Thèse

# Contribution à la prédiction des conséquences mécaniques des phénomènes thermohydriques couplés : Application au bois.

présentée devant L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le grade de docteur de l'Ecole doctorale de Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA), Spécialité Mécanique,

e il titolo di dottore di ricerca dell'Università degli Studi di Firenze, Dipartimento di Scienze e Tecnologie Ambientali Forestali (DISTAF), Sezione Tecnologia del Legno.

# par Pierre CHASSAGNE

Soutenue le 13 Octobre 2006 devant la Commission d'examen

Jury				
GRIL Joseph	Directeur de Recherche	Président		
JULLIEN Jean-François	Professeur	Directeur de Thèse		
UZIELLI Luca	Professeur	Directeur de Thèse		
PERRÉ Patrick	Professeur	Rapporteur		
CECCOTTI Ario	Professeur	Rapporteur		
ZANUTTINI Roberto	Professeur			
VIDAL-SALLÉ Emmanuelle	Maître de Conférence	Membre Invité		
EYHERAMENDY Dominique	Maître de Conférence	Membre Invité		
DIONISI VICI Paolo	Lecturer	Membre Invité		

### **Avant-propos et remerciements**

Ces travaux de recherche ont été réalisés dans le cadre d'une cotutelle entre le "Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides" (LaMCoS) de l'INSA de Lyon et le "Dipartimento di Scienze e Tecnologie Ambientali e Forestali" (DISTAF) de l'Université de Florence ; sous la codirection des professeurs Jean-François Jullien et Luca Uzielli.

Dans le cadre de cette cotutelle entre ces deux laboratoires, je tiens à remercier tout particulièrement mon directeur de thèse le Professeur Jean-François Jullien qui est à l'origine de ce travail. Par sa passion évidente pour la mécanique du bois et pour les sciences en général, il a su m'accompagner, me conseiller et me diriger tout au long de mon doctorat pour mener à bien ce travail. Grâce à lui, j'ai pu rencontrer et travailler avec d'éminents scientifiques Européens dont les larges connaissances sur le bois et son comportement mécanique m'ont considérablement apporté pour l'élaboration de ce rapport de thèse.

Tout d'abord, au niveau local, c'est-à-dire au sein même du LaMCoS, j'ai pu travailler de manière très régulière avec Emmanuelle Vidal-Sallé et Dominique Eyheramendy, Maîtres de Conférence rattachés au laboratoire. Les réunions que j'ai eues avec ces deux personnes ont été riches d'un point de vue scientifique mais également humain. L'ensemble des développements numériques de mes travaux n'aurait pu voir le jour sans leur soutien et leurs conseils quotidiens. Je voudrais également remercier Elias Bou-Saïd qui m'a donné beaucoup de son temps au début de ma thèse. Nous avons pu à plusieurs reprises discuter du modèle qu'il a développé dans le cadre de son doctorat (soutenu en 2003) ; modèle qui a été un point de départ important pour les travaux actuels.

Le jury qui a été constitué pour cette thèse correspond aux personnes que j'ai côtoyées, plus ou moins fréquemment, durant mon Doctorat. Je tiens à noter l'excellent accueil qu'ils m'ont tous toujours réservé lorsque je me suis déplacé. Je remercie Joseph Gril qui a accepté de présider le jury.

Les réunions très fructueuses que nous avons eues avec Patrick Perré et Romain Rémond ont largement contribué à la résolution numérique et au développement des modèles de transferts couplés, dont les équations et paramètres constitutifs ont été déterminés au LERMAB de Nancy. Je remercie tout particulièrement Patrick Perré pour le rapport approfondi qu'il a fait sur mes travaux.

"L'équipe Italienne", constituée des professeurs Luca Uzielli, Ario Ceccotti (rapporteur) et Marco Togni ainsi que Paolo Dionisi-Vici, m'a beaucoup apporté dans mes réflexions sur le matériau et son utilisation, notamment pour le patrimoine culturel. Ainsi je remercie particulièrement le DISTAF qui m'a permis d'accéder aux données expérimentales très riches du "Monitoring Cross Beam". Je voudrais également remercier Ario Ceccotti pour son rapport ainsi que Roberto Zanuttini qui a accepté de faire partie du jury.

Je tiens à remercier l'ensemble des personnes du LaMCoS qui créent tous les jours une dynamique très forte au sein du laboratoire ainsi qu'un cadre de travail fort agréable. Enfin, je remercie tous mes proches, et tout particulièrement ma compagne Morgane, qui m'ont suivi et apporté un soutien permanent pendant ces trois années.

# Contribution à la prédiction des conséquences mécaniques des phénomènes thermo-hydriques couplés : Application au bois.

# Résumé

Les effets de sollicitations climatiques variables, combinées à un chargement mécanique, entraînent dans certains matériaux des accumulations différées de contraintes et de déformations. Les travaux de recherches en mécanique s'orientent donc de plus en plus vers la compréhension du comportement des matériaux, associée au développement de lois mathématiques capables d'intégrer des mécanismes multi-physiques couplés. L'objectif de ce travail consiste à développer un outil numérique capable d'apporter une contribution à la prédiction du comportement mécanique d'un matériau complexe tel que le bois, en vue d'une optimisation des utilisations, de la durée de vie et des procédés de mise en forme, de fabrication ou d'assemblage.

La première partie permet d'établir l'état des connaissances physico-mécaniques du bois. Un rappel des notions importantes sur son caractère hydrophile est essentiel pour une bonne compréhension des phénomènes s'initiant au sein du matériau. De nombreux modèles numériques macroscopiques développés ces vingt dernières années permettent d'apporter des éléments pour la compréhension du comportement mécanique du bois et des phénomènes de transferts de masse et de chaleur associés. Les outils développés ne sont souvent appropriés que pour l'étude des phénomènes mécanosorptifs se développant dans la direction longitudinale ou dans les directions transverses.

La seconde partie aborde la mise au point de l'outil numérique thermo-hydroviscoélastique orthotrope 3D qui prend en compte les différents paramètres pilotant la réponse du matériau (taux de variation hydrique, histoire de ces variations, niveau de contraintes équivalentes établi selon un critère 3D). Le modèle se compose de deux modules partiellement couplés. Le premier se penche sur la représentation du comportement hydro-mécanique (H-M) avec une formulation 3D satisfaisant les deux premiers principes de la thermodynamique. Le second module correspond à un outil thermo-hydrique (T-H) 2D permettant de représenter les transferts de masse et de chaleur dans le matériau en considérant l'eau sous toutes ses formes (libre, liée, vapeur) et à des températures allant jusqu'à 90°C. Une méthode simple de transfert des don nées (T-H) dans l'outil (H-M) est développée.

Enfin la troisième partie a trait à l'exploitation des outils numériques développés. Les différents paramètres mécanosorptifs du modèle sont recalés à partir de plusieurs applications d'une large diversité. Tout d'abord les effets mécanosorptifs sont étudiés sur des éléments poutres, à différentes échelles d'observation, sollicités dans la direction L et

soumis à des conditions climatiques variables. Puis, des éléments dont les contraintes se développent majoritairement dans les directions transverses sont étudiés par le biais d'une application sur des panneaux peints soumis aux effets des variations hydriques générant des phénomènes de tuilage. Ces deux premières applications sont réalisées en négligeant les effets de la température. Enfin, une application avec un exemple de séchage d'une planche est développée pour illustrer les possibilités de l'outil (T-H-M) global. Dans ce dernier, les transferts de chaleur et de masse fortement couplés sont à la source des sollicitations mécaniques.

#### Mots-clés :

lois de comportement, outils numériques, Eléments/Volumes finis, phénomènes multiphysiques couplés, bois, mécanosorption, transferts de chaleur et de masse, fluage, tuilage, séchage.

# A contribution to the prediction of the mechanical consequences of the coupled thermo-hydric phenomena: Application to the wood.

# Abstract

The effects of variable climatic conditions, combined to a mechanical loading, lead in some materials to delayed accumulations of stresses and strains. Recent advances in mechanics aims at bringing a better comprehension of the material behaviour, and to develop mathematical laws capable of integrating coupled multiphysics mechanisms. The main aim of this work consists in developing a numerical tool capable of bringing a contribution for the prediction of the mechanical behaviour for a complex material such as wood, in order to optimize the use, the service and forming, manufacturing or assembly processes.

The first part is a state of the art of the knowledge on wood physics and mechanical behaviour. A reminder of the main notions on its hygroscopic characteristics is essential for a good understanding of the various phenomena developing in the material. Many macroscopic numerical models developed these last two decades allow us to bring important features for the comprehension of the mechanical behaviour of wood and the associated heat and mass transfer phenomena. These tools have mainly been developed for the study of mechanosorptive phenomena occurring in the longitudinal direction or in the transverse directions.

The second part deals with the development of a 3D thermo-hydro-viscoelastic orthotropic numerical tool taking into account the different parameters controlling the material response (hygroscopic variation rate, history of these variations, equivalent stress level according to a 3D criterion). The model is based on two modules partially coupled. The first one deals with the representation of the hydro-mechanical (H-M) behaviour. This a full 3D formulation which is thermodynamically consistent. The second one is a 2D thermo-hydric (T-H) tool allowing us to represent the heat and mass transfer in the material. All forms of water (free, bound, vapour) are considered. It can be used at temperatures up to 90°C. A simple method to transfer the (T-H) data in the (H-M) tool is developed.

Finally, in the third part, the numerical tools developed in this work are evaluated. The evaluation of the mechanosorptive parameters of the model is based on various applications. First, the mechanosorptive effects are studied on beams involving various scales, constrained in the L direction and submitted to variable climatic conditions. Then, elements for which stresses mainly develop in the transverse directions are studied on painted panels subjected to hygroscopic variations effects. This application exhibits cupping phenomena. These two first applications are carried out by neglecting the temperature effects. Finally, the

complete drying of a board is developed to illustrate the high potential of the global (T-H-M) tool. In the latter, the strongly coupled heat and mass transfers initiate the mechanical stresses.

#### Keywords :

constitutive laws, numerical tools, Finite Element/Volume, coupled multiphysics, wood, mechanosorption, heat and mass transfers, creep, cupping, drying.

# Contributo alla previsione delle conseguenze meccaniche dei fenomeni termo-igrometrici accoppiati: applicazione al legno

### Riassunto

Gli effetti delle sollecitazioni climatiche variabili, combinati a una sollecitazione meccanica, possono indurre degli effetti vincolari e deformativi differiti in certi materiali. I lavori di ricerca in ambito meccanico si orientano quindi sempre di più verso la comprensione del comportamento dei materiali, associata allo sviluppo di leggi matematiche in grado di integrare dei meccanismi multi-fisici accoppiati. L'obiettivo di questo lavoro consiste nello sviluppo uno strumento numerico in grado di fornire un contributo alla previsione del comportamento meccanico di un materiale complesso come il legno, in vista di un'ottimizzazione delle sue utilizzazioni, della durata in servizio e dei processi di messa in opera, fabbricazione e assemblaggio.

La prima parte, bibliografica, permette di stabilire lo stato delle conoscenze fisicomeccaniche del legno. Un richiamo di nozioni importanti sul suo carattere di materiale igroscopico è essenziale per una buona comprensione dei fenomeni che si instaurano nel materiale. I numerosi modelli numerici macroscopici sviluppati in questi ultimi vent'anni permettono di inserire degli elementi per la comprensione del comportamento meccanico e dei fenomeni di trasferimento di massa e di calore associati. Gli strumenti finora sviluppati non sono spesso appropriati che per lo studio dei fenomeni meccanosorbitivi che si sviluppano in direzione longitudinale o in direzione trasversale.

La seconda parte affronta la messa a punto dello strumento numerico termo-igroviscoelastico ortotropo 3D che tiene conto dei diufferenti parametri che guidano la risposta del materiale (tasso di variazione del contenuto di umidità, storia di queste variazioni, livello di vincoli equivalenti secondo criteri 3D). il modello si compone di due modelli parzialmente accoppiati. Il primo si fonda sulla rappresentazione del comportamento igro-meccanico (H-M in francese) con una formulazione tridimensionale che soddisfa i due primi principi della termodinamica. Il secondo modulo corrisponde ad uno strumento termo-igrometrico (T-H in francese) 2D che permette di rappresentare i trasferimenti di massa e calore nel materiale consideranto l'acqua in tutte le sue forme (libera e legata) e in un *range* di temperature che raggiunge i 90 °C. È stato sviluppato un semplice metod o di trasferimento dei dati (T-H) allo strumento (H-M).

Infine la terza parte tratta del funzionamento degli strumenti numerici utilizzati. I differenti parametri meccanosorbitivi del modello sono stati sottoposti alla validazione in campi d'applicazione molto diversi. All'inizio gli effetti meccanosorbitivi sono stati studiati su delle travi, a diversa scala di dettaglio, sollecitate a flessione in direzione L e sottoposte a delle

condizioni climatiche variabili. Successivamente, sono stati studiati degli elementi in cui le tensioni si generano prevalentemente in direzione trasversale, grazie ad una applicazione su dei dipinti su tavola sottoposti agli effetti delle variazioni igrometriche che generano in essi dei fenomeni di imbarcamento. Queste due prima applicazioni sono state realizzate trascurando gli effetti della temperatura. Infine è stata sviluppata un'applicazione in cui è stata simulata l'essicazione di una tavola per illustrare le possibilità complessive dello strumento (T-H-M). In quest'ultimo i trasferimenti di massa e calore fortemente accoppiati sono la fonte delle sollecitazioni.

#### Parole chiave:

legge di comportamento, strumenti numerici, modellazione a elementi/volumi finiti, fenomeni accoppiati, legno, comportamento meccanosorbitivo, trasferimento di calore e di massa, scorrimento viscoso, imbarcamento, essiccazione.

# Sommaire

Avant-propos et remerciements	3
Résumé	5
Abstract	7
Riassunto	9
I Introduction générale	15
Il Bibliographio. Etat do l'art sur lo matériau bois	10
1. Generalities sur le bols : relations bols - eau	<b>20</b>
1.1. Follit de Saturation des libres (FSF)	20
1.2. Hygroscopie du bois	
1.2.1. Adsorption/desorption	∠ı 23
1.3 Humidité du bois : définitions et valeurs caractéristiques	23
1.4 Retrait et conflement du bois	25
1.4.1 Anisotronia du bois et retrait	20
1.4.2. Conséquences du retrait	
1.5. Effet de l'humidité sur les caractéristiques élastiques	
2. Etude qualitative des phénomènes mécanosorptifs :	analyse
morphologique	
2.1 Macrostructure du bois	28
2.2 Microstructure	28
2.3 Illtrastructure et structure moléculaire	20
3. Comportement macroscopique et modélisation	
3.1 Travaux dans la direction longitudinale du bois	34
3.1.1 Modèle de Liu et Schaffer II in 97]	
3.1.2. Modèle de Mauget et Passard [Mau 99]. [Pas 01a, 01b].	
3.1.3. Modèle de Hanhijärvi et al. [Han 01, Hel 00]	
3.1.4. Modèle de Bou-Saïd [Bou 03a, 03b]	37
3.1.5. Bilan des modélisations proposées	38
3.2. Travaux dans les directions transverses du bois et effet de la température	ə39
3.2.1. Etude des effets différés	40
3.2.2. Effets des paramètres de croissance	41
4. Transfert de masse et de chaleur dans le milieu poreux	44
4.1. Application à la construction bois : modèles de diffusion	45
4.2. Application au séchage : modèle de transport complet (Transpore,	LERMAB
Nancy, [Perr 87, 90, 99])	46
4.2.1. Expression des flux de liquide et gaz	47
4.2.2. Flux de vapeur diffusifs	48
4.2.3. Diffusion d'eau liée	48
4.2.4 Conduction thermique	49

4.2.5. Conditions aux limites	49
5. Conclusion	. 50
III. Développements numériques	52
1 Développement d'un modèle H-M	53
1.1 Equations constitutives	53
1.1. Equations constitutives	.55
1.1.1. Principe des puissances virtuelles	53
1.1.2. Methode des puissances virtuelles	53
1.1.2.1 Leis de senser ration primeire	55
1.1.3.2. Entropie deuxième principe	55
1.1.4 Méthode de l'état local	56
1.1.5. Tenseur de comportement d'un matériau anisotrone - symétries	50
1 1 5 1 Symétries générales	57
1.1.5.2. Symétries de Onsager	57
1.1.5.3. Orthotropie	58
1.1.5.4. Isotropie	59
1.1.6. Modèles rhéologiques du comportement visqueux	59
1.1.6.1. Observations	59
1.1.6.2. Fonction de relaxation et fonction de fluage	60
1.1.6.3. L'élément de Maxwell	60
1.1.6.3.1. Fonction de relaxation	61
1.1.6.3.2. Fonction de fluage	62
1.1.6.3.3. Réponse à une sollicitation sinusoïdale	62
1.1.6.4. L'élément de Kelvin	66
1.1.6.5. Autres modèles	67
1.1.7. Loi de comportement viscoélastique isotrope – Approche utilisant la méthode de l'état local	68
1.1.7.1. Solide de Maxwell	68
1.1.7.2. Solide obéissant aux modèles de Maxwell généralisés	69
1.2. Modèle de comportement viscoélastique non linéaire orthotrope appliqué	au
matériau bois	.69
1.2.1. Solide de Maxwell isotrope	69
1.2.2. Solide de Maxwell généralisé isotrope	72
1.2.3. Solide de Maxwell orthotrope	74
1.2.4. Solide de Maxwell généralisé orthotrope	76
1.2.5. Modélisation des non linéarités dues au fluage	77
1.2.5.1. Critère de Hill	78
1.2.5.2. Critère de Tsaï-Wu	79
1.2.5.3. Prise en compte de l'effet des contraintes dans l'évolution de la viscosité	80
1.2.5.4. Effets mecanosorptits	81
1.3. Mise en œuvre de la loi de comportement	.82
1.3.1. Algorithme de programmation	82
1.3.2. Identification des parametres.	83
1.4. Conclusion	.85
2. Développement d'un modèle TH 2D et d'un modèle TH-M 3D	. 87
2.1. Nomenclature	.87
2.1.1. Caractéristiques physiques	87
2.1.2. Indices, signes	88
2.2. Formulation mathématique	.88

2.2.1 Equations de concentration et de transport	00
2.2.1. Equations de conservation et de transport	
2.2.2. Schema numerique pour la resolution du systeme	
2.2.3. Conditions aux influes	
2.3 Ecriture des éléments constitutifs dans le code de calcul	
2.3. Echiture des éléments du système	
2.3.1. Echlule des éléments du système	
2.3.2. Calcul des derivées partielles	
2322 Sous-blocs on diagonaux	
2.3.3. Traitement des facteurs convectifs et diffusifs pour le calcul des flux	
2.4 Relations constitutives et caractéristiques physiques employées	97
2.4.1 Constantes	97
2.4.2 Variables fonctions de X et/ou T et/ou $o_{a}$	97
2.5 Application : test 1D simulation sur une demi épaisseur	00 QQ
2.5.1 Conditions de séchage	
2.5.1. Conditions de sechage	
2.6 Méthodo do transfort dos donnéos T-H vors M	103
2.7. Conclusion	105
IV. Exploitation des outils numériques	
1. Etude dans la direction L sur du bois séché, sans effet de ter	mpérature sur
	100
les transients et les caracteristiques mecaniques	
1.1. Méthodologie	108
1.2. Essai de traction longitudinale sur une petite éprouvette [Pit 96]	109
1.2.1. Expérience	109
1.2.2. Simulation	110
1.3. Essai de flexion sur une petite poutre [Hou 95]	113
1.3.1. Expérience	113
1.3.2. Simulation	113
1.4. Essai de flexion sur une poutre de grandes dimensions [Ran 00]	116
1.4.1. Expérience	116
1.4.2. Simulation	116
1.5. Validation sur la poutre INSA	119
1.5.1. Expérience	119
1.5.2. Première approximation pour la prise en compte d'effets d'échelle	119
1.5.3. Simulation	120
1.6. Conclusion	123
2. Etude dans les directions R et T sur du bois séché, s	sans effet de
température sur les transferts et les caractéristiques mécanique	s 124
2.1 Identification des paramètres en P et T	104
2.1. Identification des parametres en R et 1	124
2.1.1. INISE en evidence de prenomenes importants [10r UU], [SVE U2b]	
2.1.2. Identification des parametres	
2.1.2.1. Methodologie	120
2.1.2.2. Values numeriques	
2.2.1 Descriptif de l'expérience	
2.2.1. Descriptil de l'experience	
2.2.2. Logaio, procedure experimentate	

2.2.3. Etudes numériques	135
2.2.3.1. Considérations pour l'étude des panneaux	135
2.2.3.2. Paramètres utilisés dans les calculs	136
2.2.3.3. Résultats, comparaison et discussion	137
2.2.3.3.1. Influence des paramètres d'orthotropie en configuration libre ("Répliqu	ue B") 137
2.2.3.3.2. Etude de paramètres, en configuration bloquée (MCB, "Réplique A")	140
2.3. Conclusion	145
3. Etude dans les directions R et T de l'opération de séchage	146
3.1. Présentation, procédure	146
3.2. Etude du séchage d'une planche	147
3.2.1. Données de l'étude	147
3.2.2. Résultats, interprétations	148
3.3. Conclusion	152
V. Conclusion générale	154
1. Bilans des travaux réalisés	
2 Porsportivos	156
Références bibliographiques	159

# I. Introduction générale

Les effets de sollicitations climatiques variables, combinées à un chargement mécanique, entraînent dans certains matériaux des accumulations différées de contraintes et de déformations. Les travaux de recherche en mécanique s'orientent donc de plus en plus vers la compréhension du comportement des matériaux, associée au développement de lois mathématiques capables d'intégrer des mécanismes multi-physiques couplés. Cette thématique générale englobe différents axes de recherche dont les applications sont diverses pour le matériau bois.

Les travaux les plus avancés et les plus anciens sont ceux relatifs à l'étude des structures en bois dans le génie civil. Leur état de service et leur durée de vie sont fortement influencés par l'effet des sollicitations climatiques. Le bois dans la construction, souvent utilisé comme élément de poutre, est soumis à des chargements appliqués sur de longues durées. Les effets du fluage propre associé au fluage mécanosorptif, souvent sous-estimés, génèrent des accumulations de déformations et peuvent mener à la rupture différée des structures s'ils sont mal considérés.

Lorsqu'il est mis en œuvre dans la construction, le matériau bois doit répondre aujourd'hui, à l'issue de la première transformation, aux critères d'un matériau d'ingénierie. Les nouvelles réglementations européennes de la construction, l'évolution des techniques de la seconde transformation, les nouvelles contraintes à l'exportation et même les attentes de la clientèle de la charpente traditionnelle comme de l'emballage nécessitent l'élaboration d'un matériau à teneur en eau définie, avec un classement en résistance mécanique, voire à un traitement phytosanitaire à faible température. Dans cette optique, les procédés de mise en forme du matériau tels que le séchage deviennent primordiaux. Des travaux récents se sont donc portés sur la thématique du séchage du bois. Ils visent à élaborer des outils de calcul permettant de prédire le développement des distorsions lors de la formation de gradients hydriques durant le séchage avec la prise en compte de l'anisotropie du matériau et des effets de relaxation des contraintes.

Récemment, d'autres thématiques se sont développées autour du matériau bois. L'étude d'objets d'art appartenant au patrimoine culturel en fait partie. L'actualité (« La Joconde » en est le plus bel exemple) a remis récemment en exergue les effets des variations d'humidité liées à l'activité humaine sur des éléments en bois. En effet, depuis quelques dizaines d'années les organismes chargés de la gestion et de la conservation du patrimoine pictural et artistique sur panneaux de bois sont confrontés à une augmentation des dégradations de ces œuvres sous l'effet de variations hydriques. Une des particularités de ces tableaux est la présence de la peinture sur une face de l'œuvre qui agit comme un isolant hydrique générant ainsi des échanges d'humidité dissymétriques et des déformations non uniformes. Ainsi, les panneaux peints se déforment progressivement (tuilage, vrillage...) avec de possibles

développements de fentes. La définition de conditions optimales de conservation de ces œuvres est indispensable pour permettre de transmettre aux générations futures ce patrimoine irremplaçable. Le développement d'outils numériques de prédiction peut apporter des solutions à cette problématique.

L'objectif du travail présenté consiste à développer les grandes lignes d'un outil numérique général 3D capable d'apporter une contribution à la prédiction du comportement thermo-hydro-mécanique d'un matériau complexe tel que le bois, en vue d'une optimisation des utilisations, de la durée de vie et des procédés de mise en forme, de fabrication ou d'assemblage. Le caractère général de l'outil pourrait permettre à terme de traiter des applications allant du génie civil aux procédés, en passant par le patrimoine culturel et qui s'inscrivent dans les différentes thématiques citées précédemment. Le présent document s'articule autour de trois grandes parties.

La première partie (Chapitre *II.*) permet d'établir l'état des connaissances physicomécaniques du bois. Un rappel des notions importantes sur son caractère hydrophile est essentiel à une bonne compréhension des phénomènes s'amorçant au sein du matériau. Grâce à une analyse morphologique du matériau à différentes échelles de sa structure (macrostructure, microstructure, ultrastructure et structure moléculaire), une analyse qualitative de l'origine des phénomènes mécanosorptifs est faite à partir de la littérature. Les paramètres principaux d'activation des phénomènes couplés ont ainsi pu être déterminés. De nombreux modèles numériques macroscopiques développés ces vingt dernières années permettent d'apporter des éléments pour la compréhension du comportement mécanique du bois et des phénomènes de transferts de masse et de chaleur associés. Mais les outils développés ne sont souvent appropriés que pour l'étude des phénomènes mécanosorptifs se développant dans la direction longitudinale ou dans les directions transverses ; selon les applications (construction et séchage par exemple), une dissociation est faite entre ces directions (L et R/T).

La seconde partie (Chapitre *III.*) aborde la mise au point de l'outil numérique thermohydro-viscoélastique orthotrope 3D. Celui-ci permet de prendre en compte les différents paramètres pilotant la réponse du matériau, basés sur l'approche phénoménologique développée par Bou-Saïd [Bou 03a] : taux de variation hydrique, histoire de ces variations, niveau de contraintes équivalentes établi selon un critère 3D. Le modèle se compose de deux modules partiellement couplés. Le premier se penche sur la représentation du comportement hydro-mécanique (H-M) avec une formulation 3D. Les formulations mathématiques ne sont pas toujours en accord avec les principes de la thermodynamique. L'élaboration de la loi de comportement mécanique, dont le développement est rappelé dans ce chapitre, est basée sur une écriture propre satisfaisant les deux principes de la thermodynamique. De plus une bonne partie des choix établis par Bou-Saïd ont été repris et actualisés. La loi de comportement viscoélastique non-linéaire orthotrope 3D est développée dans un module ABAQUS® standard et utilise la méthode des Eléments Finis.

Le second module correspond à un outil thermo-hydrique (T-H) 2D permettant de représenter les transferts de masse et de chaleur dans le matériau en considérant l'eau sous toutes ses formes (libre ou liée) et à des températures allant jusqu'à 90°C. La formulation ainsi que les paramètres physiques employés sont entièrement basés sur les travaux de Perré [Perr 87,90,99]; le domaine de validité du modèle numérique est précisé. Une méthode simple de transfert des données (T-H) dans l'outil (H-M) est développée.

Enfin la troisième partie (Chapitre *IV.*) a trait à l'exploitation des outils numériques développés. Les différents paramètres mécanosorptifs du modèle sont recalés à partir de plusieurs applications dans la direction longitudinale. Tout d'abord, les effets mécanosorptifs sont étudiés sur des éléments poutres, à différentes échelles d'observation, sollicités dans la direction L et soumis à des conditions climatiques variables. Puis, des éléments dont les contraintes se développent majoritairement dans les directions transverses sont étudiés par le biais d'une application de panneaux peints, soumis aux effets des variations hydriques générant des phénomènes de tuilage. Les paramètres mécanosorptifs sont recalés et redéfinis pour les directions transverses ; l'amplitude des déformations mécanosorptives étant plus importante que dans la direction longitudinale. Ces deux premières applications sont réalisées en négligeant les effets de la température. Enfin, une application avec un exemple de séchage d'une planche est développée pour illustrer les possibilités de l'outil (T-H-M) global. Dans ce dernier, seuls les transferts de chaleur et de masse fortement couplés sont à l'origine du développement de contraintes internes, issues des phénomènes de retrait/gonflement dans les directions radiale et tangentielle (phénomène de tuilage).

# II. Bibliographie, Etat de l'art sur le matériau bois

L'interaction entre variations environnementales (température, humidité) et comportement mécanique du bois (effets mécanosorptifs) demeure un problème complexe qui influence grandement l'usage et la durabilité du matériau bois et des produits dérivés. Les développements dans l'ingénierie du bois ont requis beaucoup d'activités de recherche dont le but était de mieux connaître et comprendre le comportement mécanique du bois soumis à des conditions environnementales variables. Les investigations expérimentales, réalisées à différentes échelles du matériau, ont fourni d'importants acquis scientifiques pour les observations et les analyses des phénomènes différés. Toutefois, aucune représentation complète de la réponse mécanosorptive n'a été trouvée, puisque les expériences réalisées à ce jour ne couvrent pas toutes les combinaisons possibles d'histoires thermo-hydriques et de chargements mécaniques. Le comportement global du matériau n'est donc pas complètement décrit.

Le bois est un matériau hygroscopique, c'est-à-dire qu'il absorbe et dégage naturellement de l'eau de manière à trouver l'équilibre dans son environnement. Cette spécificité est à l'origine de beaucoup de phénomènes physiques se développant au sein du matériau bois. Il parait donc nécessaire, dans un premier temps, de rappeler les notions essentielles traitant du caractère hygroscopique de base du bois. Cela sera décrit dans la partie *II.1*.

La description du matériau bois à différentes échelles de structure constitue une base fondamentale permettant de comprendre son comportement mécanique. Le passage du niveau de l'ultra-structure à celui de la micro et de la macrostructure amène à établir un lien entre les changements des caractéristiques structurelles et leurs effets sur la réponse instantanée et différée du matériau. Plusieurs modèles qualitatifs proposés par différents auteurs donnent des interprétations intéressantes des déformations différées en identifiant les processus physiques et chimiques se développant principalement aux échelles ultra-structurelle et moléculaire (voir e.g. [Boy 82], [Baz 85], [Gri 88], [Has 96, 00]). La validation de ces approches et le besoin d'évaluer leur pertinence sont des tâches difficiles compte tenu de la structure anatomique complexe du bois. De tels modèles théoriques sont principalement utilisés dans le but d'expliquer l'origine des effets hydro-mécaniques couplés (partie *II.2.*).

D'un autre côté, depuis les années 70, des avancées considérables ont été réalisées dans le développement de modèles quantitatifs de fluage et de rupture différée, ayant pour but d'étudier et d'améliorer les performances des structures en bois ([Lei 71], [Ran 75], [Tor 92], [Han 95], partie *II.3.1.*). Plus récemment, les procédés de mise en forme tels que le séchage ont été à l'origine de travaux de recherche sur la compréhension et la représentation des distorsions du bois ([Tor 00], [Sve 02b], [Per 01], [Joh 01], [Kli 03], [Oma

99], [Oma 00], [Oma 03], [Rem 04], partie *II.3.2.*). La plupart des modèles de fluage sont basés sur des approches phénoménologiques dont les formulations permettent d'intégrer les mécanismes physico-chimiques impliqués dans les phénomènes de fluage/relaxation et de retrait/gonflement. Néanmoins, les équations constitutives simplifiées ne sont pas capables de reproduire le comportement du bois pour n'importe quelle histoire de chargement. Ceci est en partie dû à l'omission de paramètres matériau importants qui peuvent significativement influencer la réponse différée. Les conditions d'application de ces méthodes de calcul dépendent des hypothèses faites dans le but de faciliter les formulations mathématiques.

La pertinence des calculs mécaniques est conditionnée par une bonne estimation des phénomènes de transferts de masse et de chaleur, générés aussi bien dans le milieu poreux qu'est le bois qu'au niveau de ses surfaces d'échanges avec la masse d'air qui l'entoure (partie *II.4.*). La prise en compte du caractère couplé de ces transferts est fondamentale dans ce type d'étude. Les modèles développés (1D, 2D, 3D) assurent une simulation fiable de l'histoire hydrique, en permettant une meilleure compréhension du procédé, de l'enchaînement et du couplage des différents mécanismes ([Bon 91], [Perr 87, 90, 96a, 96b, 99, 02]).

### 1. Généralités sur le bois : relations bois - eau

Dans le bois, on peut caractériser l'eau sous 4 formes différentes, en fonction de l'état (liquide ou gazeux) et de l'énergie de lien entre les molécules d'eau et celles des parois cellulaires (*Figure II. 1*):

- *L'eau d'absorption ou libre* : elle est à l'état liquide et remplit en tout ou partie la fibre cellulaire (faible influence sur les caractéristiques mécaniques) ;
- *L'eau d'adsorption ou liée :* elle a des liens chimiques de nature polaire avec la paroi cellulaire (grosse influence sur les caractéristiques mécaniques) ;
- L'eau de constitution : les molécules d'eau font partie intégrante de la composition chimique des principales molécules constitutives du bois (n'intervient pas dans les phénomènes expliqués ici);
- *L'eau sous forme de vapeur :* elle est présente dans la cavité cellulaire et est en équilibre avec l'eau d'absorption et d'adsorption.



Figure II. 1 – Différentes formes d'eau dans le bois, tiré de [Bona 01].

#### 1.1. Point de saturation des fibres (PSF)

On définit le point de saturation des fibres par la valeur de l'humidité du bois correspondant au moment où toute l'eau libre (d'absorption) est éliminée, et où toute l'eau d'adsorption est encore entièrement liée à la paroi cellulaire. Ce point de saturation dépend de plusieurs facteurs, notamment le type de bois, la masse volumique, le pourcentage de bois "de printemps/d'automne", la température, etc...

L'humidité du bois correspondante peut alors varier entre 25% et 40%. De manière générale et en pratique, on utilise une valeur d'humidité de X = 30%. Le point de saturation a une grande importance, en ce sens qu'il correspond à un seuil au delà duquel le bois va commencer à subir des variations sensibles de ses propriétés physico-mécaniques (le retrait/gonflement, la résistance, la rigidité, etc...).

#### 1.2. Hygroscopie du bois

Le bois est un matériau hygroscopique car il présente certaines affinités avec l'eau. Cela génère alors des phénomènes d'échanges (accumulation/cession) d'humidité par des mécanismes dits *d'adsorption et de désorption*.

On définit le champ hygroscopique comme étant l'intervalle possible des valeurs d'humidité à l'équilibre, qu'une pièce de bois peut adopter dans un milieu ambiant. Expérimentalement, on peut montrer qu'un élément de bois maintenu suffisamment longtemps dans un lieu absolument sec (humidité relative HR=0%) tendra vers un état anhydre (X=0%). A l'inverse, un élément de bois maintenu suffisamment longtemps dans un lieu saturé (HR=100%) tendra vers sa pleine saturation. Le champ hygroscopique correspond donc à des points d'humidité compris entre ces deux valeurs extrêmes.

Dans ce champ, le bois peut lier polairement à la paroi cellulaire un certain nombre de molécules contenues dans l'atmosphère ambiante. La formation de ces liens détermine les variations de la géométrie de la pièce de bois considérée (retrait/gonflement), ainsi que ses caractéristiques mécaniques (résistance, rigidité). En dehors du champ hygroscopique (X>PSF), le bois ne peut récupérer de l'eau que par absorption, ou par contact direct avec de l'eau à l'état liquide. Le temps nécessaire pour atteindre un degré d'absorption donné dépend de la perméabilité du matériau et du phénomène de capillarité principalement.

#### 1.2.1. Adsorption/désorption

Lors du séchage du bois, l'eau libre disparaît des cavités cellulaires jusqu'à atteindre la limite de saturation des fibres. Au dessous de cette limite, l'équilibre hydrique s'établit en fonction de l'humidité relative et de la température de l'air. L'état d'équilibre du bois est décrit par des courbes expérimentales (isothermes de sorption). Ces courbes expriment l'état hydrique du bois à partir des conditions hygrométriques ambiantes et à température constante. L'adsorption se produit dans des zones amorphes par la formation de ponts d'hydrogènes sur les hydroxyles OH<sup>-</sup> de la chaîne cellulosique. La première couche d'eau adsorbée est caractérisée par une forte énergie de liaison.

Cette première adsorption se fait à des basses humidités relatives, par l'intermédiaire des trois hydroxyles de l'unité de base de la cellulose ( $C_6H_{10}O_5$ ). A un niveau d'humidité plus élevé, les molécules d'eau adsorbées sont liées aux molécules d'eau déjà existantes,

formant ainsi des zones d'adsorption multicouches (*Figure II. 2*). Pour une humidité relative proche de *100%*, il se produit des zones de condensation capillaire caractérisées par une faible énergie de liaison.



Figure II. 2 – Molécules d'eau adsorbées suivant des liaisons multicouches (a) et monocouches (b), tiré de [Bou 03a].

La désorption est le phénomène de détachement des molécules d'eau des fibres. Les courbes d'isothermes d'adsorption et de désorption ne coïncident pas, elles forment une zone d'hystérésis vraisemblablement induite par une réhydratation incomplète des sites de sorption (*Figure II. 3*). De plus, l'équilibre hygroscopique est fortement influencé par la température. La quantité d'eau adsorbée diminue lorsque la température augmente et ceci pour une même humidité relative (*Figure II. 4*).



Figure II. 3 – Diagramme schématique de l'hystérésis hygroscopique, tiré de [Bona 01].

Figure II. 4 – Effet de la température sur l'équilibre hygroscopique, tiré de [Las 00].

Les effets du chargement mécanique sur les phénomènes de sorption semblent négligeables [Gun 89]. Mais, les phénomènes de diffusion hydrique influencent significativement la réponse mécanique du matériau (couplage hydromécanique).

#### 1.2.2. Equilibre hygroscopique

Quand un matériau, dit hygroscopique comme le bois, se trouve dans un milieu humide, on a d'un côté une évaporation continue de molécules d'eau du bois vers l'air ambiant, et de l'autre une condensation continue des molécules de vapeur d'eau de l'air. Une différence des vitesses entre ces deux phénomènes (toujours concomitants) provoque une variation de l'humidité du bois, alors que lorsqu'elles sont égales, on atteint l'équilibre hygroscopique entre le bois et l'air ambiant. La dépense d'énergie est minimale pour le système bois/air à l'équilibre.

La valeur de l'humidité effective d'équilibre sera fonction non seulement des conditions d'ambiances finales, mais également des valeurs précédentes d'humidité subies (histoire du processus hygroscopique et effet de l'hystérésis naturelle).

#### 1.3. Humidité du bois : définitions et valeurs caractéristiques

L'humidité X au sein du bois est définie comme étant le rapport entre le poids d'eau contenu dans la pièce de bois considérée (m- $m_0$ ) et son poids anhydre  $m_0$ :

$$X(\%) = \frac{m - m_0}{m_0} .100\% \tag{II. 1}$$

avec *m* le poids humide et  $m_0$  le poids anhydre.

L'humidité d'un bois vert peut être supérieure à 100%, l'eau devient prépondérante par rapport à la matière sèche.

L'eau se déplace à l'intérieur du bois, avec une vitesse finie, des zones humides vers d'autres moins humides. La conséquence est la formation d'un gradient d'humidité longitudinal et transversal. Un tel mouvement suit les lois physiques diverses de la perméabilité, l'adsorption, la diffusion, la capillarité... L'étude du gradient dans le bois est d'une importance fondamentale pour la compréhension du problème. En effet son amplitude influence le développement de contraintes internes et l'apparition éventuelle de fissurations dans l'élément de bois.

Selon Avramidis [Avr 89], l'humidité d'équilibre  $X_{éq}$  du bois peut-être définie par la formulation suivante (sans prise en compte de l'hystérésis de la courbe d'adsorption/désorption de l'eau) :

$$X_{\acute{e}q,AVR} = 0.0I \left[ \frac{-T \ln(1 - 0.01HR)}{0.13(1 - T / 647.1)^{-6.46}} \right]^{\frac{1}{110.T} - 0.75}$$
(II. 2)

avec HR l'humidité relative de l'air en % et T la température de l'air exprimée en Kelvin.

1

Le *Tableau II. 1* présente des valeurs type d'humidité d'équilibre en fonction de l'humidité relative de l'air et de la température.

Humidité relative de l'air HR (%)	Température T (°C)			
	0	20	40	60
0	0	0	0	0
5	2	1.7	1.4	1.2
30	6.6	6	5.4	4.6
50	9.8	9.3	8.4	7.3
65	12.7	12.1	11.1	9.8
80	16.4	15.9	14.9	13.3
90	20.5	20.1	19	17.2

**Tableau II. 1** – Teneur en eau d'équilibre du bois (%) en fonction de l'humidité relative de l'air et de la température, calculée d'après [Avr 89].

Les conditions normales internationales sont définies à  $T = 20^{\circ}$  et  $HR = 65^{\circ}$ . L'humidité d'équilibre correspondante est  $X_{éq} = 12^{\circ}$ . On peut citer à titre d'information d'autres valeurs caractéristiques, non employées dans l'étude qui suivra :

- l'état d'absorption maximum : chaque cavité dans le bois est remplie d'eau (X=150% par exemple) ;
- l'état frais : l'humidité du bois reste supérieure à l'humidité de saturation ;
- le point de saturation (déjà évoqué) : l'humidité de saturation est considérée égale à 30%;
- le bois séché à l'air : l'humidité du bois reste généralement supérieure à 20% (seuil pour les attaques de "champignons");
- le bois à humidité commerciale : l'humidité du bois est d'environ 15% ;
- *le bois à humidité d'emploi :* utilisation correcte du bois en œuvre pour une humidité correspondant au point d'équilibre avec le milieu ambiant ;
- l'état anhydre : l'humidité du bois est nulle.

Le temps nécessaire pour qu'une pièce de bois atteigne l'équilibre hygroscopique peut être estimé et dépend de différents facteurs tels que :

- le type de bois et sa perméabilité ;

- les dimensions de la pièce ;
- le type "d'assortiment ligneux" ;
- la différence d'humidité entre les états initial et final ;
- la température ;
- etc...

