autre approche consiste à considérer le renfort comme un *matériau hyperélastique* pour lequel il existe une énergie de déformation W qui ne dépend que de la déformation actuelle [Aimène, 2007]. Le potentiel élastique W doit alors respecter le principe d'indifférence matérielle qui garanti son invariance pour tout changement d'observateur.

Le matériau hyperélastique ne dissipe pas d'énergie. Alors, la satisfaction de l'inégalité de Clausius-Duhem mène à la loi de comportement du matériau. Dans la configuration initiale, on pourra l'écrire sous la forme :

$$\underline{\underline{S}} = \frac{\partial W}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (1.5)$$

Avec : $\underline{\underline{C}}$: Tenseur de Cauchy Green droit

$\underline{\underline{S}}$: Second tenseur de Piola Kirchhoff

W : Energie de déformation par unité de volume non déformé

Afin de respecter les symétries du matériau, l'énergie W peut être écrite en fonction des invariants du tenseur de Cauchy Green droit.

3.3. Approche discrète

En terme de modélisation du comportement mécanique, les approches discrètes se placent à l'opposé des approches continues puisqu'elles considèrent les composants du renfort fibreux à une échelle plus détaillée. On parle alors d'*approche mésoscopique* voir *microscopique*. Dans ce cas, les composants peuvent être les cellules, les mèches, ou même les fibres.

Pour ces modélisations méso-mécaniques [Pickett et al., 2005][Gatouillat, 2010], la plus grande difficulté réside dans la description des composants du modèle à l'échelle voulue. Un compromis doit être trouvé entre une description précise mais coûteuse d'un point de vu numérique, et une description simple, moins détaillée, mais qui permettra de simuler des mises en forme complètes dans un temps acceptable.

Certaines modélisations, où des paquets de fibres sont modélisés, ont été proposées [Durville, 2002][Duhovic et al., 2006]. Dans ce cas, la modélisation est faite à l'échelle microscopique. Cependant, le nombre de fibres dans une structure composite limite ce type de modèle à des sous ensembles de taille réduite.

3.4. Approche semi-discrète

L'approche semi-discrète est celle utilisée dans ce travail. Pour cette approche, les mèches ou les cellules du renfort sont prises en compte directement, sans qu'un milieu continu soit utilisé (cf. figure 1-7) [Boisse et al., 2005a][Hamila, 2007][Hamila et al., 2009]. Les déformations en tension, cisaillement et éventuellement flexion sont calculées à partir des déplacements nodaux. L'approche semi-discrète utilisée dans le cadre de ce travail est détaillée dans le chapitre 4.

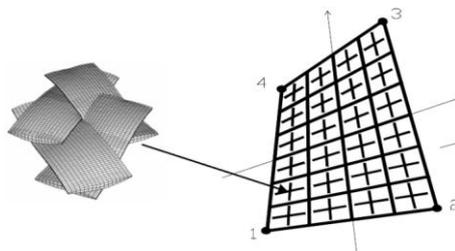


Figure 1-7 : Elément fini quadrangulaire semi discret composé de cellules élémentaires [Boisse et al., 1997]

Cette approche a été étendue aux renforts 3D. Ainsi, De Luycker et al. [De Luycker et al., 2009] proposent un modèle de renfort interlock associant des éléments de barre pour décrire les phénomènes de tension des mèches et des éléments finis de solide représentant les phénomènes de cisaillement et de compaction transverse. Ce type de modélisation est également utilisée dans [Bel, 2008].

4. Intérêts industriels

D'un point de vue industriel, l'amélioration des renforts et des techniques de fabrication est d'une grande importance. Afin d'assurer des cadences de fabrication plus élevées, d'améliorer la résistance mécanique, de produire des pièces aux caractéristiques mieux maîtrisées et de réduire les coûts, l'utilisation de renforts de composite NCF associés à une fabrication par procédé type LCM est prometteuse.

Dans ce cadre, l'entreprise Eurocopter, support de ce travail, est intéressée par la fabrication de pièces de structure pour hélicoptères en renfort NCF avec procédé RTM. Les pièces de cadre (cf. figure 1-8) sont initialement fabriquées à partir de renforts préimprégnés. Figure 1-9, on montre la préforme NCF ainsi que la pièce en composite pour les cadres du NH 90.

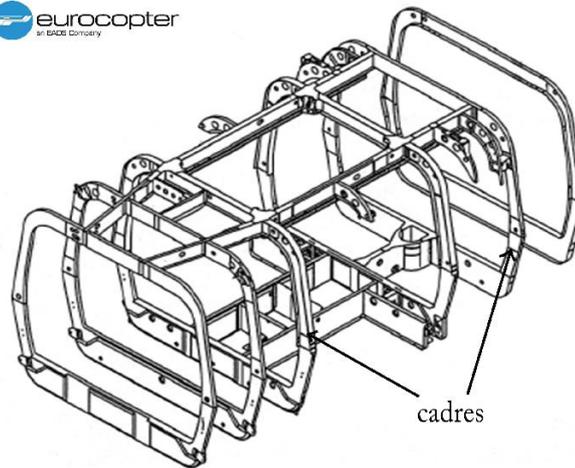


Figure 1-8 : Chassis d'hélicoptère NH 90, Eurocopter

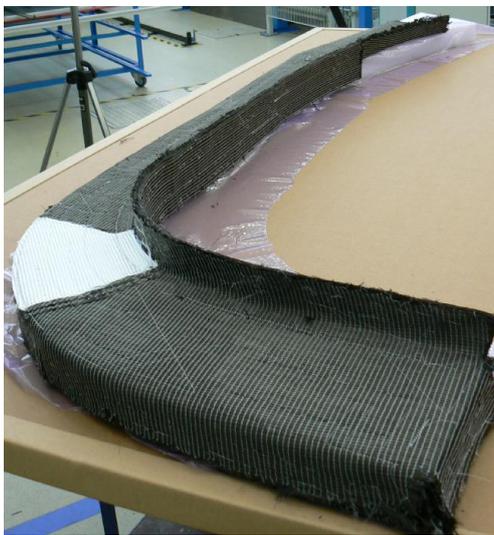


Figure 1-9 : Préforme NCF et pièce composite finale pour NH90

L'utilisation de renforts NCF mis en forme dans un moule puis injectés de résine présente de nombreux avantages. Entre autre, on citera :

- Augmentation de la cadence de fabrication car abandon de l'utilisation d'un autoclave
- Meilleur drapabilité
- Possibilité de drapage de multiplis en une seule fois
- Meilleure gestion des stocks, les matériaux de bases sont stockés séparés et n'ont pas besoin d'être stockés à basse température
- Nombreuses orientations possible pour la préforme donc moins de pertes à la découpe

Dans cette optique, la simulation numérique de la mise en forme du renfort dans le moule doit permettre la prévision des conditions de drapage et la définition des paramètres optimaux de fabrication.

Bilan du chapitre 1

Le terme matériau composite est très générique. Il désigne à la fois un très grand nombre de matériaux divers, allant du béton armé, au composite de carbone, au bois, en passant par l'os. Mais aussi, ce terme est étroitement lié au procédé de fabrication du matériau. Dans le cadre de ce travail, nous considérons des matériaux composites associant une matrice organique (résine) à un renfort à fibres continues (renforts tissés et NCF de carbone). Ces matériaux sont obtenus à partir de procédés type RTM, pour lesquels le renfort sec est mis en forme dans un moule à l'aide d'un système type poinçon/matrice, avant d'être imprégné de résine. Plus particulièrement, nous nous intéressons à la simulation de l'étape de mise en forme du renfort à l'aide d'une approche numérique par éléments finis semi-discrets.

Dans le chapitre suivant (chapitre 2), nous proposons un état de l'art des différentes recherches menées sur les NCF et plus particulièrement les travaux sur la caractérisation mécanique du renfort sec et la modélisation en vue de la simulation de la mise en forme.

CHAPITRE 2 RENFORTS DE COMPOSITE NCF

Les *renforts de composite NCF (Non Crimp Fabrics)*, aussi appelés *renforts multiaxiaux multiplis (Multiaxial Multiply fabrics)*, sont des renforts fait d'un assemblage de couches unidirectionnelles dont les fibres sont cousues ensemble par un fil (cf. figure 2-1). Chaque couche est orientée dans un direction différente ce qui permet de produire des renforts adaptés et spécifiques, fonctions de l'application. Le principal avantage de ce type de renfort est l'obtention d'une rigidité mécanique plus élevé qu'avec un tissu de la même épaisseur.

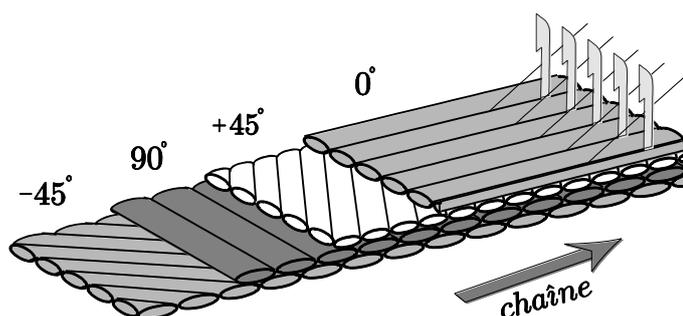


Figure 2-1 : Empilement de nappes unidirectionnelles placées suivant plusieurs directions

Dans ce chapitre, nous faisons un recensement succinct des travaux de recherche concernant la caractérisation des renforts NCF. Dans un premier temps, nous adoptons une approche globale. Le matériau peut être étudié tout au long de sa vie, en allant de la fabrication et la couture jusqu'à la rupture, en passant par la caractérisation des pièces en service. Puis nous regardons plus en détail ce qui a été fait concernant la simulation de la mise en forme de ces renforts. Les approches macroscopique et mésoscopique ont été envisagées avec chacune leurs avantages et inconvénients. Enfin, nous revenons sur une série de publications traitant de nombreux aspects de la caractérisation de ce type de renforts et dont les conclusions sont utilisées pour la suite des travaux.

1. Etude bibliographique

Les 15 dernières années ont vu l'intérêt croissant de l'industrie pour l'utilisation des matériaux composites à base de fibres de carbone. L'utilisation de mèches de carbone de faible coût est grandissante dans les industries de pointe tel que l'aéronautique. Dans ce cadre, les NCF, qui combinent des couches de mèches unidirectionnelles, à forte rigidité, et des coutures qui maintiennent ces couches ensemble, forment une famille de matériaux aux propriétés très intéressantes qui pourront être utilisés pour la production de pièces composites aux propriétés mécaniques élevées [Lomov et al., 2002].

Ces matériaux ont été étudiés sous différents aspects, nous présentons ici les principaux. Dans un premier temps, la *géométrie spécifique* de la préforme, faite de superposition de couches de mèches unidirectionnelles, liées par des coutures plus ou moins complexes a été étudié [Lomov et al.,

2002][Du et al., 1996]. Les cinématiques de déformation, du renfort et des mèches sont particulières. La présence d'une couture en fil synthétique (généralement en polyéthersulfone, PES) modifie le comportement, comparativement à ce qui est connu sur les renforts tissés.

De nombreuses études sur la caractérisation mécanique de ce matériau ont été menées, concernant les différents stades de la vie du matériau. On citera par exemple l'étude de la déformabilité du renfort sec sous faibles chargements [Lomov et al., 2003], la caractérisation de la structure interne du composite en place [Mattsson et al., 2007][Koissin et al., 2009], l'étude de l'endommagement et de la rupture de l'ensemble renfort + matrice [Greve et al., 2006][Truong et al., 2005][Riccio et al., 2007][Truong et al., 2008] ou encore le comportement en fatigue [Vallons et al., 2007]. D'autres d'études s'intéressent à la simulation du comportement du matériau en place [Knipprath et al., 2008], avec notamment la simulation éléments finis du comportement du composite sous diverses sollicitations, tension et cisaillement par exemple [Drapier et al., 1999][Tessitore et al., 2006].

L'étude expérimentale de la mise en forme du matériau composite NCF a fait l'objet de quelques publications. Kong [Kong et al., 2004] étudie les mécanismes de déformation des NCF, notamment à travers des essais de traction et bias-test. Il étudie la formabilité de ce type de renfort comparé aux tissus, mettant en avant la présence des coutures qui n'a pas le même effet que le tissage sur les mécanismes de déformation. L'ensemble des essais menés reste en 2 dimensions, l'étude ne concerne pas la mise en forme sur géométries complexes. Dans [Lomov et al., 2005], S.V. Lomov étudie également le comportement des NCF avec les essais classiques pour les renforts de composites fibreux : tension bi-axiale, Picture-frame test et compression. La comparaison est faite vis-à-vis des renforts tissés. Des conclusions importantes sont tirées sur le comportement des NCF lors de l'essai de Picture-frame : le cisaillement du renfort à l'intérieur du cadre est caractérisé par les mêmes phénomènes que pour les renforts bidirectionnels tissés. P. Harrison [Harrison et al., 2004] effectue les essais de Bias-test et de Picture-frame pour la détermination de la rigidité en cisaillement des renforts. Ces essais soient menés sur un renfort NCF pré-imprégné chauffé. L'étude fait ressortir la propension des fibres à glisser entre-elles pendant l'essai de Bias-test. Ce qui n'est pas le cas pour l'essai de Picture-frame.

Dans [Dumont et al., 2008], F. Dumont pose la question de la réalité des déformations subies par le renfort lors d'une mise en forme réelle, avec géométrie complexe et surfaces non développables. En effet, l'organisation des réseaux de fibres peut être fortement perturbée lors de ce type de mise en forme, cependant ces mécanismes ne sont pas rendus par un Picture-frame et ne sont donc pas prévu par la simulation. Cette problématique est également abordée dans [Strauf Amabile et al., 2010].

L'optimisation du processus de mise en forme par emboutissage est abordée par W.R. Yu et J.S. Lee dans [Yu et al., 2004] et [Lee et al., 2007]. Notamment, les essais en cisaillement mettent en avant le caractère non symétrique du comportement du à la présence de couture dans une seule direction. On parle alors de raideur « apparente » en cisaillement, le cisaillement des mèches pouvant être accompagné de la traction des coutures. Cela a des conséquences néfastes qui peuvent être corrigées par l'optimisation de la forme du renfort avant mise en forme et de l'effort sur les serre-flans.

Enfin, on notera principalement 3 publications traitant de la simulation de la mise en forme des renforts de composites non-tissés. Dans [Yu et al., 2005], W.R. Yu propose une loi de comportement issu de l'expérimentation pour la prise en compte du comportement asymétrique en cisaillement des NCF. Ce type de modèle est issu de celui développé pour les renforts tissés, la particularité est faite au niveau de l'écriture de la matrice de rigidité en cisaillement. Cependant, le renfort NCF, composé de 2 couches de fibres, est considéré comme un milieu continu, il n'y a donc pas de glissement possible entre les 2 réseaux. P. Harrison [Harrison et al., 2003] propose également une prise en compte des coutures dans un modèle succinctement expliqué. Pour terminer, G. Creech [Creech et al., 2006] étudie le drapage et la rupture de renforts non-tissés avec un modèle mésoscopique. Les mèches du renfort sont alors modélisées par des éléments de solide 3D, et des éléments de barres représentent les coutures. Ce type de modèle est plus détaillé qu'un modèle macro, donc plus lourd, mais permet de gérer les différents mécanisme de déformation méso : compaction des mèches, glissements, frottements, cisaillement. Les différentes modélisations pour la simulation de la mise en forme sont détaillées dans la partie suivante.

2. Simulation de la mise en forme des renforts NCF

2.1. Modèle macroscopique de Yu , Harrison et Long [Yu et al., 2005]

La simulation par éléments finis de la mise en forme de renforts de composites non-tissés est abordée dans [Yu et al., 2005] et [Harrison et al., 2003], par l'équipe de A. Long et P. Harrison, de l'université de Nottingham. Un modèle macroscopique est utilisé, il est implémenté dans un code de calcul commercial élément fini. La spécificité réside ici dans l'écriture de la loi de comportement, qui prend en compte le caractère anisotrope du milieu. On a donc des éléments classiques, dans un milieu continu. La loi de comportement, initialement développé pour les milieux tissés est déterminée de la manière suivante.

2.1.1. Comportement en tension

Le comportement du renfort est divisé en plusieurs contributions. Tout d'abord, les propriétés des fibres dans leur direction principale, en traction, sont considérées. Pour cela, l'hypothèse de rotation libre des réseaux et de non glissement entre réseaux est nécessaire. Dans le plan, la loi de comportement écrite dans le repère orthogonal (O, \vec{x}, \vec{y}) , avec \vec{x} la direction trame, est telle que :

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{xx} \\ \Delta\sigma_{yy} \\ \Delta\sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{E}^\alpha}{bc} + \Gamma\left(\frac{a}{h}\right)\left(\frac{a^2}{c}\right) & \Gamma\left(\frac{a}{h}\right)\left(\frac{b^2}{c}\right) & \Gamma\left(\frac{a}{h}\right)\left(\frac{ab}{c}\right) \\ \Gamma\left(\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a^2}{c}\right) & \Gamma\left(\frac{b}{a}\right)\left(\frac{b^2}{c}\right) & \Gamma\left(\frac{b}{a}\right)\left(\frac{ab}{c}\right) \\ \Gamma\left(\frac{b}{h}\right)\left(\frac{a^2}{c}\right) & \Gamma\left(\frac{a}{h}\right)\left(\frac{b^2}{c}\right) & \Gamma\left(\frac{b}{h}\right)\left(\frac{ab}{c}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{xx} \\ \Delta\varepsilon_{yy} \\ 2\Delta\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Avec :

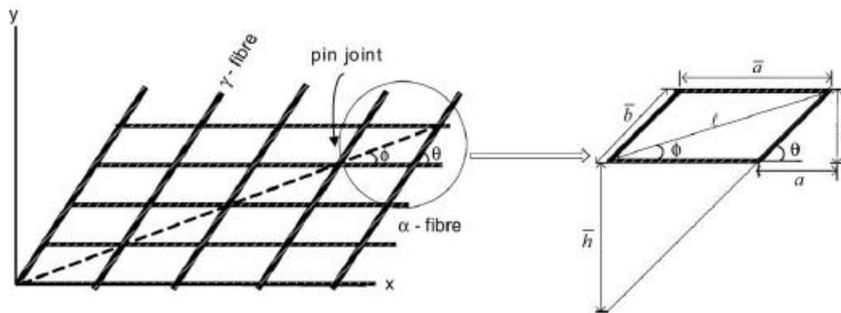
$$\begin{cases} a, b, c, l, \bar{a}, \bar{b}, \bar{h} : \text{Paramètres géométriques} \\ \bar{E}^\alpha, \Gamma : \text{Paramètres matériaux} \\ F_s : \text{Effort de cisaillement} \end{cases}$$


Figure 2-2 : Définition des longueurs caractéristiques

2.1.2. Comportement en cisaillement

Le comportement en cisaillement du renfort est considéré, la rigidité correspondante est alors déterminée en dépouillant l'essai de Picture-frame. Ici, l'exemple est donné en utilisant un NCF Cotech Ebx 936 $\pm 45^\circ$ en verre. L'incrément de contrainte est déterminé à partir de l'incrément d'angle de cisaillement et non à partir de l'incrément de déformation en cisaillement. Après calculs, la loi de comportement associée, écrite dans le repère lié aux fibres est telle que :

$$\Delta \sigma = \begin{bmatrix} \Delta \sigma_{xx} \\ \Delta \sigma_{yy} \\ \Delta \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2G_1 g_1^1 g_2^1 + G_2 (g_1^1 g_2^2 - g_1^2 g_2^1) \\ 0 & 0 & 2G_1 g_1^1 g_2^1 + G_2 (g_1^1 g_2^2 - g_1^2 g_2^1) \\ 0 & 0 & G_1 (g_1^1 g_2^2 + g_1^2 g_2^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Il faut alors changer la base d'écriture de l'incrément de contrainte de cisaillement, pour le placer dans le repère orthogonal (O, \bar{x}, \bar{y}) .

Ces 2 incréments de contraintes sont alors utilisés dans ABAQUS Standard, en calcul implicite, par l'intermédiaire d'une subroutine matériau. La prise en compte du caractère non symétrique du comportement du renfort en cisaillement est faite par l'intermédiaire de la détermination des caractéristiques G_1 et G_2 :

$$\begin{cases} G_1 = \frac{1}{lc} \left(\frac{dF_s}{d\gamma} \sqrt{g^{11}} + F_s \sqrt{g^{11} (g^{11} - 1)} \right) \\ G_2 = \left(\frac{F_s}{lc} \right) \sqrt{g^{11}} \end{cases} \quad (2.3)$$

Ici, la physique des coutures n'est prise en compte que globalement, à l'échelle macroscopique. L'effort de cisaillement F_s est calculé à partir de l'essai de Picture-frame, il dépend de l'angle de cisaillement du cadre et de la direction de sollicitation par rapport à la direction des coutures. Les 2 courbes issues de l'essai, correspondant aux 2 directions de cisaillement, sont alors approchées par des polynômes de degrés 6. Le comportement en cisaillement transverse et flexion n'est pas pris en

compte dans ce modèle. La validité du modèle est testée par la simulation du Picture-frame et de la mise en forme sur un dôme hémisphérique.

2.1.3. Simulation du Picture-frame test

La simulation du Picture-frame est faite avec des éléments de membrane M3D4. La comparaison suppose les résultats convenables (cf. figure 2-3).

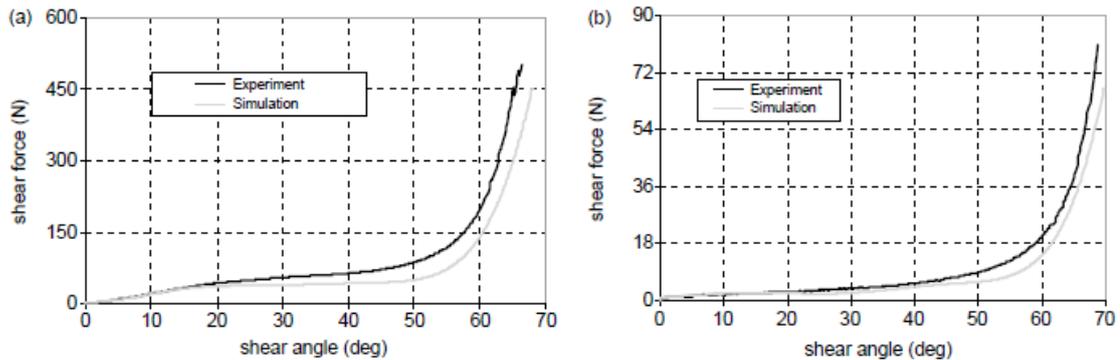


Figure 2-3 : Comparaison expérimental/simulation du Picture-frame, dans les 2 directions de cisaillement du renfort [Yu et al., 2005]

La différence entre l'effort de cisaillement mesuré et expérimental est expliquée par la différence de conditions aux limites. L'essai bloque l'extension des fibres, ce qui n'est pas le cas de la simulation.

2.1.4. Simulation de mise en forme sur un hémisphère

La mise en forme simulée concerne un hémisphère, avec système poinçon matrice et serre-flan. Le renfort est modélisé avec des éléments triangulaires, à 3 nœuds. Les problèmes numériques de contact sont évités en utilisant le solveur explicite d'ABAQUS. La comparaison est faite entre éléments de coque et de membrane, l'utilisation est quasi-identique avec un effort de serre-flan non négligeable. Sans serre-flan, l'utilisation de coques qui permettent de rendre compte du comportement en flexion hors plan semble plus appropriée, plus réaliste. Par contre le coût de calcul est multiplié par 3 en utilisant des coques. La comparaison essai/simulation est faite sur la mesure des angles de cisaillement entre réseaux. Les résultats suivants sont obtenus, en faisant varier l'effort sur le serre-flan (cf. figure 2-4).

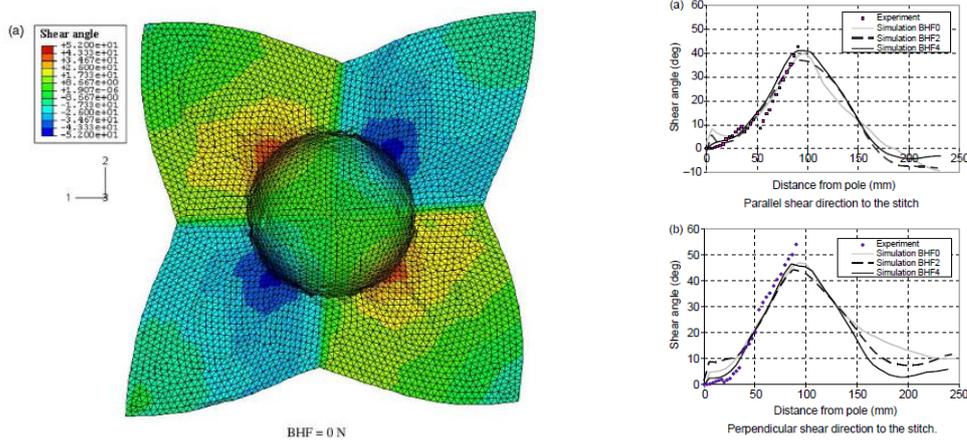


Figure 2-4 : Simulation de la mise en forme sur un hémisphère et comparaison des angles de cisaillement dans 2 directions en fonction de l'effort sur le serre-flan [Yu et al., 2005]

L'étude montre la dépendance de la mise en forme à l'effort du serre-flan, à la forme du renfort non déformé et au coefficient de frottement entre le renfort et l'outil. L'aspect dissymétrique du comportement des NCF peut être effacé par l'utilisation d'un effort de serre flan élevé, il faut toutefois vérifier que cela n'est pas dommageable à la mise en forme.

2.1.5. Bilan

La méthode utilisée ici pour la simulation de la mise en forme de renfort de composite NCF est dite macroscopique. Elle se base sur un logiciel commercial, ABAQUS, et la possibilité d'utiliser des sous-routines personnalisées pour la définition de loi de comportement particulières. Ici, la loi de comportement de milieu continu est scindée en 2 morceaux, une partie pour la tension dans les mèches et une partie pour le cisaillement des réseaux. Peu d'informations sont apportés sur le reste des calculs. L'approche macroscopique continue ne permet pas de représenter de glissements, cet aspect n'est pas évoqué ici. L'unique différence de ce modèle par rapport à la simulation de renfort tissé réside dans l'écriture du comportement en cisaillement, avec la prise en compte de 2 lois $F(\gamma)$, selon le positionnement des réseaux par rapport à la direction des coutures.

2.1.6. Autres contributions

Dans [Harrison et al., 2003], la prise en compte de coutures dans un modèle macroscopique est proposée. Elle s'ajoute aux énergie de déformation en traction des mèches et cisaillement des réseaux. Après calculs peu détaillés, l'énergie dissipée dans l'allongement des coutures est écrite sous la forme :

$$U_s = \frac{E_s A_s}{2L_o} (\Delta L)^2 \quad (2.4)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} U_s : \text{Energie d'allongement du fil de couture} \\ A_s : \text{Section du fil de couture} \\ E_s : \text{Rigidité du fil de couture} \\ L_o : \text{Longueur initiale du fil de couture} \end{cases}$$

Cette énergie de déformation est associée à un couple de cisaillement et un angle de cisaillement, puis prise en compte dans le calcul de mise en forme, sans plus d'informations.

De plus, l'énergie de frottement entre coutures est prise en compte, elle dépend du nombre de contact entre les coutures, de la tension dans les coutures calculée précédemment et du coefficient de frottement entre coutures. Sans plus d'explication sur la méthode de calcul, ces 2 contributions sont ajoutées aux précédentes pour obtenir une loi de comportement reliant une force de cisaillement normalisée à l'angle de cisaillement. Un résultat peu probant est obtenu par la comparaison essai/simulation d'un Picture-frame.

2.2. Modèle Mésooscopique de Creech et Pickett [Creech, 2006]

2.2.1. Approche mésooscopique

Une approche mésooscopique du problème est traitée par G. Creech et A. K. Pickett dans [Creech et al., 2006] et [Creech, 2006]. Selon les auteurs, une approche macroscopique, avec l'utilisation d'éléments de coques continus et loi de comportement anisotrope homogénéisée permet de rendre compte des elongations dans le plan, de la compression, de la flexion et du cisaillement jusqu'à un angle critique. Par contre, cette approche ne permet pas de rendre compte de phénomènes plus locaux comme la compaction des mèches, les glissements entre réseaux, l'interaction complexe entre les mèches et les coutures.

L'objectif de l'approche mésooscopique est donc de rendre compte des phénomènes locaux de déformation suivants :

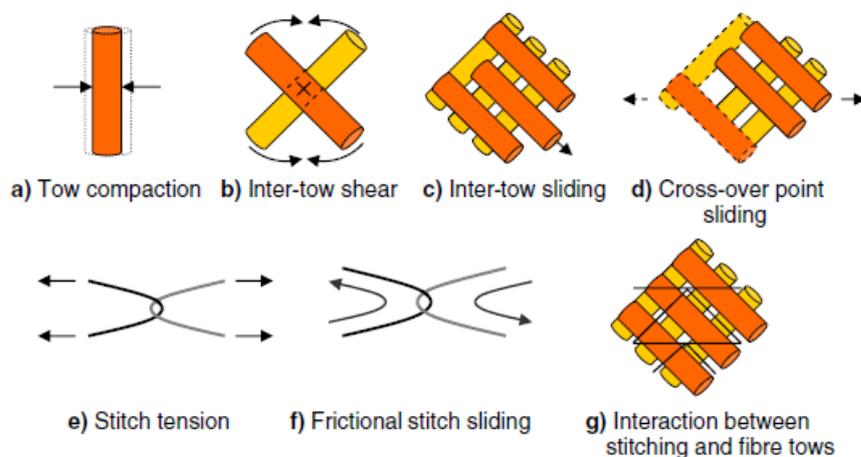


Figure 2-5 : Mécanismes de déformation mésooscopiques dans un NCF biaxial
[Creech et al., 2006]

Dans l'approche proposée, chaque nappe est représentée par une couche d'éléments solides qui permettent de modéliser chaque mèche. Des éléments de barres sont ajoutés pour représenter les coutures.

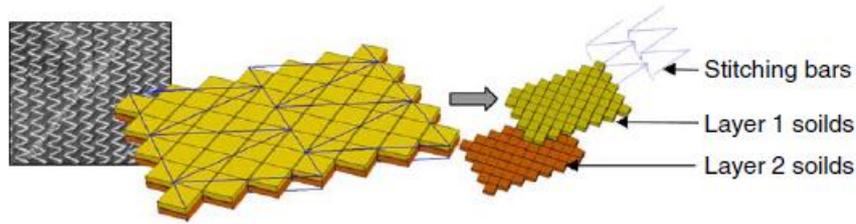


Figure 2-6 : "Cellule élémentaire" du modèle mésoscopique de NCF [Creach et al., 2006]

Le contact doit être géré entre les mèches et les coutures. Des éléments de connexion sont ajoutés pour lier les nœuds des coutures et des mèches. Le calcul est fait en explicite, avec PAM-CRASH. Les éléments de solide représentant les mèches sont traités comme un milieu continu avec une loi de comportement dite « orthotrope bi-phase », qui sépare la contribution des fibres en traction de la contribution d'un milieu appelé « matrix » :

$$[C^{tow}] = [C^f] + [C^m] = \begin{bmatrix} E_{11}^f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{11}^m / N_m & \nu_{12}^m E_{22}^m / N_m & 0 \\ \nu_{21}^m E_{11}^m / N_m & E_{22}^m / N_m & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Avec $N_m = 1 - \nu_{21}^m \nu_{12}^m$ et respectivement E, ν, G : le module d'Young, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement dans la direction de la fibre 1 ou la direction transverse 2.

En réalité, le milieu « matrix » ne représente pas la matrice à proprement parler, plus qu'il s'agit ici de la simulation d'un renfort sec. Par contre, en jouant sur le coefficient de la matrice $[C^m]$ on peut rendre compte du comportement des mèches en compression latérale. Cet aspect est important car il permet de piloter la capacité de cisaillement du renfort et la tension dans les coutures. Concernant le comportement des coutures, une loi non linéaire élastique en tension est utilisée. Le calage de la loi de comportement des coutures est fait à partir de l'essai de Bias-test. Pour cela, l'hypothèse est faite de la prévalence de la rigidité des coutures dans le comportement en cisaillement du renfort jusqu'à un angle de 30° au-delà duquel les efforts de compaction des mèches deviennent significatifs. Le comportement des coutures semble ici aussi calé pour correspondre à l'essai. Le frottement entre les mèches et les coutures est géré par des éléments de connexion au niveau des nœuds. Le frottement entre mèches et avec l'outil est traité avec un algorithme de contact utilisant un simple coefficient de Coulomb.

2.2.2. Validation de la modélisation

Le modèle est ensuite utilisé pour la simulation d'un Bias-test puis du drapage sur un dôme. L'avantage de cette méthode est de rendre compte de phénomènes locaux, et notamment on voit apparaître le détissage des mèches sur le bord de l'éprouvette de Bias-test (cf. figure 2-7).

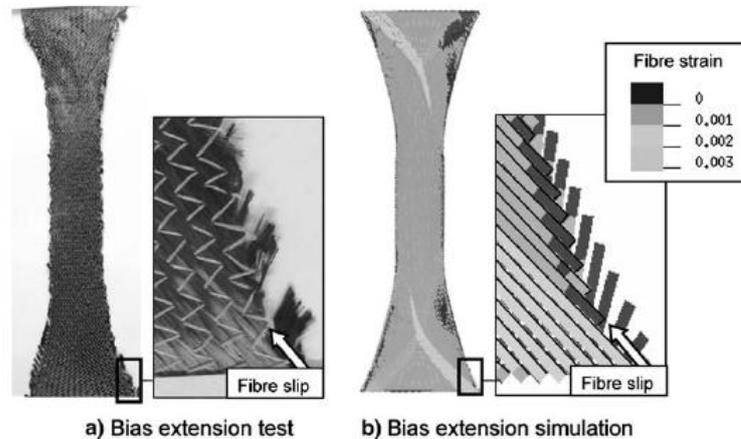


Figure 2-7 : Comparaison essai/simulation de l'essai de Bias-test [Creech et al., 2006]

Pour la mise en forme sur un dôme, la comparaison est faite sur les angles de cisaillement au niveau de la circonférence du dôme.

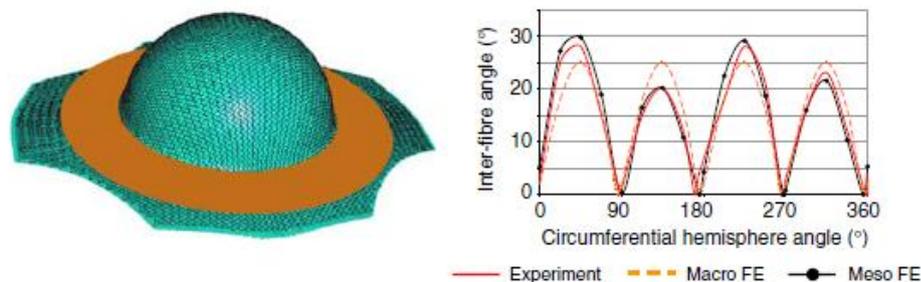


Figure 2-8 : Mise en forme sur un dôme et comparaison des angles de cisaillement sur la circonférence de l'hémisphère [Creech et al., 2006]

L'analyse mésoscopique rend bien compte du comportement asymétrique du renfort en cisaillement. Elle apporte un gain par rapport à une approche macroscopique avec éléments de coque et loi de comportement anisotrope homogénéisée qui ne prend pas en compte le comportement asymétrique en cisaillement.

Le modèle mésoscopique développé ici pour l'analyse du drapage des renforts de composite NCF montre des capacités intéressantes puisqu'il permet de rendre compte des phénomènes locaux. Les glissements s'opérant dans le renfort au cours de la mise en forme, la position des coutures ainsi que leur tension sont des aspects qui ne peuvent pour l'instant pas être rendu par une approche macroscopique.

2.2.3. Limitations de l'approche mésoscopique proposée

Toutefois, ce modèle présente un certain nombre de limitations. En effet, de nombreux paramètres sont introduits. Ils n'ont pas tous une explication physique claire, ce qui pousse à déterminer certains d'entre eux par recalage de courbe plus que par des essais à proprement parler. La signification physique de la matrice de raideur de la « matrix » n'est pas évidente. Le modèle de comportement homogénéisé de la « matrix » n'est pas découplé, ce qui provoque des interactions entre la flexion, la traction et la compaction transverse des mèches. Ces couplages ne sont pas physiques. Ils obligent à définir un module d'Young de 0,07 GPa pour les fibres, au lieu de 230 GPa et ce afin d'obtenir la bonne rigidité du renfort en flexion.

Le coût de calcul n'est pas étudié. Le maillage de l'éprouvette de Bias-test comporte 36000 éléments solides et 21000 éléments de barres. Le contact doit être géré entre toutes les mèches et avec les coutures. Bien que ce ne soit pas abordé ici, le coût de calcul est certainement élevé.

3. Etude des propriétés des préformes de composite carbone cousues

3.1. Présentation des travaux

Une série de sept publications : [Lomov et al., 2002], [Lomov et al., 2003], [Lomov et al., 2005], [Truong et al., 2005], [Loendersloot et al., 2006], [Vallons et al., 2007], [Truong et al., 2008], toutes écrites par ou en collaboration avec l'Université Catholique de Louvain et notamment Pr. S.V. Lomov, traitent de la problématique des préformes de composite carbone cousues, multiaxiales et multipliés (MMF). Cet ensemble de publications aborde les points principaux suivants :

- Géométrie de la préforme.
- Caractérisation de la déformabilité de la préforme pour de faibles chargements avec le système d'évaluation de Kawabata.
- Tests de compression, tension bi-axiale et Picture-frame sur préforme.
- Propriétés mécaniques du matériau composite et observation de l'endommagement.
- Géométrie des renforts bi-axiaux cisailés.
- Comportement en fatigue et observation de l'endommagement pour de faibles chargements
- Propriétés mécaniques et observations d'endommagement du matériau composite avec renfort cisailé.

L'objectif de cet ensemble de publications est plus orienté vers la caractérisation du comportement du composite NCF/époxy, en terme de résistance mécanique, tenue en fatigue et endommagement. De nombreuses comparaisons sont faites entre les résultats obtenus pour les renforts NCF bi-axiaux, la théorie des composites stratifiés et les résultats connus sur les UD non cousus.

Dans [Lomov et al., 2002], l'auteur étudie avec précision la géométrie des NCF, et notamment la géométrie des coutures, qui modifie les caractéristiques du renfort. Principalement, on notera que les

coutures devient la direction des fibres localement, et offrent la possibilité d'accumulation de résine. Cet aspect est repris dans la suite.

Dans [Lomov et al., 2003], le KES-F (Kawabata Evaluation System for Fabrics) permet la caractérisation complète des renforts, pour de petits chargements. L'étude porte sur :

- Cisaillement
- Tension
- Flexion
- Compression
- Surface, coefficient de frottement

Concernant le cisaillement le test amène le renfort jusqu'à un angle de 8° maximum, ce qui est faible par rapport aux angles rencontrés lors de mises en forme réelles. Un test de cisaillement plus complet est nécessaire. Ce travail est fait dans [Lomov et al., 2005], avec une investigation plus poussée pour de grandes déformations en cisaillement. Trois essais sont effectués, sur trois matériaux qui reviennent dans les sept parties de la série :

- Tension bi-axiale
- Picture-frame
- Compression

Le Picture-frame est effectué sur trois matériaux. Il en ressort que le comportement est semblable à celui des tissés bidirectionnels. On retrouve une hystérésis sur la courbe et une faible résistance en cisaillement pour des angles faibles (avant 30°) car la principale raison de la résistance en cisaillement est la friction entre les réseaux. Puis, il y a une augmentation rapide du module de cisaillement avec augmentation de l'épaisseur pour conserver le volume. Il est mis en évidence que la résistance en cisaillement est très dépendante de la prétention, d'où l'importance de maîtriser le processus expérimental. Le cas échéant, cela permet d'assurer la reproductibilité des expérimentations. Pour ces essais, l'angle de cisaillement moyen, à l'intérieur du cadre, est proche de l'angle du cadre avec une variation de 2° au max.

Dans le quatrième volet de la série [Truong et al., 2005], est abordée l'étude des propriétés mécaniques en tension du composite, NCF + résine époxy, et non plus le renfort seul. La comparaison est faite entre plusieurs renforts, à $0^\circ/90^\circ$, $+45^\circ/-45^\circ$ ou encore un renfort quadri-axial. En théorie, les composites NCF devraient être plus rigides que les tissus, du à l'absence d'embuvage. Cependant les coutures perturbent les réseaux de mèches, les fibres ne sont plus complètement droites, ce qui peut abaisser le module de rigidité ; d'où l'intérêt d'étudier les espaces ou défauts au niveau des coutures. On ressort des essais que le renfort quadri-axial est quasiment isotrope, alors que le bi-axial et l'uni-axial sont clairement anisotropes. Les données expérimentales sont proches de celles obtenues par la théorie classique des stratifiés. L'effet des coutures est donc faible. La dernière partie de cette

publication traite de l'apparition de l'endommagement avec visualisation pas rayons X. L'endommagement intervient de manière régulière, il est lié aux coutures qui définissent le motif.

Comme cela a été noté dans [Loendersloot et al., 2006], les coutures provoquent des « espaces » ou « défauts », notés *SYD* dans les réseaux de fibres. Les *SYD* (Stitch Yarn induced fibre Distortions) peuvent être caractérisés par leur largeur et leur longueur. Ces défauts sont abordés dans le cadre de l'étude de la géométrie de la préforme cisailée. On regarde l'évolution de ces "défauts" lors du cisaillement du tissu. L'auteur essaie de faire un lien entre le degré de cisaillement et la taille du défaut. Il en résulte globalement que la taille du SYD diminue initialement quand le cisaillement augmente, puis reste constante à partir d'une certaine déformation. Augmenter le cisaillement provoque plus la compaction des réseaux que la diminution de la largeur des SYD. Il apparaît également que le degré de cisaillement influe peu sur la longueur des défauts. Ces données seront prises en compte dans de futures modélisations, car elles modifient les comportements mécaniques, en fatigue et d'imprégnation.

Les deux dernières parties de la série s'intéressent aux propriétés en fatigue du composite NCF (0°/90°) et résine époxy aux faibles chargements [Vallons et al., 2005] et pour un renfort cisailé [Truong et al., 2008]. Trois directions de sollicitation sont étudiées :

- Direction de la machine : MD
- Direction de Biais : BD
- Direction de la trame : CD

Le comportement en fatigue est équivalent en MD et CD, mais plus faible en BD, en terme de durée de vie. La dégradation de la rigidité est faible pour MD et CD mais plus importante pour BD, jusqu'à 30% de perte de la rigidité. Par photographie X, on observe l'apparition de fissures semblables à celles obtenues par un essai statique. L'effet des coutures ne semble pas avoir une réelle influence sur ce comportement.

Sur renforts cisailés, l'apparition de fissures est également étudiée. La simulation élément fini de l'apparition des fissures est effectuée.

3.2. Conclusion

La série de sept publications vise à caractériser les matériaux composites carbone basés sur une préforme multiaxiale multiplis cousue. Cette caractérisation va de la description fine de la préforme en sortie de fabrication à la détermination du comportement en fatigue du composite avec préforme préalablement cisailée en passant par le comportement en traction du composite. Cependant, la problématique du comportement du renfort et de la cinématique amenant la déformation pendant une mise en forme n'est pas abordée dans ces travaux. C'est l'objet du présent travail.

Bilan du chapitre 2

Le comportement des renforts de composite NCF est étudié depuis plusieurs années. Les études existantes mettent en avant les avantages de ce type de renfort. La rigidité est accrue par rapport à un renfort tissé de même épaisseur, tout en ayant de meilleures capacités de dépose et de mise en forme qu'un renfort unidirectionnel. La description fine de la géométrie du renfort est importante, elle sert de base à la modélisation. Les inconvénients sont aussi étudiés, analysés et des propositions d'améliorations sont formulées. Les coutures percent le renfort et perturbent la position des fibres. Cela engendre une possible baisse de rigidité, mais surtout, ces espaces (SYD) sont source d'accumulation de résine.

La mise en forme de ces renforts a été étudiée principalement par deux équipes. Une première approche considère le renfort à l'échelle macroscopique. La simulation de la mise en forme est alors faiblement différente de ce qui est fait pour les renforts tissés. Principalement, on notera la prise en compte de la dissymétrie du comportement en cisaillement. Cette approche considère l'hypothèse de non glissement des réseaux comme valide. Les mouvements relatifs des réseaux ne peuvent être rendu par la simulation. Dans une seconde approche, les auteurs considèrent cette possibilité de glissement mise en évidence sur le Bias-test. L'approche est alors mésoscopique, avec un maillage EF plus fin, qui permet de mailler séparément les mèches et les coutures. Ce maillage, basé sur des éléments de solides, est complexe et limité par le couplage des différentes raideurs. Toutefois lors de la modélisation, le découpage du renfort en différentes entités (couches de fibres et coutures) semble approprié, cet aspect sera utilisé dans la suite de ce travail.

Dans le chapitre suivant (chapitre 3), nous effectuons un certain nombre d'expérimentations sur plusieurs types de renforts NCF. Ces essais permettront d'alimenter le modèle élément fini développé dans les chapitres 4 et 5.

CHAPITRE 3 ESSAIS DE CARACTERISATION

Dans le cadre de ce travail, plusieurs campagnes d'essais sont menées, avec un objectif commun : la caractérisation du comportement mécanique des renforts NCF lors de la mise en forme. Evidemment, on parle ici d'un nombre restreint de ces renforts, puisque le terme NCF désigne une *famille* de renforts. Il en existe de nombreuses sortes en faisant varier : la nature des fibres, la composition des mèches, l'orientation et le nombre de nappes, le type de couture, le type de fil de couture, etc.

Dans la suite, nous présentons les essais effectués sur 5 renforts secs différents. Il s'agit d'un renfort tissé épais, l'interlock G1151 (Hexcel) qui a été étudié auparavant [Lomov et al., 2008][Launay et al., 2008][Allaoui et al., 2011] et de 4 renforts NCF (Saertex) cousues dans la direction chaîne (warp-knitted) désignés de la manière suivante :

- NCF 1 : V 96489
- NCF 2 : V 97172
- NCF 3 : V 97173
- NCF 4 : V 97764

Dans un premier temps, les renforts sont caractérisés du point de vue géométrique, par leurs dimensions caractéristiques, largeurs de mèches, type de coutures, etc. (partie 1). Les premiers essais effectués sont les essais de traction (partie 2), puis les essais de flexion sous poids propre (partie 3). Ces essais ont été réalisés durant le stage de master 2 de J. Giraud [Giraud, 2009]. Puis, on détaille plus en profondeur les essais de cisaillement. Pour cela, nous utilisons l'essai de Bias-test (partie 4). Cet essai met en évidence des phénomènes qui sont amplifiés lors de la mise en forme sur un hémisphère (partie 5).

1. Présentation des renforts

1.1. Renfort interlock G 1151

Ce matériau est un renfort de composite tissé Interlock utilisé en aéronautique. D'une densité de 630 g/m², il possède 3 couches de mèches liées par tissage (cf. figure 1-2 et figure 3-1). Les mèches sont composées de fibres de carbone 6K.

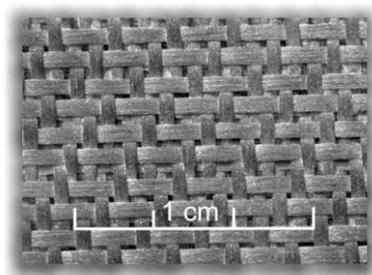


Figure 3-1: Photo de la surface d'une éprouvette de G 1151

Les données concernant ce renfort sont disponibles (cf. tableau en annexe I.1), données issues de [Lomov et al., 2008][Launay et al., 2008]. Ce renfort est équilibré avec une rigidité importante dans les deux directions, l'extension dans la direction des mèches est faible et les non linéarités en traction sont considérées négligeables lors d'opérations de mise en forme. Seuls les essais de flexion et de cisaillement seront effectués sur ce renfort.

1.2. Renfort NCF 1 : V 96489

Ce renfort est composé de 2 nappes de fibres de carbone, maintenues par des coutures *droites* qui apparaissent sur les deux faces. Les fibres sont orientées à $+45^\circ/+135^\circ$ par rapport à la direction de production. La coutures est « doublée » du côté des fibres à $+45^\circ$ et simple de l'autre côté. La largeur des « mèches » dans les deux directions est la même, elle est définie par la longueur du point de couture. Dans ce cas, on ne peut pas parler de mèches car, en l'absence de couture, la répartition des fibres est continue. Plus de détails sont données en annexes I.2.

