



N° d'ordre NNT : 2016LYSEI139

**THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON**  
opérée au sein de  
**(L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon)**

**Ecole Doctorale N° accréditation**  
**(Ecole Doctorale Mécanique, Energétique, Génie Civil,**  
**Acoustique)**

**Spécialité/MECANIQUE - GENIE MECANIQUE - GENIE CIVIL:**

Soutenue publiquement le 13/12/2016, par :  
(HMID Abdelhak)

---

**Dynamique d'équipements avec des non  
linéarités de liaisons localisées.  
Application aux systèmes optiques  
d'éclairage.**

---

Devant le jury composé de :

Garibaldi, Luigi, Professeur, POLITECNICO DI TORINO  
DION, Jean-Luc, Professeur, SUPMECA  
MICHON Guilhem Professeur, ISAE  
DUFOUR Régis, Professeur, INSA Lyon  
MANIN Lionel, Maître de Conférence, INSA Lyon  
ROUCOULES Christine, Ingénieure Experte Vibration, VALEO VISION

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de thèse  
Co-Directeur  
Co-encadrante





**Département FEDORA– INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020**

<b>SIGLE</b>	<b>ECOLE DOCTORALE</b>	<b>NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE</b>
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a> Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3e etage <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a> Insa : R. GOURDON	<b>M. Stéphane DANIELE</b> Institut de Recherches sur la Catalyse et l'Environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 avenue Albert Einstein 69626 Villeurbanne cedex <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://edeea.ec-lyon.fr">http://edeea.ec-lyon.fr</a> Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN <a href="mailto:Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr">Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr</a>	<b>M. Gérard SCORLETTI</b> Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 <a href="mailto:Gerard.scorletti@ec-lyon.fr">Gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a> Sec : Sylvie ROBERJOT Bât Atrium - UCB Lyon 1 04.72.44.83.62 Insa : H. CHARLES <a href="mailto:secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr">secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Fabrice CORDEY</b> CNRS UMR 5276 Lab. de géologie de Lyon Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Géode 2 rue Raphaël Dubois 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 <a href="mailto:cordey@univ-lyon1.fr">cordey@univ-lyon1.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCESANTE</b> <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a> Sec : Sylvie ROBERJOT Bât Atrium - UCB Lyon 1 04.72.44.83.62 Insa : M. LAGARDE <a href="mailto:secretariat.ediss@univ-lyon1.fr">secretariat.ediss@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Emmanuelle CANET-SOULAS</b> INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax : 04 72 68 49 16 <a href="mailto:Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr">Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr</a>
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3e etage <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Sylvie CALABRETTO</b> LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 <a href="mailto:Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr">Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATERIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a> Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Direction <a href="mailto:Ed.materiaux@insa-lyon.fr">Ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jean-Yves BUFFIERE</b> INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 <a href="mailto:jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr">jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://mega.universite-lyon.fr">http://mega.universite-lyon.fr</a> Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Direction <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Philippe BOISSE</b> INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 <a href="mailto:Philippe.boisse@insa-lyon.fr">Philippe.boisse@insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b> <a href="http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/">http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/</a> Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04 78 69 72 76 <a href="mailto:viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr">viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr</a>	<b>M. Christian MONTES</b> Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 <a href="mailto:Christian.montes@univ-lyon2.fr">Christian.montes@univ-lyon2.fr</a>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



# Dédicaces

A mes parents,  
Auxquels je dois tout,  
Pour toute la peine qu'ils se sont donnés,  
Pour leur patience et générosité.

A ma femme,  
Pour son soutien continu et son encouragement.

A ma petite Sarah que j'adore,  
A toute ma famille et mes amis,  
Je dédie ce travail,  
en témoignage de ma profonde gratitude  
et ma reconnaissance infinie.

Abdelhak



# Avant-propos

La thèse a été réalisée au laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures, LaMCoS, UMR CNRS 5259, de l'INSA Lyon avec le soutien du Centre de Recherche et de Développement de VALEO système d'éclairage.

Je remercie les Professeurs David Dureisseix et Daniel Nélias, directeurs successifs du LaMCoS, d'avoir accueilli les travaux de cette thèse.

Je remercie l'ancien responsable de département de simulation Fabrice Mairet et aussi Francisco Villar d'avoir soutenu mes travaux de recherche au sein de VALEO éclairage.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Régis Dufour qui fut pour moi un directeur de thèse attentif et disponible malgré ses nombreuses charges. Sa compétence, sa rigueur scientifique et sa clavicoyance m'ont beaucoup appris. Ils ont été et resteront des moteurs de mon travail de chercheur.

Je remercie également Lionel Manin pour son encadrement, ses compétences, ses conseils avisés et son aide notamment dans les aspects expérimentaux. Je lui adresse ma reconnaissance la plus profonde pour m'avoir instruit efficacement et avoir contribué à l'aboutissement de ce travail. L'aide de Sébastien Baguet m'a été fort précieuse dans le domaine de la mécanique numérique non linéaire. Il trouve ici toute ma gratitude.

Je tiens aussi à faire part de la sincère gratitude que je ressens envers Madame Christine Roucoules. Son expertise et sa rigueur ont apporté énormément de valeur de cette thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur Garibaldi Luigi Professeur à POLITECNICO DI TORINO d'avoir accepté de présider le jury de thèse. Messieurs Jean-Luc Dion Professeur à SUPMECA et Guilhem Michon Professeur à l'ISAE ont accepté la lourde tâche de rapporter mon mémoire de thèse. Je leur en suis vivement reconnaissant.

Je remercie aussi tous ceux qui m'ont soutenu tout au long de cette aventure : mes collègues doctorants, en particulier Lihan Xie, et tous les personnels de VALEO. Merci à eux pour leur accueil chaleureux, leur sympathie et leurs soutiens. Merci pour tous les bons moments passés ensemble.

Je tiens à remercier l'Association Nationale de la Recherche Technologie (ANRT) pour avoir subventionné ces travaux dans le cadre d'une thèse CIFRE.

Un grand merci enfin à toute ma famille, en particulier à ma femme 'Amouna' pour sa patience et son investissement dans l'ombre.

Merci à vous tous





# Résumé

La thèse concerne la prévision du comportement dynamique non linéaire d'équipements embarqués tels que les systèmes optiques d'éclairage automobiles. Les travaux de recherche menés se concentrent sur la construction de modèles pour simuler numériquement les phénomènes vibratoires en jeu, afin de prévoir la réponse harmonique de l'équipement composé essentiellement d'un boîtier clos par une glace, dans lequel est orienté par des liaisons un réflecteur équipé d'une lampe. Ces travaux ouvrent ainsi la voie à des préconisations d'évolutions dans la conception mécanique du projecteur pour augmenter sa durabilité et le confort de vision.

En effet les essais pratiqués montrent que de forts niveaux de vibrations endommagent les composants du projecteur et détériorent la stabilité du faisceau d'éclairage. Afin d'éviter de telles nuisances, la conception du projecteur doit être adaptée grâce à un modèle mécanique qui intègre des comportements non linéaires causés essentiellement par les liaisons pour prévoir le mieux possible les niveaux de vibrations du projecteur embarqué.

L'état de l'art est réalisé sur les comportements dynamiques non linéaires, les modèles et méthodes de résolution associés, puis les estimateurs existants de quantification des non linéarités. Les essais d'analyse modale réalisés mettent en évidence la présence de phénomènes non linéaires dus à de multiples causes (jeux-butées, frottements, stick-slip, ...) localisées dans les liaisons réflecteur-boîtier. Les caractérisations expérimentales menées sur les liaisons, délivrent des boucles efforts-déflexion qui montrent différents types de comportement non linéaire, aident au choix des modèles les plus pertinents et au calage de leurs paramètres. Les limites de validité des modèles de calculs linéaires sont déterminées par des critères formulés empiriquement.

Les modèles non linéaires de liaison sélectionnés sont intégrés dans un modèle réduit à un puis à deux degrés de liberté d'un projecteur. La représentativité du modèle est évaluée sur la base des analyses modales mesurées du projecteur. Les équations décrivent le comportement dynamique de projecteur et les non linéarités sous l'hypothèse de régime stationnaire. La méthode de balance harmonique associée à une technique de continuation par longueur d'arc résout rapidement les équations et détermine avec précision les réponses dynamiques établies. L'étude est complétée par l'analyse de stabilité selon la théorie de Floquet qui met en évidence la présence des branches de solutions stables ou instables.

Enfin des réponses harmoniques sont calculées avec un modèle aux éléments finis du projecteur complet. Les calculs sont basés sur l'identification des modes qui reposent sur la répartition des masses dans la structure, la nature des liaisons. Des études d'influence sont réalisées. Les paramètres étudiés sont les raideurs et précontraintes de contact, le coefficient de frottement, l'amortissement introduit. Leurs impacts sur les niveaux des vibrations sont quantifiés ce qui amène au recalage du modèle éléments finis pour améliorer les résultats modaux du projecteur automobile et sa réponse harmonique forcée.

**MOTS CLE :** Dynamique non linéaire, isolation vibratoire, modèle de contact, caractérisation expérimentale, modèle de Masing, méthode de la balance harmonique, théorie de Floquet, méthode de continuation, analyse modale, réponse harmonique.



# Abstract

The thesis deals with the prediction of nonlinear dynamic behavior of automotive headlamps. The attention is focused on building models to estimate the vibration behavior of lighting system to enhance its durability and comfort of vision.

Vibration tests show that high levels of vibration damage projector components and degrade the stability of the illuminating beam. To avoid these issues, headlamps design must be adapted to include nonlinear phenomena provided from the joints connecting the reflector and housing subsets.

The state of the art is performed on the non-linear dynamic behavior, models and methods and existing estimators quantifying nonlinearities. The modal tests performed demonstrate the presence of non-linear phenomena (clearance, friction, stick-slip, ...) located in reflector-housing joints.

Experimental investigations carried out on joints show different types of nonlinear behavior and help to identify the most important contact parameters (stiffness and damping). The limits of validity of the linear models are determined by empirically formulated criteria.

Selected nonlinear models are integrated in a 1D-model reduced to one then two degrees of freedom of a projector. The representativeness of the model is evaluated basing of modal measurement of headlamp. The Harmonic Balance Method was used to calculate the periodic response. The algorithm calculates also the stability of the periodic solutions found, using Floquet theory, and follows stable or instable branches versus varying system parameters via the arc-length continuation technique.

Finally, harmonic responses are predicted with a finite element model of the entire headlamp. The calculations are based on the identification of modes that are based on the weight distribution in the structures and joints properties. Sensibility studies are carried out on stiffness and preloaded contact, coefficient of friction and damping. Impacts on the vibration levels were quantified that leads to update the finite element model and improve modal and harmonic results of headlamp.

**Keyword :** Nonlinear Dynamics, vibration isolation, joints models, experimental characterization, Masing model, balance harmonic method, Floquet theory, continuation method, modal and harmonic analysis.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Etat de l'art.....</b>	<b>25</b>
1.1	Propriétés essentielles de phénomènes non linéaires .....	26
1.2	Sources des comportements non-linéaires.....	26
1.3	Modélisation des phénomènes non linéaires .....	27
1.4	Méthodes de linéarisation des comportements non linéaires .....	30
1.5	Méthodes non linéaires de calculs de solution périodique .....	33
1.6	Analyse expérimentale des phénomènes non linéaires.....	34
1.7	Méthodes pour quantifier le degré de non linéarité.....	39
1.8	Conclusion.....	40
<b>2</b>	<b>Analyse expérimentale des comportements non linéaires de projecteur .....</b>	<b>41</b>
2.1	Introduction .....	42
2.2	Détection de comportement non linéaire.....	42
2.3	Caractérisation du comportement non linéaire .....	50
2.4	Conclusion.....	65
<b>3</b>	<b>Dynamique non linéaire de projecteur avec des modèles réduits 1D.....</b>	<b>66</b>
3.1	Calcul des solutions périodiques .....	67
3.2	Calcul de la stabilité .....	74
3.3	Cas tests.....	76
3.4	Synthèse .....	89
<b>4</b>	<b>Dynamique de projecteur avec un modèle 3D.....</b>	<b>90</b>
4.1	Contexte de l'étude.....	91
4.2	Analyse modale .....	99
4.3	Modélisation du banc de caractérisation .....	101
4.4	Modèle 3D équivalent de projecteur .....	107
4.5	Conclusion.....	112
<b>5</b>	<b>Conclusion et perspectives.....</b>	<b>113</b>
5.1	Conclusion générale .....	113
5.2	Perspective : .....	114
	<b>Annexe1 :.....</b>	<b>115</b>
	<b>Bibliographie.....</b>	<b>116</b>







# Table des figures

Figure 1-1 : Architecture d'un système d'éclairage .....	22
Figure 1-2 : Exemples des liaisons dans un projecteur d'éclairage automobile.....	23
Figure 1-1 : Exemple de non linéarité localisée : plot à coussin métallique [ALM 04].....	27
Figure 1-2 : Comparaison entre les deux modèles de Coulomb et de Masing .....	28
Figure 1-3 : Modèle de contact type Mindlin.....	29
Figure 1-4 : Modèle d'Iwan : Force normale $R_{di}$ , raideur tangentielle de contact $K_{di}$ , Force d'excitation $F$ , déplacement $x$ . .....	29
Figure 1-8 : Représentation d'un contact totalement rigide, la raideur $K$ des liaisons étant élevée.....	35
Figure 1-9 : Représentation d'un contact flexible avec des ressorts non linéaires.....	36
Figure 1-10 Exemples des représentations de courbes forces-déflexion.....	36
Figure 1-11: Exemples des configurations des essais de caractérisation statique et dynamique .....	36
Figure 1-12 : Boucle hystérésis non linéaire de type frottement sec.....	37
Figure 1-13: Modèle viscoélastique de Kelvin-Voigt .....	38
Figure 1-14 : Schéma de décision de transitions linéaires ou non linéaires .....	40
Figure 2-1 : Eléments principaux du projecteur testé.....	43
Figure 2-2 : Photos des liaisons entre le boîtier (à gauche) et le réflecteur (à droite).....	43
Figure 2-3 : Chaîne de localisation des sources des éléments non linéaires dans un projecteur.....	43
Figure 2-4 : Montages d'essais pour la détection de comportements dynamiques non linéaires du projecteur.....	44
Figure 2-5 : Positions des différents capteurs utilisés .....	45
Figure 2-6 : Distorsion d'amplitude d'FRF selon le diagramme Bode : Phénomène de saut [MIC 05b], [NGU 14].....	46
Figure 2-7 : FRF mesurées sur le réflecteur pour différents niveaux d'excitation (montée en fréquence).....	47
Figure 2-8 : FRF mesurées sur la glace pour différents niveaux d'excitation (montée en fréquence). 47	47
Figure 2-9 : Estimation des paramètres $M^a$ et $M^f$ pour FRF mesurés sur la glace avec un niveau d'excitation de 2 g.....	48
Figure 2-10 : Paramètres de décisions pour une mesure sur le réflecteur. Violet : 4g; Rouge : 2g; Rose : 1g; Bleu : 0.6g.....	49
Figure 2-11 : Variation des paramètres de décision vs réponse mesurée à 0.6g .....	49
Figure 2-12 : Support d'essai de caractérisation .....	50
Figure 2-13 : Photo du montage 3.....	50
Figure 2-14 : Photo du Montage 1, direction glissante .....	50
Figure 2-15 : Photo du Montage 2, direction bloquante.....	50
Figure 2-16 : Liaison de type linéaire annulaire.....	51
Figure 2-17 : Dispositif utilisé pour les essais de caractérisation.....	51
Figure 2-18 : Courbe brute (a) et lissée (b) pour le montage 2 à 50 Hz.....	52
Figure 2-19. Montage 1, 20 Hz, 0.05mm, capteur piézoélectrique. Boucle effort-déflexion avec (a) et sans (b) l'effort d'inertie du montage.....	53
Figure 2-20. Montage 1, 50 Hz et 0,5 mm, capteur de force piézoélectrique (Trait rouge) et capteur de force en S (trait bleu). Boucle forces-déflexion avec (a) et sans (b) l'effort d'inertie. ....	53
Figure 2-21 : Conditions aux limites d'essai de caractérisation avec le montage 1 (solicitation radiale et verticale).....	54
Figure 2-22 : Boucles d'hystérésis mesurées avec le montage 1 à une fréquence fixe de 33 Hz et pour différents niveaux d'amplitude d'excitation. Modèle Masing (traits pointillés).....	54