#### 1.4. Retrait et gonflement du bois

On définit le retrait volumique total comme étant le pourcentage de diminution lors du passage de l'état frais (f) à l'état anhydre (O) :

$$\beta_{V}(\%) = \frac{V_{f} - V_{0}}{V_{f}}.100\% \tag{II. 3}$$

#### 1.4.1. Anisotropie du bois et retrait

Pendant le séchage du bois, la diminution de volume est accompagnée d'une déformation (distorsion) progressive. Ce phénomène s'explique en partie par le fait que les coefficients de retrait/gonflement ont des valeurs différentes dans les trois directions principales (longitudinale L, radiale R et tangentielle T). En particulier la composante axiale est beaucoup plus faible que les deux autres. On définit donc les retraits linéaires suivants :

$$\beta_L(\%) = \frac{L_f - L_0}{L_f} .100\% \tag{II. 4}$$

 $(0.1\% a 0.8\% \rightarrow \text{valeurs fréquentes } 0.2\% a 0.5\%)$ 

$$\beta_R(\%) = \frac{R_f - R_0}{R_f} .100\% \tag{II. 5}$$

 $(2\% a \ 12\% \rightarrow \text{valeurs fréquentes } 3\% a \ 6\%)$ 

$$\beta_T(\%) = \frac{T_f - T_0}{T_f} .100\% \tag{II. 6}$$

 $(4\% a 23\% \rightarrow \text{valeurs frequentes } 6\% a 12\%)$ 

Lors des simulations, nous emploierons plus facilement des coefficients de retrait par unité de variation hydrique ( $\beta$  en %/%)

#### 1.4.2. Conséquences du retrait

Les phénomènes de retrait/gonflement, directement liés à la constitution du matériau bois, entraînent des conséquences que l'on peut classer en trois types :

- variations dimensionnelles ;

- déformations/distorsions ;
- développement de contraintes internes au sein du matériau.

L'anisotropie du bois vis à vis du retrait est la cause principale des inconvénients suivants (*Figure II. 5*) :

- distorsion des solides : une pièce quelconque provenant de bois frais après séchage présentera, au delà des diminutions de volume, une distorsion, c'est-à-dire une variation des rapports entre les dimensions géométriques de l'élément par rapport aux valeurs initiales, associée à une variation des angles de la pièce ;
- ovalisation des trous ;
- fissurations dites en "V" : le retrait angulaire a entraîné des contraintes de traction supérieures à la résistance du matériau et donc une fissuration se propageant depuis l'extérieur de la pièce de bois vers le cœur de celle-ci ;
- *"tuilage" des planches :* la face la plus éloignée du centre du tronc aura tendance à rétrécir de manière plus importante que la face opposée. La conséquence est que la planche va s'incurver de façon significative.



Figure II. 5 – Conséquences du retrait, tiré de [Ale 02].

### 1.5. Effet de l'humidité sur les caractéristiques élastiques

D'après Guitard [Gui 87], on peut, dans la plage d'humidité comprise entre 6 et 20%, utiliser une interpolation linéaire pour estimer les modules élastiques du bois en fonction du taux d'humidité :

$$E_L^X = E_L^{12} [1 - 0.015(X - 12)]$$
  

$$E_\alpha^X = E_\alpha^{12} [1 - 0.030(X - 12)]$$
  

$$G_\eta^X = G_\eta^{12} [1 - 0.030(X - 12)]$$
  
(II. 7)

avec  $\alpha = (T \text{ ou } R)$  et  $\eta = (RT, TL \text{ ou } LR)$ , *E* et *G* représentant les modules d'élasticité longitudinaux et transversaux pour une humidité *X* et pour une humidité de *12%* (humidité d'équilibre pour des conditions normales de *21,5*°C et *65%* d'humidité relative de l'air).

D'autres auteurs comme Toratti [Tor 92] et Hanhijärvi [Han 95] proposent une autre formulation pour le module longitudinal, avec une valeur de référence :

$$E_{L}^{X} = E_{L}^{Xref} \left[ 1 - 0.0106 \left( X - X_{ref} \right) \right] :$$
(II. 8)

Ces estimations sont basées sur les courbes *Figure II. 6*. D'autres auteurs proposent d'autres relations en fonction des essences de bois.



Figure II. 6 – Evolution constatée du module longitudinal et du module de cisaillement RT en fonction du taux d'humidité pour différentes espèces d'après C.C. Gehards cité par [Gui 87].

# 2. Etude qualitative des phénomènes mécanosorptifs : analyse morphologique

#### 2.1. Macrostructure du bois

Le bois possède une structure cellulaire orientée principalement selon la direction de l'axe de l'arbre. La croissance de l'arbre d'une manière circulaire par la formation de cellules allongées reflète la nature anisotropique du bois. On distingue trois directions privilégiées (*Figure II. 7*) : une direction longitudinale L, suivant l'axe de l'arbre ; une direction radiale R, perpendiculaire aux cernes de croissance et une direction tangentielle T, perpendiculaire aux deux précédentes directions. Les propriétés physiques du matériau sont directement liées à la forme des cellules ; cependant, son influence sur le phénomène de fluage est moins évidente ([Ben 99]).



Figure II. 7 – Représentation des axes principaux d'orthotropie (L, R, T) d'un bois résineux, aux échelles macro et microstructurelle, d'après Norimoto et Gril [Nor 89].

L'échelle d'observation macroscopique ne fait intervenir que des volumes élémentaires suffisamment grands par rapport à la microstructure cellulaire, ce qui permet de formuler l'hypothèse de continuité du milieu. La caractérisation physique de ce matériau est rendue difficile par la présence d'irrégularités locales et d'une hétérogénéité induite par les différentes phases de croissance. Comme pour tout matériau biologique ceci impose souvent de travailler avec des valeurs moyennes représentatives après identification sur un nombre conséquent d'échantillons.

#### 2.2. Microstructure

A cette échelle, le bois est assimilé à un squelette polymérique composé de cellules constituant les fibres. Les cellules longitudinales, appelées trachéides, constituent 90% de la structure cellulaire (résineux). L'épaisseur de leurs parois cellulaires change en fonction de la période de croissance, mais le rapport longueur/épaisseur reste assez important (de l'ordre de 100 pour 1). D'autres types de cellules appelées parenchymes ou rayons ligneux

sont disposées radialement. L'arrangement des cellules ménage une grande portion de vides plus ou moins remplis d'eau, ce qui explique la porosité élevée du bois. Cet aspect se traduit par la densité du matériau qui constitue un facteur déterminant au niveau de ses caractéristiques mécaniques et thermo-hydriques.

Beaucoup d'études expérimentales ont montré l'intérêt d'analyser le comportement différé du bois en examinant seulement la superposition de quelques fibres ([Nav 95]). De petits spécimens permettent d'éliminer les singularités qui perturbent les conditions expérimentales appliquées et de réduire la dispersion des résultats obtenus. De plus, les dimensions des éprouvettes n'influent pas sur les facteurs de déclenchement des effets mécanosorptifs : une réponse mécanosorptive similaire est observée avec des spécimens de différentes échelles, mais leur cinétique est différente ([Pit 96]).

#### 2.3. Ultrastructure et structure moléculaire

L'observation à l'échelle du micron permet une description détaillée des différentes couches de la paroi cellulaire et intercellulaire. La paroi cellulaire est composée d'une paroi primaire entourée par la lamelle mitoyenne et d'une paroi secondaire interne composée de trois couches S1, S2, et S3 (*Figure II. 8*). La couche S2 est la plus épaisse. Elle peut atteindre *85%* de l'épaisseur totale de la paroi cellulaire. Les principales composantes chimiques de la paroi cellulaire sont la cellulose, l'hémicellulose et la lignine. Les chaînes de molécules cellulosiques, entourées d'hémicellulose et incrustées dans la lignine, constituent des microfibrilles en forme de spirales croisées. Les microfibrilles sont les unités structurelles de la paroi cellulaire. Chacun des trois constituants (cellulose, hémicellulose, lignine) est présent dans différentes proportions dans les quatre couches de la paroi cellulaire du bois. Dans la paroi primaire, les microfibrilles sont présentes de façon lâche et s'entrelacent de manière aléatoire, alors que dans la paroi secondaire elles sont arrangées de façon plus dense et parallèles les unes par rapport aux autres.

Dans les couches S1 et S3, l'angle d'inclinaison de ces microfibrilles varie entre 50° et 90° par rapport à l'axe de la cellule, alors que dans la couche S2, l'inclinaison est comprise entre 0 et 45°, voire 50° parfois. L'importante épaisseur de la couche S2 et la faible inclinaison de ses microfibrilles reflètent son rôle déterminant dans la réponse mécanique du bois. Ces différentes orientations, de manière générale, expliquent l'anisotropie des propriétés mécaniques et d'hygro-expansion ([Ska 88]). Les comportements différents du bois en compression et en traction peuvent être expliqués par le fait que l'ultrastructure présente un arrangement de "type corde".



Figure II. 8 – Schématisation de la paroi cellulaire de trachéide, tiré de [Din 81].

La cellulose et l'hémicellulose sont très hydrophiles. La cellulose, dans une proportion de l'ordre de 45%, comporte des régions cristallines (plus de 60%) interrompues par des zones amorphes qui affaiblissent les liaisons intermoléculaires. La cellulose est caractérisée par une résistance et une rigidité axiale très élevées qui contribuent significativement à la réponse mécanique globale du matériau. Cela donne au tissu une structure résistante et rigide dans la direction des microfibrilles ([Has 96, 00]). Les hémicelluloses sont des polymères amorphes ramifiés qui constituent 20% à 25% de la paroi cellulaire. La lignine est un polymère hétérogène complexe, amorphe et réticulé. Ses chaînes latérales se rejoignent pour former un réseau tridimensionnel, ce qui lui donne la fonction de colle des fibres adjacentes. La cellulose et l'hémicellulose ont des caractéristiques mécaniques orthotropes. Quant à la lignine, elle est supposée isotrope. Les propriétés mécaniques des composantes sèches de la fibre sont données dans le *Tableau II. 2* ci-dessous.

,		,		
Matériau	E <sub>a</sub> (GPa)	E <sub>t</sub> (GPa)	G (GPa)	Coefficient de Poisson
Cellulose	134.0	27.2	4.4	0.1
Hémicellulose	8.0	4.0	2.0	0.33
Lignine	3.3	3.3	1.5	0.354

Tableau II. 2 – Propriétés mécaniques des composantes sèches de la fibre, d'après Salmen, cité par [Bou 03a].

où *E<sub>a</sub>*, *E<sub>t</sub>*, *et G* désignent respectivement les modules axial, tangentiel et de cisaillement.

La composition chimique et les propriétés mécaniques sont très importantes pour pouvoir fournir une explication sur la réaction de ce tissu polymérique vis-à-vis des variations hydriques et sous un chargement mécanique prolongé. La cellulose est caractérisée dans les microfibrilles par de longues et minces chaînes qui sont très rigides, bien que périodiquement coupées par des régions amorphes hydrophiles qui affaiblissent les liens intermoléculaires.

A partir d'observations faites aux échelles ultra-structurelle et moléculaire, une explication simple du fluage sous variations hydriques peut être présentée et extrapolée à l'échelle de la structure. L'approche utilisée pour expliquer le fluage mécanosorptif est tout d'abord basée sur les changements géométriques et mécaniques qui se produisent entre les différents constituants de la structure de la paroi cellulaire pendant l'application de variations d'humidité. Les différentes théories qui ont été proposées pour expliquer les phénomènes d'hygro-expansion sont très utiles pour comprendre les états de contraintes et déformations induits par les variations hydriques. En effet, durant le séchage du bois vert et quand la teneur en eau passe sous le point de saturation des fibres, les phénomènes de retrait apparaissent. Les contractions transversales des fibres induisent des contraintes de compression dans les zones de contact entre les fibres adjacentes, et génèrent un phénomène de flambage dans les régions amorphes présentes entre les fibrilles cellulosiques cristallines ([Has 96, 00]). A travers ces déformations appelées microcompressions, les contraintes de compression sont partiellement dissipées et des contraintes résiduelles internes peuvent subsister, dépendant des variations hydriques et de certaines propriétés physiques du bois. Une recouvrance partielle de ces déformations peut être possible en appliquant des humidifications. Par conséquent, quand la paroi cellulaire est soumise à des contraintes de traction, les microcompressions sont partiellement relâchées par une déformation élastique et une déformation différée reflétant le caractère visqueux des zones amorphes. On suppose que la diffusion d'eau liée perturbe l'état d'équilibre des microfibrilles et amplifie les déformations différées des régions amorphes jusqu'à ce que les microfibrilles atteignent un état quasi-stable, à condition que les contraintes ne dépassent pas un certain niveau. Cela signifie que, à faibles niveaux de contraintes, le taux de fluage décroît jusqu'à stabilisation. Après cette période, les variations hydriques induisent seulement des déformations d'hygro-expansion et de faibles oscillations des déformations mécaniques dues à des redistributions de contraintes qui suivent les variations dimensionnelles de la paroi cellulaire.

Dans le cas de contraintes de compression externes parallèles aux fibres du bois, les forces externes vont à l'encontre du relâchement des microcompressions. Ainsi, le taux de déformations différées peut être plus grand que dans le cas de contrainte de traction externes où la configuration géométrique des fibrilles est plus stable (stabilité de l'arrangement de "type corde" de l'ultrastructure). Les observations expérimentales montrent que l'état d'équilibre stable des microfibrilles après une période d'humidification est atteint plus rapidement que dans le cas d'un séchage. Cela peut être expliqué par le fait que certaines molécules d'eau adsorbées sont fortement liées à la paroi cellulaire et sont capables de transmettre des charges permanentes significatives ([Baz 85]).

Par ailleurs, durant les périodes de séchage, un spécimen de bois chargé mécaniquement présente des déformations mécanosorptives plus grandes que lors de périodes d'humidification, quel que soit le type de contraintes (flexion, traction, compression

ou cisaillement). En fait, la libération des molécules d'eau liée entraîne des ruptures des liens hydrogène entre les fibrilles du bois (Figure II. 9), plus violentes que lors d'une humidification, augmentant ainsi les déformations différées, en particulier en rabaissant le niveau de contraintes activant le flambage des zones amorphes. En phase de séchage, la rupture des liens hydrogènes peut-être totale, alors qu'en humidification, la rupture partielle est suivie d'une reformation avec les nouveaux hydroxyles. Les liens hydrogène tendent à significativement réduire les glissements relatifs entre les chaînes cellulosiques. L'état de stabilité est troublé quand un chargement est appliqué, des liens hydrogène se rompent et autorisent ainsi des glissement partiels entre les microfibrilles. De nouveaux liens hydrogène sont recomposés sur d'autres sites, mais les mouvements relatifs des chaînes cellulosiques provoquent d'autres ruptures de liens hydrogène. Ainsi de suite, le processus continue et entraîne des déformations de fluage, différées dans le temps ([Han 95]). Si le chargement est supprimé, les nouveaux liens gênent la recouvrance jusqu'à ce qu'un nouveau changement d'humidité les rompe. Cette explication du phénomène mécanosorptif par les destructions/formations moléculaires met en avant la dépendance de la réponse mécanique actuelle avec les variations hydriques passées et permet l'introduction du concept d'histoire d'humidité du bois.



Figure II. 9 – Représentation de la structure moléculaire de la cellulose, tiré de [Bou 03a].

Dans des limites de contraintes extérieures appliquées modérées et après une histoire de variations d'humidité donnée, quasiment la totalité des liens faibles responsables des déformations différées sont rompus. Par conséquent, comme dans le cas du fluage limite, et en fonction de l'importance des variations hydriques passées, la déformation totale semble se stabiliser pour ces niveaux de chargement. Quand les niveaux de contraintes dépassent un certain pourcentage de la limite de rupture du bois (autour de *15%* selon [Bou 03a]), le fluage mécanosorptif croît continuellement et relativement rapidement jusqu'à la rupture. Ce comportement est de manière générale induit par des déformations cumulées irréversibles qui résultent de glissements continus entre les microfibrilles et aux niveaux des interfaces des fibres du bois.

Globalement, les phénomènes de fluage dans les directions perpendiculaires aux fibres du bois ont été moins examinés que dans la direction longitudinale. Ceci est lié aux propriétés mécaniques du matériau qui influencent fortement la conception des structures en bois, où la plupart des éléments constitutifs sont soumis à des chargements dans la direction longitudinale. Néanmoins, la présence d'états de contraintes multiaxiales dans beaucoup d'applications est inévitable (assemblages entre les éléments structurels, structures composites, plancher en bois précontraints...). En outre, même sous des chargements axiaux, les variations d'humidité génèrent des états de contraintes multiaxiales. D'autres applications telles que le séchage du bois présentent des contraintes dans les directions transverses élevées. La compréhension et la caractérisation des phénomènes de mécanosorption dans ces directions semblent donc très importants et les scientifiques commencent à s'y pencher ([Han 98, 99, 00a, 00b], [Perr 04], [Rem 04]).

En dépit de la différence entre les cinétiques et l'amplitude des complaisances du fluage mécanosorptif entre les directions transverses et longitudinale du bois, les similitudes entre les phénomènes observés permettent d'expliquer l'origine du fluage mécanosorptif avec les mêmes modèles qualitatifs que ceux décrits précédemment. En d'autres termes, la rigidité et la stabilité de la paroi cellulaire du bois dans les directions radiale et tangentielle sont de la même manière affectées par les variations hydriques dans les régions amorphes hydrophiles et visqueuses. A ceci, faut-il encore ajouter les effets de la température sur les caractéristiques mécaniques du bois [Han 98, 99, 00a, 00b].

Notons que l'explication qualitative présentée précédemment n'est pas la seule donnée par les chercheurs. Habeger [Hab 01] et Alfthan [Alf 04] supposent que le fluage mécanosorptif est le résultat de redistributions transitoires de contraintes durant les variations hydriques en combinaison avec un comportement de fluage non-linéaire du matériau. Ils introduisent la notion de "fluage accéléré" qui provient d'un cyclage hydrique qui perturbe continuellement l'équilibre et génère un chargement interne cyclique dans la structure. Beaucoup de matériaux fluent plus sous des chargements cycliques que sous l'effet de chargements moyens constants.

#### 3. Comportement macroscopique et modélisation

Le bois étant un matériau composite à base organique fortement orienté, il est indispensable d'utiliser des lois de comportement orthotropes. Le repère naturel d'orthotropie étant lié à la morphologie de l'arbre, on travaillera dans un repère orthotrope cylindrique avec une direction longitudinale très raide devant les directions radiale et tangentielle.

Des observations simples réalisées depuis longtemps ont montré que le bois présentait un comportement viscoélastique assez marqué. Par ailleurs, les observations expérimentales réalisées depuis de nombreuses années ont permis de mettre en évidence les différents phénomènes physiques ayant une influence sur le comportement des structures bois. Parmi ceux-ci on peut citer la teneur en eau, la température, le niveau de contraintes et bien sûr le mode de sollicitation (voir partie *II.2.*).

Compte tenu de la forte orientation du matériau, les premières modélisations ont été réalisées de manière uniaxiale. En effet, la direction longitudinale a un intérêt mécanique, notamment dans les applications liées au génie civil, car elle présente une rigidité et une résistance plus grandes que les autres directions. La plupart des modèles de base sont des modèles rhéologiques basés sur des éléments de Maxwell ou des éléments de Kelvin, appliqués à la direction longitudinale. On peut citer les travaux de Liu et al. [Liu 97], de Hanhijärvi et al. [Han 01], [Hel 00], de Mauget et Passard [Mau 99], [Pas 01a, 01b], de Bou-Saïd [Bou 03a, 03b] parmi bien d'autres (partie *II.3.1.*). Mais récemment, la thématique du séchage du bois a orienté les scientifiques vers l'étude de l'effet de sollicitations thermo-hydriques sur la mécanique du bois. Les directions transverses, fortement sollicitées, sont l'objet principal des études dans la thématique du séchage (partie *II.3.2.*).

#### 3.1. Travaux dans la direction longitudinale du bois

#### 3.1.1. Modèle de Liu et Schaffer [Liu 97]

Ce modèle rhéologique mono-dimensionnel a pour objectif de donner une méthode de calcul des structures bois sollicitées selon la direction des fibres jusqu'à rupture, grâce à l'utilisation conjointe d'une loi de comportement viscoélastique non linéaire et d'un critère de rupture basé sur le concept de densité d'énergie de déformation critique. Le modèle viscoélastique est constitué de l'association en série d'un ressort et d'un élément de Kelvin dans lequel l'amortisseur contient un fluide de Eyring.

La modélisation du comportement visqueux des polymères amorphes à l'aide de tels modèles et ceux qui en dérivent [Pow 41], [Ree 55] a encore largement sa place comme le montrent des publications récentes [Kon 96], [Doo 98], [Mei 03].

Pour Liu et al. la déformation totale est décomposée en une déformation élastique et une déformation inélastique. Le taux de déformation inélastique est défini grâce au fluide de Eyring par la relation :

$$\dot{\varepsilon}_a = K \sinh(\beta \sigma_{ef}) \tag{II. 9}$$

où  $\sigma_{ef}$  est la part de contrainte « vue » par l'amortisseur, *K* est une fonction de l'énergie d'activation (inverse d'un temps) et  $\beta$  un coefficient de contrainte fonction des conditions de chargement (inverse d'une contrainte).

#### 3.1.2. Modèle de Mauget et Passard [Mau 99], [Pas 01a, 01b]

Comme le modèle précédent, les modèles proposés par Mauget et Passard sont basés sur une analyse rhéologique du comportement du bois, mais contrairement à ce dernier, des écritures 3D ont été proposées dans le cadre des matériaux orthotropes.

Tous les modèles sont basés sur l'association en série d'éléments de Kelvin et leur écriture en séries de Prony. Les différents termes de viscosité étant constants, le nombre d'éléments est ajusté en fonction du comportement non-linéaire du matériau étudié. La fonction de fluage prend alors la forme suivante :

$$J(t) = J_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \left( I - e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right)$$
(II. 10)

avec  $a_n$  l'inverse du module dissipatif et  $\tau_n$  le temps de retard défini comme suit :

$$\tau_n = \tau_n^{\infty} e^{\frac{\Delta W_n}{RT}}$$
(II. 11)

où  $\Delta W_n$  est une énergie d'activation (en J/mol), R est la constante des gaz parfaits (8314 J/mol/K), T est la température absolue en Kelvin et  $\tau_n^{\infty}$  est le temps de retard pour une température infinie.

Cette fonction de fluage permet de calculer le taux de déformation anélastique en fonction des contraintes appliquées. Cette formulation est basée sur une approche unidimensionnelle et les essais de validation sont généralement des essais de flexion ou de séchage 1D. La généralisation 3D se fait par l'intermédiaire de la fonction de fluage qui devient un tenseur de fluage qui est la somme des *N*+1 tenseurs associés à chaque élément de Kelvin. Ce type de loi est utilisé aussi bien en petites transformations qu'en déformations

finies et grands déplacements. Le passage en grands déplacements étant précisé dans [Mau 99] pour tenir compte de la rotation matérielle.

On peut noter au passage que la rotation utilisée ici est celle de Green-Naghdi, or Hagege [Hag 04] a montré que pour des matériaux très fortement orientés, cette définition de la rotation n'était pas suffisamment précise et pouvait conduire à des surestimations importantes des contraintes.

#### 3.1.3. Modèle de Hanhijärvi et al. [Han 01, Hel 00]

Les travaux de cette équipe austro-finnoise ont quelque peu évolué ces dernières années. Les premiers modèles étaient formulés pour des applications liées au Génie Civil. Ils étaient donc essentiellement 1D. Les derniers, postérieurs à 2001 sont résolument tridimensionnels.



Figure II. 10 – Schématisation du modèle rhéologique de Hanhijärvi, tiré de [Hel 00].

Dans ce modèle, les viscosités des *N* amortisseurs peuvent varier de façon complexe avec le niveau de contraintes par élément et avec le taux d'humidité du matériau. Le nombre important de paramètres à identifier pour ce modèle 1D devient prohibitif lorsqu'on passe à une écriture 3D de la loi de comportement, et ce, d'autant plus que les paramètres doivent vérifier entre eux des relations d'inégalité si on veut vérifier le second principe de la thermodynamique.

Forte de ces observations, la même équipe a proposé en 2001 [Han 01] une autre loi de comportement directement tridimensionnelle. Pour des raisons de simplicité d'écriture et également pour assurer la cohérence thermodynamique, il a été choisi de passer à un modèle de Kelvin généralisé à N éléments pour lequel l'utilisation du potentiel thermodynamique basé sur l'énergie libre de Helmholtz est plus explicite.


Figure II. 11 – Schématisation du modèle rhéologique de Hanhijärvi, tiré de [Han 01].

Le modèle a de plus été raffiné pour lui adjoindre une déformation plastique permettant de prendre en compte plus facilement les phénomènes non recouvrables. Ce choix s'appuie sur les travaux de Gril [Gri 88] ou Hunt [Hun 99] qui considèrent que le fluage propre et le fluage mécanosorptifs ne sont pas indépendants l'un de l'autre et qu'il existe une partie de fluage recouvrable et une autre qui ne l'est pas.

La formulation tridimensionnelle ici encore nécessite la détermination d'un nombre considérable de paramètres.

#### 3.1.4. Modèle de Bou-Saïd [Bou 03a, 03b]

Fortement influencé par les travaux précédents, le modèle proposé par Bou-Saïd est basé sur un modèle de Maxwell généralisé à P+Q+1 éléments en parallèle : un élément pour la réponse élastique (avec un amortisseur dont le temps de relaxation est très grand), P=3 éléments ayant pour rôle la modélisation du fluage propre et Q=3 éléments devant modéliser le fluage mécanosorptif. A partir des observations faites aux échelles ultrastructurelle et moléculaire (partie *II.2.*), les facteurs influençant la réponse mécanosorptive ont été intégrés dans la formulation du modèle de Bou-Saïd. Ainsi, les explications qualitatives ont montré que les régions amorphes entre les chaînes cellulosiques sont à l'origine des mécanismes physiques qui induisent des déformations différées dépendantes du niveau de sollicitation, du taux et de l'histoire des variations hydriques.

Les éléments de Maxwell sont constitués d'amortisseurs non newtoniens dont les viscosités pour les éléments de fluage propre sont exprimées par :

$$\frac{1}{\eta_i} = \frac{1}{\eta_i^0} S_i(\overline{\kappa}) \tag{II. 12}$$

37

où *i*=1 à 3 et  $S_i(\overline{\kappa})$  est une fonction d'activation non-linéaire dépendant du niveau de contrainte  $\overline{\kappa}$  atteint dans la branche *i*.

$$S_i(\overline{\kappa}) \approx \sinh(b'_i \overline{\kappa}) \qquad avec \quad \overline{\kappa} = \frac{\sigma(t)}{S_{rup}}$$
 (II. 13)

où  $S_{rup}$  est la limite de rupture du matériau et  $b'_i$  une constante.

Les viscosités pour les éléments de fluage mécanosorptifs dépendent du niveau de contrainte  $\bar{\kappa}$ , du taux de variation hydrique  $\dot{X}$  et de l'histoire de ces variations  $X_{hist}$  subies par le matériau et sont exprimées par :

$$\frac{1}{\eta_j} = \frac{f_I(\dot{X})}{\eta_j^0 f_2(X_{hist})} S_j(\vec{\kappa}) \tag{II. 14}$$

où *j=4 à 6* et  $S_j(\overline{\kappa})$  est une fonction d'activation de la même forme que la fonction  $S_i(\overline{\kappa})$ .

$$f_1(\dot{X}) \approx \frac{\Delta X}{\Delta t}$$
 et  $f_2(X_{hist}) \approx b e^{-cX_{hist}} - d$  (II. 15)

et

$$X_{hist} = \begin{cases} \sum \Delta X_{(a)} & en \ cas \ d'adsorption \\ \sum \Delta X_{(d)} & en \ cas \ de \ désorption \end{cases}$$
(II. 16)

Les quantités  $\eta_{i,j}^{0}$ ,  $b_{i,j}$ ', (*i*=1 à 3, *j*=4 à 6) b, c et d sont des constantes qui dépendent du matériau. Par ailleurs, l'écriture 3D orthotrope qui a été réalisée à partir de ce formalisme 1D a été faite sans prendre les précautions de rigueur quant au respect des principes fondamentaux de la thermodynamique des milieux continus, et notamment le second principe.

#### 3.1.5. Bilan des modélisations proposées

Les modèles existants, hormis celui de Bou-Saïd sont tous basés sur une écriture tridimensionnelle isotrope d'un modèle de Kelvin généralisé. Liu fait le choix d'un élément unique avec un amortisseur non linéaire, mais il ne s'intéresse qu'au fluage propre. Mauget, Passard et Hanhijärvi font le choix de modèles à amortisseurs linéaires et choisissent le nombre d'éléments à ajouter en fonction du comportement réel du matériau. Cependant, si Hanhijärvi ne précise pas le nombre d'éléments nécessaire, les exemples présentés ne vont

pas au delà de 4 éléments. Mauget et Passard quant à eux se contentent de 1 ou 2 éléments.

L'association en série d'éléments de Kelvin rend plus aisée la modélisation et la compréhension des différentes composantes de la déformation : déformation hydrique, déformation thermique, déformation élastique et déformation inélastique. Néanmoins, comme le souligne Lemaître [Lem 96] la généralisation de Maxwell et la généralisation de Kelvin permettent d'aboutir sensiblement au même comportement. Il n'y a donc rien de rédhibitoire dans le choix d'un modèle rhéologique de base.

Même si d'après Gril [Gri 88] et Hunt [Hun 99] on ne peut pas réellement découpler le fluage propre du fluage mécanosorptif, il paraît cependant délicat d'envisager de modéliser deux non linéarités avec un seul élément comme le fait Liu. Par ailleurs, la multiplication des éléments rend difficile l'utilisation d'une loi dont les paramètres ne sont pas réellement identifiables. L'utilisation d'une loi orthotrope qui associe peu d'éléments (1 ou 2) avec des comportements non linéaires en association avec un comportement élastique de long terme paraît un bon compromis (voir partie *III.1.*).



Figure II. 12 – Modèle proposé à partir des travaux de Bou-Saïd [Bou 03a].

# 3.2. Travaux dans les directions transverses du bois et effet de la température

Les objectifs d'améliorer la qualité et le rendement des bois sciés ont initié plusieurs travaux de recherche visant à optimiser principalement la procédure du séchage. Les premières études réalisées consistaient à examiner expérimentalement l'effet de différents cycles de séchage sur les éventuelles déformations et fissurations dans le bois. Cette méthode, assez onéreuse, a trouvé rapidement ses limites et les conclusions qui en découlent restent difficilement généralisables.

Ainsi, les travaux de recherches se sont orientés par la suite vers le développement de lois de comportement capables d'intégrer des mécanismes physiques et chimiques agissant au sein du matériau lors du séchage. L'intérêt de la simulation est la possibilité d'examiner, sur un temps très réduit, la réaction du bois en fonction de différentes procédures de séchage en vue d'une optimisation. La complexité de ce moyen d'investigation réside d'une part dans la formulation de lois de comportement nécessitant une compréhension complète des phénomènes thermo-hydro-mécaniques couplés agissant à différentes échelles du matériau ; et d'autre part dans la prise en compte des paramètres liés à l'hétérogénéité de ce matériau anisotrope. Globalement, deux types d'études ont été réalisés permettant de développer l'un et l'autre de ces points : un premier plutôt lié aux aspects couplages thermo-hydro-mécaniques (partie *II.3.2.1.*) ; un second plutôt lié à la compréhension de l'influence des caractéristiques géométriques et de la structure anatomique sur le comportement du bois pendant un séchage (partie *II.3.2.2.*).

Les premières études n'assurent leur fiabilité que pour la simulation d'éléments de bois propres (ne présentant pas ou très peu d'hétérogénéités et de singularités) et s'appuient sur des modèles 2D. Les deuxièmes citées permettent d'intégrer le caractère très hétérogène du bois mais n'assurent pas l'accès aux champs de contrainte et déformation d'une manière précise. Pour pouvoir définir des procédures de séchage optimales des bois hétérogènes, il est nécessaire de développer des modèles tridimensionnels. Cette approche permet la prise en compte de l'influence des paramètres liés à la croissance associée à une loi de comportement de type thermo-hydro-mécanique représentative des phénomènes s'initiant au sein du bois. En effet, une optimisation des process industriels existants est indispensable et cette lourde opération doit s'appuyer sur des outils numériques permettant la prédiction des distorsions et des endommagements. La principale difficulté réside dans la compilation de l'ensemble des paramètres influents au sein d'une loi comportementale globale. La définition de leur niveau de dépendance est également difficile à établir.

#### 3.2.1. Etude des effets différés

La première approche s'attarde sur la nécessité d'approfondir l'étude des effets différés, tels que le fluage viscoélastique et le fluage mécanosorptif ainsi que leur éventuel couplage, afin de décrire les champs de contraintes et de déformations transversaux induits par le séchage. La complexité des interactions thermo-hydro-mécaniques a conduit au développement de modèles simplifiés 1D ou 2D s'appliquant sur des pièces de bois propres pour des températures moyennes ([Ran 95], [Huk 96], [Sve 99, 02a], [Rem 04]). Bien que ces approches ne soient pas capables de décrire complètement la réaction du bois, elles permettent cependant d'accéder aux contraintes maximales internes et d'évaluer ainsi le risque de fissuration.

Des études récentes réalisées à des hautes températures (jusqu'à 125°C) apportent des éléments de réponse sur le comportement du bois propre dans ces plages de températures

[Han 98, 99, 00a, 00b]). Le facteur température devient en effet prépondérant aux alentours de  $60^{\circ}$  et sa prise en compte pour une modélisation appropriée devient nécessaire. Les tests de fluage réalisés à  $95^{\circ}$  et  $125^{\circ}$  démontrent clairement les variations significatives, à ces niveaux de température, des complaisances viscoélastiques et mécanosorptives. Pour des températures dépassant  $60^{\circ}$  et des taux d'humidité interne relativement élevés, des déformations de type hygro-thermique viennent s'ajouter aux déformations d'hygro-expansion et de fluage, pour une représentation complète du comportement du matériau. Compte tenu de la difficulté d'exploiter des résultats expérimentaux de forte variabilité, les conclusions montrent que les phénomènes mis en jeu sont loin d'être parfaitement élucidés.

Associé à cela, un comportement fortement non-linéaire dans les directions radiale et tangentielle a été observé en compression. En effet, à la vue d'essais statiques (court terme), réalisés avec des sollicitations dans les directions perpendiculaires aux fibres, une perte de rigidité du matériau est observée très rapidement, à des niveaux de contraintes en compression faibles vis-à-vis de la limite de rupture [Wid 04]. Dans la continuité de ce qui a été évoqué précédemment, une caractérisation plus précise du comportement instantané du bois dans ces directions est nécessaire, car celui-ci n'a été que très peu étudié dans les travaux passés. Les études recueillies dans la littérature ne présentent que très rarement des résultats d'essais complets où des phases de charge sont associées à des phases de décharges, apportant des réponses plus précises sur l'amorçage des phénomènes nonlinéaires et le développement de déformations irréversibles dans les directions transversales. En effet, cette caractérisation semble importante en vue d'assurer une représentation complète du comportement de pièces de bois soumises à des procédures de séchage parfois complexes. La vitesse et le type de transferts de masse, résultants de ces opérations, vont engendrer des états de contraintes élevés dont certaines valeurs peuvent osciller entre traction et compression. Il semble donc nécessaire de bien connaître le comportement du bois soumis à des phases associées de perte de rigidité instantanée et d'inversion de contraintes.

### 3.2.2. Effets des paramètres de croissance

La seconde approche tente de mieux appréhender l'impact des différents paramètres liés à la croissance de l'arbre sur les déformations pendant une procédure de séchage. L'étude de ces paramètres s'effectue dans les trois directions du matériau et considère donc son caractère anisotrope. Les éléments étudiés sont très divers et la grande difficulté est d'estimer quantitativement leur très forte interdépendance. Ainsi, dans la littérature ([Per 01], [Joh 01], [Kli 03], [Oma 99], [Oma 00]), on observe, qu'à partir d'expérimentations, l'influence des paramètres liés à la croissance de l'arbre sur les différents types de distorsions a été mise en avant. Les expériences ainsi réalisées montrent l'importance de la prise en compte de l'angle des fibres longitudinales, de la vitesse de croissance (largeur des cernes, densité), de la présence de nœuds, de la position de la pièce débitée par rapport au centre du tronc et de l'existence de contraintes de croissance. Les effets de la variation de ces paramètres

peuvent entraîner des conséquences directes sur les caractéristiques mécaniques du matériau et sur les coefficients de retrait/gonflement, dont les changements vont influencer l'importance des distorsions.

Durant une opération de séchage, quatre types de distorsions peuvent se manifester et altérer la géométrie de pièces de bois : le tuilage (cupping), le gauchissement (twist), la flèche de face (bow) et la flèche de chant (spring). Celles-ci trouvent leur origine à partir de différentes hétérogénéités généralement liées à la croissance de l'arbre, dont chacune aura une part d'influence relative sur l'amplitude des distorsions.

[Per 01], [Joh 01], [Kli 03], [Oma 99], [Oma 00] ont publié des résultats expérimentaux visant à établir une étude de sensibilité de paramètres majeurs liés à la croissance de l'arbre. Les expériences ainsi réalisées montrent l'importance de la prise en compte de l'angle des fibres longitudinales (gauchissement), de la position de la pièce débitée par rapport au centre du tronc (tuilage) ou du caractère conique de l'arbre sur pied (flèche de face, flèche de chant). Les effets de la variation de ces paramètres peuvent entraîner des conséquences directes sur les caractéristiques mécaniques du matériau et sur l'orientation des repères d'anisotropie à considérer. Leurs changements vont influencer en conséquence l'importance des distorsions. Ainsi, des premières équations empiriques permettent de considérer les hétérogénéités dans les outils numériques.

D'autres travaux récents ont tenté de lier amplitude de fluage et hétérogénéités [Ben 01], mais les conclusions qui en résultent ne permettent pas de donner une explication exacte de la correspondance directe entre phénomènes différés et paramètres liés à la croissance de l'arbre. Ainsi, dans les modèles, les paramètres relatifs au fluage ne dépendent pas directement des hétérogénéités de la pièce de bois. En effet, l'évolution dans le temps des phénomènes différés dépend des champs de contraintes/déformations, eux-mêmes fonctions des variations des caractéristiques mécaniques. Généralement, le mode de débit, soit la position *r* de la pièce considérée dans le billon, ainsi que l'angle des fibres  $\theta$  du bois sont les deux paramètres d'hétérogénéité considérés dans les modèles (Figure II. 13), supposés très influents sur l'évolution des modules élastiques et des coefficients de retrait/gonflement, mais également directement sur la géométrie des pièces de bois étudiées (rayon des cernes, direction de l'axe d'orthotropie).  $\theta$  est lui-même fonction de r. Ainsi, [Oma 03], à partir d'études basées sur des essences d'Epicéa de Norvège et de Pin Radiata, définit des équations d'influence, linéaires ou quadratiques, sur les paramètres matériaux : E=f(r);  $G=f(r,r^2)$ ;  $\beta=f(r,r^2)$  et  $\theta=f(r,r^2)$ ; E, G,  $\beta$  sont respectivement le module d'élasticité dans la direction L, R ou T, le module de cisaillement dans le plan LR, LT ou RT et le coefficient de retrait/gonflement dans la direction L, R ou T. De manière générale, la prise en compte globale dans les lois de comportement de ces deux hétérogénéités d'influence majeure justifie le recours à un modèle tridimensionnel, les trois directions d'orthotropie étant susceptibles d'être sollicitées.



Figure II. 13 – Caractérisation des paramètres r et  $\theta$ , tiré de [Per 01].

## 4. Transfert de masse et de chaleur dans le milieu poreux

Le séchage du bois est une des applications privilégiées des théories de transfert de masse et de chaleur dans un milieu poreux. Dans cette application, les études nécessitent la connaissance du taux d'humidité du bois tout au long de la procédure, c'est-à-dire depuis le bois frais/vert jusqu'au bois séché. Le procédé couvre donc une gamme d'humidité très large où trois phases de séchage peuvent être identifiées :

- la teneur en eau du bois est entièrement au dessus du point de saturation des fibres, seule de l'eau libre peut circuler dans le milieu poreux ;
- la teneur en eau du bois est partiellement dans le domaine hygroscopique, la surface passe progressivement en dessous du PSF et de l'eau liée est extraite;
- la teneur en eau du bois est entièrement en dessous du PSF et va tendre vers l'humidité d'équilibre fonction de l'humidité relative et de la température de l'air.

Dans le génie civil, la détermination des champs de température et d'humidité au sein du matériau s'avère également primordiale lorsqu'on s'intéresse aux effets mécanosorptifs dans les éléments de structures. Dans ces applications, l'influence des variations hydriques dans le matériau sollicité revêt une importance particulière pour prédire ses effets sur le fluage et la durée de vie des structures dans une gamme de taux d'humidité plus restreinte que dans le cas du séchage : le bois est séché au préalable et se situe donc entièrement dans le domaine hygroscopique (partie *II.4.1.*).

Lasserre ([Las 00]) fait un état des lieux sur les travaux réalisés depuis les années 20 sur l'étude des transferts. Les premiers travaux scientifiques sur les transferts de masse et de chaleur débutent dès les années 20, notamment par Sherwood ([She 29]) qui est le premier à proposer une équation de diffusion de l'eau, avec un coefficient de diffusion constant, appliquée au bois. Environ 20 ans plus tard, les scientifiques observeront que les phénomènes de diffusion de l'eau ne s'appliquent qu'au seul domaine hygroscopique. Puis une avancée importante est réalisée par Philip et de Vries ([Phi 57]) avec le développement d'une formulation des transferts couplés de masse et de chaleur en milieu poreux non saturé. Les théories qui ont suivi vont permettre de mieux comprendre les phénomènes internes. Elles sont basées sur la thermodynamique des processus irréversibles ([Lui 66]) ou sur la conversion à l'échelle macroscopique des équations de transport, sur un milieu continu à l'échelle du pore ([Whi 77a, 77b]).

La formulation du modèle complet pour le séchage du bois a été développée par Quintard et Puiggali [Qui 86]. La théorie s'appuie sur des équations de transports simultanés de chaleur, de masse et de quantité de mouvement à l'échelle du pore pour se ramener à des équations locales. A partir de la formulation pour les milieux capillaro-poreux établie par [Whit 77a], la technique de changement d'échelle permet d'étendre le modèle au matériau hygroscopique qu'est le bois [Perr 87] (partie *II.4.2.*).

