

THESE

Modélisation de l'interface lopin/outil lors des opérations de matriçage

présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le grade de docteur

Spécialité : Génie Mécanique

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

par

Fabrice HÉLÉNON

Ingénieur INSA Lyon

Soutenue le 15 décembre 2004 devant la Commission d'examen

Jury

MM.	BOYER Jean-Claude	Professeur, INSA Lyon,	Directeur
	BRUNET Michel	Professeur, INSA Lyon,	
	DUBAR Laurent	Professeur, LAMIH,	Rapporteur
	LUBRECHT Ton	Professeur, INSA Lyon,	
	MONTMITONNET Pierre	Directeur de Recherches, CEMEF,	Rapporteur
	RAOUS Michel	Directeur de Recherches, LMA,	Président
Mme	VIDAL-SALLÉ Emmanuelle,	Maitre de Conférences, INSA Lyon,	Invitée

Thèse effectuée au

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) – UMR 5514

Professeurs et Directeurs de Recherches

Novembre 2003

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur : STORCK A.

Professeurs :

AMGHAR Y.	LIRIS
AUDISIO S.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
BABOT D.	CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENTS IONISANTS
BABOUX J.C.	GEMPPM***
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BAPTISTE P.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BASKURT A.	LIRIS
BASTIDE J.P.	LAEPSI****
BAYADA G.	MECANIQUE DES CONTACTS
BENADDA B.	LAEPSI****
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BIENNIER F.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BLANCHARD J.M.	LAEPSI****
BOISSE P.	LaMCoS*****
BOISSON C.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
BOIVIN M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
BOTTA H.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOULAYE G. (Prof. émérite)	INFORMATIQUE
BOYER J.C.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BREMOND G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BRISAUD M.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
BRUNET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRUNIE L.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
BUFFIERE J-Y.	GEMPPM***
BUREAU J.C.	CEGELY*
CAMPAGNE J-P.	PRISMA
CAVAILLE J.Y.	GEMPPM***
CHAMPAGNE J-Y.	LMFA
CHANTE J.P.	CEGELY*- Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COMBESURE A.	MECANIQUE DES CONTACTS
COURBON	GEMPPM
COUSIN M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
DAUMAS F. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et Thermique
DJERAN-MAIGRE I.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUBUY-MASSARD N.	ESCHIL
DUFOUR R.	MECANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM***
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
FANTOZZI G.	GEMPPM***
FAVREL J.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
FAZEKAS A.	GEMPPM
FERRARIS-BESSO G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	MECANIQUE DES CONTACTS
FLEURY E.	CITI
FLORY A.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATIONS
FOUGERES R.	GEMPPM***
FOUQUET F.	GEMPPM***
FRECON L. (Prof. émérite)	REGROUPEMENT DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS ISOLES
GERARD J.F.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GERMAIN P.	LAEPSI****

GIMENEZ G.	CREATIS**
GOBIN P.F. (Prof. émérite)	GEMPPM***
GONNARD P.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GONTRAND M.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GOUJON L.	GEMPPM***
GOURDON R.	LAEPSI****
GRANGE G. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GUENIN G.	GEMPPM***
GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GUINET A.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
GUYADER J.L.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
HEIBIG A.	MATHEMATIQUE APPLIQUEES DE LYON
JACQUET-RICHARDET G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
JAYET Y.	GEMPPM***
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
JUTARD A. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J. (Prof. émérite)	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LAREAL P. (Prof. émérite)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
LAUGIER A. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
LAUGIER C.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LAURINI R.	INFORMATIQUE EN IMAGE ET SYSTEMES D'INFORMATION
LEJEUNE P.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
LUBRECHT A.	MECANIQUE DES CONTACTS
MASSARD N.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
MAZILLE H. (Prof. émérite)	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MERLE P.	GEMPPM***
MERLIN J.	GEMPPM***
MIGNOTTE A. (Mle)	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
MILLET J.P.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MIRAMOND M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
MOREL R. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES ET D'ACOUSTIQUES
MOSZKOWICZ P.	LAEPSI****
NARDON P. (Prof. émérite)	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
NAVARRO Alain (Prof. émérite)	LAEPSI****
NELIAS D.	LaMCoS*****
NIEL E.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
NORMAND B.	GEMPPM
NORTIER P.	DREP
ODET C.	CREATIS**
OTTERBEIN M. (Prof. émérite)	LAEPSI****
PARIZET E.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PASCAULT J.P.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
PAVIC G.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PECORARO S.	GEMPPM
PELLETIER J.M.	GEMPPM***
PERA J.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
PERRIAT P.	GEMPPM***
PERRIN J.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PINARD P. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
PINON J.M.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
PONCET A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
POUSIN J.	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
PREVOT P.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PROST R.	CREATIS**
RAYNAUD M.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
REDARCE H.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
RETIF J-M.	CEGELY*
REYNOUARD J.M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
RICHARD C.	LGEF
RIGAL J.F.	MECANIQUE DES SOLIDES
RIEUTORD E. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES
ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
ROUBY D.	GEMPPM***
ROUX J.J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON – Thermique de l'Habitat
RUBEL P.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
SACADURA J.F.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
SAUTEREAU H.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES

SCAVARDA S. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
SOUIFI A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
SOUROUILLE J.L.	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
THOMASSET D.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
THUDEROZ C.	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l'INSA de Lyon
UBEDA S.	CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
VELEX P.	MECANIQUE DES CONTACTS
VERMANDE P. (Prof émérite)	LAEPSI
VIGIER G.	GEMPPM***
VINCENT A.	GEMPPM***
VRAY D.	CREATIS**
VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Directeurs de recherche C.N.R.S. :

BERTHIER Y.	MECANIQUE DES CONTACTS
CONDEMINÉ G.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
COTTE-PATAT N. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
ESCUDE D. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
FRANCIOSI P.	GEMPPM***
MANDRAND M.A. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
POUSIN G.	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
ROCHE A.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SEGUELA A.	GEMPPM***
VERGNE P.	LaMCoS*****

Directeurs de recherche I.N.R.A. :

FEBVAY G.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
GRENIER S.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
RAHBE Y.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS

Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :

KOBAYASHI T.	PLM
PRIGENT A.F. (Mme)	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
MAGNIN I. (Mme)	CREATIS**

* CEGELY	<i>CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON</i>
** CREATIS	<i>CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL</i>
*** GEMPPM	<i>GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX</i>
**** LAEPSI	<i>LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS</i>
***** LaMCoS	<i>LABORATOIRE DE MECANIQUE DES CONTACTS ET DES SOLIDES</i>

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
	<u>CHIMIE DE LYON</u>	M. Denis SINOU Université Claude Bernard Lyon 1 Lab. Synthèse Asymétrique UMR UCB/CNRS 5622 Bât 308 2 ^{ème} étage 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.44.81.83 sinou@univ-lyon1.fr
E2MC	<u>ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS</u>	M. Alain BONNAFOUS Université Lyon 2 14 avenue Berthelot MRASH Laboratoire d'Economie des Transports 69363 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Alain.Bonnafous@mrash.fr
E.E.A.	<u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u>	M. Daniel BARBIER INSA DE LYON Laboratoire Physique de la Matière Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.64.43 Daniel.Barbier@insa-lyon.fr
E2M2	<u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u> http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2	M. Jean-Pierre FLANDROIS UMR 5558 Biométrie et Biologie Evolutive Equipe Dynamique des Populations Bactériennes Faculté de Médecine Lyon-Sud Laboratoire de Bactériologie BP 1269600 OULLINS Tél : 04.78.86.31.50 Jean-Pierre.Flandrois@biomserv.univ-lyon1.fr
EDIIS	<u>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</u> http://www.insa-lyon.fr/ediis	M. Lionel BRUNIE INSA DE LYON EDIIS Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.60.55 lbrunie@if.insa-lyon.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</u> http://www.ibcp.fr/ediss	M. Alain Jean COZZONE IBCP (UCBL1) 7 passage du Vercors 69367 LYON Cedex 07 Tél : 04.72.72.26.75 cozzone@ibcp.fr
	<u>MATERIAUX DE LYON</u> http://www.ec-lyon.fr/sites/edml	M. Jacques JOSEPH Ecole Centrale de Lyon Bât F7 Lab. Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces 36 Avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.51 Jacques.Joseph@ec-lyon.fr
Math IF	<u>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</u> http://www.ens-lyon.fr/MathIS	M. Franck WAGNER Université Claude Bernard Lyon1 Institut Girard Desargues UMR 5028 MATHEMATIQUES Bâtiment Doyen Jean Braconnier Bureau 101 Bis, 1 ^{er} étage 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.27.86 wagner@desargues.univ-lyon1.fr
MEGA	<u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> http://www.lmfa.ec-lyon.fr/autres/MEGA/index.html	M. François SIDOROFF Ecole Centrale de Lyon Lab. Tribologie et Dynamique des Systèmes Bât G8 36 avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.14 Francois.Sidoroff@ec-lyon.fr

Résumé

Les lois classiques de frottement (Coulomb, Tresca, ...) utilisées dans les codes éléments finis de simulation numérique des procédés thermomécaniques du forgeage n'incluent pas explicitement de notion sur la variation de l'aire réelle de contact lorsque la contrainte normale varie, sur le profil des aspérités et encore moins sur l'épaisseur du lubrifiant. Pour résoudre améliorer la prédiction du frottement, L. Baillet a défini un modèle de frottement basé sur la théorie de la vague plastique de Challen et Oxley avec contribution hydrostatique du lubrifiant piégé entre les vallées des aspérités.

L'objectif de cette thèse a été de définir de nouveaux modèles de frottement pour une épaisseur de lubrifiant plus importante en considérant les régimes de lubrification épais et mince. Les aspérités des parois antagonistes ont été modélisées par des profils en dents de scie pour rester cohérent avec la représentation de la théorie de la vague plastique. De ce fait, ces modèles ont été basés sur la prise en compte de l'écoulement du lubrifiant à l'aide d'une version d'équation analogue à celle de Reynolds : l'équation de la mécanique des films minces visqueux de Berthe et Godet écrite dans une configuration axisymétrique.

Après avoir passé en revue les différentes lois de variation des paramètres spécifiques aux lubrifiants ainsi que les différentes représentations d'aspérités rencontrées dans la littérature, les régimes isotherme et thermique de lubrification ont été étudiés. Les lubrifiants retenus ont été de type huile minérale ou de type verre selon la température de mise en forme. Les niveaux de contraintes générées à l'interface lubrifiée ont montré une certaine influence sur le comportement du lopin.

Summary

Most finite element codes dedicated for bulk forming simulations use classical friction laws (Amonton, Tresca ...), which do not include neither concept of real area of contact when normal stress varies or concept of roughness profile and less of the real lubricant film thickness. In order to improve friction prediction, L. Baillet has defined a friction model based on Challen and Oxley's plastic wave theory with hydrostatic lubricant trapped in the valleys of the asperities.

The aim of this study was to defined new friction models with a 'large' lubricant film thickness considering the thick and the thin lubrication regime. Both surfaces of the interface have been described by means of sawtooth asperities in order to remain coherent with the plastic wave theory asperity representation. So, these models were based on the lubricant flow modelling with an equation equivalent to the Reynolds equation: the mechanical equation of the thin viscous film initiated by Berthe and Godet has been used for an axisymmetric geometry.

After enumerating the different parameters describing a lubricant and the different roughness descriptions used in the literature, the isothermal and thermal lubrication regimes have been studied. The lubricants chosen are mineral oil and glass lubricants according to the metal forming process temperature. The stress levels generated at the interface significantly influence the workpiece behaviour.

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au LaMCoS (ex LMSo et LMC) sous la direction de M. Jean-Claude Boyer. Je tiens à le remercier pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire et pour la confiance et la liberté qu'il m'a accordé pour la réalisation de ce travail.

Je remercie par ailleurs le CETIM pour avoir financé ce travail pendant ces trois années dans le cadre du GE 4 pour le Grand Projet Innovant Simulforge. Je conserverai un agréable souvenir de ce projet et je salue tous ses participants avec lesquels j'ai pu sympathiser.

Je remercie M. Michel Brunet et M. Michel Raous qui m'ont fait le plaisir de faire partie du jury.

Ma reconnaissance s'adresse à M. Pierre Montmitonnet et M. Laurent Dubar qui m'ont fait l'honneur d'accepter de juger mon travail en tant que rapporteurs.

Ma profonde gratitude va à M. Ton Lubrecht, pour la relecture attentive d'une partie de ce mémoire et pour les discussions qui s'en sont suivies.

Je remercie Mme Emmanuelle Vidal-Sallé et Mme Marie-Hélène Meurisse pour l'intérêt qu'elles ont témoigné pour mon travail.

Merci aux membres du laboratoire pour leur accueil, en particulier mes « co-bureaux » pour leur sympathie.

Je tiens à adresser un remerciement spécial à Gina "Laety" Kounga pour m'avoir soutenu pendant ce travail et pour nos discussions sur l'algorithmie.

Enfin merci à toi que j'ai pu oublier...

*Ni dé moun ka di sé grin di ri ka rempli an sak.
Voici un exemple...
Yé krik... !!!*

Table des matières

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	3
1.1 INTRODUCTION.....	4
1.2 PRÉSENTATION DU FORGEAGE.....	4
1.3 LA LUBRIFICATION	8
1.3.1 <i>Petits rappels historiques</i>	8
1.3.2 <i>Objectifs de la lubrification</i>	12
1.3.3 <i>Les régimes de lubrification – Courbe de Stribeck</i>	16
1.3.4 <i>Caractérisation d'un lubrifiant</i>	17
1.3.4.1 Mesure de la viscosité	21
1.3.4.2 Modèles rhéologiques des lubrifiants.....	22
1.3.4.2.1 Fluides non newtoniens.....	23
1.3.4.2.2 Viscoélasticité	24
1.3.4.2.3 Lois de piézoviscosité	27
1.3.4.2.4 Thermoviscosité	29
1.3.4.2.5 Thermopiézoviscosité.....	34
1.3.4.2.6 La transition vitreuse.....	36
1.4 SURFACES RUGUEUSES	36
1.4.1 <i>Etats de surface</i>	36
1.4.1.1 Paramètres de caractérisation des rugosités	37
1.4.1.2 Représentations des aspérités	38
1.4.1.2.1 Rugosités sinus.....	39
1.4.1.2.2 Représentation triangulaire	40
1.4.1.2.3 Représentation fractale.....	41
1.4.1.2.4 Autres représentations	42
1.4.1.2.5 Rugosités dans les simulations éléments finis.....	44
1.4.2 <i>Lubrification des surfaces rugueuses</i>	46
1.4.2.1 Modélisation de l'écoulement	46
1.4.2.1.1 Rugosités monodimensionnelles.....	46
1.4.2.1.2 Rugosités bidimensionnelles.....	47
1.4.2.2 Problème de la poche de lubrifiant.....	51
1.5 MODÉLISATION DU FROTTEMENT DANS LES CODES DE CALCULS.....	53
1.5.1 <i>Modèles macroscopiques de frottement</i>	53
1.5.2 <i>Test de l'anneau</i>	55
1.5.3 <i>Modèles microscopiques de frottement</i>	56
1.6 CONCLUSIONS	62

2	APPROCHE ISOTHERME.....	65
2.1	INTRODUCTION.....	66
2.2	DISCUSSION SUR L'ÉQUATION DE REYNOLDS	66
2.3	MODÉLISATION DE L'INTERFACE LUBRIFIÉE.....	69
2.3.1	<i>Définition de l'interface rugueuse.....</i>	70
2.3.2	<i>Mise en équation</i>	72
2.3.3	<i>Calcul de la pression au sein du lubrifiant</i>	77
2.3.4	<i>Calcul du débit volumique de fuite.....</i>	79
2.3.5	<i>Autres expressions de la pression et du débit</i>	80
2.3.6	<i>Calcul de la pression pour un anneau</i>	81
2.3.7	<i>Contraintes sur le lopin.....</i>	82
2.3.8	<i>Influence de la piézoviscosité.....</i>	84
2.4	APPLICATION DU MODÈLE	84
2.4.1	<i>Etude de géométries simples sans aspérités.....</i>	84
2.4.2	<i>Influence d'une aspérité</i>	90
2.4.3	<i>Influence des fortes pressions sur le lopin : compression d'aspérités.....</i>	93
2.4.4	<i>Influence des rugosités.....</i>	94
2.4.5	<i>Effets de la piézoviscosité et de la compressibilité</i>	98
2.5	CONCLUSIONS	100
3	APPROCHE THERMIQUE	104
3.1	INTRODUCTION.....	104
3.2	MODÉLISATION THERMIQUE DE L'INTERFACE	104
3.2.1	<i>Equation du mouvement du lubrifiant.....</i>	107
3.2.2	<i>Equation de la température.....</i>	109
3.2.3	<i>Profil de température dans l'interface.....</i>	113
3.2.3.1	<i>Approche moyenne (viscosité effective).....</i>	113
3.2.3.2	<i>Approche avec dissipation visqueuse moyenne.....</i>	114
3.2.3.3	<i>Cas particulier d'un écoulement de Couette</i>	115
3.2.4	<i>Etude des intégrales des fonctions de la viscosité I_α et J_α</i>	116
3.2.4.4	<i>Cas de la loi de Reynolds</i>	116
3.2.4.5	<i>Cas de la loi de VFT.....</i>	117
3.2.5	<i>Résolution numérique.....</i>	120
3.3	APPLICATION DU MODÈLE	121
3.3.1	<i>Etude d'un lopin cylindrique.....</i>	121
3.3.2	<i>Etude de l'anneau.....</i>	125
3.3.3	<i>Etude de la composante axiale u_z du champ de vitesse</i>	128
3.3.3.6	<i>Influence du gradient de température.....</i>	130
3.3.3.7	<i>Influence de l'inclinaison des parois.....</i>	130
3.3.3.8	<i>Contribution du gradient de pression, des vitesses de glissement et d'approche des parois.....</i>	132
3.4	CONCLUSION.....	133

4	IMPLÉMENTATION DU MODÈLE DANS POLLUX.....	135
4.1	INTRODUCTION.....	136
4.2	LE LOGICIEL POLLUX.....	136
4.2.1	<i>Historique et évolutions</i>	136
4.2.2	<i>Résolution du problème mécanique</i>	137
4.2.2.1	Formulation	138
4.2.2.2	Discrétisation.....	139
4.2.2.3	Gestion du frottement.....	140
4.2.2.4	Extrapolation aux noeuds	143
4.2.3	<i>Résolution du problème thermique - Couplage thermomécanique</i>	145
4.2.3.1	Conditions aux limites.....	145
4.2.3.2	Formulation du problème thermique.....	146
4.2.3.3	Discrétisation.....	147
4.2.3.4	Couplage thermomécanique	148
4.3	CONSTRUCTION DE L'INTERFACE LOPIN - OUTIL.....	149
4.3.1	<i>Choix du facteur d'échelle</i>	149
4.3.2	<i>Recherche des contacts lubrifiés admissibles</i>	150
4.4	IMPLÉMENTATION DU MODÈLE DE LUBRIFICATION	156
4.5	RÉSULTATS	161
4.5.1	<i>Résultats isothermes</i>	162
4.5.1.1	Etude du lopin cylindrique	162
4.5.1.2	Etude de l'anneau	166
4.5.1.3	Etude de la poche de lubrifiant.....	169
4.5.2	<i>Résultats thermiques</i>	172
4.5.3	<i>Simulation du bourrelet de lubrifiant</i>	174
4.6	CONCLUSIONS	174
5	CONCLUSIONS GÉNÉRALES.....	177
6	BIBLIOGRAPHIE	179

Introduction générale

La simulation numérique des procédés de mise en forme tels que le forgeage nécessite une prédiction des contraintes surfaciques engendrées au cours du processus. Pour mieux maîtriser l'écoulement plastique du lopin, l'utilisation d'un lubrifiant adéquat est requis en fonction de la température de mise en forme. Cependant, les lois classiques de frottement, bien que très simples, tentent d'inclure dans leurs paramètres toutes les informations relatives à la géométrie de l'interface ainsi que toutes celles liées à la nature du lubrifiant. Pour améliorer la prédiction du frottement, L. Baillet a mis au point une loi basée sur l'utilisation de la vague plastique avec contribution hydrostatique du fluide piégé dans les vallées des aspérités au cours d'un projet à l'échelle nationale baptisé ACR2 (Action Concertée de Recherche n° 2) regroupant divers industriels et laboratoires français dont le Laboratoire de Mécanique des Solides (LMSO). Ce modèle a fourni de meilleures prédictions que celles obtenues avec les lois classiques de frottement mais il se limite au régime de lubrification mixte. L'objectif de cette thèse est donc d'étendre le modèle de Baillet aux régimes de lubrification en film épais et mince. Pour cela, l'interface sera décrite au moyen d'aspérités triangulaires pour rester cohérent avec la forme de l'interface utilisée dans l'approche vague plastique.

Ce travail a été financé dans le cadre du Grand Projet Innovant Simulforge, qui s'inscrit dans la continuité de l'ACR2. Ce projet, a permis à divers industriels impliqués dans la mise en forme (Aubert et Duval Alliages, Aubert et Duval Fortech, Snecma, Usinor Industeel, Setforge, Cezus, Giat, Sifcor Forges Barriol et Dallièrre, Transvalor, ...) de bénéficier de nouveaux développements tant théoriques qu'expérimentaux pour une meilleure compréhension et prédiction des phénomènes rencontrés lors de la mise en forme par forgeage.

Cette thèse comporte quatre chapitres.

Le premier chapitre proposera dans un premier temps de rappeler les différentes températures de mise en forme par forgeage ainsi que les moyens de simulation. Dans une deuxième partie, les objectifs de la lubrification seront rappelés en mettant l'accent sur les différents régimes rencontrés particulièrement lors de la lubrification liquide. La caractérisation du comportement des lubrifiants sera particulièrement étudiée en mettant l'accent sur la viscosité, paramètre rhéologique capital pour un lubrifiant. La troisième partie de ce chapitre sera réservée à la modélisation de l'interface lubrifiée avec une revue des différentes descriptions de rugosités adoptées dans la littérature. Enfin, une critique des différentes lois de frottement sera proposée avant de poser les bases théoriques qui seront dégagées pour mener le travail exposé dans cette thèse.

Dans le deuxième chapitre, les différents modèles mathématiques décrivant le comportement de l'interface seront examinés en précisant, pour chacun d'eux, les limites d'exploitation. Les régimes de lubrification en film épais et mince seront abordés, obligeant à modéliser l'écoulement du lubrifiant à l'aide des résultats issus du domaine de la mécanique du contact lubrifié. Une attention toute particulière sera accordée aux limites de l'équation de Reynolds en élargissant la démonstration de la mise en évidence de sa singularité montrée par Bair *et al.*, au cas des fluides thermo-piézovisqueux. Les aspérités, décrites de façon déterministe sous forme de dents de scie sur les deux parois de l'interface obligeront à faire appel à l'équation de la mécanique des films minces visqueux initiée par Berthe et Godet.

Enfin, on présentera quelques résultats en régime isotherme pour différentes géométries d'interface, en partant de géométries basiques jusqu'à des interfaces plus complexes avec des rugosités particulières.

Dans le troisième chapitre, on proposera d'étudier l'influence des effets thermiques sur les contraintes générées à l'interface lubrifiée, l'écart de températures entre les parois pouvant être de plusieurs centaines de degrés. Pour cela, après avoir rappelé les lois de thermoviscosité exposées au premier chapitre, la distribution de température à travers l'interface sera discutée. L'équation de mouvement du lubrifiant sera ensuite établie avant de calculer les contraintes normales et de frottement exercées sur le lopin puis d'exposer les résultats obtenus.

Enfin, le quatrième et dernier chapitre sera consacré à l'implémentation des modèles de frottement détaillés aux deux chapitres précédents, dans le logiciel de simulation de procédés thermomécaniques de forgeage : POLLUX. Un rappel historique sur les circonstances de sa création sera cependant proposé, en revenant sur les étapes majeures ayant contribué à son évolution actuelle. Les détails théoriques de la modélisation des phénomènes mécaniques et thermiques seront exposés en insistant sur le couplage de ces deux phénomènes. Il s'en suivra une discussion sur la construction géométrique de l'interface, phase indispensable à la mise en application des lois de frottement exposées plus tôt. Enfin, des critiques sur les résultats obtenus seront émises en s'appuyant sur les résultats obtenus avec les modèles classiques de frottement. Une attention toute particulière sera accordée au phénomène de formation de poche de lubrifiant en comparant les résultats éléments finis obtenus, avec ceux de la littérature.

1 Etude bibliographique

1.1	INTRODUCTION.....	4
1.2	PRÉSENTATION DU FORGEAGE.....	4
1.3	LA LUBRIFICATION.....	8
1.3.1	<i>Petits rappels historiques</i>	8
1.3.2	<i>Objectifs de la lubrification</i>	12
1.3.3	<i>Les régimes de lubrification – Courbe de Stribeck</i>	16
1.3.4	<i>Caractérisation d’un lubrifiant</i>	17
1.3.4.1	Mesure de la viscosité.....	21
1.3.4.2	Modèles rhéologiques des lubrifiants.....	22
1.3.4.2.1	Fluides non newtoniens.....	23
1.3.4.2.2	Viscoélasticité.....	24
1.3.4.2.3	Lois de piézoviscosité.....	27
1.3.4.2.4	Thermoviscosité.....	29
1.3.4.2.5	Thermopiézoviscosité.....	34
1.3.4.2.6	La transition vitreuse.....	36
1.4	SURFACES RUGUEUSES.....	36
1.4.1	<i>Etats de surface</i>	36
1.4.1.1	Paramètres de caractérisation des rugosités.....	37
1.4.1.2	Représentations des aspérités.....	38
1.4.1.2.1	Rugosités sinus.....	39
1.4.1.2.2	Représentation triangulaire.....	40
1.4.1.2.3	Représentation fractale.....	41
1.4.1.2.4	Autres représentations.....	42
1.4.1.2.5	Rugosités dans les simulations éléments finis.....	44
1.4.2	<i>Lubrification des surfaces rugueuses</i>	46
1.4.2.1	Modélisation de l’écoulement.....	46
1.4.2.1.1	Rugosités monodimensionnelles.....	46
1.4.2.1.2	Rugosités bidimensionnelles.....	47
1.4.2.2	Problème de la poche de lubrifiant.....	51
1.5	MODÉLISATION DU FROTTEMENT DANS LES CODES DE CALCULS.....	53
1.5.1	<i>Modèles macroscopiques de frottement</i>	53
1.5.2	<i>Test de l’anneau</i>	55
1.5.3	<i>Modèles microscopiques de frottement</i>	56
1.6	CONCLUSIONS.....	62

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, on propose d'une part un bref rappel des techniques de mise au point des gammes de forgeage et d'autre part une synthèse des travaux consacrés à la lubrification en mise en forme par déformation plastique. Dans un premier temps, on reprend les définitions des différents types de forgeage : à froid, à chaud ou à mi-chaud et les phénomènes indésirables pouvant apparaître lors des opérations de mise en forme. Dans une deuxième partie, on expose les objectifs de la lubrification en précisant les différents régimes rencontrés particulièrement lors de la lubrification liquide. Une attention toute particulière est portée à la caractérisation du comportement des fluides en mettant l'accent sur la viscosité, paramètre rhéologique capital pour un lubrifiant. Les principes de différents moyens de mesure de la viscosité sont tirés de la littérature ainsi que plusieurs lois de comportement adaptées aux fluides lubrifiants. La troisième partie de ce chapitre est consacrée à la modélisation de l'interface géométrique avec des rappels sur la définition des rugosités et la présentation d'une sélection de paramètres caractéristiques. Avant de conclure et de positionner les bases théoriques utiles au travail qui sera présenté dans cette thèse, une critique circonstanciée des méthodes de simulation du frottement actuellement utilisées est présentée.

1.2 Présentation du forgeage

Le forgeage est un procédé de mise en forme des métaux permettant de conférer à un lopin de forme géométrique simple, une forme prédéterminée complexe au moyen d'outils. Cette technologie de fabrication est très ancienne : les premières pièces forgées ont probablement été des lames à usage domestique ou agricole et les armes [DEAN2000]. De nos jours, les industries du transport automobile et aérospatial constituent la demande prédominante car elles utilisent plus de 80 % du tonnage de pièces produites par forgeage [DEAN2000].

Ce moyen de mise en forme s'est de plus en plus développé et sophistiqué, dans un contexte exigeant en matière de qualité des produits finis comme sur le plan économique. Actuellement, la réussite de cette industrie de transformation tient essentiellement en sa maîtrise, d'une part, des matériaux à très haute résistance pour les technologies de pointe et, d'autre part, des techniques de haute productivité pour la production en grande série d'organes mécaniques essentiels [DEAN2000]. La rentabilité d'une opération de forgeage est assurée par le contrôle de tout le processus de mise en forme, depuis la découpe des lopins à l'état brut, aux finitions à apporter à la pièce créée [DEAN2000]. Forger avec précision requiert une gravure d'outil avec des dimensions précises, les outillages sont réalisés avec divers moyens d'usinage conventionnel ou à grande vitesse comme le tournage, le fraisage ou l'électroérosion [DEAN2000].

De manière générale, le forgeage permet d'optimiser les dimensions et la forme des pièces car leur fabrication par déformation plastique leur confère une meilleure résistance. Ainsi, la fabrication de pièces dites 'vitales', telles que les aubes des réacteurs d'avions, les engrenages ou encore certains éléments des suspensions des véhicules automobiles, etc., nécessite l'utilisation de techniques de fabrication permettant d'améliorer les propriétés mécaniques des matériaux métalliques. Généralement à chaud, mais pouvant aussi être menée à température

ambiante, ce procédé de corroyage permet de modifier les structures métallurgiques, donc de transformer le matériau du lopin en le durcissant tout en obtenant la forme désirée. Un processus tel que la fonderie satisfait facilement aux exigences de tolérances dimensionnelles mais conduit à des structures métallurgiques à gros grains au cours du refroidissement. De ce fait, la cohésion d'une pièce moulée est plus faible que celle d'une pièce obtenue par déformation plastique. Pour plus de détails, un rappel historique, une revue des techniques de forgeage libre de l'acier et des moyens de chauffage sont proposés dans [RAMBAUD 1988].

Températures de mise en forme

Il est possible de classer les différentes techniques de forgeage en fonction de la température de mise en forme. On distingue ainsi [FELDER2000] :

- le forgeage à froid avec des lopins initialement à température ambiante ;
- le forgeage à chaud avec des lopins préchauffés avant leur mise en forme à une température proche de la température de fusion ; par exemple 1200 °C environ pour l'acier et 400-500 °C pour les alliages d'aluminium.

La température de mise en forme est un paramètre fondamental car elle conditionne la valeur de la contrainte d'écoulement σ_0 du matériau qui est aussi fonction de la déformation plastique et de la vitesse de déformation plastique. Pour un matériau isotrope, cette contrainte peut être définie par une loi de comportement rhéologique formalisée sous différentes formes mathématiques. Selon Le Floch et Jacomet [LEFLOCH1998], elles peuvent s'écrire sous la forme :

$$\sigma_0 = K \bar{\varepsilon}^n \dot{\varepsilon}^m \exp(-\alpha_t \Delta T) \quad (1.1)$$

où K est la consistance ou contrainte du matériau non écroui, $\dot{\varepsilon}$ est la vitesse de déformation équivalente, $\bar{\varepsilon}$ est la déformation équivalente ou déformation généralisée (de Von Mises), n est le coefficient d'écrouissage, m est la sensibilité à la vitesse de déformation, α_t est le coefficient de thermoplasticité ($\alpha_t = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$ entre 900 °C et 1200 °C, beaucoup plus faible vers 20 °C [LEFLOCH1998]) et où ΔT est l'échauffement du matériau. Il est important de signaler que l'écoulement peut être régi par une loi beaucoup plus complexe que (1.1), les coefficients K , m et n pouvant dépendre de la température.

Du point de vue de la métallurgie physique, la distinction entre ces procédés se fait par rapport à la température absolue de fusion T_f (température du solidus) [FELDER2000], [BOSTBARGE2001], [MONTHEILLET1996].

Ainsi, la mise en forme à froid s'effectue pour une température T comprise entre $0,15 T_f$ et $0,3 T_f$ pendant laquelle l'évolution de la structure du matériau n'est provoquée que par l'écrouissage qui augmente la contrainte d'écoulement et diminue la ductilité. Dans ce domaine thermique de travail, l'influence de la température peut être négligée. Le coefficient de sensibilité m est donc négligeable alors que n est prépondérant si bien que la loi de comportement (1.1) se réduit alors à une expression de la forme $\sigma_0 = f(\bar{\varepsilon})$ définissant l'écrouissage. Un exemple de ce type de loi est la loi puissance ou loi de Hollomon dont l'expression est : $\sigma_0 = K \bar{\varepsilon}^n$, avec $0,1 \leq n \leq 0,3$ [MONTHEILLET1996]. Mentionnons aussi trois autres lois d'écrouissage fréquemment utilisées en mise en forme à froid [MONTHEILLET1996] : la loi de Ludwik, celle de Swift ou de Krupkowski et celle de Voce.

La mise en forme à chaud correspond à une température de travail supérieure à $0,5 T_f$ diminuant notablement l'érouissage. Ce type de procédés conduit de par sa nature à des déformations très importantes. La contrainte d'écoulement est une fonction décroissante de la température et une fonction croissante de la vitesse de déformation plastique. De manière simplifiée, comme l'érouissage est négligeable et que la vitesse de déformation est un facteur prépondérant, la loi (1.1) devient $\sigma_0 = K \dot{\epsilon}^m \exp(-\alpha \Delta T)$, avec $0,1 \leq m \leq 0,2$. Notons que pour une transformation isotherme à chaud, on a $\sigma_0 = K \dot{\epsilon}^m$ [FELDER2001].

Il est important de préciser qu'il existe un domaine de mise en forme dit à tiède ou à mi-chaud permettant d'allier certains des avantages des forgeages à chaud et à froid. Pour forger un lopin d'acier, ce domaine correspond à des températures de l'ordre de 550-800 °C [BOSTBARGE2001]. Dean [DEAN2000] propose une comparaison générale en terme de précision d'ébauche entre le forgeage de l'acier à froid, à chaud, et à mi-chaud prenant en compte la température de transformation de l'austénite.

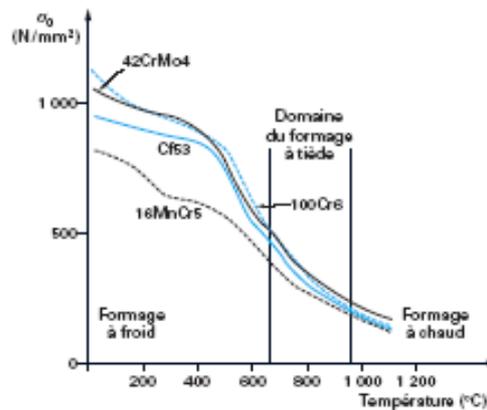


Fig. 1.1 : Evolution de la contrainte d'écoulement pour divers aciers en fonction de la température [FELDER2000].

Les moyens de simulation

Pour répondre aux exigences du marché en termes de développement de nouveaux produits dans des délais courts avec une qualité garantie, la simulation de l'écoulement plastique de la matière lors des opérations de forgeage est devenue indispensable afin d'assurer le respect des exigences fonctionnelles et des coûts optima. En effet, les presses de matriçage peuvent atteindre des forces de 150 MN voire 650 MN pour des vitesses de forgeage variant entre 0,02 et 0,3 m/s [RAMBAUD1988], et requièrent une énergie de mise en forme non négligeable et des investissements importants en outillages. A l'heure actuelle, les pièces sont très complexes et réalisées dans des matériaux nouveaux. Les industriels souhaitent mettre au point des gammes de fabrication avec le minimum de mise au point sur les machines de production. La simulation intervient ainsi essentiellement dans deux cas. La première application concerne la mise au point d'une nouvelle gamme de forgeage avec comme objectif un gain de temps et de productivité pour prévoir et traiter l'origine des défauts de remplissage, les replis, ou les risques de fissuration des outillages. La deuxième application est l'amélioration de gammes existantes avec l'optimisation du procédé pour la diminution des surépaisseurs en vue de la réduction des coûts de matière et des opérations de finition, l'amélioration des qualités mécaniques de la pièce forgée ou la suppression des sources possibles d'endommagement et de casse des outillages [BOSTBARGE2002].

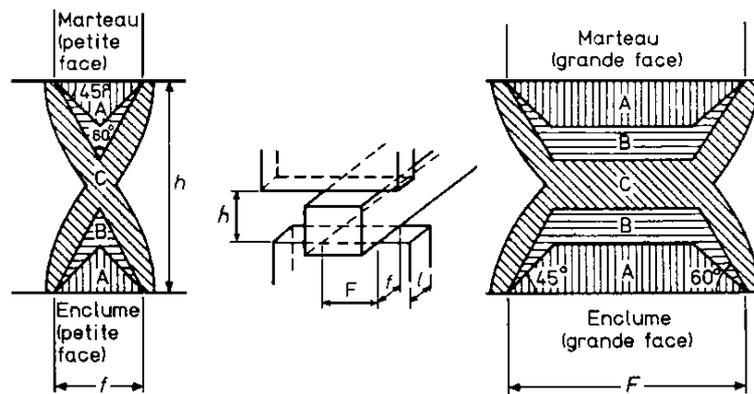


Fig. 1.2 : Zones de déformation au cours du forgeage d'une barre de section rectangulaire [RAMBAUD1988].

Pour les géométries simples, les praticiens expérimentés mettent en œuvre la méthode des tranches ou la théorie des lignes de glissement développées dans les cours classiques de plasticité [JOHNSON1983], [CHENOT1991]. Selon Rambaud [RAMBAUD1998], la théorie de cônes de forgeage par exemple, est souvent utilisée pour le pressage de barres de section rectangulaires entre deux tas plats. Elle est fondée sur le fait que la déformation plastique se fait essentiellement dans des plans de glissement à 45° . Le métal se subdivise alors en zones de comportements différents, définies par des règles empiriques. Dans une section (voir figure 1.2), la zone A en contact avec l'outillage est en compression triaxiale mais non déformée. Les zones B et C sont déformées, B étant en compression triaxiale, C subissant une traction pure au centre suivant un plan parallèle aux tas.



Fig. 1.3 : Exemple de maquette de lopin en cire [AVITZUR1992].

Pour les géométries plus complexes, l'utilisation de matériaux 'modèles' et d'outillages à échelle réduite tels que le plomb et certains matériaux à bas point de fusion, les cires (figure 1.3) ou encore les pâtes à modeler sont répandues dans ce secteur industriel. La plasticine, qui est le matériau le plus couramment employé, est une pâte à modeler présentant un comportement rigide plastique avec éventuellement un écrouissage linéaire ressemblant à celui de certains aciers, mais avec une contrainte d'écoulement beaucoup plus faible (0,08 à 0,175 MPa selon [SOFUOGLU2000]). Ce matériau permet de reproduire les écoulements plastiques se produisant au cours de la mise en forme avec des niveaux d'efforts 1 000 à 10 000 fois moins élevés que la réalité [BOSTBARGE2002]. Ces 'maquettes' (figure 1.3) permettent de visualiser les déformations plastiques à différentes étapes du procédé en relevant les coordonnées de réseaux préalablement déposés dans des plans de symétrie [LEFLOCH1998]. La théorie de la similitude, permet ensuite de remonter aux grandeurs

physiques réelles telles que l'effort de forgeage, le champ de vitesse, etc. à condition de reproduire correctement les conditions tribologiques et d'identifier le comportement rhéologique de la plasticine utilisée. Signalons toutefois que Sofuoglu et Rasty [SOFUOGLU2000] montrent que les propriétés mécaniques (élastiques et plastiques) de la plasticine varient selon la composition (figure 1.4).

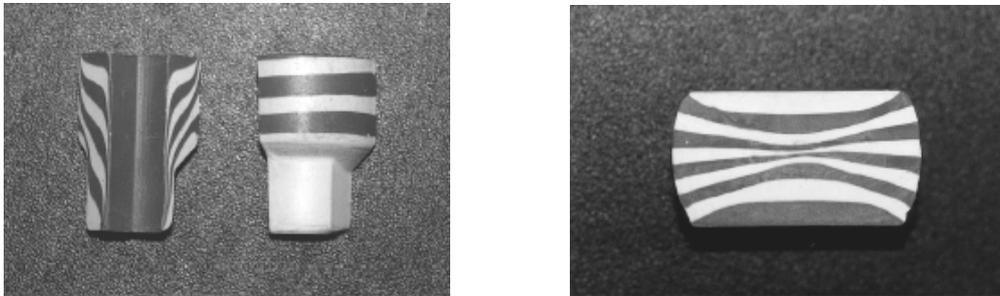


Fig. 1.4 : Illustration de pièces faites en plasticine [BOSTBARGE2002]

L'utilisation de la simulation numérique est une pratique récente, contrairement à la mise en oeuvre des matériaux modèles qui a conduit à un savoir faire acquis depuis de nombreuses années. Selon Bostbarge [BOSTBARGE2002], bien qu'extrêmement puissante, la simulation numérique par la méthode des éléments finis présente des 'défauts de jeunesse'. C'est une technique encore réservée à des spécialistes et qui doit être utilisée avec beaucoup de précautions. Les logiciels dédiés permettent cependant des gains de temps importants, évitant toutes les contraintes matérielles liées aux procédés expérimentaux. Pour information, une brève revue de la théorie de la plasticité de ses origines à nos jours et sur ses applications aux procédés de forgeage est proposée dans [BRAMLEY2000], avec une liste des principaux logiciels de simulation du forgeage reconnus au niveau mondial. On y apprend que les principaux logiciels français sont Forge 2 et Forge 3, mais on trouve aussi au niveau mondial Marc AutoForge 2D/3D, Deform 2D/3D/HT et MSC SuperForge [BRAMLEY2000], [BOSTBARGE2002]. Pour plus de détails, un état de l'art en simulation à froid est proposé par Walter *et al.* dans [WALTERS1997]. Kim *et al.* [KIM2000] discutent des avantages procurés par l'utilisation de la méthode des éléments finis avec des exemples. On peut signaler aussi Altan et Vasquez [ALTAN1997].

1.3 La lubrification

Lors des opérations de forgeage, des phénomènes complexes tels que les frottements, l'adhésion, les transferts thermiques et l'usure existent entre la surface du lopin à déformer et les parois des outillages en contact. Ces comportements réels des interfaces lopin/outils sont à étudier avec une grande précision car ils peuvent contrarier le déroulement souhaité d'un procédé. Ce paragraphe est donc consacré à cet aspect.

1.3.1 Petits rappels historiques

Le principe de lubrification fluide des surfaces rugueuses est très ancien et remonterait à la préhistoire. Le plus vieil exemple avéré selon Frêne [FRENE2001], provient d'Égypte, où la lubrification liquide servait à déplacer de lourdes charges telles que les statues. Jadis les

Grecs et les Romains connaissaient l'emploi des huiles végétales et animales ainsi que le bitume et les huiles de pétrole comme lubrifiant pour les roues de chariots.

Si l'étude de la lubrification s'est d'abord limitée à l'approche expérimentale, elle a de plus en plus été abordée du point de vue modélisation mathématique. Léonard de Vinci (1452-1519) fut le premier à quantifier les efforts de frottement et à introduire la notion de coefficient de frottement. Plus tard Guillaume Amonton (1663-1705) présente en 1699 [AMONTON1699] ses deux lois sur le frottement dites 'lois d'Amonton' valables jusqu'à aujourd'hui pour le frottement sec et s'énoncent : 1) la force de frottement est directement proportionnelle à la force appliquée ; 2) la force de frottement est indépendante de la surface apparente de contact. Plus tard, ces lois ont été confirmées et Antoine Parent (1666-1716) introduisit la notion d'angle de frottement. Léonard Euler (1707-1783) développa dans deux articles [EULER1748a], [EULER1748b] une approche analytique en 1748 de la notion de coefficient et d'angle de frottement, distinguant le frottement statique du frottement dynamique. Charles Augustin Coulomb (1736-1806) confirma en 1785 [COULOMB1785] les lois de Coulomb, les complétant d'une troisième annonçant que le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse de glissement dans beaucoup de cas. Ses travaux ont d'ailleurs par la suite été appliqués à tort pendant plus d'un siècle dans le cas du frottement lubrifié.

Dowson [DOWSON1998] relate l'historique des premières tentatives d'explication des mécanismes de base du frottement. Dès le 18^e siècle, les scientifiques européens, français en particulier, suspectèrent le frottement comme provenant des rugosités de surface. Les anglais suspectèrent en particulier le rôle probable de l'adhésion des surfaces comme source de frottement. Jean Théophile Desaguliers, après observation d'une forte adhésion entre deux sphères pressées l'une contre l'autre, suggéra en 1734 son rôle prépondérant dans le mécanisme de frottement, violant la loi de frottement d'Amonton largement plébiscitée, et décourageant les recherches sur les phénomènes d'adhésion. Cette contribution de l'adhésion a été confirmée bien plus tard par Coulomb mais avec une influence plus faible que celle annoncée par Desaguliers. Il définit ainsi la force de frottement par

$$F = A + \mu P \quad (1.2)$$

où A est la contribution de l'adhésion (très faible) et μP est celle définie par Amonton en 1699. Notons que le symbole μ a été défini par Semen Kirilovich Kotelnikov (1723-1806), un étudiant d'Euler, qui a défini explicitement en 1774 la force de frottement F par la relation $F = \mu P$, avec P la charge appliquée [DOWSON1998], [BLAU2001].

Notons qu'il est actuellement également admis la contribution des forces de van Der Waals sur le frottement, forces qui ne sont cependant décelables qu'à une distance de l'ordre de 0,2 μm . Elles sont négligeables à l'échelle macroscopique. Toutefois, il faut distinguer deux type de frottement dont l'idée a été apportée par Coulomb lorsqu'il énonça la relation (1.5) [DOWSON1998] : le frottement statique μ_s (indépendant du mouvement et opposé au début au mouvement relatif) et le frottement dynamique μ_d continuellement opposé au mouvement une fois que celui-ci s'est entamé. Dans le cas d'un contact solide sur solide avec ou sans lubrifiant, ces deux types de frottement sont conventionnellement définis par [BLAU2001] :

$$\mu_s = \frac{F_s}{P} \quad \text{et} \quad \mu_d = \frac{F_d}{P} \quad (1.3)$$

où F_s est l'effort maximal avant que le mouvement relatif entre les deux corps s'établisse, F_d est la force nécessaire pour garantir le glissement relatif entre les deux corps et P est l'effort normal appliqué à l'interface. Signalons que $\mu_s \geq \mu_d$, ce qui explique par exemple pourquoi il est difficile de mettre en mouvement un meuble lorsqu'on le pousse (il faut vaincre le frottement statique). Dans la suite, étant donné la nature dynamique de la mise en forme, seul le frottement dynamique sera considéré.

De nos jours il est reconnu que le frottement est essentiellement dépendant de la pression de contact et de l'aire réelle de contact fonction de la pression de contact. Bowden et Tabor [BOWDEN1939] ont montré expérimentalement en 1939 que l'aire réelle de contact peut être beaucoup moins importante que l'aire apparente de contact géométrique et varie avec la pression et la dureté des matériaux en contact.

Cependant, l'étude de la lubrification fluide tient ses fondements de la mécanique des fluides. En 1822, Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836) présenta les équations du mouvement d'un fluide tenant compte pour la première fois des frottements intérieurs du fluide, c'est-à-dire de la viscosité. Ses équations sont plus connues sous le nom d'équation de Navier-Stokes car George Gabriel Stokes (1819-1903) les a intégrées par la suite dans des cas relativement simples en 1845. Quelques années après, entre 1840 et 1846, Jean Louis Marie Poiseuille (1797-1869) établit les équations gouvernant l'écoulement d'un fluide dans un tube de faible diamètre dans le but de modéliser l'écoulement sanguin. C'est d'ailleurs lui qui est à l'origine du type d'écoulement portant son nom. On trouve cependant ce type d'écoulement sous le nom de Hagen-Poiseuille, car Gotthilf Hagen (1797-1884) a découvert indépendamment cela quelques années plus tard. Notons d'ailleurs que son nom a été donné à l'unité de viscosité dynamique dans le système M.K.S.A. (mètre – kilogramme - seconde – ampère) et que depuis 1913, la Poise est utilisée dans le système C.G.S. (centimètre – gramme - seconde).

En 1865, L.D. Girard démontra le principe de séparation des surfaces et de la réduction des frottements par injection d'huile sous pression, montrant l'effet bénéfique de la lubrification hydrostatique. En 1881, Heinrich Rudolph Hertz (1857-1894) propose une étude analytique du contact sec et sans frottement d'un cylindre avec un plan et d'une sphère avec un plan. Cette étude théorique dont le résultat est connu sous le nom de théorie de Hertz ne permet pas de décrire entièrement le comportement d'un contact lubrifié, mais permet de calculer précisément l'état des contraintes dans les matériaux. Il faut attendre 1916 pour que Martin présente une étude du contact entre un cylindre et un plan bidimensionnel supposant les surfaces déformables et la viscosité constante, et en 1945 Gatombe et Grubin introduisent dans les calculs l'effet piézo-visqueux des huiles mise en évidence par les mesures de Hersey. Depuis, Dowson et Higginson [DOWSON1959] ont proposé la première solution complète du problème EHD en 1959 en utilisant une méthode numérique itérative couplant les calculs de déformations élastiques à ceux résolvant l'équation de Reynolds. L'utilisation des outils informatiques de plus en plus puissants et le développement des techniques numériques a permis d'améliorer la précision des résultats pour ce type de contact. Cependant le comportement non newtonien et l'effet des rugosités font l'objet de nombreux travaux de recherche à ce jour.

En 1890, Maurice Frédéric Alfred Couette constata des changements de régime dans l'utilisation d'un film lubrifiant, en étudiant l'écoulement de ce dernier entre deux cylindres coaxiaux. Quelques années avant, dès 1883, Beauchamp Tower (1845-1904) montra

clairement et expérimentalement la présence d'un film lubrifiant séparant les surfaces d'un palier ainsi que l'existence d'une génération de pression hydrodynamique dans ce film et ainsi lancé les travaux sur le développement de la théorie de la lubrification [TOWER1883]. Ensuite, dans un article publié en 1886 [REYNOLDS1886], Osborne Reynolds (1842-1912), très connu pour ses études sur les écoulements turbulents, établit les bases mathématiques de la lubrification hydrodynamique actuelle dans le but d'expliquer les résultats de Tower. Dans une première partie de son rapport, il discute les résultats de Tower en montrant que le frottement n'est pas proportionnel à la vitesse lorsqu'un film lubrifiant sépare totalement les surfaces car l'élévation de la température dans le film entraîne une diminution de la viscosité et donc du frottement. Dans une deuxième partie, il analyse des écoulements simples entre deux plaques parallèles puis inclinées et évoque pour le palier le rôle des rugosités où l'épaisseur du film est la plus faible. Dans une troisième partie de son travail, il présente les hypothèses de base de la lubrification hydrodynamique, à savoir :

- L'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions
- L'écoulement est laminaire
- Le lubrifiant est newtonien, de viscosité constante et est incompressible
- Les forces massiques et d'inertie sont négligeables
- La courbure d'un film lubrifiant est négligeable
- La vitesse du fluide selon l'épaisseur est très faible devant les autres vitesses
- Les gradients de vitesses suivant l'épaisseur du film sont prépondérants devant les autres

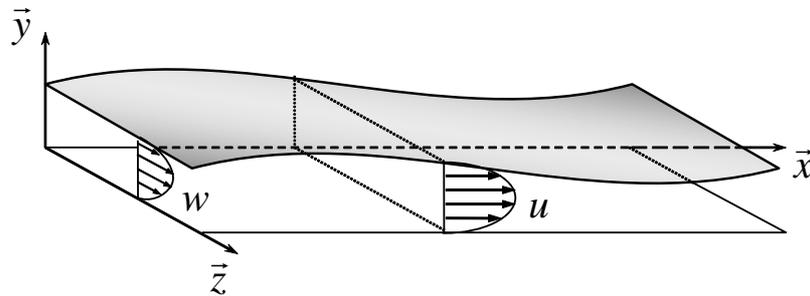


Fig. 1.5 : Type d'interface pour l'équation de Reynolds

Toutes ces hypothèses réduisent les équations établies par Navier-Stokes à :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{cases} \quad (1.4)$$

qui, par intégration en supposant aucun glissement du fluide sur les parois, conduisent à un champ de vitesse dans le fluide défini par:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} (y-h)y + u_0 \frac{h-y}{h} + u_1 \frac{y}{h} \\
 w &= \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} (y-h)y
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

qui, reporté dans l'équation de continuité, donne la fameuse équation de Reynolds exprimée par :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\eta \left((U_0 + U_1) \frac{\partial h}{\partial x} + 2V_1 \right)
 \tag{1.6}$$

Cette équation a d'ailleurs été résolue par son auteur lui-même dans une quatrième partie de son rapport et dans des conditions restrictives. Par la suite, des tentatives de résolution analytiques se sont multipliées avec une prise en compte de conditions aux limites et de phénomènes physiques de plus en plus complexes. Les premières solutions numériques ont été proposées par Cameron et Wood en 1949, puis par Pinkus, Raimondi et Boyd en 1958.

Toutefois, alors que les effets thermiques étaient clairement mis en évidence dès les premières études scientifiques, ils ne furent pas pris en compte. C'est Duncan Dowson qui en 1962 présenta en premier les équations générales de la lubrification thermo hydrodynamique sous le nom d'équation de Reynolds généralisée [DOWSON1962].

Ensuite, en 1971-1973, Berthe et Godet [BERTHE1971], [BERTHE1973] ont développés l'équation de la mécanique des films minces visqueux, généralisant l'équation de Reynolds valable uniquement pour une interface dont l'une des surface est parfaitement lisse et l'autre rugueuse. Cette équation a par la suite été validée en considérant la lubrification d'un palier présentant des défauts de formes [BERTHE1974b]. Une forme plus générale de l'équation de la mécanique des films minces visqueux avec prise en compte des effets thermiques est présentée dans [FRENE1990]. Ces travaux serviront de point de départ à l'étude qui sera exposée dans la suite de cette thèse. Un rappel plus détaillé sur l'établissement de l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée et sur celle de Reynolds sera fait aux chapitres 2 et 3.

1.3.2 Objectifs de la lubrification

La vie quotidienne illustre bien l'importance de la réduction du frottement [FELDER1992]. Faire glisser un meuble de masse élevée sur le sol n'est pas évident ; le démoulage d'une tarte après cuisson non plus si le moule n'a pas été préalablement bien préparé. Il en est de même dans les procédés de mise en forme. Lors du tréfilage par exemple, le fil fabriqué peut se rompre si les frottements sont trop importants. En forgeage à chaud avec des matrices profondes, les pièces peuvent rester collées. Le phénomène d'usure de l'outillage est observé par le praticien aussi bien à l'échelle macroscopique (creusement des cordons de bavure des matrices de forgeage à chaud et/ou des portées des filières de filage à chaud) qu'à l'échelle des rugosités (aspect brillant des surfaces). Dresser un bilan des défauts rencontrés serait trop long ; le lecteur est renvoyé à [BOSTBARGE2002] pour une revue des problèmes éventuellement rencontrés (replis, fissuration, décollement, aspiration, etc.).

La lubrification est une technique (la plus courante et la plus ancienne) parmi d'autres permettant de maîtriser en partie le frottement pour l'élimination du contact métal/métal, de l'adhésion et de l'usure entre deux corps. Elle doit permettre aussi la réduction du transfert de

chaleur entre les outils et le lopin et faciliter l'extraction de la pièce forgée des matrices. Lubrifier consiste à introduire un troisième corps de faible viscosité pour diminuer les frottements et/ou de contrainte de rupture faible pour réduire les risques d'adhésion [FELDER1992], [DEAN2000]. Cette technique joue donc un rôle prépondérant dans les procédés de mise en forme par déformation plastique pour la maîtrise de l'écoulement de la matière et la diminution de l'usure des outils [RAO1993]. La lubrification a un effet notable sur les forces requises pour déformer plastiquement le métal et pour assurer un bon remplissage des matrices. Elle a aussi une influence sur la déformation élastique des outils et sur la réponse des machines de forge et, finalement, sur les dimensions effectives des gravures des outillages [DEAN2000].

Le lubrifiant peut être soit de type solide, soit de type liquide, suivant les conditions mécaniques et thermiques du procédé. Selon Felder [FELDER1992], on peut regrouper les lubrifiants en trois catégories : les solutions aqueuses, les huiles légères et les lubrifiants de forte consistance. Pour Tipei [TIPEI1962] et Schey [SCHEY1970], les trois catégories sont les liquides, les gaz et les semi liquides tels que les graisses, les émulsions ou encore les dispersions. On trouvera dans [AYEL1997] un récapitulatif des constituants des lubrifiants, qu'ils soient à base d'huile, de graisse ou solides. Notons que les graisses diffèrent des huiles par le fait que leurs caractéristiques peuvent changer durant leur utilisation. Une même graisse peut avoir différentes contraintes de cisaillement pour les mêmes conditions limites après avoir été utilisée un certain temps [TIPEI1962].

Dans le cas du forgeage à froid, on utilise des lubrifiants savonneux, des huiles minérales ou encore des lubrifiants solides comme le graphite pouvant être associé avec une huile ou du stéarate de zinc. On utilise également des graisses [BAY1994], du phosphate en couche, des huiles naturelles telle que l'huile de suif ou des huiles synthétiques [SHARAN1980]. L'utilisation de phosphate-stéarate dès les années 30 a positionné le forgeage à froid comme procédé commercial [DEAN2000]. On retrouvera une description détaillée de l'état de l'art pour le forgeage à froid d'aciers, d'aciers faiblement alliés et d'alliages d'aluminium dans [BAY1994]. Le choix d'un lubrifiant est toutefois important car, lors de conditions sévères (pressions élevées) rencontrées dans le forgeage à froid de l'acier, l'expansion de la surface peut atteindre 3 000 % et engendrer des contraintes normales de l'ordre de 2 500 MPa pour une température moyenne générée à l'interface de 200 °C et des pics locaux transitoires de température pouvant atteindre 600 °C [BAY1994], [DEAN2000]. La pratique du forgeage à froid est ainsi assurée par le choix d'un lubrifiant capable de supporter de telles conditions extrêmes. On trouvera dans [DEAN2000] des informations détaillées sur les précautions à prendre lors de la lubrification pour la mise en forme à froid.

A chaud, le graphite est le plus communément employé avec un fluide porteur tel que l'eau, l'huile, des solvants volatiles ou des mixtures aqueuses [SCHEY1970], [SHARAN1980]. L'eau est souvent préférée car elle permet de n'avoir aucun résidu et garde les températures de l'outil sous contrôle [SCHEY1970]. Un exemple d'utilisation du graphite est donné dans [LI2001]. Cependant, ce matériau ne supporte pas les pressions très élevées et peut être incompatible avec certains aciers et alliages susceptibles d'absorber le carbone, ce qui pourrait modifier superficiellement voire en profondeur les caractéristiques du métal [PERNOT1993]. L'utilisation de verres et autres mélanges vitreux offre de nombreux avantages car ce sont des produits stables à hautes températures et présentant à la fois des propriétés lubrifiantes et d'isolation thermique, limitant le refroidissement du métal en cours

de travail. Il permet de résister aux pressions générées pendant le travail tout en assurant un film lubrifiant continu évitant le contact métal/métal très néfaste dans ce procédé, minimisant les frottements, assurant un écoulement uniforme du lopin entre les outils, et protégeant les outils d'une éventuelle surchauffe [SCHEY1970], [PERNOT1993], [MYNORS2003]. D'après Schey et selon les travaux de J. Séjournet, les verres à base silice (SiO_2) sont utilisés pour des températures supérieures à 1 100 °C, les verres de borate (Br_2O_3) pour les températures intermédiaires et les verres de phosphate pour les températures plus basses. Une variation progressive de la viscosité en fonction de la température est recommandée pour un usage optimum du verre comme lubrifiant [SCHEY1970]. Un ramollissement du verre au 2/3 de la température du lopin est recommandé pour obtenir une viscosité voisine de $10^{7.6}$ poises. Un exemple de mise en forme avec l'utilisation de lubrifiant verre est exposé dans [LI2000]. Cependant, utiliser le verre comme lubrifiant ne présente pas que des avantages. Selon Schey [SCHEY1970], les inconvénients sont liés à son élimination des produits finis, élimination qui coûte cher. Il faut disposer des produits nécessaires à son nettoyage comme le sodium hydride et l'acide fluorique. De plus, la surface de la pièce forgée est revêtue d'un film épais qui conduit à une certaine imprécision dimensionnelle sur la pièce.

Le forgeage à chaud en production industrielle peut conduire à des détériorations des outils par fatigue thermique, à l'usure par abrasion, à des déformations plastiques et des fissurations si les contraintes locales sont suffisamment élevées. Kellow *et al.* [KELLOW1977] ont d'ailleurs démontré que le glissement du lopin sur la surface de l'outil et que le degré d'oxydation des surfaces du lopin sont des facteurs significatifs affectant les températures transitoires de l'outil. Des pics de températures très supérieurs à 900 °C ont été enregistrés à la surface de l'outil alors qu'initialement le lopin était à 1 100 °C et les outils à température ambiante. Ces effets nuisibles peuvent être réduits en minimisant le temps de contact entre la pièce et les outils (en manipulant et retirant rapidement les lopins) et en utilisant des lubrifiants avec un faible coefficient d'échange thermique et possédant des qualités de fluide de refroidissement.

Les précautions à prendre tant pour les procédés à chaud qu'à mi-chaud sont similaires. Le lubrifiant se dégrade avec le temps lorsqu'il est en contact avec des outils chauffés, obligeant à exécuter le procédé rapidement. Comparé aux procédés de forgeage à froid, les pressions engendrées sont plus faibles et les phénomènes d'oxydation sont moindres sur les surfaces des lopins et des outils, diminuant les phénomènes de pics transitoires de températures observés à la surface de l'outil [KELLOW1977]. De plus, la présence d'un lubrifiant est indispensable pour refroidir la surface des outils et préserver par conséquent leur résistance à l'usure, pour diminuer les frottements et donc les efforts de forgeage et les contraintes sur les outillages. L'agent lubrifiant le plus répandu est le graphite sous une forme colloïdale [DEAN2000].

Dans l'industrie aérospatiale, le forgeage de composants avec des matériaux faiblement alliés tels que les matériaux à base de titane, d'aluminium ou de nickel est une activité significative en termes de qualité et de quantité [DEAN2000]. Les outils sont conçus avec une grande précision et les processus de contrôle sont très rigoureux. L'exemple du forgeage des aubes de compresseur et de turbine des réacteurs aéronautiques est particulièrement intéressant. Ces pièces de section mince sont fabriquées à chaud avec des outils maintenus à températures beaucoup plus faibles et subissent des pertes thermiques considérables. Lorsque les aubes sortent des matrices, la répartition de la température est très hétérogène et cause des distorsions durant le post refroidissement. Le coût de correction de ces défauts de forme est

comparable à celui de l'opération de forgeage elle-même. En réduisant l'écart de températures entre le lopin et l'outil, les pertes thermiques du lopin sont plus faibles et le champ de température est plus homogène, entraînant moins de distorsions [DEAN2000]. On trouvera dans [HU1998] une étude tant numérique qu'expérimentale sur un lopin annulaire en alliage d'aluminium, qui a permis de montrer que lorsque la température des outils approche celle du lopin, une amélioration significative de la précision est constatée, amélioration confirmée sur le forgeage des aubes dans [DEAN1998].

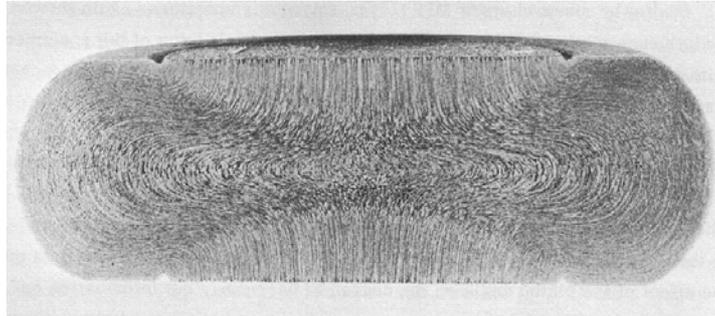


Fig. 1.6 : Exemple de lopin en acier forgé à chaud avec frottement bloquant [SCHEY1970, p608].

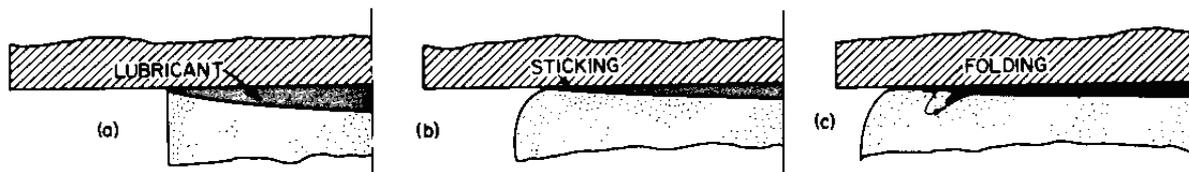


Fig. 1.7 : Apparition de défauts superficiels sur le lopin pour un frottement bloquant métal/métal [SCHEY1970].

A contrario, la réduction abusive du frottement, en laminage par exemple, peut être pénalisante [RAO1993], [CAHOUE1997] car cela diminue le contrôle sur l'écoulement plastique du métal, jusqu'à rendre impossible l'entraînement de la tôle entre les rouleaux voire provoquer une forte élévation de température au cours du processus. En forgeage, la réduction du frottement peut également conduire à un état de surface trop rugueux sur le produit fini, nécessitant une opération supplémentaire de finition par usinage. Les figures 1.6 et 1.7 montrent les conséquences d'un frottement trop important (bloquant) sur un lopin cylindrique. Un contrôle précis de la qualité du lubrifiant doit donc être effectué pour pouvoir augmenter les cadences de production tout en conservant un état de surface de qualité [WILSON1995].

Un revue générale sur l'ensemble des fonctions principales du lubrifiant est proposée dans [AYEL1996a] et, dans [AYEL1997], une synthèse sur leurs constituants pour les lubrifiants liquides, semi solides ou plastiques voire solides est proposée. Dans [FELDER1992], on trouvera un rappel des fonctions du lubrifiant pendant et après la mise en forme. Dans [WILSON1994], [WILSON1978] et [SHARAN1980], on trouvera une synthèse sur le rôle de la lubrification dans les procédés de mise en forme.

1.3.3 Les régimes de lubrification – Courbe de Stribeck

Nous avons vu que le forgeage nécessite un lubrifiant entre l'outil et le lopin à mettre en forme. Cette couche lubrifiée évolue d'ailleurs pendant le processus de mise en forme si bien que certains auteurs ont tenté de caractériser les différentes phases rencontrées. Ainsi, la lubrification de type liquide peut être divisée en quatre régimes distincts dépendant essentiellement de l'épaisseur du film lubrifiant par rapport à la rugosité de l'outil et du lopin. A chaque instant d'une opération de forgeage, ces quatre régimes de lubrification peuvent coexister en différentes zones de l'interface. On distingue donc selon Wilson W.R.D. [WILSON1979] :

- Le régime de film épais ou régime hydrodynamique, correspondant à une épaisseur du film lubrifiant séparant l'outil du lopin supérieure à dix fois Σ la valeur moyenne quadratique de la rugosité des deux surfaces en contact.
- Le régime de film mince ou régime élastohydrodynamique, survenant quand l'épaisseur du film lubrifiant est comprise entre trois et dix fois Σ la valeur moyenne quadratique de la rugosité des deux surfaces en contact. Le profil et l'orientation des rugosités influent notablement sur l'écoulement et donc sur les contraintes locales.
- Le régime de lubrification mixte, se produisant pour une épaisseur du film lubrifiant inférieure à trois fois Σ la valeur moyenne quadratique de rugosité des surfaces. Une partie de la charge normale est alors supportée par le liquide et l'autre par le contact direct entre les aspérités des deux corps (notion d'aire réelle de contact).
- Le régime de lubrification frontière ou régime limite, résultant de la mise en présence de surfaces irrégulières à composition hétérogènes. Dans ce cas il n'y a plus de lubrifiant intercalé. Dans ce régime, la physico-chimie contrôle la contrainte de cisaillement à l'interface.

Cette classification en régimes de lubrification est retrouvée chez divers auteurs parmi lesquels [JACKSON1989], [BAILLET1994a], [MONTMITONNET2001], [LIU2004]. La définition de la rugosité quadratique moyenne combinée Σ des surfaces sera définie explicitement au paragraphe 1.4.1.1.

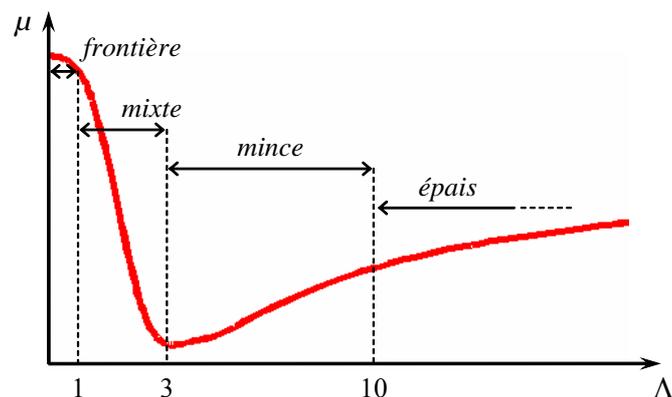


Fig. 1.8 : Courbe de Stribeck.

Il est commode de représenter les différents régimes de lubrification à partir d'une courbe de variation du coefficient de frottement en fonction de l'épaisseur du lubrifiant, de

l'épaisseur réduite Λ (définie au paragraphe 1.4.1.1) ou du nombre de Sommerfeld S défini par $S = \eta V / N$ avec η la viscosité, V la vitesse relative de glissement des parois antagonistes et N la charge normale. Cette courbe conserve toujours la même allure quelque soit le contact lubrifié [FRENE2001] et a été obtenue pour la première fois par Richard Stribeck (1861-1950) en 1902, portant aujourd'hui son nom. On y distingue ainsi les 4 zones, les mêmes que décrites ci-dessus (figure 1.8).

La première zone, $\Lambda < 1$, correspond au régime frontière. Le frottement et l'usure existant entre les surfaces antagonistes sont pilotés par les interactions physicochimiques des surfaces et du lubrifiant. L'épaisseur de l'interface est de l'ordre de quelques nanomètres si bien qu'il y a formation d'un 'troisième corps'¹ et qu'il peut y avoir grippage par adhésion entre les surfaces. Dans ce régime, le coefficient de frottement μ est de l'ordre de 0,1 ou plus. Ce régime est favorisé par une faible vitesse de glissement, une faible viscosité de lubrifiant et/ou de fortes pressions de contact.

Dans la zone suivante, $1 \leq \Lambda < 3$, la courbe de Stribeck montre une légère décroissance du coefficient de frottement μ qui passe à environ 0,05-0,025 lorsque l'épaisseur réduite Λ augmente. L'épaisseur de film est de l'ordre de la hauteur des aspérités. C'est le domaine du régime de lubrification mixte pour lequel la charge est portée à la fois par les aspérités et le film lubrifiant. L'usure apparaît sur les 'plateaux' (surfaces de contact), alors que les vallées conservent le lubrifiant qui est mis sous pression.

Lorsque la pression des vallées devient suffisante, les surfaces antagonistes se retrouvent séparées. Il apparaît alors une troisième zone, $3 \leq \Lambda < 10$, représentative du régime de lubrification mince pour lequel il peut y avoir au départ quelques contacts occasionnels entre les aspérités des surfaces antagonistes. Le coefficient de frottement μ chute brutalement jusqu'à être de l'ordre de 0,001. Le régime hydrodynamique est établi et la charge portée par le lubrifiant peut déformer les parois de l'interface. On parle alors de régime élastohydrodynamique.

Pour les épaisseurs réduites supérieures, $\Lambda \geq 10$, le régime hydrodynamique est conservé. Les surfaces sont totalement séparées et le frottement est dû uniquement à la viscosité du lubrifiant. Le frottement est extrêmement faible et la piézoviscosité négligeable. Il peut alors apparaître des tourbillons dans l'interface ; le régime devient turbulent.

1.3.4 Caractérisation d'un lubrifiant

Un fluide lubrifiant est principalement caractérisé par sa masse volumique et par sa viscosité. On se propose donc de faire le point sur ces deux paramètres pour les lubrifiants de type huile minérale et ceux de type verre.

La masse volumique

Bien que pouvant paraître secondaire, surtout pour le forgeage, la masse volumique ρ du lubrifiant est un paramètre important, dépendant essentiellement de sa composition chimique. Elle est généralement mesurée en kg/m^3 conformément au système d'unités S.I. et est fonction de la température et de la pression.

¹ Notion proposée par Maurice Godet (1930-1993) [DOWSON1998].

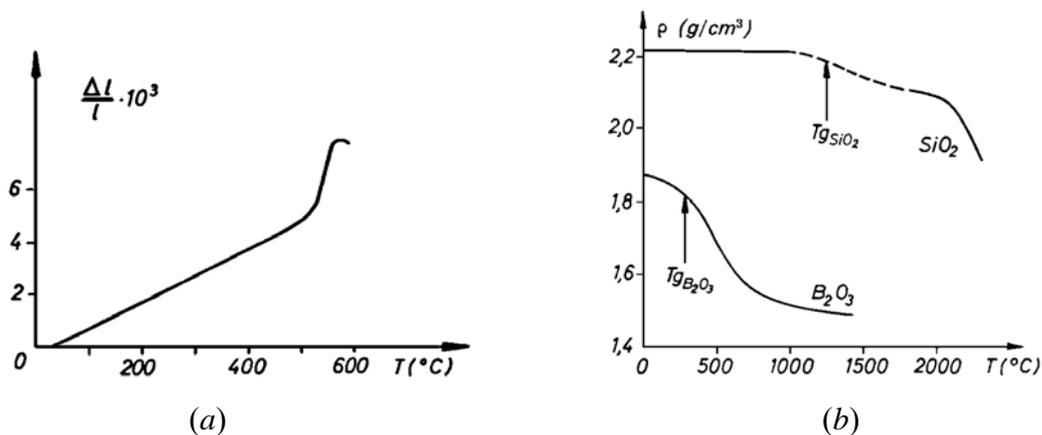


Fig. 1.9 : a) Courbe dilatométrique du verre sodocalcique 75 SiO_2 -15 Na_2O -10 CaO [SCHOLZE1969] ; b) Influence de la température sur la masse volumique du verre de silice (Si_2O) et du verre de borate (B_2O_3) [SCHOLZE1969].

En effet, lorsque la température augmente, chaque particule de fluide oscille par suite de l'énergie thermique qui augmente. Il en résulte un accroissement de l'amplitude des vibrations de chaque particule. Si ce phénomène, appelé dilatation, est limité dans les solides à cause des liaisons fixes limitant les vibrations, ce n'est pas le cas des fluides qui se dilatent d'avantage. C'est aussi le cas du verre fondu pour lequel la cohésion devient plus faible au dessus de la température de transition vitreuse T_g (elle sera définie plus loin, § 1.3.4.2.6). La figure 1.9 illustre la dépendance de la masse volumique vis-à-vis de la température pour deux types de verres : l'un de silice (SiO_2), l'autre de borate (B_2O_3). A 1 000 °C par exemple, celle du verre de borate s'élève à 1550 kg/m³ pour un coefficient de dilatation linéaire d'environ $40 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ tandis qu'à température ambiante, les valeurs correspondent à 1860 kg/m³ et $15 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Notons que la dilatation thermique peut être caractérisée par le coefficient moyen d'augmentation de longueur $\alpha_{\Delta T} = (\Delta l / \Delta T) / l_0$ (coefficient de dilatation linéaire) ou par le coefficient d'augmentation de volume $\beta_{\Delta T} = (\Delta V / \Delta T) / V_0$ (coefficient de dilatation cubique) ; on a généralement $\beta_{\Delta T} \approx 3\alpha_{\Delta T}$ [SCHOLZE1969].

Pour les huiles minérales à pression atmosphérique, on peut exprimer la dépendance vis-à-vis de la température par la relation [DALLEMAGNE1999] : $\rho = \rho_0 / (1 + \alpha(T - T_0))$ où T est la température en °C, ρ_0 est la masse volumique à la température de référence T_0 (par exemple et souvent 15 °C [AYEL1996b]), α est le coefficient moyen de dilatation volumique isobare variant de $6 \cdot 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ pour les huiles visqueuses à $7 \cdot 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ pour les huiles minérales les plus fluides [AYEL1996b], [DALLEMAGNE1999]. A titre indicatif, la dilatation d'une huile minérale est d'environ 10 à 20 fois plus grande que celle du métal (acier ou alliage d'aluminium) [AYEL1996b]. Une représentation de la dépendance vis-à-vis de la température est présentée à la figure 1.9.

Par ailleurs, lorsque la pression augmente, le fluide est comprimé et les oscillations des particules sont entravées. Il s'en suit une augmentation de la masse volumique. Mais, même si la compressibilité des huiles minérales pures est faible, elle n'est cependant pas négligeable lorsque la pression devient importante à cause de l'air qui y est dissout selon [AYEL1996b]

(voir figure 1.10). Une huile minérale perd environ 1,5 à 2 % de volume sous 250 bars², 3 % sous 500 bars et environ 5 % sous 1 000 bars. Lorsque la température intervient, la compressibilité augmente. Ainsi, pour 1 000 bars, la variation de volume passe de 4 % à 10 °C à 6 % à 110 °C. Ainsi, selon Dallemagne [DALLEMAGNE1999], on peut représenter son évolution par la loi : $\rho = \rho_0 / (1 - \beta \alpha p)$ dans laquelle p est la pression et β est le coefficient de compressibilité isotherme défini comme l'inverse du module de compressibilité K . Notons selon [GOSSE1995], qu'il est raisonnable de considérer un fluide comme étant isovolume ou incompressible (sans faire référence à la thermodynamique) lorsque la variation relative de sa masse volumique $|d\rho/\rho|$ est inférieure ou égale à 4 % au cours de son mouvement.

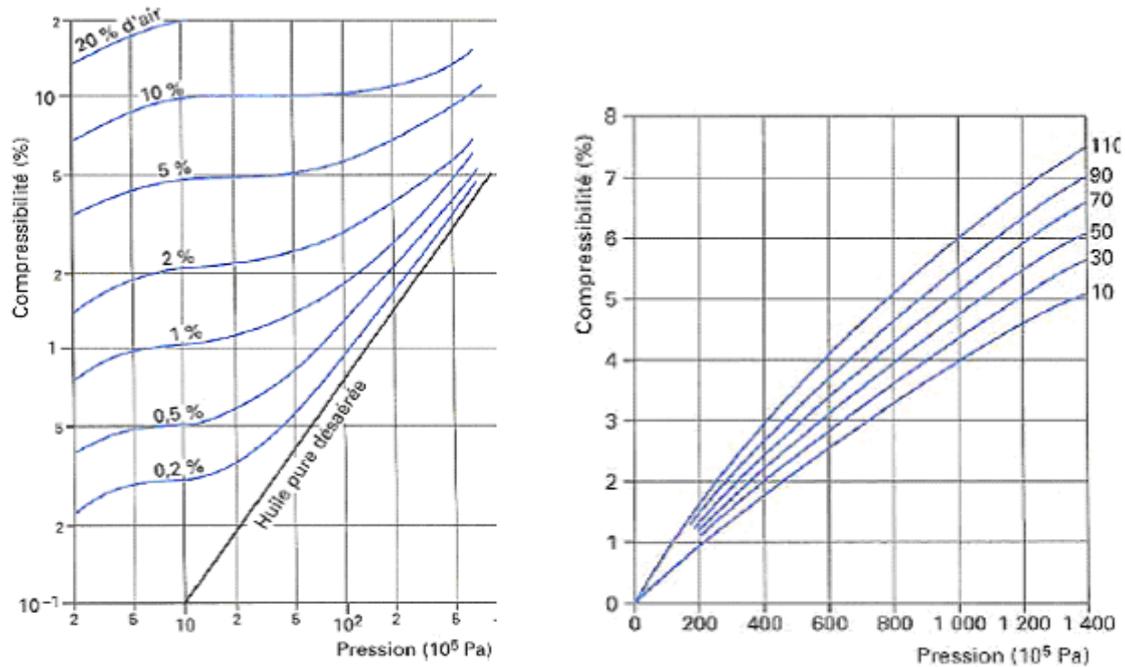


Fig. 1.10 : Compressibilité d'huiles minérales paraffiniques en fonction de la teneur en air [AYEL1996b] ; Diminution de volume d'une huile minérale paraffinique de viscosité égale à 55 mm²/s à 40 °C en compression adiabatique pour différentes températures initiales d'huile [AYEL1996b]

La loi de Dowson et Higginson isotherme [DOWSON1977], [WONG1996] est la plus couramment employée dans le domaine de la mécanique du contact lubrifié pour modéliser la dépendance de la masse volumique d'une huile par rapport à la pression. Elle s'écrit :

$$\rho(p) = \rho_0 \left(1 + \frac{A p}{1 + B p} \right) \quad (1.7)$$

où ρ_0 est la masse volumique à la pression atmosphérique de référence, $A = 0,58 \cdot 10^{-9}$ et $B = 1,68 \cdot 10^{-9}$, et p la pression en Pa. Cette relation a été utilisée par Sadeghi *et al.* [SADEGHI1989] pour montrer que la compressibilité d'un lubrifiant ne peut être négligée dans un contact rugueux élastohydrodynamique. Elle montre que lorsque la pression devient grande ($p \rightarrow +\infty$), la masse volumique augmente de 34 % ($\rho/\rho_0 \rightarrow 1,34$). Cependant, il faut

² 1 bars \approx 0,1 MPa

préciser que Wong *et al.* [WONG1992] ainsi que Feng et Ramesh [FENG1993] ont montré expérimentalement qu'elle surestime la compressibilité aux hautes pressions. Une version étendue de la loi (1.7) de Dowson et Higginson avec prise en compte de la pression et de la température est proposée dans [CHENG1965], [PEIRAN1990], [WONG1996], [MA1997] ou [LIU2002] :

$$\rho(p, T) = \rho_0 \left(1 + \frac{Ap}{1 + Bp} - C(T - T_0) \right) \quad (1.8)$$

où $C = 0,00065 \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$. Notons au passage que Fairlie *et al.* [FAIRLAIE2003] envisagent une dépendance à la température en multipliant l'expression (1.7) par $1 - \beta_{e0} \exp(-\kappa_e p)(T - T_0)$ avec β_{e0} le coefficient de dilatation thermique et κ_e le coefficient de pression de dilatation thermique.

Cependant, Höglund et Larsson [HÖGLUND1997], [HÖGLUND1999] suggèrent cependant une loi de compressibilité empirique plus adaptée que celle de Dowson et Higginson [DOWSON1977] ou celle de Feng et Ramesh [FENG1993] pour plusieurs types de lubrifiants rencontrés en conditions de lubrification élastohydrodynamique. Ils l'écrivent :

$$\rho(p) = \rho_0 \left(1 + \frac{C_1}{2C_2} \left(1 + s \sqrt{1 + \frac{4C_2(p - C_3)}{C_1^2}} \right) \right)^{-1} \quad (1.9)$$

où dans cette loi, p est la pression et s , C_1 , C_2 et C_3 sont des constantes inhérentes à la nature de l'huile.

Pour le verre à température relativement basse, sa masse volumique (en g/cm^3) peut être déterminée selon Scholze [SCHOLZE1997] par la relation empirique suivante assez précise jusqu'à la quatrième décimale : $\rho(T) = \rho_e - 0,00171(T - T_e)$ où ρ_e est la masse volumique en g/cm^3 d'un verre étalon mesurée à la température T_e (en $^\circ\text{C}$). Il ne semble pas exister de relation valable pour les hautes températures. Notons que pour les huiles, il est proposé dans [VERGNE1995] une relation linéaire exprimant la masse volumique en fonction de la température pour des températures allant de -20 à $170 \text{ } ^\circ\text{C}$: $\rho(T) = \rho_0 - 0,752(T - T_0)$ en $\text{g/ml}/^\circ\text{K}$ avec $\rho_0 = 1013,4 \text{ g/ml}$ à $T_0 = 273,15 \text{ } ^\circ\text{K}$.

La viscosité

Une autre grandeur, tout aussi importante si ce n'est plus que la masse volumique et caractérisant la résistance d'un fluide à l'écoulement, est sa viscosité. Elle résulte plus précisément de la résistance qu'opposent les molécules du fluide à des efforts qui tendent à les déplacer par glissement relatif [DALLEMAGNE1999]. Elle peut être interprétée comme la tendance du fluide à dissiper de l'énergie par les frottements internes [VARGAS2001]. Cependant, puisqu'elle repose sur les interactions moléculaires, elle est très sensible à la température et à la pression.

La viscosité absolue ou viscosité dynamique η (de cisaillement), mesurée en pascal-seconde (Pa.s) ou poise (P) en référence à Poiseuille, est le paramètre le plus pertinent pour caractériser un fluide. En France, on utilise souvent le poiseuille (Pl). Dans le système

d'unités CGS, l'unité légale est le poise [WOLFF1994]. Dans le système ASTM, on parle de centipoise³ (cP).

Il est assez courant d'utiliser la viscosité cinématique définie par $\nu = \eta / \rho$, dont l'appellation a été proposée par Maxwell [CAMERON1966]. Son unité légale est le m²/s mais, dans le système d'unités CGS, on utilise le stokes (St) proposé par Jakob [CAMERON1966] en référence à G.G. Stokes pour ses travaux dans le domaine de la mécanique des fluides. Rappelons que le poise et le stoke étaient les unités les plus utilisées au niveau international avant 1970 [SHELBY1997]. Le principe de caractérisation de la viscosité cinématique est basé sur l'application de la loi de Poiseuille donnant la relation entre le débit volumique d'un liquide newtonien s'écoulant en régime laminaire dans un tube capillaire calibré et sa perte de charge linéaire dp/dx [DALLEMAGNE1999]. La viscosité cinématique est donc mesurée à partir de l'écoulement d'un certain volume d'huile dans un tube capillaire conformément à cette loi de Poiseuille [AYEL1996b].