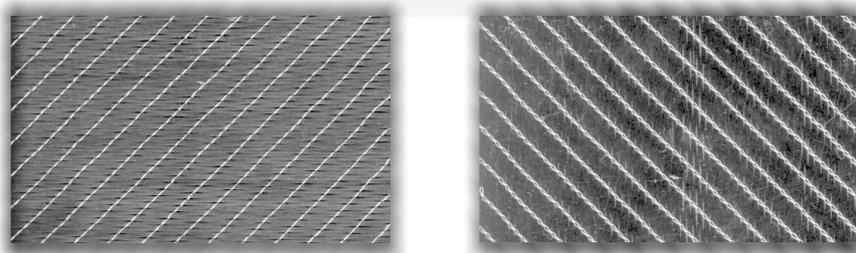


Figure 3-2 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 96489

1.3. Renfort NCF 2 : V 97172

Ce renfort est composé de 2 nappes de fibres de carbone, maintenues par des coutures en « Z » qui apparaissent sur une des deux faces. Les fibres sont orientées à $+135^\circ/+45^\circ$ par rapport à la direction de production. La coutures en « Z » est visible du coté des fibres à $+45^\circ$. La largeur des « mèches » dans les 2 directions est la même, elle est définie par la longueur du point de couture. Comme pour le NCF 1, on ne peut pas parler de mèches car, en l'absence de couture, la répartition des fibres est continue. Plus de détails sont données en annexes I.3.

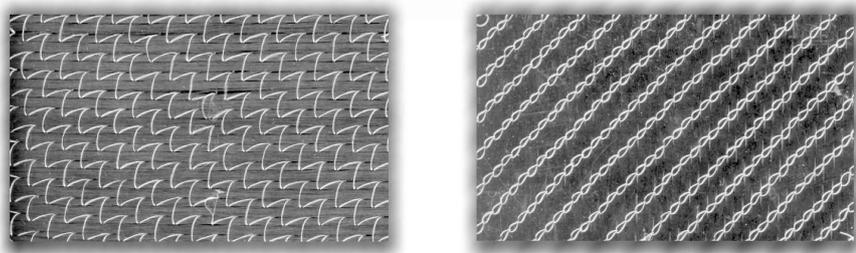


Figure 3-3 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 97172

1.4. Renfort NCF 3 : V 97173

Ce renfort est très proche du renfort NCF2 puisque la seule différence réside dans l'inversion de l'empilement des fibres. Les fibres sont orientées à $+45^\circ/+135^\circ$ par rapport à la direction de production. La couture en « Z » est visible du côté des fibres à $+135^\circ$. Plus de détails sont données en annexes I.4.

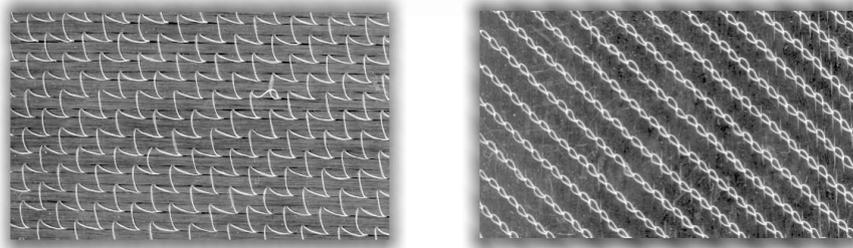


Figure 3-4 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 97173

1.5. Renfort NCF 4 : V 97764

Ce renfort est composé de 2 nappes de mèches en fibres de carbone, maintenues par des coutures en « Z » qui apparaissent sur une des deux faces. Les fibres sont orientées à $+90^\circ/0^\circ$ par rapport à la direction de production. La couture en « Z » est visible du côté des fibres à 0° . Dans la suite du document, on appellera « mèches de chaîne » les mèches orientées à 0° , car dans la direction de production du renfort, et « mèches de trame » les mèches orientées à $+90^\circ$ car dans la direction transverse au renfort. Ce renfort possède des mèches de chaîne (5 mm) plus large que les mèches de trame (3.1 mm). Les mèches sont bien définies. Plus de détails sont données en annexes I.5.

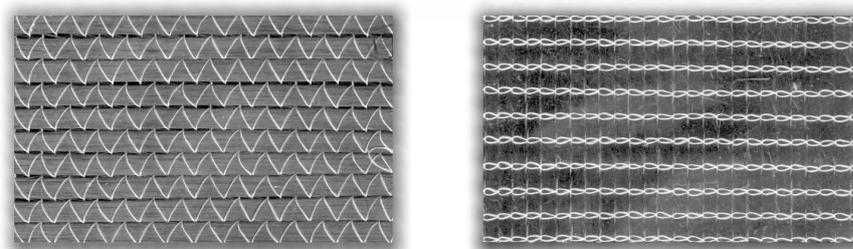


Figure 3-5 : Photos des 2 faces d'une éprouvette de V 97764

2. Comportement en tension

Les 4 renforts NCF présentés ci-dessus sont testés en traction, suivant les deux directions de fibres. Les essais sont réalisés sur la machine de traction schenk méca 250 kN. La vitesse de déplacement des mors est imposée à 1 mm/min, les capteurs internes de la machine permettent d'enregistrer l'effort de traction ainsi que le déplacement du mors supérieur. Les éprouvettes de traction ont une largeur d'environ 50 mm. Cependant, pour chaque essai, la largeur est mesurée de manière précise puis les résultats sont normés. La longueur libre est d'environ 100 mm, elle est mesurée précisément pour chaque essai. L'éprouvette est maintenue dans les mors par l'intermédiaire de plaques en aluminium

collées aux fibres de carbone. Ce procédé permet d’obtenir des glissements négligeables dans les mors.

2.1. Essais sur NCF 1

Une série de 4 essais est effectuée sur ce renfort. Les 2 premiers essais concernent la rigidité en traction dans la direction à +135°, les 2 suivants dans la direction à 45°. L’effort et le déplacement du mors supérieur sont mesurés. On en déduit un effort linéique en $N.mm^{-1}$. La déformation logarithmique est calculée de la manière suivante :

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{L_0 + d}{L_0}\right) \tag{3.1}$$

Avec : $\left\{ \begin{array}{l} L_0 : \text{Longueur libre initiale} \\ d : \text{Déplacement du mors supérieur} \end{array} \right.$

On obtient 4 courbes effort/déformation (cf. figure 3-6). Les 4 éprouvettes ont des largeurs différentes allant de 33 mm à 82 mm, pour des longueurs variant entre 63 mm et 89 mm. On observe une pente sensiblement identique dans la première partie de la courbe, jusqu’à une déformation de 0,01. Dans cette partie, on détermine alors la rigidité moyenne des nappes de fibres de carbone (cf. tableau 3-1). On ne met pas en évidence de différence entre les rigidités dans les 2 directions. On observe la rupture progressive du matériau, les fibres cassent les unes après les autres, c’est pourquoi l’effort ne diminue pas de manière brutale.

Orientation	Essai	Rigidité	Longueur	Largeur
135°	Essai 1	8 633 N/mm	63 mm	23 mm
	Essai 2	10 479 N/mm	83 mm	24 mm
45°	Essai 3	8 344 N/mm	78 mm	28 mm
	Essai 4	10 153 N/mm	90 mm	26 mm
Moyenne		9 402 N/mm		

Tableau 3-1 : Determination de la rigidité moyenne des nappes du NCF 1

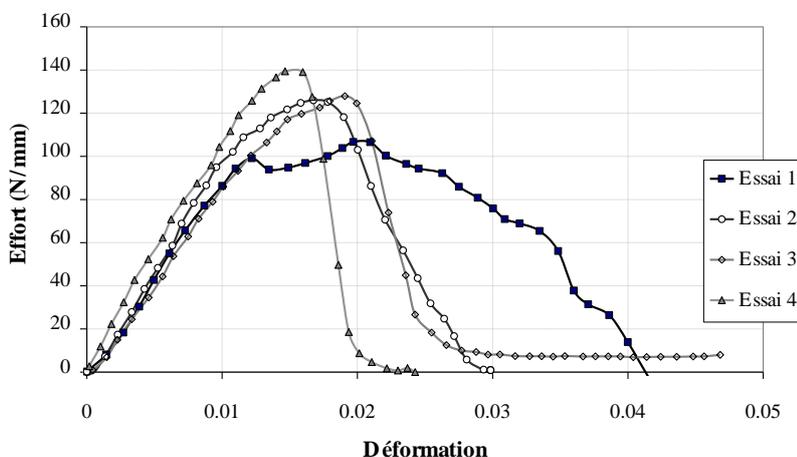


Figure 3-6 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour le NCF 1

2.2. Essais sur NCF 2 et NCF 3

Une série de 4 essais est effectuée sur les renforts NCF 2 et NCF 3. Les 2 premiers essais concernent la rigidité en traction du NCF 2, direction à $+45^\circ$ puis à $+135^\circ$, les 2 suivants concernent le NCF 3, direction à $+135^\circ$ puis à $+45^\circ$. Les 2 renforts ont une construction très similaire, pour cette raison, les résultats sont comparables. L'essai caractérise les nappes de fibre de carbone et non le type de couture. On obtient 4 courbes effort/déformation (cf. figure 3-7). Les 4 éprouvettes ont des largeurs différentes allant de 38 mm à 50 mm, pour des longueurs variant entre 90 mm et 111 mm. On observe une pente sensiblement identique dans la première partie de la courbe, jusqu'à une déformation supérieure à 0,01. Dans cette partie, on détermine alors la rigidité moyenne des nappes de fibres de carbone (cf. tableau 3-2). On ne met pas en évidence de différence entre les rigidités dans les 2 directions et pour les 2 renforts. On observe la rupture progressive du matériau, les fibres cassent les une après les autres, l'effort décroît progressivement jusqu'à une déformation d'environ 0,02.

Renfort	Orientation	Essai	Rigidité	Longueur	Largeur
NCF 2	45°	Essai 1	10 201 N/mm	94 mm	22 mm
	135°	Essai 2	9 983 N/mm	90 mm	22 mm
NCF 3	135°	Essai 3	10 373 N/mm	97 mm	24 mm
	45°	Essai 4	11 523 N/mm	111 mm	27 mm
moyenne			10 520 N/mm		

Tableau 3-2 : Détermination de la rigidité moyenne des nappes de NCF 2 et NCF 3

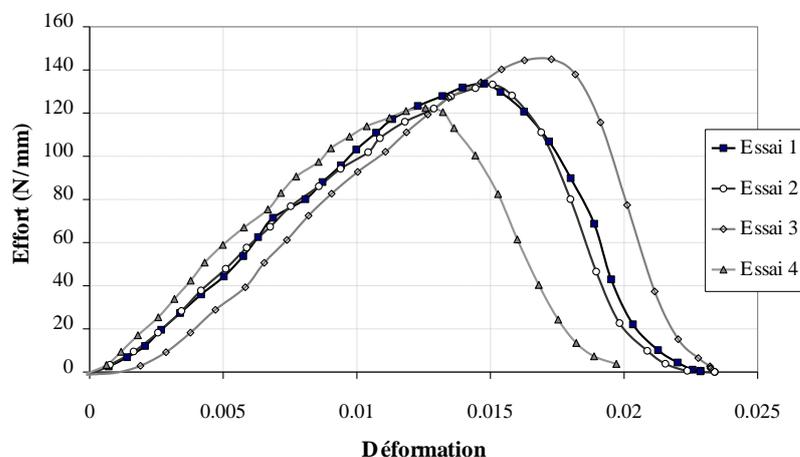


Figure 3-7 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour les NCF 2 et NCF 3

2.3. Essais sur NCF4

2.3.1. Direction chaîne

Ce renfort est différent des précédents de part sa composition faite de *mèches* et non de *nappes*. De plus les mèches de chaîne et de trame sont différentes. On effectue 3 essais dans la direction chaîne. Les 3 éprouvettes ont des largeurs différentes allant de 15 mm à 30 mm, pour des longueurs variant

entre 83 mm et 178 mm. On obtient 3 courbes effort/déformation (cf. figure 3-8). La pente est sensiblement identique dans la première partie de la courbe, jusqu'à une déformation supérieure à 0,01. Dans cette partie, on détermine alors la rigidité moyenne des mèches (cf. tableau 3-3). On observe la rupture progressive du matériau, les fibres cassent les une après les autres, l'effort décroît progressivement jusqu'à une déformation de 0,02 à 0,025.

	Rigidité	Longueur	Largeur
Essai 1	11 215 N/mm	178 mm	15 mm
Essai 2	11 774 N/mm	83 mm	30 mm
Essai 3	10 233 N/mm	88 mm	30 mm
Moyenne	11 074 N/mm		

Tableau 3-3 : Détermination de la rigidité moyenne des mèches de NCF 4 dans la direction chaîne

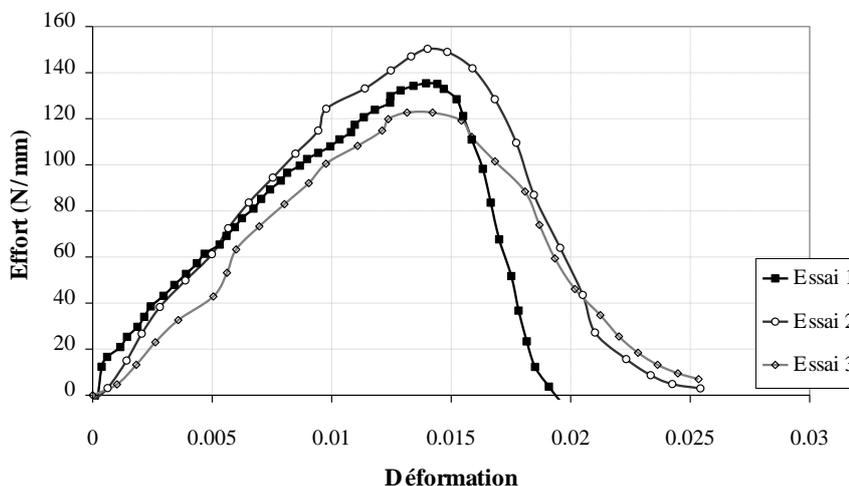


Figure 3-8 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour le NCF 4 dans la direction chaîne

2.3.2. Direction trame

On effectue 3 essais dans la direction trame. Les 3 éprouvettes ont des largeurs différentes allant de 25 mm à 31 mm, pour des longueurs variant entre 76 mm et 102 mm. On obtient 3 courbes effort/déformation (cf. figure 3-9). La pente est sensiblement identique dans la première partie de la courbe, jusqu'à une déformation de l'ordre de 0,008. Dans cette partie, on détermine alors la rigidité moyenne des mèches (cf. tableau 3-4). On observe la rupture progressive du matériau, les fibres cassent les une après les autres, l'effort décroît progressivement jusqu'à une déformation d'environ 0,025. Concernant l'essai 1, l'effort maximum obtenu est inférieur aux autres essais. Cet effet est probablement dû au glissement de mèches dans les mors, ainsi l'effort n'est plus reparti dans toute la largeur de l'éprouvette.

	Rigidité	Longueur	Largeur
Essai 1	8 125 N/mm	76 mm	31 mm
Essai 2	8 527 N/mm	87 mm	25 mm
Essai 3	8 478 N/mm	102 mm	28 mm
Moyenne	8 377 N/mm		

Tableau 3-4 : Détermination de la rigidité moyenne des mèches de NCF 4 dans la direction trame

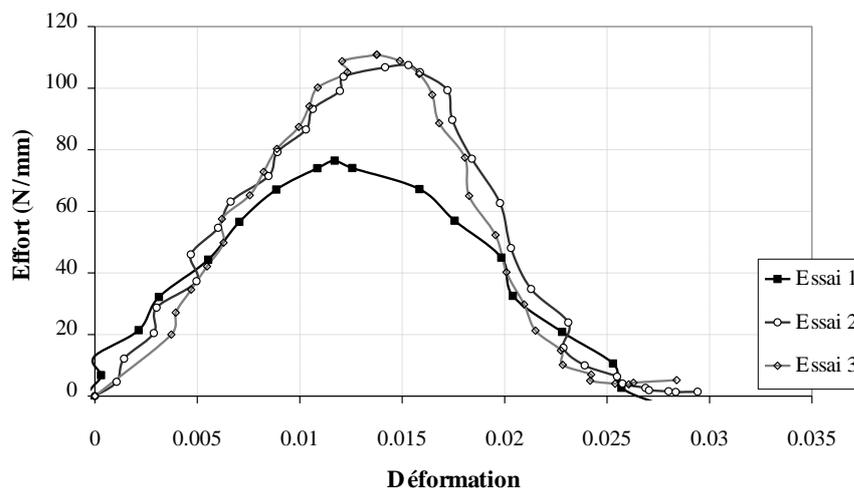


Figure 3-9 : Courbes effort de traction en fonction de la déformation logarithmique pour le NCF 4 dans la direction trame

2.4. Bilan des essais de traction.

Les essais menés permettent de mettre en évidence un certain nombre de caractéristiques du comportement en tension des renforts NCF étudiés.

- On observe globalement le comportement linéaire du renfort dans la première partie de la courbe. Pour des déformations allant jusqu'à 0,01, on pourra modéliser le comportement comme tel. Dans la suite de ce travail, on utilisera donc une loi de comportement linéaire élastique en traction, liant l'effort linéique dans une nappe à la déformation logarithmique dans la direction des fibres.
- On mesure des rigidités en traction de l'ordre de 8000 à 11500 N/mm. Ces rigidités sont inférieures aux rigidités théoriques calculées à partir de la densité des nappes et de la raideur du carbone. La rigidité mesurée est inférieure de l'ordre de 10 à 20 % [Giraud, 2009]
- L'embuvage nul est mise en évidence par l'apparition d'une raideur importante dès le début de l'essai. On n'observe pas de phase de rigidification progressive présente dans le cas des renforts tissés [Buet, 1998][Buet et al., 2001].
- Les fibres cassent progressivement, elles ne sont pas toutes exactement alignées en début d'essai. Le matériau n'a pas une rupture fragile. L'effort résiduel est présent pour de très

grandes déformations, une fois les fibres cassées, l'effort est repris par frottement (quelques Newtons).

- Les NCF 1 à 3 ne présentent pas de différences importantes de raideur dans les 2 directions. Le NCF 4 a lui 2 raideurs différentes, ceci est du à la composition des mèches. Cet aspect doit être pris en compte dans la modélisation.

3. Comportement en flexion

3.1. Essais de flexion libre

La rigidité de flexion de ce type de renfort est faible, comparativement à la rigidité de tension. Pourtant, elle participe à la capacité de mise en forme du renfort sec sur surface complexe et notamment, elle pilote la création et la forme des plissements [Hamila et al., 2009][Boisse et al., 2011]. L'expérience utilisée pour déterminer la rigidité en flexion est basée sur le principe de la flexion libre, l'éprouvette étant uniquement soumise à son propre poids. On utilise pour cela un flexomètre de type standard à angle fixe du type de celui présenté figure 3-10.



Figure 3-10 : Flexomètre standard à plan incliné fixe

Le dispositif est constitué d'un plan horizontal et d'un plan incliné à $41,5^\circ$. L'échantillon est posé sur le plan horizontal (en vérifiant que ses bords sont bien alignés avec ceux du support) puis il est recouvert d'une planche. L'essai consiste alors à faire glisser l'échantillon et la planche jusqu'à ce que le renfort entre en contact avec le plan incliné. La distance dont a translaté la planche correspond à la longueur de surplomb l de la bande fléchie (cf. figure 3-11). Celle-ci permet d'obtenir directement la rigidité en flexion du renfort.

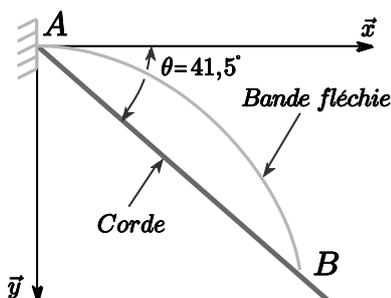


Figure 3-11 : Schéma de principe de l'essai de flexion

Une façon simple d'interpréter l'essai est de supposer que la relation entre le moment de flexion M et la courbure du renfort χ est de type élastique linéaire. D'où :

$$M = b\chi \quad (3.2)$$

Après calcul, on obtient la définition de la rigidité b en fonction des paramètres de l'essai [De Bilbao, 2008] :

$$b = \frac{l^3}{8} P_L \quad (3.3)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} l : \text{Longueur de surplomb} \\ L : \text{Longueur de l'éprouvette} \\ P_L = \frac{mg}{L} : \text{Poids du renfort par unité de longueur} \end{array} \right.$$

Cet essai est relativement simple à mettre en œuvre, mais nécessite des hypothèses fortes sur le comportement du renfort. Pour avoir une description plus fine du comportement, il est possible d'utiliser le même type d'essai de flexion, mais avec interpolation du profil de flexion par mesure optique [De Bilbao, 2008].

3.2. Essais de flexion sur NCF 1 à 3

Avec la méthode décrite précédemment, on détermine la rigidité en flexion b des 3 premiers renforts NCF. Pour chaque renfort, quatre essais sont effectués. On a deux directions de mèches et 2 sens de courbure, négative et positive. Les résultats sont présentés dans le tableau 3-5. L'unité utilisée est le $N.mm^2.mm^{-1}$.

Direction	Courbure	NCF 1	NCF 2	NCF 3
135°	négative	0.54	0.51	0.54
	positive	0.66	0.67	0.51
45°	négative	0.60	0.64	0.64
	positive	0.81	0.62	0.73

Tableau 3-5 : Rigidités en flexion des NCF 1, 2 et 3

La courbure est comptée positivement lorsque les fibres de la direction considérée sont placées en face supérieure de l'éprouvette.

3.3. Essais de flexion sur NCF 4

Une série de 24 essais est réalisée sur le NCF 4 afin d'obtenir les rigidités moyennes du renfort dans les 2 directions et 2 sens de courbure. Les éprouvettes ont des largeurs variables, de 85 mm à 100 mm pour une longueur totale comprise entre 160 mm et 280 mm.

Les résultats sont présentés dans le tableau 3-6. L'unité utilisée est le $N.mm^2.mm^{-1}$.

	Sens chaîne		Sens trame	
	positive	négative	positive	négative
Essais 1 à 4	0.58	0.65	0.62	0.67
Essais 5 à 8	0.53	0.66	0.66	0.71
Essais 9 à 12	0.61	0.75	0.67	0.72
Essais 13 à 16	0.55	0.60	0.74	0.77
Essais 17 à 20	0.60	0.75	0.66	0.73
Essais 21 à 24	0.58	0.70	0.70	0.72
Moyenne	0.57	0.69	0.68	0.72

Tableau 3-6 : Rigidités en flexion du NCF 4

La courbure est comptée positivement lorsque les fibres de la direction considérée sont placées en face supérieure de l'éprouvette. On observe que la rigidité est globalement plus importante pour une courbure négative.

3.4. Essais de flexion sur G 1151

Trois séries de 4 essais sont réalisées sur le renfort G1151 afin d'obtenir les rigidités moyennes en flexion. Les résultats montrent que le renfort n'est pas équilibré en flexion. La rigidité dans le sens trame est trois fois supérieure à la rigidité dans le sens chaîne. Cela s'explique par la position des mèches dans le renfort [Badel, 2008]. Les mèches de chaîne ondulent entre les faces supérieures et inférieures du renfort. Les mèches de trame restent relativement droites, la rigidité en flexion est améliorée.

Dans la suite de ce travail, nous utiliserons 2 rigidités pour le renfort G 1151 en flexion : $3.19 \text{ N.mm}^2.\text{mm}^{-1}$ dans la direction chaîne et $10,55 \text{ N.mm}^2.\text{mm}^{-1}$ dans la direction trame.

Les résultats sont présentés dans le tableau 3-7. L'unité utilisée est le $\text{N.mm}^2.\text{mm}^{-1}$.

	Sens chaîne		Sens trame	
	positive	négative	positive	négative
Essai 1	3.60	3.73	10.81	10.68
Essai 2	2.56	2.88	10.95	9.77
Essai 3	3.66	3.73	12.51	9.40
Moyenne	3.08	3.30	10.88	10.23

Tableau 3-7 : Rigidités en flexion du renfort G 1151

3.5. Bilan des essais de flexion

Les essais de flexion effectués sont simples. Cependant, ils permettent d'obtenir rapidement une première approximation du comportement en flexion du renfort. Les valeurs moyennes trouvées pour les renforts NCF 4 et G 1151 seront utilisées pour la simulation (cf. chapitre 6).

4. Comportement en cisaillement

Le comportement en cisaillement des renforts de composite est un point majeur de la modélisation. En effet, la faible rigidité en cisaillement des renforts va permettre la mise en forme du renfort sec sur des surfaces non développables. Il existe principalement 2 expérimentations permettant de déterminer la rigidité en cisaillement des renforts à l'échelle macroscopique [CAO et al., 2004]:

- Le Picture-frame test, détaillé dans [McGuinness et al., 1997][Peng et al., 2004], utilise une éprouvette de renfort carré placée dans un cadre. En appliquant un effort de traction sur 2 sommets opposés du cadre, on obtient une déformation de cisaillement pur du cadre et donc de l'éprouvette.

- Le Bias extension test, détaillé dans [Johnson, 1995],[McGuinness et al., 1997],[Prodormou et al., 1997],[Wang et al., 1998],[Potter, 2002], utilise une éprouvette de renfort rectangulaire dont les fibres sont placées à $-45^\circ/+45^\circ$ par rapport à la longueur de l'éprouvette. Les 2 extrémités du renfort sont maintenues par des mors placés dans une machine de traction. Le dispositif mène à une déformée spécifique de l'éprouvette, dont la partie centrale est soumise à une déformation de cisaillement pur. Cet essai est détaillé dans la suite.

Dans le cadre de ce travail, on choisit d'utiliser l'essai de Bias extension test (*noté essai de « Bias-test » dans la suite*) pour la caractérisation du comportement en cisaillement. Cet essai présente les avantages d'être assez facile à effectuer et de ne pas avoir de perturbations dues aux tensions dans les fibres comme c'est le cas avec le Picture-frame [Harrison et al., 2004][Launay et al., 2008]. Par contre, la déformation de cisaillement non homogène dans l'éprouvette peut rendre le dépouillement de l'essai peu aisé. Dans la suite, le G1151 et chacun des 4 NCF sont testés plusieurs fois dans chacune des 2 directions de cisaillement, avec acquisition vidéo de la déformation des faces de l'éprouvette et mesure des efforts/déplacements mis en jeu.

4.1. Présentation et théorie du Bias-test :

4.1.1. Machine de traction

Pour tous les essais, nous utilisons une machine de traction type RSA 250 kN Schenk – Méca. C'est une machine mécanique pilotée en vitesse, d'une capacité de 250 kN (cf. figure 3-12). Cette machine dispose d'une capacité bien supérieure à ce dont nous avons besoin pour tester des éprouvettes de Bias-test, mais son avantage est l'espace de travail disponible important. Le pilotage et l'acquisition se font à l'aide d'un programme dédié qui permet également de synchroniser les mesures provenant des capteurs effort/déplacement avec l'acquisition d'images.



Figure 3-12 : Machine de traction avec éprouvette de Bias-test

La machine est équipée d'un capteur d'effort interne d'une capacité de 250 kN et d'un capteur de déplacement interne permettant de couvrir toute la plage des déplacements. Elle comporte deux mors auto serrant qui seront utilisés pour maintenir le montage. Pour les essais de Bias-test, nous utilisons un capteur d'effort externe en S d'une capacité de +/- 50 daN. Dans un premier temps, l'acquisition d'images est faite avec un capteur CCD 2048 x 2048 px², un objectif télécentrique et un téléobjectif de 200 mm de focale.

On utilise des éprouvettes de 100 mm de large par 300 mm de long ce qui permet d'avoir une surface de cisaillement suffisamment importante et un rapport longueur sur largeur supérieur à deux. La vitesse de déplacement du mors supérieur est de 20 mm/min, cela permet d'éviter les effets d'inertie.

4.1.2. Théorie du Bias-test pour les renforts tissés

Le Bias-test est un test permettant de caractériser le comportement en cisaillement d'un tissé. Son principe repose sur l'élongation d'une éprouvette dans la direction de biais (angle de 45° par rapport à la direction initiale des fibres). La cinématique induite permet d'engendrer du cisaillement dans la partie centrale de l'éprouvette si celle-ci est suffisamment allongée et si la rigidité des mèches est grande devant celle de cisaillement. Nous distinguons, figure 3-13, trois zones de cisaillement distinctes:

- 1 : La zone centrale qui est cisailée.
- 2 : Les zones demi cisailées.
- 3 : Les zones d'accroche de l'éprouvette qui restent non cisailées.

Les zones d'accroche, maintenues dans des mors, sont constituées de deux réseaux dont l'une des extrémités est encastré. Les zones demi cisailées sont constituées d'un réseau libre à ses deux extrémités et d'un réseau encastré à une seule extrémité. Enfin, la zone centrale est constituée de deux réseaux libres, non encastrés. Ainsi, il n'apparaît pas de tension parasite dans les mèches.

Le rapport longueur initiale L_o sur largeur initiale L_a doit être supérieur à deux pour que les différentes zones coexistent. Dans la suite, on prendra ce rapport égal à trois.

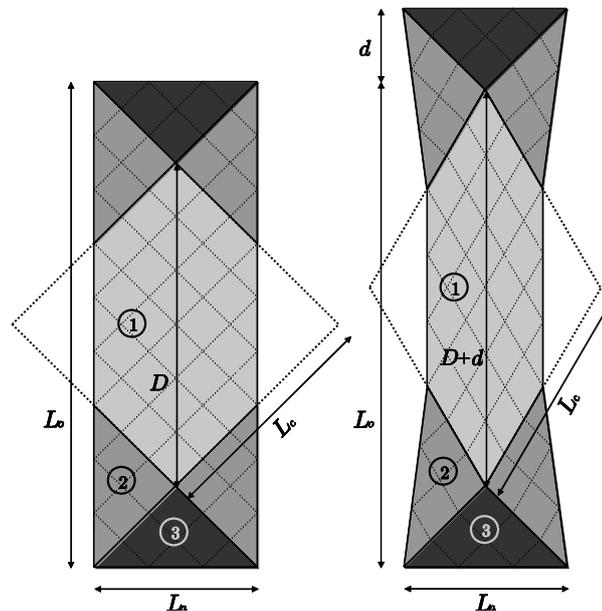


Figure 3-13 : Allongement d'une éprouvette du Bias-test

L'hypothèse majeure faite dans le Bias-test est que les mèches ne glissent pas au niveau des intersections (mais qu'elles pivotent uniquement). Cette hypothèse est légitime et a été vérifiée lors de mise en forme de renforts tissés [Boisse et al., 1995]. Néanmoins, on constate pour des déformations importantes un détissage du matériau sur certaines éprouvettes. Cette observation est bien évidemment en contradiction avec l'hypothèse établie et il conviendra alors de vérifier son domaine de validité [Harrison et al., 2005].

Si l'on considère que les mèches ne glissent pas, et que les fibres ne s'allongent pas, l'analyse de la géométrie nous donne la relation entre l'angle de cisaillement γ et le déplacement des mors d [De Luycker, 2009]:

$$\gamma(d) = \frac{\pi}{2} - 2 \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{d}{L_o - L_a} \right) \right) \quad (3.4)$$

Avec $\gamma(d)$: angle de cisaillement théorique, utilisé dans la suite du document.

Pour le dépouillement de l'essai, une approche énergétique introduisant la notion de couple surfacique est utilisée (utilisée également par [Harrison et al., 2004] pour le Picture-frame). Cette approche se base sur un bilan de puissance réalisé sur l'éprouvette de Bias-test. On considère alors que la seule puissance développée provient du cisaillement du tissé, produit d'un moment résistant développé à chaque intersection de mèches et du taux de cisaillement. Ce couple unitaire de cisaillement C_s (fonction de l'angle de cisaillement) [Boisse et al., 2005a] représente l'interaction entre le réseau chaîne et le réseau trame. Ainsi le bilan des puissances nous donne :

$$F \cdot \dot{d} = \int_{s_1} C_s(\gamma) \cdot \dot{\gamma} + \int_{s_2} C_s \left(\frac{\gamma}{2} \right) \cdot \frac{\dot{\gamma}}{2} \quad (3.5)$$

En faisant l’hypothèse d’homogénéité d’angle et de couple de cisaillement pour une zone donnée, respectivement la zone 1 de surface S_1 et la zone 2 de surface S_2 , on obtient après calculs [De Luycker, 2009] :

$$C_s(\gamma(t)) = \frac{\sqrt{2}}{2S_1} F D \sqrt{1 - \left(\frac{D+d}{D\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{S_2}{2S_1} C_s\left(\frac{\gamma(t)}{2}\right) \quad (3.6)$$

Avec :

$$\begin{cases} F : \text{Effort de traction sur l'éprouvette} \\ D = L_o - L_a : \text{Longueur de la zone 1} \\ d : \text{Déplacement du mors mobile} \end{cases}$$

La relation (3.6) nous permet de faire le lien entre les mesures expérimentales, l’effort appliqué sur l’éprouvette et le déplacement du mors mobile, et le couple de cisaillement qui sera utilisé dans la modélisation.

4.2. Résultats des essais

L’essai de Bias-test nous permet, dans un premier temps, d’obtenir une courbe donnant l’effort sur la machine en fonction du déplacement du mors mobile. Plusieurs séries d’essais sont effectuées sur les renforts. Le Tableau VI (en annexe II) détaille les principaux essais effectués. Les courbes obtenues ont été lissées, elles sont présentées en annexe III. On ne présente ici que les résultats finaux. Pour chaque renfort, on présente les courbes effort/déplacement moyennes, obtenues dans les 2 directions de sollicitation en cisaillement. Les barres d’erreurs verticales représentent l’écart type de la série.

4.2.1. G 1151

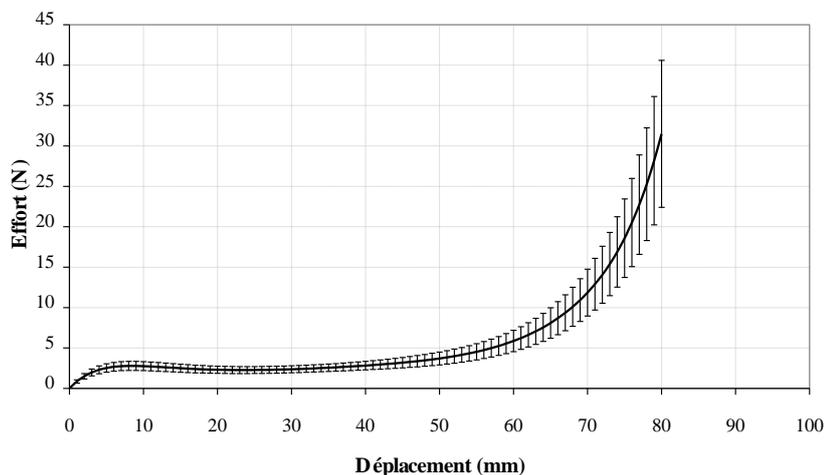


Figure 3-14 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le G 1151

Ce renfort est dit *équilibré*, c’est pourquoi nous confondons ici les résultats que dans les directions 1 et 2. Figure 3-14, on trace l’évolution de l’effort moyen, pour les essais G-1 à G-8, en fonction du déplacement du mors supérieur. On observe 2 parties principales sur la courbe. Après mise en tension du renfort, l’effort reste très faible (inférieur à 5 N), jusqu’à un déplacement de 50 mm environ. Le

cisaillement du tissu est aisé dans cette partie. Puis on a une augmentation importante de l'effort pour atteindre plus de 100 N dans le cas de l'essai G-3 (cf. annexe III). La deuxième partie de la courbe apparaît à partir d'une valeur limite, correspondant à l'angle de blocage, la déformation de l'éprouvette nécessite un effort important.

4.2.2. NCF 1

Ce renfort présente la particularité d'être très déséquilibré du point de vue de son comportement en cisaillement. En effet, de part leur constitution et leur position, à $\pm 45^\circ$ par rapport aux directions des fibres, les coutures à point droit influencent fortement le comportement en cisaillement. Les figure 3-15 et figure 3-16 représentent les courbes effort/déplacement moyennes obtenues lors des essais.

Dans la direction 1 (direction de la couture), on observe un effort important, allant jusqu'à 100 N environ, l'écart type est relativement faible (cf. figure 3-15). Jusqu'à un déplacement de 15 mm environ l'effort reste faible, de l'ordre de quelques newtons, cela correspond à l'effort nécessaire pour le réarrangement des coutures. Les boucles initialement courbes s'alignent avec la direction de sollicitation. Puis la rigidité augmente fortement, cela correspond à la déformation des coutures par allongement. En réalité, cet essai met la couture en tension. Le système de point utilisé gêne fortement le cisaillement du renfort dans cette direction.

Dans la seconde direction de cisaillement, on observe des efforts peu élevés, de l'ordre de 1 N à 4 N, avec une grande dispersion. On se trouve alors dans une plage d'efforts faible par rapport à la résolution du capteur. On note une légère augmentation de l'effort à partir d'un déplacement de 80 mm, mais globalement, la rigidité en cisaillement du renfort NCF 1 dans la direction 2 est très faible.

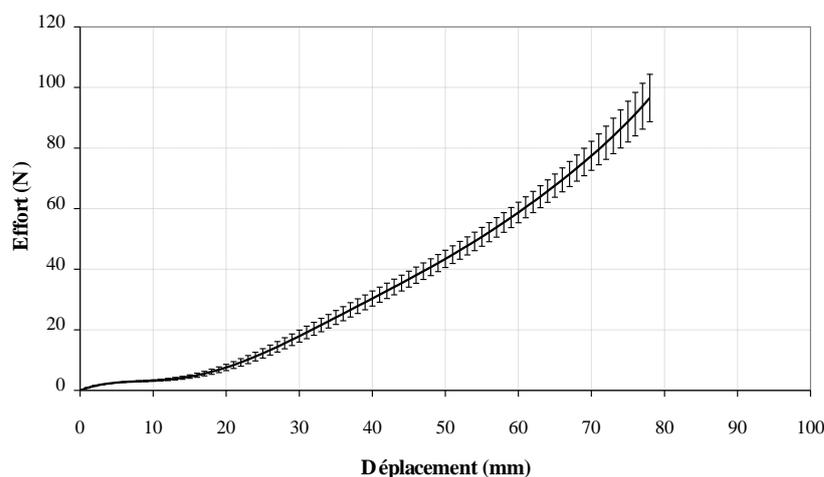


Figure 3-15 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 1 dans la direction 1

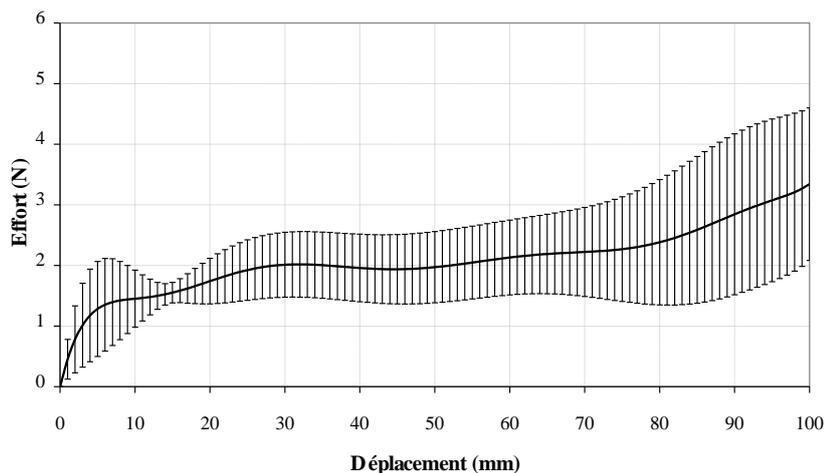


Figure 3-16 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 1 dans la direction 2

4.2.3. NCF 2

Les essais montrent que le comportement en cisaillement de ce renfort est très faiblement dissymétrique. Dans la direction 1 (cf. figure 3-17), parallèle à la direction des boucles de couture, on observe une faible dispersion des valeurs mesurées, au moins jusqu'à un déplacement de 70 mm. Puis le comportement se rigidifie légèrement, la dispersion augmente. Les efforts mis en jeu restent très faibles (inférieurs à 5 N).

Dans la direction 2, on n'observe quasiment pas de rigidification du comportement. L'essai est effectué à une valeur d'effort constante, proche de 1 N (cf. figure 3-18).

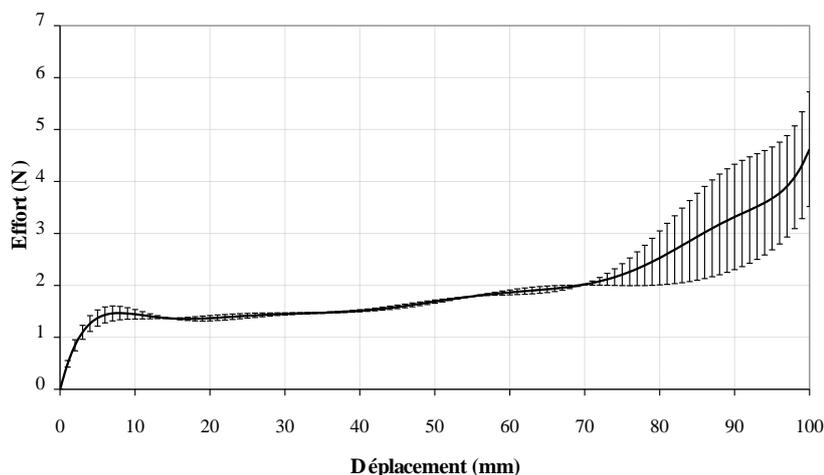


Figure 3-17 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 2 dans la direction 1

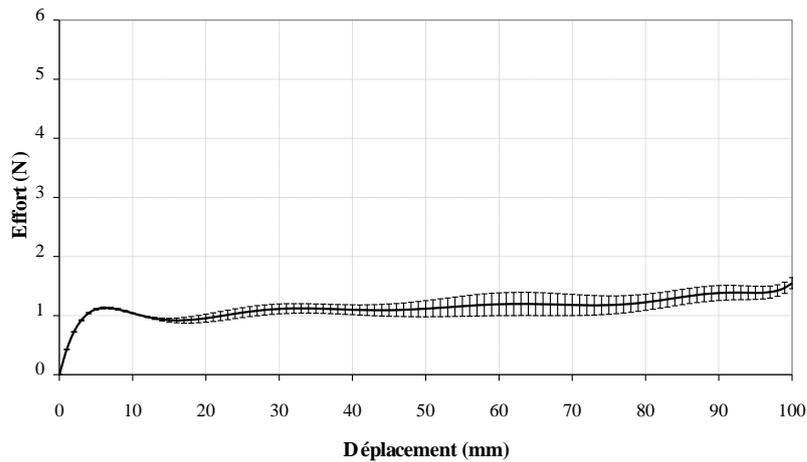


Figure 3-18 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 2 dans la direction 2

4.2.4. NCF 3

Comme on l'a vu précédemment, la construction de ce renfort est très semblable à celle du renfort NCF 2. Ainsi, pour les 2 types d'essais de Bias-test effectués, dans la direction 1 parallèle aux boucles de couture et dans la direction 2 perpendiculaire aux boucles, on obtient des résultats semblables au renfort NCF 2. En direction 1, l'effort est faible, de l'ordre de 1,5 N, jusqu'à un déplacement de 70 mm, puis on observe une légère augmentation (cf. figure 3-19). Dans la seconde direction de sollicitation, on obtient un effort quasiment constant de l'ordre de 1,5 N (cf. figure 3-20).

La comparaison des résultats de Bias-test sur les NCF 2 et 3 confirme la similitude entre les 2 renforts. L'inversion de la séquence d'empilement des couches de fibres n'a pas d'influence sur la rigidité en cisaillement du renfort. Par contre, c'est bien le type et l'orientation des coutures qui détermine la rigidité en cisaillement.

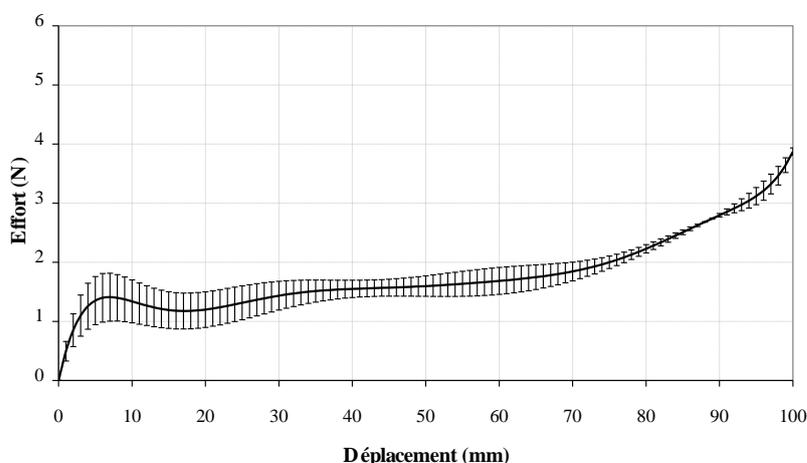


Figure 3-19 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 3 dans la direction 1

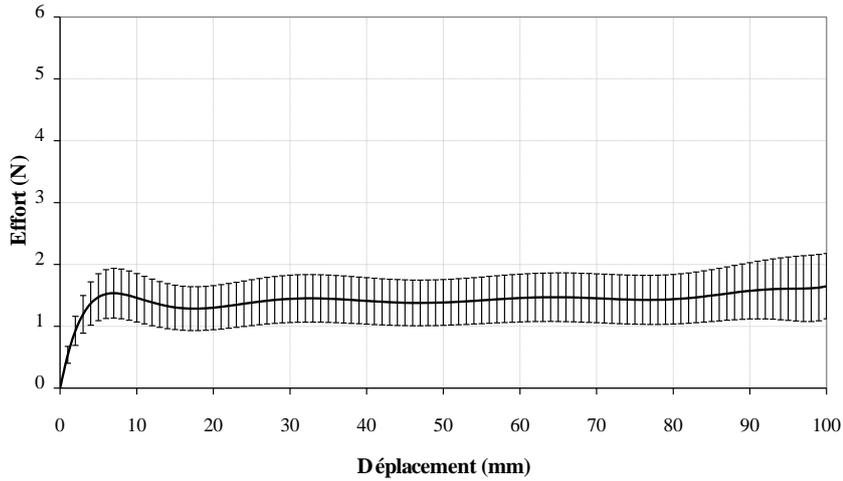


Figure 3-20 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 3 dans la direction 2

4.2.5. NCF 4

Comme les autres renforts NCF testé, le NCF 4 se caractérise par une rigidité en cisaillement très faible (cf. figure 3-21 et figure 3-22). On observe sensiblement le même comportement dans les 2 directions de cisaillement. Après la phase de mise en tension, l’effort augmente faiblement mais de manière quasi continue pour passer de 1 N à 3 N environ. On n’observe pas de changement de pente en fin d’essai. La zone comprise entre plus ou moins l’écart type est importante, cela montre la sensibilité de la mesure. Elle peut être fortement perturbée suivant la méthode de mise en place de l’essai ou le système d’acquisition utilisé.