#### 4.1. Application à la construction bois : modèles de diffusion

Pour des applications à la construction bois, le phénomène de diffusion hydrique est décrit par plusieurs auteurs au travers d'une équation simple équivalente à la seconde loi de Fick ([Ran 90, Tor 92, Han 95, Bou 03a]) : le terme moteur est la teneur en eau. L'application de cette équation nécessite des conditions isothermes tout au long de l'analyse.

$$\frac{\partial(\rho_0 X)}{\partial t} = \nabla \left( D_{R,T} \nabla(\rho_0 X) \right) \tag{II. 17}$$

où  $\rho_0$  est la masse volumique sèche du bois, X la teneur en eau et  $D_{R,T}$  le coefficient de diffusion dans la direction radiale ou tangentielle.

Le flux hydrique q des faces exposées est défini par :

$$q = \rho_0 S_{R,T} (X_{surf} - X_{ext}) \tag{II. 18}$$

où  $S_{R,T}$  est l'émissivité de la surface dans la direction radiale ou tangentielle,  $X_{\acute{eq}}$  l'humidité d'équilibre du bois avec l'extérieur et  $X_{surf}$  l'humidité à la surface du bois.

Selon [Tor 92] et [Han 95], les coefficients de diffusion et émissivités dans les directions transversales du bois peuvent être exprimés en fonction de la teneur en eau du bois *X* selon les expressions suivantes :

$$D_{R,T} = 8 \times 10^{-11} . e^{4.X}$$
(II. 19)

$$S_{B,T} = 3.2 \times 10^8 .e^{4.X}$$
 (II. 20)

D'autres formulations diffusives plus complètes ont été proposées pour prendre en compte l'effet de la température sur les cinétiques de transfert ([Bon 91], [Las 00]). L'équation de transfert de masse est écrite comme une combinaison des phénomènes de diffusion de l'eau liée et de thermomigration :

$$\frac{\partial X}{\partial t} - \nabla (D_X \nabla X + D_T \nabla T) = 0 \tag{II. 21}$$

La diffusion est décrite par l'écriture d'un flux d'eau liée rattaché à un coefficient de diffusion d'eau  $D_X$ . Le coefficient  $D_T$  permet d'exprimer le phénomène de thermomigration,

c'est-à-dire la migration d'eau sous l'effet d'un gradient de température. On se ramène à l'expression précédente lorsque aucun gradient de température n'est appliqué.

L'équation de transfert de chaleur est décrite par le phénomène de conduction :

$$(\rho C_p)_{sol} \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla . (\lambda \nabla T) = 0$$
(II. 22)

où  $\rho$  est la masse volumique du bois,  $C_{\rho}$  sa chaleur massique et  $\lambda$  la conductivité thermique.

Le flux de chaleur convectif Q et le flux de masse  $F_m$  des faces exposées sont définis par :

$$Q = h_T (T_{surf} - T_{ext}) \tag{II. 23}$$

$$F_m = h_m (\rho_{v_{surf}} - \rho_{v_{ext}}) \tag{II. 24}$$

où  $h_T$  et  $h_m$  sont respectivement les coefficients de transfert thermique et de masse, T est la température,  $\rho_v$  la masse volumique de vapeur d'eau, <sub>surf</sub> et <sub>ext</sub> désignent la surface du matériau et l'extérieur de la couche limite.

## 4.2. Application au séchage : modèle de transport complet (Transpore, LERMAB Nancy, [Perr 87, 90, 99])

Dans cette partie, nous rappelons les équations de base du modèle mathématique de transfert de masse et de chaleur, qui gouverne le procédé de séchage du bois. Seul le modèle développé par Perré et al. [Perr 87, 90, 96a, 96b, 00, 02] est présenté, pour deux raisons : il est certainement le plus complet et le plus abouti pour des applications de séchage du abois ; nous avons développé un outil de prédiction de transfert de chaleur et de masse pour le bois entièrement basé sur ces équations (résolution des équations du modèle global en partie *III.2.*). Les équations de base découlent directement des travaux développés dans les années 70/80 par Whitaker [Whi 77a] dans le cadre d'études générales sur les milieux granulaires poreux. Le modèle global est déduit par le biais de moyennes, appliquées sur des volumes à l'échelle du pore, sur les écoulements de fluides, les transports d'énergie et la conservation de la masse. L'hypothèse principale du modèle réside dans la considération des équilibres thermodynamiques locaux.

Le modèle global est basé sur trois équations de conservation : conservation de l'eau, conservation de l'air et conservation de l'énergie.

Conservation de l'eau (w) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_w \rho_w + \varepsilon_g \rho_v + \overline{\rho}_b) + \nabla (\rho_w \overline{v}_w + \rho_v \overline{v}_g + \overline{\rho_b v_b}) = \nabla (\rho_g D_{eff} \nabla \omega_v)$$
(II. 25)

Conservation de l'énergie (e) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{w} \rho_{w} h_{w} + \varepsilon_{g} (\rho_{v} h_{v} + \rho_{a} h_{a}) + \overline{\rho}_{b} \overline{h}_{b} + \rho_{0} h_{s} - \varepsilon_{g} P_{g}) + \nabla (\rho_{w} h_{w} \overline{v}_{w} + (\rho_{v} h_{v} + \rho_{a} h_{a}) \overline{v}_{g} + h_{b} \overline{\rho_{b} v_{b}}) =$$

$$\nabla (\rho_{g} D_{eff} (h_{v} \nabla \omega_{v} + h_{a} \nabla \omega_{a}) + \lambda_{eff} \nabla T) + \Phi$$
(II. 26)

Conservation de l'air (a) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_g \rho_a) + \nabla (\rho_a \bar{v}_g) = \nabla (\rho_g D_{eff} \nabla \omega_a)$$
(II. 27)

Les notations classiques ont été adoptées et peuvent être trouvées par exemple dans [Perr 96a, 96b, 99] et dans la partie *III.2.* du présent document (ainsi que les valeurs numériques des coefficients). Dans cette partie, nous développons brièvement les expressions des flux de chaleur et de masse.

Notons par ailleurs, que cet ensemble d'équations fortement couplées et non-linéaires peut être écrit sous la forme générale suivante, pour chaque équation de conservation :

$$\frac{\partial \psi_l}{\partial t} + \nabla J_l = 0 \tag{II. 28}$$

avec *l=w,e,a* (eau libre, énergie et air)

#### 4.2.1. Expression des flux de liquide et gaz

Durant le processus de séchage, la migration d'eau libre et de gaz peut être exprimée par la loi de Darcy classique. Schématiquement, les vitesses des entités sont proportionnelles au gradient de pression et dépendent de la perméabilité intrinsèque  $K_l$  (où *l=w,g* pour eau liquide et gaz). Il est important de noter également que, en présence des deux phases (liquide et gaz), la pression de capillarité  $P_c$  équilibre la différence entre la pression de gaz  $P_g$  et la pression d'eau liquide  $P_w$ :

$$P_w = P_g - P_c \tag{II. 29}$$

De plus, comme les flux dépendent fortement de la teneur en eau libre du milieu, les coefficients de la loi de Darcy sont généralisés au travers de coefficients de perméabilités relatifs  $k_l$  (*I=w,g*) dont les expressions sont données dans la partie *III.2*. Les expressions des vitesses de l'eau libre  $v_w$  et de gaz  $v_g$  sont donc données par la loi de Darcy suivante :

$$v_l = -\frac{K_l k_l}{\mu_l} \nabla P_l \quad \text{où } l = w, g \tag{II. 30}$$

où  $\mu_l$  est la viscosité dynamique (Pa.s).

#### 4.2.2. Flux de vapeur diffusifs

Le tenseur de diffusivité effective, prenant en compte à l'échelle macroscopique la résistance de la partie solide, dépend du niveau de pression de gaz, de la température et de la teneur en eau libre (par le biais de  $k_g$ ). Le coefficient de diffusivité effective est défini de la manière suivante :

$$D_{eff} = 0.01 k_g D_v \tag{II. 31}$$

où  $k_g$  est la perméabilité relative de la phase gazeuse,  $D_v$  est le coefficient de diffusion de vapeur d'eau dans l'air défini ainsi :

$$D_{v} = 2,26.10^{-5} P_{atm} / P_{g} \times (T / 273)^{1.81}$$
(II. 32)

#### 4.2.3. Diffusion d'eau liée

Le potentiel pilotant la migration d'eau liée est supposé être proportionnel au gradient de la densité moyenne intrinsèque de l'eau liée tel qu'il a été exprimé dans [Perr 96a]. Bien que différentes hypothèses aient été faites ([Sia 84], [Sta 86], [Perr 99), la diffusion d'eau liée est décrite par rapport au gradient de la densité  $\overline{\rho}_b$  (moyennée dans le volume considéré) avec l'expression suivante :

$$\overline{\rho_b v_b} = -D_b \nabla \overline{\rho}_b \tag{II. 33}$$

où le coefficient de diffusion d'eau liée  $D_b$  dépend de la teneur en eau liée  $X_b$  et de la température.

#### 4.2.4. Conduction thermique

Les transferts de chaleur au sein du matériau sont définis selon l'équation (*II.22*). Le coefficient de conduction  $\lambda_{eff}$  dépend du niveau d'humidité.

#### 4.2.5. Conditions aux limites

Deux premières conditions aux limites sont données, au niveau des surfaces d'échange, pour le flux de liquide et le flux énergétique par les expressions suivantes :

$$J_{w.n} = -\frac{h_m M_v}{RT_{ext}} (P_{vext} - P_{vsurf})$$
(II. 34)

$$J_e \cdot n = -h_t (T_{surf} - T_{ext}) - \frac{h_{vext} h_m M_v}{RT_{ext}} (P_{vext} - P_{vsurf})$$
(II. 35)

où  $h_T$  e  $h_m$  sont respectivement les coefficients de transfert de chaleur (W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>) et de masse (m.s<sup>-1</sup>).

La troisième condition aux limites au niveau des surfaces d'échange est une condition de Dirichlet :

$$P_{gsurf} = P_{ext} \tag{II. 36}$$

Elle est modifiée en utilisant judicieusement la loi des gaz parfaits pour pouvoir être en accord avec les exigences imposées par le choix des variables primaires (voir partie *III.2.*) :

$$\rho_{asurf} = \frac{(P_{atm} - P_{vsurf})M_a}{RT_{surf}}$$
(II. 37)

Sur les plans de symétrie, tous les flux sont nuls :

$$J_{w} n = J_{e} n = J_{a} n = 0 \tag{II. 38}$$

## 5. Conclusion

Ce chapitre bibliographique nous a permis de faire l'état des travaux réalisés sur les effets mécanosorptifs du bois ainsi que leur modélisation. La mécanosorption, phénomène issu de l'association d'un chargement mécanique, de sollicitations hydriques variables et des effets du temps (fluage), ne peut être bien assimilé sans une bonne connaissance des relations générales bois-eau générales. L'eau est à l'origine de beaucoup de phénomènes physiques se développant au sein du bois. Ainsi, nous avons rappelé dans ce chapitre les notions essentielles liées au caractère hygroscopique du matériau.

Puis, pour mieux comprendre l'origine des phénomènes mécanosorptifs, une description du matériau à différentes échelles a été donnée. Le passage de l'ultrastructure et de la structure moléculaire à la microstructure et la macrostructure apporte des éléments de réponse sur les phénomènes différés dans le bois. Selon Haslach [Has 96,00], les phénomènes de retrait induisent des contraintes de compression dans les zones de contact entre les fibres (micro-compressions) qui génèrent du flambage dans les régions amorphes visqueuses présentes entres les fibrilles. Ces micro-compressions apparaissant à ces échelles vont engendrer des contraintes résiduelles ayant un impact sur la réponse globale du bois. Les molécules d'eau peuvent être fortement liées à la paroi cellulaire. La teneur en eau et le niveau de liaison de ces molécules d'eau, capables de transmettre des charges permanentes significatives, vont également jouer un rôle sur le comportement du bois ([Baz 85]). La vitesse des glissements partiels progressifs entre les microfibrilles, lorsqu'un chargement est appliqué, dépend directement des adsorptions ou désorptions subies par le matériau et a des conséquences sur les déformations de fluage, différées dans le temps ([Han 95]). Le concept d'histoire d'humidité prend ici toute son importance.

Compte tenu des intérêts portés dans un premier temps à la construction bois, les premiers modèles ont été développés pour des applications dans la direction longitudinale du bois. Ce chapitre a permis d'établir dans un premier temps une liste, non exhaustive, de modèles de base appliqués à la direction L. Les auteurs se basent sur des modèles rhéologiques de Kelvin généralisés ([Liu 97], [Han 01, Hel 00], [Mau 99, Pas 01a, 01b]) ou de Maxwell généralisés ([Bou 03a, 03b]). D'autres travaux, visant à développer des outils numériques de prédiction du comportement différé, ont été réalisés dans les directions transverses du bois, pour des applications souvent liées au séchage. Deux approches ont été adoptées. La première a conduit au développement de modèles 1D et 2D permettant d'étudier les effets viscoélastiques et mécanosorptifs en R et T, sur des pièces de bois propres et pour des températures moyennes ([Sve 99, 02a], [Ran 95], [Huk 96], [Rem 04]) à hautes ([Han 98, 99, 00a, 00b]). La seconde s'est plus penchée sur la caractérisation de l'impact des différents paramètres liés à la croissance de l'arbre sur les déformations du bois lors du séchage ([Per 01], [Joh 01], [Kli 03], [Oma 99], [Oma 00]).

Enfin, une présentation des travaux réalisés sur la compréhension et la représentation des transferts de chaleur et de masse dans le bois a été développée. Cette partie présente tout d'abord sommairement les modèles de diffusion simples développés pour des applications liées à la construction bois, à température constante par exemple. Mais, nous nous attardons plus longuement sur l'explication du modèle de transport complet développé au LERMAB de Nancy, appliqué au procédé de séchage ([Perr 87, 90, 96a, 96b, 00, 02]). Les équations de base du modèle mathématique représentant l'ensemble des phénomènes de transferts dans le milieu poreux ont été décrites.

Pour pouvoir mieux appréhender les développements numériques (partie *III.*) et leurs applications (partie *IV.*), le rappel de ces différents travaux de recherche s'est avéré nécessaire.

## III. Développements numériques

La simulation des phénomènes mécaniques se développant au sein du bois soumis à des sollicitations thermo-hydriques variables est un moyen d'investigation devenu inévitable pour une meilleure compréhension du comportement global du matériau. La complexité des équations constitutives et des couplages fortement non-linéaires des phénomènes nécessitent des développements mathématiques parfois lourds avec des précautions particulières à prendre au niveau des différentes hypothèses et formulations. Ce chapitre présente les différents développements numériques réalisés sur les outils de simulations appliqués au bois.

Tout d'abord la première partie de ce chapitre (*partie III.1*) présente les développements apportés au niveau de la compréhension des phénomènes hydro-mécaniques. Les formulations précédentes, notamment celle de Bou-Saïd [Bou 03a], ne sont pas toujours en accord avec les principes de la thermodynamique. Il nous a donc semblé important d'établir une formulation mécanique propre en reprenant les équations de base de la thermodynamique. De plus une bonne partie des choix établis par Bou-Saïd ont été repris et actualisés. La loi de comportement viscoélastique non-linéaire orthotrope 3D est développée dans un module ABAQUS® et utilise la méthode des Eléments Finis.

La seconde partie (*partie III.2*) de ce chapitre présente les équations couplées de transfert de masse et de chaleur dans le milieu poreux qu'est le bois, établies par Whitaker [Whi 77a] et reprises par Perré [Perr 87, 90, 96a, 96b, 99]. Puis, les outils numériques développés sous le logiciel MATLAB® permettant de résoudre le système d'équations fortement couplées et non-linéaires sont présentés. La méthode des Volumes Finis 2D est utilisée pour la résolution. Un exemple 1D est étudié afin de mettre en évidence les différents phénomènes thermo-hydriques couplés intégrés dans les formulations ; une application 2D est développée dans le chapitre *IV*. La formulation 2D telle qu'elle a été réalisée présente certaines limites de validité d'isotropie en particulier. Même si certains cas présentés dans ce rapport sortent des limites de validité et que les approximations numériques faites sont très fortes, les outils développés permettent, d'une part, d'avoir des premières estimations qualitatives intéressantes sur le comportement couplé thermo-hydro-mécanique du bois, et d'autre part, de mettre en place la structure globale du modèle couplé.

Les travaux propres au modèle T-H sont entièrement basés sur les formulations et les paramètres physiques employés par Patrick Perré au LERMAB de Nancy. Ce dernier a joué le rôle d'expert pour la mise au point de la version 1D.

## 1. Développement d'un modèle H-M

#### **1.1. Equations constitutives**

Pour décrire le comportement des matériaux, il faut pouvoir relier les déformations que subit la matière aux contraintes dues aux sollicitations qui lui sont appliquées. De telles relations constituent des lois de comportement des matériaux. En fonction des observations expérimentales qui peuvent être réalisées, les lois de comportement peuvent être exprimées de différentes façons, mais quelle que soit la forme que ces lois peuvent prendre, elles doivent respecter les principes fondamentaux de la thermodynamique des milieux continus.

Dans un premier temps, on rappelle les divers principes fondamentaux sur lesquels sont basées les relations permettant de décrire le comportement d'un matériau, puis une particularisation est effectuée pour un matériau orthotrope, viscoélastique non linéaire tel que le bois. On reprend ici le formalisme présenté par Lemaître et Chaboche dans [Lem 96]. Le point de départ est le principe des puissances virtuelles.

#### 1.1.1. Principe des puissances virtuelles

« Un milieu matériel étant isolé, on peut distinguer les actions extérieures qui agissent sur le milieu, des actions intérieures qui représentent les liaisons existant entre toutes les parties possibles du milieu. *Axiome d'objectivité :* La puissance virtuelle des efforts intérieurs associée à tout mouvement rigidifiant est nulle. *Axiome de l'équilibre (statique ou dynamique) :* Pour tout milieu matériel repéré dans un référentiel absolu, à chaque instant et pour tout mouvement virtuel, la puissance virtuelle des quantités d'accélération est égale à la somme des puissances virtuelles des efforts intérieurs et des efforts extérieurs. Ces deux axiomes entraînent la loi fondamentale de la dynamique. »

#### 1.1.2. Méthode des puissances virtuelles

L'application du principe des puissances virtuelles constitue la méthode des puissances virtuelles. Pour la mettre en œuvre, il faut choisir le mouvement virtuel c'est-à-dire l'espace des vitesses virtuelles. Ici un simple champ de vecteurs vitesse  $\vec{v}(M)$  suffit dans la mesure où on ne s'intéresse pas aux micro-rotations. Pour décrire le comportement des corps ayant une certaine rigidité, la seule vitesse ne suffit pas, on lui adjoint donc son gradient  $\vec{grad}\vec{v}$  (ou encore  $\hat{v}_{i,i}$ ).

En décomposant  $\overline{grad}\hat{v}$  en sa partie symétrie et sa partie anti-symétrique, on fait apparaître le tenseur des taux de déformation  $\hat{D}$  et le tenseur des taux de rotations  $\hat{\Omega}$ :

$$\hat{D}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \hat{v}_{i,j} + \hat{v}_{j,i} \right)$$
(III. 1)

53

$$\hat{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \hat{v}_{i,j} - \hat{v}_{j,i} \right)$$
(III. 2)

Dans ces conditions, on peut définir la puissance virtuelle des efforts intérieurs :

$$\hat{P}_{(i)} = -\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{\sigma} : \hat{\boldsymbol{D}} dV$$
(III. 3)

où  $\sigma$  est un tenseur du second ordre symétrique et « : » désigne le produit tensoriel doublement contracté. D représente le milieu continu étudié. Le signe « - » permet de respecter les conventions de signe ultérieures.

On définit de façon similaire la puissance des efforts extérieurs par :

$$\hat{P}_{(x)} = \int_{\mathcal{D}} \vec{f} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{T} \cdot \vec{v} dS$$
(III. 4)

où  $\vec{f}$  est une densité volumique de force agissant sur le domaine  $\mathcal{D}$  et  $\vec{T}$  une densité surfacique de force s'appliquant sur le contour  $\partial \mathcal{D}$  du domaine  $\mathcal{D}$ .

La puissance virtuelle des quantités d'accélération s'écrit de la manière suivante :

$$\hat{P}_{(a)} = \int_{\mathcal{D}} \vec{\gamma} \cdot \vec{v} \rho dV \tag{III. 5}$$

avec  $\vec{\gamma}$  le vecteur accélération en chaque point et  $\rho$  la masse volumique.

On peut maintenant écrire l'équilibre des puissances virtuelles :

$$P_{(i)} + P_{(x)} = P_{(a)}$$
 (III. 6)

soit encore :

$$-\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{\sigma} : \hat{\boldsymbol{D}} dV + \int_{\mathcal{D}} \vec{f} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{T} \cdot \vec{v} dS = \int_{\mathcal{D}} \vec{\gamma} \cdot \vec{v} \rho dV$$
(III. 7)

ou, en notation indicielle :

$$-\int_{\mathcal{D}} \sigma_{ij} \hat{D}_{ij} dV + \int_{\mathcal{D}} f_i \hat{v}_i dV + \int_{\partial \mathcal{D}} T_i \hat{v}_i dS = \int_{\mathcal{D}} \gamma_i \hat{v}_i \rho dV$$
(III. 8)

Cette égalité devant être vérifiée quelle que soit la vitesse virtuelle, on peut réécrire cette relation en utilisant le théorème de la divergence (intégration par parties) :

$$-\int_{\partial \mathcal{D}} \sigma \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} dS + \int_{\mathcal{D}} div \sigma \cdot \vec{v} dV + \int_{\mathcal{D}} \vec{f} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{T} \cdot \vec{v} dS = \int_{\mathcal{D}} \vec{\gamma} \cdot \vec{v} \rho dV$$
(III. 9)

ou encore :

$$\int_{\mathcal{D}} \left( div\sigma + \vec{f} - \vec{\gamma}\rho \right) \vec{\hat{v}} dV + \int_{\partial \mathcal{D}} \left( \vec{T} - \sigma \cdot \vec{n} \right) \vec{\hat{v}} dS = 0$$
(III. 10)

Cette relation ne peut être vérifiée que si :

$$div\sigma + \vec{f} - \vec{\gamma}\rho = 0$$
 dans  $\mathcal{D}$  (III. 11)

et

$$\vec{T} - \boldsymbol{\sigma}.\vec{n} = 0 \quad \text{sur } \partial \mathcal{D} \tag{III. 12}$$

On retrouve ainsi les relations d'équilibre connues :

$$\sigma_{ij,j} + f_i - \rho \gamma_i = 0 \text{ et } T_i = \sigma_{ij} n_j \tag{III. 13}$$

#### 1.1.3. Enoncés fondamentaux de la thermodynamique

#### 1.1.3.1. Lois de conservation, premier principe

L'équation d'équilibre issue du principe des puissances virtuelles peut être interprétée comme une forme de la loi de conservation de la quantité de mouvement. De la même façon, la symétrie du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  qui en découle peut être considérée comme une conséquence de l'équation de conservation du moment cinétique.

La seconde loi de conservation est la conservation de la masse :

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{D}} \rho dV = 0 \tag{III. 14}$$

Le premier principe de la thermodynamique constitue la troisième loi de conservation : la conservation de l'énergie.

- Soit E l'énergie interne d'un milieu continu et e son énergie interne spécifique :

$$E = \int_{\mathcal{D}} \rho e dV \tag{III. 15}$$

- soit K son énergie cinétique :

$$K = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{D}} \rho \vec{v} \cdot \vec{v} dV$$
(III. 16)

- soit Q le taux de chaleur reçue par le domaine  $\mathcal{D}$ . Il comprend deux termes : la chaleur créée dans le volume  $\mathcal{D}$  par les actions extérieures à  $\mathcal{D}$  et la chaleur reçue par conduction au travers de sa frontière  $\partial \mathcal{D}$  :

$$Q = \int_{\mathcal{D}} r dV - \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{q} \cdot \vec{n} dS$$
(III. 17)

*r* est une densité volumique de production interne de chaleur à distance,  $\vec{q}$  est le vecteur courant de chaleur et  $\vec{n}$  est la normale extérieure à  $\partial D$ .

Le premier principe de la thermodynamique s'exprime par :

$$\frac{d}{dt}(E+K) = P_{(x)} + Q \quad \forall \mathcal{D}$$
(III. 18)

#### 1.1.3.2. Entropie, deuxième principe

Après l'énergie interne et le taux de chaleur il faut encore introduire deux nouvelles variables : la température et l'entropie. On suppose qu'il est possible de repérer la température par un champ scalaire à valeurs positives défini à chaque instant et en tout point du domaine étudié. L'entropie exprime la variation d'énergie associée à une variation de température. On la définit pour un domaine  $\mathcal{D}$  à partir d'une densité d'entropie spécifique s :

$$S = \int_{\mathcal{D}} \rho s dV \tag{III. 19}$$

Le second principe postule que le taux de production d'entropie est toujours supérieur ou égal au taux de chaleur reçue divisé par la température :

$$\int_{\mathcal{D}} \left( \rho \frac{ds}{dt} + div \frac{\vec{q}}{T} - \frac{r}{T} \right) dV \ge 0 \quad \forall \mathcal{D}$$
(III. 20)

En remplaçant, les différents termes par leurs expressions en fonction de grandeurs mécaniques, on obtient, selon [Lem 96] :

$$\boldsymbol{\sigma}: \boldsymbol{D} - \rho \left(\frac{d\boldsymbol{\Psi}}{dt} + s\frac{dT}{dt}\right) - q\frac{\text{grad}T}{T} \ge 0$$
(III. 21)

où  $\Psi$ est l'énergie libre spécifique définie par

 $\Psi = e - Ts \tag{III. 22}$ 

Cette expression constitue l'inégalité de Clausius-Duhem.

#### 1.1.4. Méthode de l'état local

La méthode de l'état local postule que l'état thermomécanique d'un milieu matériel en un point et à un instant donné est complètement défini par la connaissance des valeurs à cet instant d'un certain nombre de variables ne dépendant que du point considéré. Cette hypothèse implique que toute évolution puisse être considérée comme une succession d'états d'équilibre. Les processus seront thermodynamiquement admissibles si à chaque instant l'inégalité de Clausius-Duhem est vérifiée.

Les variables d'état sont la température et la déformation totale. Les déformations plastiques, anélastiques et élastiques sont des variables internes définies à partir de la déformation totale.

Ayant défini les variables d'état, on postule l'existence d'un potentiel thermodynamique s'exprimant comme une fonction scalaire des variables d'état et duquel dérivent les lois d'état. Pour les phénomènes dissipatifs, on peut adjoindre à ce potentiel, un potentiel de dissipation, ou pseudo – potentiel s'exprimant comme une fonction scalaire des flux des variables d'état.

#### 1.1.5. Tenseur de comportement d'un matériau anisotrope - symétries

Dans ce paragraphe, on se limite au formalisme des petites transformations, même si une partie des outils exposés ici sont également valables pour des transformations finies.

En utilisant la méthode de l'état local évoquée ci-dessus, on peut exprimer à chaque instant la relation liant les contraintes de Cauchy et les déformations infinitésimales par un tenseur du 4<sup>ème</sup> ordre. Dans un premier temps, on rappelle les différentes propriétés de symétrie communes à tous ces tenseurs puis on particularise aux matériaux orthotropes et aux matériaux isotropes dans la mesure où ils permettront plus tard une meilleure appréhension des comportements rhéologiques étudiés.

Une loi de comportement peut être définie de deux façons différentes :

$$\varepsilon_{ij} = D_{ijkl}(t)\sigma_{kl} \tag{III. 23}$$

ou

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(t)\varepsilon_{kl} \tag{III. 24}$$

Dans un cas comme dans l'autre, l'allure de ce tenseur du 4<sup>ème</sup> ordre n'est pas quelconque, et des simplifications peuvent être possibles.

#### 1.1.5.1. Symétries générales

En effet, un tenseur du 4<sup>ème</sup> ordre qui serait complètement quelconque comporterait (3<sup>4</sup>) soit 81 composantes indépendantes. Mais du fait de la symétrie du tenseur des déformations (liée à la définition même de celui-ci) et de la symétrie du tenseur des contraintes (liée à l'équation de conservation du moment cinétique évoquée précédemment), le tenseur de comportement présente deux symétries. A chaque instant on doit avoir :  $C_{ijkl}(t) = C_{jikl}(t) = C_{jilk}(t) = C_{jilk}(t)$ . Cette condition de symétrie fait passer à (6x6) soit 36 composantes indépendantes pour un matériau anisotrope.

Pour les matériaux élastiques, une relation de symétrie supplémentaire existe, liée à la forme quadratique de la puissance de déformation. Cette hypothèse, généralement nommée relation de symétrie d'Onsager, implique que  $C_{ijkl} = C_{klij}$ . Dans ces conditions le nombre de constantes indépendantes permettant de caractériser un matériau anisotrope tombe à *21*.

Cependant, une telle symétrie, n'est pas forcément vérifiée pour les phénomènes dissipatifs tels que la viscoélasticité. Christensen [Chr 71] a montré que l'inégalité de Clausius-Duhem était vérifiée si  $C_{ijkl}(0) = C_{klij}(0)$  et  $C_{ijkl}(\infty) = C_{klij}(\infty)$ .

Il indique également qu'une interprétation stricte du second principe de la thermodynamique (vérification à chaque instant de l'inégalité de Clausius-Duhem) implique que cette symétrie soit vérifiée quel que soit le temps :  $C_{ijkl}(t) = C_{klij}(t)$ .

On supposera ici cette symétrie par la suite tout en étant conscient des limitations que cela peut introduire. On pourra voir par la suite que cela permet une identification plus aisée des paramètres visqueux du comportement du matériau.

#### 1.1.5.3. Orthotropie

Soit un milieu continu pour lequel la loi de comportement peut être mise sous la forme de Voigt :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1113} & C_{1123} & \varepsilon_{11} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2213} & \varepsilon_{222} \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3313} & C_{3323} & \varepsilon_{33} \\ C_{1112} & C_{2212} & C_{3312} & C_{1212} & C_{1213} & C_{1223} & \gamma_{12} \\ C_{1113} & C_{2213} & C_{3313} & C_{1213} & C_{1313} & C_{1323} & \gamma_{13} \\ C_{1123} & C_{2223} & C_{3323} & C_{1323} & C_{1323} & \zeta_{2323} \end{bmatrix}$$
(III. 25)

D'après la décomposition en représentations irréductibles des tenseurs d'ordre 4 rappelée par Surrel [Sur 93], pour qu'un matériau soit orthotrope, il faut et il suffit qu'il soit symétrique par rapport à deux plans orthogonaux. Ceci impose que les termes  $C_{1113}=C_{2213}=C_{3313}=C_{2312}=C_{1123}=C_{2323}=C_{1312}$  soient nuls d'une part et d'autre part que les termes  $C_{1112}=C_{2212}=C_{3312}=C_{2313}$  soient également nuls. Ce qui permet d'aboutir à finalement 9 constantes indépendantes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{2323} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix}$$
(III. 26)

#### 1.1.5.4. Isotropie

Toujours en utilisant les considérations exposées dans [Sur 93], un comportement isotrope pourra être complètement défini à l'aide de deux constantes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix}$$
(III. 27)

#### 1.1.6. Modèles rhéologiques du comportement visqueux

Pour comprendre le comportement des matériaux viscoélastiques et les modélisations que l'on peut utiliser, il peut être utile de revenir à des modèles rhéologiques monodimensionnels. C'est ce qui est fait ici. La formulation générale sera étendue au tridimensionnel.

#### 1.1.6.1. Observations

Un matériau viscoélastique présente un comportement non linéaire qui peut être schématisé comme le montrent la *Figure III. 1* et la *Figure III. 2*.



Figure III. 1 - Déformation à contrainte imposée

Figure III. 2 - Contrainte à déformation imposée

Ce comportement peut être modélisé par des ressorts et des amortisseurs associés en série ou en parallèle. Ces modèles rhéologiques, s'ils ne peuvent pas être généralisés aisément en 3D permettent toutefois une bonne compréhension des phénomènes.

Le formalisme utilisé ci-après est inspiré de Gittus [Git 75]. Les deux modèles rhéologiques de base qui permettent de décrire un comportement viscoélastique sont les modèles de Maxwell et de Kelvin-Voigt. Ces deux « éléments » de base peuvent ensuite être associés de façon plus ou moins simple.

L'élément de Maxwell est constitué de l'association en série d'un ressort, au comportement purement élastique, et d'un amortisseur au comportement purement visqueux. L'élément de Kelvin quant à lui est constitué des mêmes éléments associés en parallèle.

#### 1.1.6.2. Fonction de relaxation et fonction de fluage

Si on considère un matériau viscoélastique qui est soumis à l'instant t=0 à une contraintes constante  $\sigma_0$ , niveau qui reste constant pour t>0, alors, la réponse en déformation de ce matériau peut être mise sous la forme :

$$\varepsilon(t) = F(0)\sigma_0 + [F(t) - F(0)]\sigma_0 \tag{III. 28}$$

 $F(0).\sigma_0$  correspond à la réponse instantanée du matériau et F(t) est la fonction de fluage du matériau. Cette fonction ne dépend que du temps. Elle est monotone croissante.

Dans le cas d'un fluide newtonien, F(0)=0 puisqu'il n'y a pas de déformation instantanée. Pour un matériau purement élastique F(t)=0 et seul F(0) existe et est l'inverse du module de Young du matériau.

Si on considère maintenant une sollicitation en déformation imposée  $\varepsilon_0$ . Pour *t>0* on peut écrire la réponse en contraintes du matériau sous la forme :

$$\sigma(t) = R(\varepsilon_0, t) \tag{III. 29}$$

où R est la fonction de relaxation du matériau.

Elle dépend du temps et de l'amplitude de la déformation imposée. Cette fonction est une fonction décroissante du temps. A l'aide de l'une ou l'autre de ces deux fonctions, on est capable de décrire complètement la réponse  $\sigma$ - $\varepsilon$ .

1.1.6.3. L'élément de Maxwell



Figure III. 3 – Elément rhéologique de Maxwell

Le comportement du ressort est de la forme :

$$\sigma = E\varepsilon_e \tag{III. 30}$$

où E est le module de Young du matériau.

Le comportement de l'amortisseur est de la forme :

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon}_{in} \tag{III. 31}$$

où  $\eta$  est la viscosité du matériau et  $\dot{\varepsilon}_{in}$  le taux de déformation inélastique.

Comme le ressort et l'amortisseur sont associés en série, ils sont soumis à la même contrainte  $\sigma$  et la déformation totale est la somme des déformations élastique et inélastique. On a donc :

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_e + \varepsilon_{in} \tag{III. 32}$$

soit encore en terme de taux :

+

$$\dot{\varepsilon}_{tot} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_{in} \tag{III. 33}$$

qui peut encore s'écrire :

$$\dot{\varepsilon}_{tot} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \tag{III. 34}$$

où le « » représente la dérivée par rapport au temps des contraintes et des déformations.

A partir de cette relation, on peut déterminer la fonction de fluage et la fonction de relaxation de cet élément.

#### 1.1.6.3.1. Fonction de relaxation

Pour obtenir la fonction de relaxation, on impose une déformation constante, et donc une vitesse de déformation nulle, l'équation *(III.34)* devient donc :

$$\frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\eta} = 0 \tag{III. 35}$$

La solution de cette équation différentielle pour t>0 est de la forme :

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E \, e^{\frac{-t}{\tau}} \tag{III. 36}$$

avec  $\tau = \frac{\eta}{E}$  et  $\varepsilon_0$  la déformation initiale imposée. La fonction de relaxation est donc :

$$R(t) = E e^{\frac{-t}{\tau}}$$
(III. 37)



Figure III. 4 – Fonction de relaxation de l'élément de Maxwell

Pour une déformation imposée uniforme, on a donc un niveau de contraintes qui peut devenir nul (à  $t \rightarrow \infty$ ).

On peut étendre l'utilisation de cette fonction de relaxation à des sollicitations non constantes comme cela est rappelé dans [Git 75] et [Lem 96] grâce à la relation :

$$\sigma(t) = \int_{0}^{t} R(t-s) \frac{d\varepsilon}{ds} ds + \sum_{i=1}^{n} R(t-t_i) \Delta \varepsilon_i$$
(III. 38)

Le premier terme traite ce qui se passe en l'absence de discontinuités dans l'histoire de déformation et le second terme permet de prendre ces dernières en compte.

#### 1.1.6.3.2. Fonction de fluage

Si maintenant au lieu d'imposer une déformation constante, on impose un échelon de contraintes, l'équation (*III.34*) devient :

$$\dot{\varepsilon}_{tot} = \frac{\sigma_0}{E} \delta(t) + \frac{\sigma_0}{\eta} H(t)$$
(III. 39)

Equation dont la solution est :

$$\varepsilon_{tot}(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left( I + \frac{t}{\tau} \right) \tag{III. 40}$$

La fonction de fluage est donc :

$$F(t) = \frac{1}{E} \left( I + \frac{t}{\tau} \right) H(t)$$
(III. 41)

où H(t) est la fonction échelon de Heaviside.

#### 1.1.6.3.3. Réponse à une sollicitation sinusoïdale

On peut aller plus loin et observer la réponse de l'élément de Maxwell à une sollicitation sinusoïdale [Git 75]. Cela permet d'étudier le comportement viscoélastique du matériau, variable selon la fréquence de sollicitation, et d'identifier expérimentalement les effets dissipatifs liés au comportement visqueux. Des essais de ce type peuvent apporter des éléments pour l'étude et la compréhension des effets différés du bois. Ils seront à considérer si une campagne d'essais de caractérisation du bois est envisagée. L'étude théorique qui suit permet de mieux comprendre l'intérêt d'essais avec des sollicitations sinusoïdales, notamment pour le recalage de modèles de type Maxwell.

Contraintes et déformations sont sinusoïdales mais avec un décalage temporel. On pose :

$$\varepsilon_{tot}(t) = \varepsilon_a \sin \omega t \tag{III. 42}$$

et

$$\sigma(t) = \sigma_a \sin(\omega t + \varphi) \tag{III. 43}$$

où  $\varphi$  est le déphasage entre contraintes et déformations. En développant cette dernière relation, on a :

$$\sigma(t) = \sigma_a(\sin\omega t.\cos\varphi + \cos\omega t.\sin\varphi) \tag{III. 44}$$

On pose :

$$E_{I} = \frac{\sigma_{a}}{\varepsilon_{a}} \cos \varphi \tag{III. 45}$$

et

$$E_2 = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} \sin \varphi \tag{III. 46}$$

On peut alors écrire :

 $\sigma(t) = \varepsilon_a (E_1 \sin \omega t + E_2 \cos \omega t) \tag{III. 47}$ 

 $E_1$  et  $E_2$  sont deux modules d'élasticité et nous avons défini la partie du signal en contraintes en phase avec le signal en déformations et la partie en opposition de phase.

On peut réaliser le même travail avec la représentation complexe des fonctions trigonométriques, on a alors :

$$\varepsilon_{tot}(t) = \varepsilon_a \, e^{i\,\omega t} \tag{III. 48}$$

$$\sigma(t) = \sigma_a \, e^{i(\omega t + \varphi)} \tag{III. 49}$$

63

$$\frac{\sigma(t)}{\varepsilon(t)} = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} e^{i\varphi} = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} (\cos\varphi + i\sin\varphi) = E^* = E_1 + iE_2$$
(III. 50)

On peut donc représenter graphiquement les trois quantités ici définies :  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\varphi$  :



Figure III. 5 – Représentation graphique du module complexe

La partie réelle de  $E^*$ ,  $E_1$  permet de calculer l'énergie stockée dans l'élément alors que la partie imaginaire  $E_2$  permet de calculer l'énergie dissipée dans l'élément. Le travail réalisé avec les modules (raideurs) peut être réalisé avec les souplesses (complaisances).

 $E_1$  et  $E_2$  étant définis, on peut obtenir leur valeur en fonction de *E* et de  $\eta$  en réécrivant l'équation différentielle. On pose :

$$\sigma(t) = \sigma_a \, e^{i\,\omega t} \tag{III. 51}$$

et, en utilisant la relation (III.50) on peut écrire :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_1 + iE_2} \tag{III. 52}$$

L'équation différentielle (III.34) devient donc :

$$\frac{i\omega\sigma_a e^{i\omega t}}{E_1 + iE_2} = \frac{i\omega\sigma_a e^{i\omega t}}{E} + \frac{\sigma_a e^{i\omega t}}{\eta}$$
(III. 53)

soit encore :

$$\frac{i\omega}{E_1 + iE_2} = \frac{i\omega}{E} + \frac{1}{\eta} \tag{III. 54}$$

ce qui conduit à :

$$E_1 = \frac{\tau^2 \omega^2}{1 + \tau^2 \omega^2} E \tag{III. 55}$$

$$E_2 = \frac{\tau \,\omega}{1 + \tau^2 \,\omega^2} E \tag{III. 56}$$

$$\tan \varphi = \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{\tau \, \omega} \tag{III. 57}$$

avec toujours  $\tau = \frac{\eta}{E}$ . La quantité  $\frac{E_2}{\omega}$  est parfois appelée viscosité dynamique.

La Figure III. 6 permet d'observer comment réagit l'élément de Maxwell soumis à une excitation sinusoïdale de fréquence variable. A faibles fréquences ( $\omega \rightarrow 0$ ), l'amortisseur bouge très lentement et l'énergie dissipée est faible. Comme E2 est proportionnel à la composante de force, qui est déphasée par rapport à la déformation, le module dissipatif  $E_2$ est proportionnel à l'énergie dissipée et est donc petit à basses fréquences. De plus, la faible force nécessaire pour l'écoulement de l'amortisseur à basses fréquences (faibles taux de déformation) produit seulement un petit déplacement du ressort :  $E_1$  (composante du module en phase avec la déformation) est également très faible à basses fréquences. A fréquences plus élevées, lorsque  $\tau \omega \rightarrow 1$ , l'amortisseur s'écoule plus rapidement, mais toujours avec un déphasage important. Les forces visqueuses deviennent plus importantes et le ressort s'allonge donc en conséquence.  $E_1$  commence à augmenter. Finalement, à hautes fréquences, les forces générées dans la branche de Maxwell deviennent très importantes et vont étendre et comprimer considérablement le ressort durant chaque cycle. La majorité de l'élongation (ou contraction) de l'élément de Maxwell va être reprise par le ressort et l'amortisseur ne répondra que faiblement à la sollicitation. Il y aura donc peu d'énergie dissipée et le module dissipatif E2 tend vers zéro. Comme le ressort supporte la quasi-totalité de l'élongation (ou contraction),  $E_1$  tendra vers sa valeur maximale.



Figure III. 6 – Evolution des modules et du déphasage ( $tan \phi$ ) en fonction de la fréquence de sollicitation

Il est donc possible d'étudier le comportement viscoélastique de certains matériaux à partir d'essais dynamiques. Les observations et mesures qui en résultent permettent d'alimenter des modèles, tels que le Modèle de Maxwell que nous avons retenu.

