N° d'ordre : 99 ISAL 0055 Année 1999

THESE

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

FORMATION DOCTORALE : MECANIQUE
ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES POUR L'INGENIEUR DE LYON :
Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique (MEGA)

Par

Pascal VERNAY

Maître ès sciences

COMPORTEMENT DYNAMIQUE EN TORSION ET EN REGIME TRANSITOIRE D'UN DEMARREUR DE MOTEUR D'AVION

Soutenue le 8 Juillet 1999 devant la Commission d'Examen :

Jury : MM.	**J.J. BARRAU**	Professeur d'Université	**Rapporteur**
	M. BRUNET	Professeur d'Université	
	A. DELBEZ	MICROTURBO	
	R. DUFOUR	Professeur d'Université	
	G. FERRARIS	Professeur d'Université	
	M. GUEURY	Professeur d'Université	**Rapporteur**
	P. OUPLOMB	MICROTURBO	

Cette thèse a été préparée au Laboratoire de Mécanique des Structures (UPRESA CNRS 5006) de l'INSA de Lyon

ECOLES DOCTORALES

- **MATERIAUX DE LYON**
  INSAL – ECL -UCB. Lyon1 – Univ. De Chambéry – ENS

  Responsable : Professeur A. HOAREAU, UCBL (Tél. : 04.72.44.85.66)

  Formations doctorales associées :
  - Génie des Matériaux (Pr. R. FOUGERES, Tél : 04. 72. 43. 81 .49)
  - Matière condensée surfaces et interfaces (Pr. G. GUILLOT, Tél : 04.72.43.81.61)
  - Matériaux polymères et composites (Pr. H. SAUTEREAU, Tél : 04.72.43.81.78)

- **MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE (MEGA)°**

  Responsable : Professeur J. BATAILLE, ECL (Tél : 04.72.43.8079)

  Formations doctorales associées :
  - Acoustique (Pr. J.L. GUYADER, Tél : 04.72.43.80.80)
  - Génie Civil : Sols, matériaux, structures, physique du bâtiment (Pr. P. LAREAL, Tél : 04.72.43.82.16)
  - Mécanique (Pr. G. DALMAZ, Tél : 04.72.43.83.03)
  - Thermique et Energétique (Pr. M. LALLEMAND, Tél : 04.72.43.81.54)

- **ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE (EEA)**
  INSAL - ECL – UCB. Lyon1 – Univ. de Saint-Etienne

  Responsable : Professeur G. GIMENEZ, INSAL (Tél : 04.72.43.83.32)

  Formations doctorales associées :
  - Acoustique (Pr. J.L. GUYADER, Tél : 04.72.43.80.80)
  - Automatique Industrielle (Pr. SCAVARDA, Tél : 04.72.43.83.41)
  - Dispositifs de l'électronique intégrée (Pr. P. PINARD, Tél : 04.72.43.80.79)
  - Génie biologique et médical (Pr. I MAGNIN, Tél : 04.72.43.85.63)
  - Génie électrique (Pr. J.P. CHANTE, Tél : 04.72.43.87.26)
  - Signal, Image, Parole (Pr. G. GIMENEZ, Tél : 04.72.43.83.32)

- **ECOLE DOCTORALE INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE (EDISS)**
  INSAL – UCB Lyon1 – Univ. de Saint-Etienne – Univ. Aix-Marseille2

  Responsable : Professeur A. COZZONE, CNRS-Lyon (Tél 04.72.72.26.75)

  Formations doctorales associées :
  - Biochimie (Pr. M. LAGARDE, Tél : 04.72.43.82.40)
  - Génie biologique et médical (Pr. I. MAGNIN, Tél : 04.72.43.85.63)

AUTRES FORMATIONS DOCTORALES

- **ANALYSE ET MODELISATION DES SYSTEMES BIOLOGIQUE**

  Responsable : Professeur S. GRENIER, INSAL
  Tél : 04.72.43.83.56

- **CHIMIE INORGANIQUE**

  Responsable : Professeur P. GONNARD, INSAL
  Tél : 04.72.43.81.58

- **CONCEPTION EN BATIMENT ET TECHNIQUE URBAINES**

  Responsable : Professeur M. MIRAMOND, INSAL
  Tél : 04.72.43.82.09

- **DEA INFORMATIQUE DE LYON**
  Responsable : Professeur J.M. JOLION, INSAL
  Tél : 04.72.43.87.59

- **PRODUCTIQUE : ORGANISATION ECONOMIQUE ET GENIE INFORMATIQUE POUR L'ENTREPRISE**

  Responsable : Professeur J. FAVREL, INSAL
  Tél : 04.72.43.83.63

- **SCIENCES ET TECHNIQUES DU DECHET**

  Responsable : Professeur P. MOSZKOWICZ, INSAL
  Tél : 04.72.43.83.45

Janvier 1998

Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Directeur : J. Rochat

Professeurs

S.	**AUDISIO**	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
J.C.	**BABOUX**	GEMPPM*
B.	**BALLAND**	PHYSIQUE DE LA MATIERE
D.	**BARBIER**	PHYSIQUE DE LA MATIERE
G.	**BAYADA**	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
C.	**BERGER** (Mlle)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
M.	**BETEMPS**	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
J.M.	**BLANCHARD**	LAEPSI**
C.	**BOISSON**	VIBRATIONS ACOUSTIQUES
M.	**BOIVIN**	MECANIQUE DES SOLIDES
H.	**BOTTA**	EQUIPE DEVELOPPEMENT URBAIN
G.	**BOULAYE**	INFORMATIQUE
J.	**BRAU**	CENTRE DE THERMIQUE
M.	**BRISSAUD**	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
M.	**BRUNET**	MECANIQUE DES SOLIDES
J.C.	**BUREAU**	THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE
J.Y.	**CAVAILLE**	GEMPPM*
J.P.	**CHANTE**	COMPOSANTS DE PUISSANCE ET APPLICATIONS
B.	**CHOCAT**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
B.	**CLAUDEL**	LAEPSI**
M.	**COUSIN**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
M.	**DIOT**	THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE
A.	**DOUTHEAU**	CHIMIE ORGANIQUE
R.	**DUFOUR**	MECANIQUE DES STRUCTURES
J.C.	**DUPUY**	PHYSIQUE DE LA MATIERE
H.	**EMPTOZ**	RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION
C.	**ESNOUF**	GEMPPM*
L.	**EYRAUD** (Prof. Emérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
G.	**FANTOZZI**	GEMPPM*
M.	**FAYET**	MECANIQUE DES SOLIDES
J.	**FAVREL**	GROUPE DE RECHERCHE EN PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
G.	**FERRARIS-BESSO**	MECANIQUE DES STRUCTURES
Y.	**FETIVEAU**	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
L.	**FLAMAND**	MECANIQUE DES CONTACTS
P.	**FLEISCHMANN**	GEMPPM*
A.	**FLORY**	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
R.	**FOUGERES**	GEMPPM*
F.	**FOUQUET**	GEMPPM*
L.	**FRECON**	INFORMATIQUE
R.	**GAUTHIER**	PHYSIQUE DE LA MATIERE
M.	**GERY**	CENTRE DE THERMIQUE
G.	**GIMENEZ**	CREATIS***
P.	**GOBIN** (Prof. émérite)	GEMPPM*
P.	**GONNARD**	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
M.	**GONTRAND**	COMPOSANTS DE PUISSANCE ET APPLICATIONS
R.	**GOUTTE** (Prof. Emérite)	CREATIS***
G.	**GRANGE**	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
G.	**GUENIN**	GEMPPM*
M.	**GUICHARDANT**	BIOCHIMIE ET PARMACOLOGIE
G.	**GUILLOT**	PHYSIQUE DE LA MATIERE
A.	**GUINET**	GROUPE DE RECHERCHE EN PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
J.L.	**GUYADER**	VIBRATIONS ACOUSTIQUES
J.P.	**GUYOMAR**	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
J.M.	**JOLION**	RECONNAISSANCE DES FORMES ET VISION
J.F.	**JULLIEN**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
A.	**JUTARD**	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
R.	**KASTNER**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
H.	**KLEIMANN**	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
J.	**KOULOUMDJIAN**	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
M.	**LAGARDE**	BIOCHIMIE ET PARMACOLOGIE
M.	**LALANNE**	MECANIQUE DES STRUCTURES
A.	**LALLEMAND**	CENTRE DE THERMIQUE
M.	**LALLEMAND** (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE
P.	**LAREAL**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
A.	**LAUGIER**	PHYSIQUE DE LA MATIERE
Ch.	**LAUGIER**	BIOCHIMIE ET PARMACOLOGIE
P.	**LEJEUNE**	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES

A.	**LUBRECHT**	MECANIQUE DES CONTACTS
Y.	**MARTINEZ**	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
H.	**MAZILLE**	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
P.	**MERLE**	GEMPPM*
J.	**MERLIN**	GEMPPM*
J.P.	**MILLET**	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
M.	**MIRAMOND**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
N.	**MONGEREAU** (Prof. Emérite)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
R.	**MOREL**	MECANIQUE DES FLUIDES
P.	**MOSZKOWICZ**	LAEPSI**
P.	**NARDON**	BIOLOGIE APPLIQUEE
A.	**NAVARRO**	LAEPSI**
A.	**NOURI** (Mme)	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
M.	**OTTERBEIN**	LAEPSI**
J.P.	**PASCAULT**	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
G.	**PAVIC**	VIBRATIONS ACOUSTIQUES
J.	**PERA**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
G.	**PERRACHON**	THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE
J.	**PEREZ** (Prof. Emérite)	GEMPPM*
P.	**PINARD**	PHYSIQUE DE LA MATIERE
J.M.	**PINON**	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
D.	**PLAY**	CONCEPTION ET ANALYSE DES SYSTEMES MECANIQUES
J.	**POUSIN**	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
P.	**PREVOT**	GROUPE DE RECHERCHE EN APPRENTISSAGE, COOPERATION ET INTERFACES MULTIMODALES
R.	**PROST**	CREATIS***
M.	**RAYNAUD**	CENTRE DE THERMIQUE
J.M.	**REYNOUARD**	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
E.	**RIEUTORD** (Porf. Emérite)	MECANIQUE DES FLUIDES
J.	**ROBERT-BAUDOUY** (Mme)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
D.	**ROUBY**	GEMPPM*
P.	**RUBEL**	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
C.	**RUMELHART**	MECANIQUE DES SOLIDES
J.F.	**SACADURA**	CENTRE DE THERMIQUE
H.	**SAUTEREAU**	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
S.	**SCARVARDA**	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
D.	**THOMASSET**	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
M.	**TROCCAZ**	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
R.	**UNTERREINER**	CREATIS***
J.	**VERON**	LAEPSI**
G.	**VIGIER**	GEMPPM*
A.	**VINCENT**	GEMPPM*
P.	**VUILLERMOZ**	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Directeurs de recherche C.N.R.S.

Y.	**BERTHIER**	MECANIQUE DES CONTACTS
P.	**CLAUDY**	THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE
N.	**COTTE-PATTAT** (Mme)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
P.	**FRANCIOSI**	GEMPMM
J.F.	**GERARD**	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
M.A.	**MANDRAND** (Mme)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
J.F.	**QUINSON**	GEMPMM
A.	**ROCHE**	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES

Directeurs de recherche I.N.R.A.

G.	**BONNOT**	BIOLOGIE APPLIQUEE
G.	**FEBVAY**	BIOLOGIE APPLIQUEE
S.	**GRENIER**	BIOLOGIE APPLIQUEE
Y.	**MENEZO**	BIOLOGIE APPLIQUEE

Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M.

A.F.	**PRINGENT** (Mme)	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
I.	**MAGNIN** (Mme)	CREATIS***

GEMPMM* : Groupe d'etude metallurgie physique et physique des matériaux
LAEPSI** : Laboratoire d'analyse environnementale des procédés et systèmes industriels
CREATIS*** : Centre de recherche et d'applications en traitement de l'image et du signal

RESUME

L'objectif de cette étude est de déterminer le comportement dynamique en torsion et en régime transitoire d'un démarreur de réacteur d'avion. Les phases de régime transitoire sont le démarrage et surtout le réengagement.

Dans une première partie, le démarreur est étudié dans son ensemble, le modèle comporte des arbres, des disques et des éléments de liaison non-linéaires. La chaîne cinématique comporte deux types de non-linéarités, l'embrayage de type roue libre à galets de forme et les jeux de denture du réducteur. Ces éléments non-linéaires sont, dans un premier temps, modélisés séparément afin d'analyser leur comportement et de mettre au point les méthodes de résolution. La raideur non-linéaire de l'embrayage est fonction des déplacements et des vitesses des bagues de la roue libre, la non linéarité des jeux de fonctionnement se traduit par des variations brutales de raideurs. Un logiciel général mis au point permet de simuler le comportement dynamique d'un démarreur complet comportant des éléments linéaires et non-linéaires. Des simulations de réengagement sont présentées, les couples transitoires transmis par les arbres de liaison dépassent la valeur admissible quand la roue libre embraye après une période de glissement.

Dans une deuxième partie, pour caractériser cette période de glissement, le comportement dynamique de la roue libre est étudié plus finement. La roue libre est composée de deux bagues entre lesquelles est disposée une série de galets. Une étude statique est d'abord présentée, l'évolution de la raideur de la roue libre déterminée expérimentalement est comparée aux résultats de la simulation numérique où les déformations des bagues et des galets sont prises en compte. Une bonne corrélation est obtenue. Ensuite, deux études dynamiques sont réalisées afin de rechercher précisément les phases de glissement et de frottement. Pour chacune, une expérimentation et une application numérique sont présentées.

ABSTRACT

The aim of this study is to predict the dynamic behavior of a jet engine starter. The work focuses on the transient behavior in torsion during start-up and especially during running engagement.

The first part is devoted to the study of the whole kinematic chain of the jet engine starter composed of shafts, discs and non-linear link parts. Non-linearities can be classified in two categories due to: sprag-type over-running clutch - reduction gear backlash. The non-linear stiffness of the clutch is dependent on the displacements and speeds of its inner and outer races; the non-linearity of the running clearances results in sharp variations of stiffnesses. These non-linearities are first studied and modeled separately in order to obtain better understanding of their behavior. Specific models and numerical methods are developed and used. Then a computer program is written in order to simulate the dynamic behavior of a starter-gear. Simulations of the running engagement are presented. The transient torques transmitted by the shafts exceed the acceptable value when the clutch engages after a sliding period.

The second part is devoted to accurate determination of the dynamic behavior of the over-running clutch and to the characterization of the sliding effect. The clutch is composed of sprags between the inner and outer races. The experimental clutch stiffness versus torque is first compared with the numerical results where the deformations of races and sprags are modeled. Then, two dynamic studies are carried out in order to identify the sliding and friction phases with precision. For all cases, experimental and numerical results are in good agreement.

AVANT PROPOS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécanique des Structures (UPRESA CNRS 5006) de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, dans le cadre d'un contrat de recherche avec la société MICROTURBO.

Je tiens sincèrement à remercier Monsieur le Professeur Guy FERRARIS, directeur du laboratoire, pour avoir suivi cette thèse, pour ses observations et ses justes critiques ainsi que l'autonomie et de la confiance qu'il m'a accordé.

Je remercie vivement Messieurs les Professeurs Jean Jacques BARRAU de l'université Paul Sabatier de Toulouse et Michel GUEURY de l'université de Nancy d'avoir accepté d'être rapporteurs et membres du jury.

Je remercie particulièrement Messieurs Alain DELBEZ, qui a été à l'origine de ce travail, et Patrick OUPLOMB de la société MICROTURBO d'avoir voulu être membres du jury.

Je remercie Monsieur le Professeur Michel BRUNET d'avoir accepté d'être président du jury.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Régis DUFOUR d'avoir accepté d'être membre du Jury ainsi que l'ensemble du personnel du laboratoire pour leurs enseignements et leurs conseils.

Je ne saurais oublier toutes les autres personnes avec lesquelles ces quelques années de thèse se sont déroulées dans le meilleur des mondes possibles. A tous les copains (thésards et autres, rugbymen et étudiants).

A Ninette, Tintin et toute la famille (Papa, Maman, Frangin, Mumu, …, beau Papa et belle Maman).

SOMMAIRE

DEUXIEME PARTIE : ETUDE DE LA ROUE LIBRE

INTRODUCTION

Les machines tournantes sont présentes dans de nombreux secteurs d'activités comme le transport ou la production d'énergie. Elles sont de tailles et de natures très diverses, le comportement dynamique sera donc différent s'il s'agit de turboréacteurs d'avions, de turbocompresseurs, de moteurs thermiques ou électriques, de chaîne cinématique d'automobile…

Dans le domaine linéaire, des outils de prévision fiables existent pour prévoir le comportement dynamique en flexion ou en torsion des machines tournantes. En réalité dans tous ces systèmes apparaissent des comportements non-linéaires qui peuvent être négligeables pour certaines machines et qui pour d'autres sont prépondérants. Dans ce dernier cas il s'avère indispensable de procéder à des expérimentations afin d'identifier puis de modéliser ces non-linéarités. Des méthodes numériques spécifiques doivent alors être développées.

L'objectif de cette étude est de déterminer le comportement dynamique en torsion et en régime transitoire d'un démarreur de réacteur d'avion. Les phases de régime transitoire sont le démarrage et surtout le réengagement.

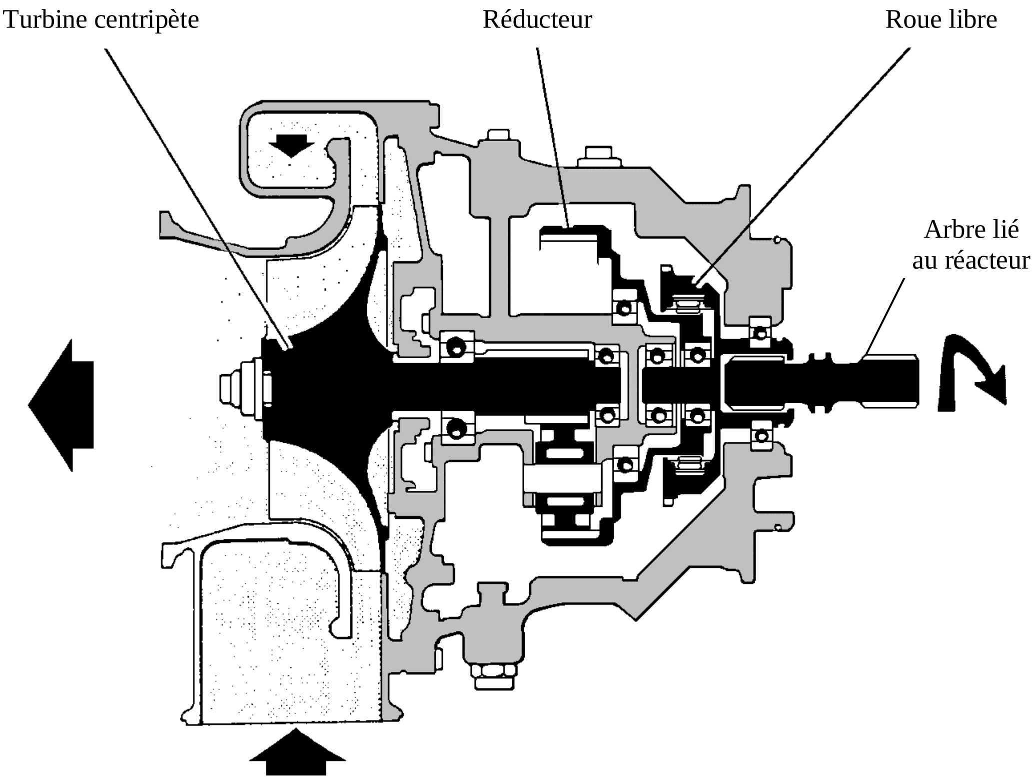


Figure 1 : Schéma de fonctionnement d'un démarreur

Le réacteur d'un avion de combat, lors de manœuvre extrême, peut caler en plein vol. Le démarreur doit alors relancer le réacteur, cette manœuvre s'appelle le réengagement. Lors de certains réengagements dont les conditions sont mal connues, des ruptures de l'arbre lié au réacteur, figure 1, ont été constatées. L'objectif de ce travail est de comprendre la cause de ces ruptures. Pour cela, des modèles permettant de simuler le comportement dynamique en régime transitoire du démarreur sont développés. Les expérimentations réalisées permettent d'affiner les modèles mécaniques de certains éléments.

Le démarreur est composé d'une turbine, d'un réducteur pouvant comporter plusieurs trains épicycloïdaux et d'un embrayage type roue libre permettant la liaison avec le réacteur. Lors de ces réengagements, l'accouplement brutal crée, dans les arbres de transmission, des surcouples qui peuvent entraîner des dommages irrémédiables.

Pour maîtriser ces risques, la connaissance du comportement dynamique du système s'avère indispensable. Une modélisation du mécanisme est réalisée afin de prévoir le comportement en régime transitoire et de déterminer les efforts supportés par chacun des éléments. Des modèles simples de prévision à deux degrés de liberté ont été développés, par [AER62] et [EIR], les inerties de la turbine et du réacteur sont liées par une raideur linéaire équivalente, et le réengagement est caractérisé par des conditions initiales en vitesses non nulles.

Le fonctionnement d'une roue libre à galets est décrit dans plusieurs ouvrages [ESN96] et notices d'utilisation des fabricants. Les embrayages utilisés ont été conçus par Borg-Warner. La roue libre, représentée figure 2, est constituée d'une bague intérieure (1) et d'une bague extérieure (2) entre lesquelles sont disposés des galets (3) de formes diverses. Chaque profil donne naissance à des versions de roues libres différentes. Les formes des profils étant jalousement gardées par les constructeurs, la géométrie n'est accessible que par une mesure directe. Les galets sont rappelés angulairement par des lames ressort (4) placées entre deux cages concentriques de positionnement (non représentées). Ainsi, les galets sont maintenus en contact sur les pistes des bagues. Lors de la phase d'embrayage, l'arc-boutement des galets solidarise les bagues et permet la transmission du couple.

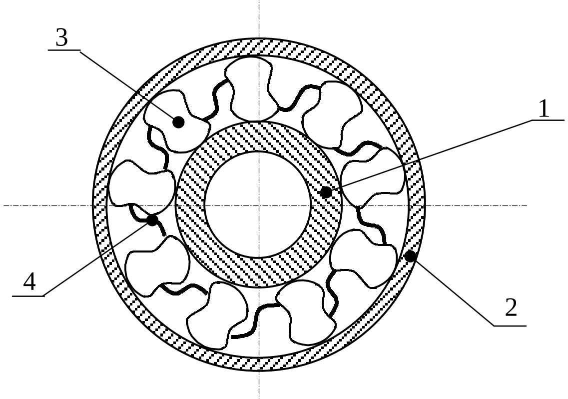


Figure 2 : Schéma d'une roue libre à galets

Dans une première partie, le démarreur est étudié dans son ensemble. Il comporte des arbres, des disques et des éléments de liaisons non-linéaires comme la raideur de la roue libre et les jeux de dentures. Des modèles mécaniques des éléments non-linéaires en particulier des modèles de jeu d'engrenage ont été traités dans [COU97]. La chaîne cinématique du démarreur comportant un nombre limité d'éléments est modélisée de façon discrète.

Le modèle de la roue libre, à deux degrés de liberté, schématise simplement le fonctionnement de l'embrayage. Le système est libre quand la vitesse de rotation de la partie démarreur de la roue libre (bague intérieure) est inférieure à la vitesse de rotation du réacteur (bague extérieure). Dans le cas contraire le système est embrayé. Quand le système est libre, l'inertie correspondante au démarreur et l'inertie du réacteur évoluent indépendamment l'une de l'autre. Quand le système est embrayé ces deux inerties deviennent solidaires et ne forment plus qu'un seul degré de liberté. Dans ce cas les galets de la roue libre sont considérés comme indéformables. Les équations du mouvement d'un système composé d'inerties, de raideurs linéaires et de ce premier modèle d'embrayage sont alors résolues de façon semi-analytique.

Un modèle de roue libre à raideur non-linéaire est alors introduit afin de mieux représenter le mécanisme de l'embrayage. Quand le système est libre, cette raideur est nulle, quand le système est embrayé la raideur évolue selon les déplacements des galets et du couple transmis, modélisant ainsi une déformation relative entre les deux parties de l'embrayage. Ce modèle est résolu numériquement.

L'étage de réduction est ensuite modélisé en tenant compte des déformations de denture des engrenages et des jeux de fonctionnement. Cet ensemble, à deux degrés de liberté, se comporte comme un système linéaire par morceaux. Des jeux apparaissent aussi dans la liaison par cannelures entre la sortie du démarreur et l'entrée du réacteur. Ces modèles sont développés dans de nombreux articles. [VEL90] fait apparaître une raideur de denture périodique et tient compte des défauts de profil des dents. Un modèle simple est directement issu de [COU97] qui a été lui même inspiré, entre autre, par les travaux de [SIN89] et de [PAD95]. Un modèle sans raideur de denture, développé en utilisant la théorie des chocs [BRO78], permet de définir un amortissement de contact [YIG89].

Ainsi une modélisation séparée et simplifiée des éléments non-linéaires permet de mieux isoler le comportement transitoire de l'embrayage et du reste du mécanisme. Un logiciel général est alors conçu afin de simuler le comportement dynamique d'un système comportant plusieurs types d'éléments définis par l'utilisateur. Les modèles élémentaires existants sont : un modèle d'arbre en torsion, un modèle d'engrenage avec ou sans jeu de fonctionnement et un modèle de roue libre. L'assemblage de ces modèles permet de simuler un système s'approchant du schéma réel de fonctionnement d'un démarreur lié à un réacteur. L'application sur un système à dix degrés de liberté est présentée en fin de première partie.

La résolution de ces systèmes d'équations différentielles non-linéaires est délicate. L'utilisation de méthodes numériques pas à pas est nécessaire et elles doivent être adaptées aux divers types de non-linéarité. Pour l'embrayage, où la raideur varie continuellement, la méthode de Runge-kutta est la plus performante. Par contre, pour les engrenages, les non-linéarités se traduisent par des variations brutales de raideur, engendrant ainsi des phénomènes transitoires à haute fréquence. Des pas d'intégration très faibles sont alors nécessaires pour déterminer le plus précisément possible les instants de changement d'état [COU97]. Dans ce cas là, deux méthodes numériques, Newmark et Runge-kutta, sont utilisées afin d'estimer les sources d'erreurs éventuelles.

Les simulations réalisées ne font pas apparaître de surcouple permettant d'expliquer la rupture. Certains auteurs font état de dysfonctionnement de la roue libre et au cours d'expérimentation dans des conditions extrêmes il a été remarqué de mauvais accrochages. Cette condition de mauvais accrochage a été modélisée, dans un premier temps, par un écart de vitesse entre le démarreur et le moteur à l'instant de liaison entre les deux bagues de la roue libre. Cet écart de vitesse est difficile à apprécier, il est alors nécessaire de modéliser plus finement la roue libre, c'est l'objet de la deuxième partie.

Les galets utilisés pour les démarreurs d'avion font partie du groupe des cames désengageantes sous l'action de la force centrifuge. La position du centre de gravité est positionnée pour que le galet décolle de la bague intérieure à forte vitesse de rotation du réacteur. La figure 3 montre le fonctionnement d'une roue libre en phase d'engagement, de désengagement et de réengagement en fonction de la vitesse de rotation du réacteur. Pour n'importe quel mode de fonctionnement les galets restent toujours en contact avec la bague extérieure. La vitesse de désengagement, quand le galet ne frotte plus sur la bague intérieure, dépend de l'inertie du galet, de la position du centre de gravité mais aussi de la raideur des lames ressort qui assure, à l'arrêt, le contact nécessaire entre les deux bagues. La pression de ce ressort doit être suffisante pour assurer une force de frottement permettant l'embrayage, mais elle est limitée afin de permettre le désengagement.

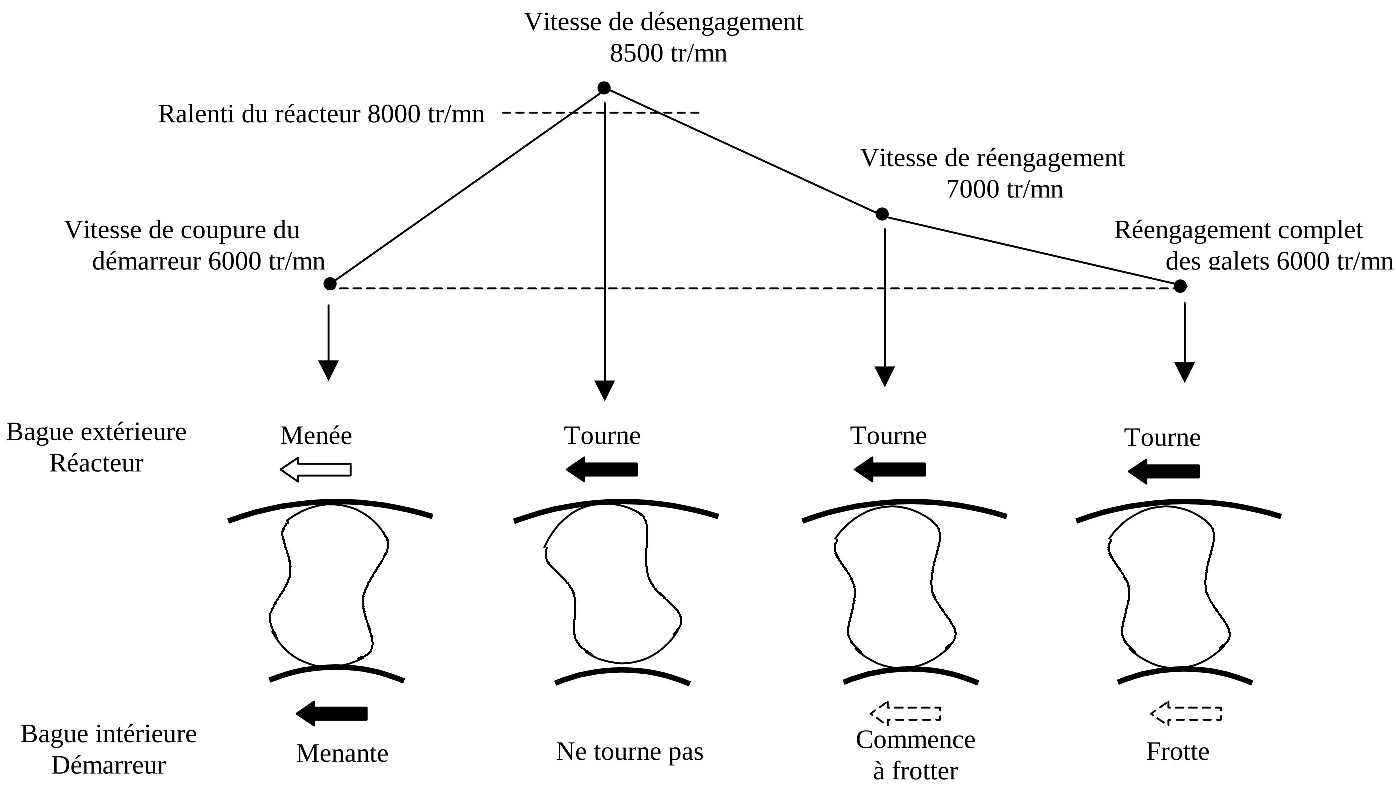


Figure 3 : Fonctionnement de l'embrayage du démarreur du « jaguar »

Pour simuler le fonctionnement de l'embrayage, un modèle plus complet prenant en compte les mouvements des galets, est nécessaire. Les publications [PEE96] et [WIL75] font état de problèmes de glissement apparaissant à l'instant de l'embrayage. Dans [WIL75] un modèle test est crée et tient compte de la force de frottement aux contacts et de l'accélération de la bague intérieure. Ce modèle simple est linéaire et ne permet pas de simulation après glissement. [PEE96] évoque les effets destructeurs après une phase de glissement, si le coefficient de frottement est trop faible. [CHA90], [XU92], [XU94_1] et [XU94_2] ont étudié le comportement dynamique d'une roue libre à galets de forme en mode embrayé. [CHA90] a d'abord mis en valeur la non-linéarité de la raideur de la roue libre à partir d'une étude expérimentale. [XU92] a intégré au modèle précédent un amortissement visqueux non-linéaire afin de simuler des vibrations libres. [XU94_2] développe un modèle de raideur numérique défini à partir des paramètres géométriques du galet et des déformations des surfaces en utilisant la théorie de Hertz.

Le modèle de roue libre développé est directement inspiré de cette dernière publication. Les déformations locales des surfaces en contact sont définies à partir de la théorie de Hertz utilisée dans de nombreuses études et articles sur les roulements à billes ou à rouleaux cylindriques, [HAR66] et [NEC94]. [TAN81] a étudié les contraintes agissant sur un galet à partir d'un maillage éléments-finis du galet.

La deuxième partie de ce travail a pour but de caractériser le comportement mécanique de la roue libre. Pour cela, une étude expérimentale couplée à des développements numériques a été réalisée au laboratoire.

Dans un premier temps une étude statique est présentée afin de déterminer les déplacements relatifs des bagues de la roue libre en fonction du couple transmis. Pour le modèle numérique, la prise en compte des déformations locales des surfaces en contact n'est pas suffisante, il a été nécessaire d'ajouter les déformations élastiques des deux bagues et des galets. Une bonne corrélation numérique expérimentale est alors obtenue.

Une expérience dynamique est réalisée afin de visualiser un glissement des bagues à l'instant de l'embrayage. Un modèle numérique correspondant est développé avec un test d'accrochage, tenant compte des forces de frottement et des déformations locales, suivi ou non d'une phase de glissement puis d'une phase d'embrayage. Dans cette étude, et pour des raisons pratiques, la bague extérieure est fixe, seule la bague intérieure est mobile et permet le passage d'un mode à l'autre.

Enfin une étude vibratoire permet d'observer des instants de glissement de la roue libre embrayée. Ces mouvements, dus au glissement dans le sens libre et dans le sens embrayé selon le couple transmis, sont mis en évidence tant expérimentalement que par simulation. L'inertie et la masse du galet, une force élastique dépendant des déformations locales, la raideur des lames ressort, figure 2, et la force de frottement sont modélisées.

PREMIERE PARTIE : MODELISATION DU DEMARREUR

Il s'agit essentiellement de modéliser le démarreur en tenant compte de sa liaison avec le réacteur.

Dans un premier temps, deux modélisations de la roue libre, liées simplement avec la turbine du démarreur et l'arbre du réacteur, sont proposées. Un premier modèle de roue libre où les galets sont considérés comme indéformables a l'avantage d'être résolu analytiquement. Les résultats des applications numériques qui vont suivre peuvent ainsi être comparés avec ceux de la résolution analytique. Dans le deuxième modèle, une raideur non-linéaire caractérise la déformation des galets de la roue libre.

Ensuite un modèle d'engrenage avec jeu est développé. Dans ce cas le système est composé de non-linéarité de type échelon créant des problèmes de résolution. Plusieurs méthodes numériques sont alors testées. Une dissipation d'énergie est ajoutée au modèle sous la forme d'un amortissement visqueux.

Enfin un modèle complet du démarreur comprenant une roue libre, plusieurs étages de réduction et des cannelures avec jeux est présenté.

1 MODELES DE ROUE LIBRE

Deux modélisations sont développées afin de simuler le comportement de l'embrayage. Pour chaque modélisation un démarrage et un réengagement sont simulés afin d'obtenir les réponses temporelles : en vitesse, en déplacement angulaire, en couple supporté par les arbres de transmission. Les deux modèles peuvent être représentés par le schéma figure I.1.

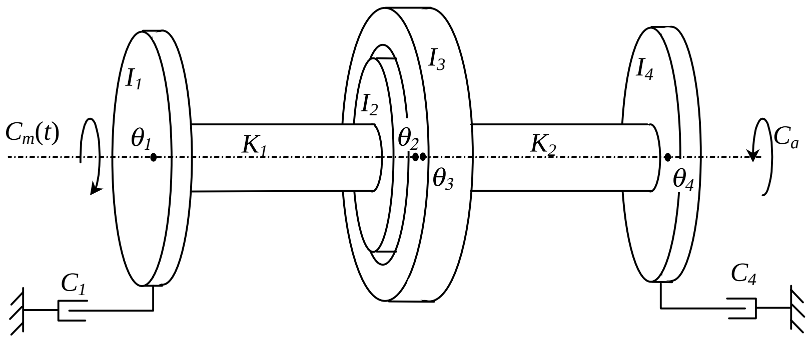


Figure I.1 : Modèle à 2×2ddl/3ddl

La turbine est modélisée par l'inertie I_1, la raideur équivalente entre la turbine et la bague intérieure de l'embrayage par K_1. I_2 représente l'inertie de la bague intérieure de la roue libre et des pièces qui lui sont solidaires. De même I_3 est l'inertie de la bague extérieure et des pièces de liaison. K_2 est la raideur de l'arbre cannelé entre le démarreur et le réacteur modélisé par l'inertie I_4 . $C_m(t)$ représente le couple moteur appliqué sur la turbine. Les couples résistants sont représentés par les amortissements visqueux C_1 et C_4 et par le couple constant C_a appliqué au nœud 4.

Dans le modèle 1 la liaison entre les déplacements angulaires θ_2 et θ_3 est de type tout ou rien, dans le modèle 2, ces déplacements sont liés par une raideur non-linéaire.

1.1 MODELE 1

Lorsque la roue libre est débrayée, le modèle se comporte comme deux systèmes indépendants à deux degrés de liberté chacun. En phase embrayée, il se comporte comme un système à trois degrés de liberté, les nœuds 2 et 3 sont liés et ont comme inertie $I = I_2 + I_3$. Lors des phénomènes transitoires, la roue libre passera d'une phase débrayée à une phase embrayée et inversement.

Lorsque la roue libre est en mode débrayé, les équations du mouvement sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C_m(t) \\ I_2\ddot{\theta}_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) = 0 \end{cases} \tag{I.1}$$

$$\begin{cases} I_3\ddot{\theta}_3 + K_2(\theta_3 - \theta_4) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + C_4\dot{\theta}_4 + K_2(\theta_4 - \theta_3) = C_a \end{cases} \tag{I.2}$$

En mode embrayé, les équations du mouvement sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C_m(t) \\ I\ddot{\theta}_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) + K_2(\theta_2 - \theta_4) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + C_4\dot{\theta}_4 + K_2(\theta_4 - \theta_2) = C_a \end{cases} \tag{I.3}$$

1.1.1 Mode débrayé

La résolution du premier système, équations (I.1), est développée :

Fréquences et modes propres

La solution du système sans second membre est de la forme :

$$\begin{cases} \theta_1 = A_1 e^{r\,t} \\ \theta_2 = A_2 e^{r\,t} \end{cases} \tag{I.4}$$

Le système (I.1) s'écrit alors :

$$\begin{cases} I_1 A_1 r^2 + C_1 A_1 r + K_1 A_1 - K_1 A_2 = 0 \\ I_2 A_2 r^2 + K_1 A_2 - K_1 A_1 = 0 \end{cases} \tag{I.5}$$

et les solutions sont obtenues par l'annulation du déterminant :

$$\begin{vmatrix} I_1 r^2 + C_1 r + K_1 & -K_1 \\ -K_1 & I_2 r^2 + K_1 \end{vmatrix} = 0 \tag{I.6}$$

$r_1 = 0$ est solution, il reste à résoudre l'équation du 3ème degré suivante :

$$I_1 I_2 r^3 + C_1 I_2 r^2 + K_1 (I_1 + I_2) r + C_1 K_1 = 0 \tag{I.7}$$

Recherche des racines du polynôme : *r_2, r_3,* et *r_4* . Soit *r_2* la racine réelle et *r_3, r_4* les racines complexes conjuguées (j opérateur complexe).

$$r_{3,4} = \alpha \pm j\omega \tag{I.8}$$

Recherche des vecteurs propres respectifs : *V_1, V_2, V_3* et *V_4*

Pour r_1 pour r_2 pour r_3 pour r_4

$$V_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \qquad V_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ A_{22} \end{vmatrix} \qquad V_3 = \begin{vmatrix} 1 \\ A_{32} \end{vmatrix} \qquad V_4 = \begin{vmatrix} 1 \\ \overline{A_{32}} \end{vmatrix} \tag{I.9}$$

La solution générale du système sans second membre est une combinaison linéaire des solutions précédentes.

$$V = AV_1 + BV_2 e^{r_2 t} + (a + jb) V_3 e^{(\alpha + j\omega)t} + (a - jb) V_4 e^{(\alpha - j\omega)t} \tag{I.10}$$

avec $V = \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{vmatrix}$

Soit

$$\theta_1 = A + B \times e^{r_2 t} + 2e^{\alpha t} \times (a\cos\omega t - b\sin\omega t)$$

$$\theta_2 = A + A_{22} B \times e^{r_2 t} + 2e^{\alpha t} \times ((aRe(A_{32}) - b\,\mathrm{Im}(A_{32}))\cos\omega t - (aRe(A_{32}) + b\,\mathrm{Im}(A_{32}))\sin\omega t)$$

(I.11):

Solution générale

Au second membre, un couple linéaire est appliqué au nœud 1 : $C_m(t) = C_t \times t + C_c$ (I.12)

Les solutions particulières suivantes,

$$\begin{aligned} \theta_1 &= x_2 t^2 + x_1 t + x_0 \\ \theta_2 &= y_2 t^2 + y_1 t + y_0 \end{aligned} \tag{I.13}$$

introduites dans (I.1) conduisent à :

$$x_2 = y_2 = \frac{C_t}{2C_1} \tag{I.14}$$

$$x_1 = y_1 = \frac{C_c}{C_1} - (I_1 + I_2) \times \frac{C_t}{C_1^{\ 2}} \tag{I.15}$$

$$x_0 - y_0 = \frac{I_2 \times C_t}{K_1 \times C_1} \tag{I.16}$$

La solution générale du système est donnée sous la forme :

$$\begin{aligned}\theta_1 - \theta_2 = \frac{I_2 C_t}{K_1 \times C_1} + (1 - A_{22}) B \times e^{r_2 t} + 2e^{\alpha t} \times ((a(1 - Re(A_{32})) + b\,\mathrm{Im}(A_{32}))\cos \omega t \\ + (a\,\mathrm{Im}(A_{32}) + b(Re(A_{32}) - 1))\sin \omega t)\end{aligned} \tag{I.17}$$

car seule la différence entre les points 1 et 2 est utilisée. Le déplacement d'ensemble représenté par la constante *A* est ainsi éliminé.

Les expressions des vitesses sont :

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 &= x_2 \times t + x_1 + r_2 B \times e^{r_2 t} + 2e^{\alpha t} \times ((a\alpha - b\omega)\cos \omega t - (b\alpha + a\omega)\sin \omega t) \\ \dot{\theta}_2 &= x_2 \times t + x_1 + r_2 B \times A_{22} e^{r_2 t} + 2e^{\alpha t} \times ((\alpha(aRe(A_{32}) - b\,\mathrm{Im}(A_{32})) - \omega(a\,\mathrm{Im}(A_{32}) + bRe(A_{32})))\cos \omega t \\ &\quad - (\alpha(a\,\mathrm{Im}(A_{32}) + bRe(A_{32})) + \omega(aRe(A_{32}) - b\,\mathrm{Im}(A_{32})))\sin \omega t)\end{aligned} \tag{I.18}$$

En connaissant θ_1 - θ_2 et les vitesses de rotation à l'instant initial, les constantes *B*, *a* et *b* sont déterminées par les équations (I.17) et (I.18).

La résolution du système I.2 est conduite de la même façon. Les racines sont trouvées à partir de l'équation caractéristique suivante :

$$I_3 I_4 r^3 + C_4 I_3 r^2 + K_2 (I_3 + I_4) r + C_4 K_2 = 0 \tag{I.19}$$

Les solutions générales sont identiques. Au second membre, un couple constant C_a est appliqué au nœud 4, les solutions particulières sont alors trouvées :

$$\begin{aligned}\theta_3 &= 0 \\ \theta_4 &= \frac{C_a}{C_t} t\end{aligned} \tag{I.20}$$

1.1.2 Mode embrayé

La résolution du système (I.3) est développée.