Figure 2-23 : Courbes d'hystérésis mesurées avec le montage 1 à une fréquence fixe de 20 Hz et pour différents niveaux d'amplitude d'excitation sans phénomène de rigidification.....	55
Figure 2-24 : Boucles force - déflexion mesurées (traits pleins rouges) et boucles d'hystérésis simulées avec le modèle (traits pointillés verts).....	55
Figure 2-25 : Courbes hystérésis mesurées du montage 1 à une fréquence de 40 Hz pour une amplitude de 0.7 mm (rouge). .....	56
Figure 2-26 : Raideur bloquante identifiée pour les mesures à une fréquence fixe de 33 Hz .....	57
Figure 2-27 : Identification de loi de raideur glissante pour une fréquence fixe de 33 Hz .....	57
Figure 2-28 : Boucles force-déflexion mesurées avec le montage 1 à une amplitude fixe de 0.5 mm et pour différentes fréquences d'excitation .....	58
Figure 2-29 : Boucles d'hystérésis mesurées (traits pleins rouges) et boucles d'hystérésis simulées (traits pointillés verts).....	58
Figure 2-30 : Raideur bloquante identifiée pour deux niveaux d'amplitude (0.3 mm et 0.5 mm), les pointillés en noir sont la courbe tendance .....	59
Figure 2-31 : Raideur bloquante pour des niveaux d'amplitude égale à 0.5 mm.....	59
Figure 2-32 : Raideur glissante pour des amplitudes (0.3 mm et 0.5 mm) .....	59
Figure 2-33 : Estimation des raideurs bloquante (a) et glissante (b) avec les lois identifiées expérimentalement .....	60
Figure 2-34 : Photo du Montage 2. Liaison vis/capsule dans le sens bloquant.....	60
Figure 2-35 : Montage 2. Boucles mesurées à une amplitude fixe de 0.25 mm et pour des fréquences de 20 à 90 Hz.....	61
Figure 2-36 : Boucles forces-déflexion mesurées pour le montage 2, (traits rouges) et simulées avec un modèle viscoélastique (traits verts) .....	61
Figure 2-37 : Raideur (a) et facteur de perte (b).....	62
Figure 2-38 : Dispositif utilisé pour les essais de caractérisation ; (a) vue générale du montage 3 fixé sur le pot vibrant, (b) vue éclatée de la liaison capsule sphérique et la rotule du point fixe .....	62
Figure 2-39 : Boucles mesurées à une fréquence fixe de 5Hz pour plusieurs amplitudes d'excitation en mm.....	63
Figure 2-40 : Boucles mesurées (traits rouges), et boucles simulées avec un modèle double butée (traits noirs) .....	64
Figure 2-41 : Raideurs des boucles effort-déflexions mesurées pour une amplitude de 0.45mm pour des fréquences de 20 à 70 Hz .....	64
Figure 3-1: Méthode AFT (Alternating Frequency Time) .....	69
Figure 3-2 : Illustration du schéma de la procédure de continuation séquentielle .....	71
Figure 3-3 : Etude comparative entre différentes techniques de calcul de stabilité [PEL 12].....	74
Figure 3-4 : Type des bifurcations selon la théorie de Floquet .....	75
Figure 3-5 : Intégration du calcul de stabilité dans la démarche de calcul HBM.....	75
Figure 3-6 : Schéma de l'oscillateur de Duffing .....	76
Figure 3-7 : Forme de la force non linéaire type cubique .....	76
Figure 3-8 : Exemple des présences des mécanismes non linéaires : assouplissement, raidissement et saut .....	76
Figure 3-9 : Effet coefficient $k_{nl}$ sur la réponse de l'oscillateur de Duffing .....	77
Figure 3-10 : Effet de l'amplitude d'excitation $p$ sur la réponse de modèle Duffing.....	77
Figure 3-11 : Bifurcation de l'oscillateur de Duffing avec $N=3$ ; $k_{nl}=10^9$ N/m ; $p=10$ N.....	77
Figure 3-12 : Impact de l'ordre de Fourier $N$ et de raideur de contact $k_{nl}$ sur les fréquences critiques d'instabilités ( $f_1^{cri}$ et $f_2^{cri}$ ).....	78
Figure 3-13 : Diagramme de stabilité de l'oscillateur de Duffing avec .....	79
Figure 3-14 : Diagramme de stabilité de phase pour oscillateur de Duffing avec .....	79

Figure 3-15: Modèle 1D d'un projecteur.....	80
Figure 3-16 : Repère de référence (X, Y et Z) lié à la voiture.....	80
Figure 3-17 : Essai d'analyse modale avec réponse impulsionnelle sur un projecteur complet .....	80
Figure 3-18 : Choix des positions de fixation des deux accéléromètres .....	81
Figure 3-19 : Analyse du comportement de deux points de mesure aux deux fréquences de résonance (49 Hz et 129 Hz).....	81
Figure 3-20 : Points de calcul de différentes valeurs de la force.....	82
Figure 3-21 : Schéma de transmission de la force d'excitation en plusieurs points du projecteur.....	83
Figure 3-22 : FRF linéaire pour une excitation $P_0=100N$ .....	83
Figure 3-23 : Les deux variantes de la position de la non linéarité cubique .....	84
Figure 3-24 : Effet de la position de non linéarité sur la réponse dynamique pour un ordre de Fourier $N=1$ et $P_0=100N$ .....	84
Figure 3-25 : Modèle 2ddl, variante 1. Courbe de réponse de réflecteur ( $m_2$ ) pour plusieurs valeurs de coefficient $k_{nl}$ pour un ordre de Fourier $N=1$ et $P_0=100N$ .....	85
Figure 3-26 : Modèle 2ddl, variante 2. Courbe de réponse de réflecteur ( $ddl u_2$ ) pour plusieurs valeurs de coefficient $k_{nl}$ pour un ordre de Fourier $N=1$ et $P_0=100N$ .....	85
Figure 3-27 : Variante 2. Identification des branches stable et instable avec $k_{nl} = -10^{12}N/m^3$ , $N=1$ et $P_0=100N$ .....	85
Figure 3-28 : Modèle équivalent d'un non linéarité type jeu .....	86
Figure 3-29 : Identification du jeu dans le montage 3 pendant essai de caractérisation .....	86
Figure 3-30 : Influence de raideur de contact normale pour $e=0$ mm, $P_0=100$ Newton et $N=1$ .....	86
Figure 3-31 : Bifurcation type cyclic fold. Modèle de projecteur avec jeu, $k_n=10^6N/m$ et $e=0,4$ mm..	87
Figure 3-32 : Branches stables et instables pour deux valeurs de jeu $e$ avec $k_n=10^{11}N/m$ et $P_0=100$ N	87
Figure 3-33 : Branches stable et instable avec l'excitation externe $P_0$ pour $k_n=10^{11}N/m$ et $e=0,4$ mm.	87
Figure 3-34 : Branches stable et instable avec l'excitation externe $P_0$ pour $k_n=10^6N/m$ et $e=0,4$ mm..	88
Figure 3-35 : Influence de raideur de contact et jeu sur les fréquences de résonance.....	88
Figure 3-36 : Evaluation des risques de non linéarité type jeu.....	88
Figure 4-1: Contraintes d'intégration d'une nouvelle méthode de calcul non linéaire .....	91
Figure 4-2 : Représentation des raideurs symétriques et non symétriques de contact .....	94
Figure 4-3: Modèle éléments finis de projecteur.....	96
Figure 4-4: Conditions aux limites appliquées au projecteur.....	96
Figure 4-5: Exemples des sélections des surfaces de contact.....	96
Figure 4-6: Géométrie de l'élément fini CONTA178 .....	97
Figure 4-7: Surface des contacts entre les éléments de liaison et le boîtier .....	98
Figure 4-8: Cinématique des éléments connecteurs de contact.....	98
Figure 4-9: Fréquences de résonance et modes calculés .....	99
Figure 4-10: Facteurs de participation modale calculés dans les trois directions (X, Y et Z), avec un choix de raideur de contact rigide .....	99
Figure 4-11 : Modèle de CAO utilisé pour le maillage EF .....	101
Figure 4-12 : Modèles de caractérisation en sens bloquant et en sens glissant .....	101
Figure 4-13 : Conditions aux limites du banc de caractérisation .....	101
Figure 4-14 : Contact totalement lié entre capsules et pièce métallique .....	102
Figure 4-15 : Contact avec frottement entre capsules et vis de réglage .....	102
Figure 4-16 : Estimation de force de contact pour tracer les courbes force/déflexion .....	103
Figure 4-17 : Boucles mesurées de références pour les calculs quasi-statiques.....	103
Figure 4-18 : Prise en compte de précontrainte capsule/vis de réglage.....	104
Figure 4-19 : Influence de précontrainte sur la pression de contact.....	104
Figure 4-20 : Effet de précontrainte $x_1$ sur les forces de contact avec $\mu=0.3$ .....	105
Figure 4-21 : Effet de coefficient de frottement sur courbe de force/déflexion .....	105

Figure 4-22 : Effet de coefficient de frottement sur les raideurs de contact tangentiel.....	106
Figure 4-23 : Comparaison des boucles force/déflexion calculées et mesurées pour la liaison vis/capsule dans le sens glissant.....	106
Figure 4-24 : Point de validation de niveau de vibration sur réflecteur et sur boîtier .....	107
Figure 4-25 : Comparaison des FRF calculées et mesurées sur réflecteur dans la direction Z.....	108
Figure 4-26 : Comparaison des FRF calculées et mesurées sur la glace dans la direction Z.....	108
Figure 4-27 : Modes de déformation de projecteur en utilisant les raideurs de contact du test 1 et de test 2 .....	110
Figure 4-28 : Répartition des masses modales avec et sans recalage des raideurs de contact du Test 1 .....	110
Figure 4-29 : Résultats des FRF du réflecteur avec et sans recalage des raideurs des liaisons.....	111
Figure 4-30 : Résultats des FRF de la glace et de boîtier avec et sans recalage.....	111

# Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Caractéristiques des essais de détection de non-linéarités.....	45
Tableau 2.2: Indicateurs de décision pour la première fréquence de résonance du réflecteur .....	49
Tableau 2.3 : Plan d'expérience pour la caractérisation avec le montage 1 dans le sens glissant.....	52
Tableau 2.4 : Plan d'expérience pour la caractérisation avec le montage 2 dans le sens bloquant.....	52
Tableau 2.5: Plan d'expérience pour la caractérisation avec le montage 3 .....	52
Tableau 2.6: Raideur de contact évaluée avec le modèle d'identification pour le montage 1 pour une fréquence fixe 20 Hz et pour deux amplitudes d'excitation (0.3 et 0.5 mm) .....	56
Tableau 2.7 : Paramètres identifiés pour le modèle d'hystérésis sans dépassement pour le montage 1 à une fréquence fixe de 33 Hz.....	56
Tableau 2.8 : Raideurs identifiées pour le modèle d'hystérésis pour le montage 3 à une fréquence fixe de 5 Hz .....	63
Tableau 2.9 : Paramètres identifiés pour le modèle d'hystérésis avec modèle double butée pour montage 3 à une amplitude fixe 0,45 mm .....	63
Tableau 3.1 Facteurs de participations modales et fréquences de résonance mesurés.....	81
Tableau 3.2 : Paramètres du modèle 1D du projecteur à 2ddl.....	81
Tableau 3.3 : Valeur des forces en différents points d'un projecteur.....	83
Tableau 4.1: Contraintes des usages fonctionnelles .....	91
Tableau 4.2: Avantage et inconvénients des différentes méthodes d'Ansys pour prendre en compte les contacts.....	92
Tableau 4.3: Solveurs de calcul dynamique disponibles sous Ansys.....	92
Tableau 4.4: Eléments de contacts Ansys .....	97
Tableau 4.5: Comparaison des bases modales calculées et mesurées selon le MAC.....	100
Tableau 4.6 : Raideurs utilisées dans le modèle EF d'Ansys.....	107
Tableau 4.7: Spécification des raideurs de contacts calculées ou mesurées .....	109

## Introduction

Les équipements mécaniques, électriques, électroniques, optiques embarqués dans les systèmes de transport sont soumis à des environnements comportant des sollicitations dynamiques souvent évolutives. Si leur isolation vibratoire est mal dimensionnée, des modes de défaillances apparaissent qui rendent leurs fonctionnalités caduques. Dimensionner au mieux une isolation vibratoire dans de larges gammes de fréquences et d'amplitudes d'excitation n'est pas aisé. En plus des zones d'amplification et d'atténuation, il faut savoir gérer les phénomènes non linéaires qui modifient profondément les réponses dynamiques établies avec un comportement linéaire. Ils sont en particulier sources de sous- et sur-harmoniques, de décalage des phénomènes de résonance, de bifurcations et de sauts dans les réponses harmoniques, etc.

Les équipements sont d'une façon générale un ensemble de composants avec des liaisons introduisant des non linéarités le plus souvent déclenchées par de trop hauts niveaux de vibration. Pour améliorer leur isolation vibratoire, plusieurs voies sont possibles :

- Eradiquer tout comportement non linéaire, ce qui semble difficile si l'environnement vibratoire n'est pas modifiable (excitations extérieures non maîtrisables, dispositif d'isolation passifs ou actifs non adaptables).
- En présence de plusieurs types de non linéarité, caler leurs paramètres pour que les effets non linéaires se neutralisent et ainsi obtenir des réponses linéaires.
- Jouer avec les non linéarités présentes afin d'annihiler tout phénomène de résonance grâce à la dispersion de l'énergie sur plusieurs modes de vibrations.

La thèse tente d'apporter des éléments de réponse à cette problématique en s'intéressant particulièrement à l'isolation vibratoire de projecteur de véhicules.

Les projecteurs jouent un double rôle dans le pilotage des véhicules : éclairer la route et rendre visible le véhicule. Ils assurent ces fonctions avec le faisceau de croisement 'code', le faisceau de route 'Phare' et les veilleuses. Un système d'éclairage simple est composé des sous-ensembles principaux suivants (Figure 1-1):

- Un boîtier rendu solidaire de la caisse de voiture avec des plaques de fixations rigides.
- Une glace et un masque couvrant l'ensemble des pièces du projecteur.
- Un réflecteur orientable, l'élément principal d'éclairage puisqu'il contient les sources lumineuses (lampe à filament ou à LED).