1.1.6.4. L'élément de Kelvin



Figure III. 7 – Elément rhéologique de Kelvin

Le comportement du ressort et de l'amortisseur sont les mêmes que précédemment mais leur association en parallèle conduit à l'additivité des contraintes pour des déformations qui sont identiques pour les deux composants :

$$\sigma_e = E\varepsilon_{tot} \tag{III. 58}$$

$$\sigma_{in} = \eta \dot{\varepsilon}_{tot} \tag{III. 59}$$

avec

$$\sigma_{tot} = \sigma_e + \sigma_{in} \tag{III. 60}$$

La relation différentielle de base de cet élément est donc :

 $\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta\dot{\varepsilon}(t) \tag{III. 61}$ 

Le même travail que pour l'élément de Maxwell permet d'écrire pour une sollicitation en contrainte imposée :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$
(III. 62)

tant que la charge est imposée et :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{e^{-\frac{t_1}{\tau}}}$$
(III. 63)

dès lors que la charge est annulée, à  $t=t_1$ , ce qui conduit aux graphes suivants :



Figure III. 8 – Evolution des déformations pour un échelon de contrainte imposée

Comme la fonction de relaxation R(t) pour le modèle de Maxwell, la fonction de fluage F(t) de Kelvin peut être utilisée pour des sollicitations non constantes à l'aide de la relation :

$$\varepsilon(t) = \int_{0}^{t} F(t-s) \frac{d\sigma}{ds} ds + \sum_{i=1}^{n} F(t-t_i) \Delta \sigma_i$$
(III. 64)

avec les mêmes affectations des paramètres que pour l'équation (III.38).

Si on s'intéresse maintenant à la réponse à une sollicitation sinusoïdale, on obtient, en réalisant les mêmes développements que plus haut :  $E_1=E$ ;  $E_2=E\tau\omega$  et  $tan\varphi=\tau\omega$ . Les conclusions sont donc inversées par rapport à l'élément de Maxwell : pour des fréquences très basses, le module complexe tend vers le module élastique. Le choix du modèle rhéologique utilisé pour représenter le comportement du matériau est donc très important, notamment pour l'identification de ses paramètres.

#### 1.1.6.5. Autres modèles

Le modèle de Maxwell et le modèle de Kelvin ne permettent pas de rendre compte correctement du comportement des matériaux réels, aussi, on utilise généralement des associations plus ou moins complexes de ces deux éléments de base. Pour mémoire, citons le modèle de Burgers qui est l'association en série d'un élément de Maxwell et d'un élément de Kelvin ; le modèle linéaire classique constitué d'un ressort et d'un élément de Maxwell associés en parallèle et bien sur les modèles de Maxwell et de Kelvin généralisés.

Le modèle de Maxwell généralisé est l'association en parallèle de n éléments de Maxwell alors que le modèle de Kelvin généralisé résulte de l'association en série de n éléments de Kelvin.

On montre aisément que la fonction de relaxation d'un modèle de Maxwell généralisé peut se mettre sous la forme :

$$R(t) = E_0 + \sum_{i=1}^{n} E_i e^{\frac{-t}{\tau_i}}$$
(III. 65)

où *n* est le nombre d'éléments de Maxwell utilisé,  $E_0$  la raideur du premier ressort,  $E_i$  et  $\eta_i$  les raideurs et viscosités du  $I^{\text{ème}}$  élément avec  $\tau_i$  toujours égal à  $\eta_i/E_i$ .

Le modèle de Kelvin généralisé conduit à une fonction de fluage de la forme :

$$F(t) = \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{E_i} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right)$$
(III. 66)

Il est à noter que la multiplication des éléments employés augmente considérablement le nombre de paramètres à identifier.

## 1.1.7. Loi de comportement viscoélastique isotrope – Approche utilisant la méthode de l'état local

Passer d'un modèle rhéologique à un modèle tridimensionnel n'est pas aisé, aussi, il est utile de repartir des méthodes locales pour poser le formalisme. On reprend ici la méthode de l'état local présentée dans [Lem 96].

#### 1.1.7.1. Solide de Maxwell

Compte tenu de ce qui sera exposé par la suite, seul le comportement de type Maxwell est présenté ici. Le même travail peut aisément être réalisé pour le solide de Kelvin-Voigt.

Pour modéliser le comportement viscoélastique d'un solide de type Maxwell, la variable observable est la déformation totale  $\varepsilon$  associée aux contraintes de Cauchy  $\sigma$ . La déformation totale peut être décomposée de façon additive en une partie élastique  $\varepsilon_e$  et une partie inélastique  $\varepsilon_{in}$ . Dans ces conditions, le produit tensoriel doublement contracté  $\sigma:\varepsilon_e$  définit la puissance réversible et  $\sigma:\varepsilon_{in}$  la puissance dissipée.

En accord avec la méthode de l'état local rappelée au début de ce chapitre, on peut définir le tenseur des contraintes par dérivation par rapport au tenseur des déformations élastiques du potentiel thermodynamique :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_e} \tag{III. 67}$$

On peut également utiliser la fonction duale pour avoir directement la composante élastique de la déformation :

$$\varepsilon_e = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma} \tag{III. 68}$$

De la même façon, on peut calculer la composante inélastique de la déformation à l'aide du pseudo-potentiel de dissipation dual :

68

$$\dot{\varepsilon}_{in} = \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^*}{\partial \sigma} \tag{III. 69}$$

Pour obtenir un comportement linéaire, on utilise le même potentiel thermodynamique d'en élasticité :

$$\boldsymbol{\Psi}^* = \frac{1}{2\rho} \left\{ \frac{1+\nu}{E} tr(\boldsymbol{\sigma}^2) - \frac{\nu}{E} [tr \,\boldsymbol{\sigma}]^2 \right\}$$
(III. 70)

On utilise le même genre de relation pour le pseudo-potentiel de dissipation, avec deux nouveaux coefficients  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , caractéristiques de la viscosité :

$$\boldsymbol{\varphi}^* = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1+\nu}{E\tau_1} tr(\boldsymbol{\sigma}^2) - \frac{\nu}{E\tau_1} [tr\,\boldsymbol{\sigma}]^2 \right\}$$
(III. 71)

L'écrire du taux de déformation prend alors la forme suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{l+\nu}{E} \left( \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\tau_1} \right) - \frac{\nu}{E} \left( tr \, \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{tr \, \boldsymbol{\sigma}}{\tau_2} \right) \boldsymbol{I}$$
(III. 72)

On peut remarquer que pour une sollicitation uniaxiale, on retrouve bien le modèle rhéologique de Maxwell (équation (*III.34*)).

#### 1.1.7.2. Solide obéissant aux modèles de Maxwell généralisés

Comme pour les modèles rhéologiques mono-dimensionnels, on peut additionner diverses déformations inélastiques et construire une loi tridimensionnelle bâtie à partir d'un modèle de Maxwell généralisé. On obtient des résultats semblables lorsqu'on construit une loi sur un modèle de Kelvin généralisé [Lem 96].

## 1.2. Modèle de comportement viscoélastique non linéaire orthotrope appliqué au matériau bois

Dans ce qui suit, sont mis en œuvre plus ou moins directement tous les outils exposés dans la partie précédente. Le plan suit la chronologie d'écriture de la loi.

Le modèle de base étant un modèle de Maxwell généralisé, l'utilisation de la méthode de l'état local pour établir les relations de comportement sera plus aisée en utilisant le potentiel dual plutôt que l'énergie libre. L'exposé reprend les étapes utilisées pour écrire les équations de comportement (Maxwell isotrope, Maxwell généralisé isotrope, Maxwell orthotrope, Maxwell généralisé orthotrope).

#### 1.2.1. Solide de Maxwell isotrope

On a vu plus haut que l'on avait :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{I+\nu}{E} \left( \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau_1} \right) - \frac{\nu}{E} \left( tr \, \dot{\sigma} + \frac{tr \, \sigma}{\tau_2} \right) I \tag{III. 73}$$

Soit en décomposant la partie inélastique de la partie élastique des déformations :

$$\dot{\varepsilon}^{e} = \frac{l+\nu}{E} \dot{\sigma} - \frac{\nu}{E} tr \, \dot{\sigma} \mathbf{1} \text{ et } \dot{\varepsilon}^{in} = \frac{l+\nu}{E\tau_{1}} \sigma - \frac{\nu}{E\tau_{2}} tr \, \sigma \mathbf{1}$$
(III. 74)

Pour respecter le second principe de la thermodynamique, il faut que la puissance dissipée soit positive :

$$\mathcal{P} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{in} : \boldsymbol{\sigma} \ge 0 \tag{III. 75}$$

D'après Surrel [Sur 93], si cette condition est vérifiée pour un état de pression hydrostatique, pour un état de cisaillement plan et pour un état de cisaillement cylindrique, cette condition est toujours vérifiée. Or, si on calcule la puissance dissipée dans le cas général, on a :

$$\mathcal{P} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \sigma_{ij} = \frac{l+\nu}{E\tau_1} \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E\tau_2} \sigma_{kk}^2 \ge 0$$
(III. 76)

Dans le cas d'un chargement en pression hydrostatique pure  $\sigma$ , on trouve une relation entre les temps caractéristiques  $\tau_1$  et  $\tau_2$ :

$$\mathcal{P} = 3\frac{l+\nu}{E\tau_1}\sigma^2 - 9\frac{\nu}{E\tau_2}\sigma^2 \ge 0 \tag{III.77}$$

soit encore :

$$\frac{l+\nu}{\tau_1} - \frac{3\nu}{\tau_2} \ge 0 \text{ ou } \frac{\tau_2}{\tau_1} \ge \frac{3\nu}{l+\nu}$$
(III. 78)

pour un coefficient de Poisson positif ou nul. Si v est négatif, il faut jusque que les constantes  $\tau_1$  et  $\tau_2$  soient positives. Pour un matériau isotrope, le second membre de cette inégalité est toujours inférieur ou égal à un ( $v \le 0.5$ ).

Les calculs montrent que les puissances dissipées en cisaillement plan et en cisaillement cylindrique sont quant à elles toujours positives. On retrouve ainsi un résultat connu de la viscoélasticité [Lak 92] à savoir que la relaxation doit être plus rapide en cisaillement qu'en pression hydrostatique.

On peut illustrer ce résultat en observant un essai de relaxation (à déformation imposée constante) en traction uniaxiale. Pour cela, on peut écrire le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{\dot{\sigma}_{11}}{E} + \left(\frac{1+v}{E\tau_1} - \frac{v}{E\tau_2}\right) \sigma_{11}$$
  
$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\frac{v}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{v}{E\tau_2} \sigma_{11}$$
  
$$\dot{\varepsilon}_{33} = -\frac{v}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{v}{E\tau_2} \sigma_{11}$$
  
(III. 79)

dont la solution est pour un essai de relaxation :

$$\sigma_{11} = \varepsilon_0 E e^{\left(\frac{-(l+\nu)}{\tau_1} + \frac{\nu}{\tau_2}\right)t}$$
(III. 80)

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\varepsilon_0 \frac{\nu(l+\nu)(\tau_1 - \tau_2)}{-\tau_2(l+\nu) + \nu\tau_1} e^{\left(\frac{-l+\nu}{\tau_1} + \frac{\nu}{\tau_2}\right)l} + \varepsilon_0 \frac{\nu\tau_1}{-\tau_2(l+\nu) + \nu\tau_1}$$
(III. 81)

Les Figure III. 9 à Figure III. 12 montrent les résultats en terme de réponse en contraintes  $(\sigma_{11}/E)$ , en déformations transversales  $(\varepsilon_{22})$  et en variations volumiques  $(\varepsilon_{kk}=Tr(\varepsilon))$  pour quatre valeurs différentes du rapport des temps de relaxation. On y constate bien que si la condition de l'équation (III.78) n'est pas vérifiée, les résultats en terme de variation de volume sont aberrants (*Figure III. 9*). Par ailleurs on constate que pour des valeurs de  $\tau_2$  supérieures à  $\tau_1$ , les résultats peuvent choquer le sens physique puisque l'éprouvette continue de se dilater lorsque le niveau de contraintes diminue (*Figure III. 10*).

Néanmoins, une telle solution respecte les principes fondamentaux de la thermodynamique. On considère cependant que le bois ne peut pas se comporter de la sorte dans le domaine visqueux alors qu'il ne le fait pas dans le domaine élastique. On considèrera donc que  $\tau_2$  doit être compris entre la valeur critique de la relation (*III.78*), dans le cas des coefficients de Poisson positifs, et la valeur de  $\tau_1$ . Cela correspond à un état se situant entre la *Figure III. 11* et la *Figure III. 12*. Pour la suite, et pour une extrapolation au cas orthotrope, on supposera que  $\tau_2=\tau_1$ , ce qui permet de garantir la condition de la relation (*III.78*) quel que soit la valeur du coefficient de Poisson. Cela correspond à faire l'hypothèse d'un matériau caractérisé par une incompressibilité visqueuse.





**Figure III. 9** – Evolution de la contrainte et des déformations pour une valeur de  $\tau_2$  inférieure à la valeur



**Figure III. 10** – Evolution de la contrainte et des déformations pour une valeur de  $\tau_2$  supérieure à la



 Figure III. 11 – Evolution de la contrainte et des
 Figure

 déformations pour une valeur de t2 égale à la valeur
 déformation

 critique
 déformation



### 1.2.2. Solide de Maxwell généralisé isotrope

Dans un premier temps, on écrit les équations de base pour chaque élément de Maxwell, ensuite on généralise l'écriture établie pour un élément de Maxwell par la méthode de l'état local conformément à [Lem 96].

Le modèle est composé d'une association en série de l'élément de Maxwell généralisé et d'un élément permettant de modéliser les déformations hydriques. La mise en équation du modèle mécanique ne faisant intervenir que les déformations d'origine mécanique, nous ne les ferons pas intervenir de façon explicite dans les équations.

La déformation mécanique totale de chaque branche est identique, les contraintes par branches sont sommées. On peut donc écrire, pour un modèle à trois branches :

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 + \sigma_2 \tag{III. 82}$$

pour chaque branche du modèle, on a par ailleurs :
$$\dot{\varepsilon} = \frac{I + v_i}{E_i} \left[ \dot{\sigma}_i + \frac{\sigma_i}{\tau_{1,i}} \right] - \frac{v_i}{E_i} \left[ tr(\dot{\sigma}_i) + \frac{tr(\sigma_i)}{\tau_{2,i}} \right] I$$
(III. 83)

La résolution des systèmes d'équations différentielles (*III.74*) pour i variant de 0 à 2 permet de trouver les composantes du tenseur des contraintes  $\sigma$ .

Pour respecter le premier et le second principe de la thermodynamique, les constantes élastiques et les constantes visqueuses de chaque branche ne peuvent pas être quelconques. Comme pour le modèle de Maxwell de base, on peut calculer la puissance dissipée :

$$\mathcal{P} = \sum_{\alpha=1}^{n} \left( \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \right)_{\alpha} \left( \sigma_{ij} \right)_{\alpha}$$
(III. 84)

où  $\alpha$  est le nombre d'éléments de Maxwell en parallèle. Soit si on développe la relation :

$$\sum_{\alpha=1}^{n} \frac{1+\nu_{\alpha}}{E_{\alpha} \tau_{1,\alpha}} (\sigma_{ij})_{\alpha} (\sigma_{ij})_{\alpha} - \frac{\nu_{\alpha}}{E_{\alpha} \tau_{2,\alpha}} (\sigma_{kk}^{2})_{\alpha} \ge 0$$
(III. 85)

On constate que l'on perd très rapidement la possibilité d'écrire les conditions de respect de l'inégalité de Clausius-Duhem de manière explicite.

Cependant, on peut imposer des conditions plus restrictives que nécessaire en imposant que chaque branche de Maxwell respecte les conditions de l'inéquation. Ces conditions, très sévères garantiront le respect de l'inégalité pour la somme des composantes du tenseur des contraintes.

Dans ces conditions, très restrictives, on a le même genre de relations sur toutes les branches :

$$\frac{\tau_{2,\alpha}}{\tau_{1,\alpha}} \ge \frac{3\nu_{\alpha}}{1 + \nu_{\alpha}}$$
(III. 86)

Si par ailleurs, on suppose que les coefficients de Poisson sont les mêmes pour toutes les branches, on a :

$$\frac{\tau_{2,\alpha}}{\tau_{1,\alpha}} \ge \frac{3\nu}{1+\nu}$$
(III. 87)

### 1.2.3. Solide de Maxwell orthotrope

Lorsque le matériau est orthotrope, la loi de comportement ne se réduit pas à 2 mais à 9 termes indépendants en élasticité. On peut montrer de la même manière que pour un matériau viscoélastique, on a besoin de 9 constantes pour décrire le matériau. Il faudra donc un total de 18 constantes pour caractériser un matériau viscoélastique orthotrope.

En généralisant l'écriture précédente on a donc :

$$\dot{\varepsilon} = C\dot{\sigma} + \Gamma\sigma \tag{III. 88}$$

avec

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{1}} & -\frac{v_{12}}{E_{1}} & -\frac{v_{13}}{E_{1}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{21}}{E_{2}} & \frac{1}{E_{2}} & -\frac{v_{23}}{E_{2}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{31}}{E_{3}} & -\frac{v_{32}}{E_{3}} & \frac{1}{E_{3}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix}$$
(III. 89)

et

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\Theta} \quad avec \quad \boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{11}} & \frac{1}{\tau_{1122}} & \frac{1}{\tau_{1133}} & 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{\tau_{1122}} & \frac{1}{\tau_{22}} & \frac{1}{\tau_{2233}} & 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{\tau_{1133}} & \frac{1}{\tau_{2233}} & \frac{1}{\tau_{33}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{12}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{13}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{23}} \end{bmatrix}$$
(III. 90)

Les modèles orthotropes, tout comme les modèles isotropes doivent respecter les principes fondamentaux de la thermodynamique des milieux continus. On peut en particulier calculer la puissance dissipée par les phénomènes visqueux :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \sigma_{ij} \\ &= \frac{l}{E_{1} \tau_{11}} \sigma_{11}^{2} + \frac{l}{E_{2} \tau_{22}} \sigma_{22}^{2} + \frac{l}{E_{3} \tau_{33}} \sigma_{33}^{2} \\ &- 2 \left( \frac{v_{12}}{E_{1} \tau_{1122}} \sigma_{11} \sigma_{22} + \frac{v_{13}}{E_{1} \tau_{1133}} \sigma_{11} \sigma_{33} + \frac{v_{23}}{E_{2} \tau_{2233}} \sigma_{22} \sigma_{33} \right) \\ &+ \frac{l}{G_{12} \tau_{12}} \sigma_{12}^{2} + \frac{l}{G_{13} \tau_{13}} \sigma_{13}^{2} + \frac{l}{G_{23} \tau_{23}} \sigma_{23}^{2} \ge 0 \end{aligned}$$
(III. 91)

avec la relation fondamentale :  $\frac{v_{ij}}{E_i} = \frac{v_{ji}}{E_j}$ 

Si on particularise cette expression pour un état de pression hydrostatique, on obtient :

$$\mathcal{P} = \left(\frac{l}{E_{1}\tau_{11}} + \frac{l}{E_{2}\tau_{22}} + \frac{l}{E_{3}\tau_{33}} - 2\left(\frac{v_{12}}{E_{1}\tau_{1122}} + \frac{v_{13}}{E_{1}\tau_{1133}} + \frac{v_{23}}{E_{2}\tau_{2233}}\right)\right)\sigma^{2} \ge 0$$
(III. 92)

soit encore :

$$\frac{1}{E_{1}\tau_{11}} + \frac{1}{E_{2}\tau_{22}} + \frac{1}{E_{3}\tau_{33}} - 2\left(\frac{v_{12}}{E_{1}\tau_{1122}} + \frac{v_{13}}{E_{1}\tau_{1133}} + \frac{v_{23}}{E_{2}\tau_{2233}}\right) \ge 0$$
(III. 93)

Le même travail pour un état de cisaillement plan dans le plan (1-2) conduit à :

$$\frac{1}{E_1 \tau_{11}} + \frac{1}{E_2 \tau_{22}} + 2 \frac{v_{12}}{E_1 \tau_{1122}} \ge 0$$
(III. 94)

Un état de cisaillement plan dans les plans (1-3) et (2-3) conduisent respectivement à :

$$\frac{1}{E_{1}\tau_{11}} + \frac{1}{E_{3}\tau_{33}} + 2\frac{\nu_{13}}{E_{1}\tau_{1133}} \ge 0$$
(III. 95)

et

$$\frac{1}{E_2\tau_{22}} + \frac{1}{E_3\tau_{33}} + 2\frac{\nu_{23}}{E_2\tau_{2233}} \ge 0$$
(III. 96)

Un état de cisaillement cylindrique conduit à :

$$\frac{1}{E_{1}\tau_{11}} + \frac{1}{E_{2}\tau_{22}} + \frac{4}{E_{3}\tau_{33}} - 2\left(\frac{v_{12}}{E_{1}\tau_{1122}} - \frac{2v_{13}}{E_{1}\tau_{1133}} - \frac{2v_{23}}{E_{2}\tau_{2233}}\right) \ge 0$$
(III. 97)

$$\frac{1}{E_{1}\tau_{11}} + \frac{4}{E_{2}\tau_{22}} + \frac{1}{E_{3}\tau_{33}} - 2\left(-\frac{2\nu_{12}}{E_{1}\tau_{1122}} + \frac{\nu_{13}}{E_{1}\tau_{1133}} - \frac{2\nu_{23}}{E_{2}\tau_{2233}}\right) \ge 0$$
(III. 98)

$$\frac{4}{E_{1}\tau_{11}} + \frac{1}{E_{2}\tau_{22}} + \frac{1}{E_{3}\tau_{33}} - 2\left(-\frac{2\nu_{12}}{E_{1}\tau_{1122}} - \frac{2\nu_{13}}{E_{1}\tau_{1133}} + \frac{\nu_{23}}{E_{2}\tau_{2233}}\right) \ge 0$$
(III. 99)

Par ailleurs, on sait qu'un matériau orthotrope élastique doit vérifier les relations suivantes :

$$1 - v_{12}v_{21} \ge 0 \ ; \ 1 - v_{13}v_{31} \ge 0 \ ; \ 1 - v_{23}v_{32} \ge 0 \tag{III. 100}$$

$$I - v_{12}v_{23}v_{31} - v_{21}v_{13}v_{32} - v_{21}v_{12} - v_{31}v_{13} - v_{32}v_{23} \ge 0$$
(III. 101)

Cet ensemble de conditions réduit le champ des valeurs possibles des différents paramètres, mais ne donne pas vraiment la possibilité d'en réduire le nombre.

Par ailleurs, on peut, comme dans le cas isotrope simuler un essai de relaxation en traction uniaxiale dans les axes d'orthotropie du matériau et observer l'évolution de la variation de volume. On observe alors le même genre de résultats que dans le cas isotrope. Si on utilise les valeurs limites, on a un volume qui revient au volume initial. Si les temps sont tous identiques, on a un volume qui reste inchangé. Enfin si les temps hors diagonale sont supérieurs aux temps qui apparaissent sur la diagonale, on a une éprouvette dont le volume continue d'augmenter lorsque la contrainte redevient nulle. Ce qui paraît choquer le sens physique [Hil 98].

Ainsi, pour garantir le respect en toutes circonstances du second principe de la thermodynamique, traduit par les relations (*III.93*) à (*III.99*), on choisit de faire l'hypothèse suivante sur les temps de relaxation hors diagonale :

$$\tau_{1122} = \tau_{1133} = \tau_{2233} = Max[\tau_{11}; \tau_{22}; \tau_{33}]$$
(III. 102)

Cette hypothèse est très restrictive et une plus grande souplesse quant au choix de ces temps de relaxation ( $\tau_{1122}, \tau_{1133}, \tau_{2233}$ ) pourrait être adoptée, mais la difficulté due au nombre conséquent d'inégalités à respecter nécessiterait une étude beaucoup plus approfondie. Tous les autres temps de relaxation peuvent être choisis de manière indépendante, ce qui est très intéressant pour le bois, compte tenu que la cinétique des phénomènes viscoélastiques varie fortement entre la direction longitudinale et les directions transverses du matériau.

# 1.2.4. Solide de Maxwell généralisé orthotrope

La généralisation du modèle se fait de manière très similaire à la généralisation du modèle isotrope. Il suffit pour cela d'écrire que la déformation mécanique totale de chaque branche est identique et que les contraintes par branches sont sommées. On peut donc écrire :

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 + \sigma_2 \tag{III. 103}$$

et

Ė

$$=C\dot{\sigma}_i + \Gamma\sigma_i \tag{III. 104}$$

La difficulté est alors l'identification des nombreux paramètres d'une telle loi de comportement.

### 1.2.5. Modélisation des non linéarités dues au fluage

Comme cela a été évoqué dans le paragraphe précédent, il y a deux façons de prendre en compte les non-linéarités : multiplier le nombre d'éléments ou utiliser des viscosités non constantes. Compte tenu de l'immense difficulté que peut représenter l'identification de paramètres pour un grand nombre d'éléments, on préfère utiliser des viscosités non constantes. Par ailleurs, la difficulté que représente la prise en compte simultanée des phénomènes de fluage propre et de fluage mécanosorptif conduit à traiter le problème en deux temps. D'abord, on ne s'intéresse qu'au fluage propre en reprenant le même type de loi de fluide non-newtonien de type Ree-Eyring [Ree 55] que Liu [Liu 97] et Bou-Saïd [Bou 03a, 03b].

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{\eta^0} \sinh\left(b'\frac{\sigma(t)}{S_{rup}}\right) \tag{III. 105}$$

avec  $\eta$  la viscosité,  $\eta^0$  et *b*' des constantes, et  $\frac{\sigma(t)}{S_{rup}}$  le niveau de contrainte référencé

par rapport à la limite de rupture  $S_{rup}$  dans une direction donnée.

La difficulté va résider alors dans la détermination du rapport de contraintes le plus pertinent qui permettra de respecter les conditions de dissipation positive.

Hilton [Hil 98] rappelle que les coefficients de Poisson visqueux ne sont indépendants du temps que si les viscosités sont toutes fonctions de la même fonction du temps ou si le matériau est incompressible. Or, d'après Passard et al. [Pas 01a, Pas 01b], les temps caractéristiques dans les directions longitudinale et radiale du bois ne sont pas identiques. Par conséquent, on ne peut pas supposer que les coefficients de Poisson visqueux soient constants. Dans le même article, Hilton ajoute que l'on peut considérer une certaine incompressibilité du comportement visqueux des matériaux lorsque ceux-ci sont très orientés comme par exemple les matériaux fibreux pour lesquels une direction est beaucoup plus raide que les deux autres. Dans le cas du bois, les directions radiale et tangentielle sont effectivement plus souples que la direction longitudinale mais uniquement dans un rapport de  $1 \ge 10$ .

Les travaux de Bou-Saïd [Bou 03a] reposent sur une analyse essentiellement unidimensionnelle du phénomène de fluage. Il est donc délicat d'utiliser la même loi nonnewtonienne pour des sollicitations tridimensionnelles. En l'absence de résultats expérimentaux, on choisit d'utiliser le même type de loi mais en utilisant une variable plus globale que les seules contraintes directionnelles.

Pour prendre en compte l'influence du niveau de contraintes sur la réponse visqueuse du bois dans toutes les directions tout en respectant les conditions sur les temps de relaxation des différents coefficients de Poisson visqueux, on ne peut pas utiliser la relation mise en œuvre par Bou-Saïd. Un moyen sûr de respecter ces relations est d'utiliser une contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  au sens des matériaux anisotropes. Sont rappelés ci-après deux critères anisotropes 3D (le critère de Hill et le critère de Tsaï-Wu) qui vont nous permettre de définir cette contrainte équivalente.

# 1.2.5.1. Critère de Hill

Le critère de Hill peut se mettre sous la forme :

$$F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^{2} + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^{2} + H(\sigma_{33} - \sigma_{11})^{2} + 2L\sigma_{12}^{2} + 2M\sigma_{23}^{2} + 2N\sigma_{13}^{2} = I$$
(III. 106)

avec

$$F = \frac{l}{2} \left( \frac{l}{\sigma_{11s}^2} + \frac{l}{\sigma_{22s}^2} - \frac{l}{\sigma_{33s}^2} \right)$$
(III. 107)

$$G = \frac{l}{2} \left( \frac{l}{\sigma_{22s}^2} + \frac{l}{\sigma_{33s}^2} - \frac{l}{\sigma_{11s}^2} \right)$$
(III. 108)

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{33s}^2} + \frac{1}{\sigma_{11s}^2} - \frac{1}{\sigma_{22s}^2} \right)$$
(III. 109)

$$L = \frac{I}{2} \frac{I}{\sigma_{I2s}^2}$$
(III. 110)

$$M = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{23s}^2}$$
(III. 111)

$$N = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{I3s}^2}$$
(III. 112)

avec  $\sigma_{ij}$  une composante du tenseur des contraintes et  $\sigma_{ijs}$  la limite de rupture dans la direction ou le plan de cisaillement étudié.

Ce critère ne prend pas en compte des valeurs différentes pour les limites de rupture du matériau en traction et en compression. Il n'est donc pas bien adapté pour le bois. Un critère plus général est donc nécessaire.

# 1.2.5.2. Critère de Tsaï-Wu

Le critère de Tsaï-Wu peut se mettre sous la forme :

$$F'(\sigma_{11} - \sigma_{22})^{2} + G'(\sigma_{22} - \sigma_{33})^{2} + H'(\sigma_{33} - \sigma_{11})^{2} + 2L'\sigma_{12}^{2} + 2M'\sigma_{23}^{2} + 2N'\sigma_{13}^{2} + P'\sigma_{11} + Q'\sigma_{22} + R'\sigma_{33} = 1$$
(III. 113)

avec

$$F' = \frac{l}{2} \left( \frac{l}{\sigma_{11}^C \sigma_{11}^T} + \frac{l}{\sigma_{22}^C \sigma_{22}^T} - \frac{l}{\sigma_{33}^C \sigma_{33}^T} \right)$$
(III. 114)

$$G' = \frac{l}{2} \left( \frac{l}{\sigma_{22}^C \sigma_{22}^T} + \frac{l}{\sigma_{33}^C \sigma_{33}^T} - \frac{l}{\sigma_{11}^C \sigma_{11}^T} \right)$$
(III. 115)

$$H' = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{33}^C \sigma_{33}^T} + \frac{1}{\sigma_{11}^C \sigma_{11}^T} - \frac{1}{\sigma_{22}^C \sigma_{22}^T} \right)$$
(III. 116)

$$L' = \frac{l}{2} \frac{l}{\sigma_{l2s}^2}$$
(III. 117)

$$M' = \frac{l}{2} \frac{l}{\sigma_{23s}^2}$$
(III. 118)

$$N' = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{13s}^2}$$
(III. 119)

$$P' = \frac{\sigma_{II}^C + \sigma_{II}^T}{\sigma_{II}^C \sigma_{II}^T}$$
(III. 120)

$$Q' = \frac{\sigma_{22}^C + \sigma_{22}^T}{\sigma_{22}^C \sigma_{22}^T}$$
(III. 121)

$$R' = \frac{\sigma_{33}^C + \sigma_{33}^T}{\sigma_{33}^C \sigma_{33}^T}$$
(III. 122)

avec  $\sigma_{ij}$  une composante du tenseur des contraintes et  $\sigma_{ij}^C$  et  $\sigma_{ij}^T$  les limites de rupture dans une direction ou un plan de cisaillement donné, respectivement en compression et en traction.

Le critère de Tsaï-Wu, plus adapté au matériau bois, car différenciant contraintes limite de rupture en traction et en compression, va donc être utilisé dans la suite de notre étude comme base pour l'écriture d'une contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  3D.

# 1.2.5.3. Prise en compte de l'effet des contraintes dans l'évolution de la viscosité

Repartant de l'équation (*III.105*) et en tenant compte des conditions que doivent respecter les neuf temps de relaxation données par les équations (*III.93*) à (*III.101*), on se propose de remplacer le terme dans le sinus hyperbolique ( $\bar{\kappa} = \frac{\sigma(t)}{S_{rup}}$ ) par un terme de "dangerosité", ou contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$ , défini à partir du critère de Tsaï-Wu pour un niveau de contraintes donné.

Comme le montre la *Figure III.* 13, on considère le facteur de proportionnalité  $\alpha$  positif tel que pour un niveau de chargement donné par le tenseur des contraintes  $[\sigma]$  on a un nouveau tenseur  $[\sigma'] = \alpha[\sigma]$  dont le nouveau point de chargement se situe sur l'ellipsoïde enveloppe du critère de Tsaï-Wu. Ainsi on peut écrire l'équation suivante :

$$F'(\sigma'_{11} - \sigma'_{22})^2 + G'(\sigma'_{22} - \sigma'_{33})^2 + H'(\sigma'_{33} - \sigma'_{11})^2 + 2L'\sigma'_{12}^2 + 2M'\sigma'_{23}^2 + 2N'\sigma'_{13}^2 + P'\sigma'_{11} + Q'\sigma'_{22} + R'\sigma'_{33} - l = 0$$
(III. 123)

soit encore :

$$A.\alpha^2 + B.\alpha + C = 0 \tag{III. 124}$$

avec :

$$A = F'(\sigma'_{11} - \sigma'_{22})^2 + G'(\sigma'_{22} - \sigma'_{33})^2 + H'(\sigma'_{33} - \sigma'_{11})^2$$
  
+ 2L'  $\sigma'_{12}^2 + 2M'\sigma'_{23}^2 + 2N'\sigma'_{13}^2$  (III. 125)

$$B = P' \sigma'_{11} + Q' \sigma'_{22} + R' \sigma'_{33}$$
(III. 126)

$$C = -I \tag{III. 127}$$

A partir du calcul de l'inverse des racines de ce polynôme du second degré, on peut définir la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$ :

$$\sigma_{eq} = Max \left[ \frac{2A}{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}; \frac{2A}{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}} \right]$$
(III. 128)

La valeur de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  ainsi définie est, comme dans l'équation (*III.105*), toujours inférieure à un et positive pour le facteur de chargement.



**Figure III. 13** – Représentation de l'ellispoïde enveloppe et du vecteur contrainte dans le plan ( $\sigma_l$ ,  $\sigma_{ll}$ ) pour estimer la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  selon le critère de Tsaï-Wu.

L'équation (III. 105) devient donc pour chaque direction et plan de cisaillement :

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{\eta^0} \sinh(b'\sigma_{eq}) \tag{III. 129}$$

avec  $\eta$  la viscosité,  $\eta^0$  et *b*' des constantes, et  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente définie précédemment selon le critère de Tsaï-Wu.

### 1.2.5.4. Effets mécanosorptifs

La particularité du matériau bois est son extrême sensibilité aux variations d'humidité. Les travaux de Bou-Saïd [Bou 03a] repartent des travaux de Bazant [Baz 85] et de leurs successeurs [Hab 01] sur le béton et sur les matériaux polymères. On constate expérimentalement une influence notable du taux d'humidité et de ses variations sur la tenue mécanique des structures bois. Ce phénomène est généralement baptisé mécanosorption. Ces aspects ont été développés dans la *partie II.* de ce document. La grande variabilité des caractéristiques liées aux matériaux biologiques rend très délicat le choix d'un modèle simple permettant de prendre en compte tous les phénomènes observés.

Le choix fait par Bou-saïd, basé sur les travaux de Pittet [Pit 96], a été de faire dépendre le fluage mécanosorptif du taux de variation hydrique et non de la valeur de l'humidité. La teneur en eau peut intervenir de manière indirecte sur le fluage par l'intermédiaire d'une dépendance des modules élastiques avec sa valeur. Interviennent également dans la viscosité des branches mécanosorptives du modèle de Maxwell généralisé, l'histoire hydrique et le niveau de contrainte dans la direction de sollicitation. Dans un premier temps, nous reprenons la même forme :

$$\frac{l}{\eta} = \frac{l}{\eta_0} \frac{\frac{\Delta X}{\Delta t}}{b e^{-cX_{hist}} - d} \sinh\left(b' \frac{\sigma(t)}{S_{rup}}\right)$$
(III. 130)

avec  $X_{hist} = \begin{cases} \sum \Delta X^a & en \ cas \ d' \ adsorption \\ \sum \Delta X^d & en \ cas \ de \ de \ sorption \end{cases}$ , les  $\Delta X$  sont les variations hydriques

incrémentales.  $\eta_0$ , *b*, *c*, *d*, *b*' sont des constantes à identifier et  $S_{rup}$  la contrainte de rupture directionnelle.

Cette relation est simplement modifiée dans le sinus hyperbolique de la même façon que pour passer de la relation (*III.105*) à la relation (*III.129*) :

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{\eta_0} \frac{\frac{\Delta X}{\Delta t}}{b \, e^{-cX_{hist}} - d} \sinh(b' \, \sigma_{eq}) \tag{III. 131}$$

avec  $\sigma_{eq}$  donnée dans la relation (III. 128).

AV

# 1.3. Mise en œuvre de la loi de comportement

#### 1.3.1. Algorithme de programmation

La loi de comportement telle qu'elle est proposée est codée en fortran et, utilisée en sous programme utilisateur (Umat) dans le code de calculs éléments finis ABAQUS® Standard, l'écriture de son algorithme permet de mettre en évidence l'ensemble des caractéristiques mécaniques à identifier ainsi que les hypothèses simplificatrices réalisées à ce jour.

Le code développé est basé sur un schéma de Newton au premier ordre dont la description est la suivante. Pour les trois branches de Maxwell, on peut écrire en partant des relations (*III.103*) et (*III.104*) :

$$\Delta \varepsilon = C_{\theta} \Delta \sigma_{\theta}$$
  

$$\Delta \varepsilon = C_{1} \Delta \sigma_{1} + \Gamma_{1} \sigma_{1}(t) \qquad (III. 132)$$
  

$$\Delta \varepsilon = C_{2} \Delta \sigma_{2} + \Gamma_{2} \sigma_{2}(t)$$

dont on peut déduire :

$$\Delta \sigma_{\theta} = C_{\theta}^{-1} \Delta \varepsilon$$
  

$$\Delta \sigma_{1} = C_{1}^{-1} \Delta \varepsilon - C_{1}^{-1} \Gamma_{1} \sigma_{1}(t) \qquad (III. 133)$$
  

$$\Delta \sigma_{2} = C_{2}^{-1} \Delta \varepsilon - C_{2}^{-1} \Gamma_{2} \sigma_{2}(t)$$

et donc :

$$\Delta \sigma = C_{\theta}^{-1} \Delta \varepsilon + C_{1}^{-1} \Delta \varepsilon - C_{1}^{-1} \Gamma_{1} \sigma_{1}(t) + C_{2}^{-1} \Delta \varepsilon - C_{2}^{-1} \Gamma_{2} \sigma_{2}(t)$$
(III. 134)

Ce qui permet de calculer la matrice tangente du problème  $\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$ . Dans l'algorithme de Newton-Raphson utilisé au premier ordre,  $\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$  est calculée au début de chaque incrément. Le choix de l'algorithme de Newton au premier ordre impose un choix de pas de temps raisonnable. Mais compte tenu de la très forte non linéarité de tous les paramètres matériau, nous avons décidé de faire de la sous-incrémentation pour mieux contrôler le pas de temps. Le nombre de sous-incrémentations nécessaire à chaque pas de temps est défini au préalable en fonction d'un critère basé sur une limitation de la variation d'humidité par incrément. Ce critère est appelé  $\Delta Hmax$  et sa valeur sera donnée dans la partie *IV.* pour les différents types d'application.

#### 1.3.2. Identification des paramètres

Une loi de comportement ne peut être utilisée que dans la mesure où les paramètres qui permettent de la définir sont identifiables. Ce paragraphe a donc pour but de faire l'inventaire des paramètres de la loi et de définir brièvement les moyens de les identifier.

Parmi tous les paramètres figurant dans cette loi, on peut distinguer les paramètres instantanés (élastiques), les paramètres de fluage et les paramètres liés aux variations d'humidité (mécanosorptifs). Les tableaux suivants récapitulent toutes ces données par famille.

Nom	Signification physique	Mode d'identification	
E <sub>1</sub>	Module de Young dans le sens des	Essais de traction instantanée (ou	
	fibres	au pire de compression) dans les	

Tableau III. 1 – Paramètres élastiques

<b>E</b> <sub>2</sub>	Module de Young dans le sens radial	directions d'orthotropie et dans des directions annexes pour les
E <sub>3</sub>	Module de Young dans le sens tangentiel	cisaillements.
V <sub>12</sub> V <sub>13</sub> V <sub>23</sub>	Coefficients de Poisson dans les trois plans d'orthotropie	ces essais sont a realiser a humidité constante pour différents taux d'humidité de façon à identifier des lois de variation des
G <sub>12</sub> G <sub>13</sub> G <sub>23</sub>	Modules de cisaillement dans les trois plans d'orthotropie	paramètres élastiques en fonction du taux d'humidité du bois.

Nom	Signification physique	Mode d'identification	
$S_{rup,11}^{T}$ $S_{rup,22}^{T}$ $S_{rup,33}^{T}$	Limites de rupture suivant les trois directions d'orthotropie en traction	Essais de traction à rupture dans les trois directions d'orthotropie	
$\frac{S_{rup,11}}{S_{rup,22}}^{C}$ $S_{rup,33}^{C}$	Limites de rupture suivant les trois directions d'orthotropie en compression	Essais de compression à rupture dans les trois directions d'orthotropie	
S <sub>rup,12</sub> S <sub>rup,23</sub> S <sub>rup,13</sub>	Limites de rupture en cisaillement suivant les trois plans d'orthotropie	Caractérisation de la rupture de cisaillement dans les trois plans d'orthotropie	

Tableau III. 3 – Paramètres de fluage

Nom	Signification physique	Mode d'identification
Coef_0 Coef_1 Coef_2	Ces paramètres correspondent à la proportion de raideur de chaque branche du modèle de Maxwell généralisé utilisé	Pour l'heure, l'identification de tous les paramètres de fluage nécessite l'utilisation croisée de
$\tau_{11}^{P}$ $\tau_{22}^{P}$ $\tau_{33}^{P}$ $\tau_{12}^{P}$ $\tau_{13}^{P}$ $\tau_{23}^{P}$	Coefficients du tenseur $\Gamma$ des temps caractéristiques de fluage propre. Les indices correspondent aux indices des modules longitudinaux et transversaux. Les valeurs hors diagonales ( $\tau_{1122}^{p}$ , $\tau_{1133}^{p}$ , $\tau_{2233}^{p}$ ) dans le tenseur $\Gamma$ sont toutes égales au maximum des valeurs normales dans les directions ( $\tau_{11}^{p}$ , $\tau_{22}^{p}$ , $\tau_{33}^{p}$ ). Se référer à la matrice de la relation ( <i>III.90</i> ).	à humidité constante mais également à humidité variable et tous les paramètres sont estimés par essais-erreur suite à des calculs éléments finis sur des éléments de volume représentatifs.

