



Numéro d'ordre : 2019LYSEI082

Année 2019

THESE

MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE NON LINÉAIRE D'UN TRAIN DE TIGES DE FORAGE IMMERGÉ DANS UN Puits DE TRAJECTOIRE 3D

Présentée devant

l'Institut National de Sciences Appliquées (INSA) de Lyon

Pour obtenir

le **GRADE DE DOCTEUR** en **GÉNIE MÉCANIQUE**

École Doctorale des Sciences de l'Ingénieur de Lyon :

Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA, ED 162)

Par

Quang Thinh TRAN

Laboratoire LaMCoS - INSA Lyon, UMR CNRS 5259

Soutenance prévue le 28 Octobre 2019 devant la commission
d'examen :

Membres du jury

EMMANUEL DETOURNAY	Professeur	Univ. Minnesota, EU	Rapporteur
VALDER STEFFEN	Professeur	Univ. Fed Uberlandia, BR	Rapporteur
ALAIN BERLIOZ	Professeur	Ins. Cl. Ader, Toulouse	Examinateur
RÉGIS DUFOUR	Professeur	INSA Lyon	Dir. de thèse
LIONEL MANIN	MdC	INSA Lyon	Co-encadrant
MARIE-ANGE ANDRIANOELY	Docteur	INSA Lyon	Examinatrice
STÉPHANE MENAND	Docteur	DrillScan	Invité

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage secretariat@edchimie-lyon.fr INSA : R. GOURDON	M. Stéphane DANIELE Institut de recherches sur la catalyse et l'environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 Avenue Albert EINSTEIN 69 626 Villeurbanne CEDEX directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Sec. : M.C. HAVGOUDOUKIAN ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI École Centrale de Lyon 36 Avenue Guy DE COLLONGUE 69 134 Écully Tél : 04.72.18.60.97 Fax 04.78.43.37.17 gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : H. CHARLES secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	M. Philippe NORMAND UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Université Claude Bernard Lyon 1 Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX philippe.normand@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ http://www.ediss-lyon.fr Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : M. LAGARDE secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 Avenue Jean CAPELLE INSA de Lyon 69 621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax : 04.72.68.49.16 emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES http://edinfomaths.universite-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 Fax : 04.72.43.16.87 infomaths@univ-lyon1.fr	M. Luca ZAMBONI Bât. Braconnier 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.26.23.45.52 zamboni@maths.univ-lyon1.fr
Matériaux	MATÉRIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec. : Marion COMBE Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.87.12 Bât. Direction ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIÈRE INSA de Lyon MATEIS - Bât. Saint-Exupéry 7 Avenue Jean CAPELLE 69 621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.85.28 jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr
MEGA	MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://edmega.universite-lyon.fr Sec. : Marion COMBE Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.87.12 Bât. Direction mega@insa-lyon.fr	M. Jocelyn BONJOUR INSA de Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69 621 Villeurbanne CEDEX jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* http://ed483.univ-lyon2.fr Sec. : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.72.76 viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr	M. Christian MONTES Université Lyon 2 86 Rue Pasteur 69 365 Lyon CEDEX 07 christian.montes@univ-lyon2.fr

*Pour ma famille
ma femme Ha Thu
ma petite fille Minh An*

Remerciements

Cette thèse s'est effectuée au sein de DrillLab, laboratoire commun de DrillScan et du LaMCoS dans le cadre du programme LabCom ANR-PME 15-LCV4-0010-01.

J'adresse tous mes remerciements au Pr. Daniel NELIAS, Directeur du LaMCoS, UMR CNRS 5259 et au Dr. Stéphane MENAND, Président de DrillScan pour leur accueil.

J'adresse mes respectueux remerciements aux membres du jury. Je suis reconnaissant aux Professeurs Emmanuel DETOURNAY et Valder STEFFEN d'avoir consacré beaucoup de leur temps pour rapporter mon travail de thèse. Je suis sensible à l'intérêt du Professeur Alain BERLIOZ pour mon travail de recherche.

J'exprime ma gratitude à Régis DUFOUR, Professeur INSA Lyon et à Lionel MANIN, Maîtres de conférences INSA Lyon qui m'ont encadré tout au long de cette thèse. J'ai apprécié leurs disponibilités, leurs conseils scientifiques et leurs nombreux encouragements au cours de ces trois ans.

Je remercie également Khac Long NGUYEN, Marie-Ange ANDRIANOELY, Sébastien BAGUET, Ngoc Ha DAO, Mohamed MADJOUR, Stéphane MENAND pour leurs participations scientifiques ainsi que le temps qu'ils ont consacré à ma recherche.

J'exprime mes remerciements à tous mes collègues à l'équipe LaMCoS-DCS, particulièrement aux doctorants, post-doctorants qui m'ont fait partager de bons moments, qui resteront d'excellents souvenirs.

Enfin, mes remerciements vont à ma famille, mes parents, ma femme, ma fille qui se tiennent toujours à mes côtés.

Résumé

La thèse réalisée s'inscrit dans le cadre du projet de Labcom DrillLab entre le LaM-CoS UMR 5259 – INSA Lyon et la PME DrillScan dont l'objectif de développer des modèles non linéaires pour simuler le comportement dynamique de train de tiges de forage pour l'extraction pétrolière et l'exploitation géothermique. La compréhension et la maîtrise du comportement vibratoire des éléments en rotation améliorent la vitesse de pénétration et réduisent le MTBF, le temps moyen entre deux défaillances. Dans cette thèse, le train de tiges est modélisé par des éléments finis de poutre droite en prenant en compte des couplages axial/torsion- flexion, des interactions tige-puits, fluide-structure. L'effet de la trajectoire 3D du puits provoquant l'état pré-chargé initial du train de tiges est considéré par le calcul du parcours : la tige en position initiale verticale est ramenée à la ligne neutre du puits en utilisant la méthode co-rotationnelle. La position d'équilibre quasi-statique du train de tiges confiné dans le puits sous des actions de la gravité, du poids et du couple sur l'outil, du fluide pulsé et des réactions de contact est obtenue par la méthode itérative Newton-Raphson. Les analyses modales, le diagramme de Campbell, et les réponses dynamiques non linéaires sont investigués à partir de cette position d'équilibre initial du train de tige dans le puits. Les réponses dynamiques sous différentes sources d'excitation (de balourd, harmonique, asynchrone, transitoire, etc.) peuvent être obtenues par la résolution du système des équations dynamiques non linéaires à l'aide du schéma numérique de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas de temps adaptatif pour réduire significativement le temps de calcul. Afin de suivre le comportement dynamique de tout le train de tiges qui peut atteindre en réalité quelques kilomètres de longueur, la technique de réduction de modèle de type Craig-Bampton est mise en œuvre. Ainsi, la rapidité de simulation dynamique du modèle proposé dans cette thèse est bien améliorée. La modélisation développée a été implémentée dans un outil de simulation (DrillSim – Drilling Simulation) dans le cadre du projet DrillLab.

Mots-clés : dynamique des rotors, dynamique non-linéaire, interaction fluide-structure, interaction tige-puits, réduction du modèle, simulation numérique.

Table des matières

1	Introduction	14
1.1	Contexte du forage rotatif et motivation	15
1.1.1	Composants du train de tiges de forage	17
1.1.2	Fluide (boue) de forage	21
1.1.3	Vibrations du train de tiges de forage	22
1.2	État de l'art sur les vibrations du train de tiges de forage	23
1.2.1	Forage vertical	23
1.2.2	Forage horizontal	24
1.2.3	Forage dirigé	26
1.2.4	Modélisation des couplages de vibrations	27
1.2.5	Interaction tige-puits	30
1.2.6	Interaction fluide-structure	35
1.2.7	Contribution de la thèse par rapport à l'état de l'art	37
2	Modélisation EF de tiges de forage	39
2.1	Définition des repères	40
2.2	Modélisation du train de tiges par la MEF.	42
2.2.1	Énergie cinétique élémentaire	43
2.2.2	Énergie élémentaire de déformation	44
2.2.3	Couplage axial - flexion	46
2.2.4	Couplage torsion - flexion	47
2.3	Forces dynamiques extérieures	48
2.3.1	Forces de contact	48
2.3.2	Force de gravité	50
2.3.3	Force de balourd	50
2.4	Interaction fluide-tige	51
2.4.1	Équation de mouvement	51
2.4.2	Forces du fluide dues à l'écoulement interne	52
2.4.3	Forces du fluide dues à l'écoulement annulaire	53
2.4.4	Discrétisation des forces du fluide	56

3	Calcul des comportements statiques et dynamiques	59
3.1	Comportement quasi-statique	60
3.1.1	Calcul de la trajectoire par la méthode co-rotationnelle	60
3.1.2	Calcul de la position d'équilibre quasi-statique	62
3.2	Comportement dynamique linéaire	64
3.2.1	Analyse modale. Méthode pseudo modale	64
3.2.2	Diagramme de Campbell	65
3.3	Comportement dynamique non-linéaire	68
3.3.1	Réponses temporelles	68
3.3.2	Schémas d'intégration temporelle	68
3.3.3	Réduction du modèle de calcul par la méthode Craig-Bampton	69
4	Outil de simulation numérique	72
4.1	Introduction sur le logiciel DrillSim	73
4.2	Fonctionnement de DrillSim	76
4.3	Simulation avec DrillSim	79
4.3.1	Calcul de parcours	79
4.3.2	Calcul de positions quasi-statiques	81
4.3.3	Comparaison des modes propres avec les résultats analytiques dans [17]	88
4.3.4	Diagramme de Campbell du train de tiges de longueur 2000 m immergé dans un puits de trajectoire 3D complexe	90
5	Simulations d'un puits quasi-réel	96
5.1	Réponses aux balourds avec le modèle EF complet	97
5.1.1	Effet du fluide sur la dynamique du train de tiges	100
5.1.2	Étude paramétrique pour le modèle d'interaction fluide-structure	105
5.2	Réponses aux balourds avec un modèle réduit Craig-Bampton	113
6	Conclusions et perspectives	119
6.1	Conclusions	120
6.2	Perspectives	122
	Annexes	132
A1	: Algèbre des quaternions	133
A1.1	Vecteur de rotation déformant	133
A1.2	Mise à jour du vecteur de rotation	135
A2	: Calcul de la position quasi-statique sans raideur géométrique	136
A3	: Détermination des pentes à imposer pour le calcul du parcours	139

Table des figures

1.1	Plateforme de forage rotatif	16
1.2	Tige de forage (source : http://www.happyfamilyinstitute.com)	18
1.3	Masse-tiges (source : http://www.octgproducts.com)	18
1.4	Stabilisateur (source : https://www.quora.com)	20
1.5	Les deux types d'outil de forage : outil à trois cônes (a), outil PDC (b) (source : https://investoropinion.co.uk).	20
1.6	Trois types de vibration du train de tiges (source : https://www.slb.com)	22
1.7	Loi de contact de type pénalité	30
1.8	Régularisation de la raideur et de l'amortissement de contact	32
1.9	Loi de frottement de Coulomb	33
1.10	Loi de frottement régularisée par la fonction tanh	33
1.11	Loi de frottement Stribeck	34
1.12	Schéma et système de coordonnées pour une poutre cylindrique immergée dans un fluide annulaire [52].	36
2.1	Transformation du repère global vers repère local	40
2.2	Transformation de l'état non-déformé à l'état déformé	41
2.3	Élément fini de poutre à deux nœuds avec six ddl par nœud	44
2.4	Déplacement d'un point quelconque sur la section droite d'un élément de poutre	45
2.5	Interaction de contact entre la tige et le puits.	48
2.6	Schéma du balourd	50
2.7	Forces et moments exercés sur un élément infinitésimal de la tige	52
2.8	Forces exercées sur un élément du fluide d'écoulement interne	53
2.9	Forces dues à l'écoulement annulaire	53
2.10	Bilan des forces dues à la gravité et la pression hydrostatique.	55
3.1	Démarche incrémentale du calcul de la trajectoire	60
4.1	Organigramme du logiciel DrillSim.	73
4.2	Fenêtre principale du logiciel DrillSim.	77
4.3	Post-traitement du logiciel DrillSim.	78
4.4	Cas test Quart de cercle	79

4.5	Calcul de parcours et efforts axiaux pour le cas test Quart de cercle .	80
4.6	Comparaison du moment de flexion pour le cas test Quart de cercle .	80
4.7	Puits rectiligne incliné (a), puits 3D (b).	81
4.8	Tige de forage (drill-pipe)	82
4.9	Efforts axiaux dus au calcul de parcours : (a) puits rectiligne incliné, (b) puits 3D	84
4.10	Influence du calcul de parcours sur les résultats de calcul d'équilibre statique du train de tiges pour le puits rectiligne incliné (a, c, e) et le puits 3D (b, d, f) : déplacement radial (a, b), force axiale (c, d), couple de contact frottement cumulé (e, f)	85
4.11	Comparaisons du calcul d'équilibre statique DrillSim-logiciel de DrillS- can pour le puits rectiligne incliné (a, c, e) et le puits 3D (b, d, f) : déplacement radial (a, b), force axiale (c, d), couple de contact frot- tement cumulé (e, f)	87
4.12	Comparaison du calcul de modes propres entre le modèle analytique, le modèle EF dans [17] et DrillSim.	88
4.13	Formes modales de 3 premiers modes calculées par EF [17].	89
4.14	Formes modales de 3 premiers modes en flexion calculées avec DrillSim.	89
4.15	Trajectoire 3D du puits.	90
4.16	Composant du train de tiges de forage.	91
4.17	Tubage du puits.	91
4.18	Déplacement radial du train de tiges dans le puits 3D de longueur 2000 m.	92
4.19	Diagramme de Campbell calculé pour les 20 premiers modes du train de tiges dans le puits 3D de longueur 2000 m (a), zoom [0-120] tr/min (b).	93
4.20	Les formes modales liées aux premier et troisième modes de flexion à la vitesse de rotation 100 tr/min : (a) premier mode, (b) troisième mode.	95
5.1	Trajectoire du puits de 200 m et de géométrie-3D.	98
5.2	Résultats du calcul de la position quasi-statique : déplacement radial (a), forces de contact (b), coefficient d'amortissement visqueux C_f (c), viscosité cinématique apparente (d).	99
5.3	Positions et repères locaux des nœuds considérés pour les calculs de réponse aux balourds sans et avec fluide.	100
5.4	Orbites des différents nœuds le long de train de tiges : nœud 12 (a, e), nœud 49 (b, f), nœud 150 (c, g), nœud 282 (d, h) pour les deux cas : sans fluide (a, b, c, d) et avec fluide (e, f, g, h).	101
5.5	Force de contact normale au nœud 49 (a) et au nœud 282 (b) dans le cas sans fluide.	103
5.6	Analyse en spectre complet au nœud 282 : sans fluide (a), avec fluide (b).	104

5.7	Déplacement suivant l'axe y du nœud 282 (a), zoom [48 s - 51 s](b).	106
5.8	Force de contact normale au nœud 282 sans fluide pour une simulation de [40 s - 45 s].	107
5.9	Effets du débit du fluide sur le coefficient de frottement C_f .	107
5.10	Déplacements radial r du Nœud 282 pour différents débits du fluide.	108
5.11	Spectres complets du Nœud 282 pour différents débits du fluide : $Q = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ (a), $Q = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ (b), $Q = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ (c), $Q = 0.04 \text{ m}^3/\text{s}$ (d), $Q = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ (e), $Q = 0.06 \text{ m}^3/\text{s}$ (f).	109
5.12	Effet de la densité du fluide sur le coefficient de frottement C_f .	110
5.13	Orbités du Nœud 282 pour différentes densités du fluide : $\rho_f = 1200 \text{ kg/m}^3$ (a), $\rho_f = 1500 \text{ kg/m}^3$ (b), $\rho_f = 1800 \text{ kg/m}^3$ (c), $\rho_f = 2100 \text{ kg/m}^3$ (d).	111
5.14	Spectres complets du Nœud 282 pour différentes densités du fluide : $\rho_f = 1200 \text{ kg/m}^3$ (a), $\rho_f = 1500 \text{ kg/m}^3$ (b), $\rho_f = 1800 \text{ kg/m}^3$ (c), $\rho_f = 2100 \text{ kg/m}^3$ (d).	112
5.15	Deux indices de convergence : ϵ_t (Eq.5.1), ϵ_n (Eq.5.2) dans le temps et selon l'abscisse curviligne pour différents nombres de modes dynamiques η .	115
5.16	Deux indices de convergence : ϵ_t (Eq.5.1), ϵ_n (Eq.5.2) pour différents nombres de modes dynamiques η , instants t et nœuds considérés. Les axes sont en échelle logarithmique.	116
5.17	Comparaison des déplacements radiaux obtenus par le modèle complet et par le modèle réduit avec 100 modes dynamiques retenus.	118
A1.1	Repère local élémentaire et rotation déformante nodale	134
A3.1	Transformation du vecteur tangent de la position rectiligne à la position finale (ligne neutre du puits).	139
A3.2	Rotation en trois dimensions [78] : (a) rotation autour d'OC, (b) détail.	139

Liste des tableaux

4.1	Composition du train de tiges de forage.	82
4.2	Description d'une tige de forage.	82
4.3	Description de la parois du puits.	82
4.4	Propriétés des matériaux	82
4.5	Paramètres du modèle de contact	83
4.6	Description de la paroi du puits.	91
4.7	Indicateurs de classification pour les premier et troisième modes à la vitesse de 100 tr/min sur le diagramme de Campbell.	94
5.1	Propriétés rhéologiques du fluide YPL	97
5.2	Description des balourds	98
5.3	Comparaison du temps de calcul pour différents nombres de modes dynamiques. Le nombre total de modes physiques est de 1774 et le temps de calcul pour le modèle complet est 157941 s. Celui-ci pour le modèle complet avec la technique de décomposition de matrice est 14929 s.	114

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1	Contexte du forage rotatif et motivation	15
1.1.1	Composants du train de tiges de forage	17
1.1.2	Fluide (boue) de forage	21
1.1.3	Vibrations du train de tiges de forage	22
1.2	État de l'art sur les vibrations du train de tiges de forage	23
1.2.1	Forage vertical	23
1.2.2	Forage horizontal	24
1.2.3	Forage dirigé	26
1.2.4	Modélisation des couplages de vibrations	27
1.2.5	Interaction tige-puits	30
1.2.6	Interaction fluide-structure	35
1.2.7	Contribution de la thèse par rapport à l'état de l'art	37

1.1 Contexte du forage rotatif et motivation

Dans le domaine de l'exploitation pétrolière ou géothermique, les opérations de forage on- ou off-shore constituent une part importante du coût du projet. En géothermie, elles représentent 40% du coût total, qui atteint 15 M€ pour un puits de 3 km, sachant que les profondeurs usuelles préconisées se situent entre 3 et 5 km [1]. Pour diminuer ces coûts, il convient de mobiliser le moins de temps possible les matériels utilisés, c'est à dire éviter les défaillances pour réduire le MTBF¹ et de maintenir une vitesse de pénétration ROP (Rate Of Penetration). A de faible profondeur la ROP est de 10 à 20 m par heure alors qu'à quelques km de profondeur elle peut chuter à 0.1 m/h.

Pour surmonter ces défis technologiques, il convient de bien comprendre le comportement dynamique du train de tiges de forage et savoir agir de façon la plus pertinente possible sur les paramètres de contrôle tels que la vitesse de rotation, le poids sur l'outil, la trajectoire.

L'objectif de la thèse est principalement de développer un modèle basé sur des éléments finis de poutre droits pour prévoir la réponse dynamique en flexion, torsion et axial du train de tiges de forage, soumis aux interactions avec le fluide de forage et aux multi-contacts avec le puits dont la trajectoire est en 3D. La dynamique d'un train de tige de forage est un problème de dynamique des rotors compliqué. Disposer d'un tel outil de prévision ouvre la voie au contrôle de la dynamique de forage, espéré à court terme en temps réel, à la prise en compte de composant mécanique pour absorber de façon passive voire active les problèmes vibratoires, et aussi à l'alliance avec de nouvelles techniques de forage (jet d'eau, laser torche plasma, etc).

Basiquement, le forage rotatif consiste à entraîner en rotation un outil pour creuser la roche. Pour cela, au niveau du derrick une table carrée entraîne de 60 à 160 tr/min un train de tiges creuses constitué dans sa partie basse de masse-tiges en compression pour assurer le poids sur l'outil (WOB) situé à l'extrémité inférieure.

Le fluide de forage (mud) injecté dans les tiges collecte au niveau de l'outil les débris de roches et les calories dues à l'échauffement de la coupe, puis remonte dans l'intervalle annulaire tige-puits assurant au passage la lubrification. Revenue à la surface, le fluide est décanté dans des bassins avant d'être réinjecté dans le forage.

L'intégrité du puits de forage est apporté par le tubage (casing) qui consiste à introduire au fur et à mesure de l'avance, des tubes d'acier correspondant aux diamètres étagés du puits. En fin de creusement, la partie basse du puits n'est pas équipée de tubage.

¹Mean Time Between Failures. Comme le monde du forage adopte des termes anglais techniques, ceux-ci sont utilisés massivement dans cette thèse.

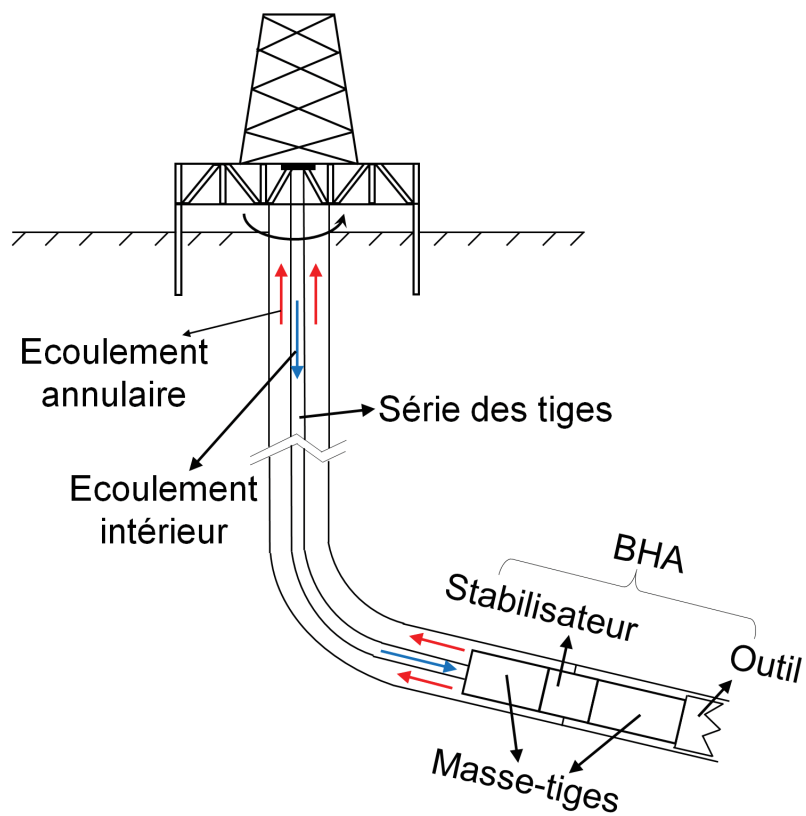


FIGURE 1.1 – Plateforme de forage rotatif

La rotation induit des forces de balourds issus d'usures et de l'assemblage, des efforts gyroscopiques, des excitations paramétriques dont les fréquences dépendent de la forme de l'outil. Les pulsations de la boue ainsi que les nombreux contacts tige-puits génèrent aussi des excitations.

Soumis à cet ensemble de sollicitations, le train de tiges immergé dans le puits de trajectoire 3D est sujet à des phénomènes de résonance, de rebond de l'outil, de stick-slip, de précessions directe et inverse, d'instabilités latérales, etc.

Ces différents types de phénomènes génèrent de la fatigue, des dévissage de tiges, des cavages dans le puits, des casses. Il s'ensuit une réduction du MTBF, de la vitesse de pénétration et par une conséquence d'une augmentation du coût du forage. L'outil développé est une solution pour prévoir et éviter ces conséquences néfastes.

1.1.1 Composants du train de tiges de forage

Le train de tiges désigne les tubes et les accessoires utilisés pour faire avancer l'outil vers le bas. Le train de tiges est composé de tiges de forage, de masse-tiges et d'autres composants tels que des stabilisateurs. Il existe de nombreuses fonctions du train de tiges :

- Positionner le point neutre extension-compression au niveau supérieur de la garniture au fond du trou (BHA),
- Transmettre la rotation imposée par la table carrée à l'outil,
- Fournir un chemin d'écoulement pour la circulation des fluides de forage.

La garniture au fond du trou est constituée des composants utilisés au-dessus du trépan sans tenir compte des tiges de forage, voir la Figure 1.1.

Tige de forage (drill-pipe)

Les tiges de forage constituent la majorité de la longueur du train de tiges. Elles sont raccordées par des connexions filetées (tool-joints). Une tige de forage a deux raccords, un femelle et un mâle. Le diamètre extérieur du raccord est plus grand que le corps de la tige de forage destiné à loger les filetages. Les dimensions de la tige de forage sont spécifiées par API (American Petroleum Institute). La tige de forage est caractérisée par une résistance à l'éclatement, à l'affaissement, à la traction et à la torsion. Ces spécifications servent à sélectionner les tiges appropriées pour une opération de forage particulière.



FIGURE 1.2 – Tige de forage (source : <http://www.happyfamilyinstitute.com>)

Masse-tige (drill-collar)

Les masse-tiges de forage ont un diamètre extérieur plus grand et un diamètre intérieur plus petit que les tiges de forage. Les fonctions des masse-tiges sont :

- Fournir le poids requis sur le trépan pendant le forage
- Maintenir le train de tiges de forage sous tension ce qui réduit les risques de flambage de frottement et de fatigue dans les tiges de forage.
- Fournir la rigidité pour le contrôle directionnel.



FIGURE 1.3 – Masse-tiges (source : <http://www.octgproducts.com>)

Il existe trois types de masse-tiges utilisés pour des opérations spéciales :

- Masse-tige lisse est normalement un tube lisse à paroi épaisse, d'une épaisseur environ 4 à 8 fois celle des tubes de forage. Elle est usinée dans une forme cylindrique uniforme et composé d'acier allié brut.
- Masse-tige en spirale est utilisée pour éviter les blocages lors du forage à travers une formation très poreuse. Le blocage peut se produire lorsqu'une pression de boue trop importante est appliquée ou lors du forage de puits à déviation élevée. Une méthode pour minimiser le risque de blocage collants est la réduction de la zone de contact entre les masse-tiges et le puits de forage. Des rainures en spirale sont donc découpées sur les masse-tiges.
- Masse-tiges non magnétiques : ce type de masse-tige est utilisé pour isoler les instruments de mesure de la distorsion magnétique provoquée par l'acier constituant du train de tiges et qui peut affecter le fonctionnement de l'instrument directionnel.

Stabilisateur (stabilizer)

Les stabilisateurs sont des tiges avec des lames usinées sur la surface externe. Les lames peuvent être spirales ou droites, et normalement il y en a 3 sur un stabilisateur. Les stabilisateurs ont plusieurs fonctions :

- Réduction des contraintes de flexion et de flambement des masse-tiges
- Maintenance de la position concentrique des masse-tiges par rapport au puits ce qui permet un WOB plus élevé
- Prévention du blocage dû à l'accident collant.

Un stabilisateur est appelé "plein trou" (full-gauge) si son diamètre extérieur y compris des lames est égale au diamètre de l'outil, sinon il est qualifié de sous-dimensionné (under-gauge).

Outil de forage (drill bit)

Le forage rotatif est la technique la plus répandue dans l'industrie de forage pétrolier ou géothermique. L'outil de forage (drill bit) est conçu pour creuser un puits afin de découvrir et extraire l'hydrocarbure tels que le pétrole brut et le gaz naturel.

Les outils de forage sont généralement classés en deux types selon leur mécanisme de coupe : trépan à molettes et trépan à molettes fixes. Le trépan à molettes crée le trou de forage par la facturation de la formation avec des éléments de coupe en forme de "dent" sur plusieurs cônes qui roulent sur le mur du trou lors de la rotation de trépan. Le trépan à molettes fixes utilisent un ensemble de lames avec des éléments de coupe très durs, le plus souvent en diamant naturel ou synthétique, pour éliminer les matières par raclage ou meulage lors de la rotation de l'outil.

lames spirales lames droites

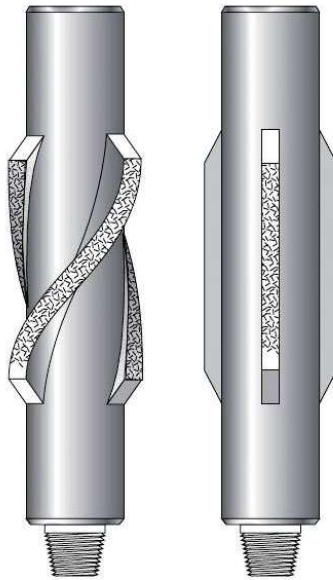


FIGURE 1.4 – Stabilisateur (source : <https://www.quora.com>)



FIGURE 1.5 – Les deux types d'outil de forage : outil à trois cônes (a), outil PDC (b) (source : <https://investoropinion.co.uk>).

Le trépan à molettes utilisent souvent trois cônes pour contenir les éléments de coupe, voir la Figure 1.5 (a). Ce type d'outil peut être classé en deux classes en fonction de la fabrication des "dents" : en acier ou en carbure de tungstène. Les dents en acier sont fraisées directement dans l'acier du cône lui-même. Les dents en tungstène extrêmement dur sont attachées aux cônes par soudage. Les cônes tournent sur des roulements à rouleaux ou sur des paliers de tourillon. Ceux-ci possèdent des systèmes de lubrification à la graisse à compensation de pression.

Le trépan à molettes fixes est le type d'outil le plus utilisé dans le forage rotatif. Il est beaucoup plus simple du point de vue mécanique que le trépan à molettes. Les éléments de coupe ne bougent pas par rapport au trépan. Il n'y a pas besoin de roulements ou de lubrification. L'élément de coupe le plus utilisé est fabriqué de diamant polycristallin (PDC), un cylindre de carbure de tungstène fritté avec une surface plane revêtue d'un diamant synthétique. Les éléments de coupe sont disposés sur les lames du trépan. La surface revêtue de diamant fait face au sens de rotation du trépan afin de couvrir complètement le fond du trou de forage, voir la Figure 1.5 (b).

1.1.2 Fluide (boue) de forage

Le fluide ou communément appelé la boue de forage reste en contact avec le puits tout au long de l'opération de forage. Lors du forage, un volume de fluide est injecté dans le train de tiges, sortant du trépan dans l'espace annulaire tige-puits et montant jusqu'à la surface pour l'enlèvement des débris solides de coupe ou pour le nettoyage du puits, selon les besoins.

Certaines des fonctions de base d'un fluide de forage sont :

- Nettoyer le trou en transportant les débris de roche à la surface, où ils peuvent être retirés mécaniquement du fluide avant sa recirculation au fond de trou.
- Équilibrer ou surmonter les pressions de formation dans le puits de forage afin de minimiser les risques de problèmes de contrôle du puits.
- Soutenir et stabiliser les parois du puits de forage jusqu'à ce que le tubage puisse être mis en place et que des équipements pour cimenter ou de complétion des trous ouverts puissent être installés.
- Prévenir ou minimiser des endommagements à la formation de production.
- Refroidir et lubrifier le train de tiges et l'outil.
- Transmettre la puissance hydraulique au trépan, dans le cas de l'utilisation de turbine au fond.

- Permettre d'obtenir des informations sur la ou les formation(s) de production à l'aide de l'analyse des débris, des données de diagraphie en cours de forage et des diagraphies par câble.

1.1.3 Vibrations du train de tiges de forage

Les vibrations sont généralement nuisibles pour les opérations de forage. Elles sont une cause importante de défaillances prématurées des composants du train de tiges et d'inefficacité du forage [2]. Le train de tiges subit divers types de vibrations pendant le forage. En générale, ils sont classés en trois modes : axial, en torsion et latéral, voir la Figure 1.6.

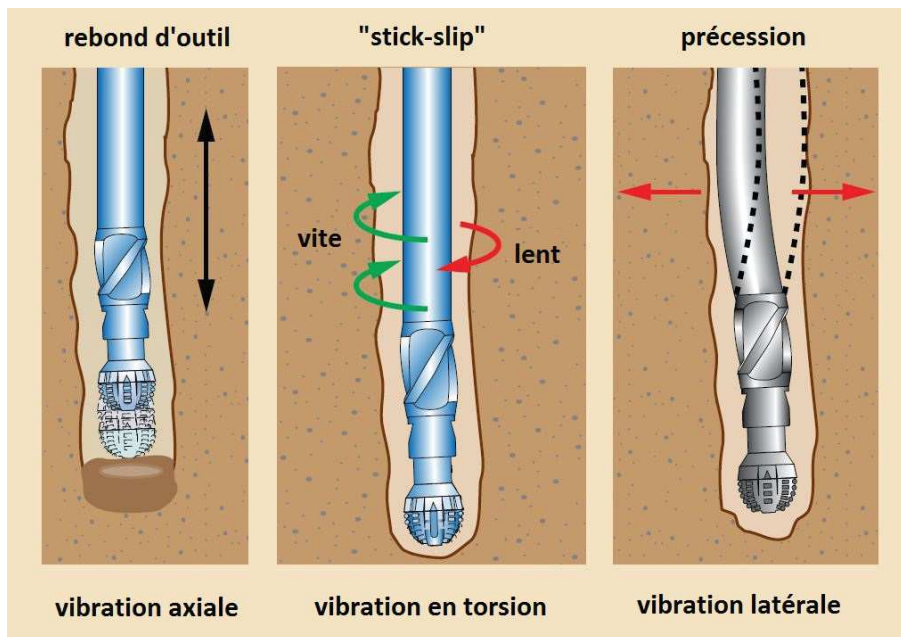


FIGURE 1.6 – Trois types de vibration du train de tiges (source : <https://www.slb.com>)

- Vibrations axiales (longitudinales) principalement dues à l'interaction entre l'outil et le fond du trou. Dans le cas extrême, l'outil de forage peut perdre le contact avec le fond du trou, ce comportement est appelée rebond d'outil ou "bit-bounce" en anglais. Ce phénomène provoque l'usure et l'endommagement de l'outil [3] ainsi que la réduction du taux de pénétration (ROP). Les vibration axiales se produisent souvent dans les puits verticaux ou pseudo-verticaux lors du forage des formations dures. L'utilisation du trépan à mollettes est aussi une source de vibration axiale due à ses interactions avec les formations [4]. Spécifiquement, le forage par le trépan à trois têtes rotatives coniques excite des vibrations axiales à la fréquences de trois fois la vitesse de rotation du train de tiges [5].

- Les vibrations de torsion, provoquées par une interaction non linéaire entre l'outil et la roche ou le train de tiges avec la paroi du trou de forage, sont nommées souvent "stick-slip". Les vibrations en torsion sont caractérisées par des arrêts intermittents (pendant lesquels la partie inférieure du train de tiges colle au trou de forage) et des intervalles de grande vitesse de rotation du train de tiges. Le phénomène de stick-slip est généralement préjudiciable à la vie des équipements au fond du trou de forage [6]. Il peut entraîner une usure importante de l'outil, la fatigue des connexions filetées du train de tige à cause de grandes contraintes cycliques induites par ce type de mouvement. Si la phase de collage (stick) dure trop longtemps alors que le haut du train de tiges est toujours soumis à une rotation, l'énergie de déformation emmagasinée par les tiges devient de plus en plus grande jusqu'à ce qu'elle fasse céder le blocage. Libéré, le train de tiges rattrape violemment son déphasage angulaire et dépasse la vitesse de rotation imposée pouvant induire de ce fait des dévissages de tiges.
- Les vibrations de flexion (latérales), provoquées entre autre par les balourds se caractérisent par des orbites en précessions directe et indirecte par rapport au sens de la vitesse de rotation. Parmi les modes de vibration du train de tiges les vibrations latérales sont les causes principales des endommagements des équipements de forage. La précession réduit le ROP, contribue également à l'usure des masse-tiges et à la fatigue des connexions quand la contrainte cyclique en flexion est cumulée à la vitesse supérieure à la vitesse de rotation du train de tiges [7]. De plus, la précession induisant des vibrations latérales provoque des contacts tige-puits sévères qui affectent directement la qualité du puits. La précession indirecte est très dangereuse pour les assemblages du train de tiges car elle provoque le roulement violent de la tige sur le mur du puits [8]. Lors de la coupe, l'outil crée une force et un couple axiaux variables, dont leurs fréquences dépendent en particulier de sa forme. Ainsi les couplages des mouvements longitudinal et de torsion avec celui de la flexion, créent un système mécanique à excitations paramétriques variables, source d'instabilités latérales [9, 10].

1.2 État de l'art sur les vibrations du train de tiges de forage

1.2.1 Forage vertical

D'une façon générale le forage débute par un puits vertical. La littérature montre de nombreux travaux dédiés à la modélisation du comportement dynamique du train de tiges confinées dans le puits vertical. Jansen [8] a étudié le comportement dynamique non-linéaire en flexion de la partie inférieure du train de tiges. Les masse-tiges sont

modélisées comme un long rotor supporté par deux paliers. Seul le premier mode de flexion est retenu, le modèle est donc réduit à un oscillateur prenant en compte le mouvement dans le plan perpendiculaire à l'axe du puits. La non-linéarité est apportée par le fluide de forage, le jeu et le coefficient de frottement du stabilisateur. Les simulations ont montré des conditions de l'existence et d'instabilité des précessions directe et indirecte. Tucker et al.[11] ont développé un modèle intégré pour la dynamique du train de tige en utilisant un modèle de poutre de Cosserat. La stabilité du train de tiges de configuration verticale est étudiée sous deux perturbations dues aux couplages axial/torsion-longitudinal. Khulief et al.[12] ont proposé un modèle EF utilisant l'approche Lagrangienne et des éléments de poutre à deux nœuds, 6 ddl/nœud pour modéliser l'ensemble de garniture de forage comprenant à la fois les tiges et les masse-tiges. Piovan et al.[13] ont analysé les effets non-linéaires géométriques pour la vibrations de la tige dans un puits vertical. Gulyayev et al.[14] ont considéré le problème de la stabilité quasi-statique des tiges élancées, en tenant compte des effets d'instabilité de la charge longitudinale non uniforme, de l'action du couple, des forces d'inertie de rotation et des écoulements internes de la boue. Par des études expérimentales sur un banc d'essai dédié à une tige verticale en utilisant un échantillon de roche, Kapitaniak et al.[15] ont montré la co-existence des précessions directe et indirecte. Les résultats obtenus par un modèle simple à deux degrés de liberté type rotor de Jeffcott ont présentés une concordance qualitative avec ceux obtenus par l'expérimentation.

1.2.2 Forage horizontal

Dans un puits, le forage horizontal est utilisé pour augmenter la productivité de diverses formations [16]. Plusieurs applications sont visées :

- Dans les réservoirs fracturés, une partie importante de la production provient de fractures. À moins qu'un puits vertical rencontre un système de fracture, les taux de production seront faibles. Un puits horizontal a beaucoup plus de chances de rencontrer un système de fracture prolifique.
- Le forage horizontal est utilisé pour exploiter des zones minces de pétrole présentant des problèmes de conformation d'eau ou de gaz. Le puits est placé de manière optimale dans la branche horizontale du réservoir. Le pétrole peut alors être extrait à des cadences élevées avec beaucoup moins de perte de pression en raison de la quantité de formation exposée au puits de forage.
- Les puits horizontaux sont utilisés pour augmenter la productivité des réservoirs à faible perméabilité en augmentant la quantité de formation exposée au puits de forage. De plus, de nombreuses fractures hydrauliques peuvent être placées le long d'un puits de forage afin d'accroître la production et de réduire le nombre de puits verticaux nécessaires au drainage du réservoir.

- Les puits horizontaux peuvent être utilisés pour maximiser la production de réservoirs qui ne sont pas efficacement drainés par des puits verticaux. Ces puits présentent généralement des traînées de perméabilité associées à des fractures naturelles.
- Le puits horizontal peut relier les parties du réservoir producteur.

L'interaction entre le train de tiges et le trou de forage reste une préoccupation majeure. Ce problème est plus sévère dans le forage horizontal à cause de l'augmentation des forces et couples résistants. Heisig [17] a analysé des vibrations du train de tiges situé sur la paroi basse d'un puits horizontal. Une solution analytique pour les fréquences propres a été dérivée. Par des solutions en temps réel, l'auteur a montré que le train de tige dans le forage horizontal peut vibrer dans un mode serpentifère ou de précession. Cependant, Tikhonov et al. [18] ont montré qu'avec un coefficient de frottement inférieur à 0.3, il est impossible d'avoir le mode de vibration en précession pour le train de tiges vibrant dans un puits horizontal. Une fois la précession produite, la force de contact augmente de 3 à 7 fois. Le mode serpentifère est possible pour tout puits avec une charge de compression et une vitesse de rotation modérées. Lian et al. [19] ont développé un banc d'essai pour étudier la dynamique du train de tiges dans l'extraction de gaz par un puits horizontal. Les résultats expérimentaux ont montré que le poids sur l'outil évolue comme une courbe sinusoïdale typique et que la fréquence de WOB augmente de manière linéaire avec la vitesse de rotation. La gamme de vitesse de rotation [37.5-50] tr/min a été recommandée pour le forage horizontal pour l'extraction de gaz.

Pour forer en ligne droite ou pour contrôler la direction du trou, le forage horizontal est réalisé souvent avec un moteur à boue orientable. Des débris de roches situés à la paroi basse du puits sont inévitables pour le puits horizontal. Le nettoyage du trou au cours du forage est très important dans ce cas pour minimiser des efforts de résistance. Pourtant, lors du forage avec le moteur à boue, le train de tiges n'est pas toujours en rotation. Cela entraîne une réduction d'efficacité de l'opération de nettoyage du puits. Une technique récente pour réduire l'effet de frottement est la mise en œuvre des outils induisant des vibrations (VIDs - Vibrations Induced Devices). Wilson et al. [20] ont fait une étude sur le comportement dynamique du train de tiges immergé dans un puits horizontal sous l'excitation de VIDs dans les directions axiale et latérale. L'optimisation du placement et du fonctionnement des VIDs est effectuée avec un modèle linéarisé dans le domaine fréquentiel et par un modèle dynamique non-linéaire dans un domaine temporel. Vijayan et al. [21] ont analysé l'instabilité du comportement du train de tiges en précession indirecte utilisant des modèles de rotor à multiple disques. Les auteurs ont montré que des paramètres du système, i.e. positions et phases des balourds, chargement axial et vitesse de rotation sont des facteurs cruciaux pour le comportement de précession indirecte du train de tiges.

1.2.3 Forage dirigé

En pratique, il est toujours plus coûteux de forer un puits dévié vers une cible qui ne se trouve pas directement sous l'emplacement de la plate-forme au lieu de simplement forer verticalement vers la cible. Cependant, dans certaines circonstances, le forage directionnel est envisagé pour réduire le coût total du projet :

- Déviation : une déviation peut être réalisée pour que le fond du trou puisse croiser une formation productrice à une position plus favorable, par exemple au-dessus du contact huile-eau. Un puits peut être dévié pour atténuer les problèmes liés à l'alimentation en eau ou au gaz. Une déviation peut être réalisée dans un ancien puits pour déplacer l'emplacement du fond du trou d'une partie épuisée du réservoir vers une partie productive. La déviation du puits d'exploration peut mener à une meilleure compréhension géologique d'une zone où la géologie est compliquée. Le forage dirigé et la déviation peuvent être plus économiques que plusieurs puits d'exploration si la partie supérieure du puits est coûteuse à forer.
- Emplacement de surface unique pour plusieurs puits : celui-ci est une application utilisée pour le forage offshore. La construction d'une plateforme offshore pour chaque puits a un coût prohibitif dans la plupart des cas. Cependant, comme les puits peuvent être forés de manière directionnelle, il est possible de forer quarante puits ou plus à partir d'une seule plate-forme. Sans forage dirigé, la plupart des forages offshore ne sont pas économiques. Certains champs sont développés à l'aide de plates-formes de forage où plusieurs puits sont forés à partir d'un seul emplacement en raison de pressions économiques ou environnementales.
- Forage du dôme de sel. Certains dômes de sel créent des structures supplémentaires qui capturent les hydrocarbures. Dans ces cas, il est souvent plus facile de forer autour du dôme de sel plutôt que de le traverser pour atteindre un réservoir.
- Endroits inaccessibles comme des villes, des rivières, des rivages, des montagnes. Lorsqu'un emplacement ne peut pas être construit directement au-dessus de la formation de production, le puits de forage peut être déplacé horizontalement par un forage dirigé. Cela permet la production d'un gisement d'hydrocarbures autrement inaccessible.
- Puits de secours. Dans le pire des cas, un puits est foré comme puits de secours. Cela peut être dû au fait que, par exemple, un puits a subi une éruption et rejette des hydrocarbures dans l'environnement, mais qu'il ne peut pas être détruit à la surface. Le puits de secours est ensuite foré pour intercepter le puits principal, et une boue épaisse est forcée dans le puits principal pour le détruire par le dessous.

