N° d'ordre : 2005 ISAL 0048 Année 2005

THESE

présentée devant
L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Ecole doctorale des sciences pour l'ingénieur de Lyon :
Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)
Spécialité : Mécanique

pour obtenir
le grade de docteur

par

Vannina LINCK
(Ingénieur INSA Lyon)

Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant

Mise en évidence d'instabilités locales de contact
- Conséquences tribologiques -

Soutenue le 1er juillet 2005 devant la commission d'examen composé de MM.

Rapporteur	DUFRENOY P.	Professeur Ecole Polytechnique, Lille
Rapporteur	JEAN M.	Directeur de recherche émérite LMA, Univ. Méditerranée, Marseille
Directeur de thèse	BAILLET L.	Maître de conférences (HDR) LaMCoS, INSA, Lyon
Président	RAOUS M.	Directeur de recherche LMA, Univ. Méditerranée, Marseille
Examinateur	AKAY A.	Professeur Université Carnegie Mellon, USA
Examinateur	SASSI T.	Professeur LMNO, Université de Caen
Invité	BERTHIER Y.	Directeur de recherche LaMCoS, INSA, Lyon

Cette thèse a été préparée au Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) de L'INSA de Lyon

2005

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
	CHIMIE DE LYON Responsable : M. Denis SINOU	M. Denis SINOU Université Claude Bernard Lyon 1 Lab Synthèse Asymétrique UMR UCB/CNRS 5622 Bât 308 2ème étage 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.44.81.83 Fax : 04 78 89 89 14 sinou@univ-lyon1.fr
E2MC	**ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS** Responsable : M. Alain BONNAFOUS	M. Alain BONNAFOUS Université Lyon 2 14 avenue Berthelot MRASH M. Alain BONNAFOUS Laboratoire d'Economie des Transports 69363 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Alain.bonnafous∂ish-lyon.cnrs.fr
E.E.A.	**ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE** M. Daniel BARBIER	M. Daniel BARBIER INSA DE LYON Laboratoire Physique de la Matière Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.64.43 Fax 04 72 43 60 82 Daniel.Barbier@insa-lyon.fr
E2M2	**EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION** http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2 M. Jean-Pierre FLANDROIS	M. Jean-Pierre FLANDROIS UMR 5558 Biométrie et Biologie Evolutive Equipe Dynamique des Populations Bactériennes Faculté de Médecine Lyon-Sud Laboratoire de Bactériologie BP 12 69600 OULLINS Tél : 04.78.86.31.50 Fax 04 72 43 13 88 E2m2∂biomserv.univ-lyon1.fr
EDIIS	**INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE** http://www.insa-lyon.fr/ediis M. Lionel BRUNIE	M. Lionel BRUNIE INSA DE LYON EDIIS Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.60.55 Fax 04 72 43 60 71 ediis@insa-lyon.fr
EDISS	**INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE** http://www.ibcp.fr/ediss M. Alain Jean COZZONE	M. Alain Jean COZZONE IBCP (UCBL1) 7 passage du Vercors 69367 LYON Cedex 07 Tél : 04.72.72.26.75 Fax : 04 72 72 26 01 cozzone@ibcp.fr
	MATERIAUX DE LYON http://www.ec-lyon.fr/sites/edml M. Jacques JOSEPH	M. Jacques JOSEPH Ecole Centrale de Lyon Bât F7 Lab. Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces 36 Avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.51 Fax 04 72 18 60 90 Jacques.Joseph@ec-lyon.fr
Math IF	**MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE** http://www.ens-lyon.fr/MathIS M. Franck WAGNER	M. Franck WAGNER Université Claude Bernard Lyon1 Institut Girard Desargues UMR 5028 MATHEMATIQUES Bâtiment Doyen Jean Braconnier Bureau 101 Bis, 1er étage 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.27.86 Fax : 04 72 43 16 87 wagner@desargues.univ-lyon1.fr
MEGA	**MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE** http://www.lmfa.ec-lyon.fr/autres/MEGA/index.html M. François SIDOROFF	M. François SIDOROFF Ecole Centrale de Lyon Lab. Tribologie et Dynamique des Systêmes Bât G8 36 avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél :04.72.18.62.14 Fax : 04 72 18 65 37 Francois.Sidoroff@ec-lyon.fr

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

***Directeur* : STORCK A.**

***Professeurs* :**

AMGHAR Y.	LIRIS
AUDISIO S.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
BABOT D.	CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENTS IONISANTS
BABOUX J.C.	GEMPPM***
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BAPTISTE P.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BASKURT A.	LIRIS
BASTIDE J.P.	LAEPSI****
BAYADA G.	LaMCOS*****
BENADDA B.	LAEPSI****
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BIENNIER F.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BLANCHARD J.M.	LAEPSI****
BOISSE P.	LAMCOS*****
BOISSON C.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
BOIVIN M. (Prof. émérite)	LAMCOS*****
BOTTA H.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOULAYE G. (Prof. émérite)	INFORMATIQUE
BOYER J.C.	LAMCOS*****
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BREMOND G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BRISSAUD M.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
BRUNET M.	LAMCOS*****
BRUNIE L.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
BUFFIERE J-Y.	GEMPPM***
BUREAU J.C.	CEGELY*
CAMPAGNE J-P.	PRISMA
CAVAILLE J.Y.	GEMPPM***
CHAMPAGNE J-Y.	LMFA
CHANTE J.P.	CEGELY*- Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COMBESCURE A.	LAMCOS*****
COURBON	GEMPPM
COUSIN M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
DAUMAS F. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et Thermique
DJERAN-MAIGRE I.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUBUY-MASSARD N.	ESCHIL
DUFOUR R.	MECANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM***
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
FANTOZZI G.	GEMPPM***
FAVREL J.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M. (Prof. émérite)	LAMCOS*****
FAZEKAS A.	GEMPPM
FERRARIS-BESSO G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	LAMCOS*****
FLEURY E.	CITI
FLORY A.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATIONS
FOUGERES R.	GEMPPM***
FOUQUET F.	GEMPPM***
FRECON L. (Prof. émérite)	REGROUPEMENT DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS ISOLES
GERARD J.F.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GERMAIN P.	LAEPSI****
GIMENEZ G.	CREATIS**
GOBIN P.F. (Prof. émérite)	GEMPPM***
GONNARD P.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GONTRAND M.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GOUJON L.	GEMPPM***
GOURDON R.	LAEPSI****.
GRANGE G. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GUENIN G.	GEMPPM***

GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GUINET A.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
GUYADER J.L.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
HEIBIG A.	MATHEMATIQUE APPLIQUEES DE LYON
JACQUET-RICHARDET G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
JAYET Y.	GEMPPM***
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
JUTARD A. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J. (Prof. émérite)	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LAREAL P (Prof. émérite)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
LAUGIER A. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
LAUGIER C.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LAURINI R.	INFORMATIQUE EN IMAGE ET SYSTEMES D'INFORMATION
LEJEUNE P.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
LUBRECHT A.	LAMCOS*****
MASSARD N.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
MAZILLE H. (Prof. émérite)	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MERLE P.	GEMPPM***
MERLIN J.	GEMPPM***
MIGNOTTE A. (Mle)	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
MILLET J.P.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MIRAMOND M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
MOREL R. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES ET D'ACOUSTIQUES
MOSZKOWICZ P.	LAEPSI****
NARDON P. (Prof. émérite)	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
NAVARRO Alain (Prof. émérite)	LAEPSI****
NELIAS D.	LAMCOS*****
NIEL E.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
NORMAND B.	GEMPPM
NORTIER P.	DREP
ODET C.	CREATIS**
OTTERBEIN M. (Prof. émérite)	LAEPSI****
PARIZET E.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PASCAULT J.P.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
PAVIC G.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PECORARO S.	GEMPPM
PELLETIER J.M.	GEMPPM***
PERA J.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
PERRIAT P.	GEMPPM***
PERRIN J.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PINARD P. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
PINON J.M.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
PONCET A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
POUSIN J.	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
PREVOT P.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PROST R.	CREATIS**
RAYNAUD M.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
REDARCE H.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
RETIF J-M.	CEGELY*
REYNOUARD J.M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
RICHARD C.	LGEF
RIGAL J.F.	LAMCOS*****
RIEUTORD E. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES
ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
ROUBY D.	GEMPPM***
ROUX J.J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON – Thermique de l'Habitat
RUBEL P.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
SACADURA J.F.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
SAUTEREAU H.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SCAVARDA S. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
SOUIFI A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
SOUROUILLE J.L.	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
THOMASSET D.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
THUDEROZ C.	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon
UBEDA S.	CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
VELEX P.	LAMCOS*****
VERMANDE P. (Prof émérite)	LAEPSI

VIGIER G.	GEMPPM***
VINCENT A.	GEMPPM***
VRAY D.	CREATIS**
VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE

***Directeurs de recherche C.N.R.S.* :**

BERTHIER Y.	LAMCOS*****
CONDEMINE G.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
COTTE-PATAT N. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
ESCUDIE D. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
FRANCIOSI P.	GEMPPM***
MANDRAND M.A. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
POUSIN G.	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
ROCHE A.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SEGUELA A.	GEMPPM***
VERGNE P.	LAMCOS*****

***Directeurs de recherche I.N.R.A.* :**

FEBVAY G.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
GRENIER S.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
RAHBE Y.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS

***Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M.* :**

KOBAYASHI T.	PLM
PRIGENT A.F. (Mme)	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
MAGNIN I. (Mme)	CREATIS**

***** CEGELY***	*CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON*
***** CREATIS***	*CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL*
***** GEMPPM***	*GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX*
***** LAEPSI***	*LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS*
***** LAMCOS***	***LABORATOIRE DE MECANIQUE DES CONTACTS ET DES SOLIDES***

A mes parents, à mes frères,

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été menés au sein du Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) de l'INSA de Lyon dans l'équipe Tribologie et Mécanique des Interfaces (TMI)

Je remercie Monsieur le Professeur A. Combescure, directeur du LaMCoS, pour m'avoir accueillie au sein du laboratoire.

Je remercie également Monsieur Y. Berthier, Directeur de Recherche et responsable de l'équipe TMI pour l'attention qu'il a porté à mon travail.

Mes profonds remerciements iront à Monsieur L. Baillet, Maître de Conférence, pour m'avoir proposé ce travail de thèse et m'avoir encadrée pendant ces quatre années.

Je suis vivement reconnaissante à Monsieur M. Raous, Directeur de Recherche d'avoir accepté la charge de président du jury ainsi qu'à Monsieur le Professeur P. Dufrenoy et Monsieur le Directeur de Recherche M. Jean qui ont accepté la charge de rapporter mon travail. Je remercie également Messieurs les Professeurs A. Akay et T. Sassi pour leur présence dans le jury.

J'ai une pensée particulière pour ma famille qui m'a toujours encouragée, ce dont je suis très reconnaissante.

Je remercie encore et surtout Nicolay pour m'avoir soutenue tout au long de cette thèse.

Je n'oublierai pas non plus de remercier toutes les personnes que j'ai pu côtoyer pendant ces quatre ans au laboratoire que ce soit autour d'un café le matin, sur un cours de squash à la pause de midi ou encore lors de discussions fructueuses. Je citerai tout particulièrement Aurélien, Claire et Guillaume pour leur soutien moral et amical.

Finalement, un nouveau grand merci à Claire pour les corrections orthographiques (et elles furent nombreuses…)

Résumé

Le contact avec frottement de deux corps peut générer des phénomènes de vibration et d'usure. Les conditions globales de contact (vitesses, pressions appliquées) étant généralement stables, elles ne permettent pas d'expliquer ces phénomènes. Une étude temporelle de la dynamique locale de contact (vitesses de glissement locales, contraintes de contact locales…) ainsi que de l'état tribologique local des surfaces (adhérence, glissement ou décollement) a mis en évidence l'apparition d'instabilités (présence de zones de contact adhérentes, glissantes ou décollées) au niveau du contact malgré des grandeurs globales et un coefficient de frottement local constants. Les pressions et les vitesses locales sont alors plus importantes que les grandeurs globales appliquées. Ces instabilités se caractérisent par la propagation dans le volume d'ondes générées dans le contact. Les régimes d'instabilités peuvent être différents en fonction du mécanisme, des matériaux… (régimes de type adhérence-glissement, adhérence-glissement-décollement ou glissement-décollement). Les conséquences tribologiques (dissipation de chaleur, impacts, pressions…) ainsi que la valeur du coefficient de frottement global (loin du contact) varient suivant le régime d'instabilités développé à l'interface.

Abstract

The contact with friction between two bodies can lead to the phenomena of vibration and wear. The global contact conditions (velocities, load) are usually stable, and thus cannot explain these phenomena. A temporal study of the local contact dynamics (local velocities, local contact stresses…) and of the tribological state of the contact interface (sticking, slipping or separated) highlighted the generation of instabilities (presence on the contact surface of sticking, sliding or separation zones) in the contact despite constant global parameters and a constant local friction coefficient. Due to the instabilities, the local velocities and pressures are greater than the applied ones. The instabilities are characterized by the propagation in the volume of the wave generated at the interface. The regime of the instabilities can be different due to the material, the mechanism… (regime of stick-slip, stick-slip-separation or slip-separation). Tribological consequences (heat dissipation, impact, pressure…) are different from one regime to another.

TABLE DES MATIERES

Notations

Indice $_t$ valeur discrète à l'instant $_t$

Exposant ^{T} Transposée
Exposant $^+$ Relatif au corps élastique
Exposant $^-$ Relatif à la couche mince

a	Paramètre de la loi spécifique de contact
b	Paramètre de la loi spécifique de contact
b_p	Profondeur de la poutre (mm)
B^k	Gradient des fonctions de forme du nœud k
B	Matrice des gradients de fonction de forme
c	Vitesse du train d'ondes des instabilités (m/s)
c_l	Vitesse des ondes longitudinale dans le matériau (m/s)
c_t	Vitesse des ondes de cisaillement dans le matériau (m/s)
c_p	Chaleur spécifique (ou capacité thermique massique) (J/kg/K)
C	Matrice d'amortissement
C_{blok}	Paramètre déterminer expérimentalement pour le calcul de la température par la méthode de Blok
d	Dilatation du cylindre (mm)
$\underline{\underline{d}}^P$	Tenseur des taux de déformations plastiques
D	Matrice de comportement du matériau
e	Epaisseur relative d'une couche mince
E	Module d'Young (MPa)
f	Fréquence des instabilités (Hz)
f_p	Fraction de la déformation plastique qui se dissipe en chaleur
f_{vol}	Forces volumiques
f_{ther}	Vecteur des flux de convection et des sources d'énergie interne
F	Force appliquée (N)
F^{int}	Force intérieure
F^{ext}	Force extérieure
F^c	Force surfacique de contact
F^n	Composante de la force normale d'un point du contact
F^t	Composante de la force tangentielle d'un point du contact
$\vec{F}_i^n$	Vecteur force normale de contact du nœud *i* (N)
$\vec{F}_i^t$	Vecteur force tangentielle de contact du nœud *i* (N)
g	Vecteur de la pénétration nodale d'un noeud
g^n	Pénétration normale d'un nœud
g^t	Incrément de déplacement tangentiel d'un nœud pénétré

G	Deuxième paramètre de Lamé (cisaillement) (MPa)
$G_{t+\Delta t}^{dep}$	Matrice globale des contraintes de contact en déplacement
h	Hauteur de la plaquette/poutre (mm)
h_c	Conductance thermique de contact (W/m^2/K)
k	Conductivité thermique (W/m/K)
k^n	Coefficient de pénalisation normal
k^t	Coefficient de pénalisation tangentiel
k_c	Raideur de contact
k^W	Coefficient d'usure (Pa^{-1})
K	Matrice raideur
l_{min}	Plus petite dimension caractéristique d'un élément (mm)
L	Longueur de la plaquette/poutre (mm)
L^+	Longueur d'un corps élastique (mm)
L^-	Epaisseur d'une couche mince (mm)
M	Matrice de masse cohérente mécanique
${}^{ther}M$	Matrice de l'énergie interne thermique
$\vec{n}$	Normale sortante au contact
N^k	Fonction de forme du nœud *k*
$\vec{N}_i$	Résultant des forces normales au nœud *i* (N)
p	Coefficient de partage du flux dissipée à l'interface
P	Pression appliquée (MPa)
P_{c1}	Vitesse critique du passage d'instabilité de type glissement-décollement à adhérence-glissement-décollement (m/s)
P_{c2}	Vitesse critique du passage d'instabilité de type adhérence-glissement-décollement à adhérence-glissement (m/s)
q_c	Flux de convection (W/m²)
q_k^i	Flux de conduction traversant l'interface de contact et rentrant dans le corps *i* (w/m²)
q_f^i	Flux dissipé au contact rentrant dans le corps *i* (W/m²)
Q	Flux volumique des sources de chaleur (W/m^3)
Q_f	Puissance surfacique dissipée par frottement (W/m²)
R_e	Rayon externe du cylindre (mm)
R_i	Rayon interne du cylindre (mm)
$\vec{R}$	Vecteur force de réaction au contact
S_i	Aire de la surface de contact du corps *i* (m²)
t	Temps (s)
$\vec{t}$	Tangente au contact
$\vec{T}_i$	Résultant des forces tangentielles au nœud *i* (N)
T	Température (K)
T_0	Température intrasèque de l'interface de contact
T_j	Champs de température du sous domaine Ω_j
$\dot{T}_j$	Champs du flux de température du sous domaine Ω_j
$T_j^k = T^k$	Température du nœud *k* du sous domaine Ω_j
$\dot{T}_j^k = \dot{T}^k$	Flux de température du nœud *k* du sous domaine Ω_j
T_∞	Température infini du milieu ambiant pour la convection (K)
u	Champs des déplacements
$\dot{u}$	Champs des vitesses

$\ddot{u}$	Champs des accélérations
u_j	Vecteur déplacement du sous domaine Ω_j
$\dot{u}_j$	Vecteur vitesse du sous domaine Ω_j
$\ddot{u}_j$	Vecteur accélération du sous domaine Ω_j
u_j^k	Vecteur déplacement du nœud *k* du sous domaine Ω_j
$\dot{u}_j^k$	Vecteur vitesse du nœud *k* du sous domaine Ω_j
$\ddot{u}_j^k$	Vecteur accélération du nœud *k* du sous domaine Ω_j
$\delta\dot{u}^*$	Vecteur des vitesses virtuelles
u^n	Déplacement suivant la normale d'un point de contact (mm)
u^t	Déplacement tangentielle d'un point de contact (mm)
V	Vitesse linéaire du déplacement imposé (m/s)
V_{c1}	Vitesse critique du passage d'instabilité de type adhérence-glissement à adhérence-glissement-décollement (m/s)
V_{c2}	Vitesse critique du passage d'instabilité de type adhérence-glissement-décollement à glissement-décollement (m/s)
V_{ang}	Vitesse angulaire de rotation (rad/s)
V_{gliss}	Vitesse de glissement relative (m/s)
w_{max}	Plus grande valeur propre du système d'équations mécaniques
X	Vecteur des coordonnées

$\Pi(u_t)$	Fonctionnelle de l'énergie totale
α	Angle des instabilités (°)
α_c	Coefficient de convection (W/m²/K)
α_R	Amortissement de Rayleigh (sur la matrice masse) (s^{-1})
β_R	Amortissement de Rayleigh (sur la matrice raideur) (s)
β_2	Amortissement numérique ($0.5 \leq \beta_2 < 1$)
β_v	Amortissement visqueux (s^{-1})
γ et β	Paramètres de Newmark
Γ	Frontière d'un corps élastique
Γ_e	Frontière extérieure d'un corps élastique
Γ_c	Frontière de contact
Γ_u	Frontière de déplacements imposés
Γ_F	Frontière de forces imposées
Γ_a	Frontière adiabatique d'un corps élastique
Γ_q	Frontière convective d'un corps élastique
Γ_T	Frontière d'un corps élastique avec une température imposée
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
δ_{dil}	Coefficient de dilatation (K^{-1})
Δt	Pas de temps (s)
$\underline{\underline{\varepsilon}}$, ε_{ij}	Tenseur des déformations
$\delta\underline{\underline{\varepsilon}}^*$	Tenseur du taux de déformation virtuel
$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}$	Tenseur du taux de déformation
ζ	Amortissement structural

θ	Facteur de Wilson
ϑ_c	Conductance thermique de contact en W/N/K
λ	Longueur d'onde des instabilités (mm)
λ_a	Longueur de la zone adhérente (mm)
λ_d	Longueur de la zone décollé (mm)
λ_g	Longueur de la zone glissante (mm)
λ_i^*	Valeur propre d'un système
λ_L	Premier paramètre de Lamé (MPa)
${}^{ML}\lambda$	Vecteur des multiplicateurs de Lagrange= Vecteur force de contact agissant sur les nœuds esclaves
${}^{ML}\lambda^n$	Composante normale du vecteur des multiplicateurs de Lagrange
${}^{ML}\lambda^t$	Composante tangentielle du vecteur des multiplicateurs de Lagrange
$\mu=\mu_{local}$	Coefficient de frottement local
μ_d	Coefficient de frottement dynamique
μ_s	Coefficient de frottement statique
$\mu^*=\mu_{global}$	Coefficient de frottement global
ν	Coefficient de poisson
ρ	Masse volumique (kg/m^3)
ξ_i	Effusivité thermique du corps *i* (W.s$^{0.5}$/m²/K)
σ^n	Contraintes normales au niveau du contact (MPa)
σ^t	Contraintes tangentielles au niveau du contact (MPa)
σ^{rr}	Contraintes radiales (MPa)
σ^n_{max}	Contrainte normale maximale au niveau du contact (MPa)
σ^n_{norm}	Contraintes normales au niveau du contact normalisées par rapport à la pression appliquée P
σ_i	Contraintes principales (MPa)
σ_{max}	Seuil de Tresca (MPa)
$\underline{\underline{\sigma}}$, σ_{ij}	Tenseur des contraintes
τ_{max}	Contraintes de cisaillement maximal (MPa)
υ	Fonction test
ω	Pulsation propre (rad/s)
$\dot{\omega}$	Taux d'usure (m/s)
Ω	Domaine entier d'un corps élastique
Ω_j	Sous domaine *j*

$\Re(\,)$	Partie réelle
$\Im(\,)$	Partie imaginaire

INTRODUCTION GENERALE

Dans l'industrie, il existe un très grand nombre d'applications qui font appel à des mécanismes dans lesquels deux corps en contact se déplacent l'un par rapport à l'autre. Ces mécanismes sont souvent soumis à des phénomènes d'usure (détachement de particules) ou encore à des phénomènes de vibrations des corps en contact. La présence de vibrations dans les corps peut être responsable d'émissions sonores désagréables (tel que le crissement de frein) voire être responsable d'une réduction de l'efficacité du système mécanique (par exemple le phénomène de broutage lors du freinage peut entraîner la rupture de pièces mécaniques).

Afin de réduire les vibrations des systèmes mécaniques, des études fréquentielles ont été menées pour mettre au point des systèmes permettant de réduire ces nuisances. Ceci se traduit généralement par une optimisation de la géométrie ou encore l'ajout d'amortissement (plots élastomères…). Bien que cette approche du problème permette de réduire les nuisances vibratoires, elle se base sur l'étude des vibrations existantes mais ne s'intéresse pas aux causes de ces phénomènes. Cette approche a donc deux désavantages principaux. Tout d'abord elle est spécifique à chaque système mécanique (géométrie, matériau …) et doit donc être menée sur chaque nouveau système mécanique présentant des problèmes de vibrations. Deuxièmement, bien qu'elle permette de réduire les vibrations ou de modifier leur fréquence, elle ne les élimine que très rarement.

Il est donc nécessaire d'avoir recours à une autre approche afin de progresser dans la compréhension des phénomènes de vibrations induites par le frottement. Pour cela il est important d’étudier non plus les vibrations elles-mêmes mais leurs origines afin de pouvoir, non pas réduire ou modifier les vibrations mais empêcher qu'elles ne soient générées. Cette nouvelle approche du problème permet également de pouvoir généraliser les études sur différents systèmes (différents géométrie, matériau..) présentant les mêmes phénomènes vibratoires.

L’origine des vibrations dans les corps en contact étant le contact lui même, la compréhension du fonctionnement du contact et tout particulièrement des phénomènes responsables de la génération de vibrations et également de l'usure est donc un enjeu important, aussi bien en terme économique (maîtrise ou réduction de l'usure) qu'en terme environnemental (réduction des nuisances sonores).

L’objectif de cette thèse est donc d'étudier le contact entre deux premiers corps animés d'une vitesse relative afin d'identifier les phénomènes responsables de la génération de vibrations et du détachement de particules. Dans la plupart des mécanismes, les conditions de contact globales, tel que la vitesse et les pressions appliquées restent stables et ne permettent donc pas d'expliquer la génération de vibrations sans l'utilisation du coefficient de frottement comme paramètre de calage. En effet, un coefficient de frottement variant, par exemple, avec la vitesse relative de glissement, est souvent utilisé pour permettre de générer des instabilités.

L'originalité de notre approche provient de ce que nous avons étudié la dynamique locale au niveau du contact (pressions, vitesses … locales) et l'état tribologique locale des surfaces (adhérence, glissement ou décollement) en prenant le frottement comme un paramètre intrinsèque au système mécanique et non comme un paramètre de calage.

Le contact étant un espace confiné, il est quasiment impossible de l'instrumenter expérimentalement à l'échelle locale pour pouvoir étudier sa dynamique locale. Il doit donc être instrumenté numériquement. Ce type d'instrumentation, qui porte le nom de « tribologie numérique », est possible grâce à un code éléments finis. Ce code éléments finis devient alors un nouvel outil d'aide à la compréhension des phénomènes responsables de la génération de vibrations dans les systèmes frottants.

Ce mémoire de thèse ce décompose en quatre chapitres.

- **Le chapitre I** présente un état de l'art des connaissances actuelles sur le frottement sec et les différents modèles existants pour l'étude de ce frottement, puis un état de l'art sur l'étude des instabilités générées dans le contact.

- **Le chapitre II** est dédié à l'aspect numérique de la modélisation du contact entre deux corps avec frottement. Un rappel des différentes méthodes de discrétisation aussi bien spatiales que temporelles ainsi que des méthodes de résolution du contact est présenté. Une description du code de calcul utilisé pour notre étude est également introduite. Finalement, une étude sur les possibilités de prise en compte d'une couche de troisième corps entre les deux corps frottant est proposée.

- **Le chapitre III** regroupe l'essentiel des résultats obtenus sur l'étude du contact frottant. Dans un premier temps une mise en évidence des instabilités est menée avec une étude sur les différentes sollicitations issues de ces instabilités. Dans un deuxième temps une étude paramétrique a été effectuée pour comprendre l'influence des différents paramètres (frottement, matériau, dimension, conditions d'opérations…) sur les instabilités et sur les sollicitations résultantes.

- **Le chapitre IV** est consacré à l'étude énergétique du contact frottant. L'objectif de ce chapitre est de montrer la nécessité de prendre en compte la dynamique locale de contact pour l'étude de la dissipation de chaleur et de température. Une étude des températures pour différents régimes d'instabilités est menée. Le lecteur pourra également trouver la présentation de la mise en place d'un module thermomécanique dans le code de calcul.

CHAPITRE I. Etat de l’art

I.1. LE CONTACT EN FROTTEMENT SEC : GENERALITES

I.1.1. Notion de troisième corps

Depuis les années 1950, la tribologie est passée de l'étude des massifs (des volumes) à celle des surfaces. Au début des années 1970, Godet [GODE 84] introduit la notion de troisième corps afin d'aider à la compréhension de la dynamique des interfaces et ainsi apporter une meilleure compréhension des mécanismes de frottement et d'usure [BERT 95]. Cette notion s'articule autour de trois concepts : le triplet tribologique, le circuit tribologique et le mécanisme d'accommodation de vitesse.

I.1.1.1 Le triplet tribologique

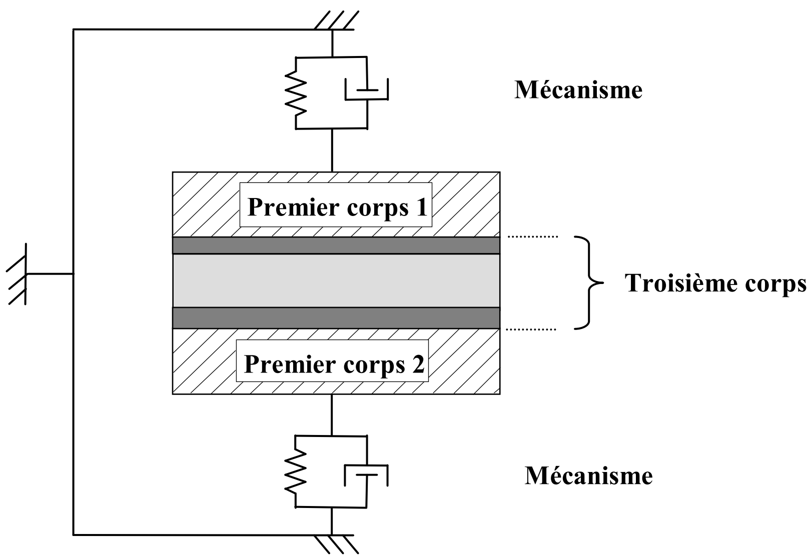


Figure I–1. Représentation schématique du triplet tribologique

L'étude d'un mécanisme frottant nécessite la compréhension de phénomènes apparaissant à différentes échelles, d'où l'introduction du concept de triplet tribologique (Figure I–1). Ce concept permet l'appréhension des phénomènes relatifs au frottement en prenant en compte les trois échelles suivantes :

- *échelle du mécanisme :* il s'agit des diverses sollicitations du contact (force, déplacement) qui sont transmises via un certain nombre de composants qui introduisent une certaine raideur et un certain amortissement ;
- *échelle des premiers corps :* il s'agit de la réponse aux sollicitations du mécanisme, qui intervient au niveau des matériaux (au niveau du volume) ;
- *échelle du troisième corps :* il s'agit de l'interface existant entre les premiers corps en contact.

La couche de troisième corps peut avoir différents ordres de grandeur suivant le mécanisme considéré (ex : 50 µm sur un rail, échelle moléculaire sur un disque dur) et a au moins quatre fonctions dans le contact :

- il sépare les premiers corps, pouvant même limiter leur usure ;
- il transmet la charge (forces normales) ;
- il accommode la vitesse (forces tangentielles) entre les premiers corps ;
- il permet d'évacuer la chaleur du contact.

I.1.1.2 <u>Le circuit tribologique</u>

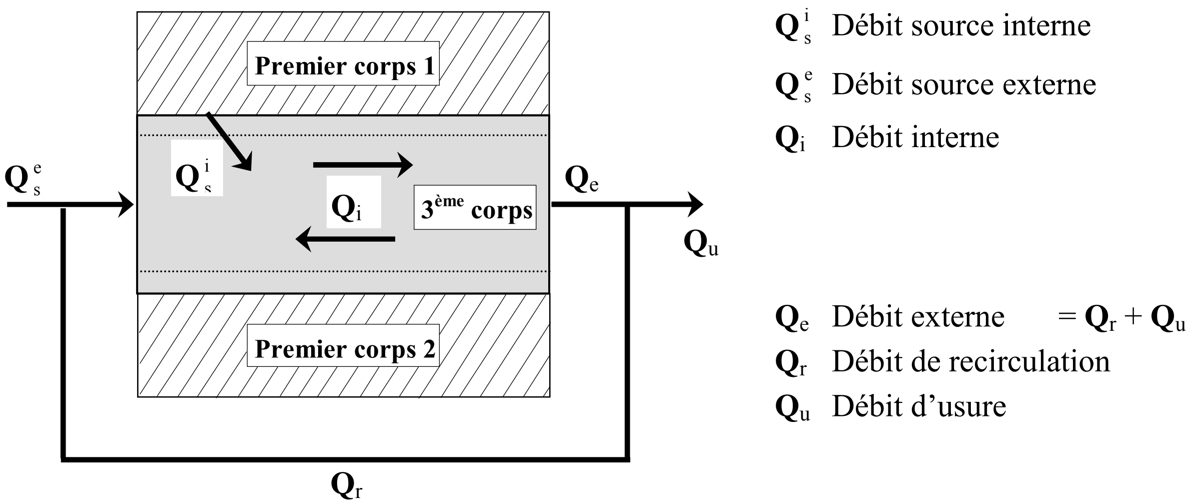


Figure I–2. Représentation schématique du circuit tribologique

L'interface de débris solides (troisième corps) présents entre les deux corps étant soumise à un gradient de vitesse, il est possible de modéliser son mouvement en termes de débits. Le modèle tribologique du troisième corps rejoint ainsi la mécanique des lubrifiants fluides par l'écriture d'équations de débits. On parle ainsi de « rhéologie » du troisième corps.

Les débits de troisième corps constituent le circuit tribologique présenté Figure I–2 et sont :

- <u>*le débit source*</u> Q_s correspondant à l'apport extérieur de particules $\mathbf{Q}_s^e$ mais surtout au détachement de particules $\mathbf{Q}_s^i$ issues des deux premiers corps ;
- <u>*le débit interne*</u> Q_i correspondant au débit du troisième corps entre les deux surfaces des premiers corps ;
- <u>*le débit externe*</u> Q_e correspondant aux particules de troisième corps qui s'échappent du contact ;
- <u>*le débit de recirculation*</u> Q_r correspondant à la partie du débit externe qui est réintroduite dans le contact ;

- *le débit d'usure* Q_u correspondant à l'autre partie du débit externe, qui est définitivement perdue pour le contact. Une usure élevée des premiers corps se traduit par un débit d'usure important.

Le débit d'usure et le débit source interne sont liés [FILL 04a] [FILL 04b]. En effet, si une couche suffisante de troisième corps existe entre les premiers corps alors chaque particule éjectée du contact est automatiquement remplacée par un élément de matière qui se détache des premiers corps. Le débit d'usure gouverne alors le mécanisme de détachement de particules.

I.1.1.3 L'accommodation de vitesse

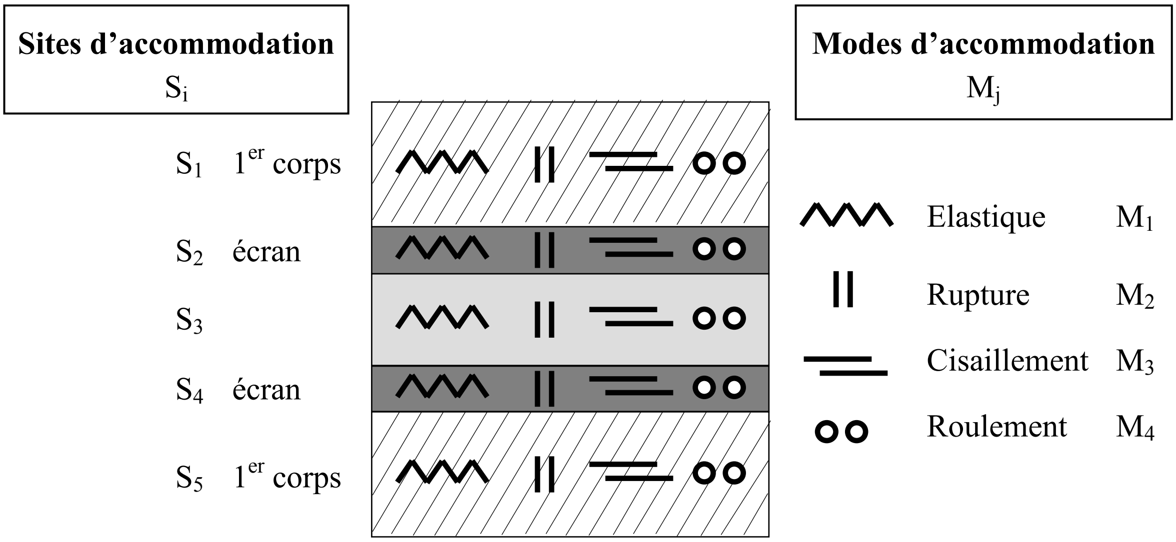


Figure I–3. Représentation schématique des mécanismes d'accommodation de vitesse

Afin d'étudier l'usure et le frottement d'un contact entre deux corps frottants, il est nécessaire de déterminer le lieu et la nature de l'accommodation de vitesse. On parle alors de mécanisme d'accommodation de vitesse S_iM_j dont une représentation schématique est présentée Figure I–3.

Les S_i représentent les sites d'accommodation. S_1 et S_5 sont les premiers corps, S_3 représente la partie volumique du troisième corps et S_2 et S_4 sont des écrans. Ils constituent une « peau » à la frontière entre les premiers et le troisième corps.

Les M_j représentent les modes d'accommodation. Ils sont répertoriés selon quatre types de comportements mécaniques : M_1 la déformation élastique, M_2 la fissuration ou la rupture normale, M_3 le cisaillement et M_4 le roulement.

I.1.2. La modélisation tribologique

L'un des principaux problèmes dans la compréhension d'un contact frottant vient donc du couplage entre les différents éléments du triplet tribologique. Expérimentalement, la difficulté réside dans l'instrumentation du contact à toutes les échelles du triplet. En effet, s'il est facilement possible d'instrumenter le mécanisme (accéléromètre, capteur de force …), il est parfois plus difficile d'instrumenter les premiers corps. Il est alors possible d'utiliser une instrumentation sans contact (vibrométrie laser, speckle, holographie…). Cependant il est quasiment impossible d'instrumenter le troisième corps du fait de son échelle et de son confinement entre deux corps.

L'objectif de la modélisation tribologique est donc de contourner ces difficultés d'instrumentation en reconstituant le fonctionnement du contact à partir d'études expérimentales et de simulations numériques.

Ainsi une étude qualitative du débit de troisième corps peut être menée grâce à des essais expérimentaux de visualisation au travers d'éprouvettes transparentes [SLIN 77] [DESC 02]. D'autre part des analyses "post-mortem" du troisième corps sur les surfaces frottantes permettent également d'aider à la modélisation tribologique tout en donnant des grandeurs caractéristiques de la couche de troisième corps.

Numériquement, les mêmes problèmes de différences d'échelles du triplet tribologique sont rencontrés. Il est en effet difficile de modéliser à la fois le mécanisme, les premiers corps et le troisième corps. Ainsi la grande majorité des modélisations numériques permettent soit l'étude du mécanisme et des premiers corps soit l'étude du troisième corps. Le premier type d'étude est plus courant. Ces simulations sont menées soit en utilisant la méthode des éléments finis soit de manière analytique. Il existe également d'autres types de travaux numériques sur le troisième corps tels que [IORD 02] [FILL 02] qui ont pour but l'étude du débit de troisième corps dans le contact. Une autre approche de la prise en compte du troisième corps revient à remplacer la couche de troisième corps par une loi analytique. Une présentation plus approfondie de ces diverses méthodes de modélisation du troisième corps est illustrée Chapitre II.7.

I.1.3. Contact unilatéral

L'étude du contact entre les deux premiers corps sans prendre en compte le troisième corps remonte à plusieurs siècles. Mais c'est en 1933 que Signorini pose le problème général de l'équilibre d'un corps élastique en contact sans frottement sur une fondation rigide (Figure I–4). Ainsi, lors du contact entre ces deux corps, les conditions de contact unilatéral de type Signorini doivent être satisfaites sur l'ensemble de la frontière de contact Γ_c et sont les suivantes :

$$u^n \leq 0 \qquad \text{(I-1)}$$

$$F^n \leq 0 \qquad \text{(I-2)}$$

$$u^n \, . \, F^n = 0 \qquad \text{(I-3)}$$

avec u^n le déplacement d'un point du contact dans la direction de la normale $\vec{n}$ et F^n la composante de la force normale. L'inéquation (I-1) traduit la condition d'impénétrabilité, l'inéquation (I-2) traduit la condition de compression des solides au niveau de l'interface et l'équation (I-3) la condition de complémentarité (si le contact est établi alors $u^n = 0$ et $F^n < 0$, sinon $u^n < 0$ et $F^n = 0$).

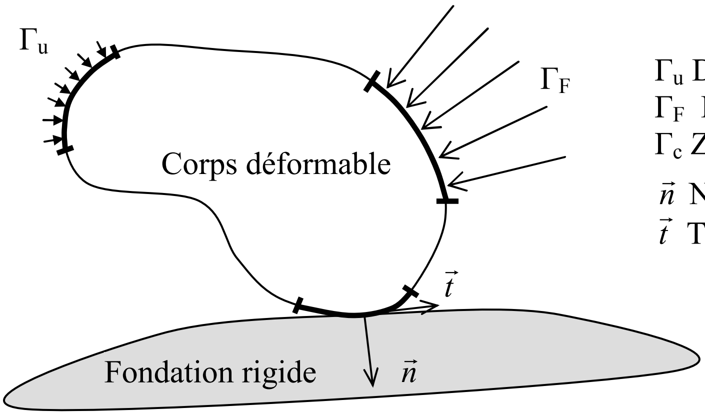


Figure I–4 : Corps élastique en contact sur une fondation solide (problème de Signorini)

I.1.4. Lois de frottement

Les premiers travaux sur le frottement ont été réalisés par Léonard de Vinci au début du XVI^{ème} siècle. Il donne ainsi la première valeur du coefficient de proportionnalité entre la force de frottement et le poids du corps. Il faut attendre deux siècles (fin du XVII^{ème} siècle) pour qu'Amontons [AMO 1699] puis Coulomb [COU 1785] reprennent les études de Léonard de Vinci et les développent. C'est à Coulomb que l'on doit les premières lois de frottement.

Nous présentons ici brièvement une partie des lois de frottement. Pour un plus ample descriptif, le lecteur pourra lire Renard [RENA 98].

I.1.4.1 <u>Loi de Coulomb ou d'Amontons</u>

La réaction $\vec{R}$ au point de contact peut se décomposer en une force normale F^n et une force tangentielle (ou force de frottement) F^t ($\vec{R} = F^n \cdot \vec{n} + F^t \cdot \vec{t}$).

Historiquement, G. Amontons proposa une loi de proportionnalité entre la force normale F^n et la force de frottement F^t. On appelle loi de Coulomb ou d'Amontons toute loi de frottement respectant cette proportionnalité.

La loi de Coulomb s'énonce de la façon suivante :

si $u^n = 0$ et $F^n < 0$ (condition de contact) alors :

$\|F^t\| \leq \mu\, |F^n|$ avec :

$$\begin{cases} \|F^t\| \leq \mu\, |F^n| \Rightarrow V_{gliss} = 0 & \text{(adhérence)} \\ \|F^t\| = \mu\, |F^n| \text{ alors } \exists\, A \geq 0 \text{ tel que } V_{gliss} = -A\, F^t & \text{(glissement)} \end{cases} \qquad \text{(I-4)}$$

avec μ le coefficient de frottement de Coulomb et V_{gliss} la vitesse relative de glissement entre les deux corps en contact.

La loi de Coulomb peut se représenter graphiquement sous forme d'un cône communément appelé cône de Coulomb (Figure I–5).

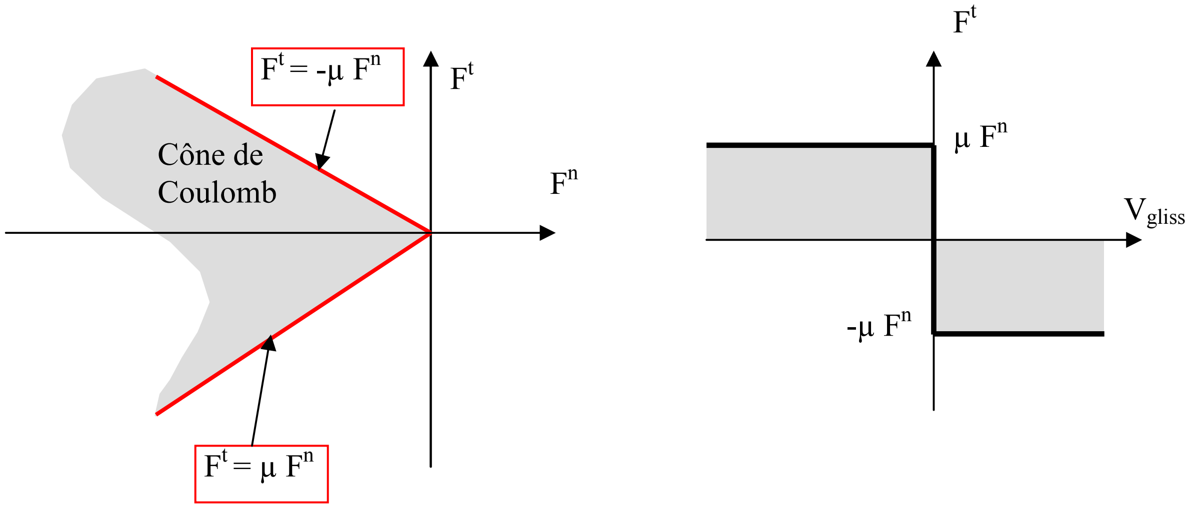


Figure I–5. Représentations de la loi de frottement de Coulomb

I.1.4.2 Loi de Tresca

Un autre modèle pour modéliser le frottement, utilisé lorsque les forces normales sont importantes (par exemple pour la simulation de mise en forme de matériau), est appelé loi de Tresca. Contrairement à la loi de Coulomb qui s'exprime en termes de forces (ou de contraintes), la loi de Tresca s'exprime uniquement en contraintes de la façon suivante :

si $u^n = 0$ et $F^n < 0$ (condition de contact) alors :

$$\|\sigma^t\| \leq |\sigma_{max}| \text{ avec :}$$

$$\begin{cases} \|\sigma^t\| < |\sigma_{max}| \Rightarrow V_{gliss} = 0 & \text{(adhérence)} \\ \|\sigma^t\| = |\sigma_{max}| \text{ alors } \exists\, A \geq 0 \text{ tel que } V_{gliss} = -A\,\sigma^t & \text{(glissement)} \end{cases} \qquad \text{(I-5)}$$

avec σ_{max} le seuil de Tresca, σ^t la contrainte tangentielle et V_{gliss} la vitesse relative tangentielle entre les deux corps en contact.

La Figure I–6 correspond à la représentation graphique de cette loi.

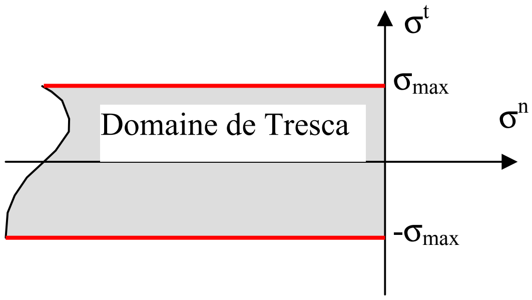


Figure I–6. Représentation graphique de la loi de frottement de Tresca

I.1.4.3 Lois à coefficient de frottement variable

Il existe plusieurs lois dérivées de la loi de Coulomb intégrant un coefficient de frottement μ variable.

Au XVIII^ème^ siècle, L. Euler fit une distinction entre μ_s le coefficient de frottement statique intervenant dans l'amorçage du glissement et μ_d ($<\mu_s$) le coefficient de frottement dynamique intervenant une fois le mouvement de glissement amorcé (Figure I–7).

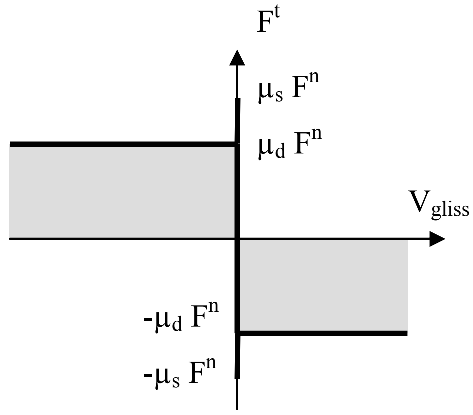


Figure I–7. Représentation de la loi de Coulomb à coefficient statique et dynamique

Dans la littérature, de nombreux résultats expérimentaux et formules empiriques font intervenir la variation du coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement. Ainsi, la loi de frottement obtenue fait apparaître un coefficient de frottement qui dépend de la vitesse relative entre les deux corps en contact [KRAG 65], [RABI 58], [RABI 65], [RICE 83] comme cela est représenté Figure I–8.

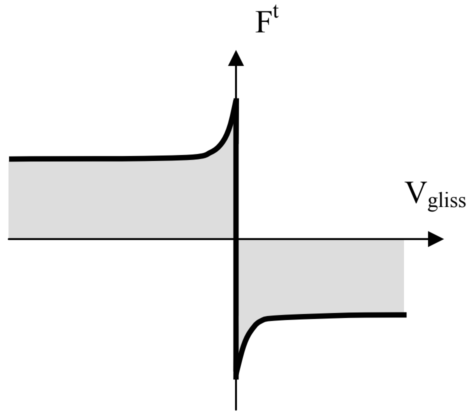


Figure I–8. Représentation de la loi de Coulomb à coefficient de frottement fonction de la vitesse relative

I.2. INSTABILITES GENEREES DANS UN CONTACT FROTTANT

I.2.1. Présentation des instabilités

Le déplacement d'un corps en contact sec sur un autre corps en présence de frottement peut générer des instabilités telles que des vibrations auto-entretenues pouvant aller jusqu'à la génération de bruits. De nombreux exemples peuvent être trouvés dans la vie de tous les jours : crissement de freins, son émis par le déplacement de l'archet sur une corde de violon, crissement de la craie sur un tableau, grincement d'une porte… Ces vibrations auto-entretenues peuvent se manifester sous trois formes principales (voir [KO 70], [BROC 70], [CONN 92] et [RABI 65]):

- *vibration de type "stick-slip" :* enchaînement d'états macroscopiques (ou globaux) glissants (slip) et adhérents (stick). La courbe de déplacement en fonction du temps en "dent de scie" est caractéristique du stick-slip (Figure I–9).

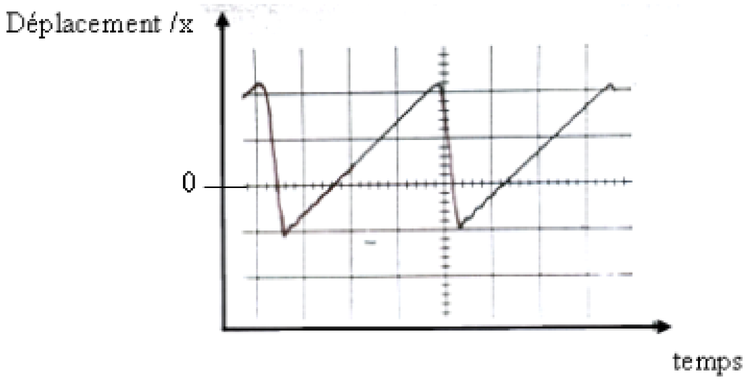


Figure I–9 Oscilloscope typique pour les oscillations de type stick-slip ([KO 70])
Déplacement : 0.1 mm/division, temps : 50 ms/division

- *vibration quasi-harmonique :* la vitesse relative varie au cours du temps (glissement non stabilisé) mais n'égale jamais zéro (pas d'état macroscopique adhérent), la courbe de déplacement en fonction du temps est quasiment sinusoïdale (Figure I–10).

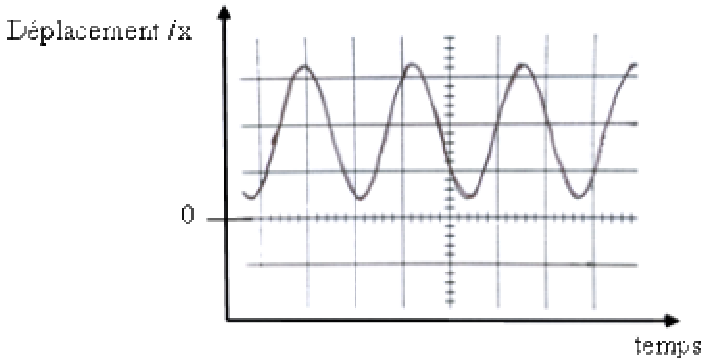


Figure I–10 Oscilloscope typique pour les oscillations quasi-harmoniques ([KO 70])
Déplacement : 0.1 mm/division, temps : 20 ms/division

- *vibration normale :* que ce soit les instabilités quasi-harmoniques ou stick-slip, la surface des deux corps frottants reste localement en contact. Au début du siècle, Stoneley [STON 24] a mis en évidence la possibilité pour deux solides en contact ayant des propriétés mécaniques très différentes de subir des ondes normales appelées ondes de Stoneley. En 1977, Comninou et Dundurs [COMN 77] ont montré que de telles ondes normales peuvent aussi se développer au contact entre des corps ayant des propriétés mécaniques similaires. En outre, ils ont mis en évidence [COMN 78] la possibilité d'avoir localement à l'interface une séparation des deux corps, créant ainsi des ondes appelées ondes de "stick-slip-separation" (adhérence-glissement-décollement).

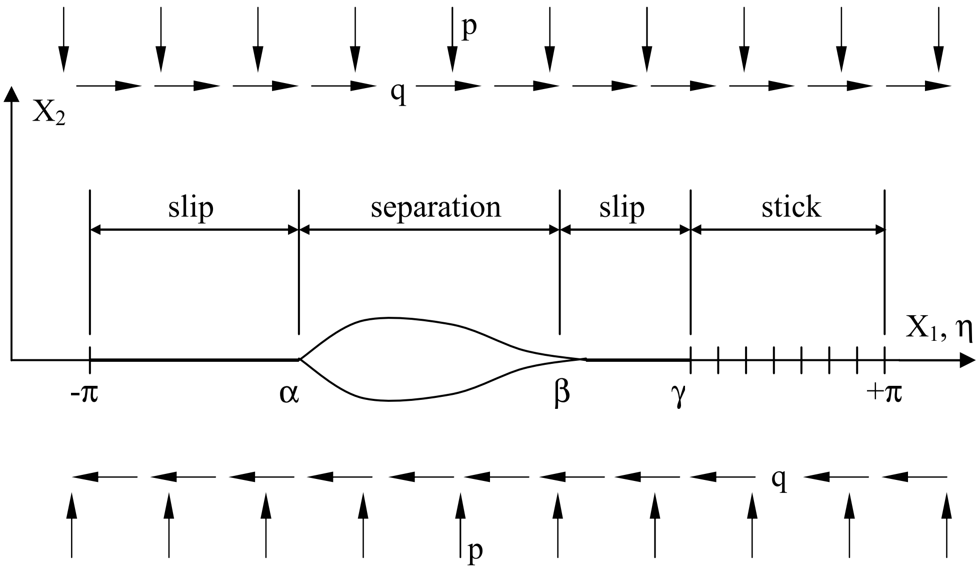


Figure I–11 Représentation du problème formulé par Comninou et Dundurs pour mettre en évidence les ondes de "stick-slip-separation". ([COMN 78])

I.2.2. Origine des instabilités : revue bibliographique

Les premières recherches concernant le contact et le frottement remontent au XVII^{ème} siècle avec [AMO 1699]. Ce n'est cependant que depuis le milieu du XX^{ème} siècle que le nombre d'études sur le sujet est devenu très important. Malgré tout, le phénomène d'instabilité n'est pas encore parfaitement compris. Plusieurs publications ont pour objet la synthèse des différents essais expérimentaux, approches semi-analytiques et théories développées sur le frottement du milieu du XX^{ème} siècle à nos jours. On peut citer [BOWD 50], [BOWD 64], [CROL 91], [IBRA 92a], [IBRA 92b], ou encore plus récemment [AKAY 02].

Du fait du grand nombre de recherches sur ce sujet depuis de nombreuses décennies et de la disparité des théories, cette revue bibliographique ne se veut pas exhaustive. Nous espérons cependant qu'elle permettra de rendre compte des différentes théories et de leurs évolutions au cours du temps.

I.2.2.1 Variation du coefficient de frottement

- *Variation du coefficient de frottement en tant que propriété intrinsèque des surfaces :*

Une grande partie des recherches sur le sujet attribue la génération des instabilités à une variation du coefficient de frottement. Dans ces recherches cette variation est attribuée à une propriété intrinsèque des surfaces de contact. Ainsi, dès le milieu du XX^{ème} siècle, différents auteurs [SINC 55], [RABI 58] et [BLOK 40] mettent en cause la présence à l'interface d'un coefficient de frottement plus grand que le coefficient de frottement dynamique ou encore la diminution du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement entre les deux corps en contact. Ils ont aussi montré que le coefficient de frottement statique peut augmenter avec le temps de repos. Pourtant, d'autres auteurs [JOHA 73] ont montré que le coefficient de frottement statique ne dépend pas du temps de repos mais du taux d'application du chargement tangentiel.

Actuellement la théorie de la variation du coefficient de frottement est encore souvent utilisée pour expliquer et surtout modéliser les instabilités de stick-slip surtout lorsque le contact est géré entre des corps rigides. Un certain nombre d'expériences corrobore cette théorie, comme celles de Van de Velde et De Baets [VELD 98a] et [VELD 98b].

A partir de cette théorie, différents modèles de coefficient de frottement par rapport à la vitesse de glissement sont utilisés pour modéliser l'apparition du stick-slip. Il est par exemple possible de citer une diminution parabolique du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement ou encore un modèle simplifié de la courbe de Stribeck. Un résumé de quelques-uns un de ces différents modèles est présenté dans [VELD 98b] ou encore [IBRA 92a].

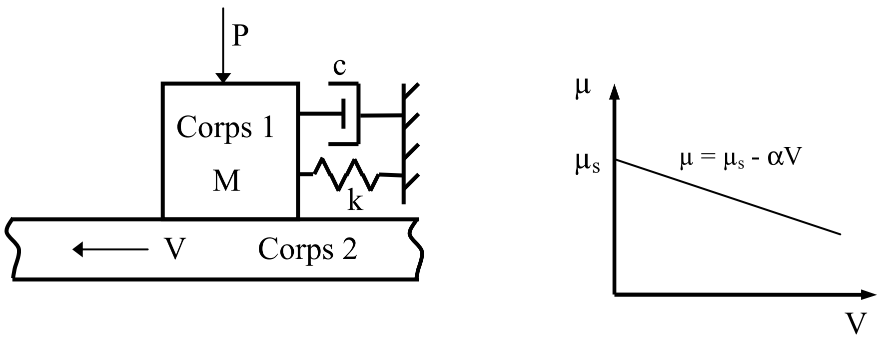


Figure I–12 Représentation du modèle simple (1ddl) du mécanisme d'instabilité μ-vitesse de glissement

- *Variation du coefficient de frottement induit par les caractéristiques dynamiques et les vibrations du système :*

Dès les années 1960, Tolstoi [TOLS 67] montre que la présence d'un coefficient de frottement statique supérieur au coefficient de frottement dynamique n'est pas une propriété intrinsèque de la surface de contact, mais résulte des caractéristiques dynamiques et des vibrations du système. D'autres expériences [GODF 67], [BRON 80] ont mené leurs auteurs à la même conclusion : le coefficient de frottement à l'interface ne diminue pas explicitement en fonction de la vitesse de glissement, et la différence entre les coefficients de frottement statique et dynamique n'est pas une propriété intrinsèque des surfaces de contact, mais est seulement due aux micro-vibrations qui accompagnent le glissement avec frottement.

Oden et Martins [ODEN 85] puis Martins et al. [MART 99] ont mis au point un modèle dans lequel le coefficient de frottement à l'interface reste constant. Ils ont alors pu obtenir des instabilités, montrant ainsi qu'il n'est pas nécessaire d'avoir un coefficient de frottement variant avec la vitesse relative pour générer des instabilités. Dans ce cas, la diminution du coefficient de frottement est une conséquence des vibrations et non une cause. Par la suite, plusieurs auteurs arrivent également à la même conclusion aussi bien numériquement [ADAM 98], [TWOR 91], [TWOR 92], [RAOU 95] qu'expérimentalement [ZEGH 95]. Le paramètre important dans la genèse des instabilités n'est donc pas intrinsèquement le coefficient de frottement mais les micro-vibrations normales et tangentielles.

I.2.2.2 Remarques sur la nature du coefficient de frottement dynamique

Tworzydlo et al. [TWOR 92], ont présenté une brève discussion sur les phénomènes principaux qui affectent la nature du coefficient de frottement et ainsi jouent sur les mécanismes de génération d'instabilités. Cette étude est résumée dans le Tableau I-1. Chaque phénomène est classé dans l'un des deux groupes (Gr.) suivants :

- A : phénomènes résultant principalement des propriétés intrinsèques de l'interface,
- B : phénomènes associés aux caractéristiques dynamiques du système entier.

N°	Phénomènes	Description	Gr.	Raison-Modèle	Résultats	Poids
1	Instabilité dynamique du système	Augmentation des oscillations aboutissant à un saut normal	B	Couplage entre les oscillations normales et tangentielles	- Oscillations auto-excitées - Stick-slip	++
2a	Dépendance de $\mu_{statique}$ par rapport au taux d'application du chargement tangentiel	μ diminue lorsque le taux d'application de la force tangentielle augmentent	A/B	Augmentation de la visco-plasticité ; micro-déplacement initial	Stick-slip	++
2b	Dépendance de $\mu_{statique}$ par rapport au temps de repos	μ augmente avec la durée du contact statique	A	Augmentation du glissement dans l'aire de contact ; diffusion	Stick-slip	-
3	Dissipation durant les oscillations normales	Dissipation d'énergie pendant les oscillations due aux déformations viscoplastiques	A/B	- Dissipation plastique - Amortissement viscoélastique et viscoplastique	- Amortissement des oscillations normales - Diminution de μ	++
4	Saut normal	Séparation des surfaces en contact	B	- Augmentation des oscillations des cas instables - Des aspérités au début du glissement	- Diminution de μ - Excitation des oscillations	++
5	Dépendance de μ par rapport au chargement normal	Modification de μ avec le chargement	A	- Cassure de la couche d'oxyde - Déformations plastiques pour des chargements importants	Modification de μ apparent	+
6	Blocage dynamique des imperfections	Imperfections des surfaces de contact (aspérités)	A/B	Rugosité des surfaces	Excitation des oscillations normales	++

Tableau I-1 Phénomènes ayant une influence sur le frottement. Tableau traduit de [TWOR 92]

I.2.2.3 Sprag-slip

En se basant sur le principe que des instabilités peuvent être générées lorsque le coefficient de friction est indépendant de la vitesse, notamment lorsque les vitesses mises en jeu sont très importantes, une nouvelle théorie a été développé dans les années 60 [SPUR 61]. Cette théorie s'appuie sur des modèles dits de « sprag-slip ». Ceux-ci prennent en compte l'arc-boutement de l'un des corps, voir Figure I–13. Du fait de l'arc-boutement, il est possible que les corps en contact se bloquent générant ainsi une vibration dans le contact.

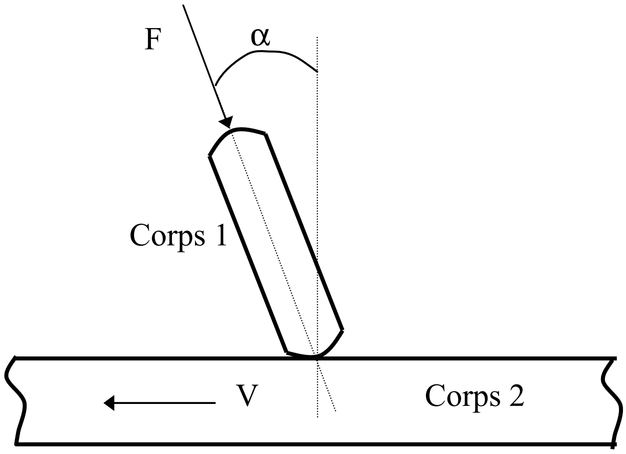


Figure I–13. Représentation du modèle de « sprag-slip »

Ces travaux ont ensuite été repris et développés par différents chercheurs. Il est par exemple possible de citer les travaux de Jarvis et Mills [JARV 63] ou de Earles [EARL 76]. Ils ont permis de montrer que des instabilités dues au couplage entre les degrés de liberté normaux, tangentiels et de torsion peuvent apparaître.

I.2.2.4 Influence des paramètres matériaux dans l'apparition des instabilités

D'autres paramètres jouent un rôle important dans la génération des instabilités. Dès 1940, Blok [BLOK 40] publie une liste de critères importants pour l'apparition du stick-slip. Ainsi le coefficient d'amortissement des matériaux C et la raideur K semblent être des facteurs importants. En effet, il conclut que l'augmentation de C ou de K permet de réduire l'amplitude de stick-slip. L'influence de l'amortissement a également été montrée par différents auteurs, (voir par exemple : [TWOR 91]). Certaines recherches [MART 92] montrent également l'influence du coefficient de Poisson sur les instabilités.

I.2.3. Critères mathématiques de caractérisation d'instabilités

La prédiction d'instabilités dans le comportement d'un mécanisme peut être faite de façon mathématique. Pour cela il est nécessaire de déterminer des critères mathématiques ainsi que des définitions de stabilité. Ces critères mathématiques ne seront que partiellement abordés dans cette thèse. Pour de plus amples détails il est possible de se rapporter aux travaux de Vola [VOLA 98] ou de Moirot [MOIR 98] [MOIR 00].

I.2.3.1 Instabilités par divergence et par flottement (« flutter »)

Une position d'équilibre est stable au sens de Lyapounov si et seulement si la solution du problème dynamique, qui admet comme condition initiale la position d'équilibre légèrement perturbée, reste suffisamment proche de cette position au cours du temps. Cet équilibre est dit asymptotiquement stable s'il est stable et qu'à l'infini, cette solution dynamique tend vers la position d'équilibre.

Le théorème de Lyapounov permet d'étudier la stabilité de systèmes non-linéaires. Pour cela, il est nécessaire de faire une étude de la partie réelle ($\Re$) des valeurs propres (λ_i^*) d'un problème linéarisé de la forme : ([BARB 97], [VOLA 99]et [MOIR 00])

$$(\lambda^2 M^* + K^*)V^* = 0 \qquad \text{(I-6)}$$

avec K^* la matrice de raideur, M^* la matrice de masse et V^* le vecteur propre.

Le théorème s'énonce alors ainsi ([MOIR 98] [MOIR 00]). :

- si $\Re(\lambda_i^*)<0$ pour tout *i*, l'équilibre considéré est asymptotiquement stable;
- s'il existe *i* tel que $\Re(\lambda_i^*)>0$, l'équilibre considéré est instable;
- si $\Re(\lambda_i^*)\leq 0$ pour tout *i*, et s'il existe *j* tel que $\Re(\lambda_j^*)=0$ alors il n'est pas possible de conclure.

Dans le cas d'un équilibre instable, il est possible de définir deux types d'instabilités :

- *Instabilités par divergence :* s'il existe *i* tel que $\Re(\lambda_i^*)>0$ (équilibre instable d'après le théorème de Lyapounov) et que $\Im(\lambda_i^*)=0$ (partie imaginaire de λ_i^*) alors un mouvement perturbé s'amplifiera sans oscillations.
- *Instabilités par flottement :* s'il existe *i* tel que $\Re(\lambda_i^*)>0$ (équilibre instable d'après le théorème de Lyapounov) et que $\Im(\lambda_i^*)\neq 0$ alors une petite perturbation entraînera un mouvement perturbé s'amplifiant autour d'un mode associé. Ce mouvement sera alors oscillant avec une amplitude croissante.

I.2.3.2 Bifurcation de Hopf

Contrairement au cas du théorème de Lyapounov, la bifurcation de Hopf ne concerne pas uniquement un équilibre mais une courbe d'équilibre. Le point de bifurcation correspond à une valeur propre qui traverse franchement l'axe des imaginaires, c'est-à-dire avec une vitesse à partie réelle non nulle, alors que toutes les autres valeurs propres sont à partie réelle strictement négative [MOIR 98]. En ce point il y a perte de la stabilité asymptotique de l'équilibre et existence d'une solution périodique dont l'amplitude croît.

I.3. TERMINOLOGIE DES PROBLEMES VIBRATOIRES LIES AU FREINAGE

Le freinage des véhicules roulants occasionne de nombreux phénomènes vibratoires qui s'accompagnent d'émissions sonores. La dénomination de ces divers bruits de freinage n'est pas formalisée. Celle-ci varie en fonction des effets produits mais également des domaines d'activité (industrie automobile ou poids lourd). Certaines vibrations comme le crissement sont de simples nuisances sonores. En revanche d'autres peuvent réduire l'efficacité du freinage voire endommager les pièces mécaniques. Généralement on distingue deux grandes familles de vibrations [RHEE 89] :

- les vibrations de corps rigide (vibrations forcées) apparaissant à basses fréquences (100 à 1000 Hz)
- les vibrations auto-entretenues apparaissant à hautes fréquences (1000 à 18000 Hz)

I.3.1. Vibrations de corps rigide

Il existe différents types de vibrations de corps rigide. Voici une liste de quelques-unes de ces vibrations accompagnée d'une brève description.

