

N° d'ordre : 2009ISAL0015

Année 2009

Thèse

# **Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks**

**Présentée devant**

L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

**Pour obtenir**

Le grade de docteur en Mécanique

**Formation doctorale**

École doctorale Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité : MECANIQUE, GENIE MECANIQUE, GENIE CIVIL

**Par**

Emmanuel DE LUYCKER

**Jury MM.**

P. BOISSE	Professeur (INSA de Lyon)	Directeur
C. GEINDREAU	Professeur (UJF Grenoble)	Examineur
S. LOMOV	Professeur (KU Leuven)	Rapporteur
D. MARSAL	Ingénieur de Recherche (Snecma Villaroche)	Examineur
F. MORESTIN	Maître de Conférence (INSA de Lyon)	Examineur
M. RENNER	Professeur (ENSISA Mulhouse)	Rapporteur

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS) CNRS UMR 5259

18-20, rue des Sciences F69621 VILLEURBANNE CEDEX FRANCE

---

## Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks

---

### Résumé

---

De par leur ratio résistance/poids très avantageux, les matériaux composites trouvent de plus en plus d'applications notamment, dans le domaine aéronautique. Or la sensibilité des multicouches aux délaminages limite leur usage principalement à des parties non structurales. Pour éviter ce problème et étendre le domaine d'application des matériaux composites, les tissés interlock ont été développés ; leur tissage « dans l'épaisseur » donne à ces matériaux une meilleure tolérance aux dommages et leur ouvre des applications telles que les aubes de soufflantes de réacteurs d'avions. De plus, le procédé R.T.M. utilisé dans ce cas permet de produire à moindre coût des pièces de géométrie complexe. Dans ce contexte, il est capital de bien connaître les propriétés des pièces finies, que ce soit du point de vue du comportement dynamique ou de la tenue à l'impact. La simulation du formage des renforts 3D présente donc un intérêt majeur connaissant l'influence des directions de mèches sur les propriétés de la pièce finie.

Dans ce travail de recherche, nous introduisons un élément fini Lagrangien, semi discret permettant de simuler la mise en forme de préformes interlocks. Deux modèles sont considérés pour prendre en compte l'intégralité du comportement ; la tension dans les mèches est modélisée de manière discrète alors que les autres contributions le sont par un modèle continu.

L'autre volet de ce travail est consacré à la caractérisation expérimentale de ces matériaux en traction, compression et cisaillement. Puis à l'identification du modèle.

L'élément, implémenté et validé dans un code de calcul en dynamique explicite développé au laboratoire, permet alors des simulations de mise en forme validées par l'expérience.

**Mots-Clés:** Eléments Finis, Composites, Mise en Forme, Textiles, Interlock.

---

## Simulation and experiment in 3D interlock composite fabric forming

---

### Abstract

---

According to their high stiffness/mass ratio, composite materials are more and more present in industrial products especially in aeronautics. But their sensitivity to delamination made them suitable only for non structural parts. Interlock fabrics have then been developed in order to balance this matter and increase composite materials applications. Because of their weaving through the thickness, interlock materials are much more damage tolerant than classical composites which allows applications like airplane engine fan blades. Moreover, R.T.M. process used in that case decrease complicated shapes parts fabrication costs. In this context, it's crucial to control final part properties in both dynamic and damage behaviours. Because material properties are highly influenced by yarns orientations, forming simulation of 3D fabrics are of top interest.

In this research work, we introduce a Lagrangian finite element, semi-discrete able to simulate forming of interlock fabrics. The whole behaviour is split in two parts: tension in yarns taken into account by a discrete model and the others contributions by a continuous model. The other chapter of this work deal with mechanical characterisation of those materials in traction, compression and shearing. The results allow then to identify the model.

The element, implemented and validated in an explicit dynamic code developed at LaMCoS allows forming process simulations validated with experiment.

**Key-Words:** Finite Elements, Composites, Forming Process, Textile, Interlock.

## MSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quadrivalent 2007-2010

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://sakura.cpe.fr/ED206">http://sakura.cpe.fr/ED206</a>  M. Jean Marc LANCELIN  Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
E.E.A.	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://www.insa-lyon.fr/eea">http://www.insa-lyon.fr/eea</a> M. Alain NICOLAS Insa : D. BARBIER ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 - Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 86 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 48 87 17 een@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
E2M2	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2">http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</a>  M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 28 59 50 Fax 04 26 28 59 49 06 07 58 89 18 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDIIS	<b>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</b> <a href="http://ediis.univ-lyon1.fr">http://ediis.univ-lyon1.fr</a>  M. Alain MILLE  Secrétariat : I. BUISSON	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - EDIIS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 44 80 58 ediis@liris.cnrs.fr - alain.mille@liris.cnrs.fr
EDISS	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ</b>  Sec : Saffa Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 85 49 16 Didier.revel@creatis.univ-lyon1.fr
Matériaux	<b>MATERIAUX DE LYON</b>  M. Jean Marc PELLETIER  Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.48 83 18 Fax 04 72 48 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr
Math IF	<b>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</b>  M. Pascal KOIRAN  Insa : G. BAYADA	M. Pascal KOIRAN Ecole Normale Supérieure de Lyon 46 allée d'Italie 69364 LYON Cédex 07 Tél : 04.72.72 84 81 Fax : 04 72 72 89 69 Pascal.koiran@ens-lyon.fr Secrétariat : Fatime Latif - latif@math.univ-lyon1.fr
MEGA	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b>  M. Jean Louis GUYADER  Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 18 87 12 mega@lva.insa-lyon.fr
SeSo	<b>ScSo*</b>  M. BRAVARD Jean Paul  Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. BRAVARD Jean Paul Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.87.28.04.48 Jean-paul.bravard@univ-lyon2.fr

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

# Table des Matières

<b>Table des Figures</b> .....	<b>9</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>15</b>
<b>Chapitre I : Présentation du Contexte</b> .....	<b>19</b>
<b>1 Les composites</b> .....	<b>20</b>
1.1 Les renforts fibreux .....	20
1.2 Les tissés .....	22
1.3 Les interlocks.....	24
<b>2 Contexte</b> .....	<b>26</b>
2.1 Le procédé R.T.M. ....	26
2.2 Simulation du préformage.....	27
2.3 Application industrielle – aubes de soufflante à renforts interlocks.....	29
<b>Chapitre II : Comportement Mécanique des Tissés</b> .....	<b>31</b>
<b>1 En Traction</b> .....	<b>32</b>
1.1 Comportement non linéaire en traction .....	32
1.2 Adimensionnement des résultats .....	33
1.3 Quelques résultats .....	33
<b>2 En Compression</b> .....	<b>35</b>
2.1 Comportement non linéaire en compression et anélasticité .....	35
2.2 Adimensionnement des résultats .....	36
<b>3 En Cisaillement</b> .....	<b>38</b>
3.1 Comportement non linéaire en cisaillement .....	38
3.2 Sources d’anélasticité en cisaillement .....	39
3.3 Essai de Picture Frame .....	41
3.3.1 Dispositif expérimental.....	41
3.3.2 Adimensionnement du Picture Frame par le couple surfacique .....	43
3.4 Essai de Bias Test .....	46
3.4.1 Cinématique et Hypothèses .....	47
3.4.2 Adimensionnement du Bias Test par le couple surfacique .....	49
<b>4 Corrélation d’images</b> .....	<b>52</b>
4.1 Corrélation à l’échelle mésoscopique .....	52
4.1.1 Investigation des mécanismes de déformation dans le Bias Test.....	52
4.1.2 Approche mésoscopique pour la quantification du cisaillement.....	53
4.2 Corrélation à l’échelle macroscopique.....	55
4.3 Traitements matériaux et lumière UV .....	56
<b>4 Conclusion</b> .....	<b>59</b>
<b>Chapitre III : Outil Numérique de Simulation</b> .....	<b>61</b>
<b>1 Différentes approches possibles</b> .....	<b>63</b>
1.1 Modèle continu anisotrope.....	63
1.2 Modèles discrets.....	63
1.3 Approche semi discrète.....	64
<b>2 Plast4 : code développé au LaMCoS</b> .....	<b>65</b>
2.1 Formulation sur la configuration actuelle .....	65
2.1.1 Problème de référence .....	65
2.1.2 Discrétisation spatiale : éléments finis .....	66
2.2 Schéma de résolution en dynamique explicite .....	67
<b>3 Modèle discret pour la prise en compte des mèches en tension</b> .....	<b>69</b>
3.1 Eléments finis constitués de segments de mèches.....	69
3.2 Efforts nodaux de tension .....	70
3.2.1 Vecteur tension.....	70
3.2.2 Travaux virtuels de tension .....	70
3.2.3 Base matérielle et calcul du tenseur des déformations .....	71
3.2.4 Calcul de la déformation longitudinale dans la mèche.....	73
3.3 Actualisation des tensions.....	75
3.3.1 Comportement hypoélastique de mèches .....	75
3.3.2 Comportement des mèches .....	75

3.4	Implémentation et validation.....	76
3.4.1	Tests élémentaires à déplacements imposés .....	77
3.4.2	Tests élémentaires à efforts imposés .....	79
3.4.3	Cycle test .....	80
3.4.4	Verrouillage en cisaillement .....	81
3.5	Maillage des mèches depuis le tissage .....	83
<b>4</b>	<b>Modèles pour la prise en compte des raideurs de cisaillement et de compression transverse .....</b>	<b>87</b>
4.1	Analogies entre les mécanismes en compression et en cisaillement .....	88
4.2	Modèle discret pour la prise en compte des rigidités transverses .....	89
4.3	Modèle compressible sphérique .....	90
4.3.1	Calcul de la variation de volume .....	90
4.3.2	Relation de comportement .....	91
4.4	Modèle hypoélastique isotrope rigidifiant .....	92
4.4.1	Intérêt d'un tel modèle .....	93
4.4.2	Dérivée de Jaumann .....	93
4.4.2.1	Cycle avec rotation macroscopique sous tension .....	94
4.4.2.2	Test en cisaillement simple .....	95
4.4.2.2	Cycle en compression cisaillement .....	96
4.5	Modèle contravariant .....	97
4.5.1	Considérations sur l'anisotropie des tissés 3D .....	98
4.5.1.1	Dans un massif interlock .....	98
4.5.1.2	Empilement de couches .....	98
4.5.1.3	Dans un plan chaîne trame .....	99
4.5.2	Ecriture tensorielle des contraintes .....	100
4.5.2.1	Contributions normales .....	100
4.5.2.2	Contributions tangentielles .....	100
4.5.3	Comportement associé .....	101
4.5.3.1	Pour la contribution normale .....	101
4.5.3.1	Pour la contribution tangentielle .....	101
<b>5</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>103</b>
	<b>Chapitre IV : Identification du Modèle .....</b>	<b>105</b>
<b>1</b>	<b>Identification du modèle discret .....</b>	<b>106</b>
1.1	Raideur des mèches .....	106
1.1.1	Calcul direct de la raideur .....	106
1.1.2	Détermination à partir d'un essai .....	107
1.1.3	Cas de maillages simplifiés .....	107
1.2	Embuvage du tissé .....	108
1.2.1	Maillage avec embuvage .....	108
1.2.2	Embuvage matériel équivalent .....	109
<b>2</b>	<b>Identification du comportement transverse .....</b>	<b>110</b>
2.1	Identification en cisaillement .....	110
2.2	Identification en compression .....	111
2.2.1	Dans le cas de maillages plans : identification analytique .....	112
2.2.2	Pour des maillages plus complexes .....	114
	<b>Chapitre V : Simulations de Mise en Forme et Comparaison .....</b>	<b>115</b>
<b>1</b>	<b>Emboutissage hémisphérique .....</b>	<b>116</b>
1.1	Expérience .....	116
1.2	Simulation .....	120
1.3	Comparaison .....	123
	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>125</b>
	<b>Bibliographie .....</b>	<b>127</b>
	<b>Annexe A : Dispositif Expérimental .....</b>	<b>137</b>
1	Machine de traction Schenk .....	137
2	Capteurs externes .....	138
3	Dispositifs optiques .....	139
3.1	Pour la corrélation d'images .....	139
3.2	Pour la stéréo corrélation .....	141
4	Montages dédiés .....	141
4.1	Pinces pour le Bias Test .....	141

4.2	<i>Table différentielle pour l'étude mésoscopique du Bias Test</i> .....	142
4.3	<i>Dispositif pour maintien de tissus épais par queues d'arondes</i> .....	143
4.4	<i>Pinces massives pour le maintien de tissus épais</i> .....	144
5	Module d'emboutissage .....	145



# Table des Figures

Figure I-1 : Exemples de composites usuels .....	20
Figure I-2 : Renforts fibreux de composites.....	21
Figure I-3 : Fibres de verres constituant les mèches d'un renfort de type taffetas .....	21
Figure I-4 : Types de renforts 2D [HIV03] .....	23
Figure I-5 : Schéma d'un métier à tisser Jacquard.....	23
Figure I-6 : Métier à tisser Jacquard pour préformes 3D interlock [MOU99] et exemple de matériau interlock SNECMA .....	24
Figure I-7 : Procédé R.T.M. [BAD08a] .....	26
Figure I-4 : Aube composite 3D interlock Snecma.....	29
Figure II-1 : Embuvage d'un tissé [BOI04] .....	32
Figure II-2 : Essai de traction sur un Interlock – dispositif et résultat.....	34
Figure II-3 : Dispositif d'essai en compression éprouvette interlock de 8,5 couches / résultat avec répétition de l'essai sur deux interlocks de 4,5 et 8,5 couches .....	35
Figure II-4 : Essai de compression adimensionné pour deux interlocks de 4,5 et 8,5 couches .....	36
Figure II-5 : Comportement en cisaillement pour un taffetas de verre et un interlock ...	38
Figure II-6 : Mécanisme de cisaillement d'un interlock de carbone (G1151) .....	39
Figure II-7 : Répétition d'un essai de cisaillement (Bias Test) sur une éprouvette de G1151 (250mm par 100mm) / adoucissement par frottements inter-fibres .....	39
Figure II-8 : Essais de cisaillement (Bias Test) avec décharge locale sur une éprouvette de G1151 (300mm par 100mm).....	40
Figure II-9 : Adoucissement d'un tissé de carbone (G1151) en cisaillement (Bias Test) par endommagement de la couche d'ensimage.....	41
Figure II-10 : Picture Frame et Eprouvette de G1151 pour Picture Frame avec talons...	42
Figure II-11 : Cadre réel et cadre unitaire [PEN04] – $F_{sh}$ défini par [HAR04] .....	43
Figure II-12 : Picture Frame – paramétrage et sollicitations .....	44
Figure II-13 : Adimensionnement du Picture Frame / comparaison entre le couple surfacique et $F_{sh}$ .....	46
Figure II-14 : Bias Test – Paramétrage de l'éprouvette initiale puis cisillée .....	47
Figure II-15 : Paramétrage angulaire de l'éprouvette de Bias Test – Eprouvette non cisillée et cisillée.....	48
Figure II-16 : Angle de cisaillement théorique et mesuré dans une éprouvette de Bias Test .....	48

Figure II-17 : Mesure mésoscopique du cisaillement par corrélation d'images dans la zone cisailée (a) (c) et la zone demi cisailée (b) (d) pour deux états de sollicitation différents .....	53
Figure II-18 : Vérification expérimentale du cisaillement en Bias Test dans la zone cisailée et la zone demi cisailée et angle théorique .....	54
Figure II-19 : Glissement à la frontière entre les trois zones .....	54
Figure II-20 : Hypothèse cinématique pour la corrélation macroscopique / cisaillement pur .....	55
Figure II-21 : Angle de cisaillement en Bias Test mesuré par corrélation à l'échelle macroscopique (tissu : G1151, éprouvette : 300 mm x 100 mm) .....	56
Figure II-22 : Brillance des tissés de carbone .....	57
Figure II-23 : Traitement par matifiant et mouchetis dentifrice .....	57
Figure II-24 : Traitement réagissant aux UV .....	58
Figure III-1 : Elément fini semi discret constitué de mèches .....	64
Figure III-2 : Non glissement des mèches lors d'une mise en forme – la grille initialement tracée reste continue .....	69
Figure III-3 : Problème de référence .....	72
Figure III-4 : Décomposition du vecteur tangent dans la base covariante de l'élément ..	73
Figure III-5 : Embuvage structurel (à gauche) ou matériel (à droite) – Maillage et comportement de mèche associé .....	76
Figure III-6 : Dimensions de l'élément fini testé .....	76
Figure III-7 : Tests en traction à déplacements imposés .....	77
Figure III-8 : Erreur sur l'effort en traction à déplacements imposés .....	78
Figure III-9 : Cisaillement simple et cisaillement pur à déplacements imposés .....	78
Figure III-10 : Erreur en cisaillement simple (a) et tension résiduelle en cisaillement pur (b) à déplacements imposés.....	79
Figure III-11 : Réponse en traction à efforts imposés (échelles log) et erreur associée sur la déformation de Hencky à efforts imposés en traction (échelles log) .....	79
Figure III-12 : Cycle test 1 : cisaillement / traction / cisaillement / compression .....	80
Figure III-13 : Effort dans la mèche et énergie interne de l'élément pour le Cycle test 1 de chargement .....	80
Figure III-14 : Verrouillage en cisaillement dans le Bias Test : Effort pour les différents maillages, énergies et déformées .....	81
Figure III-15 : Courbure de l'espace pour des mèches non alignées initialement avec le maillage .....	82

Figure III-16 : Courbure de l'espace entraînant des tensions parasites dans les mèches pour une discontinuité de cisaillement.....	83
Figure III-17 : Principe du programme de maillage des mèches – trajet des mèches / élément fini englobant la structure / intersections / approximation par des segments ....	84
Figure III-18 : Mèche ondulée dans un élément Lagrangien .....	84
Figure III-19 : Réponse d'une mèche droite, d'une mèche sinusoïdale et d'une mèche droite avec embuvage numérique à une sollicitation de traction. ....	85
Figure III-20 : Mise en donnée issue de la spécification réelle du tissage de la préforme pour un élément seul et pour une éprouvette de pied .....	85
Figure III-21 : Taux de compression dans une cinématique de cisaillement pur .....	88
Figure III-22 : Mèches de cisaillement additionnelles pour l'approche discrète .....	89
Figure III-23 : Simulation d'emboutissage et de Bias Test avec un second ordre sphérique.....	92
Figure III-24 : Cycle test 2 : Traction / Rotation / Compression / Rotation .....	94
Figure III-25 : Contraintes dans l'élément lors du Cycle test 2 (en fonction de l'incrément).....	94
Figure III-26 : Cinématique de cisaillement pur – Paramétrage – Réponse en contrainte du modèle hypoélastique de Jaumann en fonction du cisaillement.....	95
Figure III-27 : Energie interne dans l'élément pour un fort taux de cisaillement simple	96
Figure III-28 : Cycle test 3 : Compression / Cisaillement Simple / Traction / Cisaillement Simple.....	96
Figure III-29 : Contraintes dans l'élément lors du cycle test 3 .....	97
Figure III-30 : Energie interne dans l'élément lors du cycle test 3 .....	97
Figure III-31 : Réseau chaîne et trame dans un massif interlock très simplifié .....	98
Figure III-32 : Empilement de couches – Cisailé / Comprimé .....	99
Figure III-33 : Réseau chaîne ( $g_1$ ) – trame ( $g_2$ ), base matérielle et paramétrage associé. ....	99
Figure III-34 : Comportement élastique non linéaire en cisaillement .....	102
Figure IV-1 : Résultat d'un essai de traction.....	107
Figure IV-2 : Module de mèche équivalent pour un maillage approximé .....	107
Figure IV-3 : Prise en compte de l'embuvage : structurelle (a) ou via le comportement (b) .....	108
Figure IV-4 : Différents degrés d'embuvage des mèches et paramètre correspondant .	109
Figure IV-5 : Comportement en tension d'une mèche permettant de simuler l'embuvage .....	109

Figure IV-6 : Raideur de mèches croissantes en Bias Test – de $10^{E-3}$ à $10^{E+2}$ fois la raideur réelle – stabilisation de la réponse au delà de 10% de la raideur réelle .....	111
Figure IV-7 : Essais de compression sur deux interlocks d'épaisseurs différentes et modèle identifié correspondant. ....	112
Figure IV-8 : Simulations de compression d'un volume donné de fibres pour différentes taux de fibres initiaux : épaisseurs initiales variables.....	113
Figure V-1 : Drapage sur une forme hémisphérique pour un matériau isotrope puis un tissé sans ou avec prise en compte du comportement en cisaillement [HAM07] .....	116
Figure V-2 : Emboutissage hémisphérique d'un tissé 2D avec serre flanc [HAM08]..	117
Figure V-3 : Emboutissage hémisphérique d'un interlock .....	117
Figure V-4 : Epreuve interlock avant et après déformation et zones de mesure de l'angle de cisaillement .....	118
Figure V-5 : Emboutissage hémisphérique d'un interlock – Scan de l'éprouvette à gauche / palpé optique par stéréo corrélation et cartographie d'altitude à droite.....	119
Figure V-6 : Mesures par stéréo corrélation de l'éprouvette déformée après repositionnement : peau supérieure représentée par des triangles et peau inférieure par une surface .....	120
Figure V-7 : Simulation d'emboutissage d'un tissé interlock : mèches à $0^{\circ}$ - $90^{\circ}$ (a) et $\pm 45^{\circ}$ (b) (un quart de géométrie considéré par symétrie).....	121
Figure V-8 : Emboutissage d'un même tissés pour deux orientations de fibres – $0^{\circ}$ - $90^{\circ}$ et $\pm 45^{\circ}$ [GEL96] .....	121
Figure V-9 : Simulation d'emboutissage d'un interlock d'épaisseur 7 mm (un quart de géométrie considéré par symétrie).....	122
Figure V-10 : Extérieur (a) et intérieur (b) de l'éprouvette emboutie simulée avec coupe du matériau continu – Tension dans les mèches (en N) / Angle de cisaillement (en deg) .....	122
Figure V-11 : Réponse du matériau pour une finesse de maillage croissante (effort sur les outils) pour 1485 ddl (5 min de calcul), 9135 ddl (62 min) et 63099 ddl (515min)	123
Figure V-12 : Comparaison entre la déformée simulée et la contour mesuré : (a) Scan de l'éprouvette, (b) Simulation et (c) Superposition des deux .....	123
Figure V-13 : Comparaison entre la simulation – mesure par stéréo corrélation (traits bleus) et Scan pour un essai d'emboutissage sur un interlock de 15 mm.....	124
Figure A-1 : Machine de traction RSA 250 kN Sckenk .....	137
Figure A-2 : Capteur d'effort, capacité $\pm 200$ daN.....	138
Figure A-3 : Capteur de déplacement, capacité 4,5 mm .....	138

Figure A-4 : Caméra Hamamatsu 1344 x 1024 pixels et objectif Fujinon TV Lens 1:1.4/16mm .....	139
Figure A-5 : Objectif de 55 mm et table différentielle dédiée à l'étude mésoscopique du Bias Test [MAK07] .....	139
Figure A-6 : Objectif télécentrique sur sa platine asservie pour un essai de Bias Test (tissu Hexcel Composites) .....	140
Figure A-7 : Corrélation d'images.....	140
Figure A-8 : Stéréo corrélation sur une éprouvette emboutie.....	141
Figure A-9 : Premier modèle de pinces.....	142
Figure A-10 : Pinces avec système de maintien (à gauche) tissu G1151 Hexcel Composite et sans le système de maintien (à droite) NCF EADS .....	142
Figure A-11 : Moule pour injection de talons en résine et mors adaptés .....	143
Figure A-12 : Injection de talons en résine (G1151) et essai avec le mors adaptés (Interlock SNECMA).....	144
Figure A-13 : Pinces massives pour essais sur tissu épais .....	145
Figure A-14 : Module d'emboutissage hémisphérique et poinçon de diamètre 100 mm .....	146



---

# Introduction

Depuis une vingtaine d'années, les matériaux composites connaissent une forte croissance dans les domaines de haute technologie tels que l'aéronautique, l'automobile, le génie civil, etc. Cet engouement, généré par les propriétés avantageuses qu'ils possèdent tant sur le plan mécanique que thermique, a largement favorisé les activités de recherche sur ces matériaux, et leur a ainsi permis de rattraper, en grande partie, le retard théorique qu'ils avaient auparavant sur les matériaux plus « classiques ».

De par l'augmentation de la capacité de production en fibres de carbone notamment, le coût des matières premières des matériaux composites a connu une baisse notable. Les pièces composites restent néanmoins chères du fait de l'automatisation trop limitée des procédés, qui font encore très largement appel au drapage manuel de couches minces de constituants. Ce drapage, dans le cas de pièces de forte épaisseur, conduit à des coûts de fabrication prohibitifs, qui limitent leur utilisation à des applications très spécifiques telles que la construction du caisson central de l'Airbus A380.

L'attrait des industriels vers ces matériaux contribue grandement à l'effort de recherche vers des solutions à moindre frais. Et les procédés par injection de résine tels que le RTM, où la préforme fibreuse est emboutie dans un moule, offrent aujourd'hui des perspectives avantageuses en termes d'automatisation, et donc de gains de temps.

La deuxième évolution remarquable de ces dernières années concernant les pièces de forte épaisseur est la mise en oeuvre de tissés 3D tels que les interlocks. Dans ces composites, la préforme fibreuse est élaborée d'un seul bloc sur un métier à tisser adapté, et possède une forme proche de celle de la pièce finie. Ainsi, même si l'élaboration de cette préforme s'avère assez complexe et coûteuse, l'utilisation de renforts 3D reste tout à fait compétitive, car elle simplifie grandement la mise dans le moule, qui peut alors être automatisée. Grâce à leur structure 3D, ces matériaux offrent également des propriétés intéressantes en terme de résistance, et sont quasiment insensibles aux délaminages. Au vu des avantages qu'ils présentent, on peut envisager, pour les interlocks, des domaines d'application étendus, en particulier pour les pièces structurales en aéronautique.

Ce travail de recherche s'inscrit dans l'étude, expérimentale et numérique, des renforts interlocks pour les aubes de soufflantes. Cette pièce, très fortement sollicitée, est présente dans le premier étage de compression d'un moteur d'avion. Il est clair, dans ce contexte, que la maîtrise du procédé et la connaissance du matériau sont capitales pour être en mesure de garantir les

propriétés mécaniques de la pièce en service, et donc, in fine, la sécurité des équipages et hommes à bord.

La simulation couplée à la caractérisation des interlocks permet de déterminer la faisabilité d'une mise en forme, mais surtout les positions et orientations de mèches dans la pièce finie, en évitant de passer par les démarches essais/erreurs, qui, on le sait, sont très lourdes. Ceci est crucial à la fois pour la détermination des caractéristiques mécaniques du composite en service, et pour le calcul de la perméabilité après drapage, étape indispensable pour une analyse correcte de l'injection.

Ce travail de recherche s'inscrit dans la continuité de ceux de l'équipe « Mise en forme des composites », dont l'objet principal est la mise au point de logiciels de simulation de mise en forme de renforts 2D et 3D [AIM07] [HAM07] ainsi que l'analyse expérimentale et numérique du comportement mécanique des renforts aux échelles méso et macroscopiques [BUE98] [HIV02] [DUM03] [HAG04] [BAD08a].

Le travail présenté dans ce document concerne la simulation et l'expérimentation de renforts 3D interlocks. Les apports de ce travail sont les suivants :

Concernant l'aspect expérimental :

- Adaptation et extension d'essais existants aux tissés interlocks avec l'essai Bias Test et l'essai de traction. Pour cela, différents montages ont été conçus et réalisés.
- Développements théoriques sur le dépouillement des essais de cisaillement : une nouvelle approche a été introduite, qui permet de tenir compte de l'ensemble des zones sollicitées. Ceci a été présenté dans [DEL06] et publié dans [CAO08] ; cette approche a également été appliquée au Picture Frame, permettant ainsi de faire le lien entre ces deux essais par le biais d'une grandeur intrinsèque au tissé, à savoir le couple de cisaillement.
- En corrélation d'image, enrichissement de deux méthodes visant à accéder à l'angle de cisaillement dans un tissé : l'une, à l'échelle mésoscopique, a permis d'approfondir la connaissance du Bias Test et a donné lieu à une publication [LOM08] ; l'autre, à l'échelle macroscopique, avec laquelle on a pu dresser une cartographie du champ de cisaillement, a également été utilisée en Bias Test et a donné lieu à une publication dans [LEE08a].

Concernant l'aspect numérique :

- Définition d'une stratégie de simulation adaptée aux structures tissées interlock qui offre la possibilité de dissocier la contribution venant des mèches en tension prise en compte

par un modèle discret, des autres contributions, déjà prises en compte dans un modèle continu.

- Définition d'une stratégie permettant de prendre en compte les informations géométriques mésoscopiques définissant les trajets de mèches.
- Intégration de l'élément semi-discret dans le code Plast4 développé au laboratoire (LaMCoS). Ce travail a fait l'objet d'une publication [DEL09].



---

# Chapitre I : Présentation du Contexte

<b>1</b>	<b>Les composites .....</b>	<b>20</b>
1.1	Les renforts fibreux .....	20
1.2	Les tissés .....	22
1.3	Les interlocks.....	24
<b>2</b>	<b>Contexte .....</b>	<b>26</b>
2.1	Le procédé R.T.M. ....	26
2.2	Simulation du préformage.....	27
2.3	Application industrielle – aubes de soufflante à renforts interlocks.....	29

Les matériaux composites, de par leur rapport raideur/masse très avantageux, connaissent depuis quelques années un essor important dans le domaine des transports. En effet, la consommation de carburant étant proportionnelle à la masse embarquée, ces matériaux ont une place de choix pour contribuer à la maîtrise des dépenses énergétiques.

Ils présentent également des avantages en terme de coût de fabrication, notamment grâce au procédé R.T.M. qui permet une productivité importante en réalisant en « une seule phase » des pièces finies.

Dans ce chapitre, nous introduirons les différents types de matériaux composites existants et les interlocks qui constituent l'objet de cette thèse. L'accent sera ensuite mis sur le procédé R.T.M., dont l'utilisation tend à se démocratiser, et qui présente de nombreux avantages en mise en forme de composites. Nous situerons enfin ce travail dans son contexte industriel et montrerons l'intérêt présenté par la simulation numérique du préformage de renforts textiles.

# 1 Les composites

On appelle matériau composite un assemblage d'au moins deux composants non miscibles. On peut citer l'exemple de bio-composites naturels tels que le bois ou les tissus humains. Le premier composite élaboré par l'homme date lui du néolithique et n'est autre que le torchis, association de terre et de fibres végétales, très largement utilisé comme matériau de construction. Aujourd'hui, les composites nous entourent, que ce soit le béton, constitué de ciment et de gravier, le béton armé, qui possède en plus un renfort métallique, ou encore les pneus, assemblages de caoutchouc autour d'une âme textile fibreuse ou métallique.

En règle générale, on peut distinguer dans les constituants d'un composite le renfort et la matrice.

	<b>Matrice</b>	<b>Renfort</b>
<b>Torchis</b>	Terre	Fibres végétales
<b>Béton armé</b>	Ciment	Structure métallique
<b>Pneus</b>	Caoutchouc	Âme textile ou métallique

**Figure I-1 : Exemples de composites usuels**

Le renfort est là pour donner rigidité et ténacité au matériau alors que la matrice, généralement plus faible, permet d'apporter la cohésion de la structure fibreuse.

Ces matériaux présentent l'avantage d'un très bon rapport résistance/poids qui les rend attractifs pour l'industrie en général et dans le domaine des transports en particulier. On peut citer comme application classique des matériaux composites tel que l'on entend ce terme aujourd'hui, les renforts de fibres de verre, de fibres de carbone, de Kevlar ou encore des fibres pour des applications plus spécifiques telles que les céramiques les métalliques ou les fibres SiC. Nous distinguerons ensuite les CMO (composites à matrices organiques) qui sont les plus répandus et utilisent des matrices thermoplastiques ou thermodurcissables telles que les résines époxy, des CMC (composites à matrices céramiques) ou encore CMM (composites à matrices métalliques). Ces deux derniers présentent des coûts de fabrication très élevés (dépôt de matrice par voie gazeuse pour les CMC) et leur utilisation reste limitée à des applications de pointe en aéronautique ou dans le domaine spatial quand des contraintes thermiques sévères entrent en jeu par exemple.

---

## 1.1 Les renforts fibreux

Selon le domaine d'application visé, plusieurs types de renforts, de coûts très variables, sont utilisés.

Les plus accessibles sont les *mats* Fig. I-2(a), ou les *fibres courtes*, utilisés dans des applications non structurelles telles que les pare chocs d'automobiles ou les coques de piscines. Les fibres sont alors parfois injectées dans le moule avec la résine, ce qui permet des gains de productivité importants très appréciés de l'industrie automobile. Les pièces ainsi obtenues présentent des propriétés sensiblement meilleures et ce avec un apport volumique de fibres de l'ordre de 30%. Ces matériaux ont alors un comportement plutôt isotrope (mais non maîtrisé) et sont donc limités à ces applications non structurelles.

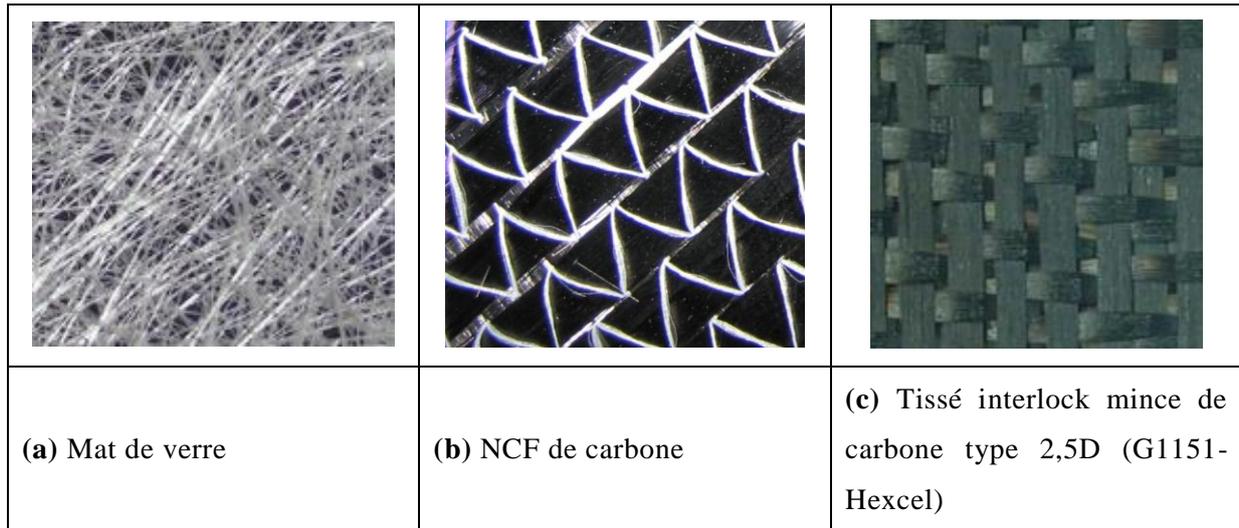


Figure I-2 : Renforts fibreux de composites

On peut également rencontrer des renforts de type *tricot*. Leur utilisation est plus marginale, mais présentent une grande aptitude à se déformer on peut citer comme application les renforts de durites.

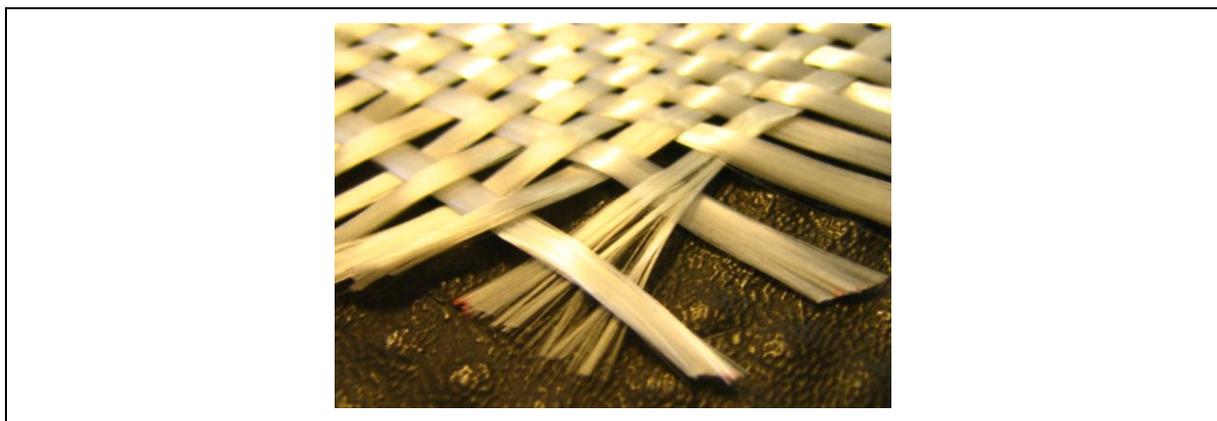


Figure I-3 : Fibres de verres constituant les mèches d'un renfort de type taffetas

Viennent ensuite les renforts à *fibres longues* qui sont utilisés à des taux volumiques de fibres avoisinant les 70% et dont le domaine d'application est celui des pièces structurelles. Ils voient leur utilisation croître, particulièrement dans les domaines de l'automobile de pointe [BER89],

de la construction navale [SMI90], du génie civil [BOW89] [DOU06], et surtout de l'aéronautique [POR01] [MAZ05]. Les fibres constituant les renforts possèdent des diamètres très petits, (de l'ordre du micromètre) et, pour faciliter leur mise en œuvre, elles sont agencées par paquets de tailles variables appelés mèches cf. **Fig. I-3**.

Plusieurs types d'agencements de mèches sont alors rencontrés, tels que les *nappes unidirectionnelles* (UD) ou les *NCF* (« non-crimp fabric ») cf. **Fig. I-2(b)** qui sont des empilements de nappes UD de différentes orientations cousues entre elles. Ces renforts offrent la solution la plus efficace en terme de rigidité car les mèches qui les constituent ne sont pas ondulées, ils seront alors qualifiés de renforts *HM* pour *haut module*. Leur mise en oeuvre est par contre peu aisée car le renfort est très fragile. Ces matériaux sont donc généralement élaborés en blocs monolithiques stratifiés de composite fini (fibres avec résine durcie) présentant des séquences d'empilement de couches dans diverses directions (généralement 0, 45 et 90° exemple [90/45/0/-45]), qui sont ensuite assemblés pour constituer la structure finale. On peut citer par exemple le caisson central de l'airbus A380, clef de voûte de la structure, réalisé entièrement avec ce type de matériau (blocs stratifiés de carbone époxy).

L'autre grande famille de renforts à fibres longues est celle des tissés cf. **Fig. I-2(c)**.

---

## 1.2 Les tissés

Si les renforts de *HM* présentent des propriétés mécaniques optimales en terme de raideur, ce type de renfort reste difficile à mettre en œuvre du fait de leur fragilité (avant ajout de résine). Ils sont alors soit élaborés complètement (en blocs monolithiques), soit présentés en couches de préimprégnés. La couche fibreuse est dans ce cas entourée d'une résine thermodurcissable qui assure une certaine cohésion (à conserver en chambre froide – donc périssable). Ils permettent ainsi des drapages avec déformation modérée du renfort. En effet, l'intérêt majeur des composites réside dans la souplesse du renfort (sec ou avec de la résine non polymérisée pour les préimprégnés) qui permet la réalisation de pièces possédant des géométries complexes (de fortes courbures par exemple) par drapage.

Des agencements de mèches tissés, plus « maniables » sont alors rencontrés.

Leurs motifs ou armures de tissage sont très variables, allant du taffetas **Fig. I-4(a)**, aussi appelé toile, qui présente la séquence la plus simple (une mèche de trame passe successivement au dessus puis en dessous des mèches de chaîne) aux sergés **(b)** et satins **(c)**, plus complexes. Le type d'armure n'est pas anodin, et confère au tissé des propriétés particulières notamment en cisaillement : il sera plus aisé pour les sergés ou satin que pour le taffetas, beaucoup plus raide. Les tissés peuvent également posséder des densités de fibres différentes entre la direction chaîne et la trame. On parle alors de tissu déséquilibré (de tissu équilibré si non).

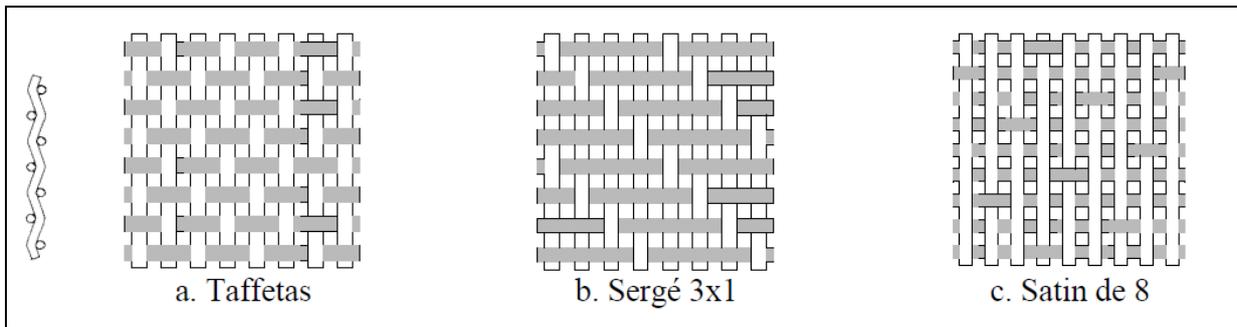


Figure I-4 : Types de renforts 2D [HIV03]

Le ratio de fibres chaîne trame 70% - 30% indique par exemple que 70% des fibres sont dans la direction chaîne et que 30% sont en trame (50% - 50% pour un tissu équilibré). Plusieurs types de fibres (de nature différentes) peuvent également être rencontrés dans un tissé, on parle alors de renfort hybride. Contrairement aux renforts **HM** pour lesquels les mèches sont droites, dans les tissés les mèches présentent une ondulation. Cette ondulation est quantifiée par **l'embuvage** exprimé en % et calculé à partir des longueurs de mèches et de tissu :

$$\text{embuvage} = \frac{\text{longueur mèche} - \text{longueur tissu}}{\text{longueur tissu}} \cdot 100 \quad (\text{I.1.1})$$

Ces renforts sont fabriqués sur des métiers à tisser utilisant la mécanique Jacquard cf. **Fig. I-5**. Les mèches de chaîne sont initialement disposées sur le métier et placées dans des lisses qui permettent de les piloter individuellement. Le tissu est ensuite réalisé en introduisant successivement chaque mèche de trame après repositionnement des chaînes (par l'intermédiaire des lisses) en fonction de l'armure désirée.

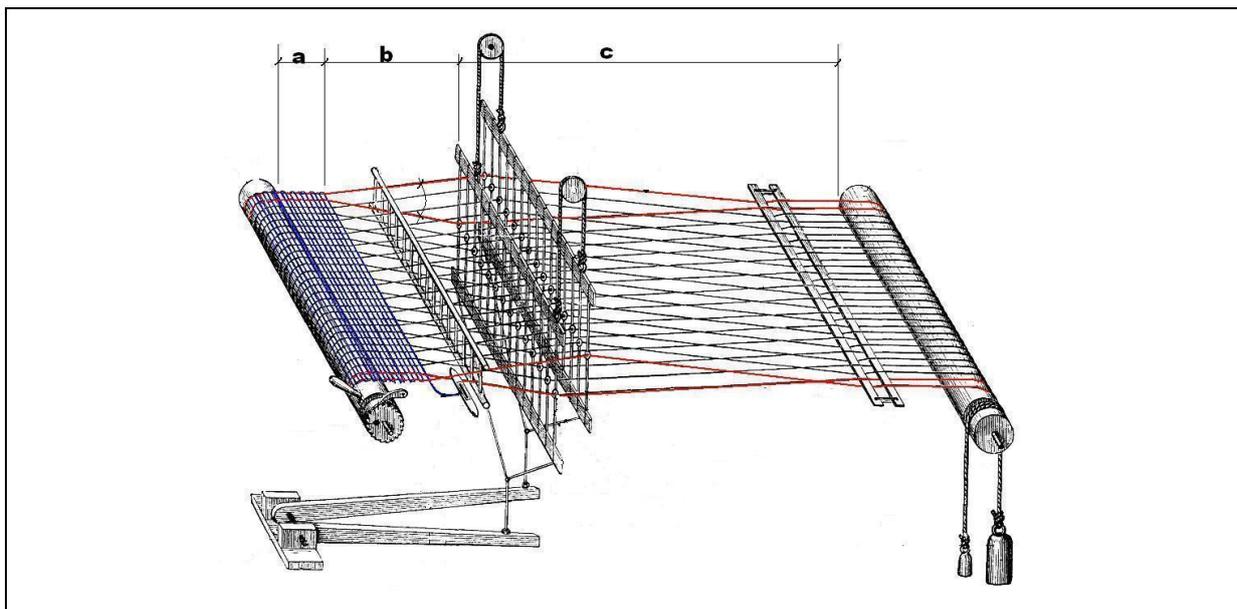


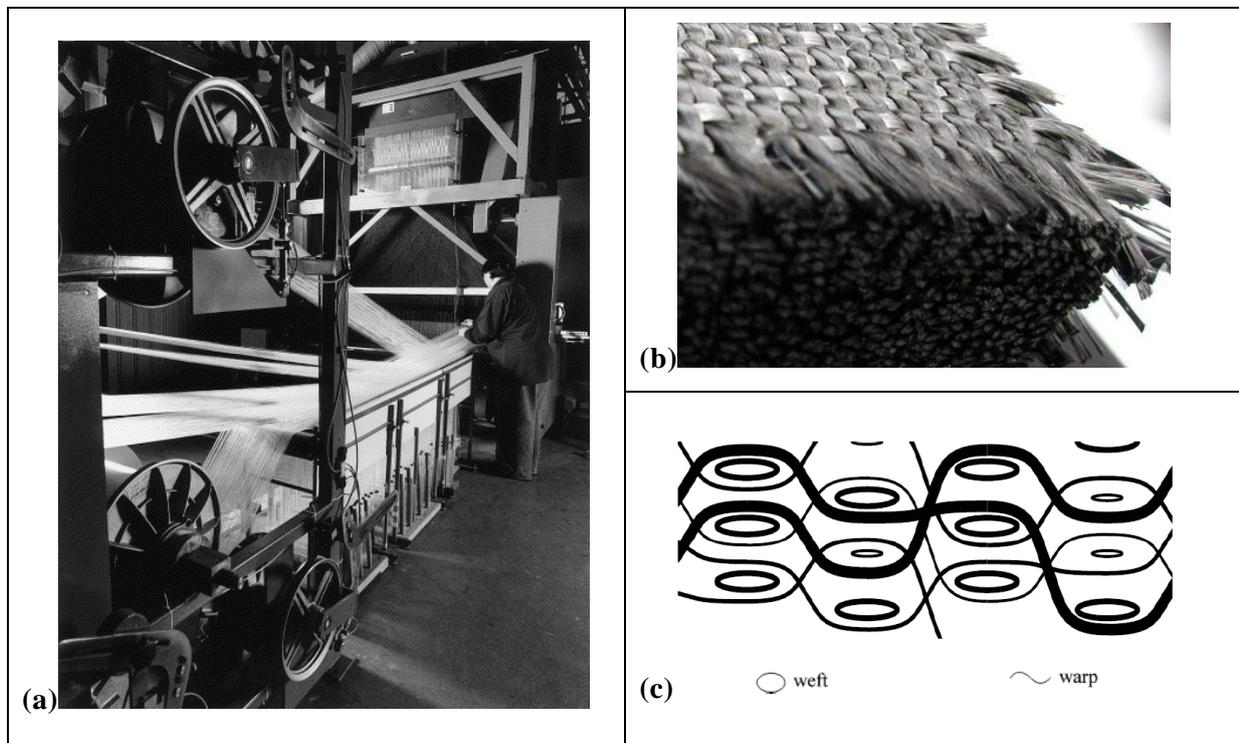
Figure I-5 : Schéma d'un métier à tisser Jacquard

L'utilisation de renforts tissés permet donc un drapage de formes complexes et non développables car ils peuvent être fortement cisailés et fléchis.

Un procédé classique d'obtention d'une pièce composite repose sur l'empilement de couches de renforts 2D secs (ou préimprégnés) mises en forme puis figées par une résine thermodurcissable. La structure ainsi obtenue permet d'optimiser la raideur du matériau fini en jouant sur l'orientation des plis, mais elle est définitivement laminaire au sens où les différents plis ne possèdent pas de liens autres que la résine. Ces matériaux sont alors très sensibles au délaminage qui, quand il apparaît, se propage sans obstacles et peut conduire à une ruine de la structure. De plus, l'empilement des différentes couches (de quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur chacune), souvent réalisé à la main, conduit, pour des pièces de forte épaisseur, à des coûts de fabrication prohibitifs.

### 1.3 Les interlocks

Pour pallier ces différents problèmes, on a conçu les renforts 3D et en particulier les interlocks [MOU99] [LOM00] [TON02] [BRI05]. Dans ces matériaux, les différentes « couches » sont assemblées structurellement entre elles lors du tissage de la préforme, qui est alors une structure 3D *Fig. I-6(b)-(c)* comprenant des mèches liant les couches entre elles. L'aspect 3D permet alors une multitude d'armures de tissage selon les propriétés désirées dans la préforme pour la mise en forme ou dans la pièce finie.



**Figure I-6 : Métier à tisser Jacquard pour préformes 3D interlock [MOU99] et exemple de matériau interlock SNECMA**

Ce motif peut éventuellement varier au sein d'une même pièce, tout comme la taille des mèches, pour adapter au mieux le matériau aux sollicitations locales rencontrées dans la pièce. Le métier à tisser nécessaire pour tisser des interlocks cf. **Fig. I-6(a)** utilise la mécanique Jacquard, modifiée pour le cas de structures 3D, de façon à ce qu'au lieu de disposer d'une seule couche de chaîne initialement présente sur le métier, plusieurs dizaines de couches soient placées pour réaliser la préforme interlock. Les mèches de chaîne sont ensuite pilotées (par l'intermédiaire des lisses) et la commande numérique, indispensable à ce type de réalisation, permet des motifs de tissage très variés. Les colonnes de trames sont introduites les unes après les autres, et sont généralement constituées alternativement de  $N$  et  $N+1$  fils de trame. Le terme de couche, peu adapté car l'ensemble de la préforme est tissée d'un seul et même bloc, correspond alors au nombre de mèches de trame présent dans l'épaisseur. Ainsi nous parlerons éventuellement de  $N+1/2$  couches (en moyenne).

Le résultat de ce tissage est un matériau « continu » dans l'épaisseur (ou du moins n'offrant plus de plan favorable au délaminage), qui possède une bien meilleure tolérance aux dommages, à l'impact et au délaminage qu'un multicouche de renforts composites classiques.

L'utilisation de préformes 3D interlocks permet d'ouvrir l'utilisation des composites à d'autres types d'applications sur lesquelles ils n'étaient jusque là pas compétitifs. En effet, le gain en terme de coût de fabrication est important pour des pièces de forte épaisseur nécessitant, à partir de fines couches de renforts 2D, un long et laborieux drapage à la main.

Pendant cette thèse, nous avons pu manipuler et réaliser des essais mécaniques sur différents renforts fibreux interlocks :

- le G11-51 de chez Hexcel Composite, possédant 2,5 couches et utilisé en aéronautique (chez Airbus par exemple) ;
- un interlock constitué de fibres SiC utilisé chez SNECMA SPS ;
- différents interlocks de chez SNECMA Villaroche de 4,5 et 8,5 couches.

## 2 Contexte

### 2.1 Le procédé R.T.M.

Il existe une grande variété de procédés de fabrication permettant l'obtention de pièces composites, tels le tissage ou l'enroulement filamentaire. Les procédés qui nous intéressent ici partent d'un renfort fibreux et permettent d'obtenir une pièce finie grâce à un certain nombre d'outillages. Nous citerons dans cette famille le drapage, pour lequel l'opérateur applique sur la forme et à la main le tissu (souvent préimprégné de résine non polymérisée, donc malléable) avec d'éventuelles coupes pour éviter les plis, et le procédé R.T.M. Ce travail de recherche se situe dans le cadre du procédé de fabrication R.T.M. pour « resin transfer molding » [RUD97] [POT99] [PAR00], illustré par la *Fig. I-7*, et qui se divise en trois étapes principales :

- Le renfort fibreux (sec) est préformé dans un moule constitué d'un couple poinçon/matrice, avec éventuellement l'aide de serre flancs permettant de tendre le tissu et de limiter ainsi l'apparition de plis.
- Une fois mis en forme, le renfort est injecté de résine qui est ensuite polymérisée.
- Enfin, la pièce finie est démoulée.

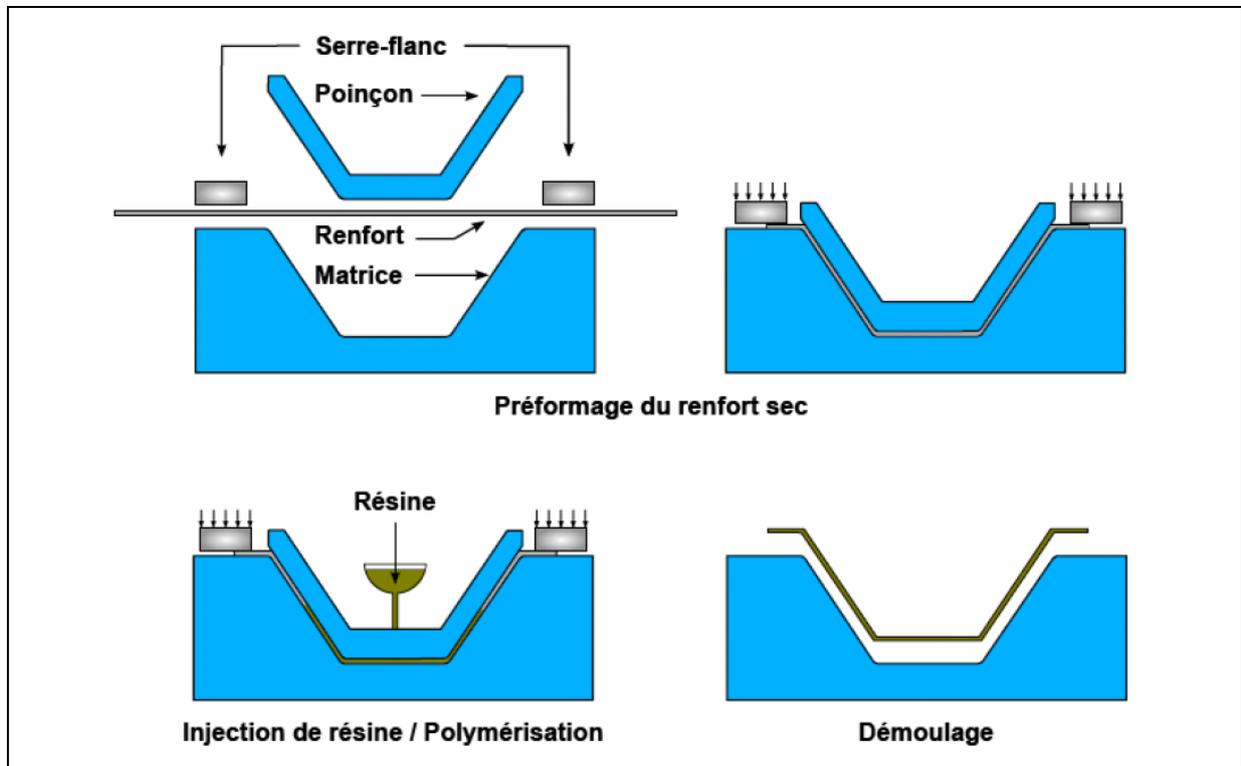


Figure I-7 : Procédé R.T.M. [BAD08a]

Ce procédé connaît un fort développement, et est maintenant utilisé en grande série pour des pièces de géométrie complexe, car il permet:

- une maîtrise de l'anisotropie et du taux volumique de fibres,
- un bon état de surface,
- une géométrie fidèle au moule même pour des formes complexes,
- l'intégration éventuelle d'inserts,
- des cadences de fabrication soutenues.