Li et al.[22] ont établi un modèle 3D se basant sur la méthode du résidu pondéré pour calculer la position d'équilibre statique de l'ensemble au fond du trou en considérant la non-linéarité provoquée par la déviation importante lors du forage dirigé. Concernant également la position d'équilibre statique du train de tiges au sein du puits, une formulation du problème de déformation élastique est proposée par Denoël et al.[23]. La configuration déformée du train de tige est décrite au moyen de la distance par rapport à l'axe du trou de forage, en fonction de la coordonnée curviligne définie le long du puits. Un modèle 2D pour modéliser la dynamique du forage directionnel est fourni dans [24] avec deux méthodes : éléments finis et segments finis. Une approche de modélisation hybride intégrant la méthode des éléments finis et la méthode de matrice de transfert est proposée dans [25] pour modéliser la dynamique du système de forage et pour augmenter la performance du calcul dynamique. Les segments courbes du train de tiges sont modélisés par des éléments finis tandis que les segments rectilignes de sections droites uniformes sont modélisés par des équations de propagation d'ondes (matrice de transfert). Feng et al.[26] ont proposé un modèle EF-3D prenant en compte la courbure initiale du puits déterminée par la méthode de minimisation de courbure ; la dynamique du train de tiges étant linéarisée au tour de la ligne neutre du puits en considérant des flexions importantes de la tige. Récemment, Feng et al.[27] ont continué cette étude en utilisant un EF de poutre courbe et plane.

1.2.4 Modélisation des couplages de vibrations

L'analyse séparée des vibrations axiales, torsionnelles et latérales du train de tiges ne présente que des intérêts académiques car ces phénomènes sont couplés et apparaissent simultanément en pratique [4]. Le changement de chargement axial de traction à compression le long du train de tiges, le TOB, le WOB, le couplage naturel outil-roche, la courbure du puits sont les causes principales des vibrations couplées du système de forage [28]. Étudier les phénomènes de vibrations couplés est important pour la prévision fiable et précise du comportement dynamique du système de forage.

Modèle de couplage axial-torsion

Christoforou et al.[29] ont présenté un modèle de couplage de vibrations axiale et en torsion de graniture de forage en utilisant un modèle discret. Le couple de résistance à l'outil est une fonction de WOB et de la vitesse de rotation. Tucker et al.[30] ont modélisé la dynamique du train de tiges par la théorie des poutres Cosserat. Le couple de frottement à l'outil est déterminé par l'utilisation des mesures sur le terrain reliant des caractéristiques de coupe de trépan dans une lithologie donnée à une vitesse de rotation et à un taux de pénétration constant. Cela permet de reproduire plus fidèlement le phénomène de torsion auto-excitée. La modification du dernier modèle est utilisée dans [31] pour étudier le phénomène de stick-slip du train de

tiges qui est modélisé par un modèle éléments finis axial-torsion. Un modèle EF prenant en compte la non-linéarité géométrique du train de tiges est présenté dans [13]. L'interaction outil-roche est considérée par un couple sous la forme simplifiée de celui présenté dans [30] avec une valeur fixe du WOB. Germay et al.[32] ont fait une analyse sur les modes auto-excités du système de forage rotatif par un modèle avec des équations de propagation d'ondes non-couplées dans les directions axiale et de torsion. L'interaction outil-roche est décrite par une loi combinant l'action de coupe pure par les lames du trépan et des contacts à l'interface entre les lames et la roche. Cette loi est indépendante du taux de pénétration ce qui est confirmé par des essais de forage en laboratoire. La non-linéarité de vibration du train de tiges avec un modèle incertain de l'interaction outil-roche est présentée dans [33, 34]. Le modèle développé dans [30] est utilisé avec le couple à l'outil régularisé avec une fonction de la vitesse de rotation. L'effet de la longueur du train de tiges sur l'instabilité du phénomène stick-slip est analysé dans [35]. Le coefficient de frottement à l'outil est régularisé par une fonction proposée dans [36].

Modèle de couplage axial-flexion

Des instabilités en vibration latérale du train de tiges sous les fluctuations du WOB sont étudiées dans [37]. La composante dynamique du WOB est provoquée par l'interaction outil-formation. Les vibrations latérales sont déclenchées par l'excitation axiale qui entraîne la précession de la tige sur la paroi du puits. Un seuil critique d'instabilité latérale est défini en fonction des fluctuations de la vitesse de rotation et du WOB. Une plage de vitesse de rotation critique établie permet la prévision des vibrations dangereuses du système. Berlioz et al.[9] ont étudié les instabilités latérales d'un tige de forage par des essais expérimentaux prenant en compte la courbure de la tige, la boue, les stabilisateur et la vitesse de rotation. Une étude paramétrique des efforts axiaux exercés sur la tige a montré que le couple et la force de compression diminuent la fréquence latérale de la tige, aussi l'influence de la force est plus importante que celle du couple, les mêmes observations sont présentées dans [38]. Les effets de la courbure, de la boue et des stabilisateurs réduisent l'instabilité latérale de la tige. Avec la méthode de Floquet, Dufour et Berlioz [10] ont complété l'étude [9] en résolvant les équations à excitations paramétrique d'une tige pour différents cas de conditions aux limites. La validation expérimentale de leur modèle de type Rayleigh-Ritz ou EF, a confirmé les formules établies par Hsu [39], ainsi ont été mis en évidence que les instabilités se produisent quand la fréquence du forage est proche d'une combinaison de deux fréquences propres du système. Si ω_i et ω_j sont deux pulsations propres du système à excitation paramétrique de pulsation de forage Ω , alors il y a risque d'instabilité quand $\Omega \approx \frac{\omega_i \pm \omega_j}{k}$, k étant l'ordre de l'instabilité : $k = 1$ définit l'instabilité principale, $k = 2$ la secondaire, etc. Les combinaisons basées sur une différence de fréquence sont dues aux sollicitations non conservatives. Christoforou et al.[40] ont développé un modèle dynamique non-linéaire discret considérant simultanément des excitations paramétriques à l'outil,

des balourds d'amortissement du fluide dans l'espace annulaire tige-puits par une traînée hydrodynamique et des interactions tige-puits. Les résultats de simulation ont montré que la résonance paramétrique et la précession se produisent simultanément dans la plage de conditions de fonctionnement du forage. L'effet de raidissement dû au champ de gravité dans la direction axiale est considéré dans [41]. Le couplage axial-flexion dû à la variation d'effort axial est pris en compte par la matrice de raideur géométrique en gardant [13, 33, 42] ou non [40, 43] des non-linéarités géométriques.

Modèle de couplage torsion-flexion

Avec un modèle discret, Yigit et al.[44] ont étudié le couplage entre les vibrations en torsion et en flexion du train de tige sous des impacts frottants. Le couple à l'outil est décrit comme une fonction de la vitesse de rotation de l'outil. Les résultats numériques ont montré que la vitesse de rotation à l'outil peut atteindre trois fois celle de la table de rotation. Cela amplifie l'effet de balourds le long du train de tiges qui entraînent une large amplitude de vibration latérale. Les impacts frottants tige-puits réduisent les vibrations en torsion et l'énergie est transformée en mouvement latéral. Dans l'extension de l'étude précédente, le contrôle de vibrations du train de tiges est réalisé en incluant l'effet de table de rotation et du moteur de contrôle. Le couple à l'outil est décrit en termes de vitesse de rotation et d'angle de rotation régularisé par une fonction de la vitesse angulaire à l'outil qui prend en compte la transition de frottement statique à cinétique [45]. Les phénomènes de vibrations auto-excités peuvent être annulés par un seuil de vitesse de rotation. Pourtant une grande vitesse peut causer des vibrations latérales plus sévères tels que précessions directe ou indirecte. Les auteurs ont également montré que le contrôle des vibrations permet de forer avec une vitesse de rotation plus basse. Leine et al.[2] ont développé un modèle couplé de vibrations en torsion et latérale en combinant deux sous modèles de stick-slip et de précessions sous l'effet du fluide de forage. Un modèle discret de trois ddl pour considérer trois mouvements en torsion et latéraux est proposé. La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux a montré une bonne concordance sur la coexistence des phénomènes stick-slip et précession pour une intervalle de vitesse de rotation mais la combinaison entre les deux types de mouvement n'est observée qu'en simulation. Le couplage torsion-flexion est pris en compte dans [41] par l'effet d'inertie. Une matrice de masse dépendant du temps est incluse dans la matrice de masse totale du système. Comme dans le cas du couplage axial-flexion, Dufour et Berlioz [10] ont établi les formules d'instabilité paramétrique dans le cas d'un couple axial alternatif. Les formules relient la fréquence de forçage d'un couple alternatif à une combinaison de deux fréquences propres de flexion de la tige. Il peut être noté qu'un couple axial non conservatif génère des zones d'instabilité basées sur la différence de fréquences propres.

1.2.5 Interaction tige-puits

Dans le contexte du forage rotatif, l'ensemble de tiges de forage a pour but de transmettre le mouvement de rotation de surface à l'outil afin de creuser des roches. Au cours du forage, les tiges ont le risque d'être en contact avec la surface intérieure du puits ou avec la formation. En plus de la composante normale, l'effort de contact tige-puits contient également des composantes de frottement axial et tangentiel.

Modélisation de la force normale de contact

Dans la littérature, il existe de nombreuses méthodes numériques pour gérer le contact entre deux solides ou entre un solide et une fondation rigide. Dans le domaine du forage, le contact tige-puits est modélisé souvent par la méthode de pénalité [2, 13, 15, 33, 46, 46]. Elle permet une pénétration de la tige vers le puits dans la direction normale de contact et donc évite un contact brusque entre deux solides qui sont modélisés comme deux corps élastiques ayant une déformation lors du contact. L'effort normal de contact est défini par une relation linéaire entre la raideur de contact K_c et la pénétration P , voir la Figure 1.7. Cependant, la méthode

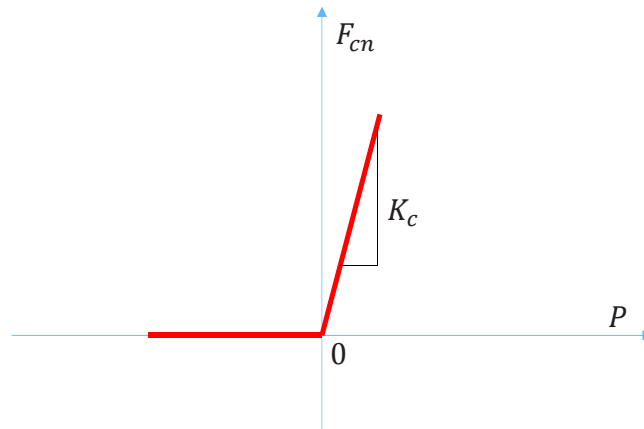


FIGURE 1.7 – Loi de contact de type pénalité

de pénalisation de contact présente aussi des inconvénients. Pour trouver la solution plus précise, la raideur de contact doit être augmentée à l'infinie, ce qui provoque une source d'instabilité numérique qui fait diverger le processus itératif de résolution.

Afin d'éviter la singularité de la méthode de pénalisation lors du changement d'état de contact, la loi de contact de Hertz est utilisée dans [40, 47] :

$$F_{cn} = K_c P^m. \quad (1.1)$$

Le réel m est supérieur à 1 et dépend, selon la loi de Hertz, du type de contact. Pour le contact bille-plan $m=3/2$, pour le contact cylindre-cylindre $m=10/9$. Dans le cas

du contact bille-plan, la raideur de contact est calculée en fonction des propriétés mécaniques des matériaux constitutifs des solides et de la géométrie de contact :

$$K_c = \frac{4}{3} E_c R_c^{1/2}, \quad (1.2)$$

avec : E_c le module d'Young équivalent : $\frac{1}{E_c} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$, E_1, ν_1 et E_2, ν_2 respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson des solides considérés, R_c le rayon de contact équivalent. Pour le cas de contact interne $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$ avec R_1, R_2 les rayons des deux objets en contact. Dans le contexte du forage pétrolier, la garniture se compose de tiges de sections variables. Les raideurs de contact sont donc variables le long du train de tiges si la loi de Hertz est utilisée.

Théron et al.[48] ont étudié l'effet des paramètres dynamiques sur la précession de l'ensemble au fond du puits (BHA) par le modèle discret. Le BHA est modélisé comme un disque rigide animé d'un mouvement de rotation sur la paroi du puits. Une loi de contact par pénalité linéaire amortie est proposée :

$$F_{cn} = K_c P + 2\eta \dot{r} \sqrt{MK_c}, \quad (1.3)$$

avec M la masse du BHA, η le coefficient d'amortissement et r le déplacement radial. L'amortissement est inclus dans le modèle pour intégrer l'effet d'un coefficient de restitution. Un tel modèle de contact a été également utilisé dans [21].

Cunha et al.[34] ont utilisé une force normale de contact non linéaire amortie pour décrire le contact entre les tiges de forage et les parois du puits horizontal :

$$F_{cn} = k_1 P + k_2 P^3 - c |P|^3 \dot{P}, \quad (1.4)$$

avec k_1, k_2, c les paramètres du modèle de contact. Les deux premiers termes dans 1.4 décrivent la déformation élastique pendant le contact. Le coefficient d'amortissement c a pour but de tenir en compte la perte d'énergie au cours de contact. k_1, k_2 dépendent des propriétés matériaux/géométriques des corps en contact et c dépend du coefficient de restitution.

Duran [49] a proposé deux modèles de contact normal correspondant à différentes situations de contact dans le contexte rotor/stator :

- Loi non-linéaire de pénalité amortie pour le contact joint labyrinthe/revêtement abradable

$$\begin{cases} F_{cn} = K_c P^m (1 + m C_c \dot{P}) \\ m > 1 \end{cases} . \quad (1.5)$$

- Loi linéaire de pénalité amortie pour le contact aubes/revêtement abradable

$$F_{cn} = K_c P + C_c \dot{P}. \quad (1.6)$$

Les paramètres de raideur de contact K_c et d'amortissement C_c de la loi linéaire sont régularisés par la fonction arc-tangente :

$$\begin{cases} K_c(P) = \frac{k_c}{2} \left[\frac{2}{\pi} \arctan(\pi\lambda(j_0 - P)) + 1 \right] \\ C_c(P) = \frac{c_c}{2} \left[\frac{2}{\pi} \arctan(\pi\lambda(j_0 - P)) + 1 \right] \end{cases}, \quad (1.7)$$

avec k_c, c_c les seuils des fonctions de K_c, C_c , λ le paramètre de régularisation. La régularisation de K_c, C_c est présentée dans la Figure 1.8. Le choix de la valeur de λ est très important. Plus λ est grand, plus la pénétration est limitée. Pourtant, cela provoque des instabilités numériques et aussi des difficultés de convergence. Dans [21], cette loi de contact est utilisée pour étudier l'interaction tige-puits et l'instabilité en précession indirecte du train de tiges sous l'action de l'effort axial.

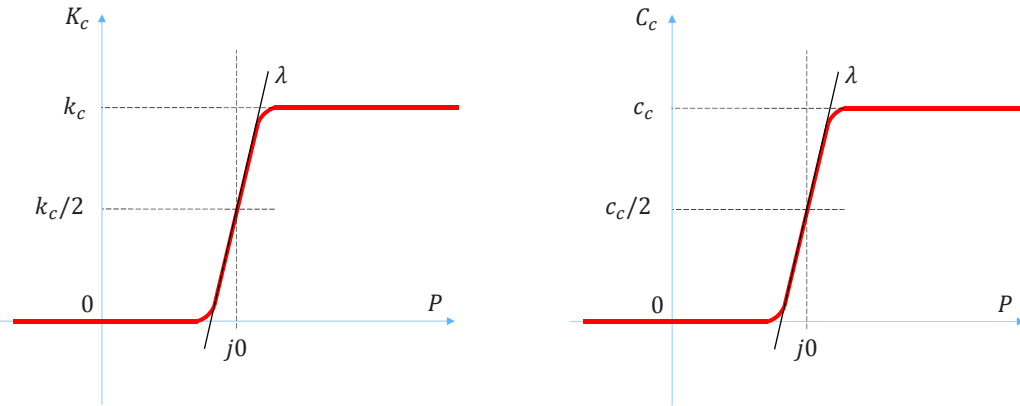


FIGURE 1.8 – Régularisation de la raideur et de l'amortissement de contact

Modélisation du contact frottant

Dans la plupart des modèles de calcul, le frottement est modélisé par la loi de Coulomb classique :

$$F_{ct} = -\mu F_{cn} \text{sign}(v_g), \quad (1.8)$$

avec F_{ct} l'effort de contact tangentiel, μ le coefficient de frottement, v_g la vitesse de glissement relatif entre deux solides en contact. La loi de frottement de Coulomb montrée dans la Figure 1.9 peut provoquer des problèmes numériques en simulation due à la propriété de la fonction sign . Pour la stabilité numérique dans la simulation de contact, la variation du coefficient de frottement μ en fonction de la vitesse de glissement v_g est régularisée par une fonction continue comme indiqué dans [21] :

$$\mu = \mu_d \tanh\left(\frac{v_g}{v_{ref}}\right), \quad (1.9)$$

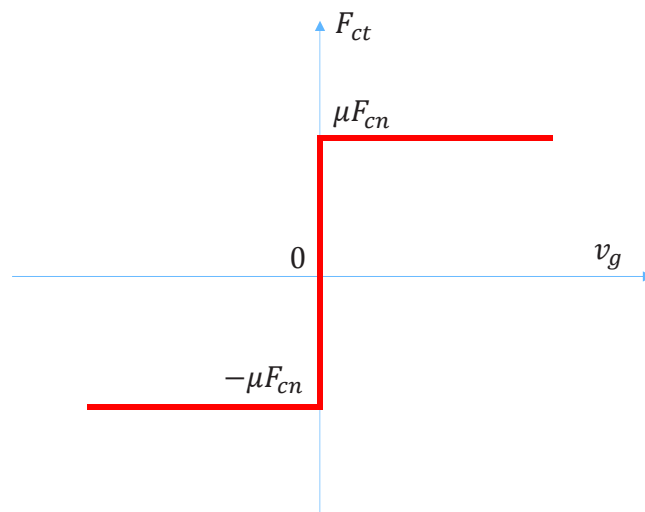


FIGURE 1.9 – Loi de frottement de Coulomb

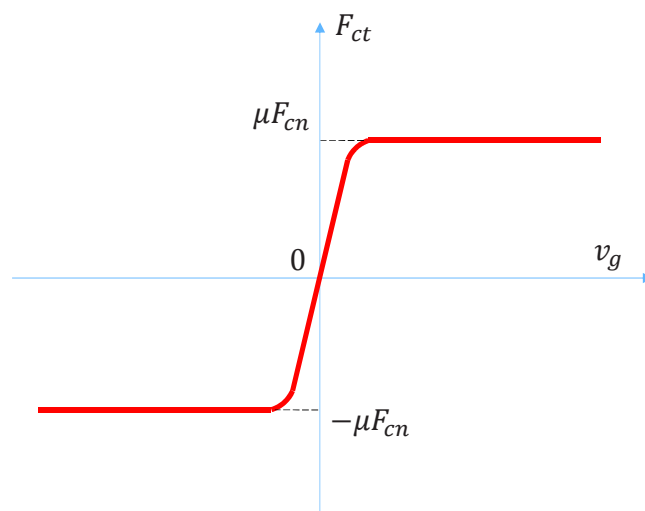


FIGURE 1.10 – Loi de frottement régularisée par la fonction tanh

avec μ_d le coefficient de frottement dynamique, v_{ref} le paramètre de régularisation. Le coefficient de frottement régularisé est montré dans la Figure 1.10

Pour prendre en compte la présence du fluide de forage comme une lubrification tige-puits, Heisig [17] a utilisé le modèle de frottement qui introduit l'effet Stribeck. La force de frottement évolue en fonction des forces de frottement statique $F_{ct}^s = \mu_s F_{cn}$ et dynamique $F_{ct}^d = \mu_d F_{cn}$ et des paramètres du modèle de Stribeck :

$$F_{ct} = F_{cn} \left[\mu_d + (\mu_s - \mu_d) e^{-(|v_g|/v_s)^i} \right] \text{sign}(v_g) + \eta v_g. \quad (1.10)$$

Le modèle de frottement Stribeck est présenté dans la Figure 1.11. avec v_s la vitesse

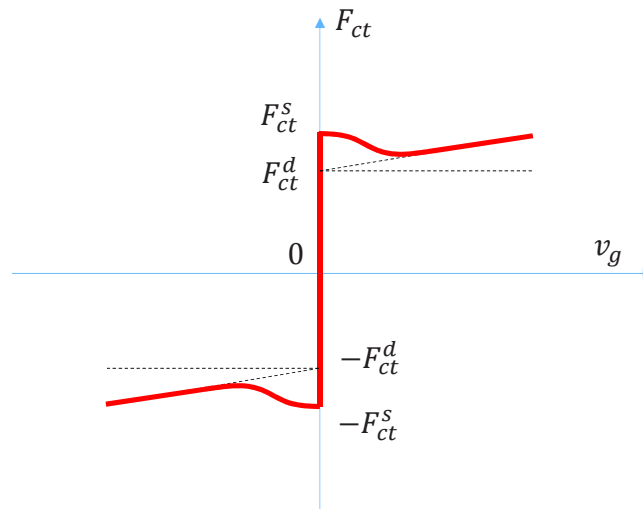


FIGURE 1.11 – Loi de frottement Stribeck

Stribeck, i un exposant, η le coefficient de frottement visqueux. Dans les contacts glissants lubrifiés, le frottement diminue avec l'augmentation de la vitesse de glissement jusqu'à atteindre une situation de film de lubrification mixte ou complète, après cela le frottement peut être constant, augmenté ou diminué légèrement avec l'augmentation de la vitesse de glissement due aux effets visqueux et thermiques [50]. Le modèle de frottement de Stribeck peut fournir une très bonne représentation du frottement entre les surfaces de glissement. Il couvre tous les cas, du frottement de Coulomb au frottement visqueux, en fonction du choix des valeurs de paramètres. Cependant, le modèle de frottement de Stribeck présente le même problème que le modèle de frottement de Coulomb en ce qui concerne le changement de direction de glissement. De plus, il y a plusieurs paramètres à gérer.

Dans le contexte du forage pétrolier, il existe également le frottement dans la direction axiale. Dans la littérature, celui-ci peut être modélisé par le même coefficient de frottement tangentiel [34]. Wilson [51] a considéré deux coefficients de frottement

différents, l'un pour la direction tangentielle μ_t et l'autre pour la direction axiale μ_a :

$$\mu_t = \frac{v_g}{\sqrt{\dot{w}^2 + v_g^2}} \mu, \quad (1.11)$$

$$\mu_a = \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + v_g^2}} \mu, \quad (1.12)$$

avec \dot{w} la vitesse axiale du train de tiges.

1.2.6 Interaction fluide-structure

La présence du fluide de forage (boue) influence la dynamique des tiges au cours du travail. Le fluide à l'intérieur de la tige de forage est considéré comme une masse supplémentaire, il bouge avec la tige. Au contraire, le mouvement du fluide dans l'espace annulaire est plus compliqué.

Dans une étude analytique et expérimentale sur la vibration d'une poutre cylindrique de diamètre $2d$ immergée dans le fluide annulaire de diamètre $2D$, Chen et al.[52] ont interprété la force de réaction du fluide sur la structure par une masse ajoutée et un coefficient d'amortissement pour la réponse dynamique de la poutre, voir la Figure 1.12. Le fluide est considéré Newtonien linéaire, visqueux, incompressible. La force nécessaire pour déplacer une masse par unité de longueur de la poutre $M = \rho_f \pi d^2$ est :

$$F_f = MU\omega [Re(H) \sin \omega t + Im(H) \cos \omega t], \quad (1.13)$$

avec $Ue^{i\omega t}$ la vitesse du cylindre dans le plan transversal. La vitesse du cylindre dans la direction axiale n'est pas considérée. $Re(\cdot)$, $Im(\cdot)$ sont respectivement les parties réelle et imaginaire de la grandeur en question. H est une fonction qui dépend des propriétés du fluide et de la géométrie du système. La force d'inertie qui est en phase avec l'accélération est traduite par un coefficient de masse ajoutée :

$$C_M = MU\omega Re(H). \quad (1.14)$$

La force d'amortissement visqueux qui s'exerce sur le cylindre dans la direction opposée à la direction perpendiculaire à son mouvement est traduite par le coefficient d'amortissement suivant :

$$C_v = MU\omega Im(H). \quad (1.15)$$

Le modèle proposé par Chen et al.[52] est très utilisé dans la littérature. Shyu [53] a fourni une approximation des valeurs du coefficient de masse ajoutée pour différentes boues de forage. Koo et al.[54] ont créé un code de calcul par éléments finis pour calculer des coefficients C_M , C_v pour différentes géométries de la section transversale de la poutre en fonction du nombre de Reynolds assez élevé. Uchiyama [55] a prédit

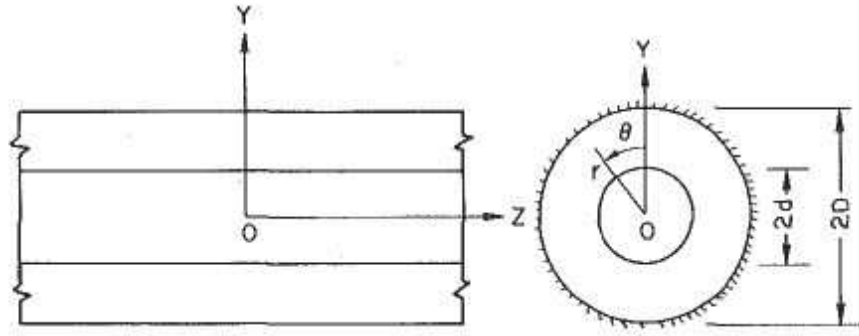


FIGURE 1.12 – Schéma et système de coordonnées pour une poutre cylindrique immergée dans un fluide annulaire [52].

numériquement les valeurs des coefficients de masse ajoutée et d'amortissement pour un cylindre oscillant dans un écoulement mixte de gaz et liquide. Dans l'étude sur les vibrations du train de tiges dans le puits horizontal, Heisig et al. [17] ont considéré le fluide non visqueux. Il est possible de ne calculer que le coefficient de masse ajoutée. Un coefficient C_M qui dépend de la masse volumique du fluide et de l'espace annulaire proposé dans [56] a été utilisé :

$$C_M = \frac{D_{ch}^2 + D_o^2}{D_{ch}^2 - D_o^2}, \quad (1.16)$$

avec D_o, D_{ch} respectivement le diamètre extérieur de la tige et le diamètre du puits. Khulief et al.[57] ont développé une formulation des forces élastiques du fluide en se basant sur le modèle proposé dans [58] pour modéliser l'interaction fluide-structure dans le forage. Les forces du fluide exercées sur un élément de la tige dans les directions latérales sont :

$$\begin{cases} F_f^x = -m_a \left(-\ddot{u} - \Omega \dot{v} + \frac{\Omega^2}{4} u + f_t \dot{u} + f_t \frac{\Omega}{2} v \right) \\ F_f^y = -m_a \left(-\ddot{v} + \Omega \dot{u} + \frac{\Omega^2}{4} v + f_t \dot{v} - f_t \frac{\Omega}{2} u \right) \end{cases}, \quad (1.17)$$

avec Ω la vitesse de rotation du train de tiges, f_t le facteur de frottement pour l'écoulement turbulent selon la loi de Darcy, $m_a = \rho_f \pi C_M$ la masse ajoutée par unité de longueur du fluide dans l'espace annulaire calculée par l'Eq.1.16. Dans les expressions des forces du fluide 1.17, les trois premiers termes représentent l'effet d'inertie du fluide tandis que les deux derniers termes représentent le frottement entre la tige et le fluide. L'effet de l'écoulement axial du fluide n'est pas considéré dans ce modèle.

Dans les années récentes, plusieurs investigations sur l'effet du fluide sur la vibration du train de tiges de forage [33, 42, 43, 59] ont été réalisées en se basant sur la formulation de Paidoussis et al.[60]. Celle-ci concerne un modèle d'interaction fluide-structure d'une configuration de forage vertical. Le fluide circule au sein du

système de forage. La pression hydrostatique est supposée varier linéairement le long de la tige et la rotation de la tige n'est pas considérée. Pourtant, les forces du fluide sont bien appliquées au train de tiges suivant trois directions de coordonnées Cartésiennes. L'effet du fluide peut être pris en compte par les matrices de masse, d'amortissement et de raideur comme montrées dans [33]. Ces dernières sont établies pour une configuration concentrique tige-puits. La perte de charge dans l'espace annulaire due à l'excentricité tige-puits et à la rotation de la tige, problème très fréquent dans les puits horizontaux ou fortement inclinés, n'est pas considérée. Plus récemment, Wilson et al.[61] ont proposé un nouveau modèle d'amortissement lié au fluide de forage. Ce modèle adapte la formulation de [60] en prenant en compte la perte de charge dans l'espace annulaire. Celle-ci est caractérisée par le coefficient d'amortissement visqueux calculé par le modèle proposé dans [62].

1.2.7 Contribution de la thèse par rapport à l'état de l'art

L'objectif principal de la thèse est d'élaborer un modèle EF capable pour tout le train de tiges de forage de prendre en compte les mouvements dans les trois directions, les effets non-linéarités par ex. interactions fluide-structure, tige-puits, trajectoire complexe du puits, vibrations couplées, etc. Compte tenu de l'étude bibliographique réalisée, les contributions originales de cette thèse dans le cadre du Labcom DrillLab sont exposés ci-après.

Pris en compte de l'état de précontrainte du train de tiges dans un puits de trajectoire complexe

L'introduction d'une structure de forme rectiligne dans un puits de trajectoire curviligne 3D provoque des efforts internes dans la structure. La prise en compte de déformations initiales du train de tiges est donc indispensable dans la modélisation du forage directionnel. Dans [63, 64, 65] les efforts internes initiaux ne sont pris en compte que par la résultante de moments internes en négligeant la déformation longitudinale, les efforts tranchants et tout vrillage éventuel supplémentaire entre l'état de référence (structure sur la ligne neutre du puits) et l'état déformé final. Le grand déplacement survenant lors du forage directionnel est pris en considération dans [26] par un vecteur de force équivalent dont les efforts tranchants sont mis également à zéros pour éliminer l'énergie de contrainte associée. Dans cette thèse, l'effet des efforts internes dus aux déplacements initiaux du train de tiges est considéré par un processus du calcul de trajectoire qui ramène le train de tiges de la position rectiligne verticale à la ligne neutre du puits. Les efforts internes extraits de ce calcul sont utilisés dans le calcul de la position d'équilibre statique du trains de tiges dans le puits et ensuite dans le calcul du comportement dynamique.

Modèle de contact tige-puits

Dans cette thèse, pour modéliser l'effort normal de contact, une loi linéaire amortie régularisée par la fonction arc-tangente est appliquée afin d'éviter des instabilités numériques dans la simulation. Le coefficient de frottement lors du contact dépend de la vitesse de glissement relative tige-paroi du puits. La courbe frottement-vitesse est lissée par une fonction de fraction rationnelle comme montrée dans [66].

Modèle d'interaction fluide-structure

Dans la plupart des modèles de la littérature sur la dynamique de train de tiges, l'effet du fluide de forage est négligé. Il existe des modèles avec l'hypothèse que le fluide est supposé au repos [9, 47, 53, 57]. L'écoulement axial du fluide est considéré dans [33, 42, 43, 59] en se basant sur le modèle proposé dans [60]. Pourtant ces modèles sont dédiés à un puits vertical. Selon Mitchell [67], même pour une courbure faible du puits, par.ex $2^0/100\text{ft}$, les pressions du fluide peuvent être du même ordre que le poids de la tige. Un nouveau modèle d'interaction fluide-structure proposé dans [61] est capable de prendre en compte de l'excentricité et la rotation du train de tiges dans un puits à portée étendue. Le comportement du fluide dans ce modèle est de type plastique de Bingham. Dans cette thèse, des écoulements du fluide à l'intérieur de la tige et dans l'espace annulaire tige-puits sont considérés pour un puits de trajectoire complexe. Le comportement non Newtonien du fluide est pris en compte par le calcul de coefficient d'amortissement visqueux et de la viscosité cinématique caractérisant la perte de charge dans l'espace annulaire tige-puits. Le fluide considéré conforme à la loi de puissance à limite d'élasticité (Yield-Power-Law en anglais).

Réduction du modèle

La simulation du comportement dynamique du système de forage de quelques kilomètres de long demande un temps de calcul très coûteux. La méthode de réduction modale est assez répandue dans le domaine du forage pour avoir un rapport précision-temps de calcul raisonnable [33, 34, 59]. Cependant, la méthode de réduction modale ne marche bien que dans le cas où l'effet de non-linéarité est faible (moins de points de contact ou contact permanent). En pratique, des contacts intermittents tiges-puits sont inévitables étant donné la vibration du train de tiges dans un puits 3D. Cela augmente la difficulté pour que le modèle réduit par la base modale linéaire puisse capter des résultats du modèle complet. Dans la thèse, la méthode de réduction se basant sur la condensation Craig-Bampton est mise en œuvre pour construire des modes statiques et dynamiques du système considéré. Le choix raisonnable du nombre de modes dynamiques en gardant le nombre de modes statiques dans la base CB assure la capacité d'avoir de bon résultat.

Chapitre 2

Modélisation EF de tiges de forage

Sommaire

2.1	Définition des repères	40
2.2	Modélisation du train de tiges par la MEF.	42
2.2.1	Énergie cinétique élémentaire	43
2.2.2	Énergie élémentaire de déformation	44
2.2.3	Couplage axial - flexion	46
2.2.4	Couplage torsion - flexion	47
2.3	Forces dynamiques extérieures	48
2.3.1	Forces de contact	48
2.3.2	Force de gravité	50
2.3.3	Force de balourd	50
2.4	Interaction fluide-tige	51
2.4.1	Équation de mouvement	51
2.4.2	Forces du fluide dues à l'écoulement interne	52
2.4.3	Forces du fluide dues à l'écoulement annulaire	53
2.4.4	Discrétisation des forces du fluide	56

Le premier chapitre a démontré la complexité de la dynamique d'un train de tige. Prévoir la dynamique de ce rotor particulier requiert d'établir un modèle qui intègre notamment la trajectoire 3D du puits, les couplages entre les trois mouvements (flexion, longitudinal, torsion), les touches tige-puits, l'interaction tige-fluide de forage. Construit sur la théorie de la dynamique des rotors, le modèle proposé utilise la méthode des éléments finis basée sur l'approche globale (bilan des énergies) pour la tige et sur l'approche locale (bilan des forces) pour déterminer les efforts produits par les fluides interne et annulaire.

2.1 Définition des repères

La formulation EF du modèle dynamique de tiges de forage est réalisée pour un puits de trajectoire 3D. Le repère de référence $R_0(OXYZ)$ est Galiléen, et $R(Axyz)$ est le repère local lié à la ligne neutre du puits, voir la Figure 2.1. L'accélération de la gravité est portée par l'axe Z . La matrice de rotation du repère global vers le

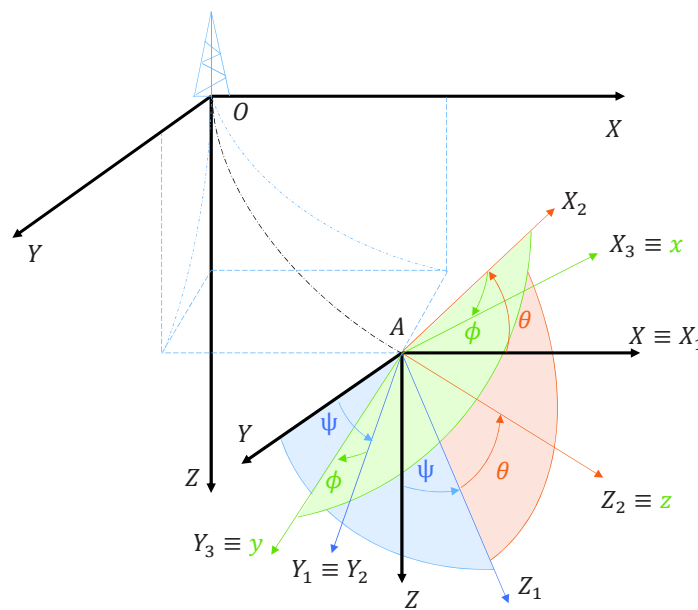


FIGURE 2.1 – Transformation du repère global vers repère local

repère local est établie à l'aide des angles d'Euler : la précession ψ autour de X , la

nutations θ autour de Y_1 et la rotation ϕ autour de Z_2 .

$$\begin{pmatrix} \vec{I} \\ \vec{J} \\ \vec{K} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi & \sin \theta \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi + \cos \psi \sin \phi & -\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & -\sin \psi \cos \phi \\ -\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

où $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ et $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont respectivement les vecteurs unitaires des repères R_0 et R . Après cette transformation, la tige se trouve déformée sur la ligne neutre

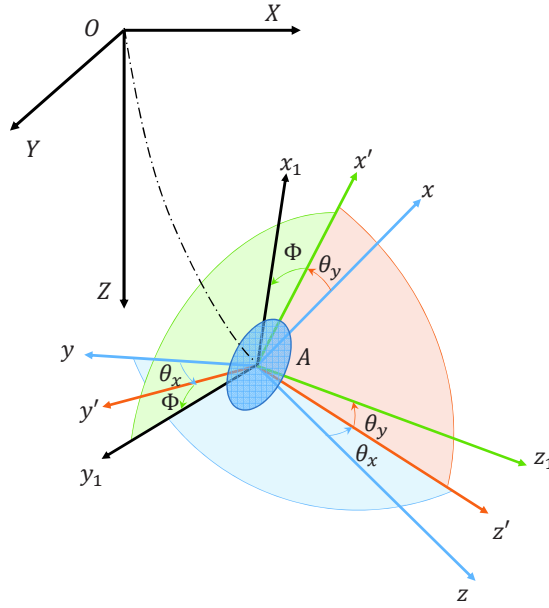


FIGURE 2.2 – Transformation de l'état non-déformé à l'état déformé

du puits qui a le repère $(R)Axyz$. Le repère $R_1(Ax_1y_1z_1)$ est lié à la ligne neutre de l'équilibre statique de la tige. La transformation de R vers R_1 s'effectue par trois angles de rotation : θ_x, θ_y, Φ autour respectivement des axes x, y' et z_1 , voir la Figure 2.2. Le vecteur de rotation instantanée dans R_1 est alors :

$$\omega_{R_1/R}^{R_1} = \dot{\theta}_x \vec{x} + \dot{\theta}_y \vec{y}' + \dot{\Phi} \vec{z}_1, \quad (2.2)$$

où :

$$\begin{cases} \vec{x} &= \cos \theta_y \vec{x}_2 + \sin \theta_y \vec{z}_2 \\ \vec{y}' &= \cos \Phi \vec{y}_1 + \sin \Phi \vec{x}_1 \\ \vec{x}' &= \cos \Phi \vec{x}_1 - \sin \Phi \vec{y}_1 \end{cases} \quad (2.3)$$

Comme le train de tiges est confiné au sein du puits, les angles de flexions θ_x et θ_y sont petits, et il est retenu les approximations $\sin \theta \approx \theta$ et $\cos \theta \approx 1$. Les Eq.2.3 et

2.2 donnent alors :

$$\boldsymbol{\omega}_{R_1/R}^{R_1} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \cos \Phi + \dot{\theta}_y \sin \Phi \\ -\dot{\theta}_x \sin \Phi + \dot{\theta}_y \cos \Phi \\ \dot{\Phi} + \dot{\theta}_x \theta_y \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

avec $\Phi = \Omega(t)t + \theta_z$, $\Omega(t)$ la vitesse de rotation imposée au sommet du train de tiges, θ_z l'angle de torsion.

2.2 Modélisation du train de tiges par la MEF.

Les tiges sont modélisées par des éléments de poutre Euler-Bernoulli à deux nœuds (Fig.2.3), chaque nœud contient six degrés de liberté (ddl) à savoir trois translations et trois rotations. Les éléments de poutre sont uniformes et homogènes. Soit l'élément i du train de tiges contenant deux nœuds i et $i+1$, de coordonnées (X_i, Y_i, Z_i) et $(X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1})$ dans le repère $R_0(OXYZ)$ montré sur la Figure 2.3. Les déplacements élémentaires $\boldsymbol{\delta}_i^e = [u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^T$ sont discrétisés par 12 ddl de ces deux nœuds exprimés dans le repère élémentaire $(R_1)Axyz$.

$$\boldsymbol{\delta}_i^e = \mathbf{N} \boldsymbol{\delta}_i^n, \quad (2.5)$$

avec $\boldsymbol{\delta}_i^n = [u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}, u_{i+1}, v_{i+1}, w_{i+1}, \theta_{x(i+1)}, \theta_{y(i+1)}, \theta_{z(i+1)}]^T$. Le repère élémentaire est défini par les trois étapes suivantes :

1. Le vecteur unitaire axial d'élément i constituant de deux nœuds i et $i+1$ est défini par :

$$\mathbf{e}_z^i = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{l_e^i} \begin{pmatrix} X_{i+1} - X_i \\ Y_{i+1} - Y_i \\ Z_{i+1} - Z_i \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

2. Le vecteur unitaire suivant l'axe y est défini par :

- Si $W_2 = 0 \Rightarrow \mathbf{e}_y^i = (0 \ 1 \ 0)^T$.

- Sinon $\mathbf{e}_y^i = (V_1 \ V_2 \ 0)^T$.

\mathbf{e}_y^i doit être perpendiculaire à \mathbf{e}_z^i , ce qui conduit à $V_1 W_1 + V_2 W_2 = 0$ soit $V_2 = -V_1 W_1 / W_2$.

\mathbf{e}_y^i doit être normé à 1 donc $V_1^2 + V_2^2 = 1 \Rightarrow V_1 = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2}}$. Le

signe est choisi tel que la direction \vec{y} soit la plus proche possible de la direction \vec{Y} du repère R_0 , c.à.d. $V_2 \geq 0$.

3. Le vecteur unitaire suivant l'axe x est le produit vectoriel de deux vecteurs \mathbf{e}_y^i et \mathbf{e}_z^i : $\mathbf{e}_x^i = \mathbf{e}_y^i \wedge \mathbf{e}_z^i$.

Par convention, le repère du nœud i est celui de l'élément précédent, voir la Figure 2.3. La matrice des fonctions de forme est :

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & 0 & N_3 & 0 & -N_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{dN_1}{dz} & 0 & \frac{dN_2}{dz} & 0 & 0 & 0 & -\frac{dN_3}{dz} & 0 & \frac{dN_4}{dz} & 0 & 0 \\ \frac{dN_1}{dz} & 0 & 0 & 0 & \frac{dN_2}{dz} & 0 & \frac{dN_3}{dz} & 0 & 0 & 0 & \frac{dN_4}{dz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_6 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

où :

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{3z^2}{l_e^2} + \frac{2z^3}{l_e^3} & N_2 &= z - \frac{2z^2}{l_e} + \frac{z^3}{l_e^2} \\ N_3 &= \frac{3z^2}{l_e^2} - \frac{2z^3}{l_e^3} & N_4 &= -\frac{z^2}{l_e} + \frac{z^3}{l_e^2} \\ N_5 &= 1 - \frac{z}{l_e} & N_6 &= \frac{z}{l_e} \end{aligned}, \quad (2.8)$$

avec l_e , la longueur d'un EF de poutre. Les équations de mouvement de la tige de forage sont établies par l'approche énergétique. L'application des équations de Lagrange nécessite les calculs des énergies cinétique, de déformation ainsi que les travaux virtuels des forces extérieures pour chaque élément.