- *Les trépidations (judder) :* ce sont des vibrations à très basses fréquences (<500 Hz) qui sont ressenties et non audibles. Elles sont dues à des défauts géométriques tels qu'une variation d'épaisseur, un défaut de parallélisme… Les trépidations peuvent également être observées après une forte montée en température lorsqu'il y a apparition périodique de « points chauds », par exemple dans les freins à disque. En effet les différences de température entraînent une dilatation différente en certains points du disque. Le frein est alors excité par ces variations dimensionnelles à une fréquence multiple de la vitesse de rotation, ce qui fait entrer la structure en résonance.

- *Le broutement, grognement, grondement (groan) :* ce sont des vibrations autour de 100-400 Hz qui sont à la fois ressenties et sources de bruit audible. La source de ces vibrations est un phénomène global d'adhérence-glissement (stick-slip). Les vibrations générées au niveau du contact se transmettent alors à la structure. Le broutement peut nuire à l'efficacité du freinage.

- *Le bourdonnement ou ronflement (hum, moan) :* ce sont des vibrations de 100 à 500 Hz, de forte amplitude, parfois audibles. Ce type de vibrations apparaît souvent suite à un mauvais retrait des plaquettes de frein qui viennent alors lécher le disque. Ce léchage entraîne l'excitation de l'étrier, qui peut se transmettre à l'ensemble du mécanisme. Ces vibrations peuvent nuire à la sécurité de la conduite et à l'intégrité des pièces mécaniques.

I.3.2. Vibrations auto-entretenues

Une description des différentes vibrations auto-entretenues est donnée ci-dessous.

- *Le crissement (squeal) :* ce sont des vibrations à hautes fréquences qui sont à l'origine de sons purs et stridents (sons quasi-monochromatiques de forte intensité). Le crissement apparaît principalement à faibles vitesses (de 0 à 30 km/h) et à faibles pressions (0 à 25 bars). Ce type de vibrations n'affecte pas l'efficacité du freinage.

- *Le sifflement (squeak) :* il s'agit de vibrations proches de celles du crissement mais de courte durée.

- *Bruit de brosse, raclement (wire brush) :* il s'agit d'un phénomène de pics courts proche de la fréquence du sifflement mais avec plusieurs fréquences et amplitudes aléatoires. Le raclement résulte souvent de la présence de différents sites d'excitation issus d'irrégularités de la partie frottante.

CHAPITRE II. Aspect numérique : Modélisation du contact frottant

II.1. INTRODUCTION

Nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier en détail les aspects numériques (discrétisations spatiale et temporelle, résolution du contact …) liés à la modélisation d'un problème de contact avec frottement entre corps élastiques. La discrétisation spatiale utilise la méthode des éléments finis basée sur une formule variationnelle en déplacement pour résoudre les équations aux dérivées partielles de l'équation d'équilibre du système. La discrétisation temporelle ainsi que la méthode de résolution du contact peuvent être basées sur différents schémas numériques qui seront présentés ci-après.

II.2. FORMULATION VARIATIONNELLE

Soit un corps élastique représenté par un domaine Ω de $\Re^2$, de frontière Γ. Soit n la normale extérieure à Γ. La frontière est divisée en trois parties disjointes Γ_u, Γ_F et Γ_c. Sur la frontière Γ_u on impose un champs de déplacement U, sur Γ_F on impose des forces surfaciques F. Les densités volumiques de forces extérieures (telles que le poids) sont notées f_{vol}. La frontière Γ_c est candidate au contact, on note F^c les forces surfaciques de contact.

$\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_F \cup \Gamma_c$

$\Gamma_u \cap \Gamma_F \cap \Gamma_c = 0$

Au niveau de la surface de contact une loi de Coulomb standard non régularisé est imposée.

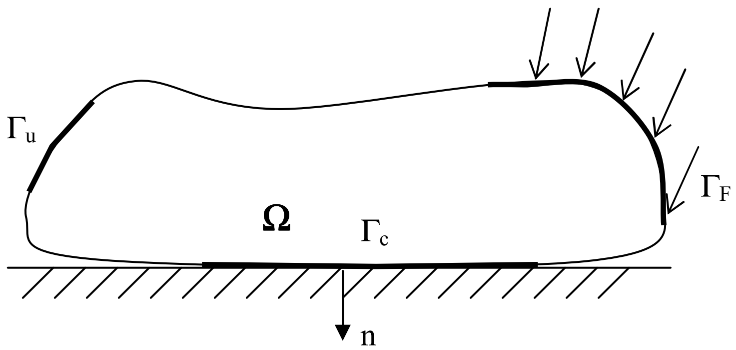


Figure II-1 Exemple de corps élastique (Ω) en contact sur une fondation rigide

Le problème étudié consiste à trouver le champ de déplacement u et le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ satisfaisant :

- l'équation dynamique d'équilibre dans Ω :

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}(u) + f_{vol} = \rho \ddot{u} \qquad \text{(II-1)}$$

- les conditions aux limites mécaniques sur Γ_F :

$$\underline{\underline{\sigma}}(u)\, n - F = 0 \qquad \text{(II-2)}$$

- les conditions aux limites géométriques sur Γ_u :

$$u = U \tag{II-3}$$

- la loi de comportement élastique reliant le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ au tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$:

$$\sigma_{ij}(u) = A_{ijkh}\,\varepsilon_{kh}(u) \tag{II-4}$$

- la loi de frottement de Coulomb appliquée à un nœud appartenant à Γ_c :

$$\begin{array}{l} \text{soit } u.n < 0 \text{ et } \sigma^t = \sigma^n = 0 \\ \text{soit } u.n = 0 \text{ et } \sigma^n < 0 \text{ alors :} \\ \qquad \text{soit } \|\sigma^t\| < \mu\,|\sigma^n| \text{ et } V_{gliss} = 0 \\ \qquad \text{soit } \|\sigma^t\| = \mu\,|\sigma^n| \text{ et } \exists\, A \text{ tel que } V_{gliss} = -A\,\sigma^t \end{array} \tag{II-5}$$

où V_{gliss} est la vitesse relative de glissement du contact.

La forme variationnelle faible associée au problème différentielle dérive directement du principe des puissances (ou travaux) virtuelles [DUVA 76], [ODEN 85] et [DAUT 87]. Elle peut s'écrire sous la forme :

$$\int_\Omega \underline{\underline{\sigma}} : \delta\underline{\underline{\varepsilon}}^*\, d\Omega - \int_\Omega f\,\delta\dot{u}^*\, d\Omega - \int_{\Gamma_F} F\,\delta\dot{u}^*\, d\Gamma + \int_\Omega \rho\ddot{u}\,\delta\dot{u}^*\, d\Omega - \int_{\Gamma_c} F^c\,\delta\dot{u}^*\, d\Gamma = 0 \tag{II-6}$$

avec $\delta\underline{\underline{\varepsilon}}^*$ le tenseur du taux de déformations virtuelles et $\delta\dot{u}^*$ le vecteur des vitesses virtuelles.

II.3. DISCRETISATION SPATIALE

Après l'introduction d'une formulation variationnelle du problème mécanique sur le domaine matériel, l'étape suivante consiste à discrétiser les différentes expressions virtuelles sur ce domaine matériel. Pour cela on décompose le domaine Ω en sous-domaines Ω_j (appelés éléments finis) [ODEN 72], [BATH 82], [DHAT 84], [ZIEN 00] et [ODEN 85]. Le domaine Ω correspond alors à l'union de tous les sous-domaines Ω_j de la structure :

$$\Omega = \bigcup_{\text{elts } j} \Omega_j \tag{II-7}$$

Ces sous-domaines peuvent être de différentes formes géométriques. Pour les problèmes en 2 dimensions, les éléments triangulaires à 3 ou 6 nœuds ou les éléments quadrangles à 4 ou 8 nœuds peuvent être utilisés. Pour les problèmes en 3 dimensions, il existe des éléments tétraédriques à 4 ou 10 nœuds, des éléments pyramidaux, à 5 et 13 nœuds, des prismes à 6 ou 15 nœuds ou encore des cubes à 8 ou 20 nœuds. Une représentation de la discrétisation spatiale en éléments quadrangles à 4 nœuds est donnée Figure II-2.

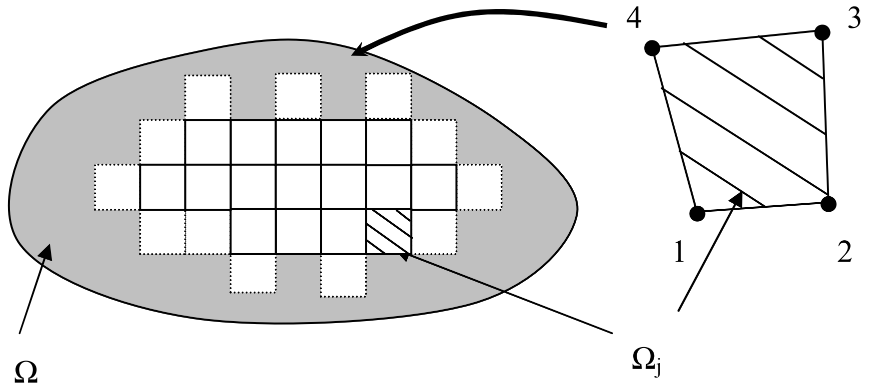


Figure II-2. Représentation de la discrétisation spatiale en éléments quadrangles à 4 noeuds

Dans chaque sous-domaine Ω_j, les approximations nodales du champ de déplacements u, du champ de vitesses $\dot{u}$ et du champ d'accélérations $\ddot{u}$ sont définies respectivement par les équations (II-8) à (II-10).

$$u_j = \sum_k N^k u_j^k \tag{II-8}$$

$$\dot{u}_j = \sum_k N^k \dot{u}_j^k \tag{II-9}$$

$$\ddot{u}_j = \sum_k N^k \ddot{u}_j^k \tag{II-10}$$

où N^k représente les fonctions d'interpolation (fonctions de forme) des déplacements u_j au nœud k (elles dépendent des coordonnées spatiales mais pas du temps). Les vecteurs u_j^k, $\dot{u}_j^k$ et

$\ddot{u}_j^k$ représentent respectivement le déplacement, la vitesse et l'accélération du nœud *k* de l'élément Ω_j.

La forme discrétisée de la formulation variationnelle faible de l'équation d'équilibre est ainsi obtenue à l'instant *t* :

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + F_t^{int} = F_t^{ext} \tag{II-11}$$

où *M* représente la matrice de masse cohérente :

$$M = \underset{j}{A} \int_{\Omega_j} \rho N N^T d\Omega_j \tag{II-12}$$

et *C* est la matrice d'amortissement. Elle peut être définie de différentes façons comme nous le verrons par la suite ChapitreII.6.

F_t^{int} représente le vecteur des forces internes à l'instant *t* :

$$F_t^{int} = \underset{j}{A} \int_{\Omega_j} B^T \sigma \, d\Omega_j \tag{II-13}$$

et F_t^{ext} est le vecteur des forces extérieures à l'instant *t* :

$$F_t^{ext} = \underset{j}{A} \int_{\Omega_j} N^T f \, d\Omega_j + \underset{j}{A} \int_{S_{Fj}} N^T F \, dS_j + \underset{j}{A} \int_{S_{Cj}} N^T F_c \, dS_j \tag{II-14}$$

Enfin, $\underset{j}{A}$ symbolise le passage des intégrales élémentaires aux intégrales sur l'ensemble du maillage et *B* est la matrice des gradients B^k des fonctions de forme N^k :

$$B^k = \frac{\partial N^k}{\partial x} \tag{II-15}$$

II.4. INTEGRATION TEMPORELLE

L'analyse de problèmes dynamiques non-linéaires en utilisant la méthode des éléments finis nécessite l'utilisation d'algorithmes d'intégration pas à pas pour résoudre l'équation d'équilibre. Il existe deux types de schémas temporels : les schémas implicites et explicites. Ces derniers sont facilement implémentables car ils permettent de calculer le résultat de l'équation au temps $t+\Delta t$ en fonction des quantités connues à t. L'inconvénient majeur de cette méthode est la nécessité de prendre un pas de temps très petit pour permettre la convergence du schéma. Les méthodes implicites sont plus lourdes à mettre en œuvre dès qu'il s'agit de traiter des problèmes fortement non linéaires. En effet, afin que l'équation d'équilibre soit validée à l'instant $t+\Delta t$, une convergence de la solution est effectuée sur Δt. Ainsi, si les non-linéarités sont importantes pendant Δt, la convergence du problème sera difficile. En revanche, l'avantage de telles méthodes est la stabilité inconditionnelle du schéma permettant ainsi l'utilisation d'un plus grand pas de temps.

II.4.1. Méthodes implicites

II.4.1.1 Méthode de Newmark

En 1959 Newmark propose une méthode [NEWM 59], [BATH 82], [HUGH 87] qui relie les accélérations, les vitesses et les déplacements des noeuds aux instants $t+\Delta t$ et t comme suit :

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t\,\dot{u}_t + \frac{\Delta t^2}{2}\left[(1-2\beta)\ddot{u}_t + 2\beta\,\ddot{u}_{t+\Delta t}\right] \tag{II-16}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t\left[(1-\gamma)\ddot{u}_t + \gamma\,\ddot{u}_{t+\Delta t}\right] \tag{II-17}$$

Les paramètres β et γ doivent être choisis en fonction des applications [CLAI 00]. La méthode la plus couramment utilisée est la méthode de l'accélération moyenne (β=0.25 et γ=0.5). On remarquera également que lorsque β=0 et γ=0.5, on retrouve la méthode des différences centrées (voir paragraphe II.4.2.1).

On cherche alors à résoudre l'équation d'équilibre à l'instant $t+\Delta t$:

$$M\,\ddot{u}_{t+\Delta t} + C\,\dot{u}_{t+\Delta t} + K\,u_{t+\Delta t} = F^{ext}_{t+\Delta t} \tag{II-18}$$

A partir de l'équation (II-16), il est possible d'exprimer les accélérations à $t+\Delta t$ uniquement en fonction des termes connus et des déplacements à $t+\Delta t$:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = \frac{u_{t+\Delta t} - u_t}{\beta\,\Delta t^2} - \frac{\dot{u}_t}{\beta\,\Delta t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_t \tag{II-19}$$

En substituant l'équation (II-19) dans l'équation (II-17) on obtient l'expression des vitesses à $t+\Delta t$ uniquement en fonction des termes connus et des déplacements nodaux à $t+\Delta t$:

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \left(1-\frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{u}_t + \Delta t\left((1-\gamma)-\left(\frac{\gamma}{2\beta}-\gamma\right)\right)\ddot{u}_t + \frac{\gamma}{\Delta t\,\beta}\left(u_{t+\Delta t}-u_t\right) \qquad \text{(II-20)}$$

Il existe différentes façons d'implémenter cette méthode dans un code d'éléments finis. Par exemple, Hughes [HUGH 87] propose une méthode de prédiction-correction. A la première itération *i*, des prédicteurs ($u^i_{t+\Delta t}$ et $\dot{u}^i_{t+\Delta t}$) sont définis pour les déplacements et les vitesses à $t+\Delta t$ grâce aux équations (II-16) et (II-17) en supposant les accélérations nodales à $t+\Delta t$ nulles.

La résolution de l'équation d'équilibre par la méthode de Newton-Raphson permet ainsi d'obtenir une nouvelle approximation des déplacements ($u^{i+1}_{t+\Delta t}$) à $t+\Delta t$. Les vitesses et accélérations sont alors remises à jour ($\dot{u}^{i+1}_{t+\Delta t}$ et $\ddot{u}^{i+1}_{t+\Delta t}$) grâce aux équations (II-19) et (II-20). On réitère le procédé jusqu'à l'obtention d'un champ de déplacements qui satisfasse le critère de convergence :

$$\frac{\left\| F^{ext}_{t+\Delta t} - F^{int}_{t+\Delta t} - C\,\dot{u}^i_{t+\Delta t} - M\,\ddot{u}^i_{t+\Delta t} \right\|}{\left\| F^{int}_{t+\Delta t} \right\|} \le \varepsilon \qquad \text{(II-21)}$$

Stabilité :

La stabilité de cette méthode dépend du choix des paramètres β et γ. Le Tableau II-1 présente un résumé des conditions de stabilité pour la méthode de Newmark. Pour une analyse plus détaillée de la stabilité, le lecteur pourra se référer à [HUGH 87] et [BATH 82].

Condition de stabilité		Pas de temps critique
inconditionnelle	$\beta \ge 0.25$ $\gamma \ge 0.5$	$\Delta t_c = \infty$
conditionnelle	$\beta \le \gamma / 2$ $\gamma \ge 0.5$	$\Delta t_c = \dfrac{T_{min}}{2\pi\sqrt{\dfrac{\gamma}{2}-\beta}}$

Tableau II-1. Conditions de stabilité de la méthode d'intégration temporelle de Newmark

II.4.1.2 Autres schémas temporels

Il existe d'autres schémas d'intégration temporelle implicite [HUGH 87] et [BATH 82]. Ceux-ci sont brièvement présentés dans ce chapitre.

La **méthode de Houbolt** [HOUB 50] fut l'une des premières utilisées. L'équation d'équilibre est intégralement résolue à l'instant $t+\Delta t$ et les accélérations et les vitesses sont définies en fonction des déplacements aux temps $t-2\Delta t$, $t-\Delta t$, t et $t+\Delta t$.

$$M\ddot{u}_{t+\Delta t} + C\dot{u}_{t+\Delta t} + K u_{t+\Delta t} = F^{ext}_{t+\Delta t} \qquad \text{(II-22)}$$

$$\dot{u}_t = \frac{1}{2\Delta t}\left(u_{t+\Delta t} - u_{t-\Delta t}\right) \qquad \text{(II-23)}$$

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = \frac{2u_{t+\Delta t} - 5u_t + 4u_{t-\Delta t} - u_{t-2\Delta t}}{\Delta t^2} \qquad \text{(II-24)}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \frac{11u_{t+\Delta t} - 18u_t + 9u_{t-\Delta t} - 2u_{t-2\Delta t}}{6\Delta t} \qquad \text{(II-25)}$$

En 1973, Wilson et al. [WILS 73] rendent la méthode de Newmark inconditionnellement stable en introduisant un facteur θ ($\theta \geq 1.37$) d'où le nom de **méthode de Wilson-θ.** Cette méthode suppose que les accélérations sont linéaires entre le temps t et $t+\theta\Delta t$. Les accélérations et les vitesses sont exprimées au temps à $t+\theta\Delta t$ grâce aux équations (II-26) et (II-27).

$$\dot{u}_{t+\theta\Delta t} = \frac{3}{\theta\Delta t}\left(u_{t+\theta\Delta t} - u_t\right) - 2\dot{u}_t - \frac{\theta\Delta t}{2}\ddot{u}_t \qquad \text{(II-26)}$$

$$\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2}\left(u_{t+\theta\Delta t} - u_t\right) - \frac{6}{\theta\Delta t}\dot{u}_t - 2\ddot{u}_t \qquad \text{(II-27)}$$

La résolution de l'équation d'équilibre à $t+\theta\Delta t$ permet alors d'obtenir $u_{t+\theta\Delta t}$.

$$M\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} + C\dot{u}_{t+\theta\Delta t} + K u_{t+\theta\Delta t} = F^{ext}_t + \theta\left(F^{ext}_{t+\Delta t} - F^{ext}_t\right) \qquad \text{(II-28)}$$

On peut donc calculer $\dot{u}_{t+\theta\Delta t}$ et $\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}$ grâce aux équations (II-26) et (II-27).

Les accélérations, vitesses et déplacements sont alors calculés à $t+\Delta t$:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = \ddot{u}_t + \frac{1}{\theta}\left(\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{u}_t\right) \qquad \text{(II-29)}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t\,\ddot{u}_t + \frac{1}{2\theta}\left(\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{u}_t\right) \qquad \text{(II-30)}$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t\,\dot{u}_t + \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{1}{6\theta\Delta t}\left(\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{u}_t\right) \qquad \text{(II-31)}$$

Lorsque l'on augmente la valeur de θ, cela permet d'accroître l'amortissement des modes de vibration de fréquences élevées.

Les travaux de Newmark et Wilson ont donné suite à des schémas d'intégrations connus sous le nom de **méthode de collocation**. Les lecteurs pourront se référer à [HILB 78] pour une plus ample description de la méthode.

La méthode de collocation est définie par les équations suivantes :

$$M\,\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} + C\,\dot{u}_{t+\theta\Delta t} + K\,u_{t+\theta\Delta t} = F^{ext}_{t+\theta\Delta t} \tag{II-32}$$

avec :

$$\dot{u}_{t+\theta\Delta t} = \dot{u}_t + \theta\,\Delta t\left[(1-\gamma)\ddot{u}_t + \gamma\,\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\right] \tag{II-33}$$

$$u_{t+\theta\Delta t} = u_t + \theta\,\Delta t\,\dot{u}_t + \frac{\theta^2\,\Delta t^2}{2}\left[(1-2\beta)\ddot{u}_t + 2\beta\,\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\right] \tag{II-34}$$

et :

$$\theta \geq 1 \qquad \gamma \geq \frac{1}{2} \qquad \frac{\theta}{2(\theta+1)} \geq \beta \geq \frac{2\theta^2 - 1}{4(2\theta^3 - 1)} \tag{II-35}$$

Les méthodes de Newmark ne permettent pas d'introduire un amortissement numérique sans dégrader la précision du schéma. Pour améliorer cette situation, Hilbert, Hughes et Taylor [HILB 77] ont introduit la **méthode-α**. Les formules de différences finies de Newmark pour le calcul des vitesses et des déplacements (équations (II-16) et (II-17)) sont utilisées. Seule l'équation d'équilibre est modifiée comme suit :

$$M\,\ddot{u}_{t+\Delta t} + (1-\alpha)C\,\dot{u}_{t+\Delta t} - C\,\dot{u}_t + (1-\alpha)K\,u_{t+\Delta t} = F^{ext}_{t+\alpha\Delta t} \tag{II-36}$$

Si l'on choisit les paramètres α, β, et γ comme suit :

$$\alpha \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right] \qquad \beta = \frac{(1-\alpha)^2}{4} \qquad \gamma = \frac{1-2\alpha}{2} \tag{II-37}$$

on obtient un schéma d'intégration inconditionnellement stable et de précision d'ordre 2.

On remarquera que lorsque α=0, on retrouve un schéma de Newmark. D'autre part, plus α est petit et plus la dissipation d'énergie numérique est importante.

II.4.2. Méthodes explicites

II.4.2.1 Méthode des différences centrées

La méthode explicite la plus connue est celle des différences centrées. L'équation d'équilibre est résolue à l'instant *t* :

$$M\,\ddot{u}_t + C\,\dot{u}_t + K\,u_t = F^{ext}_t \tag{II-38}$$

avec $K\,u_t = F^{int}_t$.

L'algorithme explicite des différences centrées exprime les vitesses et les accélérations au temps t en fonction des déplacements aux temps *t+Δt*, *t* et *t-Δt* :

$$\dot{u}_t = \frac{1}{2\Delta t}\left(u_{t+\Delta t} - u_{t-\Delta t}\right) \tag{II-39}$$

$$\ddot{u}_t = \frac{1}{\Delta t^2}\left(u_{t+\Delta t} - 2u_t + u_{t-\Delta t}\right) \qquad \text{(II-40)}$$

En remplacent les vitesses et les accélérations par leurs expressions dans l'équation (II-38) on obtient l'expression du déplacement à *t+Δt* :

$$u_{t+\Delta t} = \left[M + \frac{\Delta t}{2}C\right]^{-1}\left(\Delta t^2\left(F_t^{ext} - F_t^{int}\right) + 2Mu_t - \left[M - \frac{\Delta t}{2}C\right]u_{t-\Delta t}\right) \qquad \text{(II-41)}$$

Il est possible de simplifier cette équation en prenant l'expression de la vitesse à *t-Δt /2* :

$$\dot{u}_{t-\frac{\Delta t}{2}} = \frac{u_t - u_{t-\Delta t}}{\Delta t} \qquad \text{(II-42)}$$

L'équation d'équilibre devient donc :

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_{t-\frac{\Delta t}{2}} + Ku_t = F_t^{ext} \qquad \text{(II-43)}$$

Et l'expression suivante du déplacement à *t+Δt* est obtenue:

$$u_{t+\Delta t} = M^{-1}\Delta t^2\left(F_t^{ext} - F_t^{int} - C\dot{u}_{t-\frac{\Delta t}{2}}\right) + 2u_t - u_{t-\Delta t} \qquad \text{(II-44)}$$

Pour résoudre ce système il est nécessaire d'inverser la matrice de masse *M* à chaque pas de temps. Cette procédure étant coûteuse en temps de calcul, on utilise une matrice de masse concentrée [OWEN 80], [ZIEN 00]. Cette matrice est diagonale et donc immédiatement inversible.

II.4.2.2 Méthode β-2

La méthode des différences centrées peut être modifiée en ajoutant un paramètre β_2. Celui-ci permet d'introduire un amortissement numérique qui supprime les hautes fréquences (voir Chapitre II.6.2.).

Le paramètre β_2 est introduit dans l'expression de la vitesse à l'instant *t* (équation (II-39)):

$$\begin{aligned}\dot{u}_t = \frac{1}{(1+2\beta_2)\Delta t}\big(2\beta_2 u_{t+\Delta t} - 2(1-\beta_2)u_{t-\Delta t} \\ + 2(1-2\beta_2)u_t + \Delta t(2\beta_2 - 1)\dot{u}_{t-\Delta t}\big)\end{aligned} \qquad \text{(II-45)}$$

L'accélération peut alors être définie ainsi:

$$\ddot{u}_t = \frac{2}{\Delta t^2}\left(u_{t+\Delta t} - u_t + \Delta t\,\dot{u}_t\right) \qquad \text{(II-46)}$$

La détermination du déplacement à l'instant *t+Δt* (équation (II-44)) est alors modifiée comme suit:

$$\begin{aligned}u_{t+\Delta t} = \frac{(1+2\beta_2)}{2}M^{-1}\Delta t^2\left(F_t^{ext} - F_t^{int} - C\dot{u}_{t-\frac{\Delta t}{2}}\right) + (3-2\beta_2)u_t \\ - 2(1-\beta_2)u_{t-\Delta t} + \Delta t(2\beta_2 - 1)\dot{u}_{t-\Delta t}\end{aligned} \qquad \text{(II-47)}$$

L'utilisation du schéma β_2 entraînant un amortissement des hautes fréquences, il est nécessaire de réaliser une étude de l'influence du paramètre d'amortissement numérique (β_2) pour s'assurer qu'il n'élimine pas des instabilités hautes fréquences.

II.4.2.3 Stabilité du schéma

L'inconvénient des schémas explicites est la nécessité d'utiliser un pas de temps suffisamment petit pour que la stabilité du schéma d'intégration temporelle soit satisfaite. La limite de stabilité [BATH 82] [HUGH 87] pour une solution non amortie est donnée par :

$$\Delta t < \frac{2}{w_{max}} \tag{II-48}$$

où w_{max} est la plus grande valeur propre du système d'équations mécaniques.

Si l'on introduit un facteur d'amortissement ζ (<1) le domaine de validité devient :

$$\Delta t < \frac{2}{w_{max}}\left(\sqrt{1+\zeta^2}-\zeta\right) \tag{II-49}$$

Une approximation de la limite de stabilité consiste à évaluer le temps mis par une onde de pression pour parcourir la longueur du plus petit élément du maillage :

$$\Delta t < \frac{l_{min}}{c_l} \tag{II-50}$$

$$\text{avec } c_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \tag{II-51}$$

avec l_{min}, la plus petite dimension de l'élément du maillage et c_l la vitesse d'onde longitudinale.

II.4.3. Choix de la méthode d'intégration temporelle dans le code PlastD

Les phénomènes physiques que nous souhaitons observer sont des phénomènes transitoires ayant une fréquence pouvant être assez importante (plusieurs kHz). Pour pouvoir mettre en évidence ces phénomènes il est alors nécessaire d'avoir un pas de temps suffisamment petit. La méthode d'intégration temporelle implicite n'est donc pas adaptée puisqu'elle est plus difficile à mettre en œuvre et son principal intérêt (possibilité de prendre un pas de temps important) n'est d'aucune utilité.

La **méthode explicite (méthode β-2)** a donc été retenue pour le code PlastD.

II.5. METHODES DE RESOLUTION DU CONTACT

Il existe différentes méthodes numériques permettant de gérer le contact entre deux solides ou entre un solide et une surface rigide. Il est par exemple possible de citer la méthode de pénalisation, la méthode des multiplicateurs de Lagrange, la méthode mixte ou hybride …

II.5.1. Méthode de pénalisation

Cette méthode permet de gérer le contact entre un nœud frontière d'un corps élastique et une surface. Cette surface peut soit être une surface rigide (contact élastique-rigide) soit être le segment d'un élément d'un autre corps élastique (contact élastique-élastique).

Le problème considéré est présenté Figure II-3. Soit un segment [AB] du corps élastique 1 (ou de la surface rigide 1) de normale rentrante $\vec{n}$ et de composante tangentielle $\vec{t}$ et *K* un nœud du corps élastique 2 de coordonnées $\left[{}^{K}n_t, {}^{K}t_t\right]^T$ à l'instant *t* dans le repère $(\vec{n}, \vec{t})$. Soit *P* le projeté orthogonal de *K* sur le segment [AB] et de coordonnées $\left[{}^{P}n_t, {}^{P}t_t\right]^T$ dans le repère $(\vec{n}, \vec{t})$ (avec ${}^{P}t_t = {}^{K}t_t$). Une légère pénétration g_t^n du nœud *K* dans le corps 1 (ou la surface rigide 1) à l'instant *t* est autorisée lorsqu'il y a contact. Cette pénétration est définie à l'instant *t* par :

$$g_t^n = ({}^{K}n_t - {}^{P}n_t) > 0 \qquad \text{(II-52)}$$

Cette méthode de gestion de contact ne respecte donc pas les conditions de Signorini puisqu'une légère pénétration est admise.

Pendant un incrément de temps *Δt*, le nœud $K_{t-\Delta)}$ se déplace en K_t. Le projeté orthogonal $P_{t-\Delta t}$ du nœud $K_{t-\Delta t}$ sur le segment [AB] se déplace donc au point ${}^{*}P_t$. g_t^n correspond à la pénétration normale du nœud dans le corps 1 à l'instant *t* et g_t^t est l'évaluation de l'incrément de déplacement tangentiel du nœud entre les instants *t-Δt* et *t*.

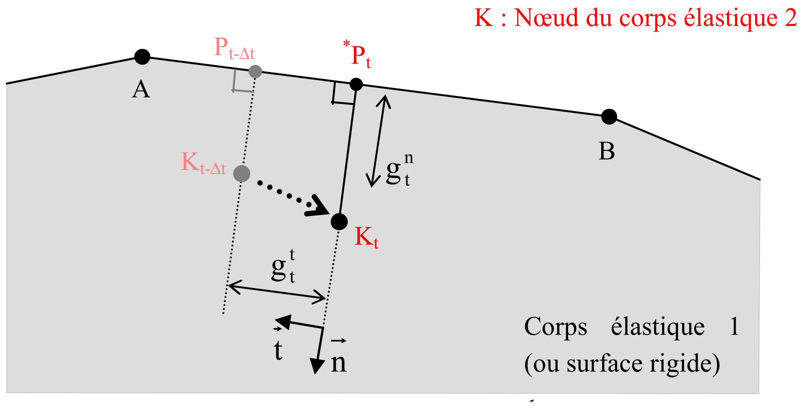


Figure II-3. Représentation du problème pour une résolution par la méthode de pénalisation

La méthode de pénalisation consiste à augmenter la fonctionnelle de l'énergie totale [COOK 02] par une fonction de pénalisation :

$$\Pi^*(\mathrm{u_t}) = \Pi(\mathrm{u_t}) + \frac{\mathrm{k}}{2}\,{}^{\mathrm{T}}\mathrm{g_t} \cdot \mathrm{g_t} \tag{II-53}$$

avec $\Pi(u_t)$ la fonctionnelle de l'énergie totale associée aux corps en contact, u_t le vecteur des déplacements nodaux à l'instant t, $g_t = \left[\mathrm{g_t^n}, \mathrm{g_t^t}\right]^{\mathrm{T}}$ le vecteur de la pénétration nodale à l'instant t et k le coefficient de pénalisation. En minimisant la fonctionnelle $\Pi^*(u_t)$, on obtient l'équation variationnelle discrète :

$$\delta\Pi(\mathrm{u_t}) = \Pi(\mathrm{u_t}) + \mathrm{k}\,{}^{\mathrm{T}}\mathrm{g_t} \cdot \delta\mathrm{g_t} \tag{II-54}$$

Il est alors possible de calculer les forces de contact normale (F_t^n) et tangentielle (F_t^t) à l'instant t. Celles-ci sont proportionnelles à g_t^n et à g_t^t :

$$\mathrm{F_t^n} = \mathrm{F_{t-\Delta t}^n} + \mathrm{k^n}\ \mathrm{g_t^n} \tag{II-55}$$

$$\mathrm{F_t^t} = \mathrm{F_{t-\Delta t}^t} + \mathrm{k^t}\ \mathrm{g_t^t} \tag{II-56}$$

Ces forces de contact correspondent aux réactions dues à deux ressorts fictifs introduits entre les entités en contact (nœud K et segment [AB]). k^n et k^t sont les deux coefficients de pénalisation (ou raideur de contact), le premier est suivant la normale et le deuxième suivant la tangentielle à la surface de contact.

Cette méthode est facile à mettre en œuvre dans un code d'éléments finis que ce soit avec un schéma d'intégration explicite ou implicite. Contrairement à la méthode des multiplicateurs de Lagrange elle ne nécessite pas l'addition de variables supplémentaires [ZHON 88]. Le principal désavantage de cette méthode est le choix des coefficients de pénalisation (ou raideur de contact) qui ont une influence directe sur les résultats [BAIL 96]. En effet, une faible valeur de ce coefficient conduit à de grandes valeurs de pénétration qui ne sont pas acceptables physiquement [LEE 93a] tandis qu'une valeur élevée de la raideur de contact tend à rigidifier le système et engendre des oscillations et des problèmes de convergence [BELY 91], [MOTT 92], [JU 99], [ZHON 93]. Il est donc nécessaire de choisir une valeur appropriée pour les coefficients de pénalisation [LEE 93a], [JU 99].

Une raideur couramment utilisée est celle introduite par [HALL 85] :

$$\mathrm{k_c} = \alpha \frac{\mathrm{A^2 K^c}}{\mathrm{V_e}} \tag{II-57}$$

avec A l'aire de la surface de l'élément en contact, V_e le volume de cet élément, K^c le module de compressibilité et α un facteur d'échelle généralement égal à 0.1.

Il existe d'autres méthodes permettant d'améliorer le choix du coefficient de pénalisation, notamment Chamoret [CHAM 04] qui propose un ajustement automatique du coefficient de pénalisation en fonction de la précision désirée sur la pénétration ou encore Arnoult [ARNO 01]. Ces derniers présentent une approche différente pour déterminer cette raideur de contact. Pour cela, la correction sur les vecteurs des forces de contact est considérée dans le cas des multiplicateurs (cf. Chapitre II.5.2.) comme le produit d'une raideur de contact et de la distance prédite de pénétration. En considérant que la méthode des multiplicateurs de Lagrange a un comportement similaire à la méthode de pénalisation une nouvelle raideur de contact k_c est déterminée :

$$k_c = \frac{1}{\beta \Delta t^2}[QM^{-1}Q^T]^{-1} \tag{II-58}$$

où β est un paramètre de Newmark et $QM^{-1}Q^t$ le résultat d'une condensation de toutes les masses candidates au contact. Contrairement à la raideur proposée par Hallquist [HALL 85], cette nouvelle raideur ne dépend pas des caractéristiques des matériaux.

II.5.2. Méthode des multiplicateurs de Lagrange

La méthode des multiplicateurs de Lagrange [DHAT 84] [COOK 02] permet de respecter la condition de non pénétration et d'éviter les problèmes liés au choix des coefficients de pénalisation. Par contre elle est plus difficile à mettre en œuvre puisque d'une part elle nécessite l'introduction d'inconnues supplémentaires (multiplicateurs de Lagrange) et d'autre part elle nécessite généralement la définition d'une surface maître et d'une surface esclave. Les conditions de contact sont alors imposées aux nœuds esclaves qui ne doivent pas pénétrer dans le domaine délimité par les surfaces maîtres.

L'introduction des multiplicateurs de Lagrange modifie la fonctionnelle de l'énergie totale à l'instant t de la façon suivante :

$$\Pi^*(u_t) = \Pi(u_t) + {}^{T\,ML}\lambda_t \cdot g_t \tag{II-59}$$

avec ${}^{ML}\lambda_t = \left[{}^{ML}\lambda_t^n,\ {}^{ML}\lambda_t^t\right]^T$ le vecteur des multiplicateurs de Lagrange associés à chaque nœud en contact, u_t le vecteur des déplacements nodaux. g_t correspond au vecteur de pénétration nodale à l'instant t si le nœud est laissé libre de pénétrer. La minimisation de la fonctionnelle $\Pi^*(u_t)$ donne :

$$\begin{cases} \delta\Pi(u_t) + \left\langle {}^{ML}\lambda_t \right\rangle \delta\{g_t\} = 0 \\ \delta\left\langle {}^{ML}\lambda_t \right\rangle \{g_t\} \leq 0 \end{cases} \tag{II-60}$$

La formulation matricielle semi-discrétisée de l'équation d'équilibre est donnée par les équations (II-61) et (II-62) à l'instant $t+\Delta t$:

$$\begin{cases} M\ddot{u}_{t+\Delta t} + C\dot{u}_{t+\Delta t} + F^{int}_{t+\Delta t} + {}^{T}G^{dep}_{t+\Delta t} \cdot {}^{ML}\lambda_{t+\Delta t} - F^{ext}_{t+\Delta t} = 0 & \text{(II-61)} \\ G^{dep}_{t+\Delta t} \cdot \{X_t + u_{t+\Delta t} - u_t\} \leq 0 & \text{(II-62)} \end{cases}$$

avec $G^{dep}_{t+\Delta t}$ est la matrice globale obtenue par assemblage des matrices élémentaires des contraintes de contact en déplacement et $X_{t+\Delta t} = \{X_t + u_{t+\Delta t} - u_t\}$ le vecteur des coordonnées à $t+\Delta t$.

La résolution de ces équations permet de déterminer les incréments de déplacement ainsi que les multiplicateurs de Lagrange. Ces derniers correspondent aux forces de contact agissant sur les nœuds esclaves [ARNO 01] et sont tels que :

$$F^{c}_{t+\Delta t} = G^{dep\;\;T}_{t+\Delta t}\;{}^{ML}\lambda_{t+\Delta t} \qquad \text{(II-63)}$$

Cette méthode présente l'avantage de satisfaire parfaitement les conditions de contact et de ne pas ajouter de coefficients réglables. C'est donc cette méthode qui a été retenue pour le code PlastD.

II.6. AMORTISSEMENTS

II.6.1. Amortissement structural

II.6.1.1 Définition de l'amortissement structural

Le mouvement d'un système mécanique n'étant pas perpétuel, il est nécessaire de prendre en compte des pertes d'énergie dues aux forces de résistance qui s'opposent au mouvement (telles que la résistance de l'air, les mouvements de la microstructure…). Pour cela il est nécessaire d'ajouter un amortissement structural.

Prenons par exemple le cas d'une poutre encastrée-libre en vibration libre. L'extrémité libre de la poutre est écartée en flexion de sa position d'équilibre puis abandonnée sans vitesse initiale (Figure II-4). La poutre se met alors à osciller de façon sinusoïdale à la fréquence du premier mode (mode de flexion). Dans le cas de la poutre encastrée-libre cette fréquence est égale à :

$$f_1 = \frac{X_1^2}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \qquad \text{avec } X_1^2 = 3.516 \qquad \text{et} \qquad I = \frac{b_p h^3}{12} \tag{II-64}$$

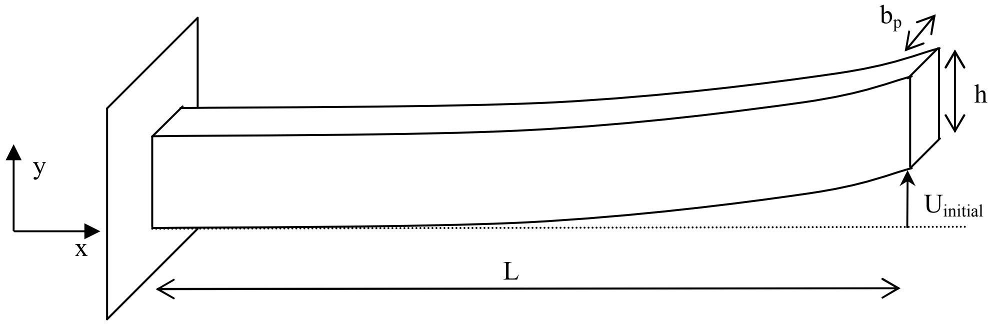


Figure II-4. Cas d'étude d'une poutre encastrée-libre soumise à un déplacement en son extrémité libre

Du fait des efforts résistants, l'amplitude du mouvement diminue jusqu'au retour à la position d'équilibre. Cette décroissance est gouvernée par le facteur d'amortissement ζ (Figure II-5). En mesurant les déplacements y_p et y_{p+q} à p et à $p+q$ périodes on obtient la relation suivante :

$$\zeta = \frac{1}{2\pi q}\ln\left(\frac{y_p}{y_{p+q}}\right) \tag{II-65}$$

Expérimentalement ce facteur peut donc être déterminé par la méthode du "lâcher". Le retour à l'équilibre se fait d'autant plus rapidement et avec moins d'oscillations que le facteur d'amortissement ζ est grand.

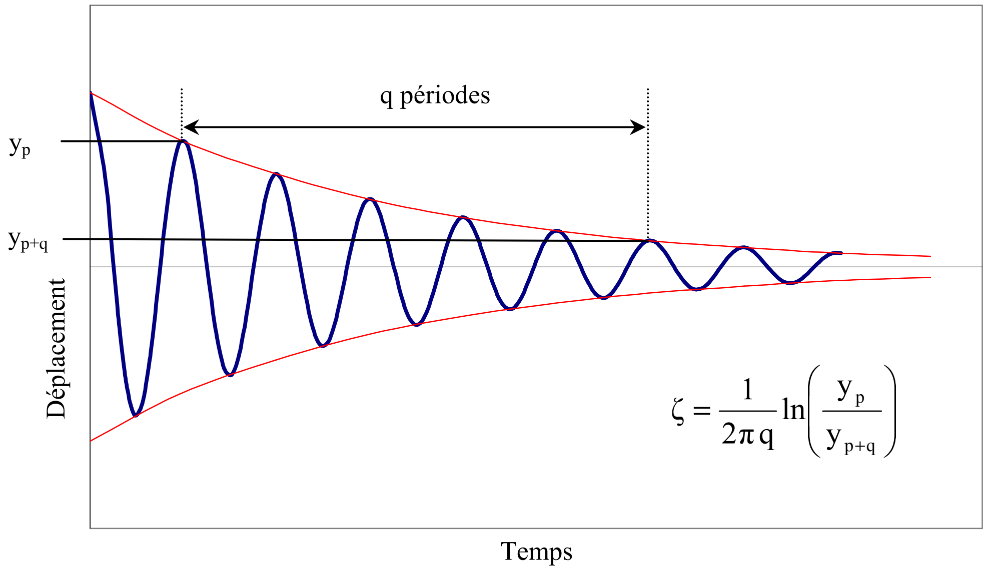


Figure II-5. Réponse libre de la poutre encastrée-libre soumis à un déplacement en son extrémité libre (1er mode de flexion). Calcul de l'amortissement de la réponse.

Il existe différentes façons d'introduire cet amortissement structural dans un code d'éléments finis. Nous présentons ici deux des manières possibles.

II.6.1.2 Amortissement de Rayleigh

Afin d'introduire un amortissement structural, il est possible d'introduire une matrice d'amortissement [C] qui est liée au vecteur des vitesses dans l'équation d'équilibre. Cette matrice dépend des paramètres visqueux. Cependant comme il est difficile de déterminer de tels coefficients, un amortissement de Rayleigh est souvent utilisé [ZIEN 00], [BATH 82]. La matrice d'amortissement est alors une combinaison linéaire des matrices de masse et de raideur :

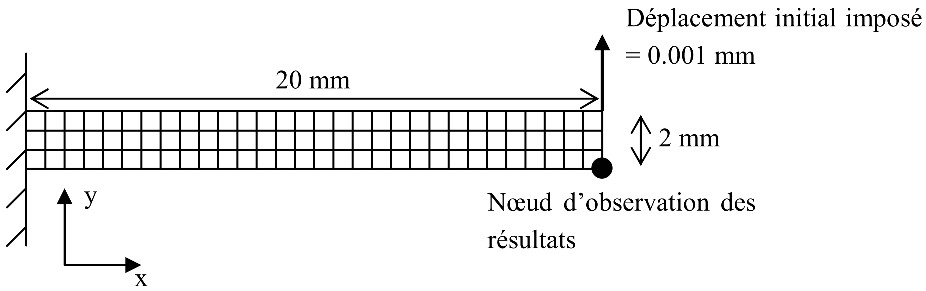
$$[C]=\alpha_R[M]+\beta[K] \qquad \text{(II-66)}$$

Les coefficients α_R (exprimé en s^{-1}) et β_R (exprimé en s) ne sont pas connus à priori et doivent être déterminés expérimentalement. Le facteur d'amortissement ζ (équation (II-65)) dépend alors de α_R et de β_R :

$$\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_R}{\omega} + \beta_R\,\omega\right) \qquad \text{(II-67)}$$

avec ω la pulsation propre ($\omega = 2\pi f$).

Le cas de la poutre encastrée-libre en vibration libre (Figure II-6) est simulé en 2D et en déformations planes. Initialement un déplacement vertical de 0.001mm est appliqué à son extrémité libre puis la poutre est abandonnée sans vitesse initiale. Le déplacement suivant y en fonction du temps d'un des nœuds de l'extrémité libre est étudié pour différentes valeurs d'amortissement (Figure II-7). La matrice de raideur global [K] n'étant pas calculée à chaque pas de temps dans le code de calcul explicite PlastD, seul l'amortissement variant linéairement avec la matrice de masse est pris en compte ($\alpha_R \neq 0$ et $\beta_R = 0$).



Module d'Young E (MPa)	200000
Coefficient de Poisson ν	0.3
Densité ρ (kg/m^3)	8000

Figure II-6. Modèle et conditions limites de la poutre encastrée-libre

Comme le montre la Figure II-7, la poutre vibre à la fréquence f_1 = 4.04 kHZ correspondant à son premier mode de flexion. Pour α_R =0, le mouvement sinusoïdal de la poutre est maintenu sans amortissement au cours du temps. En revanche, plus α_R est important, plus le mouvement est rapidement amorti. L'inconvénient de l'amortissement de Rayleigh est qu'il dépend de la fréquence de vibration (Eq. (II-67)). Il est donc a priori nécessaire de connaître la fréquence de vibration étudiée pour connaître les valeurs de α_R et β_R à entrer dans le code pour obtenir le facteur d'amortissement structural ζ souhaité.

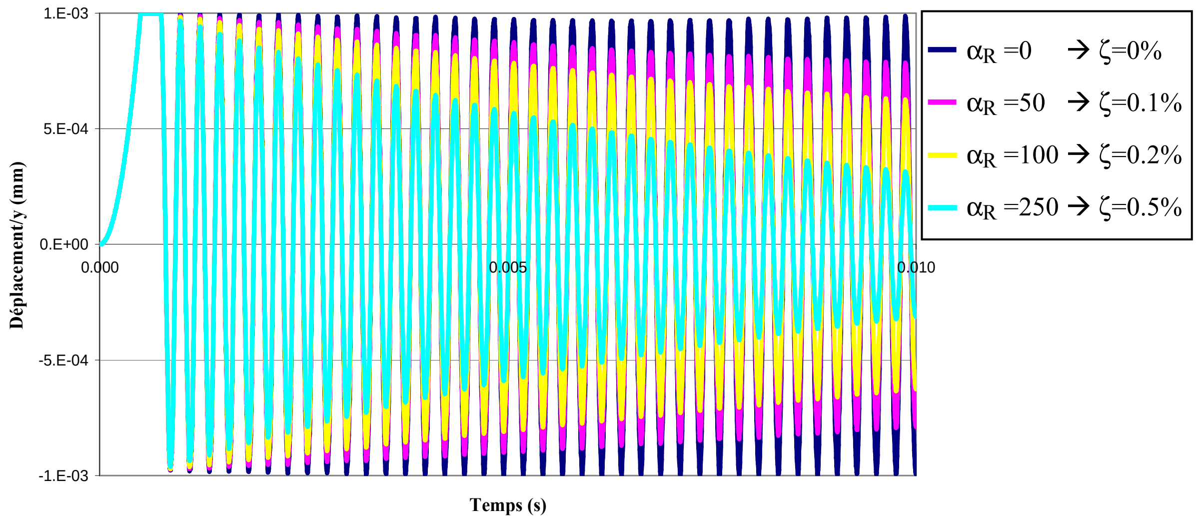


Figure II-7. Déplacement suivant l'axe y de l'extrémité libre de la poutre pour différentes valeurs de l'amortissement de Rayleigh α_R

II.6.1.3 Amortissement visqueux du matériau : β_v

Afin de prendre en compte des phénomènes d'amortissement interne au matériau il est également possible d'introduire un modèle viscoélastique. Dans la littérature beaucoup de modèles de ce genre sont proposés pour essayer de décrire le comportement réel du matériau. Le lecteur pourra se reporter à Park [PARK 01] pour une revue des différentes modélisations d'amortisseurs viscoélastiques. Une approche classique pour modéliser le comportement viscoélastique linéaire est d'utiliser un modèle mécanique composé de ressorts et d'amortisseurs. La forme générale de l'équation contrainte-déformation est alors donnée par l'équation suivante :

$$\sum_{m=0}^{M} a_m \frac{d^m \sigma}{dt^m} = \sum_{n=0}^{N} b_n \frac{d^n \varepsilon}{dt^n} \tag{II-68}$$

avec a_m et b_n des constantes.

A partir de ce modèle mécanique standard, plusieurs modèles spécifiques ont été développés tels que :

- *le modèle de Kelvin-Voigt* (Figure II-8) constitué d'un assemblage en parallèle d'un ressort, supposé parfait, caractérisant l'élasticité via la loi de Hooke ($\underline{\underline{\sigma}} = D\,\underline{\underline{\varepsilon}}$) et d'un amortisseur caractérisant la viscosité via le paramètre η. Dans ce modèle, les contraintes s'additionnent.

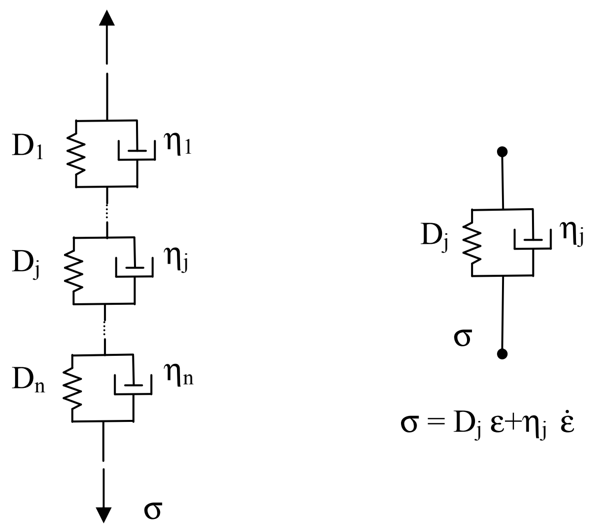


Figure II-8. Représentation du modèle de Kelvin-Voigt

- *le modèle de Maxwell* (Figure II-9) constitué d'un assemblage en série d'un ressort, supposé parfait, caractérisant l'élasticité via la loi de Hooke ($\underline{\underline{\sigma}} = D\,\underline{\underline{\varepsilon}}$) et d'un amortisseur caractérisant la viscosité via le paramètre η. Dans ce modèle, les déformations s'additionnent.

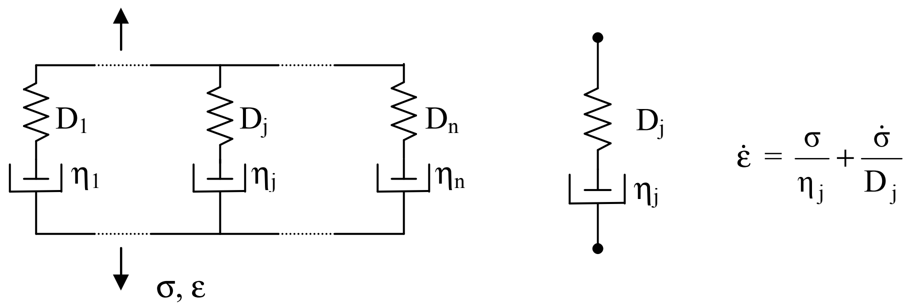


Figure II-9. Représentation du modèle de Maxwell

Dans notre modélisation éléments finis nous avons donc introduit une loi de comportement des matériaux en supposant que ceux-ci se comportent de manière linéaire et suivent les lois de viscoélasticité. Le tenseur des contraintes est ainsi relié au tenseur des déformations par la loi de Hooke généralisée d'un matériau homogène et isotrope :

$$\underline{\underline{\sigma}} = D\,\underline{\underline{\varepsilon}} + \beta_v D\,\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$$

avec $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$ le taux de déformation, *D* la matrice de comportement du matériau qui dans un cas isotrope homogène ne dépend que du module d'Young *E* et du coefficient de Poisson ν [DUGD 72]. Le coefficient β_v est une caractéristique de viscosité du matériau que l'on peut déterminer par la méthode du "lâcher".

Afin d'étudier l'influence de cet amortissement, nous reprenons la simulation de la poutre encastrée-libre présentée Figure II-6. L'observation de l'oscillation suivant l'axe y après le lâcher pour différentes valeurs de β_v (Figure II-10) montre bien que l'introduction de cet amortissement sur les déformations permet de simuler un amortissement visqueux. En effet dans le cas présenté, avec des valeurs respectives de β_v de 0.75×10^{-7}, 1.5×10^{-7}, 3.75×10^{-7}, le facteur d'amortissement obtenu est respectivement de 0.1%, 0.2% et 0.5%.

Cependant, comme pour l'amortissement de Rayleigh, cet amortissement dépend de la fréquence de vibration.

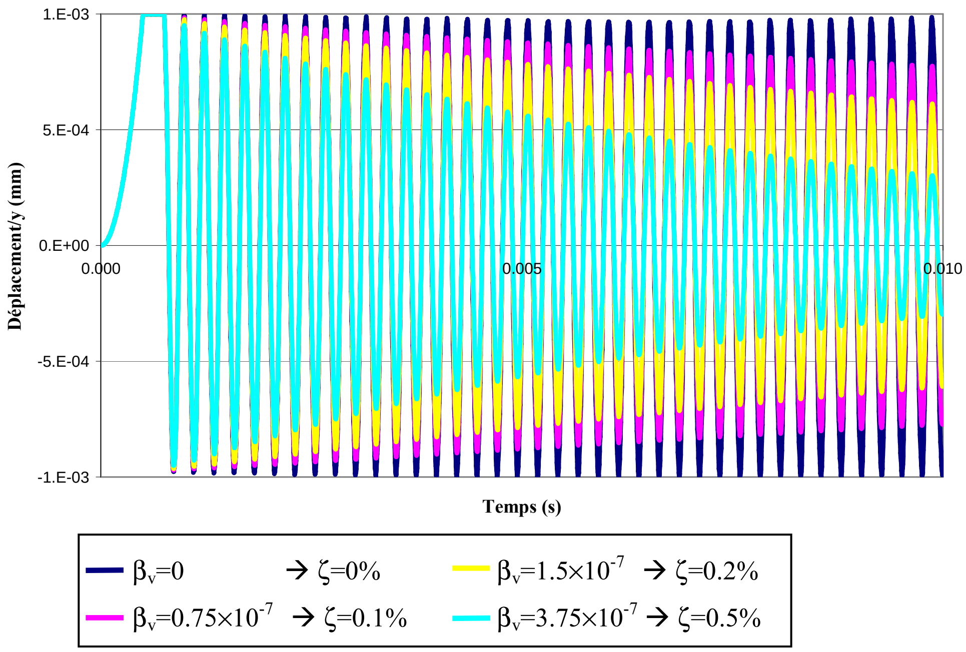


Figure II-10. Déplacement suivant l'axe y de l'extrémité libre de la poutre pour différentes valeurs de l'amortissement visqueux β_v

II.6.2. Amortissement numérique

Comme nous l'avons vu Chapitre II.4.2.2., le schéma d'intégration temporel β_2 introduit un amortissement numérique qui permet d'atténuer les réponses du système aux excitations parasites à très hautes fréquences. Plus la valeur du coefficient β_2 est importante ($0.5 \le \beta_2 < 1$) plus l'amortissement numérique sera important.

Afin de mettre en évidence ce phénomène nous allons étudier la mise en charge d'un parallélépipède sur une surface rigide. La modélisation en 2D est effectuée en déformations planes. La surface rigide est immobile et un déplacement normal (suivant l'axe y) de la face supérieure du parallélépipède est imposé à vitesse constante (100 mm/s) jusqu'à atteindre une force de 500 N qui correspondrait à une pression uniforme de contact de 50 MPa. La face supérieure est alors bloquée suivant *y*. Un coefficient de frottement de Coulomb de 0.4 est pris en compte sur la face inférieure en contact avec la surface rigide. On s'intéresse alors à l'évolution de la résultante des forces intérieures au niveau de la face supérieure. Le modèle et les conditions limites sont donnés Figure II-11.

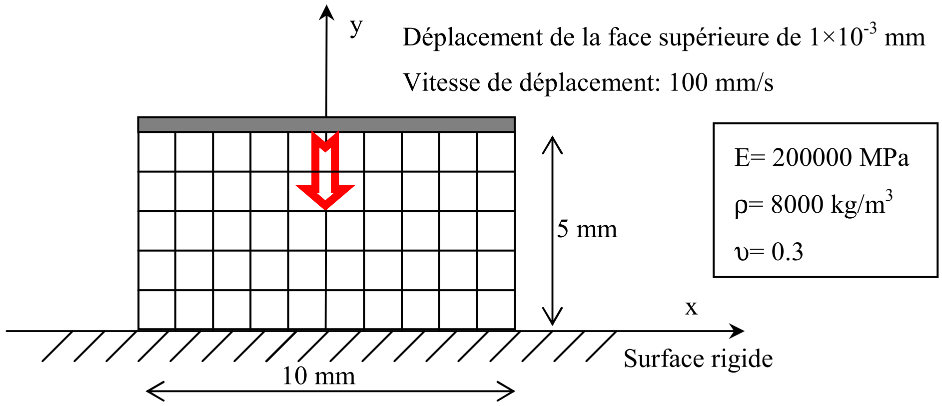


Figure II-11. Modèle et conditions limites du cas d'étude de la mise en charge d'un parallélépipède en contact sur une surface rigide

La résultante des forces normales au niveau de la face supérieure est une courbe augmentant progressivement de 0 jusqu'à la valeur limite de 500N imposée par le déplacement normal de la face supérieure. Cependant comme on peut l'observer sur la Figure II-12, la simulation numérique engendre une excitation parasite à très haute fréquence (autour de 540 kHz). L'introduction de l'amortissement numérique β_2 permet alors d'amortir ces artéfacts numériques. Plus la valeur de β_2 se rapproche de 1 plus cet amortissement est important.

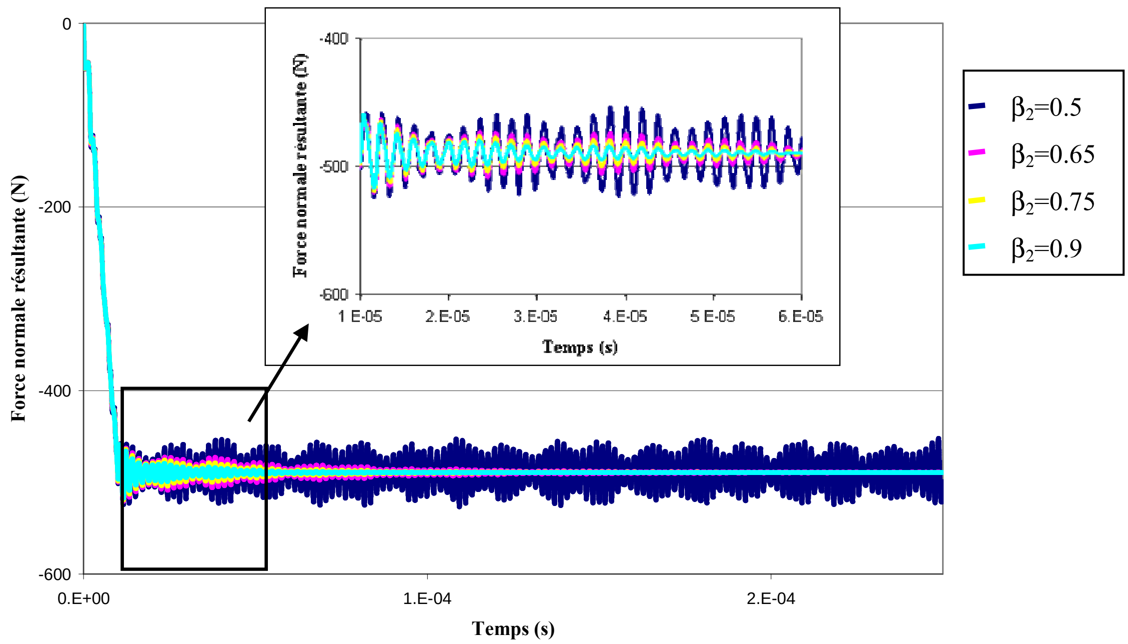


Figure II-12. Somme des forces normales en fonction du temps pour différentes valeurs de l'amortissement numérique β_2 ($\Delta t = 0.25 \times 10^{-7}$ s)

L'inconvénient de cet amortissement est qu'il est conditionné par la valeur du pas de temps. En effet, comme le montre l'équation (II-69), lors de la résolution de l'équation d'équilibre et donc lors du calcul du déplacement au pas de temps t+Δt, le terme β_2 (lorsqu'il est différent de 0.5) intervient sur la vitesse avec un coefficient Δt. Ainsi plus la valeur du pas de temps est grande, plus le terme $\Delta t(2\beta_2 - 1)\{\dot{u}_{t-\Delta t}\}$ sera prépondérant. L'amortissement numérique sera ainsi plus important. Cette tendance est montrée sur la Figure II-13. En effet, pour une même valeur de β_2 (=0.65), plus le pas de temps est grand, plus la résultante des forces normales sur la face supérieure se stabilise rapidement autour de 500 N.

$$u_{t+\Delta t^*} = \left(-2\Delta t^2(1+2\beta_2)M^{-1}K + (3-2\beta_2)\right)u_t - 2(1-\beta_2)u_{t-\Delta t} + \Delta t(2\beta_2 - 1)\dot{u}_{t-\Delta t}$$
$$\text{si } F^{ext} = 0 \qquad \text{(II-69)}$$

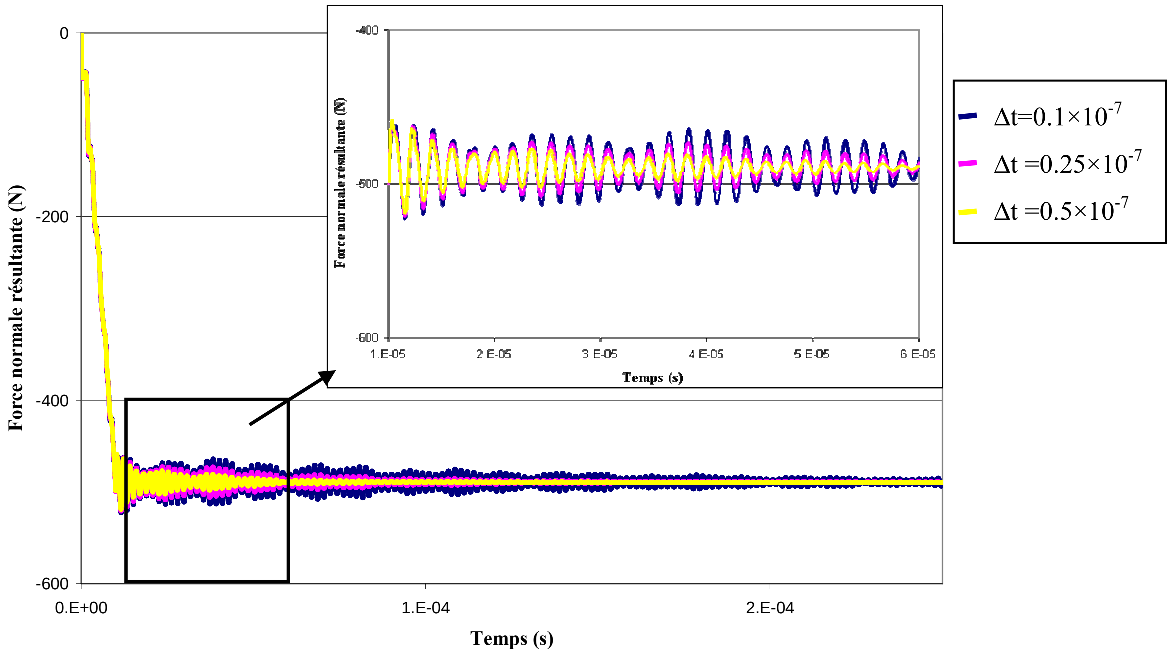


Figure II-13. Somme des forces normales en fonction du temps avec un amortissement numérique β_2=0.65 pour différentes valeurs du pas de temps Δt

II.7. PRISE EN COMPTE D'UNE COUCHE MINCE DE TROISIEME CORPS

Comme nous l'avons vu dans le Chapitre I.1.1., le contact avec frottement entre deux premiers corps génère généralement une fine couche de troisième corps séparant la surface frottante des deux premiers corps [GODE 84], [DESC 02]. Les propriétés mécaniques de ce troisième corps peuvent être très différentes de celles des premiers corps dont il est issu. Ainsi lors de la simulation d'un contact frottant, il peut être très intéressant d'introduire cette couche de troisième corps afin de modéliser au mieux le comportement des corps en contact. Le rapport d'échelle entre la taille des 1^{ers} corps et celle du $3^{ème}$ corps (≈10000) rend très difficile la modélisation simultanée du contact entre les deux premiers corps et le troisième corps à l'interface.

Une possibilité pour modéliser le troisième corps est donc de considérer celui-ci comme une couche fine de matériau élastique aux propriétés mécaniques différentes de celles des corps élastiques en contact. Différents auteurs tels que [CHEN 72], [KING 87] ou encore [WALO 82] ont étudié analytiquement l'influence de couches minces en tribologie en étudiant le contact entre un indenteur cylindrique ou sphérique et un demi-plan revêtu d'une couche mince. Le même genre d'études a été mené par éléments finis, [TIAN 91], [KOMV 88], [KRAL 97]. Dans ces différentes études, la taille du contact cylindre-plan est très petite, presque ponctuelle, ce qui facilite l'utilisation d'un maillage par éléments finis très fin au niveau de la zone de contact pour le calcul du champ de déformations et de contraintes. Cependant l'étude par éléments finis d'un contact plus large tel qu'un contact plan-plan entre deux premiers corps séparés par une fine couche génère un problème d'échelle. En effet, pour mailler la couche mince ($3^{ème}$ corps) d'une dizaine de micromètres, il est nécessaire d'utiliser des éléments très petits. Les éléments en contact des deux premiers corps doivent donc être du même ordre de grandeur (quelques micromètres). Il est donc évident que pour un contact de quelques dizaines de millimètres, le maillage nécessaire pour rendre compte du contact {premier corps-troisième corps} peut rapidement atteindre plusieurs dizaines de milliers d'éléments entraînant ainsi un problème de taille de maillage et de temps de calcul au vu des performances informatiques actuelles.

Dans la plupart des études par éléments finis des contacts frottants entre premiers corps il n'est donc pas possible de modéliser cette fine couche de troisième corps. Afin de pallier à ce problème d'échelle entre premier et troisième corps, Bayada et al. [BAYA 94] [BAYA 01], Licht [LICH 93] ont étudié le comportement asymptotique d'une couche mince entre un corps élastique et une surface rigide en statique et quasistatique. Ces études ont montré que le contact entre un corps élastique et une couche mince élastique « collée » sur une surface rigide pouvait être modélisé par le contact entre un corps élastique et une surface rigide avec une loi de contact spécifique permettant de rendre compte du comportement de la couche mince. Cette loi de contact spécifique quasistatique a alors été implémentée dans notre code dynamique de calcul PlastD [LINC 04b]. Les paragraphes suivants présentent cette loi, valident son implantation dans un code dynamique et montrent l'intérêt de son utilisation.