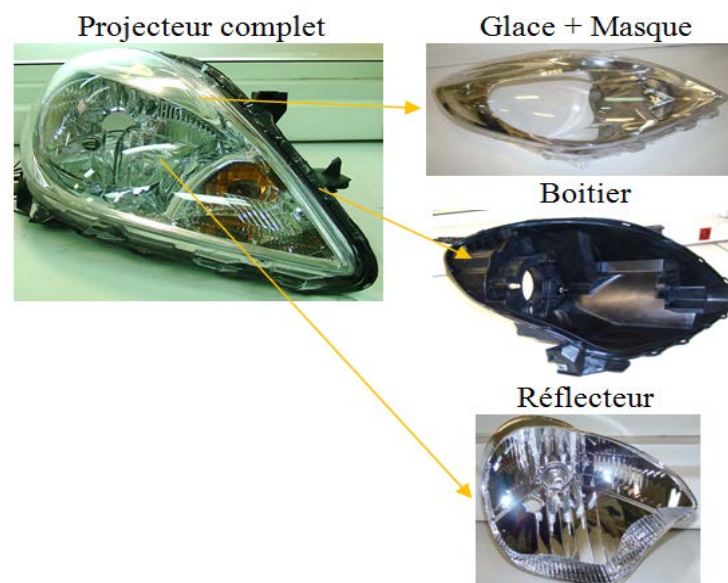


Figure 1-1 : Architecture d'un système d'éclairage

Pour assembler ces différents éléments, plusieurs techniques sont utilisées : collage, fixation, écrêtage (clipping), sertissage (crimpping), rivetage et soudage pour tous les composants électroniques (Figure 1-2).

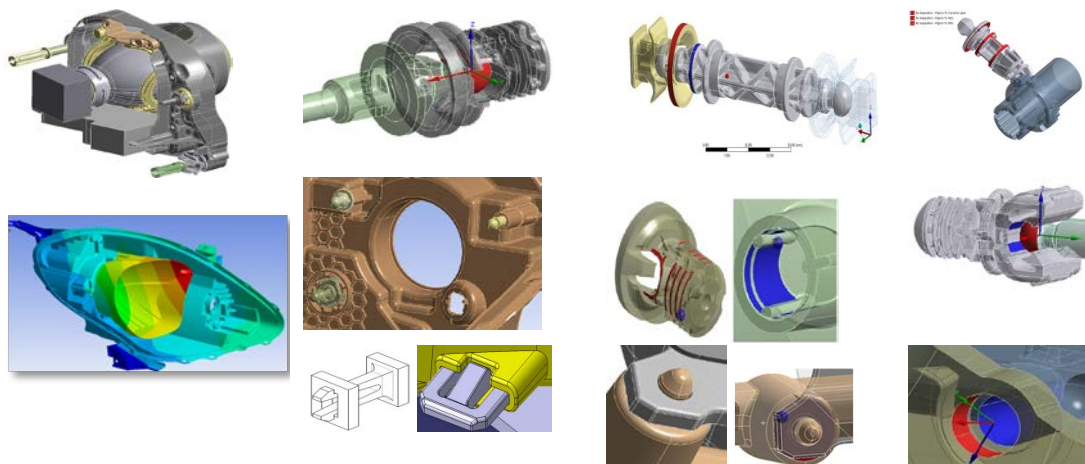


Figure 1-2 : Exemples des liaisons dans un projecteur d'éclairage automobile

En raison de l'évolution constante des exigences de conception des systèmes optiques d'éclairage, il devient indispensable d'acquérir une bonne connaissance du processus de simulation numérique. D'un point de vue mécanique les projecteurs sont soumis à de multiples sources d'excitations vibratoires :

- De type aléatoire, à large spectre fréquentiel généré par le roulement et les forces aérodynamiques. Ce type d'excitation se caractérise par la variation de l'amplitude et de la fréquence d'excitation d'une manière aléatoire et il est exprimé par plusieurs méthodes probabilistes comme la densité spectrale de puissance.
- De type harmonique, dû essentiellement au fonctionnement du groupe moteur propulseur du véhicule, caractérisé simplement par des signaux périodiques ayant une amplitude et une fréquence d'excitation bien définie.
- De type choc, défini par une forte amplitude sur un bref instant de temps généré par exemple par un nid de poule ou par un franchissement de bordure de trottoir.

Les études précédentes [ROU 08] et [ROU 10] montrent que simuler les réponses impulsionnelles ou forcées avec des modèles linéaires dotés de paramètres constants donne des fonctions de réponses fréquentielles (FRF) imprécises par rapport à celles mesurées sur les projecteurs existants, ces dernières, par ailleurs, ne répondant pas de façon satisfaisante aux critères attendus. Il convient donc dans un premier temps d'améliorer le modèle de prévision de la réponse des projecteurs puis de le valider expérimentalement pour que les simulations des modifications de conception du projecteur soient lancées.

Le travail de thèse s'intègre dans une démarche d'amélioration des méthodes de simulations vibratoires en y apportant essentiellement la modélisation macroscopique des non linéarités localisées des liaisons. Les objectifs détaillés sont les suivants :

- Développer une méthode expérimentale pour détecter l'impact des non-linéarités sur la dynamique des projecteurs et pour vérifier les limites de validité des hypothèses de linéarisation utilisées dans les modèles numériques existants. Il s'agit de développer une méthodologie pour estimer le degré de contamination des phénomènes non linéaires et la valider.
- Définir et concevoir des essais de caractérisation des non linéarités pour construire une base de données expérimentales et choisir les modèles de contacts.
- Programmer des méthodes de calculs pour traiter des phénomènes non-linéaires avec des modèles réduits 1D représentatifs du comportement dynamique d'un projecteur. Il s'agit de construire une maquette numérique, pour évaluer surtout qualitativement les difficultés et les actions à mettre en œuvre pour maîtriser les différents types de non-linéarités.

- Développer une méthodologie adaptée aux besoins industriels pour améliorer les modèles éléments finis (EF) du projecteur en intégrant les comportements non-linéaires de contacts à travers d'un modèle équivalent des liaisons qui soit le plus proche possible du réel.

Pour atteindre ces objectifs, les travaux menés sont présentés en cinq chapitres qui structurent le mémoire.

Le premier chapitre expose les modèles non linéaires des contacts ainsi que les méthodes de calcul des réponses dynamiques stationnaires de structures à interfaces non linéaires avec description des différentes techniques de continuation. Les notions essentielles de modélisation par éléments finis des contacts avec une description de l'approche des éléments de liaison équivalents, ainsi que différentes méthodes d'identification non linéaires expérimentales sont aussi présentées.

Le deuxième chapitre porte sur les essais de détection des non linéarités et de leur caractérisation. Il s'agit d'abord d'identifier les signatures de différentes non-linéarités présentes dans les projecteurs automobiles pour réussir à classer leurs types et leurs caractéristiques. Ces données sont nécessaires pour construire les modèles équivalents des liaisons et de valider les résultats de simulations numériques effectuées avec des modèles à une et trois dimensions.

Le troisième chapitre constitue le deuxième apport de la thèse : la construction d'un modèle numérique 1D d'un projecteur avec l'intégration de différentes méthodes de calculs non-linéaires. Il présente notamment les effets des non-linéarités sur les réponses stationnaires d'un projecteur. Différentes études de sensibilités vis-à-vis les paramètres linéaires et non-linéaires sont présentées.

Le quatrième chapitre aborde le dernier enjeu et apport de la thèse, qui est le développement des modèles équivalents des liaisons d'un projecteur automobile pour les intégrer dans les modèles avec des éléments finis 3D en utilisant le code de calcul ANSYS, utilisé chez Valeo LS, le constructeur des projecteurs testés.

Le dernier chapitre tire les conclusions et dresse les perspectives des travaux de la thèse.



# 1 Etat de l'art

## SOMMAIRE

---

<b>1</b>	<b>Etat de l'art.....</b>	<b>25</b>
1.1	Propriétés essentielles de phénomènes non linéaires .....	26
1.2	Sources des comportements non-linéaires.....	26
1.3	Modélisation des phénomènes non linéaires .....	27
1.3.1	Les modèles des liaisons cinématiques .....	27
1.3.2	Les modèles de frottement.....	28
1.3.3	Les méthodes de gestion de contact .....	29
1.4	Méthodes de linéarisation des comportements non linéaires .....	30
1.4.1	Principe général de la méthode.....	30
1.4.2	Système linéaire équivalent.....	31
1.5	Méthodes non linéaires de calculs de solution périodique .....	33
1.5.1	Techniques de simulation transitoire.....	33
1.5.2	Techniques de simulation fréquentiel.....	33
1.6	Analyse expérimentale des phénomènes non linéaires.....	34
1.6.1	Détection des comportements non linéaires .....	34
1.6.2	Caractérisation et identification des paramètres non linéaires .....	35
1.7	Méthodes pour quantifier le degré de non linéarité.....	39
1.8	Conclusion.....	40

---

Ce chapitre se compose tout d'abord d'une introduction générale sur les caractéristiques, les sources, et les différents types de phénomènes non linéaires. S'ensuit une synthèse bibliographique des différentes approches numériques et expérimentales proposées pour traiter les problèmes non linéaires dans les systèmes d'éclairages.

La bibliographie de dynamique non-linéaire est très vaste. Le terme 'non-linéaire' est employé dans la plupart des domaines de l'ingénierie comme la mécanique, l'électronique, l'optique. Un système non linéaire est défini simplement en partant par la définition inverse du système linéaire. De ce fait, il vaut mieux commencer par décrire le système linéaire : un phénomène est linéaire quand la réponse du système étudié varie proportionnellement à la sollicitation imposée. Pour un système non linéaire, son modèle ne comporte que des termes du premier degré de la variable dépendante. Les systèmes sont non linéaires lorsque les grandeurs caractéristiques du phénomène reliées entre elles ne varient pas de façon proportionnelle.

## 1.1 Propriétés essentielles de phénomènes non linéaires

Un système non linéaire ne satisfait donc pas au principe de superposition. L'exemple de la réponse d'un phénomène décrit par la fonction  $y = f(x) = x^2$  à une excitation  $x = x_1 + x_2$  le montre facilement :

$$f(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = f(x_1) + f(x_2) + 2x_1x_2 \quad (1.1)$$

Cette réponse ne correspond pas à la somme des réponses individuelles car comprend aussi un terme d'interaction  $2x_1x_2$  dit terme d'interférence entre les différentes excitations. Les phénomènes mécaniques sont intrinsèquement non linéaires mais sont souvent décrits par des modèles linéaires sous l'hypothèse de linéarisation et de faible niveau de déflexion. Le pendule est une bonne illustration, [BER 2000].

La linéarité des modèles est donc le résultat d'approximation, dont l'intérêt est de pouvoir appliquer par la suite les méthodes de l'algèbre linéaire (valeur et vecteur propre, transformations de Laplace, Fourier, Hankel, fonction de réponse fréquentielle, etc...). Linéariser les modèles donne d'excellents résultats dans bien de descriptions phénoménaux logiques.

Du point de vue dynamique de structure, les non linéarités se manifestent selon plusieurs phénomènes complexes, comme la localisation de mode, les bifurcations, les résonances internes, la présence de sous-composantes harmoniques et super-harmonique, les hystérésis, les phénomènes de saut, etc. Tous ces phénomènes entraînent des variations des propriétés fondamentales de la dynamique tels que : amortissement, raideur, fréquence de résonance et mode de déformation.

## 1.2 Sources des comportements non-linéaires

Les sources d'un comportement non linéaire sont multiples et très diversifiées mais sont à regrouper en plusieurs familles qui trouvent des cas industriels traités au laboratoire :

- Les non linéarités matérielles : les lois de comportement des matériaux dépendent de leur déformation. Au-delà d'un certain seuil de déformation elles ont une évolution non linéaire. Les lois hyper-élastique, viscoélastique, élasto-plastique sont potentiellement non linéaire. Les plots de suspension en sont par exemple le siège, [GJI 96].
- Les non linéarités géométriques : dans le cas d'importantes déflexions les modèles doivent intégrer des termes de raideurs géométriques, comme dans le cas des courroies serpentines de transmission automobile [MIC 98].

- Les non linéarités de liaison : elles interviennent dans les liaisons qui comportent des jeux, des frottements et des butées, voir les transmissions par câbles automobile ou [MAN 10].
- Les non linéarités de couplages de plusieurs champs de la physique comme ceux électromécaniques des capteurs résonants M/NEMS [KAC 11], [NGU 14].

Les non linéarités peuvent être réparties ou localisées. Dans l'isolation vibratoire d'équipements, il convient de considérer les non linéarités comme localisées, car elles sont généralement liées aux phénomènes qui se manifestent dans les interfaces ou au niveau des contacts ponctuels entre les différentes pièces. L'intégration des ressorts et des amortisseurs locaux utilisés dans plusieurs industries peut engendrer un comportement non linéaire (Figure 1-1). Aussi, un contact entre différentes pièces peut modifier les propriétés mécaniques (amortissement et raideur) à cause de phénomène de frottement. A l'inverse des autres types de non linéarités, le phénomène de frottement se produit souvent sous un faible niveau d'excitation [CHA 08], [DIO 13]. Les autres sources des non linéarités sont les conditions aux limites comme les impacts dus à un jeu entre deux pièces ou à un attachement non régulier.

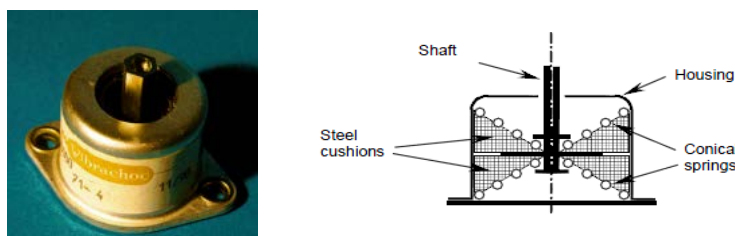


Figure 1-1 : Exemple de non linéarité localisée : plot à coussin métallique [ALM 04]

Dans le domaine de l'isolation vibratoire [IBR 09] propose un état de l'art intéressant et dans la suite de la thèse, seules sont considérées les non linéarités localisées introduites par les liaisons.

## 1.3 Modélisation des phénomènes non linéaires

Le calcul de la réponse dynamique d'un système mécanique présentant des éléments non linéaires nécessite la mise en place d'une démarche de calcul structurée. Tout d'abord différents modèles de contacts disponibles dans la littérature sont présentés, puis différentes méthodes de résolution dynamique du problème de contact non linéaire entre deux corps déformables sont décrites.

La modélisation des contacts est une étape déterminante dans la procédure de simulation d'une structure non linéaire. Un compromis entre représentativité du phénomène et facilité d'intégration dans un modèle de structure complet, l'objectif de la simulation, est à trouver.

### 1.3.1 Les modèles des liaisons cinématiques

Ces modèles correspondent à des relations classiques de liaison cinématique entre les déplacements de deux pièces en contact. La liaison la plus simple est l'encastrement où tous les mouvements relatifs sont bloqués. A l'inverse, dans le cas d'immobilisation relative de quelques degrés de liberté autres liaisons peuvent exister (pivot, pivot glissant, appui plan, etc.).

L'avantage de ces modèles se résume dans leur simplicité de s'intégrer dans le processus de calcul dynamique. Cependant, ils ne permettent pas de modéliser les phénomènes de frottements en raison de l'ignorance des efforts internes de contact (normale et tangentielle).

### 1.3.2 Les modèles de frottement

Les modèles de frottement sont développés à partir de plusieurs observations expérimentales de phénomène de glissement entre deux corps A et B. Les travaux de Coulomb en 1781 [Bow 50] sont les premiers à définir deux phases au cours de frottement : Phase avant glissement (statique) et phase de glissement (dynamique). Coulomb introduit alors la notion de coefficient de frottement statique  $\mu_s$  qui caractérise le contact lorsque la vitesse relative  $\dot{x}_t$  des deux corps est nulle et le coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$  valable lorsqu'il existe un glissement entre les deux corps. Pour une force normale au contact  $F_n$  donnée, la force tangentielle  $F_t$  de glissement est déterminée par :

$$\begin{aligned} F_t &< \mu_s F_n & \text{si } \dot{x}_t = 0 \\ F_t &= \mu_d F_n & \text{si } \dot{x}_t > 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

avec  $x_t$  le déplacement du degré de liberté.