Dans le domaine de la mécanique du contact lubrifié, il est bien connu que la viscosité influence de manière prépondérante le champ de pression dans le cas des effets hydrodynamiques et d'écrasement. Les paragraphes suivant lui sont donc entièrement dédiés.

1.3.4.1 Mesure de la viscosité

La méthode de mesure de la viscosité, à pression et température constantes, dépend essentiellement du type de viscosité à mesurer, de la nature absolue ou relative de la mesure, de la nécessité ou non d'avoir une mesure normalisée, du coût de la mesure en investissement et en fonctionnement, du domaine de gradient de vitesse (ou de contrainte de cisaillement) dans lequel la mesure doit être effectuée et enfin de la précision requise [WOLFF1994]. Par la suite, on ne s'intéressera qu'à la viscosité dynamique car elle interviendra dans les équations de mouvement du lubrifiant (voir chapitres 2 et 3).

Une revue des méthodes de mesure de la viscosité dynamique avec avantages et inconvénients et un descriptif de quelques appareils commerciaux de mesure sont proposés dans [WOLFF1994]. Dans [VARGAS2001], on trouvera une revue des viscosimètres utilisés pour la mesure de viscosité de lubrifiants à hautes températures. Selon cet auteur, le viscosimètre à cylindres coaxiaux est le plus 'flexible' car il permet de mesurer η sur une plage allant de 10² à 10¹³ Pa.s pour une température allant de l'ambiante à 1 600 °C. Il est basé sur celui développé par Couette (pour lequel seul le cylindre externe était mobile), d'où la dénomination générale de viscosimètre de Couette. La valeur de la viscosité mesurée par ce dispositif est donnée par [SCHELBY, p14], [VARGAS2001] :

$$\eta = \frac{C}{4\pi L \omega} \left(\frac{1}{r_e^2} - \frac{1}{r_i^2} \right) \quad (1.10)$$

où C est le couple (en N.m), ω est la vitesse angulaire de rotation (en s⁻¹), r_i et r_e désignent les rayons interne et externe (en m) de l'entrefer entre deux cylindres coaxiaux rempli du fluide à mesurer. Deux modes de fonctionnement sont alors possibles : l'un des cylindres est mis en mouvement à vitesse constante et le couple visqueux est mesuré sur l'autre cylindre (il peut également l'être sur le cylindre mobile) ; inversement, un des

³ 1 P = 100 cP = 0,1 Pa.s

cylindres peut être mis en mouvement sous l'action d'un couple constant et l'on mesure sa vitesse de rotation. Un point sur les avantages et inconvénients de ce viscosimètre est fait dans [WOLFF1994]. Quelques géométries de viscosimètres existants sont illustrées à la figure 1.11. Notons qu'au laboratoire, il a été développé un viscosimètre hautes pressions dont le principe général est celui de la chute d'un corps cylindrique sous l'effet de la gravité dans un alésage vertical. Il permet de réaliser des essais pour une gamme de température entre -25 °C et 150 °C pour des pressions comprises entre l'ambiante et 600 MPa et une gamme de viscosité entre 10^{-3} à 10^3 Pa.s . Toujours dans le laboratoire et dans le cadre du projet Simulforge dont fait partie cette thèse, un viscosimètre est en en cours d'élaboration pour des mesures de viscosité de lubrifiant de type verre.

Pour la mesure de viscosité du verre fondu, lorsque les températures sont supérieures à 1600 °C , la partie exposée doit être en platine ou alliage de platine selon Shelby [SHELBY1997].

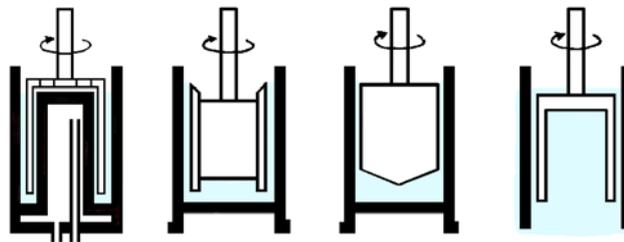


Fig. 1.11 : Quelques géométries de viscosimètres à cylindres coaxiaux [WOLFF1994].

Grâce aux mesures expérimentales, diverses lois de comportement ont pu être établies. Dans ce qui suit, on fait le point sur les modèles rhéologiques utilisés communément en lubrification.

1.3.4.2 Modèles rhéologiques des lubrifiants

Newton a été le premier à définir la viscosité dynamique η comme étant le rapport entre la contrainte de frottement τ (en Pa) et la vitesse de déformation (ou taux de cisaillement ou gradient de vitesse) $\dot{\gamma}$ (en s^{-1}) [CAMERON1966], [VARGAS2001], [FRENE1990] :

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{ou } \tau = \eta \dot{\gamma}) \quad (1.11)$$

Cette loi est valable pour un milieu continu homogène où les efforts intérieurs sont représentés par un tenseur des contraintes symétrique s'exprimant par une fonction linéaire et isotrope du tenseur des taux de déformations [PIAU1979]. Les fluides obéissant à cette loi linéaire sont dit 'newtoniens'. D'une manière générale, ce sont des milieux à mémoire mécanique infiniment courte et à mémoire thermique nulle. Dans la loi (1.11), la dépendance vis-à-vis de la température et la pression (qui doit être faible) est prise en compte dans la viscosité η . Cet aspect sera développé plus loin avec les lois thermo piézo visqueuses.

Cependant, dans les expériences viscosimétriques de lubrifiant, on peut noter un écart par rapport à ce type de comportement pour certains fluides. On est alors en présence de fluides non-newtoniens [VERGNE1985]. Les fluides sont ainsi classés selon leur comportement rhéologique en deux catégories : les fluides newtoniens et les fluides non newtoniens (dépendant ou non du temps). Il existe également des fluides viscoélastiques [WOLFF1994].

Notons que pour un fluide non-newtonien, l'équation (1.11) exprime la viscosité de cisaillement apparente [MIDOUX1985], [WOLFF1994].

Plusieurs facteurs peuvent intervenir sur la mesure de la viscosité, à savoir : la température, la composition chimique du fluide, la pression même si elle agit faiblement, le temps combiné à la vitesse de cisaillement qui peut être complexe et donner lieu à des phénomènes rhéopexiques⁴, et enfin la contrainte de cisaillement. L'influence du temps se manifeste de la façon différente selon le type de fluide. On distingue les liquides thixotropes pour lesquels, à contrainte de cisaillement constante, la viscosité décroît lorsque la durée de cisaillement augmente, et les fluides antithixotropes pour lesquels la viscosité croît avec la durée de cisaillement. Lorsque la contrainte de cisaillement est supprimée, on peut aboutir après un temps plus ou moins long, soit à un retour à l'initial, soit à une fluidification ou à un épaississement stable correspondant à un changement important de la structure intra ou intermoléculaire du fluide [WOLFF1994].

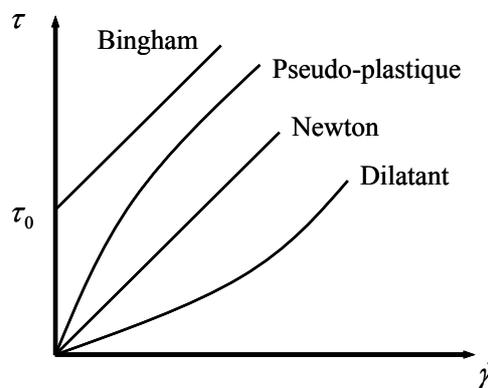


Fig. 1.12 : Les différents types de comportements par rapport au comportement newtonien.

Les fluides newtoniens sont sensibles à la température et à la pression. Selon Cameron [CAMERON1966], les huiles restent newtoniennes jusqu'à 1 GPa. Si leur viscosité est très sensible à la pression, elle l'est encore plus par rapport à la température. Selon [FRENE1990], celle de l'eau par exemple décroît de 2,5 % par degré au voisinage de 20 °C et pour certaines huiles minérales, cette décroissance peut atteindre 10 à 20 % par degré. Pour les fluides non-newtoniens, la viscosité est une fonction de la température et de la pression mais aussi de la contrainte de frottement τ ou de la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$. Le rhéogramme $\tau = f(\dot{\gamma})$, figure 1.12, illustre les relations possibles entre ces deux paramètres. Par exemple, les fluides newtoniens sont caractérisés par des droites de pente $1/\eta$.

L'hypothèse de fluide newtonien, d'une part lorsqu'elle est vérifiée, surestime fortement la viscosité pour de forts taux de déformations [GECIM1980], [CONRY1987]. D'autre part, certains fluides n'ont pas du tout un comportement de ce type. Le paragraphe suivant aborde succinctement ce type de lubrifiant.

1.3.4.2.1 Fluides non newtoniens

⁴ Propriété d'une substance qui se solidifie quand on l'agite et revient à son état initial après cessation de l'effort, en un temps plus ou moins long

Du point de vue de la vitesse de cisaillement, les fluides peuvent être classés en 3 catégories [WOLFF1994], [MIDOUX1985] :

- Les fluides rhéofluidifiants ou pseudoplastiques dont la viscosité apparente décroît de façon monotone lorsque $\dot{\gamma}$ augmente. Plusieurs équations empiriques ont été proposées pour décrire un tel comportement rhéologique parmi lesquels les modèles d'Ostwald-de Waele, de Prandtl-Eyring, de Ree-Eyring, de Powell-Eyring ou de Williamson.
- Les fluides plastiques, caractérisés par une contrainte de cisaillement seuil τ_c au dessous de laquelle l'écoulement est impossible. Par exemple, un fluide obéissant à la loi de Bingham.
- Les fluides dilatant ou rhéoépaississants qui, a contrario des fluides rhéofluidifiants, présentent une augmentation de la viscosité avec l'augmentation de $\dot{\gamma}$.

Il existe dans la littérature plusieurs modèles décrivant le comportement non-newtonien de certains lubrifiants qu'ils soient de type huile ou un mélange à base silice comme le verre [MIDOUX1985]. Un fluide peut par exemple obéir à la loi puissance proposée à l'origine par Ostwald et de Waele. Cette loi empirique s'écrit : $\tau = K \dot{\gamma}^n$, où K est la consistance du fluide et n est l'indice d'écoulement traduisant la 'non perfection visqueuse'. Si $n > 1$, elle décrit un fluide dilatant et, si $n < 1$, un fluide pseudo plastique, le cas $n = 1$ correspondant au cas newtonien. Pour un fluide appartenant à la classe des fluides à seuil, dont la contrainte de cisaillement doit atteindre la cission maximale avant d'autoriser tout écoulement, on a $\tau = \tau_0 + F(\dot{\gamma})$ pour $\tau \geq \tau_0$. La fonction $F(\dot{\gamma})$ peut revêtir plusieurs formes : $F(\dot{\gamma}) = K \dot{\gamma}^n$ pour le modèle de Herschel-Bukley et $F(\dot{\gamma}) = K \dot{\gamma}$ pour le modèle de Bingham. Selon [VERGNE1985] ces modèles ont trouvé plusieurs applications notamment dans l'étude des graisses.

1.3.4.2.2 Viscoélasticité

Lorsqu'un fluide initialement newtonien subit de forts taux de cisaillement, le modèle newtonien n'est plus adapté. Le modèle d'Eyring [EYRING1936], dit abusivement de Ree-Eyring depuis son application en lubrification élastohydrodynamique [BELL1962], permet de s'éloigner du comportement newtonien et d'exprimer la contrainte de cisaillement pour de fortes vitesses de déformation :

$$\tau = \tau_e \operatorname{arcsinh} \frac{\dot{\gamma} \eta}{\tau_e} \quad (1.12)$$

où τ_e est la contrainte limite de réponse newtonienne dite contrainte caractéristique d'Eyring. Pour de faibles contraintes de cisaillement, plus petites que τ_e , ou lorsque τ_e tend vers l'infini, cette relation constitutive tend⁵ vers celle de Newton (1.11). Pour de fortes vitesses de déformation, on a $\tau \approx \tau_e \ln(\dot{\gamma} \eta / \tau_e)$.

En régime isotherme et à des pressions élevées ou, pour des temps de sollicitation extrêmement courts, Johnson et Tevaarwerk adoptent le modèle non-linéaire viscoélastique de

⁵ Si $x \ll 1$, alors $\operatorname{arcsinh} x \approx x$

Maxwell pour les lubrifiants isotropiques à base d'huile [TEVAARWERK1975], [JOHNSON1977], [JOHNSON1979] :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_e + \dot{\gamma}_v = \frac{\dot{\tau}}{G} + \frac{\tau}{\tau_e} \frac{\tau_r}{\eta} F\left(\frac{\tau_e}{\tau_r}\right) \quad (1.13)$$

Dans cette relation, G est le module d'élasticité, τ_e est la contrainte équivalente définie par le critère de Von Mises ($\tau_e = (\bar{\tau} : \bar{\tau} / 2)^{1/2}$), τ_r est une contrainte de référence caractéristique, et F une fonction qui peut revêtir plusieurs formes (1.14). Dans leur étude, Johnson et Tevaarwerk [JOHNSON1977] proposent une fonction sinus hyperbolique basée sur le modèle de Eyring (1.12). Bair et Winer [BAIR1979] proposent une fonction logarithmique. On peut synthétiser quelques expressions possibles de F en fonction de leur auteurs :

$$F(x) = \begin{cases} \sinh(x) & \text{Eyring (1936)} \\ -\ln \frac{1}{1-|x|} & \text{Bair et Winer (1979)} \\ -\frac{x}{|x|} \operatorname{arctanh}(x) & \text{Gecim et Winer (1980)} \\ \frac{x}{\sqrt{1-|x|^2}} & \text{Lee et Hamrock (1990)} \\ \frac{x}{(1-|x|^n)^{1/n}} & \text{Elsharkawy et Hamrock (1991)} \end{cases} \quad (1.14)$$

Dans le modèle d'Eyring, la contrainte de référence τ_r est égale à la contrainte limite τ_0 , alors qu'elle est égale à la contrainte limite τ_l dans les autres cas. Notons que pour un fluide newtonien, la composante visqueuse est linéaire et $F(x)=1$. Pour plus de précisions, le lecteur est invité à consulter [HAMROCK1994], [HÖGLUND1999].

Par ailleurs, la viscosité η , le module de cisaillement G et les contraintes τ_0 et τ_l peuvent toutes être fonctions de la température et de la pression uniquement. Houpert *et al.* [HOUPERT1981] définissent cette dépendance par une fonction de p et T analogue à la loi de Barus thermo-piézo-visqueuse (1.31).

Pour tenir compte d'un éventuel comportement plastique du lubrifiant, C.F. Smith [SMITH1959] a proposé le concept de contrainte de cisaillement limite τ_l abordé ci-dessus pour un fluide newtonien. Il a alors écrit [SMITH1960] :

$$\tau = \begin{cases} \eta \dot{\gamma} & \text{si } \eta \dot{\gamma} \leq \tau_l \\ \tau_l & \text{si } \eta \dot{\gamma} > \tau_l \end{cases} \quad (1.15)$$

Des exemples de mesures expérimentales de τ_l sont disponibles chez Bair et Winer [BAIR1979], [BAIR1990], [BAIR1992] ou encore chez Wong *et al.* [WONG1992]. Dans [WANG1991], [CAHOUE1997], [HOGLUND1999], il est proposé, pour de faibles temps de relaxation, une relation linéaire pour exprimer la dépendance de la contrainte limite :

$$\tau_l = \tau_{l0} + m p \quad (1.16)$$

où p est la pression en MPa, τ_{10} est la contrainte limite à la pression atmosphérique et m est un coefficient dépendant du lubrifiant. Selon [HÖGLUND1999], lorsque les pressions dépassent le gigapascal dans les contacts lubrifiés élastohydrodynamiques, le terme $m p$ devient prédominant devant τ_{10} . Le coefficient m est donc approché par le coefficient de frottement μ pour les fortes pressions. Dans [BAIR1998], on trouve une dépendance quadratique, $\tau_l = c_0 + c_1 p + c_2 p^2$, proposée par Bezot *et al.* [BEZOT1988] où c_0 , c_1 et c_2 sont des constantes. Notons que pour des taux de déformation $\dot{\gamma}$ élevés, la thermique est à prendre en compte. C'est ce qui est proposé dans [BAIR1992] : $\tau_l = (0,095 - 0,00035T)p$, relation donnant approximativement la contrainte limite mais valable sur un petit intervalle de pressions supérieures à l'ambiante. Des valeurs de m sont par ailleurs données dans [HÖGLUND1999] pour divers lubrifiants à diverses températures.

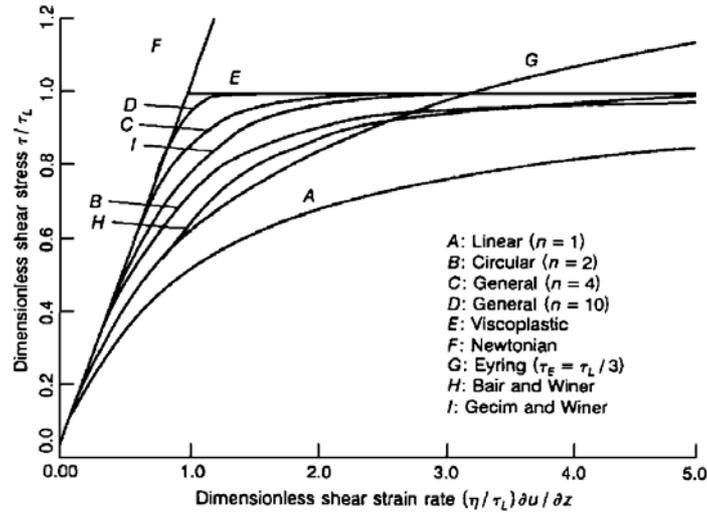


Fig. 1.13 : Exemples de modèles rhéologiques non-newtoniens [HAMROCK1994], [HÖGLUND1999].

La figure 1.13 montre les différentes lois de comportement non newtoniennes par rapport au comportement newtonien et à la contrainte limite de cisaillement. Elle montre que le modèle d'Eyring n'est pas valable pour les taux de déformation très importants. Tous les autres dont celui proposé par Bair et Winer respectent le concept de cisaillement limite. D'autres modèles sont disponibles dans [HAMROCK1994].

Le nombre de Deborah D introduit par Reiner en 1964 [UHLMANN1986], représente la capacité du fluide à réagir en fonction de son temps de relaxation⁶ (η/G) sur le temps de passage de celui-ci dans le contact (L/U). Il est défini par [JOHNSON1977], [UHLMANN1986], [CAHOUE1997], [NELIAS1999] :

$$D = \frac{\eta U}{G L} \quad (1.17)$$

où η est la viscosité du lubrifiant, U est la vitesse moyenne d'entraînement du fluide dans le contact, G est le module de cisaillement et L est la longueur du contact. Lorsque D

⁶ C'est le temps requis pour qu'une contrainte provenant d'une contrainte de cisaillement soudainement imposée tombe à $1/e$ de sa valeur initiale (= 0,368) [SCHEY1970], [SCHELBY1997].

est grand, à pression élevée, viscosité et piézoviscosité grandes, le comportement est élastique aux faibles vitesses de déformations (le comportement de Maxwell (1.13) est défini par $\tau = G\gamma$) et, est visqueux non-linéaire aux grandes vitesses de déformations. Lorsque D est petit ($D \ll 1$), la contribution élastique du fluide peut être négligée dans la relation de Maxwell. Dans les procédés de mise en forme, on le considère négligeable, selon [CAHOUE1997].

Le temps de relaxation typique des huiles minérales varie entre 10^{-4} et 10^{-8} secondes [SCHEY1970]. Il devient significatif lorsque le temps de transit d'un fluide lubrifiant dans une zone de contact est d'amplitude similaire. Dans les procédés de mise en forme lubrifiés les vitesses des parois ne sont pas excessives, mais les taux de déformations dans le film lubrifiant peuvent être très importants. En outre, les pressions atteintes au cours du procédé peuvent mener aisément à une solidification du lubrifiant. Le rapport η/G (temps de relaxation) peut donc être suffisamment grand pour ne pas être négligeable [SCHEY1970].

Pour de faibles viscosités, le verre se comporte usuellement comme un liquide newtonien qui se relaxe quasi immédiatement. Pour de fortes viscosités, la réponse du verre est celle d'un matériau élastique. Il en résulte qu'il existe un intervalle de températures intermédiaires pour lesquelles le comportement est intermédiaire entre le comportement d'un fluide et celui d'un solide élastique. Ce type de comportement viscoélastique peut être modélisé par un comportement de type Maxwell (1.13). C'est ce que proposent par exemple Najji *et al.* [NAJJI1989] dans le cas d'un fluide obéissant à ce type de comportement pour modéliser son écoulement.

Cependant, si le modèle de Maxwell est très populaire dans les calculs de temps de relaxation, il ne représente pas adéquatement le comportement de mélanges de verre réels. De meilleurs modèles peuvent être obtenus en y incluant des éléments de Voigt-Kelvin ou en couplant un certain nombre d'éléments de Maxwell en parallèles. Un élément de Maxwell en série avec un élément de Voigt-Kelvin, appelé élément de Burger, améliore la formalisation du comportement des matériaux actuels dans l'intervalle de transformation du verre. Cet élément possède cependant plusieurs temps de relaxation à déterminer. En outre, les verres industriels peuvent être décrits correctement par une multitude d'éléments de Maxwell et de Voigt-Kelvin, mais il est nécessaire de déterminer dans ce cas, un spectre de temps de relaxation [SHELBY1997].

Pour une température voisine de celle de la transition vitreuse T_g , la viscosité est de l'ordre de 10^{12} Pa.s et le module de Coulomb du verre est de l'ordre de 10^{11} N/m². Le temps de relaxation est alors de 10 s [SHELBY1997]. Le temps de relaxation augmente avec la diminution de la température car la viscosité augmente [SCHOLZE1969]. Cette propriété permet donc de définir le verre comme un liquide dont la durée de relaxation n'est plus observable. D'autres définitions sont proposées dans [SCHOLZE1969].

1.3.4.2.3 Lois de piézoviscosité

Examinons maintenant quelques lois de dépendance de la viscosité dynamique par rapport à la pression, à la température ou à ces deux paramètres.

La loi de Barus est très simple mais n'est valable que pour des pressions inférieures à 100 MPa pour divers types d'huiles [BARUS1893], [FRENE1990] :

$$\eta(p) = \eta_0 \exp[\alpha(p - p_0)] \quad (1.18)$$

où η_0 est la viscosité du fluide à la pression atmosphérique de référence p_0 à température ambiante et α est le coefficient de piézoviscosité valant habituellement de 1 à $2.10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$ [MONTMITONNET2000]. Généralement en élastohydrodynamique, à cause des fortes pressions rencontrées, on considère p_0 nulle dans l'expression (1.18). Le coefficient de piézoviscosité α varie selon la nature du lubrifiant [AYEL1996b]. Höglund [HOGLUND1999] montre sa dépendance vis-à-vis de la température pour diverses huiles. Par exemple, une huile minérale naphthénique à 20 °C et 80 °C a un coefficient de piézoviscosité de 26,5 et 16,4 GPa^{-1} respectivement, une huile minérale paraffinique donne respectivement 19,8 et 15 GPa^{-1} .

Il est toutefois connu que cette loi surestime la viscosité de l'huile sous pression au delà de sa limite de validité, voir [BAIR2001c] et figure 1.14. On lui préfère alors la loi de Roelands [ROELANDS1963], [SADEGHI1989], [MARSAULT1998], [MOLIMARD2003] :

$$\eta(p) = \eta_0 \exp \left[\ln \frac{\eta_0}{\eta_r} \left(\left(1 + \frac{p - p_0}{p_r} \right)^z - 1 \right) \right] \quad (1.19)$$

où p_r une constante du modèle valant 196,2 MPa, η_r est la viscosité de référence telle que $\ln \eta_r = -9,668$ et z est l'index de piézoviscosité dont la valeur est donnée en remarquant l'égalité des pentes en $p = p_0$ entre cette loi et celle de Barus. On établit ainsi $z = (\alpha p_r) / \ln(\eta_0 / \eta_r)$.

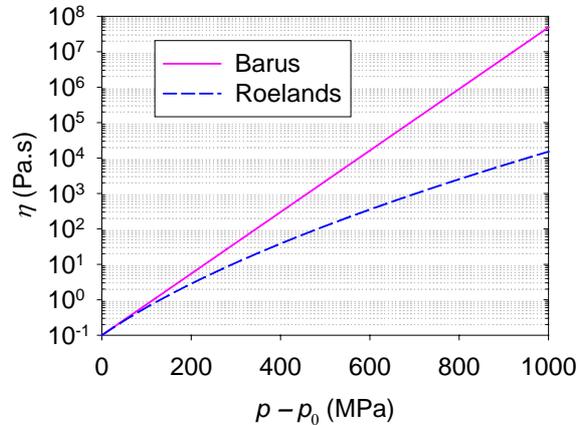


Fig. 1.14 : Evolution de la viscosité en fonction de la pression ($\eta_0 = 0,1 \text{ Pa.s}$; $\alpha = 2.10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$)

Par ailleurs, Chu et Cameron [CHU1962] ont suggéré, pour les hautes pressions de l'ordre du GPa, la loi suivante [ROELANDS1966], [CAMERON1966], [AYEL1996b], [DALLEMAGNE1999] :

$$\eta(p) = \eta_0 (1 + C p)^n \quad (1.20)$$

où C et n sont des constantes inhérentes au fluide considéré et sont fonction de sa structure moléculaire et de ses caractéristiques physiques, de sa rigidité ainsi que de sa relation viscosité-température. Cette relation, conduisant à une augmentation modérée de la

viscosité en fonction de la pression, n'est pas acceptable d'un point de vue physique selon Vergne et Nélias [VERGNE1985]. En effet, même si une concordance des résultats a été observée pour les hautes pressions, cette loi ne décrit plus la réalité lorsque la viscosité augmente brutalement vers la pression de transition vitreuse. En outre, ce modèle n'inclut pas dans son expression l'influence simultanée de la température avec la pression. Rappelons que dans les contacts hertziens ou dans les contacts élastohydrodynamique sévères, la pression locale peut atteindre 2, 3 voire 4 GPa, ce qui entraîne une véritable 'rigidification' de l'huile [DALLEMAGNE1999], [HOGLUND1999].

1.3.4.2.4 Thermoviscosité

De manière générale, la dépendance de la viscosité dynamique vis-à-vis de la température est décrite par une loi d'Arrhenius (1887) de la forme [DALLEMAGNE1999] :

$$\eta(T) = K \exp \frac{E_\eta}{RT} \quad \text{ou} \quad \eta(T) = \eta_0 \exp \left(B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right) \quad (1.21)$$

où K est un facteur pré exponentiel inhérent à la viscosité et caractérisant le fluide, E_η est l'énergie d'activation thermique viscosimétrique, R la constante molaire des gaz et T la température absolue thermodynamique (en °K). Cependant, cette relation ne s'applique pas à de grandes plages de température pour les lubrifiants. De plus selon Vergne [VERGNE1985], elle ne traduit plus la réalité pour des températures proches de la température ambiante. Une telle loi est utilisée dans [LI2000] pour décrire le comportement du verre A5 ($55 SiO_2 - 14,5 Al_2O_3 - 8 B_2O_3 - 6 CaO - 4 MgO - 12,5 Na_2O$) entre 750 et 1000 °C.

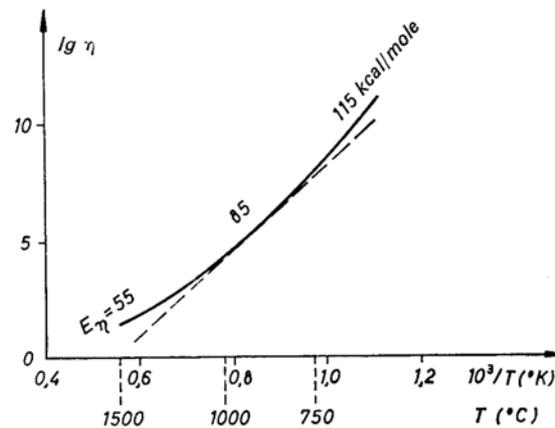


Fig. 1.15 : Illustration de la variation de l'énergie d'activation de la viscosité E_η d'un verre sodocalcique en fonction de la température pour une représentation $\log \eta = f(1/T)$ [SCHOLZE].

Cependant, elle n'est valable selon Scholze [SCHOLZE1969], que si l'énergie d'activation E_η est constante, donc pour les liquides simples ou avec des particules de formes sphériques et des liaisons non orientées. La figure 1.15, en reportant $\log \eta$ en fonction de $1/T$, montre que l'énergie d'activation E_η est variable et augmente lorsque la température augmente. Pour la température de transition vitreuse T_g , $E_\eta = 130$ kcal/mol. La loi d'Arrhenius ne peut donc pas être appliquée selon Scholze pour les verres fondus. Toutefois,

Shelby [SHELBY1997] précise qu'un comportement arrhenien est observé sur des plages limitées de températures telles que celles où l'on a la transformation du verre (η compris entre 10^{13} et 10^9 Pa.s) ou pour les hautes températures.

La loi de Reynolds (1884)⁷ [DOWSON1998], [DALLEMAGNE1999] est souvent utilisée pour les huiles à cause de sa simplicité mathématique [WILSON1973], [AGGARWAL1978], [AGGARWAL1979], [BAIR1994] :

$$\eta(T) = \eta_0 \exp[-\beta(T - T_0)] \quad (1.22)$$

où η_0 est la viscosité du fluide à la température de référence T_0 à la pression atmosphérique et β est le coefficient de thermoviscosité. Elle n'est cependant pas vérifiée expérimentalement sur de grands intervalles de température selon [BRUNETIERE2001]. Cameron [CAMERON1966] montre que la relation de Reynolds peut être considérée comme une limite de celle de Vogel (1.28). En effet, en écrivant celle de Vogel sous la forme $\eta = K \exp[b/(t + \theta)]$, il aboutit, pour $t/\theta \ll 1$, à $\eta = R \exp(-\alpha t)$ où $R = K \exp(b/\theta)$ et $\alpha = b/\theta^2$, soulignant à l'occasion que la loi de Reynolds n'est valide que pour de faibles variations de T , ce que confirme [DALLEMAGNE1999].

Une autre loi, celle de Walther, est également rencontrée pour les huiles. Elle s'exprime de la façon suivante [DALLEMAGNE1999] :

$$\eta(T) = \eta_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^m \quad (1.23)$$

où m dépend du fluide considéré. On la retrouve plus souvent sous la forme dite loi Walther-A.S.T.M. [CAMERON1966] ou loi de Walther et Mac Coull [VERGNE1985], [AYEL1996b] :

$$\log_{10} \log_{10}(\nu(T) + a) = -m \log_{10}(T) + n \quad (1.24)$$

Dans son expression, ν est la viscosité cinématique du fluide (ici en cSt), a est une constante comprise entre 0,6 et 0,95 (mais usuellement prise à 0,8 [TIPEI1962]), m et n sont des constantes empiriques et T est la température (en °K). Cette loi décrit correctement le comportement thermovisqueux de la majorité des lubrifiants pour une gamme plus étendue de température que celle d'Arrhenius [VERGNE1985]. La représentation du logarithme du logarithme de la viscosité en fonction du logarithme de la température est très pratique à exploiter. C'est la droite utilisée par l'ASTM⁸ pour normaliser linéairement (ASTM D 341) les diagrammes viscosité-température [AYEL1996b], [DALLEMAGNE1999]. Notons au passage qu'il existe aussi la normalisation AFNOR⁹ (NF T 60-148) depuis 1976. En effet, avec cette relation (1.24), il suffit de connaître deux viscosités à deux températures différentes pour déterminer les viscosités de l'huile à d'autres températures par interpolation ou par extrapolation [AYEL1996b].

⁷ Elle a été établie pour la première fois par O. Reynolds, le 11 avril 1884 selon Dowson [DOWSON1998], dans son étude sur la viscosité de l'huile d'olive.

⁸ 'American Society for Testing and Materials', organisme de normalisation des diagrammes viscosité-température pour les produits pétroliers liquides.

⁹ Association Française de Normalisation.

Il est plus courant de rencontrer la loi de Roelands [MARSAULT1998], [WANG1991] sous sa forme thermovisqueuse dans la littérature concernant la mécanique du contact lubrifié. Cette loi est très appréciée par les tribologues pour sa précision et s'écrit :

$$\eta(T) = \eta_0 \exp \left[\ln \frac{\eta_0}{\eta_r} \left(\left(\frac{T_0 - T_r}{T - T_r} \right)^{s_0} - 1 \right) \right] \quad (1.25)$$

où η_0 est la viscosité dynamique à la température de référence T_0 à la pression atmosphérique, T_r est la température de référence fixée à -135 °C [WANG1991] et s_0 est l'index de thermoviscosité dont la valeur est donnée en remarquant l'égalité des pentes en $T = T_0$ pour ces deux lois, ce qui permet d'établir $s_0 = \beta(T_0 - T_r) / \ln(\eta_0 / \eta_r)$ [LIU2002].

Une autre loi, celle introduite par Williams, Landel et Ferry dite loi WLF [WILLIAMS1955], [VARGAS2001] est valable également pour un large gamme de lubrifiants huileux ou de type verre lorsque les constantes C_1 et C_2 sont bien choisies [DAGDUG1998], [GOLDSTEIN2000] mais n'est valable qu'au delà de la température de transition vitreuse T_g . Elle s'écrit :

$$\log \frac{\eta(T)}{\eta_s} = \frac{-C_1(T - T_s)}{C_2 + (T - T_s)} \quad (1.26)$$

où η_s est la viscosité à la température de référence T_s . Dans [DAGDUG1998], un relativement grand nombre de substances verre pour la mise en forme sont décrites par cette loi lorsque $C_1 = 8,86$ °C et $C_2 = 101,6$ °C.

Malgré cela, il est préférable d'utiliser pour le verre la loi de Vogel-Fulcher-Tamman, dite loi VFT, proposée de manière indépendante par Vogel [VOGEL1921], Fulcher [FULCHER1925], Tamman et Hesse [TAMMAN1926]. En effet, selon Cameron [CAMERON1966] et Dallemagne [DALLEMAGNE1999], elle est la plus précise et la plus employée. Ce modèle est valable pour plusieurs classes de lubrifiants de type verre au-delà de la température de transition vitreuse T_g (figure 1.16) [SCHOLZE1969], [GOLDSTEIN2000] et s'exprime de la façon usuelle suivante [SHELBY1997], [SALLE2001] :

$$\log \eta(T) = A + \frac{B}{T - C} \quad (1.27)$$

où η est la viscosité calculée en poise (dPa.s) ou Pa.s, T est la température en °C ou °K et A , B et C sont des constantes dont les valeurs dépendent de la composition chimique du lubrifiant et adaptées selon les unités utilisées pour la température T et la viscosité η , et selon la base du logarithme de la viscosité (base 10 ou népérienne). Dans [LYON1974] on trouve une détermination de ces constantes en fonction de la composition du matériau (log dans la base népérienne). Selon Vidal-Sallé et Boyer [SALLE2002], le coefficient A décrit le comportement du lubrifiant dans la gamme des hautes températures et C est la température critique où le fluide est près de la solidification. On trouvera chez Rössler [ROSSLER1998] l'utilisation de cette loi sur divers lubrifiants de type verre pour leur usage dans les procédés de mise en forme. Dans [CAMERON1966], [SHELBY1997] et [DAGDUG1998], on la retrouve sous la forme :

$$\eta(T) = \eta_0 \exp \frac{B}{T - T_0} \quad (1.28)$$

où, par rapport à la loi d'Arrhenius (1.31), η_0 et B sont des constantes inhérentes au verre utilisé pouvant être identifiés, selon [SCHOLZE1969], respectivement à K et à E_η . T_0 est une constante supplémentaire adaptée en fonction du verre étudié.

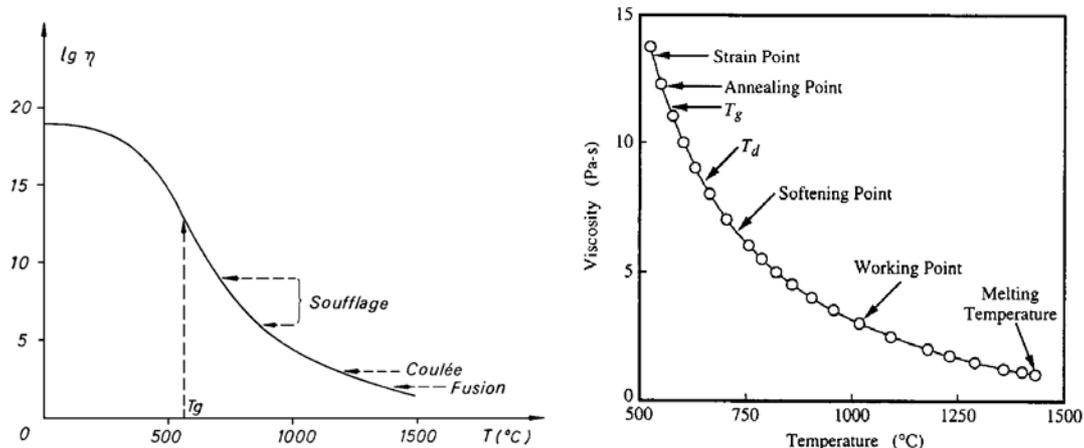


Fig. 1.16 : Courbe viscosité – température d'un verre sodocalcique. A gauche [SCHOLZE1969] ; à droite [SHELBY1997].

Au point de transition vitreuse usuellement défini par la température T_g , la viscosité atteint des valeurs de l'ordre de 10^{12} Pa.s [GOLDSTEIN2000]. C'est la valeur de viscosité généralement utilisée à cette température. Dans l'expression (1.27), les constantes A , B et C sont calculées en effectuant un relevé de 3 couples de valeurs viscosités-températures. Shelby [SHELBY1997] propose : la température de transformation telle que $\log_{10} \eta = 13,0$; la température de Littleton pour laquelle le verre commence à se déformer sous son propre poids et telle que $\log_{10} \eta = 7,6$; et la température d'enfoncement telle que $\log_{10} \eta = 4,22$.

Fort de ces trois couples de valeurs, il est possible de résoudre un système de trois équations à trois inconnues comme détaillées dans [LYON1974]. Par ailleurs, Lakatos [LAKATOS1972], [VARGAS2001] propose de calculer ces constantes à partir de la composition chimique du verre (supposé newtonien) à condition qu'il soit composé exclusivement des oxydes SiO_2 , Al_2O_3 , Na_2O , K_2O , CaO et/ou de MgO , chacun dans un intervalle de fraction molaire bien spécifiquement indiqué au tableau 1.1.

Oxyde	Fraction molaire
SiO_2	0,61 à 0,77
Al_2O_3	0 à 0,05
Na_2O	0,09 à 0,15
K_2O	0 à 0,06
CaO	0,10 à 0,14
MgO	0 à 0,10

Tableau 1.1 : Intervalles de fractions molaires à respecter pour chaque oxyde pour pouvoir employer la méthode de Lakatos (1.24).

Les constantes valent alors [LAKATOS1972], [VARGAS2001] :

$$\begin{aligned}
 A &= 1,5183 \cdot Al_2O_3 - 1,6030 \cdot CaO - 5,4936 \cdot MgO \\
 &\quad + 1,4788 \cdot Na_2O - 0,8350 \cdot K_2O - 2,455 \\
 B &= 2253,4 \cdot Al_2O_3 - 3919,3 \cdot CaO + 6285,3 \cdot MgO \\
 &\quad - 6039,7 \cdot Na_2O - 1439,6 \cdot K_2O + 5736,4 \\
 C &= 294,4 \cdot Al_2O_3 + 544,3 \cdot CaO - 384,0 \cdot MgO \\
 &\quad - 25,07 \cdot Na_2O - 321,0 \cdot K_2O + 471,3
 \end{aligned}
 \tag{1.29}$$

où les symboles Al_2O_3 , Na_2O , K_2O , CaO et MgO désignent les fractions molaires de chaque élément correspondant par mole de SiO_2 , c'est-à-dire par exemple Na_2O est égal à la fraction molaire de Na_2O divisée par la fraction molaire de SiO_2 . Un exemple illustratif est donné dans [VARGAS2001]. D'autres résultats sont proposés par Vidal-Sallé et Boyer [SALLE2001]. Ils se focalisent sur deux type de verres, le $65 SiO_2 - 30 Na_2O - 5 CaO$ et le $65 SiO_2 - 5 Na_2O - 30 CaO$ et trouvent les résultats exposés dans le tableau 1.2 :

	$65 SiO_2 - 30 Na_2O - 5 CaO$	$65 SiO_2 - 5 Na_2O - 30 CaO$
A	-2,09151	-2,86196
B	3728,525	4258,625
C	490,994	633,3365

Tableau 1.2 : Coefficients de la loi VFT pour deux type de lubrifiant verre.

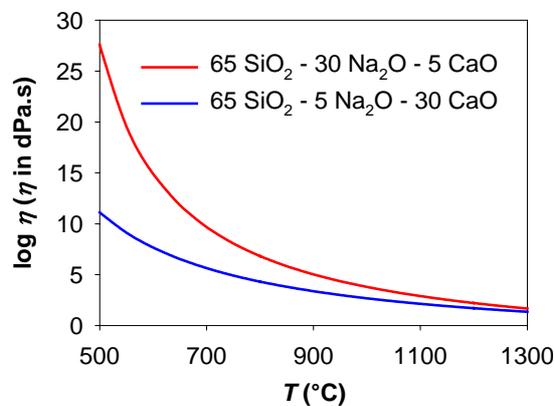


Fig. 1.17 : Variation du logarithme de la viscosité de deux verres sodocalciques en fonction de la température.

La figure 1.17 montre l'application de la loi de VFT (1.27) pour les coefficients fournis au tableau 1.2. On note que la viscosité du verre est très sensible à la température et qu'elle peut varier de quelques kPa.s aux hautes températures comme 1 000 °C à plusieurs MPa.s pour des températures proches de 500 °C.

Il faut noter que la précision de ce modèle n'est cependant pas confirmée à ce jour pour une large gamme de lubrifiants selon Vargas [VARGAS2001]. D'autres méthodes semblables à (1.29) existent également pour d'autres lois thermovisqueuses capables de décrire des verres

comme le modèle de Weymann. Plus de détails sont fournis dans [VARGAS2001]. Citons également [CAMERON1966] et [DALLEMAGNE1999] pour d'autres lois valables pour les huiles.

1.3.4.2.5 Thermopiezoviscosité

Il est quelque fois commode de disposer d'une loi faisant intervenir à la fois la pression et la température. La loi de Barus, généralisée dans un domaine de température et de pression, s'écrit de deux façons différentes selon les auteurs. Pour [WILSON1976a], [WILSON1978], [FELDER1980], [YUAN1990], [SALEHIZADEH1991], [WANG1991], [LIU2002], la part thermovisqureuse est inspirée de la loi de Reynolds (1.22). Elle s'écrit de la forme :

$$\eta(p, T) = \eta_0 \exp[\alpha(p - p_0) - \beta(T - T_0)] \quad (1.30)$$

où $\alpha = \partial \ln \eta / \partial p$ et $\beta = -\partial \ln \eta / \partial T$ sont les coefficients de piézo et de thermo viscosité et η_0 est la viscosité à la pression p_0 et température T_0 de référence. Pour d'autres [GUPTA1981], [HOUPERT1981], [VERGNE1985], [NAJJI1989], [NELIAS1999], elle est définie par :

$$\eta(p, T) = \eta_0 \exp \left[\alpha(p - p_0) + B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \quad (1.31)$$

où $\alpha = \partial \ln \eta / \partial p$ et $B = +\partial \ln \eta / \partial T$ sont les coefficients de piézo et de thermo viscosité et η_0 est la viscosité à la pression p_0 et température T_0 de référence. Il est important de signaler que l'influence de la température est très faible dans cette loi [VERGNE1985], entraînant des résultats très proches de ceux obtenus par la simple loi de Barus piézovisqureuse (1.18). En effet, il y a une surestimation croissante de la viscosité à mesure que la pression augmente, comme le montre la figure 1.14 dans le cas isotherme. De ce fait, ni (1.30), ni (1.31) ne sont adaptée pour les hautes pressions.

C'est pourquoi la plupart des tribologues comme [LIU2002], [PEIRAN1990], [WANG1991], [MA1997], [FAIRLIE2003] par exemple, préfèrent utiliser la loi empirique de Roelands thermopiezovisqureuse [ROELANDS1963] car elle est particulièrement adaptée pour les huiles minérales en faisant intervenir des paramètres spécifiques. De plus, elle a été validée expérimentalement et est fiable dans la plupart des cas jusqu'à 1 GPa selon Hamrock [HAMROCK1994] et Höglund [HOGLUND1999] pour des températures de 10 °C à 80 °C. On l'écrit :

$$\eta(p, T) = \eta_0 \exp \left[\ln \frac{\eta_0}{\eta_r} \left(\left(1 + \frac{p - p_0}{p_r} \right)^z \left(\frac{T_0 - T_r}{T - T_r} \right)^{s_0} - 1 \right) \right] \quad (1.32)$$

où $\eta_r = \exp(-9,668) = 6,328.10^{-5}$ Pa.s est la viscosité de référence de Roelands pour la pression de référence $p_r = 196,1$ MPa et la température de référence $T_r = -135$ °C, z est l'indice de piézoviscosité donné par la relation $z = (\alpha p_r) / \ln(\eta_0 / \eta_r)$ [WANG1991], α est le coefficient de piézoviscosité, s_0 est l'indice de thermoviscosité défini par $s_0 = \beta(T_0 - T_r) / \ln(\eta_0 / \eta_r)$ [LIU2002], [WANG1991], supposés tous indépendant de la température et adaptés au lubrifiant utilisé. On peut toutefois indiquer que Fairlie *et al.* [FAIRLIE2003] proposent une dépendance de z par rapport à la température en écrivant :

$z(T) = z_0 + z_1 \ln[(T_0 - T_r)/(T - T_r)]$, idem dans [MA1997]. Cependant, bien que très appréciée, Bair [BAIR2001c] a montré que si la loi de Roelands est meilleure et plus complexe que celle de Barus, elle ne décrit pas complètement le comportement de la viscosité de l'huile pour les hautes pressions. De plus, il faut remarquer que $\eta \rightarrow +\infty$ pour $T = T_r$ et ce, quelque soit la valeur de la pression. Or, il est bien connu que la température de transition vitreuse augmente significativement avec la pression et, pour une température quelconque, il existe une pression telle que $\eta \rightarrow +\infty$ [BAIR2001c]. Il peut être également remarqué que si $p - p_0 \ll p_r$ et $T - T_0 \ll T_0 - T_r$, l'équation de Roelands thermopiezovisqueuse (1.32) se réduit¹⁰ à l'équation de Barus (1.30) [WANG1991].

Une autre loi fréquemment rencontrée pour les huiles et basée sur la théorie des volumes libres, est le modèle de Williams *et al.* dit modèle WLF (1955) modifié par Yasutomi *et al.* pour inclure l'effet de la pression à la température de transition vitreuse T_g . Elle s'écrit [YASUTOMI1984] :

$$\log \eta(p, T) = \log \eta_g + \frac{C_1 [T - T_g(p)] F(p)}{C_2 + [T - T_g(p)] F(p)} \quad (1.33)$$

avec $F(p)$ fonction représentant les variations du coefficient d'expansion thermique avec la pression et $T_g(p)$ l'expression donnant la variation de la température de transition vitreuse avec la pression, suggérée initialement par Oels et Rehage (1977) puis confirmé par Yasutomi *et al.* [BAIR1992]. Ces fonctions sont définies par $F(p) = 1 - B_1 \ln(1 + B_2 p)$ et $T_g(p) = T_{g0} + A_1 \ln(1 + A_2 p)$ où T_{g0} est la température de transition vitreuse à la pression atmosphérique. Dans cette loi, η_g est la viscosité à la température de transition vitreuse T_g , les coefficients A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 et C_2 sont des constantes à déterminer sur de larges plages de températures et de pressions pour obtenir une description fiable du comportement du lubrifiant. Dans ce modèle, la transition vitreuse est supposée être un processus isovisqueux de viscosité η_g qui est généralement égale à 10^{12} Pa.s [YASUTOMI1984], [MOLIMARD2001]. Cependant, il arrive que η_g soit prise égale à 10^7 Pa.s (pour certaines huiles minérales) ou à 10^{10} Pa.s [BAIR1992], [BAIR1995]. L'étude de deux lubrifiants industriels dans des conditions proches de celles rencontrées en laminage (p de l'ambiante jusqu'à 600 MPa, T jusqu'à 100-150 °C) met en évidence une bonne adaptation de ce modèle [MOLIMARD2001]. Selon Vergne et Nélias [VERGNE1985], cette loi est mieux adaptée pour les hautes pression et température que celle de Roelands (1.32) car elle est basée sur des considérations physiques (dépendance en température et pression du volume libre) permettant, avec un choix de coefficients adéquat, de surmonter tous les problèmes rencontrés lors de l'utilisation de la plupart des lois thermopiezovisqueuses existantes. Notons que Bair et Winer [BAIR1992] affirment que ce modèle décrit correctement la viscosité de plusieurs lubrifiants sur un intervalle de température de 200 °C pour une pression allant de l'ambiante à la pression de transition vitreuse p_g . D'ailleurs ils suggèrent d'après leurs observations expérimentales, d'utiliser la loi WLF modifiée (1.33) pour les pression inférieures à p_g et une loi du type Barus pour les pressions supérieures, loi dans laquelle la référence n'est plus prise à l'ambiante mais à la transition vitreuse. Dans [BAIR1995], [YASUTOMI1984], on trouvera une application du modèle (1.33) à plusieurs types de lubrifiants huileux.

¹⁰ On montre : $\left(1 + \frac{p - p_0}{p_r}\right)^z \left(\frac{T - T_r}{T_0 - T_r}\right)^{-s_0} \approx 1 + z \frac{p - p_0}{p_r} - s_0 \frac{T - T_r}{T_0 - T_r}$

1.3.4.2.6 La transition vitreuse

Etant donné que la notion de transition vitreuse est apparue à plusieurs reprises, notamment dans les lois de thermoviscosité, il apparaît intéressant d'accorder quelques lignes pour mieux la définir.

Lorsque la température, inférieure à la température de fusion, diminue ou lorsque la pression augmente au cours d'une expérience viscosimétrique, la viscosité du liquide augmente et les mouvements atomiques sont peu à peu entravés. A haute température, le temps nécessaire pour que les atomes atteignent la configuration atomique correspondant au liquide métastable est faible [PHALIPPOU2001]. Au cours du refroidissement, les temps de relaxation du milieu deviennent alors de plus en plus grands, voire supérieur à la durée de l'expérience elle-même. On dit alors que l'on a atteint la transition vitreuse du produit pour laquelle la viscosité du fluide est de l'ordre de 10^{12} Pa.s selon Vergne [VERGNE1985]. Cette transition vitreuse ne correspond pas à un changement de nature du produit comme pour la cristallisation. Le produit se comporte comme un solide amorphe dans lequel l'ordre moléculaire semble figé et ne varie plus avec la température et la pression pour des temps d'observation 'raisonnables' [VERGNE1985]. Ce phénomène correspond à un gel des atomes dans une configuration donnée [PHALIPPOU2001]. Un verre 'solide' obtenu par trempe rapide du liquide présentera donc une température de transition vitreuse supérieure à celle du même verre obtenu par refroidissement lent. En conséquence, le verre trempé présente un volume molaire plus grand. La température de transition vitreuse T_g est aussi la température à laquelle apparaît la fragilité lors du refroidissement d'une substance vitrifiable. Selon [SCHOLZE1997], Tamman a défini T_g en 1933 par pression d'une pointe sur une substance en cherchant la température à laquelle cette pointe ne rayait plus le verre. La position de cette température dépend des conditions de mesure et varie d'un verre à l'autre. Mais la viscosité correspondante est toujours de l'ordre de 10^{12} Pa.s [SCHOLZE1997]. Il en est de même pour la plupart des lubrifiants dont les huiles selon Yasutomi *et al.* [YASUTOMI1984].

Par ailleurs, l'effet du temps sur le changement de viscosité à la transition vitreuse a été montrée expérimentalement sur les lubrifiants [BAIR2001b]. En effet, des mesures de viscosité, d'une part par Kobayashi *et al.* au cours de du refroidissement à travers la transition vitreuse, d'autre part par Bair *et al.* par compression à travers la transition vitreuse, ont été réalisées. Wong *et al.* [WONG1992] concluent que la dépendance apparente de la viscosité par rapport au temps est le résultat de la variation du taux de cisaillement dans l'écoulement à l'intérieur du contact et de la réponse visqueuse non newtonienne.

1.4 Surfaces rugueuses

1.4.1 Etats de surface

Les rugosités jouent un rôle majeur dans l'étude du frottement et il est important de les caractériser. Les procédés de fabrication les plus sophistiqués ne produisent jamais des surfaces totalement lisses comme le montre la figure 1.18. La géométrie réelle comporte des défauts mésoscopiques appelés ondulations (défauts géométriques d'ordre deux) et des défauts microscopiques appelés rugosités (défauts d'ordre trois et quatre) observables avec un profilographe permettant de les caractériser avec des paramètres propres à la métrologie. La

géométrie d'une surface réelle est si complexe qu'un nombre réduit de paramètres ne permet pas une description complète. Une brève qualification des états de surface selon l'ordre des défauts est proposée dans [BERNARDOS2003].

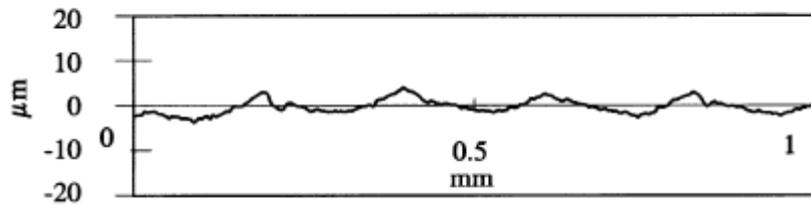


Fig. 1.18 : Profil typique de rugosités de surface selon [SALLE2001]

1.4.1.1 Paramètres de caractérisation des rugosités

Généralement, on classe l'ensemble des paramètres statistiques de caractérisation des états de surface en trois catégories : les paramètres d'amplitude, les paramètres d'espacement et les paramètres hybrides. Une synthèse des définitions de ces paramètres est proposée dans [GADELMAWLA2002] et [NOWICKI1985]. Rappelons à titre indicatif deux d'entre eux :

- La rugosité moyenne ou CLA (Central Line Average) R_a , qui est le paramètre le plus communément utilisé. Il caractérise l'écart moyen arithmétique du profil des rugosités par rapport à la ligne moyenne de référence et se définit par :

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |y(x)| dx \quad \text{ou} \quad R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i| \quad (1.34)$$

où L est la longueur d'évaluation et $y(x)$ est l'ordonnée d'un point du profil d'abscisse x .

- La rugosité quadratique moyenne ou rugosité RMS (Root Mean Square) R_q , qui est un paramètre représentant la déviation standard de la distribution des hauteurs des profils :

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L y(x)^2 dx} \quad \text{ou} \quad R_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (1.35)$$

Bien que très utilisés, ces paramètres statistiques ne dépendent pas uniquement de la géométrie des surfaces, mais aussi de la résolution et de la précision des instruments de mesure des profils de rugosités [MAJUMDAR1990], [WU2000]. Si une surface se comporte comme un processus stationnaire, la variance des hauteurs des aspérités de cette surface devrait être indépendante de la longueur des relevés de mesure. Toutefois, il a été montré que les paramètres statistiques de caractérisation des surfaces sont fortement dépendants de cette longueur de relevés de mesure et de la technique de mesure [WU2000]. Ils ne sont donc pas uniques pour une surface donnée. Un exemple d'une telle variation est montré dans [GANTI1995].

Du point de vue quantitatif, la distance entre deux sommets consécutifs de rugosités appelée pas, est strictement inférieure à 500 μm . Au-delà, de 500 à 2500 μm , on parle d'ondulation (figure 1.19). Pour une rugosité, le ratio largeur/profondeur est généralement dans la plage 100/1 à 5/1 et, pour une ondulation, il se situe entre 1 000/1 et 100/1. Précisons

que ces bornes ont été définies dans l'industrie automobile française et sont issues d'une banque de données techniques de plus de 27 000 relevés [BOULANGER1991].

Souvent la rugosité quadratique moyenne R_q (1.35) est utilisée dans la définition de la rugosité composite d'une interface Σ lorsque l'on veut calculer son épaisseur réduite Λ pour des surfaces non corrélées entre elles [WILSON1998]. En effet, $\Lambda = h_m / \Sigma$ avec h_m l'épaisseur moyenne de l'interface et $\Sigma = \sqrt{R_{1q}^2 + R_{2q}^2}$ où R_{iq} rugosité quadratique moyenne de la surface i , voir [MONTMITONNET2000], [MONTMITONNET2001], et [KAMAMOTO1995]. Cette épaisseur réduite est d'ailleurs utilisée comme paramètre dans la courbe de Stribeck (voir § 1.3.3). Notons toutefois, selon Dowson [DOWSON1995], que la définition de la rugosité composite d'une surface varie, selon les auteurs, de la valeur moyenne des deux surfaces à la somme des carrés des rugosités quadratiques de chacune des surfaces.

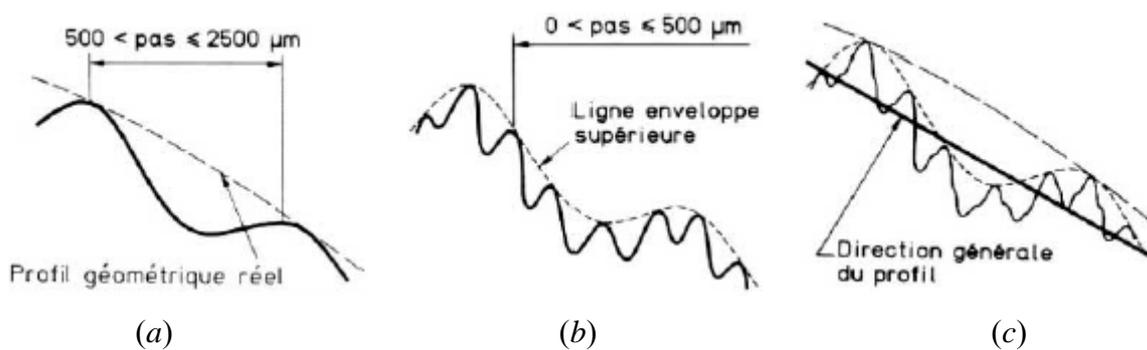


Fig. 1.19 : Irrégularités géométriques : (a) ondulations (ordre 2), (b) rugosités (ordre 3) et (c) profil total [BOULANGER1991].

Elrod [ELROD1977] fait la distinction entre deux types de rugosités en fonction de la valeur du rapport entre l'épaisseur de film lubrifiant h_m sur la longueur d'onde caractéristique de la rugosité de la surface Λ_c . Il parle de rugosité de Reynolds lorsque $h_m / \Lambda_c \ll 1$ et de rugosité de Stokes lorsque $h_m / \Lambda_c = O(1)$. Selon la valeur de ce rapport, il est théoriquement possible d'utiliser ou non l'équation de Reynolds. Cette discussion sera développée au chapitre 2.

1.4.1.2 Représentations des aspérités

La description des rugosités n'est pas un problème récent bien que, selon Dowson [DOWSON1977], l'étude détaillée des profils de surface n'ait commencé vraiment que vers le milieu du 20^{ème} siècle. En 1699 Guillaume Amonton (1663-1705) s'intéresse au frottement en considérant des aspérités élastiques qu'il représente par des ressorts de forme sinusoïdale. Plus tard en 1785, Charles Augustin Coulomb attribue l'origine du frottement à des blocages entre aspérités (engrenage des surfaces) et schématise les surfaces par des ondulations plus ou moins marquées. Antérieurement à ces travaux, Bernard Forrest de Bélidor (1697-1761) représentait en 1737 les rugosités sous forme de rangées d'aspérités rigides hémisphériques. Depuis, cette modélisation est très utilisée par les tribologues selon [DOWSON1977]. Dans sa modélisation bidimensionnelle du frottement sec, Leonhard Euler (1707-1783) [EULER1748a], [EULER1748b] propose, en 1750 de représenter les aspérités par des triangles rigides [DAVIES1963], [DOWSON1998]. Il attribue le frottement aux blocages entre les aspérités.

A l'origine, l'approche déterministe n'était pas très populaire chez les tribologues car les outils informatiques avaient une puissance limitée. En effet, une description précise de la géométrie d'une surface à l'échelle locale requiert l'utilisation de nombreux points de discrétisation et les algorithmes numériques de résolution n'étaient pendant longtemps pas assez efficaces pour résoudre rapidement les problèmes de grande taille. Les premières approches déterministes ont été initiées par Goglia *et al.* [GOGLIA1984a], [GOGLIA1984b] en lubrification élastohydrodynamique [CHANG1995a]. L'arrivée de méthodes de résolution rapides telles que les méthodes multigrilles a libéré les tentatives d'approches déterministes. Ainsi, Ai et Cheng [AI1994] par exemple, ont étudié l'influence de rugosités réelles en contact lubrifié élastohydrodynamique, mesurées par palpation. D'autres ont étudié l'influence d'une irrégularité dans un contact lubrifié élastohydrodynamique avec [CHANG1989], [CHANG1995b] ou sans contact [GOGLIA1984a], [VANODYCK2001], [VANODYCK2003] entre les aspérités des surfaces opposées. Mais certains travaux font intervenir une description plus globale : sinusoïdale, triangulaire, fractale ou par séries de Fourier. D'autres (vague plastique, etc.) s'intéressent à la rugosité elle-même en étudiant son comportement et les contraintes locales engendrées dans le contact réel. Cependant, même à l'heure actuelle, beaucoup de tribologues préfèrent l'approche stochastique avec l'utilisation de facteurs d'écoulement. Cette approche sera détaillée plus loin (§ 1.4.2.1.2). Dans les paragraphes suivants, on se propose de faire une revue de diverses représentations rencontrées dans la littérature.

1.4.1.2.1 Rugosités sinus

Ce type de rugosité (figure 1.20) est généralement utilisé par convenance mathématique. Il est plus facile en effet de formuler une équation pour une surface sinus qu'une surface en dents de scie. Par exemple, on retrouve l'idée de rugosités sinus dans [BURTON1963], [WILSON1977a], [WILSON1977b], [TØNDER1995]. Toutefois, cette représentation a connu et connaît encore beaucoup d'adeptes notamment pour les calculs sur la lubrification élastohydrodynamique : Kamamoto *et al.* [KAMAMOTO1995], Goglia *et al.* [GOGLIA1984b], Chang *et al.* [CHANG1991], [CHANG1993], [CHANG1995b] Lubrecht et Venner [LUBRECHT1988], [LUBRECHT1992], [VENNER1994], [VENNER1996], Kaneta et Cameron [KANETA1980], Kumar *et al.* [KUMAR2001], Kweth *et al.* [KWETH1989], Ai et Cheng [AI1994], et bien d'autres. Une revue sur la modélisation déterministe du contact lubrifié est proposée par Chang [CHANG1995a]. Il explique pourquoi la modélisation considère généralement une surface lisse glissante et l'autre rugueuse fixe rassemblant la rugosité des deux surfaces de l'interface. En effet l'équation de Reynolds considère une surface lisse et l'autre rugueuse ou non. Bien que cela facilite les calculs, les interactions entre les surfaces sont perdues [CHANG1995a].

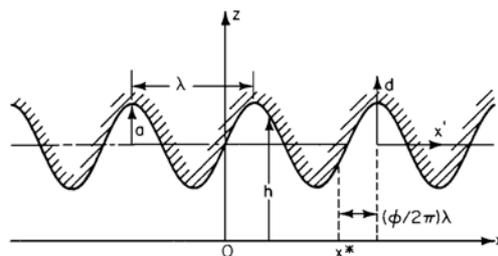


Fig. 1.20 : Exemple d'une interface avec rugosité sinusoïdale [GOGLIA1984b].

1.4.1.2.2 Représentation triangulaire

La représentation triangulaire d'Euler (1750) est complexe à mettre en œuvre car chaque pente d'aspérité doit avoir une équation spécifique contrairement à la représentation sinus. Peu d'études utilisent ce type de représentation pour modéliser la lubrification hydrodynamique contrairement à la représentation sinusoïdale. De plus, l'interface lubrifiée est souvent modélisée avec une surface lisse en glissement relatif, l'autre étant rugueuse, sûrement par commodité mathématique et pour pouvoir appliquer l'équation de Reynolds traditionnellement utilisée dans le domaine de la mécanique du contact lubrifié. On retrouve ainsi cette représentation par exemple chez Davies [DAVIES1936], Wilson et Delmolino [WILSON1974d]. Evoquons aussi Mateescu *et al.* [MATEESCU1999] qui représentent l'écoulement entre une paroi lisse glissante et une paroi rugueuse en dents de scie en utilisant les équations de Navier-Stokes non linéaires.

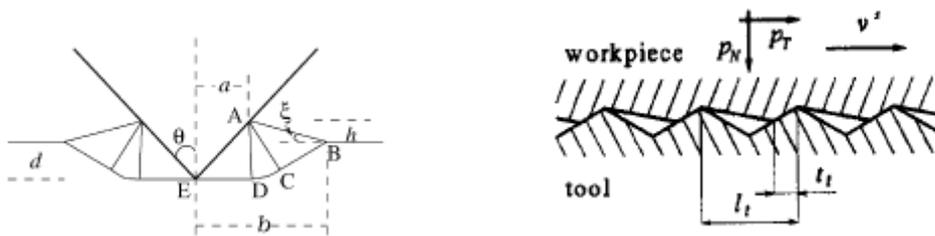


Fig. 1.21 : A gauche : Schéma d'une aspérité rigide d'une surface en dents de scie indentant une barre de métal [SHI2002] ; A droite : Contact rugueux selon [MRÓZ1998].

Cette représentation est cependant plus répandue pour l'étude du régime mixte voire frontière. Pour le laminage, Le et Sutcliffe [LE2002], [LE2004], Wilson [WILSON1991], Lu *et al.* [LU2003], Chang *et al.* [CHANG1996] procèdent ainsi. On retrouve aussi ce type de description dans des études faisant intervenir les méthodes de la borne supérieure [SHEU1983], [WILSON1988], [AVITZUR1992], [WANG1997], inspiré par les travaux de Bay et Wanheim et d'Avitzur, ou des lignes de glissement [WANEIM1974], [BAY1976b], [CHALLEN1979], [AVITZUR1986] et [AVITZUR1990] pour la théorie de la vague plastique (voir ci-après, § 1.5.3), [SHI2002] pour l'étude de l'indentation (figure 1.21). Dans l'étude du frottement en régime frontière, Wilson [WILSON1991] présente plusieurs modèles de frottement en reprenant le modèle de [WILSON1988] dans lequel il développe une expression semi empirique pour la dureté effective du lopin lors de la déformation plastique et appliquent cela à deux cas idéaux : outil plat, rugosités du lopin écrasées et outil rugueux, rugosités indentant le lopin plat. Les aspérités triangulaires ont toutes la même pente. Enfin citons les travaux de [STUPKIEWICZ2003] avec des rugosités triangulaires pour l'étude de l'aire réelle de contact avec prise en compte de l'écoulement plastique des aspérités, et [MRÓZ1998] (figure 1.22) qui évoque l'écrasement d'aspérités triangulaires à pente constante ou à volume constant.



Fig. 1.22 : Aspérités triangulaires citées dans [MRÓZ1998].

1.4.1.2.3 Représentation fractale

La nature fractale des surfaces a été mise en évidence par [MAJUMDAR1990]. Cette approche a l'avantage de permettre de caractériser les rugosités avec des paramètres indépendants de l'échelle de mesure et par conséquent de prédire les caractéristiques d'une surface pour toutes les longueurs de relevés de mesure en n'en faisant qu'une seule [GANTI2000]. Majumdar et Bhushan [MAJUMDAR1990] ont développé la théorie fractale des rugosités isotropiques de surfaces en se basant sur la fonction de Weierstrass-Mandelbrot (W-M) modifiée :

$$z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi \gamma^n x)}{\gamma^{(2-D)n}} \quad \text{avec } 1 < D < 2 \text{ et } \gamma > 1 \quad (1.36)$$

Dans cette équation γ^n représente les modes de fréquence discrets, n_1 est la basse fréquence de coupure du profil, D est la dimension fractale du profil et où est G le coefficient d'échelle. Cependant, selon Wu [WU2000], la fonction de W-M ne peut être généralisée au cas bidimensionnel, bien qu'Ausloos et Berman en proposent une 'dite' version. Wu conclut également qu'aucun profil réel suit la fonction de W-M. On trouvera dans [TAO2001] une comparaison entre la description fractale de la topographie des surfaces, avec une description à l'aide d'un polynôme de degré m et une description basée sur les séries de Fourier dans le but d'évaluer la performance de l'approche fractals (figure 1.23). Dans son étude utilisant une simulation éléments finis, il révèle que si l'utilisation d'un polynôme lisse un peu trop les aspérités et que les séries de Fourier peuvent donner des profils aussi complexes que ceux reproduits des fractals. Néanmoins selon lui, une description bidimensionnelle de surface à l'aide des séries de Fourier est facile à mettre en oeuvre.

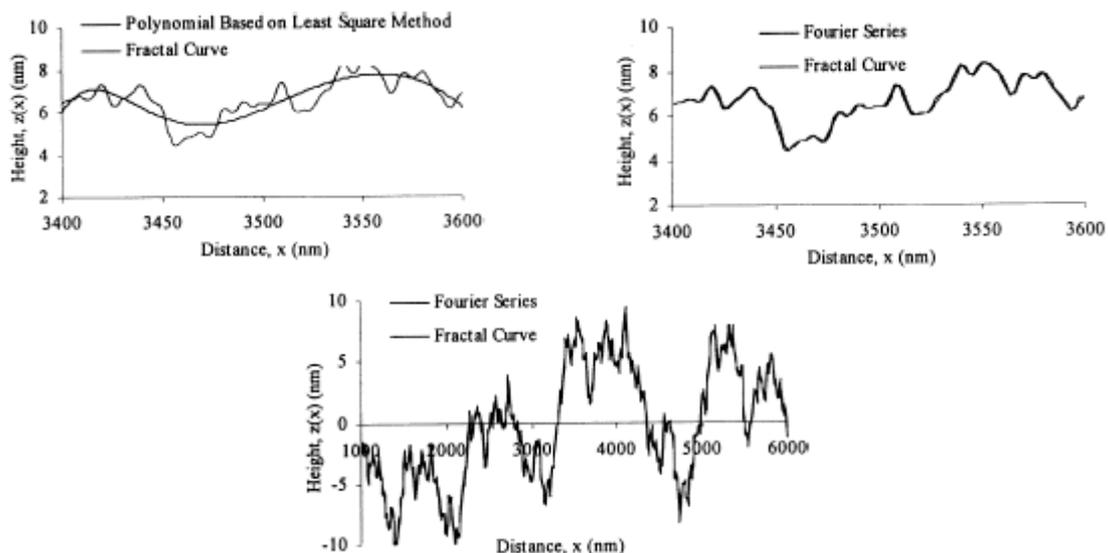


Fig. 1.23 : Comparaison entre un profil généré avec un polynôme, des séries de Fourier et des fractals [TAO2001].

1.4.1.2.4 Autres représentations

Outre les profils triangulaires, sinusoïdaux ou fractals, certains auteurs font référence à des profils particuliers. Ainsi, on retrouve l'idée de profil pseudo gaussien attribué à Christensen [CHRISTENSEN1970] dans [SUTCLIFFE1999], [WILSON1998] (figure 1.24.a). Shelly et Ettles [SHELLY1972] modélisent une surface tournée à l'aide d'aspérités dont les vallées sont hémicirculaires dans le plan axisymétrique (figure 1.24.b). Ike [IKE2003], Chantrenne et Raynaud [CHANTRENNE2001] représentent les aspérités par des rectangles (figure 1.25). Cette même représentation se retrouve aussi dans une étude menée en 1966 par E.A. Muijderman [ELROD1977].

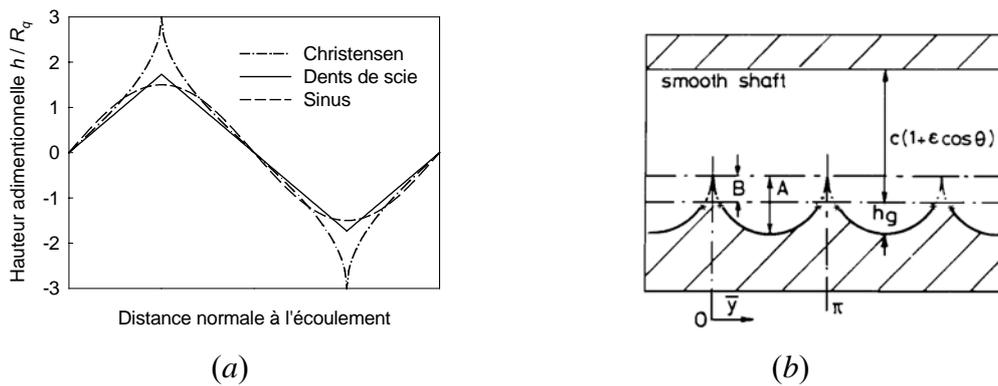


Fig. 1.24 : Exemples de représentations particulières d'aspérités :
 a) : Profils de surfaces longitudinales [WILSON1998].
 b) : Aspérités d'une surface tournée selon [SHELLY1972].

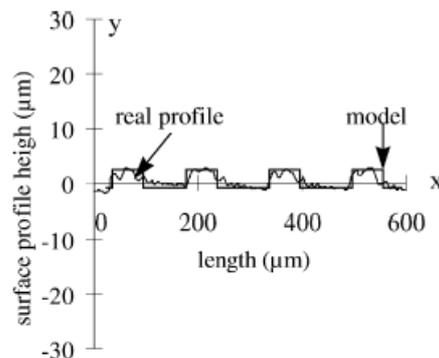


Fig. 1.25 : Aspérités rectangulaires selon [CHANTRENNE2001].

Des représentations plus complexes ont été envisagées. Dans leur étude sur le labourage produit par les aspérités en régime mixte, Azarhin et Devenpeck utilisent une aspérité tridimensionnelle [AZARKHIN1997] (figure 1.26). Ils utilisent la méthode de la borne supérieure et considèrent un matériau rigide parfaitement plastique ainsi que le concept des blocs rigides avec discontinuité du champ de vitesse. Par ailleurs, Torrance [TORRANCE1988] propose une étude basée sur le labourage d'une surface lisse par une aspérité pyramidale tridimensionnelle (voir figure 1.27).

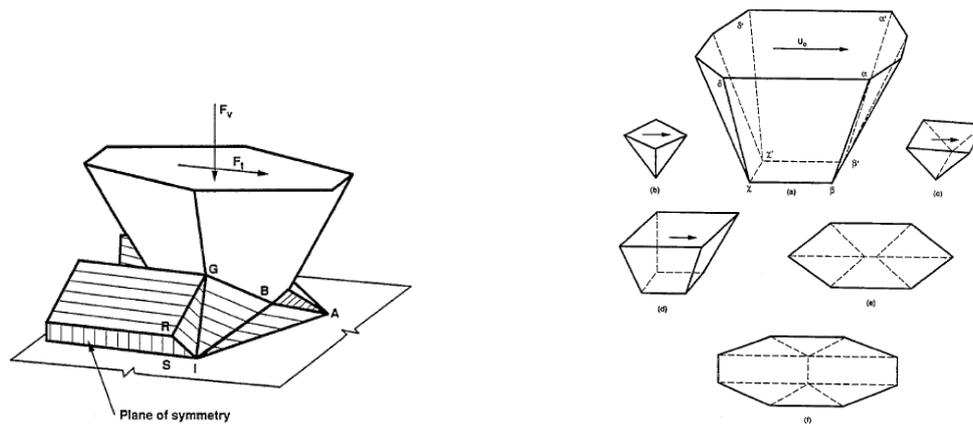


Fig. 1.26 : Représentation de l'aspérité de Azarhin et Devenpeck en phase de labourage (à gauche), et avec les cas particuliers (à droite) [AZARKHIN1997].

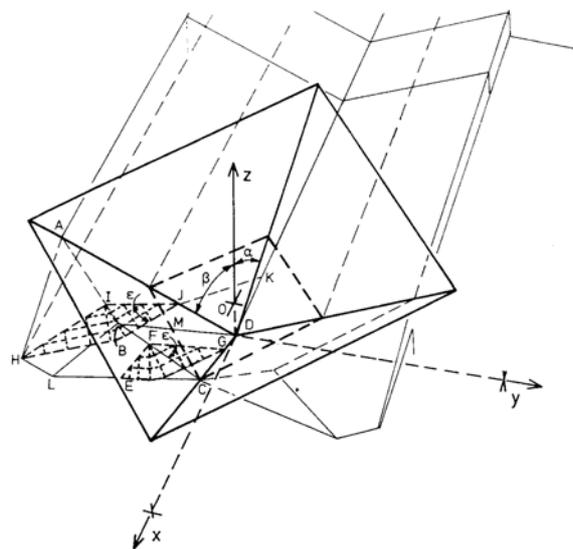


Fig. 1.27 : Vague plastique tridimensionnelle selon Torrance [TORRANCE1988].

Une représentation très connue des aspérités est celle proposée par Greenwood et Williamson [GREENWOOD1966]. Cette représentation (figure 1.28), portant le nom de ses auteurs, est communément appelé modèle GW mais inspirée de la représentation de Barnard Forrest de Bélidor. Les rugosités sont schématisées par des hémisphères de même rayon mais avec une distribution gaussienne des hauteurs des apérités. Selon [SRIDHAR1996], ce modèle a été extrêmement utilisé en tribologie et dans les travaux sur la conductance thermique de contact depuis son élaboration. On retrouve par exemple ce modèle chez [ZAHOUANI2001] dans l'étude élastoplastique du contact entre deux surfaces rugueuses, ou encore chez [SRIDHAR1996] dans l'étude de la conductance entre deux surfaces. Une revue sur ce modèle ainsi que sur toutes ses déclinaisons est proposée dans [McCOOL1986].

D'autres représentations statistiques sont utilisées. Initiée par Christensen (1970), la représentation stochastique a connu des développements conséquents après les travaux de Patir et Cheng [PATIR1978] qui ont introduit la notion de facteur d'écoulement. Cette approche sera plus détaillée au paragraphe 1.4.2.1.2 ci-après sur la lubrification des surfaces rugueuses. Mentionnons toutefois Cheng [CHENG1984], qui propose une revue sur ce type

d'approche et évoquons également Lo [LO1995], qui utilise cette approche dans l'écrasement d'un lopin entre deux tas plats, Liu *et al.* [LIU2003] et Wilson *et al.* [WILSON2003] pour respectivement modéliser l'interface lors du forgeage à froid et à chaud. Enfin on peut citer [MARSAULT1998] et [BOMAN2002] pour le laminage.

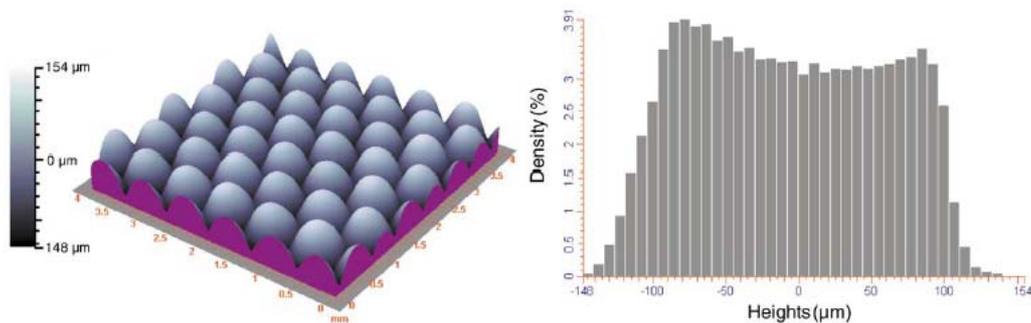


Fig. 1.28 : Rugosité hémisphériques et densité de distribution des hauteurs de ces aspérités [ZAHOUANI2001]

1.4.1.2.5 Rugosités dans les simulations éléments finis

Les études sur la lubrification élastohydrodynamique n'ont pas le monopole sur la représentation des aspérités et on les retrouve dans des calculs éléments finis élastoplastiques. Par exemple Zhang *et al.* [ZHANG2003] décrivent aussi des aspérités sinusoïdales, maillées par éléments finis et écrasées par une surface rigide également sinusoïdale en calcul par formulation explicite (figure 1.29). D'autres, Mahrenholtz *et al.* [MAHRENHOLTZ2000], modélisent des aspérités de forme quasi triangulaires écrasées par un tas plat. Doege *et al.* [DOEGE1999] préfèrent utiliser des aspérités de formes variées écrasées par un outil plat (figure 1.30). Ike et Makinouchi [IKE1990] simulent l'écrasement d'aspérités triangulaires. Mais, on retrouve des études plus locales à l'échelle de l'aspérité comme chez Zhang *et al.* [ZHANG2002] qui étudient l'écrasement d'une aspérité isolée discrétisée par éléments finis par une surface plane et rigide. Faulkner et Arnell [FAULKNER2000] vont plus loin et envisagent l'interaction entre deux aspérités tridimensionnelles et hémisphériques (figure 1.31).

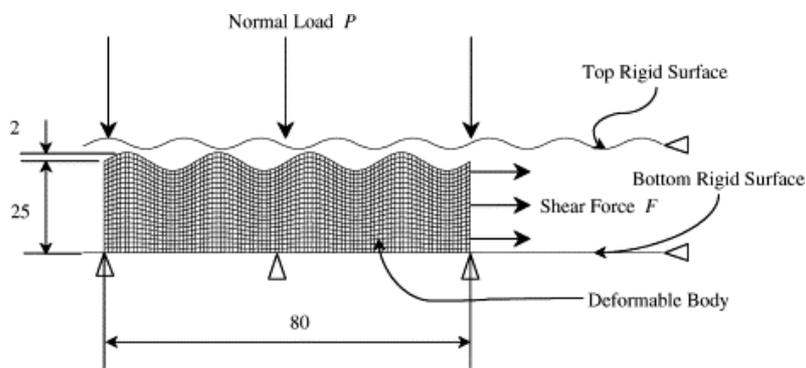


Fig. 1.29 : Exemple de représentation sinusoïdale par éléments finis [ZHANG2003].

On retrouve également des études avec une représentation explicite du lubrifiant. Wang *et al.* [WANG2003] étudient le contact entre un outil plat et rigide et une surface sinusoïdale pré

enduite d'un lubrifiant supposé rigide plastique. Saiki et Marumo [SAIKI2003] étudient le frottement par la méthode des éléments finis lors de la simulation de l'écrasement d'un lopin plat avec et sans couche épaisse de lubrifiant par un outil de surface sinusoïdale (figure 1.32). Dans leurs modèles, le lubrifiant est solide de limite d'écoulement différant suivant la simulation. Enfin citons Christofides *et al.* [CHISTOFIDES2002] qui simulent l'écrasement d'une surface lisse enduite d'un revêtement rugueux sur sa surface libre (figure 1.31), et Tang *et al.* [TANG2004] qui simulent par éléments finis l'écrasement d'une surface rugueuse recouverte d'une couche d'oxyde et dont les hauteurs des aspérités suivent une loi gaussienne.

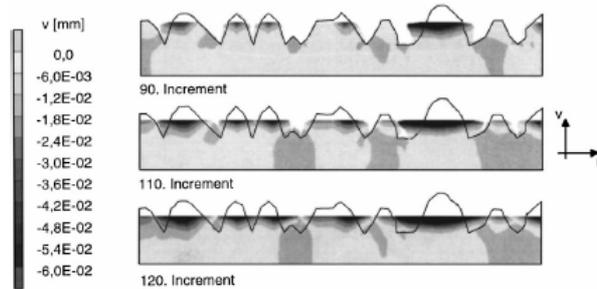


Fig. 1.30 : Champs de déplacement vertical en fonction de l'incrément de calcul pour l'écrasement d'aspérités de formes variées [DOEGE1999].

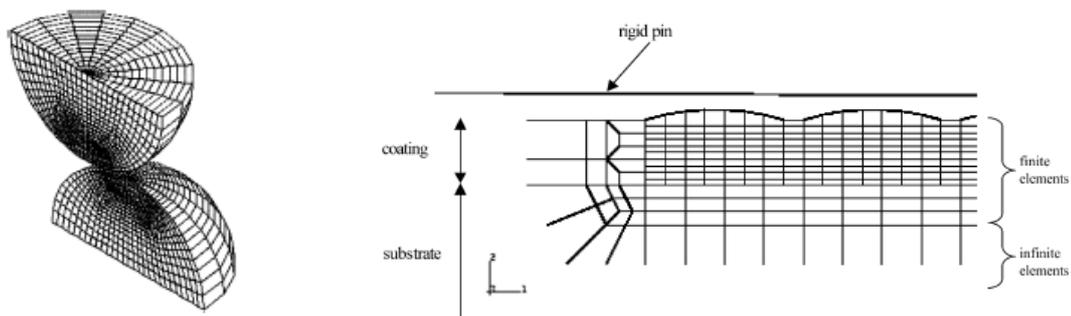


Fig. 1.31 : A droite, deux aspérités hémisphériques interagissant [CHISTOFIDES2002]. A gauche, revêtement rugueux sur une surface de lopin lisse [FAULKNER2000]

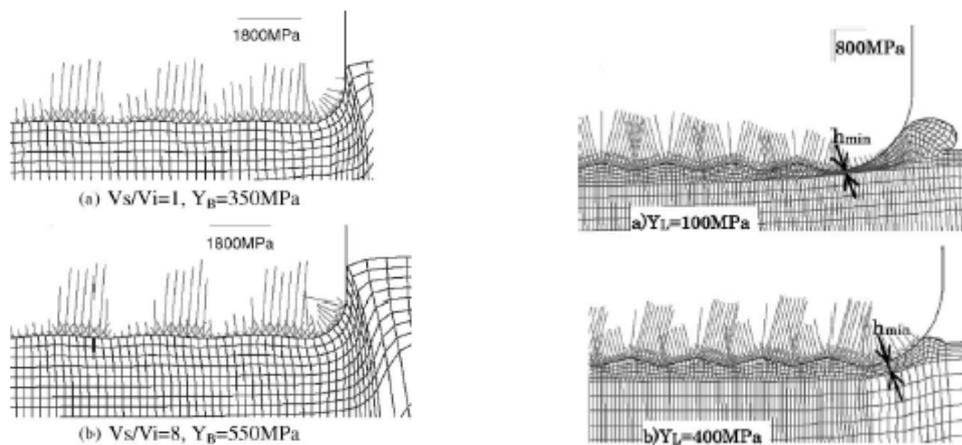


Fig. 1.32 : Emboutissage d'un lopin enduit ou non d'un lubrifiant solide de limite d'écoulement variable [SAIKI2003].