II.7.1. Loi de contact spécifique : Modèle mathématique

Dans ce paragraphe la théorie est présentée en 2 dimensions, cependant elle reste valable en 3 dimensions. Considérons un corps élastique Ω^+ de largeur L^+ et une couche mince Ω^- d'épaisseur L^-. La face inférieure de la couche mince est collée sur une surface rigide, l'autre face Γ_c est en contact avec Ω^+ (Figure II-14).

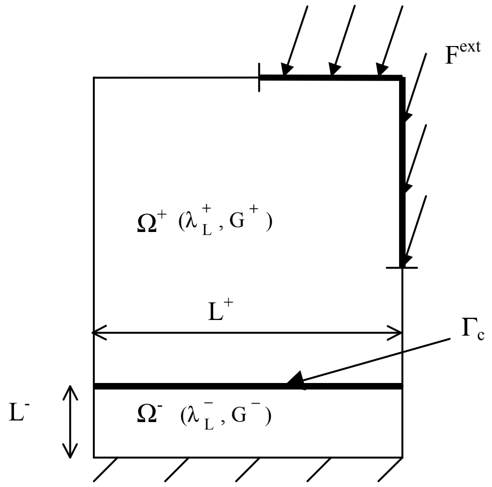


Figure II-14. Définition du problème initial du contact d'un corps élastique sur une fine couche élastique dont la surface inférieure est collée à une surface rigide

L'équation d'équilibre en quasi-statique ainsi que la loi de comportement sont valides pour Ω^+ et Ω^- avec les coefficients de Lamé respectifs λ_L^+, λ_L^- et G^+, G^- :

$$\mathrm{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = -f_{vol} \tag{II-70}$$

$$\sigma_{ij}^{+-} = \lambda_L^{+-}\varepsilon_{kk}(u^{+-})\delta_{ij} + 2G^{+-}\varepsilon_{ij}(u^{+-}) \tag{II-71}$$

Les contraintes normales et tangentielles ainsi que les composantes du vecteur déplacements peuvent alors être écrites comme décrit équations (II-72) et (II-73), voir Kikuchi [KIKU 88].

$$\sigma^n = \sigma_{ij}\, n_i\, n_j \qquad \sigma_i^t = \sigma_{ij}\, n_j - \sigma^n n_i \tag{II-72}$$

$$u^n = u_i\, n_i \qquad u_i^t = u_i - u^n n_i \tag{II-73}$$

Le paramètre $e = L^- / L^+$ est défini afin de rendre compte de la différence d'ordre de grandeur entre la taille du contact et l'épaisseur de la couche mince modélisée. *e* représente l'épaisseur relative de la couche mince. Il est alors pratique de définir les propriétés matériaux relatives $\lambda_L^- / \lambda_L^+$ et G^- / G^+ des deux matériaux en fonction de l'épaisseur relative et de deux nombres positifs *a* et *b* :

$$\lambda_L^- = \lambda_L^+ ae \qquad \text{et} \qquad G^- = G^+ be \tag{II-74}$$

L'étude asymptotique du comportement de la couche mince revient alors à rechercher une équation limite décrivant ce comportement quand *e* tend vers 0 (épaisseur de la couche mince très petite par rapport à la taille du contact). Une expression polynomiale du déplacement u^+ et u^- et des contraintes σ^+ et σ^- en fonction de l'épaisseur relative ε est introduite [KLAR 91] :

$$\begin{aligned} u^{+-} &= u_0^{+-} + e\,u_1^{+-} + e^2\,u_2^{+-} + \dots \\ \sigma^{+-} &= \sigma_0^{+-} + e\,\sigma_1^{+-} + e^2\,\sigma_2^{+-} + \dots \end{aligned} \tag{II-75}$$

L'idée est alors d'identifier les termes prépondérants de l'expansion dans les deux équations (II-70) et (II-71) ainsi que dans les conditions limites. Ceci afin d'obtenir une approximation de ces équations valides pour de faibles valeurs de *e* dans lesquelles la couche mince n'apparaît plus directement mais seulement grâce à l'utilisation d'une loi de contact spécifique. Du fait du caractère non linéaire de la loi de Coulomb, cette procédure n'est pas si évidente. Le lecteur pourra se référer aux travaux de Bayada [BAYA 94] [BAYA 01] pour un plus ample développement mathématique.

Les équations d'équilibre et de comportement ((II-70) et (II-71)) sont toujours valides pour le corps élastique Ω^+. Par contre, pour la couche fine Ω, elles doivent être remplacées, ainsi que les équations des conditions limites, par de nouvelles conditions d'interface entre le premier corps Ω^+ et la surface rigide. On obtient alors :

- pour la loi normale d'interface :

$$\sigma^n \le 0\,,\, u^n - \frac{L^+\sigma^n}{\lambda_L^+ a + 2G^+ b} \le 0\,,\, \sigma^n\left(u^n - \frac{L^+\sigma^n}{\lambda_L^+ a + 2G^+ b}\right) = 0 \tag{II-76}$$

- pour la loi tangentielle :

$$\left\|\sigma^t\right\| \le \mu\left|\sigma^n\right|$$

$$\begin{cases} \text{Si } \left\|\sigma^t\right\| < \mu\left|\sigma^n\right| \text{ alors :} \\ \qquad V_{gliss} = -\dfrac{L^+\dot{\sigma}^t}{G^+ b} \\ \text{Sinon } \left\|\sigma^t\right\| = \mu\left|\sigma^n\right| \text{ alors :} \\ \qquad \exists A > 0 \quad \text{tel que} \quad V_{gliss} = -A\sigma^t - \dfrac{L^+\dot{\sigma}^t}{G^+ b} \end{cases} \tag{II-77}$$

Dans ces nouvelles équations, l'épaisseur et les propriétés du matériau de la couche mince modélisée sont pris en compte grâce aux termes $\lambda_L^- a$ et $G^+ b$ (équation (II-74)). La Figure II-15 représente la résolution du contact dans le cas du contact entre un corps élastique et une surface rigide avec la loi spécifique de contact prenant en compte la couche mince (a) et dans le cas du contact entre un corps élastique et une couche mince élastique par la méthode des multiplicateurs de Lagrange (b).

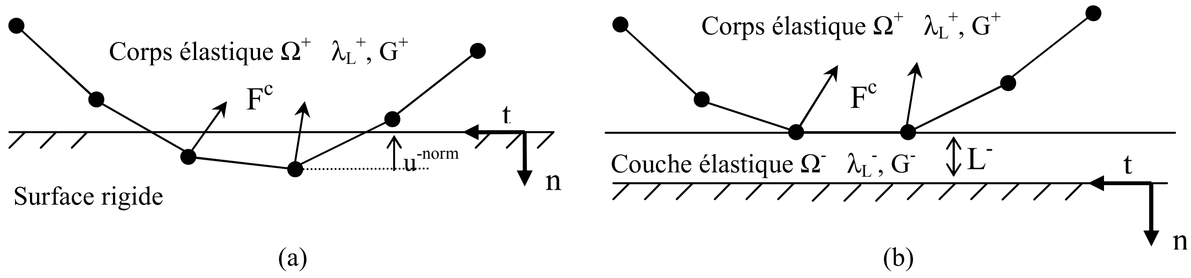


Figure II-15. Représentation de la résolution du contact :

(a) Corps et couche mince élastique : algorithme de contact utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange augmenté

(b) Corps élastique et surface rigide : algorithme de contact utilisant le méthode de la pénalisation avec une loi spécifique de contact pour prendre en compte la couche mince

Cette approche est valide si l'épaisseur relative ε est petite. En effet, lorsque ε est trop importante, il est nécessaire de calculer les termes suivants (σ_1, u_1 …) de l'expansion polynomiale (II-75) afin que l'approximation soit correcte. Cependant comme l'intérêt de l'introduction de cette loi de contact spécifique est de rendre compte d'une couche très mince pouvant modéliser une couche de troisième corps, il semble raisonnable de supposer que dans ce cas l'épaisseur relative sera toujours petite et que l'approche présentée ici reste valide.

II.7.2. Validation de la convergence de la loi de contact spécifique

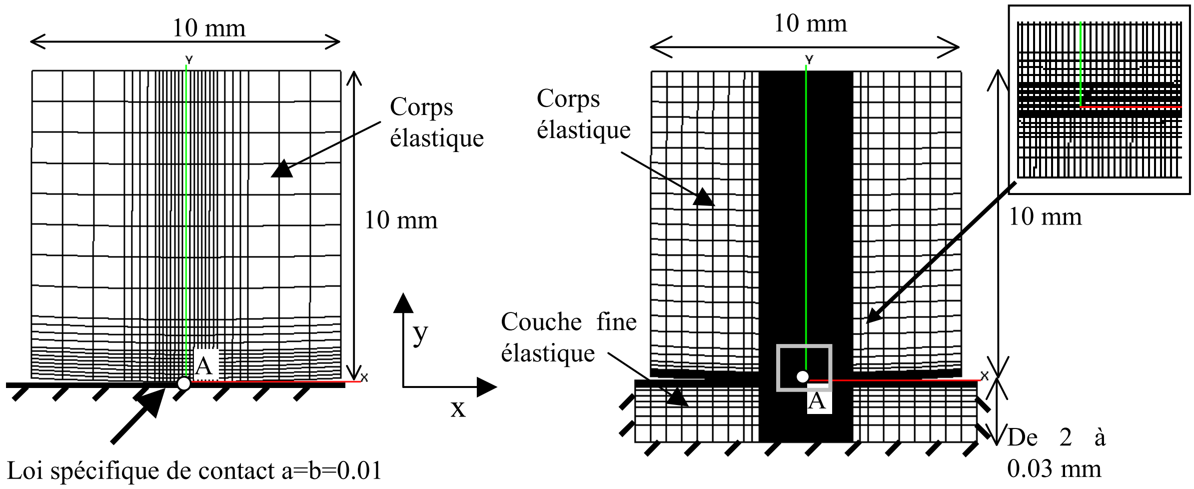
La loi de contact spécifique qui vient d'être présentée a été développée mathématiquement dans un cas quasi-statique. Son implémentation dans le code d'éléments finis dynamique nécessite une validation. Pour cela une première validation est réalisée sur un cas quasi-statique, puis une autre sur un cas dynamique [LINC 04b].

II.7.2.1 Validation de la loi de contact spécifique pour un problème quasi-statique

L'objectif est de modéliser par éléments finis le contact frottant entre un corps élastique et une couche mince élastique en quasi-statique. Un premier modèle (Figure II-15 (a)) remplace la couche mince par la loi spécifique de contact. Le deuxième modèle (Figure II-15 (b)) prend en compte la couche mince comme un corps élastique. On montre alors que les résultats obtenus avec la loi de contact spécifique convergent vers ceux obtenus avec la modélisation par éléments finis à partir d'une valeur suffisamment petite de l'épaisseur relative ε de la couche mince.

Le contact entre une fine couche élastique (avec différentes épaisseurs L^-) collée sur une surface rigide et en contact frottant avec un corps élastique (largeur L^+ = 10 mm) est étudié. La surface du corps élastique est très légèrement bombée (rayon de courbure = 100mm) afin d'éviter de générer des instabilités de contact dues au contact frottant. On compare alors les résultats donnés par la simulation avec la loi de contact spécifique (a=b=0.01) et ceux donnés par la simulation du contact avec une couche mince élastique (épaisseur L^- de 2 à 0.03 mm) (voir la Figure II-16). Les maillages entre les deux types de simulation sont différents puisque l'utilisation de la loi de contact spécifique permet d'avoir des éléments en contact de taille plus importante. Dans le cas où l'on utilise la loi de contact spécifique (cas a) des éléments de

125µm×125µm au niveau du contact sont suffisants alors que pour la modélisation de la couche mince (cas b) il est nécessaire d'avoir des éléments de 25µm×25µm.



(a) (b)

Figure II-16. Modèles utilisés pour modéliser une couche mince

(a) Corps élastique et surface rigide avec une loi spécifique de contact

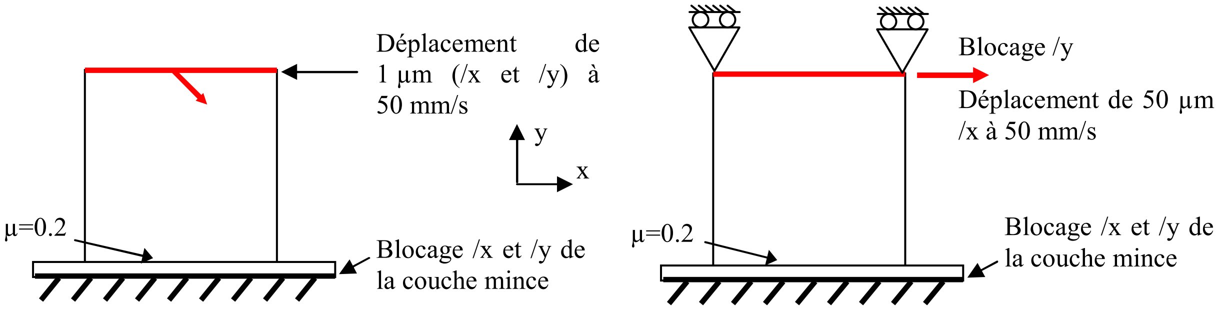
(b) Corps et couche mince élastiques

Les propriétés des matériaux du corps élastique ainsi que les paramètres *a* et *b* de la loi de contact sont fixés (a=b=0.1 correspondant à une couche molle). Dans le cas de la modélisation de la couche mince par éléments finis, l'épaisseur (L^-) de celle-ci diminue de 2 mm à 0.03 mm (ainsi *e* est compris entre 0.2 et 0.003). *a* et *b* étant fixés, il est nécessaire de calculer les propriétés des matériaux de chacune des couches en fonction de ces paramètres *a* et *b* et de l'épaisseur (voir équation (II-74)). Le Tableau II-2 récapitule les caractéristiques des matériaux et du modèle pour chacun des cas de calcul.

	Cas b: Corps élastique + couche élastique (différentes épaisseurs)					Cas a: Corps élastique + loi (a=b=0.1)
	Corps L^+=10mm	Couche: L^-=2mm e =0.2	Couche: L^-=1mm e =0.1	Couche: L^-=0.3mm e =0.03	Couche: L^-=0.03mm e =0.003	Corps élastique L^+=10mm
E (MPa)	150 000	3000	1500	450	45	150 000
ν	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
ρ (kg/m^3)	10 000	2 000	2 000	2 000	2 000	10 000
Nombre d'éléments	4176	2006	1770	1298	472	600

Tableau II-2. Propriétés des matériaux et de la loi pour le corps élastique et pour la couche mince

Les deux étapes de chargement et les conditions limites appliquées lors de la simulation sont présentées Figure II-17. La couche mince est supposée encastrée sur sa surface inférieure. Au début de la simulation les deux corps sont mis en contact grâce à un déplacement normal et tangentiel de 1 µm appliqué sur le dessus du corps élastique. Ce déplacement est appliqué avec une vitesse de 50 mm/s. Ensuite le corps élastique est maintenu en contact (blocage dans la direction y) et un déplacement tangentiel de 50 µm à une vitesse de 50 mm/s est appliqué. La vitesse appliquée est faible afin de valider l'hypothèse d'un problème quasi-statique.



1ère étape : Mise en charge   2ème étape : Déplacement

Figure II-17. Conditions limites et de chargement du problème quasi-statique

Les contraintes normales le long de la surface en contact sont alors étudiées pour les deux cas d'étude (Figure II-18). Lorsque l'épaisseur de la couche limite est grande (épaisseur L^- de 1 et 2 mm) alors la loi de contact spécifique ne permet pas de rendre compte de la couche fine. En effet, l'écart relatif entre les contraintes normales maximales calculées avec la couche mince élastique ($\sigma^n_{max} = 2.7$ MPa et $\sigma^n_{max} = 4.3$ MPa) et la loi de contact spécifique ($\sigma^n_{max} =$ 1.9 MPa) est très important (40% et 130%). Par contre, lorsque l'épaisseur de la couche mince diminue (L^-<0.5 mm), les valeurs des contraintes pour les différentes couches minces élastiques convergent vers une même valeur qui correspond à la valeur obtenue avec la loi de contact spécifique. Le graphique Figure II-19 représente la convergence des résultats lorsque l'épaisseur de la couche mince diminue.

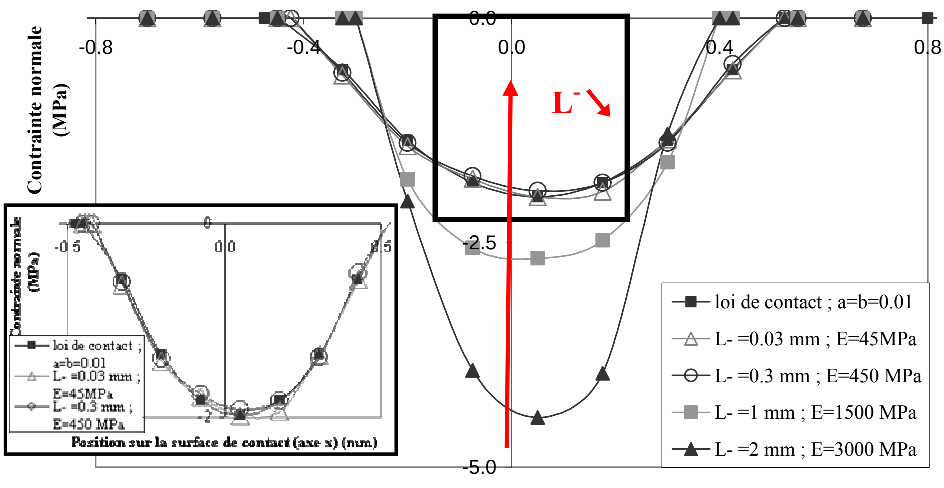


Figure II-18. Contrainte normale le long de la surface de contact : Etude de la convergence de la solution du contact entre un corps et une couche élastique vers la solution du contact avec une loi spécifique de contact lorsque l'épaisseur L^- de la couche mince devient petite

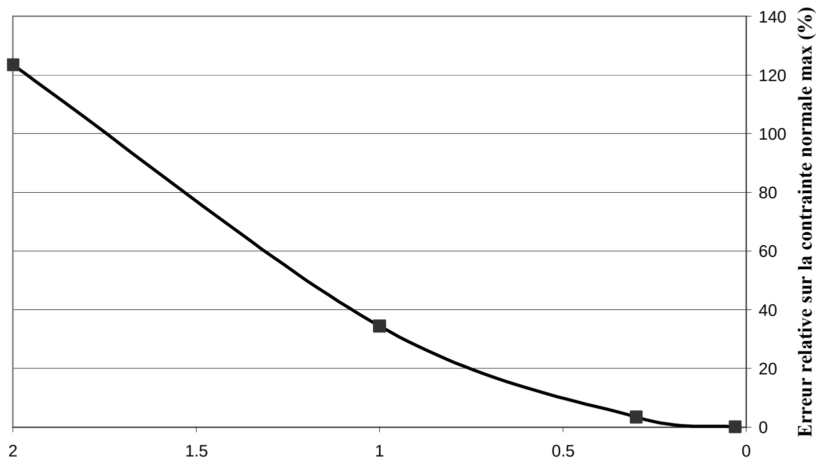


Figure II-19. Convergence des résultats du calcul avec la loi spécifique de contact : Erreur relative de la contrainte normale max entre le calcul avec la couche mince élastique et le calcul avec la loi spécifique de contact en fonction de l'épaisseur L^- de la couche mince

Ainsi, pour un problème quasi-statique, lorsque l'épaisseur de la couche mince (L^-) est très petite devant les dimensions caractéristiques du corps élastique (L^+) ($e=L^-/L^+\leq 0.03$) le calcul avec la loi de contact spécifique permet bien de rendre compte de la couche mince sans avoir à la modéliser par éléments finis. Dans ce cas, il devient alors possible de prendre un maillage plus grossier pour le corps élastique et donc de diminuer le temps de calcul. Dans les modélisations présentées ici, le temps de calcul était 100 fois moins important avec la loi de contact spécifique.

II.7.2.2 Validation de la loi de contact spécifique pour un problème dynamique

L'étude théorique de la loi de contact spécifique a été réalisée en statique et en quasi-statique. Dans ce chapitre nous montrons qu'une fois implantée dans le code d'élément finis dynamique, il est possible d'utiliser cette loi afin de remplacer une couche mince (pouvant ainsi simuler une couche fine de troisième corps) pour des problèmes dynamiques. Pour illustrer cette possibilité, la modélisation d'un impact "quasi dynamique" est effectuée. On entend par impact "quasi dynamique", un impact dans lequel les forces d'accélération ne peuvent être négligées mais ne sont pas prépondérantes. Il ne s'agit donc pas d'un impact à très grande vitesse (de type "crash") mais plutôt à faible vitesse.

Le même maillage que précédemment est utilisé (Figure II-16 (b)) pour la modélisation de la couche mince avec un corps déformable. Par contre pour la modélisation avec la loi de contact spécifique, un maillage plus fin (2 fois plus fin au niveau du contact) est utilisé afin d'avoir suffisamment de nœuds en contact. Les différentes caractéristiques des matériaux et du modèle pour chacun des cas de calcul sont présentées Tableau II-3.

	Cas b: Corps élastique + couche élastique (différentes épaisseurs)					Cas a: Corps élastique + loi (a=b=0.1)
	Corps L^+=10mm	Couche: L^-=2mm e =0.2	Couche: L^-=1mm e =0.1	Couche: L^-=0.3mm e =0.03	Couche: L^-=0.03mm e =0.003	Corps élastique L^+=10mm
E (MPa)	150 000	3000	1500	450	45	150 000
ν	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
ρ (kg/m^3)	10 000	2 000	2 000	2 000	2 000	10 000
Nombre d'éléments	4176	2006	1770	1298	472	600

Tableau II-3. Propriétés des matériaux et de la loi pour le corps élastique et pour la couche mince

Initialement le corps élastique se trouve à 1 µm de la couche mince, puis il est lancé sur la couche mince avec une vitesse initiale de -150 mm/s dans la direction normale et de 100 mm/s dans la direction tangentielle. Les vitesses imposées correspondent donc à un angle d'impact α=56° (voir Figure II-20).

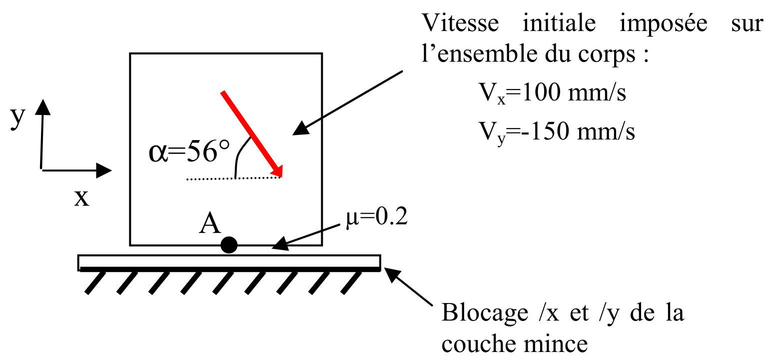


Figure II-20. Conditions limites et de chargement du problème dynamique

Il est alors possible d'étudier la trajectoire et les contraintes normales du nœud central (nœud A : x=0, y=0.001 à t=0s) au cours du temps. Les résultats sont donnés Figure II-21 pour la trajectoire et Figure II-22 pour la contrainte normale.

Comme pour le cas d'étude quasi-statique on remarque que lorsque que la couche mince devient suffisamment petite devant la largeur du corps élastique ($e=L^-/L^+\leq0.03$) la loi de contact spécifique permet d'obtenir les mêmes résultats (déplacements, contraintes …) que ceux obtenus avec une modélisation éléments finis de la couche mince. Dans ce cas encore le gain de temps est important.

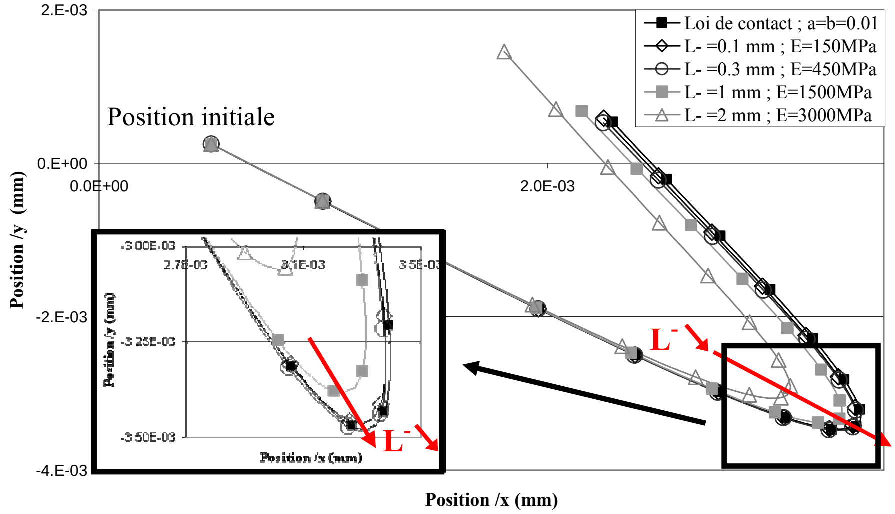


Figure II-21. Trajectoire du nœud central du corps élastique : étude de la convergence de la solution du contact entre un corps et une couche élastique vers la solution du contact avec une loi spécifique de contact lorsque l'épaisseur L^- de la couche mince devient petite

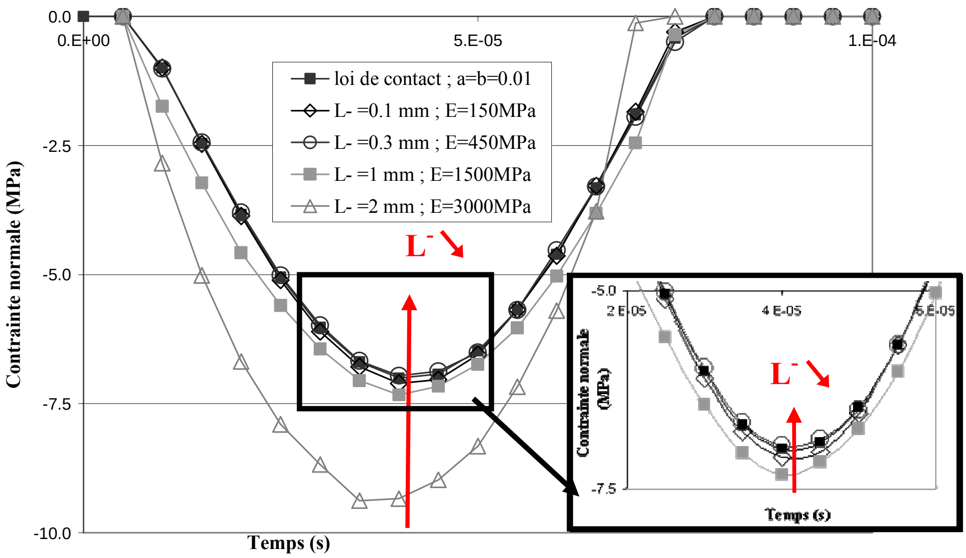


Figure II-22. Contrainte normale du nœud central en fonction du temps : étude de la convergence de la solution du contact entre un corps et une couche élastique vers la solution du contact avec une loi spécifique de contact lorsque l'épaisseur L^- de la couche mince devient petite

Comme le montre la trajectoire d'un nœud du corps élastique (Figure II-21), après impact le corps élastique repart dans la même direction que celle d'où il arrive. Ce phénomène est dû aux conditions de la simulation (coefficient de frottement $\mu=0.2$ et angle d'impact de 56°). Il est alors possible en faisant varier ces facteurs de modifier la trajectoire du corps élastique et de passer à un cas où le corps continue dans la même direction après impact.

L'influence du coefficient de frottement sur la trajectoire est montrée Figure II-23. On constate alors que plus le coefficient de frottement se rapproche de 0 plus le corps a tendance à continuer dans la même direction après impact qu'avant impact. Cela vient du fait que lorsque l'adhérence diminue, l'effort résistant au mouvement est plus faible. Celui-ci ne permet donc plus de projeter le corps dans la direction opposée.

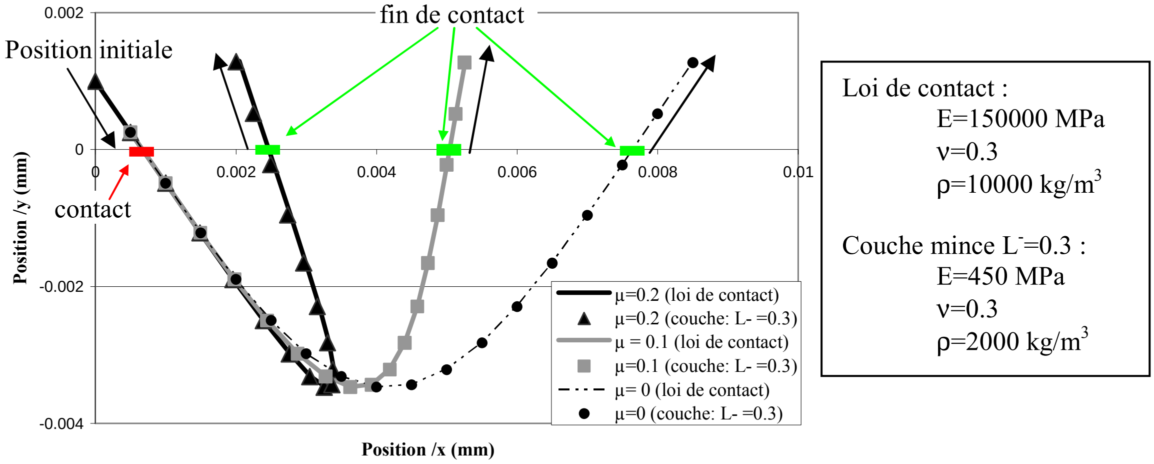


Figure II-23. Influence du coefficient de frottement sur la trajectoire du nœud central du corps élastique

De la même façon, l'influence de l'angle d'impact α sur la trajectoire est présentée Figure II-24. L'angle est modifié en augmentant ou en diminuant la vitesse initiale suivant x (la vitesse par rapport à y restant égale à -150 mm/s). Plus l'angle d'impact entre le corps élastique et la couche est faible (α→0), plus la direction de la trajectoire du corps après impact se rapproche de celle avant impact. En effet, de même que pour l'influence du coefficient de frottement, plus l'angle diminue plus la zone d'adhérence est réduite, le corps reçoit donc moins d'énergie lui permettant de partir dans la direction opposée.

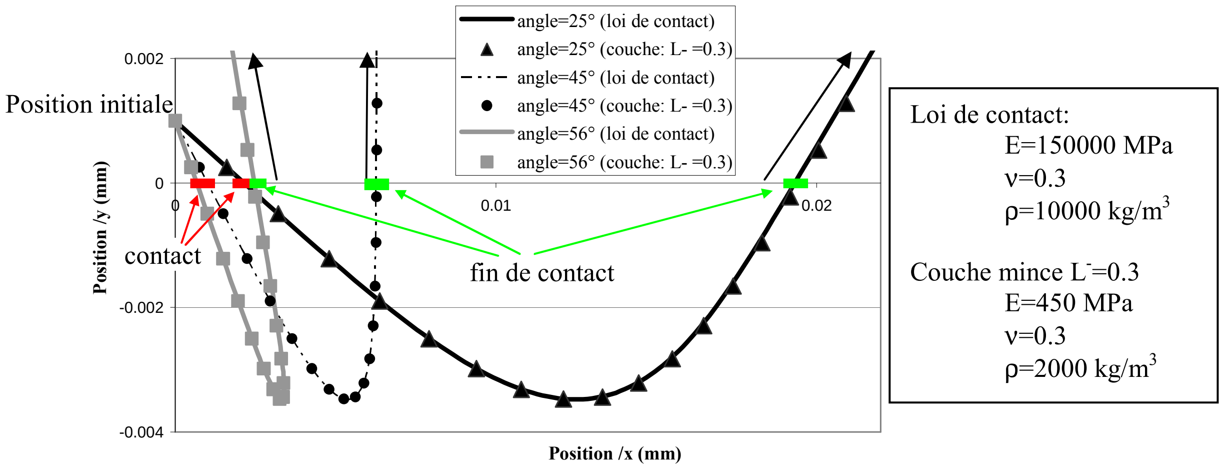


Figure II-24. Influence de l'angle d'impact sur la trajectoire du nœud central du corps élastique (μ=0.2)

II.7.3. Influence de la couche mince sur les contraintes

Les études précédentes (voir Chapitre II.7.2.) ont permis de valider l'utilisation de la loi de contact spécifique pour modéliser une couche mince lorsque l'épaisseur relative de la couche mince $e=L^-/L^+$ devient inférieure à 0.03. Nous nous proposons donc maintenant d'utiliser cette loi afin de montrer l'influence de la couche mince et tout particulièrement de sa rigidité (c'est-à-dire de son module d'Young) sur les contraintes dans le corps élastique. Pour cela l'étude est menée avec une couche mince de 100µm. Le corps élastique est toujours celui présenté Figure II-16 (a), c'est-à-dire que L^-=10 mm. Dans ce cas e=0.01, la loi de contact spécifique est donc valide. Plusieurs modules d'Young pour la couche mince sont alors pris en compte. Pour chacun d'eux une nouvelle valeur des paramètres a et b est calculée pour modéliser la couche avec la loi de contact spécifique. Les valeurs utilisées dans les modélisations sont données Tableau II-4.

Epaisseur de la couche mince $\mathbf{L}^-$=0.1 mm Module d'Young du corps élastique $\mathbf{E}^+$=150000 MPa	
Module d'Young $\mathbf{E}^-$ de la couche mince (MPa)	Paramètres $\mathbf{a}=\mathbf{b}=\frac{E^-}{E^+}\frac{L^+}{L^-}$
150000	100
100000	66.66
50000	33.33
15000	10
5000	3.33
1500	1
500	0.33

Tableau II-4. Paramètres matériaux du corps élastique et de la couche mince et paramètres de la loi spécifique de contact

Le problème quasi-statique (a) Figure II-17 et le problème dynamique (b) Figure II-20 sont simulés pour chacun des modules d'Young de la couche mince. La contrainte normale maximale dans le corps élastique est représentée en fonction du module d'Young de la couche mince sur la Figure II-25. On remarque alors que dans les deux cas (quasi-statique et dynamique) plus la couche mince est molle plus les contraintes maximales dans le solide élastique sont faibles. Par contre, lorsque le module d'Young augmente, les contraintes augmentent jusqu'à converger vers le cas sans couche mince (contact corps élastique/surface rigide). Cela montre bien que la présence dans le contact entre deux corps d'une couche mince de propriétés mécaniques différentes modifie les conditions de contact. Cela peut par exemple être le cas lors de la présence d'une fine couche de troisième corps à l'interface.

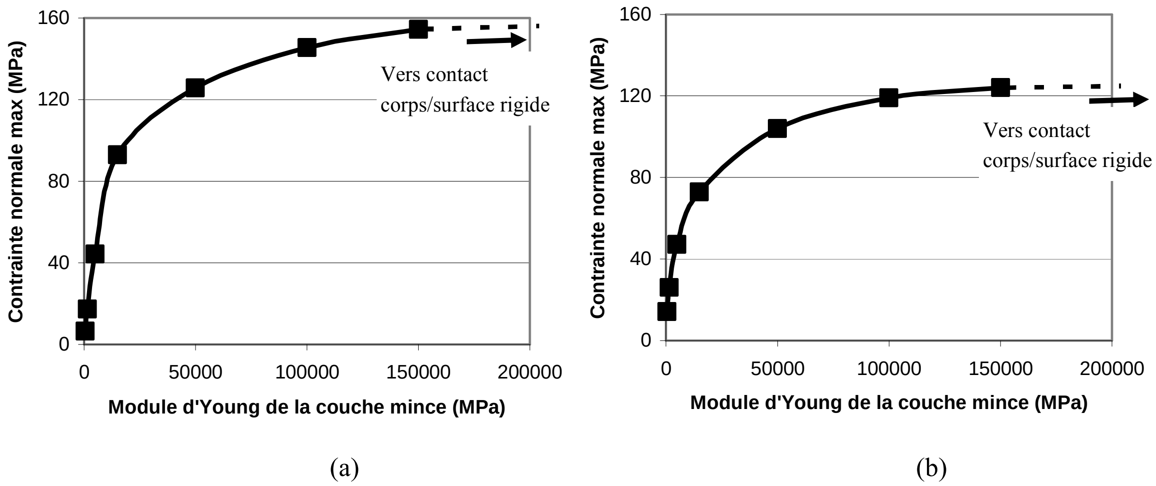


Figure II-25. Evolution de la contrainte normale maximale en fonction du module d'Young de la couche mince :

(a) Cas du déplacement quasi-statique

(b) Cas de l'impact dynamique du corps élastique sur la couche mince

Modéliser cette épaisseur de troisième corps représente donc un challenge important dans la compréhension des phénomènes apparaissant dans le contact entre deux premiers corps. Cette loi de contact spécifique est un outil permettant de prendre en compte une couche mince continue de troisième corps sans avoir à la modéliser par éléments finis. Ceci permet entre autre de garder des temps de calcul raisonnables.

II.7.4. Limitation de la loi de contact spécifique

Bien que cette loi puisse permettre de prendre en compte l'effet de la couche du troisième corps, son utilisation reste encore limitée.

Tout d'abord physiquement, la loi de contact spécifique ne permet de simuler qu'une couche mince d'un milieu continu. Elle ne permet donc pas la prise en compte des troisièmes corps sous forme d'agrégats ou encore en lamelles. Pour ce type de troisièmes corps une approche granulaire développée par Fillot [FILL 02] et Iordanoff [IORD 02] (cf. Chapitre II.7.5.) est beaucoup plus adaptée.

La deuxième limitation de cette loi de contact spécifique est numérique. En effet, la loi a été développée mathématiquement pour les cas statique et quasi-statique. Dans le Chapitre II.7.2.2. nous avons montré qu'il était possible de l'implémenter dans un code éléments finis dynamique et qu'elle restait valide pour des simulations de cas quasi-dynamique (accélération non négligeable mais non prépondérante). Cependant lors du frottement entre deux corps avec une couche mince à l'interface, si la dynamique locale du contact génère des instabilités de type adhérence-glissement-décollement, la loi de contact de permet pas de rendre compte de ces effets dynamiques et donc de permettre de retrouver les instabilités. Il est donc encore nécessaire d'approfondir le développement de cette loi dans le cas dynamique avec génération d'instabilités.

Le but de notre étude par la suite étant justement d'étudier la dynamique locale de contact et la génération d'instabilités, il ne sera pas possible d'utiliser cette loi de contact spécifique.

Bien qu'il ait été montré qu'une couche fine de troisième corps peut modifier les conditions de contact, cette couche fine de troisième corps ne sera pas modélisée. L'effet troisième corps ne sera alors pris en compte qu'à travers le coefficient de frottement de Coulomb μ imposé à l'interface de contact.

II.7.5. Autre approche de la modélisation du troisième corps : le granulaire

Dans la bibliographie, d'autres approches ont été développées pour prendre en compte la fine couche de troisième corps présente à l'interface de contact. Dans le cas de troisièmes corps hétérogènes et sous forme d'agrégats, une approche granulaire a été développée par Iordanoff [IORD 02] et reprise par Fillot [FILL 02]. Ces auteurs ont mis au point un code de calcul par éléments discrets permettant de simuler une couche de troisième corps granulaire.

Ce code permet de générer deux premiers corps composés de particules granulaires hétérogènes adhésives. Ils sont donc plus ou moins dégradables en fonction de l'adhésion imposée entre les particules. Celles-ci sont initialement adhérentes entre elles avec une force adhésive plus ou moins importante. Le second principe de Newton qui lie la force agissant sur un corps à son accélération est appliqué à chaque particule. Il est alors possible de déterminer les forces d'interaction entre chacun des grains. En fonction de ces forces il est possible de détacher les particules soit individuellement soit sous forme d'amas de plusieurs particules. Un troisième corps peut alors se former entre ces deux premiers corps provenant du détachement des particules granulaires de l'un des deux premiers corps.

Ce code permet alors d'étudier la rhéologie du troisième corps en étudiant les différents débits du circuit tribologique (voir Chapitre I.1.1.). L'inconvénient de cette approche est qu'elle se place à l'échelle du troisième corps, et ne permet donc pas de prendre en compte l'ensemble du triplet tribologique (premier corps, troisième corps et mécanisme) mais seulement les effets du troisième corps.

Comme le code de calcul par éléments finis PlastD présenté dans cette thèse permet quant à lui de simuler les effets des premiers corps et du mécanisme, une façon d'obtenir une simulation du triplet tribologique complet serait donc de coupler ces deux codes de calcul. Actuellement les travaux sont en cours [PEIL 04] pour permettre un tel couplage. Le but est de pouvoir utiliser l'approche granulaire pour modéliser le troisième corps dans des simulations éléments finis entre deux premiers corps en contact.

CHAPITRE III. Etude des instabilités de contact

III.1. PRESENTATION DES INSTABILITES

Comme nous l'avons présenté Chapitre I.2.1., le contact frottant entre deux corps peut générer - sous certaines conditions de pressions, de vitesses, de matériaux ou autres - des instabilités au niveau de la surface de contact. Ces instabilités sont à l'origine de vibrations locales qui se propagent dans les premiers corps et le mécanisme, pouvant ainsi être à l'origine de bruits ou d'usure des corps en contact. L'étude de ces phénomènes d'instabilités est donc un enjeu important dans différents domaines d'application allant de la simulation sismique [BEN 01] aux procédés industriels tels que la conception de freins non crissants. Il est donc important de comprendre les paramètres influençant l'apparition de ces instabilités.

Afin de comprendre les phénomènes responsables de ces instabilités il est nécessaire de prendre en compte les aspects dynamiques du contact avec frottement. Nous allons donc utiliser le code d'éléments finis dynamique PlastD en 2 dimensions présenté Chapitres II.4.3. et II.5.2. pour aider à leur compréhension. Bien qu'une couche de troisième corps se crée à l'interface entre les deux corps dans la plupart des contacts frottants, la loi spécifique de contact développée Chapitre II.7.1. ne sera pas utilisée puisque celle ci n'est pour l'instant pas validée pour des cas dynamiques en présence d'instabilités. Les études menées concernent donc uniquement les deux premiers corps en contact.

Dans un premier temps nous allons mettre en évidence ces instabilités sur un exemple académique de cylindres frettés sur lequel une étude analytique a déjà été effectuée [MOIR 00]. Ensuite une étude paramétrique sera effectuée pour comprendre l'influence de différents paramètres tels que les conditions de pressions et de vitesses, les propriétés des matériaux ou encore le coefficient de frottement à l'interface.

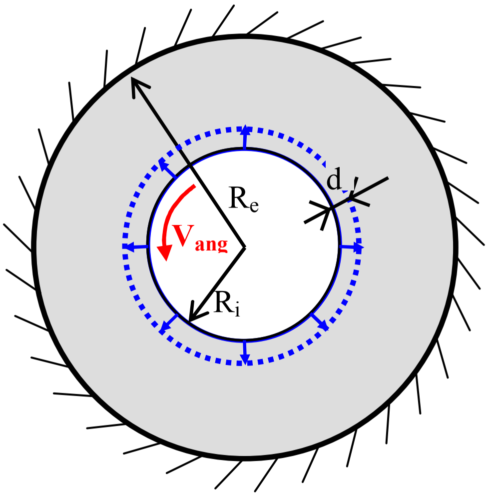
III.2. MISE EN EVIDENCE DES INSTABILITES

Bien qu'il s'agisse d'un cas académique, l'étude de cylindres frettés est un problème permettant la compréhension et l'étude de la propagation des ondes de surfaces. En effet, du fait de la géométrie circulaire (pas de bords libres), les instabilités générées au niveau du contact restent confinées dans le corps et les ondes ainsi créées atteignent rapidement un régime périodique établi.

On considère un cylindre rigide plein de rayon initial R_i fretté dans un cylindre creux de rayon intérieur R_i et de rayon extérieur R_e. Le cylindre creux est supposé élastique, linéaire, homogène, isotrope, de module d'Young E, de coefficient de Poisson ν et de masse volumique ρ. Il est encastré sur son périmètre extérieur. Le cylindre rigide a une vitesse de rotation V_{ang} constante tout au long de la simulation. Dans un premier temps, le cylindre rigide est dilaté pour atteindre un rayon R_i+d, puis ce rayon est maintenu constant.

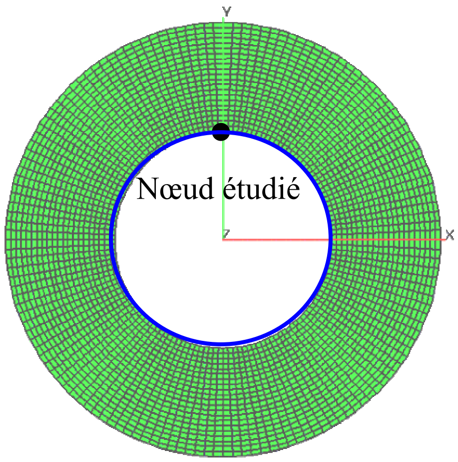
Comme nous l'avons présenté Chapitre I.2.2.1., un certain nombre d'auteurs [IBRA 92a], [TWOR 92] relient l'apparition des phénomènes d'instabilités de type adhérence-glissement à un coefficient de frottement non constant. On trouve ainsi fréquemment dans la littérature le coefficient de frottement dynamique précédé du coefficient de frottement statique ou encore la variation du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement. Le coefficient de frottement devient alors un paramètre de calage permettant de générer ou non des instabilités. Dans notre étude, nous allons mettre en évidence la nature dynamiquement instable de deux corps en contact. Pour cela les modélisations seront effectuées en considérant un coefficient de frottement de type Coulomb constant à la surface de contact.

Le cas d'étude est présenté Figure III-1, les caractéristiques mécaniques, les paramètres d'étude, le maillage et les paramètres numériques sont donnés Figure III-2.



E (MPa)	10000
ν	0.3
ρ (kg/m^3)	3500
R_e (mm)	5
R_i (mm)	10
d (mm)	0.001
P pression théorique (MPa)	3.33
V_{ang} (rad/s)	300
V vitesse linéaire équivalente (mm/s)	1500
μ frottement de Coulomb	0.7

Figure III-1. Présentation du cas d'étude des cylindres frettés



3024 éléments quadrilatères à 4 nœuds
144 nœuds sur la surface de contact
Valeur du pas de temps $\Delta t = 5e^{-8}$ s
Amortissement numérique β_2=0.9
Nombre de pas de temps : 50000 (≡2.5 ms)
Dilatation *d* effectuée sur les 1000 premiers pas

Figure III-2. Maillage et paramètres numériques du cas d'étude des cylindres frettés

La Figure III-3 (a) représente les déplacements normaux (/n) et tangentiels (/t) du nœud étudié (Figure III-2) en fonction du temps de 0 à 2.5 ms de simulation. Pendant cet intervalle de temps, le mouvement relatif global des deux cylindres peut être considéré comme du glissement pur. Cependant, nous constatons que localement, la surface de contact passe d'un état stable de glissement pur au début de la simulation (de 0 à 60 µs) représenté Figure III-3 (b) à un état périodique établi (au-delà de 160 µs) présentant des zones de glissement, d'adhérence et de décollement comme le montre la Figure III-3 (c). Le passage du mouvement local en glissement pur à un mouvement avec des instabilités d'adhérence-glissement-décollement se fait pendant une courte période de transition (de 60 µs à 160 µs). La rapidité de l'établissement du régime d'instabilités vient du confinement des ondes dans le premier corps. L'alternance des zones d'adhérence, de glissement et de décollement devient périodique avec, dans ce cas d'étude, une période de 6.8µs qui correspond à une fréquence de 147 kHz. La Figure III-4 représente le champ de contraintes de cisaillement maximal (τ_{max}) dans le corps élastique ainsi que le statut des nœuds (● pour l'adhérence, ● pour le glissement et ● pour le décollement) entre le pas de temps 50000 (≡0.25 ms) et 50180 (≡0.2509 ms). On observe alors le déplacement des zones d'instabilités (adhérence, glissement et décollement) le long de la surface de contact, dans le sens opposé au déplacement du cylindre rigide. Le déplacement de ces zones d'instabilités s'accompagne également du déplacement des champs de contraintes, vitesses, … dans l'ensemble du corps (par exemple le champs des contraintes de cisaillement maximal sur la Figure III-4). Il est alors possible de parler d'ondes d'instabilités ou train d'ondes. Plusieurs grandeurs caractéristiques de ces ondes peuvent alors être mesurées. Celles-ci sont décrites ci-dessous.

- La vitesse des instabilités (vitesse des trains d'ondes) *c* (m/s) : il s'agit de la vitesse de déplacement des instabilités (zones d'adhérence, glissement et décollement) le long de la surface de contact et du déplacement des champs de contraintes, vitesses, … dans le corps élastique.
- La longueur d'onde des instabilités λ (mm) : il s'agit de la longueur entre deux trains d'ondes sur la surface de contact. Cette longueur peut être divisée en plusieurs parties en fonction du type d'instabilités générées. Trois autres longueurs caractéristiques peuvent alors être définies au sens cinématique (sans faire appel à des notions de physico-chimie).
    - Longueur des zones adhérentes λ_a (mm) qui correspondent aux zones où la vitesse tangentielles des nœuds en contact (vitesse normale nulle) du corps élastique est égale à celle de la surface rigide.
    - Longueur des zones glissantes λ_g (mm) qui correspondent aux zones où la vitesse tangentielle des nœuds en contact (vitesse normale nulle) du corps élastique est différente de celle de la surface rigide.
    - Longueur des zones décollées λ_d (mm) qui correspondent aux zones où les nœuds normalement en contact ne touche plus la surface rigide (vitesse normale différente de 0).
- L'angle des instabilités (angle des fronts d'ondes) α (°) : il s'agit de l'angle formé entre la direction de cisaillement maximal ($\tau_{max} = \frac{1}{2}\max_{i,j}(\sigma_i - \sigma_j)$) et la surface de contact, il correspond également à l'angle du cône de Mach [XIA 04].
- La fréquence des instabilités *f* (Hz).

Il existe une relation entre la vitesse des trains d'onde (c), l'angle des fronts d'ondes (α) et la vitesse d'onde de cisaillement (c_t) [XIA 04], ainsi qu'entre la vitesse des trains d'onde (c), la longueur d'onde des instabilités (λ) et leur fréquence (f) :

$$c=c_t / \sin \alpha \qquad\qquad c=\lambda\, f \qquad\qquad \text{(III-1)}$$

Pour les conditions de pressions, de vitesses et de matériaux imposées dans cette simulation, les ondes d'adhérence-glissement-décollement sont au nombre de quatre sur la circonférence du cylindre. La vitesse des trains d'ondes *c* est dans ce cas de 1150 m/s. Cette vitesse de propagation se situe entre la vitesse d'onde de cisaillement (c_t = 1050 m/s) et la vitesse d'onde longitudinale (c_l=1950 m/s), il s'agit alors d'un régime dit transsonique [ERIN 75]. Des études expérimentales récentes de Rosakis [ROSA 99] et [LUKO 04] conforte ce résultat puisqu'ils ont pu mettre en évidence la propagation d'une onde transsonique à une vitesse proche de $\sqrt{2}c_t$.

Il est possible de modifier le nombre d'ondes sur la circonférence en modifiant les paramètres de la simulation. Ceci est par exemple le cas lorsque le rapport R_i/R_e [OUES 02] ou encore la pression de contact varie. Ce changement du nombre d'ondes modifie alors la fréquence des instabilités ainsi que la vitesse des trains d'ondes.

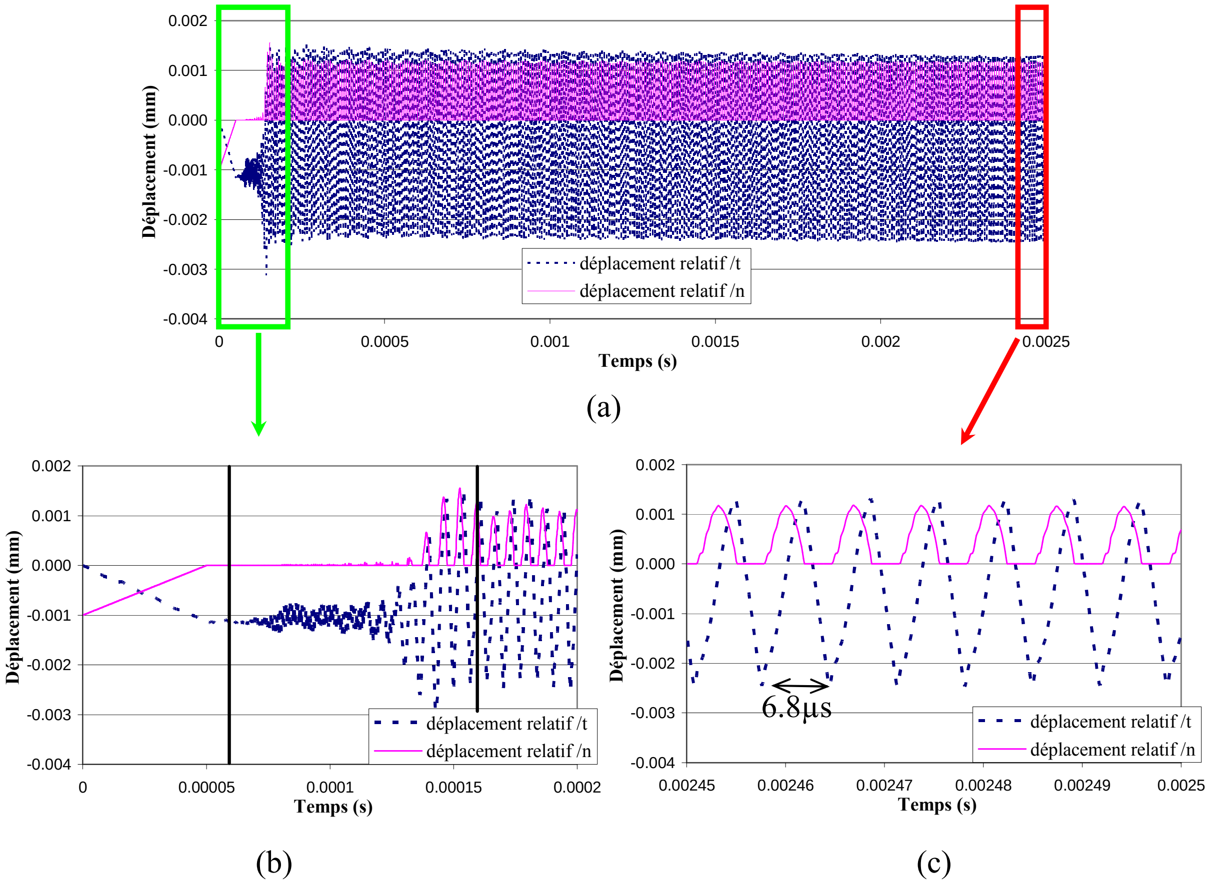


Figure III-3. Déplacements relatifs normal (/n) et tangentiel (/t) du nœud étudié en fonction du temps

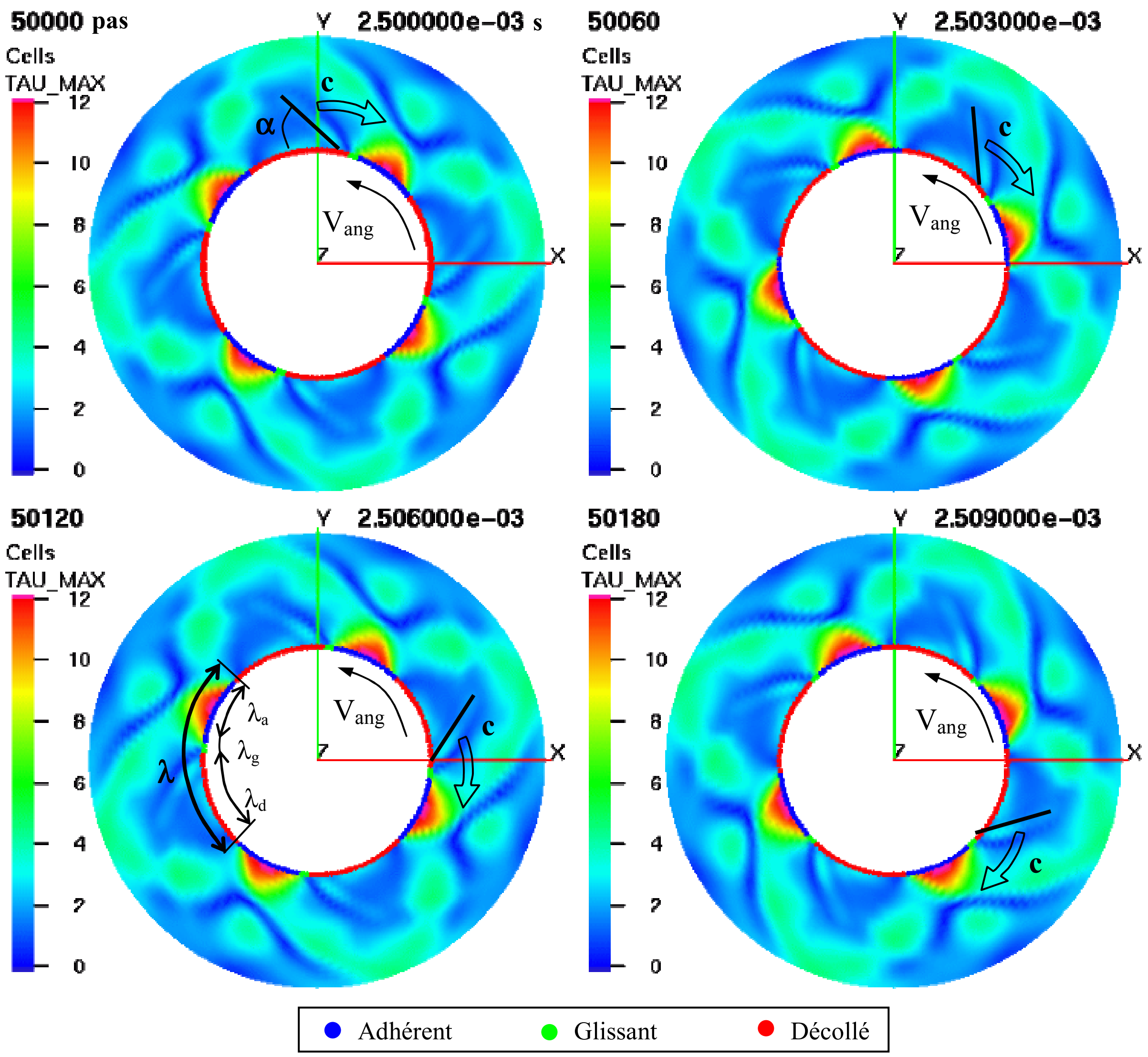
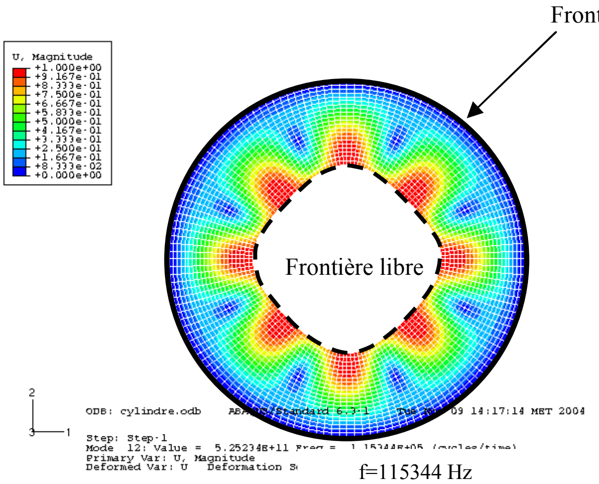


Figure III-4. Isovaleurs de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) dans le cylindre et statut des nœuds à l'interface à 2.5ms, 2.503ms, 2.506ms, 2.509ms

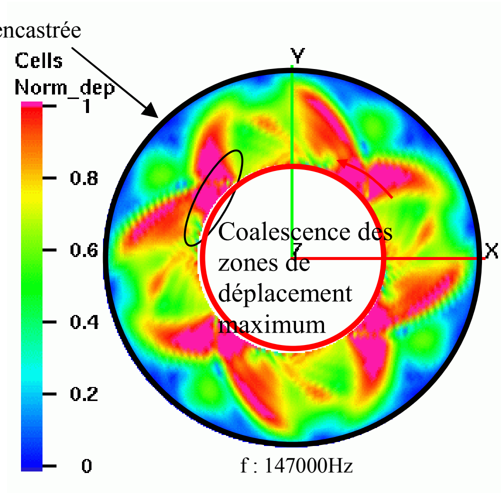
La surface rigide se déplace à la vitesse V_{ang} dans le sens trigonométrique ($V_{linéaire}$=1.5 m/s)

Les trains d'ondes dans le cylindre, repéré par " ⇨ " se déplacent dans le sens horaire à une vitesse *c* : c_t (1050 m/s) < c (1150 m/s) < c_l (1950 m/s)
λ_a : zone adhérente ; λ_g : zone glissante ; λ_d : zone décollée

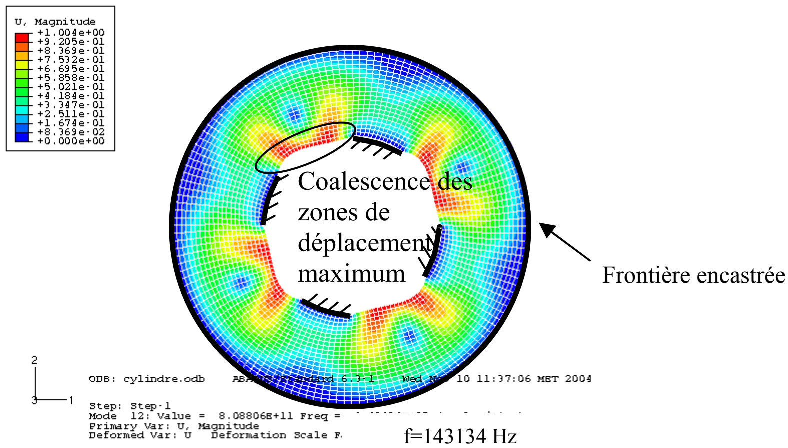
Ces simulations permettent de mettre en évidence la fréquence excitée par le contact frottant. Il est donc intéressant de déterminer quel mode propre du cylindre est excité. Pour cela une simulation utilisant le code de calcul ABAQUS est effectuée pour déterminer les modes propres du cylindre creux. Dans un premier temps le cylindre est modélisé encastré sur sa circonférence extérieure et libre sur sa frontière intérieure. Il est alors possible de tracer Figure III-5 les isovaleurs de la norme du vecteur déplacement obtenues pour le cas encastré-libre avec ABAQUS (a) et celles obtenues avec PlastD en modélisant le contact frottant (b). La modélisation du cylindre creux laissé libre à l'intérieur ne permet pas de retrouver un mode propre similaire à celui qui est excité par le contact frottant. Le 12ème mode du cas encastré-libre présente bien 4 zones déformées sur la circonférence comme cela est le cas sur le mode excité par le frottement. Mais pour ce 12ème mode il existe huit zones où la norme du vecteur déplacement est maximale alors que sur la simulation avec PlastD, le mode excité par frottement présente une coalescence deux à deux des zones de déplacements maximales. Cette coalescence n'existe pas du tout sur le mode propre déterminé par ABAQUS. La fréquence est également assez différente puisqu'elle n'est que de 115 kHz pour le mode encastré-libre contre 147 kHz pour celui tenant compte du frottement (mode trouvé avec PlastD). Une des différences majeures entre les deux simulations vient du contact avec frottement sur la circonférence intérieure présente dans le cas de PlastD. Afin de pallier cette différence nous avons décidé de rigidifier l'intérieur du cylindre pour prendre en compte ce contact dans la recherche des modes propres. Pour cela les 4 zones ont été encastrées sur la circonférence intérieure. Les quatre zones choisies représentent les zones adhérentes (● sur la Figure III-4). Les résultats obtenus sont présentés Figure III-5 (c). Comme nous pouvons le constater avec ce choix de rigidification de l'intérieur du cylindre, le 12ème mode est maintenant à une fréquence similaire (143 kHz) à celle excitée par le frottement lors de la simulation avec PlastD et les zones de déplacements maximales ont coalescé deux à deux par rapport au modèle libre. L'analyse modale du système valide donc bien les résultats obtenus par une étude temporelle menée avec PlastD.



(a) 12ème mode propre. Cylindre libre sur l'intérieur (ABAQUS)



(b) instabilités générées par frottement (PlastD)



(c) 12ème mode propre. Cylindre avec 4 zones encastrées sur l'intérieur (ABAQUS)

Figure III-5. Isovaleurs de la norme du vecteur déplacement dans le cylindre creux. Recherche du mode propre excitées par le contact avec frottement

Cette étude amène également à la conclusion que pour obtenir la fréquence et le mode susceptible d'être excité, les analyses modales des corps libres ne sont pas suffisantes, il est donc nécessaire de prendre en compte le contact frottant. Un grand nombre d'auteurs tels que [MOIR 00], [VOLA 99], [SINO 03],… prennent en compte le frottement dans les analyses modales, ce qui leur permet de déterminer tous les modes susceptibles de devenir instables dans un mécanisme frottant. Mais ces analyses sont insuffisantes lorsqu'elles sont menées sur un tel système car elles ne renseignent pas sur le mode qui va être excité. L'avantage d'une étude temporelle telle celle que nous venons de mener est qu'elle permet de déterminer lequel des modes susceptibles d'être instables est excité en fonction des conditions de pressions, de vitesse… De plus nous pouvons également obtenir la cinématique de contact (vitesse, pression …) lorsque le mode est excité.

III.3. INFLUENCE DE LA DYNAMIQUE LOCALE DE CONTACT SUR LES CONDITIONS DE CONTACT

L'apparition des ondes d'adhérence-glissement-décollement au niveau du contact entre deux corps peut avoir plusieurs conséquences néfastes dans un mécanisme frottant. Les deux principales conséquences sont le bruit et l'usure. Nous reprenons le cas d'étude des cylindres frettés, dont les principales caractéristiques sont rappelées Figure III-6 et Tableau III-1.