Fréquences et modes propres

La solution du système sans second membre est de la forme :

$$\begin{cases} \theta_1 = A_1 e^{r_i t} \\ \theta_2 = A_2 e^{r_i t} \\ \theta_4 = A_3 e^{r_i t} \end{cases} \tag{I.21}$$

Les solutions sont obtenues par annulation du déterminant

$$\begin{vmatrix} I_1 r^2 + C_1 r + K_1 & -K_1 & 0 \\ -K_1 & I r^2 + K_1 + K_2 & -K_2 \\ 0 & -K_2 & I_4 r^2 + C_4 r + K_2 \end{vmatrix} = 0 \tag{I.22}$$

$r_1 = 0$ est solution, il reste à résoudre l'équation caractéristique du 5ème degré suivante :

$$I_1 I_4 I \times r^5 + I(C_4 I_1 + C_1 I_4) \times r^4 + (I_4 K_1 (I_1 + I) + I_1 K_2 (I_4 + I) + C_1 C_4 I) \times r^3 + (C_4((K_1 + K_2) I_1 - K_1 I)$$
$$+ C_1((K_1 + K_2) I_4 - K_2 I)) \times r^2 + (K_1 K_2 (I_1 + I + I_4) + C_1 C_4 (K_1 + K_2)) \times r + K_1 K_2 (C_1 + C_4) = 0 \tag{I.23}$$

Recherche des racines du polynôme : r_2, r_3, r_4, r_5 et r_6 . Soit r_2 la racine réelle et r_3, r_4 les racines complexes conjuguées de même que r_5, r_6 .

$$r_{3,4} = \alpha_1 \pm j\omega_1 \tag{I.24}$$

$$r_{5,6} = \alpha_2 \pm j\omega_2 \tag{I.25}$$

A chaque racine r_i correspond un mode V_i

$$V_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad V_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ A_{22} \\ A_{23} \end{vmatrix} \quad V_3 = \begin{vmatrix} 1 \\ A_{32} \\ A_{33} \end{vmatrix} \quad V_4 = \begin{vmatrix} 1 \\ \overline{A}_{32} \\ \overline{A}_{33} \end{vmatrix} \quad V_5 = \begin{vmatrix} 1 \\ A_{42} \\ A_{43} \end{vmatrix} \quad V_6 = \begin{vmatrix} 1 \\ \overline{A}_{42} \\ \overline{A}_{43} \end{vmatrix} \tag{I.26}$$

La solution générale du système sans second membre est une combinaison linéaire des solutions précédentes.

$$V = AV_1 + BV_2 e^{r_2 t} + (a_1 + jb_1) V_3 e^{(\alpha_1 + j\omega_1)t} + (a_1 - jb_1) V_4 e^{(\alpha_1 - j\omega_1)t} +$$
$$(a_2 + jb_2) V_5 e^{(\alpha_2 + j\omega_2)t} + (a_2 - jb_2) V_6 e^{(\alpha_2 - j\omega_2)t} \tag{I.27}$$

avec $V = \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{vmatrix}$

Soit

$$\theta_1 = A + B \times e^{r_2 t} + 2e^{\alpha_1 t} \times (a_1 \cos\omega_1 t - b_1 \sin\omega_1 t) + 2e^{\alpha_2 t} \times (a_2 \cos\omega_2 t - b_2 \sin\omega_2 t)$$

$$\theta_2 = A + A_{22} B \times e^{r_2 t} + 2e^{\alpha_1 t} \times ((a_1 Re(A_{32}) - b_1 \operatorname{Im}(A_{32}))\cos\omega_1 t - (a_1 \operatorname{Im}(A_{32}) + b_1 Re(A_{32}))\sin\omega_1 t)$$
$$+ 2e^{\alpha_2 t} \times ((a_2 Re(A_{42}) - b_2 \operatorname{Im}(A_{42}))\cos\omega_2 t - (a_2 \operatorname{Im}(A_{42}) + b_2 Re(A_{42}))\sin\omega_2 t)$$

$$\theta_4 = A + A_{23} B \times e^{r_2 t} + 2e^{\alpha_1 t} \times ((a_1 Re(A_{33}) - b_1 \operatorname{Im}(A_{33}))\cos\omega_1 t - (a_1 \operatorname{Im}(A_{33}) + b_1 Re(A_{33}))\sin\omega_1 t)$$
$$+ 2e^{\alpha_2 t} \times ((a_2 Re(A_{43}) - b_2 \operatorname{Im}(A_{43}))\cos\omega_2 t - (a_2 \operatorname{Im}(A_{43}) + b_2 Re(A_{43}))\sin\omega_2 t)$$

(I.28):

Solution générale

Le couple moteur, appliqué au nœud 1, est le même que pour le système à deux degrés de liberté.

Les solutions particulières de la forme,

$$\theta_1 = x_2 t^2 + x_1 t + x_0$$
$$\theta_2 = y_2 t^2 + y_1 t + y_0 \qquad \text{(I.29)}$$
$$\theta_4 = z_2 t^2 + z_1 t + z_0$$

introduites dans le système (I.3) conduisent à :

$$x_2 = \frac{C_t}{2(C_1 + C_4)} \qquad \text{(I.30)}$$

avec $x_2 = y_2 = z_2$

$$x_1 - y_1 = \frac{C_4 C_t}{K_1(C_1 + C_4)} \qquad \text{(I.31)}$$

et

$$y_1 - z_1 = \frac{C_4 C_t}{K_2(C_1 + C_4)} \qquad \text{(I.32)}$$

$$x_1 = (C_c + C_a + \frac{C_4{}^2 C_t}{C_1 + C_4}(1/K_1 /+ 1/K_2) - 2(I_4 + I + I_1)x_2)/(C_1 + C_4) \qquad \text{(I.33)}$$

$$x_0 - y_0 = (-C_1 x_1 + C_c - 2I_1 x_2)/K_1 \qquad \text{(I.34)}$$

et

$$y_0 - z_0 = (2I_4 x_2 + C_4 z_1 - C_a)/K_2 \qquad \text{(I.35)}$$

Les constantes d'intégration, B, a_1, a_2, b_1, b_2 sont obtenues en fonction des conditions initiales à t_2. En connaissant $\theta_1(t_2)$ - $\theta_2(t_2)$, $\theta_2(t_2)$ - $\theta_3(t_2)$ et les vitesses de rotation à l'instant t_2 Les constantes sont déterminées par les équations (I.28).

1.1.3 Couples fonctions du temps et de la vitesse

Couple moteur

Le couple moteur varie selon le carré du temps durant le temps t_v d'ouverture des vannes commandant l'entrée d'air de la turbine. En t_v secondes le couple atteint sa valeur maximale C_{max} et reste constant jusqu'à l'arrêt du démarreur.

$$C_m = \frac{C_{\max}}{t_v^{\ 2}} t^2 \qquad \text{(I.36)}$$

L'évolution parabolique du couple est linéarisée par morceaux. t_1 étant le temps initial, le temps de t_1 à $t_v + t_1$ est divisé en n parties égales. A chaque pas de temps ($p=t_v/n$), les coefficients C_t et C_c (I.12) du couple linéaire varient de façon à suivre l'évolution du couple parabolique :

Pour i variant de $i = 1$ à $i = n$, entre $t_1+(i-1)p$ et t_1+ip :

$$\begin{aligned} C_t &= \frac{C_{\max} \times (2i-1)}{n \times t_v} \\ C_c &= \frac{-C_{\max} \times \left(\frac{t_v}{n} \times i(i-1) + t_1(2i-1) \right)}{n \times t_v} \end{aligned} \qquad \text{(I.37)}$$

A partir de tv :

$$\begin{aligned} C_t &= 0 \\ C_c &= C_{\max} \end{aligned} \qquad \text{(I.38)}$$

Couple résistant

Le couple résistant généré par le réacteur varie selon le carré de la vitesse (couple résistant $= am_4 \times \dot{\theta}_4^{\ 2}$ où am_4 est une contante). Ce couple est linéarisé par morceaux : pour un pas de vitesse (pa), il est de la forme $C_4 \times \dot{\theta}_4 + C_a$, avec :

$$\begin{aligned} C_4 &= am_4 \times \frac{\left|\dot{\theta}_4^*\right|}{\dot{\theta}_4^*} \times (2\dot{\theta}_4^* + pa) \\ C_a &= -am_4 \times \frac{\left|\dot{\theta}_4^*\right|}{\dot{\theta}_4^*} \times \dot{\theta}_4^* (\dot{\theta}_4^* + pa) \end{aligned} \qquad \text{(I.39)}$$

$\dot{\theta}_4^*$ représente la vitesse du nœud 4 juste à l'instant précédent le changement de coefficients.

1.1.4 Simulation

A l'instant de l'embrayage le modèle doit simuler le passage des deux systèmes à deux degrés de liberté (configuration 1) au système à trois degrés de liberté (configuration 2). Lorsque la roue libre est accrochée (configuration 2), l'évolution dynamique du système peut conduire à une situation où la roue libre reste embrayée ou à une situation dans laquelle les deux bagues de l'embrayage se désolidarisent (configuration 1).

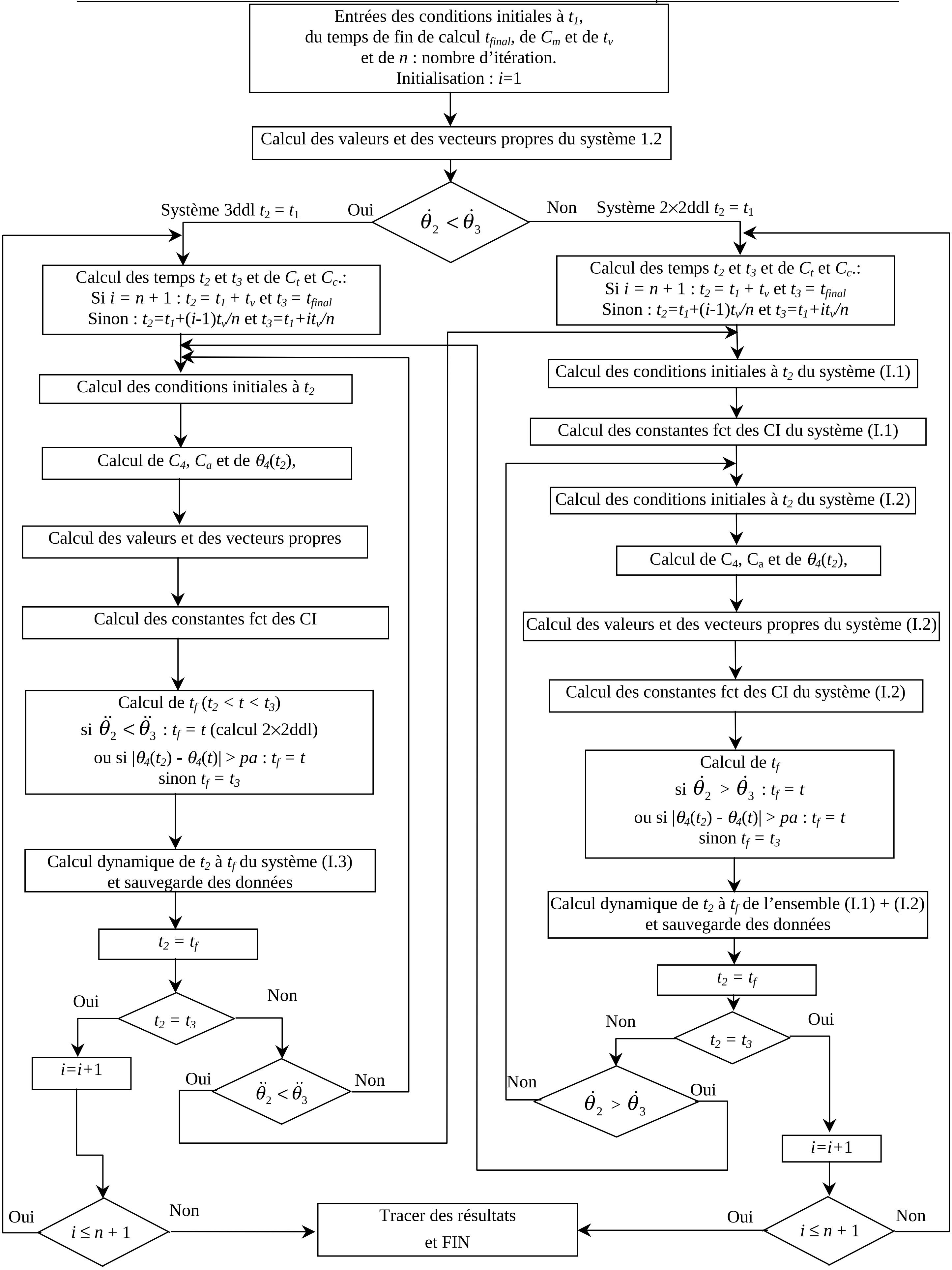
- Le passage de la configuration 1 à la configuration 2 est réalisé lorsque la vitesse du nœud 2 est égale à celle du nœud 3.

- le passage de la configuration 2 à la configuration 1, nécessite plus de précaution. Une recherche du changement d'état de type pas à pas est utilisée. La solution de la configuration 2 est connue, à chaque pas de temps une configuration 1 est simulée comme si l'on changeait d'état, ce qui nous donne les accélérations des nœuds 2 et 3. Si $\ddot{\theta}_2 \geq \ddot{\theta}_3$ on reste avec un système embrayé, et si $\ddot{\theta}_2 < \ddot{\theta}_3$ on débraye le système, c'est à dire que l'on passe en configuration 1.

La résolution d'une configuration se fait en prenant comme conditions initiales les valeurs prises par les vitesses et les déplacements, de la configuration précédente.

Le couple moteur est linéarisé par morceaux en fonction du temps (équations (I.37)) et le couple résistant sur le nœud 4 est linéarisé par morceaux en fonction de la vitesse (équations (I.38)). A chaque changement de pente les couples appliqués sont réactualisés. L'évolution du couple résistant entraînant une modification de l'amortissement, il est nécessaire de recalculer les valeurs et les modes propres du système (I.2) ou (I.3) et d'appliquer les nouvelles conditions initiales afin d'établir les nouvelles solutions analytiques.

Sur la figure I.2 page suivante, est présenté l'algorithme du logiciel développé.


Entrées des conditions initiales à t_1, du temps de fin de calcul t_{final}, de C_m et de t_v et de n : nombre d'itération. Initialisation : i=1
Calcul des valeurs et des vecteurs propres du système 1.2
$\dot{\theta}_2 < \dot{\theta}_3$
Oui
Système 3ddl $t_2 = t_1$
Non
Système 2×2ddl $t_2 = t_1$
Calcul des temps t_2 et t_3 et de C_t et C_c.: Si $i = n + 1$: $t_2 = t_1 + t_v$ et $t_3 = t_{final}$ Sinon : $t_2=t_1+(i-1)t_v/n$ et $t_3=t_1+it_v/n$
Calcul des conditions initiales à t_2
Calcul de C_4, C_a et de $\theta_4(t_2)$,
Calcul des valeurs et des vecteurs propres
Calcul des constantes fct des CI
Calcul de t_f ($t_2 < t < t_3$) si $\ddot{\theta}_2 < \ddot{\theta}_3$: $t_f = t$ (calcul 2×2ddl) ou si $|\theta_4(t_2) - \theta_4(t)| > pa$: $t_f = t$ sinon $t_f = t_3$
Calcul dynamique de t_2 à t_f du système (I.3) et sauvegarde des données
$t_2 = t_f$
$t_2 = t_3$
Oui
Non
$i=i+1$
$\ddot{\theta}_2 < \ddot{\theta}_3$
Oui
Non
$i \leq n + 1$
Oui
Non
Calcul des temps t_2 et t_3 et de C_t et C_c.: Si $i = n + 1$: $t_2 = t_1 + t_v$ et $t_3 = t_{final}$ Sinon : $t_2=t_1+(i-1)t_v/n$ et $t_3=t_1+it_v/n$
Calcul des conditions initiales à t_2 du système (I.1)
Calcul des constantes fct des CI du système (I.1)
Calcul des conditions initiales à t_2 du système (I.2)
Calcul de C_4, C_a et de $\theta_4(t_2)$,
Calcul des valeurs et des vecteurs propres du système (I.2)
Calcul des constantes fct des CI du système (I.2)
Calcul de t_f si $\dot{\theta}_2 > \dot{\theta}_3$: $t_f = t$ ou si $|\theta_4(t_2) - \theta_4(t)| > pa$: $t_f = t$ sinon $t_f = t_3$
Calcul dynamique de t_2 à t_f de l'ensemble (I.1) + (I.2) et sauvegarde des données
$t_2 = t_f$
$t_2 = t_3$
Non
Oui
$\dot{\theta}_2 > \dot{\theta}_3$
Non
Oui
$i=i+1$
$i \leq n + 1$
Oui
Non
Tracer des résultats et FIN

1.1.5 Applications

Données Numériques

Le démarreur est composé principalement d'une turbine, d'un réducteur épicycloïdal et d'un embrayage type roue libre. Les valeurs numériques du mécanisme sont les suivantes :

Inertie de la turbine : $1{,}25.10^{-3}$ kg.m^2

Inertie du réacteur : 13 kg.m$^{2.}$

Raideur du démarreur (K_1) : 10 000 Nm/rad

Raideur de l'arbre de liaison au réacteur (K_2) : 15 000 Nm/rad

Vitesse maximale de la turbine : 40 000 tr/mn

Rapport de réduction : 21,9

Couple moteur maximum : 31 Nm, atteint en 4 secondes

Couple résistant dû au réacteur : $0{,}011\times(\Omega_{\text{réacteur}})^2$

Couple résistant au niveau du démarreur : $3{,}38.10^{-3}\times\Omega_{\text{turbine}}$

Le réducteur est ici considéré indéformable, de plus son inertie faible devant celle de la turbine est négligée. Le système est alors considéré comme une seule ligne d'arbre avec comme vitesse de référence celle de la sortie du réacteur. En conséquence, l'inertie et l'amortissement de la turbine ainsi que la raideur du démarreur doivent être multipliées par le carré du rapport de réduction. Le couple moteur appliqué sur la turbine est lui multiplié par 21,9.

Les données numériques utilisées sont alors :

$I_1 = 0{,}6$ kg.m^2

$I_2 = I_3 = 0{,}05$ kg.m^2

$I_4 = 13$ kg.m^2

$K_1 = 4{,}8.10^6$ Nm/rad

$K_2 = 15\,000$ Nm/rad

couple moteur maximum appliqué au nœud 1 : $C_m = 31\times 21{,}9$ Nm

l'amortissement au nœud 4 est de la forme : $0{,}011\times\dot{\theta}_4^{\,2}$

et celui au nœud 1: $3{,}38.10^{-3}\times 21{,}9^2\times\dot{\theta}_1$

Démarrage

La figure I.3 représente la montée en vitesse de l'ensemble du modèle au cours d'un démarrage. Les conditions initiales sont toutes prises à zéro. La vitesse se stabilise aux environs de 183 rad/s.

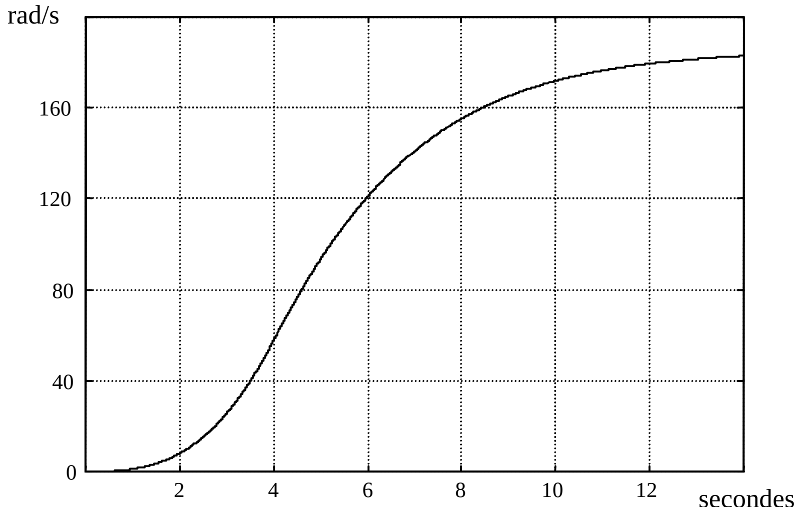


Figure I.3 : Vitesse de rotation au démarrage

La figure I.4 représente le couple transmis par l'arbre de liaison au réacteur ($K_2 \times (\theta_3 - \theta_4)$). Ce couple est maximum au bout de 4 secondes, c'est à dire lorsque que le couple moteur est maximum. Ensuite, le couple moteur garde sa valeur maximale, la vitesse continue d'augmenter, figure I.3 , et le couple supporté par l'arbre de liaison diminue.

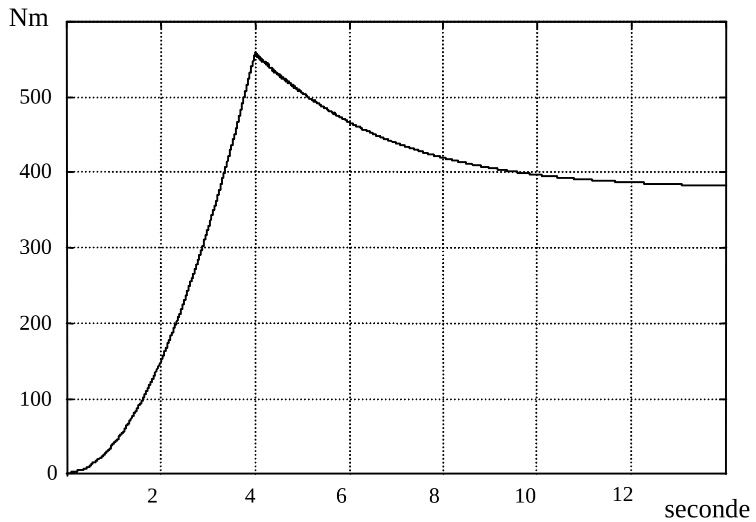


Figure I.4 : Couple transmis

Lors du démarrage aucune phase de désembrayage de la roue libre n'est observée

*Réengagemen*t

Dans un premier temps une vitesse initiale de 183 rad/s est choisie pour le réacteur (nœuds 3 et 4), Le démarreur est à l'arrêt (conditions initiales nulles aux nœuds 1 et 2). La vitesse du réacteur diminue alors que le démarreur monte en vitesse, cette phase dure environ 2,5 secondes ,figure I.5, puis l'embrayage se produit relançant le réacteur. A cet instant, l'accouplement brutal crée des couples vibratoires dans les arbres de transmission, figure I.6.

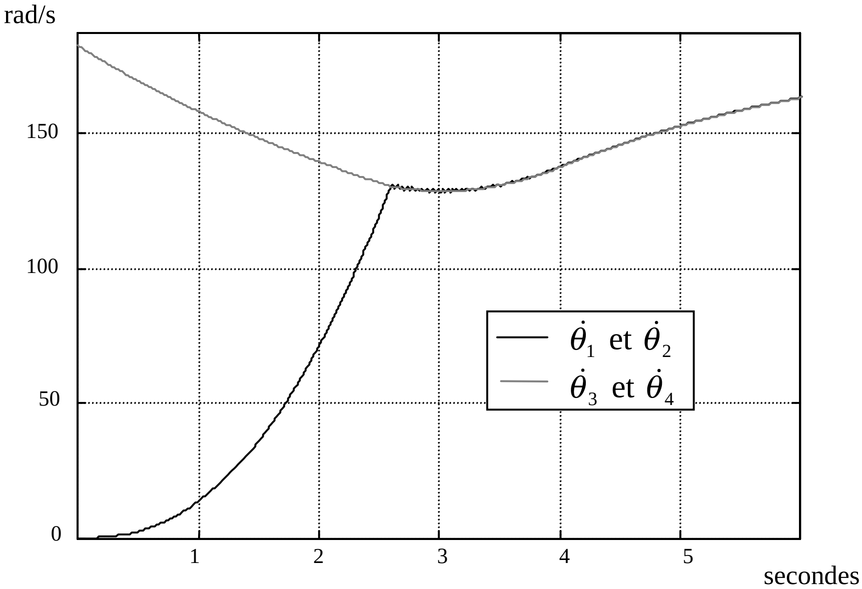


Figure I.5 : Vitesses de rotation, réengagement 183 rad/s

Le couple transmis oscille autour d'une position d'équilibre qui suit l'évolution du couple moteur. Sa valeur maximale est plus petite qu'au cours d'un démarrage normal.

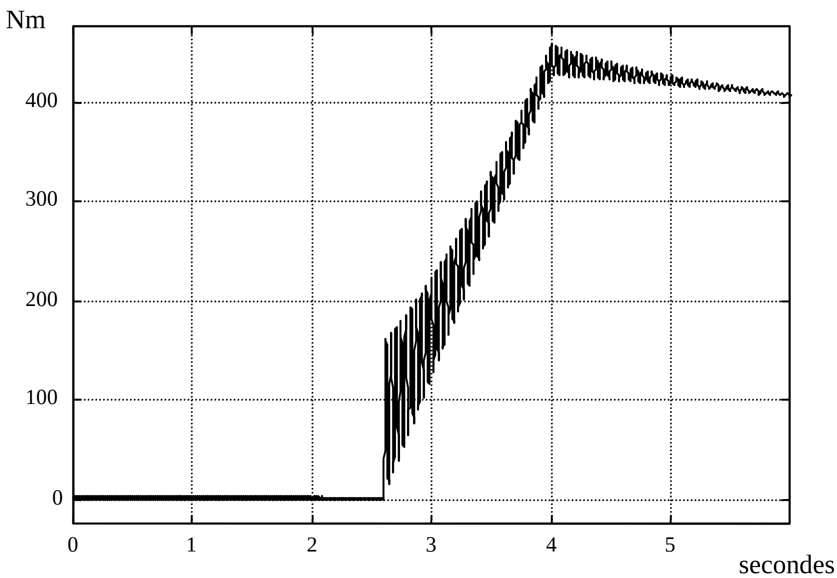


Figure I.6 : Couple transmis, réengagement 183 rad/s

Une deuxième simulation est présentée figures I.7 et I.8. La vitesse initiale du réacteur est prise à 300 rad/s, le démarreur met alors un peu plus de temps pour rattraper la vitesse du réacteur (environ 3 secondes). A l'instant de l'embrayage, le couple fourni par la turbine est plus important que sur la simulation précédente, ce qui a comme conséquence d'augmenter l'amplitude des oscillations du couple transmis, figure I.8.

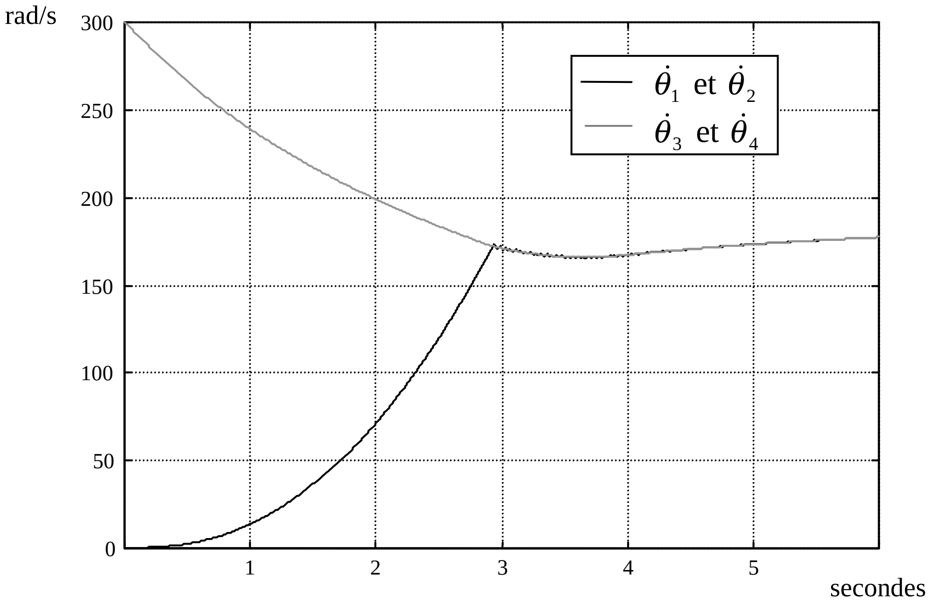


Figure I.7 : Vitesses de rotation, réengagement 300 rad/s

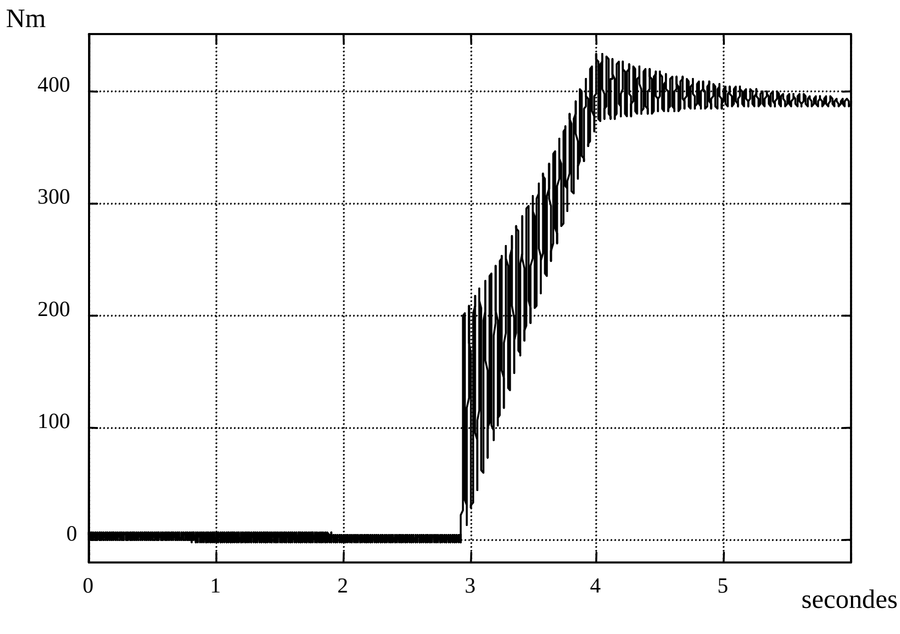


Figure I.8 : Couple transmis, réengagement 300 rad/s

Ce modèle caractérise simplement le fonctionnement de l'ensemble démarreur et réacteur. La déformation de la roue libre doit être prise en compte sous la forme d'une raideur non-linéaire entre les nœuds 2 et 3. La résolution analytique n'étant plus possible, une méthode numérique est alors utilisée.

1.2 MODELE 2

Dans le modèle précédent, la raideur de la roue libre était considérée constante et infinie. En réalité cette raideur n'est pas infinie et évolue en fonction des déplacements relatifs des deux bagues de la roue libre.

1.2.1 Equations du mouvement – résolution

Le modèle utilisé, figure I.1, est semblable à celui présenté précédemment, figure I.1, il comporte quatre degrés de liberté et une raideur non-linéaire représente la roue libre.

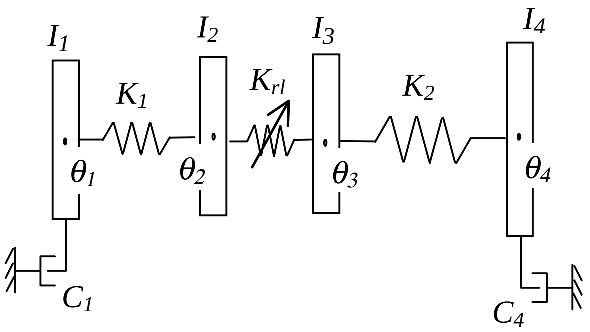


Figure I.1 : Modèle à 4 degrés de liberté

La turbine est modélisée par l'inertie I_1, la raideur du démarreur par K_1, le réacteur par l'inertie I_4 et sa raideur de liaison par K_2. K_{rl} est la raideur non-linéaire de l'embrayage.

Les équations du mouvement sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C_m(t) \\ I_2\ddot{\theta}_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) + K_{rl}(\theta_2 - \theta_3) = 0 \\ I_3\ddot{\theta}_3 + K_2(\theta_3 - \theta_4) + K_{rl}(\theta_3 - \theta_2) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + am_4\dot{\theta}_4^{\,2} + K_2(\theta_4 - \theta_3) = 0 \end{cases} \tag{I.1}$$

$C_m(t)$ est le couple moteur parabolique fourni par la turbine (équation I.36).
$am_4\dot{\theta}_4^{\,2}$ est le couple résistant dû au réacteur présenté pages 21 et 22.

En mode embrayé $((\theta_2 - \theta_3) \geq 0)$, K_{rl} varie par rapport aux déplacements angulaires :

$$K_{rl} = Cte \times |\theta_2 - \theta_3|^{ne\text{-}1} \tag{I.2}$$

La déformation non-linéaire de la roue libre dépend de la géométrie des bagues et des galets et ne peut être connue que par une mesure expérimentale. Des valeurs s'approchant de la réalité sont choisies : ne = 2 et Cte = 4.10^4. Ce qui correspond environ à une déformation de 0,1 rad pour un couple transmis de 400 Nm.

En mode libre K_{rl} = 0 et $\dot{\theta}_2 \leq \dot{\theta}_3$, le système se comporte comme deux systèmes indépendants, au bout d'un certain temps de fonctionnement en mode libre, l'écart angulaire entre les nœuds 2 et 3 peut être considérable.

Le passage du mode libre au mode embrayé est réalisé quand la vitesse du nœud 2 rejoint celle du nœud 3 au temps t_e. A cet instant l'angle de rotation du nœud 3 est égalé à celui du nœud 2 tout en conservant l'écart angulaire entre les nœuds 3 et 4.

$$\theta_3(t_e) = \theta_2(t_e) \qquad \text{et} \qquad \theta_4(t_e) = \theta_4 - \theta_3 + \theta_2(t_e) \qquad \text{(I.3)}$$

où θ_4 et θ_3 sont les déplacements des nœuds 3 et 4 juste avant l'embrayage.

Le passage du mode embrayé au mode libre est réalisé quand l'angle de rotation relatif des bagues de la roue libre devient nul : $(\theta_2 - \theta_3) = 0$.

Résolution

Les méthodes numériques de Newmark et de Runge Kutta, présentées annexe A, sont utilisées pour la résolution d'équations linéaires. Pour la méthode de Newmark, des procédés itératifs particuliers sont nécessaires afin de résoudre le problème non-linéaire. Pour la méthode de Runge-Kutta, les non linéarités de l'embrayage et de l'amortissement sont directement traitées à l'intérieur de chaque résolution en calculant les matrices raideur et amortissement en fonction des vitesses et des déplacements.

1.2.2 Applications

Les réponses obtenues, pour la simulation d'un démarrage, sont identiques à celles de la partie analytique. Pour un réengagement, un couple moteur est ajouté au nœud 4 de façon à équilibrer à l'instant initial le couple provenant de l'amortissement visqueux. Ce couple fonction du temps devient nul en une demi-seconde.

Les deux méthodes numériques ont été utilisées et donnent exactement les mêmes résultats. On peut en déduire que la non-linéarité de l'embrayage a correctement été traitée.

L'évolution des réponses, figures I.2 et I.3 est similaire à celles des figures I.6. Le début de la descente en vitesse du réacteur, figure I.2, est un peu transformé du fait du couple supplémentaire. Ce couple ne modifie pas les vibrations apparaissant après l'embrayage.

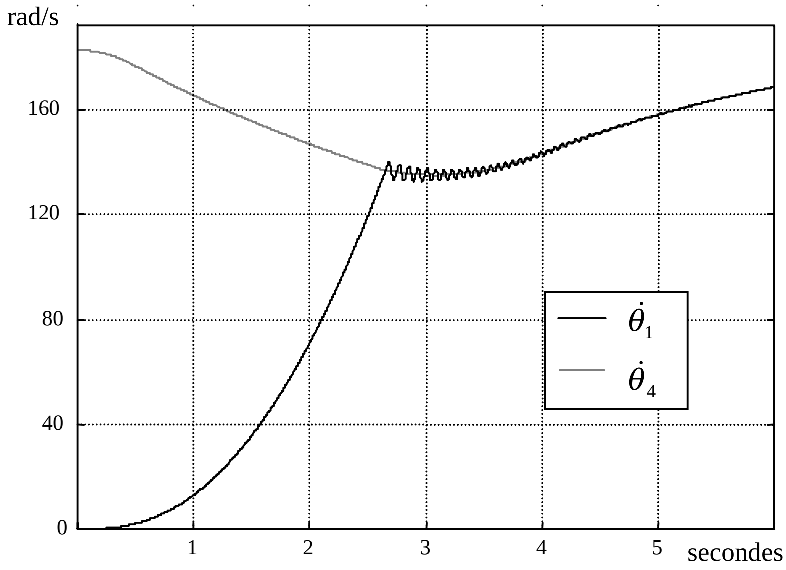


Figure I.2 : Vitesses de rotation, modèle 4ddl

Les amplitudes des oscillations, figure I.3 sont plus importantes que celle de la figure I.6, sans toutefois dépasser le couple nominal.

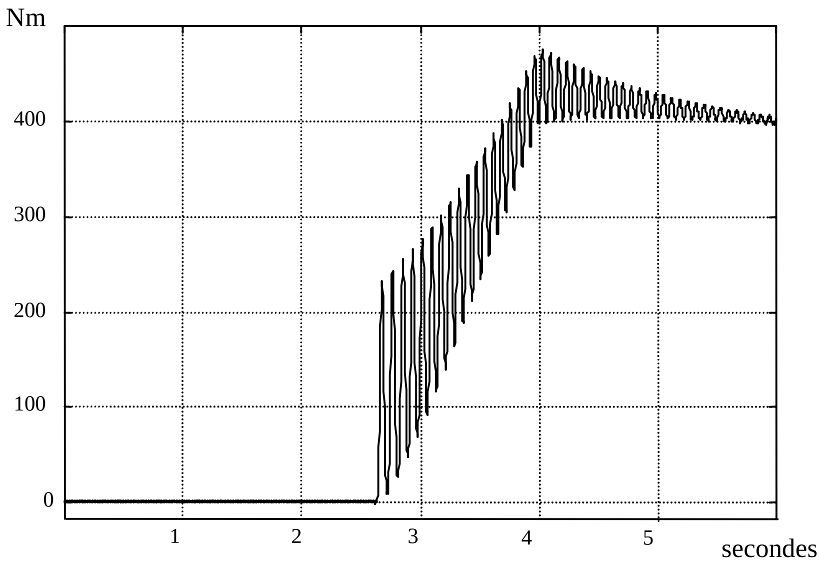


Figure I.3 : Couple transmis, modèle 4ddl

Plusieurs simulations ont été effectuées avec des raideurs K_{rl} différentes, la figure I.4 représente le couple transmis avec les valeurs numériques suivantes :

$ne = 3$ et $Cte = 4.10^5$

Ce qui correspond environ à une déformation de 0,3 rad pour un couple transmis de 400 Nm. Plus la roue libre est flexible plus l'amplitude des couples transmis est importante. Quand l'embrayage met un peu plus de temps à réagir à l'instant de l'enclenchement, l'énergie cinétique du démarreur augmente plus qu'il ne le faut et se répercute ensuite dans les arbres de transmission. Les jeux de fonctionnement de la chaîne cinématique de la turbine au réacteur peuvent alors créer un retard à l'embrayage pouvant être la cause de surcouple important. Afin de mieux prendre en compte ce retard à l'embrayage, les étages de réduction sont modélisés ainsi que la liaison par cannelures à la sortie du démarreur. Pour cela, un modèle simple d'engrenage est étudié.

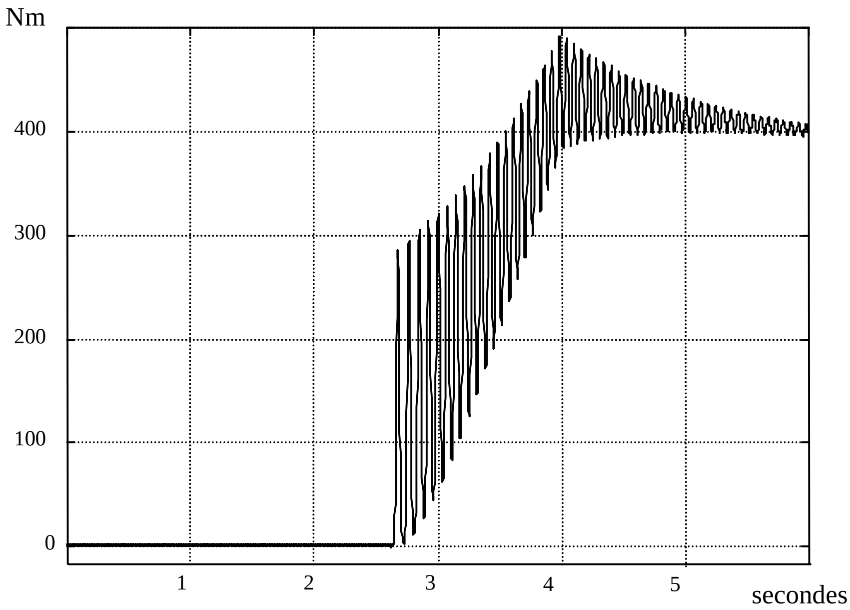


Figure I.4 : Couple transmis avec une raideur plus faible

2 ETUDE DYNAMIQUE

Le fonctionnement de l'embrayage, type roue libre à galets de forme, peut-être décrit par trois configurations :

- Première configuration, fonctionnement en mode encastré, les galets sont bloqués, la bague intérieure de la roue libre est liée à la bague extérieure. Dans notre cas, la turbine du démarreur solidaire de la bague intérieure entraîne en rotation le réacteur solidaire de la bague extérieure.
- Deuxième configuration, fonctionnement en mode roue libre, les galets sous l'effet de la force d'inertie se décollent de la bague intérieure, il n'y a plus contact. Le réacteur est complètement indépendant du démarreur.
- La troisième configuration est la transition entre les deux précédentes. La bague intérieure a une vitesse de rotation plus petite que la bague extérieure, les galets sont liés à cette dernière et frottent sur la bague intérieure. Le passage de la troisième configuration à la première se fait à l'instant où les vitesses s'égalisent.

La transition est délicate, dans certains cas les galets ne s'enclenchent pas correctement. Au moment de l'embrayage, les galets doivent rouler sans glisser pour ensuite venir se coincer. Le coefficient de frottement doit être suffisant pour créer ce mouvement, sinon la bague intérieure continue de glisser et sa vitesse devient supérieure à celle de la bague extérieure, le système ne peut pas embrayer immédiatement.

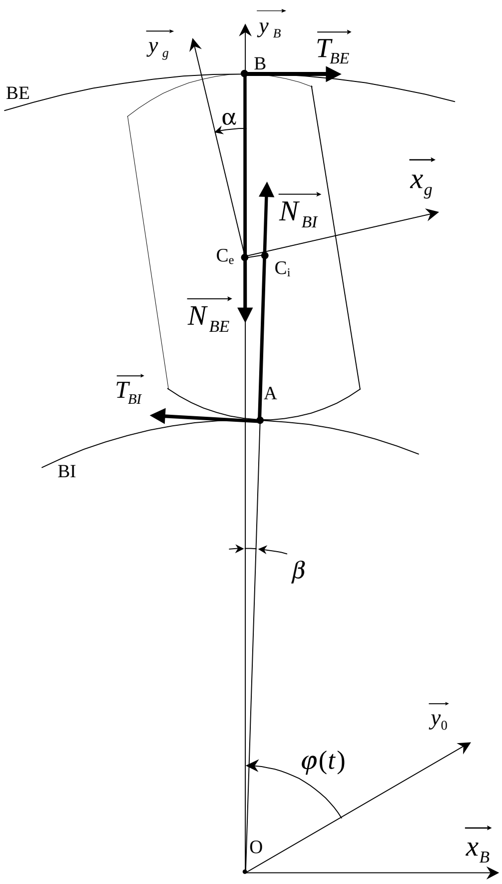
Plusieurs modèles ont été développés. Pour commencer un modèle de frottement sec entre deux inerties a été étudié, puis un modèle de test pour savoir si la roue libre embraye correctement ou non, ces deux modèles sont présentés annexe B. Le modèle représentant le comportement interne de l’embrayage après le mauvais coincement des galets, présenté ici, permet de simuler le fonctionnement de la roue libre dans les trois configurations décrites ci dessus. La masse et l'inertie du galet sont prises en compte, de même qu'une force de frottement dépendant de la raideur des ressorts de rappel et de la force d'inertie du galet. Ce modèle permet entre autre de simuler le comportement interne de la roue libre après le mauvais coincement des galets et détermine alors si le système embraye à nouveau et dans quelles conditions.

Après l’établissement des équations du mouvement, deux études sont réalisées afin de rechercher précisément les phases de glissement et de frottement. Pour chacune, une expérimentation et une application numérique sont présentées.

2.1 MODELE DE ROUE LIBRE

2.1.1 Modélisation des bagues et d'un galet

Les notations et les repères sont les mêmes que ceux définis pour l'étude statique.



$O\overrightarrow{x_B}\,\overrightarrow{y_B}\,\overrightarrow{z}$ est le repère tel que $\overrightarrow{y_B}$ passe par le centre de gravité G du galet. G est confondu avec C_e.

$G\overrightarrow{x_g}\,\overrightarrow{y_g}\,\overrightarrow{z}$ est le repère lié au galet défini par sa masse m_g et son inertie I_g autour de $G\overrightarrow{z}$.

Figure II.1 : Equilibre du galet, position des repères

Le moment dynamique du galet par rapport à un repère galiléen centré en G est égal à :

$$\overrightarrow{M}(G, g/0) = I_g \times \left(\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{d^2\varphi}{dt^2}\right) \cdot \vec{z} \qquad \text{(II.1)}$$

La résultante dynamique du galet par rapport au repère de référence est égale à :

$$\vec{R}(g/o) = -m_g \times OG\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2} \cdot \overrightarrow{x_B} + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \cdot \overrightarrow{y_B}\right) \qquad \text{(II.2)}$$

l'équilibre dynamique du galet s'écrit :

$$I_g \times (\ddot{\alpha} + \ddot{\varphi}) = -(R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times T_{BE} + b \times T_{BI} + h \times N_{BI} \qquad \text{(II.3)}$$

$$-m_g \times (R_e - R_{ge} + \delta_{BE} + \delta_g + \delta_H) \times \ddot{\varphi} = T_{BE} + \cos(\beta) \times T_{BI} + \sin(\beta) \times N_{BI} \qquad \text{(II.4)}$$

Les équations du mouvement des bagues intérieure et extérieure sont :

$$I_{BI} \times \ddot{\theta}_{BI} = Ce_{/BI} + nbg \times (R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2}) \times T_{BI} \tag{II.5}$$

$$I_{BE} \times \ddot{\theta}_{BE} = Ce_{/BE} + nbg \times (R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}) \times T_{BE} \tag{II.6}$$

Où T_{BE}, T_{BI} et N_{BI} sont les forces algébriques des bagues sur le galet.

Ces quatre relations représentent les équations du mouvement du système bagues et galet. Elles sont ensuite composées différemment selon le cas où la roue libre est en phase embrayée ou non.