1.4.2 Lubrification des surfaces rugueuses

Dans le domaine de la mécanique du contact lubrifié hydrodynamique ou élastohydrodynamique, la modélisation de l'écoulement du lubrifiant liquide a actuellement atteint un haut niveau de précision. Des méthodes efficaces permettent d'estimer l'épaisseur du lubrifiant dans un contact voire de calculer la déformation des parois. Une revue de ces évolutions pour la mise en forme est proposée dans [WILSON1995] et [MONMITONNET2001] dans lesquels les auteurs font le bilan sur les différentes approches existantes, qu'elles soient déterministes ou statistiques suivant la façon de modéliser les rugosités des surfaces. On se propose dans la suite de résumer les différentes approches ayant permis de modéliser l'interface lubrifiée rugueuse.

1.4.2.1 Modélisation de l'écoulement

1.4.2.1.1 Rugosités monodimensionnelles

La prise en compte des aspérités dans un contact lubrifié est primordiale quand l'épaisseur du contact lubrifié est inférieure à trois fois la rugosité quadratique moyenne combinée ($\Sigma < 3$). Deux écoles prennent en compte ces aspérités : l'une, stochastique avec des rugosités définies par une approche statistique de la distribution des hauteurs des rugosités, et l'autre déterministe, modélisant le profil réel des aspérités (ce type d'approche sera présenté plus loin).

La toute première étude sur l'influence des rugosités de surface en lubrification avec l'introduction de concepts stochastiques et d'un écoulement modélisé par l'équation de Reynolds a été introduite par Tzeng et Saibel [TZENG1967]. Cependant ils n'ont considéré qu'une rugosité monodimensionnelle transverse. Une amélioration de leurs travaux a été proposée par Christensen [CHRISTENSEN1970]. Dans sa théorie stochastique, il distingue deux directions de rugosités privilégiées, d'abord une direction longitudinale puis une transverse, et déduit pour chacune une équation de Reynolds moyenne. Dans un système de coordonnées cartésiennes x, y, z (z étant l'épaisseur), ces équations s'écrivent :

- dans la direction longitudinale :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} E(H^3) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \frac{1}{E(1/H^3)} \right] = 6\eta U \frac{\partial}{\partial x} E(H) + 12\eta \frac{\partial}{\partial t} E(H) \quad (1.37)$$

- dans la direction transversale :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \frac{1}{E(1/H^3)} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} E(H^3) \right] = 6\eta U \frac{\partial}{\partial x} \frac{E(1/H^2)}{E(1/H^3)} + 12\eta \frac{\partial}{\partial t} E(H) \quad (1.38)$$

Dans ces équations, E est l'espérance mathématique définie par $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$ avec $f(x)$ la fonction densité de distribution pour la variable stochastique x , \bar{p} la pression moyenne, t est le temps, H l'épaisseur de film définie par $H = h(x, y, t) + h_s(x, y, \xi)$ avec h la partie nominale, partie lisse de la géométrie du film et h_s la partie due à la rugosité de surface mesurée à partir de la hauteur nominale et dans laquelle ξ est la variable aléatoire. Ces équations ont ensuite été appliquées à la lubrification des paliers [ELROD1977].

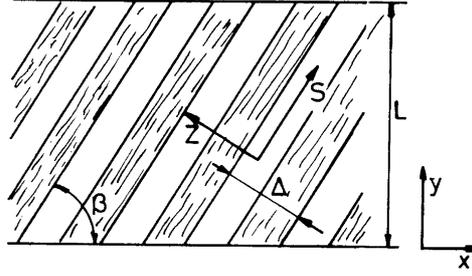


Fig. 1.33 : Représentation des stries selon Elrod [ELROD1973], [ELROD1977].

Cependant, ces approches se sont limitées à une description unidirectionnelle et striée de deux types de rugosités : l'une longitudinale, l'autre transversale. L'extension des travaux de Christensen au cas réel bidimensionnel de rugosités de surface est très difficile selon [PATIR1978]. Christensen et Tønder ont cependant proposé une extension de leurs travaux au cas bidimensionnel mais avec une rugosité isotrope de type Reynolds. Ils écrivent alors :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} E(H^3) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} E(H^3) \right] = 6\eta U \frac{\partial}{\partial x} E(H) + 12\eta \frac{\partial}{\partial t} E(H) \quad (1.39)$$

Mais selon Elrod [ELROD1977], aucune preuve démontrant cette relation n'a été apportée et selon lui, elle serait erronée.

Une autre forme a été développée par Rhow et Elrod [RHOW1974] en considérant une des surfaces avec des stries inclinées d'un angle β , $0 \leq \beta \leq \pi/2$, par rapport à la direction du mouvement (figure 1.33). Il s'agit de la forme la plus générale de l'équation de Reynolds avec prise en compte de rugosités sous forme de stries monodimensionnelles.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (\bar{H}\pi_0) + (\bar{\Lambda}_1 + \bar{\Lambda}_2) \cdot \bar{\nabla} (\bar{H}\pi_0) + \frac{\partial}{\partial n} \left[(\bar{\Lambda}_1 - \bar{\Lambda}_2) \cdot \bar{n} \left(\frac{I_2}{H^{-3}} - \frac{I_1}{H^{-3}} \right) \pi_0 \right] \\ = \frac{\partial}{\partial s} \left(\bar{H}^3 \pi_0 \frac{\partial \pi_0}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{H^{-3}} \pi_0 \frac{\partial \pi_0}{\partial n} \right) \end{aligned} \quad (1.40)$$

Dans ce modèle, le système de coordonnées est constitué par \bar{n} la normale aux stries, et \bar{s} la parallèle aux stries. La définition des autres variables est disponible dans [RHOW1974]. En parallèle, une distinction est faite sur le type de rugosité : si la longueur d'onde caractéristique des stries est grande par rapport à l'épaisseur de l'interface, on parle de 'rugosité de Reynolds', et dans le cas contraire, si la longueur d'onde est faible, il est nécessaire d'utiliser l'équation de Stokes et on parle de 'rugosité de Stokes' car l'hypothèse voulant que l'épaisseur soit faible devant la longueur de l'interface ($dh/dx \ll 1$) n'est plus valide localement.

1.4.2.1.2 Rugosités bidimensionnelles

Afin d'étendre ce type d'approche stochastique au cas bidimensionnel avec des rugosités isotropiques ou anisotropiques, Patir et Cheng [PATIR1978] proposent de modéliser la contribution des rugosités dans l'écoulement en introduisant la notion empirique de facteurs d'écoulement. Leur formulation a l'avantage d'être aussi valable lorsque le régime de

lubrification est mixte ($\Lambda < 3$), c'est à dire lorsque l'effet de la rugosité est le plus important, mais avec des conditions très particulières. L'équation de Reynolds modifiée s'écrit alors [PATIR1978], [PATIR1979] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi_y \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{2} \Sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \quad (1.41)$$

Dans cette équation, \bar{p} est la pression moyenne à l'échelle du volume représentatif considéré, \bar{h}_T l'épaisseur moyenne de film lubrifiant à l'échelle du volume représentatif considérée et définie comme la distance moyenne entre les deux surfaces telle que $h_T = h + \delta_1 + \delta_2$ avec h l'épaisseur nominale (différence entre les lignes moyennes des surfaces) et avec δ_1 et δ_2 les amplitudes aléatoires de la rugosité des surfaces évaluées à partir de leur ligne moyenne (figure 1.34). Les termes ϕ_x et ϕ_y sont les facteurs d'écoulement en pression corrigeant les termes de Poiseuille et comparant la pression moyenne d'écoulement entre un contact rugueux et un contact lisse en mesurant ou diminuant le débit de lubrifiant dues à l'interaction des rugosités avec un gradient de pression dans les directions x et y respectivement. Ils s'annulent lorsque le fluide ne peut trouver de passage dans l'interface formée par les surfaces rugueuses (notion de seuil de percolation présentée plus loin). Le terme ϕ_s est le facteur d'écoulement en cisaillement mesurant l'augmentation ou la diminution du débit de lubrifiant dû à la vitesse de glissement de l'interface et traduisant la tendance des rugosités à entraîner ou à empêcher l'écoulement du fluide dans l'interface. Notons que lorsque l'épaisseur réduite Λ définie par $\Lambda = h/\Sigma$ avec h l'épaisseur nominale et Σ la rugosité composite des deux surfaces définie au paragraphe 1.4.1.1. Notons que lorsque h est très grand, cette équation (1.41) devient celle de Reynolds pour des surfaces lisses à condition que ϕ_x et ϕ_y tendent tous deux vers 1. Patir et Cheng [PATIR1978], [PATIR1979] définissent les facteurs d'écoulement en pression par :

$$\begin{aligned} \phi_x &= 1 - C_x \exp(-r_x \Lambda) \quad \text{si } \gamma_p \leq 1 \\ \phi_x &= 1 + C_x \exp(-r_x) \quad \text{si } \gamma_p > 1 \\ \phi_x(\Lambda, \gamma_p) &= \phi_y(\Lambda, 1/\gamma_p) \end{aligned} \quad (1.42)$$

où les constantes C_x et r_x sont dépendantes du nombre de Peklenik γ_p qualifiant l'orientation de la rugosité par rapport à la direction x de l'écoulement.

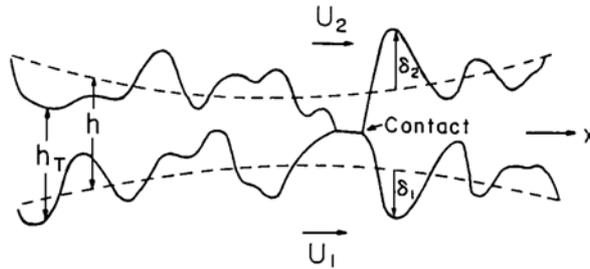


Fig. 1.34 : Interface lubrifiée selon [PATIR1978].

Par ailleurs, ces mêmes auteurs définissent la contrainte hydrodynamique moyenne de cisaillement [PATIR1979]. Suivant la direction x , elle est égale à :

$$\bar{\tau}_x = \eta \frac{U_1 - U_2}{h} (\phi_f \pm \phi_{fs}) \pm \phi_{fp} \frac{h}{2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (1.43)$$

les signes plus et moins étant respectivement associés à la surface inférieure 1 (où $z = 0$) et supérieure 2 (où $z = h_T$) respectivement. Dans cette expression, ϕ_f traduit l'augmentation de la contrainte moyenne de Couette par diminution de l'épaisseur du film due à la présence des rugosités. Le facteur ϕ_{fs} est analogue à ϕ_s pour la contrainte de cisaillement moyenne. Ainsi, si l'une des surface à des rugosités d'amplitudes importantes, le piégeage du fluide dans les creux des rugosités va diminuer le gradient de vitesse au voisinage de ces parois contribuant ainsi à diminuer la contrainte de cisaillement. Le facteur correctif ϕ_{fp} joue le même rôle que celui de ϕ_x pour la contrainte de cisaillement. Ainsi, la contrainte moyenne de Poiseuille diminue lorsque l'écoulement du fluide est altéré par les rugosités.

Il faut rappeler que les facteurs d'écoulement sont exprimés analytiquement par Patir et Cheng grâce au nombre de Peklenik γ_p [PEKLENIK1967] qui peut être défini comme le rapport de la longueur sur la largeur d'une rugosité représentative suivant la direction x [PATIR1978], [CHENG1984] :

$$\gamma = \frac{\lambda_{0.5x}}{\lambda_{0.5y}} \quad (1.44)$$

avec $\lambda_{0.5x}$ la longueur d'autocorrélation dans la direction longitudinale et $\lambda_{0.5y}$ la longueur d'autocorrélation dans la direction transversale. Si $\gamma_p < 1$, les rugosités sont transverses, si $\gamma_p = 1$ elles sont isotropes et si $\gamma_p > 1$ elles sont longitudinales (figure 1.35). Lo [LO1992] envisage par ailleurs le nombre de Bhushan à la place du nombre de Peklenik pour décrire la forme des aspérités et étudie en particulier le cas d'aspérités disposées en diagonales par rapport à la direction de l'écoulement du fluide.

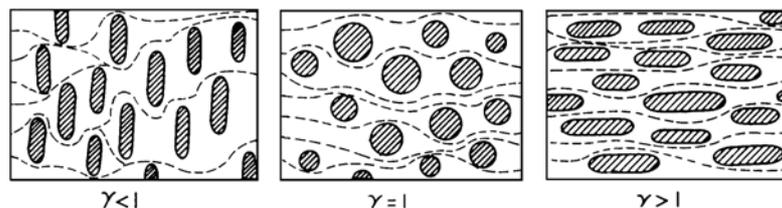


Fig. 1.35 : Aires typiques de contact transversales, isotropiques et longitudinales en fonction du nombre de Peklenik noté ici γ [PATIR1978], [CHENG984].

Plusieurs auteurs ont par la suite adoptés l'approche « facteur d'écoulement » à leur équation moyenne de Reynolds. Si les méthodes d'évaluation des facteurs varient suivant les auteurs, l'équation de Reynolds moyenne a toujours gardé la forme initiée par Patir et Cheng. Deux approches existent pour calculer les facteurs d'écoulement [MARSAULT1998].

- L'approche numérique d'une part [PATIR1978], [PATIR1979], [TONER1980], [TEALE1980], [LUNDE1997], avec l'utilisation de la méthode des différences finies et des éléments finis, avec de nombreuses hypothèses sur la topographie initiale des surfaces où l'hypothèse toujours considérée, suppose que les directions principales de la rugosité soient aussi celles de l'écoulement. D'autre part et afin de générer numériquement les surfaces, des hypothèses sur la densité de répartition des pics et sur

la fonction d'autocorrélation doivent être faites. Le choix de la grille de discrétisation par différences finies de l'équation de Reynolds et des conditions aux limites à appliquer sont également des éléments importants, et sources de divergence des résultats au sein même de ce type d'approche. Elle fait aussi disparaître les facteurs croisés tels que par exemple ϕ_{xy} (influence du gradient de pression dans la direction x sur le débit de lubrifiant dans la direction y) et donc la notion de matrice de facteurs d'écoulement.

- L'approche analytique d'autre part [ELROD1979], [TRIPP1983], [TRIPP1984], par la théorie des perturbations n'imposant aucune hypothèse de départ sur la densité de répartition des pics, sur la fonction d'autocorrélation, ou sur l'alignement des directions principales de la rugosité avec la direction de l'écoulement. Le calcul de la matrice de facteurs d'écoulement est ainsi permis.

Cependant, ces deux types d'approche sont limités au régime hydrodynamique en film mince ($\Lambda > 3$). En effet, dans le cas de l'approche numérique, des instabilités numériques apparaissent lorsque $\Lambda < 3$ car le nombre de contacts augmente. Par ailleurs, des pics infinis de pression apparaissent quand on impose une épaisseur nulle. Notons que les résultats numériques de Patir et Cheng ont été confirmés par ceux de Peeken *et al.* [PEEKEN1997] ainsi que par les résultats analytiques de Tripp et Elrod [TRIPP1983]. Ils montrent que le choix de grille de discrétisation et de conditions aux limites de Patir et Cheng sont les plus raisonnables.

Lo [LO1994] a été le premier à tenter d'étendre la notion de facteurs d'écoulement avec contacts entre les aspérités en adaptant la notion de seuil de percolation¹¹ introduite par Tripp [TRIPP1983]. Il considère arbitrairement l'interface mixte comme un milieu poreux et remplace l'épaisseur h par $h + 2\Sigma$ dans l'équation (1.41) pour éviter les problèmes numériques de l'épaisseur négative. Bien que son approche soit efficace pour la configuration choisie, son équation de Reynolds modifiée se prête moins, selon Wilson et Marsault [WILSON1998], aux cas plus généraux comme celle initialement établie par Patir et Cheng. C'est pour cela, toujours dans un esprit d'unification, que Wilson et Chang (selon [WILSON1998]) ont utilisé une forme similaire à l'équation (1.41) en modifiant les facteurs d'écoulement pour pouvoir l'employer sous le seuil de percolation. L'épaisseur h n'est plus utilisée telle quelle dans (1.41) mais remplacée par h_T qui, par définition, ne peut jamais être négative. Tant qu'il n'y a pas de contact entre les aspérités pour une interface dont l'une des parois est lisse et l'autre en dents de scie, le facteur de pression s'écrit [WILSON1994], [CHANG1996] :

$$\phi_x = 1 + 3 \left(\frac{\Sigma}{h_T} \right)^2 \quad \text{avec } h_T \geq \sqrt{3} \Sigma \quad (1.45)$$

Dès que le contact apparaît :

$$\phi_x = \frac{2\sqrt{3}}{h_T} \quad \text{avec } h_T < \sqrt{3} \Sigma \quad (1.46)$$

¹¹ Le seuil de percolation est l'épaisseur de film en dessous de laquelle le lubrifiant est considéré comme complètement piégé dans les vallées alors déconnectées entre elles. Au dessus de ce seuil, le lubrifiant se déplace librement dans les vallées autour des contacts.

Ces facteurs ont par la suite été étendus à plusieurs types d'aspérités modèles telles que celles présentées à la figure 1.24.a, l'une des surfaces restant malgré tout lisse [WILSON1998]. Cette approche a fait l'objet de reprise, entre autres par Lu *et al.* [LU2003], Qiu *et al.* [QIU1999] pour le laminage, Liu *et al.* [LIU2003], [LIU2004] et Wilson *et al.* [WILSON2003] pour le forgeage.

1.4.2.2 Problème de la poche de lubrifiant

L'étude de l'écrasement d'un cylindre entre deux tas plats est un exemple révélateur de certains couplages entre la lubrification et la déformation des structures réelles. Ce procédé montre qu'en début du processus de déformation, la pression dans le lubrifiant est maximale au centre et décroît jusqu'à la pression relative nulle sur les frontières externes. La plastification apparaît dès lors que la pression atteint le niveau de la contrainte d'écoulement σ_0 du matériau (phase (b), figure 1.36) car le cylindre est proche d'un état de compression simple. Cette pression est ensuite limitée par le piégeage du fluide entre l'outil et le lopin pendant la suite de l'écrasement [WILSON1978]. Cet emprisonnement du lubrifiant dans ce procédé particulier a été étudié par plusieurs auteurs : [OYANE1969], [WILSON1974a], [FELDER1989], [LO1995], [LO1998].

L'épaisseur du lubrifiant, considéré comme newtonien, peut alors s'exprimer, dans le cas isovisqueux, à partir de l'équation de Reynolds. On a donc selon [OYANE1969], [WILSON1974a], [WILSON1978], [WILSON1979], [FELDER1992] :

$$h_0 = \left(\frac{3\eta_0 V a^2}{\sigma_0} \right)^{1/3} \quad (1.47)$$

Par ailleurs, dans le cas piézovisqueux on a [WILSON1971], [WILSON1978], [WILSON1979] :

$$h_0 = \left(\frac{3\eta_0 V \alpha a^2}{1 - \exp(-\alpha \sigma_0)} \right)^{1/3} \quad (1.48)$$

et pour un lubrifiant rigide plastique (graphite, bisulfite de molybdène, etc.) [WILSON1978], [WILSON1979] :

$$h_0 = \min \left\{ h_a ; \frac{2\tau_l a}{\phi \sigma_0} \right\} \quad (1.49)$$

Dans le cas d'un procédé thermomécanique, Wilson [WILSON1978], [WILSON1979] propose un facteur correctif C à appliquer à h_0 défini par :

$$C = (1 + 0,16 L^{*0,56})^{-1} \quad (1.50)$$

où L^* est le paramètre thermovisqueux défini par :

$$L^* = \frac{\eta_0 \beta V^2}{\kappa} \left(\frac{a \sigma_0}{3\eta_0 V} \right)^{2/3} \quad (1.51)$$

Dans ces relations, η_0 est la viscosité de référence du lubrifiant, V est la vitesse constante relative, α le coefficient de piézoviscosité, a et σ_0 sont respectivement le rayon et la

contrainte d'écoulement du lopin, h_a est l'épaisseur de lubrifiant appliquée, τ_l est la cission maximale du fluide, κ est la conductivité thermique du fluide, ϕ est le facteur supplémentaire de travail et β est le coefficient de thermoviscosité.

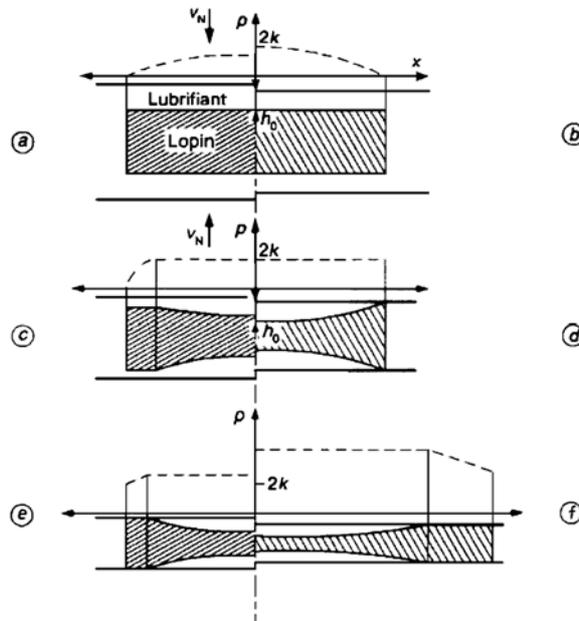


Fig. 1.36 : Répartition de la pression au sein du lubrifiant et déformation du lopin [FELDER1992]. a) Mise en pression ; b) plastification du centre du lopin ; c) extension de la zone plastique ; d) formation de la poche de lubrifiant piégé ; e) et f) extension de la poche et formation de la couronne non lubrifiée lors de la déformation macroscopique du lopin.

Dès l'apparition de la plastification initiée au centre du lopin et, en poursuivant le procédé, le lubrifiant s'évacue à une vitesse égale à la moitié de la vitesse de glissement du lopin sur l'outil. De ce fait, le film formé a une hauteur très significative vis-à-vis de la taille des rugosités et ce, même à basse vitesse V . En utilisant (1.48) par exemple pour $2a = 10$ mm et des caractéristiques typiques de lubrifiant telles que $\eta_0 = 0,1$ Pa.s, $\alpha = 2 \cdot 10^{-8}$ Pa $^{-1}$ et $\sigma_0 = 500$ MPa (seuil d'écoulement d'un acier), on a $h_0 \approx 5,3(2V_N)^{1/3}$ μm où V_N est exprimée en mm.s $^{-1}$ [FELDER1992].

Il est possible d'étudier l'évolution de cette poche de lubrifiant. Wilson [WILSON1974a] et Felder [FELDER1989] proposent d'exprimer l'épaisseur de lubrifiant emprisonné en fin de stade de piégeage :

$$h(x) = \left(\frac{6\eta_0 V_N (a-x)^2}{\sigma_0} \right)^{1/3} \quad (1.52)$$

$$h(x) = \left(\frac{6\eta_0 V_N \alpha (a-x)^2}{1 - \exp(-\alpha \sigma_0)} \right)^{1/3} \quad (1.53)$$

où x est le rayon de la poche de lubrifiant.

Dans le procédé d'écrasement, il peut y avoir hétérogénéité du contact lubrifié [FELDER1992]. Si la déformation du lopin est importante, le lubrifiant se retrouve alors piégé sous la forme d'une poche dont l'épaisseur vaut h_0 au centre et décroît vers zéro vers les bords extérieurs (figure 1.36). Il se forme alors à la périphérie une couronne non lubrifiée de longueur augmentant avec la déformation plastique du lopin. Celle-ci est visible sur le lopin par son aspect brillant contrastant avec l'aspect mat et rugueux de la surface interne baignant encore dans le lubrifiant. Une réduction des rugosités des surfaces des outils diminuerait la largeur de la zone non lubrifiée, et une augmentation du pouvoir lubrifiant du produit utilisé en y ajoutant des additifs réduirait le frottement. Notons qu'une étude expérimentale a été menée par Bech *et al.* [BECH1999], dans laquelle ils ont observé le comportement d'un lubrifiant piégé dans des poches de profil pyramidal pendant un emboutissage. Ike [IKE1995] présente aussi des résultats expérimentaux avec plusieurs poches réparties sur une feuille métallique. Citons également les travaux de Le et Sutcliffe [LE2002], [LE2004] et Shimizu *et al.* [SHIMIZU2001] pour leur même thématique d'étude.

1.5 Modélisation du frottement dans les codes de calculs

Les codes de simulation par la méthode des éléments finis utilisent généralement selon Petersen *et al.* [PETERSEN1997] les lois de Coulomb, de Tresca ou celle de Coulomb-Orowan, toutes indépendantes de l'aire réelle de contact. L'utilisation de la loi de Coulomb peut donner une surestimation du frottement à l'interface pour des pressions de contact supérieures à la contrainte d'écoulement du matériau du lopin. Cette surestimation peut être telle qu'elle peut provoquer le dépassement de la contrainte d'écoulement en cisaillement pur. Dans le cas de la loi de Tresca, le frottement ne dépend alors plus de la contrainte normale à l'interface, mais simplement des propriétés du matériau du lopin, et la contrainte de frottement est surestimée aux faibles pressions de contact. Une autre solution consiste à faire une combinaison des deux lois : c'est celle de Coulomb-Orowan. De façon analogue, Bay et Wanheim [BAY1976a], [PETERSEN1997] ont développé une loi de considérant un frottement proportionnel à la pression q pour $q/\sigma_0 < 1,5$, mais tendant vers une valeur constante aux hautes pressions ($q/\sigma_0 > 3$).

Une revue des lois de frottement utilisées dans les codes FEM est proposée par Tan [TAN2002]. Toutefois, une présentation détaillée de quelques unes d'entre elles est proposée ci-dessous.

1.5.1 Modèles macroscopiques de frottement

La loi de frottement la plus utilisée est celle de Coulomb ou d'Amonton. Elle repose sur le principe que τ , la contrainte de frottement appliquée à l'interface, est proportionnelle à la contrainte normale appliquée σ_n et agit dans la direction inverse à celle de la vitesse de glissement relative V_t du mouvement relatif des deux surfaces. On peut l'écrire :

$$\vec{\tau} = -\mu |\sigma_n| \frac{\vec{V}_t}{\|\vec{V}_t\|} \quad (1.54)$$

où μ est le coefficient de frottement 'macroscopique' de Coulomb incluant globalement tous les paramètres instantanés intrinsèques à l'interface comme la rugosité, la température de l'interface, les caractéristiques du lubrifiant utilisé ainsi que les propriétés tribologiques des

surfaces. Pendant l'adhérence, ce modèle impose $\tau < -\mu |\sigma_n|$ avec une indétermination de la position du vecteur contrainte dans le cône de Coulomb. Ce modèle n'a de signification physique que pour des contraintes de frottement inférieures à la contrainte limite de cisaillement $k = \sigma_0 / \sqrt{3}$ de l'interface, σ_0 étant la contrainte d'écoulement du matériau. Notons que la loi de Coulomb est selon Wanheim *et al.* [WANHEIM1974], valide uniquement jusqu'à $\sigma_n / (2k) = 1,3$ quelque soit la valeur du coefficient de frottement m . Au-delà, cette loi n'a plus aucun sens car le coefficient de frottement est dépendant de la pression. Un cas exceptionnel échappe cependant à cette règle : le cas d'une bonne lubrification ($m < 0,2$) pour laquelle la loi de Coulomb reste encore valide aux contraintes normales importantes [WANHEIM1974].

La loi de Coulomb modifiée par Orowan [OROWAN1943] dite loi de Coulomb-Orowan propose d'imposer un maximum physique τ_m à la contrainte de cisaillement de l'interface. Elle se traduit par :

$$\vec{\tau} = -\min\{\mu \|\vec{\sigma}_n\|, \tau_m\} \frac{\vec{V}_t}{\|\vec{V}_t\|} \quad \text{avec } \tau_m \leq k \quad (1.55)$$

Une autre loi, celle de Tresca ou loi de frottement constant, impose une contrainte de frottement proportionnelle à la contrainte d'écoulement en cisaillement pur k du lopin ou du lubrifiant séparant les deux corps.

$$\vec{\tau} = -mk \frac{\vec{V}_t}{\|\vec{V}_t\|} \quad (1.56)$$

Tout comme la loi de Coulomb, le coefficient de frottement m de cette loi inclut globalement tous les paramètres tribologiques locaux instantanés. Toutefois, cette loi ne traduit pas la réalité aux faibles vitesses de glissement V_t , notamment au niveau du point neutre situé sur l'axe d'axisymétrie des pièces cylindriques.

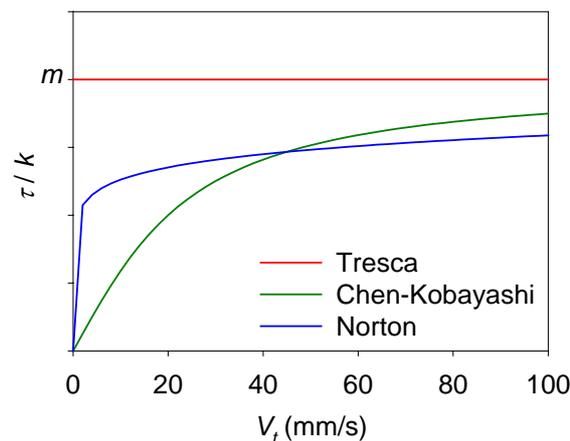


Fig. 1.37 : Exemples de lois de frottement 'macroscopiques' normalisée par la cission maximale k en fonction de la vitesse de glissement relative ($\sigma_0 = 500$ MPa ; $a = 0,02$ et $q = 0,1$)

Une régularisation mieux adaptée à la résolution numérique a été proposée par Chen et Kobayashi, évitant à l'occasion certains problèmes numériques dus au changement brutal de sens de la contrainte de frottement aux voisinages des points neutres [CHEN1978] :

$$\vec{\tau} = -mk \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{\|\vec{V}_t\|}{a}\right) \frac{\vec{V}_t}{\|\vec{V}_t\|} \quad \text{avec } k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (1.57)$$

où le coefficient a est appelé paramètre de régularisation tel que lorsqu'il tend vers zéro, τ tend vers l'expression de la loi de Tresca (1.56).

Pour les fortes pressions de contact, on utilise aussi par commodité une loi de frottement viscoplastique dite loi de Norton :

$$\vec{\tau} = -mk \|\vec{V}_t\|^{q-1} \vec{V}_t \quad (1.58)$$

avec m le coefficient de frottement de Tresca, k la contrainte d'écoulement en cisaillement pur, V_t la vitesse de glissement du mouvement relatif et q la sensibilité à la vitesse de glissement. Tout comme la loi de Chen et Kobayashi, cette loi est plus adaptée aux formulations rigides ou viscoplastiques mais ne dépend pas de la contrainte normale à l'interface. Elle est principalement utilisée dans certains logiciels comme Forge 2 et Forge 3.

La figure 1.37 permet de comparer ces lois en fonction de la vitesse relative de glissement V_t .

1.5.2 Test de l'anneau

La détermination du coefficient de frottement macroscopique des lois (1.54) à (1.58) se fait principalement pour les codes de simulation de forgeage par le biais du test de l'anneau. Ce procédé a été, selon Dodd et Reid [DODD2001], initialement proposé par Kunogi (1954) qui utilisa la méthode des tranches et par Kudo (1956) qui utilisa la méthode de la borne supérieure. Plus tard, Male et Cockcroft [MALE1964] ont traité les premières courbes d'étalonnage telles que celles présentées à la figure 1.38. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à Rao et Sivaram [RAO1993] et/ou Sofuoglu et Gedikli [SOFUOGLU2002] qui passent en revue l'historique et les différents travaux effectués sur ce procédé. Mentionnons aussi Tan *et al.* [TAN1998] pour la présentation de diverses géométries. Rudkins et al. [RUDKINS1996] se penchent plus particulièrement sur le test de l'anneau mené à chaud. Han [HAN2002] étudie plus particulièrement l'influence de l'anisotropie du frottement sur la déformation de l'anneau.

Les proportions dimensionnelles typiques de l'anneau issues de [MALE1964] sont 6 : 3 : 2 où le premier chiffre représente le diamètre externe, le second le diamètre interne et le troisième la hauteur de l'anneau [RAO1993], [SOFUOGLU2002].

Avec cette méthode, le frottement peut être estimé à travers le changement de diamètre interne de l'anneau déformé (figure 1.39). A frottement nul, l'écrasement produit un écoulement centrifuge et une extension circonférentielle uniforme de l'anneau. Le frottement ralentit cet écoulement centrifuge et, lorsqu'il est assez élevé, peut même provoquer l'apparition d'un écoulement centripète dans la partie équatoriale de l'anneau conduisant à une diminution du diamètre interne [SCHEY1970], [FELDER1992], [LEFLOCH1998] Du point de vue pratique, le dépouillement des résultats du test s'effectue à l'aide d'abaques précisant l'évolution du diamètre intérieur de l'anneau (figure 1.38). Pour des conditions

données de température, de taux de déformation et géométrie initiale, la déformation du lopin peut être théoriquement calculée comme une fonction du coefficient de frottement à l'interface.

Pour finir, précisons qu'une géométrie d'anneau biconique a été proposée par Petersen *et al.* [PETERSEN1998] pour explorer le domaine des contraintes normales inférieures à la limite d'écoulement du matériau et pour de forts coefficients de frottement locaux. Elle a fait l'objet d'une comparaison avec d'autres géométries dans [TAN1998]. Notons cependant que le test de l'anneau souffre de l'existence d'une zone de frottement neutre variable et d'un frottement non homogène à l'interface. Citons enfin [BOYER1998] dans lequel une présentation des divers essais d'identification du coefficient de frottement est proposée.

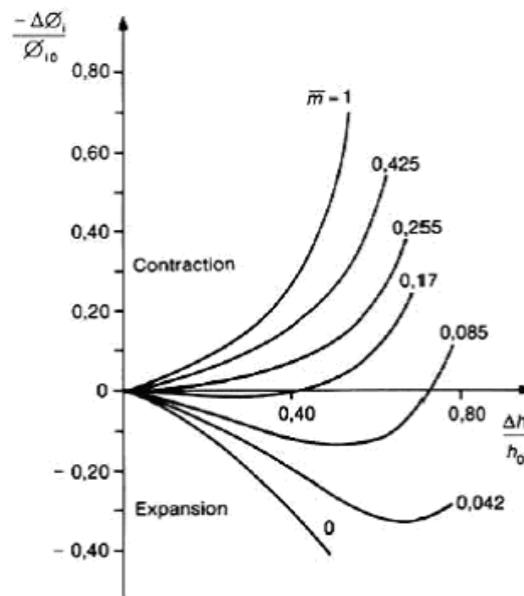


Fig. 1.38 : Courbes de calibration pour la détermination du coefficient de frottement global à l'interface [FELDER1992].

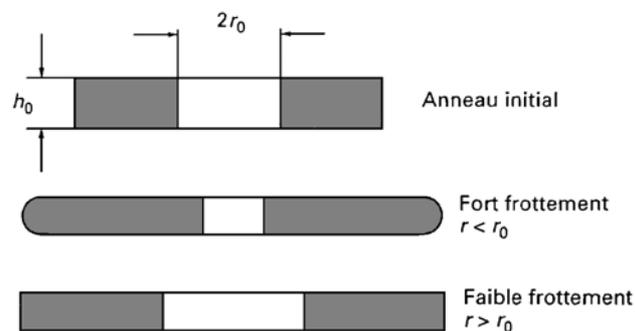


Fig. 1.39 : Test de l'anneau [LEFLOCH1998].

1.5.3 Modèles microscopiques de frottement

Bien que les résultats de Coulomb soient encore valides aujourd'hui, de nombreux travaux se sont aussi engagés pour étudier précisément le comportement des aspérités. Ainsi, Holm en

1936 montre que les aspérités en contact se déforment plastiquement et peuvent se souder, reliant la force de frottement directement aux contraintes de cisaillement des jonctions ainsi formées. Ernst et Merchant en 1940 montrent que les déformations des aspérités et les effets de labourage doivent être pris en compte pour le calcul du frottement. Plus tard, Bowden et Tabor en 1950 et Kragelskii en 1965 définissent la notion de surface réelle de contact car la surface réelle de contact est directement fonction de la charge appliquée et ne dépend pas de la surface apparente de contact.

En se basant sur une analyse de champ de contrainte de glissement de la déformation plastique des aspérités de surface, Wanheim *et al.* [WANHEIM1974] ont développé une loi générale de frottement intégrant explicitement la notion d'aire réelle de contact et s'exprimant par :

$$\bar{\tau} = -m_0 \alpha k \frac{\vec{V}_t}{\|\vec{V}_t\|} \quad (1.59)$$

où m_0 est le coefficient de frottement local, k est la contrainte d'écoulement en cisaillement pur, et α est l'aire réelle de contact fonction de $\sigma_n / (2k)$. Cette loi, valable pour un contact entre un outil parfaitement plat et un lopin de rugosités triangulaires, propose une contrainte de frottement proportionnelle à la contrainte normale jusqu'à une valeur critique de celle-ci au-delà de laquelle la contrainte de frottement tend vers la cission maximale d'écoulement k . Elle a été ensuite comparée avec satisfaction à des études expérimentales [BAY1976a] ou numériques [ZHANG1995].

En se basant sur les avantages de la loi de Chen et Kobayashi [CHEN1978], Petersen *et al.* [PETERSEN1997] ont proposé par la suite une loi de frottement plus adaptée aux codes éléments finis :

$$\bar{\tau} = -f \alpha k \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{\|\vec{V}_t\|}{a}\right) \frac{\vec{V}_t}{\|\vec{V}_t\|} \quad (1.60)$$

où f est le facteur de frottement, α le rapport entre l'aire réelle de contact et l'aire apparente de contact entre un outil lisse et un lopin rugueux. Dans la pratique, f est déterminé expérimentalement et α est donné d'après les travaux analytiques de Gerved [PETERSEN1997] selon la pression de contact q par :

$$f \alpha = \frac{\tau}{k} = \frac{q / \sigma_0}{q' / \sigma_0} \frac{\tau'}{k} \quad \text{pour } q \leq q' \quad (1.61)$$

$$f \alpha = \frac{\tau}{k} = \frac{\tau'}{k} + \left(f - \frac{\tau'}{k}\right) \left(1 - \exp\left(\frac{\tau' / k (q' / \sigma_0 - q / \sigma_0)}{q' / \sigma_0 (f - \tau' / k)}\right)\right) \quad \text{pour } q > q' \quad (1.62)$$

avec la limite de proportionnalité donnée par :

$$\frac{q'}{\sigma_0} = \frac{1 + \frac{\pi}{2} + \arccos(f) + \sqrt{1 - f^2}}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{1 - f})} \quad (1.63)$$

$$\frac{\tau'}{k} = 1 - \sqrt{1 - f}$$

La représentation de cette loi est proposée à la figure 1.40. Une telle loi a été implantée dans un code de calcul de simulation du forgeage par éléments finis et un comparatif avec la loi de Tresca a donné satisfaction [PETERSEN1997], [PETERSEN1998].

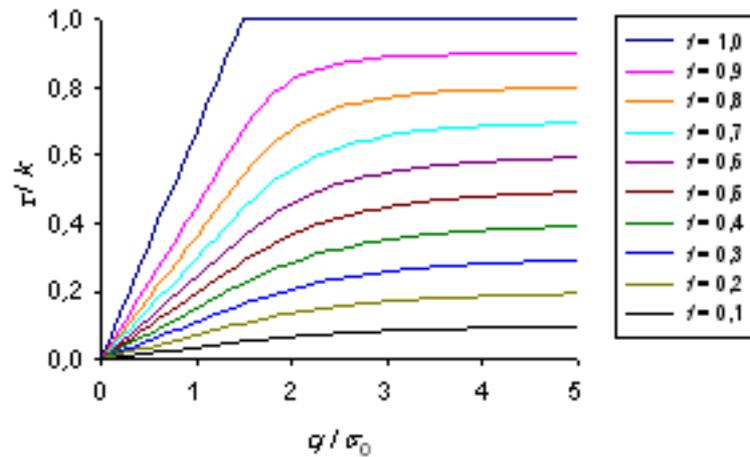


Fig. 1.40 : Contrainte de frottement normalisée en fonction de la pression de contact normalisée pour différents facteurs f du modèle de frottement [PETERSEN1995], [PETERSEN1998].

Quoique plus précises que les lois macroscopiques, les lois de Bay et Wanheim et de Petersen *et al.* souffrent de ne pas prendre explicitement en compte la topographie des aspérités. En effet, dans ses travaux utilisant l'hypothèse de déformation plane pour un matériau rigide non écrouissable, Kudo [KUDO1965] suggéra d'introduire l'influence sur le frottement du lubrifiant emprisonné entre les aspérités, impliquant l'effet significatif de la topographie de surface. Schey et Mysliwy [SCHEY1977] montrent l'influence de différentes surfaces usinées lors de l'écrasement d'un anneau mais n'examinent pas en détails l'effet de la topographie de surface en tant que telle. Hu et Dean [HU2000] étudient le frottement en fonction de la topographie de surface et comparent les résultats avec et sans lubrifiant. Ils montrent principalement que, parmi les surfaces aléatoires, les plus lisses peuvent retenir plus de lubrifiant et par conséquent diminuer le frottement, leurs aspérités évoluant au cours du procédé de mise en forme. Ils montrent également que les rugosités des surfaces tournées sont efficaces pour diminuer le frottement mais restent plus rugueuse que les surfaces aléatoires en fin de procédé de mise en forme. Par ailleurs, Rasp et Wichern [RASP2002] montrent en laminage que la rugosité moyenne R_a (1.34) et le régime de lubrification ont tous deux une influence plus grande sur le frottement que l'orientation de la topographie de surface. Ils révèlent que, quelle que soit la vitesse de glissement des surfaces, le frottement décroît continuellement lorsque l'angle des rainures de surface varie de la direction parallèle à la direction perpendiculaire de l'écoulement du matériau. Toutefois, dans leur étude théorique et expérimentale sur l'influence du lubrifiant emprisonné, Nellesmann *et al.* [NELLEMANN1977] montrent que les paramètres prépondérants sont la pression de contact et le module de compressibilité du lubrifiant, l'angle des aspérités ayant relativement peu d'importance sur l'aire réelle de contact.

L'influence de la pression d'interface sur l'aire réelle de contact a d'abord été étudiée par Bay et Wanheim [BAY1976a], [BAY1976b] pour le modèle vague plastique. Cependant, leur approche ne s'est limitée qu'au contact entre un outil rugueux sur un lopin lisse [BAY1976a] ou au contact entre un outil plat et un lopin de rugosités triangulaires [BAY1976b]. Le modèle de la 'vague plastique' est le modèle le plus complet et le plus complexe de calcul de frottement. Dans ce modèle, les deux surfaces en contact sont rugueuses, de rugosités triangulaires. L'idée a été proposée initialement par John Leslie (1766-1832) en 1804 [LESLIE1804], selon Avitzur [AVITZUR1987], [AVITZUR1990], [AVITZUR1992], Black *et al.* [BLACK1990], qui considérait à l'époque que les déformations superficielles des surfaces étaient la source du frottement. Ce modèle, proposé par Challen et Oxley [CHALLEN1979], considère un champ de déformation plane et la déformation d'une aspérité triangulaire rigide parfaitement plastique bidimensionnelle est formalisée par la méthode des lignes de glissement. Avec leur modèle, la force de frottement est opposée au glissement de la surface rugueuse et résulte de la croissance de vagues plastiques dans le matériau le plus mou. Notons qu'ils distinguent trois modes de déformation selon l'angle des aspérités. Le premier, modèle de la vague plastique, correspond à de faibles angles d'aspérités et des faibles contraintes frottement avec une déformation plastique de la matière sous l'aspérité dure de la surface avec laquelle elle est en contact. Dans ce cas, il n'y a pas de déplacement global de la matière mais juste un cisaillement plastique superficiel. Ce modèle ne permet pas de modéliser l'usure de surface phénomène rencontré en réalité lorsque des frottements répétés sur une surface conduisent à la disparition continue de petites quantités de matière. Pour expliquer les formes plus sévères de frottement, ils introduisent un deuxième modèle, le modèle d'abrasion valable pour des angles d'aspérité plus élevés et/ou si le coefficient local de frottement μ est plus important, par exemple pour une faible lubrification. La vague plastique n'est plus poussée sur la surface en avant des aspérités mais elle est déchirée. Pour des angles d'aspérités encore plus marqués, Challen et Oxley considèrent qu'il y a formation d'un copeau par cisaillement comme en usinage [CHALLEN1979], [CHALLEN1983]. C'est le troisième modèle. Par la suite, Challen et Oxley [CHALLEN1984] ont introduit le cisaillement à l'interface. Ils ont étudié par la méthode des lignes de glissement la croissance en régime permanent de la vague plastique jusqu'au comblement de la cavité pour prendre en compte l'influence de la pression apparente de contact sur la déformation de l'aspérité. Ils expriment alors la pression apparente de contact ainsi que la contrainte de cisaillement apparente de contact en fonction du rapport entre l'aire réelle de contact A_r sur l'aire apparente de contact A_a . On trouvera une synthèse chez Black *et al.* [BLACK1988], [BLACK1993a], [BLACK1993b], [KOPALINSKY1995].

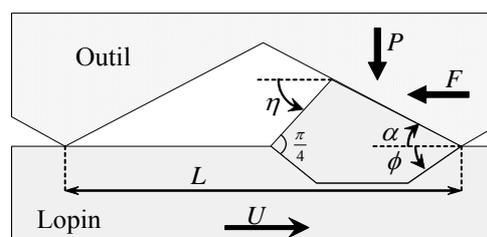


Fig. 1.41 : Modèle de la vague plastique tri-triangulaire selon Avitzur *et al.* [AVITZUR1986].

Notons toutefois, Avitzur *et al.* [AVITZUR1984] ont proposé la méthode de la borne supérieure avec d'abord une description bi-triangulaire de la vague plastique puis, plus tard, Avitzur et Nakamura ont proposé une description plus complète tri-triangulaire (figure 1.41) [AVITZUR1986]. Rappelons encore que Torrance [TORRANCE1988] a proposé un labourage par des aspérités pyramidales tridimensionnelles.

Ces développements théoriques donnent les expressions suivantes des contraintes locales de surface [CHALLEN1979], [BLACK1988], [BAILLET1994a], [SALLE2001] :

$$\sigma_n = \frac{P}{L} = \frac{\sigma_0}{2\sqrt{3} \cos \alpha} \left[\left\{ 1 + 2 \left(\frac{\pi}{2} + \Phi - \eta \right) \right\} \cos \alpha + \sin(\alpha + 2\Phi) \right] \quad (1.64)$$

$$\tau = \frac{F}{L} = \frac{\sigma_0}{2\sqrt{3} \cos \alpha} \left[\left\{ 1 + 2 \left(\frac{\pi}{2} + \Phi - \eta \right) \right\} \sin \alpha + \cos(\alpha + 2\Phi) \right] \quad (1.65)$$

où η , Φ et α sont des angles définis par (voir figure 1.40) :

$$\Phi = \frac{\arccos m_0}{2} - \alpha \quad \text{et} \quad \eta = \arcsin \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - m_0}} \quad (1.66)$$

Cependant, cette loi de la vague plastique suppose un contact sans effet du lubrifiant alors que son piégeage dans les rugosités des surfaces peut considérablement réduire le frottement lors des processus de mise en forme [NELLEMANN1977]. Avitzur [AVITZUR1990] prit en compte l'influence de la présence d'un lubrifiant emprisonné et tourbillonnant dans les vallées (figure 1.42). Il montre que, sous certaines conditions dépendant essentiellement du nombre de Sommerfeld S défini au paragraphe 1.3.3, le lubrifiant peut séparer les deux surfaces en contact. En effet, avec l'augmentation de la vitesse de glissement relative entre les parois, la portance du lubrifiant augmente, séparant les surfaces mettant l'interface en régime hydrodynamique. C'est ce phénomène que montre la courbe de Stribeck (voir figure 1.8).

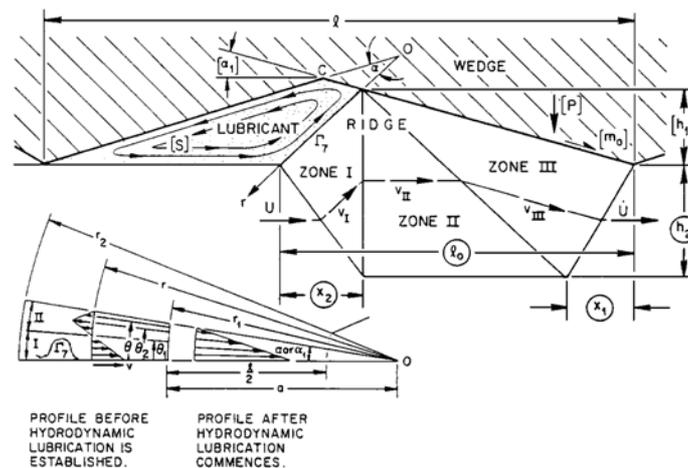


Fig. 1.42 : Modèle de la vague plastique avec lubrifiant piégé dans la vallée selon Avitzur [AVITZUR1990], [AVITZUR1992].

Pour de faibles vitesses de glissement des surfaces, Baillet [BAILLET1994a], [BAILLET1994b] a modélisé le régime mixte à partir du modèle de la vague plastique en

supposant l'existence d'une contribution hydrostatique du fluide emprisonné dans les vallées des rugosités. Son modèle de régime de lubrification mixte considère une surface d'outil constituée d'aspérités triangulaires de hauteur h et d'angle α avec l'horizontale, et un lopin initialement lisse et recouvert d'un film lubrifiant d'épaisseur $h_f \leq h/2$. Dès lors qu'il y a contact entre les surfaces du lopin et de l'outil, le fluide se retrouve piégé entre les rugosités et sa hauteur augmente avec la croissance de la vague plastique. Le régime mixte de frottement alors est décomposé en quatre stades.

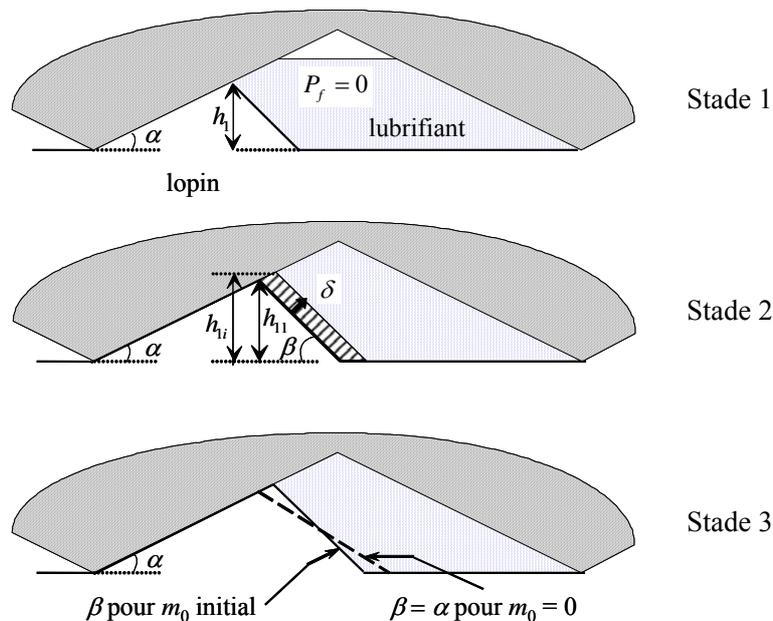


Fig. 1.43 : Les différents stades de croissance de la vague plastique avec emprisonnement de lubrifiant selon Baillet [BAILLET1994a].

Le premier représente (figure 1.43) le début de la formation de la vague plastique entraîné par l'application d'une pression normale et du mouvement relatif du lopin par rapport aux aspérités de l'outil. Le fluide se retrouve alors emprisonné dans la cavité entre le lopin et l'outil et sa pression relative p_f reste nulle tant qu'il existe une surface libre. Le fluide intervient sur le coefficient de frottement global par l'intermédiaire du coefficient de Tresca local m_0 qui a une valeur assez faible si l'on considère qu'une partie de ce fluide reste emprisonnée au niveau des aspérités de troisième ordre existant au contact réel entre l'outil et le lopin sur le flanc de la vague plastique. La contrainte normale, qui reste constante tant que la hauteur h_1 de la vague plastique reste inférieure ou égal à la hauteur de l'aspérité h ($0 \leq h_1 \leq h$), s'exprime alors par :

$$\sigma_n = \frac{\sin \alpha}{h_1} (P \cos \alpha + F \sin \alpha) \quad (1.67)$$

avec P la force normale agissant sur l'outil, F celle de frottement tangentielle et α la pente des aspérités de l'outil (voir figure 1.43). Ce premier stade s'arrête dès que le fluide remplit totalement la cavité comprise entre l'outil et le lopin.

Durant le deuxième stade et grâce à la compressibilité du fluide, la pression p_f du fluide passe de 0 à la contrainte normale σ_n pendant que la hauteur de la vague passe de h_1 à h_{12}

(voir figure 1.43). En considérant le module de compressibilité du lubrifiant linéaire par rapport à la pression ($K = K_0 + K_1 p_f$), hypothèse satisfaisante pour la plupart des lubrifiants selon [NELLEMANN1977], Baillet montre que la pression du lubrifiant piégé est fonction du déplacement δ du coté de la vague vaut [BAILLET1994a], [BAILLET1994b], [SALLE2001} :

$$p_f = \frac{K_0}{K_1} \left[\left(1 - \frac{h_{11}}{V_0 \sin \beta} \delta - \frac{\delta^2}{2V_0 \sin^2 \beta \left(\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} \right)} \right)^{-K_1} - 1 \right] \quad (1.68)$$

où $\delta = (1/\tan \alpha + 1/\tan \beta)(h_i - h_{11}) \sin \beta$ avec $h_{11} \leq h_i \leq h_{12}$, et α l'angle de l'aspérité de l'outil et β l'angle du flanc de la vague plastique en contact avec le lubrifiant. Les contraintes normale et tangentielle valent alors :

$$(\sigma_n)_{\text{totale}} = \frac{p_f L_f + P}{L} \quad \text{et} \quad (\tau_n)_{\text{totale}} = \frac{F}{L} \quad (1.69)$$

où L est le pas d'aspérité d'outil et $L_f = L - h_i / \tan \alpha$ est la longueur sur laquelle s'exerce la pression du fluide.

Lors du troisième stade (figure 1.43), la pression du fluide est égale à la pression normale agissant à l'interface lopin - outil. L'augmentation de la pression entraîne alors sa fuite entre la vague plastique et l'aspérité de l'outil, le coefficient de frottement m_0 diminue alors jusqu'à zéro. L'angle β vaut alors α .

Enfin, le dernier et quatrième stade est identique au deuxième mais avec $\beta = \alpha$ et $m_0 = 0$.

Notons que les travaux de Baillet [BAILLET1994a] ont été introduits avec succès dans le logiciel de simulation des procédés thermomécaniques de forgeage POLLUX dont la présentation sera faite au chapitre 4.

1.6 Conclusions

Après avoir présenté le forgeage et le contexte de l'étude dans ce chapitre, quelques éléments théoriques issus du domaine de la mécanique du contact lubrifié ont été rappelés. On déduit que le frottement est un phénomène complexe, qu'il faut pouvoir maîtriser pour assurer un procédé de mise en forme dans les meilleures conditions.

La lubrification est le moyen le plus répandu pour agir sur les conditions d'interface. Selon le type de procédé de mise en forme (à froid, à chaud ou à mi-chaud) l'usage d'un lubrifiant adéquat est requis. Pour ce travail, le choix s'est donc porté sur deux types de lubrifiants : le premier de type huile minérale destiné à la lubrification lors du forgeage à froid, et le second un lubrifiant de type de verre sodocalcique pour les procédés menés à hautes températures. De fait, la viscosité d'un lubrifiant, qui est le paramètre le plus influent, a été discutée en détails dans ce chapitre et les lois exprimant sa dépendance vis-à-vis de la pression et de la température ont été rappelés. Ces dernières ont chacune leur domaine de validité et des expressions plus ou moins complexes requérant plus ou moins de paramètres. Ainsi, le meilleur compromis entre précision et simplicité est important pour faciliter l'étude.

Pour l'huile, le choix s'est donc porté sur la loi de Roelands piézovisqueuse pour sa dépendance vis-à-vis de la pression et celle de Reynolds thermovisqueuse pour sa dépendance en température. Ces lois sont d'autre part très employées dans le domaine de la mise en forme que ce soit pour l'étude du laminage, de l'extrusion ou du forgeage. La figure 1.44 permet de juger la pertinence du choix de la loi de Reynolds thermovisqueuse par rapport à celle de Roelands et celle d'Arrhénius. Pour les températures plus élevées, la loi VFT sera utilisée sans condition pour le verre.

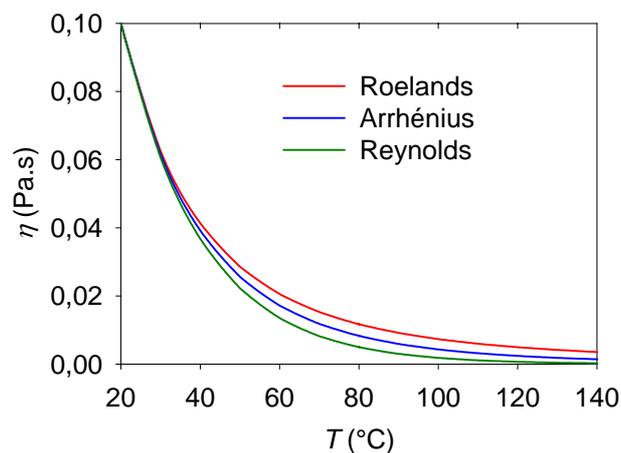


Fig. 1.44 : Evolution de la viscosité en fonction de la température

Si la compressibilité paraît être un paramètre secondaire, il est probable qu'elle soit à prendre en compte. Même si il semble a priori convenable de négliger les variations de la masse volumique, on a vu que ses variations étaient significatives pour les hautes pressions pouvant d'ailleurs survenir dans l'interface lopin/outil ne serait ce que localement. En conséquence, pour pouvoir tenir compte de ce phénomène, le loi de Dowson-Higginson paraît être adéquate compte tenu de sa simplicité.

Par ailleurs, le comportement rhéologique du lubrifiant sera supposé newtonien. Si cette hypothèse ne se discute pas pour une huile, en revanche, les conditions thermomécaniques étudiées, seront telles que le verre, lorsqu'il sera aussi utilisé, sera supposé newtonien. Cette hypothèse semble raisonnable pour de hautes températures et est en accord avec les affirmations de plusieurs chercheurs [SCHOLZE1969], [SCHEY1970], [SHELBY1997], [LI2000], [VARGAS2001] qui affirment que ce fluide exhibe un comportement de ce type. Toutefois, il se peut que le lubrifiant se rigidifie sous la pression dans l'interface. Dans ces conditions, pour pouvoir modéliser son comportement, il existe plusieurs lois dont celle proposée par Johnson et Tevaarwerk qui semble adaptée pour cette circonstance. Elle est également adaptée lorsque le lubrifiant utilisé est de type verre, en particulier lorsque celui-ci atteint des températures proche de la température de transition vitreuse T_g .

D'autre part, il est bien connu que la rugosité d'une interface a un effet majeur dans le calcul du frottement. D'ailleurs, Emmens [EMMENS1988] a montré expérimentalement l'influence des rugosités sur la valeur du frottement et que les rugosités peuvent favoriser la génération de pression dans le lubrifiant et donc diminuer la part de pression d'interface supportée par les aspérités, et donc le frottement. Il est par conséquent indispensable de les modéliser. Malgré les représentations quelquefois pratiques (rugosités stochastiques) voire

simplistes (rugosités sinusoïdales) des aspérités, le choix se portera sur un profil déterministe triangulaire pour rester cohérent avec la représentation utilisée par Baillet au cours de ses travaux sur l'introduction de la loi de frottement vague plastique avec le régime de lubrification mixte avec une contribution hydrostatique du fluide emprisonné entre les vallées.

Par simplicité et parce que ce phénomène est particulièrement difficile à modéliser, les contacts éventuels entre aspérités ne seront pas modélisés. L'approche qui va suivre se focalisera donc sur les premier et second régimes de lubrification à savoir, les régimes de lubrification épais voir mince, sans interactions directes entre aspérités des surfaces antagonistes. Ce phénomène sera laissé au travail préexistant, mené au cours de la thèse de Baillet [BAILLET1994a]. Une transition avec son modèle devra être envisagée.

Avant de conclure, il faut préciser que le logiciel POLLUX ne traite que des configurations axisymétriques. En conséquence, il est naturel de travailler dans le système de coordonnées cylindriques. Les rugosités peuvent donc être interprétées comme une succession continue de surfaces coniques. Notons toutefois que ces rugosités sont continues à leur échelle géométrique en réalité. Adopter cette représentation revient à discrétiser le profil de l'interface en introduisant des points anguleux artificiels dont il faudra tenir compte dans l'analyse des résultats. Les figures 1.45 et 1.18 parlent d'elles même. Elles illustrent l'origine de cette description qui a fait l'objet de travaux dans [MA2002], [MA2003] et dans bien d'autres références rappelées au paragraphe 1.4.1.2.2 de ce chapitre.

La figure de gauche (1.45.a) représente un relevé de rugosité sur une surface de feuille d'acier. Elle révèle la présence de transitions brutales entre les pics et les vallées. Une simplification est alors envisagée par une analyse de densité spectrale de puissance et permet de conserver que les longueurs d'ondes dominantes. Les résultats (voir [MA2002] et [MA2003] pour les détails) sont représentés sur la figure de droite (1.45.b). Par analogie avec les travaux de Ma *et al.*, le choix de représentation d'aspérités avec un profil triangulaire est équivalent à une discrétisation d'ordre 2.

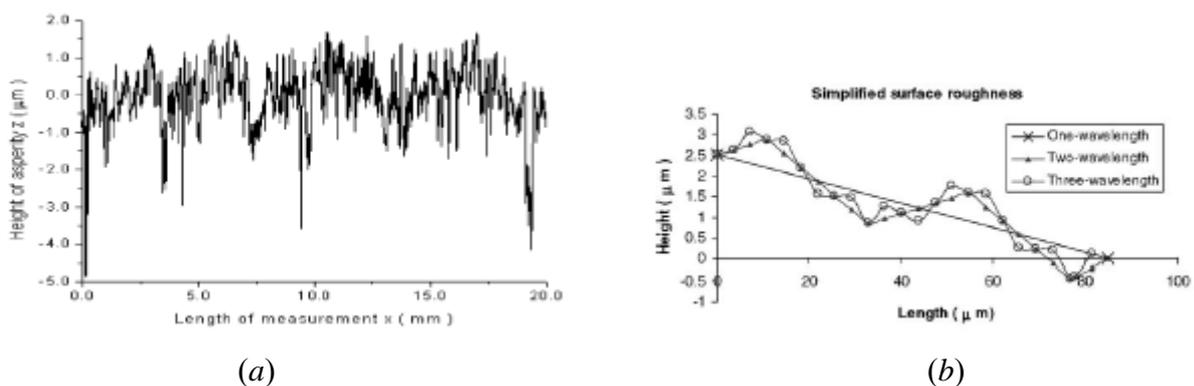


Fig. 1.45 : a) Profil typique d'une surface mesurée ; b) Modèles de rugosités de surface simplifiées avec diverses longueurs d'ondes [MA2002], [MA2003]

2 Approche isotherme

2.1	INTRODUCTION.....	66
2.2	DISCUSSION SUR L'ÉQUATION DE REYNOLDS	66
2.3	MODÉLISATION DE L'INTERFACE LUBRIFIÉE.....	69
2.3.1	<i>Définition de l'interface rugueuse.....</i>	70
2.3.2	<i>Mise en équation</i>	72
2.3.3	<i>Calcul de la pression au sein du lubrifiant</i>	77
2.3.4	<i>Calcul du débit volumique de fuite.....</i>	79
2.3.5	<i>Autres expressions de la pression et du débit</i>	81
2.3.6	<i>Calcul de la pression pour un anneau</i>	81
2.3.7	<i>Contraintes sur le lopin.....</i>	82
2.3.8	<i>Influence de la piézoviscosité.....</i>	84
2.4	APPLICATION DU MODÈLE	84
2.4.1	<i>Etude de géométries simples sans aspérités.....</i>	84
2.4.2	<i>Influence d'une aspérité.....</i>	90
2.4.3	<i>Influence des fortes pressions sur le lopin : compression d'aspérités.....</i>	93
2.4.4	<i>Influence des rugosités</i>	94
2.4.5	<i>Effets de la piézoviscosité et de la compressibilité</i>	98
2.5	CONCLUSIONS	100

2.1 Introduction

Dans ce chapitre les outils mathématiques de modélisation de l'interface lopin/outil sont détaillés et analysés. Selon le régime de lubrification, il est impératif d'utiliser le modèle adéquat dans le calcul du frottement. Dans ce travail, le choix se porte sur le régime en film épais voire mince et l'on utilise les notions usuelles provenant de la mécanique du contact lubrifié. Les rugosités seront modélisées de manière déterministe sous forme de dents de scie dans le plan axisymétrique.

Les limites de l'équation de Reynolds sont exposées, avant d'élargir la démonstration de Bair *et al.* [BAIR1998], proposée initialement au cas d'un fluide incompressible piézovisqueux, au cas thermovisqueux. L'utilisation de l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée [FRENE1990] est détaillée ensuite puis discutée. Toutefois, certaines hypothèses simplificatrices sont utilisées en accord avec le contexte de l'étude. Enfin quelques résultats en régime isotherme sont présentés avec des géométries d'interface relativement simples et plus complexes avec prise en compte de rugosités particulières.

2.2 Discussion sur l'équation de Reynolds

L'équation de Reynolds est généralement utilisée pour simuler l'écoulement du lubrifiant quelque soit l'interface. Elle résulte de l'étude de Osborne Reynolds [REYNOLDS1886] qui cherchait à modéliser la mise en pression dans les paliers mise en évidence expérimentalement par Beauchamp Tower (voir § 1.3.1).

Dans son étude isotherme, Reynolds émet certaines hypothèses [REYNOLDS1886], [FRENE2001]. Il suppose l'épaisseur du film très faible devant les autres dimensions, l'écoulement laminaire, le lubrifiant newtonien, de viscosité constante et incompressible, les forces massiques et d'inertie négligeables, la courbure du film lubrifiant négligeable, la composante du champ de vitesse du fluide selon l'épaisseur très faible devant les autres, et les gradients de vitesses selon l'épaisseur du film prépondérants devant les autres. Dowson [DOWSON1962] revoit les conditions d'utilisation de cette équation et présente une version généralisée de l'équation de Reynolds avec prise en compte de la thermoviscosité (voir chapitre 3). Dans leurs études sur les conditions d'utilisation de cette équation, Fantino *et al.* [FANTINO1971], [FANTINO1972] montrent qu'elle est utilisable pour les fluides compressibles ou incompressibles, obéissant ou non à la loi de Stokes¹ et pour une viscosité indépendante de l'épaisseur. Ils définissent également le paramètre d'échelle, défini comme le rapport entre l'épaisseur de l'interface sur sa longueur, de l'ordre de 10^{-3} .

Bien que paraissant valable sous son expression mathématique dans le cas d'une interface dont l'une des parois est lisse, l'autre étant rugueuse ou non, elle reste valable dans le cas d'une interface réelle dont les deux parois sont rugueuses. On retrouvera dans

¹ Cette hypothèse veut que la viscosité volumique $K = \lambda + 2\eta/3$ soit nulle. Autrement dit, cela revient à considérer la trace du tenseur des contraintes visqueuses $\bar{\tau} = (\lambda Tr \bar{\varepsilon}) \bar{I} + 2\eta \bar{\varepsilon}$ nulle i.e. $3\lambda + 2\eta = 0$. Cette hypothèse est généralement utilisée pour les fluides monoatomiques, hypothèse erronée selon des résultats d'études menées en acoustique.

[CHANG1995a] une revue des différentes approches utilisées pour modéliser un contact rugueux lubrifié de manière déterministe. Une autre version de cette équation a été proposée par Berthe et Godet [BERTHE1973], [BERTHE1974a], [BERTHE1974b] sous le nom d'équation de la mécanique des films minces visqueux valable cependant pour une interface à rugosité indéformable. Dans leur étude, ils considèrent explicitement le cas d'une interface lubrifiée dans laquelle les deux surfaces sont rugueuses. Notons que cette version est équivalente à l'équation de Reynolds.

Une autre remarque est à faire au sujet de sa limitation de son utilisation selon le type de rugosités rencontré. En effet, l'hypothèse voulant que la pente des aspérités soit modérée est a priori acceptée. Or il se peut que cette condition ne soit pas vérifiée localement. De ce fait, Elrod [ELROD1977] fait la distinction entre deux types de rugosités en fonction de la valeur du rapport de l'épaisseur de film lubrifiant h sur la longueur d'onde caractéristique de la rugosité de la surface Λ_c . Il définit ainsi deux types de rugosités : la rugosité de Reynolds lorsque $h/\Lambda_c \ll 1$ et de rugosité de Stokes lorsque $h/\Lambda_c = O(1)$. Selon la valeur de ce rapport, il est théoriquement possible ou non d'utiliser l'équation de Reynolds.

Si les rugosités de Reynolds sont largement mentionnées, peu d'études font intervenir celles de Stokes. En effet, l'équation de Reynolds n'est théoriquement plus valide dans ce cas et l'écoulement interfacial doit être modélisée à l'aide des équations de Navier-Stokes. Selon [TØNDER1995], la rugosité de Reynolds a été proposée par une majorité de chercheurs : Tzeng et Saibel, Christensen et Tønder, Patir et Cheng, Elrod, Tripp et bien d'autres. Peu ont en revanche traité celles de Stokes. Sun et Chen, utilisant une approche statistique, ont certainement été les premiers, suivis par Phan-Thien [PHANTHIEN1981] puis par Van Odyck [VANODYCK2001], [VANODYCK2003], Tichy et Bou-Saïd [TICHY2003], Almqvist et Larsson [ALMQVIST2002], Almqvist *et al.* [ALMQVIST2004] entre autres. Ce peu d'intérêt s'explique indubitablement par le fait que la résolution des équations de Stokes est très compliquée car il peut intervenir une forte anisotropie du domaine de résolution, une frontière courbe avec des changements rapides de densité et de viscosité. De plus, non seulement cette approche est très lourde à mettre en œuvre, mais elle est très coûteuse en temps : en 3D, quatre équations doivent être résolues pour une simple équation de Reynolds. Ces problèmes sont sans doute faciles pour des praticiens de la mécanique des fluides numérique, mais plutôt nouveau en tribologie. Il apparaît plus judicieux de rester dans les conditions d'application de l'équation de Reynolds ou de sa version plus générale pour la suite de cette étude en respectant l'hypothèse correspondante pour les rugosités.

L'équation de Reynolds peut être appliquée en toute rigueur lorsque $h/L \ll 1$ i.e. lorsque les pentes des aspérités sont suffisamment petites pour que les gradients de vitesses dans la direction de l'écoulement soient négligeables. Dans le cas contraire les équations de Stokes doivent être résolues. C'est cette limitation qu'ont étudié Tichy et Bou-Saïd [TICHY2003]. En résolvant les équations de Navier-Stokes par la méthode des éléments finis et en comparant les résultats obtenus avec ceux calculés grâce à l'équation de Reynolds, ils montrent que l'équation de Reynolds avec un rapport $h/L = 0,1$ engendre des résultats satisfaisants même si des différences notables sur l'écoulement ont clairement été identifiées. Au delà de ce rapport ($h/L > 0,1$), les résultats se dégradent très rapidement.

Par ailleurs, Bair *et al.* [BAIR1993] ont mis expérimentalement en évidence la présence de bandes de cisaillement dans l'épaisseur du film. Cette observation remet en cause l'hypothèse

supposant que le gradient de pression soit nul suivant l'épaisseur puisque les bandes de cisaillement induisent une variation de pression.



Fig. 2.1 : Bandes de cisaillement entre deux plans convergeant et en glissement relatif, la surface inclinée du bas étant stationnaire. Le lubrifiant utilisé est du 5P4E sous une pression de 1398 MPa et une température de 5 °C [BAIR1998].

Forts de cette découverte, Bair *et al.* [BAIR1998] présentent par la suite une étude théorique mettant en évidence une singularité dans l'équation de Reynolds en régime isotherme pour les lubrifiants piézovisqueux incompressibles. Ils montrent qu'elle décrit le comportement du lubrifiant seulement lorsque $\tau_1 \alpha < 1$ où τ_1 est la plus grande des contraintes principales du tenseur $\bar{\tau} = 2\eta\bar{\varepsilon}$ et $\alpha = \partial(\ln \eta)/\partial p$ le coefficient de piézoviscosité local avec η la viscosité dynamique du fluide et p sa pression. Initialement démontrée dans le système de coordonnées cartésiennes [BAIR1998], il est possible de généraliser la démonstration à tout système de coordonnées. En effet, en partant de l'équation d'équilibre ${}^T\text{Div}(-p\bar{I} + 2\eta\bar{\varepsilon}) = \bar{0}$ (voir § 2.3.2 ci-après) valable pour un fluide newtonien incompressible ($\text{Tr}\bar{\varepsilon} = \text{div}\bar{u} = 0$), insensible aux efforts volumiques externes, et dans lequel les effets d'inertie sont négligeables devant ceux de viscosité (le nombre de Reynolds $\text{Re} \ll 1$), on aboutit à :

$$\left(\bar{I} - 2 \frac{\partial \eta}{\partial p} \bar{\varepsilon} \right) \text{grad} p = \eta \Delta \bar{u} \quad (2.1)$$

avec \bar{I} la matrice identité, $\bar{\varepsilon}$ le tenseur des déformations, p la pression, η la viscosité dynamique et $\Delta \bar{u}$ le laplacien du champ de vitesse. Si la viscosité est insensible à la pression ($\partial \eta / \partial p = 0$), alors l'équation (2.1) conduit au système d'équations de Stokes (2.19) lorsque l'épaisseur est négligeable devant les autres dimensions de l'interface. Dans le cas contraire, la singularité apparaît pour le calcul du gradient de pression lorsque la matrice du terme de gauche dans (2.1) n'est pas inversible c'est-à-dire de déterminant nul. En détaillant cette matrice dans la base principale du tenseur des déformations $\bar{\varepsilon}$, elle est diagonale de composante non nulle : $1 - \eta \alpha \varepsilon_i$, $i = 1, 2, 3$. En calculant son déterminant, cette singularité peut s'exprimer pour n'importe quel composante principale par :

$$\forall i = 1, 2 \text{ ou } 3, \varepsilon_i = \frac{1}{2\alpha\eta} \quad (2.2)$$

avec ε_i les valeurs principales du tenseur des déformations. Si en élastohydrodynamique, la zone d'entrée du contact donne typiquement $\tau_1 \alpha \approx 0,02$, en contact hertzien (micro hydrodynamisme) compte tenu des forts gradients de pression rencontrés dans de telles épaisseurs, la condition $\tau_1 \alpha < 1$ est incertaine, rendant l'utilisation de l'équation de Reynolds douteuse [BAIR1998]. Il n'en est pas de même lors du forgeage. En effet, la viscosité dynamique d'une huile généralement de l'ordre de 0,01 Pa.s et le taux de déformation dans l'interface $\dot{\gamma} \approx \partial u_r / \partial z$ de l'ordre de 10^6 s^{-1} pour une épaisseur d'interface de 10 μm dont les

parois glissent relativement l'une par rapport à l'autre à 10 mm/s, conduisent à des niveaux de contraintes $\tau = \eta \dot{\gamma}$ de l'ordre 0,01 MPa. Puisque le coefficient de piézoviscosité de l'huile est de l'ordre de 10^{-8} Pa^{-1} , $\tau \alpha = 10^{-4} < 1$. Notons qu'Almqvist et Larsson [ALMQVIST2002] discutent ce résultat pour la résolution des équations de Navier-Stokes. Ils affirment, selon les travaux de Renardy, que la présence de cette singularité joue un rôle important en mécanique des fluides numériques. Selon eux, il n'est pas possible de passer à travers la singularité sans obtenir une solution irréaliste.

Il est possible de généraliser le résultat (2.2) en considérant un fluide newtonien compressible thermo piézovisqueux. En supposant que les effets d'inertie sont négligeables devant ceux de viscosité, son équation de mouvement ${}^T \text{Div}(-p + \lambda(\text{div} \vec{u}) \vec{I} + 2\eta \vec{\varepsilon}) = \vec{0}$, où η est le coefficient de viscosité dynamique et λ est le second coefficient de viscosité dépendant tous deux de l'espace donc de la température et de la pression, permet d'établir :

$$\left[\left(1 - \frac{\partial \lambda}{\partial p} \text{div} \vec{u} \right) \vec{I} - 2 \frac{\partial \eta}{\partial p} \vec{\varepsilon} \right] \overrightarrow{\text{grad}} p = \eta \Delta \vec{u} + (\eta + \lambda) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{u}) + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial T} (\text{div} \vec{u}) \vec{I} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial T} \vec{\varepsilon} \right) \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (2.3)$$

La singularité apparaît lorsque la matrice du terme de gauche de cette équation n'est pas inversible, autrement dit lorsque son déterminant est nul. Dans la base principale du tenseur des déformations $\vec{\varepsilon}$, cette condition implique :

$$\prod_{i=1}^3 \left(1 - \frac{\partial \lambda}{\partial p} \text{div} \vec{u} - 2 \frac{\partial \eta}{\partial p} \varepsilon_i \right) = 0 \quad (2.4)$$

soit :

$$\forall i = 1, 2 \text{ ou } 3, \varepsilon_i = \left(1 - \frac{\partial \lambda}{\partial p} \text{div} \vec{u} \right) / \left(2 \frac{\partial \eta}{\partial p} \right) \quad (2.5)$$

De fait, si le fluide est considéré comme incompressible, on retrouve la condition (2.2) qui est alors valable pour un milieu thermo-piézo-visqueux. Lorsque le fluide est de plus compressible, étant donné que $\text{div} \vec{u} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$, la valeur de ε_i ne peut s'obtenir que dans le cas très particulier où les trois termes de l'équation (2.4) sont tous nuls. Cela implique $\varepsilon_i = (3 \partial K / \partial p)^{-1}$, $\forall i = 1, 2, 3$, avec K la viscosité volumique (ou module de compressibilité) du fluide définie par $K = \lambda + 2\eta/3$ qui doit ici être non nulle.

2.3 Modélisation de l'interface lubrifiée

Etant donné le type d'interface qui sera représenté dans l'étude qui va suivre, il apparaît plus convenable d'utiliser l'équation de la mécanique des films minces visqueux. L'objectif est de définir une nouvelle loi de frottement pour son implémentation dans le logiciel de simulations de procédés de mise en forme par forgeage, POLLUX qui sera présenté au chapitre 4. La configuration étant axisymétrique, il est naturel de travailler dans le système de coordonnées cylindriques. Les équations de mouvement du fluide seront donc établies dans ce système de coordonnées.

2.3.1 Définition de l'interface rugueuse

Les surfaces étant de rugosités définies sous forme triangulaire, les surfaces de l'outil et du lopin sont définies par une suite continue de surfaces coniques. Elles sont supposées rigides, actuelles (en configuration instantanée, donc indépendantes du temps) et dépendantes uniquement du rayon r à cause de l'axisymétrie. Les fonctions H_1 et H_2 représentant respectivement les hauteurs des surfaces du lopin et de l'outil (voir figure 2.2), s'écrivent pour une portion k d'interface :

$$\forall \alpha_1^k, \alpha_2^k \in]-\pi/2, \pi/2[\text{ et } \forall r \in [R_1^k, R_2^k]$$

$$\left. \begin{aligned} H_1(r) &= (r - R_1^k) \tan \alpha_1^k + h_1^k \\ H_2(r) &= (r - R_1^k) \tan \alpha_2^k + h_2^k \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

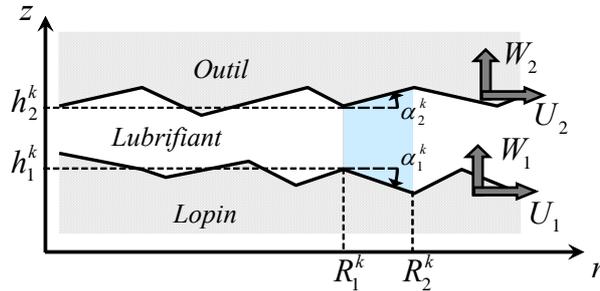


Fig. 2.2 : Représentation type de l'interface à modéliser.

Pour la définition des conditions aux limites inter portions, il est alors important de distinguer deux types de segments d'indice k :

- celui de type 1 contiguë à l'axe d'axisymétrie et pour lequel $R_1^k = 0$ (on notera dans ces conditions $R_2^k = R$) :

$$\frac{\partial p}{\partial r}(r=0) = 0 \text{ et } p(r=R) = p_R \quad (2.7)$$

- celui de type 2 pour lequel $R_1^k > 0$, pour lequel on a :

$$p(r=R_1^k) = p_{R_1^k} \text{ et } p(r=R_2^k) = p_{R_2^k} \quad (2.8)$$

Il est clair qu'avec un tel profil et, compte tenu du modèle mathématique adopté, des problèmes de continuité surviendront au niveau des jonctions entre les segments $[R_1^k, R_2^k]$ successifs. En effet, la continuité du champ de vitesse au sein du fluide ne pourra pas être satisfaite, et raisonner sur plusieurs segments peut provoquer une non-conformité avec la définition du paramètre d'échelle ou encore faire passer la rugosité de type Reynolds au type Stokes localement. Néanmoins, seules les répartitions des contraintes normales et tangentielles à la surface du lopin seront essentiellement exploitées car elles font partie de la finalité de ce travail de thèse. Les résultats au niveau des points anguleux seront particulièrement intéressants à critiquer.

Une discussion sur l'hypothèse de non déformabilité des aspérités est à mener avant de poursuivre l'étude. Le lubrifiant, sous pression, atteint des valeurs de plusieurs dizaines voire centaines de MPa, et l'incompressibilité des aspérités est discutable surtout lorsque le lubrifiant est très visqueux. Des mesures ont montrées que, pour les verres dans les conditions

normales de température et de pression, la loi de Hooke suffit pour décrire son comportement élastique [SCHOLZE1969] : ils peuvent donc être caractérisés par un module d'élasticité. Lorsque la température croît, les forces de liaison dans le verre deviennent plus faibles, entraînant une diminution du module d'élasticité. La figure 2.3 illustre ce phénomène pour un verre sodocalcique classique et montre très clairement une chute brutale du module d'élasticité dans le domaine de la transition vitreuse. Le coefficient de Poisson quant à lui présente un accroissement pour les températures croissantes, pouvant être attribué au fait que la structure du verre se rapproche de l'état liquide. Précisons toutefois que certains verres réagissent différemment en présentant une augmentation du module d'élasticité avec la température jusqu'à un maximum. C'est notamment le cas des verres de silices [SCHOLZE1969].

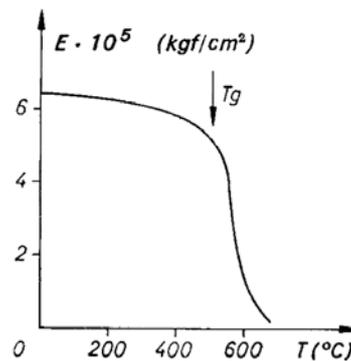


Fig. 2.3 : Influence de la température sur le module d'Young d'un verre sodocalcique ($1 \text{ kgf/cm}^2 \cong 0,1 \text{ MPa}$) [SCHOLZE1969, p148]

Le module de compressibilité K caractérise la tendance qu'à un élément de volume soumis à une contrainte normale (pression) sur chacune de ses faces à se comprimer. Il est défini par le rapport entre la contrainte moyenne σ_m sur la variation relative de volume $\text{Tr} \bar{\epsilon}$. Pour une huile, il peut se définir en fonction de la pression p en MPa par $K(p) = K_0 + K_1 p$, avec environ $K_0 = 1\,800 \text{ MPa}$ le module initial à pression ambiante et $K_1 = 10$ [NELLEMANN1977], [BAILLET1994a], [BAIR2001b], [DALLEMAGNE1999]. Par ailleurs et notamment lorsque le lubrifiant est un verre, il est possible de le définir en fonction du module d'élasticité E et du coefficient de Poisson ν par $K = E / [3(1 - 2\nu)]$. Ainsi, pour un verre sodocalcique de module d'élasticité $E = 5\,000 \text{ MPa}$ et coefficient de Poisson $\nu = 0,3$, on trouve $K = 4,17 \text{ GPa}$. Pour un acier, de module d'élasticité $E = 200 \text{ GPa}$ et de coefficient de Poisson $\nu = 0,28$, on obtient $K = 150 \text{ GPa}$. De même, pour le Ta6V (alliage d'aluminium), $E = 105 \text{ GPa}$, $\nu = 0,34$ et $K = 109 \text{ GPa}$. Le module de compressibilité d'un matériau de lopin est donc généralement de l'ordre de plusieurs dizaines voire centaines de GPa alors que celui d'un fluide est de l'ordre de quelques GPa. Les aspérités peuvent donc être considérées comme indéformables devant le lubrifiant tant qu'il n'y a aucun contact métal/métal entre les parois antagonistes de l'interface. Si c'est le cas au cours des régimes de lubrification épais, pendant le régime de lubrification mince, il se peut que des contacts occasionnels surviennent. Notons que dans les contacts sévères élastohydrodynamique, les aspérités sous pression se déforment élastiquement. Dans la suite, l'interface sera construite de telle sorte que ce type d'interaction n'arrive pas.

