

THESE

Présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

Formation doctorale : Mécanique

Ecole doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon : MEGA

Par

Mohamed MALHIS

Ingénieur de l'Université d'Alep

CONTROLE ACTIF MODAL FLOU DES ROTORS FLEXIBLES PAR PLAN D'ACTION PIEZOELECTRIQUE

Soutenue le 12-12-2002 devant la commission d'examen jury MM :

ABDUL WAHED Najib,	Professeur, Université d'Alep	Rapporteur
DER HAGOPIAN Johan,	Maître de Conférences – HDR, INSA de Lyon	
DUFOUR Régis	Professeur, INSA de Lyon	
GAUDILLER Luc,	Maître de Conférences, INSA de Lyon	
HAMZAOUI Nasser,	Maître de Conférences, INSA de Lyon	
SWIDER Pascal,	Professeur, CHU Purpan, Toulouse	Rapporteur

Ecoles Doctorales et Diplômes d'Etudes Approfondies

habilités pour la période 1999-2003

ECOLES DOCTORALES n° code national	RESPONSABLE PRINCIPAL	CORRESPONDANT INSA	DEA INSA n° code national	RESPONSABLE DEA INSA
<u>CHIMIE DE LYON</u> (Chimie, Procédés, Environnement) EDA206	M. D. SINOUC UCBL1 04.72.44.62.63 Sec 04.72.44.62.64 Fax 04.72.44.81.60	M. P. MOSZKOWICZ 83.45 Sec 84.30 Fax 87.17	Chimie Inorganique 910643	M. J.F. QUINSON Tél 83.51 Fax 85.28
			Sciences et Stratégies Analytiques 910634	
			Sciences et Techniques du Déchet 910675	M. P. MOSZKOWICZ Tél 83.45 Fax 87.17
<u>ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS</u> (E ² MC) EDA417	M.A. BONNAFOUS LYON 2 04.72.72.64.38 Sec 04.72.72.64.03 Fax 04.72.72.64.48	Mme M. ZIMMERMANN 84.71 Fax 87.96	Villes et Sociétés 911218	Mme M. ZIMMERMANN Tél 84.71 Fax 87.96
			Dimensions Cognitives et Modélisation 992678	M. L. FRECON Tél 82.39 Fax 85.18
<u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> (E.E.A.) EDA160	M. G. GIMENEZ INSA DE LYON 83.32 Fax 85.26		Automatique Industrielle 910676	M. M. BETEMPS Tél 85.59 Fax 85.35
			Dispositifs de l'Electronique Intégrée 910696	M. D. BARBIER Tél 85.47 Fax 60.81
			Génie Electrique de Lyon 910065	M. J.P. CHANTE Tél 87.26 Fax 85.30
			Images et Systèmes 992254	Mme I. MAGNIN Tél 85.63 Fax 85.26
<u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE , MODELISATION</u> (E2M2) EDA403	M. J.P FLANDROIS UCBL1 04.78.86.31.50 Sec 04.78.86.31.52 Fax 04.78.86.31.49	M. S. GRENIER 79.88 Fax 85.34	Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques 910509	M. S. GRENIER Tél 79.88 Fax 85.34
<u>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</u> (EDIIS) EDA 407	M. J.M. JOLION INSA DE LYON 87.59 Fax 80.97		Documents Multimédia, Images et Systèmes d'Information Communicants 992774	M. A. FLORY Tél 84.66 Fax 85.97
			Extraction des Connaissances à partir des Données 992099	M. J.F. BOULICAUT Tél 89.05 Fax 87.13
			Informatique et Systèmes Coopératifs pour l'Entreprise 950131	M. A. GUINET Tél 85.94 Fax 85.38
<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ</u> (EDISS) EDA205	M. A.J. COZZONE UCBL1 04.72.72.26.72 Sec 04.72.72.26.75 Fax 04.72.72.26.01	M. M. LAGARDE 82.40 Fax 85.24	Biochimie 930032	M. M. LAGARDE Tél 82.40 Fax 85.24
<u>MATERIAUX DE LYON</u> UNIVERSITE LYON 1 EDA 034	M. J. JOSEPH ECL 04.72.18.62.44 Sec 04.72.18.62.51 Fax 04.72.18.60.90	M. J.M. PELLETIER 83.18 Fax 84.29	Génie des Matériaux : Microstructure, Comportement Mécanique, Durabilité 910527	M. J.M.PELLETIER Tél 83.18 Fax 85.28
			Matériaux Polymères et Composites 910607	M. H. SAUTEREAU Tél 81.78 Fax 85.27
			Matière Condensée, Surfaces et Interfaces 910577	M. G. GUILLOT Tél 81.61 Fax 85.31
<u>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</u> (Math IF) EDA 409	M. NICOLAS UCBL1 04.72.44.83.11 Fax 04.72.43.00.35	M. J. POUSIN 88.36 Fax 85.29	Analyse Numérique, Equations aux dérivées partielles et Calcul Scientifique 910281	M. G. BAYADA Tél 83.12 Fax 85.29
<u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> (MEGA) EDA162	M. J. BATAILLE ECL 04.72.18.61.56 Sec 04.72.18.61.60 Fax 04.78.64.71.45	M. G.DALMAZ 83.03 Fax 04.72.89.09.80	Acoustique 910016	M. J.L. GUYADER Tél 80.80 Fax 87.12
			Génie Civil 992610	M. J.J.ROUX Tél 84.60 Fax 85.22
			Génie Mécanique 992111	M. G. DALMAZ Tél 83.03 Fax 04.78.89.09.80
			Thermique et Energétique 910018	Mme. M. LALLEMAND Tél 81.54 Fax 60.10

Directeur : STORCK.A

Professeurs :

AUDISIO S.
 BABOT D.
 BABOUX J.C.
 BALLAND B.
 BAPTISTE P.
 BARBIER D.
 BASTIDE J.P.
 BAYADA G.
 BENADDA B.
 BETEMPS M.
 BIENNIER F.
 BLANCHARD J.M.
 BOISSON C.
 BOIVIN M. (Prof. émérite)
 BOTTA H.
 BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)
 BOULAYE G. (Prof. émérite)
 BOYER J.C.
 BRAU J.
 BREMOND G.
 BRISSAUD M.
 BRUNET M.
 BRUNIE L.
 BUREAU J.C.
 CAVAILLE J.Y.
 CHANTE J.P.
 CHOCAT B.
 COMBESCURE A.
 COUSIN M.
 DAUMAS F. (Mme)
 DOUTHEAU A.
 DUFOUR R.
 DUPUY J.C.
 EMPTOZ H.
 ESNOUF C.
 EYRAUD L. (Prof. émérite)
 FANTOZZI G.
 FAVREL J.
 FAYARD J.M.
 FAYET M.
 FERRARIS-BESSO G.
 FLAMAND L.
 FLORY A.
 FOUGERES R.
 FOUQUET F.
 FRECON L.
 GERARD J.F.
 GERMAIN P.
 GIMENEZ G.
 GOBIN P.F. (Prof. émérite)
 GONNARD P.
 GONTRAND M.
 GOUTTE R. (Prof. émérite)
 GOUJON L.
 GOURDON R.
 GRANGE G.
 GUENIN G.
 GUICHARDANT M.
 GUILLOT G.
 GUINET A.
 GUYADER J.L.
 GUYOMAR D.
 HEIBIG A.
 JACQUET RICHARDET G.
 JAYET Y.
 JOLION J.M.
 JULLIEN J.F.
 JUTARD A. (Prof. émérite)
 KASTNER R.
 KOULOUMDJIAN J.
 LAGARDE M.
 LALANNE M. (Prof. émérite)
 LALLEMAND A.
 LALLEMAND M. (Mme)
 LAREAL P.
 LAUGIER A.
 LAUGIER C.
 LEJEUNE P.

PHYSICOCHEMIE INDUSTRIELLE
 CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENT IONISANTS
 GEMPPM***
 PHYSIQUE DE LA MATIERE
 PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
 PHYSIQUE DE LA MATIERE
 LAEPSI****
 MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
 LAEPSI****
 AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
 PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
 LAEPSI****
 VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
 MECANIQUE DES SOLIDES
 UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
 UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
 INFORMATIQUE
 MECANIQUE DES SOLIDES
 CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
 PHYSIQUE DE LA MATIERE
 GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
 MECANIQUE DES SOLIDES
 INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
 CEGELY*
 GEMPPM***
 CEGELY*- Composants de puissance et applications
 UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
 MECANIQUE DES CONTACTS
 UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
 CETHIL – Energétique et Thermique
 CHIMIE ORGANIQUE
 MECANIQUE DES STRUCTURES
 PHYSIQUE DE LA MATIERE
 RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION
 GEMPPM***
 GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
 GEMPPM***
 PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
 BIOLOGIE APPLIQUEE
 MECANIQUE DES SOLIDES
 MECANIQUE DES STRUCTURES
 MECANIQUE DES CONTACTS
 INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
 GEMPPM***
 GEMPPM***
 INFORMATIQUE
 MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
 LAEPSI****
 CREATIS**
 GEMPPM***
 GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
 CEGELY*- Composants de puissance et applications
 CREATIS**
 GEMPPM***
 LAEPSI****.
 GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
 GEMPPM***
 BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
 PHYSIQUE DE LA MATIERE
 PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
 VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
 GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
 LAB. MATHEMATIQUE APPLIQUEES LYON
 MECANIQUE DES STRUCTURES
 GEMPPM***
 RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION
 UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
 AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
 UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
 INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
 BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
 MECANIQUE DES STRUCTURES
 CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
 CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
 UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
 PHYSIQUE DE LA MATIERE
 BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
 GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES

MARS 2002

LUBRECHT A.	MECANIQUE DES CONTACTS
MAZILLE H.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MERLE P.	GEMPPM***
MERLIN J.	GEMPPM***
MIGNOTTE A. (Mle)	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
MILLET J.P.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MIRAMOND M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
MOREL R.	MECANIQUE DES FLUIDES
MOSZKOWICZ P.	LAEPSI****
MOURA A.	GEMPPM***
NARDON P. (Prof. émérite)	BIOLOGIE APPLIQUEE
NIEL E.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
NORTIER P.	DREP
ODET C.	CREATIS**
OTTERBEIN M. (Prof. émérite)	LAEPSI****
PARIZET E.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PASCAULT J.P.	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
PAVIC G.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PELLETIER J.M.	GEMPPM***
PERA J.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
PERRIAT P.	GEMPPM***
PERRIN J.	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l’Insa de Lyon
PINARD P. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
PINON J.M.	INGENIERIE DES SYSTEMES D’INFORMATION
PONCET A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
POUSIN J.	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
PREVOT P.	GRACIMP – Groupe de Recherche en Apprentissage, Coopération et Interfaces
	Multimodales pour la Productique
PROST R.	CREATIS**
RAYNAUD M.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
REDARCE H.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
REYNOUARD J.M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
RIGAL J.F.	MECANIQUE DES SOLIDES
RIEUTORD E. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES
ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
ROUBY D.	GEMPPM***
ROUX J.J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON – Thermique de l’Habitat
RUBEL P.	INGENIERIE DES SYSTEMES D’INFORMATION
RUMELHART C.	MECANIQUE DES SOLIDES
SACADURA J.F.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
SAUTEREAU H.	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
SCAVARDA S.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
SOUIFI A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
SOUROUILLE J.L.	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
THOMASSET D.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
UBEDA S.	CENTRE D’INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
THUDEROZ C.	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l’Insa de Lyon
UNTERREINER R.	CREATIS**
VELEX P.	MECANIQUE DES CONTACTS
VIGIER G.	GEMPPM***
VINCENT A.	GEMPPM***
VRAY D.	CREATIS**
VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
 <i>Directeurs de recherche C.N.R.S. :</i>	
BERTHIER Y.	MECANIQUE DES CONTACTS
CONDEMIN G.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
COTTE-PATAT N. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
FRANCIOSI P.	GEMPPM***
MANDRAND M.A. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
POUSIN G.	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
ROCHE A.	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
SEGUELA A.	GEMPPM***
 <i>Directeurs de recherche I.N.R.A. :</i>	
FEBVAY G.	BIOLOGIE APPLIQUEE
GRENIER S.	BIOLOGIE APPLIQUEE
RAHBE Y.	BIOLOGIE APPLIQUEE
 <i>Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :</i>	
PRIGENT A.F. (Mme)	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
MAGNIN I. (Mme)	CREATIS**
 * CEGELY	CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON
** CREATIS	CENTRE DE RECHERCHE ET D’APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L’IMAGE ET DU SIGNAL
*** GEMPPM	GROUPE D’ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX
**** LAEPSI	LABORATOIRE D’ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS	1
NOTATION	2
CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART	6
1. INTRODUCTION	6
2. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	7
2.1. Contrôle de Rotors	7
2.2. Contrôle de structures souples	9
2.3. Commande	9
2.4. Piézoélectricité	11
3. PRESENTATION DE L'ETUDE	11
CHAPITRE 2 : PIEZOELECTRICITE	13
1. GENERALITES-PRINCIPES	13
2. LES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES	14
3. POLARISATION	15
4. CYCLE D'HYSTERESIS	15
5. PROPRIETES	16
5.1. Equations piézoélectriques	16
5.2. Coefficient de couplage piézoélectrique	18
5.3. Choix du matériau piézoélectrique	18
6. ACTIONNEURS PIEZOELECTRIQUES	19
CHAPITRE 3 : THEORIE DU CONTROLE DE STRUCTURES FLEXIBLES	21
1 MODELISATION	21
1.1 Structure flexible	21
1.2 Rotor	22
2 ASPECTS THEORIQUES DE LA COMMANDE	27
2.1 Commande optimale linéaire	27
2.2 Commande floue	36
3 CONTROLE MODAL FLOU (C.M.F.)	43
3.1 Contrôle modal	43
3.2 Concept du Contrôle Modal Flou	44
3.3 Spillover	45
CHAPITRE 4 : APPLICATION A UNE POUTRE FLEXIBLE	46
1. ACTIONNEURS	46
1.1. Modèle des actionneurs piézoélectriques	46
1.2. Identification expérimentale des actionneurs piézoélectriques	48
2. MODELISATION	50
2.1. Identification expérimentale et recalage du modèle E.F.	53

3. OBJECTIFS GENERAUX DE CONTROLE	54
4. CONTROLE D'UNE POUTRE DANS UNE DIRECTION	54
4.1. <i>Calcul du contrôleur L.Q.G.</i>	55
4.2. <i>Calcul du Contrôleur Modal Flou</i>	56
4.3. <i>Simulations</i>	57
4.4. <i>Validation expérimentale</i>	61
4.5. <i>Conclusion</i>	64
5. CONTROLE D'UNE POUTRE DANS DEUX DIRECTIONS	65
5.1. <i>Calcul du contrôleur L.Q.G.</i>	65
5.2. <i>Calcul du contrôleur modal flou</i>	66
5.3. <i>Simulation</i>	66
5.4. <i>Validation expérimentale</i>	73
6. CONCLUSION	78
CHAPITRE 5 : APPLICATION A UN ROTOR FLEXIBLE	80
1. MODELISATION	80
1.1. <i>Validation du modèle</i>	84
2. CONTROLE C.M.F.	84
2.1. <i>Calcul des contrôleurs flous</i>	85
2.2. <i>Reconstruction du vecteur d'état</i>	87
3. SIMULATIONS	89
3.1. <i>Régime permanent à l'arrêt</i>	89
3.2. <i>Régime permanent en rotation</i>	92
3.3. <i>Régime transitoire sans balourd</i>	96
3.4. <i>Régime transitoire avec balourd</i>	99
4. CONCLUSION	103
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	104
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	106
ANNEXE I : SOUS-ENSEMBLES FLOUS	113
ANNEXE II : MATRICES MODALE DE L'ENSEMBLE ROTOR/ACTIONNEURS	123

AVANT-PROPOS

Ce mémoire a été réalisé au Laboratoire de Mécanique des Structures de l'INSA de Lyon. Que Messieurs les Maîtres de Conférences J. DER HAGOPIAN, directeur de la thèse, et L. GAUDILLER trouvent ici ma vive gratitude pour la qualité de leur encadrement, leur soutien, et leurs conseils.

J'exprime toute ma reconnaissance à Messieurs les Professeurs N. ABDUL WAHED, R. OHAYON et P. SWIDER qui m'ont fait l'honneur d'avoir accepté de rapporter cette thèse et de faire partie du jury.

Je tiens à remercier Messieurs les Professeurs M. LALANNE et G. FERRARIS, directeur du laboratoire, de leur accueil et pour l'attention qu'ils m'ont portée tout au long de ce travail.

Je remercie également Monsieur le Professeur R. DUFOUR et Monsieur N. HAMZAoui, Maître de conférences, d'avoir accepté de juger ce travail. Que S. BOCHARD soit également remercié pour ses conseils en contrôle actif.

Enfin, que tous les membres du Laboratoire trouvent ici l'expression de mon amitié.

NOTATION

A	matrice d'évolution du système.
$\hat{A}_c$	matrice caractérisant la dynamique de l'observateur.
$\bar{A}_c$	matrice d'évolution du modèle de contrôle (état augmenté).
A_c	matrice d'évolution du modèle de contrôle.
A_i, B_i, C_i	sous-ensembles flous.
B	matrice de la commande du modèle de contrôle.
B_c	matrice de la commande du modèle de contrôle.
$\bar{B}_c$	matrice de la commande du modèle de contrôle (état augmenté).
C	matrice de sortie.
C_c	matrice de sortie du modèle de contrôle
C_g	matrice d'amortissement gyroscopique du rotor.
C_p	matrice non symétrique d'amortissement visqueux dû aux paliers du rotor et aux actionneurs,
C_p	matrice d'amortissement du plot élastique.
C_r	matrice de sortie des mesures comparées avec les consignes.
C_v	matrice d'amortissement du vérin piézoélectrique.
$C_{xx}, C_{zz}, C_{xz}, C_{zx}$	matrices d'amortissement du palier.
D_c	matrice de transmission directe de la commande du modèle de contrôle.
E	module d'Young.
$\hat{e}$	erreur entre l'état réel et l'état estimé.
F	forces extérieures.
F_u, F_w	forces généralisées du palier selon les directions X et Z .
f	vecteur des forces extérieures modales.
$f(X)$	gain du contrôleur flou, fonction du vecteur d'état modal.
$f(X_c, u, t)$	fonction décrivant l'équation d'état du système.
F_{Bx}, F_{Bz}	forces dues au balourd dans les deux directions X et Z .
F_c	vecteur des forces de contrôle.
f_c	vecteur des forces de contrôle modales, tronquées aux m premiers modes.

$g(X_{co}, t_o, X_{cf}, t_f)$	fonction décrivant l'équation d'état du système entre l'instant initial t_o et l'instant final t_f .
G_v	gain de l'amplificateur de puissance.
H	Hamiltonien.
$I_{D/0}$	tenseur d'inertie du disque dans le repère mobile R .
I_{Dx}, I_{Dy}, I_{Dz}	moments d'inertie du disque autour des axes x , y et z .
I_x, I_y, I_z	moments d'inertie de section de l'arbre autour des axes x , y et z .
J	expression du critère quadratique.
K_a	matrice de raideur de l'actionneur.
K_1, K_2, K_c	matrices de gain du contrôleur $L.Q.$, des retour intégraux et du contrôleur $L.Q.G.$ respectivement.
K_g	matrice de raideur gyroscopique du rotor.
K_p	matrice de raideur non symétrique des paliers du rotor.
K_p	matrice de raideur du plot élastique liant le vérin à la structure.
K_r	matrice de raideur symétrique de l'arbre du rotor.
K_v	matrice de raideur de l'empilement des disques piézoélectriques.
$K_{xx}, K_{zz}, K_{xz}, K_{zx}$	matrices de raideur du palier.
L	matrice de gain de l'observateur.
M, C, K	matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système.
M_D	matrice de masse du disque.
m_i	masse du balourd situé au point M_i .
N	nombre de degrés de liberté.
N_e	vecteur de nouvel état.
N_s	nombre de sous-ensembles flous couvrant un domaine flou X .
nv	nombre de variables d'état du système contrôlé.
P_a	matrice de sélection des nœuds concernés par les actionneurs.
P_c	matrice de sélection des nœuds concernés par les capteurs.
P, Q, R	matrices de pondération du contrôleur $L.Q.$
P_c, Q_c, R_c	matrices de pondération du contrôleur $L.Q.$ pour un état augmenté.
P_{ob}, Q_{ob}, R_{ob}	matrices de pondération de l'observateur.
$q, \dot{q}, \ddot{q}$	vecteur participation modale en déplacement, vitesse et accélération des n premiers modes.
$\ddot{q}_c, \dot{q}_c, \dot{q}$	vecteurs accélération, vitesse et déplacement modaux de m premiers modes contrôlés.
Q_i	forces généralisées du système.
r	nombre des actionneurs.
$R(o,xyz)$	repère mobile attaché au système.
r_i	la distance entre le balourd m_i et le centre de l'arbre.

$Ro(O,XYZ)$	repère galiléen.
S	matrice solution de l'équation de Riccati.
S_a	aire de la section de l'arbre.
T	énergie cinétique du système.
t, t_o, t_f	temps instantané, temps initial et temps final.
T_A	énergie cinétique de l'arbre du rotor.
T_B	énergie cinétique des balourds du rotor.
T_D	énergie cinétique des disques du rotor.
U	énergies de déformation du système.
u	vecteur de commande.
$u^*(t)$	vecteur de commande optimale.
u, w	déplacements du rotor suivant les axes X et Z .
U_A	énergie de déformation de l'arbre du rotor.
V	tension appliquée à l'entrée de l'amplificateur du vérin piézoélectrique.
w_i	poids de pondération de la règle i .
X_c	vecteur d'état modal du modèle de contrôle.
$\bar{X}_c$	vecteur d'état contrôlé augmenté.
$X, \dot{X}, \ddot{X}$	vecteurs d'état, ses premier et deuxième dérivées par rapport au temps.
$\hat{X}_c$	vecteur d'état estimé.
$(X_c)_f$	vecteur d'état de la structure à l'instant final t_f .
x_o, y_o	valeurs mesurées des variables x et y à l'instant t_o .
y	vecteur de sortie du système.
y_c	vecteur des déplacements mesurés pour le contrôle.
$\bar{y}_c$	vecteur des mesures à comparer avec les consignes.
y_r	vecteur des consignes.
$\bar{Z}$	matrice d'application de la consigne.
α	constante piézoélectrique du vérin.
α_i	angle que fait la position de la masse du balourd m_i par rapport au repère tournant R .
δ_e	déplacement de l'actionneur piézoélectrique.
$\ddot{\delta}, \dot{\delta}, \delta$	vecteurs accélération, vitesse et déplacement nodaux.
$\ddot{\delta}_x, \dot{\delta}_x, \delta_x$	vecteurs accélération, vitesse et déplacement nodaux selon la direction X .
$\ddot{\delta}_z, \dot{\delta}_z, \delta_z$	vecteurs accélération, vitesse et déplacement nodaux selon la direction Z .

$\delta W, \delta u, \delta \dot{W}$	travail virtuel des forces agissant sur l'arbre.
ε	vecteur d'écart entre les sorties ou mesures y et les consignes.
ε_e	vecteur d'erreur de mesure.
ε_f	vecteur d'écart à l'instant final t_f .
Φ	matrice des n premiers modes du système
Φ^T	transposé de la matrice Φ .
$\Phi_{c(N \times m)}$	matrice des déformations modales des m premiers modes du système.
ρ	masse volumique de l'arbre.
$\lambda(H, X_c)$	fonction de l'Hamiltonien H .
$\Lambda(t, t_0)$	matrice de transition.
$\mu_{Ai}(x)$	fonction d'appartenance de la variable x dans le sous-ensemble flou A_i .
ω	fréquences propres.
$\omega_{R/R_0}, \omega_x, \omega_y, \omega_z$	vecteurs de rotation du repère mobile R par rapport au repère fixe R_0 et ses composantes.
ξ	matrice des facteurs d'amortissement modal mesurés.
ξ_a	facteur d'amortissement de l'actionneur.
ξ_v	facteur d'amortissement du vérin piézoélectrique.
Ψ, θ et ϕ	angles de rotation du rotor autour des axes X, Y et Z .
$\vee, \wedge, \otimes$	opérateurs implication, intersection et agrégation.

CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART

1. INTRODUCTION

De nos jours, les machines tournantes sont de plus en plus performantes notamment en terme de rapport masse/puissance. Cela implique qu'elles deviennent de plus en plus souples et qu'elles peuvent fonctionner au delà d'une ou plusieurs vitesses critiques

La maîtrise du comportement dynamique d'un rotor flexible, lorsque celui ci opère près de ses fréquences de résonance, devient un problème majeur auquel les constructeurs sont confrontés.

Le contrôle actif permet de repousser les limites de la maîtrise du comportement dynamique des structures flexibles au delà de celles permises par le contrôle passif. Des critères économiques (gain d'énergie, gain de matière,...), de confort, de sécurité,... peuvent être introduits. Pour cela la structure doit être équipée d'éléments actifs qui assurent l'échange d'énergie avec le milieu environnant. Dans ce domaine, les éléments piézoélectriques apportent des solutions pour obtenir une bonne efficacité du contrôle tout en étant légers et faciles à intégrer à la structure.

La complexité des structures à contrôler, telles que les rotors, nécessite des modèles de plus en plus fins et délicats à obtenir. Comme la théorie de la logique floue permet de s'affranchir des incertitudes liées à l'imprécision des modèles. Il paraît avantageux de l'utiliser dans la stratégie de contrôle pour concevoir des contrôleurs efficaces et robustes.

L'objectif de ce travail est de montrer la faisabilité d'un nouveau concept de contrôle actif, appelé ici le Contrôle Modal Flou (*C.M.F.*), pour maîtriser le comportement dynamique d'un rotor flexible, notamment en transitoire de vitesse, à l'aide d'un plan d'action piézoélectrique.

2. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Cette étude bibliographique fait le point sur le contrôle actif des structures souples dont les rotors.

Tout d'abord, l'évolution de la modélisation et du contrôle vibratoire des rotors est présentée. Puis l'essor du contrôle actif de structures souples, dont les rotors, est décrit. Dans ce domaine, les travaux mettant en œuvre des algorithmes de commande tels que la commande optimale et la commande floue sont détaillés.

Enfin, l'évolution des technologies utilisant des matériaux piézoélectriques, permettant la mise en œuvre de ce type de contrôle, termine cette étude bibliographique.

2.1. *Contrôle des Rotors*

La constante augmentation de la productivité et de l'efficacité des machines tournantes est le fruit de l'évolution des nouvelles technologies en conception et en fabrication. Ces améliorations engendrent des problèmes vibratoires et/ou d'instabilité qui sont susceptibles de se manifester lors du fonctionnement de ces machines. Un rotor est une structure souple qui peut être soumise à plusieurs types de perturbations : l'effet des balourds lors d'une montée et descente en vitesse, les sollicitations extérieures,...

Le contrôle vibratoire nécessite un modèle adéquat de la structure. Les modélisations ont évolué au cours du temps. Le rotor a tout d'abord été supposé rigide. Puis ULBRICH [ULB87] développe une méthode de modélisation de l'ensemble rotor/actionneurs appelée "système hybride multicorps". Puis des modélisations de type Eléments Finis (*E.F.*) ont été proposées. En 1989 BONNEAU [BON89] et KASSAI [KAS89] modélisent un rotor avec plusieurs dizaines de degrés de liberté prenant en compte les efforts gyroscopiques. Ils utilisent la méthode de réduction dite "pseudo-modale" développée par LALANNE et FERRARIS en dynamique des rotors [LAL98]. CHU et al. en 1993 [CHU93] utilisent une méthode numérique rapide qui permet de prévoir les réponses asynchrones. Dans les modèles *E.F.*, les actionneurs et les capteurs peuvent être facilement intégrés [LEI00].

La maîtrise du comportement dynamique du rotor a tout d'abord concerné l'équilibrage, le contrôle passif par les paliers et l'optimisation des formes et des matériaux dès la conception. Le contrôle actif quant à lui est apparu ces dernières décennies. Son principe est basé sur l'échange d'énergie avec l'extérieur à l'aide d'actionneur(s) pour réduire l'amplitude du mouvement vibratoire de la structure.

Les techniques de commande ont tout d'abord été de type régulation analogique par retour de sortie sous forme Proportionnelle Dérivée (*P.D.*) [ULB84, LIN93] et Proportionnelle Intégrale Dérivée (*P.I.D.*) [WEI85]. Ensuite cette régulation est devenue numérique et développée sous forme interne à partir d'une description d'état qui a permis la mise en œuvre de la commande optimale. Cette dernière découle d'une minimisation d'un critère Linéaire Quadratique (*L.Q.*). NATSUMURA et YOSHIMOTO [MAT86] utilisent un critère de type énergétique.

En 1987, le contrôle est établi à partir d'une description modale tronquée du rotor [SAL87]. Grâce à la souplesse de contrôleurs numériques puissants, plusieurs équipes

travaillent sur les aspects expérimentaux du contrôle de rotors. BRUNET et RIOLAND de la S.2.M. [BRU90] présentent un contrôle numérique de balourd à filtre suiveur basé sur une représentation d'état modal du rotor. AKISHITA et al., FAN et al. contrôlent les modes flexibles du rotor à partir des contrôleurs optimaux *L.Q.* et Linéaire Quadratique Gaussien *L.Q.G.* [AKI90, FAN91]. LEE en 1992 [LEE92] propose la prise en compte de l'effets gyroscopique dans le rotor contrôlé.

Selon le phénomène à contrôler, l'action de contrôle peut être effectué en boucle ouverte et/ou en boucle fermée. En boucle ouverte (*B.O.*), l'équilibrage actif par exemple consiste à corriger, lors du fonctionnement, les défauts de balourd par un générateur de balourd pilotable [ALA98, DER99a]. En boucle fermée (*B.F.*), le contrôle actif met en œuvre des actionneurs qui agissent soit directement sur le rotor soit par l'intermédiaire des paliers déjà existants. Parmi les éléments actifs agissant directement sur le rotor, citons les paliers hydrodynamiques actifs [STA00] et les paliers magnétiques actifs (*P.M.A.*) [SCH85]. Les éléments actifs agissant sur le rotor à travers les paliers peuvent utiliser des alliages à mémoire de forme [NIE00], des vérins hydrauliques [RAS93] ou piézoélectriques. Dans le cas des *P.M.A.*, des risques d'instabilité dus à la non colocalisation actionneur/capteur dans un contrôle de type direct peuvent apparaître. ULBRICH et ANTON [ULB84] proposent l'utilisation de capteurs de déplacement et de vitesse intégrés aux paliers magnétiques.

Dans le cas des actionneurs piézoélectriques PALAZZOLO [PAL89a] en 1989 a montré la faisabilité du contrôle des vibrations transitoires d'un rotor à l'aide d'un plan de vérins piézoélectriques. Il a amélioré ce contrôle en 1991 en ajoutant un deuxième plan de vérins [PAL91]. En 1997 TANG et al. [TAN97] proposent une nouvelle conception d'actionneur de type piézohydraulique. Il est composé d'un vérin piézoélectrique lié en série avec un actionneur hydraulique.

Actuellement les recherches se poursuivent pour valider expérimentalement l'efficacité des composants et des algorithmes développés dans les décennies précédentes dans le cadre linéaire [BAI00] et non linéaire [LEI00].

2.2. Contrôle de structures souples

Le véritable essor du contrôle actif de structures souples complexes est dû à l'introduction du modèle *E.F.* dans la définition des contrôleurs optimaux. En 1978, BALAS [BAL78a] modélise de grandes structures spatiales flexibles et décrit leur modèle sous forme d'état modal. Le contrôle modal de la structure est construit de manière à maîtriser le mouvement vibratoire de la structure en contrôlant ses modes de vibrations. Afin de rendre réalisable un régulateur optimal d'ordre bas, les méthodes de réduction modale sont utilisées pour focaliser un contrôle global sur les modes dominants [MEI86]. Les conséquences de la troncature modale couplée à l'action locale d'actionneurs sont alors largement étudiées. BALAS et SOONG [BAL78b, SOO82] montrent que cette troncature se traduit notamment par la pollution, par le contrôle, des modes résiduels : c'est le phénomène de "Spillover de contrôle". BALAS [BAL78c] pose le problème de la reconstruction modale et montre que l'utilisation d'un observateur, ou d'un estimateur, génère un "Spillover d'observation" qui peut provoquer des instabilités en se rebouclant avec le "Spillover de contrôle". Le "Spillover de contrôle" est généralement étouffé par un absorbeur dynamique passif. Le "Spillover d'observation", quant à lui, peut être éliminé par l'utilisation de filtres passe-bas [PAL89b]. Une minimisation du nombre des actionneurs et des capteurs ainsi qu'une optimisation de leurs positions, améliorent la contrôlabilité et l'observabilité de la structure [GAU96] et diminue l'influence de "Spillover" [KAS88].

Par ailleurs MEIROVITCH et son équipe [MEI83, MEI87], dans les années 80, développent la méthode de contrôle modal indépendant (*I.M.S.C.*) qu'ils conçoivent entièrement dans l'espace modal pour remédier au problème de "Spillover". Ils utilisent des contrôleurs optimaux dont chacun est dédié à un mode particulier. Ils travaillent essentiellement sur des systèmes à actionneurs distribués de type piézoélectrique. En 1985, ils proposent l'observation des variables modales du système à l'aide d'un filtre modal [MEI85]. BAZ et al. en 1988-1990 [BAZ88, BAZ89, BAZ90] améliorent sensiblement l'algorithme (*I.M.S.C.*) imposant un nombre d'actionneurs piézoélectriques distribués supérieur ou égal au nombre de modes contrôlés, en levant partiellement cette contrainte dans une version modifiée : la méthode (*M.I.M.S.C.*).

Le calcul de la commande dans un contrôleur, nécessite un algorithme adapté à la complexité du modèle et aux objectifs du contrôle. Ainsi le domaine de la commande a connu un développement important ces dernières décennies. De nombreux algorithmes de commande et d'observation, dont les commande optimale et floue, voient le jour.

2.3. Commande

2.3.1. Commande optimale

Cette commande basée sur la minimisation d'un critère quadratique permet de prendre en compte les objectifs de contrôle par des pondérations faisant, par exemple, un compromis entre les performances et l'énergie consommée [BAR71]. L'optimisation met en œuvre la résolution des équations de Riccati [BOU74, SOO82]. Cette commande s'est généralisée à la fin des années 80 dans le cadre du contrôle actif des structures souples. Elle utilise l'état du système qui doit alors être reconstruit s'il n'est pas directement mesurable. Ainsi KALMAN en 1960 [KAL60], puis LUENBERGER en 1964 [LUE64] ont développé le concept d'observation basé sur la modélisation qui permet de reconstruire les variables d'état non mesurées à partir des mesures et de la commande.

Aujourd'hui, beaucoup de régulateurs optimaux *L.Q.* et *L.Q.G.* sont utilisés dans différentes applications [GAU94, DER99b]. Certains travaux portent sur l'amélioration de la robustesse de ce type de contrôleurs [VAR00].

Les techniques de l'automatique linéaire peuvent être utilisées dans un contexte non linéaire avec des contrôleurs suffisamment robustes. Cependant, leur efficacité qui est optimale sur le point de fonctionnement choisi se dégrade en deçà et au delà. Aussi les contrôleurs non linéaires mettant en œuvre la logique floue sont particulièrement adaptés au contrôle de structures souples non linéaires [MAL02].

2.3.2. Commande floue

La théorie de la logique floue est apparue dans les années 40 avec les premières approches du concept d'incertitude. Elle permet d'utiliser des connaissances incertaines et imprécises en simulant le raisonnement humain dans la prise de décision. L.A. ZADEH est à notre connaissance le premier à proposer la logique floue en 1965 [ZAD65] comme un moyen adapté de commander un processus complexe à partir de son expertise et propose la formalisation des règles floues "Si - Alors" [ZAD73]. En 1974, MAMDANI concrétise pour la première fois cette méthode pour réaliser une commande floue dans une application industrielle [MAM74]. La commande floue se développe en Europe entre 1975 et 1980. La décennie suivante, de nombreux travaux de recherche japonais sont produits comme ceux de SUGENO [SUG85].

Les avantages de la commande floue sont nombreux [BOR98a] : facilité de mise au point du contrôleur, robustesse, possibilités de s'adapter aux problèmes multivariables complexes [TU00] et de s'affranchir d'un modèle de la structure [KWA96, BOG98].

Pour les problèmes de régulation monovariables simples et selon le choix des entrées, le contrôleur flou est un équivalent non linéaire d'un contrôleur classique P , $P.I.$, $P.D.$, ou $P.I.D.$ [LI00, SHE01]. Dans le cas d'un contrôle flou multivariable de type Takagi-Sugeno, la théorie classique de la compensation par retour d'état réglée par placement de pôles peut être reprise en considérant les modèles flous comme des modèles linéaires locaux [BOR98b]. Lorsque le comportement dynamique du système évolue au cours du temps, il est possible d'adapter le contrôleur flou aux évolutions paramétriques du système à commander [BER96, WAN94]. Ainsi, le contrôle flou est adapté aux structures non linéaires à modes glissants [DRI96]. L'analyse de la stabilité d'un système contrôlé par la commande floue donne lieu, de nos jours, à certains développements [BLA99, GUE99].

Le choix du type d'actionneur dépend de l'application concernée et de l'objectif du contrôle. Aujourd'hui, le contrôle de structures doit agir sur un domaine fréquentiel de plus en plus étendu. Il nécessite donc des actionneurs et des capteurs opérationnels sur une grande bande passante. Les éléments piézoélectriques sont bien adaptés dans ce cas.

2.3.3. Autres commandes

De nouvelles stratégies de contrôle sont actuellement développées. Elles ont pour objectif l'accroissement de la robustesse, le contrôle non linéaire et le contrôle adaptatif [BAI00]. Elles mettent en œuvre les commandes précédemment décrites ou/et des méthodes avancées de contrôle. Aussi les réseaux neuronaux sont utilisés pour identifier les systèmes [YAS00, LIA01] et pour le contrôle [YAN97, LI00]. Le contrôle neuro-flou figure parmi les nouvelles tendances de contrôle actif de structures flexibles [BOS00, NIE00, COU02a, COU02b].

2.4. Piézoélectricité

L'évolution des recherches dans le domaine du contrôle actif de structures souples à conduit à l'utilisation de matériaux piézoélectriques. Ces matériaux, longtemps utilisés comme capteurs, sont aujourd'hui efficaces en tant qu'actionneurs : Polymère, plaques de céramiques intégrées sur/dans la structure et vérins piézoélectriques [ABD96]. Parmi leurs premières applications dans le contrôle des structures souples figurent les travaux de BAILEY et HUBBARD [BAI85]. TZOU [TZO87, TZO89, TZO90a, TZO90b] et SZE [SZE00] ont proposé des modèles $E.F.$ de la structure intégrant des éléments piézoélectriques.

Dans le cas où les éléments piézoélectriques sont intégrés à la structure, deux approches peuvent être distinguées pour traduire leur effet mécanique sur la structure. Dans la première, l'effet électromécanique est modélisé par un moment [KOS93]. Dans la seconde, les contraintes à l'interface structure/actionneurs sont prises en compte [CRA87, DIM91]. Par ailleurs, plusieurs études sur la liaison entre les actionneurs piézoélectriques et la structure montrent qu'il est avantageux de placer une couche viscoélastique à l'interface. Cette couche permet d'améliorer la robustesse du contrôle tout en réduisant l'effet de "Spillover" [BAZ88, BAZ97, SHE94]. Le problème de poursuite dans le contrôle nécessite de placer les capteurs le plus près possible des actionneurs. Pour cela l'utilisation de composants piézoélectriques est intéressante car elle permet de combiner les fonctions d'actionneur et de capteur sur le même élément [DOS92, TZO93, AKE94, AND94].

PALAZZOLO et al. [PAL89a, PAL89b], puis LIN et al. [LIN93] ont utilisé des vérins piézoélectriques pour le contrôle des vibrations d'un rotor souple. Les premiers mettent en œuvre un modèle linéaire des vérins, alors que les seconds proposent un modèle prenant en compte les non linéarités électrique et mécanique. Un modèle analytique non linéaire du comportement électromécanique du vérin piézoélectrique est proposé par TANG et al. en 1997 [TAN97]. Ce modèle est validé par une identification expérimentale.

3. PRESENTATION DE L'ETUDE

Ce travail contribue à l'étude du contrôle actif des rotors flexibles en transitoire de vitesse. Il propose un concept de Contrôle Modal Flou (*C.M.F.*) basé sur le retour d'état modal de la structure. La commande est appliquée par un plan d'action constitué de deux vérins piézoélectriques orthogonaux. La robustesse du contrôle proposé doit permettre de s'affranchir des non linéarités du comportement dynamique du rotor notamment, celles qui sont dues à l'évolution de sa base modale en fonction de la vitesse de rotation, et celles liées aux incertitudes dans le modèle de l'ensemble rotor/actionneurs.

Le mémoire est réparti en cinq chapitres :

Ce premier chapitre qui a introduit et situé l'étude.

Le deuxième chapitre est consacré au principe de la piézoélectricité, à la présentation des différents matériaux piézoélectriques et de leur comportement. Différentes configurations d'actionneurs piézoélectriques utilisés en contrôle actif sont présentées.

Le troisième chapitre détaille l'aspect théorique du contrôle d'une structure souple. Successivement sont présentées la modélisation par *E.F.* de l'ensemble structure/actionneurs, la mise en équations du modèle et la méthode de résolution de ces équations. Ensuite, une stratégie de contrôle de structures souples par retour d'état modal est proposée. Elle utilise deux types de commande : la commande optimale Linéaire Quadratique *L.Q.* et la commande floue. Puis, la reconstruction du vecteur d'état nécessaire au contrôle Linéaire Quadratique Gaussien est présentée, en particulier l'observateur d'état. Enfin, le contrôle modal flou *C.M.F.* proposé est présenté.

Dans le quatrième chapitre, il s'agit de valider le *C.M.F.* par une application à une structure simple pouvant être considérée comme un rotor à l'arrêt. La structure choisie est une poutre dont le comportement dynamique est contrôlé par un plan d'action constitué de deux vérins piézoélectriques orthogonaux. Tout d'abord, les actionneurs piézoélectriques sont identifiés et un modèle est proposé. La modélisation par Eléments Finis (*E.F.*) de l'ensemble poutre/actionneurs est ensuite présentée. Puis les résultats de l'identification expérimentale de l'ensemble poutre/actionneurs permettant le recalage du modèle sont détaillés. Des contrôleurs optimaux de type *L.Q.G.* sont mis en place et les résultats sont pris pour référence pour valider la stratégie utilisant des contrôleurs *C.M.F.* L'application est réalisée en deux phases. La première concerne le contrôle de la poutre suivant une de ses directions transverses. Les simulations et les expérimentations correspondantes sont présentées. La seconde concerne l'extension de la méthode au contrôle des deux directions transverses.

Le cinquième et dernier chapitre concerne la faisabilité par simulation du contrôle *C.M.F.* pour contrôler le comportement dynamique d'un rotor flexible en régime transitoire soumis à des perturbations extérieures. La commande est appliquée dans un plan d'action par l'intermédiaire d'un palier actif doté de deux vérins piézoélectriques. Tout d'abord un modèle

E.F. de l'ensemble rotor/actionneurs prenant en compte des termes gyroscopiques est proposé. Ce modèle est ensuite réduit sur les premiers modes propres du système à l'arrêt. Comme dans la partie précédente, les équations du mouvement sont résolues par une méthode d'intégration pas à pas. Ces équations tiennent compte de l'évolution du modèle en fonction de sa vitesse de rotation. Enfin, la stratégie de contrôle proposée est validée par simulation.

Le mémoire se termine par une conclusion générale et les perspectives.

CHAPITRE 2 : PIEZOELECTRICITE

Ce chapitre introduit successivement le principe de la piézoélectricité, les différents matériaux, leurs propriétés ainsi que la mise en équations du comportement de céramiques piézoélectriques. Il se termine par la présentation de différents types d'actionneurs piézoélectriques utilisés en contrôle actif.

1. GENERALITES-PRINCIPES

Le préfixe "piézo" provient d'un mot grec signifiant "pression". Certains cristaux naturels ou synthétiques ont la propriété de se polariser sous l'influence d'une contrainte mécanique et de produire une charge électrique fonction de cette contrainte. C'est l'effet piézoélectrique direct qui permet d'utiliser ces matériaux comme capteurs. L'effet piézoélectrique étant réversible, lorsque ces cristaux sont soumis à un champ électrique, ils se déforment. C'est l'effet piézoélectrique inverse qui permet de les utiliser comme actionneurs (Figure 2-1). L'équation (2-1) résume les effets piézoélectriques [ABD96] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Déplacements} \\ \text{électriques} \\ \text{Déformations} \\ \text{mécaniques} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \left[\begin{array}{l} \text{Constantes} \\ \text{électriques} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{l} \text{Couplage} \\ \text{électro-mécanique} \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{l} \text{Couplage} \\ \text{mécano-électrique} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{l} \text{Constantes} \\ \text{mécaniques} \end{array} \right] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{Tensions} \\ \text{électriques} \\ \text{Contraintes} \\ \text{mécaniques} \end{array} \right\} \quad (2-1)$$

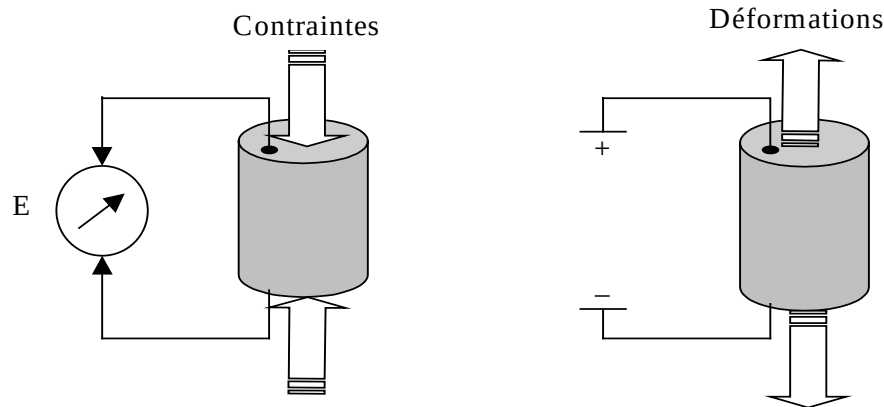


Figure 2-1 : Effets piézoélectriques direct et indirect.

L'observation du phénomène piézoélectrique a été faite par un minéralogiste français, R. HAUY en 1817. L'effet piézoélectrique direct est attribué à Pierre et Jacques CURIE en 1880. L'effet piézoélectrique indirect a été mis en évidence, mathématiquement, en 1881 par LIPPMAN et confirmé par les frères CURIE.

La première application industrielle de ce phénomène a vu le jour en France en 1917 avec le détecteur ultrasonore sous-marin mis au point par P. LANGEVIN.

2. LES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES

Pendant la deuxième guerre mondiale, des recherches sont menées sur le phénomène piézoélectrique. Elles montrent que certains matériaux piézoélectriques ont des constantes diélectriques importantes. Parmi les différents matériaux piézoélectriques, trois types sont distingués :

Les céramiques :

Les premiers matériaux piézoélectriques de synthèse à base de Titanate de Barium apparaissent après 1945. Les Zirconium Titanate de Plomb (P.Z.T.), élaborés dès 1954 se répandent très rapidement car leurs caractéristiques supplantent de loin celles de tous les autres matériaux piézoélectriques. Ils sont utilisés en contrôle actif de structures en tant qu'actionneurs et capteurs. Ils peuvent intervenir dans la composition de matériaux composites actifs.

Les cristaux naturels :

Ils ont des caractéristiques stables dans le temps, mais ont de faibles coefficients piézoélectriques. Le quartz et les cristaux à base de Bismuth et de Lithium découverts par MATTHIAS en 1949 en font partie. Ces cristaux entrent dans la fabrication de capteur étalon comme accéléromètres sismiques par exemple.

Les polymères :

Découverts par KAWAI en 1969, les films polymères semicristalins de type Polyfluorure de Vinilydène Floride (P.V.D.F.) présentent des propriétés piézoélectriques. Bien que peu onéreux, légers, de très grande flexibilité, faciles à intégrer dans les matériaux

composites, leur faible raideur ne permet pas leur utilisation en contrôle actif de structures en tant qu'actionneurs.

3. POLARISATION

A l'échelle cristalline, la plus petite particule ayant les propriétés piézoélectriques est appelée maille. La piézoélectricité se manifeste par une polarisation de cette maille. A l'échelle de celle-ci, la polarisation résulte de la création de dipôles internes des charges électriques générées par les déformations de la maille sous l'action de contraintes.

Les propriétés de symétrie des cristaux ont une importance fondamentale dans l'existence ou non de la piézoélectricité. Ainsi tout corps présentant un centre de symétrie ne peut pas être piézoélectrique [LE00].

Les céramiques polycristallines sont formées de grains et de joints de liaison. Chaque grain est divisé en domaines dont les dipôles sont orientés aléatoirement en l'absence de champ électrique. En appliquant un champ électrique intense dit de polarisation les domaines s'orientent parallèlement à ce champ et conservent cette direction par la suite même en l'absence de champ (Figure 2-2). Le cristal est alors polarisé. Cette classe de cristaux est dite ferroélectrique.

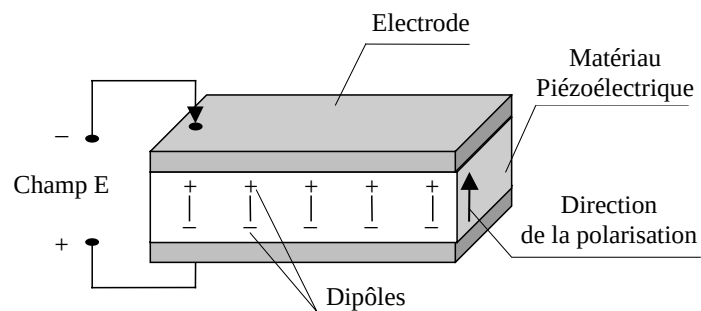


Figure 2-2 : Polarisation des céramiques piézoélectriques.

La polarisation n'est stable que dans un domaine de température donné. Au delà de la température de CURIE, il se produit une transition de phase et le matériau passe de l'état ferroélectrique à l'état paraélectrique. Il perd alors ses propriétés piézoélectriques.

4. CYCLE D'HYSTERESIS

Lorsque le champ électrique est supprimé, la maille déformée a tendance à revenir à sa forme initiale. Les dipôles se réorientent suivant leur direction initiale plus ou moins rapidement faisant apparaître une hystérésis. La polarisation P est alors une fonction non linéaire du champ électrique extérieur E (Figure 2-3). Pour des valeurs de champ importantes, la polarisation est saturée à la polarisation spontanée $\pm P_s$. Lorsque E est ramené à zéro, une polarisation rémanente $\pm P_r$ subsiste dans les cristaux. Si E est égale à $\pm E_c$, la polarisation rémanente est alors annulée. E_c est le champ coercitif.

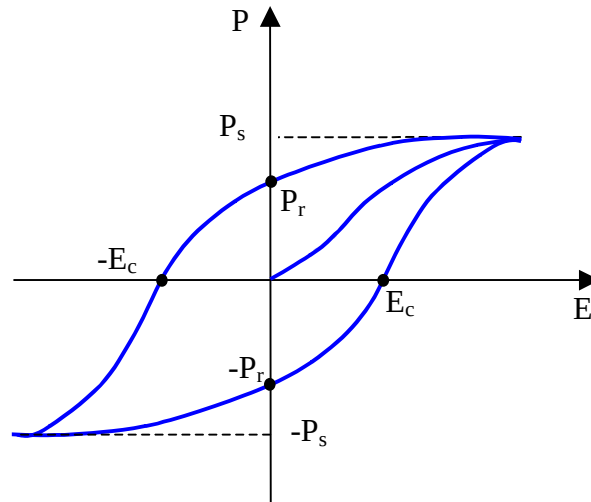


Figure 2-3: Cycle d'hystérésis d'un matériau ferroélectrique.

Pour la plupart des matériaux ferroélectriques soumis à des sollicitations mécaniques, électriques ou thermiques répétées, les dipôles ne conservent plus leur orientation initiale au cours du temps. La polarisation rémanente se modifie au cours du temps et décroît sensiblement suivant les conditions d'utilisation du matériau. Cependant, dans le cas de solutions solides de *P.Z.T.*, utilisées dans la suite de cette étude, la polarisation du matériau se stabilise vis à vis des sollicitations extérieures.

5. PROPRIETES

5.1. Equations piézoélectriques

Le phénomène piézoélectrique se manifeste par la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement. Les équations représentant les effets piézoélectriques direct et indirect sont détaillées Tableaux 2-1 et 2-2.