L'étude de la transition entre ses deux phases a fait l'objet de nombreux travaux de caractérisation des paramètres nécessaires pour mieux comprendre l'impact de frottement sur l'ensemble de la structure. De nouveaux paramètres autres que le coefficient de frottement qui présente le ratio entre la force tangentielle et normale de contact (paramètres constant et sans dimension), ont été définis.

Masing [Menq 1986], a introduit la notion de déformation élastique des aspérités de contact à l'échelle microscopique traduite macroscopiquement par l'intégration d'une raideur constante ( $k_t$ ) mis en série avec le modèle basic de Coulomb. Ainsi, la force tangentielle de frottement est dépendante de valeurs de déplacements relatifs entre les surfaces de contacts. Le changement entre l'état glissant et bloquant se fait d'une manière progressive et continue simplifiant ainsi l'intégration de ce modèle dans les méthodes de calcul dynamiques (Figure 1-2).

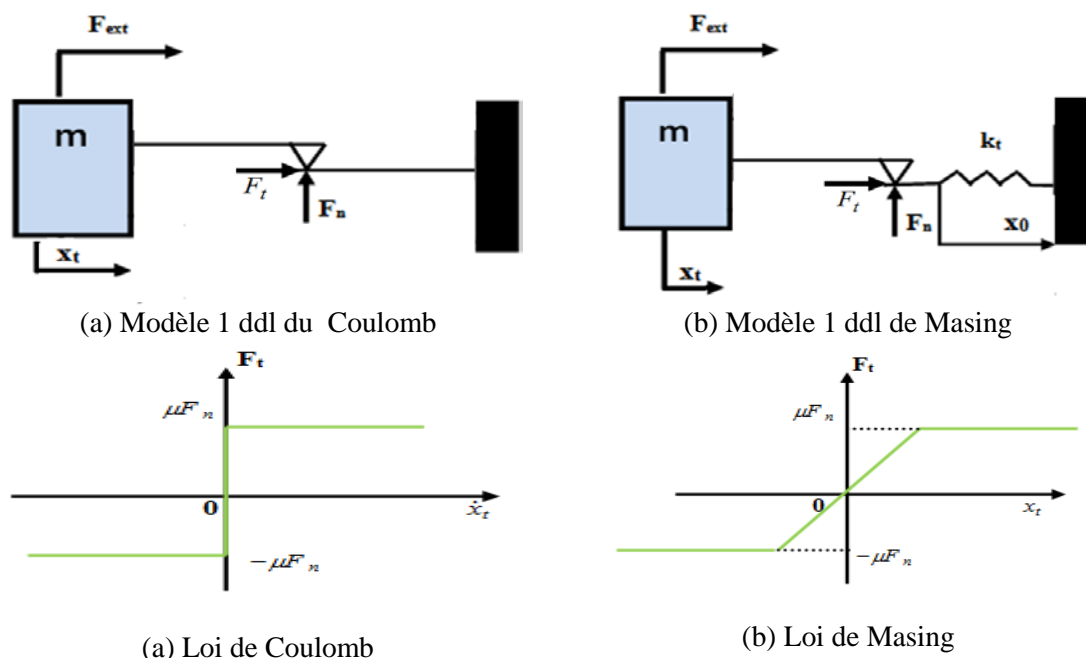


Figure 1-2 : Comparaison entre les deux modèles de Coulomb et de Masing

avec  $m$  la masse,  $c$  l'amortissement,  $k_t$  la raideur de contact,  $F_n$  la force normale,  $F_t$  la force tangentielle,  $F_{ext}$  la force d'excitation,  $x_t$  le degré de liberté de translation,  $x_0$  la déflexion du ressort.

D'autres observations microscopiques détaillées des surfaces de contacts ont permis la naissance de nouveaux modèles de contacts plus fins tel que les modèles de Mindlin [ MIN 49] et Iwan [IWA 66]. Le modèle de Mindlin décrit la relation entre la raideur de contact ( $k_t$ ) et la force tangentielle ( $F_t$ ) (Figure 1-3). Par ailleurs, Iwan a défini un modèle basé sur la combinaison en série et en parallèle du modèle de Masing (Figure 1-4) mettant en évidence la possibilité d'avoir simultanément une partie de surface de contact glissante et une autre bloquante. Cependant, l'exploitation de ces modèles dans le calcul dynamique non linéaire est limitée à des modèles phénoménologiques à quelques degrés de liberté.

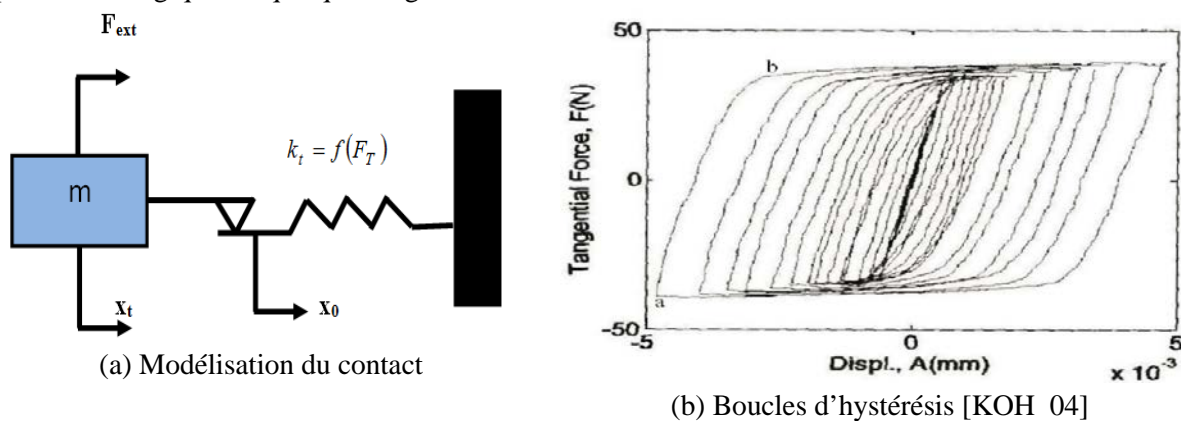


Figure 1-3 : Modèle de contact type Mindlin

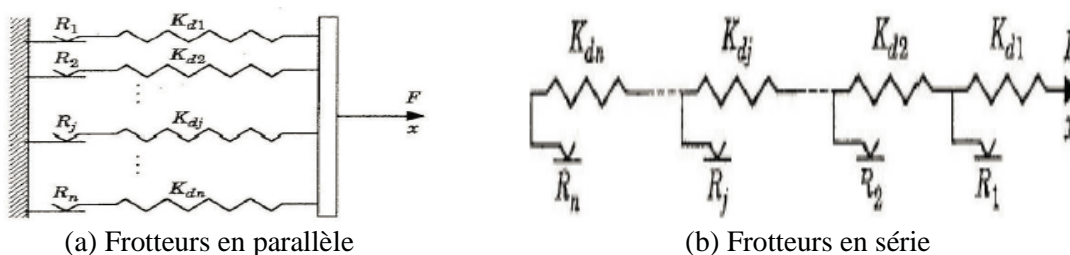


Figure 1-4 : Modèle d'Iwan : Force normale  $R_{di}$ , raideur tangentielle de contact  $K_{di}$ , Force d'excitation  $F$ , déplacement  $x$ .

### 1.3.3 Les méthodes de gestion de contact

Applications industrielles [SIN 02], [HER 09], [LIN 05] montrent la grande sensibilité des réponses dynamiques vis-à-vis des paramètres de contact (coefficient de frottement, précontrainte, raideur de contact, condition de fonctionnement...). Ces études bibliographiques ont mis en évidence le lien entre le mécanisme de frottement et l'apparition des vibrations à l'interface. Ces vibrations introduites par frottement (auto-entretenues) peuvent créer simplement des nuisances sonores ou endommager toute la structure du système. Ainsi, l'intégration des modèles de contact (cinématique et frottement) dans les méthodes de calcul dynamique éléments finis présentait un intérêt majeur afin de connaître les niveaux vibratoires du système.

Dans ce cadre, les méthodes les plus développées dans la littérature sont celles de pénalisation [ZHI 83] et des multiplicateurs de Lagrange [PET 06]. Ces deux méthodes détaillées par [AMB 04], [ALS 11] et [JAU 11] s'intègrent de manière simple dans le processus de simulation dynamique (linéaire ou non linéaire) car utilisent les nœuds du maillage pour déterminer les efforts de contact (tangentiels et normaux) pour chaque couple de surfaces en contact.

## 1.4 Méthodes de linéarisation des comportements non linéaires

Réaliser une simulation complète d'un projecteur d'éclairage avec tous les éléments d'assemblage demande un temps de traitement considérable surtout si les corps sont déformables comme dans le cas des pièces de système d'éclairage.

Le concept de linéarisation équivalente a été introduit initialement par Krylov et Bogoluibov [KRY 43]. Plus tard, cette idée a été étendue au cas de systèmes possédant plusieurs degrés de liberté [IWA 73]. L'idée de base est de remplacer un système non linéaire par un système linéaire équivalent au sens de l'optimisation des différences entre ces deux systèmes.

L'objectif de la présentation de ces méthodes de linéarisation est de démontrer des possibilités numériques de contournement des résolutions des systèmes des équations non linéaires grâce à une simple adaptation des quelques paramètres du système comme raideur ou amortissement.

### 1.4.1 Principe général de la méthode

Le système d'équations non linéaires de vecteur déplacement inconnu  $\mathbf{u}(t)$  et d'expression :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{p}(t) \quad (1.3)$$

a pour système linéaire équivalent :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t) \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{K}$  sont des matrices indépendantes du temps  $t$ . Elles sont déterminées de telle sorte que la différence  $\boldsymbol{\varepsilon}$  entre les systèmes (1.3) et (1.4) soit minimum pour toute fonction  $\mathbf{u}(t)$  appartenant à l'ensemble  $U$  des solutions du système :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{f}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} - \mathbf{K}\mathbf{u}, \quad (1.5)$$

avec  $\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$  et le critère de minimisation est exprimé par :

$$\forall \mathbf{u}(t) \in U, \quad \{\mathbf{C}^*, \mathbf{K}^*\} = \arg \min \left\{ \mathbf{A}(\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2) \right\} \quad (1.6)$$

où  $\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 = {}^t \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}$  et  $\mathbf{A}$  est un opérateur linéaire dit de moyenne temporelle vérifiant les propriétés suivantes :

- Pour tout couple  $(i,j)$  avec  $i, j \in [1, \dots, n]$ ,  $n$  étant la dimension des systèmes (1.3) et  $c_{ij}$ ,  $k_{ij}$  étant les entrées des matrices  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{K}$  respectivement, les conditions nécessaires d'optimisation du critère (1.6) se traduisent par les deux conditions suivantes, :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial c_{ij}} \left( \mathbf{A}(\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2) \right) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial k_{ij}} \left( \mathbf{A}(\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2) \right) = 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

Soit  $E_i^2 = A(\boldsymbol{\varepsilon}_i^2)$ ,  $E_i$  ne dépendant que de  $c_{ij}$  et  $k_{ij}$  pour  $(j=1, \dots, n)$ . Ainsi, les conditions (1.7) sont équivalentes aux  $2n$  conditions simultanées sur les  $E_i$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial c_{ij}} E_i^2(\boldsymbol{\varepsilon}^2) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial k_{ij}} E_i^2(\boldsymbol{\varepsilon}^2) = 0 \quad (j = 1, \dots, n) \end{cases} \quad (1.8)$$

En utilisant (1.7) et les propriétés de  $\mathbf{A}$ , l'ensemble des  $2n$  équations s'écrit :

$$\mathbf{A}[\mathbf{y}^T \mathbf{g}(\mathbf{y})] - \mathbf{A}[\mathbf{y}^T \mathbf{y}] \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}^T. \quad (1.9)$$

Avec  $\mathbf{y}$  le vecteur d'état de taille  $2n$ , défini par :  $\mathbf{y} = [\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}]^T$  et la fonction  $\mathbf{g}(\mathbf{y}) = \mathbf{f}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})$ . Avec ces définitions, il reste à trouver les bonnes valeurs de  $c_{ij}$  et  $k_{ij}$  pour résoudre les équations (1.9).

### 1.4.2 Système linéaire équivalent

Dans le cas du système décrit par (1.3) avec une excitation harmonique  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{P} \cos \Omega t$ , l'opérateur de moyenne a la forme :

$$\mathbf{A}[\mathbf{u}(t)] = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}(t) dt \quad (1.10)$$

Dans le cas où les composantes du vecteur de forces non linéaires  $\mathbf{f}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})$  sont de la forme :

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \sum_{j=1}^n \mathbf{b}_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, \dot{\mathbf{r}}_{ij}) \quad (1.11)$$

Avec  $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j$  et des fonctions  $\mathbf{b}_{ij}$  impaires  $\mathbf{b}_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, \dot{\mathbf{r}}_{ij}) = -\mathbf{b}_{ij}(-\mathbf{r}_{ij}, -\dot{\mathbf{r}}_{ij})$ , on peut alors construire un système linéaire équivalent en remplaçant chaque  $\mathbf{b}_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, \dot{\mathbf{r}}_{ij})$  par une liaison linéaire équivalente selon le schéma  $\mathbf{b}_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, \dot{\mathbf{r}}_{ij}) \rightarrow c_{ij} \dot{\mathbf{r}}_{ij} + k_{ij} \mathbf{r}_{ij}$ , où les termes  $c_{ij}$  et  $k_{ij}$  sont solutions de :

$$\int_0^T \mathbf{b}_{ij} \cos \Omega t dt = c_{ij} \int_0^T \dot{\mathbf{r}}_{ij} \cos \Omega t dt + k_{ij} \int_0^T \mathbf{r}_{ij} \cos \Omega t dt \quad (1.12)$$

$$\int_0^T \mathbf{b}_{ij} \sin \Omega t dt = c_{ij} \int_0^T \dot{\mathbf{r}}_{ij} \sin \Omega t dt + k_{ij} \int_0^T \mathbf{r}_{ij} \sin \Omega t dt \quad (1.13)$$

$$k_{ij} = \frac{\int_0^T \mathbf{b}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} dt}{\int_0^T \mathbf{r}_{ij}^2 dt} ; \quad c_{ij} = \frac{\int_0^T \mathbf{b}_{ij} \cdot \dot{\mathbf{r}}_{ij} dt}{\int_0^T \dot{\mathbf{r}}_{ij}^2 dt} \quad \text{pour } (j=1, \dots, n) \quad (1.14)$$

### 1.4.2.1 Illustration simple du principe de linéarisation:

L'équation de mouvement forcé d'un système à un degré de liberté  $u(t)$  peut être présentée comme suit :

$$m\ddot{u} + f(u, \dot{u}) = f_a \sin \omega t \quad (1.15)$$

La réponse  $u(t)$  pour une excitation harmonique est périodique donc :  $u \approx U_{1st} \sin \omega t = U_{1st} \sin \tau$

La fonction non linéaire  $f(u, \dot{u})$  a la forme linéarisée suivante :  $f(u, \dot{u}) = \tilde{v}(u, \dot{u})u$  avec  $\tilde{v}(u, \dot{u})$ , le coefficient non linéaire.

$$f(u, \dot{u}) = \tilde{v}(u, \dot{u})u = \sigma_a^{1st}u + \sigma_b^{1st}u + \underbrace{\sigma_a^{2nd}u + \sigma_b^{2nd}u + \dots}_{\text{terme à négliger}} \quad (1.16)$$

$$\sigma_a^{1st} = \frac{1}{\pi U_{1st}} = \int_0^{2\pi} f(U_{1st} \sin \tau, \omega U_{1st} \cos \tau) \sin \tau \, d\tau \quad (1.17)$$

$$\sigma_b^{1st} = \frac{1}{\pi U_{1st}} = \int_0^{2\pi} f(U_{1st} \sin \tau, \omega U_{1st} \cos \tau) \cos \tau \, d\tau \quad (1.18)$$

Le coefficient non linéaire est défini par :  $\tilde{v}(u, \dot{u}) = \sigma_a^{1st} + \sigma_b^{1st}$ , une signification physique très intéressante de ce coefficient car il simplifie le problème non linéaire à la recherche d'une valeur moyenne de la force non linéaire au cours d'un cycle d'excitation.