2.2.1 Énergie cinétique élémentaire

L'énergie cinétique est calculée en utilisant le repère (R_1) :

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{l_e} \left(\rho_e S_e \mathbf{V}^T \mathbf{V} + \rho_e \left(\boldsymbol{\omega}_{R_1/R}^{R_1} \right)^T \mathbf{I}_{in} \boldsymbol{\omega}_{R_1/R}^{R_1} \right) dz, \quad (2.9)$$

avec :

$$\mathbf{V} = \left(\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w} \right)^T. \quad (2.10)$$

le vecteur de vitesse de translation de la section droite. La matrice d'inertie \mathbf{I}_{in} contient dans sa diagonale des moments d'inertie en flexion I_e et polaire I_p :

$$\mathbf{I}_{in} = \begin{bmatrix} I_e & 0 & 0 \\ 0 & I_e & 0 \\ 0 & 0 & I_p^e \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} I_e &= \int_{S_e} x^2 dS_e = \int_{S_e} y^2 dS_e \\ I_p^e &= \int_{S_e} (x^2 + y^2) dS_e = 2I \end{aligned}. \quad (2.12)$$

En prenant en compte les Eqs.2.4, 2.10 et 2.11 à 2.9, l'énergie cinétique élémentaire prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \rho_e S_e \int_0^{l_e} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dz + \frac{\rho_e I_e}{2} \int_0^{l_e} (\omega_x^2 + \omega_y^2) dz + \frac{\rho_e I_p}{2} \int_0^{l_e} \omega_z^2 dz \\
 &= \frac{1}{2} \rho_e S_e \int_0^{l_e} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dz + \frac{\rho_e I_e}{2} \int_0^{l_e} (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) dz + \frac{\rho_e I_p}{2} \int_0^{l_e} \dot{\theta}_z^2 dz \quad , \\
 &\quad + \rho_e I_p \int_0^{l_e} (\Omega(t) \dot{\theta}_x \theta_y + \dot{\theta}_z \theta_x \theta_y) dz + \rho_e I_p \int_0^{l_e} \Omega(t) \dot{\theta}_z dz + \rho_e I_p l_e \Omega^2(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

où les trois premières intégrales contribuent à établir respectivement la matrice

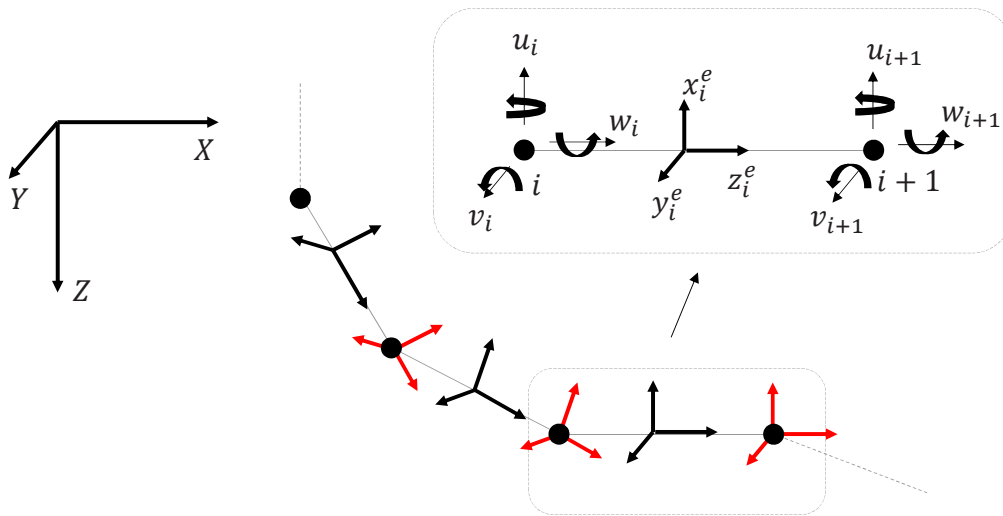


FIGURE 2.3 – Élément fini de poutre à deux nœuds avec six ddl par nœud

de masse d'inertie de rotation et de torsion. Dans la quatrième intégrale, le premier terme représente l'effet gyroscopique [68] tandis que le terme cubique porte la non-linéarité. La contribution de ce terme d'ordre supérieur n'est pas considérée. L'application des équations de Lagrange à la cinquième intégrale donne le couple induit par la vitesse de rotation du train de tiges. Le dernier terme est éliminé car ce n'est pas une fonction ni du déplacement ni de sa vitesse.

2.2.2 Énergie élémentaire de déformation

Soit une section droite d'abscisse z dans le repère local, voir la Figure 2.4. Le point $A(0, 0, z)$ est situé sur la ligne neutre de l'élément. Le point $P(x, y, z)$ est un point

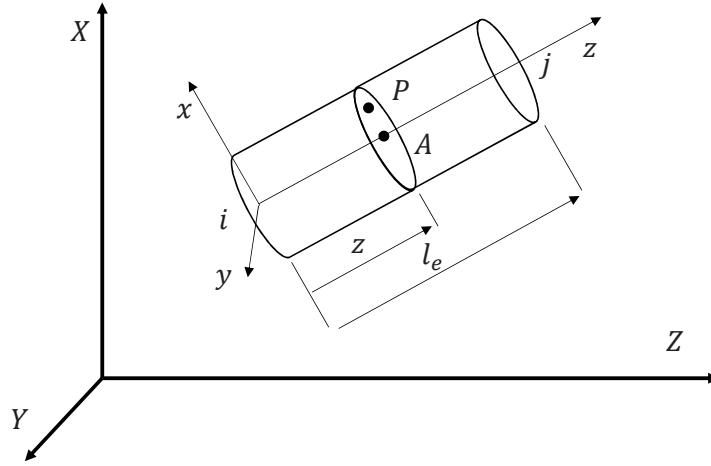


FIGURE 2.4 – Déplacement d'un point quelconque sur la section droite d'un élément de poutre

quelconque de cette section. Le déplacement du point P s'exprime par :

$$\vec{u}(P) = \begin{pmatrix} u - y\theta_z & = u_P \\ v + x\theta_z & = v_P \\ w - y\frac{\partial v}{\partial z} - x\frac{\partial u}{\partial z} & = w_P \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

avec $(u, v, w)^T$ les déplacements locaux du point A . Pour une poutre, la dimension suivant l'axe z est beaucoup plus importante que les dimensions suivantes les axes x et y . Le champ de déformation est donc :

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{xz} = \frac{\partial u_P}{\partial z} + \frac{\partial w_P}{\partial x} = -y\frac{\partial \theta_z}{\partial z} \\ \epsilon_{yz} = \frac{\partial v_P}{\partial z} + \frac{\partial w_P}{\partial y} = x\frac{\partial \theta_z}{\partial z} \\ \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} - y\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - x\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Le champ de contrainte est alors :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xz} = G_e 2\epsilon_{xz} \\ \sigma_{yz} = G_e 2\epsilon_{yz} \\ \sigma_{zz} = E_e \epsilon_{zz} \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

L'énergie de déformation s'écrit donc :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV. \quad (2.17)$$

Le remplacement des Eq. 2.15 et 2.16 dans l'Eq. 2.17 donne :

$$U = \frac{1}{2} \int_V E_e \left(w - y \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 dV + \frac{1}{2} \int_V \left[G_e \left(-y \frac{\partial \theta_z}{\partial z} \right)^2 + \left(x \frac{\partial \theta_z}{\partial z} \right)^2 \right] dV, \quad (2.18)$$

x et y sont les axes principaux de la section droite symétrique (forme circulaire), donc :

$$\int_{S_e} x dS_e = 0 \quad \int_{S_e} y dS_e = 0 \quad \int_{S_e} xy dS_e = 0. \quad (2.19)$$

L'énergie de déformation élémentaire U s'exprime finalement sous la forme :

$$U = \frac{1}{2} E_e S_e \int_0^{l_e} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 dz + \frac{1}{2} G_e I_p^e \int_0^{l_e} \left(\frac{\partial \theta_z}{\partial z} \right)^2 dz + \frac{1}{2} E_e I_e \int_0^{l_e} \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)^2 \right] dz, \quad (2.20)$$

avec E_e , G_e modules d'Young et de cisaillement. La première intégrale représente l'énergie élémentaire de déformation en traction/compression, la deuxième celle de la torsion et la dernière celle de la flexion. L'application des équations de Lagrange à l'Eq.2.20 produit la matrice de rigidité élémentaire du train de tiges de forage. L'effet de cisaillement est ajouté à la matrice de rigidité en flexion par la quantité [68] :

$$a = \frac{12 E_e I_e}{G_e S_r^e l_e^2}, \quad (2.21)$$

avec $S_r^e = S_e c_r$, la surface réduite de la section droite calculée en utilisant le coefficient de cisaillement c_r indiqué dans [69] :

$$c_r = \frac{6 (R_i^2 + R_e^2)^2 (1 + \nu)^2}{7R_i^4 + 34R_i^2 R_e^2 + 7R_e^4 + \nu (12R_i^4 + 48R_i^2 R_e^2 + 12R_e^4) + \nu^2 (4R_i^4 + 16R_i^2 R_e^2 + 4R_e^4)}. \quad (2.22)$$

2.2.3 Couplage axial - flexion

Une force axiale F_0^e induit une modification de raideur en flexion de la structure. Cet effet a un rôle primordial pour la structure élancée. Il est obtenu en conservant les termes non linéaires du champ de déformation longitudinale :

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w_P}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_P}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_P}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_P}{\partial z} \right)^2 \right] = \epsilon_{zz}^l + \epsilon_{zz}^{nl}, \quad (2.23)$$

avec :

$$\epsilon_{zz}^l = \frac{\partial w}{\partial z} - y \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (2.24)$$

$$\epsilon_{zz}^{nl} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} - y \frac{\partial \theta_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \theta_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} - y \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 \right]. \quad (2.25)$$

En ne considérant que les termes d'ordre un pour les ddl axiaux et d'ordre deux pour les ddl en flexion, le terme non-linéaire de la déformation axiale devient :

$$\epsilon_{zz}^{nl} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]. \quad (2.26)$$

La contribution de la force axiale F_0^e se traduit par une énergie de déformation :

$$U_{F_0^e} = \frac{F_0^e}{2} \int_0^{l_e} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] dz. \quad (2.27)$$

Cette énergie conduit à la matrice de raideur géométrique associée à la force axiale.

2.2.4 Couplage torsion - flexion

Un couple axial élémentaire C_0^e induit l'assouplissement de raideur de flexion de la tige quelque soit la direction d'application [9, 10]. Comme par nature le couple axial est non conservatif, l'énergie de déformation ne peut pas être établie [70]. Son travail virtuel doit être calculé avec les projections dans deux plans de flexion et avec les courbures virtuelles. Le vecteur du couple axial est exprimé dans la direction du vecteur unitaire \vec{z}_1 du repère déformé avec l'hypothèse de petits angles de rotation en flexion :

$$\vec{C}_0^e = C_0^e \vec{z}_1 (\theta_y \vec{x} - \theta_x \vec{y} + \vec{z}). \quad (2.28)$$

L'application du couple axial génère deux moments de flexion agissant sur un élément de la tige dans les deux plans de flexion. Le travail virtuel de ces deux moments s'exprime à l'aide des courbures virtuelles :

$$\begin{aligned} \delta W &= C_0^e \int_0^{l_e} \left[-\theta_x \delta \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial z} \right) + \theta_y \delta \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial z} \right) \right] dz \\ &= C_0^e \int_0^{l_e} \left[\frac{\partial v}{\partial z} \delta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial u}{\partial z} \delta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right] dz. \end{aligned} \quad (2.29)$$

La discrétisation EF de ce travail virtuel conduit à la matrice de raideur géométrique associée au couple axial.

2.3 Forces dynamiques extérieures

2.3.1 Forces de contact

Sous l'effet de la gravité et des forces extérieures, les interactions entre le train de tiges et le trou de forage sont nombreuses. De plus, la rotation et la vibration axiale du train de tiges entraînent les contacts frottants tige-puits. Ainsi, la force de contact \mathbf{F}_c s'exprime selon différentes composantes : les forces de contact normale, tangentielle et axiale, le couple de frottement axial et le moment de flexion provoqués par la force de frottement axial, voir la Figure 2.5. L'expression de la composante normale est donnée par exemple dans [66, 71] :

$$\vec{F}_{cn} = \begin{cases} -\left(K_c(P)P + C_c(P)\dot{P}\right)\vec{n} & \text{si } P > 0 \\ \vec{0} & \text{si } P \leq 0 \end{cases}, \quad (2.30)$$

avec $P = r - j_0$, $r = \sqrt{u^2 + v^2}$, j_0 le jeu entre la tige et le puits, $\vec{n} = [u/r, v/r, 0]^T$

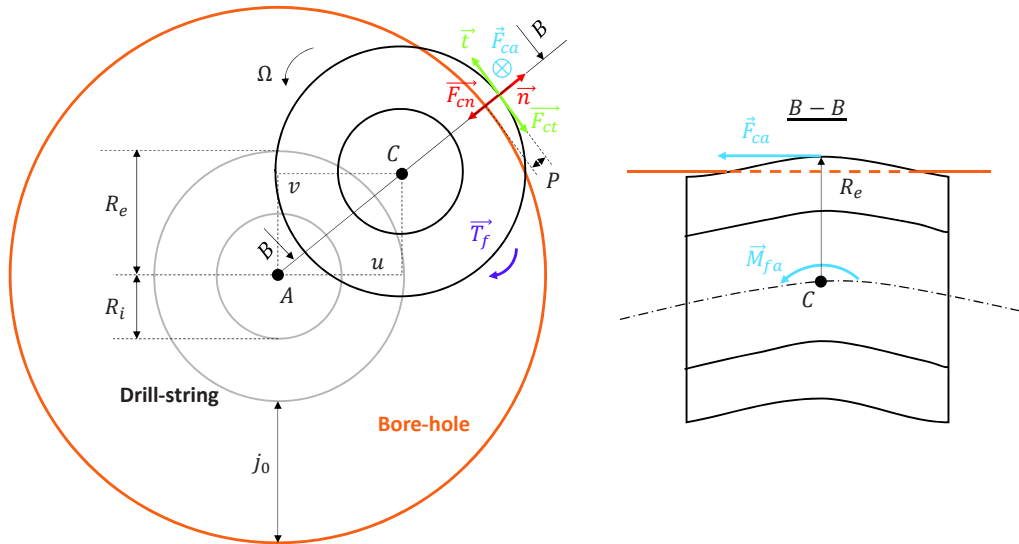


FIGURE 2.5 – Interaction de contact entre la tige et le puits.

le vecteur unité normal dans le repère local. La rigidité de contact et l'amortissement sont régularisés avec la fonction arctan telle que celle utilisée dans [66] :

$$K_c(P) = \frac{k_c}{2} \left[\frac{2}{\pi} \arctan(\pi\lambda_k P) + 1 \right]; C_c(P) = \frac{c_c}{2} \left[\frac{2}{\pi} \arctan(\pi\lambda_c P) + 1 \right], \quad (2.31)$$

avec k_c et c_c valeurs maximales de rigidité de contact et d'amortissement, λ_k et λ_c les paramètres régularisés. La force de contact de frottement et le couple sont calculés

en utilisant la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{ct} = -\mu_r |\vec{F}_{cn}| \vec{t}, \quad (2.32)$$

$$\vec{T}_f = -\mu_r |\vec{F}_{cn}| R_e \vec{z}, \quad (2.33)$$

$$\vec{F}_{ca} = -\mu_a |\vec{F}_{cn}| \vec{z}, \quad (2.34)$$

$$\vec{M}_{fa} = |\vec{F}_{ca}| R_e \vec{t}, \quad (2.35)$$

avec $\vec{t} = [-v/r, u/r, 0]^T$ le vecteur tangent unitaire dans le repère local, R_e le rayon extérieur du train de tiges, μ_a , μ_r les coefficients de frottement dans les directions axiale et tangentielle. Ces deux derniers sont calculés en fonction de la vitesse de rotation tangentielle v_g et de la vitesse de vibration axiale v_a du train de tiges :

$$\mu_a = \frac{v_a}{v_g} \mu(v_g), \quad (2.36)$$

$$\mu_r = \frac{v_r}{v_g} \mu(v_g). \quad (2.37)$$

La vitesse de glissement totale de la structure v_g est calculée de la manière suivante :

$$v_g = \sqrt{v_a^2 + v_r^2}, \quad (2.38)$$

où :

$$v_a = \dot{w}, \quad (2.39)$$

$$v_r = \frac{u\dot{v} - v\dot{u}}{r} + (\Omega + \dot{\theta}_z). \quad (2.40)$$

Le coefficient de frottement absolu du système est régularisé en fonction de la vitesse de glissement total v_g du train de tiges sur le trou de forage [66, 71] :

$$\mu(v_g) = \frac{v_g}{2v_{ref}} \left[\frac{1 - \xi}{1 + \frac{(1 - \xi)}{2v_{ref}\mu_d} |v_g|} + \frac{1 + \xi}{\left(1 + \frac{(1 - \xi)}{2v_{ref}\mu_d} |v_g|\right)^2} \right], \quad (2.41)$$

avec $\xi = \sqrt{1 - \frac{\mu_d}{\mu_s}}$, μ_s et μ_d les coefficients de frottement statique et dynamique.

La pente de la fonction (2.41) est réglée à l'aide d'un paramètre v_{ref} .

2.3.2 Force de gravité

Dans la Figure 2.1, le vecteur de gravité \vec{g} est dirigé suivant OZ . La force de gravité correspondante à une longueur dz de la poutre est :

$$F_g^e = \rho_e S_e g dz. \quad (2.42)$$

Les trois composantes de cette force dans le repère local R_1 sont $[f_x f_y f_z]^T$. La construction des forces nodales équivalentes est réalisée grâce au travail virtuel :

$$\delta W = \int_0^{l_e} \begin{bmatrix} \delta u & \delta v & \delta w \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} dz, \quad (2.43)$$

où les déplacements virtuels sont à discrétiser avec la relation (2.5).

2.3.3 Force de balourd

La présence de défauts de rectitude due à la fabrication, la manutention, l'usure et l'assemblage du train de tiges ainsi qu'à l'usure des outils de mesure en cours de forage (MWD) [4] apportent des balourds distribués. Un balourd est modélisé par

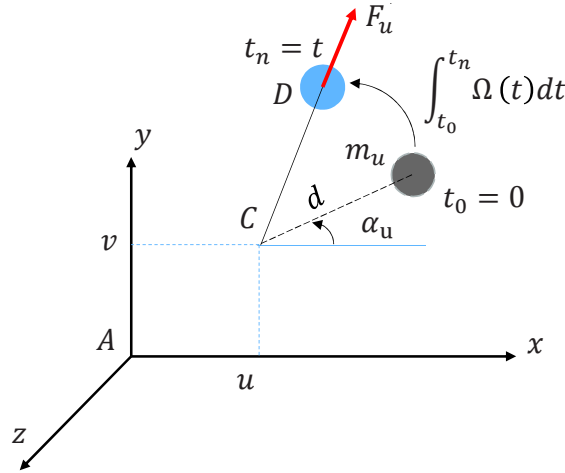


FIGURE 2.6 – Schéma du balourd

une masse discrète m_u et d le rayon de gyration [68]. La masse est toujours dans le plan $x-y$ et sa position angulaire initiale par rapport à l'axe x est α_u et son abscisse est constante, voir la Figure 2.6. La phase du balourd à l'instant t est :

$$p_u = \int_{t_0=0}^{t_n=t} \Omega(t) dt + \alpha_u. \quad (2.44)$$

La vitesse du balourd à l'instant t est :

$$\vec{V}_u = \frac{d\vec{AD}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{u} - d\Omega(t) \sin(p_u) \\ \dot{v} + d\Omega(t) \cos(p_u) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

L'énergie cinétique d'un balourd à un nœud en régime permanent est :

$$T_u = \frac{m_u}{2} \left[\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + (d\Omega(t))^2 - 2d\dot{u}\Omega(t) \sin(p_u) + 2d\dot{v}\Omega(t) \cos(p_u) \right]. \quad (2.46)$$

Les deux premiers termes de translation de l'énergie cinétique ne sont pas pris en compte car la masse du balourd est trop petite par rapport à celle de la structure. Compte tenu de son indépendance par rapport aux ddl, le troisième terme n'a pas de contribution dans l'équation de mouvement. L'application des équations de Lagrange aux deux derniers termes donne le vecteur de force centrifuge $\mathbf{F}_u(t) = [F_u^x, F_u^y, 0, 0, 0, 0]^T$, où :

$$\begin{cases} F_u^x = m_u d \left[\dot{\Omega}(t) \sin(p_u) + \Omega^2(t) \cos(p_u) \right] \\ F_u^y = m_u d \left[-\dot{\Omega}(t) \cos(p_u) + \Omega^2(t) \sin(p_u) \right] \end{cases}. \quad (2.47)$$

2.4 Interaction fluide-tige

Cette section est dédiée au modèle d'interaction fluide-tige de forage. Les effets des écoulements de fluide sont interprétés par les forces agissant sur le train de tiges dans trois directions locales. Les ajustements de modèles développés en [33, 60] sont effectués afin de prendre en compte la trajectoire courbe du puits, l'excentricité de l'espace annulaire due à la déflexion du train de tiges à l'intérieur du trou de forage, la vitesse de rotation de la tige.

2.4.1 Équation de mouvement

Au cours du forage, le fluide (boue) filtré est injecté au sein des tiges (qui sont des tubes) avec la vitesse constante U_i et remonte dans l'espace annulaire tige-puits avec la vitesse U_o chargé de débris de la roche, de calories. Les pressions du fluide à l'intérieur et à l'extérieur de la tige sont respectivement p_i, p_o . Elles varient linéairement le long du train de tiges. La tige se situe sur la ligne neutre du puits. Soit dz la longueur d'un élément de la tige de masse par unité de longueur M_t . Cet élément est soumis aux efforts de la structure et du fluide, voir la Figure 2.7. L'élément considéré se déforme dans le plan $r - z$ avec r le déplacement radial. Le bilan des forces dans les directions z et r donne :

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial F_{axial}}{\partial z} + F_{it} - F_{et} - (F_{in} + F_{en}) \gamma - \frac{\partial Q \gamma}{\partial z} + M_t g \cos \psi \cos \theta \\ 0 = \frac{\partial Q}{\partial z} + (F_{it} - F_{et}) \gamma + F_{in} + F_{en} - \frac{\partial F_{axial} \gamma}{\partial z} - M_t a_t \\ -M_t g \sqrt{(-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi)^2 + (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi)^2} \end{cases}, \quad (2.48)$$

avec F_{axial} la force axiale, Q l'effort tranchant. Les écoulements interne et annulaire créent les forces tangentielles F_{it}, F_{et} et les forces normales F_{in}, F_{en} . L'angle γ est

formé par les vecteurs tangentiels au centre de l'élément dans les configurations statique et dynamique de la tige.

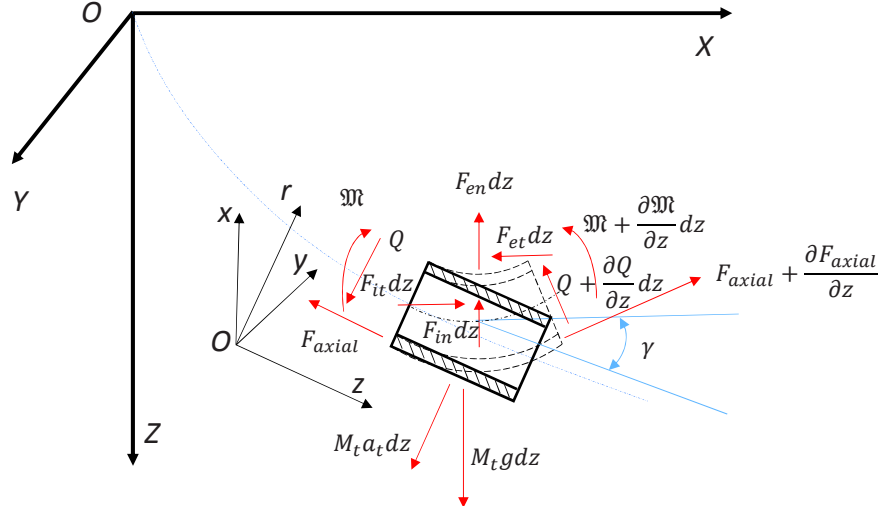


FIGURE 2.7 – Forces et moments exercés sur un élément infinitésimal de la tige

2.4.2 Forces du fluide dues à l'écoulement interne

Soit un élément du fluide d'écoulement interne montré dans la Figure 2.8. Le bilan des forces dans les directions z et r donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{it} - F_{in}\gamma = -A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} + M_f g \cos \psi \cos \theta \\ F_{it}\gamma + F_{in} = -A_i \frac{\partial (p_i \gamma)}{\partial z} - M_f a_f \\ -M_f g \sqrt{(-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi)^2 + (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi)^2} \end{array} \right. \quad (2.49)$$

Les accélérations suivantes dans les directions x, y, z du fluide sont calculées en supposant que la tige est inextensible sous l'effet du fluide et que le rayon de courbure du puits est très important par rapport au rayon de la section droite du puits [72, 73] :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{fx} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2U_i \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} + U_i^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ a_{fy} = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 2U_i \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial z} + U_i^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \\ a_{fz} = 0 \end{array} \right. \quad (2.50)$$

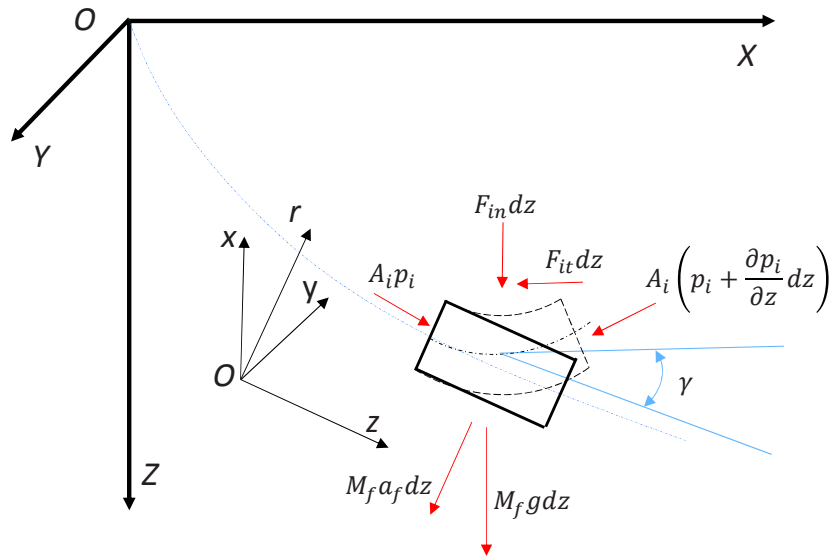


FIGURE 2.8 – Forces exercées sur un élément du fluide d'écoulement interne

2.4.3 Forces du fluide dues à l'écoulement annulaire

Comme montré dans la Figure 2.9, l'élément de la tige est soumis aux forces du fluide d'écoulement dans l'espace annulaire tige-puits. Le bilan des forces suivant les directions z et r donne :

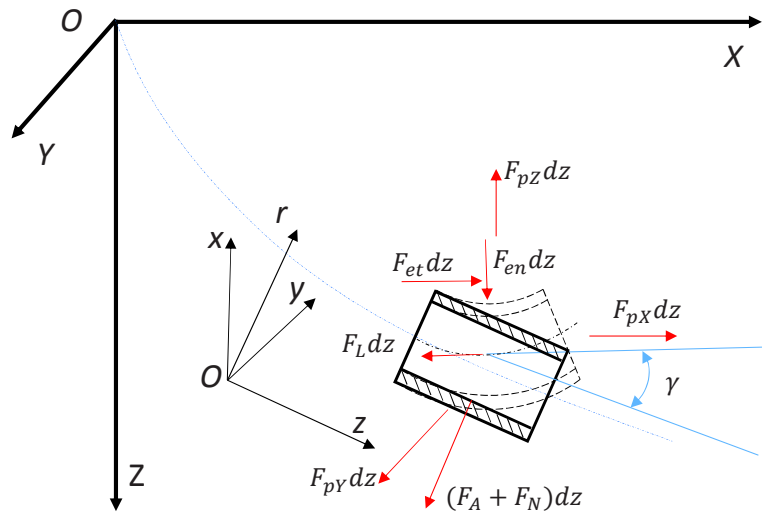


FIGURE 2.9 – Forces dues à l'écoulement annulaire

$$\begin{cases} -F_{ct} - F_{en}\gamma = -F_L + F_{pz} \\ -F_{et}\gamma + F_{en} = -F_L\gamma - (F_A + F_N) + F_{pr} \end{cases}, \quad (2.51)$$

où les forces dues aux pressions hydrostatiques dans les directions longitudinale et radiale F_{pz} et F_{pr} sont calculées par les relations suivantes [74] :

$$F_{pz} = F_{pX} \sin \theta - F_{pY} \sin \psi \cos \theta - F_{pZ} \cos \psi \cos \theta, \quad (2.52)$$

$$F_{pr} = \sqrt{\begin{aligned} &\left(F_{pX} \cos \theta \cos \phi + F_{pY} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi + \cos \psi \sin \phi) \right)^2 \\ &- F_{pZ} (-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \psi) \\ &+ \left(-F_{pX} \cos \theta \sin \phi + F_{pY} (-\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) \right)^2 \\ &- F_{pZ} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi) \end{aligned}}, \quad (2.53)$$

où F_A est la force hydrodynamique non-visqueuse par unité de longueur. F_N , F_L sont respectivement les forces de frottement par unité de longueur dues au fluide annulaire dans les directions longitudinale et normale.

$$F_L = \frac{1}{2} C_f \rho_f D_o U_o^2. \quad (2.54)$$

Comme les forces F_A et F_N sont appliquées sur l'élément de la tige dans la direction radiale, ses projections sur les axes locaux x et y donnent :

$$F_A^x = \chi \left(\frac{\partial}{\partial t} - U_o \frac{\partial}{\partial z} \right) \left[\rho_f A_o \left(\frac{\partial u}{\partial t} - U_o \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right], \quad (2.55)$$

$$F_A^y = \chi \left(\frac{\partial}{\partial t} - U_o \frac{\partial}{\partial z} \right) \left[\rho_f A_o \left(\frac{\partial v}{\partial t} - U_o \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right], \quad (2.56)$$

$$F_N^x = \frac{1}{2} C_N \rho_f D_o U_o \left(\frac{\partial u}{\partial t} - U_o \frac{\partial u}{\partial z} \right) + k \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (2.57)$$

$$F_N^y = \frac{1}{2} C_N \rho_f D_o U_o \left(\frac{\partial v}{\partial t} - U_o \frac{\partial v}{\partial z} \right) + k \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (2.58)$$

avec A_o section droite de la tige, D_o le diamètre extérieur de la tige, ρ_f la densité du fluide. C_f , C_N , k sont les coefficients d'amortissement du fluide. Les deux premiers coefficients sont utilisés pour prendre en compte le frottement entre le fluide et la structure dans les directions longitudinale et latérale, tandis que le dernier coefficient est lié à l'amortissement du fluide dû à la rotation de la tige. Les valeurs de C_f et C_N sont extraites de [60]. χ est le coefficient de masse ajoutée du fluide annulaire :

$$\chi = \frac{D_{ch}^2 + D_o^2}{D_{ch}^2 - D_o^2}, \quad (2.59)$$

avec D_{ch} , le diamètre intérieur du puits de forage. Le coefficient d'amortissement visqueux k est une fonction de la géométrie tige-puits, des propriétés du fluide et de la vitesse de rotation du train de tiges :

$$k = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{S}} \left[\frac{1 + \left(\frac{D_o}{D_{ch}}\right)^3}{\left(1 - \left(\frac{D_o}{D_{ch}}\right)^2\right)^2} \right] \rho_f A_o \Omega, \quad (2.60)$$

avec $S = \Omega D_o^2 / 4\nu_f$ le nombre de Stokes, Ω la vitesse de rotation du train de tiges. Afin de prendre en compte le comportement non-Newtonnien du fluide, le coefficient d'amortissement C_f est calculé en se basant sur [75]. Les pertes de charges dans l'espace annulaire sont estimées en prenant en compte l'excentricité, la vitesse de rotation du train de tiges et le régime d'écoulement du fluide (Yield-Power-Law) dans le système de forage. La viscosité dans l'Eq.(2.60) est estimée par la combinaison des taux de cisaillement du fluide dans les directions longitudinale et tangentielle [76]. La résultante des forces appliquées sur l'élément de la tige est égale à la poussée

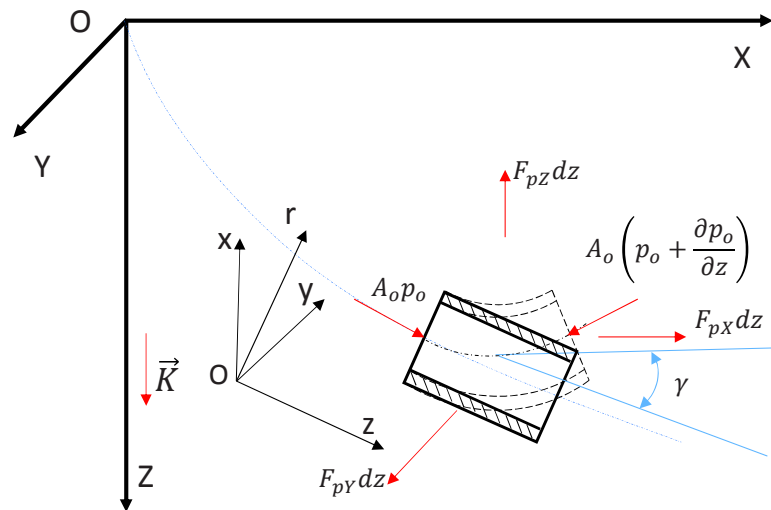


FIGURE 2.10 – Bilan des forces dues à la gravité et la pression hydrostatique.

d'Archimède dans la direction $-\vec{K}$ [74], voir la Figure 2.10.

$$\Sigma (\vec{F}_i + \vec{F}_r) = -A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \vec{K}, \quad (2.61)$$

où : \vec{F}_i , \vec{F}_r sont respectivement les forces résultantes dans les directions longitudinale et latérale de la tige. La résolution de Eq.2.61 donne les forces hydrostatiques :

$$F_{pz} = A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} (1 - \cos \psi \cos \theta), \quad (2.62)$$

$$F_{pr} = A_o \frac{\partial (p_o \gamma)}{\partial z} - A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \sqrt{\frac{(-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi)^2}{+(\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi)^2}} . \quad (2.63)$$

2.4.4 Discrétisation des forces du fluide

Combiner les Equations (2.49) et (2.51) avec l'Equation (2.48) et ne considérer que les termes associés au fluide, donne les forces du fluide exercées sur un élément de la tige :

$$\begin{cases} F_{fz} = -A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} + M_f g \cos \psi \cos \theta - F_L + F_{pz} \\ F_{fr} = A_i \frac{\partial (p_i \gamma)}{\partial z} + M_f a_f + F_L \gamma + (F_A + F_N) - F_{pr} \end{cases} . \quad (2.64)$$

La prise en compte des Equations (2.50), (2.54)-(2.58), (2.62), (2.63) et Equation (2.64) avec des projections de la force radiale du fluide suivant x et y donne les forces du fluide exercées sur un élément de la tige dans le repère local $R(Axyz)$:

$$\begin{cases} F_{fx} = (M_f + \chi \rho_f A_o) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \left(\frac{1}{2} C_f \rho_f D_o U_o + k \right) \frac{\partial u}{\partial t} + (2M_f U_i - 2\chi \rho_f A_o U_o) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} \\ \quad + (M_f U_i^2 + \chi \rho_f A_o U_o^2 + A_i p_i - A_o p_o) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \left(A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \\ \quad - M_f g (-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) + A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} (-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \\ F_{fy} = (M_f + \chi \rho_f A_o) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \left(\frac{1}{2} C_f \rho_f D_o U_o + k \right) \frac{\partial v}{\partial t} + (2M_f U_i - 2\chi \rho_f A_o U_o) \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial z} \\ \quad + (M_f U_i^2 + \chi \rho_f A_o U_o^2 + A_i p_i - A_o p_o) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \left(A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) \frac{\partial v}{\partial z} \\ \quad - M_f g (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi) + A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi) \\ F_{fz} = -A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} + M_f g \cos \psi \cos \theta - \frac{1}{2} C_f \rho_f D_o U_o^2 - A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} (1 - \cos \psi \cos \theta) \end{cases} . \quad (2.65)$$

La discrétisation de l'Equation (2.65) avec les fonctions de formes fournies par l'Equation (2.8) donne les matrices élémentaires de masse, d'amortissement, de raideur et les vecteurs élémentaire des forces associées au fluide :

$$[\mathbf{M}_e]^f = \int_0^1 (M_f + \chi \rho_f A_o) \left(N_u^T(\xi) N_u(\xi) + N_v^T(\xi) N_v(\xi) \right) l_e d\xi , \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{C}_e]^f &= \int_0^1 \left(\left(\frac{1}{2} C_f \rho_f D_o U_o + k \right) \left(N_u^T(\xi) N_u(\xi) + N_v^T(\xi) N_v(\xi) \right) l_e \right) d\xi \\ &\quad + \int_0^1 (2M_f U_i - 2\chi \rho_f A_o U_o) \left(\left[\frac{\partial N_u(\xi)}{\partial \xi} \right]^T N_u(\xi) + \left[\frac{\partial N_v(\xi)}{\partial \xi} \right]^T N_v(\xi) \right) d\xi , \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$[\mathbf{K}_e]^f = \int_0^1 \left[\begin{array}{c} (M_f U_i^2 + \chi \rho_f A_o U_o^2 + A_i p_i - A_o p_o) \\ \left(\left[\frac{\partial^2 N_u(\xi)}{\partial \xi^2} \right]^T N_u(\xi) + \left[\frac{\partial^2 N_v(\xi)}{\partial \xi^2} \right]^T N_v(\xi) \right) \frac{1}{l_e} \\ + \left(A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) \left(\left[\frac{\partial N_u(\xi)}{\partial \xi} \right]^T N_u(\xi) + \left[\frac{\partial N_v(\xi)}{\partial \xi} \right]^T N_v(\xi) \right) \end{array} \right] d\xi, \quad (2.68)$$

$$\mathbf{F}_f^x = \int_0^1 \left[\begin{array}{c} M_f g (-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \\ -A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} (-\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \end{array} \right] N_u^T(\xi) l_e d\xi, \quad (2.69)$$

$$\mathbf{F}_f^y = \int_0^1 \left[\begin{array}{c} M_f g (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi) \\ -A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi) \end{array} \right] N_v^T(\xi) l_e d\xi, \quad (2.70)$$

$$\mathbf{F}_f^z = \int_0^1 \left[\begin{array}{c} M_f g \cos \psi \cos \theta - A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - \frac{1}{2} C_f \rho_f D_o U_o^2 \\ + A_o \frac{\partial p_o}{\partial z} (1 - \cos \psi \cos \theta) \end{array} \right] N_w^T(\xi) l_e d\xi, \quad (2.71)$$

avec $\xi = z/l_e$.

Synthèse

Ce chapitre a présenté la modélisation du train de tiges immergé dans un puits de trajectoire 3D par la méthode des éléments finis. Les tiges sont modélisées par des éléments de poutre en utilisant l'approche globale. Les matrices liées à la tige sont obtenues par l'application des équations de Lagrange pour les expressions d'énergie cinétique et de déformation. Les efforts du fluide sont établis par l'approche locale. Les matrices correspondantes sont obtenues par le principe des travaux virtuels. L'assemblage EF aboutit au système d'équations du mouvement du train de tiges :

$$(\mathbf{M}_t + \mathbf{M}_f) \ddot{\boldsymbol{\delta}} + (\mathbf{C}_t + \mathbf{C}_{Ray} + \mathbf{C}_f) \dot{\boldsymbol{\delta}} + (\mathbf{K}_t + \mathbf{K}_f + \mathbf{K}_{gpo}) \boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_u + \mathbf{F}_c + \mathbf{WOB} + \mathbf{TOB}, \quad (2.72)$$

qui comporte :

- les couplages des trois mouvements (flexion, longitudinal, torsion) traduits par les matrices de raideur géométriques dues aux efforts axiaux à l'outil.
- les termes de sollicitation paramétrique (**WOB**, **TOB**)

- les termes non linéaires dûs aux touches tige-puits
- l'effet gyroscopique du train de tiges
- les amortissements structurel et du fluide
- les excitations du fluide, des balourds

Le comportement dynamique du train de tige est obtenu par la résolution des Equations 2.72. La position d'équilibre statique est calculée en ne considérant que les matrices de rigidité et les termes des forces statiques au seconde membre des Equations 2.72. Pour cela, il convient de mettre en œuvre différentes techniques numériques de résolution. L'état de précontrainte du train de tiges dû à la trajectoire gauche du puits peut être pris en compte en amont des calculs statique et dynamiques.

Chapitre 3

Calcul des comportements statiques et dynamiques

Sommaire

3.1	Comportement quasi-statique	60
3.1.1	Calcul de la trajectoire par la méthode co-rotationnelle	60
3.1.2	Calcul de la position d'équilibre quasi-statique	62
3.2	Comportement dynamique linéaire	64
3.2.1	Analyse modale. Méthode pseudo modale	64
3.2.2	Diagramme de Campbell	65
3.3	Comportement dynamique non-linéaire	68
3.3.1	Réponses temporelles	68
3.3.2	Schémas d'intégration temporelle	68
3.3.3	Réduction du modèle de calcul par la méthode Craig-Bampton	69

Ce chapitre est dédié au calcul des comportements du train de tiges de forage. Initialement, un calcul de la trajectoire ramène le train de tige de la position rectiligne, soit verticale soit horizontale vers la ligne neutre du puits. Le chargement intérieur déduit de cet étape prend en compte l'état de précontrainte du train de tige. Ensuite, la position d'équilibre quasi-statique de la tige au sein du puits est calculée sous l'action de la gravité, des forces du fluide, des efforts à l'outil, de l'effort dû à l'état précontrainte de la tige par la méthode itérative de Newton-Raphson. Le comportement vibratoire du train de tiges de forage peut alors être analysé par la dynamique linéaire (analyse modale, diagramme de Campbell) ou par la dynamique non linéaire : calcul transitoire avec un modèle EF complet ou réduit.

3.1 Comportement quasi-statique

3.1.1 Calcul de la trajectoire par la méthode co-rotationnelle

En réalité, la trajectoire d'un puits de forage est rarement rectiligne. Le train de tige est donc pré-chargé par son confinement au sein du puits de trajectoire 3D. Afin de prendre en compte cet état de précontrainte pour le calcul de sa position d'équilibre quasi-statique, un calcul de la trajectoire est requis. La Figure 3.1 représente la démarche incrémentale de la position initiale \mathcal{P}^0 à la position finale \mathcal{P}^N de la tige. Pour le calcul de la trajectoire, toutes les matrices et forces sont écrites dans le repère de référence R_0 . Les forces extérieures ne sont pas considérées. Des déplacements

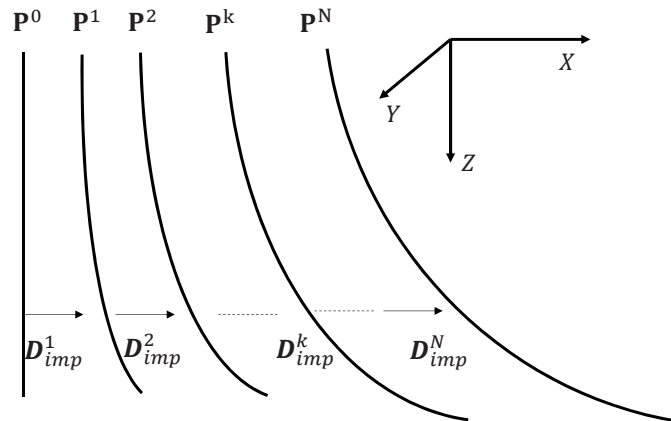


FIGURE 3.1 – Démarche incrémentale du calcul de la trajectoire

et rotations sont imposés en quelques nœuds. L'algorithme du calcul est détaillé dans [77] en se basant sur la formulation co-rotationnelle [78] à cause de grands déplacements et rotations. Les déplacements et rotations imposés sont divisés en N incréments. Le calcul de la trajectoire commence à l'incrément $k = 1$ correspondant à

la position initiale du train de tige. La position du train de tige à la fin de l'incrément k est déterminée par la résolution de l'équation d'équilibre statique non linéaire suivante :

$$\left[\mathcal{K}_t + \mathcal{K}_{gpa} \left(\mathcal{D}^k \right) \right] \mathcal{D}^k = -\mathcal{R}_{int} \left(\mathcal{D}^k \right), \quad (3.1)$$

avec \mathcal{D}^k le vecteur de déplacement total du train de tiges à l'incrément k ; $\mathcal{R}_{int} \left(\mathcal{D}^k \right)$ le chargement intérieur calculé en fonction de déplacements à l'incrément k ; \mathcal{K}_{gpa} la raideur géométrique liée aux chargements axiaux générés pendant le calcul de la trajectoire. En générale, la raideur géométrique due à la trajectoire du puits contient deux composantes :

$$\mathcal{K}_{gpa} = \mathcal{K}_{gpaF} + \mathcal{K}_{gpaC}, \quad (3.2)$$

avec \mathcal{K}_{gpaF} , \mathcal{K}_{gpaC} les raideurs géométriques liées à la force et au couple axiaux, respectivement. La position \mathcal{P}^k du train de tiges à l'incrément k est obtenue en rajoutant le déplacement \mathcal{D}^k à la position précédente \mathcal{P}^{k-1} :

$$\mathcal{P}^k = \mathcal{P}^{k-1} + \mathcal{D}^k. \quad (3.3)$$

Pourtant, dans le cas de grands déplacements et rotations, le signe "+" dans (3.3) n'est valable que pour les ddl de déplacements. Pour les ddl de rotation, la somme est obtenue par la formulation co-rotationnelle utilisant la théorie des quaternions. Le détail du calcul des quaternions est présenté dans Annexe A1. La résolution de (3.1) est réalisée par une méthode itérative de quatre étapes :

1. Initialisation des déplacements : $\mathcal{D}_0^k = \mathbf{0}$.
2. Calcul de la correction du vecteur \mathcal{D}_i^k à la $i^{\text{ème}}$ itération par :

$$d\mathcal{D}_i^k = \left[\mathcal{K}_t + \mathcal{K}_{gpa} \left(\mathcal{D}_i^k \right) + \mathcal{K}_p \left(\mathcal{D}_i^k \right) \right]^{-1} \left[-\mathcal{R}_{int} \left(\mathcal{D}_i^k \right) + \mathcal{R}_p \left(\mathcal{D}_i^k \right) \right]. \quad (3.4)$$

La matrice \mathcal{K}_p et le vecteur \mathcal{R}_p de pénalisation sont appliquées à la relation (3.4) pour prendre en compte des déplacements et rotations imposées :

$$\mathcal{K}_p \left(\mathcal{D}_i^k \right) = 10^6 c_p \mathcal{A}_p; \mathcal{R}_p = 10^6 c_p \mathcal{A}_p \mathcal{D}_{imp,i}^k, \quad (3.5)$$

avec c_p la valeur absolue maximale des termes dans $\mathcal{K}_p + \mathcal{K}_{gpa} \left(\mathcal{D}_i^k \right)$; \mathcal{A}_p la matrice dont sa diagonale contient des termes égaux à 1 pour les ddl imposés et à 0 pour les autres; $\mathcal{D}_{imp,i}^k$, le vecteur de déplacement contient des valeurs imposées pour les ddl correspondants et 0 pour les autres ddl.