$D = \varepsilon^T E + d \sigma$	$S = s^E \sigma + d^T E$
$E = \beta^T D - g \sigma$	$S = s^D \sigma + g^T D$
$D = \varepsilon^s E + e S$	$\sigma = C^E S - e^T E$
$E = \beta^s D - h S$	$\sigma = C^D S - h^T D$

Tableau 2-1 : Equations piézoélectriques et électromécanique.

Abréviations	Dénominations	Type	Dimension
D	Déplacement électrique ou induction (C/m)	Electrique	(3×1)
E	Champ électrique (V/m)		(3×1)
ε	Permittivité électrique (F/m)		(3×3)
β	Constante d'imperméabilité diélectrique (m/F)		(3×3)
S	Déformation	Mécanique	(6×1)
σ	Contrainte (N/m ²)		(6×1)
s	Compliance ou susceptibilité élastique (m ² /N)		(6×6)
C	Module d'Young (N/m ²)		(6×6)
d	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la déformation à champ nul ou constant (C/N) ou (m/V)	Piézoélectrique	(3×6)
e	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la déformation à champ nul ou constant (C/m ²) ou (N/V.m)		(3×6)
g	Constante Piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la contrainte et le champ à induction constante ou nulle (V.m/N) ou (m ² /C)		(3×6)
h	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la déformation et le champ résultant à induction constante ou nulle (V/m) ou (N/C)		(3×6)

Tableau 2-2 : *Grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques.*

avec :

X^x , la grandeur $X(\varepsilon, \beta, S, C)$ mesurée ou calculée pour $x(S, E, D)$ nul ou constant.

Le symbole X^x des grandeurs est complété dans la suite de l'étude par deux indices. Par exemple pour le module d'Young, le premier indice désigne la direction de la contrainte appliquée, le second celui de la déformation.

5.2. Coefficient de couplage piézoélectrique

Ce coefficient mesure la capacité d'un matériau piézoélectrique de transformer l'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement.

$$K = \frac{\text{Energie transformée}}{\text{Energie fournie}} \quad (2-2)$$

La valeur de ce coefficient varie suivant la forme du matériau et la direction de sa déformation (Figure 2-4).

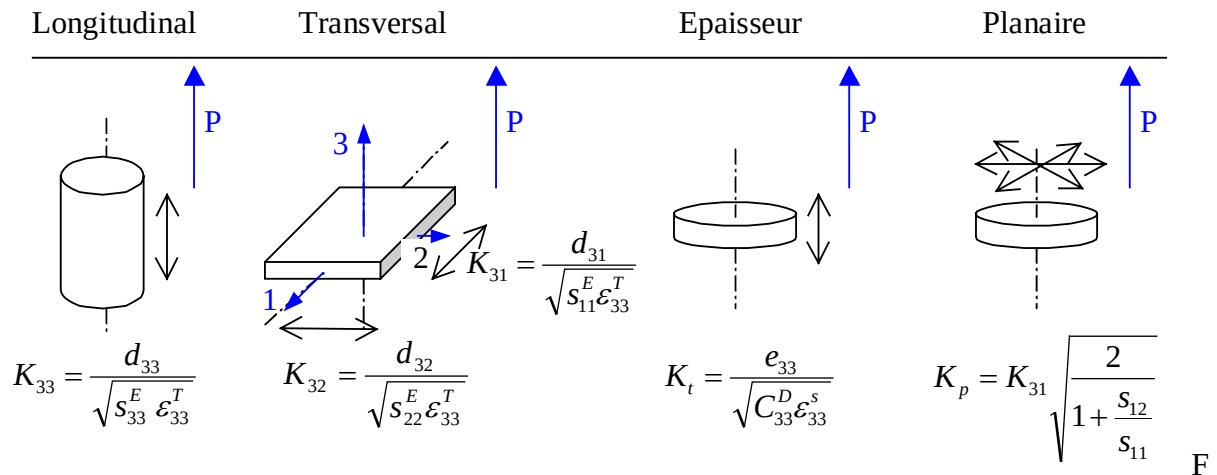


figure 2-4 : Facteurs de couplages pour les différents types de déformation.

5.3. Choix du matériau piézoélectrique

La comparaison des valeurs caractéristiques de matériaux piézoélectriques permet de choisir le matériau le plus adapté à l'action qui sera utilisé. Le *P.Z.T.* apprécié pour ses excellentes propriétés piézoélectriques (surtout un bon coefficient de couplage) par rapport aux autres composants est utilisé dans l'élaboration de la majorité des céramiques piézoélectriques (Tableau 2-3).

	Quartz SiO ₂	LiNbO ₃	PVDF	PZT
Densité (g/cm ³)	2.65	4.64	1.76	7.5
Constante diélectrique e _r	4.5	29	12	200-4000
Constante de charge d ₃₃ × 10 ⁻¹² (C/N)	2	6	20	40-750
Constante de tension g ₃₃ × 10 ⁻³ (Vm/N)	50	20	190	15-40
Température de CURIE (°C)	573	1210	180	< 350
Coefficient de couplage K (%)	10	10	14	40-70

Tableau 2-3 : Caractéristiques piézoélectriques de matériaux piézoélectriques.

6. ACTIONNEURS PIEZOELECTRIQUES

Les matériaux piézoélectriques les plus utilisés comme actionneurs sont les céramiques *P.Z.T.* La direction de l'expansion générée dépend de la direction du champ électrique appliqué et des constantes piézoélectriques. En général, ces matériaux sont fabriqués pour favoriser un ou plusieurs axes d'action.

Ci-dessous (Figure 2-5) deux types d'actionneurs couramment utilisés (configurations laminaire et à empilement) sont présentés [ELL01, PHY98].

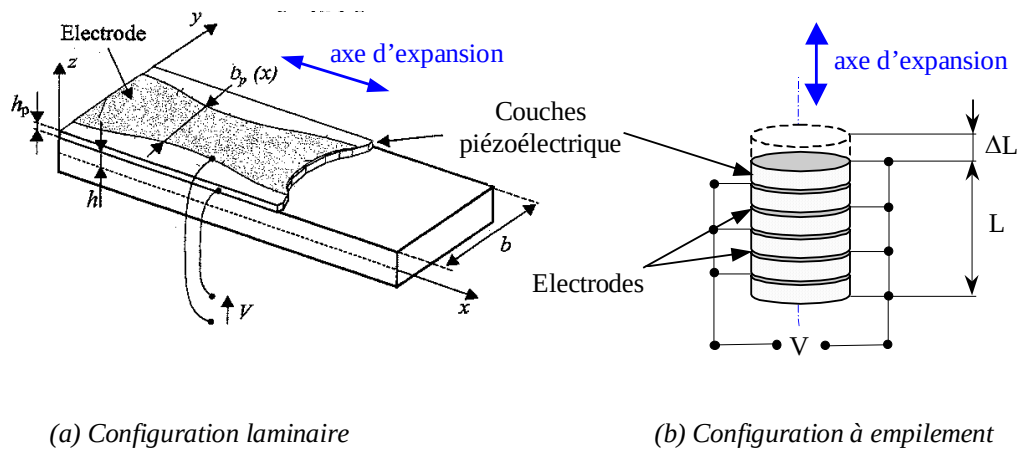


Figure 2-5 : Types d'actionneurs piézoélectriques.

Dans la configuration laminaire Figure 2-5(a), la couche piézoélectrique est collée ou intégrée à la structure. Le plan d'expansion est normal à celui du champ électrique. L'activation est gouvernée par les constantes d_{31} et/ou d_{32} . Le principe d'action consiste à créer un moment fléchissant à partir de l'extension/compression via l'interface de collage.

La configuration à empilement Figure 2-5(b) entre dans la conception des vérins piézoélectriques Figure 2-6. La partie active est constituée d'un empilement de disques fins de céramique *P.Z.T.* sur les faces desquelles sont fixées des électrodes nécessaires à l'alimentation électrique. Les axes de polarisation et du champ électrique appliqué sont perpendiculaires aux faces des disques et coïncident avec la direction de l'expansion de l'actionneur. Pour une même tension, plus le disque est fin, plus le champ est élevé, plus l'expansion est importante. La surface des disques est choisie en fonction des efforts mécaniques supportés. Les éléments étant empilés, les vérins travaillent en compression. Ils sont donc préchargés.

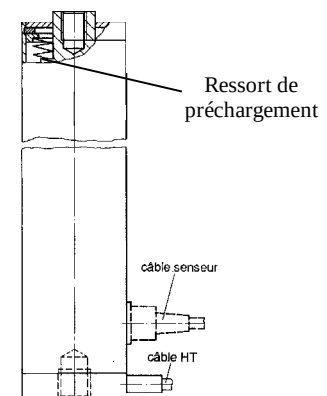


Figure 2-6 : Vérin piézoélectrique.

Deux types de vérins piézoélectriques peuvent être distingués : les vérins basse tension et les vérins haute tension qui supportent les mêmes contraintes mécaniques. Les vérins basse tension ayant une capacité électrique importante

requièrent un courant élevé. Alors que les vérins haute tension de plus faible capacité nécessitent un courant plus faible.

Lorsque l'extrémité de l'actionneur est libre, son élongation ΔL peut s'exprimer par la relation :

$$\Delta L = d_{33} n V \quad (2-3)$$

avec :

n nombre de disques, V tension électrique appliquée à chaque disque, d_{33} constante piézoélectrique traduisant la relation entre le champ appliqué dans la direction 3 et la déformation résultante dans la même direction..

Dans cette étude, les vérins piézoélectriques ont été choisis pour les qualités suivantes :

Compacité et légèreté : facilité d'intégration dans les structures,

Large bande passante et rapidité de réponse : possibilité de contrôler des modes élevés de la structure,

Précision statique : nécessaire au respect des consignes,

Rigidité et résistance à la pression : l'actionneur doit supporter les efforts statiques.

CHAPITRE 3 : THEORIE DU CONTROLE DE STRUCTURES FLEXIBLES

Ce chapitre expose les méthodes de contrôle de structures souples utilisées dans cette étude. Dans un premier temps la modélisation Elément Finis (*E.F.*) de l'ensemble structure à contrôler/actionneurs est présentée. Puis, le contrôle par retour d'état est détaillé. Pour cela les méthodes de commande optimale *L.Q.* et de commande basée sur la logique floue sont utilisées. La reconstruction du vecteur d'état nécessaire au contrôle est présentée, en particulier l'observateur d'état. Enfin une stratégie de Contrôle Modal Flou (*C.M.F.*) pour contrôler une structure souple est proposée.

1 MODELISATION

1.1 Structure flexible

La modélisation du comportement dynamique de l'ensemble mécanique structure/actionneurs est réalisée par la méthode *E.F.* Si N est le nombre de degrés de liberté du modèle, les équations du mouvement s'écrivent:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F \quad (3-1)$$

avec :

$\ddot{\delta}, \dot{\delta}, \delta$, accélérations, vitesses et déplacements nodaux, M, C, K matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système, F vecteur des forces extérieures.

Dans le cas où le modèle comporte un nombre important de degrés de liberté, il est nécessaire de réduire la taille du modèle. La réduction modale a été choisie dans la suite de cette étude.

Le système conservatif associé à (3-1) est :

$$M\ddot{\delta} + K\delta = 0 \quad (3-2)$$

En effectuant le changement de variable :

$$\delta = \Phi q \quad (3-3)$$

avec :

Φ ($N \times n$) matrice des n ($n \ll N$) premiers modes propres du système (3-2), q ($n \times 1$) vecteur des participations modales des n premiers modes.

En prémultipliant par la matrice transposée de Φ , l'équation (3-3) peut s'écrire :

$$\Phi^T M \Phi \ddot{q} + \Phi^T C \Phi \dot{q} + \Phi^T K \Phi q = \Phi^T F \quad (3-4)$$

avec :

$\Phi^T F$ vecteur des forces modales.

Les équations (3-4) peuvent se mettre sous la forme d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = A X + B u \\ y = C X \end{cases} \quad (3-5)$$

avec :

X vecteur d'état, tel que :

$$X = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (3-6)$$

A matrice d'évolution du système :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[\Phi^T M \Phi]^{-1} [\Phi^T K \Phi] & -[\Phi^T M \Phi]^{-1} [\Phi^T C \Phi] \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

B matrice d'application de la commande :

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ [\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T P_a \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

P_a matrice de dimension ($N \times r$) permettant de sélectionner les degrés de liberté sollicités par les r forces de contrôle, u vecteur de la commande, y vecteur de sortie du système, C matrice d'observation telle que :

$$C = [P_c \Phi \ 0] \quad (3-9)$$

P_c matrice de dimension ($m \times n$) permettant de sélectionner les degrés de liberté sur lesquels les déplacements sont mesurés.

1.2 Rotor

Les équations de la dynamique des rotors en transitoire de vitesse ont été développées dans [LAC88, LAL98]. Cette partie présente les éléments constitutifs d'une machine tournante, leur modélisation, la mise en équation, ainsi que la méthode de résolution.

1.2.1 Modélisation et mise en équations

Un système tournant est constitué d'un arbre, de disques et de paliers et il est soumis à des forces de balourds. Les équations du comportement dynamique sont déduites d'une formulation de type *E.F.* suivie de l'application des équations de Lagrange.

Dans le cas de coordonnées généralisées indépendantes, les équations de Lagrange s'écrivent :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (3-10)$$

T et U sont les énergies cinétique et de déformation, q_i sont les coordonnées généralisées du système et les Q_i sont les forces généralisées.

Les disques, supposés rigides, sont caractérisés uniquement par leur énergie cinétique T_D . Les éléments d'arbre sont caractérisés par leurs énergies cinétiques T_A et de déformation U_A . L'influence des balourds est prise en compte par à leur énergie cinétique T_B , et les forces généralisées dues aux paliers sont déduites de l'expression de leur travail virtuel.

Disque

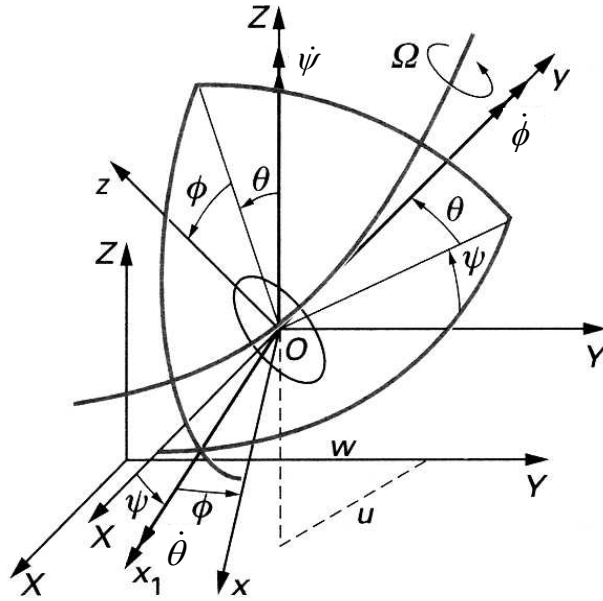


Figure 3-1 : Repère de référence du disque sur l'arbre flexible.

Le repère $R_o(O, X, Y, Z)$ est un repère galiléen et $R_o(x, y, z)$ est un repère principal d'inertie attaché au disque (Figure 3-1). Les déplacements suivant les axes X et Z sont notés respectivement u et w . Le déplacement selon Y est nul en supposant que chaque point du rotor se déplace dans un plan perpendiculairement à Y . Les rotations autour les trois axes sont respectivement ψ , θ et ϕ .

Le vecteur de rotation instantanée s'écrit :

$$\omega_{R/R_o} = \dot{\psi} Z + \dot{\theta} x_1 + \dot{\phi} y \quad (3-11)$$

Soit dans le repère $R_o(O, XYZ)$:

$$\omega_{R/R_0} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}_R = \begin{Bmatrix} -\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{Bmatrix}_R \quad (3-12)$$

L'énergie cinétique du disque s'écrit donc :

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + I_{Dz} \omega_z^2) \quad (3-13)$$

M_D est la masse de disque. Son tenseur d'inertie dans le repère $R(o,xyz)$ par rapport à O est :

$$I_{D/O} = \begin{bmatrix} I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} \end{bmatrix}_R \quad (3-14)$$

Les angles θ et ϕ étant petits et le disque étant généralement symétrique, l'équation (3-13) devient alors :

$$T_D = \frac{M_D}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{I_{Dx}}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{I_{Dy}}{2} (2 \dot{\phi} \dot{\psi} \theta + \dot{\phi}^2) \quad (3-15)$$

$\dot{\phi}$ est la vitesse de rotation du rotor, elle sera considérée comme variable dans ce travail.

Arbre

De façon semblable, l'énergie cinétique de l'arbre s'écrit :

$$T_A = \frac{1}{2} \rho S_a \int_0^L (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{1}{2} \rho I \int_0^L (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) dy + \frac{1}{2} \rho I_y \int_0^L (2 \theta \dot{\psi} \dot{\phi}) dy + \frac{1}{2} \rho I_y \int_0^L \dot{\phi}^2 dy \quad (3-16)$$

où L et S_a sont respectivement la longueur et l'aire de la section de l'arbre, ρ la masse volumique, $I_x = I_z = I$ et I_y ses inerties de section autour les axes correspondants.

En négligeant les termes du second ordre, l'énergie de déformation s'écrit :

$$U_A = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (3-17)$$

avec E le module d'Young.

Balourd

Le balourd initial est généralement réparti de manière continue et quelconque sur le rotor. Il peut être modélisé par des masses concentrées situées dans différents plans (Figure 3-2).

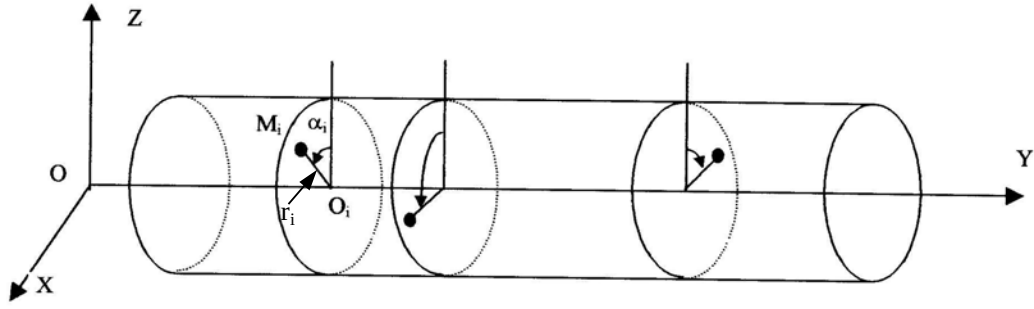


Figure 3-2 : Modélisation de la répartition du balourd sur le rotor.

A l'arrêt, la position M_i de chaque masse m_i est définie par son abscisse sur l'axe Y , la distance $r_i = O_i M_i$ (O_i est le centre de la section de l'arbre) et l'angle α_i que fait la position de la masse par rapport au repère tournant de référence. Lors de la rotation, chaque masse m_i est liée à l'arbre en position déformée (Figure 3-3). Les vecteurs de déplacement et de vitesse associés s'écrivent :

$$\{r_i\} = \begin{Bmatrix} u + r_i \sin(\phi + \alpha_i) \\ 0 \\ w + r_i \cos(\phi + \alpha_i) \end{Bmatrix}_{R_0} \quad (3-18)$$

$$\{\dot{r}_i\} = \frac{d\{O_i M_i\}}{dt} = \begin{Bmatrix} \dot{u} + \dot{\phi} r_i \cos(\phi + \alpha_i) \\ 0 \\ \dot{w} + \dot{\phi} r_i \sin(\phi + \alpha_i) \end{Bmatrix}_{R_0} \quad (3-19)$$

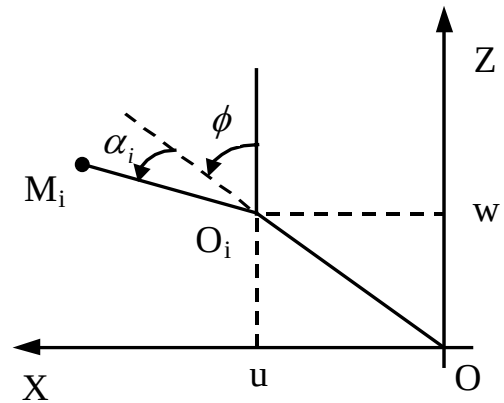


Figure 3-3 : Paramétrage du balourd.

L'énergie cinétique du balourd après développement et simplification devient :

$$T_B = \frac{1}{2} m \dot{\phi} (\dot{u} \cos(\phi + \alpha_i) - \dot{w} \sin(\phi + \alpha_i)) \quad (3-20)$$

L'application des équations de Lagrange permet de déterminer les efforts dus au balourd i dans le cas général d'un transitoire de vitesse :

$$\begin{Bmatrix} F_{Bx} \\ F_{Bz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_i r_i \cos \alpha_i \\ -m_i r_i \sin \alpha_i \end{Bmatrix} \ddot{\phi}^2 \sin \phi + \begin{Bmatrix} m_i r_i \sin \alpha_i \\ m_i r_i \cos \alpha_i \end{Bmatrix} \ddot{\phi}^2 \cos \phi + \begin{Bmatrix} m_i r_i \sin \alpha_i \\ m_i r_i \cos \alpha_i \end{Bmatrix} \ddot{\phi} \cos \phi + \begin{Bmatrix} -m_i r_i \cos \alpha_i \\ m_i r_i \sin \alpha_i \end{Bmatrix} \ddot{\phi} \cos \phi \quad (3-21)$$

F_{Bx} , F_{Bz} sont les forces dues au balourd dans les deux directions X et Z et $\ddot{\phi}$ étant l'accélération du rotor.

Paliers

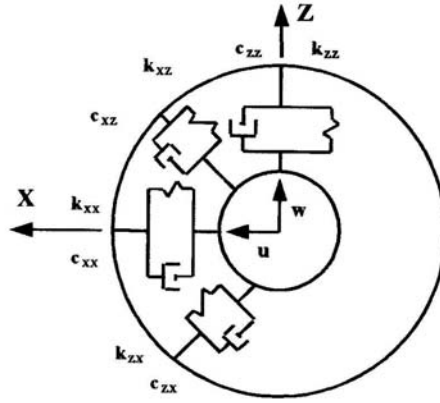


Figure 3-4 : Modèle du palier.

Le modèle de palier proposé Figure 3-4 conduit via le travail virtuel des forces :

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w \quad (3-22)$$

à l'expression des forces généralisées :

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xz} \\ C_{zx} & C_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (3-23)$$

1.2.2 Equations de mouvement

Les équations de Lagrange utilisent ici l'expression des énergies calculées à partir d'une formulation de type $E.F$. Le vecteur des déplacements nodaux du rotor comprend N degrés de liberté. Chaque nœud comprend quatre degrés de liberté u , w , θ et ψ . Les équations se mettent alors sous la forme :

$$M \ddot{\delta} + [C_p + \dot{\phi} C_g] \dot{\delta} + [K_p + K_r + \ddot{\phi} K_g] \delta = F \quad (3-24)$$

avec :

M matrice de masse symétrique, C_p matrice non symétrique d'amortissement visqueux dû aux paliers et aux actionneurs, C_g matrice d'amortissement gyroscopique antisymétrique, K_p matrice de raideur non symétrique des paliers, K_r matrice de raideur symétrique de l'arbre, K_g matrice de raideur gyroscopique et F vecteur des forces extérieures agissant sur le rotor (forces de balourd, forces de contrôle,...).

En appliquant la méthode pseudo-modale, les équations s'écrivent :

$$\Phi^T M \Phi \ddot{q} + \Phi^T [C_p + \dot{\phi} C_g] \Phi \dot{q} + \Phi^T [K_p + K_r + \ddot{\phi} K_g] \Phi q = \Phi^T F \quad (3-25)$$

Les équations (3-25) peuvent alors être mises sous la forme d'état (3-5) avec la matrice d'évolution du système telle que :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T [K_p + K_r + \ddot{\phi} K_g] \Phi & -[\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T [C_p + \dot{\phi} C_g] \Phi \end{bmatrix} \quad (3-26)$$

Dans ce cas, l'équation d'état doit être résolue à chaque pas de temps en suivant notamment l'évolution de $\dot{\phi}(t)$ et $\ddot{\phi}(t)$. Une méthode d'intégration pas-à-pas doit donc être utilisée.

2 ASPECTS THEORIQUES DE LA COMMANDE

Le type de comportement dynamique d'une structure joue un rôle essentiel dans le choix du type d'algorithme de commande.

Une commande linéaire est fortement efficace pour une structure à faible non linéarité. Dans ce cas, elle peut être optimisée pour produire des performances ou un maximum de robustesse.

En revanche, dans le cas de structure à comportement fortement non linéaire ou à comportement dynamique évolutif, tel que le rotor flexible en transitoire de vitesse, il est nécessaire d'envisager une commande non linéaire. Seule cette dernière garantit une bonne efficacité et la robustesse désirée.

Dans la suite, deux types d'algorithmes de commande sont présentés : la commande Linéaire Quadratique permettant une optimisation, et la commande floue qui est par nature non linéaire.

2.1 Commande optimale linéaire

Le problème de la détermination d'une commande optimale d'un système à partir d'un modèle de contrôle est de trouver parmi les commandes admissibles celle qui optimise un critère de performance choisi tout en respectant diverses contraintes imposées et en vérifiant les conditions initiales et finales. Il s'agit donc, d'adopter un critère de performance et d'appliquer une méthode d'optimisation pour minimiser ce critère.

Pour contrôler une structure lorsque celle-ci est modélisable, deux types de modèles doivent être réalisés :

Le "modèle de simulation", est celui sur lequel viennent agir les commandes. Il doit traduire le plus fidèlement possible le comportement dynamique de la structure à contrôler. Ce modèle est du type de ceux développés en (3-4) et (3-25).

Le "modèle de contrôle", est celui qui est utilisé pour calculer la commande. Il doit être le plus simple possible pour permettre de minimiser le coût de réalisation du contrôle et d'obtenir la plus large bande passante. Généralement, il est issu d'une réduction du modèle de simulation.

Les équations de la dynamique de la structure sont mises sous la forme d'un système différentiel de la forme générale :

$$\dot{X}_c = f(X_c, u, t) \quad (3-27)$$

avec X_c vecteur d'état à contrôler, u la commande et t le temps.

Lorsque la structure est linéaire, ce modèle est exprimé par l'équation d'état du premier ordre :

$$\dot{X}_c = A_c X_c + B_c u \quad (3-28)$$

avec :

A_c matrice d'évolution du modèle de contrôle, B_c matrice d'application de la commande sur le modèle de contrôle.

Les mesures permettant le contrôle peuvent être déduites de l'état du système (3-28) par :

$$y_c = C_c X_c + D_c u \quad (3-29)$$

avec C_c matrice de sortie du modèle de contrôle, D_c matrice de transmission directe de la commande du modèle de contrôle.

2.1.1 Contrôlabilité

La contrôlabilité totale d'un système est la qualité d'une commande permettant de modifier tous les états du système. C'est à dire que par une commande convenable le système peut être amené en un temps fini d'un état à un autre.

Le critère correspondant est :

$$\text{rang}[B_c, A_c B_c, \dots, A_c^{(k-1)} B_c] = nv ; k \leq nv \quad (3-30)$$

avec nv le nombre des variables d'état du système contrôlé.

2.1.2 Critère quadratique

La trajectoire du système est définie par l'évolution temporelle de X_c et u . Le problème général d'optimisation s'exprime par la recherche d'une commande optimale $u^*(t)$ qui consiste à déterminer la trajectoire optimale $X^*(t)$ de $t=t_0$ à $t=t_f$ qui minimise la fonctionnelle J (expression du critère) :

$$J(X_c, u) = \int_{t_0}^{t_f} f(X_c, u, t) dt + g(X_{c0}, t_0, X_{cf}, t_f) ; J(X_c^*, u^*) \leq J(X_c, u) \quad (3-31)$$

$g(X_{c0}, t_0, X_{cf}, t_f)$ est une fonction décrivant l'équation d'état du système contrôlé entre l'instant initial t_0 et l'instant final t_f .

La résolution de ce problème s'effectue par le calcul variationnel [FOU87, BOR90]. La résolution conduit aux équations d'optimalité :

$$\dot{X}_c = \frac{\partial H}{\partial \lambda} ; \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial X_c} ; \frac{dH}{dt} = -\frac{\partial f(X_c, u, t)}{\partial t} \quad (3-32)$$

$$H(X_c, \lambda, t) = -f(X_c, u, t) + \lambda^T \dot{X}_c(X_c, \lambda, t) \quad (3-33)$$

La commande optimale u^* est celle qui maximise le Hamiltonien H :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \Rightarrow u^* \quad (\text{Principe de maximum}) \quad (3-34)$$

Dans le cas du contrôle actif de structures, le critère choisi est de type quadratique. Il est appliqué sur l'état ou/et l'écart consignes/sorties.

Si l'état est utilisé, le critère quadratique ou énergétique est l'intégrale d'une forme quadratique de l'état et de la commande. Il correspond à l'expression :

$$J(X_c, u) = \frac{1}{2} (X_c)_f^T P (X_c)_f + \frac{1}{2} \int_0^\infty (X_c^T Q X_c + u^T R u) dt \quad (3-35)$$

avec :

$(X_c)_f$ état de la structure à l'instant final t_f , $u(t)$ la commande à l'instant t et P, Q, R matrices de pondération de l'état final, de l'état et de la commande.

L'optimisation de ce critère dans le cadre des systèmes linéaires permet l'obtention d'une commande asymptotiquement stable.

Critère quadratique sur l'état

Le critère quadratique s'écrit sous la forme :

$$J(X_c, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (X_c^T Q X_c + u^T R u) dt \quad (3-36)$$

Le Hamiltonien correspondant est :

$$H = -\frac{1}{2} [X_c^T Q X_c + u^T R u] + \lambda^T (A_c X_c + B_c u) \quad (3-37)$$

La commande optimale est obtenue par le principe de maximum :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \Rightarrow B_c^T \lambda - R u^* = 0 \Rightarrow u^* = R^{-1} B_c^T \lambda(t) \quad (3-38)$$

La fonction $\lambda(t)$ est déterminée par la seconde équation d'optimalité :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial X_c} = -Q X_c - A_c^T \lambda \quad (3-39)$$

Critère quadratique sur l'écart consignes/sorties

Le critère quadratique peut être appliqué directement sur l'écart ε entre des consignes y_r et certaines sorties ou des mesures $\bar{y}_c$:

$$\varepsilon = y_r - \bar{y}_c = y_r - C_r X_c \quad (3-40)$$

avec C_r matrice de sortie.

Le critère prend la forme :

$$J(X_c, u) = \frac{1}{2} \varepsilon_f^T P \varepsilon_f + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\varepsilon^T Q \varepsilon + u^T R u) dt \quad (3-41)$$

avec ε_f l'écart entre les consignes et les sorties correspondantes à l'instant final t_f .

D'où :

$$H = -\frac{1}{2} [(y_r - C_r X_c)^T Q (y_r - C_r X_c) + u^T R u] + \lambda^T (A_c X_c + B_c u) \quad (3-42)$$

La commande optimale est obtenue par le principe de maximum (3-34) qui mène à :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial X_c} = -[C_r^T Q (y_r - C_r X_c) + A_c^T \lambda] \quad (3-43)$$

En introduisant l'équation d'état (3-28) avec (3-38) et (3-43), il vient :

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & B_c R^{-1} B_c^T \\ C_r^T Q C_r & A_c^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_c \\ \lambda \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C_r^T Q \end{bmatrix} \{y_r\} \quad (3-44)$$

Cas de la régulation ($z=0$)

Dans ce cas, (3-44) peut se mettre sous la forme du système optimal suivant :

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & B_c R^{-1} B_c^T \\ -C_r^T Q C_r & -A_c^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_c \\ \lambda \end{Bmatrix} \quad (3-45)$$

En notant $A(t, t_0)$ la matrice de transition, le système (3-45) se traduit par :

$$\begin{Bmatrix} X_c \\ \lambda \end{Bmatrix} = A(t, t_0) \begin{Bmatrix} X_{c0} \\ \lambda_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(t, t_0) & A_{12}(t, t_0) \\ A_{21}(t, t_0) & A_{22}(t, t_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{c0} \\ \lambda_0 \end{Bmatrix} \quad (3-46)$$

X_{cf} est obtenu en substituant t_f à t dans (3-46). En l'introduisant dans les conditions de transversalités suivantes induites par le calcul variationnel :

$$\lambda_f = -C_{rf}^T P C_{rf} X_{cf} \quad (3-47)$$

il vient :

$$\Lambda_{21}(t_f, t_0) X_{c0} + \Lambda_{22}(t_f, t_0) \lambda_0 = -C_{rf}^T P C_{rf} [\Lambda_{11}(t_f, t_0) X_{c0} + \Lambda_{12}(t_f, t_0) \lambda_0] \quad (3-48)$$

soit pour t_f donné, la relation :

$$\lambda_0 = -[\Lambda_{22}(t_f, t_0) + C_{rf}^T P C_{rf} \Lambda_{12}(t_f, t_0)]^{-1} [\Lambda_{21}(t_f, t_0) + C_{rf}^T P C_{rf} \Lambda_{11}(t_f, t_0)] X_{c0} \quad (3-49)$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = S(t_0) X_{c0} \quad (3-50)$$

Ces calculs d'optimalité pour un instant t quelconque devient :

$$\lambda(t) = S(t) X_c(t) \quad (3-51)$$

En introduisant (3-50) dans (3-45) il vient :

$$C_r^T Q C_r X_c - A_c^T \lambda = S A_c X_c + S B_c R^{-1} B_c^T \lambda + \dot{S} X_c \quad (3-52)$$

La commande optimale u^* devient alors :

$$u(t) = R^{-1} B_c^T S(t) X(t) = -K_1 X(t) \quad (3-53)$$

avec K_1 matrice de gain de contrôleur, S matrice solution de l'équation de Riccati :

$$\dot{S} + SA_c + A_c^T S + SB_c R^{-1} B_c^T S - C_r^T Q C_r = 0 \quad (3-54)$$

Remarque : dans le critère sur l'écart consignes/sorties, l'état $X_c(t)$ est remplacé par $\varepsilon(t)$ dans le critère et $C_r^T Q C_r$ par C_r dans l'équation de Riccati.

Cas stationnaire horizon infini

Dans ce cas l'horizon de contrôle est infini ($t_f = \infty$), si le cas stationnaire est envisagé alors A_c , B_c , C_c , C_r , Q et R sont constantes, d'où :

$$\frac{dH}{dt} = 0 \quad (3-55)$$

avec S constante.

La commande définie en (3-53) utilise dans ce cas l'équation algébrique de Riccati suivante :

$$SA_c + A_c^T S + SB_c R^{-1} B_c^T S - C_r^T Q C_r = 0 \quad (3-56)$$

2.1.3 Augmentation du vecteur d'état

La commande optimale présentée ci-dessus permet de régler la dynamique de la structure contrôlée. Cependant elle ne garantit pas sous cette forme la précision statique. Elle est obtenue pour les sorties choisies du système à l'aide d'intégrateurs. Les gains de ces nouvelles variables d'état peuvent être réglés de façon indépendante ou par l'intermédiaire du critère d'optimisation.

Si $\bar{y}_c \in Y_c$ sont les sorties sur lesquelles doit s'appliquer la précision statique, l'erreur ε est décrite par (3-40). L'intégrale de l'erreur s'écrit :

$$N_e = \int_0^t \varepsilon dt = \int_0^t (y_r - C_r X_c) dt \quad (3-57)$$

avec N_e le nouvel état du système.

En adjoignant à l'état de la structure ce nouvel état, l'état augmenté s'écrit :

$$\bar{X}_c = \begin{Bmatrix} X_c \\ N_e \end{Bmatrix} \quad (3-58)$$

et l'équation d'état associée au vecteur d'état augmenté s'écrit alors :

$$\dot{\bar{X}}_c = \bar{A}_c \bar{X}_c + \bar{B}_c u + \bar{Z} y_r \quad (3-59)$$

avec :

$\bar{A}_c$ matrice d'évolution du système contrôlé avec l'état augmenté :

$$\bar{A}_c = \begin{bmatrix} A_c & 0 \\ C_r & 0 \end{bmatrix} \quad (3-60)$$

$\bar{B}_c$ matrice de la commande du système contrôlé avec l'état augmenté :

$$\bar{B}_c = \begin{bmatrix} B_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-61)$$

$\bar{Z}$ matrice d'application de la consigne :

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (3-62)$$

En prenant en compte le nouvel état, le critère (3-36) du contrôle $L.Q.$ prend la forme :

$$J(\bar{X}_c, u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\bar{X}_c^T Q_c \bar{X}_c + u^T R u) dt \quad (3-63)$$

avec Q_c matrice de pondération de l'état augmenté.

La commande optimale assurant la précision statique s'écrit alors :

$$u = -K_c \bar{X}_c = -[K_1 \quad K_2] \begin{Bmatrix} X_c \\ P \end{Bmatrix} \quad (3-64)$$

avec K_1 et K_2 matrices respectives de gain du contrôleur $L.Q.$ et du retour intégral.

Le schéma symbolique pour un système linéaire est présenté Figure 3-5.

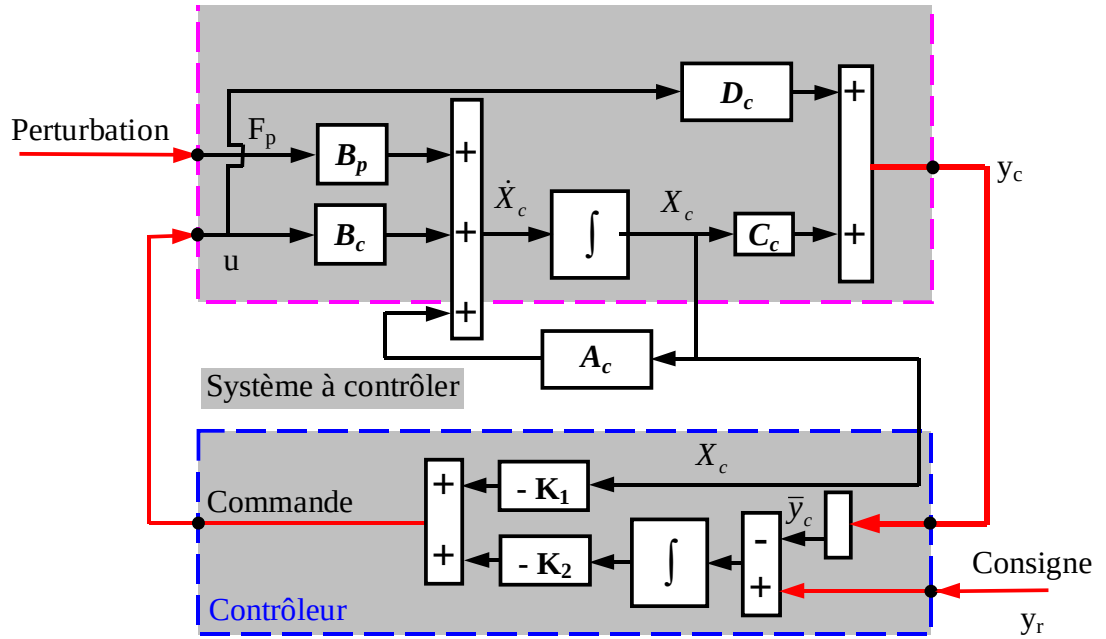


Figure 3-5 : Diagramme du système contrôlé avec un retour intégral.

L'action intégrale peut éventuellement déstabiliser le contrôle. Le réglage du contrôleur nécessite donc une simulation avec le modèle complet de la structure.

2.1.4 Reconstruction du vecteur d'état

Le vecteur d'état utilisé dans le contrôle est dans certains cas non mesurable. C'est le cas du contrôle modal utilisant les déplacements et les vitesses modaux qui ne sont pas accessibles par la mesure. Aussi, une reconstruction du vecteur d'état est indispensable.

Dans ce cas il est nécessaire d'utiliser un observateur bâti à partir du modèle de contrôle (3-28).

Pour que l'observateur soit utilisable, il faut que le modèle de contrôle soit observable.

Observabilité

Un système est complètement observable s'il est possible de déduire l'état du système à l'instant t_0 à partir de la connaissance de la sortie y_c et de la commande u entre t_0 et $t_0 + \Delta t$, c'est-à-dire remonter aux conditions initiales à partir de l'historique de la commande et des mesures.

Pour les systèmes invariants dans le temps, un critère d'observabilité est donné :

$$\text{rang}[C_c, C_c A_c, \dots, C_c A_c^{k-1}]^T = n_v ; k \leq n_v \quad (3-65)$$

avec n_v nombre de variables d'état.

Observateur d'état

Un observateur permet de reconstruire l'état du système à contrôler à partir de la commande et des mesures Figure 3-6.

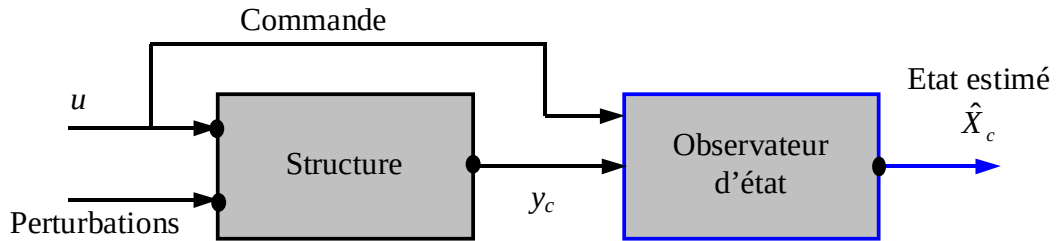


Figure 3-6 : Connexion observateur/ structure.

Si le système à contrôler est décrit par (3-1), le modèle de contrôle réduit par (3-28) et (3-29), la dynamique de l'observateur est de la forme suivante (Figure 3-7) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}_c = A_c \hat{X}_c + B_c u + L (y_c - C_c \hat{X}_c) \\ \hat{y}_c = C_c \hat{X}_c \end{cases} \quad (3-66)$$

avec L matrice de gain de l'observateur.

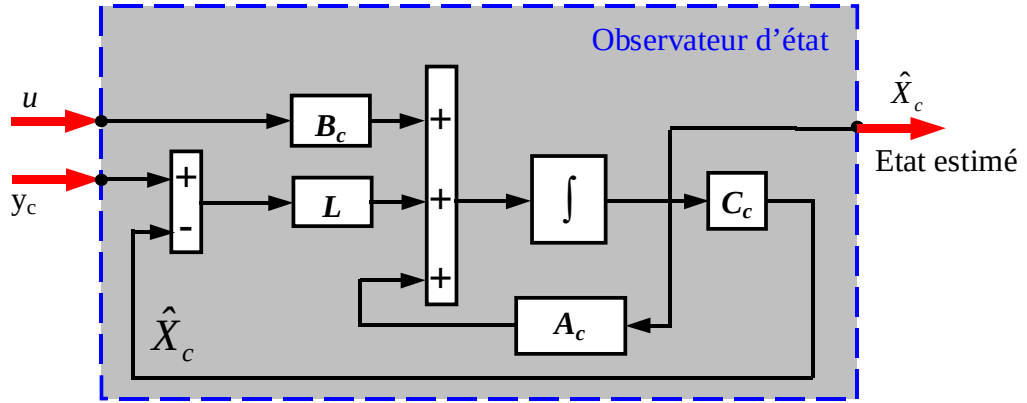


Figure 3-7 : Schéma symbolique de l'observateur d'état.

L'équation de la dynamique de l'observateur peut être écrite sous la forme :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}_c &= \hat{A}_c \hat{X}_c + B_c u + L y_c \\ \hat{y}_c &= C_c \hat{X}_c\end{aligned}\quad (3-67)$$

avec $\hat{A}_c$ matrice d'évolution de l'observateur et $\hat{e}$ celle de l'erreur de l'observation telles que :

$$\hat{A}_c = A_c - L C_c \quad (3-68)$$

$$\hat{e} = X_c - \hat{X}_c \quad (3-69)$$

En effectuant membre à membre la différence entre (3-67) et (3-28) et en tenant compte de (3-69), la dynamique de l'erreur s'écrit alors :

$$\dot{\hat{e}} = \hat{A}_c \hat{e} \quad (3-70)$$

La matrice L agit sur la réponse de l'observateur afin que l'erreur $\hat{e}$ converge exponentiellement vers le zéro. Elle doit être réglée de façon à minimiser les bruits de mesure tout en assurant une rapidité suffisante de l'estimation d'état.

L'assemblage complet de la boucle de contrôle est présenté Figure 3-8.

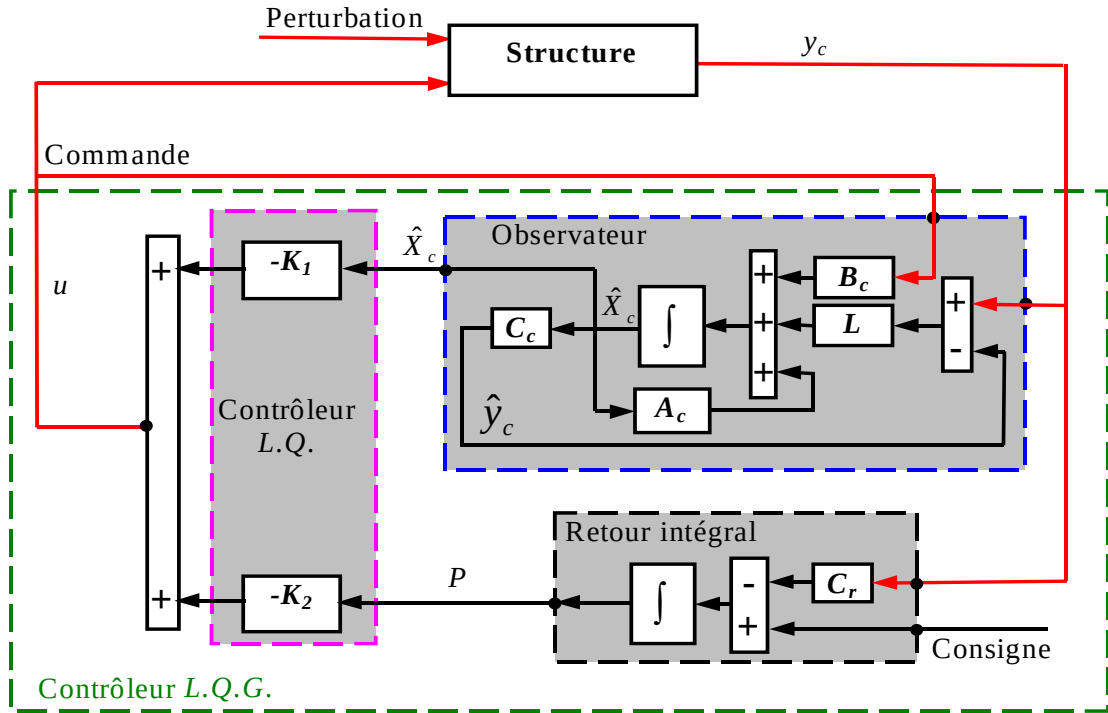


Figure 3-8 : Boucle de contrôle L.Q.G.

2.1.5 Contrôle Linéaire Quadratique Gaussien (L.Q.G.)

Un critère quadratique de type de celui utilisé par le contrôleur permet de déterminer la matrice L en faisant un compromis entre la rapidité et le niveau de bruit. Dans ce cas les gains de l'observateur sont déduits des équations suivantes :

$$L = S_{ob}^T C_c^T R_{ob}^{-1} \quad (3-71)$$

avec S_{ob} matrice solution de l'équation de Riccati :

$$S_{ob} A_c + A_c^T S_{ob} + S_{ob} B_c R_{ob}^{-1} B_c^T S_{ob} - C_c^T Q_{ob} C_c = 0 \quad (3-72)$$

R_{ob} , Q_{ob} sont les matrices de pondération du critère de l'observateur.

2.1.6 Réglage indépendant des dynamiques de contrôle et d'observation

En régulation, la commande peut être décrite par (3-53). L'équation de la dynamique de l'observateur (3-67) devient alors :

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}_c = [\hat{A}_c - B_c K_1] \hat{X}_c + L C_c X_c \\ \hat{y}_c = C \hat{X}_c \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\hat{X}}_c = [A_c - B_c K_1] \hat{X}_c + L C_c \hat{e} \\ \hat{y}_c = C \hat{X}_c \end{cases} \quad (3-73)$$

De plus en introduisant la loi de commande (3-53) avec l'état observé $\hat{X}_c$ dans l'équation d'état du système à observer (3-28), il vient :

$$\dot{X}_c = [A_c - B_c K_1] X_c + B_c K_1 \hat{e} \quad (3-74)$$

Les équations d'état (3-74) du système observé/contrôlé et celle de l'erreur d'observation (3-70) peuvent alors se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{\hat{e}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_c - B_c K_1) & (B_c K_1) \\ 0 & (A_c - L C_c) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_c \\ \hat{e} \end{Bmatrix} \quad (3-75)$$

La dynamique globale de l'ensemble commandé/observé est obtenue à partir de :

$$\det [\lambda - (A_c - B_c K_1)] \cdot \det [\lambda - (A_c - L C_c)] = 0 \quad (3-76)$$

Cette équation (3-76) montre que lorsque les erreurs d'estimation sont faibles, l'évolution du système commandé est peu affecté par la dynamique de l'observateur. Les dynamiques de l'observateur et du contrôleur peuvent donc être réglées de façon indépendante.

2.2 Commande floue

La commande floue utilise les principes de la logique floue [LAC97, GAC97, BOR98a]. Dans cette partie, après avoir détaillé la structure générale d'un contrôleur flou, différents modèles d'inférence flous sont rappelés, puis la démarche concernant le réglage des contrôleurs est présentée.

2.2.1 Structure du contrôleur flou

La structure générale d'un contrôleur flou (Figure 3-9) est composée de quatre blocs fonctionnels concernant :

- **La base des connaissances**, analysée et traitée par l'expert, comprenant :
 - Les données réparties en partitions floues orchestrées par des fonctions d'appartenance ;
 - La base des règles qui régit la stratégie de commande de l'expert (SI – ALORS...).
- **la fuzzification** qui transforme les variables physiques en valeurs floues au travers de variables linguistiques (grand, petit,...).
- **Le mécanisme d'inférence** qui applique les opérations d'inférence à partir des règles.
- **la défuzzification** qui transforme les résultats du mécanisme d'inférence en grandeurs physiques.

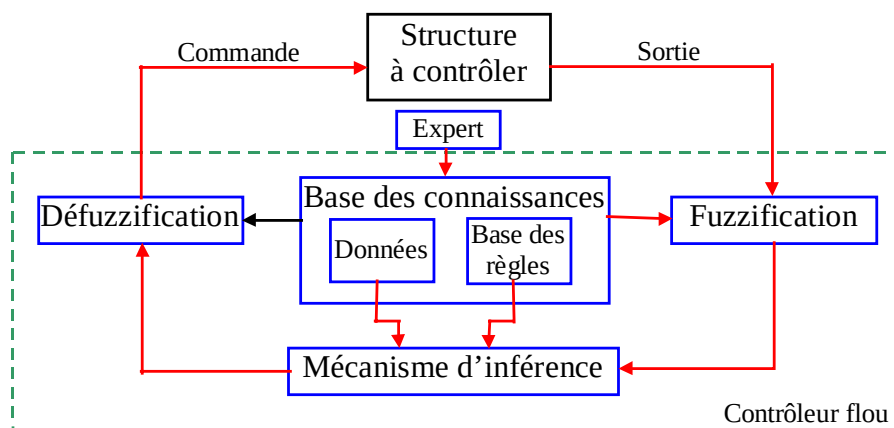


Figure 3-9 : Structure d'une commande floue.

1. Base de connaissance de l'expert

Dans cette partie seront abordés successivement la partition floue, la base des règles et leurs propriétés.

Partition floue

La partition floue est composée de N_s sous-ensembles flous A_i qui couvrent le domaine flou X (Figure 3-10). Ces sous-ensembles vérifient :

$$\forall x \in X, \sum_{i=1}^{N_s} \mu_{A_i}(x) = 1 \quad (3-77)$$

avec $\mu_{A_i}(x)$: fonction d'appartenance.