Prenant par exemple de cas d'une non linéarité cubique :  $f(u, \dot{u}) = ku + \beta u^3$ .

$$\sigma_a = \frac{1}{\pi U_{1st}} = \int_0^{2\pi} f(ku + \beta u^3) \sin \tau \, d\tau \quad (1.19)$$

$$\sigma_b = 2 \sin \pi \cos \pi = 0 \quad (1.20)$$

$$\tilde{v}(u, \dot{u}) = \frac{1}{\pi \tilde{U}} \int_0^{2\pi} (k\tilde{U} \sin \tau + \beta \tilde{U}^3 \sin^3 \tau) \sin \tau \, d\tau \quad (1.21)$$

$$\tilde{v}(u, \dot{u}) = \frac{1}{\pi \tilde{U}} \int_0^{2\pi} k\tilde{U} \sin^2 \tau \, d\tau + \frac{1}{\pi \tilde{U}} \int_0^{2\pi} \beta \tilde{U}^3 \sin^4 \tau \, d\tau \quad (1.22)$$

$$\tilde{v}(u, \dot{u}) = k + \frac{3}{4} \beta \tilde{U}^2 \quad (1.23)$$

La partie non linéaire de la force est donnée par :  $\frac{3}{4} \beta \tilde{U}^2$ .



## 1.5 Méthodes non linéaires de calculs de solution périodique

Le cadre de cette étude s'intéresse au calcul de réponses des structures soumises à une excitation périodique. L'équation de la dynamique décrivant de tels systèmes non autonomes est représentée de la façon générale suivante :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \Omega, t) = \mathbf{p}(\Omega, t) \quad (1.24)$$

Le vecteur  $\mathbf{u}$  représente les  $n$  degrés de liberté du système,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  respectivement les matrices de masse, d'amortissement, et de raideur du système. Le système considéré est soumis à une excitation périodique  $\mathbf{p}$  dépendante du temps  $t$  et de la fréquence la fréquence d'excitation  $\Omega$ . Les non linéarités du système sont représentés sous la forme d'effort extérieur  $\mathbf{F}_{NL}$  et dépendent *a priori* des déplacements  $\mathbf{u}$  et de sa vitesse, de la fréquence  $\Omega$  et du temps  $t$ .

A partir de la formulation du problème précédemment introduite, de nombreuses approches existent et sont plus ou moins adaptées selon le type de problème traité. Elles peuvent toutefois se distinguer en deux catégories principales : méthodes dites 'temporelles' et méthodes 'fréquentielles'.

### 1.5.1 Techniques de simulation transitoire

La simulation transitoire a pour but de déterminer les réponses dynamiques des systèmes (déplacement, accélération, force...) en utilisant des algorithmes d'intégrations temporelles. Plusieurs algorithmes sont disponibles dans la littérature : Runge-Kutta [EDW 99], [FEN 02], [CHO 02], [WIL 10], [CHU 98], schéma prédictor correcteur [ALB 08], Newmark [BAT 08], [BAT 10], [CHO 98], intégration temporelle directe [POP 97], schéma implicite Hilbert-Hughes-Taylor [CHE 97]. Les avantages de ces algorithmes sont l'adaptabilité à tout type de non linéarité ainsi que leur simplicité d'utilisation [JAU 11]. Cependant, ces techniques sont très sensibles aux conditions initiales et aux tailles de pas d'intégration surtout dans le cas des structures faiblement amorties où plusieurs problèmes de convergences peuvent exister et ainsi le temps de calcul devient rapidement un frein au développement des projets. Il devient alors pertinent d'utiliser des méthodes spécifiques telles que les techniques de simulation fréquentielles présentées dans la section suivante.

### 1.5.2 Techniques de simulation fréquentiel

Afin d'éviter le coûteux calcul du régime transitoire proposé par les méthodes d'intégration temporelle, de nombreuses méthodes, dont les méthodes fréquentielles (spectrales), se sont concentrées sur l'approche directe du régime permanent.

La méthode la plus citée dans la littérature est celle de la balance harmonique introduite au début des années 1980 par Lau [LAU 82], qui a permis de résoudre des systèmes de plus grandes tailles [JAU 11]. Cette méthode se base sur la méthode de résolution incrémentale de Newton-Raphson associée avec à la procédure de Galerkin, projection sur les fonctions trigonométriques décrivant la solution. La combinaison de deux procédures permet de résoudre des systèmes algébriques non linéaires avec comme inconnues les coefficients de la série de Fourier. La principale difficulté de la méthode de la balance harmonique est le traitement des termes non linéaires, plus précisément le calcul des coefficients de Fourier des efforts FNL. En effet, de nombreux termes faisant intervenir des intégrales temporelles des forces non linéaires et de leurs dérivées par rapport aux déplacements et aux vitesses généralisées sont présents. La méthode de balance harmonique incrémentale est retenue pour la suite des travaux de thèse, voir le chapitre 3.

## 1.6 Analyse expérimentale des phénomènes non linéaires

Les recherches expérimentales d'identification des phénomènes non linéaires jouent un rôle essentiel dans la connaissance et la mise au point de modèle de prévision. C'est donc très fréquent de retrouver ces techniques dans tous les domaines d'activités nécessitant la prédiction de comportement des systèmes dans son environnement extérieur (économie, physiologie, thermique, mécanique) [THO 92].

Un système d'identification non linéaire se compose généralement de trois phases différentes [KER 06] : détection de comportement non linéarité, caractérisation des éléments non linéaires et extraction des paramètres non linéaires. Ce travail demande une bonne maîtrise de tous les aspects de mesure vibratoire ainsi qu'une forte connaissance des méthodes de traitements de signal afin d'identifier les modèles non-linéaires ou linéaires associés.

### 1.6.1 Détection des comportements non linéaires

La détection des non-linéarités est la première étape dans le processus d'analyse non-linéaire. Un résumé de ces techniques de détection de non-linéarité est présenté par Vanlanduit [VAN 00], Ewins [EWI 01]. L'idée est déceler le caractère non-linéaire d'une structure et donne une idée approximative sur la nature des non-linéarités en utilisant l'écart entre les comportements linéaire et non linéaire de la structure. La mesure de cette différence se fait à travers la vérification des propriétés des systèmes linéaires comme le principe de superposition, d'homogénéité.

- **Réciprocité**

Dans le principe de réciprocité, deux forces  $F_1$  et  $F_2$  appliquées séparément sur la même structure produisent deux champs de déplacement  $U_1$  et  $U_2$ , alors l'influence de  $F_1$  sur  $U_2$  doit être égale à celle de  $F_2$  sur  $U_1$ . En non-linéaire, cette égalité n'est généralement pas vérifiée. Ce type d'essai n'est pas facile à réaliser, car il nécessite d'être dans une configuration symétrique.

- **Superposition**

Le principe de superposition présente moins de difficulté de mise en œuvre. Il s'agit de vérifier la relation suivante :

$$G(t) = G(a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)) = a_1 G(f_1(t)) + a_2 G(f_2(t)) \quad (1.25)$$

Il est en général pratique d'utiliser la représentation spectrale pour vérifier que le spectre obtenu pour  $a_1 f_1(t)$  est bien égal à celui issu de  $f_1(t)$  multiplié par  $a_1$  et, que la somme des spectres obtenus à l'aide de  $a_1 f_1(t)$  et  $a_2 f_2(t)$  est bien égale à celui correspondant à  $a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)$ .

Des analyses modales et de traitement de signaux contribuent à la détection des non linéarités de comportement.

- **Analyse modale - Orthogonalité des modes**

Chong et Imregun ont montré que le manque d'orthogonalité entre les vecteurs modaux et les vecteurs modaux réciproques (RMV) indique la présence d'un comportement non-linéaire [CHO 00].

### • Fonction de réponse fréquentielle - Homogénéité

Le principe d'homogénéité se base simplement sur la vérification de méthode de superposition dans le domaine fréquentiel [SIN 04].

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \rightarrow \alpha \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = H(\omega) \quad (1.26)$$

La fonction de réponse fréquentielle (FRF)  $H(\omega)$  ne dépend pas du niveau d'excitation. L'analyse dans le domaine fréquentiel est bien adaptée pour mettre en évidence de manière rapide des effets non-linéaires. L'un des premiers effets, qui est facilement constatable sur un spectre non-linéaire, est la dépendance de la fréquence propre avec le niveau d'excitation, et ce, quel que soit le type d'excitation utilisé. La distorsion de diagramme de Nyquist ou de diagramme de Bode est un bon indicateur pour montrer la présence de non-linéarité [PUS 99].

### • Transformée de Hilbert - Causalité

La transformée de Hilbert est un outil classique de la détection. En fait, il s'agit d'une méthode qui utilise le principe de la causalité des systèmes linéaires. Elle consiste à déterminer les relations entre la partie imaginaire et la partie réelle de la fonction de transfert. Les effets non-linéaires introduisent une perte de causalité de la réponse impulsionnelle, et ainsi le calcul des relations de Hilbert permet de juger de la présence de non-linéarité [KER 06], [TOM 87]. He et Ewins ont suggéré l'utilisation de la FFT inverse pour détecter la présence de non-linéarité [EWI 87].

### • Fonction de détection harmonique – Multi-Harmonique

Pour les systèmes linéaires avec excitation mono-harmonique, la réponse est harmonique de même fréquence. Pour les systèmes non linéaires, la réponse contient des harmoniques supérieures qui peuvent être utilisées pour détecter la non-linéarité [KER 06]. Wyckaert a proposé un terme appelé fonction de détection harmonique (HDF) pour quantifier la présence de la hausse des harmoniques à chaque fréquence [WYC 92]. Le HDF est défini comme le rapport de l'énergie associée à des harmoniques supérieurs à une fréquence sur l'énergie totale de la réponse à cette fréquence.

## 1.6.2 Caractérisation et identification des paramètres non linéaires

Dans les procédures d'assemblages classiques, les contacts sont conçus pour être totalement rigides (Figure 1-5). Dans ces cas, il est assez simple de caractériser les liaisons par des éléments de connexions de type ressorts linéaires ayant des valeurs de raideurs constantes élevées par rapport à la rigidité des structures.

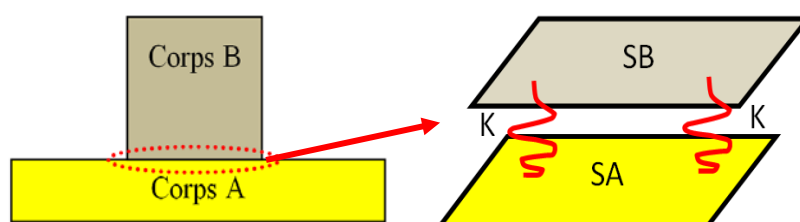


Figure 1-5 : Représentation d'un contact totalement rigide, la raideur  $K$  des liaisons étant élevée

Cependant, avec la quasi généralisation de l'usage des matériaux composites à matrice polymère et renforts sous forme de fibres longues et avec la grande variabilité des procédés d'assemblage (Figure 1-2) le contact entre différentes pièces des produits n'est pas traité comme rigide mais comme une flexibilité relative (Figure 1-6). Les jonctions flexibles sont modélisées par des ressorts non linéaires qui dépendent des niveaux et des fréquences d'excitations extérieures.

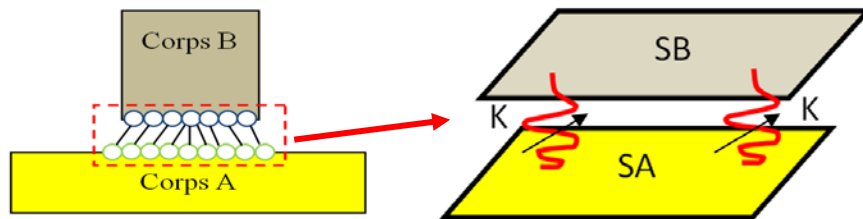


Figure 1-6 : Représentation d'un contact flexible avec des ressorts non linéaires

Dans ces cas de configuration flexible, les comportements non linéaires sont concentrés dans la force non linéaire  $\mathbf{f}(\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t))$  qui est intégrée dans l'équation de la dynamique classique suivante :

$$\underbrace{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t)}_{\text{Partie linéaire}} + \underbrace{\mathbf{f}(\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t))}_{\text{Partie non linéaire}} - \underbrace{\mathbf{p}(t)}_{\text{Effort extérieur}} = 0 \quad (1.27)$$

Plusieurs investigations expérimentales de caractérisation non linéaire, [KOZ 86], [WON 93], [SIN 04], montrent que les forces non linéaires peuvent être totalement identifiées par des modèles de raideurs équivalents mesurés par des essais dynamiques traçant les courbes forces/déflexion (Figure 1-7).

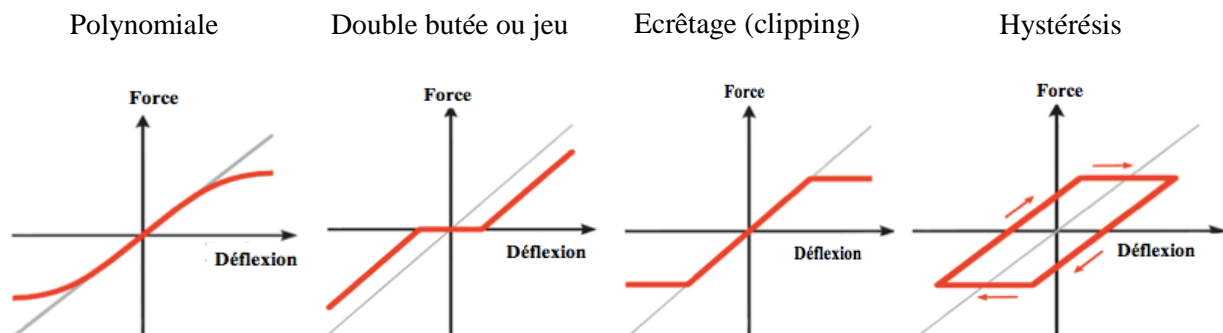


Figure 1-7 Exemples des représentations de courbes forces-déflexion

La majorité des relations forces/déflexions représentant un phénomène non linéaire présente une courbure plus ou moins prononcée. La Figure 1-8 schématise plusieurs types d'essais de caractérisations de la littérature.

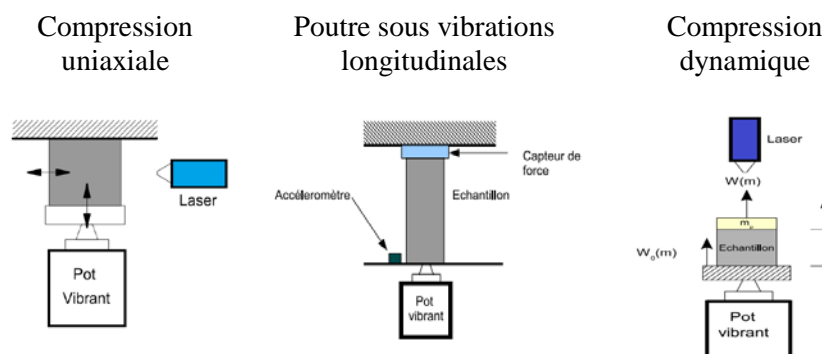


Figure 1-8: Exemples des configurations des essais de caractérisation statique et dynamique

Les méthodes de connaissance des paramètres non linéaires mesurées à travers les essais de caractérisation peuvent être classées en paramétriques et non paramétriques.