2.1.2 Equations de la roue libre embrayée

Les degrés de liberté du galet α et φ sont dans ce cas liés à ceux des bagues θ_{BI} et θ_{BI} (relations (II.19) et (II.20)). Il faut résoudre un système à deux degrés de liberté. En composant les équations (II.3) et (II.4) on obtient T_{BI} et T_{BE} en fonction de $\ddot{\alpha}$, $\ddot{\varphi}$ et de N_{BI}.

$$T_{BI} = \frac{I_g \times (\ddot{\alpha} + \ddot{\varphi}) - m_g \times (R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times (R_e - R_{ge} + \delta_{BE} + \delta_g + \delta_H) \times \ddot{\varphi} - N_{BI} \times ((R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times \sin(\beta) - h)}{b + (R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times \cos(\beta)} \tag{II.7}$$

$$T_{BE} = \frac{-I_g \times \cos(\beta) \times (\ddot{\alpha} + \ddot{\varphi}) - m_g \times b \times (R_e - R_{ge} + \delta_{BE} + \delta_g + \delta_H) \times \ddot{\varphi} + N_{BI} \times (b \times \sin(\beta) - h \times \cos(\beta))}{b + (R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times \cos(\beta)} \tag{II.8}$$

N_{BI} et les déplacements δ_{BI}, δ_{BE}, δ_g et δ_H, sont des fonctions de *(θ_{BI} - θ_{BE})* trouvées à partir des équations statiques développées au paragraphe précédent. $\ddot{\alpha}$ et $\ddot{\varphi}$ sont trouvées à partir des relations cinématiques de roulement sans glissement :

$$\dot{\theta}_{BE} = \dot{\varphi} + \frac{R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}}{R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}} \times \dot{\alpha} \tag{II.19}$$

$$\dot{\theta}_{BI} - \dot{\theta}_{BE} = -\left(\frac{b}{R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2}} + \frac{R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}}{R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}} \right) \times \dot{\alpha} \tag{II.20}$$

Pour dériver (II.20) une approximation sur les déplacements est nécessaire, ils sont exprimés en fonction de

$$\delta = \delta_{BI} + \frac{\delta_H}{2} \tag{II.9}$$

On définit :

$$\delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2} = coef_1 \times \delta \tag{II.10}$$

$$\delta_{BI} + \delta_g + \delta_H = coef_2 \times \delta \tag{II.11}$$

$$\delta_{BE} + \delta_g + \delta_H = coef_3 \times \delta \tag{II.12}$$

$$\delta_g + \frac{\delta_H}{2} = coef_4 \times \delta \tag{II.13}$$

La dérivée de (II.20) s'écrit alors sous la forme :

$$\ddot{\theta}_{BE} - \ddot{\theta}_{BI} = \left(\frac{\frac{\partial b}{\partial \delta}(R_i - \delta) + b}{(R_i - \delta)^2} - \frac{coef_4(R_e + coef_1 \times \delta) + (R_{ge} - coef_4 \times \delta)}{(R_e + coef_1 \times \delta)^2} \right) \times \dot{\delta} \times \dot{\alpha} + \left(\frac{b}{R_i - \delta} + \frac{R_{ge} - coef_4 \times \delta}{R_e + coef_1 \times \delta} \right) \times \ddot{\alpha} \tag{II.14}$$

$\frac{\partial b}{\partial \delta}$ est trouvée en dérivant la relation (II.22) en fonction de δ :

$$\frac{\partial b}{\partial \delta} = \frac{\begin{pmatrix} 2(coef_3(R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta) - coef_2(R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta))(R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta) \\ + coef_2((R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 + (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2 - a^2) \end{pmatrix}}{2 \times (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2} + 1 \tag{II.15}$$

Par contre, pour $\dot{\delta}$ il faut réécrire la relation (II.8) :

$$\alpha = -\theta_i + \arccos\left(\frac{a^2 + (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 - (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2}{2 \times a \times (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)} \right) \tag{II.16}$$

et la dériver en fonction du temps, on obtient ainsi une relation entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\delta}$:

$$\dot{\alpha} = -\frac{\begin{pmatrix} -2(coef_3(R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta) + coef_2(R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta))(R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta) \\ - coef_3(a^2 + (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 - (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2) \end{pmatrix}}{2 \times a \times (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 \times \sqrt{1 - \frac{a^2 + (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 - (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2}{2 \times a \times (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)}}} \times \dot{\delta} \tag{II.17}$$

En composant alors les équations (II.14), (II.15), (II.17) et (II.20), on obtient $\ddot{\alpha}$ en fonction de $\ddot{\theta}_{BE} - \ddot{\theta}_{BI}$, $\dot{\theta}_{BE} - \dot{\theta}_{BI}$ et de δ.

$\ddot{\varphi}$ est trouvée en dérivant (II.19) :

$$\ddot{\varphi} = \ddot{\theta}_{BE} - \frac{R_{ge} - coef_4 \times \delta}{R_e + coef_1 \times \delta} \times \ddot{\alpha} + \frac{coef_4 (R_e + coef_1 \times \delta) + coef_1 (R_{ge} - coef_4 \times \delta)}{(R_e + coef_1 \times \delta)^2} \times \dot{\delta} \times \dot{\alpha} \qquad \text{(II.18)}$$

Finalement les forces T_{BI} et T_{BE} sont obtenues en fonction de $\ddot{\theta}_{BE} - \ddot{\theta}_{BI}$, $\dot{\theta}_{BE} - \dot{\theta}_{BI}$ et de δ. Pour résoudre les équations différentielles (II.5) et (II.6) il faut adapter les méthodes de résolution à l'aide d'un procédé itératif. Le système est résolu d'abord avec le second membre calculé avec les accélérations et vitesses du pas de temps précédent. Les nouvelles valeurs approximatives sont alors utilisées dans le second membre pour un calcul au même pas de temps. Et ainsi de suite jusqu'à la convergence des résultats.

Ces équations permettent d'obtenir la réponse temporelle d'une roue libre en mode embrayé. Le rapport $|T_{BI}/N_{BI}|$ est comparé au coefficient de frottement au cours de la simulation, s'il dépasse la valeur limite la roue libre glisse alors dans le sens libre ou embrayé. De nouvelles équations sont alors nécessaires pour déterminer la suite du comportement en phase de glissement. Il faut reprendre les équations ci-dessus avec α comme degré de liberté supplémentaire, en effet le mouvement du galet devient indépendant de celui des bagues.

2.1.3 Equations pour la roue libre en phase de glissement

Cette résolution est valable pour le glissement dans le sens embrayé comme pour le sens libre, le signe de la force tangentielle T_{BI} change simplement de signe de façon à s'opposer au mouvement :

$$T_{BI} = \pm \mu \times N_{BI} \qquad \text{(II.19)}$$

μ est le coefficient limite de frottement et N_{BI} est l'effort normal calculé à partir de la position statique du galet. S'il n'y a plus contact, $N_{BI} < 0$, alors on impose $N_{BI} = 0$.

Les équations de base sont les mêmes qu'au paragraphe précédent, pour le déplacement de la bague intérieure l'équation différentielle (II.5) est prise telle quelle, pour les deux autres degrés de liberté il faut traiter les équations de manière différente. T_{BE} est défini à partir de la relation (II.4), $\ddot{\varphi}$ à partir de (II.18), ils sont ensuite remplacés dans les équations (II.3) et (II.6), on obtient alors les équations du mouvement dont les degrés de liberté sont θ_{BI}, θ_{BE} et α :

$$\left\{\begin{array}{l}
I_{BI}\cdot\ddot{\theta}_{BI}=Ce_{/BI}+nbg\times(R_i-\delta_{BI}-\dfrac{\delta_H}{2})\times T_{BI} \\
\left(I_{BE}+nbg\times(R_e+coef_1\times\delta)\times m_g\times(R_e-R_{ge}+coef_3\times\delta)\right)\times\ddot{\theta}_{BE} \\
-nbg\times m_g\times(R_{ge}-coef_4\times\delta)\times(R_e-R_{ge}+coef_3\times\delta)\times\ddot{\alpha}= \\
Ce_{/BE}-nbg\times(R_e+coef_1\times\delta)\times\begin{pmatrix} m_g\times(R_e-R_{ge}+coef_3\times\delta)\times B\times\dot{\delta}\times\dot{\alpha}+ \\ T_{BI}\times\cos(\beta)+N_{BI}\times\sin(\beta)\end{pmatrix} \\
\left(I_g+\dfrac{R_{ge}-coef_4\times\delta}{R_e+coef_1\times\delta}\times(m_g\times(R_{ge}-coef_4\times\delta)\times(R_e-R_{ge}+coef_3\times\delta)-I_g)\right)\times\ddot{\alpha} \\
+\left(I_g-m_g\times(R_{ge}-coef_4\times\delta)\times(R_e-R_{ge}+coef_3\times\delta)\right)\times\ddot{\theta}_{BE}= \\
T_{BI}\times(b+(R_{ge}-coef_4\times\delta)\times\cos(\beta))+N_{BI}\times(h+(R_{ge}-coef_4\times\delta)\times\sin(\beta))+ \\
B\times\dot{\delta}\times\dot{\alpha}\times(m_g\times(R_{ge}-coef_4\times\delta)\times(R_e-R_{ge}+coef_3\times\delta)-I_g)
\end{array}\right. \tag{II.20}$$

Avec

$$B=\frac{coef_4(R_e+coef_1\times\delta)+coef_1(R_{ge}-coef_4\times\delta)}{(R_e+coef_1\times\delta)^2} \tag{II.21}$$

2 MODELES D'ENGRENAGE

De nombreux jeux de dentures existent dans le démarreur, au niveau des étages de réduction ainsi qu'au niveau de l'arbre cannelé de sortie. Ces jeux peuvent avoir une importance significative sur le comportement dynamique, particulièrement en régime transitoire. Deux modèles de jeux de dentures sont présentés, l'un modélisant le contact des dents uniquement par une raideur, l'autre par une raideur et un amortisseur.

Pour un engrenage classique deux ou trois dents sont en prise cycliquement. Dans des publications, ce phénomène est modélisé par une seule dent en prise mais avec une raideur variable. [KAH97] et [VEL90] imposent une raideur variant périodiquement. La raideur des dentures étant suffisamment élevée, seule une raideur constante sera considérée.

2.1 MODELE SANS AMORTISSEMENT

L'engrenage est modélisé par les inerties I_2 et I_3, figure I.1, liées par la raideur des dentures K_d lorsque le jeu est consommé.

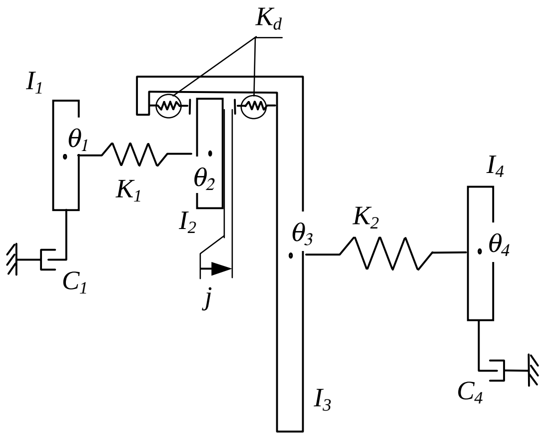
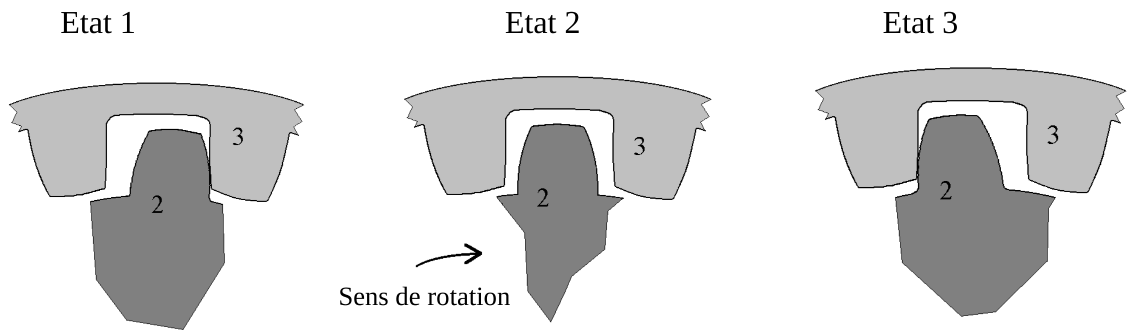


Figure I.1 : Modèle d'engrenage à 4degrés de liberté

L'inertie I_1 et l'amortissement C_1 sont ceux de la turbine, le nœud 4 est relatif à la bague intérieure de la roue libre.

2.1.1 Equations du mouvement

Trois états du système sont identifiés selon la position relative des dentures, figure I.2.



$$R_2\theta_2 + R_3\theta_3 \geq j \qquad 0 < R_2\theta_2 + R_3\theta_3 < j \qquad R_2\theta_2 + R_3\theta_3 \leq 0 \tag{I.1}$$

Figure I.2 : Schéma de position des dentures

R_2 : rayon de la roue menante en mètre
R_3 : rayon de la roue menée en mètre
j représente le jeu de fonctionnement en mètre.

L'état 3, sans que la dent soit déformée, est considéré comme la position initiale.

$$R_2\theta_2 + R_3\theta_3 = 0 \tag{I.2}$$

Les équations du mouvement de l'état 1 sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C(t) \\ I_2\ddot{\theta}_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) + K_d R_2(R_2\theta_2 + R_3\theta_3 - j) = 0 \\ I_3\ddot{\theta}_3 + K_2(\theta_3 - \theta_4) + K_d R_3(R_2\theta_2 + R_3\theta_3 - j) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + C_4\dot{\theta}_4 + K_2(\theta_4 - \theta_3) = 0 \end{cases} \tag{I.3}$$

K_d est la raideur de la dent en prise de l'engrenage en N/m
$C_m(t)$ est le couple moteur appliqué au nœud 1.

Les équations du mouvement de l'état 2 sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C_m(t) \\ I_2\ddot{\theta}_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) = 0 \\ I_3\ddot{\theta}_3 + K_2(\theta_3 - \theta_4) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + C_4\dot{\theta}_4 + K_2(\theta_4 - \theta_3) = 0 \end{cases} \tag{I.4}$$

Le système se comporte alors comme deux systèmes découplés.

Les équations du mouvement de l'état 3 sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C_m(t) \\ I_2\ddot{\theta}_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) + K_d R_2 (R_2\theta_2 + R_3\theta_3) = 0 \\ I_3\ddot{\theta}_3 + K_2(\theta_3 - \theta_4) + K_d R_3 (R_2\theta_2 + R_3\theta_3) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + C_4\dot{\theta}_4 + K_2(\theta_4 - \theta_3) = 0 \end{cases} \tag{I.5}$$

Remarque :

Pour un engrenage à denture intérieure la valeur du rayon doit être de signe négatif. Par exemple, pour la figure I.2, R_2 est positif et R_3 est négatif. Ce modèle peut aussi être utilisé pour modéliser le jeu des cannelures.

Résolution

La non-linéarité provenant du jeu de fonctionnement se traduit par des variations brutales de raideur. La résolution, avec les schémas numériques présentés annexe A, est adaptée par un procédé de détermination précis du changement d'état. Quand un changement est détecté le pas de calcul est diminué par étapes jusqu'à une valeur 1000 fois plus petite que le pas initial. L'erreur commise est ainsi minimisée.

2.1.2 Applications

Il s'agit ici de comparer les résultats des différentes méthodes numériques présentées annexe A.

Les données utilisées pour la simulation sont :

I_1 = 1,25.10^{-3} kg.m^2

K_1 = 10^4 Nm/rad

C_1 = 3,38.10^{-3} Nms/rad

r = 21,9

Le rapport de réduction du démarreur, r, est réalisé par deux étages d'engrenages. La modélisation simplifiée ne comporte qu'un étage, ce qui conduit aux valeurs de rayons suivantes:

R_2 = 2.10^{-2} m

R_3 = -21.9 $\times$ R_2

Les autres données numériques sont choisies de façon à respecter les ordres de grandeurs des valeurs réelles.

I_2 = I_3 = I_4 = 10^{-4} kg.m^2

K_2 = 5.10^4 Nm/rad

K_d = 10^6 N/m

C_4 = 0

j = 5.10^{-4} m

Le couple moteur $C_m(t)$ est le même que précédemment, $C_m = \frac{C_{\max}}{t_v^2} t^2$.

Une simulation de 0,2 seconde est réalisée en utilisant la méthode de Newmark accélération. La figure I.3 présente les courbes de réponse en vitesse où apparaît le rapport de réduction entre les nœuds 2, 3 et 4. La vitesse du nœud 1 n'est pas représentée car elle est quasiment égale à celle du nœud 2, de même la différence des vitesses entre les nœuds 3 et 4 n'apparaît que sur le zoom figure I.3. La figure I.4 représente la position relative des dents de l'engrenage ($R_2\theta_2 + R_3\theta_3$) au cours du temps. En un peu plus de 0,1 seconde, la dent menante rattrape le jeu et rebondit rapidement après un court instant où une légère déformation se produit (zoom figure I.4). C'est au cours du contact que l'énergie cinétique est transmise aux nœuds 3 et 4 qui auparavant étaient immobiles (zoom figure I.3).

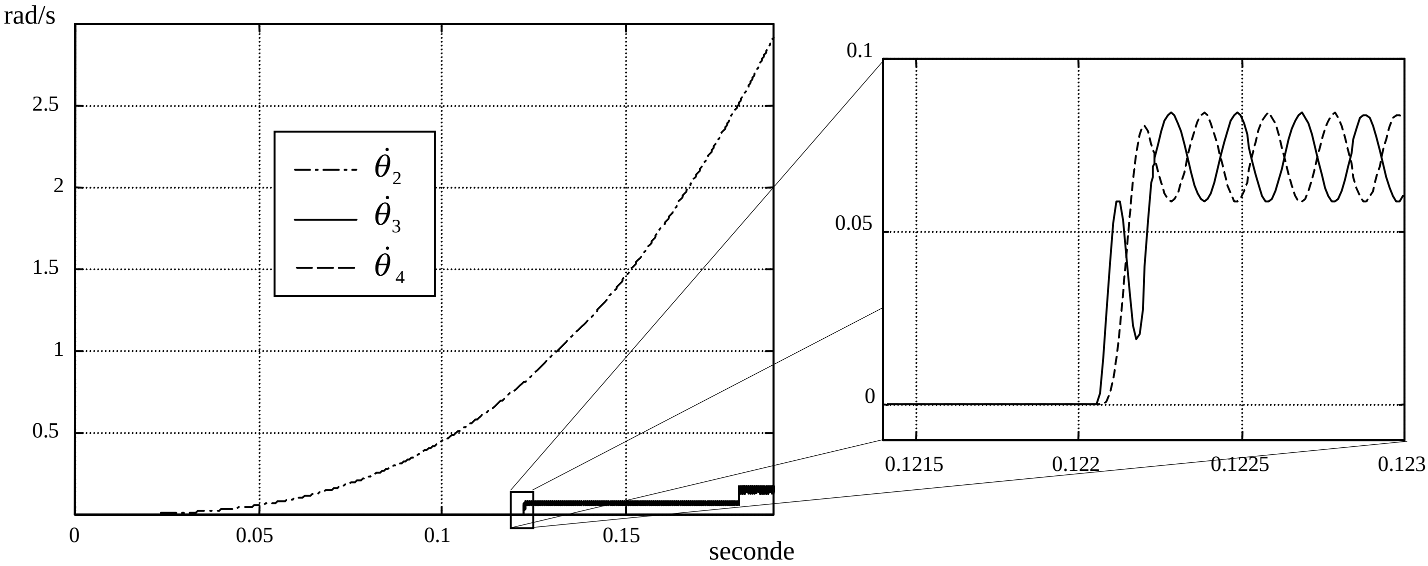


Figure I.3 : Vitesses de rotation de l'étage de réduction

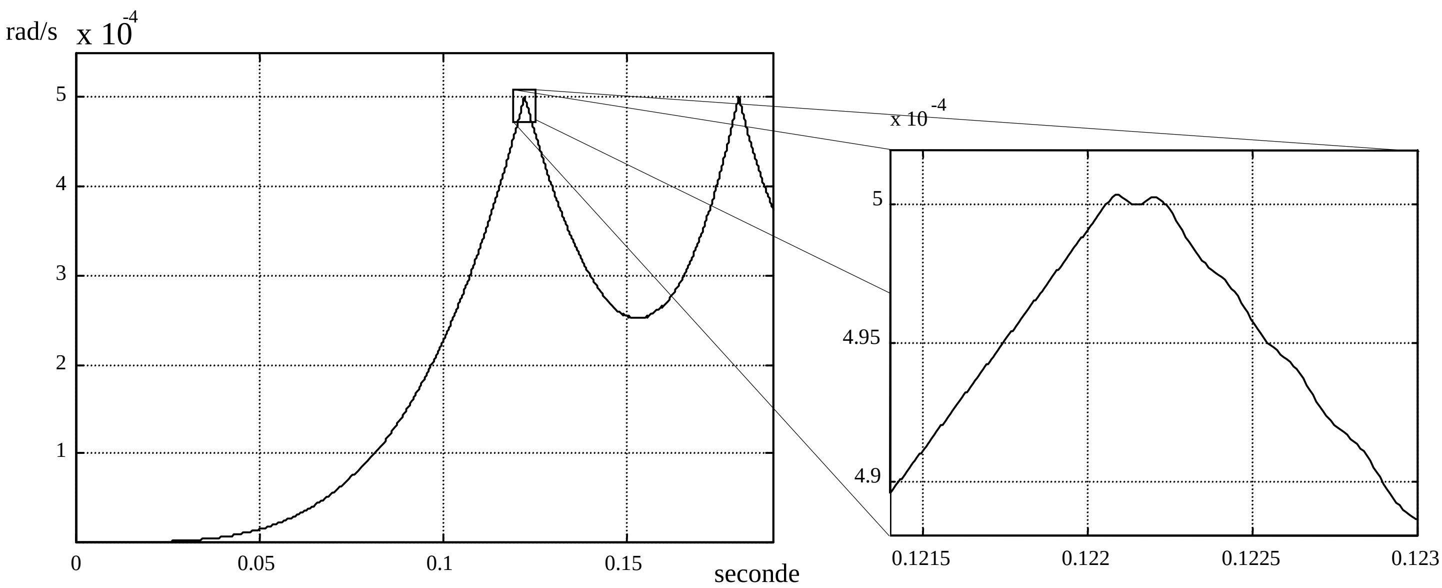


Figure I.4 : position relative des dentures

Trois simulations de 0,5 seconde sont réalisées afin de comparer les trois méthodes numériques utilisées, les figures I.5, I.6 et I.7 montrent la position relative des dentures respectivement pour les trois méthodes : Newmark appliquée de deux façons différentes (accélérations et déplacements) et Runge-Kutta du quatrième ordre.

Le système étant peu amorti et composé d'inertie peu élevée, les dents s'entrechoquent sur toute la durée de la simulation.

Jusqu'à environ trois secondes les simulations sont identiques, figures I.5, I.6 et I.7 ; après, les réponses diffèrent mais restent qualitativement semblables, le système tend vers un comportement aléatoire. D'autres simulations ont été réalisées en modifiant la précision de recherche du temps de changement d'état, dès le deuxième rebond les courbes ne sont déjà plus identiques.

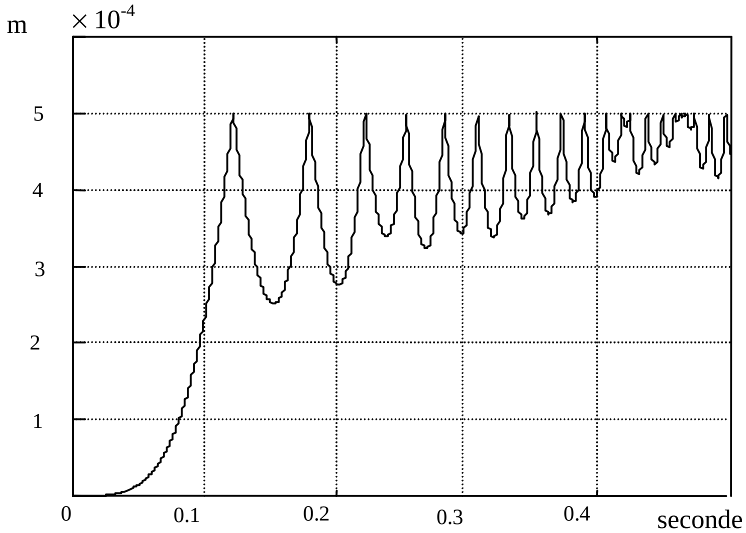


Figure I.5 : Position relative des dentures, Newmark accélération

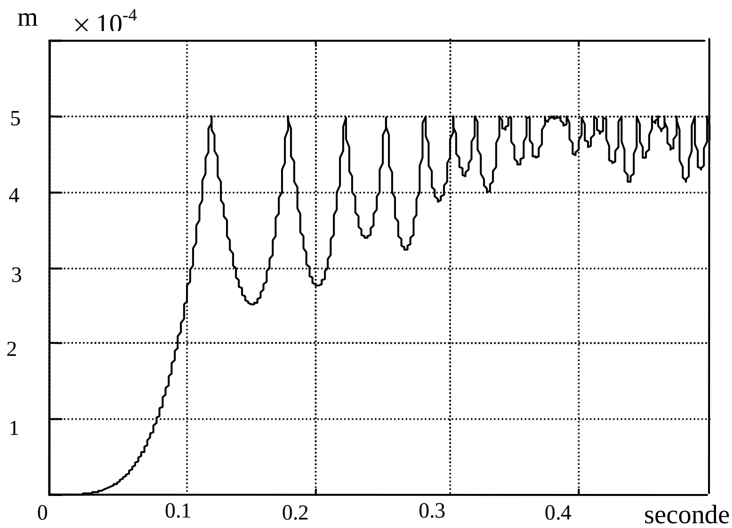


Figure I.6 : Position relative des dentures, Newmark déplacement

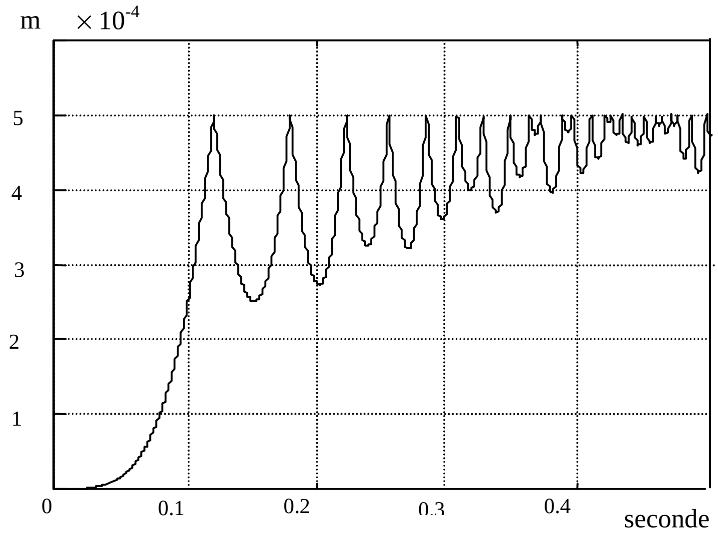


Figure I.7 : Position relative des dentures, Runge-Kutta

Les variations brutales de raideurs sont délicates à maîtriser numériquement et le choix d'une méthode numérique n'est pas évident. Cependant, la méthode de Runge-Kutta est retenue car elle permet directement, sans processus itératif dans le pas de temps, de prendre en compte des autres types de non-linéarités comme la raideur de l'embrayage ou l'amortissement du réacteur.

Il est raisonnable de penser, en introduisant de l'amortissement au niveau des contacts de dentures, que les trois méthodes fourniraient des résultats plus proches.

2.2 MODELE AVEC AMORTISSEMENT

Le modèle, présenté figure I.8, est semblable au précédent, figure I.1, un amortisseur (*Am*) en parallèle avec la raideur de contact a été ajouté.

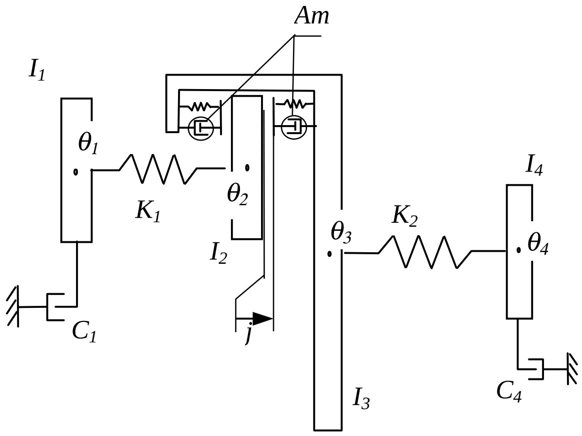


Figure I.8 : Modèle d'engrenage avec amortissement

Comme précédemment trois états différents doivent être pris en compte.

Les équations du mouvement à l'état 1 sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C_m(t) \\ I_2\ddot{\theta}_2 + Am \times R_2(R_2\dot{\theta}_2 + R_3\dot{\theta}_3) + K_1(\theta_2 - \theta_1) + K_d R_2(R_2\theta_2 + R_3\theta_3 - j) = 0 \\ I_3\ddot{\theta}_3 + Am \times R_3(R_2\dot{\theta}_2 + R_3\dot{\theta}_3) + K_2(\theta_3 - \theta_4) + K_d R_3(R_2\theta_2 + R_3\theta_3 - j) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + C_4\dot{\theta}_4 + K_2(\theta_4 - \theta_3) = 0 \end{cases} \quad (I.6)$$

A l'intérieur du jeu, état 2, le système d'équations est le même que précédemment (équations I.4).
Les équations du mouvement à l'état 3 sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = C_m(t) \\ I_2\ddot{\theta}_2 + Am \times R_2(R_2\dot{\theta}_2 + R_3\dot{\theta}_3) + K_1(\theta_2 - \theta_1) + K_d R_2(R_2\theta_2 + R_3\theta_3) = 0 \\ I_3\ddot{\theta}_3 + Am \times R_3(R_2\dot{\theta}_2 + R_3\dot{\theta}_3) + K_2(\theta_3 - \theta_4) + K_d R_3(R_2\theta_2 + R_3\theta_3) = 0 \\ I_4\ddot{\theta}_4 + C_4\dot{\theta}_4 + K_2(\theta_4 - \theta_3) = 0 \end{cases} \quad (I.7)$$

Application

Une simulation est réalisée, les données numériques sont identiques à celles utilisées précédemment avec un amortissement *Am* = 10 Ns/m.

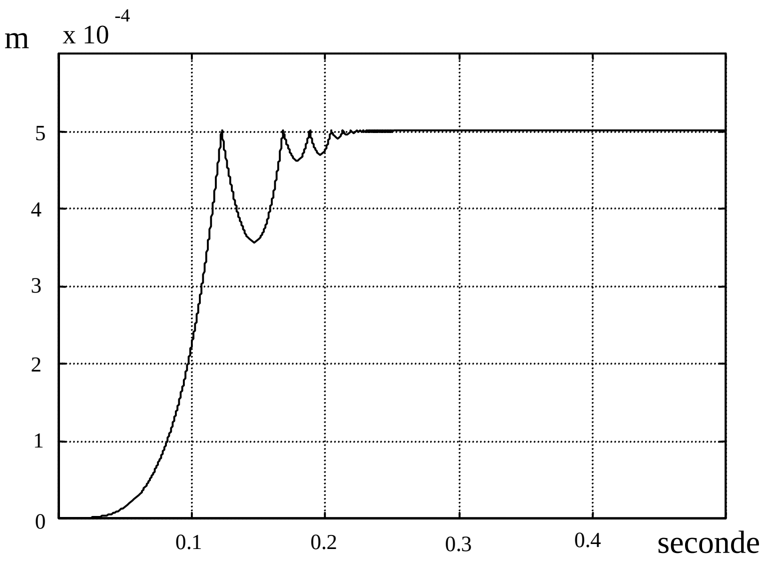


Figure I.9 : Position relative des dents avec amortissement – Newmark accélération

Le système est amorti rapidement, après quelques rebonds les dents restent en contact. L'introduction d'un amortissement de contact réduit les temps de simulation et conduit à des résultats plus réalistes. Les résultats obtenus avec la méthode de Newmark accélération, figure I.9, sont identiques à ceux obtenus par les deux autres méthodes.

2.3 ESSAI DE MODELISATION PAR LA THEORIE DES CHOCS

Le système d'engrenage avec jeux peut-être modélisé à l'aide de la théorie des chocs. Quand deux solides de masse m_1 et m_2 s'entrechoquent, cette théorie permet, à partir des vitesses initiales V_{i1} et V_{i2} de connaître les vitesses en sortie de choc V_{f1} et V_{f2}, le contact étant instantané. La perte d'énergie cinétique est caractérisée par le coefficient de restitution ε ($0 \le \varepsilon \le 1$).

$$\varepsilon = -\frac{V_{f2} - V_{f1}}{V_{i2} - V_{i1}} \tag{I.8}$$

Pour $\varepsilon = 1$ le choc est élastique, il n'y a pas de perte d'énergie.

Pour $\varepsilon = 0$ le choc est mou, les deux masses restent collées.

Le coefficient de restitution dépend de la nature des surfaces de contact.

Plusieurs simulations ont été réalisées, la première pour un choc élastique, la deuxième avec un coefficient intermédiaire ($0 < \varepsilon < 1$), la dernière pour un choc mou.

La dissipation d'énergie simulée par le choc mou est trop importante pour caractériser correctement le choc des dentures. La deuxième simulation ($0 < \varepsilon < 1$) est plus réaliste, mais les inconvénients de la théorie des chocs sont : la perte d'information sur les mouvements durant le choc ainsi que l'impossibilité de lier les deux solides après le choc. L'avantage est que le coefficient de restitution est facilement trouvé par des mesures expérimentales.

Cette méthode est donc abandonnée, cependant, en connaissant ε, à partir d'un modèle à un degré de liberté, un amortissement visqueux peut être calculé [YIG89].

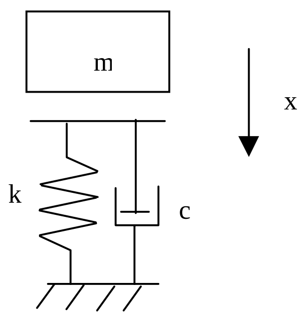


Figure I.10 : Modèle à 1ddl

Equation du mouvement :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \tag{I.9}$$

on définit ω la pulsation naturelle du système : $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{I.10}$$

et α le facteur d'amortissement visqueux : $$\alpha = \frac{c}{2\sqrt{km}} \tag{I.11}$$

Les conditions initiales sont définies à l'instant du contact à $t_0 = 0$

$$x\,(t_0) = 0$$

$$\dot{x}(t_0) = \dot{x}_0$$

La solution du système (I.9) s'écrit :

$$x = \frac{\dot{x}_0}{\omega\sqrt{1-\alpha^2}}\, e^{-\alpha\omega t} \sin(\omega\sqrt{1-\alpha^2}\, t) \tag{I.12}$$

Une demi-oscillation plus loin le déplacement en fin de choc revient à zéro, $x(t_1) = 0$.

avec
$$t_1 = \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\alpha^2}} \tag{I.13}$$

et
$$\dot{x}(t_1) = -\dot{x}_0 e^{-\alpha\omega t_1} \tag{I.14}$$

avec les équations (I.8), (I.13) et (I.14) on a la relation : $\varepsilon = e^{\frac{-\alpha\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}}}$ (I.15)

Pour $\varepsilon =$ 0,9 le facteur d'amortissement est environ égal à un pour cent, $\alpha = 0{,}01$.

Pour trouver l'amortissement visqueux Am du système (I.7), une analogie est faite avec le modèle à un degré de liberté. L'inertie I_3 est bloquée, la raideur k du système (I.11) est choisie comme celle de la dent K_d et la masse m comme celle de l'inertie I_2 ramenée à un poids :

$$m = I_2 / R_2^2$$

d'où $Am = 10$ Ns/m.

3 MODELE COMPLET

Avec les modèles d'embrayage et d'engrenage, les comportements non-linéaires ont été examinés. Il faut maintenant les assembler afin de simuler un système complet s'approchant d'un schéma réel de fonctionnement d'un démarreur lié à un réacteur. Pour cela, un logiciel a été développé. L'utilisateur construit le système par assemblage de modèles élémentaires. L'ensemble des données numériques est défini dans un fichier de données.

3.1 ELEMENTS CONSTITUTIFS

Elément discret d'arbre

Cet élément à deux nœuds, figure I.1, est constitué d'une raideur constante, de deux inerties ponctuelles et de deux amortisseurs pouvant être non-linéaires.

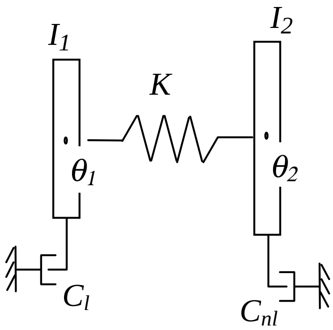


Figure I.1 : Modèle d'arbre en torsion à 2ddl

L'exemple donné figure I. 1 montre un amortisseur constant au nœud 1 et un amortisseur non-linéaire au nœud 2, cependant tout autre combinaison est possible. Les équations du mouvement correspondantes sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_l \times \dot{\theta}_1 + K(\theta_1 - \theta_2) = Ce_1 \\ I_2\ddot{\theta}_2 + C_{nl} \times \dot{\theta}_1^{\ n} + K(\theta_2 - \theta_1) = Ce_2 \end{cases} \tag{I.1}$$

Le terme relatif à l'amortissement non-linéaire de la deuxième équation peut se mettre sous la forme : $C_{nl} \times \left|\dot{\theta}_1\right|^{n-1} \times \dot{\theta}_1$, afin que le couple résistant correspondant reste opposé à la vitesse.

Les inerties I_1 et I_2, en kg.m^2, peuvent également inclure l'inertie d'un disque en bout d'arbre. Par exemple I_1 peut représenter la demi-inertie de l'arbre plus l'inertie de la turbine alors que I_2 ne représente que la demi-inertie de l'arbre. K est la raideur en Nm/rad de l'arbre, elle est en principe égale à $\dfrac{GJ}{L}$. Cl représente l'amortissement linéaire visqueux en Nms/rad, l'unité de l'ensemble $C_{nl} \times \left|\dot{\theta}_1\right|^{n-1}$ est en Nms/rad. Ce_1 et Ce_2 sont les couples extérieurs fonction du temps appliqués aux nœuds 1 et 2. Ces couples sont de la forme indiquée figure I.2, la partie *AB* peut être linéaire ou parabolique. Ces couples peuvent aussi être constants (partie *BC* uniquement).

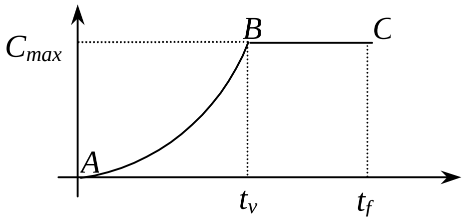


Figure I.2 : Représentation des couples extérieurs

Elément d'engrenage

L'élément d'engrenage, figure I.3, est semblable à celui présenté au paragraphe 2.2 auquel un amortissement Am_1 a été ajouté pour tenir compte d'une dissipation d'énergie due au barbotage des engrenages dans un bain d'huile. Cet amortissement Am_1 est beaucoup plus faible que l'amortissement Am_2.

Avec K_d : raideur de la dent en prise en N/m.

R_1 : rayon de la roue menante en mètre.

R_2 : rayon de la roue menée en mètre.

j : jeu de fonctionnement en mètre.

Am_1 : amortissement visqueux relié à la vitesse relative d'un nœud par rapport à l'autre (Ns/m).

Am_2 : amortissement visqueux de contact.

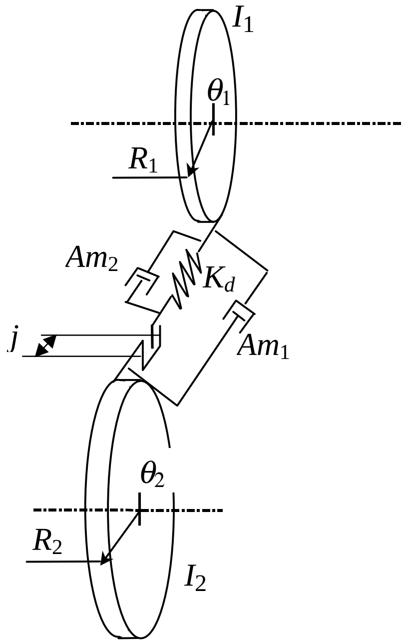


Figure I.3 : Modèle d'engrenage à 2ddl

Les équations du mouvement à l'état 1 (schéma de position des dentures figure I.14) du modèle décrit figure I. 3 sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + Am_1R_1(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + Am_2R_1(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + K_dR_1(R_1\theta_1 + R_2\theta_2 - j) = Ce_1 \\ I_2\ddot{\theta}_2 + Am_1R_2(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + Am_2R_2(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + K_dR_2(R_1\theta_1 + R_2\theta_2 - j) = Ce_2 \end{cases} \quad \text{(I.2)}$$

Ce_1 et Ce_2 sont de la même forme que ceux décrits précédemment.

Lorsque la dent se trouve à l'intérieur du jeu de fonctionnement, état 2, les équations du mouvement sont celles du système I.3 dans lequel $Am_2 = 0$ et $K_d = 0$.

Les équations du mouvement à l'état 3 sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + Am_1R_1(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + Am_2R_1(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + K_dR_1(R_1\theta_1 + R_2\theta_2) = Ce_1 \\ I_2\ddot{\theta}_2 + Am_1R_2(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + Am_2R_2(R_1\dot{\theta}_1 + R_2\dot{\theta}_2) + K_dR_2(R_1\theta_1 + R_2\theta_2) = Ce_2 \end{cases} \quad (I.3)$$

Ce modèle permet également de modéliser un engrenage à denture intérieure ainsi que des cannelures en considérant un rayon négatif.

Pour modéliser un train épicycloïdal dont le porte satellite est lié au bâti, deux étages de réduction doivent être mis l'un à la suite de l'autre.

Modèle de roue libre

Il s'agit du modèle comportant une raideur non-linéaire du paragraphe 1.2.

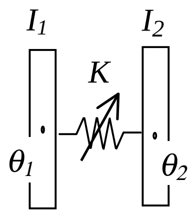


Figure I.4 : Modèle de roue libre à 2ddl

Les équations du mouvement correspondant au modèle figure I. sont :

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + Krl \times (\theta_1 - \theta_2)^{ne} = Ce_1 \\ I_2\ddot{\theta}_2 + Krl \times (\theta_2 - \theta_1)^{ne} = Ce_2 \end{cases} \quad (I.4)$$

Le terme relatif à la raideur non-linéaire peut se mettre sous la forme : $Krl \times |\theta_1 - \theta_2|^{ne-1} \times (\theta_1 - \theta_2)$, afin de respecter le signe du couple élastique correspondant.

$Krl \times |\theta_1 - \theta_2|^{ne-1}$ représente la raideur (Nm/rad) non-linéaire de la roue libre quand le système est embrayé. Quand le système est libre ($\dot{\theta}_1 < \dot{\theta}_2$) Krl est mis à zéro.

Tous les éléments décrits sont assemblés et les équations générales du mouvement sont de la forme :

$$I\ddot{\theta} + C(\dot{\theta})\dot{\theta} + K(\dot{\theta},\theta)\theta = Ce(t) \qquad \text{(I.5)}$$

La méthode numérique de Runge Kutta du quatrième ordre est utilisée pour la résolution des équations du mouvement. La difficulté de mise au point de la méthode pas à pas est due à la gestion des multiples non-linéarités dues aux jeux de fonctionnement. Plusieurs changements d'état peuvent avoir lieu en même temps.

Dés qu'un changement d'état est détecté entre t et $t + \Delta t$, le pas de temps Δt est divisé par 10 et la simulation recommence à partir de t sans tenir compte du calcul à $t + \Delta t$. Un changement d'état est déterminé avec une précision de Δt / 1000. Dans cet intervalle de temps (Δt / 1000) plusieurs changements d'état peuvent se produire « simultanément ».

3.2 APPLICATIONS

3.2.1 Présentation du modèle

La modélisation du démarreur est présentée figure I.5. L'essentiel des valeurs numériques est récapitulé tableaux I.1.

- Le couple moteur au nœud 1 atteint son maximum en 4 secondes, il est négatif car il y a une inversion du sens de rotation au niveau du premier étage de réduction.
- Dans le cas d'un réengagement, le couple moteur au nœud 10 équilibre à l'instant initial le couple résistant provenant de l'amortissement visqueux au même nœud et s'annule en 0,5 seconde. De plus la vitesse initiale du réacteur (nœuds 8, 9 et 10) est égale à 183 rad/s.
- Les couples aux nœuds 7 et 8 proviennent du frottement sec de l'embrayage en mode libre. Sa valeur est environ 1/5000$^{\text{ième}}$ du couple nominal.
- La valeur des jeux des engrenages est de 5.10^{-4} mètre, et celui des cannelures est de 0,1 radian.
- L'amortissement permanent Am_{12} au niveau des cannelures est de 10^{-3} Nms/rad.