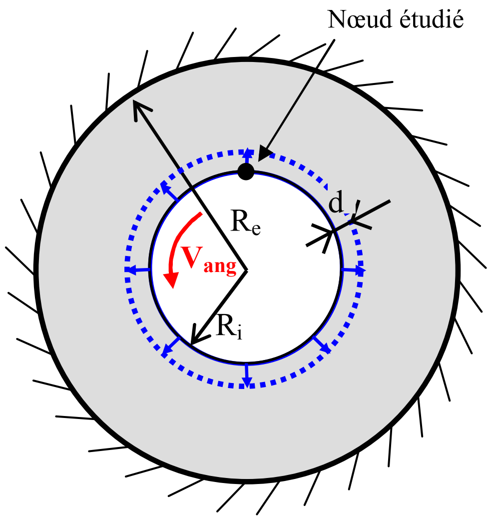


Figure III-6. Modèle des cylindres frettés

E (MPa)	10000
ν	0.3
ρ (kg/m^3)	3500
R_e (mm)	5
R_i (mm)	10
d (mm)	0.001
P pression théorique (MPa)	3.33
V_{ang} (rad/s)	300
V vitesse linéaire équivalente (mm/s)	1500
μ frottement de Coulomb	**de 0 à 10**

Tableau III-1. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas des cylindres frettés

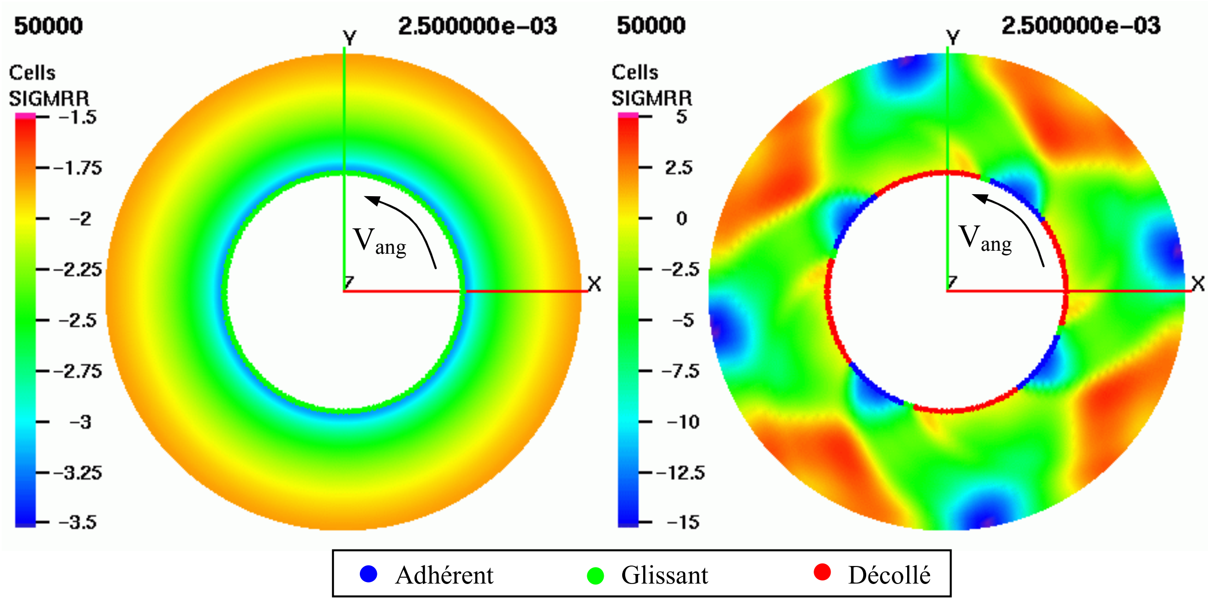
III.3.1. Bruit : génération de vibrations

Comme nous l'avons montré au chapitre précédent sur la Figure III-3, le contact frottant entre deux corps génère sous certaines conditions (vitesse, pression, coefficient de frottement…) des instabilités au niveau du contact. Ces instabilités se propagent alors le long du contact et atteignent un régime établi de vibrations auto-entretenues. Bien qu'étant générées au niveau du contact, ces vibrations se propagent dans le volume des corps comme le montre la représentation de la contrainte de cisaillement maximales (τ_{max}) dans le cylindre élastique Figure III-4 du chapitre précédent. Ces vibrations peuvent également se transmettre à d'autres corps via le mécanisme. La mise en vibration des surfaces des corps peut ainsi résulter en l'émission de bruits. C'est par exemple le cas du crissement de frein.

Dans le cas des cylindres frettés, les instabilités ont une fréquence de l'ordre de 150 kHz pour un cylindre de rayon interne de 5 mm. Si maintenant on considère un cylindre creux de rayon interne de 200 mm (ordre de grandeur des freins à tambour) avec une dilatation du rayon du cylindre intérieur de 20 µm afin de garder une pression théorique de 3.33 MPa, la fréquence des vibrations est alors 40 fois plus faible, c'est à dire de l'ordre de 3.75 kHz. La fréquence d'excitations des vibrations entre alors dans le domaine de l'audible et peut ainsi déclencher un bruit de crissement. L'étude de l'influence de la taille des corps est présentée Chapitres III.4.4.3. et III.4.4.4.

III.3.2. Usure : mécanisme de détachement de particules

L'apparition des ondes d'adhérence-glissement-décollement modifie les conditions de contact. En effet, comme le montre la Figure III-7 représentant les contraintes radiales dans le cylindre élastique pour un cas en glissement local parfait (μ=0.1) et un cas avec des instabilités de contact (μ=0.7). La contrainte radiale de contact maximale est 4.5 fois plus élevée lorsqu'il y a 4 zones d'instabilités que lorsque le contact est parfaitement glissant. Non seulement la présence d'instabilités entraîne une augmentation des pressions de contact mais en plus elle entraîne une variation cyclique du champ de pression. En effet, dans le corps soumis aux ondes d'adhérence-glissement-décollement, le champ de pression passe alternativement de 0 à 15 MPa à une fréquence élevée (147 kHz dans ce cas). La variation cyclique des contraintes dans la peau des premiers corps peut être la cause de fatigues superficielles à l'origine, par exemple, de l'écaillage [FLAM 93].



(a) sans instabilité (μ=0.1)

(b) en présence d'instabilités (μ=0.7)

Figure III-7. Isovaleurs des contraintes radiales (σ_{rr} en MPa) dans le cylindre creux et statut des nœuds en contact

D'autre part, du fait des instabilités, la surface de contact du corps est soumise à des « impacts » à hautes fréquences. En effet, un point de la surface en contact (nœud étudié Figure III-6) décrit toujours la même trajectoire (Figure III-8). On est alors en présence d'un cycle limite de déplacement dont voici la description.

- Le nœud en contact est adhérent (+), il suit alors la rotation imposée au cylindre rigide.

- Ensuite, lorsque les forces internes deviennent trop importantes, la vitesse tangentielle diminue et devient plus faible que celle du cylindre rigide. Le nœud se met alors à glisser ( ), sa vitesse tangentielle va alors s'annuler et le nœud va se mettre à glisser dans le sens opposé au déplacement du cylindre rigide (la vitesse de glissement relative du nœud sur la surface rigide est de ce fait plus importante que la vitesse imposée au corps rigide).
- Finalement un effet dynamique correspondant à un mode instable du corps élastique fait que le nœud étudié décolle (×) de la surface rigide. Il revient alors élastiquement jusqu'à une position légèrement au delà de sa position initiale en impactant le cylindre rigide.
- Il recommence alors un nouveau cycle.

Dans ce cas d'étude, le décollement maximum et le déplacement tangentiel maximum atteignent respectivement 2.2 µm et 3.75 µm.

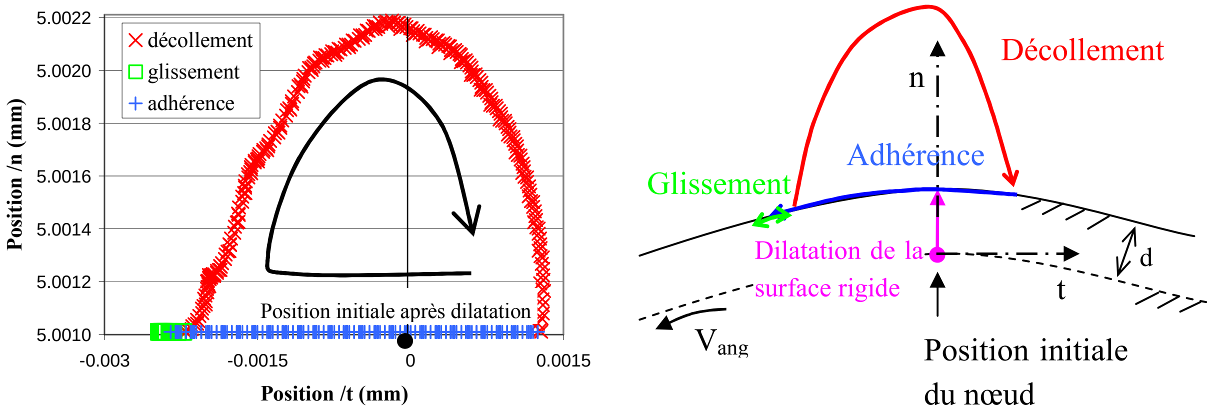


Figure III-8. Cycle limite de la trajectoire du nœud étudié de la surface de contact du cylindre creux

Au moment où le nœud revient en contact sur la surface rigide, ce retour ne se fait pas à vitesse normale nulle. Il s'agit donc d'un impact. La Figure III-9 représentant la vitesse normale et le déplacement normal en fonction du temps montre qu'à chaque fois que le nœud revient en adhérence sur le cylindre rigide, il impacte celui-ci avec une vitesse normale de l'ordre de 1500 mm/s dans ce cas de calcul. Cet impact répétitif (fréquence de 147 kHz dans ce cas) peut également causer la fatigue et l'endommagement de la surface.

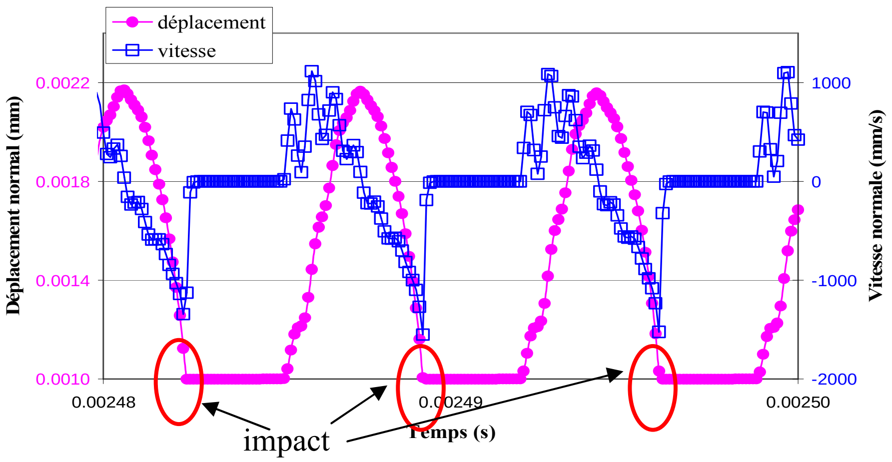


Figure III-9. Déplacement et vitesse normaux en fonction du temps pour le nœud étudié (Figure III-2)

Dans la phase de glissement suivant la phase d'adhérence et précédent la phase de décollement, la vitesse de glissement relative locale atteint 2800 mm/s alors que la vitesse linéaire de la surface rigide est de 1500 mm/s (Figure III-10). Dans cette phase, les vitesses tangentielles importantes sont associées à des contraintes tangentielles non négligeables ce qui peut être une source d'usure.

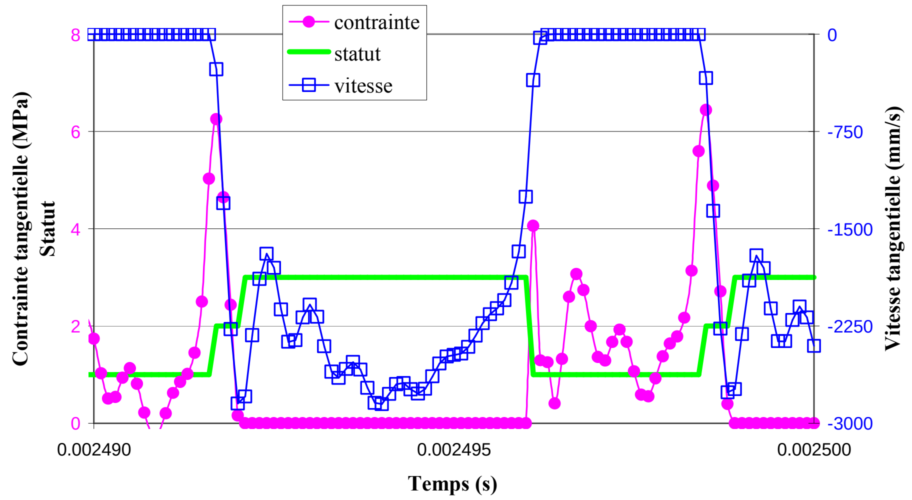


Figure III-10. Contrainte et vitesse tangentielles et statut (1=adhérent, 2=glissant, 3=décollé) en fonction du temps pour le nœud étudié (Figure III-2)

La répétition à haute fréquence de ces cycles de chargement (aussi bien normaux que tangentiels) ainsi que de ces impacts sont les sollicitations tribologiques locales réelles auxquelles sont soumises les surfaces frottantes des premiers corps. Ces sollicitations locales permettent d'appréhender correctement la modélisation de l'usure bien trop souvent définie dans la littérature par des paramètres globaux.

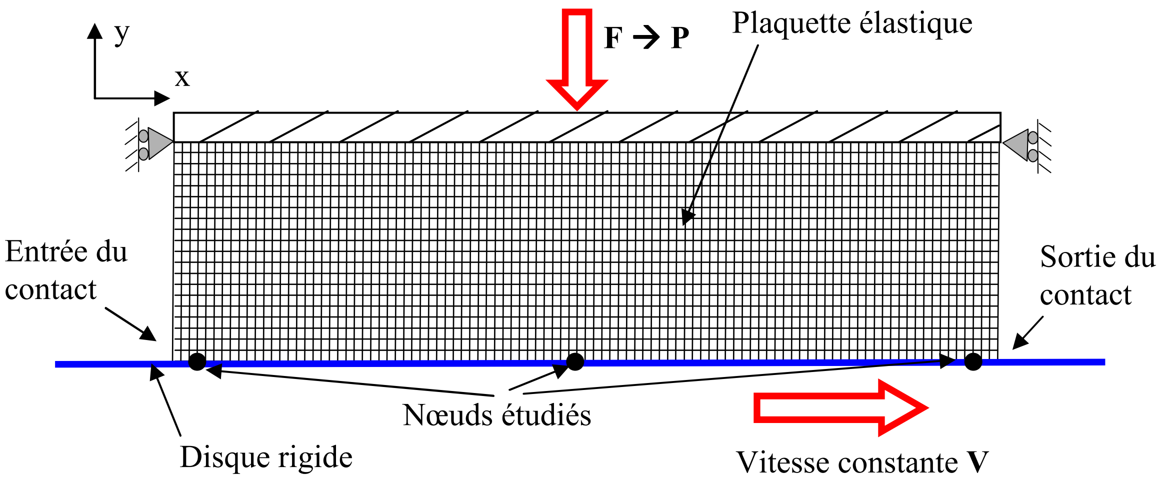
III.4. INFLUENCE DES DIFFERENTS PARAMETRES SUR LA DYNAMIQUE LOCALE DE CONTACT

Le comportement dynamique du contact frottant génère des instabilités au niveau du contact qui sont à l'origine de vibrations, de bruits mais également d'usure. Ces instabilités sont donc nocives au fonctionnement d'un mécanisme. Afin de pouvoir prévoir l'apparition de telles instabilités dans un mécanisme industriel tel que, par exemple, l'apparition du crissement pour un mécanisme de frein donné, il est nécessaire d'étudier l'influence des différents paramètres (matériaux, conditions d'essai…) sur la génération des instabilités. Pour cela des études numériques ont été menées sur différents cas d'applications simplifiés (cas de cylindres frettés pour simuler une géométrie de frein à tambour, cas d'une plaquette sur une surface rigide pour simuler une géométrie de disque/plaquette de frein).

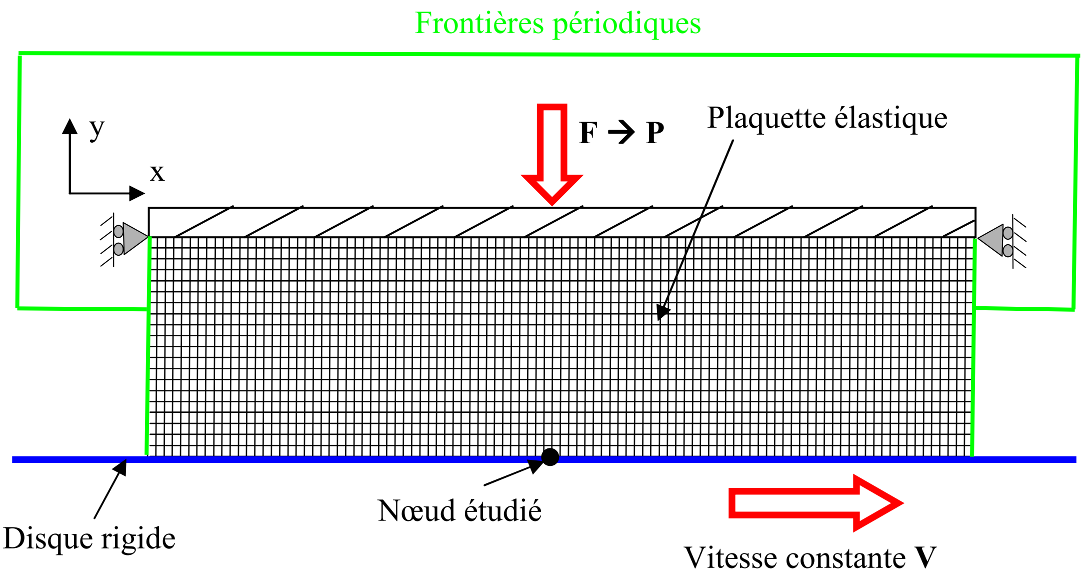
III.4.1. Plaquette de frein/disque : validation de la géométrie sans bords libres

Le modèle des cylindres frettés présenté Chapitre III.2. (Figure III-2) est un modèle circulaire sans bords libres. L'avantage des géométries sans bords libres est le confinement des ondes dans le volume du premier corps. Ces simulations permettent ainsi d'obtenir rapidement une stabilisation périodique des ondes d'instabilités. Ceci rend plus facile l'étude de l'influence des différents paramètres. Cependant une grande majorité des contacts frottants, entre autres dans le domaine du freinage (freins à disque, sabots de frein…) possèdent des bords libres. Il est donc intéressant de considérer également une géométrie avec bords libres. Pour ce faire, un modèle de géométrie plane de type plaquette de frein/disque est pris en compte. L'avantage de ce modèle est qu'il permet de modéliser soit un contact avec bords libres lorsque les extrémités latérales de la plaquette sont laissées libres, soit un contact sans bords libres en imposant une condition de périodicité sur les bords latéraux.

Notre étude se limite au cas général d'un contact entre un premier corps un premier corps plutôt "mou" (faible module d'Young) et un premier corps plutôt "dur" (module d'Young élevé) ce qui est le cas du freinage (contact plaquette en garniture de frein sur disque en acier). Les simulations portent donc sur un modèle simplifié de contact plaquette/disque de frein (Figure III-11). Le disque en acier ayant un module d'Young beaucoup plus important que la plaquette de frein (organique ou fritté), il est modélisé par une surface rigide. La plaquette élastique est quant à elle modélisée en 2D par 2000 éléments quadrilatéraux à 4 nœuds (100*20 éléments) de 1 mm de coté. Le disque rigide est soumis à une vitesse constante V suivant *x*. Une force F suivant *y* (équivalente à une pression théorique appliquée P) est appliquée sur le haut de la plaquette de telle sorte que l'ensemble des nœuds du haut de la plaquette ait un déplacement vertical identique permettant d'obtenir globalement la force F. Les nœuds supérieurs de la plaquette sont bloqués suivant x. Les bords latéraux sont soit laissés libres (Figure III-11 (a)) soit soumis à une condition de périodicité (Figure III-11 (b)).



(a) Bords latéraux libres



(b) Bords latéraux soumis à une condition de périodicité

Figure III-11. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide

Lors des simulations de géométrie avec bords libres telles que le cas du contact frottant de la plaquette élastique sur un disque rigide, le régime périodique établi des instabilités est plus difficile et plus long à obtenir que dans le cas sans bords libres. Dans le cas avec bords libres, les instabilités étant moins bien établies, une étude paramétrique est rendue plus difficile. C'est pourquoi il est préférable de pouvoir mener cette étude paramétrique en imposant des bords périodiques pour faciliter la mise en place d'un régime d'instabilités périodique établi. Pour cela, il est nécessaire de valider l'utilisation de la plaquette sans bords libres par rapport à celle avec bords libres. Nous allons donc montrer qu'il est possible d'extrapoler les résultats obtenus sans bords libres aux cas avec bords libres.

Le contact plaquette de frein/disque est modélisé dans un cas avec bords libres et dans un cas sans bords libres (voir le modèle présenté Figure III-11 respectivement (a) et (b)). Les propriétés géométriques et des matériaux de la plaquette ainsi que les paramètres de simulation pour ce cas d'étude sont présentés Tableau III-2.

Module d'Young, E (MPa)	10000
Coefficient de Poisson, ν	0.3
Densité, ρ (kg/m^3)	2000
Coefficient de frottement, μ	0.4
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}
Longueur, L (mm)	100
Epaisseur, h (mm)	20
Pression appliquée, P (MPa)	-1
Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	de 0.1 à 2
Amortissement numérique, β_2	0.5
Nombre d'éléments	2000
Taille des éléments (mm²)	1
Valeur du pas de temps, Δt (s)	0.1×10^{-6}

Tableau III-2. Caractéristiques géométriques et du matériau de la plaquette élastique

Il est alors possible de comparer les résultats des deux modèles. Dans le cas avec des frontières périodiques, seuls les résultats en un nœud (nœud central) seront présentés. En effet, dans ce cas, l'onde se propage parfaitement de façon périodique à la surface et dans le volume et ainsi tous les nœuds du contact "voient" les mêmes conditions avec un décalage dans le temps. Par contre, dans le cas sans frontière périodique les effets de bords existent, les résultats seront donc pris en trois noeuds différents: le nœud central, un nœud situé en entrée du contact et un nœud situé en sortie du contact.

Dans un premier temps nous nous intéressons aux résultats obtenus avec une pression appliquée de -1 MPa ($F_{/y}$ = -100 N) et une vitesse du disque $V_{/x}$= 1 m/s. Si l'on observe la trajectoire des nœuds en contact (Figure III-12), il est évident que les effets de bord jouent un rôle non négligeable sur l'aspect et les amplitudes du cycle limite des déplacements. En effet les trajectoires des points au centre, à l'entrée et à la sortie du contact n'ont pas du tout la même allure. Il en est de même pour la valeur maximale de la contrainte normale au contact (Figure III-13). Par contre, les résultats pour les trois nœuds du cas avec bords libres et ceux pour le cas avec frontières périodiques montrent, qualitativement, des phénomènes similaires. En effet si l'on effectue une transformée de Fourier (FFT) sur les vitesses normales pour les différents noeuds (Figure III-14) la fréquence des instabilités se propageant sur une plaquette avec bords libres n'est différente que de 3% de celles se propageant sur une plaquette avec bords périodiques (50.5 kHz contre 49 kHz).

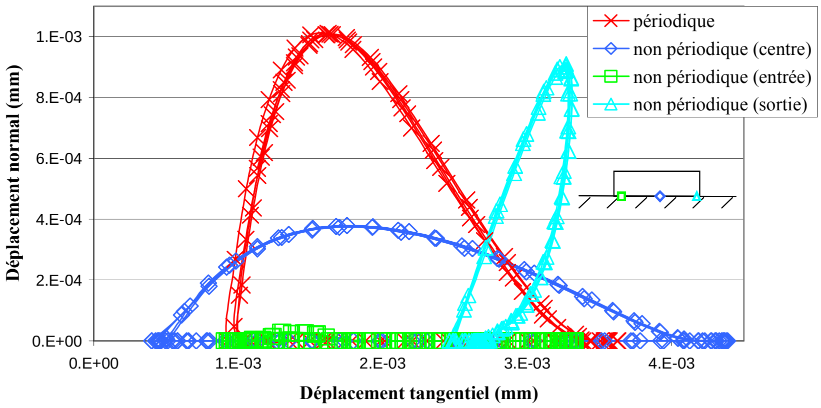


Figure III-12. Comparaison de la trajectoire des nœuds en contact pour une plaquette avec bords périodiques et une plaquette avec bords libres (nœud à l'entrée, au centre et à la sortie du contact)

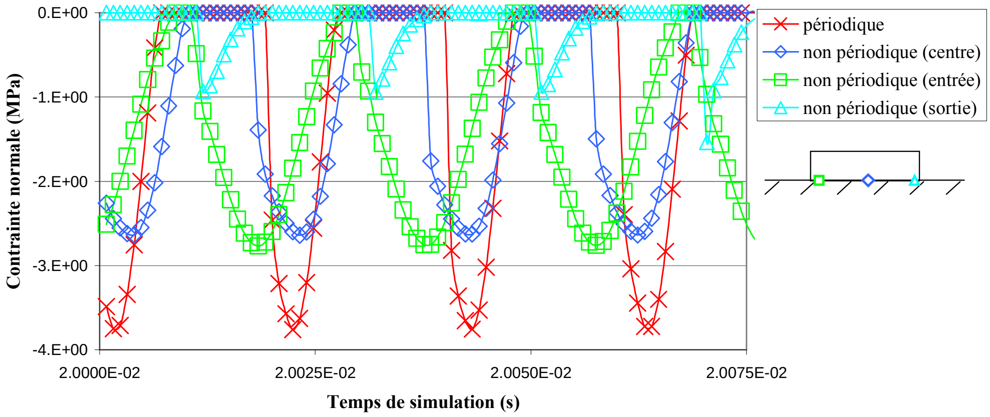


Figure III-13. Comparaison de la l'évolution de contrainte normale des nœuds en contact pour une plaquette avec bords périodiques et une plaquette avec bords libres (nœud à l'entrée, au centre et à la sortie du contact)

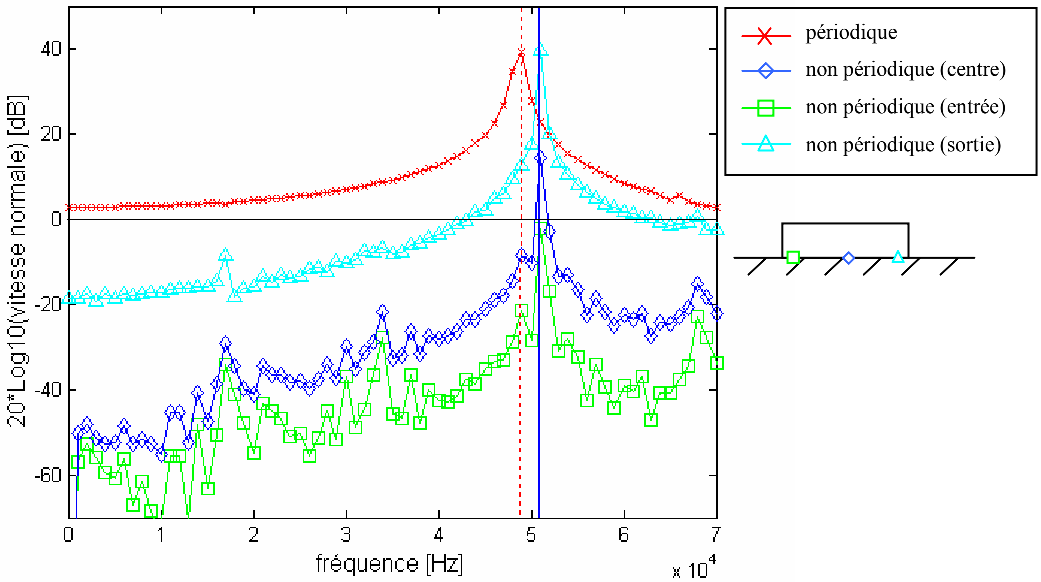


Figure III-14. Comparaison de la fréquence des instabilités pour une plaquette avec bords périodiques et une plaquette avec bords libres (nœud à l'entrée, au centre et à la sortie du contact)

Bien que les grandeurs soient quantitativement différentes, les phénomènes apparaissant au contact (tels que les caractéristiques des ondes) sont assez similaires. Dans l'étude qui suit nous nous intéressons plus à des résultats qualitatifs de l'influence de divers paramètres sur les phénomènes d'instabilités qu'à des résultats quantitatifs. Pour pouvoir effectuer notre étude paramétrique sur le cas à frontières périodiques, il nous suffit donc de vérifier que bien que les grandeurs soient différentes elles évoluent de la même manière en fonction des paramètres. Seule l'influence de la vitesse V de la surface rigide (V variant de 0.1 à 2 m/s) est étudiée ici, tous les autres paramètres restant identiques (Tableau III-2). Il est possible de comparer l'influence de cette vitesse sur la trajectoire des nœuds en contact dans le cas périodique et le cas avec bords libres (Figure III-15). Les amplitudes de déplacement sont différents entre les deux types de conditions limites imposées à la plaquette, mais qualitativement la trajectoire évolue de la même façon. De plus, le passage d'un régime d'instabilités à un autre ce fait à la même valeur critique de vitesse pour les deux types de conditions limites.

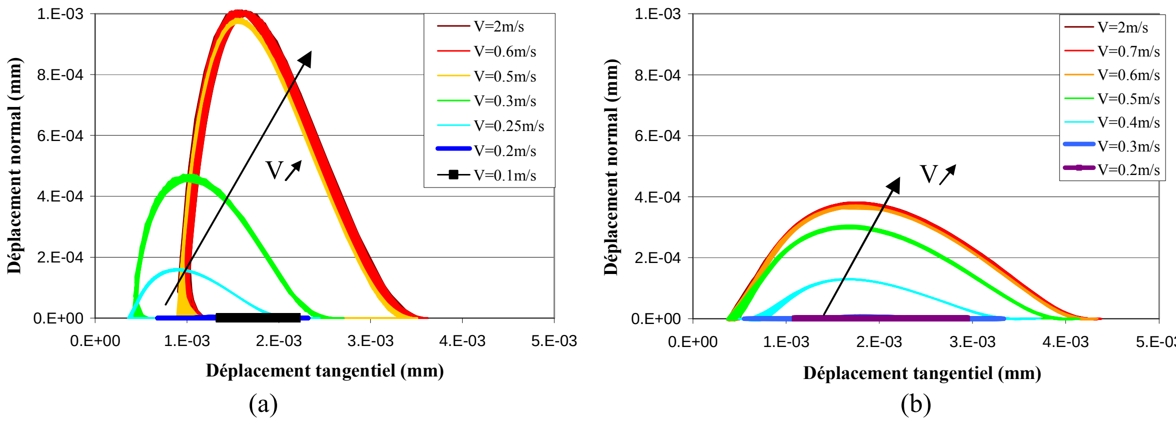


Figure III-15. Comparaison de l'influence de la vitesse de la surface rigide sur la trajectoire du nœud central pour une plaquette avec bords libres (a) et une plaquette avec bords périodiques (b).

L'étude comparative présentée ici nous permet de considérer qu'il est possible de faire l'étude de l'influence des paramètres sur les instabilités avec le cas à bords périodiques. En effet, bien que les grandeurs soient différentes quantitativement, les phénomènes d'instabilités, ainsi que l'influence du paramètre étudié sur ces phénomènes, sont sensiblement identiques pour les 2 types de conditions limites imposées à la plaquette.

Dans l'étude paramétrique qui suit, pour chaque paramètre, les deux types de conditions limites (frontières libres et périodiques) ont été modélisés. Lorsque que les résultats obtenus pour l'influence du paramètre sur les instabilités sont qualitativement similaires, la présentation des résultats du modèle de la plaquette avec des frontières périodiques sera privilégiée. En effet, l'étude des instabilités (leur vitesse d'onde c, leur angle α ou encore leurs longueurs d'ondes λ) est facilitée par la présence des frontières périodiques. Cependant, pour certains paramètres, les résultats obtenus entre les deux types de conditions limites étant vraiment différents, les résultats des deux types de conditions limites seront alors présentés.

III.4.2. Influence du troisième corps : coefficient de frottement

Dans un premier temps nous nous intéressons à l'étude de l'influence du troisième corps sur les conditions de contact. Dans les modélisations éléments finis avec PlastD, l'effet du troisième corps est modélisé en utilisant un coefficient de frottement de Coulomb constant à l'interface. Nous allons donc étudier l'influence de ce coefficient de frottement sur la dynamique locale de contact et donc sur les instabilités générées.

Cette étude sera menée dans le cas des cylindres frettés (Figure III-16). Seul le coefficient de frottement μ est modifié entre les différentes simulations numériques, ses valeurs varient de 0 à 10. Les autres paramètres restent fixes (Tableau III-3).

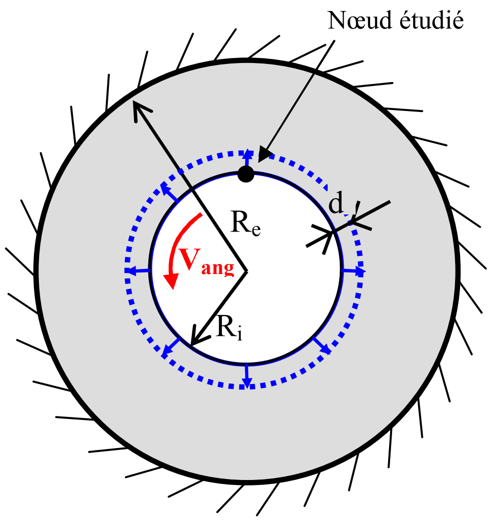


Figure III-16. Modèle des cylindres frettés

E (MPa)	10000
ν	0.3
ρ (kg/m^3)	3500
R_e (mm)	5
R_i (mm)	10
d (mm)	0.001
P pression théorique (MPa)	3.33
V_{ang} (rad/s)	300
V vitesse linéaire équivalente (mm/s)	1500
μ frottement de Coulomb	**de 0 à 10**

Tableau III-3. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas des cylindres frettés

La courbe de l'influence du coefficient de frottement de Coulomb sur les contraintes normales de contact maximales est représentée en échelle logarithmique sur la Figure III-17. De plus, pour chacun des régimes distincts de la courbe obtenue, les contraintes radiales volumiques et les statuts des nœuds en contact sont représentés en régime établi. Figure III-18 et Figure III-19 représentent respectivement la vitesse tangentielle relative et la vitesse "d'impact" normale en fonction du coefficient de frottement en échelle logarithmique pour un nœud en contact (noeud étudié de la Figure III-1).

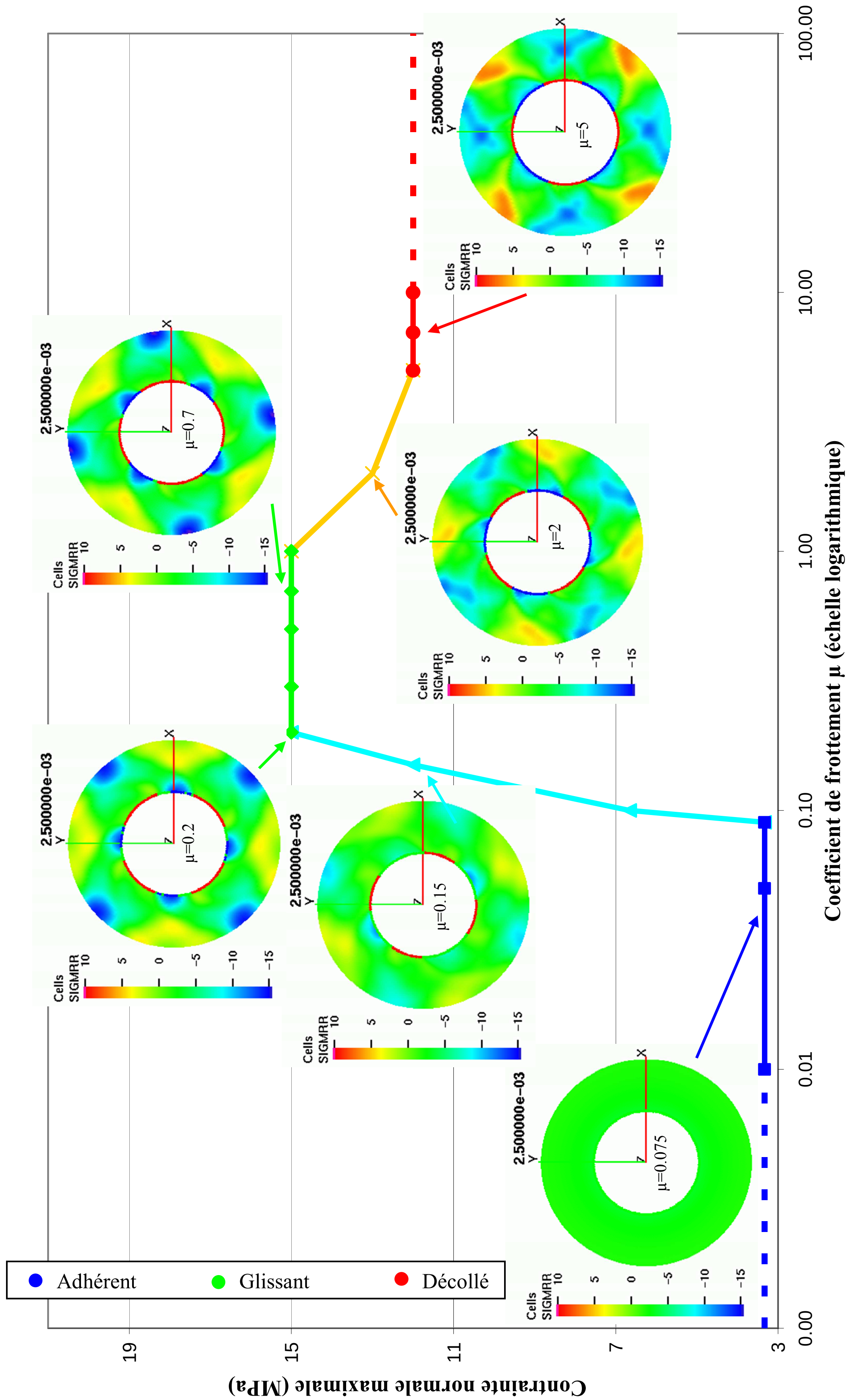


Figure III-17. Influence du coefficient de frottement sur la contrainte normale de contact maximale. Isovaleurs des contraintes radiales (σ^{rr}) et statut des noeuds de l'interface pour les différents régimes d'instabilités

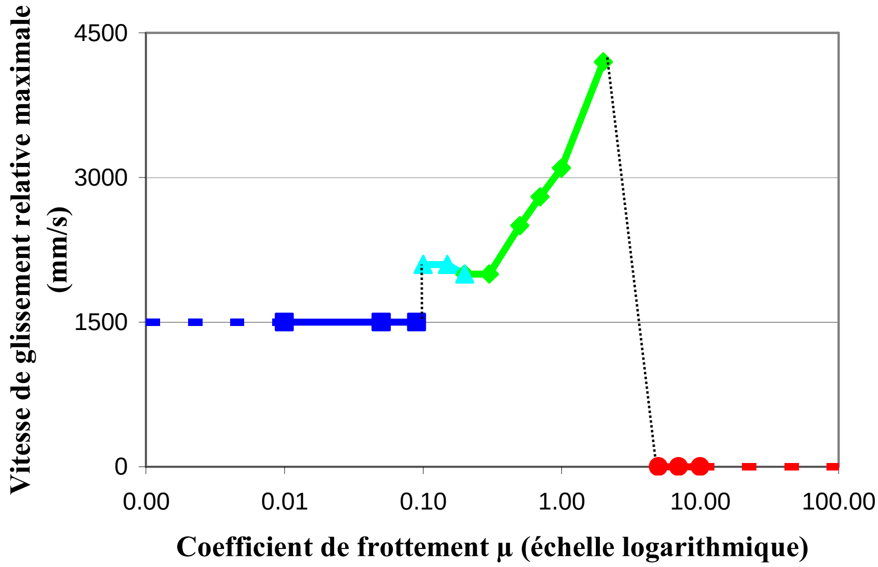


Figure III-18. Influence du coefficient de frottement sur la vitesse de glissement relative maximale

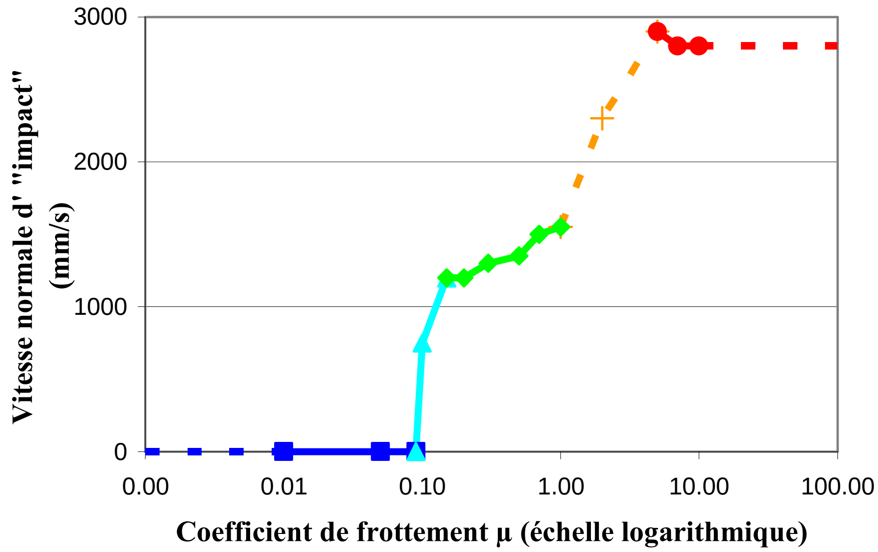


Figure III-19. Influence du coefficient de frottement sur la vitesse normale d'impact

Comme nous pouvons le constater sur ces trois figures, en fonction du coefficient de frottement, les instabilités peuvent exister ou non et être de différents types. Il est ainsi possible de repérer cinq régimes différents. La dynamique locale de contact ainsi que les contraintes pour ces cinq régimes de coefficient de frottement sont présentés ci-dessous:

- $0 \leq \mu < 0.09$: ■

  Lorsque le coefficient est faible, il n'y a pas d'apparition d'instabilités. En effet dans ce cas, les surfaces de contact sont localement en **glissement parfait**. Les contraintes normales et tangentielles au contact sont donc stables (σ^n=3.33 MPa et $|\sigma^t|=\mu\ |\sigma^n|$ pour un grossissement du rayon de 0.001 mm) et la vitesse de glissement relative est égale à la vitesse imposée au cylindre rigide (1500 mm/s). Dans ce cas il n'y a pas de décollement et donc pas d'impact.

- $0.09 \leq \mu < 0.11$ ▲

Dès que le coefficient de frottement dépasse une valeur limite (μ=0.09 dans ce cas de calcul), les instabilités apparaissent (au nombre de 4 zones pour les matériaux, dimensions et conditions de simulation donnés). Le coefficient de frottement étant encore trop faible pour permettre l'adhérence, le régime périodique établi se compose d'instabilités de type **glissement-décollement**. Dans cet intervalle, plus le coefficient de frottement augmente, plus la surface des zones décollées (au nombre de quatre) devient grande devant la surface des zones glissantes. La surface de contact réelle diminuant avec μ, la contrainte de contact normale maximale augmente avec μ. Si l'on regarde la vitesse de glissement maximale, dès l'apparition du décollement elle augmente légèrement pour atteindre environ 2000 mm/s. Par contre sur cet intervalle la vitesse de glissement maximale reste égale à cette valeur. Le décollement augmentant, la vitesse normale d'impact augmente aussi.

L'intervalle des coefficients de frottement pour lesquels les instabilités sont de type glissement-décollement est très petit pour les conditions de vitesse et de pression de ce cas de simulation.

- $0.11 \leq \mu < 1$ ◆

L'augmentation de μ entraîne l'apparition des zones d'adhérence. Les instabilités deviennent donc de type **adhérence-glissement-décollement**. La surface des zones décollées reste la même sur tout l'intervalle de variation du coefficient de frottement. Seule la surface des zones glissantes diminue au profit des zones adhérentes. Dans ce cas, la contrainte normale de contact maximale reste constante lorsque μ augmente. La surface des zones décollées étant assez importante, la valeur maximale de la contrainte normale de contact est de 15 MPa alors que la pression théorique appliquée n'est que de 3.33 MPa. De plus les vitesses normales d'impact deviennent non négligeables. Le coefficient de frottement augmentant, les surfaces des zones adhérentes sont de plus en plus importantes. Il en est alors de même pour les vitesses de glissement relatives qui atteignent 3000 mm/s, au lieu des 1500 mm/s imposés à la surface rigide. Dans cet intervalle de coefficient de frottement, la vitesse d'impact normale augmente légèrement.

- $1 \leq \mu < 5$ ✕

Lorsque μ atteint 1, la surface des zones d'instabilités évolue une fois de plus. En effet, le frottement augmentant, la surface des zones de glissement se réduit de plus en plus jusqu'à disparaître pour les fortes valeurs de μ ($\mu \geq 5$). La surface des zones décollées diminue légèrement avec μ. La pression de contact diminue donc avec l'augmentation du coefficient de frottement. Le glissement se réduisant de plus en plus et l'adhérence augmentant, les vitesses de glissement relatives sont donc de plus en plus importantes (supérieures à 4000 mm/s). Bien que la surface des zones décollées diminue, l'amplitude normale du décollement augmente. La vitesse normale d'impact augmente donc de plus en plus pour atteindre presque 3000 mm/s avec μ=5.

- 5≤μ ●

  Lorsque μ dépasse une valeur limite (μ≥5 dans notre cas d'étude), le glissement disparaît complètement. Les instabilités au niveau du contact sont donc de type **adhérence-décollement**. Comme le glissement disparaît, la vitesse de glissement relative est nulle. Une fois le glissement ayant disparu, on atteint un type d'instabilités limite. En effet dans ce cas, même en augmentant le coefficient de frottement, les surfaces des zones adhérentes et décollées restent constantes tout comme l'amplitude du décollement. La pression de contact ainsi que la vitesse normale d'impact restent donc elles aussi constantes (12.6 MPa et 2800 mm/s). Dans ce cas, il est possible de comparer les ondes générées dans le solide élastique aux ondes de Schallamach [SCHA 71] obtenues lors du frottement de matériau élastomères (frottement élevé). En effet, dans ce cas comme pour les ondes de Schallamach il n'y a pas de glissement au niveau du contact, le déplacement s'effectue donc avec un mouvement de "reptation". Les ondes, dans les deux cas, se déplacent de l'arrière vers l'avant du contact (dans le sens inverse du glissement macroscopique imposé).

De manière générale, on remarque que lorsque les instabilités sont générées, la longueur d'onde des instabilités λ reste constante quel que soit le frottement ; seule la taille des zones en glissement, décollement et adhérence varie avec le frottement. Par contre, bien qu'elles restent dans la même gamme, la fréquence et la vitesse d'onde diminuent légèrement avec l'augmentation du frottement de 0.1 à 5 (passant respectivement de 155 à 133 kHz et de 1210 à 1040 mm/s). Ainsi, plus le coefficient de frottement augmente, plus la vitesse des trains d'ondes d'instabilités (*c*) diminue et se rapproche de la vitesse d'ondes de cisaillement (c_t). Le Tableau III-4 récapitule toutes les grandeurs caractéristiques des instabilités et des sollicitations qu'elles entraînent pour les différentes valeurs du coefficient de frottement.

	Grandeurs caractéritiques des ondes								Solicitations locales			
μ	c_l (m/s)	c_t (m/s)	$c_{instabilités}$ (m/s)	$F_{instabilités}$ (Hz)	λ (mm)	$\lambda_{adhérence}$ (mm)	$\lambda_{glissement}$ (mm)	$\lambda_{décollement}$ (mm)	$\sigma^{normale}$ max (MPa) $\sigma_{théorique}=3.3$	$V_{glissement}$ max (mm/s) $V_{théorique}=1500$	$V_{normale\ impact}$ max (mm/s)	Régimes d'instabilités
<0.09	1950	1050							3.3	1500		**Glissement**
0.1	1950	1050	1210	155000	7.8		6.5 – 5.0	1.3 – 2.8	6.6	2000	750	**Glissement-décollement**
0.2	1950	1050	1170	149000	7.8	1.7	1.7	4.4	15	2000	1200	**Adhérence-glissement-décollement**
0.5	1950	1050	1190	151500	7.8	2.6	0.6	4.6	15	2500	1350	**Adhérence-glissement-décollement**
1	1950	1050	1150	147000	7.8	3	0.2	4.6	15	3100	1550	**Adhérence-glissement-décollement**
2	1950	1050	1090	139000	7.8	3.5	0.2	4.1	13	4200	2300	**Adhérence-glissement-décollement**
>5	1950	1050	1040	133000	7.8	4.1		3.7	12		2800	**Adhérence - décollement**

Tableau III-4. Récapitulatif de l'influence du coefficient de frottement sur différentes grandeurs caractéristiques des instabilités et des sollicitations dues à ces instabilités

Dès que le coefficient de frottement est assez élevé, sans être forcement trop important, des instabilités apparaissent dans le contact. En fonction de la gamme du frottement, plusieurs régimes d'instabilités sont possibles : des instabilités de type glissement-décollement, adhérence-glissement-décollement ou encore adhérence-décollement. Dans cas, le régime de type ahérence-glissement n'est apparu pour aucune valeur du coefficient de frottement du fait des valeurs de pression (P) et de vitesse (V) choisies. L'apparition des instabilités entraîne une augmentation des grandeurs mécaniques du contact telles que les contraintes de contact, les vitesses relatives de glissement et ou les vitesses normales d'impact. Ces grandeurs sont alors localement beaucoup plus importantes que celles calculées globalement (ou macroscopiquement). Il peut alors en résulter une usure des premiers corps qu'il n'est pas forcément possible d'expliquer par les grandeurs globales sauf en ajustant certains paramètres dans les lois d'usure. D'autre part, la fréquence des régimes périodiques ainsi établis peut également être la cause de l'émission de bruit.

On comprend alors pourquoi la présence de troisième corps dans le contact permet de préserver la "peau" des premiers corps. En effet, il est possible, en jouant sur le type de troisième corps créé à l'interface, de diminuer le coefficient de frottement, d'accommoder les vitesses de telle sorte que les vitesses de glissement à la surface des premiers corps soient plus faibles, ou encore d'amortir les vibrations générées. Cependant, il n'est pas aisé d'arriver à produire un "bon" troisième corps dans un contact et cela relève plus souvent d'une démarche par tâtonnement expérimental que d'une démarche prédictive [BERT 01]. Dans ce domaine de recherche, un certain nombre de travaux sont en cours [FILL 04b]. De plus, dans certaines applications industrielles, une valeur élevée du coefficient de frottement est obligatoire (dans le domaine du freinage par exemple). Il est donc nécessaire de trouver d’autres paramètres à modifier permettant de faire varier le régime d'instabilités générées, voire de les empêcher.

III.4.3. Influence du mécanisme

Dans cette partie nous nous intéressons à l'influence du mécanisme sur les instabilités générées dans le contact. Pour cela une étude paramétrique est menée d'une part sur la vitesse de la surface rigide et sur la pression appliquée sur la face supérieure de la plaquette et d'autre part sur l'influence des conditions limites.

Dans cette étude, pour limiter le nombre de calculs, nous avons délibérément fixé la valeur du coefficient de frottement μ à 0.4. En effet, il s'agit d'une valeur courante pour un grand nombre de contact frottants, particulièrement dans le domaine du freinage.

III.4.3.1 Influence de la vitesse

L'étude de l'influence de la vitesse sur les instabilités s'est faite sur le cas de simulation d'un contact entre une plaquette élastique et un disque rigide (Figure III-20). Afin d'obtenir rapidement un régime d'instabilités établi, une condition de périodicité est appliquée sur les bords de la plaquette. Dans cette étude seule la vitesse V du disque rigide varie (de 0.001 m/s à 10 m/s), tous les autres paramètres restent constants (voir Tableau III-5).

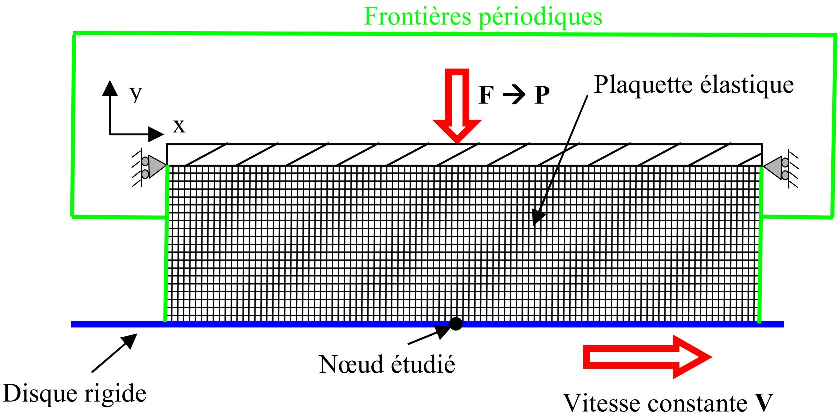


Figure III-20. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec frontières périodiques

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Pression appliquée, P (MPa)	1
Coefficient de frottement, μ	0.4	**Vitesse de la surface rigide, V (m/s)**	**de 0.001 à 10**
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}		

Tableau III-5. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

Il est alors possible d'observer Figure III-21 l'influence de la vitesse sur le cycle limite de déplacement d'un nœud du contact. Nous rappelons que comme une condition de périodicité est prise en compte sur les bords, tous les nœuds du contact ont la même trajectoire.

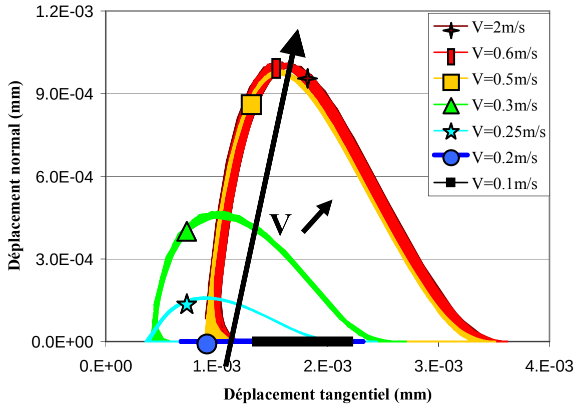


Figure III-21. Trajectoire d'un nœud en contact en fonction de la vitesse V de déplacement (P=1 MPa, μ=0.4)

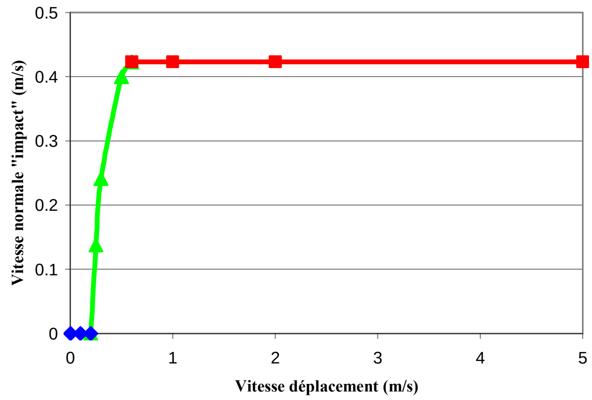


Figure III-22. Influence de la vitesse V de déplacement sur la vitesse normale d'impact (P=1 MPa, μ=0.4)

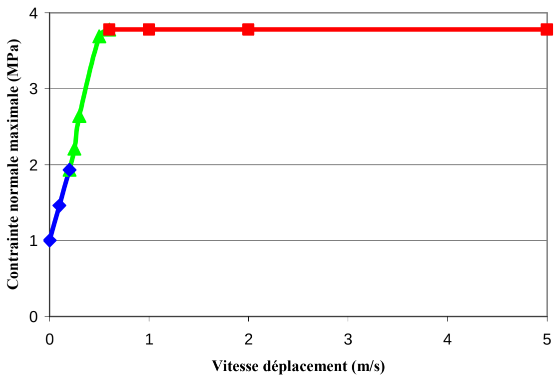


Figure III-23. Influence de la vitesse V sur la contrainte normale maximale (P=1 MPa, μ=0.4)

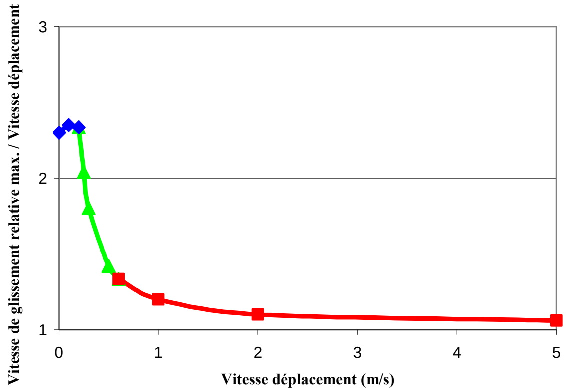


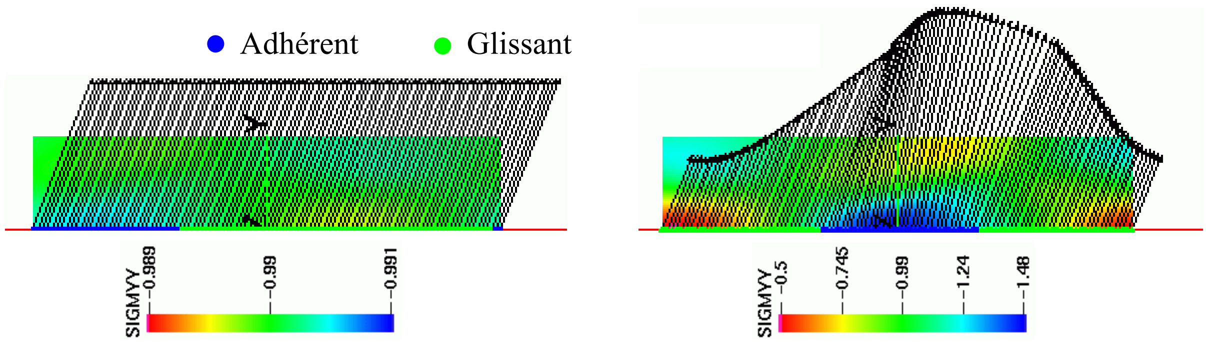
Figure III-24 Influence de la vitesse V sur le rapport vitesse de glissement relative max. / vitesse (P=1 MPa, μ=0.4)

Comme nous pouvons le constater, il existe trois comportements différents au niveau du contact en fonction de la vitesse de la surface rigide. Ces différents comportements sont décrits ci-dessous. Pour chacun d'eux, trois grandeurs mécaniques contrôlant l'usure et la génération de bruit sont tracées en fonction de la vitesse V de la surface rigide. Il s'agit de la vitesse normale d'impact Figure III-22, de la contrainte normale maximale Figure III-23 ainsi que de la vitesse de glissement relative maximale normalisée Figure III-24.

- 0 m/s ≤V< 0.2 m/s ◆

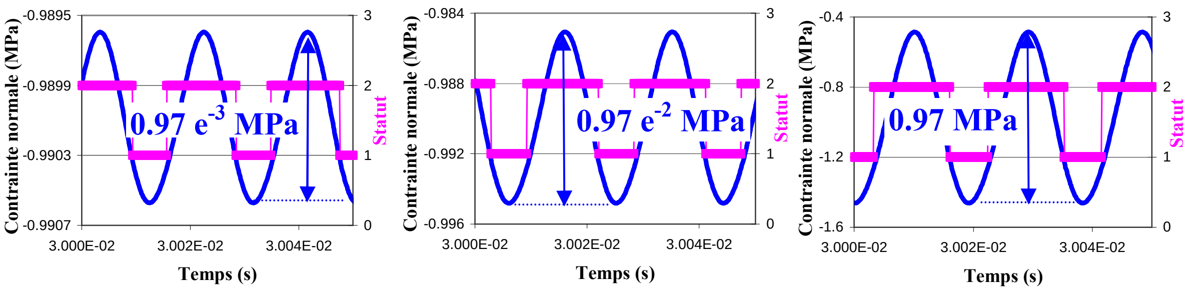
  Lorsque la vitesse de la surface rigide est faible, il n'y a pas de décollement des noeuds en contact. Par contre même pour de très faibles valeurs de la vitesse (de l'ordre que quelques mm/s), on obtient des instabilités de type **adhérence-glissement**. La taille des zones adhérentes (1/3 de la surface frottante) et glissantes (2/3 de la surface frottante) reste la même quelle que soit la vitesse (dans cette gamme de vitesse). Cependant, plus la vitesse est faible, plus les forces tangentielles au niveau du contact sont proches de la valeur limite déclanchant le glissement. C'est ce qui peut être observé Figure III-25 grâce à la représentation des vecteurs forces de contact pour des vitesses de 0.0001 m/s et de 0.1 m/s. Pour de très faibles vitesses, les vecteurs forces entre les zones adhérentes (●) et les zones glissantes (●) sont quasiment parallèles et identiques alors qu'à plus forte vitesse ceci n'est plus le cas.

  L'alternance des zones d'adhérence et de glissement en un nœud du contact entraîne une oscillation de la contrainte normale de contact autour de sa valeur théorique de 0.99 MPa (Figure III-26). La contrainte est plus importante dans les zones adhérentes que dans les zones glissantes. Plus la vitesse augmente plus l'amplitude des oscillations est importante. Ainsi, la valeur de la contrainte normale maximale augmente linéairement avec la vitesse de la surface rigide.



(a) V=0.0001 m/s (b) V=0.1 m/s

Figure III-25. Isovaleurs des contraintes normales (en MPa), vecteurs des forces de contact et statut des nœuds de l'interface pour (a) : V=0.0001 m/s et (b) : V=0.1 m/s (P=1 MPa, μ=0.4)



(a) V=0.0001 m/s (b) V=0.001 m/s (c) V=0.1 m/s

Figure III-26. Evolution de la contrainte normale (en MPa) et du statut (1=adhérent, 2=glissant) d'un nœud du contact au cours du temps pour (a) : V=0.0001 m/s, (b) : V=0.001 m/s et (c) : V=0.1 m/s (P=1 MPa, μ=0.4)

Comme il n'y a pas de décollement, il n'y a pas de sollicitation due à de l'impact. Par contre, pendant la phase d'adhérence, le nœud emmagasine de l'énergie. Ainsi une fois que le nœud se met à glisser, il revient vers sa position initiale et la vitesse de glissement relative locale atteint plus de deux fois la vitesse de la surface rigide (Figure III-24).

- 0.2 m/s ≤V< 0.6 m/s ▲

Quand la vitesse est plus grande que la valeur limite V_{c1} (V_{c1}=0.2 m/s) l'amplitude des oscillations de la contrainte normale devient suffisamment grande pour que, durant un cycle, la valeur de cette contrainte s'annule (Figure III-27). On est alors en présence de décollement et les instabilités sont donc du type **adhérence-glissement-décollement**.

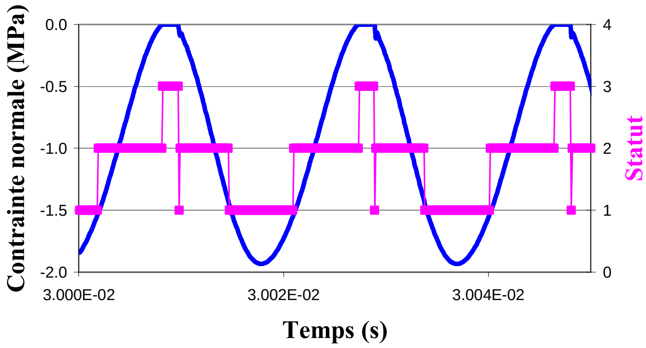


Figure III-27. Evolution de la contrainte normale (en MPa) et du statut (1=adhérent, 2=glissant, 3=décollé) d'un nœud du contact au cours du temps pour V=0.2 m/s (P=1 MPa, µ=0.4)

Dès l'apparition du décollement, l'augmentation de la vitesse entraîne une augmentation du temps où le noeud est séparé de la surface rigide, et donc une augmentation de la taille de la surface décollée (Figure III-28). Puisqu'il y a une diminution de la surface en contact, il y a une augmentation de la contrainte normale avec l'augmentation de la vitesse (Figure III-23). L'augmentation de la taille de la surface décollée (avec l'augmentation de la vitesse de la surface rigide) s'accompagne d'une augmentation de l'amplitude du déplacement normal (Figure III-21) et donc de la vitesse normale d'impact (Figure III-22).

Par contre, la surface et le temps d'adhérence diminuent avec l'augmentation de la vitesse de la surface rigide d'où une diminution de la vitesse de glissement relative (Figure III-24).

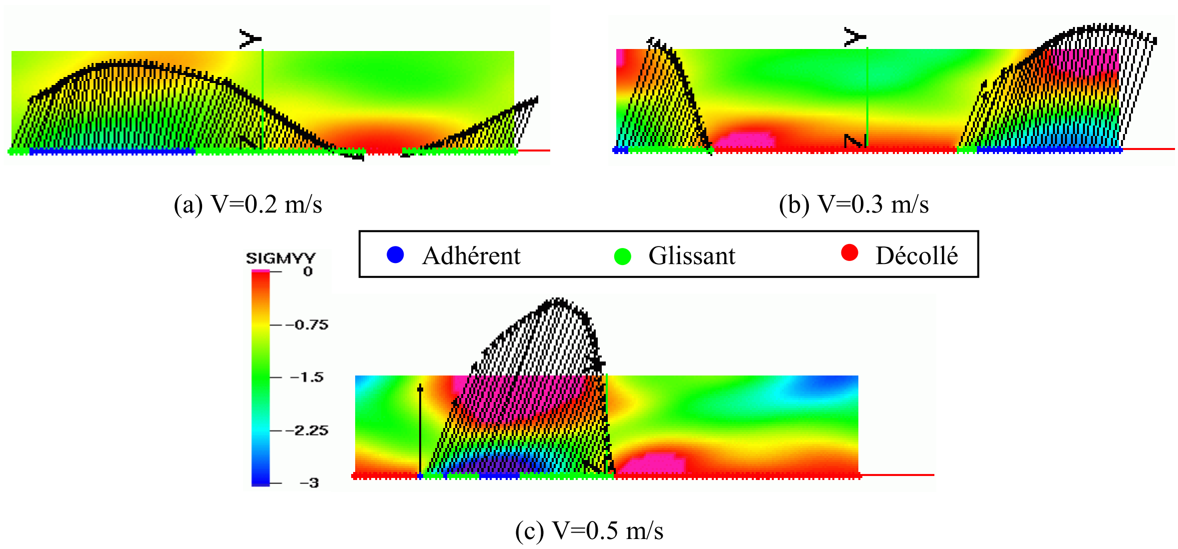


Figure III-28. Isovaleurs des contraintes normales (en MPa), vecteurs des forces de contact et statut des nœuds de l'interface pour (a) : V=0.2 m/s, (b) : V=0.3 m/s et (c) : V=0.5 m/s (P=1 MPa, µ=0.4)

- 0.6 m/s ≤V ■

 Lorsque V atteint une deuxième valeur seuil V_{c2}=0.6 m/s, la Figure III-21 montre une stabilisation de la trajectoire des nœuds en contact. En effet, à ce moment là, la phase d'adhérence disparaît et on n'est plus qu'en présence d'instabilités du type **glissement-décollement**. Chaque noeud en contact décrit alors un cycle limite qui reste le même quelle que soit la vitesse de la surface rigide. Même si la vitesse augmente, le comportement volumique de la plaquette reste constant. On obtient alors une stabilisation de toutes les grandeurs physiques (vitesses, pressions, phase de glissement et de décollement ...).

Nos simulations nous ont donc permis de montrer l'existence d'une valeur critique de la vitesse (V_{c1}) permettant le passage d'un régime d'instabilités de type adhérence-glissement à un régime d'adhérence-glissement-décollement. Ce résultat est validé par des travaux d'Adams [ADAM 95] menés pour un contact entre deux massifs semi-infinis. Par rapport à cet auteur, notre étude permet de montrer qu'il existe également une valeur critique (V_{c2}) au-delà de laquelle l'adhérence disparaît complètement. De plus les données de sorties de nos simulations permettent de connaître précisément un certain nombre de grandeurs mécaniques. Il est ainsi possible de déterminer les conditions locales de contact (vitesses, pressions, …) pour chacun des trois régimes d'instabilités, la fréquence des cycles limites ou encore la longueur des trains d'ondes adhérents, glissants ou décollés. La détermination de ces grandeurs grâce à nos simulations est une aide réelle à la compréhension et à la modélisation des phénomènes d'usure et de génération de vibrations.

Les mêmes résultats ont également été obtenus sur un cas de plaquette avec bords libres et sont présentés dans [LINC 03].

Le Tableau III-6 présente succinctement ces différentes grandeurs en fonction de la vitesse de la surface rigide ainsi que les caractéristiques des ondes. Nous remarquons donc que d'une manière générale la vitesse ne modifie que très légèrement les caractéristiques des ondes. En effet, seul le régime d'instabilités de type adhérence-glissement-décollement entraîne une légère diminution de la fréquence f et la vitesse c du train d'ondes et une légère augmentation de l'angle α avec l'augmentation de vitesse V.

Il est cependant nécessaire de faire une remarque sur la vitesse du train d'ondes c. En effet, comme le montre le Tableau III-6, celle-ci est très nettement supérieure à la vitesse d'onde longitudinale c_l alors qu'elle devrait être comprise entre c_l et c_t. Ceci vient de la présence de frontières périodiques. La présence des ces frontières permet de stabiliser parfaitement les instabilités sur l'ensemble de la surface. Ainsi, les ondes d'instabilités se déplacent sur la totalité de la surface de contact (de la sortie vers l'entrée) et une onde qui sort par la face latérale gauche de la plaquette revient immédiatement dans le contact par la face latérale droite. Pour ces dimensions de plaquette et ces conditions, il n'existe qu'une seule onde à la surface, la longueur d'onde des instabilités λ est donc de 100 mm et l'angle est très fermé (α=16.5°). La fréquence étant de 48500 Hz (V=1m/s et P=1MPa), la vitesse des instabilités est de 4850 m/s (Figure III-29). La relation $c=c_t / \sin\alpha$ est donc bien respectée et la vitesse importante des trains d'ondes provient d'un angle α très fermé.