$T_{11}^{ms}$ $T_{22}^{ms}$ $T_{33}^{ms}$ $T_{12}^{ms}$ $T_{13}^{ms}$ $T_{23}^{ms}$	Même chose que ci-dessus pour le fluage mécanosorptif.
<i>b</i> '	Coefficient entrant dans le <i>sinh</i> du fluage : paramètre d'accélération
b=0.88 c=-7 d=1.15 $\omega_{hist}^{a}=0.075$ $\omega_{hist}^{d}=-0.15$	Coefficients entrant dans la relation non linéaire décrivant le fluage mécanosorptif, tirés de [Bou 03a] et [Cha 06a]

# 1.4. Conclusion

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse de Doctorat s'inscrivent dans la continuité des travaux effectués par Bou-Saïd [Bou 03a] à l'INSA de Lyon en 2003. Le modèle développé est donc fortement inspiré de celui de Bou-Saïd. L'approche phénoménologique qui a permis de mettre en évidence les paramètres pilotant la réponse du matériau a été reprise et actualisée pour satisfaire aux besoins des principes de la thermodynamique. L'effet du taux de variations hydriques  $\dot{X}$  et l'effet de l'histoire d'adsorption/désorption  $X_{hist}$  subie par le matériau demeurent dans la formulation actuelle, au niveau des fonctions d'activation des branches de Maxwell. Mais pour satisfaire à une approche tridimensionnelle propre, le niveau de contrainte  $\bar{\kappa}$ , défini selon une unique direction par Bou-Saïd, a été remplacé par un niveau de contrainte équivalent  $\sigma_{eq}$  basé sur le critère de Tsaï-Wu qui permet de prendre en compte l'effet du champ de contraintes 3D global sur la cinétique de fluage.

De plus, le choix du modèle de Maxwell généralisé à sept branches établi auparavant présentait une trop grande complexité quant à la caractérisation de ses paramètres ; ce qui devenait souvent rédhibitoire pour un recalage propre et pour assurer la crédibilité d'un tel modèle. Le passage à trois branches non-linéaires s'est avéré judicieux car beaucoup moins lourd en terme d'identification de paramètres et présentant une bien meilleure lisibilité. De plus, le matériau bois présente une telle variabilité que l'on est à même de se poser la question de l'utilisation d'un modèle très complexe sensé représenter parfaitement un essai donné. Un autre essai mené dans les mêmes conditions expérimentales, mais sur un autre spécimen de même essence, présentera des résultats quelque peu différents, et le modèle nécessitera alors un nouveau recalage. Il semble donc plus sensé de se baser sur une

approche plus simple dans la formulation mais qui considère l'ensemble des phénomènes se développant dans le bois d'une manière plus globale sur un ensemble d'essais. L'approche devient plus qualitative et l'outil plus un moyen d'aide à la décision.

# 2. Développement d'un modèle TH 2D et d'un modèle TH-M 3D

# 2.1. Nomenclature

Compte tenu du grand nombre de paramètres nécessaires pour exprimer les formulations des phénomènes couplés de transfert de chaleur et de masse, il semble intéressant de définir au préalable les caractéristiques physiques intervenant dans les équations. D'autres termes sont également présentés dans un souci de clarté.

<b>C</b> <sub>p</sub>	chaleur spécifique [J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	
V	volume de contrôle [m-3]	
D	coefficient de diffusion [m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]	
h	enthalpie spécifique [J.kg <sup>-1</sup> ]	
h <sub>m</sub>	coefficient de transfert de masse en surface [m.s <sup>-1</sup> ]	
h <sub>t</sub>	coefficient de transfert de chaleur en surface [W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]	
$\Delta h_{vap}$	chaleur latente de vaporisation [J.kg <sup>-1</sup> ]	
∆h <sub>w</sub>	chaleur différentielle de sorption [J.kg <sup>-1</sup> ]	
HR	humidité relative de l'air ambiant	
<b>k</b> <sub>r</sub>	perméabilité relative	
Κ	perméabilité spécifique [m <sup>2</sup> ]	
L	épaisseur de l'élément étudié [m]	
М	masse molaire [kg.mol <sup>-1</sup> ]	
n	nombre de points de discrétisation	
Ρ	pression [Pa]	
R	constante des gaz parfaits [J.mol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	
S	niveau de saturation en eau libre	
t	temps [s]	
δt	pas de temps [s]	
Τ	température [K]	
X	teneur en eau [kg eau.kg matière sèche <sup>-1</sup> ]	
х, у	coordonnées dans le repère cartésien [m, m]	
δх, δу	pas géométriques [m]	
ε	fraction volumique	
$\phi$	porosité	
λ	conductivité thermique [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ] ou mobilité [Pa <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> ]	
μ	viscosité dynamique [Pa.s]	
ρ	densité [kg.m <sup>-3</sup> ]	
σ	tension superficielle [N.m <sup>-1</sup> ]	
ω	fraction massique	

	2.1.2. Indices, signes	
а	air sec	
atm	atmosphérique	
b	eau liée	
С	capillaire	
е	énergie	
eff	effectif	
ext	extérieur	
g	gaz (air + vapeur d'eau)	
init	valeur initiale	
fsp, psf	point de saturation des fibres	
ref	référence	
S	solide (matière ligneuse)	
V	vapeur d'eau	
vs	vapeur saturante	
W	eau libre ou liquide	
wmax	niveau d'eau libre maximal (à saturation des pores)	
0	anhydre	
_	valeur moyennée sur le volume de contrôle	
=	tenseur d'ordre 2	

# 2.2. Formulation mathématique

# 2.2.1. Equations de conservation et de transport

Les équations macroscopiques qui gouvernent les phénomènes de transfert de masse et de chaleur dans un milieu poreux sont résumées comme suit et ont été formulées de la sorte par [Perr 87, 90, 96a, 96b, 99]. Les valeurs numériques ainsi que l'expression mathématique de la plupart des quantités exprimées sont données dans la partie *III.2.4*.

L'équation de conservation de liquide (w) est formulée :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_w \rho_w + \varepsilon_g \rho_v + \overline{\rho}_b) + \nabla (\rho_w \overline{v}_w + \rho_v \overline{v}_g - \overline{\rho_b v_b}) = \nabla (\rho_g D_{eff} \nabla \omega_v)$$
(III. 135)

Puis, l'équation de conservation d'énergie (e) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{w} \rho_{w} h_{w} + \varepsilon_{g} (\rho_{v} h_{v} + \rho_{a} h_{a}) + \overline{\rho_{b}} \overline{h_{b}} + \rho_{0} h_{s} - \varepsilon_{g} P_{g}) + \nabla (\rho_{w} h_{w} \overline{v_{w}} + (\rho_{v} h_{v} + \rho_{a} h_{a}) \overline{v_{g}} + h_{b} \overline{\rho_{b} v_{b}}) =$$
(III. 136)
$$\nabla (\rho_{g} D_{eff} (h_{v} \nabla \omega_{v} + h_{a} \nabla \omega_{a}) + \lambda_{eff} \nabla T) + \Phi$$

 $\Phi$  correspond à un terme de production de chaleur interne : nous le considérons nul dans notre étude. Il doit être pris en compte pour des études de séchage à hautes fréquences par exemple, où les effets magnétiques sont à l'origine d'une création de chaleur à cœur du bois.

Et enfin, l'équation de conservation d'air (a) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_g \rho_a) + \nabla .(\rho_a \bar{v}_g) = \nabla .(\rho_g D_{eff} \nabla \omega_a)$$
(III. 137)

Les vitesses de gaz et de liquide sont données par la relation de Darcy où le gradient de pression est le terme moteur :

$$\bar{v}_l = -\frac{\bar{K}_l \bar{k}_{rl}}{\mu_l} \nabla P_l \qquad \text{avec } l = w, g \tag{III. 138}$$

où la perméabilité (liquide ou gazeuse) du milieu est pondérée par une perméabilité relative  $\bar{k}_{rl}$  qui dépend du niveau de saturation en eau libre  $S_w$  (voir *Tableau III. 4*).

La migration d'eau liée est donnée par l'expression suivante, formulation la plus simple trouvée dans la littérature où un coefficient de diffusion d'eau liée  $D_b$  intervient et où le gradient de concentration en eau liée est le terme moteur :

$$\rho_b v_b = -D_b \nabla \rho_b \tag{III. 139}$$

La diffusion de la phase gazeuse est exprimée par l'intermédiaire d'un coefficient de diffusivité effective  $D_{eff}$  dépendant de la pression de gaz, de la température (par l'intermédiaire de  $D_v$ ) et de la teneur en eau libre (par l'intermédiaire de  $k_{rg}$ ). Ce coefficient est défini dans le *Tableau III. 4* de la manière suivante :

$$D_{eff}^{T} = f k_{g} D_{v} = \frac{I}{2} D_{eff}^{R}$$
(III. 140)

où  $D_v$  est le coefficient de diffusion de vapeur d'eau dans l'air, *f* la résistance à la diffusion et  $k_g$  la perméabilité relative du gaz.

La conduction de chaleur dans le matériau est exprimée selon une loi de Fourier classique et la conductivité thermique  $\lambda_{eff}$  dépend de la quantité d'eau libre présente dans le bois (*voir Tableau III. 4*).

# 2.2.2. Schéma numérique pour la résolution du système

Des approches volumes finis 1D et 2D (plan R-T) ont été développées pour résoudre le système non-linéaire d'équations couplées. Nous développons ici la version 2D, qui, en l'état actuel des choses, est une transposition de la version 1D. Les conditions de validité de la formulation 2D sont les suivantes : tailles de maille régulières dans les deux directions

(rectangulaires), directions d'orthotropie parallèles avec les faces extérieures, propriétés du matériau homogènes. Ainsi, la formulation actuelle n'intègre pas rigoureusement l'orthotropie cylindrique du matériau car une forte approximation est faite pour des spécimens ayant une géométrie cylindrique. Le modèle permet tout de même d'appréhender qualitativement la complexité des phénomènes multi-physiques couplés. Des évolutions seront évidemment à prévoir dans une phase de consolidation de l'outil.

Le maillage régulier orthogonal est défini *Figure III. 14.a.* Les pas géométriques  $\delta x$  et  $\delta y$  sont constants dans les deux directions du plan (x-y), toutefois ils peuvent être différents l'un de l'autre (le rapport  $\delta x/\delta y$  doit rester cependant raisonnable). Un volume de contrôle typique V avec ses cellules voisines sont représentés *Figure III. 14.b.* Notons que l'orthotropie cylindrique est exprimée par l'intermédiaire d'une rotation des différents tenseurs constitutifs (perméabilités intrinsèques, coefficients de diffusion et conductivités thermiques), initialement exprimés en coordonnées locales (directions radiale et tangentielle) au niveau de chaque volume de contrôle. Le schéma numérique ne supporte donc qu'une orthotropie faible.

Les trois équations de conservation peuvent être écrites sous la forme globale suivante :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla J = 0 \tag{III. 141}$$

Ainsi pour chacune des trois équations de conservations énoncées précédemment, on définit  $\psi$ , la quantité conservée de liquide (w), énergie (e) ou air (a), et *J*, le flux de liquide, énergie ou air traversant chacune des faces du volume de contrôle *V* considéré.

Les faces du volume de contrôle sont  $A_k$ , avec k=1,4. Le centre de la cellule étudiée P est entouré par quatre points  $Nb_k$  (k=1,4). L'intégration de l'équation (*III.141*) au travers du volume V de la cellule de référence, l'application du théorème de la divergence et l'utilisation d'un schéma d'Euler implicite pour la discrétisation en temps permettent d'écrire l'expression suivante au centre de la cellule V:

$$F_{ip} = V \cdot \left( \psi_{ip}^{n+1} - \psi_{ip}^{n} \right) + \delta t \cdot \sum_{k=1,4} \left( J_i^{n+1} \cdot \hat{n} \right)_{V_{facek}} \cdot A_k = 0$$
(III. 142)

où *i=w,e,a* selon l'équation de conservation considérée,  $\delta t$  est l'incrément de temps utilisé, et <sup>*n*</sup> et <sup>*n*+1</sup> correspondent à des quantités respectivement exprimées à (*t*) et à (*t*+ $\delta t$ ). Notons que pour la configuration 2D,  $V = \delta x \delta y$  (cellule quelconque du maillage) ou  $V = \frac{1}{2} \delta x \delta y$  (au niveau des bords du maillage) ou  $V = \frac{1}{4} \delta x \delta y$  (aux quatre coins du maillage, voir *Figure III. 14.a*) et  $A_1 = A_3 = \delta y$  et  $A_2 = A_4 = \delta x$  (voir *Figure III. 14.b*). L'implémentation est réalisée dans le logiciel MATLAB®, basée sur les considérations faites dans l'outil de calcul TRANSPORE, développé au LERMAB de Nancy [Perr 87, 90, 96a, 96b, 99].



*Figure III.* 14 - Volumes de contrôle classiques pour un maillage 2D à pas géométriques réguliers (a), Volume de contrôle quelconque et cellules voisines (b).

Pour simplifier les écritures et résoudre plus aisément ce système complexe fortement couplé, on définit chaque membre des équations (*III.141*) et (*III.142*). On dispose d'un système de trois équations globales, les trois inconnues principales choisies étant X(t,x,y) l'humidité totale (eau libre  $X_w$  + eau liée  $X_b$ ), T(t,x,y) la température et  $\rho_a(t,x,y)$  la densité d'air sec. Pour chaque équation de conservation on peut écrire :

- Liquide (w) :

$$\psi_w = \phi S_w \rho_w + \phi S_g \rho_v + \overline{\rho}_b$$
(III. 143)

$$J_{w}.\hat{n} = -\frac{l}{\|\hat{n}\|} \left( K_{w} \lambda_{w} \rho_{w} \nabla P_{w} + K_{g} \lambda_{g} \rho_{v} \nabla P_{g} + D_{eff} \rho_{g} \nabla \omega_{v} + D_{b} \nabla \overline{\rho}_{b} \right)$$
(III. 144)

- Energie (e) :

$$\psi_e = \phi S_w \rho_w h_w + \phi S_g (\rho_v h_v + \rho_a h_a) + \overline{\rho_b} \overline{h_b} + \rho_s h_s - \phi S_g P_g$$
(III. 145)

$$J_{e}.\hat{n} = -\frac{I}{\|\hat{n}\|} \begin{pmatrix} K_{w}\lambda_{w}\rho_{w}h_{w}\nabla P_{w} + K_{g}\lambda_{g}(\rho_{v}h_{v} + \rho_{a}h_{a})\nabla P_{g} + \\ D_{eff}\rho_{g}(h_{v}\nabla\omega_{v} + h_{a}\nabla\omega_{a}) + D_{b}h_{b}\nabla\overline{\rho}_{b} + \lambda_{eff}\nabla T \end{pmatrix}$$
(III. 146)

Air :  $\psi_a = \phi S_g \rho_a$  (III. 147)

$$J_a.\hat{n} = -\frac{1}{\|\hat{n}\|} \left( K_g \lambda_g \rho_a \nabla P_g + D_{eff} \rho_g \nabla \omega_a \right)$$
(III. 148)

où  $\|\hat{n}\|$  vaut  $\delta x$  si le flux *J* considéré est orienté selon la direction x (respectivement  $\delta y$ , si *J* est selon y).

#### 2.2.3. Conditions aux limites

Les flux sont nuls au niveau de la symétrie. Au niveau des surfaces d'échanges avec le milieu extérieur les conditions aux limites sont les suivantes :

$$J_{w}.\hat{n} = -\frac{h_m M_v}{RT_{ext}} (P_{vsurf} - P_{vext})$$
(III. 149)

$$J_{e}.\hat{n} = -h_t(T_{surf} - T_{ext}) - \frac{h_{vext}h_m M_v}{RT_{ext}}(P_{vsurf} - P_{vext})$$
(III. 150)

La pression de gaz  $P_g$  à la surface est égale à la pression atmosphérique ( $P_{atm}=101325Pa$  dans notre étude). Cette troisième condition aux limites est transformée (avec la loi des gaz parfaits) pour obtenir une équation appropriée au système non linéaire étudié :

$$\rho_{asurf} = \frac{(P_{atm} - P_{vsurf})M_a}{R.T_{surf}}$$
(III. 151)

Cette condition de Dirichlet au niveau des bords du maillage réduit la dimension du système d'équations, la densité d'air sec étant définie à la surface par la relation précédente.

# 2.2.4. Conditions initiales

Initialement, on considère généralement que les trois variables, teneur en eau X, température T et densité d'air sec  $\rho_a$ , sont constantes dans tous le milieu :

$$X(t=0,x,y)=X_{init}$$
 (III. 152)

$$T(t=0,x,y)=T_{init}$$
 (III. 153)

$$\rho_a(t=0,x,y) = \frac{(P_{atm} - P_{vinit})M_a}{RT_{init}}$$
(III. 154)

avec

$$P_{\text{vinit}} = P_{\text{vext}} \tag{III. 155}$$

# 2.3. Ecriture des éléments constitutifs dans le code de calcul

Un schéma de Newton du premier ordre est utilisé. On rappelle brièvement sa forme globale pour nous permettre de mieux comprendre les éléments constitutifs du code de calcul :

$$u^{k+1} = u^k + \delta u \tag{III. 156}$$

$$A\left(u^{k}\right)\delta u = -F\left(u^{k}\right) \tag{III. 157}$$

Ainsi on peut définir à chaque itération l'incrément de solution  $\delta u$  qui peut être calculé à partir des variables du système à l'instant (*t*).

Le domaine est discrétisé en *m* nœuds horizontaux par *n* nœuds verticaux et *l=w,e* ou *a*. Par convention, le flux  $J_i$  selon l'axe x migre du point *(i-1)* au point *(i)*, il est donc issu de la différence de potentiels  $K_x(\varphi_i - \varphi_{i-1})$ .



**Figure III. 15** – Numérotation des nœuds pour un maillage à m×n nœuds (a), Convention de sens pour les flux sur un volume de contrôle quelconque de nœud i au centre (b).

#### 2.3.1. Ecriture des éléments du système

Globalement le système est composé des éléments suivants :

$$\begin{bmatrix} X_{1} \\ T_{1} \\ X_{2} \\ T_{2} \\ P_{a2} \\ \dots \\ X_{i} \\ T_{i} \\ P_{ai} \\ \dots \\ X_{n} \\ T_{n} \\ P_{an} \end{bmatrix}$$
(III. 158) 
$$\begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{w1} \\ F_{e1} \\ F_{w2} \\ F_{e2} \\ F_{a2} \\ \dots \\ F_{wi} \\ F_{ei} \\ F_{ai} \\ \dots \\ F_{wn} \\ F_{en} \\ F_{an} \end{bmatrix}$$
(III. 159)

$$\begin{bmatrix} \psi_{wl} \\ \vdots \\ \psi_{wi} \\ \vdots \\ \psi_{wn} \end{bmatrix} (\text{III. 160}) \qquad \begin{bmatrix} \psi_{el} \\ \vdots \\ \psi_{el} \\ \vdots \\ \psi_{en} \end{bmatrix} (\text{III. 161}) \qquad \begin{bmatrix} \psi_{al} \\ \vdots \\ \psi_{ai} \\ \vdots \\ \vdots \\ \psi_{an} \end{bmatrix} (\text{III. 162})$$

$$\begin{bmatrix} J_{wl} \\ \vdots \\ J_{wi} \\ \vdots \\ J_{wn+1} \end{bmatrix} (III. \ 163) \qquad \begin{bmatrix} J_{el} \\ \vdots \\ J_{el} \\ \vdots \\ J_{en+1} \end{bmatrix} (III. \ 164) \qquad \begin{bmatrix} J_{a2} \\ \vdots \\ J_{ai} \\ \vdots \\ J_{an+1} \end{bmatrix} (III. \ 165)$$

La matrice Jacobienne [A] est une matrice "quasi-bande" composée de sous-blocs [3x3] (ou [2x2] au niveau des bords). Pour un volume de contrôle centré au point *i*, les dérivées qui composent ses sous-blocs sont les suivantes (établies selon le formalisme donné dans [Perr 96a]) :

- pour les blocs diagonaux :

$$\frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial X_i}, \frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial T_i}, \frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial \rho_{a_i}};$$

- pour les blocs non diagonaux :

 $\frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial X_{(i-1)ou(i+1)}}, \quad \frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial T_{(i-1)ou(i+1)}}, \quad \frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial \rho_{a(i-1)ou(i+1)}} \quad \text{(effet des nœuds voisins sur}$ 

l'horizontale);

 $\frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial X_{(i-m)ou(i+m)}}, \quad \frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial T_{(i-m)ou(i+m)}}, \quad \frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial \rho_{a(i-m)ou(i+m)}}$ (effet des nœuds voisins sur la verticale).

Notons que la condition aux limites sur la pression  $P_g$  en surface entraîne une réduction des sous-blocs de [A] relatifs aux surfaces extérieures (bilan sur des volumes de contrôle situés au bord du maillage). Cela revient à supprimer une ligne et une colonne au niveau des bords extérieurs.

Ainsi, on peut récapituler les dimensions des différents vecteurs et matrices intervenant dans le code de calcul développé sous MATLAB® :

$$Dim[u] = Dim[F] = [3n.m - (2m - (n - 2))] \times (1)$$
 (III. 166)

$$Dim[\psi_w] = Dim[\psi_e] = Dim[\psi_a] = (n.m) \times (l)$$
(III. 167)

$$Dim[J_{wx}] = Dim[J_{wy}] = (n.m+1) \times (1)$$
 (III. 168)

$$Dim[J_{ex}] = Dim[J_{ey}] = (n.m+1) \times (1)$$
 (III. 169)

$$Dim[J_{ax}] = [(n.m+1) - n] \times (1)$$
 (III. 170)

et

$$Dim[J_{ay}] = [(n.m+1) - 2m] \times (1)$$
 (III. 171)

$$Dim[A] = [3n.m - (2m - (n - 2))] \times [3n.m - (2m - (n - 2))]$$
(III. 172)

#### 2.3.2. Calcul des dérivées partielles

#### 2.3.2.1. Sous-blocs diagonaux

Les dérivées partielles au niveau des diagonales sont de la forme :

$$\frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial (X,T,\rho_a)_i} = V_i \frac{\partial \psi(\vec{u}_i)}{\partial (X,T,\rho_a)_i} + \delta t \sum_{j=l}^{Nb} \frac{\partial (flux_{(i\to j)}(\vec{v}_{ij}))}{\partial (X,T,\rho_a)_i}$$
(III. 173)

avec *i* relatif au nœud au centre du volume de contrôle V et *j* aux nœuds voisins considérés (j=i-1, i+1, i-m ou i+m).

On pose  $\vec{u}_i = (X_i, T_i, \rho_{ai})^T$  et  $\vec{v}_{ij} = (X_i, T_i, \rho_{ai}, X_j, T_j, \rho_{aj})^T$  et les vecteurs  $\delta \vec{u}_k$  et  $\delta \vec{v}_k$  de composantes toutes nulles exceptées pour le k<sup>ième</sup> élément (*k*=1,2,3) qui vaut  $\delta(X, T, \rho_a) = \delta X$ ,  $\delta T$  ou  $\delta \rho_a$ .  $\delta (X, T, \rho_a) = 10^{-7}$  dans les calculs qui suivent.

Les dérivées partielles peuvent s'écrire, par différenciation numérique du premier ordre, sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \psi}{\partial (X,T,\rho_a)_i} = \frac{\psi(\vec{u}_i + \delta \vec{u}_k) - \psi(\vec{u}_i)}{\delta(X,T,\rho_a)}$$
(III. 174)

$$\frac{\partial \left(flux_{(i \to j)}(\vec{v}_{ij})\right)}{\partial (X, T, \rho_a)_i} = \frac{flux_{(i \to j)}(\vec{v}_{ij} + \delta \vec{v}_k) - flux_{(i \to j)}(\vec{v}_{ij})}{\delta(X, T, \rho_a)}$$
(III. 175)

### 2.3.2.2. Sous-blocs non diagonaux

De la même manière pour les termes hors diagonales, on peut écrire :

$$\frac{\partial F_{(w,e,a)_i}}{\partial (X,T,\rho_a)_j} = -\delta t \frac{\partial (flux_{(i\to j)}(\vec{v}_{ij}))}{\partial (X,T,\rho_a)_j}$$
(III. 176)

$$\frac{\partial \left(flux_{(i \to j)}(\vec{v}_{ij})\right)}{\partial (X,T,\rho_a)_j} = \frac{flux_{(i \to j)}(\vec{v}_{ij} + \delta \vec{v}_{(3+k)}) - flux_{(i \to j)}(\vec{v}_{ij})}{\delta(X,T,\rho_a)}$$
(III. 177)

# 2.3.3. Traitement des facteurs convectifs et diffusifs pour le calcul des flux

Les termes multiplicatifs (que l'on nomme de manière générale  $a_{conv}$  et  $a_{diff}$ ) des différents potentiels, dont les termes moteurs sont de la forme  $\nabla \varphi$ , dans les équations (*III.144*), (*III.146*) et (*III.148*), doivent être traités pour permettre une bonne convergence des calculs et assurer la stabilité de la formulation :

- facteurs convectifs  $a_{conv}$  sur  $\nabla P_w$  et  $\nabla P_g$ , décentrés relativement au sens du flux considéré entre le nœud *i* et son voisin *j* : si  $(P_{w,g})_i > (P_{w,g})_j$ 

$$\Rightarrow a_{conv,dec} = (a_{conv})_i \tag{III. 178}$$

sinon

$$\Rightarrow a_{conv,dec} = (a_{conv})_j \tag{III. 179}$$

- facteurs diffusifs  $a_{diff}$  sur tous les autres potentiels  $\nabla \varphi$ , moyennés entre le nœud *i* et son voisin *j*:

$$\Rightarrow a_{diff,moy} = \frac{l}{2} \left[ \left( a_{diff} \right)_i + \left( a_{diff} \right)_j \right]$$
(III. 180)

Ainsi, lorsque on applique ces considérations à l'équation (*III.144*) par exemple, on obtient :

$$J_{w} = K_{w,dec} \lambda_{w,dec} \rho_{w,dec} \nabla P_{w} + K_{g,dec} \lambda_{g,dec} \rho_{v,dec} \nabla P_{g} + D_{eff,mov} \rho_{g,mov} \nabla \omega_{v} + D_{b,mov} \nabla \overline{\rho}_{b}$$
(III. 181)

# 2.4. Relations constitutives et caractéristiques physiques employées

L'ensemble des caractéristiques physiques et paramètres est défini pour les directions radiale et tangentielle du matériau. Si la direction n'est pas spécifiée, cela signifie que les valeurs ou formulations sont identiques dans les directions radiale et tangentielle.

2.4.1. Constantes  

$$h_m = 0.02 \text{ m.s}^{-1}$$
  
 $h_t = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$   
 $K_{w,T} = 1\text{E} \cdot 16 \text{ m}^2$  et  $K_{w,R} = 2 \text{ K}_{w,T}$   
 $K_{g,T} = 1\text{E} \cdot 16 \text{ m}^2$  et  $K_{g,R} = 2 \text{ K}_{g,T}$   
 $\mu_g = 0.00002 \text{ Pa.s}$   
 $\rho_w = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$   
 $\rho_s = 1533 \text{ kg.m}^{-3}$   
 $\rho_0 = 500 \text{ kg.m}^{-3}$   
 $\phi = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_s} = 0.67$   
 $X_{fwmax} = \frac{\phi \rho_w}{(1 - \phi)\rho_s} = 1.324$   
 $C_{ps} = 1400 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 $C_{pw} = 4200 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 $C_{pa} = 1005 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 $T_{ref} = 273 \text{ K}$   
 $M_v = 0.018 \text{ kg.mol}^{-1}$   
 $R = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 $f = 0.01$  selon [Rem 04]

2.4.2. Variables fonctions de X et/ou T et/ou  $\rho_a$ 

Les unités employées dans les formules sont les unités S.I..

$$S_g + S_w = 1, \ \varepsilon_g = \phi S_g \ \text{et} \ \varepsilon_w = \phi S_w$$
 (III. 182)

$$S_w = \frac{X_w}{X_{wmax}} \tag{III. 183}$$

$$P_g = \frac{\rho_g RT}{M_g}, \ P_v = \frac{\rho_v RT}{M_v}, \ P_a = \frac{\rho_a RT}{M_a}$$
 (III. 184)

$$M_g = M_a + (M_v - M_a) \frac{P_v}{P_a}$$
(III. 185)

$$P_g = P_v + P_a \tag{III. 186}$$

$$P_w = P_g - P_c \tag{III. 187}$$

$$\omega_a = \frac{\rho_a}{\rho_g}, \ \omega_v = \frac{\rho_v}{\rho_g} \tag{III. 188}$$

$$HR = \frac{P_{vext}}{P_{vsext}} HR = P_{vext} / P_{vsext}$$
(III. 189)

$$h_s = C_{ps.}(T - T_{ref})$$
 (III. 190)  
 $h_s = C_{ref}(T - T_{ref})$  (III. 191)

$$h_a = C_{pa}.(T - T_{ref})$$
 (III. 191)  
 $h_w = C_{pw}.(T - T_{ref})$  (III. 192)

$$h_{v} = \Delta h_{vap} + C_{pv} (T - T_{ref})$$
(III. 193)

$$h_b = h_w - \Delta h_{ws} \tag{III. 194}$$

$$\overline{h}_{b} = h_{w} - \Delta \overline{h}_{w} \tag{III. 195}$$

où

$$\Delta h_{vap} = \left[ \Delta h_{vap}^{0^{\circ}C} - 2460.(T - 273) \right] \text{ avec } \Delta h_{vap}^{0^{\circ}C} = 2503000 \ J.kg^{-1}$$
(III. 196)

$$\Delta h_w = 0.4 \Delta h_{vap} \left( \frac{X_{fsp} - X_b}{X_{fsp}} \right)^2$$
(III. 197)

$$\Delta \overline{h}_{w} = \frac{1}{\overline{\rho}_{b}} \int_{0}^{\overline{\rho}_{b}} \Delta h_{w} d\rho = \frac{0.4 \Delta h_{vap}}{X_{fsp}^{2}} \left( X_{fsp}^{2} + \frac{1}{3} X_{b}^{2} - X_{fsp} X_{b} \right)$$
(III. 198)

$$X = X_b + X_w \tag{III. 199}$$

$$\overline{\rho}_b = X_b \rho_s \tag{III. 200}$$

$$X_{fsp} = 0.325 - 0.001(T - 273) \tag{III. 201}$$

$$\mu_{w} = \rho_{w} e^{\left(-19.143 + \frac{1540}{T}\right)}$$
(III. 202)

$$P_{vs} = e^{\left(25.5058 - \frac{5204.9}{T}\right)}$$
(III. 203)

$$\frac{P_{v}}{P_{vs}} = 1 - e^{\left(-0.76427A - 3.6787A^{2}\right)} \text{ avec } A = \frac{X_{b}}{X_{fsp}}$$
(III. 204)

$$P_c = 1.24 \times 10^5 \,\sigma \left( X_w + 10^{-4} \right)^{-0.61} \tag{III. 205}$$

où

$$\sigma = [77.5 - 0.185(T - 273)] \times 10^{-3}$$
(III. 206)

Coefficient de diffusion gazeuse $D_{eff}$ $D_{eff}^{T} = fk_{rg}D_{v}$ (III. 207) $D_{eff}^{R} = 2 \times D_{eff}^{T}$ (III. 208)Coefficient de diffusion d'eau liée $D_{b}$ $D_{b}^{T} = e^{\left(-9.9+9.8X_{b}-\frac{4300}{T}\right)}$ (III. 209) $D_{b}^{R} = 2 \times D_{b}^{T}$ (III. 210)Conductivité thermique $\lambda_{eff}$ $\lambda_{eff}^{T} = \left[ I^{0.25}(I-\phi) + 0.6^{0.25}\frac{X_{w}\rho_{s}}{\rho_{w}} \right]^{4}$ (III. 211) $\lambda_{eff}^{R} = 2 \times \lambda_{eff}^{T}$ (III. 212)Perméabilité relative liquide $k_{rl}$ $k_{rl}^{T} = (S_{w})^{3}$ (III. 213) $k_{rl}^{R} = k_{rl}^{T}$ (III. 214)Perméabilité relative gazeuse $k_{rg}$ $k_{rg}^{T} = I + (2S_{w} - 3)(S_{w})^{2}$ (III. 215) $k_{rg}^{R} = k_{rg}^{T}$ (III. 216)	Valeurs tensorielles	Direction Tangentielle	Direction Radiale
Coefficient de diffusion d'eau liée $D_b$ $D_b^T = e^{\left(-9.9 + 9.8X_b - \frac{4300}{T}\right)}$ (III. 209) $D_b^R = 2 \times D_b^T$ (III. 210)Conductivité thermique $\lambda_{eff}$ $\lambda_{eff}^T = \left[ I^{0.25} (I - \phi) + 0.6^{0.25} \frac{X_w \rho_s}{\rho_w} \right]^4$ (III. 211) $\lambda_{eff}^R = 2 \times \lambda_{eff}^T$ (III. 212)Perméabilité relative liquide $k_{rl}$ $k_{rl}^T = (S_w)^3$ (III. 213) $k_{rl}^R = k_{rl}^T$ (III. 214)Perméabilité relative gazeuse $k_{rg}$ $k_{rg}^T = I + (2S_w - 3)(S_w)^2$ (III. 215) $k_{rg}^R = k_{rg}^T$ (III. 216)	Coefficient de diffusion gazeuse <i>D<sub>eff</sub></i>	$D_{eff}^{T} = fk_{rg}D_{v} $ (III. 207)	$D_{eff}^{R} = 2 \times D_{eff}^{T} $ (III. 208)
$\begin{aligned} \mathbf{Conductivit\acute{e}} \\ \text{thermique } \lambda_{\text{eff}} & \lambda_{\text{eff}}^{T} = \begin{bmatrix} l^{0.25} (l - \phi) + 0.6^{0.25} \frac{X_w \rho_s}{\rho_w} \\ + 0.023^{0.25} (l - S_w) \end{bmatrix}^4 \text{ (III. 211)} & \lambda_{\text{eff}}^{R} = 2 \times \lambda_{\text{eff}}^{T} \text{ (III. 212)} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \mathbf{Perm\acute{e}abilit\acute{e}} \text{ relative} \\ \text{liquide } \mathbf{k}_{rl} & k_{rl}^{T} = (S_w)^3 \text{ (III. 213)} & k_{rl}^{R} = k_{rl}^{T} \text{ (III. 214)} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \mathbf{Perm\acute{e}abilit\acute{e}} \text{ relative} \\ \text{gazeuse } \mathbf{k}_{rg} & k_{rg}^{T} = l + (2S_w - 3)(S_w)^2 \text{ (III. 215)} & k_{rg}^{R} = k_{rg}^{T} \text{ (III. 216)} \end{aligned}$	Coefficient de diffusion d'eau liée <i>D<sub>b</sub></i>	$D_b^T = e^{\left(-9.9 + 9.8X_b - \frac{4300}{T}\right)} $ (III. 209)	$D_b^R = 2 \times D_b^T$ (III. 210)
Perméabilité relative liquide $k_{rl}$ $k_{rl}^T = (S_w)^3$ (III. 213) $k_{rl}^R = k_{rl}^T$ (III. 214)Perméabilité relative gazeuse $k_{rg}$ $k_{rg}^T = l + (2S_w - 3)(S_w)^2$ (III. 215) $k_{rg}^R = k_{rg}^T$ (III. 216)	Conductivité thermique λ <sub>eff</sub>	$\lambda_{eff}^{T} = \begin{bmatrix} 1^{0.25} (1 - \phi) + 0.6^{0.25} \frac{X_{w} \rho_{s}}{\rho_{w}} \\ + 0.023^{0.25} (1 - S_{w}) \end{bmatrix}^{4} $ (III. 211)	$\lambda_{eff}^{R} = 2 \times \lambda_{eff}^{T} $ (III. 212)
Perméabilité relative gazeuse $k_{rg}$ $k_{rg}^{T} = l + (2S_{w} - 3)(S_{w})^{2}$ (III. 215) $k_{rg}^{R} = k_{rg}^{T}$ (III. 216)	Perméabilité relative liquide <i>k<sub>ri</sub></i>	$k_{rl}^T = (S_w)^3$ (III. 213)	$k_{rl}^{R} = k_{rl}^{T}$ (III. 214)
	Perméabilité relative gazeuse <i>k<sub>rg</sub></i>	$k_{rg}^{T} = l + (2S_{w} - 3)(S_{w})^{2}$ (III. 215)	$k_{rg}^R = k_{rg}^T$ (III. 216)

$$D_{v} = 2.26 \times 10^{-5} \frac{P_{atm}}{P_{g}} \left(\frac{T}{273}\right)^{1.81}$$
(III. 217)

# 2.5. Application : test 1D, simulation sur une demi épaisseur

#### 2.5.1. Conditions de séchage

Un calcul 1D est présenté dans cette section pour montrer les différents phénomènes physiques interagissant au cours d'un processus de séchage à moyennes températures (<80°C). Les résultats présentés correspondent à une appli cation sur une planche sur dosse d'aubier, de 20 mm d'épaisseur, avec une teneur en eau initiale de 150% (bois vert). La température initiale est supposée homogène dans tout l'élément à 30°C. Le maillage est réalisé sur une demi épaisseur (10 mm, car une symétrie est considérée) et est composé de 10 éléments (11 nœuds). Les conditions de séchage imposées sont les suivantes :

- température externe  $T_{ext} = 60$ °C ;
- pression externe  $P_{ext} = P_{atm} = 101325 Pa$ ;
- humidité relative de l'air HR = 60%;
- coefficient de transfert de masse  $h_m = 0.02 \text{ m.s}^{-1}$ ;

- coefficient de transfert de chaleur  $h_t = 20 W.m^{-2}.K^{-1}$ .

### 2.5.2. Résultats numériques et discussion

Les *Figure III.* 16 à *Figure III.* 19 montrent l'évolution de quatre variables importantes pour quatre points de l'échantillon (en surface, au 1/5<sup>ème</sup> de la demi épaisseur, à la moitié de la demi épaisseur et à cœur) :

- la teneur en eau totale (eau liée et eau libre)  $X = X_b + X_w$ ;
- la température interne T;
- la pression relative de gaz interne  $P_g/P_{atm}$ ;
- la pression de vapeur interne P<sub>v</sub>.

Durant le séchage, nous observons respectivement les trois phases suivantes, correspondant aux trois différents états d'humidité pouvant apparaître dans le bois lors du séchage (*Figure III. 16*) :

- l'eau libre s'écoule dans toute la planche (phase A) ;
- le front d'évaporation avance progressivement depuis la surface de la planche, dont le cœur est toujours au-dessus du point de saturation des fibres PSF (phase B) ;
- la totalité de la planche est dans le domaine hygroscopique (phase C).

Il est important de noter que le point de saturation des fibres est directement fonction de la température dans le matériau [Perr 90]. Les conditions globales de séchage vont donc avoir une influence sur le moment de passage d'une phase à l'autre. De plus, la transition d'une phase à l'autre va avoir des conséquences directes sur l'ensemble des variables fortement couplées.

*Phase A :* la planche est entièrement au dessus du PSF. Le début de l'opération de séchage présente une rapide montée en température jusqu'à un plateau qui correspond à la température du bulbe humide. Ce plateau demeure jusqu'à la phase B. En effet, l'évaporation a lieu au niveau des surfaces d'échanges avec l'extérieur et l'équilibre dynamique entre transfert de chaleur et transfert de masse se développe. Cela explique pourquoi la température de la planche est égale à la température humide et la vitesse de séchage reste constante. L'expansion du volume gazeux à l'intérieur de la planche (due à la montée en température) entraîne une dépression observée sur la courbe de pression relative (*Figure III. 19*).

*Phase B* : Le front d'évaporation pénètre dans le bois durant le séchage et l'épaisseur grandissante de matière traversée par la vapeur jusqu'à la surface (le flux de chaleur étant dans le sens opposé) entraîne une réduction de la vitesse de séchage et une augmentation de la température interne de la planche. La pression totale de gaz  $P_g$  augmente dans la planche. La valeur maximum de pression de gaz  $P_g$  ou de pression de vapeur locale  $P_v$  correspond au passage du PSF dans le volume de contrôle considéré. La surpression à cœur est plus importante qu'en tout autre point car le PSF est atteint en dernier.

*Phase C*: Chaque partie de la planche est en dessous du PSF. La vitesse de séchage décroît et tend vers zéro en fin d'opération. En parallèle, la teneur en eau X tend vers sa valeur d'équilibre ( $X_{eq} \sim 10\%$ ); la température T tend vers la température du bulbe sec (T=60°C); les pressions de gaz  $P_g$  et de vapeur  $P_v$  tendent respectivement vers la pression atmosphérique (pression du milieu extérieur) et la pression de vapeur de l'air extérieur.

De plus, les deux approches (TRANSPORE et LaMCoS) ont été comparées grâce aux résultats fournis par Patrick Perré (*Figure III. 16* à *Figure III. 18*). Les deux résultats sont en accord et présentent les mêmes tendances. Toutefois, nous pouvons noter que les techniques de régularisation utilisées dans TRANSPORE permettent de lisser le passage du PSF où la transition dans le modèle d'un phénomène physique à un autre est brusque.









Figure III. 19 - Evolution de la pression de vapeur  $P_v$  du bois. Résultats issus des travaux du LaMCoS.

# 2.6. Méthode de transfert des données T-H vers M

Dans l'état actuel des travaux, les données issues du calcul de transfert de chaleur et de masse sont introduites dans les simulations mécaniques avec les champs hydriques et de températures. Les effets de la pression interne sur les distorsions du matériau ainsi que de la température sur les caractéristiques mécaniques ne sont pas considérés et feront l'objet d'études ultérieures au sein du laboratoire. Le calcul mécanique est basé sur l'approche Eléments Finis développées dans le chapitre *III.1*.