2.3.2 Mise en équation

Comme pour tout problème mécanique, il faut partir des équations de base. Dans ce contexte, les équations utiles sont [FRENE1990] :

- La loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.9)$$

- La loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{f} + {}^T \text{Div} \bar{\bar{\sigma}} \quad (2.10)$$

- La loi de comportement rhéologique qui pour un fluide newtonien non dilatant thermiquement s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = (-p + \lambda \theta) \bar{\bar{I}} + 2\eta \bar{\bar{\varepsilon}} \quad (2.11)$$

où t est la variable temps, \vec{u} le champ de vitesse, ρ la masse volumique du fluide, \vec{f} les forces massiques extérieures, $\bar{\bar{\sigma}}$ le tenseur des contraintes de Cauchy, p la pression, $\bar{\bar{\varepsilon}}$ le tenseur des taux de déformations, $\theta = \text{Tr} \bar{\bar{\varepsilon}}$ le taux de dilatation sphérique et où les coefficients de viscosité η et λ sont appelés respectivement pour un fluide, viscosité dynamique et deuxième coefficient de viscosité et sont fonctions de l'espace et du temps.

Bien que la masse volumique soit constante, les équations de mouvement du fluide restent encore très complexes à résoudre. Il est donc souhaitable de les simplifier comme c'est généralement le cas en mécanique du contact lubrifié. Que ce soit en deux voire en trois dimensions, ces équations se réduisent à une unique équation, moyennant essentiellement des conditions géométriques particulières à ce domaine. Fantino *et al.* établissent l'équation de la mécanique des films minces visqueux dans le système de coordonnées cartésiennes en négligeant certains termes des équations de Stokes par rapport à d'autres grâce à un paramètre d'échelle [FANTINO1971], [FANTINO1972], [FRENE1990]. Dans notre étude, puisque la configuration est axisymétrique, la démonstration qui va suivre s'inspire des travaux de Fantino *et al.* pour établir une nouvelle version de cette équation dans le système de coordonnées cylindriques. Cette équation est équivalente à celle développée par Reynolds sous une expression mathématique différente. Notons à titre indicatif que Bayada et Chambat ont établi l'équation de Reynolds à partir des équations de Stokes par la méthode des petites perturbations [BAYADA1986].

En considérant les forces massiques extérieures \vec{f} négligeables comme cela est généralement supposé en mécanique du contact lubrifié² [FRENE1990], en reportant l'équation de comportement rhéologique (2.11) du fluide dans l'équation fondamentale la dynamique (2.10), on obtient :

$$\overline{\text{grad}} p = -\rho \frac{d\vec{u}}{dt} + (\lambda + \eta) \overline{\text{grad}}(\text{div} \vec{u}) + (\text{div} \vec{u}) \overline{\text{grad}} \lambda + 2\bar{\bar{\varepsilon}} \overline{\text{grad}} \eta + \eta \Delta \vec{u} \quad (2.12)$$

² Ce n'est pas le cas en magnétohydrodynamique.

Dans une configuration axisymétrique, le champ des vitesses s'écrit : $\vec{u} = [u_r, 0, u_z]$. Le détail de l'équation (2.12) donne donc :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= -\rho \frac{du_r}{dt} + (\lambda + \eta) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \frac{\partial \lambda}{\partial r} \\ &\quad + 2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \frac{\partial \eta}{\partial z} + \eta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{u_r}{r^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho \frac{du_z}{dt} + (\lambda + \eta) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \frac{\partial \lambda}{\partial z} \\ &\quad + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \frac{\partial \eta}{\partial r} + 2 \frac{\partial u_z}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \eta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

En mécanique des films minces visqueux, la dimension suivant l'épaisseur du film ($O; \bar{z}$) est très faible par rapport aux autres dimensions, ce qui permet, pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes des équations ci-dessus, d'écrire :

$$\bar{r} = \frac{r}{R} ; \quad \bar{z} = \frac{z}{H} ; \quad \bar{t} = \frac{tV}{R} ; \quad \bar{u}_r = \frac{u_r}{V} ; \quad \bar{u}_z = \frac{u_z}{VH} \quad (2.14)$$

et d'ajouter pour cette étude :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \quad (2.15)$$

Dans ces expressions (2.14) et (2.15), R et $V = U_1 + U_2$ sont respectivement la dimension caractéristique et la vitesse caractéristique selon l'axe ($O; \bar{r}$), H et VH/R celles suivant ($O; \bar{z}$), R/V , η_0 et λ_0 définissent l'ordre de grandeur du temps et des coefficients de Navier supposés du même ordre de grandeur. Ces changements de variables conduisent à poser $\bar{p} = p H^2 / (\eta_0 V R)$ et grâce à ces derniers, le système (2.13) précédent s'écrit :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} &= -\varepsilon \text{Re} \bar{\rho} \frac{d\bar{u}_r}{dt} + \varepsilon^2 \left\{ \left(\frac{\lambda_0}{\eta_0} \bar{\lambda} + \bar{\eta} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial(\bar{r} \bar{u}_r)}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda_0}{\eta_0} \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial(\bar{r} \bar{u}_r)}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} \right) \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{r}} + 2 \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{r}} \right\} \\ &\quad + \left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{z}} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{r}} \right) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{z}} + \bar{\eta} \left(\varepsilon^2 \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial \bar{z}^2} - \varepsilon^2 \frac{\bar{u}_r}{\bar{r}^2} \right) \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} &= \varepsilon^2 \left\{ -\varepsilon \text{Re} \bar{\rho} \frac{d\bar{u}_z}{dt} + \left(\frac{\lambda_0}{\eta_0} \bar{\lambda} + \bar{\eta} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial(\bar{r} \bar{u}_r)}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda_0}{\eta_0} \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial(\bar{r} \bar{u}_r)}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} \right) \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{z}} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{z}} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{r}} \right) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{r}} + 2 \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{z}} + \bar{\eta} \left(\varepsilon^2 \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial \bar{z}^2} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

où $Re = \rho_0 V H / \eta_0$ est le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur H de l'écoulement et où $\varepsilon = H/R$ est le paramètre d'échelle négligeable devant 1. En négligeant les termes du second ordre en ε et d'ordre supérieur, et ceux en $\varepsilon^3 Re$, il reste :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} &= -\varepsilon Re \left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_r \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{r}} + \bar{u}_z \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{r}\bar{z}} \right) + \bar{\eta} \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{z}} \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Le terme en εRe , ou terme d'inertie, sera négligeable devant le terme de viscosité si $\varepsilon Re \ll 1$, ce qui est vérifié dans la plupart des écoulements rencontrés en lubrification selon Frêne [FRENE1990]. Néanmoins, il est préférable de vérifier que cette hypothèse peut s'appliquer à l'interface lubrifiée lors du forgeage. Pour cela, on considère une interface modèle de 10 μm d'épaisseur et un glissement relatif V des parois des parois de 10 mm/s. La masse volumique d'une huile minérale (paraffinique ou naphénique) varie entre 850 et 920 kg/m^3 [AYEL1997]. D'autre part, des études ont montré que le verre pur exhibe un comportement newtonien [SCHEY1970]. Seul l'ajout de particules solides dispersées peut changer ce comportement [SCHEY1970]. De ce fait, le comportement d'un lubrifiant verre peut être décrit avec le modèle newtonien. Notons que la masse volumique moyenne des verres sodocalciques avoisine 2500 kg/m^3 . Le tableau 2.1 donne les valeurs du nombre de Reynolds Re pour trois types de lubrifiants, l'huile étant à l'ambiante, les verres tous deux à 1 000 °C.

Lubrifiant	Re
Huile minérale à 0,1 Pa.s	$0,8 \cdot 10^{-7}$
65 SiO_2 -5 Na_2O -30 CaO (faible viscosité)	$5,3 \cdot 10^{-4}$
65 SiO_2 -30 Na_2O -5 CaO (forte viscosité)	$0,4 \cdot 10^{-4}$

Tableau 2.1 : Valeurs des nombres adimensionnels pour 3 types de lubrifiants.

Ainsi, puisque $\varepsilon Re \ll 1$, il résulte le système simplifié suivant :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} &= \bar{\eta} \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{z}} \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

qui, en variables dimensionnées, donne finalement :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Pour intégrer les équations du système, il faut connaître les conditions aux limites sur la vitesse (voir fig. 2.4). Si on suppose qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact, ces conditions peuvent s'écrire :

$$\left. \begin{array}{l} u_r = U_1 \quad u_z = W_1 \quad \text{pour } z = H_1(r, z, t) \\ u_r = U_2 \quad u_z = W_2 \quad \text{pour } z = H_2(r, z, t) \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

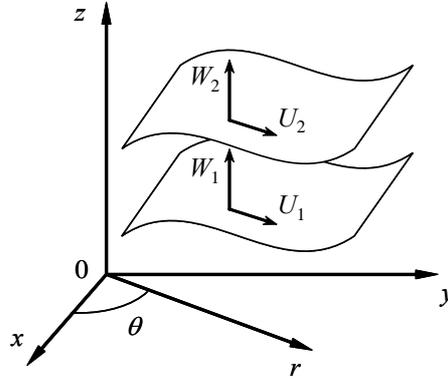


Fig. 2.4 : Système d'axes et notations.

Dans le cas où la température est constante selon l'épaisseur du film et si l'on suppose, comme à l'accoutumée, que la viscosité η et la masse volumique ρ du fluide sont uniquement des fonctions uniques de la température et de la pression, on peut écrire :

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \eta(T, p) \quad \text{et } \rho = \rho(T, p) \\ T = T(r, z, t) = cte \quad \text{et } p = p(r, z, t) \end{array} \right\} \quad (2.21)$$

Il vient alors, puisque p est constante dans l'épaisseur selon (2.19) :

$$\eta = \eta(r, t) \quad \text{et } \rho = \rho(r, t) \quad (2.22)$$

Dans ce chapitre, la mise en forme est considérée isotherme et, en supposant que la masse volumique varie peu avec la pression, le lubrifiant peut être supposé incompressible. Cette hypothèse sera toutefois à vérifier (voir § 2.4.5). L'équation de continuité (2.9) se réduit donc à $\text{div } \vec{u} = 0$. Notons qu'une masse volumique considérée constante ($\rho = cte$) sous-entend que tout phénomène éventuel de cavitation et/ou de rupture de film lubrifiant ne peut être correctement pris en compte. En intégrant l'expression de $\partial p / \partial r$ à l'aide des conditions aux limites (2.20) et, puisque la viscosité η est constante suivant l'épaisseur, la vitesse radiale au sein du film s'écrit :

$$u_r = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \left(z^2 - z(H_1 + H_2) + H_1 H_2 \right) + \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} (z - H_1) + U_1 \quad (2.23)$$

Par ailleurs, en coordonnées cylindriques, l'équation de conservation de la masse s'écrit, après intégration à travers l'épaisseur du film incompressible :

$$\frac{1}{r} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} dz + \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial u_z}{\partial z} dz = 0 \quad (2.24)$$

En remarquant que (relation de Leibnitz) :

$$\int_{H_1(r,z,t)}^{H_2(r,z,t)} \frac{\partial F}{\partial r}(r, z, t) dz = \frac{\partial}{\partial r} \int_{H_1}^{H_2} F dz - F(r, H_2, t) \frac{\partial H_2}{\partial r} + F(r, H_1, t) \frac{\partial H_1}{\partial r} \quad (2.25)$$

et à l'aide du résultat suivant :

$$\int_{H_1}^{H_2} u_r dz = -\frac{1}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} (H_2 - H_1)^3 + \frac{1}{2} (U_1 + U_2) (H_2 - H_1) \quad (2.26)$$

en regroupant les différents termes, on obtient l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{12\eta} (H_2 - H_1)^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{U_1 + U_2}{2} (H_2 - H_1) \right) + r(D_2 - D_1) \quad (2.27)$$

dans laquelle :

$$D_i = W_i - U_i \frac{\partial H_i}{\partial r} \quad \text{avec } i = 1 \text{ ou } 2 \quad (2.28)$$

On peut noter que cette équation (2.27) est équivalente à celle de Reynolds en écrivant $W_i = U_i \partial H_i / \partial r + \partial H_i / \partial t$, expression provenant de la dérivation totale par rapport au temps de l'équation $z = H_i(r, t)$. Par ailleurs, l'expression de la vitesse axiale u_z est obtenue en intégrant l'équation de continuité (2.9) simplifiée entre z et H_1 :

$$u_z = W_1 - \int_{H_1}^z \frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} dz \quad (2.29)$$

En y injectant (2.23) et, en utilisant l'équation du mouvement du fluide (2.27) pour éliminer le terme en $\partial^2 p / \partial r^2$, l'équation (2.29) donne :

$$\begin{aligned} u_z = & \frac{(z - H_1)(z - H_2)}{2\eta(H_2 - H_1)} \left((H_2 - z) \frac{\partial H_1}{\partial r} + (z - H_1) \frac{\partial H_2}{\partial r} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \\ & - \frac{(z - H_1)(z - H_2)}{(H_2 - H_1)^2 r} (U_1(z - H_2) + U_2(z - H_1)) \\ & + (U_2 - U_1) \left((z - H_1)(z - H_2) \left(\frac{\partial H_1}{\partial r} + \frac{\partial H_2}{\partial r} \right) - (H_2 - H_1)^2 \frac{\partial H_1}{\partial r} \right) \\ & - \frac{(2z + H_1 - 3H_2)(z - H_1)^2}{(H_2 - H_1)^3} (W_2 - W_1) + W_1 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Par ailleurs, en se référant à la loi de comportement rhéologique (2.11) du fluide, on a :

$$\sigma_{rz} = \eta \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \approx \eta \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (2.31)$$

La relation (2.31) est appelée loi de Newton [TIPEI1962], [MIDOUX1985] et les fluides obéissant à cette loi sont dit fluides newtoniens (voir chapitre 1, § 1.3.3.2). En reportant alors (2.23) dans (2.31), la contrainte de cisaillement dans le film lubrifiant s'écrit :

$$\sigma_{rz} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} (2z - H_1 - H_2) + \eta \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} \quad (2.32)$$

Il est intéressant de vérifier l'influence des vitesses U_i et W_i dans l'équation du mouvement du fluide (2.32). En effet, pour un forgeage mené lentement, la vitesse axiale est de l'ordre de plusieurs mm/s alors que la vitesse radiale de glissement est de l'ordre de 1 mm/s. Dans de telles conditions et puisque les pentes des aspérités sont typiquement de 5° au maximum, $U_i \partial H_i / \partial r$ vaut $8,75 \cdot 10^{-2}$ mm/s soit 1,75 % de la vitesse axiale W_i si celle-ci est de 5 mm/s. Malgré cela, le terme $U_i \partial H_i / \partial r$ sera conservé par la suite.

2.3.3 Calcul de la pression au sein du lubrifiant

Le calcul des contraintes appliquées sur le lopin est rendu possible d'une part grâce à l'équation (2.27) devant être résolue et, d'autre part, grâce à l'équation (2.32). Etant donné la complexité de l'équation de la mécanique des films minces visqueux, il est préférable de se contenter au préalable d'une approche avec une viscosité constante, c'est-à-dire indépendante de la pression dans le contexte de ce chapitre. Ainsi, l'intégration de (2.27) conduit à :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 6\eta \left(\frac{U_1 + U_2}{F_1(r)^2} + \frac{(D_2 - D_1)r}{F_1(r)^3} \right) + \frac{12\eta c_1}{r F_1(r)^3} \quad (2.33)$$

dans laquelle c_1 est une constante et $F_1(r) = H_2 - H_1 = \Omega_m(r - R_1) + h_m$ où $\Omega_m = \tan \alpha_2 - \tan \alpha_1$ et $h_m = h_2 - h_1$. Dans la suite, on distingue le cas $\alpha_1 = \alpha_2$ du cas $\alpha_1 \neq \alpha_2$. Pour l'intégration de cette expression, il est nécessaire de décomposer certains termes en éléments simples et, tous calculs faits, on obtient alors (avec $\alpha_1 \neq \alpha_2$) :

$$p(r) = G_0(r) + c_1 G_1(r) + c_2 \quad (2.34)$$

dans laquelle :

$$G_0(r) = \frac{6\eta}{\Omega_m^k F_1(r)} \left[(D_2 - D_1) \left(\frac{1}{2} \frac{F_1(0)}{F_1(r)} - 1 \right) - (U_1 + U_2) \Omega_m^k \right] \quad (2.35)$$

$$G_1(r) = \frac{12\eta}{F_1(0)^3} \left[\ln \frac{r}{F_1(r)} + \left(1 + \frac{1}{2} \frac{F_1(0)}{F_1(r)} \right) \frac{F_1(0)}{F_1(r)} \right] \quad (2.36)$$

Les valeurs des constantes c_1 et c_2 dépendent des conditions aux limites (2.7) et (2.8). Les conditions (2.7) impliquent directement $c_1 = 0$ et on obtient $c_2 = p_R - G_0(R)$, conduisant à l'expression :

$$\forall r \in [0, R] \quad p(r) = p_R + G_0(r) - G_0(R) \quad (2.37)$$

Les conditions (2.8) impliquent (pour $\alpha_1 \neq \alpha_2$) :

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{G_1(R_1) - G_1(R_2)} (p_{R_1} - p_{R_2} - G_0(R_1) + G_0(R_2)) \\ c_2 &= p_{R_2} - G_0(R_2) - \frac{G_1(R_2)}{G_1(R_1) - G_1(R_2)} (p_{R_1} - p_{R_2} - G_0(R_1) + G_0(R_2)) \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

et l'on montre : $\forall r \in [R_1, R_2]$ avec $R_1 > 0$,

$$p(r) = p_{R_2} + G_0(r) - G_0(R_2) + \frac{G_1(r) - G_1(R_2)}{G_1(R_1) - G_1(R_2)} (p_{R_1} - p_{R_2} - G_0(R_1) + G_0(R_2)) \quad (2.39)$$

Cependant, ces résultats présentent une singularité lorsque $\Omega_m = 0$ i.e. $\alpha_1 = \alpha_2$. Il faut donc reprendre l'intégration de l'équation de la mécanique des films minces visqueux (2.27) avec cette singularité. Cela donne :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 6\eta \left(\frac{U_1 + U_2}{h_m^2} + \frac{(D_2 - D_1)r}{h_m^3} \right) + \frac{c_1}{h_m^3 r} \quad (2.40)$$

On obtient alors :

$$p(r) = F_2(r) + \frac{c_1}{h_m^3} \ln r + c_2 \quad (2.41)$$

dans laquelle :

$$F_2(r) = 6\eta \left(\frac{U_1 + U_2}{h_m^2} r + \frac{D_2 - D_1}{2h_m^3} r^2 \right) \quad (2.42)$$

De même ici, les valeurs des constantes c_1 et c_2 dépendent des conditions aux limites (2.7) et (2.8). Les conditions (2.7) impliquent directement $c_1 = 0$ et on obtient $c_{21} = p_R - F_2(R)$, conduisant à l'expression :

$$p(r) = p_R + F_2(r) - F_2(R) \quad (2.43)$$

Il est possible de remarquer au passage que pour $p_R = 0$ et $U_1 = U_2 = 0$ (voir figure 2.5), on retrouve l'expression montrée dans [WILSON1974a]. Les conditions (2.8) impliquent (avec $\alpha_1 = \alpha_2$) :

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{\ln(R_1/R_2)} (p_{R_1} - p_{R_2} - F_2(R_1) + F_2(R_2)) \\ c_2 &= p_{R_2} - F_2(R_2) - \frac{\ln R_2}{\ln(R_1/R_2)} (p_{R_1} - p_{R_2} - F_2(R_1) + F_2(R_2)) \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

et l'on montre : $\forall r \in [R_1, R_2]$ avec $R_1 > 0$,

$$p(r) = p_{R_2} + F_2(r) - F_2(R_2) + \frac{\ln(r/R_2)}{\ln(R_1/R_2)} (p_{R_1} - p_{R_2} - F_2(R_1) + F_2(R_2)) \quad (2.45)$$

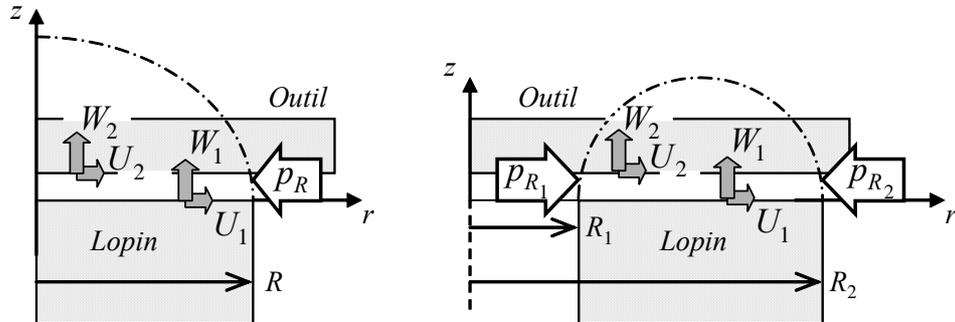


Fig. 2.5 : Répartition de pression dans l'interface lubrifiée pour en fonction de la géométrie de lopin. A gauche, un lopin cylindrique ; à droite, un lopin annulaire.

A ce stade, on remarque que la pression au sein du fluide est connue si et seulement si les conditions aux limites pour les deux types de portions, p_{R_1} et p_{R_2} (2.7) d'une part et p_R (2.8) d'autre part, sont connues. De ce fait, représenter une interface avec uniquement un profil de type 1 ou de type 2 ne posera aucune difficulté car seule les pressions au niveau des fuites sont demandées. En choisissant de travailler en pressions relatives, elles sont nulles. La situation se complexifie en mobilisant à la fois ces deux types de portions dans la construction d'une interface comme celle de la figure 2.6. En effet, les pressions intermédiaires p_k ($k=1, \dots, N$) ont beau constituer des conditions aux limites pour les portions, elles n'en demeurent pas moins des inconnues. La solution de ce problème va venir du calcul du débit de fuite présenté dans le paragraphe suivant.

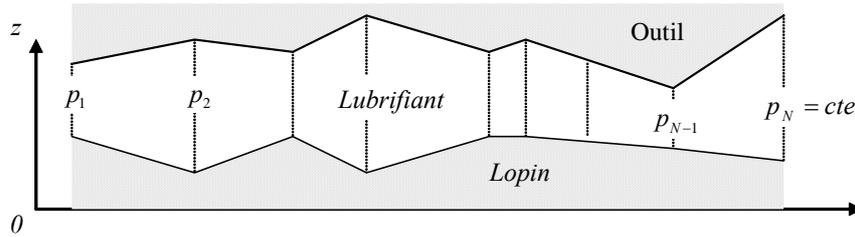


Fig. 2.6 : Exemple d'interface pouvant être modélisée (avec les portions d'interface).

2.3.4 Calcul du débit volumique de fuite

Lorsque deux surfaces très proches se rapprochent l'une de l'autre, le fluide se trouvant entre elles ne peut que fuir ou être comprimé. Dans la suite, seule la fuite est envisagée. Pour l'évaluation du débit volumique de fuite, il faut considérer séparément les profils de type 1 et 2. En effet, si $R_1 = 0$ (type 1), le débit sur l'axe d'axisymétrie est nul ($Q_{R_1} = 0$) et celui de fuite Q_f vaut Q_R comme le laisse deviner la figure 2.7. Dans l'autre cas (type 2), on a :

$$Q_{R_2^k} = Q_{R_1^k} + Q_d \quad (2.46)$$

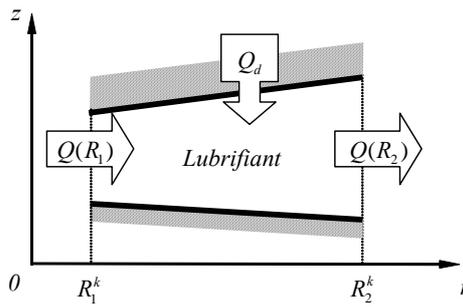


Fig. 2.7 : Conservation du débit volumique au niveau de la portion k .

Pour un fluide de masse volumique constante, la définition du débit volumique Q permet d'écrire :

$$\forall r \in [R_1, R_2], R_1 > 0, Q(r) = \iint_{S_r} u_r dS = \int_0^{2\pi} \int_{H_1}^{H_2} u_r dz r d\theta \quad (2.47)$$

où S_r est la section normale en r à l'axe $(O; \vec{r})$. En utilisant l'expression de u_r (2.18), on montre que :

$$Q(r) = \pi r \left(-\frac{1}{6\eta} \frac{\partial p}{\partial r} F_1(r)^3 + (U_1 + U_2) F_1(r) \right) \quad (2.48)$$

Le calcul de cette quantité Q n'est possible que si la valeur du gradient de pression est connue. Une fois encore, la distinction type 1 ou 2 intervient ainsi que le cas des surfaces parallèles ou non. Pour une portion de type 1 avec surface parallèles, on a :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 6\eta \left(\frac{U_1 + U_2}{h_m^2} + \frac{(D_2 - D_1)r}{h_m^3} \right) \quad (2.49)$$

soit :

$$\forall r \in [0, R], \quad Q(r) = \pi(D_1 - D_2)r^2 \quad (2.50)$$

Pour le type 2, toujours avec surfaces parallèles, on a (c_1 est donné en (2.44)) :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 6\eta \left(\frac{U_1 + U_2}{h_m^2} + \frac{(D_2 - D_1)r}{h_m^3} \right) + \frac{c_1}{h_m^3 r} \quad (2.51)$$

soit : $\forall r \in [R_1, R_2]$ avec $R_1 > 0$,

$$Q(r) = \pi(D_1 - D_2)r^2 + \frac{\pi}{6\eta \ln(R_2/R_1)} (p_{R_1} - p_{R_2} - F_2(R_1) + F_2(R_2)) \quad (2.52)$$

Dans le cas de surfaces non parallèles, on a pour le type 2 :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 6\eta \left(\frac{U_1 + U_2}{F_1(r)^2} + \frac{(D_2 - D_1)r}{F_1(r)^3} \right) + \frac{c_1}{r F_1(r)^3} \quad (2.53)$$

soit (c_1 est donné en (2.38)) :

$$\forall r \in [R_1, R_2] \text{ avec } R_1 > 0, \quad Q(r) = \pi(D_1 - D_2)r^2 + \frac{\pi}{6\eta} c_1 \quad (2.54)$$

Pour le type 1 :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 6\eta \left(\frac{U_1 + U_2}{F_1(r)^2} + \frac{(D_2 - D_1)r}{F_1(r)^3} \right) \quad (2.55)$$

soit :

$$\forall r \in [0, R], \quad Q(r) = \pi(D_1 - D_2)r^2 \quad (2.56)$$

A ce niveau, pour une portion de type 2, on constate la présence des termes p_{R_1} et p_{R_2} qui sont toujours à déterminer. Concernant le volume déplacé par unité de temps Q_d , on montre qu'il est indépendant de l'inclinaison des surfaces et qu'il vaut pour une portion de type 2 :

$$Q_d = Q(R_2) - Q(R_1) = \pi(D_1 - D_2)(R_2^2 - R_1^2) \quad (2.57)$$

2.3.5 Autres expressions de la pression et du débit

Les calculs de la pression et du débit volumique de fuite pour le profil de type 2, requièrent la connaissance des valeurs des pressions p_{R_1} et p_{R_2} aux frontières de la portion de profil géométrique considéré. Rappelons que pour un profil de type 1, la difficulté ne se pose pas.

Supposons une pression $p_N = cte$ donnée à la frontière extérieure du profil global de la géométrie (voir figure 2.6), pression pouvant être nulle dans le cas d'un raisonnement avec des pressions relatives. Pour connaître la pression en tout point du lubrifiant ainsi que le débit de fuite, il faut connaître les pressions p_k ($k=1, \dots, N-1$) à la frontière de chaque portion élémentaire (figure 2.6). Connaissant la pression en amont, on va chercher à exprimer celle en aval avec pour référence la valeur de p_N connue accessoirement.

Pour un profil de type 1, il n'y a aucune difficulté. L'application directe des formules (2.37) et (2.43) donne :

$$- \text{ si } \alpha_1 = \alpha_2 : p(R_1) = p_{R_2} - F_2(R) \quad (2.58)$$

$$- \text{ si } \alpha_1 \neq \alpha_2 : p(R_1) = p_{R_2} + G_0(0) - G_0(R) \quad (2.59)$$

Pour un profil de type 2, le traitement est plus compliqué. Utiliser les formules (2.39) et (2.45) ne permet pas d'aboutir et l'on est contraint de se tourner vers les expressions du débit volumique de fuite (2.52) et (2.54) qui donnent pour une portion k d'interface :

$$- \text{ si } \alpha_1 = \alpha_2 :$$

$$p_{R_1}^k = p_{R_2}^k + F_2(R_1^k) - F_2(R_2^k) + \frac{6\eta}{(h_m^k)^3} \left(\frac{Q_r(R_2^k)}{\pi} + (D_2^k - D_1^k)R_2^{k2} \right) \ln \frac{R_2^k}{R_1^k} \quad (2.60)$$

$$- \text{ si } \alpha_1 \neq \alpha_2 :$$

$$p_{R_1}^k = p_{R_2}^k + G_0(R_1^k) - G_0(R_2^k) + 6\eta \left(G_1(R_2^k) - G_1(R_1^k) \right) \left(\frac{Q_r(R_2^k)}{\pi} + (D_2^k - D_1^k)R_2^{k2} \right) \quad (2.61)$$

Ainsi, connaissant $p_{R_2}^k$, il faut connaître le débit volumique $Q(R_2^k)$ pour avoir $p_{R_1}^k$. Notons que $Q(R_2^k)$ n'existe que s'il y a un mouvement relatif entre les deux surfaces de l'interface ($U_i \neq 0$ et/ou $W_i \neq 0$). Sa valeur est donnée grâce au débit volumique de fuite Q_f à calculer en R_2^k . D'une manière générale, on montre que le débit de fuite $Q(R_2^n)$ à travers l'interface constituée de n portions élémentaires vaut :

$$Q(r) = Q_r(R_{\text{int}}) + \pi \left[(W_1 - W_2)(r^2 - R_{\text{int}}^2) - U_1 \sum_{k=1}^n \left((R_2^k)^2 - (R_1^k)^2 \right) \tan \alpha_1^k + U_2 \sum_{k=1}^n \left((R_2^k)^2 - (R_1^k)^2 \right) \tan \alpha_2^k \right] \quad (2.62)$$

avec R_{int} rayon interne à la portion globale d'interface considérée et $Q_r(R_{\text{int}})$ le débit volumique amont rentrant dans cette portion, débit étant bien entendu nul si $R_{\text{int}} = 0$.

2.3.6 Calcul de la pression pour un anneau

Toutefois si la pression au sein du lubrifiant est directement donnée par des formules analytiques pour un lopin de forme cylindrique, le cas d'un lopin annulaire est particulier. En effet, connaître la pression au sein du lubrifiant requiert la connaissance des pressions inter-

portions $p_{R_1}^k$ et $p_{R_2}^k$. Or, le raisonnement tenu jusqu'à présent consistant à déterminer la pression amont en fonction de celle aval, n'est plus adapté puisque le débit volumique de fuite n'est plus unidirectionnel suivant la direction radiale. Le fluide fuit à l'intérieur et à l'extérieur de l'interface géométrique et, pour une portion quelconque de l'interface, le sens de l'écoulement n'est d'emblée plus connu.

Pour palier à cette difficulté, la démarche choisie consiste à résoudre l'équation de la mécanique des films minces visqueux (2.27) numériquement en la discrétisant par la méthode des différences finies. Cette méthode nécessite une discrétisation suffisamment fine pour décrire la géométrie des aspérités et pour éviter surtout un lissage artificiel des contraintes à calculer. Ainsi, on a au nœud i du maillage (voir figure 2.8) :

$$\frac{1}{r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}} \left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}} \Delta H_{i+\frac{1}{2}}^3}{12 \eta_{i+\frac{1}{2}}} \frac{p_{i+1} - p_i}{r_{i+1} - r_i} - \frac{r_{i-\frac{1}{2}} \Delta H_{i-\frac{1}{2}}^3}{12 \eta_{i-\frac{1}{2}}} \frac{p_i - p_{i-1}}{r_i - r_{i-1}} \right) = \frac{\{r U_m \Delta H\}_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}}}{r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}} + r_i \{D_2 - D_1\}_i \quad (2.63)$$

que l'on écrit sous la forme d'un système tri diagonal :

$$\varepsilon_{i+\frac{1}{2}} p_{i+1} - (\varepsilon_{i+\frac{1}{2}} + \varepsilon_{i-\frac{1}{2}}) p_i + \varepsilon_{i-\frac{1}{2}} p_{i-1} = RHS_i \quad (2.64)$$

dans lequel :

$$RHS_i = \{r U_m \Delta H\}_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} + r_i (r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}) \{D_2 - D_1\}_i \quad (2.65)$$

$$\varepsilon_i = \frac{r_i \Delta H_i^3}{12 \eta_i} \quad \text{et} \quad U_m = \frac{U_1 + U_2}{2} \quad (2.66)$$

Notons qu'une telle démarche est aussi possible pour une interface lubrifiée de lopin cylindrique. La résolution du système est inspirée de [WILLIAM1992] qui utilise une décomposition LU spécifique aux systèmes tri diagonaux.

2.3.7 Contraintes sur le lopin

Déterminer les contraintes normales et tangentielles appliquées à la surface du lopin revient à satisfaire l'équation d'équilibre :

$$\bar{\bar{\sigma}} \bar{n} = \bar{F} \quad (2.67)$$

où $\bar{\bar{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy, \bar{n} la normale extérieure au lopin, et \bar{F} la densité d'efforts appliqués sur la surface.

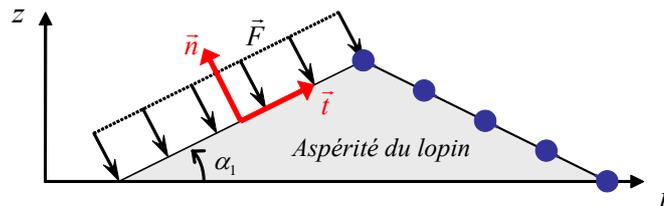


Fig. 2.8 : Base locale $B = (\vec{t}, \vec{n})$ sur le flanc d'une aspérité du lopin et exemple de points de discrétisation sur un flanc de l'aspérité.

De manière détaillée, on a dans la base locale (figure 2.8) :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{tt} & \sigma_{nt} \\ \sigma_{nt} & \sigma_{nn} \end{bmatrix}_B \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \tau \\ -p \end{Bmatrix}_B \quad (2.68)$$

soit, du fait de la symétrie des contraintes :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{nn} = -p \\ \sigma_{nt} = \tau \end{array} \right\} \quad (2.69)$$

La valeur de la contrainte normale σ_{nn} est donc connue lorsque l'on connaît la pression au sein du lubrifiant. Il ne reste donc plus qu'à calculer la contrainte tangentielle σ_{nt} .

A ce niveau, on peut distinguer le cas α_1 nul du cas α_1 non nul. Si $\alpha_1 = 0$ on a directement $\sigma_{nn} = \sigma_{zz}$ et $\sigma_{nt} = \sigma_{rz}$. Par contre si $\alpha_1 \neq 0$, la matrice de passage P de la base B vers la base globale (\vec{e}_r, \vec{e}_z) s'écrit :

$$P = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

En appliquant alors la formule classique de changement de base et à l'aide de (2.70), on aboutit aux expressions des contraintes sur la paroi du lopin exprimées dans la base globale :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{rr} = -p \sin^2 \alpha_1 + \sigma_{tt} \cos^2 \alpha_1 - \sigma_{nt} \sin(2\alpha_1) \\ \sigma_{rz} = \frac{\sigma_{nt} + p}{2} \sin(2\alpha_1) - \sigma_{nn} \cos(2\alpha_1) \\ \sigma_{zz} = -p \cos^2 \alpha_1 + \sigma_{tt} \sin^2 \alpha_1 + \sigma_{nt} \sin(2\alpha_1) \end{array} \right\} \quad (2.71)$$

On en déduit alors puisque $\alpha_1 \in]-\pi/2, \pi/2[$:

$$\sigma_{nt} = \sigma_{rz} - (\sigma_{rr} + p) \tan \alpha_1 \quad (2.72)$$

Par ailleurs, en utilisant l'expression (2.32) de la contrainte de cisaillement dans le film, on a pour $z = H_1$:

$$\sigma_{rz}|_{z=H_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} (H_1 - H_2) + \eta \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} \quad (2.73)$$

La loi de comportement rhéologique (2.11) du fluide fournit :

$$\sigma_{rr} = -p + 2\eta \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (2.74)$$

et, en utilisant l'expression de u_r donnée par (2.23) et en la reportant dans (2.74), on obtient :

$$\sigma_{rr}|_{z=H_1} = -p + \left((H_2 - H_1) \frac{\partial p}{\partial r} - 2\eta \frac{U_2 - U_1}{H_2 - H_1} \right) \tan \alpha_1 \quad (2.75)$$

En reportant (2.73) et (2.75) dans (2.72), on obtient finalement :

$$\sigma_{nt}|_{z=H_1} = (1 + 2 \tan^2 \alpha_1) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} (H_1 - H_2) + \eta \frac{U_2 - U_1}{H_2 - H_1} \right) \quad (2.76)$$

Le gradient de pression est obtenu par (2.49), (2.51), (2.53) ou (2.55) suivant le cas de figure. On peut noter que si $\alpha_1 = 0$, (2.72) ou (2.76) implique évidemment $\sigma_{nt} = \sigma_{rz}$.

2.3.8 Influence de la piézoviscosité

La pression étant un paramètre influant sur la viscosité, il est intéressant de pouvoir étudier son influence sur les résultats obtenus grâce à l'équation de la mécanique des films minces visqueux (2.27). Parmi les lois de piézoviscosité rappelées au chapitre 1 (§ 1.3.3.2.3), la loi de Roelands est la plus réaliste lorsque le lubrifiant est une huile.

Avec la dépendance de la viscosité vis-à-vis de la pression, l'équation de mouvement du fluide (2.27) devient fortement non linéaire et sa résolution nécessite une méthode numérique adaptée. La méthode de Newton-Raphson a été retenue [LETALLEUR2000]. On note alors L_i , le résidu de l'équation (2.27) discrétisée :

$$L_i = \varepsilon_{i+\frac{1}{2}} p_{i+1} - (\varepsilon_{i+\frac{1}{2}} + \varepsilon_{i-\frac{1}{2}}) p_i + \varepsilon_{i-\frac{1}{2}} p_{i-1} - RHS_i \quad (2.77)$$

où ε_i est défini en (2.66). A partir du champ de pression évalué dans le cas isovisqueux dans un premier temps, on calcule alors les pressions à l'itération $k+1$ p_i^{k+1} en fonction des pressions p_i^k à l'itération précédente :

$$p_i^{k+1} = p_i^k - \left(\frac{\partial L_i}{\partial p_i} \right)^{-1} \cdot L_i^* \quad (2.78)$$

où :

$$L_i^* = (\varepsilon_{i+1}^k + \varepsilon_i^k) p_{i+1}^{k+1} - 4\varepsilon_i^k p_i^k + (\varepsilon_i^k + \varepsilon_{i-1}^k) p_{i-1}^k - RHS_i^* \quad (2.79)$$

La condition d'arrêt de l'algorithme est imposé, soit au bout d'un nombre fini d'itérations, soit par la condition de convergence :

$$\left| p_i^{k+1} - p_i^k \right| \leq ERR \quad (2.80)$$

Par exemple, le critère d'arrêt peut être imposé à $ERR = 10^{-4}$. Les résultats seront exposés par la suite au paragraphe 2.4.5.

2.4 Application du modèle

L'équation de la mécanique des films minces visqueux dépend de plusieurs paramètres. Dans ce paragraphe, il est question d'étudier l'influence de la vitesse axiale W , de la viscosité et de la géométrie de l'interface. La vitesse de glissement U ayant une faible influence sur les résultats à cause, non seulement de sa valeur (typiquement 1 mm/s), mais aussi des faibles pentes $\partial H / \partial r$ qui pondèrent son intervention dans l'équation du mouvement, il n'est pas nécessaire d'examiner son influence.

2.4.1 Etude de géométries simples sans aspérités

Etude de la vitesse d'écrasement et de la viscosité

Dans un premier temps, l'influence de la vitesse d'écrasement W du fluide est étudiée. Pour cela, on considère deux géométries de lopin écrasés tous deux entre des tas plats. La

première d'entre elles est un lopin cylindrique de rayon 100 mm sur lequel on applique un lubrifiant de type huile minérale et de viscosité constante 0,1 Pa.s. La deuxième est un lopin annulaire de rayon interne 50 mm pour 150 mm de rayon externe sur lequel on dépose le même lubrifiant. Pour une épaisseur d'interface donnée à 100 μm et, sans vitesse de glissement des parois ($U_1 = U_2 = 0$), on obtient les répartitions de pressions présentées à la figure 2.9. On constate que la pression au sein du fluide et que la contrainte de frottement évoluent linéairement avec la vitesse d'écrasement W pour de telles conditions géométriques et rhéologiques.

Dans un deuxième temps, en conservant les mêmes caractéristiques géométriques et le même lubrifiant, on étudie l'écrasement de ces deux lopins à vitesse constante $W = 4$ mm/s en faisant varier la viscosité. On remarque alors que, tant la pression au sein du fluide que la contrainte de frottement, augmentent linéairement en fonction de la viscosité et, plus le fluide étant visqueux, plus les contraintes induites sont élevées.

Ces conclusions peuvent être déduites directement en simplifiant les équations (2.32), (2.43) et (2.45) adaptées à cette étude préalable. En effet, pour les conditions exposées ci-dessus et en raisonnant en pression relative comme cela était sous-entendu, on a pour le lopin cylindrique ($W_2 = -W$) :

$$p(r) = \frac{3\eta W_2}{h_m^3} (r^2 - R^2) \quad (2.81)$$

et pour l'anneau :

$$p(r) = \frac{3\eta W_2}{h_m^3} \left(r^2 - R_2^2 + \frac{\ln(r/R_2)}{\ln(R_1/R_2)} (R_2^2 - R_1^2) \right) \quad (2.82)$$

Quant à la contrainte de frottement, l'équation (2.32) donne dans le cas du cylindre :

$$\sigma_{rz}|_{H_1} = \frac{3\eta W_2}{h_m^2} r \quad (2.83)$$

et dans le cas de l'anneau :

$$\sigma_{rz}|_{H_1} = \frac{3\eta W_2}{h_m^3} \left(2r - \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r} \right) \quad (2.84)$$

Par ailleurs, on peut remarquer pour de telles conditions, que si la pression est maximale au centre $r = 0$ pour le cylindre, pour l'anneau, on montre à l'aide de (2.45) (ou mieux (2.84) car il s'agit également de la zone neutre de frottement) qu'elle l'est sur une couronne dont le rayon est donné par la relation suivante :

$$r_m = \left(\frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln(R_2^2/R_1^2)} \right)^{1/2} \quad (2.85)$$

On remarque alors que cette relation ne fait intervenir ni W_2 , ni η . Dans cette étude, l'application numérique sur (2.85) donne $r_m = 95,4$ mm. Cette couronne est donc inférieure à la couronne moyenne à la surface de l'anneau. Par ailleurs il est possible de calculer le débit

de fuite pour ces deux géométries de lopin. La relation (2.48) appliquée à ces cas de figures donne comme expression du débit volumique de fuite :

$$Q(r) = -\frac{\pi r}{6\eta} \frac{\partial p}{\partial r} h_m^3 \quad (2.86)$$

Ainsi, pour le lopin cylindrique, en injectant (2.49) dans (2.86) ou en considérant directement (2.50), on montre que le débit de fuite vaut :

$$Q(R) = -\pi W_2 R^2 \quad (2.87)$$

De même, pour l'anneau, on montre avec (2.51) que :

$$Q(R_i) = -\pi W_2 \left(R_i^2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln(R_1^2/R_2^2)} \right) = -\pi W_2 (R_i^2 - r_m^2) \text{ pour } i=1 \text{ ou } 2 \quad (2.88)$$

où r_m est donné en (2.85). On remarque alors, puisque $R_2 > R_1$, que le débit $Q(R_2)$ au rayon externe est, en valeur absolue, supérieur au débit $Q(R_1)$ au rayon interne. L'application numérique donne $Q(R_1) = -82\,968 \text{ mm}^3/\text{s}$ et $Q(R_2) = 168\,359 \text{ mm}^3/\text{s}$.

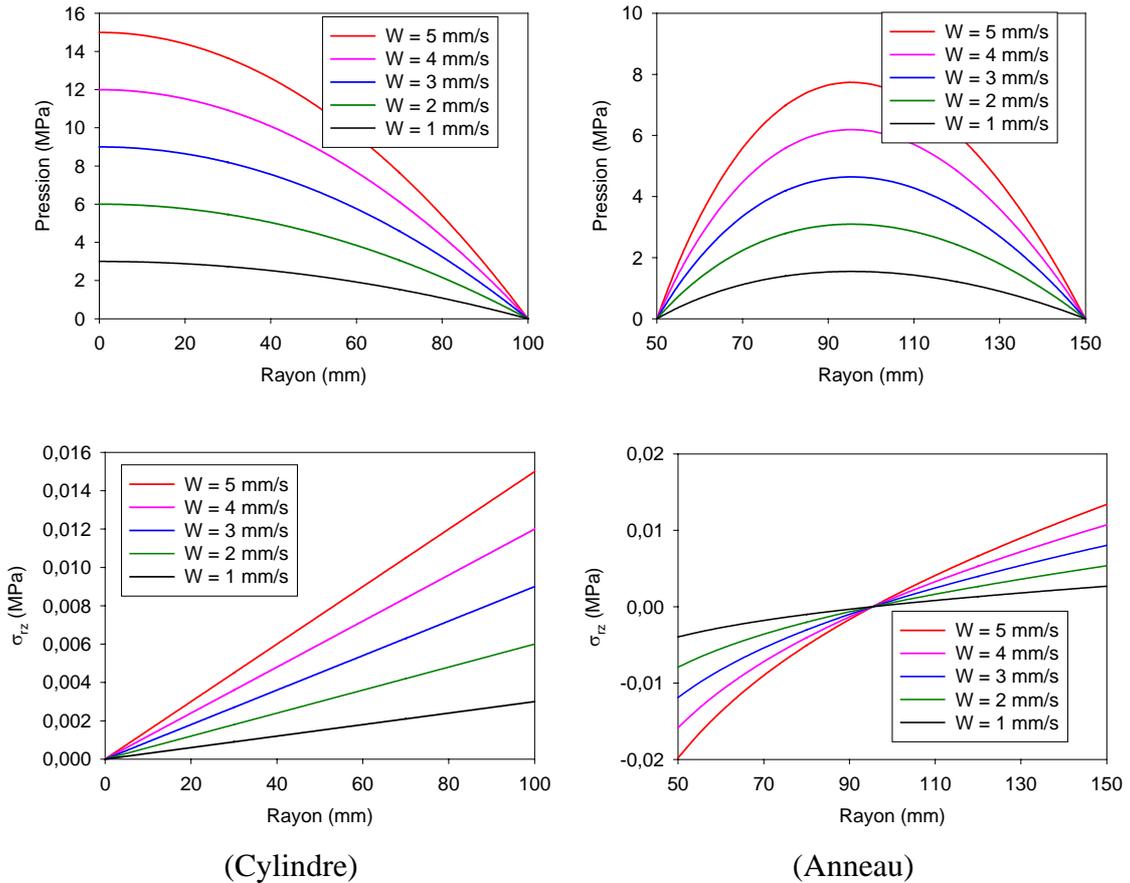


Fig. 2.9 : Répartition de la pression pour diverses vitesses d'écrasement ($\eta = 0,1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$).

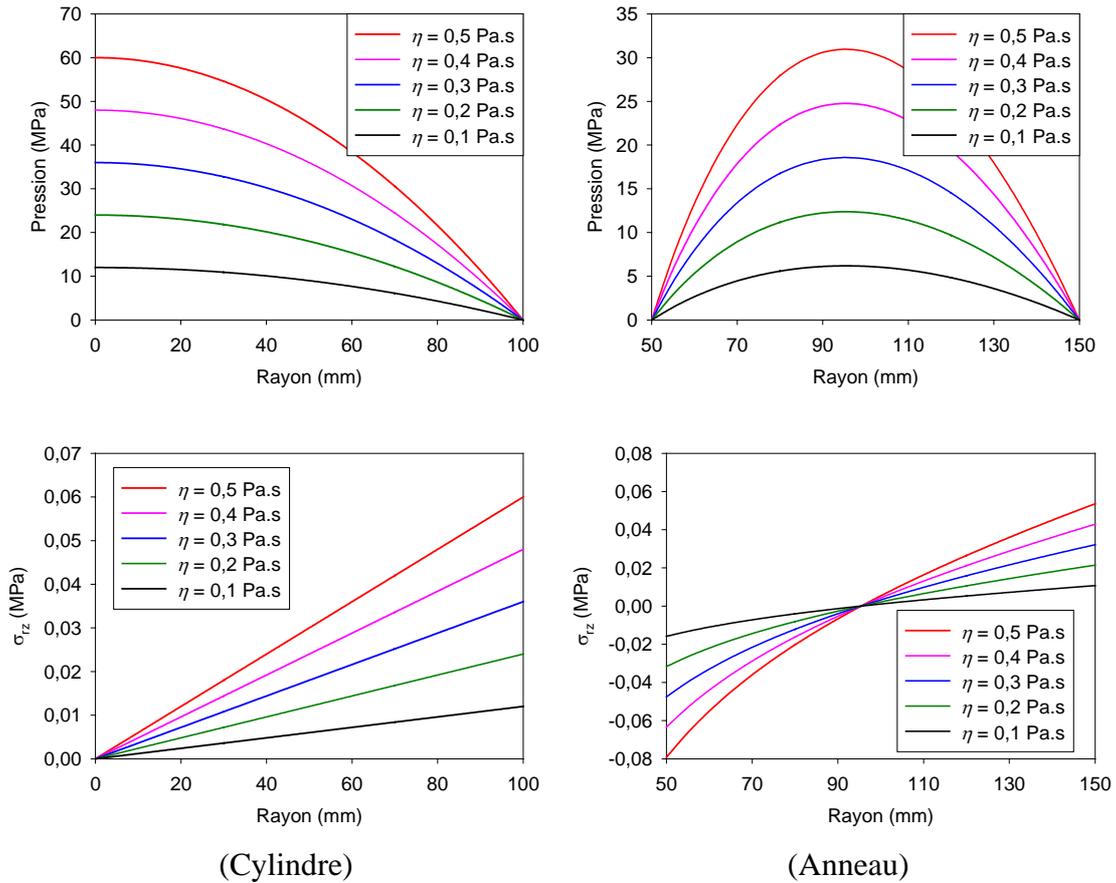


Fig. 2.10 : Répartition de la pression et de la contrainte de frottement pour diverses viscosités ($W = 4$ mm/s).

Etude de l'inclinaison entre les parois

Le but de cette deuxième étude est de montrer l'influence de l'inclinaison entre les parois de l'outil et du lopin. En effet, lors de l'écrasement d'un lopin cylindrique lubrifié, une poche de lubrifiant se forme dès lors que la pression du fluide dépasse la limite d'écoulement du matériau du lopin. Si le procédé est interrompu, l'outil relevé puis redescendu à nouveau, la surface lubrifiée du lopin n'est théoriquement plus lisse. Cette étude se positionne dans ce cas de figure ou, plus pour faire plus plane, dans celui d'une surface supérieure de lopin non horizontale. Le cas de l'anneau sera abordé également dans cette partie.

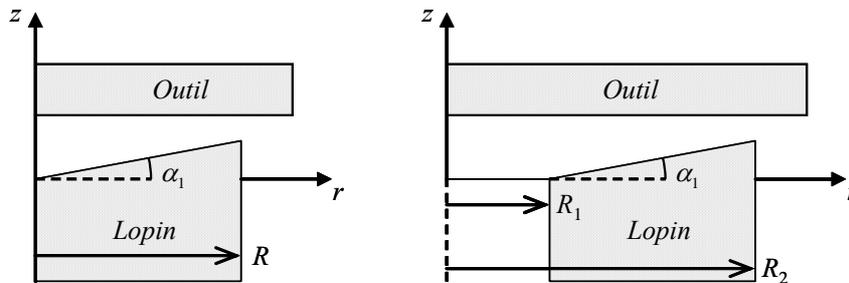


Fig. 2.11 : Configurations géométriques d'interface utilisées dans l'étude, α_1 variant entre $-0,05^\circ$ et $0,04^\circ$.

Pour cela, on utilise des lopins similaires à ceux présentés ci-dessus que l'on écrase entre deux tas plats. Leurs surfaces lubrifiées sont inclinées d'un angle α_1 variant entre $-0,05^\circ$ et $+0,04^\circ$ par rapport à l'horizontale des outils. La viscosité du lubrifiant est toujours de $0,1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ et la vitesse d'écrasement est de 4 mm/s .

Les figures 2.12 montrent, pour le lopin cylindrique, les diverses répartitions de pression et de contraintes de frottement pour diverses valeurs de α_1 . Elles révèlent que lorsque α_1 est négatif et diminue, les contraintes induites sont de moins en moins importantes car la section de fuite augmente en fonction du rayon. Par contre, lorsqu'elle est positive, les contraintes augmentent car la section de fuite diminue avec le rayon. De plus, on remarque que les répartitions des contraintes de frottement ne sont plus linéaires en fonction du rayon lorsque α_1 est non nul. On peut donc conclure, même pour des inclinaison relativement peu importante, que l'inclinaison des parois a une importance très significative sur la génération de contraintes dans le film lubrifiant.

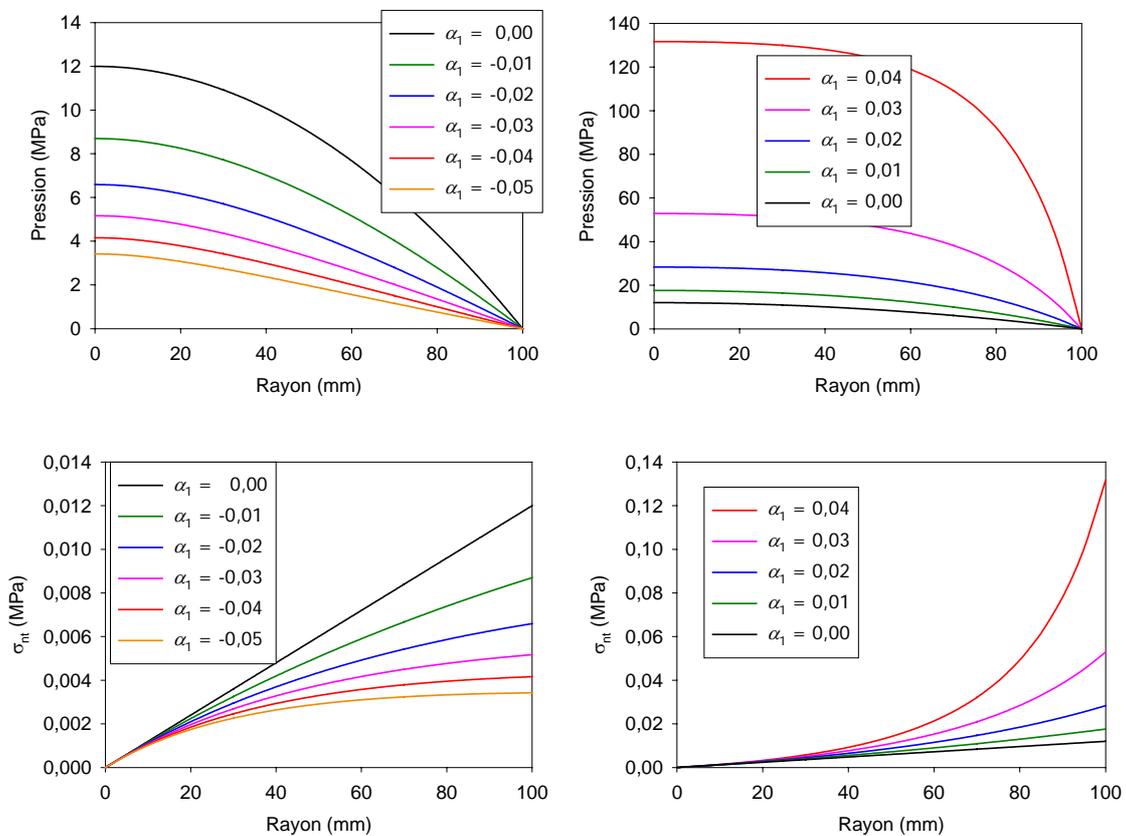


Fig. 2.12 : Répartition des contraintes pour divers angles α_1 (lopin cylindrique).

Les figures 2.13 montrent les répartitions de pression et de contraintes de frottement obtenues dans le cas de l'anneau. On constate une déformation du profil de pression lorsque la pente de la paroi du lopin varie, le maximum ayant tendance à se déplacer vers la zone de l'interface d'épaisseur la plus faible. Le rayon de frottement nul se déplace également par conséquent.

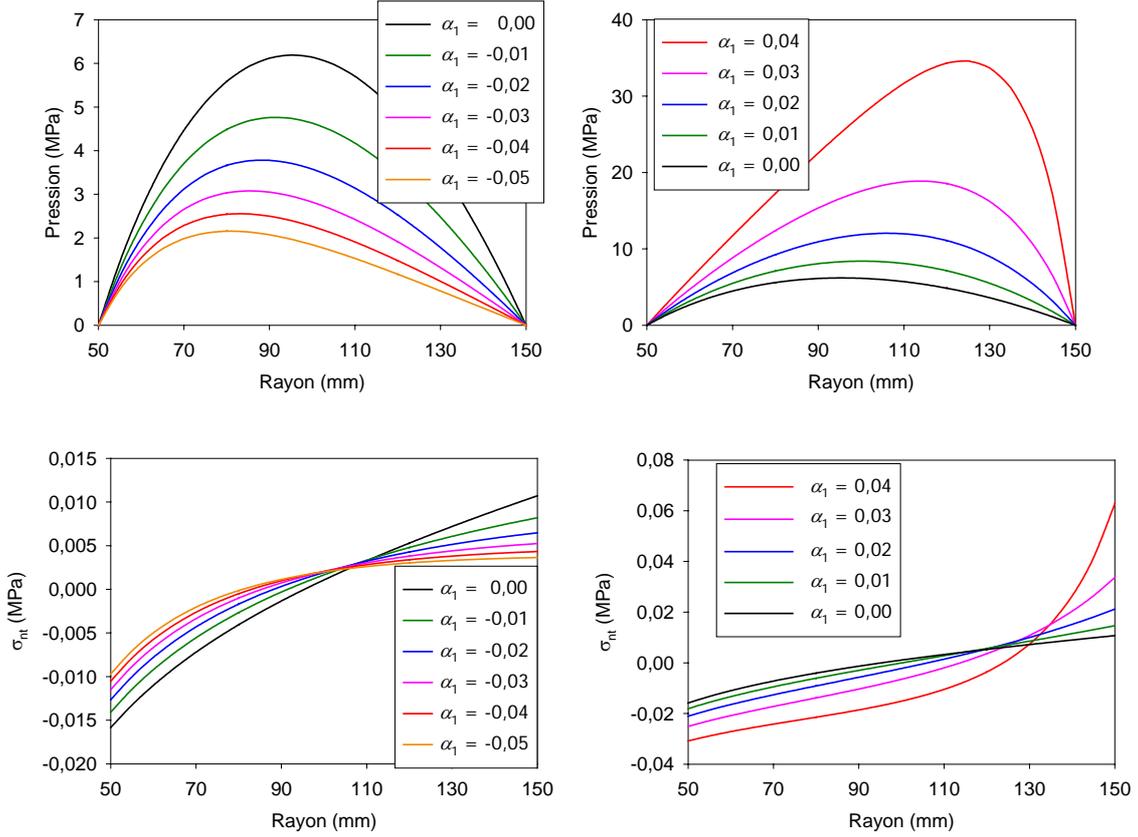


Fig. 2.13 : Répartition des contraintes pour divers angles α_1 (lopin annulaire).

A l'aide de l'expression (2.53) du gradient de pression dans laquelle c_1 est détaillée en (2.38) dans le cas $\alpha_1 \neq \alpha_2$, pour les conditions cinématiques précitées, on montre que le rayon de la couronne où s'applique la pression maximale est donné par la relation suivante :

$$r_m = \left(\frac{g}{6\eta W_2} \right)^{1/2} \quad (2.89)$$

dans laquelle g vaut :

$$g = \frac{G_0(R_1) - G_0(R_2)}{G_1(R_1) - G_1(R_2)} \quad (2.90)$$

Dans le cas contraire, $\alpha_1 = \alpha_2$, le résultat est donné par la formule (2.85). Par ailleurs la relation (2.48) appliquée au présent cas de figure ($\alpha_1 \neq \alpha_2$) donne comme expression du débit volumique de fuite :

$$Q(r) = -\frac{\pi r}{6\eta} \frac{\partial p}{\partial r} F_1(r)^3 \quad (2.91)$$

En utilisant (2.52) et (2.54), on montre que l'on a respectivement, pour le lopin annulaire et cylindrique, les expressions suivantes :

$$Q(R_i) = -\pi W_2 (R_i^2 - r_m^2) \quad (2.92)$$

$$Q(R) = -\pi W_2 R \frac{F_1(0)}{\Omega_m} \left(\frac{F_1(R)}{2} - 1 \right) \quad (2.93)$$

avec $i=1$ ou 2 , r_m le rayon donné par la relation (2.85) et $F_1(r) = \Omega_m(r - R_1) + h_m$ où $\Omega_m = \tan \alpha_2 - \tan \alpha_1$ et $h_m = h_2 - h_1$. Dans le cas de l'anneau, on remarque avec (2.92) et puisque $R_2 > R_1$, que le débit $Q(R_2)$ au rayon externe est supérieur au débit $Q(R_1)$ au rayon interne en valeur absolue.

2.4.2 Influence d'une aspérité

Ce paragraphe est dédié à l'étude de l'influence d'un profil triangulaire, profil introduit par Challen et Oxley [CHALLEN1979] dans l'étude du régime frontière (voir chapitre 1, § 1.5.4). Pour assurer l'écoulement du lubrifiant et utiliser le modèle introduit précédemment, un espace h_0 variant entre $10 \mu\text{m}$ et $20 \mu\text{m}$ entre le lopin et l'outil au niveau de l'axe d'axisymétrie est imposé. Une telle configuration géométrique peut être rencontrée lorsqu'il y a eu au préalable un régime mixte de lubrification, régime au cours duquel, conformément à la théorie de la vague plastique, il s'est formé une aspérité sur le lopin que Challen et Oxley représente par un triangle. Néanmoins les géométries d'ensemble se rapprochent plus de la représentation d'Avitzur [AVITZUR1990] que de celle de Challen et Oxley car celui-ci a introduit la contribution du fluide en complément du modèle préexistant.

Dans cette étude, trois géométries ont été retenues et sont illustrées à la figure 2.14. La première (cas *a*) est une portion initiale qui n'a subi aucun labourage de la part de l'outil. Les deuxième (cas *b*) et troisième (cas *c*) correspondent respectivement à un labourage préalable, de la droite vers la gauche pour le cas *b*) et dans le sens contraire pour le cas *c*). Dans ces interfaces, les inclinaisons de parois sont de 5° . Le rayon externe R est de $400 \mu\text{m}$. Avec de telles dimensions, la hauteur de vague choisie est de $8,74 \mu\text{m}$ pour une longueur de $200 \mu\text{m}$, la vitesse d'approche de l'outil est verticale et est arbitrairement fixée à 4 mm/s et aucun glissement n'est pris en compte ($U = 0$), la viscosité du lubrifiant est de $0,1 \text{ Pa.s}$.

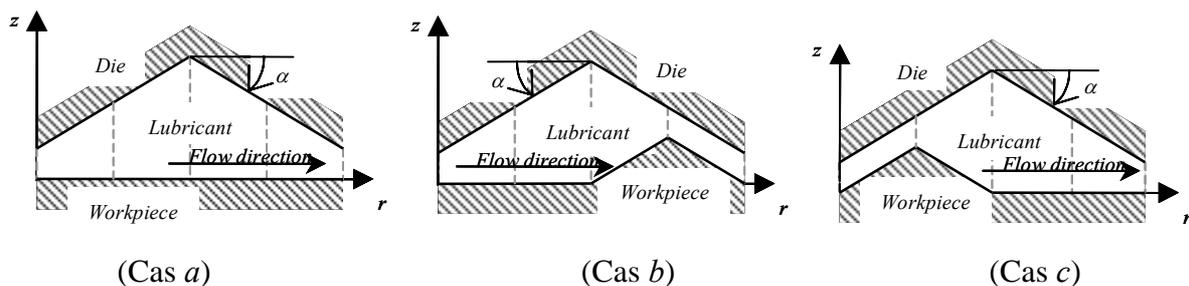


Fig. 2.14 : Géométries d'interface avec et sans aspérité utilisées dans l'étude.

Lorsque l'épaisseur d'une interface diminue, il est bien connu que la pression au sein du lubrifiant et que la contrainte de frottement augmentent. Cela peut se vérifier à l'aide des équations (2.81), (2.82), (2.83) et (2.84) du paragraphe précédent. Mais, on a vu au paragraphe précédent (figure 2.12) que la non horizontalité d'une interface pouvait conduire à des variations de contraintes très significatives par rapport au cas classique des parois effectivement horizontales. L'étude présentée dans ce paragraphe confirme cette tendance, et on constate que la géométrie influe grandement sur les distributions de contraintes (figure 1.15).

Pour un fluide piégé entre une simple aspérité d'outil et un lopin de surface lisse (cas *a*), la pression augmente jusqu'à 5 fois lorsque l'épaisseur de l'interface est divisée par 2. La contrainte de frottement reste très faible. Cependant, elle augmente très peu dans un premier temps jusqu'à mi rayon, puis évolue ensuite très vite. De même que pour la pression, on remarque qu'elle augmente d'un facteur 5 lorsque l'épaisseur est divisée par 2.

Lorsque le fluide est piégé entre une vague amont (cas *c*), la pression au sein du fluide est quasi identique sauf qu'elle augmente brutalement au voisinage de l'axe d'axisymétrie où l'épaisseur de l'interface est la plus faible. On distingue la présence d'un pic de frottement localisé au niveau du sommet de l'aspérité du lopin. Ce pic est également le point où l'on a une discontinuité du champ de vitesse au sein du fluide.

Lorsque le fluide est piégé entre une vague aval (cas *b*), la pression au sein du lubrifiant devient très importante. A titre de comparaison, elle est 2 fois plus importante par rapport au cas lopin lisse (cas *a*). La présence de la vague au voisinage de la zone de fuite montre qu'elle agit comme un bouchon. Le frottement à l'interface du lopin, bien que plus important en moyenne, ne dépasse pas les valeurs maximales obtenues avec la configuration (cas *a*).

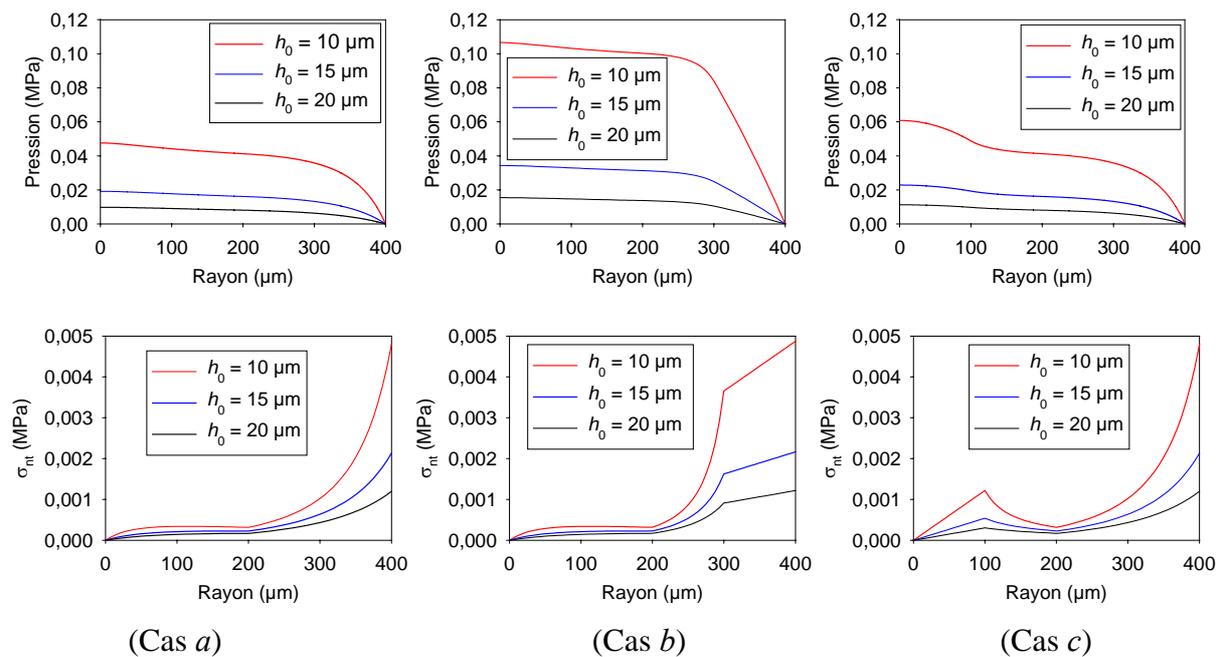


Fig. 2.15 : Distribution des contraintes pour différentes configurations d'interface:
a) lopin lisse, *b*) lopin avec vague aval, *c*) lopin avec vague amont.

Dans plusieurs travaux préalables [BAY1990], [BAILLET1994a], [BAILLET1994b], le changement de profil du lopin a été modélisé par le biais de la théorie de la vague plastique. Lorsque la force normale augmente, la vague augmente jusqu'à pouvoir épouser la forme de l'outil. Dans l'étude suivante, le lubrifiant est supposé pouvoir toujours s'écouler entre les surfaces du lopin et de l'outil et l'épaisseur au niveau de l'axe d'axisymétrie est fixée à $h_0 = 10 \mu\text{m}$. Différentes tailles de vague plastiques symétriques sont considérées pour l'analyse des distributions de contraintes normales et de frottement. Les hauteurs choisies sont 4,37 μm , 8,74 μm , 13,11 μm et 17,5 μm pour des longueurs de vague variant régulièrement

de 100 μm à 400 μm respectivement. Comme pour l'étude précédente, les pentes sont de 5° , la vitesse de descente de l'outil est de 4 mm/s et aucun glissement est pris en compte ($U = 0$). Le lubrifiant est également isovisqueux à 0,1 Pa.s. La figure 2.16 illustre les géométries qui sont étudiées ici avec, d'une part, une vague en amont et d'autre part, une vague en aval de l'interface.

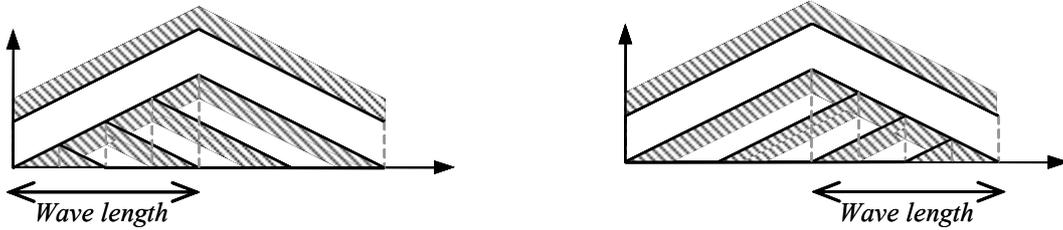


Fig. 2.16 : Différentes tailles de vague.

La figure 2.17 montre les distributions de pression et de contraintes de frottement obtenues. Dans le cas où la vague est en amont, la distribution de pression n'est pas très affectée tant que la vague reste petite jusqu'à $\frac{3}{4}$ de la longueur de l'interface. Mais, dès lors qu'elle atteint la forme de l'outil, la pression peu augmenter jusqu'à 4 fois sa valeur initiale. Concernant la contrainte de frottement, on distingue toujours la présence d'un pic de frottement coïncidant avec le sommet de la vague, pic dont la partie gauche suit le frottement que l'on obtient lorsque l'on n'a aucune vague sur le lopin. Dès lors que la vague épouse la forme de l'outil, on constate que la distribution du frottement est identique à celle obtenue avec une interface formée de surfaces parallèles distantes de $h_0 = 10 \mu\text{m}$.

Lorsque la vague est en aval, on constate que la pression augmente de manière significative avec la taille de celle-ci (voir figure 2.17) et augmente jusqu'à 4 fois entre le cas lopin lisse et celui où la vague épouse la forme de l'outil. La répartition du frottement évolue paraboliquement jusqu'à atteindre et suivre une droite représentant la distribution de frottement obtenue dans le cas d'une vague de 400 μm de longueur. Mais le frottement reste globalement très faible par rapport à la contrainte normale.

Afin d'expliquer la similitude de résultats obtenus lorsque la vague épouse la forme de l'outil avec ceux obtenus avec des parois lisses, on revient aux équations (2.27) et (2.76) qui, dans le contexte actuel se simplifient sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r}{12\eta} (H_2 - H_1)^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right] = W_2 \quad (2.94)$$

$$\sigma_{nt}|_{z=H_1} = (2 \tan^2 \alpha_1 - 1) \frac{H_2 - H_1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.95)$$

On remarque ainsi, à propos de la pression, que l'équation du mouvement (2.94) ne change pas lorsque l'épaisseur de l'interface est constante ($H_2 - H_1 = cte$), que les parois soient inclinées ou non. Il en est de même avec l'équation (2.95) exprimant la contrainte de frottement sur le lopin. Par contre si le glissement est non nul ($U \neq 0$), tous les résultats mentionnés ci-dessus ne sont plus vérifiés.

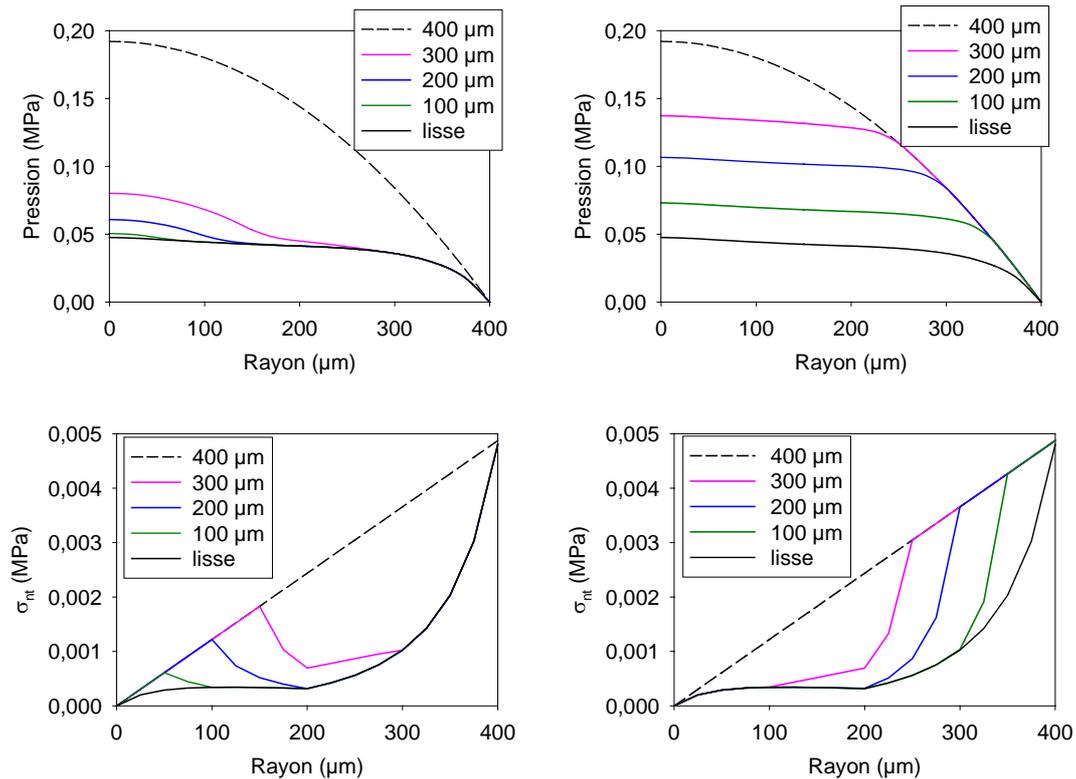


Fig. 2.17 : Contraintes normales et de frottement pour diverses longueurs de vague.

2.4.3 Influence des fortes pressions sur le lopin : compression d'aspérités

Au cours du procédé d'écrasement d'un lopin cylindrique par un tas plat, il apparaît une poche de lubrifiant (voir paragraphe 1.4.2.2 du chapitre 1) lorsque la contrainte normale induite par le fluide et appliquée sur le lopin dépasse celle d'écoulement de ce lopin [OYANE1969], [WILSON1974a], [WILSON1978], [FELDER1989], [FELDER1992]. La charge normale ne résulte donc plus de l'écoulement du fluide, mais est portée par la mise en pression du lubrifiant dans la poursuite de l'écrasement. Dans cette poche, les gradients de pression sont théoriquement nuls si bien qu'une contrainte normale uniforme s'applique sur le lopin. La contrainte de frottement n'existe alors que s'il y a un glissement relatif entre les parois de l'interface. Dans ce contexte, il est intéressant d'étudier l'influence de cette mise en pression sur la plasticité des aspérités du lopin bien que la pression soit isostatique pour la contrainte équivalente de von Mises. Pour ce faire, trois aspérités triangulaires à la surface du lopin sont modélisées par éléments finis en déformation plane. Une condition de périodicité est appliquée sur les frontières gauche et droite du maillage, et des éléments infinis sont utilisés sur la frontière inférieure. La pression est alors appliquée uniformément sur la frontière supérieure du maillage du lopin avec une intensité allant volontairement jusqu'à 60 fois la valeur de la contrainte d'écoulement σ_0 .

Les résultats donnés à la figure 2.18 montrent qu'il n'y a pas de conséquences remarquables sur le lopin, bien que la pression appliquée soit de loin très supérieure à la contrainte d'écoulement du matériau du lopin (ici $p = 10$ GPa alors que $\sigma_0 = 150$ MPa). Les déformations plastiques équivalentes restent faibles (inférieures à 0,767). Cependant la déformée montre que les pics des aspérités sont comprimés latéralement alors que les vallées sont étirées à cause de la pression appliquée.

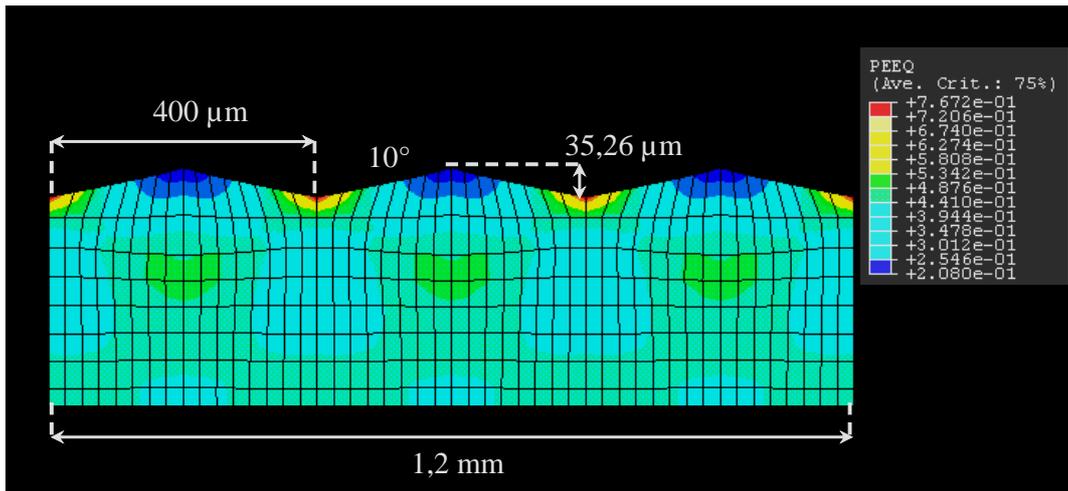


Fig. 2.18 : Déformations équivalentes issues des résultats éléments finis de la compression de trois aspérités en déformations planes avec condition de périodicité sur les frontières latérales du maillage.

2.4.4 Influence des rugosités

Dans ce paragraphe, on étudie l'influence des rugosités en dents de scie sur les contraintes générées dans l'interface. Pour pouvoir comparer les résultats, des parois lisses et des rugosités sinusoïdales sont utilisées à titre de comparaison. La figure 2.19 montre les profils utilisés pour cette étude, toutes calées sur les lignes moyennes définies par les surfaces vierges de toute aspérité. La longueur d'interface est de 4 mm et l'écart moyen entre les surfaces moyennes est de $18,75 \mu\text{m}$. De plus, les aspérités triangulaires sont toutes de pente identique : 5° . Dans de telles conditions géométriques, l'amplitude des aspérités par rapport à la ligne moyenne de la surface supérieure est de $8,75 \mu\text{m}$, soit $17,5 \mu\text{m}$ d'amplitude globale. Pour les cas *c*) et *d*), les aspérités de la paroi inférieure sont larges de $100 \mu\text{m}$ pour une hauteur de $8,75 \mu\text{m}$. Par ailleurs, le lubrifiant considéré a une viscosité de $0,1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ et la vitesse d'écrasement imposée est de 4 mm/s .

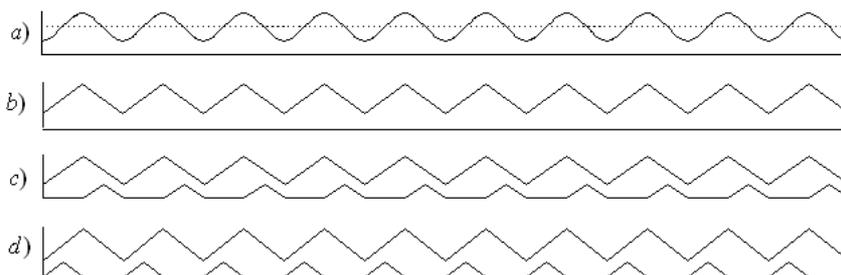


Fig. 2.19 : Les différents profils utilisés.

Les premiers résultats comparent les interfaces *a*) et *b*) présentés à la figure 2.19. Ils révèlent que si les distributions de pression restent globalement paraboliques, la pression générée est plus élevée lorsque les rugosités sont présentes car les restrictions produites par les aspérités entravent l'écoulement du lubrifiant. De plus, la pression prédite par la surface sinusoïdale est plus importante que celle provoquée par la surface en dents de scie qui elle-même est plus forte que celle rencontrée pour la surface lisse. En effet, dans ce cadre, les

restrictions de sections sont plus étendues pour le cas sinusoïdal que pour le cas triangulaire. A titre de comparaison, on remarque que la surface sinusoïdale provoque une pression double de celle produite par une surface lisse de référence, alors que la surface en dents de scie engendre une montée en pression supérieure de +50 % par rapport au cas de référence.

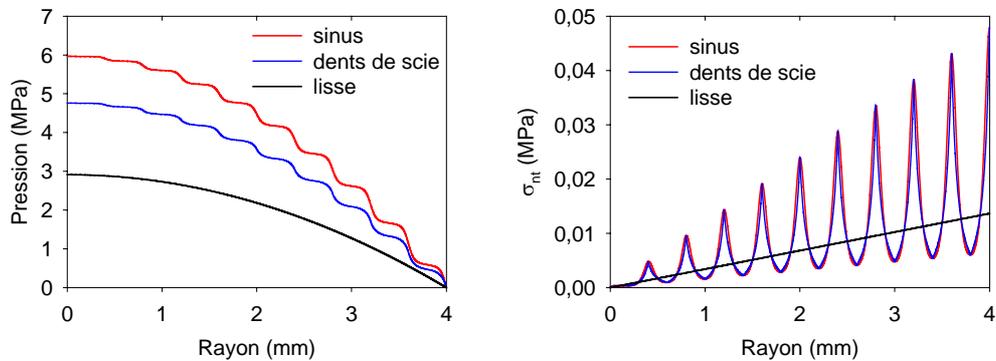


Fig. 2.20 : Contraintes normales et de frottement pour des divers profiles

Si la distribution de la contrainte de frottement augmente avec le rayon du lopin, elle présente des pics localisés au sommet de chaque aspérité. De plus, on note que la surface sinusoïdale, comme la surface en dents de scie, induisent quasiment la même variation de contrainte de frottement, la modélisation sinusoïdale présentant des variations sans discontinuité de pente. Toutefois, leurs valeurs restent globalement très faibles.

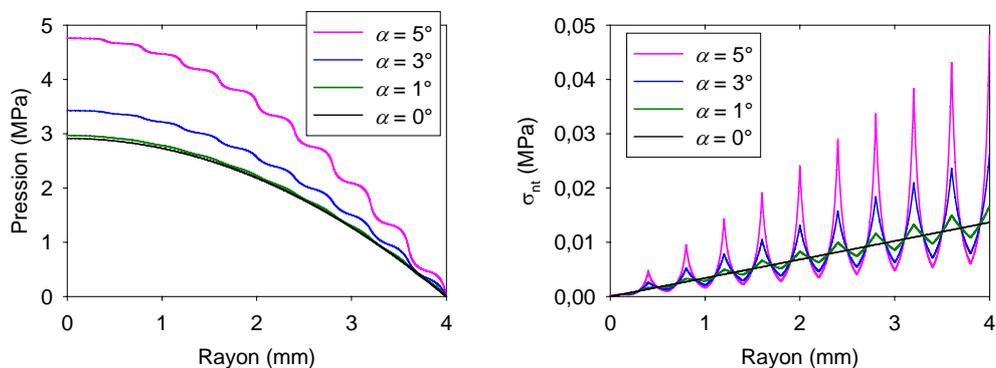


Fig. 2.21 : Contraintes normales et de frottement pour divers angles d'aspérités.