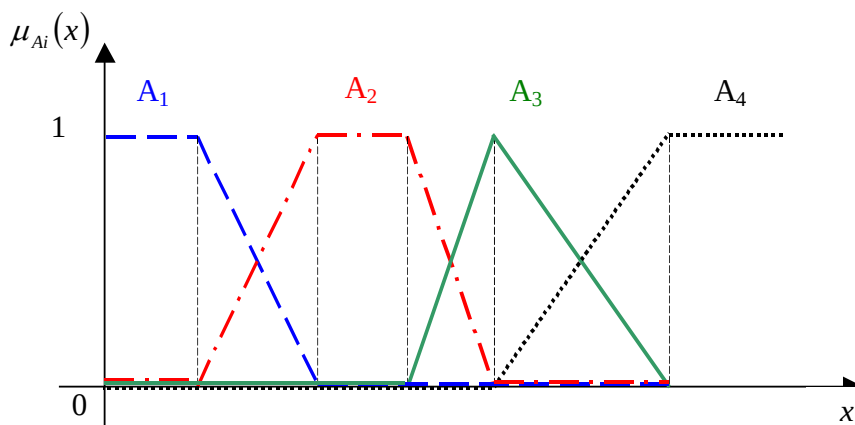


Figure 3-10 : Exemple de partition floue.

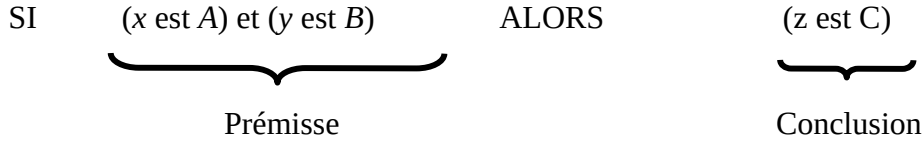
Base des règles

Un contrôleur flou établit une relation non linéaire entre ses entrées et ses sorties. Cette relation est assurée par des règles floues "SI - ALORS". Chacune de ces règles traduit un comportement local du contrôleur.

Plusieurs solutions peuvent être envisagées pour obtenir la base des règles floues :

- A partir d'une représentation de connaissances exprimées de façon naturelle par des acteurs humains, qu'ils soient experts, observateurs du système étudié ou opérateurs spécialisés [TAK85].
- A partir d'un modèle flou du processus [TOG85]. L'inversion de ce modèle conduit directement à un contrôleur flou. Ce modèle inverse ne peut être utilisé que lorsque le système à commander est à minimum de phase.

En commande floue, les règles peuvent prendre la forme générale suivante :



Un ensemble de règles floues doit être continu, consistant et complet (Annexe I).

2. Fuzzification

La fuzzification est la procédure qui interface l'état non flou du système au domaine flou. Dans cet étape la variable non floue x est conditionnée par les fonctions d'appartenance pour obtenir les valeurs floues $\mu_A(x)$ correspondantes.

Si la mesure de x est exacte, le sous-ensemble flou doit être représenté par un fait précis. Dans ce cas la transformée de type singleton est utilisée Figure 3-11(a) :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{si } x \neq x_0 \end{cases} \quad (3-78)$$

Si la mesure des variables est incertaine, une fonction d'appartenance est associée à chaque variable. Cette fonction peut être monotone, trapézoïdale, gaussienne ou triangulaire (Figure 3-11(b)), de la forme :

$$\mu_A(x) = \max \left\{ 0 ; 1 - \frac{|x - x_0|}{\varepsilon_e} \right\} \quad (3-79)$$

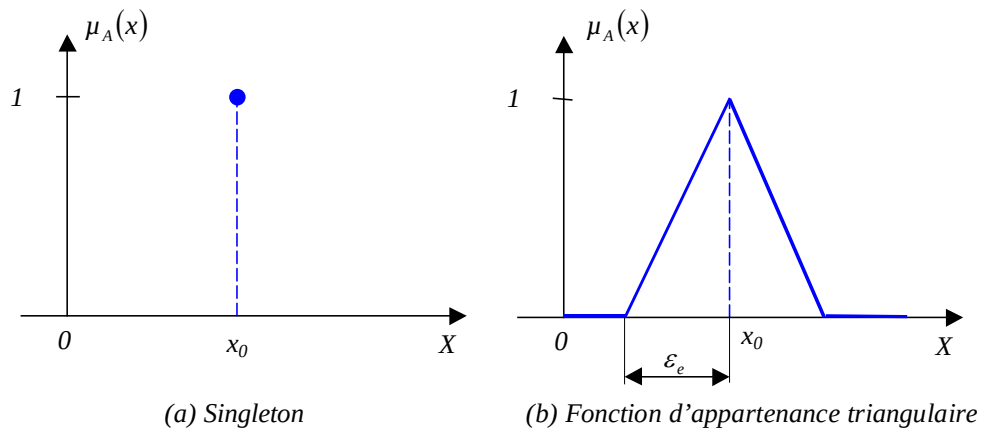


Figure 3-11 : Méthodes de fuzzification.

Le nombre de fonctions d'appartenance couvrant le domaine de la variable dépend de l'incertitude dans la mesure, de la finesse de la commande et de sa non linéarité. Ces aspects peuvent être traités par compromis entre le choix de la forme et le nombre des fonctions d'appartenance.

3. Mécanisme d'inférence

A partir de la base des règles fournie par l'expert et des sous-ensembles flous X de x et Y de y dans le domaine $X \times Y$ correspondants à la fuzzification des vecteurs de mesure, le mécanisme d'inférence calcule le sous-ensemble flou dans le domaine Z correspondant, relatif à la commande de chaque règle. Ce calcul met en œuvre l'implication et l'agrégation des règles.

Implication :

Figure (3-12) illustre un exemple d'implication des deux règles suivantes :

Règle 1 : SI x est A_1 et y est B_1 ALORS z est C_1

Règle 2 : SI x est A_2 et y est B_2 ALORS z est C_2

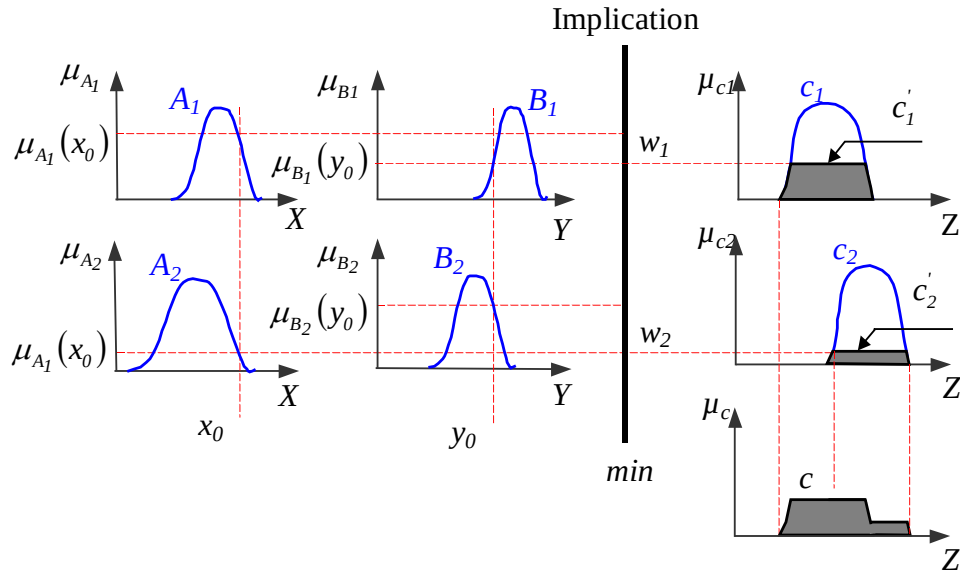


Figure 3-12 : Exemple d'implication.

Si les deux variables x et y ont les valeurs x_0 et y_0 , leurs fonctions d'appartenance prennent les valeurs $\mu_{A_1}(x_0)$ et $\mu_{B_1}(y_0)$ respectivement pour la règle 1 et $\mu_{A_2}(x_0)$ et $\mu_{B_2}(y_0)$ pour la règle 2.

L'application de l'opérateur de l'implication $\vee$ entre les deux fonctions d'appartenances de chaque règle donne la pondération w_i correspondante à cette règle :

$$\begin{aligned} w_1 &= \mu_{A_1}(x_0) \vee \mu_{B_1}(y_0) \\ w_2 &= \mu_{A_2}(x_0) \vee \mu_{B_2}(y_0) \end{aligned} \quad (3-80)$$

Cet opérateur est défini de différentes manières suivant l'implication utilisée. L'implication de Mamdani utilise l'opérateur minimum ($\min$). Celle de Larsen, utilise l'opérateur produit (prod.).

Pour qualifier la sortie correspondante à chaque règle, l'opérateur de l'intersection $\wedge$ est appliqué entre le poids w_i de cette règle et la fonction d'appartenance de sa conclusion $\mu_c(z)$:

$$\begin{aligned}\mu_{c_1}(z) &= w_1 \wedge \mu_{c_1}(z) \\ \mu_{c_2}(z) &= w_2 \wedge \mu_{c_2}(z)\end{aligned}\quad (3-81)$$

Agrégation des règles :

La fonction de sortie floue du contrôleur est calculée en fonction des sorties de toutes ses règles par l'opérateur d'agrégation $\otimes$. Ce dernier est généralement, comme l'opérateur de l'implication, de type conjonctif. La sortie du contrôleur prend la forme suivante :

$$\mu_c(z) = \mu_{c_1}(z) \otimes \mu_{c_2}(z) = [w_1 \quad \mu_{c_1}(z)] \quad [w_2 \quad \mu_{c_2}(z)] \quad (3-82)$$

$\otimes$ peut être *max.*, *min.*, *prod.*, l'intersection ou l'union des conclusions des règles (Figure 3-12 : l'union est utilisée).

4. Défuzzification

Cette étape a pour objectif de transformer la sortie floue agrégée en valeur non floue de la commande.

Plusieurs méthodes de défuzzification peuvent être utilisées dont la méthode de la hauteur et ses variantes ou celle de barycentre qui sont les plus couramment utilisées :

Méthode de la hauteur et ses variantes

Cette méthode est basée sur le principe du maximum (*max.*). Elle consiste à prendre la valeur la plus grande de la fonction d'appartenance de sous-ensemble flou comme commande (Figure 3-13).

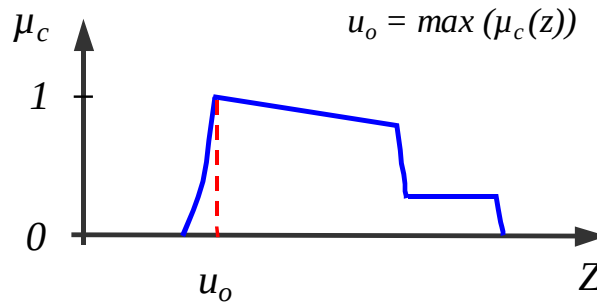


Figure 3-13 : Défuzzification par le principe de maximum.

Dans le cas où la fonction d'appartenance $\mu_c(z)$ a des maxima identiques, plusieurs choix sont possibles : le premier maximum, le dernier ou la moyenne des maxima (Figure 3-14).

Ces méthodes nécessitent peu de calculs.

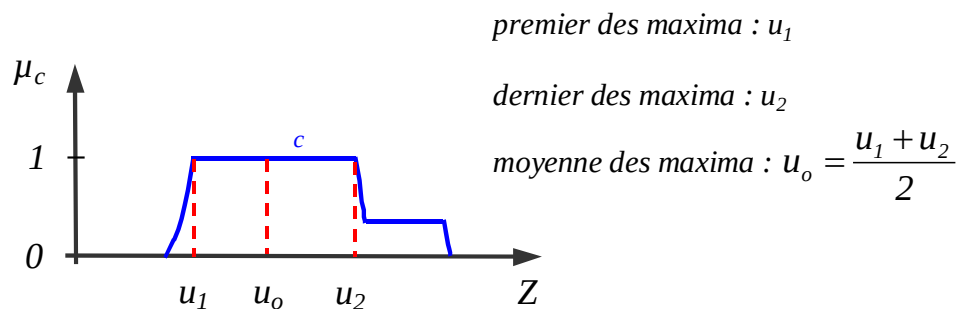


Figure 3-14 : Variantes de la méthode de la hauteur pour la défuzzification.

Méthode du barycentre

Le barycentre de l'aire de $\mu_c(z)$ est déterminé par : $u_o = \frac{\int_{z_1}^{z_2} \mu_c(z) \cdot z \cdot dz}{\int_{z_1}^{z_2} \mu_c(z) \cdot dz}$

Cette méthode nécessite des calculs importants.

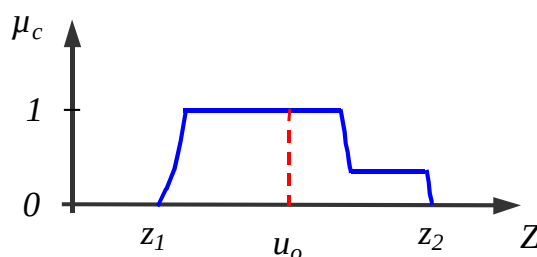


Figure 3-15 : Défuzzification par la méthode barycentre.

2.2.2 Modèles d'inférence flous

Les trois modèles d'inférences flous les plus utilisés sont : le modèle de Tsukamoto, celui de Mamdani et celui de Sugeno. La différence entre ces modèles réside dans la conclusion des règles et donc dans les procédures d'agrégation et de défuzzification.

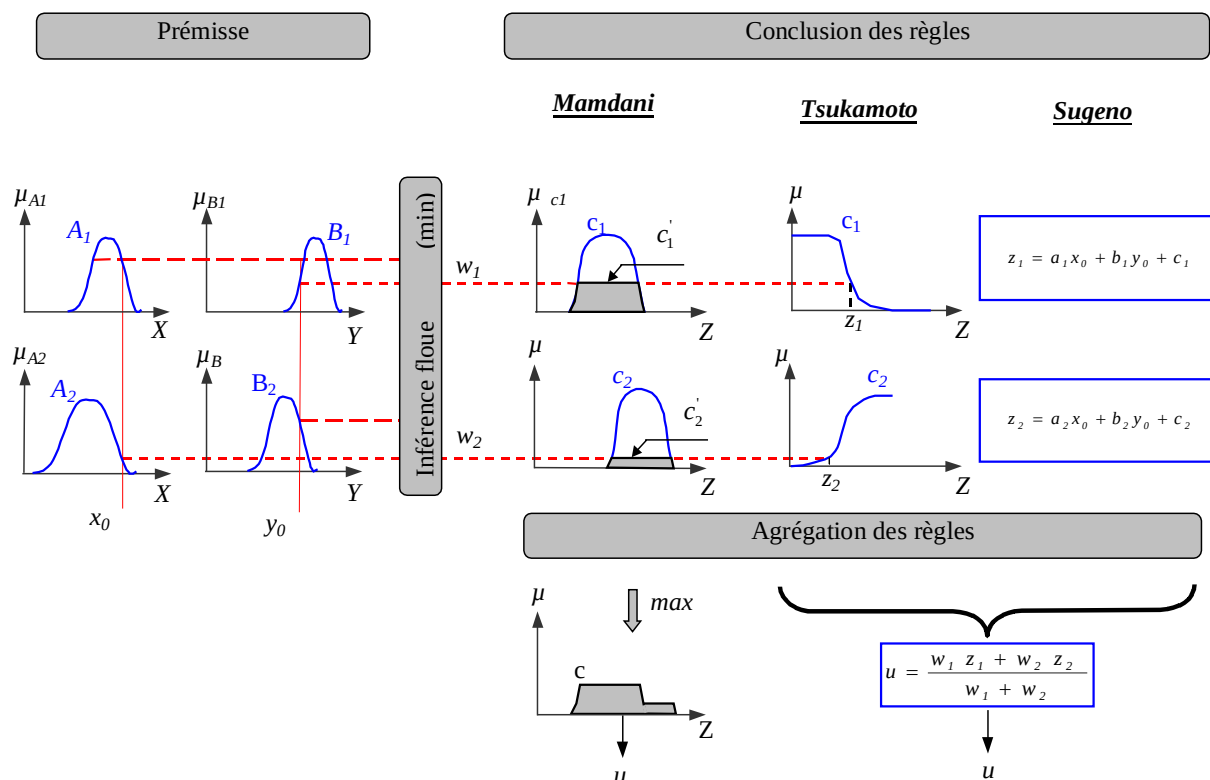


Figure 3-16 : Les différents systèmes d'inférence.

Modèle de Mamdani

Dans le modèle de Mamdani, les prémisses et les conclusions des règles sont floues (Figure 3-16). Cette méthode repose sur l'utilisation de l'opérateur *min*. pour l'inférence floue et l'opérateur *max*. pour l'agrégation des règles. La défuzzification est généralement effectuée par la méthode du barycentre.

Une variation du modèle de Mamdani consiste à remplacer l'opérateur *min*. de l'inférence floue par l'opérateur *prod*.

Modèle de Sugeno

Il s'appelle aussi le modèle de Takagi-Sugeno (Figure 3-16). Dans ce cas, les conclusions des règles sont des polynômes dont les variables sont les entrées du modèle. Elles sont de la forme :

$$SI \{ x \text{ est } A_1^i \text{ et } y \text{ est } A_2^i \text{ et...} \} \quad ALORS \{ z \text{ est } f_i(x, y, \dots) \} \quad (3-83)$$

L'inférence floue est réalisée avec l'opérateur *min*. ou *prod*. La valeur finale de la commande u est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions des règles.

Modèle de Tsukamoto

Dans ce modèle la conclusion de chaque règle est présentée par une fonction monotone (Figure 3-16). La sortie numérique du contrôleur est une moyenne pondérée des valeurs issues de chaque règle.

2.2.3 Réglage des contrôleurs flous

Le réglage de la commande floue concerne les points suivants :

- la nombre de fonctions d'appartenance,
- le type de fonctions d'appartenance,
- la position des fonctions d'appartenance dans le domaine de chaque variable,
- les pentes des fonctions d'appartenance,
- le domaine de chaque variable.

Ces deux derniers paramètres peuvent être modifiés en introduisant et en réglant des gains placés en amont et/ou en aval du contrôleur. Le réglage peut être effectué manuellement ou par des méthodes d'optimisation et d'apprentissage comme les techniques de la programmation mathématique et les réseaux neuronaux.

3 CONTROLE MODAL FLOU (C.M.F.)

3.1 Contrôle modal

Les modèles de la structure (3-4) et du rotor souple (3-25) proposés précédemment sont décrits sous forme modale. Ces modèles sont ceux sur lesquels viennent agir les commandes : ce sont les "modèles modaux de simulation". Il doivent traduire le plus fidèlement possible le comportement dynamique de la structure à contrôler.

Le contrôle modal consiste à maîtriser le comportement dynamique de la structure à partir des participations modales des modes ciblés par le contrôle. Ainsi la commande s'écrit :

$$u = f(X_c) X_c \quad (3-84)$$

avec $f(X_c)$ fonction gain du contrôleur, X_c vecteur d'état modal du modèle de contrôle tel que :

$$X_c = \{q_c \dot{q}_c\}^T \quad (3-85)$$

avec $q_c, \dot{q}_c$ vecteurs des déplacements et vitesses modaux des premiers à modes contrôlés.

Le nombre de modes à contrôler est généralement inférieur à celui du modèle de la structure. Ainsi les modèles utilisés pour calculer les gains de contrôle peuvent être déduits des précédents en les réduisant aux m modes à contrôler : ce sont les "modèles modaux de contrôle".

L'équation d'état du système réduit aux m modes à contrôler devient alors :

$$\dot{X}_c = A_c X_c + B_c u \quad (3-86)$$

avec A_c matrice d'évolution du modèle de contrôle :

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[\Phi_c^T M \Phi_c]^{-1} [\Phi_c^T K \Phi_c] & -[\Phi_c^T M \Phi_c]^{-1} [\Phi_c^T C \Phi_c] \end{bmatrix} \quad (3-87)$$

B_c matrice d'application de la commande sur le modèle de contrôle :

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_c^T P_a \end{bmatrix} \quad (3-88)$$

3.2 Concept du Contrôle Modal Flou

Le principe de contrôle multi-entrées multi-sorties proposé est basé sur le travail en parallèle de contrôleurs flous dont chacun est dédié à un mode (Figure 5-17). Les entrées de chaque contrôleur flou correspondent aux participations modales qui sont pondérées par des gains K_i . La commande globale est constituée par la somme des commandes générées par chacun des contrôleurs modaux flous préalablement pondérées par le gain matriciel K_c . De plus, l'action dynamique de ce contrôleur modal flou est complétée par les retours intégraux des déplacements physiques de la structure pour assurer la précision statique, eux mêmes pondérés par les gains K_{int} .

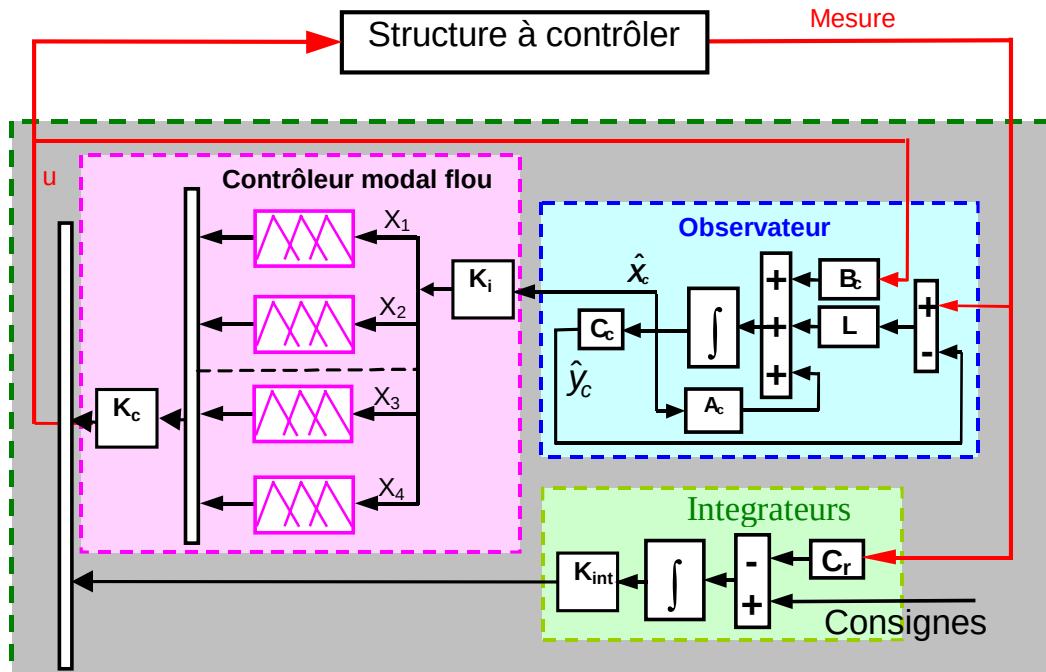


Figure 5-17 : Schéma de Contrôle Modal Flou.

Les gains de pondération K_i et K_c permettent d'ajuster les pentes et les domaines d'entrée et de sortie. De plus K_c traduit les commandes dans l'espace physique. Ils peuvent être réglés, avec K_{int} , par optimisation sur gabarit de réponses temporelles.

L'état modal n'étant pas directement mesurable, il doit être reconstruit. Pour cela un observateur de Luenberger est utilisé. Il peut être optimisé par un critère quadratique de type $L.Q$. Le principe de séparation de la dynamique du contrôleur flou et celle de l'observateur reste valable et permet le réglage des contrôleurs flous séparément du réglage de l'observateur.

3.3 Spillover

La troncature modale peut engendrer des phénomènes indésirables liés aux modes non contrôlés, car le contrôleur agit non seulement sur les modes contrôlés, mais aussi sur les modes résiduels. Ce phénomène est appelé "Spillover de contrôle". Ses effets peuvent être diminués par un choix adapté de l'emplacement des actionneurs pour qu'ils agissent efficacement sur les modes contrôlés tout en réduisant l'influence du contrôle sur les modes résiduels. Un compromis est alors nécessaire entre le nombre des actionneurs, l'énergie consommée et la performance du calcul en temps réel [GAU96].

De la même façon, la troncature modale du modèle de contrôle utilisé pour calculer l'observateur introduit des erreurs dans l'estimation du vecteur d'état à contrôler : c'est le phénomène de "spillover d'observation". Ces erreurs d'observation sont amplifiées par les gains d'observation, qui sont interprétées à nouveau par les gains de contrôle. L'ensemble "spillover d'observation" et "spillover de contrôle" forment alors une boucle éventuellement instable. Pour éviter ce risque, il est nécessaire de conduire les simulations avec un modèle de structure ("modèle de simulation") le plus fin possible. Le réglage des pondérations conduisant aux gains de contrôle et d'observation ne peut donc pas se faire séparément, il faut surveiller lors du réglage par simulation tous les modes estimés, contrôlés et résiduels.

Dans le cas du contrôle modal flou proposé *C.M.F.*, les gains de contrôle étant variables, ils peuvent être adaptés via le réglage des fonctions d'appartenance pour atténuer plus efficacement l'influence de la boucle de "spillover".

Dans ce chapitre, la modélisation par éléments finis d'une structure flexible et en particulier d'un rotor flexible, intégrant des actionneurs, a été présentée. Deux algorithmes de contrôle ont été détaillés : le contrôle linéaire optimal et le contrôle flou.

Le principe de contrôle modal flou *C.M.F.* a été présenté. Il lie les principes de contrôle flou et de contrôle modal. Il utilise de plus l'observateur présenté dans le contrôle *L.Q.G.*

Le contrôle modal flou obtenu doit permettre de réaliser rapidement et avec une bonne efficacité l'amortissement des modes ciblés des structures contrôlées. Ce principe sera utilisé dans la suite de l'étude pour contrôler une poutre flexible, en prenant le contrôle *L.Q.G.* pour référence, puis un rotor flexible en régime transitoire.

CHAPITRE 4 : APPLICATION A UNE POUTRE FLEXIBLE

L'objectif de ce chapitre est de montrer la faisabilité du contrôle du comportement dynamique d'une poutre flexible par un plan d'action constitué de deux vérins piézoélectriques orthogonaux.

Tout d'abord les actionneurs piézoélectriques sont étudiés et un modèle est proposé. La modélisation par éléments finis de l'ensemble structure/partie mécanique des actionneurs est ensuite présentée. Puis les résultats de l'identification expérimentale permettant le recalage du modèle sont détaillés. Enfin une réduction du modèle par une méthode modale est effectuée.

L'application des deux algorithmes de commande présentés dans le chapitre précédent pour contrôler la structure est réalisée. Ce contrôle est de type modal. Il met en œuvre un observateur d'état. Les contrôleurs optimaux de type *L.Q.G.* sont mis en place [MAL01] et sont pris pour référence pour une stratégie utilisant des contrôleurs modaux flous.

Tout d'abord, l'étude concerne le contrôle des vibrations transverses de la poutre dans une seule direction, par un actionneur piézoélectrique. Puis le contrôle est étendu aux deux directions transverses.

Le chapitre comprend l'aspect modélisation, simulation et validation expérimentale.

1. ACTIONNEURS

Les actionneurs utilisés dans cette étude sont des vérins piézoélectriques. Un modèle électromécanique décrivant le comportement de ces vérins est proposé. L'identification expérimentale permet le recalage de ce modèle.

1.1. Modèle des actionneurs piézoélectriques

Deux vérins piézoélectriques, haute tension Physik Instrumente *P-245.70*, sont utilisés. Ils sont alimentés par des amplificateurs haute tension *PI E472*. Les caractéristiques mécaniques et électriques fournies par le constructeur sont données Tableau 4-1.

Caractéristique	Valeur	Unité
Tension nominale	-1000	Volt
Tension max. de fonction	-1000	Volt
Force de compression max.	2000	N
Force de traction max.	300	N
Gamme de température	-40 à +80	°C
Expansion max.(à -1000 Volt)	120	μm
Rigidité	32	N/ μm
Capacité électrique	500	nF
Fréquence de résonance (sans charge)	5	kHz
Expansion en température	0.9	$\mu\text{m}/\text{K}$
Longueur totale	127	mm
Polarité	<i>négative</i>	
Gain de l'amplificateur en tension G_v	100	

Tableau 4-1 : Caractéristiques des vérins piézoélectriques.

Chaque ligne d'action est constituée par un vérin piézoélectrique en série avec un plot élastique. La figure 4-1 présente le schéma et le modèle d'un actionneur piézoélectrique. Ce modèle met en œuvre un déplacement imposé δ_e proportionnel à la tension électrique V appliquée au vérin par l'amplificateur, une raideur K_v correspondante à celle de l'empilement des disques piézoélectriques, et une raideur K_p du plot élastique liant le vérin à la structure.

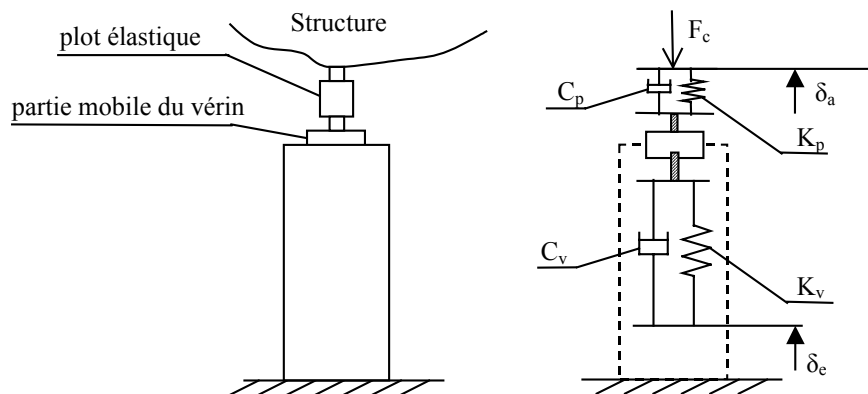


Figure 4-1 : Modèle de l'actionneur piézoélectrique.

Les amortissements du vérin piézoélectrique C_v et du plot élastique C_p sont dans un premier temps négligés. Ils sont ensuite recalés par rapport aux amortissements modaux mesurés expérimentalement dans le modèle.

Le modèle proposé pour la force générée par un actionneur piézoélectrique est :

$$F_c = K_a (\delta_e - \delta_a) = K_a (\alpha G_v V - \delta_a) \quad (4-1)$$

avec α la constante piézoélectrique du vérin et K_a la raideur de l'actionneur telle que:

$$\frac{1}{K_a} = \frac{1}{K_v} + \frac{1}{K_p} \quad (4-2)$$

1.2. Identification expérimentale des actionneurs piézoélectriques

Plusieurs tests statiques et dynamiques ont été réalisés pour identifier les caractéristiques des vérins piézoélectriques.

Test statique

La fonction de transfert entre le déplacement généré par le vérin et la tension électrique appliquée à ses bornes est mesurée pour différentes tensions dont les valeurs sont réglées entre 0 et 9 Volt. Chaque mesure est effectuée pour une même durée d'acquisition.

Le résultat de ce test Figure 4-2 montre que le comportement statique mesuré est non linéaire. Dans les applications de précision statique, cette hystérésis est compensée par une boucle fermée qui élimine l'erreur entre le déplacement de la structure et des consignes données.

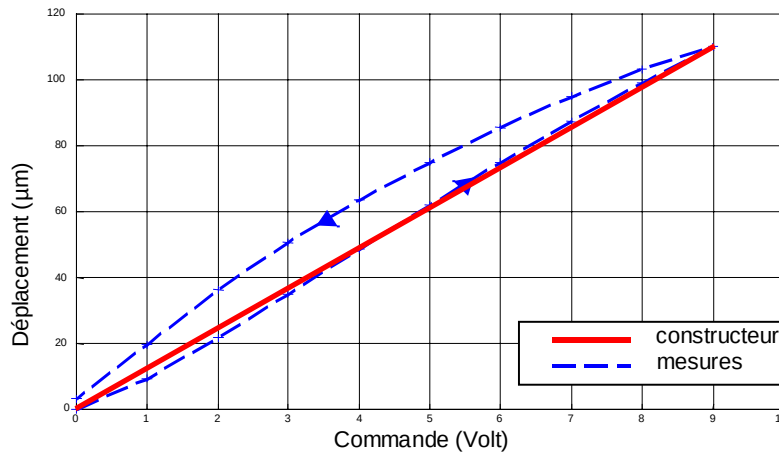


Figure 4-2 : Hystérésis dans le comportement statique du vérin piézoélectrique.

L'hystérésis observé Figure 4-2 due essentiellement au matériau piézoélectrique et à la conception du vérin sera négligée dans la suite de l'étude. Le modèle linéaire utilisé est représenté par la droite de la Figure 4-2.

Tests dynamiques

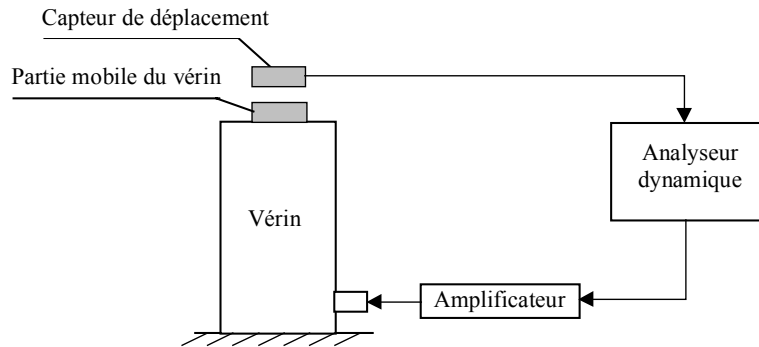


Figure 4-3: Schéma du montage.

Ils concernent :

- 1) La réponse dynamique du vérin non chargé, à une consigne de type échelon d'amplitude évoluant de -0.4 Volt à $+0.4$ Volt, est présentée Figure 4-4. Elle est obtenue à partir du montage schématisé Figure 4-3.

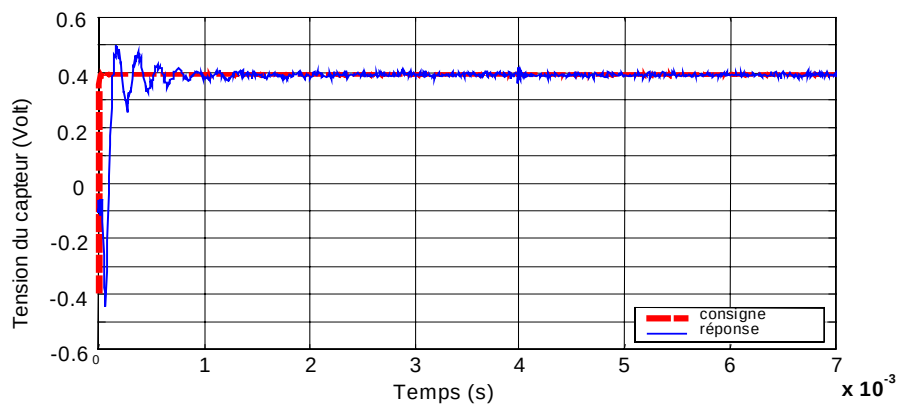


Figure 4-4 : Réponse du vérin piézoélectrique à un échelon de 0.5 (Volt).

- 2) Pour obtenir la raideur et l'amortissement du vérin, une identification modale de type *S.D.O.F.* est utilisée. Une masse connue ($m=372$ g) est fixée sur la partie mobile de l'actionneur. Ce dernier, sollicité par un balayage sinusoïdal dont la fréquence évolue de 500 à 1300 Hz, permet de tracer la réponse fréquentielle de la Figure 4-5. La raideur et l'amortissement du vérin sont alors déduits de la fréquence de résonance du système vérin + masse ($f_c = 983.02$ Hz) et de la largeur de bande à -3 dB. Si la masse et l'amortissement de la partie mobile de l'actionneur sont négligés alors : $\xi_v = 2,6 \%$ et $K_v = 14.21$ E6 N/m.

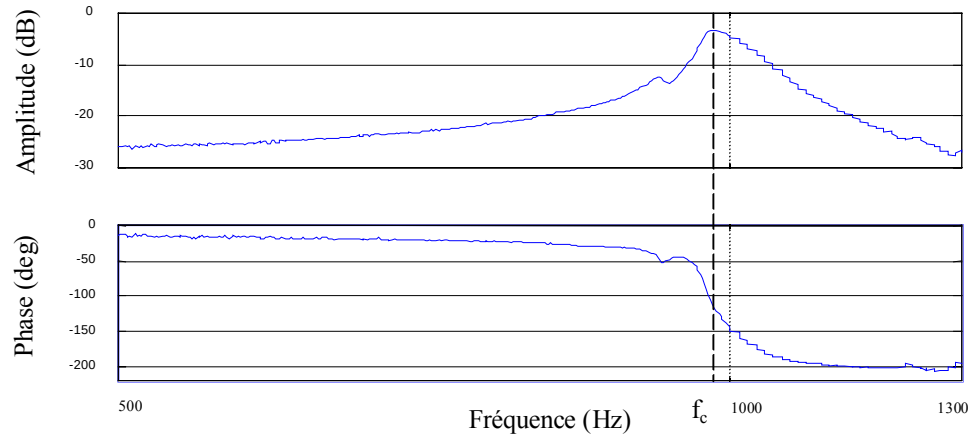


Figure 4-5 : Diagramme de Bode (déplacement/commande) de l'ensemble vérin + masse.

- 3) La liaison entre les vérins piézoélectriques et la structure est assurée par l'intermédiaire des plots élastiques Figure 4-6. Pour identifier complètement chaque ligne d'action, il faut aussi caractériser les plots. Pour cela un test de même type que le précédent a été réalisé en plaçant un plot entre la masse connue et la partie mobile du vérin. Les résultats sont donnés Tableau 4-2.

	Actionneur horizontal (x)	Actionneur vertical (z)
Raideur K_a (N/m)	2.26 E6	0.63 E6
Facteur d'amortissement ξ_a (%)	6.7	5.6
Constante piézoélectrique α (m/Volt)	12 E-6	12 E-6

Tableau 4-2 : Caractéristiques des actionneurs.

2. MODELISATION

Dans cette application, la structure à contrôler est une poutre encastrée en acier dont la longueur, la largeur et l'épaisseur sont respectivement 1 m , 0.02 m et 0.01 m . Son comportement dynamique est contrôlé par un plan d'action constitué de deux vérins piézoélectriques en série avec deux plots élastiques situé à 0.1 m de l'extrémité libre. Ces plots ont une raideur transverse faible. Ils autorisent donc les déplacements nécessaires à chaque ligne d'action. Leur amortissement agit sur les modes non contrôlés. Le schéma du montage est présenté Figure 4-6.

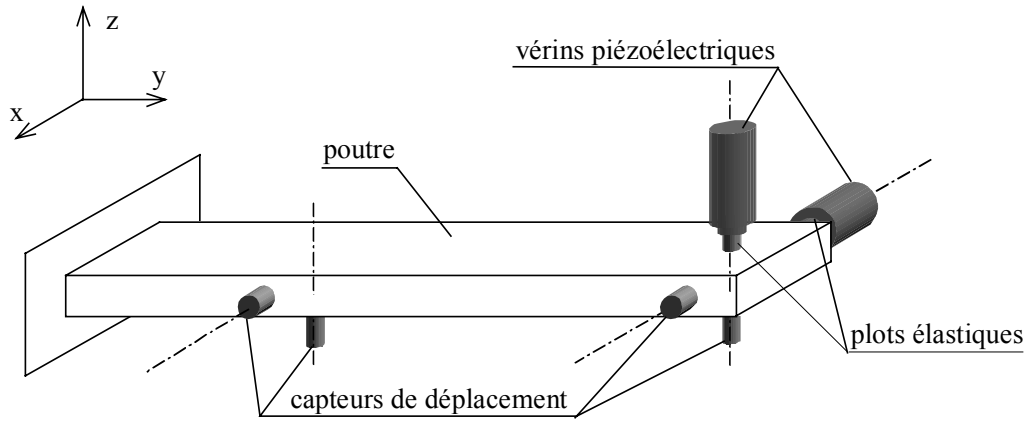


Figure 4-6 : Schéma du montage.

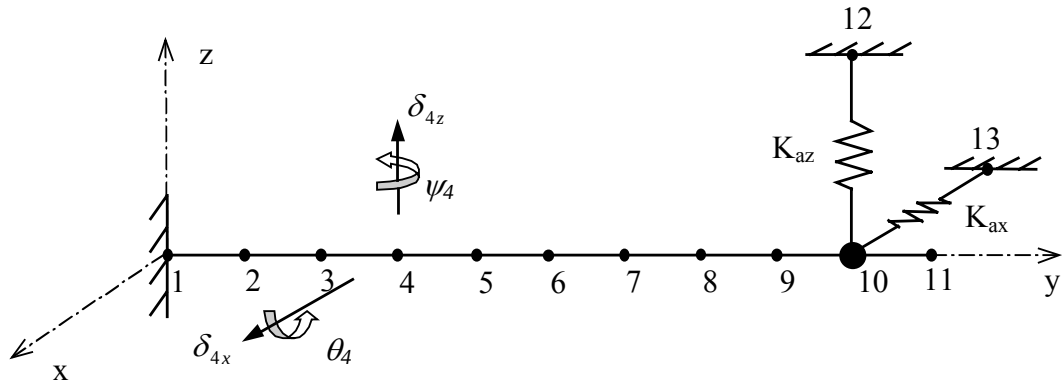


Figure 4-7 : Discrétisation E.F. de la structure.

Le modèle *E.F.* de la structure présenté Figure 4-7 qui intègre la partie mécanique des actionneurs a été réalisé avec le code de calcul *ANSYS®*. La poutre a été discrétisée par dix éléments de poutre à six degrés de liberté par nœud dont seuls les déplacements transverses δ_x , δ_z et les rotations θ , ψ sont retenus.

Les plots élastiques sont considérés linéaires. Ils sont modélisés par leur raideur axiale et les termes de couplage sont ici négligés. Chaque actionneur est modélisé par une raideur équivalente à celle de l'ensemble vérin piézoélectrique/plot élastique (K_{ax} , K_{az}) (Tableau 4-2) et une masse ponctuelle sur le nœud 10 simulant la masse des parties mobiles des vérins piézoélectriques et celle des plots élastiques suivant les deux directions. Les degrés de liberté des nœuds 1, 12 et 13 sont bloqués.

Le comportement dynamique de la structure (poutre/actionneurs) selon les deux directions peut être décrit par les équation (3-1) et (4-1), avec F_p forces de perturbations extérieures. Soit :

$$M \ddot{\delta} + C \dot{\delta} + K \delta = F_p + K_a \alpha G_v V \quad (4-3)$$

Une réduction modale sur les huit premiers modes est mise en œuvre.

Le modèle a été recalé par les fréquences propres mesurées ω . Il a été complété en introduisant les amortissements sous forme d'amortissements modaux mesurés ξ , les modes

étant suffisamment découplés. Le système d'équations (4-3) prend alors la forme découplée suivante :

$$\ddot{q} + \text{diag} (2\xi\omega) \dot{q} + \text{diag}(\omega^2) q = f_p - f_c \quad (4-4)$$

avec :

$\ddot{q}, \dot{q}, q$ vecteurs des accélérations, des vitesses et des déplacements modaux des huit premiers modes.

f_p, f_c vecteurs de forces modales de perturbation et de contrôle telles que :

$$f_p = \Phi^T F_p \quad (4-5)$$

$$f_c = \Phi^T K_a G_v \alpha V \quad (4-6)$$

Le modèle de simulation peut être décrit par les équations d'état (3-5) avec le vecteur d'état :

$$X = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dot{q}_4 \ \dot{q}_5 \ \dot{q}_6 \ \dot{q}_7 \ \dot{q}_8]^T$$

avec la matrice d'évolution du modèle de simulation :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.62e+00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7.84e-01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.94e+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.00e+00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7.51e+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7.26e+00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.01e+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.76e+02 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.89e+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.79e+01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.13e+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.84e+01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.40e+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.16e+02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8.58e+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.53e+01 \end{bmatrix}$$

Les actionneurs agissant sur le nœud 10 suivant les deux directions X et Z, la matrice d'application de la commande est donc :

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.12e1 & 1.41e12 & 1.16e00 & 8.87e00 & 9.62e12 & 1.20e00 & 5.48e13 & 3.30e00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.23e12 & 9.32e01 & 1.42e13 & 7.72e13 & 5.91e00 & 5.45e11 & 3.51e01 & 6.80e12 \end{bmatrix}^T$$

Le vecteur de sortie du système comprend les degrés de liberté correspondants aux capteurs placés aux nœuds 4 et 10 dans la direction Z et aux nœuds 3 et 10 dans la direction X. L'équation de sortie devient alors :

$$y = \begin{bmatrix} \delta_{x3} \\ \delta_{x10} \\ \delta_{z4} \\ \delta_{z10} \end{bmatrix} = C X = \begin{bmatrix} \Phi_{(x3,1)} & \dots & \Phi_{(x3,i)} & \dots & \Phi_{(x3,8)} \\ \Phi_{(x10,1)} & \dots & \Phi_{(x10,i)} & \dots & \Phi_{(x10,8)} \\ \Phi_{(z4,1)} & \dots & \Phi_{(z4,i)} & \dots & \Phi_{(z4,8)} \\ \Phi_{(z10,1)} & \dots & \Phi_{(z10,i)} & \dots & \Phi_{(z10,8)} \end{bmatrix} [0]_{(4 \times 8)} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (2-7)$$

La valeur numérique de la matrice de sortie est :

$$C = \begin{bmatrix} 3.40e+02 & 2.25e+13 & 1.85e+01 & 1.42e+00 & 1.54e+12 & 1.91e+01 & 8.78e+14 & 5.28e+01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8.09e+01 & 1.74e+12 & 1.24e+00 & 1.08e+01 & 5.24e+12 & 7.01e+01 & 2.45e+13 & 3.58e+01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.19e+13 & 3.43e+02 & 5.22e+15 & 2.84e+14 & 2.17e+01 & 2.01e+12 & 1.29e+00 & 2.50e+13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.96e+13 & 4.46e+01 & 7.80e+13 & 1.63e+13 & 9.68e+01 & 8.43e+12 & 1.85e+01 & 4.31e+16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.1. Identification expérimentale et recalage du modèle EF

Pour obtenir un modèle précis de la structure, une identification expérimentale de l'ensemble poutre/actionneurs est réalisée pour permettre son recalage. Les caractéristiques mécaniques de la structure sont identifiées en effectuant des réponses fréquentielles selon X , puis Z , en balayage sinusoïdal. Les résultats de l'identification et du modèle recalé sont présentés à l'aide des diagrammes de Bode Figure 4-8 et du Tableau 4-3. Les premières déformées modales du système sont présentées Figure 4-9.

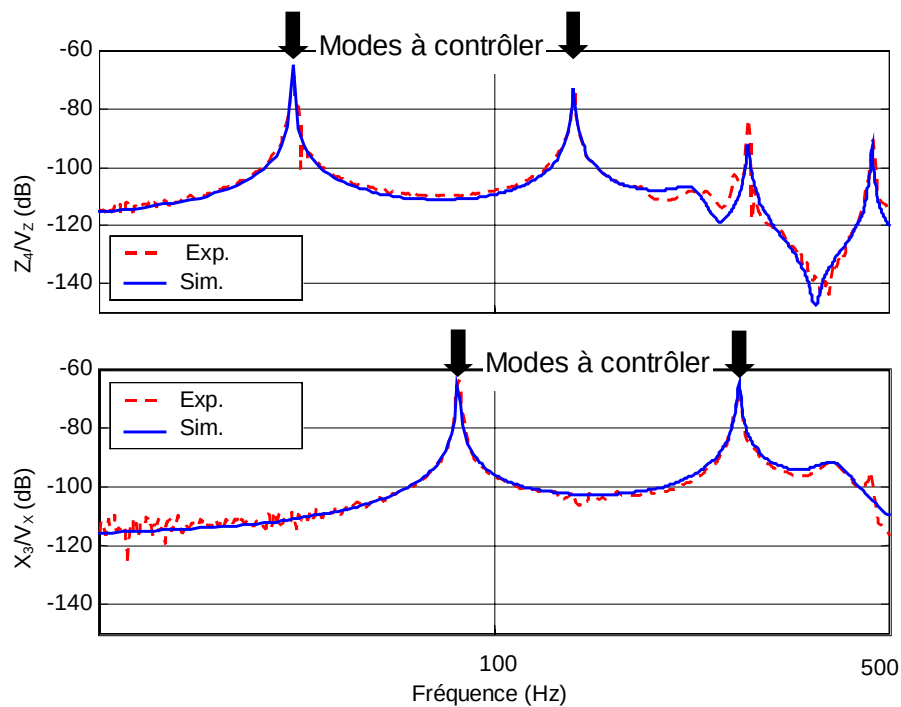


Figure 4-8 : Diagrammes de bode de système non contrôlé (déplacement/commande).

mode	direction	Modèle E.F.	Mesures expérimentales	
		Fréquences de résonance f (Hz)	Facteurs d'amortissement modaux ξ (%)	
1*	z	43.7	43.9	1.42 E-3
2*	x	87.3	86.3	1.85 E-3
3*	z	138.2	138.0	4.19 E-3
4	z	228.7	234.0	6.22 E-2
5*	x	275.6	271.0	5.27 E-3
6	z	282.0	281.8	2.61 E-3
7	x	404.9	402.7	6.24 E-2
8	z	471.1	466.3	2.61 E-3

Tableau 4-3 : Caractéristiques modales du système poutre/actionneurs (* modes à contrôler).

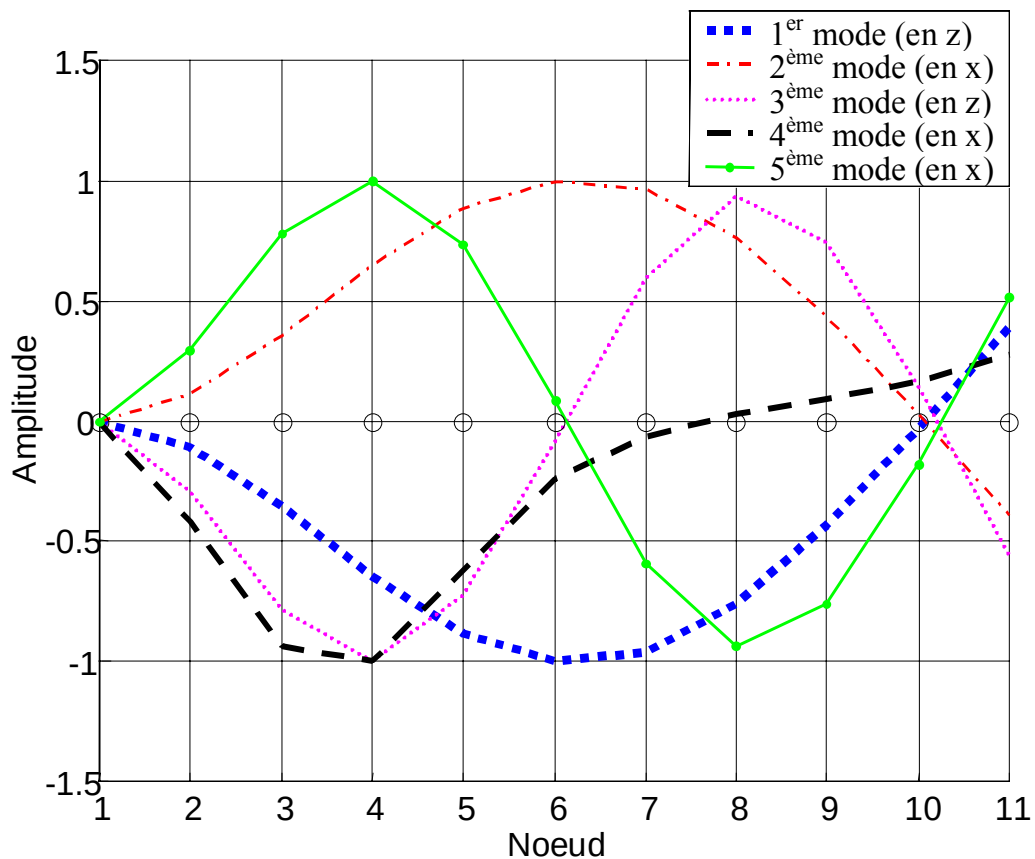


Figure 4-9 : Les premières déformées modales recalées selon X et Z.

3. OBJECTIFS GENERAUX DE CONTROLE

Dans cette application, le contrôle concerne la maîtrise du comportement dynamique des premiers modes propres de la poutre sans influencer les modes supérieurs. Les objectifs du contrôle sont :

- en régulation : d'éliminer rapidement les perturbations avec une forte atténuation des premiers modes tout en limitant la dépense d'énergie,
- en suivi de consigne : d'assurer un temps de montée minimal sans dépassement,
- ces deux types de fonctionnement doivent s'effectuer avec une bonne précision statique.

4. CONTROLE D'UNE POUTRE DANS UNE DIRECTION

Le contrôle du comportement dynamique de la poutre est réalisé dans la direction verticale Z. Seuls les déplacements transverses δ_z et les rotations θ sont retenus dans le modèle de la structure (Figure 4-7). Le système comporte alors 20 ddl. La stratégie de

contrôle est modale et met en œuvre tout d'abord une commande *L.Q.G.*, puis une commande floue. Deux modes sont concernés.