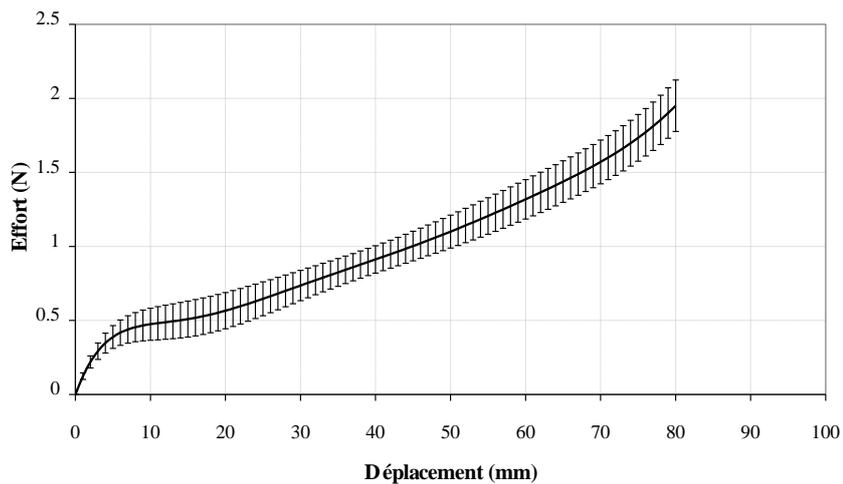


Figure 3-21 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 4 dans la direction 1

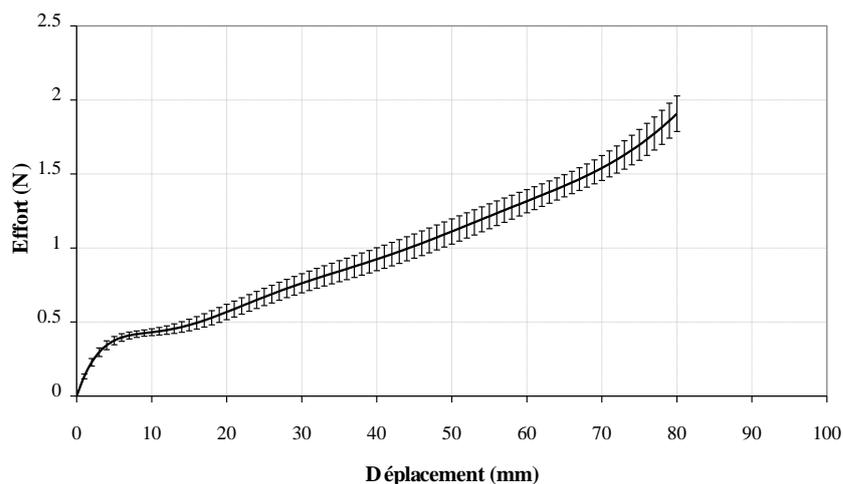


Figure 3-22 : Courbe effort/déplacement moyenne pour le renfort NCF 4 dans la direction 2

4.2.6. Bilan des mesures d'efforts

L'analyse des courbes effort/déplacement issues de l'essai de Bias-test permet de mettre en évidence les premières caractéristiques du comportement en cisaillement des renforts étudiés :

- La courbe effort/déplacement pour le renfort interlock G 1151 laisse apparaître 2 parties distinctes. Dans un premier temps, l'effort est faible, ce qui signifie que la rigidité de cisaillement pour de petits angles est peu élevée. A partir d'un angle critique, à déterminer, la rigidité augmente, l'effort nécessaire à la déformation de l'éprouvette devient important.
- L'essai de Bias-test sur le NCF 1 dans la direction 1 indique une rigidité importante du renfort. Cependant, les hypothèses faites pour le Bias-test ne sont pas vérifiées ici, l'énergie fournie à l'éprouvette permet l'allongement des coutures et non le cisaillement du renfort uniquement.
- Les essais menés sur les renforts NCF 2 à 4 montrent la très faible rigidité de ces renforts pour ce type de déformations. L'effort nécessaire à l'allongement de l'éprouvette est globalement très faible, avec peu ou pas de rigidification.

4.3. Mesure de l'angle de cisaillement

Afin d'exploiter les essais de Bias-test pour la modélisation, il est nécessaire de déterminer la relation liant l'angle de cisaillement à l'allongement global de l'éprouvette. Nous avons vu dans la partie 4.1 qu'il est possible de relier le déplacement d à l'angle théorique γ par la relation (3.4), issue d'une approche géométrique de l'essai. Cette relation fait intervenir les hypothèses de non glissement des réseaux et de non allongement des fibres. Dans les paragraphes suivants, nous mesurons l'angle de cisaillement réel afin de valider ou non les hypothèses de départ.

4.3.1. G 1151

L'essai G-1 est effectué avec acquisition vidéo de la déformation du milieu de l'éprouvette. Ainsi nous pouvons mesurer l'angle de cisaillement dans la partie centrale (zone 1) de l'éprouvette de Bias-test. La mesure est faite en suivant la direction de 3 mèches de chacun des deux réseaux. Le traitement des données est automatisé avec le logiciel Matlab®.

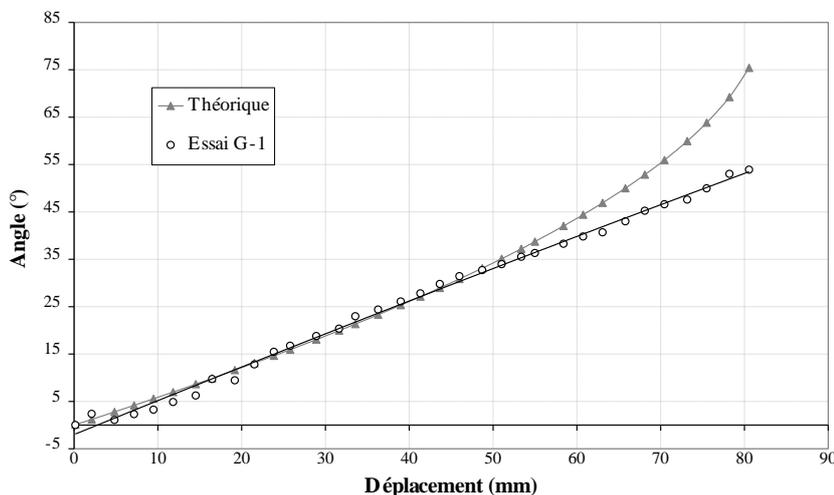


Figure 3-23 : Mesure de l'angle de cisaillement en fonction du déplacement pour une éprouvette de Bias-test en G 1151

La figure 3-23 représente l'évolution de l'angle de cisaillement mesuré au centre de l'éprouvette en fonction du déplacement. La mesure est faite en un nombre de points fini, la courbe noire (polynomial de degrés deux) met en évidence la tendance de l'évolution de l'angle. On observe une bonne correspondance entre l'angle théorique et l'angle mesuré jusqu'à environ 40°. Au-delà, l'angle théorique augmente plus vite. Les hypothèses de départ ne sont plus respectées. On remarque que l'apparition de la différence d'angle correspond avec le début de l'augmentation importante de l'effort nécessaire à la déformation de l'éprouvette (cf. figure 3-14).

Cet aspect est confirmé par la visualisation du pied de l'éprouvette. La figure 3-24 représente le pied d'une éprouvette de G 1151 (essai G-2), en 3 instants de l'essai. La zone 3 est mise en évidence par dépôt d'une poudre matifiante avant le début de l'essai. On observe clairement les 3 zones de cisaillement jusqu'à un angle de 40° (déplacement de 55 mm environ), peu de glissements apparaissent. Au-delà, des glissements interviennent au passage entre les zones 2 et 3. Les mèches glissent, se chevauchent, la poudre matifiante disparaît.

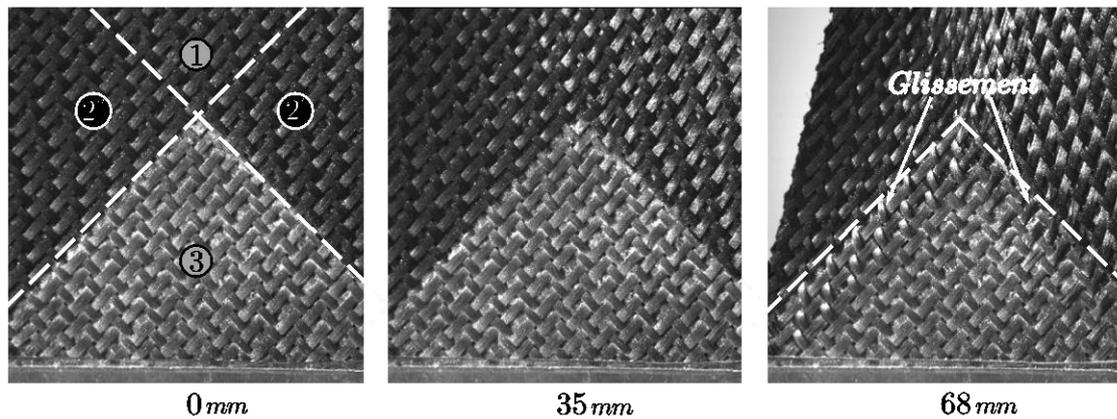


Figure 3-24 : Déformation du pied d'une éprouvette de G 1151, avec apparition de glissements ; la zone 3 théorique est mise en évidence par une ligne pointillée

4.3.2. NCF 1

Les essais 1-5 et 1-6 sont effectués avec acquisition vidéo de la déformation du milieu de l'éprouvette avec une caméra. Cependant, du fait de leur nature, les renforts NCF ne présentent qu'un seul réseau par face, il n'est donc pas possible de mesurer l'angle de cisaillement total avec une seule caméra. La comparaison est alors faite sur le demi angle de cisaillement.

Figure 3-25, on compare les demi angles de cisaillement, définis comme la variation d'angle d'un réseau de fibres par rapport à sa position initiale. Les mesures sont faites sur un nombre d'images fini, les courbes noires (polynomiales de degrés deux) mettent en évidence les tendances d'évolution des demi angles.

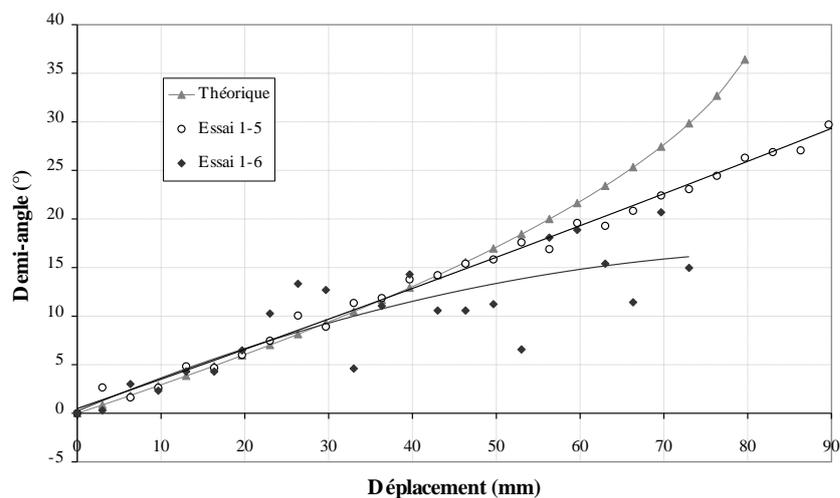


Figure 3-25 : Mesure du demi angle de cisaillement en fonction du déplacement pour des éprouvettes de Bias-test en NCF 1

Pour l'essai 1-5, le demi angle mesuré suit relativement bien la valeur théorique jusqu'à un déplacement de 55 mm environ (demi angle de 20°). Au-delà, des phénomènes autres que le

cisaillement interviennent, l’hypothèse de non glissement n’est plus vérifiée. Pour l’essai 1-6, la mise en tension des coutures perturbe fortement la lecture de la position des fibres. On observe la flexion hors plan des fibres entre 2 coutures.

4.3.3. NCF 2 et 3

Les essais 2-5, 2-6, 3-5 et 3-6 sont effectués avec acquisition vidéo de la déformation du milieu de l’éprouvette. Comme on l’a vu précédemment, les renforts 2 et 3 sont très semblables, les observations suivantes le confirment.

Figure 3-26, on compare les demi angles de cisaillement mesurés et théoriques. Les mesures sont faites sur un nombre d’images fini, les courbes noires (polynomiales de degrés deux) mettent en évidence les tendances d’évolution des demi angles.

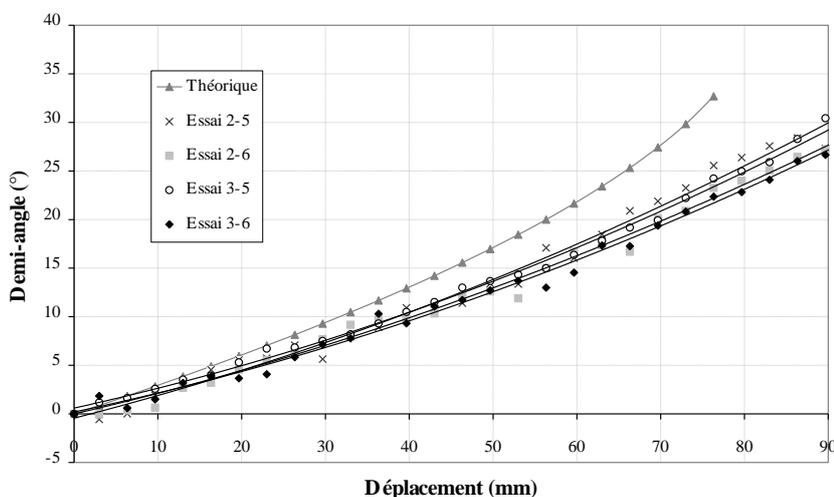


Figure 3-26 : Mesure du demi angle de cisaillement en fonction du déplacement pour des éprouvettes de Bias-test en NCF 2 et 3

Dès le début de l’essai, on observe une différence entre expérimentation et théorie, pour l’ensemble des essais effectués. Le demi angle mesuré est inférieur de 25 % environ par rapport à l’angle attendu. Cette différence indique une déformation de l’éprouvette par glissement relatif des réseaux et cisaillement dès le début de l’essai. Le système de couture de ces renforts ne permet pas de maintenir strictement les 2 réseaux de fibres. Les réseaux chaîne et trame sont dits *faiblement liés*. L’utilisation de l’équation (3.4) n’est pas valable pour ce type de matériau.

4.3.4. NCF 4

L’essai 4-2 est réalisé avec acquisition vidéo sur les 2 faces de l’éprouvette de Bias-test. Pour cela on utilise deux cameras Pike F-1600 de Allied Vision Technologies®, avec des capteurs de 4872x3248 pixels², et deux objectifs AF Micro-Nikkor 200 mm f/4D de Nikon®, avec un centre informatique d’acquisition et de synchronisation. L’utilisation de deux cameras, de part et d’autre de l’éprouvette, permet de mesurer l’angle de cisaillement en zone 1.

Figure 3-27, on trace l'évolution de l'angle mesuré en fonction du déplacement ainsi que l'évolution de l'écart relatif entre valeur théorique, au sens de l'équation (3.4), et valeur mesurée. La courbe noir continue (polynomiale de degrés deux) met en évidence la tendance de l'évolution de l'angle. Comme pour les NCF 2 et 3, on observe un décalage dès le début de l'essai. L'angle de cisaillement augmente plus doucement que théoriquement. Le cisaillement de l'éprouvette est associé au glissement entre les réseaux de fibres. Excepté pour de faibles angles, l'écart relatif est de l'ordre de 30 % tout au long de l'essai.

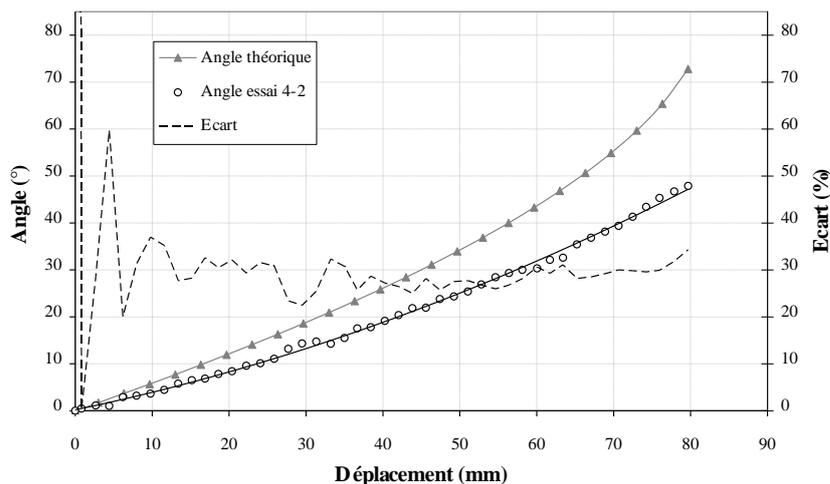


Figure 3-27 : Mesure de l'angle de cisaillement en fonction du déplacement pour une éprouvette de Bias-test en NCF 4 ; évolution de l'écart entre l'angle théorique et l'angle mesuré

Les remarques précédentes sont confirmées par les observations faites en pied d'éprouvette. La figure 3-28 représente le pied d'une éprouvette de NCF 4 (essai 4-4), en 3 instants de l'essai. Les zones 3 et 1 sont mises en évidence par dépôt d'une poudre matifiante avant le début de l'essai.

Au cours de l'essai, la position d'une mèche de trame passant par les zones 2'' et 3 est suivie (ligne pointillée, figure 3-28). La mèche dévie petit à petit de sa position théorique (ligne continue), fléchie dans le plan et glisse par rapport au réseau chaîne.

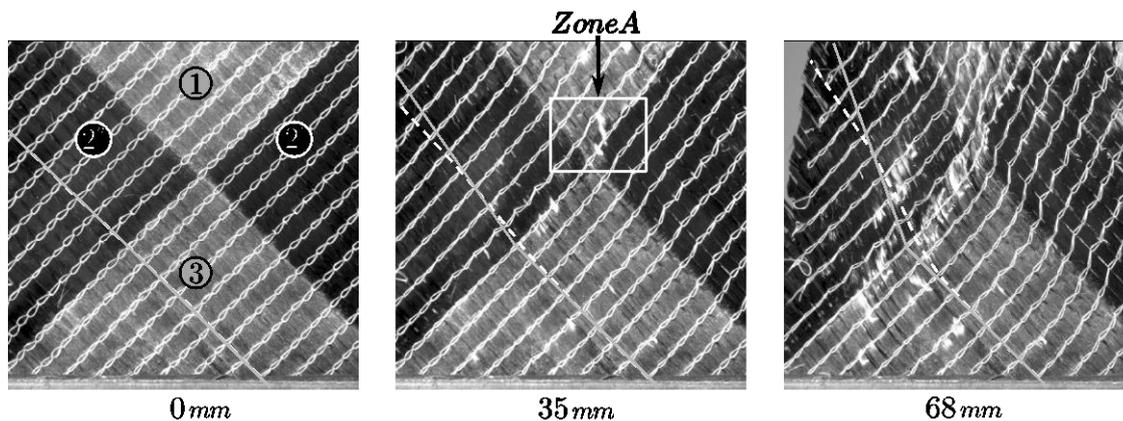


Figure 3-28 : Déformation du pied d'une éprouvette de NCF 4, avec apparition de glissements en zone A ; Suivi d'une mèche représentée pas une ligne pointillée, mèche théorique en trait continu

De plus, des glissements peuvent être observés à la frontière entre les zones 1 et 2' (détail figure 3-29). Entre ces 2 zones, la frontière est perpendiculaire aux mèches de trame. En conséquence, le déplacement de la frontière, mise en évidence par la poudre matifiante, indique le glissement relatif entre les mèches de la zone (1+2'), pour laquelle les 2 extrémités sont libres, et les mèches de la zone (2''+3) pour lesquelles une extrémité est attachée aux mors. Ces glissements sont visibles à partir d'un déplacement de mors de 20 mm environ (angle de cisaillement mesuré de 10°). Ils permettent l'allongement de l'éprouvette sans augmentation de l'angle de cisaillement.

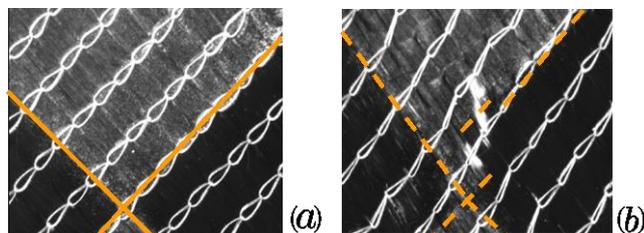


Figure 3-29 : Zone A : Détail des glissements entre mèches parallèles et coutures (a) état initial (b) déplacement du mors de 35 mm

Finalement, le Bias-test effectué sur le renfort NCF 4 met en évidence des phénomènes de glissement importants relativement au cisaillement. Ces glissements sont localisés au passage entre zones de cisaillement distinctes. La figure 3-30 schématise les glissements observés. On représente un seul couche de l'éprouvette, en positions initiale et déformé. Les mèches sont initialement orientées à -45° par rapport à la direction de sollicitation. Le cisaillement entre les couches crée trois zones de cisaillement préférentielles mais :

- Des glissements apparaissent à la frontière entre la zone (2''+3), pour laquelle les mèches ont une extrémité fixée, et la zone (1+2') pour laquelle les 2 extrémités des mèches sont libres. On a du glissement intra-couche.
- Des glissements inter-couches, apparaissant préférentiellement en zones 2' et 2'', autorisent la flexion des mèches dans le plan.

Ces phénomènes apparaissent de manière symétrique sur la seconde face de l'éprouvette.

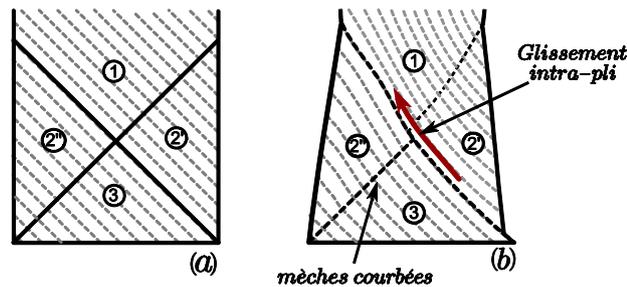


Figure 3-30 : Schématisation des déformations d'une couche de NCF en pied de Bias-test (a) état initial (b) état déformé

4.3.5. Bilan des mesures d'angles

La mesure de l'angle de cisaillement en milieu d'éprouvette de Bias-test nous donne plusieurs indications sur le comportement mécanique des renforts étudiés :

- L'angle de cisaillement mesuré sur éprouvette en interlock G 1151 est très proche de l'angle de cisaillement théorique, jusqu'à une valeur de cisaillement limite de 40°. L'approche géométrique proposée pour le dépouillement de l'essai et la modélisation convient pour ce renfort.
- Les renforts NCF étudiés montrent l'importance du type et de l'orientation des coutures dans la déformabilité du renfort. Avec une couture à points droits, comme le NCF 1, les hypothèses de départ sont bien vérifiées dans une direction, jusqu'à une valeur limite. La liaison créée par la couture bloque le glissement entre les réseaux.
- Pour les coutures en « Z » (NCF 2 à 4), on observe des glissements dès le début de l'essai, signe que les réseaux sont *faiblement liés*. Cela implique que la déformation du renfort est aisée, avec très peu d'efforts mis en jeu. Concernant l'essai de Bias-test, l'hypothèse de non glissement n'est pas respectée, l'équation (3.4) ne peut pas être utilisée pour dépouiller l'essai.

4.4. Interprétation des essais

A partir de la connaissance des courbes effort/déplacement et angle/déplacement, nous pouvons traiter les essais et déterminer la rigidité des renforts en cisaillement. Le dépouillement de l'essai se base sur l'équation (3.5). Ainsi le couple de cisaillement C_s correspondant à un angle donné γ peut être exprimé :

$$C_s(\gamma) = \frac{F(t)\dot{d}(t) - S_2 C_s \left(\frac{\gamma}{2} \right) \frac{\dot{\gamma}(t)}{2}}{S_1 \dot{\gamma}(t)} \quad (3.7)$$

L'équation (3.7) implique les hypothèses suivantes :

- Homogénéité des déformations dans les différentes zones de l'éprouvette
- Non déformation des fibres par allongement
- Effets d'inertie négligeables
- Non prise en compte de la puissance dissipée par frottement lors du glissement entre les mèches des 2 réseaux

L'angle de cisaillement γ est obtenu par mesures optiques. La courbe angle/déplacement est ensuite interpolée par la méthode des moindres carrés. On utilise une fonction polynomiale de type :

$$\gamma(t) = \sum_{i=1}^n \beta_i d^i(t) \quad (3.8)$$

Ainsi : $\dot{d}(t) = k = cste \quad (3.9)$

Et : $\dot{\gamma}(t) = \sum_{i=1}^n \beta_i k i d^{i-1}(t) \quad (3.10)$

Alors :
$$C_s(\gamma) = \frac{2F(t) - S_2 C_s\left(\frac{\gamma}{2}\right) \sum_{i=1}^n \beta_i i d^{i-1}(t)}{2S_1 \sum_{i=1}^n \beta_i i d^{i-1}(t)} \quad (3.11)$$

Finalemment :
$$C_s(\gamma) = \frac{F(t)}{S_1 \sum_{i=1}^n \beta_i i d^{i-1}(t)} - \frac{S_2}{2S_1} C_s\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (3.12)$$

Avec cette méthode, on détermine le couple $C_s(\gamma)$ en fonction du couple à $\frac{\gamma}{2}$, de l'effort mesuré et des coefficients de la fonction polynomiale interpolée. La relation géométrique entre l'angle de cisaillement et le déplacement n'est pas nécessaire (équation (3.4)).

Dans la suite, on effectue le calcul de la rigidité en cisaillement pour l'interlock G 1151, pour lequel on connaît l'angle de cisaillement au centre de l'éprouvette. Concernant le NCF 4, les hypothèses nécessaires à l'utilisation de l'équation (3.12) ne sont pas vérifiées ; des glissements entre réseaux sont observés dès le début de l'essai.

4.4.1. G1151

Les mesures effectuées sur les essais G-1 à G-8 permettent de définir la loi de comportement $C_s(\gamma)$ (courbes disponibles en annexe IV). Figure 3-31, on trace l'évolution du couple surfacique moyen, pour les 8 essais, en fonction de l'angle de cisaillement. L'équation (3.12) est utilisée pour calculer le couple de cisaillement, le paramètre n est pris égal à 9. Les barres verticales représentent l'écart type.

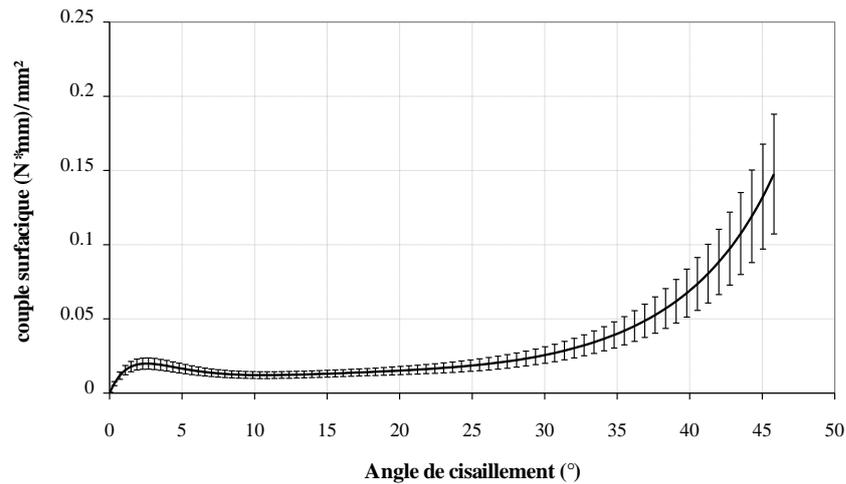


Figure 3-31 : Evolution du couple surfacique en fonction de l'angle de cisaillement pour le G 1151

On observe principalement 2 grandes parties. Lors de la mise en rotation des mèches, le couple augmente rapidement (de 0° à 2° environ), passe par un maximum local puis se stabilise autour de $0,015 \text{ N.mm}^{-1}$ jusqu'à 25° environ. Commence alors la rigidification du comportement en cisaillement. A partir de 35° , les mèches commencent à glisser. La rigidité en cisaillement devient importante, passant de $0,05 \text{ N.mm}^{-1}$ pour 35° à $0,15 \text{ N.mm}^{-1}$ pour 45° .

La courbe couple/angle ainsi obtenue pourra être utilisée lors de la simulation. Pour simplifier le calcul, elle sera approchée par une fonction polynomial impaire passant par zéro.

4.5. Caractérisation du glissement pour le NCF 4

Afin de caractériser le glissement sur l'essai de Bias-test d'une éprouvette de NCF 4, nous effectuons un relevé de déplacement de mires tracées sur les 2 faces de l'éprouvette (Essai 4-2). Ces mires carrées, de 50 mm de cotés, sont tracées au centre du renfort avec de la poudre matifiante. Le déplacement des mires au cours de l'essai est enregistré par 2 caméras. La cinématique de l'essai mène à l'allongement des mires dans le sens longitudinal et au rétrécissement dans le sens transverse. Le post-traitement avec le logiciel Matlab permet de déterminer la position des nœuds, la largeur et la longueur des mires.

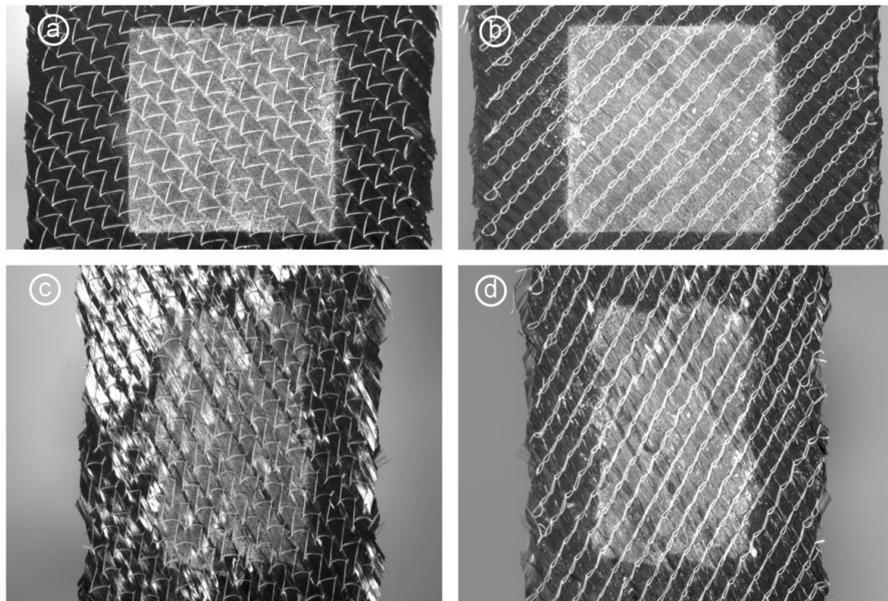


Figure 3-32 : Mire carrée sur éprouvette de NCF 4 (a) face chaîne non déformée (b) face trame non déformée (c) face chaîne déformée (d) face trame non déformée

4.5.1. Glissements au centre de l'éprouvette

On considère la zone 1, au centre de l'éprouvette, en début et en fin d'essai de Bias-test. Le point matériel A appartient à la zone 1. Alors, en considérant un champ de cisaillement pur dans ce domaine, on obtient le déplacement du point A en fonction de la longueur D , de l'allongement de l'éprouvette d et de sa position initiale.

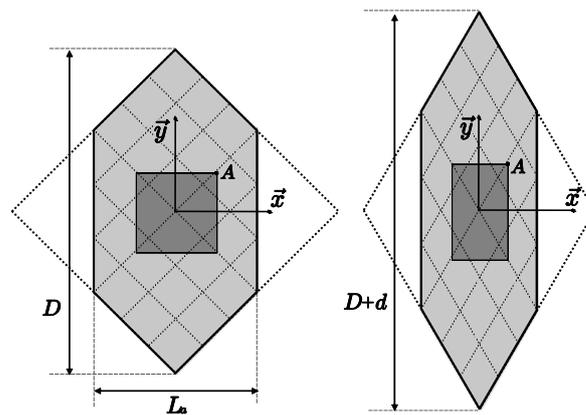


Figure 3-33 : Evolution de la zone 1, avec mire centrale carrée, entre le début et la fin de l'essai

Par exemple, le sommet A du carré, de coordonnées initiales (X_A^0, Y_A^0) , se déplace pour aller en coordonnées relatives :

$$(X_A, Y_A) = \left(X_A^0 \sqrt{2 - \left(1 + \frac{d}{D}\right)^2}, Y_A^0 \left(1 + \frac{d}{D}\right) \right) \quad (3.13)$$

La position théorique des sommets de la cible peut ensuite être comparée aux positions mesurées. La figure 3-34 rend compte de l'évolution de la mire au cours de l'essai, pour un déplacement des mors compris entre 0 et 56 mm. La position des points est exprimée dans le repère (\bar{x}, \bar{y}) ayant pour origine le centre théorique de la cible. On trace la mire carrée initiale et les cibles rectangulaires finales mesurée et théorique. Le rectangle final mesuré correspond à la moyenne des positions mesurée sur les 2 faces de l'éprouvette.

En effet, en comparant les mesures faites sur chaque face, on observe que deux points matériels du renfort, initialement en vis-à-vis, ont un déplacement proche. On obtient un écart inférieur à 2 mm en fin d'essai, ce qui est non significatif. Cela indique un faible glissement entre les réseaux au centre de l'éprouvette. L'hypothèse de non glissement des mèches aux intersections est acceptable, pour la zone centrale.

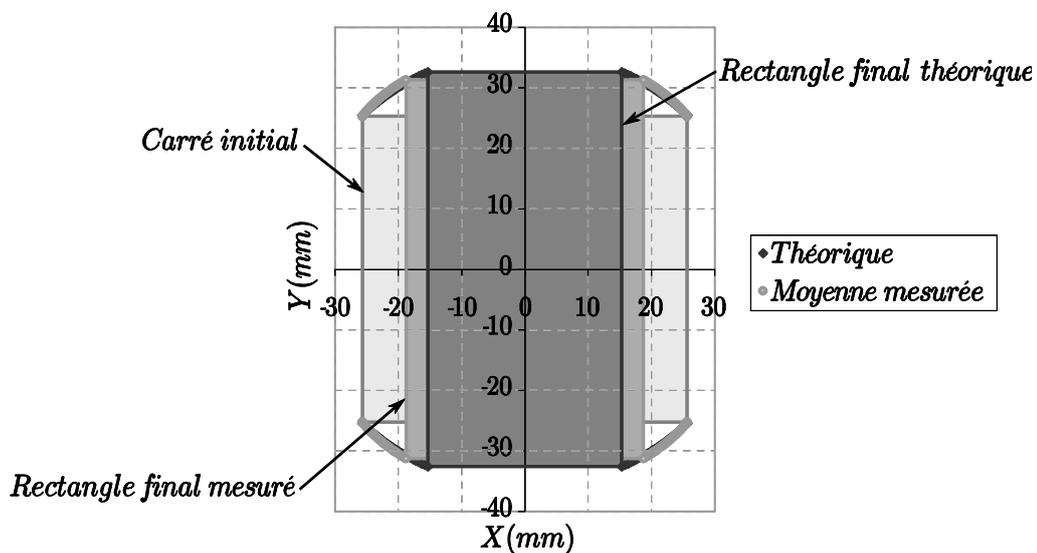


Figure 3-34 : Position des noeuds de la mire au cours de l'essai : forme initiale et forme finale moyenne de la mire

4.5.2. Données expérimentales pour l'approche inverse

Cependant, le rectangle final mesuré ne correspond pas à la forme de la mire théorique. Le taux de cisaillement en partie centrale est moins élevé que théoriquement. Cette différence est attribuée aux glissements entre réseaux aux passages entre zones de cisaillement distinctes.

Dans la suite, la position de la mire centrale sera choisie comme indicateur du niveau de glissement aux passages entre zones. On utilisera les dimensions moyennes de la mire comme valeurs de comparaison (cf. chapitre 6.2). Chaque sommet de la mire est défini par sa position dans le plan au cours de l'essai :

$$\begin{cases} X_i = f(X_i^0, d) \\ Y_i = f(Y_i^0, d) \end{cases} \quad i \in [1,4] \quad (3.14)$$

Ainsi, la largeur et la hauteur moyenne de la mire en fonction du déplacement du mors sont déterminées à partir des positions des sommets. Pour l'essai 4-2, on en déduit les valeurs suivantes :

$$\text{Largeur de la mire : } l_1(d) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \|X_i\| = 50 - 1,71 \cdot 10^{-1} d - 1,30 \cdot 10^{-3} d^2 \quad (3.15)$$

$$\text{Hauteur de la mire : } l_2(d) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \|Y_i\| = 50 + 2,28 \cdot 10^{-1} d - 2,56 \cdot 10^{-4} d^2 \quad (3.16)$$

4.6. Bilan des essais de cisaillement

L'essai de Bias-test a été choisi pour caractériser le comportement en cisaillement des 5 renforts étudiés. Cet essai présente l'avantage de ne pas contraindre complètement le renfort, les fibres cisailées sont libres à leurs extrémités. Nous pouvons tirer plusieurs conclusions de ces expérimentations.

- La rigidité en cisaillement du renfort interlock G 1151 a été quantifiée et par la même occasion, il est montré que ce type de renfort peut se cisailier sans glisser, jusqu'à un angle de cisaillement de 40°.
- Nous avons montré que l'essai de Bias-test effectué sur les renforts NCF peut difficilement être interprété par la méthode énergétique proposée, la déformation se fait par cisaillement *et* glissement. La mesure de l'angle de cisaillement au centre de l'éprouvette est un indicateur du glissement.
- Enfin, le suivi de la déformation d'une mire tracée au centre de l'éprouvette et les observations faites dans les zones de transitions indiquent que les glissements sont localisés. Ils apparaissent principalement aux passages entre zones 1, 2 et 3. La position de la mire est un second indicateur du glissement, elle sera utilisée dans le cadre de l'approche inverse (chapitre 6.2).

5. Essais d'emboutissage hémisphérique

Afin d'observer les mécanismes de déformation des NCF lors de mises en forme sur des surfaces en 3 dimensions, nous utilisons un module d'emboutissage hémisphérique. Ce module présente l'avantage de mettre en forme le renfort sur une surface non développable, avec possibilité d'observer la déformation au cours de l'essai.

5.1. Module d'emboutissage :

Pour cet essai nous utilisons une machine de traction type RSA 250 kN Schenk – Méca, avec un module spécifique d'emboutissage hémisphérique (cf. figure 3-35). Le module comprend un poinçon hémisphérique fixe de 75 mm de diamètre et un serre-flan mobile sur tout le pourtour du poinçon. Le réglage du serre-flan se fait avec des vis qui permettent de pincer le renfort dans un système de jons. On ne règle donc pas effort de serrage mais une distance entre les 2 parties du serre-flan. Le serre-flan

est lié au mors supérieur de la machine de traction, qui est mobile. La vitesse de déplacement est de 50 mm/min, l'éprouvette utilisée est un carré de 180 mm de coté.

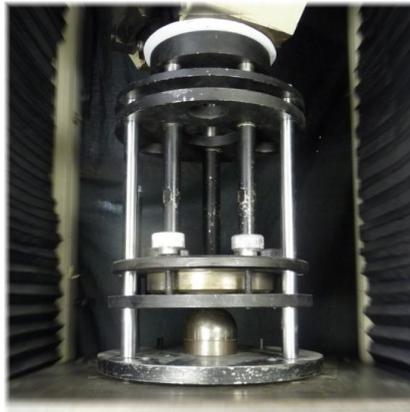


Figure 3-35 : Module d'emboutissage monté sur la machine de traction

On enregistre le déplacement du poinçon, ainsi que l'effort mesurés par les capteurs machine. Tous les essais sont effectués avec la même distance entre les 2 parties du serre-flan. Cette distance est choisie de telle sorte que le glissement du renfort soit possible tout en maintenant une tension dans les mèches.

5.2. Déroulement des essais

Les emboutissages sont réalisés sur éprouvettes d'interlock G 1151 et de renfort NCF 4. En effet nous avons pu voir précédemment (partie 4) que lors d'un essai simple, le renfort interlock se déforme bien par cisaillement, sans apparition de glissements, alors que le renfort NCF 4 est sujet aux glissements entre mèches. Plusieurs essais d'emboutissages sont effectués sur chacun des 2 renforts, cependant nous ne présentons ici que 2 essais, représentatifs des phénomènes observés.

L'essai d'emboutissage hémisphérique comprend principalement 7 phases :

- Mesures optiques sur éprouvette non déformée
- Mise en place de l'éprouvette dans le serre-flan et réglage de la distance de serrage
- Emboutissage à vitesse constante et maintien de la position finale
- Application de laque en aérosol
- Montée du serre flan et libération de l'éprouvette
- Application de laque pour solidification complète
- Mesures optiques sur éprouvette déformée

L'application de laque en aérosol en position finale permet de figer l'éprouvette, une très faible déformation à posteriori est constatée.

Deux types d'acquisitions sont utilisés en début et fin d'essai. Dans un premier temps, l'acquisition avec un capteur et un objectif télécentrique permet la mesure des distances entre marqueur, en 2 dimensions. L'objectif télécentrique permet de minimiser la distorsion de l'image. Pour les mesures en 3 dimensions, 2 caméras sont utilisés conjointement au système de stéréo corrélation VIC3D®.

Cependant, la brillance du renfort perturbe fortement la qualité de l'acquisition entraînant une perte partielle de données.

5.3. Résultats des essais

5.3.1. G 1151

La figure 3-36 représente une éprouvette carrée initiale. Un réseau de marqueurs blancs est tracé sur les 2 faces, avec un pas de 20 mm. Ces marqueurs matérialisent 2 points initialement en vis-à-vis sur les 2 faces. On définit le repère initial $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ avec \vec{x}_0 qui correspond à la direction trame du renfort. Les marqueurs appartenant à 2 plans de symétrie du renfort, tels que d'une part $x=0$ et d'autre part $y=0$, sont repérés par des étoiles.

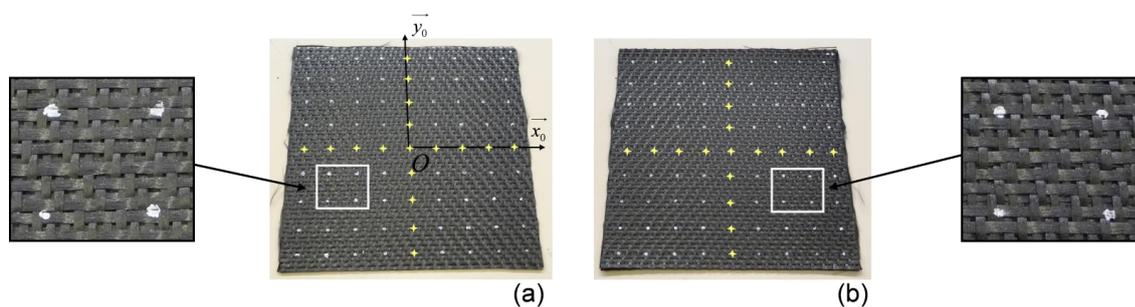


Figure 3-36 : Faces 1 (a) et 2 (b) de l'éprouvette de G 1151 pour emboutissage, définition du repère initial et de la position des marqueurs (étoile)

La face 2 du renfort est placée en contact avec le poinçon. Après emboutissage (cf. figure 3-37), le relevé de la position des marqueurs dans l'espace est effectué. Le repère d'expression des mesures est défini par le plan de base de l'éprouvette emboutie, (\vec{x}, \vec{y}) , par la projection O du sommet de l'hémisphère sur le plan (\vec{x}, \vec{y}) et par \vec{z} la normale au plan passant par le sommet de l'hémisphère.

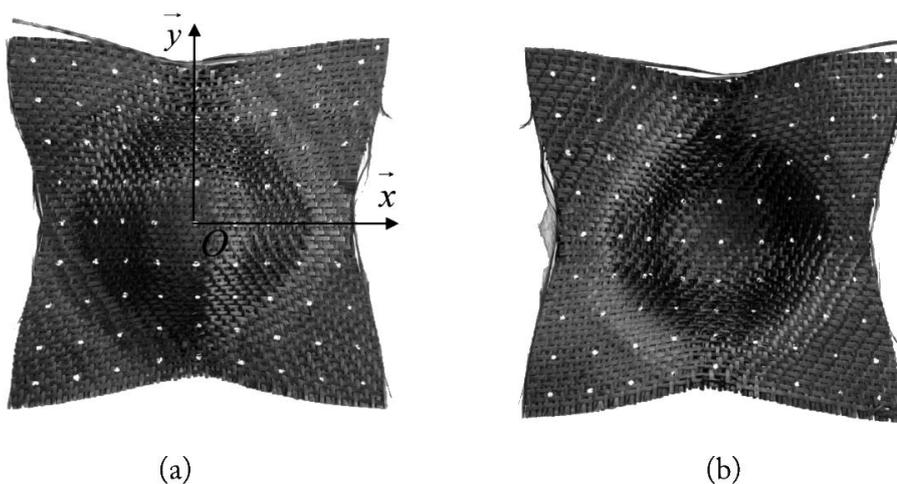


Figure 3-37 : Faces 1 (a) et 2 (b) de l'éprouvette de G 1151 après emboutissage

Pour réaliser les mesures par corrélation de la préforme, un traitement est nécessaire :

- Un mouchetis blanc est appliqué pour réduire la brillance qui sature les capteurs (cf. figure 3-38).
- Un mouchetis noir est appliqué pour offrir au logiciel de corrélation un motif suffisamment aléatoire.

Cette technique permet de ne pas appliquer d'agent avant l'emboutissage, celui-ci serait détérioré par les outils. La stéréo corrélation permet un palpéage optique de points sur les 2 faces de l'éprouvette, et en particulier la position des marqueurs. Le retournement de l'éprouvette entre les acquisitions impose la mise en place d'un référentiel commun. Pour exprimer correctement les valeurs mesurées, le recalage des positions est effectué :

- La surface supérieure (face 1) est placée dans le référentiel fixe de la table de mesure, dont la position est déterminée par stéréo corrélation. L'éprouvette emboutie est placée à plat sur la table, l'origine du repère est définie à la verticale du sommet de l'hémisphère.
- La surface inférieure (face 2) est photographiée alors que l'éprouvette repose sur la partie hémisphérique. Le recalage des résultats par rapport à la face 1 se fait par minimisation de la distance entre les 2 surfaces de l'éprouvette.

On définit alors la surface moyenne de l'éprouvette utilisée dans la suite.

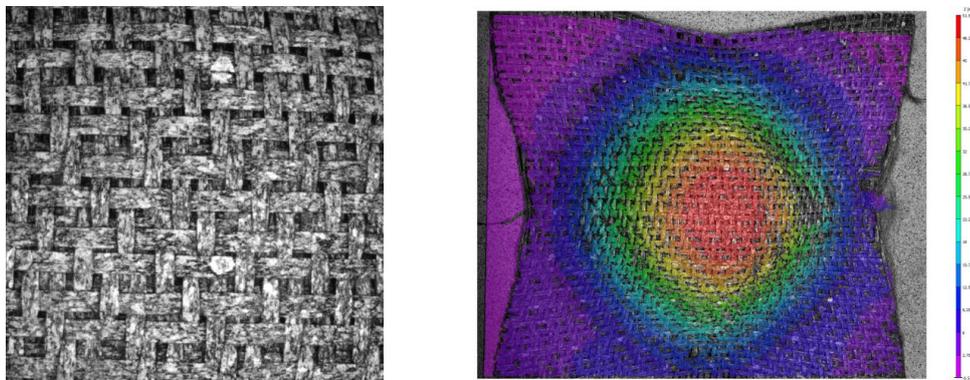


Figure 3-38 : Mouchetis blanc sur G 1151 et résultats de stéréo-corrélation

Afin de caractériser le glissement entre les réseaux, on compare la position des marqueurs après emboutissage. Figure 3-39 et figure 3-40, on représente une coupe de l'éprouvette suivant les plans de symétrie (O, \vec{x}, \vec{z}) et (O, \vec{y}, \vec{z}) . L'éprouvette est représentée par sa ligne moyenne, on repère la position des marqueurs projetée dans les plans de symétrie.

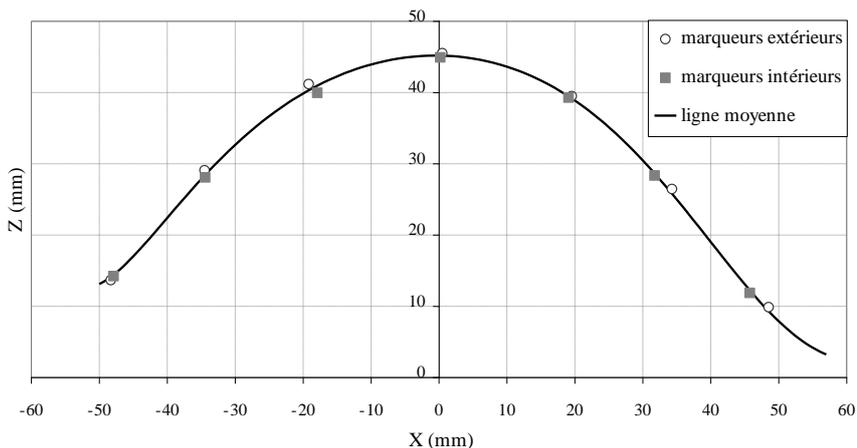


Figure 3-39 : Position des marqueurs de l'éprouvette de G 1151 emboutie, dans le plan (O, \vec{x}, \vec{z})

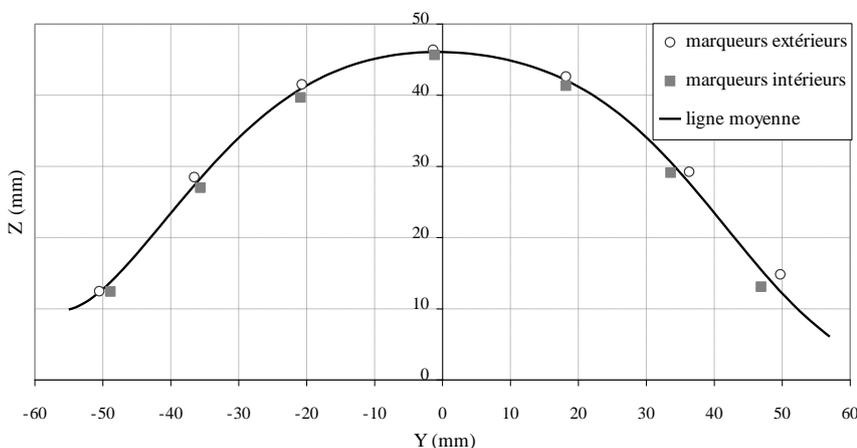


Figure 3-40 : Position des marqueurs de l'éprouvette de G 1151 emboutie, dans le plan (O, \vec{y}, \vec{z})

On remarque que la position des marqueurs en vis-à-vis est relativement proche. Le glissement est défini comme la distance, projetée sur la surface moyenne, entre 2 points initialement en vis-à-vis.