Il est par ailleurs intéressant de voir l'influence des angles des aspérités triangulaires (figure 2.19.b). Ainsi, pour les mêmes paramètres cinématiques et géométriques, on fait varier α entre 0° pour le cas des parois lisses à 5° pour respecter la rugosité de Reynolds. Les résultats, présentés à la figure 2.21, montrent que plus les aspérités sont saillantes, plus les contraintes produites sont importantes car les aspérités entravent l'écoulement du lubrifiant. Notons que les pics de frottement sont toujours localisés sur les pointes des aspérités et sont d'autant plus marqués que les angles sont importants. La contrainte de frottement demeure cependant toujours faible par rapport à la pression du fluide.

L'étude comparative des profils *c*) et *d*) de la figure 2.19 est également intéressante. Les conditions cinématiques et rhéologiques étant toujours les mêmes, on constate que la présence de rugosités sur les deux parois entraîne une pression plus importante au sein du lubrifiant, la

pression produite par la géométrie *c*) étant plus importante (+100 % au niveau de l'axe axisymétrique par rapport au résultat avec parois lisses) que celle induite par la géométrie *d*). En effet, en comparant avec l'étude précédente (§ 2.4.2) sur l'influence d'une vague plastique, on confirme l'effet bouchon produit par les aspérités du lopin car la géométrie *c*) montre que cet effet démarre plus tôt lorsque l'on parcourt l'interface de la zone de fuite vers l'axe d'axisymétrie.

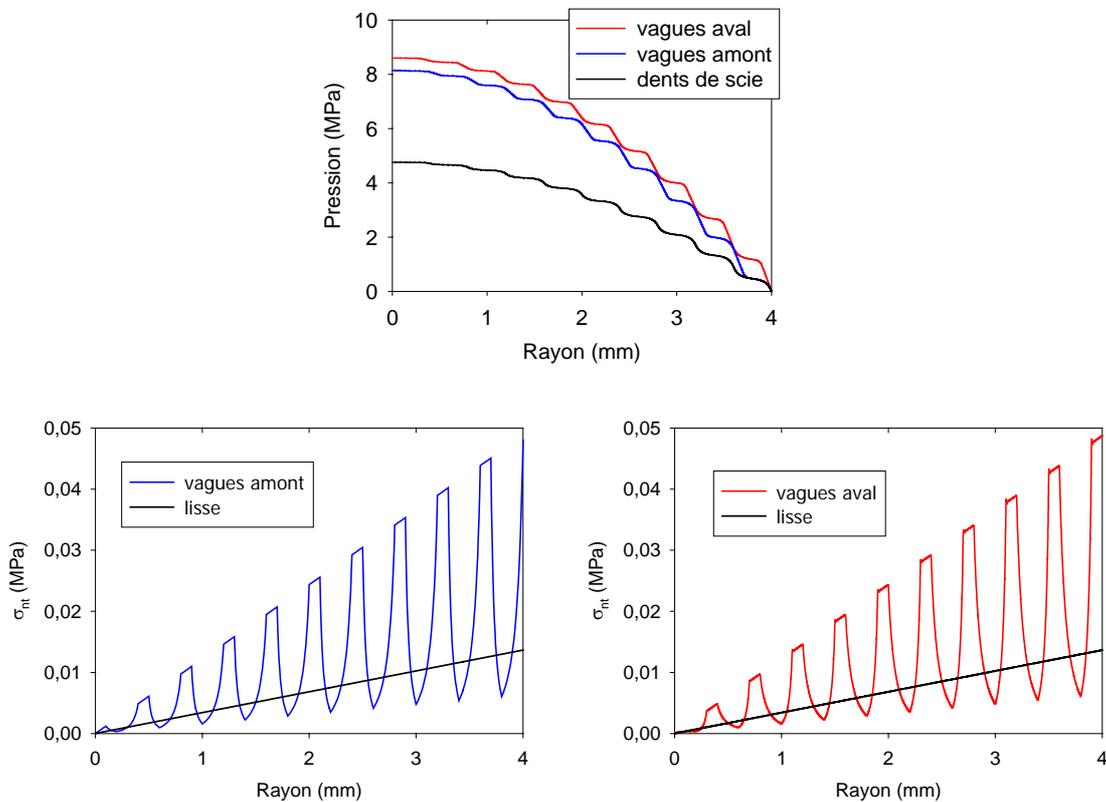


Fig. 2.22 : Contraintes normales et de frottement pour diverses configurations de vague.

Avant de conclure sur cette étude d'interface rugueuse, voyons l'influence du déphasage ϕ des aspérités entre les surfaces antagonistes, ϕ variant de 0 (en phase) à π (opposition de phase). La géométrie possède la même rugosité en dent de scie avec des pentes $\alpha = 5^\circ$ et la distance entre lignes moyennes est de $18,75 \mu\text{m}$ (soit $10 \mu\text{m}$ entre les pointes saillantes des aspérités des surfaces opposées).

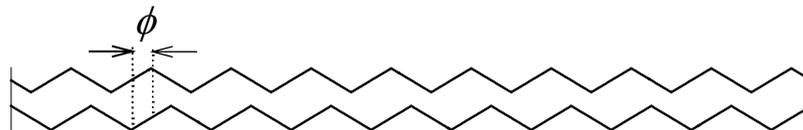


Fig. 2.23 : Représentation des surfaces en dents de scie déphasée de $\phi = \pi / 2$.

On constate que plus le déphasage augmente, plus la pression et le frottement sont importants et augmentent jusqu'à plus de 2,5 fois pour la pression et jusqu'à 10 fois pour la contrainte de frottement maximale. En effet lorsque les aspérités sont en phase ($\phi = 0$), il n'y a aucune restriction de section et les résultats sont identiques à ceux que l'on aurait avec deux

surfaces lisses distantes toutes deux de 10 μm . Pour le cas $\phi = \pi$, les contraintes bénéficient de la contribution des pics des aspérités opposées. Ces résultats vont dans le même sens que les conclusions de Berthe et Godet [BERTHE1973] et Berthe *et al.* [BERTHE1974a] ont affirmé que l'utilisation de l'équation de Reynolds sous sa forme mathématique n'est pas adaptée lorsque les deux surfaces sont rugueuses. Chang [CHANG1995a] souligne d'ailleurs cela lorsqu'il rappelle que certaines études en lubrification élastohydrodynamique proposent de réunir les rugosités sur une surface afin d'obtenir un problème plus facile à résoudre avec la traditionnelle équation de Reynolds. Cependant, il est important de rappeler que, compte tenu de la faible inclinaison des aspérités, Greenwood et Tripp [GREENWOOD1971] ont montré théoriquement qu'il est possible de modéliser une interface rugueuse en portant toute la rugosité sur l'une des surfaces sans altérer la précision des résultats, formant ainsi une interface équivalente.

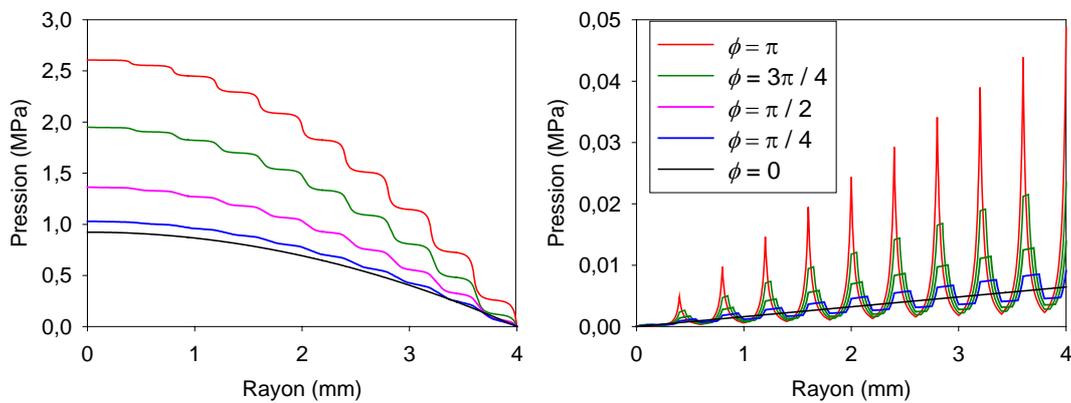


Fig. 2.24 : Influence du déphasage sur les contraintes appliquées sur le lopin.

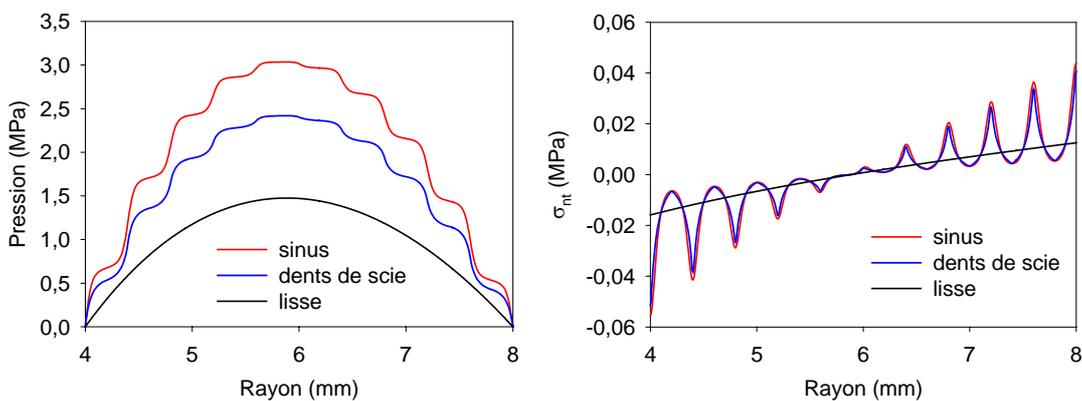


Fig. 2.25 : Contraintes appliquées sur le lopin annulaire.

Pour conclure sur cette partie, on étudie le cas de l'anneau rugueux. Parce que les pressions inter portions d'interface sont inconnues dans cette configuration géométrique du fait de l'existence de deux zones de fuite aux rayons interne et externe, la résolution de l'équation du mouvement du fluide nécessite l'utilisation de la méthode des différences finies comme cela a été souligné au paragraphe 2.3.6. On se donne ainsi un anneau de rayon interne 4 mm et externe 8 mm. Le lubrifiant isovisqueux de viscosité 0,1 Pa.s est mis sous pression par un tas

plat rugueux descendant à 4 mm/s. Les aspérités triangulaires ont toutes 5° de pente. La figure 2.25 montre les résultats lorsque l'épaisseur moyenne de l'interface est de 18.75 µm pour des profils d'interfaces basée sur les profils *a)* et *b)* de la figure 2.19. Ils confirment les conclusions qui ont été apportées par les résultats de la figure 2.20 pour le cas du lopin cylindrique. Notons toutefois qu'un nombre suffisant de points de discrétisation est nécessaire pour chaque flanc d'aspérité car dans le cas contraire, il apparaît un lissage artificiel de la pression ainsi calculée au sein du lubrifiant même si les pics et creux des aspérités sont utilisés comme points de discrétisation. Une étude sur cela révèle que 4 points sont suffisants, plus de points entraînant une augmentation du nombre d'inconnues et par conséquent une augmentation du temps de résolution.

2.4.5 Effets de la piézoviscosité et de la compressibilité

Pour étudier l'influence de la piézoviscosité, on utilise deux lopins rugueux. Le premier, un lopin cylindrique de rayon 4 mm lubrifié par une huile de viscosité 0,1 Pa.s et écrasé à 4 mm/s par un tas plat. Ce lopin est rugueux et les dimensions des aspérités sont de 8,74 µm d'amplitude par rapport à la ligne moyenne pour une longueur de 400 µm. Les schémas *a)* et *b)* de la figure 2.26 illustrent les interfaces modélisées dans cette étude. Le deuxième lopin est un anneau de rayon interne égal à 4 mm et externe égal à 8 mm, lubrifié par la même huile et écrasé à la même vitesse. Ses aspérités sont également de mêmes dimensions que celles du lopin cylindrique. La résolution s'effectue conformément à la méthode détaillée au paragraphe 2.3.8. Les résultats de la figure 2.26 montre à gauche les pressions obtenues lorsque l'épaisseur moyenne d'interface est de 6,27 µm ($h_0 = 1,9$ µm) pour le lopin cylindrique, et à droite, les pression pour l'anneau lorsque l'épaisseur moyenne d'interface est de 5,87 µm ($h_0 = 1,5$ µm). On remarque la présence de pics de pression localisés au niveau des sommets des aspérités marquant des restrictions de section dans l'interface. Ces pics peuvent atteindre des pressions très importantes pouvant dépasser la contrainte d'écoulement du matériau voire plastifier localement les aspérités. De plus, les contraintes de frottement, qui ne sont pas représentées, peuvent atteindre des valeurs très marquées du fait de l'importance des gradients locaux de pression dans l'interface. Quoi qu'il en soit, on note que la piézoviscosité a globalement peu d'influence sur les contraintes normales appliquées sur le lopin malgré la présence de pics très prononcés. Compte tenu de ces résultats, il apparaît légitime de négliger la piézoviscosité des lubrifiant lors du forgeage. D'ailleurs pour ce qui est du verre, des études ont montré que les verres utilisés en mise en forme ne sont pas sensibles à la pression selon Schey [SCHEY1970].

Enfin, puisque la prise en compte de la compressibilité est immédiate dans l'algorithme de résolution de l'équation de la mécanique de films minces visqueux avec dépendance de la viscosité vis-à-vis de la pression, par le biais de la loi de Dowson-Higginson (voir (1.3) au chapitre 1), il est intéressant d'étudier sa contribution. Dans ce cas, on montre que la version isotherme complète de l'équation de la mécanique des films minces visqueux (2.27) s'écrit pour un fluide compressible :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\rho r}{\eta} (H_2 - H_1)^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right] = 6 \frac{\partial}{\partial r} [\rho r (U_1 + U_2)(H_2 - H_1)] + 12 \rho r (D_1 - D_2) \quad (2.96)$$

Cette étude mène à conclure que la contribution croisée de la piézoviscosité et la compressibilité à une influence négligeable sur les résultats si l'on excepte la présence des

pics locaux de contraintes. Cela était prévisible du fait de la faible variation de la masse volumique par rapport à la pression, surtout lorsque celle-ci est inférieure au GPa lorsque le régime de lubrification est relativement épais. Les résultats ne sont donc pas présentés.

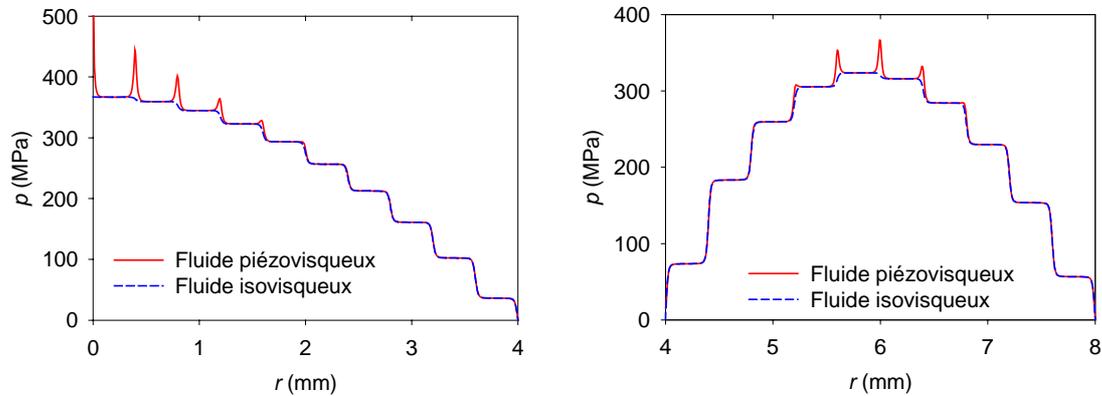


Fig. 2.26 : Comparaison de la pression au sein du fluide entre les approches iso et piézo- visqueuse.

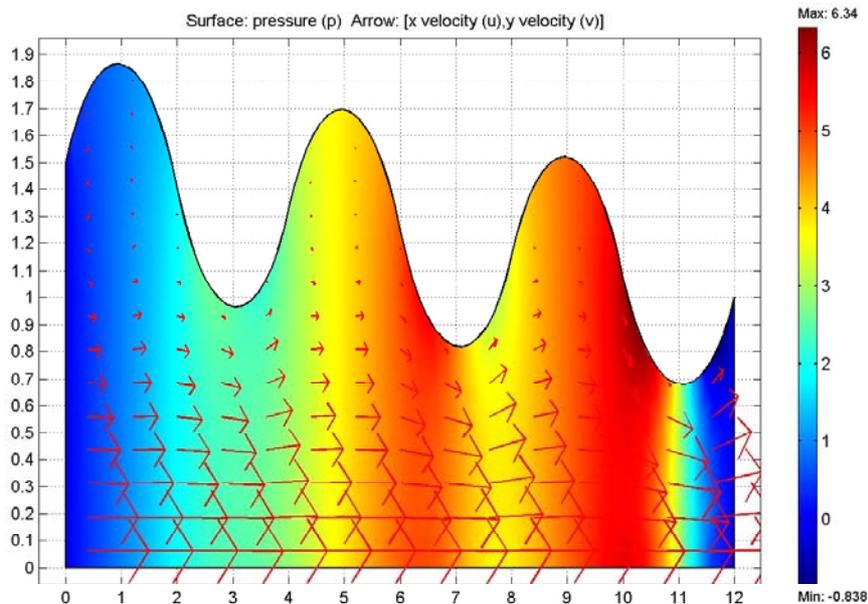


Fig. 2.27 : Représentation du champ de vitesse (les flèches) et champ de pression dans une interface rugueuse pour un écoulement de Stokes calculé par éléments finis [TICHY2003].

Avant de clôturer cette étude, il est intéressant de dresser un parallèle avec des travaux préexistants tels ceux de Tichy et Bou-Saïd [TICHY2003]. La figure 2.27 montre l'écoulement obtenu par la résolution des équations de Stokes dans une interface rugueuse. S'il apparaît une variation du gradient de pression suivant l'épaisseur, il existe des zones de compression et de détente du fluide respectivement en amont et en aval des aspérités. Un parallèle entre les zones de compression exposées sur la figure 2.27 et ceux de la figure 2.26

peut être fait, même si les conditions cinématiques sont différentes. En effet, on pourrait penser que des phénomènes similaires à ceux de exposés à la figure 2.27 pourraient survenir dans le film lubrifiant lorsque celui-ci est compressible et piézovisqueux. Mais l'allure parabolique générale de la répartition de pression devrait empêcher ce genre de phénomène. Notons de plus que dans l'étude menée ici, il n'apparaît aucune détente pouvant conduire à un phénomène éventuel de cavitation quelque soit l'angle des aspérités.

2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, la lubrification liquide lors du forgeage a été modélisée par un fluide newtonien incompressible. L'écoulement du lubrifiant a choisi d'être modélisé par le biais de l'équation de la mécanique des films minces visqueux développée par Berthe et Godet [BERTHE1971], [BERTHE1973], équation équivalente à celle de Reynolds. Du fait de la géométrie axisymétrique, une nouvelle version écrite dans le système de coordonnées cylindrique a été établie en s'inspirant des travaux de Fantino *et al.* menés dans le système de coordonnées cartésiennes [FANTINO1971], [FANTINO1972]. L'usage de cette équation a montré que la présence des aspérités a tendance à sous estimer ou à surestimer localement la pression induite au sein du lubrifiant et par conséquent à mal évaluer la contrainte de frottement du fait de la présence de restrictions de section.

Par ailleurs, cette équation requiert une interface avec des rugosités de Reynolds telle que définies par Elrod [ELROD1977]. De plus, elle présente une singularité démontrée analytiquement par Bair *et al.* [BAIR1998] pour un fluide isotherme piézovisqueux. Cette démonstration a reprise sous forme vectorielle puis établie pour un fluide thermo piézovisqueux. On a alors montré que la condition de singularité établie par Bair *et al.* [BAIR1998] est valable également pour le cas de fluides thermo piézo visqueux.

Le choix descriptif de profil des rugosités s'est porté sur une description triangulaire pour réutiliser les profils de rugosités représentés dans la théorie de la vague plastique, théorie mise en place dans le logiciel POLLUX pour le calcul du frottement en régime mixte. Pour vérifier la validité qualitative des résultats, une comparaison a été faite avec l'utilisation d'une interface lisse et l'utilisation d'une interface à parois sinusoïdale. Cette comparaison a donné une bonne satisfaction et encourage à poursuivre avec une telle description géométrique bien que le profil de vitesse du fluide au sein de l'interface présente des singularités.

Par ailleurs, une étude avec un lopin à parois lisse a été menée. Elle révèle que les distributions de contraintes normales et de frottement sont extrêmement sensibles aux restrictions de section, autrement dit à l'inclinaison des parois de l'interface. Cet aspect est à prendre en compte ainsi que la présence d'aspérités sur les surfaces.

Bien que le lubrifiant ait été considéré comme incompressible à cause de la variation relativement faible de la masse volumique pour les valeurs de pressions atteintes dans une interface lubrifiée lors de la mise en forme, une étude complémentaire sur l'influence de la piézoviscosité et de la compressibilité a été menée. Elle souligne qu'il n'y a aucune influence significative de cette propriété du lubrifiant bien qu'il apparaisse des pics de pression très marqués au niveau des sommets des aspérités pouvant conduire à la plastification locale de ces derniers lorsque l'épaisseur est sous les 2 μm . Cette épaisseur quasi incontrôlable dans le cas du forgeage simulé par éléments finis.

D'autre part on a pu constater la nécessité d'utiliser un nombre significatif de points de discrétisation pour modéliser correctement l'interface rugueuse lorsque lors de la résolution de l'équation du mouvement du fluide par la méthode des différences finies. Une telle démarche est incontournable lorsque le lopin est annulaire mais est possible également pour un lopin cylindrique. Cependant, un calcul direct des contraintes est possible avec des formules analytiques dans ce dernier cas.

Enfin il a été montré que lors du forgeage lubrifié, si la contrainte normale imposée par le fluide est importante, celle de frottement est quasi négligeable vis-à-vis d'elle. On peut supposer que de telles valeurs de contraintes normales auront des incidences notables sur la déformation du lopin au cours du processus de mise en forme, ce qui sera vérifié au chapitre 4 avec l'introduction du modèle dans POLLUX. De plus on a vu que le frottement n'atteint des valeurs significatives que pour des lubrifiants très visqueux tels que le verre, ce qui sera exposé en détails au chapitre suivant avec la prise en compte des effets thermiques.

On trouvera quelques uns des résultats de ce chapitre dans [HELENON2003] et [HELENON2004c].

3 Approche thermique

3.1	INTRODUCTION.....	104
3.2	MODÉLISATION THERMIQUE DE L'INTERFACE	104
3.2.1	<i>Equation du mouvement du lubrifiant</i>	107
3.2.2	<i>Equation de la température</i>	109
3.2.3	<i>Profil de température dans l'interface</i>	113
3.2.3.1	Approche moyenne (viscosité effective).....	113
3.2.3.2	Approche avec dissipation visqueuse moyenne.....	114
3.2.3.3	Cas particulier d'un écoulement de Couette	115
3.2.4	<i>Etude des intégrales des fonctions de la viscosité I_α et J_α</i>	116
3.2.4.1	Cas de la loi de Reynolds	116
3.2.4.2	Cas de la loi de VFT.....	117
3.2.5	<i>Résolution numérique</i>	120
3.3	APPLICATION DU MODÈLE	121
3.3.1	<i>Etude d'un lopin cylindrique</i>	121
3.3.2	<i>Etude de l'anneau</i>	125
3.3.3	<i>Etude de la composante axiale u_z du champ de vitesse</i>	128
3.3.3.1	Influence du gradient de température.....	130
3.3.3.2	Influence de l'inclinaison des parois.....	130
3.3.3.3	Contribution du gradient de pression, des vitesses de glissement et d'approche des parois.....	132
3.4	CONCLUSION.....	133

3.1 Introduction

Certains procédés de mise en forme sont réalisés à chaud (voir chapitre 1) pour diminuer les efforts à mettre en œuvre car la température conditionne la valeur de la contrainte d'écoulement σ_0 du matériau à déformer. Le procédé est dit à chaud lorsque la température est supérieure à 0,5 la température absolue de fusion T_f , diminuant notablement la valeur de la contrainte d'écoulement. Pour certains matériaux, la température du lopin peut être supérieure à 1 100 °C et il est alors important d'utiliser un lubrifiant adapté à cette température élevée.

Dans ce chapitre, on se propose d'étudier l'influence des effets thermiques sur les contraintes à l'interface lopin/outil, l'écart de températures entre les parois de l'interface pouvant être de plusieurs centaines de degrés. Pour cela et après avoir rappelé les lois de thermoviscosité qui seront utilisées dans ce chapitre, la distribution de température à travers l'interface sera discutée. Ensuite l'équation de mouvement du lubrifiant sera établie, puis les contraintes normales et de frottement exercées sur le lopin seront calculées avant d'exposer les résultats obtenus.

3.2 Modélisation thermique de l'interface

L'équation de Reynolds [REYNOLDS1886] et celle de la mécanique des films minces visqueux [BERTHE1973], [BERTHE1974], [FRENE1990] sont basées sur l'hypothèse d'une viscosité du film lubrifiant constante suivant la direction transverse de l'interface [FANTINO1971], [FRENE1990]. Toutefois, pour des vitesses de glissement élevées ou, lorsque le lubrifiant utilisé est très visqueux, la dissipation d'énergie induite par cisaillement dans le film peut entraîner une variation substantielle de la température à travers l'épaisseur de l'interface et entraîner par conséquent une variation de la viscosité. Dans de telles conditions, l'équation de Reynolds et celle de la mécanique des films minces visqueux ne sont plus adaptées et une analyse thermodynamique complexe doit être adoptée.

D'une manière générale, le problème thermo hydrodynamique de l'interface fait intervenir l'équation de la température ainsi que l'équation de mouvement du fluide telle que celle de Reynolds généralisée [DOWSON1962] incluant l'équation de continuité ou encore une équation modifiée telle que celle présentée dans [CHENG1965]. Compte tenu de la nature fortement non linéaire de ces équations, une telle résolution est très complexe et très lourde en temps de calcul et en espace mémoire. Plusieurs itérations sont nécessaires jusqu'à obtenir une convergence vers la solution. De plus, des problèmes d'instabilité numériques peuvent survenir et entraîner une mauvaise estimation de la viscosité du fait de sa dépendance exponentielle vis-à-vis de la température (et/ou éventuellement de la pression). Une telle approche se retrouve par exemple chez Boncompain *et al.* [BONCOMPAIN1986] et Yuan et Chern [YUAN1990]. Afin de contourner la complexité et la difficulté de la résolution d'un tel problème, deux modèles d'approximation ont été proposés.

Le premier considère une viscosité effective dans lequel la viscosité est moyennée à travers l'épaisseur du film a été initiée par Dow, Kannel et Bupara [DOW1975] puis utilisée par Snidle, Parsons et Dowson [SNIDLE1976]. Cette hypothèse est raisonnable à condition que les propriétés globales du processus de lubrification soient toutes concernées. Dans cette

approche, la dissipation est linéaire. Par contre l'inconvénient majeur réside dans le fait que cette approche ne peut pas prédire exactement l'interaction entre la température et la vitesse du fait de la nature moyenne de cette approche. Ce type d'approche en viscosité effective est tout particulièrement apprécié pour la modélisation de contacts lubrifiés avec des fluides non newtoniens [PEIRAN1990], [CAHOUE1998].

Le deuxième modèle d'approximation consiste à utiliser l'équation de Reynolds « thermique » développée par Wilson et Mahdavian [WILSON1974b] puis améliorée par Wilson et Wong [WILSON1974c] (avec une loi de thermoviscosité plus réaliste) et dont l'hypothèse principale consiste à supposer que la dissipation est distribuée uniformément à travers le film. Cet argument est justifié par le fait que l'équation de Reynolds thermique est insensible à la forme exacte de la distribution de la dissipation visqueuse [WILSON1974b]. Cette approche a été appliquée par Wilson et Wong [WILSON1974c] dans le cas du forgeage, Wilson et Mahdavian [WILSON1976a] pour l'extrusion hydrostatique, par Murch et Wilson [MURCH1975] pour l'analyse de la zone d'entrée d'un contact type élastohydrodynamique (analyse du type Grubin), et enfin par Wilson et Murch [WILSON1976b] et Aggarwal et Wilson [AGGARWAL1978] dans le cas du laminage. Il existe plusieurs versions de cette équation en fonction du contexte rencontré. L'inconvénient majeur réside dans le fait qu'aucun développement généralisant cette équation dans le cadre de températures et de vitesses de parois toutes deux différentes, n'a encore été envisagé limitant de ce fait son utilisation même si, selon Aggarwal et Wilson [AGGARWAL1979], lorsque le paramètre de refoulement est élevé, on arrive à une situation tendant vers celle obtenue par une modélisation avec vitesses de parois égales et températures de parois égales.

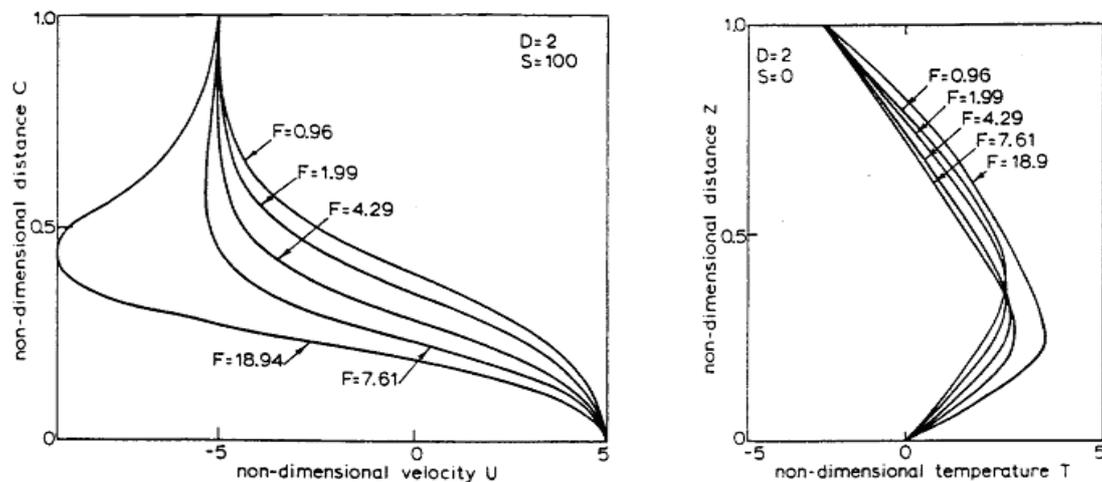


Fig. 3.2 : Profils de vitesse adimensionnée (à gauche) et de température adimensionnée (à droite) pour diverses valeurs de débit adimensionnel F , des températures de parois adimensionnées différentes D et un glissement relatif adimensionnel S non nul selon Aggarwal et Wilson [AGGARWAL1979].

Dans le même esprit, Aggarwal et Wilson [AGGARWALL1979] proposent une amélioration des équations de Reynolds thermiques. Le système d'équations du mouvement du fluide (3.1) et de température (3.25) est transformé en un système de quatre équations différentielles du premier ordre qui sont alors résolues par de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, donnant divers profils de vitesse et de température dans l'interface pour divers paramètres d'écoulement et de température. La dissipation n'est plus constante à travers

l'épaisseur de l'interface et les vitesses et températures des parois peuvent différer. De plus la répartition de vitesse n'est plus parabolique, comme lorsque $\eta = cte$, et celle de la température n'est pas linéaire. Cependant, ce modèle ne prend en compte ni les variations locales des propriétés du fluide dans la direction de l'écoulement, ni le comportement global, car il n'inclut pas l'équation de continuité dans le système d'équations à résoudre. Le gradient de pression est imposé arbitrairement par l'intermédiaire du débit adimensionnel noté F .

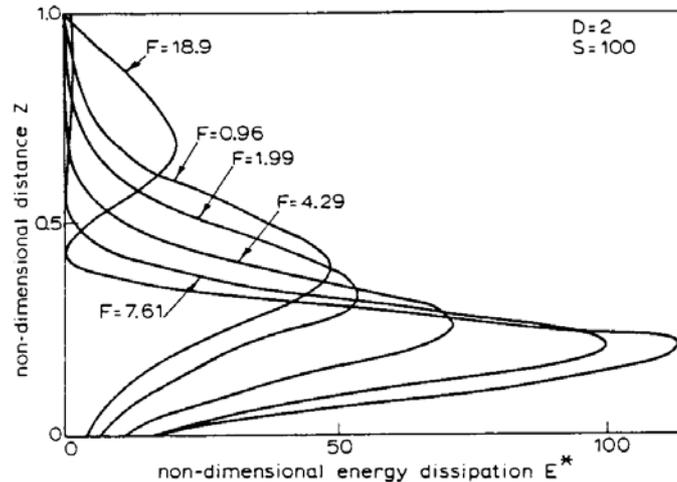


Fig. 3.3 : Distribution de la dissipation visqueuse adimensionnée pour diverses valeurs de débit adimensionnel F , des températures de parois adimensionnées différentes D et un glissement relatif adimensionnel S non nul selon Aggarwal et Wilson [AGGARWAL1979].

Toutefois, des études comparatives sur l'efficacité de ces deux modèles se sont révélées conflictuelles, les conclusions se révélant très disparates. Pour preuve, l'étude de Felder [FELDER1980] dans laquelle seul un nombre limité de solutions exactes ont été comparées avec ces deux approches, et qui révèle que l'approche en viscosité moyenne est plus fiable et mérite une investigation plus poussée. Aggarwal et Wilson [AGGARWAL1979] concluent que les modèles utilisant l'équation de Reynolds thermique en dissipation moyenne sont supérieurs aux modèles en viscosité moyenne par leur capacité à tenir compte du vrai profil de vitesse. Par contre Yuan et Chern [YUAN1990] montre que le modèle dit à viscosité effective ne donne pas de bons résultats en laminage par rapport à la solution exacte lorsque les surfaces diffèrent en températures et ce, sur le domaine entier de vitesses rencontrées lors de ce procédé. Ils concluent en renvoyant les modèles dos à dos en montrant que chacun a son domaine de validité et peut donner de fortes erreurs en dehors. C'est le cas lorsque le modèle en viscosité moyenne est utilisé pour le tréfilage à cause des fortes vitesses de glissement alors que ce modèle est bien adapté pour le laminage en roulement pur (pas de vitesse de glissement relatif) [MONTMITONNET2000]. Quoiqu'il en soit, toutes ces techniques souffrent de l'absence d'un écoulement retour convectant la chaleur vers l'amont.

A la lumière des résultats présentés, l'approche équation de Reynolds thermique ne peut pas être utilisée car le cas le plus général (températures et vitesses de parois différentes) n'a pas été développé. L'approche effective en viscosité moyenne semble meilleure même si de part sa nature, les phénomènes locaux dans l'épaisseur de l'interface sont masqués. Cependant, selon les conclusions de Yuan et Chern [YUAN1990], il apparaît plus judicieux d'utiliser une approche plus générale en cherchant à simplifier l'équation de la température

dans le cas du forgeage pour déterminer le profil de la température. C'est ce qui sera proposé par la suite après avoir établi l'équation de mouvement du fluide dans le paragraphe ci-après.

3.2.1 Equation du mouvement du lubrifiant

Les équations de Reynolds et de la mécanique des films minces visqueux sont établies avec l'hypothèse de viscosité constante dans l'épaisseur. Pour prendre en considération la variation de viscosité, le choix se porte sur l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée présentée par Frêne [FRENE1990] dans le système de coordonnées cartésiennes. Il est important de noter que même si son expression mathématique est différente, qu'il s'agit d'une expression équivalente à celle proposée par Dowson [DOWSON1962] qui a proposé pour la première fois une équation de Reynolds généralisée avec variation de la viscosité à travers l'épaisseur. L'hypothèse d'incompressibilité établie au précédent chapitre sera conservée car on a vu au chapitre 1 que la masse volumique dépendait peu de la température. En partant du système d'équations de Stokes (2.19) établi au chapitre 2 pour un fluide incompressible, à savoir :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

et en intégrant l'expression de $\partial p / \partial r$ à l'aide des conditions aux limites (2.20) sur les parois, on obtient [HELENON2004a] :

$$u_r = \left(I_1(z) - I_0(z) \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + U_1 \left(1 - \frac{I_0(z)}{I_0(H_2)} \right) + U_2 \frac{I_0(z)}{I_0(H_2)} \quad (3.2)$$

dans laquelle les intégrales I_α sont définies telles que :

$$I_\alpha(z) = \int_{H_1}^z \frac{\xi^\alpha}{\eta(\xi)} d\xi \quad \text{pour } \alpha = 0 \text{ ou } 1 \quad (3.3)$$

L'équation de conservation de la masse intégrée sur l'épaisseur s'écrit pour un milieu incompressible :

$$\frac{1}{r} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) dz + \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial u_z}{\partial z} dz = 0 \quad (3.4)$$

avec (3.2) et, en intégrant le tout, on obtient l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée pour un fluide incompressible écrite dans un système de coordonnées cylindriques [HELENON2004a], [HELENON2004b] :

$$\frac{\partial Q}{\partial r} + 2\pi r \left(W_2 - U_2 \frac{\partial H_2}{\partial r} - W_1 + U_1 \frac{\partial H_1}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.5)$$

dans laquelle $Q(r)$ est le débit volumique au niveau de la section d'interface de rayon r défini par :

$$Q(r) = 2\pi r \left[\left(J_1(H_2) - J_0(H_2) \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + U_1 \left(H_2 - H_1 - \frac{J_0(H_2)}{I_0(H_2)} \right) + U_2 \frac{J_0(H_2)}{I_0(H_2)} \right] \quad (3.6)$$

où les intégrales I_α sont définies par (3.3) et J_α par l'expression suivante :

$$J_\alpha(z) = \int_{H_1}^z I_\alpha(\xi) d\xi \quad (3.7)$$

Notons que dans le cas isotherme, si l'équation (3.5) reste identique, l'expression de $Q(r)$ diffère par l'expression suivante :

$$Q(r) = \pi r \left[-\frac{1}{6\eta} \frac{\partial p}{\partial r} (H_2 - H_1)^3 + (U_1 + U_2)(H_2 - H_1) \right] \quad (3.8)$$

A partir de l'équation de continuité, il est possible d'obtenir le champ de vitesse axial dans l'interface :

$$u_z = W_1 - \int_{H_1}^z \frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} dz \quad (3.9)$$

En y injectant (3.2) et en utilisant l'équation du mouvement du fluide (3.5) pour éliminer le terme en $\partial^2 p / \partial r^2$, l'équation (3.9) devient :

$$\begin{aligned} u_z = & \left[\left(\frac{K}{K_2} \left(H_2 - H_1 - \frac{J_{02}}{I_{02}} \right) - z + H_1 + \frac{J_0}{I_{02}} \right) \left(\frac{I_{12}}{I_{02}} - H_1 \right) \frac{1}{\eta_1} \frac{\partial H_1}{\partial r} \right. \\ & \left. + \left(\frac{K}{K_2} J_{02} - J_0 \right) \left(\frac{I_{12}}{I_{02}} - H_2 \right) \frac{1}{I_{02} \eta_2} \frac{\partial H_2}{\partial r} \right] \frac{\partial p}{\partial r} \\ & + U_1 \left[\frac{1}{r} \left(\frac{K}{K_2} \left(H_2 - H_1 - \frac{J_{02}}{I_{02}} \right) - z + H_1 + \frac{J_0}{I_{02}} \right) \right. \\ & \left. - \left(\frac{K}{K_2} \left(\frac{J_{02}}{I_{02}} - H_2 + H_1 \right) + \frac{J_0}{I_{02}} - z + H_1 \right) \frac{1}{I_{02} \eta_1} \frac{\partial H_1}{\partial r} + \left(\frac{K}{K_2} J_{02} - J_0 \right) \frac{1}{I_{02}^2 \eta_2} \frac{\partial H_2}{\partial r} \right] \\ & + U_2 \left[\left(\frac{K}{K_2} J_{02} - J_0 \right) \frac{1}{I_{02} r} + \left(\frac{K}{K_2} \left(\frac{J_{02}}{I_{02}} - H_2 + H_1 \right) + \frac{J_0}{I_{02}} - z + H_1 \right) \frac{1}{I_{02} \eta_1} \frac{\partial H_1}{\partial r} \right. \\ & \left. - \left(\frac{K}{K_2} J_{02} - J_0 \right) \frac{1}{I_{02}^2 \eta_2} \frac{\partial H_2}{\partial r} \right] + \frac{K}{K_2} (W_2 - W_1) + W_1 \end{aligned} \quad (3.10)$$

dans laquelle K_2 , $I_{\alpha 2}$ et $J_{\alpha 2}$ ($\alpha = 1$ ou 2) désignent les fonctions K , I_α et J_α évaluées en $z = H_2$, à savoir :

$$I_{\alpha 2} = I_\alpha(H_2), \quad J_{\alpha 2} = J_\alpha(H_2), \quad K = J_1 - J_0 \frac{I_{12}}{I_{02}} \quad \text{et} \quad K_2 = J_{12} - J_{02} \frac{I_{12}}{I_{02}} \quad (3.11)$$

La cisssion à travers l'interface est définie par la loi de comportement newtonien (2.11) :

$$\sigma_{rz} = \eta \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (3.12)$$

d'où, en utilisant (3.2), on obtient [HELENON2004a] :

$$\sigma_{rz} = \left(z - \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{U_2 - U_1}{I_0(H_2)} \quad (3.13)$$

3.2.2 Equation de la température

Connaissant les températures aux parois, on souhaite déterminer celle en tout point $z \in [H_1; H_2]$ de l'interface. Ces températures peuvent se définir par :

$$T(z = H_1) = T_1 \quad \text{et} \quad T(z = H_2) = T_2 \quad (3.14)$$

Issue directement du principe de conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique), l'équation de la température s'écrit [CAMERON1966], [FRENE1990], [SALEHIZADEH1991], [LAMBALLAIS1998], [HELENON2004a] :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overline{\text{grad}} T \right) = -\text{div} \vec{\bar{\varphi}} + \delta T \frac{dp}{dt} + q' + \psi \quad (3.15)$$

où ρ est la masse volumique en kg/m^3 , C_p la chaleur massique isobare (capacité thermique massique) en $\text{J/kg/}^\circ\text{K}$ pouvant dépendre de la température, T la température en $^\circ\text{K}$, t le temps en s, \vec{u} le vecteur vitesse d'une particule de fluide en m/s, p la pression en Pa, $\delta = -(\partial \rho / \partial T)|_p / \rho = -(\partial V / \partial T)|_p / V$ la dilatation cubique (ou volumique) isobare du fluide en $^\circ\text{K}^{-1}$, q' la densité de chaleur fournie par une source interne en W/m^3 , ψ la fonction de dissipation visqueuse en W/m^3 (puissance volumique des forces visqueuses) et $\vec{\bar{\varphi}}$ le vecteur densité de flux de chaleur défini pour un milieu à conduction anisotrope par la loi de Fourier [SACADURA1978] :

$$\vec{\bar{\varphi}} = -\overline{\bar{\kappa}} \overline{\text{grad}} T \quad (3.16)$$

où $\overline{\bar{\kappa}}$, le tenseur des coefficients de conductivité thermique, devient une constante κ exprimée en $\text{W/m/}^\circ\text{K}$ pour un milieu à conductivité isotrope. Généralement la conductivité dépend de l'espace et du temps, mais la plupart du temps elle est reliée directement à la température en écrivant $\kappa(T)$ [LAMBALLAIS1998]. Dans le cas d'un milieu à conductivité homogène, on a $\kappa = cte$: pour une huile minérale lubrifiante par exemple, $\kappa = 0,1 \text{ W/m/}^\circ\text{K}$ [FELDER1992], [AYEL1996b], [MARSAULT1998]. Notons que Wang *et al.* [WANG1991] proposent une dépendance empirique de κ vis-à-vis de la pression pour une huile minérale, le LAD 2201, à des pressions supérieures à 1,2 GPa. Ils écrivent alors $\kappa = \kappa_0 + \alpha_k p / (1 + \beta_k p)$ avec $\kappa_0 = 0,124 \text{ W/m/}^\circ\text{K}$, $\alpha_k = 2,14 \cdot 10^{-10} \text{ W/m/}^\circ\text{K/Pa}$ et $\beta_k = 6,91 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$.

Etant donné l'accroissement de l'énergie interne entraîné par les forces visqueuses, la fonction ψ est toujours positive ou nulle. Cette dissipation visqueuse représente la conversion irréversible de l'énergie cinétique du fluide en énergie thermique et est définie pour un fluide newtonien par :

$$\psi = \overline{\bar{\sigma}} : \overline{\bar{\varepsilon}} = 2\eta \overline{\bar{\varepsilon}} : \overline{\bar{\varepsilon}} + \lambda (\text{div} \vec{u})^2 \quad (3.17)$$

où η et λ sont respectivement les viscosités cinématique en Pa.s et de dilatation en Pa.s^2 .

L'équation (3.15) étant très complexe, il est souhaitable de chercher à la simplifier. D'emblée, la démarche proposée au chapitre 2 sur les équations de mouvement est à utiliser. Dans [FRENE1990] elle est proposée dans le système de coordonnées cartésiennes. En

supposant le milieu incompressible, il vient dans un premier temps : $\delta = 0$ et $\text{div } \bar{u} = 0$ dans (3.15) et (3.17). Cependant, lorsque la température augmente, les atomes vibrent de plus en plus suite à l'apport d'énergie thermique. Les distances inter atomiques augmentent mais ils restent liés les uns aux autres. C'est ainsi que se produit la dilatation thermique. Si dans les corps solides les vibrations sont limitées par les liaisons fixes, cela est différent dans le cas des fluides qui ont un coefficient de dilatation plus élevé [SCHOLZE, p72]. Celui du verre est non linéaire et souvent une dilatation moyennée sur une plage de température est utilisée. Pour les verres sodocalciques courants, la dilatation est d'environ $3.10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ [SCHOLZE1969]. Dans la suite, les hypothèses d'incompressibilité et de non dilatation seront malgré tout maintenues.

En mécanique des films minces visqueux, la dimension suivant l'épaisseur du film ($O; \bar{z}$) est très faible par rapport aux autres dimensions, ce qui permet, pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes des équations ci-dessus, de mener une analyse adimensionnelle pour simplifier son expression. Pour cela, on définit les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \frac{r}{R} & \bar{z} &= \frac{z}{H} & \bar{t} &= \frac{tV}{R} & \bar{u}_r &= \frac{u_r}{V} & \bar{u}_z &= \frac{u_z R}{VH} \\ \bar{T} &= \frac{T}{T_0} & \bar{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_0} & \bar{\kappa} &= \frac{\kappa}{\kappa_0} & \bar{\eta} &= \frac{\eta}{\eta_0} & \bar{C}_p &= \frac{C_p}{C_{p0}} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Dans ces expressions, R et $V = U_1 + U_2$ sont respectivement la dimension caractéristique et la vitesse caractéristique selon la direction longitudinale ($O; \bar{r}$), H et VH/R sont celles suivant ($O; \bar{z}$). Enfin, R/V et η_0 définissent l'ordre de grandeur du temps et de la viscosité. Ces changements de variables conduisent à poser $\bar{p} = p H^2 / (\eta_0 V R)$ et, en définissant $\varepsilon = H/R$ comme facteur d'échelle, on obtient l'équation de la température adimensionnelle suivante :

$$\begin{aligned} \text{Pe } \bar{\rho} \bar{C}_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_r \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \bar{u}_z \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right) &= \varepsilon^2 \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \bar{\kappa} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{K} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right) \\ + 2 N_d \varepsilon^2 \bar{\eta} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{r}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{u}_r}{\bar{r}} \right)^2 \right] &+ N_d \bar{\eta} \left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{z}} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{r}} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

dans laquelle Pe et N_d sont respectivement les nombres de Péclet et de dissipation définis par :

$$\text{Pe} = \frac{\rho_0 C_{p0} V H^2}{\kappa_0 R} \quad \text{et} \quad N_d = \frac{\eta_0 V^2}{\kappa_0 T_0} \quad (3.20)$$

Le nombre de dissipation N_d représente le rapport entre les effets de dissipation représentés par la dissipation volumique ψ (3.17) sur les effets de diffusion thermique. Le nombre de Péclet Pe représente le rapport entre les effets de convection thermique représentés par le terme $\rho C_p dT/dr$ dans (3.15) sur les effets de diffusion (conduction) thermique représentés par le terme $\partial(\kappa \partial T / \partial z) / \partial z$. Certains auteurs utilisent le nombre de Cameron [FELDER1980], [MARSAULT1998] représentant le rapport entre le flux de chaleur évacué vers les surfaces par conduction transverse et celui transporté par convection longitudinale qui peut être exprimé par :

$$\text{Ca} = \frac{a_0 R}{V H^2} \quad (1.21)$$

avec $a_0 = \kappa_0 / (\rho_0 C_{p0})$ la diffusivité thermique du lubrifiant. Un autre nombre, celui de Brinkman est aussi souvent rencontré dans le domaine de la mise en forme par laminage (aussi connu sous le nom de nombre de Griffith ou de Nahme [BAIR1994]). Il est défini selon [FELDER1992] par :

$$\text{Br} = \frac{\beta_0 \eta_0 V^2}{\kappa_0} \quad (1.22)$$

et représente le rapport entre la puissance thermique créée par cisaillement sur celle évacuée par conduction transverse dans l'interface [FELDER1992]. Il caractérise l'intensité de l'effet d'auto échauffement du lubrifiant induit par la viscosité du fluide. Cet auto échauffement est significatif lorsque $\text{Br} > 1$, situation typiquement rencontrée dans les procédés à grande vitesse tels que le laminage à froid. Par contre, si $\text{Br} \ll 1$, la viscosité peut être considérée comme constante dans l'épaisseur du film lorsque les parois ont toutes les deux la même température.

En négligeant uniquement les termes en ε^2 dans l'équation (3.19), il reste :

$$\text{Pe} \bar{\rho} \bar{C}_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u}_r \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \bar{u}_z \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\kappa} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) + \text{N}_d \bar{\eta} \left(\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} \right)^2 \quad (3.23)$$

et en revenant aux variables dimensionnées :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \quad (3.24)$$

Cette équation couplée à l'équation du mouvement du fluide peut alors être résolue par différences finies. Cependant une difficulté intervient car la vitesse (3.2) au sein du fluide dépend de la température et réciproquement la température dépend de la vitesse dans l'équation (3.24). De plus si le film présente au même instant une zone de reflux ($u_r < 0$) et une zone de flux ($u_r > 0$), un traitement spécial séparant ces deux zones est nécessaire lors du couplage itératif de l'équation de mouvement du fluide (3.5) avec celle de la température (3.24). Une telle situation se rencontre en tréfilage, au voisinage de la filière fixe [MONTMITONNET2000].

En négligeant les effets convectifs devant ceux de diffusion, autrement dit en supposant que la conduction transverse domine devant la convection du fait de la faible épaisseur de l'interface dans l'équation (3.24) et, en revenant aux variables dimensionnées, on obtient l'équation exprimant l'équilibre entre la diffusion thermique et la dissipation visqueuse [HELENON2004a] :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 = 0 \quad (3.25)$$

Cette hypothèse simplificatrice semble plausible en forgeage car selon Felder [FELDER1980, p149], si le flux de chaleur par conduction prédomine, celui changé par convection n'est plus négligeable pour de grande vitesse de glissement supérieure à 10 m/s.

Avant de conclure sur ce paragraphe, il est intéressant de discuter sur les nombres adimensionnels Pe et/ou Ca , N_d et Br pour deux types de lubrifiants de viscosités très différentes. Les dimensions et vitesse de références sont pour ces calculs : $H = 100 \mu\text{m}$; $R = 100 \text{ mm}$; $V = 10 \text{ mm/s}$. Le premier lubrifiant est une huile minérale typique de viscosité égale à $0,1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ dans les conditions de l'ambiante et dont les autres paramètres sont de l'ordre de : $\rho_0 = 800 \text{ kg/m}^3$, $\beta_0 = 0,01 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $a_0 = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, $\kappa_0 = 0,1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ [FELDER1992], [AYEL1996b], [MARSAULT1998]. Le deuxième lubrifiant retenu est un fluide de forte viscosité, le verre sodocalcique $65 \text{ SiO}_2 - 5 \text{ Na}_2\text{O} - 30 \text{ CaO}$, dont les constantes inhérentes pour la loi de Vogel-Fulcher-Tamman sont données au chapitre 1 dans le tableau 1.2. A $1\ 000 \text{ }^\circ\text{C}$, ce verre a une viscosité de $622,42 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. La masse volumique ρ_0 moyenne des verres sodocalciques est de $2\ 500 \text{ kg/m}^3$ et ne varie quasiment pas avec la température. La figure 3.3 montre que pour les hautes températures, la conductivité thermique de conduction notée λ_c , qui est proportionnelle à la chaleur massique, tend à être constante aux environs de $0,005 \text{ cal/cm}\cdot\text{s}/^\circ\text{C}^1$. Pour les verres sodocalciques à hautes températures λ_c est selon [SALLE2002], voisine de $1,4 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. La chaleur massique des verres de silice lorsque la température est au-delà de $1\ 000 \text{ }^\circ\text{C}$ est de l'ordre de $0,3 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ [SCHOLZE1969, p251] soit $1\ 254 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$. La capacité thermique massique C_p représente la quantité de chaleur à fournir pour élever la température du fluide de $1 \text{ }^\circ\text{K}$ (ou $1 \text{ }^\circ\text{C}$). Pour les huiles minérales, elle vaut $1\ 875 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, soit environs la moitié de celle de l'eau [DALLEMGNE1999].

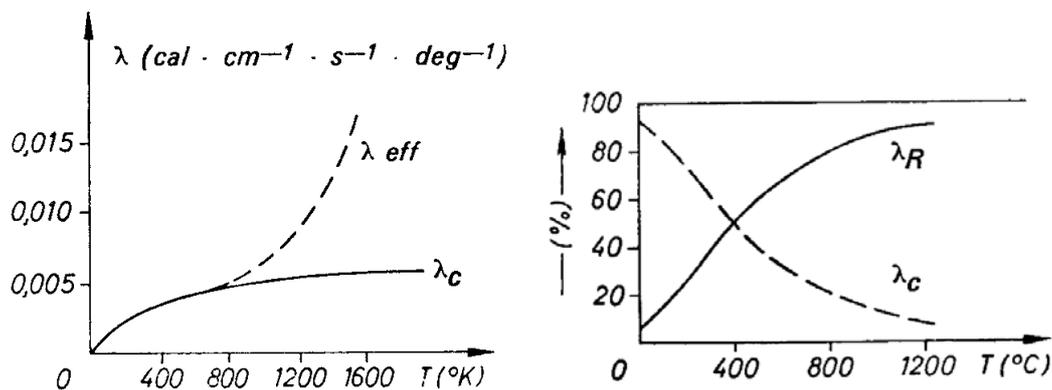


Fig. 3.3 : Influence de la température sur la conductibilité thermique d'un verre de silice [SCHOLZE1969, p257]. A gauche, λ_{eff} désigne la conductibilité efficace, somme des conductivités thermiques de conduction λ_c et de rayonnement λ_R . A droite, proportions des contributions des conductivités de rayonnement et de conduction en fonction de la température pour les verres commerciaux.

Si l'essentiel de la chaleur perdue par le verre l'est par rayonnement aux températures élevées, 90 % à $1200 \text{ }^\circ\text{C}$ selon la figure 3.3, la chaleur massique et la conductivité thermique du verre deviennent constantes à températures élevées d'après Scholze [SCHOLZE1969, p258]. La figure 3.3 montre que si pour les températures inférieures à $385 \text{ }^\circ\text{C}$, la conductivité par conduction domine, celle par rayonnement devient prépondérante au-delà. Par exemple, à $1200 \text{ }^\circ\text{C}$ le transfert de chaleur s'effectue à 92 % par le rayonnement [SCHOLZE1969]. Pour rappel, la conductivité par rayonnement est une fonction cubique de la température et vaut

¹ $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$

$\lambda_R = 16\sigma n^2 T^3 / (3k)$ avec $\sigma = 1,374.10^{-12}$ cal/cm²/s/°C⁴ la constante de Stefan-Boltzmann, n l'indice de réfraction, T la température en °K et k le coefficient d'absorption. Dans la suite, le verre sera considéré comme un corps non rayonnant. La diffusivité thermique a du verre ne varie pas beaucoup avec sa composition et sa capacité d'absorption de radiation est importante [SCHEY1970, p573].

Le tableau 3.1 récapitule les valeurs des nombres sans dimension obtenues pour une huile minérale de viscosité 0,1 Pa.s à température ambiante et pour le verre 65 SiO₂-5 Na₂O-30 CaO porté à 1 000 °C. De tels résultats confirment les effets négligeables de la convection vis-à-vis de la conduction ($Pe \ll 1$) et de la faible dissipation de tels lubrifiants.

	Pe	Ca	N _a	Br
Huile à 0,1 Pa.s	0,01	100	0,34.10 ⁻⁶	10 ⁻⁶
65 SiO ₂ -5 Na ₂ O-30 CaO	2,24.10 ⁻³	446,6	3,49.10 ⁻⁵	1,04.10 ⁻³

Tableau 3.1 : Valeurs des nombres adimensionnels pour 2 types de lubrifiants.

Avant de terminer ce paragraphe, on peut noter que lorsque qu'un fluide est soumis à une détente, sa température s'abaisse. Pour une huile minérale, la chute de température est de 1,4 °C par 10 MPa [DALLEMAGNE1999], soit $\Delta T_a = 1,4.10^{-7} \Delta p$. Puisqu'en aval de chaque aspérité existe une interface d'épaisseur localement divergente, il y a une baisse de pression. Elle est cependant trop faible pour produire un refroidissement significatif. Notons tout de même que lorsque le fluide est piézo-visqueux, il existe des pics locaux de pression aux sommets des aspérités. La chute de pression y est donc beaucoup plus importante. Par ailleurs et selon [DALLEMAGNE1999], l'énergie cinétique pendant le phénomène de détente d'un fluide provoque une élévation de température $\Delta T_f = \Delta p / (\rho C_p)$. En laminage, lorsque la pression relative passe de 10 MPa à la pression ambiante, l'augmentation de température $\Delta T = \Delta T_f - \Delta T_a$ peut atteindre +5 °C [DALLEMAGNE1999]. Cet aspect ne concerne pas le forgeage car l'énergie cinétique mise en œuvre n'est pas aussi importante.

3.2.3 Profil de température dans l'interface

Bien que le choix de modéliser les effets thermiques dans le film par une approche générale ait été choisi au début de ce chapitre, il est intéressant de voir les différents profils de température qu'il est possible d'obtenir avec des approches simplifiées.

3.2.3.1 Approche moyenne (viscosité effective)

A ce stade de la démonstration, si l'on raisonne par une approche moyenne avec $\bar{\eta}$ la viscosité moyenne et $\bar{\kappa}$ la conductivité thermique moyenne ou homogène, ces paramètres sont constants suivant l'épaisseur de l'interface. Pour une huile, cette viscosité effective peut s'exprimer selon Felder [FELDER1992] par :

$$\bar{\eta} = \frac{\eta(T_2) z^3 / 4}{\exp(z) - 1 - z - z^2 / 2} \quad (3.26)$$

où $z = \beta(T_v - T_2)$, T_v la température de vaporisation de l'huile utilisée et T_2 la température de l'outil. Par exemple pour $T_v - T_2 \approx 300$ °C et un coefficient de thermoviscosité

β de $0,02 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, on obtient $z = 6$ et ainsi $\bar{\eta} = 0,14\eta(T_2)$ [FELDER1992]. La distribution de vitesse à travers l'interface reste parabolique et s'écrit alors (d'après (2.23) du chapitre 2) :

$$u_r = \frac{1}{2\bar{\eta}} \frac{\partial p}{\partial r} \left(z^2 - z(H_1 + H_2) + H_1 H_2 \right) + \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} (z - H_1) + U_1 \quad (3.27)$$

L'intégration par parties de (3.25) en remarquant les relations $\tau = \bar{\eta} \partial u_r / \partial z$ et $2u_r \partial u_r / \partial z = \partial(u_r^2) / \partial z$ donne à l'aide des conditions aux limites (3.14) :

$$T(z) = K_u(z) - K_u(H_1) + \left(\frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} - \frac{K_u(H_2) - K_u(H_1)}{H_2 - H_1} \right) (z - H_1) + T_1 \quad (3.28)$$

avec :

$$K_u(z) = \frac{1}{\bar{\kappa}} \left(I_u(z) \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\bar{\eta}}{2} [u_r(z)]^2 \right) \quad (3.29)$$

où I_u est la double intégration de u_r suivant z (sans constantes d'intégration) définie par :

$$I_u(z) = \frac{z^2}{6} \left[\frac{1}{4\bar{\eta}} \frac{\partial p}{\partial r} \left(z^2 - 2z(H_1 + H_2) + 6H_1 H_2 \right) + \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} (z - 3H_1) + 3U_1 \right] \quad (3.30)$$

La température moyenne \bar{T} vaut alors :

$$\bar{T} = \frac{1}{H_2 - H_1} \int_{H_1}^{H_2} T(z) dz = \bar{K}_u + \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (3.31)$$

avec \bar{K}_u défini tel que :

$$\begin{aligned} (H_2 - H_1) \bar{K}_u = & -\frac{1}{4\bar{\kappa}} \left[\frac{H_2^5 - H_1^5}{15\bar{\eta}} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \frac{H_2^4 - H_1^4}{3} \Phi_1 \frac{\partial p}{\partial r} + (H_2^3 - H_1^3) \left(\frac{\Phi_2}{3} \frac{\partial p}{\partial r} + \bar{\eta} \Phi_1^2 \right) \right. \\ & \left. + 2\bar{\eta}(H_2 - H_1) \Phi_2 [(H_1 + H_2) \Phi_1 + \Phi_2] \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

où :

$$\Phi_1 = \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} - \frac{H_1 + H_2}{2\bar{\eta}} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \text{et} \quad \Phi_2 = \frac{H_1 H_2}{2\bar{\eta}} \frac{\partial p}{\partial r} - H_1 \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} + U_1 \quad (3.33)$$

3.2.3.2 Approche avec dissipation visqueuse moyenne

L'équation de la température (3.25) reste encore fortement non linéaire. En considérant la dissipation visqueuse constante ou, si l'on raisonne en dissipation moyenne, on a :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -\overline{\eta \dot{\gamma}^2} = \bar{E}_d \quad (3.34)$$

qui, pour une conductivité moyenne ou homogène, donne la répartition parabolique de température suivante :

$$T(z) = \frac{\bar{E}_d}{2\bar{\kappa}} \left(z^2 - z(H_1 + H_2) + H_1 H_2 \right) + \frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} (z - H_1) + T_1 \quad (3.35)$$

L'idée d'un tel profil quadratique de température est retrouvée chez Lee *et al.* [LEE1995] qui se sont inspirés des travaux de Salehizadeh et Saka [SALEHIZADEH1991] sur la lubrification en laminage, ces derniers considérant la température sur les parois des deux rouleaux identiques. Lee *et al.* ont généralisé cette équation au cas de surfaces de températures différentes en écrivant puisque la viscosité est moyenne :

$$T(z) = (3T_a + 3T_b - 6T_m) \left(\frac{z}{h} \right)^2 + (6T_m - 2T_a - 4T_b) \left(\frac{z}{h} \right) + T_b \quad (1.36)$$

où $T_a = T(h)$ et $T_b = T(0)$ sont les températures des parois et $T_m = (1/h) \int_0^h T(z) dz$ est la température moyenne de l'interface. Cette équation est alors injectée dans celle de la température qui est alors intégrée suivant l'épaisseur pour déterminer les températures des parois et la température moyenne T_m à l'aide des conditions aux limites du problème. Toutefois l'équation de la température requiert la connaissance de la vitesse au sein du fluide qui doit être déterminé au préalable par l'intermédiaire de l'équation de mouvement du fluide

Par contre, si la dissipation visqueuse est négligée devant la diffusion ($\eta \dot{\gamma}^2 \approx 0$), c'est-à-dire si l'on considère un faible échauffement propre du fluide devant la chaleur diffusée par les parois et faible échauffement dû aux frottements avec les aspérités des parois, pour une conductivité thermique moyenne $\bar{\kappa}$ ou si le milieu est à conductivité homogène ($\kappa = cte$) il reste de (3.24) :

$$\bar{\kappa} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (3.37)$$

L'intégration de cette relation (3.37) donne une répartition linéaire de la température à l'aide des conditions aux limites (3.14) :

$$T(z) = \frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} (z - H_1) + T_1 \quad (3.38)$$

Cette répartition linéaire est souvent utilisée. On la retrouve chez Wilson et Carpenter [WILSON1973] pour le calcul du champ de vitesse du fluide dans la poche de lubrifiant qui apparaît lors de l'écrasement d'un lopin cylindrique. Ils supposent que la chaleur dissipée par le fluide est négligeable. Elle se retrouve également dans [AGGARWAL1978], où il est supposé une conduction transverse dominante et une chaleur générée insignifiante dans le fluide. Le champ de vitesse u_r et le débit volumique Q sont calculés, ainsi que l'expression de l'équation de Reynolds pour son application au laminage. Selon [AGGARWAL1980], l'hypothèse de conduction dominante selon l'épaisseur par rapport à la convection est valable dans la plupart des contacts lourdement chargés tels que ceux rencontrés en condition élastohydrodynamique pour les paliers et en condition plasto-hydrodynamique pour les procédés de mise en forme.

3.2.3.3 Cas particulier d'un écoulement de Couette

Dans le cas d'un écoulement de Couette, il n'y a aucun gradient de pression. Ce type d'écoulement se rencontre en forgeage en régime mixte, à l'intérieur des poches de fluide qui sont créées. A partir de (3.2), la distribution de vitesse radiale s'écrit dans ce contexte :

$$u_r = U_1 \left(1 - \frac{I_0(z)}{I_0(H_2)} \right) + U_2 \frac{I_0(z)}{I_0(H_2)} \quad (3.39)$$

La dérivation suivant z donne le taux de déformation qui vaut alors :

$$\dot{\gamma} = \frac{U_2 - U_1}{I_0(H_2)} \frac{1}{\eta(z)} \quad (3.40)$$

La cission σ_{rz} (3.13) dans l'interface est constante et s'écrit :

$$\tau_f = \frac{U_2 - U_1}{I_0(H_2)} \quad (3.41)$$

La répartition de la température est déterminée par la relation (3.25) qui s'écrit pour la situation présente :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -\tau_f \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (3.42)$$

soit, après intégration :

$$\kappa \frac{\partial T}{\partial z} = -\tau_f u_r + c_1 \quad (3.43)$$

La supposition d'une conductivité thermique moyenne ou homogène donne après intégration entre H_1 et z :

$$T(z) = -\frac{\tau_f^2}{\bar{\kappa}} \left(\frac{z - H_1}{H_2 - H_1} J_0(H_2) - J_0(z) \right) + \frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} (z - H_1) + T_1 \quad (3.44)$$

où J_0 est définie en (3.7). Pour un écoulement de Couette, la distribution de température n'est donc rigoureusement pas linéaire lorsqu'il existe une contrainte de cission τ_f qui ne se manifeste que lorsqu'il y a glissement relatif entre les parois. Connaître l'allure de $T(z)$ nécessite de connaître d'abord celle de la viscosité qui dépend elle-même de la température.

3.2.4 Etude des intégrales des fonctions de la viscosité I_α et J_α

Le calcul des intégrales I_α et J_α est primordial pour décrire tous les paramètres de l'écoulement, que ce soit le profil de vitesse u_r , la pression par l'intermédiaire de l'équation du mouvement, la contrainte de cisaillement σ_{rz} à travers l'interface du fluide, etc. Toutefois, selon l'expression de la viscosité en fonction de la température qui est linéaire en z , il est nécessaire de distinguer le calcul fait avec la loi de Reynolds, de celui fait avec la loi de VFT.

Pour rappel, ces intégrales sont définies par :

$$I_\alpha(z) = \int_{H_1}^z \frac{\xi^\alpha}{\eta(\xi)} d\xi \quad \text{et} \quad J_\alpha(z) = \int_{H_1}^z I_\alpha(\xi) d\xi \quad \text{pour } \alpha = 0 \text{ ou } 1 \quad (3.45)$$

3.2.4.1 Cas de la loi de Reynolds

Comme exposé au premier chapitre, la loi de Reynolds thermovisqueuse est adaptée à la description de la dépendance des huiles minérales vis-à-vis de la température. Elle s'écrit :

$$\eta = \eta_0 \exp[-\beta(T - T_0)] \quad (3.46)$$

où η_0 est la viscosité du fluide (en Pa.s) à la température de référence T_0 (en °C ou °K) et β est le coefficient de thermoviscosité (en °C⁻¹ ou °K⁻¹). Compte tenu des définitions (3.45)

et de la linéarité en z de la température dans l'interface, le calcul analytique des intégrales donne :

$$I_0(z) = \frac{1}{a} \left(\frac{1}{\eta_1} - \frac{1}{\eta(z)} \right) \quad (3.47)$$

$$J_0(z) = \frac{1}{a} \left(\frac{z - H_1}{\eta_1} - I_0(z) \right) \quad (3.48)$$

$$I_1(z) = \frac{1}{a^2} \left(\frac{aH_1 + 1}{\eta_1} - \frac{az + 1}{\eta(z)} \right) \quad (3.49)$$

$$J_1(z) = \frac{1}{a^2} \left(\frac{aH_1 + 1}{\eta_1} (z - H_1) - \frac{I_0(z) + I_1(z)}{a} \right) \quad (3.50)$$

avec a la pente de la fonction $-\beta(T - T_0)$ dans l'équation (3.46), valant :

$$a = -\beta \frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} \quad (3.51)$$

3.2.4.2 Cas de la loi de VFT

Pour les lubrifiants de type verre, la meilleure loi de thermoviscosité est donnée par la loi de V.F.T. qui s'écrit [CAMERON1966], [DALLEMAGNE1999] :

$$\log_{10} \eta(T) = A + \frac{B}{T - C} \quad (3.52)$$

où η est la viscosité calculée en poise (dPa.s) ou Pa.s, T est la température en °C ou °K et A , B et C sont des constantes dont les valeurs dépendent de la composition chimique du lubrifiant et adaptées selon les unités utilisées pour la température T et la viscosité η . L'expression directe de η en fonction de la température donne :

$$\eta(T) = 10^A \exp \frac{B \ln(10)}{T - C} \quad (3.53)$$

L'intégration directe d'une telle équation n'est donc pas possible et l'usage d'une méthode numérique d'intégration est incontournable. Les méthodes de Newton-Cotes à pas constants sont les plus utilisées pour intégrer numériquement des fonctions. Plus leur ordre est élevé, meilleure est le résultats mais il apparaît plus judicieux d'utiliser celle de Simpson couramment employée (erreur en $1/n^4$) plutôt que celle des trapèzes (erreur en $1/n^2$) ou encore des rectangles (en $1/n$). Elle se traduit pour une fonction quelconque $f(x)$, $x \in \square$, par :

$$I(n) = \int_{x_1}^{x_{n+1}} f(x) dx = \sum_{k=1}^n \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x) dx \approx \frac{h}{3} \sum_{k=1}^n (f(x_k) + 4f(x_{k+1/2}) + f(x_{k+1})) \quad (3.54)$$

où $h = x_{k+1/2} - x_k = x_{k+1} - x_{k+1/2} = (x_{k+1} - x_k) / 2$ est le pas constant d'intégration. Le calcul peut se faire par itérations successives jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit satisfait. Il est alors possible de considérer une précision de calcul ERR qui doit satisfaire la relation :

$$|I(n) - I(n-1)| \leq ERR \quad (3.55)$$

Dans le cas des intégrales I_α et J_α , l'usage de cette méthode donne :

$$\begin{aligned} I_\alpha(r, z) &= \int_{H_1}^z \frac{\xi^\alpha}{\eta(r, \xi)} d\xi = \sum_{i=1}^{n_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{\xi^\alpha}{\eta(r, \xi)} d\xi \\ &\approx \frac{\Delta z}{6} \sum_{i=1}^{n_i} \left(\frac{z_i^\alpha}{\eta(r, z_i)} + \frac{4 z_{i+1/2}^\alpha}{\eta(r, z_{i+1/2})} + \frac{z_{i+1}^\alpha}{\eta(r, z_{i+1})} \right) \end{aligned} \quad (3.56)$$

et :

$$\begin{aligned} J_\alpha(r) &= \int_{H_1}^{H_2} I_\alpha(r, z) dz = \sum_{j=1}^{n_j} \int_{z_j}^{z_{j+1}} I_\alpha(r, z) dz \\ &\approx \frac{\Delta z}{6} \sum_{j=1}^{n_j} \left(I_\alpha(r, z_j) + 4I_\alpha(r, z_{j+1/2}) + I_\alpha(r, z_{j+1}) \right) \text{ où } I_\alpha(r, z_1) = 0 \\ &\approx \frac{\Delta z^2}{6} \sum_{j=1}^{n_j} \left[\sum_{i=1}^{j-1} \left(\frac{z_i^\alpha}{\eta(r, z_i)} + \frac{4 z_{i+1/2}^\alpha}{\eta(r, z_{i+1/2})} + \frac{z_{i+1}^\alpha}{\eta(r, z_{i+1})} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{z_j^\alpha}{\eta(r, z_j)} + \frac{4}{3} \frac{z_{j+1/4}^\alpha}{\eta(r, z_{j+1/4})} + \frac{z_{j+1/2}^\alpha}{\eta(r, z_{j+1/2})} + \frac{1}{6} \frac{z_{j+1}^\alpha}{\eta(r, z_{j+1})} \right] \end{aligned} \quad (3.57)$$

où $z_{j+1/4} = z_j + \Delta z/4$, $z_{j+1/2} = z_j + \Delta z/2$ et $z_{j+1} = z_j + \Delta z$.

Une étude sur la sensibilité des résultats au nombre de points dans l'interface montre qu'une dizaine de points sont suffisants pour avoir une bonne approximation des résultats. Bien que cette méthode soit efficace, elle requiert de par sa nature un certain temps de calcul avant de fournir des résultats avec une erreur de l'ordre de $1/n^4$. C'est pourquoi il est souhaitable d'avoir une expression analytique permettant de calculer directement ces intégrales I_α et J_α avec une bonne approximation.

La distribution de la viscosité rappelant la forme d'une portion de parabole, en se basant sur l'idée de Wang *et al.* [WANG1991], l'inverse de la viscosité est choisie comme étant égale à un polynôme du second degré, rendant son intégration immédiate par conséquent :

$$\frac{1}{\eta(z)} = a z^2 + b z + c \quad (3.58)$$

La détermination des constantes a , b et c se fait en évaluant la viscosité sur les parois de l'interface puisque les températures sont connues et pour une distance $z = H_m$ dans l'interface ($H_1 < H_m < H_2$). Pour tenir compte de la courbure de la fonction $1/\eta(z)$ sensible et se situant avec prédilection vers la paroi la plus chaude, H_m est choisi en fonction de la température T_m que l'on choisit au 'centre de gravité' du couple de températures de parois (T_1, T_2), soit :

$$H_m = \frac{T_1 H_1 + T_2 H_2}{T_1 + T_2} \quad (3.59)$$

Les trois constantes valent alors :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{d} \left(\frac{H_1 - H_2}{\eta_m} + \frac{H_m - H_1}{\eta_2} + \frac{H_2 - H_m}{\eta_1} \right) \\ B &= \frac{1}{d} \left(\frac{H_2^2 - H_1^2}{\eta_m} + \frac{H_1^2 - H_m^2}{\eta_2} - \frac{H_2^2 - H_m^2}{\eta_1} \right) \\ C &= \frac{1}{d} \left(H_1 H_2 \frac{H_1 - H_2}{\eta_m} + H_m H_1 \frac{H_m - H_1}{\eta_2} + H_m H_2 \frac{H_2 - H_m}{\eta_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.60)$$

où $d = (H_2 - H_m)(H_m - H_1)(H_2 - H_1)$ et $\eta_m = \eta(T_m)$ évaluée en H_m .

Pour évaluer l'avantage que peut procurer une telle démarche, considérons une interface ($H_2 - H_1 = 100 \mu\text{m}$) lubrifiée par du verre sodocalcique : le $65 \text{SiO}_2 - 30 \text{Na}_2\text{O} - 5 \text{CaO}$ introduit au chapitre 1. L'utilisation de ce verre montre qu'il y a une bonne approximation si et seulement si la différence de température entre les parois est inférieure à $100 \text{ }^\circ\text{C}$. Néanmoins, lorsque la température est relativement basse de telle sorte que la viscosité soit très importante, il peut apparaître des valeurs négatives de $1/\eta$, ce qui est physiquement impossible.

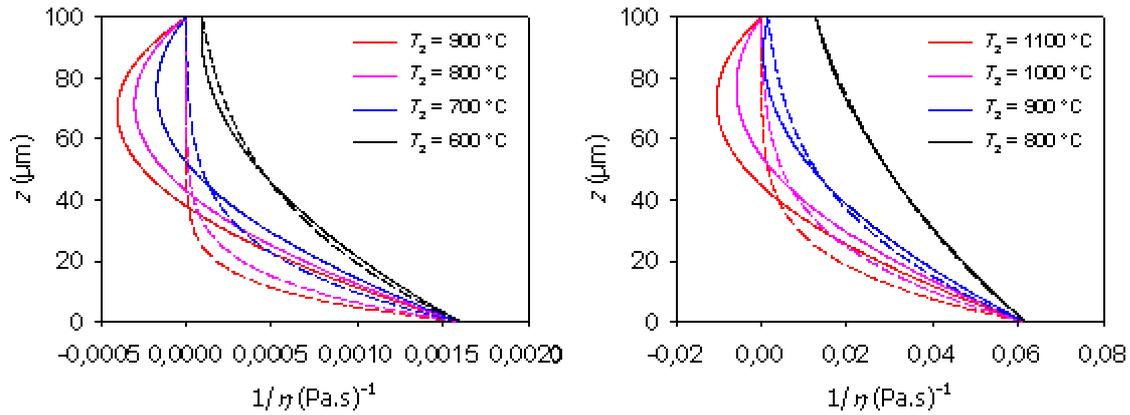


Fig. 3.x : Répartitions de $1/\eta$ en fonction de l'épaisseur pour différentes températures de surface pour le verre $65 \text{SiO}_2 - 30 \text{Na}_2\text{O} - 5 \text{CaO}$. A droite, avec $T_1 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$, à gauche avec $T_1 = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$. Les courbes en tirets représentent les distributions issues de la loi de VFT et les traits pleins représentent les approximations à l'aide de la relation (3.58).

Bien que non nécessaire pour un lubrifiant huileux obéissant à la loi de thermoviscosité de Reynolds, l'application de cette démarche à un tel lubrifiant montre une bonne corrélation, l'erreur étant de quelques pourcents quelque soit le gradient de température (par exemple elle est d'environ 1 % lorsque $T_1 = T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ et $T_2 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ pourvu que le coefficient de thermoviscosité soit peu élevé (de l'ordre de $0,01 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$). Dans le cas contraire, lorsque celui-ci est plus grand, il apparaît des valeurs négatives de $1/\eta$ (par exemple pour $\beta = 0,04 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ pour les mêmes températures de parois). Compte tenu des erreurs rencontrées (figure 3.4), surtout lorsque la différence de température entre les parois dépasse les $100 \text{ }^\circ\text{C}$ pour un lubrifiant de forte viscosité tel que le verre, il apparaît que cette démarche est trop limitée pour permettre une bonne approximation des intégrales I_α et J_α dans le cas d'un tel lubrifiant. Elle ne sera

donc pas retenue par la suite car il sera envisagé des différences de température de plusieurs centaines de degrés entre les parois de l'interface.

3.2.5 Résolution numérique

Puisque la distribution de température est connue, il reste à résoudre l'équation de mouvement du fluide. Bien que la pression n'a qu'une dépendance unidimensionnelle selon la direction radiale de l'écoulement, l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée requiert une discrétisation dans la direction transversale à l'écoulement à cause de la présence des intégrales I_α et J_α . On rappelle que l'équation (3.5) est de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(A \frac{\partial p}{\partial r} + U_1 B + U_2 C \right) \right] + r(D_2 - D_1) = 0 \quad (3.61)$$

avec :

$$A = J_1(H_2) - J_0(H_2) \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \quad (3.62)$$

$$C = \frac{J_0(H_2)}{I_0(H_2)} \quad (3.63)$$

$$B = H_2 - H_1 - C \quad (3.64)$$

$$D_i = W_i - U_i \frac{\partial H_i}{\partial r} \quad \text{où } i = 1 \text{ ou } 2 \quad (3.65)$$

La discrétisation de (3.61) sur un maillage structuré de pas de discrétisation Δr constant, donne un système tri diagonal de la forme :

$$\begin{aligned} \forall i \in \{2, \dots, N-1\} \quad (rA)_{i-1/2} p_{i-1} - \left[(rA)_{i-1/2} + (rA)_{i+1/2} \right] p_i + (rA)_{i+1/2} p_{i+1} \\ = - \left[r(U_1 B + U_2 C) \right]_{i-1/2}^{i+1/2} \Delta r - r_i (D_2 - D_1)_i \Delta r^2 \end{aligned} \quad (3.66)$$

avec comme conditions aux limites discrétisées (3.67) provenant d'un décentrage aval dans le cas d'un lopin cylindrique ou (3.68) dans le cas d'un anneau :

$$p_N = p_{ext} \quad \text{et} \quad p_1 = p_2 \quad (3.67)$$

$$p_N = p_{ext} \quad \text{et} \quad p_1 = p_{ext} \quad (3.68)$$

Les fonctions A , B et C sont calculées pour chaque nœud i donné, soit directement à l'aide des relations (3.47), (3.48), (3.49) et (3.50) lorsque cela est possible, soit à l'aide des approximations (3.56) et (3.57) dans le cas contraire. La contrainte de frottement sur le lopin est alors obtenue à l'aide de l'équation (3.10) discrétisée qui s'écrit :

$$\forall i \in \{2, \dots, N-1\} \quad \sigma_{rz}(H_1)_i = \left(H_1 - \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \right)_i \left(\frac{p_{i+1/2} - p_{i-1/2}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{U_2 - U_1}{I_0(H_2)} \right)_i \quad (3.69)$$

Notons que les nœuds $i=1$ et $i=N$ requièrent un traitement spécial pour l'évaluation du gradient de pression.

3.3 Application du modèle

3.3.1 Etude d'un lopin cylindrique

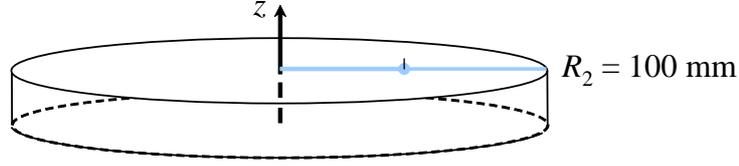


Fig. 3.5 : Lopin étudié [HELENON2004a].

Lorsque l'interface est formée de parois lisses, l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisés (3.5) devient celle de Reynolds généralisée établie par Dowson [DOWSON1962]. En notant h_m l'épaisseur constante de l'interface et, en raisonnant en pressions relatives, son intégration donne pour un lopin cylindrique de rayon externe R_2 :

$$p(r) = f(r) \quad (3.70)$$

et pour un anneau de rayons interne R_1 et externe R_2 :

$$p(r) = f(r) - \frac{\ln(r/R_2)}{\ln(R_1/R_2)} f(R_1) \quad (3.71)$$

où :

$$f(r) = \frac{R_2 - r}{K(h_m)} \left(\frac{W_1 - W_2}{4} (r + R_2) + U_1 \left(h_m - \frac{J_0(h_m)}{I_0(h_m)} \right) + U_2 \frac{J_0(h_m)}{I_0(h_m)} \right) \quad (3.72)$$

$$K(h_m) = J_1(h_m) - J_0(h_m) \frac{I_1(h_m)}{I_0(h_m)} \quad (3.73)$$

La contrainte de frottement est alors donnée par l'équation (3.13). Pour de telles conditions géométriques et cinématiques, le profil de vitesse radiale du fluide étant donné par (3.2), il est possible d'évaluer le taux de déformation $\dot{\gamma}$ du film lubrifiant à travers l'interface :

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{1}{\eta(z)} \left[\left(z - \frac{I_{12}}{I_{02}} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{U_2 - U_1}{I_{02}} \right] = \frac{\sigma_{rz}}{\eta(z)} \quad (3.74)$$

L'énergie de dissipation visqueuse ainsi créée par le mouvement du fluide est obtenue par :

$$E_d = \eta(z) \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 = \frac{\sigma_{rz}^2}{\eta(z)} \quad (3.75)$$

Afin d'étudier les effet de la température sur le comportement de l'interface lubrifiée, on se donne un lopin de forme parfaitement cylindrique de rayon externe $R_2 = 100$ mm, lubrifié avec une huile de viscosité 0,1 Pa.s à température ambiante (20 °C) [FELDER1992]. La dépendance thermovisqueuse du lubrifiant est assurée par la loi de Reynolds dont le coefficient de thermoviscosité β est imposé à 0,05 °C⁻¹ [FELDER1992]. La surface lubrifiée

supérieure du lopin est écrasée verticalement par un tas plat parfaitement lisse à la vitesse de 4 mm/s. Les graphes des figures 3.6, 3.7 et 3.8 montrent les résultats obtenus lorsque l'interface lopin outil est épaisse de 100 μm .

Les graphes de la figure 3.6 montrent l'effet de la température sur les contraintes appliquées sur le lopin. Lorsque la température augmente, le fluide devient moins visqueux et frotte moins, entraînant une baisse de la pression dans l'interface.