Dans les méthodes non paramétriques, les paramètres extraits n'ont pas nécessairement un sens physique. Il est relativement facile d'extraire un modèle non-paramétrique pour l'insérer dans le processus de calcul, mais la capacité de l'extrapolation des modèles non paramétriques n'est pas garantie. Ces méthodes utilisent parfois des techniques non conventionnelles telles que les réseaux de neurones, logique floue, [SJO 95], [VAN 02], [JMA 15].

Dans les méthodes paramétriques, le modèle a un sens physique. Par exemple, pour décrire les liaisons avec butée, les paramètres identifiés sont le jeu et la raideur normale. Naturellement, les méthodes paramétriques donnent un aperçu de la nature et de la physique du comportement non-linéaire, mais la nature hautement individualiste de non-linéarités rend difficile la construction d'un modèle paramétrique global en fonction de différentes non-linéarités observées.

### 1.6.2.1 Identification des paramètres d'hystérésis

Le but des méthodes d'identification non linéaire est donc de trouver les modèles numériques pour reproduire simplement les boucles d'hystérésis mesurées avec des essais de caractérisation non linéaire. L'idée générale consiste à décrire analytiquement les boucles force de restitution – déflexion du composant non linéaire. Dans [DAH 85] et [BLI 90] a caractérisé le frottement sec des roulements à billes avec le modèle de Dahl. Al Majid et Dufour [ALM 02] ont proposé la généralisation du modèle de Dahl en introduisant et définissant des courbes limites non constantes. Ce modèle a été utilisé pour plusieurs applications industrielles comme les plots à coussin métallique pour l'isolation vibratoire d'équipement aéronautique [ALM 02], les tendeurs de courroie serpentine de face avant de moteur automobile [MIC 05], les plots de module de refroidissement automobile [TOM 10]. Dans [BAS 07] et [CHA 08], il a été comparé au modèle de Masing. Une méthode moins performante mais plus simple, est d'utiliser la raideur complexe.

Le comportement non linéaire de type frottement sec montré dans la Figure 1-9, peut être caractérisé par une approche qualitative basée sur les notions des raideurs complexe  $k$ , (raideur équivalent  $k_e$  et facteur de perte  $\eta_e$ ) dans le cas d'une réponse harmonique [GJI 99] et raideur tangente et amortissement modal dans le cas de réponse transitoire due à une excitation aléatoire [REM 96] ou à un choc [GJI 96].

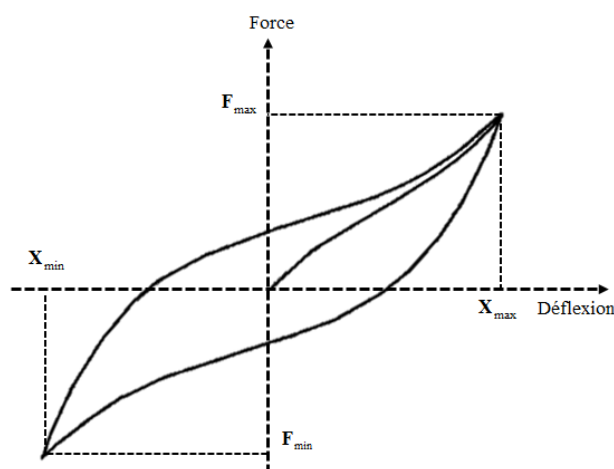


Figure 1-9 : Boucle hystérésis non linéaire de type frottement sec

$$k = k_e(1 + \eta_e) \quad (1.28)$$

$$k_e = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \quad (1.29)$$

$$\eta_e = \frac{(F_{\max} - F_{\min})|_{X=0}}{F_{\max} - F_{\min}}. \quad (1.30)$$

avec  $j = \sqrt{-1}$ .

Le facteur de perte  $\eta_e$  s'exprime par :

$$\eta_e = \frac{1}{\pi} \frac{\text{Energie dissipée par cycle}}{\text{Energie maximale stockée par cycle}} \quad (1.31)$$

La raideur complexe donne une explication énergétique importante des phénomènes de frottement. En effet, l'énergie dissipée par cycle au cours d'un chargement périodique caractérise les propriétés dissipatives du matériau. Ces techniques sont étendues pour étudier plus des comportements non linéaires de contacts plus complexes, des phénomènes viscoélastiques et des phénomènes dissipatifs [FES 13], [DIO 13], [PEY 13],[THO 10].

Trois méthodes d'identifications sont utilisées par la suite de thèse :

La première méthode est basée sur l'application des règles de Masing (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**) où la boucle hystérésis est décomposée par des pentes linéaires qui représentent les changements de l'état bloquant à l'état glissant.

La deuxième méthode est utilisée dans le cas où il y a un comportement viscoélastique [JON 01] ou une régression linéaire type moindres carrés est appliquée sur la boucle d'hystérésis afin de trouver les caractéristiques d'un modèle type Kelvin-Voigt décrit ci-dessous :

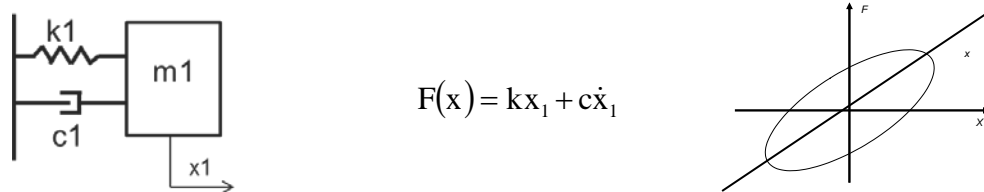


Figure 1-10: Modèle viscoélastique de Kelvin-Voigt

En appliquant un déplacement sinusoïdal  $x_1 = A \sin \omega t$ , l'expression de la force  $F$  est écrite comme suit :

$$F(t) = \underbrace{kA \sin \omega t}_{f_k} + \underbrace{c\omega \cos \omega t}_{f_c} \quad (1.32)$$

Soit la force d'amortissement :

$$F_c = c\omega A \cos \omega t \quad (1.33)$$

$$\Rightarrow f_c^2 = c^2 \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t = c^2 \omega^2 A^2 (1 - \sin^2 \omega t) \quad (1.34)$$

$$\Rightarrow f_c = \pm c\omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad (1.35)$$

Il est donc possible de réécrire l'équation (1.32) en fonction du déplacement qui exprime le fait que la forme elliptique finale est la somme d'une droite (force élastique) et d'une ellipse (force de dissipation).

$$F(x) = kx \pm c\omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad (1.36)$$

La raideur  $k$  est bien entendue la pente de la droite et le coefficient d'amortissement se détermine en calculant l'aire de la boucle force-déflexion car c'est lui qui donne la forme elliptique aux courbes représentatives d'un modèle viscoélastique. Elever au carré l'équation (1.35) puis la divisé par  $c^2\omega^2A^2$  donne :

$$\left(\frac{f_c}{c\omega A}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad (1.37)$$

Comme l'énergie dissipée n'est fonction que du terme d'amortissement, la calculer donne le coefficient d'amortissement  $c$ . Il s'agit alors d'intégrer sur un cycle la puissance élémentaire dissipée par la force  $f_c$  soit le travail accompli par  $f_c$  qui se déplace de  $dx$  pendant un temps  $dt$ .

$$\frac{dW}{dt} = f_c \frac{dx}{dt} = c \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \quad (1.38)$$

Comme la forme de la vitesse est une fonction connue, l'intégration analytique de l'aire de l'ellipse qui est équivalente à une courbe fermée (Théorème de Green) est possible :

$$W_{\text{cycle}} = \int_0^T c\dot{x}^2 dt = \int_0^T cA^2\omega^2 \cos^2(\omega t) dt \quad (1.39)$$

$$\Rightarrow W_{\text{cycle}} = cA^2\omega^2 \int_0^T \frac{1 + \cos^2(\omega t)}{2} dt = \frac{cA^2\omega^2}{2} \left[ t + \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_{t=0}^{t=T=2\pi/\omega} \quad (1.40)$$

$$\Rightarrow W_{\text{cycle}} = cA^2\omega\pi \quad (1.41)$$

Egalement, le calcul numérique de l'aire de l'ellipse seule (i.e. méthode des trapèzes sur Matlab) donne le terme d'amortissement  $c$ .

$$c = \frac{1}{A^2\omega\pi} \times \frac{1}{N_{\text{cycles}}} \int^{N_{\text{cycles}}} (F(x) - kx) dx \quad (1.42)$$

La troisième méthode est similaire à la règle de Masing en utilisant huit points au lieu de quatre afin de bien identifier les points de la courbe et ainsi trouver le comportement de modèle de contact chercher (double butée ou un modèle avec la présence d'un jeu).

## 1.7 Méthodes pour quantifier le degré de non linéarité

Après les différents étapes de détection, caractérisation et identification des paramètres non linéaires, les recherches peuvent être développées dans trois directions. La première consiste à se lancer dans les développements des méthodologies non linéaires avec tous les efforts numériques et expérimentaux nécessaires. La deuxième option propose de continuer à utiliser les approximations linéaires des comportements dynamiques et à négliger les effets non linéaires. La troisième option, s'intéresse à enrichir et adapter les comportements dynamiques linéaires par une simple amélioration des paramètres linéaires de façon à contourner les problèmes non linéaires.

Comment alors quantifier l'influence de linéarisation des réponses dynamiques contenant des effets non linéaires ? (Figure 1-11).

Dans la littérature très peu de tentatives ont été menées pour quantifier le degré de non-linéarité dans la structure. Seulement deux méthodes de décision ont été trouvées.

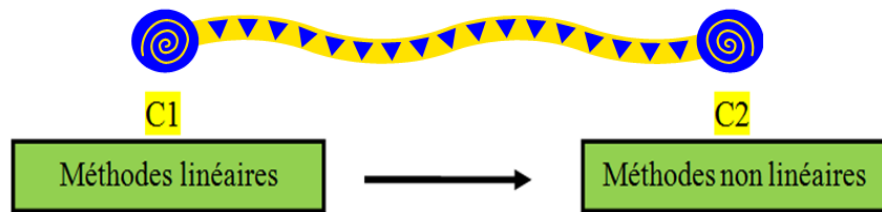


Figure 1-11 : Schéma de décision de transitions linéaires ou non linéaires

La première méthode est basée sur une approche probabiliste du problème dynamique utilisant la théorie bayésienne [MAC 95]. Une application de ces techniques est présentée par Tiboaca [TIB 14].

La deuxième méthode consiste à utiliser des techniques de traitements fréquentielles. Kim et Park [KIM 93] ont proposé un terme appelé «rapport de puissance non occasionnelle» (NPR) pour mesurer la contamination non linéaire. Il mesure le ratio entre la puissance non-causale et la puissance totale du signal. Elizalde a proposé en 2004 [ELI 04] un terme appelé degré de non linéarité modale pour quantifier la contamination non linéaire de chaque mode. Il a utilisé des seuils basés sur des jugements d'ingénierie : faiblement, modérément et fortement non-linéaire pour chaque mode. En fonction du degré de non-linéaire de chaque mode, il peut être décidé d'inclure ou non l'élément non linéaire dans ce mode. Hot [HOT 12] a proposé deux paramètres de décision pour quantifier les phénomènes de distorsion des FRF due à la présence des non linéarités sous différents niveaux d'excitations. Cette méthode est développée et améliorée par la suite pour étudier l'impact des non linéarités présentes dans les systèmes d'éclairages.

## 1.8 Conclusion

L'étude bibliographique présentée a mis en évidence les différents types de modélisation et d'expérimentation existant pour traiter les phénomènes non linéaires et a consolidé les connaissances acquises. Les aspects les plus importants ont pu être dégagés afin de retenir les techniques et les méthodes les plus pertinentes pour la suite de l'étude.



---

# 2 Analyse expérimentale des comportements non linéaires de projecteur

## SOMMAIRE

---

<b>2</b>	<b>Analyse expérimentale des comportements non linéaires de projecteur .....</b>	<b>41</b>
2.1	Introduction .....	42
2.2	Détection de comportement non linéaire.....	42
2.2.1	Périmètre de l'étude.....	43
2.2.2	Mise en œuvre de la méthode de détection non linéaire.....	44
2.2.3	Identification des mécanismes non linéaires .....	46
2.2.4	Méthode de décision.....	48
2.3	Caractérisation du comportement non linéaire.....	50
2.3.1	Dispositifs expérimentaux .....	50
2.3.2	Mesures .....	51
2.3.3	Identification des paramètres non linéaires .....	53
2.4	Conclusion.....	65

---

## 2.1 Introduction

Ce chapitre présente l'analyse expérimentale menée sur un projecteur complet ou ses sous-ensembles. L'objectif du travail est la quantification des différents types de non linéarités de comportement existant dans les projecteurs automobile ainsi que l'identification de leurs sources. Dans une première étape, des essais de détection des non linéarités sont réalisés et leurs résultats examinés pour différentes configurations d'essais de projecteurs. Ensuite, une description des essais de caractérisation du comportement non-linéaire des pièces de liaison est exposée. Plusieurs scénarios d'essais sont utilisés pour identifier les modèles et leurs paramètres pour prévoir le comportement dynamique des éléments d'assemblages standard des systèmes d'éclairage. La sensibilité de ces modèles au regard de la fréquence et de l'amplitude des sollicitations est étudiée. Ces résultats expérimentaux constituent ainsi une référence solide pour comprendre les origines et les mécanismes des phénomènes non linéaires et pour améliorer les modèles de prévision.

## 2.2 Détection de comportement non linéaire

Plusieurs méthodes de détection de la présence de comportements non linéaires ont été présentées au cours du chapitre précédent. Vanhoenacker [VAN 02], présente une étude comparative entre différentes méthodes de détection de non linéarités appliquées dans plusieurs secteurs industriels. Le choix de la méthode à appliquer dépend de plusieurs conditions, à savoir:

- Le type de chaîne d'acquisition disponible : temporelle ou fréquentielle,
- Le type et la qualité des informations recherchées,
- La position de la non linéarité,
- L'impact de la non linéarité sur les modes (degrés de contamination),
- Les degrés de simplicité et de rapidité de mise en œuvre d'essais (durée et coût d'expérience),
- La répétition et l'automatisation des essais,
- L'observabilité des sources de concentration de comportements non linéaires.

Les objectifs des essais de détections de comportements non linéaires sont :

- Inspecter la présence des phénomènes non linéaires dans les réponses fréquentielles, et ainsi estimer leurs impacts sur les différentes FRF du projecteur.
- Identifier les risques potentiels sur le confort ou sur la robustesse dus à la présence des phénomènes non linéaires non modélisés dans le processus de calcul actuel.
- Construire une base de données expérimentale fiable pour classifier les traces des non linéarités.

Ces techniques de détection non linéaire ne nécessitent aucune pré-connaissance des modèles numériques, ainsi qu'aucun post-traitement numérique. Cependant le choix du type d'excitation forcée (sinusoïdale ou aléatoire) conditionne la sélection des indicateurs à mettre en place pour suivre la présence de comportements non linéaires.