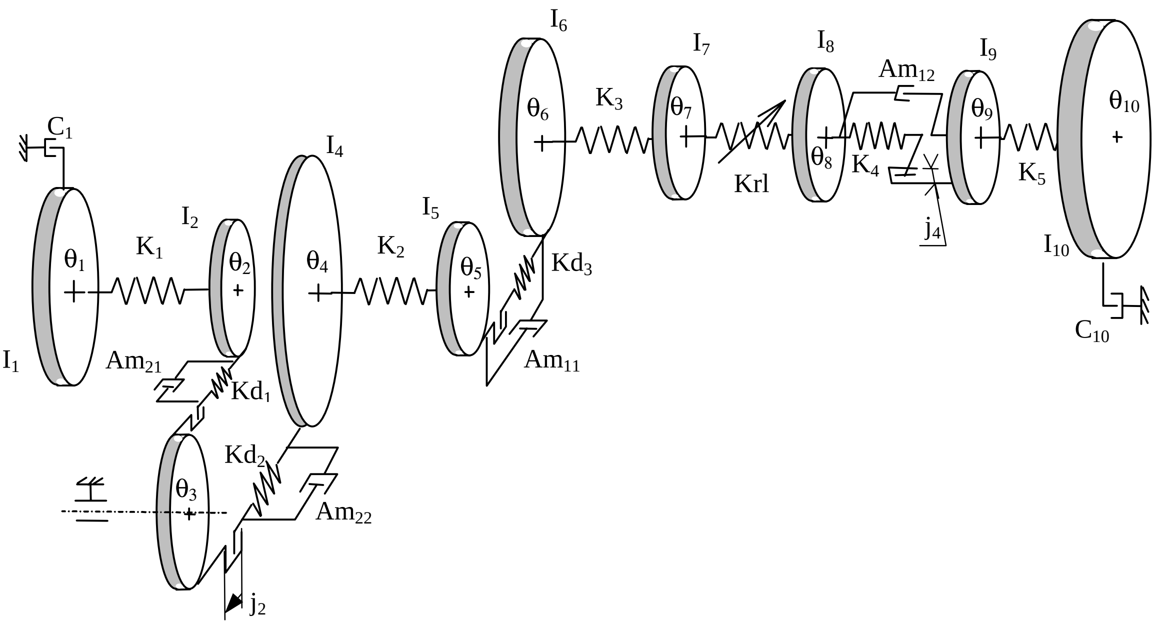


Figure I.5 : Modèle à 10 degrés de liberté

<table>
<tr><td>Nœud</td><td colspan="2">N°1</td><td colspan="2">N°2</td><td colspan="2">N°3</td><td colspan="2">N°4</td><td colspan="2">N°5</td><td colspan="2">N°6</td><td colspan="2">N°7</td><td colspan="2">N°8</td><td colspan="2">N°9</td><td colspan="2">N°10</td></tr>
<tr><td>Inerties kg.m²</td><td colspan="2">1,25.10⁻³</td><td colspan="2">1.10⁻⁴</td><td colspan="2">0,5.10⁻⁴</td><td colspan="2">1.10⁻⁴</td><td colspan="2">1.10⁻⁴</td><td colspan="2">1.10⁻⁴</td><td colspan="2">1.10⁻⁴</td><td colspan="2">1.10⁻⁴</td><td colspan="2">1.10⁻⁴</td><td colspan="2">13</td></tr>
<tr><td>Amorti Nms/rad</td><td colspan="2">3,38.10⁻³</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">$0{,}011 \times \dot{\theta}_{10}$</td></tr>
<tr><td>Raideur Nm/rad</td><td></td><td colspan="2">10000</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">10000</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">50000</td><td colspan="2">$40000 \times \lvert\theta_7 - \theta_8\rvert$</td><td colspan="2">20000</td><td colspan="2">15000</td><td></td></tr>
<tr><td>Raideur N/m</td><td></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">5.10⁷</td><td colspan="2">5.10⁷</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">5.10⁷</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>Amorti Nms/rad</td><td></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">100</td><td colspan="2">100</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0,1</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>Rayons mètre</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1.10⁻²</td><td colspan="2">1,8.10⁻²</td><td colspan="2">-4,6.10⁻²</td><td colspan="2">1.10⁻²</td><td colspan="2">-4,76.10⁻²</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">-1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Couple Nm</td><td colspan="2">$-1{,}94 \times t^2$ sur 4 s</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0,1</td><td colspan="2">-0,1</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">$-7{,}36.10^{-2} \times t + 3{,}68$ sur 0,5 s</td></tr>
<tr><td>CI, Vit rad/s</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">183</td><td colspan="2">183</td><td colspan="2">183</td></tr>
</table>

Tableau I.1 : Données numériques du modèle à 10ddl pour un réengagement

3.2.2 Simulation d'un démarrage

Un démarrage a été simulé, les réponses figures I.6 et I.7 sont comparées avec celles des premières simulations figures I.3 et I.4.

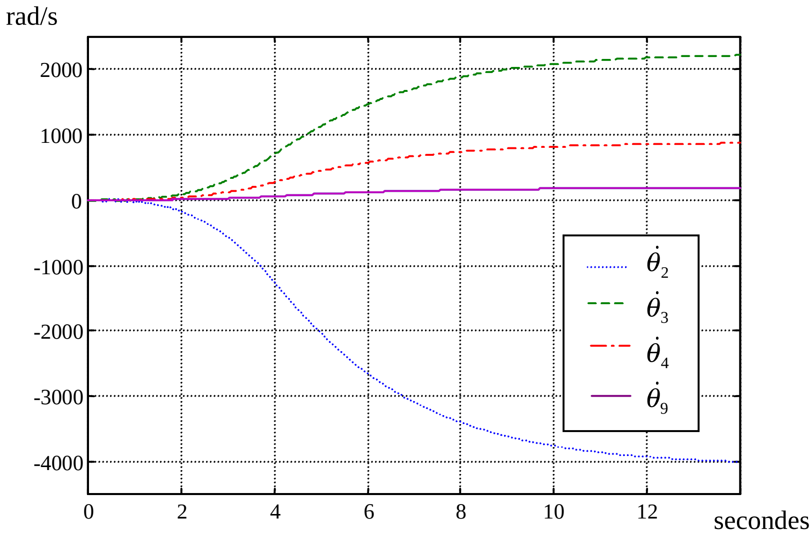


Figure I.6 : Vitesses de rotation au démarrage

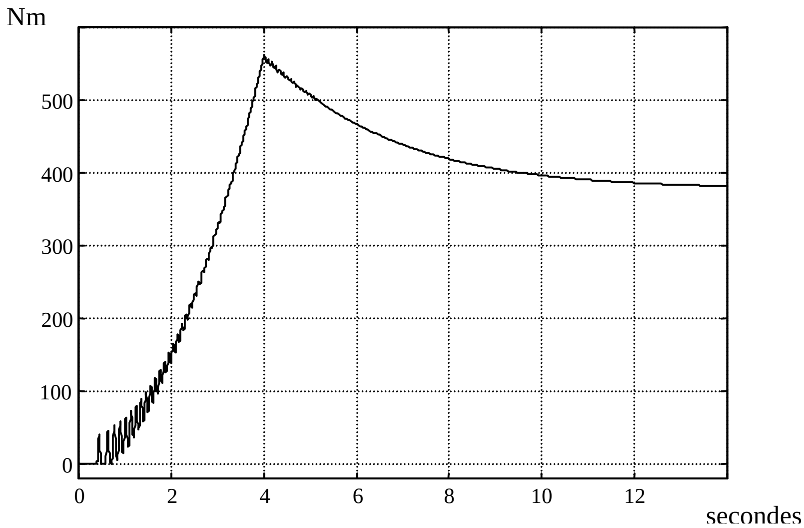


Figure I.7 : Couple transmis par l'arbre du réacteur au démarrage

Après que les premières oscillations (figure I.7), dues au phénomène de rattrapage de jeux, se soient atténuées, les simulations sont identiques.

3.2.3 Réponses du système, simulation d'un réengagement

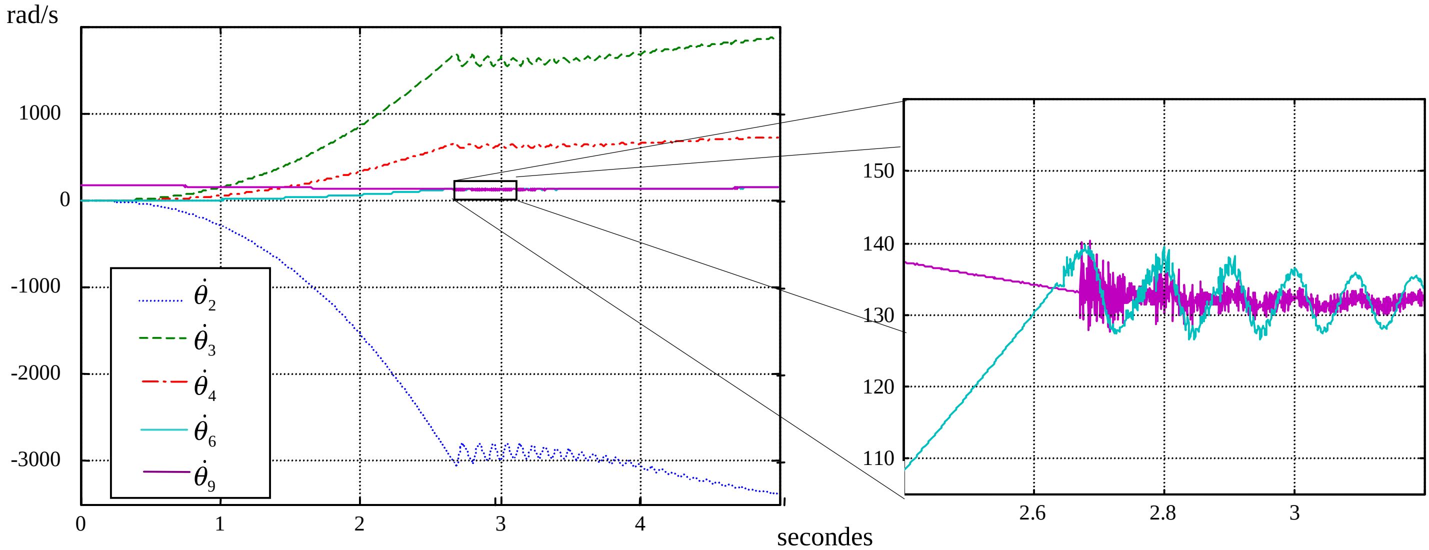


Figure I.8 : Vitesses de rotation

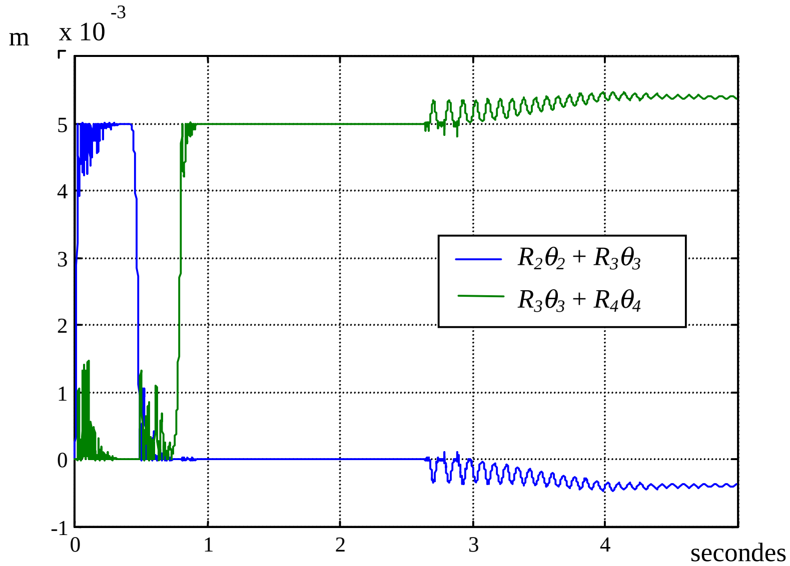


Figure I.9 : Position des dents des deux premiers engrenages

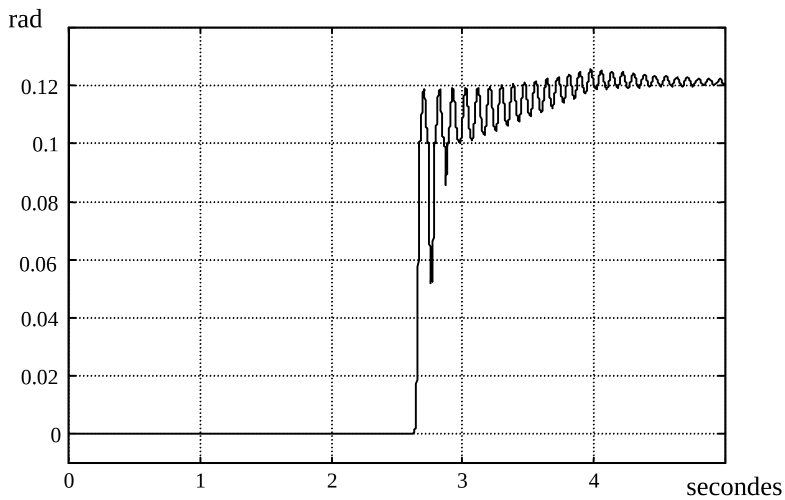


Figure I.10 : Position relative des cannelures

La figure I.8 représente l'évolution des vitesses du système au cours du temps. Les trois rapports de réduction apparaissent nettement.

La figure I.9 montre les chocs et les mouvements des engrenages. Au début de la simulation, avant que le système embraye, les jeux sont complètement rattrapés. Par contre, à l'instant de l'accrochage, le jeu des cannelures (0,1 radian) est entièrement traversé (figure I. 10), créant ainsi un léger retard à l'embrayage (agrandissement de la figure I. 8). Ce qui a pour conséquence d'augmenter les amplitudes des premières oscillations du couple transmis (figure I.11) et de provoquer un léger désembrayage.

Ces vibrations ne sont pas suffisamment importantes pour expliquer des phénomènes de rupture.

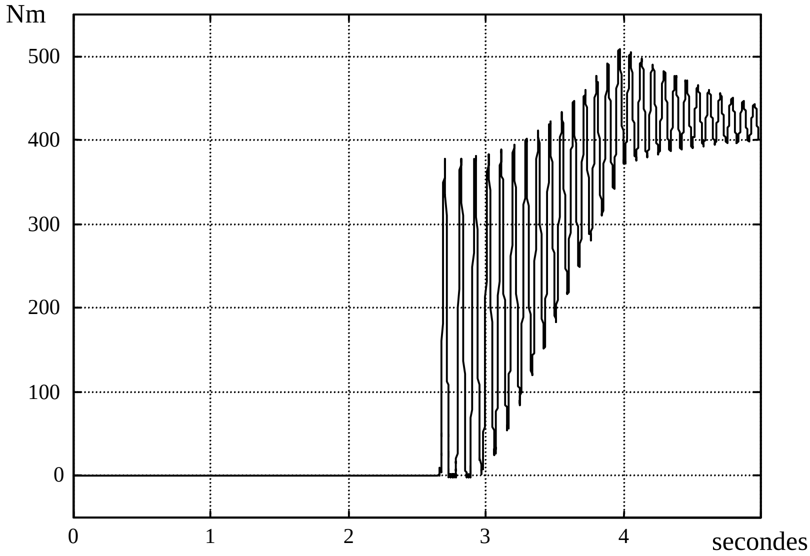


Figure I.11 : Couple transmis par l'arbre du réacteur

3.2.4 Simulation d'un embrayage retardé

[PEE96] et [WIL75] ont fait apparaître des problèmes de glissement au niveau des bagues de la roue libre à l'instant de l'embrayage. Dans ce cas, soit le système réaccroche, soit le redémarrage du réacteur est impossible. Le premier phénomène peut être simplement modélisé par un retard d'embrayage, un décalage en vitesse ΔV est alors imposé. La roue libre accroche quand la vitesse de la bague intérieure est supérieure de ΔV à celle de la bague extérieure.

La simulation suivante est réalisée pour ΔV = 20 rad/s. Ce décalage en vitesse correspond environ à un tour de glissement.

ΔV apparaît nettement sur l'agrandissement de la figure I.12. Le temps de glissement est supérieur à 0,1 seconde.

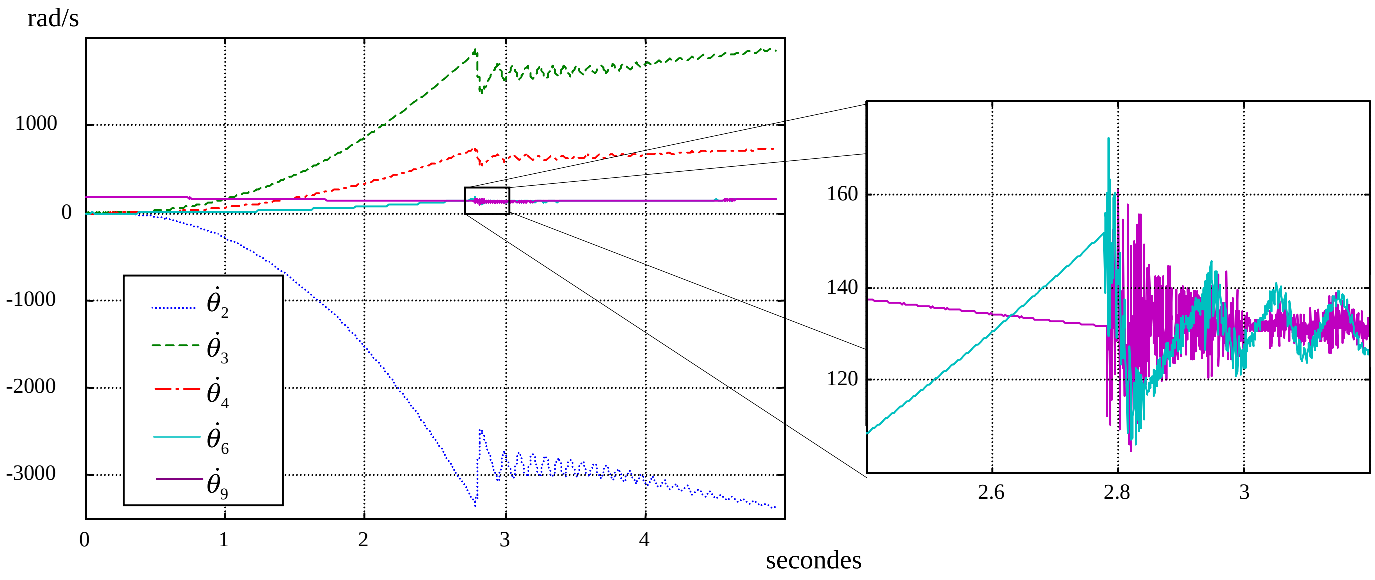


Figure I.12 : Vitesses de rotation, embrayage retardé

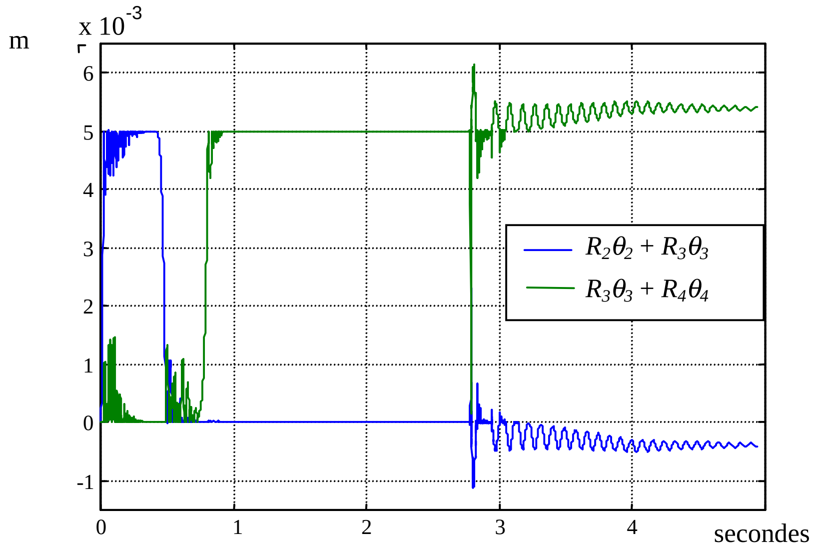


Figure I.13 : Position des deux premiers engrenages, embrayage retardé

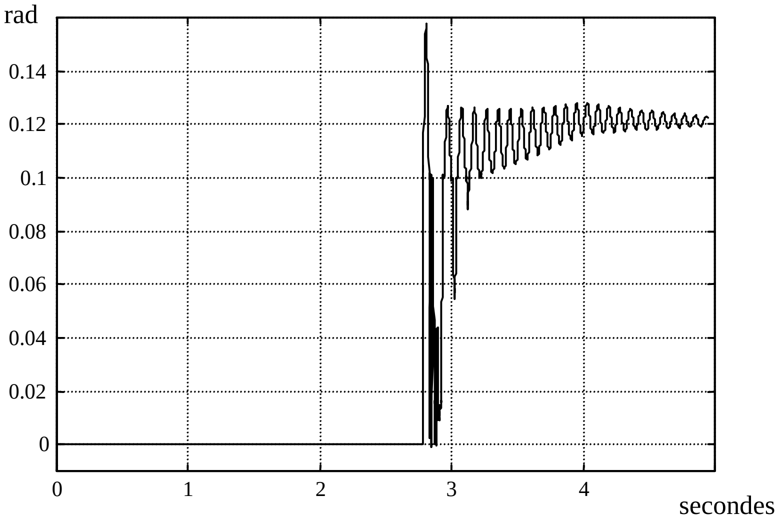


Figure I.14 : Position relative des cannelures, embrayage retardé

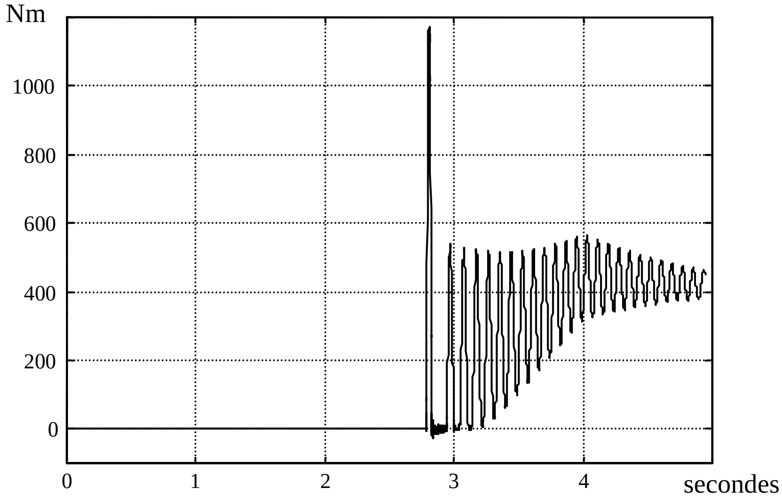


Figure I.15 : Couple transmis par l'arbre du réacteur, embrayage retardé

Le retard de l'embrayage ajouté à celui dû à la position des cannelures, provoque un surcouple important au moment du réaccrochage (figure I.15). La valeur maximale (1200 Nm) est le triple du couple nominal.

Cet embrayage violent entraîne de nombreuses oscillations à l'intérieur des jeux de fonctionnement (figures I.13 et I.14). De plus le système décroche nettement avant de rester définitivement embrayé.

4 CONCLUSION

Le travail décrit dans la première partie a permis de développer plusieurs modèles de chacune des parties du démarreur. Les caractéristiques non-linéaires ont été prises en compte. Des programmes de résolution particuliers ont été développés pour mettre au point les modèles élémentaires et tester les différentes méthodes numériques de résolution.

Enfin un logiciel général a été créé et permet de simuler le comportement dynamique d'un système comportant plusieurs types d'éléments définis par l'utilisateur. Les modèles élémentaires existants sont : un modèle d'arbre en torsion, un modèle d'engrenage avec ou sans jeu de fonctionnement et un modèle de roue libre. L'assemblage des ces modèles permet de simuler un système s'approchant du schéma réel de fonctionnement d'un démarreur lié à un réacteur.

Une application sur un système concret est présenté. Un surcouple important a été observé dans le cas où un embrayage retardé a été imposé. Le problème est maintenant de caractériser ce décalage en vitesse et de déterminer si la roue libre peut embrayer de nouveau après une phase de glissement.

DEUXIEME PARTIE : ETUDE DE LA ROUE LIBRE

Précédemment, un surcouple important a été mis en évidence en considérant que l'embrayage se produisait après une phase de glissement entraînant une différence de vitesse estimée à 20 rad/s. Dans cette partie une analyse plus fine du comportement de la roue libre est effectuée. En particulier une recherche précise des phases de glissement et de frottement est réalisée. L'étude expérimentale n'a pu être menée avec la roue libre réelle, mais avec une roue libre du même type supportant un couple maximum environ dix fois plus faible.

1 ETUDE STATIQUE

Avant de traiter des problèmes de glissement et de frottement sec, une étude statique est nécessaire afin de déterminer la caractéristique de raideur de la roue libre. Une approche expérimentale caractérise globalement la variation du décalage angulaire entre les bagues de la roue libre en fonction du couple transmis. Ensuite une mesure de la géométrie du galet permet d'obtenir les données numériques pour la suite de l'étude. L'approche numérique suivante détermine précisément les non-linéarités et pose les bases des futures équations dynamiques.

1.1 DETERMINATION EXPERIMENTALE DE LA RAIDEUR DE LA ROUE LIBRE

Description de l'expérimentation:

La roue libre est installée sur un banc de torsion représenté figure II.1. La bague extérieure de la roue libre est fixée au bâti par l'intermédiaire d'un couplemètre. La bague intérieure est liée à un arbre mobile, guidé par un palier, sur lequel un couple est appliqué dans le sens embrayé (une masse au bout d'un bras de levier). Le couple transmis est mesuré par le couplemètre et le déplacement angulaire de la bague intérieure correspondant à la déformation de l'embrayage par un inclinomètre. Un deuxième inclinomètre est placé sur la bague extérieure, mais celle ci bouge très peu et les mesures ne sont précises que pour un couple important ; cependant ce deuxième inclinomètre permet d'obtenir un ordre de grandeur de la raideur du couplemètre (6000 Nm/rad).

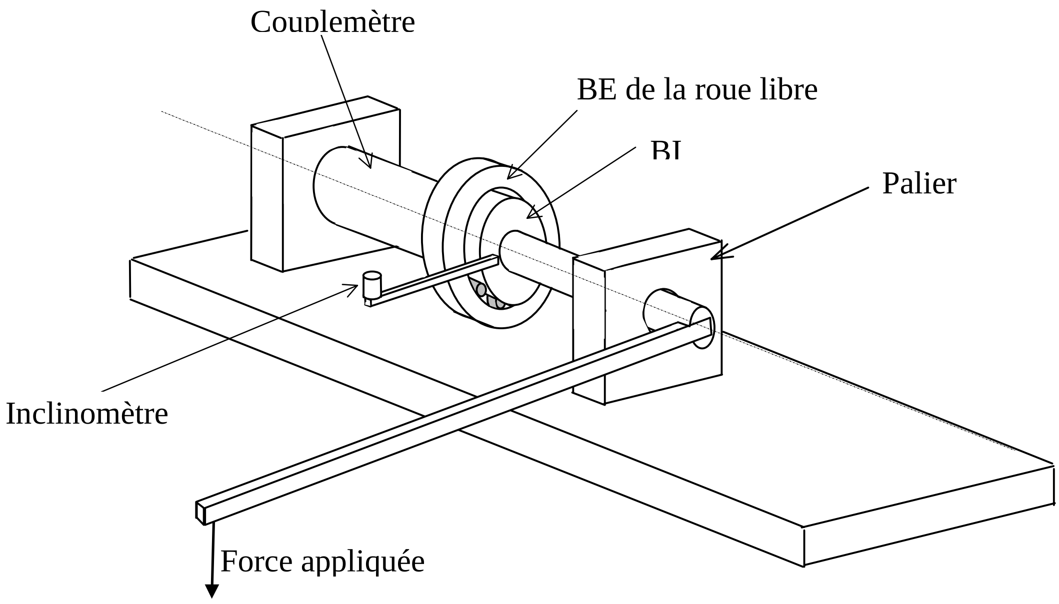


Figure II.1 : Montage de la roue libre sur le banc de torsion

Procédure expérimentale :

Le chargement est appliqué en bout du bras de levier par valeurs croissantes, à chaque fois, le couple transmis jusqu'au couplemètre et les inclinaisons des bagues intérieure et extérieure sont relevés. L'expérimentation est aussi réalisée dans le sens du déchargement. Plusieurs mesures sont effectuées pour vérifier la répétitivité des phénomènes.

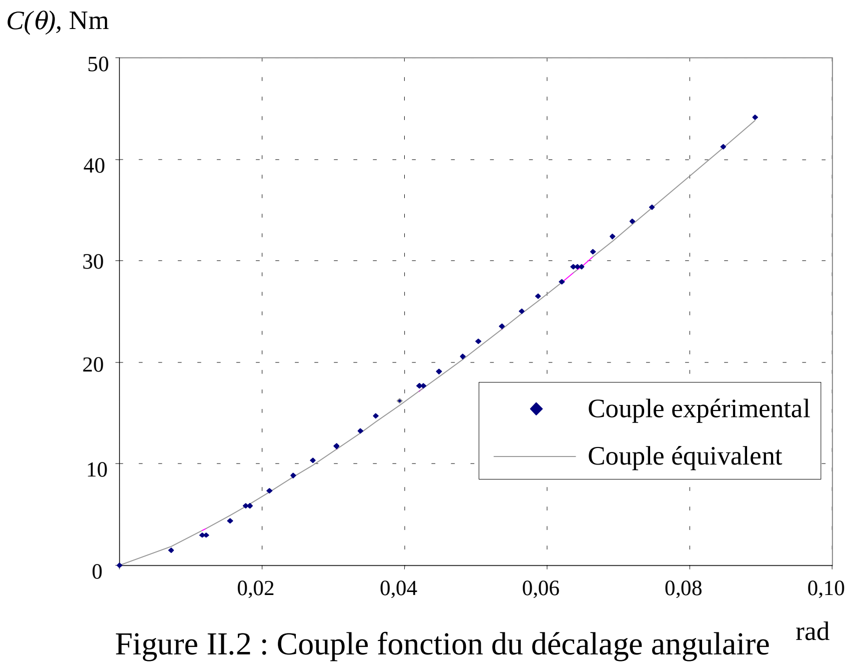


Figure II.2 : Couple fonction du décalage angulaire

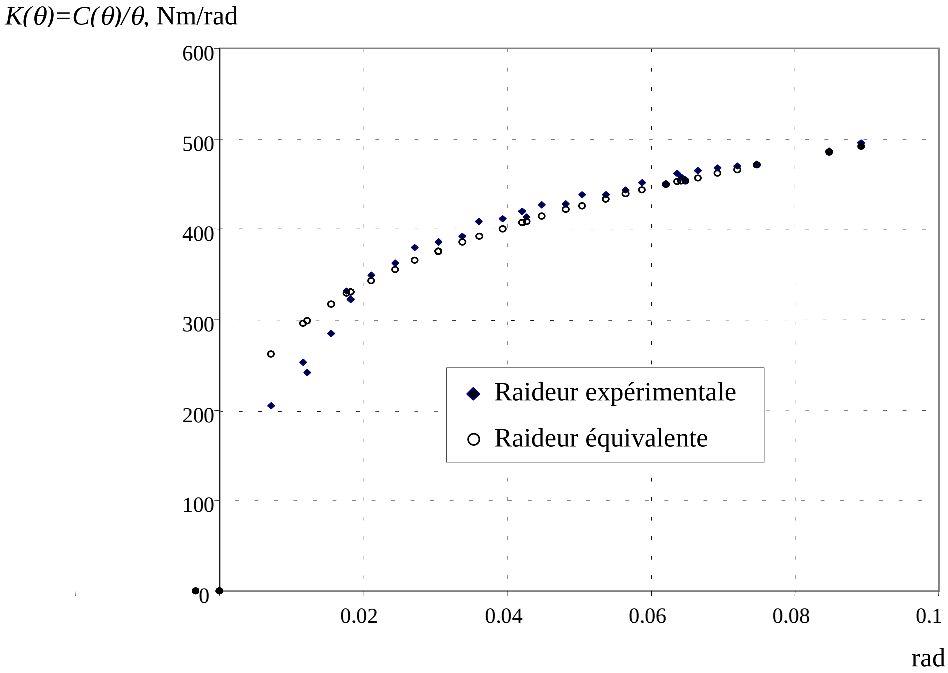


Figure II.3 : Evolution et modélisation de la raideur mesurée

L’évolution du couple transmis en fonction de la position angulaire θ de la bague intérieure par rapport à la bague extérieure, représentée figure II.2, correspond à une parabole (points en forme de losange). La figure II.3 montre l’évolution de la raideur de la roue libre en fonction de l’angle de rotation θ (points en forme de losange). La courbe peut être représentée par une raideur équivalente dont l’équation la mieux adaptée est de la forme. :

$$K_e = a \times \theta^b$$

avec $a = 900$ si et $b = 0{,}25$

Cette courbe (points en forme de rond), correspondant à un modèle mécanique de raideur non-linéaire, est directement issue de l’expérimentation. Le couple équivalent ainsi trouvé (courbe continue figure II.2) peut alors être injecté dans les équations du mouvement du modèle de roue libre établie dans la première partie.

La raideur de la roue libre peut également être obtenue à partir d’un modèle numérique faisant intervenir la déformation des surfaces en contact et la géométrie des bagues et des galets.

1.2 DETERMINATION NUMERIQUE DE LA RAIDEUR DE LA ROUE LIBRE

A partir de l'étude expérimentale, l'évolution du couple transmis en fonction de la position angulaire des bagues de la roue libre a pu être déterminée. Une raideur non-linéaire peut ainsi être déduite et directement injectée dans les équations du mouvement du modèle numérique de la roue libre. Mais pour tester le bon fonctionnement de l'embrayage un système plus précis, modélisant les mouvements des galets, est nécessaire. Ce modèle fait apparaître les forces de contact ainsi que la position géométrique du galet dépendant de la déformation locale des surfaces en contact.

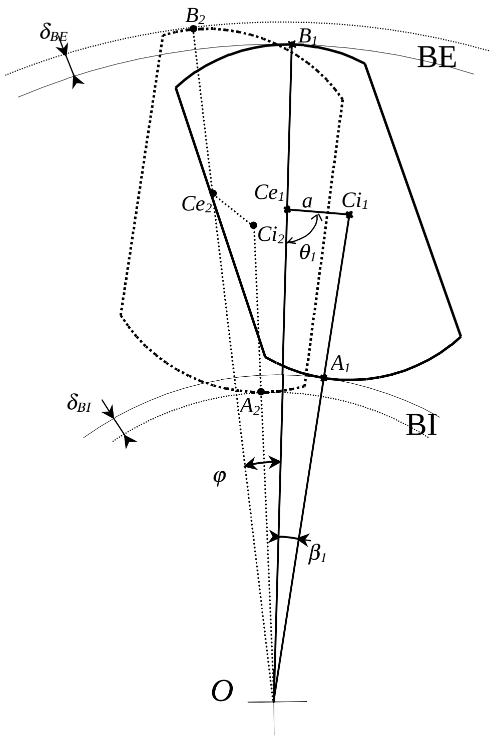
Dans une première partie, la position angulaire relative de la bague intérieure par rapport à la bague extérieure est déterminée en fonction des déformations élastiques des bagues et des galets ainsi que de la déformation locale des surfaces en contact. Puis, ces déformations sont reliées à une charge normale par la théorie de Hertz et par des raideurs linéaires. Enfin, les efforts tangents et donc le couple transmis sont trouvés à partir de l'équilibre statique des galets.

1.2.1 Détermination de la rotation des bagues de la roue libre

Le galet, en mode embrayé, roule sans glisser sur les bagues intérieure et extérieure. Du fait des positions décalées des centres C_e *et* C_i des rayons de courbure, figure II.1, la distance *AB* évolue au cours du temps, *A* est le point de contact entre le galet et la bague intérieure, *B* entre le galet et la bague extérieure, les pièces en contact se déforment alors. Deux types de déformations sont prises en compte, les déformations locales de contact régies par la théorie de Hertz et les déformations élastiques des bagues et du galet. Pour un contact linéique la déformation locale (Hertz) est indépendante des rayons de courbure, le déplacement correspondant noté δ_H entre le galet et la bague intérieure est alors identique à celui entre le galet et la bague extérieure. La déformation élastique du galet entraîne un déplacement δ_g du point de contact par rapport au centre du galet, ce déplacement est considéré identique pour les deux moitiés du galet. Le déplacement élastique radial de la bague intérieure est noté δ_{BI} et celui de la bague extérieure δ_{BE}.

Pour représenter le mouvement, il faut suivre l'évolution des points *A* et *B*, figure II.1. L'angle de rotation de la bague extérieure θ_{BE} et celui de la bague intérieure θ_{BI} peuvent être exprimés en fonction de l'angle de rotation du galet α et des déplacements dus à l'écrasement des surfaces de contact et aux déformations linéaires.

La figure II.1, page suivante, représente le mouvement du galet ; par souci de simplicité la déformation du galet ainsi que la déformation de Hertz ne sont pas représentées.



Le galet passe de la position 1 initiale (trait plein) à la position 2 (pointillé) en roulant sans glisser sur les deux bagues.

Géométrie du galet et des bagues :

R_e : rayon de la bague extérieure.

R_i : rayon de la bague intérieure.

R_{ge} : rayon de courbure de l'arc, de centre C_e, du galet en contact avec la bague extérieure.

R_{gi} : rayon de courbure de l'arc, de centre C_i, du galet en contact avec la bague intérieure.

a : distance entre les deux centres C_i et C_e.

Le centre de gravité du galet est confondu avec C_e.

Figure II.1 : Cinématique du galet autour de C_e

Définition repères :

Soit $O\overrightarrow{x_0}\overrightarrow{y_0}\overrightarrow{z}$ le repère galiléen de référence,

$O\overrightarrow{z}$ est l'axe de rotation de la roue libre.

Le mouvement étant considéré dans le plan, toutes les rotations seront portées par cet axe.

$O\overrightarrow{x_B}\overrightarrow{y_B}\overrightarrow{z}$ est un repère tel que $O\overrightarrow{y_B}$ passe par le centre du porte-satellite fictif C_e.

$O\overrightarrow{x_A}\overrightarrow{y_A}\overrightarrow{z}$ est un repère tel que $O\overrightarrow{y_A}$ passe par le centre C_i.

$C_e\overrightarrow{x_g}\overrightarrow{y_g}\overrightarrow{z}$ est le repère lié au galet, la position initiale est telle que $\overrightarrow{y_g}$ et $\overrightarrow{y_B}$ sont confondus.

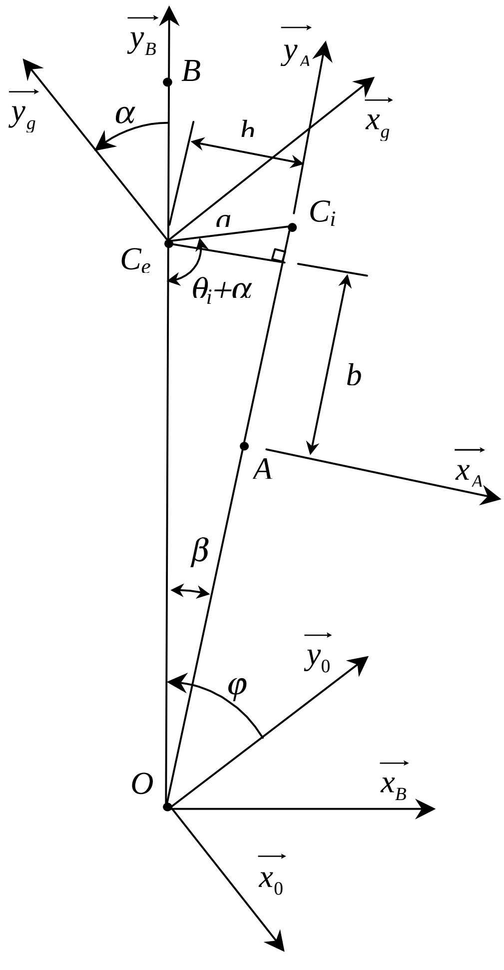


Figure II.2 : Définition des repères et des grandeurs géométriques

Le déplacement d'ensemble du galet est repéré, figure II.2, par l'angle φ, entre $\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{y_B}$. α est l'angle de rotation du galet entre $\overrightarrow{y_B}$ et $\overrightarrow{y_g}$. θ_i est égal à l'angle $O\widehat{C_e}C_i$ lorsque le système n'est pas déformé, au cours du mouvement l'angle $O\widehat{C_e}C_i$ est modifié et devient égal à $\theta_i + \alpha$.

Les positions des points A, B, C_e et C_i sont définies par leurs distances à l'axe de la roue libre :

$$OA = R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2} \tag{II.1}$$

$$OB = R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2} \tag{II.2}$$

$$OC_i = R_i + R_{gi} - \delta_{BI} - \delta_g - \delta_H \tag{II.3}$$

$$OC_e = R_e - R_{ge} + \delta_{BE} + \delta_g + \delta_H \tag{II.4}$$

Les distances OA et OB dépendent des déformations élastiques des bagues, δ_{BI} et δ_{BE}, et de la moitié de la déformation de Hertz, $\delta_H/2$. Les distances OC_i et OC_e sont fonction de l'ensemble des déformations, δ_{BI}, δ_{BE}, δ_g et δ_H.

Au cours du mouvement le triangle OC_eC_i se déforme, les relations trigonométriques suivantes sont nécessaires pour relier les mouvements des bagues aux déformations (h représente la hauteur du triangle OC_eC) :

$$\cos(\beta) = \frac{OC_i^{\,2} + OC_e^{\,2} - a^2}{2 \times OC_i \times OC_e} \tag{II.5}$$

$$h = OC_e \times \sin(\beta) \tag{II.6}$$

$$b = OC_e \times \cos(\beta) - OA \tag{II.7}$$

$$\cos(\theta_i + \alpha) = \frac{a^2 + OC_e^{\,2} - OC_i^{\,2}}{2 \times a \times OC_e} \tag{II.8}$$

Remarque :
Les dimensions des figures II.1 et II.2 ont été exagérées pour une meilleure visualisation. Les angles correspondant le mieux à la réalité sont représentés figure II.2, l'angle C_eC_iO est plus petit que $\pi/2$ pour le type de galet étudié.

Les équations II.1 à II.8 relient l'angle α aux déformations. Il est ensuite nécessaire de relier l'angle α aux angles de rotations des bagues, pour cela des relations de cinématique doivent être utilisées.

Le mouvement du point A selon la direction tangente $\overrightarrow{x_A}$ permet de déterminer l'entraînement de la bague intérieure par le galet.

L'égalité suivante doit alors être vérifiée :

$$\overrightarrow{V_{A\in BI/0}}\cdot\overrightarrow{x_A}=\overrightarrow{V_{A\in g/0}}\cdot\overrightarrow{x_A} \tag{II.9}$$

avec
$$\overrightarrow{V_{A\in BI/0}}\cdot\overrightarrow{x_A}=-(R_i-\delta_{BI}-\frac{\delta_H}{2})\times\dot{\theta}_{BI} \tag{II.10}$$

et
$$\overrightarrow{V_{A\in g/0}}=\overrightarrow{V_{C_e\in g/0}}+\overrightarrow{AC_e}\wedge\overrightarrow{\Omega}_{g/o} \tag{II.11}$$

pour
$$\overrightarrow{\Omega}_{g/o}=(\dot{\alpha}+\dot{\varphi})\vec{z} \tag{II.12}$$

d'où
$$\overrightarrow{V_{A\in g/0}}=-(R_e-R_{ge}+\delta_{BE}+\delta_g+\delta_H)\times\dot{\varphi}\times\overrightarrow{x_B}+b\times(\dot{\alpha}+\dot{\varphi})\times\overrightarrow{x_A}+h\times(\dot{\alpha}+\dot{\varphi})\times\overrightarrow{y_A} \tag{II.13}$$

Les relations (II.7), (II.9), (II.10) et (II.13) conduisent à:

$$\dot{\theta}_{BI}=\dot{\varphi}-\frac{b}{R_i-\delta_{BI}-\frac{\delta_H}{2}}\times\dot{\alpha} \tag{II.14}$$

Le mouvement du point B selon la direction tangente $\overrightarrow{x_B}$ permet de déterminer l'entraînement de la bague extérieure par le galet.

L'égalité suivante doit alors être vérifiée :

$$\overrightarrow{V_{B\in BE/0}}\cdot\overrightarrow{x_B}=\overrightarrow{V_{B\in g/0}}\cdot\overrightarrow{x_B} \tag{II.15}$$

avec
$$\overrightarrow{V_{B\in BE/0}}\cdot\overrightarrow{x_B}=-(R_e+\delta_{BE}+\frac{\delta_H}{2})\times\dot{\theta}_{BE} \tag{II.16}$$

et
$$\overrightarrow{V_{B\in g/0}}=\overrightarrow{V_{C_e\in g/0}}+\overrightarrow{BC_e}\wedge\overrightarrow{\Omega}_{g/o} \tag{II.17}$$

En projetant (II.17) sur l'axe des $\overrightarrow{x_B}$:

$$\overrightarrow{V_{B\in g/0}}\cdot\overrightarrow{x_B}=-(R_e-R_{ge}+\delta_{BE}+\delta_g+\delta_H)\times\dot{\varphi}-(R_{ge}-\delta_g-\frac{\delta_H}{2})\times(\dot{\alpha}+\dot{\varphi}) \tag{II.18}$$

En utilisant les relations (II.16) et (II.18), l'égalité (II.15) devient:

$$\dot{\theta}_{BE}=\dot{\varphi}+\frac{R_{ge}-\delta_g-\frac{\delta_H}{2}}{R_e+\delta_{BE}+\frac{\delta_H}{2}}\times\dot{\alpha} \tag{II.19}$$

La vitesse relative d'une bague de la roue libre par rapport à l'autre est alors obtenue en fonction des déplacements δ_{BI}, δ_{BE}, δ_g et δ_H, de la distance b et de la vitesse de rotation $\dot{\alpha}$:

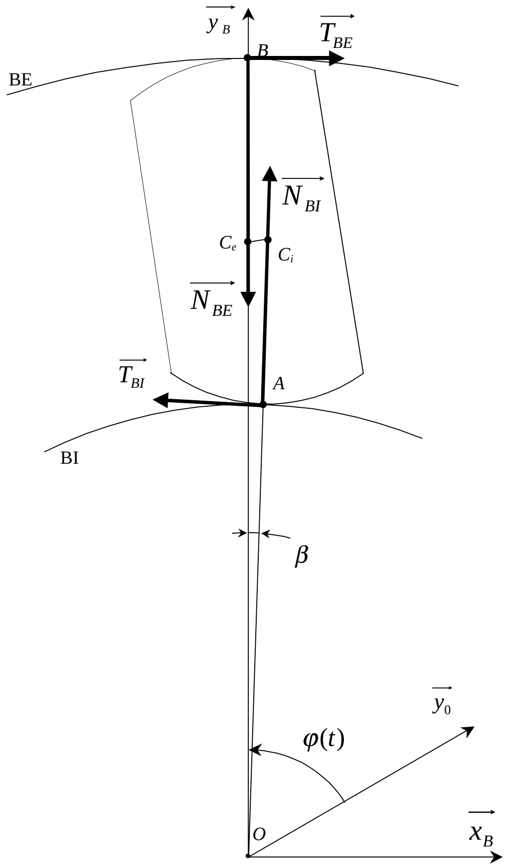
$$\dot{\theta}_{BI}-\dot{\theta}_{BE}=-\left(\frac{b}{R_i-\delta_{BI}-\frac{\delta_H}{2}}+\frac{R_{ge}-\delta_g-\frac{\delta_H}{2}}{R_e+\delta_{BE}+\frac{\delta_H}{2}}\right)\times\dot{\alpha} \tag{II.20}$$

Les déplacements angulaires sont obtenus par intégration de la relation (II.20) où b et les déplacements δ_{BI}, δ_{BE}, δ_g et δ_H sont aussi des fonctions du temps. L'intégration de l'expression (II.20) est délicate et plusieurs approximations sont nécessaires. Mais au cours des simulations il est apparu que les paramètres fonctions du temps (b et les déplacements) avaient peu d'influence, l'approximation suivante est alors faite :

$$\theta_{BI} - \theta_{BE} = -\left(\frac{b}{R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2}} + \frac{R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}}{R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}} \right) \times \alpha \tag{II.21}$$

1.2.2 **Equilibre statique du galet**

Avec l'équation (II.21), une relation entre la rotation relative de la roue libre et les déplacements est établie. L'équilibre statique du galet permet maintenant de relier les forces de contact à la géométrie. L'effort normal N_{BI} est relié aux déformations par la théorie de Hertz et par une relation d'élasticité linéaire.