Le maillage utilisé pour les calculs mécaniques résulte d'une subdivision (d'un facteur  $\alpha$  selon *x* et  $\beta$  selon *y*) du maillage Volumes Finis utilisé pour la simulation des transferts dans le plan R-T (ou x-y). Des problèmes de convergence ont été observés dans les calculs T-H pour des maillages raffinés. Ceci explique que nous raffinions le maillage utilisé pour les calculs mécaniques pour obtenir une précision suffisante pour estimer les champs de contraintes et de déformations au sein du bois (*Figure III. 20*).

Nous ne prenons pas en compte les transferts de chaleur et de masse dans la direction longitudinale du bois ; les champs thermo-hydriques 2D résultants du calcul de transferts sont étendus à la direction L et permettent l'utilisation de la formulation mécanique 3D (*Figure III. 20*). Les valeurs des champs d'humidité ou de température sont recalculées pour chaque nouveau nœud au moyen d'une extrapolation linéaire des valeurs issues du calcul 2D. Les fichiers de données thermiques et hydriques, avec les champs extrapolés sur le

nouveau maillage, sont générés automatiquement par l'algorithme développé dans le code MATLAB®. Ils sont également écrits directement dans un format de transfert compatible avec ABAQUS (extension de fichier ".fil"). Notons que le nouveau maillage développé suit la même logique de numérotation que celle donnée sur la *Figure III. 15.a.* 

Le passage du maillage Volumes Finis ( $m \times n$  nœuds) au maillage Eléments Finis ( $m' \times n'$  nœuds) nécessite trois paramètres :

- facteur de subdivision  $\alpha$  dans la direction x;
- facteur de subdivision  $\beta$  dans la direction y;
- le nombre d'éléments 3D  $k_L$  désiré dans la direction longitudinale L.

Ainsi, on peut déterminer le nombre total de nœuds  $N_{noeuds}$  (ou d'éléments  $N_{éléments}$ ) du nouveau maillage :

$$m' = \alpha(m-1) + 1$$
 (III. 218)

$$n' = \beta(n-1) + 1$$
 (III. 219)

$$N_{noeuds} = m' \times n' \times (k_L + I) \tag{III. 220}$$

$$N_{\acute{e}l\acute{e}ments} = (m'-l) \times (n'-l) \times k_L = \alpha(m-l) \times \beta(n-l) \times k_L$$
(III. 221)



**Figure III. 20** - Passage du maillage 2D ( $m \times n=24$  noeuds) volumes finis au maillage 3D ( $m' \times n' \times 2=224$  noeuds) éléments finis. Les facteurs de subdivision sont les suivants sur cet exemple :  $\alpha=3$  et  $\beta=2$ .

# 2.7. Conclusion

Les outils développés pour la simulation des transferts de chaleur et de masse dans le milieu poreux sont basés intégralement sur les formulations établies par Perré [Perr 87, 90, 96a, 96b, 99]. L'ensemble du système d'équations ainsi que les lois relatives aux paramètres physiques (mesurés au LERMAB de Nancy) ont permis de développer un outil numérique de résolution sous MATLAB®. Le code et la résolution numérique ont nécessité une bonne compréhension des différents phénomènes de transport très fortement couplés. Différentes techniques de conditionnement dans le schéma de résolution de Newton employé ont été utilisées pour permettre la convergence des calculs et assurer la stabilité de la formulation (moyennes pour les effets diffusifs, décentrements pour les effets convectifs). Cependant, en terme de temps de calcul, l'outil est encore perfectible et des techniques itératives ainsi que des méthodes de conditionnement des matrices constitutives plus avancées pourraient être utilisées par la suite (notamment si le développement d'un outil numérique 3D est engagé au laboratoire). Seuls des maillages relativement grossiers permettent actuellement d'assurer la convergence des calculs. De plus, comme nous l'avons précisé dans la partie III.2.2.2, la formulation volumes finis 2D présente une limite de validité pour la prise en compte de l'orthotropie cylindrique du bois.

Malgré ces limitations, d'ordre numérique, le module de calcul (T-H) ainsi crée permet l'étude d'applications telles que le séchage du bois. L'accès aux champs de température et d'humidité à chaque instant du procédé devient très important dans le but de déterminer les champs de déformations et de contraintes s'amorçant au sein du matériau. L'utilisation conjointe du modèle (H-M) 3D décrit dans la partie *III.1* permet d'étudier ces conséquences mécaniques, induites par les transferts thermo-hydriques, en considérant les effets différés propres au bois.

# IV. Exploitation des outils numériques

Les outils numériques développés dans la partie précédente peuvent apporter des éléments de réponse pour l'étude de spécimens bois soumis à des sollicitations thermohydro-mécaniques variables. La souplesse et le caractère général de la loi de comportement permettent d'étudier une large gamme de cas présentant diverses configurations géométriques (sections variables), mécaniques (sollicitations dans la direction longitudinale ou dans les directions transverses du matériau) ou thermo-hydriques (avec ou sans prise en compte de la température sur la cinétique des transferts, eau sous toutes ses formes...). Nous allons montrer que les outils ainsi développés peuvent apporter une aide importante pour des applications allant du génie civil aux procédés, en passant par le patrimoine culturel.

Une bonne exploitation du modèle nécessite tout d'abord un calage de ses paramètres mécanosorptifs. Les cinétiques des différents phénomènes se développant au sein du bois peuvent fortement varier lorsqu'on s'attache à l'étude de la direction longitudinale ou des directions transverses. C'est pour cela que nous avons dissocié les études qui suivent selon la/les direction(s) de sollicitation principale(s). La loi de comportement, telle qu'elle est actuellement, ne permet pas de traiter des cas où de fortes sollicitations dans les trois directions L, R, T sont simultanément présentes dans le bois. L'outil traite néanmoins des cas de chargements tridimensionnels, mais deux cas de figure sont envisageables et peuvent être considérés d'un point de vue mécanique :

- le spécimen étudié est fortement sollicité dans la direction longitudinale, les contraintes observées dans les directions radiales et tangentielles restent faibles (cas des poutres);
- le spécimen étudié est fortement sollicité dans les directions transverses, les contraintes observées dans la direction longitudinale restent faibles (cas des panneaux ou du séchage).

Le mode de transfert, selon les cas, revêt une grande importance. En effet, selon les applications, les sollicitations thermo-hydriques interviennent de manières différentes. Le spécimen étudié a pu être séché au préalable, les conditions d'études ne considèrent donc pas le procédé mais l'utilisation qui est faite du matériau. L'eau n'est ici considérée que sous sa forme liée, et une simple loi de Fick permet de traiter la diffusion de l'eau (variation de température non prise en compte). Mais lorsqu'on étudie le procédé de séchage en tant que tel, il devient important de prendre en compte l'eau sous toutes ses formes (libre, liée) ainsi que la température en tant que facteur agissant sur les vitesses de séchage.

Ce chapitre se compose donc de trois parties établies selon les considérations précédentes. La première partie (*IV.1*) traite de l'exploitation du modèle pour des études dont les contraintes se développent majoritairement dans la direction longitudinale du bois. Les applications concernent toutes des spécimens séchés préalablement, c'est-à-dire entièrement dans le domaine hygroscopique. Aucun effet de variations de température n'est pris en compte. Trois essais tirés de la littérature sont étudiés et permettent le recalage des paramètres mécanosorptifs du modèle relatifs à la direction L. Ces essais sont appliqués à des spécimens de bois à trois échelles différentes et soumis à des sollicitations thermo-hydro-mécaniques variables. Une loi puissance empirique appliquée sur certains paramètres du modèle permet en première approximation de prendre en compte l'effet d'échelle qui agit sur la cinétique de fluage mécanosorptif. Une dernière application sur un essai de flexion sur une poutre soumise aux variations climatiques est exploitée.

La seconde partie (*IV.2*) permet l'exploitation du modèle grâce à une application sur l'étude de panneaux de bois (tableaux). Les sollicitations hydriques sont considérées comme précédemment, c'est-à-dire sans effet de la température et sur du bois ne contenant que de l'eau liée (transferts diffusifs). On considère ici les directions transverses qui nécessitent une attention particulière quant au recalage des paramètres mécanosorptifs qui leur sont propres. Leur identification est basée sur des essais tirés de la littérature. Les résultats des essais réalisés à l'Université de Florence sur des panneaux de peuplier ont permis d'étudier l'influence de différents paramètres propres au matériau sur les effets de tuilage.

La troisième partie (*IV.3*) se penche sur l'étude d'un cas de séchage d'une planche dont les conditions thermo-hydriques et la géométrie sont définies (T < 90°C). Les effets de tuilage sont ainsi étudiés car on considère que la planche est principalement sollicitée dans les directions R et T du bois (effet de retrait/gonflement transversaux prépondérants sur ceux observés en L). Les paramètres mécanosorptifs du modèle recalés dans la partie précédente sont utilisés pour cette étude de séchage. Les transferts de chaleur et de masse sont considérés grâce à l'outil TH développé dans la partie *III.2*. Tout au long de l'opération de séchage, le développement des contraintes internes ainsi que l'évolution de déformations peuvent être déterminés.

Notons que pour l'ensemble des calculs menés dans les trois parties, on ne prend pas en compte l'effet du niveau d'humidité sur les modules d'élasticité du matériau. Les effets de la dilatation (ou contraction) thermique ne sont pas non plus pris en compte. Mais ces deux phénomènes peuvent facilement être intégrés au code implanté dans le sous programme utilisateur d'ABAQUS® standard. Enfin, l'effet de la température sur les caractéristiques mécaniques ainsi que sur les cinétiques de fluage n'est pas considéré dans les simulations ; mais cet aspect requiert des développements plus importants et devra faire l'objet d'études ultérieures.

# 1. Etude dans la direction L sur du bois séché, sans effet de température sur les transferts et les caractéristiques mécaniques

# 1.1. Méthodologie

Dans cette partie, on se propose d'étudier différents essais issus de la littérature. Ceux-ci correspondent à ceux employés par Bou-Saïd [Bou 03a] et permettent d'étudier les effets de variations hydriques sur des spécimens de bois de différentes dimensions sollicités dans la direction longitudinale. Cela permet d'étudier l'applicabilité du modèle réactualisé et d'effectuer un calage des paramètres hydro-mécaniques dans la direction de sollicitation et ce pour chacune des échelles étudiées. Dans un premier temps (partie *IV.1.2*), les essais de Pittet [Pit 96] permettent d'étudier l'effet de cycles d'humidité sur de petites éprouvettes, à l'échelle de la fibre du bois. Puis (partie *IV.1.3*), les essais de flexion sous variations hydriques de Houška et Bučar [Hou 95] se placent à l'échelle d'une petite poutre. Enfin (partie *IV.1.4*), les essais de flexion de Ranta-Maunus [Ran 00] permettent d'étudier les conséquences des variations environnementales en milieu extérieur (humidité relative de l'air) sur une poutre à l'échelle de la structure.

A partir de ces différents essais, on se propose de caler les paramètres propres aux effets différés dans la direction longitudinale (voir *Tableau III.3*) : répartition des branches de Maxwell (*Coef\_0, Coef\_1, Coef\_2*), temps de relaxation caractéristiques des branches de Maxwell représentant le fluage propre (*Tau11p*) et le fluage mécanosorptif (*Tau11m*), facteur d'accélération du phénomène (*b'*). Dans cette caractérisation, seules les caractéristiques relatives à la direction longitudinale du matériau sont déterminées ; celles propres aux autres directions (*Tau22p, Tau22m, Tau33p, Tau33m*) et aux plans de cisaillement (*Tau12p, Tau12m, Tau13p, Tau13m, Tau23p, Tau23m*) ont été affectées de valeurs quelconques suffisamment grandes.

Notons que la simplification de la loi de comportement par la réduction du nombre de branches de Maxwell (N=3) par rapport au modèle de Bou-Saïd nécessite un recalage du modèle à chaque changement d'échelle. La nouvelle représentation ne permet pas d'utiliser le modèle de manière globale pour tout type d'étude. Un facteur d'échelle, établi selon une loi empirique que nous avons déterminée, est considéré dans les simulations sur les paramètres d'activation du fluage mécanosorptif dans la direction longitudinale (Tau11m, b', voir partie IV.1.5.2). Compte tenu de la difficulté d'effectuer le calage des différents paramètres, notamment à l'échelle de la structure où les calculs nécessitent des maillages plus importants (partie IV.1.4), nous avons choisi de fixer, d'une échelle à l'autre, le temps caractéristique de la branche de Maxwell relative au fluage propre (Tau11p). Ce paramètre est de plus difficile à estimer car aucune véritable expérience à une échelle importante n'est réalisable avec un contrôle et un maintien de l'humidité à un niveau constant. Notons
également que les paramètres *Coef\_0*, *Coef\_1*, *Coef\_2*, caractérisant la répartition des trois branches de Maxwell dans le modèle, restent invariables quelle que soit l'échelle étudiée dans la direction longitudinale. On fait l'hypothèse que les répartitions de la réponse élastique (*Coef\_0*), de la réponse viscoélastique (*Coef\_1*) et de la mécanosorption (*Coef\_2*), soit la part d'influence de chaque phénomène sur la réponse globale du bois, ne dépendent pas des dimensions du spécimen ou de la structure étudiée.

Dans chacun des essais étudiés, le bois est séché initialement (entièrement dans le domaine hygroscopique) : les calculs mécaniques nécessitent au préalable la simulation des champs hydriques, établis selon la seconde loi de diffusion de Fick, sans effet de la température.

# 1.2. Essai de traction longitudinale sur une petite éprouvette [Pit 96]

# 1.2.1. Expérience

Tout d'abord un essai tiré des travaux de [Pit 96] est étudié. Il s'agit d'un essai de fluage et de recouvrance sur une petite éprouvette soumise à de la traction pure. Les éprouvettes sont constituées d'une vingtaine de fibres dans l'épaisseur et sont prélevées sur un spécimen de Pin Maritime. Les dimensions sont les suivantes :

- 30 mm dans la direction longitudinale ;
- 3 mm dans la direction tangentielle ;
- 0.7 mm dans la direction radiale.

Les dimensions ont été choisies dans le but de réduire les temps de mise en équilibre hydrique des éprouvettes. L'hypothèse que les gradients dans l'épaisseur de l'éprouvette sont quasiment nuls, et n'ont aucun effet notoire, peut raisonnablement être faite. Cette hypothèse facilitera les simulations qui suivent. Le banc d'essai développé à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) permet de contrôler l'humidité et la température d'une enceinte dans laquelle est placée l'éprouvette sollicitée en traction (*Figure IV. 1*). [Pit 96] effectue une série d'essais à humidité constante ou variable et à différents niveaux de contrainte en traction, référencés par rapport à la limite de rupture du matériau dans la direction étudiée.



Figure IV. 1 – Vue de l'enceinte de traction avec contrôle des conditions environnementales, développée à l'EPFL, tiré de [Pit 96].

Dans l'essai que nous étudions, l'humidité relative de l'air dans l'enceinte climatique oscille entre 30% et 75% (évolution en créneaux) et la contrainte appliquée est de 16% par rapport à la limite de rupture dans la direction longitudinale (voir *Figure IV. 2*). On suppose que les éprouvettes employées ne contiennent pas de défaut. Compte tenu de leurs dimensions et de l'attention portée à leur découpe, la limite de rupture "n'est pas altérée" par d'éventuelles singularités ou effets d'échelle. Dans le cas de cet essai, la limite de rupture est supposée égale à 100 MPa en traction, la contrainte est donc de l'ordre de 16 MPa. La température est de 21.5°C.



Figure IV. 2 – Evolution de l'humidité relative de l'air (a) et de la contrainte appliquée (b).

# 1.2.2. Simulation

Comme nous l'avons évoqué précédemment, on suppose qu'aucun gradient d'humidité n'est observé dans l'épaisseur de l'éprouvette compte tenu de ses faibles dimensions et des temps d'observations. Ainsi, dans un souci d'efficacité en terme de temps de calcul, seul un élément hexaédrique à *8* nœuds et intégration complète C3D8 (bibliothèque ABAQUS®) est

utilisé pour simuler les déformations générées par le chargement mécanique associé aux déformations de retrait/gonflement. De plus, aux échelles de temps étudiées, on suppose que l'équilibre hydrique est atteint instantanément par l'élément. Les conditions aux limites, appliquées aux nœuds de l'élément, correspondent à l'humidité d'équilibre atteinte dans les conditions environnementales imposées dans l'enceinte. Selon [Avr 89], les teneurs en eau d'équilibre dans les conditions d'étude peuvent être calculées grâce à la formule suivante (déjà citée dans la partie *II.1.3*, équation (*II.2*)) :

$$X_{\acute{eq},AVR} = 0.0I \left[ \frac{-T \ln(1 - 0.01HR)}{0.13(1 - T/647.1)^{-6.46}} \right]^{\frac{1}{110.T^{-0.75}}}$$
(IV. 1)

Ainsi :

 $X_{éq,AVR}$  (30%, 21.5°C) = 6% (IV. 2)

$$X_{\acute{eq},AVR}$$
 (75%, 21.5°C) = 14.4% (IV. 3)

L'histoire hydrique ainsi définie est mise en données d'entrée pour le calcul mécanique. Les caractéristiques mécaniques instantanées ainsi que les coefficients de retrait/gonflement et les coefficients de Poisson employés sont récapitulés dans le *Tableau IV. 1* (issus de [Cha 06a]). Notons que la valeur du module de Young dans la direction longitudinale semble faible, mais elle est issue de la réponse élastique mesurée par [Pit 96].

Tableau IV. 1 – Caractéristiques mécaniques employées dans les simulations numériques.

	L	R	т	LR	LT	RT
Modules instantanés E <sub>ij</sub> (MPa)	8290	900	450	600	600	40
Coefficients de retrait/gonflement β <sub>i</sub> (%/%)	0.0052	0.17	0.35	X	X	X
Coefficients de Poisson v <sub>ij</sub>	X	X	X	0.37	0.42	0.47



Figure IV. 3 – Comparaison entre résultats numériques et relevés expérimentaux de Pittet [Pit 96]

La Figure IV. 3 montre une comparaison entre la déformation totale longitudinale (déformation mécanique + retrait/gonflement) mesurée expérimentalement et celle issue des simulations de [Cha 06a] (dont les résultats sont directement issus du modèle développé par [Bou 03a]) et des travaux actuels. Les simulations permettent globalement de bien représenter la réponse du matériau. Toutefois, quelques différences apparaissent entre expérience et simulation. La loi de comportement actuelle semble s'éloigner légèrement des mesures expérimentales au niveau de la phase de chargement (fluage mécanosorptif, entre 0h et 17h), en comparaison avec celle utilisée par [Cha 06a]. Mais elle est plus performante car elle ne comporte que 3 branches de Maxwell, contre 7 auparavant, ce qui réduit considérablement le nombre de paramètres (voir partie *III.1*). De plus, au niveau de la phase de décharge (recouvrance, entre 17h et 43h), les deux modèles conduisent à la même déformation finale. Notons que la loi actuelle présente une plus grande recouvrance à hydrique constant. Le *Tableau IV. 2* présente les paramètres utilisés dans les simulations. Ces paramètres sont issus d'un grand nombre de simulations réalisées par une méthode d'ajustement "pas à pas", permettant ainsi de représenter au mieux l'expérience.

Coef_0	0.3
Coef_1	0.2
Coef_2	0.5
Tau11p	0.1
Tau11m	0.0015

Tableau IV. 2 – Récapitulatif des paramètres mécanosorptifs déterminés à partir de [Pit 96].

b'	20
∆Hmax	0.01

# 1.3. Essai de flexion sur une petite poutre [Hou 95]

# 1.3.1. Expérience

[Hou 95] a étudié les effets mécanosorptifs en réalisant des essais de flexion quatre points sur de petites éprouvettes, avec une section de 10 mm  $\times$  5 mm, dans les directions radiale et tangentielle respectivement. La longueur totale de l'éprouvette est de 300 mm. Deux types d'essai ont été réalisés à deux niveaux de chargement différents : 12.5% et 30% de niveaux de contrainte. Ceux-ci sont donnés relativement à la limite de rupture en compression (plus faible qu'en traction) dans la direction longitudinale du bois. Cela correspond à des contraintes de l'ordre de 9.5 MPa (12.5%) et 22.5 MPa (30%), (voir Tableau IV. 4 et [Cha 06a]). Durant l'essai, les éprouvettes sont soumises à des cycles de variations d'humidité oscillant entre 33% et 95% d'humidité relative de l'air (évolution en créneaux, voir la Figure IV. 5 et la Figure IV. 6).

# 1.3.2. Simulation

Le maillage utilisé pour les simulations est constitué de 1200 éléments hexaédriques à 8 nœuds C3D8 ( $50 \times 8 \times 3$  éléments selon L, R et T). Deux plans de symétrie ont permis la réduction du maillage : un à mi-portée de la poutre (plan R-T) et un à mi-section (plan L-R), (voir *Figure IV. 4*).

La simulation des transferts de masse dans le bois est basée sur les propriétés de sorption données par [Hou 00]. Dans une poutre de ce type, les échanges hydriques se situent principalement dans les directions transverses du matériau, excepté au niveau de l'extrémité de l'éprouvette. Mais les contraintes maximales se développent dans la partie médiane de la poutre, une attention particulière est donc donnée aux transferts hydriques dans les directions R et T. Les coefficients de diffusion  $D_R$ ,  $D_T$  dans les directions perpendiculaires au sens des fibres du bois sont fonctions de la teneur en eau de l'éprouvette (voir *Tableau IV. 3*). Les conditions aux limites correspondent, comme dans l'étude de la partie *IV.1.2*, aux humidités d'équilibre aux conditions environnementales du milieu, imposées aux nœuds des surfaces extérieures du maillage ; soit selon l'équation (*IV.1*) donnée par [Avr 89] :

$$X_{\acute{eq},AVR} (33\%, 21.5\%) = 6.5\% \tag{IV. 4}$$

 $X_{éq,AVR}$  (95%, 21.5°C) = 23.7% (IV. 5)

Tableau IV. 3 – Caractéristiques sorptives employées dans les simulations numériques tirées de [Hou 00].

Teneur en eau du bois (%)	7.5	14	27
Coefficient de Diffusion transversaux D <sub>R</sub> , D <sub>T</sub> (m²/s)	1, 16. 10 <sup>-10</sup>	2,31.10 <sup>-10</sup>	5, 12. 10 <sup>-10</sup>

L'évolution de l'humidité interne du bois simulée est tracée sur la *Figure IV. 5*; seuls 4 jours ont été tracés car les phénomènes se répètent à l'identique dans le temps. Notons que l'humidité initiale est de 7.5% (selon [Hou 95]).



**Figure IV. 4** – Vue du maillage d'un quart de poutre utilisé pour les simulations (L=1, R=2, T=3) : teneur en eau du bois à t=0.133 jours (forts gradients hydriques).

**Figure IV. 5** – Evolution de la teneur en eau du bois pendant 4 jours, au niveau de la symétrie, à mi-portée, de la surface au cœur de l'éprouvette.

Les propriétés mécaniques instantanées sont basées sur celles données par [Hou 00], excepté les modules de Young dans la direction longitudinale ( $E_L$ ), qui sont plus faibles et qui ont été calés à partir de la réponse élastique pour chaque essai (voir *Tableau IV. 4*). De plus, les deux valeurs de  $E_L$  ont été définies par [Hou 00] sur des échantillons secs et peuvent diminuer si l'humidité du bois augmente [Han 95]. Les modules  $E_L$  utilisés dans les simulations sont en accord avec ceux donnés par [Hou 00]. De plus, les deux essais ont été réalisés dans des conditions d'humidité identiques, les variations de module engendrées doivent donc suivre la même évolution pour les deux éprouvettes utilisées. En ce sens, les valeurs utilisées sont cohérentes par rapport aux valeurs "à sec" données par [Hou 00], c'est-à-dire que les rapports des modules ( $E_{L,30\%}/E_{L,12.5\%}$ )<sub>[Hou 00]</sub> et ( $E_{L,30\%}/E_{L,12.5\%}$ )<sub>[simulation]</sub> entre les deux expériences restent quasiment égaux.

Niveau de contrainte en L (%)	12.5	30
E <sub>L</sub> (MPa)	10 800	14 300
E <sub>R</sub> (MPa)	125	50
E <sub>T</sub> (MPa)	80	0

Tableau IV. 4 – Caractéristiques mécaniques employées dans les simulations numériques.

G <sub>LR</sub> (MPa)	910
G <sub>LT</sub> (MPa)	910
G <sub>RT</sub> (MPa)	60
Limite de rupture en L, S <sub>Lrup</sub> (MPa)	85 (traction), -75 (compression)
Coefficient de retrait/gonflement $\beta_{L}$ (%/%)	0.0052
Coefficient de retrait/gonflement $\beta_R$ (%/%)	0.17
Coefficient de retrait/gonflement $\beta_T$ (%/%)	0.35

La Figure IV. 6 montre une comparaison entre les relevés expérimentaux de la flèche à mi-portée de la poutre et les résultats issus de simulations numériques (simulations basées sur les travaux actuels et simulations issues de [Cha 06a], dont les résultats sont directement basés sur les travaux de [Bou 03a]). La représentativité de la loi de comportement actuelle est aussi bonne que celle présentée dans [Cha 06a], le nombre de paramètres du modèle étant bien moins important. On observe néanmoins une surestimation des effets du retrait/gonflement à chaque variation d'humidité, mais la cinétique du fluage mécanosorptif globale reste la même. Les paramètres déterminés pour la loi de comportement réactualisée sont donnés dans le *Tableau IV. 5*.



**Figure IV. 6** – Comparaison entre simulations avec la loi calée, simulations tirées de [Cha 06a] et mesures expérimentales tirées de [Hou 95]

Tableau IV. 5 – Récapitulatifs des paramètres mécanosorptifs déterminés à partir de [Hou 95].

Coef_0	0.3
Coef_1	0.2

Coef_2	0.5
Tau11p	0.1
Tau11m	0.007
b'	3
∆Hmax	0.01

# 1.4. Essai de flexion sur une poutre de grandes dimensions [Ran 00]

# 1.4.1. Expérience

Les résultats de cet essai ont été publiés par Ranta-Maunus en 2000 [Ran 00]. Une poutre, à l'échelle d'une structure, sollicitée en flexion quatre points est soumise aux effets des variations environnementales extérieures (météorologie). Les variations d'humidité du bois ont été mesurées bimensuellement par l'intermédiaire de petits spécimens (de *16 mm* à *22 mm* d'épaisseur) dans le but de suivre l'évolution de la teneur en eau de la poutre étudiée (voir *Figure IV. 7*). Cette poutre, dont la section est *50* × *150 mm*<sup>2</sup> et la longueur *5 m*, est issue d'un arbre d'essence de Pin.

Durant plus de sept années, la poutre a été soumise à une contrainte de flexion maximale de 7 *MPa* (estimée autour de 30% de la limite de rupture en compression, voir le *Tableau IV. 6*), et la flèche à mi-portée a été mesurée deux fois par mois durant toute l'expérience.

#### 1.4.2. Simulation

Le maillage utilisé pour les simulations est constitué de 2880 éléments hexaédriques à 8 nœuds C3D8 (60×16×3 éléments selon L, R et T). Deux plans de symétrie ont, comme précédemment, permis la réduction du nombre d'éléments du maillage par 4.

La teneur en eau du bois mesurée sur les petits échantillons de bois a été utilisée dans le calcul de transfert de masse comme conditions aux limites au niveau des surfaces exposées de la poutre. Les oscillations d'humidité journalières ont été négligées, et le pas de temps utilisé pour les simulations du transfert hydrique correspond à la fréquence de mesure donnée par [Ran 00], soit un pas de temps de 15 jours. Les coefficients de diffusion  $D_R$ ,  $D_T$ , employés dans la seconde loi de Fick, sont définis à partir de la formulation donnée par [Han 95] :

$$D_R = D_T = 8 \times 10^{-11} \cdot e^{4.Xeq}$$
(IV. 6)

avec  $X_{eq}$ , l'humidité d'équilibre du bois selon la relation (*IV.1*) de [Avr 89], à T=21.5°C.

Comme le montre la *Figure IV.* 7, les variations d'humidité du bois sont quasiment identiques aux différents nœuds de la section. L'humidité relative de l'environnement extérieur varie suffisamment lentement pour que n'apparaissent pas de gros gradients hydriques dans l'épaisseur de la poutre.



**Figure IV. 7** – Evolution de la teneur en eau du bois simulée en surface (selon les relevés expérimentaux de [Ran 00]) et à cœur de la poutre

Après avoir obtenu l'histoire d'humidité par la simulation du transfert de masse dans le bois, un calcul de la réponse mécanique a été réalisé en suivant les conditions de l'expérience. Les caractéristiques mécaniques utilisées dans les simulations sont données dans le *Tableau IV. 6*.

Directions	L	R	Т	LR	LT	RT
Limites de rupture en traction (MPa)	45	1	1	4	4	4
Limites de rupture en compression (MPa)	-25	-2	-2	-4	-4	-4
Modules d'élasticité (MPa)	11 000	900	450	600	600	40
Coefficients de retrait/gonflement (%/%)	0.0052	0.17	0.35	X	X	X

Tableau IV. 6 - Caractéristiques mécaniques employées dans les simulations numériques [Cha 06a].

La *Figure IV. 8* montre une comparaison entre les relevés expérimentaux du fluage relatif de la poutre et les résultats issus des simulations numériques (simulations avec la loi recalée en utilisant les travaux actuels et les simulations issues de [Cha 06a]). Le modèle actuel représente bien l'expérience. On observe tout de même une sous-estimation de l'effet de la première humidification que les calculs de [Cha 06a] parviennent à mieux capter, mais la cinétique globale de fluage est bien représentée. Une estimation du fluage propre (sans variation hydrique) montre l'importance des phénomènes mécanosorptifs que subit le bois sur une longue durée. Contrairement au fluage propre, la mécanosorption ne conduit pas à une stabilisation de la flèche de la poutre dans le temps.



Figure IV. 8 - Comparaison entre simulations numériques et résultats expérimentaux de [Ran 00].

Les paramètres déterminés pour la loi de comportement réactualisée sont donnés dans le *Tableau IV. 7*.

Coef_0	0.3
Coef_1	0.2
Coef_2	0.5
Tau11p	0.1
Tau11m	0.04
b'	1
∆Hmax	0.01

Tableau IV. 7 – Récapitulatifs des paramètres mécanosorptifs déterminés à partir de [Ran 00].

# 1.5. Validation sur la poutre INSA

#### 1.5.1. Expérience

Un essai de flexion quatre points sur une poutre en bois lamellé-collé GL28 a été mené, à l'INSA de Lyon, à partir de juillet 2002. Cette poutre, d'une longueur de 8*m* et de section 311mm×136mm est soumise aux effets des variations climatiques de l'air extérieur, ainsi qu'à un chargement constant (deux forces ponctuelles *P*). Dans un premier temps, les charges appliquées sont chacune égales à  $P_1=220kg$ . Ces premières charges, relativement faibles, ont été rehaussées et recentrées sur la poutre ( $P_2=450kg$ ), en novembre 2005, pour atteindre des niveaux de contraintes supérieurs. On observe que le fluage semble s'être stabilisé au bout de 1220 jours, ce qui explique pourquoi il a été décidé de recharger la poutre pour solliciter plus fortement les effets de fluage.



Figure IV. 9 – Configuration de chargement de l'essai réalisé à l'INSA de Lyon : premier chargement pendant 1220 jours (a) et second chargement pendant 190 jours (b).

Tout au long de l'expérience, la déformée de la poutre a été mesurée aux points A, A' (au droit des forces  $P_1$ ) et B (à mi-portée), ainsi que la température et l'humidité relative de l'air grâce à une station météo.

#### 1.5.2. Première approximation pour la prise en compte d'effets d'échelle

Les trois essais étudiés précédemment ont montré que la formulation de la loi de comportement réactualisée nécessitait le réajustement des paramètres *Tau11m* (temps caractéristiques de la branche de Maxwell relative à la mécanosorption) et b' (facteur d'accélération du fluage). A partir du *Tableau IV. 2*, du *Tableau IV. 5* et du *Tableau IV. 7* qui récapitulent les valeurs déterminées aux trois échelles considérées, on se propose d'analyser les variations de ces deux coefficients en fonction de la section de l'éprouvette étudiée (*Figure IV. 10.a* et *Figure IV. 10.b*). La taille des spécimens a un effet évident sur la vitesse des phénomènes de fluage ressentis par l'élément. C'est pourquoi nous avons choisi d'établir des lois empiriques appliquées à *Tau11m* et b' et permettant de prendre en compte en première approximation un effet d'échelle selon la taille du spécimen étudié. Une loi de type puissance a été utilisée pour représenter l'évolution de *Tau11m* et b' en fonction de la section de la prendre en compte en première approximation un effet d'échelle selon la taille du spécimen étudié. Une loi de type puissance a été utilisée pour représenter l'évolution de *Tau11m* et b' en fonction de la section de la

permet empiriquement de considérer un effet dû à la taille du spécimen et de pouvoir effectuer dans un premier temps des calculs à différentes échelles. Bien appréhender les effets d'échelle nécessite beaucoup de recul et de compréhension sur les phénomènes physiques agissant sur le matériau.



Figure IV. 10 – Evolution de Tau11m (a) et b' (b) en fonction des dimensions de la section.

Dorénavant dans les calculs d'éléments bois sollicités principalement dans la direction longitudinale, les expressions suivantes seront utilisées :

$$Tau11m = 1,245.10^{-3}.S^{0,3965}$$
(IV. 7)

$$b' = 19.34.S^{-0.3529}$$
(IV. 8)

avec S la section de l'éprouvette étudiée en mm<sup>2</sup>.

#### 1.5.3. Simulation

Le maillage utilisé pour les simulations est constitué de 3840 éléments hexaédriques à 8 nœuds C3D8 (60×16×4 éléments selon L, R et T). Deux plans de symétrie ont, comme précédemment, permis la réduction du nombre d'éléments du maillage par 4.

La teneur en eau du bois mesurée sur site a été utilisée dans le calcul de transfert de masse comme conditions aux limites au niveau des surfaces exposées de la poutre. Le pas de temps utilisé pour les simulations du transfert hydrique est de 2 jours, ce qui correspond à la fréquence des relevés expérimentaux de la teneur en eau du bois. Les coefficients de diffusion  $D_R$ ,  $D_T$ , employés dans la seconde loi de Fick, sont définis à partir de la formulation donnée par [Han 95] (formule *IV.6*).

Les caractéristiques mécaniques utilisées dans les simulations sont récapitulées dans le *Tableau IV. 8*.

Directions	L	R	Т	LR	LT	RT
Limites de rupture en traction (MPa)	45	1	1	4	4	4
Limites de rupture en compression (MPa)	-25	-2	-2	-4	-4	-4
Modules d'élasticité (MPa)	12600	900	450	600	600	40
Coefficients de retrait/gonflement (%/%)	0.0052	0.17	0.35	Х	Х	X

Tableau IV. 8 – Caractéristiques mécaniques employées dans les simulations numériques.

Les paramètres mécanosorptifs employés dans les simulations sont ceux déterminés précédemment, exceptés *Tau11m* et *b*' qui ont été recalculés à partir de la loi définie précédemment pour la prise en compte des effets d'échelle :

 $Tau11m = 1,245.10^{-3}.S^{0,3965} = 0.085$ 

 $b' = 19,34.S^{-0,3529} = 0.45$ 

La Figure IV. 11 fait la comparaison entre les simulations et les relevés expérimentaux. On observe que l'estimation des déformées par les outils de simulation actuels est très proche de la réalité à faible chargement ( $P_1$ ). Par contre, on surestime quelque peu la déformée à chargement élevé ( $P_2$ ), mais l'écart reste raisonnable, ainsi que les tendances globales. De plus, nous ne disposons pas d'assez de mesures pour bien étudier la deuxième partie de la courbe. L'outil apporte tout de même une réponse intéressante pour l'étude de poutres en bois de grande échelle soumises aux variations climatiques. Les effets d'échelle, grâce à la loi simple intégrée, semblent être correctement pris en compte dans un premier temps. Notons qu'un calcul mené avec les outils de Bou-Saïd [Bou 03a], [Cha 06a] mène à une surestimation des déformées très importantes et s'avère donc moins performant que les outils actuels. La cinétique de fluage est plus importante que celle observée expérimentalement (voir *Figure IV. 11*) et semble ne pas mener à une stabilisation des déformations mécanosorptives même à faible niveau de chargement.



(a)



Figure IV. 11 – Comparaison entre résultats expérimentaux (relevés effectués à l'INSA de Lyon) et simulation numérique selon [Cha 06a] (a) ou simulation numérique actuelle (b).

# 1.6. Conclusion

Le modèle, implanté dans le code de calcul par éléments finis ABAQUS®, offre un moyen de calcul 3D capable de reproduire différents phénomènes apparaissant dans le bois lorsqu'il est sollicité mécaniquement dans la direction L et soumis à des variations hydriques. Les effets de fluage propre et de fluage mécanosorptif (ainsi que la recouvrance en cas de déchargement éventuel) associés aux effets de retrait/gonflement sont représentés par le modèle. De plus, l'ajout d'une loi empirique simple, appliquée sur certains paramètres de fluage, permet de prendre en compte en première approximation les effets d'échelle. Cette loi, déterminée à partir de trois essais sur des spécimens sollicités dans la direction longitudinale à trois échelles distinctes, permet au modèle actualisé d'apporter une contribution pour l'étude de poutres à grandes échelles de tout type de section soumises aux variations climatiques.

Quelques améliorations peuvent être apportées dans la prise en compte des effets d'échelle (tant au niveau de l'effet de la taille des éprouvettes qu'au niveau de l'effet de la fréquence de variation des conditions thermo-hydriques), mais également dans la considération de l'effet de la teneur en eau sur les modules d'élasticité. L'effet de variations de température peut également devenir important dans certains cas particuliers sur les structures ; la prise en compte des gradients générés dans l'épaisseur peut engendrer de grandes dilatations/contractions, à l'origine de contraintes internes non négligeables.

Le fluage mécanosorptif suivant les directions transverses du bois est beaucoup moins exploré expérimentalement. Toutefois, quelques travaux récents ([Tor 00], [Sve 02b]) permettent de recaler les modèles dans les directions radiale et tangentielle et peuvent apporter des contributions intéressantes pour l'étude de spécimens sollicités principalement dans ces directions. Ceci fait l'objet de la partie suivante.

# 2. Etude dans les directions R et T sur du bois séché, sans effet de température sur les transferts et les caractéristiques mécaniques

# 2.1. Identification des paramètres en R et T

# 2.1.1. Mise en évidence de phénomènes importants [Tor 00], [Sve 02b]

La littérature sur la caractérisation des effets mécanosorptifs dans les directions radiale et tangentielle du bois n'est pas très abondante. [Tor 00] et [Sve 02b] ont réalisé des essais mécaniques sur de petites éprouvettes de Pin Sylvestre (section *10x20mm*) permettant de quantifier les déformations différées dans les directions transverses, générées par des variations d'humidité. Ceux-ci apportent beaucoup d'informations sur la réponse mécanosorptive du bois et représentent une source intéressante pour caler les lois de comportement des modèles numériques dans les directions R et T ; la plupart des travaux de recherche actuels sur les effets différés sous sollicitations hydriques étant appliqués à la direction longitudinale du matériau. Nous supposons que l'importance des phénomènes est identique dans les deux directions R et T : l'identification des paramètres du modèle s'appuie sur cette hypothèse.

La première publication [Tor 00] présente des tests de traction/compression avec l'application de deux cycles de variations d'humidité pour chaque essai (Figure IV. 12, Figure IV. 13) : un lors de la phase de chargement (fluage), un lors de la phase de déchargement (recouvrance). La contrainte appliquée reste constante lors de l'essai (0,5 MPa) et est appliquée dans la direction tangentielle. Ces essais montrent que dans les directions transverses du bois, les déformations de retrait/gonflement sont très importantes vis-à-vis des déformations mécaniques seules (Figure IV. 13). De plus, un seul cycle de variation d'humidité relative de l'air (60%  $\rightarrow$  90%  $\rightarrow$  60% ou 60%  $\rightarrow$  45%  $\rightarrow$  60%) génère une déformation mécanosorptive de grande amplitude représentant jusqu'à 5 fois la déformation élastique en traction (7 fois en compression). La majeure partie de la déformation se produit lors de la première phase du cycle de variation d'humidité, que ce soit un séchage ou une humidification. Quant à la déformation issue du fluage normal (pas de variation hydrique), elle s'avère être très faible comparée aux déformations de retrait/gonflement ou aux déformations mécanosorptives et peut ainsi être négligée dans les futures simulations. L'amplitude des déformations est 30% supérieure en compression qu'en traction dans la majorité des essais, bien qu'un essai montre des résultats identiques dans les deux cas. Pour plus de simplicité, nous ferons donc l'hypothèse dans la loi de comportement que les effets mécanosorptifs génèrent des déformations équivalentes en traction et en compression. Cela facilite l'identification des paramètres correspondants. Toutefois, une différence indirecte entre comportement en traction et en compression sera captée dans le

modèle par le biais du niveau de contrainte équivalent 3D défini avec des limites de rupture différentes en traction et compression (voir partie *III.1.2.5*).



Figure IV. 12 – Appareil d'essai selon Toratti [Tor 00].

Figure IV. 13 – Résultats expérimentaux selon Toratti [Tor 00] (deux cycles 60%→90%→60%).

La seconde publication [Sve 02b] présente les mêmes types d'essais de traction/compression, mais un grand nombre de cycles de variations d'humidité, d'amplitudes variables, sont appliqués. La contrainte en phase de chargement est la même que précédemment (0,5 MPa). Les résultats montrent que les réponses mécanosorptives sont similaires aussi bien en compression qu'en traction, ce qui nous conforte dans le choix énoncé précédemment. La déformation mécanosorptive finale représente environ 10 fois la déformation élastique et semble en grande partie non recouvrable (voir *Figure IV. 14*). Le taux de déformation mécanosorptive augmente lorsque l'humidité atteint des niveaux non observés précédemment.



Figure IV. 14 – Résultats expérimentaux selon Svensson [Sve 02b].