La pièce présente en sortie de moule un aspect et une forme très proches de ceux de la pièce finie, et peu d'opérations d'usinage sont ensuite nécessaires. Cette spécificité confère au procédé un coût de fabrication avantageux et une productivité intéressante, même pour des pièces de forte épaisseur.

---

## 2.2 Simulation du préformage

Le R.T.M. n'est cependant pas encore un procédé totalement maîtrisé. De nombreuses études ont donc été menées sur le comportement de la résine lors de l'injection. D'autres travaux, moins nombreux s'intéressent aux propriétés mécaniques du tissu lors du formage. Ces comportements sont effectivement fondamentaux, car ils conditionnent grandement la qualité de la pièce finie. Ainsi, lors d'une mise en forme, peuvent apparaître des phénomènes préjudiciables tels que :

- des ruptures de fibres, lorsque la tension dans les mèches dépasse la résistance de celles-ci ;
- la formation de flambements locaux (ou bouclettes) lorsque les mèches sont trop sollicitées en compression
- l'apparition de plis, également générés par la compression des mèches ou lorsque les angles de cisaillement deviennent trop importants [PRO97] ;
- la création de zones sèches engendrées par un taux volumique de fibres trop important avant injection.

L'étude du préformage est donc incontournable, pour vérifier la faisabilité d'une mise en forme (tension, angle limite, efforts sur les outils,...), et surtout pour fournir la position et l'orientation des mèches dans la pièce finie. Ces informations sont de précieuses données car elles permettent d'accéder au comportement mécanique effectif rencontré dans la pièce mise en forme étant donnée l'anisotropie des composites orientée par les directions fortes.

La maîtrise du procédé est un enjeu majeur pour un industriel et les démarches de type essai/erreur sont très coûteuses et lentes quand il s'agit de réaliser des pièces tels que des moules pour R.T.M. La simulation numérique de la mise en forme à l'échelle macroscopique présente alors de toute évidence un intérêt majeur. Nous citerons deux types d'approches utilisées :

- l'approche par drapage géométrique appelée également algorithme du filet [BER88] ;
- les approches mécaniques par éléments finis qui seront détaillées plus loin.

La première méthode, très rapide, ne permet cependant pas de prendre en compte le comportement réel du matériau, notamment en cisaillement. Ceci peut alors conduire à une surestimation du cisaillement. De plus, seules les grandeurs cinématiques sont accessibles, ce qui constitue également une limite : les tensions dans les mèches, et donc les ruptures éventuelles de fibres ne peuvent pas être déterminées. Pour ces raisons, les approches mécaniques ont été développées.

Dans le cadre d'une approche mécanique, plusieurs méthodes permettent à l'heure actuelle de rendre compte du comportement de tissés 2D, que ce soit à l'aide de modèles continu homogénéisés ou de méthodes basées sur des éléments finis semi discrets. Et ces modèles arrivent à maturité. Néanmoins, une simulation efficace du drapage, ou plus généralement de la mise en forme n'est envisageable qu'une fois connues les propriétés mécaniques du matériau à simuler. Pour cela, des essais mécaniques sont nécessaires, et permettent en outre de quantifier le comportement en traction et en cisaillement (cf. *Chap. II*). Une alternative à ces essais toujours, au stade de recherche, consiste à extraire le comportement mécanique d'un tissu à partir de simulations l'échelle dite mésoscopique de sa maille élémentaire. On peut alors distinguer des méthodes analytiques [LOM00] [VER05] et éléments finis [HIV03] [HIV05] [BAD07] ou encore [DUR07], qui utilise des éléments à une échelle intermédiaire entre la mèche et les fibres. Outre le comportement mécanique de la cellule élémentaire, ces simulations à l'échelle mésoscopique permettent de prédire l'aptitude d'un renfort cisailé à l'injection de résine. Ceci est réalisé par le calcul du tenseur de perméabilité pour des géométries déformées par considération d'un écoulement dans le complémentaire du renfort fibreux [LAI05] [LOI08]. Ce type de simulation nécessite par contre la connaissance des propriétés mécaniques des mèches et de leur géométrie au sein du tissé. Pour ce faire, plusieurs campagnes de mesures peuvent être citées [HIV03] [HIV05] qui a bâti un modèle géométrique de la maille élémentaire à partir de mesures 3D en surface ou [BAD08c] qui a réalisé une étude par tomographie permettant également de valider les déformées simulées issues de l'approche mésoscopique. On peut également citer [DUR07] qui propose une méthode pour déterminer la géométrie initiale de la maille par simulation, partant de mèches interpénétrées. Cette simulation conduit après itérations à une géométrie « initiale » cohérente.

## 2.3 Application industrielle – aubes de soufflante à renforts interlocks

L'application qui nous intéresse concerne les aubes de soufflante Snecma *Fig. I-4*. Les composites sont déjà présents dans les moteurs d'avions militaires depuis quelques années, avec l'utilisation de matériaux carbone/carbone ou SiC/carbone, très particuliers, pouvant résister à de très hautes températures (dans la turbine haute pression par exemple). Ici, l'application est toute autre, puisque la pièce considérée est dans la partie froide du moteur, le premier étage de compression d'un moteur double flux. Dans ces moteurs, l'essentiel de la poussée (80%) est générée par la soufflante, un disque aubagé de grand diamètre. Les contraintes mécaniques sont alors très importantes sur les aubes. Celles-ci, pouvant mesurer jusqu'à plus d'un mètre pour le GE90 (« moteur le plus puissant du monde », équipant les Boeing 777), présentent une masse non négligeable. De plus, la consommation d'un moteur étant très liée à la masse de son équipement tournant, il existe un enjeu majeur sur la réduction de masse des aubes de soufflante. Ces pièces sont en même temps des organes très sensibles du moteur puisque soumises aux contraintes centrifuges et à des impacts éventuels (causés par l'ingestion d'oiseaux ou de blocs de glace). Si l'utilisation de composites classiques réalisés par empilements de couches à été testée sur des aubes de GE90, cette solution n'est alors pas idéale vu la sensibilité de ces matériaux au délaminage et le coût de fabrication (drapage à la main) de pièces de telle épaisseur (près de 10 cm par endroits).

L'aube de soufflante à renfort composite interlock mise en forme par procédé R.T.M. (cf. *Fig. I-4*) constitue donc une avancée majeure dans le domaine du transport aérien. Celle-ci est réalisée à partir d'une préforme tissée d'un seul bloc qui, après découpe de parties chutéées, est mise en forme dans un moule pour injection de résine par procédé R.T.M. La pièce obtenue après polymérisation de la résine, ne nécessite pas de rectification importante pour être utilisée, ce qui permet de minimiser le coût de fabrication.



Figure I-4 : Aube composite 3D interlock Snecma

Les propriétés de la pièce finie doivent être précisément maîtrisées pour connaître à priori sa réponse dynamique (qui doit être correcte vis-à-vis des fréquences propres des régimes moteurs standards) et pour garantir une bonne tenue à l'impact, indispensable pour assurer la sécurité nécessaire à une telle application.

Ces propriétés mécaniques étant grandement influencées par les directions fortes d'anisotropie du matériau, une maîtrise de la phase de fabrication par la connaissance des positions et orientations de mèches dans la pièce finie est indispensable.

La simulation de la mise en forme des interlock permet d'atteindre ces informations, et quantifie également la faisabilité d'une mise en forme : efforts nécessaires (rupture de fibres ou pas), apparition de plis ou de flambement locaux, création de zones sèches (pour des taux de fibres trop élevés). Elle présente donc un intérêt majeur pour l'application considérée. Nous proposons une méthode de simulation de tissés interlock basée sur un élément fini semi discret qui a été l'objet d'une publication [DEL09].

# Chapitre II : Comportement Mécanique des Tissés

<b>1</b>	<b>En Traction</b> .....	<b>32</b>
1.1	Comportement non linéaire en traction .....	32
1.2	Adimensionnement des résultats .....	33
1.3	Quelques résultats .....	33
<b>2</b>	<b>En Compression</b> .....	<b>35</b>
2.1	Comportement non linéaire en compression et anélasticité .....	35
2.2	Adimensionnement des résultats .....	36
<b>3</b>	<b>En Cisaillement</b> .....	<b>38</b>
3.1	Comportement non linéaire en cisaillement .....	38
3.2	Sources d'anélasticité en cisaillement .....	39
3.3	Essai de Picture Frame .....	41
	3.3.1 <i>Dispositif expérimental</i> .....	41
	3.3.2 <i>Adimensionnement du Picture Frame par le couple surfacique</i> .....	43
3.4	Essai de Bias Test .....	46
	3.4.1 <i>Cinématique et Hypothèses</i> .....	47
	3.4.2 <i>Adimensionnement du Bias Test par le couple surfacique</i> .....	49
<b>4</b>	<b>Corrélation d'images</b> .....	<b>52</b>
4.1	Corrélation à l'échelle mésoscopique .....	52
	4.1.1 <i>Investigation des mécanismes de déformation dans le Bias Test</i> .....	52
	4.1.2 <i>Approche mésoscopique pour la quantification du cisaillement</i> .....	53
4.2	Corrélation à l'échelle macroscopique .....	55
4.3	Traitements matériaux et lumière UV .....	56
<b>4</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>59</b>

Ce chapitre a pour objet l'aspect expérimental de ce travail de recherche. Tout travail de simulation numérique s'appuie nécessairement sur un fondement expérimental, que ce soit pour l'origine des modèles utilisés et développés ou pour leur identification.

Les principaux essais pratiqués sur les textiles et étendus lors de cette recherche au cas des matériaux interlock sont présentés ici. Les développements théoriques réalisés concernant le dépouillement des essais de cisaillement en particulier sont également détaillés.

Enfin, un volet mesure optique par corrélation d'images dédié aux tissés secs en cisaillement clôturera ce chapitre.

# 1 En Traction

## 1.1 Comportement non linéaire en traction

Le comportement en traction des tissés est non linéaire, cette non linéarité provient de l'embuvage du tissé et de la compression transverse. En effet, lors d'un essai, les mèches vont dans un premier temps se redresser, (cette phase se passe à faible raideur). Dans un second temps, lorsque la géométrie se stabilise et que la compression des mèches devient difficile, il y aura rigidification.

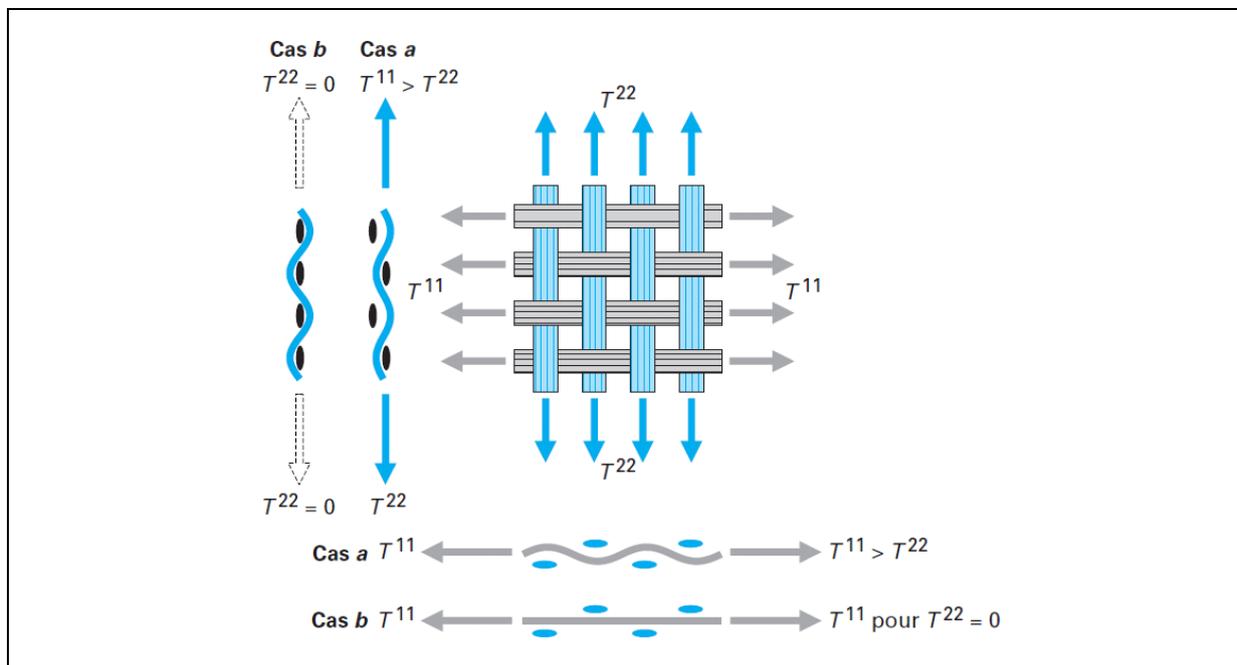


Figure II-1 : Embuvage d'un tissé [BOI04]

Ce comportement est biaxial car le comportement dans une direction sera influencé par l'état de tension dans l'autre direction. Ceci a été mis en évidence par les travaux de thèse de [BUE98] [BOI01a] qui a réalisé un dispositif constitué de parallélogrammes déformables permettant de faire ces essais à des rapports de déformations *chaîne sur trame* donnés. Ici, le comportement transverse des mèches est également mis en œuvre. Cet essai a alors été utilisé dans [BOI01b] pour quantifier les propriétés transverses des mèches grâce à une méthode d'identification inverse sur des simulations à l'échelle mésoscopique ; les grandeurs ainsi obtenues sont ensuite utilisées pour simuler le comportement en cisaillement et en tension de mailles élémentaires [DUM03] [BAD08a]. L'essai de traction biaxiale est cependant lourd à mettre en œuvre pour des tissés minces et d'autant plus pour des tissés épais car il faut s'assurer que les réseaux chaîne et trame commencent à se tendre au même instant (qui est défini comme le début de

l'essai). Ceci est extrêmement délicat à vérifier pour des matériaux aussi souples que les tissés. Pour cette raison, nous nous sommes limités à des essais uniaxiaux.

---

## 1.2 Adimensionnement des résultats

Lors d'un essai de traction, nous mesurons l'effort et le déplacement. Pour les essais que nous avons réalisés, et vu la capacité des différents capteurs, il est préférable d'utiliser le capteur d'efforts externes (cf. *Annexe A-2*). Vu les raideurs importantes en fin d'essai, il est nécessaire d'effectuer un suivi des déplacements par corrélation d'images.

Pour l'allongement, nous utiliserons les déformations de Hencky, bien adaptées aux grandes déformations. Pour ce qui est de l'adimensionnement des efforts, les choses ne sont pas aussi simples. En effet, dans le cas des tissés en traction, le comportement provient de la quantité de mèches tendues plus que de la surface d'une section. Pour preuve, un tissu compacté n'est pas moins raide que ce même tissu non compacté. La contrainte n'est donc pas aisée à manier vu la variabilité sur l'épaisseur. La largeur de l'éprouvette n'étant pas sujette à de fortes variations, une première option est de calculer l'effort linéique défini comme l'effort mesuré divisé par la largeur de l'éprouvette testée. Ceci permet de comparer deux essais sur un même type de matériau, mais ne permet pas de s'affranchir de l'épaisseur du matériau testé. Une autre option est de diviser l'effort par une grandeur liée à la quantité de fibres contenue dans une section, telle que la « masse section »  $m_s$  de l'éprouvette définie comme la masse contenue dans une section d'éprouvette (en Kg/m) ou la masse section du réseau sollicité (faisant intervenir le ratio chaîne/trame du tissu).

$$m_s = \frac{m}{L_0} \quad (\text{II.1.1})$$

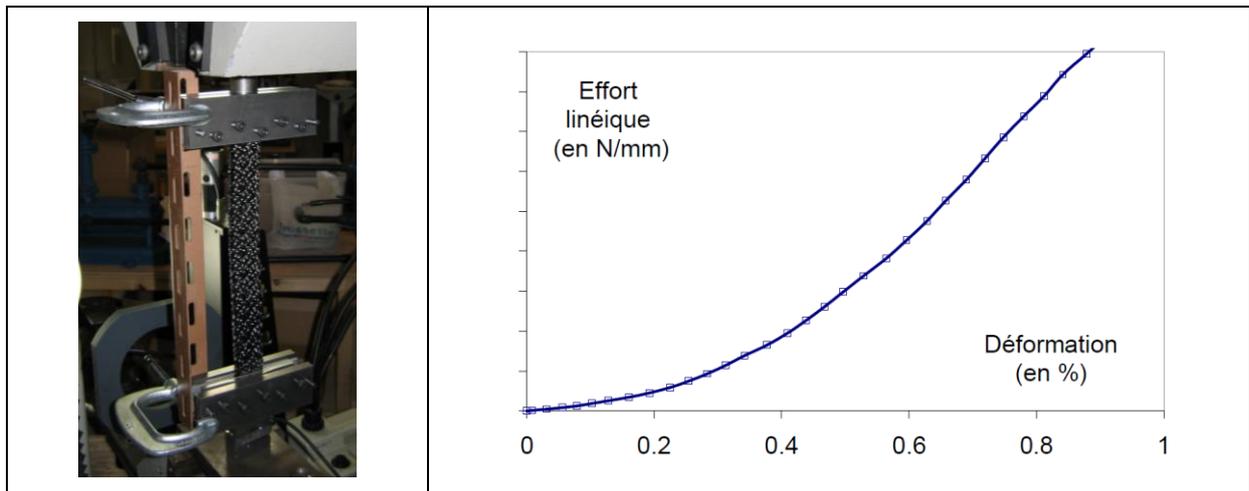
Une autre grandeur possible pour adimensionner l'effort est la section de carbone sollicitée.

---

## 1.3 Quelques résultats

Ces essais ont été réalisés, sur des matériaux interlocks d'épaisseur 6 mm et 15 mm à l'aide des dispositifs conçus (cf. *Annexe A* et *Fig. II-2*).

Pour maintenir l'éprouvette indéformée avant l'essai et s'assurer donc de la longueur initiale, nous solidarisons les deux pinces afin de faciliter le montage. Ainsi, ce problème majeur d'un tel essai qu'est la détermination du début est évité puisque l'éprouvette est « juste tendue » une fois montée dans la machine.



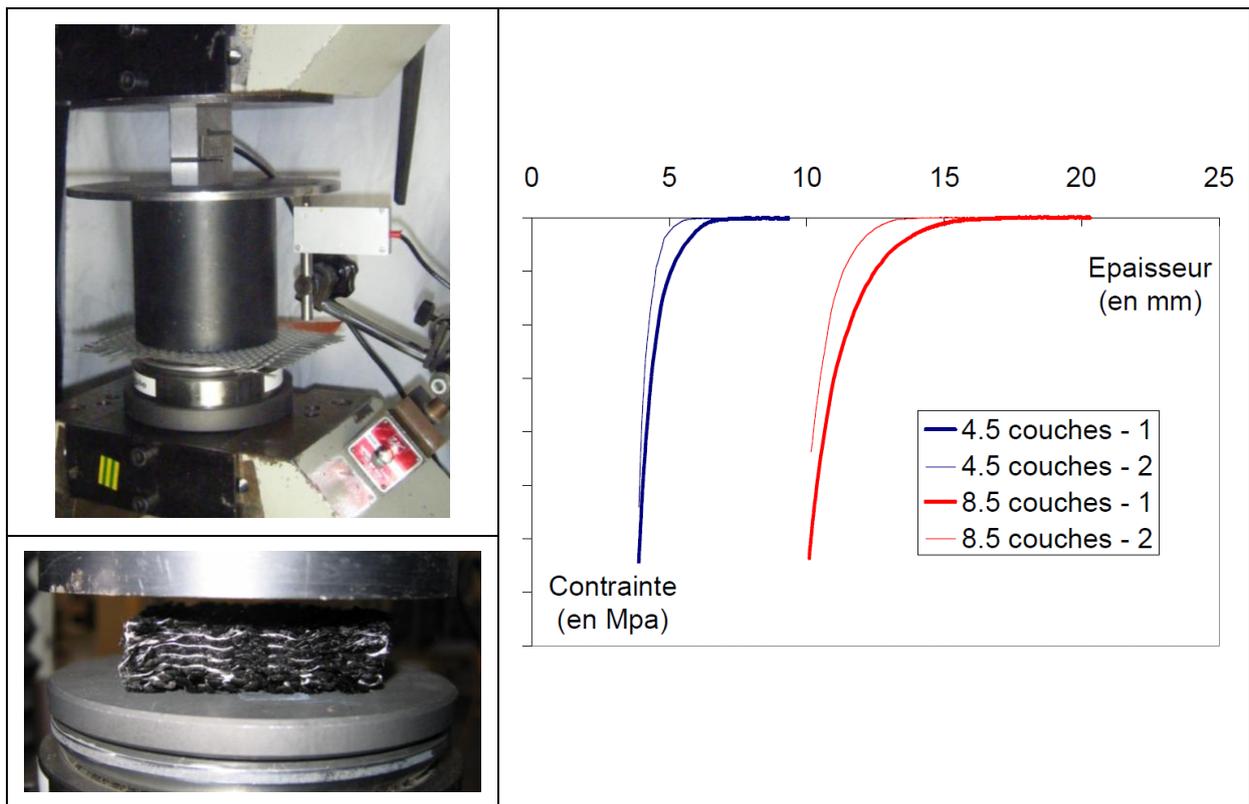
**Figure II-2 : Essai de traction sur un Interlock – dispositif et résultat**

Nous retrouvons bien **Fig. II-2**, l'allure décrite ci-dessus : une phase non linéaire pendant laquelle le tissu se met en place ; en tendant les mèches et en les comprimant de manière transverse. Vient ensuite une phase linéaire lorsque les mèches sont tendues.

## 2 En Compression

### 2.1 Comportement non linéaire en compression et anélasticité

Le comportement en compression est aussi non linéaire, du fait de la compaction du matériau. En effet, plus un matériau fibreux se compacte, et plus il se raidit. Ceci provient du nombre de contacts entre fibres qui augmente lorsque le matériau se densifie (cf. courbe *Fig. II-3*).



**Figure II-3 : Dispositif d'essai en compression éprouvette interlock de 8,5 couches / résultat avec répétition de l'essai sur deux interlocks de 4,5 et 8,5 couches**

Pour effectuer ces essais, nous utilisons, au niveau du mors inférieur, un plateau rotulé de diamètre 100 mm sur lequel est posé le tissu. De l'autre côté, un capteur d'effort est intercalé entre le mors mobile et un cylindre massif également de diamètre 100 mm. Le tissu est alors comprimé entre ces deux pièces de diamètre 100 mm. Pour des tissus assez minces, nous utilisons un capteur de déplacement externe (course 4,5 mm) qui permet d'apporter une résolution suffisante. Nous mesurons donc une courbe effort/déplacement.

Ce comportement n'est pas complètement élastique car le matériau est plus souple à la décharge ; de plus, il a été observé, lors d'une répétition d'essai sur une même éprouvette (cf. *Fig. II-3*), une raideur plus faible lors de la deuxième charge. Ainsi, pour un effort donné, la com-

paction du tissu augmente avec le nombre de cycles réalisés (pour se stabiliser assez vite). Ce phénomène met en évidence des réarrangements qui apparaissent au sein du matériau :

- Au niveau du tissage, les mèches se réarrangent.
- A l'intérieur des mèches, les fibres se réarrangent également.
- Les frottements internes conduisent alors à une configuration d'équilibre du matériau différente de sa configuration initiale. C'est une première source d'anélasticité et de dissipation d'énergie constatée sur les tissés.

## 2.2 Adimensionnement des résultats

L'effort étant proportionnel à la surface de tissu testé, nous calculons la contrainte de compression équivalente sur le tissu en divisant par la surface de tissu testée. Pour ce qui est de l'épaisseur, nous nous retrouvons toujours avec une grande variabilité sur l'épaisseur initiale qui ne nous permet pas de calculer une déformation rendant compte de l'état de compression effectif du matériau. Il est préférable de calculer le taux volumique de fibres  $V_f$  au sein de l'échantillon. Ce taux de fibres est déterminé en mesurant la masse de l'échantillon. S'il existe une grande variabilité sur l'épaisseur initiale de l'éprouvette, étant donné la faible raideur initiale du tissu en compression, il n'en va pas de même pour sa surface, qui reste constante puisqu'elle est mesurée dans la direction des fibres (qui présentent une raideur importante). Alors, en notant  $V_F$  le volume de fibres,  $\rho_c$  la masse volumique du carbone,  $M$  la masse de l'éprouvette,  $S$  sa surface et  $e$  son épaisseur courante, le taux volumique de fibres vaut :

$$V_f = \frac{V_F}{V} = \frac{M}{\rho_c S e} \quad (\text{II.2.1})$$

Ceci permet de comparer deux tissus quelle que soit leur épaisseur ou la section testée.

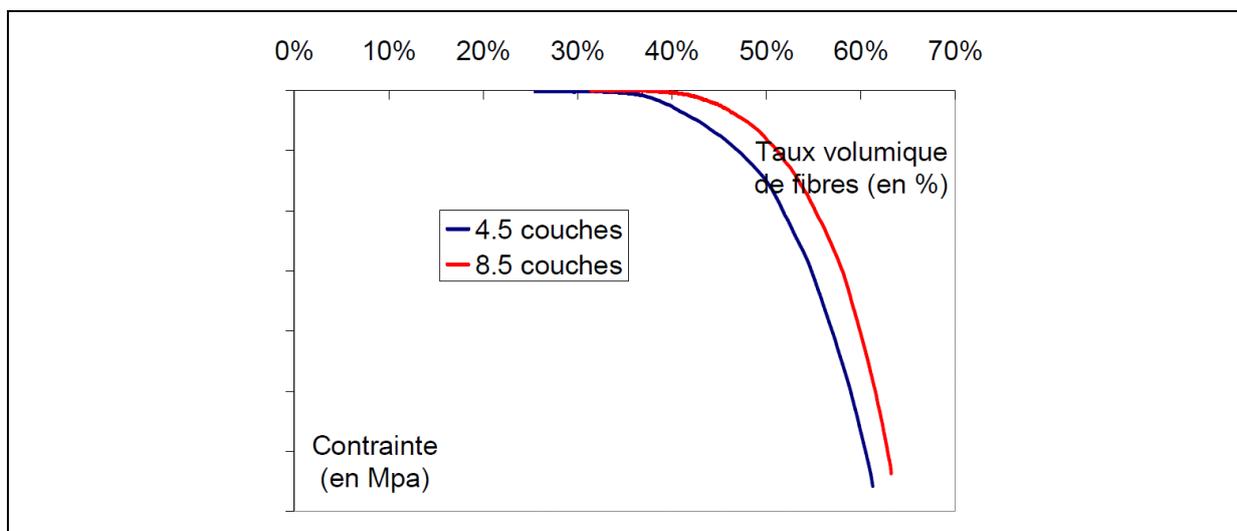


Figure II-4 : Essai de compression adimensionné pour deux interlocks de 4,5 et 8,5 couches

L'allure de ces courbes, très proches, **Fig. II-4** permet de postuler un comportement en compression fonction du taux volumique de fibres pour un tissage donné. Ce type d'observation a également été trouvé dans [LUO99] et [KAN01] qui proposent deux possibilités pour traduire le comportement en compression : pour l'un, une contrainte fonction d'une exponentielle du  $V_f$  pour l'autre, une loi en puissance. Ces formes ont été étendues **Sec. III-4.3.2** au cas hypoélastique.

## 3 En Cisaillement

### 3.1 Comportement non linéaire en cisaillement

Le comportement en cisaillement met en œuvre différents mécanismes :

- Pour de faibles angles de cisaillement, les mèches pivotent les unes sur les autres sans beaucoup d'efforts, les mèches sont alors quasiment en rotation de corps rigide, et ne sont que très peu déformées. La raideur est ici générée principalement par le frottement des mèches les unes sur les autres.
- Progressivement les interstices se comblent, et une compression transverse des mèches vient s'ajouter à ce frottement.

Tous les interstices ne se comblent pas simultanément, ce qui se traduit par un raidissement progressif. Ceci conduit au phénomène communément appelé « blocage en cisaillement » (cf. *Fig. II-5(a)*). On peut également préciser que le type d'armure de tissage joue un rôle prépondérant dans l'apparition du blocage et que, pour les matériaux interlock, le raidissement est progressif tout au long de l'essai (cf. *Fig. II-5(b)*).

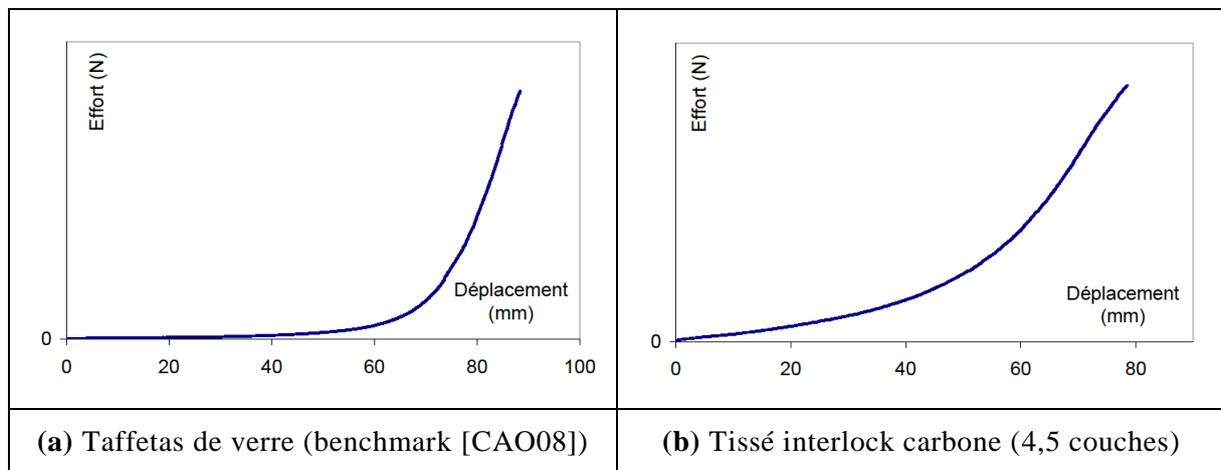
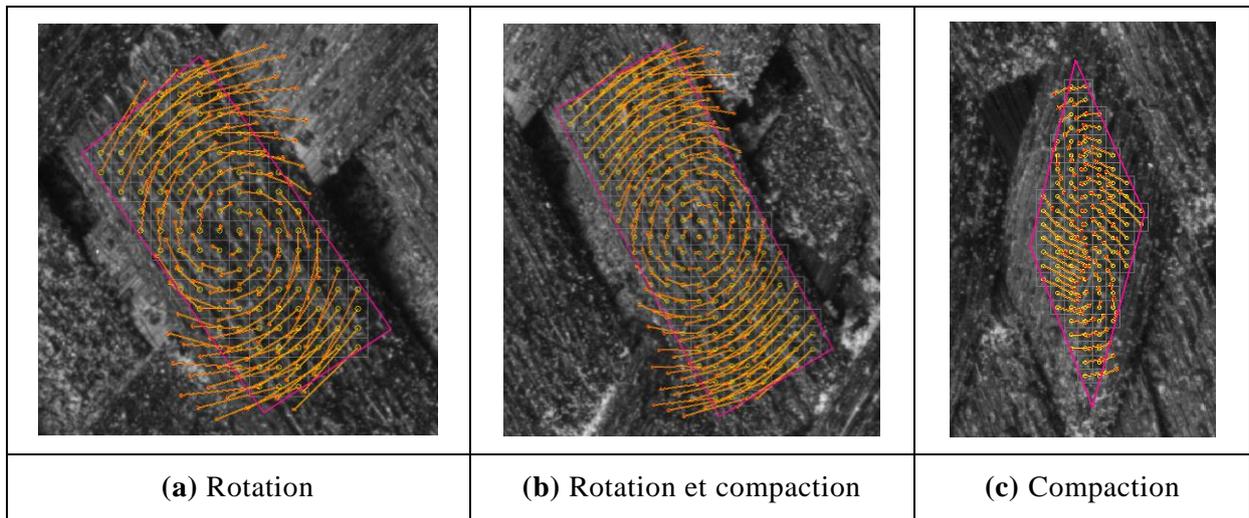


Figure II-5 : Comportement en cisaillement pour un taffetas de verre et un interlock

Pour identifier ces mécanismes, la corrélation d'images joue un rôle capital puis qu'elle permet des mesures à l'échelle des mèches (dite échelle mésoscopique) sans venir perturber le comportement mécanique. En effet, sur un matériau aussi souple qu'une mèche constituée de fibres, toute mesure intrusive modifie forcément le comportement.

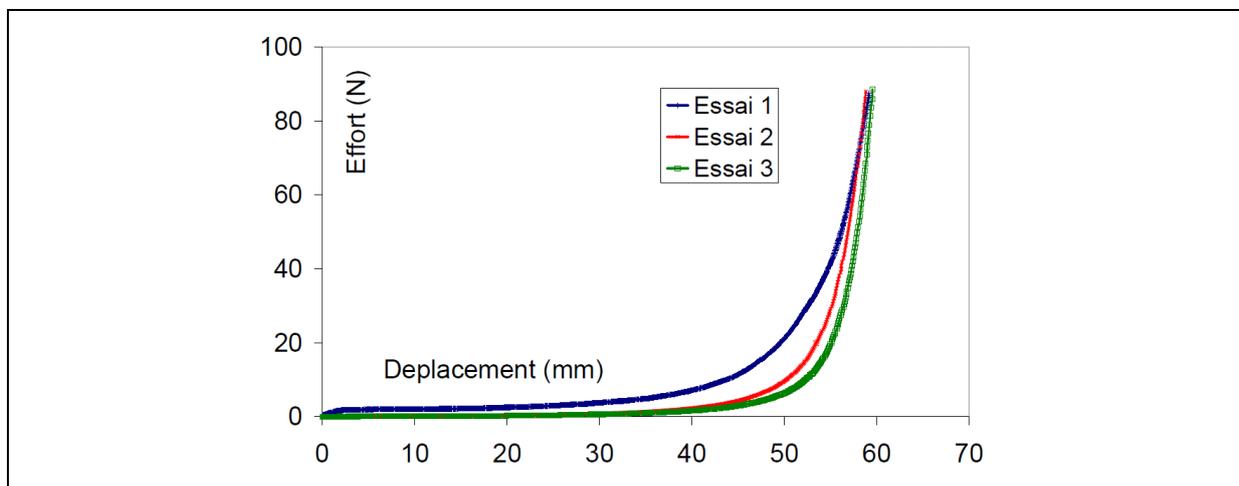


**Figure II-6 : Mécanisme de cisaillement d'un interlock de carbone (G1151)**

Ainsi, les mécanismes mis en jeu ont été identifiés dans [DUM03a] à partir de mesures sur un taffetas de verre lors d'un essai de Picture Frame. Ceci nous a également permis de valider la cinématique mise en jeu en Bias Test sur un interlock de carbone (G1151) (cf. **Fig. II-6**) [LOM08]. Pour obtenir ces résultats sur un tissu de carbone, donc très brillant, un traitement particulier du tissu décrit au **Sec. II-4** a été nécessaire.

### 3.2 Sources d'anélasticité en cisaillement

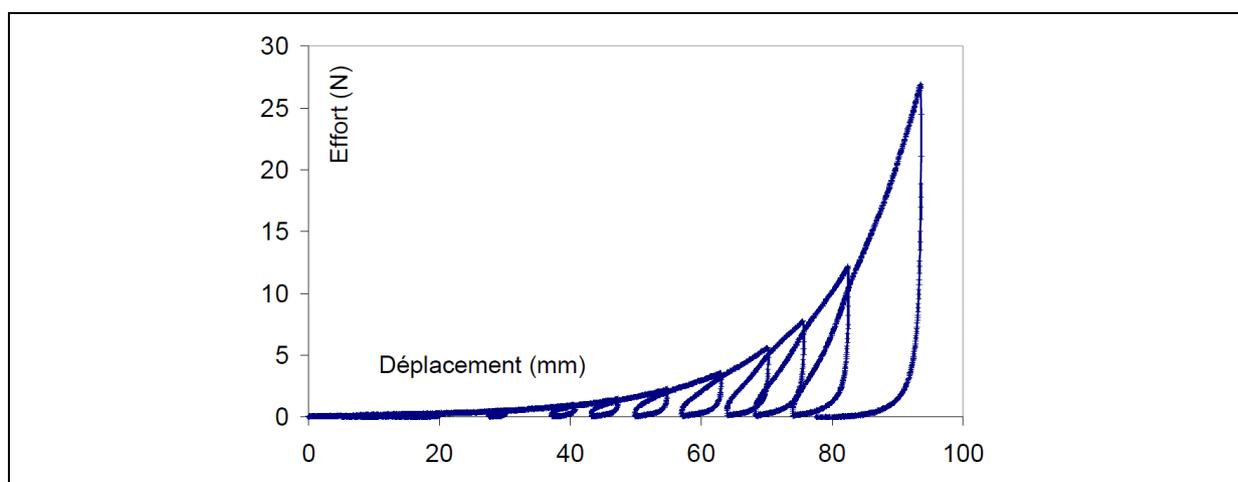
Le comportement en cisaillement présente également plusieurs sources de dissipations : tout d'abord, nous identifions une source provoquée par les réarrangements des fibres au sein des mèches, qui est semblable à celle observée en compression **Fig. II-3**. L'adoucissement du comportement en cisaillement est bien identifié après répétition d'un essai sur une même éprouvette (Bias Test) **Fig. II-7**.



**Figure II-7 : Répétition d'un essai de cisaillement (Bias Test) sur une éprouvette de G1151 (250mm par 100mm) / adoucissement par frottements inter-fibres**

Cette diminution de rigidité, comme en compression, s'explique par la compaction résiduelle des mèches déjà sollicitées. Ce phénomène est bien une source de dissipation puisqu'une partie de l'énergie développée lors du premier essai contribue à un réarrangement résiduel (ou plastique) des fibres à l'intérieur des mèches. Cette déformation permanente, qui se traduit par une diminution de la largeur des mèches, est maintenue par les frottements inter-fibres à l'échelle microscopique. Elle a également un caractère visqueux puisqu'elle diminue avec le temps.

Une autre source est le frottement inter-mèches ; pour l'essai précédent (cf. *Fig. II-7*), il a été nécessaire « d'aider » l'éprouvette à retrouver sa position initiale. En effet, sans cela, il y a persistance d'une déformation résiduelle générée par les frottements inter-mèches.

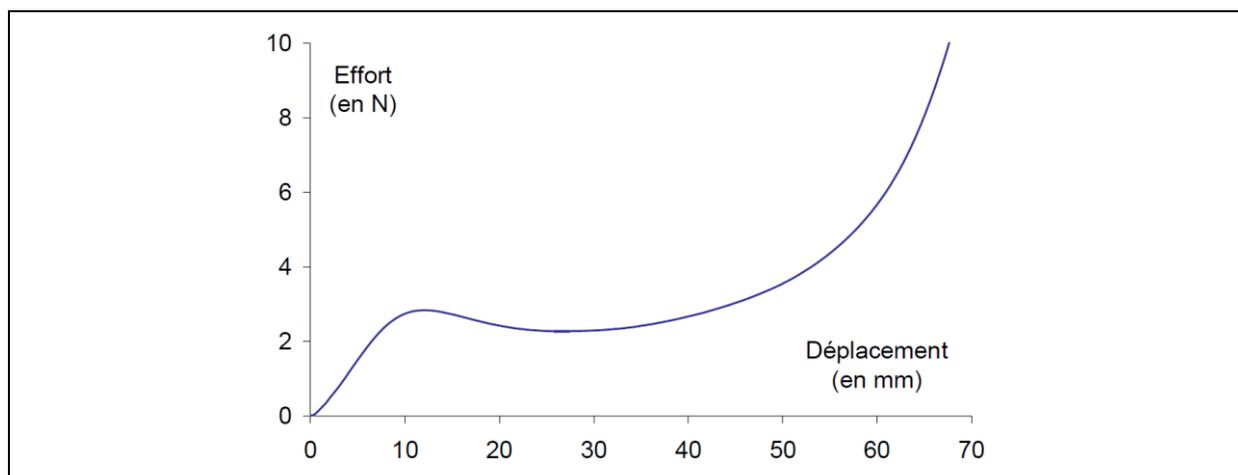


**Figure II-8 : Essais de cisaillement (Bias Test) avec décharge locale sur une éprouvette de G1151 (300mm par 100mm)**

L'essai *Fig. II-8* permet également d'illustrer ce phénomène. Cet essai de cisaillement est réalisé en effectuant régulièrement des phases de décharge. Le comportement hystérétique observé est caractéristique de dissipations. L'effort chute très rapidement lors de la décharge, ce qui met en évidence la déformation résiduelle causée par les frottements inter mèches. De plus, on peut constater que, lors de la recharge, l'effort reste inférieur, pour un déplacement donné, à l'effort mesuré lors du premier passage. Nous retrouvons alors le phénomène d'adoucissement engendré par les frottements inter-fibres et qui mène à une « compaction résiduelle » en compression tout comme en cisaillement.

En première approximation, pour des chargements monotones, la prise en compte de ces frottements n'est pas indispensable, car il est rare d'observer, en mise en forme, des décharges. Néanmoins, il est possible que localement cette plasticité ou plutôt viscoplasticité ait une influence sur le résultat final d'une simulation. Classiquement, le comportement en mise en forme de composites secs est pris élastique non linéaire, mais la plasticité peut avoir une influence dans certains cas.

Une dernière source de plasticité qui a pu être identifiée provient du traitement physico-chimique déposé sur les mèches et le tissé appelé ensimage (cf. **Fig. II-20(b)**). Ce traitement a deux intérêts pour le composite. Premièrement, l'ensimage des mèches permet de maintenir une certaine cohésion des fibres, ce qui permet de faciliter la phase de tissage. Deuxièmement, l'ensimage du tissé permet d'améliorer les propriétés de l'interface fibres/matrice. Cet ensimage agit comme une matrice, très faible, qui résiste au départ avant de céder. Une rigidité additionnelle est alors observée en début d'essai sur des tissés fortement embuvés. Le comportement résultant (cf. **Fig. II-9**) est alors assez raide initialement, avant de s'assouplir quand l'endommagement intervient pour ensuite retrouver l'allure observée jusque là en cisaillement.



**Figure II-9 : Adoucissement d'un tissu de carbone (G1151) en cisaillement (Bias Test) par endommagement de la couche d'ensimage**

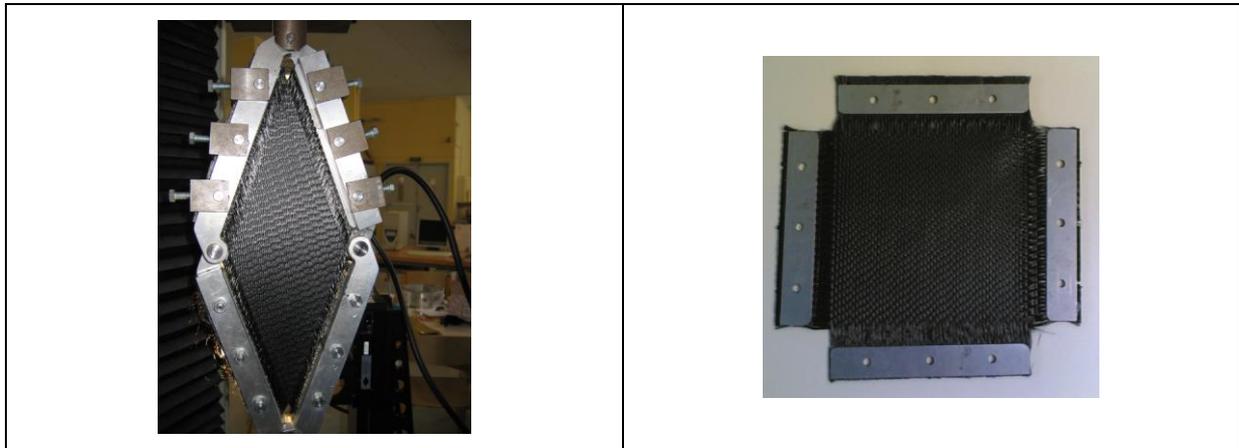
Cet adoucissement du comportement s'est également accompagné d'une localisation du cisaillement au sein de l'éprouvette de Bias Test. En effet, vu le peu de déplacements imposés sur l'éprouvette, qui possède deux grands bords libres, la cinématique est imposée par l'uniformité de la contrainte. Ceci, dans le cas d'un comportement monotone, conduit inévitablement à un cisaillement constant dans la zone centrale de l'éprouvette. Or dans le cas précis d'un adoucissement, nous avons observé une non uniformité du champ de cisaillement, qui s'est alors localisé autour de zones déjà adoucies. Il conviendrait donc de prendre en compte ceci, même pour des chargements monotones, dans le cas de tissés fortement ensimés.

### 3.3 Essai de Picture Frame

#### 3.3.1 Dispositif expérimental

Le Picture Frame est un test permettant d'imposer une cinématique de cisaillement pur à un tissé. L'éprouvette est montée dans un parallélogramme déformable qui permet de solliciter

l'échantillon. L'éprouvette est une croix, dont le coté a la même dimension que le cadre (240 mm) et la zone utile mesure 200 mm x 200 mm. Elle est maintenue par l'intermédiaire de talons réalisés par collage de plaques d'aluminium sur chacun des bords.



**Figure II-10 : Picture Frame et Eprouvette de G1151 pour Picture Frame avec talons**

Ce dispositif a été largement étudié notamment par [McG97] qui propose un calcul de l'angle de cisaillement théorique  $\gamma$  imposé par le cadre en fonction du déplacement  $d$  imposé par la machine et de la longueur  $Lc$  du coté du cadre :

$$\gamma d = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{d}{2Lc} \right) \quad (\text{II.3.1})$$

Si ce test permet d'imposer une cinématique de cisaillement pur, et est donc facile à dépouiller, sa difficulté, même pour des tissus minces, provient de l'alignement initial du tissu qui doit être rigoureusement identique à celui du cadre. En effet, dans ce test, on veut solliciter le tissu en cisaillement pur, or il persiste forcément un défaut angulaire initial ; la cinématique engendre donc de la tension dans les mèches.

Cette sollicitation de tension dans les mèches est très perturbante quand elle apparaît, car sa contribution devient prépondérante sur celle en cisaillement, étant donnés les ordres de grandeur qui séparent les rigidités de tension et de cisaillement. Il a été proposé par [LEB03] une géométrie d'éprouvette modifiée permettant de limiter le nombre de mèches contraintes en ne fixant que les extrémités des cotés de l'éprouvette, mais le problème peut encore persister. Afin de limiter l'effet de ces tensions parasites, nous avons utilisé une colle souple de type silicone pour fixer les talons, ce qui permet de laisser une certaine liberté au tissu. De même, la prétention initiale appliquée au tissu par l'intermédiaire des talons est supprimée avant de commencer l'essai. Ainsi, l'un des coté de chaque réseau est maintenu uniquement par frottements des talons sur le cadre (un effort normal au contact est généré par des vis de pression), ce qui permet d'accommoder un défaut initial d'alignement. Le cadre que nous avons utilisé a été conçu au LMSP d'Orléans et a été utilisé pendant la thèse de [DUM03b].

Des travaux récents de [LAU08] ont permis de mesurer l'influence de la tension dans un essai de cadre, et de montrer le couplage entre les mécanismes de déformation en cisaillement et en tension. En effet, comme en tension, un tissu sollicité en cisaillement a tendance à voir son embuvage varier et même augmenter. En effet, le chevauchement des mèches augmente avec le cisaillement. Dans le cas du Picture Frame, les cotés sont généralement encastrés sur les bords du cadre. Cette augmentation d'embuvage sans diminution de la longueur du tissé s'accompagne alors d'une augmentation de la tension, et ce, même si le tissu est rigoureusement aligné avec le cadre. Des simulations numériques du cisaillement à l'échelle mésoscopique [LEE08b] ont également montré cette tendance : une augmentation de la tension en cisaillement pur lorsque le cisaillement augmente.

### 3.3.2 Adimensionnement du Picture Frame par le couple surfacique

Pour pouvoir comparer différents tissus et différents types d'essais, il convient d'adimensionner les résultats pour déterminer un comportement indépendamment de la taille de l'éprouvette et de l'essai réalisé.

Considérons une zone utile de longueur  $L_t$  montée dans un cadre de longueur  $L_c$  représenté **Fig. II-11**. Une méthode de normalisation a été proposée dans [CAO04] et [PEN04] et a été discutée dans [HAR04]. Elle préconise de ramener l'effort  $F_c$  mesuré sur le cadre lors de l'essai à un effort  $F_{cu}$  développé sur un cadre unitaire (**Fig. II-11**) par la formule :

$$F_{cu} = F_c \frac{L_c}{L_t^2} \quad (\text{II.3.2})$$

Nous avons pu trouver dans [HAR04] et [CAO08] un adimensionnement par l'« effort de cisaillement  $F_{sh}$  » (tangent au coté d'un cadre unitaire voir **Fig. II-11**) défini par :

$$F_{sh} = \frac{F_{cu}}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{F_c}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} \frac{L_c}{L_t^2} \quad \text{avec} \quad \alpha + \gamma = \frac{\pi}{2} \quad (\text{II.3.3})$$

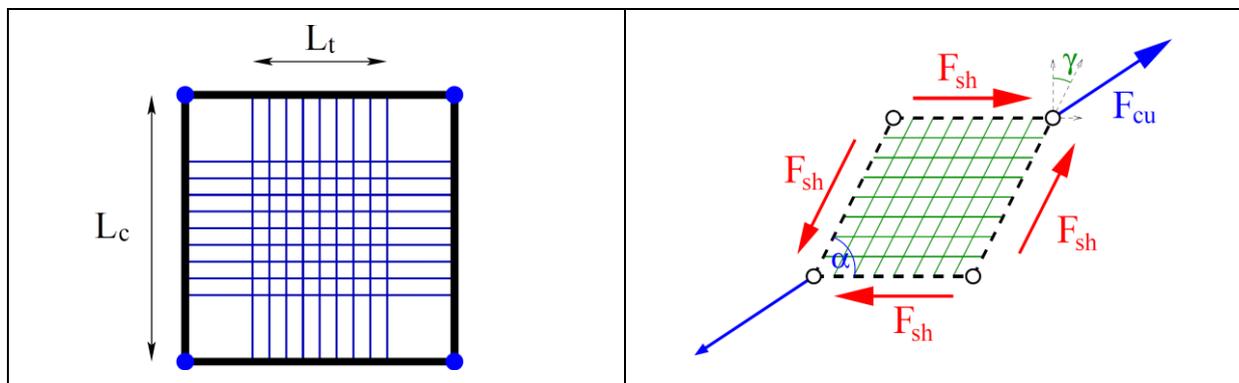


Figure II-11 : Cadre réel et cadre unitaire [PEN04] –  $F_{sh}$  défini par [HAR04]

Cette notion d'effort de cisaillement  $F_{sh}$  a été introduite dans le but de comparer l'essai de cadre à d'autres essais de cisaillement, tel que le Bias Test décrit ci-après. En effet, l'effort développé

sur un cadre unitaire reste propre à l'essai de Picture Frame où la notion de cadre de cisaillement a un sens, ce qui n'est pas forcément le cas dans d'autres types de tests. Par contre, une approximation est commise dans cette approche, car l'effort de cisaillement réel n'est pas effectivement porté par les cotés du cadre, mais est perpendiculaire aux mèches.

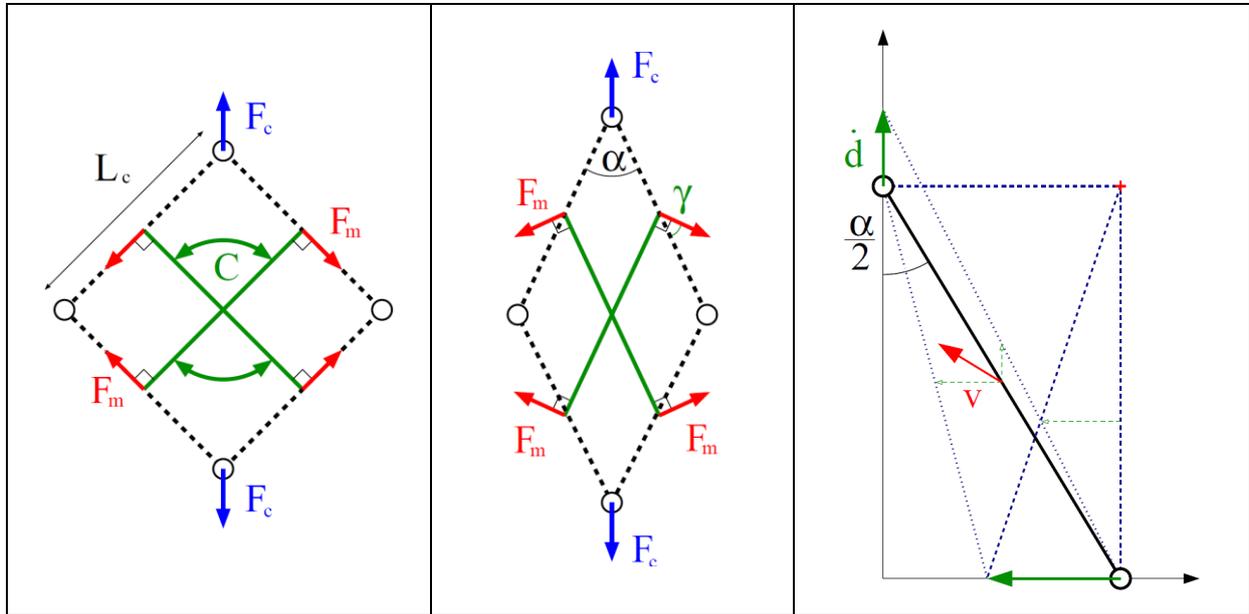


Figure II-12 : Picture Frame – paramétrage et sollicitations

Une autre approche, sensiblement différente, peut être adoptée ; supposons une cinématique de cisaillement pur dans l'essai de cadre, ce qui est indispensable si l'on veut pouvoir mesurer le comportement en cisaillement du tissé. Les mèches ne sont donc pas tendues. L'effort de cisaillement  $F_m$  est alors nécessairement normal à la direction longitudinale des mèches à chaque instant (cf. **Fig. II-12**) si non il génère de la tension. Le couple d'inter-effort de cisaillement  $C$  entre une mèche de chaîne et une mèche de trame est proportionnel à cet effort de cisaillement et à la longueur du cadre :

$$C = F_m L_c \quad (\text{II.3.4})$$

L'énergie  $E$  emmagasinée par le tissu est proportionnelle à la quantité de tissu testé et donc à sa surface initiale ; il en va de même pour le couple cf. équation (II.3.5).

$$E = \int_0^t C \gamma \cdot \dot{\gamma} dt \quad \text{donc} \quad \frac{E}{S_0} = \int_0^t \frac{C}{S_0} \gamma \cdot \dot{\gamma} dt \quad (\text{II.3.5})$$

Il est alors légitime d'introduire une densité surfacique de couple [DEL06] [LAU08], sur l'échantillon considéré définie équation (II.3.6) par le couple divisé par la surface initiale de tissu. Cette notion permet alors une mesure adimensionnée du comportement.

$$C_s = \frac{C}{S_0} = F_m \frac{L_c}{L_i^2} \quad (\text{II.3.6})$$

Il est à noter que dans un cadre de cisaillement, il faut éviter les coins occupés par les articulations, d'où la forme en croix, et limiter les effets de bord. Un seul réseau est donc gardé dans les zones d'accroche de l'éprouvette, qui ne sont alors pas sollicitées en cisaillement. La zone utile se limite donc au carré de côté  $L_t$  (cf. **Fig. II-11**). Ainsi, la zone utile (initiale) d'interaction entre les réseaux chaîne et trame se limite à une surface égale à  $L_t^2$ .