Les notations utilisées sont les mêmes que sur la figure II.2, cette figure montre principalement les efforts normaux et tangentiels appliqués sur le galet.

Figure II.3 : Equilibre du galet, position des repères

L'équilibre statique est défini pour une position où les bagues extérieure et intérieure et le galet sont déformés. La position des points A, B, C_e et C_i est définie de la même façon que précédemment, relations (II.1), (II.2), (II.3) et (II.4), les relations trigonométriques (II.5), (II.6), (II.7) et (II.8) sont également utilisées. b représente le bras de levier de la force T_{BI}.

L'application des théorèmes généraux conduit aux équilibres suivants,
somme des moments par rapport à G selon l'axe des $\vec{z}$:

$$-(R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times T_{BE} + b \times T_{BI} + h \times N_{BI} = 0 \qquad \text{(II.22)}$$

somme des forces selon l'axe des $\overrightarrow{x_1}$:

$$T_{BE} + \cos(\beta) \times T_{BI} + \sin(\beta) \times N_{BI} = 0 \qquad \text{(II.23)}$$

la somme des forces selon l'axe des $\overrightarrow{y_B}$ fait apparaître une inconnue supplémentaire N_{BE}. En pratique les directions de N_{BI} et N_{BE} sont presque colinéaires, en conséquence l'application $N_{BE} = N_{BI}$ est utilisée.

Remarque : T_{BE}, T_{BI} et N_{BI} sont des variables algébriques.

Le couple C_{ig} transmis entre la bague intérieure et l'ensemble des galets est égal à :

$$C_{ig} = -T_{BI} \times (R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2}) \times nbg \qquad \text{(II.24)}$$

nbg étant le nombre de galets.
Le couple C_{ge} transmis entre les galets et la bague extérieure est égal à :

$$C_{ge} = T_{BE} \times (R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}) \times nbg \qquad \text{(II.25)}$$

L'équilibre du galet entraîne $C_{gi} = C_{ge} = C$.
On obtient donc le couple en fonction des déplacements et de l'effort normal N_{BI} :

$$\boldsymbol{C = \frac{nbg \times h \times N_{BI}}{\dfrac{R_{ge} - \delta_g - \dfrac{\delta_H}{2}}{R_e + \delta_{BE} + \dfrac{\delta_H}{2}} + \dfrac{b}{R_i - \delta_{BI} - \dfrac{\delta_H}{2}}}} \qquad \text{(II.26)}$$

1.2.3 Relations effort normal - déplacements

Pour un contact linéaire entre deux surfaces, la déformation de Hertz est indépendante des rayons de courbure [NEL94] et ne dépend que de la largeur de contact.

La relation entre l'effort normal et la déplacement δ_H correspondant est donnée par [NEL94] :

$$\delta_H = Cst \times \frac{N_{BI}^{\ 0.9}}{l^{0.8}} \tag{II.27}$$

où *Cst* est une constante dépendante des caractéristiques des matériaux, et *l* la largeur de contact.

$$Cst = 0.39 \times (4 \times (1-\nu_1^{\ 2}) / E_1 + 4 \times (1-\nu_2^{\ 2}) / E_2)^{0.9} \tag{II.28}$$

Pour les trois autres déplacements, un calcul, présenté dans le paragraphe application, est réalisé à l'aide du logiciel ANSYS [1]. Trois relations d'élasticité linéaire sont écrites :

$$N_{BI} = K_{BI} \times \delta_{BI} \tag{II.29}$$

$$N_{BI} = K_{BE} \times \delta_{EE} \tag{II.30}$$

$$N_{BI} = K_g \times \delta_g \tag{II.31}$$

1.3 APPLICATION

Dans un premier temps les dimensions géométriques du galet sont mesurées. Une étude statique des bagues et du galet est réalisée afin de déterminer les raideurs. Finalement, une application numérique est développée et les résultats sont comparés à ceux de l'expérimentation.

1.3.1 Mesure géométrique du galet

Les données nécessaires sont : la position des centres, les dimensions des rayons de courbure et la position du centre de gravité.

A l'aide d'un projecteur de profil, la face d'un galet est grossie 50 fois. Le contour est ainsi déterminé, puis tracé sur calque. Les deux courbes du contour en contact avec les bagues correspondent à deux arcs de cercle de rayon constant et de centre fixe.

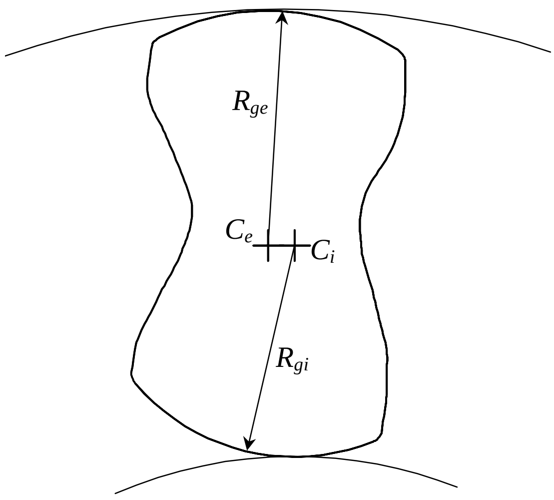


Figure II.4 : Contour du galet

Données mesurées sur le calque :

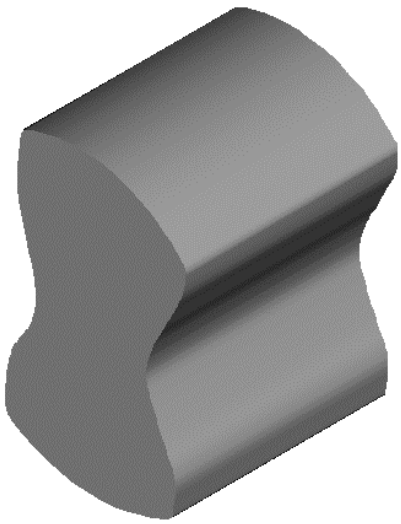
R_{ge} = 4,68.10^{-3} m
rayon de l'arc en contact avec la bague extérieure.

R_{gi} = 4,02.10^{-3} m
rayon de l'arc en contact avec la bague intérieure.

a = 0,62.10^{-3} m
distance entre les deux centres C_e et C_i.

Dans la publication [XU94_2], les rayons de courbure des deux arcs du galet sont identiques. Dans notre cas, la différence est importante et doit être prise en compte.

Le contour, défini par une vingtaine de points et les deux arcs, est ensuite dessiné sur un logiciel de DAO (DMT 20). L'épaisseur du galet est de 6 mm, la matière est de l'acier ($\rho = 7800$ kg/m^3). Le centre de gravité, la masse et l'inertie par rapport à l'axe de rotation du galet sont alors calculés (axe perpendiculaire au plan du profil).
Le centre de gravité G est pratiquement confondu avec C_e.



I_G = 1,18.10^{-8} kg.m^2

m_G = 1,8.10^{-3} kg

Figure II.5 : Galet en 3 dimensions

La masse mesurée sur une balance de précision est égale à : 1,64 grammes.

1.3.2 Déformations linéaires des bagues et des galets

Chacune des bagues est modélisée par un anneau sur lequel douze forces égales sont réparties autour de l'axe de rotation. Ces forces correspondent aux efforts normaux N_{BI} et N_{BE} du galet. Du coté opposé aux forces, les bagues sont laissées libres modélisant ainsi les jeux de fonctionnement du montage.
Pour simplifier la résolution, un quart des anneaux est modélisé en appliquant des conditions aux limites respectant les symétries, figures II.6 et II.7.

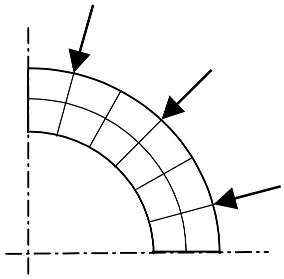


Figure II.6 : Maillage Eléments-Finis de la bague intérieure

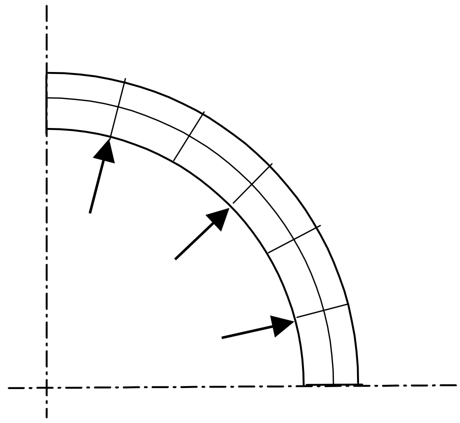


Figure II.7 : Maillage Eléments-Finis de la bague extérieure

Pour un couple de 50 Nm l'effort normal correspondant est de F = 4500 Newtons. Les déplacements sont mesurés sur l'axe vertical ou horizontal du côté où les forces sont appliquées ceci afin d'éviter les phénomènes de contact déjà pris en compte. Pour la bague extérieure le déplacement est environ égale à δ_{BE} = 26 microns et pour la bague intérieure il est de δ_{BI} = 15 microns. Ces valeurs sont de même ordre de grandeur que le débattement trouvé par la théorie de Hertz (18 microns).
Les raideurs linéaires K_{BI} et K_{BE} sont alors définies par :

$$K_{BI} = F/\delta_{BI} \qquad \text{et} \qquad K_{BE} = F/\delta_{BE} \tag{II.32}$$

Comme précédemment, le maillage a été réalisé avec des éléments à deux dimensions avec l'option de contrainte plane. Les nœuds dont les degrés de liberté sont bloqués sont choisis sur l'arc en contact avec la bague intérieure à l'opposé de la force normale répartie sur quelques nœuds de l'arc en contact avec la bague extérieure, figure II.8.

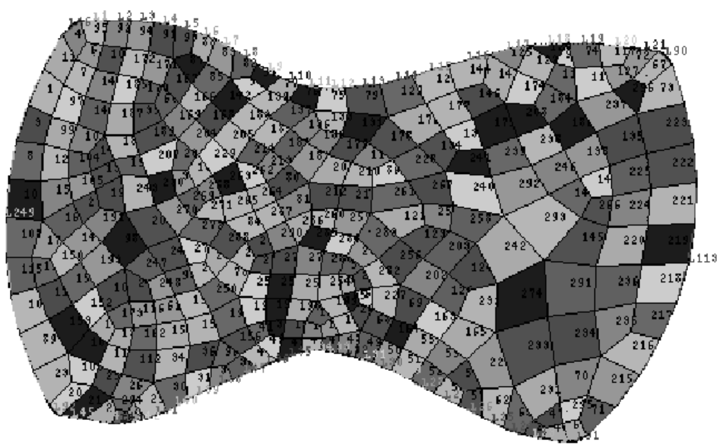


Figure II.8 : Maillage Eléments-Finis du galet

Le déplacement est mesuré horizontalement sur un nœud au milieu du galet afin de s'affranchir des déformations locales, qui sont en principe déjà prises en compte par la théorie de Hertz. Le déplacement mesuré est de δ_g = 6 microns pour une force totale de F = 4500 N. La raideur, $K_g = F/\delta_g$, est ensuite ajoutée de chaque coté du galet.

1.3.3 Application

La liste suivante récapitule les données numériques utilisées :
Largeur du galet : l = 6 mm
Rayon de la bague intérieure : R_i = 11,11 mm
Rayon de la bague extérieure : R_e = 19,44 mm
Rayon du galet côté intérieur : R_{gi} = 4,02 mm
Rayon du galet côté extérieur : R_{ge} = 4,68 mm
Distance : a = 0,62 mm
Nombre de galets : nbg = 12.
Pour un contact acier contre acier : $Cst = 1{,}57.10^{-10}$

Procédure de calcul :

Les équations à traiter sont complexes et plutôt que de partir d'une rotation relative connue et de remonter jusqu'au couple, ou l'inverse, il est plus simple d'imposer un effort normal N_{BI} puis de trouver la rotation θ_{BI} - θ_{BE} et le couple transmis C. En effet si N_{BI} est connu, les déformations sont déterminées par les équations (II.27), (II.29), (II.30) et (II.31). Toutes les grandeurs géométriques sont alors obtenues par les équations (II.5), (II.6), (II.7) et (II.8). Ensuite, le couple C est défini par l'équation (II.26) et le déplacement relatif angulaire, θ_{BI} - θ_{BE}, par (II.20).

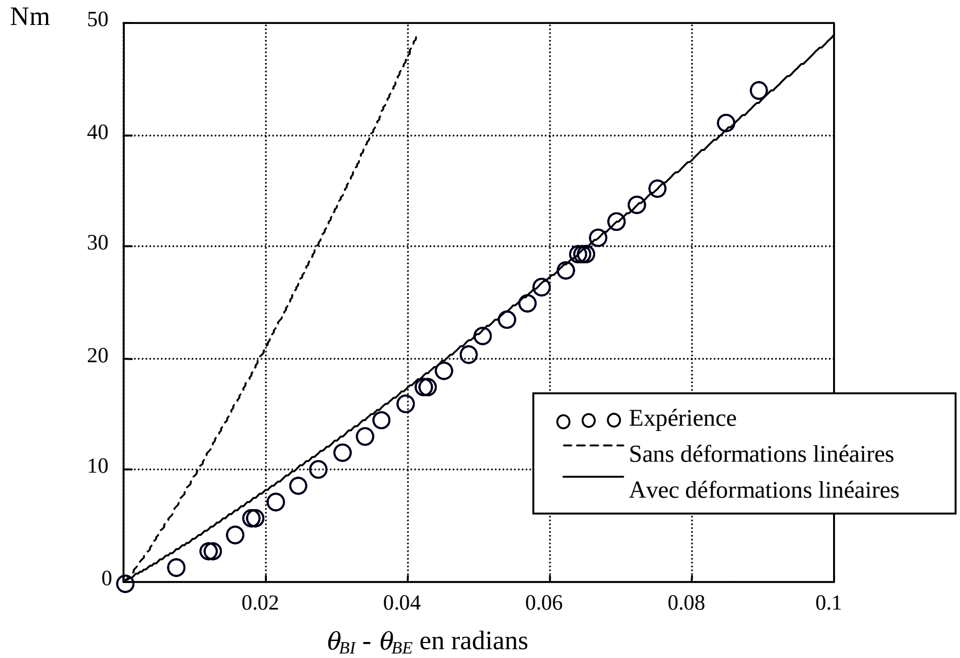


Figure II.9 : Couples statiques transmis, comparaison numérique/expérimental

Les résultats expérimentaux sont représentés sur la figure II.9 par les points ronds, le couple trouvé numériquement est défini par la courbe en trait fort. La courbe en trait pointillé représente les résultats obtenus en ne prenant en compte que de la théorie de Hertz, dans ce cas là la raideur correspondante est deux fois plus grande que la réalité.

L'évolution du couple transmis en trait fort est équivalent à la courbe expérimentale. Les points expérimentaux se trouvent en dessous de la courbe numérique pour des couples peu importants. Effectivement, pour des faibles charges, si l'on tient compte des imperfections locales, le contact est d'abord ponctuel et les surfaces se déforment plus rapidement, le système réel est donc logiquement moins raide que la modélisation. Par contre, pour des couples importants la tendance est renversée, le modèle numérique est plus souple. Pour ce chargement, les modèles des bagues du paragraphe 1.3.2 ne doivent pas être laissés libres, les jeux de montage étant rattrapés.

Il est intéressant de regarder l'évolution du rapport de la force tangentielle et de l'effort normal au niveau du contact entre le galet et la bague intérieure, figure II.10. Pour un fonctionnement sans glissement en mode statique le coefficient de frottement doit toujours être supérieur à ce rapport. Par exemple ; en prenant une marge de sécurité, $\mu > 0.09$ correspond à un ordre de grandeur raisonnable. Pour un contact acier-acier lubrifié, la roue libre fonctionnera sans glissement.

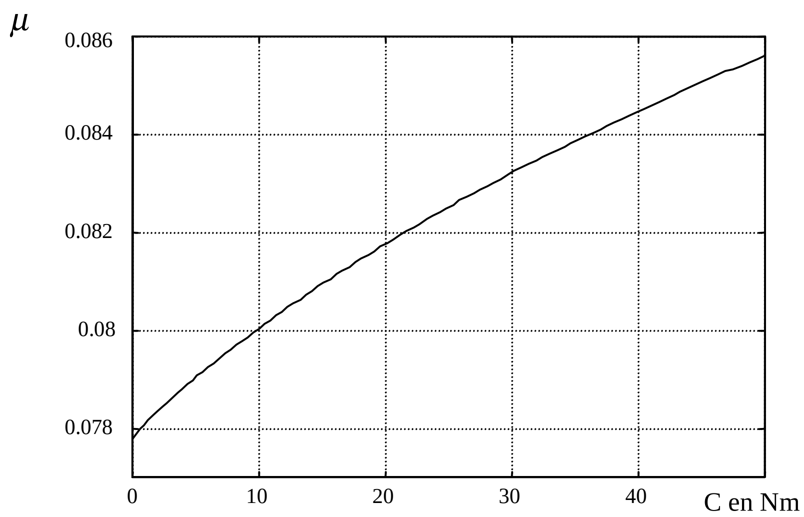


Figure II.10 : Evolution du coefficient de frottement en fonction du couple transmis

2 ETUDE DYNAMIQUE

Le fonctionnement de l'embrayage, type roue libre à galets de forme, peut-être décrit par trois configurations :

- Première configuration, fonctionnement en mode encastré, les galets sont bloqués, la bague intérieure de la roue libre est liée à la bague extérieure. Dans notre cas, la turbine du démarreur solidaire de la bague intérieure entraîne en rotation le réacteur solidaire de la bague extérieure.
- Deuxième configuration, fonctionnement en mode roue libre, les galets sous l'effet de la force d'inertie se décollent de la bague intérieure, il n'y a plus contact. Le réacteur est complètement indépendant du démarreur.
- La troisième configuration est la transition entre les deux précédentes. La bague intérieure a une vitesse de rotation plus petite que la bague extérieure, les galets sont liés à cette dernière et frottent sur la bague intérieure. Le passage de la troisième configuration à la première se fait à l'instant où les vitesses s'égalisent.

La transition est délicate, dans certains cas les galets ne s'enclenchent pas correctement. Au moment de l'embrayage, les galets doivent rouler sans glisser pour ensuite venir se coincer. Le coefficient de frottement doit être suffisant pour créer ce mouvement, sinon la bague intérieure continue de glisser et sa vitesse devient supérieure à celle de la bague extérieure, le système ne peut pas embrayer immédiatement.

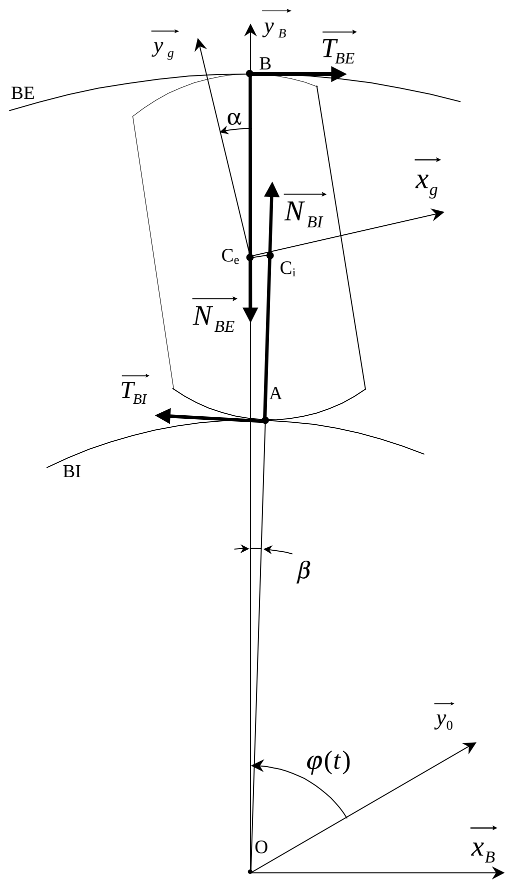
Plusieurs modèles ont été développés. Pour commencer un modèle de frottement sec entre deux inerties a été étudié, puis un modèle de test pour savoir si la roue libre embraye correctement ou non, ces deux modèles sont présentés annexe B. Le modèle représentant le comportement interne de l’embrayage après le mauvais coincement des galets, présenté ici, permet de simuler le fonctionnement de la roue libre dans les trois configurations décrites ci dessus. La masse et l'inertie du galet sont prises en compte, de même qu'une force de frottement dépendant de la raideur des ressorts de rappel et de la force d'inertie du galet. Ce modèle permet entre autre de simuler le comportement interne de la roue libre après le mauvais coincement des galets et détermine alors si le système embraye à nouveau et dans quelles conditions.

Après l’établissement des équations du mouvement, deux études sont réalisées afin de rechercher précisément les phases de glissement et de frottement. Pour chacune, une expérimentation et une application numérique sont présentées.

2.1 MODELE DE ROUE LIBRE

2.1.1 Modélisation des bagues et d’un galet

Les notations et les repères sont les mêmes que ceux définis pour l’étude statique.



$O\overrightarrow{x_B}\overrightarrow{y_B}\overrightarrow{z}$ est le repère tel que $\overrightarrow{y_B}$ passe par le centre de gravité G du galet. G est confondu avec C_e.

$G\overrightarrow{x_g}\overrightarrow{y_g}\overrightarrow{z}$ est le repère lié au galet défini par sa masse m_g et son inertie I_g autour de $G\overrightarrow{z}$.

Figure II.1 : Equilibre du galet, position des repères

Le moment dynamique du galet par rapport à un repère galiléen centré en G est égal à :

$$\overrightarrow{M}(G, g/0) = I_g \times (\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{d^2\varphi}{dt^2}) \cdot \vec{z} \tag{II.1}$$

La résultante dynamique du galet par rapport au repère de référence est égale à :

$$\vec{R}(g/o) = -m_g \times OG\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2} \cdot \overrightarrow{x_B} + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \cdot \overrightarrow{y_B}\right) \tag{II.2}$$

l’équilibre dynamique du galet s’écrit :

$$I_g \times (\ddot{\alpha} + \ddot{\varphi}) = -(R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times T_{BE} + b \times T_{BI} + h \times N_{BI} \tag{II.3}$$

$$-m_g \times (R_e - R_{ge} + \delta_{BE} + \delta_g + \delta_H) \times \ddot{\varphi} = T_{BE} + \cos(\beta) \times T_{BI} + \sin(\beta) \times N_{BI} \tag{II.4}$$

Les équations du mouvement des bagues intérieure et extérieure sont :

$$I_{BI} \times \ddot{\theta}_{BI} = Ce_{/BI} + nbg \times (R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2}) \times T_{BI} \tag{II.5}$$

$$I_{BE} \times \ddot{\theta}_{BE} = Ce_{/BE} + nbg \times (R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}) \times T_{BE} \tag{II.6}$$

Où T_{BE}, T_{BI} et N_{BI} sont les forces algébriques des bagues sur le galet.

Ces quatre relations représentent les équations du mouvement du système bagues et galet. Elles sont ensuite composées différemment selon le cas où la roue libre est en phase embrayée ou non.

2.1.2 Equations de la roue libre embrayée

Les degrés de liberté du galet α et φ sont dans ce cas liés à ceux des bagues θ_{BI} et θ_{BI} (relations (II.19) et (II.20)). Il faut résoudre un système à deux degrés de liberté. En composant les équations (II.3) et (II.4) on obtient T_{BI} et T_{BE} en fonction de $\ddot{\alpha}$, $\ddot{\varphi}$ et de N_{BI}.

$$T_{BI} = \frac{I_g \times (\ddot{\alpha} + \ddot{\varphi}) - m_g \times (R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times (R_e - R_{ge} + \delta_{BE} + \delta_g + \delta_H) \times \ddot{\varphi} - N_{BI} \times ((R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times \sin(\beta) - h)}{b + (R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times \cos(\beta)} \tag{II.7}$$

$$T_{BE} = \frac{-I_g \times \cos(\beta) \times (\ddot{\alpha} + \ddot{\varphi}) - m_g \times b \times (R_e - R_{ge} + \delta_{BE} + \delta_g + \delta_H) \times \ddot{\varphi} + N_{BI} \times (b \times \sin(\beta) - h \times \cos(\beta))}{b + (R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}) \times \cos(\beta)} \tag{II.8}$$

N_{BI} et les déplacements δ_{BI}, δ_{BE}, δ_g et δ_H, sont des fonctions de $(\theta_{BI}$ - $\theta_{BE})$ trouvées à partir des équations statiques développées au paragraphe précédent. $\ddot{\alpha}$ et $\ddot{\varphi}$ sont trouvées à partir des relations cinématiques de roulement sans glissement :

$$\dot{\theta}_{BE} = \dot{\varphi} + \frac{R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}}{R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}} \times \dot{\alpha} \tag{II.19}$$

$$\dot{\theta}_{BI} - \dot{\theta}_{BE} = -\left(\frac{b}{R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2}} + \frac{R_{ge} - \delta_g - \frac{\delta_H}{2}}{R_e + \delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2}} \right) \times \dot{\alpha} \tag{II.20}$$

Pour dériver (II.20) une approximation sur les déplacements est nécessaire, ils sont exprimés en fonction de

$$\delta = \delta_{BI} + \frac{\delta_H}{2} \tag{II.9}$$

On définit :

$$\delta_{BE} + \frac{\delta_H}{2} = coef_1 \times \delta \tag{II.10}$$

$$\delta_{BI} + \delta_g + \delta_H = coef_2 \times \delta \tag{II.11}$$

$$\delta_{BE} + \delta_g + \delta_H = coef_3 \times \delta \tag{II.12}$$

$$\delta_g + \frac{\delta_H}{2} = coef_4 \times \delta \tag{II.13}$$

La dérivée de (II.20) s'écrit alors sous la forme :

$$\ddot{\theta}_{BE} - \ddot{\theta}_{BI} = \left(\frac{\frac{\partial b}{\partial \delta}(R_i - \delta) + b}{(R_i - \delta)^2} - \frac{coef_4 (R_e + coef_1 \times \delta) + (R_{ge} - coef_4 \times \delta)}{(R_e + coef_1 \times \delta)^2} \right) \times \dot{\delta} \times \dot{\alpha} + \left(\frac{b}{R_i - \delta} + \frac{R_{ge} - coef_4 \times \delta}{R_e + coef_1 \times \delta} \right) \times \ddot{\alpha} \tag{II.14}$$

$\frac{\partial b}{\partial \delta}$ est trouvée en dérivant la relation (II.22) en fonction de δ :

$$\frac{\partial b}{\partial \delta} = \frac{\begin{pmatrix} 2(coef_3 (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta) - coef_2 (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta))(R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta) \\ + coef_2 ((R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 + (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2 - a^2) \end{pmatrix}}{2 \times (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2} + 1 \tag{II.15}$$

Par contre, pour $\dot{\delta}$ il faut réécrire la relation (II.8) :

$$\alpha = -\theta_i + \arccos\left(\frac{a^2 + (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 - (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2}{2 \times a \times (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)} \right) \tag{II.16}$$

et la dériver en fonction du temps, on obtient ainsi une relation entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\delta}$:

$$\dot{\alpha} = - \frac{\begin{pmatrix} -2(coef_3 (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta) + coef_2 (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta))(R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta) \\ - coef_3 (a^2 + (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 - (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2) \end{pmatrix}}{2 \times a \times (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 \times \sqrt{1 - \frac{a^2 + (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)^2 - (R_i + R_{gi} - coef_2 \times \delta)^2}{2 \times a \times (R_e - R_{ge} + coef_3 \times \delta)}}} \times \dot{\delta} \tag{II.17}$$

En composant alors les équations (II.14), (II.15), (II.17) et (II.20), on obtient $\ddot{\alpha}$ en fonction de $\ddot{\theta}_{BE} - \ddot{\theta}_{BI}$, $\dot{\theta}_{BE} - \dot{\theta}_{BI}$ et de δ.

$\ddot{\varphi}$ est trouvée en dérivant (II.19) :

$$\ddot{\varphi} = \ddot{\theta}_{BE} - \frac{R_{ge} - coef_4 \times \delta}{R_e + coef_1 \times \delta} \times \ddot{\alpha} + \frac{coef_4 (R_e + coef_1 \times \delta) + coef_1 (R_{ge} - coef_4 \times \delta)}{(R_e + coef_1 \times \delta)^2} \times \dot{\delta} \times \dot{\alpha} \qquad \text{(II.18)}$$

Finalement les forces T_{BI} et T_{BE} sont obtenues en fonction de $\ddot{\theta}_{BE} - \ddot{\theta}_{BI}$, $\dot{\theta}_{BE} - \dot{\theta}_{BI}$ et de δ. Pour résoudre les équations différentielles (II.5) et (II.6) il faut adapter les méthodes de résolution à l'aide d'un procédé itératif. Le système est résolu d'abord avec le second membre calculé avec les accélérations et vitesses du pas de temps précédent. Les nouvelles valeurs approximatives sont alors utilisées dans le second membre pour un calcul au même pas de temps. Et ainsi de suite jusqu'à la convergence des résultats.

Ces équations permettent d'obtenir la réponse temporelle d'une roue libre en mode embrayé. Le rapport $|T_{BI}/N_{BI}|$ est comparé au coefficient de frottement au cours de la simulation, s'il dépasse la valeur limite la roue libre glisse alors dans le sens libre ou embrayé. De nouvelles équations sont alors nécessaires pour déterminer la suite du comportement en phase de glissement. Il faut reprendre les équations ci-dessus avec α comme degré de liberté supplémentaire, en effet le mouvement du galet devient indépendant de celui des bagues.

2.1.3 Equations pour la roue libre en phase de glissement

Cette résolution est valable pour le glissement dans le sens embrayé comme pour le sens libre, le signe de la force tangentielle T_{BI} change simplement de signe de façon à s'opposer au mouvement :

$$T_{BI} = \pm \mu \times N_{BI} \qquad \text{(II.19)}$$

μ est le coefficient limite de frottement et N_{BI} est l'effort normal calculé à partir de la position statique du galet. S'il n'y a plus contact, $N_{BI} < 0$, alors on impose $N_{BI} = 0$.

Les équations de base sont les mêmes qu'au paragraphe précédent, pour le déplacement de la bague intérieure l'équation différentielle (II.5) est prise telle quelle, pour les deux autres degrés de liberté il faut traiter les équations de manière différente. T_{BE} est défini à partir de la relation (II.4), $\ddot{\varphi}$ à partir de (II.18), ils sont ensuite remplacés dans les équations (II.3) et (II.6), on obtient alors les équations du mouvement dont les degrés de liberté sont θ_{BI}, θ_{BE} et α :

$$\left\{\begin{array}{l}
I_{BI}\cdot\ddot{\theta}_{BI} = Ce_{/BI} + nbg\times(R_i - \delta_{BI} - \frac{\delta_H}{2})\times T_{BI} \\
\left(I_{BE} + nbg\times(R_e + coef_1\times\delta)\times m_g\times(R_e - R_{ge} + coef_3\times\delta)\right)\times\ddot{\theta}_{BE} \\
- nbg\times m_g\times(R_{ge} - coef_4\times\delta)\times(R_e - R_{ge} + coef_3\times\delta)\times\ddot{\alpha} = \\
Ce_{/BE} - nbg\times(R_e + coef_1\times\delta)\times\begin{pmatrix} m_g\times(R_e - R_{ge} + coef_3\times\delta)\times B\times\dot{\delta}\times\dot{\alpha} + \\ T_{BI}\times\cos(\beta) + N_{BI}\times\sin(\beta)\end{pmatrix} \\
\left(I_g + \frac{R_{ge} - coef_4\times\delta}{R_e + coef_1\times\delta}\times(m_g\times(R_{ge} - coef_4\times\delta)\times(R_e - R_{ge} + coef_3\times\delta) - I_g)\right)\times\ddot{\alpha} \\
+\left(I_g - m_g\times(R_{ge} - coef_4\times\delta)\times(R_e - R_{ge} + coef_3\times\delta)\right)\times\ddot{\theta}_{BE} = \\
T_{BI}\times(b + (R_{ge} - coef_4\times\delta)\times\cos(\beta)) + N_{BI}\times(h + (R_{ge} - coef_4\times\delta)\times\sin(\beta)) + \\
B\times\dot{\delta}\times\dot{\alpha}\times(m_g\times(R_{ge} - coef_4\times\delta)\times(R_e - R_{ge} + coef_3\times\delta) - I_g)
\end{array}\right. \quad \text{(II.20)}$$

Avec $$B = \frac{coef_4(R_e + coef_1\times\delta) + coef_1(R_{ge} - coef_4\times\delta)}{(R_e + coef_1\times\delta)^2} \quad \text{(II.21)}$$

2.2 ETUDE DE LA PHASE D'EMBRAYAGE

Pour observer du glissement des bagues dans le sens embrayé, la roue libre doit être utilisée dans des conditions de fonctionnement particulières. Le banc de torsion, figure II.1, permet de mettre en mouvement la bague intérieure dans le sens libre puis de l'arrêter brusquement par un obstacle élastique. Après le choc la roue libre est en mode embrayé. En observant le passage d'un mode à l'autre, un glissement possible des galets dans le sens embrayé peut-être déterminé. Un couplemètre placé entre la bague extérieure fixe et le bâti mesure le couple transmis par la roue libre, en mode libre ce couple est proche de zéro. Le déplacement angulaire de la bague intérieure mobile est mesuré par un potentiomètre angulaire.

A l'instant du choc la bague intérieure s'arrête et repart légèrement en arrière, au moment où sa vitesse s'annule un couple doit immédiatement être transmis. Si un retard apparaît, il y a glissement. Plusieurs types de butées sont présentés afin de tester un embrayage quasi instantané ou non.

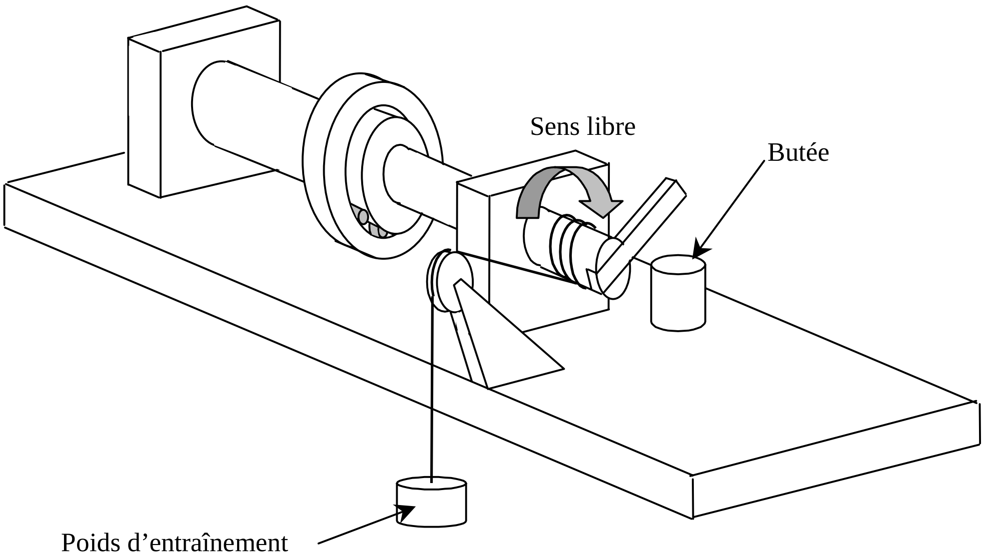


Figure II.1 : Schéma du banc de simulation

Pour cela un modèle numérique correspondant au banc est développé où les équations du paragraphe 2.1 sont utilisées. Ensuite trois butées sont présentées et deux modèles de butée sont caractérisés. D'abord ces butées sont de simples plots de matière différente, la première en élastomère et la deuxième en bois. Dans ce cas la butée est modélisée comme un couple extérieur non-linéaire. La troisième butée a été spécialement conçue afin d'obtenir une force de retour plus importante. Le modèle correspondant génère un degré de liberté supplémentaire.

Pour simuler le comportement de la roue libre montée sur le banc, il est nécessaire de déterminer les caractéristiques mécaniques de l'ensemble du montage. Le frottement sec de la roue libre en phase désembrayé est mesuré, de même que le frottement visqueux généré par l'embrayage.

Enfin trois applications sont présentées pour chaque butée, les simulations expérimentales sont comparées aux simulations numériques.

2.2.1 Modélisation du système tournant

Les équations du mouvement de la roue libre en phase embrayée ont été établies précédemment (équations (II.37) à (II.50)), elles sont utilisées ici. Il est de même des équations (II.52) et (II.53), représentatives du mouvement en phase de glissement. Pour simuler le comportement du banc, il convient de rajouter, aux équations de la roue libre précédentes, les équations du mouvement correspondantes aux autres éléments constitutifs du banc.

Le système représentant l'expérimentation est schématisé figure II.2, il comporte quatre degrés de liberté. Le degré de liberté n°3 est relié au bâti par une raideur K_3 modélisant la déformation élastique du couplemètre, l'inertie I_3 modélise l'ensemble monté sur la bague extérieure et une partie du couplemètre. Il est nécessaire de séparer l'ensemble de la bague intérieure en deux inerties I_1 et I_2 liées par une raideur élevé K_{12}, afin d'absorber le choc appliqué sur le nœud 1 avant qu'il soit transmis au nœud 2. Le nœud 4 représente les galets de la roue libre. En mode embrayé la rotation des galets est liée aux bagues. C_{rl}.modélise l'amortissement visqueux au niveau de la roue libre. K_r est une raideur modélisant l'action des lames élastiques qui maintiennent les galets et les bagues en contact. $C_{e/1}$ est le couple moteur constant appliqué dans le sens libre ($C_{e/1}$ = 8.10^{-2} Nm).

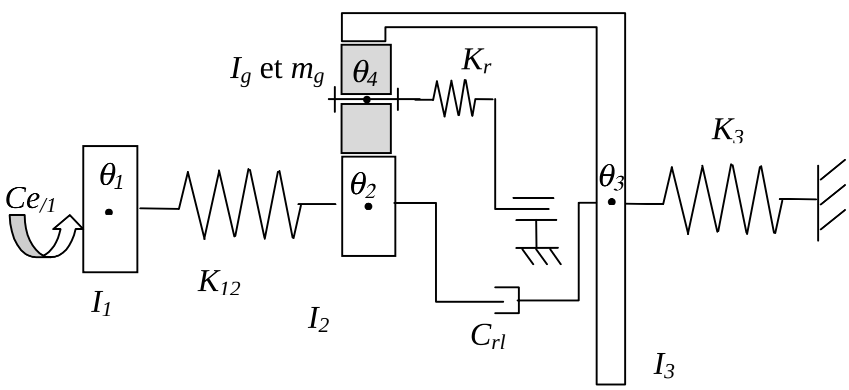


Figure II.2 : modèle à 4ddl

A titre d'exemple, les équations (II.1) sont représentatives du mouvement en mode embrayé. Elles sont obtenues à partir des équations du mouvement de la roue libre en phase embrayée auxquelles sont ajoutées les spécificités du banc.

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + K_{12}(\theta_1 - \theta_2) = C_{e/1} + C_{choc} \\ I_2\ddot{\theta}_2 + K_{12}(\theta_2 - \theta_1) + C_{rl}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) = nbg \times (R_i - \delta) \times T_{BI} \\ I_3\ddot{\theta}_3 + K_3\theta_3 + C_{rl}(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) = nbg \times (R_e + coef_1 \times \delta) \times T_{BE} \end{cases} \quad \text{(II.1)}$$

Pour calculer T_{BI}, T_{BE} et δ, les équations (II.39) à (II.50) sont utilisées. Au second membre de la relation (II.35) un couple, $K_r \times (\alpha + \alpha_{max})$, est ajouté sur le galet. K_r et α_{max} sont des constantes choisies de façon à retrouver le couple de frottement C_{fr} de l'embrayage en mode libre. Pour cela il faut reprendre les équations d'équilibre du galet du paragraphe 1.2.2.
Résultante des moments au point O :

$$-K_r \times (\alpha + \alpha_{\max}) - T_{BE} \times (R_e + coef_1 \times \delta) - T_{BI} \times (R_i - \delta) = 0 \quad \text{(II.2)}$$

Résultante des forces selon l'axe des $\overrightarrow{x_1}$:

$$\overline{T_{BE}} + \cos(\beta) \times T_{BI} + \sin(\beta) \times N_{BI} = 0 \quad \text{(II.3)}$$

De plus : $T_{BI} = +\mu \times N_{BI}$ (II.4)

avec μ = 0,08

Ces trois équations sont résolues en prenant une valeur arbitraire α_{max} = 0,2 radian, correspondant à peu près à la rotation maximale du galet, on obtient alors une raideur de K_r = 1.10^{-2} Nm/rad. α est le degré de liberté du galet noté ici θ_4.

Le système a deux modes de fonctionnement. En mode embrayé, les équations du mouvement (II.1) régissent trois degrés de liberté θ_1, θ_2 et θ_3 , la rotation du galet étant liée à la rotation des bagues. En mode libre le mouvement du galet est indépendant de celui des bagues. Les équations du mouvement comportent quatre degrés de liberté, les trois degrés de liberté (θ_2, θ_3 et θ_4) de la roue libre en phase de glissement, équations (II.52), et un degré de liberté θ_1 nécessaire à la modélisation du montage. Les caractéristiques d'inerties et de raideurs du banc sont également prises en compte.

2.2.2 Modélisation des butées

Le rôle des butées est de solliciter la roue libre dans le sens embrayé. Deux butées simples de matières différentes sont présentées, une en élastomère l'autre en bois. Pour observer un glissement dans le sens embrayé, il faut au moment du choc que l'accélération de la bague intérieure soit importante, c'est à dire quand la roue libre est sensée passer en mode embrayé, ce qui est le cas pour des chocs avec des pièces dont la raideur de contact est élevée. L'inconvénient est que cette accélération ne dure qu'un instant et la roue libre peut ensuite embrayer très rapidement. C'est pour obtenir un temps de choc plus important qu'une butée spéciale a été fabriquée.

Butée élastomère et butée bois

La simulation commence en mode libre, au temps t_c quand la bague intérieure a pris suffisamment de vitesse, un couple d'arrêt C_{choc} est imposé au nœud 1.

$$C_{choc} = K_{choc} \times (\theta_1(t_c) - \theta_1) - Am \times \dot{\theta}_1 \quad \text{(II.5)}$$

Cette modélisation correspond au système de jeu avec dissipation d'énergie de la partie I. K_{choc} représente la raideur de contact et Am un amortissement pour une dissipation de quelques pour-cent.

Pour un bras de levier d'une dizaine de centimètres butant sur un plot en élastomère, les ordres de grandeur de K_{choc} et de Am sont respectivement 100 Nm/rad et 5.10^{-2} Nms/rad.

Pour un plot en bois les valeurs utilisées sont $K_{choc} = 2.10^3$ Nm/rad et Am =0,5 Nms/rad.

Butée spéciale

Pour tester la roue libre dans des conditions d'embrayage suffisamment critique, une butée spéciale a été conçue, figure II.3. La bague intérieure va buter contre un ressort comprimé qui a été mis en mouvement juste avant le choc. Le contact entre la bague intérieure et le ressort doit se faire avant que ce dernier ait atteint sa position d'équilibre. Pour cela c'est la bague en rotation qui déclenche le départ du ressort.