4.1. Calcul du contrôleur *L.Q.G.*

Compte tenu de l'équation (4-8) et le nombre de modes à contrôler, le modèle du contrôle utilisé pour le calcul du contrôleur *L.Q.G.* peut être décrit par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{X}_{cz} = A_{cz} X_{cz} + B_{cz} u_z \\ y_{cz} = C_{cz} X_{cz} + D_{cz} u_z \end{cases} \quad (4-8)$$

avec :

le vecteur d'état du système : $X_{cz} = [q_1 \ q_3 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_3]^T$,

la matrice d'évolution :

$$A_{cz} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.62e+04 & 0 & -7.84e-01 & 0 \\ 0 & -7.51e+05 & 0 & -7.26e+00 \end{bmatrix}$$

la matrice d'application de la commande :

$$B_{cz} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2.57e-01 \\ 1.40e+00 \end{bmatrix}$$

la matrice de sortie correspondant à l'utilisation de deux capteurs placés aux nœuds 4 et 10 de façon à assurer une bonne observabilité (Figure 4-9) :

$$C_{cz} = \begin{bmatrix} -3.40e-02 & 1.85e-01 & 0 & 0 \\ -8.09e-01 & -1.24e+00 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice de transmission directe de la commande, qui prend en compte la troncature modale :

$$D_{cz} = \begin{bmatrix} 8.14e-06 \\ 7.35e-07 \end{bmatrix}$$

Pour assurer la précision statique en contrôle *L.Q.G.*, l'état du système contrôlé est augmenté par un intégrateur de l'écart consigne/sortie du nœud 10, sortie colocalisée avec l'actionneur.

Le contrôleur optimal de type *L.Q.G.* exposé chapitre 3/§.2.1.5. est utilisé ici. L'application du critère de contrôlabilité (3-30) est vérifiée.

La matrice de gain du contrôleur K_{cz} obtenue à partir de simulations est :

$$K_{cz} = [-2.14e+04 \ 9.76e+04 \ -4.70e+02 \ 2.63e+02 \ -6.00e+06]$$

Le critère d'observabilité (3-65) appliqué au système poutre/actionneur/capteurs est vérifié. Les matrices du système d'observation sont celles utilisées dans le contrôleur (A_{cz} , B_{cz} , C_{cz} , D_{cz}). La matrice de gain de l'observateur L_z obtenue à partir de l'équation (3-71) est :

$$L_z = \begin{bmatrix} -113e+00 & -871e+00 \\ +83.8e+00 & -206e+00 \\ -344e+01 & -157e+03 \\ -439e+01 & -243e+03 \end{bmatrix}$$

4.2. Calcul du Contrôleur Modal Flou

La stratégie de contrôle *C.M.F.* proposée au chapitre 3 est appliquée ici. Deux contrôleurs modaux flous de type Sugeno sont utilisés pour contrôler les deux premiers modes de la structure.

La fuzzification des participations modales est réalisée à l'aide de deux fonctions d'appartenance de type gaussien : positive (*pos.*) et négative (*neg.*) Figure 4-10. Ces deux fonctions d'appartenance sont données Tableau 4-4.

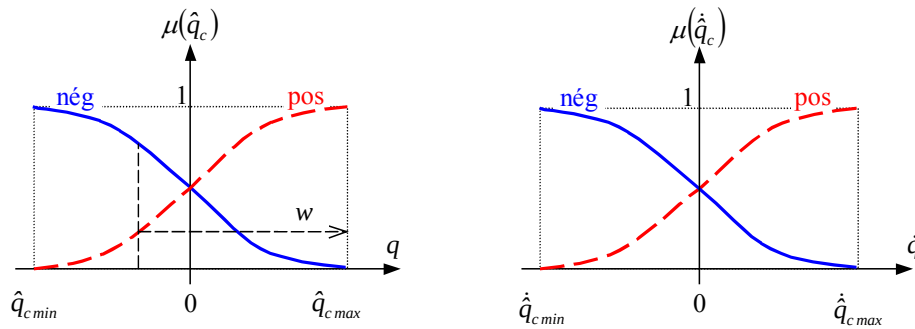


Figure 4-10 : Sous-ensembles flous des entrées du contrôleur flou.

Variable	Fonction d'appartenance et fonction de Sugeno	Domaine
$\hat{q}$	gaussienne	-10^{-6} à 10^{-6} m
$\dot{\hat{q}}$	gaussienne	-10^{-3} à 10^{-3} m/s
u	$10^5 \hat{q} + 1100 \dot{\hat{q}}$	-5 à 5 V

Tableau 4-4 : Fonction d'appartenance et fonction de Sugeno.

L'opérateur d'implication utilisé donne le minimum entre les valeurs de deux fonctions d'appartenances (Figure 4-10). Cette valeur w présente la pondération de la règle correspondante.

Pour les bases de règles, la rapidité du calcul de la commande est privilégiée. Le nombre de lois est réduit à deux :

SI $\hat{q}_{ci}$ est pos. ET $\dot{\hat{q}}_{ci}$ est pos ALORS $z_i = 1E5 \hat{q}_{ci} + 1100 \dot{\hat{q}}_{ci}$

SI $\hat{q}_{ci}$ est nég. ET $\dot{\hat{q}}_{ci}$ est nég ALORS $z_i = 1E5 \hat{q}_{ci} + 1100 \dot{\hat{q}}_{ci}$

Avec :

z_i la commande correspondante à la règle i .

En ce qui concerne la défuzzification, la commande du contrôleur est une moyenne pondérée des conclusions des deux règles utilisées. Elle est de la forme suivante :

$$u = \frac{\sum w_i z_i}{\sum w_i}$$

avec :

w_i la pondération de la règle i .

La précision statique est assurée par un retour intégral colocalisé avec l'action (nœud 10).

Enfin, la commande globale est la somme pondérée des sorties des deux contrôleurs modaux flous et du retour intégral. Le réglage est effectué à l'aide de matrices de gains agissant sur les plages et les pentes des fonctions d'appartenance des entrées des contrôleurs, de la commande de chaque contrôleur et du retour intégral de l'état augmenté. Ces gains ont été optimisés et déterminés par simulations. Ils sont donnés Tableau 4-5.

	Gains des entrées		Gains des sorties	Gain du retour intégral
	$\hat{q}_c$	$\dot{\hat{q}}_c$	u	
Mode 1	0.1	2.2	0.125	1×10^7
Mode 2	0.1	1	-0.450	

Tableau 4-5 : Gains de contrôleur CMF.

4.3. Simulations

Les simulations des contrôleurs *L.Q.G.* et *C.M.F.* ont été réalisées et comparées. Le contrôle est testé en sollicitant la structure par des perturbations colocalisées générées par le vérin piézoélectrique sur le nœud 10 de la structure en superposition de la commande.

Tout d'abord, une perturbation de type échelon de 1 Volt est appliquée à l'entrée de l'amplificateur. Les déplacements non colocalisés à l'action (nœud 4), ainsi que les commandes correspondantes sont présentées Figures 4-11. Les déplacements modaux des deux premiers modes sont présentés Figure 4-12 avec et sans contrôle. Les caractéristiques modales du contrôle en Boucle Ouverte (*B.O.*) et en Boucle Fermée (*B.F.*) sont données Tableau 4-6.

	Fréquence (Hz)			Amortissement (%)			Affaiblissement en amplitude (dB)	
	B.O.	B.F. LQG	B.F. CMF	B.O.	B.F. LQG	B.F. CMF	LQG	CMF
Mode 1	43.4	45.2	45.5	1.42 E-3	1.88 E-1	1.41 E-1	-32.3	-30.2
Mode 2	138	138	138	4.19 E-3	2.14 E-1	4.15 E-1	-21.4	-22.2

Tableau 4-6 : Caractéristiques du contrôle simulé autour de la position d'équilibre.

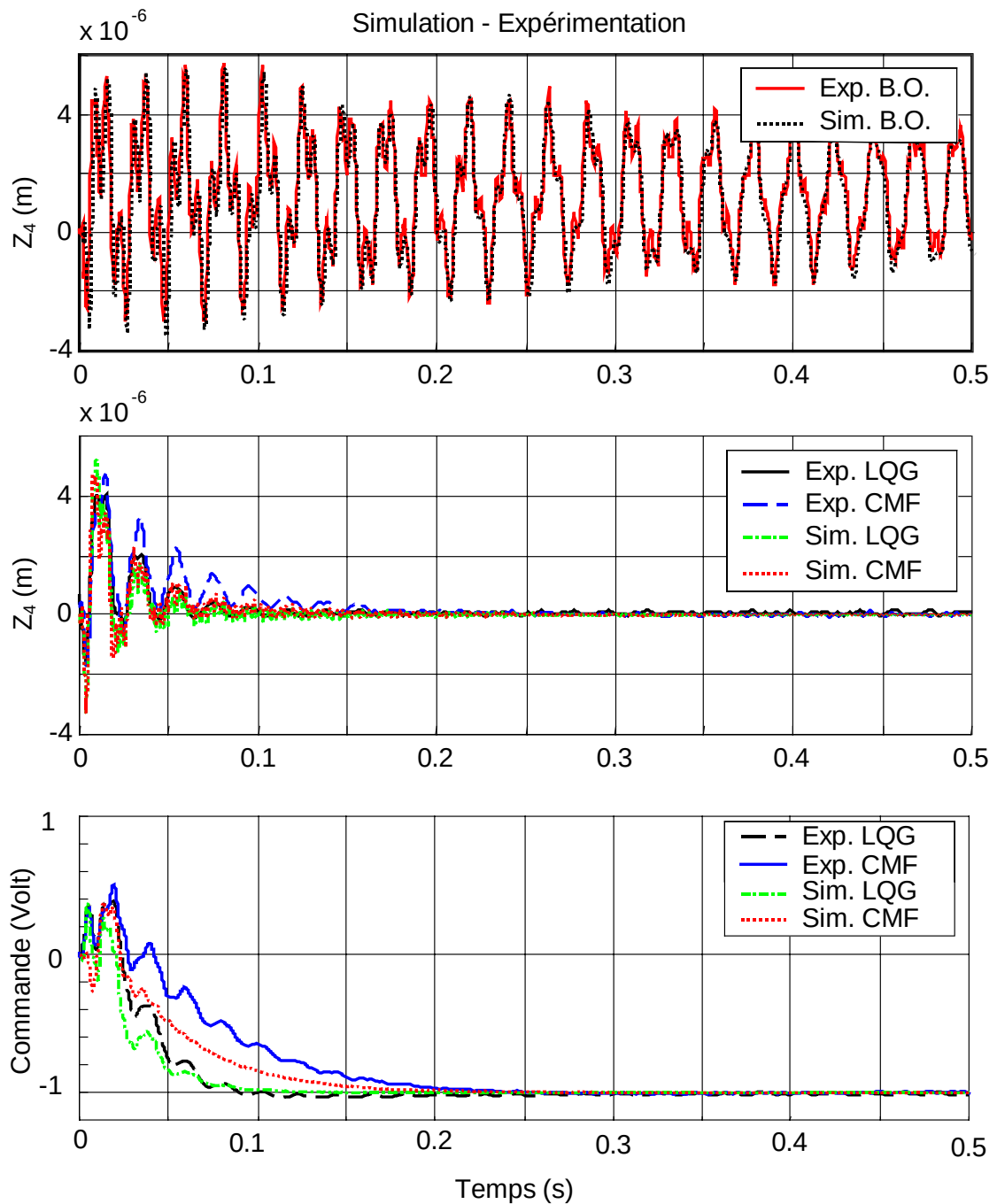


Figure 4-11 : Réponse au nœud 4 et commande correspondante à une perturbation échelon colocalisé de 1 Volt.

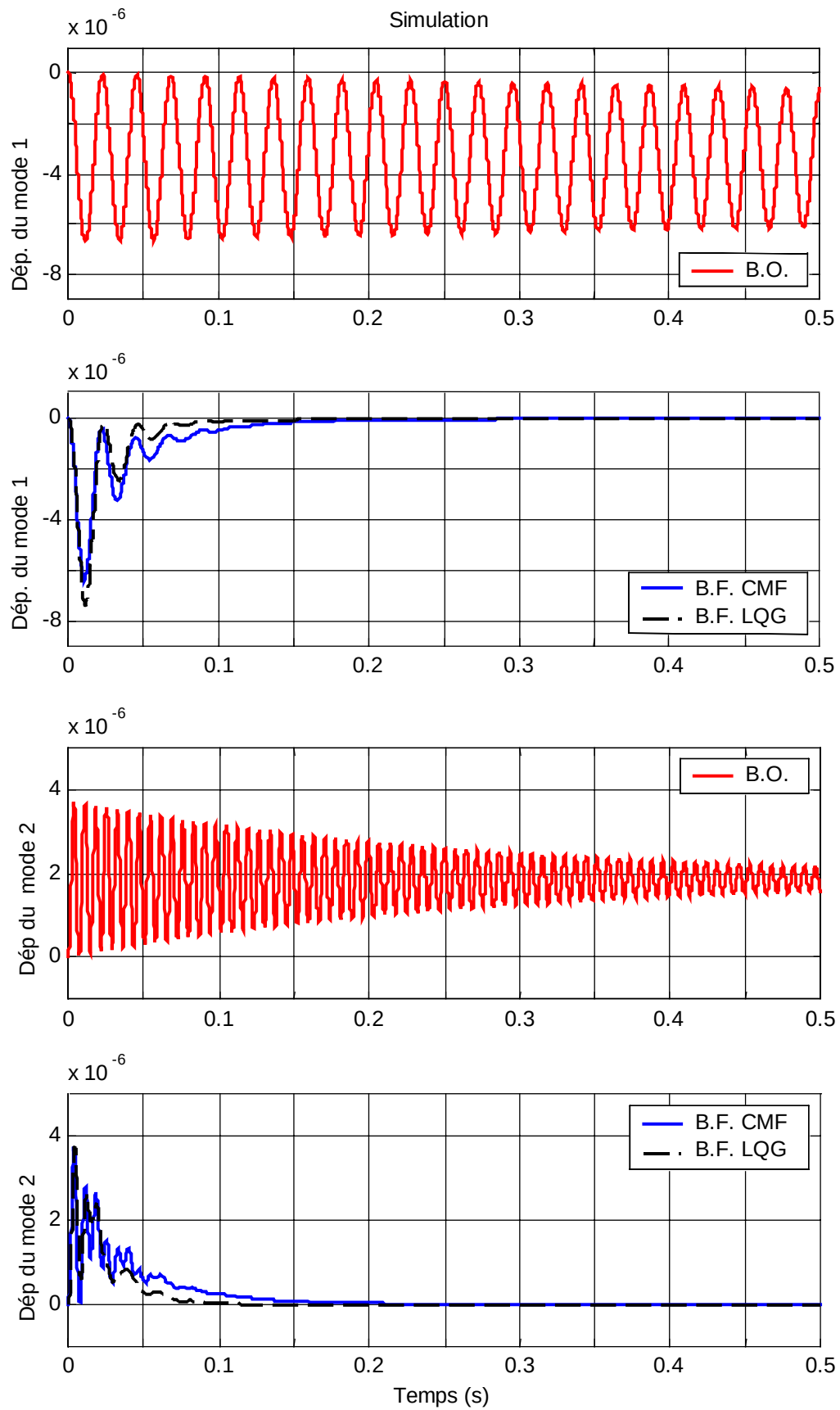


Figure 4-12 : Participations modales en déplacement lors d'une perturbation colocalisée échelon de 1 Volt.

Ensuite le diagramme de Bode en déplacement non colocalisé (nœud 4) Figure 4-13 est obtenu à partir d'un modèle linéarisé autour du point de l'équilibre. L'atténuation obtenue pour chacun des deux modes est importante (Tableau 4-6) et les modes suivants sont peu modifiés.

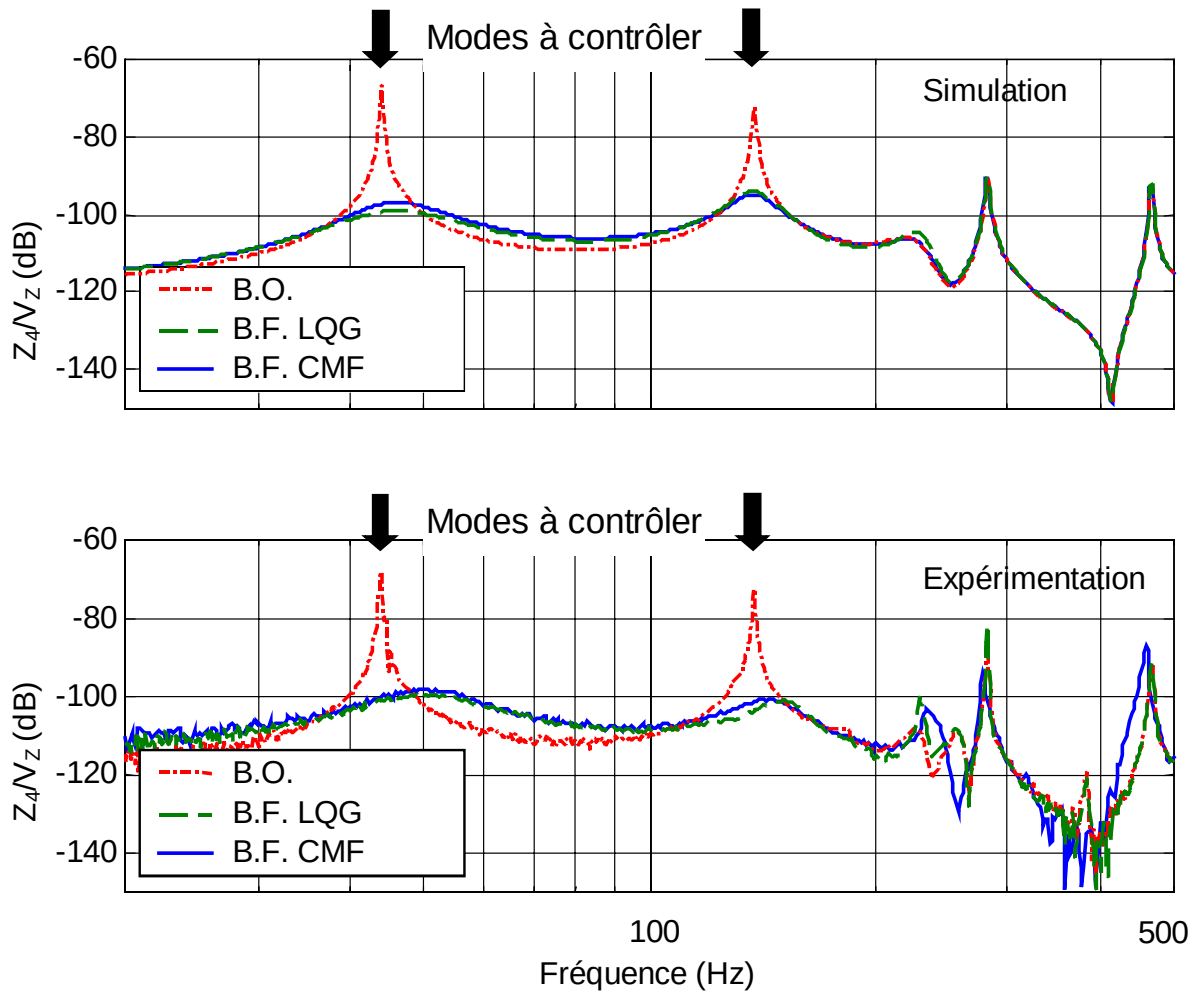


Figure 4-13 : Diagramme de Bode entre le déplacement (nœud 4) et la commande au nœud 10.

Enfin une consigne de type échelon de $10 \mu\text{m}$ est imposée au nœud 10. Les courbes de déplacement colocalisé et de la commande sont présentées Figure 4-14.

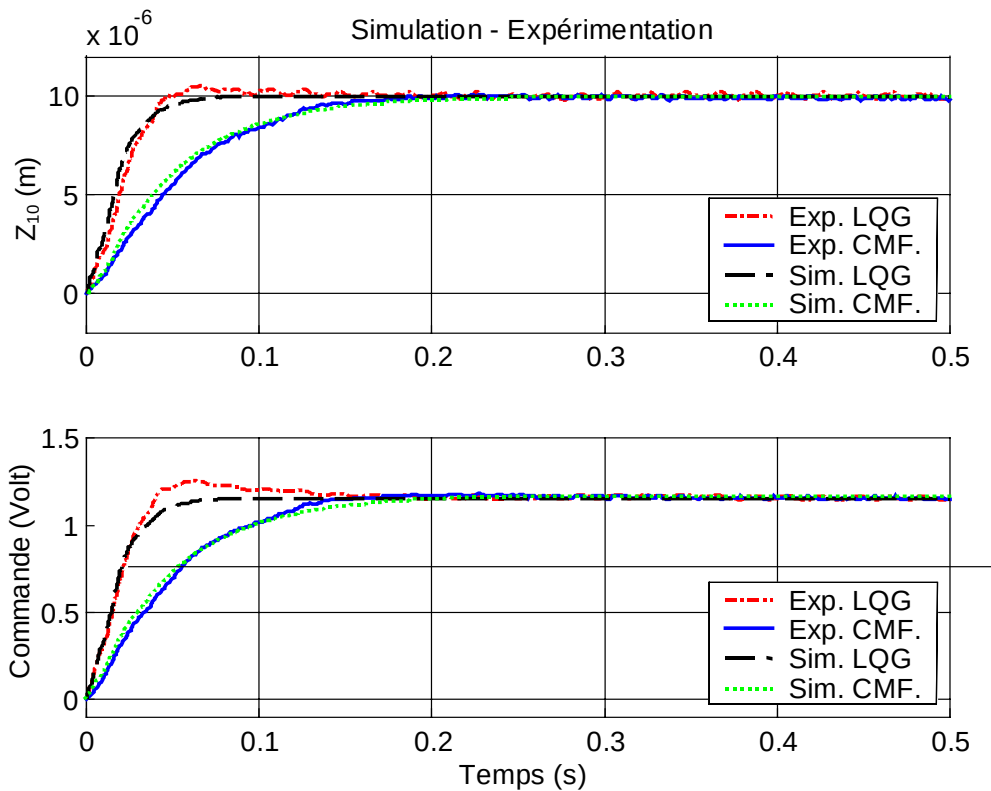


Figure 4-14 : Suivi de consigne de $10 \mu\text{m}$ colocalisée avec l'action et la commande correspondante.

4.4. Validation expérimentale

Le montage expérimental Figure 4-15 est constitué d'une poutre flexible encastrée à une extrémité et liée à l'autre à un vérin piézoélectrique Physik Instrumente P-245.70 par l'intermédiaire d'un plot élastique. Ce vérin est alimenté par un amplificateur haute tension PI E472 de gain $G_v = 100$. La mesure des déplacements de la poutre est effectuée à l'aide de deux capteurs à courant de Foucault Vibrometer TQ 103 placés aux nœuds 4 et 10 suivant la direction verticale Z .

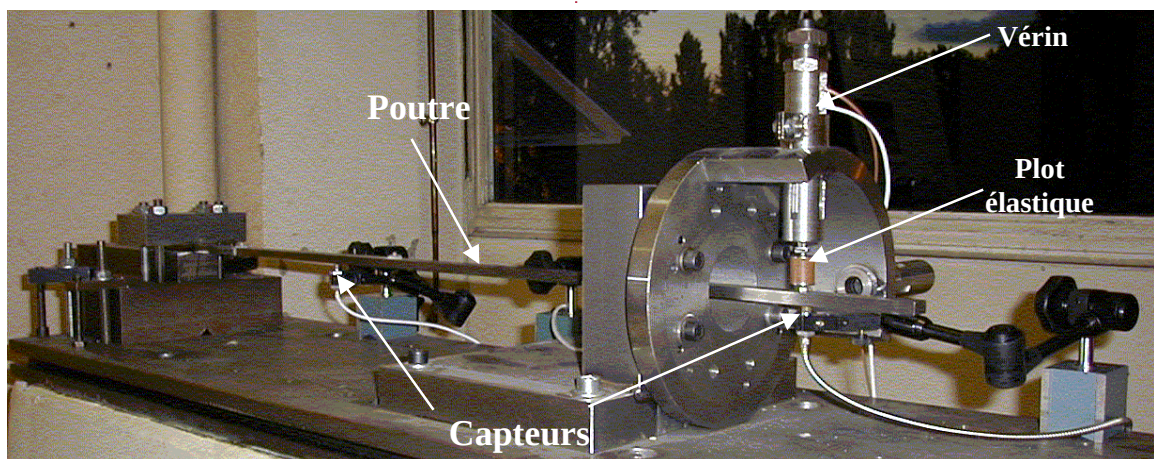


Figure 4-15 : Banc expérimental du système.

Les signaux des mesures informent un contrôleur numérique constitué de cartes spécialisées *dSPACE*. Il comporte une carte de calcul et de gestion des informations *DS1003* (contrôleur numérique, surveillance) dotée d'un processeur *DSP TMS320C40*, une carte *DS2002* d'acquisition de données 12 bits et de temps de conversion 3.3 μs par voie et une carte *DS2101* de restitution de données 12 bits de 3 μs de temps de conversion. Elles sont placées dans un *PC* et sont émulées sous l'environnement *MATLAB - SIMULINK*®. La fréquence d'échantillonnage utilisée est de 10 kHz. Des filtres anti-repliements de 2.6 kHz de fréquence de coupure sont utilisés sur chacune des voies de mesure.

Durant le fonctionnement du contrôle, les paramètres mesurés ou calculés dans le contrôleur peuvent être suivis en temps réel à l'aide du logiciel *TRACE*. Les paramètres du contrôleur sont visualisés et modifiés en temps réel à l'aide du logiciel *COCKPIT*. La figure 4-16 présente l'interface créée pour le contrôle *L.Q.G.*

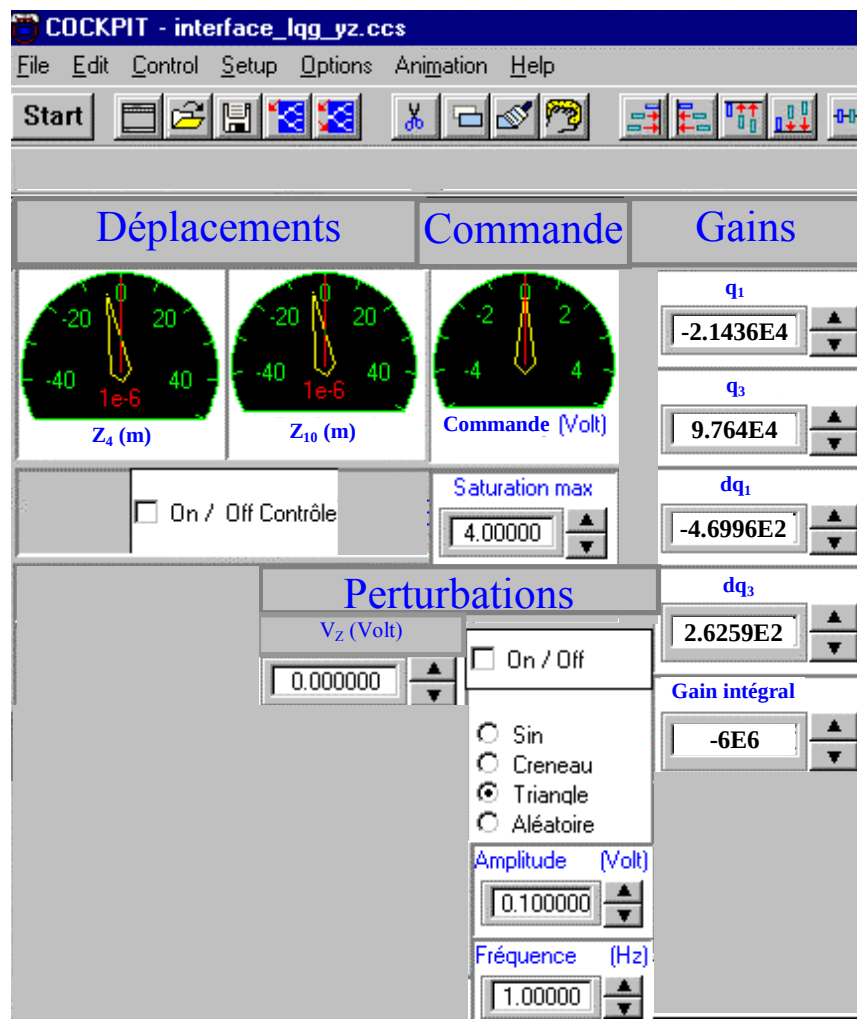


Figure 4-16 : Interface graphique COKPIT.

Afin de pouvoir comparer les résultats expérimentaux avec ceux de simulation, les tests expérimentaux sont les mêmes que ceux de simulation.

Dans le cas d'une perturbation de type échelon (1 Volt), appliquée au nœud 10. La figure 4-11 présente les courbes de déplacement non colocalisé (nœud 4) de la boucle ouverte

et de la boucle fermée, ainsi que la commande correspondante. Elles mettent en évidence une bonne corrélation entre expérience et simulation.

La fonction de transfert expérimentale (Figure 4-13) entre les déplacements non colocalisé (nœud 4) et une force sinusoïdale de 0.2 V crête-crête au nœud 10 générée par le vérin en superposition de la commande, est en assez bon accord avec la prévision correspondante.

Pour le suivi expérimental de consignes en déplacement de $10\text{ }\mu\text{m}$ au nœud 10 Figure 4-14, le contrôleur *L.Q.G.* donne un temps d'établissement inférieur à celui prévu par les simulations et un dépassement apparaît sur les deux courbes. Il est significatif d'un amortissement légèrement plus faible que celui prévu. Quant au contrôleur flou, son temps d'établissement est supérieur à la prévision sans dépassement de la consigne. Des vibrations résiduelles sont constatées sur les courbes expérimentales induites par le spillover.

En ce qui concerne la perturbation de type impulsion, la figure 4-17 présente la superposition des réponses expérimentales de la structure non contrôlée et contrôlée par *C.M.F.* lorsqu'elle est soumise à l'impact d'une bille élastique au nœud 2. Les réponses présentées sont celles du déplacement non colocalisé au nœud 4.

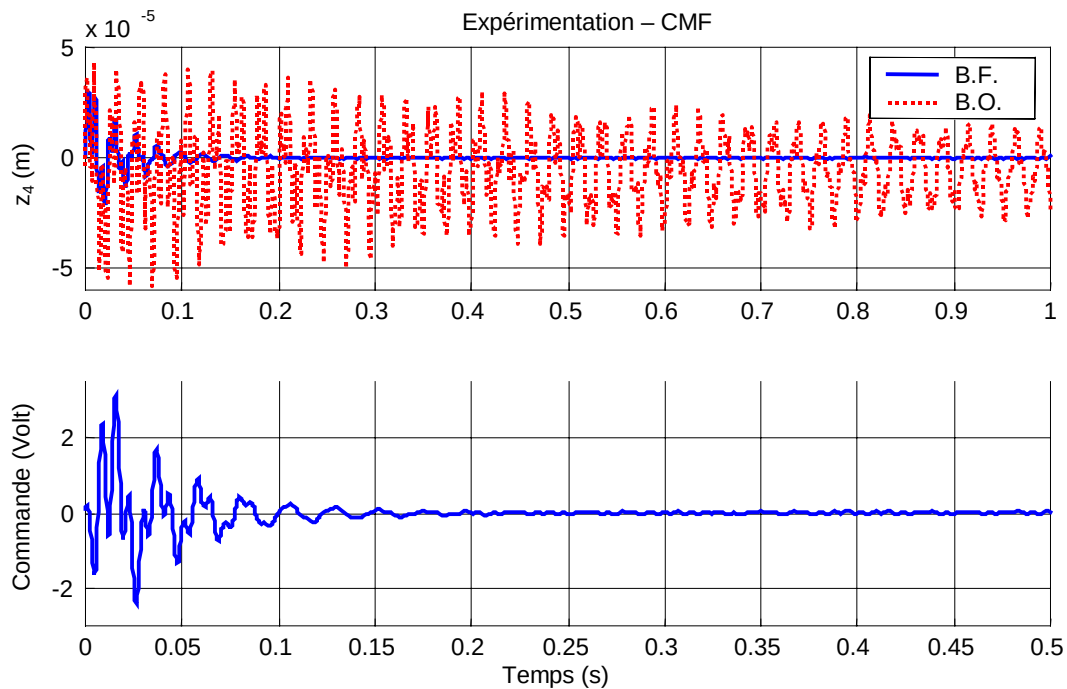


Figure 4-17 : Réponses expérimentales non colocalisées (nœud 4) à l'impact d'une bille élastique (nœud 2).

Tests de robustesse

Pour tester la robustesse des contrôleurs, la structure modifiée par l'ajout des masses ponctuelles sur le nœud 2 a été sollicitée par un créneau de $\pm 0.5\text{ Volt}$ appliqué à l'amplificateur du vérin piézoélectrique.

Dans le cas du contrôleur *L.Q.G.*, l'ajout de ces masses entraîne une instabilité.

Dans le cas du contrôleur *C.M.F.*, le contrôle reste stable pour un ajout de masse pouvant aller jusqu'à 200 g. La figure 4-18 présente les réponses non colocalisées (nœud 4). Les formes des réponses transitoires sont semblables. Les différents déplacements permanents proviennent des déflexions statiques produites par les différentes masses.

Le *C.M.F.* proposé est donc plus robuste que le contrôleur *L.Q.G.*

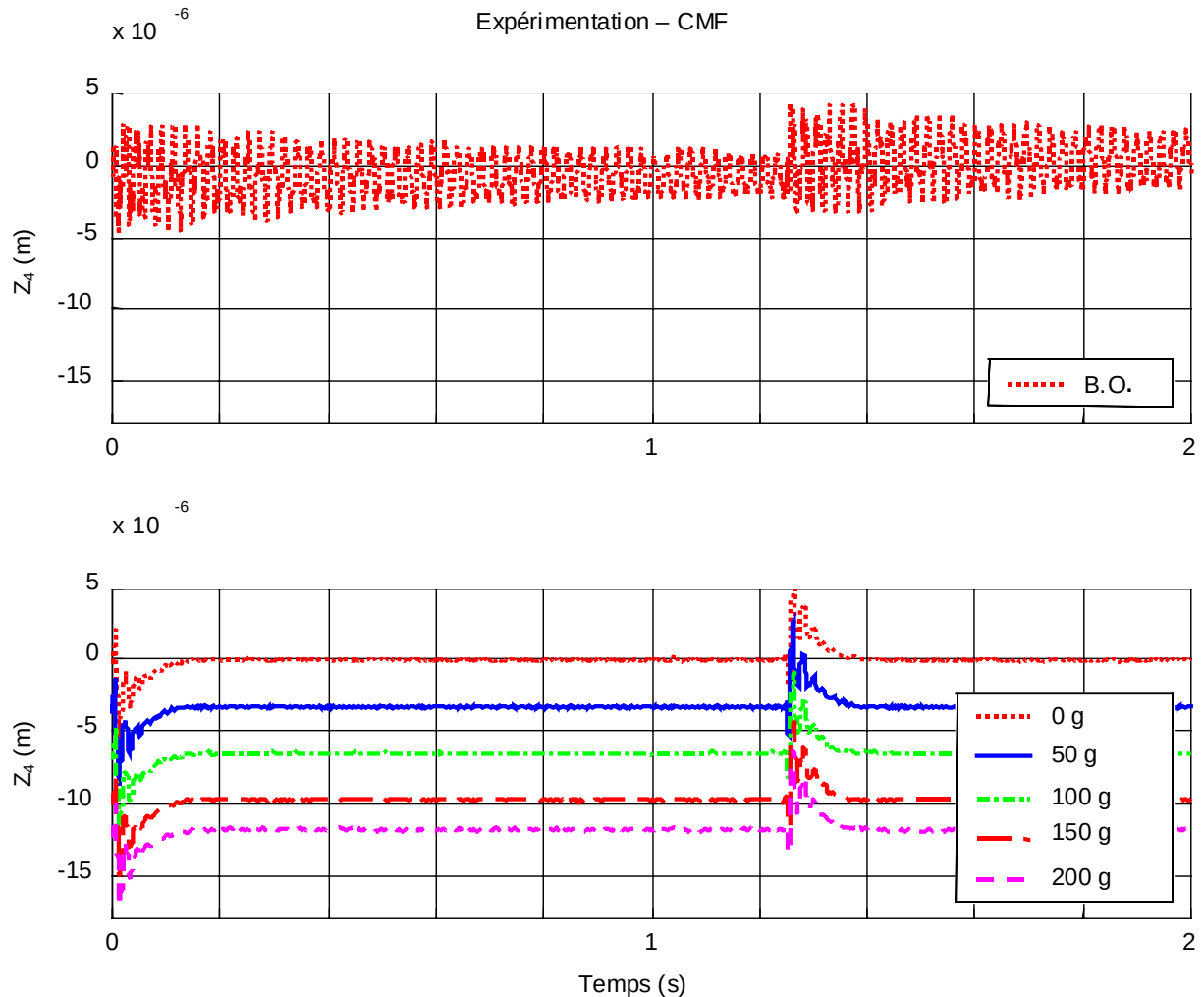


Figure 4-18 : Tests de robustesse : réponses colocalisée et non colocalisée (nœud 4) à un créneau de ± 0.5 Volt.

4.5. Conclusion

Les stratégies de contrôle proposées *L.Q.G.* et *C.M.F.* ont été testées sur une poutre dotée d'un actionneur piézoélectrique dans une direction. La faisabilité du *C.M.F.* a été montrée et les réponses ont été comparées à celles du contrôle *L.Q.G.* Les résultats des simulations et des expérimentations sont en bon accord et présentent une bonne efficacité des contrôleurs proposés en réponse à diverses perturbations colocalisées et non colocalisées.

5. CONTROLE D'UNE POUTRE DANS DEUX DIRECTIONS

Dans cette partie, les méthodes de contrôle précédentes sont utilisées pour contrôler la poutre suivant les deux directions transverses (X et Z) en utilisant un plan d'action composé de deux vérins piézoélectriques.

La modélisation présentée au §.2. de ce chapitre est reprise. Les objectifs du contrôle sont les mêmes que ceux retenus pour le contrôle selon une seule direction mais ils sont étendus à deux modes dans chaque direction.

5.1. Calcul du contrôleur $L.Q.G.$

Le modèle de contrôle décrit par (4-8) est obtenu par réduction modale du modèle de simulation aux deux premiers modes suivant chaque direction : quatre au total. Quatre capteurs sont placés aux nœuds 3 et 10 suivant la direction X et aux nœuds 4 et 10 suivant la direction Z . Les matrices d'état du modèle linéaire prenant en compte la troncature modale sont alors :

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.63e+04 & 0 & 0 & 0 & -7.84e-10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.94e+05 & 0 & 0 & 0 & -2e+00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7.52e+05 & 0 & 0 & 0 & -7.27e+00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.90e+06 & 0 & 0 & 0 & -1.80e+01 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -2.12e-01 & -3.23e-12 \\ -1.41e-12 & 9.31e-01 \\ 1.16e+00 & 1.42e-13 \\ 9.61e-12 & 5.91e+00 \end{bmatrix}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} -3.40e-02 & -2.25e-13 & 1.85e-01 & 1.54e-12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8.09e-01 & 1.75e-12 & -1.25e+00 & 5.25e-12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.19e-13 & 3.43e-02 & 5.23e615 & -2.18e-01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.96E-13 & 4.47e-01 & 7.81e-13 & 9.68e-01 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 6.52e-06 & 3.81e-18 \\ 8.84e-07 & 1.12e-17 \\ 8.77e-09 & 7.10e-06 \\ -3.55e-18 & 1.02e-06 \end{bmatrix}$$

La précision statique est assurée par l'introduction des états intégraux correspondant à l'écart consignes/déplacements du nœud 10 selon les deux directions X et Z.

L'application du critère de contrôlabilité (3-30) montre que ce système d'état, de rang 8, est contrôlable.

La matrice de gain K_c du contrôleur modal et de l'intégrale de l'écart consignes/sorties est :

$$K_c = \begin{bmatrix} -3.97e+004 & 1.03e+005 & -8.01e+002 & 2.82e+002 & -5.47e+006 \\ 3.43e+004 & -8.44e+004 & 3.65e+002 & -1.08e+002 & -6.36e+006 \end{bmatrix}$$

Le critère d'observabilité (3-65) appliqué au système poutre/actionneurs/capteurs confirme que la position choisie des capteurs rend observable le système (A_c , C_c).

La matrice de gain de l'observateur L obtenue à partir de (3-71) est :

$$L = \begin{bmatrix} -2.110e+001 & -3.38e+002 & 5.77e-009 & 3.26e-008 \\ 2.29e-009 & -1.17e-007 & 5.20e+001 & 5.40e+002 \\ 2.99e+001 & -1.71e+002 & 1.26e-009 & 1.37e-008 \\ 9.34e-010 & 1.23e-008 & -9.69e+001 & 4.09e+002 \\ -3.84e+003 & -3.38e+004 & -8.90e-007 & -8.87e-006 \\ -1.48e-006 & -4.06e-005 & 1.10e+004 & 3.94e+004 \\ 5.05e+002 & -7.34e+004 & 4.65e-007 & -1.67e-006 \\ 2.34e-007 & -2.14e-005 & -1.09e+004 & 1.94e+005 \end{bmatrix}$$

5.2. Calcul du contrôleur modal flou

Les contrôleurs flous mis en œuvre dans cette application sont du même type que ceux utilisés au §.4.2. de ce chapitre. Les gains choisis d'entrées, de sortie et les gains intégraux sont donnés Tableau 4-7.

Modes	Gains des entrées		Gain des sorties	Gains intégraux
	$\hat{q}$	$\dot{\hat{q}}$	u	G_{int}
1	1	1	1	
2	1	1	-0.5	
3	1	1	-0.6	
4	1	1	0.2	
Selon X				5×10^6
Selon Z				5×10^6

Tableau 4-7 : Gains de contrôleur CMF.

5.3. Simulation

Le contrôle est testé en sollicitant la structure au nœud 10 par des perturbations générées par les vérins piézoélectriques en superposition de la commande.

Tout d'abord, deux perturbations simultanées de type échelon de 1 Volt selon X et Z sont appliquées à l'entrées des amplificateurs. Les déplacements non colocalisés à l'action (nœud 3 selon X et nœud 4 selon Z), ainsi que les commandes correspondantes sont présentés Figures 4-19, 4-20 et 4-21.

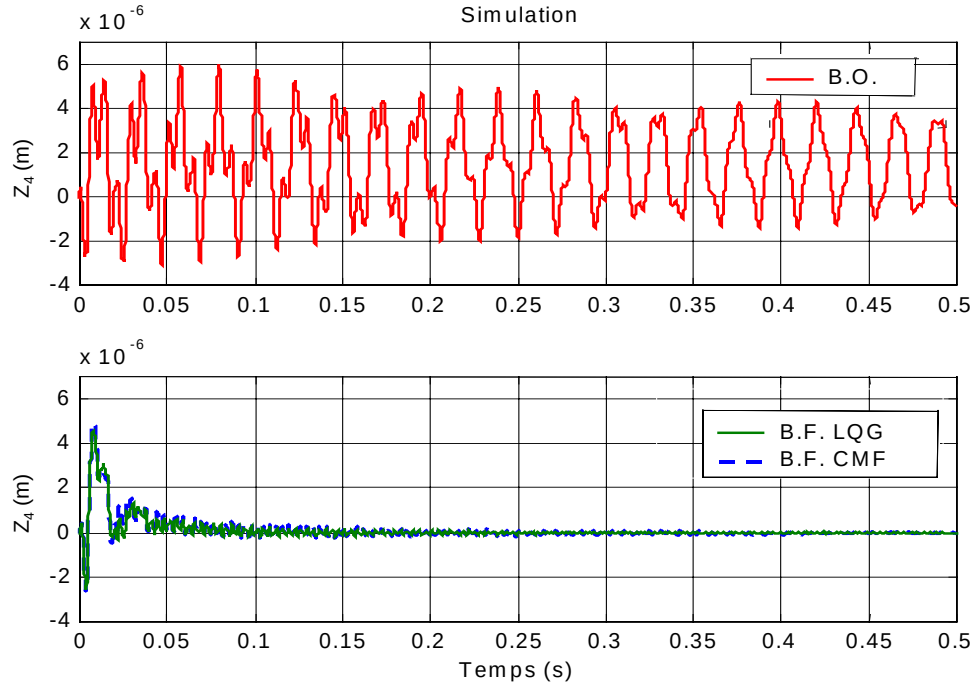


Figure 4-19 : Réponse non colocalisée (nœud 4) selon Z à un échelon de 1 Volt.

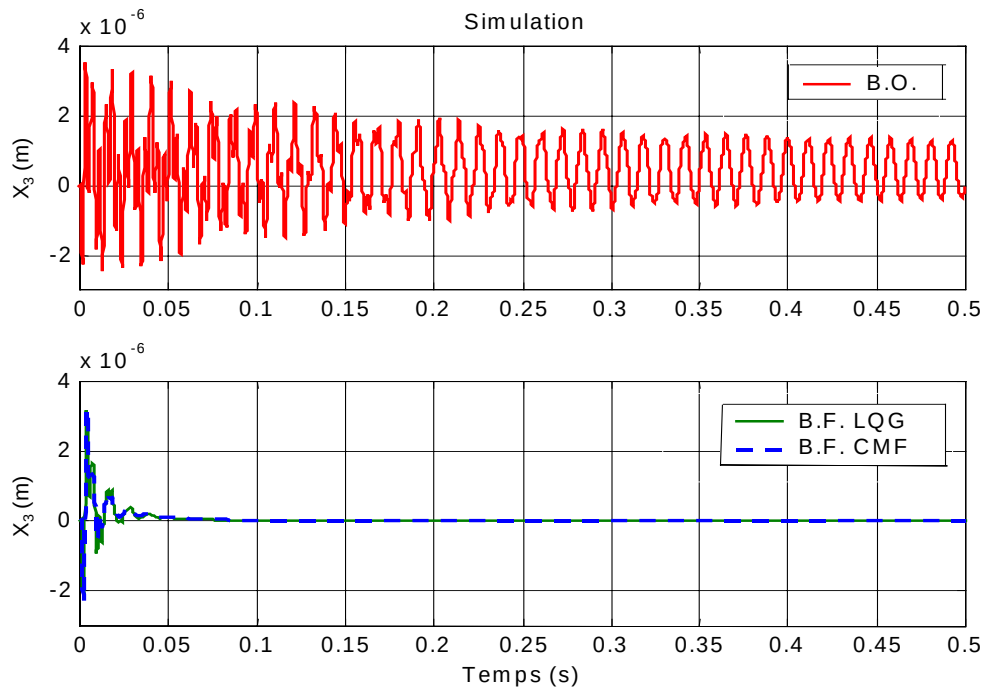


Figure 4-20 : Réponse non colocalisée (nœud 3) selon X à un échelon de 1 Volt.

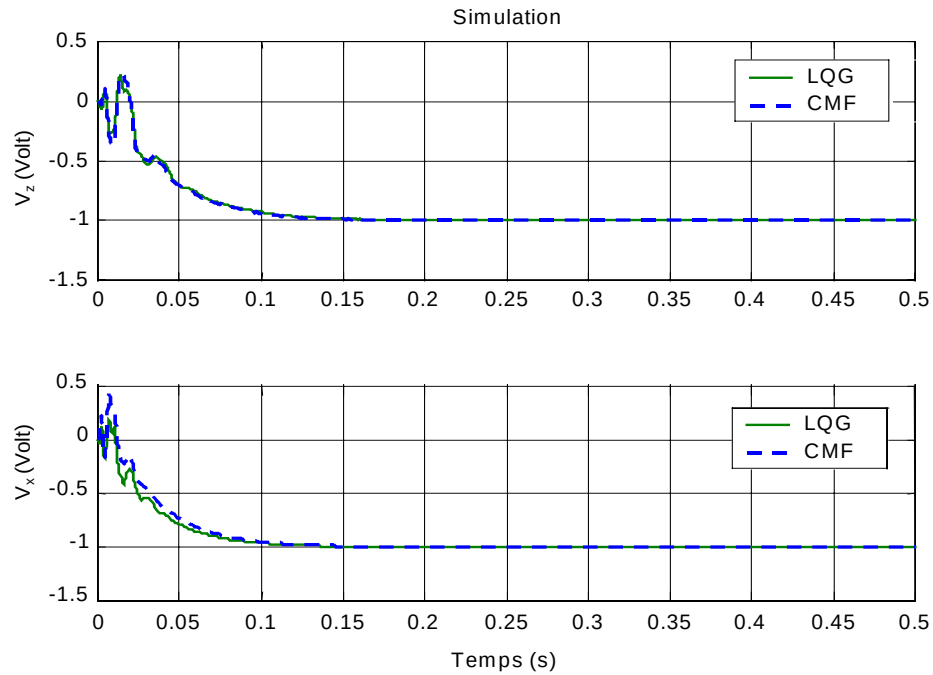


Figure 4-21 : Commande des contrôleurs suivant X et Z en réponse à un échelon colocalisé de 1 Volt.

Les participations modales en déplacement pour les deux premiers modes dans chaque direction sont présentées Figures 4-22 et 4-23. Les caractéristiques modales du modèle linéarisé autour du point de fonctionnement de la structure en *B.O.* et *B.F.* sont données Tableau 4-8.

	Fréquence (Hz)			Amortissement %			Affaiblissement en amplitude (dB)	
	<i>B.O.</i>	<i>B.F.</i> <i>LQG</i>	<i>B.F.</i> <i>CMF</i>	<i>B.O.</i>	<i>B.F.</i> <i>LQG</i>	<i>B.F.</i> <i>CMF</i>	<i>LQG</i>	<i>CMF</i>
Mode 1	43.9	48.3	50.8	1.42 E-3	3.17 E-1	3.28 E-1	-38.3	-38.2
Mode 2	86.3	89.9	91.0	1.85 E-3	2.85 E-1	1.20 E-1	-26.3	24.9
Mode 3	138	141	139	4.19 E-3	2.34 E-1	6.12 E-1	-28.3	-29.6
Mode 5	271	279	277	5.27 E-3	1.16 E-1	1.23 E-1	-23.3	-25.1

Tableau 4-8 : Caractéristiques du contrôle simulé autour de la position d'équilibre.

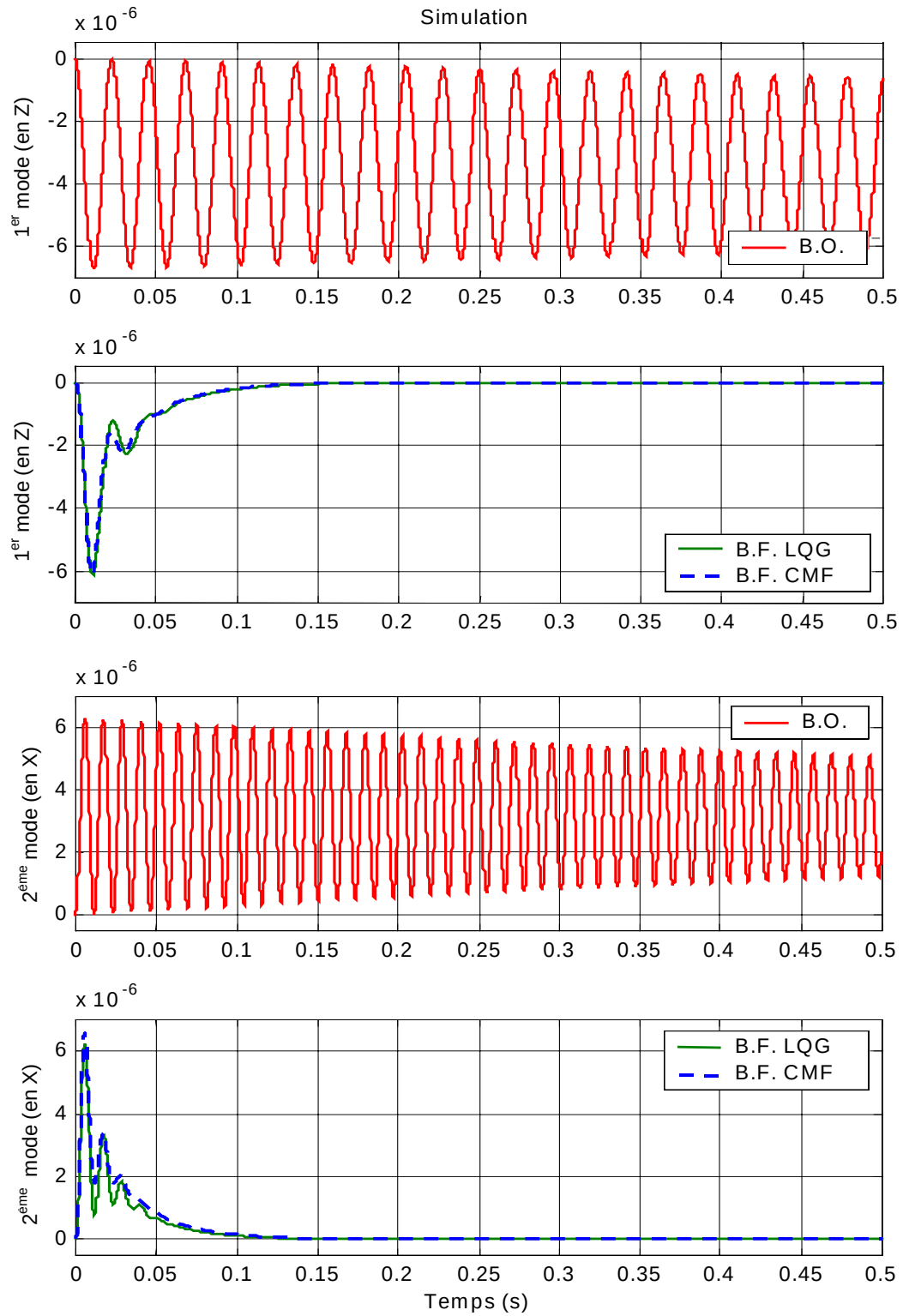


Figure 4-22 : Participations modales en déplacement des 1^{er} et 2^{eme} modes lors d'une perturbation colocalisée échelon de 1 Volt.