Nous retrouvons équation (II.3.6), par l'introduction du couple de cisaillement, une forme d'équation semblable à l'équation (II.3.2) introduite dans [CAO04] et [PEN04] pour adimensionner l'essai de cadre, à la différence que nous faisons intervenir  $F_m$ , l'effort de cisaillement et non pas  $F_c$  l'effort sur le cadre.

Pour remonter à l'effort  $F_c$  mesuré lors de l'essai, appliquons le principe de conservation des puissances sur le cadre, en supposant des articulations parfaites. Pour simplifier les calculs, considérons que le centre du cadre reste fixe et que les sommets se déplacent en sens inverse. La cinématique réelle fixe l'un des sommets et déplace uniquement le sommet opposé, mais nous négligeons ici l'inertie des barres du cadre, et le résultat est donc le même. Par symétrie, seul un quart de géométrie (cf. **Fig. II-12**) est considéré :

- La puissance entrante est fournie au niveau des deux appuis :

$$P_e = 2.F_c.\dot{d} \quad (\text{II.3.7})$$

- La puissance sortante est celle qui sert à déformer le tissu (modélisée par les quatre glisseurs  $F_m$ ) :

$$P_s = 4.F_m.v \quad (\text{II.3.8})$$

La vitesse  $\underline{v}$  est calculée à partir du mouvement particulier subi par la barre (cf. **Fig. II-12**) qui est semblable à une « échelle glissant contre un mur » (les vecteurs vitesse sont tangents aux surfaces de contact). Ainsi, la vitesse au point d'application de la force de cisaillement est :

$$\underline{v} = \frac{\dot{d}}{2} \left( -\frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \underline{x} + \underline{y} \right) \quad (\text{II.3.9})$$

En écrivant l'égalité des puissances entrantes et sortantes dans le cadre, nous déterminons l'effort  $F_m$  en fonction de  $F_c$  :

$$\begin{aligned} 2.F_c.\dot{d} &= -\frac{\dot{d}}{2} \left( -\frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \underline{x} + \underline{y} \right) . 4F_m \cos \frac{\alpha}{2} \underline{x} - \sin \frac{\alpha}{2} \underline{y} \\ &= 2F_m \dot{d} \left( \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} + \sin \frac{\alpha}{2} \right) = 2F_m \dot{d} \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \end{aligned} \quad (\text{II.3.10})$$

Il existe une relation simple permettant de calculer l'effort de cisaillement en fonction de l'effort exercé sur le cadre :

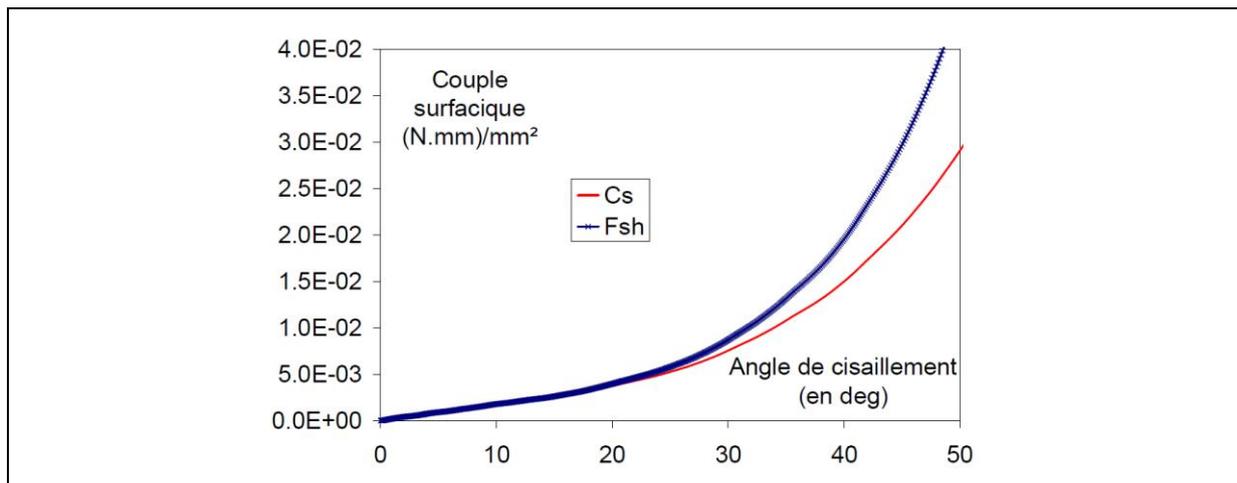
$$F_c = F_m \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (\text{II.3.11})$$

Le couple surfacique est enfin déduit de l'équation (II.3.6) :

$$C_s = F_c \frac{L_c}{L_t^2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (\text{II.3.12})$$

Il est possible de retrouver  $F_{sh}$ , introduit équation (II.3.3), avec le couple surfacique par :

$$F_{sh} = \frac{C_s}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{C_s}{\cos \gamma} \quad (\text{II.3.13})$$



**Figure II-13 : Adimensionnement du Picture Frame / comparaison entre le couple surfacique et  $F_{sh}$**

Le comportement identifié est plus raide en utilisant  $F_{sh}$  plutôt que le couple surfacique. Cette raideur additionnelle semble induite par l'essai lui-même plus que par le comportement du tissé, nous privilégierons alors le couple surfacique, qui paraît plus proche de la physique, pour comparer les différents essais de cisaillement.

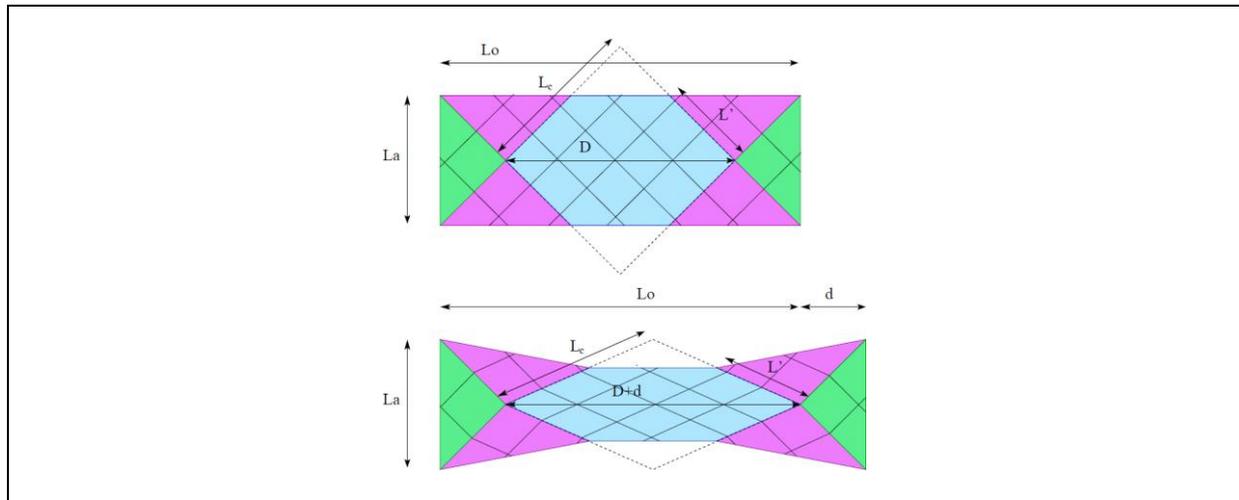
### 3.4 Essai de Bias Test

Le Bias Test [JOH95] [McG97] [PRO97] [WAN98] [POT02] est une alternative permettant de caractériser le comportement en cisaillement d'un tissé. Son principe repose sur l'élongation d'une éprouvette dans la direction de biais (angle de  $45^\circ$  par rapport à la direction initiale des fibres). La cinématique induite permet d'engendrer du cisaillement dans la partie centrale de l'éprouvette si celle-ci est suffisamment allongée et si la rigidité des mèches est grande devant celle de cisaillement.

Nous distinguons **Fig. II-14** trois zones de cisaillement différentes :

- Les zones d'accroche de l'éprouvette qui restent non cisillées.
- La zone centrale qui est cisillée.
- Les zones demi cisillées.

Les zones d'accroche, maintenues dans des pinces (cf. *Annexe A*) sont constituées de deux réseaux dont l'un des cotés est encastré ; les zones demi cisailées sont constituées d'un réseau libre à ses deux bords et d'un réseau encastré d'un coté ; enfin, la zone centrale est constituée de deux réseaux libres à leurs deux bords. Ainsi, il n'apparaît pas de tension parasite dans les mèches. Le rapport longueur initiale  $L_0$  sur largeur initiale  $L_a$  doit être supérieur à deux pour que les différentes zones coexistent.



**Figure II-14 : Bias Test – Paramétrage de l'éprouvette initiale puis cisailée**

Le net avantage d'une telle géométrie par rapport au Picture Frame est l'absence de tension parasites des mèches dans l'éprouvette et en particulier dans la zone utile. Cet essai est donc beaucoup moins sensible qu'un Picture Frame et plus simple à mettre en œuvre tant du point de vue de la préparation de l'éprouvette que de la conduite de l'essai en lui même. Il est cependant plus complexe à dépouiller du fait de la coexistence de zones différemment cisailées. C'est néanmoins l'essai que nous avons privilégié pour caractériser nos tissus. Quelques précautions sont à prendre lors de la préparation de l'éprouvette, telles que veiller à la bonne orientation des mèches. Ce point peut sembler trivial pour des tissus simples, mais présente une certaine difficulté dans le cas de tissés complexes. Nous préférons une mesure des dimensions directement le long des mèches plutôt qu'une mesure d'angle.

### 3.4.1 Cinématique et Hypothèses

L'hypothèse majeure faite dans le Bias Test est que les mèches ne glissent pas au niveau des intersections (mais qu'elles pivotent uniquement). Cette hypothèse est légitime et a été vérifiée lors de mise en formes [BOI95]. Néanmoins, sur beaucoup d'éprouvettes, on constate pour des déformations importantes un détissage du matériau. Cette observation est bien évidemment en contradiction avec l'hypothèse établie et il conviendra alors de vérifier son domaine de validité. Si l'on considère que les mèches ne glissent pas, on peut considérer une cinématique de l'éprouvette très simple, mais généralement vérifiée ; en fait tout se passe comme si nous avions

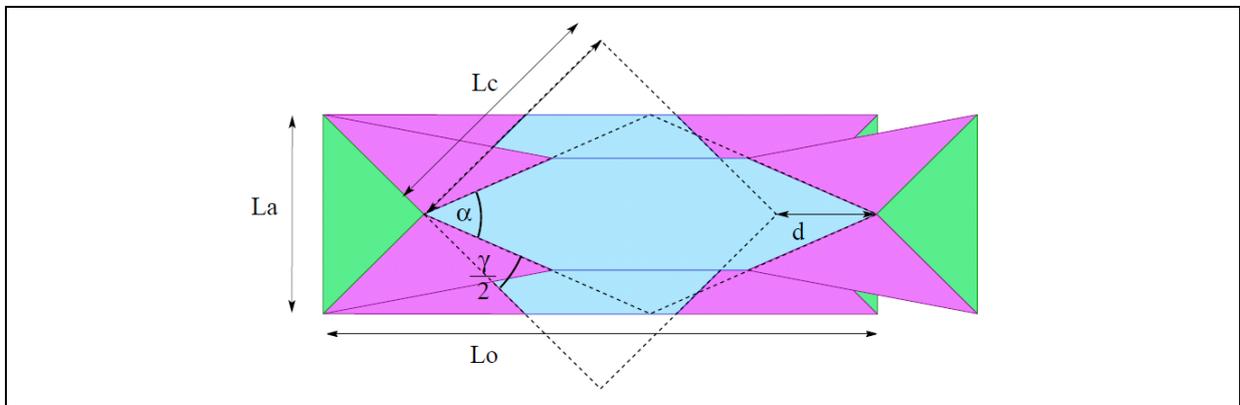
un cadre de cisaillement fictif autour de la zone centrale de l'éprouvette [HAR04]. Ce cadre, de coté  $L_c$  sur la **Fig. II-15** permet de déterminer les angles de cisaillement au sein de l'éprouvette.

Avec :

$$L_c = \frac{\sqrt{2}}{2} D = \frac{\sqrt{2}}{2} L_o - L_a \quad (\text{II.3.14})$$

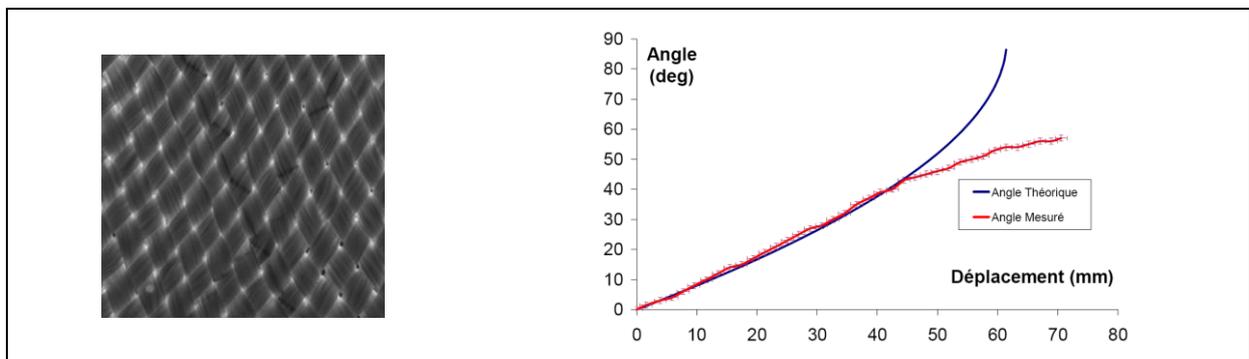
Où  $D$  est la diagonale du cadre « imaginaire » contenu dans l'éprouvette à l'état initial,  $L_o$  la longueur initiale et  $L_a$  la largeur initiale de l'éprouvette. On détermine alors la valeur théorique de l'angle de cisaillement dans la zone centrale en fonction de  $d$ , l'allongement de l'éprouvette, et de ses dimensions initiales.

$$\gamma d = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \left( 1 + \frac{d}{L_o - L_a} \right) \right) \quad (\text{II.3.15})$$



**Figure II-15 : Paramétrage angulaire de l'éprouvette de Bias Test – Eprouvette non cisailée et cisailée**

L'équation (II.3.15) donne une valeur théorique de l'angle de cisaillement quand l'hypothèse cinématique est vérifiée. Nous avons pu contrôler expérimentalement la cohérence du résultat obtenu par cette équation en effectuant des mesures locales dans la zone centrale sur un taffetas de verre **Fig. II-16**.



**Figure II-16 : Angle de cisaillement théorique et mesuré dans une éprouvette de Bias Test**

La limite de validité de l'hypothèse cinématique a pu être observée pour le taffetas de verre. On constate une divergence des courbes théoriques et expérimentales autour de 40° de cisaillement ; ceci indique alors la sortie du domaine de validité de l'équation (II.3.15). Néanmoins, cette valeur limite n'est pas intrinsèque à la méthode, et pour des tissés plus élaborés tels que des sergés ou des interlocks qui sont conçus pour se cisailer facilement, le test peut se poursuivre plus longtemps avant qu'il n'y ait glissement et détissage. Certains tissus peuvent même dépasser les 50° de cisaillement en Bias Test avant l'apparition de glissement [HAR04]. De toute façon, pour des mises en forme classiques, l'angle de cisaillement restant inférieur à des valeurs de l'ordre de 35-40°, cette méthode reste tout à fait adaptée à la mesure d'un comportement en cisaillement.

Dans ce type d'essai, les efforts mesurés sont généralement très faibles – de l'ordre de la dizaine ou de la centaine de Newton – tandis que les déplacements sont grands – une centaine de millimètres – nous utiliserons donc un capteur d'effort suffisamment sensible et une machine permettant de grands déplacements.

### 3.4.2 Adimensionnement du Bias Test par le couple surfacique

La difficulté de cet essai réside dans son dépouillement. En effet, contrairement au Picture Frame où l'ensemble de l'éprouvette a un angle de cisaillement homogène (en première approximation – voir [DUM03b] pour plus de détail sur les conditions aux limites), pour le Bias Test, différents degrés de cisaillement coexistent par nature dans une éprouvette. Plusieurs méthodes sont proposées pour étudier ce test ; Johnson [JON95] propose de calculer une déformation moyenne et une « contrainte » au niveau de la zone centrale de l'éprouvette, d'autres négligent l'effet des zones demi cisillées.

Nous proposons pour adimensionner le Bias Test, une approche énergétique (utilisée également par [HAR04] pour le Picture Frame) en introduisant en plus la notion de couple surfacique.

Nous partons d'un bilan de puissance réalisé sur l'éprouvette de Bias Test. Considérons que la seule puissance développée provient du cisaillement du tissu, produit d'un moment résistant développé à chaque intersection de mèches et du taux de cisaillement. Ce couple unitaire (fonction de l'angle de cisaillement) [BOI05] représente l'interaction entre le réseau chaîne et le réseau trame. Ainsi nous écrivons la puissance développée dans le tissu comme une somme sur l'ensemble des *ncell* cellules élémentaires :

$$P = \sum_{i=1}^{ncell} P_i = \sum_{i=1}^{ncell} C \gamma_i \cdot \dot{\gamma}_i \quad (\text{II.3.16})$$

Pour le cas de l'éprouvette de Bias Test, trois zones distinctes à l'intérieur desquelles le cisaillement est constant peuvent être identifiées. Ainsi le bilan de puissance sur l'éprouvette s'écrit comme une somme de puissances par zones [DEL06] [LAU08] [LEE08a], avec  $n_I$ , le nombre de

cellules dans la zone cisailée et  $n_2$ , le nombre de cellules dans la zone demi cisailée. Cette expression se simplifie car :

- La zone non cisailée ne développe pas de puissance.
- L'angle de cisaillement de la zone demi cisailée vaut par définition la moitié de l'angle de cisaillement de la zone cisailée (de même donc pour les taux de cisaillement).
- La puissance développée par la machine est  $F \cdot v$ , la force mesurée multipliée par la vitesse imposée.

$$\begin{aligned} P &= \sum_{i=1}^3 P_i = \sum_{i=1}^3 n_i C \gamma_i \cdot \dot{\gamma}_i = n_1 C \gamma_1 \cdot \dot{\gamma}_1 + n_2 C \gamma_2 \cdot \dot{\gamma}_2 \\ &= n_1 C_1 \gamma_1 + \frac{1}{2} n_2 C_2 \frac{\gamma_2}{2} \cdot \dot{\gamma} = F_b \cdot \dot{d} \end{aligned} \quad (\text{II.3.17})$$

Cette expression présente la difficulté de nécessiter un « comptage » des cellules par zones pour être exploitée ; ainsi, nous préférons utiliser la notion de ***couple surfacique***, défini sur un échantillon de tissu uniformément cisailé par l'égalité entre le produit du couple surfacique multiplié par la surface initiale de tissu et du couple unitaire multiplié par le nombre de cellules élémentaires contenues dans l'échantillon (également introduite (II.3.6) pour le Picture Frame) :

$$C = n_i C_i = S_{i0} C_s \quad (\text{II.3.18})$$

Les différentes aires initiales se calculent facilement en fonction des dimensions de l'éprouvette, ainsi l'aire de la zone demi cisailée vaut :  $S_2 = La^2$  et celle de la zone cisailée vaut :  $S_1 = La \cdot Lo - \frac{3}{2} La$  (cf. notations de la **Fig. II-15**).

Pour pouvoir résoudre l'équation (II.3.17), il faut faire disparaître le taux de cisaillement ; nous écrivons alors l'angle de cisaillement comme une fonction du déplacement :

$$\gamma(t) = \gamma(d(t)) = \gamma \circ d(t) \quad (\text{II.3.19})$$

En dérivant cette expression, un lien entre le taux de cisaillement et la vitesse de la machine est établi pour un angle de cisaillement donné :

$$\dot{\gamma} = \dot{d} \cdot \left( \frac{\partial \gamma}{\partial d} \circ d(t) \right) \quad (\text{II.3.20})$$

L'équation (II.3.17) se réécrit alors :

$$S_1 C_s \gamma_1 + \frac{1}{2} S_2 C_s \frac{\gamma_2}{2} \cdot \left( \frac{\partial \gamma}{\partial d} \circ d(t) \right) = F_b \quad (\text{II.3.21})$$

En utilisant l'équation (II.3.15), issue de l'hypothèse cinématique, qui lie l'angle de cisaillement dans la zone centrale au déplacement imposé au bord de l'éprouvette, nous obtenons :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial d} = \frac{\sqrt{2}}{D \cdot \sqrt{1 - \frac{D+d}{\sqrt{2} \cdot D}}} = \frac{2}{\sqrt{D^2 - d^2 - 2dD}} = \frac{\sqrt{2}}{D \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (\text{II.3.22})$$

Ainsi, en injectant (II.3.22) dans (II.3.21), nous pouvons calculer le couple surfacique de cisaillement en fonction des mesures réalisées lors d'un Bias Test mais également en fonction du

couple surfacique pour un demi cisaillement. Cette équation, présentée dans [DEL06] s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} C_s \gamma &= \frac{1}{2S_1} F_b \sqrt{D^2 - d^2 - 2dD} - S_2 C_s \frac{\gamma}{2} \\ &= \frac{1}{S_1} L_c F_b \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} S_2 C_s \frac{\gamma}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.3.23})$$

Nous retrouvons une forme comparable à l'équation (II.3.12) établie pour le Picture Frame, avec en plus un terme correctif provenant des zones demi cisailées. La résolution de cette équation n'est alors pas directe puisque faisant intervenir le couple dans les parties demi cisailées. Deux approches sont envisageables pour résoudre cette équation :

- Une première, utilise une méthode *itérative*. Le couple surfacique calculé à l'itération précédente est utilisé comme terme correctif de la contribution des zones demi cisailées. L'initialisation est réalisée en considérant que ce terme est nul.

$$\begin{aligned} C_{s1} \gamma &= \frac{1}{S_1} L_c F_b \sin \frac{\alpha}{2} \\ C_{s2} \gamma &= \frac{1}{S_1} L_c F_b \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} S_2 C_{s1} \frac{\gamma}{2} \\ &\vdots \\ C_{si} \gamma &= \frac{1}{S_1} L_c F_b \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} S_2 C_{s_{i-1}} \frac{\gamma}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.3.24})$$

- Une deuxième, utilise une méthode *séquentielle*. Le couple est alors calculé en supposant connu le couple pour un demi angle de cisaillement. Le couple surfacique est alors calculé pour un angle de cisaillement croissant. L'initiation de l'algorithme est faite par hypothèse de linéarité du couple surfacique, ainsi, pour la première valeur, on prend :

$$C_s \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2} C_s \gamma \quad (\text{II.3.25})$$

Cette deuxième méthode a été implémentée dans une macro Excel (pour automatiser le calcul incrémental), nous permettant de dépouiller un essai de Bias Test en tenant compte des contributions des zones demi cisailées.

Cette approche par identification du couple surfacique à été validée par comparaison des réponses en Picture Frame et en Bias Test, notamment dans [HAM08].

## 4 Corrélation d'images

La corrélation est une technique de mesure très utile en mécanique des milieux fibreux où le comportement reste très souple et le matériau impropre à l'usage de jauges de déformations. Ainsi, nous avons utilisé ces techniques dans deux applications distinctes :

- L'investigation des mécanismes de déformations à l'échelle la plus fine, celle des mèches, également appelée échelle mésoscopique.
- La mesure des cisaillements internes à un tissu à une échelle donc bien plus large qui est celle de la pièce complète, appelée également échelle macroscopique.

Ce dernier point est capital pour valider les hypothèses avancées concernant l'essai de Bias Test, et offre de bonnes perspectives en terme de dépouillement de cet essai. En effet, si une hypothèse forte est faite sur la cinématique, l'exploitation de mesure locales du champ de cisaillement est une piste pour améliorer l'interprétation d'un tel essai.

Plusieurs techniques ont donc été développées pour adapter la mesure de champ au cas des textiles, du point de vue des images, en réalisant des traitements adaptés, et du point de vue théorique, en tenant compte de la spécificité des champs de déformations admissibles par de tels matériaux.

L'aspect multi échelle des tissés est encore bien présent ici, l'information rendue par ces techniques optique sera différente selon l'échelle à laquelle on se place et donc selon la taille de « *subset* » choisie. Le subset étant le patch entourant chaque point de la grille qui représente le motif à identifier dans l'image déformée et à comparer avec celui de l'image initiale. Ainsi, selon que l'on a plusieurs subset par mèches ou au contraire plusieurs mèches par subset, l'information aura une connotation mésoscopique ou macroscopique.

---

### 4.1 Corrélation à l'échelle mésoscopique

Pour réaliser des mesures à cette échelle, il a été nécessaire de réaliser des prises de vue très fines, de quelques millimètres de coté. Le motif élémentaire est alors une maille du tissu mesuré, et il faut vérifier que la taille des subsets utilisés est bien inférieure à la largeur d'une mèche.

#### 4.1.1 Investigation des mécanismes de déformation dans le Bias Test

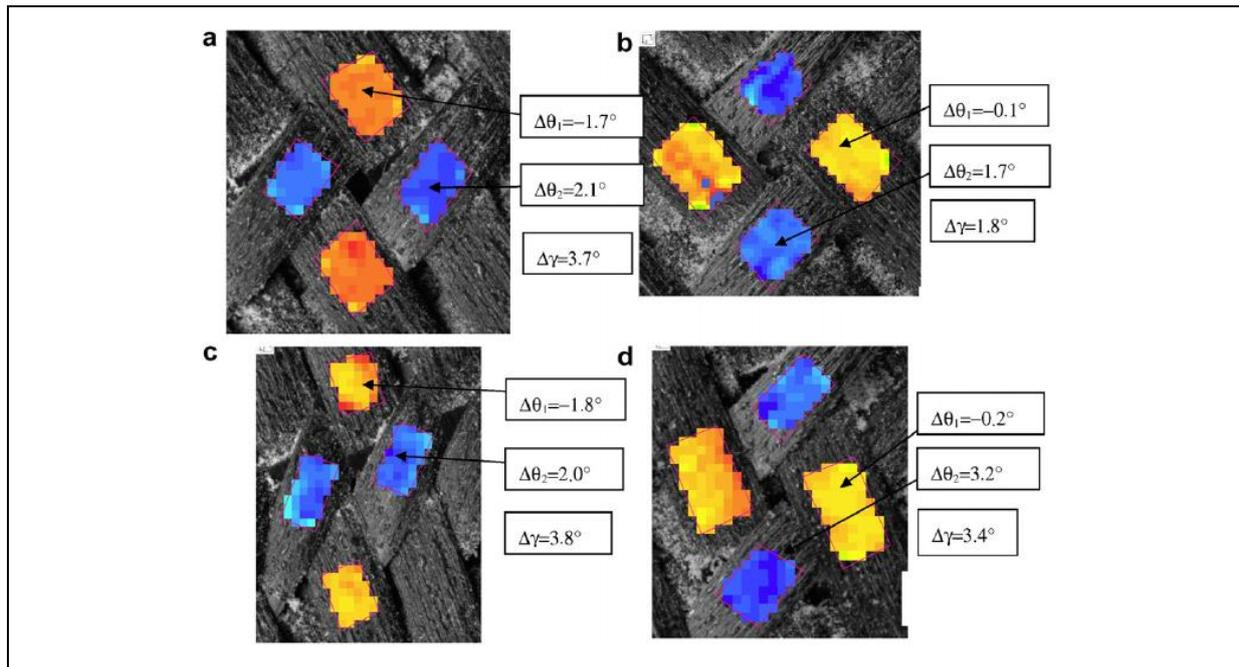
---

L'étude à l'échelle microscopique a permis de vérifier les mécanismes de cisaillement par l'observation des champs de déplacements. Ainsi, sur la **Fig. II-6** nous observons bien initialement un champ de déplacements caractéristique d'une rotation de corps rigide qui se transforme peu à peu en un champ de compression transverse des mèches. Cette investigation a également

été réalisée sur l'essai de Bias Test pour vérifier que les mécanismes étaient bien ceux du cisaillement dans la zone cisailée et la zone demi cisailée.

#### 4.1.2 Approche mésoscopique pour la quantification du cisaillement

La corrélation à l'échelle mésoscopique a également été utilisée pour valider l'hypothèse cinématique faite sur le Bias Test. Nous utilisons alors la rotation locale calculée par *ICASOFT* développé au LaMCoS par Fabrice MORESTIN (cf. *Annexe A-3.1*) pour mesurer les angles de cisaillement (cf. *Fig. II-17*).

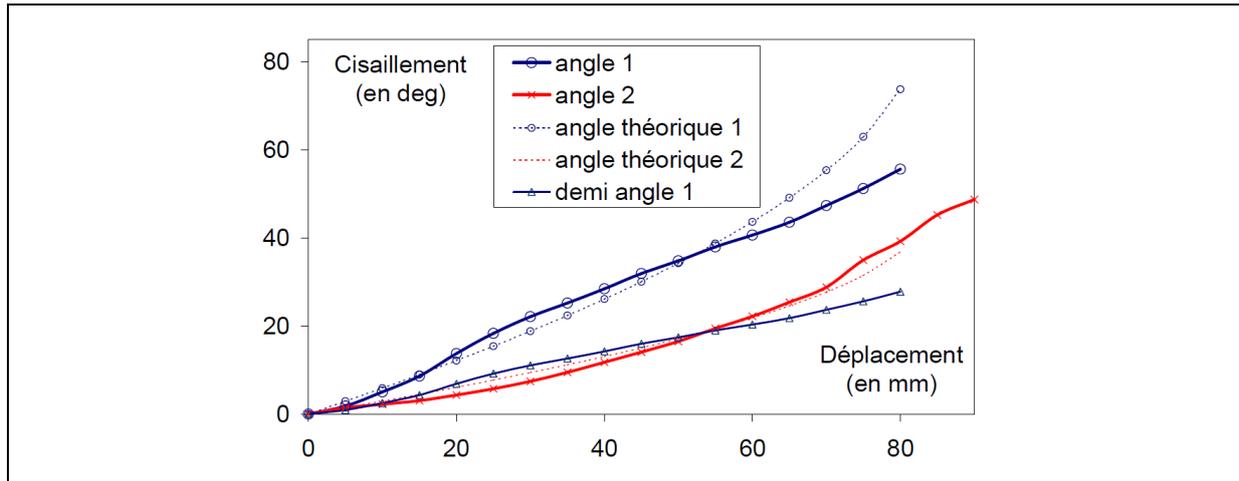


**Figure II-17 : Mesure mésoscopique du cisaillement par corrélation d'images dans la zone cisailée (a) (c) et la zone demi cisailée (b) (d) pour deux états de sollicitation différents**

Celle-ci est déterminée à partir de la décomposition  $R.U$  du gradient de la transformation (produit d'une rotation et d'une déformation pure). L'angle de cisaillement au sein du tissu est alors évalué par la différence de rotation des réseaux chaîne et trame. Cette méthode permet de suivre précisément l'état de cisaillement du tissu pour une zone localisée. La mesure demande cependant de nombreuses opérations et beaucoup de temps car il faut suivre chaque zone d'intérêt au cours de l'essai. En effet, les images utilisées étant très zoomées, il est nécessaire de déplacer la caméra pour assurer le suivi de la zone considérée (cf. déplacement de la zone centrale *Annexe A-3.1, Fig. A-6*) et ce pour chaque prise de vue. Dans le but de simplifier ces prises de vue sans avoir à déplacer effectivement la caméra, un système dédié a été conçu et réalisé pendant le master de Ali MAKKE [MAK07] (cf. *Annexe A-3.1, Fig. A-5*). Ce montage permet d'assurer facilement le suivi d'une zone en Bias Test grâce aux deux glissières disposées à  $90^\circ$  permettant un mouvement de translation, dans le plan, de l'éprouvette par rapport à la caméra. Ce système

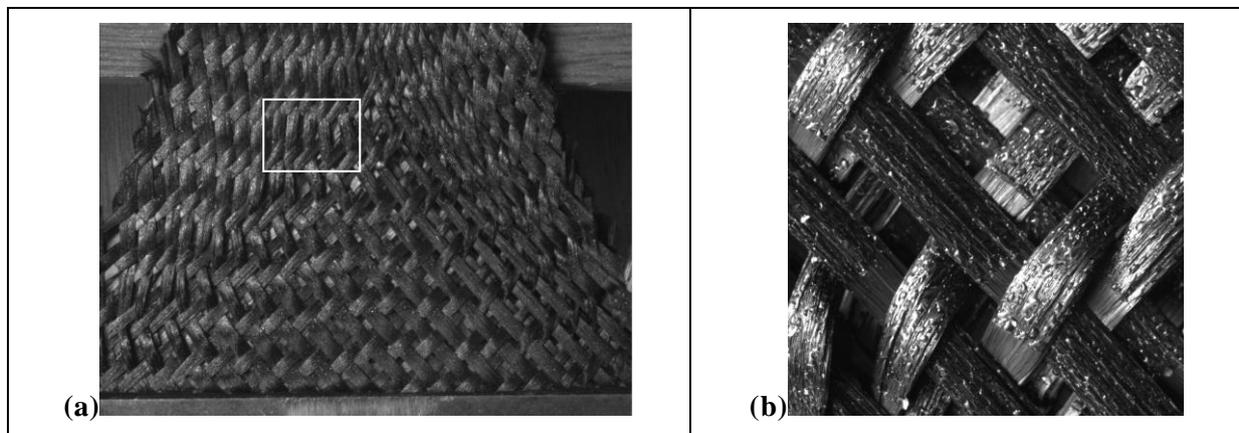
dédié à l'étude cinématique du Bias Test n'est pas instrumenté en efforts, mais permet de solliciter graduellement l'éprouvette en déplacements.

Cette méthode a ainsi permis de vérifier le domaine de validité de l'hypothèse cinématique. En suivant la rotation dans la zone centrale (notée 1 **Fig. II-18**) et dans la zone demi cisailée (notée 2), nous obtenons les évolutions des angles de cisaillement mesurés qui sont comparées aux évolutions théoriques données en fonction des dimensions de l'éprouvette et du déplacement des mors par l'équation (II.3.15).



**Figure II-18 : Vérification expérimentale du cisaillement en Bias Test dans la zone cisailée et la zone demi cisailée et angle théorique**

Une bonne concordance de la mesure locale par corrélation d'images et de la valeur théorique donnée par le déplacement de la traverse est constatée jusqu'à un angle de cisaillement de 40° environ. Ensuite, l'angle dans la zone cisailée dévie sensiblement de la courbe théorique au moment du raidissement du comportement. Dans la zone demi cisailée par contre, qui est moins sollicitée en proportion puisque le cisaillement y est moindre, l'angle reste en adéquation avec l'angle théorique plus longtemps et a même tendance à augmenter plus vite que la théorie.



**Figure II-19 : Glissement à la frontière entre les trois zones**

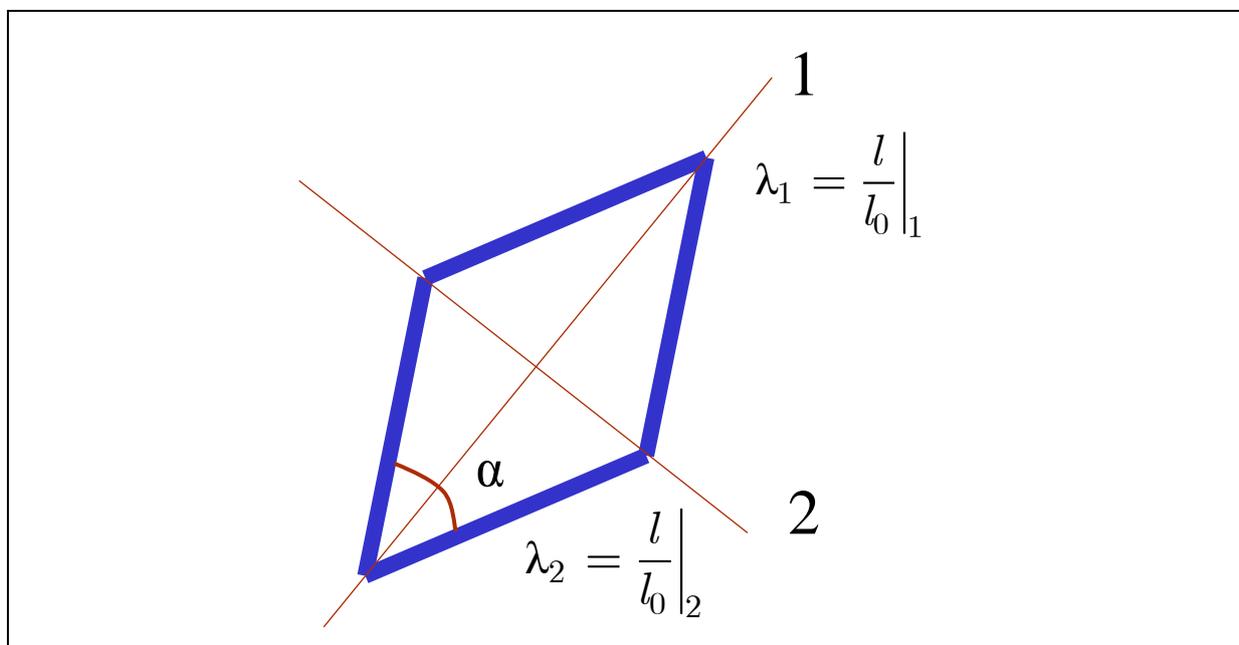
Ce phénomène s'explique par l'apparition de glissements à l'interface entre les zones cf. **Fig. II-19**, qui permettent de stopper l'augmentation de cisaillement dans la zone centrale.

La principale limite de cette méthode est la difficulté expérimentale, avec la résolution des capteurs actuels, pour dresser une cartographie de l'état de cisaillement de l'ensemble d'une l'éprouvette. Une alternative a été envisagée avec l'étude macroscopique par corrélation.

## 4.2 Corrélation à l'échelle macroscopique

Le but ici est de s'affranchir d'une prise de vue pour chaque mesure locale, et de n'utiliser qu'une prise de vue de l'ensemble de la structure. La résolution des capteurs étant trop limitée, il est difficile d'appliquer la méthode précédente qui consiste à corréler sur chaque mèche (plusieurs subset par mèche). Nous avons alors développé une méthode permettant, grâce à une corrélation macroscopique, de remonter à l'angle de cisaillement.

L'idée de la méthode est de s'appuyer sur la cinématique particulière admissible par un tissé. En effet, vu l'ordre de grandeur très grand séparant la rigidité en traction de la rigidité en cisaillement, un tissu se déforme principalement en cisaillement. C'est en tout cas ce qui se passe dans le cas des essais tels que le Bias Test. En extrapolant, on peut même considérer que le tissé se déforme de la même manière qu'un cadre de cisaillement. Les directions des déformations principales sont alors portées par les diagonales du cadre **Fig. II-20**.



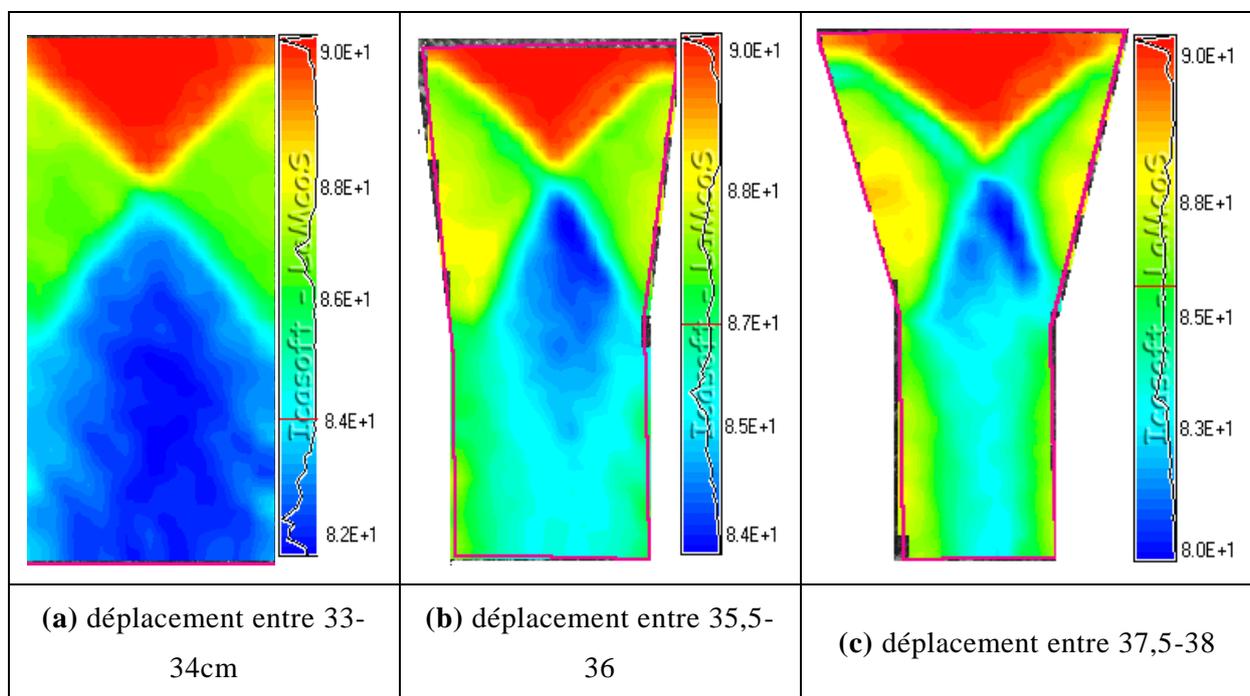
**Figure II-20 : Hypothèse cinématique pour la corrélation macroscopique / cisaillement pur**

L'angle de cisaillement est ainsi calculé à partir des longueurs  $l_1$  et  $l_2$ , des diagonales du cadre. Sous l'hypothèse précédente, l'angle de cisaillement vaut alors :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \left( \frac{l_1}{l_2} \right) = \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \quad (\text{II.4.1})$$

Avec  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  les déformations principales.

Cette équation a été implémentée dans *ICASOFT*, et testée sur différents cas. L'outil permet alors de dresser une cartographie du champ de cisaillement au sein de l'éprouvette **Fig. II-21**. Cette méthode a été utilisée dans [LEE08a]. Outre la vérification de l'existence et de la position des différentes zones, cette technique ouvre des possibilités pour un traitement amélioré du Bias Test. En effet, pour le moment, l'essai est dépouillé en postulant une cinématique approchée, l'information locale du cisaillement permettra donc de comptabiliser effectivement les contributions locales.



**Figure II-21 : Angle de cisaillement en Bias Test mesuré par corrélation à l'échelle macroscopique (tissu : G1151, éprouvette : 300 mm x 100 mm)**

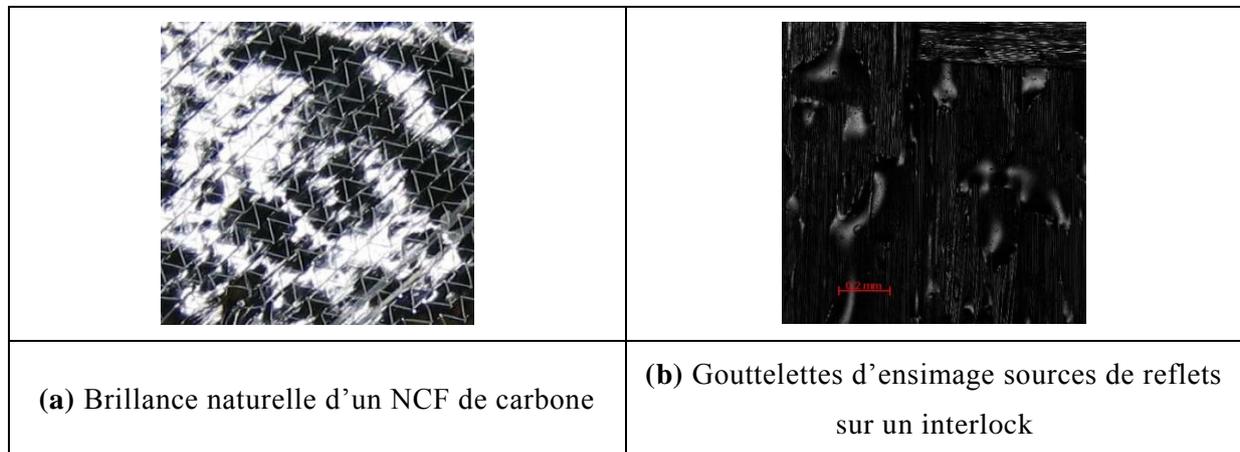
### 4.3 Traitements matériaux et lumière UV

Des prises de vue adaptées à la méthode de corrélation d'images doivent :

- Être non saturées, c'est-à-dire avec un niveau de gris compris rigoureusement entre 0 et 255.
- Posséder un motif suffisamment aléatoire pour être discriminant.

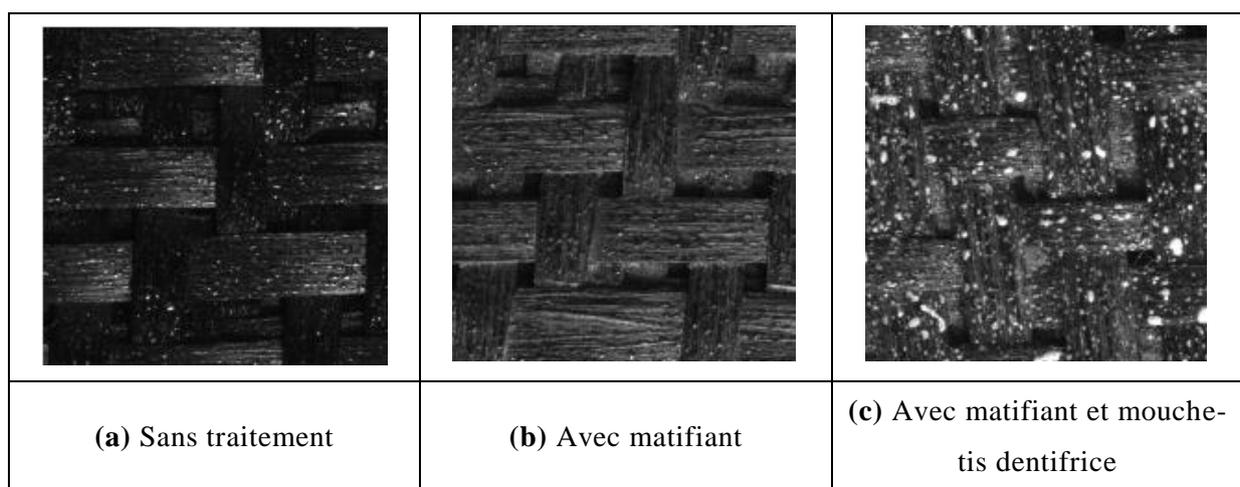
Or, **Fig. II-22** les fibres de carbone présentent naturellement une brillance importante **(a)** et sont généralement ensimées, ce qui se traduit par des sortes de gouttelettes solides brillantes égale-

ment (b). L'exploitation directe des images prises est donc délicate, et soumise à des contraintes expérimentales fortes concernant la lumière, qui doit être extrêmement diffuse. Dans le cas contraire, la variation des reflets lors de changements d'orientation du tissé engendre des artefacts de déformations. La microstructure du matériau étant très périodique, il convient également d'ajouter un motif suffisamment aléatoire pour améliorer la corrélation.



**Figure II-22 : Brillance des tissés de carbone**

Etant donnée la souplesse du matériau, il n'est pas envisageable de réaliser un traitement utilisé classiquement tel qu'une peinture et un mouchetis car la peinture est drainée par les fibres et rigidifie grandement le matériau. Nous avons alors utilisé des produits cosmétiques tels que du matifiant pour éviter le problème de brillance, et un dépôt aléatoire suffisamment pâteux pour se déposer sur les mèches sans être absorbé. La solution a été de réaliser une projection de pâte dentifrice judicieusement diluée *Fig. II-22*.

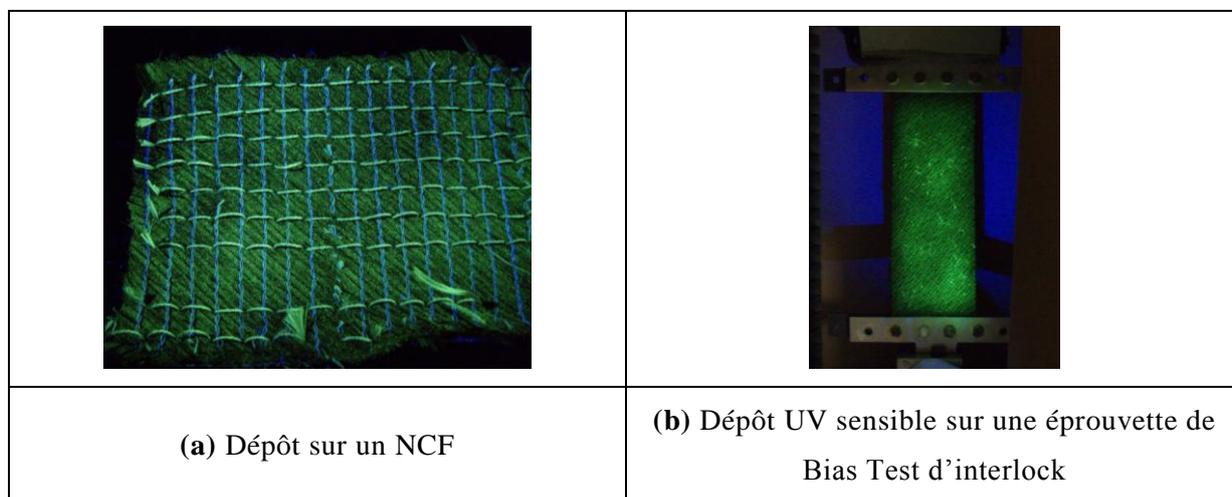


**Figure II-23 : Traitement par matifiant et mouchetis dentifrice**

Cette solution présente tout de même certaines limites issues de la cinématique particulière des tissés. En effet, pendant la sollicitation de cisaillement, certaines zones jusque là masquées vont

apparaître et d'autres vont disparaître. Ceci est difficile pour le logiciel de corrélation, qui devra suivre des zones disparaissant, et également voir apparaître de nouvelles zones non traitées et donc brillantes. Pour essayer de résoudre ce problème, nous avons utilisé la lumière UV. L'intérêt de réaliser un essai uniquement avec un éclairage UV, est que les fibres sont invisibles : seul seront détectés des marqueurs déposés au préalable (mouchetis de peinture UV sensible). Le problème de reflet est ainsi évité et permet un meilleur résultat en corrélation.

Un produit UV sensible est déposé sur l'éprouvette, et un mouchetis de dentifrice est appliqué. L'essai est ensuite effectué dans le noir, éclairé seulement par lumière UV. Un filtre est ajouté en sortie de lampe pour filtrer la lumière visible résiduelle (dans le bleu) ; ainsi, seul le matériau sensible est révélé. La **Fig. II-24** montre le résultat obtenu pour un NCF de carbone **(a)**, et lors d'un essai de Bias Test sur un interlock **(b)**, le matériau ne brille plus.



**Figure II-24 : Traitement réagissant aux UV**

## 4 Conclusion

Nous disposons grâce à ces essais expérimentaux d'une base importante permettant de quantifier le comportement de tissés interlocks. Les avancées théoriques réalisées concernant le dépouillement des différents essais de cisaillement permettent une détermination d'un comportement intrinsèque au tissu via le couple surfacique de cisaillement et ce indépendamment de l'essai considéré. Il persiste tout de même une grande difficulté à obtenir une concordance satisfaisante entre le Bias Test et le Picture Frame malgré les efforts conjoints de nombreux laboratoires à l'occasion des différents benchmarks réalisés [CAO06] [CAO08]. Nous interprétons cette différence par la difficulté expérimentale du Picture Frame qui génère des tensions parasites prenant le pas sur le comportement très souple en cisaillement. Pour cette raison, le Bias Test, bien que possédant une plage de validité limitée nous paraît mieux adapté à la caractérisation du comportement en cisaillement pour les tissés en général et les interlocks en particulier. Les méthodes de mesure optiques développées servant principalement de prospective au développement de modèles ouvrent des portes vers une identification avancée des essais sur textiles. Par exemple pour quantifier plus précisément les contributions de chaque zone en Bias Test sans nécessiter l'hypothèse géométrique utilisée actuellement.

Enfin, les mesure sous lumière UV, si elles ne sont pas indispensables pour les renforts de verre qui ne présentent qu'une brillance limitée sont un bon compromis aux traitements employés contre les reflets.