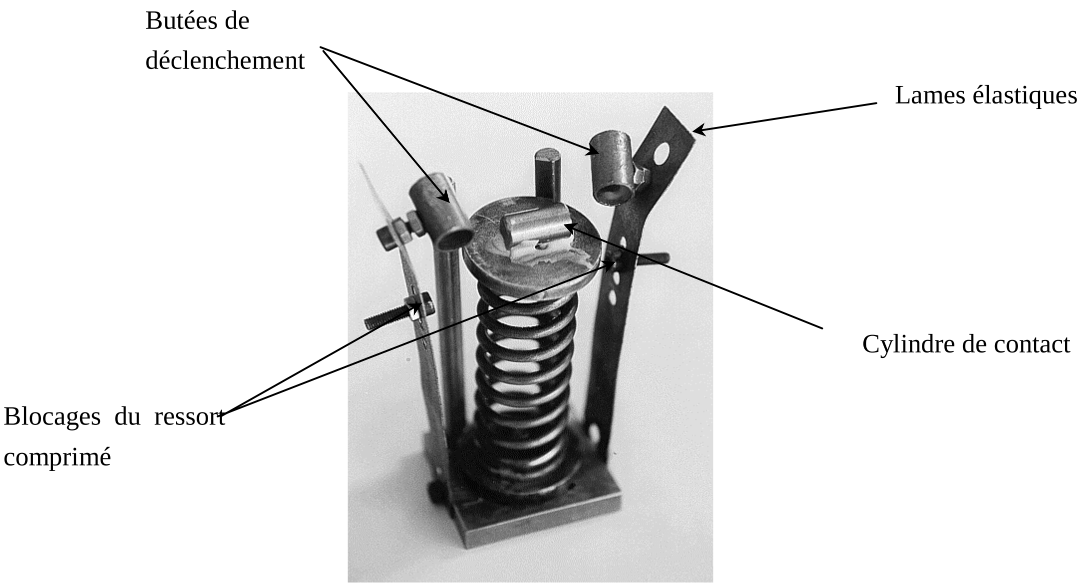


Figure II.3 : Butée spéciale de choc en mouvement

Le système, figure II.4, permet de simuler l'arrêt sur la butée spéciale présentée figure II.3. Pour cela un cinquième degré de liberté linéaire est ajouté et caractérise les mouvements du ressort.

K_5 est la raideur du ressort de la butée, $K_5 = 10^4$ N/m. m_5 est la masse à l'extrémité libre du ressort, $m_5 = 0{,}1$ kg. La raideur de contact K_{15} provient de la flexion du bras de levier de longueur $d = 7.10^{-2}$ m. Les surfaces en contact sont de l'acier et leurs déformations sont négligeables, K_{15} = 7.10^5 N/m. L'amortissement correspondant à une dissipation d'énergie de un pour-cent est égal à : C_{15} = 10 Ns/m.

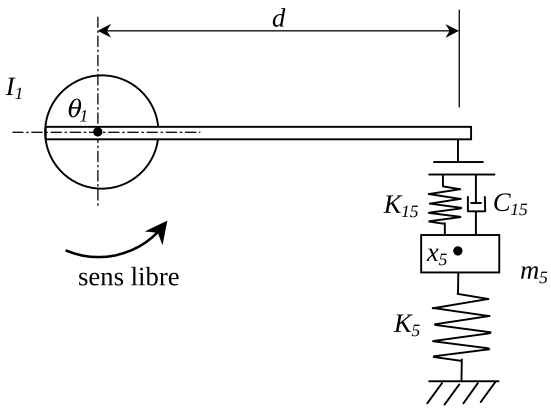


Figure II.4 : Modélisation de la butée

Les équations du mouvement relatives aux nœuds 2, 3 et 4 sont inchangées, il faut leur ajouter les équations du mouvement des nœuds 1 et 5.

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_{15}d\times(\dot{\theta}_1 d - \dot{x}_5) + K_{15}d\times(\theta_1 d - x_5) + K_{12}(\theta_1 - \theta_2) = C_{e/1} \\ m_5\ddot{x}_5 + C_{15}d\times(\dot{x}_5 - \dot{\theta}_1 d) + K_{15}d\times(x_5 - \theta_1 d) + K_5 x_5 = 0 \end{cases} \tag{II.6}$$

La simulation débute en mode libre, le nœud 5 est immobile, C_{15} et K_{15} sont nuls. Au temps t_{ac}, quand la bague intérieure a pris suffisamment de vitesse, le départ du ressort est déclenché. La condition initiale de déplacement est de $x_5(t_{ac})$ = -2.10^{-2} m, car le ressort est initialement comprimé. Le ressort monte alors en vitesse et avant qu'il atteigne son déplacement maximum le choc est imposé au temps t_c, C_{15} et K_{15} prennent alors leur valeur d'origine.

2.2.3 mesure des caractéristiques mécaniques

Mesure des inerties

La forme et l'assemblage des pièces utilisées sont complexes. Par le calcul, seule une approximation des inerties est possible. Pour obtenir des valeurs précises une mesure expérimentale est employée. Le procédé a été développé et breveté au laboratoire par [SWI94].

L'inertie à mesurer I_s est placée sur un axe de rotation d'inertie I_1 lié au bâti par l'intermédiaire de quatre ressorts de raideur K positionnés à une distance L de l'axe. La fréquence propre f de ce modèle dépend de l'inertie de l'objet utilisé. L'équation du mouvement est la suivante :

$$(I_s + I_1)\times\ddot{\theta} + 4\times K\times L^2\times\theta = 0 \qquad \text{(II.7)}$$

d’où

$$I_s = \frac{1}{f^2}\times K\times\left(\frac{L}{\pi}\right)^2 - I_1 \qquad \text{(II.8)}$$

Un essai à vide et un deuxième avec une inertie étalon déterminent les caractéristiques dynamiques du système de mesure (I_1, K et L).

Les mouvements oscillatoires sont mesurés par un capteur à courant de Foucault 3, puis les signaux sont envoyés vers un oscilloscope 2 et vers un analyseur de spectre 1 donnant directement la fréquence propre du système (figures II.5 et II.6).

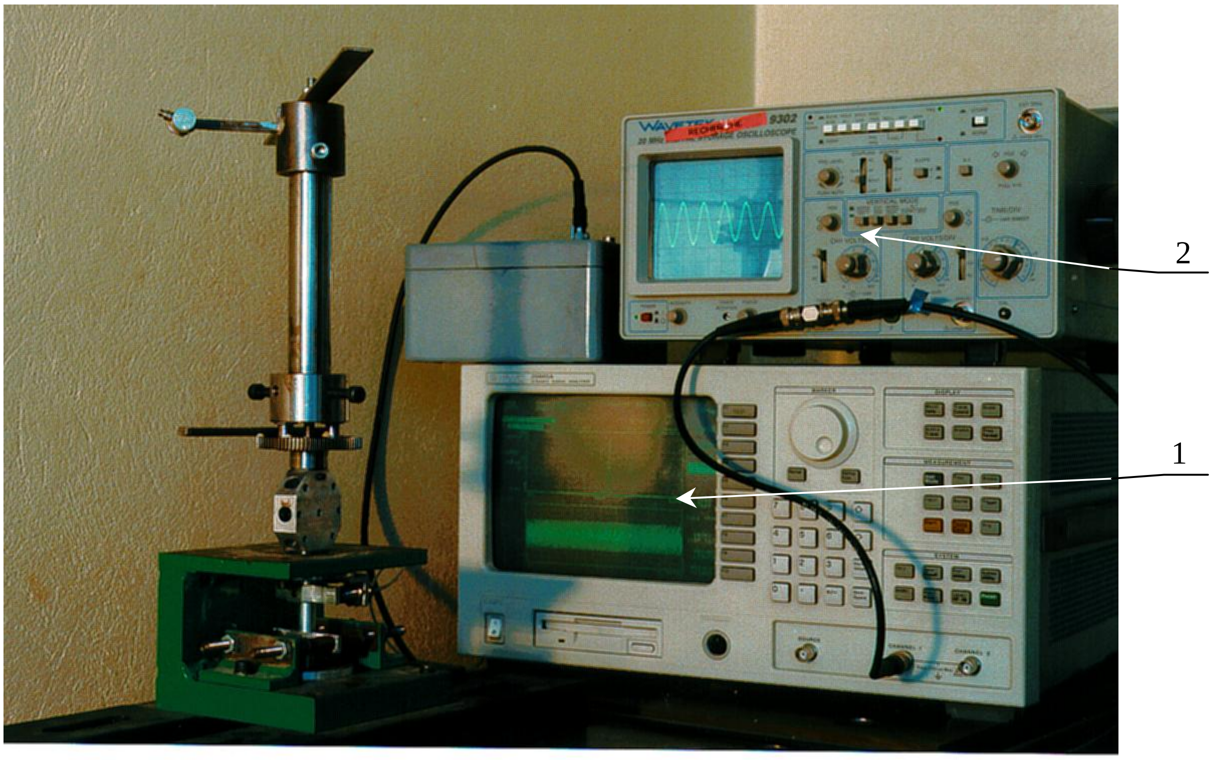


Figure II.5 : Dispositif de mesure d’inertie

Pour le système, figure II.2, l’ensemble lié à la bague intérieure est modélisé par deux inerties I_1 et I_2. Pour des raisons de centrage sur le système de mesure, l’inertie de l’ensemble complet est mesurée, $I_1 + I_2 = 4{,}15.10^{-4}$ kg.m^2 puis l’inertie de la partie la plus proche de la bague intérieure, $I_2 = 2{,}18.10^{-4}$ kg.m^2 . I_1 est obtenue par différence

Pour le système utilisé au paragraphe 2.3, l’inertie de l’ensemble lié à la bague intérieure (figure II.6) est égale à : $I_{BI} = 1{,}41.10^{-3}$ kg.m^2 .

Pour déterminer l'inertie de la bague extérieure, deux essais sont nécessaires. Le premier avec le couplemètre, $I_{ac} = 2.10^{-3}$ kg.m^2 , et le deuxième sans, $I_{sc} = 1,3.10^{-3}$ kg.m^2 . La moitié de l'inertie du couplemètre est prise en compte dans les modèles numériques : $I_{BE} = 1,6.10^{-3}$ kg.m^2.

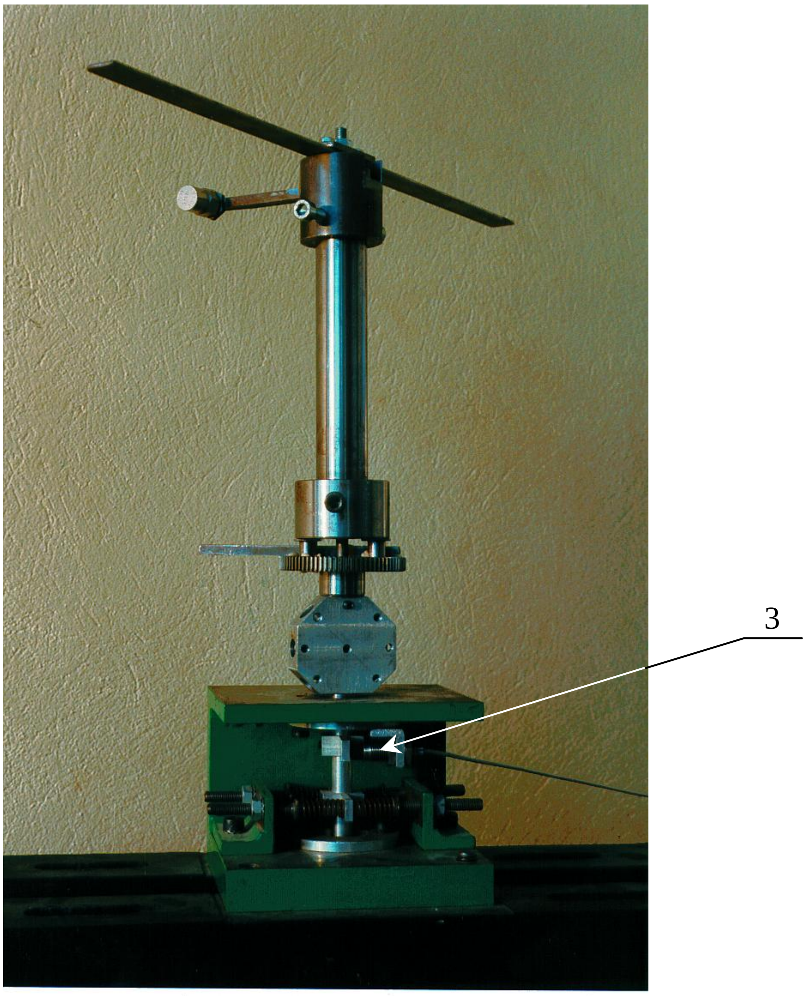


Figure II.6 : Mécanisme de mesure d'inertie

Mesure du frottement sec

Au cours du fonctionnement en mode libre de l'embrayage, les galets de la roue libre sont maintenus en contact sur les deux bagues par l'action d'un ressort à lames. Le glissement, au niveau du contact des galets avec la bague intérieure, génère un couple résistant.

Dans un premier temps le couple statique nécessaire (*Cf*), pour faire tourner la bague intérieure dans le sens libre, est mesuré, l'analogie est faite avec le modèle de frottement sec de Coulomb. Le couple appliqué est augmenté progressivement jusqu'à la mise en mouvement, la dernière valeur est alors retenue : $Cf = 2.10^{-2}$ Nm. La mesure n'est pas très précise, cette valeur doit être considérée comme un ordre de grandeur du couple résistant. L'effort normal de contact, dû à l'action du ressort, est difficilement mesurable, il est alors impossible de remonter au coefficient de frottement μ.

Dans un deuxième temps ce même couple de frottement (*Cf*) est mesuré mais au cours d'un fonctionnement dynamique en mouvement libre. La bague extérieure est fixe, la bague intérieure est lancée dans le sens libre avec une vitesse initiale connue. Le déplacement angulaire est mesuré jusqu'à l'arrêt de la bague. La dérivée seconde du déplacement nous donne le couple résistant.

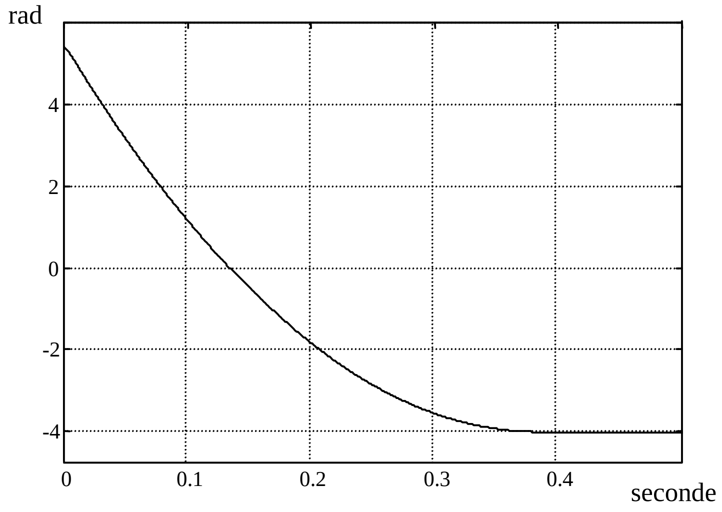


Figure II.7 : Déplacement angulaire de la bague intérieure

Le potentiomètre angulaire ne mesure que sur 350°, et au cours de la simulation la bague arrive à faire plusieurs tours. Pour obtenir une courbe du déplacement en continu, à chaque tour le résultat est décalé de 2π, il reste une zone de 10° (en pointillé sur la figure II.8) où il n'y a pas de mesure.

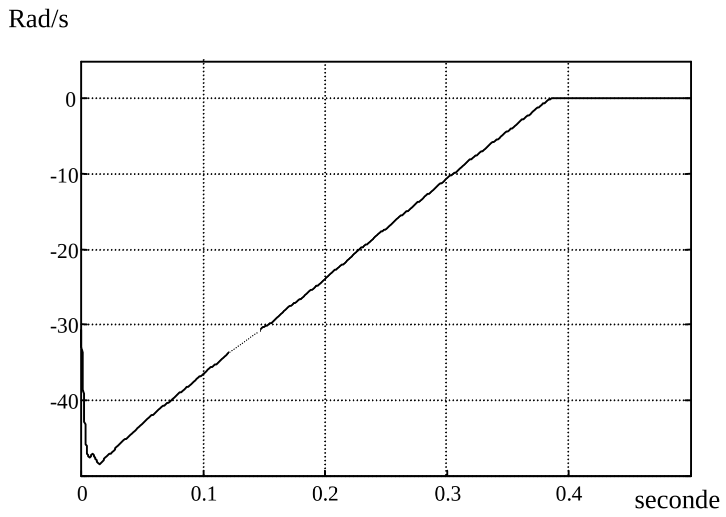


Figure II.8 : Vitesse angulaire de la bague intérieure

Le déplacement angulaire de la figure II.7 est dérivé par rapport au temps à l'aide du logiciel Matlab, la courbe obtenue est une droite s'arrêtant brutalement à zéro, figure II.8. L'accélération au cours du mouvement est constante, puis devient nulle à l'arrêt, ce qui correspond au modèle de frottement sec de coulomb.

Pour un modèle à un degré de liberté représentant la bague intérieure d'inertie I sur laquelle est appliqué un couple de frottement sec, l'équation du mouvement est :

$$I \cdot \ddot{\theta} = Cf \tag{II.9}$$

L'inertie I est mesurée expérimentalement, I = 1,28.10^{-4} kg.m^2, $\ddot{\theta}$ est la pente de la droite de la figure II.8 : $\ddot{\theta} = 130$ rad/s^2. D'où ***Cf* = 1,66.10^{-2} Nm**. Plusieurs séries de mesure donnent un couple de frottement dynamique compris entre 1,6.10^{-2} et 1,8.10^{-2} Nm. Ce couple est légèrement plus faible que le couple déterminé par la méthode statique.

Mesure de l'amortissement visqueux de la roue libre

L'amortissement est considéré comme linéaire ce qui ne doit pas être le cas quand cet amortissement est placé en parallèle avec une raideur non-linéaire [XU92]. La roue libre est en mode embrayé, un couple constant de précharge de 1,08 Nm est appliqué, l'inertie de la bague intérieure a été augmentée et vaut : I = 7,65.10^{-3} kg.m^2. Les mouvements libres de la bague intérieure sont mesurés à la suite d'un lâché avec comme conditions initiales une vitesse nulle et un déplacement angulaire imposé. La figure II.9 représente le déplacement angulaire mesuré en volt, en moins d'une seconde les oscillations sont complètement amorties.

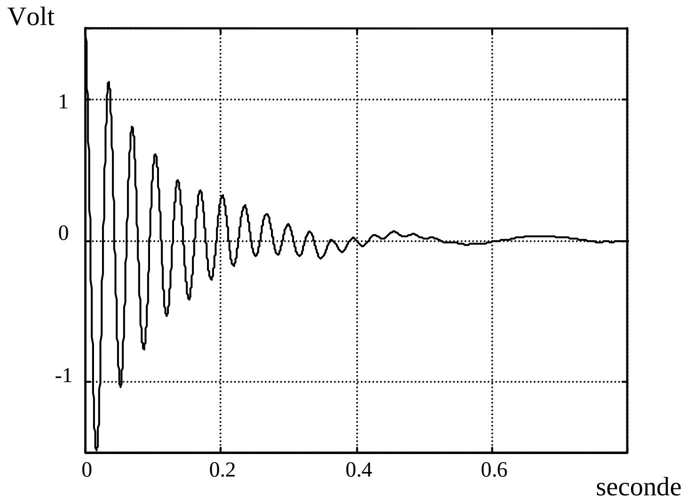


Figure II.9 : Déplacement angulaire de la bague intérieure

Ce système peut-être représenté par un modèle à un degré de liberté illustré figure II.10.

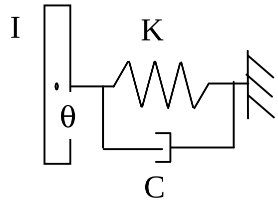


Figure II.10 : Modèle à 1ddl

La raideur K constante correspond à la raideur non-linéaire de la roue libre pour le couple de précharge considéré, K = 250 Nm/rad. C représente le coefficient d'amortissement visqueux. Le mouvement libre du système II.10 est représenté par l'équation classique :

$$I \times \ddot{\theta} + C \times \dot{\theta} + K \times \theta = 0 \qquad \text{(II.10)}$$

Le facteur d'amortissement α est défini par :

$$\alpha = \frac{C}{2\sqrt{K \times I}} \qquad \text{(II.11)}$$

Soit θ_p une amplitude maximale du signal, figure II.9, et θ_{p+q} une deuxième amplitude q oscillations plus loin. α est obtenu par la relation utilisant le rapport des amplitudes :

$$\alpha = \frac{1}{2\pi q} \ln \frac{\theta_p}{\theta_{p+q}} \qquad \text{(II.12)}$$

Plusieurs essais sont réalisés avec q = 5, la valeur de α est de 0,04, ce qui correspond à un amortissement visqueux de : **C = 0,1 Nms/rad**.

Un deuxième essai est effectué pour un couple de précharge de 2,2 Nm avec la même inertie. Le facteur d'amortissement est plus faible, α = 0,03. Pour ce couple, K est égal à 280 Nm/rad et l'amortissement C obtenu est de 0,087 Nms/rad. Pour des couples plus importants la tendance est la même, l'amortissement visqueux diminue quand la raideur de la roue libre augmente. La non-linéarité de la raideur a plus d'importance que la non-linéarité de l'amortissement sur le comportement dynamique de la roue libre, par la suite l'amortissement sera considéré constant égal à une valeur moyenne.

Les caractéristiques mécaniques (inerties, raideurs et amortissements) sont maintenant déterminées, il est alors possible de procéder à des simulations.

2.2.4 Application, butée en élastomère

Le montage utilisé est celui de la figure II.1, le bras de levier lié à la bague intérieure est positionné à environ 180° de la butée, le poids est alors libéré et l'enregistrement des mesures débute lorsque le bras de levier passe à la verticale.

Expérimentation

Le schéma du système de mesure est représenté figure II.11. Les signaux du couplemètre et du potentiomètre angulaire sont enregistrés sur le système d'acquisition analogique à une fréquence d'échantillonnage de 40 kHertz. Les fichiers de mesure sont ensuite traités à l'aide du logiciel Matlab, les signaux sont filtrés afin d'éliminer le bruit de fond, les vitesses sont calculées et les divers résultats sont tracés.

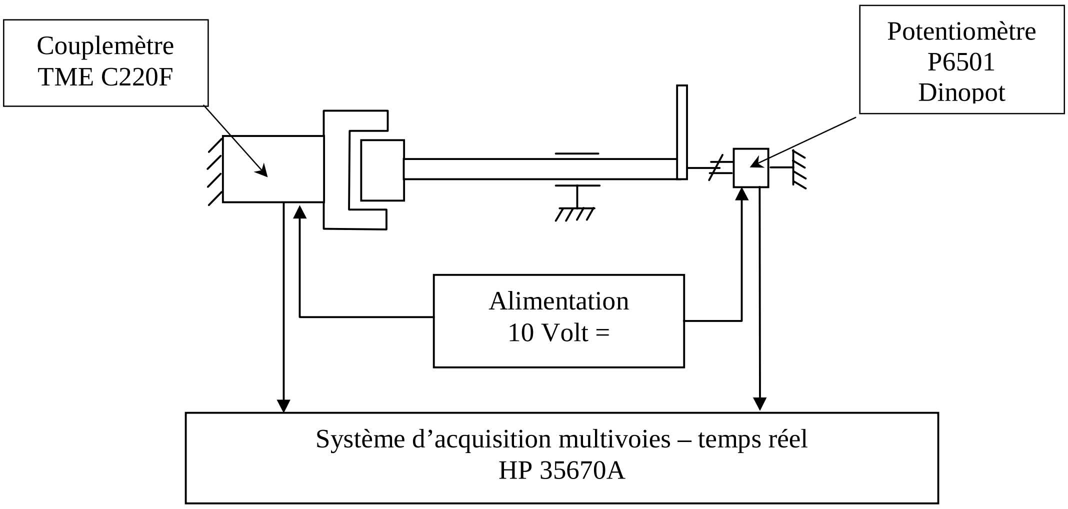


Figure II.11 : Schéma du système d'acquisition

Les deux premières courbes, figure II.12, représentent respectivement, l'évolution du couple transmis et le déplacement angulaire de la bague intérieure. Afin de mieux visualiser les phénomènes au cours du choc la vitesse est représentée en troisième position. Un agrandissement des trois courbes, à l'instant du choc, est montré figure II.13.

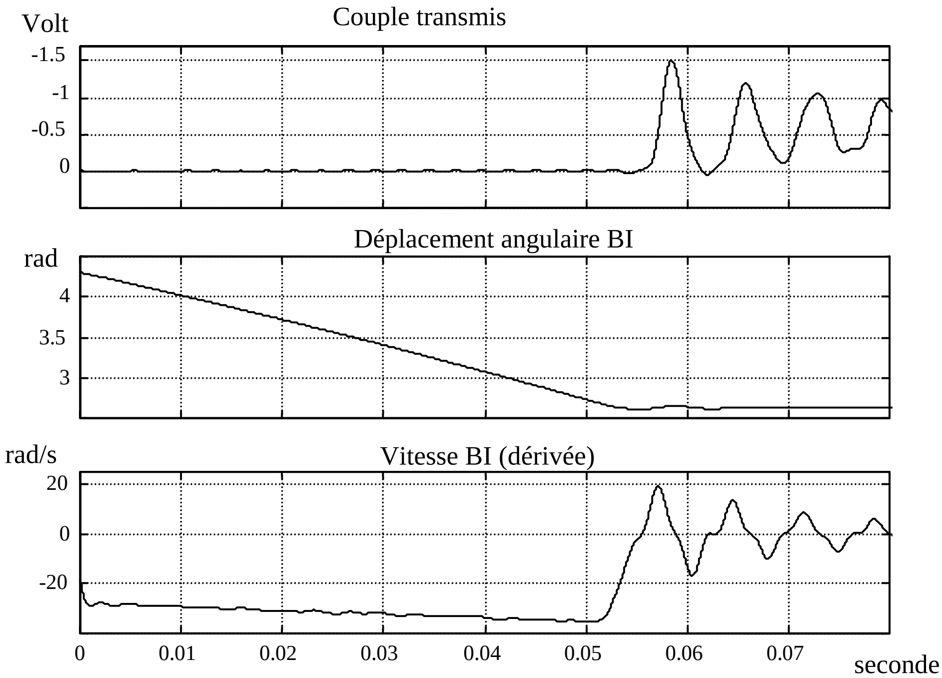


Figure II.12 : Courbes de réponse pour la butée en élastomère

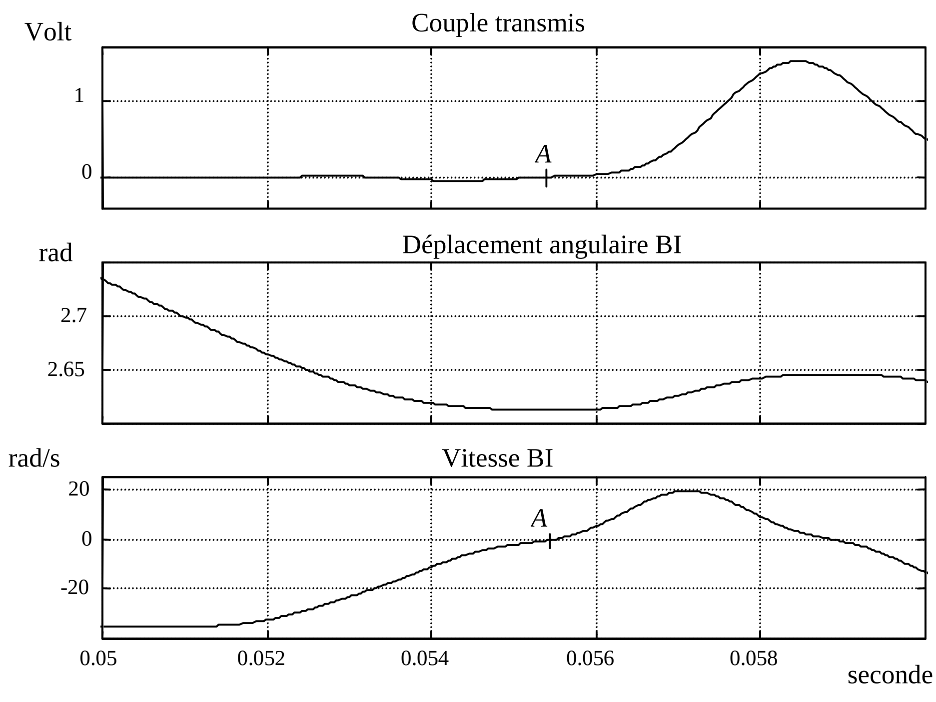


Figure II.13 : Agrandissement de la figure II.12 à l'instant du choc

L'examen du couple transmis et de la vitesse de la bague intérieure, figure II.13, ne montre pas de décalage sensible entre la transmission du couple et l'annulation de la vitesse (point *A*). La roue libre semble embrayer sans phénomène de glissement.

Simulation numérique

La simulation commence en mode libre, puis au bout de 0,25 seconde le couple d'arrêt C_{choc} (II.5) est imposé au nœud 1 avec K_{choc} = 100 Nm/rad et Am = 5.10^{-2} Nms/rad. Le passage normal du mode libre au mode embrayé a lieu quand la vitesse relative des bagues de la roue libre s'annule. Pour que le système embraye, il faut que la vitesse relative tangentielle au point de contact *A* du galet par rapport à la bague intérieure soit nulle. La relation (II.14) de roulement sans glissement doit être vérifiée. Le galet roulant toujours sans glisser du côté de la bague extérieure, la vitesse $\dot{\varphi}$ est trouvée à partir de la relation (II.19) Une fois l'égalité obtenue le système passe en mode embrayé. Le rapport $|T_{BI}/N_{BI}|$ est alors comparé au coefficient de frottement. Si $|T_{BI}/N_{BI}| < \mu$ le système reste en mode embrayé, si $T_{BI}/N_{BI} < -\mu$ il y a glissement dans le sens embrayé.

Lors de la simulation avec la butée en élastomère aucun glissement n'apparaît, car à l'instant de l'embrayage le rapport $|T_{BI}/N_{BI}|$ est bien inférieur au coefficient de frottement μ. Sur la figure II.15, cette constatation n'est pas évidente car un léger décalage entre le couple transmis et l'annulation de la vitesse semble apparaître. Au début de l'embrayage le couple croît très lentement et il est difficile d'apprécier l'instant où il devient positif.

Les résultats de la simulation, figure II.14, sont en bon accord avec les résultats expérimentaux, figure II.12.

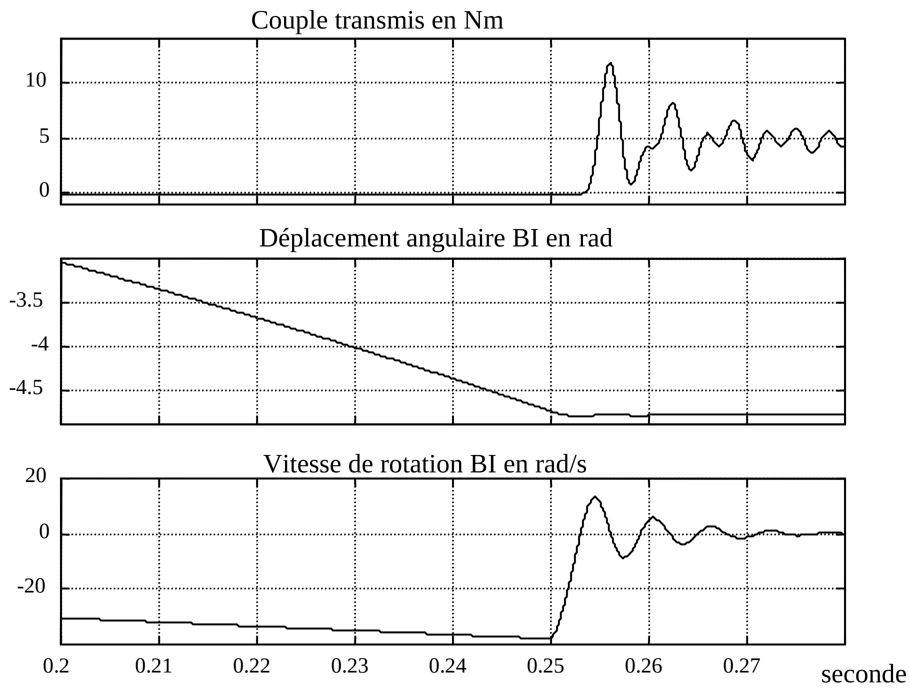


Figure II.14 : Courbes de réponses, K_{choc} = 100 Nm/rad

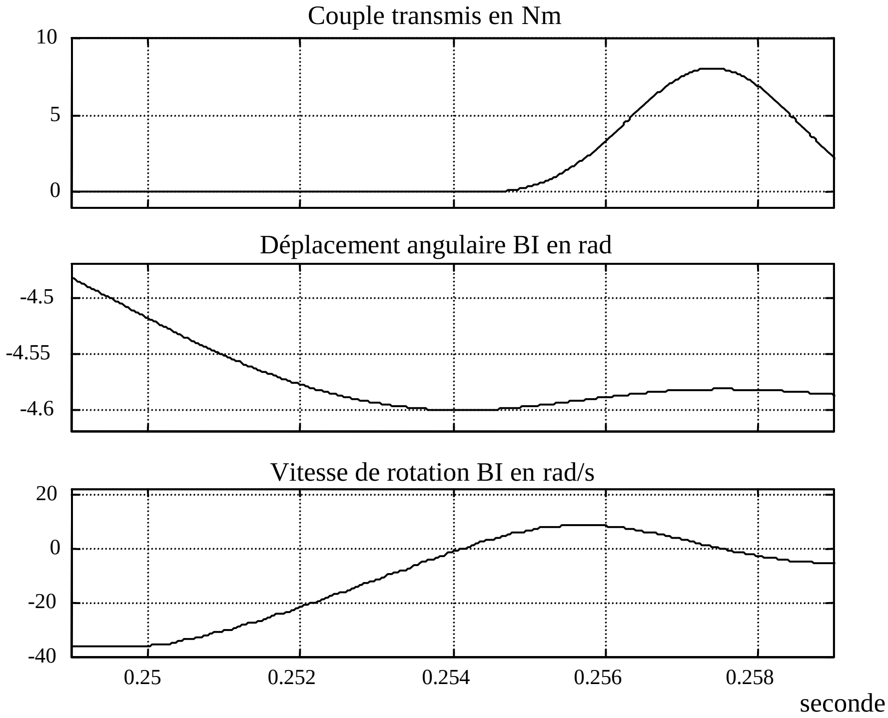


Figure II.15 : Agrandissement de la figure II. 14 à l'instant du choc

Cette application, tant expérimentalement que numériquement, n'a pas montré de phénomène de glissement à l'instant de l'embrayage. L'utilisation d'une butée en bois avec une raideur plus élevée devrait augmenter la violence de l'embrayage et favoriser le phénomène de glissement.

2.2.5 Application, butée en bois

L'expérimentation et la simulation sont réalisées dans les mêmes conditions que précédemment, seule la butée est différente.

Expérimentation

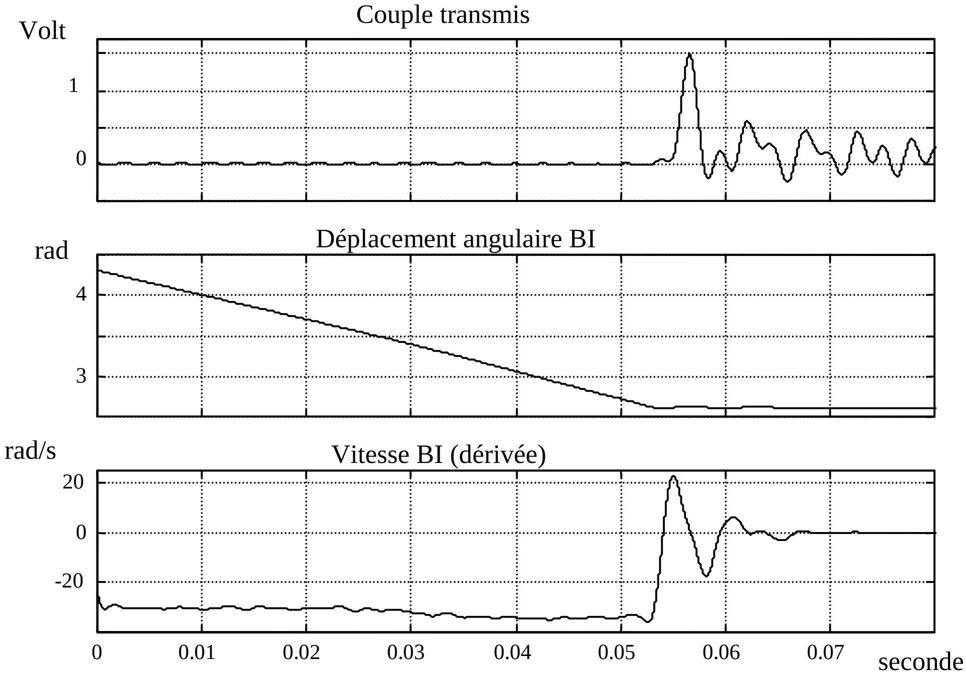


Figure II.16 : Courbes de réponse pour la butée en bois

L'examen du couple transmis et de la vitesse de la bague intérieure, figure II.16, montre un léger retard du couple transmis par rapport à l'annulation de la vitesse. Sur le zoom, figure II.17, ce retard est de l'ordre du millième de seconde. L'accélération mesurée à l'instant de l'annulation de la vitesse (pente de la vitesse figure II.17) est supérieure à celle observée lors de l'utilisation de la butée en élastomère, figure II. 13.

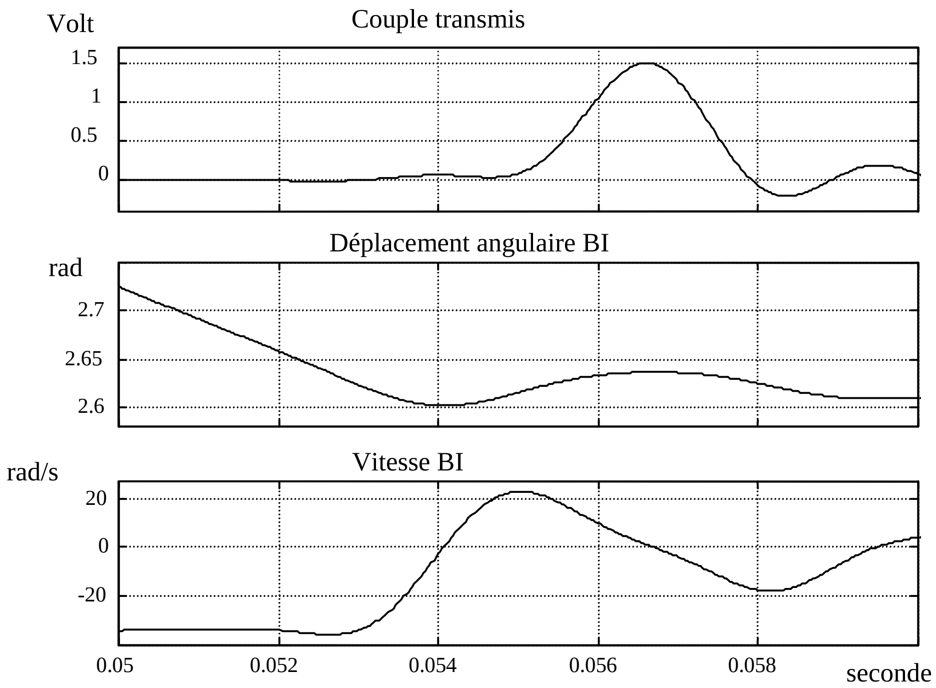


Figure II.17 : Agrandissement de la figure II.16 à l'instant du choc

Simulation numérique

Comme précédemment la simulation commence en mode libre, à 0,25 seconde le couple d'arrêt C_{choc} (II.5) est imposé au nœud 1 avec $K_{choc} = 2.10^{3}$ Nm/rad et $Am = 5.10^{-1}$ Nms/rad

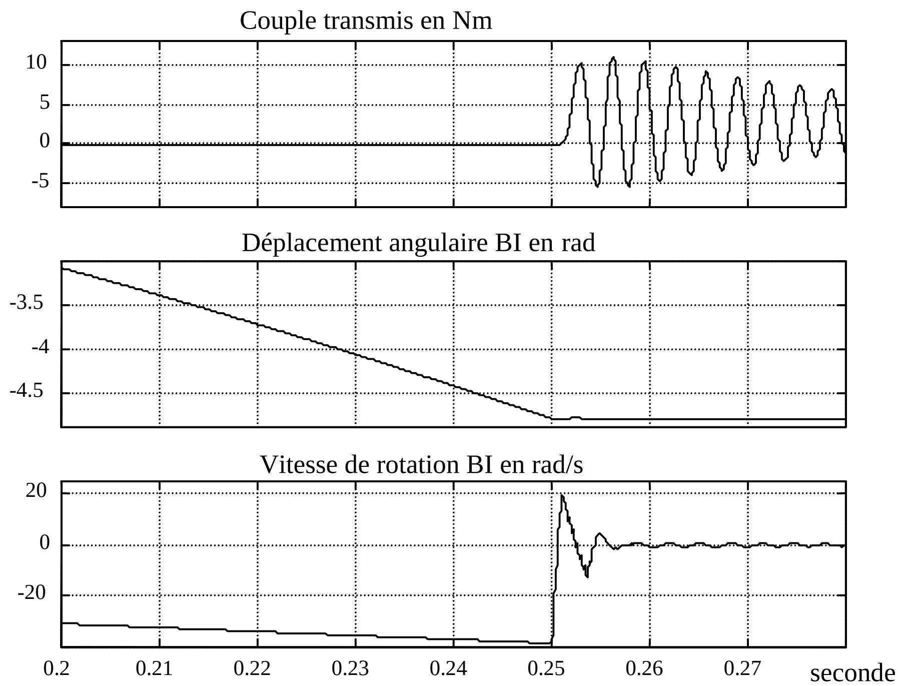


Figure II.18 : Courbes de réponses, $K_{choc} = 2.10^{3}$ Nm/rad

Les courbes, figure II.18, montrent un léger retard entre le couple transmis et l'annulation de la vitesse. Sur l'agrandissement, figure II.19, ce retard est de l'ordre d'un demi-millième de seconde. Afin de mettre en évidence le phénomène de glissement, la vitesse du point de contact du galet (exprimée en rad/s) avec la bague intérieure est représentée en pointillé sur la troisième courbe de la figure II. 19. Un glissement apparaît clairement entre les points A_1 et A_2 (≈ un millième de seconde), à partir du point A_2 le système embraye alors définitivement. Un examen attentif de la figure II.19 montre qu'un couple commence à être transmis pendant la phase de glissement.

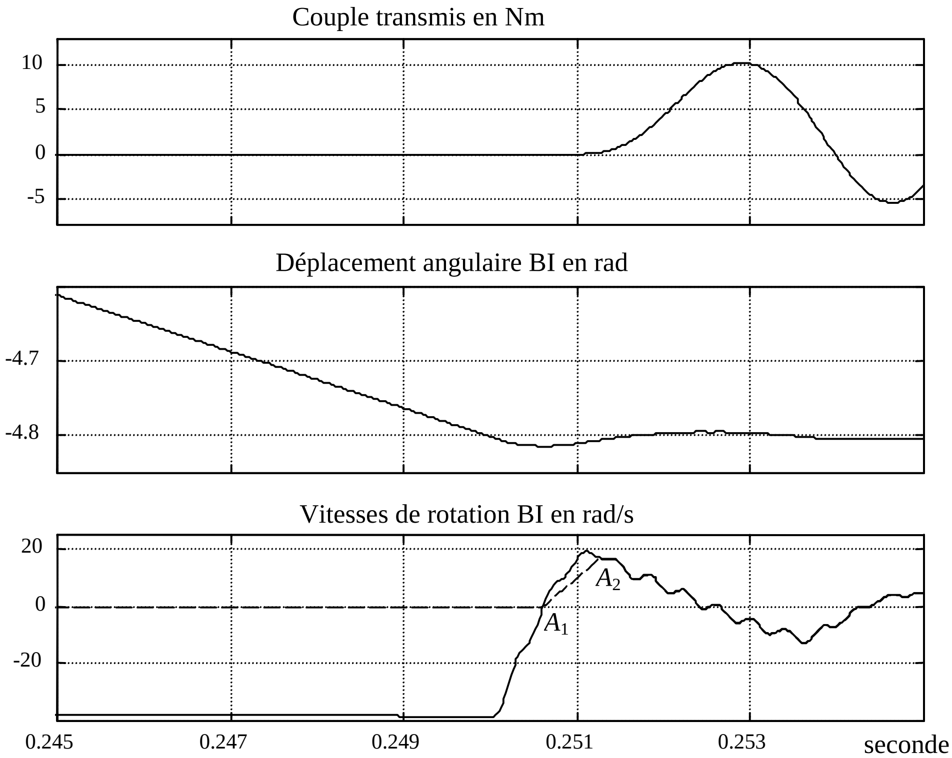


Figure II.19 : Agrandissement de la figure II.18 à l'instant du choc

A l'instant du choc, les résultats de la simulation sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Les différences observées, en particulier au niveau du couple transmis après le choc, sont probablement dues à la modélisation de l'amortissement de la butée après l'embrayage.

La simulation avec la butée en élastomère (K_{choc} = 100 Nm/rad) n'a montré aucun glissement, la simulation avec la butée en bois (K_{choc} = 2.10^3 Nm/rad) a mis en évidence un glissement. Plusieurs simulations, réalisées avec des raideurs de butée différentes, ont montré qu'un glissement apparaît pour une raideur de K_{choc} = 700 Nm/rad.

2.2.6 Application, butée spéciale

Pour les simulations avec les butées en élastomère et en bois, une fois le choc passé, le système s'équilibre rapidement. Le problème est de savoir jusqu'à quel point les galets peuvent glisser dans le cas d'une montée en vitesse plus brutale. La butée avec ressort, spécialement conçue, permet d'obtenir une accélération plus importante pendant un temps plus long.

Expérimentation

L'expérimentation est réalisée dans les mêmes conditions que précédemment, c'est le bras de levier lié à la bague intérieure qui déclenche le départ du ressort, préalablement comprimé, un bref instant avant le choc.