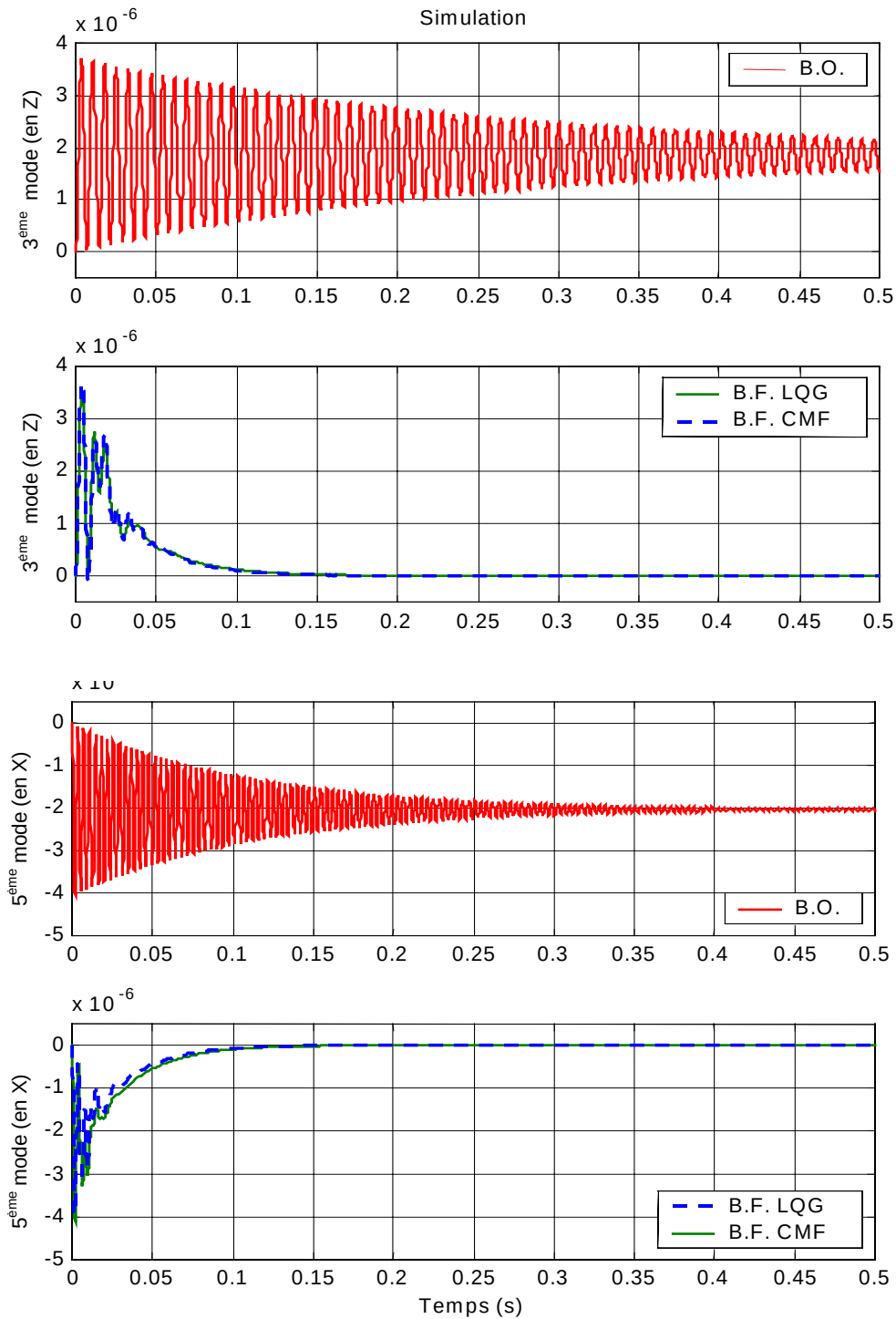


Figure 4-23 : Participations modales en déplacement des 3^{ème} et 5^{ème} modes lors d'une perturbation colocalisée échelon de 1 Volt.

Puis, les diagrammes de Bode en déplacements non colocalisés (nœud 3 selon X et nœud 4 selon Z) sont obtenus pour le système linéarisé autour de son point de fonctionnement Figures 4-24 et 4-25. L'atténuation obtenue pour chacun des modes ciblés est importante (Tableau 4-8). Les autres modes sont peu modifiés, par conséquent le "spillover" est négligeable.

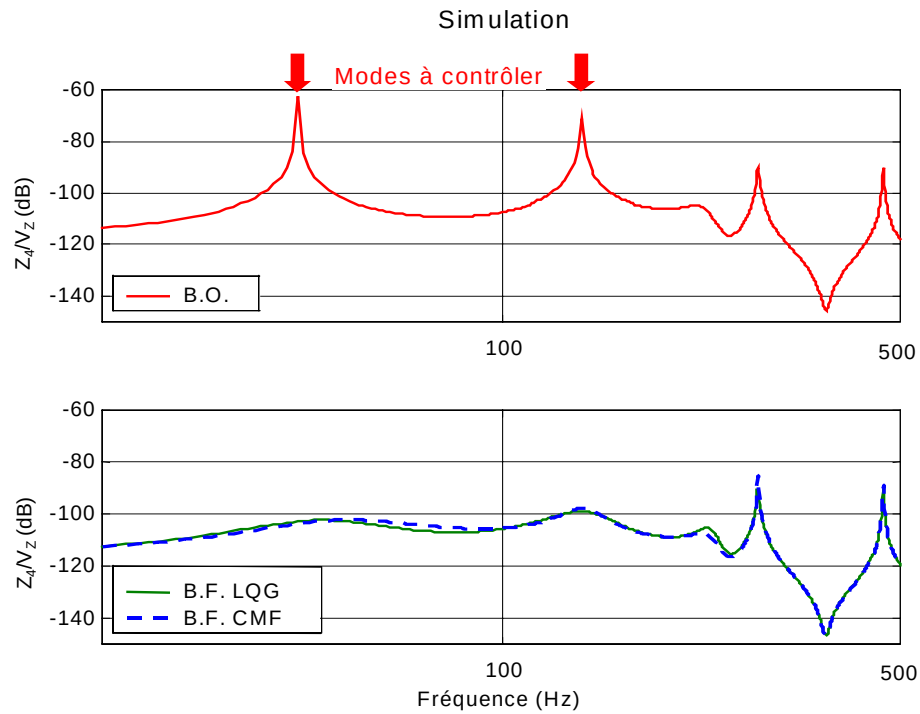


Figure 4-24 : Diagramme de bode en B.O. et en B.F. dans la direction Z.

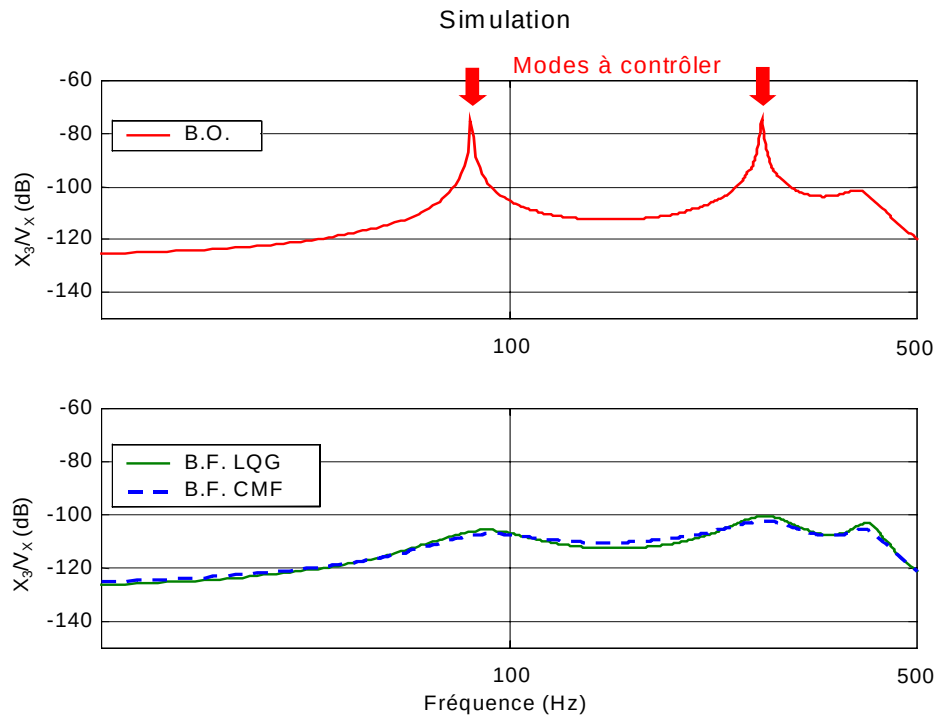


Figure 4-25 : Diagramme de Bode en B.O. et en B.F. dans la direction X.

Enfin, un suivi de consignes simultanées de type échelon de $10 \mu m$ selon X et de $20 \mu m$ selon Z est imposé. Les courbes de déplacements colocalisés et les commandes correspondantes sont présentées respectivement Figures 4-26 et 4-27.

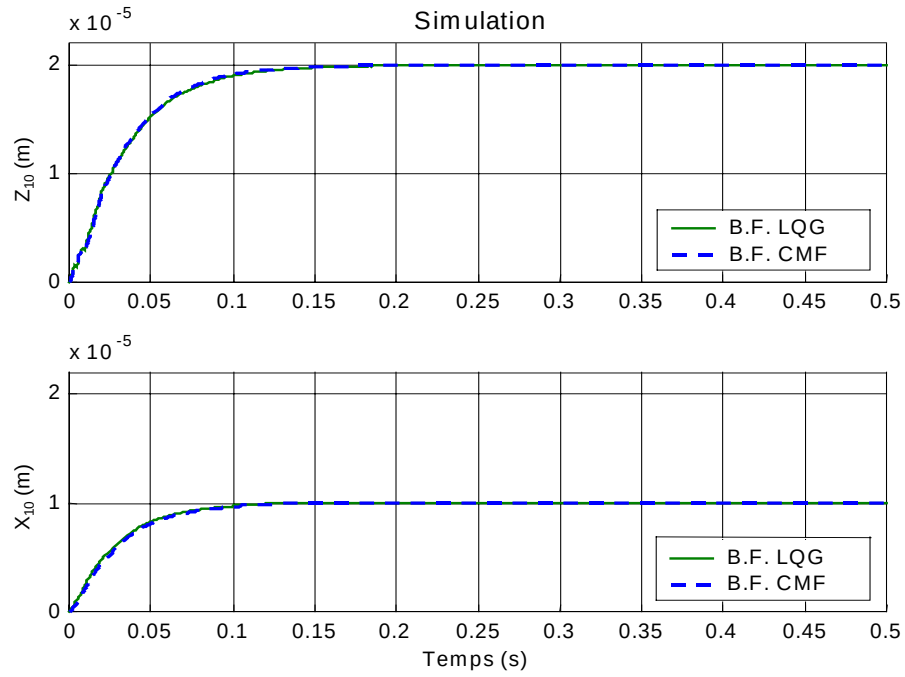


Figure 4-26 : Suivi de consignes colocalisés au nœud 10.

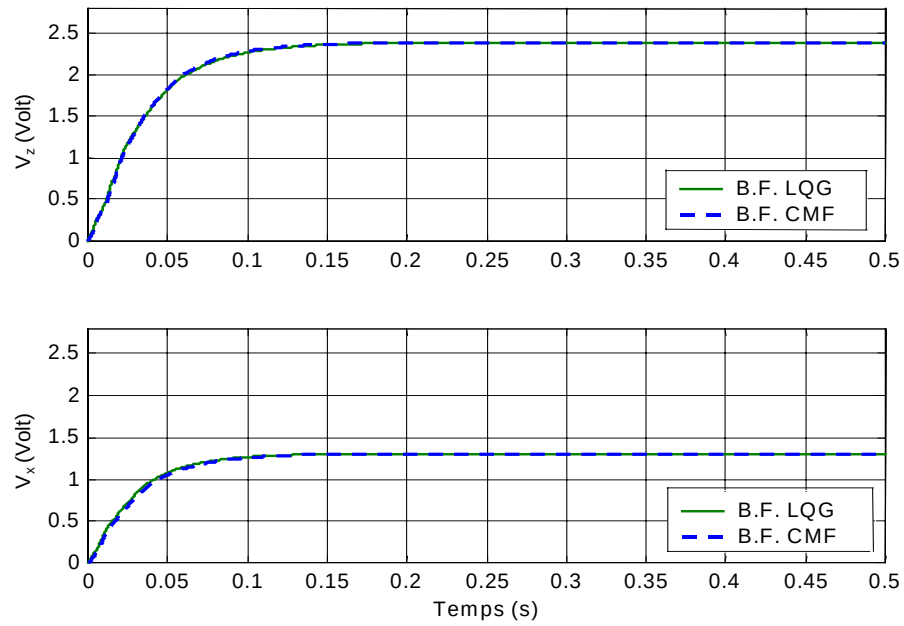


Figure 4-27 : Commandes correspondantes au suivi de consignes colocalisés au nœud 10.

5.4. Validation expérimentale

Le montage expérimental présenté §.4.4. est utilisé ici. Le même type d'instrumentation que celui du contrôle selon la direction Z est utilisé tout en ajoutant un deuxième vérin piézoélectrique au nœud 10 et deux capteurs à courant de Foucault Vibrometer TQ 103 aux nœuds 3 et 10 selon la direction X (Figure 4-28). La fréquence d'échantillonnage utilisée est de 5 kHz.

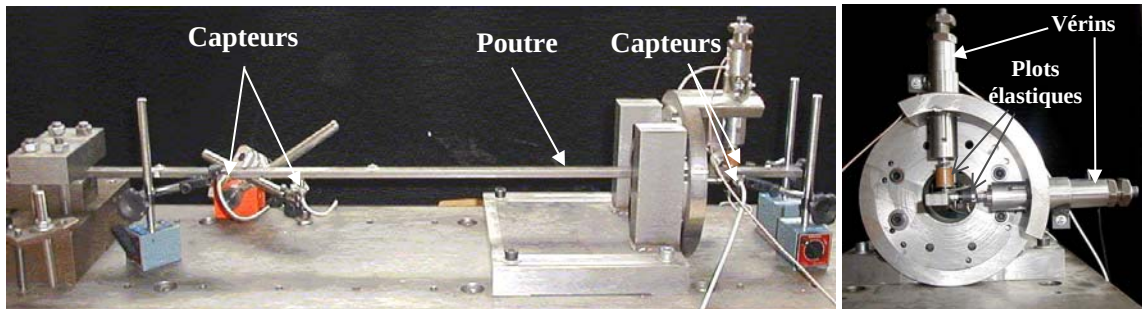


Figure 4-28 : Banc expérimental du système.

L'interface graphique créée à l'aide du logiciel COCKPIT pour ce contrôle est présentée (Figure 4-29).

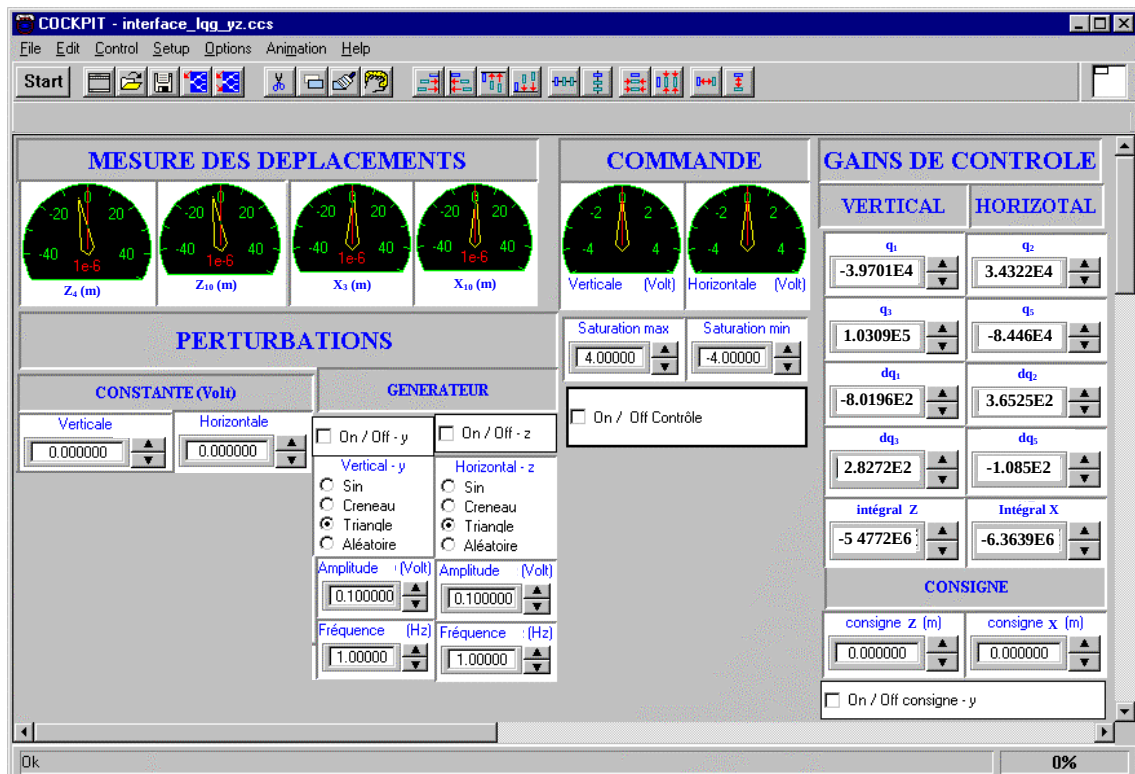


Figure 4-29 : Interface graphique du contrôle.

Afin de pouvoir comparer les résultats expérimentaux avec ceux de simulation, les tests expérimentaux sont les mêmes que ceux des simulations.

Perturbations de type échelon de 1 Volt selon X et Z simultanées

Les courbes de réponses non colocalisées (nœud 3 selon X et nœud 4 selon Z) sont présentées Figures 4-30 et 4-31. Les commandes correspondantes sont présentées Figure 4-32. Ces résultats mettent en évidence une bonne corrélation entre expérience et simulation.

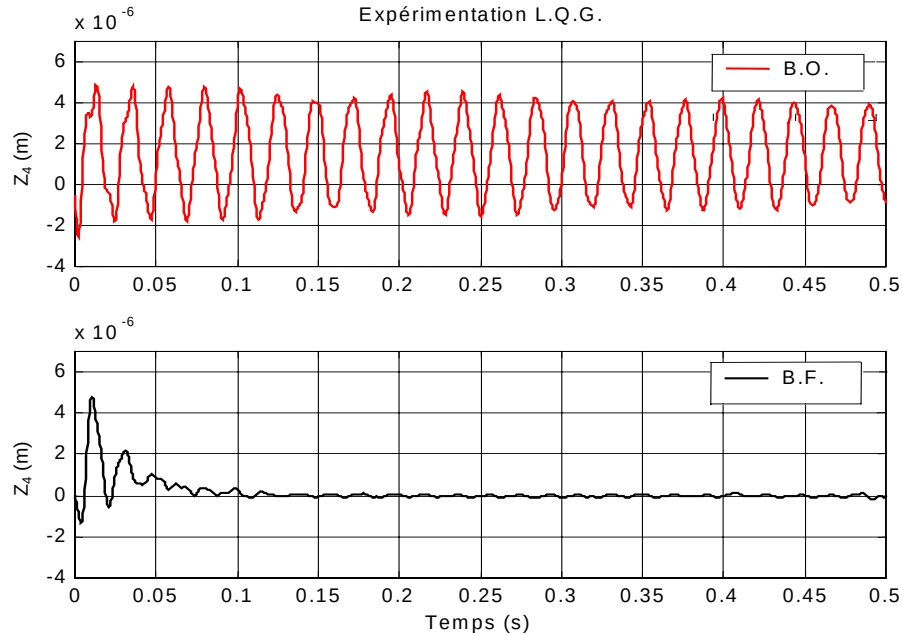


Figure 4-30 : Réponse non colocalisée (nœud 4) selon Z à un échelon.

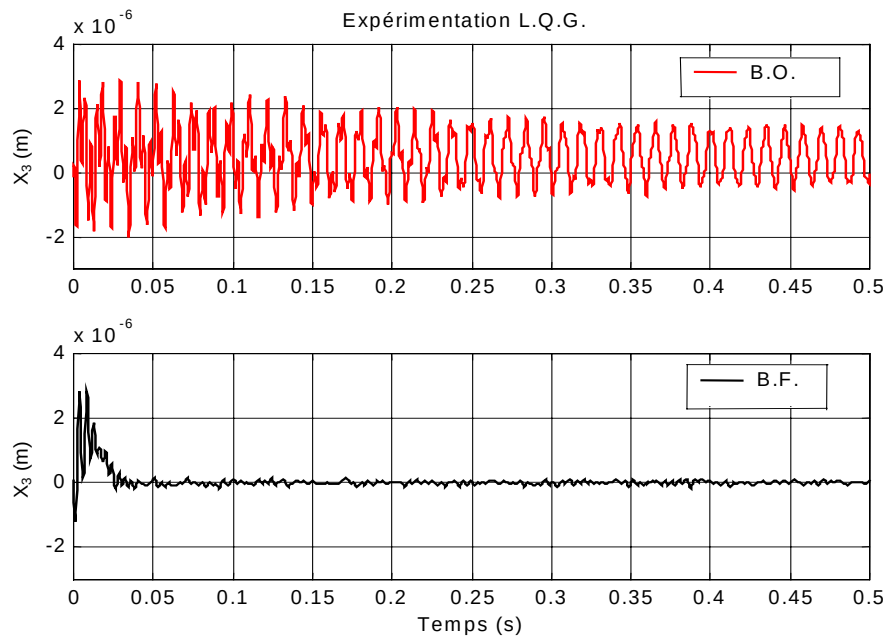
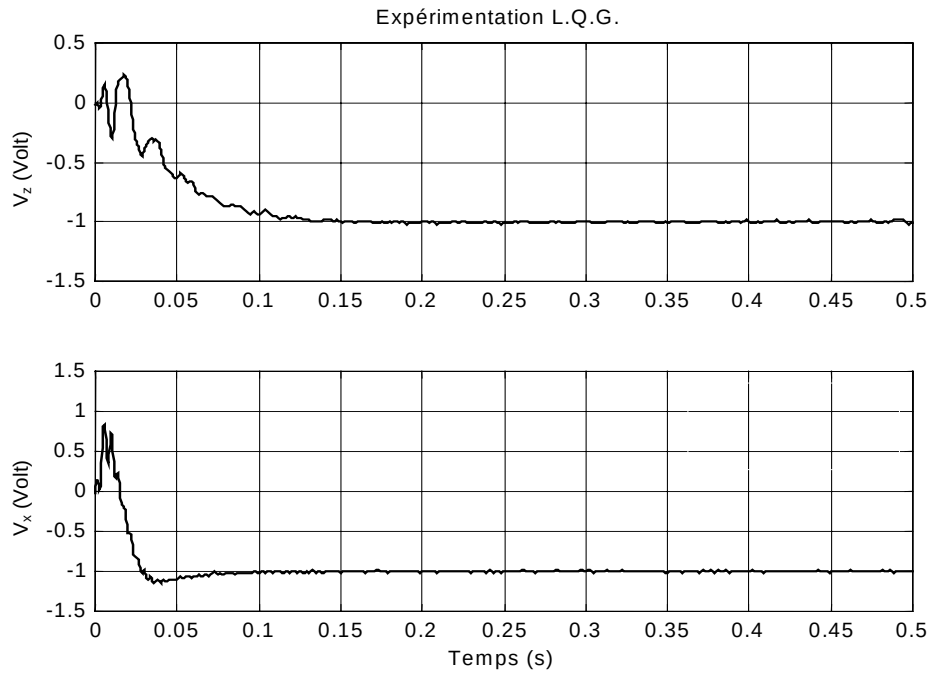
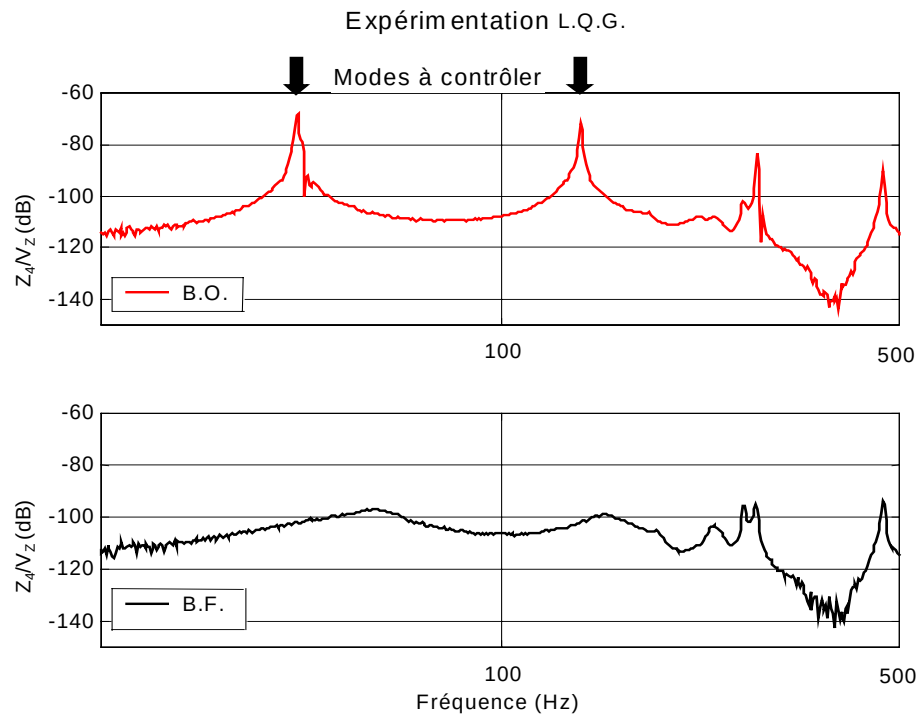


Figure 4-31 : Réponse non colocalisée (nœud 4) selon X à un échelon.


 Figure 4-32 : Commande des contrôleurs suivant X et Z en réponse à un échelon colocalisé.

Les fonctions de transfert expérimentales (Figures 4-33 et 4-34) entre les déplacements non colocalisés (nœud 3 selon X et nœud 4 selon Z) et des forces sinusoïdales colocalisées de 0.2 Volt crête-crête à l'entrée des amplificateurs, sont en bon accord avec la prévision correspondante ;


 Figure 4-33 : Diagramme de Bode (nœud 4) selon Z en B.O. et en B.F.

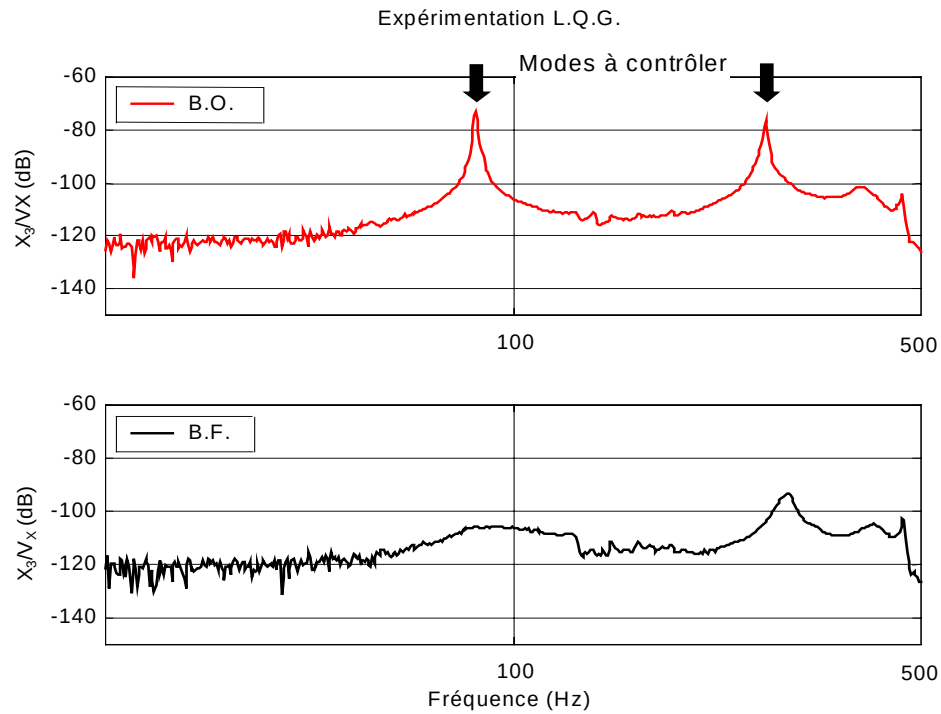


Figure 4-34 : Diagramme de Bode (nœud 3) selon X en B.O. et en B.F.

Le suivi expérimental de consignes en déplacement de $10\ \mu\text{m}$ selon X et de $20\ \mu\text{m}$ selon Z est présenté Figure 4-35 et les commandes correspondantes Figure 4-36. Un léger dépassement est observé. Cependant un bon accord expérience/simulation est obtenu.

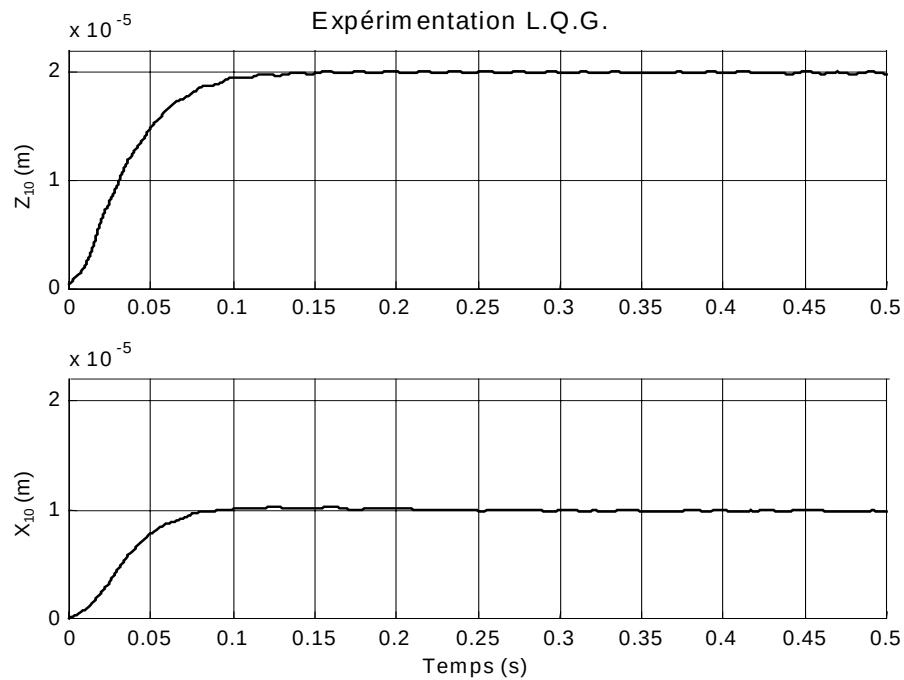


Figure 4-35 : Suivi de consignes colocalisés au nœud 10.

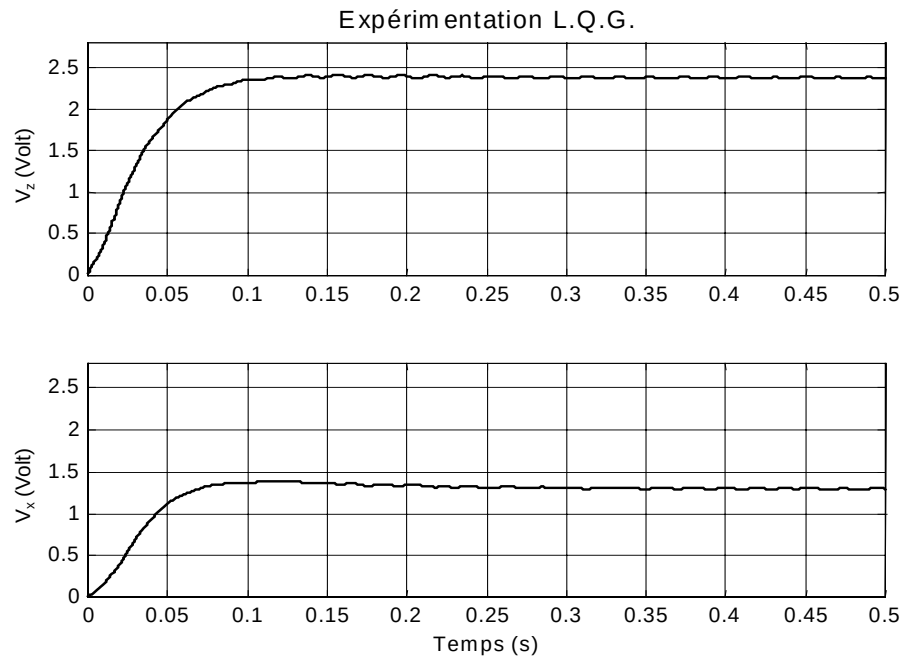


Figure 4-36 : Suivi de consignes colocalisés au nœud 10.

Une perturbation de type impulsion a été générée par de l'impact d'une bille élastique guidée vers la poutre au nœud 4. Les figures 4-37 et 4-38 présentent la superposition des réponses expérimentales de la structure non contrôlée et contrôlée et les commandes correspondantes. Ces réponses sont les déplacements non colocalisés (nœud 3) selon X et colocalisé (nœud 4) selon Z .

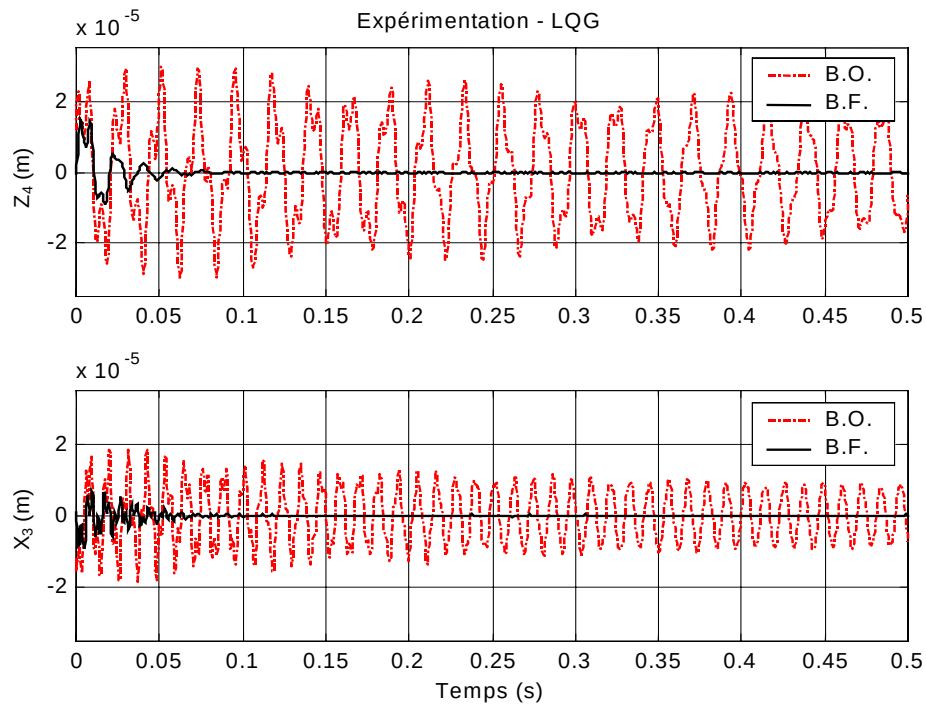


Figure 4-37 : Réponse non colocalisée (nœud 3 selon X et nœud 4 selon Z) à l'impact d'une bille élastique.

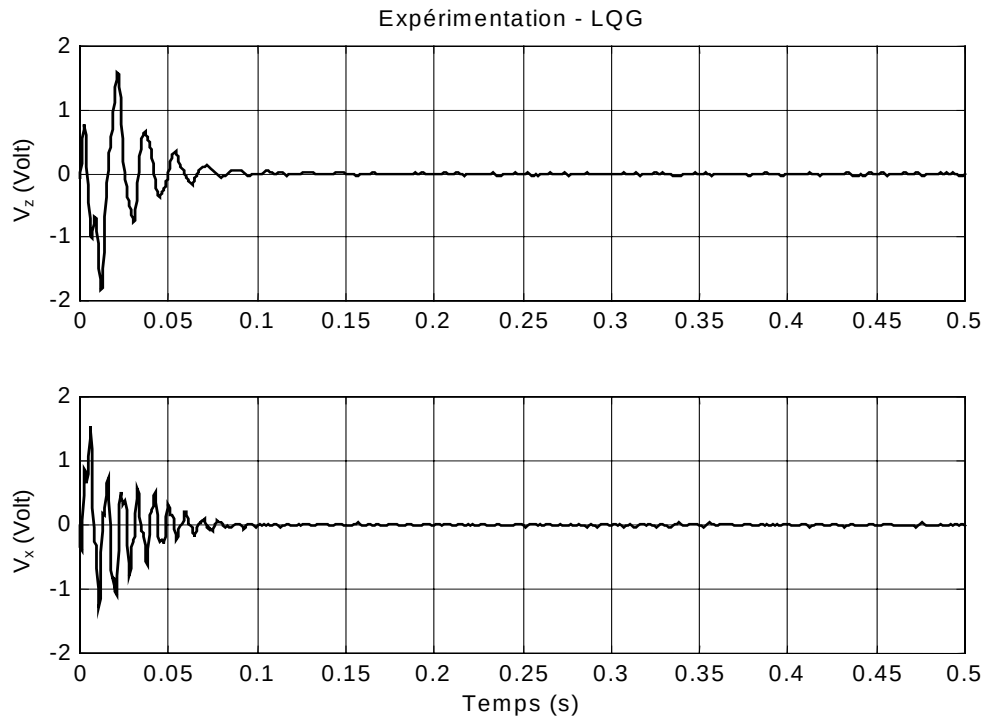


Figure 4-38 : Commandes correspondant à l'impact d'une bille élastique.

La faisabilité du contrôle des vibrations transverses d'une poutre flexible par un plan d'actionneurs piézoélectriques a été montrée. Le choix de contrôleurs modaux indépendants suivant les deux directions X et Z a été validé.

6. CONCLUSION

Dans ce chapitre, un modèle simple du comportement dynamique des actionneurs piézoélectriques a été proposé, puis recalé après identification expérimentale des caractéristiques correspondantes. Puis, une modélisation de type *E.F.* de l'ensemble poutre/actionneurs piézoélectriques a été effectuée. Après une réduction modale, les équations du mouvement ont été mises sous forme d'état.

Pour valider le concept de Contrôle Modal Flou (*C.M.F.*) proposé, une première application est réalisée. Elle concerne le contrôle dans une direction d'une poutre dotée d'un vérin piézoélectrique. Pour cela un contrôle Linéaire Quadratique Gaussien (*L.Q.G.*) a tout d'abord été réalisés, puis le contrôle *C.M.F.* a été mis en œuvre. Les résultats ont été comparés en prenant ceux du contrôle *L.Q.G.* comme référence. L'ensemble de ces résultats sont validés par des essais expérimentaux.

Enfin, le développement précédent est étendu dans le cadre d'une application concernant le contrôle de la poutre dans les deux directions transverses. Les simulations effectuées confirment la faisabilité du contrôle d'une structure flexible par un plan d'actionneurs piézoélectriques.

Les applications aux structures flexibles ont donc montré que la stratégie de contrôle proposée basée sur des contrôleurs modaux flous est efficace et robuste. Cette stratégie peut

alors être appliquée pour maîtriser le comportement dynamique des rotors souples soumis à des perturbations synchrones et/ou non synchrones à la vitesse de rotation.

CHAPITRE 5 : APPLICATION A UN ROTOR FLEXIBLE

L'objectif de ce dernier chapitre est de montrer la faisabilité du contrôle actif flou du comportement dynamique d'un rotor flexible en régime transitoire soumis à des perturbations extérieures.

La commande du contrôle est appliquée dans un plan d'action par l'intermédiaire d'un palier actif doté de deux vérins piézoélectriques. Les lignes d'action sont de même type que celles mises en œuvre pour contrôler la poutre flexible.

Tout d'abord un modèle *E.F.* de l'ensemble rotor/actionneurs piézoélectriques est proposé. Ce modèle est ensuite réduit sur les dix premiers modes du système à l'arrêt par la méthode pseudo-modale.

Ensuite, la stratégie de contrôle modal flou est utilisée pour maîtriser les quatre premiers modes du système (deux suivant chaque direction). Les contrôleurs flous mis en œuvre sont de type Mamdani.

1. MODELISATION

Le rotor à contrôler est celui d'un banc de simulation en cours de réadaptation (Figure 6-page 105). Comme le montre le schéma Figure 5-1, il est constitué d'un arbre avec deux disques D_1 et D_2 , supporté à ses extrémités par des paliers dissymétriques à roulements P_{A1} et P_{A2} . Le palier P_{A2} actif est constitué d'un roulement dont le mouvement radial de la cage extérieure est piloté via des plots élastiques par deux vérins piézoélectriques orthogonaux. L'ensemble des caractéristiques de la machine tournante sont données Tableau 5-1.

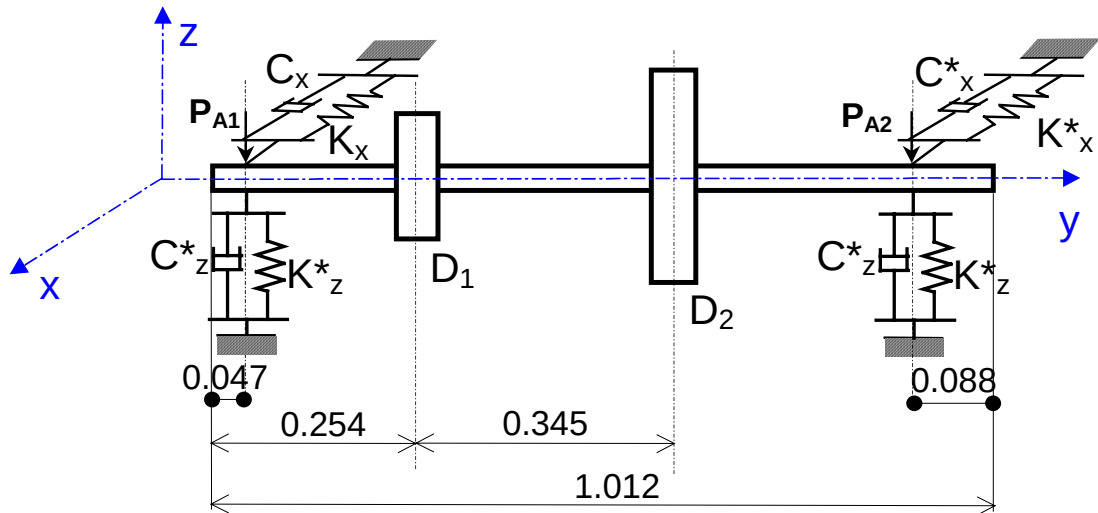


Figure 5-1 : Système du rotor avec ses paliers.

Caractéristique	valeur	unité
Rotor		
Masse de l'arbre	9.69	kg
Masse du disque D ₁	2.032	Kg
Masse du disque D ₂	10.61	Kg
Diamètre de l'arbre	0.04	m
Module d'Young	2.1 10 ¹¹	N/ m ²
Masse volumique	7800	kg/m ³
Paliers		
Raideur k _x	2.40 10 ⁸	N/m
Raideur k _z	7.00 10 ⁷	N/m
Raideur équivalent k [*] _x	9.92 10 ⁵	N/m
Raideur équivalent k [*] _z	9.90 10 ⁵	N/m

Tableau 5-1 : Caractéristiques du rotor et de ses paliers.

Le modèle *E.F.* de l'ensemble rotor/actionneurs présenté Figure 5-2 est réalisé avec le code de calcul *ROTORINSA* [ROT01]. L'arbre est discrétisé par 44 éléments de poutre à 4 degrés de liberté par nœud : deux déplacements u et w et deux rotations θ et ψ selon X et Z . Les disques sont modélisés par des masses et des inerties ponctuelles. Chaque palier (P_{A1} , P_{A2}) est modélisé par un ensemble raideur /amortisseur suivant les directions X et Z placés aux nœuds 4, 5 et 39.

Le modèle *E.F.* réduit aux dix premiers modes est alors implanté sous *SIMULINK*. Ce modèle permet de réaliser les simulations temporelles du comportement dynamique de la structure en régime transitoire.

Les forces de perturbation inconnues ne sont pas prises en compte dans le modèle. Seules les forces de contrôle (4-1) le sont. Les équations du comportement dynamique de l'ensemble rotor/actionneurs (3-25) s'écrivent :

$$\Phi^T M \Phi \ddot{q} + \Phi^T \left[C_p + \dot{\phi} \quad C_g \right] \Phi \dot{q} + \Phi^T \left[K_p + K_r + \ddot{\phi} \quad K_g \right] \Phi q = \Phi^T K_a \alpha G_v V \quad (5-1)$$

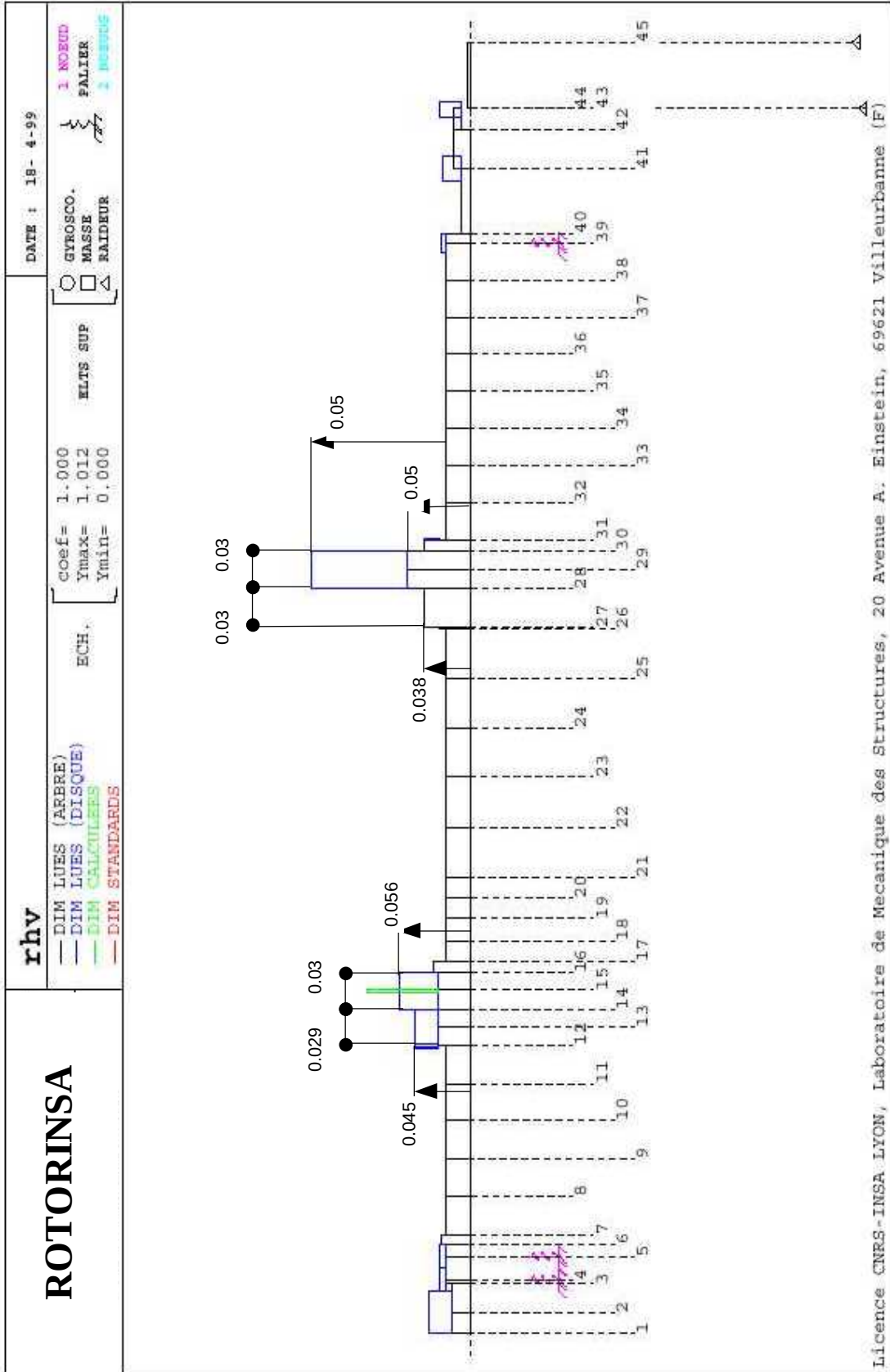


Figure 5-2 : Modèle éléments finis de l'ensemble rotor/actionneurs.

La figure 5-3 présente les quatre premiers modes propres à l'arrêt de l'ensemble rotor/actionneurs et le diagramme de Campbell du dispositif est présenté Figure 5-4.

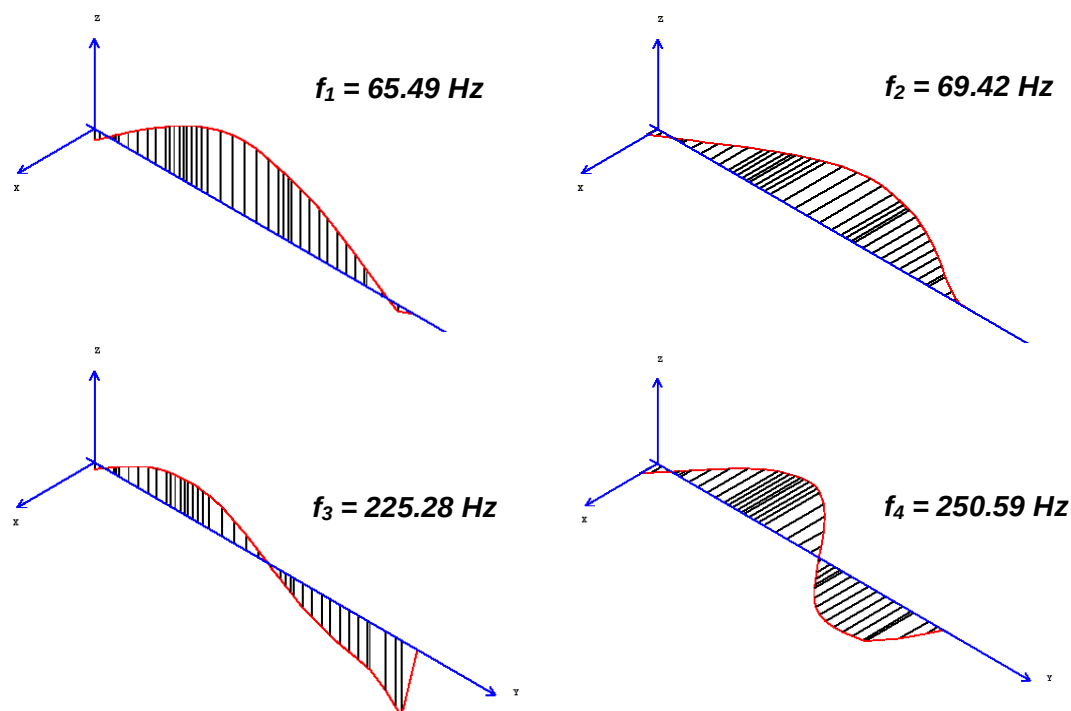


Figure 5-3: Quatre premiers modes de l'ensemble rotor/actionneurs.