# Chapitre III : Outil Numérique de Simulation

<b>1</b>	<b>Différentes approches possibles .....</b>	<b>63</b>
1.1	Modèle continu anisotrope .....	63
1.2	Modèles discrets.....	63
1.3	Approche semi discrète.....	64
<b>2</b>	<b>Plast4 : code développé au LaMCoS .....</b>	<b>65</b>
2.1	Formulation sur la configuration actuelle .....	65
	2.1.1 <i>Problème de référence</i> .....	65
	2.1.2 <i>Discrétisation spatiale : éléments finis</i> .....	66
2.2	Schéma de résolution en dynamique explicite .....	67
<b>3</b>	<b>Modèle discret pour la prise en compte des mèches en tension .....</b>	<b>69</b>
3.1	Éléments finis constitués de segments de mèches .....	69
3.2	Efforts nodaux de tension .....	70
	3.2.1 <i>Vecteur tension</i> .....	70
	3.2.2 <i>Travaux virtuels de tension</i> .....	70
	3.2.3 <i>Base matérielle et calcul du tenseur des déformations</i> .....	71
	3.2.4 <i>Calcul de la déformation longitudinale dans la mèche</i> .....	73
3.3	Actualisation des tensions.....	75
	3.3.1 <i>Comportement hypoélastique de mèches</i> .....	75
	3.3.2 <i>Comportement des mèches</i> .....	75
3.4	Implémentation et validation.....	76
	3.4.1 <i>Tests élémentaires à déplacements imposés</i> .....	77
	3.4.2 <i>Tests élémentaires à efforts imposés</i> .....	79
	3.4.3 <i>Cycle test</i> .....	80
	3.4.4 <i>Verrouillage en cisaillement</i> .....	81
3.5	Maillage des mèches depuis le tissage .....	83
<b>4</b>	<b>Modèles pour la prise en compte des raideurs de cisaillement et de compression transverse .....</b>	<b>87</b>
4.1	Analogies entre les mécanismes en compression et en cisaillement .....	88
4.2	Modèle discret pour la prise en compte des rigidités transverses .....	89
4.3	Modèle compressible sphérique .....	90
	4.3.1 <i>Calcul de la variation de volume</i> .....	90
	4.3.2 <i>Relation de comportement</i> .....	91
4.4	Modèle hypoélastique isotrope rigidifiant .....	92
	4.4.1 <i>Intérêt d'un tel modèle</i> .....	93
	4.4.2 <i>Dérivée de Jaumann</i> .....	93
	4.4.2.1 <i>Cycle avec rotation macroscopique sous tension</i> .....	94
	4.4.2.2 <i>Test en cisaillement simple</i> .....	95
	4.4.2.2 <i>Cycle en compression cisaillement</i> .....	96
4.5	Modèle contravariant.....	97
	4.5.1 <i>Considérations sur l'anisotropie des tissés 3D</i> .....	98
	4.5.1.1 <i>Dans un massif interlock</i> .....	98
	4.5.1.2 <i>Empilement de couches</i> .....	98
	4.5.1.3 <i>Dans un plan chaîne trame</i> .....	99
	4.5.2 <i>Ecriture tensorielle des contraintes</i> .....	100
	4.5.2.1 <i>Contributions normales</i> .....	100
	4.5.2.2 <i>Contributions tangentielles</i> .....	100
	4.5.3 <i>Comportement associé</i> .....	101
	4.5.3.1 <i>Pour la contribution normale</i> .....	101
	4.5.3.1 <i>Pour la contribution tangentielle</i> .....	101
<b>5</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>103</b>

Dans le domaine des matériaux composites, une grande gamme d'échelles d'étude peut être considérée. Allant du  $\mu\text{m}$  au  $\text{m}$ , de l'échelle des fibres à celle d'une pièce finie. Dans notre cas,

nous cherchons à simuler la mise en forme à l'échelle macroscopique d'une pièce complète. Or le comportement global du matériau est fortement dépendant des échelles inférieures :

- celle du tissage tout d'abord, qui définit les directions fortes d'anisotropie du renfort ainsi que la nature du motif de tissage, donnant au matériau une plus ou moins bonne capacité à se déformer ;
- celle des fibres enfin, qui donne aux mèches leur comportement si spécifique : très raide en tension, très souple en flexion et compression transverse, mais avec un raidissement lorsque la compression opère.

L'échelle choisie pour la méthode de simulation proposée doit répondre à ce compromis : être suffisamment large pour permettre une simulation avec un nombre raisonnable de degrés de liberté, mais assez fine pour rendre compte du comportement complexe du matériau.

Contrairement à la plupart des matériaux pour lesquels la microstructure est aléatoire, dans le cas de renforts tissés, celles-ci est connue à l'échelle microscopique, celle des fibres et surtout à l'échelle mésoscopique, celle du motif de tissage. Nous chercherons donc dans l'approche proposée à utiliser l'information de position des mèches qui est à la base de la spécification d'une préforme cf. **Par. 3.5**. Cette donnée, bien que complexe, conditionne grandement le comportement du matériau. Ainsi, plus nous nous placerons à une échelle fine, plus les modèles matériaux utilisés pourront être simples, alors qu'à une échelle grossière, il sera nécessaire d'utiliser des modèles complexes.

Dans ce chapitre nous présenterons les différentes approches existantes en simulation macroscopique de la mise en forme de renforts textile et proposerons une méthode basée sur une approche semi discrète dédiée au cas des tissés interlocks. Le comportement sera alors divisé en deux contributions qui seront détaillées :

- la contribution discrète prendra en compte l'anisotropie du matériau par les termes de tension dans les mèches,
- la contribution continue rendra compte des autres rigidités.

# 1 Différentes approches possibles

---

## 1.1 Modèle continu anisotrope

Un textile n'est pas rigoureusement un milieu continu dans le sens où il est constitué de mèches et de « vide » et que, par conséquent, des glissements peuvent apparaître entre les différents constituants. Néanmoins, une première approche rencontrée est de considérer le textile comme un milieu continu anisotrope dont le comportement est homogénéisé à partir des échelles inférieures, [ROG89] [HSI99] [SPE00] [DON01] [BOI05] [PEN05] [XUE05] [TEN07]. Ce type de méthode présente l'avantage de pouvoir être implémenté dans des codes éléments finis standards. L'identification des paramètres homogénéisés ainsi que l'actualisation des directions d'anisotropie restent toutefois un sujet délicat en grandes transformations. Bien que de nombreux modèles aient été proposés, il n'existe pas actuellement de modèle communément admis pour les grandes transformations de fibreux. D'autre part, ce type d'approche nécessite une périodicité du matériau.

Cette périodicité, classique pour les tissés minces, devient moins évidente en ce qui concerne les interlocks, en particulier dans les applications qui nous intéressent. En effet, la préforme fibreuse d'une aube est loin d'être un assemblage de motifs périodiques. Les paramètres tels que la section des mèches, le motif de tissage et le taux volumique de fibres varient en chaque point considéré. Une identification du comportement homogénéisé n'est donc pas envisageable dans notre cas.

---

## 1.2 Modèles discrets

Une deuxième approche consiste à considérer le textile comme un assemblage discret d'éléments. Avec cette approche, on peut aborder, selon la discrétisation choisie, différentes échelles de problèmes. Ainsi, la mise la forme compète (échelle macroscopique) peut être simulée par des approches simplifiées considérant par exemple le tissé comme un système de barres jointes par des ressorts [CHE01] [SHA04] [BEN05], alors que la prise en compte fine des contacts permet de simuler finement un ensemble de quelques mèches (une maille élémentaire par exemple) à l'échelle mésoscopique [DUR05] [DUH06] [DUR07] [PIC05] [GAT09].

### 1.3 Approche semi discrète

Les deux méthodes citées ci-dessus présentent des points intéressants, mais aussi des limites. Nous avons donc essayé de tirer partie de ces deux approches pour en bâtir une nouvelle, située entre le discret et le continu, et qui s'inspire d'une approche développée pour les tissés 2D [BOI95] [BOI06] [BOI07] [HAM07].

Le comportement particulier des tissés vient de l'anisotropie qui découle de la position des mèches présent dans le matériau. Les directions fortes qui, de plus, peuvent changer au cours du temps. Ainsi, bâtir un modèle continu permettant de rendre compte de cette anisotropie est complexe, car il faut suivre ces directions fortes.

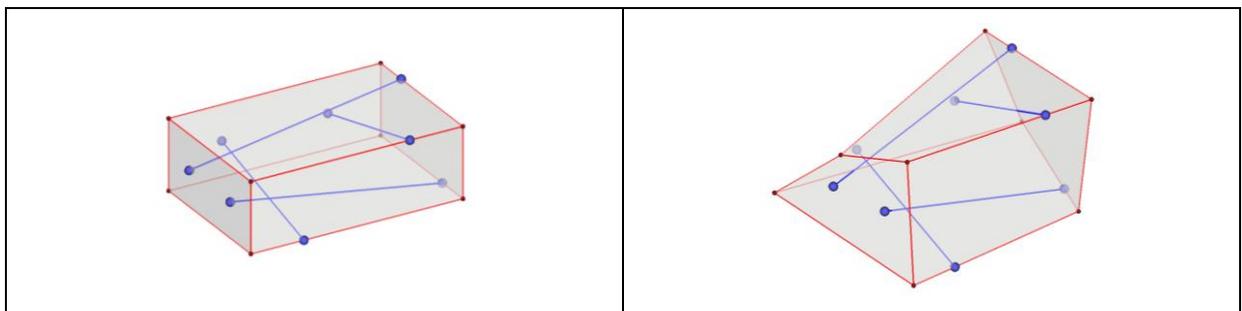


Figure III-1 : Elément fini semi discret constitué de mèches

L'idée est de distinguer deux échelles pour la définition du comportement :

Une partie du comportement provenant de l'échelle mésoscopique : l'anisotropie est prise en compte à cette échelle par la contribution discrète des mèches en tension. Cette contribution est généralement de premier ordre car mettant en jeu des raideurs importantes, et sera détaillée *Sec. 3*.

L'autre partie du comportement provenant du cisaillement et de la compression transverse du tissu : ce modèle peut être simple car la rigidité correspondante est de second ordre, les termes rigides et complexes étant déjà pris en compte par le modèle discret. Pour cet aspect, nous utilisons un modèle continu isotrope qui sera détaillé *Sec. 4*.

## 2 Plast4 : code développé au LaMCoS

### 2.1 Formulation sur la configuration actuelle

Le but d'un outil de modélisation en mécanique des milieux continus est généralement de déterminer le champ cinématique solution, fonction d'une série de conditions aux limites et d'un comportement matériau.

#### 2.1.1 Problème de référence

Soit un volume  $\Omega$ , de masse volumique  $\rho$ , soumis à un déplacement imposé  $\underline{\mathbf{u}}_d$  sur un bord  $\partial_1\Omega$ , à un chargement volumique  $\underline{\mathbf{f}}_d$  sur  $\Omega$  et à un chargement surfacique  $\underline{\mathbf{F}}_d$  sur un bord  $\partial_2\Omega$  complémentaire de  $\partial_1\Omega$   $\partial\Omega = \partial_1\Omega \cup \partial_2\Omega$ . Soit  $\underline{\mathbf{u}}^*$  un champ virtuel cinématiquement admissible à 0, c'est-à-dire continu sur  $\Omega$ , dérivable sur  $\Omega \setminus \partial\Omega$  et nul sur  $\partial_1\Omega$ . Le principe des travaux virtuels s'écrit alors :

$$\int_{\Omega} \rho \underline{\mathbf{a}} \cdot \underline{\mathbf{u}}^* d\Omega = \int_{\Omega} \underline{\mathbf{f}}_d \cdot \underline{\mathbf{u}}^* d\Omega + \int_{\partial\Omega_2} \underline{\mathbf{F}}_d \cdot \underline{\mathbf{u}}^* dS - \int_{\Omega} \underline{\underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} \underline{\mathbf{u}}^* d\Omega \quad (\text{III.2.1})$$

$$W_a^* = W_{\text{ext}}^* - W_{\text{int}}^*$$

Où  $W_a^*$ ,  $W_{\text{ext}}^*$  et  $W_{\text{int}}^*$  sont les travaux virtuels respectivement des quantités d'accélération, des efforts extérieurs et des efforts internes.

Dans notre modèle,  $W_{\text{int}}^*$  est décomposé en deux parties :

L'une, exposant  $\mathbf{t}$  fait référence aux travaux virtuels de *tension* prise en compte par le modèle discret.

L'autre, exposant  $\mathbf{a}$  englobe toutes les *autres* contributions prises en compte par le modèle continu.

$$W_{\text{int}}^* = W_{\text{int}}^{\mathbf{t}*} + W_{\text{int}}^{\mathbf{a}*} \quad (\text{III.2.2})$$

$$\mathbf{U}^{*\text{T}} \mathbf{F}_{\text{int}} = \mathbf{U}^{*\text{T}} \mathbf{F}_{\text{int}}^{\mathbf{t}} + \mathbf{F}_{\text{int}}^{\mathbf{a}}$$

Il est à noter que l'équation (III.2.1) est écrite sur la configuration actuelle. Généralement, cette configuration est une inconnue du problème, particulièrement en grandes transformations. Deux approches sont alors envisageables pour résoudre notre problème :

Ecrire l'équilibre sur la configuration initiale (Lagrangienne ou Lagrangienne réactualisée) en utilisant des variables et tenseurs Lagrangiens tels que le tenseur des déformations de Green-Lagrange et le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff. La solution peut alors être déterminée de manière implicite, et vérifiera l'équilibre.

Ecrire l'équilibre sur la configuration actuelle en utilisant des variables et tenseurs Eulériens tels que le tenseur des déformations linéarisé et le tenseur des contraintes de Cauchy. Un schéma explicite est alors utilisé pour déterminer la configuration au pas de temps suivant. L'équilibre n'est pas rigoureusement vérifié sur cette configuration, qui doit donc être proche de la configuration actuelle pour que l'algorithme converge.

### 2.1.2 Discrétisation spatiale : éléments finis

L'équation (III.2.1) est intégrale sur l'ensemble de notre volume d'étude, et nous utilisons pour l'approximer une discrétisation spatiale par la méthode des éléments finis. La valeur d'un champ continu est alors interpolée sur l'ensemble du volume grâce aux fonctions de forme et aux valeurs nodales de ce champ.

Soit  $N_i$  les fonctions de forme ( $i \in 1,8$  pour des éléments briques linéaires à huit noeuds),  $\underline{\mathbf{x}}_i$  les vecteurs position des nœuds et  $\underline{\mathbf{X}}$  les coordonnées matérielles du point courant. Le vecteur position,  $\underline{\mathbf{x}}$  dans la configuration actuelle vaut alors :

$$\underline{\mathbf{x}} = N_i \underline{\mathbf{X}} \underline{\mathbf{x}}_i \tag{III.2.3}$$

Avec sommation implicite sur  $i$ . On introduit également la matrice  $\mathbf{N}$ , qui est fonction des coordonnées matérielles du point courant :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \xi_1, \xi_2, \xi_3 = \begin{matrix} & & & \overbrace{\hspace{2cm}}^{3 \times 24} & & \\ & & & \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & & N_8 \end{bmatrix} & & \\ & & & & & & & \end{matrix} \xi_1, \xi_2, \xi_3 \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ X_{21} \\ \vdots \\ X_{83} \end{bmatrix} \tag{III.2.4}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{N}\mathbf{X}_n$$

De même pour la vitesse  $\underline{\mathbf{v}}$  et l'accélération  $\underline{\mathbf{a}}$  :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{v}} &= N_i \underline{\mathbf{X}} \underline{\mathbf{v}}_i \\ \underline{\mathbf{a}} &= N_i \underline{\mathbf{X}} \underline{\mathbf{a}}_i \end{aligned} \tag{III.2.5}$$

En introduisant les équations (III.2.3) et (III.2.5) dans l'équation (III.2.1), on obtient la forme matricielle de notre problème.

$$\mathbf{U}^{*T} \mathbf{M} \mathbf{a} = \mathbf{U}^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}} \tag{III.2.6}$$

Avec

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{\text{ext}} = \int_{\Omega} \underline{\mathbf{f}}_d \cdot \mathbf{N} d\Omega + \int_{\partial\Omega_b} \underline{\mathbf{F}}_d \cdot \mathbf{N} dS \tag{III.2.7}$$

Dans le cadre de la mécanique classique des milieux continus,  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  est calculé en introduisant les matrices  $\mathbf{B}$  [BEL06] :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \delta_{ik} + \frac{\partial N_I}{\partial x_i} \delta_{jk} \right) u_{kI} \\ \varepsilon &= \mathbf{B}\mathbf{U}_n\end{aligned}\quad (\text{III.2.8})$$

$$\begin{aligned}\mathbf{U}^{*T} \mathbf{F}_{\text{int}} &= \int_{\Omega} \varepsilon \mathbf{u}^{*T} \boldsymbol{\sigma} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{U}^{*T} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \mathbf{U}^{*T} \left( \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \right)\end{aligned}\quad (\text{III.2.9})$$

Puis, avec la relation de comportement dans  $W_{\text{int}}^*$ , on obtient :

$$\mathbf{F}_{\text{int}} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \left( \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\Omega \right) \mathbf{U} = \mathbf{K}\mathbf{U}\quad (\text{III.2.10})$$

Ce calcul des efforts internes, n'est valable que dans le cadre de la mécanique linéaire des milieux continus, connaissant le tenseur de comportement du quatrième ordre  $\mathbf{C}$ . Nous verrons dans les paragraphes suivants comment calculer effectivement  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  pour un modèle discret et pour un comportement non linéaire.

L'équation (III.2.6) étant vraie pour tout  $\mathbf{U}^*$ , notre problème peut se réécrire à l'instant  $\mathbf{t}$  sous la forme :

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_t = \mathbf{F}_t^{\text{ext}} - \mathbf{F}_t^{\text{int}}\quad (\text{III.2.11})$$

## 2.2 Schéma de résolution en dynamique explicite

Pour pouvoir résoudre l'équation (III.2.11) à l'aide d'un outil numérique, un terme d'amortissement proportionnel à la vitesse (frottement fluide) est introduit. Il permet, le cas échéant, de stabiliser les calculs.

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_t + \mathbf{C}\mathbf{v}_t = \mathbf{F}_t^{\text{ext}} - \mathbf{F}_t^{\text{int}}\quad (\text{III.2.12})$$

Ce qui nous intéresse, c'est de déterminer le déplacement  $\mathbf{u}_{t+1}$  connaissant les autres grandeurs au pas de temps  $\mathbf{t}$ . Les termes en vitesse et accélération sont alors intégrés pour pouvoir déterminer les déplacements. Pour cette intégration, deux schémas sont envisageables, l'explicite ou l'implicite.

Nous considérons un schéma de *Newmark*, basé sur une troncature à l'ordre deux d'une décomposition de  $\mathbf{u}_t$  et  $\mathbf{v}_t$  en série de Taylor sous l'hypothèse d'accélération linéaire [ZIE97] qui peut être explicite ou implicite selon les valeurs prises par  $\gamma$  et  $\beta$  :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}_{t+1} &= \dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t \left[ 1 - \gamma \right] \ddot{\mathbf{u}}_t + \gamma \ddot{\mathbf{u}}_{t+1} \\ \mathbf{u}_{t+1} &= \mathbf{u}_t + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t^2}{2} \left[ 1 - 2\beta \right] \ddot{\mathbf{u}}_t + 2\beta \ddot{\mathbf{u}}_{t+1}\end{aligned}\quad (\text{III.2.13})$$

En implicite, le déplacement est calculé de telle sorte que les efforts internes équilibrent les efforts externes et les quantités d'accélération. L'équilibre est donc vérifié sur la configuration au pas de temps  $n+1$ .

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}^{\text{int}}{}^{-1} \mathbf{F}_{n+1}^{\text{ext}} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1} \quad (\text{III.2.14})$$

En explicite, au contraire, les efforts internes et externes sont supposés connus (calculés sur une configuration au pas de temps  $n$  proche de la configuration cherchée) ce qui nous permet de déterminer les forces d'inertie qui, après intégration donnent les déplacements.

$$\ddot{\mathbf{u}}_n = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_n^{\text{ext}} - \mathbf{F}_n^{\text{int}} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_n \quad (\text{III.2.15})$$

Le schéma de Newmark est explicite (schéma des différences centrées) pour  $\gamma = 1/2$  et  $\beta = 0$  :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}_{t+1} &= \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{u}}_t + \ddot{\mathbf{u}}_{t+1} \\ \mathbf{u}_{t+1} &= \mathbf{u}_t + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_t \end{aligned} \quad (\text{III.2.16})$$

L'avantage d'une approche explicite est qu'elle évite de devoir inverser une matrice de comportement : seule la matrice de masse est inversée. Pour simplifier ce calcul, la matrice de masse est diagonalisée, ou plutôt condensée ainsi. Ainsi, l'inversion est triviale. La condensation de la matrice de masse (ou mass-lumping [ZIE97]) est obtenue en sommant sur la diagonale les termes d'une même ligne :

$$\mathbf{m}_{ii} = \sum_j \mathbf{m}_{ij} \quad (\text{III.2.17})$$

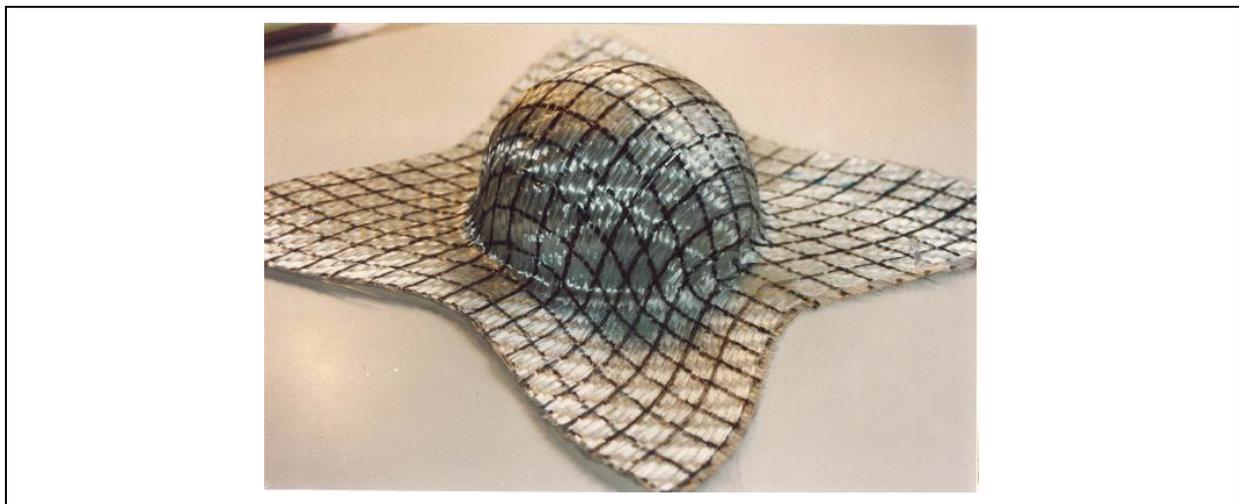
En mécanique de la mise en forme, nous devons traiter avec de fortes non linéarités. Non linéarités géométriques tout d'abord qui proviennent des grandes transformations et des flambements (tels que des plis) qui peuvent apparaître lors de mises en formes. Non linéarités matérielles ensuite, que ce soit en terme de plasticité, de frottements ou simplement de comportement mécanique. Ces non linéarités, conduisant à des matrices de comportement qui évoluent au cours du temps et qui peuvent éventuellement être singulières (dans le cas du flambement par exemple), rendent les schémas explicites de résolution en temps particulièrement adaptés [HUG83] [CHR97] [BOI07] aux problèmes de mise en forme. Ce type de schéma étant, par contre, conditionnellement stable, il conviendra de vérifier que la condition de Courant–Friedrichs–Lewy est bien vérifiée, c'est-à-dire que le pas de temps utilisé pour la simulation reste bien inférieur à un pas de temps critique [BEL83] qui sera évalué à partir du temps mis pas une onde élastique pour traverser le plus petit élément du maillage. Selon le modèle utilisé, discret ou continu, nous utiliserons une formule différente pour évaluer ce pas de temps, mais plus une structure est raide, légère et maillée finement, et plus le pas de temps critique sera petit.

## 3 Modèle discret pour la prise en compte des mèches en tension

Dans cette section, nous allons expliciter la partie du comportement issue des mèches en tension. Ce modèle est basé sur une prise en compte discrète de chaque mèche au sein de chaque élément fini 3D.

### 3.1 Eléments finis constitués de segments de mèches

La préforme tissée interlock est maillée avec des éléments finis 3D de type briques à huit nœuds, à interpolation tri linéaire. Les mèches traversent l'élément, et l'interpolation des déplacements est Lagrangienne, ce qui implique que chaque mèche est fixée cinématiquement à l'élément. Ceci se traduit également par une absence de glissement au niveau des croisements entre mèches ; cette condition peut paraître trop contraignante, mais en pratique, c'est une réalité que l'on peut observer expérimentalement lors d'essais de caractérisation ou de mises en formes « raisonnables » *Fig. III-2*.



**Figure III-2 : Non glissement des mèches lors d'une mise en forme – la grille initialement tracée reste continue**

Cette propriété est à la base de la construction de notre élément fini car elle est nécessaire pour faire une hypothèse de mécanique Lagrangienne. En effet, si l'on constatait de grands mouvements relatifs entre les mèches tels que du détissage, une méthode Eulérienne ou ALE serait nécessaire. C'est donc cette hypothèse qui permet de construire un élément fini simplifiant

beaucoup le problème, mais restant suffisamment efficace pour décrire la complexité de comportement d'un milieu tissé.

---

## 3.2 Efforts nodaux de tension

### 3.2.1 Vecteur tension

---

Soit une mèche  $p$ , notons  $\underline{\mathbf{h}}^p$  le vecteur unitaire tangent à cette mèche sur la fibre moyenne d'une section droite. Nous introduisons alors le vecteur tension  $\underline{\mathbf{T}}^p$  dans la mèche  $p$ . Selon l'échelle adoptée, nous pourrions le définir comme une intégrale sur la section de mèche  $S^p$ . Si l'on considère la mèche comme un milieu continu :

$$\underline{\mathbf{T}}^p = \left( \int_{S^p} \underline{\underline{\underline{\sigma}}}^p \underline{\mathbf{h}}^p \cdot \underline{\mathbf{h}}^p dS \right) \underline{\mathbf{h}}^p = \left( \int_{S^p} \sigma_{hh}^p dS \right) \underline{\mathbf{h}}^p \quad (\text{III.3.1})$$

Ou, comme une somme discrète sur chacune de ces  $N^f$  fibres des tensions de fibres  $\mathbf{T}^f$  si l'on considère que c'est un assemblage discret de fibres :

$$\underline{\mathbf{T}}^p = T^p \underline{\mathbf{h}}^p = \sum_{f=1}^{N^f} T^f \underline{\mathbf{h}}^f \approx \left( \sum_{f=1}^{N^f} T^f \right) \underline{\mathbf{h}}^p \quad (\text{III.3.2})$$

La partie de gauche de l'équation (III.3.2) peut être considérée comme très proche de sa partie de droite car, dans une section droite, les fibres sont peu distordues, bien que, le plus souvent, légèrement torsadées au sein d'une mèche. En première approximation, on a donc affaire à un faisceau de fibres parallèles.

### 3.2.2 Travaux virtuels de tension

---

La définition du vecteur nodal des efforts internes générés par les mèches en tension passe par la détermination du travail virtuel de tension au sein de la mèche  $W_{\text{int}}^{tp}$ . Celui-ci fait intervenir la tension  $\mathbf{T}^p$ , et la déformation virtuelle dans la direction de la mèche,  $\varepsilon_{hh}^p \underline{\mathbf{u}}^*$ . Cette déformation est pratiquement calculée, comme pour la tension, en projetant le tenseur des déformations dans la direction de la mèche.

$$\varepsilon_{hh}^p \underline{\mathbf{u}}^* = \underline{\mathbf{h}}^p \cdot (\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} \underline{\mathbf{u}}^* \cdot \underline{\mathbf{h}}^p) \quad (\text{III.3.3})$$

Pour simplifier l'écriture, et étant donné l'unique direction privilégiée considérée dans une mèche, nous noterons ce scalaire  $\varepsilon^p$ . Ce travail vaut alors :

$$W_{\text{int}}^{tp} \underline{\mathbf{u}}^* = \int_{L^p} T^p \varepsilon^p \underline{\mathbf{u}}^* dL \quad (\text{III.3.4})$$

Avec  $L^p$ , la longueur de la mèche.

Soit, pour un élément  $e$  contenant  $N^m$  mèches,

$$W_{\text{int}}^{\text{te}} \underline{\mathbf{u}}^* = \sum_{p=1}^{N^m} \int_{L^p} T^P \varepsilon^p \underline{\mathbf{u}}^* dL = \mathbf{U}_n^{*\text{T}} \mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{te}} \quad (\text{III.3.5})$$

Le vecteur global des efforts internes relatifs aux tensions  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{t}}$  est l'assemblage des vecteurs élémentaires  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{te}}$ .

### 3.2.3 Base matérielle et calcul du tenseur des déformations

Que ce soit pour le calcul du tenseur des déformations ou pour le suivi des vecteurs tangents aux mèches, nous utilisons une base matérielle. Une base privilégiée, dans la méthode des éléments finis est la *base des vecteurs covariants de l'élément*  $\underline{\mathbf{g}}_i$ , qui est fixée à la matière. Des précisions sur les outils mathématiques des grandes transformations peuvent être trouvées dans [BAŞ00]. Soit  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ , les coordonnées matérielles d'un point de l'élément, et  $\underline{\mathbf{x}}$  son vecteur position, alors :

$$\underline{\mathbf{g}}_i = \frac{\partial \underline{\mathbf{x}}}{\partial \xi_i} \quad (\text{III.3.6})$$

En utilisant l'équation (III.2.4), on obtient la forme éléments finis permettant de calculer la base covariante :

$$\underline{\mathbf{g}}_i = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi_i} \mathbf{X}_n \quad (\text{III.3.7})$$

Nous noterons  $\mathbf{G}_i$ , les trois matrices permettant de déterminer les vecteurs covariants en fonction des coordonnées nodales :

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{g}}_{i \ 1} \\ \underline{\mathbf{g}}_{i \ 2} \\ \underline{\mathbf{g}}_{i \ 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,i} & 0 & 0 & N_{2,i} & \cdots & 0 \\ 0 & N_{1,i} & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & N_{1,i} & 0 & & N_{8,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ X_{21} \\ \vdots \\ X_{83} \end{bmatrix} \quad (\text{III.3.8})$$

$$\underline{\mathbf{g}}_i = \mathbf{G}_i \mathbf{X}_n$$

Considérons un petit incrément de déformation de notre structure ; notons  $\underline{\mathbf{X}}$  les coordonnées Lagrangiennes du point courant ( $\mathbf{M}_0$  dans la configuration de référence  $\Omega_0$ ),  $\underline{\mathbf{x}}$  les coordonnées de ce même point  $\mathbf{M}_t$  dans la configuration actuelle (déformée)  $\Omega_t$ ,  $\underline{\mathbf{g}}_i$ , la base covariante dans la configuration actuelle,  $\underline{\Delta \mathbf{u}}$  l'incrément de déplacement,  $\underline{\mathbf{x}}' = \underline{\mathbf{x}} + \underline{\Delta \mathbf{u}}$  les coordonnées du point dans la configuration finale  $\Omega_{t+\Delta t}$  et  $\underline{\mathbf{G}}_i$ , la base covariante dans cette configuration. On notera  $\underline{\mathbf{g}}^i$  et  $\underline{\mathbf{G}}^i$  les bases contravariantes correspondant respectivement à  $\underline{\mathbf{g}}_i$  et  $\underline{\mathbf{G}}_i$ .

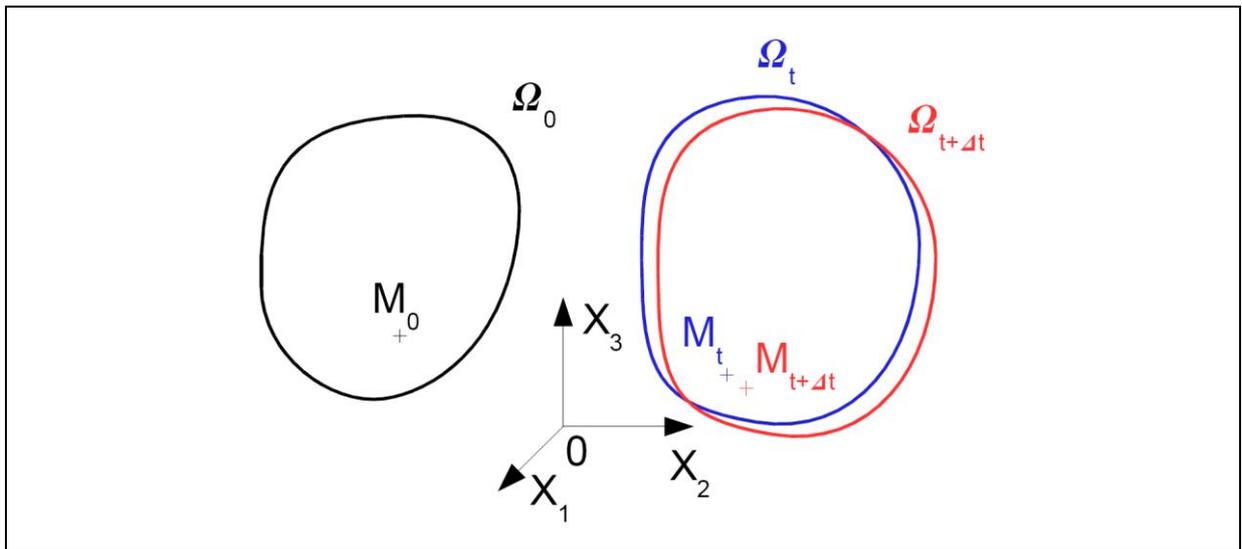


Figure III-3 : Problème de référence

Le tenseur des déformations de Green-Lagrange entre les configurations  $\Omega_t$  et  $\Omega_{t+\Delta t}$  vaut :

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{\mathbf{E}}} \Delta \mathbf{u} &= \frac{1}{2} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_i \underline{\underline{\mathbf{g}}}_j - \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j \underline{\underline{\mathbf{G}}}^i \otimes \underline{\underline{\mathbf{G}}}^j \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \underline{\underline{\mathbf{x}}}'}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_i} \cdot \frac{\partial \underline{\underline{\mathbf{x}}}'}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_j} - \frac{\partial \underline{\underline{\mathbf{x}}}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_i} \cdot \frac{\partial \underline{\underline{\mathbf{x}}}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_j} \right) \underline{\underline{\mathbf{G}}}^i \otimes \underline{\underline{\mathbf{G}}}^j \\
 &= \frac{1}{2} \left( \left( \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i + \frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_i} \right) \cdot \left( \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j + \frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_j} \right) - \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j \right) \underline{\underline{\mathbf{G}}}^i \otimes \underline{\underline{\mathbf{G}}}^j \\
 &= \frac{1}{2} \left( \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_j} + \frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_i} \cdot \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j + \frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_i} \frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_j} \right) \underline{\underline{\mathbf{G}}}^i \otimes \underline{\underline{\mathbf{G}}}^j
 \end{aligned} \tag{III.3.9}$$

En pratique, c'est le gradient symétrisé du déplacement virtuel dans la configuration actuelle qui nous intéresse dans le principe des travaux virtuels équation (III.2.1). Ce tenseur peut être déterminé en prenant la partie linéarisée du tenseur des déformations de Green-Lagrange, ce qui revient à faire tendre l'incrément de déplacement vers zéro. Les configurations actuelle et déformée sont alors très proches, et nous ne ferons donc plus la distinction entre  $\underline{\underline{\mathbf{G}}}$  et  $\underline{\underline{\mathbf{g}}}$  pour les bases covariantes et contravariantes que nous noterons simplement  $\underline{\underline{\mathbf{g}}}_i$  et  $\underline{\underline{\mathbf{g}}}^i$ . Ainsi,

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{\mathbf{u}}}^* &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \underline{\underline{\mathbf{u}}}^*}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_j} \cdot \underline{\underline{\mathbf{g}}}_i + \frac{\partial \underline{\underline{\mathbf{u}}}^*}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}_i} \cdot \underline{\underline{\mathbf{g}}}_j \right) \underline{\underline{\mathbf{g}}}^i \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}^j \\
 &= \bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\underline{\mathbf{u}}}^* \underline{\underline{\mathbf{g}}}^i \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}^j
 \end{aligned} \tag{III.3.10}$$

Cette expression est explicitée en utilisant l'équation (III.3.8) et donc,

$$\begin{aligned}
 \bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\underline{\mathbf{u}}}^* &= \frac{1}{2} \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j \underline{\underline{\mathbf{U}}}_n^{*T} \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i \underline{\underline{\mathbf{X}}}_n + \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i \underline{\underline{\mathbf{U}}}_n^{*T} \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j \underline{\underline{\mathbf{X}}}_n \\
 &= \frac{1}{2} \underline{\underline{\mathbf{X}}}_n^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j \underline{\underline{\mathbf{U}}}_n^* + \underline{\underline{\mathbf{X}}}_n^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i \underline{\underline{\mathbf{U}}}_n^* \\
 &= \frac{1}{2} \underline{\underline{\mathbf{X}}}_n^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j + \underline{\underline{\mathbf{G}}}_j^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}_i \underline{\underline{\mathbf{U}}}_n^*
 \end{aligned} \tag{III.3.11}$$

Nous identifions alors les (3x3) matrices lignes (fonction des coordonnées nodales) notées  $\mathbf{B}_{ij}$  par analogie avec l'équation (III.2.8) qui nous permettent de calculer l'approximation éléments finis de  $\bar{\epsilon}_{ij}$  à partir du vecteur des déplacements nodaux virtuels  $\mathbf{U}_n^*$  :

$$\bar{\epsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* = \mathbf{B}_{ij} \mathbf{U}_n^* \tag{III.3.12}$$

$$\mathbf{B}_{ij} = \frac{1}{2} \mathbf{X}_n^T \mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_j + \mathbf{G}_j^T \mathbf{G}_i \tag{III.3.13}$$

### 3.2.4 Calcul de la déformation longitudinale dans la mèche

Pour déterminer la contribution du modèle discret, c'est la composante dans la direction de la mèche du tenseur gradient symétrisé du déplacement virtuel qui nous intéresse. L'hypothèse de mécanique Lagrangienne nous permet, à partir de la cinématique de l'élément fini, de déterminer la déformation virtuelle linéarisée le long d'une mèche. Il faut seulement pour cela suivre à chaque instant le vecteur normé tangent à la mèche.

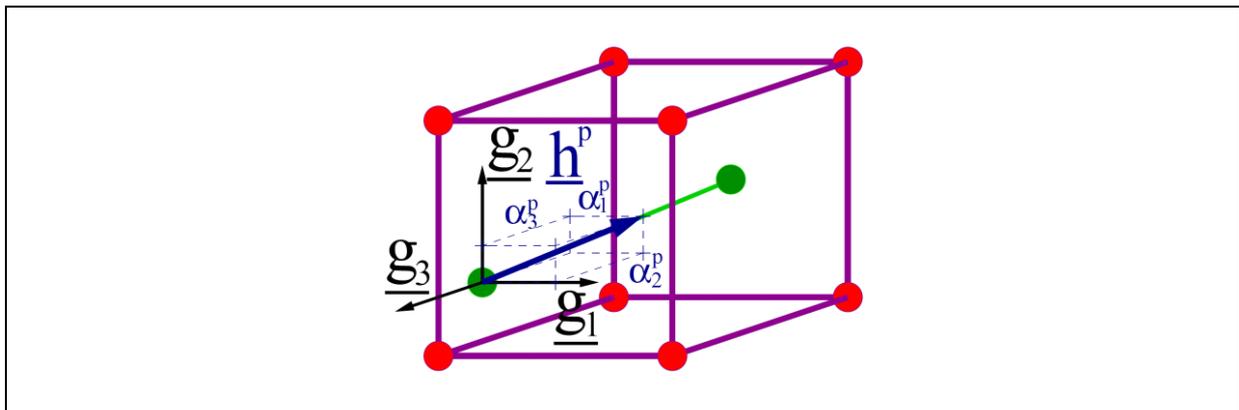


Figure III-4 : Décomposition du vecteur tangent dans la base covariante de l'élément

Pour assurer ce suivi à chaque instant, nous effectuons initialement (dans la configuration non déformée) une projection du vecteur tangent sur la base des vecteurs covariants ; nous obtenons ainsi un jeu de coefficients qui nous permet de reconstruire un vecteur tangent à la mèche, connaissant  $\underline{\mathbf{g}}_{it}$ , la base covariant matérielle à un instant donné.

$$\underline{\mathbf{h}}_0^p = \alpha_{i0}^p \underline{\mathbf{g}}_{i0} \quad \text{avec} \quad \alpha_{i0}^p = \underline{\mathbf{h}}_0^p \cdot \underline{\mathbf{g}}_0^i \tag{III.3.14}$$

$$\underline{\mathbf{f}}_t^p = \alpha_{it}^p \underline{\mathbf{g}}_{it} \quad \text{et} \quad \underline{\mathbf{h}}_t^p = \frac{\underline{\mathbf{f}}_t^p}{\|\underline{\mathbf{f}}_t^p\|} = \alpha_{it}^p \underline{\mathbf{g}}_{it} \quad \text{avec} \quad \alpha_{it}^p = \frac{\alpha_{i0}^p}{\|\alpha_{j0}^p \underline{\mathbf{g}}_{jt}\|} \tag{III.3.15}$$

Les vecteurs covariants étant par définition matériels, une combinaison linéaire de ces derniers reste également matérielle. Par contre, étant donné que cette base suit la matière, s'allonge et subit ses déflexions, la reconstruction à l'instant  $t$  à partir des coefficients calculés à l'instant initial ne conserve pas la norme du vecteur. Il convient alors de normer à chaque fois le vecteur  $\underline{\mathbf{f}}_t^p$  ainsi construit.

Le vecteur tangent actuel nous permet alors grâce, à l'équation (III.3.3), de connaître la déformation virtuelle linéarisée longitudinale de la mèche.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_t^p \underline{\mathbf{u}}^* &= \underline{\mathbf{h}}^p \cdot (\bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* \underline{\mathbf{g}}^i \otimes \underline{\mathbf{g}}^j \underline{\mathbf{h}}^p) \\
 &= \bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* \underline{\mathbf{h}}^p \underline{\mathbf{g}}^i (\underline{\mathbf{g}}^j \underline{\mathbf{h}}^p) \\
 &= \bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* \alpha_{rt}^p \underline{\mathbf{g}}_r \underline{\mathbf{g}}^i (\alpha_{st}^p \underline{\mathbf{g}}_s \underline{\mathbf{g}}^j) \\
 &= \bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* \alpha_{rt}^p \delta_r^i (\alpha_{st}^p \delta_s^j) \\
 &= \alpha_{it}^p \alpha_{jt}^p \bar{\varepsilon}_{ij}
 \end{aligned} \tag{III.3.16}$$

Avec sommation implicite sur  $i, j, r$  et  $s$ . En utilisant l'équation (III.3.12), on obtient :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_t^p \underline{\mathbf{u}}^* &= \alpha_{it}^p \alpha_{jt}^p \mathbf{B}_{ij} \mathbf{U}_n^* \\
 &= \frac{1}{2} \alpha_{it}^p \mathbf{X}_n^T \mathbf{G}_i^T \alpha_{jt}^p \mathbf{G}_j + \alpha_{jt}^p \mathbf{X}_n^T \mathbf{G}_j^T \alpha_{it}^p \mathbf{G}_i \mathbf{U}_n^* \\
 &= \alpha_{it}^p \mathbf{X}_n^T \mathbf{G}_i^T \alpha_{jt}^p \mathbf{G}_j \mathbf{U}_n^* \\
 &= \mathbf{h}^{pT} \alpha_{jt}^p \mathbf{G}_j \mathbf{U}_n^*
 \end{aligned} \tag{III.3.17}$$

Cette déformation peut aussi être calculée en suivant l'allongement du vecteur tangent à la mèche  $\underline{\mathbf{f}}^p$  lors du déplacement virtuel :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \frac{\underline{\mathbf{f}}^{p*} \cdot \underline{\mathbf{f}}^{p*} - \underline{\mathbf{f}}^p \cdot \underline{\mathbf{f}}^p}{\|\underline{\mathbf{f}}^p\|^2} &= \frac{\alpha_{i0}^p \mathbf{G}_i \mathbf{X}_n + \mathbf{U}_n^T \alpha_{j0}^p \mathbf{G}_j \mathbf{X}_n + \mathbf{U}_n^* - \alpha_{r0}^p \mathbf{G}_r \mathbf{X}_n \mathbf{U}_n^T \alpha_{s0}^p \mathbf{G}_s \mathbf{X}_n}{2 \|\alpha_{k0}^p \mathbf{G}_k \mathbf{X}_n\|^2} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{2 \alpha_{i0}^p \alpha_{j0}^p \mathbf{X}_n^T \mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_j \mathbf{U}_n^* + \alpha_{r0}^p \alpha_{s0}^p \mathbf{U}_n^{*T} \mathbf{G}_r^T \mathbf{G}_s \mathbf{U}_n^*}{\|\alpha_{k0}^p \mathbf{G}_k \mathbf{X}_n\|^2}
 \end{aligned} \tag{III.3.18}$$

Le terme en  $\mathbf{U}_n^{*T} \mathbf{G}_r^T \mathbf{G}_s \mathbf{U}_n^*$  étant de second ordre, l'expression se simplifie donc en :

$$\varepsilon_t^p \underline{\mathbf{u}}^* = \frac{\alpha_{i0}^p \alpha_{j0}^p \mathbf{X}_n^T \mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_j \mathbf{U}_n^*}{\|\alpha_{k0}^p \mathbf{G}_k \mathbf{X}_n\|^2} = \alpha_{it}^p \mathbf{X}_n^T \mathbf{G}_i^T \alpha_{jt}^p \mathbf{G}_j \mathbf{U}_n^* = \mathbf{h}^{pT} \alpha_{jt}^p \mathbf{G}_j \mathbf{U}_n^* \tag{III.3.19}$$

$$\varepsilon_t^p \underline{\mathbf{u}}^* = \underline{\mathbf{h}}^p \cdot \underline{\mathbf{h}}^{p*} - \underline{\mathbf{h}}^p \quad \text{avec} \quad \underline{\mathbf{h}}^{p*} = \frac{\underline{\mathbf{f}}^{p*}}{\|\underline{\mathbf{f}}^p\|} \tag{III.3.20}$$

Le vecteur nodal des efforts internes dus aux tensions dans les mèches peut alors être calculé :

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{te}} = \sum_{p=1}^{nme} \int_{L^p} T^p \alpha_{jt}^p \mathbf{G}_j^T \mathbf{h}^p dL \tag{III.3.21}$$

L'intégrale le long de chaque mèche est approximée par la méthode de Gauss. Nous introduisons pour cela un ou deux points d'intégration par mèche. Deux points de Gauss permettent d'intégrer complètement un polynôme de degré 3 (2n-1, n étant le nombre de points de Gauss), ce qui est suffisant pour une mèche droite dans une brique tri linéaire, mais il est également possible de se limiter à un seul point d'intégration (intégration réduite) dans le but de gagner en temps de calcul. L'intégration n'est alors plus exacte.

### 3.3 Actualisation des tensions

#### 3.3.1 Comportement hypoélastique de mèches

La relation de comportement adoptée pour les mèches est de type hypoélastique, le taux de tension est lié au taux de déformation longitudinal par un « module de tension » de mèche  $C^{pi}$  (en Newtons) à l'instant  $t^i$  (qui peut être variable).

$$\frac{dT^{pi}}{dt} = C^{pi} \frac{d\epsilon^{pi}}{dt} \quad (\text{III.3.22})$$

Nous discuterons au paragraphe suivant de la nécessité ou pas de prendre un module de tension de mèche variable, mais, pour le cas constant, cette équation s'intègre simplement entre  $t^0$  et  $t^{i+1}$  :

$$T^{pi} = \int_{t^0}^{t^i} \frac{dT^p}{dt} dt = C^p \int_{t^0}^{t^i} d\epsilon^p = C^p \int_{t^0}^{t^i} \frac{dL^p}{L^p} = C^p \ln \left( \frac{L^{pi}}{L^{p0}} \right) = C^p h^{pi} \quad (\text{III.3.23})$$

Avec  $h^p$ , la déformation de Hencky. En pratique, dans un schéma explicite de résolution, ce cumul est fait de manière incrémentale, connaissant les champs de déplacement et de vitesse à l'instant  $t^{n+1}$ , on actualise les tensions dans les mèches  $T^{pi+1}$ .

$$T^{pi+1} = T^{pi} + \Delta T^{pi} \quad (\text{III.3.24})$$

Où l'incrément de tension vaut :

$$\Delta T^{pi} = C^{pi} \Delta \epsilon^{pi} = C^{pi} \frac{\Delta L^{pi}}{L^{pi}} = C^{pi} \frac{L^{pi+1} - L^{pi}}{L^{pi}} \quad (\text{III.3.25})$$

Cette forme permet de gérer facilement un module de tension variable au cours du temps. Pour des incréments de temps assez petits dans le cas d'un module constant, l'équation (III.3.24) conduit alors à un comportement équivalent à celui décrit par l'équation (III.3.23).

#### 3.3.2 Comportement des mèches

Si le comportement des mèches en traction est généralement considéré comme linéaire, celui des tissés lui, est très non linéaire (cf. *Chap. II-1.1*), à la fois par son embuvage et par le comportement transverse rigidifiant des mèches [BUE98] [BOI01a] [BAD08a]. Lors d'une sollicitation de traction d'un tissé, les mèches vont progressivement se redresser tout en se compactant (sous l'effet du réseau complémentaire) pour donner enfin au tissu sa raideur maximum une fois la géométrie stabilisée. Pour prendre en compte ceci dans notre modèle, deux approches sont envisagées :

Une première méthode est d'utiliser un maillage de mèches représentant l'embuvage réel du tissé ; dans ce cas, le comportement des mèches est pris linéaire en fonction de la déformation de Hencky, comme décrit dans le paragraphe précédent. La non linéarité de comportement est alors décrite structurellement par l'orientation des mèches (partie gauche de la *Fig. III-5*).

Une autre solution pour capter cette non linéarité, dans des structures trop complexes pour être maillées finement, est d'introduire dans notre maillage des mèches droites, mais possédant un comportement non linéaire (plus souple au départ). La description initialement structurelle de ce comportement est alors gérée au niveau matériau (partie droite de la *Fig. III-5*).

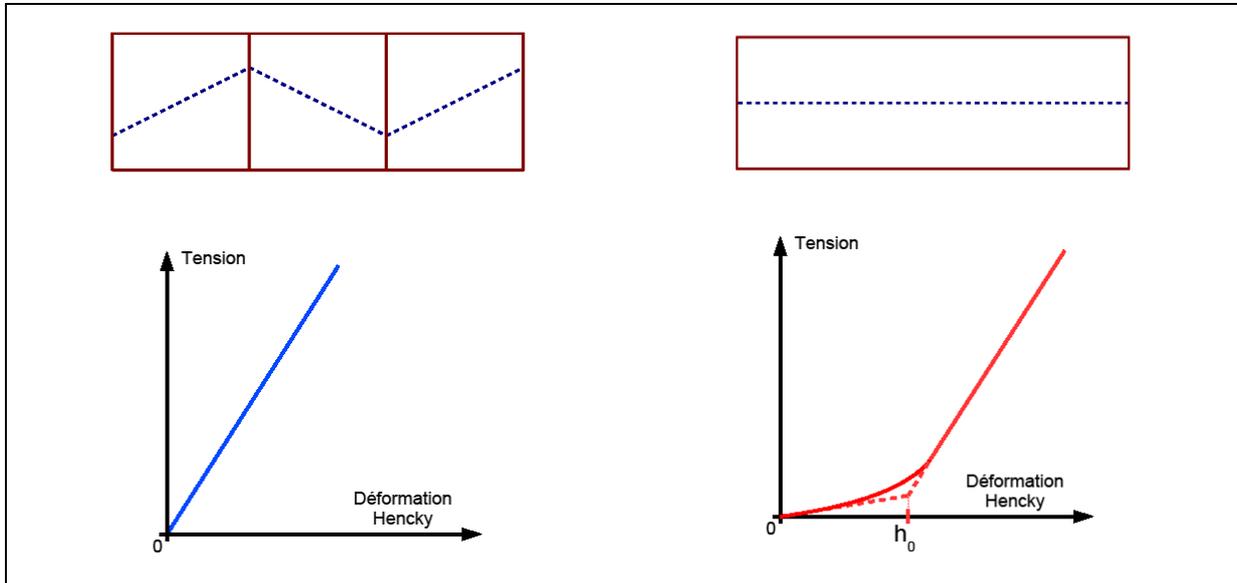


Figure III-5 : Embossage structurel (à gauche) ou matériel (à droite) – Maillage et comportement de mèche associé

Dans le cas de mèches avec un comportement non linéaire, nous approximations le comportement par deux portions de droites. Ce qui donne, avec une approche hypoélastique, un incrément de contrainte proportionnel à un coefficient  $C^{p0}$  ou  $C^{p1}$  selon l'état de déformation actuel de la mèche (déformation plus grande ou plus petite qu'une « déformation de transition » noté  $h_0$  : sur la *Fig. III-5*).

### 3.4 Implémentation et validation

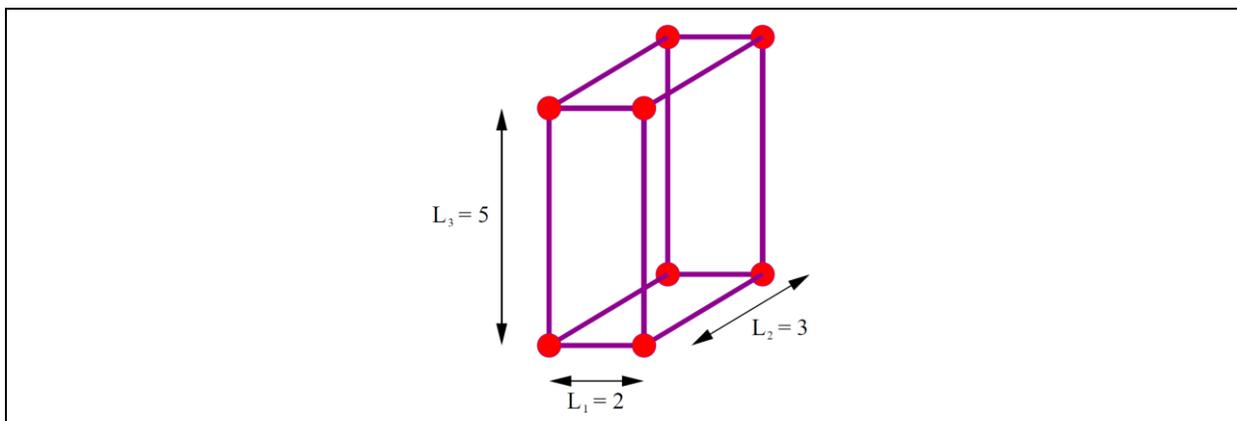
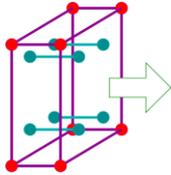
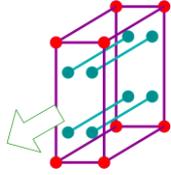
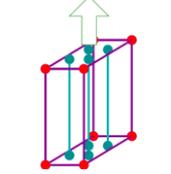
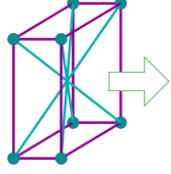


Figure III-6 : Dimensions de l'élément fini testé

Cet élément semi-discret a été implémenté dans *Plast4* et validé pour des sollicitations élémentaires de traction, cisaillement simple et cisaillement pur à effort imposé puis à déplacement imposé. Pour cela, nous avons considéré l'élément décrit **Fig. III-6**. Les directions de sollicitations 1, 2 et 3 sont confondues avec les directions initiales de l'élément.

### 3.4.1 Tests élémentaires à déplacements imposés

Pour les tests à déplacements imposés, la cinématique est imposée aux huit nœuds de l'élément. Ces tests ont été réalisés pour des mèches alignées avec les trois directions de l'élément puis obliques et ce pour différentes orientations de l'élément **Fig. III-7**. Les efforts engendrés sont vérifiés au niveau des nœuds et de la tension dans les mèches.