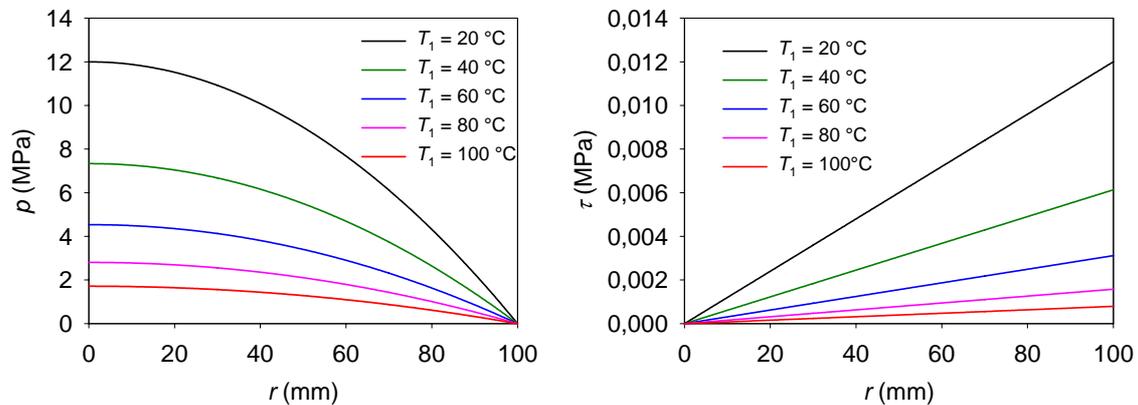
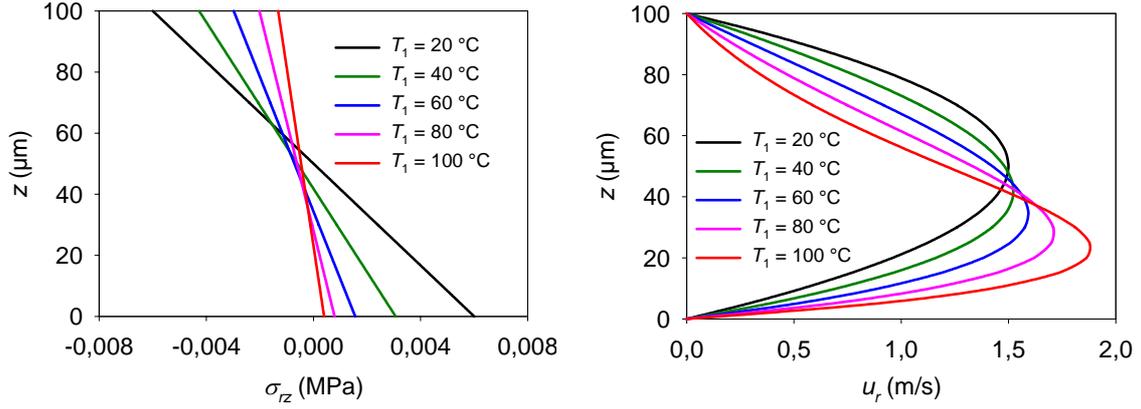
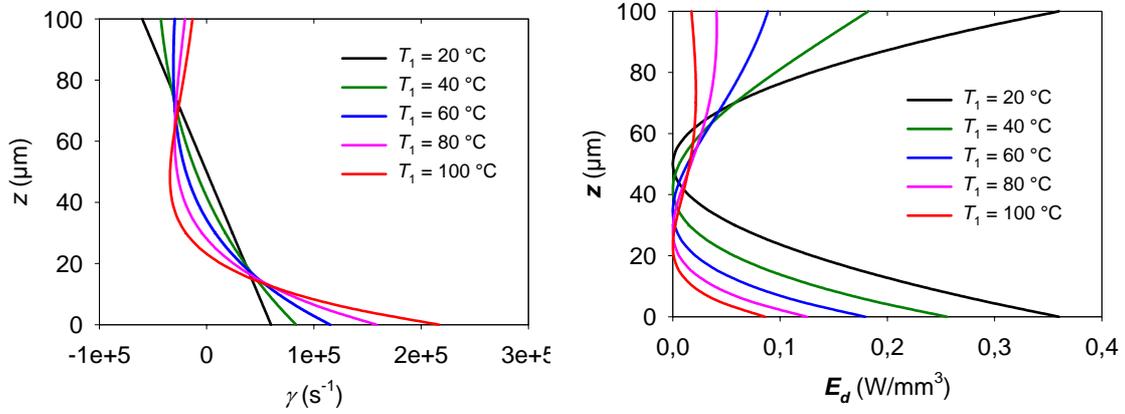


Fig. 3.6 : Répartition des contraintes à la surface du lopin ($U = 0$).

Les figures 3.7 et 3.8 montrent les distributions à travers l'interface de la contrainte de cisaillement, de la vitesse, du taux de déformation et de la dissipation visqueuse à mi rayon ($r = 50$ mm) pour différentes températures de lopin. On constate que plus le lopin est chaud, moins la cission est importante même si elle reste linéaire. Le profil de vitesse, qui est parabolique lorsque les températures de parois sont égales, se déforme au fur et à mesure que la température surfacique du lopin augmente. La vitesse est alors maximale au voisinage de la paroi la plus chaude car le fluide y est moins visqueux. Par ailleurs, le taux de déformation initialement linéaire se déforme de plus en plus lorsque la température augmente, le point neutre correspondant à la couche de lubrifiant subissant un pic de vitesse. Sa valeur est plus importante au voisinage de la paroi la plus chaude à cause de la baisse locale de viscosité. Pour finir, la distribution de la dissipation visqueuse montre qu'elle n'est pas constante dans l'épaisseur contrairement à l'hypothèse faite par Wilson et Mahdavian [WILSON1974b] lors de l'établissement de 'l'équation de Reynolds thermique'. Elle est cependant maximale aux zones de fort taux de déformation et nulle au point neutre de cisaillement et de déformation. L'évolution de la température du lopin montre toutefois que le profil de la dissipation se modifie et que sa valeur moyenne tend à diminuer. Elle reste cependant plus importante au voisinage de la paroi la plus chaude. On peut cependant reconnaître que l'hypothèse de dissipation visqueuse moyenne formulé par Wilson et Mahdavian [WILSON1974b] est fondée lorsque le fluide est très peu visqueux.


 Fig. 3.x : Cission et profil de vitesse à travers l'interface en $r = 50$ mm.

 Fig. 3.x : Taux de déformation et profil de la dissipation visqueuse à travers l'interface en $r = 50$ mm.

Toutefois, il est intéressant d'étudier l'apport énergétique fourni par le cisaillement des couches de fluide. Afin d'en évaluer l'intensité, on intègre la dissipation visqueuse à travers l'interface. Le résultat sera ensuite comparé au flux par conduction thermique qui est supposé prédominant dans l'interface par rapport au flux transversal. L'intégration par partie de (3.76) donne ainsi :

$$\varphi_d = \int_{H_1}^{H_2} E_d dz = \left[\eta u_r \frac{\partial u_r}{\partial z} \right]_{H_1}^{H_2} - \int_{H_1}^{H_2} u_r \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) dz \quad (3.76)$$

Mais en remarquant :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (3.77)$$

on obtient l'intensité φ_d du flux d'énergie à travers les parois [CAMERON1966] :

$$\varphi_d = U_2 \tau_2 - U_1 \tau_1 - \frac{\partial p}{\partial r} Q_r \quad (3.78)$$

où les U_i et τ_i sont les vitesses radiales et les contraintes de frottement des parois de l'interface (1 pour le lopin, 2 pour l'outil) et Q_r est le débit volumique de fuite au rayon r considéré. Comme $\tau_2 < 0$ (car $\dot{\gamma} < 0$ en $z = H_2 = h_m$) et $\tau_1 > 0$ (car $\dot{\gamma} > 0$ en $z = H_1 = 0$) d'après les résultats des figures 3.7 et 3.8, tout glissement de parois U_i fait chuter ϕ_d . En effet, le glissement U_i tend à réduire l'effet de cisaillement des couches de fluide. Il reste cependant très faible en forgeage (quelques mm/s) et l'essentiel de l'énergie dissipative produite provient du gradient de pression provoquant le débit volumique Q_r .

Par ailleurs, en supposant le lubrifiant comme un milieu opaque homogène et isotrope, le flux par conduction est donné par la loi de (3.16). Comme le transfert de chaleur est supposé unidirectionnel dans la direction transverse de l'interface, il est possible d'écrire :

$$\phi_z = \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.79)$$

La linéarité de la répartition de température dans l'épaisseur permet d'écrire :

$$\phi_z = \kappa \frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} \quad (3.80)$$

Si l'on considère la puissance thermique Φ (en W) traversant une surface S , on peut alors écrire, puisque que le transfert est uniforme ($\Phi = \phi S$) :

$$T_2 - T_1 = R \Phi \quad (3.81)$$

où R est la résistance thermique conductive (en K/W) définie par :

$$R = \frac{H_2 - H_1}{\kappa S} \quad (3.82)$$

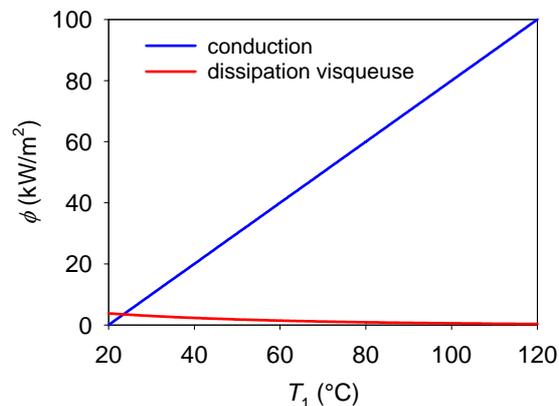


Fig. 3.9 : Comparaison entre la puissance thermique échangée par conduction pure et celle créée par l'effet de dissipation visqueuse.

La conductivité κ d'une huile minérale vaut approximativement 0,1 W/m/K [FELDER1992], [AYEL1996b]. La figure 3.9 montre la comparaison entre la puissance thermique de conduction pure échangée par unité de surface de paroi et celle générée par l'effet de dissipation visqueuse, puis transmise par unité surfacique de paroi. On remarque que si la puissance dissipative décroît en fonction de la température du fait de la baisse de la viscosité, et donc du cisaillement des couches de fluide, elle reste néanmoins négligeable par

rapport à celle échangée par conduction lorsque la différence de température entre le lopin et l'outil croît. Elle prédomine cependant lorsque le procédé de forgeage est mené à froid (aux environs de 20 °C), mais reste relativement assez faible.

Avant de terminer cette étude, il est intéressant de se pencher sur le cas d'un écoulement de Couette, écoulement typiquement rencontré dans une poche de lubrifiant formé au cours du processus de forgeage. Dans le cas du cylindre lubrifié écrasé entre tas plats, rappelons que cette poche se forme au centre de la surface du contact [WILSON1973]. En injectant l'expression de la température (3.44) dans celle de la loi de Fourier (3.79), on obtient :

$$\varphi_z = -\tau_l^2 \left(\frac{J_0(H_2)}{H_2 - H_1} - I_0(z) \right) + \kappa \frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} \quad (3.83)$$

Pour l'approche en dissipation visqueuse moyenne \bar{E}_d constante, puisque la distribution de température T est donnée par (3.35), la loi de Fourier (3.79) implique :

$$\varphi_z = \frac{\bar{E}_d}{2} (2z - H_1 - H_2) + \kappa \frac{T_2 - T_1}{H_2 - H_1} \quad (3.84)$$

Ces deux exemples montrent que le flux thermique de conduction n'est pas uniformément constant pour les conditions utilisées. En particulier, l'équation (3.83) est intéressante dans la mesure où elle est exacte lorsqu'il n'existe pas de gradient de pression. Mais son évaluation nécessite de connaître la variation transversale de la viscosité selon z .

3.3.2 Etude de l'anneau

Soit deux lopins annulaires, de rayon interne R_1 égal à 45 mm et de rayon externe R_2 égal à 90 mm, supposés parfaitement plats sur leurs surfaces supérieures. Chacun est écrasé à une vitesse verticale constante de 4 mm/s par un tas parfaitement plat maintenu à une température T_2 de 800 °C. Ces lopins, portés à la température T_1 de 1200 °C, sont lubrifiés chacun par deux lubrifiants verres sodocalciques différents. Le premier est du $65 SiO_2 - 30 Na_2O - 5 CaO$, un verre de forte viscosité. Le deuxième est le $65 SiO_2 - 5 Na_2O - 30 CaO$, un verre de viscosité plus faible. Ces lubrifiants obéissent à la loi de thermoviscosité de VFT et leurs coefficients sont fournis dans le tableau 1.2 du chapitre 1. Dans de telles conditions, on suppose arbitrairement que le lopin subit un écoulement centrifuge d'une vitesse uniforme constante de 1 mm/s. Notons que cette extension circonférentielle de l'anneau est théoriquement rencontrée lors du test de l'anneau avec un très faible frottement à l'interface (voir chapitre 1, § 1.5.3).

Les figures 3.10, 3.11, 3.12 et 3.13 représentent, pour une épaisseur de 1 mm de lubrifiant, les profils de vitesses en différents rayons du lopin compris entre 45 et 90 mm. Les effets de Poiseuille (gradient de pression) et de Couette (glissement pur) sont dissociés pour être analysés séparément.

L'analyse des résultats confirme la présence d'un écoulement centripète et d'un écoulement centrifuge plus rapide que le premier. Notons que l'on a montré dans une étude précédente menée au chapitre 2, que le débit centrifuge était supérieur au débit centripète dans le cas d'un même lopin annulaire lubrifié par de l'huile. Les résultats (figure 3.10) montrent que l'effet de Poiseuille est prédominant sur l'effet de Couette, ce dernier étant théoriquement négligeable au voisinage des rayons interne et externe de l'anneau. En effet, la vitesse atteint des pics de vitesse supérieurs à 0,2 m/s grâce à l'effet de Poiseuille alors que pour l'effet

Couette, elle ne dépasse guère celle de la vitesse d'expansion radiale du lopin. Précisons toutefois qu'au niveau du rayon neutre, où le gradient de pression est nul, l'effet de Couette prédomine.

Par ailleurs, les profils de vitesse produits par l'effet Poiseuille ne sont pas paraboliques. Comme pour le lubrifiant huileux utilisé lors de l'étude du lopin cylindrique (voir paragraphe 3.3.1), ce profil est déformé vers la surface la plus chaude, ici le lopin. Le verre a donc tendance à s'écouler au voisinage de cette paroi, zone où il est moins visqueux. Ce phénomène est aussi constaté sur le profil de vitesses produit par effet Couette, puisque l'écoulement n'est pas distribué équitablement dans l'épaisseur, la zone la plus chaude profitant largement de la chute de la viscosité.

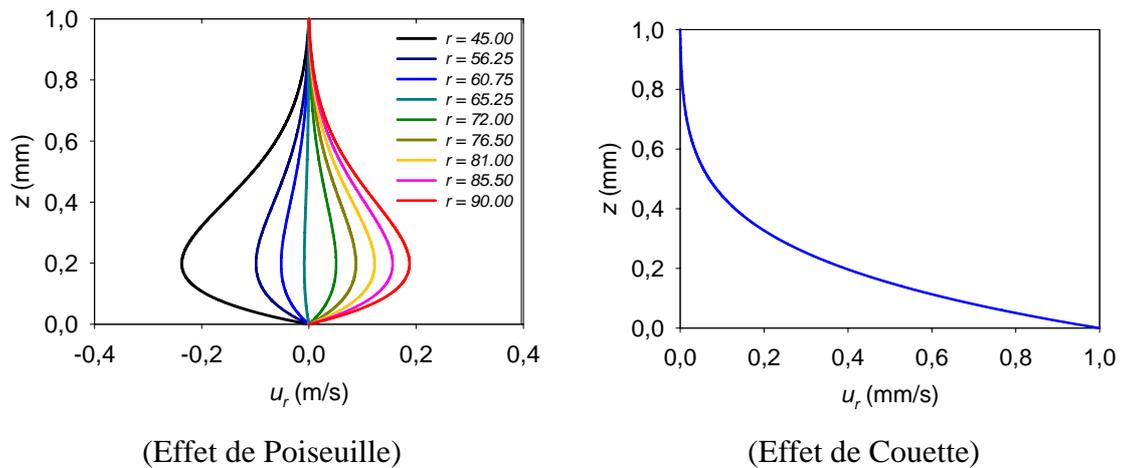


Fig. 3.10 : Profils de vitesses en différents rayons compris entre 45 et 90 mm pour le verre $65 SiO_2-30 Na_2O-5 CaO$ (faible viscosité).

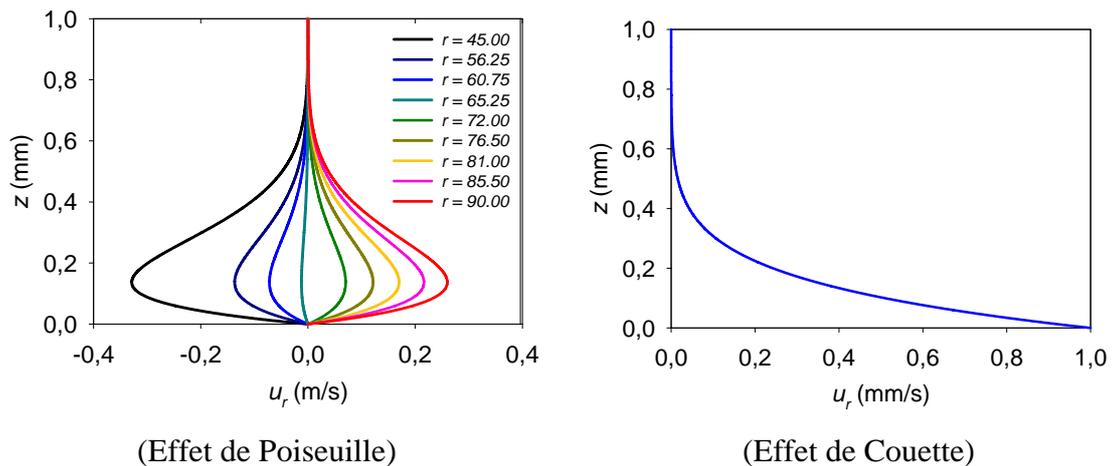


Fig. 3.11 : Profils de vitesses en différents rayons compris entre 45 et 90 mm pour le verre $65 SiO_2-5 Na_2O-30 CaO$ (forte viscosité).

D'autre part, la comparaison entre les résultats donnés pour ces deux lubrifiants, montre que lorsque celui-ci est très visqueux, l'écoulement est localisé de préférence au voisinage de la paroi la plus chaude. Enfin, l'étude du seul profil de vitesse produit par effet de Couette

montre, pour diverses variations de températures de parois, la même tendance que les résultats présentés par Wilson et Carpenter [WILSON1973]. Ce profil de vitesse est linéaire lorsque les températures de parois sont identiques, puis évolue en se déformant essentiellement au voisinage de la paroi la plus chaude lorsque le gradient de température augmente. L'écoulement se produit alors principalement au voisinage de cette surface.

Les résultats concernant la distribution de la contrainte de cisaillement à travers l'interface sont donnés à la figure 3.12 pour divers rayons du lopin compris entre 45 et 90 mm. Ces résultats montrent que la cission, bien que linéaire suivant l'épaisseur, varie en fonction du rayon du lopin. En effet, elle est plus importante vers les zones de fuite de lubrifiant car le fluide fuit plus vite. Il est intéressant de noter que ce cisaillement est nul dans l'épaisseur sur la couche de lubrifiant de vitesse d'écoulement maximale. De plus, ces résultats montrent que la cission est maximale dans l'épaisseur d'interface où le lubrifiant est le plus visqueux, mais est minimale ailleurs du fait de la chute locale de la viscosité. Ils confirment également que plus le lubrifiant est plus visqueux, plus le frottement est important. On note cependant que le rapport des niveaux de contraintes de cission entre les deux lubrifiants, le $65 SiO_2-30 Na_2O-5 CaO$ et le $65 SiO_2-5 Na_2O-30 CaO$, est d'environ un facteur 10 dans le cas de figure présenté à la figure 3.12

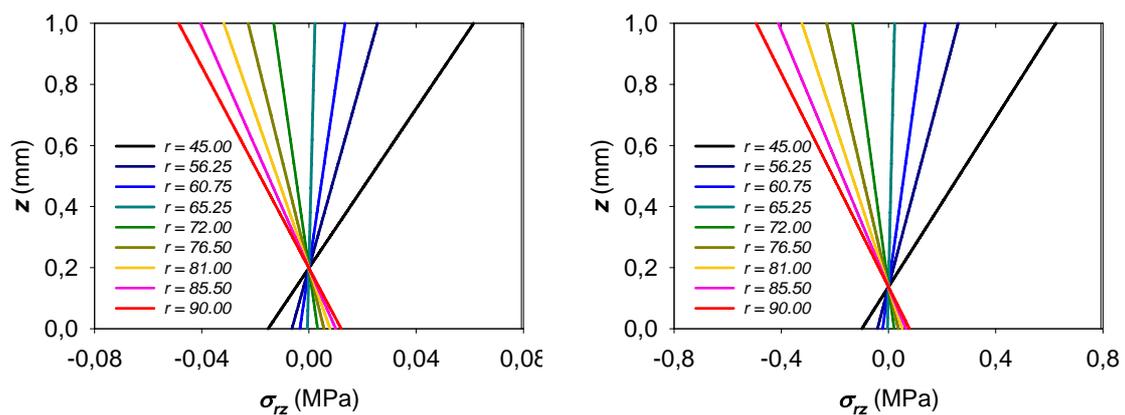


Fig. 3.12 : Cission à travers l'interface pour divers rayons compris entre 45 et 90 mm pour les deux verres $65 SiO_2-30 Na_2O-5 CaO$ (faible viscosité) à gauche et $65 SiO_2-5 Na_2O-30 CaO$ (forte viscosité) à droite.

Les figures 3.13 et 3.14 montrent les répartitions de contraintes normales et de frottement sur les lopins pour différents gradients de températures allant de 100 à 400 °C pour une température d'outil fixée à 800 °C. Ces résultats montrent que plus ce gradient est important, moins les contraintes générées le sont, le fluide étant moins visqueux. En effet, le fluide frotte moins dans ce cas sur le lopin et la pression induite diminue dans l'interface. Ces résultats montrent cependant que les contraintes appliquées sont particulièrement importantes. Comme pour les résultats du chapitre précédent, la contrainte normale est très importante par rapport à celle de friction. Celle-ci se retrouve d'ailleurs renforcée par l'augmentation de la viscosité du lubrifiant.

Bien que le régime de lubrification soit relativement épais (1 mm), la figure 3.14 montre que le lubrifiant $65 SiO_2-5 Na_2O-30 CaO$ est porté à une pression pouvant atteindre des valeurs de l'ordre de plusieurs dizaines voire centaines de MPa, valeur pouvant dépasser celle

de la contrainte d'écoulement du lopin et entraîner la plastification du lopin. De plus, on constate que les contraintes de frottement produites ici sont significative a contrario de celles produites par le lubrifiant huileux beaucoup moins visqueux. Des conséquences notables peuvent donc être attendues sur le lopin et sur le déroulement du procédé de mise en forme. Cela sera vérifié dans le chapitre suivant.

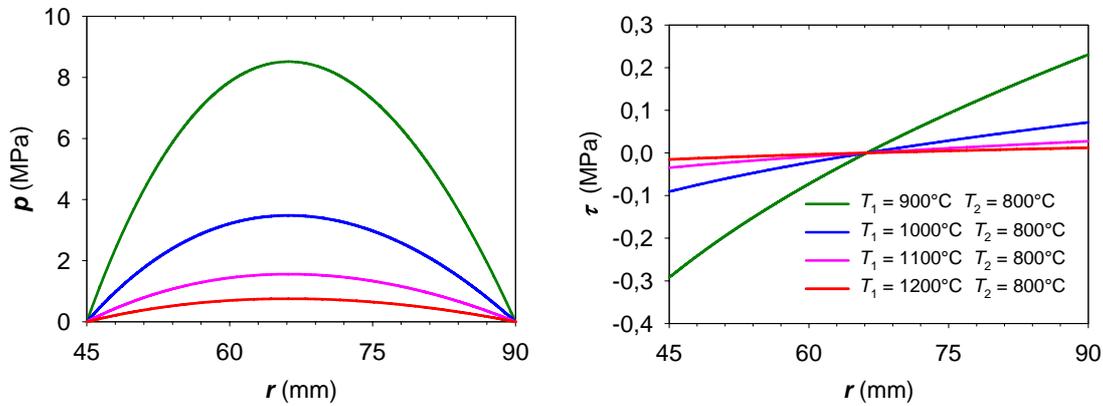


Fig. 3.13 : Distributions des contraintes normales (à gauche) et de frottement (à droite) en fonction de la différence de températures entre les parois de l'interface pour le verre $65 \text{ SiO}_2\text{-}30 \text{ Na}_2\text{O}\text{-}5 \text{ CaO}$ (faible viscosité).

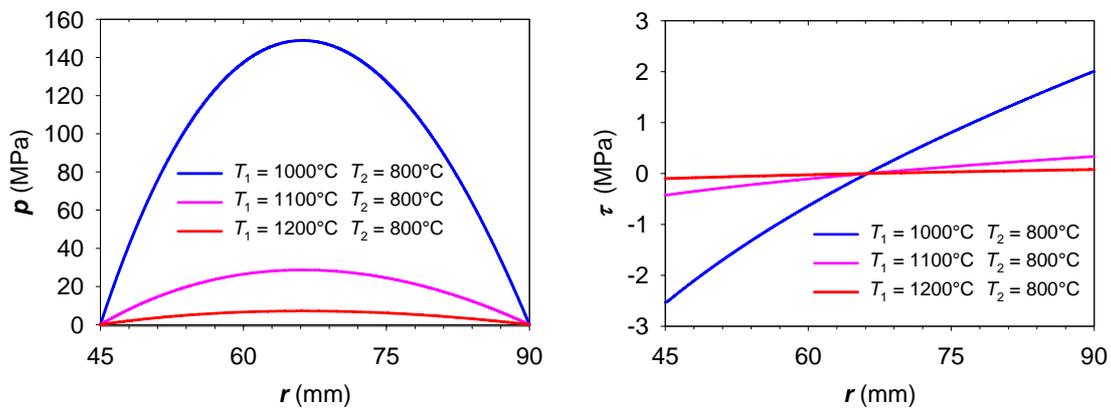


Fig. 3.14 : Distributions des contraintes normales (à gauche) et de frottement (à droite) en fonction de la différence de températures entre les parois de l'interface pour le verre $65 \text{ SiO}_2\text{-}5 \text{ Na}_2\text{O}\text{-}30 \text{ CaO}$ (forte viscosité).

3.3.3 Etude de la composante axiale u_z du champ de vitesse

Compte tenu de la forte différence de température d'éventuellement plusieurs centaines de degrés qui peut exister lorsqu'un lubrifiant verre est employé, il est intéressant du point de vue tribologique d'étudier la distribution du champ de vitesse dans l'interface, sa composante axiale en particulier. Etant donné que la loi de thermoviscosité de Reynolds est simple à intégrer, un lubrifiant huileux sera utilisé pour cette étude. Dans la suite, U_2 est imposée à zéro (l'indice « 2 » désigne la paroi supérieure de l'interface pouvant être celle de l'outil supérieur) et les termes K_2 , $I_{\alpha 2}$ et $J_{\alpha 2}$ ($\alpha = 1, 2$) désignent les fonctions K , I_α et J_α évaluées en $z = H_2$ à savoir :

$$I_{\alpha 2} = I_{\alpha}(H_2), \quad J_{\alpha 2} = J_{\alpha}(H_2), \quad K = J_1 - J_0 \frac{I_{12}}{I_{02}} \quad \text{et} \quad K_2 = J_{12} - J_{02} \frac{I_{12}}{I_{02}} \quad (3.85)$$

Par conséquent et d'après (3.2), la composante radiale peut s'écrire pour un fluide thermovisqueux :

$$u_r = \left(I_1 - I_0 \frac{I_{12}}{I_{02}} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + U_1 \left(1 - \frac{I_0}{I_{02}} \right) \quad (3.86)$$

soit, pour un fluide isovisqueux :

$$u_r = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \left(z^2 - z(H_1 + H_2) + H_1 H_2 \right) + U_1 \left(1 + \frac{z - H_1}{H_1 - H_2} \right) \quad (3.87)$$

Selon (3.10), La composante axiale se définit pour un fluide thermovisqueux par :

$$\begin{aligned} u_z = & \left[\left(\frac{K}{K_2} \left(H_2 - H_1 - \frac{J_{02}}{I_{02}} \right) - z + H_1 + \frac{J_0}{I_{02}} \right) \left(\frac{I_{12}}{I_{02}} - H_1 \right) \frac{1}{\eta_1} \frac{\partial H_1}{\partial r} \right. \\ & + \left. \left(\frac{K}{K_2} J_{02} - J_0 \right) \left(\frac{I_{12}}{I_{02}} - H_2 \right) \frac{1}{I_{02} \eta_2} \frac{\partial H_2}{\partial r} \right] \frac{\partial p}{\partial r} + U_1 \left[\frac{1}{r} \left(\frac{K}{K_2} \left(H_2 - H_1 - \frac{J_{02}}{I_{02}} \right) - z + H_1 + \frac{J_0}{I_{02}} \right) \right. \\ & - \left. \left(\frac{K}{K_2} \left(\frac{J_{02}}{I_{02}} - H_2 + H_1 \right) + \frac{J_0}{I_{02}} - z + H_1 \right) \frac{1}{I_{02} \eta_1} \frac{\partial H_1}{\partial r} + \left(\frac{K}{K_2} J_{02} - J_0 \right) \frac{1}{I_{02}^2 \eta_2} \frac{\partial H_2}{\partial r} \right] \\ & + \frac{K}{K_2} (W_2 - W_1) + W_1 \end{aligned} \quad (3.88)$$

soit, lorsqu'il est isovisqueux :

$$\begin{aligned} u_z = & \frac{(z - H_1)(z - H_2)}{2\eta(H_2 - H_1)} \left((H_2 - z) \frac{\partial H_1}{\partial r} + (z - H_1) \frac{\partial H_2}{\partial r} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \\ & - U_1 \left((z - H_1)(z - H_2) \left(\frac{z - H_2}{(H_2 - H_1)^2} \frac{1}{r} + \frac{\partial H_1}{\partial r} + \frac{\partial H_2}{\partial r} \right) - (H_2 - H_1)^2 \frac{\partial H_1}{\partial r} \right) \\ & - \frac{(2z + H_1 - 3H_2)(z - H_1)^2}{(H_2 - H_1)^3} (W_2 - W_1) + W_1 \end{aligned} \quad (3.89)$$

A la vue des expressions (3.88) et (3.89), on constate que le gradient de pression n'influe uniquement sur u_z que lorsque les parois ne sont pas horizontales. De plus, il semble que l'influence de la vitesse de glissement de paroi soit limitée du fait de la faible pente locale des parois ($\partial H_i / \partial r$) intervenant dans le terme en U_1 et du terme en $1/r$ qui, bien que grand au voisinage de l'axe d'axisymétrie n'a pas d'effet significatif du fait de la quasi nullité de la vitesse de glissement U_1 .

Pour mieux se représenter l'évolution de u_z selon l'épaisseur en fonction des conditions aux limites sur les parois, l'étude se focalise sur un lopin cylindrique de rayon 100 mm, lubrifié par un fluide de caractéristiques thermovisqueuses $T_0 = 20$ °C, $\eta_0 = 0,1$ Pa.s et

$\beta = 0,05 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. La représentation des résultats se fait par suite à mi-rayon, en $r = 50 \text{ mm}$.
 $h_0 = 100\mu\text{m}$.

3.3.3.1 Influence du gradient de température

Au paragraphe 3.3.1, il a été montré que le profil de vitesse radiale est très sensible au gradient de température entre les surfaces de l'interface. Il en est a priori de même pour la composante axiale de vitesse, ce que l'on va vérifier. Les résultats de la figure 3.15 illustrent cette dépendance en distinguant séparément la composante radiale de la composante axiale en $r = 50 \text{ mm}$ du lopin. Si la distribution de vitesse est conforme aux résultats déjà exposés précédemment (§ 3.3.1), la distribution de la composante axiale révèle que l'écoulement, non linéaire suivant cette direction, est d'autant plus marqué que le gradient de température est important. En effet, plus la température est élevée, moins le fluide est visqueux et plus il s'écoule aisément. Notons toutefois que cet écoulement axial u_z est principalement localisé au voisinage de la paroi mobile, ici la surface horizontale supérieure descendant à la vitesse de 4 mm/s .

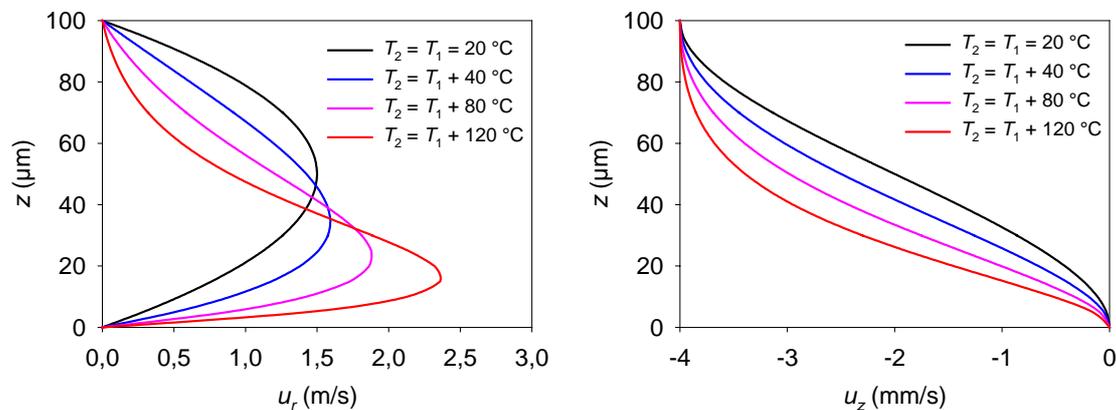


Fig. 3.15 : Evolution de la composante axiale du champ de vitesse à travers l'épaisseur du lubrifiant.

Les résultats de la figure 3.15 se sont limités qu'à une interface parfaitement horizontale. Ce cas particulier est à compléter en envisageant des variations d'angles des surfaces afin de mettre en œuvre notamment la contribution du gradient de pression qui n'influe pas lorsque les parois sont horizontales selon les expressions (3.88) et (3.89).

3.3.3.2 Influence de l'inclinaison des parois

Pour illustrer les résultats obtenus dans ce cas, considérons une interface portée à $T_1 = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ sur la frontière inférieure et $T_2 = T_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ sur la frontière supérieure. Les résultats de la figure 3.16 montrent comment varie le profil de vitesse radial en fonction des angles d'inclinaison α_1 et α_2 des parois de l'interface, $\alpha_1, \alpha_2 \in \{ 0; \pm 0,01 \}$, en $r = 50 \text{ mm}$. Une comparaison est aussi menée pour le cas isovisqueux. Ils montrent que le profil de vitesse radiale évolue en fonction de l'inclinaison des parois car l'épaisseur locale de l'interface est modifiée et par conséquent le gradient de pression aussi. Notons que cette distribution de vitesse est insensible aux changements d'angles locaux des parois, pourvu qu'ils restent parallèles car le gradient de pression est indépendant de l'épaisseur.

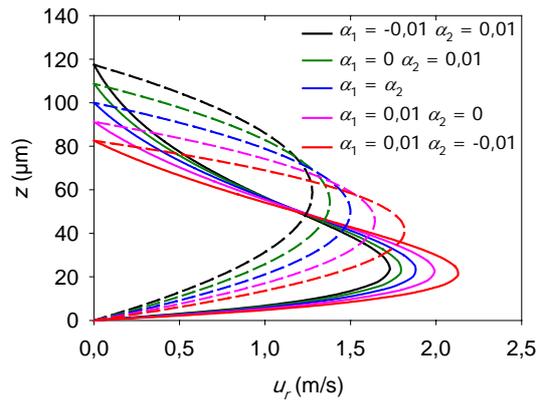


Fig. 3.16 : Profil de vitesse radiale pour un gradient de température donné en $r = 50$ mm pour diverses inclinaisons de parois. Les courbes en traits pleins représentent les résultats thermovisqueux et celles en tirets représentent les cas isovisqueux.

La figure 3.17 montre les distributions du champ axial u_z pour diverses inclinaisons de parois comprises entre $-0,04^\circ$ et $0,04^\circ$ et pour les cas isothermes et thermovisqueux. Le graphe (a) présente le cas d'un tas plat ($\alpha_2 = 0^\circ$) et d'une surface supérieure de lopin inclinée alors que le graphe (b) présente celui d'un lopin parfaitement plat ($\alpha_1 = 0^\circ$) écrasé par un outil d'inclinaison variable.

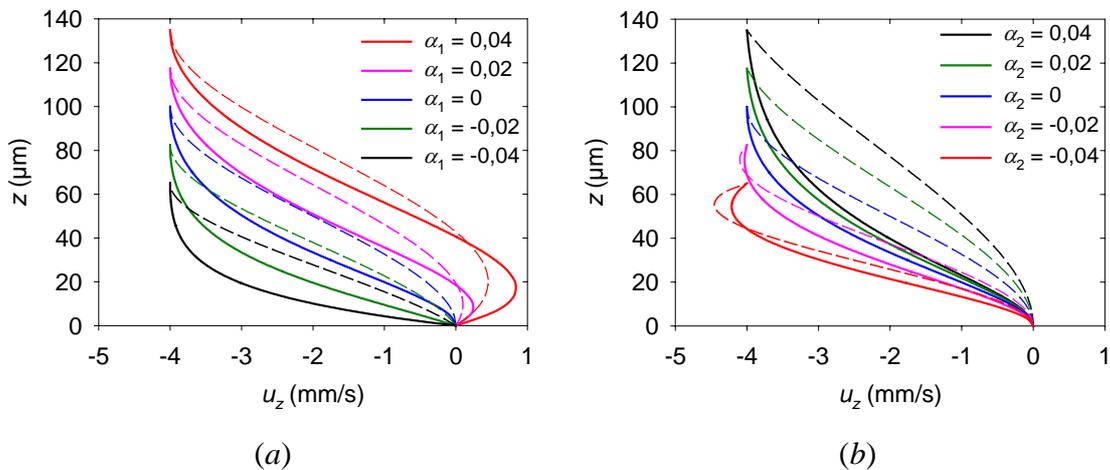


Fig. 3.17 : Distribution de vitesse axiale en fonction des inclinaisons de parois. Les courbes en traits pleins représentent les résultats thermovisqueux et celles en tirets représentent les cas isovisqueux. Cas (a) : tas plat et lopin d'inclinaison variable ; cas (b) : lopin parfaitement horizontal et outil d'inclinaison variable.

Au-delà des distributions différentes pour chaque angle de paroi, il est important de noter la déformation de ces distributions lorsque les angles de parois sont marqués de telle sorte à réduire sensiblement l'interface (pour α égal à $-0,02$ et/ou $-0,04$). Ce phénomène semble être dû à la contribution sensible du gradient de pression car il devient très grand lorsque l'interface est convergente vers la zone de fuite du lubrifiant. De plus, le cas (a) montre que le fluide 'remonte' localement en r donné. Il est donc intéressant d'étudier la contribution de chacun des termes dans les expressions (3.84) et (3.85) du champ de vitesse axiale. Quoiqu'il

en soit, ce phénomène n'entraîne pas de reflux vers les r décroissant comme le confirme u_r à la figure 3.16.

3.3.3.3 Contribution du gradient de pression, des vitesses de glissement et d'approche des parois.

L'étude détaillée des effets dissociés (figure 3.18) du gradient de pression $\partial p / \partial r$ (graphe *a*), de la vitesse de glissement U_1 (graphe *b*) et de celle d'approche des parois W_2 (graphe *c*) montre globalement que la vitesse d'approche à un effet prédominant sur u_z (graphe *d*). La vitesse de glissement est d'effet négligeable sur u_z comme annoncé plus haut. Mais si le gradient de pression a un effet moins important que celui de la vitesse d'approche, son influence influe notablement (de l'ordre du dixième) sur le résultat issu du cumul des contributions. Il faut cependant souligner que l'influence du gradient de pression sur u_z est d'autant plus important que les inclinaisons locales des parois sont marquées, son influence étant toutefois localisée au voisinage de la paroi la plus inclinée. Rappelons que lorsque les parois sont horizontales, il n'y a aucun effet.

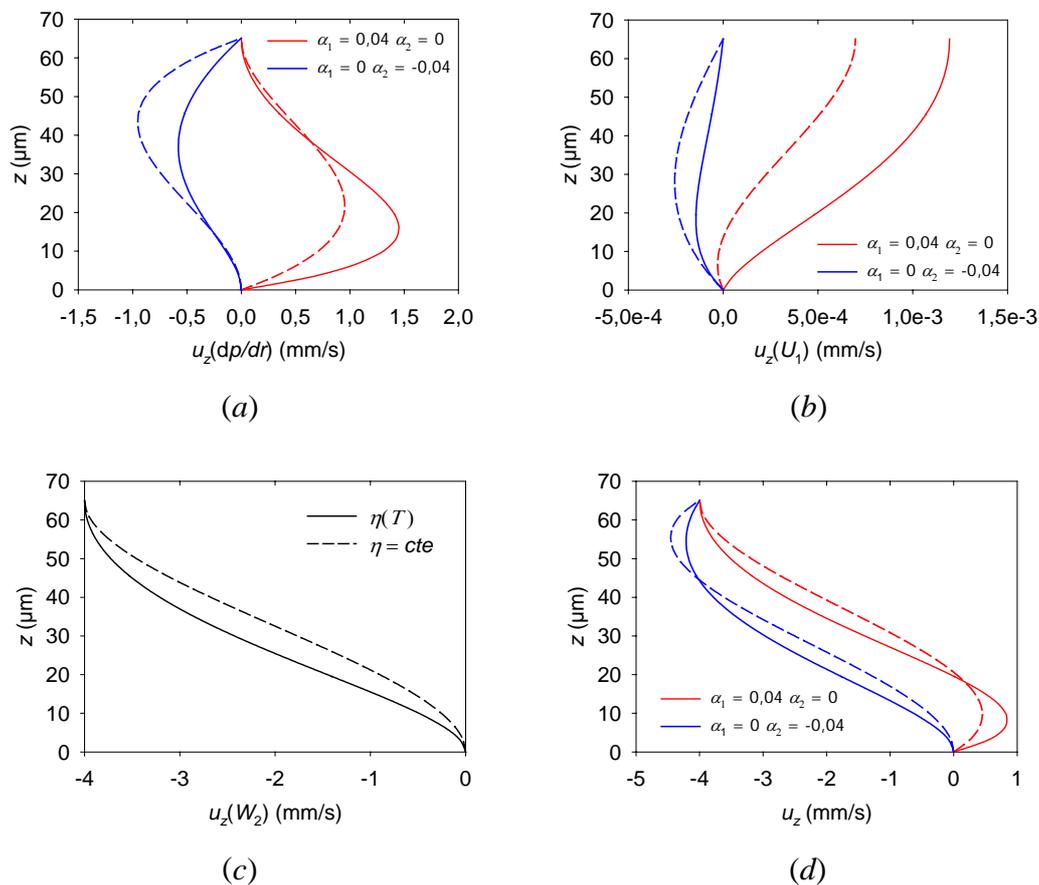


Fig. 3.18 : Détails de chacun des termes de l'expression de u_z : (a) pour le terme en $\partial p / \partial r$, (b) pour celui en U_1 et (c) pour celui en W_2 . Le graphe (d) représente le cumul de tous les effets. En trait plein, les cas thermovisqueux et en tirets, les cas isovisqueux.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, les effets thermiques ont été étudiés pour leurs conséquences sur l'interface lubrifiée lopin/outil. Après revue et discussion sur les méthodes utilisées dans la bibliographie, le choix s'est porté sur l'utilisation de l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée [FRENE1990]. Puisque la résolution d'un tel problème thermique nécessite la résolution de l'équation de mouvement du fluide couplée à celle de température, l'équation de la température a été simplifiée pour se dispenser de la forte non linéarité de celle-ci. Le profil de température retenu est linéaire, simplifiant considérablement les calculs. Cette simplification est rendue possible lorsque l'épaisseur est très faible devant les autres dimensions de l'interface avec l'hypothèse de glissement relatif des parois très faible, l'hypothèse de conduction thermique transverse prédominante devant la convection thermique longitudinale et l'hypothèse de faible échauffement propre du fluide devant la chaleur transmise par conduction.

Afin d'appliquer le modèle présenté dans l'étude de ce chapitre, deux types de lubrifiant ont été considérés. Le premier, de type huile minérale, est supposé suivre la loi de thermoviscosité de Reynolds. Le deuxième, de type verre, est supposé suivre celle de Vogel-Fulcher-Tamman. Les lopins étudiés sont de géométries simples et aucune aspérité n'est prise en compte dans tous les résultats exposés.

L'interprétation des résultats a montré que l'écoulement s'effectue au voisinage de la paroi la plus chaude, paroi au voisinage de laquelle le lubrifiant est moins visqueux. La cisssion y est donc moins importante même si le taux de déformation y est plus grand. Les résultats révèlent par ailleurs que la température a un effet significatif sur la distribution des contraintes normales et tangentielles appliquées sur le lopin qui diminuent lorsque la température augmente. Bien qu'inférieure à la contrainte normale, la contrainte de frottement atteint des valeurs non négligeables lorsque le lubrifiant est de forte viscosité comme cela a été constaté pour le lubrifiant de type verre. Des résultats intéressants pourront donc être attendus lors de l'implémentation du présent modèle de frottement dans le logiciel POLLUX. Ces résultats sont présentés au chapitre suivant.

4 Implémentation du modèle dans POLLUX

4.1	INTRODUCTION.....	136
4.2	LE LOGICIEL POLLUX.....	136
4.2.1	<i>Historique et évolutions</i>	136
4.2.2	<i>Résolution du problème mécanique</i>	137
4.2.2.1	Formulation	138
4.2.2.2	Discrétisation.....	139
4.2.2.3	Gestion du frottement.....	140
4.2.2.4	Extrapolation aux noeuds	143
4.2.3	<i>Résolution du problème thermique - Couplage thermomécanique</i>	144
4.2.3.1	Conditions aux limites.....	144
4.2.3.2	Formulation du problème thermique.....	146
4.2.3.3	Discrétisation.....	147
4.2.3.4	Couplage thermomécanique.....	148
4.3	CONSTRUCTION DE L'INTERFACE LOPIN - OUTIL.....	149
4.3.1	<i>Choix du facteur d'échelle</i>	149
4.3.2	<i>Recherche des contacts lubrifiés admissibles</i>	150
4.4	IMPLÉMENTATION DU MODÈLE DE LUBRIFICATION	156
4.5	RÉSULTATS	161
4.5.1	<i>Résultats isothermes</i>	162
4.5.1.1	Etude du lopin cylindrique	162
4.5.1.2	Etude de l'anneau	166
4.5.1.3	Etude de la poche de lubrifiant.....	169
4.5.2	<i>Résultats thermiques</i>	172
4.5.3	<i>Simulation du bourrelet de lubrifiant</i>	174
4.6	CONCLUSIONS	174

4.1 Introduction

Dans les chapitres 2 et 3, deux nouveaux modèles de frottement ont été développés, basés tous deux sur la modélisation de l'écoulement du lubrifiant par l'équation de la mécanique des films minces visqueux tant généralisée que standard. Ce chapitre se propose d'étudier l'implémentation de ces travaux dans le logiciel de simulations thermomécaniques de procédés de forgeage : POLLUX.

Dans un premier temps, un point historique sur les circonstances de création de ce logiciel sera proposé tout en rappelant les étapes importantes ayant contribué à son évolution actuelle. Il s'en suivra des rappels théoriques sur les outils mathématiques ayant servi à la modélisation des phénomènes mécaniques et thermique, ainsi qu'au couplage entre ces deux problèmes à résoudre. Les détails nécessaires à la construction de l'interface lopin-outil seront ensuite exposés pour l'implémentation des nouveaux modèles de frottement. Des hypothèses simplificatrices seront argumentées, puis utilisées avant d'aborder la phase d'implémentation du modèle de frottement proprement dit, tant du point de vue isotherme que du point de vue thermique. Enfin, les résultats obtenus seront critiqués par rapport à ceux obtenus avec les modèles classiques de frottement et comparés avec quelques formules théoriques simplistes.

4.2 Le logiciel POLLUX

4.2.1 Historique et évolutions

Suite à la demande de plusieurs industriels désireux d'assurer la qualité de leurs produits, en l'occurrence le Commissariat à l'Energie Atomique et la société Fortech, un partenariat conjoint avec le CETIM a été mis en place pour concevoir un outil de simulation numérique des opérations de forgeage à chaud facilement contrôlable, plus précis, plus fiable et moins cher que les logiciels commerciaux de l'époque. C'est dans ce contexte qu'est né au laboratoire vers 1993 le logiciel de simulation POLLUX, basé à l'époque sur une nouvelle formulation thermo-élasto-visco-plastique de l'écoulement de la matière, logiciel développé durant la thèse de B. Michel [MICHEL1993] en regroupant le meilleur des outils numériques existant au laboratoire.

Ce logiciel tri modules inclut alors : les échanges thermiques par conduction, par convection et par rayonnement (simulé par l'approche en cavité fermée évolutive) le maillage automatique du lopin par une discrétisation en éléments finis triangulaires ainsi que le remaillage adaptatif sensible aux zones de déformations importantes. De nombreux travaux ont ensuite permis par la suite de l'améliorer et de l'enrichir avec des lois physiques adaptées aux conditions spécifiques pour chaque opération de forgeage. Les apports les plus significatifs ont été notamment :

- l'intégration par L. Baillet [BAILLET1994a] d'un nouveau modèle de frottement basé sur la théorie de la vague plastique avec et sans contribution hydrostatique du lubrifiant piégé entre la vague plastique et les vallées des aspérités des outils (voir

§1.5.4 du chapitre 1 pour plus de détails). Notons au passage que c'est en complément des ces travaux que s'inscrit cette présente thèse.

- ceux de C. Staub [STAUB1998] avec l'implémentation des effets de masse pour la prise en compte des opérations dynamiques comme cela se rencontre, par exemple, lors de la simulation de la mise en forme avec marteau pilon. Deux stratégies de simulation numérique ont alors été adoptées : l'une consistant à modifier la formulation statique implicite préexistante en y ajoutant les termes d'inertie, l'autre à reconstruire entièrement le module mécanique à partir d'une formulation explicite. En complément de ces travaux, une amélioration du modèle d'endommagement pré existant dans la version originelle a été menée avec l'hypothèse des directions principales des cavités parallèles aux axes principaux de la déformation plastique.
- les travaux de A.-S. Marchand [MARCHAND1998] qui a amélioré les transferts thermiques de contact métal/métal entre le lopin et les outils. En effet, la tenue des matériaux et l'usure des pièces sont intimement liées aux gradients de températures et la précision de l'outil de simulation dépend donc de la précision des conditions aux limites et notamment de la résistance thermique de contact qui dans son approche, varie suivant l'évolution de l'aire réelle de contact. C'est pour atteindre cet objectif qu'une loi originale de variation de la résistance thermique de contact reposant sur la variation de l'aire réelle de contact simulée par l'évolution de la vague plastique a été implémentée.
- l'introduction d'un nouveau modèle d'endommagement par C. Bordreuil [BORDREUIL2002] avec prise en compte de la rotation propre des cavités du matériau, résultats confirmés expérimentalement par la suite.
- l'amélioration de la prédiction des efforts de contact en fonction du nombre de noeuds de chaque élément monodimensionnel du contour du lopin en contact avec les outils par Vidal-Sallé *et al.* [SALLE2001] pour l'obtention d'efforts physiquement plus réalistes.

4.2.2 Résolution du problème mécanique

Simuler le forgeage passe par la modélisation mathématique de l'écoulement de la matière par la résolution de l'équation dynamique d'un milieu continu à comportement non linéaire dans le domaine des déformations plastiques. Les méthodes de la borne supérieure et des lignes de glissement étant réservées au cas des géométries simples, l'usage de méthodes numériques est indispensable pour simuler ce phénomène. La plus courante est celle des éléments finis qui consiste à discrétiser un milieu continu en un nombre fini de sous domaines élémentaires de formes topologiques simples dans lesquels les équations constitutives sont satisfaites afin de pouvoir faire une approximation de la solution. La résolution du problème continu est alors remplacée par celle d'un problème discrétisé comportant un nombre fini d'inconnues. Cette méthode mène alors à la résolution de grands systèmes d'équation de la forme $[K(\{u\})]\{u\} = \{f\}$ nécessitant des outils numériques efficaces et de puissants moyens informatiques. Ce paragraphe se propose donc de rappeler la démarche théorique de résolution du problème mécanique telle qu'implémentée dans POLLUX et utilisée lors d'une simulation de forgeage mené à faible vitesse.

4.2.2.1 Formulation

La formulation utilisée dans POLLUX est une formulation lagrangienne réactualisée en déplacements couplée au comportement élasto-viscoplastique du matériau. De fait, connaissant la configuration équilibrée à l'instant t comme état de référence, cette formulation vise à trouver théoriquement le nouvel état équilibré à $t + \Delta t$. Simuler l'écoulement du matériau avec cette formule consiste donc à trouver le champ de déplacement cinématiquement admissible $\Delta \bar{u}$ pendant l'incrément de temps Δt engendrant un incrément de contraintes $\Delta \bar{\sigma}$ tel que l'état final de contraintes à l'instant $t + \Delta t$ soit équilibré (figure 4.1).

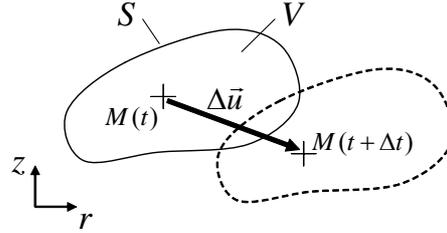


Fig. 4.1 : Principe de la formulation lagrangienne réactualisée.

En négligeant les effets d'inertie puisque le procédé est mené lentement, l'équation d'équilibre s'écrit en tout point M du volume V :

$$\forall M \in V, {}^T \text{Div} \Delta \bar{\sigma} = \bar{0} \quad (4.1)$$

Pour un champ virtuel quelconque \bar{w} (fonction test), la formulation faible de l'équation (4.1) donne :

$$\int_V \Delta \bar{\sigma} : \overline{\overline{\text{Grad}(\bar{w})}} dV - \int_S \Delta \bar{\Phi} \cdot \bar{w} dS = 0 \quad (4.2)$$

où $\Delta \bar{\Phi}$ est la variation de l'état de contraintes de surface appliquées sur l'enveloppe S du volume V pendant Δt . En écrivant la loi de comportement élasto-viscoplastique sous la forme :

$$\bar{\sigma} = \overline{\overline{C}} : \bar{\varepsilon}^e = \overline{\overline{C}} : (\bar{\varepsilon}^{tot} - \bar{\varepsilon}^{vp}) \quad (4.3)$$

avec $\overline{\overline{C}}$ le tenseur d'ordre 4 composé des coefficients de Lamé, $\bar{\varepsilon}^{tot}$ et $\bar{\varepsilon}^{vp}$ les tenseurs de Green respectifs des déformations totales et viscoplastiques. En introduisant la définition suivante de la variation du tenseur des déformations totales $\Delta \bar{\varepsilon}^{tot}$ puisque le pas de temps Δt est en principe infinitésimal :

$$\Delta \bar{\varepsilon}^{tot} = \frac{1}{2} \left(\overline{\overline{\text{Grad}(\Delta \bar{u})}} + {}^T \overline{\overline{\text{Grad}(\Delta \bar{u})}} \right) \quad (4.4)$$

l'équation (4.2) se met sous la forme :

$$k(\Delta \bar{u}, \bar{w}) = f(\Delta \bar{\Phi}, \Delta \bar{\varepsilon}^{vp}, \bar{w}) \quad (4.5)$$

avec :

$$k(\Delta\bar{u}, \bar{w}) = \frac{1}{2} \int_V \left(\bar{\bar{C}} : \left(\bar{\text{Grad}}(\Delta\bar{u}) + {}^T \bar{\text{Grad}}(\Delta\bar{u}) \right) \right) : \bar{\text{Grad}}(\bar{w}) dV \quad (4.6)$$

$$f(\Delta\bar{\Phi}, \Delta\bar{\varepsilon}^{vp}, \bar{w}) = \int_S \Delta\bar{\Phi} \cdot \bar{w} dS + \int_V \left(\bar{\bar{C}} : \Delta\bar{\varepsilon}^{vp} \right) : \bar{\text{Grad}}(\bar{w}) dV \quad (4.7)$$

Cette équation (4.5) est non linéaire à cause de la partie viscoplastique de la variation de la déformation qui est inconnue et qui dépend de la solution. Elle doit donc être résolue par une méthode numérique itérative. Ainsi, si n est le nombre d'itérations nécessaires à l'obtention de la solution au cours de l'incrément Δt , (4.5) s'écrit à l'itération i ($i \leq n$) :

$$k(\Delta\bar{u}^i, \bar{w}) = f\left(\Delta\bar{\Phi}^i, (\Delta\bar{\varepsilon}^{vp})^i, \bar{w}\right) \quad (4.8)$$

La solution à l'itération i se déduit ainsi de l'itération précédente, $i-1$, par :

$$\Delta\bar{u}^i = \Delta\bar{u}^{i-1} + \delta\bar{u}^i \quad (4.9)$$

où le terme $\delta\bar{u}^i$ représente la variation itérative de la variation de déplacement incrémental $\Delta\bar{u}$ entre $i-1$ et i . L'équilibre peut alors être recherché à partir d'une suite d'égalités dont la somme à l'itération n est théoriquement égale à l'équation (4.5). Notons que le terme $\delta\bar{u}^i$ est déterminé par la résolution de l'équation :

$$k(\delta\bar{u}^i, \bar{w}) = f\left(\delta\bar{\Phi}^i, (\delta\bar{\varepsilon}^{vp})^i, \bar{w}\right) \quad (4.10)$$

Le déséquilibre éventuel en fin d'itérations est reporté à l'incrément suivant pour équilibrer l'équation d'équilibre (4.5) du volume S sous forme d'un pseudo vecteur de chargement. L'algorithme général de résolution est présenté à la figure 4.3.

4.2.2.2 Discrétisation

Dans POLLUX, le lopin est un milieu continu discrétisé en éléments finis axisymétrique triangulaires à 6 nœuds, les fonctions d'interpolation N_j ($j = 1, \dots, 6$) sont quadratiques. Pour obtenir les détails sur ces fonctions, le lecteur est invité à consulter [BATOZ1990].

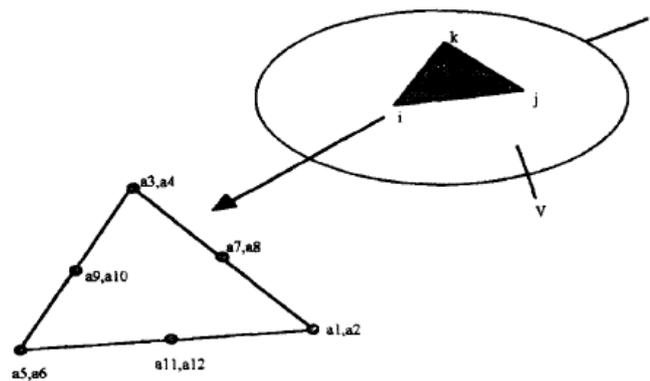


Fig. 4.2 : Élément triangulaire à 6 nœuds [MICHEL1993], [MICHEL1995].

En choisissant la fonction test comme étant égale à la base des fonctions d'interpolation $\{N_1, \dots, N_6\}$, les équations (4.10) sont discrétisées puis remplacées par le système non linéaire suivant à résoudre (à l'itération i) :

$$[K]\{\delta u^i\} = \{f^i\} \quad (4.11)$$

où $\{\delta u^i\}$ est le vecteur colonne des variations itératives des inconnues nodales à l'itération i , $[K]$ la matrice de raideur et $\{f\}$ le second membre s'exprimant tous deux par :

$$[K] = \frac{1}{2} \int_V \left(\overline{\overline{C}} : \left(\overline{\overline{\text{Grad}(\vec{N})}} + {}^T \overline{\overline{\text{Grad}(\vec{N})}} \right) \right) : \overline{\overline{\text{Grad}(\vec{N})}} dV \quad (4.12)$$

$$\{f^i\} = \int_S \delta \vec{\Phi}^i \cdot \vec{N} dS + \int_V \left(\overline{\overline{C}} : (\delta \vec{\varepsilon}^{vp})^i \right) : \overline{\overline{\text{Grad}(\vec{N})}} dV \quad (4.13)$$

La configuration du problème étant axisymétrique, les intégrales sur le volume V et sur la surface S sont respectivement simplifiées en intégrales de surface Ω et de contour Γ dans le plan axisymétrique moyennant un coefficient 2π qui est alors simplifié de part et d'autre de l'égalité (4.11). Les intégrations numériques sont alors réalisées par la méthode de Gauss-Legendre à 3 points où sont usuellement évaluées les contraintes et les déformations.

4.2.2.3 Gestion du frottement

Les efforts de frottement agissant sur la partie S_f de l'enveloppe S sont pris en compte dans le second membre et intégrés dans le vecteur $\Delta \vec{\Phi}^1$ uniquement lors de la première itération d'équilibre en tant que variation des contraintes imposées sur S . De ce fait, la non linéarité générée par le frottement n'intervient plus dans la matrice de raideur qui reste constante au cours des itérations suivantes lors d'un même incrément de temps.

La gestion du frottement se fait par celle du contact unilatéral entre les nœuds du contour du lopin et les outils rigides, eux-mêmes discrétisés en segments de droite. L'imposition des conditions limites liées au contact est faite par la méthode de pénalisation. Le frottement est modélisé explicitement par une raideur tangentielle nécessitant une technique particulière de correction.

Dans le but de pouvoir gérer le contact avec facilité au niveau des conditions aux limites, seules les équations discrétisées faisant intervenir les nœuds en contact avec les outils sont projetées dans les repères locaux liés aux segments sur lesquels se trouvent les nœuds du lopin. Les équations d'équilibre du système (4.11) étant écrites dans le repère global il est alors nécessaire de faire intervenir le déplacement relatif dans cette équation d'équilibre pour pouvoir appliquer simplement les conditions limites liées au contact. En notant $\{\Delta u_0\}$ le vecteur des déplacements incrémentaux des nœuds de l'outil par rapport au repère global pendant Δt pour les nœuds en contact (il contient des zéros pour les nœuds qui ne le sont pas) et $\{\Delta u_r\}$ le vecteur contenant d'une part, les composantes des déplacements incrémentaux relatifs des nœuds en contact par rapport à l'outil et, d'autre part, les déplacements incrémentaux absolus pour les nœuds libres, l'équation d'équilibre (4.8) discrétisée s'écrit :

$$[K](\{\Delta u_0\} + \{\Delta u_r\}) = \{f\} \quad (4.14)$$

Ce système peut alors s'écrire de façon à ne contenir, dans le vecteur inconnu, que les déplacements incrémentaux relatifs des nœuds en contact et les déplacements absolus des nœuds libres :

$$[K]\{\Delta u_r\} = \{f\} - [K]\{\Delta u_0\} \quad (4.15)$$

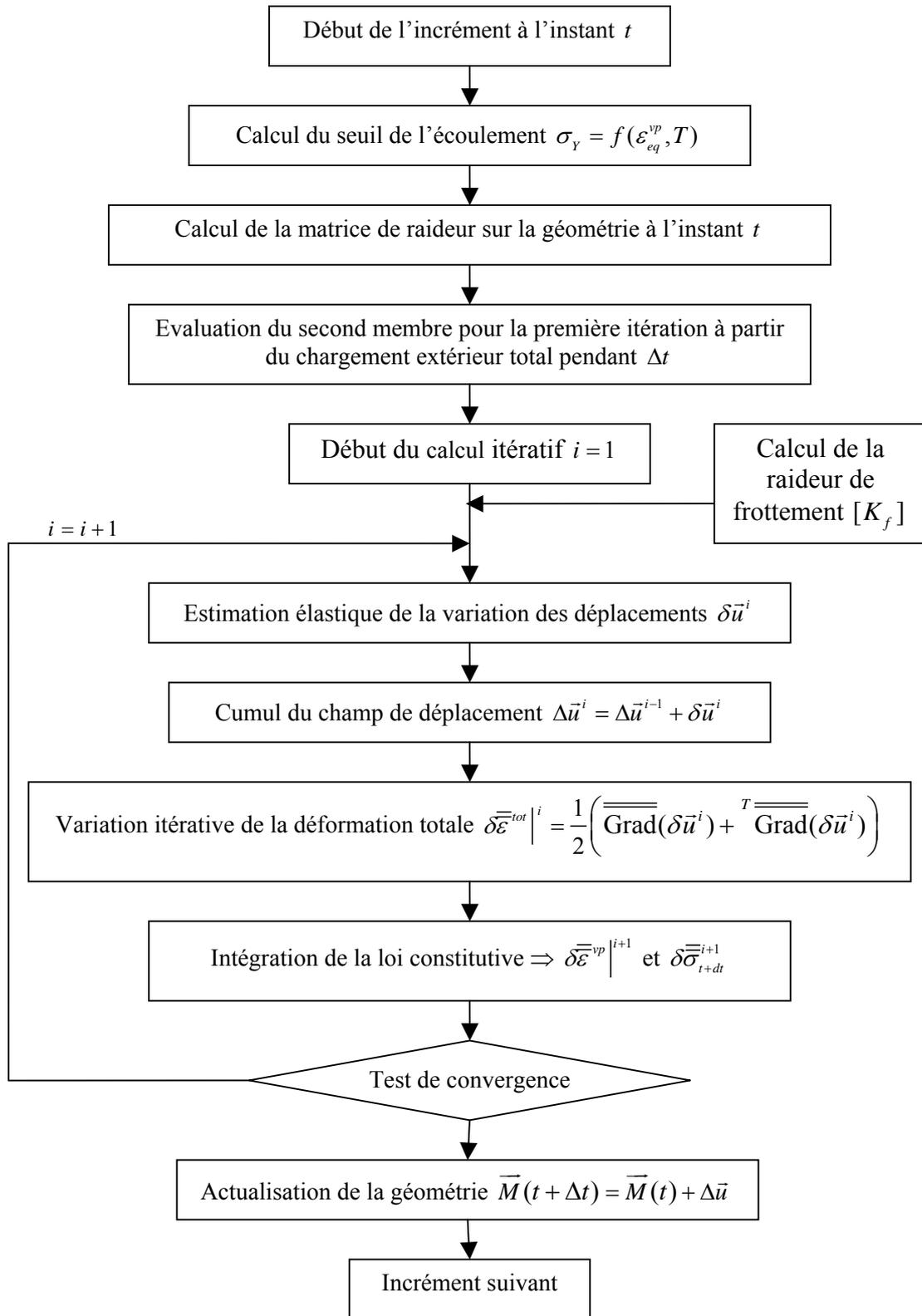


Fig. 4.3 : Algorithme général du module de résolution mécanique

Par suite, soit $[P]$ la matrice de passage du repère global vers le repère local pour les seuls degrés de liberté des nœuds en contact avec les outils telle que :

$$\{\Delta u_r^{loc}\} = [P]\{\Delta u_r^{glob}\} \quad (4.16)$$

Pour exemple, pour un système à N degrés de liberté dans lequel le nœud de degrés de liberté k et $k+1$ est soumis à une condition de contact, la matrice de passage $[P]$ est de la forme :

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & \dots & k & k+1 & \dots & N \\ 1 & 0 & & & & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & & 0 \\ & & \cos \alpha & -\sin \alpha & & \\ \vdots & & \sin \alpha & \cos \alpha & & \vdots \\ 0 & & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (4.17)$$

Puisque la projection inverse de $[P]$ se fait à partir de sa transposée ${}^T[P]$ dans une base orthonormée, le système d'équations (4.15) peut s'écrire dans les repères locaux pour ses seules équations faisant intervenir des nœuds en contact :

$$([P][K]^T[P]\{\Delta u_r^{loc}\}) = [P](\{f\} - [K]\{\Delta u_r^{glob}\}) \quad (4.18)$$

Les conditions aux limites de déplacements imposés, liées au contact unilatéral ou à un frottement de type bloquant, sont appliquées par pénalisation. Lorsqu'un nœud est en contact, les conditions aux limites de mouvement dans le repère local sont : soit un déplacement nul suivant la direction normale et un déplacement libre suivant la direction tangentielle pour des conditions de frottement quelconques, soit un déplacement nul suivant les deux directions pour la condition d'adhérence. La pénalisation peut alors s'appliquer simplement aux équations projetées dans les repères locaux et dans POLLUX, le facteur de pénalisation est pris égal à 10^{20} . Notons qu'un traitement particulier est octroyé aux nœuds candidats au contact ou déjà en contact, changeant de segment d'outil ou se décollant de l'outil. Plus de détails sont disponibles dans [MICHEL1993] et [STAUB1998].

Par ailleurs, puisque la gestion du contact est prévue de façon explicite au cours d'un même incrément de temps Δt afin de conserver la constance de la matrice de raideur pendant la résolution itérative, cette prise en compte explicite est faite sous forme d'une stratégie d'essai. Si au cours du processus de résolution des équations d'équilibre, un ou plusieurs points traversent les outils ou changent de segment d'outil, ils sont considérés comme candidats au contact. La résolution est alors interrompue puis reprise à l'instant t avec une nouvelle raideur intégrant les conditions aux limites de contact des nouveaux nœuds concernés. La variation $\Delta \tau_f$ de la contrainte de frottement, alors exprimée par une loi classique (Coulomb, Coulomb-Orowan, etc.) ou par la loi vague plastique (voir § 1.5.4 du chapitre 1), intervient dans l'équation d'équilibre au niveau de la composante tangentielle du vecteur force extérieures appliquées par unité de surface, $\Delta \vec{\Phi}$. Sa direction ainsi que son sens d'application dépendent du déplacement relatif à l'interface : le frottement est opposé au déplacement. Par contre, la composante normale $\Delta \vec{\Phi}_n$ du vecteur $\Delta \vec{\Phi}$ est liée au contact unilatéral.

En notant $\Delta \vec{u}_r$ le déplacement incrémental relatif à l'interface du lopin par rapport à l'outil, la partie tangentielle $\Delta \vec{\Phi}_t$ de $\Delta \vec{\Phi}$ s'écrit ($\Delta \vec{\Phi} = \Delta \vec{\Phi}_n + \Delta \vec{\Phi}_t$) :

$$\Delta \bar{\Phi}_t = -\Delta \tau_f \frac{\Delta \bar{u}_r}{\|\Delta \bar{u}_r\|} \quad (4.19)$$

La variation non linéaire de l'énergie virtuelle dissipée par frottement $\Delta \psi_f$ intervenant dans le second membre (4.7) se note alors :

$$\Delta \psi_f = \int_S \Delta \bar{\Phi}_t \cdot \bar{w} dS = -\int_S \Delta \tau_f \frac{\Delta \bar{u}_r}{\|\Delta \bar{u}_r\|} \cdot \bar{w} dS \quad (4.20)$$

Puisque $\Delta \bar{u}_r = \Delta \bar{u} - \Delta \bar{u}_0$, avec $\Delta \bar{u}_0$ le déplacement absolu de l'outil pendant Δt , l'équation (4.20) s'écrit :

$$\Delta \psi_f = -\int_S \Delta \tau_f \frac{\Delta \bar{u}}{\|\Delta \bar{u}_r\|} \cdot \bar{w} dS + \int_S \Delta \tau_f \frac{\Delta \bar{u}_0}{\|\Delta \bar{u}_r\|} \cdot \bar{w} dS \quad (4.21)$$

Le champ de déplacement étant interpolé avec les fonctions d'interpolation N_j , l'équation (4.21) donne le vecteur variation des forces définie par :

$$\{\Delta F_f\} = [K_f] \{\Delta u\} + \int_S \Delta \tau_f \frac{\{\Delta \bar{u}_0\}}{\|\Delta \bar{u}_r\|} \cdot \bar{N} dS \quad (4.22)$$

où $[K_f]$ est la raideur de frottement de la forme :

$$[K_f] = -\int_S \Delta \tau_f \frac{\bar{N}}{\|\Delta \bar{u}_r\|} \otimes \bar{N} dS \quad (4.23)$$

Le premier terme de (4.22) est alors ramené au premier membre de l'équation d'équilibre (4.5) du système discrétisé à résoudre. La raideur tangentielle de frottement vient alors s'ajouter à la raideur globale due au comportement du matériau. Le système (4.11) sous sa forme complète peut alors s'écrire uniquement à l'itération $i = 1$:

$$([K] - [K_f]) \{\delta u^1\} = \{f^1\} \quad (4.24)$$

avec :

$$\{f^1\} = \int_S \delta \bar{\Phi}_n^1 \cdot \bar{N} dS + \int_S \tau_f \frac{\bar{u}_0}{\|\bar{u}_r\|} \cdot \bar{N} dS + \int_V \left(\bar{C} : (\delta \bar{\varepsilon}^{vp})^1 \right) : \overline{\text{Grad}}(\bar{N}) dV \quad (4.25)$$

où $\delta \bar{\Phi}_n^1$ est la composante normale de $\delta \bar{\Phi}$. Notons également ici que les intégrales sur le volume V et la surface S se transforment respectivement en intégrales sur la surface Ω et le contour Γ moyennant un coefficient 2π alors simplifié de part et d'autre de l'égalité (4.24).

4.2.2.4 Extrapolation aux noeuds

Dans la méthode des éléments finis, le calcul d'une intégration s'effectue à l'aide de la méthode de Gauss-Legendre et les contraintes et déformations sont évaluées aux trois points utilisés typiquement avec l'élément à six noeuds. Cependant, l'exploitation des résultats requiert une extrapolation des valeurs aux noeuds du maillage. Cette extrapolation est réalisée linéairement pour respecter la compatibilité avec les déplacements, à partir de la discrétisation du théorème de l'énergie virtuelle pour les contraintes et à partir du principe complémentaire pour les déformations. Ainsi, pour l'un des trois noeuds i formant les extrémités d'un élément triangulaire, cela donne :

$$\bar{\bar{\sigma}}_i = \frac{\int_V \bar{\bar{\sigma}} L_i dV}{\int_V L_i dV} \quad \text{et} \quad \bar{\bar{\varepsilon}}_i = \frac{\int_V \bar{\bar{\varepsilon}} L_i dV}{\int_V L_i dV} \quad (4.26)$$

où L_i est la fonction d'interpolation barycentrique servant dans la définition des fonctions de forme de l'élément [BATOZ1990]. L'évaluation des contraintes et déformations aux points milieux des cotés des éléments se fait alors par interpolation. Bien que lissant d'avantage la répartition de contraintes dans le lopin par rapport à d'autres méthodes d'extrapolation telle que celle de Oden et Brauchli, les extrapolations classiques (4.26) seront conservées car peu coûteuses en temps de calculs [STAUB1998].

4.2.3 Résolution du problème thermique - Couplage thermomécanique

Lorsque la température intervient au cours de la mise en forme, le recourt à une simulation thermomécanique est obligatoire. En effet, la température intervient directement sur les propriétés mécaniques du matériau caractérisant son comportement et, par conséquent, sur l'écoulement plastique qui lui même génère un flux thermique dissipatif interne. De ce fait, un couplage peut intervenir sur la base de l'élément triangulaire à six nœuds et le vecteur des inconnues nodales incluant tant les déplacements que les températures. Dans POLLUX, à cause du phénomène d'incandescence du lopin et des outils, la prise en compte du rayonnement en cavité fermée intervient et nécessite le maillage des deux outils en plus du lopin.

Une étude préalable à la création de POLLUX [MICHEL1993] a montré qu'une résolution thermique sur un domaine maillé par des éléments à trois nœuds donne autant de satisfaction qu'avec l'utilisation d'éléments triangulaire à six nœuds, et ce, pour un gain en temps de calcul nettement appréciable. Elle a en outre révélé que le couplage implicite complet avec l'élément à six nœuds de la résolution thermique avec celui à trois nœuds de la résolution thermique entraînent des blocages artificiels liés à une dimension insuffisante de l'espace d'approximation. Ces deux constats ont motivé le découplage de la résolution thermique et de la résolution mécanique sur le même pas de temps très petit Δt , tout en réalisant un couplage explicite en fin de pas de temps. Ainsi, tant la température que les sources de chaleur internes liées à la dissipation d'énergie de l'écoulement plastique, sont constantes pendant Δt . Cette démarche procure un gain de temps de calcul important.

4.2.3.1 Conditions aux limites

La résolution du problème thermique dans son ensemble passe par une bonne définition des conditions aux limites. De ce fait, les diverses conditions aux limites pouvant être rencontrées sur l'enveloppe S du volume V sont :

- Une frontière adiabatique, le flux thermique la traversant étant nul,
- Une frontière à flux imposé par convection. Il est défini comme proportionnel à la différence de température entre la frontière S et l'air ambiant avec lequel il y a échange :

$$q_{conv} = \alpha_c (T - T_\infty) \quad (4.27)$$

α_c étant le coefficient de convection issu de l'expérimentation, pouvant être éventuellement fonction de la température.

- Une frontière à température imposée.
- Une frontière à flux imposé par rayonnement, flux dépendant de la résolution d'un problème spécifique d'échanges thermiques à distance résolu à part puis couplé au problème thermique global. Les détails sont donnés ci-dessous.

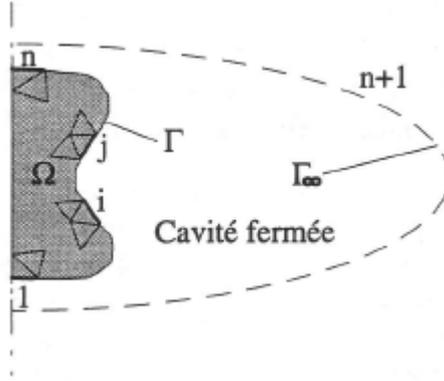


Fig. 4.4 : Schéma de la cavité fermée et des facettes sur lesquels existent l'échange par rayonnement dans le plan axisymétrique.

L'échange par rayonnement est quantifié globalement à partir d'une relation de conservation de l'énergie à l'intérieur d'une cavité fermée $\Gamma \cup \Gamma_\infty$ (figure 4.4) prenant en compte les facteurs géométriques. Le contour Γ du lopin dans le plan d'axisymétrie est alors découpé en n facettes qui ne sont autres que les cotés des éléments triangulaires du maillage de Ω : $\Gamma = \bigcup_{i=1}^n \Gamma_i$. La n ième+1 facette est une facette fictive Γ_∞ du milieu infini ambiant indispensable pour fermer la cavité. Chaque facette Γ_i , qui est en réalité l'intersection d'une surface conique définie autour de l'axe d'axisymétrie avec le plan axisymétrique, est considérée comme ayant une température uniforme, de propriétés radiatives indépendantes de la longueur d'onde et de la direction, et le flux incident supposé constant sur toute sa surface.

La radiosité J_i définie sur Γ_i du contour Γ peut alors s'écrire comme la somme de la densité de flux émis par rayonnement $\sigma \varepsilon_i T_i^4$ et de la densité de flux émis par réflexion $(1 - \varepsilon_i) E_i$ par cette même facette Γ_i :

$$J_i = \sigma \varepsilon_i T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) E_i \quad (4.28)$$

avec σ la constante de Stefan-Boltzman et ε_i , T_i et E_i respectivement l'émissivité totale, la température et l'éclairement de cette même facette Γ_i , cette dernière se définissant par :

$$E_i = \sum_{j=1}^{n+1} F_{j \rightarrow i} J_j \quad (4.29)$$

Dans cette expression, le coefficient purement géométrique $F_{j \rightarrow i}$ est le facteur de forme compris entre 0 et 1. Il est défini par le rapport de la densité de puissance rayonnée par la facette Γ_j et atteignant la facette Γ_i sur la densité de puissance apparente totale rayonnée par Γ_i dans toute la cavité. Les équations (4.28) et (4.29) permettent donc puisque $J_{n+1} = \sigma T_\infty^4$, d'avoir le système suivant d'inconnues J_j à résoudre (i allant de 1 à n) :

$$\sum_{j=1}^n (\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) F_{j \rightarrow i}) J_j = \sigma \varepsilon_i T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) F_{n+1 \rightarrow i} \sigma T_\infty^4 \quad (4.30)$$

où le terme $F_{n+1 \rightarrow i}$ est évalué à partir de la conservation du rayonnement dans la cavité fermée $\Gamma \cup \Gamma_\infty$ par :

$$F_{n+1 \rightarrow i} = 1 - \sum_{j=1}^n F_{j \rightarrow i} J_j \quad (4.31)$$

La solution du système (4.30) permet alors d'obtenir la densité de flux imposé par rayonnement q_r sur chaque facette Γ_i du lopin par :

$$q_{ri} = \sigma \varepsilon_i T_i^4 - \varepsilon_i E_i \quad (4.32)$$

Ce flux est alors intégré directement en tant que condition limite de rayonnement du problème de diffusion de chaleur dans le lopin et les outils. La partie rayonnement du second membre du système discrétisé (4.42) s'écrira donc pour la composante i :

$$\int_{\Gamma} q_r L_i d\Gamma = \sum_{k=1}^n \int_{\Gamma_k} (\sigma \varepsilon_k T_k^4 - \varepsilon_k E_k) L_i d\Gamma \quad (4.33)$$

où n est le nombre de facettes Γ_k discrétisant le contour Γ du lopin dans le plan axisymétrique, T_k , ε_k et E_k sont respectivement la température, l'émissivité et l'éclairement toutes constantes pour une même facette Γ_k , et L_i est la fonction d'interpolation barycentrique de l'élément fini au nœud i du maillage thermique. Notons que le flux imposé par rayonnement est une fonction non linéaire de la température et dépend de la solution du système (4.30) qui est aussi fonction du champ de température. La résolution de ce système (4.30) doit donc être incluse dans le processus itératif de recherche de la solution du problème global de diffusion de la chaleur dans le lopin et les outils.

4.2.3.2 Formulation du problème thermique

La résolution du problème de diffusion thermique consiste à trouver le champ de température $T(M, t)$ en tout point M du volume V à chaque instant t , sachant qu'à l'instant initial t_0 il vaut $T_0(M)$. Pour un solide quasi indéformable pendant Δt (\bar{u} très petit), ce champ est alors solution de l'équation de la chaleur :

$$\forall M \in V, \quad \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\overline{\kappa \text{grad} T}) + q' \quad (4.34)$$

avec ρ la masse volumique en kg/m^3 , C_p la chaleur massique isobare en $\text{J/kg/}^\circ\text{K}$, T la température en $^\circ\text{K}$, t le temps en s , κ la conductivité thermique en $\text{W/m/}^\circ\text{K}$ constante pour un milieu à conductivité homogène isotrope et q' la densité de chaleur en W/m^3 fournie par une source interne. Globalement cette équation traduit le fait que l'augmentation de l'énergie interne au point M est égale à la somme de l'énergie transmise par conduction et de l'énergie apportée par des sources de chaleur.

Dans cette équation, les sources de chaleur, fonctions de l'espace et du temps, assurent le couplage avec la résolution mécanique en intégrant la densité thermique dissipée par l'écoulement plastique du lopin. En posant f la fraction de la densité de puissance de déformation plastique contribuant à l'effet source interne, le terme q' s'écrit :

$$q' = f \overline{\overline{\sigma}} : \overline{\overline{\varepsilon}}^p - \overline{\overline{\Phi}}_f \cdot \overline{\overline{u}}_r \delta_{S_f} \quad (4.35)$$

avec $\bar{\sigma}$ le tenseur des contraintes de Cauchy, $\bar{\varepsilon}^p$ le tenseur des taux de déformations plastiques, $\bar{\Phi}_f$ le vecteur contrainte appliqué sur l'interface lopin–outil S_f , \bar{u}_r la vitesse relative de glissement entre le lopin et l'outil et δ_{S_f} la distribution de Dirac sur S_f .