Si la plaquette est modélisée avec des frontières libres, alors il existe des effets de bords. On remarque alors Figure III-30 que les instabilités ne s'initient pas sur le bord latéral droit mais légèrement en retrait dans le contact (à environ 20 mm du bord latéral droit). En outre, à un même pas de temps, il existe 2 ondes dans la plaquette. La longueur d'onde λ est donc plus faible (λ=51 mm) que dans le cas avec des frontières périodiques. On remarque également que l'angle est plus grand (α=33°). La vitesse d'ondes *c* est alors presque deux fois plus faible (c=2550 m/s). Par contre l'évolution de la vitesse du train d'ondes *c* avec la vitesse *V* de la surface rigide est la même pour les deux types de frontière (diminution de *c* avec l'augmentation de *V* pour les instabilités de type adhérence-glissement-décollement).

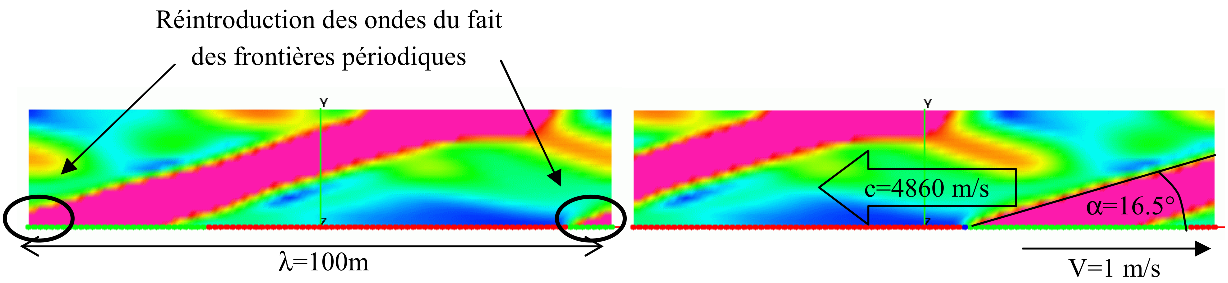


Figure III-29. Mise en évidence du déplacement des instabilités pour la plaquette avec des frontières périodiques. Représentation de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) et du statut des nœuds à 75 pas de temps d'intervalle (V=1m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

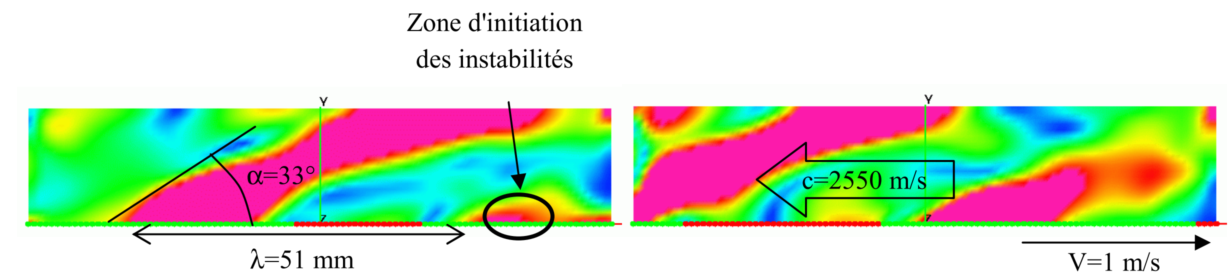


Figure III-30. Mise en évidence du déplacement des instabilités pour la plaquette avec des frontières libres. Représentation de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) et du statut des noeuds à 75 pas de temps d'intervalle (V=1m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

	Grandeurs caractéristiques des ondes									Solicitations locales			
V (m/s)	c_l (m/s)	c_t (m/s)	$c_{instabilité}$ (m/s)	$f_{instabilités}$ (Hz)	Angle α (°)	λ (mm)	$\lambda_{adhérence}$ (mm)	$\lambda_{glissement}$ (mm)	$\lambda_{décollement}$ (mm)	$\sigma^{normale}$ max (MPa) $\sigma_{théorique}=3.3$	$\frac{V_{glissement}\ max}{V_{théorique}}$	$V_{normale\ impact}$ max (mm/s)	Régimes d'instabilités
0.0001	2594	1386	5250	52500	15.5	100	33	67		1	2.3		**Adhérence-glissement**
0.1	2594	1386	5250	52500	15.5	100	33	67		1.5	2.35		**Adhérence-glissement**
0.2	2594	1386	5250	52500	15.5	100	33	61	6	1.9	2.33	5	**Adhérence-glissement-décollement**
0.3	2594	1386	5050	50500	16	100	31	21	47	2.6	1.8	240	**Adhérence-glissement-décollement**
0.5	2594	1386	5050	48500	16	100	10	29	61	3.7	1.4	400	**Adhérence-glissement-décollement**
0.6	2594	1386	4850	48500	16.5	100		38	62	3.8	1.3	425	**Glissement-décollement**
1	2594	1386	4850	48500	16.5	100		38	62	3.8	1.06	425	**Glissement-décollement**

Tableau III-6. Récapitulatif de l'influence de la vitesse de la surface rigide sur différentes grandeurs caractéristiques des instabilités et des sollicitations dues à ces instabilités (P=1MPa, μ=0.4)

III.4.3.2 Influence de la pression

Comme pour l'influence de la vitesse, une étude de l'influence de la pression appliquée sur la plaquette a été menée sur le même modèle de la plaquette avec frontières périodiques (Figure III-31). Dans ce cas la pression varie de 0.1 à 20 MPa et les autres paramètres sont fixés (Tableau III-7)

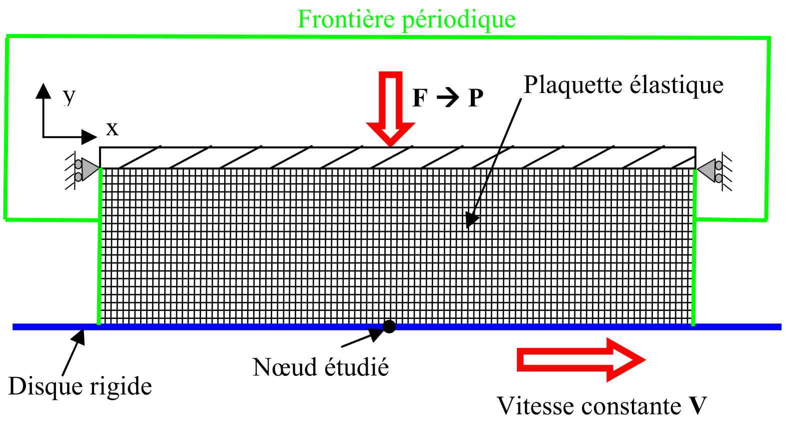


Figure III-31. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec frontières périodiques

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	**Pression appliquée, P (MPa)**	**de 0.1 à 20**
Coefficient de frottement, μ	0.4	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	1
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}		

Tableau III-7. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

Une fois que les instabilités sont établies de façon périodique, la trajectoire des nœuds au contact est étudiée Figure III-32. On remarque alors que la pression appliquée sur la face supérieure de la plaquette joue un rôle important sur le type d'instabilités générées dans le contact. Les différents régimes d'instabilités sont présentés ci-après. Afin d'étudier l'influence de chaque régime sur les grandeurs mécaniques responsables de l'usure ou de la génération de bruit, la vitesse normale d'impact (Figure III-33), la contrainte normale maximale normalisée (Figure III-34) et la vitesse de glissement relative maximale (Figure III-35) sont tracées en fonction de la pression appliquée.

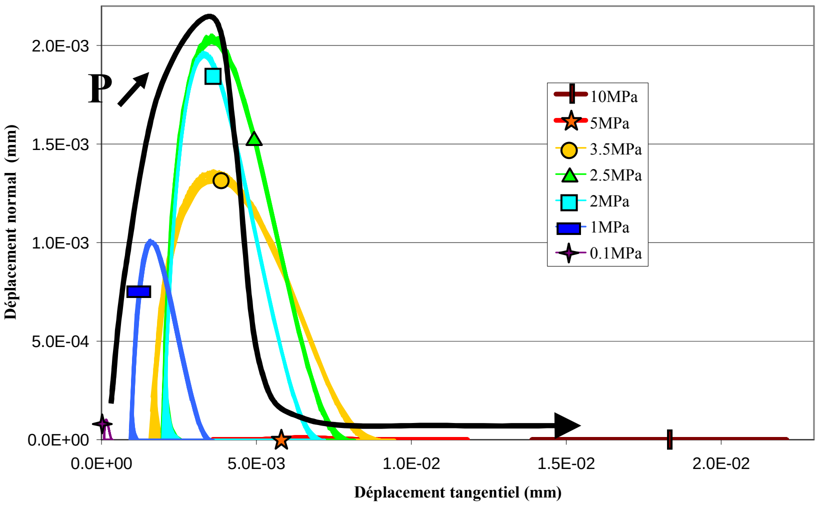


Figure III-32. Cycle limite de déplacement d'un nœud de la plaquette en contact avec le disque en fonction de la pression P (V=1m/s, μ=0.4)

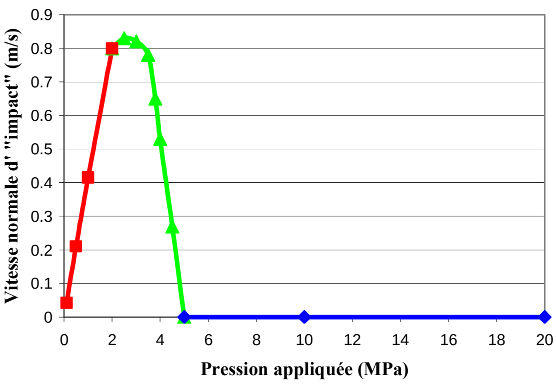


Figure III-33. Influence de la pression appliquée P sur la vitesse normale d'impact (V=1 m/s, μ=0.4)

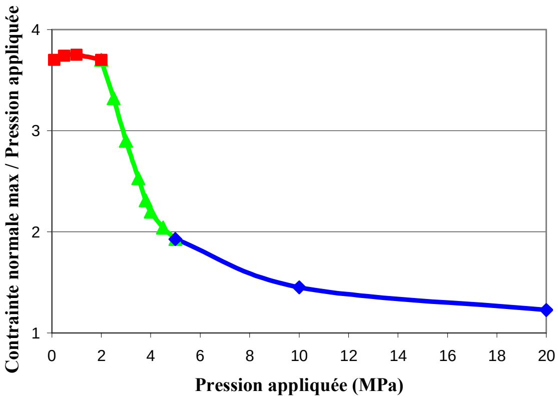


Figure III-34. Influence de la pression appliquée P sur la contrainte normale maximale normalisée par rapport à la pression appliquée (V=1 m/s, μ=0.4)

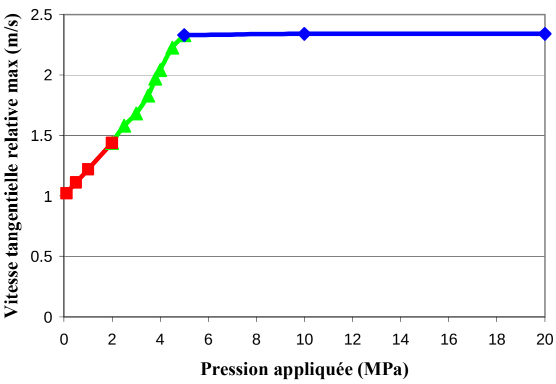


Figure III-35. Influence de la pression appliquée P sur la vitesse de glissement relative maximale (V=1 m/s, μ=0.4)

- 0 MPa ≤ P < 2 MPa ■

Lorsque les pressions sont très faibles, le premier corps (plaquette de frein) n'adhère pas à la surface rigide (disque). En effet la vitesse de la surface rigide est trop importante pour que de si faibles pressions permettent l'adhérence. On remarque sur la Figure III-36 que même à très faibles pressions (P=0.1MPa) des instabilités sont générées dans le contact. Celles-ci sont de type **glissement-décollement**. Il serait alors logique de penser que lorsque la pression augmente, l'amplitude du décollement d'un nœud de la plaquette par rapport à la surface rigide diminue. Cependant, dans ce régime d'instabilités, c'est le contraire qui se produit. En effet comme le montre la Figure III-32, pour des faibles pressions l'amplitude des déplacements normaux augmente avec la pression appliquée. Il y a alors augmentation de la vitesse normale d'impact. Par contre les longueurs des zones glissantes (2/5 de l'interface) et des zones décollées (3/5) restent constantes avec l'augmentation de la pression, d'où une valeur constante (autour de 3.7) de la contrainte normale maximale normalisée par rapport à la pression appliquée (σ^{n}_{norm}) (Figure III-34). Dans ce régime d'instabilités, la plaquette est donc fortement sollicitée dans la direction normale à la surface de contact. En effet, dans cet intervalle de pression appliquée, le rapport des contraintes normales sur la pression est à sa valeur maximale (un rapport de 3.7) et la vitesse normale d'impact (Figure III-33) augmente jusqu'à atteindre une valeur maximale de 0.8 m/s (pour une pression appliquée de 2MPa).

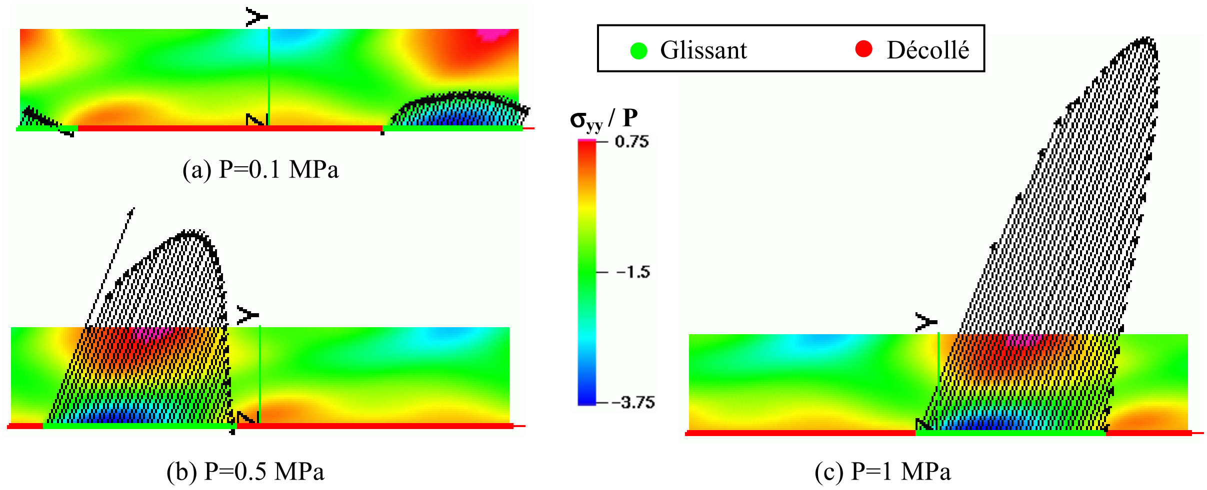


Figure III-36. Isovaleurs du rapport des contraintes normales/ pression appliquée (P), vecteurs des forces de contact et statut des nœuds de l'interface pour P=0.1 MPa (a), P=0.5 MPa (b) et P=1 MPa (c)

- 2 MPa ≤ P < 5 MPa ▲

Au-delà d'une pression seuil P_{c1}=2 MPa, le régime d'instabilités change. Dans ce cas, la pression devient suffisante pour permettre à des zones d'adhérence de se développer même pour une vitesse de la surface rigide élevée (1 m/s). Dans cette gamme de pression, un régime d'instabilités du type **adhérence-glissement-décollement** s'établit. Avec l'augmentation de la pression, la surface des zones décollées diminue dans un premier temps au profit des zones adhérentes (jusqu'à ce qu'elle représente 1/3 de la surface de la plaquette pour P=3.5 MPa) puis au profit des zones glissantes. σ^{n}_{norm} ainsi que la vitesse normale d'impact diminuent alors avec la pression. Par contre, du fait de l'élargissement des zones d'adhérences, l'énergie accumulée dans les zones adhérentes augmente avec la pression. La vitesse de glissement relative augmente donc également.

- 5 MPa ≤ P ◆

Si l'on augmente encore la pression, un deuxième seuil de pression est atteint (P_{c2}) au-delà duquel le décollement des nœuds en contact disparaît complètement. Il s'agit alors d'un régime d'instabilités du type **adhérence-glissement**. Dans ce régime, les surfaces des zones d'adhérence et de glissement restent de taille quasiment constante avec la pression (respectivement 1/3 et 2/3 de la surface en contact). La vitesse de glissement relative reste donc constante et égale à sa valeur maximale (Figure III-35). Par contre plus la pression appliquée augmente, moins la contrainte normale de contact fluctue. C'est pourquoi le maximum de la contrainte normale normalisée par la pression appliquée tend vers 1 avec l'augmentation de la pression. Ce régime ne sollicite donc pas le premier corps suivant la normale mais suivant la direction tangentielle.

Comme pour l'influence de la vitesse, nos simulations nous ont donc permis de montrer l'existence d'une valeur critique de la pression (P_{c1}) permettant le passage d'un régime d'instabilités de type glissement-décollement à un régime d'adhérence-glissement-décollement. Ce résultat est validé par des travaux d'Adams [ADAM 95] menés pour un contact entre deux massifs semi-infinis. Par rapport à cet auteur, notre étude permet également de montrer qu'il existe une valeur critique (P_{c2}) au-dessous de laquelle l'adhérence disparaît complètement. Ceci est également vrai dans un cas de contact plaquette/ disque rigide avec bords libres (voir [LINC 03]).

Un récapitulatif des instabilités générées dans le contact ainsi que des caractéristiques des ondes est présenté Tableau III-8. Nous remarquons donc que d'une manière générale la pression ne modifie que très légèrement les caractéristiques des ondes. En effet, seul le régime d'instabilités de type adhérence-glissement-décollement entraîne une légère augmentation de la fréquence f et la vitesse c du train d'ondes et une légère diminution de l'angle α avec l'augmentation de la pression. En ce qui concerne la valeur importante de la vitesse c des ondes, celle-ci est due à la présence des frontières périodiques (voir l'explication Chapitre III.4.3.1.).

Tableau III-8. Récapitulatif de l'influence de la pression appliquée sur différentes grandeurs caractéristiques des instabilités et des sollicitations dues à ces instabilités (V=1m/s, μ=0.4)

	Grandeurs caractéristiques des ondes									Solicitations locales			
P (MPa)	c_l (m/s)	c_t (m/s)	$c_{instabilité}$ (m/s)	$f_{instabilités}$ (Hz)	Angle α (°)	λ (mm)	$\lambda_{adhérence}$ (mm)	$\lambda_{glissement}$ (mm)	$\lambda_{décollement}$ (mm)	$\frac{\sigma^{normale}\ max}{\sigma_{théorique}}$	$V_{glissement}$ max (mm/s) $V_{théorique}$=1000	$V_{normale\ impact}$ max (mm/s)	Régimes d'instabilités
0.1	2594	1386	4850	48500	16.5	100		38	62	3.7	1022	42	**Glissement-décollement**
1	2594	1386	4850	48500	16.5	100		38	62	3.75	1220	420	**Glissement-décollement**
2	2594	1386	4900	49000	16.5	100	9	30	61	3.7	1444	800	**Adhérence-glissement-décollement**
3	2594	1386	5000	50000	16	100	28	21	50	2.9	1680	820	**Adhérence-glissement-décollement**
4.5	2594	1386	5200	52000	15.5	100	33	44	23	2.0	2225	270	**Adhérence-glissement-décollement**
5	2594	1386	5250	52500	15	100	33	67		1.9	2333		**Adhérence-glissement**
20	2594	1386	5250	52500	15	100	33	67		1.2	2333		**Adhérence-glissement**

III.4.3.3 Couplage pression - vitesse

Lorsque le coefficient de frottement n'est ni trop élevé (pour ne pas faire disparaître complètement le glissement) ni trop faible (pour permettre la génération d'instabilités), il existe alors trois régimes distincts d'instabilités qui sont obtenus suivant les valeurs de vitesse et de pression : un régime de glissement-décollement, un régime d'adhérence-glissement-décollement et un régime d'adhérence-glissement. Ce dernier régime est moins contraignant pour les matériaux (premiers corps) que les deux autres car le niveau des contraintes locales est faible et il n'y a pas de décollement, donc pas d'impact. Dans cette étude paramétrique, nous avons choisi de garder un coefficient de frottement constant égale à 0.4 car cette valeur est rencontrée dans un grand nombre d'applications, tel que le freinage, le contact roue-rail… Cette valeur de frottement permet donc la génération des trois régimes d'instabilités cités ci-dessus.

L'étude menée Chapitre III.4.3.1. et III.4.3.2. a permis de déterminer les vitesses critiques de passage d'un régime à l'autre pour une pression de 1 MPa ainsi que les pressions critiques pour une vitesse de 1m/s pour notre modèle (conditions limites, dimensions, frottement… donnés). Ces valeurs limites sont respectivement V_{c1}= 0.2 m/s, V_{c2}= 0.5 m/s et P_{c1}= 5 MPa, P_{c2} = 2 MPa). Il est alors intéressant de connaître l'évolution de ces valeurs critiques si l'on se place dans une autre gamme de vitesse ou de pression. Pour cela un balayage sur la pression à vitesse constante ainsi que sur la vitesse à pression constante a été effectué. Le Tableau III-9 présente les différentes gammes de vitesse et pression testées ainsi que les valeurs critiques obtenues. Les trajectoires des nœuds en contact pour les différents cas sont présentées Annexes 1 et 2.

	Grandeur fixée	**Grandeurs variables**	**Valeur critique : adh-glis ⇒ adh-glis-déc**	**Valeur critique : adh-glis-déc ⇒ glis-déc**
Influence de la pression △	V=0.5 m/s	P de 0.1 à 5 MPa	P_{c1} = 2.5 MPa	P_{c2}= 1 MPa
	V=1 m/s	P de 0.5 à 5 MPa	P_{c1} = 5 MPa	P_{c2} = 2 MPa
	V=5 m/s	P de 1 à 30 MPa	P_{c1} = 25 MPa	P_{c2} = 10 MPa
	V=10 m/s	P de 2 à 70 MPa	P_{c1} = 50 MPa	P_{c2} = 20 MPa
Influence de la vitesse □	P=1 MPa	V de 0.1 à 2 m/s	V_{c1} = 0.2 m/s	V_{c2} = 0.5 m/s
	P=2.5 MPa	V de 0.1 à 5 m/s	V_{c1} = 0.5 m/s	V_{c2} = 1.25 m/s
	P=5 MPa	V de 0.25 à 10 m/s	V_{c1} = 1 m/s	V_{c2} = 2.5 m/s
	P=10 MPa	V de 1 à 20 m/s	V_{c1} = 2m/s	V_{c2} = 5 m/s
	P=25 MPa	V de 1 à 20 m/s	V_{c1} = 5m/s	V_{c2} = 13 m/s

Tableau III-9. Valeurs critiques de passage d'un régime d'instabilités à un autre pour une gamme où le coefficient de frottement n'est ni trop faible ni trop élevé (μ=0.4). Variation de la pression appliquée et de la vitesse de la surface rigide.

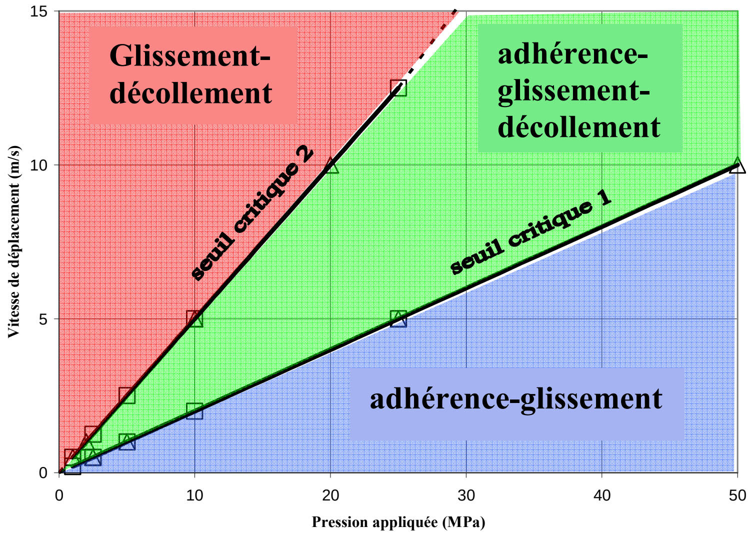


Figure III-37. Représentation des différents régimes d'instabilités sur un graphique Vitesse/Pression
△ Pression critique obtenue à vitesse constante
☐ Vitesse critique obtenue à pression constante

Il est alors possible de représenter les valeurs critiques de passage d'un régime d'instabilités à un autre sur un graphique en fonction de la pression appliquée et de la vitesse de la surface rigide. Sur la Figure III-37, les triangles représentent les pressions critiques déterminées à vitesse fixée, et les carrés représentent les vitesses critiques déterminées à pression fixée. Les valeurs critiques évoluent donc de façon linéaire en fonction de la pression et de la vitesse. Ainsi, pour une géométrie, des conditions limites et un coefficient de frottement donnés, si l'on connaît les pressions critiques P_{c1}^{connue} et P_{c2}^{connue} de passage d'un régime à l'autre à une vitesse donnée $V_{donnée}$ alors il est possible de connaître les pressions critiques quelle que soit la vitesse V sans avoir à refaire une étude paramétrique. De la même manière, si les vitesses critiques V_{c1}^{connue} et V_{c2}^{connue} sont connues à une pression $P_{donnée}$ il est possible d'extrapoler les valeurs des vitesses critiques quelle que soit la pression P. On a donc les relations linéaires suivantes :

$$P_{c1}(V) = \frac{V}{V_{donnée}} P_{c1}^{connue} \qquad P_{c2}(V) = \frac{V}{V_{donnée}} P_{c2}^{connue} \qquad \text{(III-2)}$$

$$V_{c1}(P) = \frac{P}{P_{donnée}} V_{c1}^{connue} \qquad V_{c2}(P) = \frac{P}{P_{donnée}} V_{c2}^{connue} \qquad \text{(III-3)}$$

Les équations (III-2) et (III-3) ont été obtenues sur une géométrie et des paramètres matériau donnés.

Il est alors légitime de se demander s'il s'agit là d'une loi générale ou d'un cas particulier. Adams [ADAM 95], qui traitent du contact avec frottement de Coulomb constant (μ=0.2) entre deux massifs semi-infinis, a déterminé la valeur critique du rapport $(v_0/p)_c$ à partir de laquelle il y a décollement (où v_0 est la vitesse de glissement adimensionnée et p la pression de contact moyenne adimensionnée) en fonction de la vitesse adimensionnée v_0. Adams étudie donc la variation du "seuil critique 1" pour différents couples de matériau. Il obtient ainsi le graphique reproduit Figure III-38. La vitesse adimensionnée v_0 correspond au rapport de la vitesse globale relative entre les matériaux sur la vitesse d'onde de cisaillement du matériau. La pression de contact adimensionnée correspond au rapport entre la pression et le paramètre de Lamé de cisaillement G (noté μ et μ' par Adams). Les différents couples de matériau sont définis par deux paramètres (κ et μ'/μ). κ correspond au rapport de la vitesse d'ondes de cisaillement des deux matériaux (la vitesse des ondes se propageant dans le matériau 1 étant plus lente que celle du matériau 2, $0<\kappa<1$). Ainsi plus κ est faible plus la différence de vitesse d'onde entre les matériaux est importante. μ'/μ correspond au rapport entre le paramètre de Lamé de cisaillement G du matériau 1 (noté μ') et celui du matériau 2 (noté μ).

A coefficient κ fixé, ce graphique permet de montrer que le rapport des coefficients de cisaillement de Lamé des deux matériaux (μ'/μ) ne modifie pas l'aspect des courbes mais seulement légèrement les valeurs critiques $(v_0/p)_c$. Par contre, le rapport κ modifie grandement l'allure des courbes lorsque μ'/μ est constant. Notons que pour de faibles valeurs du rapport des vitesses d'onde κ ainsi que pour des vitesses de glissement adimensionnées v_0 pas trop élevées, le passage du régime adhérence-glissement (*stick-slip*) à un régime avec du décollement (*loss of contact*) est obtenu pour une valeur constante de v_0/p. Ce changement de régime obtenu par Adams correspond au seuil critique 1.

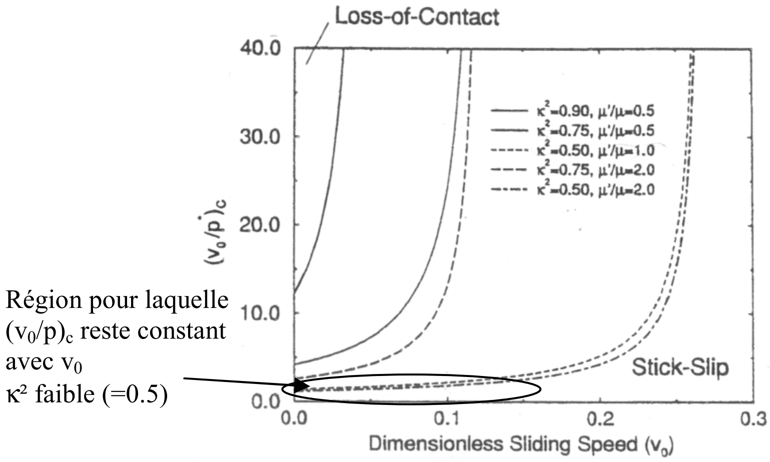


Figure III-38. Valeur critique du rapport de la vitesse de glissement adimensionnée sur la pression de contact moyenne adimensionnée $(v_0/p)_c$ en fonction de la vitesse adimensionnée v_0 permettant l'apparition de décollement pour différents couples de matériaux. Issu de [ADAM 95]

Si l'on compare ces résultats à ceux que nous avons obtenus (Figure III-39), nous voyons que dans notre cas d'étude nous avons une valeur parfaitement constante de $(v_0/p)_c$ en fonction de v_0. Ce résultat correspond à la région obtenue par Adams pour de faibles valeurs de κ. Or si nous calculons le rapport des vitesses de propagation dans notre cas d'étude nous nous rendons compte que κ tend vers 0 puisque nous avons considéré le contact entre un corps élastique (vitesse de propagation d'onde de cisaillement $\approx$ 1390 m/s) et un corps rigide (vitesse de propagation d'onde $\approx \infty$). De plus, dans notre étude nous sommes restés dans des gammes de vitesses inférieures à 10 m/s. C'est-à-dire que la vitesse adimensionnée (v_0)

maximale prise en compte n'excède pas 0.01. Il est donc normal d'après l'étude de Adams que nous trouvions (Figure III-39) une valeur constante du rapport v_0/p quelle que soit la vitesse v_0.

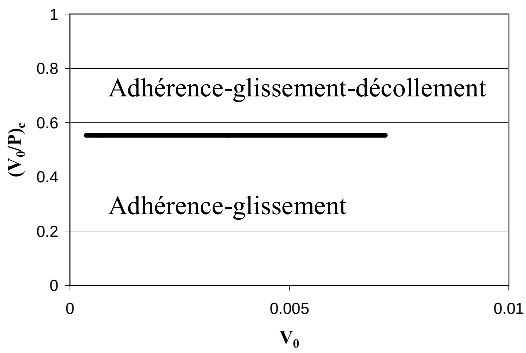


Figure III-39. Valeur critique du ratio de la vitesse adimensionnée sur la pression appliquée adimensionnée $(v_0/p)_c$ en fonction de la vitesse adimensionnée v_0 lors du passage d'un régime adhérence-glissement à un régime adhérence-glissement-décollement pour le cas plaquette élastique/disque rigide

Suite à cette comparaison, il nous est possible de dire que les relations linéaires entre les vitesses et les pressions critiques de passage d'un régime à un autre (équations (III-2) et (III-3)) sont valables lorsqu'on se trouve dans cette région où $(v_0/p)_c$ est constant en fonction de v_0. D'après l'étude d'Adams, ceci est le cas lorsque les vitesses d'onde des deux matériaux en contact sont très différentes et lorsque le rapport entre la vitesse relative et la vitesse d'onde de cisaillement reste très faible.

III.4.3.4 Influence du mécanisme sur le coefficient de frottement global

- *Définition et présentation du coefficient de frottement global (ou apparent) :*

Dans nos simulations, le troisième corps est pris en compte par un coefficient de frottement local constant. Comme nous l'avons montré, bien que ce coefficient de frottement soit constant, des instabilités de type adhérence-glissement-décollement peuvent être générées à l'interface des premiers corps et se propager dans le volume. Or, comme nous l'avons présenté dans l'état de l'art (Chapitre I.2.2.1.), un certain nombre d'auteurs attribue l'apparition du "stick-slip" à l'échelle globale à la variation du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement macroscopique. En effet, des études expérimentales ont montré que le coefficient de frottement diminue avec la vitesse. Comme l'a présenté Adams [ADAM 98] ceci vient du fait que lors d'essais expérimentaux le coefficient de frottement mesuré ne correspond pas au coefficient de frottement à l'interface mais à un coefficient de frottement global situé loin du contact. Ce coefficient de frottement est appelé coefficient de frottement global (ou apparent). Dans cette même étude, Adams montre numériquement sur un cas de contact entre deux massifs semi-infinis que lorsqu'on choisi un coefficient de frottement constant à l'interface, il est possible d'obtenir une décroissance du coefficient de frottement global avec la vitesse.

Nous avons mené une étude similaire sur le cas du contact plaquette/disque de frein. Les bords latéraux de la plaquette des soumis à des conditions de frontières libres. Le disque est modélisé par une surface rigide à laquelle on impose une vitesse horizontale constante. Le modèle utilisé ainsi que la définition des coefficients de frottement global et local sont donnés sur la Figure III-40. Le code d'éléments finis utilisé (PlastD) nous permet de connaître à chaque instant t, les valeurs des forces extérieures en chacun des nœuds du corps élastique. Ainsi le coefficient de frottement global est défini comme le rapport de la somme des forces tangentielles sur la force normale appliquée sur la face supérieure de la plaquette. Quant au coefficient de frottement local, il est constant et appliqué en chaque nœud de la face inférieure de la plaquette en contact avec le disque rigide.

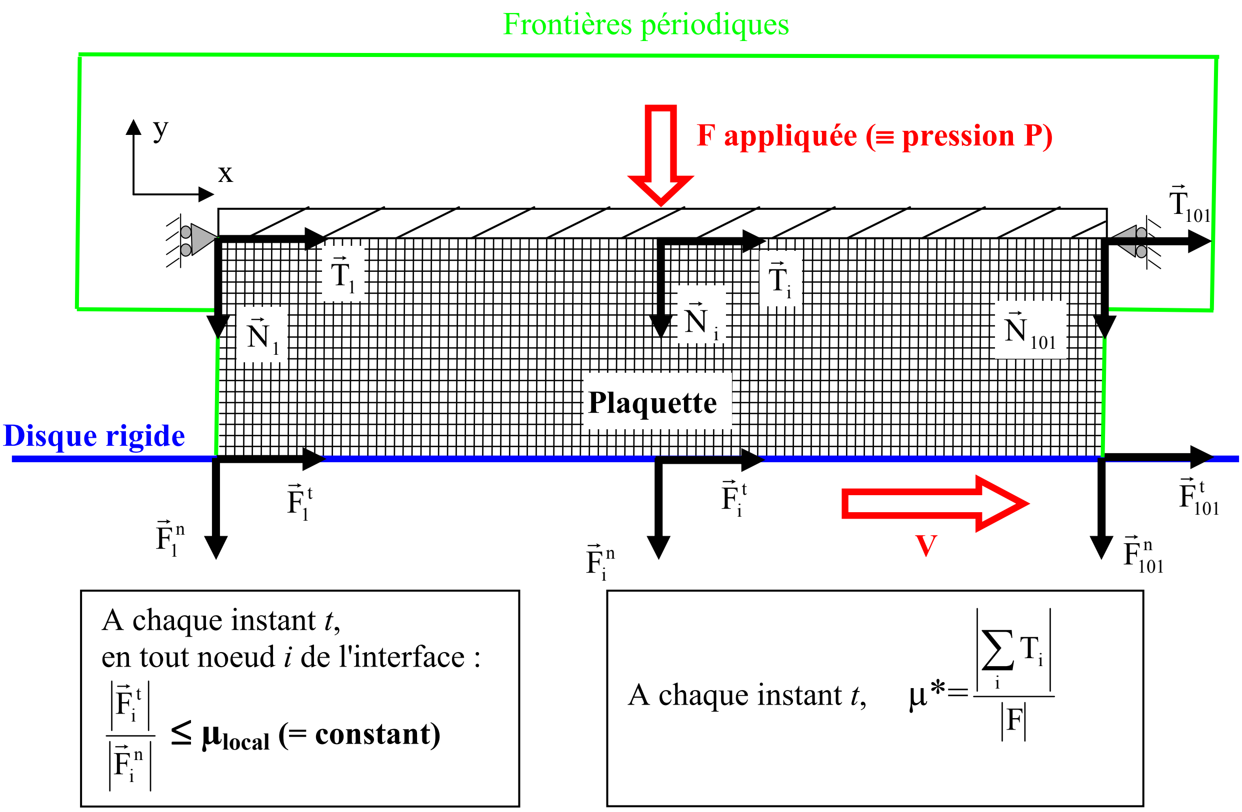


Figure III-40. Définition des coefficients de frottement global μ^* et local μ_{local}

- *Influence de la vitesse sur le coefficient de frottement global (ou apparent) :*

Les propriétés géométriques et matériaux de la plaquette ainsi que les conditions de simulations pour cette étude sont présentées Tableau III-10.

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Force appliquée, F (N)	100
Coefficient de frottement, μ	0.4	Pression appliquée, P (MPa)	1
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}	**Vitesse de la surface rigide, V (m/s)**	**de 0 à 5**

Tableau III-10. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

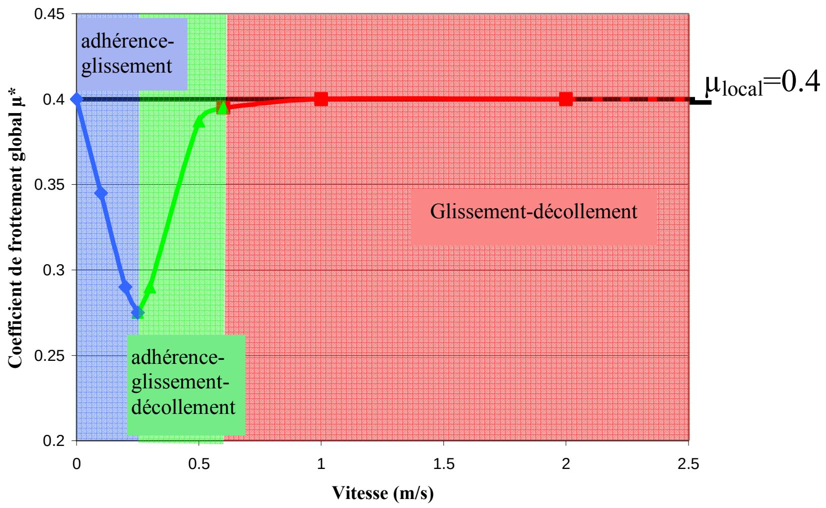
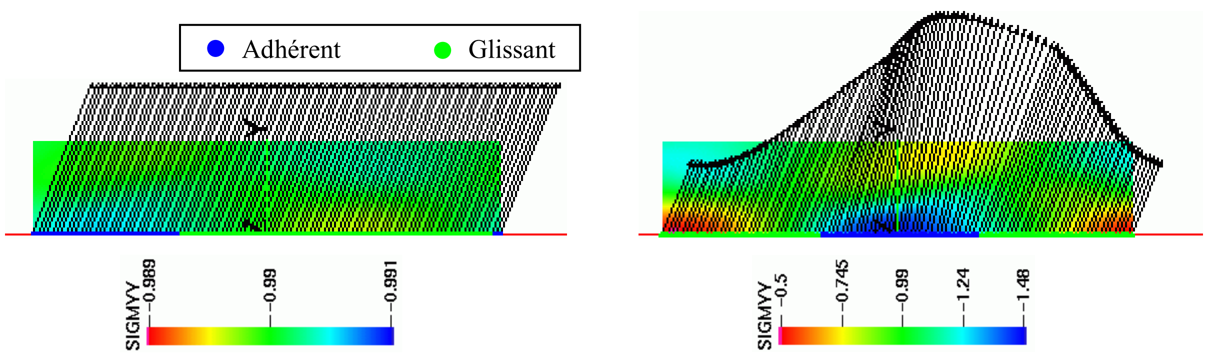


Figure III-41. Influence de la vitesse V du disque rigide sur le coefficient de frottement global (μ_{local}=0.4, P=1MPa)

Lorsque le coefficient de frottement global est tracé en fonction de la vitesse de la surface rigide (Figure III-41), on remarque que le coefficient de frottement global est inférieur au coefficient de frottement local et qu'il décroît avec la vitesse dans la gamme des faibles vitesses (V<0.2 m/s). Dans cette gamme de vitesses, nous avons uniquement des instabilités de type adhérence-glissement. La description du régime d'instabilités de cette gamme a été faite Chapitre III.4.3.1.

En effet, pour les très faibles vitesses (◆), le rapport entre la force tangentielle de contact et la force normale de contact dans les zones d'adhérence est très proche de 0.4 comme le montre la Figure III-42 (a) par le quasi-parallélisme des vecteurs des forces de contact. Ainsi μ_{global} est quasiment égal à μ_{local} (=0.4). Lorsque la vitesse augmente, les forces normales de contact deviennent de plus en plus importantes devant les forces tangentielles de contact (Figure III-42 (b)). Le coefficient μ_{global} est donc plus faible que μ_{local} et diminue avec la vitesse jusqu'à atteindre 0.27 pour V=0.2 m/s (ce qui correspond à une diminution de 33%).



(a) V=0.0001 m/s

(b) V=0.1 m/s

Figure III-42. Isovaleurs des contraintes normales (en MPa), vecteurs des forces de contact et statut des nœuds de l'interface pour V=0.0001 m/s (a) et V=0.1 m/s (b)

Lorsque la vitesse est suffisante ($V \geq 0.2$m/s dans ce cas), des zones décollées (▲), apparaissent localement. Le coefficient de frottement global augmente alors avec la vitesse jusqu'à tendre vers la valeur du coefficient de frottement local. Cela vient du fait que comme nous l'avons montré Chapitre III.4.3.1., lorsque les instabilités sont du type adhérence-glissement-décollement, la surface de la zone d'adhérence diminue au profit de la zone de décollement avec l'augmentation de la vitesse.

Une fois le régime de glissement-décollement atteint ($V > 0.6$m/s ■) on obtient bien un coefficient de frottement global constant avec la vitesse et égal au coefficient de frottement local puisqu'il n'y a plus d'adhérence.

Le même genre d'évolution du coefficient de frottement global en fonction de la vitesse a été obtenu aussi bien numériquement [RORR 02] qu'expérimentalement [NAKA 90].

- *Influence de la pression sur le coefficient de frottement global (ou apparent) :*

Il est possible de faire la même étude non plus en fonction de la vitesse mais de la pression P appliquée sur la face supérieure de la plaquette. Dans ce cas, nous avons fait varier la pression de 0 à 20 MPa et les autres paramètres restent constants (Tableau III-11).

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	**Force appliquée, F (N)**	**de 0 à 2000**
Coefficient de frottement, μ	0.4	**Pression appliquée, P (MPa)**	**de 0 à 20**
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	1

Tableau III-11. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

Le coefficient de frottement global en fonction de la pression appliquée est tracé sur la Figure III-43.

Lorsqu'on est dans un régime d'instabilités de type glissement-décollement, c'est-à-dire pour les faibles pressions ($P<2$ MPa ■), le coefficient de frottement global est quasiment égal au coefficient de frottement local de 0.4 quelle que soit la pression, puisqu'il n'y a pas de zones d'adhérence.

Par contre si la pression est plus importante ($2 \leq P < 5$ MPa ▲), le régime d'instabilités est alors du type adhérence-glissement-décollement, le coefficient de frottement global μ^* diminue dans un premier temps avec la pression. Cela vient du fait que lorsque la pression augmente, les surfaces décollées diminuent au profit des surfaces adhérentes. Ainsi, si la surface adhérente est plus importante, le frottement dissipe moins d'énergie. Ceci correspond alors à un coefficient de frottement global plus faible.

A partir d'une certaine valeur de pression ($P=3.5$ MPa), bien que l'on soit toujours dans un régime d'adhérence-glissement-décollement, la surface de la zone adhérente atteint son maximum qui est de 1/3 de la surface totale et reste constante. On observe alors une augmentation du coefficient de frottement global avec la pression. Cette augmentation de μ^*

avec la pression continue même une fois que le régime d'adhérence-glissement est atteint. La surface de la zone d'adhérence reste constante quelle que soit la pression et ainsi lorsque la pression appliquée est plus importante, les contraintes tangentielles de la zone adhérente augmentent et donc se rapprochent de leur valeur maximale correspondant à du glissement. L'énergie qui n'est pas dissipée du fait de la zone adhérente est donc plus faible lorsque la pression augmente, d'où l'augmentation du coefficient de frottement global.

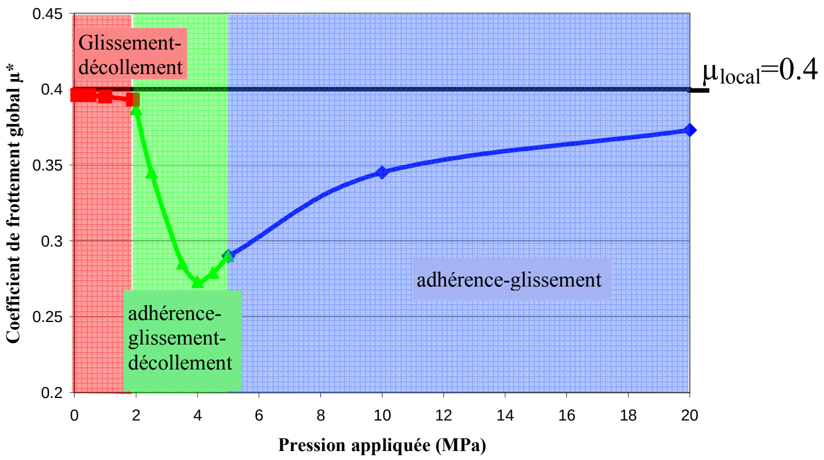


Figure III-43. Influence de la pression appliquée P sur le coefficient de frottement global (μ_{local}=0.4, V=1m/s)

III.4.3.5 Influence des conditions limites

Jusqu'ici, toutes les études du contact plaquette/disque ont été faites en bloquant l'ensemble des nœuds de la surface supérieure de la plaquette suivant x. Nous nous intéressons maintenant à l'influence des conditions limites sur les instabilités. Pour cela nous comparons trois cas de conditions limites:

- cas 1 : tous les nœuds de la surface supérieure de la plaquette sont bloqués suivant x,
- cas 2 : seuls les 2 noeuds extrémités de la face supérieure sont bloqués suivant x,
- cas 3 : seul le nœud central de la face supérieure est bloqué suivant x.

Les trois cas de conditions limites sont présentés Figure III-44. Les caractéristiques géométriques et matériaux de la plaquette ainsi que les paramètres de simulation sont présentés Tableau III-12.

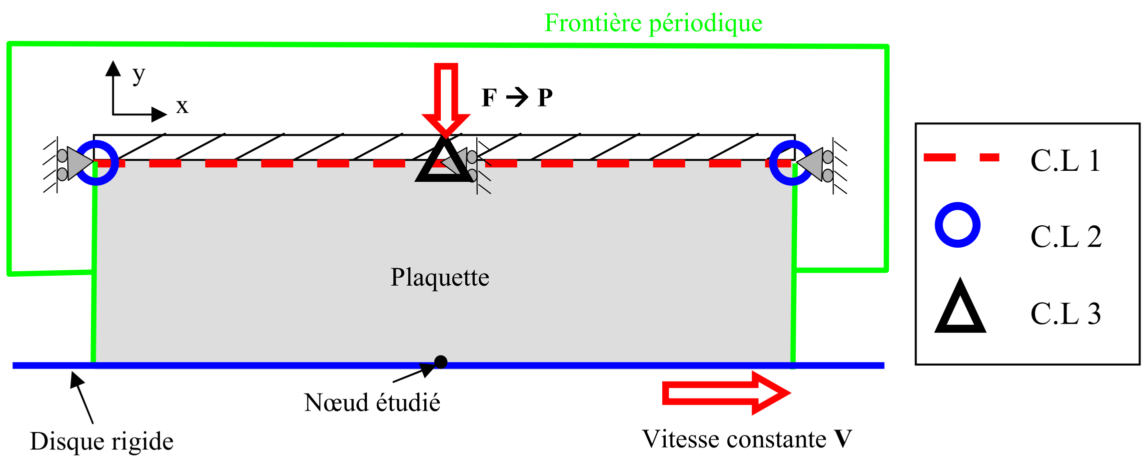


Figure III-44. Différents cas de conditions limites (C.L) imposées suivant x à la face supérieure de la plaquette

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Force appliquée, F (N)	100
Coefficient de frottement, μ	0.4	Pression appliquée, P (MPa)	1
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	5

Tableau III-12. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

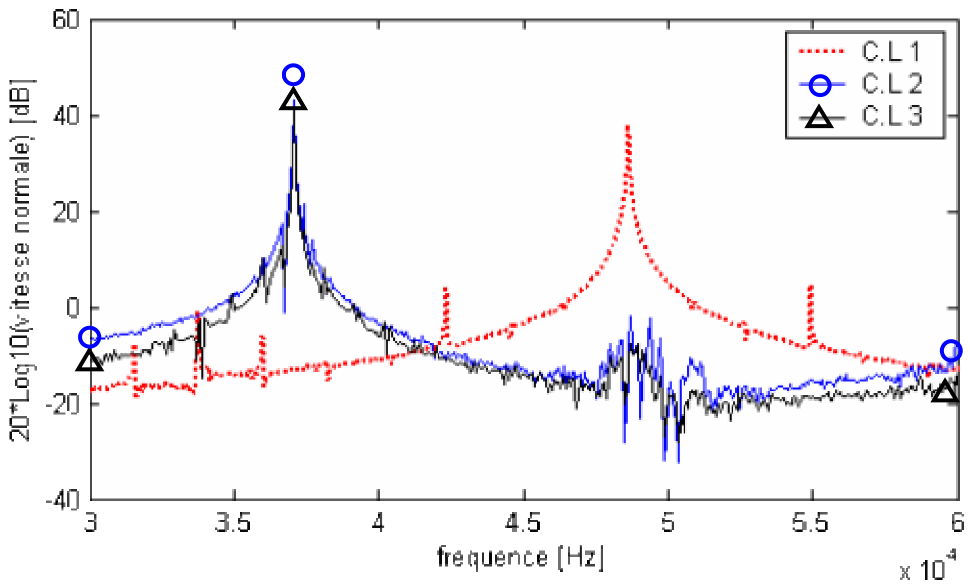


Figure III-45. FFT de la vitesse normale (/y) du nœud milieu de la surface de contact de la plaquette pour différentes conditions limites (C.L). (V=5m/s, P=1MPa μ=0.4)

Comme le montre la FFT de la vitesse normale du nœud milieu de la surface de contact (Figure III-45), les conditions limites modifient la fréquence des instabilités. Ceci vient du fait que plus le corps est contraint, plus la fréquence d'excitation d'un même mode propre est élevée (Chapitre III.2.). Entre un blocage de tous les noeuds de la face supérieure et un blocage sur un seul nœud (nœud central) ou sur deux nœuds (nœuds des extrémités) la fréquence d'excitation diminue de 25% (de 49 à 37 kHz).

Il est donc important, lorsqu'on modélise un mécanisme, de chercher à avoir les conditions limites transcrivant le plus fidèlement les conditions réelles de liaisons entre les différentes pièces.

III.4.4. Influence des premiers corps

Intéressons-nous maintenant à l'influence des premiers corps sur les instabilités générées dans un contact frottant. Les premiers corps peuvent jouer à différents niveaux sur le comportement du contact. Tout d'abord, il est évident que les propriétés matériaux des premiers corps influencent les instabilités. En effet, suivant le module d'Young, le coefficient de Poisson, l'amortissement… la réponse des corps en contact aux sollicitations tribologiques sera différente. Expérimentalement il est quasiment impossible de découpler les différents paramètres matériaux pour déterminer l'influence de chacun d'eux. En effet si l'on modifie le matériau pour faire varier son module d'Young, d'autres paramètres (coefficient de Poisson, amortissement…) vont également changer. Numériquement, il est possible de faire varier un seul paramètre. Ainsi, le module d'Young et le coefficient de Poisson peuvent être facilement découplés. Pourtant, même le numérique a ses limites puisqu'en faisant varier l'un de ces deux paramètres on modifie les vitesses d'ondes dans le matériaux et donc la fréquence d'excitation des différents modes. Ainsi l'amortissement est forcement modifié. En effet comme nous l'avons vu Chapitre II.6. que ce soit en utilisant un amortissement de type Rayleigh ou de type visqueux, pour une même valeur de α ou de β_v entrée dans le code de calcul, l'amortissement structural ζ sera différent en fonction de la fréquence d'excitation.

Pour l'étude de l'influence du module d'Young il est possible de modifier le coefficient d'amortissement entré dans le code (coefficient d'amortissement visqueux β_v) pour chacun des modules d'Young afin de pallier la variation de l'amortissement structural engendrée par la modification des vitesses d'onde. En effet, comme le montrent les équations des vitesses des ondes longitudinale et de cisaillement dans le matériau (équations (III-4) et (III-5)), le module d'Young intervient relativement simplement dans l'expression de ces vitesses. Ainsi, si le module d'Young est 2 fois plus important, les vitesses d'onde et les fréquences des modes seront $\sqrt{2}$ fois plus importantes et donc l'amortissement structural ζ résultant du paramètre β_v rentré dans le code sera également $\sqrt{2}$ fois plus important. Dans le cas d'une multiplication par 2 du module d'Young, il sera nécessaire de diviser la valeur du paramètre β_v par $\sqrt{2}$ pour obtenir le même amortissement structural et donc des résultats comparables. Cette méthode sera appliquée pour l'étude de l'influence du module d'Young afin de maintenir une valeur d'amortissement structural constante quel que soit E.

Par contre, le coefficient de Poisson intervient de façon beaucoup moins évidente dans l'expression des vitesses d'ondes. Il n'est donc pas possible de pallier la variation d'amortissement engendrée par la modification des vitesses d'ondes. Dans l'étude qui suit, celle sur l'influence du coefficient de Poisson, la même valeur de β_v est gardée pour toutes les simulations. Il faut donc garder à l'esprit que l'amortissement structural est également modifié.

Vitesse d'onde longitudinale : $$c_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \qquad \text{(III-4)}$$

Vitesse d'onde de cisaillement : $$c_t = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}} \qquad \text{(III-5)}$$

Outre les propriétés matériaux, une étude sur l'influence de la taille des premiers corps est réalisée dans ce chapitre.

III.4.4.1 Influence du module d'Young

Intéressons-nous tout d'abord au module d'Young. La géométrie de la plaquette déformable/disque rigide (Figure III-46) est reprise. Pour chaque cas de simulation, le module d'Young (de 200 à 200000 MPa) ainsi que la valeur de l'amortissement visqueux β_v varient de telle sorte que l'amortissement structural ζ soit le même pour chacun des cas. En effet, on remarque Figure III-47 qu'à la fin de la mise en charge de la plaquette sur le disque rigide, avant que les instabilités ne soient générées, il existe une légère oscillation qui s'atténue dans le temps. Le coefficient β_v est donc choisi de telle sorte que l'amortissement de cette oscillation soit pour tous les cas de 2%. Les autres paramètres restent constants entre les différentes simulations (Tableau III-13).

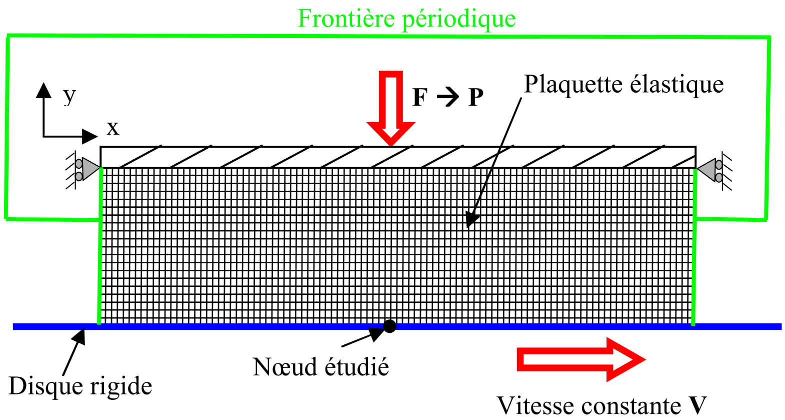


Figure III-46. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec frontières périodiques

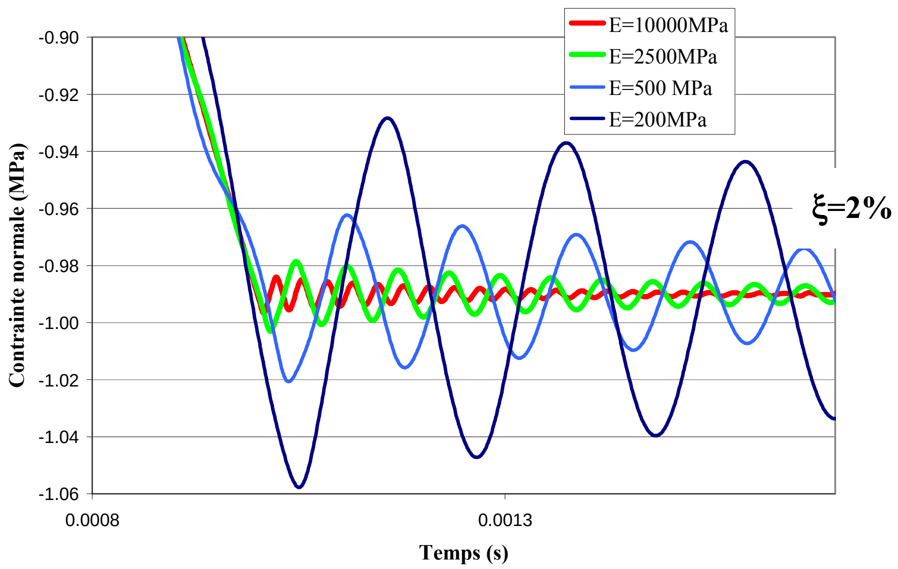


Figure III-47. Evolution de la contrainte normale (MPa) au nœud étudié en fonction du temps pour différentes valeurs du module d'Young E (V=1m/s, P=1MPa, μ=0.4)

Module d'Young, E (MPa)	**De 200 à 200000 MPa**	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Pression appliquée, P (MPa)	1
Coefficient de frottement, μ	0.4	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	1
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	De 1.42×10^{-6} à 1.42×10^{-7}		

Tableau III-13. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette

Une fois les conditions d'amortissement choisies, nous nous intéressons à l'influence du module d'Young sur les conditions de contact. Le cycle limite de la trajectoire du nœud étudié (Figure III-46) en fonction du module d'Young, l'évolution de la contrainte normale en ce nœud dans le temps et la FFT de la vitesse tangentielle du nœud sont tracés Figure III-48, Figure III-49 et Figure III-50.

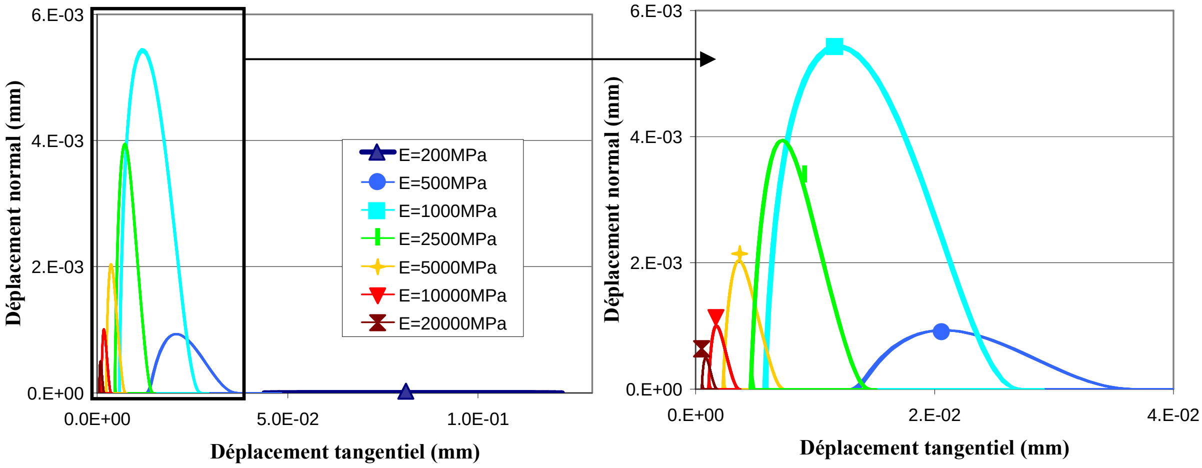


Figure III-48. Cycle limite de déplacement pour différents modules d'Young E (V=1m/s, P=1MPa, μ=0.4)

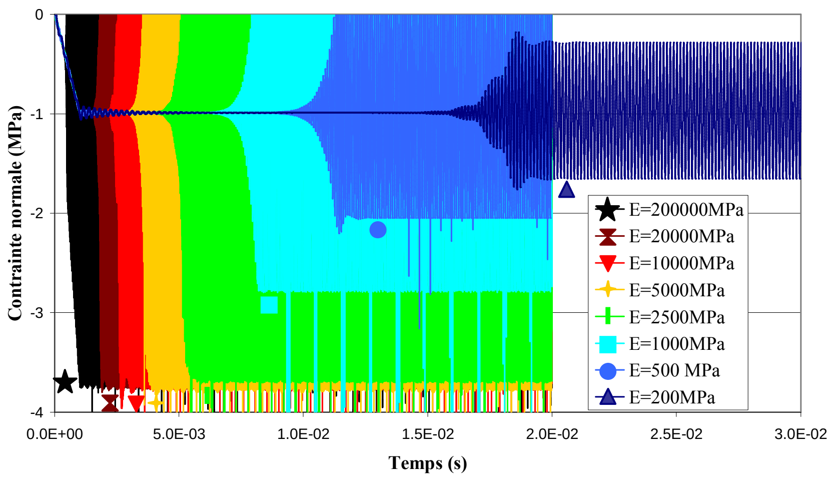


Figure III-49. Evolution de la contrainte normale (MPa) en fonction du temps à un nœud de l'interface pour différents modules d'Young E (V=1m/s, P=1MPa, μ=0.4)

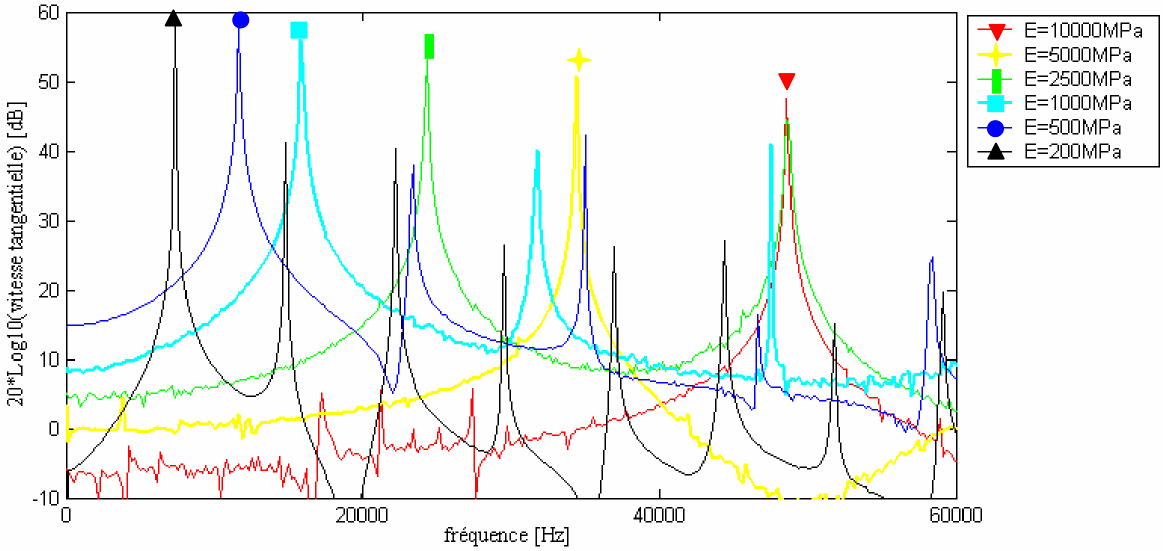


Figure III-50. FFT de la vitesse tangentielle d'un nœud du contact pour différents modules d'Young (V=1m/s, P=1MPa, μ=0.4)

L'analyse de ces courbes permet faire deux remarques générales :

- D'une part, le temps de mise en place des instabilités (Figure III-49) augmente avec la diminution du module d'Young. Par contre, la fréquence de ces instabilités augmente avec l'augmentation du module d'Young (Figure III-50). Ceci vient du fait que les vitesses d'ondes de cisaillement (c_t) et longitudinales (c_l) dans le matériau augmentent avec l'augmentation de E. Ainsi lorsque le module d'Young E_1 passe à un module d'Young plus élevé E_2, les vitesses c_t et c_l augmentent d'un facteur $\sqrt{E_2/E_1}$. Il en résulte une diminution du temps de mise en place des instabilités et une augmentation de la fréquence des instabilités de ce même facteur $\sqrt{E_2/E_1}$,
- D'autre part, nous pouvons remarquer que la variation du module d'Young modifie les régimes d'instabilités et donc les déplacements des nœuds du contact. Pour les conditions d'essai choisies (V=1m/s, P=1MPa), et pour une valeur de coefficient de frottement de 0.4, la variation du module d'Young peut générer trois régimes distincts d'instabilités qui sont présenté ci-après.

- 3000 MPa ≤ E

Si le module d'Young est suffisamment important (E ≥ 3000 MPa dans notre cas) alors un régime d'instabilités de type **glissement-décollement** est généré à l'interface de contact. Dans cette gamme, quelle que soit la valeur du module d'Young, la surface des zones glissantes et de celles décollées restent constantes (environ 1/3 et 2/3). Ainsi comme on peut le constater Figure III-51, les forces de contact ainsi que le champ de contraintes σ_{yy} dans le matériau sont les mêmes quelle que soit la valeur de E.

Seule l'amplitude du cycle limite de déplacement varie (Figure III-48). En effet les amplitudes de déplacement varient de façon inversement proportionnelle au module d'Young (E ≥ 5000MPa). Ainsi lorsque le module d'Young est divisé par 2, les déplacements sont multipliés par 2.

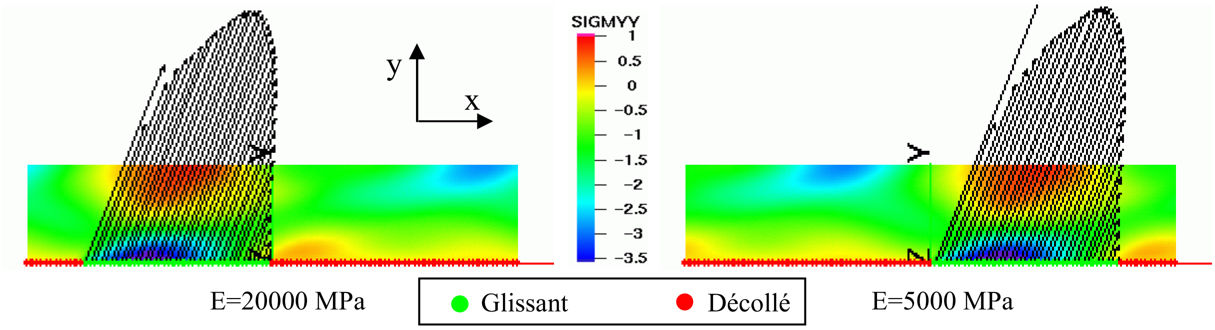


Figure III-51. Isovaleurs des contraintes σ_{yy}, vecteur des forces de contact et statut des nœuds de l'interface pour E=20000 MPa et E=5000 MPa, (V=1m/s, P=1MPa, μ=0.4)

- 1000 MPa ≤ E < 3000 MPa

Si le module d'Young est plus faible qu'une certaine valeur seuil (3000 MPa dans notre cas), alors des zones adhérentes apparaissent à la surface de contact. On est alors en présence d'instabilités de type **adhérence-glissement-décollement**. La surface des zones adhérentes augmente alors que celle des zones glissantes diminue avec la diminution du module d'Young. On constate alors (Figure III-49) que la contrainte normale de contact diminue avec la diminution de E. Pour cette gamme de module d'Young, l'amplitude des déplacements (Figure III-48) augmente encore avec la diminution du module d'Young mais d'un facteur de proportionnalité plus faible. Ainsi, si l'on divise le module d'Young par 2, les déplacements augmentent mais d'un facteur inférieur à 2. Ce facteur devient de plus en plus faible avec la diminution de E.