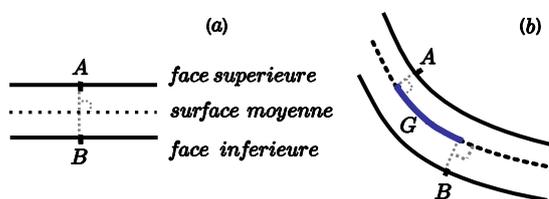


Figure 3-41 : Définition du glissement G (a) avant déformation (b) après déformation

La mesure du glissement est faite à partir des positions des marqueurs dans l'espace. En effet ceux-ci peuvent sortir des plans de symétrie auxquels ils appartiennent initialement. Figure 3-42, on trace

l'évolution du glissement mesuré au niveau des marqueurs. Le plan de symétrie tel que $y=0$ correspond à la direction trame, le plan de symétrie tel que $x=0$ correspond à la direction chaîne.

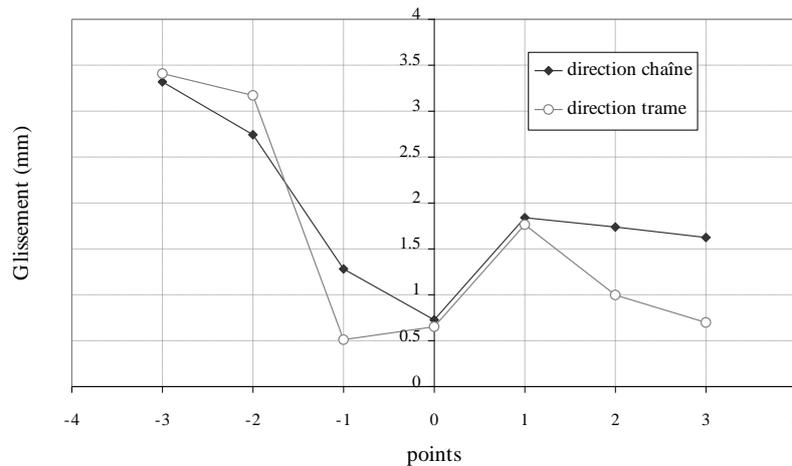


Figure 3-42 : Evolution du glissement en direction trame ($y=0$) et chaîne ($x=0$) pour le renfort G 1151

Le glissement mesuré reste faible, inférieur à 3,5 mm. Globalement la déformation du renfort interlock sur le poinçon hémisphérique se fait par cisaillement des réseaux uniquement. La liaison *forte* permet un faible glissement entre mèches, deux points initialement en vis-à-vis le reste au cours de l'essai. Ce mode de déformation indique qu'il est approprié de modéliser le renfort par un milieu continu, type élément fini de coque. Ce point sera étudié dans le chapitre 4.

5.3.2. NCF 4

La même procédure que précédemment est utilisée pour le renfort NCF4. La figure 3-43 représente l'éprouvette carrée initiale. Un réseau de marqueurs blancs est tracé sur les 2 faces, avec un pas de 20 mm. Ces marqueurs matérialisent 2 points initialement en vis-à-vis sur les 2 faces. On définit le repère initial $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ avec \vec{x}_0 qui correspond à la direction trame du renfort. Les marqueurs appartenant à 2 plans de symétrie du renfort, tels que d'une part $x=0$ et d'autre part $y=0$, sont repérés par des étoiles.

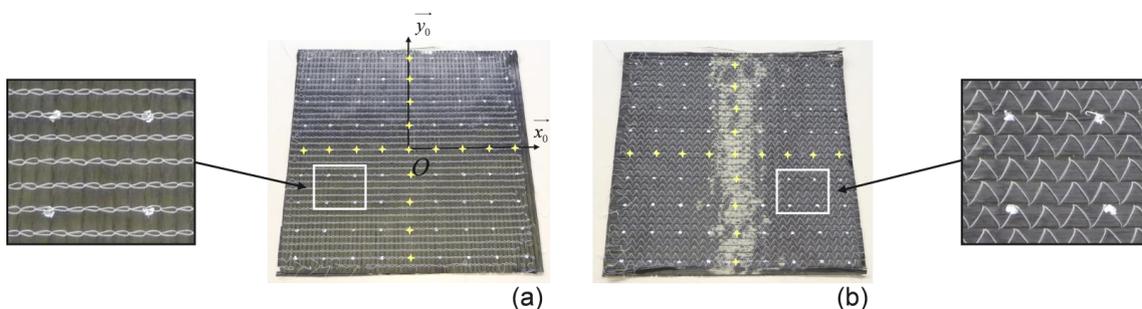


Figure 3-43 : Faces trame (a) et chaîne (b) de l'éprouvette de NCF 4 pour emboutissage, définition du repère initial et de la position des marqueurs (étoile)

Après emboutissage (cf. figure 3-44), le relevé de la position des marqueurs dans l'espace est effectué.

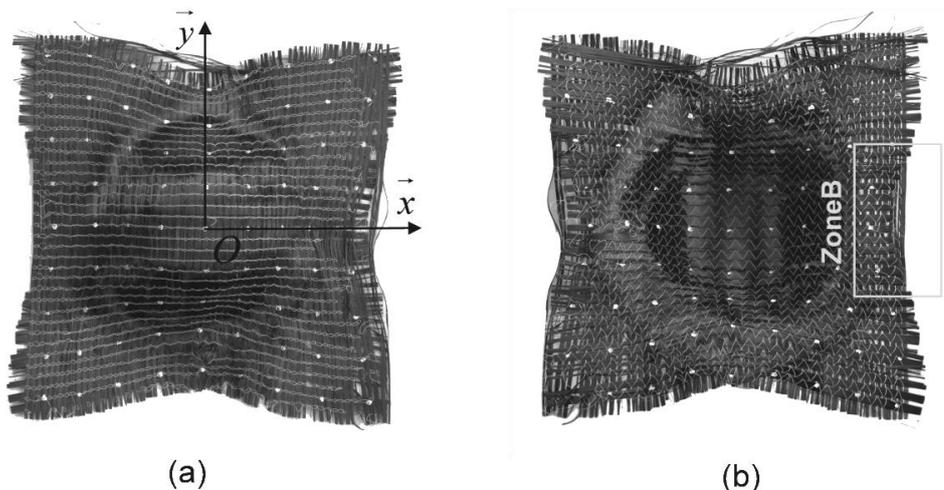


Figure 3-44 : Faces trame (a) et chaîne (b) de l'éprouvette de NCF 4 après emboutissage

L'étude de la préforme emboutie permet de visualiser des glissements entre mèches. En zone B (cf. figure 3-45) on observe le glissement des mèches de chaîne (limite matérialisée par une ligne continue), perpendiculairement aux mèches de trame (limite matérialisée par une ligne discontinue). En effet dans cette zone, les mèches de chaînes sont dans la continuité de l'hémisphère. Elles ont été *avalées* durant la mise en forme, attirées vers le centre de la préforme. Les mèches de trame sont quant à elles en bordure d'éprouvette, leur position est faiblement influencée par la présence de l'hémisphère. La liaison faible assurée par la couture ne maintient pas la continuité du renfort.

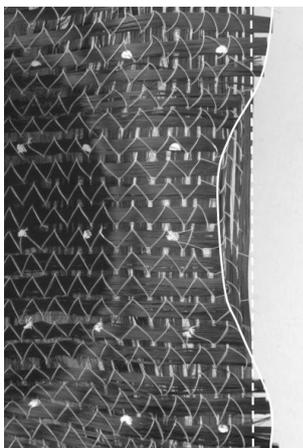


Figure 3-45 : Détail de la zone B, la ligne continue délimite les mèches de chaîne, la ligne discontinue les mèches de trame

Afin de quantifier les glissements entre les 2 réseaux de mèches, on représente une coupe de l'éprouvette suivant les plans de symétrie (O, \vec{x}, \vec{z}) et (O, \vec{y}, \vec{z}) (cf. figure 3-46 et figure 3-47). L'éprouvette est représentée par sa ligne moyenne, on repère la position des marqueurs projetée dans les plans de symétrie.

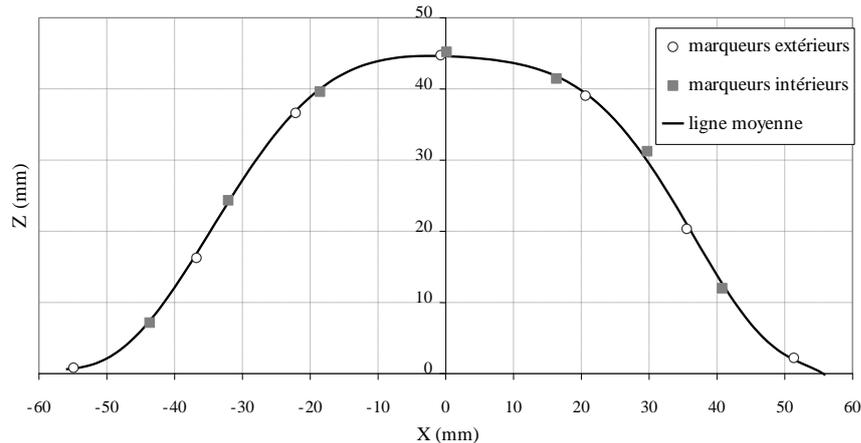


Figure 3-46 : Position des marqueurs de l'éprouvette de NCF 4 emboutie, dans le plan (O, \vec{x}, \vec{z})

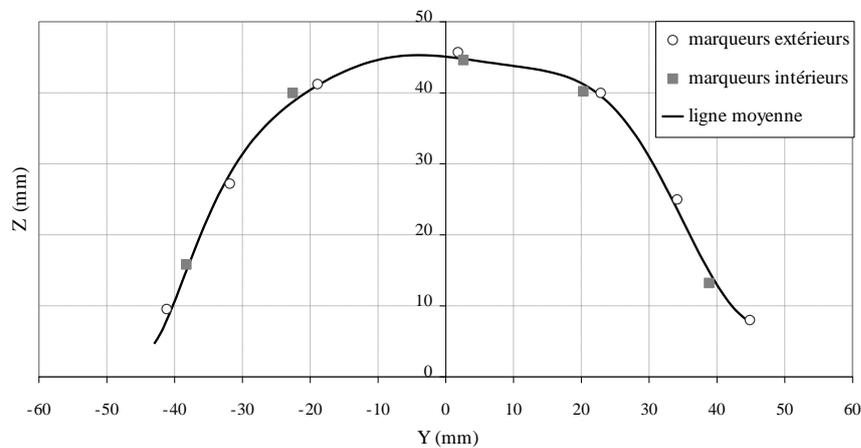


Figure 3-47 : Position des marqueurs de l'éprouvette de NCF 4 emboutie, dans le plan (O, \vec{y}, \vec{z})

On remarque que les marqueurs initialement en vis-à-vis ont glissés. Le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) (cf. figure 3-46) correspond à une coupe perpendiculaire au réseau trame. Les marqueurs intérieurs, solidaires du réseau chaîne, gardent un espacement constant, ils appartiennent tous à la même mèche. Les marqueurs extérieurs appartiennent à différentes mèches de trame, celles-ci s'écartent du fait de la courbure de l'hémisphère ; la distance entre les marqueurs augmente. Les mêmes observations sont faites dans le plan (O, \vec{y}, \vec{z}) (cf. figure 3-47). La distance entre les marqueurs extérieurs, appartenant à une mèche de trame, ne varie pas, contrairement aux marqueurs intérieurs.

On peut alors quantifier le glissement entre deux marqueurs. Figure 3-48, on trace l'évolution du glissement mesuré au niveau des deux plans de symétrie.

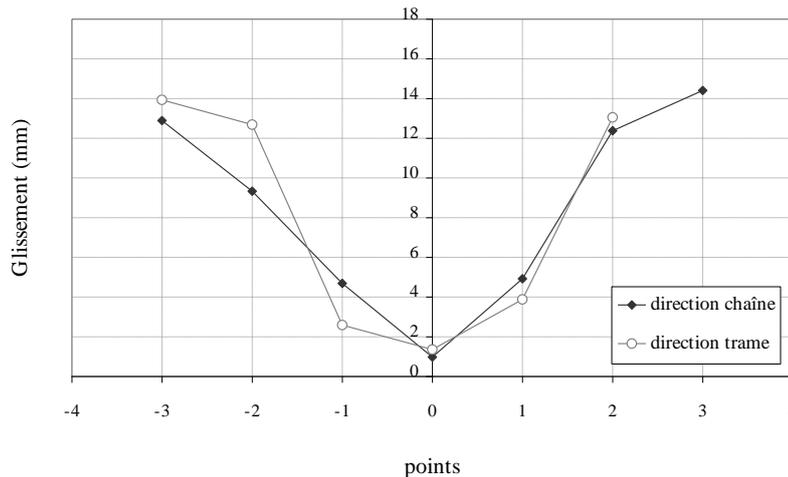


Figure 3-48 : Evolution du glissement en direction trame ($x=0$) et chaîne ($y=0$)

Les glissements mesurés sont importants, jusqu'à 15 mm. Les observations in-situ sont confirmées par la mesure optique. Le glissement reste faible au sommet de l'éprouvette puis augmente au fur et à mesure que l'on s'en éloigne. Dans la zone de transition entre l'hémisphère et le plan de base, la forte variation de courbure implique le glissement entre réseaux. La liaison *faible* permet les glissements importants, cette observation indique que le cisaillement et la flexion du renfort ne sont pas seuls responsables de la déformation du renfort. Alors, l'utilisation d'un milieu continu pour modéliser simultanément les 2 réseaux de mèches n'est pas appropriée dans ce cas, le glissement ne pouvant être rendu. Les implications de ces résultats sont discutées aux chapitres 4 et 5.

5.4. Bilan

L'essai d'emboutissage hémisphérique utilisé ici permet de quantifier les glissements entre les réseaux. On met en évidence les faibles glissements du renfort interlock G1151, confirmant ainsi sa capacité à se déformer selon un modèle continu de type coque.

Avec une mise en forme en trois dimensions, sur une surface à double courbure, des déplacements relatifs significatifs, entre deux points matériels initialement proches, apparaissent sur le renfort NCF 4.

Le mode de déformation lors de l'emboutissage peut être schématisé de la manière suivante (figure 3-49) :

- Dans le cas d'une liaison *faible*, la mèche dans le plan suit la courbure de l'hémisphère, alors que les mèches perpendiculaires au plan s'écartent, elles ont un déplacement vertical uniquement (matérialisé par les flèches). Elles ne sont pas attirés vers le centre car maintenues par le serre-flan à leurs extrémités.
- Dans le cas d'une liaison *forte* (G 1151 par exemple), les mèches se déforment de manière solidaire, on n'observe pas d'écartement entre les mèches d'un même réseau, donc pas de glissements entre réseaux.

D'après les expérimentations menées, le comportement du renfort G 1151 se rapproche du cas avec liaison forte alors que le renfort NCF 4 est plus proche du cas avec liaison faible.

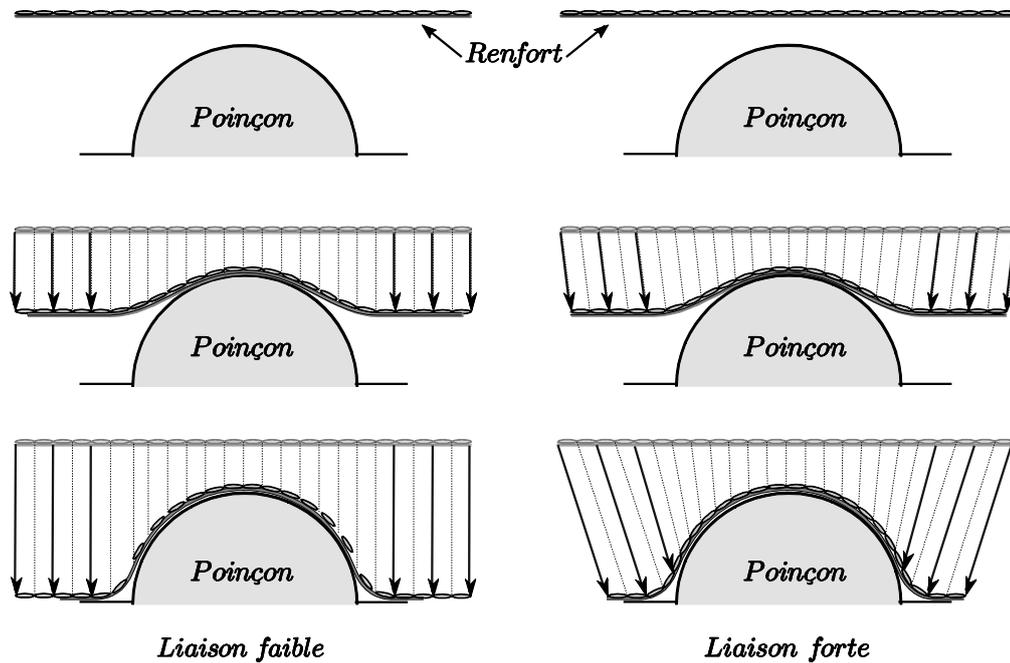


Figure 3-49 : Etapes de la mise en forme d'un renfort sur un hémisphère, dans les cas d'une liaison faible ou forte. Section en position initiale, intermédiaire et fin de d'emboutissage du renfort sur le poinçon.

Finalement, les déplacements mesurés lors de l'emboutissage hémisphérique indiquent une modification de la position relative des mèches et donc des propriétés qui en découlent (perméabilité, résistance mécanique, etc.). Cet aspect doit être pris en compte dans la modélisation et la simulation.

Bilan du chapitre 3

Les différentes rigidités de renforts de composites ont été étudiées. Pour cela, on utilise 4 renforts NCF et un renfort interlock 2,5 D. Le renfort interlock est utilisé comme une référence de comportement d'un renfort tissé. On montre qu'il se comporte de manière très proche des modélisations couramment admises. On détermine la rigidité en cisaillement avec l'essai classique de Bias-test. L'hypothèse de « Pin-jointed net Model » est vérifiée, le principal mode de déformation du renfort lors d'une mise en forme est le cisaillement des réseaux.

Les renforts NCF montrent des différences de comportement notoires. Les différences de comportement en tension et flexion sont peu significatives, mais la présence de couture, pour assurer la cohésion des nappes, joue un rôle prépondérant dans la capacité du renfort à se déformer en cisaillement. Pour une couture serrée (NCF1), le cisaillement est peu aisé, la mise en tension des fils de couture perturbe la déformation. Pour des coutures plus lâches (NCF 2 à 4), la rigidité en cisaillement devient très faible, des glissements entre fibres apparaissent. La mise en forme des renforts NCF fait appel à des mécanismes qui ne sont pas présents dans les modélisations généralement utilisées pour les renforts tissés.

Nous pouvons retirer 2 enseignements principaux des essais effectués. D'une part, nous avons déterminé les différentes raideurs des renforts. Elles pourront être utilisées lors de la simulation de la mise en forme. D'autre part, l'apparition de glissements non négligeables entre les deux couches du renfort NCF implique la prise en compte de la nature non continue du renfort dans la modélisation.

Dans le chapitre suivant, nous présentons une modélisation. Nous utilisons un modèle élément fini en dynamique explicite issue de travaux faits sur les renforts tissés. Les éléments nouveaux apportés, notamment du point de vue du contact (chapitre 5), permettent d'effectuer des simulations de mise en forme qui seront comparées à l'expérimentation (chapitre 6).

CHAPITRE 4 ELEMENTS FINIS POUR LA SIMULATION DE LA MISE EN FORME D'UN RENFORT DE COMPOSITE NCF

La caractérisation expérimentale des renforts de composite NCF nous a montré des mécanismes de déformation particuliers. Le glissement entre les 2 couches composant le renfort doit être pris en compte. Ceci influe sur le type de modélisation à utiliser. Il n'est pas possible d'employer une approche macroscopique globale, pour l'ensemble du renfort NCF, qui ne peut prendre en compte la séparation de 2 particules matérielles. Nous détaillons ici la modélisation proposée faite d'éléments finis de coques représentant les couches de fibres et d'éléments finis de barres représentant les coutures. Ce travail est basé sur la modélisation par éléments finis des renforts de composites tissés proposé par [Hamila, 2007] et développé dans le logiciel PLASFIB.

1. Contexte

Le code éléments finis PLAST3D, initié par M. Brunet, H. Walter et L. Baillet, est développé au LaMCoS depuis plus d'une quinzaine d'années. Ce code utilise un schéma temporel β_2 en dynamique explicite. Il est à l'origine développé pour la simulation des matériaux fragiles avec fissuration et la simulation d'impacts. Ce code a ensuite été modifié et développé par notamment par N. Hamila, sous le nom de PLASFIB, pour la simulation de la mise en forme des renforts de composite. Un certain nombre d'éléments finis est présent dans le code, avec principalement des éléments rigides pour la modélisation des outils d'emboutissage, des éléments de coque et membrane et des éléments fibreux 3D pour la modélisation des renforts. Dans un premier temps, nous faisons une présentation globale du schéma d'intégration temporelle β_2 (partie 2), puis l'élément fini de coque développé par N. Hamila est présenté (partie 3), il sert de base à la modélisation des renforts de composite NCF (partie 4). L'élément de barre créé pour la modélisation des coutures est présenté en partie 5.

2. Schéma d'intégration temporelle

2.1. Cadre général

Le schéma d'intégration temporelle utilisé dans PLASFIB est un schéma en dynamique explicite, dit schéma β_2 . La description de ce schéma est faite dans [Belytschko et al., 2000], [Carpenter et al., 1991] et [Hamila, 2007]. Ce schéma est équivalent à un schéma de Newmark. Ce type de schéma fait intervenir 2 paramètres, nommés ici β_0 et β_1 , dont la valeur permet d'obtenir un schéma d'intégration implicite ou explicite suivant le cas, comme défini dans le tableau ci-dessous [Hughes, 1987].

Méthode	Type	β_0	β_1	Stabilité
Différences centrées	Explicite	0	1/2	Conditionnelle
Méthode des trapèzes	Implicite	1/2	1/2	Inconditionnelle
	Implicite	$\beta_0 - \beta_1 \geq 0$	$\beta_0 \geq 1/2$	Inconditionnelle
	Implicite	$\beta_0 - \beta_1 < 0$	$\beta_0 \geq 1/2$	Conditionnelle
			$\beta_0 < 1/2$	Instable

Tableau 4-1 : Différents schémas d'intégration temporelle

Les degrés de libertés sont discrétisés de la façon suivante :

$$\{u_{n+1}\} = \{q_0\} + b_0 \{\Delta \ddot{u}_{n+1}\} \quad (4.1)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{q_1\} + b_1 \{\Delta \ddot{u}_{n+1}\} \quad (4.2)$$

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = \{q_2\} + b_2 \{\Delta \ddot{u}_{n+1}\} \quad (4.3)$$

Avec :

$$\{q_0\} = \{u_n\} + h\{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2\{\ddot{u}_n\} \quad (4.4)$$

$$\{q_1\} = \{\dot{u}_n\} + h\{\ddot{u}_n\} \quad (4.5)$$

$$\{q_2\} = \{\ddot{u}_n\} \quad (4.6)$$

et :

$$b_0 = \frac{1}{2}h^2\beta_0 \quad (4.7)$$

$$b_1 = h\beta_1 \quad (4.8)$$

$$b_2 = 1 \quad (4.9)$$

L'incrément d'accélération est écrit :

$$\{\Delta \ddot{u}_{n+1}\} = \{\ddot{u}_{n+1}\} - \{\ddot{u}_n\} \quad (4.10)$$

Le pas de temps est écrit :

$$h = t_{n+1} - t_n \quad (4.11)$$

Ce qui nous donne les expressions suivantes :

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + h\{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2(1-\beta_0)\{\ddot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2\beta_0\{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (4.12)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + h(1-\beta_1)\{\ddot{u}_n\} + h\beta_1\{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (4.13)$$

Ainsi dans le cadre d'un schéma explicite ($\beta_0 = 0$ et $\beta_1 = \beta$), on obtient :

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + h\{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2\{\ddot{u}_n\} \quad (4.14)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + h(1-\beta)\{\ddot{u}_n\} + h\beta\{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (4.15)$$

Ici, la vitesse et le déplacement sont calculés en fonction des données au pas n ainsi qu'en fonction de l'accélération au pas $n+1$ déduite de l'équation de la dynamique. La mise en œuvre des équations (4.14) et (4.15) avec l'équation de la dynamique est développée dans le paragraphe suivant.

2.2. Equation de la dynamique

L'équation de la dynamique, valable à tout instant et en particulier au pas de temps n , s'écrit sous la forme :

$$[M]\{\ddot{u}_n\} + [C]\{\dot{u}_n\} + \{F_n^{\text{int}}\} = \{F_n^{\text{ext}}\} \quad (4.16)$$

Avec : $[M]$ la matrice de masse condensée (mass lumping) [Zienkiewicz et al., 2000]

$[C]$ la matrice d'amortissement, prise égale à $\alpha[M]$

$\{F_{\text{int}}\}$ le vecteur des forces internes

$\{F_{\text{ext}}\}$ le vecteur des forces extérieures

Les conditions initiales en déplacement et en vitesse sont données :

$$\begin{cases} \{u_{(t=0)}\} = \{u_0\} \\ \{\dot{u}_{(t=0)}\} = \{\dot{u}_0\} \end{cases} \quad (4.17)$$

On exprime l'incrément de déplacement au pas $n+1$ à partir des équations (4.14) à (4.15):

$$\begin{aligned} \{\Delta u_{n+1}\} &= \{u_{n+2}\} - \{u_{n+1}\} \\ &= h\{\dot{u}_{n+1}\} + \frac{1}{2}h^2\{\ddot{u}_{n+1}\} \\ &= h\{\dot{u}_n\} + h^2(1-\beta)\{\ddot{u}_n\} + h^2\left(\frac{1}{2} + \beta\right)\{\ddot{u}_{n+1}\} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Donc finalement, en inversant (4.18) :

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = \frac{1}{h^2\left(\frac{1}{2} + \beta\right)} \left(\{\Delta u_{n+1}\} - h\{\dot{u}_n\} - h^2(1-\beta)\{\ddot{u}_n\} \right) \quad (4.19)$$

Puis en remplaçant (4.19) dans (4.15) :

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \frac{1}{h(1+2\beta)} \left(2\beta\{\Delta u_{n+1}\} + h\{\dot{u}_n\} + h^2(1-\beta)\{\ddot{u}_n\} \right) \quad (4.20)$$

Ainsi, la vitesse et l'accélération peuvent être exprimées en fonction d'un terme au pas de temps n et d'un terme dépendant uniquement de l'incrément de déplacement $\{\Delta u_{n+1}\}$. Alors (4.19) devient :

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = \{\ddot{u}_n\} + \frac{1}{h^2\left(\frac{1}{2} + \beta\right)} \{\Delta u_{n+1}\} \quad (4.21)$$

Avec :

$$\{\ddot{u}_n\} = -\frac{1}{h\left(\frac{1}{2} + \beta\right)} \{\dot{u}_n\} - \frac{(1-\beta)}{\left(\frac{1}{2} + \beta\right)} \{\ddot{u}_n\} \quad (4.22)$$

Et (4.20) devient :

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + \frac{\beta}{h\left(\frac{1}{2} + \beta\right)} \{\Delta u_{n+1}\} \quad (4.23)$$

Avec :

$$\{\dot{\tilde{u}}_n\} = \frac{1}{(1+2\beta)}\{\dot{u}_n\} + h\frac{1-\beta}{(1+2\beta)}\{\ddot{u}_n\} \quad (4.24)$$

Alors en incorporant les équations (4.21) et (4.23) dans l'équation (4.16), exprimée au pas de temps $n+1$, on obtient l'incrément de déplacement :

$$\frac{1+h\alpha\beta}{h^2\left(\frac{1}{2}+\beta\right)}[M]\{\Delta u_{n+1}\} = \{F_{n+1}^{ext}\} - \{F_{n+1}^{int}\} - \alpha[M]\{\dot{\tilde{u}}_n\} - [M]\{\ddot{\tilde{u}}_n\} \quad (4.25)$$

La résolution de cette équation présente l'avantage de ne nécessiter que l'inversion d'une matrice de masse. Afin d'optimiser le temps de calculer, une méthode de condensation de matrice est utilisée (mass lumping, [Zienkiewicz et al., 2000]). La condensation de la matrice est faite en sommant sur la diagonale les termes d'une même ligne :

$$\tilde{M}_{ii} = \sum_j M_{ij} \quad (4.26)$$

Cette méthode utilisant une approximation diagonale $[\tilde{M}]$ à la place de la matrice de masse $[M]$, est une méthode permettant d'accélérer le calcul, tout en étant raisonnable puisque globalement $M_{ij} \neq 0$ est en faible nombre pour chaque ligne i et $M_{ij} \neq 0$ est associé à des degrés de libertés proches géométriquement [Bonet et al., 1997].

2.3. Stabilité du schéma

Ce type de schéma d'intégration temporelle est conditionnellement stable pour β_1 compris entre 0.5 et 1, et $\beta_0 = 0$. Cette condition de stabilité implique que le pas de temps h soit inférieur au pas de temps critique. Le critère de stabilité de Courant-Frederick-Lewis [Belytschko, 1983] doit être satisfait. Ce critère est normalement calculé en effectuant une analyse spectrale de la matrice d'amplification. Un approximation de la limite de stabilité consiste à évaluer le temps mis par une onde de pression pour parcourir la longueur du plus petit élément de maillage :

$$h < \frac{l_{\min}}{c} \quad (4.27)$$

Avec : l_{\min} la plus petite dimension d'élément du maillage
 c la vitesse de l'onde dans l'élément

Ainsi, plus une structure sera finement maillée, plus le pas de temps critique sera faible et par conséquent le calcul long. De même, le pas de temps critique diminue quand la vitesse d'une onde augmente, donc quand la raideur de l'élément augmente.

3. Élément fini semi-discret pour la modélisation des renforts tissés

Avec une approche élément fini en dynamique explicite, l'équation de la dynamique (cf. eq. (4.25)) est résolue aux nœuds des éléments. Alors, une fois écarté le problème de l'inversion de la matrice de

masse, toute la difficulté de la résolution de l'équation de la dynamique réside dans la détermination du vecteur des forces internes $\{F_n^{\text{int}}\}$.

Nous présentons dans cette partie la méthode proposée par [Boisse et al., 2001b], puis [Zouari et al., 2006] et modifié par [Hamila et al., 2009]. Le modèle utilisé est un modèle d'éléments finis de coques semi-discrets triangulaires. Ce modèle est présenté en détail dans [Hamila, 2007]. Seuls les points principaux sont définis ici, ils serviront de base pour la création d'un modèle permettant la simulation de la mise en forme de renforts NCF.

3.1. Élément fini semi-discret Lagrangien

L'élément fini semi-discret Lagrangien utilisé est un élément triangulaire à directions de mèches quelconques. On considère un élément courant, défini par les nœuds M_1 , M_2 et M_3 . La direction des mèches est définie par les vecteurs de la base naturelle \vec{k}_i , les vecteurs de la base covariante \vec{g}_i définissent la position relative des nœuds de l'élément (cf. figure 4-1 et figure 4-2). L'élément fini semi-discret est composé de *cellules élémentaires représentatives* (CER). L'intégration est faite en sommant sur la totalité de l'élément les énergies de chacune des cellules élémentaires.

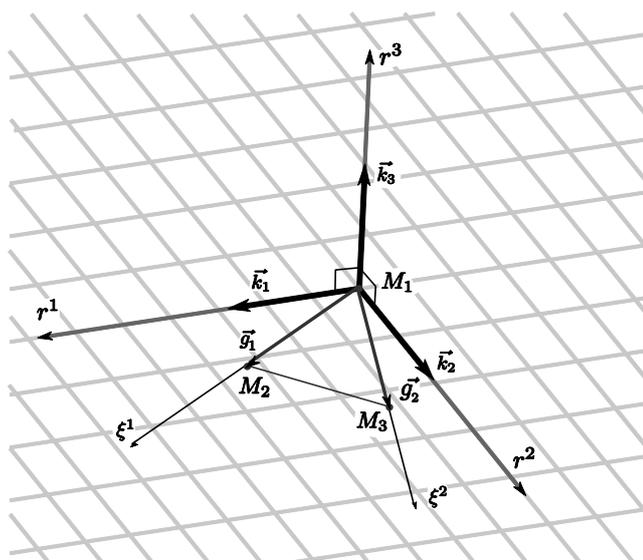


Figure 4-1 : Orientation des vecteurs matériels selon les directions des réseaux de mèches

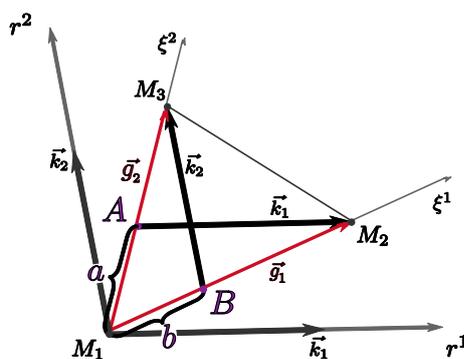


Figure 4-2 : Élément fini semi-discret triangulaire à 2 directions quelconques

D'après la figure 4-1, on retiendra les relations suivantes :

$$\begin{cases} \vec{k}_1 = \overrightarrow{AM_2} \\ \vec{k}_2 = \overrightarrow{BM_3} \end{cases} \quad \begin{cases} M_1A = a \\ M_1B = b \end{cases} \quad (4.28)$$

Ainsi :

$$\begin{cases} \vec{k}_1 = \vec{g}_1 - a\vec{g}_2 \\ \vec{k}_2 = \vec{g}_2 - b\vec{g}_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\vec{k}_1 \cdot \vec{g}_2 \\ b = -\vec{k}_2 \cdot \vec{g}_1 \end{cases} \quad (4.29)$$

On a donc la relation entre les 2 systèmes de coordonnées :

$$\begin{Bmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b \\ -a & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r^1 \\ r^2 \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

Pour plus de détails sur la définition des éléments de cinématique, se référer à l'annexe VII. Ces systèmes de coordonnées sont mis en place pour faciliter le calcul des forces internes. Notamment, le repère \vec{k}_i est un repère matériel qui nous permet de suivre la direction des fibres au cours du temps. C'est aspect aura une grande importance pour effectuer un calcul précis des efforts de tension dans les fibres.

Afin de déterminer le vecteur des forces internes $\{F_n^{int}\}$, on écrit la définition du travail virtuel des efforts internes dans le cadre d'un milieu membranaire sous la forme :

$\forall \vec{\eta}$ déplacement virtuel tel que $\eta = 0$ sur Γ_u

$$W_{int}^{*t} = W_{tension}^{*t} + W_{cisaillement}^{*t} + W_{flexion}^{*t} \quad (4.31)$$

Le travail virtuel des efforts interne d'un milieu membranaire peut être décomposé en 3 parties indépendantes, faisant intervenir la tension dans les mèches, le cisaillement dans le plan du tissu ainsi que la flexion du renfort hors plan. Chacun des 3 termes peut être écrit de la manière suivante [Hamila et al., 2009] :

$$-W_{tension}^{*t} = \{F_{tension}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = \sum_{p=1}^{n_{CER}} \left(\varepsilon_{11}(\vec{\eta}) T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) L_1 + \varepsilon_{22}(\vec{\eta}) T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) L_2 \right) \quad (4.32)$$

$$-W_{cisaillement}^{*t} = \{F_{cisaillement}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = \sum_{p=1}^{n_{CER}} \left(\gamma(\vec{\eta}) C_\gamma \right) \quad (4.33)$$

$$-W_{flexion}^{*t} = \{F_{flexion}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = \sum_{p=1}^{n_{CER}} \left(\chi_{11}(\vec{\eta}) M_1 L_1 + \chi_{22}(\vec{\eta}) M_2 L_2 \right) \quad (4.34)$$

Nous détaillons dans les 3 parties suivantes comment sont utilisés les équations (4.32) à (4.34) afin d'obtenir les efforts internes nodaux.

3.2. Rigidité en tension

L'écriture du travail virtuel des efforts internes en tension nous permet de définir les efforts internes en tension dans les mèches.

D'après la définition de la déformation dans la direction i , faite en annexe VII, et l'écriture du champ de déplacement virtuel dans le repère isoparamétrique, on peut écrire :

$$\begin{cases} \varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{\|\vec{k}_\alpha\|^2} \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^\alpha} \cdot \vec{k}_\alpha \\ \vec{\eta} = N_j(\xi^1, \xi^2) \eta_j^i \vec{e}_i \end{cases} \quad (4.35)$$

Hors, d'après l'interpolation (4.35) et l'expression des fonctions de forme pour un triangle à 3 nœuds, on a :

$$\frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^1} = \frac{\partial \eta_i}{\partial \xi^j} \frac{\partial \xi^j}{\partial r^1} = \langle a-1 \quad 1 \quad -a \rangle \begin{Bmatrix} \eta_1^i \\ \eta_2^i \\ \eta_3^i \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

et :

$$\frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^2} = \frac{\partial \eta_i}{\partial \xi^j} \frac{\partial \xi^j}{\partial r^2} = \langle b-1 \quad -b \quad 1 \rangle \begin{Bmatrix} \eta_1^i \\ \eta_2^i \\ \eta_3^i \end{Bmatrix} \quad (4.37)$$

De telle sorte que :

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{\|\vec{k}_\alpha\|^2} B_{\alpha ij} \eta_j^i \quad (4.38)$$

Avec :

$$\begin{aligned} B_{1i1} &= (a-1)(k_1)_i & B_{1i2} &= (k_1)_i & B_{1i3} &= -a(k_1)_i \\ B_{2i1} &= (b-1)(k_2)_i & B_{2i2} &= b(k_2)_i & B_{2i3} &= (k_2)_i \end{aligned} \quad (4.39)$$

Alors la déformation des mèches en un point (ξ^1, ξ^2) de l'élément est obtenue à l'aide des paramètres a et b constants au cours du temps, des vecteurs $(k_i)_j$ et des déplacements $\{\eta\}$ des nœuds de l'élément. En pratique, la déformation des mèches est calculée à l'aide d'un cumul des déformations :

$$\varepsilon_{\alpha\alpha}^{n+1} = \varepsilon_{\alpha\alpha}^n + \langle B \rangle \{ \Delta u_{n+1} \} \quad (4.40)$$

En insérant l'équation (4.38) dans l'équation (4.32), on obtient :

$$-W_{tension}^{*t} = \{ F_{tension}^t \} \cdot \langle \eta \rangle = \sum_{p=1}^{n_{CER}} \left(B_{1ij} T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{L_1}{\|\vec{k}_1\|^2} + B_{2ij} T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{L_2}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \cdot \langle \eta \rangle \quad (4.41)$$

Soit :

$$\{ F_{tension}^t \} = \sum_{p=1}^{n_{CER}} \left(B_{1ij} T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{L_1}{\|\vec{k}_1\|^2} + B_{2ij} T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{L_2}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \quad (4.42)$$

Finalement, en considérant la déformation longitudinale d'une mèche constante dans un élément :

$$\{ F_{tension}^t \} = n_{CER} \left(B_{1ij} T^{11} \frac{L_1}{\|\vec{k}_1\|^2} + B_{2ij} T^{22} \frac{L_2}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \quad (4.43)$$

Ainsi le calcul des forces internes de tension peut être effectué simplement à partir des données géométriques initiales du problème (a, b, L_i) , de la variation du repère matériel $(k_i)_j$ et des tensions $T^{ii}(\varepsilon_{ij})$ dans les mèches calculées à partir de la loi de comportement du matériau.

3.3. Rigidité en cisaillement

L'écriture du travail des efforts internes en cisaillement fait intervenir deux quantités duales que sont l'angle de cisaillement γ et le couple de cisaillement C_γ . D'après les hypothèses faites (cf. annexe VII), l'angle de cisaillement dans le plan pour un réseau fibré peut être calculé de la manière suivante :

$$\gamma = \gamma_1 - \gamma_2 = \bar{h}^2 \cdot \overline{\nabla \eta} \cdot \bar{h}_1 + \bar{h}^1 \cdot \overline{\nabla \eta} \cdot \bar{h}_2 \quad (4.44)$$

Avec :

$$\gamma_1 = \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^1} \cdot \bar{k}_1 \right) \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^2\| \|\bar{k}_1\|} + \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^2} \cdot \bar{k}_1 \right) \frac{\|\bar{k}^2\|}{\|\bar{k}_1\|} \quad (4.45)$$

Et :

$$\gamma_2 = - \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^2} \cdot \bar{k}_2 \right) \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^1\| \|\bar{k}_2\|} - \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^1} \cdot \bar{k}_2 \right) \frac{\|\bar{k}^1\|}{\|\bar{k}_2\|} \quad (4.46)$$

Soit, en reprenant la définition du travail des efforts internes en cisaillement (4.33):

$$W_{\text{cisaillement}}^* = - \sum_{p=1}^{n_{\text{CER}}} \left(\left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^1} \cdot \bar{k}_1 \right) \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^2\| \|\bar{k}_1\|} + \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^2} \cdot \bar{k}_1 \right) \frac{\|\bar{k}^2\|}{\|\bar{k}_1\|} + \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^2} \cdot \bar{k}_2 \right) \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^1\| \|\bar{k}_2\|} + \left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r^1} \cdot \bar{k}_2 \right) \frac{\|\bar{k}^1\|}{\|\bar{k}_2\|} \right) C_\gamma \quad (4.47)$$

En utilisant les équations (4.36) et (4.37), on peut utiliser l'écriture :

$$W_{\text{cisaillement}}^* = - \sum_{p=1}^{n_{\text{CER}}} \left(\left(B_{1ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^2\| \|\bar{k}_1\|} + B_{3ij} \frac{\|\bar{k}^2\|}{\|\bar{k}_1\|} + B_{2ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^1\| \|\bar{k}_2\|} + B_{4ij} \frac{\|\bar{k}^1\|}{\|\bar{k}_2\|} \right) C_\gamma \right) \cdot \langle \eta \rangle \quad (4.48)$$

D'où :

$$\{ F_{\text{cisaillement}}^t \} = \sum_{p=1}^{n_{\text{CER}}} \left(\left(B_{1ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^2\| \|\bar{k}_1\|} + B_{3ij} \frac{\|\bar{k}^2\|}{\|\bar{k}_1\|} + B_{2ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^1\| \|\bar{k}_2\|} + B_{4ij} \frac{\|\bar{k}^1\|}{\|\bar{k}_2\|} \right) C_\gamma \right) \quad (4.49)$$

Et en considérant l'angle de cisaillement constant dans l'élément :

$$\{ F_{\text{cisaillement}}^t \} = n_{\text{CER}} C_\gamma \left(B_{1ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^2\| \|\bar{k}_1\|} + B_{3ij} \frac{\|\bar{k}^2\|}{\|\bar{k}_1\|} + B_{2ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^1\| \|\bar{k}_2\|} + B_{4ij} \frac{\|\bar{k}^1\|}{\|\bar{k}_2\|} \right) \quad (4.50)$$

Avec B_{1ij} et B_{2ij} définis précédemment et :

$$\begin{aligned} B_{3i1} &= (b-1)(k_1)_i & B_{3i2} &= -b(k_1)_i & B_{3i3} &= (k_1)_i \\ B_{4i1} &= (a-1)(k_2)_i & B_{4i2} &= (k_2)_i & B_{4i3} &= -a(k_2)_i \end{aligned} \quad (4.51)$$

De la même manière que précédemment, le calcul des forces internes de cisaillement peut être effectué simplement à partir des données géométriques initiales du problème (a, b) , de la variation du repère matériel $(k_i)_j$ et du couple de cisaillement C_γ dans l'élément calculé à partir de la loi de comportement du matériau.

3.4. Rigidité en flexion

Le modèle utilisé ici est un modèle de flexion pour milieux fibreux qui associe la courbure χ de la mèche au moment de flexion M . Ce travail a été développé par [Hamila, 2007], à partir de travaux sur l'élément S3 de [Brunet et al., 1995] et [Sabourin et al., 2006]. L'avantage de cette méthode est de décrire la courbure d'une structure uniquement à l'aide des degrés de liberté en déplacement. Pour

cela, la courbure d'un élément est liée à la position des éléments adjacents. Ceci permet de diminuer le nombre global de degrés de liberté et par conséquent le temps de calcul.

Après calculs (cf. annexe VIII), on montre que la courbure dans une direction \vec{h} donnée peut être exprimée en fonction d'une matrice $\langle B_{bhh} \rangle$, dont la définition est donnée en annexe VIII, ainsi que du déplacement des nœuds de l'élément considéré et des nœuds des 3 éléments adjacents :

$$\chi_{hh}(\vec{\eta}) = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} \langle B_{bhh} \rangle \{\eta\} \quad (4.52)$$

Alors, en utilisant la définition du travail des efforts internes de flexion (cf. équation (4.34)), on obtient la relation suivante :

$$-W_{flexion}^{*t} = \{F_{flexion}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = \sum_{p=1}^{n_{CER}} \left(\frac{1}{\|\vec{k}_{11}\|^2} \langle B_{b11} \rangle M_1 L_1 + \frac{1}{\|\vec{k}_2\|^2} \langle B_{b22} \rangle M_2 L_2 \right) \quad (4.53)$$

Soit :

$$\{F_{flexion}^t\} = \sum_{p=1}^{n_{CER}} \left(\langle B_{b11} \rangle M_1 \frac{L_1}{\|\vec{k}_{11}\|^2} + \langle B_{b22} \rangle M_2 \frac{L_2}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \quad (4.54)$$

En considérant la courbure dans une direction constante à l'intérieur de l'élément :

$$\{F_{flexion}^t\} = n_{CER} \left(\langle B_{b11} \rangle M_1 \frac{L_1}{\|\vec{k}_{11}\|^2} + \langle B_{b22} \rangle M_2 \frac{L_2}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \quad (4.55)$$

La matrice $\langle B_{b11} \rangle$ est la matrice concernant la flexion (bending) dans la direction 1. Le terme sur la $i^{ème}$ ligne et la $j^{ème}$ colonne sera noté B_{b11ij} .

3.5. Lois de comportement

Le comportement du renfort fibré a été séparé en trois parties, faisant chacune appel à un type de rigidité différent. Nous avons vu chapitre 3 comment peuvent être déterminées expérimentalement ces rigidités. Afin de coller au mieux au comportement réel, mais aussi pour respecter l'unité utilisée dans la formulation décrite jusqu'ici, nous détaillons ici les lois de comportement utilisées pour cet élément fini.

3.5.1. Rigidité en tension

Nous faisons l'hypothèse d'indépendance des rigidités en tension dans les 2 directions de fibres.

Alors :

$$\begin{cases} T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) = T^{11}(\varepsilon_{11}) \\ T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) = T^{22}(\varepsilon_{22}) \end{cases} \quad (4.56)$$

De plus, le comportement est considéré élastique linéaire et symétrique en traction/compression.

Soit :

$$\begin{cases} T^{11}(\varepsilon_{11}) = C_1 \varepsilon_{11} \\ T^{22}(\varepsilon_{22}) = C_2 \varepsilon_{22} \end{cases} \quad (4.57)$$

Ici, les rigidités C_1 et C_2 sont données en $N/mèche$.

3.5.2. Rigidité en cisaillement

Nous faisons l'hypothèse que le moment de cisaillement dépend uniquement de l'angle de cisaillement dans l'élément.

$$\text{Alors :} \quad C_\gamma = C_\gamma(\gamma) \quad (4.58)$$

D'après les expérimentations faites sur renforts tissés [Hamila, 2007], on choisit une loi de comportement en puissance impaire de telle sorte que le comportement soit impair. Ainsi cela simplifie la prise en compte du sens des mèches dans le tissu (angle compté positivement ou négativement selon le cas).

$$C_\gamma(\gamma) = k_1\gamma + k_3\gamma^3 + k_5\gamma^5 \quad (4.59)$$

Ici, les rigidités k_1 , k_3 et k_5 sont données en $N.mm/CER$.

3.5.3. Rigidité en flexion

Nous faisons l'hypothèse d'indépendance des rigidités en flexion dans les 2 directions de mèches.

$$\text{Alors :} \quad \begin{cases} M_1 = M_1(\chi_{11}) \\ M_2 = M_2(\chi_{22}) \end{cases} \quad (4.60)$$

Le comportement est considéré élastique linéaire et symétrique dans les 2 directions de flexion.

$$\text{Soit :} \quad \begin{cases} M_1(\chi_{11}) = B_1\chi_{11} \\ M_2(\chi_{22}) = B_2\chi_{22} \end{cases} \quad (4.61)$$

Ici, les rigidités B_1 et B_2 sont données en $N.mm/mèche$.