Pour une fonction test quelconque w de l'espace de Sobolev du premier ordre $H^1(V)$, la formulation faible de l'équation (4.34) s'écrit :

$$\int_V \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} w dV + \int_\Omega \kappa \overline{\text{grad} T} \cdot \overline{\text{grad} w} dV = \int_S \kappa \frac{\partial T}{\partial n} w dS + \int_S q' w dS \quad (4.36)$$

où $\partial T / \partial n = \bar{n} \cdot \overline{\text{grad} T}$. Puisque les densité de flux appliqués sur dS sont la conduction q_c et le rayonnement q_r , la densité de flux imposé se traduit par :

$$\forall M \in S, \quad -\kappa \frac{\partial T}{\partial n} = q_c + q_r \quad (4.37)$$

En injectant (4.35) et (4.37) dans l'équation (4.36), on obtient :

$$\begin{aligned} \int_V \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} w dV + \int_V \kappa \overline{\text{grad} T} \cdot \overline{\text{grad} w} dV = & - \int_S (q_c + q_r) w dS \\ & + \int_S f \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^p w dS - \int_S \bar{\Phi}_f \cdot \bar{u}_r \delta_{S_f} w dS \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.2.3.3 Discrétisation

Le milieu continu étant discrétisé en éléments finis triangulaires à trois nœuds, les fonctions d'interpolation barycentriques L_j ($j=1,2,3$) sont linéaires. La température est interpolée aux nœuds de chacun des éléments par $T = N_j T_j$. En choisissant la fonction test comme égale à l'une des fonctions d'interpolation barycentriques, l'équation (4.38) est discrétisée puis remplacée par le système non linéaire suivant :

$$[M] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [H] \{T\} = \{f\} \quad (4.39)$$

où les matrices $[M]$ et $[H]$ comprennent respectivement les termes d'énergie interne et de conduction du problème et ont pour composantes :

$$(M)_{ij} = \int_V \rho C_p L_i L_j dV \quad (4.40)$$

$$(H)_{ij} = \int_V \kappa \overline{\text{grad} L_i} \cdot \overline{\text{grad} L_j} dV \quad (4.41)$$

Le second membre $\{f\}$ inclut tous les flux imposés par convection et par rayonnement ainsi que les sources internes de chaleur. Ses composantes se détaillent de la façon suivante :

$$(f)_i = - \int_S \alpha_c (T - T_\infty) L_i dS - \int_S q_r L_i dS + \int_S f \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^p L_i dS - \int_S \bar{\Phi}_f \cdot \bar{u}_r \delta_{S_f} L_i dS \quad (4.42)$$

Puisque la configuration du problème est axisymétrique, les intégrales sur le volume et sur la surface sont respectivement simplifiées en intégrales de surface Ω et de contour Γ moyennant un coefficient 2π qui est alors simplifié de part et d'autre de l'égalité (4.39). L'intégration des différents termes est alors réalisée analytiquement à partir des fonctions d'aires L_i sur un triangle avant l'assemblage du système global. Par ailleurs, la discrétisation temporelle du champ de température T est effectuée par différence finie. Il en résulte un

système discret non linéaire d'inconnue vectorielle $\{\Delta T\}$, traduisant l'évolution des températures nodales pendant Δt . Ce système est alors intégré de façon semi implicite à l'instant $t + \alpha \Delta t$:

$$[M]\{\Delta T\} = \Delta t \left(\{f\}_{t+\alpha\Delta t} - [H]_{t+\alpha\Delta t} \{T\}_{t+\alpha\Delta t} \right) \quad (4.43)$$

La résolution est menée par itérations successives jusqu'à convergence sachant que les températures sont actualisées à l'instant $t + \alpha \Delta t$ par la relation :

$$\{T\}_{t+\alpha\Delta t} = \{T\}_t + \alpha \{\Delta T\} \quad (\text{dans POLLUX } \alpha = 1/2) \quad (4.44)$$

4.2.3.4 Couplage thermomécanique

Comme annoncé au début du paragraphe 2.3.4, un pseudo couplage est réalisé dans POLLUX. Les calculs thermiques et mécaniques étant enchaînés au cours d'un même incrément de temps Δt comme le résume la figure 4.5. L'introduction des conséquences de l'évolution de la température dans le calcul mécanique nécessite la prise en compte du champ de température instantané pour l'évaluation des propriétés mécaniques du matériau et de l'interface, ainsi que l'introduction des déformations par dilatation liées aux variations de température. Il faut également stocker au début du calcul mécanique de l'instant t la variation de température de l'incrément précédent pour pouvoir introduire les effets de la dilatation thermique dans la déformation totale pendant l'incrément Δt . Ainsi, la variation de la déformation totale du problème mécanique est définie par :

$$\Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^{tot} = \Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^e + \Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^{vp} + \Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^{th} \quad (4.45)$$

avec respectivement $\Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^e$ et $\Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^{vp}$ les variations élastique réversible et viscoplastique non linéaire irréversible de la déformation pendant Δt , et $\Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^{th}$ la variation liée à la dilatation thermique prescrite à l'instant t à partir de la variation de la température par rapport à l'incrément précédent $t - \Delta t$ définie par :

$$\Delta \bar{\bar{\varepsilon}}^{th} = \alpha_d \Delta T \bar{\bar{I}} \quad (4.46)$$

où α_d est le coefficient de dilatation thermique linéaire, ΔT la variation de température estimée à partir de l'incrément précédent et $\bar{\bar{I}}$ la matrice identité. La déformation plastique est par conséquent placée au second membre dans le calcul mécanique puis intégrée en tant que vecteur de pseudo chargement non linéaire, ce dernier contenant une partie constante liée à la variation de la dilatation thermique pendant Δt .

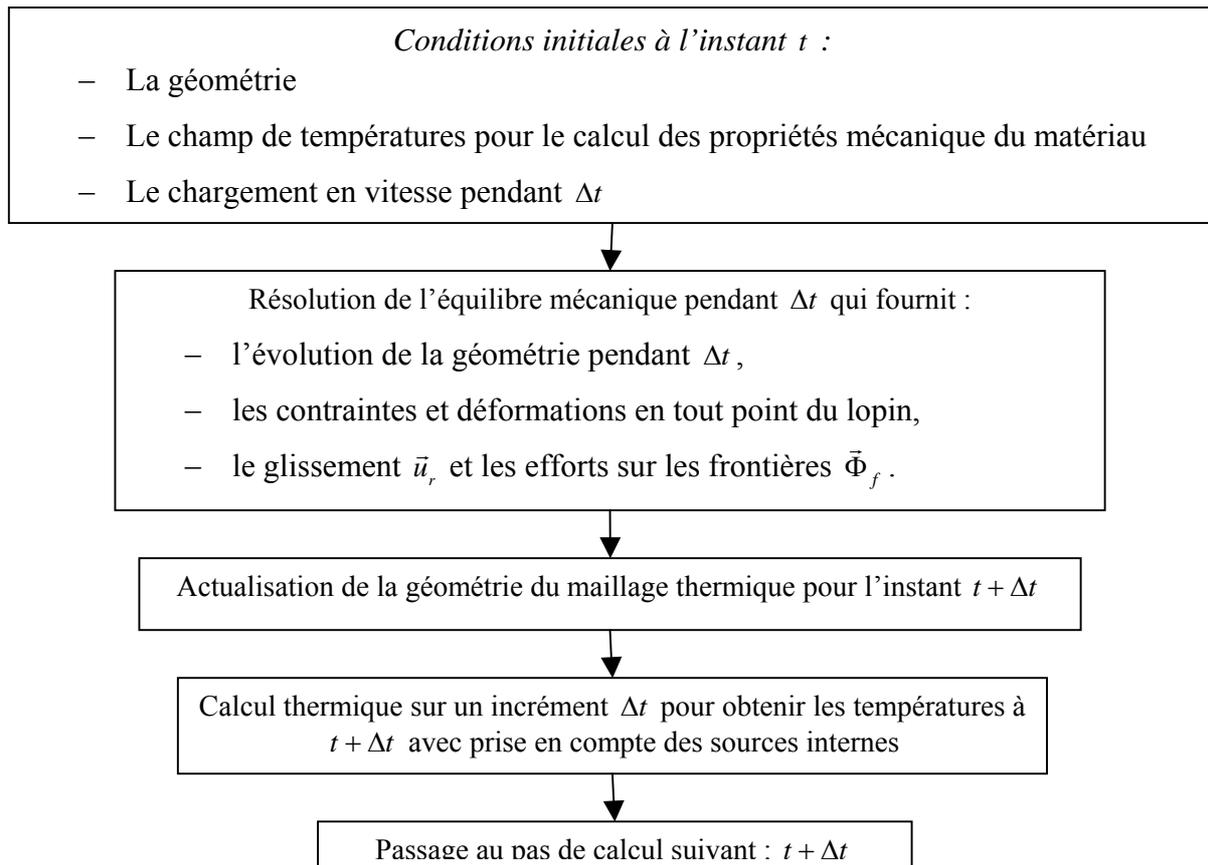


Fig. 4.5 : Schéma des enchaînements explicites entre les calculs thermique et mécanique.

4.3 Construction de l'interface lopin - outil

4.3.1 Choix du facteur d'échelle

Avant de préciser la construction de l'interface lubrifiée, il est fondamental de rappeler les conditions de validité du modèle de lubrification présenté aux chapitres 2 et 3. En effet, du point de vue géométrique, les équations ne sont valables que si et seulement si l'épaisseur de l'interface est très petite devant les autres dimensions à savoir, si H est l'épaisseur de l'interface et L la longueur de l'interface, alors il faut que le facteur d'échelle $\varepsilon = H/L$ soit très petit devant 1. En dehors de cette condition, le modèle ne pourra pas être utilisé et, par conséquent, la résolution des équations de Navier-Stokes doit être faite en toute rigueur. Toutefois, lorsque $\varepsilon = O(1)$, vu la difficulté et la complexité de ce travail qui sort du cadre de cette thèse, une approche purement géométrique sur l'évolution de l'interface lubrifiée, alors épaisse, sera à envisager sur la base du principe de conservation du volume. Rappelons que seules les contraintes surfaciques appliquées sur le lopin importent dans cette étude. Celles-ci sont peu significatives lorsque globalement $\varepsilon = O(1)$.

Dans ces conditions, il convient de rechercher les zones vérifiant $\varepsilon \ll 1$. Mais dire cependant que ε est très petit devant 1 n'est quantitativement pas très précis. Fantino *et al.* [FANTINO1971], [FANTINO1972] préconisent $\varepsilon = 10^{-3}$, condition quasiment toujours rencontrée dans le domaine de la lubrification des paliers à l'origine de l'établissement de l'équation de Reynolds et de celle de la mécanique des films minces visqueux. D'autre part,

les travaux récents de Tichy et Bou-Saïd [TICHY2003] montrent que lorsque $\varepsilon = 0,1$, l'utilisation de l'équation de Reynolds permet d'obtenir une répartition de pression assez précise dans l'interface, mais les résultats se dégradent très rapidement au delà. Il serait donc logique d'utiliser la valeur seuil de [TICHY2003] comme critère d'appel des modèles de lubrification présentés dans les précédents chapitres. Toutefois, compte tenu des faibles niveaux de contraintes tant normales que tangentielles rencontrées lorsque le facteur d'échelle est de cet ordre, il est plus convenable d'abaisser cette valeur pour diminuer les temps de calculs.

4.3.2 Recherche des contacts lubrifiés admissibles

La première étape consiste donc à identifier les zones du lopin en contact lubrifié avec les outils sous la condition $\varepsilon \ll 1$. Considérons pour cela dans le plan axisymétrique, un lopin de forme quelconque entre deux outils eux aussi de formes quelconques comme illustrés sur la figure 4.6. La frontière Γ de ce lopin est parcourue dans le sens trigonométrique et un nœud est choisi comme origine de parcours. Il en est de même pour celle de l'outil supérieur mais l'outil inférieur est parcouru dans le sens inverse. De ce fait, trouver les interfaces lubrifiées sur lesquelles il est possible d'appliquer les nouvelles lois de frottement consiste alors à parcourir tous les nœuds de Γ et ne retenir que ceux dont la normale en ces nœuds coupe l'un des outils pour définir l'épaisseur. Il s'agit ensuite de considérer des groupes de nœuds consécutifs pour déterminer la longueur des interfaces lubrifiées qu'ils représentent. Le calcul du facteur d'échelle ε est alors possible en considérant l'épaisseur moyenne de l'interface ainsi que la longueur de celle-ci pour vérifier effectivement la condition $\varepsilon \ll 1$.

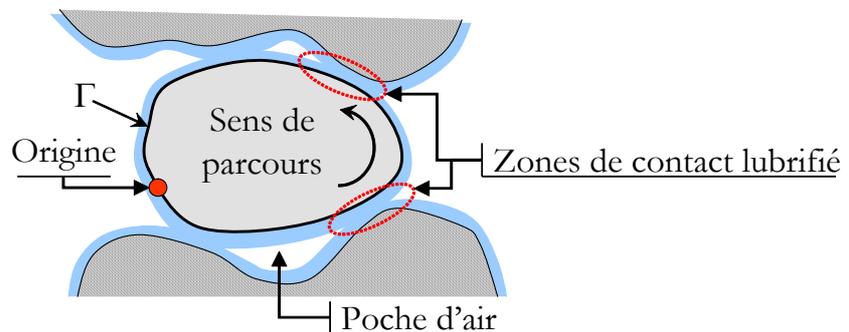


Fig. 4.6 : Représentation schématique d'un lopin entre deux outils dans le plan axisymétrique

Première simplification du problème

Dans une situation générale quelconque, l'interface globale lopin/outil peut présenter une ou plusieurs poches d'air entre les contacts lubrifiés (voir figure 4.6). Cet air est alors normalement mis sous pression puis s'évacue brutalement dès lors que des conditions géométriques particulières surviennent au cours du processus de mise en forme le permettent. Ce problème sortant du cadre de l'étude dans cette thèse, conduit à négliger la présence d'air par la suite.

Par ailleurs, le contour du lopin ou de l'outil peut présenter des points anguleux comme illustré à la figure 4.7 pour un cas industriel [MICHEL1993], [STAUB1998]. Comment donc définir l'épaisseur de l'interface dans de telles conditions, d'autant plus que les contours du lopin et des outils sont constitués de segments ? L'épaisseur étant définie généralement selon

la normale à une surface, doit-on se baser sur le contour du lopin ou sur celui de l'outil pour définir cette normale ? En outre il se peut que des 'épaisseurs' se croisent dans l'interface comme illustré sur la figure 4.8. (b), rendant le choix des points d'application des normales délicat à prendre. De plus, même en éludant ce problème, il y aurait rigoureusement toujours celui de la reconstruction de l'interface proprement dite puisque, pour $\varepsilon \ll 1$, la courbure de l'interface peut être négligée et être développée comme c'est souvent le cas en mécanique du contact lubrifié dans les paliers [FRENE1990]. En effet, si l'épaisseur est définie à partir de la surface de l'outil par exemple, comme peut le montrer le cas (a) de la figure 4.8, le développement de l'interface entraîne une 'perte' de longueur du lopin et, réciproquement, de même en définissant les normales à partir du lopin (cas b). Cette 'perte' est d'autant plus réduite que l'épaisseur au niveau d'un nœud est réduite, conduisant à la diminution de ε puisqu'en forgeage la longueur de l'interface est généralement beaucoup plus grande que celle rencontrée dans la lubrification des paliers.

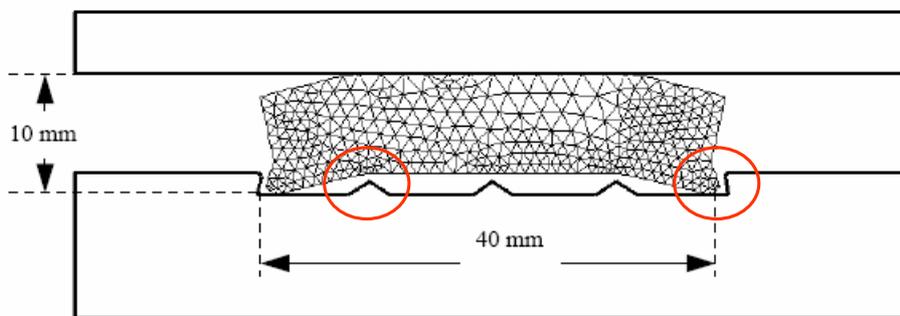


Fig. 4.7 : Exemple de lopin [STAUB1998].

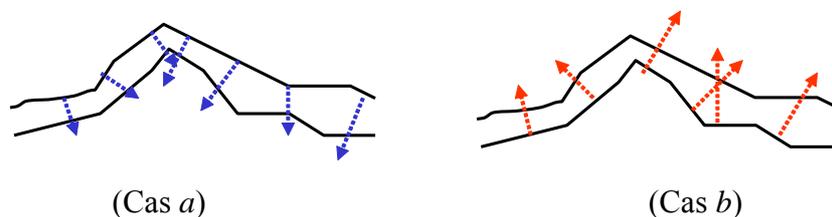


Fig. 4.8 : Exemples de singularités dans l'interface.

Pourtant, même en choisissant arbitrairement la surface du lopin de préférence comme surface de base pour la définition des normales puisqu'elle est privilégiée dans cette étude, il subsiste le problème du choix de la normale au nœud, que la surface soit localement concave ou convexe en ce nœud. La solution consiste alors à considérer, non plus les normales proprement dites, mais la sécante à l'angle formé par deux segments adjacents du contour (en vert sur la figure 4.9). L'épaisseur locale de l'interface est donc définie entre ce nœud et l'intersection de la sécante et l'un des segments de l'outil comme le montre la figure 4.10. Le cas de deux segments parallèles ne pose pas de problème puisque dans ce cas la sécante n'est rien d'autre que la normale au nœud (voir figure 4.10). Une telle démarche ne dispense cependant pas du phénomène de croisement des 'épaisseurs' dans l'interface évoqué précédemment (voir cas b), figure 4.8). Un traitement restrictif sur la longueur de l'interface est alors à envisager car localement l'épaisseur n'est pas réellement mince et il y a une poche de lubrifiant.

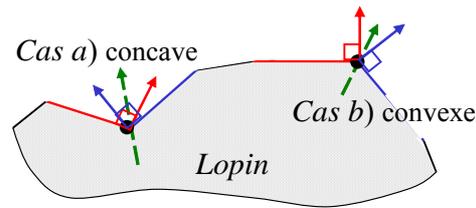


Fig. 4.9 : Exemples de singularités dans l'interface.

Lorsque deux sécantes consécutives sont valides pour définir des épaisseurs locales d'interface, il se peut, en fonction de la géométrie, qu'elles se croisent en un point Q ou qu'elles soient parallèles comme l'illustre la figure 4.10. Si elles se croisent en Q, ce point est déterminé puis, pour tous les nœuds P_i de l'outil situés dans le creux de l'angle $(\overline{QN_1}, \overline{QN_2})$, l'intersection entre les droites (P_iQ) et le segment $[N_1N_2]$ sont déterminées pour définir de nouvelles épaisseurs. Dans le cas de sécantes parallèles, les projections des nœuds P_i sur $[N_1N_2]$ sont déterminées. Cependant, si le point Q est trop éloigné de N_1 et N_2 (quasiment à l'infini), des problèmes numériques peuvent survenir. C'est pourquoi une condition critique sur la valeur de l'angle $(\overline{QN_1}, \overline{QN_2})$ est à imposer pour que, lorsque celui-ci est en deçà de cette valeur critique, les droites (QN_1) et (QN_2) soient considérées comme quasi parallèles. De plus un traitement particulier est à mener dans le cas d'un point N_i' trop voisin d'un nœud P_j de l'outil en confondant artificiellement ces points (figure 4.10).

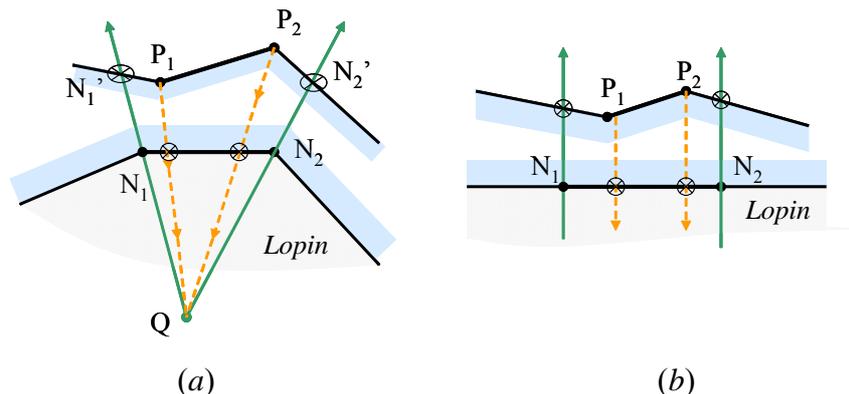


Fig. 4.10 : Construction de l'interface.

Enfin une dernière difficulté, et non des moindre, provient du traitement de la mise en contact des couches de lubrifiant initialement déposées sur les parois des outils et du lopin. En effet, du fait de la succession de segments décomposant les surfaces, il en sera de même pour les surfaces libre des couches lubrifiantes. Une telle approche nécessite alors l'usage d'astuces géométriques pour répartir le fluide chassé d'une portion de surface, sur les autres surfaces qui ne sont pas encore en contact lubrifié.

Deuxième simplification

Compte tenu des difficultés à surmonter, une démarche de simplification est entamée. Ainsi, les outils sont supposés être uniquement des tas plats dont les surfaces à entrer en contact avec le lopin ne sont constituées que d'un seul segment pour chacun de ces outils. Par conséquent, les épaisseurs seront définies verticalement par rapport aux outils, facilitant la création de l'interface. Par ailleurs, étendre l'étude à une géométrie dans laquelle

interviendraient les deux outils, pose des problèmes numériques de mouvement de corps solide pour le lopin, celui-ci n'étant plus bloqué axialement par aucun contact que ce soit. Seuls des efforts apparaîtront sur les surfaces inférieure et supérieure, rendant la matrice de rigidité globale du système à résoudre singulière. C'est pourquoi l'étude se restreindra qu'à la seule partie supérieure d'un lopin présentant obligatoirement un plan horizontal de symétrie matérielle.

Dans le modèle, l'interface présentera une certaine épaisseur de lubrifiant sur chacune des parois, et l'écoulement du lubrifiant n'aura lieu que lorsque ces couches de lubrifiant rentreront en contact (voir figure 4.11). Une telle configuration géométrique permet d'utiliser les équations établies aux chapitres 2 et 3 précédents et écrites dans un système de coordonnées cylindriques. Le cas général d'une interface curviligne aurait nécessité la simple réécriture de ces équations dans un système de coordonnées curvilignes orthogonales plus adaptées à une géométrie quelconque d'interface. Mais, avec cette hypothèse, il n'aurait pas été possible de considérer les parois de l'interface comme constitués d'une succession continue de segments à cause du problème de la définition des normales aux nœuds, mais plutôt comme une succession continue de splines cubiques dite de Catmull-Rom [CATMULL1974] pour lisser la surface du lopin. Les épaisseurs sont alors prises normales à ces splines, ce qui n'enlève en rien le problème de la 'perte' de longueur sur les outils en développant l'interface lubrifiée comme évoqué précédemment. Rappelons au passage que la succession continue de segments est une approximation de la surface réelle du lopin. Notons que la détermination des nœuds de début et de fin de l'interface se fait en comparant les conditions de contact des deux nœuds voisins.

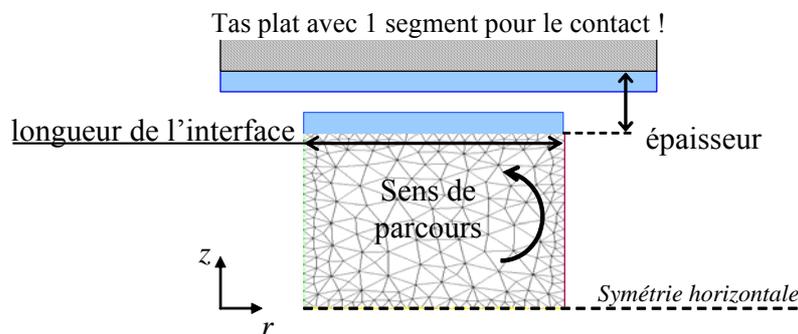


Fig. 4.11 : Exemple de lopin pour l'étude. Ici un anneau de section rectangulaire.

Les couches de lubrifiant (figure 4.12) étant d'ailleurs d'une certaine épaisseur (initialement de l'ordre de plusieurs millimètres dans la pratique), dès lors qu'elles rentrent en contact, elles forment une interface lubrifiée épaisse si bien que le régime de lubrification rencontré est épais [WILSON1979], [JACKSON1989], [BAILLET1994a], [BOYER1998], [MONTMITONNET2001]. Dans de telles conditions, puisque que la taille des aspérités est négligeable devant cette épaisseur, celles-ci n'interagissent pas sur l'écoulement du lubrifiant. Il est donc normal de ne pas les modéliser pour restreindre le nombre de variables à stocker (épaisseurs de l'interface, etc.) pour diminuer les temps de calculs (voir chapitre 1 et 2 sur ce point). Toutefois, dès lors que l'épaisseur passera en dessous d'une certaine valeur critique, l'effet des aspérités devra être pris en compte. La valeur critique typiquement définie, est de poser cette épaisseur comme étant égale à dix fois la valeur de la rugosité quadratique moyenne combinée Σ des aspérités des deux surfaces de l'interface définie au paragraphe

1.4.1.1 du chapitre 1 [MONTMITONNET2000], [MONTMITONNET2001], [KAMAMOTO1995].

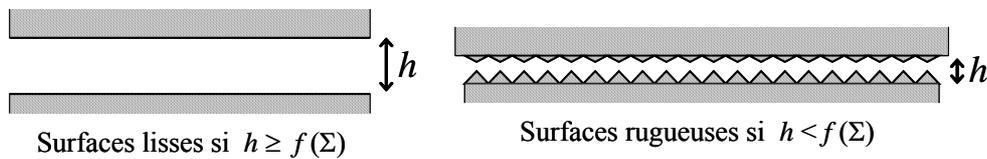


Fig. 4.12 : Les deux types d'interface lubrifiées à modéliser.

Cas du film épais

Dans le cas d'un film de lubrification épais, on détermine les coordonnées de l'ensemble des nœuds du lopin, ainsi que celles des pieds de projection de ces nœuds avec le segment horizontal de l'outil pour le calcul des épaisseurs locales de l'interface. Pour avoir un nombre suffisant de points de discrétisation dans l'interface, un certain nombre de points est imposé arbitrairement sur chacun des segments du lopin, chacun ayant de ce fait un projeté sur l'outil pour définir l'épaisseur locale de l'interface. Les vitesses et températures des nœuds du maillage sont alors interpolées entre ces points supplémentaires de discrétisation.

Lorsque le film épais ne satisfait pas à la condition $\varepsilon \ll 1$, l'écoulement est considéré globalement par une approche de conservation de volume global. Dans ce cas, les contraintes subies par le lopin sont négligées. Le débit de fuite est alors défini par :

$$Q = \frac{V(t - \Delta t) - V(t)}{\Delta t} \quad (4.47)$$

où Δt est l'incrément de temps précédent et $V(t)$ est le volume de lubrifiant de l'interface à l'instant t , volume défini par la somme de tous les volumes des tores de section quadrilatérale consécutives dans le pan axisymétrique (figure 4.13). Pour un tore de section quelconque S et de rayon de centre de gravité r_G , son volume vaut $V = 2\pi r_G S$. Pour la section torique ABCD (figure 4.13), il vaut alors¹ :

$$V_{ABCD} = \frac{\pi}{2} (r_A + r_B + r_C + r_D) ((r_C - r_A)(z_B - z_D) - (z_C - z_A)(r_B - r_D)) \quad (4.48)$$

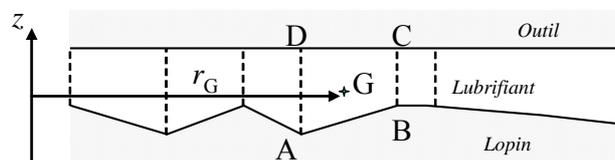


Fig. 4.13 : Interface constituée d'une succession de sections toriques.

Cas du film mince

¹ Le résultat se retrouve en décomposant le quadrilatère en deux triangles ABC et ACD et en prenant pour chacun la moitié de la norme des produits vectoriels.

Lorsque l'interface est en régime de lubrification mince, l'influence des aspérités est très important (voir le paragraphe 1.3.2 du chapitre 1 à ce sujet). Dans ce cas, les aspérités choisies de pas constant par segment de surface du maillage mécanique, doivent être modélisées de part et d'autre de l'interface sur chaque segment du maillage mécanique. Pour éviter un stockage et des calculs inutiles, des aspérités triangulaires sont créées seulement sur les segments du contour du maillage du lopin dont les extrémités vérifient la condition de contact lubrifié en prenant soin d'imposer un certain nombre de points sur les pentes de ces aspérités pour une bonne discrétisation de l'interface. En effet, une étude comparative menée au chapitre 2 entre les résultats analytiques et numériques dans le cas d'un lopin cylindrique rugueux, a révélé qu'il était nécessaire d'avoir un certain nombre de points de discrétisation par flanc d'aspérités pour obtenir une bonne répartition de pression dans l'interface. Rappelons en effet qu'une discrétisation trop espacée entraîne un phénomène de lissage fictif des parois rugueuses de telle sorte que la pression et le frottement calculé sont plus faibles.

Par ailleurs, puisque les aspérités sont de hauteurs et surtout de pas identiques constants quelque soit le segment de maillage mécanique du lopin ou de l'outil, il est nécessaire de déterminer pour chaque segment de maillage, la portion de segment ne pouvant éventuellement pas être couverte entièrement par une aspérité (voir figure 4.14). Si cette longueur est nulle, alors aucun traitement n'est à faire. Dans le cas contraire, on compare cette longueur restante avec le demi pas d'une aspérité. Si ce reste est inférieur au demi pas d'une aspérité, le nombre d'aspérités sur le segment est conservé mais leur pas est ajusté pour couvrir tout le segment (cas *a*). Si au contraire ce reste est plus grand que le demi pas de d'une aspérité, une aspérité supplémentaire est rajoutée et leur pas des aspérités sur ce segment en conséquence.

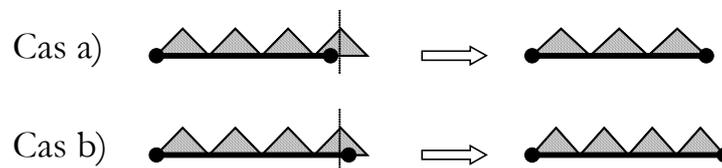


Fig. 4.14 : Modification du pas des aspérités en fonction des cas.

Une fois tous les points de discrétisation connus, la géométrie de l'interface peut être prise en compte par le module de résolution de l'équation du mouvement du fluide. Les points de discrétisation du lopin et de l'outil sont réunis pour former une seule et même interface lubrifiée discrétisée. Une attention toute particulière est accordée aux points très proches en les confondant artificiellement. Les vitesses et températures des nœuds du maillage sont alors interpolées aux points de discrétisation.

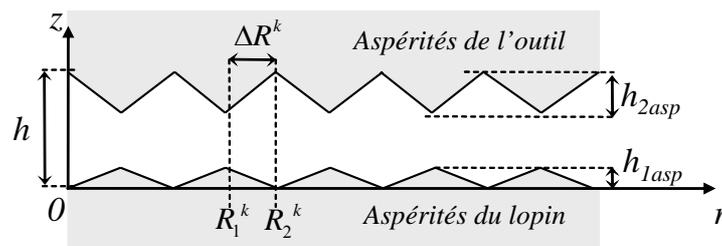


Fig. 4.15 : Présentation de l'interface rugueuse type pour la définition de (4.53).

Définition de l'épaisseur réduite Λ de l'interface rugueuse

Le passage entre les différents régimes de lubrification, en particulier celui entre le régime épais et le régime mince, est défini en fonction de la valeur de l'épaisseur moyenne réduite Λ de l'interface (voir figure 1.3.2 du chapitre 1) qui se définit par MONTMITONNET2000], [MONTMITONNET2001], [KAMAMOTO1995] :

$$\Lambda = \frac{h_m}{\Sigma} \quad (4.49)$$

avec R_{qi} la rugosité quadratique moyenne sur une longueur L de la surface en dents de scie indicée i , $i = 1$ ou 2 , définie en (1.30) au chapitre 1, à savoir :

$$R_{qi} = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L y_i(r)^2 dr} \quad (4.50)$$

et Σ , la rugosité composite de l'interface, définie par :

$$\Sigma = \sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2} \quad (4.51)$$

En se basant sur l'expression de l'équation d'une pente d'aspérité définie par rapport à la ligne moyenne, $y_i(r) = \pm \tan |\alpha_i| (r - R_1) \mp h_{iasp} / 2$, pour une surface i en dents de scie, il est facile de montrer que pour une succession de N aspérités de pas égaux ou différents, mais de pente ascendante et descendante opposées pour chacune d'entre elles, que cette surface (figure 4.15) a pour rugosité quadratique moyenne :

$$R_{qi} = \left(\frac{1}{L} \sum_{k=1}^N \frac{\Delta R^k}{3} \left[2(\Delta R^k \tan |\alpha_i^k|)^2 + \frac{3}{2} h_{iasp} (-2\Delta R^k \tan |\alpha_i^k| + h_{iasp}) \right] \right)^{1/2} \quad (4.52)$$

où $\Delta R^k = R_2^k - R_1^k$ est le demi pas de l'aspérité k . Ainsi, puisque $\Delta R^k \tan |\alpha_i^k| = h_{asp} \quad \forall k$ et que $L = \sum_{k=1}^N 2\Delta R^k$, (4.51) devient :

$$\Sigma = \left(\frac{h_{1asp}^2 + h_{2asp}^2}{12} \right)^{1/2} \quad (4.53)$$

Le passage entre les régimes épais et mince de lubrification peut donc être clairement défini dans le cadre d'une interface avec aspérités triangulaires à l'aide de (4.49) moyennant (4.53). Toutefois, le régime mixte n'est modélisé et pris en compte dans POLLUX qu'à partir du moment où la surface rugueuse de l'outil vient contacter celle du lopin, supposée parfaitement lisse par le biais de la loi de frottement vague plastique. De ce fait, lorsque le lopin est rugueux, le contact direct entre les aspérités opposées de l'interface ne sera pas traité et l'épaisseur de l'interface sera arbitrairement imposée à zéro dès lors que l'épaisseur h de l'interface sera égale à la somme $h_{1asp} + h_{2asp}$ des aspérités.

4.4 Implémentation du modèle de lubrification

L'implémentation du nouveau modèle de lubrification est fait dans le processeur sous forme de deux procédures de résolution distinctes, l'une servant à un calcul isotherme, l'autre pour le calcul thermomécanique ; la résolution est identique mais la construction de systèmes

différents à cause du calcul des intégrales I_α et J_α (voir § 3.2.4). Cependant, des modifications en profondeur ont été apportées au code initial :

- dans un premier temps, il a fallu créer de nouvelles conditions de contact tout en prenant soin de les harmoniser de façon cohérente avec les anciennes conditions puisque ces dernières serviront lors du contact métal/métal faisant appel à la loi vague plastique développée par Baillet [BAILLET1994a].
- il a fallu modifier tous les repères de projections des équations du mouvement du lopin (voir § 4.2.2.3) pour appliquer de manière simple les nouvelles conditions aux limites, tout en respectant la procédure de projection existante dans le programme du logiciel. Celles-ci étant initialement définies par rapport aux segments des outils, ne peuvent plus convenir car l'introduction d'une couche de lubrifiant entre le lopin et l'outil entraîne l'application d'un effort sur les parois de l'interface. Puisque l'outil est supposé parfaitement rigide, seul l'application sur le lopin sera faite.
- enfin, il a fallu rajouter les contraintes imposées par le fluide au second membre du système global à résoudre dans le vecteur de pseudo chargement en cumulant tant le frottement que la pression puisque les contraintes agissent comme des efforts surfaciques appliqués.

Formulation faible

Résoudre une équation par la méthode des éléments finis, celle de la mécanique des films minces visqueux en particulier, débute par l'écriture de sa forme variationnelle faible. Dans le cas isotherme, l'équation de la mécanique des films minces visqueux (2.27) établie au chapitre 2 (§ 2.3.2) s'écrit :

$$\frac{\partial Q'}{\partial r} + r(D_2 - D_1) = 0 \quad (4.54)$$

avec :

$$Q' = \frac{Q(r)}{2\pi} = r \left(U_m (H_2 - H_1) - \frac{(H_2 - H_1)^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (4.55)$$

$$U_m = \frac{U_1 + U_2}{2} \quad \text{et} \quad D_i = W_i - U_i \frac{\partial H_i}{\partial r} \quad (i = 1 \text{ ou } 2) \quad (4.56)$$

La formulation faible de type Galerkin de cette équation de mouvement donne pour toute variation virtuelle δp de la pression relative au sein du fluide dans le domaine $[R_{int}, R_{ext}]$:

$$W(p) = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \frac{\partial Q'}{\partial r} \delta p \, dr - \int_{R_{int}}^{R_{ext}} r(D_2 - D_1) \delta p \, dr = 0 \quad (4.57)$$

L'intégration par parties donne :

$$W(p) = [Q' \delta p]_{R_{int}}^{R_{ext}} - \int_{R_{int}}^{R_{ext}} Q' \frac{\partial \delta p}{\partial r} \, dr - \int_{R_{int}}^{R_{ext}} r(D_2 - D_1) \delta p \, dr = 0 \quad (4.58)$$

Les conditions aux limites du problème en p et δp compatibles, varient selon le type de lopin utilisé. Dans le cas d'un lopin cylindrique et annulaire, elles s'écrivent respectivement :

$$Q(R_{int}) = 0 \quad \text{et} \quad p(R_{ext}) = \delta p(R_{ext}) = 0 \quad (4.59)$$

$$p(R_{int}) = \delta p(R_{int}) = 0 \quad \text{et} \quad p(R_{ext}) = \delta p(R_{ext}) = 0 \quad (4.60)$$

L'équation (4.58) se simplifie alors :

$$W(p) = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} Q' \frac{\partial \delta p}{\partial r} dr + \int_{R_{int}}^{R_{ext}} r(D_2 - D_1) \delta p dr = 0 \quad (4.61)$$

La méthode des éléments finis étant une méthode d'approximation nodale, l'intégrale globale est approchée par la somme d'intégrales élémentaires dans lesquelles la pression et le gradient de pression sont évalués aux nœuds. De ce fait :

$$W(p) \approx \sum_{e=1}^{Nb \text{ elts}} W^e(p^e) = 0 \quad (4.62)$$

La décomposition de p^e et δp^e sur la base des fonctions de forme de l'élément E^e permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[A]\{p\} = \{b\} \quad (4.63)$$

avec :

$$A_{ij} = \int_{E^e} \left(\frac{r}{12\eta} (H_2 - H_1)^3 \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) dr \quad (4.64)$$

$$b_i = \int_{E^e} r (U_m (H_2 - H_1) + D_2 - D_1) \frac{\partial N_i}{\partial r} dr \quad (4.65)$$

L'intégration sur E^e peut se faire simplement par exemple avec la méthode de Gauss-Legendre à 3 points, les fonctions d'interpolation sur la frontière du lopin s'écrivant dans le domaine $\xi \in [0,1]$:

$$N_1 = (\xi - 1)(2\xi - 1) \quad N_2 = 4\xi(1 - \xi) \quad N_3 = (2\xi - 1)\xi \quad (4.66)$$

Notons que dans le cas thermique, l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée est de la même forme que (4.54) si ce n'est que le débit volumique s'exprime différemment :

$$Q(r) = r \left[\left(J_1(H_2) - J_0(H_2) \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + U_1 \left(H_2 - H_1 - \frac{J_0(H_2)}{I_0(H_2)} \right) + U_2 \frac{J_0(H_2)}{I_0(H_2)} \right] \quad (4.67)$$

On retrouve alors le même système (4.63) dont les composantes sont :

$$A_{ij} = \int_{E^e} r \left(J_1(H_2) - J_0(H_2) \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \right) \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} dr \quad (4.68)$$

$$b_i = \int_{E^e} r \left[U_1 \left(H_2 - H_1 - \frac{J_0(H_2)}{I_0(H_2)} \right) + U_2 \frac{J_0(H_2)}{I_0(H_2)} \right] + D_2 - D_1 \left] \frac{\partial N_i}{\partial r} dr \quad (4.69)$$

Si celle approche est facile à mettre en place dans le cas de parois lisses, elle l'est moins dans le cas d'aspérités triangulaires. La résolution nécessite une certaine quantité de points de discrétisation et les zones anguleuses induisent des discontinuités dans l'approche. De ce fait,

le calcul des contraintes ne peut pas être envisagé globalement au niveau de chacun des éléments du maillage, mais à un niveau plus local, celui des points de discrétisation.

La démarche consiste donc à calculer, comme cela a été décrit aux chapitres 2 et 3, les contraintes aux points de discrétisation dans un premier temps. Ensuite, connaissant le nombre de points par segment d'outil, et donc par élément du maillage du lopin, ces contraintes sont moyennées par élément pour pouvoir appliquer sur chaque nœud du maillage, des efforts équivalents conformément à la méthode des éléments finis. Ces calculs ne sont fait qu'une fois par un incrément de temps.

Enfin notons que puisque la position implicite \vec{M}_i ($i=1$ ou 2) des nœuds du maillage mécanique appartenant à la surface i à l'instant $t + \Delta t$ n'est pas physiquement réaliste, les vitesses axiales et radiales à l'instant t sont calculées explicitement entre t et $t - \Delta t$ par :

$$\begin{cases} U_i \\ W_i \end{cases} = \frac{\vec{M}_i(t) - \vec{M}_i(t - \Delta t)}{t - (t - \Delta t)} \quad (4.70)$$

Calcul des efforts équivalents sur les nœuds du lopin

Les contraintes normale et de frottement ne sont pas calculées dans le repère local tangent aux aspérités mais dans celui porté par le segment du lopin. En effet, étant donné l'inclinaison des aspérités, la pression qui s'exerce sur leurs parois se décompose suivant la direction axiale et radiale, et agit alors dans le sens du frottement. Il en est de même pour la contrainte de frottement qui se décompose suivant les directions axiale et radiale.

Dans le repère local lié au segment de lopin, il a été montré aux chapitres 2 et 3 précédents que la contrainte de frottement s'écrit d'après (2.73) dans le cas isovisqueux :

$$\sigma_{rz}|_{H_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} (H_1 - H_2) + \eta \frac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} \quad (4.71)$$

Dans le cas thermovisqueux, d'après (3.13), elle vaut :

$$\sigma_{rz}|_{H_1} = \left(H_1 - \frac{I_1(H_2)}{I_0(H_2)} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{U_2 - U_1}{I_0(H_2)} \quad (4.72)$$

Au chapitre 2, (§ 2.3.7), il avait été établi sur la paroi du lopin l'expression suivante de la contrainte normale :

$$\sigma_{zz} = -p \cos^2 \alpha_1 + \sigma_{tt} \sin^2 \alpha_1 + \sigma_{nt} \sin(2\alpha_1) \quad (4.73)$$

La trace d'un tenseur étant un invariant, on a l'égalité $\sigma_{tt} = p + \sigma_{rr} + \sigma_{zz}$ que l'on injecte dans (4.73). En utilisant (2.75) et (2.76), à savoir :

$$\sigma_{rr}|_{z=H_1} = -p - 2\sigma_{rz}|_{z=H_1} \tan \alpha_1 \quad \text{et} \quad \sigma_{nt}|_{z=H_1} = (1 + 2 \tan^2 \alpha_1) \sigma_{rz}|_{z=H_1} \quad (4.74)$$

l'expression (4.73) donne finalement [HELENON2004b] :

$$\sigma_{zz}|_{z=H_1} = -p + f(\alpha_1) \sigma_{rz}|_{z=H_1} \quad (4.75)$$

où f est une fonction impaire monotone croissante de α_1 définie par $f(\alpha_1) = 2 \tan \alpha_1 (1 + \tan^2 \alpha_1)$ et $\sigma_{rz}|_{z=H_1}$ est définie en (4.71) ou (4.72) selon le régime

thermique de mise en forme. Ainsi, pour une aspérité de pas $400 \mu\text{m}$ et de hauteur $17,5 \mu\text{m}$, soit d'angle 5° , la contribution de σ_{rz} est pondérée par $2 \tan(5^\circ) \times (1 + \tan^2(5^\circ)) = 0,176$. Puisque le frottement est quasi négligeable dans l'interface lorsque le lubrifiant est huileux (voir résultats du chapitre 2), l'influence de σ_{rz} sur σ_{zz} est quasi négligeable. Par contre, l'utilisation de lubrifiant verre provoque une augmentation de la participation de σ_{rz} sur σ_{zz} qui, compte tenu des niveaux de contraintes normales atteintes (voir les résultats du chapitre 3), reste relativement faible.

Modification du maillage thermique

Dans POLLUX, lors du contact métal/métal dans la mise en forme lente thermo-élasto-viscoplastique, la résistance thermique de contact est calculée selon les travaux de Marchand [MARCHAND1998] puis utilisée entre les maillages thermiques du lopin et des outils. L'introduction d'une couche de lubrifiant séparant les deux surfaces modifie les échanges thermiques entre les corps solides. La résistance thermique évolue alors en fonction de l'épaisseur de la couche de lubrifiant.

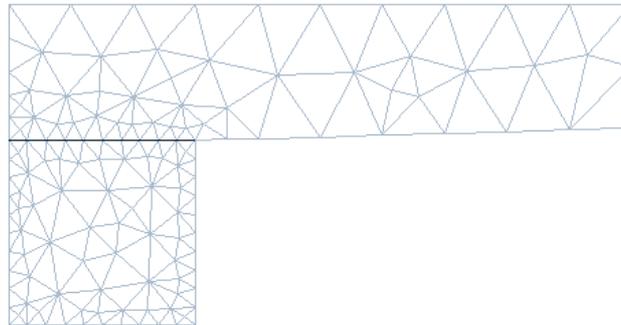


Fig. 4.16 : Maillage thermique modifié dans le cas d'un lopin cylindrique présentant un plan horizontal de symétrie matérielle et dont seule la partie supérieure est maillée.

Plutôt que de mailler la couche de fluide par un maillage spécifique et, puisque l'échange conductif est supposé unique et unidirectionnel suivant l'épaisseur de l'interface, lorsque cette dernière est faible, une modification du maillage thermique des outils est apportée dans l'optique de conserver la notion de résistance thermique de contact entre le lopin et les outils telle qu'introduite dans le logiciel. Le maillage de chaque outil est alors contraint à venir contacter celui du lopin. Notons cependant que lorsque l'épaisseur de lubrifiant est importante de telle sorte que la condition de facteur d'échelle $\varepsilon \ll 1$ ne soit plus satisfaite, l'hypothèse de conduction transverse prédominante devant la convection longitudinale n'est plus valable. Par ailleurs, en appliquant de faibles épaisseurs de lubrifiant sur les parois du lopin et des outils, il est possible de conserver le modèle d'échange thermique par rayonnement en cavité fermée si le fluide est alors considéré comme faisant partie des massifs en réagissant comme eux avec les mêmes évolutions de températures.

La résistance thermique locale est alors définie par son inverse, le coefficient d'échange thermique local de contact (en $\text{W}/\text{m}^2/^\circ\text{K}$) :

$$\alpha_{ct} = \frac{\kappa}{\Delta H} \quad (4.76)$$

avec κ le coefficient de conductivité thermique du lubrifiant et ΔH l'épaisseur locale de l'interface. Par exemple, lorsqu'une interface d'épaisseur 0,04 mm est lubrifiée par une huile minérale de conductivité $\kappa = 0,1 \text{ W/m}^\circ\text{K}$, le coefficient d'échange vaut $2\,500 \text{ W/m}^2/\circ\text{K}$, soit une résistance thermique de contact de $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ }^\circ\text{K/W}$. Pour les températures élevées, la conductivité thermique du verre est quasi constante (voir chapitre 3). Ainsi, la conductivité thermique du verre est imposée à $1,4 \text{ W/m}^\circ\text{K}$ comme proposé dans [SALLE2002] ou [WILSON2003]. Par conséquent, pour une épaisseur d'interface de 0,04 mm, le coefficient d'échange vaut $3,5 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2/\circ\text{K}$, soit une résistance thermique de contact de $2,86 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ }^\circ\text{K/W}$.

4.5 Résultats

Lors du chapitre 2, il a été montré que l'utilisation d'un lubrifiant de faible viscosité (huile) conduisait à la génération de contraintes normales très importantes sur le lopin, celles de frottement étant quasi négligeables. Dans le chapitre 3, l'utilisation de lubrifiants de plus forte viscosité, comme les verres sodocalciques $65 \text{ SiO}_2 - 30 \text{ Na}_2\text{O} - 5 \text{ CaO}$ (faible viscosité) et $65 \text{ SiO}_2 - 5 \text{ Na}_2\text{O} - 30 \text{ CaO}$ (forte viscosité), a révélé des niveaux de contraintes normales et de frottement très significatives.

Dans le but de visualiser les résultats issus de l'implémentation des nouvelles lois de frottements en régimes isothermes et thermiques, deux géométries simples compatibles avec les simplifications proposées dans la construction de l'interface lubrifiée seront étudiées. La figure 4.17 présente les deux géométries classiques retenues. Les caractéristiques mécaniques des lopins utilisés sont : un module d'Young $70\,000 \text{ MPa}$, une limite d'écoulement de 100 MPa et un coefficient de Poisson de $0,33$.

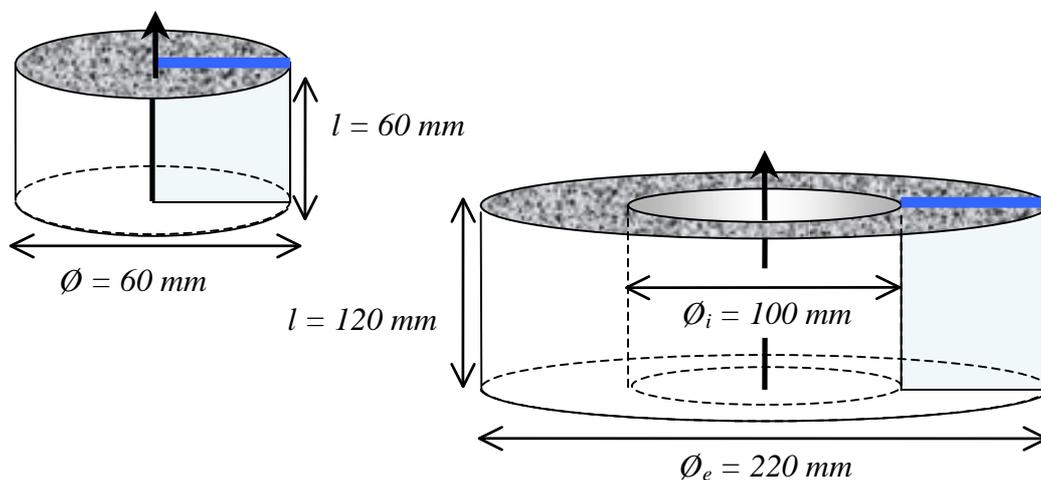


Fig. 4.17 : Dimensions des géométries étudiées [HELENON2004b].

Compte tenu de la symétrie matérielle et géométrique horizontale, seule la moitié supérieure de la section axisymétrique sera modélisée quelque soit le lopin de la figure 4.17. Le maillage, présenté à la figure 4.18, comprend 400 éléments triangulaires à 6 nœuds de sorte qu'il y ait 20 éléments sur chacun des coté de la géométrie. La figure met en évidence les couches de lubrifiant déposés initialement sur le lopin et sur l'outil supérieur. Pour mener une étude comparative de l'influence de la viscosité du lubrifiant sur le lopin conformément

aux conclusions tirées aux chapitres précédents, deux types de lubrifiants seront utilisés : le premier, de faible viscosité, est une huile de viscosité 0,5 Pa.s ; le second est un verre sodocalcique de viscosité beaucoup plus élevée, 4,5 Pa.s. Les procédés de mise en forme se déroulent tous à une même vitesse constante de 1 mm/s. Les résultats des simulations isothermes puis thermiques sont présentés dans les deux paragraphes suivants.

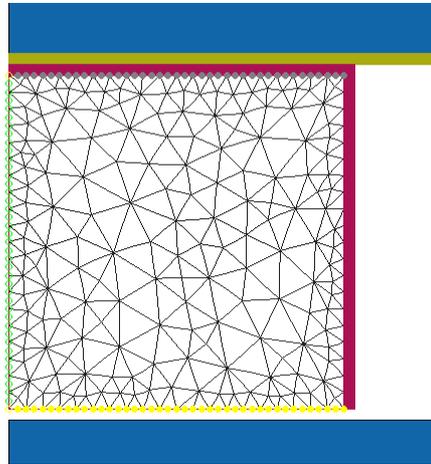


Fig. 4.18 : Exemple de maillage utilisé pour un lopin cylindrique avec les couches de lubrifiant utilisées.

4.5.1 Résultats isothermes

4.5.1.1 Etude du lopin cylindrique

Les résultats en régime isotherme présentés aux figures 4.19 pour une course d'outil de 1,98 mm avec un lubrifiant visqueux de 0,5 Pa.s montrent les répartitions des composantes σ_{zz} et σ_{rz} du tenseur des contraintes dans le lopin.

Ces résultats montrent que la présence de lubrifiant dans l'interface conduit à la génération de contraintes dans le lopin bien avant qu'il n'y ait de contact métal/métal, preuve que les contraintes générées dans l'interface agissent sur la matière. La composante σ_{zz} montre que la forme parabolique de la répartition de pression entraîne un maximum de contraintes normales au voisinage de l'axe d'axisymétrie, valeur qui décroît au fur et à mesure vers la zone de fuite du lubrifiant. Les résultats concernant σ_{rz} montrent que cette contrainte reste relativement faible dans le lopin. Il est intéressant de noter au voisinage de l'interface, que sa valeur croît avec le rayon de l'interface puis décroît au niveau de la zone de fuite du lubrifiant.

La représentation, figure 4.20, des composantes axiale u_z et radiale u_r du champ de déplacement montre la conséquence des contraintes appliquée par le fluide sur le lopin. En effet, on note un déplacement axial maximal d'environ 0,02 mm au voisinage de la partie supérieure centrale du lopin, confirmant l'influence notable de la contrainte normale sur la formation d'une poche de lubrifiant au centre de la zone lubrifiée du lopin. De plus, on note que le déplacement n'est nul en aucun point de la surface supérieure du lopin montrant qu'il y a un affaissement global du lopin sous la pression du lubrifiant. Par ailleurs, on note la présence d'un léger bombé (de 0,01 mm maximum) sur la paroi verticale du lopin, sans doute

afin de compenser la perte de volume provoquée par l'affaissement du centre de la surface supérieure du lopin.

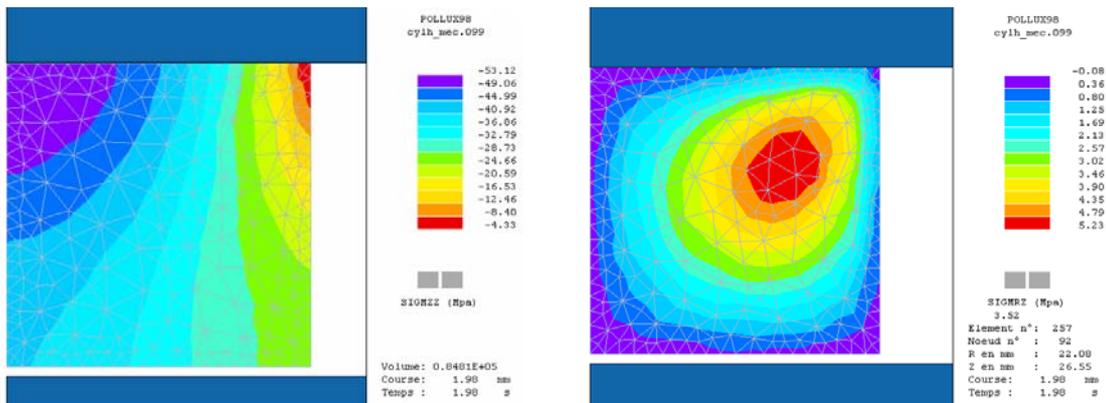


Fig. 4.19 : Champs de contrainte σ_{zz} (à gauche) et de cisssion σ_{rz} (à droite) dans le lopin lubrifié avec une huile de 0,5 Pa.s au bout d'une course d'outil supérieur de 1,98 mm.

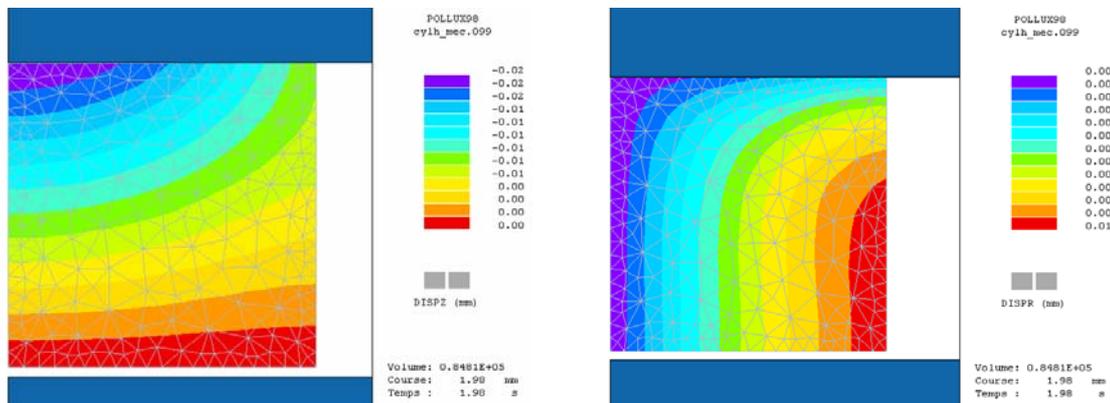


Fig. 4.20 : Composantes du champ de déplacement dans le lopin lubrifié avec une huile de 0,5 Pa.s au bout d'une course d'outil supérieur de 1,98 mm : à gauche, la composante axiale u_z ; à droite la composante radiale u_r .

Pour mieux appréhender les valeurs obtenues au niveau de l'interface, les figures 4.21, 4.23 et 4.24 représentent respectivement les extrapolations des contraintes normale et de frottement ainsi que du champ de déplacement u_z à la surface supérieure du lopin pour diverses courses d'outil comprises entre 1,88 et 1,96 mm. Un comparatif est proposé à course égale entre les résultats obtenus avec une lubrification faiblement visqueuse (huile de 0,5 Pa.s) et ceux obtenus avec un lubrifiant de forte viscosité (verre à 4,5 Pa.s).

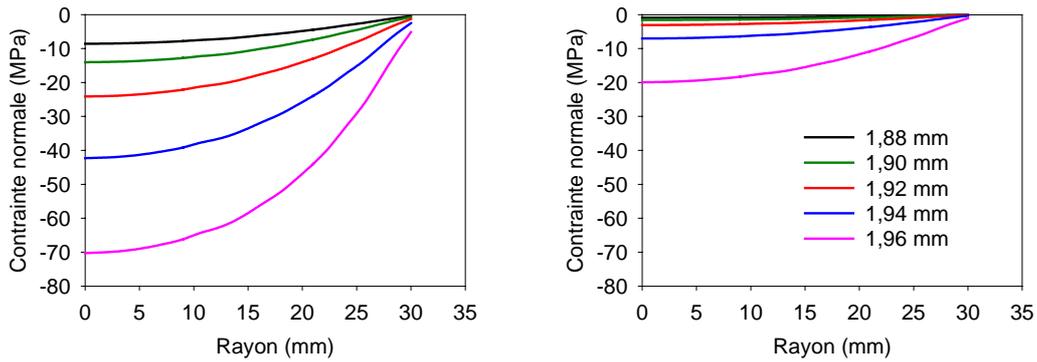


Fig. 4.21 : Evolution de la répartition de la contrainte normale σ_{zz} à la surface du lopin pour diverses courses d'outil supérieur. A gauche pour le verre de 4,5 Pa.s et à droite pour l'huile de 0,5 Pa.s.

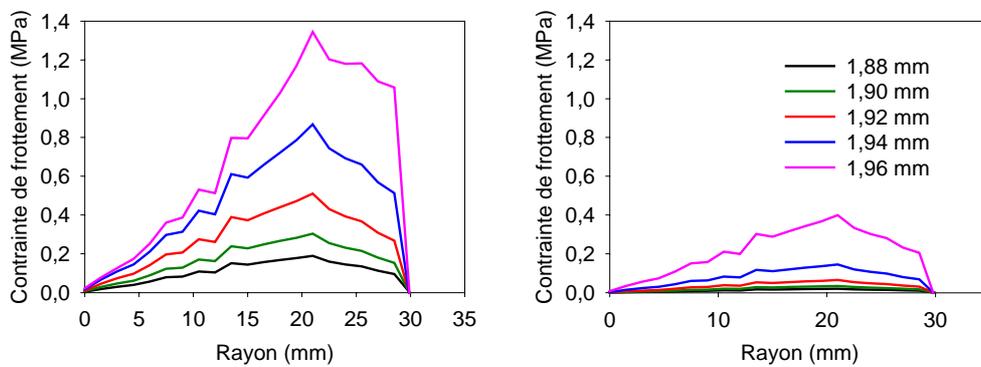


Fig. 4.22 : Evolution de la répartition de la cission de frottement σ_{rz} à la surface du lopin pour diverses courses d'outil supérieur. A gauche pour le verre de 4,5 Pa.s et à droite pour l'huile de 0,5 Pa.s.

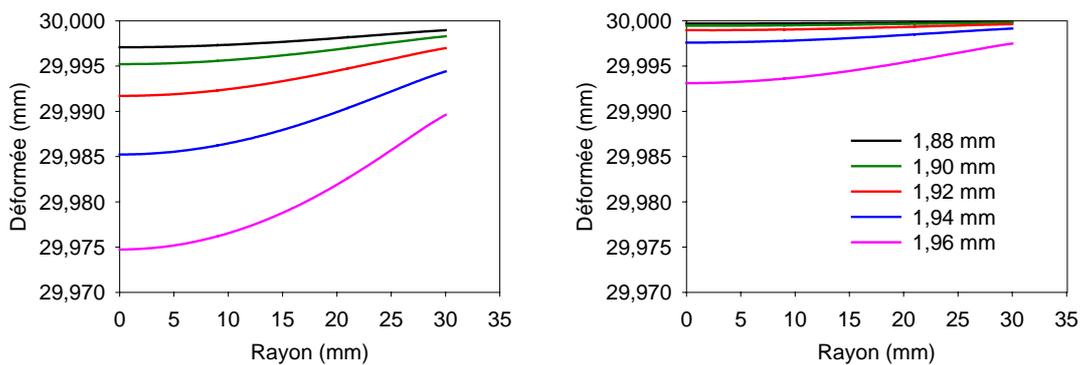


Fig. 4.23 : Evolution de la hauteur de la surface supérieure du lopin en fonction de la course de l'outil supérieur. A gauche pour le verre de 4,5 Pa.s et à droite pour l'huile de 0,5 Pa.s [HELENON2004b].

Il apparaît d'emblée que plus l'outil progresse, plus ces valeurs sont importantes. La contrainte normale tend vers la valeur de la limite d'écoulement du matériau et la dépasse

largement lorsque l'épaisseur de l'interface passe sous le centième de millimètre (figure 4.23). Il s'en suit un déplacement axial du lopin provoquant l'apparition d'une poche de lubrifiant autour de l'axe d'axisymétrie. La contrainte de frottement, figure 4.22, augmente non uniformément du centre vers l'extérieur de l'interface mais présente une brutale chute vers la zone de fuite du lubrifiant. Ces valeurs non cohérentes avec les résultats des chapitres précédents (la contrainte de frottement est globalement monotone croissante en théorie) résultent en fait de l'extrapolation des contraintes aux nœuds du maillage comme expliqué au § 4.2.2.4. En effet, bien qu'il y ait un lissage des valeurs, elles n'en demeurent pas moins très approximatives et les résultats des figures 4.21 et 4.22 ne donnent qu'une tendance sur les valeurs quantitatives des contraintes à la surface du lopin. La zone de fuite subit l'influence de la frontière libre du lopin (coin vertical haut). Cette singularité est évoquée dans [MICHEL1993] lorsque le frottement est modélisé par les lois classiques macroscopiques.

Quoiqu'il en soit, ces valeurs corroborent les conclusions de l'étude du chapitre 2. En effet, plus le lubrifiant est visqueux, plus les contraintes engendrées à la surface du lopin le sont. Les présents résultats montrent que la surface du lopin est d'autant plus déformée que le lubrifiant est visqueux pour une course d'outil donnée. Par ailleurs, l'étude du champ de déformations équivalentes révèle qu'aucune plastification n'apparaît à la surface du lopin tant qu'il n'y a pas de contact métal/métal entre le lopin et l'outil. Ces résultats poussent à conclure que la formation de la poche de lubrifiant ne résulte que d'un phénomène élastique de déformation de la surface supérieure du lopin, poche qui est maintenue puis conservée par la suite lorsque survient le contact métal/métal entre les parois de la couronne externe de l'interface. C'est d'ailleurs à ce niveau qu'apparaissent effectivement les premières déformations plastiques pour l'interface. Notons que l'apparition des déformations est semblable à celles qui surviennent au cours d'un écrasement de lopin sans couche lubrifiée (voir figure 1.2 du chapitre 1). La modélisation de ce phénomène de poche nécessite une description plus fine du comportement de l'interface au niveau de la gestion du contact dans la simulation éléments finis, description qui sort du cadre de l'étude initiale de cette thèse qui vise à étudier la lubrification en régime épais voire mince sans contact entre aspérités antagonistes.

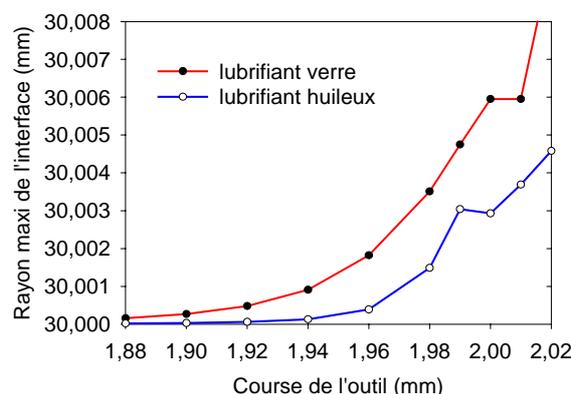


Fig. 4.24 : Evolution du rayon maximal de l'interface en fonction de la course de l'outil.

Par ailleurs, puisque la figure 4.19 a montré que la contrainte de frottement est centrifuge, il est intéressant d'étudier son impact sur la paroi lubrifiée du lopin. Notons que son orientation est opposée à celle qui aurait été observée au cours d'un écrasement non lubrifié.

Dans ce cas, le contact solide/solide provoque un frottement résistant à la vitesse de glissement relative des surfaces antagonistes. Un tel phénomène est modélisé généralement au moyen de lois de frottement simples telles que celles de Coulomb, Tresca ou plus complexes telle que celle de la vague plastique (voir paragraphes 1.5.2 et 1.5.4 du chapitre 1).

La figure 4.24 montre donc l'évolution du rayon externe de la paroi lubrifiée du lopin cylindrique en fonction de la course de l'outil, et ce, pour les deux types de lubrifiants étudiés. On constate que ce rayon croît globalement au cours de tout le procédé. Par ailleurs, plus le lubrifiant est visqueux, plus cette croissance est importante pour une course donnée d'outil. En effet, plus un lubrifiant est visqueux, plus la contrainte de frottement est importante. Cette représentation révèle cependant que, bien que négligeable par rapport aux niveaux de pression générés dans l'interface, le frottement moteur produit un étirement de la surface du lopin.

On peut cependant noter que la croissance monotone du rayon externe est contrariée par la présence de singularités. Par exemple, le rayon ne croît plus entre 1,99 et 2 mm de course d'outil lorsque le lubrifiant est à 0,5 Pa.s. Il en est de même entre 2 et 2,01 mm de course d'outil pour le lubrifiant de 4,5 Pa.s. Ces particularités s'expliquent par l'apparition de contacts métal/métal survenant dans l'interface. Le modèle de frottement, utilisé jusque là, cède théoriquement place à celui de la vague plastique pour la prise en compte du régime mixte et frontière de lubrification.

4.5.1.2 Etude de l'anneau

Les résultats des figures 4.25 et 4.26 illustrent respectivement les valeurs des composantes σ_{zz} et σ_{rz} du champs de contrainte au sein du lopin et les composantes u_z et u_r du champ de déplacement pour un lopin annulaire lubrifié par une huile de viscosité 0,5 Pa.s.

Concernant la contrainte normale, figure 4.25, il apparaît qu'elle est maximale au voisinage du centre de la partie supérieure de la section du lopin en corrélation avec les valeurs maximales de pression obtenues pour une telle configuration (voir chapitre 2). Cette contrainte normale décroît ensuite vers les zones de fuites du lubrifiant. La représentation de la cisssion σ_{rz} montre qu'elle est centripète sur la partie interne de la section alors qu'elle est centrifuge sur la partie externe.

Le champ de déplacement, figure 4.26, met en exergue un maximum dans la même zone que celle des contraintes normales maximales, preuve qu'il se crée une poche de lubrifiant. On remarque en outre que le déplacement n'est nul en aucun point de la surface supérieure du lopin, témoignant de l'affaissement global du lopin sous la pression du lubrifiant. L'analyse de la représentation du champ de déplacement radial, figure 4.26, montre que la surface verticale externe présente un léger bombé (0,02 mm au maximum) alors que la surface verticale intérieure présente un léger creux vers la zone intérieure haute de l'anneau. On remarque de plus que toute la section du lopin subit un déplacement radial centrifuge, de façon analogue à ce que produit l'écrasement d'un anneau par un tas plat entre lesquels il existe un frottement quasi négligeable. En effet (voir § 1.5.3 du chapitre 1), de telles conditions produisent un écoulement centrifuge et une extension circonférentielle uniforme de l'anneau.

Par ailleurs, on note une légère dissymétrie des contraintes normale et du champ de déplacement axial. Elles sont effectivement légèrement plus importantes au niveau du rayon

externe de l'interface. Signalons que la pression maximale est donnée en r_m (2.78), différent du rayon moyen de l'interface axisymétrique.

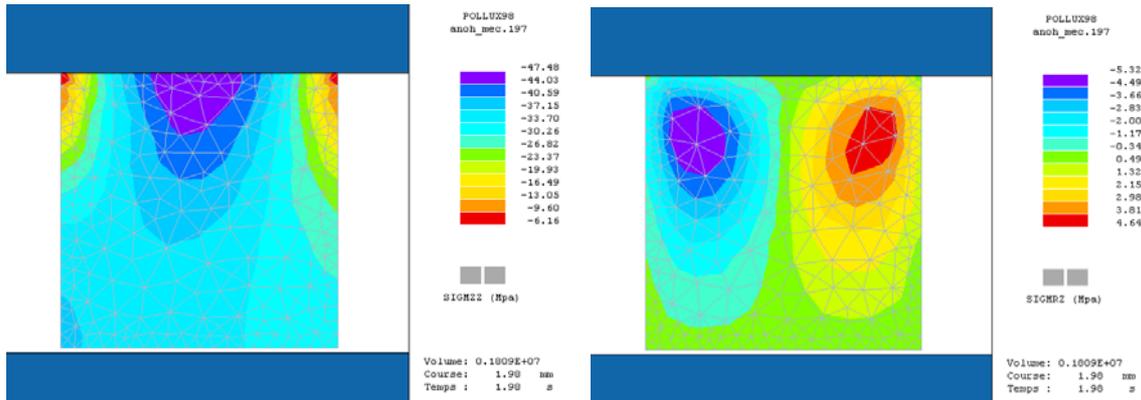


Fig. 4.25 : Champs de contrainte σ_{zz} (à gauche) et de cisssion σ_{rz} (à droite) dans le lopin lubrifié avec une huile de 0,5 Pa.s au bout d'une course d'outil supérieur de 1,98 mm.

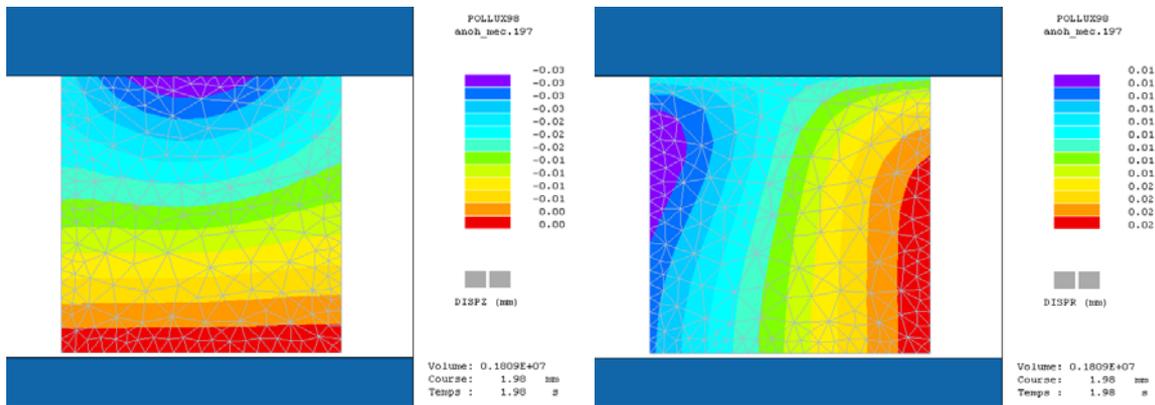


Fig. 4.26 : Composantes du champ de déplacement dans le lopin lubrifié avec une huile de 0,5 Pa.s au bout d'une course d'outil supérieur de 1,98 mm : à gauche, la composante axiale u_z ; à droite la composante radiale u_r .

Comme pour le lopin cylindrique, on étudie le comportement de la surface lubrifiée supérieure de l'anneau. De ce fait, on représente l'évolution des contraintes normale et de frottement au niveau de la surface lubrifiée du lopin ainsi que l'évolution de la hauteur de sa surface pour diverses courses d'outil supérieur comprises entre 1,88 et 1,94 mm (figures 2.27, 2.28 et 2.29).

Globalement, la même tendance que celle rencontrée pour le lopin cylindrique est observée pour ce lopin. Plus l'outil écrase l'interface lubrifiée, plus leurs valeurs augmentent. Les résultats sont cohérents avec les tendances mises en évidence au chapitre 2 concernant les répartitions de contraintes normale et de frottement. Précisons toutefois qu'il existe un point neutre de frottement au rayon pour lequel la contrainte normale est maximale à cause de la nullité de son gradient en ce point (voir paragraphe suivant pour les détails théoriques). Le déplacement de la surface supérieure du lopin (figure 4.29) est en adéquation avec la forme de la répartition des contraintes normales appliquées sur la surface de telle sorte qu'il apparaisse

une poche de lubrifiant dont l'épaisseur maximale est située au niveau du centre de la section de géométrie de ce lopin.

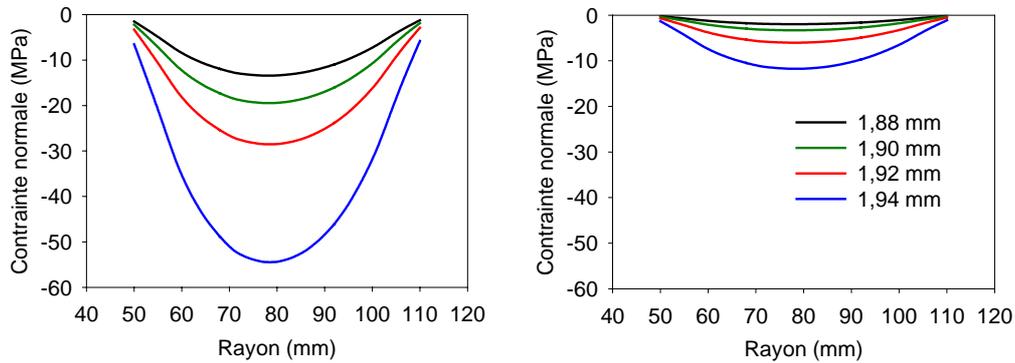


Fig. 4.27 : Evolution de la répartition de la contrainte normale σ_{zz} à la surface du lopin pour diverses courses d'outil supérieur. A droite pour le verre de 4,5 Pa.s et à gauche pour l'huile de 0,5 Pa.s.

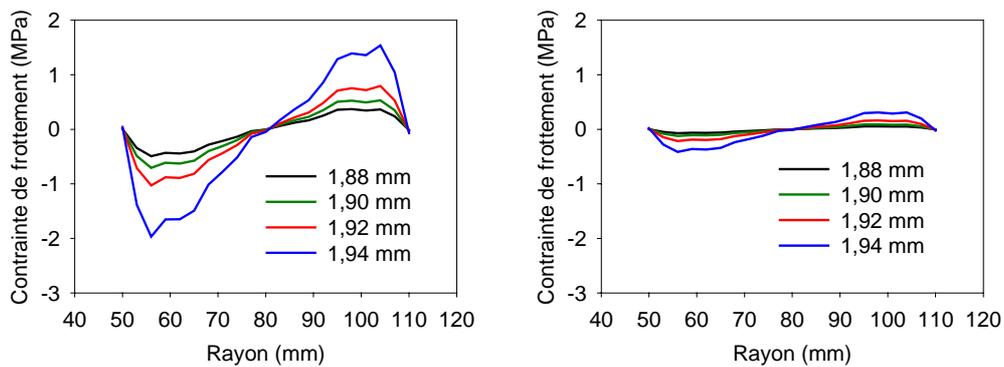


Fig. 4.28 : Evolution de la répartition de la cission de frottement σ_{rz} à la surface du lopin pour diverses courses d'outil supérieur. A droite pour le verre de 4,5 Pa.s et à gauche pour l'huile de 0,5 Pa.s.

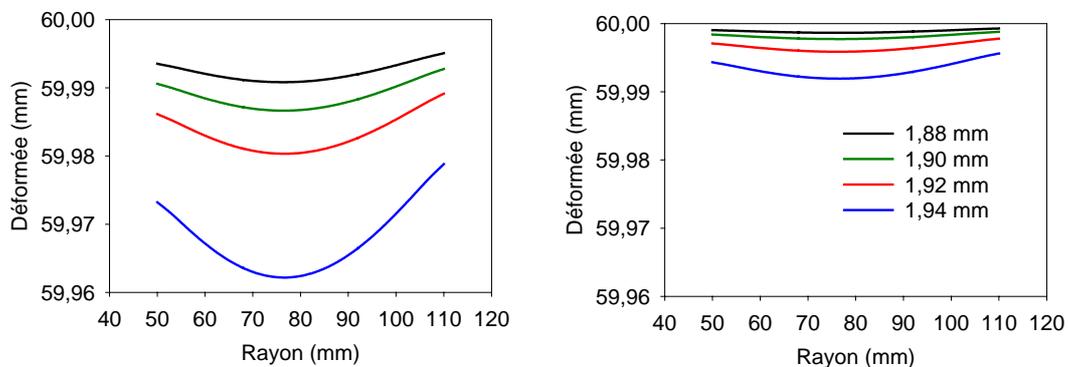


Fig. 4.29 : Evolution de la hauteur de la surface supérieure du lopin en fonction de la course de l'outil supérieur. A droite pour le verre de 4,5 Pa.s et à gauche pour l'huile de 0,5 Pa.s [HELENON2004b].

Par ailleurs, comme pour le lopin cylindrique, l'étude du champ de déformations équivalentes dans le lopin montre qu'aucune plastification n'apparaît au niveau de l'interface tant qu'il n'y a pas de contact métal/métal entre les parois de l'interface. On se retrouve contraint de penser que le phénomène de poche de lubrifiant piégé est un phénomène purement élastique. Cette poche est maintenue dans la suite du procédé d'écrasement à cause du contact s'établissant sur les couronnes internes et externes de l'interface où débute la plastification. Comme pour le cas du lopin cylindrique, l'étude précise du comportement de la poche nécessite une description plus fine du comportement de l'interface au niveau de la gestion du contact dans la simulation éléments finis, exigence sortant de l'approche en lubrification épaisse voire mince, finalité initiale de cette étude.

4.5.1.3 Etude de la poche de lubrifiant

Bien que l'étude initiale se soit focalisée sur l'interface lopin/outil lubrifiée en film épais voire mince, il est intéressant de mener une analyse focalisée sur le phénomène formation de poche de lubrifiant observé respectivement aux figures 4.20 et 4.23 pour le lopin cylindrique et pour l'anneau.

Peu d'études sont rencontrées sur ce phénomène en description déterministe des surfaces dans le domaine de la mécanique des contacts lubrifiés, essentiellement du fait de la difficulté mathématique rencontrée lorsque les contacts surviennent. Citons toutefois Chang [CHANG1995b] qui semble avoir été le premier à tenter ce genre de modélisation en adoptant des concepts issus de la théorie stochastique pour les adapter à sa démarche déterministe, Hu *et al.* [HU2001] qui ont modélisé ce phénomène au cours de la lubrification mixte pour un contact lubrifié ponctuel en modifiant l'équation de Reynolds de telle sorte que les termes de Poiseuille soient pris comme nuls lorsque le contact survient. Quelques autres tentatives sont présentées dans [CHANG1995a]. Cependant, cette approche a fait l'objet de nombreux travaux en modélisant les contacts par le biais d'une approche stochastique (voir § 1.4.2.2 du chapitre 1 à ce sujet).

Il en est quasiment de même dans le domaine de la mise en forme. En effet l'étude des phénomènes plasto-hydrodynamiques est fortement inspirée des études préalables menées dans le domaine de la mécanique des contacts lubrifiés. Le peu d'études dans ce sens expliquent sans doute le manque d'engouement pour ce genre de recherche. Du point de vue théorique les travaux se sont principalement orientés vers l'étude de la poche de lubrifiant survenant au cours de l'écrasement d'un lopin cylindrique (voir § 1.3.2.4 du chapitre 1). Citons à juste titre les travaux d'Oyane et Osakada [OYANE1969] repris ensuite par Wilson [WILSON1974a] puis Felder [FELDER1989], qui ont établi une formule analytique exprimant l'épaisseur de cette poche sur l'axe d'axisymétrie mais pour une interface de parois totalement lisses. Mentionnons également Lo [LO1995] et Lo et Horng [LO1998] pour une extension avec prise en compte de l'influence des aspérités. Par ailleurs, on retrouve toutefois quelques approches moyennant l'usage de logiciels de simulation par éléments finis. Keife et Sjögren [KEIFE1994] aborde la compression de poches de lubrifiant en laminage en se focalisant sur l'écoulement microscopique au voisinage de l'aspérité. Azushima [AZUSHIMA2000] centre son étude sur les niveaux de pressions hydrostatiques atteintes dans une poche de matériau rigide parfaitement plastique, le tout soumis à une compression avec réduction d'épaisseur par un tas plat. Il montre dans ce cas que ce lubrifiant peut atteindre des pressions proche de la limite d'écoulement du matériau. Enfin évoquons au

passage et pour le plaisir Le et Sutcliffe [LE2002], [LE2004] pour leur étude sur le comportement (en configuration axisymétrique et tridimensionnelle) d'un creux de surface de forme conique (sans lubrifiant) soumis à une compression simple ; le matériau est supposé élastoplastique et suit le critère de von Misès. Par ailleurs, mentionnons entre autres Ike [IKE1995] qui a étudié expérimentalement l'influence de la présence de grilles de micro cavités anisotropiques et de rainures remplies d'huile lubrifiante sur le frottement, ainsi que Bech *et al.* [BECH1999] et Shimizu *et al.* [SHIMIZU2001] pour leurs études expérimentales sur la fuite de lubrifiant contenus dans des poches. Enfin au niveau du forgeage simulé par éléments finis, évoquons Liu *et al.* [LIU2003] et Wilson *et al.* [WILSON2003] qui ont récemment montré numériquement, en régimes isotherme et thermique, la présence de la poche lubrifiée au cours de l'écrasement d'un anneau.

Pour revenir au sujet de l'étude à mener dans cette partie, les résultats issus des simulations éléments finis élastoplastiques, tant du cylindre que de l'anneau, sont comparés avec ceux fournis par des formules analytiques valables en approche rigide plastique du matériau du lopin. L'étude se focalise sur l'épaisseur maximale de la poche de lubrifiant. Dans le cas du lopin cylindrique, le calcul de l'épaisseur de la poche de lubrifiant est trouvé en $r = 0$ et est donnée par la formule de Oyane et Osakada [OYANE1969], reprise par divers auteurs dont Wilson [WILSON1974a], Felder [FELDER1989], Liu *et al.* [LIU2003] ou Frascati [FRASCATI2003] pour ne citer qu'eux. Pour une interface parfaitement horizontale de parois lisses, elle s'exprime par (voir § 1.4.2.3 au chapitre 1) :

$$h_0 = \left(\frac{3\eta W_2 R^2}{\sigma_0} \right)^{1/3} \quad (4.77)$$

Le cas de l'anneau a été moins étudié. De ce fait, il est nécessaire d'établir une formule analytique valable pour cette géométrie de lopin. Puisque le maximum de pression est rencontré en r_m (voir (2.80) au chapitre 2), c'est en ce point que démarre la plastification dès lors que la pression y atteint la limite d'écoulement du matériau du lopin. En partant des équations (2.82) et (2.85) établies au chapitre 2, le maximum d'épaisseur dans le cas d'une interface lubrifiée d'un anneau est fourni par la relation :

$$h_m = \left(\frac{3\eta W_2}{\sigma_m} \left[r_m^2 - R_2^2 + \frac{\ln(r_m/R_2)}{\ln(R_1/R_2)} (R_2^2 - R_1^2) \right] \right)^{1/3} \quad \text{avec} \quad r_m = \left(\frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln(R_2^2/R_1^2)} \right)^{1/2} \quad (4.78)$$

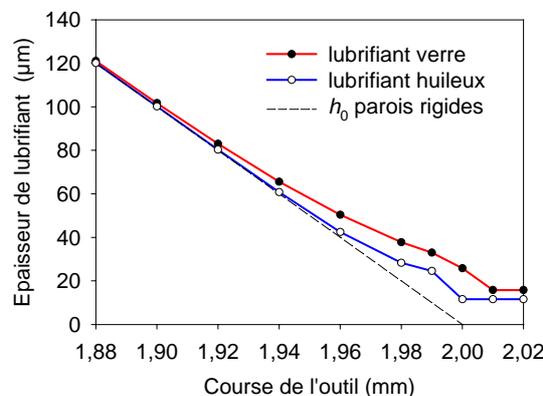


Fig. 4.30 : Epaisseur de lubrifiant au niveau de l'axe d'axisymétrie

La figure 4.30 montre l'évolution de l'épaisseur h_0 de lubrifiant en $r = 0$ en fonction de la course de l'outil. Les résultats des simulations faisant intervenir un lubrifiant peu visqueux (huile) et fortement visqueux (verre) sont ainsi comparés avec l'épaisseur théorique pour une interface supposée rigide. Ils montrent que plus le lubrifiant est visqueux, plus l'écart par rapport au cas rigide se creuse au fur et à mesure que l'outil progresse. En d'autres termes, plus le lubrifiant est visqueux, plus l'épaisseur de lubrifiant h_0 au niveau de l'axe d'axisymétrie croît au cours du procédé. Il s'en suit alors, au bout d'un certain écrasement par l'outil, la formation d'une poche de lubrifiant mise en évidence sur la figure 4.30 par une évolution constante de l'épaisseur en fonction de la course de l'outil. L'analyse particulière de ce phénomène montre que lorsque le lubrifiant utilisé est peu visqueux, la formation de la poche survient pour une course d'outil égale à la course permettant à l'outil de contacter le lopin lorsque celui-ci est considéré rigide. Par contre, pour un lubrifiant très visqueux tel que le verre sodocalcique, le contact métal/métal semble se faire plus tard, témoignant d'un affaissement global important du lopin comme cela a été remarqué précédemment. Notons que la poche de verre formée est plus épaisse que celle d'huile, résultat s'expliquant par les niveaux de contraintes relativement très différents à l'interface pour ces deux lubrifiants.