- 400 MPa ≤ E < 1000 MPa

Dans cette gamme de module d'Young nous sommes toujours en présence d'instabilités de type **adhérence-glissement-décollement**. Cependant, comme on le constate Figure III-48, les déplacements diminuent avec la diminution du module d'Young. Cela vient du fait que la diminution de la surface des zones de décollement s'effectue au profit des zones de glissement.

- E < 400 MPa

Lorsque le module d'Young atteint un seuil limite (400 MPa dans notre cas), le décollement disparaît complètement. On est alors en présence d'instabilités de type **adhérence-glissement.**

Le Tableau III-14 présente un récapitulatif de l'influence de module d'Young sur les grandeurs caractéristiques des instabilités ainsi que sur les sollicitations dues à ces instabilités. Comme nous pouvons le constater, l'angle α des instabilités (du cône de Mach) reste quasiment constant et n'augmente que très légèrement avec le module d'Young lorsqu'un régime de type adhérence-glissement-décollement est établi sur la surface de contact. La fréquence f ainsi que la vitesse des instabilités c augmentent quant à elles de façon beaucoup plus importante avec E quel que soit le régime des instabilités.

En ce qui concerne les sollicitations, pour les forts modules d'Young (instabilités de type glissement-décollement), les sollicitations sont principalement normales avec des contraintes normales maximales beaucoup plus élevées que celles obtenues théoriquement à partir des grandeurs macroscopiques. Pour les faibles modules d'Young (instabilités de type adhérence-glissement) les sollicitations sont principalement tangentielles, avec des vitesses de glissement locales plus importantes que celles macroscopiques. Pour les modules d'Young intermédiaires (instabilités de type adhérence-glissement-décollement) les sollicitations principales vont passer de tangentielles (E=500 MPa) à normales (E=2500 MPa). Pour ce régime d'instabilités, on note également la présence d'une sollicitation par "impact" normal non négligeable (vitesse d'impact de 870 mm/s pour E=1000 MPa). En ce qui concerne la valeur importante de la vitesse c du train d'ondes (et donc la valeur faible de l'angle α des ondes), celle-ci est due à la présence de frontières périodiques (voir l'explication Chapitre III.4.3.1.). Si on considère le cas d'une plaquette avec des frontières libres, les vitesses c sont environ 2 fois plus faibles et l'angle α des ondes 2 fois plus grand.

Tableau III-14. Récapitulatif de l'influence du module d'Young sur différentes grandeurs caractéristiques des instabilités et des sollicitations dues à ces instabilités (P=1MPa, V=1m/s, μ=0.4)

	Grandeurs caractéristiques des ondes									Solicitations locales			
E (MPa)	c_l (m/s)	c_t (m/s)	$c_{instabilité}$ (m/s)	$f_{instabilités}$ (Hz)	Angle α (°)	λ (mm)	$\lambda_{adhérence}$ (mm)	$\lambda_{glissement}$ (mm)	$\lambda_{décollement}$ (mm)	$\sigma^{normale}$ max (MPa) $P_{théorique}=1$	$V_{glissement}$ max (mm/s) $V_{théorique}=1000$	$V_{normale\ impact}$ max (mm/s)	Régimes d'instabilités
200	367	196	740	7400	15.5	100	33	67		1.65	2350		**Adhérence-glissement**
500	580	310	1150	11500	15.5	100	33	45	22	2.05	2230	309	**Adhérence-glissement-décollement**
1000	820	439	1600	16000	16	100	28	23	49	2.78	1590	870	**Adhérence-glissement-décollement**
2500	1297	693	2450	24500	16.5	100	8	32	60	3.7	1400	850	**Adhérence-glissement-décollement**
5000	1834	981	3450	34500	16.5	100		37	63	3.78	1170	610	**Glissement-décollement**
10000	2594	1387	4850	48500	16.5	100		37	63	3.78	1170	405	**Glissement-décollement**
20000	3669	1961	6900	69000	16.5	100		37	63	3.78	1170	280	**Glissement-décollement**

III.4.4.2 Influence du coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson est un paramètre pour lequel les résultats entre une plaquette avec frontières périodiques et une plaquette avec frontières libres sont vraiment différents. Les résultats obtenus pour les deux types de conditions limites sont donc présentés.

- *Modèle avec frontières périodiques :*

Nous prenons donc dans ce cas le modèle de la plaquette élastique frottant sur un disque rigide avec des frontières périodiques (Figure III-52). Les caractéristiques géométriques, matériaux et de simulations sont présentées Tableau III-15. Dans cette étude, le coefficient de Poisson varie de 0.05 à 0.4.

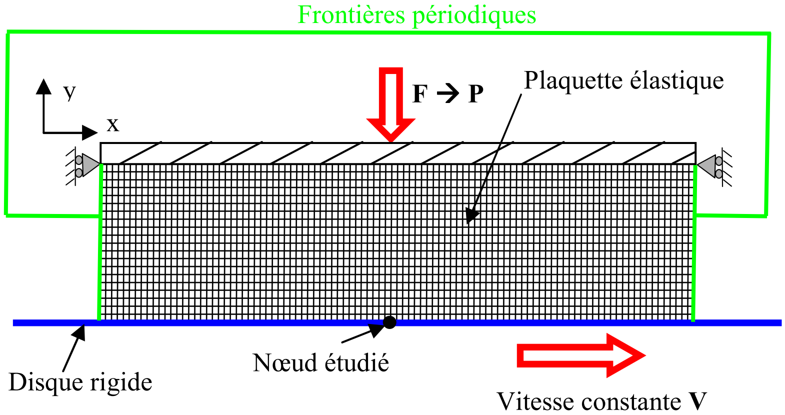


Figure III-52. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec frontières libres

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	**de 0.1 à 0.4**	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Pression appliquée, P (MPa)	1
Coefficient de frottement, μ	0.4	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	1
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}		

Tableau III-15. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

L'observation de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) dans la plaquette pour différents coefficients de Poisson ν (Figure III-53), permet de remarquer que, quelle que soit la valeur de ce coefficient, les instabilités existent au niveau du contact. Par contre, l'angle α des instabilités, et par conséquent la longueur d'onde, varie avec le coefficient de Poisson. Ainsi, il semble que l'angle α diminue et que la longueur d'onde λ augmente lorsque le coefficient de Poisson augmente. Cependant, il existe une valeur seuil du coefficient de Poisson (ν≥0.4) au-delà de laquelle on observe une inversion du sens de propagation des ondes. Pour cette gamme de coefficients de Poisson, les trains d'ondes se déplacent donc dans le même sens que la surface rigide. Ce phénomène doit être une conséquence de la présence de frontières périodiques puisqu'il n'existe pas en présence de frontières libres (voir chapitre ci-après).

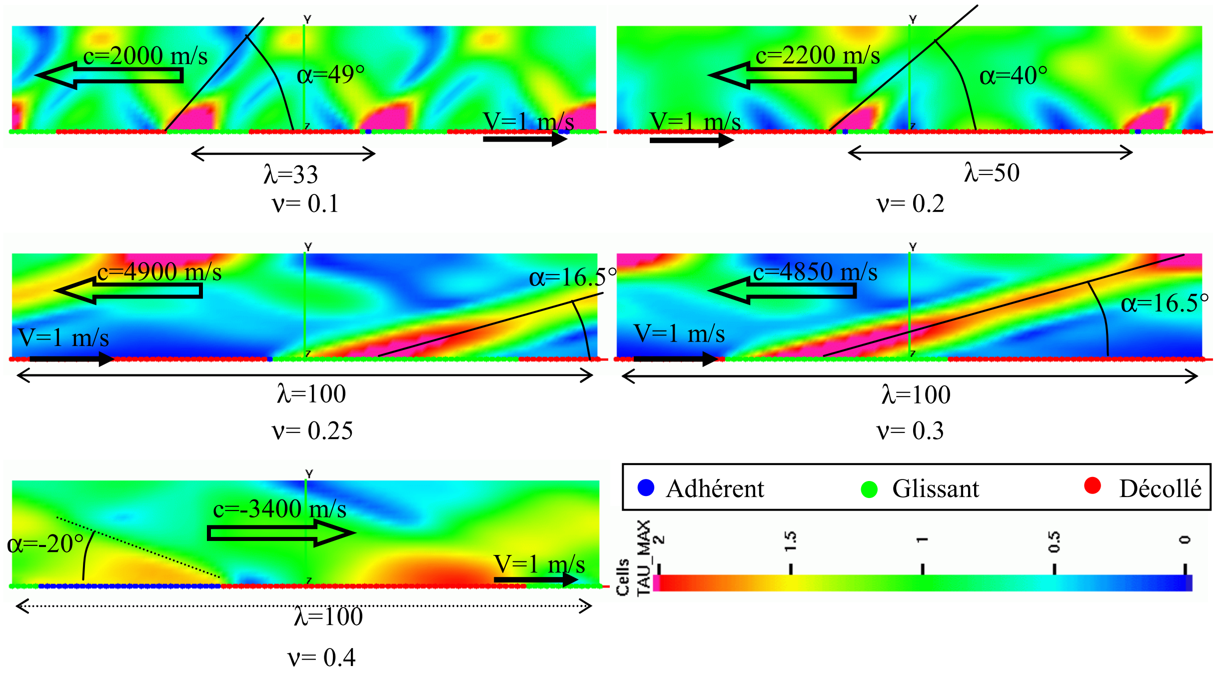


Figure III-53. Isovaleurs de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) dans la plaquette et statut des nœuds de l'interface pour différentes valeurs du coefficient de Poisson ν (V=1m/s, P=1MPa, μ=0.4, Frontières périodiques)

- *Modèle avec frontières libres :*

Reprenons le cas de la plaquette élastique frottant sur un disque rigide avec frontières libres (Figure III-54). Les caractéristiques géométriques, matériaux et de simulations sont présentées Tableau III-16. Dans cette étude le coefficient de Poisson varie de 0.1 à 0.4.

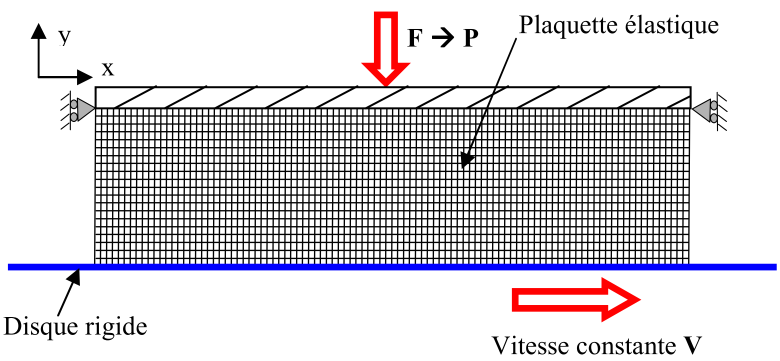


Figure III-54. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec frontières libres

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	**de 0.1 à 0.4**	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Pression appliquée, P (MPa)	1
Coefficient de frottement, μ	0.4	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	1
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}		

Tableau III-16. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

Une fois le régime des instabilités établi, il est possible d'observer Figure III-55 la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) dans le corps élastique ainsi que les statuts des nœuds en contact (adhérents, glissants ou décollés) ainsi que la fréquence des instabilités Figure III-56. Cette fréquence est obtenue par la FFT de la vitesse tangentielle du nœud au milieu de la surface de contact, cependant elle est identique pour chaque nœud de la surface de contact.

On remarque que suivant la valeur du coefficient de Poisson, les instabilités générées sont différentes. Ainsi, lorsque ν est inférieur à une valeur seuil ($\nu<0.15$), la surface en contact est parfaitement glissante et aucune instabilité n'est générée. Ce phénomène n'était pas obtenu avec des frontières périodiques. En revanche, si le coefficient de Poisson est supérieur à cette valeur seuil, alors les instabilités se développent au niveau du contact (pour la configuration donnée avec V=1 m/s, P=1 MPa et μ=0.4 il s'agit d'instabilités de type glissement-décollement).

Une fois que les instabilités sont présentes dans le contact (ν suffisamment important), la modification du coefficient de Poisson, contrairement à celle du module d'Young, entraîne une modification de l'angle α des instabilités et de leur longueur d'onde λ. Comme pour le cas avec des frontières périodiques, lorsque ν augmente, l'angle des instabilités α diminue et leur longueur d'onde λ augmente (λ=25 mm pour ν=0.2, λ=50 mm pour ν=0.3 et λ>100 mm pour ν=0.4). La fréquence des instabilités varie avec le coefficient de Poisson mais cependant il ne semble pas exister de relation simple reliant ces deux grandeurs. En effet, pour un coefficient de Poisson passant de 0.2 à 0.3, la fréquence passe de presque 67 kHz à 51 kHz alors que pour ν variant de 0.3 à 0.4 la fréquence ne varie presque pas.

Il est également possible de remarquer que du fait de l'absence de frontières périodiques sur les bords latéraux de la plaquette, même pour un fort coefficient de Poisson (ν=0.4), les ondes d'instabilités se déplacent toujours dans le sens opposé au déplacement de la surface rigide (contrairement au cas avec des frontières périodiques). Cependant, celles-ci sont beaucoup moins bien établies et il est difficile de définir leur vitesse et leur longueur d'onde.

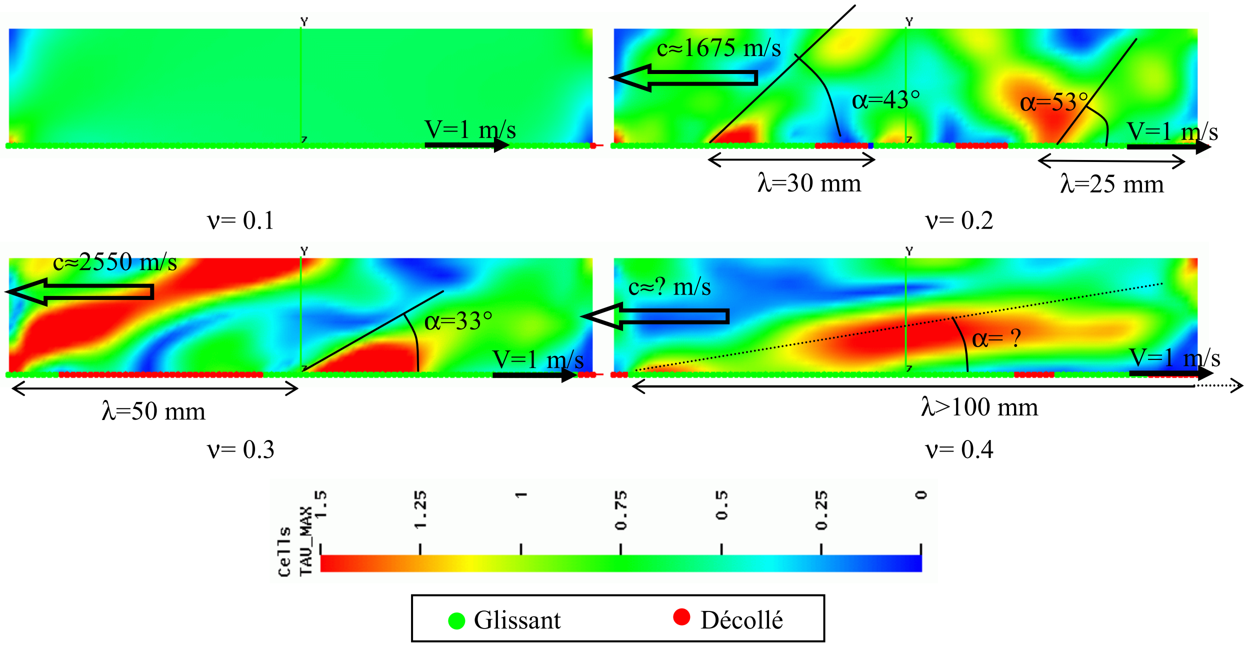


Figure III-55. Isovaleurs de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) dans la plaquette et statut des nœuds de l'interface pour différentes valeurs du coefficient de Poisson ν (V=1m/s, P=1MPa, µ=0.4, Frontières libres)

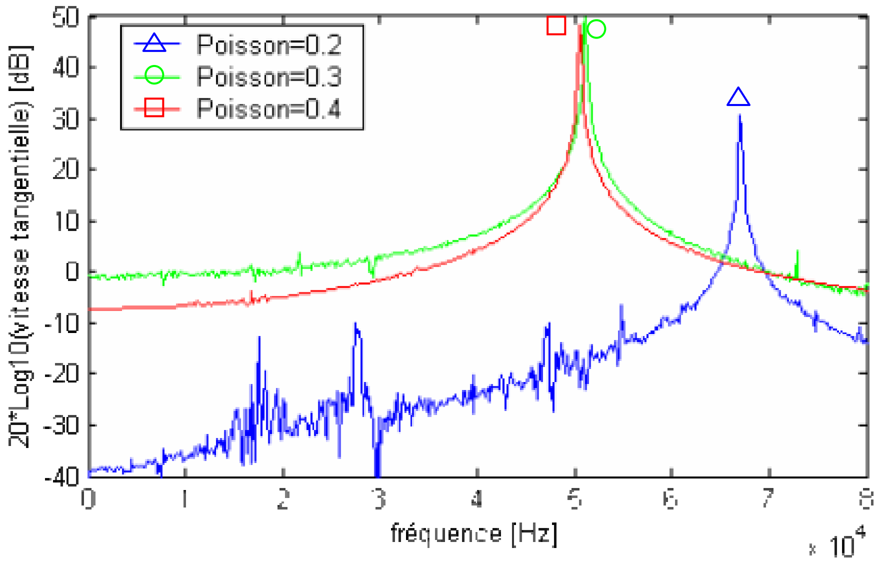


Figure III-56. FFT de la vitesse tangentielle du nœud milieu de la plaquette en contact avec le disque pour différents coefficients de Poisson ν (V=1m/s, P=1MPa, µ=0.4)

Le coefficient de Poison joue donc un rôle sur les caractéristiques des instabilités et donc sur les sollicitations locales engendrées par ces instabilités. Un récapitulatif est présenté Tableau III-17. Il semble donc que pour une faible valeur de ce coefficient les instabilités aient tendance à disparaître. Ce résultat a aussi été obtenu sur une géométrie circulaire à frontières libres (de type frein à sabot) [LINC 04a] ainsi qu'en 3 dimensions sur la modélisation d'un tribomètre pion-disque [BAIL 05].

Avec des frontières libres, les instabilités disparaissent pour de faibles valeurs du coefficient de Poisson, ce qui n'est pas le cas lorsque des frontières périodiques sont prises en compte. Or que ce soit avec des frontières libres ou périodiques, l'augmentation du coefficient de Poisson entraîne la même augmentation de l'amortissement structural La disparition des instabilités ne provient donc pas uniquement de l'augmentation de l'amortissement, mais le coefficient de Poisson joue aussi un rôle sur la disparition des instabilités avec des frontières libres. Il faut cependant mettre un bémol à cette conclusion car il est difficile de quantifier quelle partie de la perte d'instabilités constatée lors de la diminution du coefficient de Poisson est due à cette diminution et quelle partie provient de l'augmentation de l'amortissement structural.

	Grandeurs caractéristiques des ondes						Solicitations locales			
ν	c_l (m/s)	c_t (m/s)	$c_{instabilité}$ (m/s)	$f_{instabilités}$ (Hz)	Angle α (°)	λ (mm)	$\frac{\sigma^{normale}\ max}{\sigma_{théorique}}$	$V_{glissement}$ max (mm/s) $V_{théorique}=1000$	$V_{normale\ impact}$ max (mm/s)	Régime d'instabilité
0.1	2261	1508					1	1000		**Pas d'instabilité**
0.2	2357	1443	2000	67000	43-53	25-30	3	1500	400	**Glissement-décollement**
0.3	2594	1387	2550	51000	33	50	2.7	1400	450	**Glissement-décollement**
0.4	3273	1336	?	50400	?	>100	2.6	1520	340	**Glissement-décollement**

Tableau III-17. Récapitulatif de l'influence du coefficient de Poison sur différentes grandeurs caractéristiques des instabilités et des sollicitations dues à ces instabilités (P=1 MPa, V=1 m/s, μ=0.4)

III.4.4.3 Influence de la dimension des premiers corps : conservation du rapport *h/L* (homothétie)

Dans un premier temps, intéressons-nous à la variation des dimensions des premiers corps de façon homothétique. Le rapport de la hauteur (*h*) sur la longueur (*L*) de la plaquette reste donc constant (h/L=0.2). Les résultats pour trois dimensions différentes sont comparés. Dans chacun des cas de calcul les frontières périodiques sont prises en compte. La Figure III-57 rappelle le modèle utilisé. Les paramètres de calcul (vitesse, pression, coefficient de frottement, module d'Young...) sont identiques dans chacune des simulations. Un rappel de ces paramètres est présenté Tableau III-18. Seul l'amortissement visqueux β_v est modifié. En effet, l'amortissement structural ζ du matériau dû à l'amortissement visqueux β_v introduit dans la modélisation varie avec la fréquence propre excitée. Il est donc nécessaire de modifier homothétiquement ce paramètre β_v pour obtenir pour chacun des cas la même valeur d'amortissement structural.

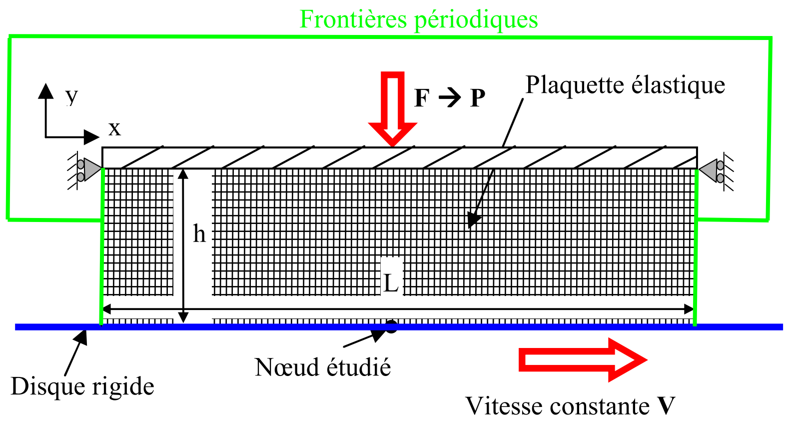


Figure III-57. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec frontières périodiques

	Cas 1	Cas 2	Cas 3
Dimension: L × h (mm)	50 × 10	100 × 20	200 × 40
Taille des éléments (mm)	0.5 × 0.5	1 × 1	2 × 2
$\Delta t_{critique}$ (s)	$0.11e^{-6}$	$0.22e^{-6}$	$0.44e^{-6}$
Δt (s)	$0.05e^{-6}$	$0.1e^{-6}$	$0.2e^{-6}$
Amortissement visqueux (β_v)	$0.1e^{-6}$	$0.2e^{-6}$	$0.4e^{-6}$
Pression (MPa)	1		
Vitesse (m/s)	2		
Coefficient de frottement	0.4		
Module d'Young (MPa)	10000		
Coefficient de Poisson	0.3		

Tableau III-18. Paramètres de calcul pris en compte pour les simulations des 3 modèles homothétiques (de rapport d'homothétie k=2 et de rapport constant h/L=0.2)

En comparant les trois cas de calcul, on observe que les instabilités générées au contact sont identiques dans les trois cas (même régime d'instabilités, même nombre d'ondes à l'interface, même vitesse d'onde). Pour les conditions de simulations prises en compte (P, V…) nous sommes dans un régime de glissement-décollement. Seule la longueur d'onde de ces instabilités est divisée homothétiquement d'un cas à l'autre. Une représentation de ces ondes est présentée Figure III-58 (contrainte de cisaillement maximale τ_{max} dans le premier corps et statut de l'interface de contact).

Les sollicitations résultant de ces instabilités sont donc exactement les mêmes pour les trois cas homothétiques (mêmes contraintes de contact (Figure III-59 (b)) et dans le premier corps, mêmes vitesses normales et tangentielles). Par contre, comme nous pouvons le remarquer Figure III-59, les amplitudes des déplacements (a) et le temps d'établissement des instabilités (b) augmentent du facteur d'homothétie d'un cas à l'autre. La fréquence des instabilités (Figure III-60) est quant à elle divisée par le facteur d'homothétie. Ceci vient du fait que la longueur d'onde est divisée homothétiquement alors que la vitesse des ondes reste la même, les ondes mettent donc 2 fois moins de temps à se déplacer dans le corps de 50 mm que dans celui de 100 mm d'où une fréquence deux fois plus élevée. Le mode excité est toujours le même, seule sa fréquence change avec le même rapport que celui de l'homothétie.

Le Tableau III-19 récapitule les différentes grandeurs (vitesses d'ondes, fréquence, sollicitations…) obtenues pour les trois cas de calcul.

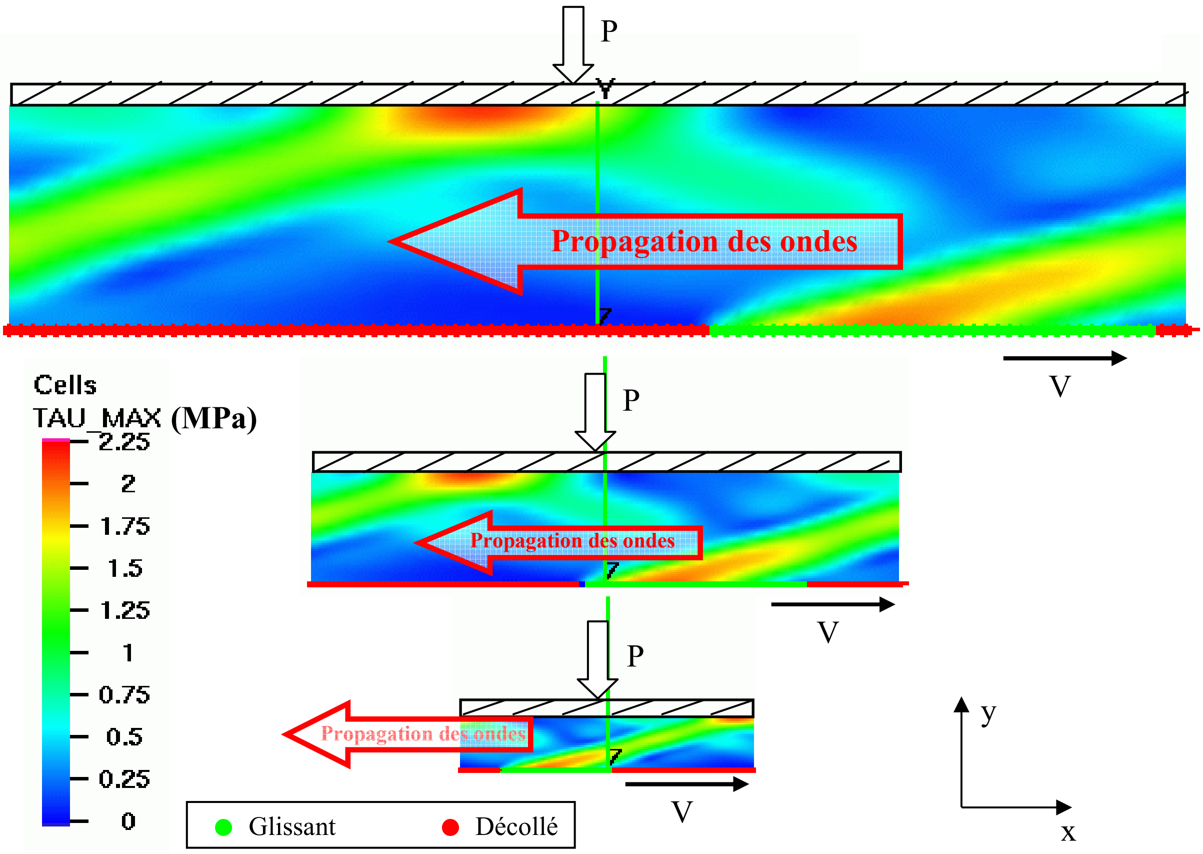
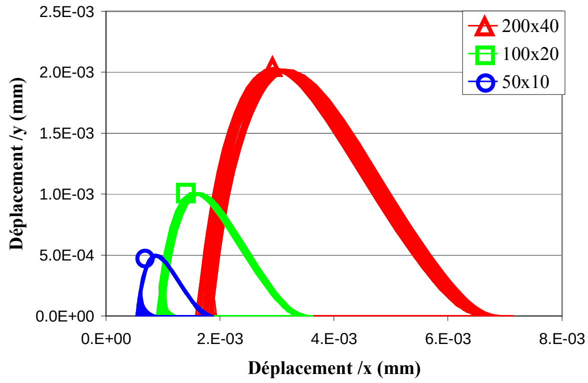
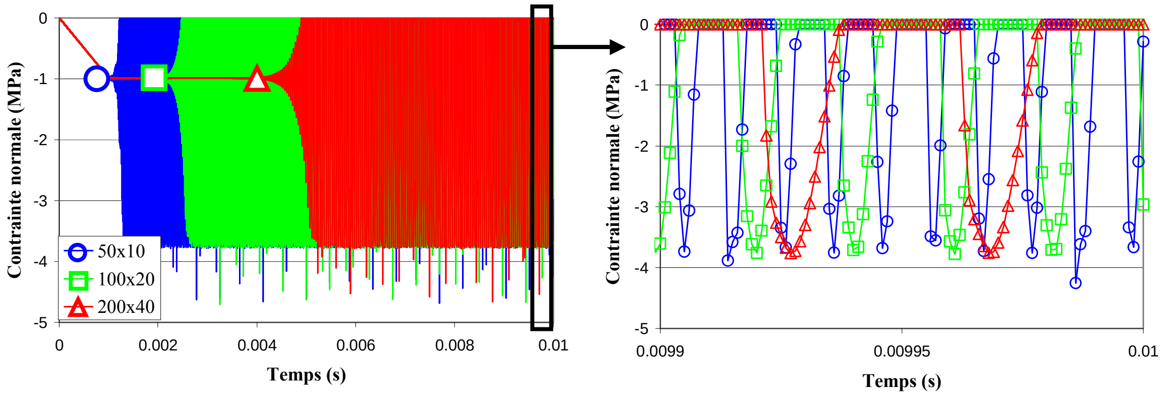


Figure III-58. Représentation à la même échelle des isovaleurs de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) dans la plaquette et des statuts de l'interface pour les trois cas d'homothéties.
(h/L=0.2 constant, V=2 m/s, P=1 MPa, μ=0.4)



(a)



(b)

Figure III-59. (a) Cycle limite de déplacement. (b) Evolution de la contrainte normale de contact (MPa) au cours du temps pour un nœud du contact et pour les différents cas d'homothéties (h/L=0.2 constant, V=2 m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

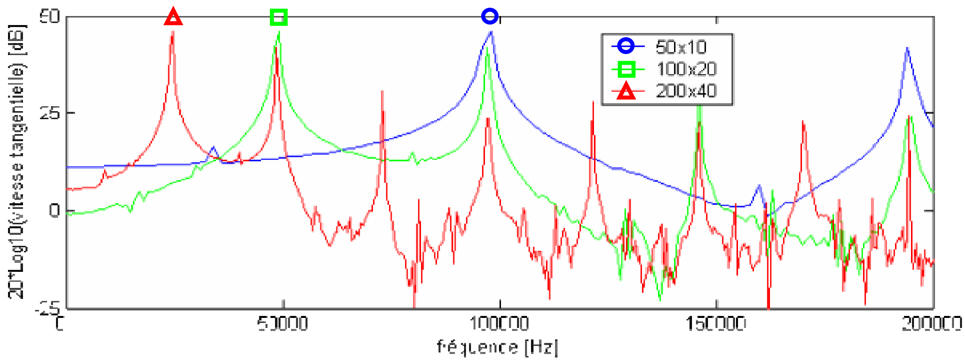


Figure III-60. FFT de la vitesse tangentielle du nœud milieu de la plaquette à l'interface pour les différents cas d'homothéties (h/L=0.2 constant, V=2 m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

	Cas 1	Cas 2	Cas 3
Dimension: L × h (mm)	50 × 10	100 × 20	200 × 40
V onde longitudinale C_l (m/s)	2594		
V onde de cisaillement C_t (m/s)	1387		
Régime des instabilités	Glissement-décollement		
Fréquence des instabilités (Hz)	97324	48662	24331
Longueur d'onde des instabilités (mm)	50	100	200
Vitesse des instabilités (m/s)	4866		
Contrainte normale au contact max (MPa)	3.8		
Vitesse de glissement relative max (mm/s)	2300		
Vitesse normale d'impact max (mm/s)	400		

Tableau III-19. Récapitulatif des grandeurs observées pour les différents cas d'homothétie (h/L=0.2 constant, V=2 m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

III.4.4.4 Influence de la dimension des premiers corps : diminution de *h* par rapport à *L*

Les cas de calcul homothétique précédents présentaient un rapport constant de la hauteur (h) sur la longueur (L). L'influence du rapport *h/L* est maintenant étudiée. En effet, le frottement entre deux premiers corps entraîne l'usure d'un ou des deux corps. Du fait de cette usure le rapport *h/L* peut varier dans le temps (diminution de la hauteur devant la longueur). Si le cas d'une plaquette de frein automobile est pris, au cours de la vie d'une plaquette, la hauteur de celle-ci peut être divisée par cinq (passer de 15 mm à moins de 3mm). Il nous a donc semblé important d'étudier l'influence de cette diminution de hauteur. Le code de calcul ne prenant pas en compte une loi d'usure, cette étude a été faite sur plusieurs simulations en gardant la longueur *L* constante (L = 100 mm) et en modifiant la hauteur *h* (de 40 à 5 mm).

- *Cas avec frontières périodiques :*

Dans un premier temps nous reprenons le cas de la plaquette avec des frontières périodiques (Figure III-61). Les différents paramètres utilisés sont présentés Tableau III-20.

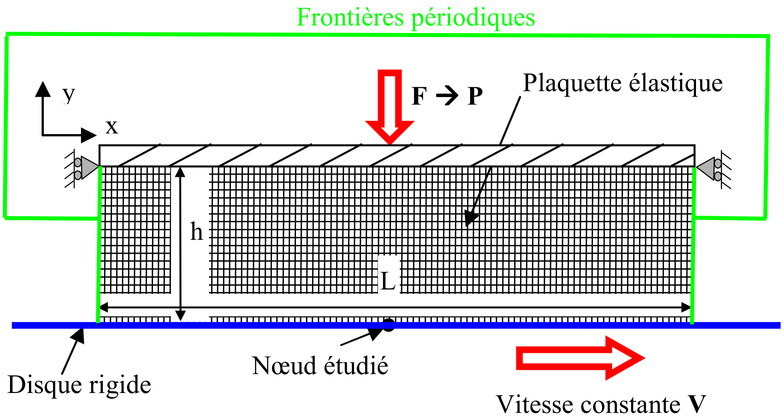


Figure III-61. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec des frontières périodiques

Module d'Young, E (MPa)	2000 MPa	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	**Epaisseur, h (mm)**	**De 5 à 40**
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Pression appliquée, P (MPa)	1
Coefficient de frottement, μ	0.4	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	2
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	De 0.5×10^{-7} à 0.4×10^{-6}		

Tableau III-20. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

Nous nous intéressons alors aux caractéristiques de la propagation des ondes. Pour cela les isovaleurs des contraintes maximales de cisaillement τ_{max} dans la plaquette élastique à la même échelle pour différents rapports de h/L sont représentées. La Figure III-62 représente ces isovaleurs lorsque la hauteur *h* est faible devant la longueur *L* (h/L≤ 0.1).

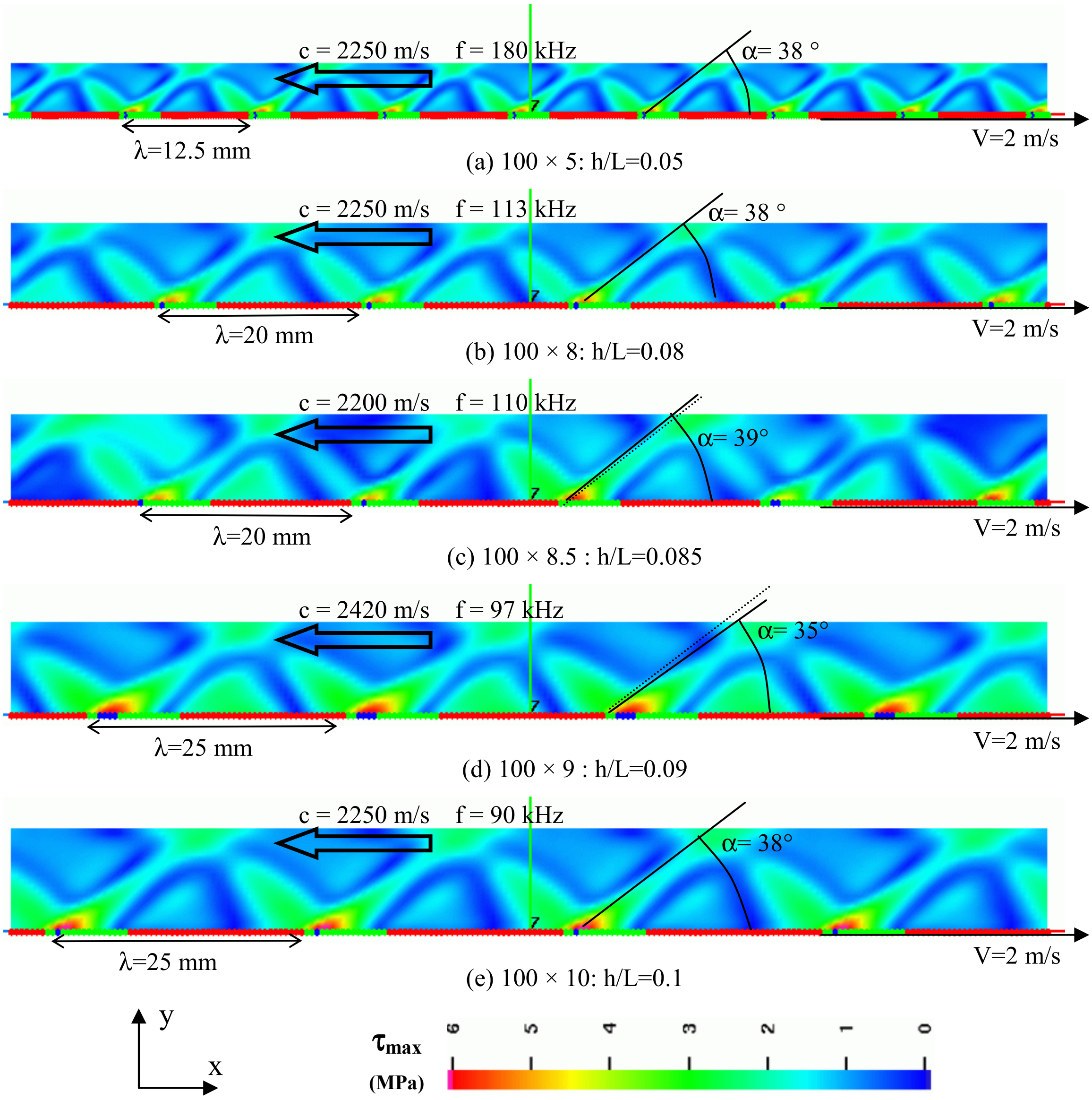


Figure III-62. Isovaleurs de la contrainte maximale de cisaillement (τ_{max}) dans la plaquette et statut des nœuds en contact pour différentes épaisseurs de la plaquette (h/l ≤ 0.1). (V=2 m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

Lorsque le rapport h/L est suffisamment petit (≤ 0.1) (Figure III-62), c'est-à-dire lorsque le corps élastique est suffisamment long par rapport à son épaisseur, les instabilités générées dans le contact sont sensiblement les mêmes quel que soit le rapport :

- Pour un rapport h/L de 0.05, 0.08 et 0.1 les ondes sont identiques et ont une vitesse c de 2250 m/s et un angle α de 38°. Le nombre d'ondes m sur la surface, la fréquence f des instabilités ainsi que la longueur d'onde λ dépendent directement du rapport h/L. m et f diminuent avec l'augmentation de ce rapport (lorsque h/L est multiplié par 2, m et f sont divisés par 2). λ augmente proportionnellement avec l'augmentation de h/L.
- Pour h/L égale à 0.08, le nombre d'ondes est de 5 alors que pour h/L=0.09 il est de 4. Ainsi lorsque h/L est compris entre ces deux valeurs (h/L=0.85 et 0.9) les ondes sont légèrement modifiées (angle, vitesse, fréquence) pour s'adapter au mieux aux dimensions de la plaquette. Pour h/L=0.85, m reste égal à 5. L'angle α augmente donc légèrement et la vitesse c diminue. Par contre pour h/L=0.9, le nombre d'ondes passe à 4, α augmente et c diminue légèrement.

Ainsi lorsque la hauteur est petite devant la longueur (h/L ≤ 0.1) les instabilités générées s'adaptent au mieux aux dimensions de la plaquette et ont une vitesse c comprise entre 2200 et 2500 m/s et un angle α compris entre 35 et 39°. La diminution d'épaisseur n'influence donc que très légèrement la géométrie des ondes générées à l'interface et par conséquent les conditions locales de contact sont très peu modifiées. En effet, comme le montre la Figure III-63, pour des rapports h/L ≤ 0.1, les contraintes normales maximales au contact restent constantes avec la diminution de l'épaisseur h devant la longueur L, seule la fréquence est modifiée.

Lorsque h/L est inférieur à 0.1, les frontières périodiques permettent de modéliser un corps infiniment long. L'épaisseur du corps infiniment long n'influence donc que la longueur d'onde des instabilités (qui augmente linéairement avec l'augmentation de l'épaisseur). Les vitesses et les angles des instabilités ainsi que les conditions de contact restent quant à eux inchangés avec l'épaisseur.

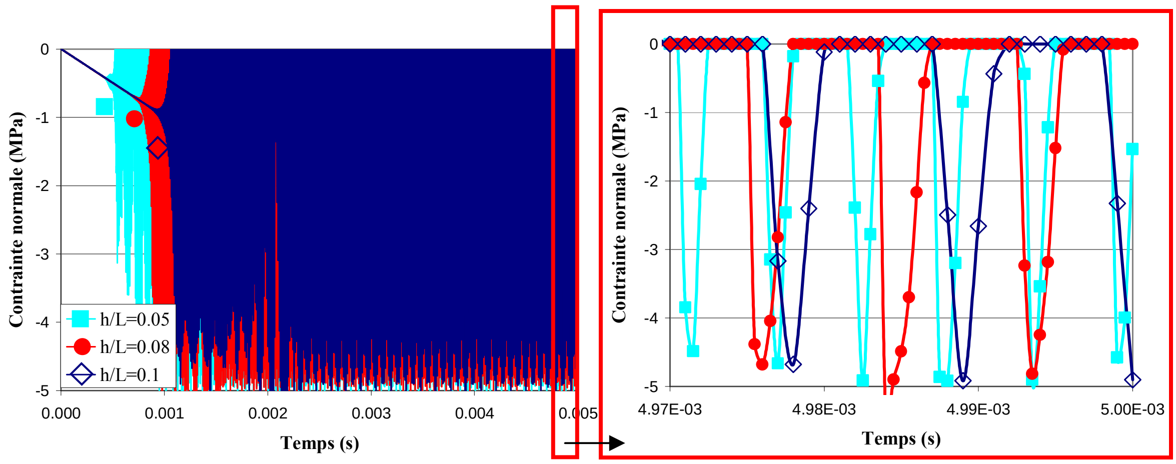


Figure III-63. Evolution de la contrainte normale au cours du temps pour différentes épaisseurs de la plaquette h/l ≤ 0.1. (V=2 m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

Si l'on s'intéresse maintenant (Figure III-64) aux isovaleurs des contraintes maximales de cisaillement τ_{max} lorsque la hauteur *h* est du même ordre de grandeur que la longueur (h/L>0.1), on se rend compte que les caractéristiques des ondes sont modifiées par le rapport h/L. Ainsi, si pour un rapport de 0.2 et 0.4 la longueur d'onde λ est de 100 mm, pour un rapport de 0.3 elle est de 50 mm. Lorsque le rapport h/L est plus grand que 0.1, la diminution de l'épaisseur *h* par rapport à la longueur *L* entraîne une modification de la géométrie des ondes. Ceci vient du fait que lorsque le rapport h/L est supérieur à 0.1, les frontières périodiques ne permettent plus de modéliser un corps infiniment long. Lorsqu'une onde se propage, une fois qu'elle arrive à l'avant du contact elle est immédiatement retransmise à l'arrière du contact. Les ondes ne peuvent donc pas se développer librement car la périodicité force leur propagation. C'est pour cela que les vitesses d'ondes peuvent être très importantes (4850 m/s pour un rapport h/L=0.2).

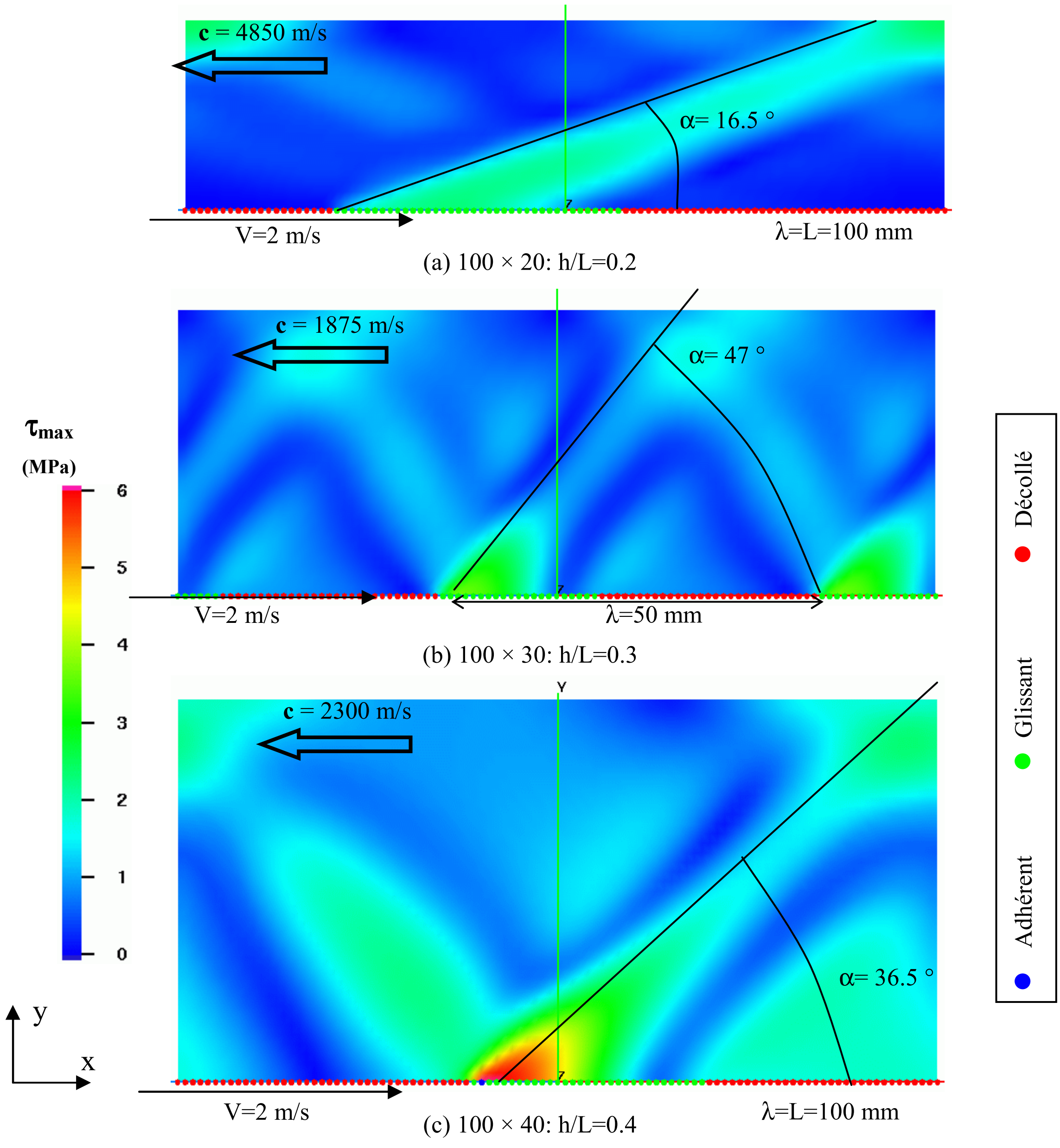


Figure III-64. Isovaleurs de la contrainte maximale de cisaillement (τ_{max}) dans la plaquette et statut des nœuds en contact pour différentes épaisseurs de la plaquette h/l > 0.1. (V=2 m/s, P=1 MPa, μ=0.4)

Dans ce cas, il est difficile d'étudier l'influence de la hauteur car les frontières périodiques jouent un rôle trop important sur les caractéristiques des ondes. Il est donc nécessaire d'étudier l'influence de la hauteur sur une plaquette avec des bords libres.

- *Cas avec bords libres :*

Le cas de la plaquette avec bords libre (Figure III-65) est donc maintenant étudié. Les différents paramètres utilisés sont présentés Tableau III-21.

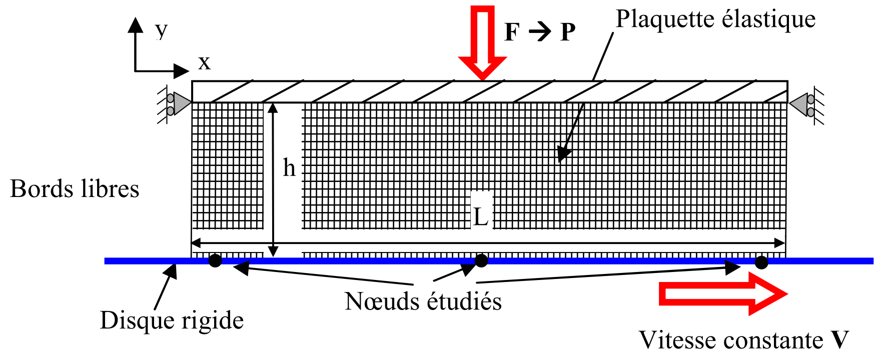


Figure III-65. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec bords libre

Module d'Young, E (MPa)	2000 MPa	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	**Epaisseur, h (mm)**	**De 5 à 40**
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Pression appliquée, P (MPa)	1
Coefficient de frottement, µ	0.4	Vitesse de la surface rigide, V (m/s)	2
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	De 0.5×10^{-7} à 0.4×10^{-6}		

Tableau III-21. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

L'étude fréquentielle des instabilités est effectuée. La Figure III-66 représente la FFT de la vitesse tangentielle au nœud central du contact pour différents rapports h/L. Les mêmes résultats sont obtenus pour la vitesse des nœuds à l'entrée et à la sortie du contact. De plus, toutes les grandeurs caractéristiques du contact (contraintes, vitesses…) présentent les mêmes fréquences que celles obtenues Figure III-66.

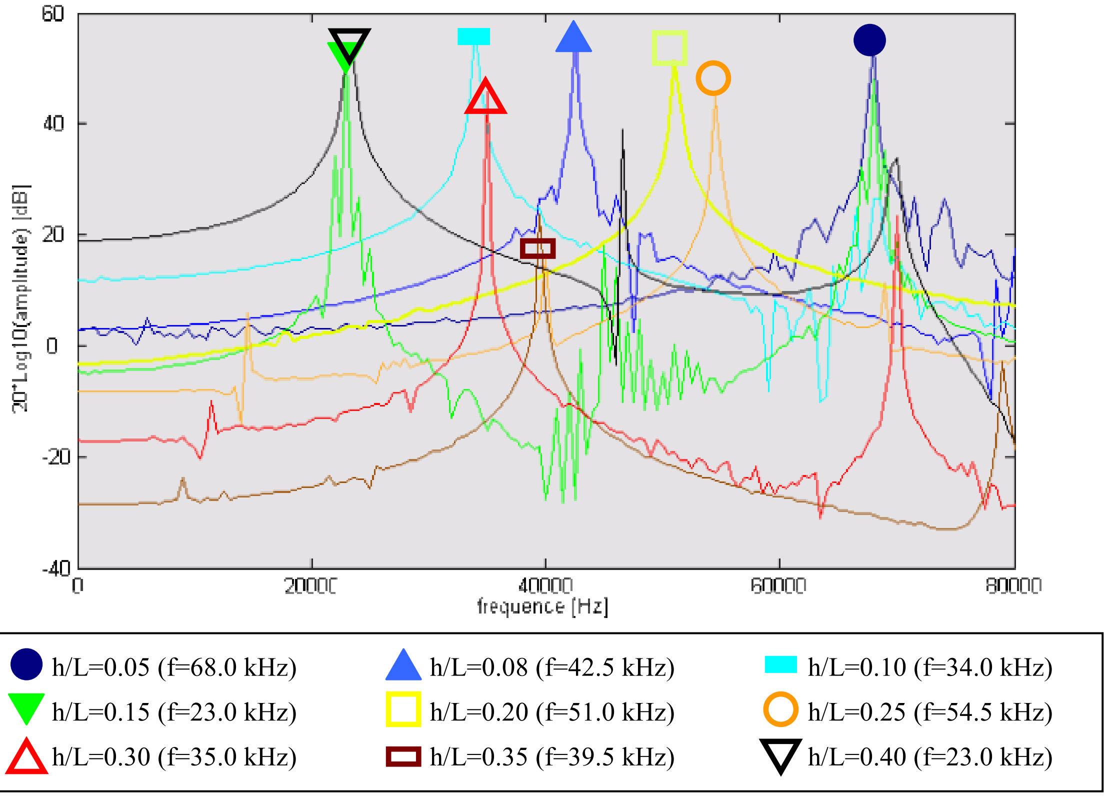


Figure III-66. FFT de la vitesse tangentielle du nœud central en contact pour différentes épaisseurs h (L=100mm)

Lorsque le rapport h/L est faible (≤0.15) les instabilités générées à la surface de contact sont similaires (en termes de types d'instabilités, d'angle et de niveau de contraintes) quelle que soit la valeur de h/L. On remarque ainsi que la fréquence dépend directement du rapport h/L : quand h/L est multiplié par un coefficient x alors la fréquence des instabilités est divisée par x. Les amplitudes des sollicitations issues de ces instabilités (vitesses, pressions) évolue dans le temps mais globalement sont assez semblables (mêmes amplitudes des FFT) pour les différentes valeurs de h/L.

Si h/L est plus grand que 0.15 alors il ne semble plus exister de rapport direct entre h/L et les instabilités. Ainsi la fréquence des instabilités augmente légèrement lorsque h/L passe de 0.20 à 0.25 mais diminue lorsque h/L passe de 0.25 à 0.3. Si l'on s'intéresse aux sollicitations, celles-ci varient en fonction de h/L (amplitude différentes des FFT) mais sans rapport direct avec la variation de h/L. La Figure III-67 représente l'évolution de la contrainte normale de contact au nœud central pour h/L variant entre 0.2 et 0.4. L'évolution de la contrainte normale de contact est bien périodique mais varie fortement en fonction de h/L. On remarque également que pour h/L=0.35 les sollicitations sont quasiment constantes localement. Pour cette valeur, les instabilités ont quasiment disparu et la surface de contact est presque entièrement glissante (comme le montre la Figure III-68).

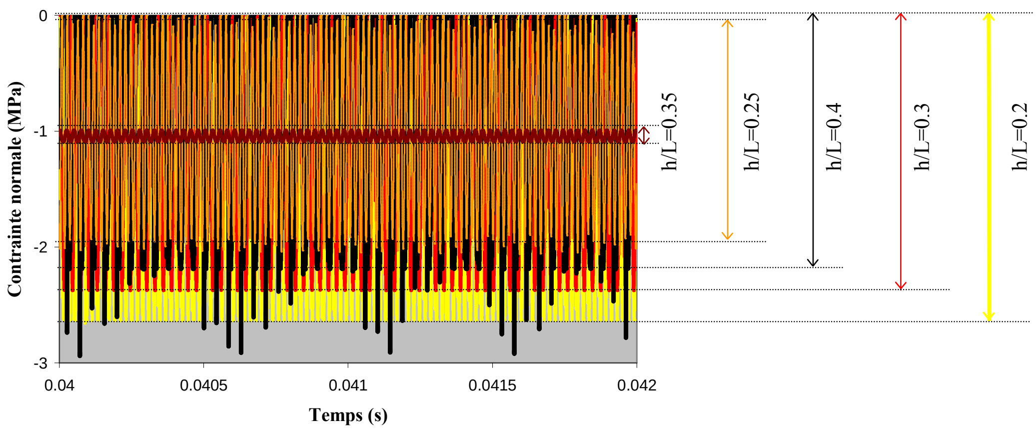


Figure III-67. Evolution de la contrainte normale du nœud central de la surface de contact pour différentes épaisseurs h (L=100 mm)

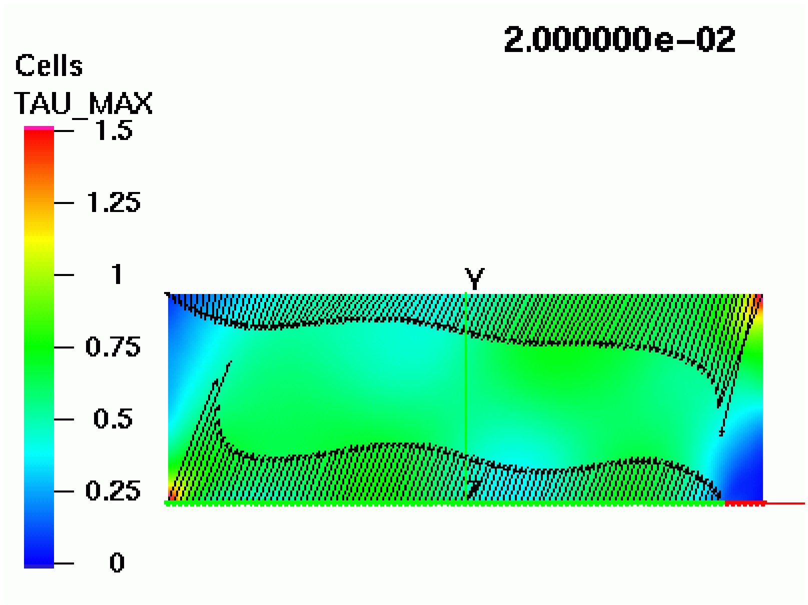


Figure III-68. Isovaleurs de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}), statut et vecteur force de contact de la surface de contact pour h=35 mm (L=100 mm)

Lorsque l'épaisseur *h* est importante devant la longueur *L*, les instabilités ainsi que les sollicitations résultantes dépendent fortement du rapport h/L sans cependant qu'il existe de corrélation directe. Pour certains rapports h/L, les instabilités peuvent même quasiment disparaître. Par contre, en dessous d'une certaine valeur seuil du rapport h/L (0.15 dans ce cas), les instabilités générées restent assez semblables en fonction du rapport h/L. Seule la fréquence des sollicitations varie mais leurs grandeurs sont similaires.

CHAPITRE IV. Aspect énergétique du contact : couplage thermomécanique

IV.1. INTRODUCTION

Lors du contact avec frottement entre deux premiers corps, il y a dissipation d'énergie et donc de chaleur au niveau du contact. Ce phénomène est d'autant plus important que les contraintes tangentielles ainsi que les vitesses relatives de glissement au contact sont importantes. Ainsi dans certains cas de contact avec frottement, l'énergie dissipée au contact et donc l'élévation de température en résultant ne peuvent être négligées. Ceci est par exemple le cas du frottement de freins carbone-carbone dans l'aéronautique où la température atteint 600°C lors de l'atterrissage et jusqu'à 2000°C en freinage d'urgence.

Dans le domaine automobile, les effets thermomécaniques existent également. Un grand nombre d'auteurs, dont on peut citer [BARB 67], [DOW 72], [KENN 74], [LEE 93b], [LEE 94], ont montré que des instabilités thermomécaniques à basses fréquences (quelques centaines de Hz) peuvent être générées dans le contact frottant par exemple dans les organes de freins ou encore les embrayages. Ces instabilités thermomécaniques se traduisent généralement par l'établissement de zones localisées à très forts gradients thermiques, appelées points chauds (*hot spots*). Ces phénomènes sont caractérisés par des déformations thermiques locales et des concentrations de contraintes pouvant induire l'amorçage de fissures ou la génération de vibrations de type *judder*.

La première partie de la thèse a permis de mettre en évidence différents régimes d'instabilités de contact tels que l'adhérence-glissement-décollement, l'adhérence-glissement ou encore le glissement-décollement. Les instabilités ainsi mises en évidence ont des fréquences plus élevées (de quelques kHz à plusieurs dizaines de kHz) que celles responsables des phénomènes de *judder* et de points chauds (quelques centaines de Hz). L'aspect énergétique de ces instabilités dynamiques de contact sera donc étudié afin de comprendre leur influence sur la dissipation d'énergie.

Dans un premier temps, seule l'évolution de la dissipation d'énergie en fonction des régimes des instabilités pour un cas de calcul isotherme sera étudiée.

La dissipation d'énergie, donc la production de chaleur, entraîne une dilatation pouvant accroître localement le champ de pression et ainsi modifier les conditions de contact et donc les instabilités. Pour prendre en compte cet aspect, un module de thermomécanique a été ajouté au code d'éléments finis en dynamique explicite PlastD. A chaque instant t, les conditions de dynamiques locales de contact (pressions et vitesses locales) sont introduites dans le module de thermique pour le calcul de l'élévation de température et de la dilatation locale résultante.

Le module permettant de simuler le couplage thermomécanique développé dans PlastD s'inspire du code explicite (Pollux) déjà existant permettant le couplage thermo-elasto-visco-plastique du procédé de formage des métaux [MICH 93]. Ce code développé en axisymétrique a été étendu au cas de déformation plane.

IV.2. ETUDE DE LA DISSIPATION D'ENERGIE D'UN CONTACT ISOTHERME

Lorsque deux corps se déplacent l'un par rapport à l'autre avec du frottement, une puissance surfacique est dissipée par le frottement (Q_f en W/m²). Cette puissance s'exprime en fonction de la contrainte normale de contact (σ^n), du coefficient de frottement (μ) et de la vitesse relative de glissement (V_{gliss}) (Equation (IV-1)). L'intégrale par rapport au temps de cette puissance donne donc l'énergie par unité de surface dissipée par frottement en J/m².

$$Q_f = \mu\, V_{gliss}\, \sigma^n \qquad \text{(IV-1)}$$

Le code de calcul PlastD permet de connaître localement au niveau de la surface frottante la dynamique locale (vitesses, pressions, …). Il est donc possible de calculer la dissipation d'énergie par frottement aussi bien macroscopiquement, en prenant en compte les grandeurs macroscopiques du système (pression et vitesse globales appliquées), que localement en tenant compte des grandeurs locales au niveau du contact déterminées par le code de calcul.

Le Chapitre III.3. a permis de montrer que du fait de l'apparition d'instabilités dans le contact, les grandeurs locales (à l'échelle du contact) peuvent être différentes de celles globales (à l'échelle du système). De plus, suivant le régime d'instabilités générées (adhérence-glissement, glissement-décollement ou encore adhérence-glissement-décollement) la variation des grandeurs locales peut être importante. Nous souhaitons donc comprendre dans quelle mesure la prise en compte de la dynamique locale du contact est importante dans le calcul de l'énergie dissipée. D'autre part, nous voulons également connaître l'influence de chacun des régimes d'instabilités.

Pour cela le cas de la plaquette élastique frottant sur une surface rigide est repris. Des frontières périodiques sont imposées sur les parois latérales de la plaquette afin que les conditions de contact soient les mêmes en tous nœuds de la surface frottante. Le modèle et les caractéristiques sont présentés Figure IV-8 et Tableau IV-1.

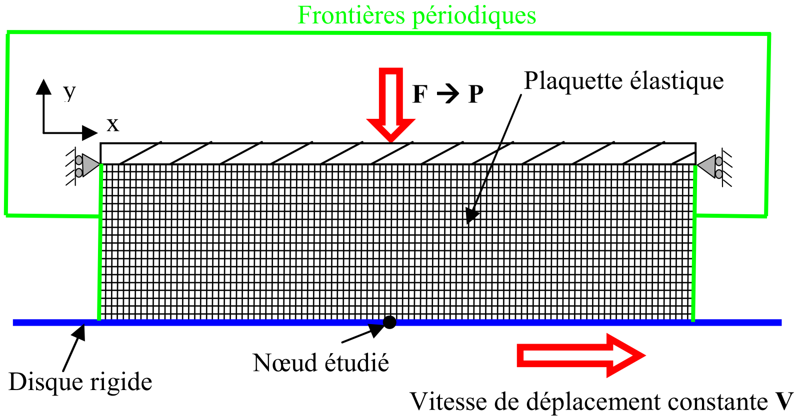


Figure IV-1. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec frontières périodiques

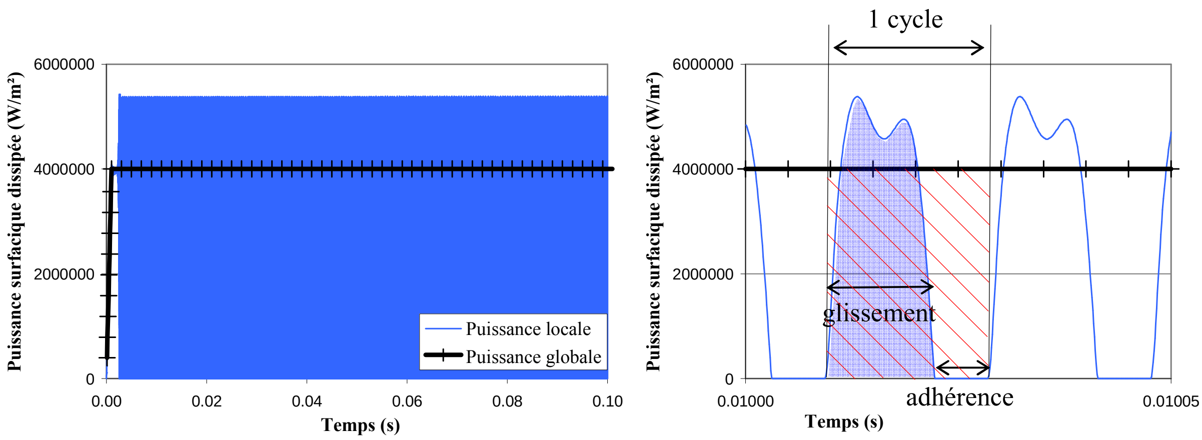
Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.2×10^{-6}
Coefficient de frottement, μ	0.4		

Tableau IV-1. Caractéristiques géométriques, matériaux et de simulation du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

IV.2.1. Nécessité de prendre en compte la dynamique locale de contact

Dans un premier temps nous souhaitons voir si les instabilités générées dans le contact et donc la prise en compte de la dynamique locale de contact modifient la dissipation d'énergie. Pour celà, un cas de calcul dans lequel des instabilités de type adhérence-glissement sont générées (V=1 m/s et P=10 MPa) est considéré. Il est alors possible de calculer la puissance surfacique dissipée localement par frottement en tenant compte des valeurs locales des pressions de contact et des vitesses relatives de glissement. Cette puissance locale est alors comparée à celle dissipée globalement qui ne tient compte que des grandeurs globales appliquées au système (V=1 m/s, P=10 MPa, μ=0.4).

Si les instabilités générées dans le contact ne sont pas prises en compte, la puissance surfacique globale est constante dans le temps et égale à l'énergie globale amenée au système : $\mu V P = 4$ MW/m². Par contre si les instabilités sont prises en compte, alors la puissance locale varie au cours du temps (Figure IV-2). Il existe des cycles d'instabilités au niveau du contact. Pour ce cas de chargement un cycle est composé d'une phase d'adhérence et d'une phase de glissement. Pendant la phase d'adhérence, la puissance dissipée est nulle. Pendant la phase de glissement, les contraintes tangentielles et les vitesses de glissement au contact évoluent dans le temps, la puissance dissipée varie donc également.