Directions	Longueurs	Test
1	$L_0 = L_1$ $L = L_1 + n.\Delta L$	
2	$L_0 = L_2$ $L = L_2 + n.\Delta L$	
3	$L_0 = L_3$ $L = L_3 + n.\Delta L$	
Obliques	$L_0 = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$ $L = \sqrt{(L_1 + n.\Delta L)^2 + L_2^2 + L_3^2}$	

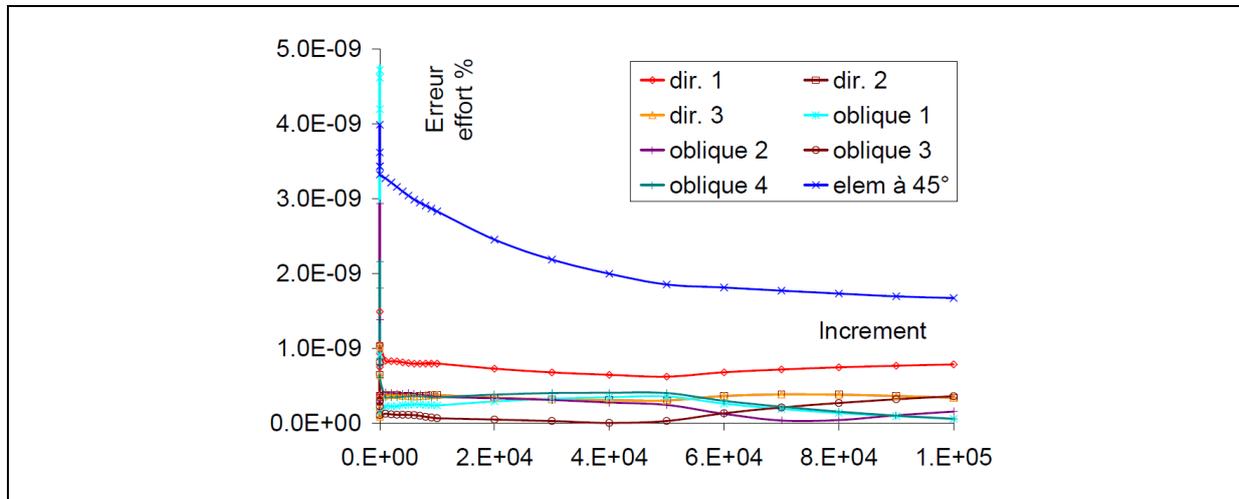
**Figure III-7 : Tests en traction à déplacements imposés**

Pour les tests à déplacements imposés, l'erreur calculée est définie entre l'effort  $F_{theo}$  théorique, donné par la relation de comportement intégrée pour un module de tension de mèche  $C$  constant, et l'effort  $F_{simu}$  déterminé par simulation :

$$F_{theo} = C \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) \quad (\text{III.3.26})$$

$$E_u = \left| \frac{F_{theo} - F_{simu}}{F_{theo}} \right| \quad (\text{III.3.27})$$

L'évolution de cette erreur (en %) pour les différentes orientations de mèches et d'éléments est représentée **Fig. III-8**. Elle reste très faible dans chaque cas de figure, ce qui valide l'élément pour ce type de sollicitations.



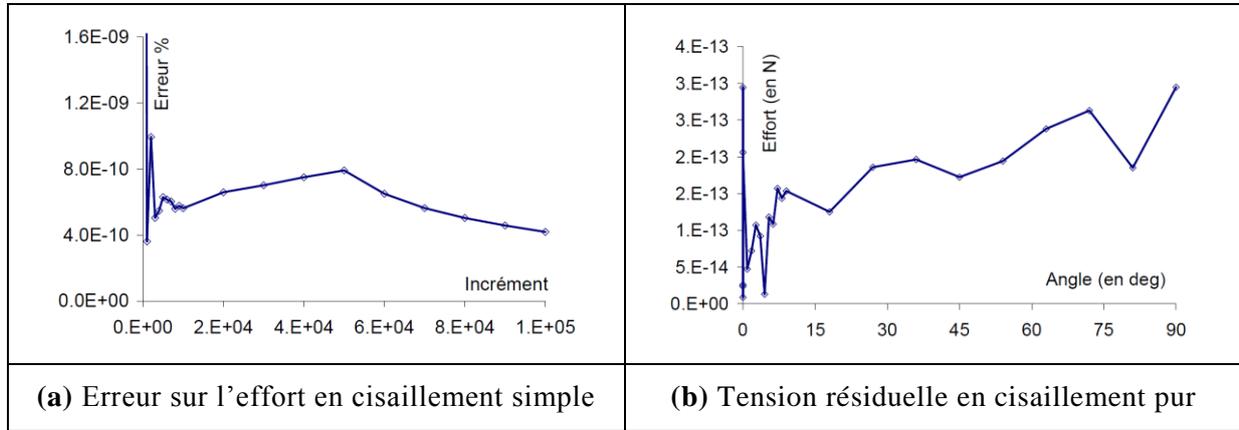
**Figure III-8 : Erreur sur l'effort en traction à déplacements imposés**

En cisaillement simple, l'effort théorique est également déterminé par l'allongement des mèches, comme pour une sollicitation de traction. Il a également été vérifié que les mèches orientées dans la direction 1 et la direction 2 (dont l'allongement est nul) restaient bien avec une tension nulle (rigoureusement) à la fois en cisaillement simple et en cisaillement pur **Fig. III-9**.

Type	Longueurs	Test
Cisaillement Simple (plan 1-3)	$L_0 = \sqrt{L_3^2}$ $L = \sqrt{n \cdot \Delta L^2 + L_3^2}$ $\Delta L = 2 \cdot 10^{-5} m$	
Cisaillement Pur (plan 1-3)	$L_0 = L$ $\gamma \text{ varie de } 0 \text{ à } 90^\circ$ $\Delta \gamma = \frac{90}{100000}$ $= 9 \cdot 10^{-4} \text{ deg}$	

**Figure III-9 : Cisaillement simple et cisaillement pur à déplacements imposés**

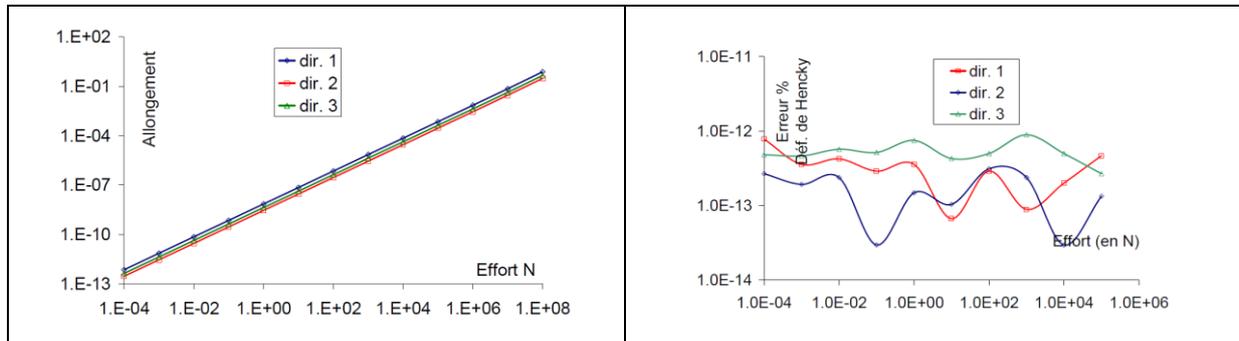
L'erreur en tension pour le cisaillement simple et la tension résiduelle en cisaillement pur sont représentées **Fig. III-10**. Elles restent suffisamment faibles pour valider l'élément également en cisaillement.



**Figure III-10 : Erreur en cisaillement simple (a) et tension résiduelle en cisaillement pur (b) à déplacements imposés**

### 3.4.2 Tests élémentaires à efforts imposés

Pour les tests à efforts imposés, quatre nœuds sont encastres (déplacements nuls) : le chargement en effort est alors réparti aux quatre autres nœuds. Le chargement est appliqué de manière progressive, et la réponse en régime permanent (déplacement stabilisé) est obtenue en introduisant un terme d'amortissement.



**Figure III-11 : Réponse en traction à efforts imposés (échelles log) et erreur associée sur la déformation de Hencky à efforts imposés en traction (échelles log)**

Seuls les tests en traction ont été réalisés car il est difficile de trouver un équivalent des essais de cisaillement pour des efforts imposés. La déformation théorique des mèches chargées est déterminée à partir du module de tension des mèches  $C$ , de leur longueur initiale  $L_0$  et de la tension  $T$  appliquée :

$$h_{theo} = \frac{T}{C} \tag{III.3.28}$$

La déformation simulée est calculée à partir de la longueur déterminée après stabilisation lors de la simulation :

$$h_{simu} = \ln\left(\frac{L_{simu}}{L_0}\right) \quad (III.3.29)$$

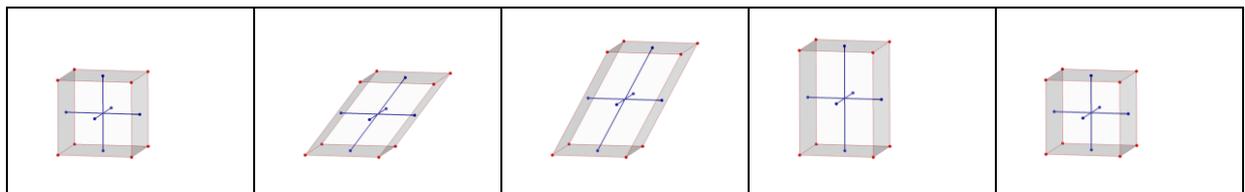
L'élément a été testé sur une plage de chargements de  $10^{+12}$  **Fig. III-11**. L'erreur est déterminée par :

$$E_F = \left| \frac{h_{theo} - h_{simu}}{h_{theo}} \right| \quad (III.3.30)$$

Elle est tout à fait satisfaisante et n'excède pas les  $10^{-12}$  %.

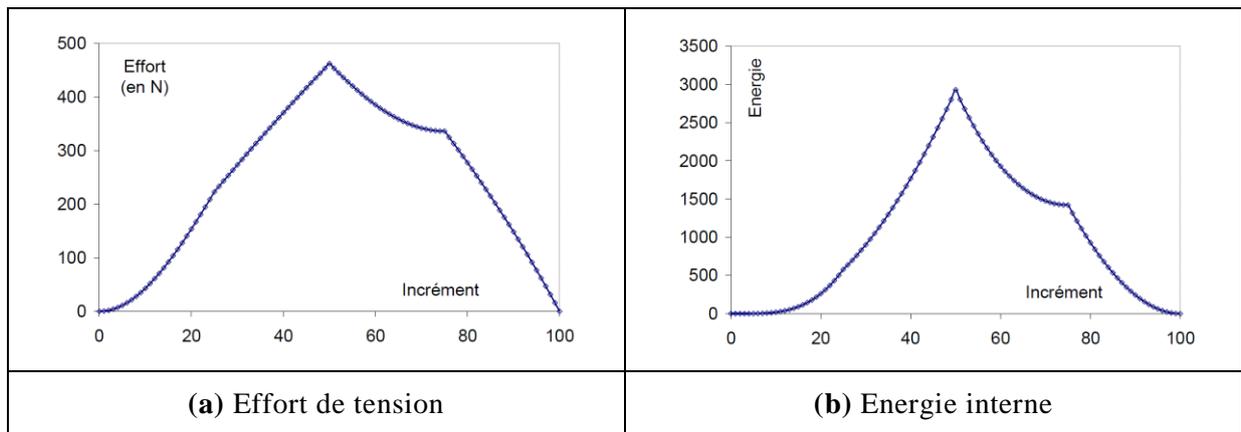
### 3.4.3 Cycle test

L'élément est ensuite testé lors du cycle à déplacements imposés illustré **Fig. III-12**.



**Figure III-12 : Cycle test 1 : cisaillement / traction / cisaillement / compression**

La tension mesurée dans la mèche verticale **Fig. III-13** retourne bien à zéro ( $10^{-8}$  N) après le cycle de chargement, alors que la tension dans les deux autres mèches reste rigoureusement nulle.

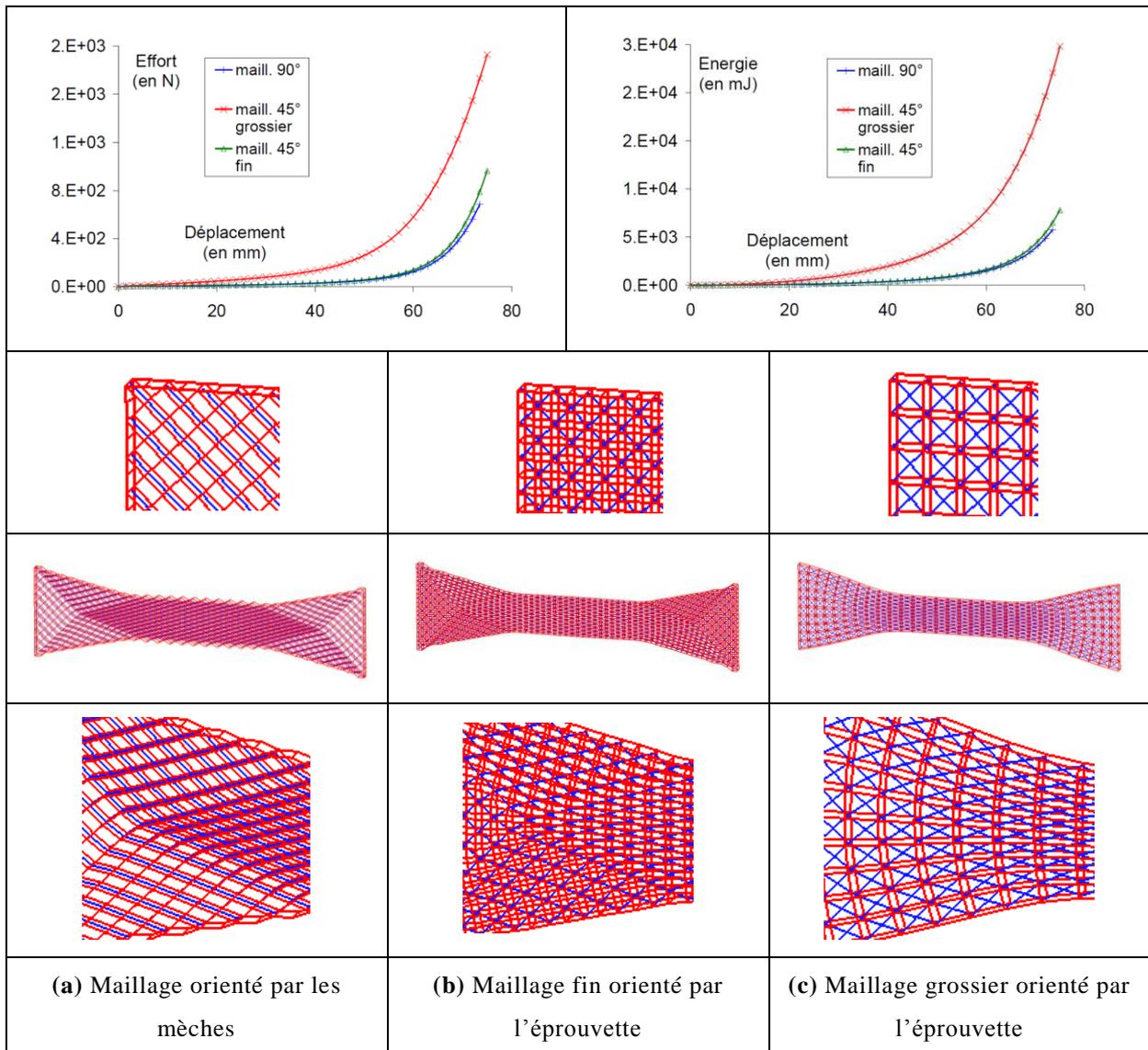


**Figure III-13 : Effort dans la mèche et énergie interne de l'élément pour le Cycle test 1 de chargement**

De même, l'allure de l'énergie de déformation calculée sur ce cycle est en bon accord avec le chargement imposé.

### 3.4.4 Verrouillage en cisaillement

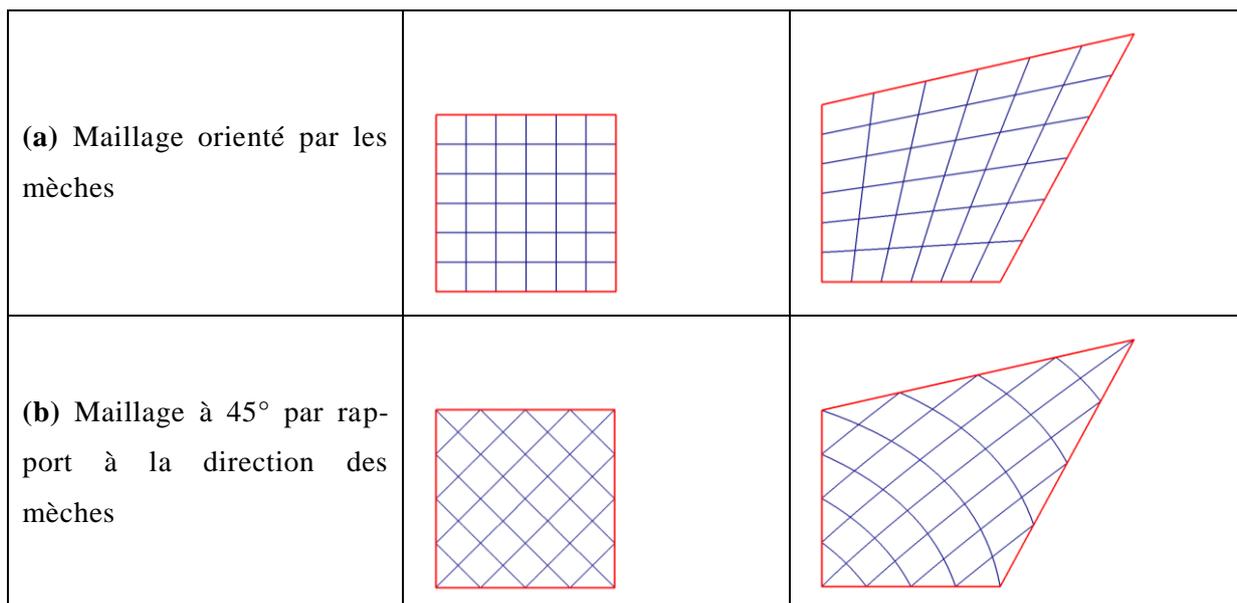
Il a été mis en évidence par plusieurs auteurs un phénomène de verrouillage en cisaillement [YU06] [TEN07]. Ce phénomène n'a rien avoir avec l'angle de blocage évoqué plus haut et provenant du comportement matériel : il est purement numérique et apparaît lorsque les éléments ne sont pas alignés avec les directions des mèches. Dans ce cas, le champ admissible par le maillage est trop approché, et des tensions parasites sont générées dans les mèches. Plus de précisions peuvent être trouvées dans [BEL08]. Ce phénomène a pu être illustré en réalisant trois simulations de Bias Test sur une même quantité de mèches (cf. **Fig. III-14**), mais avec des discrétisations éléments finis différentes.



**Figure III-14 : Verrouillage en cisaillement dans le Bias Test : Effort pour les différents maillages, énergies et déformées**

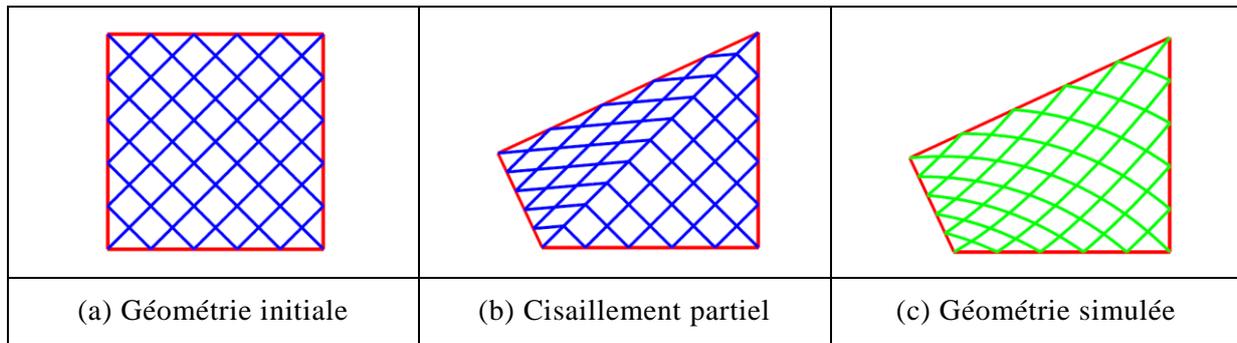
Le premier maillage **(a)** est orienté par les mèches, les éléments font alors un angle de  $45^\circ$  avec la direction de sollicitation. Les deux autres maillages sont alignés avec la direction de chargement et non pas avec les mèches. L'un **(b)** présente une finesse de maillage très grande (une seule mèche par élément) l'autre **(c)** est moitié moins maillé et présente alors deux mèches à  $45^\circ$ . Du verrouillage apparaît dans le cas **(c)**, car la cinématique n'est pas supportée par ce maillage. Des tensions parasites sont alors générées (cf. courbe de comportement **Fig. III-14**) et la déformée présente un contour progressif. Et la frontière entre les différentes zones est alors impossible à déceler, contrairement aux déformées **(a)** et **(b)** qui, elles, présentent de nettes cassures entre les différentes zones. Ceci peut être expliqué par l'incapacité du maillage à rendre compte d'un gradient de cisaillement dans une direction autre que la direction des éléments.

La **Fig. III-15** est une autre illustration de ce phénomène ; le maillage **(a)** conserve une déformée plausible alors que le maillage **(b)** est déformé par la courbure de l'espace. Bien que conduisant à des tensions très fortes, la première déformée a un sens physique alors que la seconde est improbable pour un tissé.



**Figure III-15 : Courbure de l'espace pour des mèches non alignées initialement avec le maillage**

La **Fig. III-16** permet également d'envisager des explications de ce phénomène. Considérons, un élément fini constitué de mèches disposées à  $45^\circ$  **(a)**, imposons une cinématique de cisaillement pur pour le triangle supérieur gauche **(b)** (donc sans allongement des mèches) : la cinématique simulée **(c)** n'est pas fidèle à ce qui est imposé, et une courbure entraînant des tensions dans les mèches apparaît. La déformée juste à été obtenue en enrichissant la base des fonctions de formes à l'aide d'une fonction distance (faiblement discontinue) dont le support est la diagonale de l'élément (frontière entre le domaine cisailé et non cisailé).



**Figure III-16 : Courbure de l'espace entraînant des tensions parasites dans les mèches pour une discontinuité de cisaillement**

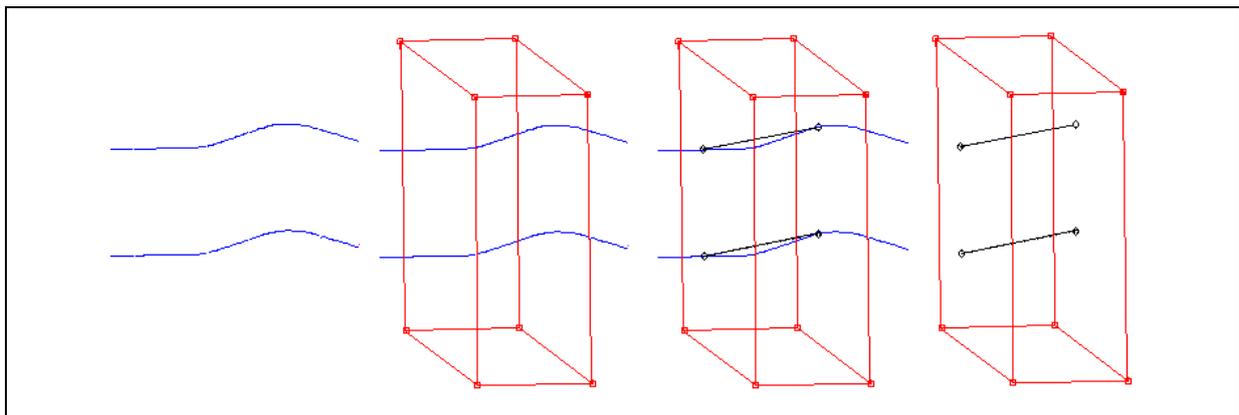
La méthode employée en (b) est issue d'un enrichissement de type XFEM. La déformée est alors correcte, et aucun verrouillage (tensions parasites) n'apparaît. La facilité dans ce cas est que nous connaissons a priori la ligne de discontinuité de cisaillement, ce qui n'est généralement pas le cas. Il faudrait donc trouver une méthode permettant de localiser les lieux des discontinuités à imposer. Cette méthode est envisageable pour éviter le problème de verrouillage si le nombre d'enrichissements reste modéré, en effet, les méthodes XFEM sont principalement utilisées en fissuration (fonctions discontinues) ou pour décrire des discontinuités matérielles type changement de phase (fonctions alors faiblement discontinues), mais le nombre d'enrichissements reste modéré. La gestion d'un grand nombre d'enrichissement conduirait à une méthode alourdie et coûteuse à cause des degrés de liberté ajoutés.

Ce problème reste donc un problème ouvert, et on peut citer des pistes de recherche vers, les méthodes d'enrichissement du champ cinématique type XFEM, les champs de déformations assumés, les approches mixtes ou encore l'intégration réduite sélective [HUG87] [BAT96] [BEL06].

### 3.5 Maillage des mèches depuis le tissage

L'intérêt majeur des méthodes discrètes en général et de la méthode proposée en particulier est de permettre de prendre en compte effectivement chaque mèche constituant la préforme. Si, pour des tissés classiques (périodiques), la prise en compte de la géométrie réelle du tissage est rapide et ne nécessite pas de traitement particulier, dans le cas de préformes complexes telles que celles rencontrées pour les aubes de soufflantes, cette phase est un point clef de l'approche. Dans le cas qui nous intéresse, les mèches présentent un embuvage important provenant de la structure interlock, ainsi que des motifs de tissages et des sections de mèches variables en fonction des zones et de la profondeur considérée. Le comportement du matériau est alors évidemment influencé par ces différents paramètres et en premier lieu par les orientations de mèches. Cette information, malgré la variabilité qu'elle présente est connue car nécessaire pour la réalisation du tissage. Nous avons vu dans la première partie que le tissage d'une telle pré-

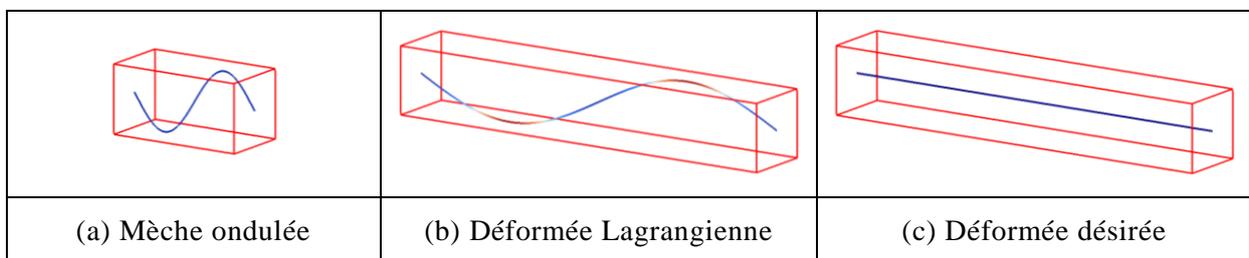
forme interlock nécessite l'utilisation de métiers à tisser à commande numérique. Le fichier d'entrée du métier possède donc, à quelque chose prêt, l'ensemble des données géométriques (chemins des mèches) et matérielles (section des mèches) qui constituent la préforme. Un pré-processeur a alors été développé pendant le PFE de A. COULON et M. CALAHORRA BAR-RUTIA [CAL07] pour mailler cette géométrie réelle. Ce programme, développé au LaMCoS, permet, à partir des positions de mèches, de déterminer un maillage éléments finis englobant l'ensemble des mèches de la préforme, puis de projeter les mèches réelles sur ce maillage (cf. **Fig. III-17**). En pratique, le programme détermine l'intersection des mèches (décrites par les coordonnées spatiales d'une série de points) avec le maillage.



**Figure III-17 : Principe du programme de maillage des mèches – trajet des mèches / élément fini englobant la structure / intersections / approximation par des segments**

Les informations conservées finalement sont, pour chaque élément fini :

- Le nombre de mèches contenues ;
- Les coordonnées matérielles des points d'entrée et de sortie de ces mèches, ramenées dans l'élément de référence :  $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \in -1, 1^3$  ;
- L'embuvage élémentaire de chaque mèche ;
- La raideur de chaque mèche.

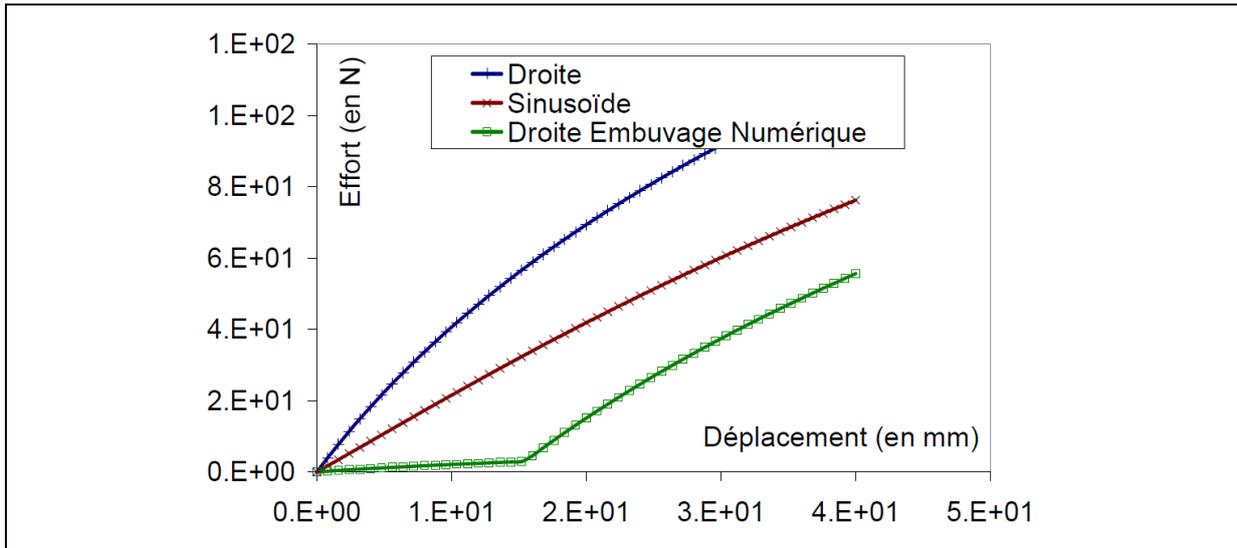


**Figure III-18 : Mèche ondulée dans un élément Lagrangien**

L'embuvage élémentaire de chaque mèche est déterminé à partir de la différence de longueur entre la mèche réelle et le segment joignant les points d'entrée et de sortie de la mèche dans

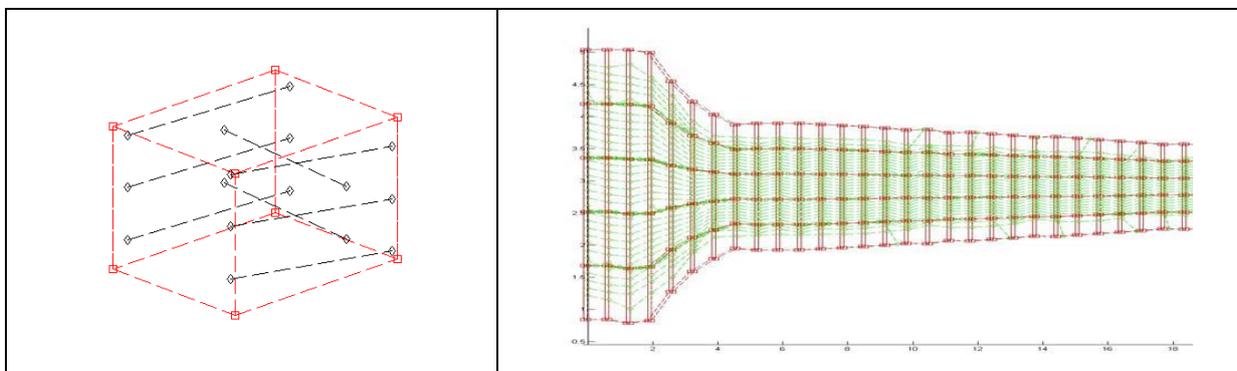
l'élément (cf. **Fig. III-17** étape 3). En effet, la courbure d'une mèche à l'intérieur d'un élément n'est pas prise en compte correctement dans un élément lagrangien cf. **Fig. III-18** et **19**.

Etant donné que chaque point d'une mèche est cinématiquement lié à l'élément, une mèche, même ondulée est directement sollicitée en traction alors que normalement, dans une première phase, la mèche se raidit, à faible rigidité. Ce comportement n'est manifestement pas pris en compte pour un maillage élément fini grossier, cf. **Fig. III-19** les réponses d'une mèche sinusoïdale et d'une mèche droite avec embuvage numérique.



**Figure III-19 : Réponse d'une mèche droite, d'une mèche sinusoïdale et d'une mèche droite avec embuvage numérique à une sollicitation de traction.**

Il ne faut donc pas mailler l'ensemble de la courbure des mèches mais bien modifier le comportement associé à une mèche ondulée. Ce point reste un sujet délicat, car généralement la forme ondulée des mèches dans le maillage provient d'interactions avec le reste du tissage. Le raidissement du comportement (cf. comportement non linéaire d'un tissé en traction **II-1.1**) apparaît avant que la mèche ne soit rectiligne.



**Figure III-20 : Mise en donnée issue de la spécification réelle du tissage de la préforme pour un élément seul et pour une éprouvette de pied**

Néanmoins, l'information d'embuvage élémentaire des mèches déterminée à partir des chemins de mèches est précieuse, et pourra être utilisée pour la gestion de la non linéarité de comportement introduite (cf. **III-3.3.2**). Ces informations sont ensuite introduites comme « mise en donnée des mèches » dans le code éléments finis **Plast4** dédié à la modélisation des textiles **Fig. III-20**.

## 4 Modèles pour la prise en compte des raideurs de cisaillement et de compression transverse

Dans la section précédente, nous avons décrit le modèle discret de mèches s'appuyant sur la cinématique d'un élément fini. Ce modèle permet de rendre compte de l'effet de mèches en tension, possédant une raideur importante, incluses dans un milieu continu. Cette contribution de mèches en tension a déjà été qualifiée de premier ordre du comportement, et permet d'ores et déjà de simuler l'anisotropie d'une structure fibreuse tissée. Par contre, certains aspects du comportement ne sont pas pris en compte, en particulier les rigidités de cisaillement et de compression transverse. Dans certains champs de déplacements pour lesquels les mèches ne s'allongent pas, ces rigidités peuvent jouer un rôle important. Et, si ces termes ne sont pas pris en compte, des modes à énergie nulle peuvent alors apparaître. Par exemple, une cinématique de cisaillement pur n'introduit pas de tensions dans les mèches ; en l'absence de raideur additionnelle, le matériau ainsi simulé n'oppose donc aucune rigidité en cisaillement. Il en va de même pour une sollicitation de compression.

L'ensemble du comportement n'est donc pas encore simulé, et il convient d'ajouter une partie que nous qualifierons de second ordre. Ce terme, s'il peut avoir une influence non négligeable dans des simulations de mise en forme de tissés 2D [BOI06], est ainsi qualifié car il met en œuvre des raideurs négligeables devant celles des mèches. Il n'en reste pas moins important dans des cinématiques de cisaillement ou de compression qui n'allongent pas les mèches.

Le rôle du second ordre est donc bien d'opposer une raideur pour des cinématiques ne mettant pas en œuvre de tension dans les mèches. Ceci est envisageable rigoureusement, mais nécessite la mise en place de modèles anisotropes complexes (cf. modèle contravariant *Par. 4.5*).

Une autre option, considérant que la raideur des mèches en traction est très grande devant la raideur transverse (en cisaillement et en compression), est d'utiliser un modèle matériau simplement isotrope. Celui-ci viendra ajouter une raideur (négligeable devant la raideur des mèches) dans la direction des mèches, et une contribution suffisante sur les modes de déformation qui ne tendent pas les mèches. Ce matériau isotrope permettra de rendre compte du comportement en cisaillement et en compression transverse.

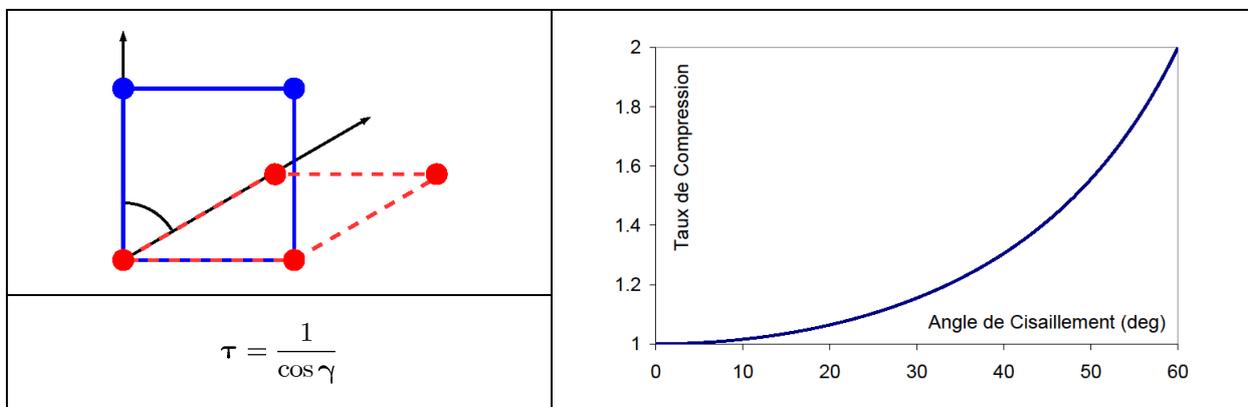
Nous proposons pour cela plusieurs approches permettant d'introduire une rigidité transverse au sein de notre matériau. Une première approche, qualifiée de discrète, s'appuie sur la méthode proposée dans la section précédente. Nous introduirons ensuite deux modèles continus isotropes rigidifiants, l'un sphérique, l'autre plus classique. Enfin, nous proposons un modèle anisotrope dit contravariant, permettant de découpler les contributions en cisaillement et en compression.

## 4.1 Analogies entre les mécanismes en compression et en cisaillement

Les matériaux fibreux sont très « aérés », ce qui leur donne une grande capacité à se comprimer et à se cisailer. La particularité des tissés provient de l'alignement des fibres dans des directions privilégiées (généralement deux directions), qui leur confèrent une très forte rigidité dans ces directions. Par contre, le comportement transverse étant beaucoup plus souple, des mises en forme complexes sont autorisées.

Les mécanismes mis en jeu en cisaillement ont été décrits dans les travaux de thèse de [DUM03b]. Ils peuvent être résumés en deux phases : une première, où les mèches pivotent les unes sur les autres, qui se passe à faible rigidité ; une seconde phase où les mèches se compriment les unes contre les autres, avec alors une rigidité croissante.

En première approximation, ce phénomène peut être expliqué en faisant une analogie, pour le second ordre, entre une sollicitation de compression et une sollicitation de cisaillement. En effet, lors d'un cisaillement pur, nous assistons, comme en compression, à une diminution du volume de matière. L'allure de la courbe **Fig. III-21**, qui évolue comme l'inverse du cosinus de l'angle de cisaillement, est très comparable à ce qui a pu être observé expérimentalement lors d'essais de cisaillement. La raideur très faible au départ (tangente horizontale), est caractéristique d'une quasi absence de compression, étant donné que pour un angle de cisaillement faible, le cosinus est équivalent au premier ordre à une constante. Un modèle compressible pourrait donc rendre compte de la non linéarité de comportement en cisaillement.



**Figure III-21 : Taux de compression dans une cinématique de cisaillement pur**

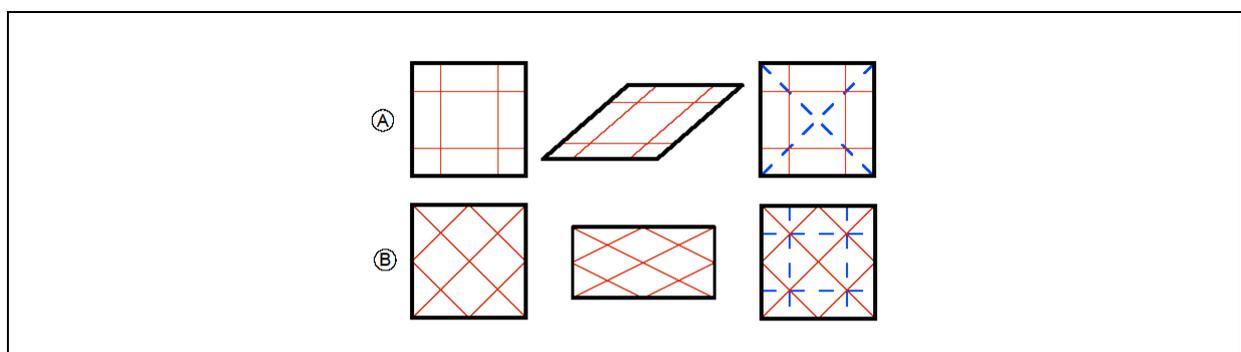
L'aspect rigidifiant provient ensuite de considérations matérielles ; un milieu fibreux est constitué de fibres (plus ou moins arrangées) et de vides (on parle alors de taux volumique de fibres). Ces matériaux peuvent donc être fortement comprimés. Par contre, au fur et à mesure de la compression, le nombre de contacts entre fibres augmente. Et, bien que les fibres aient une rigidité de flexion très faible (diamètre de quelques microns), l'addition de toutes ces raideurs devient prépondérante pour des taux de compaction élevés.

Voilà les raisons qui nous poussent à croire qu'un modèle élastique isotrope rigidifiant peut suffire à décrire des mécanismes à la fois de compression et de cisaillement d'un textile. C'est cette idée qui est à l'origine des modèles décrits ci-dessous.

Pour ce qui est de l'aspect élastique, nous avons pu observer des éprouvettes fortement déformées revenir, après un certain temps, dans une configuration proche de leur configuration initiale. Ce temps est variable en fonction du renfort, mais disons qu'au bout de quelques heures, il est assez difficile de dire si une éprouvette sollicitée en cisaillement ou en compression a ou non été testée. On pourrait faire ici une analogie avec des matériaux viscoélastiques, possédant une constante de temps très grande. Nous avons également constaté plusieurs sources de plasticité issues principalement des frottements entre fibres et entre mèches aux diverses échelles (cf. *Chap. II*). Néanmoins, dans le cas de mise en formes, et donc de chargements monotones, qui nous intéresse, ce phénomène est généralement négligé. Si certaines pistes sont données en *III-4.4* et *III-4.5* pour prendre en compte cette plasticité, les modèles utilisés classiquement sont plutôt des modèles hyperélastiques.

## 4.2 Modèle discret pour la prise en compte des rigidités transverses

L'idée de départ de cette approche est que nous disposons déjà d'une méthode permettant de prendre en compte des mèches de directions quelconques dans une structure ; il est alors envisageable d'utiliser la même méthode pour le comportement transverse. Nous introduisons des mèches additionnelles permettant de rendre compte de la rigidité en cisaillement du tissé ; cette méthode a également été trouvée dans [SHA04]. Selon l'orientation des mèches dans le maillage (en traits pleins dans la *Fig.III-22*), l'introduction des mèches additionnelles (en traits pointillés) permet de simuler une raideur en cisaillement.



**Figure III-22 : Mèches de cisaillement additionnelles pour l'approche discrète**

En 3D, il est également possible d'ajouter des mèches dans l'épaisseur pour donner une raideur en compression au tissé.

Cette approche est assez rapide à mettre en œuvre pour des maillages simples et permet de piloter indépendamment les raideurs ajoutées en cisaillement et en compression. Par contre, elle présente un certain nombre de limites :

- L'orientation des mèches additionnelles doit être fonction de l'orientation des mèches dans le maillage ; par exemple, nous voyons **Fig. III-22** la position des mèches additionnelles (en pointillés) en fonction de l'orientation du tissage :  $0^\circ$ - $90^\circ$  pour le *cas A* et  $\pm 45^\circ$  pour le *cas B*. Ainsi, une complexité non négligeable est introduite.
- Au passage en 3D viennent s'ajouter de nouveaux modes en flexion et en compression qu'il convient également de prendre en compte. Ainsi, on se retrouve vite avec un nombre important de mèches additionnelles à calculer. Ceci revient cher en temps de calcul (puisque chaque mèche est intégrée individuellement).

Le gros inconvénient de cette méthode vient donc de la dépendance de l'orientation et de la raideur des mèches additionnelles à la taille et à la forme du maillage de briques. Sa mise en œuvre est alors vite limitée pour des géométries complexes.

---

### 4.3 Modèle compressible sphérique

Etant en grandes transformations, il est nécessaire de bien vérifier l'objectivité de la relation de comportement utilisée. Cette objectivité se traduit généralement par un suivi des directions matérielles, pour l'actualisation des directions d'anisotropie, qui servent à réaliser un cumul correct (objectif) des contraintes.

Dans le but de faire effectivement au plus simple pour le second ordre de notre modèle, une première solution est d'utiliser un modèle compressible sphérique rigidifiant.

La motivation pour introduire un tel modèle a été d'éviter l'actualisation des directions matérielles. Le comportement est alors écrit à l'aide d'un modèle hypoélastique liant une variation de la partie sphérique du tenseur des déformations à une variation de la partie sphérique du tenseur des contraintes.

#### 4.3.1 Calcul de la variation de volume

---

Il existe plusieurs façons de calculer une variation de volume, l'une repose sur le déterminant du gradient de la transformation ; un élément de volume initial  $dV_0$  se transforme au pas de temps  $t$  en  $dV$  :

$$dV = dV_0 \det \underline{\underline{F}} \quad \text{(III.4.1)}$$

L'autre façon passe par le calcul du déterminant de la base covariante matérielle liée à l'élément  $\underline{\underline{g}}_i$ .

$$dV_t = dV_0 \det \underline{\underline{g}}_1, \underline{\underline{g}}_2, \underline{\underline{g}}_3 \quad \text{(III.4.2)}$$

C'est cette forme qui est effectivement implémentée dans le code, puisque le calcul des vecteurs covariants est nécessaire pour déterminer la contribution du modèle discret.

### 4.3.2 Relation de comportement

On prend comme hypothèse que le taux de variation de la partie sphérique du tenseur des contraintes est proportionnel au taux de variation de la partie sphérique du tenseur des déformations ;

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}_S}{dt} = C^{sph} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_S}{dt} \quad (\text{III.4.3})$$

Alors, la contrainte sphérique vaut :

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \int_{t_0}^t C^{sph} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_s}{dt} dt = \int_{V_0}^V -C^{sph} \frac{dV}{V} = -C^{sph} \ln \frac{V}{V_0} \quad (\text{III.4.4})$$

Dans notre cas d'un matériau rigidifiant,  $C^{sph}$ , sera fonction du taux volumique de fibres à chaque instant. Plusieurs formes existent dans la littérature, certains postulant une forme en puissance du taux volumique de fibres [LUO99], d'autres une forme en exponentielle [KAN01]. Le taux volumique de fibres  $V_f$  étant défini comme le rapport entre le volume de fibres  $V_F$  et le volume total  $V$ , on calcule le taux volumique de fibres à chaque instant à partir de la donnée matériau du volumique de fibres initial  $V_{F_0}$ .

$$V_f = \frac{V_F}{V} = \frac{V_F V_0}{V_0 V} = V_{f0} \frac{V_0}{V} \quad (\text{III.4.5})$$

Ce terme est exprimé en pourcents, et, expérimentalement, on observe un fort raidissement autour de 60% de fibres qui représente pratiquement une valeur limite.

Pour ce qui est du modèle en puissance, si l'on postule une forme en

$$\boldsymbol{\sigma} = A V_f^n \quad (\text{III.4.6})$$

Alors,

$$d\boldsymbol{\sigma}_S = C^{sph} d\boldsymbol{\varepsilon}_S = C^{sph} \frac{dV}{V} \quad (\text{III.4.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dV} &= \frac{d A V_f^n}{dV} = nA V_f^{n-1} \frac{dV_f}{dV} \\ &= -nA V_f^{n-1} \frac{V_F}{V^2} dV = -nA V_f^n \frac{dV}{V} \end{aligned} \quad (\text{III.4.8})$$

On identifie donc pour le modèle en puissance,

$$C^{sph} V_f = nA V_f^n \quad (\text{III.4.9})$$

Si l'on postule une forme en

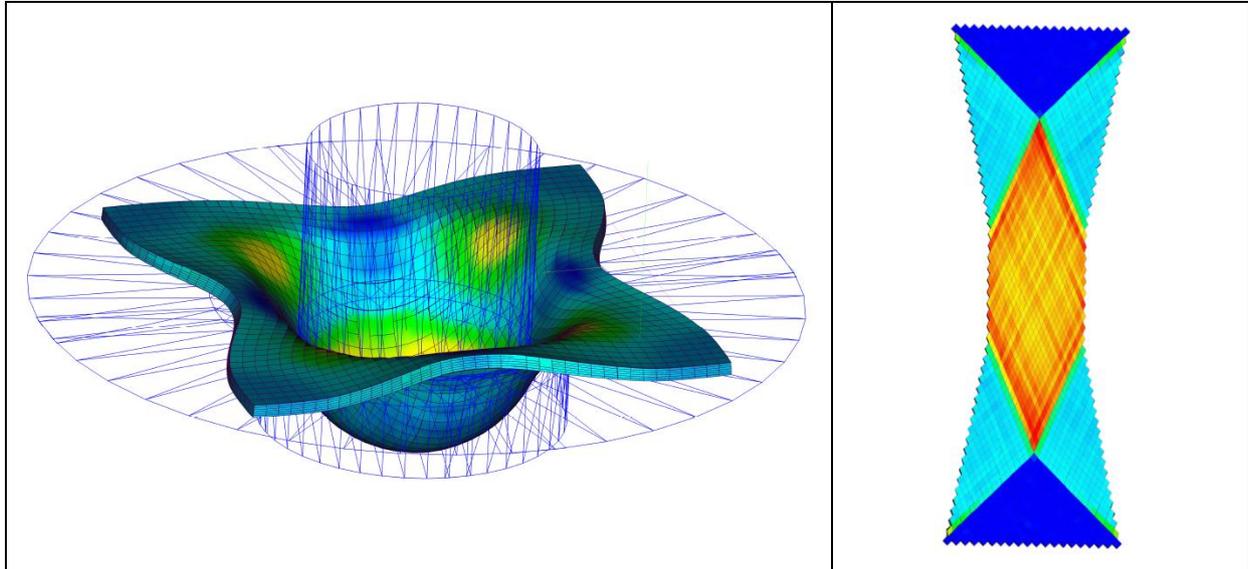
$$\boldsymbol{\sigma} = A \exp B.V_f \quad (\text{III.4.10})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dV} &= AB \exp B.V_f \frac{dV_f}{dV} \\ &= -AB \exp B.V_f \frac{V_F}{V^2} dV = -AB V_f \exp B.V_f \frac{dV}{V} \end{aligned} \quad (\text{III.4.11})$$

On identifie donc pour le modèle en exponentielle,

$$C^{sph} V_f = A.B.V_f \exp B.V_f \quad (\text{III.4.12})$$

Ce modèle a été implémenté dans *Plast4*, et a permis de réaliser des simulations encourageantes **Fig. III-23**.



**Figure III-23 : Simulation d'emboutissage et de Bias Test avec un second ordre sphérique**

Pour des modèles en membranes, il permet de bien rendre compte d'une non linéarité matérielle. Sa principale limite, lors d'un passage en 3D est un couplage important entre les sollicitations de compression dans l'épaisseur et de compression due au cisaillement. En effet, pour s'opposer à une compression lors d'une cinématique de cisaillement, le matériau va avoir tendance à gonfler dans la direction hors plan.

Deux modèles permettant de dissocier les différentes directions matérielles sont donc proposés.

#### 4.4 Modèle hypoélastique isotrope rigidifiant

L'utilisation d'une formulation hypoélastique est, avec l'hyperélasticité [SID82] [AIM07] [AIM08], une des approches envisageables en grandes transformations pour décrire un comportement élastique. Ces approches sont donc largement utilisées dans les codes éléments finis en grandes transformations. Le principe est d'utiliser une écriture de la loi de comportement en taux, et de cumuler des incréments de contrainte dans un repère « matériel ».

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\nabla} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{D}} \quad (\text{III.4.13})$$

La notion de repère matériel impose l'utilisation de dérivées objectives tournant avec la matière. Nous utiliserons pour cela la dérivée de Jaumann.

#### 4.4.1 Intérêt d'un tel modèle

---

L'intérêt majeur du modèle, provient de l'isotropie postulée du comportement continu qui simplifie grandement l'écriture de la dérivée et évite la définition et le suivi de directions matérielles puisque l'anisotropie est déjà prise en compte par la tension des mèches (modèle discret). En effet, dans le cas anisotrope, il a été montré dans [BAD08b] l'insuffisance des dérivées classiques (et de celle de Jaumann en particulier) pour assurer l'objectivité de la dérivée dans le cas de matériaux possédant une direction forte. Généralement, il est alors nécessaire de suivre les directions matérielles fortes pour décrire convenablement le comportement. Dans notre cas, l'isotropie permet de s'affranchir d'un suivi rigoureux des directions matérielles, et permet alors un calcul simplifié grâce à la dérivée de Jaumann qui est objective pour un comportement isotrope.

Etant donné l'isotropie, nous n'aurons donc besoin que d'un module d'Young et d'un coefficient de poisson pour gérer l'ensemble de notre second ordre.

Les approches hypoélastiques présentent aussi l'avantage de pouvoir être étendues à la plasticité [ORT86] [CRI97] [BOU97] [BEL06]. C'est donc une solution permettant de rendre compte du comportement viscoplastique rencontré dans les tissés (cf. **II-2** et **II-3**). Il faut pour cela introduire un taux de déformation plastique  $\underline{\underline{D}}^p$ .

$$\underline{\underline{\sigma}}^\nabla = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{D}} - \underline{\underline{D}}^p \quad (\text{III.4.14})$$

L'évolution de cette déformation plastique est ensuite pilotée par une fonction de charge  $f$  et le multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$ .

$$\underline{\underline{D}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{III.4.15})$$

La partie sphérique du comportement plastique est plutôt associée à un modèle matériau écrouissant pour modéliser la compaction résiduelle (rencontrée lors de l'essai de compression cf. **Fig. II-3**), alors que le frottement des mèches en cisaillement sera plutôt pris en compte par un modèle de type Mohr-Coulomb (mettant en œuvre alors la partie déviatorique de la déformation par le biais du cisaillement du matériau cf. comportement hystérétique en cisaillement **Fig. II-8**). La contrainte est ensuite déterminée par un algorithme prédicteur correcteur de type retour radial.

#### 4.4.2 Dérivée de Jaumann

---

Le souci en grandes transformations est de s'assurer de l'objectivité de la contrainte [SID82] qui doit rester inchangée pour tout mouvement de corps solide et en particulier pour une rotation. Nous utiliserons pour cela la dérivée de Jaumann.

$$\underline{\underline{\sigma}}^\nabla = \underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\Omega}} - \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \quad (\text{III.4.16})$$

Cette dérivée permet d'écrire le cumul des incréments de contrainte dans le repère tournant avec la matière. Dans le cas de Jaumann, c'est le repère qui suit la rotation donnée par la partie anti-symétrique du gradient des vitesses. Ce repère, dit corrotationnel est défini par la rotation  $\Omega$ , définie ci-dessous qui peut être vue comme une rotation moyenne de la matière.