Le couple est transmis un millième de seconde et demi après l'instant où la vitesse de la bague intérieure s'annule, figures II.20 et II.21. Et une fois ce retard rattrapé l'embrayage transmet intégralement le couple provenant de l'effort de compression du ressort. La roue libre fonctionne correctement même sous forte accélération. Plusieurs essais ont été effectués avec une course du ressort plus ou moins importante et le temps de glissement reste du même ordre de grandeur.

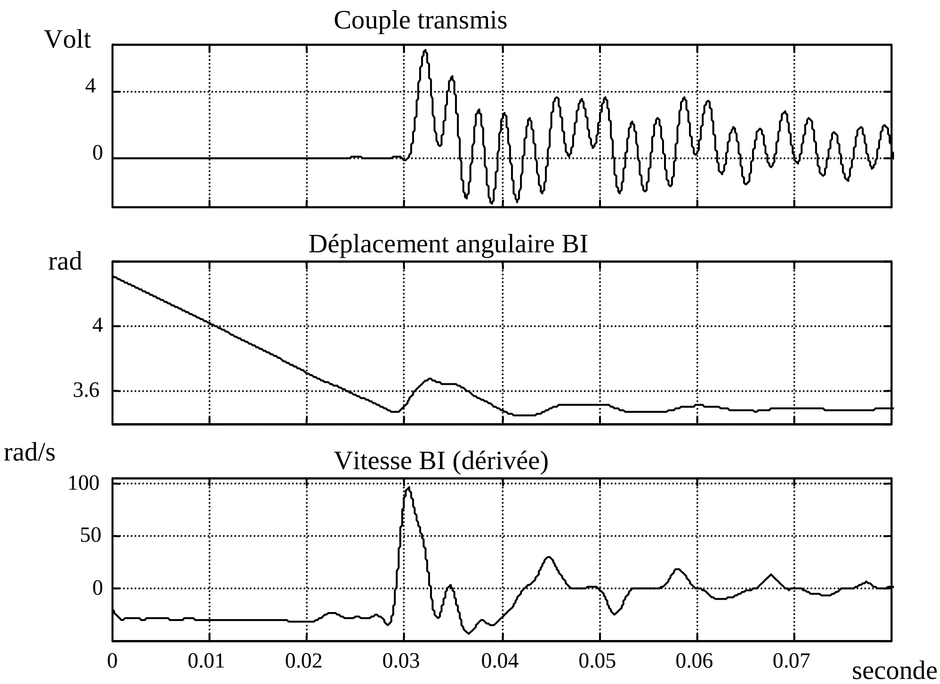


Figure II.20 : Courbes de réponse pour la butée spéciale

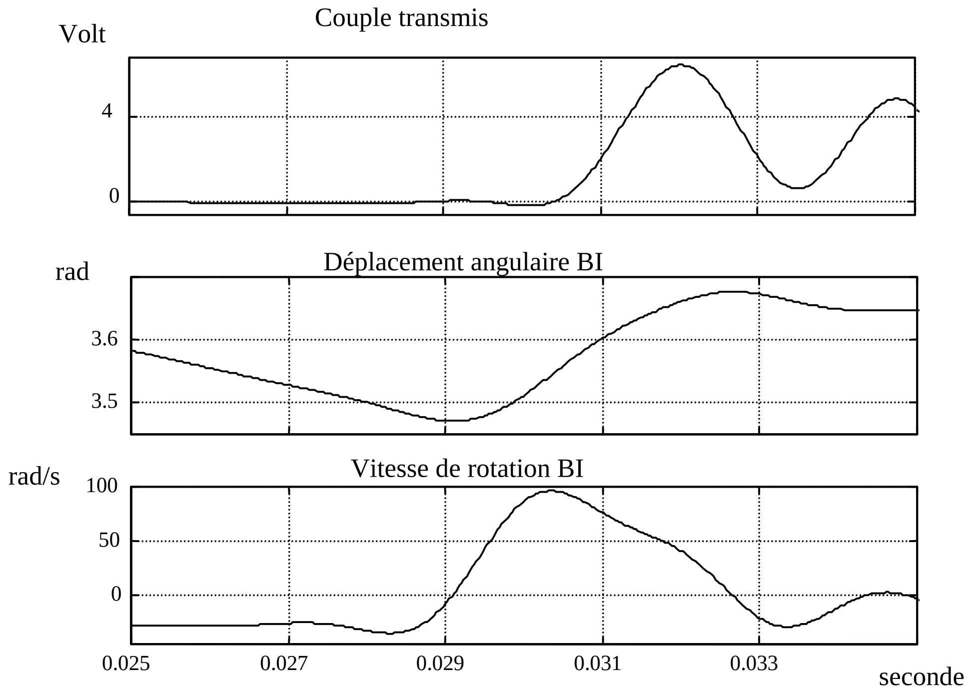


Figure II.21 : Agrandissement de la figure II.20 à l'instant du choc

Simulation numérique

Comme précédemment, la simulation commence en mode libre, à 0,25 seconde le départ du ressort est déclenché, le choc débute 3.10^{-3} seconde plus tard. Le modèle de butée a été présenté, figure II.4, et ses équations du mouvement établies système (II.6)

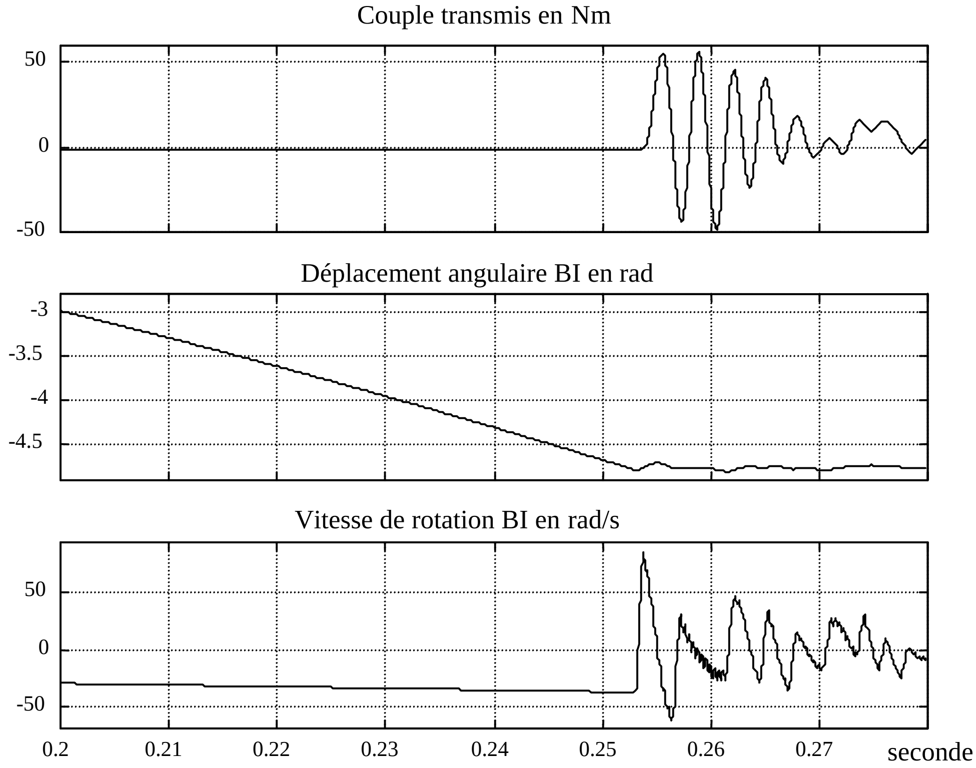


Figure II.22 : Courbes de réponse pour le modèle à 5ddl

Un agrandissement de la figure II.22 à l'instant du choc est représenté figure II.23, le retard entre le couple transmis et l'annulation de la vitesse est de l'ordre du demi-millième de seconde (A_1A_3). Le glissement (A_1A_2) observé dans le sens embrayé dure moins longtemps que pour la simulation avec la butée en bois, figure II.19. Par contre, la différence entre la vitesse de rotation de la bague intérieure et celle du galet est beaucoup plus importante ; sur le troisième graphe, figure II.23, la différence maximale entre la courbe continue et celle en pointillé est environ de 30 rad/s, alors que pour la butée en bois, figure II.19, cette différence est inférieure 10 rad/s.

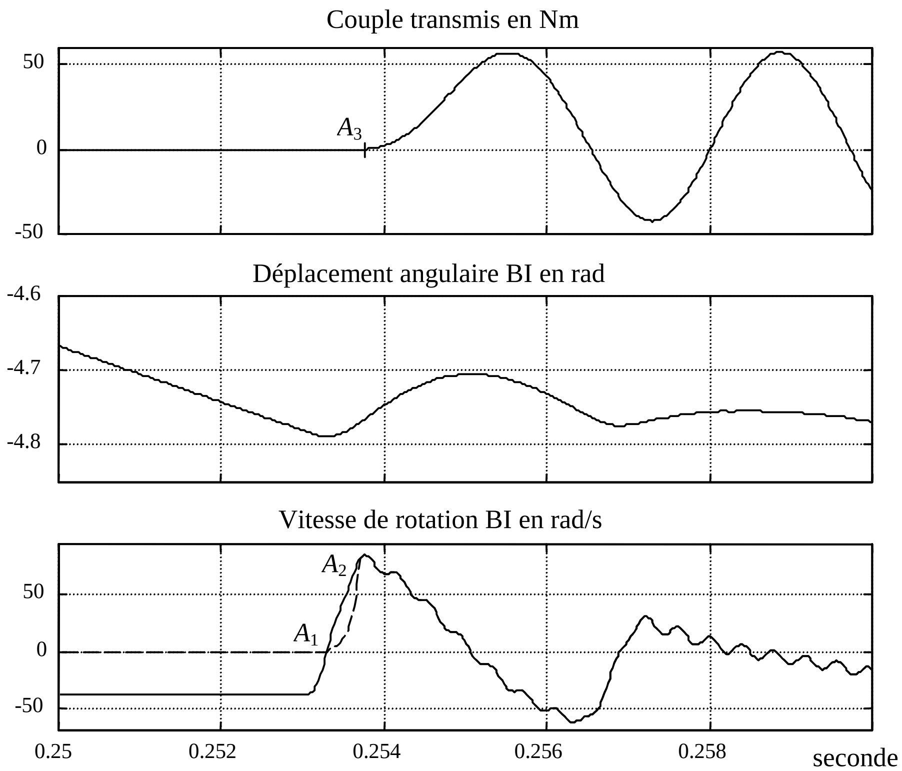


Figure II.23 : Courbes de réponse pour le modèle à 5ddl, agrandissement

Les résultats des simulations sont en bon accord avec les résultats expérimentaux, les légères différences sont probablement dues à la modélisation de la butée.

Dans toutes ces simulations avec différentes butées, le temps de glissement observé reste très court. Afin d'observer plus confortablement le phénomène de glissement, le comportement du système sous chargement et dans un environnement vibratoire va être étudié.

2.3 ETUDE VIBRATOIRE

Il s'agit d'examiner le comportement de la roue libre lorsque la bague intérieure est soumise à un couple constant d'embrayage et la bague extérieure à une excitation harmonique.

2.3.1 Banc d'essai

Le banc est schématisé figure II.1, l'ensemble du système est présenté sur les photos figures II.2 à II.4. Deux pots d'excitation (3), suspendus à une armature, appliquent un effort sinusoïdal sur la bague extérieure (1) de la roue libre. Ces pots sont placés sur un bras de levier de part et d'autre de l'axe de rotation du banc (*a*) et produisent des efforts en opposition de phase de façon à obtenir un couple d'excitation. La roue libre est maintenue en position embrayée par un couple constant appliqué sur la bague intérieure (2). Ce couple est crée par deux masses identiques (4) placées au bout d'un même bras de levier.

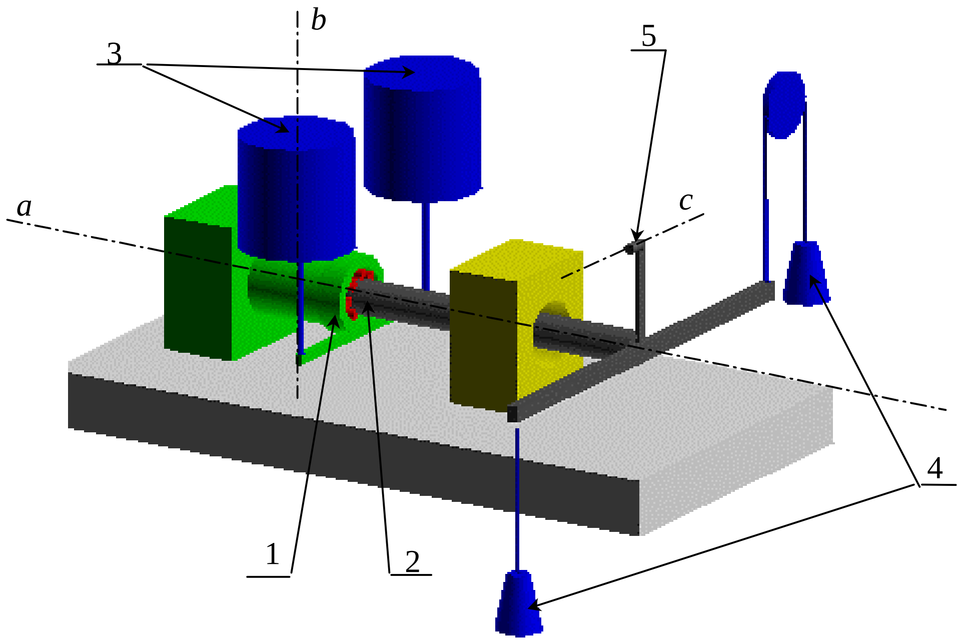


Figure II.1 : schéma du banc d'essai

Un capteur de force (6), figure II.3, placé suivant l'axe (*b*), figure II.1, mesure l'effort appliqué. Un accéléromètre (5), placé suivant l'axe (*c*), figure II.1, solidaire de la bague intérieure, mesure le couple transmis par la roue libre. La fonction de transfert de ces deux signaux, au cours d'un balayage en fréquence, donne les fréquences propres en torsion du système.

Pour la réponse temporelle, les mouvements de la bague intérieure sont mesurés par un potentiomètre angulaire (8) et les moments dynamiques par le couplemètre (7), figure II.3.

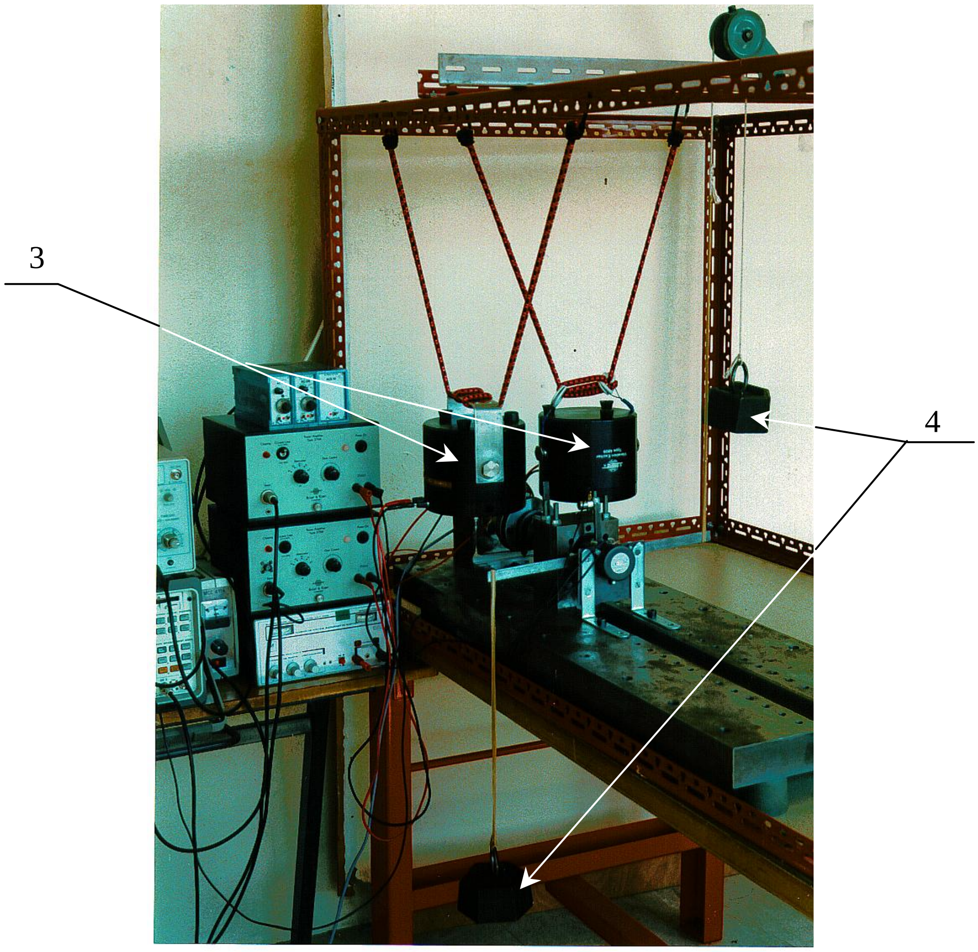


Figure II.2 : Vue globale du banc de simulation

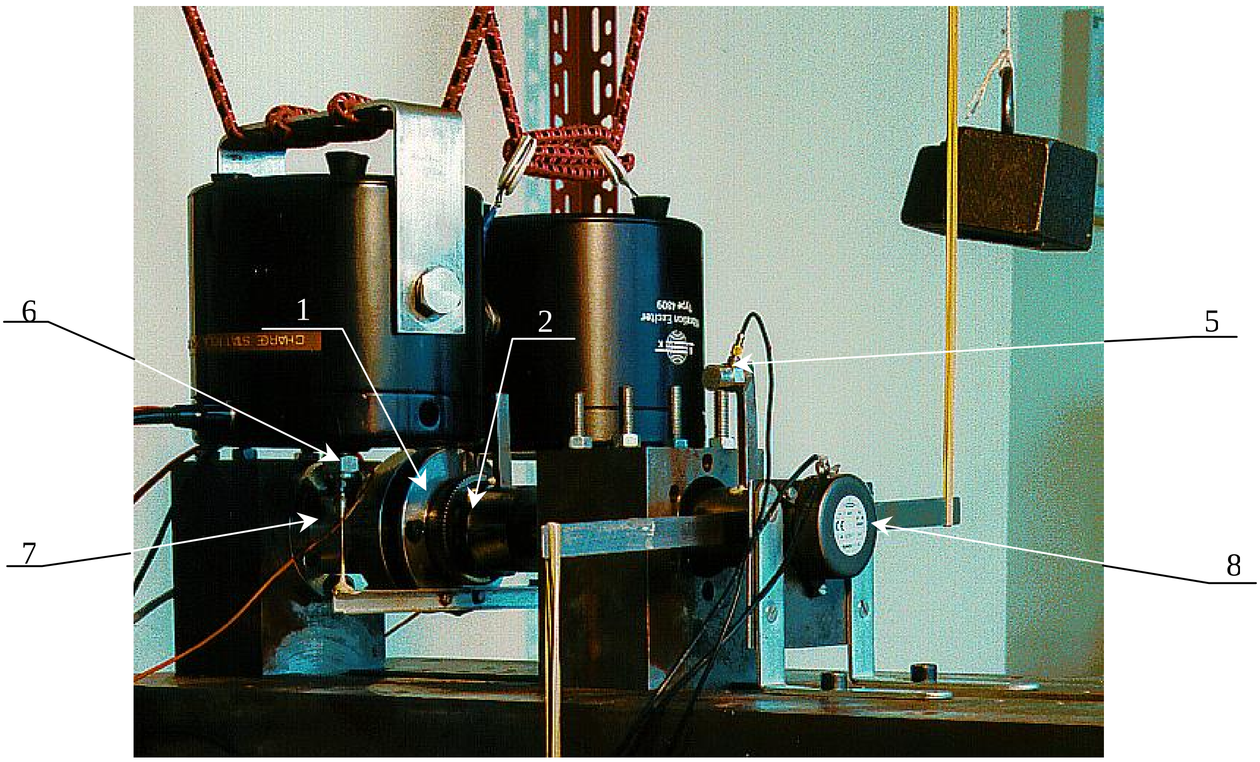


Figure II.3 : Vue en détail et présentation des capteurs

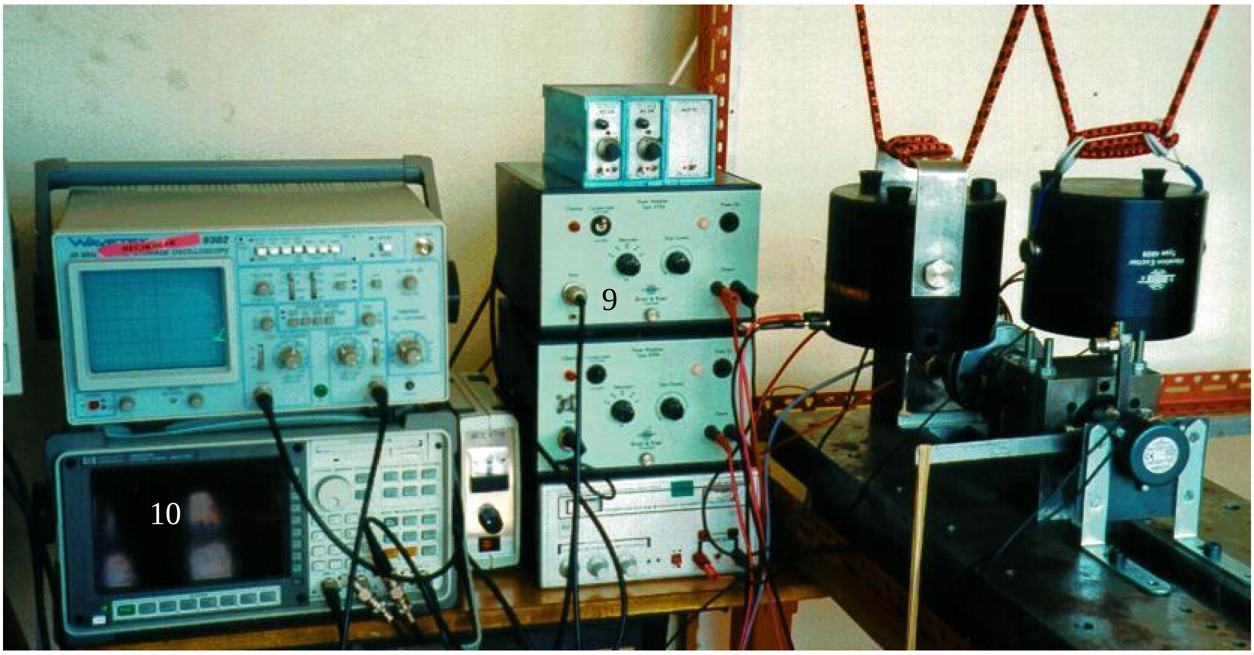


Figure II.4 : Présentation des appareils d'excitation et de mesures

Sur la figure II.4, est représentée une partie du matériel utilisé. Les pots électromagnétiques sont alimentés par deux amplificateurs de force (9) eux-mêmes pilotés par le générateur de signal (10), qui sert aussi de système d'acquisition pour l'analyse modale. Pour la réponse temporelle, afin de visualiser l'évolution des phénomènes de résonance dès le début de l'excitation, un deuxième générateur de signaux est nécessaire. Le premier sert alors uniquement pour l'acquisition. Le schéma du système de mesure est représenté figure II.5.

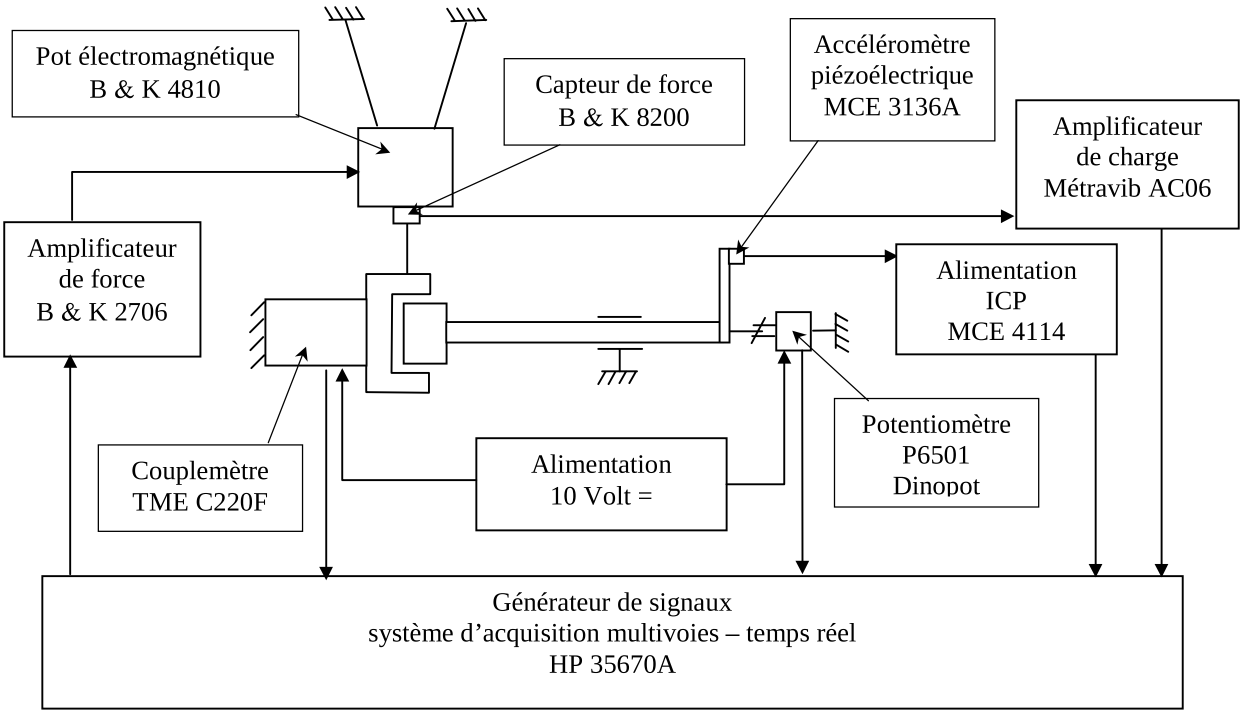


Figure II.5 : Schéma du système d'acquisition

2.3.2 Réponse en fréquence

Les réponses en fréquence sont réalisées pour différents couples de précharge, les figures II.6 à II.9 montrent que la fréquence propre du système varie de 67 Hertz à 85 Hertz ce qui confirme la non-linéarité de la raideur de la roue libre.

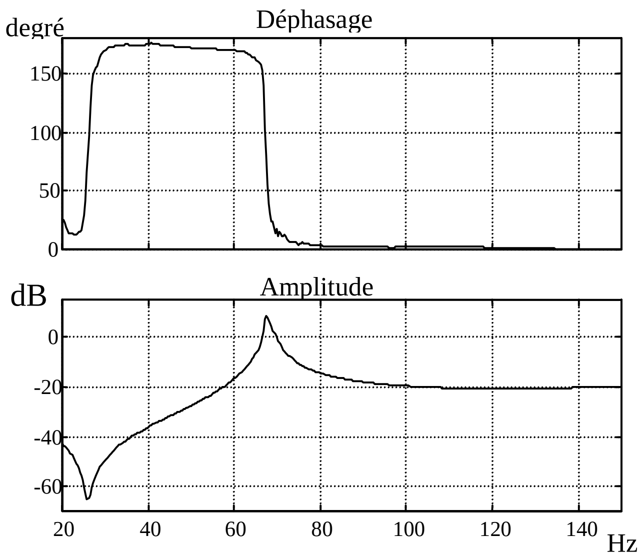


Figure II.6 : Réponse en fréquence pour un couple de 1,67 Nm

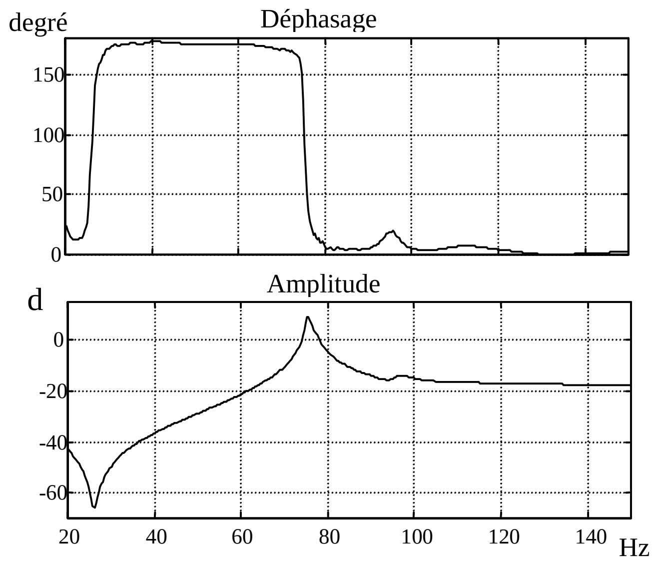


Figure II.7 : Réponse en fréquence pour un couple de 3,34 Nm

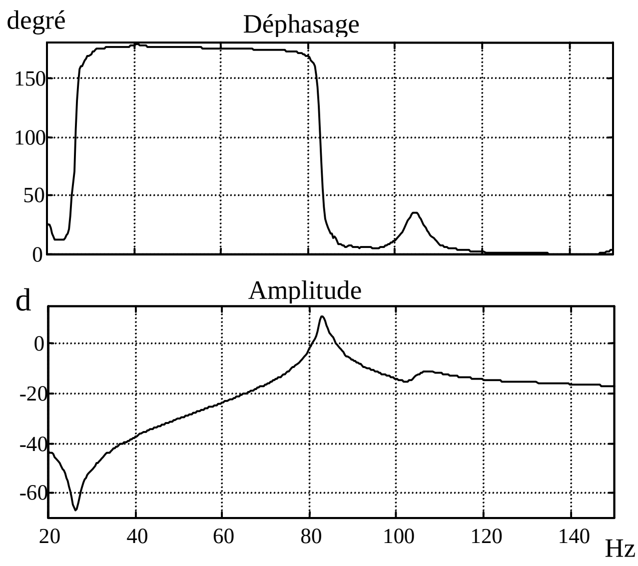


Figure II.8 : Réponse en fréquence pour un couple de 6,67 Nm

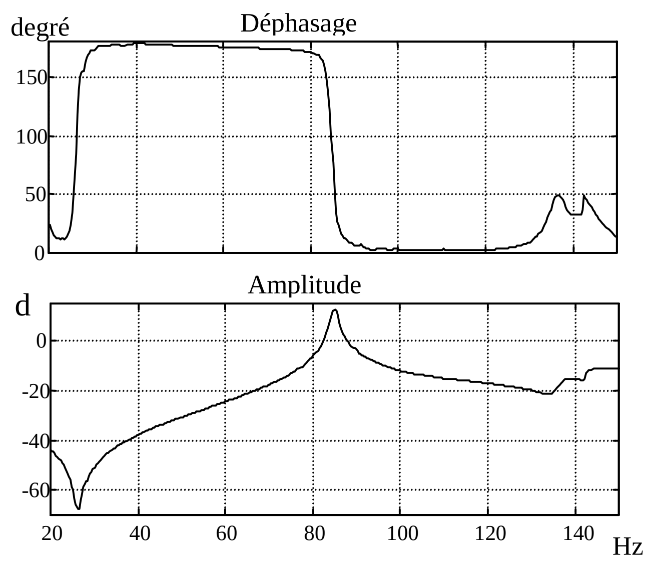


Figure II.9 : Réponse en fréquence pour un couple de 16,7 Nm

Lors de l'étude statique, la raideur non-linéaire dans cette plage de fonctionnement, variait entre 200 et 400 Nm/rad. L'inertie de l'ensemble lié à la bague intérieure est de 12.10^{-4} kg.m^2, la fréquence propre correspondante à un modèle à un degré de liberté varie donc entre 65 Hertz et 92 Hertz

Le tableau II.1 présente les fréquences expérimentales et les fréquences numériques calculées en fonction du couple appliqué. La raideur non-linéaire est celle définie lors de l'étude statique. La bonne concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux confirme que la raideur statique évaluée précédemment est satisfaisante et peut-être utilisée pour une étude dynamique.

Couple appliqué (Nm)	1,66	3,34	5	6,68	10	16,6
Raideur NL (Nm/rad)	205	300	320	345	365	400
Fréquence numérique (Hz)	66	79,5	82	85	88	92
Fréquence expérimentale (Hz)	67,5	75,5	79,5	83	84	85
Ecart %	2,3	5	3	2,4	4,5	7,6

Tableau II.1 : Fréquences propres de la roue libre

En fonctionnement normal, la bague intérieure est guidée, par l'intermédiaire d'un roulement à aiguilles, par la bague extérieure. Dans notre cas, la bague intérieure est également guidée par un palier afin d'éviter le porte-à-faux. Le montage devient ainsi hyperstatique et le placement coaxial précis de la bague intérieure, pour que les galets fonctionnent uniformément, est alors perturbé. Des réponses en fréquence correctes sont difficiles à obtenir et l'apparition de second pic, figures II.8 et II.9, peut être expliquée par un positionnement différent d'une partie des galets, dû au léger mésalignement inévitable et à la difficulté d'éliminer complètement les effets de flexion.

2.3.3 Réponse temporelle

Expérimentation

Afin d’observer le comportement de la roue libre dans des conditions de fonctionnement à priori critique, la bague extérieure est excitée par un couple sinusoïdal de forte amplitude à la fréquence de résonance de la roue libre. Les mouvements de la bague intérieure au cours du temps sont mesurés, la fréquence de résonance et donc d’excitation varie en fonction du couple constant appliqué. Plusieurs essais sont ainsi effectués pour des couples constants différents avec la même amplitude d’excitation (8 Nm). Deux des essais les plus représentatifs sont présentés ci-après. Lors de ces essais, les conditions expérimentales étant légèrement modifiées, les fréquences propres de la roue libre sont respectivement de 72 Hertz et de 92 Hertz pour les chargements de 3,34 Nm et de 16,6 Nm.

Le premier essai, figure II.10, est réalisé avec un couple constant de 3,34 Nm, la fréquence d’excitation est de 72 Hz. La bague extérieure est liée au bâti par une raideur élevée, ses déplacements vibratoires sont très faibles et son déplacement d’ensemble est impossible. Le déplacement angulaire de la bague intérieure correspond alors à la rotation relative des bagues de la roue libre. Le zéro du déplacement correspond à la position de la bague intérieure à l’arrêt sans chargement. Pour un couple statique de 3,34 Nm la rotation initiale de la bague intérieure, figure II.10, est environ de 0,01 radian. Sur la figure II.10, on observe une rotation de la bague intérieure dans le sens libre, c’est à dire dans le sens opposé au couple constant appliqué, de l’ordre de cinq centièmes de radian. Ce mouvement peut s’expliquer de la façon suivante : sous l’effet des mouvements oscillatoires l’embrayage passe en mode libre dès que le déplacement angulaire relatif de la roue libre s’approche de zéro, la bague intérieure poursuit son mouvement et part alors dans le sens libre pour réembrayer ensuite très rapidement, se décalant ainsi à chaque oscillation. Le couple transmis au bâti, figure II.11, passe par des valeurs négatives malgré le chargement constant positif.

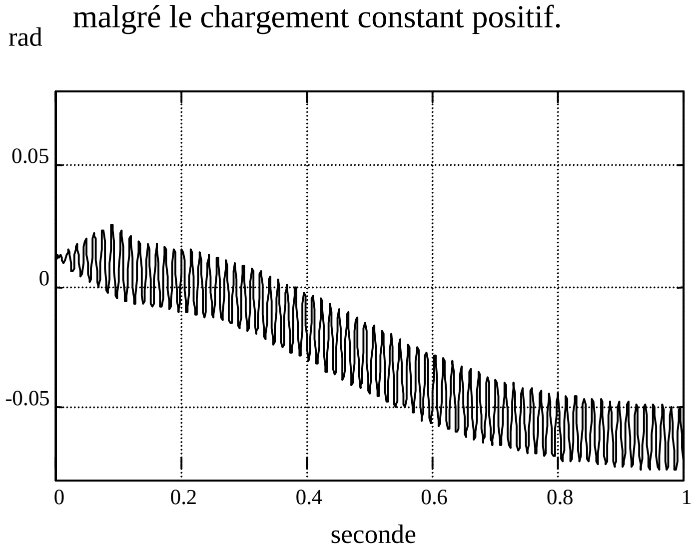


Figure II.10 : Mouvement de la bague intérieure

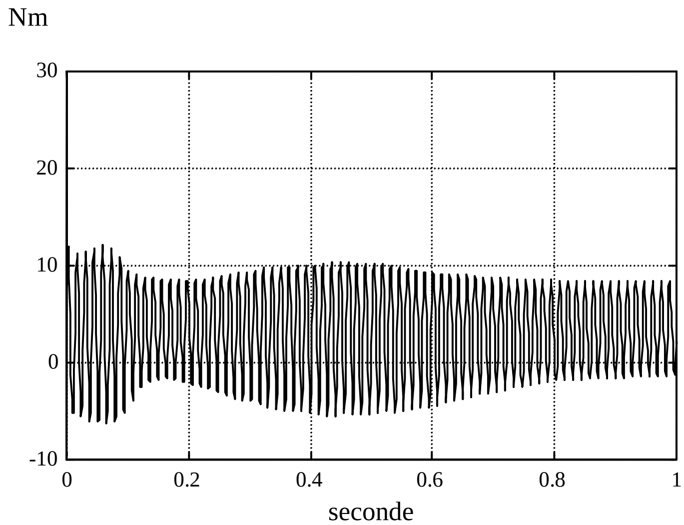


Figure II.11 : Couple transmis au bâti

Le deuxième essai, figure II.12, est réalisé avec un couple constant de 16,6 Nm, la fréquence d'excitation est de 92 Hz. Pour un couple statique de 16,6 Nm la rotation de la bague intérieure est environ de 0,04 radian. Un léger glissement dans le sens embrayé, c'est à dire dans le sens du couple appliqué, est observé figure II.12. Ce résultat confirme les observations et les simulations réalisées lors de l'étude du choc avec butée. Les mouvements de la roue libre se situent loin du point de désembrayage, figure II. 12, comme le confirme le couple mesuré figure II.13.

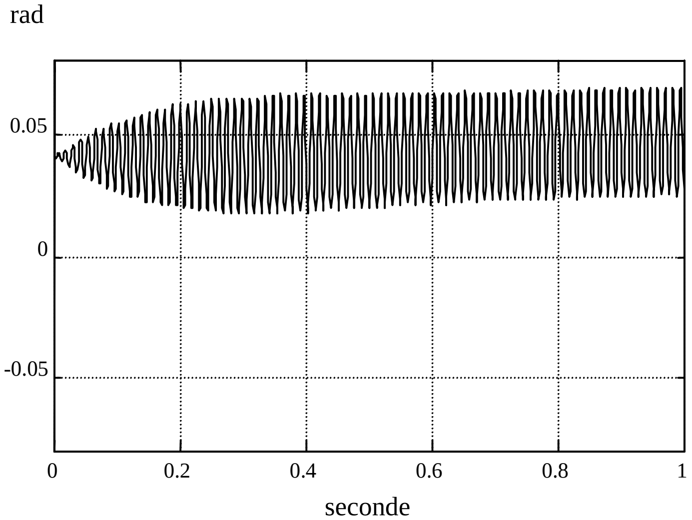


Figure II.12 : Mouvement de la bague intérieure

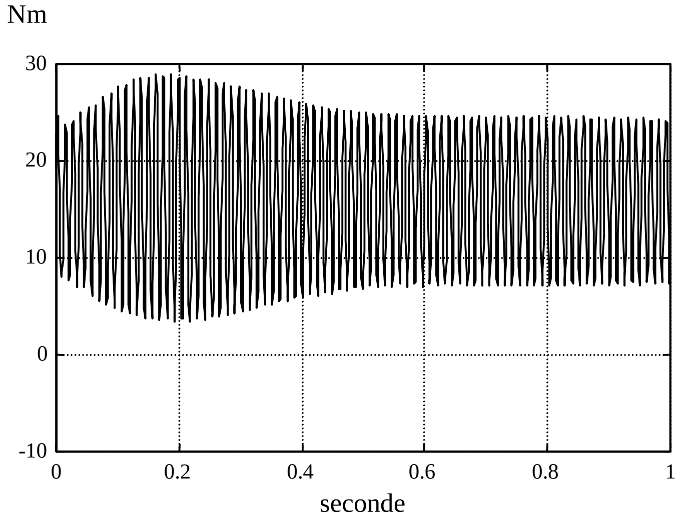


Figure II.13 : Couple transmis au bâti

Lorsque le couple statique est plus élevé (16,6 Nm), les amplitudes vibratoires en déplacement et en couple sont également plus élevées alors que l'amplitude du couple d'excitation est identique dans les deux cas (8 Nm).

Un modèle numérique permet de simuler les expérimentations réalisées.

Simulation

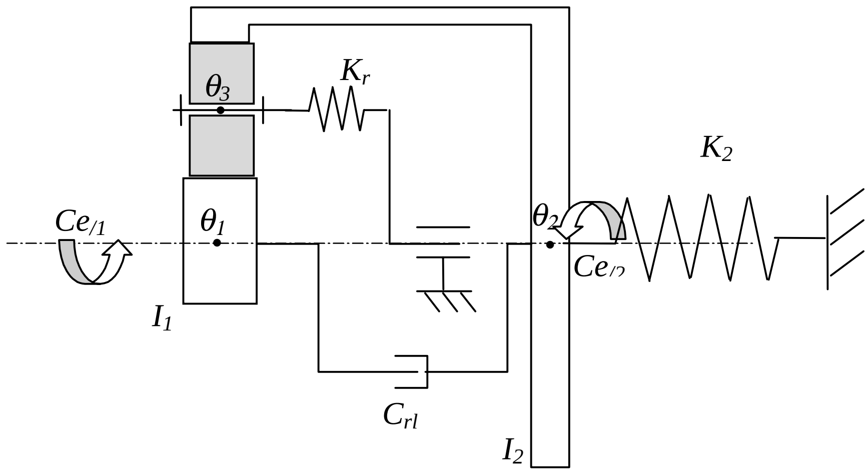


Figure II.14 : Modèle à 2/3ddl

I_1 représente l'inertie de la bague intérieure, I_2 celle de la bague extérieure liée au bâti et I_3 celle du galet. $Ce_{/1} = C_c$ est le couple constant positif appliqué sur la bague intérieure pour que la roue libre soit en mode embrayé. $Ce_{/2} = Amp \times \sin(\Omega \times t)$ est le couple d'excitation d'amplitude *Amp* et de pulsation Ω. C_{rl} est l'amortissement visqueux linéaire de la roue libre. K_2 est la raideur du couplemètre (environ 10 fois plus élevée que la raideur de la roue libre). K_r est la raideur de torsion provenant des lames élastiques qui agissent sur les galets pour les maintenir en contact sur les bagues.

A titre d'exemple, les équations (II.1) sont représentatives du mouvement en mode embrayé. Elles sont obtenues à partir des équations du mouvement de la roue libre en phase embrayée auxquelles sont ajoutées les spécificités du banc.

$$\begin{cases} I_1\ddot{\theta}_1 + C_{rl}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) = C_c + nbg \times (R_i - \delta) \times T_{BI} \\ I_2\ddot{\theta}_2 + C_{rl}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + K_2\theta_2 = Amp \times \sin(\Omega \times t) + nbg \times (R_e + coef_1 \times \delta) \times T_{BE} \end{cases} \quad \text{(II.1)}$$

Pour calculer T_{BI}, T_{BE} et δ, les équations (II.39) à (II.50) sont utilisées. Au second membre de la relation (II.35) un couple, $K_r \times (\alpha + \alpha_{max})$, est ajouté. K_r et α_{max} sont des constantes définies dans le paragraphe 2.2.1 et modélisent l'action des lames ressort sur le galet. La raideur K_r est peu élevée mais a pourtant son importance en mode libre ou pour de faibles couples transmis.

Le système présente deux modes de fonctionnement comme pour le modèle de la figure II.16). En mode embrayé, les équations du mouvement (II.1) régissent deux degrés de liberté θ_1

et θ_2 , la rotation du galet étant liée à celle des bagues. En mode libre un troisième degré de liberté θ_3 est nécessaire pour représenter le mouvement du galet indépendant de celui des bagues, équations (II.52).

Comme précédemment, au cours de la simulation le rapport $|T_{BI}/N_{BI}|$ est comparé au coefficient de frottement. Pour un fonctionnement en mode embrayé sans glissement on doit avoir $|T_{BI}/N_{BI}| < \mu$. En cas de glissement deux situations sont possibles : lorsque $T_{BI}/N_{BI} > \mu$ le glissement se produit dans le sens libre et lorsque $T_{BI}/N_{BI} < -\mu$ il se produit dans le sens embrayé. Lorsque le déplacement angulaire relatif des bagues est proche de zéro, le sens du glissement dépend du couple exercé par la lame ressort, car à cet instant les forces de contact sont peu importantes.

Pour que le système réembraye, il faut que le galet soit en contact avec la bague intérieure ($\theta_3 < 0$) et que la vitesse relative tangentielle au point de contact A du galet par rapport à la bague intérieure soit nulle. La relation (II.14) de roulement sans glissement doit être vérifiée. Le galet roulant toujours sans glisser du coté de la bague extérieure, la vitesse $\dot{\varphi}$ est trouvée à partir de la relation (II.19). Ce modèle permet de prendre en compte le décollement du galet, ce qui conduit à un fonctionnement en mode totalement désembrayé.

Applications :

Les données numériques générales sont celles mesurées dans les paragraphes 2.2.3 pour les inerties, les raideurs et les amortissements du banc expérimental. L'amplitude, *Amp*, du couple d'excitation est de 8 Nm. Le coefficient de frottement μ est pris égal à 0,1.

La première simulation est réalisée pour un couple de chargement C_c = 3,34 Nm, la fréquence d'excitation est égale à 79 Hertz.