(a) total

(b) zoom une fois les instabilités établies

Figure IV-2. Puissance surfacique dissipée par frottement pour un nœud du contact (W/m²). Comparaison du calcul global et du calcul local

Si l'énergie dissipée sur un cycle limite est calculée, comparer l'énergie dissipée localement et globalement revient à comparer les aires bleue ( ) et rouge ( ) respectivement (Figure IV-2). En présence d'instabilités l'aire rouge est plus petite que la bleue, les instabilités entraînent donc une diminution de la dissipation d'énergie sur un cycle par rapport à un cas en glissement stable.

Pour comprendre d'où provient cette diminution, il est nécessaire de comprendre l'évolution de la contrainte tangentielle de contact et de la vitesse relative de glissement en présence d'instabilités. Ces grandeurs sont tracées en fonction du temps Figure IV-3. La valeur moyenne de la contrainte tangentielle est plus faible lors de la phase de glissement que lors de la phase d'adhérence ([ADAM 00]). Ainsi, dans les phases dissipatrices d'énergie (phases de glissement), bien que la vitesse relative de glissement locale soit supérieure à la valeur globale, la contrainte tangentielle locale est inférieure à la valeur globale. L'énergie dissipée localement pendant la phase de glissement n'est donc que légèrement plus importante que celle qui serait dissipée dans un contact parfaitement glissant. Cette différence ne compense pas l'énergie qui n'est pas dissipée par le régime instable pendant la phase d'adhérence.

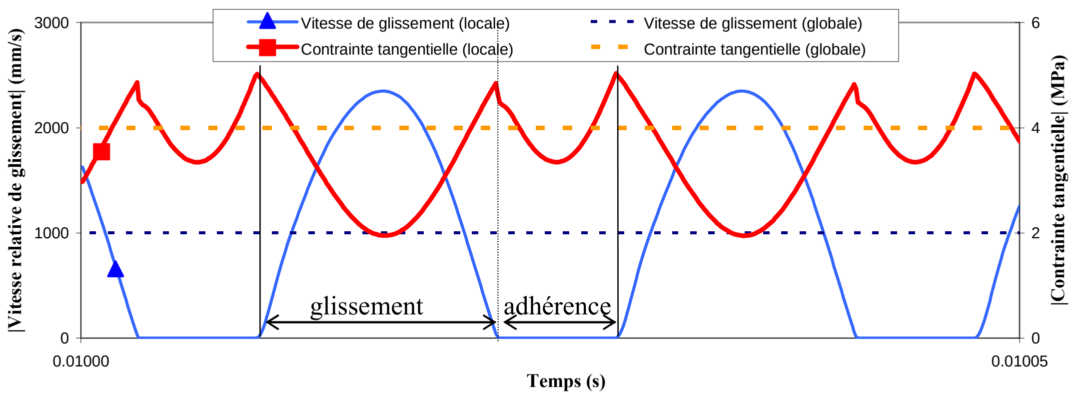
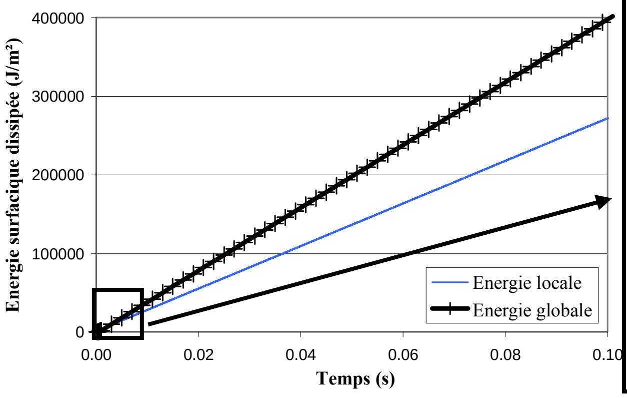


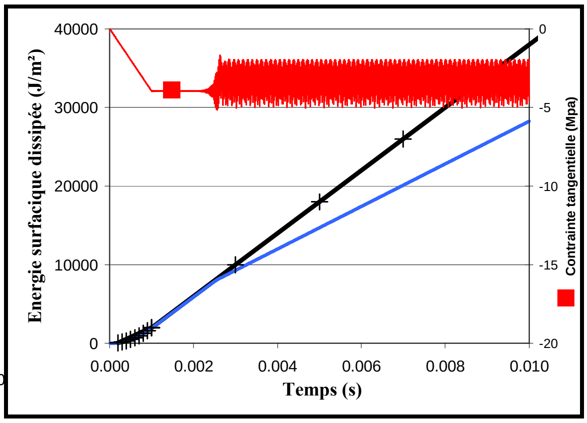
Figure IV-3. Représentation de l'évolution de la contrainte tangentielle de contact et de la vitesse relative de glissement pour un nœud du contact en fonction du temps. Comparaison des variables globales et locales.

Il est alors possible de tracer l'énergie dissipée cumulée dans le temps (Figure IV-4). L'énergie dissipée par frottement en prenant en compte la présence d'instabilités est donc bien plus faible que celle prenant en compte un contact parfaitement glissant. Jusqu'à 0.003s (Figure IV-4 (b)), les instabilités n'étant pas encore apparues, la surface de contact est localement parfaitement glissante. La même énergie est alors dissipée globalement et localement. Par contre, dès que les instabilités apparaissent (t>0.003s), l'énergie dissipée localement devient plus faible que celle dissipée globalement.

Une partie de l'énergie amenée au système mécanique (équivalent à l'énergie globale) est donc utilisée pour la génération et la propagation des instabilités. Il ne reste donc plus qu'une partie de l'énergie initiale qui peut être dissipée par frottement (et donc générer un échauffement).



(a) total



(b) zoom sur la partie initiale

Figure IV-4. Energie dissipée par frottement (J/m²). Comparaison du calcul global et local

IV.2.2. Influence du régime d'instabilités genérées dans le contact sur la dissipation d'énergie

Nous avons donc pu montrer sur un cas d'instabilités de type adhérence-glissement que la prise en compte des instabilités modifie le calcul de la dissipation d'énergie. Nous souhaitons donc maintenant connaître l'influence du régime d'instabilités sur cette dissipation.

Comme nous avons pu le voir Chapitre III.4.3.3., pour changer facilement de régimes d'instabilités, il suffit de modifier soit la vitesse (V) /x soit la pression (P) /y qui sont appliquées au modèle. La Figure IV-5 rappelle, pour le cas de la plaquette avec frontière périodique (Figure IV-1, Tableau IV-1), le régime d'instabilités obtenu en fonction de ces deux paramètres. Trois couples vitesse-pression se trouvant dans chacun des trois régimes doivent donc être étudié pour comprendre l'influence du régime d'instabilités sur la dissipation de chaleur. Afin de faciliter la comparaison de la dissipation par frottement, nous avons choisi ces trois couples de telle sorte que la puissance surfacique globale dissipée reste toujours la même ($\mu \times {}^1V_{gliss} \times {}^1P = \mu \times {}^2V_{gliss} \times {}^2P = \mu \times {}^3V_{gliss} \times {}^3P$). Les trois couples suivants sont donc étudiés. Dans ce cas, la puissance globale dissipée est de 4 MW/m² :

- ■ instabilités de type glissement-décollement : V=4 m/s et P=2.5 MPa
- ▲ instabilités de type adhérence-glissement-décollement : V=2 m/s et P=5 MPa
- ● instabilités de type adhérence-glissement : V=1 m/s et P=10 MPa

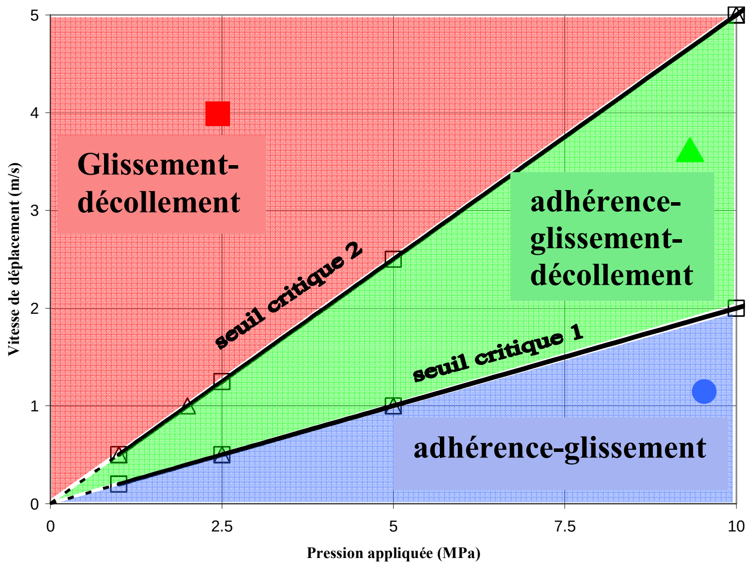


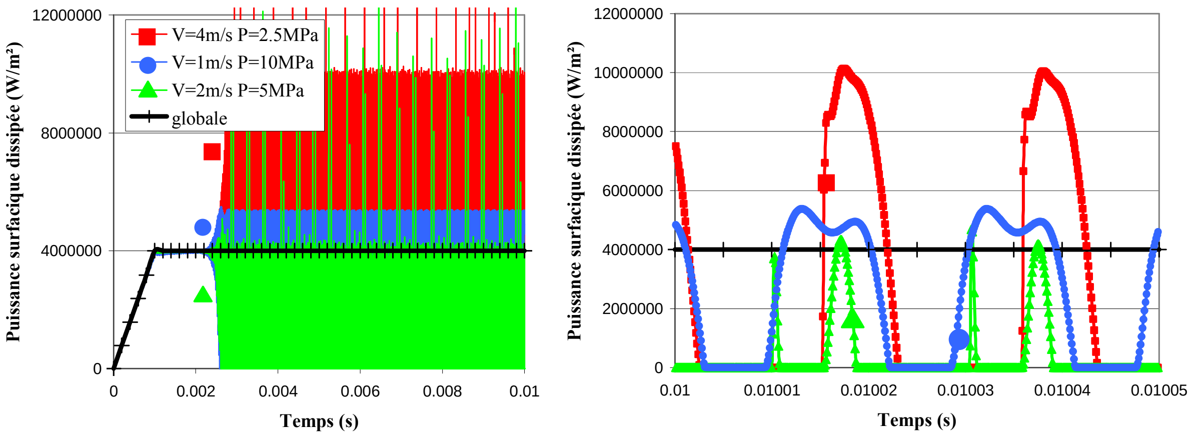
Figure IV-5. Représentation des différents régimes d'instabilités sur un graphique Vitesse/Pression (E=10000 MPa, ν=0.3 etμ=0.4)

Pour chacun des trois régime d'instabilités, l'évolution de la puissance surfacique dissipée localement en W/m² est tracée (Figure IV-6) et comparée à la puissance globale dissipée. Comme nous pouvons le constater, suivant le régime d'instabilités générées la dissipation est différente :

- Dans le cas d'instabilités de type **adhérence-glissement** ● (V=1m/s et P=10MPa), le maximum de la puissance dissipée localement est légèrement supérieur à la valeur globale mais les zones de contact ne dissipent de la puissance que 2/3 du temps d'un cycle limite (correspondant à la zone de glissement qui représente 2/3 de la surface en contact). Sur un cycle complet la valeur moyenne de la puissance dissipée est plus faible lorsque l'on tient compte des instabilités.

- Dans le cas d'instabilités de type **glissement-décollement** ▲ (V=4m/s et P=2.5MPa), il n'y a pas de zone d'adhérence permettant de concentrer le maximum des contraintes tangentielles. Celles-ci sont donc très importantes dans les zones de glissement. Les vitesses de glissement étant également importantes (oscillant entre 2.5 et 4.5 m/s), le maximum de la puissance dissipée est plus de deux fois supérieur à la dissipation globale. Par contre, le temps en glissement - donc le temps de dissipation de puissance - est plus faible que dans le régime d'instabilités du type adhérence-glissement. En effet les zones de glissement ne représentent que 40% de la surface théorique de contact.

- Dans le cas d'instabilités de type **glissement-adhérence-décollement** ■ (V=2m/s et P=5MPa), les zones de glissement sont les plus réduites (1/5 de la surface en contact dans ce cas extrême). Le temps de dissipation locale ne représente alors qu'1/5 du temps de dissipation globale. De plus, durant la phase de glissement, la puissance dissipée localement reste relativement faible (le maximum est environ égal à la valeur de la dissipation globale). Ceci vient de la diminution importante de la contrainte tangentielle dans cette zone. En effet le maximum des contraintes est concentré dans la zone adhérente qui ne dissipe pas d'énergie. Ce régime d'instabilités semble donc dissiper très peu de puissance.



(a) total

(b) zoom une fois les instabilités établies

Figure IV-6. Puissance surfacique dissipée par frottement (W/m²). Comparaison de la puissance globale et de la puissance locale en un nœud du contact pour différents régimes d'instabilités : adhérence-glissement, adhérence-glissement-décollement et glissement-décollement

Les énergies surfaciques dissipées localement pour les trois régimes d'instabilités ainsi que celle dissipée globalement sont tracées en fonction du temps (Figure IV-7). Une fois les instabilités générées, quel que soit le régime d'instabilités, l'énergie surfacique dissipée localement est toujours inférieure à celle dissipée globalement. Cette dernière est calculée en considérant que le contact est parfaitement glissant. Suivant le régime d'instabilités générées, l'énergie dissipée est plus ou moins importante. Ainsi, pour des instabilités de type glissement-décollement ou adhérence-glissement, la dissipation est du même ordre. Par contre dans le cas des instabilités de type adhérence-glissement-décollement, du fait des zones très réduites de glissement, l'énergie dissipée est beaucoup plus faible (3 fois plus faible) que celle calculée globalement.

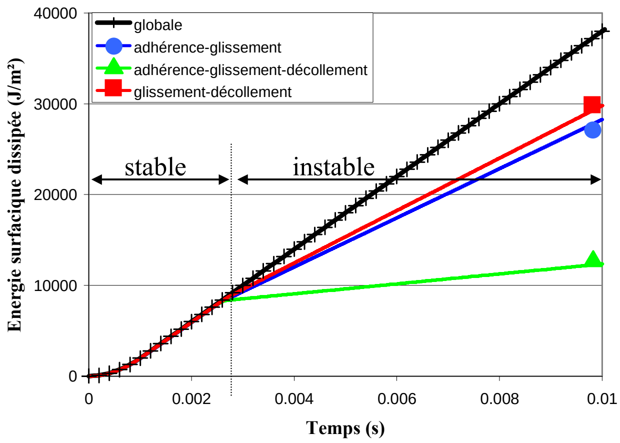


Figure IV-7. Energie dissipée par frottement (J/m²). Comparaison de l'énergie locale en un nœud du contact pour différents régimes d'instabilités (adhérence-glissement, adhérence-glissement-décollement et glissement-décollement) et de l'énergie globale

L'énergie globale dissipée par frottement correspond à l'énergie globale amenée au système mécanique. Cette énergie disponible peut-être utilisée dans le système sous différents mécanismes tels que le dégagement de chaleur (principal mécanisme), la déformation des corps, les transformations de surface ou encore les vibrations [ABDE 03]. Une fraction de l'énergie totale amenée est donc utilisée pour générer les instabilités, il reste donc moins d'énergie pour dissiper de la chaleur (équivalent à l'énergie dissipée par frottement localement tracée pour chacun des régimes d'instabilités Figure IV-7).

L'énergie nécessaire pour la déformation élastique des corps étant très faible, il est possible de faire l'hypothèse que l'énergie utilisée pour générer les instabilités est égale à l'énergie globale amenée dans au système moins l'énergie locale dissipée par frottement. La dissipation locale d'énergie par frottement étant la plus faible dans le cas d'instabilité du type adhérence-glissement-décollement (▲) cella signifie qu'une grand part de l'énergie amenée au système a été utilisée pour générer ces instabilités. Ce type d'instabilités est donc celui nécessitant le plus d'énergie. Par contre, les instabilités du type glissement-décollement (■) sont celles qui demandent le moins d'énergie pour être générée puisqu'une grande part de l'énergie amenée au système est dissipée par frottement.

IV.2.3. Limitations de l'étude isotherme

La dissipation d'énergie au niveau du contact entraîne une élévation locale de la température. Cette élévation entraîne une dilatation locale du matériau. Cette dilatation peut alors jouer un rôle sur les conditions locales de contact (contraintes, vitesses de glissement …). Si les phénomènes thermomécaniques sont pris en compte, l'évolution de ces grandeurs dans le temps peut alors devenir différente de celles obtenues en isotherme.

Pour illustrer ce problème, le cas d'étude traité par Stromberg [STRO 99] peut être cité. Celui-ci étudie en 2 dimensions la répartition des pressions de contact ainsi que des températures lors du contact avec frottement sous condition de fretting d'un corps élastique sur une fondation rigide (Figure IV-8). La face supérieure du corps élastique est encastrée alors que la face inférieure est en contact avec une fondation rigide. Initialement cette fondation rigide est déplacée de 0.1 µm suivant y afin de comprimer le corps élastique. Ensuite, un déplacement cyclique suivant x de la fondation est appliqué afin de simuler des conditions de fretting. La fondation se déplace ainsi cycliquement de ± 1 mm à une vitesse de ± 100 mm/s. Les propriétés matériaux et thermiques sont présentées Tableau IV-2.

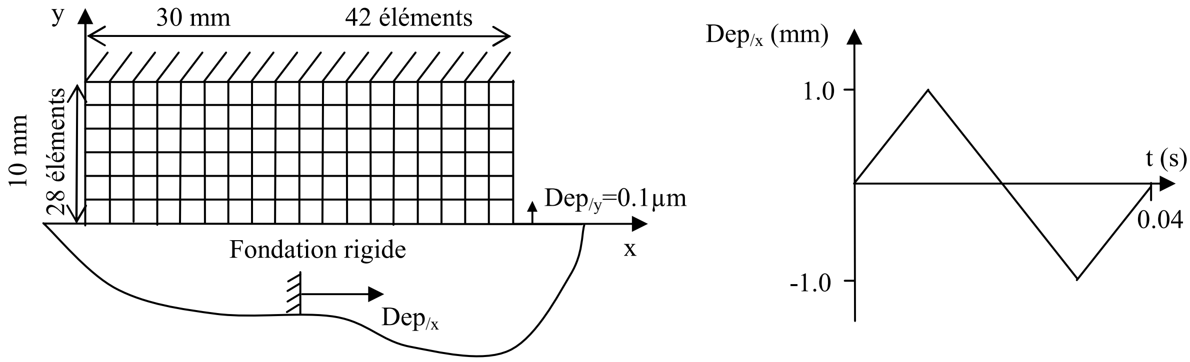


Figure IV-8. Présentation du cas d'étude d'un contact sous des conditions de fretting.

(a) Modèle utilisé
(b) Cycle de déplacement de la fondation rigide (fretting)

Module d'Young, E (MPa)	210000	Coefficient de dilation, δ_{dil} (K^{-1})	12×10^{-6}
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Conductivité, k (W/m/K)	46
Densité, ρ (kg/m^3)	7800	Chaleur spécifique, c_p (J/kg/K)	460
Coefficient de frottement, µ	0.3		

Tableau IV-2. Propriétés mécanique et thermique du corps élastique pour le cas de fretting

Il est alors possible de comparer le faciès de la pression de contact entre un cas purement mécanique (isotherme) et un cas tenant compte des effets d'élévation de température et de dilatation (thermomécanique) mais ne prenant pas en compte d'usure.

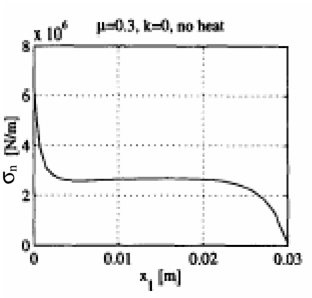
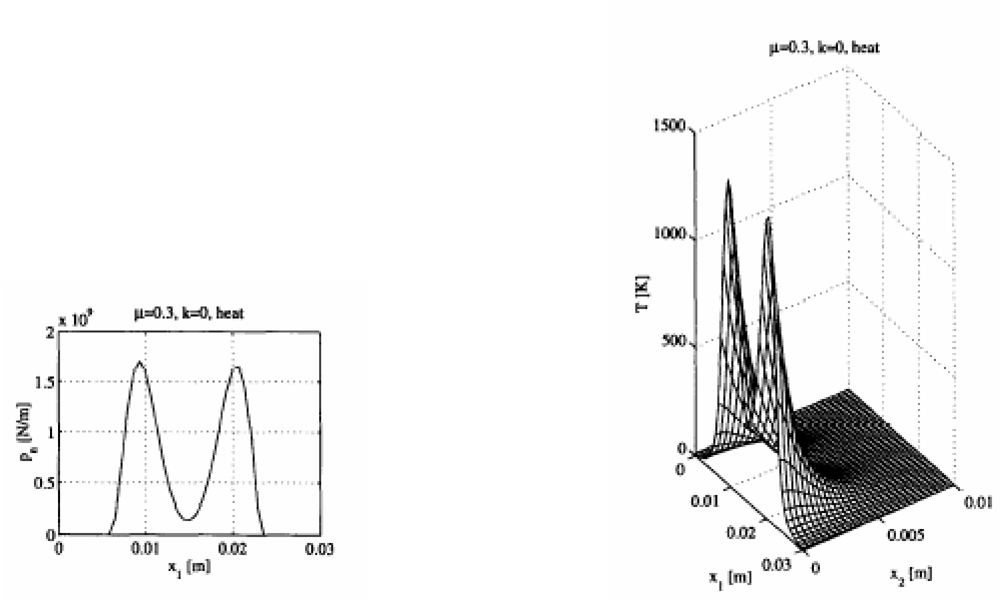


Figure IV-9. Représentation de la contrainte normale au niveau du contact dans un cas isotherme.
Issue de [STRO 99]



(a) (b)

Figure IV-10. Représentation de la pression normale au niveau du contact (a) et de la température dans le corps élastique (b) après 30 cycles de fretting en prenant en compte le couplage thermomécanique. Issue de [STRO 99]

La comparaison des pressions de contact Figure IV-9 et Figure IV-10 (a), permet de constater que la prise en compte des effets thermiques modifie fortement les résultats. En effet, dans le cas de fretting présenté ici, le couplage thermomécanique met en évidence la présence de deux zones de sur-contraintes sur la surface de contact correspondant à deux points chauds (Figure IV-10 (b)).

La prise en compte du couplage thermomécanique, et particulièrement de la dilatation, a une influence non négligeable sur les conditions de contact (contraintes, vitesses ….). Comme nous avons pu le montrer Chapitre III.2., le contact frottant entre deux corps peut être à l'origine d'instabilités dans le contact. L'étude isotherme de la dissipation d'énergie des instabilités (Chapitre IV.2.2) a mis en évidence une diminution de la dissipation d'énergie lorsque qu'il y a des instabilités par rapport à un calcul global où l'on suppose le contact parfaitement glissant. De plus suivant le régime d'instabilités, cette dissipation est plus ou moins importante. La variation de la dissipation en fonction de la présence ou non des instabilités et de leur régime peut donc être à l'origine d'une variation de dilatation et donc des conditions de contact. Il nous semble donc important d'étudier le couplage thermomécanique lors d'un contact frottant générant des instabilités.

C'est pourquoi un module thermomécanique a été rajouté au code de calcul. Celui-ci est ainsi présenté Chapitre IV.3. et IV.4. et une étude thermomécanique est réalisée Chapitre IV.5.

IV.3. RESOLUTION DU PROBLEME DE DIFFUSION DE LA CHALEUR

IV.3.1. Présentation du problème thermique

- *Le domaine de résolution :*

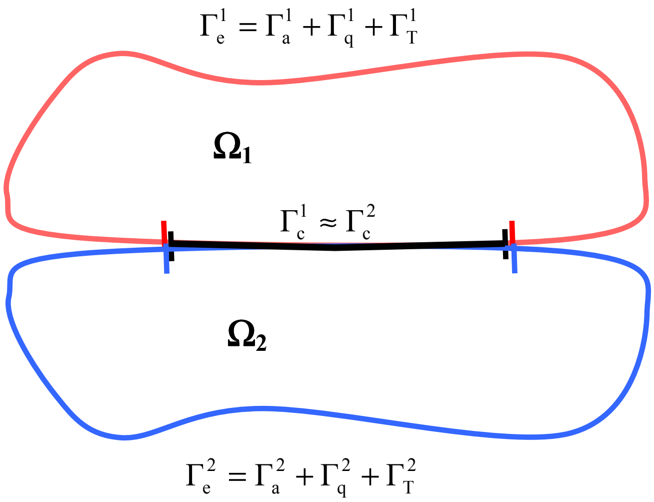


Figure IV-11. Définition du domaine de résolution thermique. Γ_c^i surface de contact, Γ_a^i frontière adiabatique, Γ_q frontière convective, Γ_T frontière à température imposée

Le domaine de résolution du problème thermique Figure IV-11 correspond au domaine mécanique. Le corps élastique Ω_i est délimité par une surface extérieure Γ_e^i et une surface en contact Γ_c^i correspondant à la surface en contact du domaine mécanique. La surface extérieure Γ_e^i correspond à la surface sur laquelle sont appliquées les conditions limites. Elle correspond donc à l'union des surfaces Γ_a^i, Γ_q^i et Γ_T^i sur lesquelles sont appliquées les différentes conditions limites présentées ci-dessous.

- *Les conditions limites :*

Les conditions limites à appliquer sur la frontière extérieure du corps Ω_i peuvent être de trois types.

- Une frontière adiabatique Γ_a^i : frontière sur laquelle le flux thermique la traversant est nul.

- Une frontière convective Γ_q^i : frontière sur laquelle un flux par convection q_c est imposé.

La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre la surface du solide et un liquide ou un gaz environnent. Le flux de convection q_c est fonction de la température T à la frontière Γ_q, de la température T_∞ du milieu infini (gazeux ou liquide) avec lequel il y a échange de chaleur ainsi que d'un coefficient α_c issu de l'expérimentation appelé coefficient de convection et exprimé en W/m²/K.

$$q_c = \alpha_c (T-T_\infty) \qquad \text{(IV-2)}$$

- Une frontière à température imposée Γ_T^i.

Dans certaines applications il est possible de prendre en compte des frontières à flux imposés par rayonnement. Le rayonnement correspond à l'échange de chaleur d'un corps à haute température à un autre corps à basse température lorsque les corps sont séparés dans l'espace. Cependant, dans les cas où les températures des corps sont proches de celle de l'atmosphère le flux par rayonnement peut être négligé. Le rayonnement n'a donc pas été pris en compte dans le code puisque dans les applications considérées l'élévation de température des corps n'est pas très importante. Il faut toutefois noter que certaines applications, comme la simulation le freinage aéronautique nécessiterons d'ajouter le flux par rayonnement.

- *L'équation de la chaleur :*

A l'intérieur du domaine Ω_i, la transmission de la chaleur se fait par conduction et par l'apport des sources de chaleur. A chaque point M du domaine Ω_i et en tout instant *t*, le champ de température du domaine doit satisfaire l'équilibre du transfert thermique. Le champ de température est alors solution de l'équation de la chaleur :

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \mathrm{div}(k \,\mathrm{grad}\, T) + Q \qquad \text{(IV-3)}$$

avec ρ la masse volumique (kg/m^3), c_p la chaleur spécifique (ou capacité thermique massique) (J/kg/K), *k* la conductivité thermique (W/m/K), *T* la température (K), *Q* le flux volumique des sources de chaleur (W/m^3) et *t* le temps (s).

- *Les puits et sources de chaleur :*

Les sources de chaleur (appelées également puits de chaleur) correspondent à la source interne d'énergie provenant de la contribution mécanique. Il existe deux sources principales de chaleur : la déformation plastique et le contact avec frottement.

Le flux des sources de chaleur Q peut alors s'écrire en fonction d'une fraction f_p de la puissance de déformation plastique et de la puissance dissipée au contact :

$$Q = f_p \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}}^P - \sigma^t . V_{gliss} \qquad \text{(IV-4)}$$

avec $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes, $\underline{\underline{d}}^{P}$ le tenseur des taux de déformations plastiques, σ^{t} la contrainte tangentielle au niveau du contact et V_{gliss} la vitesse de glissement au niveau du contact.

- *La formulation faible :*

Il est alors possible d'écrire la forme variationnelle faible associée à l'équation différentielle de la chaleur présentée Eq. (IV-3)). L'équation suivante est alors obtenue :

$$\int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} \rho c_p \dot{T} \upsilon \, d\Omega + \int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} k \, \mathrm{grad}\, T \, \mathrm{grad}\, \upsilon \, d\Omega = \int_{\Gamma_q} k \, \mathrm{grad}\, T \, \vec{n} \, \upsilon \, d\Gamma + \int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} Q \, \upsilon \, d\Omega \tag{IV-5}$$

avec υ une fonction test et $\vec{n}$ la normale extérieure à la surface Γ_q.

La loi de Fourrier (Eq. (IV-6)) permet d'introduire le flux appliqué à la surface par convection.

$$-k \, \mathrm{grad}\, T \, \vec{n} = q_c = \alpha_c \left(T - T_\infty\right) \tag{IV-6}$$

En introduisant les terme de couplage mécanique, la formulation faible de l'équation de la chaleur devient alors :

$$\int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} \rho c_p \frac{dT}{dt} \upsilon \, d\Omega + \int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} k \, \mathrm{grad}\, T \, \mathrm{grad}\, \upsilon \, d\Omega = -\int_{\Gamma_q} \alpha_c \left(T - T_\infty\right) \upsilon \, d\Gamma + \int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} Q \, \upsilon \, d\Omega \tag{IV-7}$$

avec :

$$\int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} Q \, \upsilon \, d\Omega = \int_{\Omega_1 \cup \Omega_2} f_p \left(\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}}^{P}\right) \upsilon \, d\Omega - \int_{\Gamma_c} \sigma^{t} \, u^{t} \, \upsilon \, d\Gamma \tag{IV-8}$$

IV.3.2. Discrétisation spatiale et temporelle

Une discrétisation spatiale de type éléments finis sur des éléments triangulaires à trois nœuds est réalisée sur le domaine Ω (Figure IV-12). En effet, une étude réalisée par [MICH 90] a montré que ce type d'éléments donne entière satisfaction tout en étant peu coûteux en temps de calcul pour la résolution du problème de diffusion de la chaleur.

Cette discrétisation a été développée par Zienchiewicz [ZIEN 00]. Dans chaque sous-domaine Ω_j l'approximation du champ de température T_j ainsi que des champs de flux $\dot{T}_j$ sont déterminés par les équations suivantes :

$$T_j = \sum_k N^k T_j^k \tag{IV-9}$$

$$\dot{T}_j = \sum_k N^k \dot{T}_j^k \tag{IV-10}$$

où N^k représentent les fonctions d'interpolation (fonctions de forme) des températures au nœud *k*. Ces fonctions de forme sont linéaires. Les vecteurs T_j^k et $\dot{\mathrm{T}}_j^k$ représentent respectivement la température et le flux de température du nœud *k* de l'élément Ω_j.

La fonction test υ présentée Eq. (IV-5) est choisie égale à ces fonctions de forme.

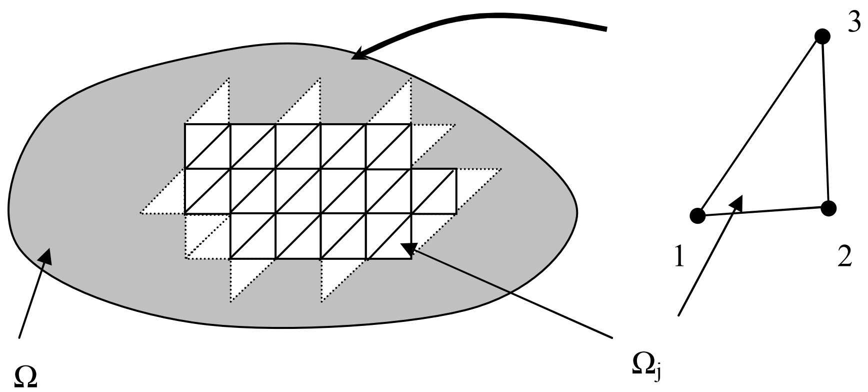


Figure IV-12. Représentation de la discrétisation spatiale en éléments triangles à 3 nœuds

La formulation faible de l'équation de la chaleur peut alors se mettre sous forme du système matriciel suivant :

$$ {}^{ther}\mathrm{M}^{ij}\,\dot{\mathrm{T}}^{j} + \mathrm{H}^{ij}\,\mathrm{T}^{j} = \mathrm{f}^{i}_{ther} \qquad \text{(IV-11)}$$

La matrice ^{ther}M, correspondant au terme d'énergie interne, est définie par l'équation (IV-12) avec c_p la chaleur spécifique du matériau (J.kg^{-1}.K^{-1}) :

$$ {}^{ther}\mathrm{M}^{ij} = \int_{\Omega} \rho c_p \mathrm{N}^i \mathrm{N}^j \, d\Omega \qquad \text{pour } i \text{ et } j \text{ allant de 1 à 3} \qquad \text{(IV-12)}$$

Afin de simplifier la résolution de l'équation (IV-11), cette matrice est rendue cohérente.

La matrice H comprend le terme de conduction du problème de diffusion de la chaleur avec k le coefficient de conduction du matériau (W.m^{-1}.K^{-1}). Elle s'exprime de la façon suivante :

$$ \mathrm{H}^{ij} = \int_{\Omega} k \,\mathrm{grad}\,\mathrm{N}^i \;\mathrm{grad}\,\mathrm{N}^j \, d\Omega \qquad \text{pour } i \text{ et } j \text{ allant de 1 à 3} \qquad \text{(IV-13)}$$

Le vecteur f_{ther} correspond quant à lui aux flux imposés par convection (avec α le coefficient de convection et T_∞ la température du milieu convectif) sur les surfaces externes ainsi qu'aux sources d'énergie interne Q :

$$ \mathrm{f}^{i}_{ther} = -\int_{\Gamma} \alpha_c \left(\mathrm{T}^i - \mathrm{T}_\infty\right) \mathrm{N}^i \, d\Gamma + \int_{\Omega} \mathrm{Q}\,\mathrm{N}^i \, d\Omega \qquad \text{(IV-14)}$$

Comme pour la résolution du problème mécanique, un schéma d'intégration explicite est mis en place pour résoudre l'équation de la chaleur (IV-11). La dérivée partielle des températures nodales par rapport au temps est approchée par un schéma aux différences finies sur un incrément de temps Δt :

$$\dot{T}_t = \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} = \frac{\Delta T_{t+\Delta t}}{\Delta t} \tag{IV-15}$$

A chaque pas de temps l'équation de la chaleur (IV-11) est résolue afin de déterminer le nouvel incrément de température $\{\Delta T_{t+\Delta t}\}$.

$$\Delta T_{t+\Delta t} = M^{-1}\left[f_t - H\,T_t\right]dt \tag{IV-16}$$

La stabilité de ce schéma explicite est alors conditionnée par la taille de l'incrément de temps Δt. Celui-ci doit alors vérifier le critère de stabilité suivant [KENN 83] :

$$\Delta t \leq \frac{l_{min}^2}{2D} \qquad \text{avec} \qquad D = \frac{k}{\rho c_p} \tag{IV-17}$$

où D représente la diffusivité thermique du matériau et l_{min} la longueur minimale des éléments.

IV.3.3. Le couplage thermomécanique

La mise en œuvre du couplage des phénomènes mécaniques et thermiques peut être réalisée de différentes façons. Une première méthode consiste en un couplage complet [LUGT 86]. Dans cette méthode la variation de température pendant un incrément de temps Δt est prise en compte et intervient en tant qu'inconnue nodale supplémentaire du système. Ce type de méthode est souvent associé à un algorithme de résolution implicite. Une deuxième méthode consiste en un couplage séquentiel : à chaque pas de temps t on effectue la résolution du système mécanique isotherme à la température déterminée à t-Δt suivi de la résolution du système thermique à géométrie fixe venant d'être déterminé. Dans ce cas on considère donc qu'il n'y a pas d'évolution de la température pendant la résolution du système mécanique. Pour que cette hypothèse soit valable il est nécessaire que le pas de temps soit petit. Cette méthode est usuellement utilisée avec un schéma d'intégration explicite.

La résolution du problème mécanique étant faite explicitement dans notre code, nous avons choisi cette dernière méthode pour le couplage thermomécanique. Le problème mécanique étant résolu sur des éléments quadrangles à 4 nœuds alors que le problème thermique l'est sur des éléments triangulaires à 3 nœuds, il est nécessaire de coupler les deux types de maillage. En effet, les températures nodales sont connues sur les nœuds des éléments triangulaires et il est nécessaire de connaître la température des nœuds des quadrangles afin de pouvoir prendre en compte la dilatation du maillage mécanique. Pour cela chaque élément quadrangle mécanique est divisé en deux éléments triangulaires correspondant au maillage thermique. Chaque nœud des triangles correspond donc à un nœud du quadrangle (voir Figure IV-13). L'algorithme de résolution explicite est présenté Figure IV-14. Le pas de temps est alors choisi avec le critère de stabilité de la résolution mécanique. En effet ce critère est plus restrictif que celui pour la résolution thermique.

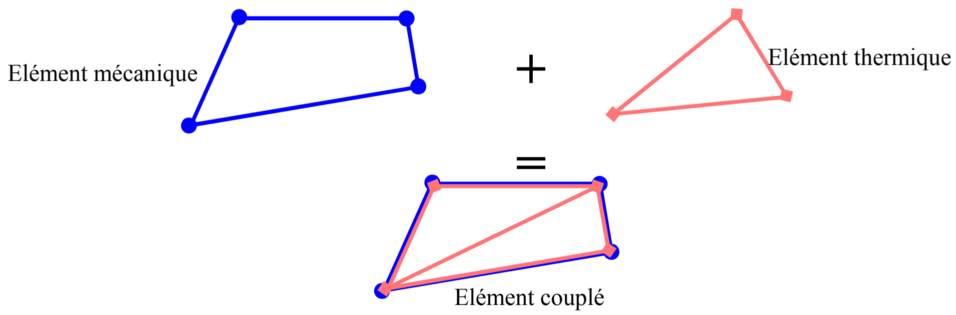


Figure IV-13. Couplage du maillage mécanique et thermique

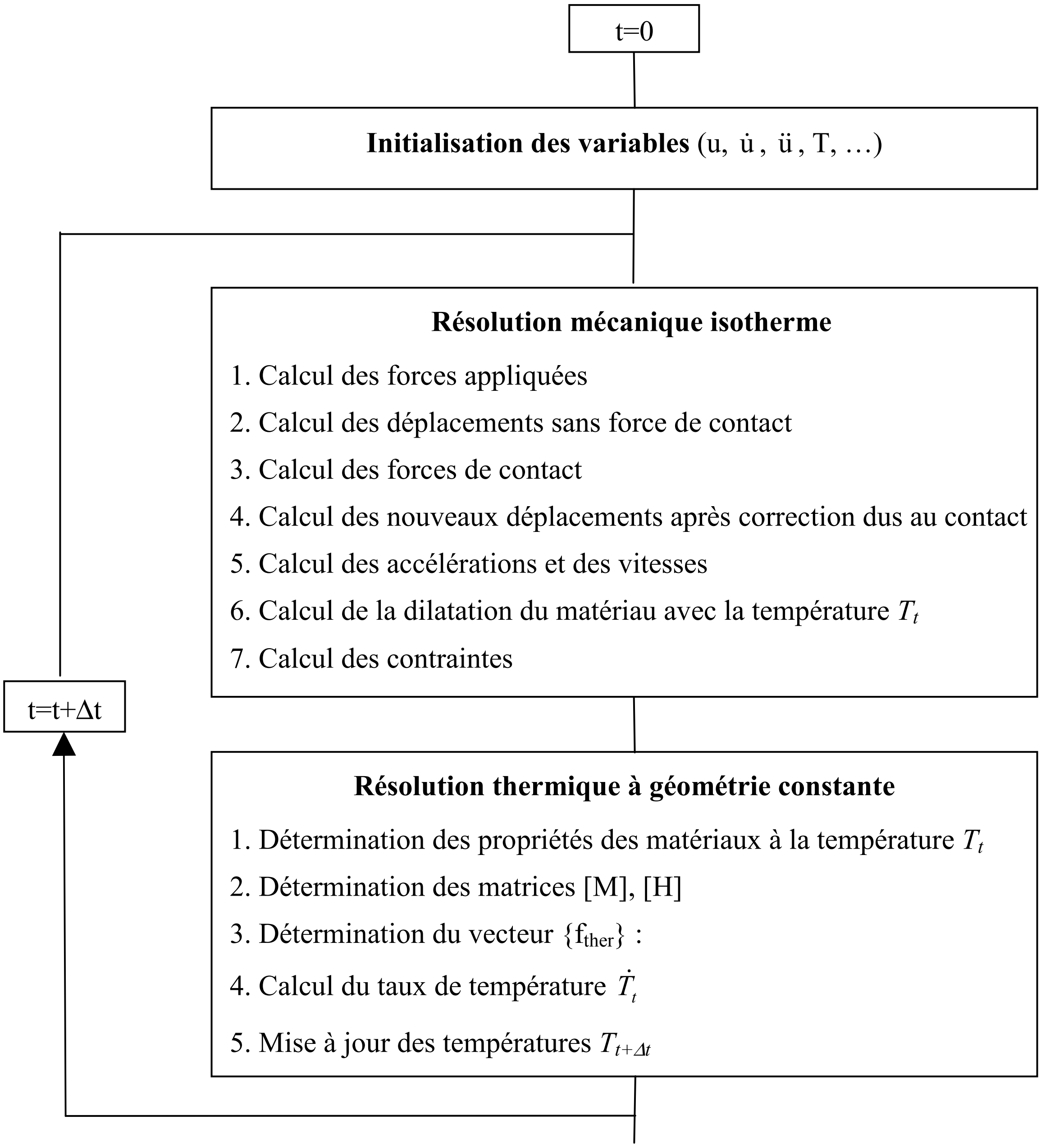


Figure IV-14. Algorithme de résolution thermomécanique par un schéma d'intégration explicite

IV.4. LES MODELES THERMIQUES

Lors de la résolution du problème thermique, l'aspect le plus difficile à modéliser est la transmission de la chaleur au niveau du contact. Cette transmission peut se décomposer en deux parties :

- la conduction thermique à travers l'interface de contact lorsque les températures des surfaces des corps en contact sont différentes
- la dissipation d'énergie (et donc de chaleur) dans le contact par frottement.

Le problème de conduction thermique est le plus facile à traiter. Pour cela un modèle de conductance thermique de contact est souvent utilisé. Celui-ci est présenté Chapitre IV.4.1.

Pour le problème de la génération de flux de chaleur par frottement, la quantité facilement mesurable *a priori* est l'énergie totale dissipée à l'interface par frottement (voir Chapitre IV.2). Le problème se pose ensuite de savoir comment cette énergie totale se répartit dans les corps en contact. Ce problème étant très complexe, plusieurs approches sont possibles. Trois modèles seront présentés ici.

IV.4.1. Flux de conduction à l'interface de contact

Pour la conduction thermique dans le contact, le modèle le plus utilisé correspond à introduire une conductance thermique de contact h_c (W/m^2/K) (inverse d'une résistance thermique de contact). Le flux de conduction (q_k^i) traversant l'interface de contact et rentrant dans le corps *i* est alors égale à :

$$q_k^i = h_c^i (T_i - T_0) \qquad \text{avec i allant de 1 à 2} \qquad \text{(IV-18)}$$

avec T_0 la température intrasèque de l'interface et T_i la température de surface du corps *i*.

En faisant l'hypothèse que l'interface à une capacité calorifique nulle, les conditions thermiques de contact sont :

$$q_k^1 + q_k^2 = 0 \qquad \text{(IV-19)}$$

En combinant les équations (IV-18) et (IV-19), une nouvelle expression pour le flux de conduction traversant la surface de contact Γ_c et rentrant dans le corps *i* est obtenue. Celle-ci s'exprime uniquement en fonction des températures de surface des deux corps :

$$q_k^1 = \frac{h_c^1 h_c^2}{h_c^1 + h_c^2}(T_1 - T_2) \qquad \text{et} \qquad q_k^2 = \frac{h_c^1 h_c^2}{h_c^1 + h_c^2}(T_2 - T_1) \qquad \text{(IV-20)}$$

La conductance thermique de contact permet de rendre compte d'une surface de contact réelle plus faible que la surface de contact apparente. En effet, dans un contact réel, du fait des irrégularités de surface, seule une partie de l'interface de contact se trouve réellement en contact. La conduction à travers la surface de contact se fait principalement au niveau de ces zones de contact. Ceci va générer une résistance thermique du contact (inverse de la conductance). La conductance thermique dépend donc des pressions de contact, de l'état de déformation des surfaces, des propriétés des matériaux… Si l'on choisi une conductance de contact très importante, alors le contact sera considéré comme parfait (surface réelle en contact=surface apparente en contact).

Johansson [JOHA 93] puis Ireman [IREM 02] proposent de faire apparaître directement la contrainte normale au niveau du contact dans ces équations en introduisant une nouvelle conductance thermique de contact ϑ_c en W/N/K. L'expression du flux de conduction traversant la surface de contact Γ_c et rentrant dans le corps *i* devient alors :

$$q_k^1 = \frac{\vartheta_c^1 \vartheta_c^2}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2} \sigma^n (T_1 - T_2) \quad \text{et} \quad q_k^2 = \frac{\vartheta_c^1 \vartheta_c^2}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2} \sigma^n (T_2 - T_1) \qquad \text{(IV-21)}$$

IV.4.2. Dissipation d'énergie à l'interface

Une majorité des analyses conventionnelles de la génération de température par frottement prennent en compte un modèle à deux corps. Dans ces modèles, seuls les deux premiers corps sont considérés en contact. Il est alors nécessaire de déterminer quelle part de la chaleur générée est transmise dans chacun des deux premiers corps. Celle-ci peut varier dans le temps et dépend de nombreux aspects tels que :

- la nature du contact qui dépend des matériaux en présence, des états de surface, des duretés superficielles, …,
- des propriétés thermo-physiques des matériaux.

Le partage de flux met donc en jeu des phénomènes microscopiques complexes qui dépendent fortement des propriétés tribologiques.

Il existe différents modèles permettant de déterminer le partage de flux. Ceux-ci peuvent être rangés dans deux catégories : les modèles thermiques avec contact parfait et les modèles thermiques avec contact imparfait. Ces modèles sont brièvement présentés ci-dessous. Pour une plus ample description, il est possible de se référer à Denape [DENA 00] ou à Majcherczak [MAJC 03].

IV.4.2.1 Modèles thermiques avec contact parfait ou lisse

L'hypothèse de contact parfait est définie par une température moyenne des deux surfaces en contact identique. Cette hypothèse implique que la partition du flux entre les deux corps en contact est simplement dictée par les caractéristiques des différents matériaux ainsi que celles des surfaces d'échanges avec l'environnement. Le partage du flux total dissipé au contact (Q_f) se fait donc via un coefficient de partage *p*. Celui-ci correspond à la fraction du flux entrant dans le corps 1 (q_f^1). La fraction complémentaire (*1-p*) entre alors dans le corps 2 (q_f^2) avec :

$$q_f^1 = p\, Q_f \qquad \text{et} \qquad q_f^2 = (1-p)\, Q_f \qquad \text{(IV-22)}$$

Le coefficient de partage, pour le cas du frottement entre deux corps semi-infinis de même surface de contact a été défini par Vernotte [VERN 56] comme une fonction des effusivités thermiques (ξ_i) :

$$p = \frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2} \quad \text{et} \quad 1 - p = \frac{\xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \qquad \text{(IV-23)}$$

Le coefficient d'effusivité thermique du corps *i* est défini en fonction des caractéristiques thermiques du matériau *i* :

$$\xi_i = \sqrt{\rho_i c_{p_i} k_i} \qquad \text{(IV-24)}$$

avec ρ_i la densité (kg/m^3), c_{pi} la chaleur spécifique (J/kg/K) et k_i la conductivité thermique (W/m/K).

En 1958, H.S. Carslaw [CARS 58] propose un coefficient de partage lorsque les surfaces de contact sont différentes entre les deux premiers corps, ce qui est par exemple le cas du contact plaquette de frein/ disque de frein. Dans ce cas, l'expression du coefficient de partage de flux *p* devient :

$$p = \frac{S_1 \xi_1}{S_1 \xi_1 + S_2 \xi_2} \qquad \text{(IV-25)}$$

avec S_1 l'aire de la surface de frottement du corps 1 et S_2 celle du corps 2.

Le coefficient de partage des flux peut également s'exprimer en fonction des conductances de contact des deux corps : h_c^i en W/m²/K pour Xing [XING 02] ou ϑ_c^i en en W/N/K pour Johansson [JOHA 93] et Ireman [IREM 02]. Le coefficient de partage de flux *p* est alors :

$$p = \frac{h_c^1}{h_c^1 + h_c^2} \quad \text{ou} \quad p = \frac{\vartheta_c^1}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2} \qquad \text{(IV-26)}$$

IV.4.2.2 Modèles thermiques avec contact imparfait

Une autre approche de la modélisation de la dissipation d'énergie par frottement à l'interface de contact prend en compte les irrégularités de contact comme le frottement entre les aspérités des deux surfaces. La présence d'irrégularités sur les surfaces de contact limite considérablement l'aire réelle de contact et forme une barrière thermique. Entre les zones en contact, il y a présence d'un espace interstitiel dont la conductivité est généralement beaucoup plus petite que celle des solides. La présence de ces espaces interstitiels perturbe les mécanismes d'échange de chaleur. Il apparaît alors un phénomène de constriction des lignes de flux qui se traduit par une perturbation de la température de contact (Figure IV-15). Il est alors nécessaire de prendre en compte deux résistances thermiques de contact ; la première correspondant à la présence de l'aspérité et la deuxième correspondant à la restriction générée par le milieu interstitiel.

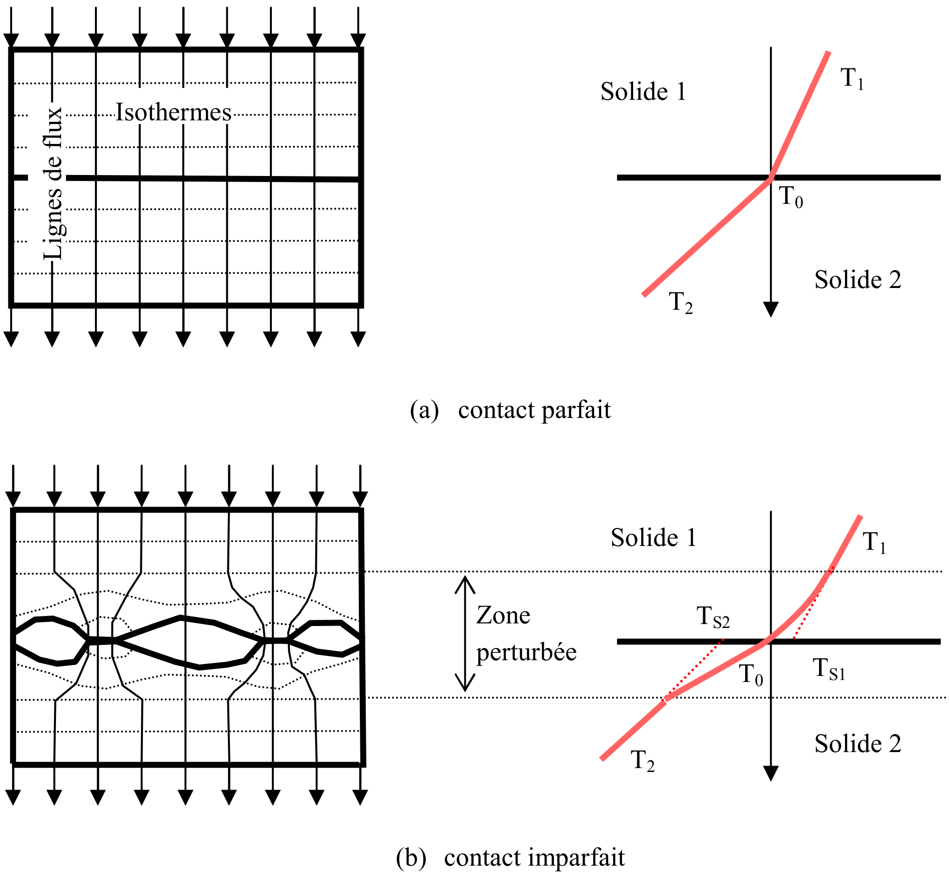


Figure IV-15. Représentation des lignes de flux et des champs de température à l'interface : (a) pour un contact parfait, (b) pour un contact imparfait. Représentation du phénomène de constriction

De nombreux auteurs se sont intéressés au frottement d'une aspérité sur une surface. L'hypothèse de contact imparfait permet de classifier ces études en deux catégories : le contact statique et le contact glissant. Pour chacune de ces catégories, il est possible de définir deux sous-catégories : la notion de régimes thermiques permanent et transitoire.

Ces différents modèles ne seront pas détaillés ici car ils n'ont pas été retenus pour le développement du module de couplage thermomécanique de PlastD. Une description de ceux-ci peut être trouvée dans Majcherczak [MAJC 03].

IV.4.2.3 Modèle thermique avec loi d'usure

Comme nous l'avons vu Chapitre III.3.2., le contact avec frottement entre deux corps entraîne une usure des surfaces en contact. Le modèle le plus souvent utilisé pour modéliser l'usure ω est la loi d'Archard. Ce modèle permet de calculer l'évolution de l'usure dans le temps et ainsi modifier le déplacement des surfaces de contact en fonction de cette usure. Dans ce modèle, le taux d'usure $\dot{\omega}$ s'écrit sous la forme :

$$\dot{\omega} = k^{W} \sigma^{n} V_{gliss} \qquad \text{(IV-27)}$$

avec k^{W} le coefficient d'usure obtenu expérimentalement, σ^{n} la contrainte normale au niveau du contact et V_{gliss} la vitesse relative de glissement.

Il existe différents modèles permettant d'introduire l'influence de l'usure dans l'équation de la chaleur. Pour un certain nombre d'auteurs, la chaleur dissipée à l'interface est plus faible du fait de l'usure. En effet, ils considèrent qu'une partie du flux généré à l'interface est utilisé par le mécanisme pour générer l'usure des surfaces alors que l'autre partie part en dissipation de chaleur.

On peut ainsi citer le modèle d'Olesiak [OLES 97]. Il part de la constatation qu'une partie de l'énergie globale amenée au système est utilisée pour user le matériau Il reste donc moins d'énergie disponible pour dissipée de la chaleur par frottement. Il introduit donc un coefficient η correspondant à la partie du flux global amenée qui est "dissipée" par usure. Le flux dissipé par frottement (Q_f) qui se transforme en chaleur devient donc :

$$Q_f = (1-\eta)\,\mu\, V_{gliss}\,\sigma^n \tag{IV-28}$$

Sur la même hypothèse d'une baisse de la chaleur dissipée, un autre modèle est utilisé par Gu [GU 00]. Il considère que l'énergie utilisée pour user la surface dépend de la température de la surface T_0. Le flux dissipé par frottement (Q_f) est alors :

$$Q_f = \mu\, V_{gliss}\, P^n - T_0\dot{\omega} = \left(\mu - T_0 k^W\right)\sigma^n V_{gliss} \tag{IV-29}$$

Cependant, d'après Gu [GU 01], pour la plupart des systèmes mécaniques, l'énergie nécessaire à l'usure est très faible devant la chaleur générée par frottement.

Il existe également d'autres modèles qui considèrent que le mécanisme d'usure fait partie intégrante du phénomène de dégagement de chaleur [STRO 96], [IREM 02]. Dans ces modèles, le flux dissipé par frottement (Q_f) qui se transforme en chaleur vient en partie du frottement lui-même mais également de l'usure induite par le frottement. L'expression de Q_f est alors [GU 00] :

$$Q_f = (\mu + k^W\sigma^n)V_{gliss}\,\sigma^n \tag{IV-30}$$

Ireman [IREM 02] propose alors une répartition de ce flux de chaleur dans les deux corps en contact en fonction de la conductance ϑ_c^i (W/N/K). Les flux q_f^i du corps *i* sont alors égaux à :

$$\begin{aligned} q_f^1 &= \frac{\vartheta_c^1}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2}(\mu + k^W\ \sigma^n)\sigma^n V_{gliss} \\ q_f^2 &= \frac{\vartheta_c^2}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2}(\mu + k^W\ \sigma^n)\sigma^n V_{gliss} \end{aligned} \tag{IV-31}$$

Dans ce modèle, k^W étant généralement très faible, la partie de chaleur générée par l'usure reste faible devant celle générée par le frottement.

Quel que soit le modèle thermique choisi pour l'usure, la prise en compte de l'usure dans le calcul des déplacements permet de modifier le champ de contraintes à l'interface et ainsi de minimiser l'effet de la dilatation. Pour illustrer ce phénomène, le cas d'étude traité par Stromberg [STRO 99] est repris. Celui-ci étudie en 2 dimensions la répartition des pressions de contact ainsi que des températures lors du contact avec frottement sous conditions de fretting d'un corps élastique sur une fondation rigide (Figure IV-16). La face supérieure du corps élastique est encastrée alors que la face inférieure est en contact avec une fondation rigide. Initialement cette fondation rigide est déplacée de 0.1 µm suivant y afin de comprimer le corps élastique. Ensuite un déplacement cyclique suivant x de la fondation est appliqué afin de simuler des conditions de fretting. La fondation se déplace ainsi cycliquement de ± 1 mm à une vitesse de ± 100 mm/s. Les propriétés matériaux et thermiques sont présentées Tableau IV-3.

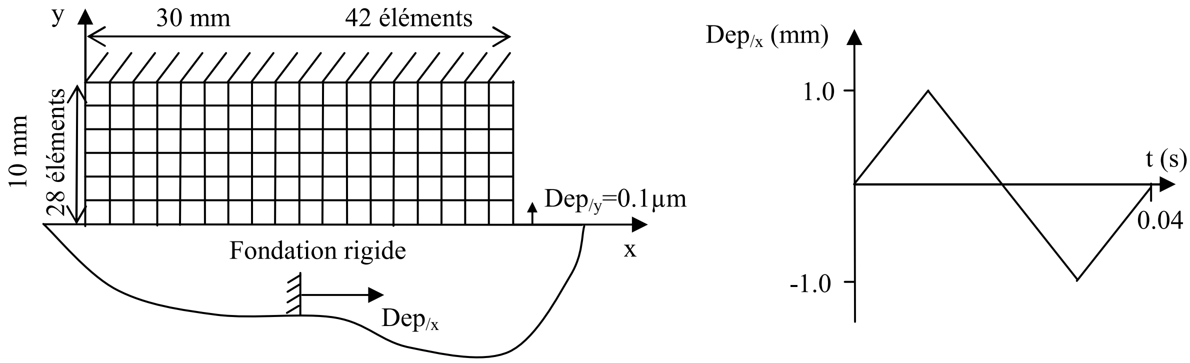


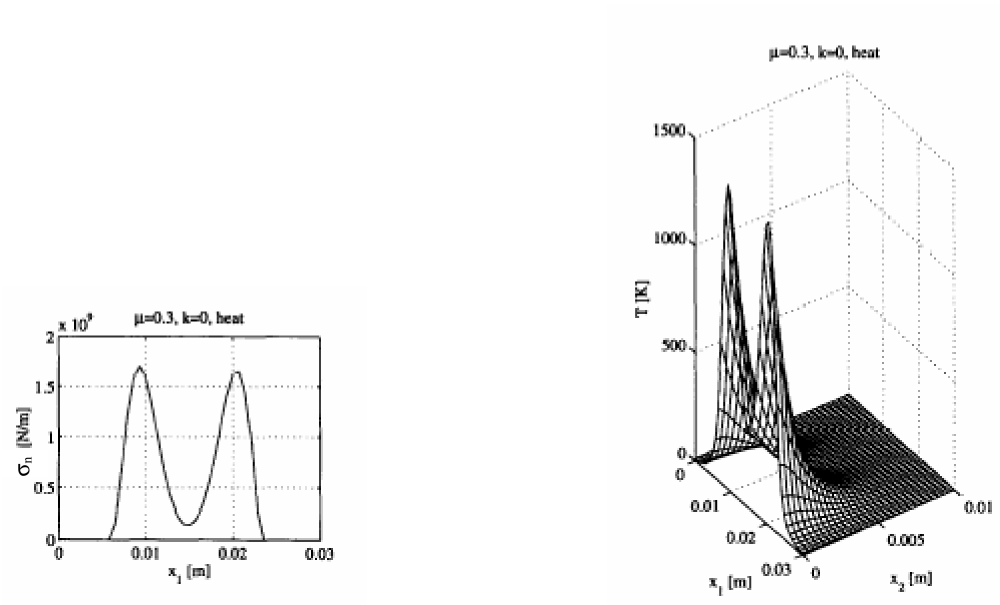
Figure IV-16. Présentation du cas d'étude d'un contact sous condition de fretting.

(a) Modèle utilisé
(b) Cycle de déplacement de la fondation rigide (fretting)

Module d'Young, E (MPa)	210000	Coefficient de dilation, δ_{dil} (K^{-1})	12×10^{-6}
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Conductivité, k (W/m/K)	46
Densité, ρ (kg/m^3)	7800	Chaleur spécifique, c_p (J/kg/K)	460
Coefficient de frottement, µ	0.3	Coefficient d'usure, k^W (Pa^{-1})	1×10^{-11}

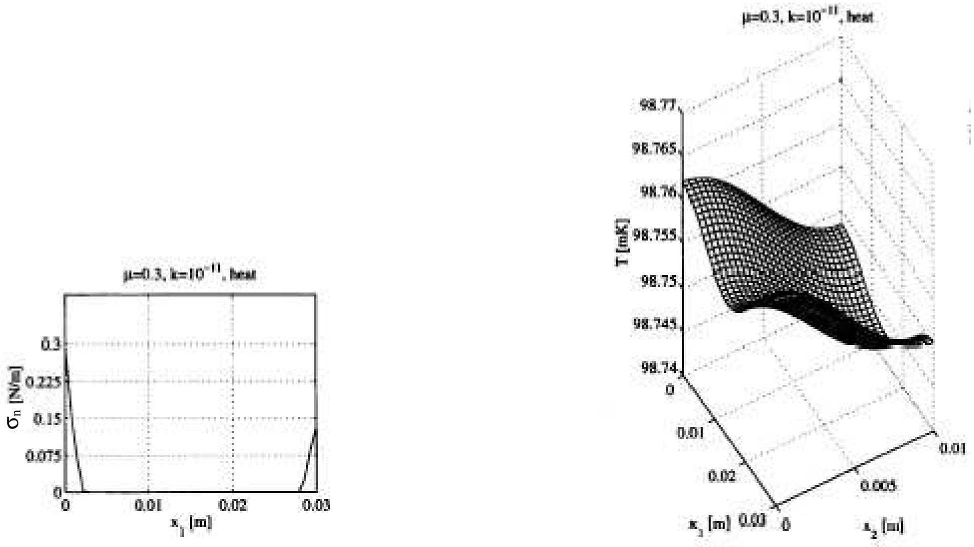
Tableau IV-3. Propriétés mécanique et thermique du corps élastique pour le cas de fretting

Le faciès de la pression de contact et la répartition de température après 30 cycles de fretting sont comparés entre un cas thermomécanique tenant compte de la dilatation mais sans usure (k^W =0) (Figure IV-17) et un cas thermomécanique tenant compte de la dilatation et avec une loi d'usure de type Archard (k^W =1×10^{-11}) (Figure IV-18). La prise en compte de l'usure permet de réduire fortement le champ de pression de contact induit par la dilatation. En effet, plus la dilatation est importante plus l'usure est importante et moins le champ de pression augmente. Les pressions étant plus faibles, l'élévation de température est également beaucoup plus faible.



(a) (b)

Figure IV-17. Représentation de la contrainte normale au niveau du contact (a) et de la température dans le corps élastique (b) après 30 cycles de fretting en prenant en compte le couplage thermomécanique sans usure. Issue de [STRO 99]



(a) (b)

Figure IV-18. Représentation de la pression normale au niveau du contact (a) et de la température dans le corps élastique (b) après 30 cycles de fretting en prenant en compte le couplage thermomécanique avec usure ($k^W=1\times10^{-11}$). Issue de [STRO 99]

IV.4.3. Choix du modèle thermique pour PlastD

Le module mécanique du code PlastD prend en compte le contact avec frottement entre deux surfaces parfaitement lisses (sans rugosités) sans considérer l'usure des corps en contact. Nous avons donc choisi un modèle thermomécanique adapté à ces surfaces lisses sans usure. Pour cela le modèle des contacts parfaits (IV.4.2.1) a été programmé. Pour le partage du flux généré par frottement, il est nécessaire de séparer les problèmes de contact entre deux corps élastiques et les problèmes de contact entre un corps élastique et une surface rigide.

Dans le premier cas, l'équation de la chaleur et les caractéristiques matériaux s'appliquent aux deux corps, il existe donc à l'interface un phénomène de conduction thermique et de partage du flux généré par frottement. Dans ce cas, le modèle d'Ireman [IREM 02] est programmé. Les expressions du flux de conduction (q_k) traversant la surface de contact Γ_c et rentrant dans le corps *i* et du flux de chaleur dissipée par frottement (q_f) allant dans le corps *i* s'expriment alors en fonction de la conductance ϑ_c (W/N/K) :

$$q_k^1 = \frac{\vartheta_c^1 \vartheta_c^2}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2} \sigma^n (T_1 - T_2) \quad \text{et} \quad q_k^2 = \frac{\vartheta_c^1 \vartheta_c^2}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2} \sigma^n (T_2 - T_1) \qquad \text{(IV-32)}$$

$$q_f^1 = \frac{\vartheta_c^1}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2} \mu \sigma^n V_{gliss} \quad \text{et} \quad q_f^2 = \frac{\vartheta_c^2}{\vartheta_c^1 + \vartheta_c^2} \mu \sigma^n V_{gliss} \qquad \text{(IV-33)}$$

Dans le cas d'un contact entre un corps élastique et une surface rigide, l'équation de la chaleur et les caractéristiques matériaux ne s'appliquent qu'au corps élastique. Dans ce cas, il n'y a pas de flux de conduction (q_k) traversant la surface de contact Γ_c. Quant au flux de chaleur dissipée par frottement (q_f) allant dans le corps élastique il s'exprime alors en fonction du coefficient de partage *p* :

$$q_f = p \, \mu \sigma^n V_{gliss} \qquad \text{(IV-34)}$$

Le coefficient de partage *p* est compris entre 0 et 1. Il permet de modéliser une perte de chaleur au niveau de contact. Si p=1 alors tout le flux généré par le frottement entre dans le corps élastique. Si p=0 alors tout le flux est perdu.

IV.5. ETUDE THERMOMECANIQUE

Dans cette partie le couplage thermomécanique présenté chapitre IV.3 est utilisé afin d'étudier l'influence des instabilités de contact sur l'évolution de la température de contact dans le temps. Pour cela, le cas de la plaquette dont l'étude de la dissipation énergétique isotherme a été menée Chapitre IV.2 est repris en tenant compte cette fois du couplage thermo-mécanique.

IV.5.1. Présentation du modèle

Le modèle de la plaquette élastique est rappelé Figure IV-19. Les caractéristiques géométriques et les propriétés matériaux de cette plaquette sont présentées Tableau IV-4.

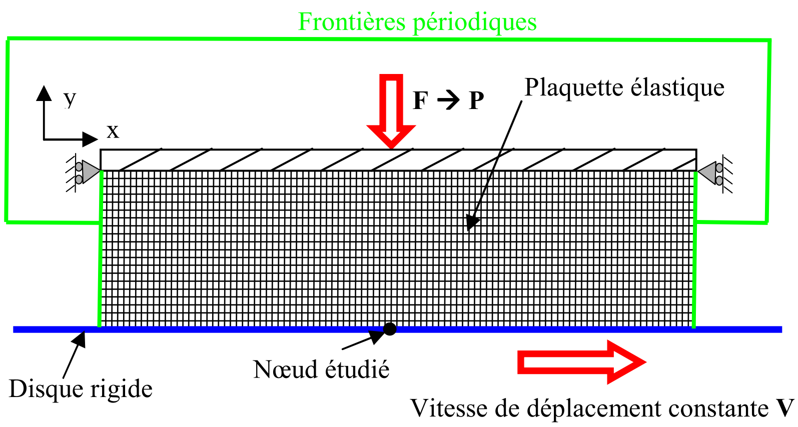


Figure IV-19. Modèle d'un contact plaquette déformable / disque rigide avec des frontières périodiques

Module d'Young, E (MPa)	10000	Longueur, L (mm)	100
Coefficient de Poisson, ν	0.3	Epaisseur, h (mm)	20
Densité, ρ (kg/m^3)	2000	Coefficient de frottement, μ	0.4
Conductivité thermique, k (W/m/K)	50	Coefficient de partage, p	1
Chaleur spécifique, c_p (J/kg/K)	300		
Coefficient de dilatation, δ_{dil} (K^{-1})	0.5×10^{-6}		

Tableau IV-4. Caractéristiques géométriques, et propriétés des matériaux du cas d'un contact plaquette déformable / disque rigide

Comme nous avons pu le voir, ce contact frottant génère des instabilités au niveau du contact. En fonction du chargement appliqué (P) et de la vitesse de déplacement (V) de la surface rigide ces instabilités peuvent être de différents types. Nous avons également montré (Chapitre IV.2.2) que suivant le régime d'instabilités l'énergie dissipée est différente.