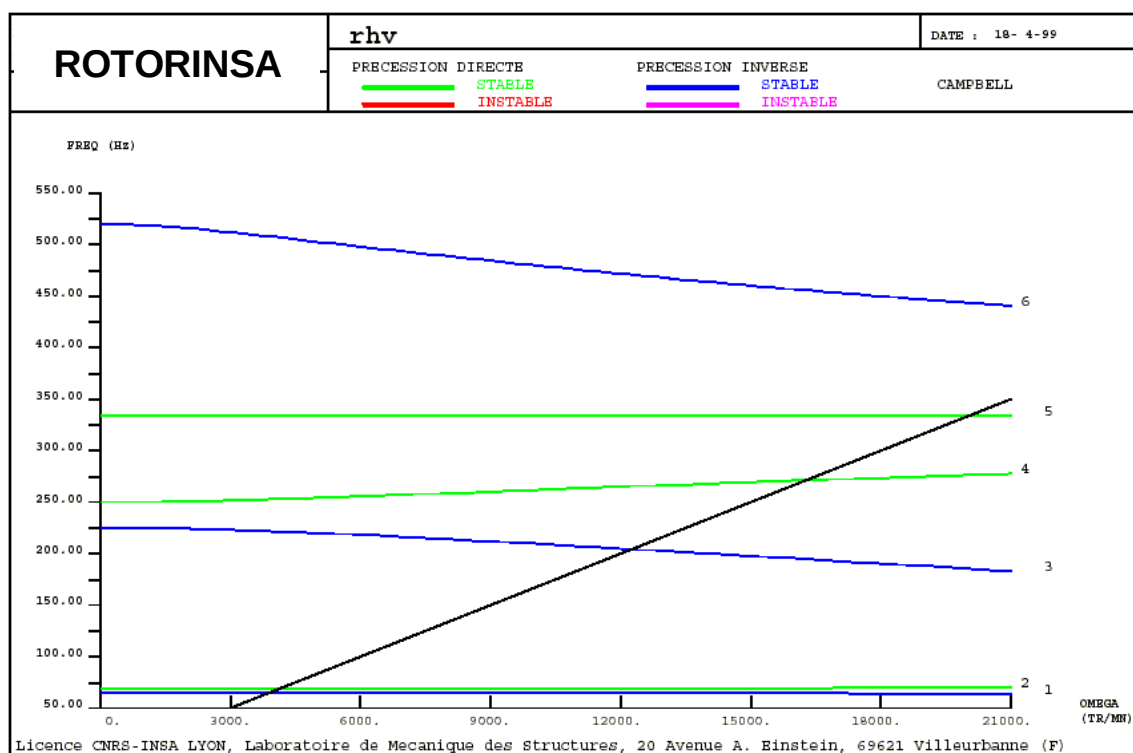


Figure 5-4 : Diagramme de Campbell.

L'équation (5-1) est mise sous la forme de l'équation d'état (3-5). Les matrices d'état de l'ensemble rotor/actionneurs sont données en Annexe II.

1.1. Validation du modèle

La réponse à un balourd de 10 g mm placé au nœud 29 est réalisée à l'aide du modèle (5-1). Elle est comparée avec celle obtenue par le logiciel *ROTORINSA*, et le modèle développé est validé. (Figure 5-5).

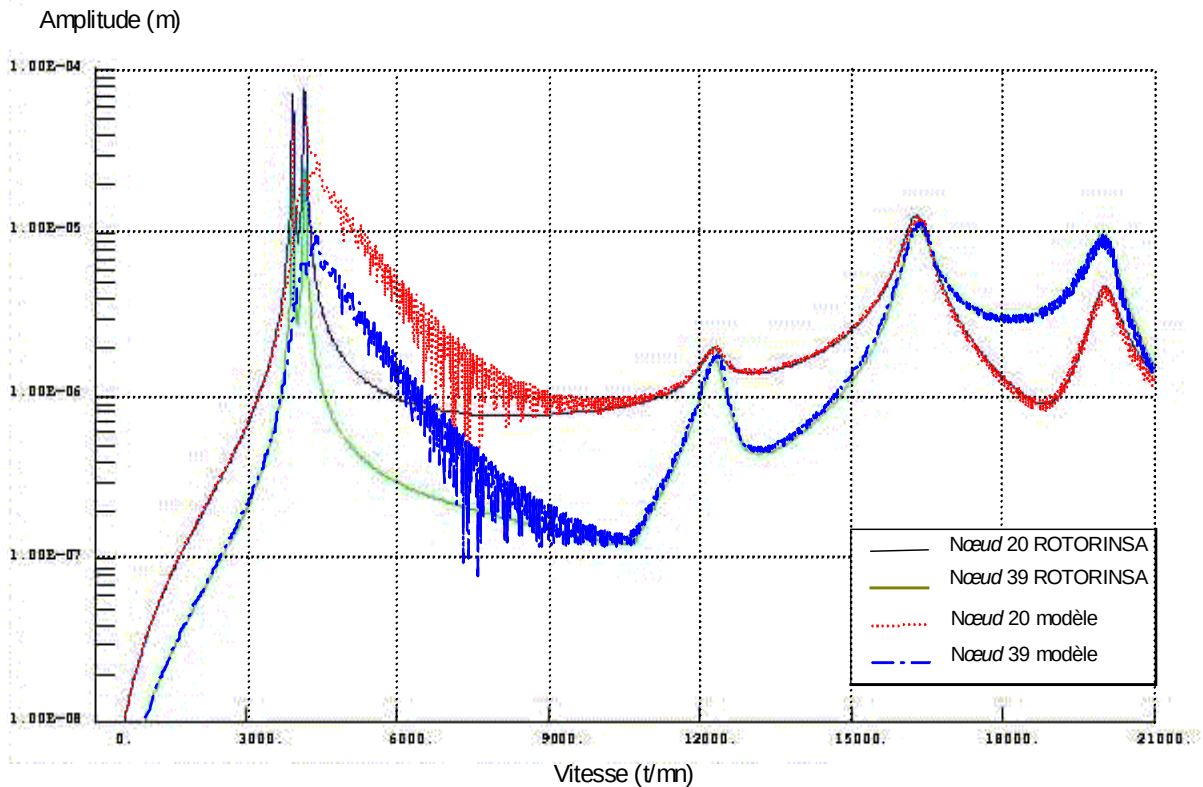


Figure 5-5 : Réponse à un balourd de 10 g mm situé au nœud 29.

2. CONTROLE C.M.F.

L'objectif du contrôle est de maîtriser le comportement dynamique du rotor flexible en régime transitoire. Les qualités du contrôleur doivent permettre :

- L'accroissement sensible de l'amortissement,
- La réaction rapide aux perturbations non synchrones dans la bande fréquentielle contenant les quatre premiers modes propres de flexion,
- La réalisation d'une bonne précision statique du rotor dans le plan des actionneurs,
- L'obtention d'une robustesse suffisante permettant d'absorber les incertitudes du modèle liées aux choix de la base modale et de l'observateur,

- Un "spillover" le plus faible possible.

Pour cela l'algorithme de contrôle modal flou (C.M.F.) est appliqué ici (Figure 5-6). Il utilise des contrôleurs flous de type Mamdani, complétés d'un retour intégral qui garanti la précision statique dans le plan des actionneurs. Il met en œuvre un observateur d'état permettant de reconstruire l'état modal du système à contrôler. Les gains de l'observateur sont obtenus pour une vitesse de rotation de 10 000 t/mn. L'ensemble contrôleur/observateur est alimenté par les informations provenant de quatre capteurs de déplacement positionnés aux nœuds 20 et 39 ainsi que d'un capteur de vitesse de rotation.

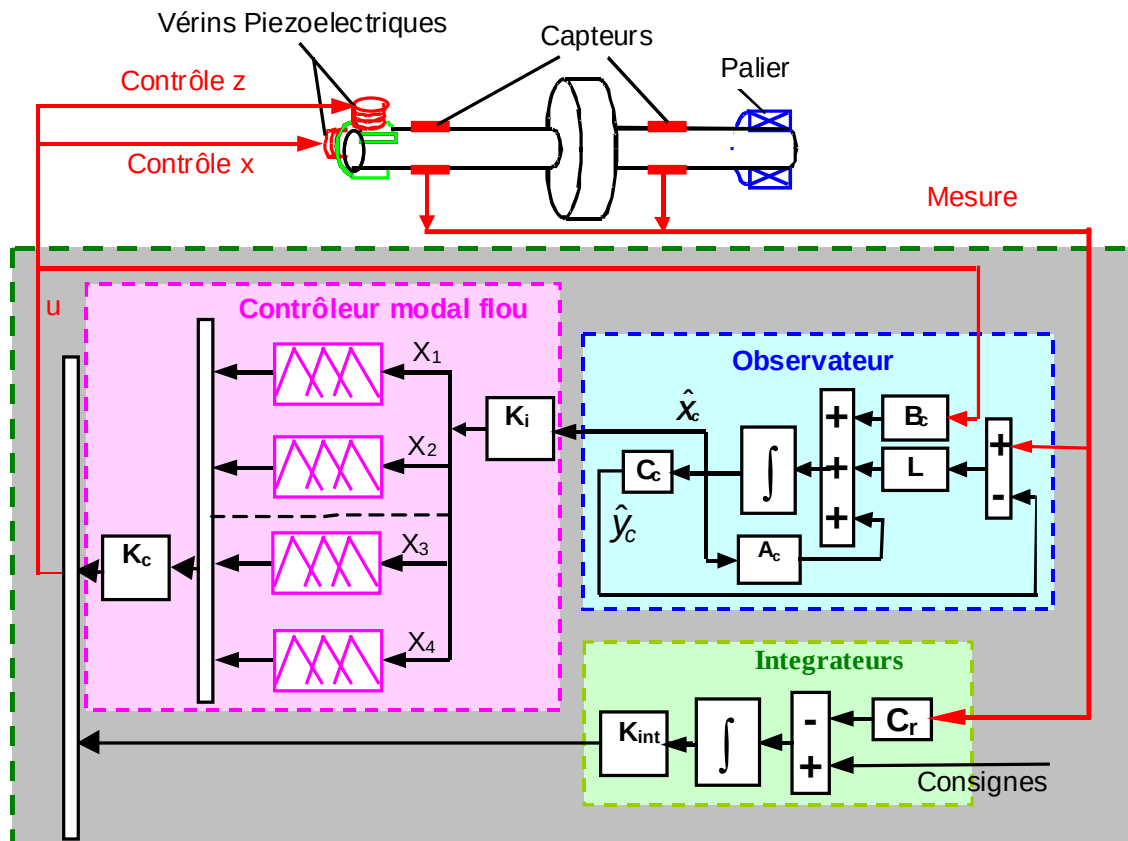


Figure 5-6 : Schéma du principe du contrôleur.

2.1. Calcul des contrôleurs flous

La non linéarité des contrôleurs flous de type Mamdani permet de s'adapter à l'évolution du comportement dynamique de la structure en fonction de la vitesse de rotation.

La fuzzification met en œuvre des fonctions d'appartenance des entrées de type gaussien. Elles comportent deux fonctions d'appartenance (*pos.* et *neg.*) par variable. La forme et les caractéristiques de ces fonctions sont données Figure 5-7 et Tableau 5-2.

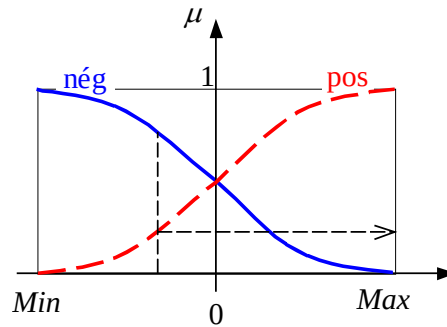


Figure 5-7 : Sous-ensembles flous des entrées et de la commande.

Variable	Fonction d'appartenance des entrées et de sortie	Domaine
$\hat{q}$	gaussienne	-10^{-6} à 10^{-6} m
$\dot{\hat{q}}$	gaussienne	$-5 \cdot 10^3$ à $5 \cdot 10^3$ m/s
u	gaussienne	-5 à 5 V

Tableau 5-2 : Caractéristiques des fonctions d'appartenance.

Pour chaque variable, l'opérateur d'implication floue choisi donne le minimum entre les valeurs de deux fonctions d'appartenance pos. et nég.

Les lois choisies pour ce contrôle sont de la forme suivante :

Règle 1 : SI $\hat{q}_i$ est Positive ET $\dot{\hat{q}}_i$ est Positive ALORS f_i est Négative

Règle 2 : SI $\hat{q}_i$ est Negative ET $\dot{\hat{q}}_i$ est Negative ALORS f_i est Positive

La sortie de chaque règle est une fonction non linéaire de ses entrées, comme le montre la figure 5-8.

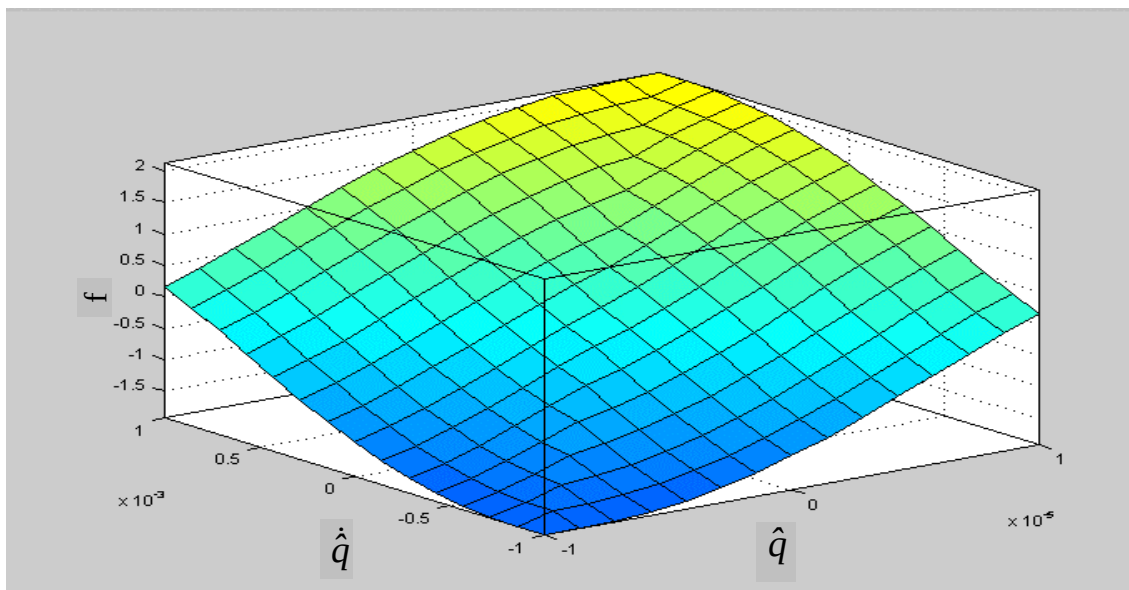


Figure 5-8 : Sortie correspondante à une règle en fonction des entrées.

La défuzzification utilise les mêmes fonctions d'appartenance que celles de la fuzzification. La forme et les caractéristiques des fonctions d'appartenance sont données Figure 5-7 et Tableau 5-2. La sortie de chaque contrôleur modal est obtenue à partir de l'agrégation des règles précédemment données. La méthode du barycentre est utilisée.

La précision statique au niveau du palier actif P_{A_2} est assurée par un intégrateur de l'écart consignes/sorties colocalisés avec l'action (nœud 39).

Les gains optimisés des entrées et des sorties des contrôleurs sont donnés Tableau 5-3.

	Gains d'entrée		Gains de sortie
	$\hat{q}$	$\dot{\hat{q}}$	u
Mode 1	4.12	4.14	0.26
Mode 2	2.70	3.14	-2.14
Mode 3	0.81	1.19	-0.05
Mode 4	2.35	0.67	2.25
Retour intégral X	$1.28 \cdot 10^8$		
Retour intégral Z	$7.09 \cdot 10^7$		

Tableau 5-3 : Gains des contrôleurs.

2.2. Reconstruction du vecteur d'état

Le modèle de simulation (§.1. de ce chapitre) réduit à ses quatre premiers modes pour une vitesse de rotation constante de 10 000 t/mn est utilisé pour calculer les gains de l'observation. Les matrices du système d'état obtenu sont alors :

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.69e+05 & -1.06e-14 & 3.68e-08 & -9.93e-15 & -2.07e+00 & 1.52e+01 & 8.14e-01 & 1.65e+01 \\ -9.29e-15 & -1.90e05 & -5.81e-15 & 4.52e-08 & -1.31e+01 & -2.56e+00 & -3.80e+00 & 2.11e+00 \\ +6.40e-06 & -1.15e-12 & -2.00e+06 & 2.92e-14 & 1.30e+02 & 7.06e+02 & -6.07e+01 & 9.96e+02 \\ -1.37e-13 & 7.75e-07 & 1.28e-15 & -2.48e+06 & -2.30e+02 & 3.44e+01 & -8.73e+01 & -3.10e+01 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1.24e-07 & 6.39e-01 \\ -6.71e-01 & -2.73e-08 \\ 8.41e-06 & -4.46e+01 \\ 9.48e+00 & 6.90e-07 \end{bmatrix}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} -1.41e-08 & -8.89e-02 & 5.99e-09 & 7.71e-02 & -1.66e-06 & 2.15e-06 & -5.52e-07 & -1.77e-06 \\ -3.06e-08 & -2.64e-01 & 1.55e-09 & -9.28e-02 & -6.94e-07 & 3.41e-07 & -2.10e-07 & 8.06e-08 \\ 7.26e-02 & -3.61e-09 & -3.18e-02 & 5.61e-09 & -1.81e-06 & -4.23e-07 & 7.46e-07 & -3.84e-07 \\ 2.53e-01 & -3.75e-08 & 2.38e-02 & -6.70e-09 & -3.66e-07 & 1.32e-07 & 2.18e-07 & 2.46e-07 \end{bmatrix}$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 5.59e-07 & 8.90e-09 \\ 4.49e-08 & 2.15e-08 \\ 8.90e-09 & 5.90e-07 \\ 7.25e-09 & 1.45e-07 \end{bmatrix}$$

L'observateur est optimisé à partir du critère (3.35) du contrôleur *L.Q.G.* présenté §.2.1.4. du chapitre 3. Les matrices de pondération sont les suivantes :

$$Q_{ob} = 10^{10} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \quad R_{ob} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice des gains d'observation obtenue est la suivante :

$$L = \begin{bmatrix} -8.24e+00 & -2.92e+01 & 1.46e+02 & 5.10e+02 \\ -5.59e+02 & -1.59e+03 & 4.20e-01 & 3.17e+01 \\ 6.14e+02 & -7.94e+02 & -2.55e+03 & 1.91e+03 \\ 8.72e+02 & -9.84e+02 & -2.41e+02 & 2.00e+02 \\ 4.17e+03 & -3.75e+04 & 3.75e+03 & 4.02e+04 \\ -1.35e+05 & -3.60e+05 & -6.03e+03 & -9.35e+02 \\ 9.44e+05 & -1.64e+06 & -2.19e+04 & 2.84e+05 \\ -1.01e+05 & -4.13e+05 & 3.97e+05 & -3.07e+05 \end{bmatrix}$$

"Spillover"

L'évolution des fréquences propres du système à contrôler et la troncature du modèle utilisé dans l'observateur, construit à une vitesse de rotation constante, introduisent des erreurs dans l'estimation du vecteur d'état contrôlé. Les erreurs, amplifiées par les gains d'observation, peuvent générer un "spillover" d'observation qui peut être évité par l'utilisation d'un modèle comprenant plus de modes (Annexe II) que celui utilisé pour calculer le contrôleur.

3. SIMULATIONS

Les simulations sont réalisées en sollicitant le rotor au nœud 39 par l'intermédiaire du plan d'actionneurs piézoélectriques. Des perturbations simultanées selon les directions X et Z sont appliquées en superposition de la commande par les vérins.

Sont présentées successivement les simulations en régime permanent à l'arrêt, en rotation, puis en régime transitoire avec et sans balourd.

3.1. Régime permanent à l'arrêt

Pour valider le contrôle du comportement dynamique du rotor, les premières simulations sont réalisées à l'arrêt.

Le diagramme de Bode, déplacement (nœud 20) sur commande en $B.O.$ et en $B.F.$, (Figure 5-9) est obtenu pour un modèle linéarisé autour de la position de l'équilibre. L'apport du contrôle et la comparaison des caractéristiques modales du système en $B.O.$ et en $B.F.$ sont données Tableau 5-4.

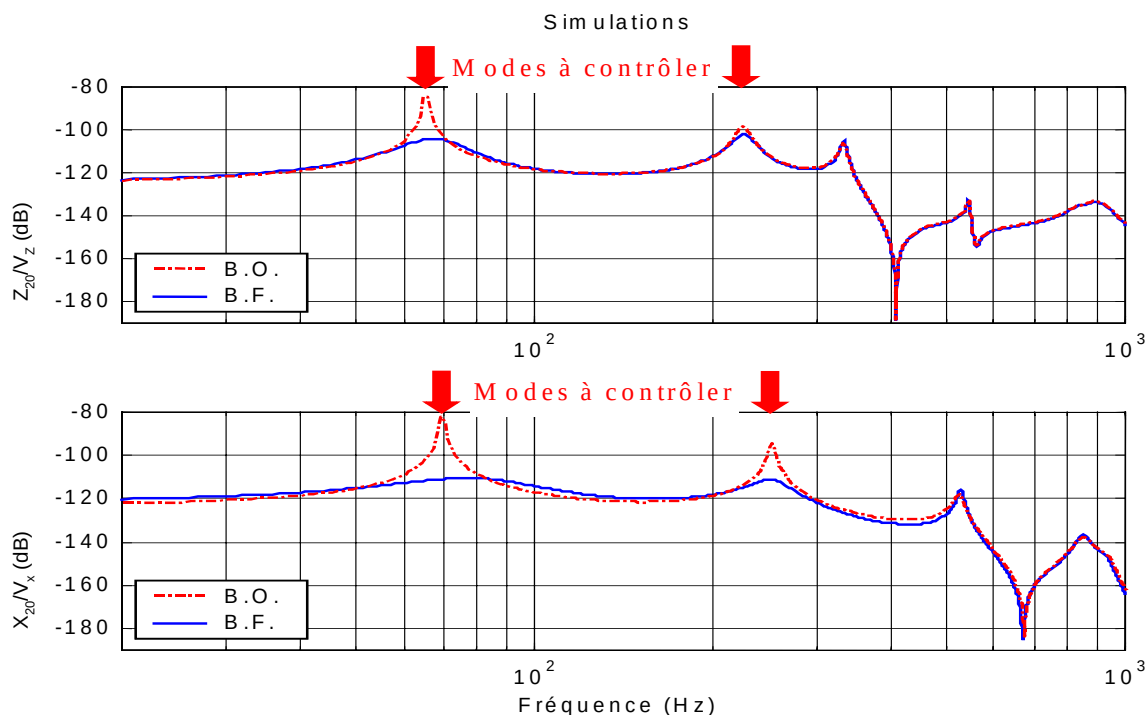


Figure 5-9 : Diagramme de Bode non colocalisé (rotor à l'arrêt).

	Fréquence (Hz)		Amortissement %		Affaiblissement en amplitude (dB)
	B.O.	B.F.	B.O.	B.F.	
Mode 1	65.5	70.0	2.51 E-3	1.71 E-1	-19.2
Mode 2	69.4	79.7	2.94 E-3	2.88 E-1	-27.4
Mode 3	226	227	2.14 E-2	8.63 E-2	-3.40
Mode 4	251	246	9.83 E-3	4.57 E-2	-16.3

Tableau 5-4 : Caractéristiques modales du système contrôlé.

Une perturbation de type échelon de 1.5 Volt aux entrées de amplificateurs est appliquée simultanément suivant X et Z au nœud 39. Les réponses temporelles colocalisées et non colocalisées (nœud 20) en $B.O.$ et en $B.F.$ sont présentées successivement Figures 5-10, 5-11, et 5-12 et les commandes correspondantes Figure 5-13. Les participations modales en déplacement en $B.O.$ et en $B.F.$ sont présentées Figure 5-14.

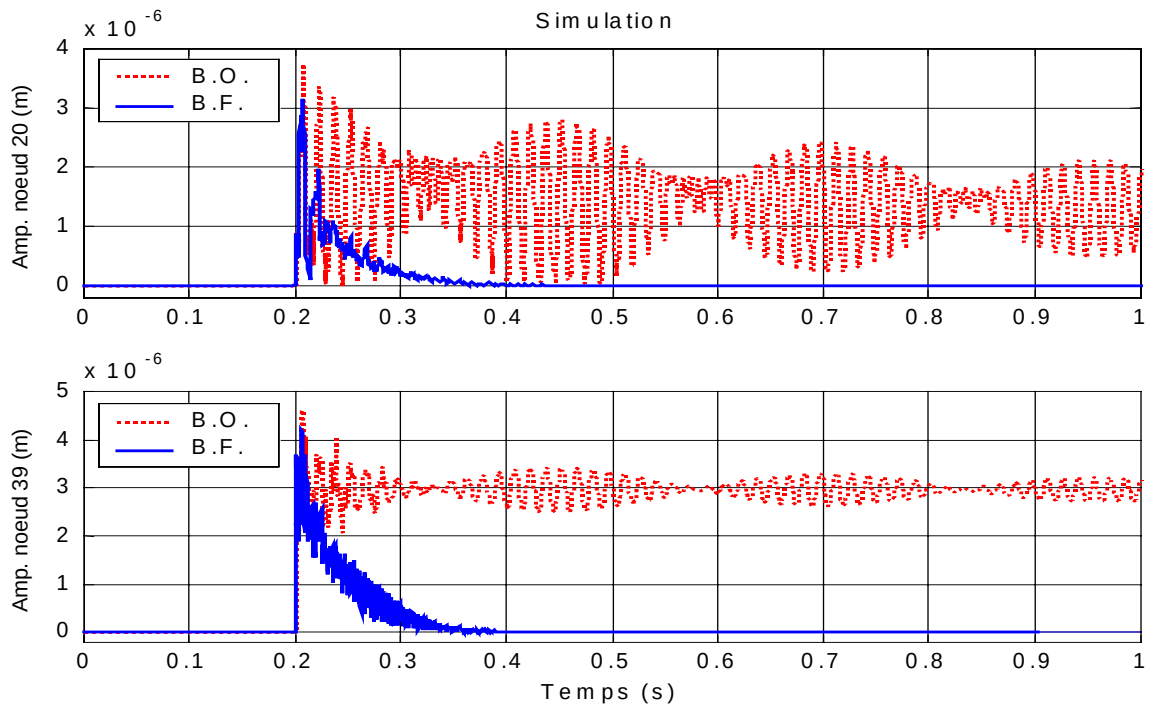


Figure 5-10 : Amplitude de la réponse à un échelon de 1.5 Volt (rotor à l'arrêt).

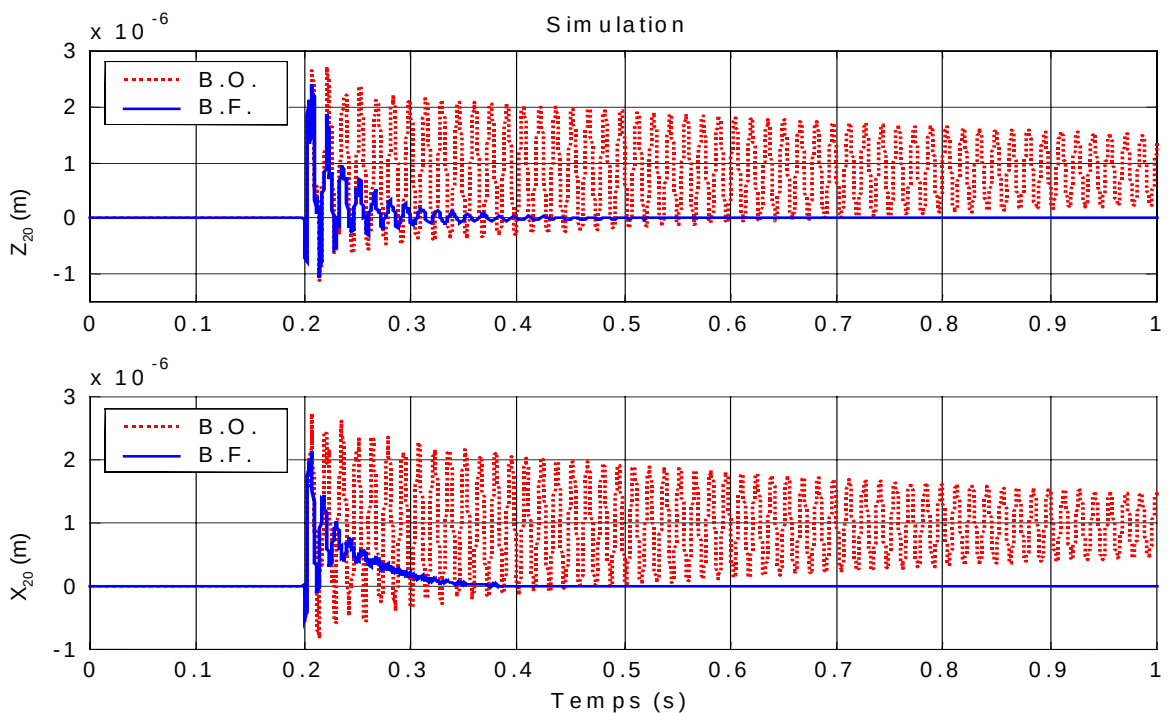


Figure 5-11 : Réponse non colocalisée à un échelon de 1.5 Volt au nœud 20 (rotor à l'arrêt).

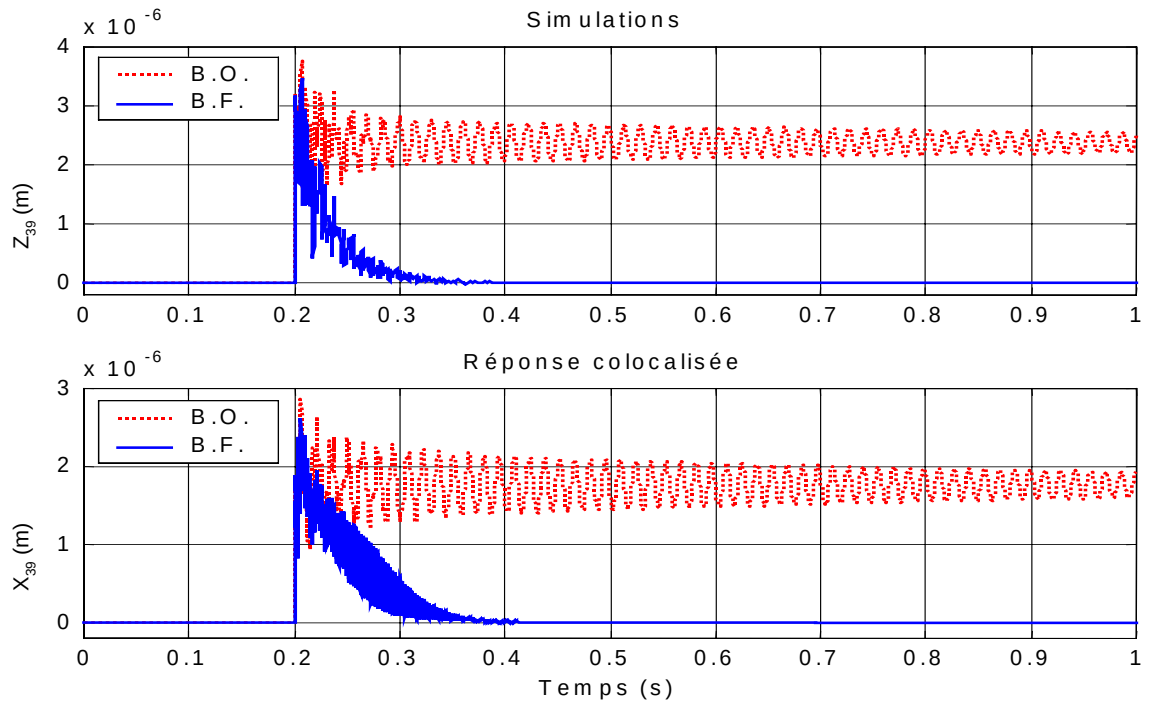


Figure 5-12 : Réponse colocalisée à un échelon de 1.5 Volt au nœud 39 (rotor à l'arrêt).

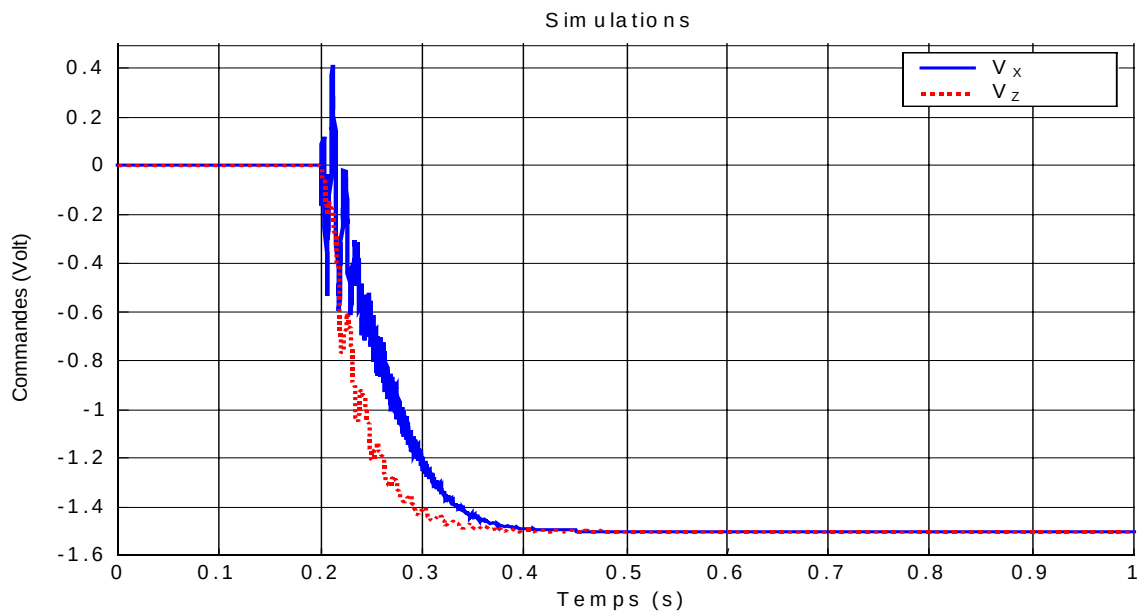


Figure 5-13: Commandes pour une perturbation d'un échelon de 1.5 Volt (rotor à l'arrêt).

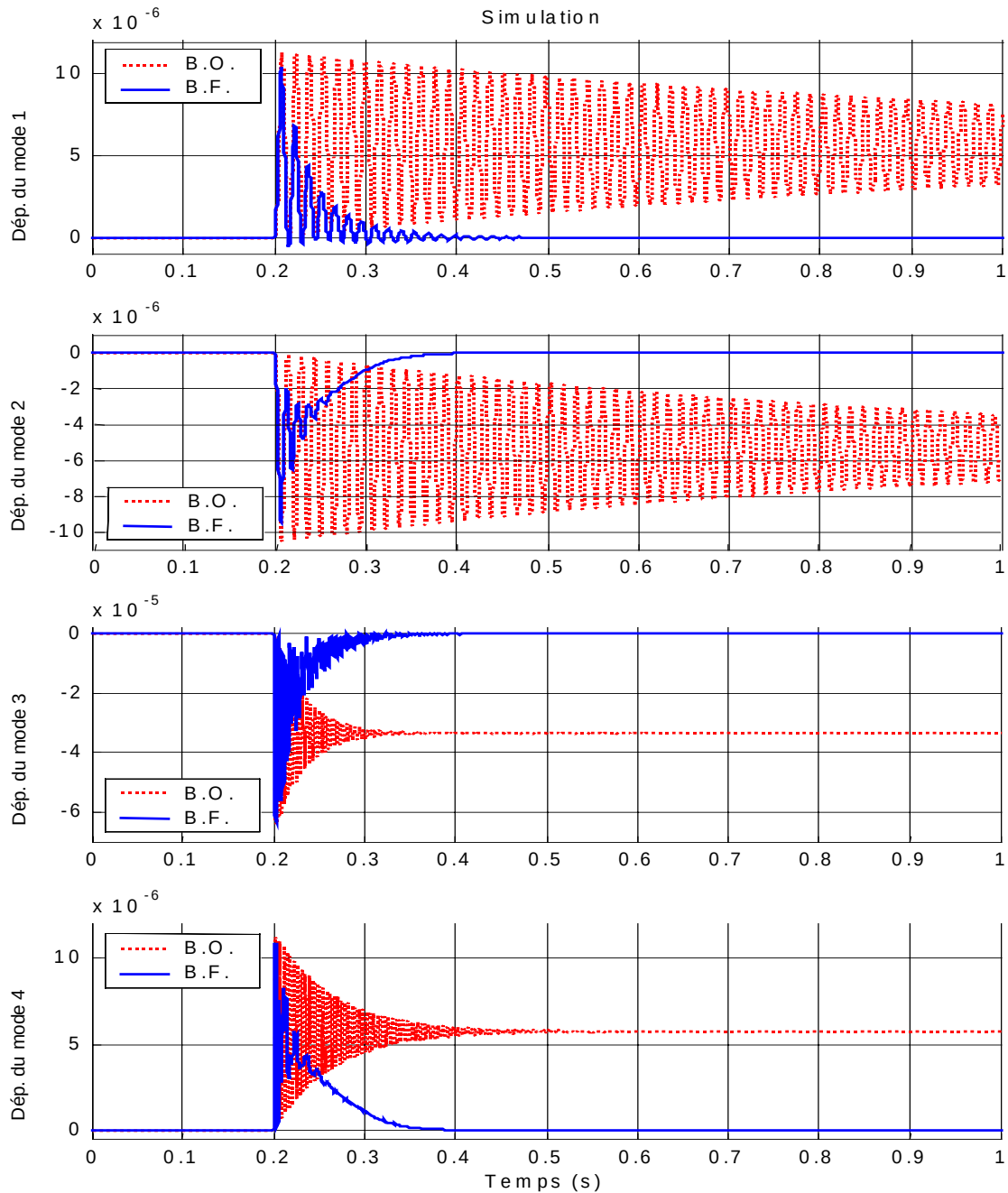


Figure 5-14 : Participations modales en déplacement en réponse à un échelon de 1.5 Volt (rotor à l'arrêt).

3.2. Régime permanent en rotation

Les simulations sont effectuées sur le rotor sans balourd tournant à une vitesse de 10 000 t/mn.

Les résultats des simulations présentés Figure 5-15, concernent le diagramme de Bode en déplacement (nœud 20) sur commande (nœud 39) du comportement dynamique du rotor non-contrôlé et contrôlé autour de la position d'équilibre. Il peut être observé que l'amortissement sur chaque mode ciblé par le contrôle du système linéarisé est important (Tableau 5-5) et que le "spillover" est négligeable.

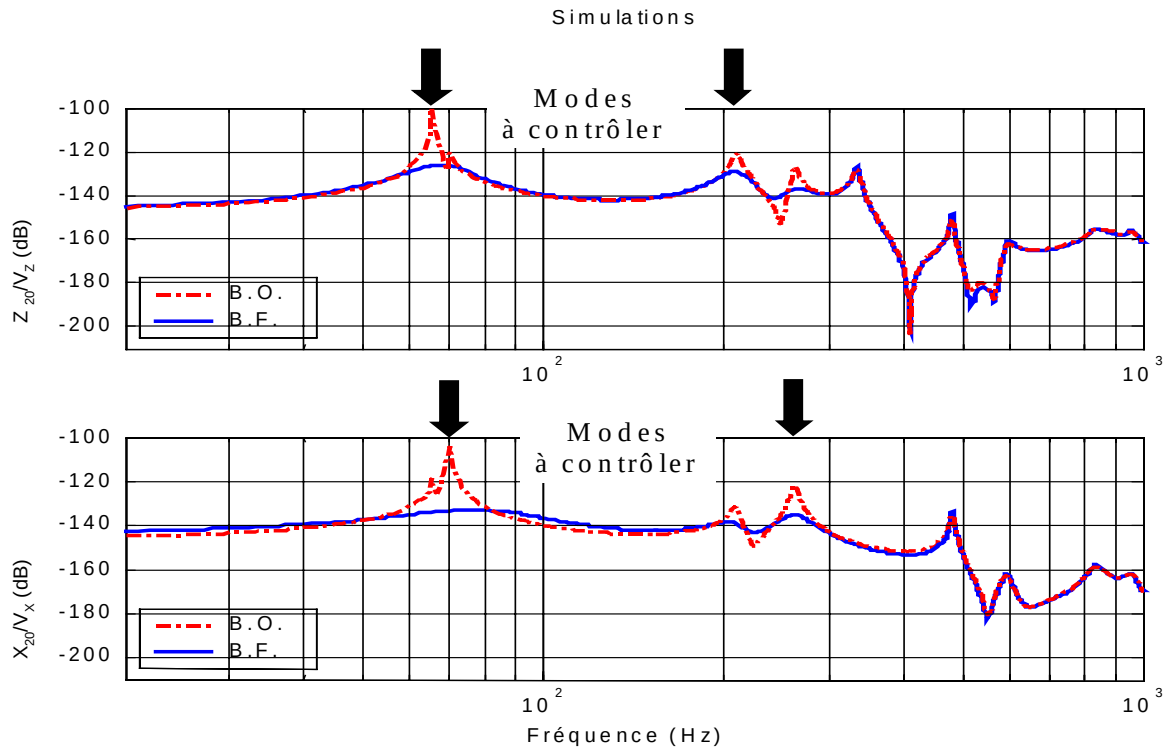


Figure 5-15 : Diagramme de Bode non colocalisé autour de la position d'équilibre ($\dot{\phi} = 10\,000$ t/mn).

	Fréquence (Hz)		Amortissement %		Affaiblissement en amplitude (dB)
	B.O.	B.F.	B.O.	B.F.	
Mode 1	65.1	67.3	2.37 E-3	1.74 E-1	-27.0
Mode 2	69.7	80.0	3.04 E-3	2.81 E-1	-28.2
Mode 3	213	213	2.93 E-2	9.27 E-2	-7.60
Mode 4	262	264	1.21 E-2	8.28 E-2	-12.8

Tableau 5-5 : Caractéristiques modales du système contrôlé linéarisé autour du point du fonctionnement.

Une perturbation simultanée suivant X et Z de type échelon de 1.5 Volt à l'entrée des amplificateurs est appliquée au nœud 39. Les réponses temporelles colocalisées et non colocalisées (nœud 20) en $B.O.$ et en $B.F.$ sont présentées successivement Figures 5-16, 5-17, et 5-18 et les commandes correspondantes Figure 5-19. La Figure 5-20 présente les participations modales correspondantes en $B.O.$ et en $B.F.$

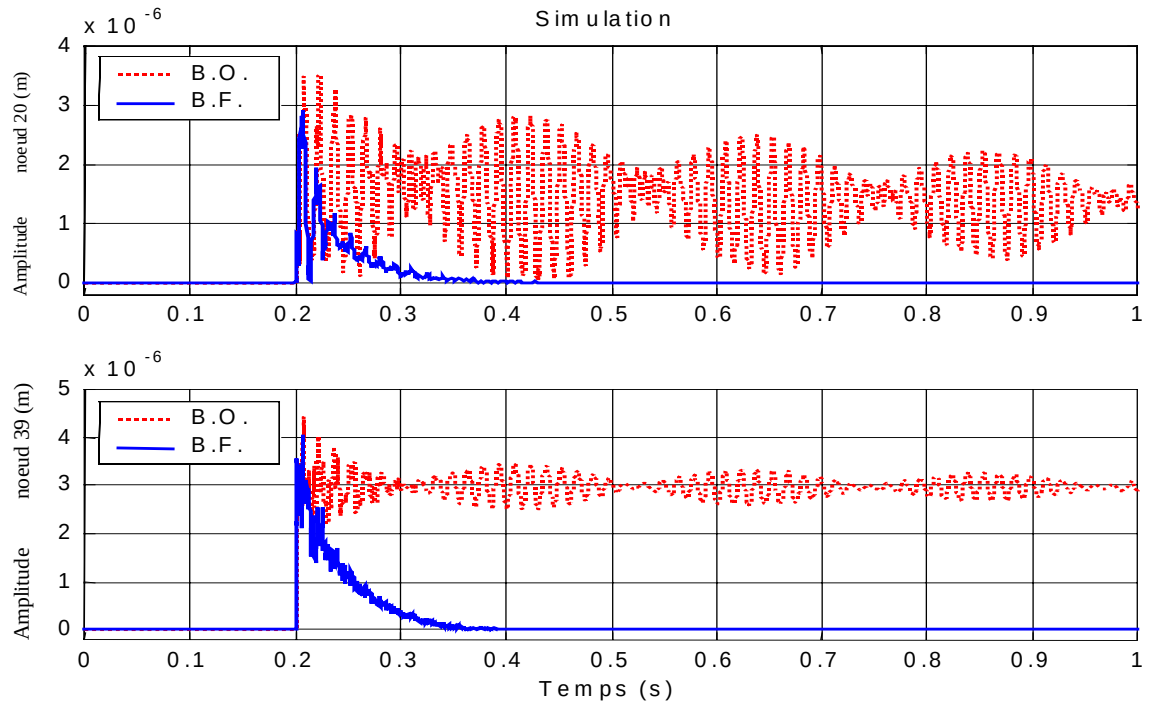


Figure 5-16 : Amplitude de la réponse à un échelon de 1.5 Volt ($\dot{\phi} = 10\,000$ t/mn).

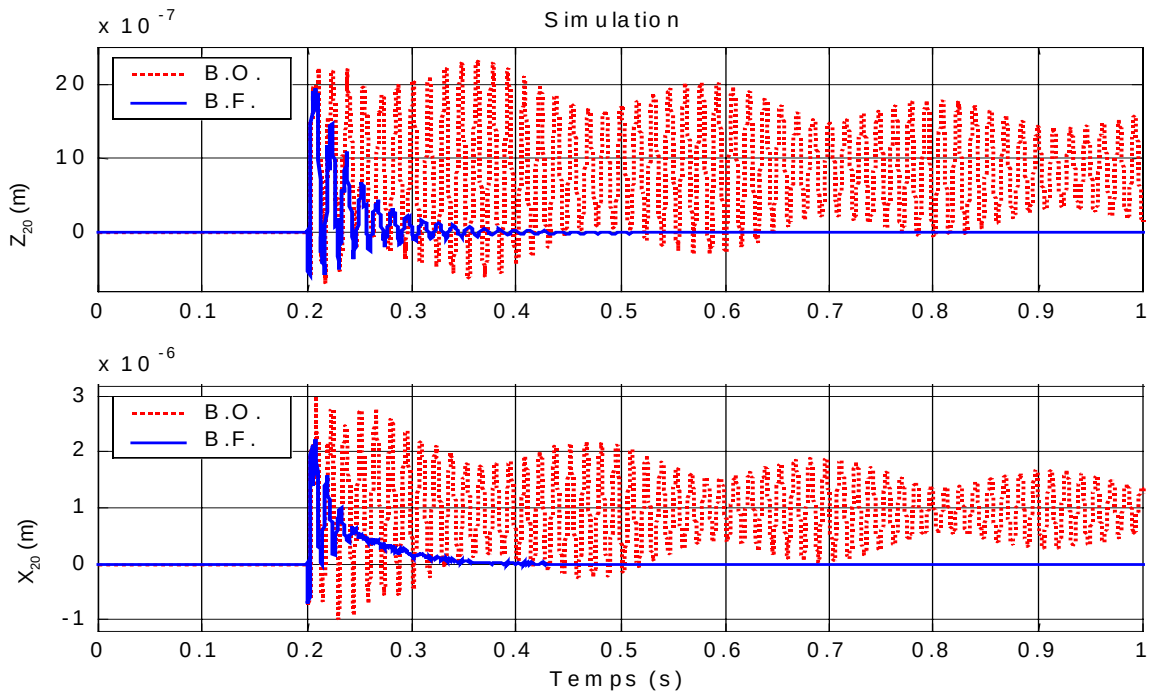


Figure 5-17 : Réponse non colocalisée à un échelon de 1.5 Volt au nœud 20 ($\dot{\phi} = 10\,000$ t/mn).

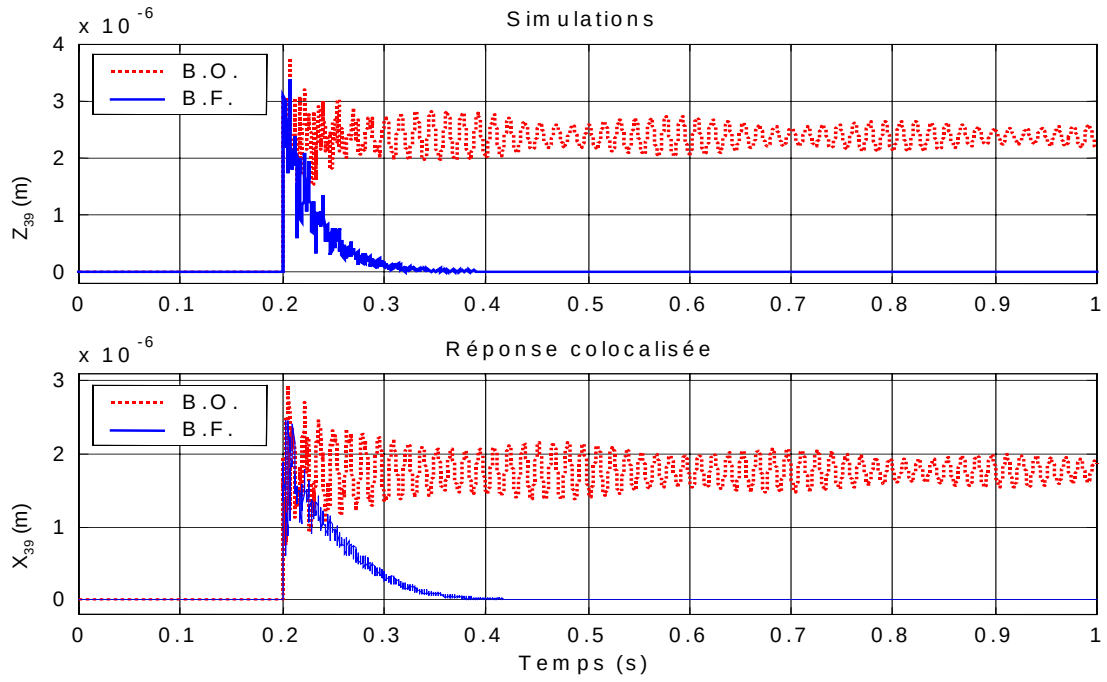


Figure 5-18 : Réponse colocalisée à un échelon de 1.5 Volt au nœud 39 ($\dot{\phi} = 10\,000\text{ t/mn}$).