Les lois de comportement décrites ci-dessus sont simples à mettre en œuvre, mais pas toujours au plus proche de la réalité (cf. chapitre 3). Elles peuvent être aisément modifiées pour rendre compte plus finement des phénomènes mis en jeu.

3.6. Force internes globales

D'après les 4 paragraphes précédents, nous pouvons calculer les efforts internes globaux :

$$\{F_{int}^t\} = \{F_{tension}^t\} + \{F_{cisaillement}^t\} + \{F_{flexion}^t\} \quad (4.62)$$

$$\begin{aligned} \{F_{int}^t\} &= n_{CER} \left(B_{1ij} T^{11} \frac{L_1}{\|\vec{k}_1\|^2} + B_{2ij} T^{22} \frac{L_2}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \\ \text{On a alors :} \quad &+ n_{CER} C_\gamma \left(B_{1ij} \frac{(\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^1)}{\|\vec{k}^2\| \|\vec{k}^1\|} + B_{3ij} \frac{\|\vec{k}^2\|}{\|\vec{k}_1\|} + B_{2ij} \frac{(\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^1)}{\|\vec{k}^1\| \|\vec{k}_2\|} + B_{4ij} \frac{\|\vec{k}^1\|}{\|\vec{k}_2\|} \right) \\ &+ n_{CER} \left(B_{b1ij} M_1 \frac{L_1}{\|\vec{k}_1\|^2} + B_{b2ij} M_2 \frac{L_2}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \end{aligned} \quad (4.63)$$

En utilisant cette expression des efforts internes, l'élément triangulaire semi-discret est codé dans PLASFIB puis validé sur des cas tests élémentaires et des simulations de mise en forme plus

complexes [Hamila, 2007] [Hamila et al., 2009] [Boisse et al., 2011]. Cet élément est ensuite modifié afin de s'adapter à la modélisation d'un renfort de carbone unidirectionnel et non tissé.

4. Modélisation d'une nappe de fibres de carbone

4.1. Positionnement du problème

Dans la partie précédente, la méthode de calcul développée au LaMCoS pour la simulation de la mise en forme de renfort de composite tissés a été présentée dans ses grandes lignes. Deux points importants ont été abordés : le type de schéma temporelle utilisé et la méthode de calcul des efforts internes aux éléments de coque triangulaires à directions de fibre quelconques.

Le schéma d'intégration temporelle en dynamique explicite est utilisé pour l'ensemble des éléments finis codés dans PLASFIB. Par contre, le développement et la gestion des éléments sont directement liés à l'utilisation pour laquelle ils sont destinés. Nous avons montré partie 3 comment sont calculés les efforts internes pour un élément semi-discret modélisant un renfort tissé. Cet élément est Lagrangien, ce qui signifie que la matière est fixée dans un élément. Ainsi un jeu de coordonnées (r^1, r^2) , exprimé dans la base matérielle (\vec{k}_1, \vec{k}_2) , réfère toujours à la même particule P au cours de la déformation. Dans le même temps, cette particule P a changé de coordonnées dans le repère global $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ pour passer de la position définie par \vec{x}_0 à la position définie par \vec{x} (cf. figure 4-3).

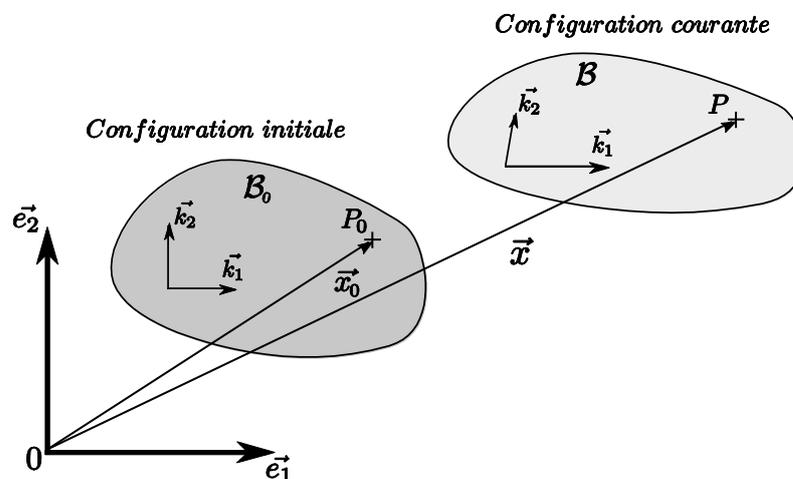


Figure 4-3 : Position du point A appartenant au solide B, en positions initiale et courante

Cette approche est appropriée pour la modélisation de la plupart des renforts tissés pour lesquelles la continuité de la matière est assurée au cours de la simulation.

Ainsi, considérons un point matériel P de coordonnées (r^1, r^2) dans un élément courant et représentant l'intersection d'une mèche de trame et d'une mèche de chaîne (figure 4-4, gauche).

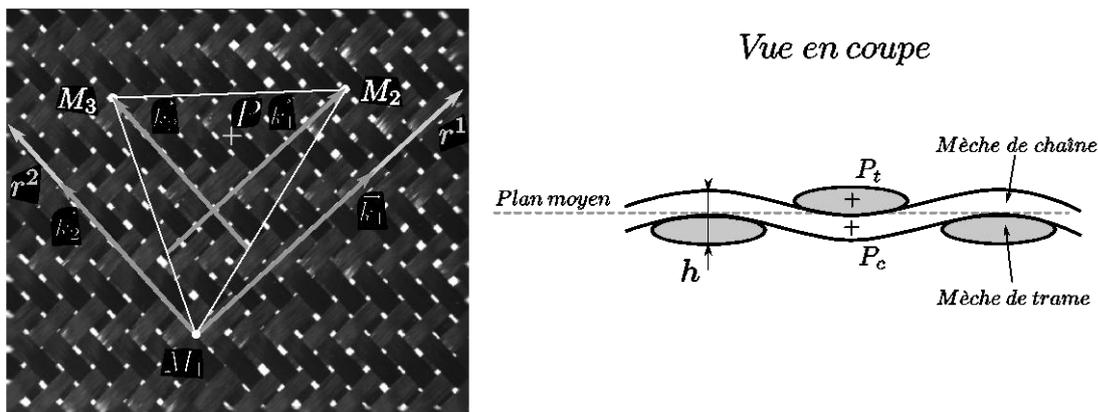


Figure 4-4 : Point P, appartenant à un élément (M1,M2,M3), définissant l'intersection d'une mèche de chaîne et d'une mèche de trame

Si l'on regarde le tissu en coupe (figure 4-4, droite), ce point de l'élément fini modélise à la fois le point matériel moyen P_c appartenant à la mèche de chaîne et se trouvant dans l'épaisseur à environ $-\frac{h}{4}$. Mais aussi, il modélise le point matériel moyen P_t appartenant à la mèche de trame et se trouvant dans l'épaisseur à environ $\frac{h}{4}$. Cet aspect de la modélisation impose donc que deux points matériels, situés dans l'épaisseur du renfort modélisé et représentés par les mêmes coordonnées dans l'élément courant, restent modélisés par le même point matériel au cours du temps. Autrement dit, le glissement entre mèches ne peut être rendu par une approche lagrangienne globale. Cette restriction du modèle est approprié à la simulation des renforts tissés pour lesquels on considère généralement les points de croisement des mèches comme fixe au cours du temps.

Dans le cas d'un renfort de composite NCF, nous avons vu chapitre 3 que le rôle joué par les coutures n'est pas toujours équivalent à la fonction réalisée par le tissage des mèches. Le tissage permet parfois de lier les réseaux de manière *forte*, avec peu de glissements, alors que les coutures lient plutôt les réseaux de mèches de manière *faible*, permettant ainsi des glissements non négligeables. Ces glissements, illustrés sur la figure 4-5, vont à l'encontre du modèle macroscopique lagrangien utilisé pour la modélisation des tissés.

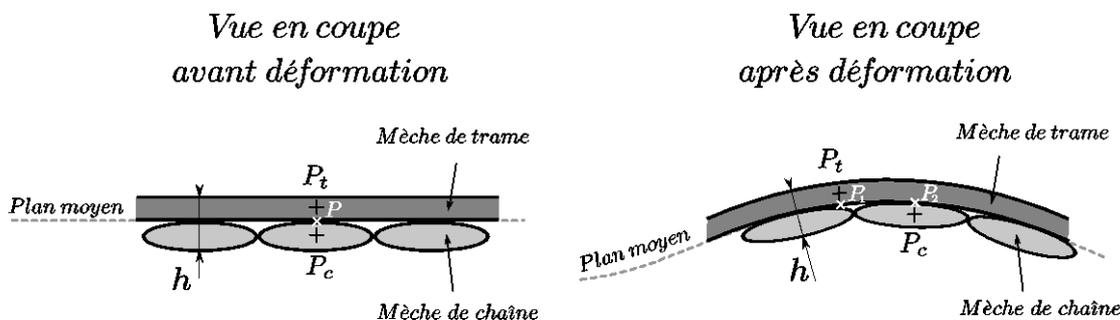


Figure 4-5 : Glissement entre 2 points initialement en vis-à-vis

Les points P_t et P_c initialement en vis-à-vis sont représentés par le point P dans le plan moyen donc modélisé comme tel dans l'élément fini Lagrangien. Après déformation du renfort, les points ne sont

plus en vis-à-vis. Le point P_i correspond au point P_1 sur le plan moyen, le point P_c correspond au point P_2 . Cet aspect du mécanisme de déformation du NCF peut être rendu en utilisant un modélisation différente pour les points P_c et P_i . C'est pourquoi nous proposons d'utiliser 2 couches d'éléments finis pour représenter le renfort NCF, chacune des couches d'éléments finis représentant une nappe de mèches de carbone. Les coutures, qui assurent la cohésion entre les nappes de mèches, sont modélisées par des éléments de barres.

Dans la partie suivante, nous détaillons les modifications qui sont apportées à l'élément fini semi-discret triangulaire pour modéliser une nappe de mèches, puis partie 5, nous détaillons la formulation utilisée pour les éléments de barres.

4.2. Modifications effectuées

L'élément fini triangulaire semi-discret est utilisé pour modéliser une nappe unidirectionnelle de fibres. La principale difficulté est l'utilisation de cellules élémentaires représentatives pour le calcul des efforts internes. Cet aspect est modifié pour s'adapter à la simulation d'une nappe. Puis on voit comment les différentes rigidités introduites partie 3 peuvent être liées aux caractéristiques mécaniques d'une nappe seule.

4.2.1. Cellule élémentaire représentative

Compte tenu de leur périodicité, les renforts tissés sont considérés à l'échelle mésoscopique comme une succession de volumes élémentaires représentatifs appelés aussi *cellules élémentaires représentatives* (CER). S'il est en général relativement aisé de définir la cellule élémentaire d'un renfort tissé, il est plus difficile de définir cette cellule pour une nappe de mèches. Celle-ci a une section à priori constante dans la direction des fibres, il est donc difficile de définir la périodicité du modèle.

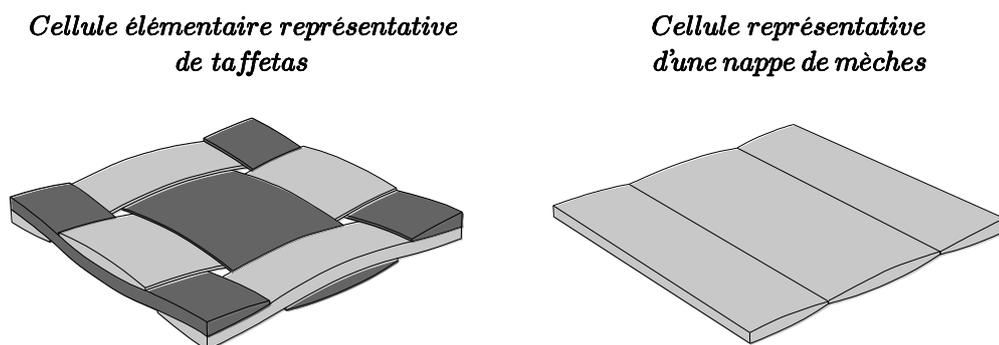


Figure 4-6 : Cellules élémentaires

Pour contourner ce problème, nous choisissons de modifier la méthode de calcul en prenant en compte des caractéristiques matériaux par unité de surface en non par cellule élémentaire. Ainsi, le calcul des efforts internes ne se fait plus en utilisant une sommation sur les cellules, mais une sommation sur des surfaces élémentaires prises égales à 1 mm^2 . On reprend donc l'équation (4.63). En considérant

dorénavant les grandeurs mécaniques constantes par surface élémentaire et la longueur d'une cellule élémentaire dans les directions 1 et 2 égale à 1 mm. On obtient donc :

$$\begin{aligned} \{F_{int}^t\} = & \mathbf{A}_e \left(\frac{B_{1ij} T^{11}}{\|k_1\|^2} + \frac{B_{2ij} T^{22}}{\|k_2\|^2} \right) \\ & + \mathbf{A}_e C_\gamma \left(B_{1ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^2\| \|k_1\|} + B_{3ij} \frac{\|\bar{k}^2\|}{\|k_1\|} + B_{2ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|k_1\| \|k_2\|} + B_{4ij} \frac{\|\bar{k}^1\|}{\|k_2\|} \right) \\ & + \mathbf{A}_e \left(\frac{B_{b11ij} M_1}{\|k_1\|^2} + \frac{B_{b22ij} M_2}{\|k_2\|^2} \right) \end{aligned} \quad (4.64)$$

Par contre, il faut faire attention à l'unité utilisée. Les couples de cisaillement et de flexion, ainsi que la tension dans les mèches sont exprimés par mm ou par mm² et non plus par cellule élémentaire ou par mèche.

4.2.2. Rigidité en tension

On s'intéresse maintenant à la signification de l'équation (4.64) pour le calcul des efforts internes dans une nappe de mèche et plus particulièrement au calcul des efforts interne de tension. On a :

$$\{F_{tension}^t\} = \mathbf{A}_e \left(\frac{B_{1ij} T^{11}}{\|k_1\|^2} + \frac{B_{2ij} T^{22}}{\|k_2\|^2} \right) \quad (4.65)$$

Cette écriture des efforts de tension prend en compte 2 rigidités, dans les sens chaîne et trame. Pour une nappe de mèche seule, on a une forte rigidité dans la direction des mèches. Par contre, dans le sens transverse, il n'y pas de cohésion entre les fibres. On considère donc que la rigidité en tension dans le sens transverse est nulle, ou tout du moins très faible comparée à la rigidité dans le sens des mèches. En compression, la rigidité existe dans les 2 directions de sollicitation. On utilise une loi linéaire élastique non symétrique :

$$\begin{cases} T^{ii}(\varepsilon_{ii}) = C_{i1} \varepsilon_{ii} & si \ \varepsilon_{ii} \geq 0 \\ T^{ii}(\varepsilon_{ii}) = C_{i2} \varepsilon_{ii} & si \ \varepsilon_{ii} < 0 \end{cases} \quad (4.66)$$

On écrira donc le vecteur des efforts interne en tension pour la modélisation d'une nappe de mèches :

$$\{F_{tension}^t\} = \mathbf{A}_e C_{1\alpha} \left(\frac{B_{1ij} \varepsilon_{11}}{\|k_1\|^2} + \frac{C_{2\beta}}{C_{1\alpha}} \frac{B_{2ij} \varepsilon_{22}}{\|k_2\|^2} \right) \quad (4.67)$$

Cette écriture est utilisée pour éviter un certains nombre de problème de calculs numériques lorsqu'une rigidité est prise strictement nulle. En pratique, le rapport $\left\| \frac{C_{21}}{C_{11}} \right\|$ est pris inférieur à 10⁻⁴ de sorte que la rigidité en tension dans la direction transverse n'ait pas d'influence sur le calcul.

4.2.3. Rigidité en cisaillement

La rigidité en cisaillement est calculée à partir de l'angle de cisaillement. Cet angle est défini comme la variation d'angle entre les réseaux chaîne et trame (chapitre 3). Dans le cas d'une nappe unidirectionnelle, ce raisonnement n'a plus de sens puisqu'il n'existe qu'une seule direction de mèche. Cependant, l'effort nécessaire au cisaillement de la couche n'est pas forcément nul si l'on considère le frottement latéral entre les mèches. De ce fait, la rigidité en cisaillement de la couche est considérée dans le calcul des efforts internes. On utilise la loi de comportement :

$$C_\gamma(\gamma) = \sum_{i=1}^n k_i \gamma^i \quad (4.68)$$

La méthode de détermination des k_i est discutée au chapitre 6.

On a alors :

$$\{F'_{\text{cisaillement}}\} = \mathbf{A}_e \sum_{l=1}^n k_l \gamma^l \left(B_{1ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^2\| \|\bar{k}^1\|} + B_{3ij} \frac{\|\bar{k}^2\|}{\|\bar{k}^1\|} + B_{2ij} \frac{(\bar{k}^2 \cdot \bar{k}^1)}{\|\bar{k}^1\| \|\bar{k}^2\|} + B_{4ij} \frac{\|\bar{k}^1\|}{\|\bar{k}^2\|} \right) \quad (4.69)$$

Dans ce cas, le vecteur \bar{k}_1 désigne la direction des mèches, alors que \bar{k}_2 désigne désormais la direction initialement perpendiculaire à \bar{k}_1 . L'angle de cisaillement est toujours calculé de la même manière. Les raisons du maintien de cette rigidité sont discutées plus en détail au chapitre 6.

4.2.4. Rigidité en flexion

Comme nous avons pu le voir chapitre 3, la rigidité en flexion du renfort peut être caractérisé par un essai de flexion. En flexion dans la direction 1, la nappe a donc la rigidité des mèches prises séparément. Dans la direction 2, l'absence de cohésion entre mèches voisines rend impossible la flexion de nappe. Celle-ci est immédiatement endommagée. On a donc en principe une rigidité nulle dans cette direction. Pour ces raisons, nous utilisons la forme suivante du vecteur des efforts internes en flexion :

$$\{F'_{\text{flexion}}\} = \mathbf{A}_e \left(\frac{B_{b11ij} M_1}{\|\bar{k}_1\|^2} \right) \quad (4.70)$$

Dans la direction des mèches, on utilise la loi de comportement originale :

$$M_1(\chi_{11}) = B_1 \chi_{11} \quad (4.71)$$

Soit :

$$\{F'_{\text{flexion}}\} = \mathbf{A}_e B_1 \left(\frac{B_{b11ij} \chi_{11}}{\|\bar{k}_1\|^2} \right) \quad (4.72)$$

Les modifications décrites ci-dessus vont permettre de modéliser séparément les deux couches composant le renfort NCF. Ce travail est fait à partir de l'élément de coque semi-discret initialement présent dans PLASFIB. Pour la modélisation des coutures, il n'existe pas d'élément approprié dans le logiciel. Dans la partie suivante, nous détaillons la formulation utilisée pour cet élément et son implémentation dans le code.

5. Elément fini de barre pour la modélisation des coutures

5.1. Contexte

Un élément fini de barre est codé dans le logiciel de calcul. Cet élément est utilisé pour la simulation du comportement des coutures du renfort NCF. Pourtant, on ne veut pas ici modéliser entièrement les coutures avec le maillage de chacun des fils. Ce travail a été envisagé par G. Creech [Creech, 2006], avec la modélisation de chacune des mailles élémentaires de couture par plusieurs barres (cf. figure 4-7). Dans cette modélisation, les éléments de barres forment une chaîne continue, en surface des mèches et traversant les 2 couches de mèches. On obtient alors un maillage très fin, complètement dépendant du type de coutures modélisées. En conséquence, le nombre d'éléments barre peut devenir très important, pénalisant le temps de calcul.

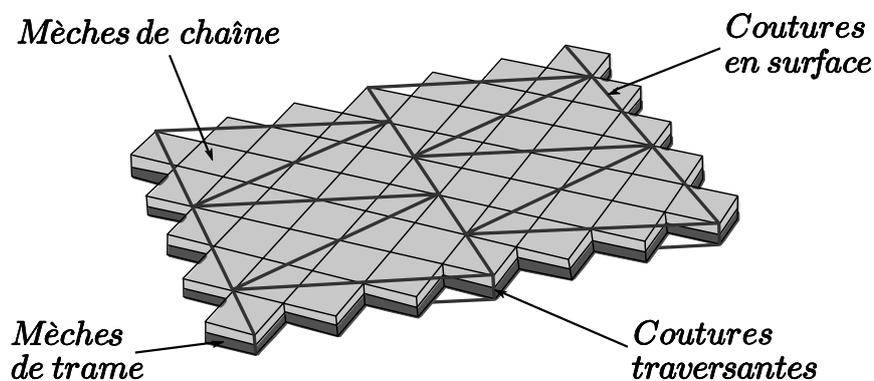


Figure 4-7 : Cellule représentative d'un modèle méso-mécanique pour NCF
[Creech et al., 2006]

On souhaite ici s'affranchir de la taille de la maille réelle. Pour ce faire, nous proposons un modèle pour lequel on associe uniquement un seul élément de barre, représentant la couture, pour 2 éléments de coques, représentant les 2 couches de mèches. Cette approche plus globale permet de faire varier la taille du maillage indépendamment de la taille des mailles élémentaires de couture. L'élément de barre est placé entre les 2 coques comme décrit figure 4-8. Cet élément est issu d'une modélisation et non d'une description effective des coutures. Ces nœuds extrémités sont liés aux éléments de coque par une condition dite *d'appartenance*. Cette condition est développée au chapitre 5. En faisant cette modélisation, on néglige l'influence des fils de couture dans la rigidité de traction du renfort. Cependant, nous verrons plus loin (chapitre 5) comment sont pris en compte l'ensemble des phénomènes présents au niveau l'interaction mèches/coutures.

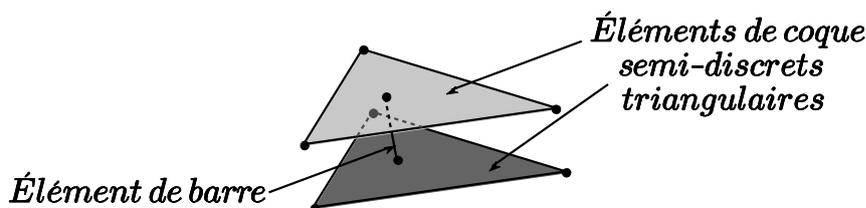


Figure 4-8 : Modélisation proposée pour la simulation du NCF

Dans les deux sous-parties suivantes, nous présentons d'abord la formulation utilisée pour l'élément de barre, puis nous détaillons la loi de comportement implémentée.

5.2. Formulation de l'élément

5.2.1. Positionnement du problème

On considère un élément de barre AB dans le repère global invariant $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ (cf. figure 4-9). Le repère isoparamétrique de l'élément 1D est (O_1, \vec{g}) , avec la coordonnée ξ définissant la position d'un point courant. L'élément de barre ne peut être sollicité qu'en traction/compression, il n'est donc pas nécessaire de gérer les 2 autres directions (utiles pour la flexion et la torsion).

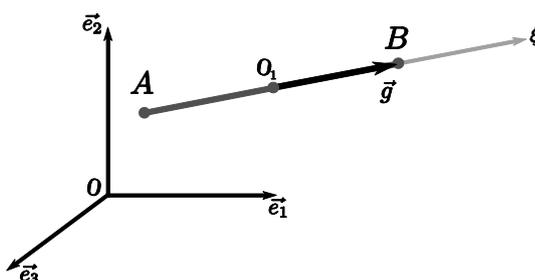


Figure 4-9 : Élément fini de Barre AB

Alors, les nœuds A et B sont définis dans le repère isoparamétrique par leur coordonnée :

$$\begin{cases} A = -1 \\ B = 1 \end{cases} \quad (4.73)$$

Les fonctions de forme sont définies telles que :

$$\begin{cases} N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi) \\ N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \end{cases} \quad (4.74)$$

La position d'un point M quelconque de la barre est telle que :

$$\vec{x}_M = N_i \vec{x}_i = N_1 \vec{x}_A + N_2 \vec{x}_B \quad (4.75)$$

$$\text{D'où : } \begin{Bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A + X_B & X_A - X_B \\ Y_A + Y_B & Y_A - Y_B \\ Z_A + Z_B & Z_A - Z_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \xi \end{Bmatrix} = [\mathbf{K}] \begin{Bmatrix} 1 \\ \xi \end{Bmatrix} \quad (4.76)$$

5.2.2. Travaux virtuels des efforts internes

La définition du vecteur nodal des efforts internes générés par les coutures en tension passe par la détermination du travail virtuel de tension au sein de la barre $W_{tens-bar}^{*t}$:

$$-W_{tens-bar}^{*t} = \{F_{tens-bar}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = \int_l S_b \left(\overline{\overline{\sigma^t}} : D(\overline{\overline{\eta}}) \right) dl \quad (4.77)$$

En utilisant la matrice d'interpolation des déformations $[B]$ telle que :

$$\overline{\overline{D(\eta)}} = [B] \langle \eta \rangle \quad (4.78)$$

Et :

$$[B] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ l_b & l_b \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

On obtient le vecteur des efforts internes suivant :

$$\{F_{tens-bar}^t\} = S_b l_b [B]^T \{\sigma_b^t\} \quad (4.80)$$

Il faut alors définir la loi de comportement qui nous permettra de calculer les efforts internes de traction-compression.

5.3. Loi de comportement

On choisit une loi de comportement linéaire élastique asymétrique en traction compression. Ce type de loi est facile à mettre en place et satisfaisant dans un premier temps.

On a :

$$\begin{cases} \sigma_b = E_{bt} \varepsilon_b & \text{si } \varepsilon_b > 0 \\ \sigma_b = E_{bc} \varepsilon_b & \text{si } \varepsilon_b < 0 \end{cases} \quad (4.81)$$

La section S_b de la barre est considérée constante, la détermination des rigidités en traction E_{bt} et en compression E_{bc} de la couture est donnée au chapitre 6. On utilise la déformation logarithmique :

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l}{l_o}\right) = \sum_t \frac{\Delta l}{l} \quad (4.82)$$

Ainsi :

$$\varepsilon_b^t = \varepsilon_b^{t-1} + \frac{(\xi_B^t - \xi_A^t)}{l_b^t} \quad (4.83)$$

Finalement, on obtient les efforts nodaux dans la direction \vec{g} de la barre :

$$\{F_{tens-bar}^t\} = \begin{cases} -E_b S_b \sum_{t=0}^t \left(\frac{\xi_B^t - \xi_A^t}{l_b^t} \right) \vec{g} \\ E_b S_b \sum_{t=0}^t \left(\frac{\xi_B^t - \xi_A^t}{l_b^t} \right) \vec{g} \end{cases} \quad (4.84)$$

Ces efforts nodaux sont ensuite utilisés pour le calcul de l'équation de la dynamique appliquée aux nœuds de l'élément de barre.

Bilan du chapitre 4

L'approche par éléments finis semi-discrets pour la simulation de la mise en forme des renforts de composite tissés est présentée. La particularité de cet élément de coque repose sur la méthode de calcul des efforts internes. Les différentes rigidités (tension, cisaillement dans le plan, flexion hors plan) sont considérées séparément, chacune des grandeurs peut être déterminée expérimentalement. La méthode de calcul est ensuite modifiée afin de permettre la simulation de renforts NCF, en séparant le renfort en 2 nappes de mèches modélisées séparément.

La signification des différentes rigidités est étudiée, le lien avec les résultats expérimentaux (chapitre 3) permet de définir les efforts internes de l'élément fini de NCF. Pour compléter la modélisation du renfort NCF, on propose de représenter les coutures par des éléments finis de barres reliant les 2 couches. Cet élément est codé dans le logiciel Plasfib. La liaison entre éléments de barre et éléments de coques est faite par l'intermédiaire d'un algorithme de contact, on a une condition dite d'appartenance. Cet aspect de la modélisation est développé dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 5 GESTION DE LA CONDITION D'APPARTENANCE POUR LA SIMULATION DE RENFORTS DE COMPOSITE NCF

La simulation de la mise en forme des renforts NCF telle que proposée ici nécessite la gestion de la relation entre éléments de barres, modélisant les coutures, et éléments de coques, modélisant les nappes de mèches. Deux types de contacts entre solides sont utilisés dans ce travail. Le contact entre corps, développé dans Plasfib par Hamila [Hamila, 2007], sur la base de ce qui est proposé par Carpenter [Carpenter et al., 1991], impose la non-pénétration de 2 corps par l'intermédiaire de la méthode qualifiée de *Multiplicateurs de Lagrange à Incréments Avant*. Cette méthode est utilisée pour traiter les contacts renfort/renfort et renfort/outils. Concernant la relation entre coutures et nappes de fibres, une méthode de gestion du contact adhérent est développée. Dans la suite, cette relation sera appelée relation d'*appartenance* entre un nœud et une surface.

1. Positionnement du problème et formulation

La gestion du contact entre des éléments finis de coque triangulaires, modélisant le renfort, et un élément fini de barre, modélisant la couture (cf. figure 5-1), fait intervenir trois problématiques.

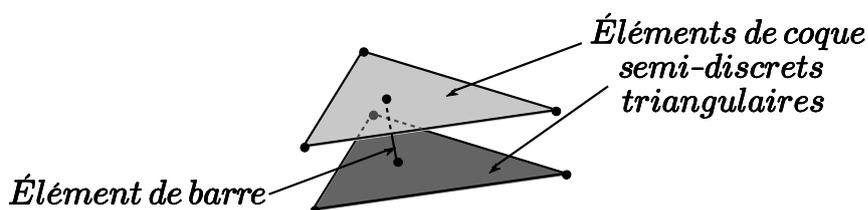


Figure 5-1 : Modélisation proposée pour la simulation du NCF

La première consiste à imposer la condition de contact bi-latéral d'une extrémité de la couture sur une des faces du renfort. Les éléments représentant la couture étant des éléments de barre à 2 nœuds, chacun des nœuds possède une condition d'appartenance à une des 2 couches formant le renfort. Le contact est bi-latéral puisque le décollement du nœud appartenant à l'élément de barre, par rapport à la surface de l'élément de coque n'est pas permis. La deuxième problématique consiste à choisir une loi de contact (glissement, frottement à seuil...) entre le nœud de la couture et la surface de la coque. Cette loi doit être représentative de ce qui est observé expérimentalement. Enfin, la troisième problématique concerne la gestion de la direction de glissement. Comme on peut l'observer expérimentalement (cf. figure 3-29 et figure 5-2), la couture peut glisser par rapport à une couche uniquement dans la direction des fibres. La loi de comportement doit prendre en compte cette contrainte.

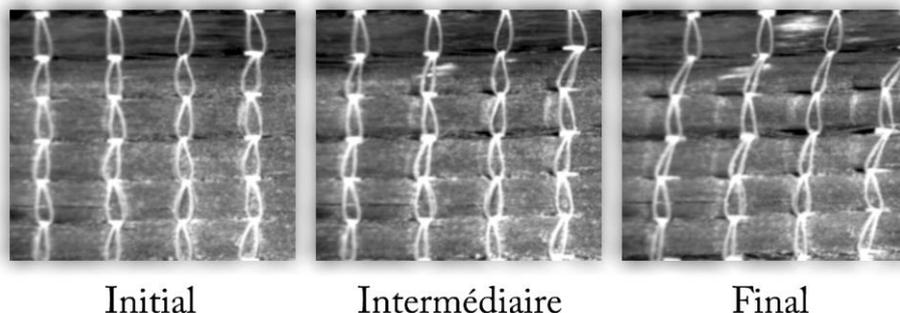


Figure 5-2 : Glissements entre les coutures et les mèches de carbone pour le NCF 4, face frame, pour différents stades de déformation de l'éprouvette de Bias-test.

2. Interface de contact et condition d'appartenance

Soit un corps, occupant le domaine spatial Ω_A avec un bord Γ_A et une particule matérielle B (cf. figure 5-3). On définit alors le point A de la surface Γ_A , positionné en \vec{x}_A qui minimise la distance entre B et A. Pour cela, on définit une carte locale (ξ_A^1, ξ_A^2) , paramétrisation de la surface Γ_A , et on calcule (ξ_A^1, ξ_A^2) qui minimise $\|\vec{x}_B - \vec{x}_A\|$. Soit $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\}$ la base naturelle associée au paramétrage (ξ_A^1, ξ_A^2) . Définir le paramétrage qui minimise la distance entre le point A et B revient à résoudre l'équation (pour $\alpha = 1,2$) :

$$\frac{\partial \left(\|\vec{x}_B - \vec{x}(\xi_A^1, \xi_A^2)\| \right)}{\partial \xi_A^\alpha} = \frac{\vec{x}_B - \vec{x}(\xi_A^1, \xi_A^2)}{\|\vec{x}_B - \vec{x}(\xi_A^1, \xi_A^2)\|} \cdot \frac{\partial \left(\vec{x}(\xi_A^1, \xi_A^2) \right)}{\partial \xi_A^\alpha} = 0 \tag{5.1}$$

Soit

$$\frac{\vec{x}_B - \vec{x}(\xi_A^1, \xi_A^2)}{\|\vec{x}_B - \vec{x}(\xi_A^1, \xi_A^2)\|} \cdot \vec{a}_\alpha = 0 \tag{5.2}$$

Ainsi la distance minimale est atteinte quand $\vec{x}_B - \vec{x}(\xi_A^1, \xi_A^2)$ est orthogonale à la surface Γ_A .

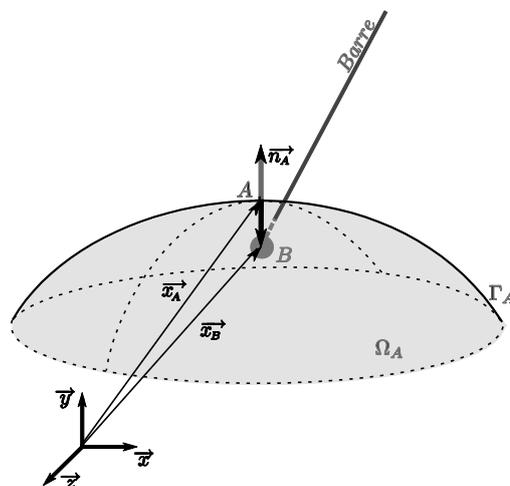


Figure 5-3 : Définition de la fonction "gap" entre un point B et une surface

Γ_A

Soit \vec{n}_A la normale sortante du domaine Ω_A au point $\vec{x}_A = \vec{x}(\vec{\xi}_A^1, \vec{\xi}_A^2)$ de la surface Γ_A . Une fonction « gap » est définie par : $g_N(\vec{x}_B) = (\vec{x}_B - \vec{x}_A) \cdot \vec{n}_A$

Imposer l'appartenance du point B à la surface Γ_A consiste à veiller à ce qu'à tout instant :

$$|g_N(\vec{x}_B)| \leq \varepsilon \quad (5.3)$$

3. Forces liées au contact et formulation du problème

La force de contact exercée sur la surface du corps se décompose en une partie normale et une partie tangentielle.

On choisit d'utiliser le cadre du frottement de coulomb, avec un seuil minimum de glissement. Soit $\|\vec{v}_T\|$ la vitesse relative tangentielle entre le corps Ω_A et le nœud esclave B, en supposant que le contact a lieu au point \vec{x} , la loi de frottement à seuil s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{si } |F_T(\vec{x}, t)| < \mu |F_N(\vec{x}, t)| + F_s \text{ alors } \|\vec{v}_T(\vec{x}, t)\| &= 0 \\ \text{si } |F_T(\vec{x}, t)| = \mu |F_N(\vec{x}, t)| + F_s \text{ alors } \|\vec{v}_T(\vec{x}, t)\| &= \kappa(\vec{x}, t) F_T \end{aligned} \quad (5.4)$$

La première condition est une condition d'adhérence. La seconde indique la condition de glissement où la vitesse est colinéaire à la force tangentielle.

F_s est l'effort au seuil de glissement, il correspond à une translation du cône de coulomb (cf. figure 5-4). Le rajout de cette constante permet de s'assurer que dans le cas d'un effort normal nul, le glissement a lieu uniquement si l'effort tangential est supérieur à l'effort au seuil.

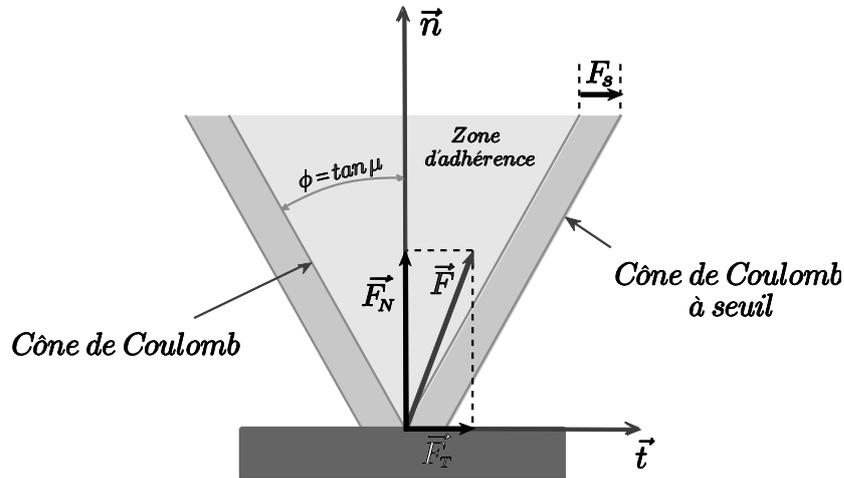


Figure 5-4 : Définition de la zone d'adhérence et de la limite de glissement

En introduisant les forces de contact, le principe des travaux virtuels devient :

$$W(\vec{\eta}) = 0 = W_{\text{int}} + W_{\text{ext}} - W_{\text{acc}} + W_{\text{cont}} \quad (5.5)$$

Avec le travail virtuel des forces de contact donné par [Belytschko et al., 2000] :

$$W_{\text{cont}} = \vec{\eta} \cdot \left((\vec{F}_A \cdot \vec{n}_A) \vec{n}_A + (\vec{F}_B \cdot \vec{n}_A) \vec{n}_A \right) \quad (5.6)$$

L'introduction de cette équation dans l'écriture des travaux virtuels permet d'imposer l'égalité des efforts sur le corps déformable et la couture, et d'établir l'équilibre quelque soit $\vec{\eta}$ admissible.

4. Résolution

4.1. Schéma semi implicite

La discrétisation du contact avec une stratégie maître/esclave consiste à résoudre le problème dynamique en incluant la force de contact, avec la contrainte de contact bilatéral frottant.

A l'instant t_{n+1} l'équation de la dynamique incluant la condition d'appartenance donne (pour une meilleure lisibilité, le terme d'amortissement n'est pas considéré ici) :

$$\begin{cases} [M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + \{F_{n+1}^{int}\} + [G_{n+1}]^T \{\lambda_{n+1}\} = \{F_{n+1}^{ext}\} \\ [G_{n+1}](\{u_{n+1}\} + \{X_0\}) = \{0\} \end{cases} \quad (5.7)$$

$\{X_0\}$ est le vecteur des coordonnées matérielles du point considéré.

$\{\lambda_{n+1}\}$ est le multiplicateur de Lagrange au pas $n+1$, il permet de prendre en compte l'effort de contact dans l'équation de la dynamique.

$[G_{n+1}]$ est la matrice de contrainte au pas $n+1$, elle impose la condition d'appartenance.

Dans le cadre du schéma β_2 , si le déplacement sur un pas de temps est petit, le traitement du contact revient à résoudre le système :

$$\begin{bmatrix} [b_2[M] + b_0[K]] & [G_{n+1}]^T \\ b_0[G_{n+1}] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta\ddot{u}_{n+1}\} \\ \{\lambda_{n+1}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_{n+1}^{ext}\} - [M]\{q_2\} + [K]\{q_0\} \\ -[G_{n+1}](\{q_0\} + \{X_0\}) \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

Dans le cadre d'un schéma explicite, avec $b_0 = 0$, le système devient singulier :

$$\begin{cases} b_2[M]\{\Delta\ddot{u}_{n+1}\} + [G_{n+1}]^T \{\lambda_{n+1}\} = \{F_{n+1}^{ext}\} - [M]\{q_2\} + [K]\{q_0\} \\ \{q_0\} = -\{X_0\} \end{cases} \quad (5.9)$$

Pour cette raison, un schéma dit « semi-implicite » ou « semi-explicite » de type prédicteur-correcteur est adopté. Ce schéma consiste à effectuer une étape de prédiction en résolvant l'équation de la dynamique à l'instant t_n sans les forces de contact, puis on calcule la pénétration et on en déduit le déplacement correctif nécessaire au respect de la contrainte $[G_{n+1}]$ afin d'obtenir l'équilibre à l'instant t_{n+1} . Cette méthode est qualifiée de Multiplicateur de Lagrange à Incréments Avant (Forward increment Lagrange multiplier method) [Carpenter et al., 1991].

On résout alors le système suivant :

$$\begin{cases} [M]\{\ddot{u}_n\} + \{F_n^{int}\} + [G_{n+1}]^T \{\lambda_n\} = \{F_n^{ext}\} \\ [G_{n+1}](\{u_{n+1}\} + \{X_0\}) = \{0\} \end{cases} \quad (5.10)$$

Dans le cas des différences centrales, l'accélération s'écrit en fonction du déplacement au pas précédent, courant et suivant :

$$\{\ddot{u}_n\} = \frac{1}{\Delta t^2} (\{u_{n+1}\} - 2\{u_n\} + \{u_{n-1}\}) \quad (5.11)$$

Soit, en injectant (5.11) dans l'équation (5.10), on obtient alors le déplacement total $\{u_{n+1}\}$ à l'instant t_{n+1} :

$$\{u_{n+1}\} = \Delta t^2 [M]^{-1} (\{F_n^{ext}\} - \{F_n^{int}\}) + 2\{u_n\} - \{u_{n-1}\} - \Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}]^T \{\lambda_n\} \quad (5.12)$$

Le déplacement total $\{u_{n+1}\}$ à l'instant t_{n+1} est alors décomposé en 2 parties :

$$\{u_{n+1}\} = \{u_{n+1}^*\} + \{u_{n+1}^c\} \quad (5.13)$$

Par identification :

$$\{u_{n+1}^*\} = \Delta t^2 [M]^{-1} (\{F_n^{ext}\} - \{F_n^{int}\}) + 2\{u_n\} - \{u_{n-1}\} \quad (5.14)$$

$\{u_{n+1}^*\}$ est le déplacement prédictif, il correspond à la réponse de la structure sans les forces de contact. Il ne dépend que des événements précédents et courants.

$$\{u_{n+1}^c\} = -\Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}]^T \{\lambda_n\} \quad (5.15)$$

$\{u_{n+1}^c\}$ est le déplacement correctif. Il dépend du multiplicateur de Lagrange, donc des forces de contact.

La détermination du multiplicateur de Lagrange se fait en résolvant la condition d'appartenance :

$$[G_{n+1}] (\{u_{n+1}^*\} + \{u_{n+1}^c\} + \{X_0\}) = \{0\} \quad (5.16)$$

Soit l'expression de $\{\lambda_n\}$ à partir des équations (5.15) et (5.16):

$$\{\lambda_n\} = \frac{1}{\Delta t^2} [G_{n+1}] [M]^{-1} [G_{n+1}]^T [G_{n+1}] (\{u_{n+1}^*\} + \{X_0\}) \quad (5.17)$$

Alors, la gestion du contact se fait en 2 étapes successives :

- Résolution de l'équation de la dynamique sans les forces de contact et calcul de $\{u_{n+1}^*\}$ à partir de l'équation (5.14).
- Résolution de l'équation d'appartenance, détermination des multiplicateurs de Lagrange et calcul de $\{u_{n+1}^c\}$

4.2. Calcul des forces de contact

Le choix est fait d'utiliser un schéma de Gauss-Seidel proposé par [Carpenter et al., 1991]. La démonstration de la convergence de ce schéma dans le cas d'un problème de contact non adhérent est présentée dans [Jaeger, 2005]. Cette méthode permet d'avoir une gestion locale à une contrainte à la fois, sans effectuer d'assemblages comme c'est le cas pour d'autres méthodes.

On cherche à résoudre l'équation d'appartenance, permettant le calcul du multiplicateur de Lagrange $\{\lambda_n\}$. Pour les itérations locales de Gauss-Seidel, on utilise la notation indicielle en haut à gauche.

$$\Delta t^2 [G_{n+1}] [M]^{-1} [G_{n+1}]^T \{\lambda_n\} = [G_{n+1}] (\{u_{n+1}^*\} + \{X_0\}) \quad (5.18)$$

On a donc un système de la forme :

$$[A] \{\lambda_n\} = \{b\} \quad (5.19)$$

Soit sous forme de bloc :

$$\begin{bmatrix} [A_{I1}] & \cdots & [A_{II}] & \cdots & [A_{IN}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [A_{r1}] & \cdots & [A_{rI}] & \cdots & [A_{rN}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [A_{N1}] & \cdots & [A_{NI}] & \cdots & [A_{NN}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\lambda_n^1\} \\ \vdots \\ \{\lambda_n^I\} \\ \vdots \\ \{\lambda_n^N\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{b_1\} \\ \vdots \\ \{b_I\} \\ \vdots \\ \{b_N\} \end{Bmatrix} \quad (5.20)$$

Avec :

$$\begin{cases} [A_{II}] = \Delta t^2 [G_{n+1}^I] [M]^{-1} [G_{n+1}^I]^T \\ \{b_I\} = [G_{n+1}^I] (\{u_{n+1}^{*I}\} + \{X_0^I\}) \end{cases} \quad (5.21)$$

$[G_{n+1}^I]$ est la contrainte I, au pas $n+1$, associée à un nœud esclave et une surface maîtresse.

On décompose la matrice $[A]$ sous la forme $[A] = [M] - [N]$ avec :

$$[M] = \begin{bmatrix} [A_{I1}] & [0] & \cdots & \cdots & [0] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [A_{r1}] & \cdots & [A_{rI}] & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & [0] \\ [A_{N1}] & \cdots & [A_{NI}] & \cdots & [A_{NN}] \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$-[N] = \begin{bmatrix} [0] & [A_{I2}] & \cdots & \cdots & [A_{IN}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [0] & \cdots & [0] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & [A_{N-1,N}] \\ [0] & \cdots & [0] & \cdots & [0] \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Le passage de l'itération i à l'itération $i+1$ s'écrit alors :

$$[M] \{^{i+1}\lambda_n\} = [N] \{^i\lambda_n\} + \{b\} \quad (5.24)$$

On a donc, pour $I=1 \cdots N$:

$$\begin{aligned} \sum_{J=1}^N [M_{IJ}] \{^{i+1} \lambda_n^J\} &= \sum_{J=I+1}^N [N_{IJ}] \{^i \lambda_n^J\} + \{b_I\} \\ \sum_{J=1}^I [A_{IJ}] \{^{i+1} \lambda_n^J\} &= - \sum_{J=I+1}^N [A_{IJ}] \{^i \lambda_n^J\} + \{b_I\} \end{aligned} \quad (5.25)$$

Soit :

$$\begin{aligned} \sum_{J=1}^{I-1} [A_{IJ}] \{^{i+1} \lambda_n^J\} + [A_{II}] \{^{i+1} \lambda_n^I\} &= [A_{II}] \{^i \lambda_n^I\} - \sum_{J=I}^N [A_{IJ}] \{^i \lambda_n^J\} + \{b_I\} \\ \{^{i+1} \lambda_n^I\} - \{^i \lambda_n^I\} &= [A_{II}]^{-1} \left(- \sum_{J=1}^{I-1} [A_{IJ}] \{^{i+1} \lambda_n^J\} - \sum_{J=I}^N [A_{IJ}] \{^i \lambda_n^J\} + \{b_I\} \right) \\ \{\Delta \lambda_n^I\} &= [A_{II}]^{-1} \{^{i \rightarrow i+1} p\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

On définit ainsi l'incrément de déplacement correctif $\{\Delta u_c\}$ entre 2 itérations de Gauss-Seidel tel que :

$$\begin{aligned} \{\Delta u_c\} &= \{^{i+1} u_{n+1}^c\} - \{^i u_{n+1}^c\} \\ \{\Delta u_j^c\} &= -\Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^J]^T \{\Delta \lambda_n^J\} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Le déplacement correctif, calculé pour la $I^{\text{ème}}$ contrainte :

$$\begin{aligned} \{^{i \rightarrow i+1} u_{n+1}^c\} &= \{^i u_{n+1}^c\} + \sum_{J=1}^{I-1} \{\Delta u_j^c\} \\ &= - \sum_{J=1}^N \Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^J]^T \{^i \lambda_n^J\} + \sum_{J=1}^{I-1} \Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^J]^T \{\Delta \lambda_n^J\} \\ &= - \sum_{J=1}^N \Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^J]^T \{^i \lambda_n^J\} - \sum_{J=1}^{I-1} \Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^J]^T (\{^{i+1} \lambda_n^J\} - \{^i \lambda_n^J\}) \\ &= - \sum_{J=I}^N \Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^J]^T \{^i \lambda_n^J\} - \sum_{J=1}^{I-1} \Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^J]^T (\{^{i+1} \lambda_n^J\}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Ce qui nous donne l'incrément du multiplicateur de Lagrange $\{\Delta \lambda_n^I\}$ et le vecteur « pénétration » $\{p^I\}$:

$$\begin{aligned} \{\Delta \lambda_n^I\} &= \left(\Delta t^2 [G_{n+1}^I] [M]^{-1} [G_{n+1}^I]^T \right)^{-1} [G_{n+1}^I] (\{u_{n+1}^*\} + \{X_0\} + \{^{i \rightarrow i+1} u_{n+1}^c\}) \\ &= \left(\Delta t^2 [G_{n+1}^I] [M]^{-1} [G_{n+1}^I]^T \right)^{-1} \{^{i \rightarrow i+1} p^I\} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Soit :

$$\{^{i \rightarrow i+1} p^I\} = [G_{n+1}^I] (\{u_{n+1}^*\} + \{X_0\} + \{^{i \rightarrow i+1} u_{n+1}^c\}) \quad (5.30)$$

Ainsi le schéma itératif de Gauss-Seidel peut être exprimé de la manière suivante :

I est le numéro de la contrainte et i le nombre d'itérations de Gauss-Seidel.