Nous souhaitons donc maintenant voir l'évolution des températures pour une même puissance dissipée macroscopiquement ($Q^i = \mu P^i V^i$ =constante) dans un cas sans instabilité et dans un cas avec des instabilités. Un cas sans instabilité correspond à une simulation pour laquelle toute la surface en contact est localement parfaitement glissante. Un cas avec instabilités correspond à une simulation pour laquelle la surface en contact ne glisse pas parfaitement. Il peut alors exister localement des instabilités de type adhérence-glissement, de type adhérence-glissement-décollement ou encore de type glissement-décollement.

Pour des conditions de simulations données (vitesse de déplacement, pression, coefficient de frottement, …) la réponse du système présenté Figure IV-19 est soit stable localement (par exemple pour un coefficient de frottement faible) soit instable avec l'un des régimes cités ci-dessus (voir l'étude paramétrique menée Chapitre III).

Afin de comparer les températures de contact dans un cas stable et dans un cas instable pour les mêmes conditions de vitesses et de pression (et donc la même dissipation d'énergie globale), la solution mise en place est l'utilisation d'un amortissement matériau et d'un amortissement visqueux très importants pour empêcher la génération d'instabilités dans le contact. Ainsi, pour les deux cas de calcul (stable et avec instabilités) nous avons choisi les paramètres d'amortissement présentés Tableau IV-5. L'amortissement structural ζ résultant de ces paramètres est présenté lors de la mise en chargement (Figure IV-20). Il doit être d'environ 15% pour que les instabilités ne puissent être générées.

	Cas stable localement	Cas avec instabilités locales
Amortissement visqueux, β_v (s^{-1})	0.5×10^{-6}	0.2×10^{-6}
Amortissement de Rayleigh, α_R (s^{-1})	28500	0
Amortissement structural résultant, ζ (%)	15	2.3

Tableau IV-5. Paramètres d'amortissement choisis pour le cas d'étude stable et le cas avec instabilités de contact

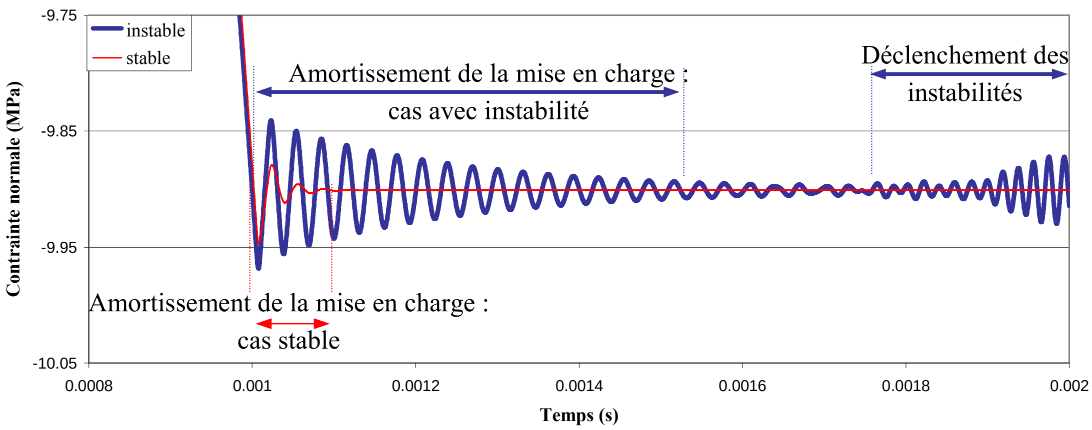


Figure IV-20. Amortissement de la contrainte de contact normale d'un nœud de la surface de contact de la plaquette lors de la mise en charge pour le cas avec instabilités et le cas sans instabilité

Pour l'étude de l'évolution de la température, les 3 couples de Vitesse-Pression, donnant 3 régimes d'instabilités, pour lesquels la dissipation d'énergie a été analysée chapitre IV.2.2 sont repris :

- instabilités de type glissement-décollement : V=4 m/s et P=2.5 MPa
- instabilités de type adhérence-glissement-décollement : V=2 m/s et P=5 MPa
- instabilités de type adhérence-glissement : V=1 m/s et P=10 MPa

IV.5.2. Evaluation macroscopique de la température de contact

L'évolution de la température dans le temps pour une même puissance surfacique globale dissipée est alors étudiée afin de comparer cette évolution lorsque des instabilités sont générées dans le contact (amortissement faible) et lorsque que localement la surface reste parfaitement glissante (amortissement important). Pour cela, l'étude des différents couples Vitesse-Pression est menée.

Ces températures de surface obtenues localement par le couplage thermomécanique du code PlastD seront comparées aux températures de surface obtenues macroscopiquement grâce à la théorie de Blok [BLOK 63], [ETTL 86] et [JIAN 01]. Cette théorie tient compte d'une source surfacique de chaleur d'intensité Q_f parcourant de façon stationnaire un demi-espace infini. La température T d'un point de la surface couvert par cette source de chaleur est alors obtenue en fonction du temps de passage *t* de la source de chaleur au dessus de ce point (Eq. (IV-35)). Le flux de chaleur Q_f généré par frottement s'exprime en fonction du coefficient de frottement μ, de la pression normale appliquée P et de la vitesse de déplacement de la source de chaleur V (correspondant pour le cas d'étude de la plaquette à la vitesse de glissement relative V_{gliss}).

$$T = C_{blok}\ Q_f \sqrt{\frac{t}{k\rho c_P}} = C_{blok}\ \mu VP \sqrt{\frac{t}{k\rho c_P}} \qquad \text{(IV-35)}$$

C_{blok} est un coefficient constant déterminé expérimentalement. Il dépend de la forme de distribution du flux de chaleur Q_f [BLOK 63] mais également des matériaux en contact [JIAN 01] [ETTL 86] et des défauts géométriques (aspérités).

Pour un chargement uniforme et un contact métal-métal une valeur de C_{blok}=1.13 (=$2/\sqrt{\pi}$) peut être choisie [BLOK 63] [JIAN 01]. La variation de ce coefficient en fonction des matériaux vient du fait que la théorie de Blok ne s'intéresse au transfert de chaleur que dans un des corps en contact. En effet, aucune information n'est connue sur la fraction du flux de chaleur généré par frottement transmise au corps concerné. Suivant les matériaux des corps en contact, la fraction du flux transmise au corps concerné peut être plus ou moins importante (voir chapitre IV.4) ce qui influence sa température de contact. Le coefficient C_{blok} permet donc, grâce à une détermination expérimentale, de prendre en compte ce partage de flux. Ce coefficient permet également de rendre compte d'une perte de température due à un contact partiel entre aspérités. Ainsi Ettles [ETTL 86] a obtenu une valeur C_{blok}=0.5 pour un contact métal-métal imparfait (avec aspérités).

La valeur de C_{blok}=1.13 semble être la valeur la plus souvent utilisée pour un chargement uniforme. Le contact entre la plaquette et la surface rigide étant macroscopiquement parfaitement glissant, l'hypothèse d'un chargement uniforme est donc valable. La valeur C_{blok}=1.13 sera donc fixée pour le calcul de la température de Blok dans le cas de la plaquette soumis à un flux de 4 MW/m².

Les résultats obtenus seront également comparés à la température de surface calculée au nœud central de la plaquette par le code éléments finis commercial Abaqus en prenant en compte un flux surfacique constant (= 4 MW/m²) sur la face inférieure de la plaquette.

IV.5.3. Etude de l'élévation de la température de contact

Nous présentons Figure IV-21 l'évolution de l'énergie surfacique dissipée et Figure IV-22 celle de la température de contact pour chacun des couples Vitesse-Pression (V-P) lorsque les instabilités sont générées mais également en "forçant" la stabilité (amortissement très élevé). Les températures obtenues avec la théorie de Blok ainsi qu'avec le code de calcul Abaqus sont également tracées. Lorsque le contact est parfaitement glissant, l'énergie dissipée est la même pour tous les couples V-P. Par conséquent, la température de contact évolue de la même façon dans le temps. Cette évolution est parfaitement identique à la température obtenue par la théorie de Blok et par Abaqus. Par contre, en présence d'instabilités de contact, l'énergie dissipée et par conséquent les températures de contact varient en fonction du couple V-P et donc en fonction du régime d'instabilités. Pour tous les régimes d'instabilités, la température de contact est plus faible que celle obtenue pour un contact parfaitement glissant. Ainsi lorsque des instabilités de type adhérence-glissement-décollement (V=2m/s, P=5MPa) sont présentes, la température du contact peut être presque 6 fois plus faible que celle du contact glissant.

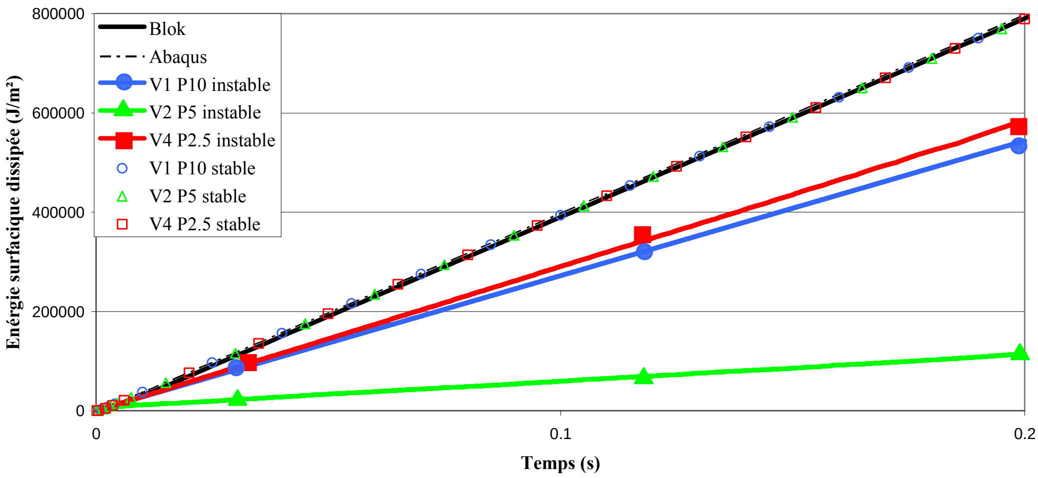


Figure IV-21. Energie surfacique dissipée pour les différents couples Vitesse-Pression avec ou sans instabilité

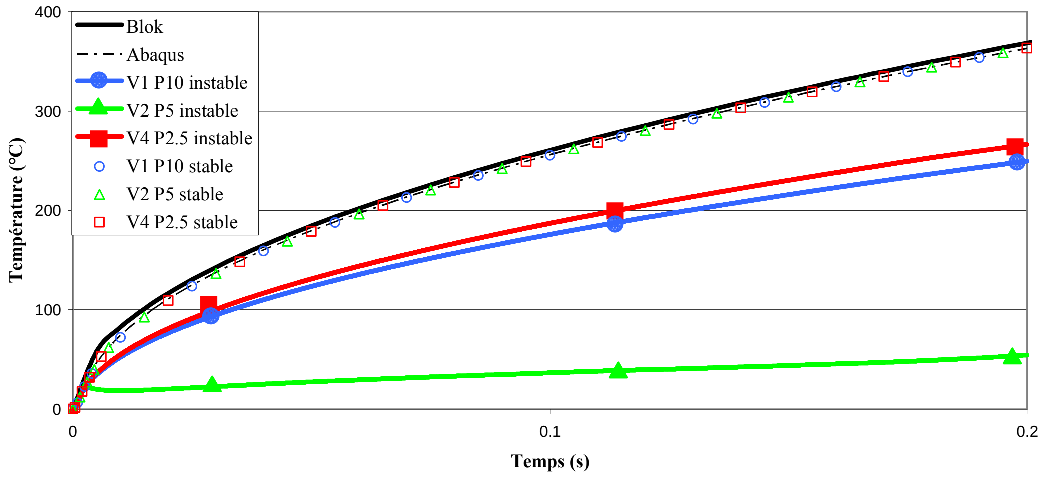


Figure IV-22. Température de contact pour les différents couples Vitesse-Pression avec ou sans instabilités

L'étude de la dynamique locale permet de mettre en évidence différents régimes d'instabilités et de déterminer exactement, pour chacun de ces régimes, les grandeurs locales nécessaires au calcul de la dissipation de chaleur dans les corps en contact. Cette dissipation étant différente entre un régime stable ou instable ainsi que d'un régime d'instabilités à l'autre, l'étude de la dynamique locale est donc nécessaire pour la détermination des températures de contact et de la diffusion de chaleur dans le matériau.

Le calcul de la dissipation de chaleur en ne tenant compte que des grandeurs globales permet uniquement d'estimer une valeur maximale des températures. En effet, quel que soit le régime d'instabilités, les températures réelles sont inférieures à celles estimées avec les grandeurs globales.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le travail de cette thèse a été de mener une instrumentation numérique du contact avec frottement entre deux corps. Le but est de comprendre le fonctionnement d'un contact au niveau local et de déterminer les phénomènes locaux à l'origine des vibrations et de l'usure des corps en contact. Cette instrumentation numérique, réalisée au moyen du code d'éléments finis PlastD, nous a permis de déterminer localement et temporellement la dynamique locale de contact, c'est-à-dire l'évolution temporelle, en chaque nœud du contact, des conditions de contact (accélérations, vitesses, contraintes …). Elle nous a également permis de déterminer l'état tribologique de la surface de contact, c'est-à-dire la présence ou non de zones d'adhérences, de glissement ou de décollement.

Dans les différents cas d'études menées, des conditions globales constantes (vitesse, pression) ont été appliquées au système pour simuler un glissement macroscopique. De plus, contrairement à un certain nombre d'études qui imposent un coefficient de frottement variant avec la vitesse de glissement pour générer des instabilités macroscopiques de type "stick-slip", dans notre étude le coefficient de frottement à l'interface est considéré comme un paramètre intrinsèque du contact et est donc pris constant. Ce coefficient de frottement, de type Coulomb, est alors imposé en chaque nœud de la surface de contact. Avec ces conditions globales et ce coefficient de frottement constants, les conditions locales de contact peuvent devenir instables et localement des zones d'adhérence ou de décollement peuvent apparaître.

Etude des instabilités générées au contact

L'étude temporelle des conditions de contact en présence d'instabilités (vitesses, contraintes…) montre que celles-ci fluctuent dans le temps contrairement aux grandeurs globales appliquées qui restent constantes. Après un régime transitoire correspondant à la réponse du système aux conditions appliquées (vitesse, pression,…), les instabilités générées dans le contact évoluent vers un régime périodique établi. Du fait des fluctuations périodiques, les maximums des grandeurs locales (contraintes de contact, vitesse de glissement,…) sont largement supérieurs aux grandeurs globales appliquées.

Les sollicitations au niveau du contact sont donc plus importantes si l'on tient compte des instabilités de contact que si l'on considère la surface de contact parfaitement glissante. Cette augmentation des sollicitations locales peut donc expliquer une usure des surfaces que les conditions globales ne peuvent prévoir.

De plus, du fait de la périodicité des instabilités sur la surface de contact, les sollicitations volumiques (vitesses, contraintes,…) sont cycliques. La répétition périodique de ces sollicitations peut être responsable de la mise en vibrations des corps en contact à la fréquence des instabilités.

L'observation des zones d'instabilités (zone d'adhérence, glissement ou décollement) montre que celles-ci se déplacent sur la surface de contact de la sortie vers l'entrée du contact dans le cas d'un contact entre un corps élastique et une surface rigide. Il existe alors une réelle dynamique locale de contact. On observe également que les instabilités générées dans le contact se propagent dans le corps. Lorsque les instabilités ont atteint un régime périodique établi, les champs des contraintes, vitesses… se déplacent dans le corps, dans le même sens et à la même vitesse que les instabilités à la surface de contact. Les trains d'ondes qui se déplacent ainsi dans le matériau ont une vitesse transsonique voir supersonique. Les instabilités peuvent alors être caractérisées par leurs vitesses de déplacement dans le matériau, par l'angle formé entre la direction des contraintes principales de cisaillement et la surface de contact (correspondant à l'angle du cône de Mach) ainsi que par leur longueur d'onde (longueur à la surface de contact entre deux zones d'instabilités).

Influence de différents paramètres sur ces instabilités

Une étude paramétrique a alors été menée pour étudier l'influence de différents paramètres sur les instabilités générées au contact et sur les sollicitations résultant de ces instabilités. Du fait du nombre très importants de paramètres influant (vitesse et pression d'application, conditions limites, propriétés des matériaux, dimension, coefficient de Poisson …), une étude paramétrique complète (variation de chaque paramètre en fonction de la variation des autres paramètres) n'était pas envisageable. Nous avons donc décidé de limiter cette étude à la variation d'un certain nombre de paramètres (coefficient de frottement, propriétés des matériaux, conditions limites, dimension, …) en gardant les autres paramètres constants. Le cas de base pour cette étude a donc été le contact entre une plaquette et un disque de frein (pression appliquée de 1MPa, dimension et matériau d'une plaquette de frein, coefficient de frottement égal à 0.4).

Cette étude paramétrique a montré que certains paramètres (coefficient de frottement à l'interface μ, vitesse imposée V, pression appliquée P ainsi que le module d'Young E) jouent un rôle important sur le régime d'instabilités qui se développe à l'interface. Lors de la variation de ces paramètres, différents régimes d'instabilités peuvent se développer à l'interface : adhérence-glissement, adhérence-glissement-décollement, glissement-décollement, voir adhérence-décollement. Ce dernier régime correspond à un régime pour lequel le déplacement relatif entre les corps en contact se fait sans glissement. Ce type d'instabilités se rapproche des ondes de Schallamach. Cependant, dans l'étude menée, les instabilités de type d'adhérence-décollement n'ont été obtenues que pour de très fortes valeurs de ce coefficient de frottement μ. Pour l'étude des autres paramètres (V, P, E), le coefficient de frottement ayant été pris égal à 0.4, ce type d'instabilité n'a pas été obtenu.

Voici un récapitulatif du changement de régime d'instabilités en fonction de ces 4 paramètres :

- L'augmentation de la vitesse fait passer d'un régime d'instabilités de type adhérence-glissement à adhérence–glissement-décollement puis à glissement-décollement,
- L'augmentation de la pression fait passer d'un régime d'instabilités de type glissement-décollement à adhérence-glissement-décollement puis à adhérence-glissement,
- L'augmentation du module d'Young a le même effet que l'augmentation de la vitesse,
- L'augmentation du coefficient de frottement à l'interface fait passer d'un régime localement stable (glissement de toute la surface de contact) à un régime de glissement-décollement, puis à adhérence–glissement-décollement et finalement à un régime d'adhérence-glissement.

La variation des autres paramètres (dimensions, coefficient de Poisson et conditions limites) peut permettre le développement ou non d'instabilités à la surface de contact (par exemple, pour les faibles valeurs du coefficient de Poisson, la surface de contact reste localement parfaitement glissante). Par contre, si les valeurs de ces paramètres permettent la génération d'instabilités, elles ne déterminent pas le type de régime d'instabilités qui va s'établir. Pour les valeurs de P, V et E choisies dans notre étude, seul un régime de glissement-décollement a été obtenu.

Lorsque les valeurs de ces paramètres permettent aux instabilités de s'établir sur la surface de contact, l'évolution de ces paramètres modifient les caractéristiques des ondes (vitesse, angle, longueur d'onde, fréquence). Par contre, les sollicitations induites par les instabilités ne sont presque pas modifiées. Seule la fréquence de répétition des sollicitations varie.

Suivant le régime d'instabilités générées à l'interface, les sollicitations des premiers corps sont différentes et certains régimes seront plus endommageants pour la couche superficielle du matériau.

Ainsi, le régime de glissement-décollement est le régime pour lequel les contraintes aussi bien normales que tangentielles sont maximales. De plus, c'est également un régime pour lequel la vitesse normale d'impact existe (du fait du décollement) et peut être assez importante. Par contre les vitesses de glissement sont assez faibles (elles se rapprochent de la vitesse globale). Ce type de régime semble donc être le régime qui sollicite le plus les corps en contact, principalement dans la direction normale.

Au contraire, dans le régime de type adhérence-glissement, les sollicitations normales sont très faibles puisqu'il n'y a pas d'impact normal (pas de décollement) et que les valeurs des contraintes aussi bien normales que tangentielles sont assez faibles. En fait, il s'agit du régime pour lequel les contraintes sont les plus faibles. Seules les vitesses de glissement sont très importantes (pouvant être plus de deux fois supérieures à la valeur de la vitesse globale). Les sollicitations engendrées par ce régime sont donc principalement dans la direction tangentielle du fait d'une vitesse de glissement très importante.

Le régime d'adhérence-glissement-décollement se situe quant à lui entre les deux précédents régimes. Les sollicitations sont donc plus faibles mais la couche superficielle du matériau est sollicitée aussi bien dans la direction normale que tangentielle.

Influence des instabilités sur le frottement global et la dissipation de chaleur

Une fois les phénomènes d'instabilités générées dans le contact bien compris, nous avons décidé d'étudier l'influence de ces phénomènes sur deux paramètres qui ont une importance industrielle :

- la détermination du coefficient de frottement global (μ^*) qui correspond au coefficient de frottement obtenu loin du contact, c'est-à-dire au coefficient de frottement qui est généralement mesuré expérimentalement et qui est, (par exemple dans le cas du freinage), recherché pour suivre les normes industrielles,
- la détermination de la dissipation de chaleur à l'interface et de la diffusion dans les corps.

Le coefficient de frottement global est toujours inférieur ou égal au coefficient local. L'étude du coefficient de frottement global (μ^*) en fonction de la vitesse et de la pression a cependant permis de montrer que μ^* évolue en fonction de la vitesse et de la pression alors que le coefficient de frottement à l'interface est constant. μ^* a ainsi tendance, dans un premier temps, à diminuer avec la vitesse et la pression puis une fois une valeur seuil de la pression et de la vitesse atteinte, il augmente avec ces deux paramètres

S'il n'y a pas d'instabilités alors μ^* est évidemment égal au coefficient de frottement de l'interface. En revanche, si des instabilités existent à la surface de contact, l'évolution du coefficient de frottement dépend des régimes d'instabilités qui sont générés.

- Lorsqu'un régime de glissement-décollement s'établit à l'interface (grande vitesse, faible pression mais aussi fort module d'Young), μ^* est alors égal au coefficient de frottement de l'interface.
- Lorsque des zones d'adhérence apparaissent, μ^* devient plus faible que le coefficient de frottement local. C'est pour les instabilités de type adhérence-glissement-décollement que μ^* atteint son minimum.

- Une fois que les zones de décollement disparaissent et que les instabilités sont de type adhérence-glissement (faible vitesse, forte pression mais aussi faible module d'Young), le coefficient de frottement à tendance à réaugmenter et à se rapprocher de la valeur de μ.

Cette étude du coefficient de frottement global montre que la variation du coefficient de frottement avec, par exemple, la vitesse n'est pas la cause des instabilités mais une conséquence de ces instabilités. De plus ce n'est pas le coefficient de frottement local qui varie mais le coefficient de frottement global.

L'étude de la dissipation de chaleur a révélé que les instabilités jouent un rôle important sur la température de contact. En effet, quel que soit le régime des instabilités qui s'établit au contact, la dissipation de chaleur en présence d'instabilités est toujours inférieure au calcul de la dissipation de chaleur en tenant compte des grandeurs globales (c'est-à-dire en supposant un contact parfaitement glissant).

De plus, les différents régimes ne dissipent pas la même énergie. Les régimes de type adhérence-glissement et glissement-décollement sont les deux régimes pour lesquels les températures de surface sont maximales du fait d'une vitesse de glissement très importante pour le premier régime et d'une contrainte tangentielle élevée pour le deuxième. Par contre le régime d'adhérence-glissement-décollement ne dissipe que très peu de chaleur comparé au calcul global.

L'étude de la dynamique locale de contact et du régime d'instabilités qui se développent au contact est donc un enjeu important pour estimer les sollicitations réelles et donc appréhender des phénomènes tels que l'usure et la vibration des corps en contact. L'analyse de la dynamique locale et du régime d'instabilités permet aussi de déterminer correctement le coefficient de frottement global et la dissipation de chaleur à l'interface. Il est possible, pour un coefficient de frottement de l'interface constant et une géométrie donnée, d'obtenir une carte en 3D en fonction de la vitesse, de la pression et du module d'Young, permettant de définir le passage d'un régime d'instabilités à l'autre ainsi que de l'évolution du coefficient de frottement global.

Perspectives

Le travail effectué pendant cette thèse a permis de définir les phénomènes locaux intervenant au niveau du contact lors de la génération d'instabilités qui entraîne l'excitation d'un des modes propres du système. Cependant, bien qu'il nous est possible de déterminer quel mode est excité, nous ne comprenons pas encore pourquoi c'est ce mode qui est excité et pas un des autres modes instables. Il serait donc intéressant de coupler les études temporelles qui permettent de déterminer les dynamiques locales de contact associées aux instabilités avec les études fréquentielles qui permettent de déterminer les différents modes potentiellement instables afin de pouvoir comprendre et ainsi permettre de mieux prédire le mode qui sera excité et les sollicitations résultantes. Une thèse vient donc de commencer pour mener à bien ce couplage des deux approches (temporelles/fréquentielles).

L'instrumentation numérique réalisée pendant cette thèse n'a malheureusement pas permis d'étudier l'influence de la couche de troisième corps confinée entre les deux surfaces frottantes. Dans notre étude le troisième corps a été introduite grâce un coefficient de frottement de Coulomb constant. Cette approche est un peu trop simpliste et ne permet pas de prendre en compte la rhéologie du troisième corps. Il serait donc important, pour obtenir un modèle du contact encore plus réaliste, de coupler les études menées ici avec un modèle permettant de déterminer la rhéologie du troisième corps.

Finalement, les études thermomécaniques ont montré l'importance de la dynamique locale pour le calcul de la dissipation de chaleur sur un cas modèle. Il est donc possible d'utiliser le module thermomécanique développé pendant cette thèse sur un cas réel. Ce travail est en cours sur le contact roue/rail d'un chemin de fer.

REFERENCES

[ABDE 03] Abdel-Aal H.A., *On the interdependence between kinematics of friction-released thermal energy and the transition in wear mechanisms during sliding of metallic pairs*, Wear, 2003, 254, pp. 884-900

[ADAM 95] Adams G.G., *Self-Excited Oscillations of two Elastic Half-Spaces Sliding With a Constant Coefficient of Friction*, ASME Journal of Applied Mechanics, 1995, vol. 62, pp. 867-872

[ADAM 98] Adams G.G., *Steady sliding of two Elastic Half-Spaces Sliding friction Reduction due to Interface Stick-Slip*, ASME Journal of Applied Mechanics, 1995, vol. 65, pp. 470-475

[ADAM 00] Adams G.G., *Radiation of Body Waves Induced by the Sliding of an Elastic Half-Space Against a Rigid Surface*, ASME Journal of Applied Mechanics, 2000, vol. 67, pp. 1-5

[AKAY 02] Akay A., *Acoustics of friction*, Journal Acoustic of Soc. Am., 2002, vol. 111, pp. 1525-1548

[AMO 1699] Amontons G., *De la résistance causée dans les machines*, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Paris, 1699

[ARNO 01] Arnoult E., Guilloteau I., Peseux B., Bonini J., *Présentation d'un nouvel élément fini de contact*, Mécanique & Industries, 2001, vol. 2, n°1, pp 33-42

[BAIL 96] Baillet L., Brunet M., Berthier Y., *Experimental and numerical dynamic modelling of ironing process*, Journal of Materials Processing Technology, 1996, vol. 60, pp 677-684

[BAIL 05] Baillet L., Meziane A., Laulagnet. B., *Apparition de vibrations instables dans un système disque-plaquette de frein durant le processus de freinage*, soumis à publication dans Journal of Sound and Vibration

[BARB 67] Barber J.R., *The influence of Thermal Expansion on the Friction and Wear Process*, Wear, 1967, vol. 10, pp. 155-159

[BARB 97] Barbarin S., Raous M., Martins J.A.C., *Caractérisation de solutions a sauts pour un problème de contact avec frottement : Ondes de contrainte*, In : B.Peseux et al (Eds) Actes du 3ème Colloque National en Calcul des Structures, 1997, vol. 1, pp. 447-452

[BATH 82] Bathe K.J., *Finite element procedures in engineering analysis*, New York Prentice Hall, 1982, 735 p.

[BAYA 01] Bayada G., Lhalouani K., *Asymptotic and numerical analysis for unilateral contact problem with Coulomb's friction between an elastic body and a thin elastic soft layer*, Asymptotic Analysis, 2001, vol. 25, pp. 329-362

[BAYA 94] Bayada G., Chambat M., Lhalouani K., Licht C., *Third body theoretical and numerical behavior*, 20st Leeds Lyon Symposium on Tribology, 1994, pp. 415-421

[BELY 91] Belytschko T., Neal M.O., *Contact-impact by the pinball algorithm with penalty and lagrangian methods.*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1991, vol. 31, pp. 547-572.

[BEN 01] Ben-Zion Y., *Dynamic ruptures in recent models of earthquake faults,* Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2001, vol. 49, pp. 2209-2244.

[BERT 95] Berthier Y., *Maurice Godet's third body*, 22nd Leeds Lyon Symposium on Tribology, 1995, pp. 21-30

[BERT 01] Berthier Y., *Background on friction and wear*, Lemaître Handbook of Materials Behavior Models, Section 8.2, San Diego : Academic Press, 2001, pp. 676-699

[BLOK 40] Block H., *Fundamental aspects of Boundary Friction*, J. Society of Automotive Engineers, 1940, n° 46, pp. 275-279

[BLOK 63] Blok H., *The Flash Temperature Concept*, Wear, 1963, vol. 6, pp. 483-494

[BOWD 50] Bowden F.P., Tabor D., *The friction and lubrication of solids – Part I*, Oxford: Clarendon Press, 1950, 372 p.

[BOWD 64] Bowden F.P., Tabor D., *The friction and lubrication of solids - Part II*, Oxford: Clarendon Press, 1964, 544 p.

[BROC 70] Brockley C.A., Ko P.L., *Quasi-Harmonic Friction-Induced Vibration*, ASME Journal of Lubrication Technology, 1970, vol. 92, pp. 550-556

[BRON 80] Broniec Z., Lenkiewicz W., *Static friction processes under dynamic load and vibration*, Wear, 1980, vol. 80, pp. 261-271

[CARS 58] Carslaw H.S., Jaeger C., *Conduction of heat in solids*, Oxford : Clarendon Press, 1958, 510 p.

[CHAM 04] Chamoret D., Saillard P., Rassineux A., Bergheau J.-M., New *smoothing procedures in contact mechanics*, Journal of Computational and applied Mathematics, 2004, vol. 168, pp. 107-116

[CHEN 72] Chen W.T., Endel P.A., *Impact and contact stress analysis in multilayer media*, International Journal of Solids and Structure, 1972, vol. 8, pp. 1257-1281

[CLAI 00] Clair D., *Analyse et Modélisation des Effets mécaniques dans le processus d'usure par impacts/glissements. Application a des contacts de géométrie conforme*, Thèse sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon et Univ. Lyon I, 2000, 274 p.

[COMN 77] Comninou M., Dundurs J., *Elastic Interface Waves Involving Separation*, Journal of Applied Mechanics, 1977, vol. 44, pp.222-226

[COMN 78] Comninou M., Dundurs J., *Elastic Interface Waves and Sliding Between Two Solids*, Journal of Applied Mechanics, 1977, vol. 45, pp. 325-330

[CONN 92] Connel J.E., Rorrer R.A.L., *Friction-induced vibration in V-ribbed belt application*s, Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos, ASME, 1992, DE-Vol.49, pp. 75-85

[COOK 02] Cook R.D., Malkus D.S., Plesha M.E. Witt R.J, *Concepts and applications of finite element analysis*, 4th edition, New York : John Wiley & sons, 2002, 719 p.

[COU 1785] Coulomb C.A., *Théorie de machines Simples*, Mémoire de Mathématique et de Physique de l'académie Royale, Paris, 1785, pp. 161-342

[CROL 91] Crolla D.A., Lang A.M., *Brake noise and vibration: state of art*, Vehicle Tribologie, 1991, vol. 18, pp. 165-174

[DAUT 87] Dautray R., Lions J.L, *Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et techniques*, Paris : Edition Masson, 1987, 1302 p.

[DENA 00] Denape J., Laraqi N., *Aspect thermique du frottement: mise en evidences expérimentale et elements de modélisation*, Mécanique et Industries, 2000, vol. 1, pp. 563-579

[DESC 02] Descartes S., Berthier Y., *Rheology and flows of solid third bodies: background and application to an MoS1.6 coating*, Wear, 2002, vol. 252, pp. 546-556

[DHAT 84] Dhatt G., Touzot G., *Une présentation de la méthode des éléments finis, 2ème édition*, Paris : Maloine, 1984, 543 p.

[DOW 72] Dow T.A., Burton R.A, *Thermoelasticity Instability of Sliding Contact in Absence of Wear*, Wear, 1972, vol. 19, pp. 315-328

[DUGD 72] Dugdale D.S., Ruiz C., *Elasticité à l'usage des ingénieurs et physiciens*, Paris : Ediscience, , 1972, 338 p.

[DUVA 76] Duvaut G., Lions J.L., *Inequalities in Mechanics and physics*, Berlin : Springer, 1976, 397 p.

[EARL 76] Earles S.W.E., Lee C.K., *Instabilities arising from the frictional interaction of a pin-disc system resulting in noise generation*, Transaction of ASME, Journal of Engineering for Industry, 1976, Series B vol.98, n°1, pp. 81-86

[ERIN 75] Eringen A.C., Suhubi E.S., *Elastodynamics. Vol. 2 - Linear theory*, New York : Academic Press, 1975, 688 p.

[ETTL 86] Ettles C.M.McC., *Instabilities arising from the frictional interaction of a pin-disc system resulting in noise generation*, ASME Journal of Tribology, 1986, vol : 108, pp. 98-104

[FILL 02] Fillot N., Iordanoff I., Berthier Y., *Stable contact and degradation of materials : a model for third body source flow*, 6th International Tribology Conference, Austrib'02, 2002

[FILL 04a] Fillot N., Biolan A-I., Iordanoff I., Berthier Y., *Le rôle des particules adhésives dans l'usure d'un contact sec*, Actes des JFT'2004, 13 et 14 mai 2004, Institut Supérieur de Mécanique de Paris, in press

[FILL 04b] Fillot N., Iordanoff I., Berthier Y., *Simulation of wear through mass balance in a dry contact*, Proceedings of 2004 ASME/STLE International Joint Tribology Conference, Long Beach, California, USA, October 24-27, 2004

[FLAM 93] Flamand L., *Fatigue des surfaces*, Techniques de l'Ingénieur, Traité Génie Mécanique, 1993, B5 055

[GODE 84] Godet M., *The Third Body Approach: A mechanical View of Wear*, Wear, 1984, vol. 100, pp. 437-452

[GODF 67] Godfrey D., *Vibration reduces metal to metal contact and causes an apparent reduction in friction*, ASLE transactions, 1967, vol. 10, pp. 183-192

[GU 00] Gu R.J., Kuttler K.L., Shillor M., *Frictional Wear of a Thermoelastic Beam*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2000, vol. 242, pp. 212-236

[GU 01] Gu R.J., Shillor M., *Thermal and wear analysis of an elastic beam in sliding contact*, International Journal of Solids and Structure, 2001, vol. 38, pp. 2323-2333

[HALL 85] Hallquist J.O., Goudreau G.L., Benson D.J., *Sliding interfaces with contact–impact in large-scale Lagrangian computations*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1985, vol. 51, pp. 107-137

[HILB 77] Hilbert H.M., Hughes T.J.R., Taylor R.L., *Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithms in Structural dynamics*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1977, vol. 5, pp. 283-292

[HILB 78] Hilbert H.M., Hughes T.J.R., *Collocation, Dissipation and 'Overshoot' for Time Integration Schemes in Structural Dynamics*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1978, vol. 6, pp. 99-118

[HOUB 50] Houbolt J.C., *A recurrence Matrix Solution for the Dynamic Response of Elastic Aircraft*, Journal of the Aeronautical Sciences, 1950, vol. 17, pp. 540-550

[HUGH 87] Hughes T.J.R., *The finite element method- Linear static and dynamic finite element analysis*, Englewood Cliffs : Prentice-Hall, , 1987, 803 p.

[IBRA 92a] Ibrahim R.A., *Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos: Part I - Mechanics of friction*, Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos, ASME, 1992, DE-Vol.49, p 107-121

[IBRA 92b] Ibrahim R.A., *Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos: Part II - Dynamics and Modelling*, Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos, ASME, 1992, DE-Vol.49, pp. 123-138

[IORD 02] Iordanoff I., Sève B., Berthier Y., *Solid third body analysis using a discrete approach : influence of adhesion and particle size on macroscopic properties*, ASME Journal of tribology, 2002, vol. 124, pp. 530-538

[IREM 02] Ireman P., Klarbring A., Stromberg N., *Finite element algorithms for thermoelastic wear problems,* European Journal of Mechanics A/Solids, 2002, vol. 21, pp.423-440

[JARV 63] Jarvis R.P., Mills B., *Vibrations induced by dry friction*, Proceedings of Institution of Mechanical Engineers Conference, 1963/1964, vol. 178, n°32, pp. 847-866

[JIAN 01] Jiang J., Ulbrich H., *Derivation of coefficient of friction at high sliding speeds from energy conservation over the frictional interface*, Wear, 2001, vol. 247, pp. 66-75

[JOHA 73] Johannes V.I., Green M.A., Brokley C.A., *The Role of the Rate of Application of the Tangential Force in Determining the Static Friction Coefficient*, Wear, 1973, vol. 24, pp. 384-385

[JOHA 93] Johansson L., Klarbring A., *Thermoelastic frictional contact problems: modelling, FE-approximation and numerical realization*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1993, vol. 105, pp. 181-210

[JU 99] Ju S.H., Rowlands R.E., *A three-Dimensional Frictional Contact Element Whose Stiffness Matrix is Symmetric*, Journal of Applied Mechanics, 1999, vol. 66, pp. 460-467

[KENN 74] Kennedy F.E., Ling F.F., *A thermal thermoelastic, and wear simulation of a high-energy sliding contact problem*, Journal of Lubrication Technology, 1974, vol. 96, pp. 497-507

[KENN 83] Kennedy F.E., Colin F., Floquet, Glovski R., *Improved techniques for finite element analysis of sliding surface temperatures*, 10th Leeds Lyon Symposium on Tribology, 1983, pp. 138-150

[KIKU 88] Kikuchi N., Oden J.T., *Contact Problems in Elasticity. A study of Variational Inequalities and Finite Element Methods*, SIAM, Philadelphia, 1988, 495 p.

[KING 87] King R.B., O'Sullivan T.C., *Sliding contact stresses in a two-dimensional layered elastic half-space*, International Journal of Solids and Structure, 1987, vol. 23, pp. 581-597

[KLAR 91] Klarbring A., *Derivation of a model of adhesively bonded joints by the asymptotic expansion method*, Int. Jr. Engr. Sci., 1991, vol. 4, n°29, pp. 493-512

[KO 70] Ko P.L., Brockley C.A., *The measurement of friction and friction-induced vibration*, ASME Journal of Lubrication Technology, 1970, vol. 92, pp. 543-549

[KOMV 88] Komvopoulos K., *Finite Element Analysis of a Layered Elastic Solid in Normal Contact With a Rigid Surface*, ASME Journal of Tribology, 1988, vol. 110, pp. 447-485

[KRAG 65] Kragelski I.V., *Friction and wear*, London : Butterworths, 1965, 346 p.

[KRAL 97] Kral E.R., Komvopoulos K., *Three-Dimensional Finite Element Analysis of Subsurface Stress and Strain Fields Due to Sliding Contact on an Elastic-Plastic Layered Medium*, ASME Journal of Tribology, 1997, vol. 119, pp. 332-341

[LEE 93a] Lee S.H., *Rudimentary Considerations for adaptative Gap/Friction Element Based on the Penalty Method*, Computer and Structures, 1993, vol. 47, pp. 1043-1056

[LEE 93b] Lee K., Barber J.R., *Frictional excited thermoelastic instability in automotive disk brake*, ASME Journal of Tribology, 1993, vol. 115, pp. 607-614

[LEE 94] Lee K., Barber J.R., *An experimental investigation of frictionally-excited instability in automotive disk brakes under a drag brake application*, ASME Journal of Tribology, 1994, vol. 116, pp. 409-414

[LINC 03] Linck V., Baillet L., Berthier Y., *Modeling the consequences of local kinematics of the first body on friction and on third body sources in wear*, Wear, 2003, vol. 255, pp. 299-308

[LINC 04a] Linck V., Baillet L., Berthier Y., *Dry friction: influence of local dynamic aspect on contact pressure, kinematics and friction*, 30th Leeds Lyon Symposium on Tribology, 2004, pp. 545-552

[LINC 04b] Linck V., Bayada G., Baillet L., Sassi T., Sabil J., *Finite element analysis of a contact with friction between an elastic body and a thin soft layer*, ASME Journal of Tribology, 2005, In press

[LUGT 86] Van Der Lugt J., Huétink J., *Thermal Mechanically coupled Finite Element Analysis in Metal-Forming Processes*, Comp. Methods Appl. Mech. Eng., 1986, vol. 54, pp. 145-160

[LUKO 04] Lukotrafitis G., Rosakis A.J., *Sliding of frictionally held incoherent interfaces under dynamic shear loading*, Proceedings of 2004 ASME/STLE International Joint Tribology Conference, Long Beach, California, USA, October 24-27, 2004

[MAJC 03] Majcherczak D., *Etude thermique d'un contact glissant : Approche numérique et expérimentale*, Thèse sci. : Université des Sciences et Technologies-Ecole Polytechnique de Lille, 2003, 131 p.

[MART 92] Martins J.A.C, Faria L.O., Guimaraes J., *Dynamic surface solutions in linear elasticity with frictional boundary conditions*, Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos, ASME, 1992, DE-Vol.49, pp. 13-32

[MART 99] Martins J.A.C, Faria L.O., Guimaraes J., *Dynamic stability of finite dimensional linearly elastic systems with unilateral contact and Coulomb friction* , Comp. Methods Appl. Mech. Eng., 1999, vol. 177, pp. 289-328

[MICH 90] Michel B., *Simulation de l'évolution des températures lors d'une operation de matriçage par la méthode des Eléments Finis*, Mémoire de DEA, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1990, 88 p.

[MICH 93] Michel B., *Modélisation thermo-elasto-visco-plastique de procédés de formage des métaux*, Thèse sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon et Univ. Lyon I, 1993, 173 p.

[MOIR 98] Moirot F., *Etude de la stabilité d'un équilibre en présence de frottement de Coulomb*, Thèse sci. : Ecole Polytechnique Paris, 1998, 217 p.

[MOIR 00] Moirot F., Nguyen Q.S., *Some examples of friction-induced vibrations and instabilities*, IUTAM/CISM Summer School : Friction and instabilities, Udine, 2000, 40 p.

[MOTT 92] Mottershead J.E., Pascoe S.K., English R.G., *A General Finite Element Approach for Contact Stress Analysis*, International Journal for Numerical Method in Engineering, 1992, vol. 33, pp. 765-779

[NAKA 90] Nakai M., Yokoi M., *A Generation Mechanism of Friction Noises in Dry Friction*, Japanese Journal of Tribology, 1990, vol. 35, n°5, pp. 513-522

[NEWM 59] Newmark N.M., *A Method of Computation for Structural Dynamics*, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 1959, vol. 85(EM3), pp. 67-94

[ODEN 72] Oden J.T., *Finite elements of nonlinear continua* New York : McGraw-Hill, 1972, 409 p.

[ODEN 85] Oden J.T., Martins J.A.C., *Models and computational methods for dynamic friction phenomena*, Comp. Meth. Appl. Mech. And Engng, 1985, vol. 52, pp. 527-634

[OLES 97] Olesiak Z., Pyryev Yu., Yevtushenko A., *Determination of temperature and wear during breaking*, Wear, 1997, vol. 210, pp. 120-126

[OUES 02] Oueslati A., Baillet L., Nguyen Q.S., *Transition to a stick-slip-separation wave in unilateral contact with dry friction*, Proceedings of European Conference on Braking, Lille, 2002, pp. 87-102

[OWEN 80] Owen D.R.J., Hinton E., *Finite elements in plasticity: theory and practice*, Swansea: Pineridge Press, 1980, 594 p.

[PARK 01] Park S.W., *Analytical modeling of viscoelastic dampers for structural and vibration control*, International Journal of Solids and Structures, 2001, vol. 38, pp. 8065-8092

[PEIL 04] Peillex G., *Etude de l'interaction premiers corps-toisième corps. Couplage éléments finis – éléments discrets*, Mémoire de DEA, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2004, 65 p.

[RABI 58] Rabinowicz E., The *intrinsic variables affecting the stick-slip process*, Proceedings of the royal physics society, 1958, vol. 71, pp. 668-675.

[RABI 65] Rabinowicz E., *Friction and Wear of Materials*, New York : Wiley, 1965. 244 p.

[RAOU 95] Raous M., Barbarin S., *Stress waves in a sliding contact Part 2 : modelling*, 22nd Leeds Lyon Symposium on Tribology, 1995, pp. 39-44

[RENA 98] Renard Y., *Modélisation des instabilités liées au frottement sec des solides élatiques, aspect théorique et numériques*, Thèse sci. : Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1998, 210 p.

[RHEE 89] Rhee S.K., Tsang P.H.S., Wang Y.S., *Friction-induced noise and vibration of disc brakes*, Wear, 1989, vol. 133, pp. 39-45

[RICE 83] Rice J.R., Ruina A.L., *Stability of Steady Frictional Slipping*, ASME Journal of Applied Mechanics, 1983, vol. 50, pp. 343-349

[RORR 02] Rorrer R.A.L., Juneja V., *Friction-induced vibration and noise generation of instrument panel material pairs*, Tribology International, 2002, vol. 35, pp. 523-531

[ROSA 99] Rosakis A.J., Samudrala O., Coker D., *Craks faster than the shear wave speed*, Science, 1999, vol. 284, n°5418, pp. 1337-1340

[SCHA 71] Schallamach A., *How does rubber slide?*, Wear, 1971, vol. 17, pp. 301-312

[SINC 55] Sinclair D., Manville N.J., *Frictional Vibration*, ASME J. Appl. Mech., 1955, vol. 22, pp. 207-213

[SINO 03] Sinou J-J., Thouverez F., Jezequel L., *Analysis of friction and instability by the centre manifold theory for a non-linear sprag-slip model*, Journal of Sound and Vibration, 2003, vol. 265, pp. 527-559

[SLIN 77] Sliney. H.E., *Dynamics of solid lubrification as observed by optical microscopy*, ASLE Transaction, 1977, vol. 21, n°2, pp. 109-117

[SPUR 61] Spurr R.T., *A theory of brake squeal*, Proceedings of the automobile Division, Institution of Mechanical Engineers, 1961/1962, vol. 1, pp. 33-40

[STON 24] Stoneley R., *Elastic Waves at the Surface of Separation of Two Solids*, Proceedings of the Royal Society, London, 1924, vol. 106, pp. 416-428

[STRO 96] Strömberg N., Johansson L., Klarbring A., *Deviation and analysis of a generalized standard model for contact, friction and wear*, International Journal of Solids and Structure, 1996, vol. 8, pp. 1817-1836

[STRO 99] Strömberg N., *Finite element treatment of two-dimensional thermoelastic wear problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1999, vol. 177, pp. 441-455

[TIAN 91] Tian H., Saka N., *Finite Element Analysis of an Elastic-Plastic Two-Layer Half-Space: Normal Contact*, Wear, 1991, vol. 148, pp. 47-68

[TOLS 67] Tolstoi D.M., *Significance of the normal degree of freedom and natural normal vibrations in contact friction*, Wear, 1967, vol. 10, pp. 199-213

[TWOR 91] Tworzydlo W.W., Becker E., *Influence of forced vibrations on the static coefficient of friction - numerical modeling*, Wear, 1991, vol. 143, pp. 175-196

[TWOR 92] Tworzydlo W.W., Becker E.B., Oden J.T., *Numerical modeling of friction-induced vibrations and dynamic instabilities*, Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos, ASME, 1992, DE-Vol.49, pp. 33-39

[VELD 98a] Van De Velde F., De Baets P., *A new approach of stick-slip based on quasi-harmonic tangential oscillations*, Wear, 1998, vol. 216, pp. 15-26

[VELD 98b] Van De Velde F., De Baets P., *The relation between friction force and relative speed during the slip-phase of stick-slip cycle*, Wear, 1998, vol. 219, pp. 220-226

[VERN 56] Vernotte P., *Calcul numérique, calcul physique: Application à la thermocinétique*, Publications scientifiques et techniques du ministère de l'air, 1956

[VOLA 98] Vola D., *Frottement et instabilités en dynamique : bruits de crissements*, Thèse sci. : Université De La Méditerranée, Aix-Marseille II, 1998, 157 p.

[VOLA 99] Vola D., Raous M., Martins J.A.C., *Friction and Instability of steady sliding: squeal of a rubber/glass contact*, International Journal for Numerical methods in Engineering, 1999, vol. 46, pp. 1699-1720

[WALO 82] Walomit J.A., Pinkus O., *Effect of friction between cylinders and rubber staves of finite thickness*, ASME J. Lub. Tech., 1982, vol. 104, pp. 255-261

[WILS 73] Wilson E.L., Farhoomand I., Bathe K.J., *Nonlinear Dynamic Analysis of Complex Structures*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1973, vol. 1, pp. 241-252

[XIA 04] Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H., *Spontaneous rupturing along a frictional interface*, Proceedings of 2004 ASME/STLE International Joint Tribology Conference, Long Beach, California, USA, October 24-27, 2004

[ZEGH 95] Zeghloul T., Villechaise B., *Stress waves in a sliding contact Part 1 : experimental study*, 22nd Leeds Lyon Symposium on Tribology, 1995, pp 33-37

[ZHON 88] Zhong Z.H., *On contact-Impact problems*, Linköping Studies in Sci. Tech., Dissert. No 178, 1988, 222 p.

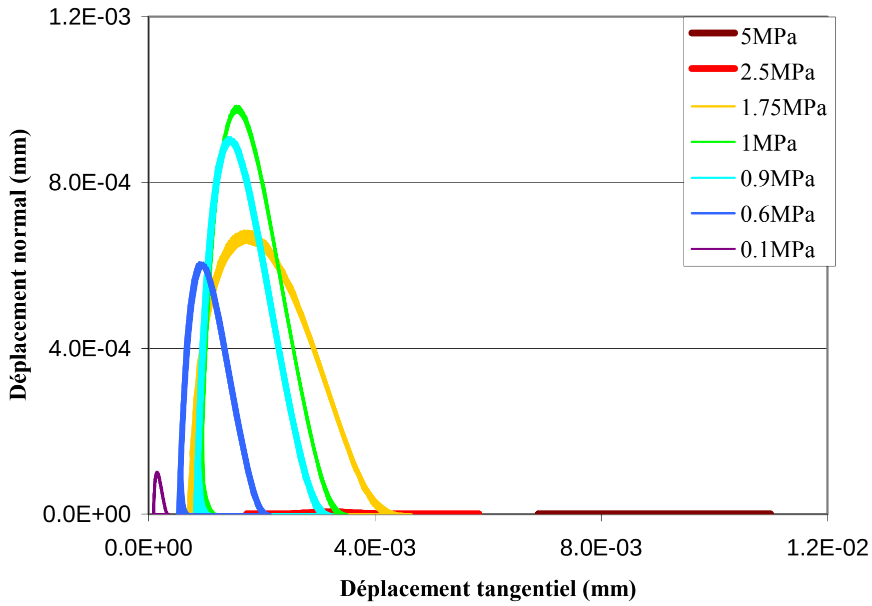
[ZHON 93] Zhong Z.H., *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*, Oxford : Oxford University Press, 1993, 371 p.

[ZIEN 00] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The Finite Element Method. Volume 1 : The Basis*, 5th edition, Oxford : Butterworth-Heinemann, 2000, 689 p.

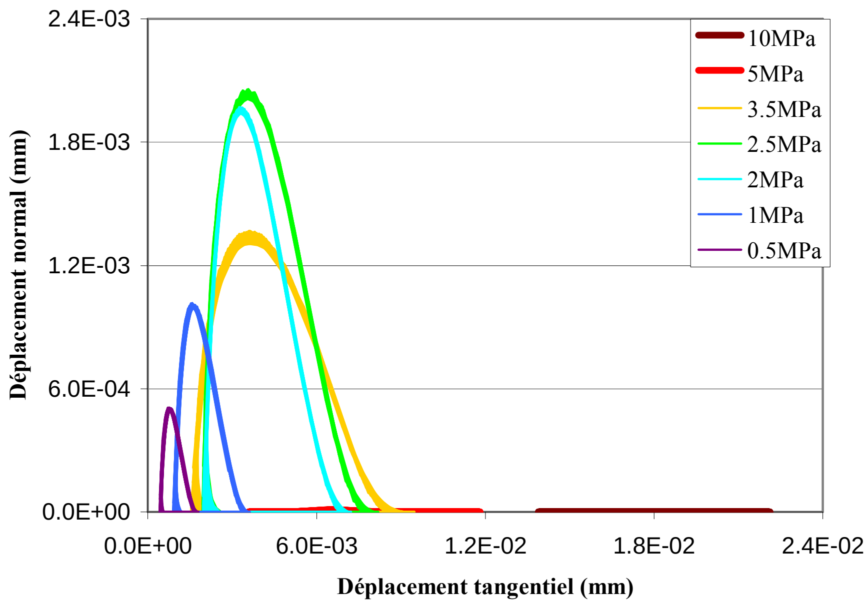
ANNEXES

ANNEXE 1

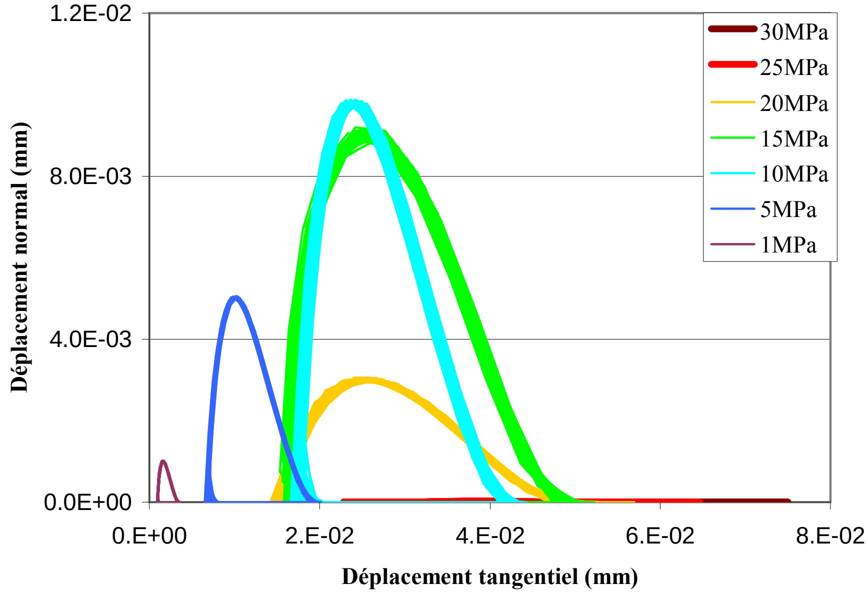
Influence de la pression à vitesse constante sur la trajectoire des nœuds en contact



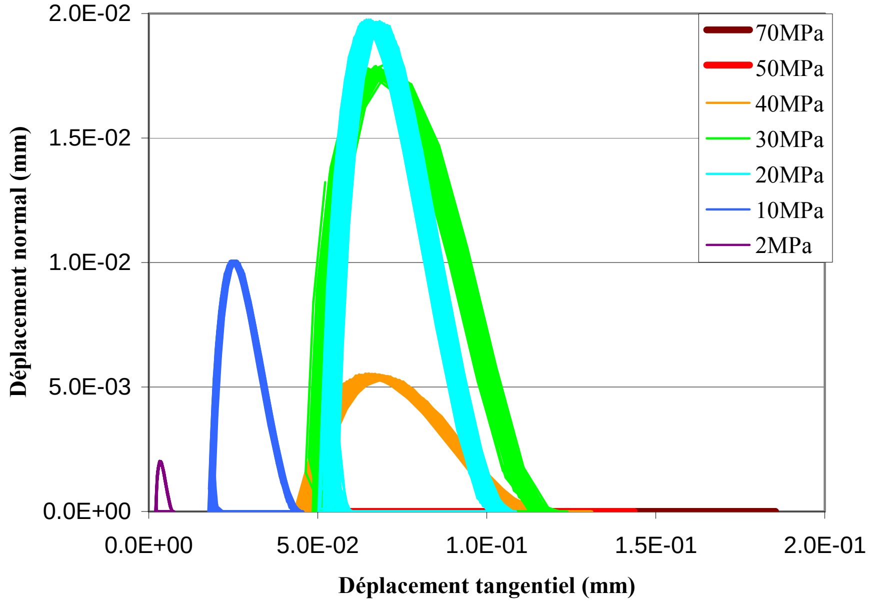
Vitesse de la surface rigide fixée à 0.5 m/s



Vitesse de la surface rigide fixée à 1 m/s



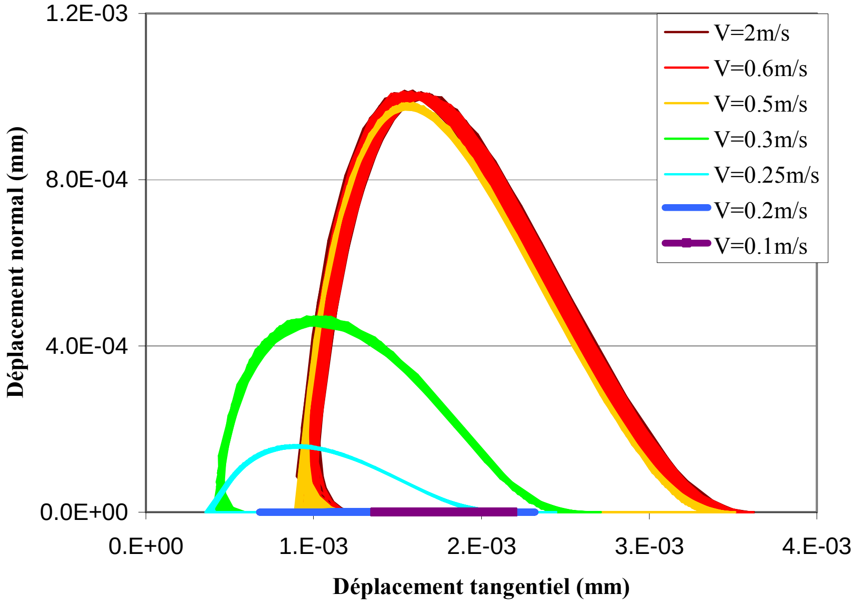
Vitesse de la surface rigide fixée à 5 m/s



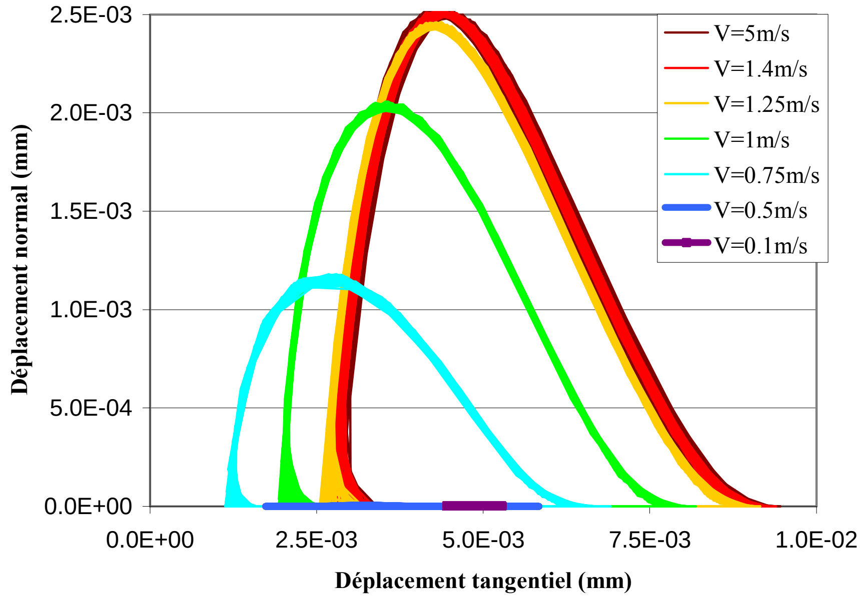
Vitesse de la surface rigide fixée à 10 m/s

ANNEXE 2

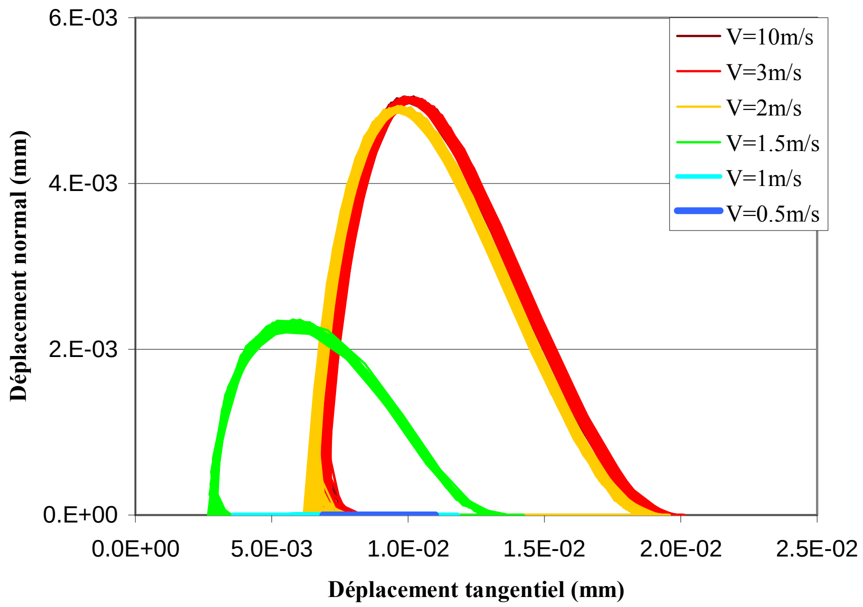
Influence de la pression à vitesse constante sur la trajectoire des nœuds en contact



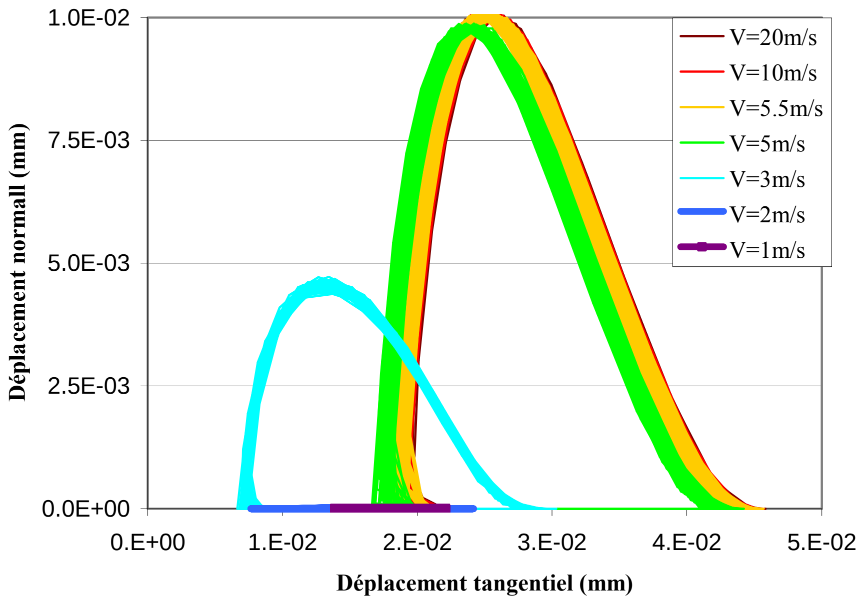
Pression appliquée fixée à 1 MPa



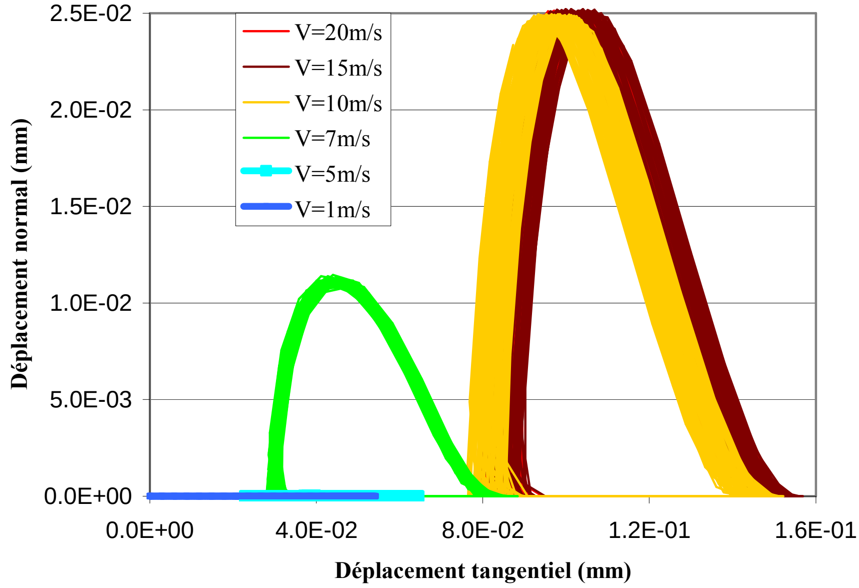
Pression appliquée fixée à 2.5 MPa



Pression appliquée fixée à 5 MPa



Pression appliquée fixée à 10 MPa



Pression appliquée fixée à 25 MPa

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : LINCK Prénoms : Vannina, Jeanne	DATE de SOUTENANCE : 01 juillet 2005

TITRE : **Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant**

Mise en évidence d'instabilités locales de contact

- Conséquences tribologiques -

NATURE : Doctorat Ecole doctorale : MEGA Spécialité : MECANIQUE	Numéro d'ordre : 2005 ISAL 0048
Cote B.I.U. - Lyon : / et bis	CLASSE :

RESUME :

Le contact avec frottement de deux corps peut générer des phénomènes de vibration et d'usure. Les conditions globales de contact (vitesses, pressions appliquées) étant généralement stables, elles ne permettent pas d'expliquer ces phénomènes. Une étude temporelle de la dynamique locale de contact (vitesses de glissement locales, contraintes de contact locales…) ainsi que de l'état tribologique local des surfaces (adhérence, glissement ou décollement) a mis en évidence l'apparition d'instabilités (présence de zones de contact adhérentes, glissantes ou décollées) au niveau du contact malgré des grandeurs globales et un coefficient de frottement local constants. Les pressions et les vitesses locales sont alors plus importantes que les grandeurs globales appliquées. Ces instabilités se caractérisent par la propagation dans le volume d'ondes générées dans le contact. Les régimes d'instabilités peuvent être différents en fonction du mécanisme, des matériaux… (régimes de type adhérence-glissement, adhérence-glissement-décollement ou glissement-décollement). Les conséquences tribologiques (dissipation de chaleur, impacts, pressions…) ainsi que la valeur du coefficient de frottement global (loin du contact) varient suivant le régime d'instabilités développé à l'interface.

MOTS-CLES : Contact, Instabilités, Frottement, Eléments finis, Dynamique

Laboratoire de recherche :	Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) UMR INSA-CNRS 5514
Directeur de thèse:	Dr. Laurent. BAILLET
Président de jury :	D.R. Michel. RAOUS
Composition du jury :	Pr. A. AKAY Dr. L. BAILLET D.R. Y. BERTHIER Pr. P. DUFRENOY D.R. M. JEAN D.R. M. RAOUS Pr. T. SASSI