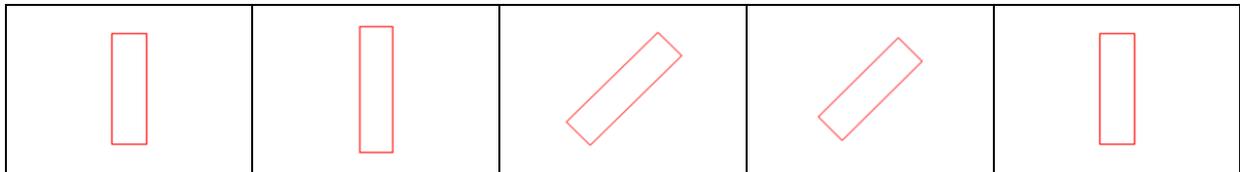
$$\underline{\underline{W}} = \frac{1}{2} \left( \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{v}} - \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{v}}^T \right) = \underline{\underline{\dot{\Omega}}} \cdot \underline{\underline{\Omega}}^T \quad (\text{III.4.17})$$

Ce cumul est réalisé en pratique à l'aide du schéma d'intégration de Hughes et Winget [HUG80], et permet d'obtenir l'état de contrainte au pas de temps  $n+1$  à partir de l'incrément de déformation :

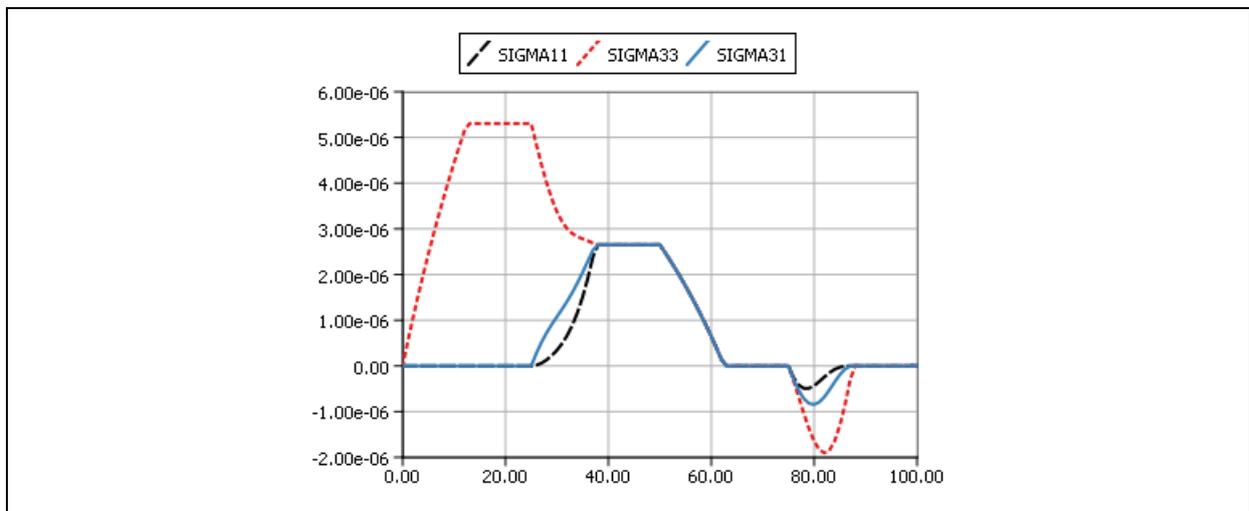
$$\sigma_{e_i^{n+1}}^{n+1} = \sigma_{e_i^n}^n + \left[ C^{n+1/2} \right]_{e_i^{n+1/2}} \Delta \epsilon_{e_i^{n+1/2}} \quad (\text{III.4.18})$$

#### 4.4.2.1 Cycle avec rotation macroscopique sous tension

Nous faisons un cycle test illustré **Fig. III-24** Traction/Rotation/Compression/Rotation (avec une pause entre chaque phase).



**Figure III-24 : Cycle test 2 : Traction / Rotation / Compression / Rotation**

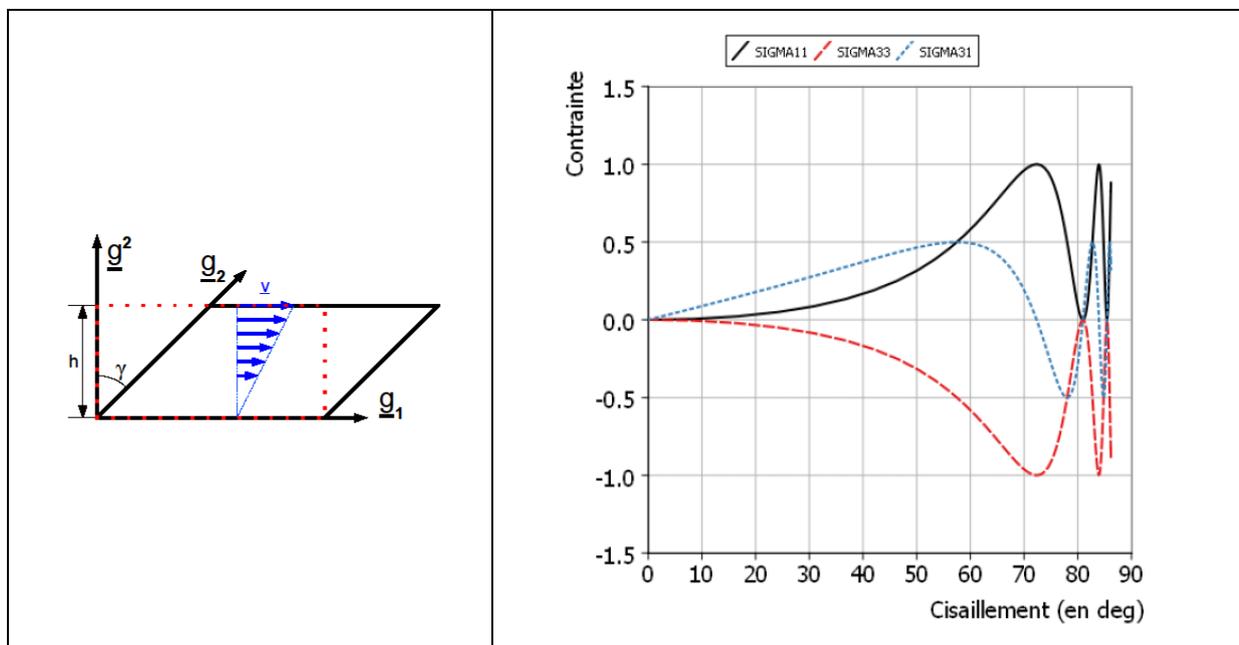


**Figure III-25 : Contraintes dans l'élément lors du Cycle test 2 (en fonction de l'incrément)**

La dérivée de Jaumann permet de prendre en compte la rotation de corps rigide introduite. Ainsi la contrainte initialement dans la direction 3 (**Fig. III-25**) se répartit ensuite après une rotation de 45° en une contrainte de traction dans les deux directions du plan (notées 1 et 3 **Fig. III-25**) et une contrainte de cisaillement. Le résultat donné par le modèle de Jaumann est donc cohérent pour ce qui est des grandes rotations, et l'on retrouve bien la nullité des contraintes en fin de cycle. Nous avons toutefois constaté quelques limites de cette formulation dans le cas de grands cisaillements.

#### 4.4.2.2 Test en cisaillement simple

En effet, dans le cas de la dérivée de Jaumann, lors d'un cisaillement simple, la rotation suivie par le repère de cumul surévalue la rotation moyenne de la matière. Par définition, la rotation moyenne sera la moyenne de la rotation des vecteurs  $\mathbf{g}_1$  et  $\mathbf{g}_2$  sur la **Fig. III-26**.



**Figure III-26 : Cinématique de cisaillement pur – Paramétrage – Réponse en contrainte du modèle hypoélastique de Jaumann en fonction du cisaillement**

Supposons une vitesse  $\mathbf{v}$  sur le coté supérieur, on a donc un gradient de vitesse au sein de la matière comparable à celui rencontré lors d'un mouvement de rotation. La vitesse de rotation déterminée par la formule de Jaumann vaut donc au signe près :

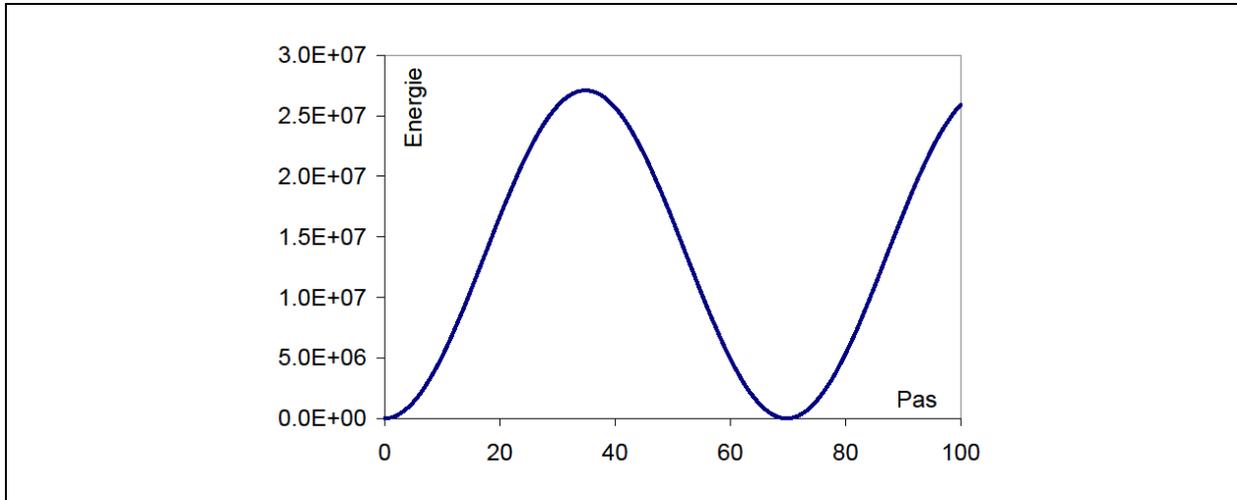
$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_J = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{J1} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{J2} = \frac{\|\mathbf{v}\|}{2h} \quad (\text{III.4.19})$$

Considérons maintenant rotation moyenne réelle, elle vaut :

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + \dot{\boldsymbol{\theta}}_2 = \frac{\dot{\gamma}}{2} = \frac{\|\mathbf{v}\|}{2h} \cdot \cos^2 \gamma \quad (\text{III.4.20})$$

Jaumann nous donne une vitesse de rotation constante, alors qu'en réalité, celle-ci diminue pour tendre vers zéro quand la déflexion devient très grande. Il résulte de cela des oscillations du

modèle pour des angles de cisaillement élevés ( $80^\circ$ ), provoqués par la rotation excessive du repère corrotationnel, qui peut faire plusieurs tours. Ainsi, malgré la déformation de cisaillement pur croissante **Fig. III-27**, on arrive périodiquement à une annulation de l'énergie de déformation de l'élément (première annulation pour un cisaillement de  $80^\circ$ ).

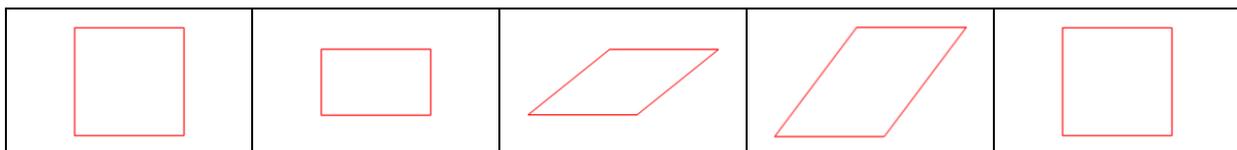


**Figure III-27 : Energie interne dans l'élément pour un fort taux de cisaillement simple**

Cet aspect de la dérivée de Jaumann a été largement étudié, et l'on constate un comportement monotone jusqu'à des cisaillements de  $55^\circ$  cf. **Fig. III-26**. Dans le cadre de milieux fibreux, le cisaillement des éléments finis apparaît soit pour un cisaillement du matériau, soit pour une cinématique de flexion. En cisaillement, les tissés arrivent vite au blocage, et, pour des efforts modérés il est rare d'observer dans des pièces finies des angles de cisaillement supérieurs à  $40^\circ$ . Pour ce qui est de la flexion, des essais complémentaires sont nécessaires pour vérifier que l'on reste bien dans une gamme acceptable de déflexion des éléments finis. De ce point de vue donc, la dérivée de Jaumann reste acceptable pour l'utilisation qui en est faite.

#### 4.4.2.2 Cycle en compression cisaillement

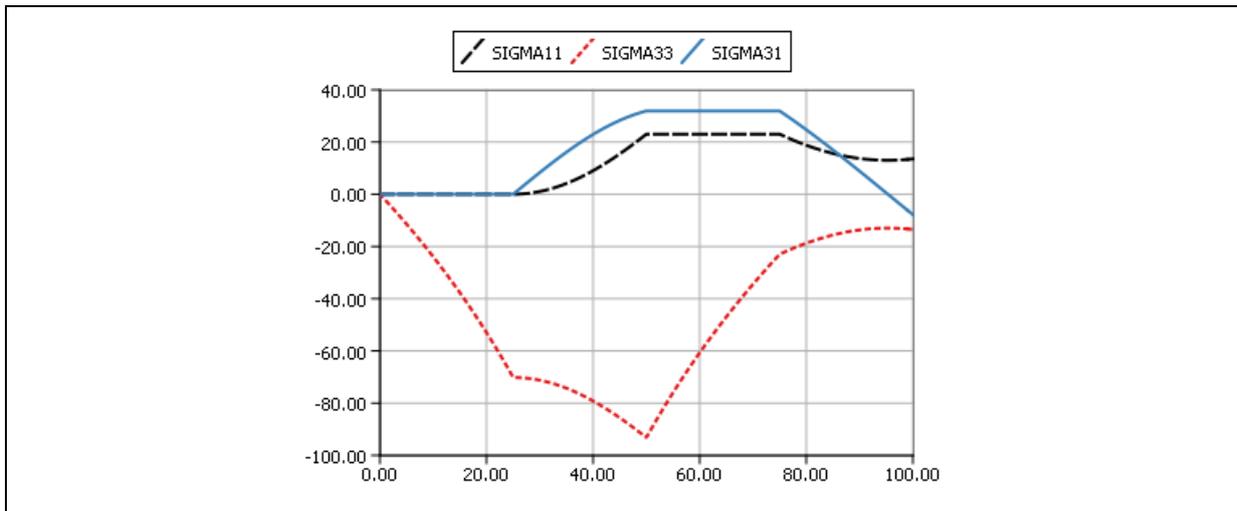
Un autre cycle test Compression/Cisaillement Simple/Traction/Cisaillement Simple (décrit dans la **Fig. III-28**) est réalisé.



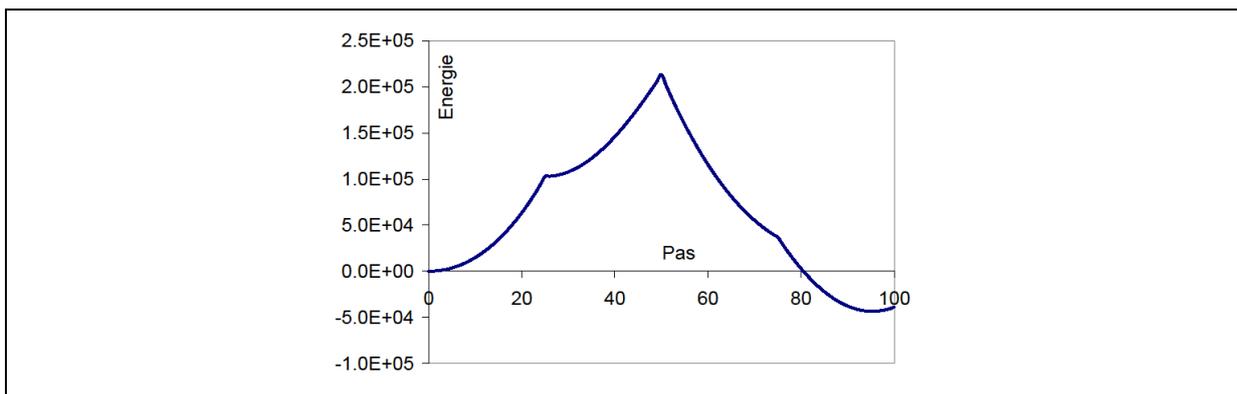
**Figure III-28 : Cycle test 3 : Compression / Cisaillement Simple / Traction / Cisaillement Simple**

Bien que ce test représente un cycle, qui devrait conduire pour les contraintes à un retour, on constate l'apparition de contraintes résiduelles au sein du matériau **Fig. III-29**.

Le modèle hypoélastique adopté, utilisant la dérivée de Jaumann n'est pas rigoureusement élastique, puisque le travail des efforts internes **Fig. III-30** reste non nul en fin de cycle.



**Figure III-29 : Contraintes dans l'élément lors du cycle test 3**



**Figure III-30 : Energie interne dans l'élément lors du cycle test 3**

Pour assurer une écriture correcte du comportement dans le cas de grand cisaillement, il conviendrait d'utiliser une dérivée plus proche de la matière telle qu'une dérivée de Green Naghdi, une dérivée convective qui permet de suivre les directions matérielles, ou encore une approche de type hyperélastique [AIM07].

Pour des mises en forme classiques, le fait que nous ne rencontrons que des chargements monotones permet d'éviter ce type de problèmes, qui pose tout de même une question d'ordre mécanique étant donnée que l'énergie ne se conserve pas.

## 4.5 Modèle contravariant

Nous proposons ici un modèle plus complexe qui permet, pour le second ordre du comportement, de distinguer les contributions issues du cisaillement de celles qui sont liées à la compres-

sion. Les contributions des mèches en traction (en compression) dans la direction longitudinale est prise en compte par le modèle discret (cf. *Sec. III-3*). Cette rigidité de traction est donc toujours absente dans cette partie.

#### 4.5.1 Considérations sur l'anisotropie des tissés 3D

##### 4.5.1.1 Dans un massif interlock

Dans, un massif interlock, nous pouvons distinguer trois directions particulières : les directions chaîne, trame, et une troisième direction normale à ces deux premières qui définit « l'épaisseur ». Un tel matériau est très anisotrope de par l'orientation prépondérante des mèches dans les directions chaîne et trame. Ainsi, selon que l'on se place dans l'épaisseur ou dans le plan, selon que l'on a affaire à un tissu équilibré ou pas, le comportement en compression du tissé peut varier. On peut alors considérer un comportement distinct selon la direction de la sollicitation ; si l'on comprime le matériau dans l'épaisseur (direction  $\underline{z}$  de la *Fig. III-31*), on comprime alors les deux réseaux ; si l'on comprime dans la direction chaîne, on écrase de manière transverse le réseau trame.

On peut alors extraire des plans particuliers nous permettant de raisonner sur les sollicitations élémentaires qui interviennent au sein d'un tissé 3D simplifié.

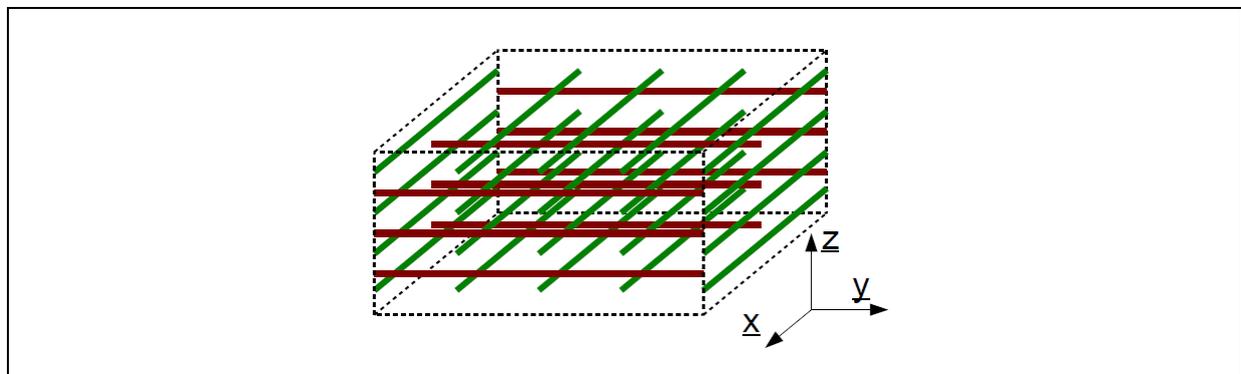


Figure III-31 : Réseau chaîne et trame dans un massif interlock très simplifié

##### 4.5.1.2 Empilement de couches

Privilégions dans un premier temps le plan  $(\underline{x}, \underline{z})$  de la *Fig. III-31*, et partons de l'observation suivante : un tissé interlock réagit grandement comme un empilement de couches de tissus (avec en plus bien sûr l'effet des mèches liant les différentes couches prises en compte par le modèle discret). Ainsi, un empilement de couches, comme un paquet de feuilles, peut se cisailier facilement, mais oppose, en compression, un effort normal à sa surface *Fig. III-32*. Dans cette cinématique de compression hors plan, les mèches de chaîne et de trame sont comprimées (de

manière transverse). Nous postulons alors un effort normal résultant  $\underline{F}_n$ , fonction de la variation d'épaisseur  $\Delta e$  (et de la surface  $S$ ) et un effort tangentiel  $\underline{F}_t$  fonction de la déflexion  $d$ .

Alors, avec  $\underline{n}$  et  $\underline{t}$  les vecteurs normaux et tangents à la couche,  $\underline{F}_n = F_n \cdot \underline{n}$  et  $\underline{F}_t = F_t \cdot \underline{t}$ .

L'effort tangentiel  $F_t$  est issu des frottements intervenant entre les différentes couches. Un modèle rhéologique adapté serait celui d'un patin frottant, avec par exemple un comportement de type Mohr-Coulomb ; l'effort tangentiel limite (avant glissement) est alors directement lié au produit de l'effort normal par un coefficient de frottements.

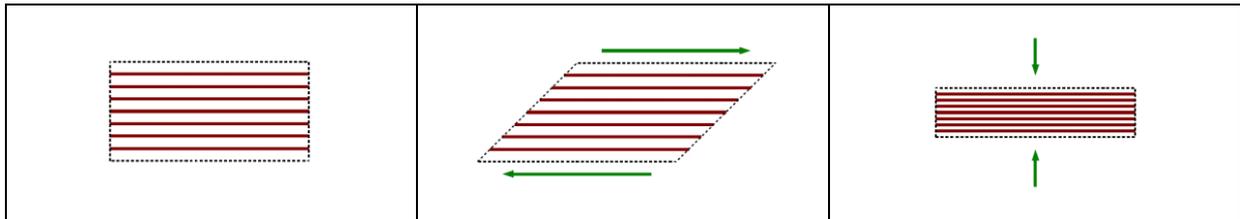


Figure III-32 : Empilement de couches – Cisailé / Comprimé

#### 4.5.1.3 Dans un plan chaîne trame

Plaçons nous maintenant dans un plan formé par les directions chaîne et trame. Nous utiliserons alors la base matérielle des vecteurs tangents à ces deux réseaux et la base contravariante associée (cf. **Fig. III-33**).

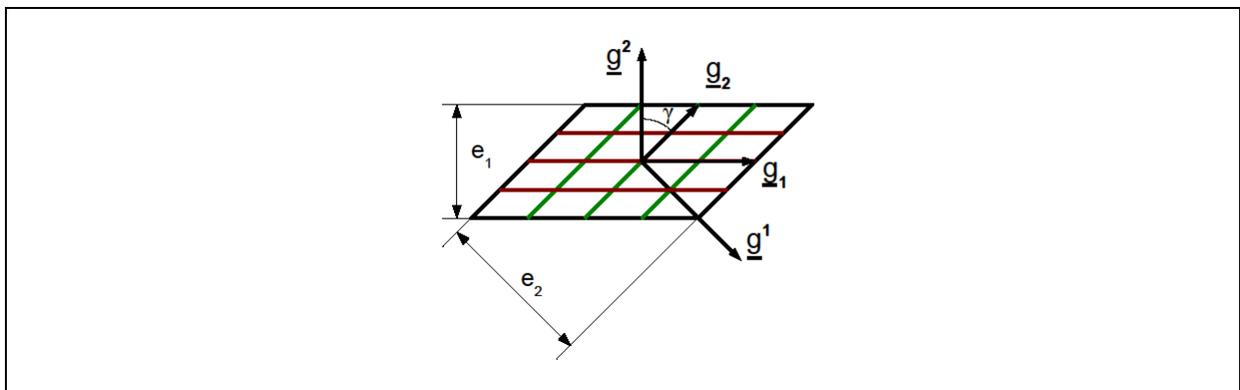


Figure III-33 : Réseau chaîne ( $\underline{g}_1$ ) – trame ( $\underline{g}_2$ ), base matérielle et paramétrage associé.

Les remarques précédentes peuvent être étendues ici, en considérant une superposition des deux réseaux. L'élément de tissu de la **Fig. III-33** est alors sollicité comme deux nappes unidirectionnelles superposées. Ainsi, la compression du réseau chaîne (orienté par  $\underline{g}_1$ ) s'accompagnera d'un effort normal porté par  $\underline{g}^2$ , et la compression du réseau trame (orienté par  $\underline{g}_2$ ) s'accompagnera d'un effort normal porté par  $\underline{g}^1$ .

Pour ce qui est des efforts tangentiels, ils seront alors portés respectivement par  $\underline{g}_1$  et  $\underline{g}_2$ . Ce sont ces efforts qui apportent une raideur additionnelle en cisaillement ; cette somme d'efforts tangents aux mèches peut également être modélisée par un couple agissant entre les deux réseaux (cf. **Sec. II-3**). Il traduit :

- Les frottements générés par le pivotement des réseaux l'un sur l'autre, qui génère aussi du frottement (modèle rhéologique de patin) ;
- Le coincement géométrique provenant du tissage des mèches, qui ne sont pas un empilement de nappes unidirectionnelles ; son comportement est élastique non linéaire (modèle rhéologique de ressort).

## 4.5.2 Ecriture tensorielle des contraintes

---

Nous avons pu voir les deux types de sollicitations agissant sur un élément de tissé : la compression et le cisaillement des deux réseaux considérés. Par superposition, ces différentes contributions sont sommées pour arriver au tenseur des contraintes propre à ce type de matériau.

### 4.5.2.1 Contributions normales

Pour le réseau chaîne (indiqué 1 car orienté par  $\underline{\mathbf{g}}_1$ ), nous aurons, une composante de l'effort normal dans le plan ( $\underline{\mathbf{g}}_1, \underline{\mathbf{g}}_2$ ) portée par  $\underline{\mathbf{g}}^2$  (pour une compression suivant  $\underline{\mathbf{g}}^2$  et une composante dans le plan ( $\underline{\mathbf{g}}_1, \underline{\mathbf{g}}_3$ ) portée alors par  $\underline{\mathbf{g}}^3$ . Ainsi,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{1N} = \sigma^{1N} \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 + \sigma^{1N} \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_3 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_3 \quad (\text{III.4.21})$$

De même pour le réseau trame (indiqué 2).

Alors, pour l'ensemble du tissé,

$$\underline{\underline{\sigma}}^N = \underline{\underline{\sigma}}^{1N} + \underline{\underline{\sigma}}^{2N} \quad (\text{III.4.22})$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^N = \sigma^{2N} \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_1 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_1 + \sigma^{1N} \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 + \sigma^{1N} \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} + \sigma^{2N} \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_3 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_3 \quad (\text{III.4.23})$$

### 4.5.2.2 Contributions tangentielles

On fait la même opération pour les contributions tangentielles, ce qui nous donne, pour le réseau chaîne :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{1T} = \sigma^{1T} \begin{matrix} 12 \\ 12 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_1 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 + \sigma^{1T} \begin{matrix} 13 \\ 13 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_1 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_3 \quad (\text{III.4.24})$$

Et pour le tissé complet,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{1T} = \sigma^{1T} \begin{matrix} 12 \\ 12 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_1 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 + \sigma^{1T} \begin{matrix} 13 \\ 13 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_1 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_3 + \sigma^{2T} \begin{matrix} 21 \\ 21 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_1 + \sigma^{2T} \begin{matrix} 23 \\ 23 \end{matrix} \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 \otimes \underline{\underline{\mathbf{g}}}_3 \quad (\text{III.4.25})$$

### 4.5.3 Comportement associé

#### 4.5.3.1 Pour la contribution normale

Pour un modèle simple, avec une raideur indépendante de la compression, la contrainte normale est calculée en fonction de la déformation de Hencky dans l'épaisseur.

$$\sigma_n = K_n \mathbf{h} \cdot \mathbf{e} = K_n \ln \left( \frac{e}{e_0} \right) \quad (\text{III.4.26})$$

L'évolution de l'épaisseur est déterminée en fonction de l'évolution de la base contravariante. En effet, si l'on se reporte à la **Fig. III-33**, considérons la direction chaîne d'épaisseur  $\mathbf{e}_1$ , qui vaut :

$$e_1 = 2 \left\| \underline{\underline{\mathbf{g}}}_2 \right\| \cos \gamma \quad (\text{III.4.27})$$

Or, comme  $\underline{\underline{\mathbf{g}}}^i \cdot \underline{\underline{\mathbf{g}}}_i = 1$  et donc  $\left\| \underline{\underline{\mathbf{g}}}^i \right\| \left\| \underline{\underline{\mathbf{g}}}_i \right\| \cos \gamma = 1$ , on obtient directement l'épaisseur par :

$$e_1 = \frac{2}{\left\| \underline{\underline{\mathbf{g}}}^2 \right\|} \quad (\text{III.4.28})$$

Ainsi, on obtient la contrainte normale dans le cas d'une raideur constante avec :

$$\sigma_{1n} = K_n \ln \left( \frac{\left\| \underline{\underline{\mathbf{g}}}^{20} \right\|}{\left\| \underline{\underline{\mathbf{g}}}^2 \right\|} \right) \quad (\text{III.4.29})$$

En pratique, la raideur normale  $K_n$ , peut être prise fonction du taux volumique de fibres. Nous écrirons donc cette équation en taux de contrainte et taux de déformation. Néanmoins, comme pour le modèle discret de mèches en tension, cette écriture en taux ne pose pas de problème d'objectivité (cf. modèle hypoélastique isotrope) car ici, le cumul est bien réalisé dans un repère matériel.

Il est également possible à ce niveau d'introduire de la plasticité.

#### 4.5.3.1 Pour la contribution tangentielle

Pour ce qui est des efforts tangentiels (ou couple), nous avons pu voir que leurs origines sont diverses ; ils sont générés par le frottement des mèches longitudinalement, la rotation des mèches les unes sur les autres, et le coincement géométrique des mèches. A une échelle inférieure, nous pourrions également parler de cisaillement longitudinal des mèches elles mêmes (glissement des fibres les unes sur les autres), ou d'endommagement du dépôt d'ensimage. Le comportement est calculé à partir de la déflexion, ou de l'angle de cisaillement entre les réseaux. Considérons le couple de cisaillement entre le réseau chaîne et le réseau trame de la **Fig. III-33**.

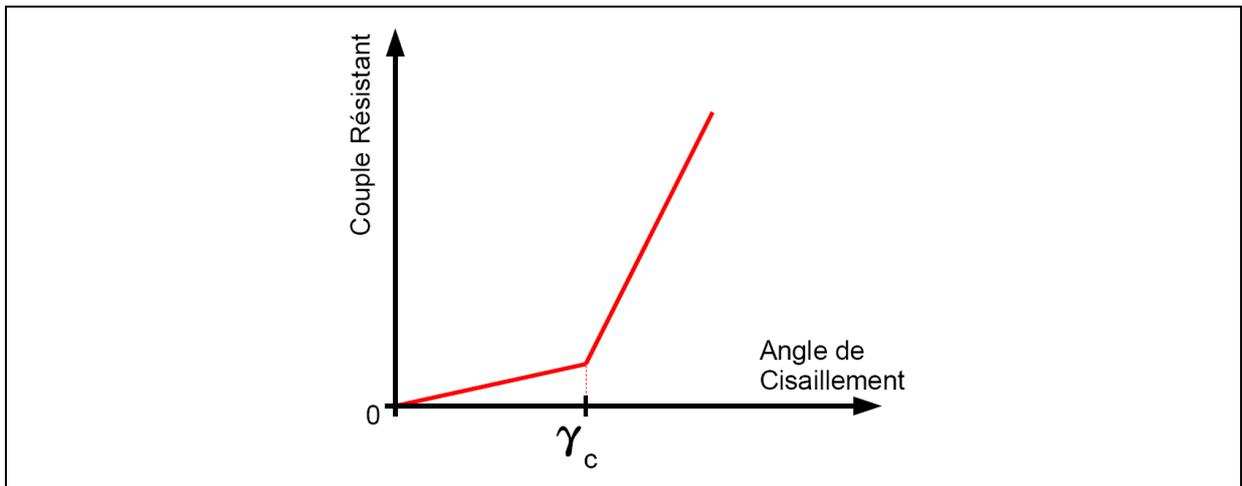


Figure III-34 : Comportement élastique non linéaire en cisaillement

En première approximation, on peut utiliser un comportement élastique non linéaire tel que représenté *Fig. III-34*.

Le couple élastique est alors calculé en fonction de l'angle de cisaillement  $\gamma_{12}$  entre les directions 1 et 2 par exemple par intégration de la loi :

$$\dot{C} = K_t \gamma_{12} \dot{\gamma}_{12} \quad (\text{III.4.30})$$

Comme pour le modèle isotrope, le taux de cisaillement peut être découpé en une contribution élastique et une contribution plastique pour prendre en compte l'adoucissement du matériau (résultant de la compaction transverse). Un couple de frottement solide résistant peut ensuite être ajouté à ce comportement. Nous distinguerons alors deux contributions : l'une notée  $C_e$ , issue de l'équation (III.4.30) (éventuellement modifiée pour prendre en compte l'adoucissement) et l'autre, notée  $C_F$  issue du frottement solide et s'opposant au mouvement.

$$C = C_E + \frac{\dot{\gamma}_{12}}{\|\dot{\gamma}_{12}\|} C_F \quad (\text{III.4.31})$$

L'intérêt de ce modèle est donc bien de dissocier les différentes contributions et de permettre l'utilisation de lois adaptées aux phénomènes que l'on souhaite traiter.

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, a été présentée l'ensemble de l'outil de modélisation proposé. Cette méthode est une approche originale permettant de simuler les préformes interlocks à partir de la connaissance de la méso-structure tissée accessible par la spécification de la préforme.

Elle autorise, grâce à une approche basée sur un élément fini Lagrangien, de simuler la mise en forme macroscopique d'une préforme complète.

Le modèle discret développé a été implémenté et testé dans le code *Plast4* (développé au LaM-CoS et dédié au formage des tissés) et permet de prendre en compte les tensions dans un réseau de barres articulées (modélisant les mèches) ; la contribution de ces mèches en tension constitue le premier ordre du comportement et englobe l'aspect anisotrope du comportement qui est ainsi modélisé.

Pour les termes de second ordre, englobant les contributions transverses de compression et de cisaillement, plusieurs options sont proposées et nous pensons que le modèle hypoélastique isotrope (rigidifiant) présente le meilleur compromis en terme de temps de calcul pour rendre compte de l'ensemble du comportement. Un modèle continu anisotrope est également proposé mais demande quelques approfondissements en terme d'implémentation pour déterminer son efficacité notamment pour prendre en compte la plasticité. Enfin, d'autres pistes permettant de prendre en compte l'anélasticité des structures fibreuses tissées sont proposées.



# Chapitre IV : Identification du Modèle

<b>1</b>	<b>Identification du modèle discret .....</b>	<b>106</b>
1.1	Raideur des mèches .....	106
	1.1.1 Calcul direct de la raideur .....	106
	1.1.2 Détermination à partir d'un essai .....	107
	1.1.3 Cas de maillages simplifiés .....	107
1.2	Embuvaie du tissé .....	108
	1.2.1 Maillage avec embuvaie .....	108
	1.2.2 Embuvaie matériel équivalent .....	109
<b>2</b>	<b>Identification du comportement transverse .....</b>	<b>110</b>
2.1	Identification en cisaillement .....	110
2.2	Identification en compression .....	111
	2.2.1 Dans le cas de maillages plans : identification analytique .....	112
	2.2.2 Pour des maillages plus complexes .....	114

Dans ce chapitre, est présentée une méthodologie permettant l'identification effective les différents paramètres du modèle numérique introduit au chapitre précédent.

Etant donnée la superposition des modèles continu et discret présenté plus tôt, nous cherchons des sollicitations types ne mettant en œuvre qu'une partie ciblée du comportement pour dissocier les différentes contributions. Pour cela nous utiliserons les données expérimentales relatives aux trois essais élémentaires réalisés : l'essai de traction, l'essai de compression et l'essai de cisaillement. L'identification analytique les différents paramètres matériau est réalisée quand cela est possible. Une approche inverse est utilisée dans les autres cas.

L'identification effective dans le cas de trois géométries élémentaires particulières est ensuite réalisée.

# 1 Identification du modèle discret

Le modèle discret permet de simuler l'anisotropie du matériau. S'il a une importance capitale sur les modes de déformations particuliers admissibles par un tissu (cf. Bias Test), c'est bien un essai de traction qui permet d'identifier ses paramètres. En effet, les raideurs mises en œuvre dans ce modèle étant tellement plus grandes que celles du modèle continu (dit de second ordre), il n'est pas caractérisable lors d'un essai de cisaillement, pour lequel ses paramètres ont peu d'influence.

Lors d'un essai de traction, nous nous trouvons bien avec la superposition des deux contributions : modèle discret (et modèle continu). En théorie, il n'est alors pas possible d'identifier l'un des modèles sans l'autre, et le recours à une identification inverse est alors nécessaire. En pratique, il s'avère que la partie continue oppose en traction une résistance très faible, et que son influence est parfois négligeable (en fonction du type de maillage de mèches considéré voir *Par. I.2*). Cette considération nous permettra donc d'envisager dans certains cas une identification analytique du modèle discret.

Plusieurs approches sont étudiées pour déterminer les deux paramètres de ce modèle que sont la raideur des mèches et l'embuvage du tissé.

---

## 1.1 Raideur des mèches

### 1.1.1 Calcul direct de la raideur

---

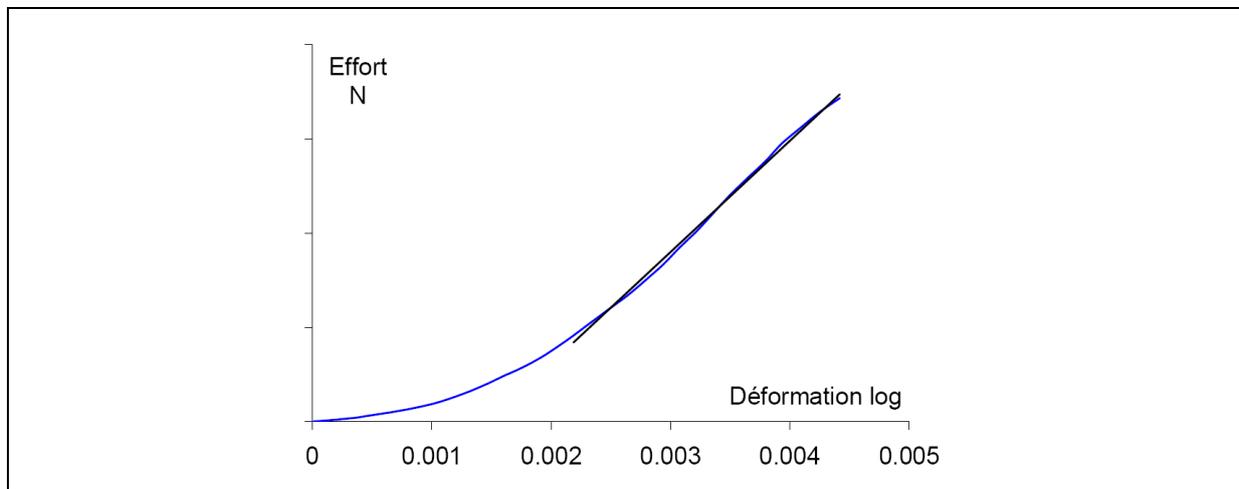
La raideur des mèches peut être accessible analytiquement à partir du moment où les propriétés géométriques de conception du tissu sont connues. En effet, la raideur d'une mèche peut être estimée en fonction de la section de carbone qu'elle contient. Soit par exemple, pour une mèche de 12 k (soit 12000 fibres) :

- Masse linéique,  $m_l$  : 446 g/km ( $4,46 \cdot 10^{-4}$  kg/m)
- Masse volumique du carbone,  $\rho$  : 1780 kg/m<sup>3</sup>
- Section de carbone dans une mèche,  $S$  :  $m_l / \rho$
- Raideur du carbone,  $E_c$  : 276 GPa ( $2,76 \cdot 10^{11}$  N/ m<sup>2</sup>)
- Raideur (ou module de tension) d'une mèche de tension de 12 k,  $C = E_c \cdot S$

$$C = \frac{m_l}{\rho} E_c = 6,91551 \cdot 10^{+4} \text{ N} \quad (\text{IV.1.1})$$

### 1.1.2 Détermination à partir d'un essai

Ce module peut également être identifié à partir d'un essai de traction ; en effet, il est possible d'identifier sur la **Fig. IV-1** une deuxième partie linéaire, lors de l'essai, qui est caractéristique de la raideur des mèches. En approximant cette partie par une droite, nous identifions la raideur de l'éprouvette. On peut remonter à la raideur des mèches en divisant cette raideur par le nombre de mèches présentes dans une section de tissu. En pratique, on constate une raideur équivalente par mèche bien inférieure à ce qui est attendu : l'éprouvette est huit fois plus souple que le barreau de carbone de section équivalente. Ceci s'explique par l'embuvage du tissé et par le nombre de fibres qui le constituent. En effet, toutes les fibres ne se tendent pas en même temps, ce qui diminue la raideur effective du tissé sec.



**Figure IV-1 : Résultat d'un essai de traction**

On identifie alors expérimentalement le module de tension  $C^e$  de l'éprouvette.

### 1.1.3 Cas de maillages simplifiés

1 élément dans la section	4 éléments dans la section	50 éléments dans la section
$C^m = C^e$	$C^m = C^e/4$	$C^m = C^e/50$

**Figure IV-2 : Module de mèche équivalent pour un maillage approximé**

Il est envisageable d'utiliser un maillage approximé de la structure (cf. **Fig. IV-2**). En effet, la prise en compte de chaque mèche peut entraîner une finesse de maillage trop grande du point de vue du temps de calcul ; il peut être utile alors de réaliser une « texture équivalente » permettant d'approximer la géométrie réelle.

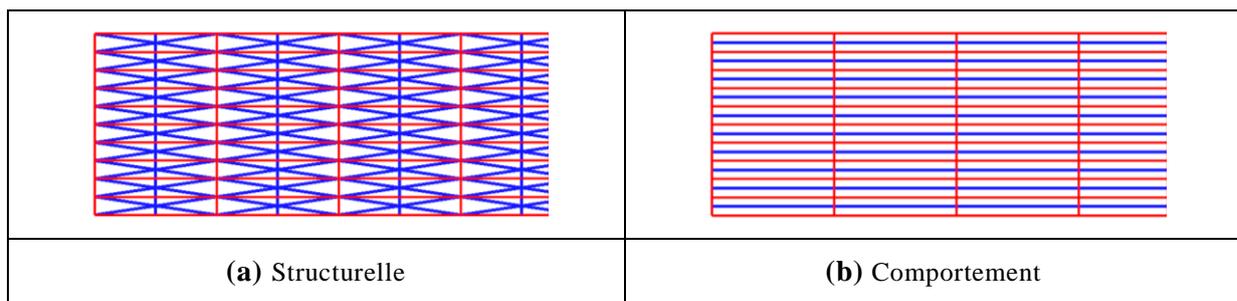
Dans ce cas, les mèches doivent être considérées comme des mèches équivalentes. La raideur identifiée devra donc tenir compte de ce cumul puisqu'une mèche équivalente représentera un ensemble de mèches. Le module de tension des mèches  $C^m$  dépendra alors de la finesse de maillage de la structure complète, par le biais du nombre de mèches présentes dans une section.

## 1.2 Embuvage du tissé

Dans notre approche, il existe deux possibilités pour rendre compte de la non linéarité matérielle en traction due à l'embuvage du tissé (cf. **Chap. III- 3.3.2**) :

Une prise en compte dite **structurelle**, qui consiste à mailler le tissu suffisamment finement ; le maillage de mèches possède alors un embuvage comparable à celui du tissé. La non linéarité est ainsi gérée par la compaction du modèle continu qui intervient quand le tissé se tend. Dans ce cas, la réponse en traction dépend également du modèle continu, et une identification par approche inverse est alors nécessaire.

Une prise en compte par le **comportement**. La non linéarité est alors introduite directement dans le comportement des mèches ; deux raideurs sont alors introduites selon que l'on considère la mèche comme tendue ou non. La transition entre ces deux raideurs est pilotée par un paramètre d'embuvage propre à chaque mèche et qui peut être identifié directement sur l'essai de traction.



**Figure IV-3 : Prise en compte de l'embuvage : structurelle (a) ou via le comportement (b)**

### 1.2.1 Maillage avec embuvage

Dans le cas de la **Fig. IV-3(a)**, il faut déterminer l'embuvage du maillage de mèches. Ce paramètre **Emb** est une donnée matériau, et peut être introduite tel quel ou peut être identifié sur un essai. Une approche inverse est alors nécessaire. Nous utilisons pour piloter cet embuvage, un paramètre **Emb** compris entre 0 et 1. Ainsi, une mèche non embuvée correspond à la valeur 0 et une mèche confondue avec la diagonale de l'élément correspond au paramètre 1. Le degré

d'embuvage sera alors également influencé par les dimensions de l'élément pour un paramètre d'embuvage donné ; l'origine de ce paramètre vient de la mise en donnée des mèches, en effet, nous avons choisi de définir les mèches par élément en fonction des coordonnées des points d'entrée et de sortie de celles-ci. Ces coordonnées sont données dans l'espace de référence de l'élément  $[-1,1]^3$ . Ce paramètre correspond alors à une coordonnée dans l'espace de référence.

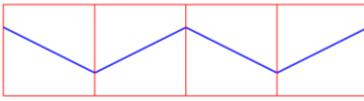
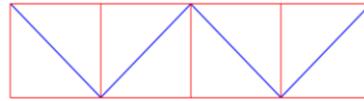
		
$[-1,0,0]/[+1,0,0]$ $[-1,0,0]/[+1,0,0]$ $Emb = 0$	$[-1,0,+0.5]/[+1,0,-0.5]$ $[-1,0,-0.5]/[+1,0,+0.5]$ $Emb = 0.5$	$[-1,0,+1]/[+1,0,-1]$ $[-1,0,-1]/[+1,0,+1]$ $Emb = 1$

Figure IV-4 : Différents degrés d'embuvage des mèches et paramètre correspondant

Dans ce cas l'identification directe des paramètres du modèle discret est impossible et une approche inverse est nécessaire. Nous utiliserons l'algorithme de Levenberg-Marquardt [SCH92] qui combine un gradient conjugué avec la méthode de Gauss-Newton. Cette approche sera également nécessaire pour une identification en cisaillement.

### 1.2.2 Embuvage matériel équivalent

Ici, c'est le comportement des mèches qui est modifié afin de rendre compte de l'embuvage. Alors, deux raideurs de mèches sont considérées ; la transition étant une valeur de déformation caractéristique. Ces trois grandeurs peuvent être mesurées directement sur la courbe :

- La raideur identifiée du domaine linéaire (une droite).
- Une deuxième raideur permettant de joindre cette première droite à partir de l'origine.
- La déformation de transition qui est l'intersection de ces deux courbes notée *ho* Fig. IV-5 ou  $\lambda_{emb}$  par la suite.

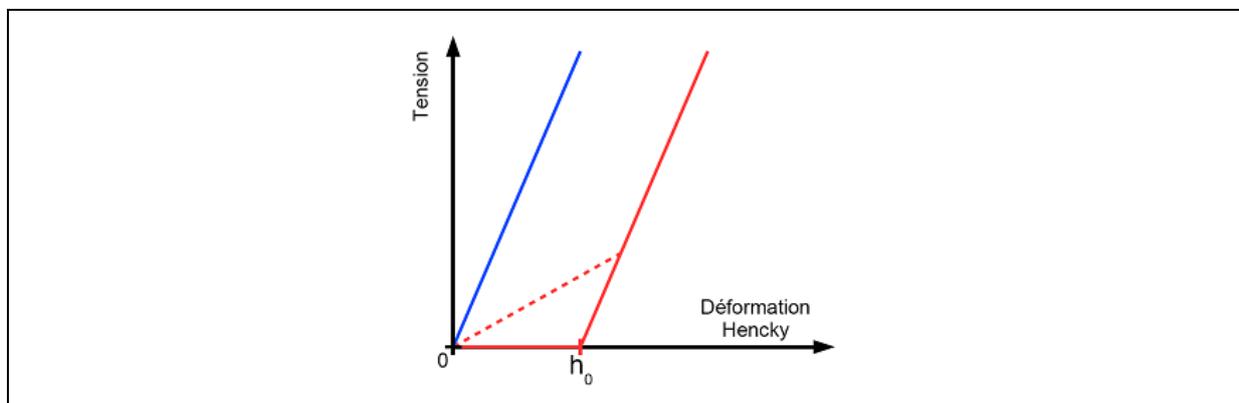


Figure IV-5 : Comportement en tension d'une mèche permettant de simuler l'embuvage

## 2 Identification du comportement transverse

Dans le cas général, il est difficile de découpler les différentes contributions du modèle, car dès que les mèches sont sollicitées, le matériau continu l'est aussi. Il existe quand même des modes de déformations particuliers en fonction du tissage qui permettent de cibler un comportement matériel spécifique. C'est le cas du cisaillement pur qui se fait par définition sans élongation des mèches et dans certains cas la compression.

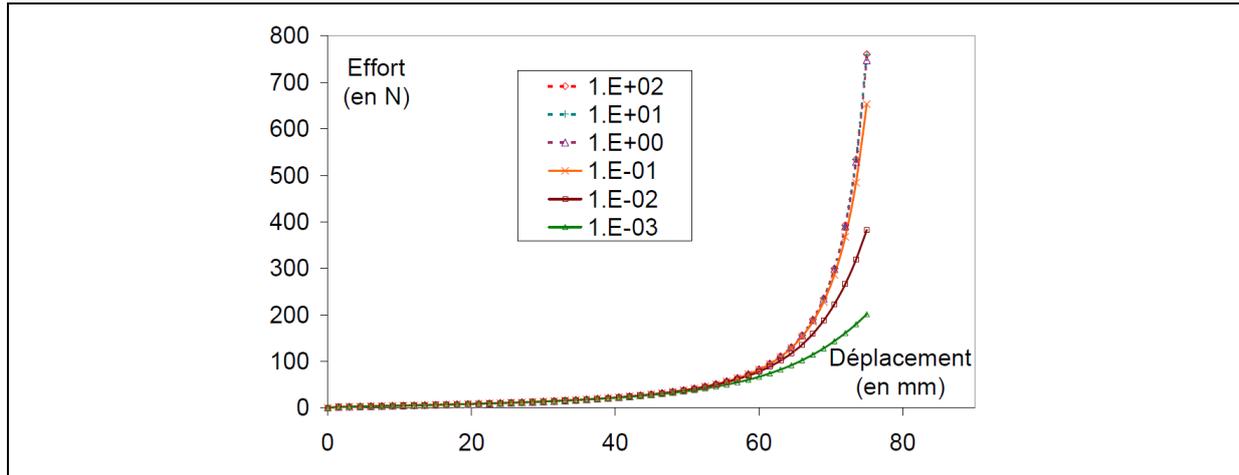
---

### 2.1 Identification en cisaillement

Une cinématique particulière qui ne sollicite pas les mèches en tension est celle de cisaillement pur. En effet, lors d'un essai de Picture Frame, l'effort développé est uniquement dû au comportement transverse du modèle. L'essai de cisaillement pratiqué actuellement est plutôt celui de Bias Test (cf. *Chap. II-3* pour en connaître les raisons). Néanmoins, un lien entre ces deux essais a été établi par le biais du couple *surfactive de cisaillement* *Chap. II-3*. Il est plus délicat de considérer que le comportement longitudinal n'a pas d'influence non plus en Bias Test ; c'est cependant ce qui a pu être observé lors de simulations (cf. *Fig. IV-6*). La raideur des mèches a un effet sur la réponse en Bias Test lorsque les comportements en tension et en cisaillement ont des ordres de grandeur comparables ; par contre, dès que l'on s'approche de rapports propres aux tissés, à savoir un facteur  $10^{+3}$  entre la raideur en tension (bien supérieure) et la raideur en cisaillement, la cinématique induite par les tests se rapproche de la cinématique théorique établie, et la raideur des mèches n'a alors plus d'influence sur la réponse. Seul le comportement transverse du tissé intervient.

Des simulations pour un comportement transverse donné et faisant varier la raideur des mèches de  $10^{-3}$  à  $10^{+2}$  fois la raideur théorique calculée (à partir de la section de carbone effectivement présente dans l'éprouvette) ont été réalisées. Dans l'exemple traité, on constate qu'une variation de la raideur des mèches n'a plus d'influence sur l'allure de la réponse en Bias Test tant que le ratio de raideur *longitudinal sur transverse* reste supérieur à  $10^{+2}$  (à partir de 10% de la raideur réelle).

La raideur longitudinale est calculée à partir du module de tension de l'éprouvette (somme des module de tension des mèches) divisé par la section. Cette grandeur est à considérer avec précaution car elle peut varier en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette : quand l'épaisseur diminue, la raideur de tension (en MPa) augmente pour un module de tension (en N) constant. Elle est calculée à titre indicatif pour pouvoir comparer le modèle discret et le modèle continu.



**Figure IV-6 : Raideur de mèches croissantes en Bias Test – de  $10^{E-3}$  à  $10^{E+2}$  fois la raideur réelle – stabilisation de la réponse au delà de 10% de la raideur réelle**

Il est donc possible d'identifier notre comportement transverse soit en simulant l'essai de Bias Test directement, soit en traitant les données expérimentales pour considérer un essai de Picture Frame. L'identification analytique du modèle hypoélastique (rigidifiant) en cisaillement n'étant pas triviale, nous préférons une approche inverse basée sur une minimisation de l'erreur au sens des moindres carrés entre l'effort mesuré lors de l'essai de Bias Test et celui issu de la simulation correspondante.

## 2.2 Identification en compression

Nous avons souligné l'analogie existant entre le mécanisme de cisaillement et celui en compression d'un tissu (cf. *Sec. IV-2.1*) qui sont alors pris en compte par un même jeu de paramètres matériaux (modèle hypoélastique isotrope rigidifiant). L'identification en cisaillement permet donc de déterminer l'ensemble des paramètres du modèle. Pour vérifier l'hypothèse forte d'analogie entre compression et cisaillement, les paramètres du modèle continu sont également évalués en compression puis comparés avec ceux obtenus en cisaillement.

Pendant un tel essai, les mèches ne sont pas non plus sollicitées longitudinalement. Ceci est aussi vérifié dans le modèle pour un maillage de mèches plan (cf. *Fig. IV-3*). Pour un maillage plus complexe par contre, lorsque l'embuvage du tissu est décrit spatialement, les mèches présentent une composante dans la direction hors plan. Une sollicitation de compression du tissu comprime alors également le modèle discret longitudinalement, ce qui apporte une raideur additionnelle. Il faudra en tenir compte lors de l'identification.