Pour $I=1, 2, \dots, N$

$$\{^{i \rightarrow i+1} p^I\} = [G_{n+1}^I] (\{u_{n+1}^*\} + \{X_0\} + \{^{i \rightarrow i+1} u_{n+1}^c\}) \quad (5.31)$$

$$\{\Delta\lambda_n^I\} = \left(\Delta t^2 [G_{n+1}^I] [M]^{-1} [G_{n+1}^I]^T \right)^{-1} \{^{i \rightarrow i+1} p^I\} \quad (5.32)$$

$$\{^{i+1} \lambda_n^I\} = \{^i \lambda_n^I\} + \{\Delta\lambda_n^I\} \quad (5.33)$$

$$\{\Delta u_I^c\} = -\Delta t^2 [M]^{-1} [G_{n+1}^I]^T \{\Delta\lambda_n^I\} \quad (5.34)$$

$$\{^{i+1} u_{n+1}^c\} \leftarrow \{^{i+1} u_{n+1}^c\} + \{\Delta u_I^c\} \quad (5.35)$$

Si $\{\Delta\lambda_n^I\} \leq \varepsilon$ alors on sort de la boucle :

$$\{u_{n+1}\} = \{u_{n+1}^*\} + \{u_{n+1}^c\} \quad (5.36)$$

$\{\lambda^I\}$ correspond au vecteur force au point de contact, force nécessaire à l'appartenance du point B esclave à la surface maîtresse A. Cependant, cet effort ne prend pas en compte la gestion du frottement entre les 2 objets considérés. Il faut donc décomposer le multiplicateur de Lagrange en 2 parties, sous forme d'un effort normal $\{\lambda^n\}$ et un effort tangentiel $\{\lambda^t\}$. L'effort tangentiel est alors modifié pour prendre en compte le frottement.

4.3. Gestion du frottement

On modifie le schéma de gestion du contact afin de prendre en compte le frottement avec une loi anisotrope. En effet, le glissement d'un nœud esclave sur une couche est possible uniquement dans la direction des fibres de la couche considérée. Pour cela, on décompose les multiplicateurs de Lagrange en partie normale et partie tangentielle $\{\lambda^I\} = \{\lambda^n\} + \{\lambda^t\}$ puis on remplace la partie tangentielle par la valeur issue de la loi de frottement. On réinjecte alors l'incrément $\{\Delta\lambda^I\}$ dans le schéma de calcul du contact.

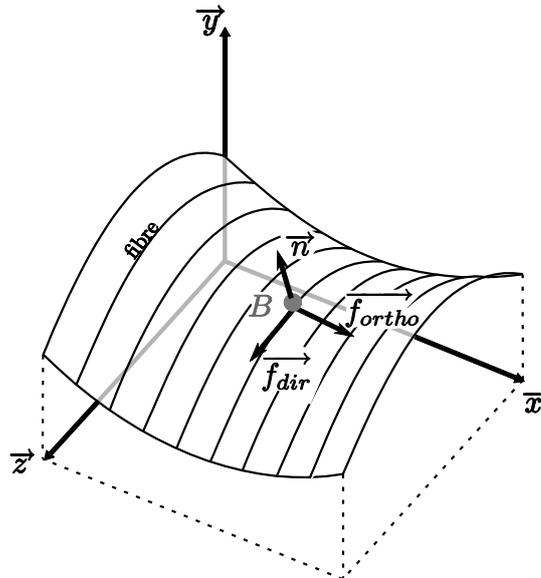


Figure 5-5 : Direction des vecteurs pour calcul du frottement

La loi de frottement est une loi anisotrope de type Coulomb avec seuil de glissement. Cette loi rend possible le glissement dans une seule direction \vec{f}_{dir} et impose l'adhérence dans la direction perpendiculaire. La direction de glissement est déterminée directement à partir de la direction des

fibres de la surface maîtresse. Soit B le point de contact entre la surface maîtresse et le nœud esclave, alors on définit le repère local orthonormé $(B, \vec{n}, \vec{f}_{dir}, \vec{f}_{ortho})$ tel que \vec{n} est la normale au plan, \vec{f}_{dir} est la direction des fibres de la couche, \vec{f}_{ortho} est la direction orthogonale aux deux premières (cf. figure 5-5).

On modifie l'équation (5.33) du schéma itératif :

$$\begin{aligned} \{F_c^{tot}\} &= \{^i\lambda_n^I\} + \{\Delta\lambda_n^I\} : \text{Force de contact} \\ F_c^n &= \langle n \rangle \cdot \{F_c^{tot}\} : \text{Effort normal au contact} \\ \{F_c^t\} &= \{F_c^{tot}\} - F_c^n \{n\} : \text{Effort tangentiel au contact} \\ F_c^f &= \langle f_{dir} \rangle \cdot \{F_c^t\} : \text{Effort dans la direction des fibres} \\ \{F_c^{ortho}\} &= \{F_c^t\} - F_c^f \{f_{dir}\} : \text{Effort dans la direction perpendiculaire aux fibres} \\ \text{Si } F_c^f &\geq \mu F_c^n + F_s \text{ alors} \\ F_c^f &= \mu F_c^n + F_s \\ \{\Delta\lambda_n^I\} &= F_c^n \{n\} + F_c^f \{f_{dir}\} + \{F_c^{ortho}\} - \{^i\lambda_n^I\} : \text{Incément corrigé} \\ \text{Sinon } \{\Delta\lambda_n^I\} &= \{F_c^{tot}\} - \{^i\lambda_n^I\} \\ \{^{i+1}\lambda_n^I\} &= \{^i\lambda_n^I\} + \{\Delta\lambda_n^I\} : \text{Nouvelle force de contact} \end{aligned}$$

Finalement la gestion du problème de contact, avec condition d'appartenance d'un nœud esclave à une surface maîtresse et frottement anisotrope peut se résumer sous la forme du schéma suivant (figure 5-6) :

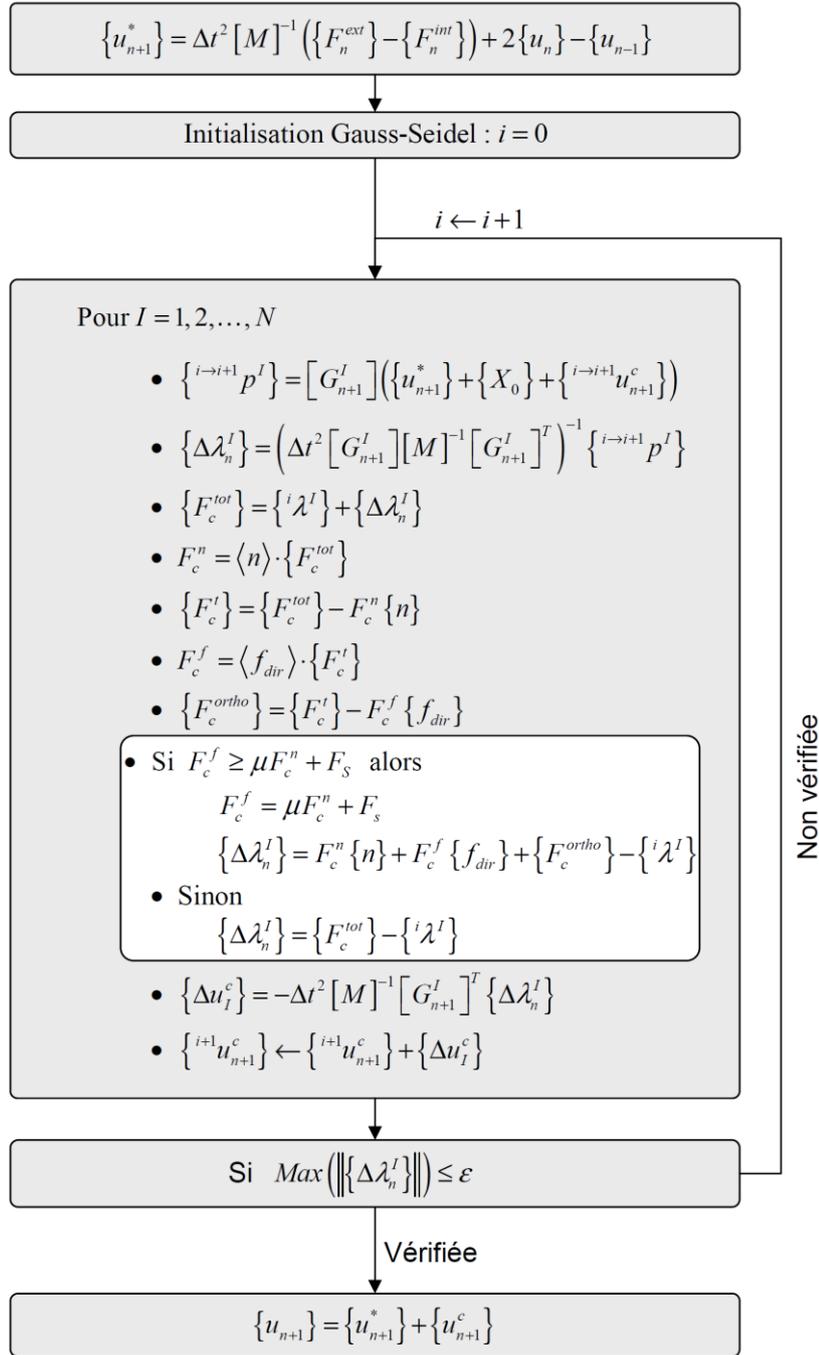


Figure 5-6 : Schéma de Gauss-Seidel pour le calcul du déplacement correctif

Cette méthode présente l'avantage d'effectuer les calculs contrainte par contrainte, sans avoir besoin d'assembler de matrice globale. Le couplage entre deux contraintes I et J , faisant chacune intervenir un couple {nœud esclave - surface maîtresse} et qui apparaît dans l'équation (5.28), est pris en compte de manière efficace lors la mise à jour du vecteur de déplacement correctif (équation (5.35)).

Bilan du chapitre 5

La gestion de la relation entre les éléments de barres et les éléments de coques est un point majeur du travail effectué. Le choix est fait de ne pas lier directement les nœuds des différents maillages, afin de permettre le glissement entre les couches observé expérimentalement. La relation barre/coque repose alors sur une condition d'appartenance d'un nœud de barre à une surface de coque. Puis le mouvement du nœud dans le plan est géré par une loi de frottement anisotrope type coulomb avec ajout d'un seuil de glissement. Cette modélisation est faite pour se placer au plus près de la physique du matériau, tout en maintenant un temps de calcul acceptable. La loi de contact utilisée nécessite la détermination expérimentale de 2 paramètres, le coefficient de frottement et l'effort au seuil de glissement. Dans le chapitre suivant (chapitre 6), ce travail est effectué avec une approche inverse, par recalage de l'essai de Bias-test (cf. chapitre 3), puis la validité de la modélisation proposée est exposée. On effectue la comparaison entre l'essai et la simulation pour l'essai d'emboutissage hémisphérique.

CHAPITRE 6 SIMULATION NUMERIQUE

Le but du modèle, dont les détails sont développés durant les 2 chapitres précédents, est de permettre la simulation de la mise en forme d'un renfort de composite NCF d'une manière aussi fidèle que possible. Nous avons vu au chapitre 3 comment sont déterminées les différentes caractéristiques du matériau et notamment les propriétés mécaniques. Les essais effectués ont permis de déterminer la plupart des propriétés, cependant les paramètres de frottement (cf. chapitre 5) et de cisaillement (cf. chapitre 3) sont difficiles à appréhender. On propose donc d'utiliser l'essai de Bias-test pour le recalage des paramètres de frottement et de cisaillement. Pour cela, on fait appel à une approche inverse utilisant un algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt [Schnur et al., 1992]. Avec les paramètres déterminés, on effectue la simulation de la mise en forme sur un hémisphère, le résultat est comparé aux essais expérimentaux du chapitre 3.

1. Identification des paramètres matériaux

Dans la suite, nous nous focalisons sur la simulation de la mise en forme du renfort NCF 4. En effet, nous avons montré au chapitre 3 que celui-ci est sujet aux glissements, c'est donc celui pour lequel cette nouvelle approche pour la simulation sera la plus bénéfique. Les paramètres matériaux sont déterminés pour 3 entités :

- Élément de coque pour la simulation du réseau trame
- Élément de coque pour la simulation du réseau chaîne
- Élément de barre pour la simulation des coutures

1.1. Comportement en traction

Les essais de traction exposés au chapitre 3 permettent de définir les rigidités en traction dans les directions chaînes et trames. Nous utiliserons donc les valeurs suivantes :

1.1.1. Élément de coque pour la direction chaîne

$$\begin{cases} C_{11} = 11000N.mm^{-1} \\ C_{21} = \frac{C_{11}}{10^6} \\ C_{12} = \frac{C_{11}}{10^4} \\ C_{22} = \frac{C_{11}}{10^4} \end{cases} \quad \begin{array}{l} (traction) \\ \\ (compression) \end{array}$$

La direction 2 correspond à la direction perpendiculaire à la chaîne, une rigidité faible est utilisée pour éviter les problèmes numériques. Cependant, on vérifie bien que la rigidité dans la direction 2 n'a pas d'influence sur le calcul.

1.1.2. Elément de coque pour la direction trame

$$\begin{cases} C_{11} = 8400 N.mm^{-1} \\ C_{21} = \frac{C_{11}}{10^6} \\ C_{12} = \frac{C_{11}}{10^4} \\ C_{22} = \frac{C_{11}}{10^4} \end{cases} \quad \begin{matrix} (traction) \\ \\ (compression) \end{matrix}$$

Pour les mêmes raisons que précédemment, on utilise une rigidité très faible dans la direction 2.

Pour rappel, la loi de comportement en traction/compression utilisée dans le code est de type linéaire élastique non symétrique telle que :

$$\begin{cases} T^{ii}(\varepsilon_{ii}) = C_{i1}\varepsilon_{ii} & si \ \varepsilon_{ii} \geq 0 \\ T^{ii}(\varepsilon_{ii}) = C_{i2}\varepsilon_{ii} & si \ \varepsilon_{ii} < 0 \end{cases}$$

1.1.3. Elément de barre

A défaut d'expérimentations sur la rigidité des coutures en traction, nous utilisons des valeurs théoriques. Le fil de couture est fabriqué en polyéthersulfone (PES), ce matériau a un module en tension de l'ordre de 15 GPa [S&P, 2011]. On fait une approximation du diamètre des fils à 0,1 mm [Lomov et al., 2002], et on le considère constant au cours de la mise en forme. Ainsi la raideur surfacique des coutures en traction est prise telle que :

$$E_{bt} = \frac{\pi d^2}{4} E = 120 N$$

La rigidité en compression est négligeable, on prend :

$$E_{bc} = \frac{E_{bt}}{10^6}$$

Pour rappel, la loi de comportement en traction/compression des barres est une loi linéaire élastique asymétrique telle que :

$$\begin{cases} \sigma_b = E_{bt}\varepsilon_b & si \ \varepsilon_b > 0 \\ \sigma_b = E_{bc}\varepsilon_b & si \ \varepsilon_b < 0 \end{cases}$$

1.2. Comportement en flexion

Pour chacune des nappes composant le renfort NCF, seule une rigidité en flexion est considérée. Nous utilisons une loi linéaire élastique symétrique pour les 2 sens de courbure. En effet la différence de rigidité en flexion suivant la courbure positive ou négative de la nappe n'est pas significative, nous utiliserons des valeurs moyennes :

- Elément de coque pour la direction chaîne

$$B_1 = 0,7 N.mm^{-1}$$

- Élément de coque pour la direction trame

$$B_1 = 0,62 N.mm^{-1}$$

Pour rappel, la loi de comportement en flexion utilisée dans le code est de la forme :

$$M_1(\chi_{11}) = B_1 \chi_{11}$$

1.3. Comportement en cisaillement

Comme nous avons pu le voir au chapitre 3, le renfort NCF 4 est caractérisé par une très faible rigidité en cisaillement, lors de l'essai de Bias-test. Un effort inférieur à 3 N est mesuré dans les 2 directions de cisaillement. Les glissements importants subis par le renfort indiquent qu'il devient difficile d'effectuer le dépouillement de l'essai par la méthode énergétique utilisée pour les renforts tissés.

Pour palier ce problème, une première solution pour la modélisation consiste à considérer la rigidité en cisaillement d'une nappe de mèches juxtaposées comme nulle. En effet, l'absence de cohésion entre les mèches suppose l'impossibilité de transmettre un effort lors de la déformation en cisaillement de la nappe. Figure 6-1, on montre qu'une nappe de mèche seule ne peut pas transmettre d'effort quand soumise à une sollicitation de cisaillement.

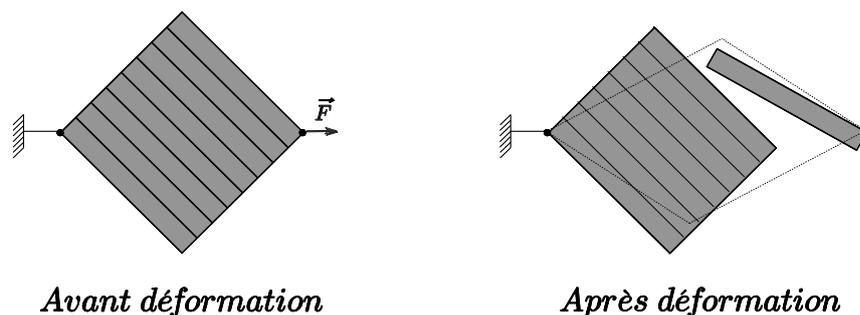


Figure 6-1 : Sollicitation en cisaillement sur une surface élémentaire représentatif d'une nappe de mèches

Néanmoins, une rigidité en cisaillement nulle implique la possibilité de compaction d'un élément fini sans effort. En se plaçant à la limite, la surface de l'élément tend vers zéro, cela va à l'encontre du principe de conservation de la matière. Figure 6-2, on représente un élément fini de nappe, sans rigidité en cisaillement, soumis à une sollicitation dans la direction de biais. La déformation se fait à effort nul.

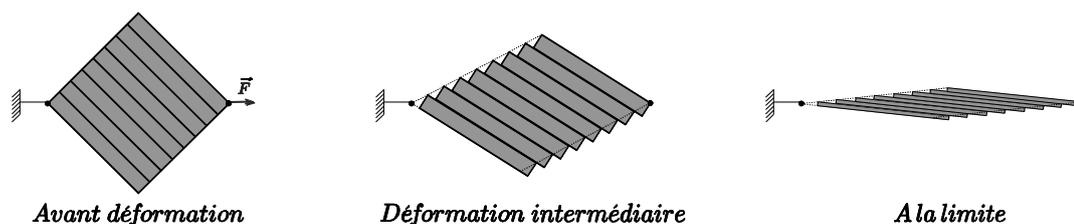


Figure 6-2 : Element fini de nappe soumis à une sollicitation de cisaillement

La seconde solution pour la modélisation est de considérer une rigidité en cisaillement faible, représentative des forces de frottements entre les mèches parallèles, et permettant d'éviter une compaction latérale trop importante des mèches. Cette rigidité n'est pas déterminée directement par l'essai de Bias-test. Elle sera déterminée par approche inverse (Chapitre 6.2). Afin de minimiser le temps de calcul, nous choisissons la loi de comportement suivante :

$$C_{\gamma}(\gamma) = k_1 \cdot \gamma$$

Le couple de cisaillement C_{γ} est exprimé comme une fonction linéaire de l'angle de cisaillement γ . Il nous faut alors déterminer la rigidité de cisaillement k_1 .

1.4. Paramètres de frottement

La loi de frottement, des barres sur les coques, utilisée au chapitre 5 nécessite l'emploi de 2 constantes : le coefficient de frottement et l'effort au seuil de glissement. Il est difficile de mesurer physiquement ces 2 grandeurs, c'est pourquoi nous choisissons une approche inverse pour les estimer. Dans la partie suivante, nous détaillons la méthode utilisée pour la détermination de ces paramètres, d'après l'essai de Bias-test.

2. Détermination des paramètres par approche inverse

Nous utilisons une approche inverse par algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt pour la détermination des constantes suivantes :

- Rigidité en cisaillement des nappes de fibres : k_1
- Coefficient de frottement entre les éléments de barre et de coque : μ
- Effort au seuil de glissement : F_S

2.1. Algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt est fréquemment utilisé pour la résolution de problèmes non linéaires aux moindres carrés [Schnur et al., 1992] [Boisse et al., 2001][Badel, 2008]. Cet algorithme offre un compromis entre la méthode de descente du gradient et la méthode de Gauss-Newton. Les détails de la méthode utilisée ici sont précisés dans [Badel, 2008].

L'optimisation est faite par comparaison entre les grandeurs expérimentales et les grandeurs issues de la simulation. Le schéma général de l'algorithme codé sous Matlab® est visible figure 6-3.

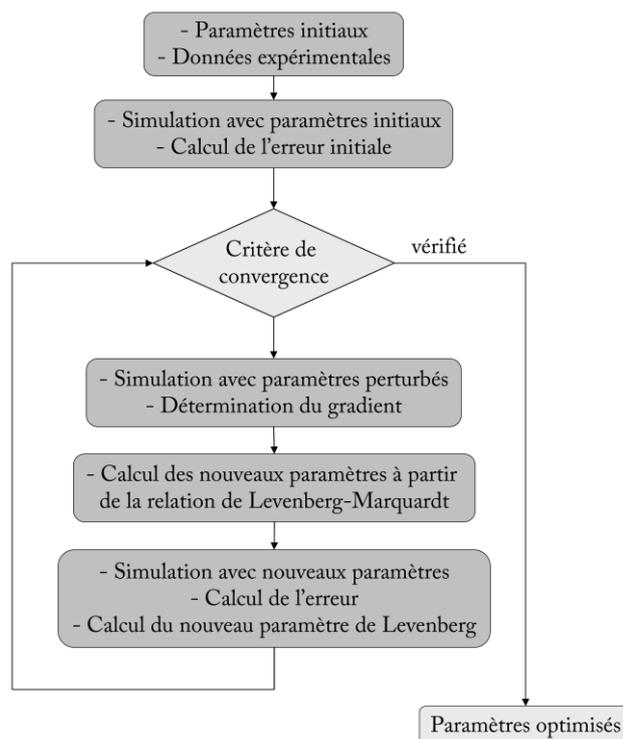


Figure 6-3 : Algorithme d'optimisation des paramètres par approche inverse

On utilise un critère de convergence sur la valeur de l'erreur au sens des moindres carrés, ce à quoi on adjoint une limitation du nombre des itérations.

2.2. Optimisation par approche inverse

L'optimisation permet de définir 3 constantes, à partir d'un essai de Bias-test. Le choix est fait d'utiliser 2 types de grandeurs pour la comparaison.

D'une part, nous utilisons la position de la mire carrée tracée au centre de l'éprouvette (cf. chapitre 3.4.5). L'optimisation est faite d'après la variation de largeur l_1 de la cible en fonction du déplacement du mors d . En considérant que la mire reste rectangulaire et centrée au cours de la déformation, on peut définir la variation de la demi-largeur (de valeur initiale $\frac{l_1^0}{2} = 25\text{mm}$) :

$$\text{Soit : } \Delta\left(\frac{l_1}{2}\right) = \frac{l_1}{2} - \frac{l_1^0}{2} = 8,55 \cdot 10^{-2} d - 6,45 \cdot 10^{-4} d^2 \quad (6.1)$$

D'autre part, nous utilisons la dérivée de l'effort moyen mesuré sur les mors de l'éprouvette (cf. chapitre 3.4.2.5). En effet, la pente de la courbe d'effort correspond à la rigidification du comportement du renfort due à l'augmentation des forces de frottement au sein du matériau. La figure 6-4 représente l'effort de cisaillement moyen en fonction du déplacement des mors, la pente est approchée par une courbe de tendance linéaire, à partir d'un déplacement de 5 mm, soit :

$$\frac{dF(d(t))}{d(d(t))} = 1,65 \cdot 10^{-2} \text{ N.mm}^{-1} \quad (6.2)$$

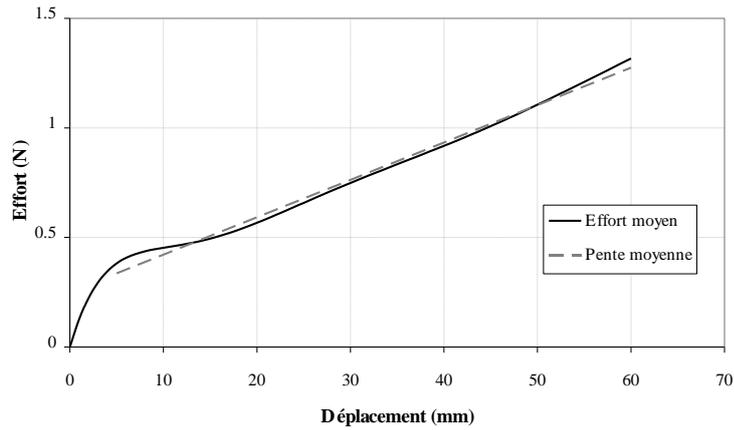


Figure 6-4 : Effort moyen de cisaillement pour le renfort NCF 4

2.3. Résultats

L'optimisation globale est faite en 3 étapes. Dans un premier temps, le critère utilisé est la variation de la demi-largeur de la mire centrale (équation (6.1)). Cette première étape permet de trouver une première approximation du coefficient de frottement et du seuil de frottement. Pour cela, l'essai de Bias-test est simulé en utilisant 2 couches d'éléments de coques (92 éléments par couche), reliés par des éléments de barres (92 éléments), avec un maillage triangulaire régulier. Figure 6-5, on représente la variation de demi-largeur de la mire centrale, pour l'expérimentation et la simulation optimisée.

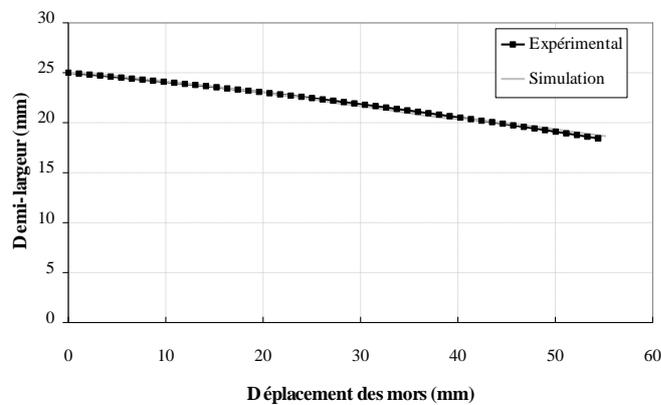


Figure 6-5 : Variation de la demi largeur de la mire en fonction du déplacement des mors (optimisation 1)

On observe une bonne correspondance entre les 2 courbes. On obtient les constantes suivantes :

$$k_1 = 1.10^{-3} \text{ (non optimisé)}$$

$$\mu = 0,35$$

$$F_S = 3,91.10^{-5} N.mm^{-2}$$

La seconde étape consiste à déterminer la rigidité en cisaillement par optimisation de la pente de la courbe d'effort. Pour cette étape, le coefficient de frottement et le seuil de frottement déterminés lors de l'étape 1 sont utilisés. Les courbes d'efforts en fonction du déplacement sont représentées figure

6-6, on observe sensiblement la même pente pour l'essai expérimental et la simulation. La pente de la courbe expérimentale est donnée équation (6.2). Avec l'optimisation, on obtient une pente moyenne de $1,63.10^{-2} N.mm^{-1}$ pour la courbe issue de la simulation. L'écart entre les 2 pentes est de 1,2 %, ce qui est jugé satisfaisant.

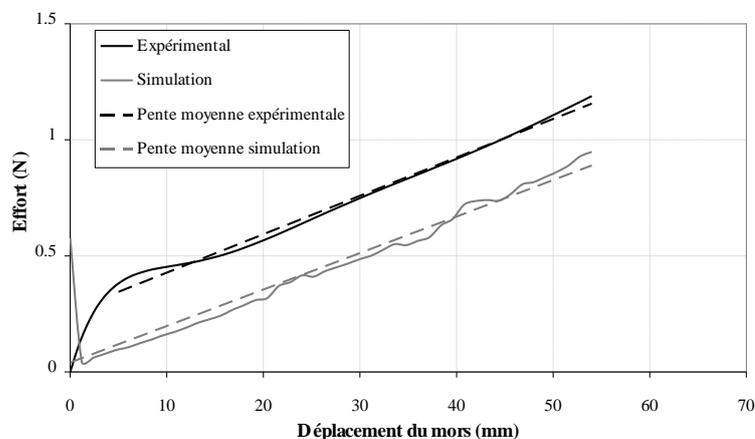


Figure 6-6 : Effort de cisaillement pour le Bias-test expérimental et simulé, pour le renfort NCF 4 (optimisation 2)

Cette étape nous permet de déterminer une première approximation de la rigidité en cisaillement des nappes, c'est cette rigidité qui pilote principalement l'effort sur les mors. Les paramètres de frottement pilotant la possibilité de glissement des 2 nappes. On obtient :

$$k_1 = 3,86.10^{-3}$$

$$\mu = 0,35 \text{ (non optimisé ici)}$$

$$F_s = 3,91.10^{-5} N.mm^{-2} \text{ (non optimisé ici)}$$

Enfin une dernière optimisation est effectuée, à nouveau par comparaison de la demi-largeur de la mire centrale. Les 3 paramètres sont optimisés conjointement à partir des résultats de l'étape 2. On obtient les paramètres optimisés finaux :

$$k_1 = 4,13.10^{-3}$$

$$\mu = 0,175$$

$$F_s = 6,16.10^{-5} N.mm^{-2}$$

Figure 6-7, on représente la variation de la demi-largeur de la mire centrale en fonction du déplacement des mors, pour l'expérimentation et la simulation optimisée. On observe une bonne correspondance.

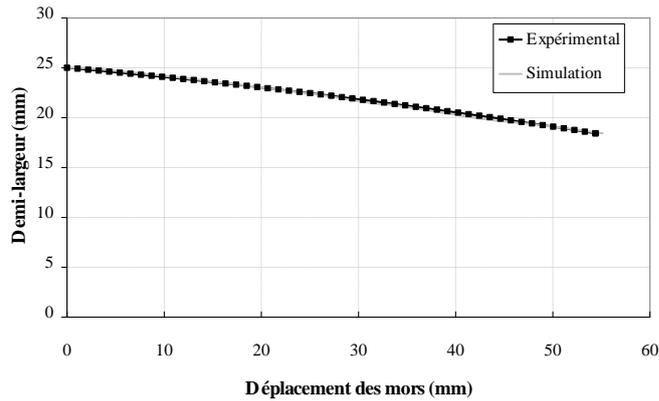


Figure 6-7 : Variation de la demi largeur de la mire en fonction du déplacement des mors (optimisation 3)

On vérifie toutefois que la pente de la courbe effort/déplacement du Bias-test est toujours proche de la courbe expérimentale (cf. figure 6-8). La pente moyenne de la courbe issue de la simulation est de $1,69.10^{-2} N.mm^{-1}$ soit un écart relatif de 4,3 % par rapport à l'expérimentation.

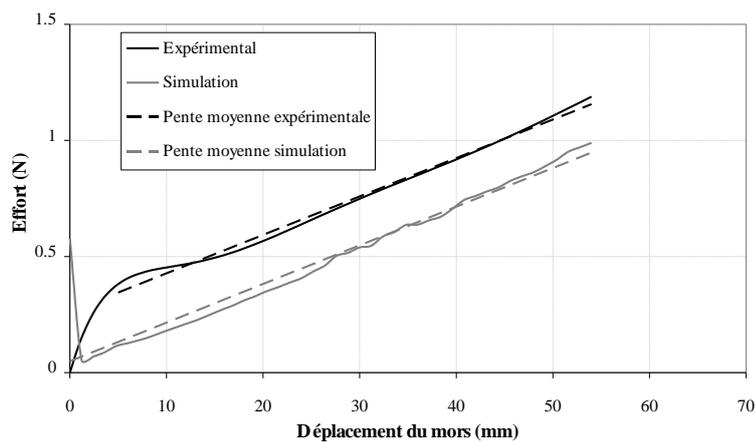


Figure 6-8 : Effort de cisaillement pour le Bias-test expérimental et simulé, pour le renfort NCF 4 (optimisation 3)

Finalement, cette optimisation « manuelle » en 3 parties nous permet d'obtenir les 3 paramètres matériaux non déterminés directement par l'expérimentation. Cette optimisation est faite par rapport à 2 types de données, l'effort au mors et la déformation de la mire centrale. Après étude de l'influence de chacun des paramètres, il s'avère que la position de la mire, et par conséquent les glissements au sein de l'éprouvette, sont essentiellement influencés par les 2 paramètres de la loi de frottement. L'effort sur les mors est peu dépendant de ces paramètres, il est principalement déterminé par la loi de cisaillement des 2 couches d'éléments de coque.

La simulation de l'essai de Bias-test avec tous les paramètres matériaux connus (cf. tableau VII, annexe IX) donne des résultats satisfaisants. La figure 6-9 montre l'éprouvette en début et en fin de simulation, pour un déplacement des mors de 54 mm.

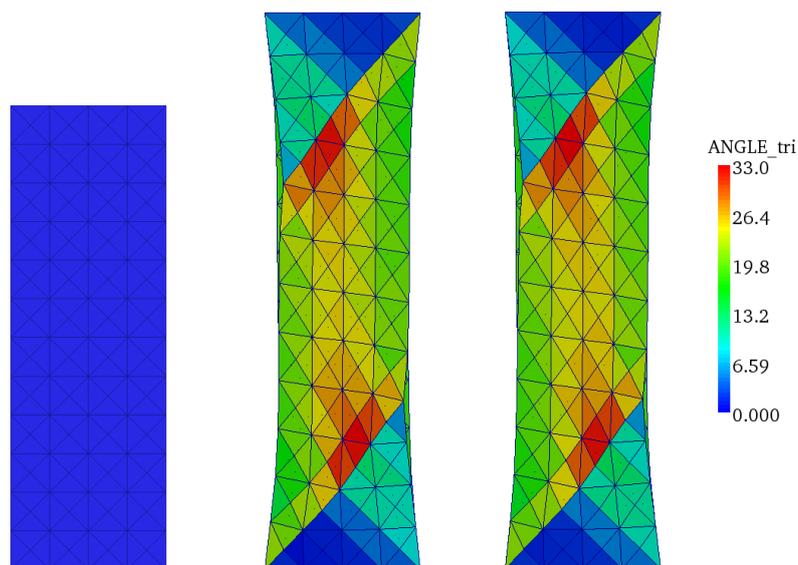


Figure 6-9 : Résultats de la simulation de l'essai de Bias-test, éprouvette initiale et 2 faces de l'éprouvette déformée

La forme globale de l'éprouvette est bien respectée par rapport à l'expérience (cf. figure 6-11), les zones de cisaillement sont peu marquées, seules les zones 3 en pied et en tête d'éprouvette restent très faiblement cisailées. On obtient un angle de cisaillement de 33° au maximum, à la transition entre la zone 1 et les zones 2. Cette valeur ne renseigne pas l'angle de cisaillement réel dans la zone considérée, puisqu'il se réfère à une seule couche. Figure 6-10, on représente le pied de l'éprouvette simulé et expérimental. La zone avec « l'angle de cisaillement » maximum (en rouge) correspond à la zone d'apparition de plissements, induisant la brillance du renfort (cf. figure 6-10, photo de gauche). Si l'on suit la direction de la mèche en rouge, on observe les mêmes phénomènes sur l'essai expérimental et la simulation. Une première partie reste droite (coté droit), la deuxième partie est courbe avec le même sens de courbure. La simulation rend compte du phénomène observé au chapitre 3.4.3.

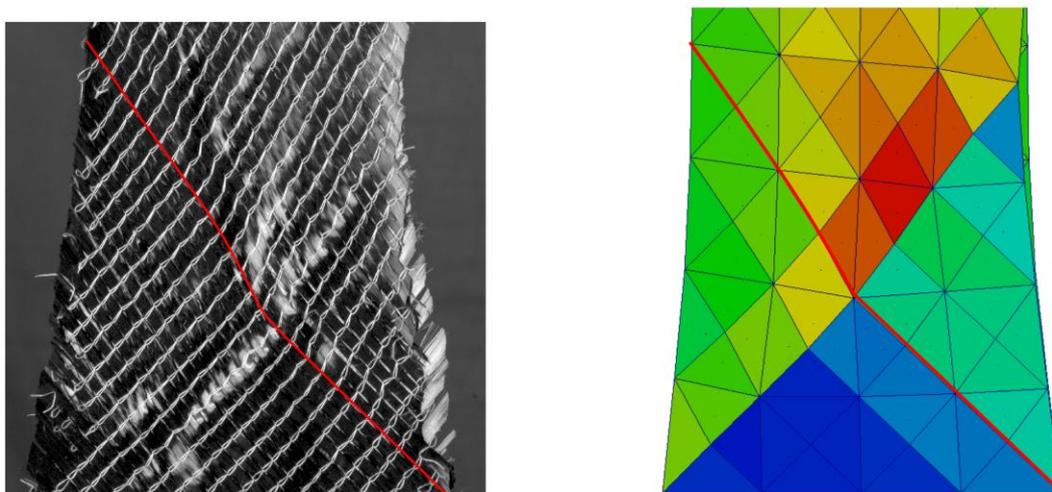


Figure 6-10 : Pied de l'éprouvette de Bias-test expérimentale et simulée, suivi d'une mèche (ligne rouge)

De plus, aux bords de l'éprouvette, on observe des zones à une seule épaisseur d'éléments de coque, signe du glissement des nappes. Cet aspect est observé pour la simulation et expérimentalement (cf. figure 6-11 et figure 6-12).

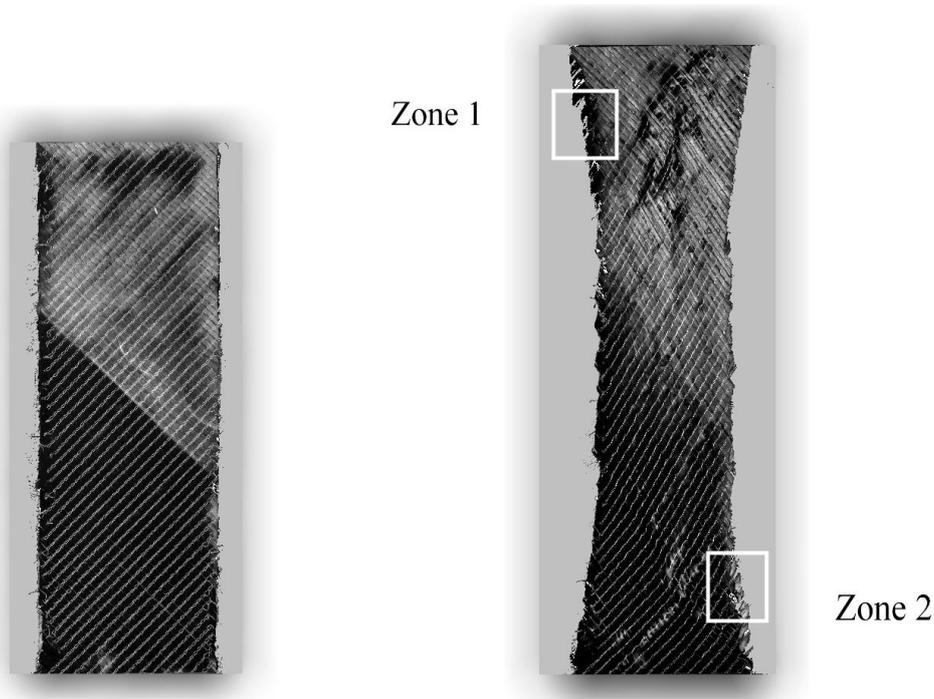


Figure 6-11 : Epreuve de Bias-test pour le renfort NCF 4 en début et en fin d'essai

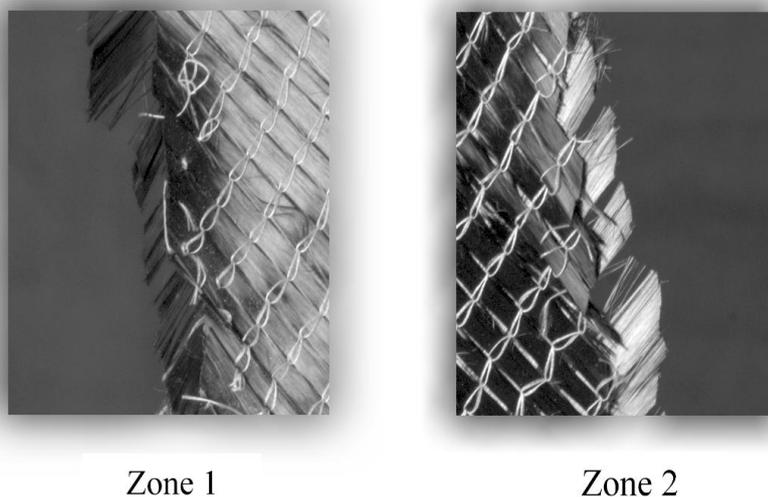


Figure 6-12 : Zones 1 et 2, apparition de glissements en bord d'éprouvette

Enfin, il faut noter que l'apparition de zones à une seule couche de mèches ne peut pas être complètement rendu par la simulation. En effet, comme nous avons pu le voir au chapitre 3.4.3, ce phénomène est également lié aux glissements *intra-couche*. L'approche utilisée ici ne peut rendre compte de ce type de glissement, seules apparaissent les glissements *inter-couches*.

3. Simulation de la mise en forme sur un hémisphère

L'approche inverse effectuée dans la partie précédente permet de déterminer les paramètres matériaux manquants. Nous pouvons alors effectuer la simulation de la mise en forme du renfort NCF 4 par emboutissage sur un poinçon hémisphérique. Les dimensions de l'outil (cf. figure 6-13) sont les mêmes que pour l'essai d'emboutissage expérimental effectué précédemment (chapitre 3.5). Un récapitulatif des données matériaux et simulation est donné dans le tableau VIII (cf. annexe IX).

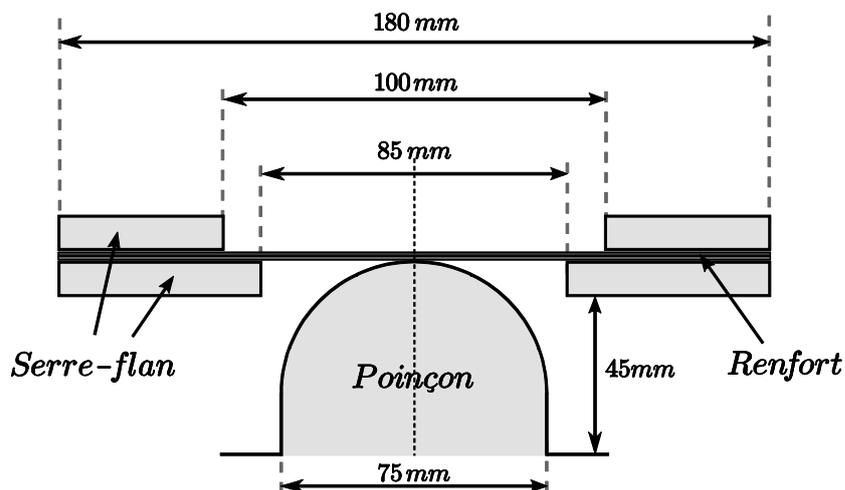


Figure 6-13 : Dimensions des outils pour la mise en forme hémisphérique

Figure 6-14, on représente le renfort après emboutissage. On obtient un angle de cisaillement maximum de $41,8^\circ$. On observe 4 zones avec une seule couche d'éléments (cf. figure 6-15). Conformément à l'expérience (cf. figure 3-45 au chapitre 3.5.3), ces zones sont situées symétriquement par rapport au sommet de l'hémisphère, elles sont dues à l'avalancement des mèches d'une seule couche du renfort par l'hémisphère. Globalement, la forme de l'éprouvette après emboutissage est bien respectée.

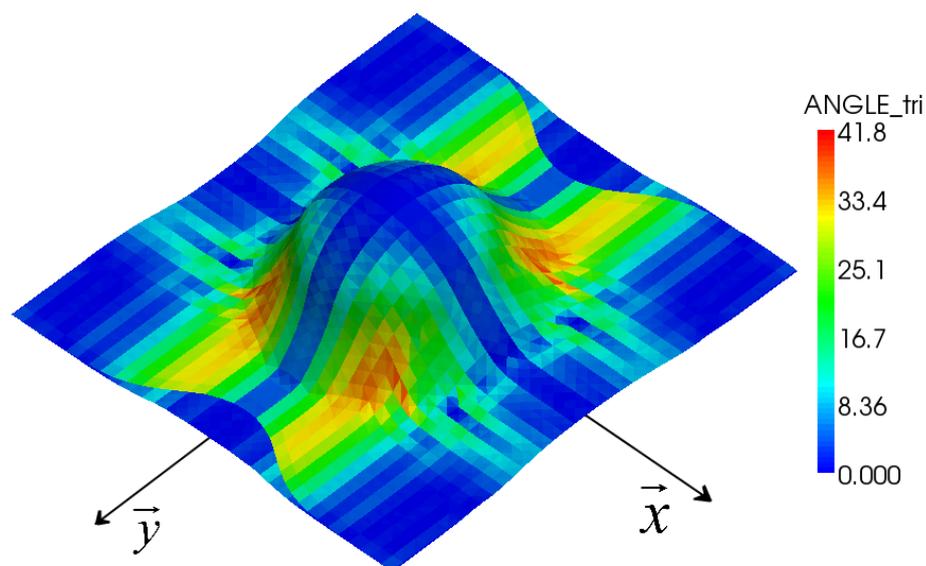


Figure 6-14 : Simulation de la mise en forme du renfort NCF4 sur un hémisphère

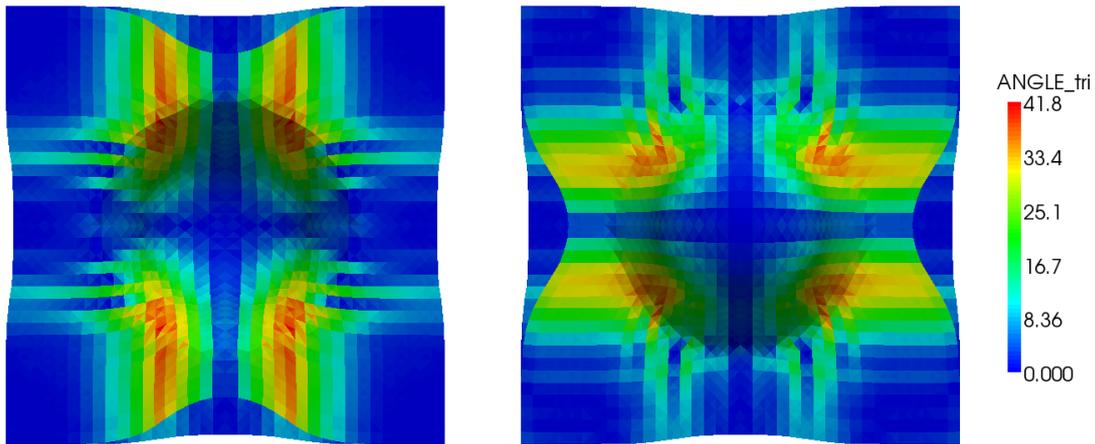


Figure 6-15 : Faces inférieure et supérieure du renfort NCF 4 après emboutissage

De plus, la simulation nous permet de mesurer le glissement entre les couches. Pour cela, on calcule la distance entre deux nœuds initialement en vis-à-vis. Figure 6-17, on trace l'évolution du glissement en direction trame (nœuds tels que $x=0$) et figure 6-18 l'évolution du glissement en direction chaîne (nœuds tels que $y=0$). Le glissement est tracé pour la simulation et pour l'essai expérimental (cf. chapitre 3.5.3). Pour la direction trame (respectivement chaîne), la distance au sommet est mesurée le long de la mèche de trame (respectivement chaîne) centrale. Figure 6-16, on représente la position des outils et du renfort en fin de mise en forme ainsi que la distance au sommet.