La matrice de raideur géométrique due au calcul de la trajectoire \mathcal{K}_{gpa} et le chargement intérieur \mathcal{R}_{int} dépendent de la partie déformante du vecteur de déplacement élémentaire $\mathcal{D}_i^{k,e}$ d'incrément k . Pour un élément, le vecteur déplacement déformant s'écrit :

$$\mathcal{D}_{d,i}^{e,k} = [0, 0, 0, \theta_{d,x1}, \theta_{d,y1}, \theta_{d,z1}, 0, 0, w_{d,2}, \theta_{d,x2}, \theta_{d,y2}, \theta_{d,z2}]^T, \quad (3.6)$$

avec $w_{d,2} = l_e^k - l_e^{k-1}$ l'allongement d'un élément. Les déformations des angles de rotation $(\theta_{d,x}, \theta_{d,y}, \theta_{d,z})$ sont calculées par la formulation co-rotationnelle utilisant le produit des quaternions [78]. La procédure du calcul de vecteur de rotation déformante est présentée dans l'Annexe A1.1. Le chargement intérieur élémentaire à l'incrément k et à l'itération i est :

$$\mathcal{R}_{int}^e(\mathcal{D}_i^{e,k}) = [\mathcal{K}_t^e + \mathcal{K}_{gpa}^e(\mathcal{D}_i^{e,k})] \mathcal{D}_{d,i}^{e,k}. \quad (3.7)$$

L'assemblage des vecteurs de chargement intérieur élémentaire donne le vecteur de chargement intérieur total \mathcal{R}_{int} . La force axiale et le couple axial élémentaires à l'itération i sont déterminés en cumulant ceux des itérations et des incréments précédents :

$$F_{apa}^{e,k} = E_e S_e \frac{l_e^{k-1} - l_e^0}{l_e^0} + E_e S_e \frac{w_{d,2}}{l_e^{k-1}}; C_{apa}^{e,k} = \sum_{j=1}^{k-1} \frac{2G_e I_e}{l_e^{j-1}} \Delta\theta_{d,z}^j + \frac{2G_e I_e}{l_e^{k-1}} \Delta\theta_{d,z}^k, \quad (3.8)$$

avec l_e^j la longueur d'un élément à l'incrément j , $\Delta\theta_{d,z}$ la déformation en torsion calculée par le produit des quaternions des angles de rotation de deux nœuds d'élément dans (3.6). Les matrices géométriques dues au calcul de la trajectoire sont obtenues par l'assemblage des matrices géométriques élémentaires données par les relations (2.27) et (2.29).

3. Application des corrections :

$$\mathcal{D}_{i+1}^k = \mathcal{D}_i^k + d\mathcal{D}_i^k; \mathcal{D}_{imp,i+1}^k = \mathcal{D}_{imp,i}^k + \mathcal{A}_p d\mathcal{D}_i^k. \quad (3.9)$$

Les translations sont rajoutées terme à terme. Les rotations sont mises à jour par le produit des quaternions.

4. Critère d'arrêt de la boucle itérative : quand la valeur absolue du déplacement déformant $d\mathcal{D}_i^k$ est plus petite que le critère d'arrêt du calcul de la trajectoire ϵ_{pa} , la boucle itérative est arrêtée et la position du train de tige à l'incrément k est obtenue. Le processus est répété pour l'incrément $k+1$, et ainsi de suite jusqu'à l'incrément N . Le nombre total d'incrément est choisi pour que les rotations à chaque incrément soient inférieures à 30° [78].

3.1.2 Calcul de la position d'équilibre quasi-statique

Comme le vecteur des forces de contact est défini dans les repères locaux, pour la convenance du calcul, dans les chapitres ultérieurs, tous les matrices et vecteurs sont exprimés dans les repères locaux au lieu du repère de référence R_0 afin d'éviter la transformation entre ces deux repères à chaque itération.

Le calcul de la trajectoire donne le vecteur de chargement intérieur et les efforts

axiaux internes qui fournissent les matrices de raideur géométrique comme indiquées dans les relations (3.7) et (3.8). L'assemblage et ensuite la projection de ces vecteurs et matrices dans les repères nodaux donnent respectivement les forces et matrices totales liées au calcul de la trajectoire \mathbf{K}_{gpa} et \mathbf{F}_{pa} qui servent au calcul de la position quasi-statique du train de tiges pour prendre en compte son état de précontrainte due à la courbure du puits. La matrice \mathbf{K}_{gpa} et la force \mathbf{F}_{pa} sont rajoutées respectivement à la raideur du train de tiges et au vecteur de force statique extérieure. La position quasi-statique du train de tiges est obtenue par la résolution de l'équation d'équilibre suivante :

$$[\mathbf{K} + \mathbf{K}_{gpo}(\boldsymbol{\delta})] \boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_c^{qs}(\boldsymbol{\delta}), \quad (3.10)$$

avec \mathbf{K} la matrice de raideur du train de tiges prenant en compte les effets du fluide et de la trajectoire :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_t + \mathbf{K}_{gpa} + \mathbf{K}_f, \quad (3.11)$$

avec \mathbf{K}_{gpo} la raideur géométrique due aux efforts axiaux pendant le calcul quasi-statique. La force statique \mathbf{F}_s cumule les forces de gravité, du fluide et le chargement intérieur :

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_f + \mathbf{F}_{pa}. \quad (3.12)$$

Les forces de contact quasi-statiques sont les simplifications des équations de (2.30) à (2.35) :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{cn}^{qs} &= \begin{cases} -K_c(P) P \vec{n} & \text{si } P > 0 \\ \vec{0} & \text{si } P \leq 0 \end{cases}, \\ \vec{F}_{ct}^{qs} &= -\mu_r^{qs} \vec{F}_{cn}^{qs} \vec{t}, \\ \vec{T}_f^{qs} &= -\mu_r^{qs} \vec{F}_{cn}^{qs} R_e \vec{z}, \\ \vec{F}_{ca}^{qs} &= -\mu_a^{qs} \vec{F}_{cn}^{qs} \vec{z}, \\ \vec{M}_{fa}^{qs} &= \vec{F}_{ca}^{qs} R_e \vec{t}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Les coefficients de frottement radial et axial quasi-statiques sont calculés en utilisant le coefficient de frottement μ_s , la vitesse de rotation nominale du train de tiges Ω et le taux de pénétration du train de tiges à la formation ROP. La vitesse d'avancement est considérée homogène le long du train de tiges. Les coefficients de frottement axial et radial quasi-statique à chaque nœud sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mu_a^{qs} &= \frac{ROP}{\sqrt{ROP^2 + (R_e \Omega)^2}} \mu_s, \\ \mu_r^{qs} &= \frac{R_e \Omega}{\sqrt{ROP^2 + (R_e \Omega)^2}} \mu_s. \end{aligned} \quad (3.14)$$

La résolution de (3.10) est réalisée par la méthode itérative de Newton-Raphson selon quatre étapes :

1. Initialisation de la solution $\boldsymbol{\delta}_1$ de (3.10) sans l'effet de matrice géométrique par la résolution d'équation suivante :

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_c^{qs}(\boldsymbol{\delta}). \quad (3.15)$$

La résolution de (3.15) est présentée en détail dans l'Annexe A2.

2. La correction pour le déplacement de l'itération i $\boldsymbol{\delta}_i$ est :

$$d\boldsymbol{\delta}_i = - \left(\mathbf{K} - \frac{\partial \mathbf{F}_c^{qs}}{\partial \boldsymbol{\delta}} \Big|_{\boldsymbol{\delta}=\boldsymbol{\delta}_i} + \frac{\partial (\mathbf{K}_{gpo}(\boldsymbol{\delta}) \boldsymbol{\delta})}{\partial \boldsymbol{\delta}} \Big|_{\boldsymbol{\delta}=\boldsymbol{\delta}_i} \right)^{-1} [(\mathbf{K} + \mathbf{K}_{gpo}(\boldsymbol{\delta}_i)) \boldsymbol{\delta}_i - \mathbf{F}_s - \mathbf{F}_c^{qs}(\boldsymbol{\delta}_i)], \quad (3.16)$$

avec \mathbf{K}_{gpo} la matrice de raideur géométrique donnée par le calcul de la position d'équilibre quasi-statique comprenant deux composantes \mathbf{K}_{gpoF} et \mathbf{K}_{gpoC} liées aux efforts axiaux et construites à l'aide de (2.27) et (2.29). Si la solution initiale $\boldsymbol{\delta}_1$ est proche de la solution finale de (3.10), la variation de \mathbf{K}_{gpo} en fonction du vecteur de déplacement est négligeable, et la matrice Jacobienne de la contrainte géométrique est approximée par :

$$\frac{\partial (\mathbf{K}_{gpo}(\boldsymbol{\delta}) \boldsymbol{\delta})}{\partial \boldsymbol{\delta}} \Big|_{\boldsymbol{\delta}=\boldsymbol{\delta}_i} \simeq \mathbf{K}_{gpo}(\boldsymbol{\delta}_i). \quad (3.17)$$

3. Application de la correction :

$$\boldsymbol{\delta}_{i+1} = \boldsymbol{\delta}_i + d\boldsymbol{\delta}_i. \quad (3.18)$$

4. Critère d'arrêt : Si $\frac{\|d\boldsymbol{\delta}_i\|_2}{\|\boldsymbol{\delta}_{i+1}\|_2} < \epsilon_0$ la boucle est arrêtée, sinon le processus revient à l'étape 2. L'algorithme itératif converge à la position quasi-statique du train de tiges de forage $\boldsymbol{\delta}_s$

3.2 Comportement dynamique linéaire

3.2.1 Analyse modale. Méthode pseudo modale

Les premières valeurs propres et vecteurs propres $\boldsymbol{\Phi}$ du train de tiges de forage sont calculées par :

$$\mathbf{M}_{tot} \ddot{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{K}^* \boldsymbol{\delta} = \mathbf{0}, \quad (3.19)$$

avec \mathbf{M}_{tot} la matrice de masse totale du système prenant en compte l'effet du fluide :

$$\mathbf{M}_{tot} = \mathbf{M}_t + \mathbf{M}_f. \quad (3.20)$$

Les mêmes conditions aux limites utilisées pour le calcul d'équilibre statique sont reprises pour le calcul de la base modale. La matrice de raideur totale du système

de forage \mathbf{K}_{tot} prenant en compte les raideurs apportées par le calcul quasi-statique devient :

$$\mathbf{K}_{tot} = \mathbf{K} + \mathbf{K}_{gpo}. \quad (3.21)$$

Pour réduire le temps de calcul, la méthode pseudo-modale [68] est mise en oeuvre. La matrice \mathbf{K}_{tot} comprenant le Jacobien de la force de contact normal [79] symétrisée est alors :

$$\mathbf{K}^* = \frac{1}{2} \left[\mathbf{K}_{tot} - \frac{\partial \mathbf{F}_{cn}}{\partial \delta} + \left(\mathbf{K}_{tot} - \frac{\partial \mathbf{F}_{cn}}{\partial \delta} \right)^T \right]. \quad (3.22)$$

3.2.2 Diagramme de Campbell

Le calcul des fréquences et modes du système en rotation est réalisé avec l'équation homogène :

$$\mathbf{M}_{tot} \ddot{\delta} + \mathbf{C}_{tot} \dot{\delta} + \mathbf{K}^* \delta = \mathbf{0}, \quad (3.23)$$

avec \mathbf{C}_{tot} la matrice comprenant l'effet gyroscopique \mathbf{C}_t , l'amortissement structural \mathbf{C}_{Ray} et du fluide \mathbf{C}_f :

$$\mathbf{C}_{tot} = \mathbf{C}_t + \mathbf{C}_{Ray} + \mathbf{C}_f. \quad (3.24)$$

La matrice d'amortissement structural de Rayleigh est définie par :

$$\mathbf{C}_{Ray} = \alpha \mathbf{M}_t + \beta (\mathbf{K}_t + \mathbf{K}_{gpa} + \mathbf{K}_{gpo}), \quad (3.25)$$

avec α, β les coefficients de Rayleigh. La résolution de (3.23) est réalisée par la méthode soit directe soit pseudo-modale.

Méthode directe

Dans ce cas, l'Equation 3.23 est résolue avec tous les ddl du système. La solution est choisie sous forme :

$$\delta = \mathbf{X} e^{\lambda t}, \quad (3.26)$$

qui introduit dans l'Eq.3.23 donne :

$$\left(\lambda^2 \mathbf{M}_{tot} + \lambda \mathbf{C}_{tot} + \mathbf{K}^* \right) \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (3.27)$$

Le système (3.27) en considérant le vecteur d'état $(\dot{\delta}, \delta)^T$ s'écrit :

$$\lambda \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}_{tot} \\ \mathbf{M}_{tot} & \mathbf{C}_{tot} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \mathbf{X} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_{tot} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \mathbf{X} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (3.28)$$

Les valeurs propres λ obtenues sont complexes à cause de \mathbf{C}_{tot} . D'autre part, comme \mathbf{C}_{tot} dépend de la vitesse de rotation, l'équation (3.28) doit être résolue pour chaque vitesse de rotation. La représentation de la partie imaginaire des valeurs propres en fonction de la vitesse de rotation donne le diagramme de Campbell [68], alors que la partie réelle indique l'instabilité du mode quand elle devient positive.

Méthode de réduction pseudo-modale

La résolution de (3.23) est réalisée par une réduction de nombre de ddl en utilisant la base pseudo-modale obtenue par (3.19). Dans la base Φ , l'Equation (3.28) devient :

$$r \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{m} \\ \mathbf{m} & \mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r\mathbf{q} \\ \mathbf{q} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r\mathbf{q} \\ \mathbf{q} \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad (3.29)$$

avec \mathbf{q} , le vecteur des variables modales,

$$\mathbf{m} = \Phi^T \mathbf{M}_{tot} \Phi; \quad \mathbf{c} = \Phi^T \mathbf{C}_{tot} \Phi; \quad \mathbf{k}^* = \Phi^T \mathbf{K}^* \Phi; \quad \mathbf{X} = \Phi \mathbf{q}. \quad (3.30)$$

Le calcul du diagramme de Campbell avec le système (3.30) présente une grande réduction du temps de calcul par rapport à celui de la méthode directe. Les modes ciblés avec la méthode pseudo-modale sont fort proches de ceux obtenus avec la méthode directe.

Classification des modes du diagramme de Campbell

Pour bien distinguer la nature des vibrations du train de tiges de forage en utilisant le diagramme de Campbell, les modes en rotation qui mobilisent tous les ddl sont toutefois classifiés en trois catégories : (F) "flexion", (T) "torsion" et (L) "longitudinal". Le critère de classification se base sur les trois indicateurs suivants :

$$\mathcal{S}_i = \frac{\sum_e T_i^e}{\sum_{e,i} T_{e,i}^e} + \frac{\sum_e U_i^e}{\sum_{e,i} U_{e,i}^e}; i = F, T, L, \quad (3.31)$$

où :

$$T_i^e = \frac{1}{2} |(\lambda \mathbf{X}_i^e)^H \mathbf{M}_{tii}^e (\lambda \mathbf{X}_i^e)|, \quad U_i^e = \frac{1}{2} |(\lambda \mathbf{X}_i^e)^H \mathbf{K}_{tii}^e (\lambda \mathbf{X}_i^e)|, \quad (3.32)$$

avec $()^H$ l'opération de transposée conjuguée; \mathbf{X}_i^e , \mathbf{M}_{tii}^e , \mathbf{K}_{tii}^e les sous-vecteurs et matrices élémentaires de \mathbf{X}^e , \mathbf{M}_t^e , \mathbf{K}_t^e correspondant aux mouvements en flexion, torsion et longitudinal, respectivement. Les deux termes de \mathcal{S}_i correspondent respectivement à la contribution des énergies cinétique et de déformation. La valeur maximale de chaque terme dans \mathcal{S}_i est égale à 1, il prend pour valeur maximale 2. Un mode est considéré comme : (F) si $\mathcal{S}_F > \mathcal{S}_T, \mathcal{S}_L$; (T) si $\mathcal{S}_T > \mathcal{S}_F, \mathcal{S}_L$, (L) si $\mathcal{S}_L > \mathcal{S}_F, \mathcal{S}_T$.

Critère de suivi des modes du diagramme de Campbell

Pour chaque pas de vitesse de rotation, les modes propres du système sont numérotés dans l'ordre croissant de la partie imaginaire de la valeur propre. Pourtant, la forme modale associée à la $k^{\text{ème}}$ valeur propre à une vitesse de rotation peut ne pas correspondre à $k^{\text{ème}}$ valeur propre de la vitesse suivante. Cela provoque des difficultés pour relier des fréquences en fonction de la vitesse de rotation dans le diagramme de Campbell lorsqu'il y a des croisements potentiels de modes. Il existe différents critères de corrélation des modes propres du système dans la littérature :

- MAC (Modal Assurance Criterion) La matrice de corrélation est déterminée par la relation suivante :

$$MAC_{i,j} = \frac{(\Phi_i^H \mathbf{W} \Phi_j)^2}{(\Phi_i^H \mathbf{W} \Phi_i) (\Phi_j^H \mathbf{W} \Phi_j)}, \quad (3.33)$$

avec Φ_i le mode i^{em} de la première base, Φ_j le mode j^{em} de la deuxième base, \mathbf{W} la matrice de pondération.

- IERI (Indicateur Énergétique de Régularité d'Interface) L'indicateur énergétique est définie par la relation suivante :

$$IERI_{i,j} = \frac{[(\Phi_i - \Phi_j)^H \mathbf{W} (\Phi_i - \Phi_j)]^2}{(\Phi_i^H \mathbf{W} \Phi_i)^2 + (\Phi_j^H \mathbf{W} \Phi_j)^2}. \quad (3.34)$$

La matrice de pondération peut prendre différentes formes : matrice d'identité, de masse ou de rigidité de la structure considérée. Pourtant, les critères MAC et IERI n'assurent pas la propriété d'orthogonalité des modes propres par rapport à la matrice de pondération. Mogenier et al. [80] ont proposé un nouveau critère de corrélation NC²O (Normalized Cross Complex Orthogonality) qui présente plus d'avantages que les classiques critères de la littérature pour le processus d'appariement des formes modales appartenant à deux bases différentes en considérant la propriété de bi-orthogonalité des vecteurs propres complexes gauches et droits. Pour à cela, le critère NC²O est utilisé pour suivre l'évolution des modes du diagramme de Campbell.

La matrice NC^2O pour les vecteurs propres gauches des modes i et j : ${}^g\Phi_i^k, {}^g\Phi_i^{k+1}, {}^g\Phi_j^k, {}^g\Phi_j^{k+1}$ et droits : ${}^d\Phi_i^k, {}^d\Phi_i^{k+1}, {}^d\Phi_j^k, {}^d\Phi_j^{k+1}$ pour deux vitesses de rotation k et $k+1$ est définie par la relation suivante :

$$NC^2O_{i,j}^{k,k+1} = \frac{|({}^g\Phi_j^{k+1})^T \mathbf{W}_{i,j}^{k,k+1} ({}^d\Phi_i^k)|^2}{\left[({}^g\Phi_j^{k+1})^T \mathbf{W}_{j,j}^{k+1,k+1} ({}^d\Phi_j^{k+1})\right] \left[({}^g\Phi_i^k)^T \mathbf{W}_{i,i}^{k,k} ({}^d\Phi_i^k)\right]}, \quad (3.35)$$

où la matrice de pondération est définie par :

$$\mathbf{W}_{i,j}^{k,k+1} = \lambda_i^k \lambda_j^{k+1} \mathbf{M}_{tot} - \mathbf{K}_{tot}, \quad (3.36)$$

avec λ_i^k la valeur propre i associée au vecteur propre complexe gauche ${}^g\Phi_i^k$ et droit ${}^d\Phi_i^k$ calculée à la vitesse k , λ_j^{k+1} la valeur propre j associée au vecteur propre complexe gauche ${}^g\Phi_j^{k+1}$ et droit ${}^d\Phi_j^{k+1}$ calculée à la vitesse $k+1$.

3.3 Comportement dynamique non-linéaire

Après le calcul quasi-statique, la position d'équilibre statique du train de tiges de forage δ_s est utilisée comme la solution initiale du calcul du comportement dynamique. La vibration du train de tiges est donnée par rapport à la ligne neutre du puits.

3.3.1 Réponses temporelles

La réponse dynamique du train de tige de forage aux sollicitations est obtenue par la résolution dans le temps du système de n équations différentielles suivant :

$$\mathbf{M}_{tot}\ddot{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{C}_{tot}\dot{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{K}_{tot}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_c(\boldsymbol{\delta}, \dot{\boldsymbol{\delta}}) + \mathbf{F}_u(t), \quad (3.37)$$

qui est résolu à l'aide d'un schéma d'intégration temporelle.

3.3.2 Schémas d'intégration temporelle

Il existe différentes méthodes d'intégration temporelle pas-à-pas développées dans la littérature, par exemple Newmark (NM) [81] et Runge-Kutta (RK) [82, 83, 84]. Elles sont utilisées largement pour le calcul des réponses dynamiques non-linéaires de systèmes mécaniques. Chaque méthode présente des avantages et également des inconvénients en fonction du domaine d'application. La méthode NM à accélération constante est inconditionnellement stable pour un problème de dynamique linéaire [85]. La convergence du résultat peut être atteinte avec un pas de temps assez grand. Pourtant, la stabilité de cette méthode est inversement proportionnelle à la non-linéarité du problème qui demande d'introduire la procédure itérative de Newton-Raphson (NR) à chaque pas de temps du calcul [86]. Le schéma d'intégration temporelle de Runge-Kutta à l'ordre 4 (RK4) est implémenté régulièrement dans les codes de calcul dynamique non-linéaire grâce à sa facilité de mise en œuvre. Néanmoins, la taille du système à résoudre est doublée. De plus, pour assurer la stabilité, RK4 demande un pas de temps suffisamment petit (inférieur au $1/20$ de la plus petite période du système et des excitations). Pour renforcer l'efficacité des schémas numériques susmentionnés, des techniques de contrôle du pas de temps sont développées dans [84, 87, 88].

La dynamique du train de tiges de forage est un problème très complexe à cause de la taille du système d'équations à résoudre et des multi-contacts tige-puits produits par les amplitudes de vibrations latérales. Le choix d'un schéma numérique avec un temps de calcul raisonnable est donc primordial. Des comparaisons entre différents schémas de NM et RK4 ont été réalisées dans [89]. La méthode RK4 à pas de temps adaptatif a montré une bonne performance de calcul avec une précision acceptable. Elle est choisie finalement pour résoudre le système d'équations montré dans (3.37). La méthode RK4 est utilisée pour résoudre l'équation différentielle

d'ordre 1 : $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), t)$. Pour un problème dynamique, l'Equation (3.37) prenant en compte la variable d'état $\mathbf{x} = (\boldsymbol{\delta}, \dot{\boldsymbol{\delta}})^T$, devient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{tot} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\delta}} \\ \ddot{\boldsymbol{\delta}} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{K}_{tot} & \mathbf{C}_{tot} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ \dot{\boldsymbol{\delta}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F}(\ddot{\boldsymbol{\delta}}, \dot{\boldsymbol{\delta}}, t) \end{pmatrix}. \quad (3.38)$$

La technique de contrôle du pas de temps de calcul de la méthode RK4 par des facteurs constants est constituée de 4 étapes :

1. Solutions du système à l'instant t : $\mathbf{x}(t)$.
2. Calcul des solutions à l'instant $t + dt$: $\mathbf{x}^{(1)}(t + dt)$ et de deux fois à l'instant $t + dt/2$: $\mathbf{x}^{(2)}(t + dt/2)$.
3. Calcul de l'erreur de troncature [84] : $\mathbf{e} = \max(|\mathbf{x}^{(1)}(t + dt) - \mathbf{x}^{(2)}(t + dt/2)|) / 15$.
4. Si $\mathbf{e} \leq \epsilon_0 \Rightarrow dt_{new} = b \times dt_{old}$, $\mathbf{x}(t + dt)$ et $t = t + dt_{new}$. Si non :
 - Si $\epsilon_0/100 < \mathbf{e} \leq \epsilon_0 \Rightarrow \mathbf{x}(t + dt)$ et $t = t + dt_{old}$,
 - Si non, $dt_{new} = dt_{old}/a$, retour à l'étape 2.

a, b, ϵ_0 sont les paramètres de contrôle choisis par l'utilisateur. Il faut bien noter que plus ϵ_0 est petit, plus le résultat est précis et plus le temps de calcul devient important. Les valeurs de 1.1, 1.01 et 1E-2 pour les paramètres a, b, ϵ_0 sont choisies pour avoir la convergence des résultats dynamiques avec un temps de calcul raisonnable.

3.3.3 Réduction du modèle de calcul par la méthode Craig-Bampton

Le modèle d'EF du train de tiges de forage contient un grand nombre de ddl qui prennent une large mémoire de stockage et induisent un grand temps de calcul. Différentes méthodes de réduction de la taille du modèle EF sont développées dans la littérature [90, 91, 92, 93, 94], elles se différencient par la façon de calculer et d'utiliser la base modale pour décrire les déplacements de la structure considérée. En pratique, les méthodes de réduction sont classées en quatre catégories d'interface : libre, fixe, mixte et chargée [95]. Des comparaisons sur la performance de calcul entre deux méthodes de réduction modale à l'interface fixe Craig-Bampton (CB) et à l'interface libre Craig-Martinez (CM), les plus utilisées dans la littérature et également dans les codes industriels sont réalisées dans [95] pour des modèles simples, 2D et 3D. Selon l'auteur, la méthode CB présente plusieurs avantages pour un problème 3D complexe non-linéaire que la méthode CM. De plus, sa mise en œuvre est plus simple. Conformément aux raisons mentionnées ci-dessus, la méthode de condensation dynamique de CB est choisie pour réduire la taille du modèle EF du train de tiges de forage dans ce travail. Des grandes lignes de la méthode CB sont citées ci-après.

Modes statiques et modes dynamiques

Les ddl du train de tiges sont partitionnés d'une part en ddl de frontière δ_f aptes à porter les forces nodales équivalentes et les forces de contact déterminées par le calcul de la position statique, et d'autre part en ddl internes, les ddl restants.

$$\delta = \begin{pmatrix} \delta_f \\ \delta_i \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

La base modale de CB comprend des modes statiques et des modes dynamiques. Les modes statiques sont les déformées statiques de la structure obtenues en imposant successivement un déplacement ou une rotation unitaire à un ddl de frontière. Tous les autres ddl de frontière sont bloqués. Par conséquence, le nombre de modes statiques est égale au nombre de ddl de frontière. La matrice Φ_f des modes statiques est définie par la relation suivante [96] :

$$\Phi_f = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{ff} \\ -\mathbf{K}_{tot,ii}^{-1} \mathbf{K}_{tot,if} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{ff} \\ \varphi_f \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

Les modes dynamiques mobilisent les ddl intérieurs, les ddl de frontière étant bloqués. Pour réduire la taille du modèle EF, seuls les η premiers modes dynamiques sont retenus dans la base de CB, ce qui affecte la précision de la solution finale du problème. La matrice des modes de la structure avec δ_f bloqués est définie par la relation suivante :

$$\Phi_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{fd} \\ \varphi_d \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

où d désigne l'ensemble des indices de η premiers modes dynamiques. Chaque colonne φ_{dj} de φ_d est la solution du problème de valeur propre ci-dessous :

$$\omega_j^2 \mathbf{M}_{tot,ii} \varphi_{dj} = \mathbf{K}_{tot,ii}^* \varphi_{dj}, \quad (3.42)$$

avec $\mathbf{K}_{tot}^* = (\mathbf{K}_{tot} + \mathbf{K}_{tot}^T)/2$. Les modes statiques et dynamiques forment la matrice de réduction CB $\Phi_{CB} = \begin{bmatrix} \Phi_f & \Phi_d \end{bmatrix}$. Le vecteur de déplacement du système δ est approximé par le changement de variables réduit :

$$\delta \simeq \Phi_{CB} \mathbf{q}, \forall t \geq 0, \quad (3.43)$$

avec :

$$\Phi_{CB} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{ff} & \mathbf{0}_{fd} \\ \varphi_f & \varphi_d \end{bmatrix}, \mathbf{q}^{CB} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_f^{CB} \\ \mathbf{q}_d^{CB} \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Équation de mouvement du modèle réduit CB

L'équation (3.43) à l'instant $t = 0$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\varphi_f \mathbf{q}_f^{CB}(0) + \varphi_d \mathbf{q}_d^{CB}(0) &= \boldsymbol{\delta}_i(0), \\ \mathbf{q}_f^{CB}(0) &= \boldsymbol{\delta}_f(0).\end{aligned}\quad (3.45)$$

Donc : $\varphi_d \mathbf{q}_d^{CB}(0) = \boldsymbol{\delta}_i(0) - \varphi_f \mathbf{q}_f^{CB}(0)$. Comme le nombre de modes dynamiques retenus est inférieur au nombre de ddl internes du système, la matrice Φ_{CB} n'est plus carrée. Par conséquent, en connaissant le vecteur de déplacement initial $\boldsymbol{\delta}(0)$, le vecteur de déplacement réduit $\mathbf{q}_d^{CB}(0)$ est la solution du problème de minimisation suivante :

$$\min \left\| \varphi_d \mathbf{q}_d^{CB}(0) - \boldsymbol{\delta}_i(0) + \varphi_f \boldsymbol{\delta}_f(0) \right\|_2^2. \quad (3.46)$$

Donc :

$$\mathbf{q}_d^{CB}(0) = \left(\varphi_d^T \varphi_d \right)^{-1} \varphi_d^T \left[\boldsymbol{\delta}_i(0) - \varphi_f \boldsymbol{\delta}_f(0) \right]. \quad (3.47)$$

La même procédure est appliquée pour le vecteur réduit de vitesse :

$$\dot{\mathbf{q}}_d^{CB}(0) = \left(\varphi_d^T \varphi_d \right)^{-1} \varphi_d^T \left[\dot{\boldsymbol{\delta}}_i(0) - \varphi_f \dot{\boldsymbol{\delta}}_f(0) \right]. \quad (3.48)$$

Finalement, les conditions initiales du système réduit sont :

$$\begin{aligned}\mathbf{q}^{CB}(0) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_f(0) \\ \left(\varphi_d^T \varphi_d \right)^{-1} \varphi_d^T \left[\boldsymbol{\delta}_i(0) - \varphi_f \boldsymbol{\delta}_f(0) \right] \end{bmatrix}, \\ \dot{\mathbf{q}}^{CB}(0) &= \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\delta}}_f(0) \\ \left(\varphi_d^T \varphi_d \right)^{-1} \varphi_d^T \left[\dot{\boldsymbol{\delta}}_i(0) - \varphi_f \dot{\boldsymbol{\delta}}_f(0) \right] \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (3.49)$$

L'équation de mouvement du système réduit issu de la projection du système complet (3.37) dans la base de CB s'écrit :

$$\mathbf{m}_{CB} \ddot{\mathbf{q}}^{CB} + \mathbf{c}_{CB} \dot{\mathbf{q}}^{CB} + \mathbf{k}_{CB} \mathbf{q}^{CB} = \mathbf{f} \left(t, \Phi_{CB} \mathbf{q}^{CB}, \Phi_{CB} \dot{\mathbf{q}}^{CB} \right), \quad (3.50)$$

avec $\mathbf{m}_{CB} = \Phi_{CB}^T \mathbf{M}_{tot} \Phi_{CB}$, $\mathbf{c}_{CB} = \Phi_{CB}^T \mathbf{C}_{tot} \Phi_{CB}$, $\mathbf{k}_{CB} = \Phi_{CB}^T \mathbf{K}_{tot} \Phi_{CB}$.

L'équation (3.50) est résolue par un schéma d'intégration temporelle RK4 à pas adaptatif décrit dans le paragraphe 3.3.2.

Synthèse

Ce chapitre a présenté les techniques numériques pour calculer le comportement statique puis dynamique du train de tiges. Les choix effectués ont pour but de prévoir le comportement global de toute la structure. Ainsi, il a été nécessaire de prendre des hypothèses et des options pour réduire les temps de calcul des simulations à réaliser au code de calcul présenté par le chapitre suivant.

Chapitre 4

Outil de simulation numérique

Sommaire

4.1	Introduction sur le logiciel DrillSim	73
4.2	Fonctionnement de DrillSim	76
4.3	Simulation avec DrillSim	79
4.3.1	Calcul de parcours	79
4.3.2	Calcul de positions quasi-statiques	81
4.3.3	Comparaison des modes propres avec les résultats analytiques dans [17]	88
4.3.4	Diagramme de Campbell du train de tiges de longueur 2000 m immergé dans un puits de trajectoire 3D complexe	90

Ce chapitre présente le code de calcul développé dans le cadre du projet LabCom DrillLab qui est implémenté dans un logiciel appelé DrillSim (Drilling Simulation) dédié à la simulation de différents comportements mécaniques du train de tiges de forage. Il met en œuvre les méthodes et techniques présentées au chapitre 3.

4.1 Introduction sur le logiciel DrillSim

DrillSim est un logiciel de calcul par la méthode des éléments finis développé sous Matlab. Il comprend six modules de calcul, voir la Figure 4.1.

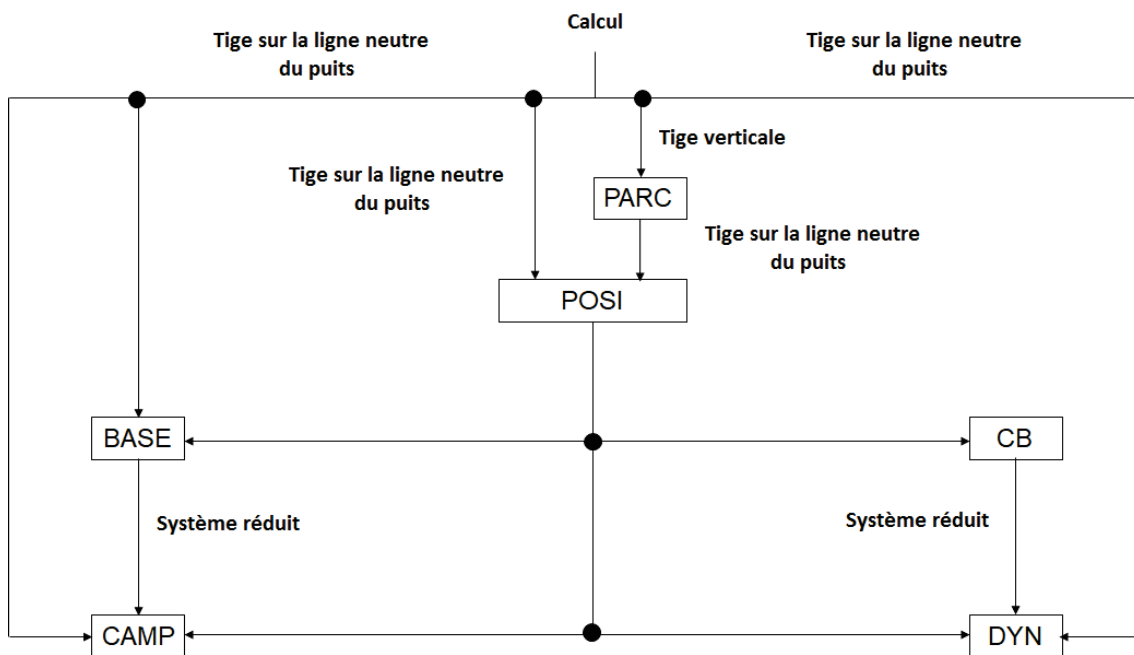


FIGURE 4.1 – Organigramme du logiciel DrillSim.

1. PARC : calcul du parcours qui ramène la tige à la ligne neutre du puits à partir de sa position initiale droite selon l'axe OZ de R_0 .
 - Hypothèse : ce calcul ne considère pas les effets du fluide, les efforts extérieurs, la gravité et le contact tige-puits.
 - Objectifs : calcul des efforts axiaux et des chargements intérieurs de chaque élément dûs au parcours 3D.
 - Méthodes :
 - * Formulation co-rotationnelle.
 - * Algorithme incrémental.
2. POSI : calcul de la position statique du train de tiges dans le puits.

- Hypothèses : les effets du fluide, les efforts statiques extérieurs, la gravité et les contacts tige-puits avec ou sans frottement tangentiel (position statique ou quasi-statique) sont pris en compte.
 - Objectifs :
 - * Calcul des déplacements et des rotations, des efforts axiaux de chaque élément pour prendre en compte les précontraintes dans les étapes suivantes.
 - * Identifier des nœuds de contact pour les étapes suivantes.
 - Méthodes : la méthode principale est la méthode de Newton-Raphson.
3. BASE : calcul de la base modale linéaire en prenant en compte les forces de contact normales linéarisées.
- Hypothèse :
 - * Aucun amortissement n'est considéré.
 - * Les effets du fluide et les précontraintes dues au calcul statique sont pris en compte.
 - * Les nœuds de contact en statique sont supposés rester en contact pendant la dynamique : la matrice Jacobienne de la force de contact normale par rapport au déplacement est ajoutée à la matrice de rigidité du système [79].
 - * La vitesse de rotation est constante par rapport au temps et homogène le long de la tige.
 - Objectifs : obtenir les valeurs propres et les vecteurs propres pour réduire le système du calcul du diagramme de Campbell.
 - Méthodes : fonction eigs de Matlab.
4. CAMP : calcul du diagramme de Campbell (modes en rotation).
- Hypothèses :
 - * Ce calcul considère les effets du fluide, les forces statiques extérieures, l'amortissement et les précontraintes dues au calcul statique.
 - * Les nœuds de contact en statique sont supposés rester en contact pendant la dynamique.
 - * La vitesse de rotation est constante par rapport au temps et homogène le long de la tige.
 - Objectifs :
 - * Calcul du diagramme de Campbell qui représente l'évolution des valeurs propres du système en fonction de la vitesse de rotation.
 - * Identifier les vitesses de rotation qui risquent d'induire les instabilités ou les résonances dangereuses de la vibration (vitesses critiques).

- Méthodes :
 - * Calcul avec le système complet ou avec la méthode de réduction modale en utilisant la base obtenue par BASE et la fonction eigs de Matlab.
 - * Des modes sont classifiés en 3 types : F « quasi-Flexion », T « quasi-Torsion », L « quasi-traction/compression ».
 - * Tris des modes [80] : le suivi de la forme des modes est effectué par les critères MAC et NC2O, NC2O étant plus efficace que MAC.
5. CB : calcul de la base de Craig-Bampton [95, 96].
- Hypothèses :
 - * Aucun amortissement est considéré.
 - * Ce calcul considère les effets du fluide, les efforts extérieurs, la gravité et les précontraintes dues au calcul statique.
 - * La vitesse de rotation est constante par rapport au temps et homogène le long de la tige.
 - Objectifs : calcul de la base de réduction la plus adaptée pour la dynamique non-linéaire due aux contacts tige-puits dans DYN.
 - Méthodes :
 - * Choix des degrés de liberté (ddl) de contour :
 - Déplacements latéraux des nœuds en contact de la position statique.
 - ddl soumis aux efforts nodaux.
 - * Calcul des vecteurs des modes statiques.
 - * Calcul des valeurs propres et vecteurs propres des modes dynamiques.
 - * Base de CB : modes statiques + modes dynamiques.
6. DYN : calcul de la dynamique non-linéaire du train de tiges dans un puits.
- Hypothèses :
 - * Ce calcul considère les effets du fluide, les forces statiques extérieures, la gravité, l'amortissement et les précontraintes dues au calcul statique.
 - * La vitesse de rotation peut être imposée à plusieurs nœuds. Tous les nœuds doivent suivre la même loi de vitesse de rotation.
 - * Plusieurs lois de vitesses de rotation sont considérées. Le calcul ne considère qu'une seule loi à la fois.
 - Objectifs : calcul des déplacements et des vitesses de la tige en fonction du temps.

- Méthodes :
 - * Calcul avec le système complet ou avec la méthode de réduction dynamique avec la base de CB.
 - * Le déplacement initial est obtenu par la position statique.

Le calcul n'utilise pas forcément tous les 6 modules. La relation entre ces modules pour différentes situations du calcul est représentée par Fig.4.1.

4.2 Fonctionnement de DrillSim

DrillSim comprend 2 parties : le calcul et le post-processeur. Avant de lancer le calcul avec logiciel DrillSim, un fichier de données (.dat) doit être établi. Ce fichier contient des informations sur :

- Les coordonnées des nœuds discrétisés sur la ligne neutre du train de tiges.
- Des descriptions sur des propriétés géométriques du train de tiges et du puits de forage : Les tiges sont modélisées par des tubes ayant des diamètres intérieur et extérieur. Le puits modélisé par l'ensemble des butées radiales prenant en compte le jeu tige-puits. Chaque butée est assignée par des paramètres de la loi de contact. Le fluide circule à l'intérieur de la tige et dans l'espace annulaire tige-puits.
- La description des éléments, le maillage du modèle contient principalement des éléments de poutre (tiges), de fluide et des butées.
- Des propriétés de matériaux de la tige (masse volumique, module d'Young, coefficient de Poisson, coefficients d'amortissement structuraux) et du fluide (densité, coefficient de frottement fluide-structure, viscosité, paramètres rhéologiques, débit).
- Des modules à calculer (mentionnés dans paragraphe précédent).

Une fois que le fichier de données est prêt, les calculs peuvent être lancés dans la fenêtre principale du logiciel DrillSim montrée sur la Figure 4.2. La possibilité d'exécuter le calcul sans passer par l'interface a également été implémentée dans DrillSim batch, qui permet d'utiliser le cluster de calcul du LaMCoS.

Le post-processeur permet de visualiser sous forme graphique les résultats des calculs, voir la Figure 4.3 :

- Tracé des résultats du calcul de parcours.
- Tracé des résultats de la position statique.
- Tracé des résultats du calcul de la base modale et la forme modale 3D.

- Tracé du diagramme de Campbell et des modes en rotation.
- En réponse non linéaires, tracé des évolutions temporelles, de l'animation, de l'analyse spectrale et de spectrogramme.
- Tracé du maillage et du puits.

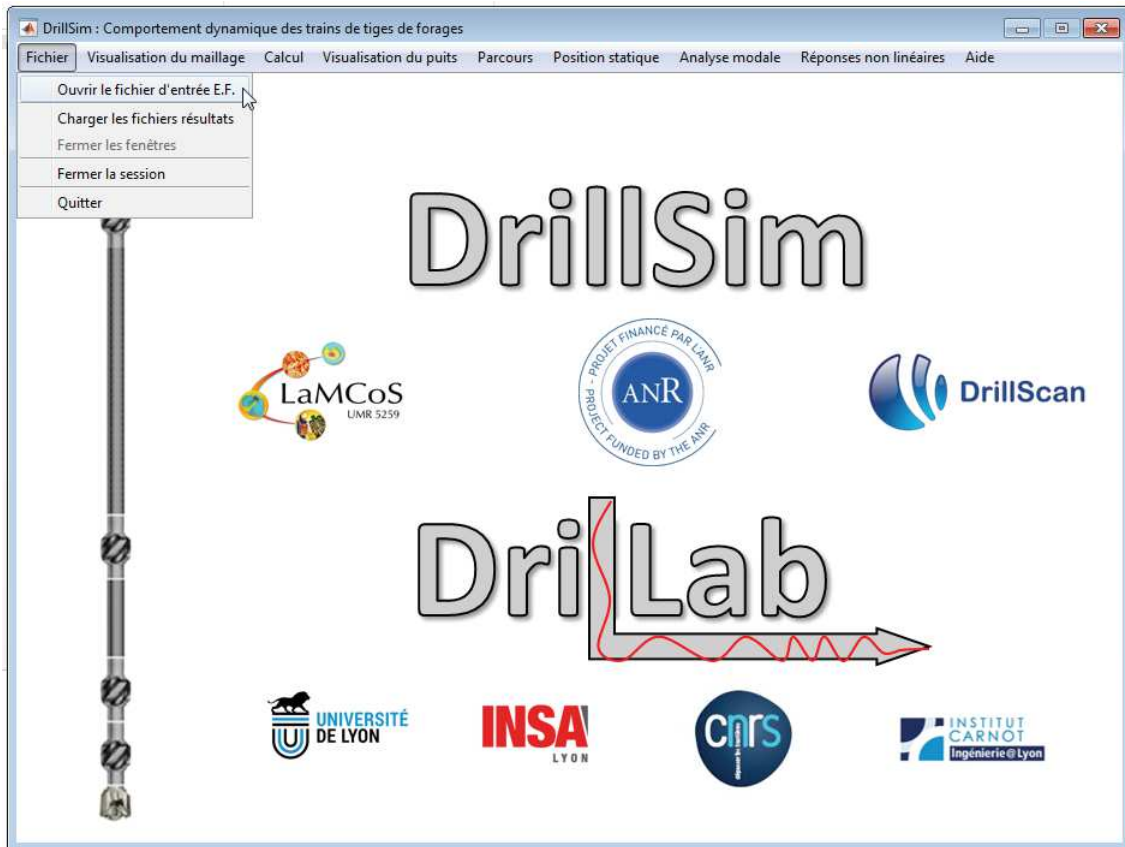


FIGURE 4.2 – Fenêtre principale du logiciel DrillSim.