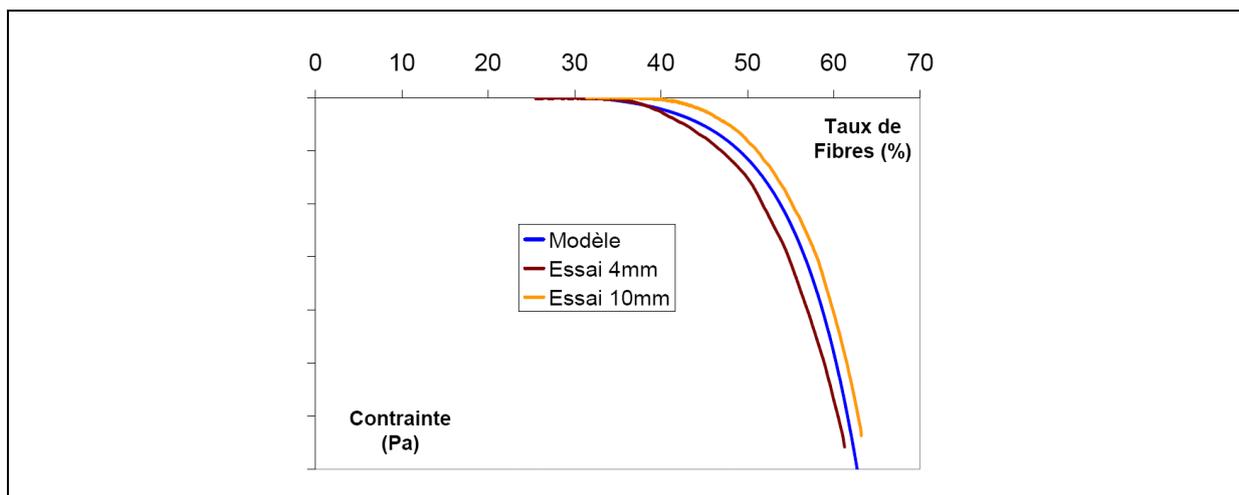
### 2.2.1 Dans le cas de maillages plans : identification analytique

Dans ce cas, comme en cisaillement, les mèches ne sont pas sollicitées longitudinalement. Nous avons vu dans le chapitre précédent les deux formes envisagées pour le comportements transverse : une forme en exponentielle, et une forme en puissance du taux volumique de fibres. La forme en exponentielle a été privilégiée et implémentée une fois réécrite en taux de contrainte et taux de déformation. Nous sommes ici dans un cas uniaxial, la déformation cumulée tensorielle [GIL93] ne pose donc pas de problèmes de changement de base, et permet d'obtenir directement la solution analytique. De plus, pour les matériaux fibreux, nous pouvons considérer un coefficient de poisson nul (au moins pour de faibles taux de compactions) car, ces matériaux étant constitués de beaucoup de « vide », la compaction dans une direction se fait sans gonflement dans les autres directions. Le comportement est donc d'autant simplifié, et la contrainte est déterminée uniquement à partir de la déformation de compression. L'équation permettant de lier la contrainte au taux volumique de fibres est alors :

$$\sigma Vf = -A \exp B.Vf - \exp B.Vf_0 \quad (\text{IV.2.1})$$

Où  $A$  et  $B$  sont les mêmes coefficients que la loi hypoélastique implémentée.

Cette solution *analytique* est identifiée directement à partir des essais expérimentaux (méthode de minimisation de type moindres carrés). Le volume de fibres initial ainsi que l'épaisseur initiale sont mesurés directement sur l'éprouvette.



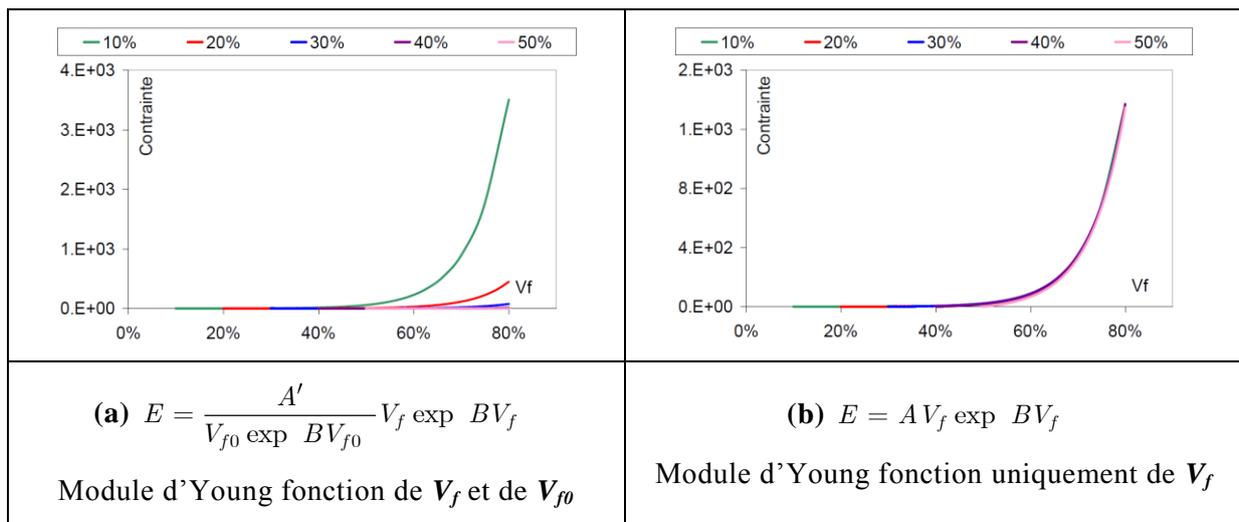
**Figure IV-7 : Essais de compression sur deux interlocks d'épaisseurs différentes et modèle identifié correspondant.**

S'il existe une grande variabilité sur la mesure de l'épaisseur initiale des échantillons, l'écriture du comportement en fonction du taux volumique permet d'être peu sensible à cette variation. C'est ce qui a été prouvé lors de simulations sur des échantillons d'épaisseur initiale différentes,

mais possédant une même quantité de fibres. Le taux volumique de fibre initial est déterminé comme ceci.

Volume de fibres $V_F$ fixé	$V_f = \frac{V_F}{S.e}$	$\frac{V_F}{S} = V_{f0}.e_0 = V_{f1}.e_1 = \dots$
$e_0$		$V_{f0}=10\%$
$e_1=e_0/2$		$V_{f1}=20\%$
$e_2=e_0/3$		$V_{f2}=30\%$
$e_3=e_0/4$		$V_{f3}=40\%$
$e_4=e_0/5$		$V_{f4}=50\%$

Deux lois ont été testées ; l'une permettant de conserver un module d'Young initial égal pour chaque épaisseur testée, l'autre gardant une même évolution du module d'Young fonction uniquement du taux volumique de fibres cf. **Fig. IV-8**.



**Figure IV-8 : Simulations de compression d'un volume donné de fibres pour différents taux de fibres initiaux : épaisseurs initiales variables**

La forme **(b)** de la **Fig. IV-8** permet, avec une approche hypoélastique, de rendre compte convenablement du comportement quelle que soit l'épaisseur initiale. Cette propriété, capitale pour le modèle, provient de la forme en exponentielle du comportement qui devient très souple pour de faibles taux volumiques de fibres. Il est donc possible d'imposer pour la simulation des taux volumiques initiaux différent en fonction des zones considérées de la préforme. Ce qui est effectivement le cas de préformes réelles sortant de métier à tissé.

Le pendant de ceci est un matériau qui n'oppose quasiment aucune résistance en traction dans la direction normale aux fibres. Ceci reste toutefois cohérent avec la physique puisqu'un « tas de fibres » (non tissées) est très souple en traction hors de la direction des fibres, et même à la li-

mite, rencontre une décohésion totale. Dans le matériau interlock, c'est bien l'action des mèches liant les couches qui donne sa tenue au matériau. Le modèle semi discret proposé répond donc également à cet aspect.

L'équation (a) de la *Fig. IV-8* quant à elle permet de bien dissocier dans le modèle continu l'action des deux coefficients  $A'$  et  $B$ . Elle a une forme permettant d'améliorer la convergence de l'algorithme de minimisation. Donc, pour une épaisseur donnée, relativement à l'essai réellement réalisé, les paramètres  $A'$  et  $B$  sont identifiés à l'aide de la loi (a) puis est déterminé  $A$  qui permet d'utiliser la loi (b) pour les simulations réelles.

### 2.2.2 Pour des maillages plus complexes

---

Ce découplage des sollicitations n'est plus vrai en compression lorsque les mèches ont une composante hors plan ; en effet, celles-ci sont alors sollicitées en compression. Néanmoins, plusieurs solutions sont envisagées pour s'affranchir de ceci :

- Utiliser un comportement des mèches en compression très faible voir nul.
- Adopter une approche inverse pour identifier le comportement.

La raideur des mèches à appliquer en compression reste un sujet délicat, car plusieurs phénomènes sont liés à ce comportement. Si un essai de traction sur une mèche conduit à une raideur élevée (de l'ordre de celle de la section de carbone), il n'en va pas de même pour la compression, qui n'oppose aucune rigidité. Ceci vient bien évidemment du flambement immédiat de la mèche seule qui est dû à sa très faible raideur en flexion. Dans un tissé plan, cette raideur en compression est à l'origine de plis (également occasionnés par le cisaillement). Pour des tissés simples, il est alors clair que la raideur des mèches en compression ne doit pas être nulle car elle traduit un phénomène physique ; il en va de même pour un interlock maillé finement dans lequel des flambements locaux de mèches peuvent être observés.

Cette vision se complique si l'on considère un maillage équivalent simplifié. Cette technique peut être envisagée pour simuler une préforme contenant « trop » de mèches. Nous utilisons alors le comportement non linéaire de mèche décrit au *Sec. III-3.3.2*, traduisant l'embuvage du tissé réel. Des flambements locaux sont toujours possibles dans la préforme, et les « mèches équivalentes » devront être plus souples pour traduire ceci. A ce niveau, des essais supplémentaires seraient nécessaires pour identifier correctement les propriétés matérielles conduisant à ce phénomène.

# Chapitre V : Simulations de Mise en Forme et Comparaison

<b>1</b>	<b>Emboutissage hémisphérique.....</b>	<b>116</b>
1.1	Expérience.....	116
1.2	Simulation.....	120
1.3	Comparaison.....	123

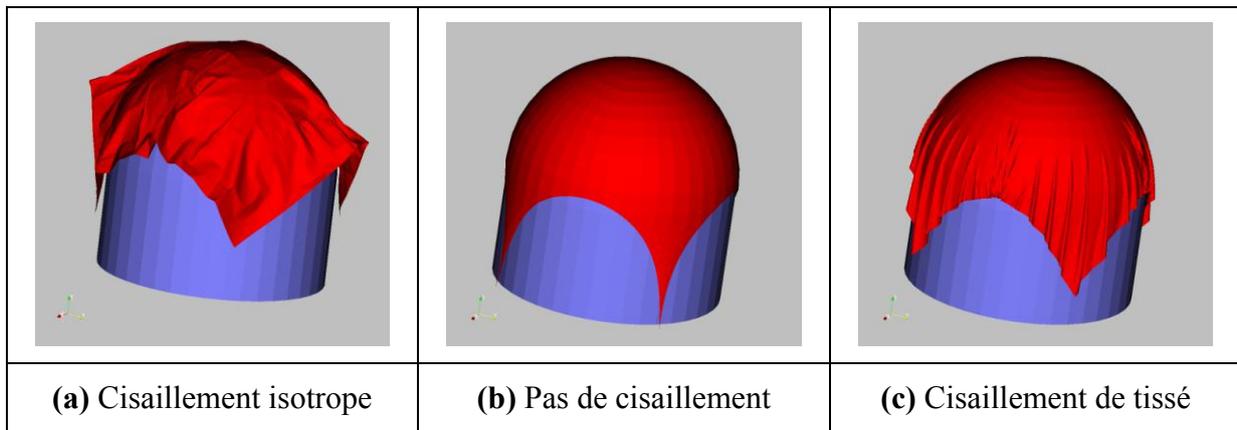
Dans ce chapitre nous présentons quelques exemples d'applications du modèle développé permettant de simuler le comportement de matériaux interlock lors de leur mise en forme.

Tout d'abord, un exemple d'emboutissage hémisphérique est présenté, avec confrontation à l'expérience réalisée. Puis le modèle est testé pour la mise en forme d'une aube simplifiée.

# 1 Emboutissage hémisphérique

## 1.1 Expérience

L'essai d'emboutissage est couramment rencontré en mise en forme de matériaux et en particulier pour les textiles [BOI95] [CHE01] [HAM08] car il présente l'avantage d'offrir une forme à double courbure à partir d'un outillage facile à réaliser.



**Figure V-1 : Drapage sur une forme hémisphérique pour un matériau isotrope puis un tissé sans ou avec prise en compte du comportement en cisaillement [HAM07]**

La double courbure du poinçon dans notre cas permet alors de cisailer l'échantillon. En effet, toute mise en forme sur une surface non développable nécessite une accommodation du matériau en cisaillement quand cela est possible ou par plissement si non (cf. *Fig. V-1*) :

- (a) Pour un matériau isotrope classique tel que du papier, l'accommodation n'est pas possible et le matériau « feuille de papier » présente alors rapidement des flambements (papier froissé).
- (b) Un matériau tissé pouvant se cisailer indéfiniment épouse parfaitement la forme sphérique du poinçon.
- (c) Un tissé réel (avec prise en compte du comportement en cisaillement) épouse la forme jusqu'à un certain point et flambe quand le cisaillement devient trop importante (des plis apparaissent) [PRO97].

Pour solliciter un matériau interlock en cisaillement, nous avons donc réalisé des essais d'emboutissage. Le module utilisé est décrit *Annexe A-5*, il est monté sur la machine de traction Shenck et a été conçu pour déterminer des courbes limites de formage [TOU96] sur des tôles métalliques.

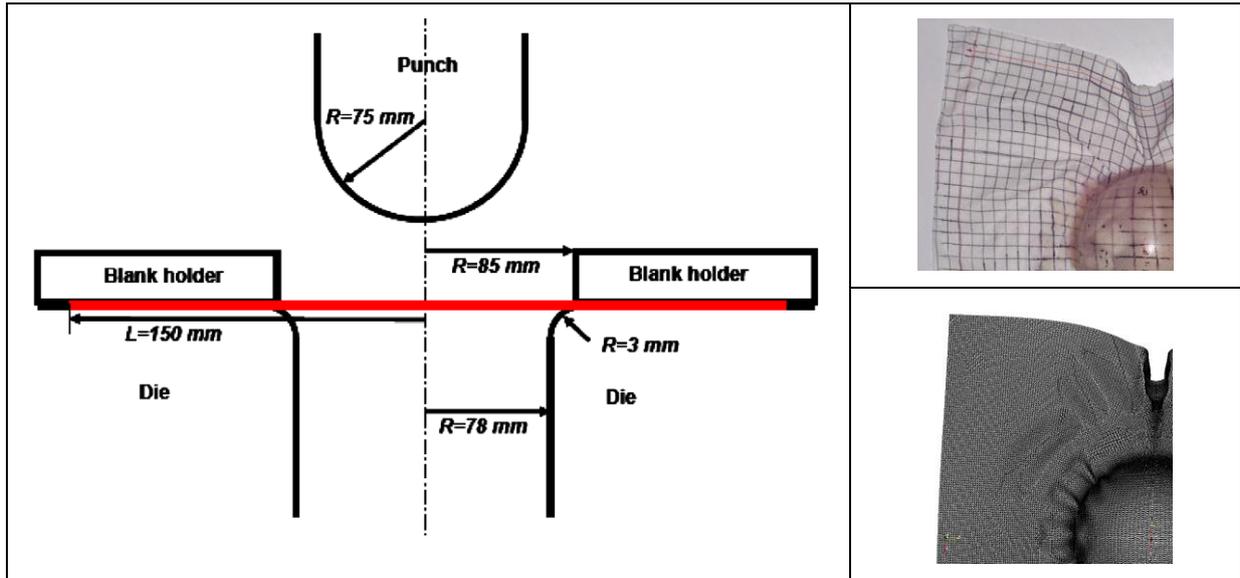


Figure V-2 : Emboutissage hémisphérique d'un tissu 2D avec serre flanc [HAM08]

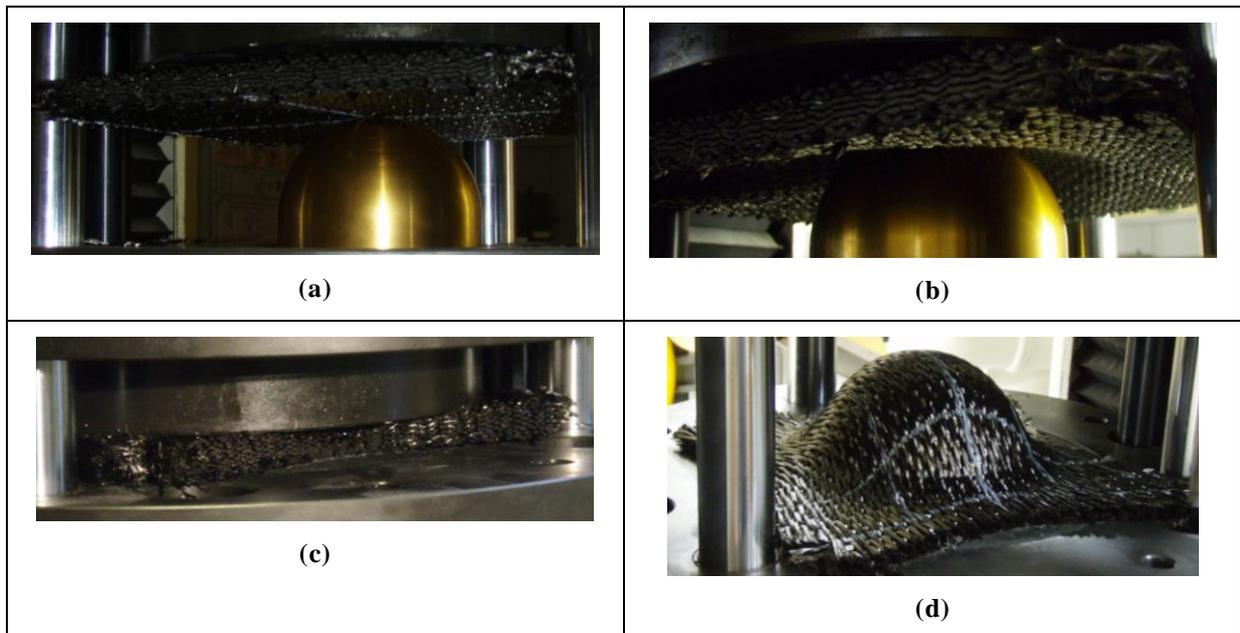


Figure V-3 : Emboutissage hémisphérique d'un interlock

La mise en forme est réalisée sans serre flanc, le matériau étant contraint entre le poinçon et la matrice *Fig. V-3* :

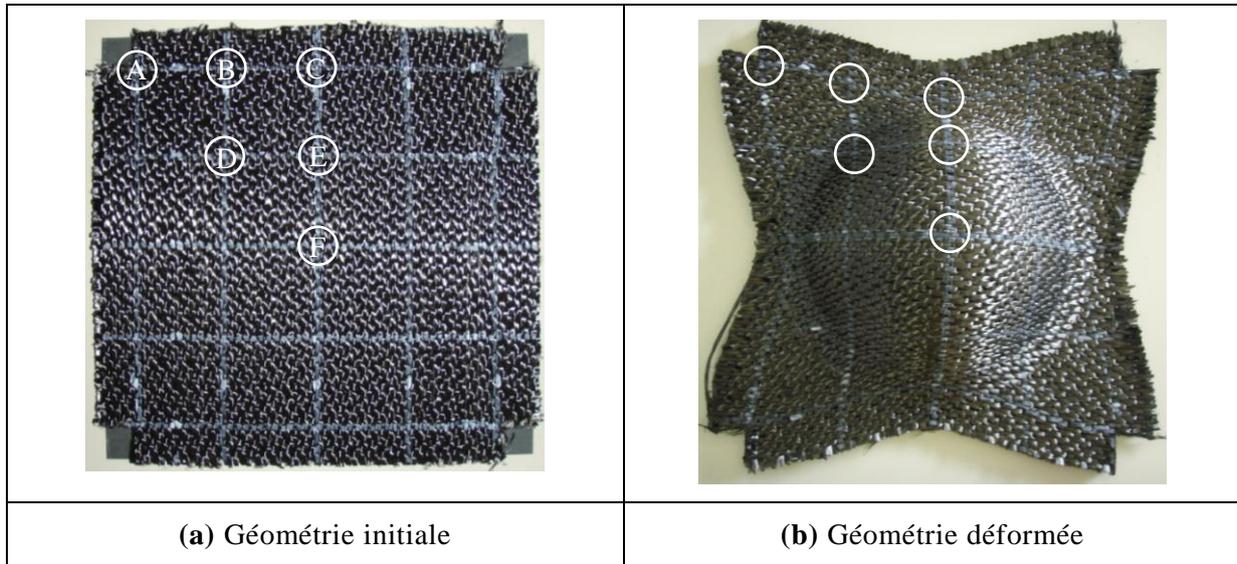
- (a) positionnement de l'éprouvette sur le poinçon (fixe) et positionnement de la matrice (mobile) en contact juste sur le tissu. Un faisceau laser est utilisé pour vérifier le bon positionnement du tissu (marqué au préalable) ainsi que pour ajuster la position initiale de la matrice en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette (mesurée au préalable).
- (b) descente de la matrice et emboutissage de la préforme sèche.
- (c) arrêt de l'essai lorsque le tissu est compacté entre les plans formés par la partie fixe et la partie mobile. Pour maintenir le matériau dans sa configuration, de la laque (de

coiffure) est projetée et injectée dans le renfort. Un délai est nécessaire pour que le produit se fige et maintienne ainsi la géométrie de l'éprouvette.

- (d) démoulage de la préforme.

Plusieurs mesures sont réalisées sur la géométrie finale.

L'angle de cisaillement est mesuré à partir de la grille (orientée par les mèches) initialement déposée **Fig. V-4**. Pour cela, des prises de vue au droit des zones d'intérêt ont été nécessaires.



**Figure V-4 : Eprouvette interlock avant et après déformation et zones de mesure de l'angle de cisaillement**

L'angle de cisaillement a donc été mesuré pour les six points **A** à **F** représentés **Fig. V-4**. Nous avons fait l'hypothèse que l'éprouvette est symétrique suivant le plan vertical et le plan horizontal de la **Fig. V-4**, ainsi, la valeur indiquée est une moyenne des mesures effectuées à chaque intersection semblable. Nous mesurons le cisaillement pour les zones :

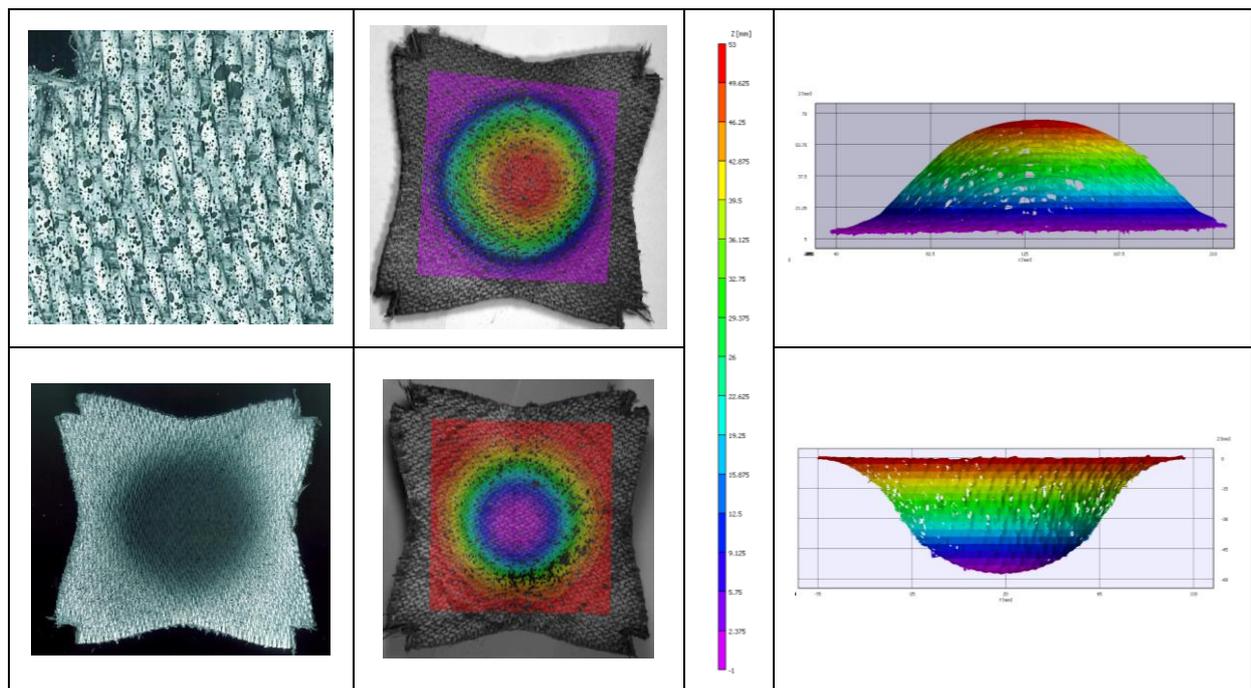
- C, E et F :  $0^\circ$
- A :  $18.9^\circ$
- B :  $20.3^\circ$
- D :  $26.8^\circ$

La mesure a été effectuée avec le logiciel **ImageJ**, mais reste entachée d'erreurs. En effet, l'épaisseur du trait, ainsi que l'orientation de prise de vue rendent cette mesure d'angle délicate, l'ordre de grandeur de l'erreur commise est de  $\pm 0.2^\circ$ . Une mesure plus précise serait possible en introduisant des fils traceurs minces en surface de l'éprouvette, leur direction étant plus facile à suivre que la direction d'une mèche.

La préforme a ensuite été scannée pour pouvoir évaluer son contour **Fig. V-5** partie gauche, et une mesure par stéréo corrélation a pu être effectuée **Fig. V-5** partie droite. Pour réaliser les mesures par corrélation, de la préforme un traitement a été nécessaire :

- Elle a été peinte en blanc pour éviter la brillance qui sature les capteurs et crée des artefacts de déplacements
- Un mouchetis noir a été déposé pour offrir au logiciel de corrélation un motif suffisamment aléatoire.

Cette technique n'avait pas été utilisée en Bias Test, car la peinture blanche déposée modifie fortement le comportement du matériau. Cette couche de peinture est finalement un bon liant pour terminer de figer l'éprouvette. Le résultat de cette stéréo corrélation est un palpage optique des peaux intérieure et extérieure de l'éprouvette. Un retournement de l'éprouvette a été nécessaire entre ces acquisitions.



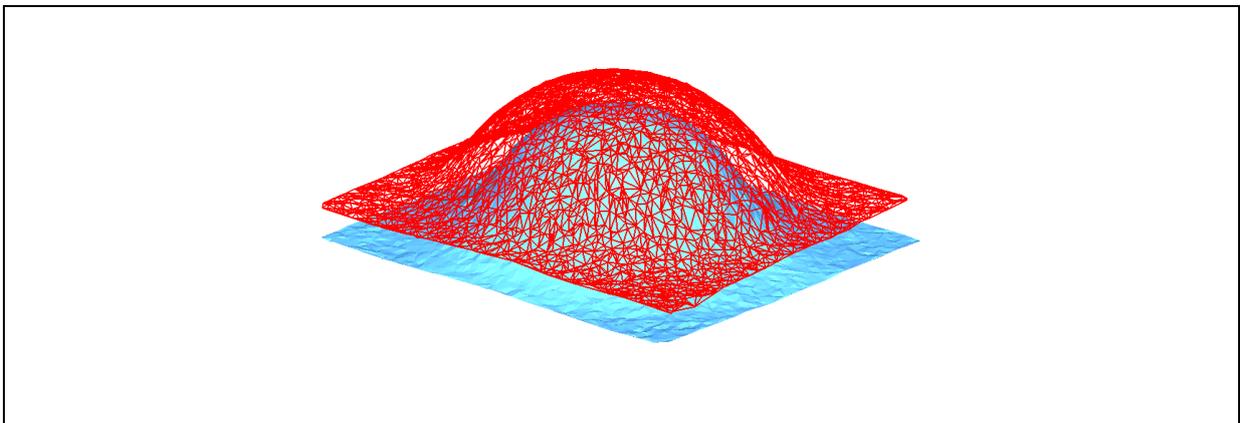
**Figure V-5 : Emboutissage hémisphérique d'un interlock – Scan de l'éprouvette à gauche / palpage optique par stéréo corrélation et cartographie d'altitude à droite**

Pour exprimer correctement les côtes mesurées, un balançage numérique des données a été nécessaire. Selon la peau mesurée : intérieure ou extérieure de l'éprouvette, la direction verticale et l'origine ont du être réévaluées :

- Pour la peau extérieure (dôme vers le haut), l'éprouvette étant bien à plat, la verticale est déterminée comme la direction normale au plan sur lequel repose l'éprouvette. L'origine est également prise à ce niveau. Ainsi, lors de la mesure, l'épaisseur effective de l'éprouvette est accessible.
- Pour la peau intérieure, l'éprouvette repose sur l'hémisphère. Nous utilisons alors comme référence le plan des moindres carrés passant par la face inférieure de l'éprouvette.

Les deux peaux sont alors mesurées à partir d'une même référence qui est le plan tangent à la face inférieure de l'éprouvette.

Le traitement des données par le logiciel de corrélation *Vic3D* ne permet pas d'avoir un positionnement précis de l'origine. La hauteur de l'origine est bien déterminée par la technique de balançage décrite au dessus. Le positionnement relatif des deux peaux dans le plan est peu précis. Nous avons alors recalé la position des peaux à partir d'une sphère des moindres carrés positionnée sur l'origine. Cette opération étant faite, le dôme et le creux sont alors positionnés de manière cohérente (comme si le poinçon était centré à l'origine). Cette opération a été réalisée dans *Matlab* qui nous permet également de formater le nuage de points obtenu pour qu'il soit compatible avec le format *.vtk* utilisé par *Paraview*, notre post processeur en matière de simulation. Les peaux mesurées expérimentalement sont représentées **Fig. V-6** grâce à un maillage généré par triangulation de Delaunay (dans Paraview).



**Figure V-6 : Mesures par stéréo corrélation de l'éprouvette déformée après repositionnement : peau supérieure représentée par des triangles et peau inférieure par une surface**

On note le bon positionnement relatif des deux dômes, qui nous permettra une comparaison avec la simulation.

---

## 1.2 Simulation

Une première série de simulations d'emboutissage a été réalisée pour deux orientations de mèches différentes. Un premier maillage possède des mèches à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  (orientées par les côtés de l'éprouvette). Le second possède des mèches à  $\pm 45^\circ$ . Le milieu continu est gardé identique pour ces deux simulations.

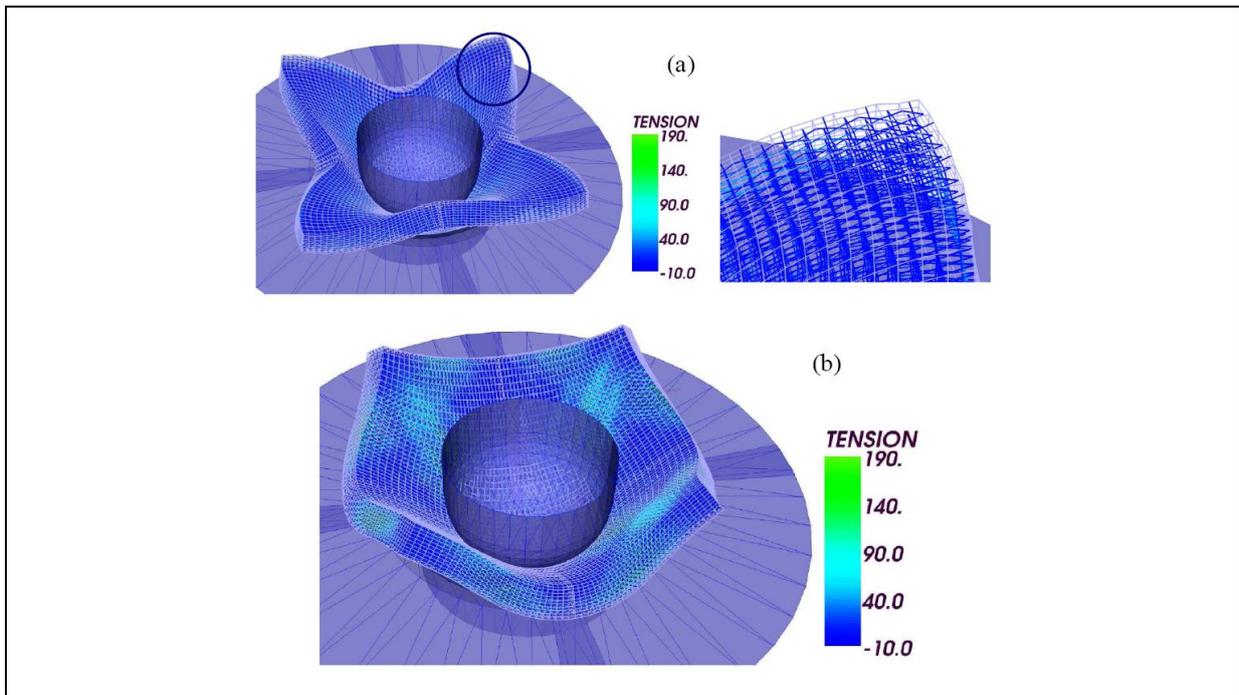


Figure V-7 : Simulation d'emboutissage d'un tissu interlock : mèches à 0°-90° (a) et +/- 45° (b) (un quart de géométrie considéré par symétrie)

Le résultat est donné *Fig. V-7*. La déformée est clairement influencée par l'orientation des mèches, ce qui a pu être observé expérimentalement par [GEL96] sur des tissus minces *Fig. V-8*.

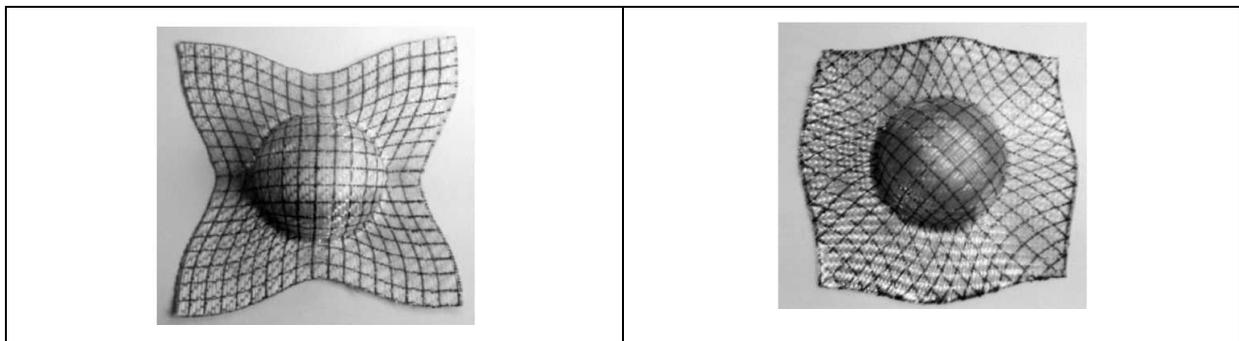
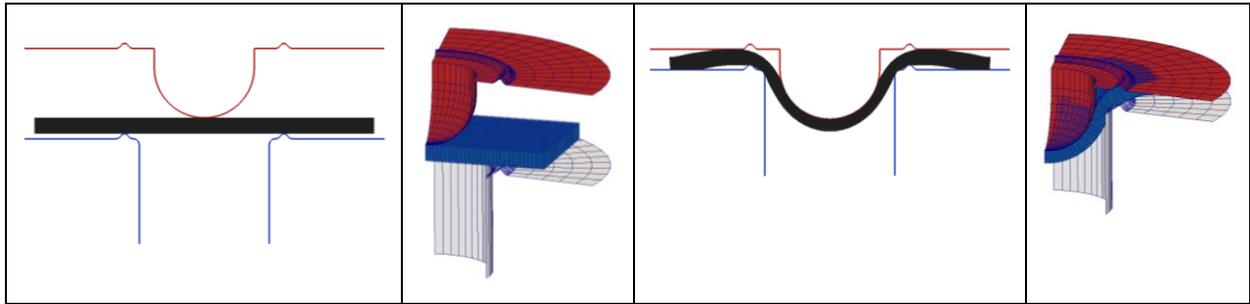


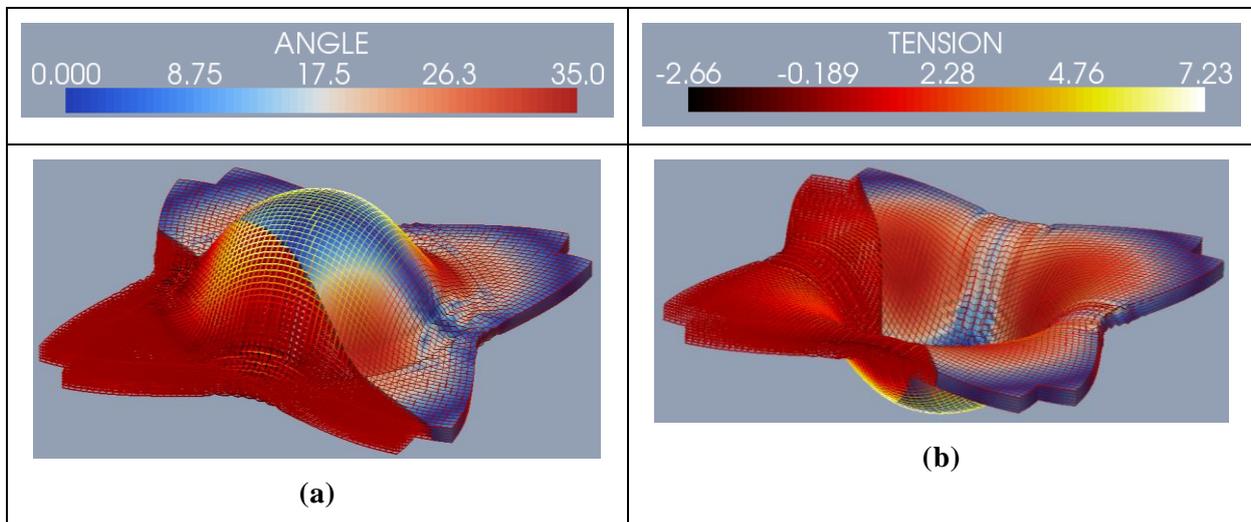
Figure V-8 : Emboutissage d'un même tissés pour deux orientations de fibres – 0°-90° et +/- 45° [GEL96]

Nous avons ensuite réalisé les simulations relatives aux essais réalisés sur le module d'emboutissage. Ce module ayant été dessiné et conçu au laboratoire, la géométrie exacte des outils a pu être récupérée. Le maillage des outils, réalisé dans *Matlab* représente alors précisément l'outillage utilisé expérimentalement. Nous avons testé deux types d'éléments issus de l'identification réalisée au *Chap. IV*.



**Figure V-9 : Simulation d'emboutissage d'un interlock d'épaisseur 7 mm (un quart de géométrie considéré par symétrie)**

La simulation est réalisée sur un quart de géométrie, par symétrie à la fois de l'outillage et du matériau *Fig. V-9*, et permet de déterminer l'angle de cisaillement du matériau, la tension dans les mèches et leur position *Fig. V-10*.



**Figure V-10 : Extérieur (a) et intérieur (b) de l'éprouvette emboutie simulée avec coupe du matériau continu – Tension dans les mèches (en N) / Angle de cisaillement (en deg)**

Cette simulation a été réalisée pour une finesse de maillage croissante (en modifiant par conséquent la raideur des mèches pour conserver une raideur globale de l'échantillon inchangée) et l'effort d'emboutissage résultant a été mesuré sur les outils. L'égalité des réponses traduit le peu de sensibilité de la méthode à la finesse du maillage. Ceci est évidemment à nuancer, car il est clair que la description correcte de flambements locaux n'est possible qu'avec un maillage suffisamment fin.

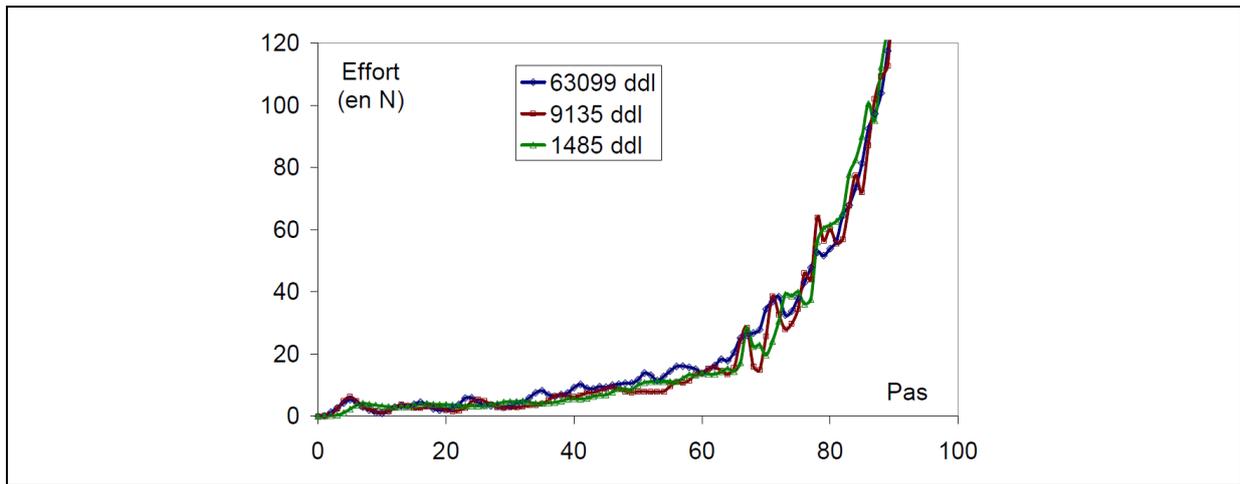


Figure V-11 : Réponse du matériau pour une finesse de maillage croissante (effort sur les outils) pour 1485 ddl (5 min de calcul), 9135 ddl (62 min) et 63099 ddl (515min)

### 1.3 Comparaison

Le résultat de la simulation a été comparé aux mesures effectuées lors des essais. La *Fig. V-12* représente la superposition du maillage de mèche issu de la simulation et du contour scanné de l'éprouvette déformée. Cette première comparaison est satisfaisante et illustre l'aptitude du modèle à rendre compte de l'anisotropie de la préforme.

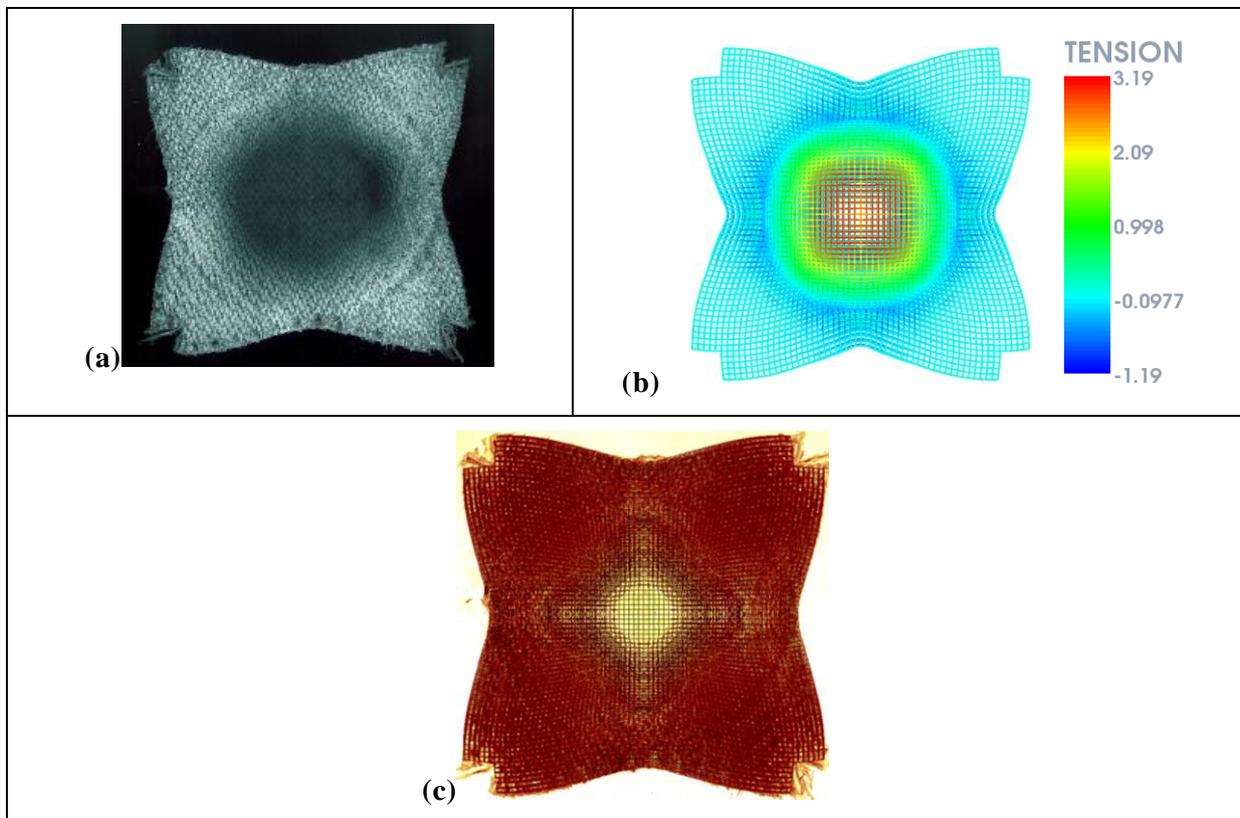
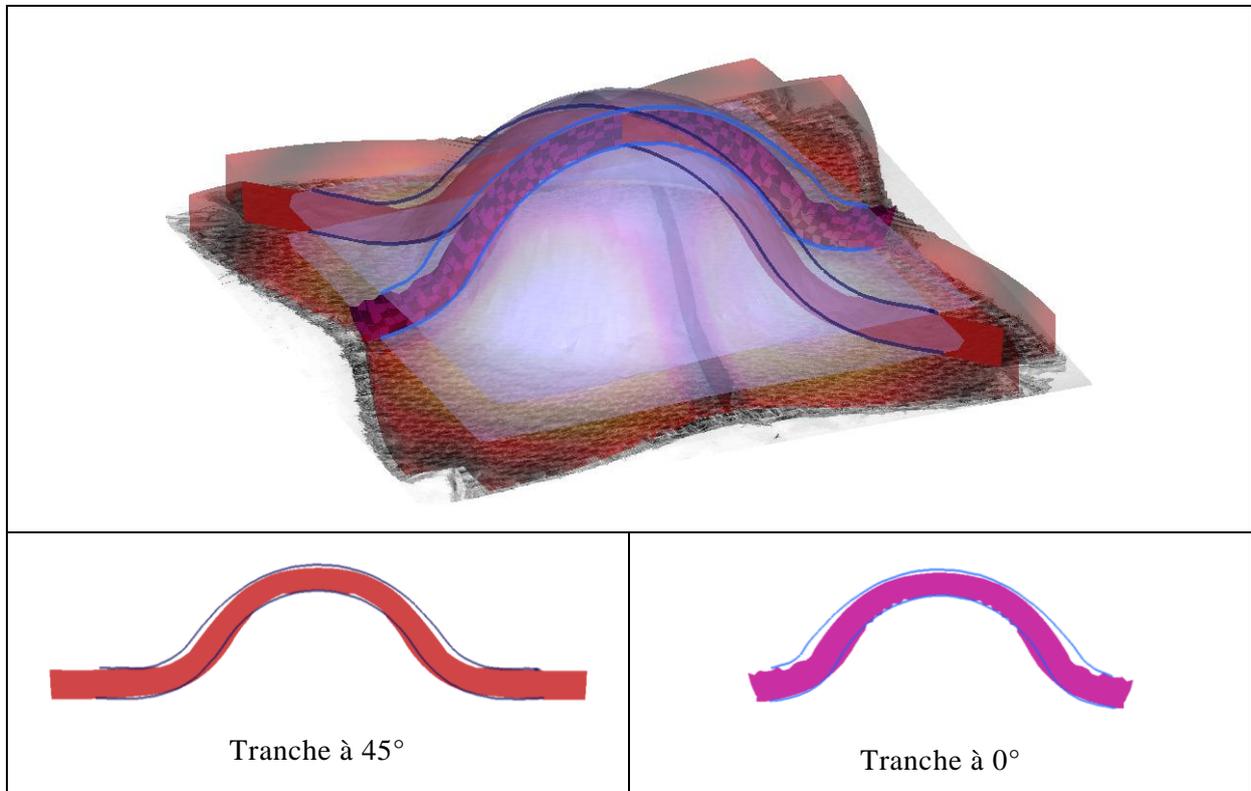


Figure V-12 : Comparaison entre la déformée simulée et la contour mesuré : (a) Scan de l'éprouvette, (b) Simulation et (c) Superposition des deux

La figure ci-dessous illustre une comparaison entre la géométrie mesurée par stéréo corrélation et la simulation. Les bandes (rouges) sont issues de la simulation alors que les traits (bleus) proviennent de la mesure. Ici aussi, on voit que les résultats issus de la simulation et de l'expérience sont proches.



**Figure V-13 : Comparaison entre la simulation – mesure par stéréo corrélation (traits bleus) et Scan pour un essai d'emboutissage sur un interlock de 15 mm**

---

# CONCLUSION

Le travail de recherche ici présenté s'inscrit dans l'étude des renforts composites à fibres longues, et plus particulièrement des renforts 3D interlocks. Il possède, comme on l'a vu, un volet expérimental et un volet numérique.

Les essais mécaniques réalisés en début de thèse ont permis de manipuler ces matériaux interlock et de s'imprégner de leur comportement avant d'entamer la phase de modélisation.

En effet, la première partie de cette thèse a été consacrée à la mesure sur textiles, et tout particulièrement à l'investigation du comportement en cisaillement. Pour cela, les deux tests majeurs permettant une caractérisation en cisaillement ont alors été étudiés et pratiqués avec tout de même une prédominance du Bias Test.

Ce volet expérimental a également permis de développer des méthodologies adaptées au dépouillement des essais de cisaillement guidés par la connaissance des mécanismes mis en jeu dans ces matériaux.

La corrélation d'images qui a une place de choix de nos jours en mécanique expérimentale et particulièrement pour les matériaux souples (où l'investigation par jauges est proscrite) a également été largement utilisée, puis maîtrisée avant de réaliser certains développements spécifiques à la mesure des tissés en termes :

- de revêtements et de mouchetis nécessaires à des prises de vue de qualité sur les tissés, puis d'étude mésoscopique de renforts en cisaillement qui nous a permis d'investiguer les mécanismes de cisaillement dans le Bias Test et ainsi de vérifier la cinématique postulée pendant le Master de Ali MAKKE [MAK07] (travaux qui ont contribué à [LOM08]) ;
- de traitement UV sensible avec le Master de Meriem BENZARTI permettant d'éviter le problème de brillance sur les fibres de carbone ;
- en terme de corrélation à proprement parler avec l'étude macroscopique du cisaillement par extraction du cisaillement, basée sur une hypothèse de cinématique du filet pendant la visite de Jian CAO qui a également donné lieu à une publication dans [LEE08a].

Ce volet a surtout été l'occasion de tester des matériaux interlock en vue de l'identification du modèle numérique.

Le deuxième volet de cette thèse a été la mise au point d'un outil de simulation de la mise en forme des matériaux interlocks. Ce travail de recherche est donc original puisque seuls des modèles pour la mise en forme des composites 2D étaient jusqu'alors disponibles.

La méthode développée permet ainsi de simuler l'anisotropie de la préforme en tenant compte des énergies de tension. Elle a donné lieu à une publication [DEL09], et a pu être testée, après

identification des propriétés matériau lors des essais, notamment pour des emboutissages de tissés épais au LaMCoS. L'outil de simulation développé a également été testé sur des mises en forme technologiques réelles à Snecma Villaroche.

On peut également citer comme perspectives pour donner suite à ce travail :

- La réalisation rapide de simulations technologiques sur aube réelle avec confrontation à l'expérience ;
- Une campagne d'identification plus poussée avec utilisation des tissages effectifs des éprouvettes ;
- Une investigation expérimentale du comportement en flexion ou en cisaillement hors plan de la préforme ;
- La parallélisation du code ;
- Un développement plus poussé encore du modèle contravariant, qui permettrait de différencier les comportements en compression, en cisaillement et en flexion ;
- L'introduction de la plasticité dans le modèle.

---

**BIBLIOGRAPHIE**

- [AIM07] **AIMENE Y.** Approche hyper-élastique pour la simulation des renforts fibreux en grandes transformations. Thèse LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 2007, 133 p.
- [AIM08] **AIMENE Y, HAGEGE B, SIDOROFF F, VIDAL-SALLE E, BOISSE P, DRIDI S.** Hyperelastic approach for composite reinforcement forming simulations. In : Proceedings of the 11th International ESAFORM conference on material forming, Lyon, France, 2008.
- [BAD07] **BADEL P, VIDAL-SALLE E, BOISSE P.** Computational determination of in-plane shear mechanical behaviour of textile composite reinforcements. Computational Materials Science, 2007, vol. 40, n°4, pp. 439-448.
- [BAD08a] **BADEL.** Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X. Thèse LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon. 2008, 149 p.
- [BAD08b] **BADEL P, VIDAL-SALLE E, BOISSE P.** Large deformation analysis of fibrous materials using rate constitutive equations. Computers and Structures, 2008, vol. 86, n°11-12, pp. 1164-1175.
- [BAD08c] **BADEL P, VIDAL-SALLE E, MAIRE E, BOISSE P.** Simulation and tomography analysis of textile composite reinforcement deformation at the mesoscopic scale Composites Science and Technology, 2008, doi:10.1016/j.compscitech.2008.04.038.
- [BAŞ00] **BAŞAR Y, WEICHERT D.** Nonlinear Continuum Mechanics of Solids, Fundamental Mathematical and Physical Concepts. Springer-Verlag, Berlin, 193 p. 2000.
- [BAT96] **BATHE KJ.** Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1037 p. 1996.
- [BEL08] **BEL S.** Élément quadrangulaire 2D pour l'étude du comportement en cisaillement des composites tissés. Analyse du verrouillage en cisaillement intrapli. Rapport de Master. Master Recherche LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 2008, 80 p.
- [BEL83] **BELYTSCHKO T.** An overview of semidiscretisation and time integration procedures. In: Belytschko T. and Hughes T.J.R., editor. Computation methods for transient analysis. Elsevier Science 1983. pp. 1-65.
- [BEL06] **BELYTSCHKO T, LIU WK, MORAN B.** Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. John Wiley & Sons, Chichester, 2006, 650 p.