Dans les 2 directions, la simulation montre une augmentation du glissement concentrée au centre de l'éprouvette. Pour la direction trame, on a un glissement de l'ordre de 8 mm pour une distance au sommet de 20 mm. C'est-à-dire que le point matériel sur la couche de trame est à une distance du sommet de 20 mm (l'allongement des fibres est négligeable), alors que le point matériel correspondant sur la couche de chaîne est à une distance du sommet de 28 mm. Le glissement est plus réparti pour l'expérience, la principale évolution du glissement se fait à une distance du sommet comprise entre 20 mm et 40 mm. Toutefois, on obtient un glissement maximum semblable, de l'ordre de 14 mm.

Egalement, on observe un ressaut de glissement peu après 70 mm, cela correspond à la partie où le renfort est maintenu par le serre-flan (entre 70 et 90 mm à partir du sommet de l'hémisphère). L'augmentation du glissement est faible dans cette partie.

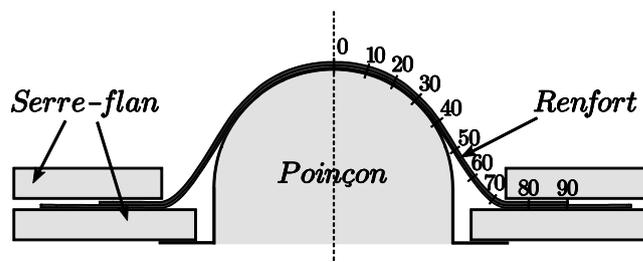


Figure 6-16 : Schéma de la position du renfort à la fin de la mise en forme, représentation de la distance au sommet. Section dans le plan $x=0$, mèche de trame en position supérieure

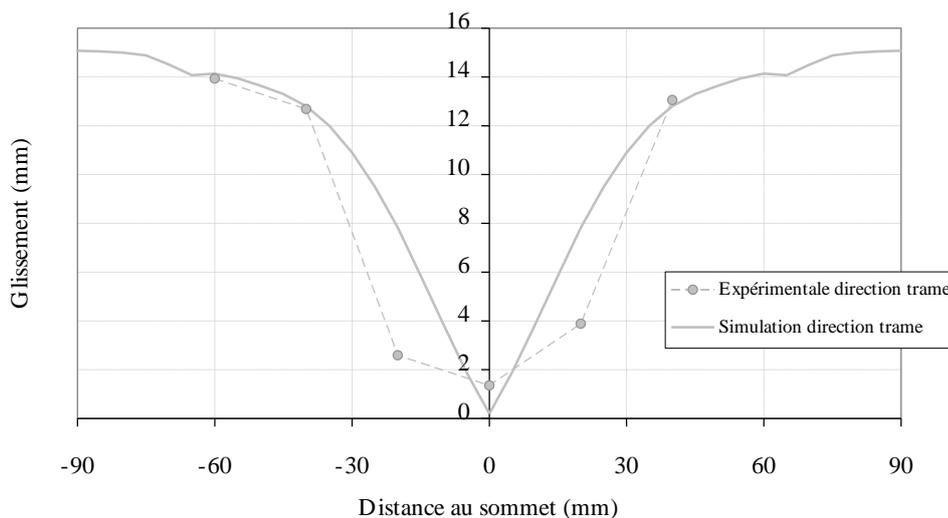


Figure 6-17 : Evolution du glissement en direction trame ($x=0$), pour l'expérience et la simulation

Concernant le glissement en direction chaîne, le même type d'observations peut être fait. Pour la simulation, l'augmentation du glissement est concentrée au centre de l'éprouvette alors qu'elle est bien répartie pour l'expérimentation. Le glissement maximum est de l'ordre de 15 mm, on observe un ressaut de glissement à partir de 70 mm du sommet, position pour laquelle le renfort entre dans le serre-flan.

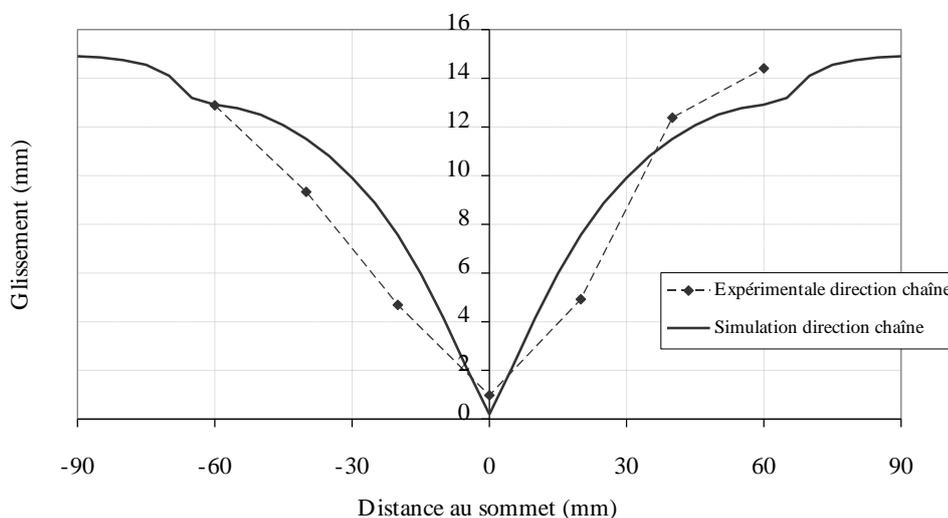


Figure 6-18 : Evolution du glissement en direction chaîne ($y=0$), pour l'expérience et la simulation

La différence entre l'essai et la simulation met en évidence la complexité du problème. Nous avons ici une modélisation qui prend en compte les coutures de manière simplifiée. La loi de comportement liant les coutures aux éléments de coques ne dépend pas des autres conditions : tension et compaction des fibres, pression des outils sur le renfort, cisaillement des réseaux. De plus, lors de l'essai, la tension dans l'ensemble des coutures est liée, ce qui n'est pas le cas ici. Ces aspects peuvent expliquer

la différence de glissement observée entre l'essai et la simulation. Ainsi, lors de l'emboutissage par l'hémisphère, les fibres au centre de l'éprouvette sont soumises à de la tension associée à de la compaction transverse. Ce phénomène va influencer la relation de comportement entre les mèches et les coutures. Les possibilités de glissements sont amoindries. Ce phénomène n'est pas rendu par la simulation.

Bilan du chapitre 6

L'essai de Bias-test est utilisé pour la détermination des paramètres matériaux manquants. On se base sur deux critères, un critère en effort et un critère en déplacement, pour effectuer le recalage de trois paramètres par approche inverse avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt. La méthode donne des résultats intéressants, l'essai optimisé montre une bonne corrélation avec ce qui a pu être observé expérimentalement. L'approche proposée permet de rendre compte du glissement entre couches, il apparaît de manière localisée en bord d'éprouvettes. La direction des mèches en fin d'essai est bien rendue.

Le jeu de données optimisées est ensuite utilisé pour la simulation de la mise en forme sur un hémisphère. La forme globale de l'éprouvette déformée montre une bonne correspondance avec l'expérience. On obtient les zones à une seule épaisseur d'éléments, signe d'un glissement important entre couches. La mesure du glissement le long des deux axes principaux, passant par le sommet de l'hémisphère, permet de mettre en évidence un glissement maximum de l'ordre de 14 à 15 mm comme cela a pu être observé expérimentalement. Toutefois, la répartition des glissements, pour la simulation, n'est pas exacte. Les glissements sont concentrés au plus proche du sommet de l'hémisphère alors qu'ils sont plus répartis lors de l'expérimentation. Cette différence montre une limitation de l'approche qui ne prend pas en compte l'influence de la déformation du renfort sur sa relation avec les coutures.

CONCLUSION

Le travail de recherche présenté dans ce document s'inscrit dans la thématique de l'étude et la modélisation du comportement des renforts à fibres continues lors de la mise en forme. Plus particulièrement, ce travail s'intéresse aux renforts NCF et s'articule en deux grandes parties. La première partie est expérimentale, la deuxième est numérique.

Les essais mécaniques réalisés dans un premier temps permettent d'appréhender les renforts NCF et leurs comportements. Après une considération succincte des comportements en traction et flexion, l'accent est mis sur le comportement en cisaillement, principal mode de déformation du renfort lors de la mise en forme. Le cisaillement est étudié à l'aide de l'essai de Bias-test, on met en évidence des phénomènes différents de ce qui peut être observé sur un renfort tissé. Lors de cet essai, le cisaillement du renfort est accompagné de glissements entre réseaux. Cette observation a principalement deux conséquences. D'une part, le glissement doit être pris en compte lors du dépouillement de l'essai de Bias-test pour la caractérisation du comportement en cisaillement. D'autre part, cette cinématique de déformation influence la mise en forme. On propose alors la prise en compte du glissement dans la modélisation.

L'essai de Bias-test et un essai d'emboutissage hémisphérique permettent de mettre en évidence et de quantifier les glissements, les résultats sont utilisés pour la validation du modèle. La partie expérimentale de ce travail a donné lieu à publication [Bel et al., 2011], elle sert de base à la modélisation.

La seconde partie de ce travail concerne la modélisation puis la simulation numérique de la mise en forme de renforts NCF secs. La modélisation du renfort NCF fait intervenir 3 entités, permettant ainsi de représenter les glissements entre réseaux. Les 2 couches de fibres sont modélisées par des 2 couches d'éléments finis semi-discrets. La couture liant les couches de fibres est représentée par des éléments de barres. L'implémentation est faite dans le code de calcul élément fini en dynamique explicite PLASFIB développé au LaMCoS. La difficulté de la modélisation réside dans la gestion de la relation entre les éléments de barres et les éléments de coques ainsi que dans la définition des paramètres matériaux. L'essai de bias test est utilisé pour le recalage des paramètres qui ne sont pas directement déterminés par l'expérimentation : la loi de frottement avec seuil fait intervenir 2 paramètres, la rigidité en cisaillement des nappes de fibres fait intervenir un coefficient.

Conclusion

L'essai d'emboutissage hémisphérique est simulé, on obtient des résultats intéressants. On met en évidence une limitation à la modélisation : la loi de comportement liant les éléments de barres et de coques est indépendante de la déformation des coques. Or la liaison entre les coutures et les fibres de carbone est complexe, la mise en tension des coutures va rigidifier leurs liaisons avec les fibres. Toutefois, on observe une bonne tendance pour la prévision des zones de glissement entre couches ainsi que pour la prévision du glissement maximum.

Plusieurs perspectives peuvent être citées à propos de ce travail :

- L'identification des paramètres et la simulation ont été effectués sur un seul matériau, le NCF 4. Il serait intéressant d'appliquer la méthode sur d'autres renforts, qui, comme on a pu le voir au chapitre 3, possèdent des cinématiques de déformation différentes (NCF 1 à 3).
- La loi de comportement entre les éléments de barres et de coques est choisie indépendante de la déformation des éléments. On a montré les limitations de cette approche.
- La modélisation proposée ne prend pas en compte la transmission des efforts entre coutures.
- L'optimisation du code peut être approfondie et notamment concernant l'algorithme de contact des barres sur les coques.
- La méthode de dépouillement de l'essai de Bias-test pour les NCF doit être améliorée.
- Les répercussions des glissements sur la position des fibres et l'angle de cisaillement n'ont pas été quantifiés.
- Le modèle doit être confronté à d'autres types de mises en forme.

ANNEXES

I Caractéristiques matériaux

1. G 1151

Identification	G1151
Type	Interlock
Fibres	6K Carbone
Densité surfacique (g/m ²)	630
Densité linéaire mèche (tex)	396
Nombre mèches trame (mèches/cm)	7.5
Nombre mèches chaîne (mèches/cm)	6.0
Largeur trame (mm)	1.92
Largeur chaîne (mm)	2.21
Epaisseur (mm)	0,6

Tableau I : Caractéristiques G 1151

2.NCF 1 : V96489

Identification	NCF 1 : V96489
Type	Non Crimp Fabric
Fibres	12K Carbon
Motif de couture	Chain
Densité surfacique (g/m ²)	255
Epaisseur (mm)	0,37
Largeur « mèches » (mm)	1.44

Tableau II : Caractéristiques NCF 1

3. NCF 2 : V97172

Identification	NCF 2 : V97172
Type	Non Crimp Fabric
Fibres	12K Carbone
Motif de couture	tricot
Densité surfacique (g/m ²)	255
Epaisseur (mm)	0,37
Largeur « mèches » (mm)	1.84

Tableau III : Caractéristiques NCF 2**4. NCF 3 : V97173**

Identification	NCF 3 : V97173
Type	Non Crimp Fabric
Fibres	12K Carbone
Motif de couture	tricot
Densité surfacique (g/m ²)	255
Epaisseur (mm)	0,37
Largeur « mèches » (mm)	1.84

Tableau IV : Caractéristiques NCF 3**5. NCF 4 : V97764**

Identification	NCF 4 : V97764
Type	Non Crimp Fabric
Fibres	12K Carbone
Motif de couture	tricot
Densité surfacique (g/m ²)	273
Epaisseur (mm)	0,42
Largeur trame (mm)	3.1
Largeur chaîne (mm)	5

Tableau V : Caractéristiques NCF 4

II Tableau des essais de Bias-test:

Essais	Renfort	Direction	Face filmée
1-1	NCF 1	1	1
1-2	NCF 1	1	2
1-3	NCF 1	2	1
1-4	NCF 1	2	2
1-5	NCF 1	2	1
1-6	NCF 1	1	1
2-1	NCF 2	1	1
2-2	NCF 2	1	2
2-3	NCF 2	2	1
2-4	NCF 2	2	2
2-5	NCF 2	1	1
2-6	NCF 2	1	2
3-1	NCF 3	2	1
3-2	NCF 3	2	2
3-3	NCF 3	1	1
3-4	NCF 3	1	2
3-5	NCF 3	2	1
3-6	NCF 3	2	2
4-1	NCF 4	1	1
4-2	NCF 4	2	1 et 2
4-3	NCF 4	1	1
4-4	NCF 4	1	2
4-5	NCF 4	2	1
4-6	NCF 4	2	2
G-1	G 1151	1	1
G-2	G 1151	1	1
G-3	G 1151	1	1
G-4	G 1151	2	1
G-5	G 1151	2	1
G-6	G 1151	2	2
G-7	G 1151	2	2
G-8	G 1151	2	2

Tableau VI : Direction et orientation des éprouvettes de Bias-test

III Résultats des essais de Bias-test : Courbes effort/déplacement

1. G 1151

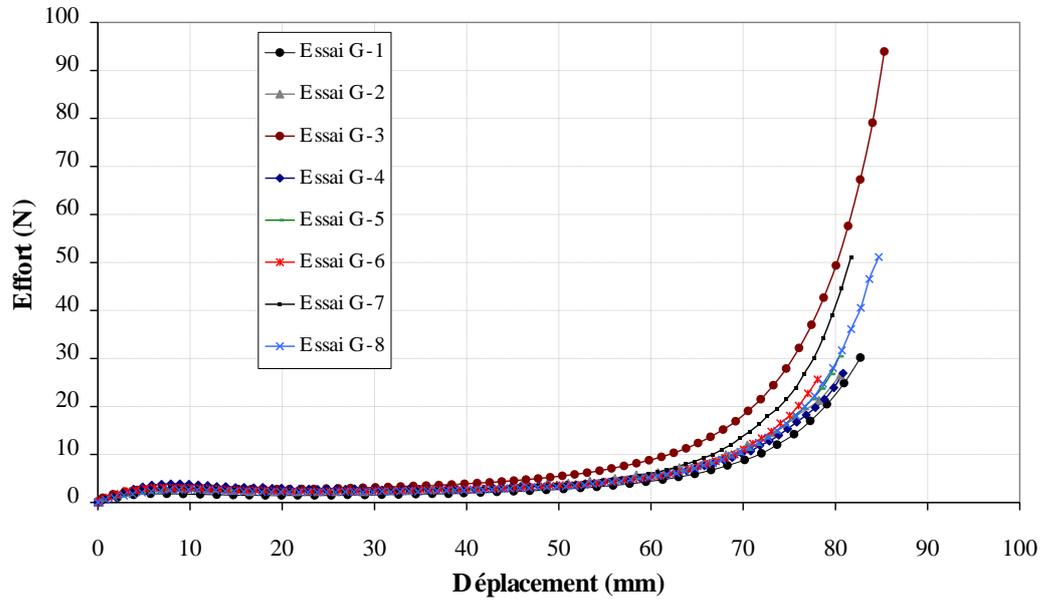


Figure I : Courbes effort/déplacement pour le G 1151

2. NCF 1

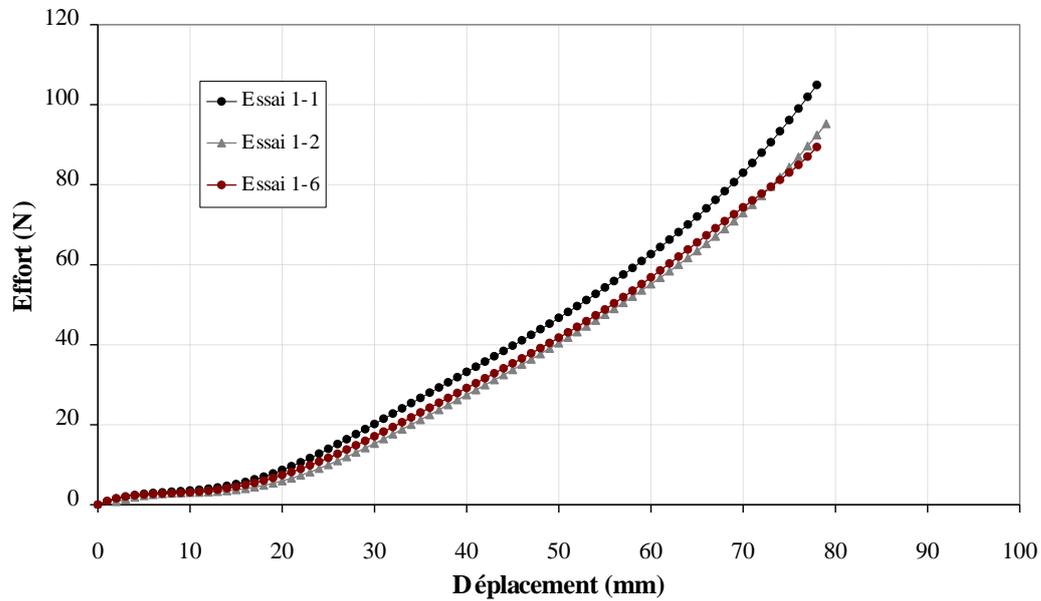


Figure II : Courbes effort/déplacement pour le NCF 1 dans la direction 1

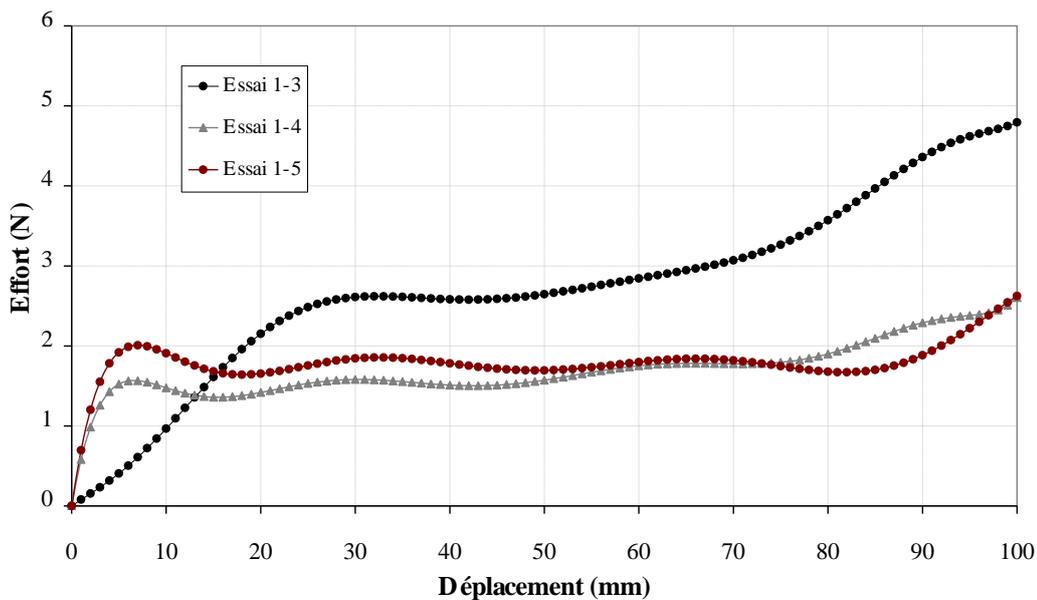


Figure III : Courbes effort/déplacement pour le NCF 1 dans la direction 2

3. NCF 2

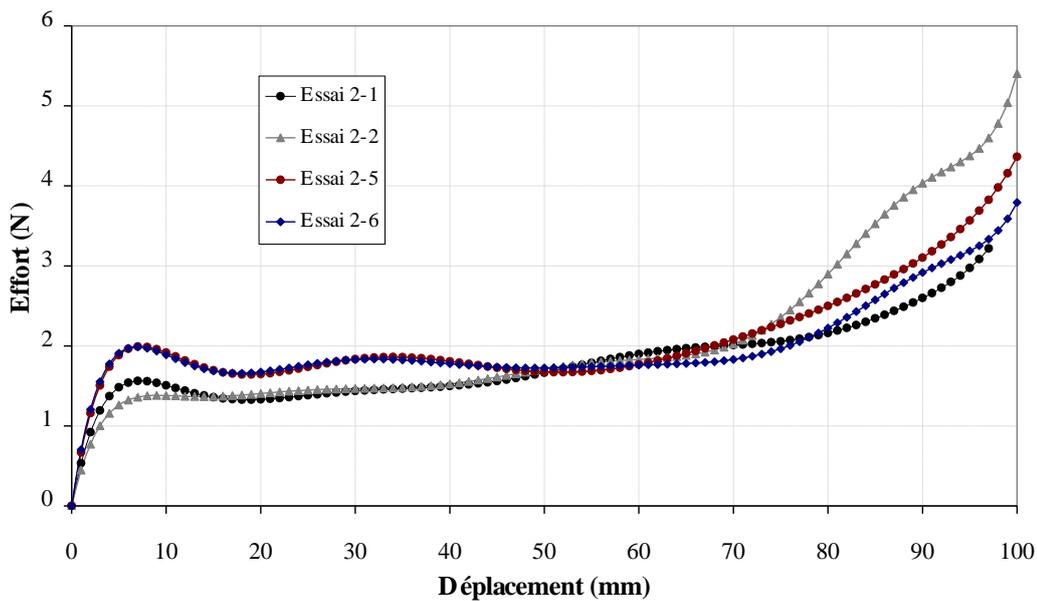


Figure IV : Courbes effort/déplacement pour le NCF 2 dans la direction 1

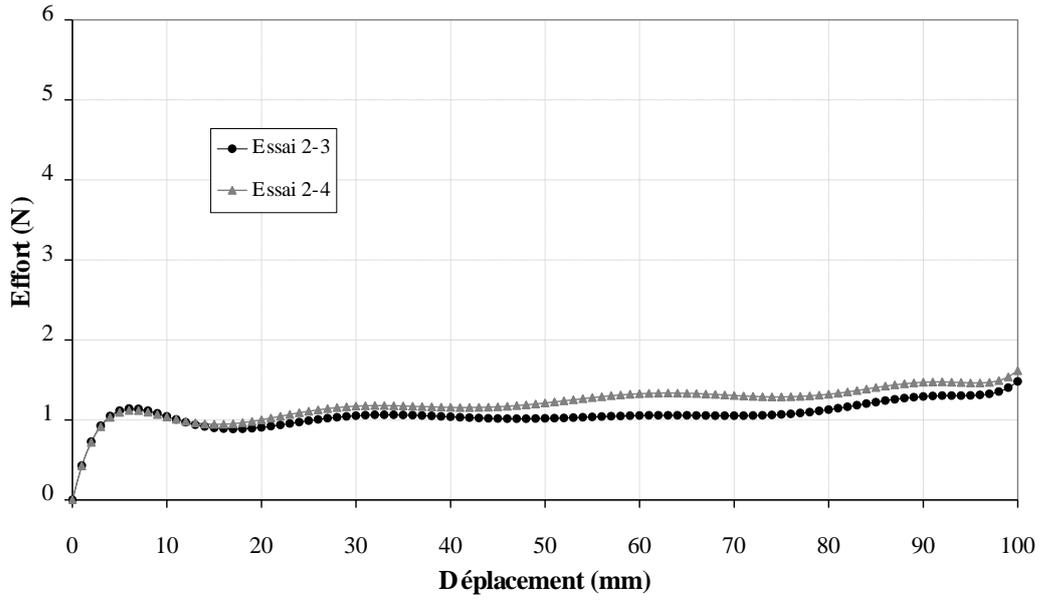


Figure V : Courbes effort/déplacement pour le NCF 2 dans la direction 2

4. NCF 3

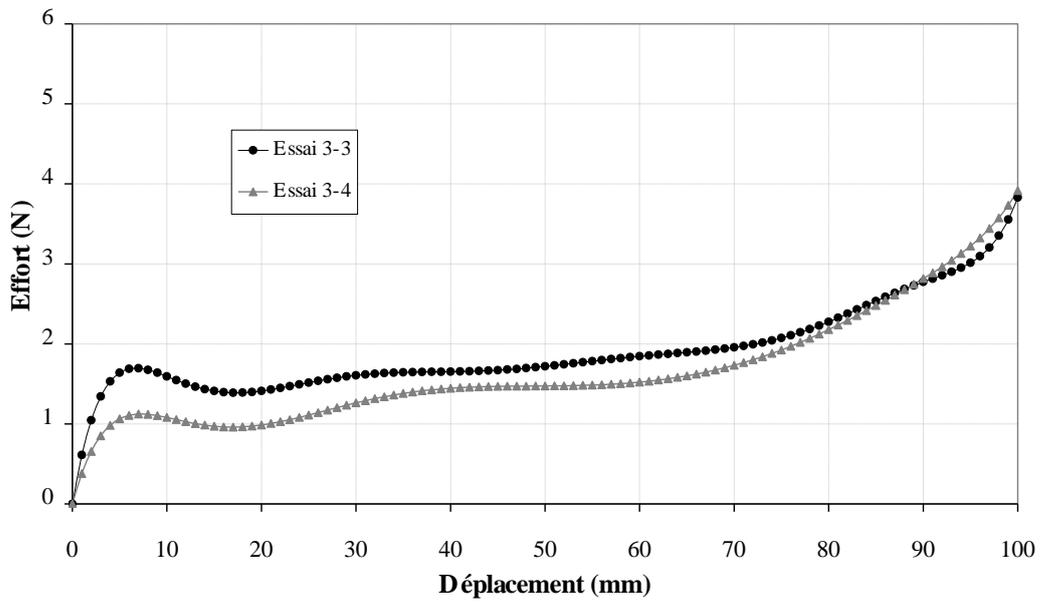


Figure VI : Courbes effort/déplacement pour le NCF 3 dans la direction 1

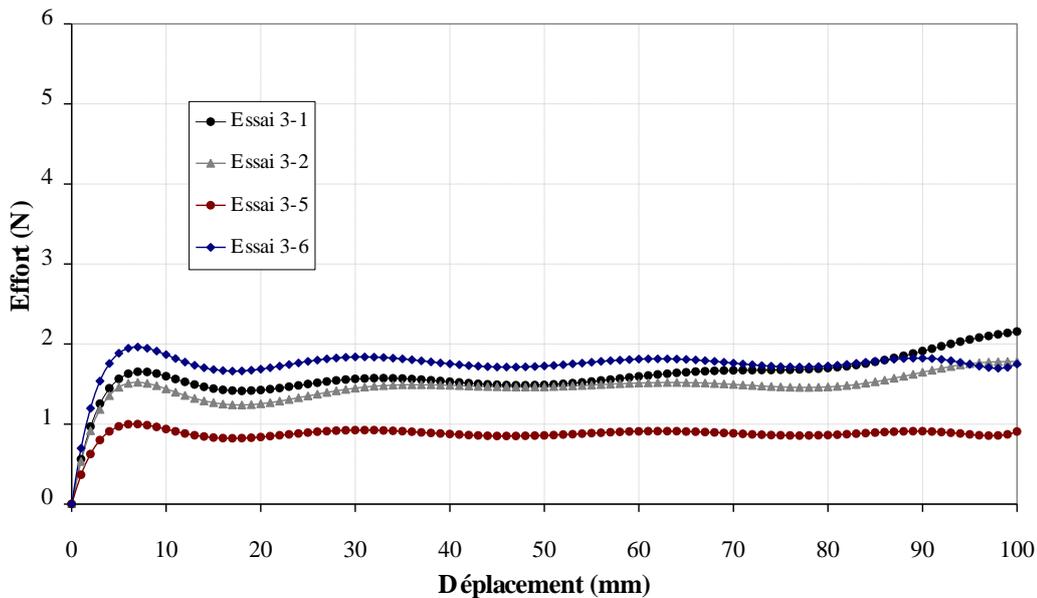


Figure VII : Courbes effort/déplacement pour le NCF 3 dans la direction 2

5. NCF 4

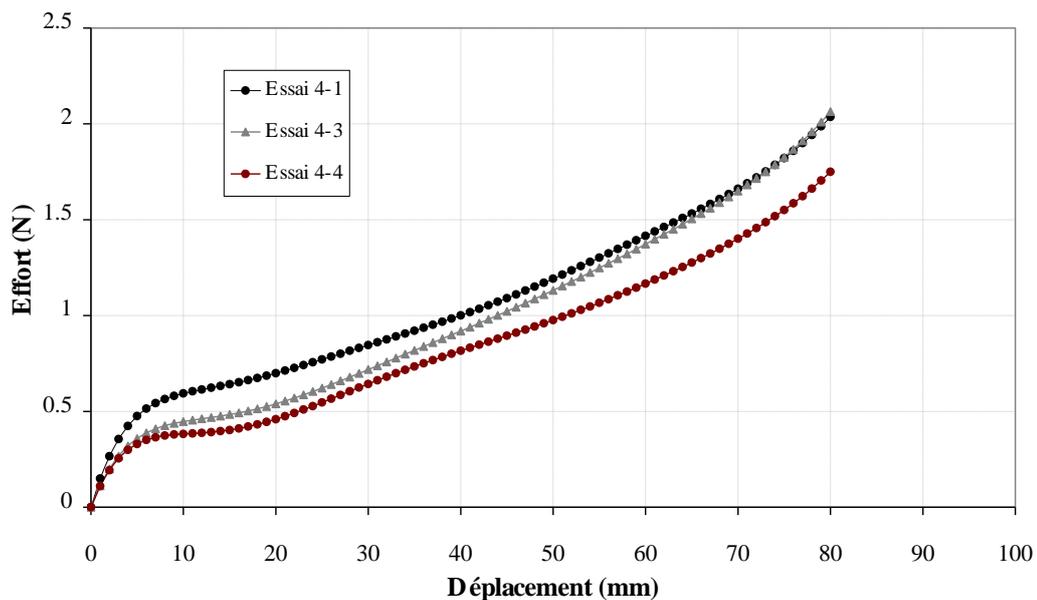


Figure VIII : Courbes effort/déplacement pour le NCF 4 dans la direction 1

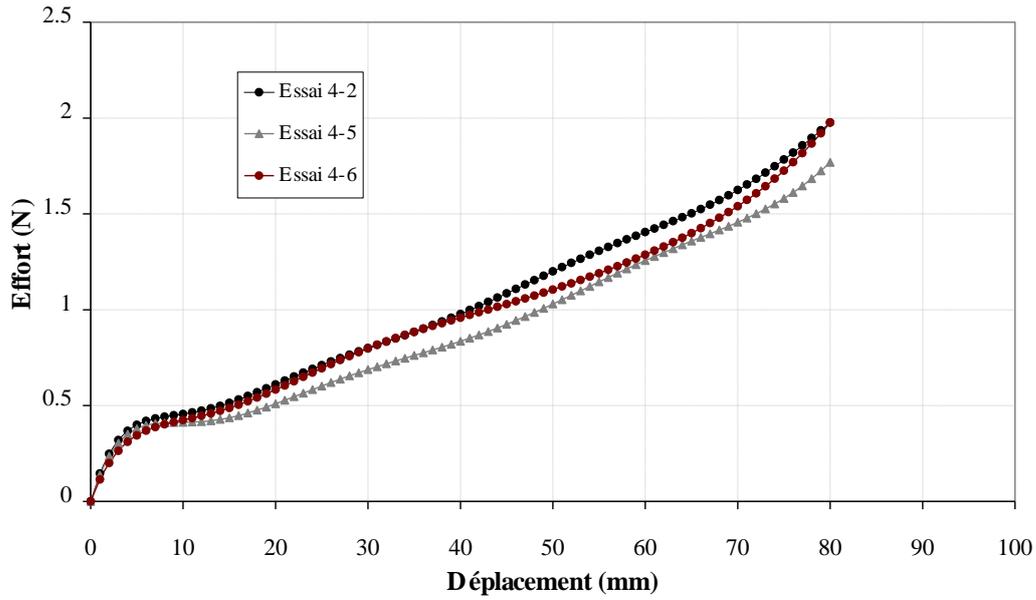


Figure IX : Courbes effort/déplacement pour le NCF 4 dans la direction 2

IV Résultats des essais de Bias-test : Courbes couple/angle pour le renfort G 1151

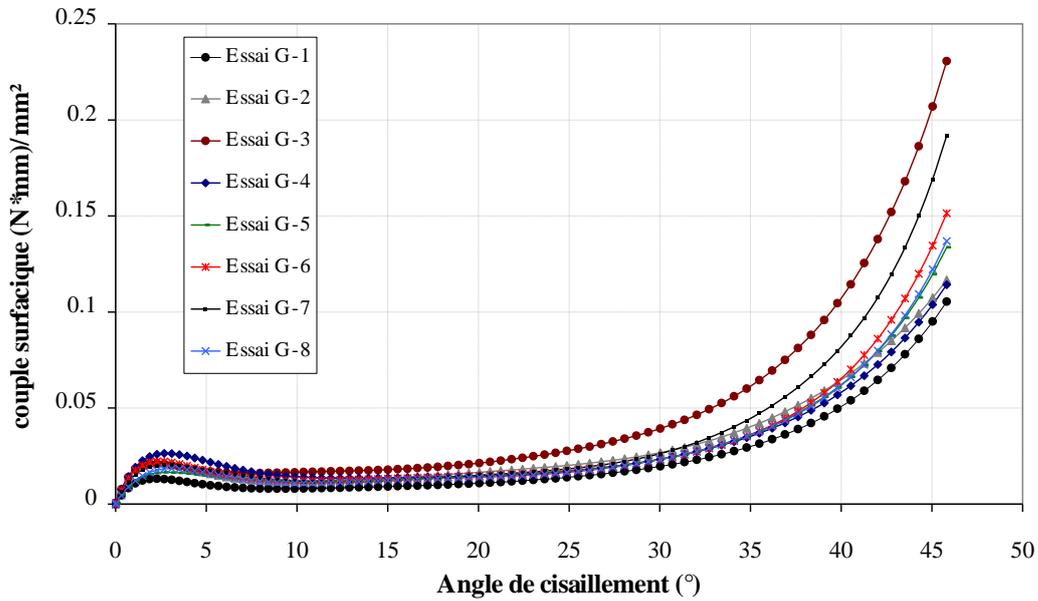


Figure X : Courbes couple/angle pour le G 1151

V Equivalence entre les différentes écritures de la méthode de Newmark, autrement appelé méthode β_2 :

1. Ecriture utilisé par [Hamila, 2007] et disponible dans [Carpenter, 1991] :

Forme générale des déplacements et vitesses au pas $n+1$:

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + h\{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2(1-\beta_0)\{\ddot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2\beta_0\{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (1.1)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + h(1-\beta_1)\{\ddot{u}_n\} + h\beta_1\{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (1.2)$$

Ainsi dans le cadre d'un schéma explicite ($\beta_0 = 0$ et $\beta_1 = \beta$), on obtient :

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + h\{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2\{\ddot{u}_n\} \quad (1.3)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + h(1-\beta)\{\ddot{u}_n\} + h\beta\{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (1.4)$$

Cette discrétisation est équivalente au schéma des différences centrées. L'accélération est calculée à partir de l'équation de la dynamique. Déplacements et vitesses au pas $n+1$ sont calculés uniquement en fonction des données à la date précédente et en fonction de l'équation de la dynamique.

2. Ecriture Méthode β_2

Autre écriture du problème pour laquelle le déplacement est calculé au pas $n+1$ en fonction des données aux dates précédentes et en fonction de l'équation de la dynamique. Puis vitesses et accélérations peuvent être calculées pour le pas $n+1$.

On a l'accélération :

$$\{\ddot{u}_n\} = \frac{2}{h^2}(\{u_{n+1}\} - \{u_n\} - h\{\dot{u}_n\}) \quad (1.5)$$

La vitesse :

$$\{\dot{u}_n\} = \frac{1}{(1+2\beta)h}(2\beta\{u_{n+1}\} - 2(1-\beta)\{u_{n-1}\} + 2(1-2\beta)\{u_n\} + h(2\beta-1)\{\dot{u}_{n-1}\}) \quad (1.6)$$

On montre alors qu'à partir des équations (1.3) et (1.4), on retrouve les équations (1.5) et (1.6) :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \{u_{n+1}\} = \{u_n\} + h\{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2\{\ddot{u}_n\} \\ \{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + h(1-\beta)\{\ddot{u}_n\} + h\beta\{\ddot{u}_{n+1}\} \\ \{\ddot{u}_n\} = \frac{2}{h^2}(\{u_{n+1}\} - \{u_n\} - h\{\dot{u}_n\}) \\ (1+2\beta)\{\dot{u}_{n+1}\} = \beta\frac{2}{h}\{u_{n+2}\} + \{\dot{u}_n\} + h(1-\beta)\{\ddot{u}_n\} - \beta\frac{2}{h}\{u_{n+1}\} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \{\ddot{u}_n\} = \frac{2}{h^2}(\{u_{n+1}\} - \{u_n\} - h\{\dot{u}_n\}) \\ (1+2\beta)\{\dot{u}_{n+1}\} = \beta \frac{2}{h}\{u_{n+2}\} - (1-\beta)\frac{2}{h}\{u_n\} + (1-2\beta)\frac{2}{h}\{u_{n+1}\} - (1-2\beta)\{\dot{u}_n\} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \{\ddot{u}_n\} = \frac{2}{h^2}(\{u_{n+1}\} - \{u_n\} - h\{\dot{u}_n\}) \\ \{\dot{u}_{n+1}\} = \frac{1}{(1+2\beta)h}(2\beta\{u_{n+2}\} - 2(1-\beta)\{u_n\} + 2(1-2\beta)\{u_{n+1}\} + h(2\beta-1)\{\dot{u}_n\}) \end{cases}$$

Les 2 méthodes précédentes sont équivalentes.

3. Ecriture Newmark classique

L'algorithme de Newmark est généralement écrit sous la forme suivante, en utilisant les 2 paramètres γ et β :

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + h\{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2}h^2[(1-2\beta)\{\ddot{u}_n\} + 2\beta\{\ddot{u}_{n+1}\}] \quad (1.7)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + h[(1-\gamma)\{\ddot{u}_n\} + \gamma\{\ddot{u}_{n+1}\}] \quad (1.8)$$

Cette écriture du problème est équivalente aux 2 écritures précédentes, sous la condition que :

$$\begin{cases} \beta = \frac{\beta_0}{2} \\ \gamma = \beta_1 \end{cases} \quad (1.9)$$

VI Discrétisation élément fini

Nous posons ici les bases de la discrétisation élément fini pour un élément à 3 nœuds.

On considère un élément triangulaire à 3 nœuds avec un repère isoparamétrique associé. Alors tout point M appartenant à l'élément peut être désigné par ses coordonnées x^i dans l'espace, fonction des coordonnées x_j^i des nœuds J de l'élément.

$$\vec{x} = x^i \vec{e}_i = N_J(\xi^1, \xi^2) x_j^i \vec{e}_i \quad (1.10)$$

De même le déplacement virtuel d'un point M de l'élément peut être calculé en fonction du déplacement virtuel des nœuds J de l'élément :

$$\vec{\eta} = \eta^i \vec{e}_i = N_J(\xi^1, \xi^2) \eta_j^i \vec{e}_i \quad (1.11)$$

Pour un élément triangulaire à 3 nœuds, les fonctions de forme de l'élément sont de la forme suivante :

$$\{N_J\} = \begin{Bmatrix} N_1(\xi^1, \xi^2) \\ N_2(\xi^1, \xi^2) \\ N_3(\xi^1, \xi^2) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 - \xi^1 - \xi^2 \\ \xi^1 \\ \xi^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \xi^1 \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} + \xi^2 \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (1.12)$$

Les dérivées des fonctions de forme par rapport au paramétrage sont notées :

$$\left\langle \frac{\partial N_J}{\partial \xi_1} \right\rangle = \langle -1 \quad 1 \quad 0 \rangle \quad (1.13)$$

$$\left\langle \frac{\partial N_J}{\partial \xi_2} \right\rangle = \langle -1 \quad 0 \quad 1 \rangle \quad (1.14)$$

On peut donc exprimer les vecteurs de la base isoparamétrique :

$$\vec{g}_i = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \xi^i} = \frac{\partial N_J(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^i} \cdot x_J^k \vec{e}_k \quad (1.15)$$

Soit sous forme matricielle :

$$\vec{g}_i = \left\langle \frac{\partial N_J}{\partial \xi^i} \right\rangle \{x_J\} \quad (1.16)$$

Avec $\{x_J\}$ le vecteur colonne contenant les positions des 3 nœuds J de l'élément fini.

VII Éléments de cinématique des milieux continus

1. Paramétrage

On développe ici les points de cinématique nécessaires pour la compréhension du modèle semi-discret.

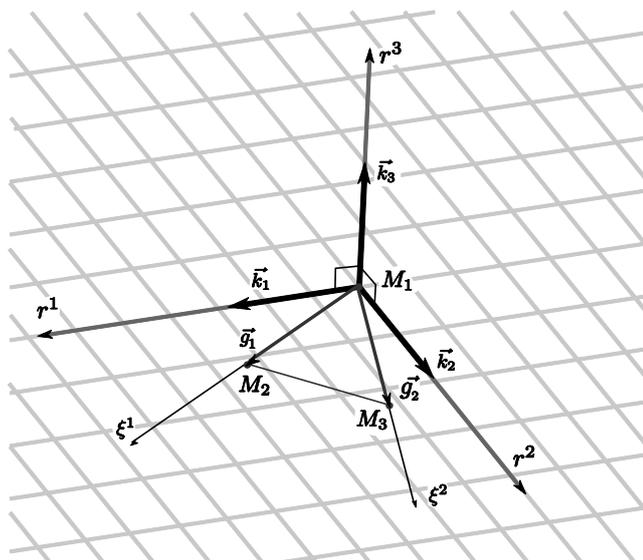


Figure XI : Orientation des vecteurs matériels selon les directions des réseaux de mèches

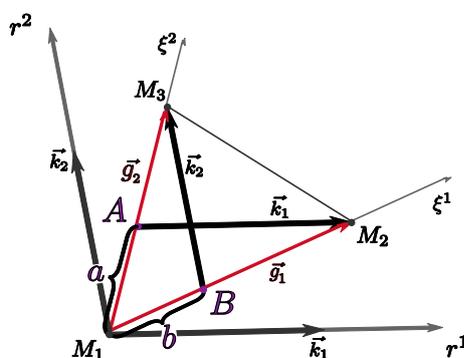


Figure XII : Éléments fini semi-discret triangulaire à 2 directions quelconques

Le référentiel spatial invariant dans le temps est défini par $R_{spatial} : (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, ainsi tout point M de l'espace peut être caractérisé par sa position :

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \overrightarrow{OM} \\ &= x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 \end{aligned} \quad (1.17)$$

La base naturelle covariante est notée $\{\vec{k}_1, \vec{k}_2\}$ de telle sorte que \vec{k}_1 et \vec{k}_2 soient dans la direction des 2 réseaux de mèches. Ce référentiel matériel permet de paramétrer le tissu à l'aide de (r^1, r^2) . On a alors la relation :

$$\vec{k}_i = \frac{\partial \vec{x}}{\partial r^i} \quad i \in [1, 2] \quad (1.18)$$

La base duale contravariante se définit de telle sorte que $\vec{k}_i \cdot \vec{k}^j = \delta_i^j$, alors :

$$\vec{k}^i = \frac{\partial r^i}{\partial x^j} \vec{e}_j \quad i \in [1, 2], j \in [1, 3] \quad (1.19)$$

On définit les vecteurs normés \vec{h}_i orientés par les directions de fibres de telle sorte que :

$$\vec{h}_i = \frac{1}{\|\vec{k}_i\|} \vec{k}_i \quad \text{et} \quad \vec{h}^i = \frac{1}{\|\vec{k}^i\|} \vec{k}^i \quad (1.20)$$

Par contre, ces 2 bases \vec{h}_i et \vec{h}^i ne sont pas duales car $\vec{h}_i \cdot \vec{h}^j \neq \delta_i^j$

Enfin, un troisième jeu de paramètres (ξ^1, ξ^2) est défini, il correspond aux coordonnées dans le repère isoparamétrique de l'élément fini. Ces paramètres sont associés à la base naturelle $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\}$ de telle sorte que :

$$\begin{cases} \vec{g}_i = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \xi^i} \\ \vec{g}^i = \frac{\partial \xi^i}{\partial x^j} \vec{e}_j \end{cases} \quad i \in [1, 2], j \in [1, 3] \quad (1.21)$$

Considérant un élément courant, de nœuds M_1, M_2 et M_3 , on définit les points A et B de telle sorte que :

$$\begin{cases} \vec{k}_1 = \overrightarrow{AM_2} \\ \vec{k}_2 = \overrightarrow{BM_3} \end{cases} \quad \begin{cases} M_1 A = a \\ M_1 B = b \end{cases} \quad (1.22)$$

$$\text{Ainsi :} \quad \begin{cases} \vec{k}_1 = \vec{g}_1 - a \vec{g}_2 \\ \vec{k}_2 = \vec{g}_2 - b \vec{g}_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\vec{k}_1 \cdot \vec{g}^2 \\ b = -\vec{k}_2 \cdot \vec{g}^1 \end{cases} \quad (1.23)$$

On a donc la relation entre les 2 systèmes de coordonnées :

$$\begin{Bmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b \\ -a & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r^1 \\ r^2 \end{Bmatrix} \quad (1.24)$$

Et tout point P de l'élément, et en particulier les points de Gauss, pourra être caractérisé par ses coordonnées :

$$\overline{M_1P} = \xi^1 \overline{g_1} + \xi^2 \overline{g_2} = r^1 \overline{k_1} + r^2 \overline{k_2} \quad (1.25)$$

2. Définition de la déformation dans la direction i

Soit un champ de vecteur déplacement virtuel $\overline{\eta}(\xi^1, \xi^2)$, on définit alors le *tenseur gradient* $\overline{\nabla} \overline{\eta}$ qui associe à un vecteur matériel infinitésimal \overline{dx} le vecteur $\overline{d\eta}$ tel que :

$$\overline{d\eta} = \overline{\nabla} \overline{\eta} \cdot \overline{dx} \quad (1.26)$$

La définition du tenseur gradient nous donne :

$$\overline{\nabla} \overline{\eta} = \frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^i} \cdot \overline{k_j} (\overline{k^i} \otimes \overline{k^j}) \quad (1.27)$$

Alors la composante du tenseur gradient dans la direction des mèches $\overline{h_i}$:

$$\varepsilon_{ii} = \overline{h_i} \cdot \overline{\nabla} \overline{\eta} \cdot \overline{h_i} = \frac{1}{\|\overline{k_i}\|^2} \frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^i} \cdot \overline{k_i} \quad (1.28)$$

ε_{ii} est la composante axiale de la déformation, dans la direction de la mèche. Le calcul est fait en utilisant les vecteurs covariants naturels normés. Cette composante du tenseur gradient des déformations sera utilisée pour calculer les forces internes de tension dans l'élément fini associé.