## 2.2.1 Périmètre de l'étude

Pour les différents essais de détection non linéaire, un projecteur classique et simple est choisi comme objet d'étude. Il est composé principalement de 3 sous-ensembles (Figure 2-1). Les sous-ensembles glace/masque, boîtier et réflecteur sont assemblés avant d'être fixés au véhicule. Les trois liaisons existantes entre le réflecteur et le boîtier (Figure 2-2), sont la cible de l'étude.

- Une liaison 1 de réglage horizontal du faisceau : vis horizontale/capsule,
- Une liaison 2 de réglage vertical du faisceau : correcteur/capsule,
- Une liaison 3 de fixation sphérique (point fixe/capsule).



Figure 2-1 : Eléments principaux du projecteur testé



Figure 2-2 : Photos des liaisons entre le boîtier (à gauche) et le réflecteur (à droite)

La localisation des sources des non linéarités localisées dans le projecteur s'avère comme une tâche plus simple que l'analyse du produit complet. Il apparaît clairement, que, dans les différents exemples de projecteurs, les sources de comportement non linéaire sont bien localisées au niveau des éléments de liaison. Face à ces non linéarités de type contact une représentation fonctionnelle ou une analyse de chaîne de cote traditionnelle des systèmes optiques d'éclairage indique *a priori* le type de non linéarité à étudier (phénomène de frottement ou existence d'un jeu fonctionnel). Une décomposition fonctionnelle du projecteur est présentée dans la Figure 2-3.

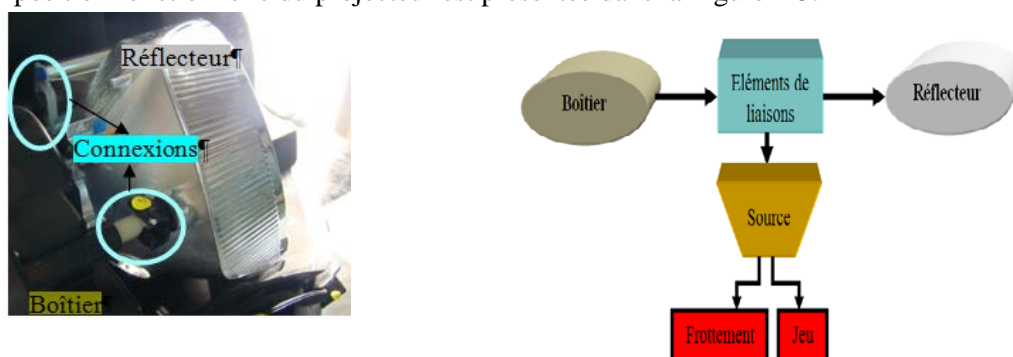


Figure 2-3 : Chaîne de localisation des sources des éléments non linéaires dans un projecteur

A ce stade d'étude aucune connaissance sur les caractéristiques des liaisons (coefficient de frottement, raideur ou amortissement) n'est nécessaire.

## 2.2.2 Mise en œuvre de la méthode de détection non linéaire

Dans les systèmes linéaires, si une excitation sinusoïdale est appliquée de fréquence  $\omega$ , la réponse de la structure est aussi sinusoïdale de même fréquence. La fonction de réponse en fréquence FRF ou fonction de transfert  $|H(\omega)|$  est simplement le ratio de l'amplitude de réponse  $|Y(\omega)|$  par rapport l'amplitude de l'excitation à l'entrée  $|X(\omega)|$ :

$$|H(\omega)| = \frac{|Y(\omega)|}{|X(\omega)|} \quad (2.1)$$

La fonction du transfert d'un système linéaire est souvent supposée comme une invariante, caractéristique des systèmes mécaniques. Elle ne dépend que des paramètres intrinsèques constants des mécanismes. Cette propriété n'est plus valable dans le cas des systèmes non linéaires car il peut y avoir une dépendance vis-à-vis de la fonction d'entrée  $X(\omega)$ .

Le principe de détection non linéaire est basé sur l'observation des courbes FRF et sur la vérification du respect des hypothèses de linéarisation (superposition, homogénéisation). Une distorsion de FRF aux niveaux des fréquences de résonance de la structure, indique la présence d'un comportement non linéaire. Son analyse, notamment grâce aux diagrammes de Bode et de Nyquist donne généralement plusieurs informations sur la nature de la non linéarité existante.

L'usage d'excitation de type balayage sinus présente deux avantages : l'amplitude de la force transmise est contrôlé avec précision, et la puissance du système d'excitation se concentre avec, là aussi, précision sur une seule fréquence conduisant ainsi à un bon rapport signal/bruit.

A l'aide des moyens de mesures disponibles au laboratoire de fiabilité VALEO deux types de tests de détection de non linéarités sont envisagés :

- Le premier test examine le respect de la propriété d'homogénéisation. Cette méthode consiste à détecter des changements des FRF lorsque le niveau d'excitation augmente, ce qui révèle une source de non linéarité sur la structure.
- Le deuxième test compare les FRF mesurées avec des balayages sinus en montée et descente en fréquence.

Afin de détecter l'impact des non linéarités sur les réponses en fréquence du projecteur puis d'identifier les types de chaque non linéarité, deux essais de transmissibilité ont été préparés (Figure 2-4): le premier montage concerne le projecteur sans glace et sans masque, le deuxième le projecteur complet. Plusieurs accéléromètres sont installés en diverses positions du projecteur (Figure 2-5).



Support vibrant avec les conditions aux limites



Montage 1



Montage 2

Figure 2-4 : Montages d'essais pour la détection de comportements dynamiques non linéaires du projecteur

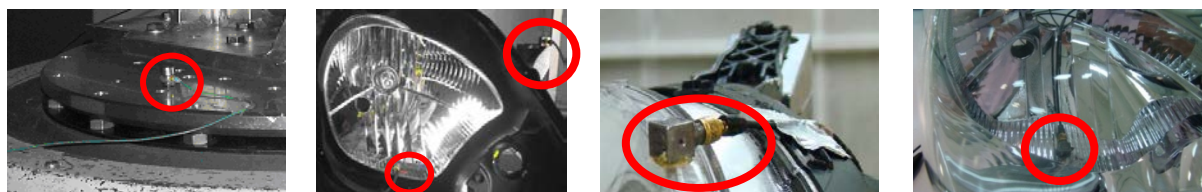


Figure 2-5 : Positions des différents capteurs utilisés

Pour mettre en application la méthodologie de détection des non-linéarités lors des essais, la propriété d'homogénéisation de la fonction de transfert vis-à-vis des différents niveaux d'excitation est utilisée. Les caractéristiques des tests réalisés sont regroupées dans le Tableau 2.1. Les valeurs des accélérations et la plage des fréquences d'excitation utilisées pendant ces tests sont en accord avec l'usage de projecteur dans la condition de roulage de voiture sur une route pavée.

N° Test	Amplitude d'excitation		Fréquence d'excitation	Vitesse de balayage
	verticale			
1	0.6 g		[5 Hz : 250 Hz]	1 Hz / min
2	1 g		[5 Hz : 250 Hz]	1 Hz / min
3	2 g		[5 Hz : 250 Hz]	1 Hz / min

Tableau 2.1 : Caractéristiques des essais de détection de non-linéarités

### 2.2.3 Identification des mécanismes non linéaires

Soit la configuration du montage 2 (Figure 2-4), projecteur complet, avec les tests selon les différentes spécifications de tableau 2. Les différentes FRF mesurées sont présentées dans la Figure 2-7. Le test de détection s'est avéré positif : en effet, FRF mesurées se décalent en amplitude et en fréquences avec le changement de niveau d'excitation. Le système est bien non linéaire.

L'analyse de la variation des FRF fournit des informations subjectives sur les mécanismes des non linéarités présentes. Plusieurs sources de non linéarités sont présentes. Les effets non linéaires suivants sont identifiés, voir la Figure 2-7 :

- Le premier est le raidissement de la structure : le premier pic de résonance voit sa fréquence de projecteur augmenter de 24 Hz à 34 Hz, et son amplitude doubler avec la variation de l'amplitude d'excitation de 0.6g à 2g.

- Le deuxième mécanisme est l'assouplissement caractérisé par une perte de rigidité avec l'augmentation du niveau d'excitation, voir par exemple le pic de résonance autour de 200 Hz. Deux sources de non linéarité peuvent correspondre à ce type de comportement : la présence d'un jeu dans les liaisons ou l'existence d'un phénomène de frottement.

- Le troisième mécanisme est le saut de la fréquence de résonance. Ce comportement non linéaire est dû généralement à la présence d'une non-linéarité de type cubique ou battement, celle-ci peut être mise en évidence en comparant des FRF mesurées pendant un cycle de balayage fréquentiel sinus en montée et en descente (Figure 2-6) :

- Cycle 1, phase de descente en fréquence. Le forçage en balayage fréquentiel démarre du point 1. Avec la diminution de la fréquence d'excitation, l'amplitude de réponse du système augmente jusqu'au point 3, (bifurcation 1), puis jusqu'au saut au point 4 avec une variation brusque de l'amplitude et de la phase. Ensuite l'amplitude de réponse diminue jusqu'au point 5.
- Cycle 2, phase de montée en fréquence. Le forçage en balayage fréquentiel démarre du point 5. L'amplitude de la réponse augmente jusqu'au point 6 (bifurcation 2), pour chuter ensuite vers le point 2. L'amplitude décroît ensuite progressivement jusqu'au point 1.
- Il est clair que le point 6 n'est atteignable que dans le sens croissant des fréquences d'excitation. Entre les deux cycles 1 et 2, se situe la branche instable 3-6 qui n'est pas parcourue dans les deux types de balayages fréquentiels. Une autre caractéristique de ce type de non linéarité est le phénomène de retournement de la courbe de réponse du point 6 au point 3.

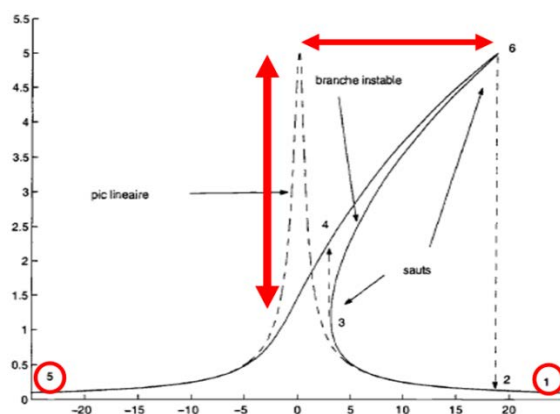


Figure 2-6 : Distorsion d'amplitude d'FRF selon le diagramme Bode :  
Phénomène de saut [MIC 05b], [NGU 14]

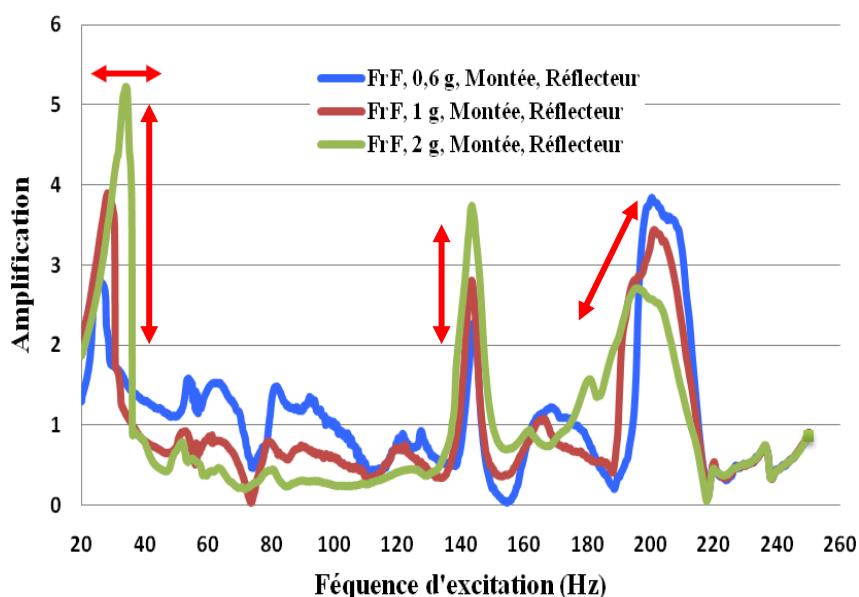


Figure 2-7 : FRF mesurées sur le réflecteur pour différents niveaux d'excitation (montée en fréquence)

Des conclusions analogues ont été tirées après l'examen des FRF mesurées en des points du projecteur autres que ceux du réflecteur. Par exemple, la Figure 2-8 montre les FRF mesurées au niveau de la glace.

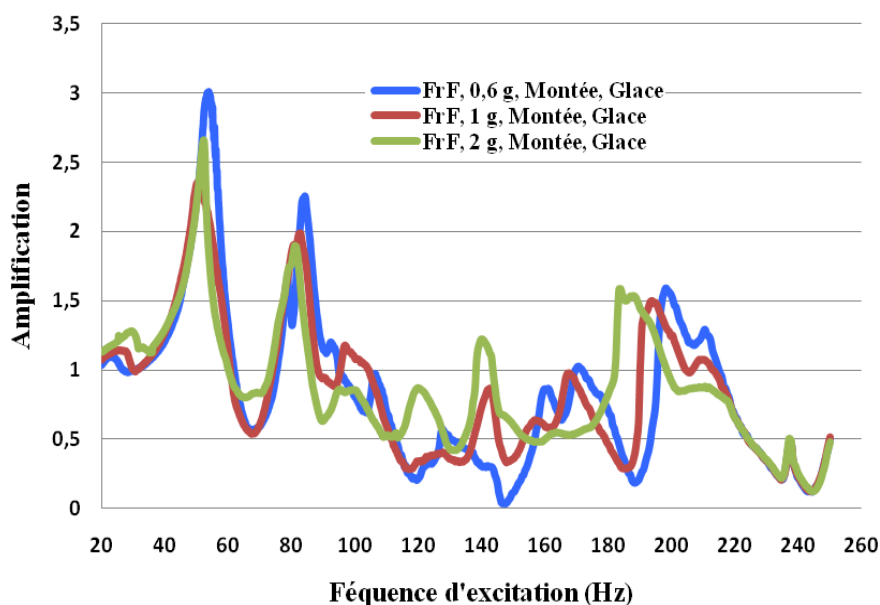


Figure 2-8 : FRF mesurées sur la glace pour différents niveaux d'excitation (montée en fréquence)

En conclusion, les non linéarités présentes dans le projecteur impactent plusieurs pic de résonance et par conséquent les différents modes de déformations liés au réflecteur ou au boîtier. Ce travail d'analyse expérimentale donne accès à la compréhension des phénomènes non linéaires impliqués dans le changement de comportement dynamique et vibratoire des projecteurs.