- [BEN05] **BEN BOUBAKER B, HAUSSY B, GANGHOFFER JF.** Discrete models of fabrics accounting for yarn interactions. *European Journal of Computational Mechanics*, 2005, vol. 14, n°6-7, pp. 653-676.
- [BER88] **BERGSMA OK, HUISMAN J.** Deep Drawing of Fabric Reinforced Thermoplastics. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Aided Design in Composite Material Technology*, Springer-Verlag, 323-333 (1988).
- [BER89] **BEARDMAN P.** Automotive components: fabrication. In: A. Kelly, editor. *Concise encyclopedia of composite materials*, Oxford: Pergamon Press, 1989. pp. 24-31.
- [BOI95] **BOISSE P, CHEROUAT A, GELIN JC, SABHI H.** Experimental Study and Finite Element Simulation of a Glass Fiber Fabric Shaping Process. *Polymer composites*, 1995, vol. 16, n°1, pp. 83-95.
- [BOI01a] **BOISSE P, BUET K, GASSER JL, LAUNAY J.** Meso/macro-mechanical behaviour of textile reinforcements for thin composites. *CST*, 2001, vol. 61, n°3, pp. 395-401.
- [BOI01b] **BOISSE P, GASSER JL, HIVET G.** Analyses of fabric tensile behaviour: determination of the biaxial tension-strain surfaces and their use in forming simulations. *Composites: Part A*, 2001, vol. 32, n°10, pp. 1395-1414.
- [BOI04] **BOISSE P.** Mise en forme des renforts fibreux de composites. *Techniques de l'ingénieur*, AM3734:1-10, 2004.
- [BOI05a] **BOISSE P, ZOUARI B, GASSER JL.** A mesoscopic approach for the simulation of woven fibre composite forming. *Composites Science and Technology*, 2005, vol. 64, n°3-4, pp. 429-436.
- [BOI05b] **BOISSE P, GASSER A, HAGEGE B, BILLOËT JL.** Analysis of the mechanical behaviour of woven fibrous material using virtual tests at the unit cell level. *Journal of Materials Sciences*, 2005, vol. 40, pp. 5955-5962.
- [BOI06] **BOISSE P, ZOUARI B, DANIEL JL.** Importance of in-plane shear rigidity in finite element analysis of woven fabric composite preforming. *Composites Part A*, 2006, vol. 37, pp. 2201-2212.
- [BOI07] **BOISSE P.** Finite element analysis of composite forming. In: Long AC, editor. *Composite Forming technologies*. Woodhead Publishing ; 2007. pp. 46-79. Chapitre 3.
- [BOU97] **BOUBAKAR ML, BOISSE P, GELIN JC.** Numerical implementation of orthotropic plasticity for sheet metal forming analysis. *Journal of Material Processing and Technology*, 1997, vol. 65, pp. 143-152.

- [BOW89] **BOWEN DH.** Applications of composites: an overview. In: A. Kelly, editor. Concise encyclopedia of composite materials. Oxford: Pergamon Press, 1989. pp. 7–15.
- [BRI05] **BIGAUD D, DREANO L, HAMELIN P.** Models of interactions between process, microstructure and mechanical properties of composite materials--a study of the interlock layer-to-layer braiding technique. *Composite Structures*, 2005, vol. 67, n°1, pp. 99-114.
- [BUE98] **BUET K.** Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés. p. 129, Thèse de doctorat LM2S. Orléans : Université d'Orléans, 1998.
- [BUE01] **BUET K, BOISSE P.** Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements. *Experimental Mechanics*, 2001, vol. 41, n°3, pp. 260-269.
- [CAL07] **CALAHORRA BARRUTIA M, COULON A.** Simulation E. F. d'aubes de soufflantes composites de moteur d'avion : Rapport de projet de Fin d'étude GMC, Lyon : INSA de Lyon, 2007, 36 p.
- [CAO04] **CAO J, CHENG HS, YU TX, ZHU B, TAO XM, LOMOV SV, STOILOVA TZ, VERPOEST I, BOISSE P, LAUNAY J, HIVET G, LIU L, CHEN J, DE GRAAF EF, AKKERMAN R.** A cooperative benchmark effort on testing of woven composites, In: Proceedings of the 7th int. ESAFORM conference on material forming, Trondheim, Norway; 2004, p. 305-308.
- [CAO08] **CAO J, AKKERMAN R, BOISSE P, CHEN J, CHENG HS, DE GRAAF EF, GORCZYCA JL, HARRISON P, HIVET G, LAUNAY J, LEE W, LIU L, LOMOV SV, LONG A, DE LUYCKER E, MORESTIN F, PADVOISKIS J, PENG XQ, SHERWOOD J, STOILOVA T, TAO XM, VERPOEST I, WILLEMS A, WIGGERS J, YU TX, ZHU B.** Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: Experimental methods and benchmark results. *Composites Part A*, 2008, vol. 39, n°6, pp. 1037-1053.
- [CHE01] **CHEROUAT A, BILLOËT JL.** Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics. *Journal of Materials Processing Technology*, 2001, vol. 118, pp. 460-471.
- [CHR97] **CRISFIELD MA.** Non linear Finite Element Analysis of Solids and Structure: Advanced Topics, Volume 2. Chichester: John Wiley & Sons, 1997.
- [CLE01] **CLERC P.** Mesure de champs de déplacements et de déformations par stéréovision et corrélation d'images numériques. Thèse de doctorat LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 2001, 307 p.

- [DEL06] **DE LUYCKER E, BOISSE P, MORESTIN F.** In : SNECMA MAIA meeting. Villaroche, 2006.
- [DEL09] **DE LUYCKER E, MORESTIN F, BOISSE P, MARSAL D.** Simulation of 3D interlock composite preforming. *Composite Structures*, vol. 88, pp. 615-623, 2009.
- [DON01] **DONG L, LEKAKOU C, BADER MG.** Processing of Composites: Simulations of the Draping of Fabrics with Updated Material Behaviour Law. *Journal of Composite Materials*, 2001, vol. 35, n°2, pp. 138-163.
- [DOU06] **DOUTHE C, BAVEREL O, CARON JF.** Form-Finding of a Grid Shell in Composite Materials. *Journal of the International Association For Shell And Spatial Structures*, 2006, vol. 47, pp. 53-62.
- [DUH06] **DUHOVIC M, BHATTACHARYYA D.** Simulating the Deformation Mechanisms of Knitted Fabric Composites. *Composites Part A*, 2006, vol. 37, n°11, pp. 1897-1915.
- [DUM03a] **DUMONT F, HIVET G, ROTINAT R, LAUNAY J, BOISSE P, VACHER P.** Mesures de champs pour des essais de cisaillement sur des renforts tissés – Field measurements for shear tests on woven reinforcements. *Mécanique & Industries*, 2003, vol. 4, n°6, pp. 627-635.
- [DUM03b] **DUMONT F.** Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de composites tissés. Thèse de doctorat. Paris : Université Paris 6, 2003.
- [DUR05] **DURVILLE D.** Numerical simulation of entangled materials mechanical properties. *Journal of Materials Sciences*, 2005, vol. 40, pp. 5941-5948.
- [DUR07] **DURVILLE D.** Finite element simulation of textile materials at mesoscopic scale. In : Finite element modeling of textiles and textile composites conference, St-Petersburg, Russia, 2007.
- [GAT09] **GATOUILLAT S, VIDAL SALLE E, BOISSE, P.** Différentes approches pour la simulation de la mise en forme des renforts fibreux de composites. Les intérêts de l'approche mésoscopique. In : CFM, Marseille, 2009.
- [GEL96] **GELIN JC, CHEROUAT A, BOISSE P, SABHI H.** Manufacture of thin composite structures by the R.T.M. process: numerical simulation of the shaping operation. *Composite Science Technology*, 1996, vol. 56, n°7, pp. 711-718.
- [GIL93] **GILORMINI P, ROUDIER P, ROUGEE P.** Les déformations tensorielles cumulées. *Compte Rendus de l'Académie des Sciences Paris*, 1993, vol. 316, pp. 1499-1504.

- [HAG04] **HAGEGE B.** Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations. Thèse de doctorat. Paris : ENSAM, 2004, 263 p.
- [HAM07] **HAMILA N.** Simulation de la mise en forme des renforts composites mono et multi plis. Thèse LaMCoS. Lyon : INSA de Lyon, 2007, 137 p.
- [HAM08] **HAMILA N, BOISSE P.** Simulations of textile composite reinforcement draping using a new semi-discrete three node finite element. *Composites: Part B*, 2008, vol. 39, pp. 999–1010.
- [HAR04] **HARRISON DP, CLIFFORD MJ, LONG AC,** Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame and bias extension experiments. *Composites Science and Technology*, vol. 64, n°10-11, pp. 1453–1465, 2004.
- [HIV03] **HIVET G.** Modélisation mésoscopique pour le comportement bi-axial et la mise en forme des renforts de composites tissés. Thèse de doctorat LMSP. Orléans : Université d'Orléans, 2003, 146 p.
- [HIV05] **HIVET G, BOISSE P.** Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2005, vol. 42, pp. 25–49.
- [HUG80] **HUGHES TJR, WINGET J.** Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large deformation analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1980; vol. 15: 1862-1867.
- [HUG83] **HUGHES TJH, BELYTSCHKO T.** A precise of developments in computational methods for transient analysis. *Journal of Applied Mechanics* 1983; vol. 50: 1033-1041.
- [HUG87] **HUGHES TJH.** *The finite element method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis.* New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987
- [HSI99] **HSIAO SW, KIKUCHI N.** Numerical analysis and optimal design of composite thermoforming process. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 177:1-34, 1999.
- [JOH95] **JOHNSON AF.** Rheological model for the forming of fabric-reinforced thermoplastic sheets. *Composites Manufacturing*, vol. 6, n°3-4, pp. 153-160, 1995.
- [KAN01] **KANG MK, LEE WI, HAHN HT.** Analysis of vacuum bag resin transfer molding process. *Composites Part A*, vol. 32, n°11, pp. 1553–1560, 2001.

- [KAW73a] **KAWABATA S, NIWA M, KAWAI H.** The finite-deformation theory of plain weave fabrics – part I : the biaxial deformation theory. Journal of the Textile Institute, vol. 64, n°1, pp. 21-46, 1973.
- [KAW73b] **KAWABATA S, NIWA M, KAWAI H.** The finite-deformation theory of plain weave fabrics – part III : the shear deformation theory. Journal of the Textile Institute, vol. 64, n°2, pp. 62-85, 1973.
- [LAI05] **LAINÉ B, HIVET G, BOISSE P, BOUST F, LOMOV SV.** Permeability of the woven fabrics: a parametric study. In: Proceedings of the eighth ESAFORM conference, Cluj-Napoca; April 2005. p. 995–8.
- [LAU08] **LAUNAY J, HIVET G, DUONG AV, BOISSE P.** Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements. Composites Science and Technology, vol. 68, n°2, pp. 506-515, 2008.
- [LEB03] **LEBRUN G, BUREAU MN, DENAULT J.** Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of intraply shear properties of PP/glass commingled fabrics. Composite Structures, vol. 61, n°4, pp. 341-352, 2003.
- [LEE08a] **LEE W, PADVOISKIS J, CAO J, DE LUYCKER E, BOISSE P, MORESTIN F, CHEN J, SHERWOOD J.** Bias-extension of woven composite fabrics. In : Proceedings of the 11th International ESAFORM conference on material forming, Lyon, France, 2008.
- [LEE08b] **LEE W, CAO J, BADEL P, BOISSE P.** Non-orthogonal constitutive model for woven composites incorporating tensile effect on shear behavior. In : Proceedings of the 11th International ESAFORM conference on material forming, Lyon, France, 2008.
- [LIN07] **LIN H, WANG J, LONG AC, CLIFFORD MJ, HARRISSON P.** Predictive modelling for optimization of textile composite forming. CST, vol. 67, n°15-16, pp. 3242-3252, 2007.
- [LOI08] **LOIX F, BADEL P, ORGEAS L, GEINDREAU C, BOISSE P.** Woven fabric permeability: From textile deformation to fluid flow mesoscale simulations. Composites Science and Technology, 2008, vol. 68, pp. 1624–1630.
- [LOM00] **LOMOV SV, GUSAKOV A, HUYSMANS G, PRODROMOU AG, VERPOEST I.** Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites. Composites Science and Technology 2000; vol. 60, n°11, pp. 2083-2095.
- [LOM07] **LOMOV SV, IVANOV DS, VERPOEST I, ZAKO M, KURASHIKI T, NAKAI H, HIROSAWA S.** Meso-FE modelling of textile composites: Road

- map, data flow and algorithms. *Composites Science and Technology* vol. 67, n°9, pp. 1870-1891, 2007.
- [LOM08] **LOMOV SV, BOISSE P, DE LUYCKER E, MORESTIN F, VANCLOOSTER K, VANDEPITTE, D, VERPOEST I, WILLEMS A.** Full-field strain measurements in textile deformability studies. *Composites Part A*, vol. 39, n°8, pp. 1232-1244, 2008.
- [LUO99] **LUO Y, VERPOEST I.** Compressibility and relaxation of a new sandwich textile preform for liquid composite molding. *Polymer Composites*, vol. 20, n°2, pp. 179–191, 1999.
- [MAK07] **MAKKE A.** Utilisation de méthodes optiques pour l'étude du Bias Test sur des renforts de composite. Rapport de master recherche LaMCoS. INSA de Lyon, 2007.
- [MAZ05] **MAZUMDAR S.** Aerospace market forecast: what is in it for composites? *High Performance Composites*, 2005 (March).
- [McG97] **McGUINNESS GB, O'BRADAIGH CM.** Development of rheological model for forming flow and picture-frame shear testing of fabric reinforced thermoplastic sheets. *Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics*, vol. 73, n°1-2, pp. 1-28, 1997.
- [MOU99] **MOURITZ AP, BANNISTER MK, FALZON PJ, LEONG KH.** Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites, *Compos Part A*, vol. 30, n°12, pp. 1445–1461, 1999.
- [ORT86] **ORTIZ M, SIMO JC.** An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 1986; vol. 23: 353-366.
- [PAR00] **PARNAS RS.** *Liquid Composite Molding*. Hanser Garner publications, 2000.
- [PEN02] **PENG X, CAO J.** A dual homogenization and finite element approach for material characterization of textile composites. *Composites Part B*, vol. 33, n°1, pp. 45-56, 2002.
- [PEN04] **PENG XQ, CAO J, CHEN J, XUE P, LUSSIER DS, LIU L.** Experimental and numerical analysis on normalization of picture frame tests for composite materials. *Composites Science and Technology*, vol. 64, n°1, pp. 11-21, 2004.
- [PEN05] **PENG X, CAO J.** A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites Part A*, vol. 36:859–874, 2005.

- [PIC05] **PICKETT AK, CREECH G, DE LUCA P.** Simplified and Advanced Simulation Methods for Prediction of Fabric Draping. *European Journal of Computational Mechanics*, vol. 14, n°6-7, pp. 677-691, 2005.
- [POR01] **PORA J.** Composite materials in the airbus A380 – from history to future. In: *Proceedings of ICCM13, Plenary lecture, CD-ROM*; 2001.
- [POT99] **POTTER KD.** History of the resin transfer moulding for aerospace applications. *Composites Part A* 1999; vol. 30: 757-765
- [POT02] **POTTER K.** Bias extension measurements on cross-plyed unidirectional prepreg. *Composites Part A*, vol. 33, n°1, pp. 63-73, 2002.
- [PRO97] **PRODORMOU AG, CHEN.** On the relationship between shear angle and wrinkling of textile composite preforms. *Composites Part A*, vol. 28, n°5, pp. 491-503, 1997.
- [ROG89] **ROGERS TG.** Rheological characterisation of anisotropic materials. *Composites*, vol. 20, n°1, pp. 21-7, 1989
- [RUD97] **RUDD CD, LONG AC.** *Liquid Molding Technologies*. ed. Woodhead Publishing Limited, 1997.
- [SCH92] **SCHNUR DS, ZABARAS N.** An inverse method for determining elastic material properties and a material interface. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1992, vol. 33, pp. 2039-2057.
- [SHA04] **SHARMA SB, SUTCLIFFE MPF.** A simplified finite element model for draping of woven material. *Composites Part A*, vol. 35, n°6, pp. 637-643, 2004.
- [SID82] **SIDOROFF F.** « Cours sur les grandes déformations » ; Ecole d'été Sophia-Antipolis ; 8-10 septembre 1982 ; Rapport GRECO n°51/1982.
- [SMI90] **SMITH CS.** *Design of marine structures in composite materials*. London: Elsevier Applied Science, 1990.
- [SPE00] **SPENCER AJM.** Theory of fabric-reinforced viscous fluid. *Composites. Part A*, vol. 31, n°12, pp. 1311-1321, 2000.
- [TEN07] **TEN TIJE RHW, AKKERMAN R, HUETINK J.** Large deformation simulation of anisotropic material using an updated Lagrangian finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2007, vol. 196, pp. 3141-3150.
- [TON02] **TONG L, MOURITZ AP, BANNISTER MK.** *3D Fibre reinforced polymer composites*. Elsevier Science, 2002.

- [TOU96] **TOUCHAL S, MORESTIN F, BRUNET M.** VARIOUS EXPERIMENTAL APPLICATIONS OF DIGITAL IMAGE CORRELATION METHOD. In: Colloque National Mécamat'96. Aussois 29/1/1996-1/2/1996 0, p.179 - 182.
- [VER05] **VERPOEST I, LOMOV SV.** Virtual textile composites software Wise Tex: Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis. Composites Science and Technology, 2005, vol. 65, pp. 2563–2574.
- [WAN98] **WANG J, PAGE JR, PATON R.** Experimental investigation of the draping properties of reinforcement fabrics. CST, vol. 58, n°2, pp. 229-237, 1998.
- [XIA97] **XIAO H, BRUHNS OT, MEYERS A.** Hypo-elasticity model based upon the logarithmic stress rate. Journal of Elasticity, vol. 47, n°1, pp. 51-68, 1997.
- [XUE05] **XUE P, CAO J, CHEN J.** Integrated micro/macro-mechanical model of woven fabric composites under large deformation. Composite Structures, 2005, vol. 70, n°1, pp. 69-80.
- [YU06] **YU X, CARTWRIGHT B, MCGUCKIN D, YE L, MAI YW.** Intra-ply shear locking in finite element analyses of woven fabric forming processes. Composites Part A, 2006, vol. 37, pp. 790-803.
- [ZIE97] **ZIENKIEWICZ O, TAYLOR R.** The finite element method, volume 1. McGraw-Hill, 1997.
- [ZOU03] **ZOUARI B, DUMONT F, DANIEL JL, BOISSE P.** Studies of woven fabric shearing by optical method and implementation in a finite element program. Proceedings of Esaform, 2003, vol. 6:875-8.



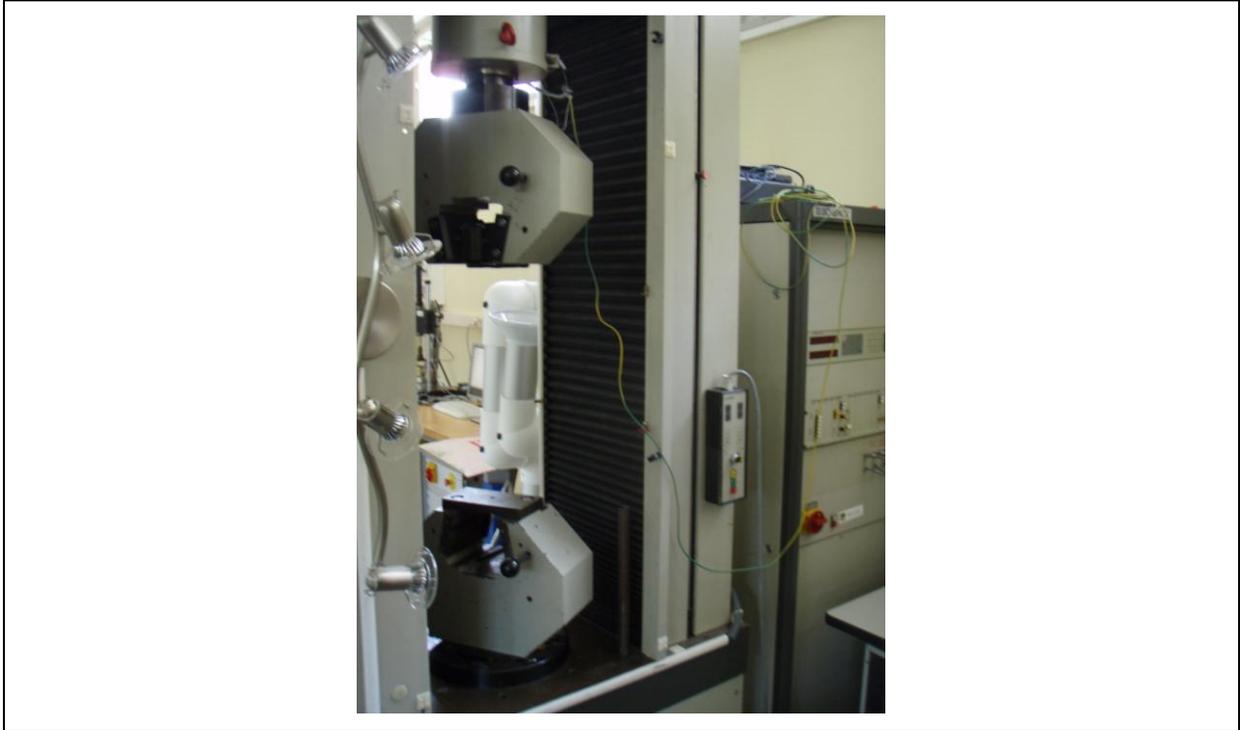
---

# Annexe A : Dispositif Expérimental

---

## 1 Machine de traction Schenk

Pour tous les essais réalisés, nous avons utilisé une machine de traction type RSA 250 kN Schenk – Méca. C'est une machine mécanique pilotée en vitesse, d'une capacité de 250 kN.



**Figure A-1 : Machine de traction RSA 250 kN Schenk**

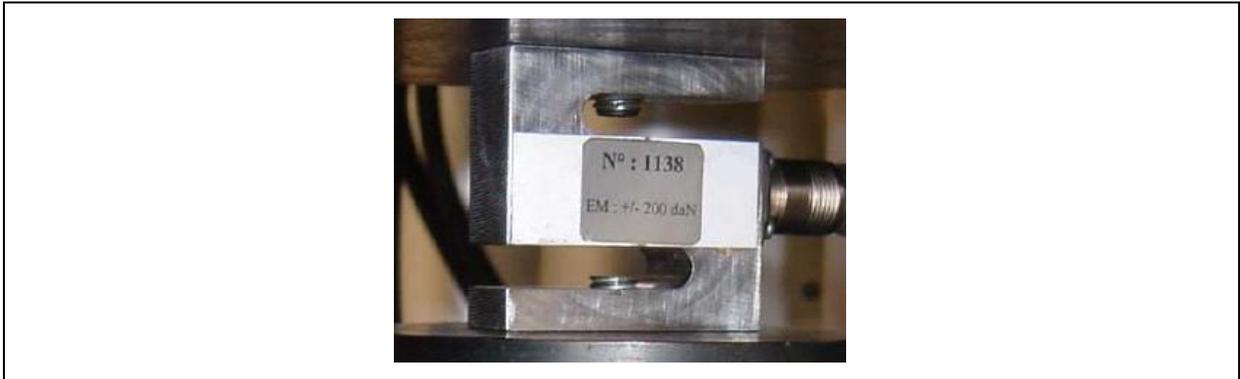
Cette machine dispose d'une capacité bien supérieure à ce dont nous avons besoin pour tester des éprouvettes tissées, mais son avantage est la dimension disponible importante, qui est nécessaire surtout pour les essais de Bias Test. Le pilotage et l'acquisition se font à l'aide d'un programme dédié qui permet également de synchroniser les mesures provenant des capteurs avec l'acquisition d'images pour un suivi par corrélation.

Elle est équipée d'un capteur d'effort interne d'une capacité de 250 kN et d'un capteur de déplacement interne permettant de couvrir toute la plage des déplacements. Elle comporte deux mors auto serrant qui seront utilisés pour maintenir les différents montages.

## 2 Capteurs externes

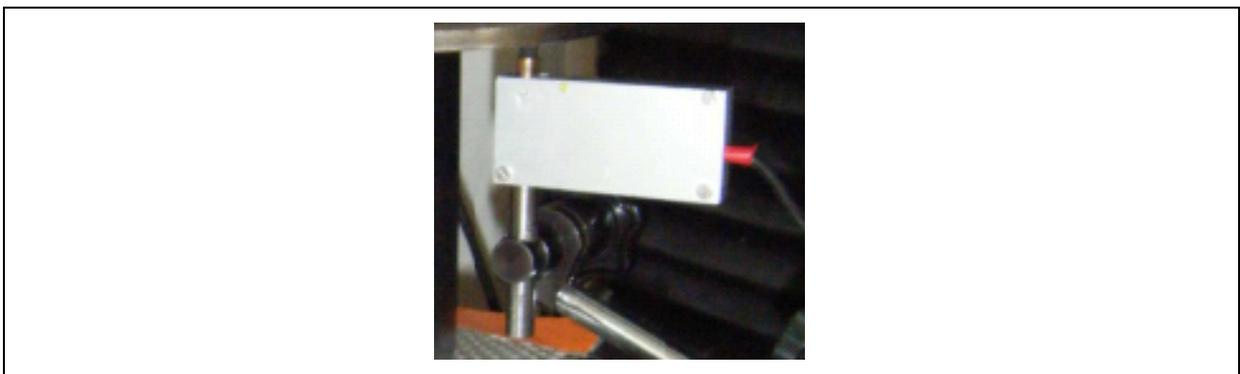
Selon le type d'essai réalisé, les capteurs machines sont souvent insuffisant en terme de précision, nous utilisons alors des capteur externes possédant une résolution plus adaptée aux essais sur tissés.

Le capteur d'effort externe est un capteur en S d'une capacité de  $\pm 200$  daN. Il est plus adapté à la gamme d'efforts rencontrés lors d'essais de cisaillement, de compression et parfois de traction.



**Figure A-2 : Capteur d'effort, capacité  $\pm 200$  daN**

Le capteur de déplacement externe est un capteur à lames souples d'une capacité de 4,5 mm. Il est utilisé lors d'essais de compression, dont le la gamme de mesure est de quelques millimètres.



**Figure A-3 : Capteur de déplacement, capacité 4,5 mm**

### 3 Dispositifs optiques

#### 3.1 Pour la corrélation d'images

Pour effectuer un suivi des déformations par corrélation d'images, nous effectuons des prises de vue de l'éprouvette pendant l'essai. Nous disposons pour cela d'un poste d'acquisition relié au PC de commande afin de synchroniser les prises de vue avec les mesures.

La caméra est une *Hamamatsu* possédant un capteur CCD d'une résolution de 1024 x 1024 pixels.



Figure A-4 : Caméra Hamamatsu 1344 x 1024 pixels et objectif Fujinon TV Lens 1:1.4/16mm

Pour les mesures à l'échelle mésoscopiques, nous utilisons un objectif de distance focale 55 mm muni d'une chambre noire.

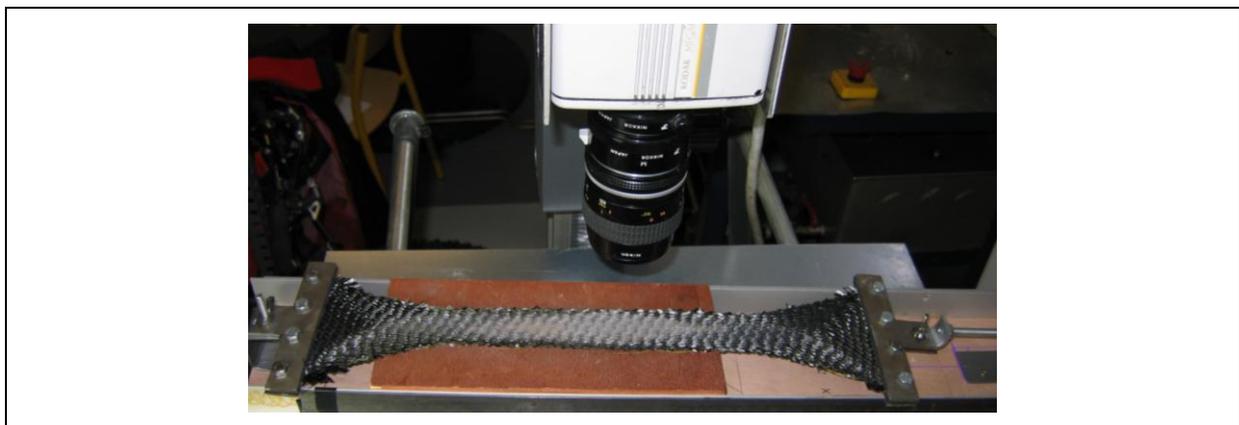


Figure A-5 : Objectif de 55 mm et table différentielle dédiée à l'étude mésoscopique du Bias Test [MAK07]

Pour les mesures à l'échelle macroscopique, nous utilisons un objectif télécentrique *Fujinon TV Lens 1:1.4/16mm* qui permet de visualiser une éprouvette de 300 mm en entier avec environ 3 m de recul. D'autres objectifs ont également été utilisés dont un d'une distance focale de 18 mm et un autre objectif télécentrique monté sur une platine motorisée asservie en déplacements, permettant de suivre une zone de 50 mm x 50 mm.

Dans la mesure du possible, il est préférable d'utiliser des objectifs télécentriques pour éviter des déformations parasites dues aux mouvements hors plan des échantillons. En effet, sans parler de la profondeur de champ plus faible des objectifs standard, un mouvement hors plan de l'éprouvette entraîne un grossissement de celle-ci qui sera ensuite interprété par corrélation d'images par une dilatation isotrope. Les objectifs télécentriques permettent d'éviter ce type de problème car les rayons entrant dans l'objectif sont parallèles alors que dans les objectifs classiques, ils sont coniques. Ceci est obtenu en plaçant le capteur CCD au foyer du dispositif. Ce type d'objectif est très utile dans notre cas, car l'on observe fréquemment des mouvements hors plan lors d'essais sur tissés.

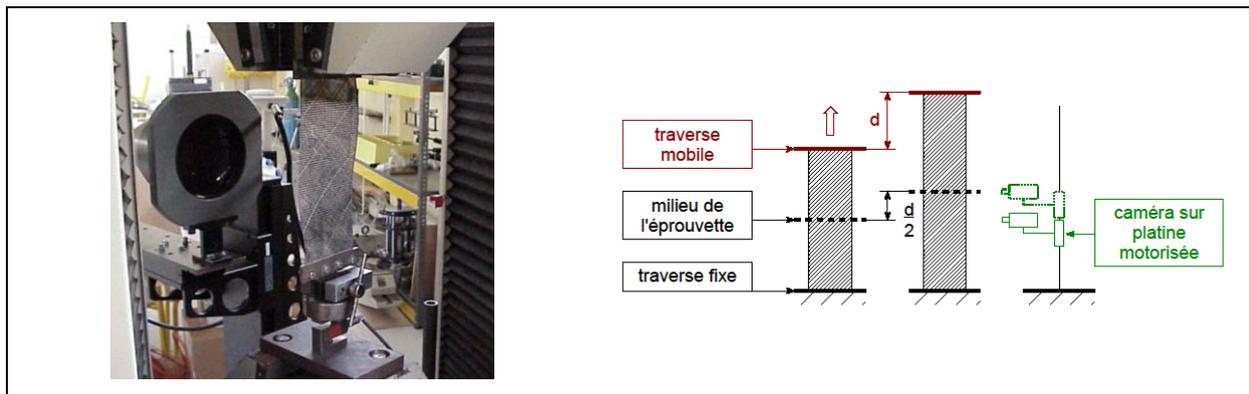


Figure A-6 : Objectif télécentrique sur sa platine asservie pour un essai de Bias Test (tissu Hexcel Composites)

Nous utilisons le logiciel *ICASOFT* (<http://icasoft.insa-lyon.fr/>), qui est développé au laboratoire par Fabrice Morestin. Le principe est de déterminer le champ de déplacements  $d(\mathbf{x})$  permettant de passer d'une image de référence à une image déformée.

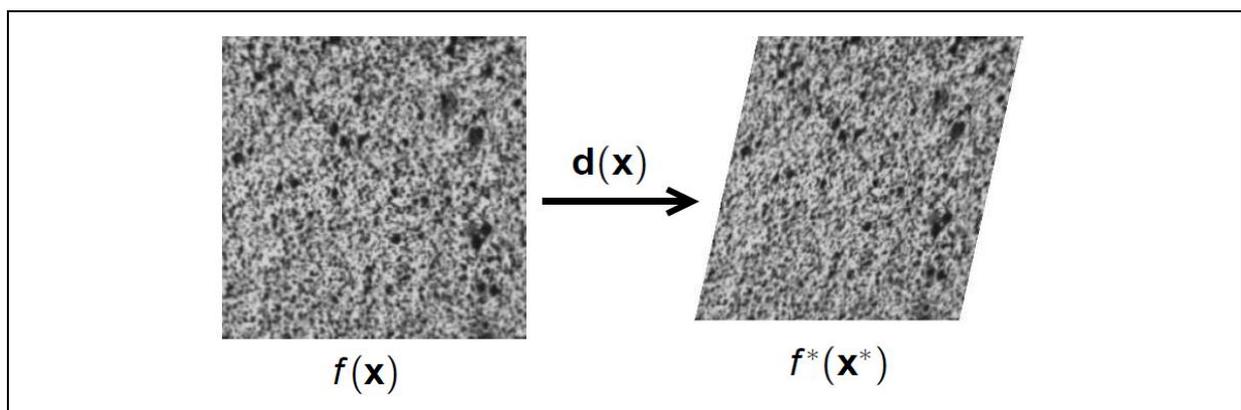


Figure A-7 : Corrélation d'images

Ce calcul est réalisé par la minimisation du coefficient croisé de corrélation sur les niveaux de gris, et dont les inconnues sont les déplacements. Ainsi, avec  $f^*(\mathbf{x}^*) = f(\mathbf{x} + d(\mathbf{x}))$ , le coefficient de corrélation croisé sur un subset (motif élémentaire de corrélation)  $\Delta M$  vaut :

$$C = 1 - \frac{\int_{\Delta M} f \cdot x \cdot f \cdot x + d \cdot x \cdot dx}{\sqrt{\int_{\Delta M} f \cdot x^2 \cdot dx \int_{\Delta M} f \cdot x + d \cdot x^2 \cdot dx}} \quad [4.2.2]$$

Connaissant le champ de déplacement, les déformations sont calculées en post processing. Dans le cas des tissés, nous avons montré qu'il est possible d'évaluer l'angle de cisaillement à partir des valeurs propres  $C_1$  et  $C_2$  du tenseur des déformations de Cauchy Green.

### 3.2 Pour la stéréo corrélation

Nous avons également utilisé un système de stéréo corrélation *Vic3D*, pour mesurer les déformées dans l'essai d'emboutissage hémisphérique. Le principe s'appuie aussi sur de la corrélation d'images, mais dans ce cas-ci, les deux images sont prises pour un même état de déformation. Ainsi, il est possible de reconstruire la surface 3D d'une éprouvette [CLE01]. Le système dédié utilisé est géré par le programme *Vic3D* qui permet de réaliser à la fois l'étalonnage du système sur des mires et la reconstruction de la surface 3D.

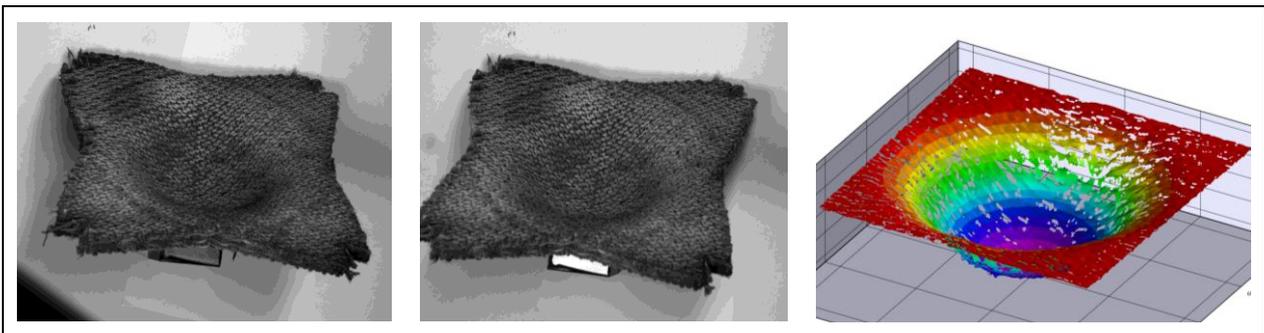


Figure A-8 : Stéréo corrélation sur une éprouvette emboutie

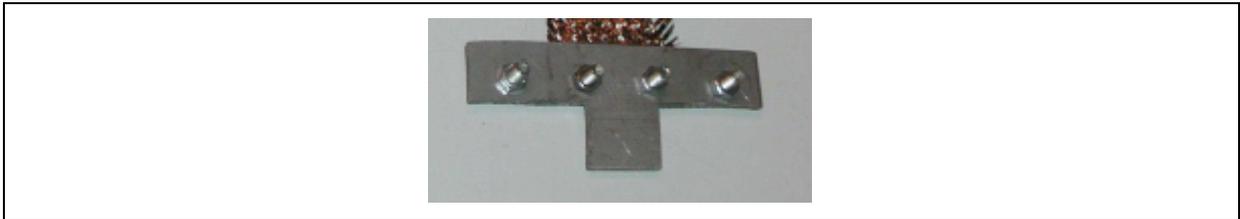
## 4 Montages dédiés

Pour pouvoir réaliser nos essais sur les tissés nous avons dû réaliser plusieurs montages adaptés. Certains pour les tissés minces, d'autres dédiés aux interlock épais.

### 4.1 Pincés pour le Bias Test

Le premier système très simple qui a été réalisé est une paire de pincés destinées à l'essai de Bias Test sur tissés minces. Elles ont été réalisées avec de la tôle de 1,5 mm et permettent de tester une éprouvette de 6 cm de large ; quatre vis et une bande de caoutchouc dur permettent de transmettre la charge par adhérence, et une languette sert de prise dans les mors de la machine.

Le fait que les efforts de cisaillement sont très faibles permet ainsi d'utiliser un dispositif (rudimentaire) léger mais suffisant au maintien de l'échantillon.



**Figure A-9 : Premier modèle de pinces**

Un deuxième système comparable a été réalisé pendant le stage de Master de Ali MAKKE [MAK07], et permet de maintenir des éprouvettes de 20 cm de large. Un système permettant de solidariser les bords et de maintenir le tissu lors du montage sur la machine a été rajouté pendant le stage de Master de Sylvain BEL [BEL08]. Ainsi, on peut s'assurer que l'éprouvette n'est pas déformée avant le test.



**Figure A-10 : Pinces avec système de maintien (à gauche) tissu G1151 Hexcel Composite et sans le système de maintien (à droite) NCF EADS**

Initialement réalisé pour des tissus classiques, ce système a pu également être utilisé avec les tissés épais en rajoutant simplement de petites cales en bois.

## 4.2 Table différentielle pour l'étude mésoscopique du Bias Test

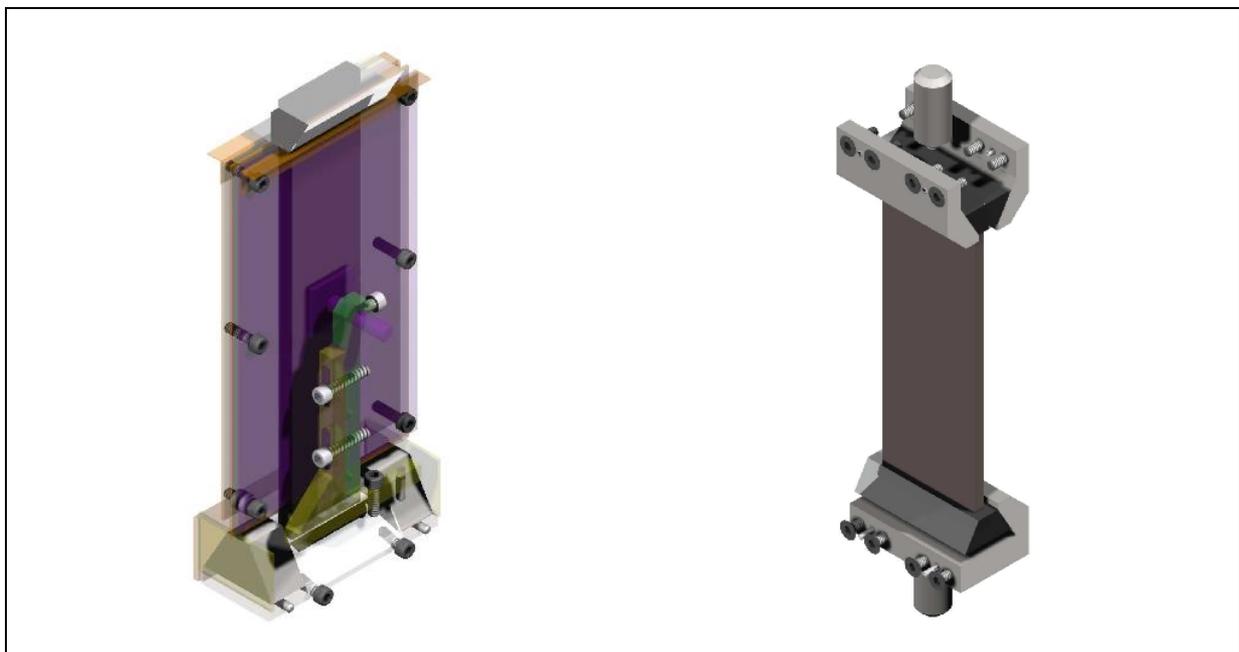
Lors d'un Bias Test, l'éprouvette subie, en plus des déformations locales, un déplacement macroscopique ; le milieu de l'éprouvette se déplace de la moitié du déplacement du mors supérieur. La machine dispose d'une platine asservie aux déplacements du mors supérieur (déplace-

ment de la platine égal à la moitié du déplacement du mors) permettant ainsi de suivre la zone centrale de l'éprouvette (voir **Fig. A-6**). Par contre, ce dispositif ne nous permet pas de suivre sur la machine de traction une zone d'intérêt autre que la zone centrale. Une table différentielle a donc été réalisée pendant le stage de Master de Ali MAKKE [MAK07] pour permettre d'étudier en détail (à l'échelle mésoscopique) la cinématique du Bias Test. Cette table permet, grâce à deux glissières disposées à 90°, de suivre pendant l'essai de Bias Test, une zone quelconque de l'éprouvette (Voir **Fig. A-5**).

### 4.3 Dispositif pour maintien de tissus épais par queues d'arondes

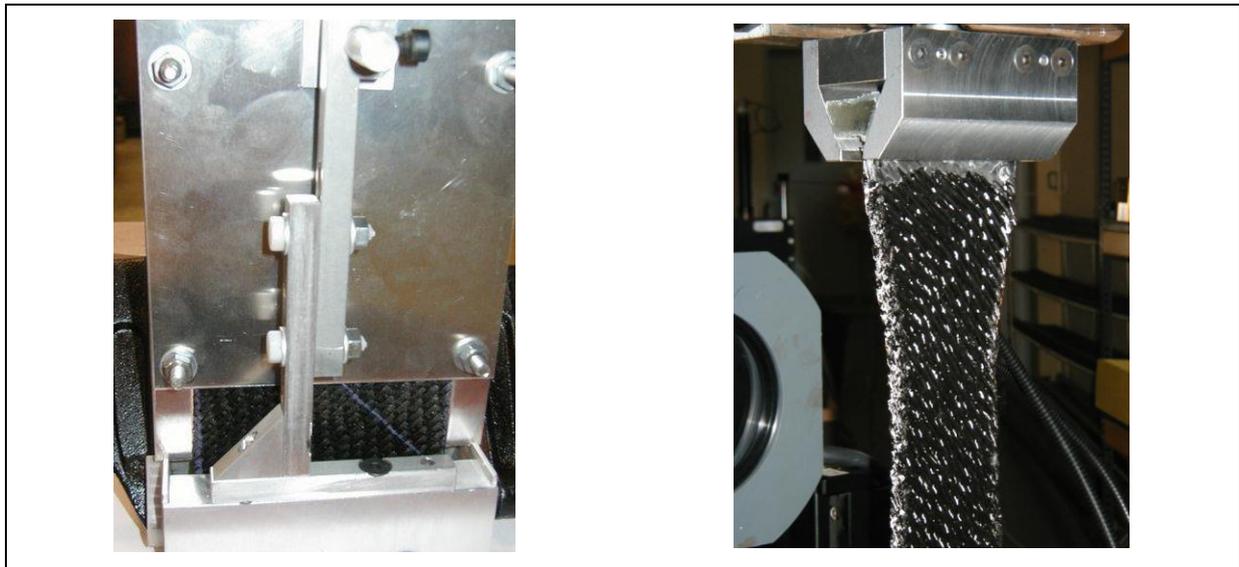
Notre soucis majeur dans le cas de tissés épais est le maintien des mèches dans l'épaisseur. Pour être sûr du déplacement à cœur dans l'éprouvette sans trop déformer l'éprouvette, nous avons pensé à injecter de la résine aux extrémités pour créer ainsi deux bords « solides » permettant de solliciter notre échantillon.

Nous avons donc conçu un moule permettant de couler des talons de résine en forme de queue d'aronde pour ensuite transmettre la charge par obstacle. La forme de queue d'aronde a été privilégiée pour que les talons soient sollicités en compression lors d'un essai. En effet, la résine étant peu résistante en compression, les talons ne résisteraient pas lors d'un essai de traction.



**Figure A-11 : Moule pour injection de talons en résine et mors adaptés**

Le moule ainsi conçu nous permet de couler, l'un après l'autre, des talons de résine sur une éprouvette de traction (largeur 5 cm) ou une éprouvette de Bias Test (largeur 10 cm).



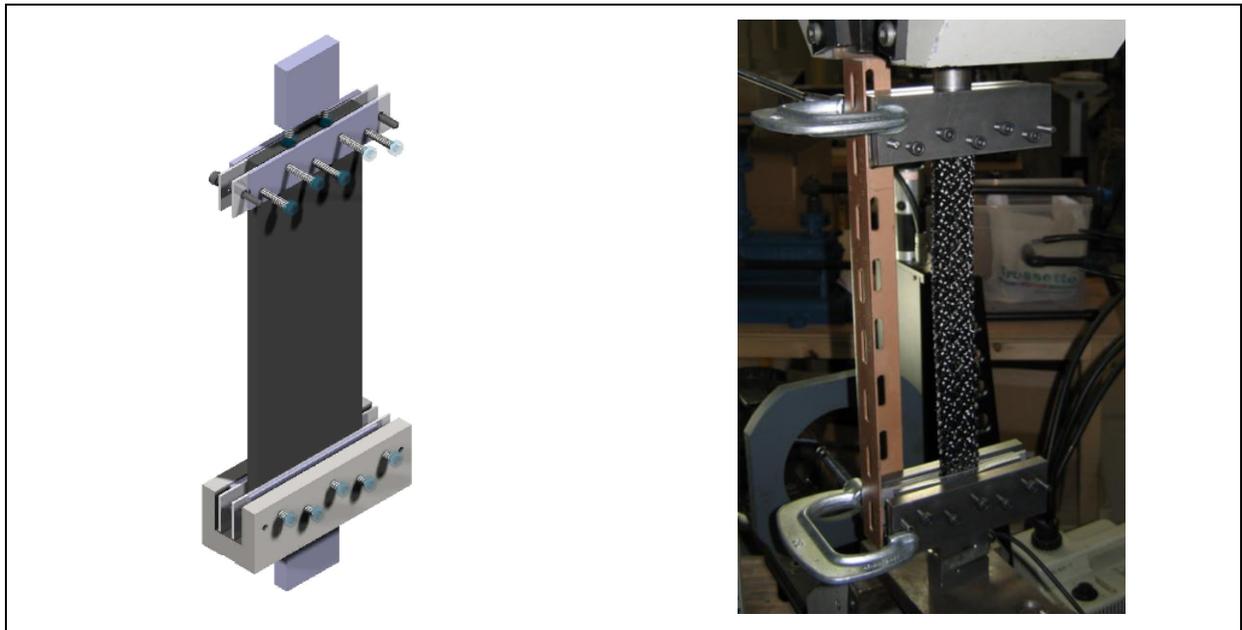
**Figure A-12 : Injection de talons en résine (G1151) et essai avec le mors adaptés (Interlock SNEC-MA)**

Les talons injectés de part et d'autre de l'éprouvette permettent d'assurer un bon maintien des mèches dans l'épaisseur. La souplesse de la résine nécessite d'assurer un suivi local des déformations au sein de l'éprouvette par corrélation d'images.

La principale difficulté de cette méthode est de s'assurer que la résine ne vienne pas polluer l'échantillon par capillarité. De plus, cela demande une longue préparation de l'éprouvette puisque chaque talon sèche en 24 h avec la résine utilisée.

#### 4.4 Pincés massives pour le maintien de tissus épais

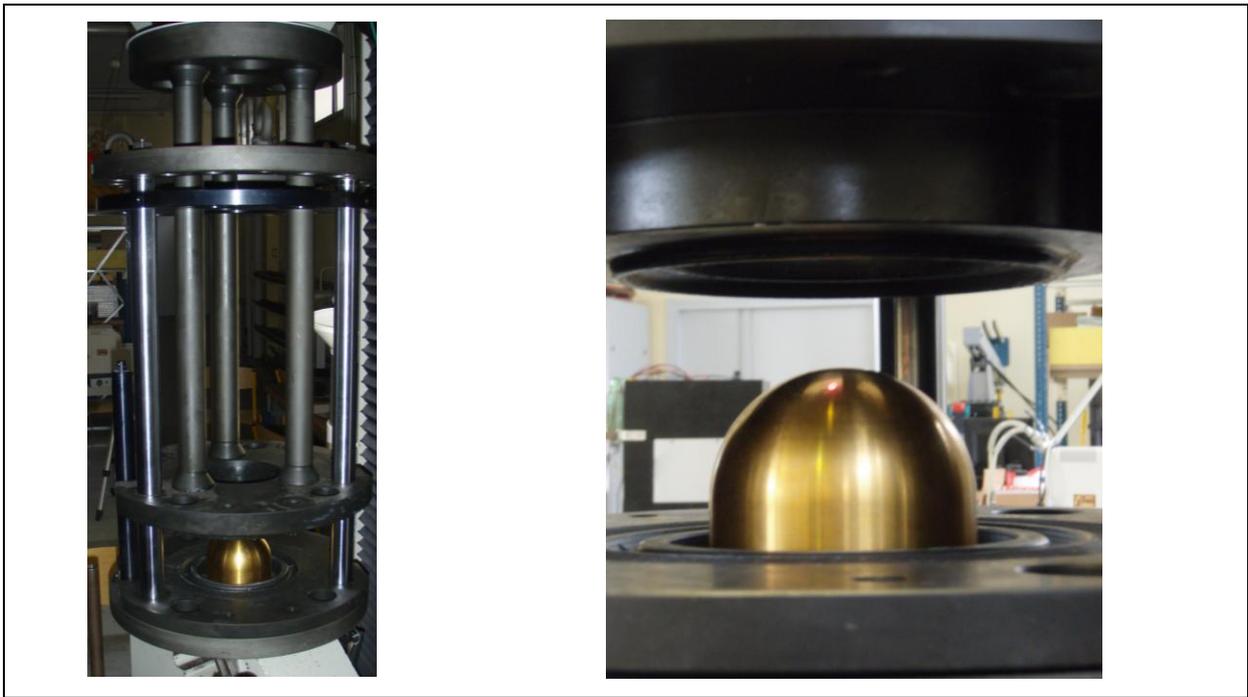
Un dispositif alternatif a été conçu pour éviter l'utilisation de résine. Sa structure massive permet un serrage efficace du tissu pour transmettre la sollicitation par adhérence. Très efficace pour le Bias Test, ou les efforts testent modérés, il apparaît en traction des glissements pour des niveaux de charge élevés (autour de 1500 N). La aussi, un suivi des déformations par corrélation est donc nécessaire. Le tissu est serré entre deux tôles guidées sur deux axes par le biais de trois vis de pression, et un jeu de cales permet de s'adapter à différentes épaisseurs de tissu. La pince supérieure est ensuite maintenue dans le mors mobile de la machine et la pince inférieure est fixée au capteur d'efforts. Un équerre et deux serre-joints permettent de solidariser les deux pincés lors du montage de l'éprouvette pour maintenir la longueur initiale de l'éprouvette et s'assurer qu'elle n'est pas sollicitée avant l'essai.



**Figure A-13 : Pincas massives pour essais sur tissu épais**

## 5 Module d'emboutissage

Pour valider notre modèle élément finis, nous avons réalisé des essais d'emboutissages hémisphériques qui ont été comparés à la simulation. Nous avons utilisé un dispositif destiné à la caractérisation de courbes limites de formage disponible au LaMCoS. Etant dimensionné pour de l'emboutissage de tôles, sa capacité est donc largement suffisante pour notre application. Sur ce module, le poinçon est placé en bas, et l'emboutissage est réalisé par descente de la matrice. Le système n'est pas instrumenté, mais nous avons pu mesurer les efforts et déplacements par les capteurs machines. Ce système est fortement hyperstatique, car le guidage est réalisé par trois liaisons pivot glissant, en plus de la glissière de la machine. Il conviendrait alors d'adapter un capteur d'effort externe, par exemple sous le poinçon, pour s'affranchir des frottements importants à l'intérieur du module, mesurés par le capteur d'effort machine.



**Figure A-14 : Module d'emboutissage hémisphérique et poinçon de diamètre 100 mm**

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : DE LUYCKER

DATE de SOUTENANCE : 23/02/2009

Prénoms : Emmanuel

TITRE : Simulation et Expérimentation en Mise en Forme de Renforts Composites 3D Interlocks

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2009 ISAL 0015

Ecole doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

Spécialité : MECANIQUE, GENIE MECANIQUE, GENIE CIVIL

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RESUME : De par leur ratio résistance/poids très avantageux, les matériaux composites trouvent de plus en plus d'applications notamment, dans le domaine aéronautique. Or la sensibilité des multicouches aux délaminages limite principalement leur usage à des parties non structurelles. Pour éviter ce problème et étendre le domaine d'application des matériaux composites, les tissés interlock ont été développés ; leur tissage « dans l'épaisseur » donne à ces matériaux une meilleure tolérance aux dommages et leur ouvre des applications telles que les aubes de soufflantes de réacteurs d'avions. De plus, le procédé R.T.M. utilisé dans ce cas permet de produire à moindre coût des pièces de géométries complexes. Dans ce contexte, il est capital de bien connaître les propriétés des pièces finies, que ce soit du point de vue du comportement dynamique ou de la tenue à l'impact. La simulation du formage des renforts 3D présente donc un intérêt majeur connaissant l'influence des directions de mèches sur les propriétés de la pièce finie.

Nous introduisons un élément fini Lagrangien, semi discret permettant de simuler la mise en forme de préformes interlocks. Deux modèles sont considérés pour prendre en compte l'intégralité du comportement ; la tension dans les mèches est modélisée de manière discrète alors que les autres contributions le sont par un modèle continu.

L'autre volet de ce travail est consacré à la caractérisation expérimentale des interlocks en traction, compression et cisaillement. Puis à l'identification du modèle.

L'élément, implémenté et validé dans un code de calcul en dynamique explicite développé au laboratoire, permet alors des simulations de mise en forme de renforts interlocks 3D validées par l'expérience.

MOTS-CLES : Eléments Finis, Mise en Forme, Textiles, Interlock

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS)  
CNRS UMR 5259

Directeur de thèse: BOISSE Philippe

Président de jury : GEINDREAU Christian

Composition du jury : BOISSE Philippe, GEINDREAU Christian, LOMOV Stepan, MARSAL David,  
MORESTIN Fabrice et RENNER Marc.