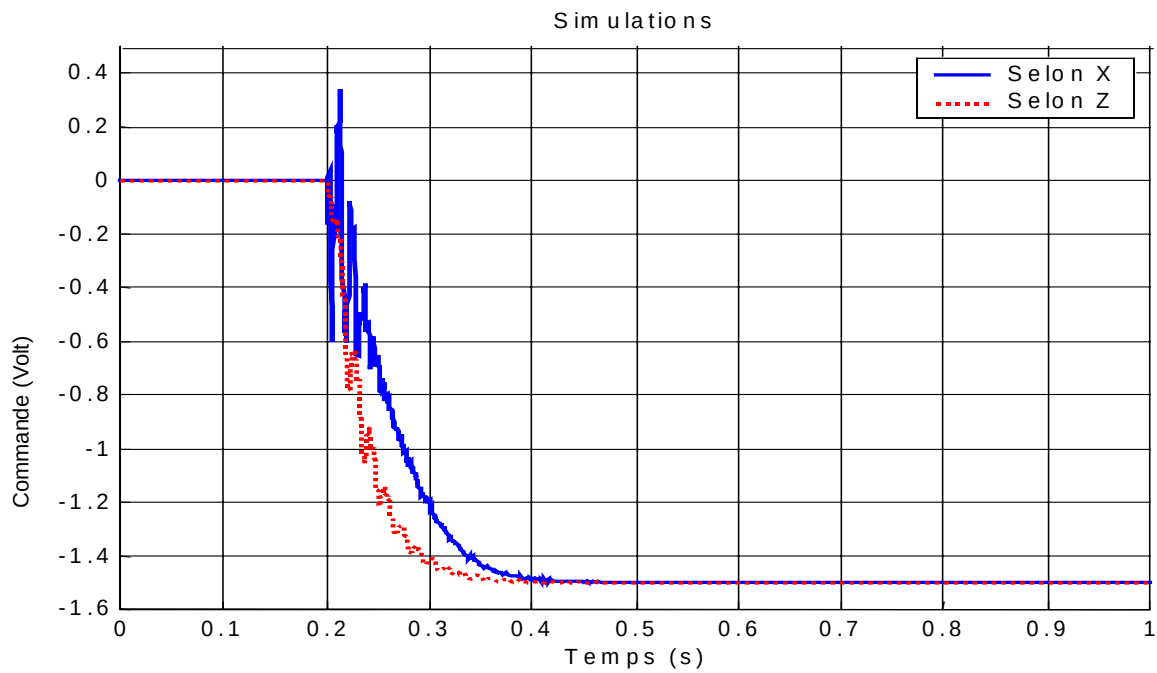


Figure 5-19 : Commandes correspondant à un échelon de 1.5 Volt ($\dot{\phi} = 10\,000\text{ t/mn}$).

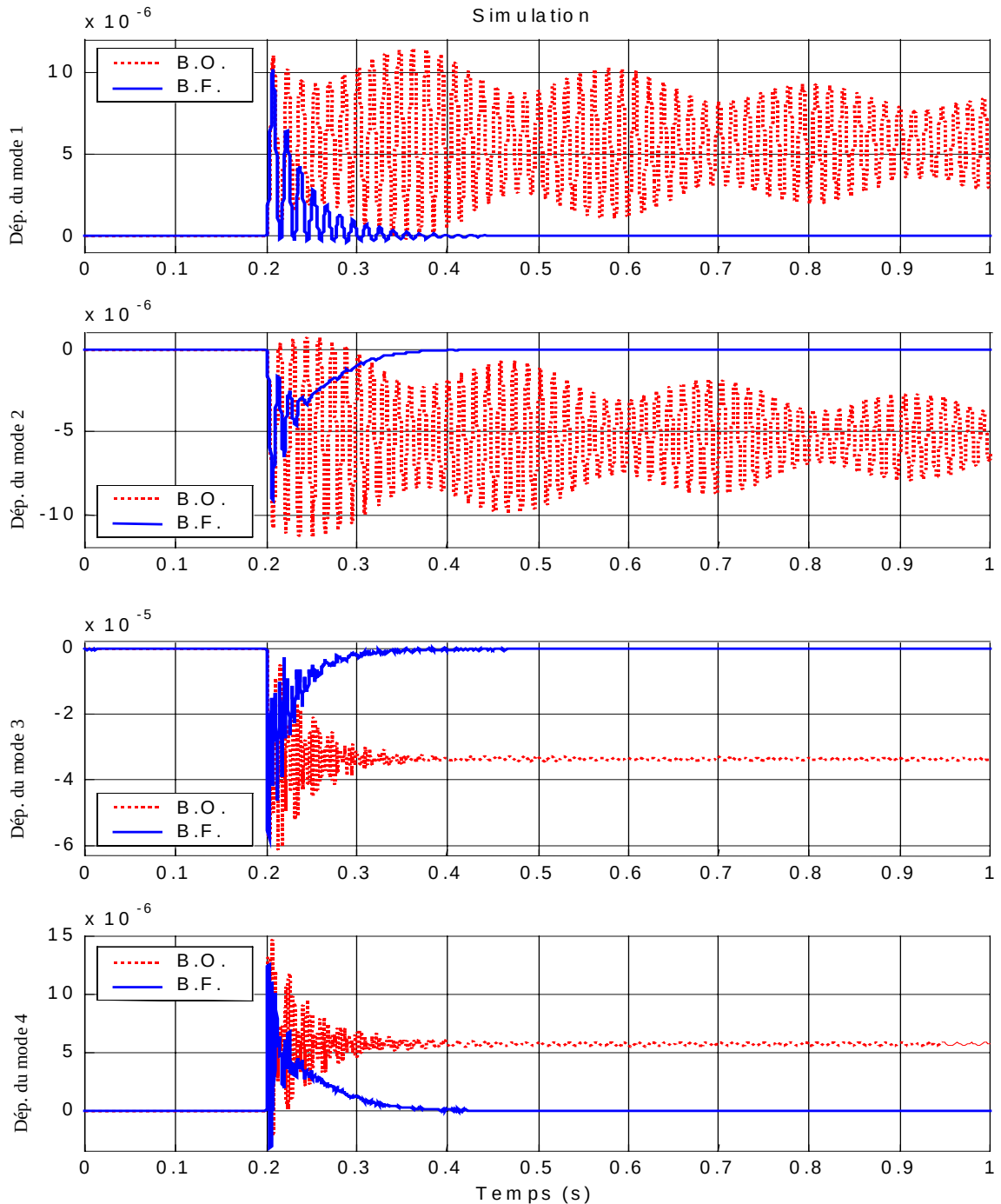


Figure 5-20 : Participation modale en déplacement en réponse à un échelon de 1.5 Volt ($\dot{\phi} = 10\,000\text{ t/mn}$).

3.3. Régime transitoire sans balourd

Le comportement dynamique de l'ensemble rotor/actionneurs est simulé, en montée linéaire de vitesse de 0 à 18000 t/mn sans balourd. Pendant la montée en vitesse, des perturbations simultanées de type échelon de 1.67 Volt à l'entrée des amplificateurs suivant les directions X et Z sont appliquées à la vitesse de rotation de 4410 t/mn.

Les figures 5-21 à 5-23 présentent l'amplitude et les projections sur X et Z de la réponse non colocalisée (nœud 20) et colocalisée avec le plan d'action. Les commandes

correspondantes sont présentées Figures 5-24. La figure 5-25 présente les participations modales des modes en *B.O.* et en *B.F.*

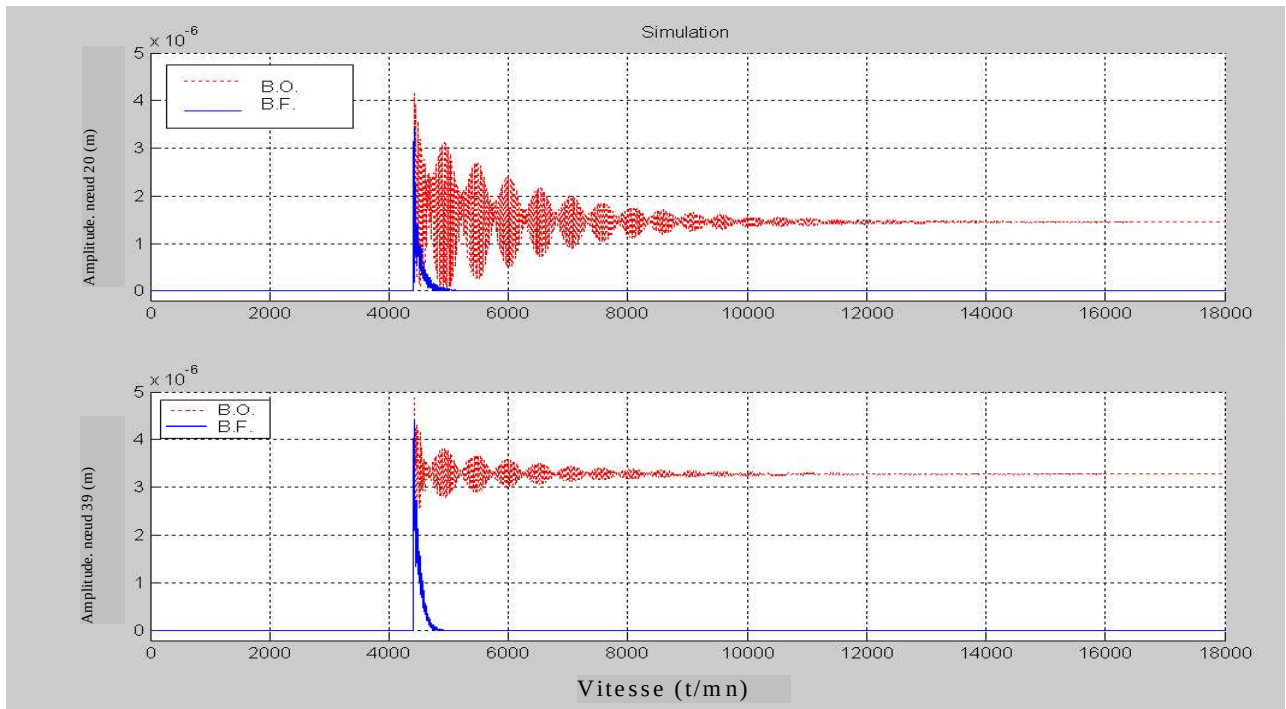


Figure 5-21 : Amplitude de la réponse colocalisée et non colocalisée à un échelon de 1.67 Volt (Transitoire).

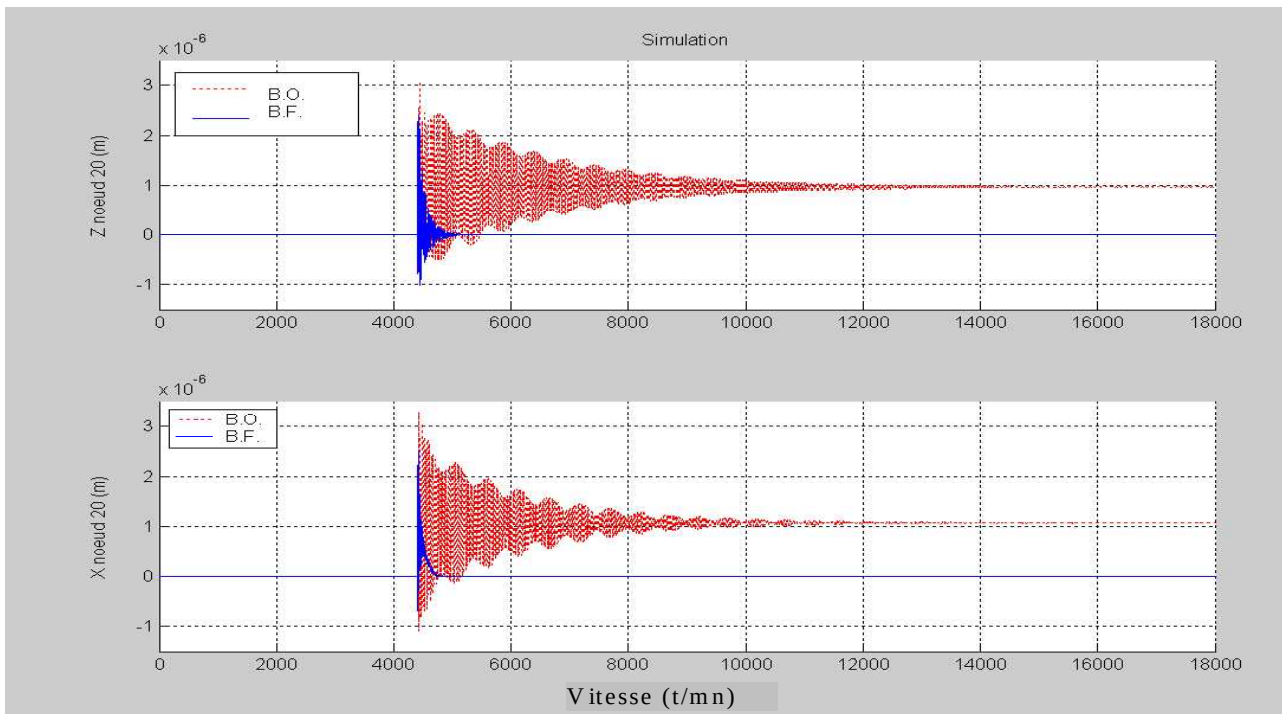


Figure 5-22 : Réponse non colocalisée (nœud 20) à un échelon de 1.67 Volt (Transitoire).

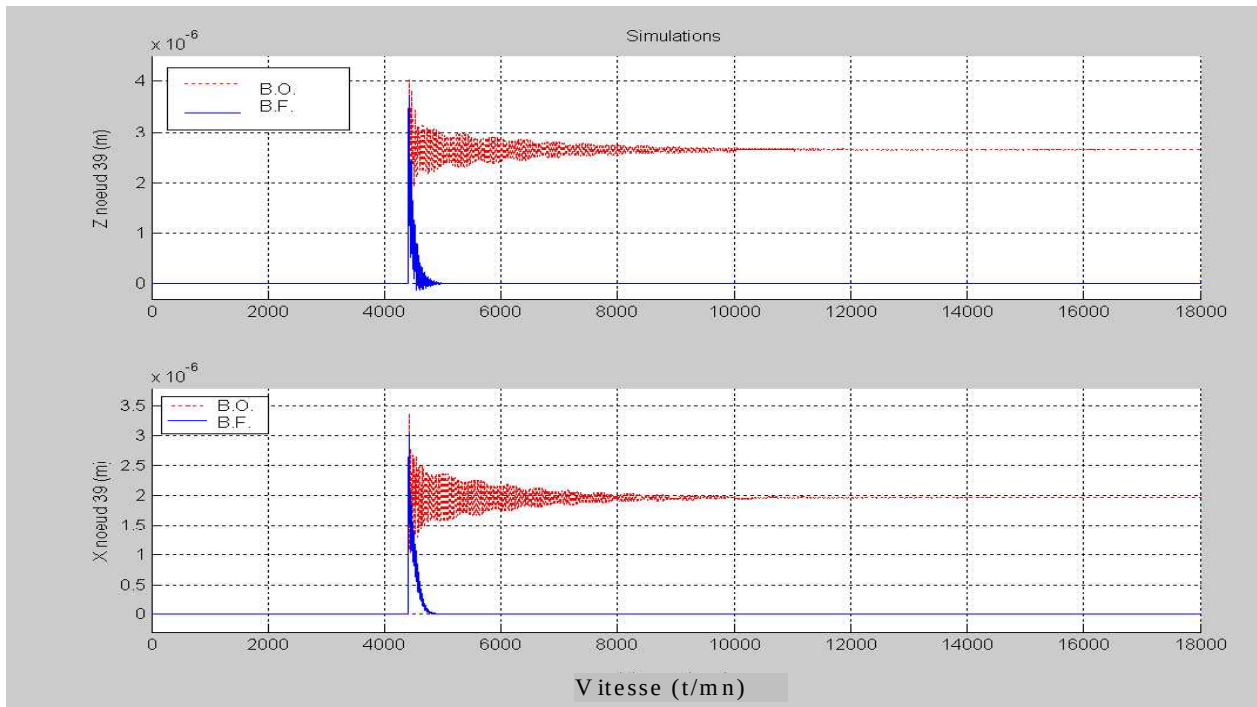


Figure 5-23 : Réponse colocalisée à un échelon de 1.67 Volt (Transitoire).

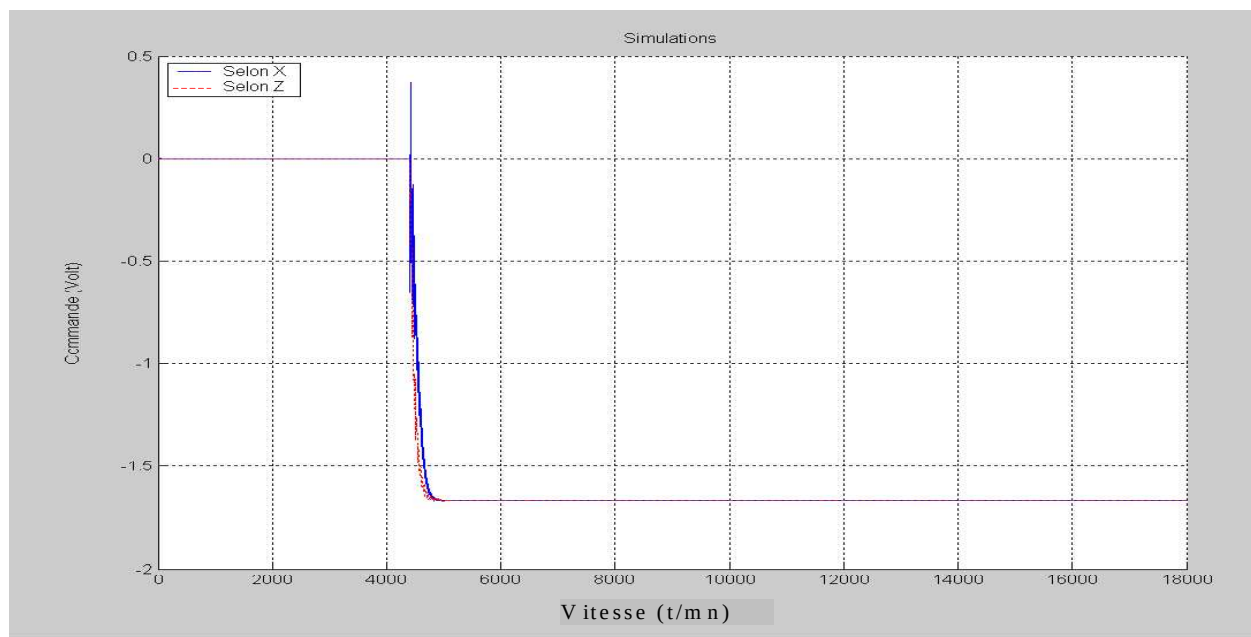


Figure 5-24 : Commandes pour une perturbation échelon de 1.67 Volt (Transitoire).

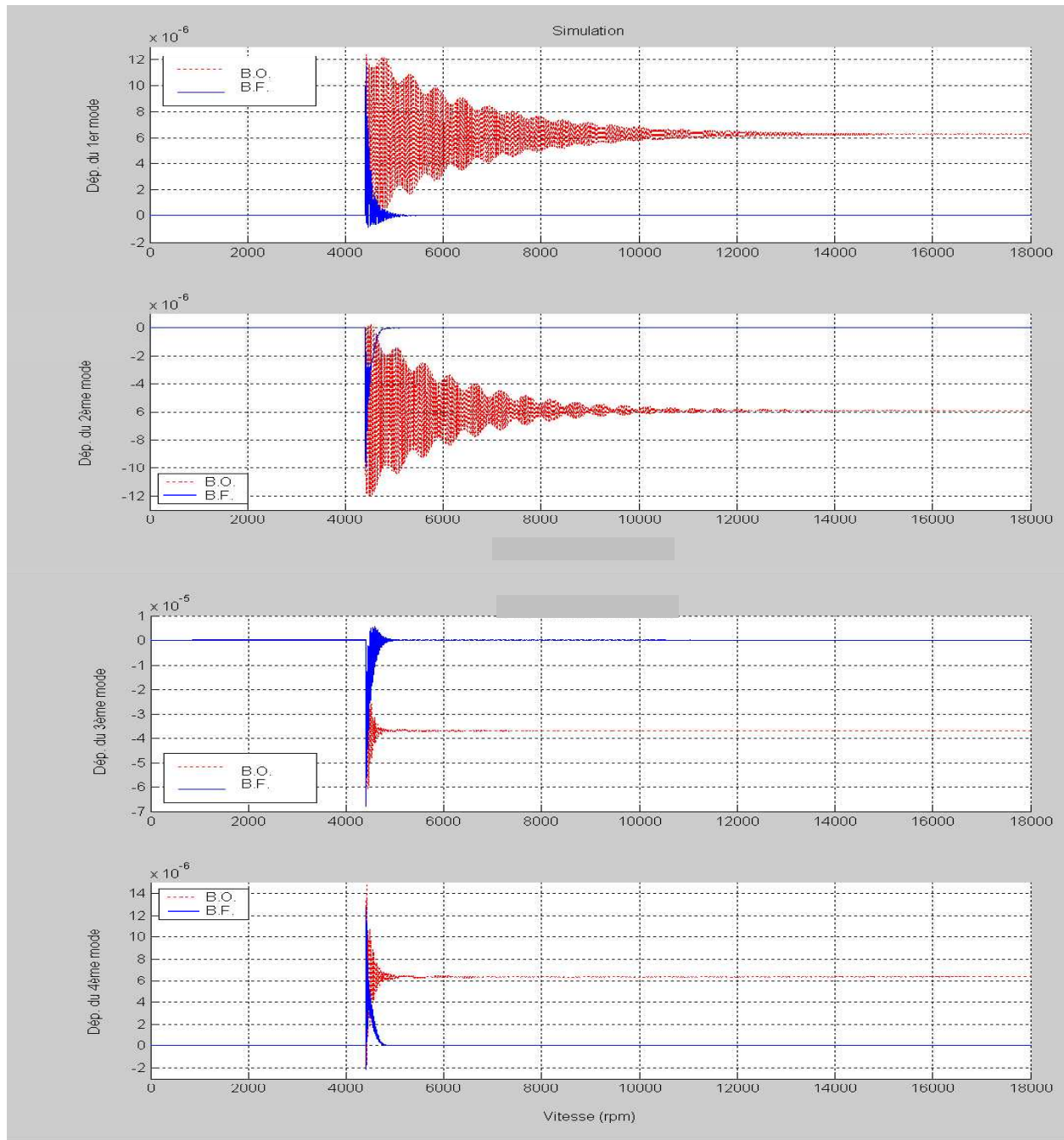


Figure 5-25 : Participations modales en déplacement en réponse à un échelon de 1.7 Volt (Transitoire).

Les courbes montrent que le comportement dynamique est bien contrôlé, l'effet de la perturbation introduite est maîtrisé sur une plage de 700 t/mn soit 0.39 s. De plus la position initiale est retrouvée précisément.

3.4. Régime transitoire avec balourd

Les résultats des simulations correspondantes au rotor soumis à un balourd de 5 g mm placé au nœud 27 sont présentés Figures 5-26 à 5-30. Les même perturbations que précédemment sont appliquées.

Lors d'une montée en vitesse linéaire, de 0 à 18000 t/mn en 10 s, le contrôle est testé lorsque le rotor atteint une vitesse de rotation de 7202 t/mn.

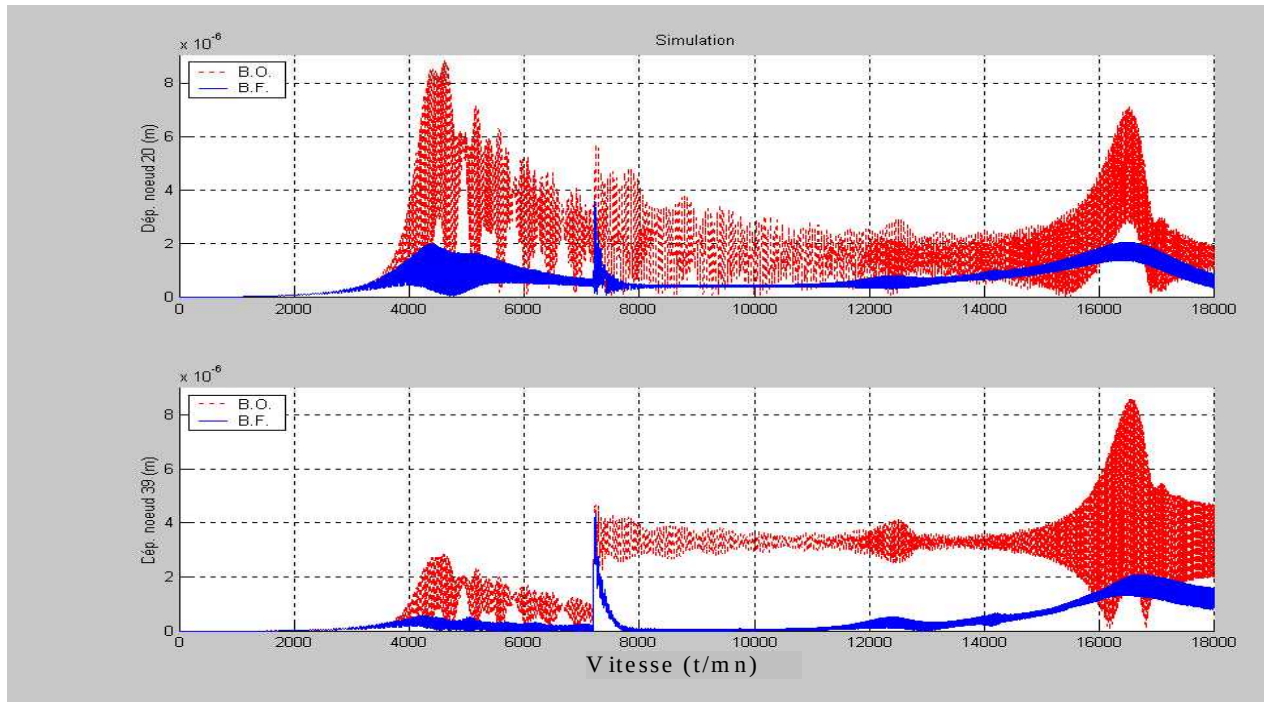


Figure 5-26 : Amplitude de la réponse à un échelon de 1.67 Volt et un balourd de 5 g mm (Transitoire)

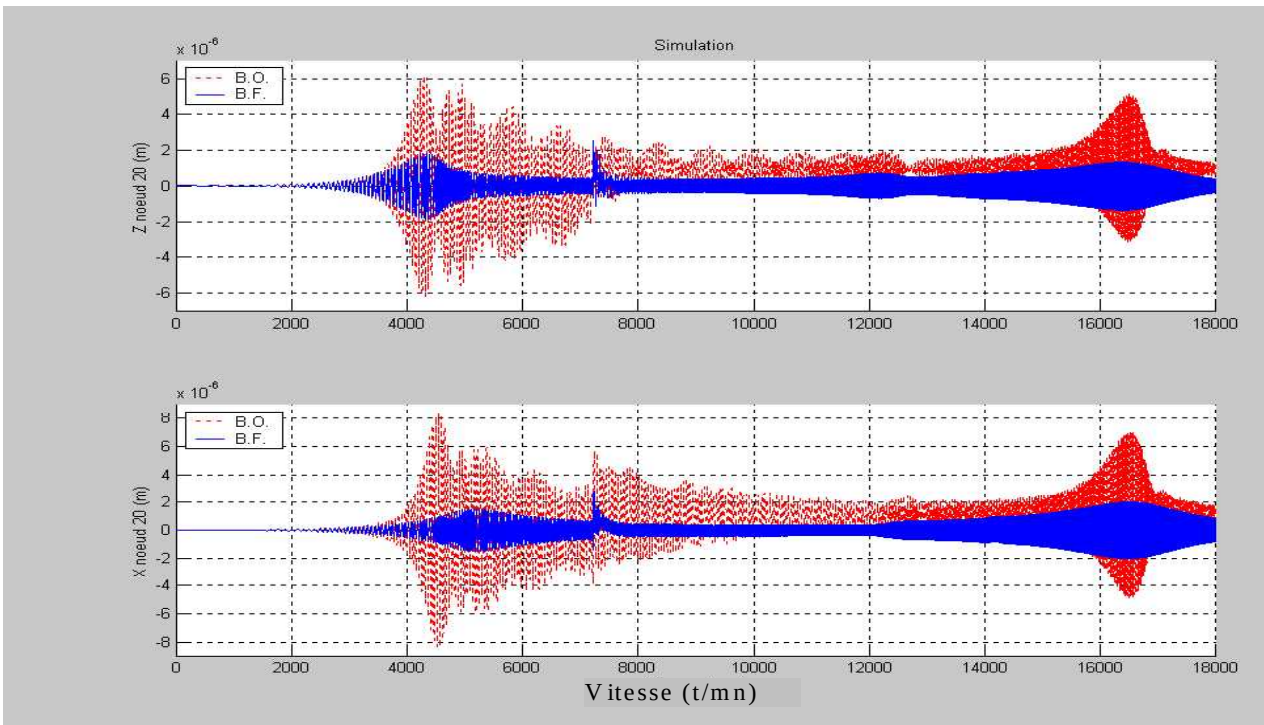


Figure 5-27 : Réponse non colocalisée (nœud 20) à un échelon de 1.67 Volt et un balourd de 5 g mm (Transitoire)

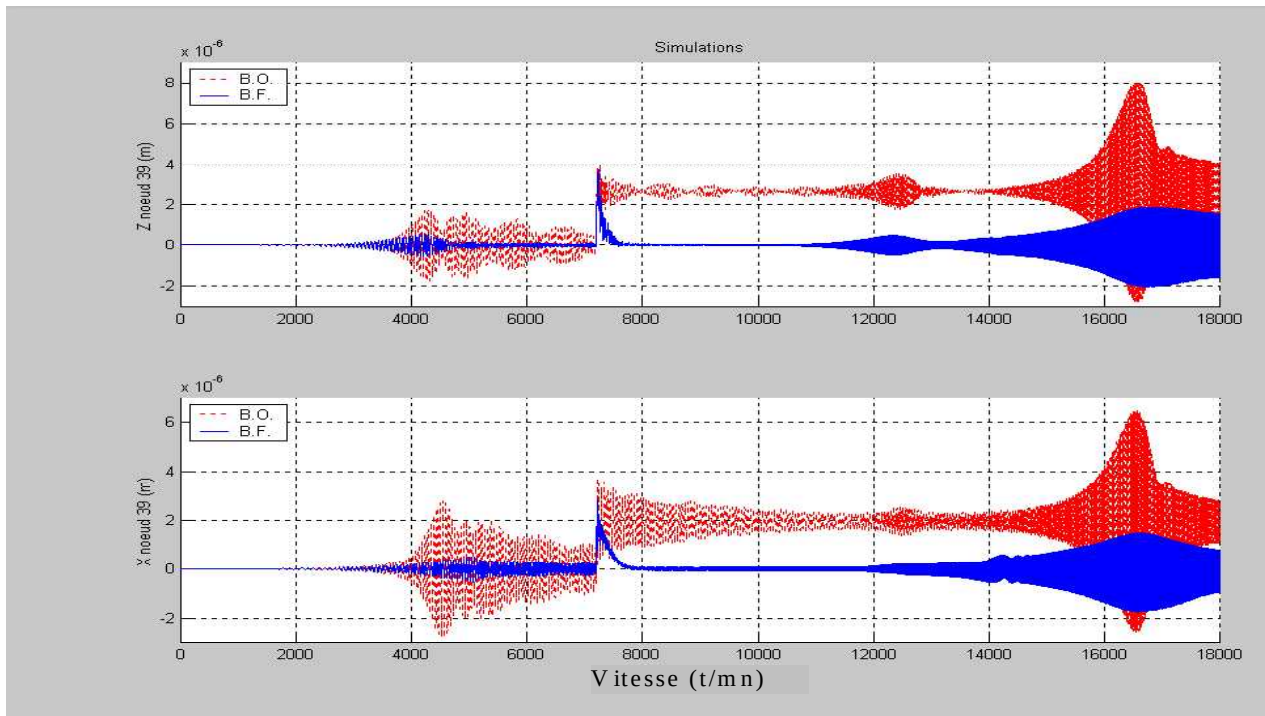


Figure 5-28 : Réponse colocalisée à un échelon de 1.67 Volt et un balourd de 5 g mm (Transitoire)

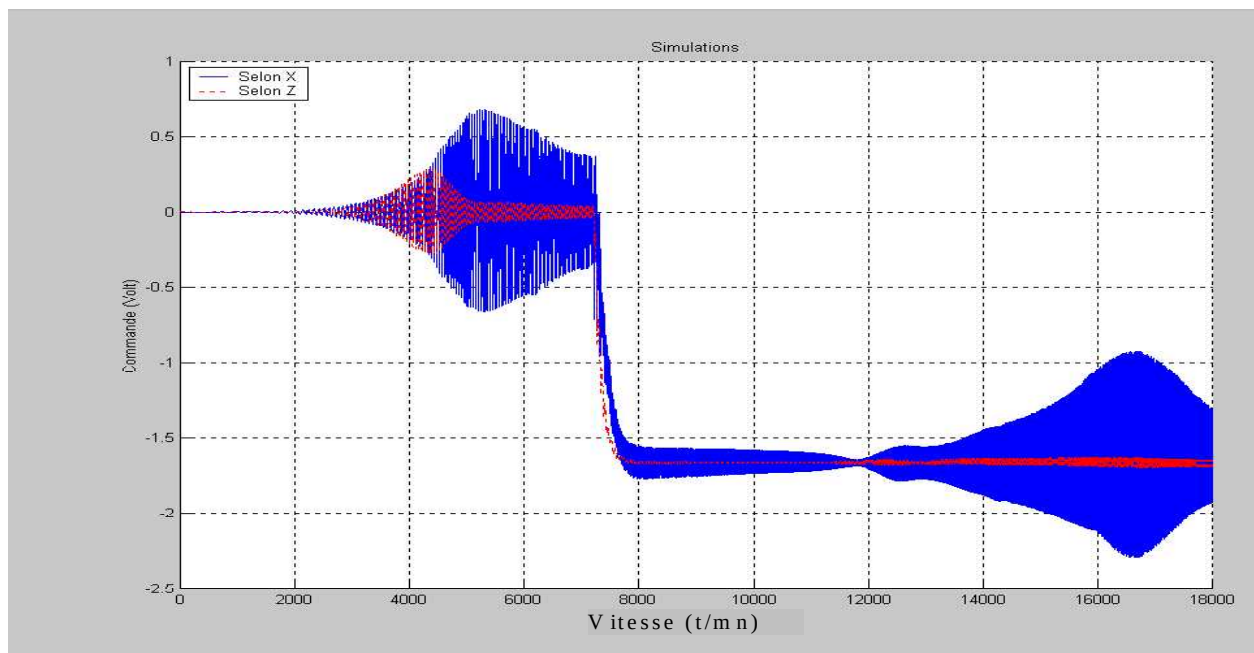


Figure 5-29 : Commandes pour une perturbation échelon de 1.67 Volt et un balourd de 5 g mm (Transitoire)

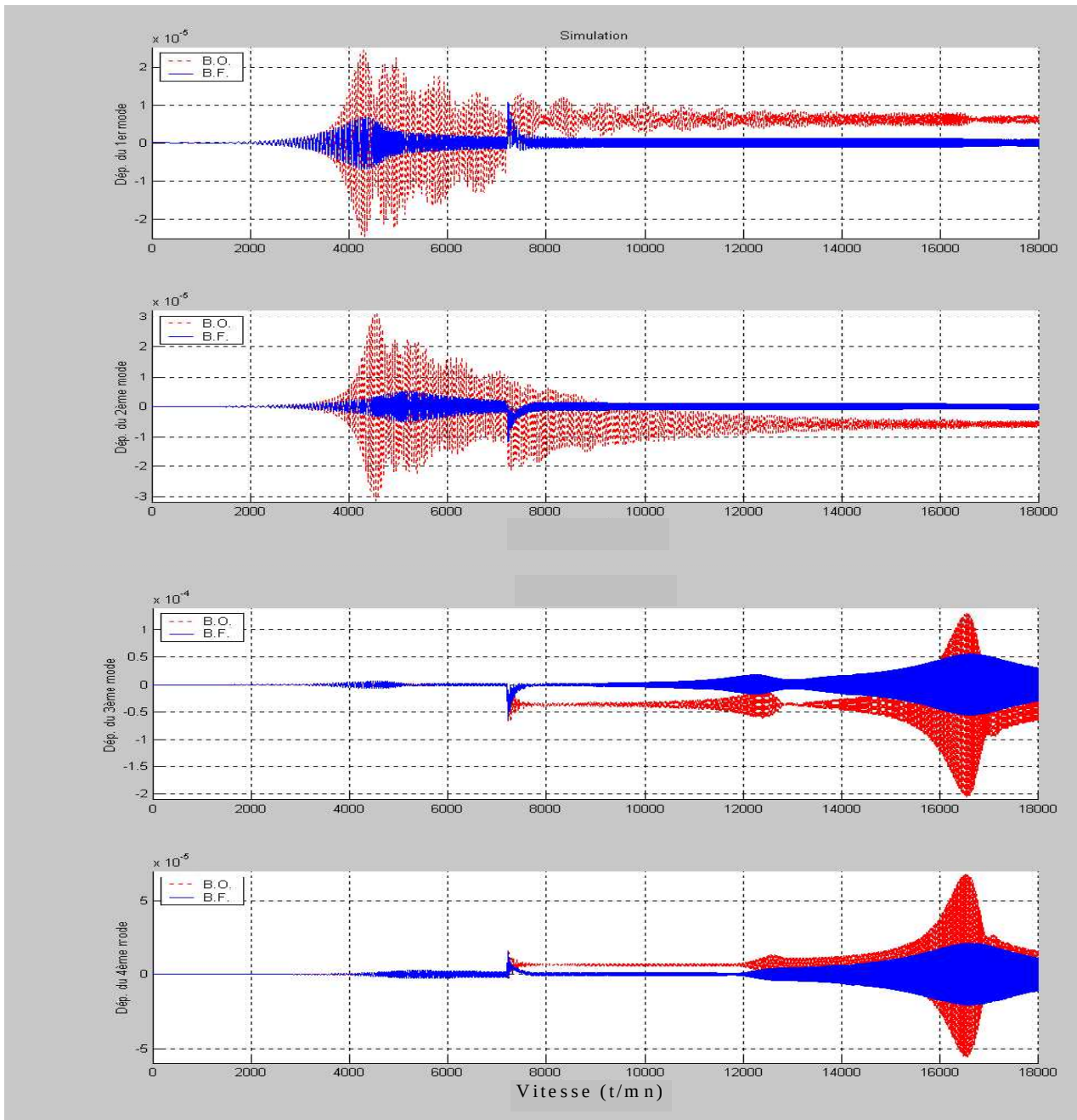


Figure 5-30 : *Participations modales en déplacement en réponse à un échelon de 1.67 Volt et un balourd de 5 g mm (Transitoire).*

Ces résultats montrent que les vibrations synchrones du rotor sont bien contrôlé : le niveau de vibration au passage des vitesses critiques est fortement réduit (environ divisé par 4).

Son efficacité sur les perturbations non synchrones est confirmée (4410 t/mn et 7202 t/mn) : le contrôle est rapide (0.39 s), la réponse est bien amortie et la précision statique est assurée.

4. CONCLUSION

L'application du contrôle modal flou (*C.M.F.*) proposé précédemment a été réalisée sur un rotor flexible. Pour cela, un modèle de la mécanique de l'ensemble rotor/actionneurs validé par le code de calcul *ROTORINSA* a été mis en place. Puis, le contrôle a été obtenu en mettant en œuvre un plan d'action de type piézoélectrique agissant sur l'un des paliers du rotor.

La faisabilité du contrôle *C.M.F.* d'un rotor flexible, en régimes permanent et transitoire de vitesses soumis à des perturbations synchrones et/ou non synchrones a été montrée par simulations. En effet, les résultats de simulations montrent que ce contrôle est efficace dans les cas de fonctionnement choisis : la réjection des perturbations est rapide et l'amortissement observé sur la réponse au balourd au passage des vitesses critiques est important.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Ce travail est une contribution à l'étude du contrôle actif des rotors flexibles dont le comportement dynamique est non linéaire. Il propose un Contrôle Modal Flou (*C.M.F.*) basé sur le retour d'état modal de la structure. Pour cela, l'étude s'est articulée en plusieurs étapes.

Le premier chapitre fait le point sur l'état de l'art du contrôle actif de structures souples en général et des rotors flexibles en particulier. Il met l'accent sur la modélisation des rotors, l'évolution de la commande, les stratégies de contrôle et les actionneurs piézoélectriques.

Les actionneurs ont fait l'objet du second chapitre. Les propriétés et le comportement des matériaux piézoélectriques ont été présentés.

Le chapitre trois détaille la méthodologie générale de la conception du contrôle de structures flexibles proposé. La modélisation des actionneurs, puis des structures intégrant la partie mécanique des actionneurs a été détaillée. Le cas particulier des rotors flexibles a été développé. Deux algorithmes de commande ont été choisis et présentés : le contrôle optimal basé sur un critère quadratique et le contrôle flou. Enfin, l'utilisation d'une stratégie de contrôle modal flou originale adaptée aux structures et aux rotors flexibles a été déclinée dans le détail. Elle combine les éléments des deux algorithmes présentés précédemment.

Le chapitre quatre présente deux applications de la méthode *C.M.F.* à des structures souples assimilable à un rotor à l'arrêt. Tout d'abord, le contrôle a été réalisé avec l'algorithme *L.Q.G.* Puis le contrôle *C.M.F.* a été mis en œuvre et ses résultats ont été comparé à ceux du contrôle *L.Q.G.* qui a servi alors de référence [MAL01].

La première application a concerné une poutre flexible pilotée par un vérin piézoélectrique et contrôlée dans une direction transverse. Les résultats de simulation et d'expérimentation sont en bon accord et montre une bonne efficacité de la méthode.

La deuxième application a concerné l'extension du contrôle aux deux directions transverses. Les simulations effectuées confirment la faisabilité du contrôle *C.M.F.* de la poutre par un plan d'actionneurs piézoélectriques.

Dans le cinquième et dernier chapitre, la faisabilité du contrôle du comportement dynamique d'un rotor flexible utilisant la méthode *C.M.F.* a été montrée par simulation. Le contrôle met en œuvre un plan d'action constitué de deux vérins piézoélectriques agissant sur l'un des paliers du rotor. Le contrôle a concerné un rotor flexible en régimes permanent et transitoire de vitesses, soumis à des perturbations synchrones et/ou non synchrones. Les résultats de simulations montrent une bonne efficacité du contrôle *C.M.F.* dans tous les cas étudiés : la réjection des perturbations est rapide et l'amortissement observé sur la réponse au balourd au passage des vitesses critiques est important [MAL02].

Perspectives

Le banc de simulation du rotor en cours de modification (Figure 6) permettra de réaliser les expérimentations correspondant aux simulations du chapitre cinq.

Puis, l'application précédente peut être étendue au contrôle du rotor par deux plans d'action piézoélectriques en utilisant la même méthode.

Enfin, cette stratégie pourrait être utilisée sur des structures à comportement dynamique non linéaire évolutif comme les rotor embarqués, les bras de robots ou les panneaux solaires des satellites...

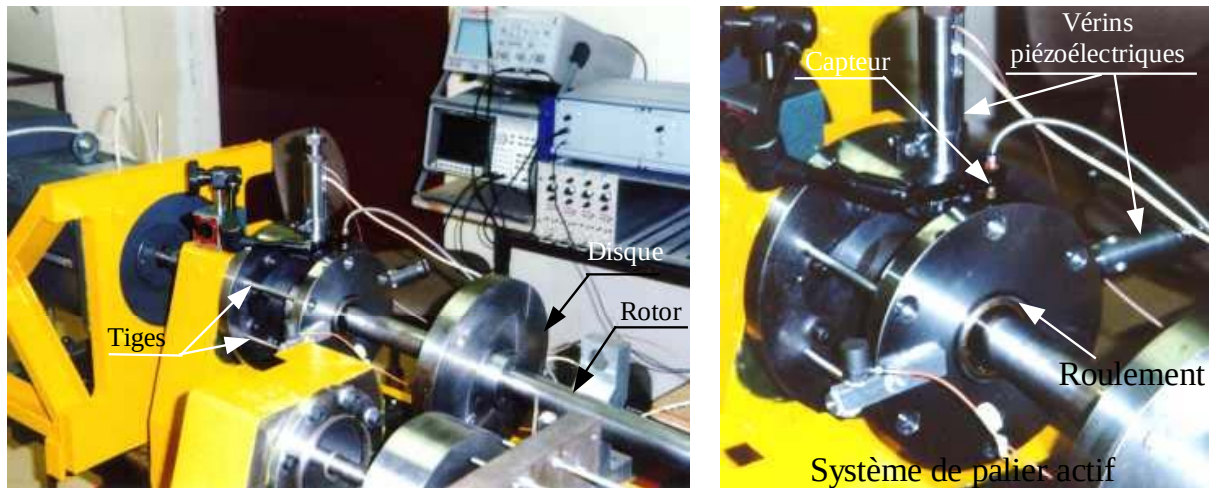


Figure 6 : Banc de simulation du rotor en cours de modification.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ABD96] **ABDUL WAHED, M.N.** Les matériaux Piézo-Polymériques : Caractérisation et Modélisation pour l'Utilisation Comme Eléments des Structures Intelligentes, *Premier Colloque Franco-Libanais sur les Sciences des Matériaux*, Beyrouth 1996, 21 p.
- [AKE94] **AKELLA, P., CHEN, X., CHENG, W. et al.** Modelling and Control of Smart Structures with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators, *Smart Materials and Structures*, 1994, Vol. 3, p. 344-353.
- [AKI90] **AKISHITA, S., MORIMURA, T., HAMAGUCHI, S.** Vibration Control of Magnetically Suspended Flexible Rotor by the Use of Optimal Regulator. *2nd International Symposium on Magnetic Bearing*, Tokyo, July 12-14, 1990, p. 147-154.
- [ALA98] **ALAUZE, C.** *Equilibrage Actif des Machines Tournantes : Application aux Grandes Lignes d'Arbres*, Thèse, LMSt. : INSA de Lyon, 1998, 126 p.
- [AND94] **ANDERSON, E.H., HAGOOD, N.W.** Simultaneous piezoelectric sensing/actuation : Analysis and application to controlled structures, *Journal of Sound and Vibration*, 1994, Vol. 174, N° 5, p. 617-639.
- [BAI00] **BAI, M.R., LUO, W.** DSP Implementation of an Active Bearing Mount for Rotors Using Hybrid Control *Transactions of the ASME*, 2000, Vol. 122, p. 420-428.
- [BAI85] **BAILEY, T., HUBBARD, J. E. Jr.** Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of Cantilever Beam, *Journal of Guidance , Control and Dynamics*, 1985, Vol. 8, No. 5, p. 605-611.
- [BAL78a] **BALAS, M.J.** Active Control of Flexible Systems *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1978, Vol. 25, p. 415-436.
- [BAL78b] **BALAS, M.J.** Modal Control of Certain Flexible Dynamic Systems. *Siam Journal of Control and Optimization*, 1978, Vol. 16, N° 3, p.450-461.
- [BAL78c] **BALAS, M.J.** Feedback Control of Flexible Systems *I.E.E.E. Transaction on Automatic Control*, 1978, Vol. A-C 23, p. 415-436.
- [BAR71] **BARNES, E.R.** Necessary and Sufficient Optimality Conditions for a Class of Distributed Parameter Control Systems *S.I.A.M Journal on Control*, 1971, Vol. 9, N° 1, p. 62-82.

- [BAZ88] **BAZ, A., POH, S.** Performance of an Active Control System with Piezoelectric Actuators *Journal of sound and Vibration*, 1988, Vol. 126, N° 2, p. 327-340.
- [BAZ89] **BAZ, A., POH, S., STUDER, P.** Modified Independent Modal Space Control Method for Active Control of Flexible Systems. *Inst. Mech. Eng.*, 1989, Vol. 203, p. 103-111.
- [BAZ90] **BAZ, A., POH, S.** Experimental Implementation of the Modified Independent Modal Space Method. *Journal of sound and Vibration*, 1990, Vol. 139, N° 1, p. 133-149.
- [BAZ97] **BAZ, A.** Boundary Control of Beams Using Active Constrained Layer Damping *Journal of Vibration and Acoustics*, 1997, Vol. 119, p. 166-172.
- [BER96] **BERSTECHER, R.G., PALM, R., UNBEHAUEN, H.** Direct Fuzzy Adaptation of Fuzzy Controller *IFAC, 13th Triennial World Congress, San Francisco, USA*, 1996, p. 49-54.
- [BLA99] **BLANCO, M., BORNE, M. GUERRA, et al.** Stabilisation du modèle Takagi-Sugeno à l'aide de fonctions Lyapounov non Quadratiques *LFA'99, Rencontre Francophones sur la Logique Floue et ses Applications*, Valenciennes, 21-22 octobre 1999, p. 249-253.
- [BOG98] **BOGHIU, D., MARGHITU, D.** The Control of An Impacting Flexible Link Using Fuzzy Logic Strategy *Journal of Vibration and Control*, 1998, Vol. 4, p. 325-341.
- [BON89] **BONNEAU, O.** *Comportement Statique et Dynamique de Ligne d'Arbre Montée sur Paliers Fluides : Influence des Caractéristiques des Paliers* Thèse Doctorat : Université de Poitiers, 1989, 136 p.
- [BOR90] **BORNE, P., DAUPHIN-TANGUY, G., RICHARD et al.** *Commande et optimisation des processus*, Paris, TECHNIP, 1990, 303 p.
- [BOR98a] **BORNE, P., ROZINOER, J., DIEULOT, et al.** *Introduction à la Commande Floue*, Paris, TECHNIP, 1998, 102 p.
- [BOR98b] **BORTOLET P.** *Modélisation et Commande Multivariables Floues : Application à la Commande d'un Moteur Thermique*, Thèse : INSA Toulouse, 1998, 169 p.
- [BOS00] **BOSSE, A., LIM, A.W., SHELLEY, S.** Modal Filtrs and Neural Networks for Adaptive Vibration Control *Jouranl of Vibration and Control*, 2000, Vol. 6, p. 631-648.
- [BOU74] **BOUMARD, J. SARLAT, D., THOMAS, Y.** The Linear Quadratic Optimal Control with Receding Horizon *Congress IFAC/IFOR de Varna*, 8-11 October 1974, Varna 16 p.
- [BRU90] **BRUNET, M., RIOLAND, J.** Self-Tuning Digital State Controller for Active Magnetic Bearings. *2nd International Symposium on Magnetic Bearing, July 12-14, Tokyo, (Japan)*, 1990, p. 23-26.
- [CHU93] **CHU, F., HOLMES, R.** The Vibration Control of a Rotating Assembly by a Squeeze Film Damper - A Feasibility Study *Machine Vibration*, 1993, Vol. 2, p. 125-135.
- [COU02a] **COUZON, P.-Y., DER HAGOPIAN, J. et GAUDILLER, L.** Neuro – Fuzzy Active Control of Mechanical Structure, *ASME Energy Source*

Technology Conference and Exhibition, Houston, Texas USA, February 4-6, 2002, 7 p.