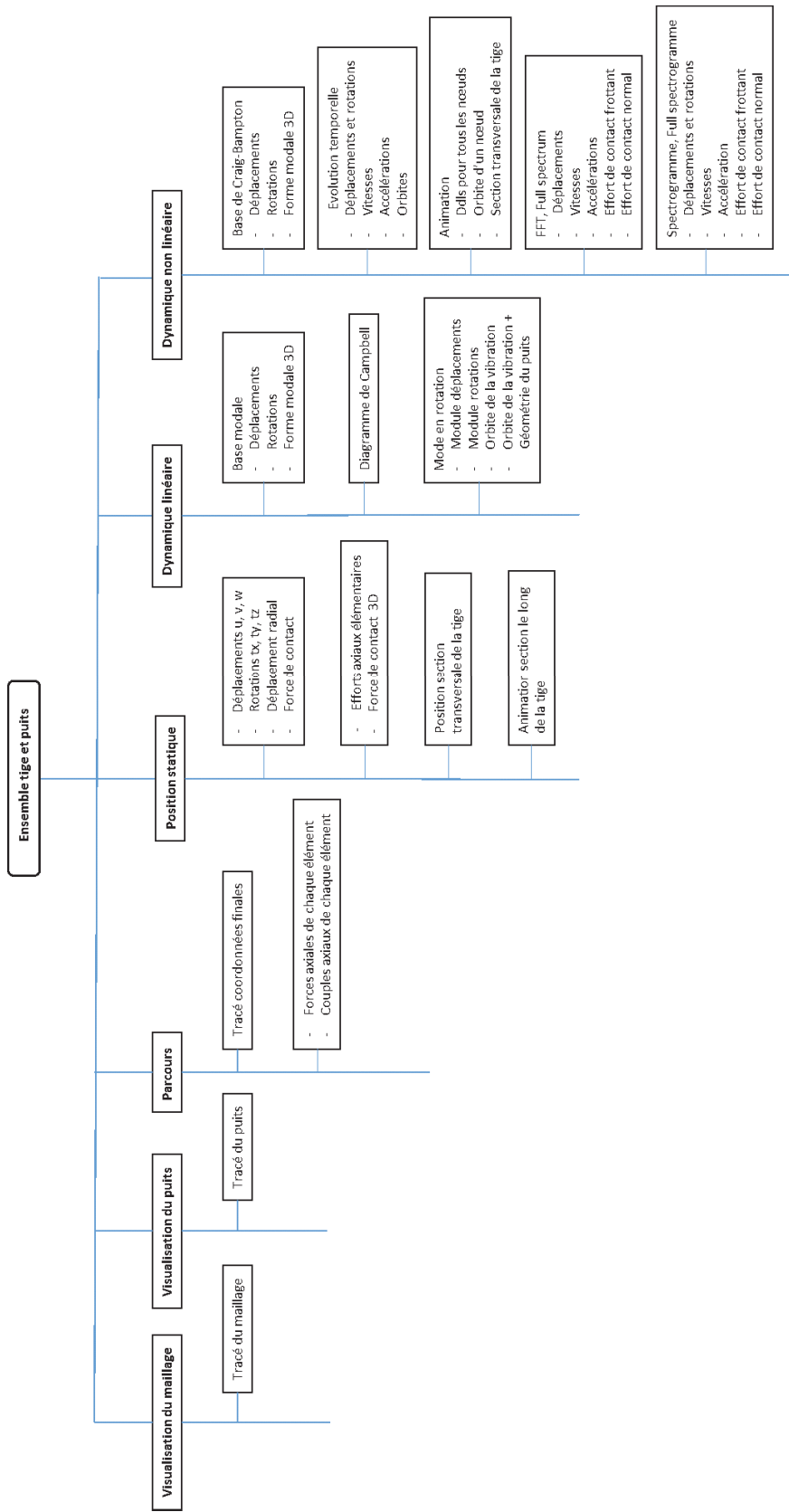


FIGURE 4.3 – Post-traitement du logiciel Drillsim.

4.3 Simulation avec DrillSim

Afin de valider les différents modules de calcul de DrillSim, une batterie de tests est effectuée en s'appuyant sur les résultats de la littérature et sur ceux de logiciels déjà existants dans le métier.

4.3.1 Calcul de parcours

Les résultats extraits du module de calcul de parcours (PARC) sont comparés avec les résultats analytiques pour un cas test simple. Soit un problème de flexion pure d'un train de tiges homogène de longueur totale $L_{tot} = 157.08$ m, de rayon intérieur $R_i = 0.04$ m, de rayon extérieur $R_e = 0.06$ m. La tige est en acier avec des caractéristiques classiques : $E = 2.03 \text{ e}11$ N/m, coefficient de Poisson $\nu = 0.3$, masse volumique $\rho = 7900$ kg/m³. La tige est fléchie en formant un quart de cercle de rayon $R = 100$ m, voir la Figure 4.4. La courbure est homogène le long de la tige et

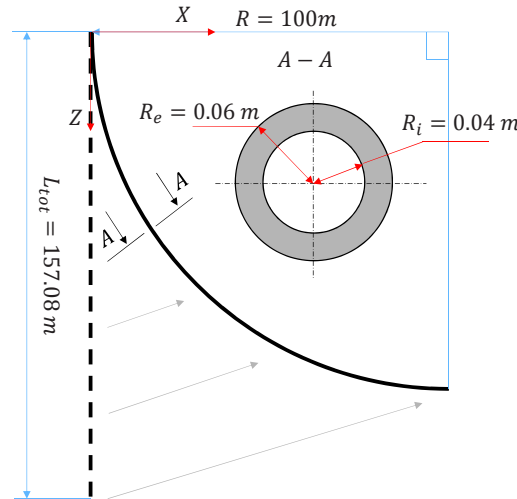


FIGURE 4.4 – Cas test Quart de cercle

vaut $c = 1/R = 0.01\text{m}^{-1}$. Pour un problème de flexion pure, le moment de flexion suivant y pour ramener la tige de la position verticale à la position finale est :

$$M_{fy} = E I c = E \pi (R_e^4 - R_i^4) c / 4 = 1.6581\text{e}4 \text{ N.m} \quad (4.1)$$

La tige est discrétisée par 100 éléments équadistants. Le processus du calcul de parcours est réalisé par 10 incréments indiqués sur la Figure 4.5. La tige est fléchie dans le plan XZ , donc les efforts axiaux sont nuls comme montrés sur la partie à droite de la Figure 4.5. La comparaison du moment de flexion suivant Y montre une bonne cohérence entre le calcul analytique et le calcul du parcours, voir la Figure

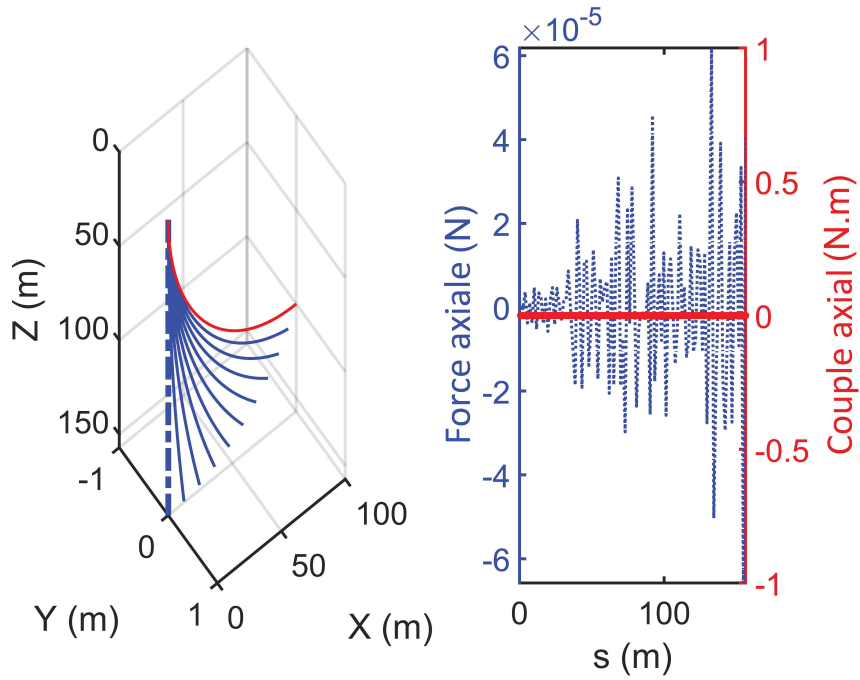


FIGURE 4.5 – Calcul de parcours et efforts axiaux pour le cas test Quart de cercle

4.6. Les pics sur la courbe obtenue par DrillSim correspondent aux points auxquels les pentes sont imposées.

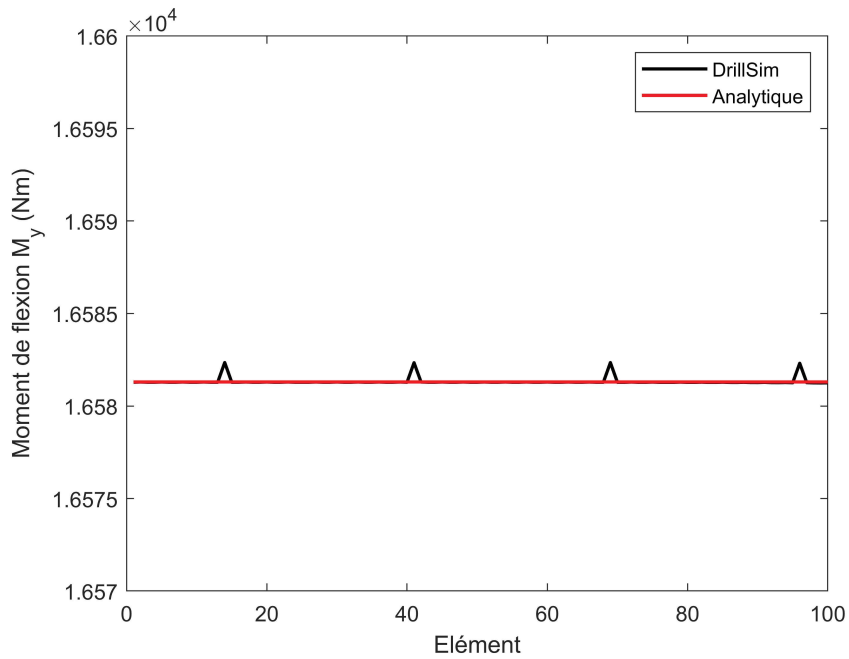


FIGURE 4.6 – Comparaison du moment de flexion pour le cas test Quart de cercle

4.3.2 Calcul de positions quasi-statiques

Dans ce paragraphe, le calcul de la position d'équilibre quasi-statique du train de tiges est réalisé pour différentes trajectoires du puits de forage. Les résultats du modèle développé dans notre étude sont comparés à ceux obtenus par le logiciel de DrillScan basé sur une approche de type équilibre [63, 64, 65].

Pour montrer le rôle de la précontrainte imposée par le parcours (la trajectoire), le maillage du train de tiges est dans un premier temps construit directement sur la ligne neutre du puits. Les déflexions obtenues sans l'action de la gravité et du fluide sont alors comparées à celles obtenues en prenant en compte le calcul du parcours.

Comme le logiciel de DrillScan ne considère pas des écoulements du fluide interne et annulaire pour le calcul de la position quasi-statique, il n'y a donc que l'effet d'inertie du fluide et la poussée d'Archimède qui sont retenus dans DrillSim.

Descriptions des trajectoires du puits et du train de tiges de forage

Deux trajectoires différentes du puits de forage sont considérées, voir la Figure 4.7.

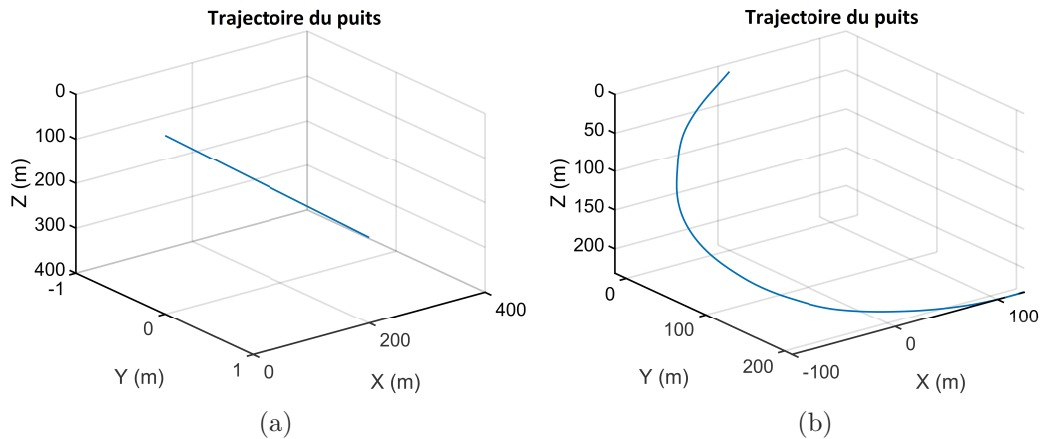


FIGURE 4.7 – Puits rectiligne incliné (a), puits 3D (b).

Le vecteur de gravité est selon la direction positive de Z . Le premier cas test concerne le puits rectiligne d'inclinaison 45° et le deuxième puits possède une trajectoire 3D complexe. Ces deux puits ont la même longueur de 500 m et confinent des trains de tiges identiques, voir le Tableau tab :1. Les détails des dimensions de la tige de forage (drill-pipe) sont décrites dans le Tableau 4.2 et la Figure 4.8. Les parois du puits sont constituées de deux parties : la première partie est le cuvelage (casing) et la dernière partie est le trou découvert (open-hole). Les Tableaux 4.3, 4.4 et 4.5 présentent respectivement la constitution des parois des deux puits, les propriétés des matériaux des trains de tiges et celles du fluide, les paramètres du modèle de contact tige-puits.

Tableau 4.1 – Composition du train de tiges de forage.

Composante	Longueur (m)	Diamètre intérieur (DI)(m)	Diamètre extérieur (DE)(m)	Longueur totale (m)
Outil PDC	0.5	0.071	0.159	0.5
Masse tige	30	0.071	0.159	30.5
Stabilisateur	5	0.071	0.159	35.5
Masse tige	40	0.071	0.159	75.5
Stabilisateur	5	0.071	0.159	80.5
Masse tige	30	0.071	0.159	110.5
Tiges	9.5	0.108	0.127	120

Tableau 4.2 – Description d'une tige de forage.

Longueur totale (m)	DI (m)	DE (m)	Longueur tool-joint (m)	DE tool-joint (m)	DI tool-joint (m)
9.5	0.108	0.127	0.3	0.1619	0.0953

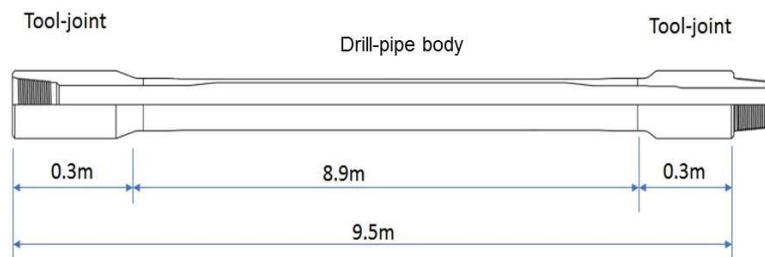


FIGURE 4.8 – Tige de forage (drill-pipe)

Tableau 4.3 – Description de la parois du puits.

Description	Diamètre foré (m)	DI (m)	DE (m)	Longueur initiale (m)	Longueur finale (m)
Cuvelage	0.3112	0.2223	0.2445	0	300
Trou découvert	0.2159	0.2159	-	300	500

Tableau 4.4 – Propriétés des matériaux

Module d'Young	E_e (N/m ²)	2.03E11
Densité de la tige	ρ_e (kg/m ³)	7900
Coeff. Poisson	ν	0.3
Densité du fluide	ρ_f (kg/m ³)	1200

Tableau 4.5 – Paramètres du modèle de contact

Raideur de contact	k_c (N/m)	1E7
Coeff. régularisé	λ_k (m^{-1})	7E7
Coeff. frot. tige-tubage	μ_s^1	0.2
Coeff. frot. tige-puits	μ_s^2	0.3

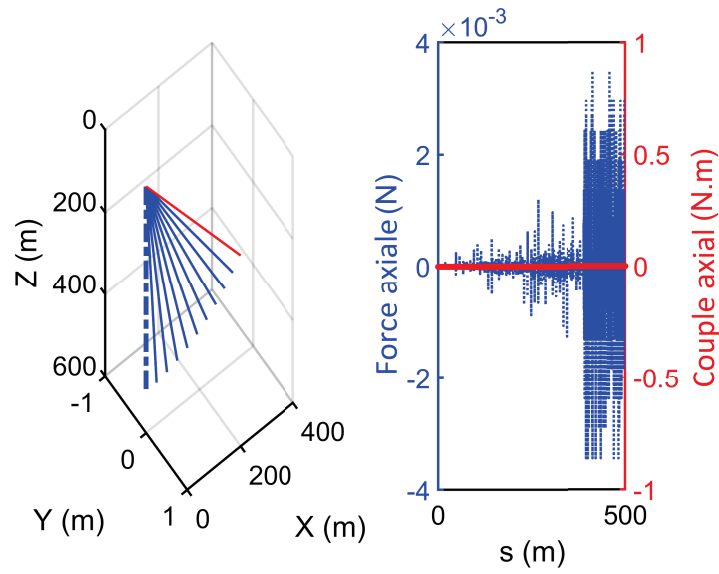
Le modèle EF du train de tiges pour les deux cas tests contient 1263 nœuds, donc 7578 ddls. Concernant les conditions aux limites, le premier nœud à la surface de forage est encastré. Au dernier nœud, au fond du puits (outil de forage), les efforts axiaux sont appliqués : WOB = -98100 N, TOB = -4905 Nm. Le signe négatif du TOB signifie que sa direction d'application est opposée au couple moteur à la surface de forage. Au centre des stabilisateurs et à l'outil, un jeu de valeur 10^{-4} m est mis en œuvre afin de limiter les déplacements latéraux.

Effet du calcul de parcours à la position d'équilibre statique du train de tiges

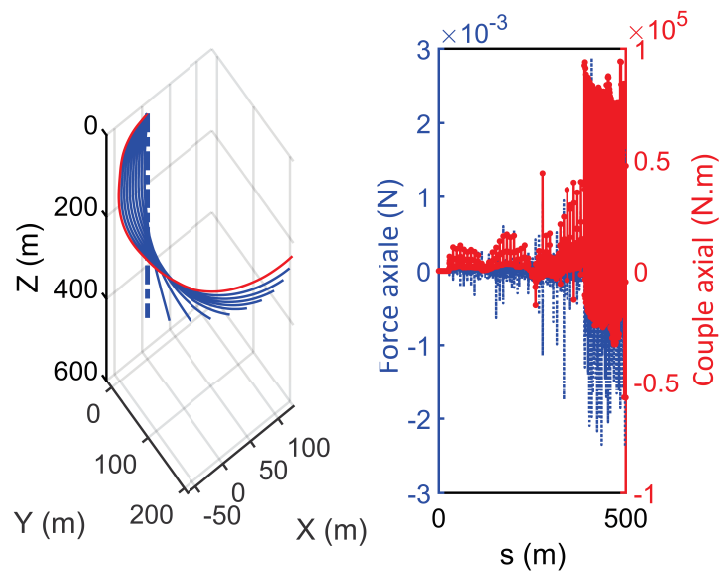
L'importance de l'état pré-chargé du train de tiges sur sa position d'équilibre statique est mise en évidence par le calcul pour différentes trajectoires du puits. La Figure 4.9 représente les efforts axiaux déduits par le calcul du parcours pour les deux trajectoires de puits. Le vecteur de déplacement imposé ne contient que des termes liés aux angles de rotation autour des axes X, Y, Z . Les termes de déplacements imposés sont nuls. Par conséquent, les valeurs de forces axiales le long de train de tiges sont numériquement nulles pour les deux trajectoires. Comme le puits rectiligne incliné reste toujours dans le plan $X - Z$, le train de tige ne subit pas la déformation en torsion après le calcul du parcours. Au contraire, le puits de trajectoire 3D provoque des déformations hors plan du train de tiges. Les valeurs importantes du couple axial sont bien marquées. En effet, l'influence de la force axiale sur la dynamique en flexion de la tige est plus importante que celle du couple axial [9]. De petites incertitudes imposées aux valeurs de déplacements dans le calcul de parcours peuvent provoquer des instabilités numériques pour les calculs statique et dynamique. Pour cette raison, la construction du maillage sur la ligne neutre du puits n'est réalisée qu'en imposant les pentes (rotations), voir l'Annexe A3.

La Figure 4.10 montre les comparaisons des résultats de calcul d'équilibre statique du train de tiges pour les deux trajectoires avec et sans considération du calcul de parcours. Pour les deux trajectoires du puits, les positions des stabilisateurs et de l'outil sont identifiées par des vallées montrées par le déplacement radial. La discontinuité de la courbe de la force axiale se situe à la position de changement de section entre la tige et la masse-tige. Des effets "escaliers" sont trouvés sur les courbes de couple de frottement cumulé représentant des contacts tige-puits. S'il n'y a pas de contact, le couple de frottement est constant. Lors du contact, un saut de couple apparaît dont l'amplitude est égale à la valeur du couple de contact frottant.

Dans le cas du puits rectiligne, aucune différence significative n'est remarquée en comparant les résultats avec ou sans chargement dû au calcul de parcours pour le déplacement et également pour les efforts. Les courbes sont bien superposées. Cela veut dire que la prise en compte du calcul de parcours n'est pas nécessaire pour le calcul d'équilibre statique du train de tiges immergé dans un puits rectiligne ou quasi-rectiligne, même si il est incliné. En revanche, pour le puits de trajectoire com-



(a)



(b)

FIGURE 4.9 – Efforts axiaux dus au calcul de parcours : (a) puits rectiligne incliné, (b) puits 3D

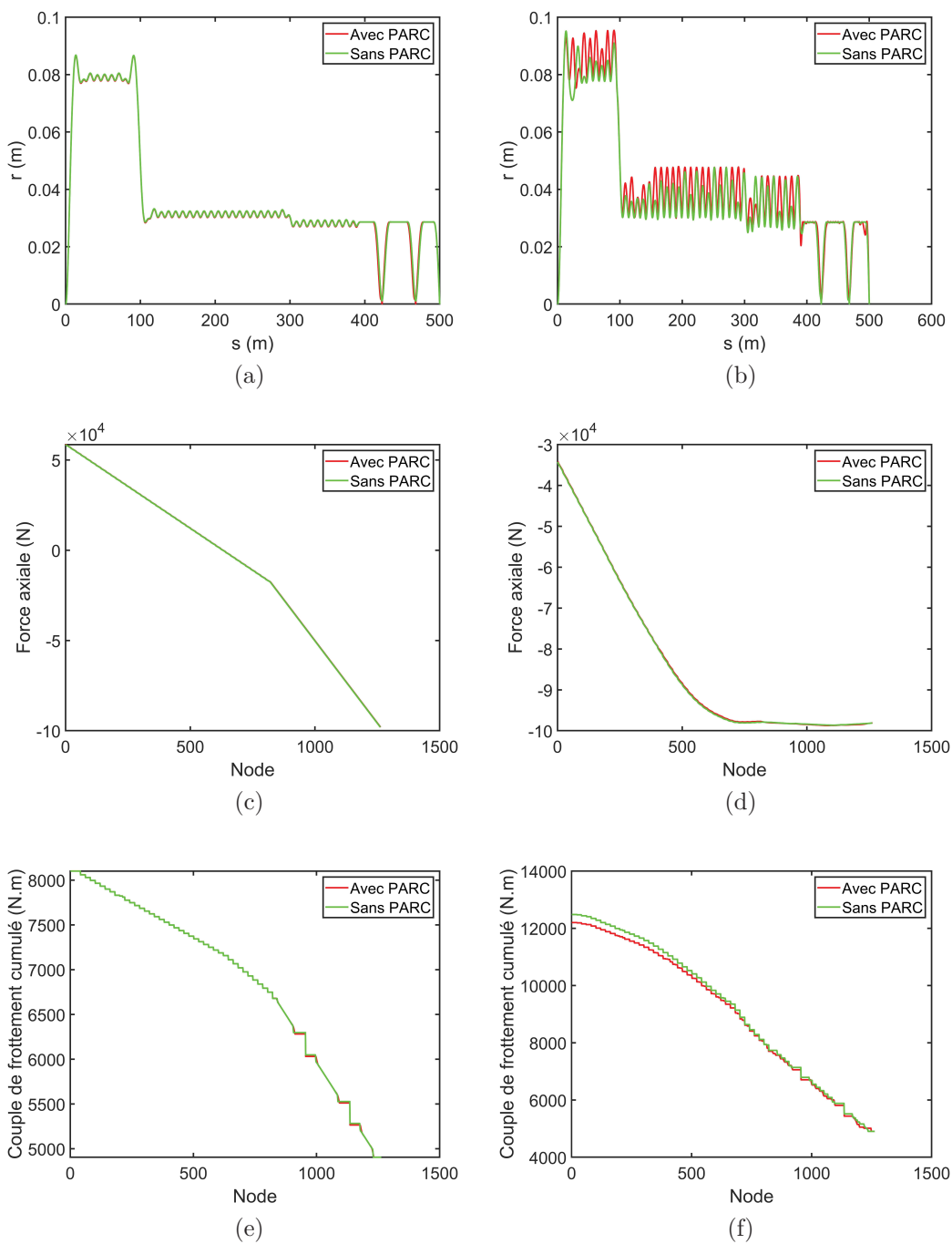


FIGURE 4.10 – Influence du calcul de parcours sur les résultats de calcul d'équilibre statique du train de tiges pour le puits rectiligne incliné (a, c, e) et le puits 3D (b, d, f) : déplacement radial (a, b), force axiale (c, d), couple de contact frottement cumulé (e, f)

plexe comme le puits 3D montré dans cette étude, le calcul du parcours joue un rôle notable. Il affecte directement la position finale du train de tiges dans le puits, voir la Figure 4.9 (b). Des différences substantielles sont observées pour le déplacement radial. La prise en compte des efforts liés à la courbure initiale provoque plus de déformation du train de tiges. Comme la tige ne subit pas beaucoup d’allongement après le calcul du parcours, les tensions dans la structure sans ou avec parcours sont assez identiques. Tandis que les couples de frottement axiaux cumulés sont légèrement différents à cause de la trajectoire gauche du puits. La déformation initiale du train de tiges est donc à prendre en considération dans le cas de puits avec des parcours complexes.

Comparaison DrillSim-logiciel de DrillScan

Pour la validation du calcul de la position d’équilibre statique, les résultats obtenus par le modèle proposé (DrillSim) sont comparés à ceux obtenus avec le logiciel de DrillScan.

La Figure 4.11 montre une bonne cohérence entre les résultats calculés par DrillSim et par le logiciel de DrillScan. Les légères différences sont dues aux approches de recherche de la position d’équilibre et de la gestion du contact. DrillSim utilise l’approche cinématique et la méthode des éléments finis. Les contacts sont gérés par une loi arc-tangente régularisée qui permet la pénétration de la tige dans le puits alors que le logiciel de DrillScan utilise une méthode semi-analytique par l’approche de type équilibre local. Son algorithme de contact interdit la pénétration tige-puits. Malgré ces différences, les résultats obtenus par les deux logiciels sont assez semblables.

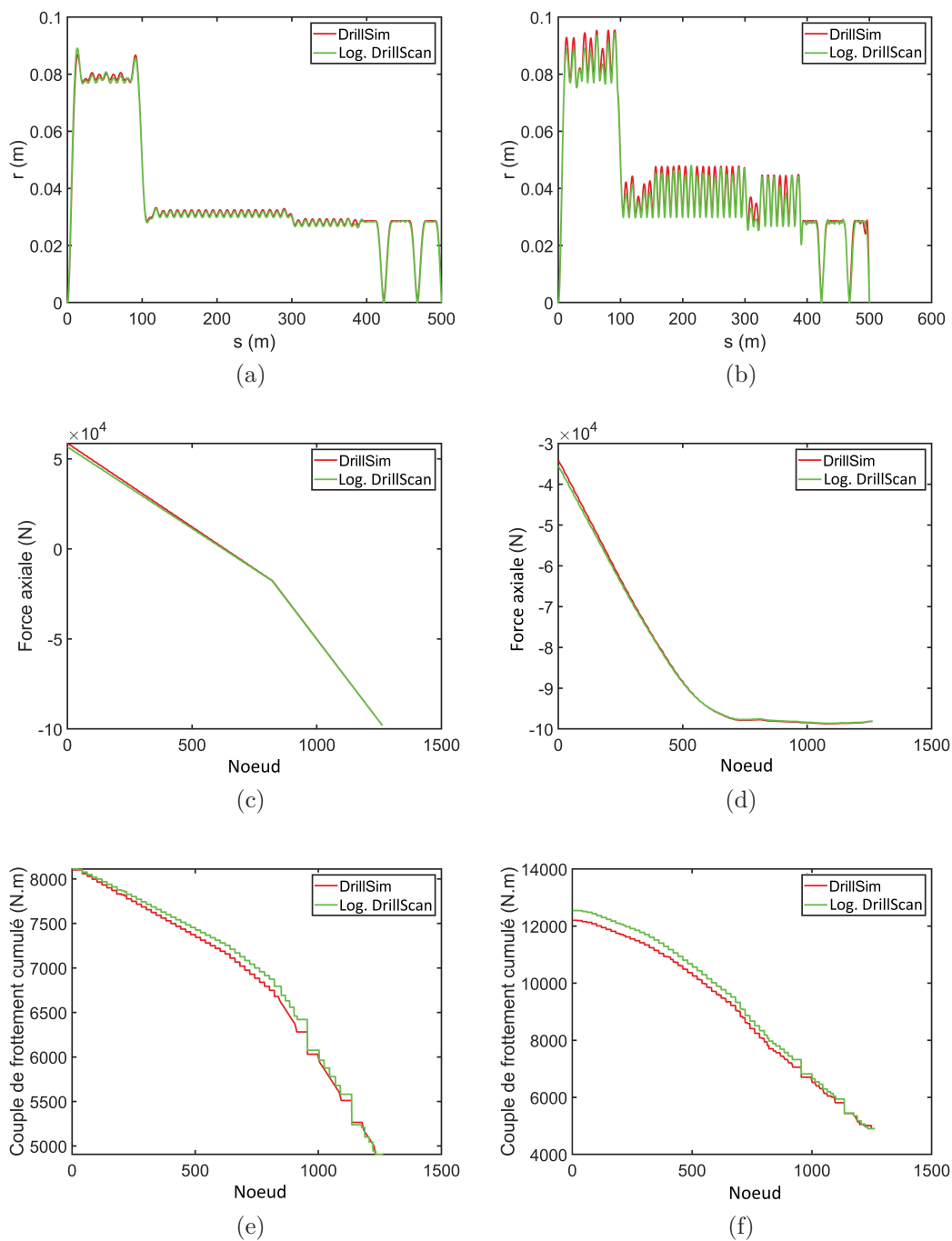


FIGURE 4.11 – Comparaisons du calcul d'équilibre statique DrillSim-logiciel de DrillScan pour le puits rectiligne incliné (a, c, e) et le puits 3D (b, d, f) : déplacement radial (a, b), force axiale (c, d), couple de contact frottement cumulé (e, f)

4.3.3 Comparaison des modes propres avec les résultats analytiques dans [17]

Dans la recherche sur la vibration du train de tiges pour puits à long déport, Heisig [17] a fourni un modèle analytique pour calculer des fréquences propres de la tige en flexion. Des résultats analytiques sont validés par un modèle EF linéarisé. Pour valider le module d'analyse modale de DrillSim, le train de tiges dans un puits horizontal décrit dans [17] a été modélisé par EF. Les points de contact tige-puits sont déterminés par le calcul quasi-statique non-linéaire avant la linéarisation pour le calcul de la vibration libre. Les efforts de frottement ne sont pas considérés et pour le fluide, seule sa matrice de masse ajoutée est retenue. Concernant les conditions aux limites, l'outil au fond est considéré comme un appui simple et le point à l'autre extrémité est forcé à coïncider avec la ligne neutre du puits. Conformément aux hypothèses mentionnées ci-dessus, les dix premières fréquences propres en flexion obtenues par DrillSim sont comparées à celles analytiques et celles calculées avec le modèle EF, voir [17] et la Figure 4.12. DrillSim retrouve non seulement de bonnes valeurs de fréquences propres mais également les formes modales publiées dans [17], voir les Figures 4.13-4.14.

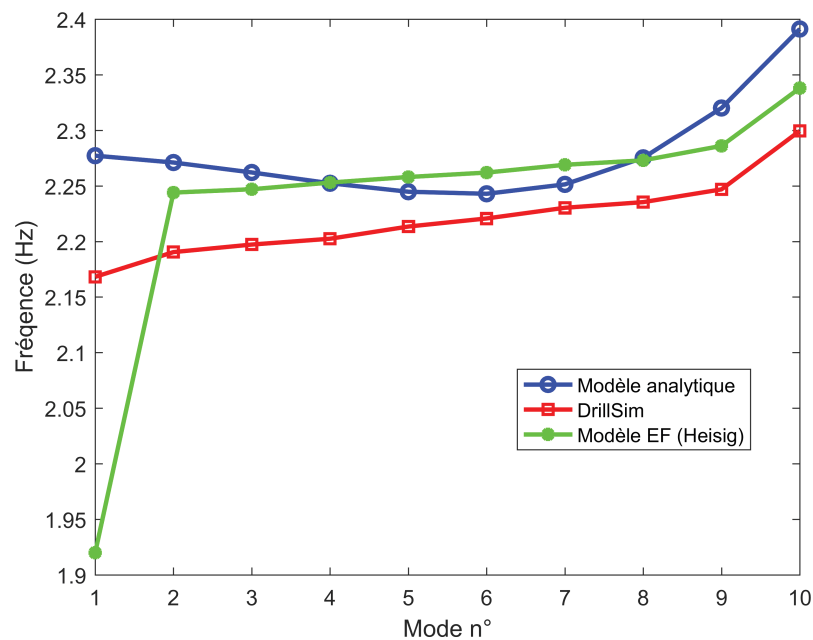


FIGURE 4.12 – Comparaison du calcul de modes propres entre le modèle analytique, le modèle EF dans [17] et DrillSim.

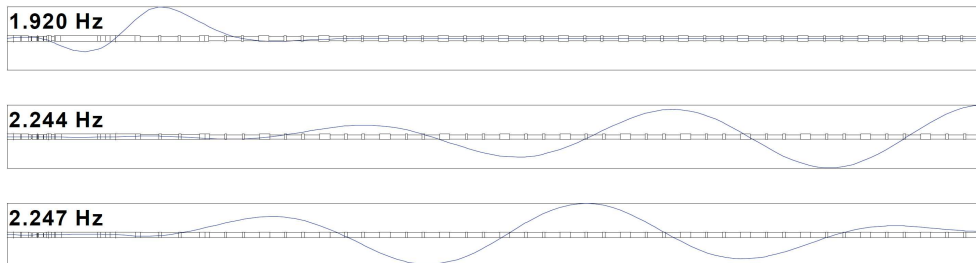


FIGURE 4.13 – Formes modales de 3 premiers modes calculées par EF [17].

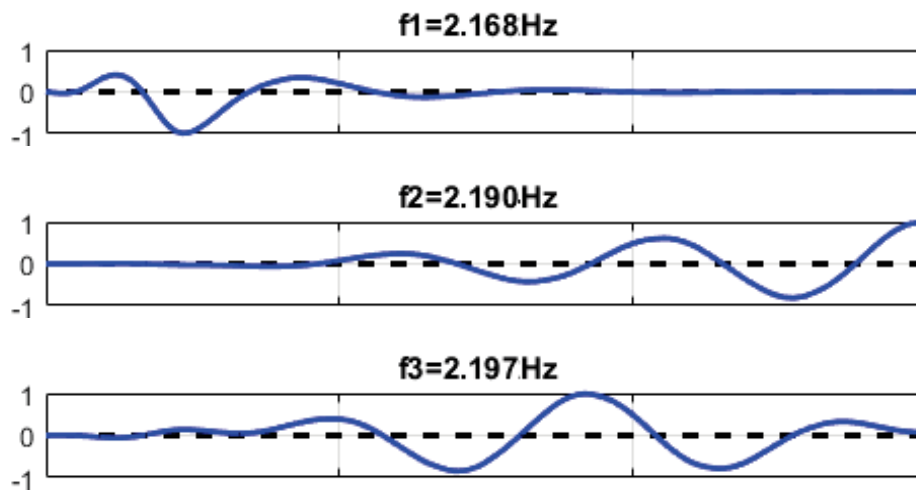


FIGURE 4.14 – Formes modales de 3 premiers modes en flexion calculées avec DrillSim.

4.3.4 Diagramme de Campbell du train de tiges de longueur 2000 m immergé dans un puits de trajectoire 3D complexe

Dans le contexte de la dynamique des rotors, l'analyse modale se base sur le calcul du diagramme de Campbell et a pour but de déterminer des vitesses critiques potentielles du système. Le train de tiges, rotor fort élancé, est sujet à des phénomènes dynamiques complexes dus notamment aux couplages des trois mouvements (longitudinal, latéral, torsion). Dans le domaine du forage, il y a très peu de travaux consacrés au diagramme de Campbell et les cas test concernent toujours des puits de trajectoire rectiligne, soit verticale, soit horizontale. Le calcul du diagramme de Campbell est réalisé pour un puits de trajectoire 3D complexe afin de fournir une étude plus complète sur les phénomènes de couplage de vibrations du train de tiges.

Le train de tiges étudié a une longueur 2000 m et est immergé dans le puits de trajectoire 3D comme indiqué sur la Figure 4.15.

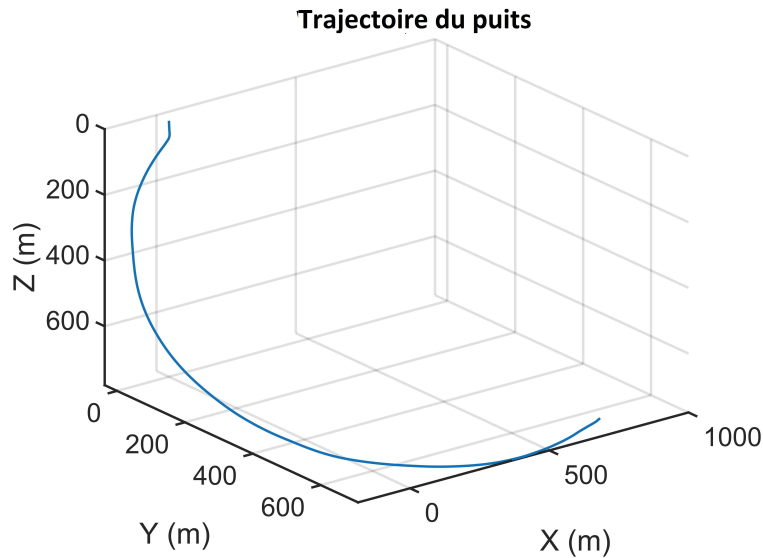


FIGURE 4.15 – Trajectoire 3D du puits.

La Figure 4.16 représente toutes les composantes du train de tiges de longueur 2000 m : une série de tiges de la surface de forage aux masse-tiges, les masse-tiges, deux stabilisateurs et l'outil de forage au fond du puits, voir les Tableaux 4.1 et 4.2 pour leurs caractéristiques.

Trois jauges sont appliquées au centre des stabilisateurs et de l'outil pour centrer la tige et régler la direction du forage. La longueur des masse-tiges est de 110.5 m et le reste sont des tiges assemblées jusqu'à la surface de forage. Le puits est constitué de trois parties : deux de tubage et une de trou découvert, voir le Tableau 4.6 et la

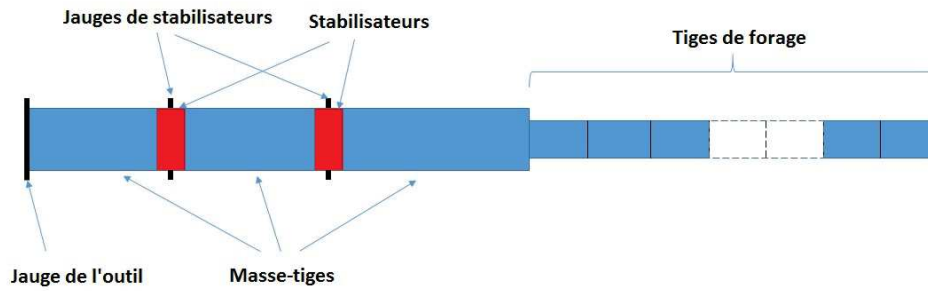


FIGURE 4.16 – Composant du train de tiges de forage.

Figure 4.17.

Tableau 4.6 – Description de la paroi du puits.

Description	Diamètre foré (m)	DI (m)	DE (m)	Longueur initiale (m)	Longueur finale (m)
Cuvelage 1	0.6604	0.4509	0.4731	0	300
Cuvelage 2	0.3112	0.2223	0.2445	300	1300
Trou découvert	0.2159	0.2159	-	1300	2000

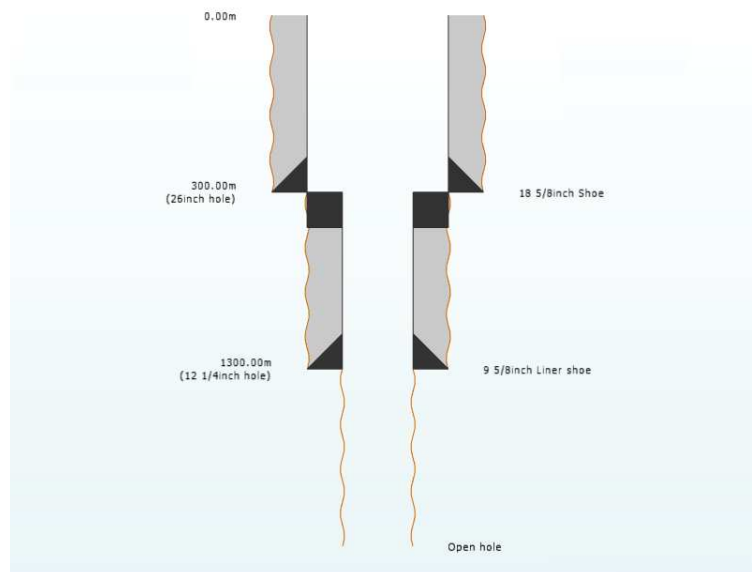


FIGURE 4.17 – Tubage du puits.

Le coefficient de frottement tige-tubage, c'est à dire acier-acier est choisi à 0.2 alors que celui pour les contacts tige-roche est estimé à 0.3. Une raideur de contact de 10^7 N/m et un coefficient de régularisation de 7×10^7 m⁻¹ sont utilisés pour modéliser

l'ensemble des butées. Le train de tiges tourne à la vitesse de 120 tr/min avec la pénétration constante homogène de 10 m/h. Des efforts WOB = -49005 N et TOB = -4905 Nm sont appliqués sur l'outil.

Le fluide utilisé dans [58] est considéré pour la prise en compte de l'interaction fluide-structure. Les fluides intérieur et annulaire ont la densité de 1200 kgm^{-3} , le coefficient de frottement circonférentiel de 0.013 et le coefficient de viscosité cinématique de $10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. Le train de tiges est discrétisé par 1811 éléments. Afin de limiter le déplacement radial des stabilisateurs et de l'outil, des jeux très petits de 10^{-4} m sont affectés au centre de ces éléments.