#### 2.1.2. Identification des paramètres

#### 2.1.2.1. Méthodologie

A partir des essais présentés précédemment, on se propose de caler les paramètres propres aux effets différés dans les directions radiale et tangentielle : répartition des branches de Maxwell (Coef\_0, Coef\_1, Coef\_2), temps de relaxation caractéristiques des branches de Maxwell représentant le fluage propre et le fluage mécanosorptif (Tau22p=Tau33p, Tau22m=Tau33m), facteur d'accélération du phénomène (b'). La loi de comportement développée et explicitée précédemment, étant très générale, ne prétend pas représenter parfaitement la réalité et coller complètement aux courbes montrant l'évolution de la déformation mécanosorptive (Figure IV. 13 et Figure IV. 14). Agir ainsi reviendrait à faire du "fitting" (sans se soucier réellement des aspects liés à la compréhension des phénomènes physiques) et non à essayer d'alimenter un outil de prédiction général tel que nous le proposons. Cela semble d'ailleurs un peu inutile pour des modèles numériques appliqués au bois. L'extrême sensibilité du matériau vis-à-vis de sollicitations thermohydriques globales ainsi que sa variabilité (ne serait-ce que d'un spécimen à l'autre, même au sein d'une même essence) nous poussent de plus en plus à élaborer un outil permettant une approche qualitative basée sur une formulation phénoménologique. Ce raisonnement est d'autant plus vrai dans les directions transverses.

La prise en compte des différents phénomènes physiques pilotant la réponse du matériau est en revanche très importante pour l'efficacité du modèle. Ainsi les observations générales notées précédemment nous ont guidé dans la définition et l'identification des paramètres du modèle numérique. Le fluage normal dans les directions transverses du bois est négligé dans le modèle, ce qui se traduit par une valeur très faible du coefficient relatif à la branche de Maxwell représentant les effets viscoélastiques purs (*Coeff\_1*). Le choix de temps caractéristiques *Tau22p* et *Tau33p* n'a donc pas beaucoup d'importance. Négliger le fluage propre n'était bien évidemment pas applicable pour la direction longitudinale : les effets à long terme, sans variations hydriques, ne sont pas négligeables en L et doivent être impérativement pris en compte pour des niveaux de sollicitations élevés (voir chapitre *II*.)

L'étude du premier cas [Tor 00], avec un simple cycle d'humidité, a mis en évidence l'importance de la première variation d'humidité lorsque le bois est soumis à une contrainte de chargement constante. Ainsi, il est important de considérer, dans les conditions de cette étude, que l'amplitude de la déformation mécanosorptive du premier cycle d'humidité représente entre 5 et 7 fois la déformation élastique. Le second cas [Sve 02b], montre que l'amplitude de la déformation mécanosorptive finale peut atteindre 10 fois celle de la déformation élastique. Le modèle doit donc autoriser de telles déformations différées ; c'est pourquoi nous avons imposé la contrainte supplémentaire suivante dans le choix des coefficients de la branche de Maxwell représentant la réponse élastique et celle relative à la réponse mécanosorptive :

Rappelons que dans la formulation actuelle de la loi de comportement, la répartition des *Coef\_0, Coef\_1, Coef\_2* pour les trois branches de Maxwell est différente selon que l'on se situe dans des études où les sollicitations sont prépondérantes dans la direction longitudinale ou dans les directions radiale et tangentielle. La très forte anisotropie du matériau entre la direction des fibres et les directions transverses du bois entraîne des importances relatives différentes entre les phénomènes observés en L ou en R et T. En effet, dans les directions radiale et tangentielle le matériau réagit beaucoup plus fortement aux variations hydriques. Cela se traduit par des déformations de retrait/gonflement et des déformations mécanosorptives beaucoup plus importantes que dans la direction longitudinale (où  $\varepsilon_{mécanosorptif,L} \sim \varepsilon_{élastique,L}$ ).

On ne peut donc, en l'état actuel des choses, se servir de la loi de comportement pour des études d'éléments bois fortement sollicités dans les trois directions L, R et T. Les différentes études présentées dans ce rapport de thèse ne se situent jamais dans cette configuration "tridimensionnelle forte". Un développement ultérieur devra être réalisé pour prendre en compte les différences observées entre les directions dues à l'anisotropie du matériau et permettre ainsi l'étude de cas où de fortes sollicitations 3D peuvent se développer. Notons tout de même que la loi telle qu'elle a été écrite respecte en toutes circonstances les principes de la thermodynamique.

# 2.1.2.2. Calculs numériques

Le calage, dans un souci d'efficacité, est réalisé sur un seul élément fini hexaédrique à 8 nœuds C3D8 (ou DC3D8 pour les calculs de transfert de masse), les temps de calcul sont ainsi réduits. La simulation est décomposée en deux calculs distincts : un premier calcul de transfert de masse, calcul de diffusion selon la seconde loi de Fick, est effectué ; un second relatif à la mécanique et utilisant la loi de comportement hydro-mécanique est réalisé avec le champ hydrique simulé précédemment comme donnée d'entrée. Une des difficultés est de représenter correctement l'évolution des déformations de retrait/gonflement (directement fonction des variations d'humidité subies par le matériau) données par [Tor 00] et [Sve 02b].

Dans l'essai choisi (voir *Figure IV. 13*), l'éprouvette possède une section de  $10x20mm^2$  et est soumise à deux cycles d'humidité. Or dans nos simulations, nous utilisons un élément de volume  $1x1x1mm^3$  pour alléger les calculs. Comme nous n'utilisons qu'un seul élément fini, pour représenter l'effet de l'amortissement des transferts d'eau dans le bois

(dû aux dimensions non négligeables de l'éprouvette réelle) nous appliquons pour le calcul de diffusion un coefficient d'émissivité faible ( $S = 5,79.10^9 m/s = 0,5 mm/j$  en humidification et  $S = 2,31.10^8 m/s = 2 mm/j$  en séchage). Les flux hydriques *q* des surfaces exposées sont définis ainsi :

$$q = S.(X_{\acute{eq}} - X_{surf})$$
(IV. 10)

avec  $X_{éq}$  l'humidité d'équilibre du bois,  $X_{surf}$  l'humidité à la surface du bois et S l'émissivité exprimée en mm/j dans les calculs.

Les coefficients d'émissivité choisis n'ont ici pas de véritable sens physique mais ils permettent de n'utiliser qu'un seul élément fini. Nous pouvons alors retrouver les déformations de retrait/gonflement mesurées lors de l'essai et éviter de représenter toute la section de l'éprouvette (*Figure IV. 15*). Les coefficients de retrait/gonflement sont ici définis de manière intuitive. L'humidité relative de l'air oscille entre *60%* et *90%*.

[Tor 00] dit que la teneur en eau du bois, conditionné initialement dans une ambiance à 60% d'humidité relative, est comprise entre 14 et 15%. Elle atteint une valeur maximale de 21,7% lors du passage à *HR*=90%. On prendra les valeurs extrêmes d'humidité pour calculer la variation totale subie par le matériau, soit  $\Delta X_{éq}$ =7,7%, ce qui semble plus faible que le  $\Delta X_{éq}$  déterminé à partir des valeurs estimées selon [Avr 89]. Nous retiendrons cette valeur pour la suite des calculs.

Les déformations de retrait/gonflement sont fonctions des variations d'humidité et sont considérées de manière linéaire selon la formule suivante :

$$\Delta \varepsilon_{rg,L,R,T} = \beta_{L,R,T} \cdot \Delta X \tag{IV. 11}$$

avec  $\Delta \varepsilon_{rg,L,R,T}$  l'incrément de déformation de retrait/gonflement dans la direction considérée L, R ou T,  $\beta_{L,R,T}$  le coefficient de retrait gonflement et  $\Delta X$  l'incrément de teneur en eau du bois.

A partir de la courbe donnée à la *Figure IV. 13* ( $\varepsilon_{retrait/gonflement total} = 0,013$ ) et connaissant la variation d'humidité totale subie par l'éprouvette ( $\Delta X_{éq}=7,7\%$ ), on peut facilement déterminer la valeur du coefficient de retrait gonflement à appliquer dans la direction tangentielle :  $\beta_T=0,169$  (%/%). La *Figure IV. 15* montre l'évolution des déformations de retrait/gonflement calculées.

De la même manière, nous pouvons déterminer la valeur du module d'élasticité dans la direction T ( $E_T$ ) grâce à la mesure de la déformation élastique (*Figure IV. 13*, nous observons

 $\varepsilon_{\acute{e}lastique} = 0,0009$ ) et aux conditions de chargement de l'éprouvette ( $\sigma = 0,5$  MPa) :  $E_T = 556$  MPa. Notons que la détermination du coefficient retrait/gonflement et celle du module d'élasticité dans la direction tangentielle sont imprécises, mais c'est un des moyens qui nous permet d'étudier ce type d'essais.

Finalement, selon les observations faites sur les phénomènes mécanosorptifs, un calage de la loi de comportement dans les directions transverses du bois est obtenu à partir de l'essai étudié par [Tor 00]. La *Figure IV. 15* donnent l'allure des déformations simulées.

Les valeurs utilisées dans les calculs sont récapitulées dans le Tableau IV. 9 :

Module élastique E <sub>T</sub> (MPa)	556
Limite de rupture S <sub>Lrup,T</sub> (MPa)	2 ou 1 (traction) / -2 (compression)
Coefficient de retrait/gonflement $\beta_T$ (%/%)	0,169
Coef_0 (branche Maxwell élastique)	0,1
Coef_1 (branche Maxwell fluage propre)	0,05
Coef_2 (branche Maxwell mécanosorption)	0,85
Temps caractéristique Tau22p = Tau33p	0,03
Temps caractéristique Tau22m = Tau33m	0,0002
Facteur d'accélération du fluage b'	8
ΔHmax	0,001

Tableau IV. 9 – Récapitulatif des données hydro-mécaniques employées.

Notons que  $\Delta$ *Hmax* a été choisi plus faible que pour les études d'éléments sollicités en L, car on estime que, dans les directions transverses, les déformations mécanosorptives sont plus importantes et plus sensibles aux variations d'humidité. Pour les autres paramètres relatifs à la loi de comportement, les valeurs tirées des travaux de [Bou 03a] restent inchangées.

A partir de la *Figure IV. 15*, différentes observations montrent que la loi de comportement R/T ainsi paramétrée est en accord avec [Tor 00] :

- les déformations à humidité constante sont négligeables par rapport aux déformations mécanosorptives observées ;
- l'amplitude des déformations mécanosorptives est comprise entre 5 et 7 fois celle des déformations élastiques ;
- les valeurs des déformations résiduelles sont cohérentes ;

 après le déchargement, la diminution de déformations correspond aux déformations élastiques ;

Toutefois, le modèle ne représente pas bien les "sauts de déformation" notamment observés sur les éprouvettes en compression, au début de chaque séchage.

Notons par ailleurs que pour des limites de rupture identiques en traction et compression (2 MPa ou -2 MPa), les déformations calculées sont logiquement identiques en valeurs absolues. Par contre lorsque nous utilisons des limites de rupture différentes entre traction et compression (1 MPa en traction, -2 MPa en compression), le modèle se comporte de manière cohérente par rapport aux observations expérimentales. La déformation mécanosorptive en compression devient plus importante que celle en traction. La déformation résiduelle obtenue en fin d'essai, après recouvrance partielle du matériau, est également plus grande en compression qu'en traction.



*Figure IV.* **15** – Evolution de la déformation de retrait/gonflement et des déformations mécanosorptives pour des limites de rupture identiques en traction et compression (trait épais) ou différentes (trait avec triangles).

Dans un second temps, nous allons étudier, à partir des paramètres définis précédemment, l'essai réalisé par Svensson [Sve 02b]. Les éprouvettes, de sections similaires aux précédentes, sont soumises à un grand nombre de cycles de variations hydriques. Pour les simulations, la difficulté de la représentation de cet essai se situe au niveau de l'histoire de variations d'humidité imposées. Si l'on regarde la *Figure IV. 14*, les déformations de retrait/gonflement n'évoluent pas selon des cycles réguliers. Comme nous faisons l'hypothèse que les déformations de retrait/gonflement sont directement fonctions

des variations d'humidité, nous imposons, aux coefficients de retrait/gonflement près, des variations d'humidité évoluant de la même manière que les déformations de retrait/gonflement. Pour faciliter le calcul hydrique, nous appliquons des variations d'humidité simplifiées (voir *Figure IV. 16*).

L'effet des premières variations hydriques est très important sur l'amplitude des déformations mécanosorptives. C'est pour cela que nous avons considéré deux calculs différents, où la teneur en eau initiale du bois est de 0.2 ou de 0.225 car il est difficile d'obtenir une estimation correcte de cette valeur. Mais, après plusieurs cycles hydriques, les déformations mécaniques se rejoignent quelle que soit l'humidité initiale considérée. En comparant avec les relevés expérimentaux de la *Figure IV. 14*, on obtient des déformations mécaniques globalement proches même si des différences surviennent :

- le calcul prédit une déformation mécanique qui se stabilise après plusieurs cycles à une valeur légèrement inférieure à la valeur expérimentale ;
- un changement du taux de variations hydriques (autour de 30h) n'entraîne pas une augmentation sensible du taux de déformation mécanique dans les simulations, alors qu'expérimentalement ce phénomène est bien observé ;
- les effets de recouvrance sont trop importants dans les simulations, ce qui peut brièvement s'expliquer par le fait que l'on utilise un modèle viscoélastique, donc recouvrable.



**Figure IV. 16** – Evolution des déformations de retrait/gonflement et des déformations mécanosorptives simulées pour une humidité de départ variable.

# 2.2. Application aux panneaux de peuplier

# 2.2.1. Descriptif de l'expérience

L'opportunité de la conduite de la présente thèse, en cotutelle entre le LaMCoS et le DISTAF (Dipartimento di Scienze e Tecnologie Ambientale Forestale, Université de Florence) nous a donné la possibilité d'une collaboration étroite sur le projet de recherche. Nous avons ainsi pu profiter pleinement de l'expérience acquise par le DISTAF depuis des années sur le matériau bois, notamment au travers de l'exploitation des résultats issus du MCB.

Le MCB, Monitoring Cross Beam, est un appareil de mesure qui a été conçu dans le but d'étudier le comportement mécanique de panneaux de bois, simulant les supports de panneaux peints, soumis à des variations cycliques d'humidité. Celui-ci a été développé au DISTAF dans le cadre de la thèse de doctorat de Dionisi Vici et a été l'objet de différents travaux [Dio 99, 04, 06, Uzi 98, 99].

Dans la réalité, les panneaux supports des peintures sont faits de planches de bois massif, débitées dans des plans parallèles à l'axe central d'orthotropie cylindrique des troncs d'arbres de plusieurs essences (peuplier, chêne, noyer, conifères). Ils sont très rarement monoblocs, plus souvent composés de plusieurs planches et traverses assemblées avec grande maîtrise ; parfois, il s'agit de véritables structures complexes. Leur comportement à long terme est lié, soit aux agressions par des champignons et des insectes, soit aux sollicitations qui se développent (principalement dans les directions radiale et tangentielle du bois) sous l'action des variations hydriques de l'environnement. L'objectif principal du MCB est de mieux comprendre l'effet de ces sollicitations hydriques sur les supports bois des peintures. Pour cela, un panneau de peuplier massif (voir Figure IV. 17), de dimensions réelles (40 x 40 x 4cm), est installée sur l'appareil de mesure ("Réplique A") ; l'ensemble étant placé dans une enceinte climatique à température et hygrométrie contrôlées (Figure IV. 18). Le banc d'essai permet de mesurer, dans les directions X et Z, les déformations de tuilage et le retrait/gonflement (configuration 1 : panneau libre) ainsi que les forces de réaction consécutives au blocage du panneau en translation dans les deux directions X et Z (configuration 2: panneau bloqué). La direction Y correspond donc logiquement à la direction des fibres du bois. Les blocages éventuels en translation soumis au panneau dans les calculs sont un moyen de simuler l'action d'une traverse, élément structurel que l'on retrouve à l'arrière des tableaux peints. De tels éléments transversaux, dans la réalité, n'assurent pas un blocage total. Dans cette étude un blocage partiel est étudié et la rigidité du système MCB non-parfaite (jeu dans les assemblages...) peut être prise en compte grâce à des mesures de caractérisation réalisées sur le banc d'essai (voir partie IV.2.2.3.3.2).

Les observations et mesures obtenues sur ce banc d'essai permettent d'exploiter le modèle numérique développé à l'INSA, mais également de mieux comprendre l'effet de variations hydriques pouvant être dissymétriques (représentation de la couche de peinture) sur les déformations et contraintes générées dans le panneau de bois. Grâce à l'outil numérique ainsi développé, une étude d'impact "qualitative" de l'effet de différents paramètres propres au matériau ou aux conditions de mise en œuvre a pu être réalisée (effet de l'orthotropie, des coefficients de retrait/gonflement, des conditions de blocages, de la vitesse des transferts hydriques...).

Parallèlement aux mesures faites sur le MCB, deux autres essais "simplifiés" ont été réalisés dans les mêmes conditions thermo-hydriques : le premier, "Réplique B", sur un panneau de dimensions similaires libre en déformations et soumis à des variations hydriques dissymétriques sur ses faces (*Figure IV. 19*) ; le second, "Spécimen C", sur une éprouvette "fine" (*40 x 4 x 4cm*) libre en déformations et soumis à des variations hydriques sur ses faces (*Figure IV. 20*). Dans ces deux cas, seule la déformation de tuilage est mesurée.



Figure IV. 17 – Découpe des différents éléments étudiés, Figure IV. 18 – Représentation 3D du MCB, tiré de [Dio tiré de [Dio 06]. 06].



Figure IV. 19 – Vue de la "Réplique B", tiré de [Dio 06]. Figure IV. 20 – Représentation 3D du "Spécimen C", tiré de [Dio 06].

# 2.2.2. Essais, procédure expérimentale

Le but de l'essai est d'observer les déformations générées par la variation de l'humidité relative de l'air dans l'enceinte climatique, à température fixée ( $30^{\circ}$ C), sur de longues durées (plusieurs jours pour chaque cycle). Deux autres variables peuvent être modifiées au cours de l'essai : les conditions de blocage (totalement libre ou complètement bloqué en translation en X et Z) ainsi que le mode de transfert (symétrique ou dissymétrique). L'application d'une dissymétrie au niveau des transferts hydriques est possible grâce à l'utilisation d'un film étanche sur l'une des faces du panneau, plaqué et collé sur les tranches du panneau (voir *Figure IV. 19*).



Figure IV. 21 – Evolution de l'humidité relative de l'air de la chambre climatique, tiré de [Dio 06].

Dans cette partie, 3 cycles composés chacun de phases de désorption/adsorption sont étudiés, sur une durée totale d'environ deux ans. Globalement, l'humidité relative fluctue entre 30% et 80% avec des paliers variables choisis. Chaque commutation (passage rapide d'une humidité à une autre) effectuée dans l'enceinte permet d'atteindre un niveau hygrométrique de l'ambiance supposé constant, même si expérimentalement de telles conditions ne sont pas applicables et que des oscillations sont observées (voir *Figure IV. 21*). De plus, des anomalies dans le fonctionnement du système de régulation sont apparues lors de l'essai engendrant ponctuellement des sauts d'humidité. Nous ne les prenons pas en compte dans les simulations présentées dans cette étude, supposant que le comportement global du panneau de peuplier n'en a pas été trop affecté. Le *Tableau IV. 10* présente les différents cycles appliqués et l'histoire des variations hydriques de l'air considérée dans les simulations, bien que nous n'étudiions dans les simulations que le cycle 3, sur une durée de 280 jours (140 jours en phase de désorption, 140 jours en phase d'adsorption, voir partie *IV.2.2.3.3*).

	Cycle 1	Cycle 2	Cycle 3
Spécimen	t : 0→108 jours	t : 108→308 jours	t : 308→588 jours
	HR : 70%→35%→73%	HR : 73%→50%→63%	HR : 63%→45%→65%
	Déformations libres,	Déformations bloquées,	Déformations bloquées,
Réplique « A »	Echanges Hydriques	Echanges Hydriques	Echanges Hydriques
	Symétriques	Asymétriques	Asymétriques
	Déformations libres,	Déformations libres,	Déformations libres,
Réplique « B »	Echanges Hydriques	Echanges Hydriques	Echanges Hydriques
	Asymétriques	Asymétriques	Asymétriques
	Déformations libres,	Déformations libres,	Déformations libres,
Spécimen « C »	Echanges Hydriques	Echanges Hydriques	Echanges Hydriques
	Symétriques	Symétriques	Symétriques

Tableau IV.	10 - Sy	/nopsis de	s cycles	étudiés
-------------	---------	------------	----------	---------

#### 2.2.3. Etudes numériques

#### 2.2.3.1. Considérations pour l'étude des panneaux

Pour simplifier les calculs, nous avons décidé de ne modéliser qu'une partie du panneau de peuplier : une demi section d'une tranche de 5 mm, soit 1/80<sup>ème</sup> de la longueur totale (*Figure IV. 22*). Ceci est possible car le panneau étudié possède une symétrie dans sa largeur (position des cernes, voir *Figure IV. 23*). De plus, on suppose que les phénomènes de tuilage que nous étudions se manifestent de manière identique tout au long de la direction longitudinale du panneau. Le maillage utilisé se constitue de 40x20x1 éléments (*Figure IV. 22*), ce qui donne une assez bonne précision pour des temps de calcul raisonnables. L'orthotropie cylindrique du matériau est prise en compte par l'intermédiaire de repères locaux aux points matériels (*Figure IV. 24*).



Figure IV. 22 - Simulation réduite adoptée : étude d'une demi-section de tranche



# 2.2.3.2. Paramètres utilisés dans les calculs

Dans les calculs qui suivent, la loi de comportement calée en R et T précédemment (voir partie *IV.2.1*) est utilisée. Les paramètres élastiques du matériau ainsi que les limites de rupture, variant d'une étude à l'autre, sont donnés dans le *Tableau IV. 11*.

	L	R	т	LR	LT	RT
Modules d'élasticité	6830	1190	493	1000	900	200
$\sigma_{rup,t}$ en traction	60	3.5	3.5	6	6	6
σ <sub>rup,c</sub> en compression	-60	-6.4	-6.4	-6	-6	-6

Tableau IV. 11 - Modules d'élasticité (selon [Gui 87]) et limites de rupture (selon [Cue 02]) en MPa

Les coefficients de Poisson utilisés dans les simulations sont les suivants :

$$v_{LR} = 0.37$$
,  $v_{LT} = 0.42$ ,  $v_{RT} = 0.47$  (IV. 12)

Le *Tableau IV. 12* donne les paramètres employés dans le calcul de transfert de masse préalablement effectué. Seuls les coefficients de diffusion et d'émissivité nous intéressent. Les panneaux de peuplier se situent entièrement dans le domaine hygroscopique (bois séché au préalable), la seconde loi de Fick est donc employée.

		( )		
	HR = 45%	HR = 65%	Expressions mathématiques selon [H	lan
	X <sub>eq</sub> = 8.1%	$X_{eq} = 11.7\%$	95]	
D <sub>R,T</sub>	1.10×10 <sup>-10</sup>	1.28×10 <sup>-10</sup>	8×10 <sup>-11</sup> e <sup>4.Xeq</sup> (IV. 13)	
S <sub>R,T</sub>	4.42×10 <sup>-10</sup>	5.11×10 <sup>-10</sup>	<i>3.2×10<sup>-8</sup>e<sup>4.Xeq</sup></i> (Ⅳ. 14)	

**Tableau IV. 12** – Coefficient de diffusion (m<sup>2</sup>/s) et coefficient d'émissivité (m/s) utilisés dans les calculs.

 $X_{eq}$  représente l'humidité d'équilibre du bois à une humidité relative de l'air donnée et à 30°C selon [Avr 89].

#### 2.2.3.3. Résultats, comparaison et discussion

Les observations et mesures obtenues sur le MCB ("Réplique A") et sur la "Réplique B" vont permettre de valider et d'exploiter le modèle numérique développé. Dans le cadre de cette expérience, grâce aux outils développés, il est possible de mieux comprendre l'effet de variations hygroscopiques, pouvant être dissymétriques (effet d'une couche de peinture), sur les déformations et contraintes internes générées dans le panneau de bois. De plus, la souplesse de l'outil numérique permet une étude de l'influence de différents paramètres relatifs au matériau, mais également aux conditions d'expérience et de mise en œuvre.

Les parties qui suivent présentent différents résultats de simulations considérant l'influence de l'orthotropie cylindrique, des coefficients de retrait/gonflement dans les directions transverses (partie 2.2.3.3.1), ainsi que l'influence de la mécanosorption, des conditions de blocage, des cinétiques et modes de transferts hydriques (partie 2.2.3.3.2). Les relevés expérimentaux qui sont représentés sur les courbes qui suivent sont tirés de recalages réalisés par Mazzanti [Maz 02, Dio 06].

# 2.2.3.3.1. Influence des paramètres d'orthotropie en configuration libre ("Réplique B")

La configuration libre correspond à l'essai relatif à la "Réplique B". L'évolution au cours du temps de la déformation de tuilage (dans la direction Z, voir *Figure IV. 19*) est mesurée au milieu du panneau. La loi de comportement développée (avec les paramètres déterminés précédemment dans la partie *IV.2.1*, *Tableau IV. 9*) est utilisée pour simuler le tuilage généré par les variations d'humidité relative de l'air de la chambre climatique. Différents coefficients de retrait/gonflement, dans les directions transverses et à position *R* dans le billon constante

(voir *Figure IV. 23*), sont étudiés dans un premier temps pour en mesurer les conséquences sur l'amplitude de la déformation de tuilage (voir *Figure IV. 25*). La *Figure IV. 25* montre que dans la première partie de l'essai (140 premiers jours, phase de désorption), le maximum de déformation de tuilage, atteint entre 18 et 20 jours, dépend directement de la valeur du coefficient de retrait/gonflement dans la direction T ( $\beta_T$ ). Les amplitudes obtenues peuvent facilement varier du simple au double. De plus, la déformation obtenue en fin de phase de désorption montre une dépendance avec la différence entre  $\beta_T$  et  $\beta_R$ . En effet, deux courbes présentent un  $\Delta\beta = \beta_T - \beta_R$  identique ont une déformation de tuilage quasiment identiques en fin de phase de désorption ( $\Delta\beta$ =0.24-0.183=0.15-0.093=0.057 et  $\Delta\beta$ =0.31-0.135=0.24-0.065=0.175). Le couple de valeur  $\beta_R$ =0.093 et  $\beta_T$ =0.15 est celui qui permet le mieux de représenter la déformation expérimentale. Ainsi, ces coefficients de retrait/gonflement ont été choisis pour les simulations qui suivent.  $\beta_R = 0.093$  est la valeur donnée par [Nar 82],  $\beta_T$  est quant à elle plus petite que celle donnée par l'auteur de 0.21 %/%.



Figure IV. 25 – Effet de la variation des coefficients de retrait/gonflement en R et T sur la déformation de tuilage à R=110mm.

Pour différentes positions *R* dans le billon de bois (*R* étant référencée par rapport à la face inférieure de la planche débitée, comme le montre la *Figure IV. 23*), à  $\beta_R/\beta_T$  fixés, les variations d'amplitude de la déformation de tuilage générée sont moins significatives que précédemment (voir *Figure IV. 26*). *R*=110mm est la valeur qui permet le mieux de décrire les relevés expérimentaux.



**Figure IV. 26** – Effet de la position du centre d'othotropie cylindrique sur la déformation de tuilage à  $\beta_R=0.093$  et  $\beta_T=0.15$ .

Notons que la valeur *R*=110mm correspond à la valeur estimée par des mesures effectuées sur une tranche de peuplier issue du même tronc que les spécimens étudiés (voir *Figure IV. 27*).



Figure IV. 27 – Evaluation du centre d'orthotropie des panneaux de peuplier étudiés.

# 2.2.3.3.2. Etude de paramètres, en configuration bloquée (MCB, "Réplique A")

La configuration bloquée correspond à l'essai relatif à la "Réplique A" sur le Monitoring Cross Beam (*Figure IV. 18*). Par l'intermédiaire d'un système vis/écrous, les déformations en translations dans les directions X et Z sont bloquées. Les forces de réaction, dues aux effets de tuilage, à chaque condition aux limites du panneau étudié sont mesurées dans les directions X et Z du système. D'un point de vue simulation, seule la force  $\frac{1}{2} F_Z$  est étudiée compte tenu de la symétrie. De plus, expérimentalement, on considère  $\frac{1}{2} F_Z$  (et non  $F_Z$ ) car deux capteurs de force sont employés et placés aux deux appuis externes du panneau ; une moyenne sur ces deux valeurs est alors réalisée. Dans l'ensemble des calculs qui suivent, les valeurs suivantes sont utilisées : R=110mm,  $\beta_R=0.093$  et  $\beta_T=0.15$ .

Dans un premier temps, une comparaison entre la mesure expérimentale, une simulation avec une loi de comportement supposée purement élastique et une autre avec la loi de comportement mécanosorptive développée, permet de montrer clairement l'importance des effets mécanosorptifs dans les directions transverses du bois (voir Figure IV. 28). Une réduction significative de la force de tuilage et des contraintes internes est mise en évidence dans les courbes issues des calculs mécanosorptifs (voir Figure IV. 28, Figure IV. 29.a. Figure IV. 29.b). C'est un rapport compris entre 4 et 5 qui peut être observé entre le maximum élastique et le maximum mécanosorptif (aussi bien en terme de force que de contraintes internes). L'équilibre des contraintes internes s'établit différemment, suite à une redistribution de contraintes due aux effets mécanosorptifs. De plus, dans le calcul mécanosorptif, une inversion des contraintes et des déformations irréversibles est générée compte tenu de l'importance des sollicitations engendrées. Ainsi, des contraintes internes résiduelles sont observées en fin de calcul. Même si l'équilibre hydrique ne semble pas complètement établi en fin de cycle (voir Figure IV. 33), les contraintes résiduelles ne semblent pas vouloir s'effacer (Figure IV. 29.b :  $\sigma_{TT}$  à la surface externe tend vers 0.2 MPa à t=280 jours). Quant aux contraintes issues du calcul élastique, elles semblent logiquement tendre vers zéro, même si on n'atteint pas encore cet état d'équilibre dans nos calculs.

Pour des conditions de transfert similaires ( $S_{R,T}$  et  $D_{R,T}$  identiques d'un calcul à l'autre), la position du maximum varie selon que l'on mesure des déformations (configuration libre) ou des forces (configuration bloquée). En effet, si l'on observe la phase de désorption dans les 140 premiers jours, le maximum de déformation apparaît au bout de 18 à 20 jours (voir *Figure IV. 25*), alors que le maximum de l'effort ½  $F_Z$  est atteint à partir de 10 jours lorsque la loi de comportement mécanosorptive est utilisée (*Figure IV. 28*). La comparaison entre les déformations et les forces relevées expérimentalement montre les mêmes observations. Notons qu'avec une loi de comportement élastique, le maximum de l'effort comme le maximum de déformation est atteint à partir de 18 jours. Ces constatations prouvent que les effets mécanosorptifs deviennent très importants lorsque le panneau est en configuration bloquée ; les sollicitations élevées dues aux blocages font que les contraintes internes

chutent prématurément pour changer de signe et engendrer des contraintes résiduelles en fin de cycle (voir *Figure IV. 29.a et Figure IV. 29.b*).



**Figure IV. 28** – Evolution de la force de tuilage ½ F<sub>Z</sub> : relevé expérimental et valeurs simulées pour un matériau purement élastique et un matériau ayant un comportement mécanosorptif (blocage supposé parfait dans les calculs).



**Figure IV. 29** – Evolution de la contrainte interne  $\sigma_{TT}$  en trois points situés sur le plan de symétrie du panneau (à la surface d'échange, à la surface isolée et à cœur) pour un calcul élastique (a) et un calcul mécanosorptif (b).

Les forces générées par les variations hydriques de l'ambiance et mesurées sur le MCB doivent être utilisées avec précaution. En effet, la complexité du MCB en fait une structure à part entière. Les nombreuses liaisons mécaniques et matériaux le constituant engendrent une certaine souplesse de la structure qu'il est important de quantifier, ou tout du moins d'estimer, dans le but de mieux interpréter les valeurs des forces mesurées par les capteurs lorsque le panneau est en configuration bloquée. Grâce à des mesures de déformations du

MCB soumis à différents chargements, une estimation de sa rigidité a pu être réalisée (voir *Figure IV. 30*). Cela permet également d'améliorer la représentativité des simulations numériques. Ainsi, les mesures effectuées directement sur le système MCB permettent d'estimer la rigidité de l'ensemble : *K*=65 kg/mm.

Une étude de l'effet de la rigidité K du système sur les mesures relevées a donc été réalisée. Par l'intermédiaire d'un élément ressort, les simulations ont permis cette étude de sensibilité sur le paramètre K. La Figure IV. 31 montre les conditions aux limites ainsi appliquées.



 Figure IV. 30 – Force mesurée par les capteurs pour un déplacement imposé selon l'axe Z sur l'élément central du MCB.
 Figure IV. 31 – Conditions aux limites employées dans les simulations : utilisation d'un élément ressort au niveau de la symétrie pour prendre en compte la rigidité propre au MCB.

La *Figure IV. 32* montre que la valeur de force de tuilage  $\frac{1}{2}F_z$  mesurée est directement influencée par la rigidité du système MCB. Il est donc important de bien la prendre en compte dans les simulations.



Figure IV. 32 – Effet de la rigidité du MCB sur la valeur de la force de tuilage mesurée.

Finalement, la Figure IV. 33 et la Figure IV. 34 montrent l'importance des transferts hygroscopiques dans le bois. Trois cinétiques différentes ont été étudiées : la première correspond aux valeurs d'émissivité ( $S_{R,T}$ ) et de diffusion ( $D_{R,T}$ ) utilisées dans les simulations précédentes (voir Tableau IV. 12); la seconde correspond à des valeurs de  $S_{RT}$  et  $D_{RT}$ doublées ; la troisième correspond à des valeurs de  $S_{R,T}$  et  $D_{R,T}$  divisées par 2. L'évolution de la teneur en eau du bois au niveau des deux surfaces du panneau (surface d'échange avec l'extérieur et surface isolée) est représentée sur la Figure IV. 33, pour les trois cas présentés précédemment. A la fin de chaque phase du cycle étudié, les teneurs en eau aux deux surfaces sont identiques lorsque les vitesses de transfert sont les plus élevées ( $S \times 2 / D \times 2$ ) : l'équilibre hydrique du panneau est donc atteint. De la même manière, lorsque les cinétiques de transfert diminuent, l'écart observé à chaque fin de phase entre les deux surfaces du panneau augmente : l'équilibre hydrique n'a pas le temps de se faire. La réponse mécanique résultante dépendra directement des vitesses de transfert et de l'établissement éventuel de l'équilibre hydrique au sein du panneau de bois (Figure IV. 34). La position et l'amplitude des maximums des forces de tuilage dépendent également directement des cinétiques de transferts hydriques.



Figure IV. 33 – Evolution de la teneur en eau du bois à la surface d'échange et à la surface isolée, pour les trois cinétiques de transfert étudiées.



#### temps (jours)

**Figure IV. 34** – Effet de la cinétique de transfert sur la force de tuilage ½ F<sub>Z</sub>. Un calcul avec échanges hydriques symétriques (sans face isolée) est donné à titre de comparaison.
#### 2.3. Conclusion

Cette partie a montré que le modèle développé peut apporter une contribution intéressante pour l'étude de cas présentant des sollicitations dans les directions transverses du matériau. Dans ces directions, les effets mécanosorptifs ont un impact très important sur la réponse du matériau soumis aux variations hydriques de l'ambiance. Dès les premières variations d'humidité, les effets mécanosorptifs peuvent engendrer des déformations différées cinq fois supérieures à la déformation élastique du bois sous chargement constant. Les déformations d'hygro-expansion peuvent également devenir très grandes selon l'amplitude des variations hydriques.

A partir des essais présentés, le modèle a été recalé pour essayer d'intégrer au mieux ces différents aspects. Sur quelques cycles de variations d'humidité, le modèle est assez proche des résultats expérimentaux. Lorsqu'on applique un grand nombre de cycles, les simulations diffèrent de l'expérience en sous-estimant les déformations différées (et surestimant les phénomènes de recouvrance). Mais gardons à l'esprit que ces essais ne représentent qu'une base sur laquelle nous nous appuyons pour recaler certains paramètres du modèle. Ces essais ne peuvent à eux seuls être représentatifs du comportement mécanosorptif global du bois dans les directions transverses. D'autres essais dans des conditions similaires pourraient présenter des résultats quelque peu différents, mais l'ordre de grandeur restera le même. C'est donc plus une approche qualitative que nous avons employée dont la crédibilité s'appuie sur une représentation quantitative des phénomènes observés sur des essais expérimentaux.

L'application aux panneaux de bois, basée sur les expériences menées à l'Université de Florence, suit la même démarche. La contribution majeure des outils numériques pour une telle application réside principalement dans l'étude de sensibilité de différents paramètres propres au matériau. On ne prétend pas quantifier précisément les contraintes et déformations sur un matériau à très forte variabilité tel que le bois. Il semble donc plus intéressant d'accéder à une estimation relativement correcte des états de contraintes et déformations dans le bois, et ainsi qualifier l'impact de paramètres propres au matériau tels que les caractéristiques mécanosorptives, le mode de débit, la variation des coefficients de retrait/gonflement... A partir des mêmes considérations (et recalage des paramètres mécanosorptifs), la partie qui suit présente l'étude d'un cas de séchage d'une planche soumise aux variations de température et d'humidité que l'on peut retrouver dans un tel process.

## 3. Etude dans les directions R et T de l'opération de séchage

#### 3.1. Présentation, procédure

Cette dernière partie nous permet d'exploiter les outils numériques développés par une application présentant des sollicitations thermo-hydriques. Cela correspond à l'étude d'un séchage simple d'une planche où les conditions aérauliques de l'ambiance sont constantes (T et HR de l'air extérieur constantes). Le facteur température intervient ici dans la simulation des transferts en agissant directement sur la cinétique des variations hydriques au sein du matériau. Il intervient également au niveau de la détermination du PSF qui est très importante d'un point de vue mécanique car cela représente le point de départ des phénomènes de retrait. Le paramètre température n'intervient pas sur les caractéristiques mécaniques du matériau, bien que son effet ait été démontré par les auteurs [Han 98, 99, 00a, 00b]. De plus, l'eau dans le matériau est présente sous toutes ses formes (liée, libre) et sous différents états (liquide, gazeux). L'outil thermo-hydrique développé à partir des équations de transport du LERMAB de Nancy et dont la résolution a été faite sous MATLAB® a été utilisé pour la détermination des champs de température et d'humidité (voir partie III.2). L'outil est utilisé dans cette partie dans la limite extrème de son Ceux-ci ont été extrapolés aux nœuds du maillage utilisé pour le calcul de la réponse mécanosorptive du matériau.

Le développement des contraintes internes dans de telles conditions ne provient pas d'un chargement mécanique externe mais correspond aux effets de retrait/gonflement apparaissant au moment du passage du point de saturation des fibres (celui-ci est recalculé à chaque incrément en fonction de la température au nœud étudié). Les déformations de tuilage en sont la conséquence. Dans la phase A du séchage (que nous décrivons dans la partie *III.3.2.5*), aucune déformation de retrait n'est encore apparue car nous nous situons au dessus du PSF. Pour des raisons d'efficacité en terme de temps de calcul, nous avons modifié le terme *DHmax* (paramètre numérique, défini dans la partie *III.1.3.2.5*) et imposée une valeur très grande tant que le PSF n'est pas atteint au nœud étudié. En effet, aucune contrainte n'apparaissant dans cette phase, il est logique que le calcul se déroule rapidement. La valeur appliquée dans les études des cas sollicités dans les directions transverses du bois (*DHmax* = 0.001) est aussitôt réutilisée lorsque nous entrons dans le domaine hygroscopique.

Notons que des fissurations peuvent apparaître au moment de la phase de transition (entrée dans le domaine hygroscopique), mais nous n'étudions pas le risque de leur apparition dans le matériau dans le cadre de cette thèse. L'étude de l'endommagement et de la fissuration correspond en effet à une thématique à part entière de la mécanique du bois, cela nécessite beaucoup de travaux et d'investissements.

Cette partie, plus concise que les précédentes, a pour but d'illustrer les possibilités des outils numériques développés pour des applications complexes telles que le séchage où la température intervient sur la cinétique des transferts. L'exemple qui suit correspond à une configuration de séchage bien précise, pour une géométrie donnée. Mais une étude de sensibilité des conditions appliquées ou des paramètres matériau aurait pu facilement être réalisée ; le manque de temps ne nous l'a pas permis.

## 3.2. Etude du séchage d'une planche

#### 3.2.1. Données de l'étude

Pour illustrer cette partie, nous avons réalisé la simulation d'une demi section d'une planche de bois (200 mm de largeur totale sur 20 mm d'épaisseur), supposant une symétrie dans la largeur. Comme nous l'avons énoncé précédemment, l'outil T-H 2D tel qu'il est programmé actuellement présente quelques problèmes de convergence pour des maillages fins. Ainsi, un maillage relativement grossier a été employé pour la simulation thermohydrique, associé à un maillage plus raffiné pour la simulation mécanique :

- simulation TH : 20 × 8 = 160 éléments (respectivement selon x et y, voir partie III.2) ;
- simulation M :  $80 \times 32 = 2560$  éléments (respectivement selon x et y).

Les conditions de séchage appliquées sont les suivantes :

- Température  $T = 80^{\circ}$  pour l'air ambiant ;
- Température initiale homogène dans toute la planche  $T_{init} = 20$ °C;
- Humidité Relative *HR* = 70% pour l'air ambiant ;
- Teneur en eau du bois initiale homogène dans toute la planche, X = 100%.

Les paramètres employés dans les calculs de transfert de chaleur et de masse dans le bois sont ceux donnés dans la partie *III.2.4*.

Les caractéristiques mécaniques employées sont récapitulées dans le Tableau IV. 13.

	L	R	Т	LR	LT	RT
Modules d'élasticité	13800	910	490	600	600	40
$\sigma_{rup,t}$ en traction	50	4	4	6	6	6
σ <sub>rup,c</sub> en compression	-50	-4	-4	-6	-6	-6

Tableau IV. 13 – Modules d'élasticité et limites de rupture en MPa

Les paramètres relatifs au modèle mécanosorptif sont ceux déterminés dans la partie *IV.2.1* et donnés dans le *Tableau IV. 9*.

#### 3.2.2. Résultats, interprétations

Quelques résultats de simulations sont donnés sur les figures qui suivent. La *Figure IV.* 35 nous permet de suivre l'évolution de la teneur en eau du bois en fonction de la position dans l'épaisseur de la planche. Le retrait commence quand l'humidité du bois descend en dessous du point de saturation des fibres. Le PSF est recalculé à chaque incrément et à chaque point d'intégration car il dépend linéairement de la température, tracée sur la *Figure IV.* 36 (voir formulation dans la partie *III.2.4*).



*Figure IV. 35* – Evolution des gradients hydriques dans l'épaisseur de la planche, au niveau de la symétrie (distance par rapport au centre du tronc R=50mm).