Sachant alors que l'écrasement s'effectue à 1mm/s, et que la contrainte d'écoulement utilisée dans la simulation éléments finis est de 100 MPa, il est envisageable de comparer alors les résultats théoriques, donnés par les formules (4.77) et (4.78), avec ceux fournis par le calcul éléments finis. Ces valeurs, résumées dans le tableau 4.1, montrent que l'usage du lubrifiant verre entraîne la formation d'une poche lubrifiée plus épaisse que celle formée avec de l'huile. De plus, la comparaison entre les résultats fournis par les formules analytiques et ceux fournis par POLLUX montre que les poches calculées par simulation éléments finis sont moins épaisses. Comme évoqué aux deux paragraphes précédents, l'analyse du champ de déformations équivalentes révèle en outre que la plastification ne survient que lorsqu'il y a effectivement un contact métal/métal dans l'interface au niveau des couronnes interne et externe du lopin.

	Huile à 0,5 Pa.s		Verre à 4,5 Pa.s	
	théorique	POLLUX	théorique	POLLUX
h_0 cylindre (μm)	23,81	11,59	49,53	15,84
h_m anneau (μm)	30,17	13,39	62,75	16,63

Tableau 4.1 : Comparatif entre les résultats théoriques et éléments finis pour les lopin cylindrique et annulaire.

De ce fait, puisque le phénomène de poche constaté est purement élastique, il est normal d'obtenir des valeurs de h_0 et de h_m beaucoup moins importantes que celles obtenues par les formules analytiques (4.77) et (4.78). En effet, la surface du lopin élastique s'affaisse pendant que l'outil se rapproche, ce qui contribue à diminuer les niveaux de contraintes générées dans l'interface par rapport au cas d'un lopin purement rigide plastique, et ce, malgré la présence d'un convergent au niveau de la zone de fuite du lubrifiant, induisant théoriquement des répartitions de contraintes dans l'interface plus importante celles rencontrées dans une interface à parois parallèles (voir l'étude sur l'inclinaison des parois § 2.4.1 au chapitre 2).

Rappelons que pour l'approche rigide plastique, aucun mouvement n'est apparent tant que la contrainte normale n'a pas atteint la valeur de la contrainte d'écoulement du matériau

Enfin, on peut préciser que le matériau utilisé dans cette étude est 'mou'. En forgeage, de lopin en acier ou alliage d'aluminium par exemple sont couramment écrasés. Leurs limites d'écoulement sont plus importantes, par exemple 500 MPa. Il est clair que dans de telles conditions les valeurs du tableau 4.1 seront plus faibles et à diviser dans ce cas précis par $5^{1/3} = 1,71$.

4.5.2 Résultats thermiques

Dans cette étude, le lubrifiant utilisé est le verre $65 SiO_2 - 5 Na_2O - 30 CaO$ (forte viscosité) réparti uniformément sur 1 mm d'épaisseur sur l'outil et sur le lopin cylindrique identique à celui utilisé dans l'étude du paragraphe 4.5.1.1 précédent. Les températures de ces derniers sont initialement de 1200 °C et 500 °C respectivement. Le procédé d'écrasement est mené à la vitesse constante de 1 mm/s. Le maillage mécanique est choisi volontairement moins dense que celui utilisé dans l'étude du lopin cylindrique en régime isotherme pour accélérer les calculs de telle sorte que le lopin soit maillé par 344 éléments triangulaires à six nœuds.

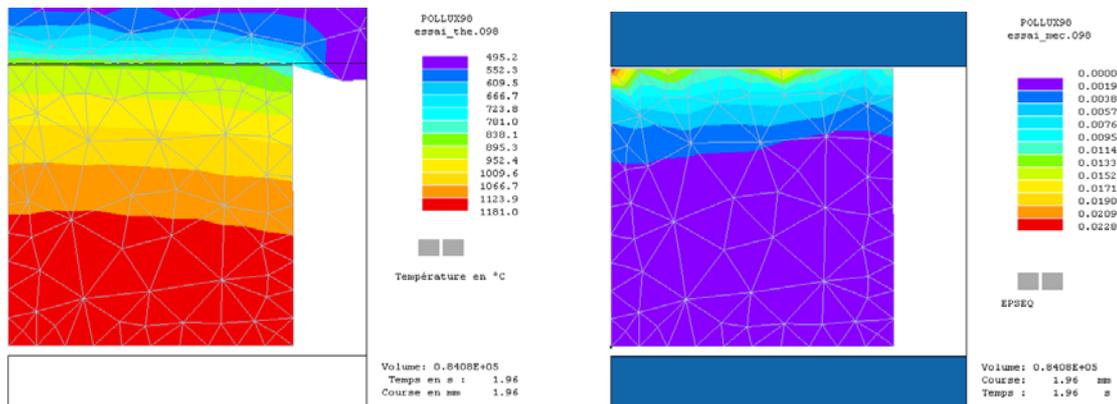


Fig. 4.31 : Champs de température et de déformations équivalentes dans le lopin au bout de 1,96 mm d'écrasement

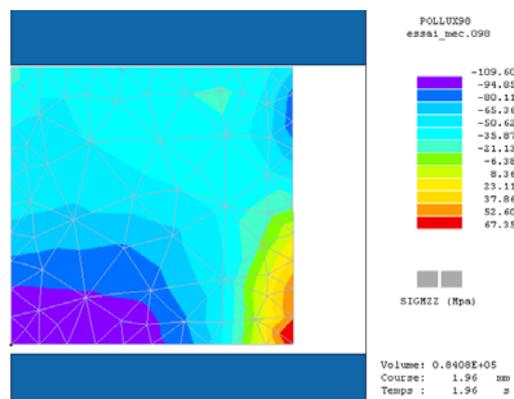


Fig. 4.32 : Champs de contraintes normales σ_{zz} et radiales σ_{rr} dans le lopin au bout de 1,96 s

La représentation du champ de température au bout de 1,96 s montre (figure 4.31) que plus de la moitié du lopin a évolué en température et, a fortiori, de caractéristiques mécaniques. De ce fait, il y a une rigidification locale du lopin au voisinage de l'outil et il apparaît des déformations plastiques d'origine thermique principalement localisées sur la partie supérieure du lopin (figure 4.31)

Par ailleurs, l'analyse du champ de contraintes normales σ_{zz} dans le lopin, figure 4.32, montre que la zone interne du lopin est complètement en compression. Ces résultats diffèrent totalement de ceux obtenus en régime isotherme (comparer avec les résultats du cas isotherme, figure 4.19). On remarque ainsi que toutes les contraintes normales appliquées par le lubrifiant mis sous pression sont négligeables devant d'autres contraintes générées par le refroidissement du lopin par conduction : ce sont des contraintes d'origine thermique et ce, malgré l'augmentation de la viscosité causée par le refroidissement de l'interface. Si le lopin semble être totalement en compression, on note la présence d'une zone de tension sur la paroi verticale du lopin (figure 4.32).

La figure 4.33 montre les composantes du champ de déplacement dans le lopin. On remarque qu'il apparaît une constriction radiale de la partie supérieure du lopin due au refroidissement, créant un léger bombé sur la paroi verticale. La représentation de la composante axiale u_z montre que le lopin s'affaisse globalement et qu'il apparaît une poche de lubrifiant très marquée par rapport à celle créée dans le cas isotherme (comparer avec la figure 4.20). On en conclut que la résistance thermique de contact, ici lubrifié, varie énormément du centre vers la couronne externe de l'interface. Il va de soit que les échanges thermiques par conduction seront prépondérants sur la couronne externe de l'interface du fait de la plus faible épaisseur locale de l'interface. Ce phénomène est montré sur la représentation du champ de température au sein du lopin, figure 4.31, où l'on voit un refroidissement plus important à ce niveau au sein même du lopin.

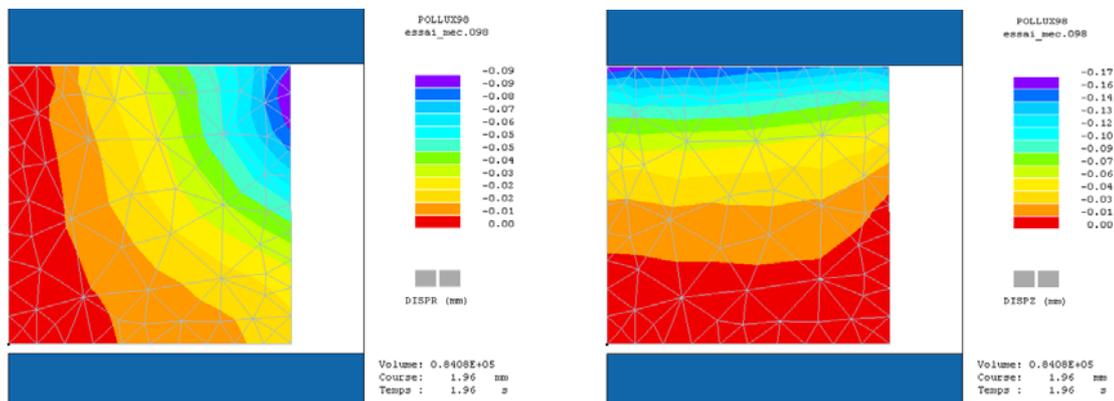


Fig. 4.33 : Champs des déplacements radial et axial du lopin au bout de 1,96 mm de course d'outil.

Enfin, notons que Wilson et al. [WILSON2003] montrent numériquement pour un anneau, qu'un coefficient de transfert constant permet à un outil froid d'extraire plus facilement la chaleur d'un lopin plus chaud, échange se faisant principalement au milieu de l'interface lopin/outil. L'utilisation de leur modèle de frottement basé sur l'équation de Reynolds modifiée avec les facteurs d'écoulement montre qu'il y a formation d'une poche de lubrifiant d'épaisseur maximale au centre de l'interface. Leurs résultats montrent alors que l'échange de

chaleur se fait principalement au niveau des rayons inter et externe du lopin, l'épaisseur de lubrifiant étant plus faible à ce niveau et donc la résistance thermique y étant a fortiori plus faible.

4.5.3 Simulation du bourrelet de lubrifiant

Dans la pratique, on observe la formation d'un bourrelet de lubrifiant causée par l'évacuation d'une partie du fluide de l'interface. La figure 4.34 représente ce phénomène au bout d'une course de 1,96 mm. Tout le volume de fluide ayant fuit est supposé se déposer sur les cotés des deux premiers éléments triangulaires à six nœuds de la paroi verticale.

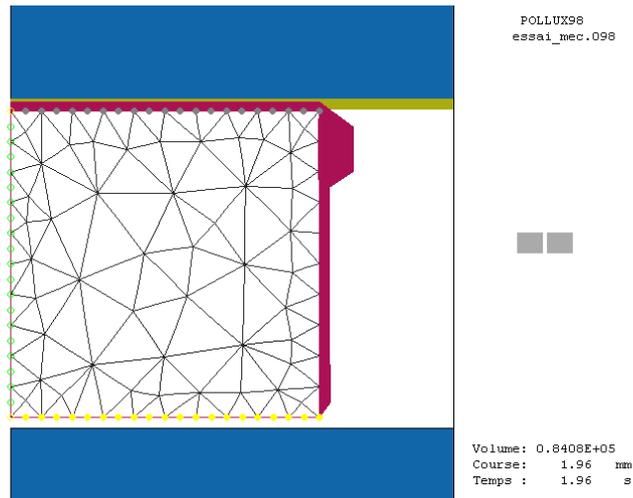


Figure 4.34 : Formation du bourrelet de lubrifiant verre au bout d'une course de 1,96 mm [HELENON2004b].

4.6 Conclusions

Dans ce chapitre, on a présenté POLLUX, le logiciel du laboratoire basé sur une formulation lagrangienne réactualisée thermo-élasto-viscoplastique pour simuler les procédés de mise en forme par forgeage par éléments finis. Après avoir détaillé le principe retenu d'implémentation des nouveaux modèles de frottements, basés sur la modélisation de l'écoulement du lubrifiant en régime épais voire mince et exposés aux chapitres 2 et 3, la méthode de construction de l'interface lubrifiée a été détaillée. Suivant le régime de lubrification, fonction de la rugosité composite de l'interface, on a distingué deux types de représentation : l'une à parois lisses, l'autre incluant les aspérités qui ont été représentés comme ayant des profils triangulaires.

Pour la représentation des résultats, les régimes isothermes et thermiques ont été étudiés séparément avec une attention toute particulière sur le comportement de l'interface. De fait, les résultats isothermes confirment l'effet de la contrainte normale sur la paroi lubrifiée du lopin car il apparaît une poche de lubrifiant. La contrainte de frottement reste néanmoins peu influente relativement à la contrainte normale et ce, même lorsque le lubrifiant est très visqueux. L'étude particulière de son influence a montré qu'elle avait tendance à tirer la surface du lopin dans la direction de l'écoulement, ce qui diffère totalement de ce qui est observé dans le cas d'un contact métal/métal. L'étude de l'anneau a montré un phénomène de déplacement global du lopin dans la direction centrifuge, phénomène semblable à celui

observé dans le cas d'un anneau plastiquement déformé sous un tas plat et dont le frottement est négligeable à l'interface.

Par ailleurs, il a été montré que le phénomène de formation de poche de lubrifiant n'est pas propre au lopin cylindrique qui a d'ailleurs été extrêmement étudié par le passé. Si cela a été mis en évidence pour le lopin annulaire, il est sans doute possible de généraliser ce phénomène à tout type lopin. En outre, on a montré que ce phénomène résultait d'un phénomène purement élastique puisque les premières déformations plastiques ne surviennent que dès lors que les premiers contacts métal/métal surviennent tant pour le cylindre que pour l'anneau contrairement à ce qui a été toujours proposé dans la littérature lors de l'étude de lopins cylindriques abordés avec une approche rigide plastique. Les résultats éléments finis (élastoplastiques) ont d'ailleurs été comparés à l'approche rigide-plastique, révélant des épaisseurs de lubrifiant beaucoup moins importantes que celles théoriquement calculées. Notons que dans le cas du lopin annulaire, une formule inspirée de celle proposée par Wilson, a été établie.

Enfin, les résultats thermiques ont révélés que le refroidissement par conduction engendre des contraintes thermiques très importantes de telle sorte qu'elles 'absorbent' celles induites par le lubrifiant sous pression et ce, malgré l'augmentation de sa viscosité lors du refroidissement de l'interface. Il apparaît également un phénomène de poche de lubrifiant plus marqué que dans le cas isotherme, phénomène du essentiellement à une constriction du lopin sur lui-même. On conclut donc à une forte dépendance de la résistance thermique de contact lubrifiée. A noter qu'aucune couche d'oxyde (calamine, ...) n'est prise en compte, ce qui pourrait influencer sur la conductivité thermique à travers l'interface.

Dans ce chapitre, on a mis en confrontation le domaine de la tribologie avec celui de la mise en forme. Du point de vue tribologique, on tire donc comme conclusion que la contribution de la contrainte normale peut modifier localement l'écoulement plastique du fait de la formation de poche de lubrifiant. Cependant, prendre en compte les épaisseurs de lubrifiant sur les deux parois antagonistes est très complexe mais pas impossible. Elles requièrent des astuces géométriques qui sortent du domaine de la mécanique pure, notamment lorsque les deux couches de lubrifiant sont mises en contact. Par ailleurs, dans le cadre d'une simulation thermomécanique et du point de vue mise en forme, il est nécessaire de prendre en compte la variation de la résistance thermique de contact même lorsqu'il n'y a pas de contact métal/métal encore établi du fait des changements locaux des caractéristiques mécaniques du lopin, en particuliers surfaciques, pouvant influencer sur l'écoulement global du lopin. En somme tant l'approche isotherme que thermomécanique vont dans le même sens que les résultats de Malinowski et al. [MALINOWSKI1994] qui ont montré que le coefficient de transfert à l'interface est une fonction dépendante de la pression et de la température. Enfin, l'étude de la formation de la poche de lubrifiant a montré qu'il est souhaitable d'affiner la phase de mise en contact, à savoir la transition régime mince - régime mixte vague pastique, pour pouvoir décrire et à améliorer la prédiction de son évolution dès lors que la plasticité s'incruste dans le calcul.

Citons au passage les travaux de Martinet et Chabrand [MARTINET1998], [MARTINET2000] qui a mis en œuvre une formulation A.L.E. (Arbitrary Lagrangian Eulerian) pour le couplage fluide structure lors du contact lubrifié en mise en forme ou encore Boman et Ponthot [BOMAN2004] pour le laminage.

5 Conclusions générales et perspectives

De l'étude menée tout au long de cette thèse, on peut tirer plusieurs conclusions. Tout d'abord, le choix de modéliser les aspérités de manière déterministe sous forme de profils triangulaires a très peu été tenté du fait de la difficulté mathématique d'une telle démarche, sans compter la prise en compte d'aspérités de ce type sur les deux parois antagonistes. Par ailleurs il a été montré que la présence d'aspérités dans l'interface conduit à des niveaux de contraintes très variables en fonction du profil de l'interface à cause des restrictions de section plus ou moins étendues. Rappelons que l'étude s'est focalisée sur des aspérités supposées de Reynolds afin de permettre la simplification des équations de mouvement de Stokes en une seule et unique équation : celle de la mécanique des films minces visqueux, équation équivalente à celle de Reynolds, dont on a établi une nouvelle forme écrite dans le système de coordonnées cylindriques. De plus, il a été montré que la viscosité est le paramètre le plus important pour la modélisation de l'écoulement du lubrifiant, la compressibilité ayant montré peu d'influence sur les résultats compte tenu des niveaux de pression rencontrés. Plus cette viscosité est importante, plus les contraintes appliquées sur le lopin sont importantes, entraînant des déformations élastiques du lopin. Il survient alors un phénomène de poche de lubrifiant qui est d'autant plus marqué que la viscosité est importante. D'autre part, l'influence de la température a été étudiée en envisageant une forte différence de température évoluant linéairement entre les parois. Ce paramètre a montré qu'il influence fortement l'écoulement du lubrifiant dans l'interface qui privilégie principalement la paroi la plus chaude pour une diminution globale des niveaux de contraintes engendrées sur le lopin.

Du point de vue éléments finis, on a pu montrer que la présence d'un fort gradient de température entre les parois interfaciales provoque un phénomène de conduction qui est à l'origine de l'apparition de contraintes thermiques très importantes dans le lopin supplantant les niveaux de contraintes exercés par l'écoulement du lubrifiant. Le refroidissement associé est d'ailleurs à l'origine de l'apparition du phénomène de poche de lubrifiant. Néanmoins, une étude plus approfondie du phénomène de poche est à mener quant à son devenir dès lors qu'il apparaît les premiers contacts métal/métal. En effet, s'il est nécessaire d'améliorer le contrôle du pas de temps de calcul juste avant l'apparition de ce type de contact, la présence d'aspérités modélisées de manière déterministe rend l'étude du début du régime mixte très difficile à modéliser. C'est pourquoi, dans la littérature, on retrouve souvent des études avec une interface pour laquelle seule l'une des parois porte la rugosité de l'interface. Une démarche semblable est pour l'instant possible avec l'approche développée dans ce mémoire à condition d'améliorer la gestion du contact au niveau de la transition entre le modèle de frottement basé sur l'écoulement du lubrifiant et celui de la vague plastique.

Par ailleurs, au niveau du comportement de la vague plastique, les phénomènes de fuite du lubrifiant ne sont pas encore totalement maîtrisés. Une proposition serait de modéliser cette fuite par le biais de l'équation de Reynolds modifiée par les facteurs d'écoulement initiés par Patir et Cheng pour tenir compte des aspérités d'ordre quatre ou supérieur qui existent sur le flanc de la vague plastique en contact avec l'outil. La fuite aurait lieu dès lors que les niveaux

de pressions du lubrifiant piégé seraient de nature à permettre à l'épaisseur de la micro interface de passer au dessus du seuil de percolation.

D'autre part, les seuls lubrifiants étudiés ont été supposés newtoniens (huile minérale et verre surfondu). Il est cependant très fréquent dans la technique de lubrification de lopin, d'utiliser des lubrifiants graphités ou, dans le cas de l'utilisation du verre, d'avoir des conditions telles que sa température diminue suffisamment pour le faire sortir de la classe des fluides newtoniens. Pour cela, il serait donc intéressant d'envisager ce type de lubrifiant et d'étudier son comportement ainsi que son impact sur le lopin.

Un autre phénomène intéressant à envisager est celui de la prise en compte de l'auto échauffement du lubrifiant sous l'effet du cisaillement de ses couches de fluide. En effet, dans l'étude qui a été présentée, la répartition de température a été supposée linéaire du fait de la lenteur du procédé d'écrasement générant des vitesses de glissement de paroi relativement faibles. Cependant, dans le cas du matriçage, les vitesses de glissement entre les parois du lopin et de l'outil peuvent devenir importantes au niveau des sorties de bavure. Ces conditions tant géométriques que cinématiques peuvent alors modifier de manière sensible la répartition de température à travers l'interface et donc modifier localement la valeur de la viscosité. Un autre phénomène toujours rencontré dans cette zone mais qui ne demeure pas moins important pour l'industriel, est celui de l'usure notable à ce niveau. De fait, on peut s'interroger sur l'existence éventuelle de phénomènes de ruptures de film lubrifiant qui seraient alors à prendre en compte dans la démarche de modélisation de l'interface.

Par ailleurs, puisqu'il a été montré que la résistance thermique de contact évolue au cours d'un procédé thermomécanique, on peut imaginer pousser l'étude de l'interface en établissant une relation empirique exprimant la dépendance du coefficient de transfert vis-à-vis de la pression et de la température. Cette relation permettrait une simplification et une conservation des lois de frottement actuelles en améliorant les transferts de chaleur. Enfin, les seuls cas géométriques étudiés ont été des cas relativement simplistes. Il serait intéressant d'étendre les géométries de lopin à des formes plus complexes avec la gestion de poches de lubrifiant à l'échelle macroscopique.

Malgré toutes ces remarques, il est important de garder à l'esprit que si ce type d'étude est intéressant du point de vue tribologique, elle doit procurer des effets sensibles pour être réellement pris en compte d'un point de vue plus global à l'échelle du lopin tout entier simulé par éléments finis.

6 Bibliographie

- [AGGARWAL1978] Aggarwal B.B. and Wilson W.R.D., Thermal effects in hydrodynamically lubricated strip rolling. 5th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1978, pp. 351-359
- [AGGARWAL1979] Aggarwal B.B. and Wilson W.R.D., Improved thermal Reynolds' equations. Proceedings of the 6th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1979, pp. 152-161
- [AI1994] Ai X. and Cheng H.S., A Transcient EHL Analysis for Line Contacts with Measured Surface Roughness Using Multigrid Technique. ASME Journal of Tribology, 1994, Vol. 116, pp. 549-558
- [ALMQVIST2002] Almqvist T and Larsson R., The Navier-Stokes approach for thermal EHL line contact solutions. Tribology International, 2002, Vol. 35, pp. 163-170
- [ALMQVIST2004] Almqvist T., Almqvist A. and Larsson R., A comparison between computational fluid dynamic and Reynolds approaches for simulating transient EHL line contacts. Tribology International, 2004, Vol. 37, pp. 61-69
- [ALTAN1997] Altan T. and Vasquez V., Status of process simulation using 2D and 3D finite element method: What is practical today? What can we expect in the future? Journal of Materials Processing Technology, 1997, Vol. 71, pp. 49-63
- [AMONTON1699] Amonton, G., De la résistance causée dans les machines, Mémoires l'Académie Royale, 1699, pp. 257-282
- [AVITZUR1984] Avitzur B., Huang C.K. and Zhu Y.D., A friction model based on the upper-bound approach to the ridge and sublayer deformations. Wear, 1984, Vol. 95, pp. 59-77
- [AVITZUR1986] Avitzur B. and Nakamura Y., Analytical determination of friction resistance as a function of normal load and geometry of surface irregularities. Wear, 1986, Vol. 107, pp. 367-383
- [AVITZUR1987] Avitzur B., Metal forming. In: Encyclopedia of Physical Science and Technology, Vol. 9, San Diego CA, USA: Academic Press, 1992, pp. 80-109
- [AVITZUR1990] Avitzur B., Boundary and hydrodynamic lubrication. Wear, 1990, Vol. 139, pp. 49-76
- [AVITZUR1992] Avitzur B., The upper bound approach to the friction wave model. Journal of Materials Processing Technology, 1992, Vol. 34, pp. 201-209
- [AYEL1996a] Ayel J., Lubrifiants – Généralités, Techniques de l'Ingénieur, 1996, B 5 340A, 2 p
- [AYEL1996b] Ayel J., Lubrifiants – Propriétés et caractéristiques. Techniques de l'Ingénieur, 1996, B 5 340, 28 p
- [AYEL1997] Ayel J., Lubrifiants – Constitution, Techniques de l'Ingénieur, 1997, B 5 341, 21 p
- [AZARKHIN1991] Azarkhin A. and Devenpeck M.L., Enhanced model of a plowing asperity. Wear, 1997, Vol. 206, pp. 147-155
- [AZUSHMA2000] Azushima A., FEM Analysis of Hydrostatic Pressure Generated Within Lubricant Entrapped Into Pocket on Workpiece Surface in Upsetting Process. ASME Journal of Tribology, 2000, Vol. 122, pp. 822-827

- [BAILLET1994a] Baillet L., Modélisation du frottement pour les opérations de matriçage. Thèse LMSO. Lyon : Institut National des Sciences appliqués de Lyon, 1994, 197 p.
- [BAILLET1994b] Baillet L. and Boyer J.-C. A friction model for closed-die forming FEM simulation. Metal Forming Process Simulation in Industry, Baden-Baden Sept 28-30, 1994, pp.132-145
- [BAIR1979] Bair S. and Winer W.O., A Rheological Model for Elastohydrodynamic Contacts Based on Primary Laboratory Data. ASME Journal of Lubrication Technology, 1979, Vol. 101, pp. 258-265
- [BAIR1990] Bair S. and Winer W.O., The High Shear Stress Rheology of Liquid Lubricants at Pressures of 2 to 200 MPa. ASME Journal of Tribology, 1990, Vol. 112, pp. 246-253
- [BAIR1992] Bair S. and Winer W.O., The High Pressure High Shear Stress Rheology of Liquid Lubricants. Journal of Tribology, 1992, Vol. 114, pp. 1-13
- [BAIR1993] Bair S., Qureshi F. And Winer W.O., Observations of shear localization in liquid lubricants under pressure. ASME Journal of Tribology, 1993, Vol. 115, pp. 507-514
- [BAIR1994] Bar S., Qureshi F. And Khonsari M., Adiabatic Shear Localization in a Liquid Lubricant Under Pressure. ASME Journal of Tribology, 1994, Vol. 116, pp. 705-709
- [BAIR1995] Bair S. and Winer W.O., Application of the Yasutomi free volume model to various liquid lubricants. Proceedings of the International Conference, Yokohama, 1995, Vol. II, pp. 651-655
- [BAIR1998] Bair S., Khonsari M. and Winer W.O., High-pressure rheology of lubricants and limitations of the Reynolds equation. Tribology International, 1998, Vol. 31, n° 10, pp. 573-586
- [BAIR2001a] Bair S., Measurement of Non-Newtonian Response for Liquid Lubricants under Moderate Pressure, IMechE J.O.E, 2001, Vol. 215, pp. 223-233
- [BAIR2001b] Bair S., Jarzynski J. and Winer W.O., The temperature, pressure and time dependence of lubricant viscosity. Tribology International, 2001, Vol. 34, pp. 461-468
- [BAIR2001c] Bair S., The Variation of Viscosity With Temperature and Pressure for Various Real Lubricants. ASME Journal of Tribology, Vol. 123, 2001, pp. 433-436
- [BARUS1893] Barus C., Isothermals, isopiestic and isometrics relative to viscosity. Am J of Science, 1893, Vol. 45; pp. 87-96
- [BATOZ1990] Batoz J.-L. et Dhett G., Modélisation des structures par éléments finis – Solides élastiques. Vol. 1, Paris : Hermès, 1990, 455 p
- [BAY1976a] Bay N. and Wanheim T., Real area of contact and friction stress at high pressure sliding contact. Wear, 1976, Vol. 38, pp. 201-209
- [BAY1976b] Bay N. and Wanheim T., Real area of contact between rough tool and a smooth workpiece at high normal pressures. Wear, 1976, Vol. 38, pp. 225-234
- [BAY1990] Bay N. and Wanheim T. Contact phenomena under bulk plastic deformation conditions. Advanced Technology of Plasticity, 1990, Vol. 4, pp. 1677-1691
- [BAY1994] Bay N., The state of the art in cold forging lubrication, Journal of Materials Processing Technology, 1994, Vol. 46, pp. 19-40
- [BAYADA1986] Bayada G. and Chambat M., The transition between the Stokes equations and the Reynolds equation: A mathematical proof. J Appl Math Opt, 1986, Vol. 14, pp. 73-93
- [BECH1999] Bech J., Bay N. and Eriksen M., Entrapment and escape of liquid lubricant in metal forming. Wear, 1999, Vol. 232, pp. 134-139

- [BELL1962] Bell J.-C., Lubrication of Rolling Surfaces by a Ree-Eyring Fluid. ASLE Transactions, 1962, Vol. 5, pp. 160-171
- [BERNARDOS2003] Bernardos P.G. and Vosniakos G.-C., Predicting surface roughness in machining: a review. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, Vol. 43, pp. 833-844
- [BERTHE1971] Berthe D. et Godet M., Mécanique des fluides – Equation de l'écoulement laminaire entre deux parois rapprochées en mouvement relatif. Compte Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 1971, tome 272, Série A, pp. 1010-1013
- [BERTHE1973] Berthe D. and Godet M., A more general form of Reynolds equation – Application to rough surfaces. Wear, 1973, Vol. 27, pp. 345-357.
- [BERTHE1974a] Berthe D. and Godet M., Elastohydrodynamic lubrication of rough surfaces in pure rolling. Tribology International, 1974, pp. 67-69
- [BERTHE1974b] Berthe D., Fantino B., Frêne J. and Godet M., Influence of shape defects and surface roughness on the hydrodynamics of lubricated systems. Journal of Mechanical Engineering Science, 1974, Vol. 16, n° 3, pp. 156-159.
- [BEZOT1988] Bezot P., Hesse-Bezot C., Dalmaz G., Taravel P., Vergne P. and Berthe D., A study of traction in EHL: experimental and simulated curves for a silicone fluid. Wear, 1988, Vol. 123, pp. 13–31
- [BLACK1988] Black A.J., Kopalinsky E.M. and Oxley P.L.B., An investigation of the different regimes of deformation which can occur when a hard wedge slides over a soft surface: The influence of wedge angle, lubrication and prior plastic working of the surface. Wear, 1988, Vol. 123, pp. 97-114
- [BLACK1990] Black A.J., Kopalinsky E.M. and Oxley P.L.B., Sliding metallic friction with boundary lubrication: an investigation of a simplified friction theory and the nature of boundary lubrication. Wear, 1990, Vol. 137, pp. 161-174
- [BLACK1993a] Black A.J., Kopalinsky E.M. and Oxley P.L.B., Asperity deformation models for explaining the mechanisms involved in metallic sliding friction and wear – a review. Proc Instn. Mech. Engrs, 1993, Vol. 207, pp. 335-353
- [BLACK1993b] Black A.J., Kopalinsky E.M. and Oxley P.L.B., The wave model of metallic sliding friction: an investigation of the transition from initial indentation to steady-state wave formation in a model asperity experiment. J. Phys. D: Appl. Phys, 1993, Vol. 26, pp. 1892-1899
- [BLAU2001] Blau P.J., The significance and use of the friction coefficient. Tribology International, 2001, Vol. 34, pp. 585-591
- [BOMAN2002] Boman R. and Ponthot J.-P., Numerical simulation of lubricated contact in rolling processes. Journal of Materials Processing Technology, 2002, Vol. 125-126, pp. 405-411
- [BOMAN2004] Boman R. and Ponthot J.-P., Finite element simulation of lubricated contact in rolling using the arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2004, Vol. 193, pp. 4323-4353
- [BONCOMPAIN1986] Boncompain R., Fillon M. and Frêne J., Analysis of Thermal Effects in Hydrodynamic Bearings. ASME Journal of Tribology, 1986, Vol. 108, pp. 219-224
- [BORDREUIL2002] Bordreuil C., Un modèle numérique d'endommagement ductile orthotrope pour des transformations finies. Thèse LMSO. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2002, 183 p
- [BOSTBARGE2001] Bostborge G., Faure H. et Gobard Y. Forgeage à froid de l'acier – Choix de l'acier et procédés, Techniques de l'Ingénieur, 2001, M 3 085, 20 p.
- [BOSTBARGE2002] Bostborge G., Faure H. et Gobard Y, Forgeage à froid de l'acier – Gamme de forgeage et pièces extrudées. Techniques de l'Ingénieur, 2002, M 3 086, 18 p.

- [BOULANGER1991] Boulanger J., Tolérances et écarts dimensionnels, géométriques et d'états de surface. Techniques de l'Ingénieur, 1991, B 7 010, 25 p
- [BOWDEN1939] Bowden F.P. and Tabor D., The area of contact between stationary and between moving surfaces. Proc. R. Soc. Lond., Series A, 1939, Vol. 169, pp. 391-413
- [BOYER1998] Boyer J.-C., Habilitation à diriger des recherches – Document de synthèse. Thèse LMSo. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. 1998, 188 p
- [BRAMLEY2000] Bramley A.N. and Mynors D.J., The use of forging simulation tools. Materials and Design, 2000, Vol. 21, pp. 279-286
- [BRUNETIERE2001] Brunetière N., Étude théorique et expérimentale du comportement thermo hydrodynamique des garnitures d'étanchéité. Thèse LMS. Poitiers : Université de Poitiers. 2001, 153 p
- [BURTON1963] Burton R.A., Effects of Two-Dimensional, Sinusoidal Roughness on the Load Support Characteristics of a Lubricant Film. ASME Journal of Basic Engineering. 1963, pp. 258-264
- [CAHOUET1997] Cahouët V., Contribution à l'étude de la plasto-hydrodynamique. Thèse LMC. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997, 160 p
- [CAMERON1966] Cameron A., Principles of lubrication, London : Longman, 1966, 591 p
- [CATMULL1974] Catmull E. and Rom R., A Class of Local Interpolating Splines. In: Computer Aided Geometric Design, New-York, USA: Academic Press, 1974, pp. 317-326
- [CHALLEN1979] Challen J.M. and Oxley P.L.B., An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformation models. Wear, 1979, Vol. 53, pp. 229-243
- [CHALLEN1983] Challen J.M., Oxley P.L.B. and Doyle E.D., The effect of strain hardening on the critical angle for abrasive (chip formation) wear. Wear, 1983, Vol. 88, pp. 1-12
- [CHALLEN1984] Challen J.M. and Oxley P.L.B., A slip line field analysis of the transition from local asperity contact to full contact in metallic sliding friction. Wear, 1984, Vol. 100, pp. 171-193
- [CHANG1989] Chang L, Cusano C. and Conry T.F., Effects of Lubricant Rheology and Kinematic Conditions on Micro-Elastohydrodynamic Lubrication. ASME Journal of Tribology, 1989, Vol. 111, pp. 344-351
- [CHANG1991] Chang L and Webster M.N., A study of Elastohydrodynamic Lubrication of Rough Surfaces. ASME Journal of Tribology, Vol. 113, 1991, pp. 110-115
- [CHANG1993] Chand L., Webster M.N. and Jackson A., On the Pressure Rippling and Roughness Deformation in Elastohydrodynamic Lubrication of Rough Surfaces. ASME Journal of Tribology, 1993, Vol. 115, pp. 439-444
- [CHANG1995a] Chang L., Deterministic modeling and numerical simulation of lubrication between rough surfaces – a review of recent developments. Wear, 1995, Vol. 184, pp. 155-160
- [CHANG1995b] Chang L., A deterministic model for line-contact partial elasto-hydrodynamic lubrication. Tribology International, 1995, Vol. 28, n° 2, pp. 75-84
- [CHANG1996] Chang D.-F., Marsault N. and Wilson W.R.D., Lubrication of Strip Rolling in the Low-Speed Mixed Regime. STLE Tribology Transactions, 1999, Vol. 39, n° 2, pp. 407-415
- [CHANTRENNE2001] Chantrenne P. and Raynaud M., Study of a macroscopic sliding contact thermal model from microscopic models. International Journal of Thermal Sciences, 2001, Vol. 40, pp. 603-621
- [CHEN1978] Chen C.C. and Kobayashi S., Rigid-plastic finite element analysis of ring compression. Applications of numerical methods to forming processes, ASME AMD, 1978, Vol. 28, pp. 163-174.

- [CHENG1965] Cheng H.S., A Refined Solution to the Thermal-Elastohydrodynamic Lubrication of Rolling and Sliding Cylinders. ASLE Transactions, 1965, Vol. 8, pp. 397-410
- [CHENG1984] Cheng H.S., The lubrication of rough surfaces. Proceedings of the 11th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1984, pp. 11-20
- [CHENOT1991] Chenot J.-L., Méthodes de calcul en plasticité. Techniques de l'Ingénieur. 2001, M 595, 20 p
- [CHRISTENSEN1970] Christensen H., Stochastic models for hydrodynamic lubrication of rough surfaces. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1970, Vol. 184, Part 1, n° 55, pp. 1013-1026
- [CHRSTOFIDES2002] Christofides C., McHugh P.E., Forn A., Picas J.A. Wear of a thin surface coating: modelling and experimental investigations. Computational Materials Science, 2002, Vol. 25, pp. 61-72
- [CHU1962] Chu P.S. and Cameron A., Pressure viscosity characteristics of lubricating oils. Journal Institute of Petroleum, 1962, Vol. 48, pp. 147-155
- [CONRY1987] Conry T.F., Wang S. and Cusano C., A Reynolds-Eyring Equation for Elastohydrodynamic Lubrication Line Contact. ASME Journal of Tribology, 1987, Vol. 109, n°9, pp. 648-658
- [COULOMB1785] Coulomb C.A., Théorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties, et la roideur des cordages. Mémoire de Mathématique et de Physique, 1785, Tome X, Paris, pp. 161-342
- [DAGDUG1998] Dagdug L., Garcia-Colin L.S., Generalization of the Williams-Landel-Ferry equation. Physica A, 1998, Vol. 250, pp. 133-141.
- [DALLEMAGNE1999] Dallemagne G., Fluides hydrauliques – Facteurs d'influence. Techniques de l'Ingénieur, 1999, Vol. BAD, BM 6 010, 18 p
- [DAVIES1963] Davies M.G., The Generation of Pressure between Rough, Fluid Lubricated, Moving, Deformable Surfaces. Lubrication Engineering, 1963, pp. 246-252
- [DEAN1998] Dean T.A., Hu Z.M. and Brooks J.W., An exercise in the investigation of boundary conditions and evaluation of numerical simulation applied to net-shape forging of Ti-6Al-4V aerofoil blades. In Proceedings of the International Conference on Forging and Related Technology, Birmingham, April 1998, pp. 73-82.
- [DEAN2000] Dean T.A., Precision forging. Proc. IMechE, Part C, 2000, Vol. 214, pp. 113-126.
- [DODD2001] Dodd B. and Reid S.R., Obituary Professor Hideaki Kudo. International Journal of Mechanical Sciences, 2001, Vol. 43, pp. 2189-2191
- [DOEGE1999] Doege E., Kaminsky C. and Bagaviev A., A new concept for the description of surface friction phenomena. Journal of Materials Processing Technology, 1999, Vol. 94, pp. 189-192
- [DOW1975] Dow T.A., Kannel J.W. and Bupara S.S., A Hydrodynamic Lubrication Theory for Strip Rolling Including Thermal Effects. ASME Journal of Lubrication Technology, 1975, pp. 4-13
- [DOWSON1959] Dowson D. and Higginson G.R., A numerical solution to the elastohydrodynamic problems. J. Mech. Eng. Sci., 1959, Vol. 1, pp. 6-15
- [DOWSON1962] Dowson D., A generalized Reynolds equation for fluid film lubrication. Inst J Mech Sci, 1962, Vol. 4, pp159-170
- [DOWSON1977] Dowson D. and Higginson G.R., Elasto-hydrodynamic lubrication. 2nd Ed. Oxford : Pergamon Press, 1977, 235 p
- [DOWSON1977] Dowson D., Early concepts of the role of surface topography in Tribology. Proceedings of the 4th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1977, pp. 3-10
- [DOWSON1998] History of Tribology, 2nd ed. UK: Professional Engineering Publishing, 1998, 768 p

- [DOWSON1995] Dowson D., Elastohydrodynamic and micro-elastohydrodynamic lubrication. *Wear*, 1995, Vol. 190, pp. 125-138
- [ELROD1973] Elrod H.G., Thin-Film Lubrication Theory for Newtonian Fluids With Surfaces Possessing Striated Roughness or Grooving. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1973, pp. 484-489
- [ELROD1977] Elrod H.G., A review of theories for the fluid dynamic effects of roughness on laminar lubricating films. *Proceedings of the 4th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 1977, pp. 11-26
- [ELROD1979] Elrod H.G., A General Theory for Laminar Lubrication With Reynolds Roughness. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1979, Vol. 101, n° 1, pp. 8-14
- [EMMENS1988] Emmens W.C., The Influence of Surface Roughness on Friction. *Proceedings of the 15th IDDRG International Conference on Controlling Steel Metal Forming Process, Michigan (USA) 1988*, pp. 63-70
- [EULER1748a] Euler L., Sur le frottement des corps solides. *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 1748, pp. 122-132
- [EULER1748b] Euler L., Sur la diminution de la résistance du frottement. *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 1748, pp. 133-148.
- [EYRING1936] Eyring H., Viscosity, plasticity and diffusion as examples of absolute reaction rates. *J Chem. Phys*, 1936, Vol. 4, pp. 283-291
- [FAIRLIE2003] Fairlie R., Goodyer C.E., Berzins M. and Scales L.E., Numerical Modelling of Thermal Effects in Elastohydrodynamic Lubrication Solvers. *Proceedings of the 29th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 2003, pp. 675-683
- [FAULKNER2000] Faulkner A. and Arnell R.D., The development of a finite element model to simulate the sliding interaction between two, three-dimensional, elastoplastic, hemispherical asperities. *Wear*, 2000, Vol. 242, pp. 114-122
- [FANTINO1971] Fantino B, Frêne J. et Godet M., Mécanique des fluides – Conditions d'utilisation de l'équation de Reynolds en mécanique des films minces visqueux. *Compte Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 1971, tome 272, Série A, pp. 691-693
- [FANTINO1972] Fantino B, Frêne J. and Godet M., Reynolds Equation in Viscous Film Theory. *Journal of Lubrication Technology*, 1972, Vol. 94, Series F, n° 3, pp. 287-288
- [FELDER1980] Felder E., Description and easy characterization of thermal effects in viscous lubricant films. *Proceedings of the 6th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 1980, pp. 147-151.
- [FELDER1989] Felder E., Le contact métal-outil en mise en forme des métaux – Frottement, lubrification, état de surface, usure, Tome III, Séminaire 22 au 26 mai 1989, Sophia Antipolis
- [FELDER1992] Felder E., La lubrification des surfaces lors de la mise en forme. *Techniques de l'Ingénieur*, 1992, M 597, Vol. MC, 36 p
- [FELDER 2000] Felder E., Procédés de mise en forme – Introduction, *Techniques de l'Ingénieur*, 2000, M 3 000, 6 p.
- [FELDER2001b] Felder E., Effet thermique de la mise en forme – Théorie et phénomènes volumiques, *Techniques de l'Ingénieur*, 2001, M 3 013, 28 p
- [FENG1993] Feng R. and Ramesh K.T., On the compressibility of elastohydrodynamic lubricants, technical brief. *ASME Journal of Tribology*, 1993, Vol. 115, pp. 557-559
- [FRASCATI2003] Frascati F., Etude et modélisation du comportement des émaux lors du matriçage finition des aubes en alliage de titane, Thèse CEMEF. Paris : Ecole Nationale de Mines de Paris, 2003, 191 p

- [FRENE1990] Frêne J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D. et Godet M., Lubrification hydrodynamique – Paliers et butées. Collection DER-EDF. Paris, France : Eyrolles, 1990, 488 p
- [FRENE2001] Frêne J., Revue : La tribologie de l’antiquité à nos jours. Mécanique & Industries, 2001, Vol. 2, Issue 4, pp. 263-282
- [FULCHER1925] Fulcher G.S., Analysis of recent measurements of the viscosity of glasses. J Am Ceram Soc, 1925, Vol. 8, pp. 339-355
- [GADELMAWLA2002] Gadelmawla E.S., Koura M.M., Maksoud T.M.A., Elewa I.M. and Soliman H.H., Roughness parameters. Journal of Materials Processing Technology, 2002, Vol. 123, pp. 133-145
- [GANTI1995] Ganti S. and Bhushan B., Generalized fractal analysis and its applications to engineering surfaces. Wear, 1995, Vol. 180, pp. 17-34
- [GECIM1980] Gecim B. and Winer W.O., Lubricant Limiting Shear Stress Effect on EHD Film Thickness. ASME Journal of Lubrication Technology, 1980, Vol. 102, pp. 213-221
- [GUPTA1981] Gupta P.K., Flamabnd L., Berthe D. and Godet M., On the traction behaviour of several lubricants. Journal of Lubrication Technology, 1981, Vol. 103, Series F, n°1, pp. 55-64.
- [GOGLIA1984a] Goglia P.R., Cusano C. And Conry T.F., The Effects of Surface Irregularities on the Elastohydrodynamic Lubrication of Sliding Line Contact. Part I – Single Irregularities. ASME Journal of Lubrication Technology, 1984, Vol. 106, pp. 104-112
- [GOGLIA1984b] Goglia P.R., Cusano C. And Conry T.F., The Effects of Surface Irregularities on the Elastohydrodynamic Lubrication of Sliding Line Contact. Part II – Wavy Surfaces. ASME Journal of Lubrication Technology, 1984, Vol. 106, pp. 113-119
- [GOLDSTEIN2000] Goldstein P., García-Colín L.S. and del Castillo L.F., On the Stokes-Einstein relation in glass forming liquids. Physica A, 2000, Vol. 275, pp. 325-335
- [GOSSE1995] Gosse J., Mécanique des fluides. Techniques de l’Ingénieur, 1995, A1 870, 57 p.
- [GREENWOOD1966] Greenwood J.A. and Williamson J.P.B., Contact of Nominally Flat Surfaces. Proc Roy Soc Lond, 1966, A295, pp. 300-319
- [GREENWOOD1971] Greenwood J.A. and Tripp J.H., The Contact of Two Nominally Flat Surfaces. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1971, Vol. 185, pp. 625-633
- [HAMROCK1994] Hamrock B.J., Fundamentals of Fluid Film Lubrication. New York, USA: Mc Graw-Hill, 1994, pp. 641-615
- [HAN2002] Han H., Influence of Material Anisotropy and Friction on Ring Deformation. ASME Journal of Tribology, 2002, Vol. 124, pp. 637-644
- [HELENON2003] Hélénon F., Vidal-Sallé E. and Boyer J.-C., Lubricant Flow Between Rough Surfaces During Closed-Die Forming. International Conference on Advances in Materials and Processing Technologies “AMPT 2003”, A.G. Olabi et M.S.J. Hashmi (Ed.), Dublin (Irlande), 2003, pp. 1132-1135
- [HELENON2004a] Hélénon F., Vidal-Sallé E. and Boyer J.-C., The effects of a highly sensitive temperature viscosity on the tool workpiece interface behaviour under thick film lubrication conditions. 7th ESAFORM Conference on Material Forming “ESAFORM 2004”, S. Stören (Ed), Trondheim (Norway), 2004, pp. 623-626
- [HELENON2004b] Hélénon F., Vidal-Sallé E. and Boyer J.-C., Thick and thin film lubrication models for bulk forming simulations. Proceedings of the 8th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes “NUMIFORM 2004”, Columbus Ohio (USA), 2004, pp. 492-497
- [HELENON2004c] Hélénon, Vidal-Sallé E. and Boyer J.-C., Lubricant Flow Between Rough Surfaces During Closed-Die Forming. Journal of Materials Processing Technology, 2004, Vol. 153-154, pp. 707-713

- [HÖGLUND1997] Höglund E. and Larsson R., Modelling Non-Steady EHL with Focus on Lubricant Density. Proceedings of the 23rd Leeds-Lyon Symposium on Tribology 96, 1997, pp. 511-521
- [HÖGLUND1999] Höglund E., Influence of lubricant properties on elastohydrodynamic lubrication. *Wear*, 1999, Vol. 232, pp. 176-184
- [HOUPERT1981] Houpert L., Flamand L. and Berthe D., Rheological and thermal effects in lubricated EHD contacts. *Journal of Lubrication Tribology*, 1981, Vol. 103, pp. 527-532
- [HU1992] Hu Y.Z. and K. Tonder, Simulation of 3-D random rough surface by 2-D digital filter and Fourier analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1992, Vol. 32, pp. 83-90
- [HU1998] Hu Z.M., Brooks J.W. and Dean T.A., The interfacial heat transfer coefficient in hot die forging titanium alloy. *Proc Instn Mech Engrs*, 1998, Vol. 212, Part C, pp. 485-496
- [HU2000] Hu Z.M. and Dean T.A., A study of surface topography, friction and lubricants in Metalforming. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2000, Vol. 40, pp. 1637-1649
- [HU2001] Hu Y.-Z, Wang H., Wang W.-Z. and Zhu D., A computer model of mixed lubrication in point contacts. *Tribology International*, 2001, Vol. 34, pp. 65-73
- [IKE1990] Ike H. and Minouchki A., Effect of lateral tension and compression on plane strain flattening processes of surface asperities lying over a plastically deformable bulk. *Wear*, 1990, Vol. 140, pp. 17-38
- [IKE1995] Ike H., Lubrication mechanism of mineral oil entrapped into 3-dimensionally defined surface microcavities prepared on metal sheets. Proceedings of the International Tribology Conference (Yokohama), 1995, Vol. III, pp. 1743-1747
- [IKE2003] Ike H., Surface deformation vs. bulk plastic deformation—a key for microscopic control of surfaces in metal forming. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 2003, Vol. 138, pp.250-255
- [JACKSON1989] Jackson J.E., Gangee T. and Haque I., Lubricant modelling and its effect on simulation of metal forming. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1989, Vol. 11, pp. 74-80.
- [JOHNSON1977] Johnson K.L. and Tevaarwerk J.L., Shear Behaviour of Elastohydrodynamic Oil Films. *Proceeding of the Royal Society of London*, 1977, Series A, Vol., 356, pp. 215-236
- [JOHNSON1979] Johnson K.L. and Tevaarwerk J.L., The influence of Fluid Rheology on the Performance of Traction Drives. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1979, Vol. 101, Series F, n° 3, pp.266-274
- [JOHNSON1983] Johnson W. and Mellor P.B., *Engineering Plasticity*. England: Ellis Horwood Ltd, 1983, 646 p
- [KAMAMOTO1995] Kamamoto S., Sakuragi M. and Yamamoto T., Surface roughness effects in EHL line contacts. Proceedings of the International Tribology Conference II (Yokohama), 1995, pp. 1017-1022
- [KELLOW1977] Kellow M.A., Dean T.A. and Bannister F.K., The oxidation of steel at high temperatures and its effects on die surface temperatures in hot forging. In Proceedings of the 17th International Machine Tool Design and Research (MTDR) Conference, 1977, pp. 355-361.
- [KEIFE1994] Keife H. and Sjögren C., A friction model applied in the cold rolling of aluminium strips. *Wear*, 1994, Vol. 179, pp. 137-142
- [KIM2000] Kim H., Yagi T. and Yamanaka M., FE simulation as a must tool in cold/warm forging process and tool design. *Journal of Materials Processing Technology*, 2000, Vol. 98, pp. 143-149
- [KOPALINSKY1995] Kopalinsky E.M. and Oxley P.L.B., Explaining the mechanics of metallic sliding friction and wear in terms of slipline field models of asperity deformation. *Wear*, Vol1995,. 190, pp. 145-154
- [KUDO1965] Kudo H., A note on the role of microscopically trapped lubricant at the tool-work interface. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1965, Vol. 7, pp. 383-388

- [KUMAR2001] Kumar P., Jain S.C. and Ray S., Study of surface roughness effects in elastohydrodynamic lubrication of rolling line contacts using a deterministic model. *Tribology International*, 2001, Vol. 34, pp. 713-722
- [KWEH1989] Kweh C.C., Evans H.P. and Snidle R.W., Micro-Elastohydrodynamic Lubrication of an Elliptical Contact with Transverse and Three-Dimensional Sinusoidal Roughness. *ASME Journal of Tribology*, 1989, Vol. 111, pp. 577-584
- [LAMBALLAIS1998] Lamballais E., *Mécanique des Fluides Anisothermes – Transferts thermiques*. Polycopié de Cours. Poitiers : Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, Université de Poitiers, 1998, 73 p
- [LAKATOS1972] Lakatos T., Johansson L. And Simmingköld B., Viscosity temperature relations in the glass system SiO₂-Al₂O₃-Na₂O-K₂O-CaO-MgO in the composition range of technical glasses *Glass Tech*, 1972, Vol. 13, n° 3, pp. 88-95
- [LE2002] Le H.R. and Sutcliffe M.P.F., The role of lubricant entrapment in the evolution of surface pits in metal forming. *Friction and Wear in Metal Forming 'FWMF'*, 2002, pp. 47-54
- [LE2004] Le H.R. and Sutcliffe M.P.F., Finite element modelling of the evolution of surface pits in metal forming processes. *Journal of Materials Processing Technology*, 2004, Vol. 145, pp. 391-396
- [LEE1995] Lee R.-T., Hsu C.-H. and Kuo W.-F., Multilevel solution for thermal elastohydrodynamic lubrication of rolling/sliding circular contacts. *Tribology International*, 1995, Vol. 28, n° 8, pp. 541-552
- [LEFLOCH1998] Le Floch A. et Jacomet S., *Simulation physique des procédés de mise en forme : théorie et pratique*, *Techniques de l'Ingénieur*, 1998, M 3 020, 20 p.
- [LESLIE1804] Leslie J., *An experimental inquiry into the nature and propagation of heat*. London, England: J. Newman, 1804, 562 p
- [LETALLEUR2000] Letalleur N., *Influence de la géométrie des aspérités dans un contact hydrodynamique lubrifié ultra mince. Effets locaux et comportement moyen*. Thèse LMC. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2000, 157 p
- [LI2000] Li L.X. et al, An experimental study of the lubrication behavior of A5 glass lubricant by means of the ring compression test, *Journal of Materials Processing Technology*, 2000, Vol. 102, pp. 138-142.
- [LI2001] Li L.X. et al, An experiment study of the lubrication behavior of graphite in hot compression tests of Ti-6Al-4V alloy, *Journal of Materials Processing Technology*, 2001, Vol. 112, pp. 1-5
- [LIU2002] Liu X. and Yang P., Analysis of the thermal elastohydrodynamic lubrication of a finite line contact. *Tribology International*, 2002, Vol. 35, pp. 137-144
- [LIU2003] Liu J, Wilson W.R.D. and Schmid S.R., Advanced simulation for isothermal forging: a friction model for use with the finite element method. *AMPT 2003*, Dublin, pp. 401-403
- [LIU2004] Liu J., Schmid S.R. and Wilson W.R.D., Modeling of Friction and Heat Transfer in metal Forming. *NUMIFORM 2004*, Columbus, USA, pp. 663-665
- [LO1992] Lo S.-W., On the Effects of Roughness Orientation – A Mapping and Double Scale Analysis of Flow Factors. *ASME Journal of Tribology*, 1992, Vol. 114, pp. 747-754
- [LO1994] Lo S.-W., A study on Flow Phenomena in Mixed Lubrication Regime by Porous Medium Model. *ASME Journal of Tribology*, 1994, Vol. 116, pp. 640-647
- [LO1995] Lo S.-W., Die-Workpiece Interfacial Behaviors in Axisymmetric Forging Processes with Flat Dies. *Tribology Transactions*, 1995, Vol. 38, n° 3, pp. 663-671
- [LO1998] Lo S.-W. and Horng T.-C., An Investigation of New Tribological Variables in Friction Modeling of Bulk Metal Forming. *ASME Journal of Tribology*, 1998, Vol. 120, pp. 528-535

- [LU2003] Lu C., Tieu A.K. and Jiang Z., Modeling of the inlet zone in the mixed lubrication situation of cold strip rolling. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, Vol. 140, pp. 569-575
- [LUBRECHT1988] Lubrecht A.A., Ten Napel W.E. and Bosma R., The Influence of Longitudinal and Transverse roughness on the Elastohydrodynamic Lubrication of Circular Contact. *ASME Journal of Tribology*, 1988, Vol. 110, pp. 421-426
- [LUBRECHT1992] Lubrecht A.A. and Venner C.H., Aspects of two-sided surfaces waviness in a EHL line contact. 19th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1992, pp. 205-214
- [LUNDE1997] Lunde L. and Tonder K., Pressure and Shear Flow in a Rough Hydrodynamic Bearing, Flow Factor Calculation. *ASME Journal of Tribology*, 1997, Vol. 119, pp. 549-555
- [LYON1974] Lyon K.C., Prediction of the Viscosities of "Soda-Lime" Silica Glasses. *Journal of Research of the National Bureau of Standards – A. Physics and Chemistry*, 1974, Vol. 78A, n° 4, pp. 497-504
- [MA1997] Ma M.-T., An expedient approach to the non-Newtonian thermal EHL in heavily loaded point contacts. *Wear*, 1997, Vol. 206, pp. 100-112
- [MA2002] Ma B., Tieu A.K., Lu C. and Jiang Z., A finite-element simulation of asperity flattening in metal forming *Journal of Materials Processing Technology*, 2002, Vol. 130-131, pp. 450-455
- [MA2003] Ma B., Tieu A.K., Lu C. and Jiang Z.Y., Comparison of asperity flattening under different wavelength models for sheet metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, Vol. 140, pp. 635-640
- [MAHREHOLTZ2000] Mahrenholtz O., Bontcheva N., Iankov R. and Datcheva M., Investigation of the influence of surface roughness on metal forming processes. *Mechanics Research Communications*, 2000, Vol. 27, n° 4, pp. 393-402
- [MAJUMDAR1990] Majumdar A. and Bhusman B., Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces. *ASME Journal of Tribology*, 1990, Vol. 112, pp. 205-216
- [MALE1964] Male A.T. and Cockcroft M.G., Coefficient of Friction under Condition of Bulk Plastic Deformation. *J Inst Metals*, 1964, Vol. 93, pp. 38-46
- [MALINOWSKI1994] Malinowski Z., Lenard J.G. and Davies M.E., A study of the heat-transfer coefficient as a function of temperature and pressure. *Journal of Materials Processing Technology*, 1994, Vol. 41, pp. 125-142
- [MARSAULT1998] Marsault N., Modélisation du Régime de Lubrification Mixte en Laminage à Froid. Thèse CEMEF. Paris : Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1998, 233 p
- [MATEESCU1999] Mateescu G., Ribbens C.J., Watson L.T., Wang C-Y. Effect of a sawtooth boundary on Couette flow. *Computers and Fluids*, 1999, Vol. 28, pp. 801-813
- [MARCHAND1998] Marchand A.-S., Etude de la résistance thermique de contact à l'interface de solides déformables en frottement : application aux procédés de forgeage. Thèse CETHIL. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1998, 241 p
- [MARTINET1998] Martinet F., Etude et mise en œuvre d'une formulation A.L.E. Application au contact lubrifié en mise en forme. Thèse LMA. Marseille : Ecole Supérieure de Mécanique de Marseille, 1998, 204 p
- [MARTINET2000] Martinet F. and Chabrand P., Application of ALE finite elements method to a lubricated friction model in sheet metal forming. *International Journal of Solids and Structures*, 2000, Vol. 37, pp. 4005-4031
- [McCOOL1986] McCool J.I., Comparison of models for the contact of rough surfaces. *Wear*, 1986, Vol. 107, pp. 37-60

- [MICHE1993] Michel B., Modélisation thermo-élasto-visco-plastique de procédés de formage des métaux. Thèse LMSO. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, 173 p
- [MIDOUX1985] Midoux N., Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique. Paris : Technique & Documentation - Lavoisier, 1985, 513 p.
- [MOLIMARD2001] Molimard J., Querry M. et Vergne P., Rhéologie du lubrifiant en conditions réelles : mesures et confrontation à un contact bille/disque. La revue de Métallurgie, 2001, pp. 141-148.
- [MOLIMARD2003] Molimard J. et Le Riche R., Identification de piézoviscosité en lubrification. Mécanique et Industries, 2003, Vol. 4, n° 6, pp. 645-653
- [MONTHEILLET1996] Montheillet F., Métallurgie en mise en forme, Techniques de l'Ingénieur, 1996, M 600, 17 p.
- [MONTMITONNET2000] Montmitonnet P., Modélisation du contact lubrifié - exemple de la mise en forme des métaux. Mécanique et Industries, 2000, Vol. 1, pp. 621-637
- [MONTMITONNET2001] Montmitonnet P., Plasto-hydrodynamic lubrication (PHD) – application of lubrication theory to metal forming processes, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 2001, tome 2, Série IV, pp. 729-737.
- [MRÓZ1998] Mróz Z. and Stupkiewicz S., Constitutive model of adhesive and ploughing friction in metal-forming processes. International Journal of Mechanical Science, 1998, Vol. 40, n° 2-3, pp. 281-303
- [MURCH1975] Murch L.E. and Wilson W.R.D., A Thermal Elastohydrodynamic Inlet Zone Analysis, ASME Journal of Lubrication Technology, 1975, pp. 212-216
- [MYNORS2003] Mynors D.J. and Loose M., Increasing yield during the manufacture of semi-finished extruded products, Journal of Materials Processing Technology, 2003, Vol. 135, pp. 247-252
- [NAJJI1989] Najji B., Bou-Saïd B. and Berthe D., New Formulation for Lubrication With Non-Newtonian Fluids. ASME Journal of Tribology, 1989, Vol. 111, pp. 29-34
- [NELIAS1999] Nélis D., Contribution à l'étude des roulements : modélisation globale des roulements et avaries superficielles dans les contacts EHD pour des surfaces réelles ou indentées. Thèse LMC, Habilitation à diriger des recherches. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1999, 160 p
- [NELLEMANN1977] Nellemann T., Bay N. and Wanheim T., Real area of contact and friction stress – the role of trapped lubricant. Wear, 1977, Vol. 43, pp. 45-53
- [NOWICKI1985] Nowicki B., Multiparameter representation of surface roughness. Wear, 1985, Vol. 102, pp. 161-176
- [OROWAN1943] Orowan E., The calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling. Proc. Instn. Mech. Eng, 1943, Vol. 150, pp 140-167
- [OYANE1969] Oyane M. and Osakada K, The mechanism of lubrication trapping under dynamic compression, Bulletin of JSME, 1969, Vol. 12, pp. 149-155
- [PATIR1978] Patir N. and Cheng H.S., An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication. Journal of Lubrication Technology, 1978, Vol. 100, pp. 12-17.
- [PATIR1979] Patir N. and Cheng H.S., Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surface. Journal of Lubrication Technology, 1979, Vol. 101, pp. 220-230.
- [PEEKEN1997] Peeken H.J., Knoll G., Rienäcker A., Lang J. and Schonen R., On the Numerical Determination of Flow Factors. ASME Journal of Tribology, 1997, Vol. 119, pp. 259-264

- [PEIRAN1990] Peirant Y. and Shizhu W., A Generalized Reynolds Equation for Non-Newtonian Thermal Elastohydrodynamic Lubrication. *Journal of Tribology*, 1990, Vol. 112, pp. 631-636
- [PEKLENIK1967] Peklenik J., New Developments in Surface Characterization and Measurement by Means of Random Process Analysis. *Proc Instn Mech Engrs*, 1967-1968, Vol. 182, Part 3K, pp. 108-126
- [PERNOT1993] Pernot M., Filage de l'acier et des métaux difficiles à déformer, *Techniques de l'Ingénieur*, 1993, M 640, 12 p
- [PETERSEN1997] Petersen S.B., Martins P.A.F. and Bay N., Friction in bulk metal forming: a general friction model vs. the law of constant friction. *Journal of Materials Processing Technology*, 1997, Vol. 66, pp. 186-194
- [PETERSEN1998] Petersen S.B., Martins P.A.F. and Bay N., An alternative ring-test geometry for the evaluation of friction under low normal pressure. *Journal of Materials Processing Technology*, 1998, Vol. 79, pp. 14-24
- [PHALIPPOU2001] Phalippou J., Verres – Aspects théoriques. *Techniques de l'Ingénieur*, 2001, Vol. AF, AF 3 600, 15 p
- [PHANTHIEN1981] Phan-Thien N., On the Effects of the Reynolds and Stokes Surface Roughnesses in a Two-Dimensional Slider Bearing", *Proceedings of the Royal Society of London*, 1981, Series A, Vol. 377, pp. 349-362
- [PIAU1979] Piau J.-M., Fluides non-newtoniens. *Techniques de l'Ingénieur*, 1979, A 710, 37 p
- [QIU1999] Qiu Z.L., Yuen W.Y.D. and Tieu A.K., Mixed-Film Lubrication Theory and Tension Effects on Metal Rolling Processes. *ASME Journal of Tribology*, 1999, Vol. 121, pp. 908-915
- [RAMBAUD1988] Rambaud J.-B., Forgeage libre de l'acier, *Technique de l'Ingénieur*, 1988, M 620, 20 p
- [RAO1993] Rao K.P. and Sivaram K., A review of ring-compression testing and applicability of the calibration curves. *Journal of Materials Processing Technology*, 1993, Vol. 37, pp. 295-318
- [RASP2002] Rasp W. and Wichern C.M., Effects of surface-topography directionality and lubrication condition on frictional behaviour during plastic deformation. *Journal of Materials Processing Technology*, 2002, Vol. 125-126, pp. 379-386
- [REYNOLDS1886] Reynolds O., On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1886, Vol. 177, pp. 157-234
- [RHOW1974] Rhow S.K. and Elrod H., The Effects on Bearing Load-Carrying Capacity of Two-Sided Striated Roughness. *Journal of Lubrication Technology*, 1974, Vol. 96, n° 4, pp. 554-560
- [ROELANDS1963] Roelands C.J.A, Vlugter J.C. and Watermann H.I., The Viscosity Temperature Pressure Relationship of Lubricating Oils and its Correlation with Chemical Constitution. *ASME Journal of Basic Engineering*, 1963, pp. 601-606
- [ROELANDS1966] Roelands C.J.A., Correlational aspects of the viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils. PhD Thesis. Delft, The Netherlands: Technical University Delft, 1966, 495 p
- [ROSSLER1998] Rössler E., Hess K.-U. and Novikov V.N., Universal representation of viscosity in glass forming liquids. *Journal of Non-Crystalline Solids*, 1998, Vol. 223, pp. 207-222
- [RUDKINS1996] Rudkins N.T., Hartley P., Pillinger I. and Petty D., Friction modelling and experimental observations in hot ring compression tests. *Journal of Materials Processing Technology*, 1996, Vol. 60, pp. 349-353
- [SACADURA1978] Sacadura J.F. et al, Initiation aux transferts thermiques. Paris : Tec & Doc Lavoisier, 1978, 445 p.

- [SADEGHI1989] Sadeghi F. and Sui P.C., Compressible Elastohydrodynamic Lubrication of Rough Surfaces. *Journal of Tribology*, 1989, Vol. 111, pp. 56-62
- [SAIKI2003] Saiki H. and Marumo Y., Influence of the roughness geometry of tool surface and the flow stress of coated solid lubricants on tribo-conditions in cold forging. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, Vol. 140, pp. 25-29
- [SALEHIZADEH1991] Salehizadeh H. and Saka N., Thermal non-Newtonian elastohydrodynamic lubrication of rolling line contacts. *ASME Journal of Tribology*, 1991, Vol. 113, pp. 481-491
- [SALLE2001] Vidal-Sallé E., Baillet L. and Boyer J.-C., Friction law for hydrostatic mixed lubrication regime. *Journal of Materials Processing Technology*, 2001, Vol. 118, pp. 102-109
- [SALLE2002] Vidal-Sallé E. and Boyer J.-C., Thermal and mechanical constitutive laws for semi-transparent viscous lubricant. 5th Esaform Conference on Metal Forming, Cracovie, Pologne, 2002, pp. 415-418
- [SCHEY1970] Schey J.A., *Metal Deformation Processes - Friction and Lubrication*. New-York: Marcel Dekker Inc., 1970, 804 p
- [SCHEY1977] Schey J.A. and Mysliwy R.E., The effect of die surface finish on lubrication in ring upsetting. *Euro Trib'77*, 2nd European Tribology Congress, Paper n° 67
- [SCHOLZE1969] Scholze H., *Le verre: Nature, Structure et Propriétés*. Paris, France : Institut du Verre, 1969, 387 p
- [SHARAN1980] Sharan R. and Prasad S.N., Role of lubricants in metal flow and die wear during forging. *ASME International Symposium on Metalworking Lubrication*, San Francisco, California, 1980, pp. 77-82
- [SHELBY1997] Shelby J.E., *Introduction to glass science and technology*. Cambridge, England: The Royal Society of Chemistry, 1997, 244 p
- [SHELLY1972] Shelly P. and Ettles C., Effect of Transverse and Longitudinal Surface Waviness on the Operation of Journal Bearing. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1972, Vol. 14, n° 3, pp. 168-172
- [SHEU1983] Sheu S. and Wilson W.R.D., Flattening of Workpiece Surface Asperities in Metalforming. *Proceedings NAMRC XI (SME)*, 1983, pp. 172-178
- [SHI2002] Shi J., McElwain D.L.S. and Domanti S.A., Some surface profiles of a strip after plane-strain indentation by rigid bodies with serrated surfaces. *Journal of Materials Processing Technology*, 2002, Vol. 124, pp. 227-237
- [SHIMIZU2001] Shimizu I., Andreasen J.L., Bech J.I. and Bay N., Influence of Workpiece Surface Topography on the Mechanisms of Liquid Lubrication in Strip Drawing. *ASME Journal of Tribology*, 2001, Vol. 123, pp. 290-294
- [SMITH1959] Smith F.W., Lubricant behaviour in concentrated contact systems – The castor oil-steel system. *Wear*, 1958-59, Vol. 2, pp. 250-263
- [SMITH1960] Smith F.W., Lubricant Behavior in Concentrated Contact – Some Rheological Problems. *ASLE Transactions*, 1960, Vol. 3, n° 1, pp. 18-25
- [SNIDLE1976] Snidle R.W., Parsons B. and Dowson D., A thermal Hydrodynamic Lubrication Theory for Hydrostatic Extrusion of Low Strength Materials. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1976, Vol. 98, pp. 335-343
- [SOFUOGLU2000] Sofuoglu H. and Rasty J., Flow behavior of Plasticine used in physical modeling of metal forming processes. *Tribology International*, 2000, Vol. 33, pp. 523-529
- [SOFUOGLU2002] Sofuoglu H. and Gedikli H., Determination of friction coefficient encountered in large deformation processes. *Tribology International*, 2002, Vol. 35, pp. 27-34

- [SRIDHAR1996] Sridhar M.R. and Yovanovich M.M., Contact conductance correlations based on Greenwood and Williamson surface model. ASME National Heat Transfer Conference, Houston Texas, 1996, pp. 3-13
- [STAUB1998] Staub C., Modélisation dynamique des procédés de forgeage. Thèse LMSO. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1998, 244 p
- [STRIBECK1902] Stribeck R., Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager. Zeitschrift VDI, 1902, Vol. 46, pp. 1341-1348
- [STUPKIEWICZ2003] Stupkiewicz S. and Mróz Z., Phenomenological model of real contact area evolution with account for bulk plastic deformation in metal forming. International Journal of Plasticity, 2003, Vol. 19, pp. 323-344
- [SUN1977] Sun D.C. and Chen K.K., First effects of Stokes roughness on hydrodynamic lubrication. ASME Journal of Lubrication Technology, 1977, Vol. 99, n° 1, pp. 2-9
- [SUTCLIFFE1999] Sutcliffe M.P.F., Flattening of Random Rough Surfaces in Metal-Forming Processes. ASME Journal of Tribology, 1999, Vol. 121, pp. 433-440
- [TAMMAN1926] Tamman G. and Hesse W., The dependence of viscosity upon the temperature of supercooled liquids. Z Anorg Allgem Chemie, 1926, Vol. 156, pp. 645-657
- [TAN1998] Tan X., Martins P.A.F., Bay N. and Zhang W., Friction studies at different normal pressures with alternative ring-compression test. Journal of Materials Processing Technology, 1998, Vol. 80-81, pp. 292-297
- [TAN2002] Tan x., Comparison of friction models in bulk metal forming. Tribology International, 2002, Vol. 35, issue 6, pp. 385-393
- [TANG2004] Tang J., Tieu A.K. and Jiang Z., A Simulation of Surface Roughness in Hot Strip Rolling. Proceedings of the 8th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes "NUMIFORM 2004", Columbus Ohio (USA), 2004, pp. 630-635
- [TAO2001] Tao Q., Lee H.P. and Lim S.P., Contact mechanics of surfaces with various models of roughness descriptions. Wear, 2001, Vol. 249, pp. 539-545
- [TEALE1980] Teale J.L. and Lebeck A.O., An Evaluation of the Average Flow model for Surface Roughness Effects in Lubrication. ASME Journal of Lubrication Technology, 1980, Vol. 102, pp. 360-367
- [TEVAARWERK1975] Tevaarwerk J.L. and Johnson K.L., A simple Non-Linear Constitutive Equation for Elastohydrodynamic Oils Films. Wear, 1975, Vol. 35, pp. 345-356
- [TICHY2003] Tichy J. and Bou-Saïd B., On the Transition from Reynolds to Stokes Roughness. Proceedings of the 30th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 2003, (*à paraître*)
- [TIPEI1962] Tipei N. – Theory of lubrication – William A. Gross Ed, Stanford University Press, Stanford California, 1962, 566 p.
- [TONDER1980] Tonder K., Simulation of the Lubrication of Isotropically Rough surfaces. ASLE Transactions, 1980, Vol. 23, pp. 326-333
- [TØNDER1995] Tønder K., Time-varying roughness distributions: a neglected load-carrying mechanism. Proceedings of the International Tribology Conference II, Yokohama, 1995, pp. 999-1004
- [TORRANCE1988] Torrance A.A., A three-dimensional cutting criterion for abrasion. Wear, 1988, Vol. 123, pp. 87-96
- [TOWER1883] Tower B., First report on friction experiments (friction of lubricated bearings). Proc Insnt Mech Engrs, Nov 1883, pp. 632-659; Jan 1884, pp. 29-35

- [TRIPP1983] Tripp J.H., Surface Roughness Effects in Hydrodynamic Lubrication: The Flow Factor Method. ASME Journal of Lubrication Tribology, 1983, Vol. 105, pp. 458-465
- [TRIPP1984] Tripp H.J. and Hamrock B.J., Surface Roughness Effects in Elastohydrodynamic Contacts. Proceedings of the 11th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1984, pp. 30-39
- [TZENG1967] Tzeng S.T. and Saibel E., Surface roughness effect on slider lubrication. ASLE Trans, 1967, Vol. 10, pp. 334-338
- [UHLMANN1986] Uhlmann D.R. and Kreidl N.J., Glass: Science and Technology Vol. 3 – Viscosity and Relaxation, Uhlmann D.R. and Kreidl N.J. Editeurs, 1986, 412 p
- [VANODYCK2001] Van Odyck D.E.A., Stokes flow in thin films. PhD thesis, The Netherlands: Delft, 2001, 141 p
- [VANODYCK2003] Van Odyck D.E.A. and Venner C.H., Stokes Flow in thin Films. ASME Journal of Tribology, 2003, Vol. 125, pp. 121-134
- [VARGAS2001] Vargas S., Frandsen F.J. and Dam-Johansen K., Rheological properties of high-temperature melts of coal ashes and other silicates. Progress in Energy and Combustion Science, 2001, Vol. 27, pp. 237-429
- [VENNER1994] Venner C.H. and Lubrecht A.A., Numerical simulation of waviness in a circular EHL contact, under rolling/sliding. 21th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1994, pp. 259-272
- [VENNER1996] Venner C.H. and Lubrecht A.A., Numerical Analysis of the Influence of Waviness on the Film Thickness of a Circular AHL Contact. ASME Journal of Tribology, 1996, Vol. 118, pp. 153-161
- [VERGNE1985] Vergne P., Contribution à l'étude du contact E.H.D. : déformation des surfaces ; caractérisation haute pression des lubrifiants. Thèse LMC. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1985, 241 p
- [VERGNE1995] Vergne P. and Nélias D., Tribological and Rheological Properties of MIL-L-23699 Lubricant. Proceedings of the International Tribology Conference, Yokohama, Japan, 1995, 5 p
- [VOGEL1921] Vogel H., The law of relaxation between the viscosity of liquids and the temperature. Phys Z., 1921, Vol. 22, pp. 645-646
- [WALTERS1997] Walters J., Kurtz S., Wu W.-T. and Tang J., The 'state of the art' in cold forming simulation. Journal of Materials Processing Technology, 1997, Vol. 71, pp. 64-70
- [WANG1991] Wang S., Cusano C. and Conry T.F., Thermal analysis of elastohydrodynamic lubrication of line contact using Ree-Eyring fluid model. ASME Journal of Tribology, 1991, Vol. 113, pp. 232-244
- [WANG1997] Wang S.L. and Rao K.P., An upper-bound analysis of friction in metal forming. International Journal of Mechanical Science, 1997, Vol. 39, n° 2, pp. 201-209
- [WANG2003] Wang Z., Nakamura T., Dohda K. and Obika T., FEM analysis of contact mechanism in press-forming of lubricant pre-coated steel sheet. Journal of Materials Processing Technology, 2003, Vol. 140, pp. 514-519
- [WANHEIM1974] Wanheim T., Bay N. and Petersen A.S., A theoretically determined model for friction in metal working processes. Wear, 1974, Vol. 28, pp. 251-258
- [WILLIAM1992] William H.P., Saul A.T., William T.V. and Brian P.F., Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing (2nd Edition); (Fortran Numerical Recipes, Vol. 1). New York, USA: Cambridge University Press, 1992, 992 p
- [WILLIAMS1955] Williams M.J., Landel R.F. and Ferry J.D., The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. Journal of the American Chemical Society, 1955, Vol. 77, p. 3701-3706

- [WILSON1971] Wilson W.R.D. and Walowit J.A., An isothermal hydrodynamic lubrication theory for hydrostatic extrusion and drawing processes with conical dies. *Journal of Lubrication Technology*, 1971, Vol. 93, pp. 69-74
- [WILSON1973] Wilson W.R.D. and Carpenter W.B., A Thermal Hydrodynamic Model for the Lubrication Breakdown in Upsetting Between Overhanging Dies. *Wear*, 1973, Vol. 24, pp. 351-360
- [WILSON1974] Wilson W.R.D., An isoviscous model for the hydrodynamic lubrication of plane strain forging processes with flat dies, *Journal of Lubrication Technology*, 1974, Vol. 95, pp. 539-546.
- [WILSON1974b] Wilson W.R.D. and Mahdavian S.M., A Thermal Reynolds Equation and Its Application in the Analysis of Plasto-Hydrodynamic Inlet Zones. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1974, Vol. 95, pp. 572-578
- [WILSON1974c] Wilson W.R.D. and Wong C.J., Analysis of the Film Formation Process in Plane Strain Forging. *Journal of Lubrication Technology*, 1974, Vol. 96, n° 4, pp. 605-610
- [WILSON1974d] Wilson W.R.D. and Delmolino W.P., The influence of surface roughness on the lubrication breakdown in upsetting between overhanging dies. *Wear*, 1974, Vol. 29, pp. 1-10
- [WILSON1976] Wilson W.R.D. and Mahdavian S.M., Hydrodynamic Lubrication of Hydrostatic Extrusion. *Journal of Lubrication Technology*, 1976, pp. 27-31
- [WILSON1976b] Wilson W.R.D. and Murch L.E., A refined model for the hydrodynamic lubrication of strip rolling. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1976, Vol. 98, pp. 426-432
- [WILSON1977a] Wilson W.R.D., Workpiece Surface Roughening in a Hydrodynamically Lubricated Metal Forming Process. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1977, pp. 10-14
- [WILSON1977b] Wilson W.R.D. and Lak S., The Transport and Breakdown of Solid Lubricants in a Simple Forging Operation. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1977, pp. 230-264
- [WILSON1978] Wilson W.R.D., Mechanics of lubrication in metal forming processes, *Proceedings of the 5th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 1978, pp. 341-350
- [WILSON1979] WILSON W.R.D., Friction and lubrication in bulk metal-forming processes. *J. Applied Metalworking*, 1979, Vol. 1, pp. 7-19
- [WILSON1988] Wilson W.R.D. and Sheu S., Real Area of Contact and Boundary Friction in Metal Forming. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1988, Vol. 30, n° 7, pp. 475-489
- [WILSON1991] Wilson W.R.D., Friction Models for Metal Forming in the Boundary Lubrication Regime. *ASME Journal of Engineering Materials Technology*, 1991, Vol. 113, pp. 60-68
- [WILSON1994] W.R.D. Wilson, D.F. Chang, Tribology in Manufacturing Processes, K. Dohda, S. Jahanmir and W.R.D. Wilson (Eds.), ASME, New York, USA, 1994, pp. 159-168
- [WILSON1995] Wilson W.R.D., Lubrication in metal forming. *Proceedings of the 21st Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 1995, pp. 101-112
- [WILSON1998] Wilson W.R.D. and Marsault N., Partial Hydrodynamic Lubrication With Large Fractional Contact Areas. *ASME Journal of Tribology*, 1998, Vol. 120, pp. 16-20
- [WILSON2003] Wilson W.R.D., Schmid S.R. and Liu J., Advanced simulations for hot forging: heat transfer model for use with the finite element method. *AMPT 2003*, Dublin, pp. 404-406
- [WOLFF1994] Wolff C. et Dupuis D., Viscosité. *Techniques de l'Ingénieur*, 1994, R 2 350, 29 p.
- [WONG1992] Wong P.L., Lingard S. and Cameron A., The high pressure impact microviscometer. *Tribology International*, 1992, Vol. 35, pp. 363-366

- [WONG1996] Wong P.L., Wang R. and Lingard S., Pressure and temperature dependence of the density of liquid lubricants. *Wear*, 1996, Vol. 201, pp. 58-63
- [WU2000] Wu J.-J., Characterization of fractal surfaces. *Wear*, 2000, Vol. 239, pp. 36-47
- [YASUTOMI1984] Yasutomi S., Bair S. and Winer W.O., An application of a free volume model to lubricant rheology I – Dependence of viscosity on temperature and pressure. *ASME Journal of Tribology*, 1984, Vol. 106, n°2, pp. 291-303.
- [YUAN1990] Yuan K. and Chern B.C., A thermal Hydrodynamic Lubrication Analysis for Entrained Film Thickness in Cold Strip Rolling. *Journal of Tribology*, 1990, Vol. 112, pp. 128-134.
- [ZAHOUANI2001] Zahouani H. and Sidoroff F., Rough surfaces and elasto-plastic contacts. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 2001, Tome 2, Série IV, pp. 709-715
- [ZHANG1995] Zhang W., Peeters J.P.A. and Bay N., Numerical modelling of cold rolling of metal plate adopting a general friction model. *Proceedings NUMIFORM 95*, Ithaca, NY, 1995, pp. 997-1004
- [ZHANG2002] Zhang S., Hodgson P.D., Duncan J.L., Cardew-Hall M.J. and Kalyanasundaram S., Effect of membrane stress on surface roughness changes in sheet forming. *Wear*, 2002, Vol. 253, pp. 610-617
- [ZHANG2003] Zhang S., Hodgson P.D., M.J. Cardew-Hall and Kalyanasundaram S., A finite element simulation of micro-mechanical behaviour in metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, Vol. 134, pp. 81-91

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : HÉLÉNON
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE de SOUTENANCE : 15 décembre 2004

Prénom : Fabrice

TITRE :

Modélisation de l'interface lopin/outil lors des procédés de matriçage

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 04-ISAL-0101

Ecole doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité : Génie Mécanique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RESUME :

Les lois classiques de frottement (Coulomb, Tresca, ...) utilisées dans les codes éléments finis de simulation numérique des procédés thermomécaniques du forgeage n'incluent pas explicitement de notion sur la variation de l'aire réelle de contact lorsque la contrainte normale varie, sur le profil des aspérités et encore moins sur l'épaisseur du lubrifiant. Pour résoudre améliorer la prédiction du frottement, L. Baillet a défini un modèle de frottement basé sur la théorie de la vague plastique de Challen et Oxley avec contribution hydrostatique du lubrifiant piégé entre les vallées des aspérités.

L'objectif de cette thèse a été de définir de nouveaux modèles de frottement pour une épaisseur de lubrifiant plus importante en considérant les régimes de lubrification épais et mince. Les aspérités des parois antagonistes ont été modélisées par des profils en dents de scie pour rester cohérent avec la représentation de la théorie de la vague plastique. De ce fait, ces modèles se sont basés sur la modélisation de l'écoulement du lubrifiant par une version plus générale que l'équation de Reynolds : l'équation de la mécanique des films minces visqueux de Berthe et Godet écrite dans une configuration axisymétrique.

Après avoir passé en revue les différentes lois de variation des paramètres spécifiques aux lubrifiants ainsi que les différentes représentations d'aspérités rencontrées dans la littérature, les régimes isotherme et thermique de lubrification ont été étudiés. Les lubrifiants retenus ont été de type huile minérale ou de type verre selon la température de mise en forme. Les niveaux de contraintes générées à l'interface lubrifiée ont montré une certaine influence sur le comportement du lopin.

MOTS-CLES :

Lubrification, rugosités, frottement, vague plastique, viscosité, forgeage, éléments finis, transferts thermiques, équation de Reynolds

Lubrication, roughness, friction, plastic wave, viscosity, forging, finite elements, heat transfer, Reynolds equation

Laboratoire (s) de recherches :

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS)

Directeur de thèse: Pr. Jean-Claude BOYER

Président de jury : Dr. Michel RAOUS

Composition du jury :

Pr. Jean-Claude BOYER (directeur), Pr. Michel BRUNET, Pr. Laurent DUBAR (rapporteur), Pr. Ton LUBRECHT, Dr. Pierre MONTMITONNET (rapporteur), Dr. Emmanuelle VIDAL-SALLÉ (invitée)