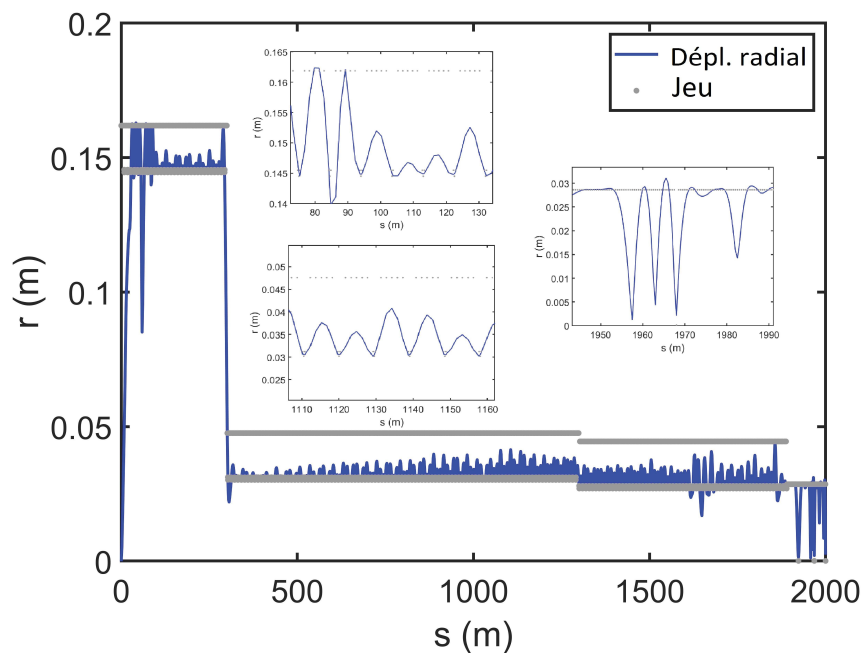


FIGURE 4.18 – Déplacement radial du train de tiges dans le puits 3D de longueur 2000 m.

Le déplacement radial du train de tiges au sein du puits 3D est représenté dans la Figure 4.18, qui magnifie aussi trois régions situées respectivement aux tubages 1, 2 et au trou découvert. Les contacts se trouvent non seulement aux raccords des tiges mais également au corps de tiges pour la première partie du tubage. Dans la deuxième partie du tubage, les contacts se produisent essentiellement au niveau des raccords (tool-joints). Pour la partie du trou découvert, plusieurs contacts sont continus dus au poids lourd de la garniture de forage. Après avoir déterminé les points de contact par le calcul d'équilibre statique, des raideurs de contact normales sont affectées en fonction de la direction de contact comme montrées dans l'Eq.3.22 pour le calcul des modes propres et du diagramme de Campbell.

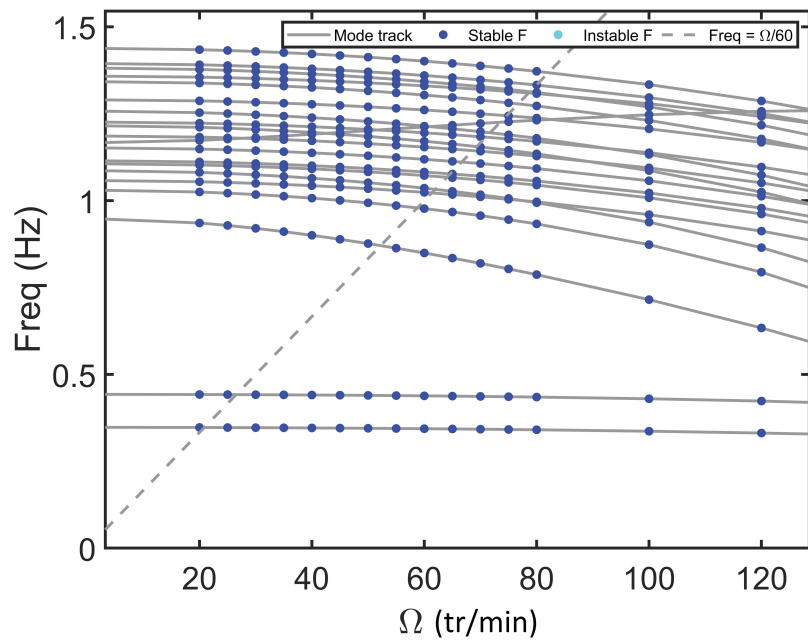
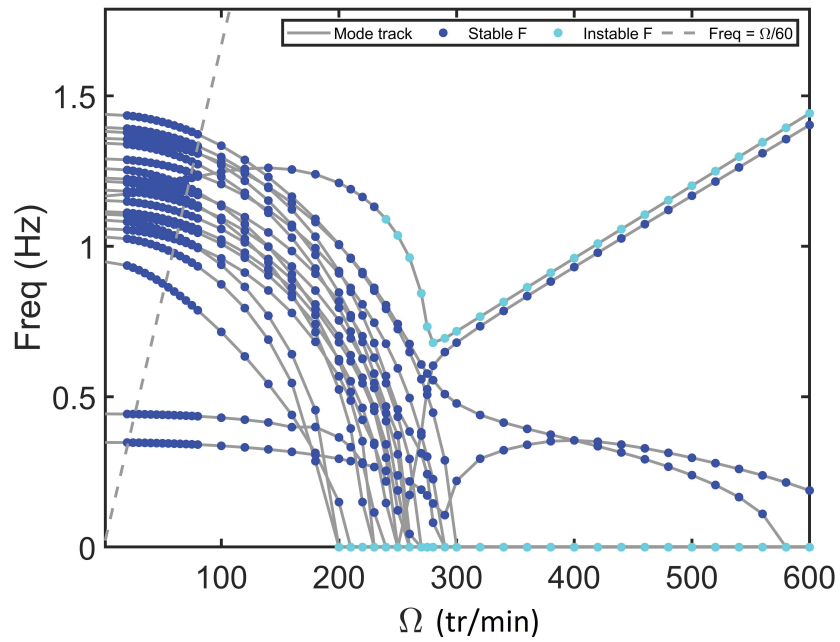


FIGURE 4.19 – Diagramme de Campbell calculé pour les 20 premiers modes du train de tiges dans le puits 3D de longueur 2000 m (a), zoom [0-120] tr/min (b).

La Figure 4.19 représente le diagramme de Campbell calculé pour les 20 premiers modes. L'élanement très important du train de tiges induit des modes de basses fréquences. Les points correspondent aux fréquences propres pour chaque vitesse de rotation du train de tiges. La classification des modes est réalisée grâce au critère d'énergie établie dans l'Equation 3.31. Tous les modes sont en flexion et des plages de vitesses instables existent pour quelques modes à partir de 200 tr/min. Le suivi des modes représenté par les lignes grises continues est obtenu par le critère NC²O. Les intersections entre l'ordre 1 de la vitesse de rotation (ligne pointillée) et les fréquences des modes en rotation donnent les vitesses critiques potentielles du train de tiges (environ 20.8 tr/min, 26.5 tr/min, 52.2 tr/min, 58.8 tr/min, etc) qui peuvent déclencher des phénomènes de résonance dus par exemple aux balourds [68]. L'effet de frottement du fluide de forage fait chuter les fréquences propres de tous les modes, conformément aux résultats montrés dans [97].

La Figure 4.20 représente les formes modales pour les premier et troisième modes de flexion sur la diagramme de Campbell. Pour le premier mode, des vibrations se trouvent tout le long du train de tiges et surtout à la profondeur de 500 m. Quant au troisième mode, les ventres de vibrations se localisent dans la région près de surface de forage. Les deux modes sont classifiés comme modes de flexion, pourtant il existe toujours des couplages entre vibrations axiale, latérale et en torsion.

Tableau 4.7 – Indicateurs de classification pour les premier et troisième modes à la vitesse de 100 tr/min sur le diagramme de Campbell.

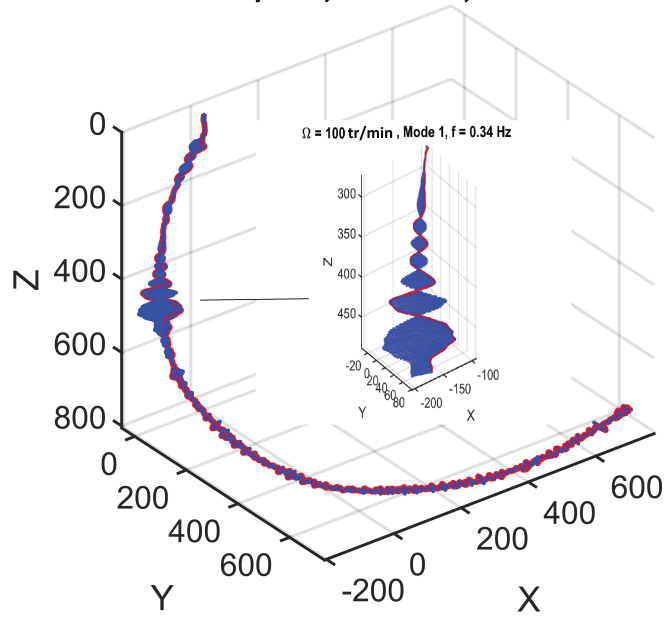
Ω (tr/min)	Mode	f (Hz)	S_F	S_T	S_L
100	1	0.34	1.003	0.996	0.001
100	3	0.72	1.99	3e-5	0.01

Le Tableau 4.7 affiche les indicateurs de classification pour les premier et troisième modes à la vitesse de 100 tr/min. Un couplage fort flexion-torsion est noté pour le premier mode car le coefficient S_L est proche de zéro tandis que les coefficients S_F et S_T sont équivalents (≈ 1). Le troisième mode montre un couplage faible entre vibrations axial-torsion-flexion dû à une valeur presque maximale c.-à.-d. 2 de S_F et des valeurs quasi-nulles de S_T et S_L .

Synthèse

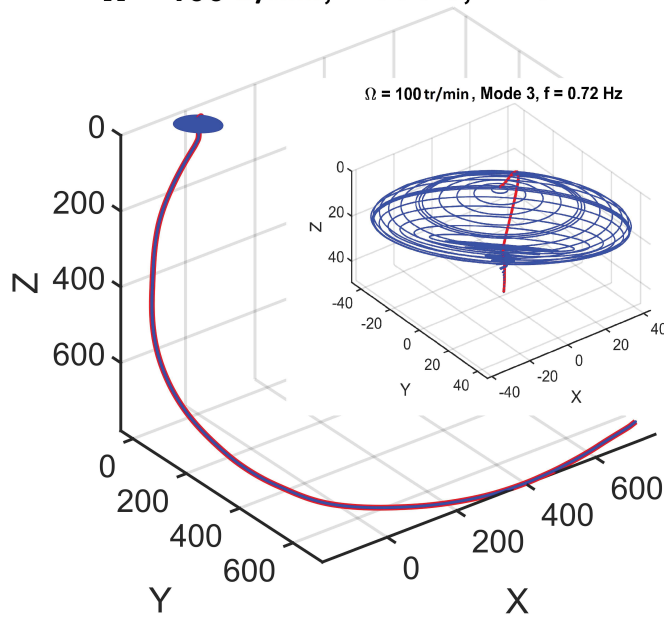
Ce chapitre a donc présenté l'outil de calcul des comportements linéaires et non-linéaires du train de tiges. Il a en outre avec quelques illustrations démontré la pertinence des modules de calcul de parcours, de position statique et d'analyse modale. Le calcul de la réponse dynamique non-linéaire est réalisé au chapitre suivant sur un puits quasi-réel.

$\Omega = 100 \text{ tr/min}$, Mode 1, $f = 0.34 \text{ Hz}$



(a)

$\Omega = 100 \text{ tr/min}$, Mode 3, $f = 0.72 \text{ Hz}$



(b)

FIGURE 4.20 – Les formes modales liées aux premier et troisième modes de flexion à la vitesse de rotation 100 tr/min : (a) premier mode, (b) troisième mode.

Chapitre 5

Simulations d'un puits quasi-réel

Sommaire

5.1	Réponses aux balourds avec le modèle EF complet . . .	97
5.1.1	Effet du fluide sur la dynamique du train de tiges	100
5.1.2	Étude paramétrique pour le modèle d'interaction fluide- structure	105
5.2	Réponses aux balourds avec un modèle réduit Craig- Bampton	113

Ce chapitre s'intéresse à la prévision de la réponse dynamique d'un train de tiges de forage pétrolier, rendue fortement non linéaire par les interactions avec le puits, et le fluide de forage. Seuls les 200 premiers mètres de forage sont considérés, voir la trajectoire 3D tracée sur la Figure 5.1. Comme il est crucial de diminuer les temps de calcul pour disposer de plus en plus de simulations en temps réel, il est proposé un calcul tout d'abord avec le système complet comprenant tous les ddl, puis avec le système réduit par la méthode de Craig-Bampton pour évaluer le gain de temps de calcul.

La composition du train de tiges, les propriétés du matériau de la tige et les paramètres pour le calcul de la position quasi-statique sont les mêmes que ceux présentés dans le paragraphe 4.3.2. Le trou de forage a un diamètre uniforme de 0.2159 m. Le modèle d'EF contient 297 nœuds. Le vecteur de gravité suit toujours le vecteur \vec{Z} . Le premier nœud est encastré sauf le ddl en rotation où une vitesse angulaire de 120 tr/min est imposée. Pour prendre en compte le frottement axial, un taux de pénétration constant de 10 m/h est appliqué pour tous les nœuds du train de tiges. Au dernier nœud, le WOB = -10^5 N et le TOB = -5000 Nm sont appliqués. Le fluide non-Newtonien s'écoule dans le système de forage avec les propriétés rhéologiques présentées dans le Tableau 5.1.

5.1 Réponses aux balourds avec le modèle EF complet

Tableau 5.1 – Propriétés rhéologiques du fluide YPL

Densité du fluide	ρ_f (kg/m ³)	1200
Contrainte seuil	τ_y (Pa)	0.29
Coefficient	K (Pa.s ^{<i>n</i>})	0.07
Exposant	n	0.55
Débit	Q (m ³ /s)	1E-2

Premièrement, les résultats du calcul de la position quasi-statique sont montrés dans la Figure 5.2. A l'état d'équilibre, la plupart du train de tiges est en contact avec le puits. Dans la partie des tiges (drill-pipes), les contacts se situent aux nœuds de raccords (tool-joints). Il existe quelques contacts sur le corps des tiges dans la zone [50 m - 60 m] et autour de 90 m. Les forces de contact sont plus importantes au virage du puits où se trouvent des contacts sur le corps de la tige et aux positions de stabilisateurs où le jeu prend une valeur très faible 10^{-4} m. Il y a trois zones de contact continu situées aux masse-tiges (drill-collars). Comme le train de tiges fléchit au sein du puits, l'espace annulaire tige-puits n'est plus concentrique. Cela modifie les pertes de charges dans le système de forage qui sont caractérisées par le coefficient d'amortissement visqueux C_f et la viscosité cinématique apparente ν_f .

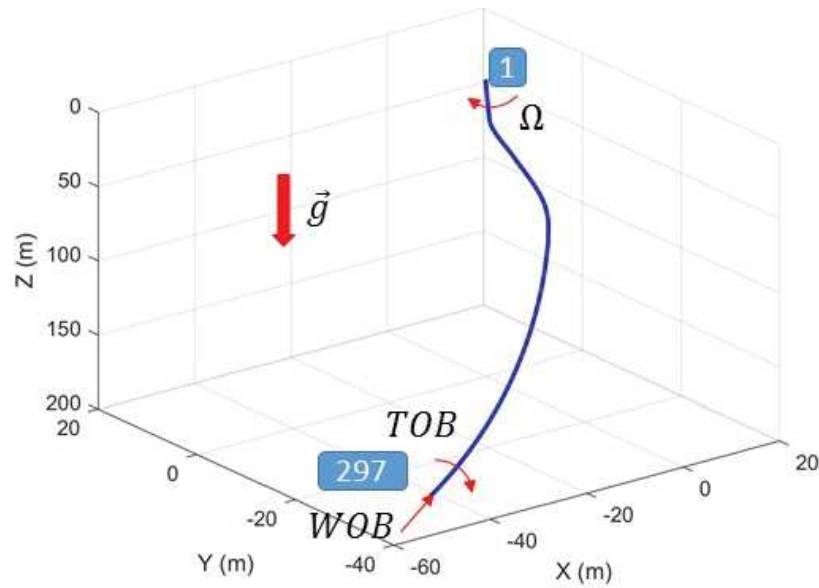


FIGURE 5.1 – Trajectoire du puits de 200 m et de géométrie-3D.

Tableau 5.2 – Description des balourds

Position	m_u (kg)	d (m)	α_u (deg)
raccords	1.6	0.064	0
masse-tiges	1.8	0.058	0

Le coefficient C_f basé sur la procédure décrite dans [75] est montré sur la Figure 5.2 (c). En se basant sur [76], une viscosité cinématique apparente ν_f qui combine les écoulements du fluide dans les directions longitudinale et circonférentielle est appliquée. Ainsi, la viscosité du fluide a une valeur non constante le long du puits, voir la Figure 5.2 (d).

Après le calcul quasi-statique, la réponse aux balourds du train de tiges est calculée par rapport à la ligne neutre du puits sous l'excitation des balourds est réalisé. Les balourds sont distribués le long du train de tiges, sur les raccords et les masse-tiges. Les caractéristiques du balourd sont calculées en se basant sur la norme API 1995 comme indiqué dans [68]. La description des balourds est présentée dans le Tableau 5.2. Les réponses aux balourds du train de tiges sont simulées sur une durée de 60 s avec et sans fluide. Une étude paramétrique aide à comprendre l'influence de différents paramètres du fluide sur le comportement dynamique du système de forage.

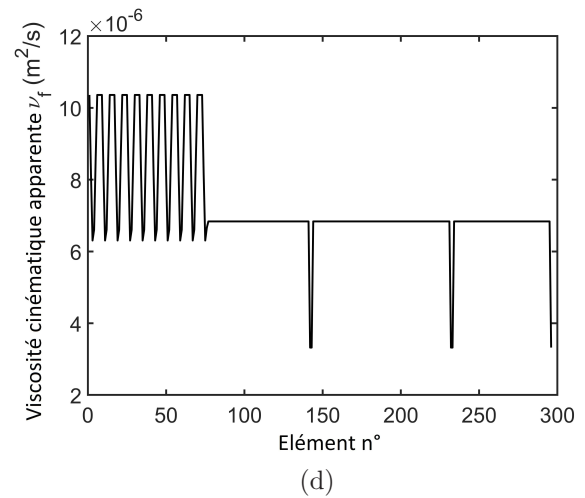
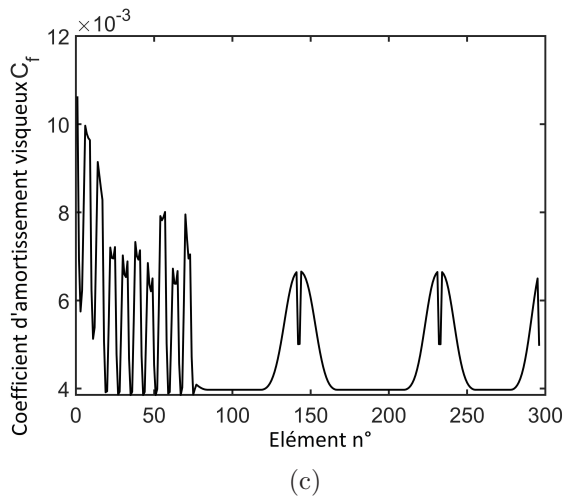
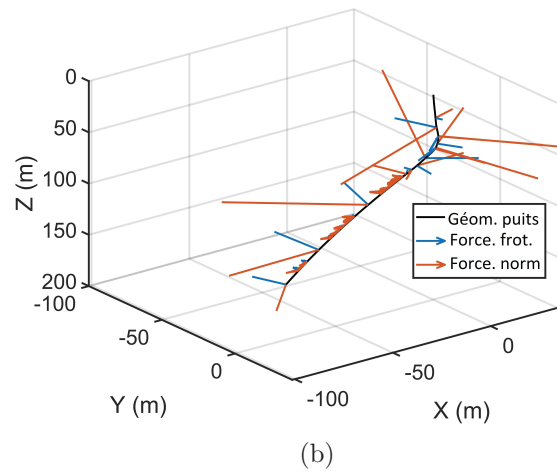
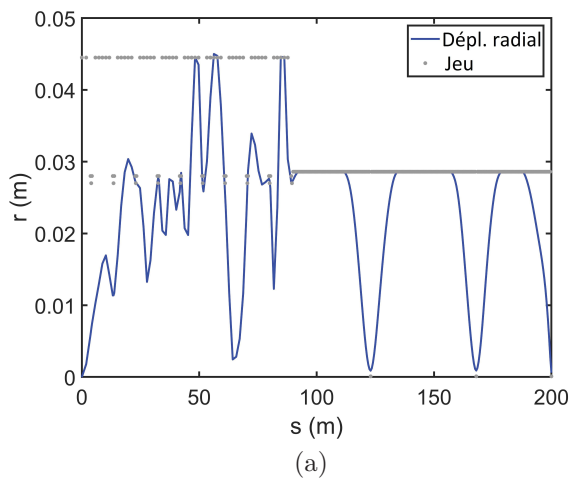


FIGURE 5.2 – Résultats du calcul de la position quasi-statique : déplacement radial (a), forces de contact (b), coefficient d'amortissement visqueux C_f (c), viscosité cinématique apparente (d).

5.1.1 Effet du fluide sur la dynamique du train de tiges

Afin d'avoir une bonne compréhension des influences du fluide sur la dynamique du train de tiges de forage, la réponse aux balourds du train de tiges est calculée sans et avec le fluide.

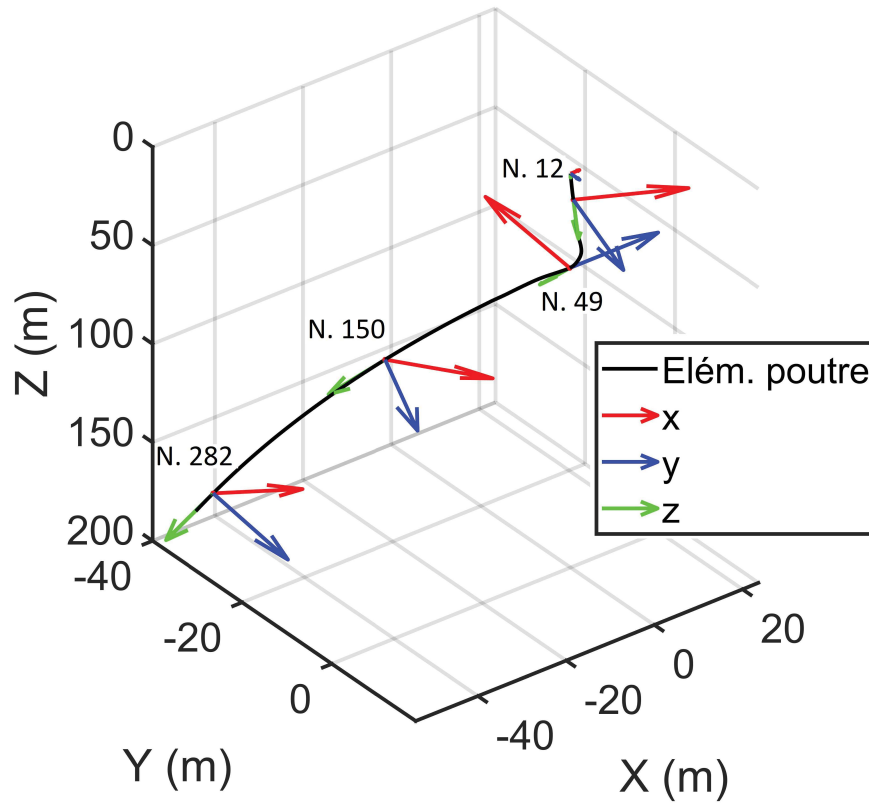


FIGURE 5.3 – Positions et repères locaux des nœuds considérés pour les calculs de réponse aux balourds sans et avec fluide.

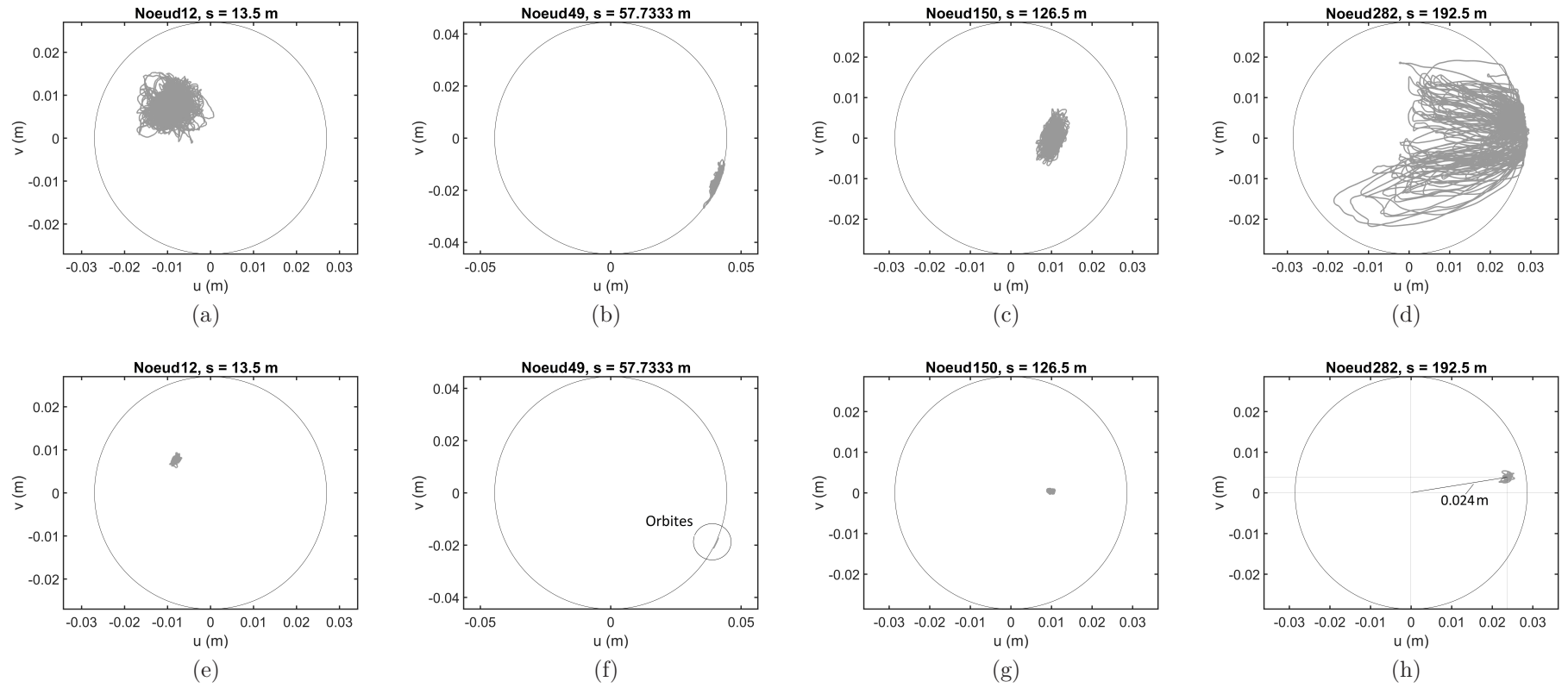


FIGURE 5.4 – Orbites des différents nœuds le long de train de tiges : nœud 12 (a, e), nœud 49 (b, f), nœud 150 (c, g), nœud 282 (d, h) pour les deux cas : sans fluide (a, b, c, d) et avec fluide (e, f, g, h).

La Figure 5.3 indique la position et le numéro des nœuds où est observée la réponse simulée. Les nœuds 12 et 49 appartiennent aux tiges et les nœuds 150 et 282 aux masse-tiges. La Figure 5.4 montre les orbites calculées de ces quatre nœuds sans et avec fluide. Le choix de ces quatre nœuds donne une vue générale du comportement dynamique le long du train de tiges. Les orbites sont tracées pour une durée de 60 s. Les mouvements de chaque nœud sont représentés par le trait gris. Le cercle noir représente le jeu tige-puits à la position du nœud considéré.

Avec le fluide, le nœud 12 ($s = 13.5$ m) se trouve près de la surface de forage et n'a pas de contact avec la paroi du puits après le calcul d'équilibre statique. Le nœud 49 ($s = 57.73$ m) fait partie au corps de la tige où il y a contact avec le puits. Les nœuds 150 ($s = 126.5$ m) et 282 ($s = 192.5$ m) se situent aux masse-tiges et aucun contact après le calcul d'équilibre quasi-statique est observé pour ces deux nœuds.

La rotation de la tige sans fluide crée des vibrations importantes pour tous les nœuds, surtout le nœud 282 au fond du puits. Sous l'effet de la gravité, les orbites des nœuds 49 et 282 sont polarisées vers la paroi du puits. Bien que l'état initial sans contact, le nœud 282 présente des contacts avec des pénétrations très importantes dans le puits durant la simulation temporelle. De plus, les rebonds à ce nœud sont beaucoup plus importants que ceux du nœud 49. Il en résulte des contacts plus nombreux au nœud 49 qu'au nœud 282 où les contacts se produisent plus fréquemment à partir de 36 s. Cependant les forces de contact sont plus importantes au nœud 282, voir la Figure 5.5. Les nœuds 12 et 150 bien qu'ayant des orbites larges sont libres de contact.

La présence du fluide apporte des effets d'amortissement qui sont montrés très clairement sur la Figure 5.4 (e, f, g, h). Le fluide amortit le mouvement de tous les nœuds considérés. Le nœud 49 reste toujours en contact mais sans rebond. Il roule sur la paroi avec une orbite très étroite. Des petites vibrations sont également observées pour les nœuds 12, 150 et 282. Le nœud 282 n'a plus de contact avec le puits.

Pour une compréhension plus profonde des orbites tracées Figure 5.4, une analyse spectrale a été réalisée en se basant sur [98]. La Figure 5.6 représente les spectres complets de la réponse du nœud 282 dans l'intervalle [36 s - 60 s] de simulation sans et avec fluide. Comme le pas de temps est 10^{-3} s, le fréquence d'échantillonnage est de 1000 Hz. Une fenêtre d'observation [-20Hz - 20Hz] assure une plage de fréquence concernant la dynamique du forage.

Sans fluide, le spectre complet du nœud 282 présente plusieurs pics d'amplitude importante : 0 Hz, ± 1.5 Hz, ± 3 Hz. En pratique, l'amplitude du pic à 0 Hz représente l'excentricité du centre moyen d'orbite du nœud considéré par rapport au centre du puits. Concrètement, il est égal à deux fois la distance entre le centre du

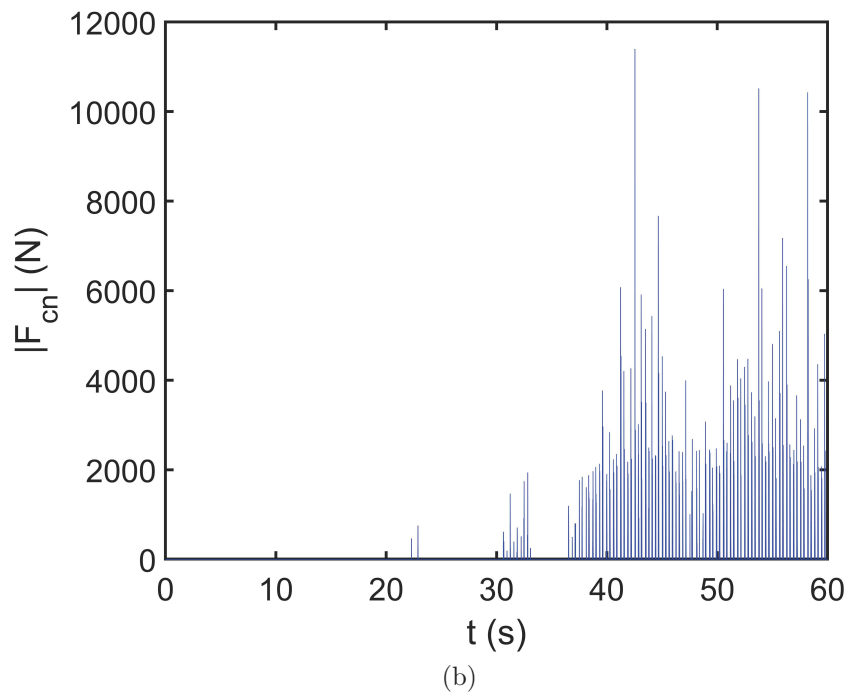
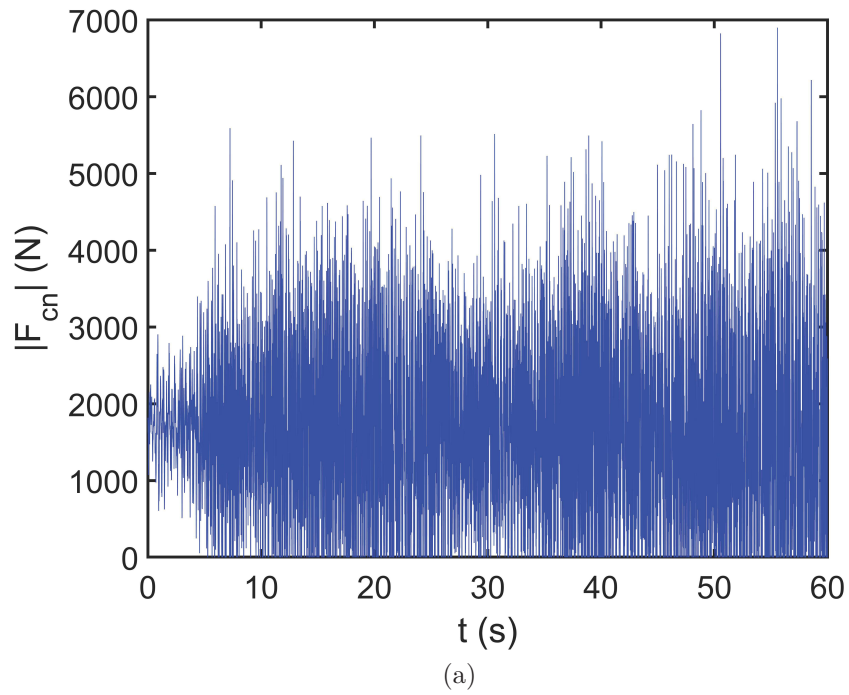
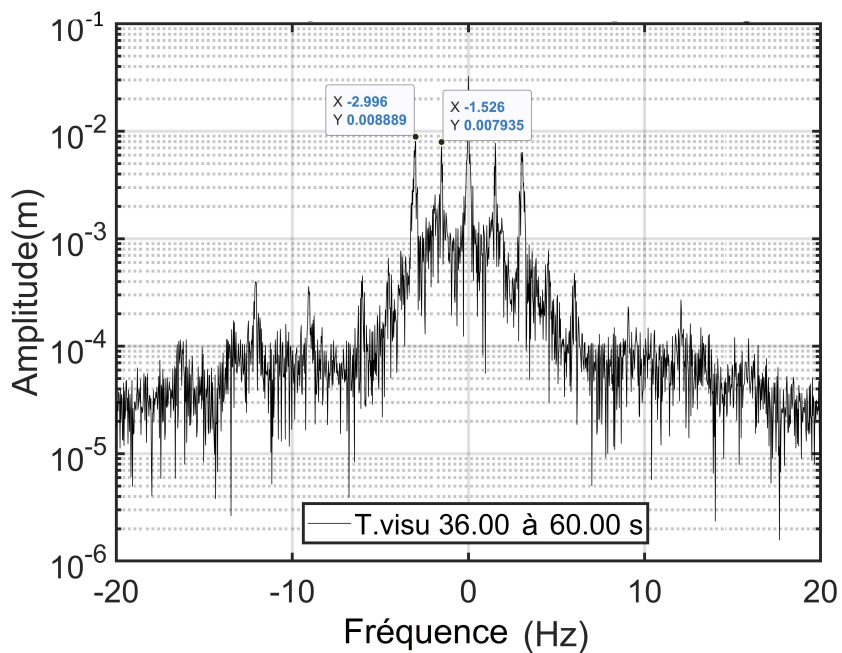
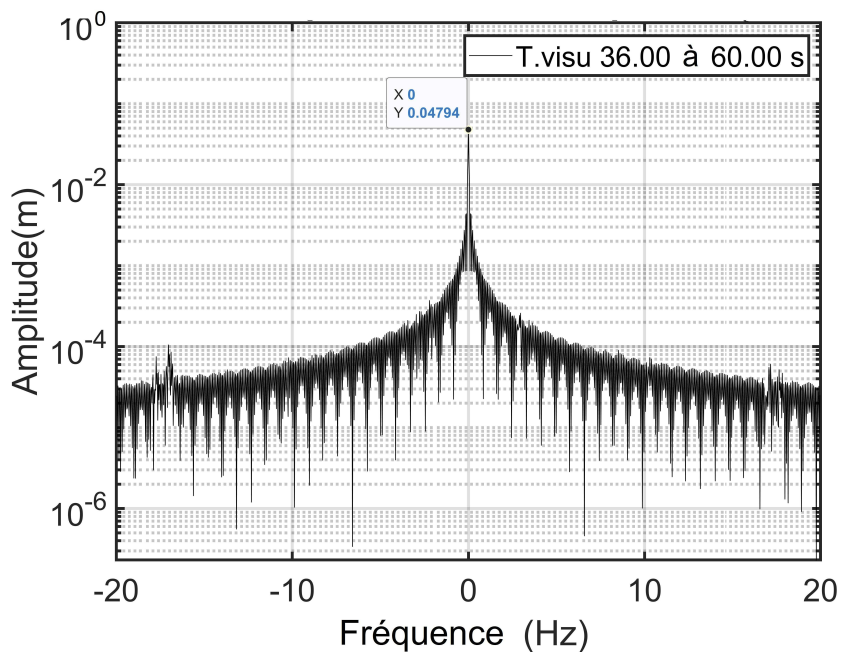


FIGURE 5.5 – Force de contact normale au nœud 49 (a) et au nœud 282 (b) dans le cas sans fluide.



(a)



(b)

FIGURE 5.6 – Analyse en spectre complet au nœud 282 : sans fluide (a), avec fluide (b).

puits et le centre orbital. Les pics à +1.5 Hz et +3 Hz sont plus faibles que les pics à -1.5 Hz et -3 Hz. Cela signifie que le mouvement orbital du nœud 282 combine successivement des précessions directe et inverse, mais que globalement il adopte majoritairement une précession inverse dans l'intervalle [36 s - 60 s]. Les pics à ± 1.5 Hz sont dus aux oscillations du nœud 282 selon y , voir la Figure 5.7, qui effectue 3 périodes en 1 seconde. Comme la vitesse de rotation est de 120 tr/min, ou 2 Hz, une révolution dure 0.5 s. Par voie de conséquence il y a 1.5 période du nœud 282 pendant 1 révolution, qui procure 1.5 contact pendant 1 seconde, voir la Figure 5.8 qui dénombre 15 contacts principaux en 5 s.

Avec la présence du fluide, le spectre complet du nœud 282 est dominé par le pic à 0 Hz qui a la valeur 0.048 m, le double de l'excentricité radial de centre de l'orbite, voir la Figure 5.4 (h). Les pics apparaissant dans le spectre sans fluide sont tous amortis. Aucun pic à Ω n'émerge car l'orbite du nœud 282 est totalement déportée, voir la Figure 5.6 (b).

Les résultats présentés montrent l'influence importante du fluide de forage sur le comportement dynamique du train de tiges. La circulation du fluide au sein du système de forage contribue à amortir les vibrations de la tiges sous l'excitation des balourds et réduit donc le nombre et la durée des contacts. L'étude paramétrique suivante détaille l'influence des autres caractéristiques du fluide sur la dynamique du train de tiges.

5.1.2 Étude paramétrique pour le modèle d'interaction fluide-structure

Le modèle d'interaction fluide-structure présenté dans le paragraphe 2.4 exprime la dépendance des forces dues aux écoulements du fluide aux paramètres rhéologiques et aux propriétés du fluide. Le fluide est supposé avoir un comportement élastique en loi de puissance (Yield-Power-Law fluid) caractérisée par l'indice de consistance K , par l'indice de loi de puissance n et par la limite élastique τ_y . En dehors de ces paramètres rhéologiques qui sont fixés pour un fluide donné, le débit et la densité affectent la dynamique du train de tiges. Dans ce paragraphe, l'étude paramétrique porte sur leurs influences.

Pendant le forage, la partie de tiges travaille en tension afin d'éviter le flambage. Le poids sur l'outil est assuré par les masse-tiges, ainsi cette partie travaille toujours en compression. La surveillance du comportement dynamique de la partie au fond est cruciale pour améliorer la qualité du trou de forage. Pour cette raison, seules les réponses dynamiques du nœud 282 sont considérées dans cet étude paramétrique.

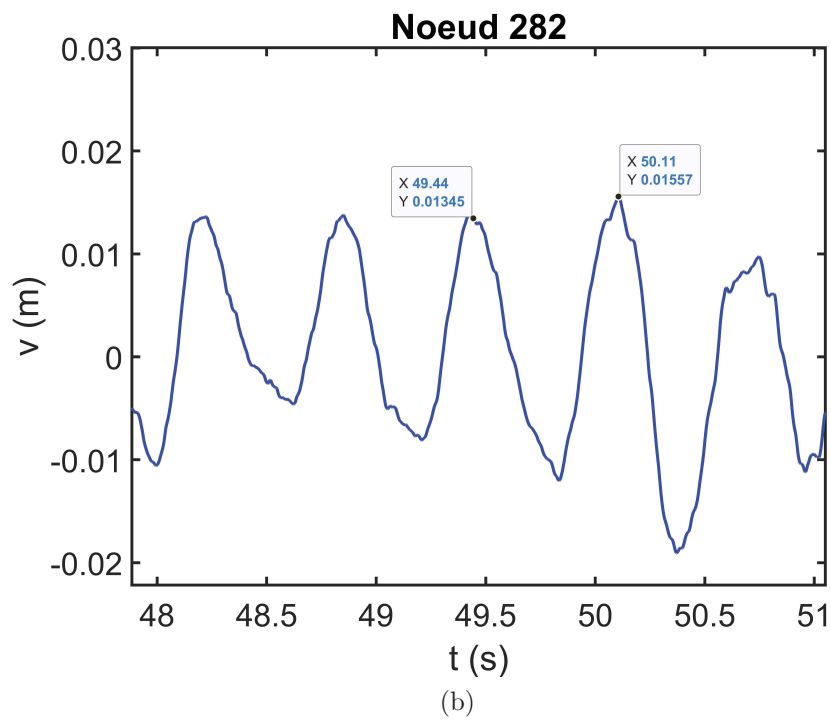
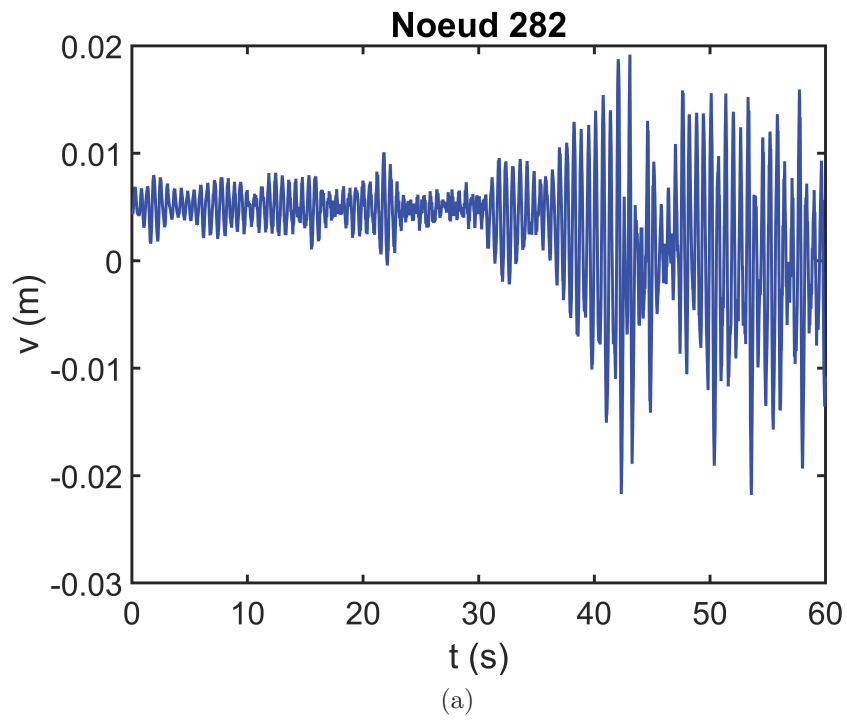


FIGURE 5.7 – Déplacement suivant l'axe y du nœud 282 (a), zoom [48 s - 51 s](b).

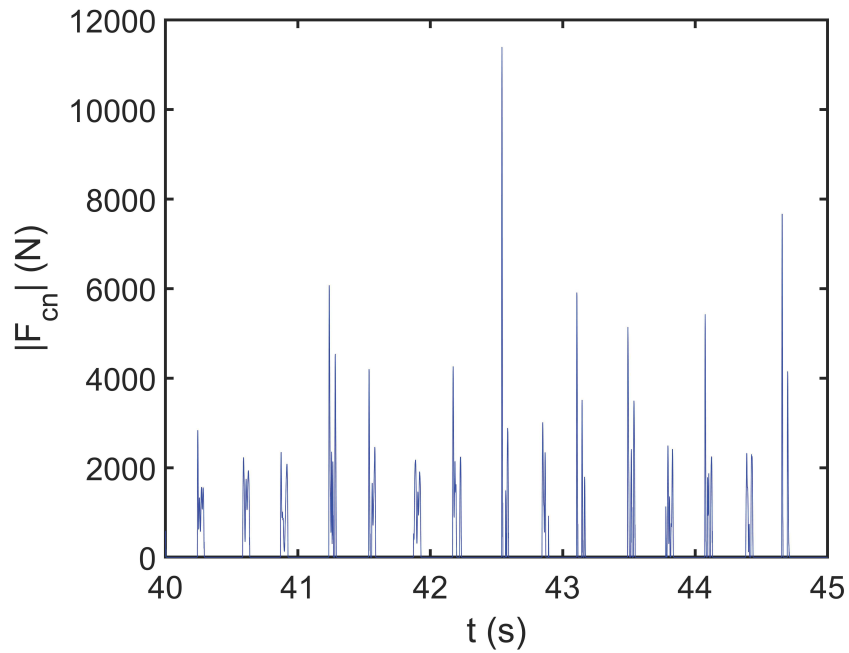


FIGURE 5.8 – Force de contact normale au nœud 282 sans fluide pour une simulation de [40 s - 45 s].