**Figure IV. 36** – Evolution de la température en surface et à cœur en fonction du temps (*R*=50mm).

Sur la Figure IV. 37, nous pouvons observer que le PSF est atteint à la surface de la planche après environ 24h de séchage (passage de la phase A à la phase B comme cela est expliqué dans la partie III.2.5). Cette transition génère des contraintes de traction à la surface qui sont équilibrées instantanément par des contraintes de compression au cœur de la planche (Figure IV. 37, Figure IV. 39). Le calcul comparatif exposé à la Figure IV. 37 montre que les effets mécanosorptifs tendent à faire diminuer les contraintes (aussi bien celles en traction que celles en compression), développées dès l'entrée dans la phase B, vers des valeurs plus réalistes. De plus, au bout de 28 heures de séchage, les phénomènes différés provoquent une inversion des contraintes entre celles calculées à la surface et celles calculées à cœur. Ceci va entraîner l'apparition de contraintes résiduelles qui demeureront en fin de séchage. Nous remarguons également que dans le cas élastique, les contraintes s'annulent logiquement à la fin du séchage. Dans ce calcul, aucune inversion des contraintes internes n'est en effet observée. La valeur maximum de la contrainte de compression au centre de la planche est atteinte lorsque la totalité de la planche est dans le domaine hygroscopique : la planche entre dans la phase C à partir de 25/26h de séchage. A partir de là, les effets de retrait apparaissent au cœur de la planche et deviennent prépondérant par rapport à ceux observés en surface.



*Figure IV. 37* – Comparaison des contraintes dans la direction tangentielle du bois, à la symétrie, au niveau de la surface supérieure et du cœur de la planche avec un calcul élastique et un calcul mécanosorptif (R=50mm).

La *Figure IV. 38* est tirée des travaux de Rémond [Rem 04] et présente les contraintes simulées dans le bois pour une procédure du même type que celle que nous étudions, appliquée à une planche de bois. On observe les mêmes types de phénomènes que pour les résultats obtenus sur la courbe précédente : réduction du niveau des contraintes internes lorsqu'on prend en compte les effets mécanosorptifs, inversion entre les contraintes à la surface et celles à cœur, apparition de contraintes résiduelles en fin de séchage dues aux effets différés. Notons également que dans les deux cas, l'intensité de la contrainte de compression finale (en surface) est supérieure à celle obtenue en traction (à cœur).



*Figure IV. 38* – Evolution des contraintes internes du bois en surface et à cœur selon un calcul élastique et selon un calcul avec prise en compte des effets différés (courbe tirée des travaux de Rémond [Rem 04]).

La Figure IV. 39.a, la Figure IV. 39.b et la Figure IV. 39.c montrent que le champ de contraintes n'est plus symétrique le long de l'épaisseur de la planche lorsque les effets bidimensionnels dus à l'orthotropie cylindrique du bois sont pris en compte. La Figure IV. 40.a et la Figure IV. 40.b montrent les deux configurations extrêmes étudiées : à R=0mm, les deux surfaces de la planche sont très différentes et à  $R=\infty$ , les deux surfaces sont identiques. Dans la configuration R=0mm, où les repères locaux subissent des rotations importantes, le modèle de transfert 2D devient très approximatif. Mais les observations qui suivent restent pertinentes d'un point de vue qualitatif.

Ainsi, on observe pour ces deux configurations que le phénomène de retrait peut avoir des effets différents sur les deux faces d'une planche. Pour la configuration R=0mm, ils sont plus importants en face supérieure (à *ép.=20mm* dans notre cas) : les cernes sont plus larges et la direction tangentielle est donc plus importante qu'en face inférieure. Pour la configuration  $R=\infty$ , le retrait tangentiel est identique sur les deux faces, cela engendre un état de contraintes parfaitement symétrique dans l'épaisseur de la planche. Notons également que l'orthotropie cylindrique est considérée dans le calcul de transfert de masse et de chaleur, certaines caractéristiques étant différentes selon les directions R et T.



Figure IV. 39 – Simulation des contraintes dans la direction tangentielle σ<sub>TT</sub> du bois avec un calcul mécanosorptif, à la symétrie, dans l'épaisseur de la planche : distance par rapport au centre du tronc R=∞, pas d'effet cylindrique (a), R=50mm, prise en compte de l'orthotropie cylindrique (b) ou R=0mm, prise en compte de l'orthotropie cylindrique (c). ép.=0mm correspond à la face inférieure et ép.=20mm à la face supérieure de la planche.



Figure IV. 40 – Planche débitée à cœur (R=0mm) (a) et planche débitée loin du cœur (R= $\infty$ ) (b).

Les déformations de tuilage résultent de l'orthotropie cylindrique du matériau. Leur amplitude dépend de la distance par rapport au centre du tronc (rayon *R*). Elles sont maximales pour *R*=0*mm* et décroissent quand *R* augmente, pour devenir nulles à tout instant pour *R*= $\infty$ . La *Figure IV. 41* montre les déformations de tuilage sur toute la largeur de la planche pour les configurations *R*=50*mm* et *R*=0*mm*. Notons que pour un rayon *R*=0*mm*, nous nous trouvons dans un domaine sans doute au-delà de la limite raisonnable d'utilisation de l'outil numérique pour une étude quantitative.



*Figure IV. 41* – Simulation des déformations de tuilage sur la largeur de la planche avec un calcul mécanosorptif pour R=50mm (a) ou R=0mm (b).

La *Figure IV. 42* montre différentes vues tirées des calculs ABAQUS®. On peut accéder à tout instant à chaque champ de variables : humidité, température et contraintes internes ( $\sigma_{TT}$  dans notre exemple). La *Figure IV. 42.c* et la *Figure IV. 42.d* montrent encore une fois la dissymétrie du champ de contraintes générée par l'orthotropie cylindrique dans toute la section de la planche.



**Figure IV. 42** – Vues ABAQUS® du champ d'humidité à R=50mm (a), du champ de température à R=50mm (b), du champ de contrainte  $\sigma_{TT}$  dans la direction tangentielle à R=50mm (c) et R= $\infty$  (d).

Nous avons montré qu'un modèle 2D était nécessaire pour déterminer les déformations de tuilage ainsi que les contraintes internes du matériau. Une dissymétrie importante des phénomènes dans l'épaisseur apparaît selon le mode de débit de la planche étudiée.

#### 3.3. Conclusion

Cette dernière partie permet de montrer l'apport qui peut être fourni pour la thématique du séchage, ou plus globalement pour l'étude de sollicitations thermo-hydro-mécaniques. Les simulations peuvent apporter une aide à la décision pour le développement de procédures de séchage optimisées ; c'est-à-dire permettant l'accès à des temps de séchage courts et à de bonnes qualités mécaniques et géométriques du matériau. L'accès aux champs de contraintes et déformations est possible grâce aux outils numériques quel que soit le mode de débit des planches étudiées. L'étude du procédé dans sa globalité (depuis le

bois vert) permet de déterminer, à partir d'une bonne estimation des transferts de masse et de chaleur, le moment d'apparition des contraintes internes dues aux effets de retrait. De plus, une bonne estimation de ces contraintes est rendue possible grâce à l'intégration, dans la loi de comportement, des phénomènes mécanosorptifs très importants pour les directions transverses du bois. En effet, si l'on veut estimer le niveau de contraintes maximal atteint par le matériau, soit le risque de fissuration ou d'endommagement, il est primordial de considérer les effets différés intervenant dans la réponse du matériau. Un calcul purement élastique entraîne, comme nous l'avons montré, une surestimation irréaliste des contraintes internes.

L'outil actuel permet de mettre en évidence les effets de tuilage qui sont la conséguence du développement de déformations dans les directions radiale et tangentielle du bois. L'étude de distorsions telles que le gauchissement ou les flèches de face et de chant, non étudiées dans le présent document, apparaissant également lors du séchage peut être possible si l'on considère mieux la direction longitudinale dans les calculs. Cela nécessite plusieurs évolutions. En terme de transferts de masse et de chaleur, la direction L du bois devient importante pour des opérations de séchage à haute température, où les effets de surpressions internes élevées favorisent l'écoulement de l'eau dans la direction des fibres. Cela nécessite l'extension de l'outil (T-H) du 2D au 3D. A des températures moyennes (<90°C), la nécessité de considérer la direction longitud inale dans les calculs de transferts n'est pas avérée. Pour étudier le gauchissement ou les flèches de face et de chant, il est par contre primordial d'intégrer l'effet des variations des caractéristiques mécaniques longitudinales ou l'effet des variations de l'angle d'inclinaison des fibres selon le mode de débit, ce qui peut facilement être intégré aux outils de calculs sous réserve de résultats d'études de sensibilité issues d'essais de caractérisation du matériau. Notons également que l'effet de la température sur les caractéristiques mécaniques du matériau peut parfois devenir important et cet aspect devra être prochainement intégré à la loi de comportement. En conclusion, pour bien intégrer toute la complexité des différents couplages thermo-hydromécaniques intervenant lors d'une opération de séchage, il est nécessaire de s'appuyer sur des outils numériques de plus en plus performants, associés à des essais permettant d'alimenter les paramètres souvent très nombreux.

## V. Conclusion générale

### 1. Bilans des travaux réalisés

Ce travail a été consacré dans un premier temps au développement d'un outil de modélisation capable de reproduire le comportement différé du matériau orthotrope qu'est le bois. Le but principal consistait à prédire le comportement d'éléments en bois soumis à diverses sollicitations thermo-hydro-mécaniques, différentes selon les conditions d'étude. Dans un second temps, les diverses applications étudiées ont permis le recalage du modèle ainsi que son exploitation pour des études de sensibilité de paramètres propres au matériau ou aux conditions d'expérience.

Le modèle hydro-mécanique (H-M) 3D développé dans la première partie de ce document est basé sur une loi de comportement respectant les principes fondamentaux de la thermodynamique des milieux continus. Les relations permettant de décrire le comportement du matériau ont été particularisées au bois, c'est-à-dire à un matériau viscoélastique orthotrope non-linéaire. Dans la continuité des travaux de Bou-Saïd ([Bou 03a]), un modèle de Maxwell généralisé à 3 branches a été utilisé (une branche élastique, une branche viscoélastique, une branche mécanosorptive). L'intérêt d'un modèle simple à 3 branches réside dans la possibilité de formuler plus aisément les équations constitutives en accord avec les deux principes de la thermodynamique. C'est un aspect qui apparaît primordial pour un mécanicien; une bonne formulation de base exprimée avec justesse autorise des évolutions saines de la loi de comportement. L'outil numérique (H-M), étant général, possède ainsi un caractère évolutif très intéressant. Nous avons donc élaboré un outil dont la formulation peut se ramener à des équations mécaniques générales et dont les possibilités d'application à d'autres matériaux deviennent intéressantes. C'est à partir de cet outil général que l'identification des paramètres est importante pour des applications telles que le matériau bois.

La loi de comportement a été développée selon une procédure pas à pas ; le niveau de difficulté augmentant progressivement au fur et à mesure du développement. Tout d'abord l'étude d'un solide de Maxwell isotrope de base a permis d'établir des premières relations à vérifier pour respecter le second principe de la thermodynamique. Des restrictions entre le coefficient de Poisson et les paramètres visqueux du solide en résultent. A partir de l'étude d'un essai de relaxation, nous faisons l'hypothèse que le matériau est caractérisé par une incompressibilité visqueuse pour la suite des développements. Cela est restrictif mais permet d'assurer le respect du second principe de la thermodynamique et de faciliter la généralisation au modèle de représentation complet. Les conditions à respecter pour le modèle de Maxwell généralisé orthotrope découlent de l'étude de différents états de contraintes 3D (état de pression hydrostatique, états de cisaillement plan, états de cisaillement cylindrique) appliqués à la condition de dissipation de la puissance du second

principe. Associées à d'autres hypothèses, on obtient ainsi un ensemble de relations à respecter pour les temps de relaxation du matériau, caractéristiques des effets visqueux. Compte tenu des cinétiques très différentes entre les phénomènes différés du bois, il est intéressant de pouvoir choisir les temps de relaxation de manière indépendante selon la direction étudiée (dans le respect des inégalités définies).

La modélisation des non-linéarités dues aux effets différés découle du même type de loi de fluide non-newtonien de type Ree-Eyring que celle utilisée par Bou-Saïd. L'activation de la branche du modèle de Maxwell généralisé relative au fluage propre dépend de manière non-linéaire de l'état de contrainte dans le matériau par l'intermédiaire d'une contrainte équivalente établie à partir du critère orthotrope 3D de Tsaï-Wu. Ce critère est intéressant pour le bois car il permet de considérer des limites de rupture différentes en traction et compression pour chaque direction. L'activation de la branche relative à la mécanosorption est fonction du taux de variation hydrique, de l'histoire de ces variations ainsi que de la contrainte équivalente évoquée précédemment.

D'un point de vue des transferts de chaleur et de masse dans le milieu poreux, les outils développés sont basés intégralement sur les formulations établies par Perré [Perr 87, 90, 96a, 96b, 99] au LERMAB de Nancy. Seule la résolution numérique des systèmes d'équations fortement couplées a été développée dans le cadre de cette thèse. Le LERMAB est très en avance sur les aspects transferts et leurs outils numériques sont très performants. Pour pouvoir étudier le séchage du bois grâce à un modèle 2D complet prenant en compte l'ensemble des phénomènes couplés, il apparaissait donc nécessaire de créer un module de calcul permettant de résoudre ces équations de transfert. Les champs thermohydriques résultant des simulations basées sur le module (T-H) servent de données d'entrée dans le module (H-M) développé au LaMCoS. Le modèle (T-H) 2D tel qu'il est formulé ne peut être utilisé que dans un domaine de validité restreint : mailles régulières dans chacune des deux directions, directions d'orthotropie parallèles aux faces des volumes de contrôle et matériau orthotrope homogène. L'orthotropie cylindrique n'est donc pas rigoureusement prise en compte, mais le modèle nous a permis d'appréhender en première approximation les phénomènes multi-physiques complexes et de mettre en évidence les conséquences mécaniques des phénomènes de transfert.

L'outil numérique partiellement couplé (T-H, 2D  $\rightarrow$  H-M, 3D) nous a permis d'étudier différents types d'applications dont les modes de sollicitations peuvent varier d'une expérience à l'autre. Le caractère général de l'outil a montré son potentiel. Les applications présentées dans ces travaux couvrent différents domaine : du génie civil au patrimoine culturel, en passant par les procédés tels que le séchage. Même si chaque application représente une thématique à part entière et que notre étude n'en couvre qu'une partie en ne traitant que certains aspects, il est intéressant de voir que le modèle peut s'adapter à différents cas et peut apporter des contributions variées dans différents domaines.

## 2. Perspectives

En terme de développements numériques, différents points nécessitent encore des approfondissements dans le modèle. Au niveau de la formulation des fonctions d'activation des phénomènes de fluage mécanosorptif de la branche de Maxwell correspondante, un questionnement pourrait être intéressant sur l'effet des variations hydriques. En effet, telle qu'elle est programmée, la loi de comportement fait intervenir le taux de variation d'humidité  $\dot{X}$  (= $\frac{\Delta X}{\Lambda}$ ) subi par le bois et appliqué à chaque incrément de calcul. Ces considérations sont basées sur les travaux de [Bou 03a], eux-mêmes basés sur ceux de Bažant [Baz 85]. Ce paramètre ainsi défini, s'il est mal contrôlé peut entraîner une dépendance au pas de temps  $\Delta t$  utilisé, ou à la vitesse de variation d'humidité, ce qui représente indirectement la même chose. Pour limiter cet effet de dépendance nous avons fait intervenir le paramètre de contrôle *AHmax*, mais il serait plus physique de définir un autre critère que le taux de variation hydrique  $\dot{X}$  pour s'affranchir des problèmes liés à la discrétisation temporelle ou à la vitesse de sollicitation hydrique. Cela nécessiterait de reconsidérer la compréhension physique de l'activation des phénomènes à l'origine des effets mécanosorptifs. Les effets d'échelles et leur origine physique doivent être reconsidérés et mieux intégrés aux lois de comportement.

Au niveau de l'outil mécanique (H-M), la dépendance des caractéristiques mécaniques du matériau avec les niveaux de température et d'humidité n'est pas prise en compte dans le modèle actuel. Les travaux expérimentaux réalisés par Hanhijärvi [Han 98, 99, 00a, 00b] apportent des éléments de réponse sur ces aspects. L'auteur montre clairement l'effet important des variations d'humidité et de température du bois sur les modules d'élasticité ou les limites de rupture. Mais les effets des variations de température sont également très marqués sur les cinétiques des effets différés avec l'apparition de déformations irréversibles parfois conséquentes. L'impact de la montée en température lors d'une opération de séchage sur le comportement mécanique du bois doit donc être pris en compte dans la loi de comportement pour pouvoir mieux comprendre le déroulement d'un tel procédé. Cela nécessite donc un meilleur couplage entre le champ de température (T) et le module de calcul mécanique (H-M). Dans le même cadre, les effets de dilatation / contraction thermique peuvent être facilement intégrés à l'outil numérique par le biais des coefficients thermiques  $\alpha_{L,R,T}$  liés à la déformation thermique  $\varepsilon_{th}$  (formulation similaire à la déformation  $\varepsilon_{rg}$  liée aux effets de retrait / gonflement).

Au niveau de l'outil de transfert (T-H), la résolution des problèmes de convergence pour des maillages raffinés ainsi que la prise en compte exacte du caractère cylindrique dans la résolution des équations doivent être faites. De plus, le passage d'une formulation 2D à une écriture 3D semble important si l'on veut étudier des cas de séchage à plus haute température (jusqu'à 130℃). La direction longitudi nale prend toute son importance en terme

de transfert de chaleur et de masse lorsque l'on dépasse la température de 100°C dans le matériau. La pression de gaz devient importante au sein du milieu poreux et crée des surpressions internes favorisant l'écoulement de l'eau libre selon la direction des fibres, particulièrement au niveau des extrémités de la planche. La perméabilité intrinsèque est beaucoup plus grande dans cette direction que dans les directions transverses. L'outil (T-H-M) serait alors complètement 3D.

En terme d'applications, les évolutions citées précédemment contribueraient à une meilleure précision dans les simulations et à leur élargissement à d'autres cas. Cela a été évoqué pour le séchage mais cela pourrait également s'appliquer aux autres applications liées à la construction ou au patrimoine culturel. Des études récentes ont été menées au laboratoire sur les effets de variations climatiques sur la durée de vie d'assemblages par tiges collées utilisés dans la construction bois. D'autres travaux ont porté sur l'étude des effets de l'ambiance sur le comportement à long terme d'un objet d'art ancien, s'apparentant à une structure réelle et majoritairement constituée de bois (Sphère Armillaire d'Antonio Santucci au musée d'Histoire de la Science à Florence, voir [Cha 06b]).

De nouveaux travaux sont en cours et deux axes de recherche complémentaires ont été initiés récemment au sein du laboratoire. Tout d'abord, une thématique importante sur les aspects de rupture et d'endommagement du bois a été développée dans le cadre d'une nouvelle thèse de doctorat. L'endommagement et la rupture du bois sont engendrés par les contraintes mécaniques mais aussi par les variations thermo-hydriques que subit le matériau. Les mécanismes de rupture sont guidés par l'hétérogénéité du matériau ainsi que son anisotropie. Une bonne connaissance du comportement mécanique à différentes échelles (poutre, cerne, cellule) est nécessaire pour aborder la rupture. Les effets d'échelles dans le bois doivent être bien intégrés pour une bonne corrélation entre les niveaux d'observation. Dans cette optique des essais de rupture ont déjà été menés et ont permis d'effectuer les premières observations et interprétations à l'échelle de petites poutres ou de petits éléments de bois cubiques (sections de quelques dizaines de mm). Des techniques d'acquisition telles que la corrélation d'images sont associées à ces essais et permettent l'accès aux champs de déformations avec une bonne précision. Par la suite, les travaux vont s'orienter vers l'observation de la rupture à l'échelle des cernes et des cellules afin de compléter la connaissance mécanique. Il est envisagé enfin de faire intervenir les phénomènes de transferts thermo-hydriques dans les mécanismes d'endommagement et notamment pendant le séchage où le retrait gonflement induit de fortes contraintes.

La rupture appliquée à l'étude de poutres de moyennes et grandes échelles a déjà été abordée dans les travaux de [Bou 03a]. Un critère énergétique d'endommagement local a été utilisé pour représenter les phénomènes de redistribution de contraintes dans la section et la rupture différée des poutres. Mais la validité du modèle à été prouvée pour des niveaux de contraintes ne dépassant pas 30% de la limite de rupture dans la direction longitudinale ;

or la rupture différée est souvent observée pour des niveaux de sollicitations supérieurs. Audelà de ces 30%, une forte dépendance du pas temps dans les calculs a été observée et l'estimation de la durée de vie des structures n'est donc pas fiable à partir du modèle développé. Il faudra donc s'assurer que le modèle développé dans cette thèse puisse s'adapter à des niveaux de sollicitation importants. L'association avec les travaux en cours sur l'endommagement et la rupture va permettre d'apporter une contribution plus fiable dans ce champ de recherche complexe.

D'autres travaux portent sur le développement de méthodes numériques innovantes, dont le bois est une des applications. Dans la simulation de problèmes complexes tels ceux rencontrés dans le domaine du bois, il est indispensable d'avoir une large part de liberté quant au traitement des différentes physiques couplées (thermique, hydrique,...), des différents champs (présents en nombre non négligeables) ainsi que des différents modèles de comportement des matériaux. De plus, les problèmes se résolvant à des échelles de temps et d'espaces très différentes, les méthodes numériques utilisées ont besoin d'être adaptées aux problématiques particulières. Dans le cadre des travaux en cours sur ce sujet, il a été proposé de développer des modèles dans une plateforme de simulation numérique de type éléments finis à caractère innovant. Le principe de cette plate-forme serait de proposer un environnement de calcul universellement portable et intégrant des calculs à champs physiques multiples. Conçu à partir d'un concept orienté objet pur, cet environnement devrait à terme constituer une base de développement d'outils de simulation : type boite à outils de haut niveau pour la simulation numérique, permettant de résoudre des problèmes multiphysiques complexes. Ce type d'approche utilisant la méthode de résolution par éléments finis permettrait de mieux appréhender les différents problèmes observés notamment lors de la résolution du système d'équations relatives au modèle (T-H) : meilleure gestion de la convergence et des maillages, meilleure prise en compte de l'orthotropie cylindrique.

Dans les perspectives, et associés aux travaux émergents, les aspects expérimentaux doivent être approfondis en complément des développements d'outils numériques. Pour déterminer les paramètres des modèles, il est de plus en plus nécessaire de définir une campagne d'essais de caractérisation du matériau. La dissociation des phénomènes physiques apparaissant au sein du bois passe par la simplification des expériences et par le contrôle des conditions expérimentales appliquées. Dans cette optique, les effets des variations des paramètres niveau de contraintes, niveau d'humidité, niveau de température, direction de sollicitation...doivent être étudiés séparément au moyen d'essais distincts. L'énergie nécessaire pour développer une telle campagne s'avère importante, mais l'intérêt en est très grand. Enfin, des essais de validation des outils numériques doivent être menés pour apporter une plus solide crédibilité à l'ensemble des travaux.

# Références bibliographiques

- [Ale 02] Aleon D., Chanrion P., Negrie G., Perré P. Formaxylos 4 Le séchage du bois [CD-ROM]. Paris : CTBA, 2002.
- [Alf 04] Alfthan J. The effect of humidity cycle amplitude on accelerated tensile creep of paper. Mechanics of Time-dependent Materials, 2004, vol. 8, n<sup>o</sup>4, pp. 289-302.
- [Avr 89] Avramidis S. Evaluation of three-variable models for the prediction of equilibrium moisture content in wood. Wood Science and Technology, 1989, vol. 23, n<sup>3</sup>, pp. 251-257.
- [Baz 85] Bažant Z.P. Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature. Wood Science and Technology, 1985, vol. 19, n<sup>o</sup>, pp. 1 59-177.
- [Ben 99] Bengtsson C. Mechanosorptive creep of wood in tension and compression. 1<sup>st</sup> RILEM symposium on timber engineering, 1999, Stockholm, pp. 317-326.
- [Ben 01] Bengtsson C. Mechano-sorptive bending creep of timber Influence of material parameters. Holz als Roh- und Werkstoff, 2001, vol. 59, n<sup>o</sup>4, pp. 229-236.
- [Bona 01] Bonamini G., Noferi M., Togni M. II manuale del legno strutturale. Roma : Mancosu Editore, 2001, 140 pages.
- [Bon 91] Bonneau P. Modélisation du séchage d'un matériau hétérogène : application à un bois résineux. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1991, 245 pages.
- [Bou 03a] Bou-Saïd E. Contribution à la modélisation des effets différés du bois et du béton sous conditions climatiques variables Application aux structures mixtes boisbéton. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2003, 200 pages.
- [Bou 03b] Bou-Saïd E., Jullien J.F. Numerical analyses of timber structures under variable humidity. 2<sup>nd</sup> Intern. Conf. of the ESWM, Stockholm (Sweden), May 25-28, 2003.
- [Boy 82] Boyd J.D. An anatomical explanation for visco-elastic and mechanosorptive creep in wood, and effects of loading rate on strength, In P. Baas (Ed.). New Perspectives in wood Anatomy. The Hague : M. Nijhoff / W. Junk, 1982, pp. 171-222.
- [Cha 06a] Chassagne P., Bou-Saïd E., Jullien J.F., Galimard P. Three dimensional creep model for wood under variable humidity – Numerical analyses at different material scales. Mechanics of Time-Dependent Materials, 2006, vol. 9, n<sup>9</sup>4, pp. 1-21.
- [Cha 06b] Chassagne P., Bou-Saïd E., Ceccotti A., Jullien J.F., Togni M. The Contribution of numerical simulation for the diagnosis of the conservation of art objects: Application to Antonio Santucci's armillary sphere of the 16th century. In review for the Journal of Cultural Heritage, 2006.
- [Cha 06c] Chassagne P., Dionisi Vici P., Vidal-Sallé E., Uzielli L., Jullien J-F. Mechanical consequences of hygroscopic variations on wooden panel paintings: Development of a predictive model. 4<sup>th</sup> Intern. Conf. of joint meeting of the ESWM and Cost E35, Florence (Italy), May 14-17, 2006.
- [Chr 71] Christensen R.M. Theory of viscoelasticity An introduction. New York : Academic Press, 1971, 245 pages.
- [Cue 02] Cuevas D. H. Propriedades mecanicas de Populus x euramericana (Dode) Guinier creciendo en Valdivia, Chile. Bosque, 2002, vol. 23, n<sup>o</sup>2, pp. 93-98.
- [Din 81] Dinwoodie J. M. Timber, its nature and behaviour. Van Nostrand Reinhold, London : Macmillan, 1981, 410 pages.
- [Dio 99] Dionisi Vici P. Development of an apparatus to measure forces and deformations induced in Panel Paintings by climatic changes: the Monitoring Crossbeam. Ph.D. thesis, Università degli Studi di Firenze, 1999, 87 pages.
- [Dio 04] Dionisi Vici P., Mazzanti P., Uzielli L., Allegretti O. Mechanical and dimensional behaviour under asymmetrical moisture exchange in the hygroscopic field: experimental tests on poplar boards. COST E15 Conference, 22-24 April 2004, Athens, N.A.G.R.E.F.

- [Dio 06] Dionisi Vici P., Mazzanti P., Uzielli L. Mechanical response of wooden boards subjected to humidity step variations: climatic chamber measurements and fitted mathematical models. Journal of Cultural Heritage, 2006, vol. 7, n<sup>o</sup>l, Pages 37-48.
- [Doo 98] Dooling P. J., Buckley C. P. The onset of nonlinear viscoelasticity in multiaxial creep of glassy polymers : a constitutive model and its application to PMMA. Polymer Engineering And Science, 1998, vol. 38, n<sup>o</sup>6, pp. 892-904.
- [Git 75] Gittus J. Creep, viscoelasticity and creep fracture in solids. London : Applied Science publishers, 1975, 725 pages.
- [Gui 87] Guitard D. Mécanique du matériau bois et composites. Toulouse : Cépaduès Editions, 1987, 238 pages.
- [Gun 89] Gunderson D.E. Method for measuring mechanosorptive properties. Mechanics of Cellulosic and Polymeric Materials, 1989, vol. 99, pp. 157-166.
- [Hab 01] Habeger C.C., Coffin D.W., Hojjatie B. Influence of humidity cycling parameters on the moisture-accelerated creep of polymeric fibers. Journal of Polymer Science: Part B: polymerPhysics, 2001, vol. 39, pp. 2048-2062.
- [Hag 04] Hagege B. Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations : application aux renforts tricotés. Thèse de doctorat, ENSAM, 2004, 262 pages.
- [Han 95] Hanhijärvi A. Modelling of creep deformation mechanisms in wood. Espoo : Technical Research Centre of Finland, 1995, 143 p. (VTT Publications n<sup>o</sup>231)
- [Han 98] Hanhijärvi A. Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying. Part 1 : Experimental techniques for conditions simulating the drying process and results on shrinkage, hygrothermal deformation, modulus of elasticity and strength. Holz als Roh- und Werkstoff, 1998, vol. 56, pp. 373-380.
- [Han 99] Hanhijärvi A. Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying. Part 2 : Experimental results under constant conditions (viscoelastic creep). Holz als Rohund Werkstoff, 1999, vol. 57, pp. 365-372.
- [Han 00a] Hanhijärvi A. Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying. Part 3 : Experimental results under drying conditions (mechano-sorptive creep). Holz als Roh- und Werkstoff, 2000, vol. 58, pp. 63-71.
- [Han 00b] Hanhijärvi A. Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying. Part 4 : Modelling. Holz als Roh- und Werkstoff, 2000, vol. 58, pp. 211-216.
- [Han 01] Hanhijärvi A., Helnwein P., Ranta-Maunus A. Two-dimensional material model for structural analysis of drying wood as viscoelastic-mechanosorptive-plastic material. 3<sup>rd</sup> European COST E15 Workshop on wood drying – Softwood drying to specific end-uses, Helsinki, 2001, 10 pages.
- [Has 96] Haslach Jr H.W. A model for drying-induced microcompressions in paper: buckling in the interfiber bonds. Composites Part B, 1996, vol. 27B, pp. 25-33.
- [Has 00] Haslach Jr. H.W. The moisture and rate dependent mechanical properties of paper: a review. Mechanics of time dependent materials, 2000, vol. 4, pp. 169-210.
- [Hel 00] Helnwein P., Hanhijärvi A., Eberhardsteiner J. Long-term behavior of wood under multiaxial states of stress and simulation of structural details. Proceedings of the World Conference on Timber Engineering, Whistler Resort, British Columbia, Canada, 2000, 8 pages.
- [Hil 98] Hilton Harry H. The significance of (an)isotropic viscoelastic Poisson ratio stress and time dependencies. International Journal of Solids and Structures, 1998, vol. 35, pp. 3081-3095.

- [Hou 95] Houška M., Bučar B. Mechanosorptive behaviour of different categories of sprucewood. Proceeding of the 1<sup>st</sup> International conference on Mechanics of time dependent materials, Society for experimental mechanics, Bethel, 1995, pp. 173-178.
- [Hou 00] Houška M., Koc P. Sorptive stress estimation: an important key to the mechanosorptive effect in wood. Mechanics of time-dependent Materials, 2000, vol. 4, pp. 81-98.
- [Huk 96] Hukka A. A simulation program for optimisation of medium temperature drying on an industrial scale. 5<sup>th</sup> International IUFRO Wood Drying Conference, Canada, 1996.
- [Hun 99] Hunt D. G. A unified approach to creep of wood. Proceedings of Royal Society of London, 1999, vol. 455, pp. 4077–4095.
- [Joh 01] Johansson M., Perstorper M., Kliger R., Johansson G. Distortion of Norway spruce timber. Part 2 : Modelling twist. Holz als Roh- und Werkstoff, 2001, vol. 59, pp. 155-162.
- [Kli 03] Kliger R., Johansson M., Perstorper M., Johansson G. Distortion of Norway spruce timber. Part 3 : Modelling bow and spring. Holz als Roh- und Werkstoff, 2003, vol. 61, pp. 241-250.
- [Kon 96] Kontou E. Modeling of Postyield Behavior of Glassy Polymers. Journal of Applied Polymer Science, 1996, vol. 61, pp. 2191-2195.
- [Lak 92] Lakes R.S. The time-dependent Poisson's ration of viscoelastic materials can increase or decrease. Cellular Polymers, 1992, vol.11, pp. 466-469.
- [Las 00] Lasserre B. Modélisation thermo-hygro-mécanique du comportement différé de poutres de structure en bois. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 2000.
- [Lei 71] Leicester R.H. A rheological model for mechano-sorptive deflections of beams. Wood Science and Technology, 1971, vol. 5, pp. 211-220.
- [Lem 96] Lemaître J., Chaboche J.L. Mécanique des matériaux solides, 2<sup>ème</sup> édition. Paris : Dunod, 1996, 539 pages.
- [Liu 97] Liu Jen Y., Schaffer Erwin L. Duration of constant and ramp loading on strength of wood. Journal of Engineering Mechanics, 1997, pp. 489-494.
- [Lui 66] Luikov A.V. Heat and mass transfer in capillary porous bodies. Oxford : Pergamon Press, 1966, 523 pages.
- [Mau 99] Mauget B., Perré P. A large displacement formulation for anisotropic constitutive laws. European Journal of Mechanics A/Solids, 1999, vol. 18, n<sup>o</sup>, pp. 859-877.
- [Maz 02] Mazzanti P. Comportamento meccanico e deformativo di due simulacri di dipinti su tavola aventi diversa simmetria igroscopica soggetti a variazioni igrometriche ambientali, Degree thesis, Università degli Studi di Firenze, 2002, 59 pages.
- [Mei 03] Meijer Han E. H., Govaert Leon E. Multi-scale analysis of mechanical properties of amorphous polymer systems. Macromolecular Chemistry Physics, 2003, vol. 204, pp. 274–288.
- [Nar 82] Nardi Berti R. La struttura anatomica del legno ed il riconoscimento dei legnami italiana di più corrente impiego. CSP XXIV, CNR Firenze : Istituto del Legno, 1982.
- [Nav 95] Navi P., Rastigi P.K., Pittet V., Tolou A. Micromechanics of wood subjected to axial tension. Wood Science and Technology, 1995, vol. 29, pp. 411-429.
- [Nor 89] Norimoto M., Gril J. Wood bending using microwave heating. Journal of microwave Power and Electromagnetic Energy, 1989, vol. 24, n<sup>o</sup>4, pp. 203-212.
- [Oma 99] Omarsson S., Dahlblom O., Petersson H. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation. Part 2 : Simulation of drying board. Wood Science and Technology, 1999, vol. 33, pp. 407-423.
- [Oma 00] Omarsson S., Dahlblom O., Petersson H. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation. Part 3 : Influence of annual ring orientation. Wood Science and Technology, 2000, vol. 34, pp. 207-219.

- [Oma 03] Omarsson S., Cown D., Dahlblom O. Finite Element simulations of moisture distortion in Laminated Timber Products of Norway Spruce and Radiata Pine. 8<sup>th</sup> International IUFRO Wood Drying Conference, Brasov, Romania, 2003.
- [Pas 01a] Passard J., Perré P. Wood rheology and drying process. 3<sup>rd</sup> European COST E15 Workshop on wood drying – Softwood drying to specific end-uses, Helsinki, 2001, 10 pages.
- [Pas 01b] Passard J and Perré P. Creep tests under water-satured conditions: do the anisotropy ratios of wood change with the temperature and time dependency. 7<sup>th</sup> International IUFRO Wood Drying Conference, Tokyo, 2001.
- [Perr 87] Perré P. Le séchage convectif d'un bois résineux, choix, validation et utilisation d'un modèle. Thèse de doctorat, Université de Paris VII, 1987.
- [Perr 90] Perré P., Degiovanni A. Simulations par volumes finis des transferts couplés en milieu poreux anisotropes : séchage du bois à basse et à haute temperature. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1990, vol. 33, pp. 2463-2478.
- [Perr 96a] Perré P., Turner I. A synopsis of the strategies and efficient resolution techniques used for modelling and numerically simulating the drying process. in Turner I., Mujumdar A.S. (Eds.), Mathematical modelling and numerical techniques in drying technology. New York : Marcel Dekker, 1996, pp. 1-82, ISBN : 0 8247 9818 X.
- [Perr 96b] Perré P., Turner I. The use of macroscopic equations to simulate heat and mass transfer in porous media. in Turner I., Mujumdar A.S. (Eds.), Mathematical modelling and numerical techniques in drying technology. New York : Marcel Dekker, 1996, pp. 83-156, ISBN : 0 8247 9818 X.
- [Perr 99] Perré P., Turner I. A 3-D version of TransPore : a comprehensive heat and mass transfer computational model for simulating the drying of porous media. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1999, vol. 42, pp. 4501-4521.
- [Perr 02] Perré P., Turner I. A heterogeneous wood drying computational model that accounts for material property variation across growth rings. Chemical Engineering Journal, 2002, vol. 86, pp. 117-131.
- [Perr 04] Perré P. and Passard J. A physical and mechanical model able to predict the stress field in wood over a wide range of drying conditions. Drying Technology Journal, 2004, vol. 22, n<sup>o</sup>l-2, pp. 27-44.
- [Per 01] Perstorper M., Johansson M., Kliger R., Johansson G. Distortion of Norway spruce timber. Part 1 : Variation of relevant wood properties. Holz als Roh- und Werkstoff, 2001, vol. 59, pp. 94-103.
- [Phi 57] Philip J.R., De Vries D.A. Moisture movement in porous materials under temperature gradient, Trans. Am. Geophys. Union, 1957, vol. 38, pp. 222-232.
- [Pit 96] Pittet V. Etude expérimentales des couplages mécanosorptifs dans le bois soumis à des variations hygrométriques contrôlées sous chargements de longue durée. Thèse de doctorat, EPFL, Lausanne, Suisse, 1996.
- [Pow 41] Powel Richard E., Clark Charles R., Eyring Henry. A theory of the thermodynamic properties of large molecules. Journal of Chemical Physics, 1941, vol. 9, pp. 268-273.
- [Qui 86] Quintard M., Puiggali J.R. Numerical modelling of transport process during the drying of a granular porous media. Heat and Technology, 1986, vol. 4, pp. 37-57.
- [Ran 75] Ranta–Maunus A. The viscoelastisity of wood at varying moisture content. Wood Science and Technology, 1975, vol. 9, pp. 189-205.
- [Ran 90] Ranta–Maunus A.Impact of mechano-sorptive creep to the long-term strength of timber. Holz als Roh-und Werkstoff, 1990, vol. 48, pp. 67-71.
- [Ran 95] Ranta-Maunus A., Forsen H., Hanhijärvi A., Hukka A., Partanen J. Simulation of sawn timber drying. Finland : Technical Research Center of Finland, 1995.

- [Ran 00] Ranta-Maunus A. Creep of timber during eight years in natural environments. Proceeding of the World Conference on Timber Engineering, British Columbia, 2000.
- [Ree 55] Ree T., Eyring H. Theory of non-newtonian flow. II. Solution system of high polymers. Journal of Applied Physics, 1955, vol. 26, n<sup>o</sup>7, pp. 800-809.
- [Rem 04] Rémond R. Approche déterministe du séchage des avivés de résineux de fortes épaisseurs pour proposer des conduits industrielles adaptées. Thèse de doctorat, Ecole National du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, Centre de Nancy, 2004.
- [She 29] Sherwood T.K. Drying of solids 1. Industrial and Engineering Chemistry, 1929, vol. 21, n<sup>o</sup>, pp. 976-980.
- [Sia 84] Siau J.F. Transport processes in wood. New-York : Springer-Verlag, 1984, 245 pages.
- [Ska 88] Skaar C. Wood-water relations. New York : Springer-Verlag, 1988, 283 pages.
- [Sta 86] Stanish M.A., Schajer G.S., Kayihan F. A mathematical model of drying for hygroscopic porous media. AIChE Journal, 1986, vol. 32, n<sup>o</sup>8, pp. 1301-1311.
- [Sur 93] Surrel Y. A new description of the tensors of elasticity based upon irreducible representations. European Journal of Mechanics A/Solids, 1993, vol. 12, n<sup>o</sup>2, pp. 219-235.
- [Sve 99] Svensson S., Mårtensson A. Simulation of drying stresses in wood. Part 1: Comparison between one- and two-dimensional models. Holz als Roh- und Werkstoff, 1999, vol. 57, pp. 129-136.
- [Sve 02a] Svensson S., Mårtensson A. Simulation of drying stresses in wood. Part 2: Convective air drying of sawn timber. Holz als Roh- und Werkstoff, 2002, vol. 60, pp. 72-80.
- [Sve 02b] Svensson S., Toratti T. Mechanical response of wood perpendicular to grain when subjected to changes of humidity. Wood Science and Technology, 2002, vol. 36, n<sup>o</sup>2, pp. 145-156.
- [Tor 92] Toratti T. Creep of timber beams in a variable environment. PhD Thesis, University of Technology, Helsinki, Finland, 1992.
- [Tor 00] Toratti T., Svensson S. Mechano-sorptive experiments perpendicular to grain under tensile and compressive loads. Wood Science and Technology, 2000, vol. 34, n<sup>4</sup>, pp. 317-326.
- [Uzi 98] Uzielli L. Historical overview of panel-making techniques in Central Italy. in: The structural conservation of panel paintings. Proceedings of a symposium at the J. Paul Getty Museum, K. Dardes & A. Rothe (eds), The Getty Conservation Institute (pub), Los Angeles, USA, 24-28 april 1995, pp. 110-135.
- [Uzi 99] Uzielli L., Dionisi Vici P., Ciatti M., Casazza O., Togni M. A new approach for studying the restrained deformations of painted panels: the Monitoring Cross-Beam. 2<sup>nd</sup> International Congress on Science and Technology for the safeguard of Cultural Heritage in the Mediterranean Basin, Paris, 1999.
- [Whi 77a] Whitaker S. Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying. In Hartnett J.P., Thomas F.I. Advances in Heat Transfer, vol. 13. New-York : Academic Press, 1977, pp. 119-203.
- [Whi 77b] Whitaker S. Toward a diffusion theory of drying. Industrial Engineering Chemical Fundamentals, 1977, vol. 16, n<sup>9</sup>4, pp. 408-413.
- [Wid 04] Widehammar S. Stress-strain relationships for Spruce wood: influence of strain rate, moisture content and loading direction. Experimental Mechanics, 2004, vol. 44, pp. 44-48.