- [COU02b] **COUZON, P.-Y., DER HAGOPIAN, J. et GAUDILLER, L.** Neuro – Fuzzy Active Control of Rotor supported by active magnetic bearings, *MOVIC Motion and vibration Control*, 6th International Conference, Saitama, Japan, August 19-23, 2002, p. 1015-1020.
- [CRA87] **CRAWLEY, E. F., DE LUIS, J.** Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures, *AIAA Journal*, 1987, Vol. 25, N°. 10, p. 1373-1385.
- [DER99a] **DER HAGOPIAN, J., GAUDILLER, L. ALAUZE, C. et al.** Synchronous Control of Large Shafts Lines by Active Balancing *EuroDyname'99*, Germany 1999, p. 37-43.
- [DER99b] **DER HAGOPIAN, J., GAUDILLER, L., MAILLARD, B.** Hierarchical Control of Hydraulic Active Suspension of Fast All-Terrain Military Vehicle *Journal of Sound and Vibration*, 1999, Vol. 222, N° 5, p. 723-752.
- [DIM91] **DIMITRIADIS, E.K., FULLER, C.R., ROGERS, C.A.** Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates *Transactions of ASME, J. of Vibration and Acoustics*, 1991, Vol. 113, p. 100-107.
- [DOS92] **DOSCH, J.J., INMAN, D.J., GARCIA, E.** A self-sensing piezoelectric actuator for collocated control, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1992, Vol. 3, p. 166-185.
- [DRI96] **DRIANKOV, D., HELLENDORF, H., REINFRANK, M.** *An Introduction to Fuzzy Control*, Berlin, Springer, 1996, 316 p.
- [ELL01] **ELLIOTI, S., PREUMONT, A.** *Contrôle Actif du Bruit et des Vibrations Mécaniques*, Paris, Institut Pour la Promotion des Sciences de l'Ingénieur, 2001, p 1-30.
- [FAN91] **FAN, G.W., NELSON, H.D.** Control of Asymmetric Systems by using Complex Modes, *A.S.M.E, Modal Analysis, Modelling, Diagnostics and Control*, 1991, Vol. 38, p. 195-201.
- [FOU87] **FOULARD, C., GENTIL, S., SANDRAZ, J.P.** *Commande et Régulation par Calculateur numérique*, Paris, Eyrolles, 1987, 573 p.
- [GAC97] **GACÔGNE, L.** *Elements de Logique Floue*, HERMES, Paris, 1997 163 p.
- [GAU94] **GAUDILLER, L.** *Contrôle Actif du Comportement Dynamique de Structures Souples Supportées* Thèse, LMSt. : INSA de Lyon, 1994, 190 p.
- [GAU96] **GAUDILLER, L., DER HAGOPIAN, J.** Active Control of Flexible Structures Using a Minimum Number of Component, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 193, N° 3, p. 713-741.
- [GUE99] **GUERRA, T.M., PAGANELLI, G., VERMEIREN, L. et al.** Commande Floue d'une Machine Electrique de Traction Automobile, *LFA'99 Rencontre Francophones sur la Logique Floue et ses Applications*, Valenciennes, 1999, p. 88-95.
- [KAL60] **KALMAN, R.E.** On the General Theory of Control Systems *Proc. Of the First I.F.A.C. Moscow Congress*, 1960.
- [KAS88] **KASARDA, M.E.F., ALLAIERE, P.E., HUMPHRIS, R.R. et al.** A Magnetic Damper for First Mode Vibration Reduction in Multimass

- Flexible Rotors, *Conference on Magnetic Suspension Technology*, Langley : N.A.S.A., 1988. 20 p.
- [KAS89] **KASSAI, A.** *Contribution à l'Etude Dynamique des Rotors Amortis*, Thèse : INSA de Lyon, 1989, 159 p.
- [KOS93] **KOSHIGOE, S., MURDOCK, J.W.** A Unified Analysis of Both Active and Passive Damping for a Plate with Piezoelectric Transducers, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1993, Vol. 93, N° 1, p. 346-355.
- [KWA96] **KWAK, M., SCIULLI, D.** Fuzzy-Logic Based Vibration Suppression Control Experiments on Active Structures, *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol. 191 N° 1, p. 15-28.
- [LAC88] **LACROIX, J.** *Comportement Dynamique d'un Rotor au Passage des Vitesse Critiques*, Thèse : INSA-Lyon, 1988, 161 p.
- [LAC97] **LACROSE, V.** *Réduction de la Complexité des Contrôleurs Flous : Application à la Commande Multivariable*, Thèse : INSA de Toulouse, 1997, 190 p.
- [LAL98] **LALANNE, M., FERRARIS, G.** *Rotordynamics Prediction in Engineering* 2nd edition, New York, John Wiley and Sons, 1998, 198 p.
- [LE00] **LE DREN, S.** *Elaboration de Couches Epaissees Piézoélectriques Déposées sur Substrats Pour des Applications Microtechniques*, Thèse : INSA de Lyon, 2000 186 p.
- [LEE92] **LEE, A.C., CHEN, S.T.** Optimal Vibration Control for a Flexible Rotor with Gyroscopic Effects, *J.S.M.E. Series III*, 1992, Vol. 35, N° 3, p. 446-455.
- [LEI00] **LEI, S., PALAZZOLO, A., NA, U. et al.** Non-linear Fuzzy Logic Control for Forced Large Motions of Spinning Shafts *Journal of Sound and Vibration*, 2000, Vol. 235, N° 3, p. 435-449.
- [LI00] **LI, T.-H., SHIEH, M.-Y.** Design of GA-Based Fuzzy PID Controller for Non-minimum Phase Systems, *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, Vol. 111, p. 183-197.
- [LIA01] **LIANG, Y.C., FENG, D.P., COPER, J.E.** Identification of Restoring Forces in Non-linear Vibration Systems Using Fuzzy Adaptive Neural Networks *Journal of Sound and Vibration*, 2001, Vol. 242, N° 1, p. 47-58.
- [LIN93] **LIN, R.R., PALAZZOLO, A.B., KASCAK, et al.** Electromechanical Simulation and Testing of Actively Controlled Rotordynamic Systems with Piezoelectric Actuators, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1993, Vol. 115, p. 324-335.
- [LUE64] **LUENBERGER, D.G.** Observing the State of a Linear Systems, *I.E.E.E. Transaction on Military Electronics*, 1964, Vol. 8, p. 74-80.
- [MAL01] **MALHIS, M., GAUDILLER, L., DER HAGOPIAN, J.** Contrôle actif d'une structure souple par plan d'actionneurs piézo-électriques (simulation-experimentation) [CD-ROM] Nancy : *Congrès Français de Mécanique*, 2001, 9 p.
- [MAL02] **MALHIS, M., GAUDILLER, L., DER HAGOPIAN, J.** Independent Fuzzy Control of Flexible Rotor Using Piezoelectric Pushers, *IFFToMM*, Sydney, 2002, 8p.

- [MAL97] **MALHIS, M.**, *Contrôle Actif de Structures Souples par Actionneurs Piézoélectriques (Modélisation Eléments Finis)*, Rapport DEA, LMSt. : INSA de Lyon, 1997 86 p.
- [MAM74] **MAMDANI, E.H.** Application of Fuzzy Algorithms For a Single Dynamic Plant, *Proc. Of the I.E.E.E.*, 1974, Vol. 121, N° 12, p. 1585-1588.
- [MAT86] **MATSUMURA, F., YOSHIMOTO, T.** System Modelling and Control Design of a Horizontal Shaft Magnetic Bearing System, *LEE.E. Transactions on Magnetics*, 1986, Vol. 22, N° 3, p. 196-203.
- [MEI83] **MEIROVITCH, L. BARUH, H., ÖZ, H.** A Comparison of Control Techniques for Large Flexible Systems, *A.I.A.A., Journal Guidance and Control*, 1983, Vol. 6, N° 4, p. 302-310.
- [MEI85] **MEIROVITCH, L., BARUH, H.** The Implementation of Modal Filters for Control of Structures, *A.I.A.A., Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1985, Vol. 8, N° 6, p. 707-716.
- [MEI86] **MEIROVITCH, L.** *Elements of Vibration Analysis*, New York : Mac Graw-Hill, 1986, 560 p.
- [MEI87] **MEIROVITCH, L.** Some Problems Associated with the Control of Distributed Structures, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1987, Vol. 54, N° 1, p. 1-20.
- [MEI88] **MEIROVITCH, L., BENNIGHOF, J.K.** Active Vibration Control of a Distributed System with Moving Support, *A.S.M.E., Journal of Vibration Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1988. Vol. 1 10, p. 246-253.
- [NIE00] **NIE, J., YAN, X.** Intelligent Bearing System for Passing Through Critical Speed of Aeroengine Rotor by Changing Stiffness Using SMA Wires, *Materials Science Forum*, 2000, Vol. 327-328, p. 99-102.
- [PAL89a] **PALAZZOLO, A.B., LIN, R.R., ALEXANDER, R.M. et al.** Piezoelectric Pushers for Active Vibration Control of Rotating Machinery, *Transactions of the A.S.M.E.*, July 1989, Vol. 111, p. 298-305.
- [PAL89b] **PALAZZOLO, A.B., LIN, R.R., KASCAK, A.F. et al.** Active Control of Transient Rotordynamic Vibration by Optimal Control Methods, *Transactions of the A.S.M.E.*, April, 1989, Vol. 111, p. 264-270.
- [PAL91] **PALAZZOLO, A.B., KASCAK, A.F., MONTAGUE, G.T. et al.** Hybrid Active Vibration Control of Rotorbearing Systems Using Piezoelectric Actuators, *Modal Analysis, Modelling, Diagnostics, and Control - Analytical and Experimental*, ASME, 1991, Vol. 38, p. 227-240.
- [PHY98] **PHYSIK INSTRUMENT**, Catalogue 114 NP/E 2/98.02, Waldbronn, Germany, R.F.A, 1998.
- [RAS93] **RASHIDI, M., DIRUSSO, E.** Design of Hydraulic Actuator for Active Control of Rotating Machinery, *Transactions of the SME*, 1993, Vol. 115, p. 336-340.
- [ROT01] **ROTORINSA®** Préviation du comportement statique et dynamique de rotors en flexion, *Logiciel (licence INSA Lyon Laboratoire de Mécanique des Structures)*, Lyon France, 2001.
- [SAL87] **SALM, J.** Active Electromagnetic Suspension of an Elastic Rotor : Modelling , Control and Experimental Results, *Conference on Mechanical*

- Vibration and Noise, Boston, Massachusetts. A.S.M.E. Design Technology Conferences, 1987. Vol. 1, p. 141-149.*
- [SCH85] **SCHWEITZER, G.** Magnetic Bearing for Vibration Control, *Instability in rotating machinery, Seminar, Miden, Nivada*, 1985, p. 317-326.
- [SHE01] **SHEN, Y., HOMAIFAR, A.** A Vibration Control Of Flexible Structures With PZT Sensors and Actuators, *Journal of Vibration and Control*, 2001, Vol. 7, p. 417-451.
- [SHE94] **SHEN, I.Y.** Hybrid Damping Through Intelligent Constrained Layer Treatments, *Journal of Vibration and Acoustics*, 1994, Vol. 116, p. 341-349.
- [SOO82] **SOONG, T.T., CHANG, J.C.H.** Active Vibration Control of Large Flexible Structures, *The Shock and Vibration Bulletin*, 1982, Vol. 52, N° 4, p. 47-54.
- [STA00] **STARCZEWSKI, Z.** Self-Excited Vibration of a Rotor Supported on Journal Bearings with Flexibly Mounted Bushes, *ZAMM. Z. Angew. Math. Mech.*, 2000, Vol. 80, p. 301-302.
- [SUG85] **SUGENO, M.** An Introductory Survey of Fuzzy Control, *Information Sciences*, 1985, Vol. 36, p. 59-83.
- [SZE00] **SZE, K.Y., YAO, L.Q.** Modelling Smart Structures with Segmented Piezoelectric Sensors and Actuators, *Journal of Sound and Vibration*, 2000, Vol. 235, N° 3, p. 495-520.
- [TAK85] **TAKAGI, T., SUGENO, M.** Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modelling and Control, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, SMC*, 1985, Vol. 15, N° 1, p. 116-132.
- [TAN97] **TANG, P., PALAZZOLO, A. KASCAK, A. et al.** Electromechanical Modelling of Hybrid Piezohydraulic Actuator System for Active Vibration Control, *Transaction of the ASME*, 1997, Vol. 119, p. 10-18.
- [TOG85] **TOGAI, M., WANG, P.P.** Analysis of a Fuzzy Dynamic System and Synthesis of its Controller, *International Journal of Man-Machines Studies*, 1985, Vol. 22, p. 355-363.
- [TU00] **TU, K.-Y., LEE, T.-T., WANG, W.-J.** Design of a multi-layer fuzzy logic controller for multi-input multi-output systems, *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, Vol. 111, p. 199-214.
- [TZO87] **TZOU, H. S.** Active Vibration Control of Flexible Structures Via Converse Piezoelectricity, *Development in Mechanics, 20th Midwester Mechanics Conference*, 1987, Vol. 14, Part C, p. 1201-1206.
- [TZO89] **TZOU, H.S.** Integrated Distributed Sensing and Active Vibration Suppression of Flexible Manipulators Using Distributed Piezoelectric, *Journal of Robotic Systems*, 1989, Vol. 6, N° 6, p. 745-767.
- [TZO90a] **TZOU, H.S., GADRE, M.** Active Vibration Isolation and Excitation by Piezoelectric Slab with Constant Feedback Gains, *Journal of Sound and Vibration*, 1990, Vol. 137, N° 1, p. 477-490.
- [TZO90b] **TZOU, H.S., TSENG, C.I.** Distributed Piezoelectric Sensor/Actuator Design for Dynamic Measurement/Control of Distributed Parameter Systems : A

- Piezoelectric Finite Element Approach, *Journal of Sound and Vibration*, 1990, Vol. 138, N° 1, p. 17-34.
- [TZO93] **TZOU, H.S., HOLLKAMP, J.J.** Collocated Independent Modal with Self-Sensing Orthogonal Piezoelectric Actuators (Theory and Experiment) *Smart Materials and Structures*, 1994, Vol. 3, p. 274-284.
- [ULB84] **ULBRICH, H., ANTON, E.** Theory and Application of Magnetic Bearings with Integrated Displacement and Velocity Sensors, *Inst. Mech. Erg.*, 1984, C299/84, p. 543-551.
- [ULB87] **ULBRICH, H.** Control of Flexible Rotors by Active Elements, *ASME Design Technology Conferences*, 11th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Boston, 1987, p. 191-197.
- [VAR00] **VARADARAJAN, S. , CHANDRASHEKHARA, K., AGARWAL, S.** LQG/LTR-Based Robust Control of Composite Beams with Piezoelectric Devices, *Journal of Sound and Vibration Control*, 2000, Vol. 6, p. 607-630.
- [WAN94] **WANG, Y.** *Adaptative Fuzzy Systems and Control : design and stability analysis*, Englewood Cliffs, PTR Prentice Hall, 1994, 232 p.
- [WEI85] **WEISE, D.** Active Magnetic Bearings Provide Closed Loop Servo Control for Enhanced Dynamic Response, *Proc. 27th IEEE Machine Tool Conf.*, 1985.
- [YAN97] **YANG S.M., LEE G.S.** Vibration Control of Smart Structures by Using Neural Networks, *Transactions of the ASME*, 1997, Vol. 119, p. 34-39.
- [YAS00] **YASUDA, K., KAMIYA, K., MIYATA, S.** Experimental Identification of Nonlinear Vibratory Systems by Neural Networks, *8th Conference on Nonlinear Vibrations, Stability, and Dynamics of Structures*, 2000, 2 p.
- [ZAD65] **L. A. ZADEH** Fuzzy Sets *Information and Control*, 1965, N° 8, p. 338-353.
- [ZAD73] **L. A. ZADEH** Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, SMC*, 1973, N° 3, p. 28-44.

ANNEXE I SOUS-ENSEMBLES FLOUS

La théorie des sous-ensembles flous est assez récente, En 1965 quand L.A. ZADEH a proposé pour la première fois le concept de sous-ensembles flous pour pallier de la modélisation au incertitudes des modèles classiques. Cette théorie permet la graduation dans l'appartenance d'un élément à une classe, c'est à dire qu'un élément peut appartenir plus ou moins fortement à cette classe.

Dans un sous-ensemble classique A dont tous les éléments sont X, et sa fonction caractéristique est χ_A , il prend la valeur 0 pour les éléments x n'appartenant pas à A et la valeur 1 pour les éléments x appartenant à A. Il peut être décrit par :

$$\chi_A : X \rightarrow [0,1] \quad (I-1)$$

Pour un sous-ensemble flou A de X, il est défini par une fonction d'appartenance qui associe à chaque élément x de X le degré d'appartenance $f_a(x)$ compris entre 0 et 1 tel que :

$$f_a : X \rightarrow [0,1] \quad (I-2)$$

Remarque : un sous-ensemble classique est un cas particulier d'un sous-ensemble flou.

Le sous-ensemble flou A est donc tel que :

$$\text{si } x \text{ est dénombrable} \quad A = \sum_{x \in X} f_a(x) / x \quad (I-3)$$

$$\text{si } x \text{ est non dénombrable} \quad A = \left[\int_x f_a(x) \right] / x \quad (I-4)$$

Un exemple d'un sous-ensemble flou est montré Figure (I-1).

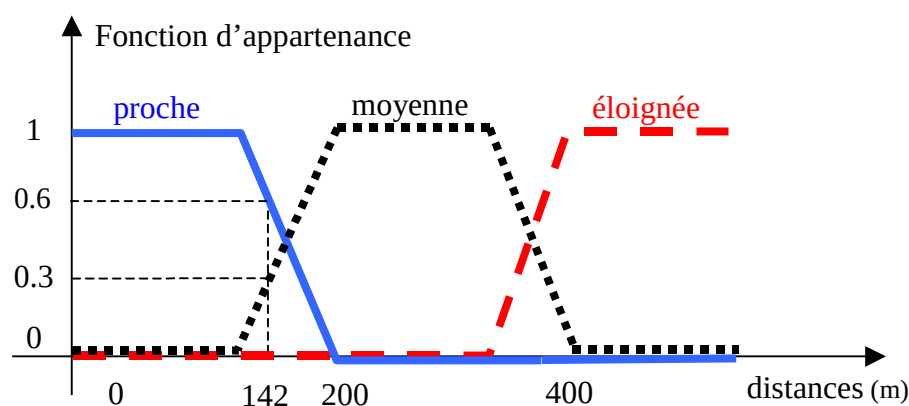


Figure I-1 : Exemple d'un sous-ensemble flou : La distance 142 (m) est considérée proche avec un degré d'appartenance 0.6 et moyenne avec un degré d'appartenance 0.3.

I.1. VARIABLES LINGUISTIQUES

Une variable linguistique est représentée par un triplet (V, X, T_v) où V est la variable elle-même, X son domaine et T_v l'ensemble des entités caractérisant de la variable V .

Considérons par exemple la variable *distance* définie sur l'ensemble des entiers positifs et caractérisée par les ensembles flous proche, moyen et éloigné. La variable *distance* est alors représentée par le triplet suivant : $\{distance, R^+, (proche, moyen, éloigné)\}$ (Figure I-1).

I.2. CARACTERISTIQUES D'UN SOUS-ENSEMBLE FLOU

Les caractéristiques d'un sous-ensemble flou, détaillées dans la suite, sont présentées Figure (I-2)

Support

Le support de sous-ensemble flou A noté $\text{supp}(A)$ est la partie X sur laquelle la fonction d'appartenance $f_A(x)$ n'est pas nulle :

$$\text{supp}(A) = \{x \in X / f_A(x) \neq 0\} \quad (\text{I-5})$$

Hauteur

La hauteur, notée $h(A)$, d'un sous-ensemble flou A de X est la plus grande valeur prise par sa fonction d'appartenance :

$$h(A) = \sup_{x \in X} f_A(x) \quad (\text{I-6})$$

$h(A) = 1$ si le sous-ensembles flous normalisés dans $R(A)$.

Noyau

Le noyau de A noté $\text{noy}(A)$ est l'ensemble des éléments de X pour lesquels la fonction d'appartenance normalisée de A vaut 1 :

$$\text{noy}(A) = \{x \in X / f_A(x) = 1\} \quad (\text{I-7})$$

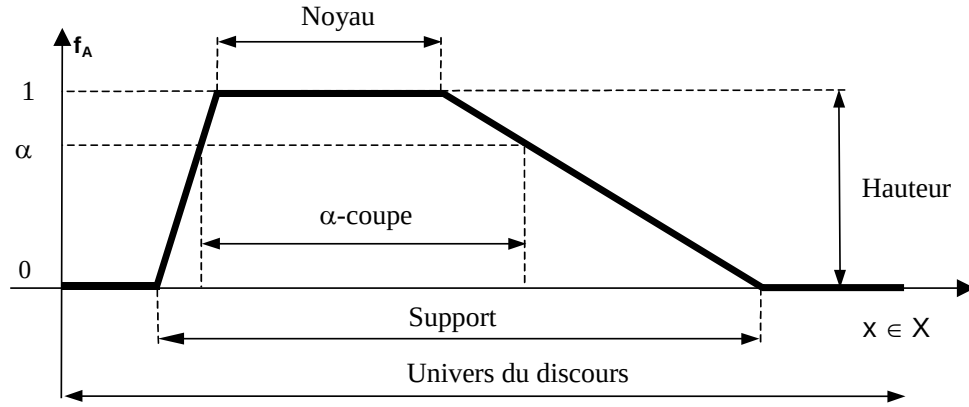


Figure I-2 : Support, hauteur, noyau et α -coupe d'un sous-ensembles flous.

Singleton flou :

Le singleton flou est un sous-ensemble flou A de X vérifiant :

$$\mu_{\{x\}}(x) = 1 \quad \text{Pour } \{x\} \text{ de } X$$

$$\mu_{\{x\}}(y) = 0 \quad \text{pour tout } y \neq x$$

Cardinalité

La cardinalité d'un sous-ensemble flou A de X est le degré global avec lequel des éléments de X appartiennent à A. Elle est définie par :

$$|A| = \sum_{x \in X} f_A(x) \quad (\text{I-8})$$

Remarque : Si A est un sous-ensemble ordinaire de X, sa hauteur est égale à 1 ; il est normalisé et identique à son support et à son noyau ; sa cardinalité est le nombre d'éléments qui le composent selon la définition classique.

Coupe de niveau ou α -coupes

Etant donné le sous-ensemble flou A de l'ensemble de référence X, un seuil α entre 0 et 1 est choisi. Le sous-ensemble ordinaire A_α de X associé à A pour ce seuil est construit en sélectionnant tous les éléments de X qui appartiennent à A ou qui satisfont la propriété **Prop(A)** avec un degré au moins égal à α .

Définition : Pour un seuil donné α de $[0,1]$, la α -coupe du sous-ensemble flou A de X est définie comme le sous-ensemble :

$$A_\alpha = \{x \in X / f_a(x) \geq \alpha\} \text{ de } X \text{ et dont la fonction caractéristique } \chi_{A_\alpha} \text{ est telle que :}$$

$$\chi_{A_\alpha}(x) = 1 \text{ si et seulement si } f_a(x) \geq \alpha$$

Sous-ensembles flous convexes

Définition : Un sous-ensemble flou A de l'ensemble X des nombres réels est convexe si pour tout couple d'éléments a et b de X et pour tout nombre λ de $[0, 1]$ la fonction d'appartenance de A vérifie :

$$f_A(\lambda a + (1-\lambda)b) \geq \min(f_A(a), f_A(b)) \quad (I-9)$$

Propriétés : Un sous-ensemble flou A de α est convexe si toutes ses α -coupes A_α sont convexes, c'est-à-dire si, pour tout couple d'éléments a et b de A_α et pour tout nombre λ de $[0, 1]$,

$$x = \lambda a + (1-\lambda).b \text{ appartient aussi à } A_\alpha. \quad (I-10)$$

Propriétés : Si A et B sont deux sous-ensembles flous convexes de R , leur intersection est convexe.

Exemples : La fonction d'appartenance trapézoïdale peut être définie à l'aide de paramètres réels a, b, c et d par:

$$f_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a-c \text{ ou si } x \geq b+d \\ x/c + (1-a/c) & \text{si } a-c < x < a \\ 1 & \text{si } a \leq x \leq b \\ -x/d + (1+b/d) & \text{si } b < x < b+d \end{cases} \quad (I-11)$$

$a = b$	$\Rightarrow$	triangle	figure I-3(a)
$a \neq b$	$\Rightarrow$	trapèze	figure I-3(b)
$a \rightarrow \infty$	$\Rightarrow$	trapèze ouvert à droite	figure I-3(c)
$a = c = 0$			
$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour } X = R^+ \\ \text{pour } X = R \end{array} \right\}$			

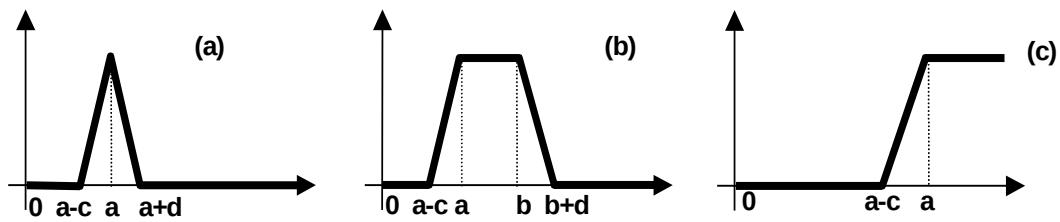


Figure I-3 : Sous-ensemble flous convexes.

I.3. OPERATIONS SUE LES SOUS-ENSEMBLES FLOUS

I.3.1. Egalité de sous-ensembles flous

Deux sous-ensembles flous A et B de X sont égaux si leurs fonctions d'appartenance prennent la même valeur pour tout élément de X.

$$\forall x \in X \quad f_A(x) = f_B(x) \quad (\text{I-12})$$

I.3.2. Inclusion

Soit deux sous-ensembles flous, A et B de X. Le sous-ensemble A est inclus dans le sous-ensemble B, ($A \subseteq B$), si leurs fonctions d'appartenance sont telles que :

$$\forall x \in X \quad f_A(x) \leq f_B(x) \quad (\text{I-13})$$

I.3.3. Intersection

L'intersection de deux sous-ensembles flous A et B de X correspond à la propriété $\text{Prop}(A \cap B)$ selon laquelle les propriétés $\text{Prop}(A)$ et $\text{Prop}(B)$ sont satisfaites simultanément. Cette propriété, $\text{Prop}(A \cap B)$, est satisfaite avec un degré égal au plus petit degré avec lequel les deux propriétés $\text{Prop}(A)$ et $\text{Prop}(B)$ sont satisfaites.

L'intersection de deux sous-ensembles flous A et B de X est un sous-ensemble flou C noté $A \cap B$ tel que :

$$\forall x \in X \quad f_C(x) = \min(f_A(x), f_B(x)) \quad (\text{I-14})$$

I.3.4. Union

L'union de deux sous-ensembles flous A et B de X correspond à la propriété $\text{Prop}(A \cup B)$ selon laquelle l'une au moins des propriétés $\text{Prop}(A)$ et $\text{Prop}(B)$ est satisfaite. Cette propriété $\text{Prop}(A \cup B)$ est satisfaite avec un degré égal au plus grand degré avec lequel les deux propriétés $\text{Prop}(A)$ et $\text{Prop}(B)$ sont satisfaites.

L'union de deux sous-ensembles flous A et B de X est le sous-ensemble flou D noté $A \cup B$ tel que :

$$\forall x \in X \quad f_D(x) = \max(f_A(x), f_B(x)) \quad (\text{I-15})$$

I.3.5. Complément d'un sous-ensemble flou

Le complément A^c d'un sous-ensemble flou A de X est défini comme le sous-ensemble flou de X de fonction d'appartenance :

$$\forall x \in X \quad f_{A^c}(x) = 1 - f_A(x) \quad (\text{I-16})$$

contrairement aux sous-ensembles classiques, il vérifie généralement :

$$A^c \cap A \neq \emptyset \text{ et } A^c \cup A \neq X. \quad (\text{I-17})$$

Les autres propriétés de la théorie des ensembles classiques sont cependant satisfaites.

1.3.6. Autres opérations

Associativité de $\cap$ et de $\cup$

Commutativité de $\cap$ et de $\cup$

$$A \cap X = A, \quad A \cap \phi = \phi \quad (\text{I-18})$$

$$A \cup \phi = A, \quad A \cup X = X \quad (\text{I-19})$$

$$A \cup B \supseteq A \supseteq A \cap B \quad (\text{I-20})$$

$$A \cup (B' \cup B'') = (A \cap B') \cup (A \cap B'') \quad (\text{I-21})$$

$$A \cup (B' \cap B'') = (A \cup B') \cap (A \cup B'') \quad (\text{I-22})$$

$$|A| + |B| = |A \cap B| + |A \cup B| \quad (\text{I-23})$$

1.3.7. Le principe d'extension

Ce principe a été introduit par L.A. ZADEH en 1975 et constitue l'un des concepts les plus importants de la théorie des ensembles flous. Il permet l'extension d'une application f d'un premier ensemble de référence X vers un second ensemble de référence Y , éventuellement identique au premier. Il est alors possible de définir un ensemble flou B de Y à partir de la donnée d'un ensemble flou A de X :

$$\forall y \in Y, \quad \mu_B(y) = \sup \{ \mu_A(x) \mid x \in X, y = f(x) \} \quad \text{si } \{x \in X \mid y = f(x)\} \neq \emptyset$$

$$= 0 \quad \text{sinon} \quad (\text{I-24})$$

1.3.8. Sous-ensembles ordinaires associés à un sous-ensemble flou

Plusieurs raisons conduisent à rechercher des sous-ensembles ordinaires associés aux sous-ensembles flous :

- Evaluer à quel point les sous-ensembles flous diffèrent d'un sous-ensemble ordinaire de l'ensemble de référence et calculer leur degré de flou.
- Utiliser les connaissances de la théorie classique des ensembles en présence de sous-ensembles flous approchés par des sous-ensembles ordinaires.
- Rechercher un sous-ensemble ordinaire aussi proche que possible du sous-ensemble flou disponible dans le but de prendre une décision ou d'effectuer une action précise malgré l'imprécision des connaissances : par exemple méthodes dites de diffuzification dans le cadre de la commande floue.

I.4. RELATIONS FLOUES

Lorsque les ensembles flous sont multidimensionnels, leur fonction d'appartenance est aussi communément appelée relation floue.

Définition : Une relation floue R définie sur le produit cartésien $X_1 \times \dots \times X_n$ est un ensemble flou (n-dimensionnel) et est noté :

$$\text{dans le cas discret :} \quad R = \sum_{X_1 \times \dots \times X_n} \frac{\mu_R(x_1, \dots, x_n)}{(x_1, \dots, x_n)} \quad (\text{I-25})$$

$$\text{dans le cas continu :} \quad R = \int_{X_1 \times \dots \times X_n} \frac{\mu_R(x_1, \dots, x_n)}{(x_1, \dots, x_n)} \cdot \quad (\text{I-26})$$

I.4.1. Produit cartésien et projection des sous-ensembles flous

La description de tout système fait généralement intervenir plusieurs univers de références.

Exemple : La commande d'un processus prend en considération plusieurs variables. La considération simultanée de plusieurs ensembles de référence conduit à la construction d'un univers global dont les diverses composantes sont les ensembles de référence initiaux.

Les caractéristiques, représentées par des sous-ensembles flous définis sur cet univers global, sont construites à partir des classes floues des ensembles de référence initiaux. Si les ensembles de référence n'ont pas d'effet les uns sur les autres, observations indépendantes les unes des autres sur chacun d'entre eux : les sous-ensembles flous correspondants sont dits non-interactifs, (Zadeh 78).

Soit $X_1, X_2, \dots$, des ensembles de référence et leur produit cartésien.

$X = X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_r$ dont les éléments sont des r-uplets $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_r)$ avec :

$$\begin{array}{lll} x_1 & \text{appartenant à} & X_1 \\ x_2 & \ll & X_2 \\ \dots\dots\dots & & \\ x_r & \ll & X_r \end{array}$$

Si la connaissance sur $X_1, \dots, X_r$ était précise, toute l'information disponible sur X serait fournie par les r-uplets. Par contre si cette connaissance est imprécise on dispose de sous-ensembles flous $A_1, A_2, \dots, A_r$ de $X_1, X_2, \dots, X_r$.

Afin de décrire globalement l'information disponible, le produit cartésien A est réalisé en considérant qu'un élément $(x_1, x_2, \dots, x_r)$ appartient d'autant plus fortement à A que x_1 appartient fortement à X_1, x_2 à $X_2, \dots, x_r$ à X_r , (Zadeh 73).

Définition d'un produit cartésien :

Soient des sous-ensembles flous $A_1, A_2, A_3, \dots, A_r$ respectivement définis sur $X_1, X_2, X_3, \dots, X_r$. Leur produit cartésien $A = A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_r$ est défini comme un sous-ensemble flou de X de fonction d'appartenance :

$$\forall x = (x_1, x_2, \dots, x_r) \in X \quad f_A(x) = \min(f_{A_1}(x_1), f_{A_2}(x_2), \dots, f_{A_r}(x_r)) \quad (I-27)$$

Exemple :

$$A_1 = 0,5/A + 0,8/B + 0,4/E + 0,3/F \quad \text{de } X_1$$

$$A_2 = 0,8/C + 0,2/V \quad \text{de } X_2$$

$$A_{12} = \min(0,5 ; 0,8)/(A,C) + \min(0,8 ; 0,2)/(B,C) + \dots$$

$$A_{12} = 0,5/(A,C) + 0,8/(B,C) + 0,4/(E,C) + 0,3/(F,C) + 0,2/(A,V) + 0,2/(B,V) + 0,2/(E,V) + 0,2/(F,V)$$

I.4.2. Projection d'un sous-ensemble flou

La connaissance d'une caractérisation floue globale définie sur un univers complexe (n dimensions), doit permettre :

- de donner des informations sur les différentes composantes de cet univers.
- de définir des caractérisations floues sur chacune de ces composantes.

Soit un ensemble flou A défini sur un univers $X = X_1 \times X_2$. La projection de A sur X_1 est définie par :

$$\forall x_1 \in X_1, \mu_{proj(A;X_1)}(x_1) = \sup_{x_2 \in X_2} [\mu_A(x_1, x_2)] \quad (I-28)$$

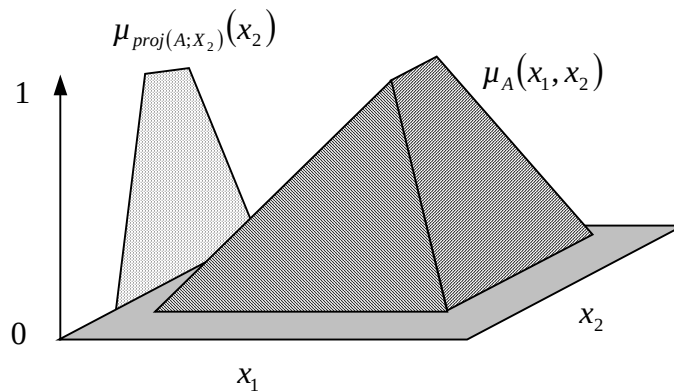


Figure I-4 : Exemple de projection d'un ensemble flou

De façon analogue, la projection de A sur X_2 est définie. En particulier, si A est le produit cartésien des ensembles flous A_1 de X_1 et A_2 de X_2 , ses projections $proj(A;X_1)$ et $proj(A;X_2)$ sont respectivement A_1 et A_2 .

I.4.3. Extension cylindrique

L'extension cylindrique de l'ensemble flou B de $X_a \times X_b \times \dots \times X_k$, avec $1 \leq a < b \dots < k \leq n$ est l'ensemble flou $B^e = \text{extc}(B; X)$ de $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ de fonction d'appartenance :

$$\forall x = (x_1, \dots, x_n) \in X, \quad \mu_{B^e}(x) = \mu_B(x_a, \dots, x_k) \quad (\text{I-29})$$

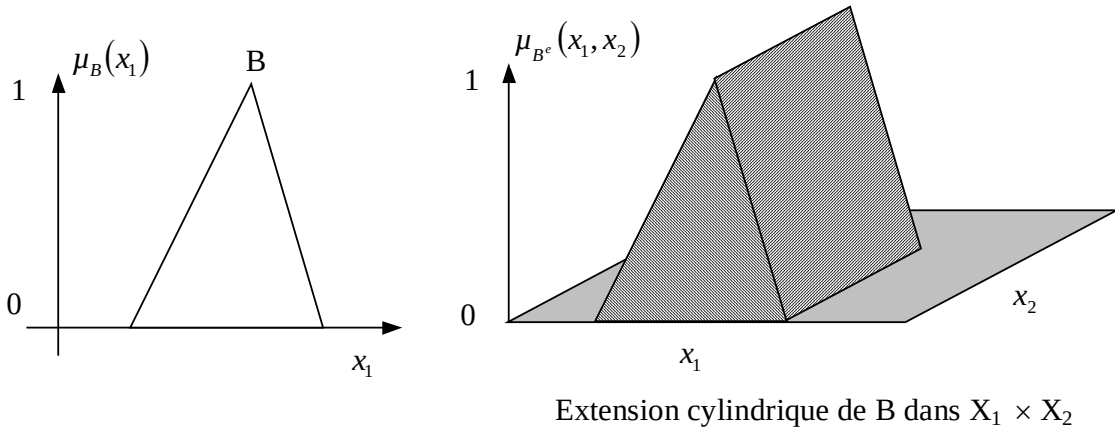


Figure I-5 : Exemple d'extension cylindrique d'un ensemble flou

I.4.4. Composition de relations floues

Soit R une relation floue définie sur $X \times Y$ et A un ensemble flou de X ; l'ensemble flou B de Y est déduit de la composition de A par R :

$$B = A \circ R = \text{proj}(R \text{ extc}(A, X \times Y); Y) \quad (\text{I-30})$$

En considérant l'extension cylindrique comme implicite, la composition de relations floues comporte deux phases : combinaison et projection. L.A. ZADEH propose l'opérateur de composition sup-min :

$$\forall y \in Y, \mu_B(y) = \sup_x \min(\mu_A(x), \mu_R(x, y)) \quad (\text{I-31})$$

I.4.5. Base des règles

Une relation floue est assurée par un nombre de règles floues "SI - ALORS". Ces règles peuvent être obtenues par :

- une représentation de connaissances exprimées de façon naturelle par des acteurs humains, qu'ils soient experts, observateurs du système étudié ou opérateurs spécialisés.
- un modèle flou du processus.

La base des règles floues possède un certain nombre de propriétés : continuité, consistance, et complétude.

Continuité : Un ensemble de règles floues "SI-ALORS" est continu si toutes les prémisses de règles "adjacentes" ont des conclusions "adjacentes". Les ensembles flous adjacents sont ceux qui se recouvrent.

Consistance : Un ensemble de règles floues "SI-ALORS" est consistant s'il ne contient pas de contradictions. Autrement dit, un ensemble de règles floues "SI-ALORS" est inconsistant s'il existe au moins deux règles de prémisses identiques mais de conclusions différentes.

Complétude : Un ensemble de règles floues "SI-ALORS" est complet si, quelle que soit la combinaison dans l'espace d'entrée, il existe une valeur de commande. Une base des règles est incomplète s'il existe une situation de l'espace d'entrée pour laquelle aucune règle n'est activable.

ANNEXE II MATRICES MODALE DE L'ENSEMBLE ROTOR/ACTIONNEURS

$${}^t M = \begin{bmatrix} 1.36e+000 & 7.35e-024 & -1.22e-017 & 5.25e-024 & -4.72e-018 & 7.03e-021 & -5.91e-018 & 7.52e-019 & 2.28e-018 & 9.49e-019 \\ 2.05e-023 & 1.59e+000 & -2.58e-026 & 3.01e-017 & -2.18e-024 & 2.12e-017 & 3.65e-020 & 5.34e-018 & 6.89e-019 & 6.43e-019 \\ -5.36e-018 & 4.65e-025 & 8.55e-003 & 3.88e-025 & 1.08e-019 & 5.11e-021 & -1.63e-018 & 2.03e-019 & -6.51e-019 & -5.42e-019 \\ 5.82e-024 & 4.37e-017 & 2.33e-025 & 9.76e-002 & 1.01e-024 & 4.10e-018 & -8.17e-021 & 8.06e-019 & 9.40e-020 & -5.33e-019 \\ -3.85e-018 & 2.120e-024 & 2.17e-019 & 1.32e-024 & 1.29e-003 & 7.94e-023 & 5.42e-020 & 2.71e-020 & -5.42e-020 & 1.08e-019 \\ 7.05e-021 & 1.77e-017 & 5.53e-021 & 4.10e-018 & 0 & 1.79e-002 & 1.22e-020 & -4.30e-019 & 9.44e-019 & 1.81e-019 \\ -5.94e-018 & 3.65e-020 & -1.63e-018 & -6.48e-021 & 2.17e-019 & 1.20e-020 & 4.51e-003 & -2.58e-019 & -4.88e-019 & -6.51e-019 \\ 3.05e-019 & 3.61e-018 & 2.03e-019 & -1.67e-018 & 2.71e-020 & -7.56e-019 & -2.30e-019 & 4.73e-003 & 2.39e-018 & 1.04e-018 \\ 1.44e-018 & 9.20e-019 & -7.05e-019 & -3.53e-019 & -5.42e-020 & 9.44e-019 & -3.25e-019 & 2.36e-018 & 6.79e-003 & 1.06e-018 \\ 1.82e-018 & 1.13e-018 & -5.42e-019 & -6.355e-019 & 1.08e-019 & 1.27e-019 & -5.96e-019 & 1.07e-018 & 9.49e-019 & 2.04e-003 \end{bmatrix}$$

$${}^t [K_p + K_r] = \begin{bmatrix} 2.31e+005 & 1.45e-014 & -5.02e-008 & 1.36e-014 & 1.47e-008 & -1.11e-011 & -4.87e-008 & 3.08e-009 & -6.71e-010 & -1.94e-008 \\ 1.48e-014 & 3.02e+005 & 9.23e-015 & -7.17e-008 & 1.07e-014 & 8.43e-008 & -2.52e-011 & -2.89e-009 & -3.14e-009 & -2.43e-009 \\ -5.47e-008 & 9.82e-015 & 1.71e+004 & -2.49e-016 & 1.97e-009 & 1.40e-012 & -3.66e-009 & -6.13e-010 & 1.62e-009 & 1.35e-009 \\ 1.33e-014 & -7.57e-008 & -1.25e-016 & 2.42e+005 & 8.54e-016 & -4.35e-009 & 2.94e-013 & -1.10e-008 & -3.11e-009 & -1.42e-009 \\ 1.52e-008 & 9.51e-015 & 1.93e-009 & -8.80e-016 & 5.66e+003 & 3.13e-013 & 1.92e-010 & -1.43e-010 & 5.11e-010 & 2.94e-010 \\ -6.46e-012 & 8.94e-008 & 1.60e-012 & -3.44e-010 & 6.11e-013 & 1.91e+005 & 1.19e-012 & -1.05e-008 & -2.74e-009 & -1.18e-009 \\ -4.08e-008 & -2.36e-011 & -4.19e-009 & 2.55e-012 & -8.79e-011 & 2.99e-012 & 5.26e+004 & 4.46e-010 & -2.62e-009 & 8.94e-012 \\ 1.67e-009 & -6.21e-009 & -7.8112e-010 & -1.37e-008 & -2.69e-010 & -1.16e-008 & 5.61e-010 & 1.32e+005 & -5.78e-010 & -1.48e-009 \\ 3.26e-009 & -4.11e-009 & 2.3632e-009 & -4.02e-009 & 8.41e-010 & -3.10e-009 & -2.89e-009 & -2.94e-010 & 2.10e+005 & 5.68e-009 \\ -1.65e-008 & -2.77e-009 & 1.6406e-009 & -1.64e-009 & 6.18e-010 & -1.18e-009 & -2.58e-010 & -1.38e-009 & 5.64e-009 & 7.08e+004 \end{bmatrix}$$

$${}^t [K_g] = \begin{bmatrix} 8.01e-27 & -1.98e-02 & -3.46e-11 & -2.14e-02 & 5.28e-10 & -1.25e-02 & -2.13e-06 & 6.31e-03 & 1.55e-03 & 6.03e-04 \\ 0 & -5.32e-26 & 5.76e-03 & 1.59e-09 & -8.37e-05 & -3.04e-06 & -7.23e-03 & 9.75e-04 & -2.32e-03 & -3.11e-03 \\ 0 & 0 & -8.62e-28 & -8.13e-03 & -2.79e-10 & -4.65e-03 & 7.06e-08 & 2.43e-03 & 6.81e-04 & 3.09e-04 \\ 0 & 0 & 0 & 4.16e-25 & -3.36e-04 & -3.15e-06 & -1.01e-02 & 1.01e-03 & -1.79e-03 & -4.50e-03 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.56e-27 & 1.78e-04 & -7.17e-08 & -2.57e-05 & -1.38e-05 & -9.02e-06 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.05e-24 & -6.07e-03 & 5.84e-04 & -8.40e-04 & -2.65e-03 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.20e-23 & -2.91e-03 & -7.84e-04 & -3.41e-04 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.43e-22 & 7.32e-04 & 1.59e-03 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.58e-02 & 3.78e-04 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.82e-23 \end{bmatrix}$$

$${}^t C_p = \begin{bmatrix} 2.812e+00 & 4.83e-07 & -1.11e+00 & -3.57e-07 & -4.33e-01 & -9.20e-04 & 7.25e-01 & 3.83e-01 & -8.01e-01 & -1.27e+00 \\ 4.83e-07 & 4.07e+00 & -2.04e-07 & -3.35e+00 & -2.73e-07 & -2.98e+00 & 1.21e-03 & -2.43e+00 & -5.72e-01 & -2.13e-01 \\ -1.11e+00 & -2.04e-07 & 5.18e-01 & 1.43e-07 & 1.76e-01 & 4.46e-04 & -2.53e-01 & -2.06e-01 & 6.91e-01 & 4.62e-01 \\ -3.57e-07 & -3.35e+00 & 1.43e-07 & 3.02e+00 & 2.80e-07 & 2.52e+00 & -1.16e-03 & 2.12e+00 & 4.89e-01 & 1.78e-01 \\ -4.33e-01 & -2.73e-07 & 1.76e-01 & 2.80e-07 & 6.82e-02 & 1.45e-04 & -1.16e-01 & -5.79e-02 & 9.86e-02 & 2.09e-01 \\ -9.20e-04 & -2.98e+00 & 4.46e-04 & 2.52e+00 & 1.45e-04 & 2.20e+00 & -1.12e-03 & 1.81e+00 & 4.23e-01 & 1.57e-01 \\ 7.25e-01 & 1.21e-03 & -2.53e-01 & -1.16e-03 & -1.16e-01 & -1.12e-03 & 2.34e-01 & 5.33e-02 & 1.88e-01 & -4.22e-01 \\ 3.83e-01 & -2.43e+00 & -2.06e-01 & 2.12e+00 & -5.79e-02 & 1.81e+00 & 5.33e-02 & 1.61e+00 & -1.71e-01 & 3.31e-02 \\ -8.01e-01 & -5.72e-01 & 6.91e-01 & 4.89e-01 & 9.86e-02 & 4.23e-01 & 1.88e-01 & -1.71e-01 & 3.77e+00 & -3.51e-01 \\ -1.27e+00 & -2.13e-01 & 4.62e-01 & 1.78e-01 & 2.09e-01 & 1.57e-01 & -4.22e-01 & 3.31e-02 & -3.51e-01 & 7.87e-01 \end{bmatrix}$$

$${}^t C_g = \begin{matrix} 8.01e-27 - 1.98e-02 - 3.46e-11 - 2.14e-02 - 5.27e-10 - 1.24e-02 - 2.13e-06 - 6.30e-03 - 1.54e-03 - 6.03e-04 \\ 1.98e-02 - 5.32e-26 - 5.76e-03 - 1.59e-09 - 8.36e-05 - 3.04e-06 - 7.23e-03 - 9.75e-04 - 2.31e-03 - 3.10e-03 \\ 3.46e-11 - 5.76e-03 - 8.61e-28 - 8.13e-03 - 2.78e-10 - 4.65e-03 - 7.06e-08 - 2.43e-03 - 6.80e-04 - 3.08e-04 \\ 2.14e-02 - 1.59e-09 - 8.13e-03 - 4.16e-25 - 3.36e-04 - 3.15e-06 - 1.01e-02 - 1.01e-03 - 1.78e-03 - 4.50e-03 \\ - 5.27e-10 - 8.36e-05 - 2.78e-10 - 3.36e-04 - 1.55e-27 - 1.77e-04 - 7.16e-08 - 2.57e-05 - 1.37e-05 - 9.01e-06 \\ 1.24e-02 - 3.04e-06 - 4.65e-03 - 3.15e-06 - 1.77e-04 - 5.04e-24 - 6.07e-03 - 5.84e-04 - 8.39e-04 - 2.65e-03 \\ 2.13e-06 - 7.23e-03 - 7.06e-08 - 1.01e-02 - 7.16e-08 - 6.07e-03 - 1.20e-23 - 2.91e-03 - 7.83e-04 - 3.41e-04 \\ - 6.30e-03 - 9.75e-04 - 2.43e-03 - 1.01e-03 - 2.57e-05 - 5.84e-04 - 2.91e-03 - 9.43e-22 - 7.32e-04 - 1.59e-03 \\ - 1.54e-03 - 2.31e-03 - 6.80e-04 - 1.78e-03 - 1.37e-05 - 8.39e-04 - 7.83e-04 - 7.32e-04 - 2.58e-20 - 3.78e-04 \\ - 6.03e-04 - 3.10e-03 - 3.08e-04 - 4.50e-03 - 9.01e-06 - 2.65e-03 - 3.41e-04 - 1.59e-03 - 3.78e-04 - 4.82e-23 \end{matrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1.24E-7 & 6.39E-1 \\ -6.71E-1 & -2.73E-8 \\ 8.41E-6 & -4.46E1 \\ 9.48 & 6.9E-7 \\ 6.92E-5 & -1.07E2 \\ 4.43E1 & -1.8E-2 \\ -7.68E-2 & 4.76E1 \\ 1.39E2 & 2.97E1 \\ 2.25E1 & -5.66E1 \\ 2.75E1 & -1.9E2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.4135E-8 & -8.887E-2 & 5.9905E-9 & 7.7132E-2 & 7.4375E-9 & 6.6059E-2 & -2.8828E-5 & 5.48E-2 & 1.2752E-2 & 4.6853E-3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.0591E-8 & -2.639E-1 & 1.5531E-9 & -9.2781E-2 & 1.7423E-8 & 9.8136E-3 & -3.4309E-5 & 1.6837E-3 & -2.8313E-3 & -2.6759E-3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.263E-2 & -3.6128E-9 & -3.1762E-2 & 5.6125E-9 & -1.1447E-2 & -2.6845E-5 & 1.7862E-2 & 1.1708E-2 & -3.2053E-2 & -3.2293E-2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.5285E-1 & -3.7468E-8 & 2.3755E-2 & -6.6984E-9 & -4.9778E-3 & -9.9422E-6 & 7.469E-4 & 2.9139E-3 & -9.8448E-3 & 1.3504E-5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM :	MALHIS	DATE DE SOUTENANCE	2002
Prénoms :	Mohamed		
TITRE :	CONTROLE MODAL FLOU DES ROTORS FLEXIBLES PAR PLAN D'ACTION PIEZOELECTRIQUE.		
NATURE :	Doctorat	Numéro d'ordre :	
Formation doctorale : Mécanique			
Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19		/ et bis	CLASSE :
RESUME : LES TRAVAUX DE CE MEMOIRE CONTRIBUENT A L'ETUDE DU CONTROLE ACTIF DES ROTORS FLEXIBLES EN TRANSITOIRE DE VITESSE. ILS PROPOSENT UN CONTROLE MODAL FLOU (<i>C.M.F.</i>) DONT LA COMMANDE EST BASEE SUR LE RETOUR D'ETAT MODAL DE LA STRUCTURE ET APPLIQUEE PAR UN PLAN D'ACTION PIEZOELECTRIQUE. DANS UN PREMIER TEMPS, IL S'AGIT DE VALIDER LE <i>C.M.F.</i> VIA UNE APPLICATION A UNE STRUCTURE REPRESENTANT UN ROTOR A L'ARRET. LA STRUCTURE CHOISIE EST UNE POUTRE DONT LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE EST CONTROLE PAR UN PLAN D'ACTION CONSTITUE DE DEUX VERINS PIEZOELECTRIQUES ORTHOGONAUX. DES CONTROLEURS OPTIMAUX DE TYPE LINEAIRE QUADRATIQUE GAUSSIEN (<i>L.Q.G.</i>) SONT MIS EN PLACE ET PRIS POUR REFERENCE POUR VALIDER LA STRATEGIE UTILISANT DES <i>C.M.F.</i> L'APPLICATION EST REALISEE EN DEUX ETAPES. LA PREMIERE CONCERNE LE CONTROLE DE LA POUTRE DANS UNE DE SES DIRECTIONS TRANSVERSALES. LES RESULTATS DES SIMULATIONS ET DES EXPERIMENTATIONS SONT EN BON ACCORD ET MONTRENT QUE LE CONTROLE PROPOSE EST EFFICACE ET ROBUSTE. LA SECONDE CONCERNE L'EXTENSION DE LA METHODE AUX DEUX DIRECTIONS TRANSVERSES. LA FAISABILITE DU CONTROLE D'UNE POUTRE FLEXIBLE PAR UN PLAN D'ACTIONNEURS PIEZOELECTRIQUES A DONC ETE MONTREE. DANS UN SECOND TEMPS, L'APPLICATION DU <i>C.M.F.</i> AU CONTROLE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN ROTOR FLEXIBLE EN REGIME TRANSITOIRE A ETE REALISEE PAR L'INTERMEDIAIRE D'UN PALIER ACTIF PIEZOELECTRIQUE. CETTE STRATEGIE EST UTILISEE POUR MAITRISER LES PREMIERS MODES DU SYSTEME. LA ROBUSTESSE DU CONTROLE PROPOSE PERMET DE S'AFFRANCHIR DES NON-LINEARITES DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU ROTOR. EN PARTICULIER CELLES DUES A L'EVOLUTION DE LA BASE MODALE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ET CELLES LIEES AUX INCERTITUDES DU MODELE SONT ABSORBEES. LE RESULTAT DES SIMULATIONS MONTRENT QUE CE CONTROLE EST EFFICACE : LA REJECTION DES PERTURBATIONS EST RAPIDE ET L'AMORTISSEMENT OBSERVE SUR LA REPONSE AU BALOURD AU PASSAGE DES VITESSES CRITIQUES EST IMPORTANT.			
MOTS - CLES : CONTROLE ACTIF - CONTROLE FLOU- PIEZOELECTRIQUE - STRUCTURE FLEXIBLE - ROTOR - VIBRATION.			
Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Structures (LMSt) UMR CNRS 5006			
Directeur de thèse : DER HAGOPIAN J.			
Président du jury : Composition du jury : ABDUL WAHED A., DER HAGOPIAN J., DUFOUR R., GAUDILLER L., OHAYON R., SWIDER P.			