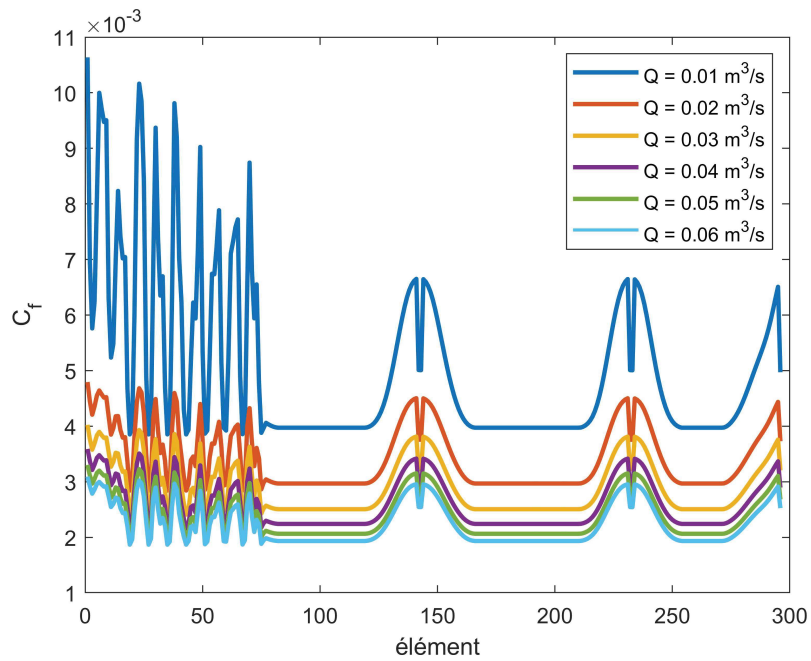


FIGURE 5.9 – Effets du débit du fluide sur le coefficient de frottement C_f .

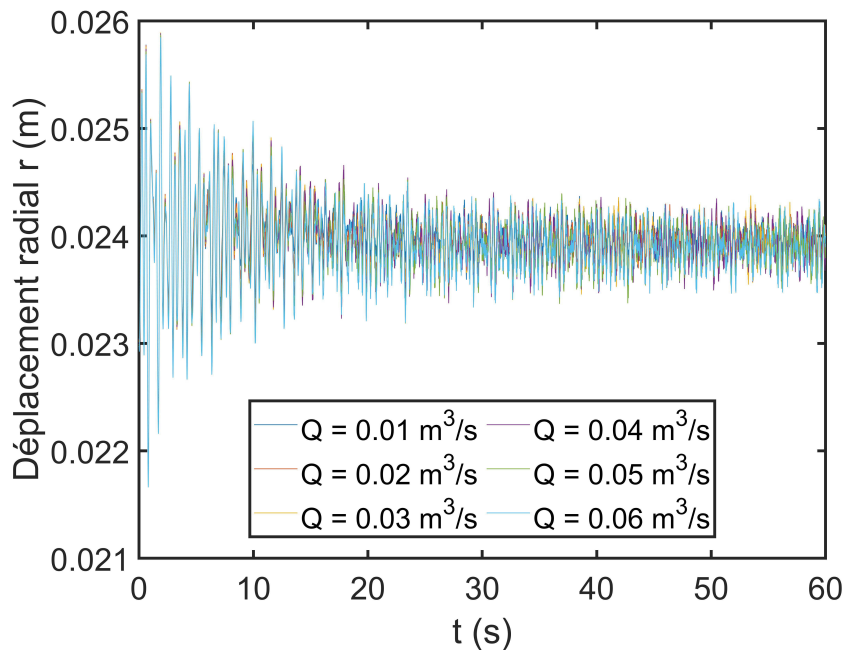
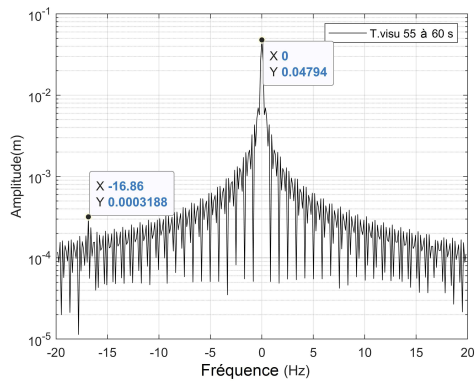


FIGURE 5.10 – Déplacements radial r du Nœud 282 pour différents débits du fluide.

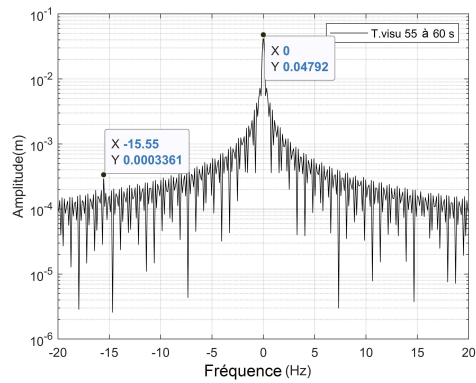
Effet du débit du fluide

Le débit du fluide varie dans la plage $[0.01 \text{ kg/m}^3 - 0.06 \text{ kg/m}^3]$, valeurs réelles pour le forage. Les effets du débit du fluide sur le coefficient de frottement C_f sont représentés Figure 5.9. Pour un fluide élastique en loi de puissance, le nombre de Reynolds est proportionnel à la vitesse axiale. L'augmentation du débit entraîne donc l'augmentation du nombre de Reynolds. La plage du débit considérée garde le régime laminaire. Une relation inverse entre le nombre de Reynolds et le coefficient de frottement est indiquée dans [75]. Une augmentation du débit diminue le coefficient de frottement C_f et réduit la force dans la direction axiale et l'amortissement du fluide. Des déplacements radiaux du nœud 282 sont tracés Fig.5.10 pour différents débits du fluide.

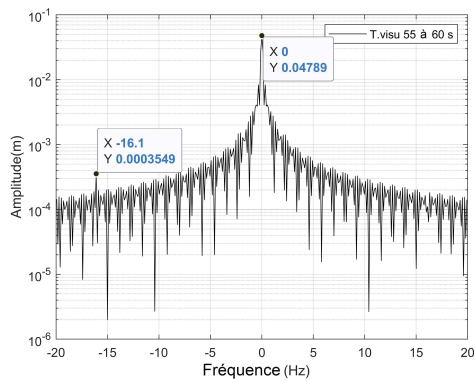
Les résultats montrent que l'effet du débit de fluide sur la réponse dynamique du train de tiges est très faible. Aucune différence considérable est observée en comparant des déplacements radiaux pour différents débits. Les spectres complets, voir la Figure 5.11, montrent qu'augmenter le débit diminue légèrement l'excentricité de l'orbite du nœud 282, qui est la conséquence de la diminution de la force axiale du fluide.



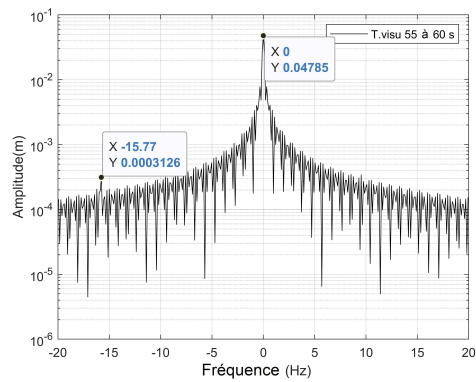
(a)



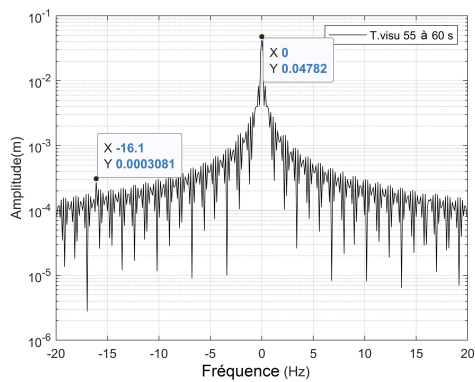
(b)



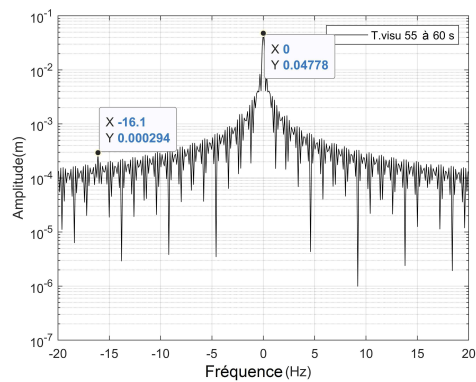
(c)



(d)



(e)



(f)

FIGURE 5.11 – Spectres complets du Nœud 282 pour différents débits du fluide : $Q = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ (a), $Q = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ (b), $Q = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ (c), $Q = 0.04 \text{ m}^3/\text{s}$ (d), $Q = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ (e), $Q = 0.06 \text{ m}^3/\text{s}$ (f).

Effet de la densité du fluide

La Figure 5.12 montre que le coefficient de frottement C_f diminue globalement avec la densité du fluide qui varie de 1200 kg/m^3 à 2100 kg/m^3 . Sur la Figure 5.13, sont tracées les orbites du nœud 282. Comme la densité rajoute plus d'inertie au système, il en résulte que les amplitudes des orbites augmentent avec la densité, voir aussi les spectres complets affichés par la Figure 5.14. Avec la densité, les spectres complets s'enrichissent de raies spectrales liées au comportement du train de tiges qui devient de plus en plus non linéaire.

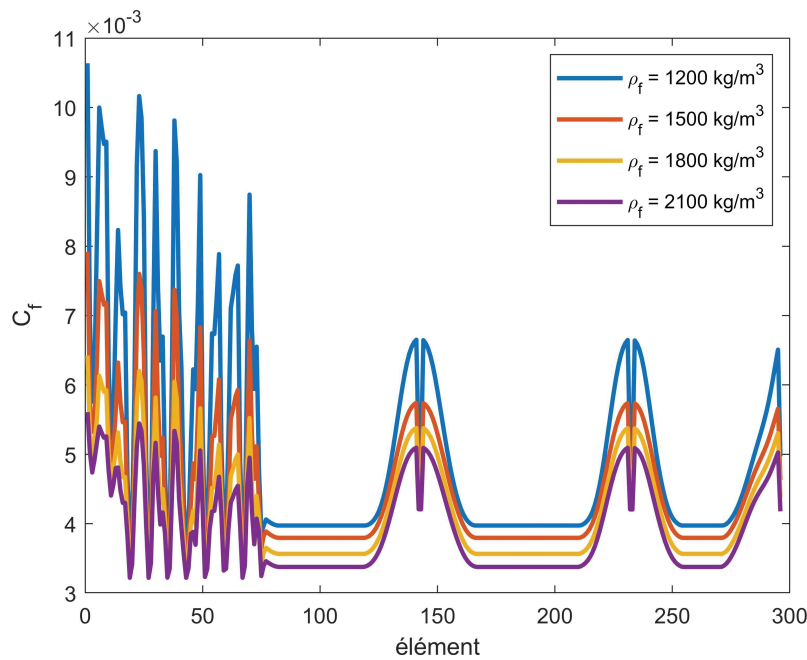


FIGURE 5.12 – Effet de la densité du fluide sur le coefficient de frottement C_f .

L'étude paramétrique réalisée ici, a montré l'influence du fluide sur le comportement dynamique du train de tiges. Premièrement, l'augmentation du débit, de la densité du fluide entraîne une diminution du coefficient de frottement C_f qui diminue l'amortissement et la force axiale des écoulements du fluide. Par conséquent, l'excentricité tige-puits devient de plus en plus importante. Ensuite, l'augmentation du débit montre des effets beaucoup plus faibles que ceux de la densification du fluide. Et enfin, la circulation du fluide plus lourd excite la structure sur ses modes de flexion de fréquences plus basses.

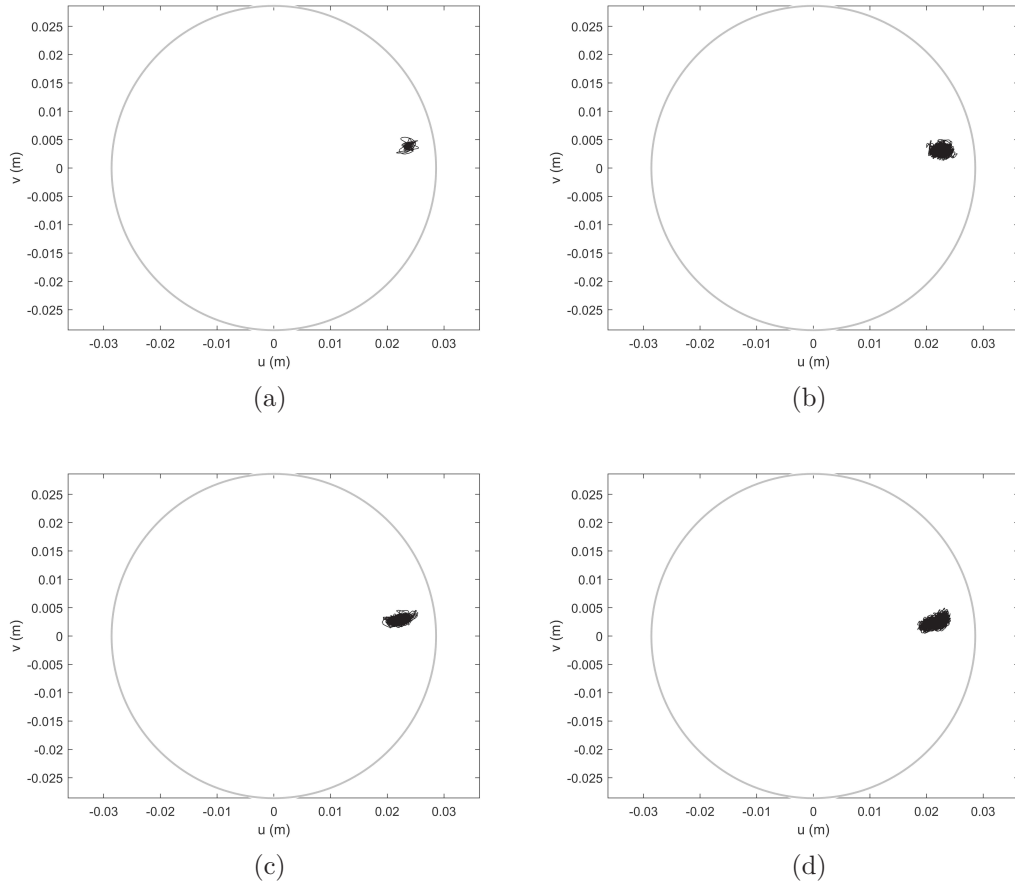
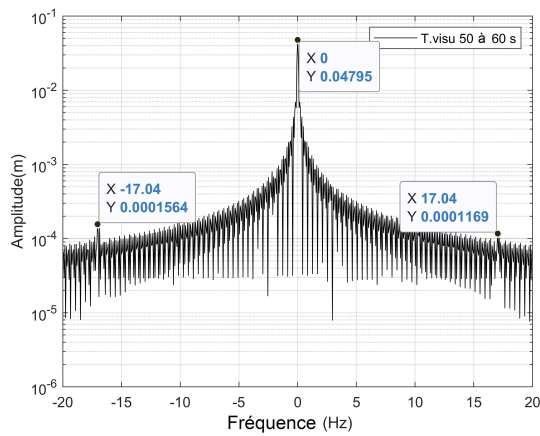
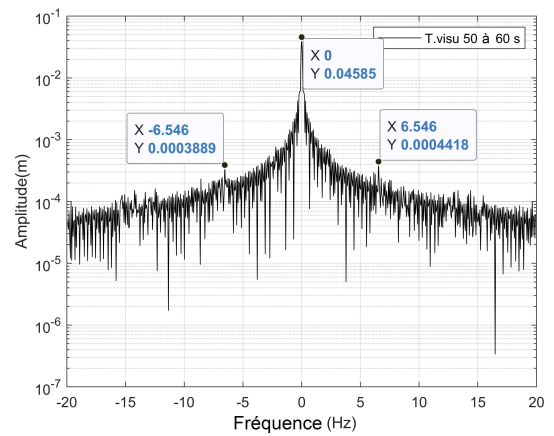


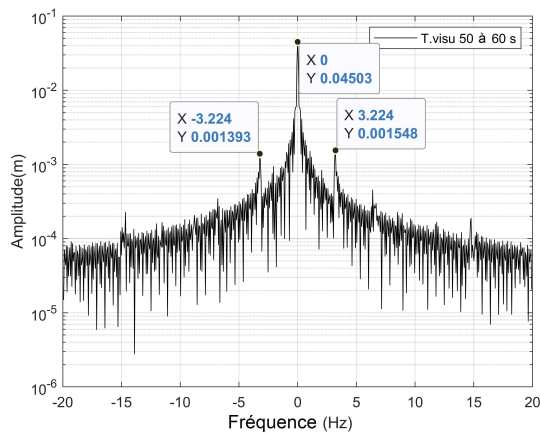
FIGURE 5.13 – Orbites du Nœud 282 pour différentes densités du fluide : $\rho_f = 1200 \text{ kg/m}^3$ (a), $\rho_f = 1500 \text{ kg/m}^3$ (b), $\rho_f = 1800 \text{ kg/m}^3$ (c), $\rho_f = 2100 \text{ kg/m}^3$ (d).



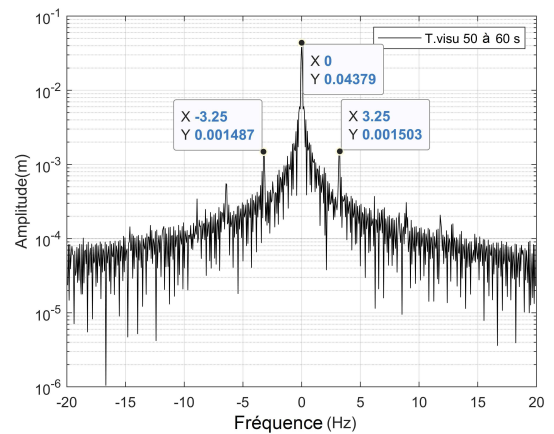
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 5.14 – Spectres complets du Nœud 282 pour différentes densités du fluide : $\rho_f = 1200 \text{ kg/m}^3$ (a), $\rho_f = 1500 \text{ kg/m}^3$ (b), $\rho_f = 1800 \text{ kg/m}^3$ (c), $\rho_f = 2100 \text{ kg/m}^3$ (d).

5.2 Réponses aux balourds avec un modèle réduit Craig-Bampton

Les simulations précédentes consomment un temps de calcul très important : pour une durée de simulation de 60 s pour le train de tiges comportant 1782 ddl, 43.8 heures sont requises. En réalité, la longueur du puits réel peut atteindre quelques kilomètres avec une trajectoire fort complexe. Les points de contact sont donc nombreux ce qui implique un temps de calcul et une mémoire de stockage gigantesques. La technique de décomposition de la matrice de masse permet de réduire le temps pour résoudre de l'Equation 3.37 par le schéma RK4 en utilisant la fonction 'decomposition' de Matlab. Grâce à cette technique, le temps de calcul pour le système complet est diminué de 43.8 h à 4.15 h. Afin de gagner encore plus le temps de calcul, la réponse aux balourds du train de tiges est calculée par un modèle de condensation dynamique de Craig-Bampton afin de réduire le temps de calcul tout en espérant garder la précision des résultats par rapport à ceux obtenus avec le modèle complet.

Le cas test présenté dans le paragraphe 5.1 est considéré pour le calcul avec modèle réduit CB. Le train de tiges tourne à 120 tr/min. Le résultat du calcul de la position d'équilibre statique représenté Figure 5.2 montre qu'il y a 115 nœuds sur 297 en contact, sauf le premier nœud encastré pour le calcul statique. Ce résultat est utilisé pour déterminer le nombre de modes statiques qui comprennent des ddl de déplacements latéraux pour les nœuds en contact et des ddl sujets aux poids et couple sur l'outil. Il y a donc au total 232 modes statiques du modèle CB. Le nombre de modes statiques et de modes dynamiques constituent la base de CB. La réponse aux balourds du train de tiges dans le puits 3D de 200 m est calculée pour une durée de fonctionnement de 60 s. Le Tableau 5.3 compare les temps de calcul obtenus par le modèle complet et par le modèle réduit avec différents nombres de modes dynamiques.

Les résultats montrent un grand intérêt du modèle réduit par rapport au modèle complet lorsque la technique de décomposition de matrice n'est pas appliquée. En retenant environ 25% du nombre de modes physiques du système (432 sur 1744 modes), le temps de calcul est diminué presque 11 fois. Pourtant, par rapport au modèle complet utilisant la technique de décomposition de Matlab, les temps de calcul du modèle complet et réduit sont équivalents. L'augmentation de nombre de modes dynamiques entraîne une croissance significative du temps de calcul. Celui-ci est deux fois plus long que pour le modèle complet si 632 modes de la base CB sont retenus. La proportion entre le temps de calcul et le nombre de modes retenus de la base CB est due à l'interaction à chaque pas de temps entre des ddl de la base CB et des ddl physiques comme indiqué par l'Equation 3.50 pour le calcul des forces de contact non-linéaires entre les ddl de frontière.

Afin de déterminer le nombre de modes dynamiques suffisants pour assurer la pré-

Tableau 5.3 – Comparaison du temps de calcul pour différents nombres de modes dynamiques. Le nombre total de modes physiques est de 1774 et le temps de calcul pour le modèle complet est 157941 s. Celui-ci pour le modèle complet avec la technique de décomposition de matrice est 14929 s.

Nb. modes dynamiques η	Nb. modes statiques	Nb. modes retenus	Temps cal. CB(s)	Ratio temps cal. CB/14929
50	232	282	9141	0.61
100	232	332	11360	0.76
150	232	382	13741	0.92
200	232	432	14622	0.98
250	232	482	16916	1.13
300	232	532	18136	1.21
350	232	582	20053	1.34
400	232	632	27223	1.82

cision des résultats obtenus par le modèle, deux critères de convergence de CB sont calculés :

$$\epsilon_t = \frac{\sqrt{\sum_{noeud} (u_{cb}(t) - u_{ref}(t))^2}}{3\sqrt{\sum_{noeud} u_{ref}^2(t)}} + \frac{\sqrt{\sum_{noeud} (v_{cb}(t) - v_{ref}(t))^2}}{3\sqrt{\sum_{noeud} v_{ref}^2(t)}} + \frac{\sqrt{\sum_{noeud} (w_{cb}(t) - w_{ref}(t))^2}}{3\sqrt{\sum_{noeud} w_{ref}^2(t)}}, \quad (5.1)$$

et

$$\epsilon_n = \frac{\sqrt{\sum_i (u_{cb}(t_i) - u_{ref}(t_i))^2}}{3\sqrt{\sum_i u_{ref}^2(t_i)}} + \frac{\sqrt{\sum_i (v_{cb}(t_i) - v_{ref}(t_i))^2}}{3\sqrt{\sum_i v_{ref}^2(t_i)}} + \frac{\sqrt{\sum_i (w_{cb}(t_i) - w_{ref}(t_i))^2}}{3\sqrt{\sum_i w_{ref}^2(t_i)}}, \quad (5.2)$$

avec (u_{cb}, v_{cb}, w_{cb}) et $(u_{ref}, v_{ref}, w_{ref})$ désignent respectivement trois déplacements obtenus par la méthode CB et par le système complet. Le premier critère ϵ_t représente l'erreur relative de trois déplacements de l'ensemble de tous les nœuds du train de tiges à chaque pas de temps et le deuxième ϵ_n montre l'erreur relative de trois déplacements de chaque nœud pour toute la durée de simulation [0 s - 60 s].

La Figure 5.15 représente les variations de ϵ_t en fonction du temps de simulation et de ϵ_n en fonction de la position curviligne pour différents nombres de modes dynamiques. La réponse dynamique du train de tiges calculée par le système réduit avec plus de 100 modes dynamiques converge vers la réponse obtenue par le système complet avec l'erreur relative d'environ 3% en se référant à ϵ_t . Des erreurs non nulles existent pour le critère ϵ_t à l'instant $t = 0$ même pour un nombre important de modes dynamiques retenus pour le système réduit, voir la Figure 5.15 (a). Ces

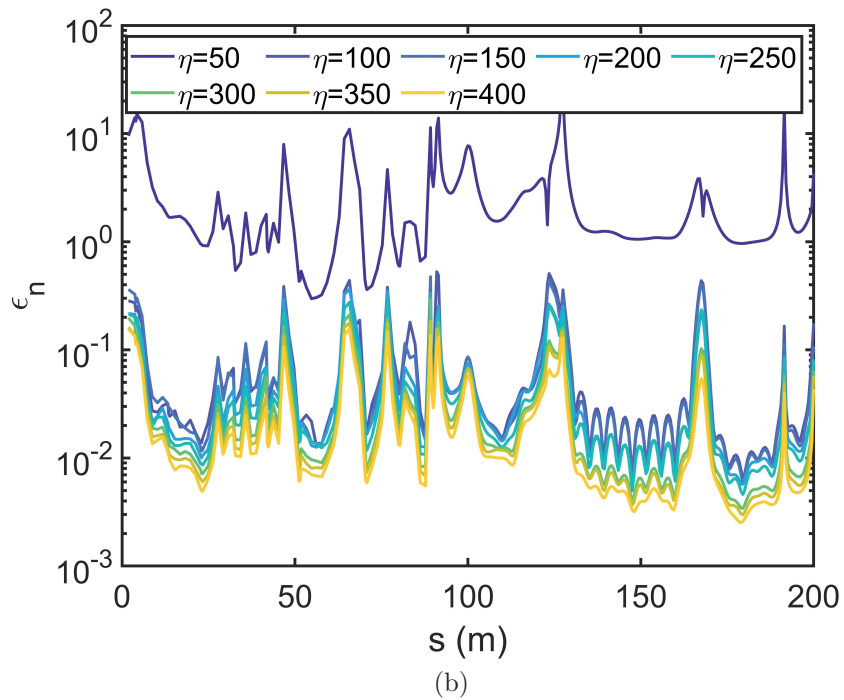
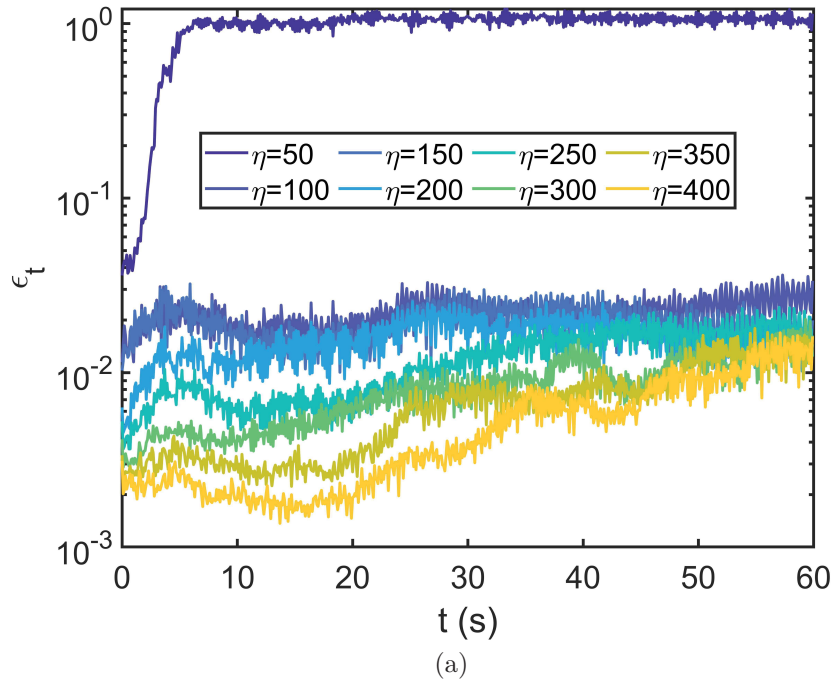


FIGURE 5.15 – Deux indices de convergence : ϵ_t (Eq.5.1), ϵ_n (Eq.5.2) dans le temps et selon l'abscisse curviligne pour différents nombres de modes dynamiques η .

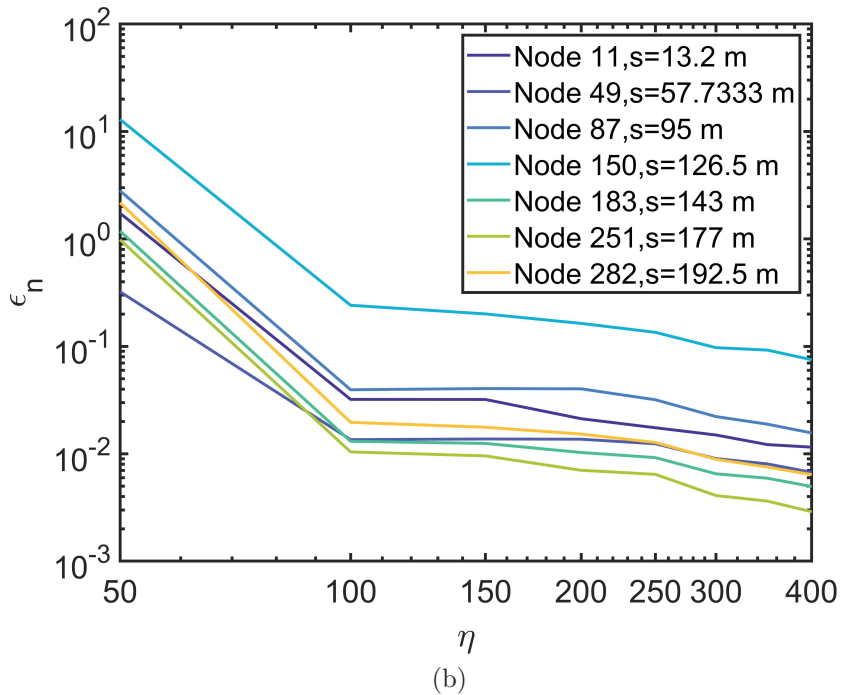
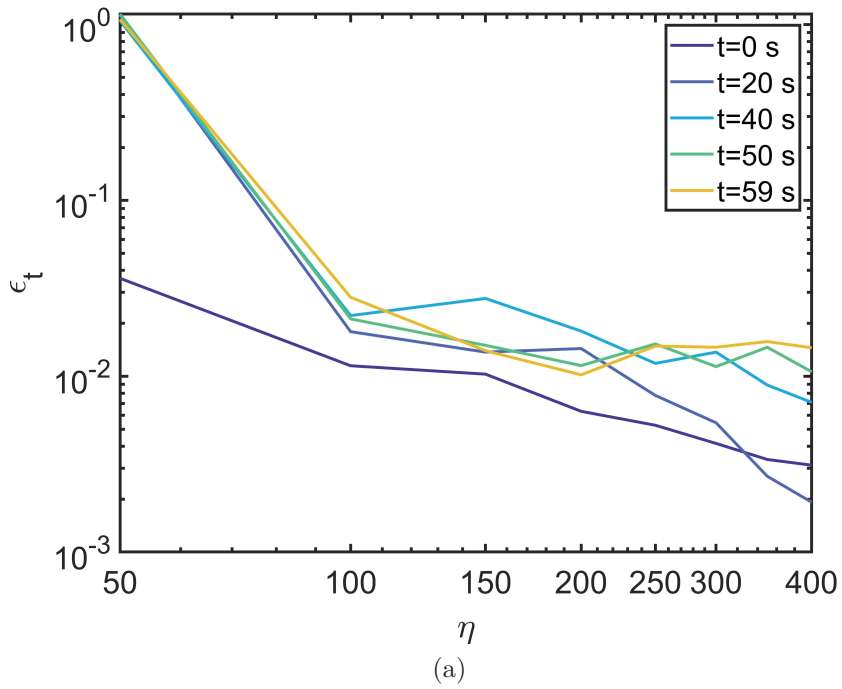


FIGURE 5.16 – Deux indices de convergence : ϵ_t (Eq.5.1), ϵ_n (Eq.5.2) pour différents nombres de modes dynamiques η , instants t et nœuds considérés. Les axes sont en échelle logarithmique.

erreurs se cumulent à chaque instant de calcul et finalement, une augmentation de ϵ_t en fonction du temps de simulation est observée. En ce qui concerne le critère ϵ_n , des erreurs importantes sont trouvées au niveau de l'outil, de stabilisateurs où les très faibles jeux tige-puits peuvent provoquer des erreurs numériques, voir la Figure 5.15 (b). En outre, des valeurs importantes de ϵ_n sont remarquées également aux nœuds ayant des contacts intermittents dus à une grande déflexion après le calcul d'équilibre statique et la présence des balourds. Mais, les résultats de CB convergent globalement vers une erreur d'environ 7%.

La Figure 5.16 représente les deux indices ϵ_t et ϵ_n en fonction du nombre de modes dynamiques pour différents instants t et pour différents nœuds du train de tiges. Les résultats montrent un taux de convergence très important entre 50 et 100 modes. Au dessus de 100 modes dynamiques retenus, la vitesse de convergence évolue très lentement.

Comme le résultat dynamique obtenu par la méthode CB avec 100 modes dynamiques donne une bonne convergence au résultat de référence, il est considéré pour la comparaison des déplacements radiaux du nœud 282, voir la Figure 5.17.

Pour ce nombre de modes dynamiques, le modèle réduit CB est capable de capturer des résultats du modèle complet, surtout dans des premières secondes de simulation. Mais des erreurs sont amplifiées au cours du temps de calcul. Cependant, le modèle CB peut reproduire globalement la réponse dynamique du train de tiges en comparaison avec le modèle complet. Dans le cas test du puits 3D de 200 m, malgré la forte non-linéarité de la dynamique due au nombre de contacts et de la complexité de trajectoire du puits, le modèle CB avec 100 modes dynamiques restitue un résultat cohérent avec celui obtenu avec le modèle complet de référence et de gagner un peu plus le temps de calcul.

Synthèse

Malgré le temps de calcul important, le modèle complet aide à avoir des connaissances sur le comportement dynamique du train de tiges sans et avec la présence du fluide. La mise en œuvre de la technique de réduction de Craig-Bampton restitue globalement la dynamique du train de tiges avec un gain du temps de calcul notable. Ces gains seraient plus importants avec l'hypothèse que les contacts ne peuvent avoir lieu qu'aux ddl de frontière, qui auraient pu être, par exemple les ddl de translation des raccords (tool-joints).

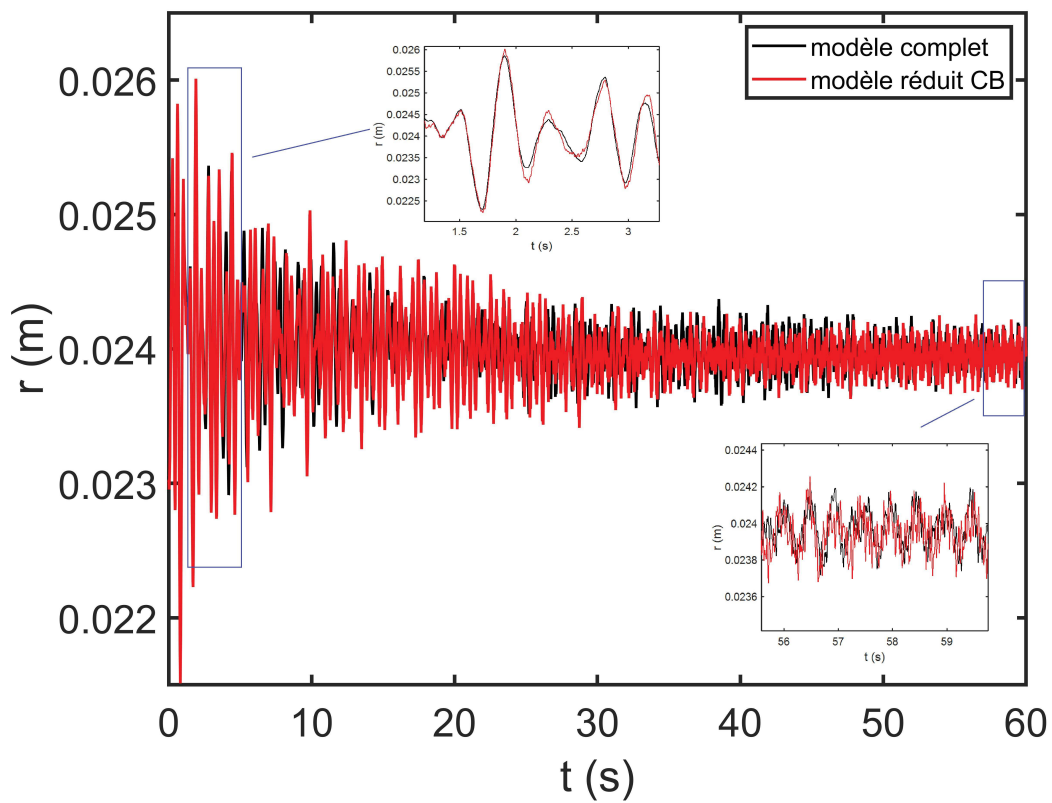


FIGURE 5.17 – Comparaison des déplacements radiaux obtenus par le modèle complet et par le modèle réduit avec 100 modes dynamiques retenus.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

Sommaire

6.1	Conclusions	120
6.2	Perspectives	122

6.1 Conclusions

La présentation générale du contexte et des équipements de forage est réalisée dans le chapitre 1. Les nombreuses publications parues ces dernières années sur la dynamique des trains de tiges de forage mobilisent de nombreux chercheurs et démontrent que ce domaine de recherche est actualité. Il convient de surligner que l'expérience du forage pétrolier sert au forage géothermique qui s'effectue à de grande profondeur. En dehors des modèles EF de poutre droite qui sont très répandus dans la littérature, des modèles de poutre courbe proposés récemment dans [27, 51] ont montré des intérêts pour la simulation du comportement dynamique non-linéaire du train de tiges. De plus, les méthodes combinées : EF+segments finis et matrices de transfert+EF ont montré également des gains au niveau du temps de calcul. Les contributions originales de cette thèse par rapport à la littérature sont les suivantes :

- La prise en compte de l'état pré-chargé du train de tiges du à la trajectoire courbe du puits.
- La modélisation de l'interaction tige-puits par une loi de contact régularisée amortie autorisant la pénétration tige-puits afin d'éviter des instabilités numériques.
- La prise en compte de l'interaction fluide-tige par un modèle de fluide non-Newtonien en considérant l'excentricité du fluide annulaire et la vitesse de rotation du train de tiges.
- L'application de la méthode de la condensation Craig-Bampton comme la technique de réduction du modèle EF pour réduire le temps de calcul.

Dans le chapitre 2, des modèles EF développés sont consacrés à la simulation du comportement dynamique non linéaire du train de tiges de forage. Celui-ci est modélisé par des éléments de poutre à deux nœuds, chaque nœud contient six degrés de liberté, trois translations et trois rotations en utilisant l'approche énergétique. La prise en compte des couplages axial-torsion/flexion introduisent des sollicitations paramétriques dans la dynamique en flexion. Le modèle du fluide est établi en utilisant l'approche de type équilibre. Les efforts du fluide exercés sur la structure sont discrétisés pour obtenir des matrices de masse, d'amortissement, de raideur et des vecteurs de force associés au fluide de forage.

Dans le chapitre 3, des calculs de différents comportements du train de tiges de forage sont présentés. Sous l'effet de la gravité, la plupart du train de tiges est en contact avec la paroi du puits. La réponse aux balourds induits par les défauts de fabrication, l'usure au cours du fonctionnement et les équipements de mesure est calculée dans cette thèse.

Avant de d'entreprendre l'analyse modale (base modale, diagramme de Campbell)

puis la réponse non linéaire notamment aux balourds, le calcul de sa position s'équilibre statique du train de tiges dans le puits doit être réalisé. L'état de précontrainte initiale de la tige dû à la courbure du puits est pris en compte à l'aide du calcul de parcours qui ramène le train de tiges de la position verticale vers la ligne neutre du puits. La position d'équilibre statique du train de tiges sous des actions de la gravité, de pulsation du fluide, d'interaction tige-puits et des efforts à l'outil est calculée par la méthode itérative classique de Newton-Raphson.

La base modale du train de tiges est établie en prenant en compte les raideurs de contact normal linéarisées après le calcul d'équilibre statique. Le diagramme de Campbell identifie les vitesses critiques potentielles du train de tiges et indique la stabilité des modes de vibration en fonction de la vitesse de rotation. La classification des modes basée sur des indicateurs liés aux énergies cinétique et de déformation est proposée. Le suivi des modes est réalisé à l'aide du critère NC^2O proposé dans [80].

La réponse aux balourds est obtenue par la résolution des équations du mouvement en utilisant un schéma numérique Runge-Kutta d'ordre 4 à pas de temps adaptatif ce qui permet de réduire le temps de calcul. La technique de réduction du modèle physique complet par la méthode de Craig-Bampton est mise en œuvre afin d'avoir un gain de temps de calcul.

Le chapitre 4 présente l'outil de simulation DrillSim (Drilling Simulation) développé dans le cadre de DrillLab et dans lequel ont été implémentés les modèles décrits précédemment. Des cas test et des résultats de calcul vérifient les modèles proposés et montrent la capacité du logiciel.

La position d'équilibre statique est calculée pour deux trajectoires du puits : rectiligne inclinée et 3D. Les comparaisons entre les résultats obtenus avec DrillSim et avec le logiciel de DrillScan ont montré l'influence non-négligeable de l'état de précontrainte du train de tiges sur sa position d'équilibre statique dans un puits de trajectoire complexe.

La base modale calculée pour un puits horizontal a montré une bonne cohérence avec la formule analytique et le modèle EF proposés dans [17].

Le calcul du diagramme de Campbell est réalisé pour un puits 3D de longueur de 2000 m avec le modèle de fluide utilisé dans [58]. Tous les modes du train de tiges évoluent avec la vitesse de rotation comme indiqué dans [97]. Il n'existe plus des modes purs (flexion, axial, torsion) car il y a toujours des couplages entre les différents types de vibration. Les indicateurs se basant sur le calcul des énergies cinétique et de déformation donnent une estimation qualitative sur le couplage (fort ou faible) entre les modes de vibration. Le suivi des formes modales est bien assuré par le critère de corrélation NC^2O .

Le chapitre 5 présente des simulations sur la réponse au balourd du train de tiges immergé dans un puits quasi-réel de longueur de 200 m avec les modèles complet et réduit de Craig-Bampton. Les résultats montrent que la présence du fluide réduit considérablement les déplacements latéraux du train de tiges. Le nombre, la durée de contact et l'amplitude des forces de contact sont également diminués grâce à la circulation du fluide dans le système de forage. Une étude paramétrique sur le débit et la densité du fluide a mis en évidence des influences de ces paramètres sur la dynamique du train de tiges. L'augmentation du débit et de la densité du fluide diminue le frottement fluide-structure ce qui entraîne une diminution de l'amortissement du fluide. L'effet du débit sur la dynamique du train de tiges est plus faible que l'effet de la densité. Le calcul par le modèle réduit montre son intérêt sur la simulation dynamique de la structure au niveau du temps de calcul. Des gains du temps de calcul pourraient être plus importants sans la recherche des contacts entre les ddl de frontière. Il suffirait de travailler sous l'hypothèse que les lieux de contact soient préalablement estimés et que des ddl de frontière leurs soient affectés.

6.2 Perspectives

Dans ce travail, la simulation de dynamique du train de tiges est réalisée par des modèles numériques prenant en compte plusieurs phénomènes physiques dans le domaine de forage et ouvre des perspectives.

Pour améliorer et compléter le modèle actuel proposé dans cette thèse, plusieurs pistes sont à envisager :

- La prise en compte d'un modèle d'interaction outil-formation par une loi représentant la relation entre WOB et TOB afin de simuler la dynamique du train de tiges avec un comportement réel d'outil de forage.
- L'étude paramétrique sur le coefficient de frottement, les efforts à l'outil afin d'établir une carte d'instabilité du système dans les conditions de travail réelles.
- La simulation des réponses dynamiques avec une loi de vitesse de rotation variable en temps et en espace afin d'étudier l'effet gyroscopique sur la dynamique du train de tiges.
- L'utilisation des éléments de poutre courbe pour décrire la courbure du puits plus naturellement.
- Sous l'hypothèse de régimes stationnaires établis, utilisation de la méthode de balance harmonique pour gagner du temps de calcul mais avec une efficacité à prouver à cause de la multiplicité du nombre de contacts et donc de coefficients de Fourier à calculer.