3. Angle de cisaillement

Dans une première approche, l'angle de cisaillement d'un renfort de composite tissé correspond au changement d'angle entre les réseaux de mèches. A priori, ces réseaux sont perpendiculaires l'un par rapport à l'autre. Nous montrons ici comment est déterminé l'angle de cisaillement virtuel à partir d'un champ de déplacement virtuel $\overline{\eta}(\xi^1, \xi^2)$.

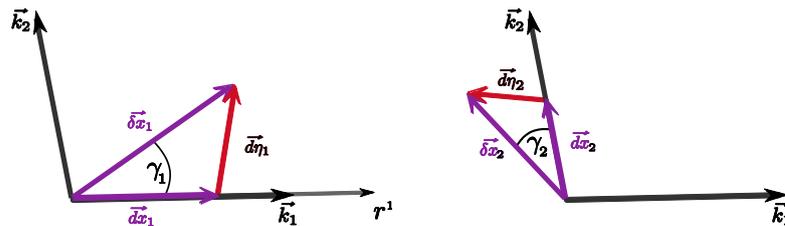


Figure XIII : Définition de l'angle de cisaillement

Soit un vecteur matériel infinitésimal \overline{dx} soumis au champ de déplacement virtuel $\overline{\eta}(\xi^1, \xi^2)$. On obtient alors le vecteur $\overline{\delta x}$ tel que : $\overline{\delta x} = \overline{dx} + \overline{d\eta}$

Ainsi, pour un vecteur matériel $\overline{dx_1}$ orienté dans la direction $\overline{k_1}$, il deviendra $\overline{\delta x_1}$. On note alors $\gamma_1 = \gamma_1(\overline{\eta})$ l'angle entre $\overline{dx_1}$ et $\overline{\delta x_1}$ de telle sorte que :

$$\sin(\gamma_1) = \frac{\overline{\delta x_1} \cdot \overline{k^2}}{\|\overline{\delta x_1}\| \|\overline{k^2}\|} = \frac{(\overline{dx_1} + \overline{d\eta_1}) \cdot \overline{h^2}}{\|\overline{\delta x_1}\|} \quad (1.29)$$

Hors $\overline{dx_1}$ est orienté par $\overline{k_1}$ donc orthogonal à $\overline{h^2}$ d'où :

$$\sin(\gamma_1) = \frac{(\overline{d\eta_1}) \cdot \overline{h^2}}{\|\overline{\delta x_1}\|} \quad (1.30)$$

En supposant le champ $\vec{\eta}(\xi^1, \xi^2)$ petit, nous pouvons faire les approximations $\|\overline{\delta x_1}\| = \|\overline{dx_1}\|$ et $\sin(\gamma_1) = \gamma_1$, donc :

$$\gamma_1 = \frac{(\overline{d\eta_1}) \cdot \overline{h^2}}{\|\overline{dx_1}\|} \quad (1.31)$$

On peut alors exprimer l'angle γ_1 en fonction du gradient des déformations :

$$\overline{d\eta_1} = \overline{\nabla \eta} \cdot \overline{dx_1} = \overline{\nabla \eta} \cdot (dx_1 \overline{h_1})$$

D'où :

$$\gamma_1 = (\overline{\nabla \eta} \cdot \overline{h_1}) \cdot \overline{h^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\|\overline{k^2}\| \|\overline{k_1}\|} (\overline{k^2} \cdot \overline{\nabla \eta} \cdot \overline{k_1}) = \frac{1}{\|\overline{k^2}\| \|\overline{k_1}\|} \left(\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^1} \cdot \overline{k_1} (\overline{k^2} \cdot \overline{k^1}) + \frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^2} \cdot \overline{k_1} (\overline{k^2} \cdot \overline{k^2}) \right)$$

Enfinement :

$$\gamma_1 = \left(\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^1} \cdot \overline{k_1} \right) \frac{(\overline{k^2} \cdot \overline{k^1})}{\|\overline{k^2}\| \|\overline{k_1}\|} + \left(\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^2} \cdot \overline{k_1} \right) \frac{\|\overline{k^2}\|}{\|\overline{k_1}\|} \quad (1.32)$$

Le même calcul est fait en considérant un vecteur matériel $\overline{dx_2}$ orienté dans la direction $\overline{k_2}$. On a alors :

$$\gamma_2 = -\frac{(\overline{d\eta_2}) \cdot \overline{h^1}}{\|\overline{dx_2}\|} \quad (1.33)$$

Soit après calculs :

$$\gamma_2 = -\left(\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^2} \cdot \overline{k_2} \right) \frac{(\overline{k^2} \cdot \overline{k^1})}{\|\overline{k^1}\| \|\overline{k_2}\|} - \left(\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial r^1} \cdot \overline{k_2} \right) \frac{\|\overline{k^1}\|}{\|\overline{k_2}\|} \quad (1.34)$$

Enfinement, la variation d'angle entre les 2 directions de mèches peut s'écrire :

$$\gamma = \gamma_1 - \gamma_2 = \overline{h^2} \cdot \overline{\nabla \eta} \cdot \overline{h_1} + \overline{h^1} \cdot \overline{\nabla \eta} \cdot \overline{h_2} \quad (1.35)$$

VIII Aide au calcul des forces internes de flexion

1. Courbure dans la direction d'une mèche

Soit w le déplacement normal au plan du triangle considéré. Ce déplacement est décomposé en 2 parties telles que $w = w^b + w^r$ avec w^b qui correspond au déplacement normal entraînant un changement de courbure et w^r qui correspond au déplacement normal entraînant une rotation de corps rigide de l'élément fini.

Alors la courbure s'écrit dans le repère local sous la forme :

$$\{\chi\} = \begin{Bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ 2\chi_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w^b}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w^b}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w^b}{\partial xy} \end{Bmatrix} \quad (1.36)$$

Alors la courbure moyenne dans l'élément peut s'écrire sous forme intégrale :

$$\{\chi\} = - \frac{1}{A_e} \iint_{A_e} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w^b}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w^b}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w^b}{\partial xy} \end{Bmatrix} dA \quad (1.37)$$

On définit alors les angles $c = \vec{n} \cdot \vec{e}_x$ et $s = \vec{n} \cdot \vec{e}_y$ tel que \vec{n} est le vecteur orthogonal sortant au bord de l'élément fini, dans le plan. Puis on applique la formule de Green-Ostrogradski :

$$\{\chi\} = - \frac{1}{A_e} \int_{\Gamma_e} \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & s \\ s & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial x} \\ \frac{\partial w^b}{\partial y} \end{Bmatrix} d\Gamma \quad (1.38)$$

On pose posant $L_{I_{coté}}$ la longueur du coté $I_{coté}$ opposé au nœud $I_{coté}$ et $d_{I_{coté}}$ la distance du nœud au coté opposé.

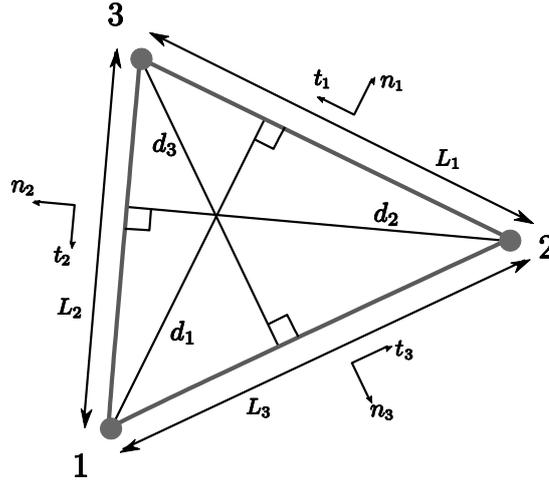


Figure XIV : Définition de la géométrie de l'élément fini pour le calcul en flexion

Alors :

$$\{\chi\} = - \sum_{I_{\text{coté}}=1}^3 \frac{2}{d_{I_{\text{coté}}}} \begin{bmatrix} c_{I_{\text{coté}}} & 0 \\ 0 & s_{I_{\text{coté}}} \\ s_{I_{\text{coté}}} & c_{I_{\text{coté}}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial x} \\ \frac{\partial w^b}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (1.39)$$

Ainsi, d'après la figure précédente (: Définition de la géométrie de l'élément fini pour le calcul en flexion) l'expression qui lie $\left\langle \frac{\partial w^b}{\partial x} \quad \frac{\partial w^b}{\partial y} \right\rangle$ aux coordonnées du gradient de w^b dans le repère locaux $\{\vec{n}_I, \vec{t}_I\}$ est :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial x} \\ \frac{\partial w^b}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_I & s_I \\ s_I & -c_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial n_I} \\ \frac{\partial w^b}{\partial t_I} \end{Bmatrix} \quad (1.40)$$

Hors, la formulation de l'élément S3 est issue d'une famille d'éléments finis de coque de Morley qui fait l'hypothèse que $\frac{\partial w^b}{\partial t_I} = 0$ sur le bord de l'élément, d'où :

$$\{\chi\} = - \sum_{I=1}^3 \frac{2}{d_I} \begin{Bmatrix} c_I^2 \\ s_I^2 \\ 2c_I s_I \end{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial n_I} \quad (1.41)$$

A partir de là, on peut déterminer l'expression de la courbure d'une fibre orientée par le vecteur unitaire \vec{h} tel que $\vec{h} = h_x \vec{e}_x + h_y \vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} \chi_{hh} &= \vec{h} \cdot \{\chi\} \cdot \vec{h} \\ &= h_x^2 \chi_{xx} + h_y^2 \chi_{yy} + 2h_x h_y \chi_{xy} \end{aligned} \quad (1.42)$$

Soit :

$$\chi_{hh} = - \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} \sum_{I=1}^3 \frac{2(\vec{k}_h \cdot \vec{n}_I)^2}{d_I} \frac{\partial w^b}{\partial n_I} \quad (1.43)$$

2. Rotation des cotés

Il s'agit maintenant de calculer $\frac{\partial w^b}{\partial n_i}$. Pour cela, F. Sabourin propose la rotation à l'aide de l'équation du déplacement d'une poutre d'Eluier Bernoulli de longueur $d_1 + d_2$ [Sabourin et al., 2006], ayant une liaison pivot à une distance d_1 et à laquelle on impose les conditions de déplacement $w(0) = w_1$ et $w(d_1 + d_2) = w_2$.

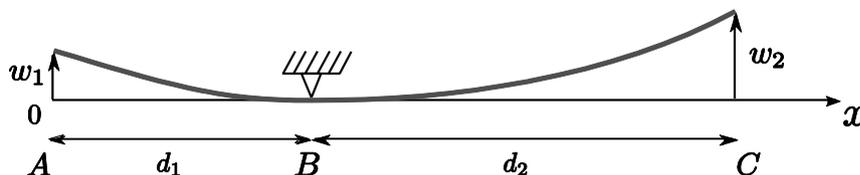


Figure XV : Poutre en flexion 3 points

Alors l'expression du déplacement normal en fonction de l'abscisse est donnée par :

$$w(x) = \left(\frac{w_1}{d_1} + \frac{w_2}{d_2} \right) (x - d_1) \frac{x}{d_1 + d_2} - \frac{w_1}{d_1} (x - d_1) \quad (1.44)$$

On définit la rotation de solide rigide du segment AB et du segment BC autour du point B :

$$\alpha_1 = \frac{w_1}{d_1} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{w_2}{d_2} \quad (1.45)$$

Soit après calcul :

$$\frac{\partial w^b}{\partial x} = \alpha_1 \frac{d_1}{d_1 + d_2} + \alpha_2 \frac{d_1}{d_1 + d_2} \quad (1.46)$$

Cette formule est le point de départ pour l'expression des rotations de flexion sur les bords des éléments. Le déplacement global est considéré comme le résultat de trois rotations successives $\frac{w_i}{d_i}$ autour des cotés i . Ce qui nous donne l'angle de rotation :

$$\vec{\alpha} = \frac{w_1}{d_1} \vec{t}_1 + \frac{w_2}{d_2} \vec{t}_2 + \frac{w_3}{d_3} \vec{t}_3 \quad (1.47)$$

En posant β_i l'angle au sommet i , on trouve :

$$\begin{cases} \vec{t}_2 = -\sin(\beta_3) \vec{n}_1 - \cos(\beta_3) \vec{t}_1 \\ \vec{t}_3 = -\sin(\beta_2) \vec{n}_1 - \cos(\beta_2) \vec{t}_1 \end{cases} \quad (1.48)$$

Puis :

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{w_1}{d_1} - \frac{w_2}{d_2} \cos(\beta_3) - \frac{w_3}{d_3} \cos(\beta_2) \\ \alpha_2 = \frac{w_2}{d_2} - \frac{w_3}{d_3} \cos(\beta_1) - \frac{w_1}{d_1} \cos(\beta_3) \\ \alpha_3 = \frac{w_3}{d_3} - \frac{w_1}{d_1} \cos(\beta_2) - \frac{w_2}{d_2} \cos(\beta_1) \end{cases} \quad (1.49)$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1} & -\frac{\cos(\beta_3)}{d_2} & -\frac{\cos(\beta_2)}{d_3} \\ -\frac{\cos(\beta_3)}{d_1} & \frac{1}{d_2} & -\frac{\cos(\beta_1)}{d_3} \\ -\frac{\cos(\beta_2)}{d_1} & -\frac{\cos(\beta_1)}{d_2} & \frac{1}{d_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{Bmatrix} \quad (1.50)$$

On a donc l'expression de la courbure le long d'un vecteur directeur \bar{h} en un point d'un élément en fonction du déplacement des nœuds w_i et des caractéristiques géométriques. Ceci va nous permettre de calcul l'expression de la courbure en fonction du déplacement des nœuds voisins.

On considère l'élément ayant pour nœuds 1, 2 et 3, ainsi que les 3 éléments voisins (Figure XVI) :

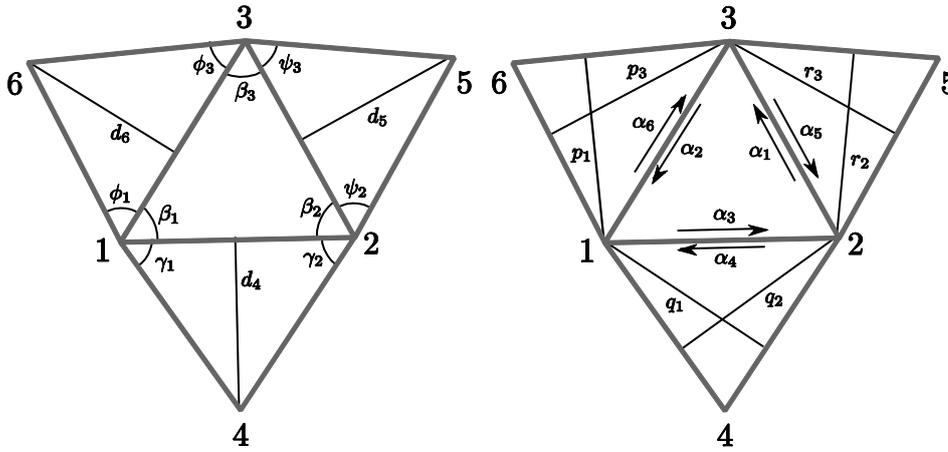


Figure XVI : Définition des liaisons entre un élément fini et ses voisins

Soit $\langle e_1^z \rangle$, $\langle e_4^z \rangle$, $\langle e_5^z \rangle$ et $\langle e_6^z \rangle$ les vecteurs normaux aux triangles (1;2;3), (1;4;2), (2;5;3) et (3;6;1) dans le repère global et $\langle u_i \rangle$ les DDL des nœuds i . On en déduit l'expression qui lie les déplacements aux rotations de corps rigide des triangles autour de leur cotés :

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1} \langle e_1^z \rangle & -\frac{\cos(\beta_3)}{d_2} \langle e_1^z \rangle & -\frac{\cos(\beta_2)}{d_3} \langle e_1^z \rangle \\ -\frac{\cos(\beta_3)}{d_1} \langle e_1^z \rangle & \frac{1}{d_2} \langle e_1^z \rangle & -\frac{\cos(\beta_1)}{d_3} \langle e_1^z \rangle \\ -\frac{\cos(\beta_2)}{d_1} \langle e_1^z \rangle & -\frac{\cos(\beta_1)}{d_2} \langle e_1^z \rangle & \frac{1}{d_3} \langle e_1^z \rangle \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_1\} \\ \{u_2\} \\ \{u_3\} \end{Bmatrix} \quad (1.51)$$

$$\alpha_4 = \left\langle \frac{1}{d_4} \langle e_4^z \rangle \quad -\frac{\cos(\gamma_2)}{q_1} \langle e_4^z \rangle \quad -\frac{\cos(\gamma_1)}{q_2} \langle e_4^z \rangle \right\rangle \begin{Bmatrix} \{u_4\} \\ \{u_1\} \\ \{u_2\} \end{Bmatrix} \quad (1.52)$$

$$\alpha_5 = \left\langle \frac{1}{d_5} \langle e_5^z \rangle \quad -\frac{\cos(\psi_3)}{r_2} \langle e_5^z \rangle \quad -\frac{\cos(\psi_2)}{r_3} \langle e_5^z \rangle \right\rangle \begin{Bmatrix} \{u_5\} \\ \{u_2\} \\ \{u_3\} \end{Bmatrix} \quad (1.53)$$

$$\alpha_6 = \left\langle \frac{1}{d_6} \langle e_6^z \rangle - \frac{\cos(\varphi_3)}{p_1} \langle e_6^z \rangle - \frac{\cos(\varphi_1)}{p_3} \langle e_6^z \rangle \right\rangle \begin{Bmatrix} \{u_6\} \\ \{u_1\} \\ \{u_3\} \end{Bmatrix} \quad (1.54)$$

Les expressions (1.51) à (1.54) lient les rotations de corps rigides des quatre éléments finis autour des cotés du triangle considéré au degrés de liberté en déplacement de ces même éléments. On peut alors écrire une relation de la forme :

$$\{\alpha\} = [R]\{u\} \quad (1.55)$$

Alors on calcule les rotations de courbure sur les cotés de l'élément. Trois cas se présentent :

Le coté i est libre.

Ainsi la rotation de courbure $\frac{\partial w^b}{\partial n_i}$ est nulle.

Le coté i est bloqué en rotation.

La rotation de courbure $\frac{\partial w^b}{\partial n_i}$ est égale à la rotation de corps rigide α_i . Ce cas apparaît en cas d'encastrement ou en dans le cas d'une symétrie plane.

Le coté i a un élément voisin.

En se basant sur l'équation (1.46), on obtient :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial n_1} \\ \frac{\partial w^b}{\partial n_2} \\ \frac{\partial w^b}{\partial n_3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d_1}{d_1 + d_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{d_1}{d_1 + d_5} & 0 \\ 0 & \frac{d_2}{d_2 + d_6} & 0 & 0 & 0 & \frac{d_2}{d_2 + d_6} \\ 0 & 0 & \frac{d_3}{d_3 + d_4} & \frac{d_3}{d_3 + d_4} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (1.56)$$

Ainsi en combinant l'équation (1.43) avec l'équation (1.56), on obtient une relation que l'on peut écrire sous la forme :

$$\chi_{hh} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} [D_h] \{\alpha\} \quad (1.57)$$

Finalement la courbure d'un élément selon une direction $\frac{\partial w^b}{\partial n_i}$ peut s'écrire sous la forme matricielle en fonction des déplacements de l'élément considéré et des 3 éléments adjacents :

$$\chi_{hh} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} [D_h] \{\alpha\} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} [D_h] [R] \{u\} \quad (1.58)$$

Soit :

$$\chi_{hh}(\vec{u}) = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} \langle B_{bhh} \rangle \{u\} \quad (1.59)$$

IX Tableaux des simulations

1. Simulation de l'essai de Bias-test

paramètre	valeur	paramètre	valeur
Element de coque pour la direction chaîne		Element de coque pour la direction trame	
Rigidité en traction direction 1	$1,10.10^4 N.mm^{-1}$	Rigidité en traction direction 1	$8,40.10^3 N.mm^{-1}$
Rigidité en traction direction 2	$1,10.10^2 N.mm^{-1}$	Rigidité en traction direction 2	$8,40.10^{-3} N.mm^{-1}$
Rigidité en compression direction 1	$1,10. N.mm^{-1}$	Rigidité en compression direction 1	$0,84. N.mm^{-1}$
Rigidité en compression direction 2	$1,10 N.mm^{-1}$	Rigidité en compression direction 2	$0,84. N.mm^{-1}$
Rigidité en flexion direction 1	$0,7 N$	Rigidité en flexion direction 1	$0,62 N$
Rigidité en flexion direction 2	$0 N$	Rigidité en flexion direction 2	$0 N$
Rigidité en cisaillement	$4,13. 10^3 Nmm^{-1}$	Rigidité en cisaillement	$4,13. 10^3 Nmm^{-1}$
Epaisseur	$0,2 mm$	Epaisseur	$0,2 mm$
Element de barre pour les coutures		Paramètres de calcul	
Rigidité en traction	$120 N.mm^{-2}$	Vitesse des mors	$18 mm.min^{-1}$
rigidité en compression	$1,2.10^4 N.mm^{-2}$	Incrément de déplacement	$3.10^{-5} mm$
Paramètres de frottement		Pas de temps	$1.10^{-4} s$
Coefficient de frottement barre/coque	$0,175$		
Effort au seuil de frottement	$6,16.10^{-5} N.mm^{-2}$		
Coefficient de frottement coque/coque	$0,18$		

Tableau VII : Données pour la simulation de l'essai de Bias-test

2. Simulation de l'essai d'emboutissage hémisphérique

paramètre	valeur	paramètre	valeur
Element de coque pour la direction chaîne		Element de coque pour la direction trame	
Rigidité en traction direction 1	$1,10.10^4 \text{ N.mm}^{-1}$	Rigidité en traction direction 1	$8,40.10^3 \text{ N.mm}^{-1}$
Rigidité en traction direction 2	$1,10.10^{-2} \text{ N.mm}^{-1}$	Rigidité en traction direction 2	$8,40.10^{-3} \text{ N.mm}^{-1}$
Rigidité en compression direction 1	$1,10. \text{ N.mm}^{-1}$	Rigidité en compression direction 1	$0,84. \text{ N.mm}^{-1}$
Rigidité en compression direction 2	$1,10 \text{ N.mm}^{-1}$	Rigidité en compression direction 2	$0,84. \text{ N.mm}^{-1}$
Rigidité en flexion direction 1	$0,7 \text{ N}$	Rigidité en flexion direction 1	$0,62 \text{ N}$
Rigidité en flexion direction 2	0 N	Rigidité en flexion direction 2	0 N
Rigidité en cisaillement	$4,13. 10^3 \text{ N.mm}^{-1}$	Rigidité en cisaillement	$4,13. 10^3 \text{ N.mm}^{-1}$
Epaisseur	$0,2 \text{ mm}$	Epaisseur	$0,2 \text{ mm}$
Element de barre pour les coutures		Paramètres de calcul	
Rigidité en traction	120 N.mm^{-2}	Vitesse des mors	60 mm.min^{-1}
rigidité en compression	$1,2.10^{-4} \text{ N.mm}^{-2}$		
Paramètres de frottement			
Coefficient de frottement barre/coque	$0,175$		
Effort au seuil de frottement	$6,16.10^{-5} \text{ N.mm}^{-2}$		
Coefficient de frottement coque/coque	$0,18$		

Tableau VIII : Données pour la simulation de l'essai d'emboutissage hémisphérique

BIBLIOGRAPHIE

- [Aimene, 2007] **Y. AIMENE**. Approche hyper-élastique pour la simulation des renforts fibreux en grandes transformations. Thèse de doctorat LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 133 p., 2007.
- [Allaoui et al., 2011] **A. ALLAOUI, P. BOISSE, S. CHATEL, N. HAMILA, G. HIVET, D. SOULAT, E. VIDAL-SALLE**. Experimental and numerical analyses of textile reinforcement forming of a tetrahedral shape. *Composite Part A*. vol. 42, n°6, pp.612-622, 2011.
- [Badel, 2008] **P. BADEL**. Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X. Thèse LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 149 p., 2008.
- [Beardman, 1989] **P. BEARDMAN**. Automotive components: fabrication. In: A. Kelly, editor. *Concise encyclopedia of composite materials*, Oxford: Pergamon Press, pp. 24–31, 1989.
- [Bel, 2008] **S. BEL**. Élément quadrangulaire 2D pour l'étude du comportement en cisaillement des composites tissés. Analyse du verrouillage en cisaillement intrapli. Rapport de Master. Master Recherche LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 80 p., 2008.
- [Bel et al., 2011] **S. BEL, P. BOISSE, F. DUMONT**. Analyses of the Deformation Mechanisms of Non-Crimp Fabric Composite Reinforcements during Preforming, *Applied Composite Materials*, 2011, online first.
- [Belytschko, 1983] **T. BELYTSCHKO**. An overview of semidiscretisation and time integration procedures. In: Belytschko T. and Hughes T.J.R., editor. *Computation methods for transient analysis*. Elsevier Science, pp. 1-65, 1983.
- [Belytschko et al., 2000] **T. BELYTSCHKO, W.K. LIU**, Nonlinear finite element for continua and structures. New York,: Wiley, 600p., 2000.
- [Berthelot, 1999] **J-M. BERTHELOT**, Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures. 3ème éd. Paris : Tec & Doc, 642 p., 1999.
- [Boisse et al., 1995] **P. BOISSE, A. CHEROUAT, J.C. GELIN, H. SABHI**. Experimental study and finite element simulation of a glass fiber fabric shaping process. *Polymer composites*, vol. 16, n°1, pp. 83-95, 1995.
- [Boisse et al., 1997] **P. BOISSE, M. BORR, K. BUET, A. CHEROUAT**. Finite element simulations of textile composite forming including the biaxial fabric behaviour. *Composites Part B: Engineering*, vol. 28, n°4, pp. 453-464, 1997.
- [Boisse et al., 2001a] **P. BOISSE, K. BUET, J.L. GASSER, J. LAUNAY**. Meso/macro-mechanical behaviour of textile reinforcements for thin composites. *Composite Science and Technology*, vol. 61, n°3, pp. 395-401, 2001.
- [Boisse et al., 2001b] **P. BOISSE, J.L. DANIEL, G. HIVET, D. SOULAT**. A simplified explicit approach for simulations of fibre fabric deformation during manufacturing performs for R.T.M. process. *International Journal of Forming Processes*, vol. 3, n°3-4, pp. 351-363, 2001.
- [Boisse et al., 2001c] **P. BOISSE, A. GASSER, J. POIRIER, J. ROUSSEAU**. Simulations of thermomechanical behaviour of composite refractory linings. *Composites: Part B*, vol. 32, pp. 461-474, 2001.
- [Boisse, 2004] **P. BOISSE**. Mise en forme des renforts fibreux de composites. *Techniques de l'ingénieur*, AM 3734, 10 p., 2004.

- [Boisse et al., 2005a] **P. BOISSE, B. ZOUARI, J.L. GASSER.** A mesoscopic approach for the simulation of woven fibre composite forming. *Composites Science and Technology*, vol. 64, n°3-4, pp. 429-436, 2005.
- [Boisse et al., 2005b] **P. BOISSE, A. GASSER, B. HAGEGE, J.L. BILLOËT.** Analysis of the mechanical behaviour of woven fibrous material using virtual tests at the unit cell level. *Journal of Materials Sciences*, vol. 40, pp. 5955-5962, 2005.
- [Boisse et al., 2011] **P. BOISSE, N. HAMILA, E. VIDAL-SALLE, F.DUMONT.** Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. Influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses. *Composites Science and Technology*, vol. 71, pp. 632-691, 2011.
- [Bonet et al., 1997] **J. BONET, R.D. WOOD.** Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [Borouchaki et al., 2002] **H. BOROUCHAKI, A. CHEROUAT.** Une nouvelle approche géométrique pour le drapage de structures composites. *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol. 12, n°3, pp. 407-421, 2002.
- [Brunet et al., 1995] **M. BRUNET, F. SABOURIN.** A simplified triangular shell element with a necking criterion for 3-D sheet forming analysis. *Journal of Material Processing Technology*, vol. 30, pp. 238-251, 1995.
- [Buet, 1998] **K. BUET.** Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés, Thèse de doctorat LM2S. Orléans : Université d'Orléans, 129 p., 1998.
- [Buet et al., 2001] **K. BUET, P. BOISSE.** Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements. *Experimental Mechanics*, vol. 41, n°3, pp. 260-269, 2001.
- [Cao et al., 2008] **J. CAO, R. AKKERMAN, P. BOISSE, J. CHEN, H.S. CHENG, E.F. DE GRAAF, J.L. GORCZYCA, P. HARRISON, G. HIVET, J. LAUNAY, W. LEE, L. LIU, S.V. LOMOV, A. LONG, E. DE LUYCKER, F. MORESTIN, J. PADVOISKIS, X.Q. PENG, J. SHERWOOD, T. STOILOVA, X.M. TAO, I. VERPOEST, A. WILLEMS, J. WIGGERS, T.X. YU, B. ZHU.** Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: Experimental methods and benchmark results. *Composites: Part A*, vol. 39, n°6, pp. 1037-1053, 2008.
- [Carpenter et al., 1991] **N.J. CARPENTER, R.L. TAYLOR, M.G. KATONA.** Lagrange constraints for transient finite element surface contact, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 32, pp. 103-128, 1991.
- [Creech, 2006] **G. CREECH.** Mesoscopic finite element modelling of non-crimp fabrics for drape and failure analyses, Phd Thesis, Cranfield University, 2006.
- [Creech et al., 2006] **G. CREECH, A.K. PICKETT.** Meso-modelling of Non-Crimp Fabric composites for coupled drape and failure analysis, *Journal of material Sciences*, vol. 41, pp. 6725-6736, 2006.
- [De Bilbao, 2008] **E. DE BILBAO.** Analyse et identification du comportement en flexion des renforts fibreux de composites. Thèse de doctorat Institut Prisme, Orléans : Université d'Orléans, 129 p., 2008.
- [De Luycker, 2009] **E. DE LUYCKER.** Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks. Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 148 p., 2009.

- [De Luycker et al., 2009] **E. DE LUYCKER, F. MORESTIN, P. BOISSE, D. MARSAL.** Simulation of 3D interlock composite preforming, *Composite Structures*, vol. 88, pp. 615-623, 2009.
- [Dong et al., 2001] **L. DONG, C. LEKAKOU, M.G. BADER.** Processing of composites: Simulations of the draping of fabrics with updated material behaviour law. *Journal of Composites Materials*, vol. 35, n°2, 2001.
- [Drapier et al., 1999] **S. DRAPIER, M.R. WISNOM.** A finite-element investigation of the interlaminar shear behaviour of non-crimp-fabric-based composites, *Composites Science and Technology*, vol. 59, pp. 2351-2362, 1999.
- [Du et al., 1996] **G.W. DU, F. KO.** Analysis of multiaxial warp-knit performs for composite reinforcement, *Composites Science and Technology*, vol. 56, pp. 256-260, 1996.
- [Duhovic et al., 2006] **M. DUHOVIC, D. BHATTACHARYYA.** Simulating the Deformation Mechanisms of Knitted Fabric Composites. *Composites Part A*, vol. 37, n°11, pp. 1897-1915, 2006.
- [Dumont, 2003] **F. DUMONT.** Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de composites tissés. Thèse de doctorat. Paris : Université Paris 6, 2003.
- [Dumont et al., 2008] **F. DUMONT, C. WEIMER, D. SOULAT, J. LAUNAY, S. CHATEL, S. MAISON-LE-POEC.** Composites performs simulations for helicopters parts, *International Journal of material forming suppl. 1*, pp. 847-8501, 2008.
- [Dupupet, 2008] **G. DUPUPET.** Fibres de carbone, *Techniques de l'ingénieur*, AM 5134, 15 p., 2008.
- [Durville, 2002] **D. DURVILLE.** Modélisation par éléments finis des propriétés mécaniques des structures textiles. *European Journal of Computational Mechanics*, vol. 11, n°2-3-4, pp ; 463-477, 2002.
- [Gatouillat, 2010] **S. GATOULLAT.** Approche mésoscopique pour la mise en forme des renforts tissés de composites, Thèse de doctorat LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 128 p., 2010
- [Gay, 1997] **D. GAY.** Matériaux composites. 4ème éd. Paris : Hermès , 672 p. (Matériaux) ISBN 2-86601-586-X, 1997.
- [Giraud, 2009] **J. GIRAUD.** Mise en forme de pièces composites pour hélicoptères : Caractérisation et simulation de renforts NCF. Rapport de Master. Master Recherche LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 67 p., 2009.
- [Greve et al., 2001] **L. GREVE, A.K PICKETT.** Modelling damage and failure in carbon/epoxy non-crimp fabric including effects of fabric pre-shear, *Composites: Part A 37 (2006) 1986-2001*
- [Hagege, 2004] **B. HAGEGE.** Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations. Thèse de doctorat. Paris : ENSAM, 263 p., 2004.
- [Hamila, 2007] **N. HAMILA.** Simulation de la mise en forme des renforts composites mono et multi plis. Thèse LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 137 p., 2007.
- [Hamila et al., 2008] **N. HAMILA, P. BOISSE.** Simulations of textile composite reinforcement draping using a new semi-discrete three node finite element. *Composites: Part B*, vol. 39, pp. 999-1010, 2008.
- [Hamila et al., 2009] **N. HAMILA, P. BOISSE, F. SABOURIN, M. BRUNET.** A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation, *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 79, pp. 1443-1466, 2009.

- [Harrison et al., 2003] **P. HARRISON, J. WIGGERS, A.C. LONG, C.D. RUDD.** Constitutive modelling based on meso and micro kinematics for woven and stitched dry fabrics, Proc. Of the 14th ICCM, July, San Diego, 10 pp., 2003.
- [Harrison et al., 2004] **P. HARRISON, M.J. CLIFFORD, A.C. LONG.** Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame and bias extension experiments. Composites Science and Technology, vol. 64, n°10-11, pp. 1453–1465, 2004.
- [Harrison et al., 2005] **P. HARRISON, M.K. TAN, A.C. LONG.** Kinematics of Intra-ply slip in textile composites during bias extension tests, Proc. of the 8th Esaform conference on material forming, 27th-29th April, Cluj-Napoca, Romania, pp. 987-990, 2005.
- [Hivet, 2003] **G. HIVET.** Modélisation mésoscopique pour le comportement bi-axial et la mise en forme des renforts de composites tissés. Thèse de doctorat LMSP. Orléans : Université d'Orléans, 146 p., 2003.
- [Hughes et al., 1980] **T.J.H. HUGHES, J. WINGET.** Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large deformation analysis. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 15, pp. 1862-1867, 1980.
- [Hughes, 1987] **T.J.H. HUGHES.** The finite element method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987.
- [Indermaur et al., 1999] **M. INDERMAUR, P. SIMACEK, S.G. ADVANI.** The influence of draping on the filling of doubly curved molds in the resin transfer molding process. International Journal of Forming Processes, 2, n°3-4, pp. 321-351, 1999.
- [Jaeger, 2005] **J. Jaeger.** Gauss-Seidel method for frictional contact problems. Chapitre 9 in: New solutions in contact mechanics; Germany: WIT Press, 328 p., 2005.
- [Johnson, 1995] **A.F. JOHNSON.** Rheological model for the forming of fabric-reinforced thermoplastic sheets. Composites Manufacturing, vol. 6, n°3-4, pp. 153-160, 1995.
- [Kawabata et al., 1973a] **S. KAWABATA, M. NIWA, H. KAWAI.** The finite-deformation theory of plain weave fabrics – part I : the biaxial deformation theory. Journal of the Textile Institute, vol. 64, n°1, pp. 21-46, 1973.
- [Kawabata et al., 1973b] **S. KAWABATA, M. NIWA, H. KAWAI.** The finite-deformation theory of plain weave fabrics – part III : the shear deformation theory. Journal of the Textile Institute, vol. 64, n°2, pp. 62-85, 1973.
- [Knipprath et al., 2008] **C. KNIPPRATH, A.A. SKORDOS, A.A. PICKETT.** A simplified discrete finite element model for non-crimp fabric composites, 13th European Conference on Composite Materials, Stockholm, Sweden, 2008.
- [Koissin et al., 2009] **V. KOISSIN, J. KUSTERMANS, S.V. LOMOV, I. VERPOEST, B. VAN DEN BROUCKE, V. WITZEL.** Structurally stitched NCF performs : Quasi-static response, Composites science and technology, vol. 69, pp. 2701-2710, 2009
- [Kong et al., 2004] **H. KONG, A.P. MOURITZ, R. PATON.** Tensile extension properties and deformation mechanisms of multiaxial non-crimp fabrics, Composites Structures, vol. 66, pp. 249-259, 2004.
- [Launay et al., 2008] **J. LAUNAY, G. HIVET, A.V. DUONG, P. BOISSE.** Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements. Composites Science and Technology, vol. 68, n°2, pp. 506- 515, 2008.

- [Lee et al., 2007] **J.S. LEE, S.J. HONG, W-R. YU, T.J. KANG.** The effect of blank holder force on the stamp forming behaviour of non-crimp fabric with a chain stitch, *Composites science and technology*, vol. 67, pp. 357-366, 2007.
- [Loendersloot et al., 2006] **R. LOENDERSLOOT, S.V. LOMOV, R. AKKERMAN, I. VERPOEST.** Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part V: Geometry of sheared biaxial fabrics, *Composites: Part A*, vol. 37, pp. 103-113, 2006.
- [Loix et al., 2008] **F. LOIX, P. BADEL, L. ORGEAS, C. GEINDREAU, P. BOISSE.** Woven fabric permeability: From textile deformation to fluid flow mesoscale simulations. *Composites Science and Technology*, vol. 68, pp. 1624–1630, 2008.
- [Lomov et al., 2002] **S.V. LOMOV, E.B. BELOV, T. BISCHOFF, B.B. GHOSH, T. TRUONG CHI, I. VERPOEST.** Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 1. Geometry of the preform, *Composites: Part A*, vol. 33, pp. 1171-1183, 2002.
- [Lomov et al., 2003] **S.V. LOMOV, I. VERPOEST, M. BARBURSKI, J. LAPERRE.** Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 2. KES-F Characterisation of the deformability of the preforms at low loads, *Composites: Part A*, vol. 34, pp. 359-370, 2003.
- [Lomov et al., 2005] **S.V. LOMOV, M. BARBURSKI, TZ. STOILOVA, I. VERPOEST, R. AKKERMAN, R. LOENDERSLOOT, R.H.W. TEN THIJE.** Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 3: Biaxial tension, picture frame and compression tests of the preforms, *Composites: Part A*, vol. 36, pp. 1188-1206, 2005.
- [Lomov et al., 2008] **S.V. LOMOV, P. BOISSE, E. DE LUYCKER, F. MORESTIN, K. VANCLOOSTER, D. VANDEPITTE, I. VERPOEST, A. WILLEMS.** Fullfield strain measurements in textile deformability studies. *Composites Part A*, vol. 39, n°8, pp. 1232-1244, 2008.
- [Lucas et al., 2007] **P. LUCAS, G. ZANELLA.** Mise en œuvre des composites TP, *Compounds à fibres courtes et longues. Techniques de l'ingénieur*, AM 5 235, 8 p., 2007.
- [Mattsson et al., 2007] **D. MATTSSON, R. JOFFE, J. VARNA.** Methodology of characterisation of internal structure parameters governing performance in NCF composites, *Composites: Part B*, vol. 38, pp. 44-57, 2007.
- [Mazumdar, 2005] **S. MAZUMDAR.** Aerospace market forecast: what is in it for composites? *High Performance Composites*, 2005.
- [McGuinness et al., 1997] **G.B. MCGUINNESS, C.M. O'BRADAIGH.** Development of rheological model for forming flow and picture-frame shear testing of fabric reinforced thermoplastic sheets. *Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics*, vol. 73, n°1-2, pp. 1-28, 1997.
- [Parnas, 2000] **R.S. PARNAS.** *Liquid Composite Molding*. Hanser Garner publications, 2000.
- [Peng et al., 2004] **X.Q. PENG, J. CAO, J. CHEN, P. XUE, D.S. LUSSIER, L. LIU.** Experimental and numerical analysis on normalization of picture frame tests for composite materials. *Composites Science and Technology*, vol. 64, n°1, pp. 11-21, 2004.
- [Peng et al., 2005] **X. PENG, J. CAO.** A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites Part A*, vol. 36, pp.859–874, 2005.
- [Pickett et al., 2005] **A.K. PICKETT, G. CREECH, P. DE LUCA.** Simplified and Advanced Simulation Methods for Prediction of Fabric Draping. *European Journal of Computational Mechanics*, vol. 14, n°6-7, pp. 677-691, 2005.
- [Pora, 2001] **J. PORA.** Composite materials in the airbus A380 – from history to future. In: *Proceedings of ICCM13, Plenary lecture, CD-ROM*; 2001.

Bibliographie

- [Potter, 1999] **K.D. POTTER.** History of the resin transfer moulding for aerospace applications. Composites Part A, vol. 30, pp. 757-765, 1999.
- [Potter, 2002a] **K. POTTER.** Bias extension measurements on cross-plyed unidirectional prepreg. Composites Part A, vol. 33, n°1, pp. 63-73, 2002.
- [Potter, 2002b] **K. POTTER.** Beyond the pin-jointed net: the deformability of aligned continuous fibre reinforcements. Composite Part A, vol. 33, pp. 677-686, 2002.
- [Prodormou et al., 1997] **A.G. PRODORMOU, J. CHEN.** On the relationship between shear angle and wrinkling of textile composite preforms. Composites Part A, vol. 28, n°5, pp. 491-503, 1997.
- [Riccio et al., 2007] **A. RICCIO, M. ZARELLI, N. TESSITORE.** A numerical model for delamination growth simulation in non-crimp fabric composites, Composites Science and technology, vol. 67, pp. 3345-3359, 2007.
- [Robin, 2003] **J.-J. ROBIN.** Recyclage des thermoplastiques, Techniques de l'ingénieur, AM 3822, 16p., 2003.
- [Rudd et al., 1997] **C.D. RUDD, A.C. LONG.** Liquid Molding Technologies. ed. Woodhead Publishing Limited, 1997.
- [S&P, 2011] **S&P.** Treillis d'armature S&P pré enrobés de bitume [en ligne], < <http://www.reinforcement.ch/products/asphalt-reinforcement/vorbituminierte-sp-armierungsgitter/?L=2> >, 2011.
- [Sabourin et al., 2006] **F. SABOURIN, M. BRUNET.** Detailed formulation of the rotation-free triangular element "S3" for general purpose shell analysis. Engineering computations, vol. 23, n°5, pp. 469-502, 2006.
- [Schnur et al., 1992] **D.S. SCHNUR, N. ZABARAS.** An inverse method for determining elastic material properties and a material interface. International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol. 33, pp. 2039-2057, 1992.
- [Smith, 1990] **C.S. SMITH.** Design of marine structures in composite materials. London: Elsevier Applied Science, 1990.
- [Spencer, 2000] **A.J.M. SPENCER.** Theory of fabric-reinforced viscous fluid. Composite Part A, vol. 31, pp. 1311-1321, 2000.
- [Strauf Amabile et al., 2010] **M. STRAUF AMABILE, V. ECKERS, T. GRIES.** Draping of non-crimp fabrics for fibre reinforced composites, International Journal of Material Forming, vol. 3, pp. 647-650, 2010.
- [Ten Thije, 2007] **R. TEN THIJE.** Finite element simulations of laminated composite forming processes, Thèse de doctorat : Universiteit Twente, Twente, 144 p., 2007.
- [Tessitore et al., 2006] **N. TESSITORE, A. RICCIO.** A novel FEM model for biaxial non-crimp fabric composite materials under tension, Computer and structure, Vol. 84, pp. 1200-1207, 2006.
- [Truong et al., 2005] **T.C. TRUONG, M. VETTORI, S. LOMOV, I. VERPOEST.** Carbone composites based on multi-axial multiply stitched preforms. Part 4. Mechanical properties of composites and damage observation, Composites Part A, vol. 36, pp. 1207-1221, 2005.
- [Truong et al., 2008] **T.C. TRUONG, D.S. IVANOV, D.V. KLIMSHIN, S.V. LOMOV, I. VERPOEST.** Carbon composites based on multi-axial multi-plied stitched preforms. Part 7: Mechanical

properties and damage observations in composites with sheared reinforcement, Composites Part A, vol. 39, pp. 1380-1393, 2008.

- [Vallons et al., 2007] **K. VALLONS, M. ZENG, S. LOMOV, I. VERPOEST**. Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 6. Fatigue behaviour at low loads : Stiffness degradation and damage development, Composites Part A, vol. 38, pp. 1633-1345, 2007.
- [Van Der Ween, 1991] **F. VAN DER WEEN**. Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 31, n°7, pp. 1415-1426, 1991.
- [Verrey et al., 2006] **J. VERREY, M.D. WAKEMAN, V. MICHAUD, J-A.E. MÅNSON**. Manufacturing cost comparison of thermoplastic and thermoset RTM for an automotive floor pan Composites Part A, vol. 37, pp. 9-22, 2006.
- [Wang et al., 1998] **J. WANG, J. R. PAGE, R. PATON**. Experimental investigation of the draping properties of reinforcement fabrics, Composites Science and Technology, vol. 58, n°2, pp. 229-237, 1998.
- [Yu et al., 2004] **W.R. YU, P. HARRISON, A.C. LONG**. Ideal forming of non-crimp fabric performs through optimization of blank shape and blank holding force, Proc. Of Esaform, pp. 309-312, 2004
- [Yu et al., 2005] **W.R. YU, P. HARRISON, A.C. LONG**, Finite element forming simulation of non-crimp fabrics using a non-orthogonal constitutive equation, Composites Part A, vol. 36, pp. 1079-1093, 2005.
- [Zienkiewicz et al., 2000] **O.C. ZIENKIEWICZ, R.L. TAYLOR**. The finite element method, volume 1: The basis. Edition 5, Swansea: Butterworth Heinmann, 689 p., 2000.
- [Zouari et al., 2003] **B. ZOUARI, F. DUMONT, J.L. DANIEL, P. BOISSE**. Studies of woven fabric shearing by optical method and implementation in a finite element program. Proceedings of Esaform, vol. 6, pp. 875-878, 2003.

Bibliographie

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Nom : BEL Date de soutenance : 22 Novembre 2011

Prénoms : Sylvain

Titre : Analyse et simulation de la mise en forme des renforts de composites NCF

Nature : Doctorat

Numéro d'ordre : AAAAISALXXXX

Ecole doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

Spécialité : Mécanique

Résumé :

Grâce à leur géométrie spécifique, faite d'une superposition de couches unidirectionnelles de fibres continues, liées par des coutures plus ou moins complexes, les renforts NCF (Non-Crimp Fabric) possèdent une combinaison de propriétés intéressantes. Ces propriétés permettent l'utilisation de procédés de production tels que le procédé RTM (Resin Transfer Moulding) et permettent l'utilisation des caractéristiques de rigidité élevée des fibres dans la pièce finale. Ainsi, ces renforts trouvent des applications dans différents secteurs de l'industrie des composites et notamment en aéronautique. Les couches, formées de fibres parallèles juxtaposées, sont liées par différents types de coutures. Ce lien conduit à des propriétés différentes de celles observées sur un renfort tissé où les mèches de chaîne et de trame sont liées par entrelacement. Par conséquent, la cinématique de déformation des renforts NCF secs lors de la mise en forme peut être différente.

Dans ce travail de recherche, nous menons d'abord une étude expérimentale sur les mécanismes de déformation se produisant lors de tests élémentaires et lors d'une expérience d'emboutissage. Plusieurs renforts NCF et un renfort interlock sont étudiés. Ensuite, nous introduisons un nouveau modèle pour la simulation de la mise en forme du renfort de composite NCF sec. Cette approche implique l'utilisation d'éléments finis lagrangien semi-discrets pour représenter les couches et d'éléments de barres pour représenter les coutures. Ce modèle nécessite un algorithme de contact spécifique pour gérer la relation entre les éléments finis. Une loi de frottement de Coulomb avec seuil de glissement est utilisée. Enfin, le modèle est validé par l'intermédiaire de l'essai de bias test puis la mise en forme sur un hémisphère est simulée et comparée à l'expérience.

Mots-clés : Non Crimp Fabric (NCF), renfort textile, mise en forme, caractérisation mécanique, simulation éléments finis.

Laboratoire (s) de recherche : Université de Lyon, CNRS
INSA-Lyon, LaMCoS UMR 5259, F-69621, France

Directeur de thèse: Philippe BOISSE

Président de jury :

Composition du jury : Véronique Michaud Sylvain Drapier
Arnaud Poitou Jacques Lamon
Philippe Boisse Nahiène Hamila
François Dumont