Le décalage de la bague intérieure dans le sens libre est très net, figures II.15 et II.23. Le glissement commence dès que le rapport T_{BI}/N_{BI} atteint la valeur de – 0,1, figure II.18. Ce qui correspond au moment où la rotation du galet s'approche de zéro, figure II.16. Le déplacement angulaire du galet devient alors positif pour un très court instant où la bague intérieure en profite pour se décaler dans le sens libre. Le galet sous l'effet des lames ressort réaccroche très rapidement. Le glissement a ensuite lieu à chaque oscillation.

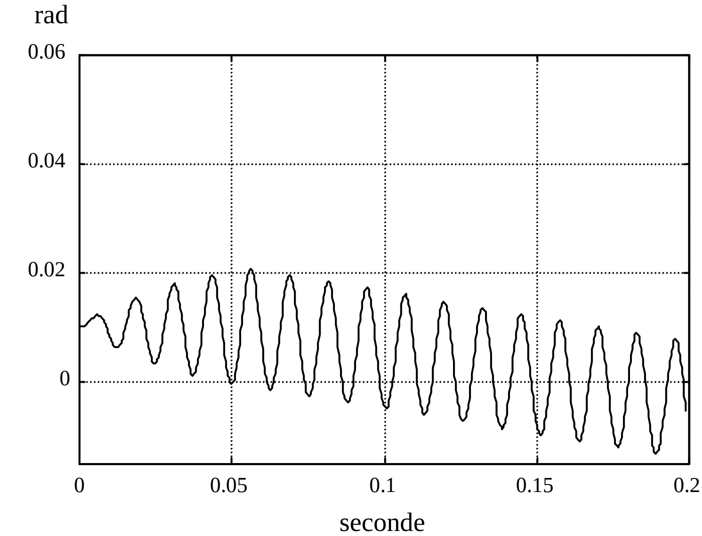


Figure II.15 : Déplacement angulaire de la bague intérieure

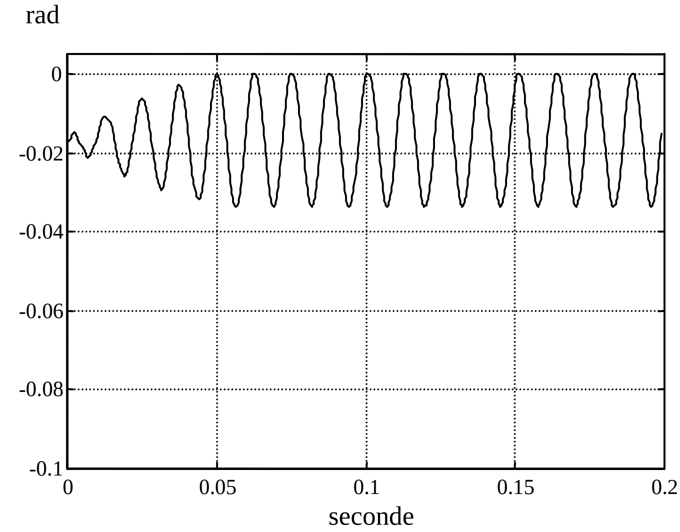


Figure II.16 : Déplacement angulaire du galet

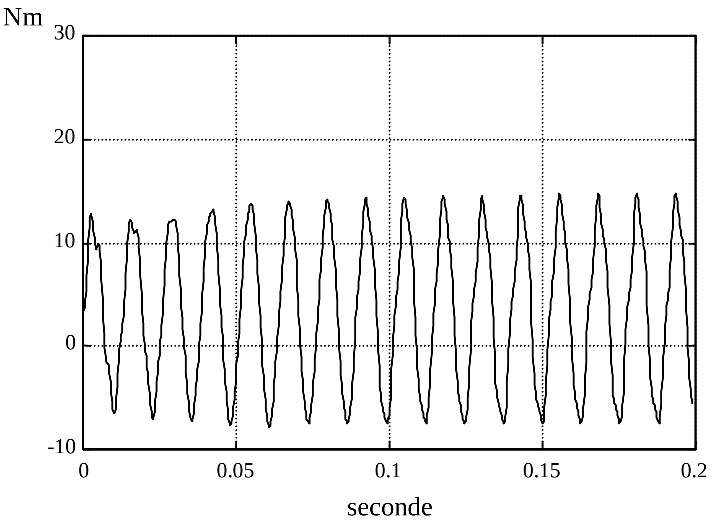


Figure II.17 : Couple transmis par la raideur K_2

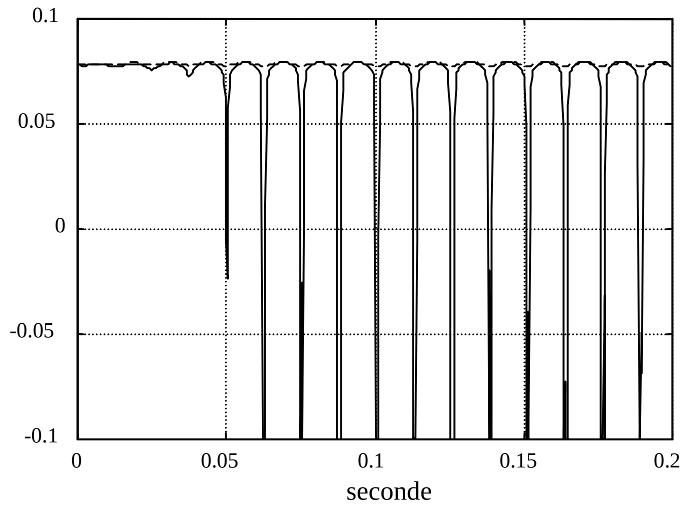


Figure II.18 : Rapport de force T_{BI}/N_{BI}

Les oscillations du couple transmis, figure II.17, du fait du glissement, sont à peine supérieures aux amplitudes d'excitation (8 Nm).

La deuxième simulation est réalisée pour un couple de chargement C_c = 16,6 Nm, la fréquence d'excitation est égale à 91 Hertz.

Comme il a été observé dans l'expérimentation, la roue libre est fortement embrayée. Le déplacement angulaire du galet reste éloigné du zéro, figure II.20, ainsi que le couple transmis, figure II.21.

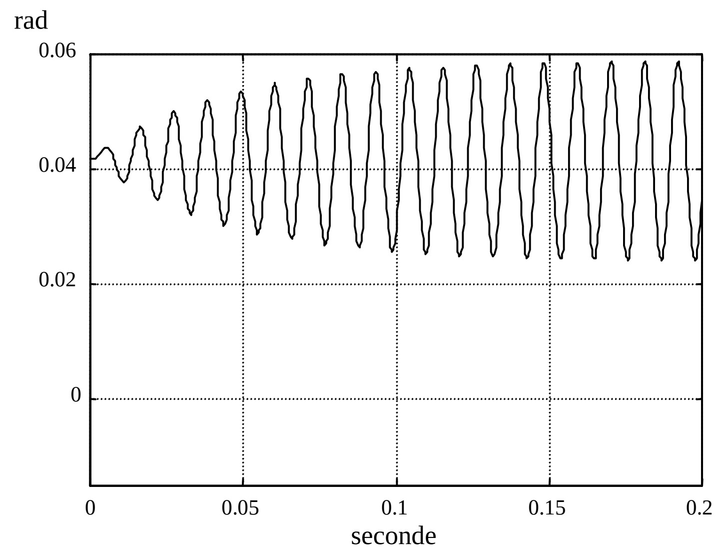


Figure II.19 : Déplacement angulaire de la bague intérieure

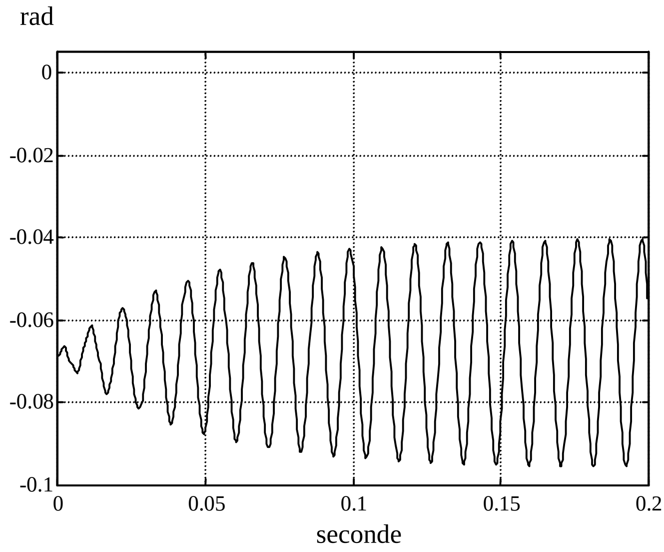


Figure II.20 : Déplacement angulaire du galet

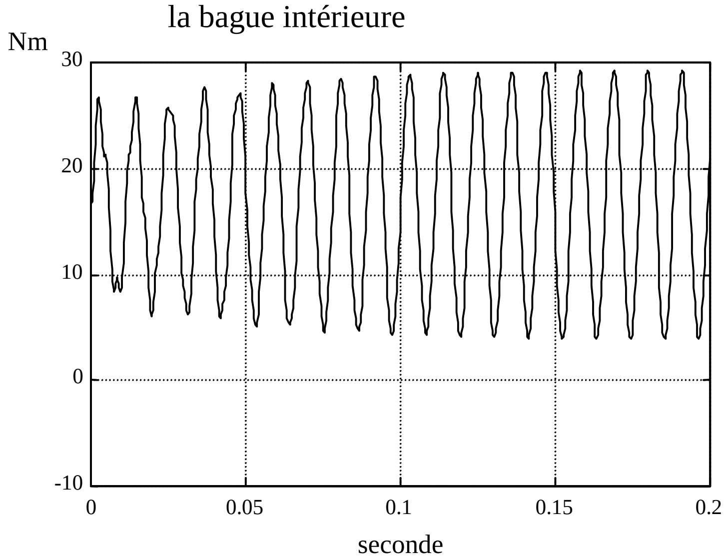


Figure II.21 : Couple transmis par la raideur K_2

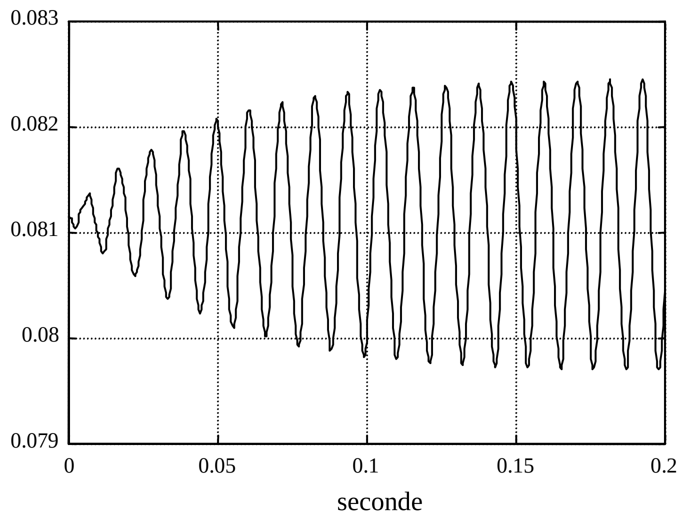
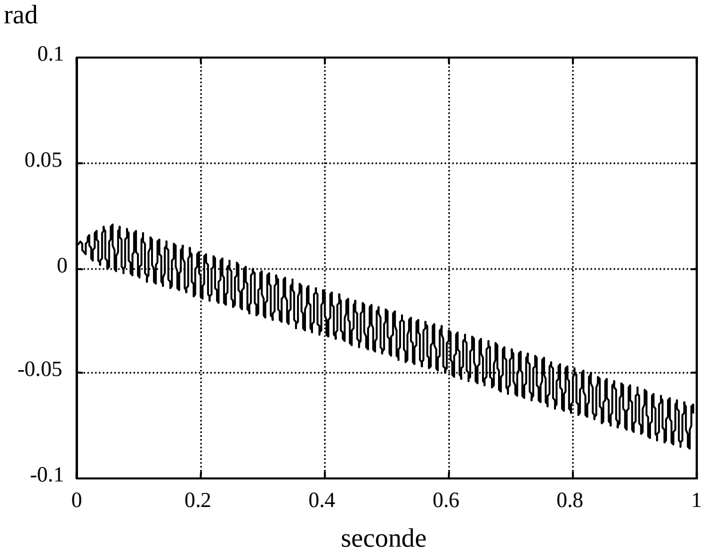


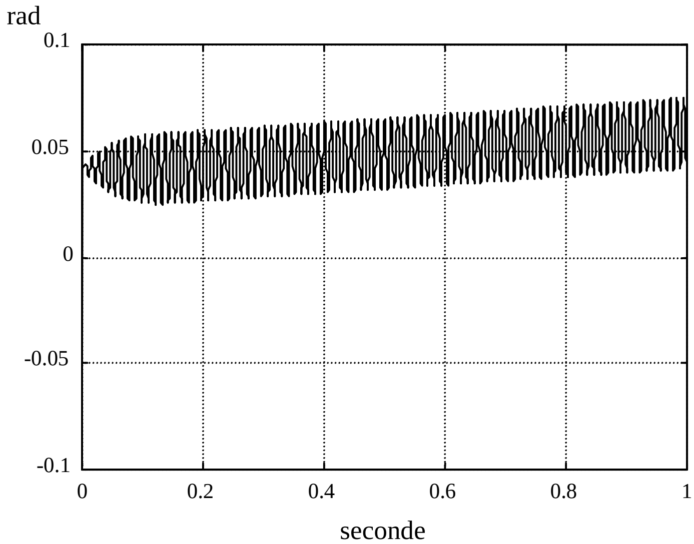
Figure II.22 : Rapport de force T_{BI}/N_{BI}

La figure II.22 montre l'évolution du rapport T_{BI}/N_{BI} en phase dynamique. Ce rapport reste inférieur à la valeur choisie pour le coefficient de frottement μ de 0,1, la bague intérieure est normalement embrayée, figure II.19.

Pour observer numériquement du glissement dans le sens embrayé, il faut diminuer le coefficient de frottement μ. D'après [BAR88] la fourchette de μ pour un contact acier-acier lubrifié est en statique de $0,09 < \mu < 0,15$ et en dynamique de $0,04 < \mu < 0,12$. Il est raisonnable d'estimer que lorsque les galets roulent rapidement sans glisser sur la bague intérieure, un film d'huile s'infiltre entre les surfaces de contact, diminuant ainsi le coefficient de frottement.

Un glissement dans le sens embrayé apparaît très nettement, figure II.24. La durée de la simulation est de une seconde, le coefficient de frottement choisi est très légèrement inférieur au maximum du rapport T_{BI}/N_{BI} figure II.22, soit μ = 0,0824.





Déplacement angulaire de la bague intérieure

Figure : II.23 : avec μ = 0,01. C_c = 3,34 Nm   Figure II.24 : avec μ = 0,0824. C_c = 16,6 Nm

Les simulations reproduisent bien les phénomènes observés expérimentalement. Le glissement dans le sens libre figures II.10 et II.23 n'est pas influencé par la valeur du coefficient de frottement, par contre le glissement dans le sens embrayé, figures II.12 et II.24 est fortement conditionné par cette valeur.

Dans cette étude expérimentale, la bague intérieure de la roue libre peut tourner librement, mais en réalité les étages de réduction du démarreur constitue un système irréversible et la bague intérieure ne peut tourner dans le sens libre, la bague extérieure doit alors tourner dans le sens embrayé. L'inertie du réacteur d'avion étant très importante seul l'arbre de transmission supporte cette rotation relative.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

La prévision du comportement dynamique des machines tournantes s'avère souvent indispensable dès que les mécanismes sont utilisés à la limite de leurs possibilités. Ce qui est le cas d'un démarreur de réacteur d'avion de combat lors du réengagement en plein vol. Il est alors nécessaire de prévoir le comportement dynamique en torsion et en régime transitoire.

L'étude bibliographique a permis l'identification des principaux phénomènes à étudier et la compréhension fine du fonctionnement du démarreur couplé au réacteur par l'intermédiaire d'un embrayage type roue libre. La chaîne cinématique reliant la turbine du démarreur au réacteur comporte essentiellement deux types de non-linéarité : la roue libre et les jeux de dentures des réducteurs et des cannelures.

L'objectif de la première partie est la modélisation globale de la chaîne cinématique à partir d'éléments discrets. Pour cela une étude indépendante de chaque élément non-linéaire est nécessaire.

Deux modèles de roue libre sont développés. Le premier schématise simplement le fonctionnement de l'embrayage : le système est libre quand la vitesse de rotation du démarreur est inférieure à la vitesse de rotation du réacteur, dans le cas contraire, les deux parties du système sont solidaires. Les équations du mouvement sont résolues de façon semi-analytique. Dans le deuxième modèle, en phase embrayée, une raideur non-linéaire fonction du déplacement relatif des deux bagues de la roue libre est introduite. Des méthodes numériques spécifiques sont alors développées pour résoudre les équations du mouvement. Des simulations de réengagement ont été effectuées. Après l'embrayage, des oscillations dues à l'accouplement brutal apparaissent. Les amplitudes du couple transitoire au niveau de l'arbre de transmission entre le démarreur et le réacteur ne dépassent pas la valeur du couple nominal.

L'étage de réduction est ensuite modélisé, la non-linéarité due au jeu de fonctionnement est traitée dans ce modèle. Deux modèles de jeux de dentures sont présentés, le premier modélisant le contact de denture par une raideur, le deuxième par une raideur et un amortisseur. Ces jeux ont une influence significative sur le comportement dynamique du modèle complet.

Un logiciel général est développé. Le comportement dynamique d'un système modélisant la chaîne cinématique complète de la turbine du démarreur au réacteur est simulé. Plusieurs simulations sont présentées. Un premier réengagement du réacteur dans des conditions normales d'embrayage est effectué. Les réponses obtenues montrent un couple transmis dont l'amplitude des oscillations bien qu'importante ne peut expliquer la rupture de l'arbre de transmission. Une deuxième simulation en considérant un embrayage retardé est réalisée. La roue libre accroche avec un retard en vitesse de 20 rad/s, ceci peut caractériser le fait qu'elle puisse glisser dans le sens embrayé. Le couple transmis est alors trois fois supérieur au couple nominal.

Dans la deuxième partie une analyse plus fine du comportement de la roue libre est présentée. En particulier une recherche plus précise des phases de glissement et de frottement est effectuée. Pour cela des études expérimentales couplées à des développements numériques sont réalisées.

Dans un premier temps une étude statique est présentée afin de déterminer la raideur de la roue libre. La rotation relative de la bague intérieure par rapport à la bague extérieure est mesurée en fonction du couple transmis. Le modèle numérique développé tient compte des déformations locales et élastiques des bagues et des galets, l'équilibre statique d'un galet relie ces déformations aux efforts transmis. La corrélation entre la simulation numérique et l'expérimentation est satisfaisante.

Une étude dynamique est réalisée, l'objectif est de visualiser expérimentalement un glissement de la roue libre dans le sens embrayé, puis de comparer les phénomènes observés aux simulations numériques. Dans une première série d'expériences, le déplacement relatif des bagues est mesuré au cours d'un brusque passage du sens libre au sens embrayé. Pour cela la bague intérieure est mise en rotation dans le sens libre, puis elle est brutalement arrêtée par une butée élastique. Pour certains essais, la roue libre embraye après une légère phase de glissement dans le sens embrayé. La simulation numérique correspondante donne des résultats qualitativement semblables. Les différences observées viennent probablement de la modélisation non-linéaire de la butée élastique. Le temps de glissement dans le sens embrayé, observé expérimentalement et numériquement, est trop faible pour conclure définitivement sur l'existence réelle du glissement.

Une deuxième série d'essais, permettant d'observer le comportement de la roue libre sous excitation harmonique, montre visuellement l'existence du glissement. La roue libre bloquée en position embrayée par un couple constant, est excitée par un couple sinusoïdal. A la fréquence propre de l'embrayage, la roue libre réagit de deux façons différentes selon la valeur du couple constant. Pour un couple constant inférieur à l'amplitude du couple sinusoïdal, la roue libre se décale à chaque oscillation dans le sens libre. Pour un couple constant supérieur à l'amplitude du couple sinusoïdal, la roue libre se décale dans le sens embrayé. La simulation numérique, où l'inertie et la masse des galets ainsi que la raideur des lames ressorts sont modélisés, montre les mêmes évolutions.

Cette dernière application a permis de vérifier le comportement de la roue libre soumis à une excitation sinusoïdale et de faire apparaître des problèmes de glissement. Sur la chaîne cinématique réelle, la partie réacteur peut être excitée par un couple périodique de fréquence correspondant aux passages des différentes pales du réacteur. Si une fréquence d'excitation correspond à la fréquence propre de la roue libre, cette dernière en phase embrayée peut se mettre à glisser. Quand la roue libre glisse dans le sens embrayé, une grande partie du couple est malgré tout transmise et aucun surcouple n'apparaît au moment du réaccrochage. Par contre un surcouple destructeur apparaît lorsque la roue libre glisse dans le sens libre alors que le système est en phase embrayée.

A partir des modèles élaborés, en particulier celui de la roue libre, il est possible de développer un logiciel général prenant en compte l'ensemble du démarreur et un modèle simplifié du moteur d'avion. En général, les plans détaillés de la roue libre ne sont pas disponibles et il s'avère nécessaire de disposer des galets afin de connaître précisément leur géométrie. Les équations du mouvement de la roue libre sont spécifiques à une forme de galet et des modules particuliers doivent être développés pour chaque type de galets en suivant la démarche présentée dans la deuxième partie de ce travail.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[AER62] *Guide for determining engine starter drive torque requirements.* New York : Society of Automative Engineers, 1962. 16 p. Aerospace Information Report N° AIR 781

[BAR88] **BARLIER C., BOURGEOIS R.,** *Mémotech productique conception et dessin.* Paris : André Casteilla, 1988, 447 p.

[BRO78] **BROSSARD J. P., CESARI D.,** *Les théories du choc, tomes 1 et 2,* Lyon : INSA, 1978, 102 p.

[CHA90] **CHASSAPIS C., LOWEN G. G.,** *High speed dynamics of a press fed mechanism. Part I. Theory.* 21st Biennal Mechanisms Conference, ASME, Chicago, Sep. 16-19, 1990, p. 415-427.

[COU97] **COUDERC P.,** *Comportement dynamique des chaînes de transmission automobiles.* Thèse de doctorat INSA-Lyon, 1997, 161 p.

[EIR] **EIROY N.,** *Peak transient torques in pneumatic starter-engine systems.* (sans lieu) Garett Pneumatic Systems, (sans date) rapport N° 841510, p. 21-27.

[ESN96] **ESNAULT F.,** *Construction Mécanique 3, Transmission de puissance par liens flexibles*. Paris : Dunod, 1996, 447 p.

[GRI97] **GRISIN S.,** *Comportement dynamique de rotors parallèles non symétriques liés par engrenage.* Thèse de doctorat INSA-Lyon, 1997, 112 p.

[HAR66] **HARRIS T.A.,** *Rolling bearing analysis.* 3rd ed. New york : Wiley intersciences, 1991, 1013 p.

[ISM95] **ISMEURT O.,** *Contribution à l'étude de l'influence du frottement rotor / stator sur le comportement dynamique des machines tournantes.* Thèse de doctorat INSA-Lyon, 1995, 229 p.

[KAH97] **KAHRAMAN A., BLANKENSHIP G. W.,** *Experiments on Nonlinear dynamic behavior of an oscillator with clearance and periodically time-varying parameters.* ASME J. Appl. Mech., March 1997, Vol. 64, p 217-226

[LAL86] **LALANNE, M., BERTHIER P., DER HAGOPIAN J.,** *Mécanique des vibrations linéaires,* Paris : Masson, 1986, 306 p.

[LAL90] **LALANNE, M., FERRARIS, G.,** *Rotordynamics prediction in engineering,* 2nd ed. Chichester : John Wiley, 1998, 254 p.

[MOU98] **MOUZIN, O.,** *Contribution à la dynamique des structures précontraintes : application aux roues de vélos à rayons.* Thèse de doctorat INSA-Lyon, 1998, 108 p.

[NEL94] **NELAIS D.,** *Influence de la lubrification sur la puissance dissipée dans les roulements à rouleaux cylindriques.* Revue Française de Mécanique 1994, N°2, p. 143-154.

[PAD95] **PADMANABHAN, C. ROOK, T. E., SINGH R.,** *Modelling of automative gear rattle phenomenon : state of art.* Proceedings of 1995 SAE Noise and Vibration Conf., Traverse City, MI, paper N° 951316, p. 669-680.

[PEE96] **PEEKEN H. J., GOLD P. W.,** *Couplings and Clutches – State of the art,* Proc. Intl. Conf. on Gears, Dusseldorf Germany, Apr. 22-24, 1996, p. 47-60.

[SIN89] **SINGH R., XIE H., COMPARIN R. J.,** *Analysis of automative neural gear rattle.* J. Sound Vib., 1989, Vol. 131, N°2, p. 177-196.

[SWI94] **SWIDER P.**, *Procédé et dispositif de détermination des caractéristiques d'inerties d'un corps solide.* Mécanique industrielle et matériaux, 1994, Vol. 47, N° 2, 5 p.

[TAN81] **TANAKA M., SAKAKIBARA S., FUJIOKA T., MIYAZAWA H.,** *Fundamental studies on the self-locking characteristics of oneway clutch.* Bull. JSME, Dec. 1981, Vol. 24, N° 198, p. 2154-2161.

[VEL90] **VELEX, P., BERTHE, D.,** *Eccentricity and meshing contributions to the dynamic tooth loading and gearing trains.* 3rd IFToMM Rotordynamics Conf., Lyon, 1990, p. 219-224.

[WIL75] **WILLIAMS F. C., TIPPING D., HENRY T. A.,** *An improved sprag clutch.* World Congr. on the Theory of Mach. and Mech., 4th, Univ. Of Newcastle upon Tyne, Engl., Sep 8-12 1975, p. 593-598.

[XU92] **XU T., LOWEN G. G.,** *A new damping model for non non-linear stiffness systems with variable preload displacements and constant amplitude decay ratios*, 22st Biennal Mechanisms Conference, ASME, Scottsdale USA, Sep. 13-16, 1992, p. 27-33

[XU94] **XU T., LOWEN G. G.,** *Closed solution for the elastic-dynamic behavior of an industrial press feed mechanism*, Proceedings of the 1994 ASME Design Technical Conferences. Part 2, ASME, Minneapolis USA, Sep. 11-14 1994, p. 41-51.

[XU94_2] **XU T., LOWEN G. G.** *A mathematical model of an over-running sprag clutch*, Mech. Mach. Theory, 1994, Vol.29, N°. 1, p.11-23.

[YIG89] **YIGIT A. S., SCOTT R. A., ULSOY A. G.,** *Dynamics of a radially rotating beam whith impact : part 1 : théorical and computational model.* 12th Biennal conference on mechanical vibration and noise, ASME, Montreal, Quebec, Canada, Sep. 17-21, 1989, Vol. 18-3, p. 77-82.

ANNEXE A : DESCRIPTION DES METHODES NUMERIQUES

1 Présentation du système différentiel

Les équations différentielles du mouvement s'écrivent sous forme matricielle :

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + Kd = F \tag{A.1}$$

avec les conditions initiales : $d(0) = d_0$ et $\dot{d}(0) = v_0$ (A.2)

M : matrice masse

C : matrice amortissement

K : matrice raideur

d et F sont des vecteurs fonctions du temps, F représente les efforts appliqués et d les déplacements.

La résolution du système (A.1) en régime transitoire nécessite l'utilisation de méthodes numériques pas à pas. Il existe de nombreuses méthodes de résolution, elles diffèrent en général sur la façon d'exprimer les variables de déplacement, vitesse et accélération les unes en fonction des autres.

Trois formulations sont présentées, Newmark avec deux syntaxes de résolution différentes et Runge Kutta d'ordre quatre.

2 Méthode de Newmark

Les équations du mouvement sont résolues en utilisant la méthode pas à pas de type Newmark dont la formulation est la suivante :

$$M \cdot a_{n+1} + C \cdot v_{n+1} + K \cdot d_{n+1} = F_{n+1} \tag{A.3}$$

$$\begin{cases} d_{n+1} = d_n + \Delta t \cdot v_n + \dfrac{\Delta t^2}{2}\left[(1-2\beta)\cdot a_n + 2\beta \cdot a_{n+1}\right] \\ v_{n+1} = v_n + \Delta t\left[(1-\gamma)\cdot a_n + \gamma \cdot a_{n+1}\right] \end{cases} \tag{A.4}$$

ou d_n, v_n et a_n sont les approximations respectives de $d(t_n)$, $\dot{d}(t_n)$ et $\ddot{d}(t_n)$, de même que d_{n+1}, v_{n+1} et a_{n+1} au temps $t_{n+1} = t_n + \Delta t$.

Avec β = 1/4 et γ =1/2, paramètres permettant d'obtenir la meilleure stabilité et correspondant à une accélération moyenne constante.

Pour débuter le procédé itératif, on calcule a_0 : $M \cdot a_0 = F_0 - C \cdot v_0 - K \cdot d_0$

Deux variantes sont ensuite possibles : une qui calcule en premier l'accélértion a_{n+1}, l'autre qui calcule d'abord le déplacement d_{n+1}.

Newmark accélération

a_{n+1} est calculée par la relation de récurrence :

$$(M + \gamma\Delta t C + \beta\Delta t^2 K)\cdot a_{n+1} = F_{n+1} - C\cdot vi_{n+1} - K\cdot di_{n+1} \qquad \text{(A.5)}$$

avec

$$\begin{aligned} di_{n+1} &= d_n + \Delta t\cdot v_n + \frac{\Delta t^2}{2}(1-2\beta)\cdot a_n \\ vi_{n+1} &= v_n + (1-\gamma)\Delta t\cdot a_n \end{aligned} \qquad \text{(A.6)}$$

et l'on obtient :

$$\begin{cases} d_{n+1} = di_{n+1} + \beta\Delta t^2\cdot a_{n+1} \\ v_{n+1} = vi_{n+1} + \gamma\Delta t\cdot a_{n+1} \end{cases} \qquad \text{(A.7)}$$

Newmark déplacement

d_{n+1} est calculée par la relation de récurrence :

$$\left(\frac{4M}{\Delta t^2} + \frac{2C}{\Delta t} + K\right)\cdot d_{n+1} = F_{n+1} + \left(\frac{4M}{\Delta t^2} + \frac{2C}{\Delta t}\right)\cdot d_n + \left(\frac{4M}{\Delta t} + C\right)\cdot v_n + M\cdot a_n \qquad \text{(A.8)}$$

et l'on obtient :

$$\begin{cases} v_{n+1} = -v_n + \dfrac{2}{\Delta t}(d_{n+1} - d_n) \\ a_{n+1} = -a_n + \dfrac{2}{\Delta t}(v_{n+1} - v_n) \end{cases} \qquad \text{(A.9)}$$

Résolution

Pour la non-linéarité de l'embrayage la raideur varie de manière continue en fonction des déplacements angulaires. La résolution est adaptée par une boucle supplémentaire sur le calcul de la raideur de la roue libre et sur l'amortissement dû au réacteur.

3 Méthode de Runge Kutta d'ordre 4

La méthode de Runge Kutta s'applique à un système différentiel du premier ordre et se déroule en quatre étapes. Adaptée à un système du second ordre, elle conduit aux développements suivants :

- Première résolution : calcul au temps t_n

résolution de $$M \cdot Ac_1 = -C \cdot v_n - K \cdot d_n + F(t_n) \qquad \text{(I.10)}$$

remarque : Ac_1 représente l'accélération a_n du système au temps t_n.

- Deuxième résolution : calcul au temps $t_n + \frac{\Delta t}{2}$

calcul de $$\begin{cases} vi = v_n + \frac{\Delta t}{2} Ac_1 \\ di = d_n + \frac{\Delta t}{2} v_n \end{cases} \qquad \text{(A.11)}$$

résolution de $$M \cdot Ac_2 = -C \cdot vi - K \cdot di + F(t_n + \frac{\Delta t}{2}) \qquad \text{(A.12)}$$

- Troisième résolution : recalcul au temps $t_n + \frac{\Delta t}{2}$

calcul de $$\begin{cases} vi = v_n + \frac{\Delta t}{2} Ac_2 \\ di = d_n + \frac{\Delta t}{2}(v_n + \frac{\Delta t}{2} Ac_1) \end{cases} \qquad \text{(A.13)}$$

résolution de $$M \cdot Ac_3 = -C \cdot vi - K \cdot di + F(t_n + \frac{\Delta t}{2}) \qquad \text{(A.14)}$$

- Quatrième résolution : calcul au temps $t_{n+1} = t_n + \Delta t$

calcul de $$\begin{cases} vi = v_n + \Delta t \cdot Ac_3 \\ di = d_n + \Delta t(v_n + \frac{\Delta t}{2} Ac_2) \end{cases} \qquad \text{(A.15)}$$

résolution de $$M \cdot Ac_4 = -C \cdot vi - K \cdot di + F(t_{n+1}) \qquad \text{(A.16)}$$

- Solution finale à $t_{n+1} = t_n + \Delta t$

$$v_{n+1} = v_n + \frac{\Delta t}{6}\left(Ac_1 + 2Ac_2 + 2Ac_3 + Ac_4\right) \qquad \text{(A.17)}$$

$$d_{n+1} = d_n + v_n \cdot \Delta t + \frac{\Delta t^2}{6}\left(Ac_1 + Ac_2 + Ac_3\right) \qquad \text{(A.18)}$$

Résolution

Pour la méthode de Runge-Kutta, les non-linéarités de l'embrayage et de l'amortissement sont directement traitées à l'intérieure de chaque résolution en calculant les matrices raideur et amortissement en fonction des vitesses et des déplacements.

ANNEXE B : Modèles de roue libre

Deux modèles de roue libre sont présentés, le premier modélise le comportement de l'embrayage en mode libre avec frottement, le deuxième est un modèle de test afin de déterminer si la roue libre embraye correctement ou non.

1 Frottement entre deux inerties

Le système, figure B.1 peut modéliser le fonctionnement de la roue libre dans la troisième configuration où, en mode libre, les galets glissent sur la bague intérieure. I_{BI} et I_{BE} représentent respectivement les inerties des bagues intérieure et extérieure. f représente le couple de frottement constant, $Ce_{/BI}$ et $Ce_{/BE}$ les couples extérieurs variant en fonction du temps.

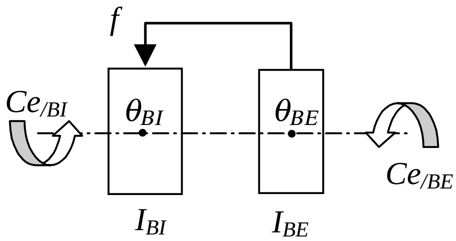


Figure B.1 : Modèle à 2 ddl

Ce système se sépare en trois cas de fonctionnement, selon le sens du glissement (cas 1 et cas 2) et quand les deux inerties deviennent solidaires (cas 3).

Equations du mouvement des deux premiers cas de fonctionnement :

$$\begin{cases} I_{BI}\ddot{\theta}_{BI} = -F + Ce_{/BI} \\ I_{BE}\ddot{\theta}_{BE} = +F + Ce_{/BE} \end{cases} \tag{B.1}$$

cas 1 : $\dot{\theta}_{BI} > \dot{\theta}_{BE}$ alors $F = +f$

cas 2 : $\dot{\theta}_{BI} < \dot{\theta}_{BE}$ alors $F = -f$

Ce système peut se séparer en deux systèmes indépendants à un degré de liberté chacun.

Equation du mouvement du troisième cas de fonctionnement $\dot{\theta}_{BI} = \dot{\theta}_{BE}$:

$$(I_{BI} + I_{BE})\ddot{\theta}_{BI} = Ce_{/BI} + Ce_{/BE} \tag{B.2}$$

Le passage du système à deux degrés de liberté (cas 1 ou 2) au système à un degré de liberté (cas 3) est réalisé au moment où la vitesse relative du nœud de la bague intérieure par rapport au nœud de la bague extérieure change de signe. Cet instant est déterminé numériquement le plus précisément possible à l'aide d'un algorithme de recherche.

Le passage inverse, du cas 3 au cas 1 ou 2, dépend du couple de frottement. Pendant la résolution du système (B.1), l'expression $I_{BI}\ddot{\theta}_{BI} - Ce_{/BI}$ est calculée, ce résultat est ensuite comparé au couple de frottement, si $-f < I_{BI}\ddot{\theta}_{BI} - Ce_{/BI} < +f$ les inerties des bagues restent liées (cas 3), sinon elles se séparent et on passe au système à deux degrés de liberté.

Ce modèle simule le comportement de la roue libre au cours de la troisième configuration mais sert aussi de test de bon ou mauvais embrayage. Cet examen est succinct et ne correspond pas à la réalité.

2 Modèle train épicycloïdal

Au moment de l'embrayage, la force de frottement entre le galet et la bague intérieure doit être suffisante pour amorcer le mouvement de rotation du galet afin qu'il vienne se coincer entre les deux bagues. Le modèle choisi pour caractériser ce phénomène est celui d'un train épicycloïdal en remplaçant les dentures par du roulement sans glissement. A partir de ce modèle, le couple de frottement nécessaire pour qu'il y ait roulement sans glissement entre le satellite (galets) et la bague intérieure, est calculé. Le risque de glissement est plus important en ce point qu'au point de contact entre le galet et la bague extérieure. Si la force de frottement ainsi calculée est inférieure à celle définie précédemment, l'embrayage a lieu correctement et la modélisation peut évoluer vers un système de roue libre embrayée.

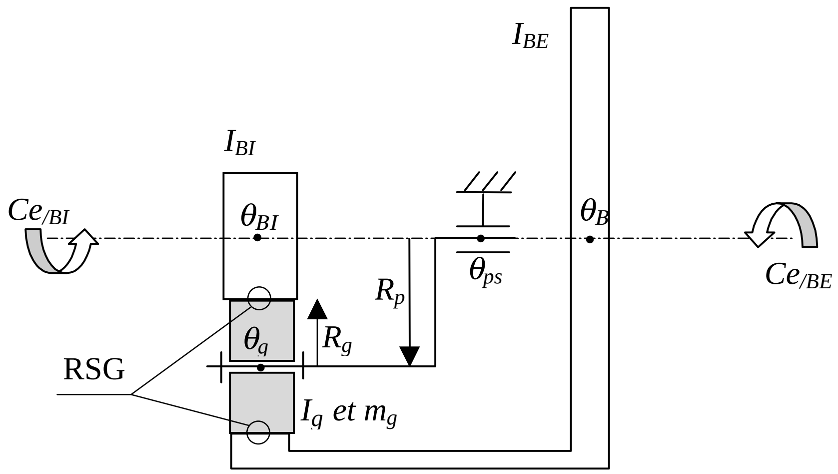


Figure B.2 : Modèle train épicycloïdal à 4ddl

Le satellite *g* modélise le galet caractérisé par sa masse m_g et son inertie I_g, le porte satellite *ps* modélise la cage dans laquelle sont maintenus les galets (*nbg* : nombre de galets), son inertie est négligée. I_{BI} et I_{BE} représentent respectivement les inerties des bagues intérieure et extérieure.

R_i : rayon de la bague intérieure

R_e : rayon de la bague extérieure

R_g : rayon du satellite ou rayon moyen du galet ($R_g = (R_e - R_i) / 2$)

R_{ps} : rayon du porte satellite ($R_{ps} = (R_e + R_i) / 2$)

A partir de l'hypothèse de roulement sans glissement aux contacts entre les bagues et le galet, deux relations cinématiques entre les rotations du système sont écrites :

$$\dot{\theta}_g = \frac{-R_i\dot{\theta}_{BI} + R_e\dot{\theta}_{BE}}{2R_g} \quad \text{et} \quad \dot{\theta}_{ps} = \frac{R_i\dot{\theta}_{BI} + R_e\dot{\theta}_{BE}}{2R_{ps}} \tag{B.3}$$

Remarque : toutes les rotations sont écrites par rapport à un même repère galiléen.

Energies cinétiques du système :

$$\begin{aligned} T_{BI} &= \frac{1}{2} I_{BI}\dot{\theta}_{BI}^{\ 2} \\ T_g &= \frac{1}{2} I_g \dot{\theta}_g^{\ 2} + \frac{1}{2} m_g (R_{ps}\dot{\theta}_{ps})^2 \\ T_{BE} &= \frac{1}{2} I_{BE}\dot{\theta}_{BE}^{\ 2} \end{aligned} \tag{B.4}$$

En remplaçant (B.3) dans l'expression de T_g :

$$T_g = \frac{R_e^{\ 2}}{8}\left(\frac{I_g}{R_g^{\ 2}} + m_g\right)\dot{\theta}_{BE}^{\ 2} + \frac{R_i^{\ 2}}{8}\left(\frac{I_g}{R_g^{\ 2}} + m_g\right)\dot{\theta}_{BI}^{\ 2} + \frac{R_i R_e}{4}\left(-\frac{I_g}{R_g^{\ 2}} + m_g\right)\dot{\theta}_{BI}\dot{\theta}_{BE} \tag{B.5}$$

Il ne reste plus que deux degrés de liberté apparaissant dans les équations.

T représente l'énergie cinétique totale : $T = T_{BI}+T_g+T_{BE}$.

Les équations de Lagrange sont ensuite appliquées pour obtenir le système suivant :

$$\begin{cases} \left(I_{BI} + \frac{R_i^{\ 2}}{4}\left(\frac{I_g}{R_g^{\ 2}} + m_g\right)\right)\ddot{\theta}_{BI} + \frac{R_i R_e}{4}\left(m_g - \frac{I_g}{R_g^{\ 2}}\right)\ddot{\theta}_{BE} = Ce_{:/BI} \\ \left(I_{BE} + \frac{R_e^{\ 2}}{4}\left(\frac{I_g}{R_g^{\ 2}} + m_g\right)\right)\ddot{\theta}_{BE} + \frac{R_i R_e}{4}\left(m_g - \frac{I_g}{R_g^{\ 2}}\right)\ddot{\theta}_{BI} = Ce_{/BE} \end{cases} \tag{B.6}$$

Ce système ne sert qu'à l'instant de l'embrayage pour calculer l'accélération de la bague intérieure afin de tester l'accrochage ou le glissement des galets.

Résolution :

Au cours de la simulation en mode libre, la roue libre peut être modélisée par le système figure B.1, à l'inertie I_{BE} est ajoutée l'inertie de l'ensemble des galets : $nbg \times m_g \times R_{ps}^2$. A l'instant t_e où $\dot{\theta}_{BI}$ rejoint $\dot{\theta}_{BE}$, le système passe au modèle de la figure B.2. $\ddot{\theta}_{BI}(t_e)$ et $Ce_{/BI}(te)$ sont alors calculés. On définit :

$$Fr = I_{BI}\ddot{\theta}_{BI}(t_e) - Ce_{/BI}(te) \qquad \text{(B.7)}$$

Fr est ensuite comparé à f :

Si $-f < Fr < +f$, l'embrayage a lieu normalement.
Si $Fr < -f$, l'embrayage n'a pas lieu, le système glisse dans le sens du blocage.

Si l'embrayage se passe normalement, un troisième modèle avec une raideur non-linéaire peut continuer la simulation.

LOGICIELS UTILISES

MATLAB	:	version 5.2 c, The MathWorks Inc.
ANSYS	:	version 5.1, Swanson Analysis System, Inc. 1994
DMT20	:	version 1.0, logiciel de calcul mécanique, 1997, Mécasoft Industie

FOLTO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : VERNAY
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE dc SOUTENANCE
8 juillet 1999

Prénoms : Pascal

TITRE :

COMPORTEMENT DYNAMIQUE EN TORSION ET EN REGIME TRANSITOIRE D'UN DEMARREUR DE MOTEUR D'AVION

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 99 ISAL 0055

Formation doctorale : Mécanique

RESUME :

L'objectif de cette étude est de déterminer le comportement dynamique en torsion et en régime transitoire d'un démarreur de réacteur d'avion. Les phases de régime transitoire sont le démarrage et surtout le réengagement.

Dans une première partie, le démarreur est étudié dans son ensemble, le modèle comporte des arbres, des disques et des éléments de liaison non-linéaires. La chaîne cinématique comporte deux types de non-linéarités, l'embrayage de type roue libre à galets de forme et les jeux de denture du réducteur. Ces éléments non-linéaires sont, dans un premier temps, modélisés séparément afin d'analyser leur comportement et de mettre au point les méthodes de résolution. La raideur non-linéaire de l'embrayage est fonction des déplacements et des vitesses des bagues de la roue libre, la non linéarité des jeux de fonctionnement se traduit par des variations brutales de raideurs. Un logiciel général mis au point permet de simuler le comportement dynamique d'un démarreur complet comportant des éléments linéaires et non-linéaires. Des simulations de réengagement sont présentées, les couples transitoires transmis par les arbres de liaison dépassent la valeur admissible quand la roue libre embraye après une période de glissement.

Dans une deuxième partie, pour caractériser cette période de glissement, le comportement dynamique de la roue libre est étudié plus finement. La roue libre est composée de deux bagues entre lesquelles est disposée une série de galets. Une étude statique est d'abord présentée, l'évolution de la raideur de la roue libre déterminée expérimentalement est comparée aux résultats de la simulation numérique où les déformations des bagues et des galets sont prises en compte, Une bonne corrélation est obtenue. Ensuite, deux études dynamiques sont réalisées afin de rechercher précisément les phases de glissement et de frottement. Pour chacune, une expérimentation et une application numérique sont présentées.

MOTS-CLES : Torsion, Dynamique, Modélisation, Non linéarité, Réponse transitoire
Roue libre, Frottement glissement

Laboratoire (s) de recherche :
Laboratoire de Mécanique des Structures

Directeur de thèse: Guy FERRARIS

Président de jury : M. BRUNET

Composition du jury : J.J. BARRAU, M. BRUNET, A. DELBEZ, R. DUFOUR
G. FERRARIS, M. GUEURY, P. OUPLOMB