- L'application de la technique de calcul parallèle pour viser des calculs en temps réel.
- La comparaison des résultats dynamiques simulés avec des données chantiers pour la validation des modèles dynamiques non linéaires développés.
- L'amélioration de la méconnaissance des modèles induite par l'incertitude de paramètres sur la dynamique du train de tiges en utilisant l'intelligence augmentée (deep learning + big data).

Les premiers centaines de mètres de forage voient le taux de pénétration ROP atteindre 10 à 20 m/h. Mais à partir de 2 km de profondeur, le ROP peut chuter à 0.1 m/h. Il est donc nécessaire de faire appel à de nouvelles technologies de forage pour améliorer la vitesse de pénétration afin de réduire le coût et le temps non productif du forage. Il peut être cité, la fracturation et les combinaisons outil-laser, outil-torche plasma, outil-jet d'eau. La prise en compte des phénomènes multi-champs de la physique de ces nouvelles techniques dans la simulation dynamique du train de tiges constitue un réel défi scientifique.

Bibliographie

- [1] M. Angelone and S. S. Labini. Overcoming research challenges for geothermal energy. Technical report, Energy Research Knowledge Centre - European Commission, 2014.
- [2] R. I. Leine, D. H. van Campen, and W. J. G. Keultjes. Stick-slip Whirl Interaction in Drillstring Dynamics. *Journal of Vibration and Acoustics*, 124(2) :209–220, 2002.
- [3] N. J. Pushkar, J. D. Macpherson, and M. Neubert. Field Verification of Model-Derived Natural Frequencies of a Drill String. *Journal of Energy Sources Technology*, 124(3) :154–162, 2002.
- [4] P. D. Spanos, A. M. Chevallier, N. P. Politis, and M. L. Payne. Oil and Gas Well Drilling : A Vibrations Perspective. *Shock & Vibration Digest*, 35(2) :81–99, 2003.
- [5] M. W. Dykstra. Experimental evaluations of drill bit and drill string dynamics. In *69th Annual Technical Conferences and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers*, 1994.
- [6] A. S. Yigit and A. P. Christoforou. Coupled torsional and bedding vibrations of actively controlled drillstrings. *Journal of Sound and Vibration*, 234 :67–83, 2000.
- [7] J. K. Vandiver, J. W. Nicholson, and R. J. Shyu. Case studies of the bending vibration and whirling motion of drill collars. In *SPE Drilling Engineering*, 1990.
- [8] J. D. Jansen. Non-linear rotor dynamics as applied to oilwell drillstring vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, 147(1) :115–135, 1991.
- [9] A. Berlioz, J. Der Hagopian, R. Dufour, and E. Draoui. Dynamic behavior of a drill-string : Experimental investigation of lateral instabilities. *Journal of Vibration and Acoustics*, 118 :292–298, 1996.

- [10] R. Dufour and A. Berlioz. Parametric instability of a beam due to axial excitations and to boundary conditions. *Journal of Vibration and Acoustics*, 120 :461–467, 1998.
- [11] R. W. Tucker and C. Wang. An intergrated model for drill-string dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, 224(1) :123–165, 1999.
- [12] Y. A. Khulief and H. Al-Nacer. Finite element dynamic analysis of drillstrings. *Finite Elements in Analysis and Design*, 41 :1270–1288, 2005.
- [13] M. T. Piovan and R. Sampaio. Nonlinear model for coupled vibrations of drill-strings. *Mécanica Computacional*, 25 :1751–1765, 2006.
- [14] V. I. Gulyayev, V. V. Gaidaichuk, I. L. Solovjov, and I. V. Gorbunovich. The buckling of elongated rotating drill strings. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 67 :140–148, 2009.
- [15] M. Kapitaniak, V. Vaziri, J. P. Chavez, and M. Wiercigroch. Experimental studies of forward and backward whirls of drill-string. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 100 :454–465, 2018.
- [16] R. S. Carden and R. D. Grace. *Horizontal and directional drilling*. Petroskills. OGCI, 2007.
- [17] G. Heisig. Lateral Drillstring Vibrations in Extended-Reach Wells. In *(SPE Paper 59235) IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, 23–25 February 2000, New Orleans, Louisiana, USA*. Society of Petroleum Engineers, 2000.
- [18] V. S. Tikhonov and A. I. Safronov. Analysis of postbuckling drillstring vibrations in rotary drilling of extended-reach wells. *Journal of Energy Ressources Technology*, 133 :1–8, 2001.
- [19] Z. Lian, Q. Zhang, T. Lin, and F. Wang. Experimental and numerical study of drill string dynamics in gas drilling of horizontal wells. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 27 :1412–1420, 2015.
- [20] J. K. Wilson and G. Heisig. Nonlinear drillstring dynamics modeling of induced vibrations in unconventional horizontals. In *SPE/IADC Drilling Conference and Exhibition*, 2015.
- [21] K. Vijayan, N. Vlajic, and M. I. Friswell. Drillstring-borehole interaction : backward whirl instabilities and axial loading. *Meccanica*, 52 :2945–2957, 2017.
- [22] Z. Li, X. Ma, W. Huang, and X. Liu. A 3D analysis of a bottomhole assembly under large deflection. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1996.
- [23] V. Denoël and V. Detournay. Eulerian formulation of constrained elastica. *International Journal of Solids and Structures*, 48 :625–636, 2011.

- [24] S. Arbatani, A. Callejo, J. Kövecses, M. Kalantari, N. R. Marchand, and J. Dargahi. An approach to directional drilling simulation : finite element and finite segment methods with contact. *Comput Mech*, 57 :1001–1015, 2016.
- [25] C. Ke and X. Song. Computationally efficient down-hole drilling system dynamics modeling intergrating finite element and transfer matrix. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 139, 2017.
- [26] T. Feng, I. Kim, and D. Chen. Dynamic Modeling of Directional Drillstring : A Linearized Model Considering Well Profile. *journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, 140 :10, 2017.
- [27] T. Feng, S. Bakshi, Q. Gu, and D. Chen. A finite element modeling framework for planar curved beam dynamics considering nonlinearities and contacts. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 14(8), 2019.
- [28] A. Ghasemlooia, D. G. Rideout, and S. D. Butt. A review of drillstring vibration modeling and suppression methods. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 131 :150–164, 2015.
- [29] A. P. Christoforou and A. S. Yigit. Fully coupled vibrations of actively controlled drillstrings. *Journal of Sound and Vibration*, 267 :1029–1045, 2003.
- [30] R. W. Tucker and C. Wang. Torsional vibration control and Cosserat dynamics. *Meccanica*, 38 :143–159, 2003.
- [31] M. A. Trinidade and R. Sampaio. Modeling of axial-torsional coupled vibrations of drill-strings. In *13th International Workshop on Dynamics & Control*, 2005.
- [32] C. Germay, V. Denoël, and E. Detournay. Multiple mode analysis of the self-excited vibrations of rotary drilling systems. *Journal of Sound and Vibration*, 325 :362–381, 2009.
- [33] T. G. Ritto, C. Soize, and R. Sampaio. Nonlinear dynamics of a drill-string with uncertain model of the bit-rock interaction. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 44 :865–876, 2009.
- [34] A. J. Cunha, C. Soize, and R. Sampaio. Computational modeling of the nonlinear stochastic dynamics of horizontal drillstrings. *Comput Mech*, 56 :849–878, 2015.
- [35] A. Hosseinzadeh and F. Bakhtiari-Nejad. A new dynamic model of couple axial-torsional vibration of a drill string for investigation on the length increment effect on stick-slip instability. *Journal of Vibration and Acoustics*, 139 :9, 2017.
- [36] X. Liu, N. Vljajic, and X. Long. Nonlinear motions of a flexible rotor with a drill bit : stick-slip and delay effects. *Nonlinear Dynamic*, 72 :61–77, 2013.

- [37] V. A. Dunayevsky, F. Abbassian, and A. Judzis. Dynamic stability of drillstrings under fluctuating weight on bit. In *SPE Drilling & Completion*, 1993.
- [38] A. Ghasemloonia, D. G. Rideout, and S. D. Butt. Coupled transverse vibration modeling of drillstrings subjected to torque and spatially varying axial load. In *Proc IMechE Part C : J Mechanical Engineering Science*, volume 227, pages 946–960, 2012.
- [39] C. S. Hsu. On the parametric excitation of a dynamic system having multiple degree of freedom. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 30(3) :367–372, 1963.
- [40] A. P. Christoforou and A. S. Yigit. Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions. *Journal of Sound and Vibration*, 206(2) :243–260, 1997.
- [41] Y. A. Khulief, F. A. Al-Sulaiman, and S. Bashmal. Vibration anamysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations. *Journal of Sound and Vibration*, 299 :540–558, 2007.
- [42] A. A. Jafari, R. Kazemi, and M. F. Mahyari. The Effects of Drilling Mud and Weight Bit on Sability and Vibration of a Drill String. *Journal of Vibration and Acoustics*, 134, 2011.
- [43] Y.-C. Pei, Y.-H. Sun, and J.-X. Wang. Dynamics of rotation conveying mud drill string subjected to torque and longitudinal thrust. *Meccanica*, 48 :2189–2201, 2013.
- [44] A. S. Yigit and A. P. Christoforou. Coupled torsional and bending vibrations of drillstrings subject to impact with friction. *Journal of Sound and Vibration*, 215(1) :167–181, 1998.
- [45] A. S. Yigit and A. P. Christoforou. Coupled torsional and bending vibrations of actively controlled drillstrings. *Journal of Sound and Vibration*, 234(1) :67–83, 2000.
- [46] H. Melakhessou, A. Berlioz, and G. Ferraris. A Nonlinear Well-Drillstring Interaction Model. *Journal of Vibration and Acoustics*, 125 :46–52, 2003.
- [47] D. Ezzeddine. *Modélisation du comportement dynamique d’un train de tiges de forage pétrolier : Application aux vibrations latérales*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2013.
- [48] A. Théron, E. Langre, and C. Putot. The effect of dynamical parameters on precession in rotary drilling. *Journal of Energy Ressources Technology*, 123 :181–186, 2001.

- [49] C. Duran. *Modélisation du comportement dynamique non-linéaire et transitoire de turbomoteur avec multitouches rotor/stator*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2014.
- [50] S. Andersson, A. Söderberg, and S. Björklund. Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts. *Tribology International*, 40 :580–587, 2007.
- [51] J. K. Wilson. *Nonlinear drillstring modeling with applications to induced vibrations in unconventional horizontal wells*. PhD thesis, Texas A&M University, 2017.
- [52] S. S. Chen, M. W. Wambsganss, and J. A. Jendrzejczyk. Added Mass and Damping of a Vibrating Rod in Confined Viscous Fluids. *Journal of Applied Mechanics*, pages 326–329, 1976.
- [53] R. J. Shyu. *Bending Vibration of Rotating Drill Strings*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1989.
- [54] G.-H. Koo and J.-H. Lee. Development of FAMD code to calculate the fluid added mass and damping of arbitrary structure submerged in confined viscous fluid. *KSME International Journal*, 17(3) :457–466, 2003.
- [55] T. Uchiyama. Numerical prediction of added mass and damping for a cylinder oscillating in confined incompressible gas–liquid two-phase mixture. *Nuclear Engineering and Design*, 222 :68–78, 2003.
- [56] V. F. Sinyavskii. Oscillation of a cylinder in a viscous liquid. *Prikladnaya Mekhanika*, 16 :62–67, 1980.
- [57] Y. A. Khulief and F. A. Al-Sulaiman, editors. *Laboratory investigation of drill-string vibrations*, volume 223. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science, 2009.
- [58] J. Antunes, F. Axisa, and T. Grunenwald. Dynamics of rotors immersed in eccentric annular flow. Part 1 : Theory. *Journal of Fluids and Structures*, 10 :893–918, 1996.
- [59] H. Qiu, J. Yang, S. Butt, and J. Zhong. Investigation on random vibration of a drillstring. *Journal of Sound and Vibration*, 406 :74–88, 2017.
- [60] M. P. Paidoussis, T. P. Luu, and S. Prabhakar. Dynamics of a long tubular cantilever conveying fluid downwards, which the flows upwards around the cantilever as a confined annular flow. *Journal of Fluids and Structure*, 24 :111–128, 2008.

- [61] J. K. Wilson and S. F. Noynaert. A New Damping Model for Nonlinear Drill-string Dynamics. In *(SPE Paper 178817) IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, 1-3 March, Fort Worth, Texas, USA*. Society of Petroleum Engineers, 2016.
- [62] O. Erge, M. E. Ozbayoglu, S. Miska, M. Yu, N. Takach, A. Saasen, and R. May. CFD Analysis and Model Comparison of Annular Frictional Pressure Losses While Circulating Yield Power Law Fluids. In *(SPE Paper 173840) SPE Bergen One Day Seminar, 22 April, Bergen, Norway*. Society of Petroleum Engineers, 2015.
- [63] J. Kaplan. *Modélisation tridimensionnelle du comportement directionnel du système de forage rotary*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2003.
- [64] A. Belaid. *Modélisation tridimensionnelle du comportement mécanique de la garniture de forage dans le puits à trajectoire complexes : Application à la prédiction des frottements garniture-puits*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2005.
- [65] N. H. Dao. *Modélisation de la fatigue des systèmes de forage de puits à trajectoire complexe*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2014.
- [66] C. Duran, L. Manin, M.-A. Andrianoely, C. Bordegaray, F. Battle, and R. Dufour. Effect of Rotor-Stator Contact on the Mass Unbalance Response. In *9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Proceedings, Milano, IT*, volume 21, pages 1965–1975, 2014.
- [67] R. F. Mitchell. Fluid momentum balance defines the effective force. In *SPE/IADC Drilling Conference and Exhibition*, 2009.
- [68] M. Lalanne and G. Ferraris. *Rotordynamics Prediction In Engineering, Second Edition*. John Wiley and sons, 1998.
- [69] J. R. Hutchinson. Shear Coefficients for Timoshenko Beam Theory. *Journal of Applied Mechanics*, 68(1) :87–92, 2000.
- [70] H. Ziegler. *Principles of structural stability*. Birkäuser, second edition, 1977.
- [71] C. Duran, L. Manin, M.-A. Andrianoely, C. Bordegaray, and R. Dufour. An analysis of rotor-stator interaction. In *10th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (VIRM10), IMechE, London., London, United Kingdom*, 2012.

- [72] Qiao Ni, Min Tang, Yikun Wang, and Lin Wang. In-plane and out-of-plane dynamics of a curved pipe conveying pulsating fluid. *Nonlinear Dynamics*, 75 :603–619, 2014.
- [73] M. P. Paidoussis. *Fluid-Structure Interactions - Slender Structures and Axial Flow, Vol. 1*. Academic Press, 1998.
- [74] M. P. Paidoussis. Dynamics of cylindrical structures subjected to axial flow. *Journal of Sound and Vibration*, 29 :365–385, 1973.
- [75] O. Erge, E. M. Ozbayoglu, S. Miska, M. Yu, N. Takach, A. Saasen, and R. May. The Effects of Drillstring Eccentricity, Rotation, and Buckling Configurations on Annular Frictional Pressure Losses While Circulating Yield Power Law Fluids. In *(SPE Paper 167950) IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, 4-6 March, Fort Worth, Texas, USA*. Society of Petroleum Engineers, 2014.
- [76] R. Ahmed and S. Miska. Experimental study and modelling of Yield Power Law fluid flow in annuli with drillpipe rotation. In *(SPE Paper 59235) IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, 4-6 March 2008, Orlando, Florida, USA*. Society of Petroleum Engineers, 2008.
- [77] L. Manin, M.-A. Andrianoely, G. Ferraris, R. Dufour, and T. Nouri-Baranger. Nonlinear dynamic interactions between a cable and its casing. Application to automotive gearshift command systems. In *ISMA*, Leuven, Belgium, 2014.
- [78] M. A. Crisfield. *Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, volume 2 : Advanced Topics. Wiley, 1996.
- [79] B. Schmalhorst and M. Neubert. Dynamic modeling softwares. In *AADE Technical Conference*, 2003.
- [80] G. Mogenier, T. Baranger, G. Ferraris, R. Dufour, and L. Durantay. A criterion for mode shape tracking : Application to Campbell diagrams. *Journal of Vibration and Control*, 20(2) :179–190, 2014.
- [81] N. M. Newmark. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 85 :67–94, 1959.
- [82] C. Runge. Über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen. *Math. Ann.*, 46 :167–178, 1895.
- [83] W. Kutta. Über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 46 :435–453, 1901.
- [84] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. Numerical Recipes in Fortran 77. *Cambridge University Press*, 1992.

- [85] M. Geradin and D. J. Rixen. Mechanical Vibrations : Theory and Application to Structural Dynamics. *Cambridge University Press, John Wiley & Son Ltd*, 2015.
- [86] A. Ben-Israel. A Newton-Raphson method for the solution of systems of equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 15 :243–252, 1966.
- [87] O. C. Zienkiewicz and Y. M. Xie. A simple error estimator and adaptive time stepping procedure for dynamic analysis. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 20 :871–887, 1991.
- [88] D. Kuhl and E. Ramm. Generalized energy-momentum method for non-linear adaptive shell dynamics. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 178 :343–366, 1999.
- [89] K.-L. Nguyen, Q.-T. Tran, L. Manin, S. Baguet, M. A. Andrianoely, L. Piau, and R. Dufour. Un schéma d’intégration temporelle pour la réponse transitoire de systemes mécaniques avec butées de contact. In *23ème Congrès Français de Mécanique*, Lille, France, 2017.
- [90] W. C. Hurty. Dynamic analysis of structural systems using component modes. *AIAA Journal*, 3(4) :678–685, 1965.
- [91] W. A. Benfield and R. F. Hrudá. Vibration analysis of structures by component mode substitution. *AIAA Journal*, 9(7) :1255–1261, 1971.
- [92] R. M. Hintz. Analytical methods in component modal synthesis. *AIAA Journal*, 13(8) :1007–1016, 1975.
- [93] R. R. J. Craig and C. J. Chang. A review of substructure coupling methods for dynamic analysis. *13th Annual Meeting, Soc. For Eng. Sci., Advances in Engineering Science, 2, NASA CP-2001*, pages 393–408, 1976.
- [94] D. Martinez, T. Carne, and D. Gregory. Combined experimental/analytical modeling using component mode synthesis. In *Structural Dynamics & Materials Conference*, 1984.
- [95] A. Batailly. *Simulation de l’interaction rotor/stator pour des turbo-machines aeronautiques en conguration non-accidentelle*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, 2008.
- [96] M. C. C. Bampton and R. R. J. Craig. Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, 6(7) :1313–1319, 1968.
- [97] J. A. Axisa and J. Antunes. Flexural vibrations of rotors immersed in dense fluid-Part I :Theory. *Journal of Fluids and Structures*, 6 :3–21, 1992.
- [98] P. Goldman and A. Muszynska. Application of full spectrum to rotating machinery diagnostics. *Orbit*, 20(1) :17–21, 1999.

Annexes

Sommaire

A1 : Algèbre des quaternions	133
A1.1 Vecteur de rotation déformant	133
A1.2 Mise à jour du vecteur de rotation	135
A2 : Calcul de la position quasi-statique sans raideur géométrique	136
A3 : Détermination des pentes à imposer pour le calcul du parcours	139

A1. Algèbre des quaternions

A1.1 Vecteur de rotation déformant

Dans (3.6), la translation déformante n'est calculée que par l'allongement de l'élément porté par son axe. Dans le cas de grandes rotations, elle est extraite du champ de rotation total en utilisant l'algèbre de quaternion. Soit $\boldsymbol{\theta}_i^k = (\theta_{xi}^k, \theta_{yi}^k, \theta_{zi}^k)^T$ le champ de rotation total du nœud i à l'incrément k . Le quaternion unitaire associé à ce vecteur s'écrit :

$$\hat{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_0 \\ \mathbf{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta_i^k}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta_i^k}{2}\right) \frac{\boldsymbol{\theta}_i^k}{\theta_i^k} \end{pmatrix}, \quad (\text{A1.1})$$

avec $\theta_i^k = \sqrt{(\theta_{xi}^k)^2 + (\theta_{yi}^k)^2 + (\theta_{zi}^k)^2}$, $\mathbf{q}_0 = \cos(\theta_i^k/2)$ la partie scalaire du quaternion, $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3)^T$ la partie vectorielle du quaternion. La matrice de rotation calculée dans le repère global pour le nœud i à l'incrément k est définie par :

$$\mathbf{R}_i^k = (\mathbf{q}_0^2 - \mathbf{q}^T \mathbf{q}) \mathbf{I} + 2\mathbf{q}^T \mathbf{q} + 2\mathbf{q}_0 \mathbf{S}_i^k(\mathbf{q}), \quad (\text{A1.2})$$

avec \mathbf{I} la matrice d'identité et :

$$\mathbf{S}_i^k(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{q}_3 & \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_3 & 0 & -\mathbf{q}_1 \\ -\mathbf{q}_2 & \mathbf{q}_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A1.3})$$

La matrice de rotation déformante dans le repère local du nœud i à l'incrément k est calculée par :

$$\mathbf{D}_i^k = (\mathbf{E}^{k-1})^T \mathbf{R}_i^k \mathbf{E}^k, \quad (\text{A1.4})$$

avec $\mathbf{E}^{k-1}, \mathbf{E}^k$ les repères élémentaires à l'incrément $k-1$ et k , voir Fig.A1.1. Le repère élémentaire à l'incrément $(k-1)^{\text{ème}}$, \mathbf{E}^{k-1} , est défini par le processus présenté dans la section 2.2. Le calcul du repère \mathbf{E}^k est réalisé également avec trois étapes ci-dessous :

- Le vecteur unitaire axial est défini en fonction des coordonnées de deux nœuds i, j dans le repère global :

$$\mathbf{e}_z^k = \frac{1}{l_e^k} \begin{pmatrix} X_j^k - X_i^k \\ Y_j^k - Y_i^k \\ Z_j^k - Z_i^k \end{pmatrix}. \quad (\text{A1.5})$$

- Le vecteur \mathbf{e}_y^k est calculé en utilisant la matrice de rotation entre les incréments $k-1$ et k :

$$\mathbf{e}_y^k = \frac{\mathbf{e}_z^k \wedge (\mathbf{R}_i^k \mathbf{e}_y^{k-1})}{\|\mathbf{e}_z^k \wedge (\mathbf{R}_i^k \mathbf{e}_y^{k-1})\|}. \quad (\text{A1.6})$$

- Le vecteur \mathbf{e}_x^k est calculé par : $\mathbf{e}_x^k = \mathbf{e}_y^k \wedge \mathbf{e}_z^k$.

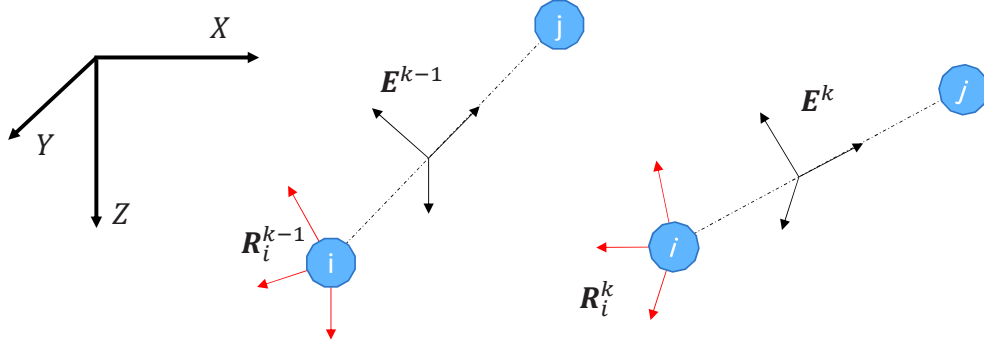


FIGURE A1.1 – Repère local élémentaire et rotation déformante nodale

Les composantes du quaternion $(\mathbf{q}_{d0}, \mathbf{q}_{d1}, \mathbf{q}_{d2}, \mathbf{q}_{d3})^T$ correspondant à la rotation déformante dans le repère local sont extraites de la matrice de rotation déformante \mathbf{R}_i^k de la manière suivante :

- Soit $b = \max (Tr (\mathbf{D}_i^k), D_{i,11}^k, D_{i,22}^k, D_{i,33}^k)$.
- Si $b = Tr (\mathbf{D}_i^k) = D_{i,11}^k + D_{i,22}^k + D_{i,33}^k$:

$$\mathbf{q}_{d0} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + b}, \mathbf{q}_{dm} = \frac{D_{no}^k - D_{on}^k}{4\mathbf{q}_{d0}}, m = 1, 3, \quad (\text{A1.7})$$

avec m, n, o une combinaison circulaire de 1, 2, 3.

- Si $b = D_{mm}^k, b \neq Tr (\mathbf{D}_i^k)$:

$$\mathbf{q}_{dm} = \sqrt{\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}(1 - Tr (\mathbf{D}_i^k))}, \mathbf{q}_{d0} = \frac{D_{no}^k - D_{on}^k}{4\mathbf{q}_{dm}}, \mathbf{q}_{dl} = \frac{D_{lm}^k + D_{ml}^k}{4\mathbf{q}_{dm}}, l = m, n. \quad (\text{A1.8})$$

Le vecteur de rotation déformant est défini en fonction des composantes du quaternion associé :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_i^k = 2 \arccos(\mathbf{q}_{d0}) \\ \theta_{xi}^k = \frac{\theta_i^k \mathbf{q}_{d1}}{\sin\left(\frac{\theta_i^k}{2}\right)} \\ \theta_{yi}^k = \frac{\theta_i^k \mathbf{q}_{d2}}{\sin\left(\frac{\theta_i^k}{2}\right)} \\ \theta_{zi}^k = \frac{\theta_i^k \mathbf{q}_{d3}}{\sin\left(\frac{\theta_i^k}{2}\right)} \end{array} \right. . \quad (\text{A1.9})$$

A1.2 Mise à jour du vecteur de rotation

Soit $\boldsymbol{\theta}_i^k = (\theta_{xi}^k, \theta_{yi}^k, \theta_{zi}^k)^T$ le champ de rotation total de l'itération i à l'incrément k et $d\boldsymbol{\theta}_i^k = (d\theta_{xi}^k, d\theta_{yi}^k, d\theta_{zi}^k)^T$ l'incrément de cette rotation. Les quaternions associés à ces deux vecteurs de rotation sont :

$$\hat{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_0 \\ \mathbf{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta_i^k}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta_i^k}{2}\right) \frac{\boldsymbol{\theta}_i^k}{\theta_i^k} \end{pmatrix}, d\hat{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} d\mathbf{q}_0 \\ d\mathbf{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{d\theta_i^k}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{d\theta_i^k}{2}\right) \frac{d\boldsymbol{\theta}_i^k}{d\theta_i^k} \end{pmatrix}. \quad (\text{A1.10})$$

La mise à jour de la rotation à l'itération i par l'incrément de rotation est réalisée par le produit des quaternions associés à ces deux vecteurs de rotation. Le vecteur de rotation de l'itération $i+1$ à l'incrément k est :

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1}^k = (\theta_{xi+1}^k, \theta_{yi+1}^k, \theta_{zi+1}^k)^T, \quad (\text{A1.11})$$

avec $(\theta_{xi+1}^k, \theta_{yi+1}^k, \theta_{zi+1}^k)^T$ les rotations extraites du produit des quaternions ci-dessous :

$$\hat{\mathbf{q}} d\hat{\mathbf{q}} = \begin{cases} q_0 d\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}^T d\mathbf{q} + d\mathbf{q}_0 \mathbf{q} + \mathbf{q}_0 d\mathbf{q} - \mathbf{q} \wedge d\mathbf{q} \\ \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta_{i+1}^k}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta_{i+1}^k}{2}\right) \frac{\boldsymbol{\theta}_{i+1}^k}{\theta_{i+1}^k} \end{pmatrix} \end{cases}. \quad (\text{A1.12})$$

Cette méthode n'est valable que pour des rotations inférieures à 30° [78]. Il faut donc bien choisir le nombre d'incrément pour que l'angle de rotation ne dépasse pas 30° .

A2. Calcul de la position quasi-statique sans raideur géométrique

La position quasi-statique du train de tiges de forage sans raideur géométrique est obtenue par la résolution du système d'équations suivant :

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_c^{qs}(\boldsymbol{\delta}). \quad (\text{A2.1})$$

La méthode de Newton-Raphson est implémentée avec une boucle itérative comportant quatre étapes :

- La solution initiale $\boldsymbol{\delta}_0$ est donnée par :

$$\boldsymbol{\delta}_0 = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}_s. \quad (\text{A2.2})$$

- Le vecteur de déplacement $\boldsymbol{\delta}_k$ à l'itération k est supposé déjà connu. La correction est définie par :

$$d\boldsymbol{\delta}_k = - \left(\mathbf{K} - \left. \frac{\partial \mathbf{F}_c^{qs}}{\partial \boldsymbol{\delta}} \right|_{\boldsymbol{\delta}=\boldsymbol{\delta}_k} \right)^{-1} [\mathbf{K}\boldsymbol{\delta}_k - \mathbf{F}_s - \mathbf{F}_c^{qs}(\boldsymbol{\delta}_k)], \quad (\text{A2.3})$$

où $\frac{\partial \mathbf{F}_c^{qs}}{\partial \boldsymbol{\delta}}$ est la matrice Jacobienne de \mathbf{F}_c^{qs} par rapport à $\boldsymbol{\delta}$:

$$\frac{\partial \mathbf{F}_c^{qs}}{\partial \boldsymbol{\delta}} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_2 & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{J}_{N-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}_N \end{pmatrix}. \quad (\text{A2.4})$$

N est le nombre de nœuds, $\mathbf{J}_{n,n=1\dots N}$ est la matrice Jacobienne nodale.

$$\mathbf{J}_n = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{cn,u}^{qs}}{\partial u} + \frac{\partial F_{ct,u}^{qs}}{\partial u} & \frac{\partial F_{cn,u}^{qs}}{\partial v} + \frac{\partial F_{ct,u}^{qs}}{\partial v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial F_{cn,v}^{qs}}{\partial u} + \frac{\partial F_{ct,v}^{qs}}{\partial u} & \frac{\partial F_{cn,v}^{qs}}{\partial v} + \frac{\partial F_{ct,v}^{qs}}{\partial v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial F_{ca}^{qs}}{\partial u} & \frac{\partial F_{ca}^{qs}}{\partial v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial M_{fa,u}^{qs}}{\partial u} & \frac{\partial M_{fa,u}^{qs}}{\partial v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial M_{fa,v}^{qs}}{\partial u} & \frac{\partial M_{fa,v}^{qs}}{\partial v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial T_f^{qs}}{\partial u} & \frac{\partial T_f^{qs}}{\partial v} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A2.5})$$

où :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_{cn,u}^{qs}}{\partial u} &= -\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial u} \frac{u}{r} + K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial u} u - \frac{K_c(P)P}{r}, \\
\frac{\partial F_{cn,u}^{qs}}{\partial v} &= -\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial v} \frac{u}{r} + K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial v} u, \\
\frac{\partial F_{cn,v}^{qs}}{\partial u} &= -\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial v} \frac{v}{r} + K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial u} v, \\
\frac{\partial F_{cn,v}^{qs}}{\partial v} &= -\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial v} \frac{v}{r} + K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial v} v - \frac{K_c(P)P}{r}, \\
\frac{\partial F_{ct,u}^{qs}}{\partial u} &= \mu_r^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial u} \frac{v}{r} - \mu_r^{qs} K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial u} v, \\
\frac{\partial F_{ct,u}^{qs}}{\partial v} &= \mu_r^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial v} \frac{v}{r} - \mu_r^{qs} K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial v} v + \mu_s \frac{K_c(P)P}{r}, \\
\frac{\partial F_{ct,v}^{qs}}{\partial u} &= -\mu_r^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial u} \frac{u}{r} + \mu_r^{qs} K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial u} u - \mu_s \frac{K_c(P)P}{r}, \\
\frac{\partial F_{ct,v}^{qs}}{\partial v} &= -\mu_r^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial v} \frac{u}{r} + \mu_r^{qs} K_c(P)P \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial v} u, \\
\frac{\partial F_{ca}^{qs}}{\partial u} &= -\mu_a^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{u}{r}, \\
\frac{\partial F_{ca}^{qs}}{\partial v} &= -\mu_a^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{v}{r}, \\
\frac{\partial M_{fa,u}^{qs}}{\partial u} &= -\mu_a^{qs} R_e \frac{uv}{r^2} \left[\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) - K_c(P) \frac{P}{r} \right], \\
\frac{\partial M_{fa,u}^{qs}}{\partial v} &= -\mu_a^{qs} R_e \left[\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial v} \frac{v}{r} + K_c(P)P \left(\frac{1}{r} - \frac{v}{r^3}\right) \right], \\
\frac{\partial M_{fa,v}^{qs}}{\partial u} &= \mu_a^{qs} R_e \left[\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) \frac{\partial P}{\partial u} \frac{u}{r} + K_c(P)P \left(\frac{1}{r} - \frac{u}{r^3}\right) \right], \\
\frac{\partial M_{fa,v}^{qs}}{\partial v} &= \mu_a^{qs} R_e \frac{uv}{r^2} \left[\left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) - K_c(P) \frac{P}{r} \right], \\
\frac{\partial T_f^{qs}}{\partial u} &= -\mu_r^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) R_e \frac{\partial P}{\partial u}, \\
\frac{\partial T_f^{qs}}{\partial v} &= -\mu_r^{qs} \left(K'_c(P)P + K_c(P)\right) R_e \frac{\partial P}{\partial v}.
\end{aligned} \tag{A2.6}$$

avec $K'_c(P) = \frac{k_c \lambda_k}{1 + (\pi \lambda_k P)^2}$, $\frac{\partial P}{\partial u} = \frac{u}{r}$, $\frac{\partial P}{\partial v} = \frac{v}{r}$.

- Application de la correction : $\delta_{k+1} = \delta_k + d\delta_k$.

- Si l'erreur relative $\frac{\|\delta_k\|_2}{\|\delta_{k+1}\|_2}$ est plus petite que le critère ϵ_0 , la boucle itérative est arrêtée. Sinon, la processus revient à l'étape 2.

A3. Détermination des pentes à imposer pour le calcul du parcours

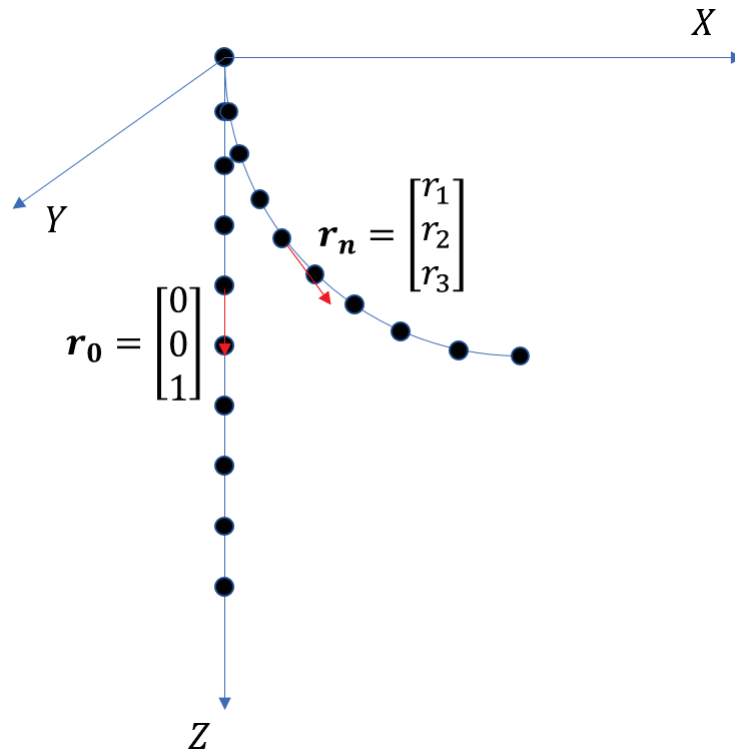


FIGURE A3.1 – Transformation du vecteur tangent de la position rectiligne à la position finale (ligne neutre du puits).

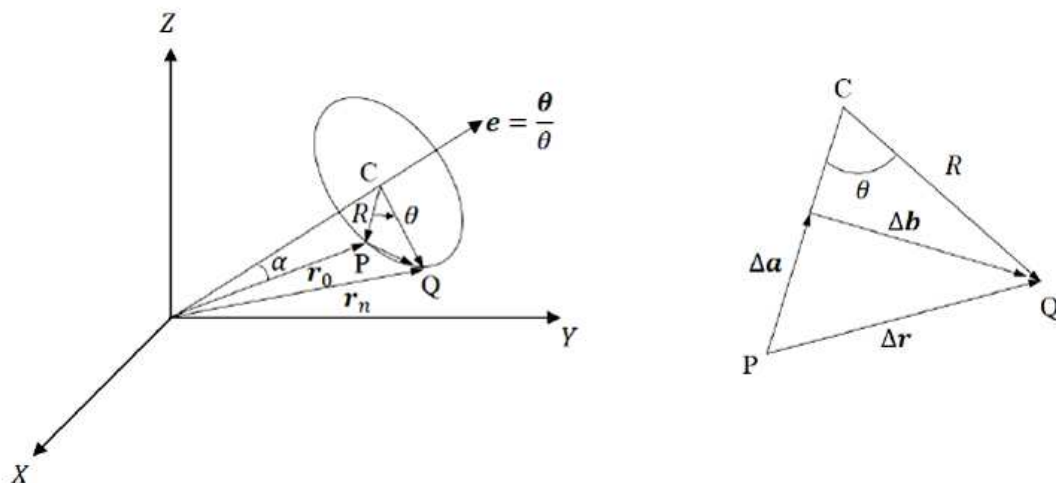


FIGURE A3.2 – Rotation en trois dimensions [78] : (a) rotation autour d'OC, (b) détail.

La Figure A3.1 représente la transformation du vecteur tangent d'un point quelconque sur la fibre neutre de la tige en position verticale \mathbf{r}_o à sa position sur la ligne neutre du puits \mathbf{r}_n . Le vecteur de rotation $\boldsymbol{\theta}$ autour d'OC procurant cette transformation est représenté sur la Figure A3.2(a) et le détail est schématisé sur la Figure A3.2(b).

Le vecteur \mathbf{r}_o tourne dans le plan OPQ pour devenir \mathbf{r}_n par $\Delta\mathbf{r}$:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_o = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 - 1 \end{pmatrix}^T, \quad (\text{A3.1})$$

avec $R = \|\mathbf{r}_o\| \sin \alpha = \sin \alpha$. La valeur de θ est obtenue par :

$$\theta = \arccos \left(\frac{2R^2 - \|\Delta\mathbf{r}\|^2}{2R^2} \right) = \arccos \left(\frac{2R^2 - r_1^2 - r_2^2 - (r_3 - 1)^2}{2R^2} \right). \quad (\text{A3.2})$$

Grâce à la Fig.A3.2(b), on a la relation ci-dessous :

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta\mathbf{a} + \Delta\mathbf{b}, \quad (\text{A3.3})$$

où $\Delta\mathbf{b}$ est orthogonal à $\Delta\mathbf{a}$. Le module de $\Delta\mathbf{b}$ est donné par :

$$\Delta b = R \sin \theta. \quad (\text{A3.4})$$

Donc :

$$\Delta\mathbf{b} = \frac{\Delta b}{\|\mathbf{r}_o \times \mathbf{e}\|} (\mathbf{e} \times \mathbf{r}_o) = \frac{R \sin \theta}{\|\mathbf{r}_o \times \mathbf{e}\|} (\mathbf{e} \times \mathbf{r}_o). \quad (\text{A3.5})$$

Mais $\|\mathbf{r}_o \times \mathbf{e}\| = r_o \sin \alpha = R$. Donc, l'équation A3.5 peut être exprimée sous forme :

$$\Delta\mathbf{b} = \frac{\sin \theta}{\theta} (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_o). \quad (\text{A3.6})$$

La Figure A3.2 montre que le vecteur $\Delta\mathbf{a}$ est perpendiculaire aux deux vecteurs \mathbf{e} et $\Delta\mathbf{b}$. Donc :

$$\Delta\mathbf{a} = \frac{\Delta a}{\|\mathbf{r}_o \times \mathbf{e}\|} (\mathbf{e} \times (\mathbf{e} \times \mathbf{r}_o)) = \frac{\Delta a}{R} (\mathbf{e} \times (\mathbf{e} \times \mathbf{r}_o)). \quad (\text{A3.7})$$

Mais en considérant la Fig.A3.2(b), on a :

$$\Delta a = R (1 - \cos \theta). \quad (\text{A3.8})$$

La relation A3.7 devient alors :

$$\Delta\mathbf{a} = (1 - \cos \theta) (\mathbf{e} \times (\mathbf{e} \times \mathbf{r}_o)) = \frac{(1 - \cos \theta)}{\theta^2} (\boldsymbol{\theta} \times (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_o)). \quad (\text{A3.9})$$

Par conséquent, en introduisant A3.6 et A3.9 dans A3.3, il vient :

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_o + \frac{\sin \theta}{\theta} (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_o) + \frac{(1 - \cos \theta)}{\theta^2} (\boldsymbol{\theta} \times (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_o)), \quad (\text{A3.10})$$

où

$$\boldsymbol{\theta} = \left(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \right)^T. \quad (\text{A3.11})$$

Les trois composantes de vecteur $\boldsymbol{\theta}$ correspondent respectivement aux trois angles de rotation autour des trois axes X, Y, Z . La relation A3.10 peut être exprimée sous la forme ci-dessous :

$$\begin{cases} r_1 = \frac{\sin \theta}{\theta} \theta_2 + \left(\frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} \right) \theta_3 \theta_1 \\ r_2 = -\frac{\sin \theta}{\theta} \theta_1 + \left(\frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} \right) \theta_3 \theta_2 \\ r_3 = 1 - \left(\frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} \right) (\theta_1^2 + \theta_2^2) \end{cases} . \quad (\text{A3.12})$$

La résolution du système d'équations non linéaires A3.12 donne les valeurs des angles de rotation à imposer pour chaque nœud du modèle EF.



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : TRAN

DATE de SOUTENANCE : 28 octobre 2019

Prénoms : Quang Thinh

TITRE : MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE NON LINÉAIRE D'UN TRAIN DE TIGES DE FORAGE IMMÉRGÉ DANS UN PUIITS DE TRAJECTOIRE 3D

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre :

Ecole doctorale : ED 162, MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE (MEGA)

Spécialité : Génie Mécanique

RESUME :

La thèse réalisée s'inscrit dans le cadre du projet de Labcom DrillLab entre le LaMCoS UMR 5259 – INSA Lyon et la PME DrillScan dont l'objectif de développer des modèles non linéaires pour simuler le comportement dynamique de train de tiges de forage pour l'extraction pétrolière et l'exploitation géothermique. La compréhension et la maîtrise du comportement vibratoire des éléments en rotation améliorent la vitesse de pénétration et réduisent le MTBF, le temps moyen entre deux défaillances. Dans cette thèse, le train de tiges est modélisé par des éléments finis de poutre droite en prenant en compte des couplages axial/torsion- flexion, des interactions tige-puits, fluide-structure. L'effet de la trajectoire 3D du puits provoquant l'état pré-chargé initial du train de tiges est considéré par le calcul du parcours : la tige en position initiale verticale est ramenée à la ligne neutre du puits en utilisant la méthode co-rotationnelle. La position d'équilibre quasi-statique du train de tiges confiné dans le puits sous des actions de la gravité, du poids et du couple sur l'outil, du fluide pulsé et des réactions de contact est obtenue par la méthode itérative Newton-Raphson. Les analyses modales, le diagramme de Campbell, et les réponses dynamiques non linéaires sont investigués à partir de cette position d'équilibre initial du train de tige dans le puits. Les réponses dynamiques sous différentes sources d'excitation (de balourd, harmonique, asynchrone, transitoire, etc.) peuvent être obtenues par la résolution du système des équations dynamiques non linéaires à l'aide du schéma numérique de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas de temps adaptatif pour réduire significativement le temps de calcul. Afin de suivre le comportement dynamique de tout le train de tiges qui peut atteindre en réalité quelques kilomètres de longueur, la technique de réduction de modèle de type Craig-Bampton est mise en œuvre. Ainsi, la rapidité de simulation dynamique du modèle proposé dans cette thèse est bien améliorée. La modélisation développée a été implémentée dans un outil de simulation (DrillSim – Drilling Simulation) dans le cadre du projet DrillLab.

MOTS-CLÉS :

Dynamique des rotors, dynamique non-linéaire, interaction fluide-structure, interaction tige-puits, réduction du modèle, simulation numérique.

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS)
Campus LYON TECH La DOUA - Bâtiment Sophie GERMAIN
27 bis Avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne Cedex - France

Directeur de thèse: Régis DUFOUR

Président de jury : Alain BERLIOZ

Composition du jury : Emmanuel DETOURNAY
Régis DUFOUR
Stéphane MENAND

Valder STEFFEN
Lionel MANIN

Alain BERLIOZ
Marie-Ange ANDRIANOELY