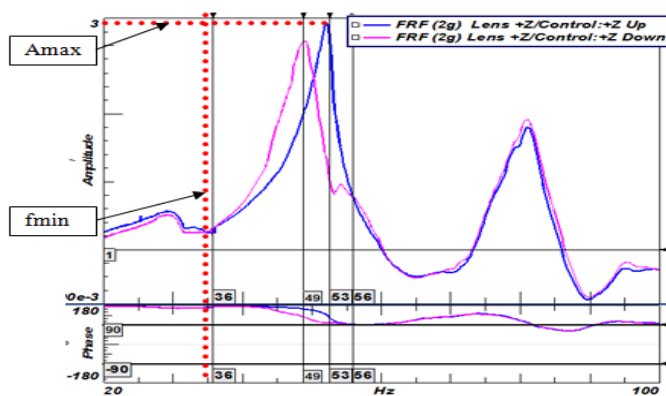
## 2.2.4 Méthode de décision

Pour décider s'il convient d'utiliser un modèle linéaire ou non-linéaire de projecteur automobile, il convient de connaître le degré de non-linéarité de son comportement dynamique. Comme présenté dans le chapitre 1, il y a très peu de tentatives pour quantifier le degré de non-linéarité dans la structure. L'observation subjective des distorsions de FRF est souvent utilisée pour détecter la présence des non linéarités dans les systèmes mécaniques. De plus ces distorsions peuvent être aussi de bons indicateurs pour quantifier l'impact de non linéarités sur la dynamique globale du projecteur. Hot [HOT 12] a proposé deux paramètres pour estimer avec précision cette distorsion : le premier indicateur  $M^a$  s'intéresse à la variation de l'amplification maximale, le deuxième  $M^f$  à l'évolution de la fréquence de résonance sous l'effet d'un non linéarité :

$$M^a = \frac{A_{\max} - A_n}{A_n} \times 100 \quad (2.2)$$

$$M^f = \frac{f_n - f_{\min}}{f_n} \times 100 \quad (2.3)$$

Pour établir une référence pour les indicateurs, une fenêtre est définie pour fixer les deux limites  $A_{\max}$  amplitude maximale et  $f_{\min}$ , fréquence minimum. L'amplitude  $A_n$  à chaque fréquence de résonance  $f_n$  est déterminée. Un exemple de calcul de ces paramètres est présenté dans la Figure 2-9.



Balayage montant :

$$M^a = \frac{3 - 3}{3} \times 100 = 0\%$$

$$M^f = \frac{53 - 36}{36} \times 100 = 47\%$$

Balayage descendant :

$$M^a = \frac{3 - 2.6}{2.6} \times 100 = 15\%$$

$$M^f = \frac{49 - 36}{36} \times 100 = 36\%$$

Figure 2-9 : Estimation des paramètres  $M^a$  et  $M^f$  pour FRF mesurés sur la glace avec un niveau d'excitation de 2 g

Comme cette méthode se base sur la sensibilité de phénomènes non linéaires vis-à-vis du niveau d'excitation imposé, l'idée proposée dans cette thèse est de calculer la différence entre les deux paramètres de décision  $M^a$  et  $M^f$  et ainsi de fixer un critère de décision sur le niveau des variations  $\Delta M^a, \Delta M^f$  tels que :

$$\Delta M^a = M^{a_2} - M^{a_1} = 100 \times A_{\max} \frac{M^{a_1} - M^{a_2}}{M^{a_1} \times M^{a_2}} \quad (2.4)$$

$$\Delta M^f = M^{f_2} - M^{f_1} = 100 \times f_{\min} \frac{M^{f_1} - M^{f_2}}{M^{f_1} \times M^{f_2}} \quad (2.5)$$

Le critère de décision est choisi à travers une quantification des distorsions identifiées pour différents niveaux d'excitation. L'approche est basée sur le suivi de la variation de deux paramètres  $\Delta M^f$  et  $\Delta M^a$  entre un balayage montant et descendant pour chaque niveau d'excitation. Soit à nouveau l'exemple de la Figure 2-9, pour un même niveau d'excitation (2g),  $\Delta M^a = 15\%$  et



$\Delta M^f = 11\%$ . Pour la suite de la thèse le critère de robustesse d'hypothèse de linéarisation est vérifié si seulement si  $\Delta M^a$  et  $\Delta M^f < 15\%$ . Sinon la présence d'une non linéarité est un élément à ne pas négliger.

Pour mieux appréhender la démarche, les FRF mesurées sur le réflecteur et tracées dans la Figure 2-7 sont prises pour application du critère. Les types de non linéarités détectés impactent toutes les fréquences de résonance du projecteur. Dans le cas des projecteurs, la première fréquence de résonance joue un rôle important dans le processus de vérification et de validation des modèles numériques surtout si elle est inférieure à 40 Hz. Pour ces raisons, l'analyse a été concentrée seulement sur les phénomènes non linéaires détectés au niveau de la première fréquence de résonance du réflecteur (Figure 2-10)

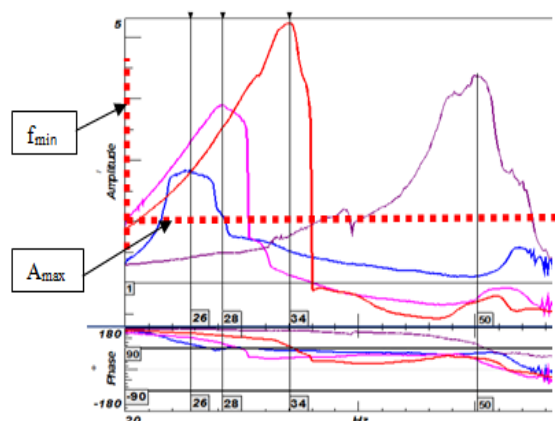


Figure 2-10 : Paramètres de décisions pour une mesure sur le réflecteur. Violet : 4g; Rouge : 2g; Rose : 1g; Bleu : 0.6g.

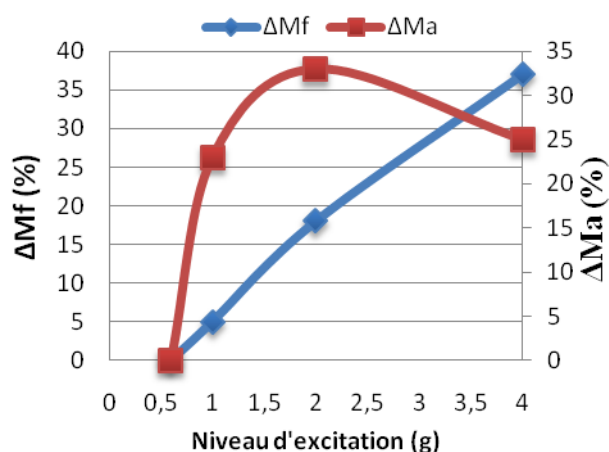


Figure 2-11 : Variation des paramètres de décision vs réponse mesurée à 0.6g

Les valeurs des indicateurs retenus sont regroupées dans le Tableau 2.2. Les deux indicateurs d'amplitude et de fréquence augmentent respectivement, de -27 % à -52% et de 23 % à 60 % avec l'amplitude d'excitation.

Niveau d'excitation (g)	$A_{max}$	$f_{min}$ (Hz)	$A_n$	$f_n$ (Hz)	$M^a$ (%)	$M^f$ (%)	$\Delta M^a$ (%)	$\Delta M^f$ (%)
0,6	2	20	2,75	26	-27	23	0	0
1	2	20	4	28	-50	28	23	5
2	2	20	5	34	-60	41	33	18
4	2	20	4,2	50	-52	60	25	37

Tableau 2.2: Indicateurs de décision pour la première fréquence de résonance du réflecteur

Une fois les paramètres de décision calculés, leur variation par rapport au niveau d'excitation le plus faible (0.6g) est alors évalué. L'évolution de la différence d'amplification et de fréquence de résonance aux alentours de la première fréquence de résonance de réflecteur prouve la distorsion pour un niveau d'excitation supérieure à 0.6. En effet même pour le niveau d'excitation de 1g,  $\Delta M^f = 5\%$  et  $\Delta M^a = 23\%$ . Le critère décisionnel de non linéarité n'est dépassé que pour l'amplitude. Dans ce cas l'hypothèse de linéarisation n'est plus valable et le modèle numérique linéaire n'est forcément plus satisfaisant pour tous les niveaux d'excitation supérieurs à 0.6g.

## 2.3 Caractérisation du comportement non linéaire

Après avoir détecté les différents types de non linéarités (frottement, jeu, cubique) susceptibles d'être présents dans les projecteurs et ainsi connaître les différents mécanismes associés (raidissement, assouplissement, saut), il est intéressant par la suite d'étudier plus précisément la variation des propriétés des pièces de liaison en termes de raideur et d'amortissement sous une sollicitation cyclique à petite amplitude. L'étude expérimentale est menée sur les différentes pièces de liaison présentées dans la Figure 2-2. Le but est d'étudier la dépendance des propriétés mécaniques de ces composants (vis de réglage horizontal, capsule cylindrique et point fixe, capsule sphérique) vis-à-vis de la fréquence et de l'amplitude d'excitation.

### 2.3.1 Dispositifs expérimentaux

Le banc d'essai pour les tests de caractérisation radiale se compose d'un support (Figure 2-12) et de trois montages, Figure 2-13, 2.14 et 2.15. Comme la liaison présentée Figure 2-16 est de type linéaire-annulaire, la caractérisation est faite selon les sens glissant et bloquant. Par contre la liaison testée avec le montage 3 présente une cinématique de type sphérique, en conséquence la caractérisation a été effectuée seulement dans une seule direction.



Figure 2-12 : Support d'essai de caractérisation



Figure 2-13 : Photo du montage 3

Pour bien mesurer les efforts de contact radiaux selon la direction d'excitation, deux pièces de liaisons sont montées symétriquement pour éviter la flexion et garder les efforts transverses. La force mesurée est à diviser par 2 pour atteindre la force de restitution radiale d'une seule pièce de liaison.

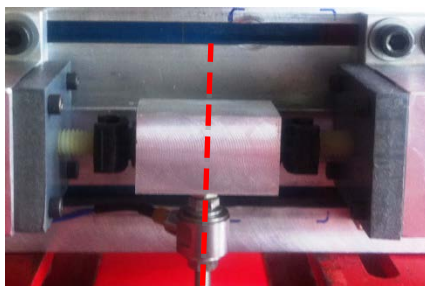


Figure 2-14 : Photo du Montage 1, direction glissante

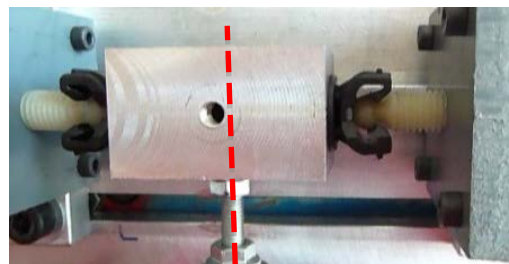


Figure 2-15 : Photo du Montage 2, direction bloquante

Ces différentes pièces de liaisons sont conçues comme des composants standards susceptibles d'équiper d'autres types de projecteur. Ainsi la caractérisation expérimentale menée est utile aussi pour établir les modèles de ces autres projecteurs.



Figure 2-16 : Liaison de type linéaire annulaire

### 2.3.2 Mesures

Les différents montages avec le support sont placés sur un pot électrodynamique de 4700N capable d'amplitudes de 50 mm crête-à-crête, comme représenté sur la Figure 2-17.

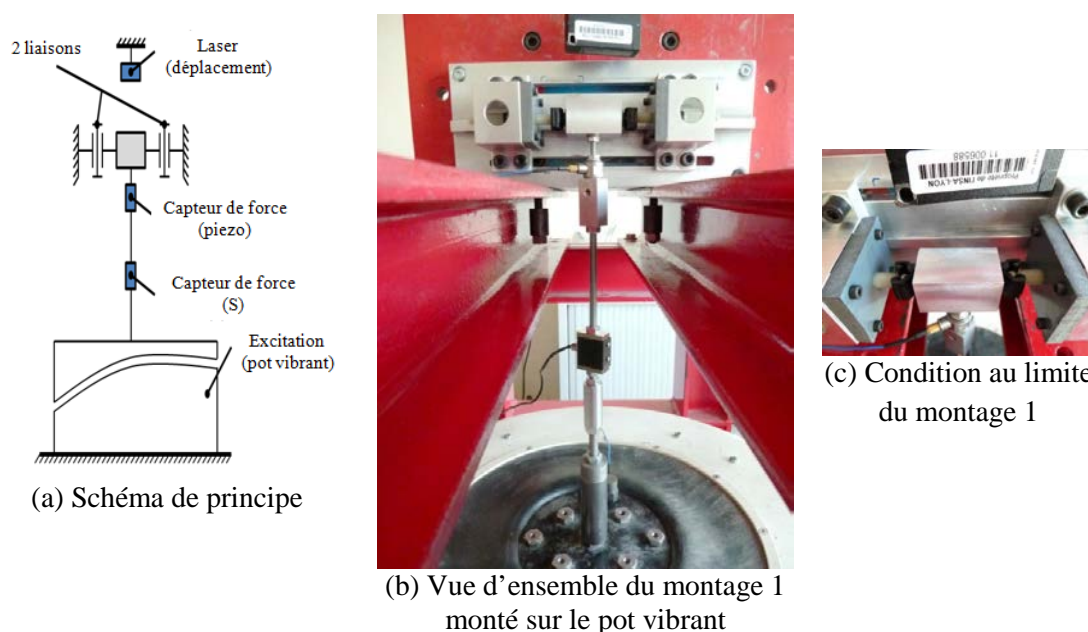


Figure 2-17 : Dispositif utilisé pour les essais de caractérisation

La position du bloc qui tient les pièces de liaison est mesurée avec un capteur laser. Un capteur piézoélectrique mesure la force transmise à ce même bloc et enfin un capteur de force à jauges de déformation de type S placé entre le capteur piézoélectrique et le pot vibrant indique la pré-charge imposée. Les tests sont effectués sans pré charge initiale. L'excitation sinusoïdale est définie par le déplacement  $u$  d'amplitude  $u_0$  et de fréquence  $f$  :

$$u = u_0 \sin(2\pi ft) \quad (2.6)$$

Les essais sont réalisés sur une plage de fréquence de 2 à 90 Hz pour plusieurs amplitudes d'excitation  $u_0$  de 0.2 à 0.7 mm. Les amplitudes de déplacement mesurées avec les trois types de montages 1, 2 et 3, figurent respectivement dans les Tableau 2.3, Tableau 2.4 et Tableau 2.5. La plage correspondant aux sollicitations dynamiques des liaisons dans la configuration réelle du projecteur est définie entre 1g et 4g (valeurs en vert).

$u_0$ (mm) /f(Hz)	2	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
0,2	0,01	0,02	0,03	0,1	0,3	0,5	0,8	1	1,5	2	2,5	3	3,8	4,5	5	6	7	8	9	10
0,3	0,01	0,03	0,05	0,2	0,4	0,7	1	1,7	2	3	3,8	4,7	5,7	7	8	9	10	12	13	15
0,4	0,01	0,04	0,06	0,2	0,6	1	1,5	2,2	3	4	5	6	7,6	9	11	12	14	16	18	20
0,5	0,01	0,05	0,08	0,3	0,7	1,2	2	2,8	4	5	6,3	8	9,5	11	13	15	18	20	23	25
0,6	0,02	0,06	0,09	0,4	0,8	1,5	2,3	3,3	4,6	6	7,6	9	11	13	16	18	21	24	27	30
0,7	0,02	0,07	0,1	0,4	1	1,7	2,7	3,9	5	7	9	11	13	16	18	21	25	28	32	35

Tableau 2.3 : Plan d'expérience pour la caractérisation avec le montage 1 dans le sens glissant.

$u_0$ (mm) /f(Hz)	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
0,2	0,1	0,3	0,5	0,8	1	1,5	2	2,5	3	3,8	4,5	5	6	7	8	9	10

Tableau 2.4 : Plan d'expérience pour la caractérisation avec le montage 2 dans le sens bloquant

$u_0$ (mm) /f(Hz)	2	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
0,2	0,01	0,03	0,1	0,3	0,5	0,7	1	1,5	2	2,5	3	3,8	4,5	5	6
0,3	0,01	0,05	0,2	0,4	0,7	1	1,7	2,3	3	3,8	4,7	5,7	6,8	8	9
0,4	0,01	0,06	0,2	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7,6	9	11	12
0,45	0,01	0,07	0,3	0,6	1	1,7	2,5	3,4	4,5	5,7	7	8,5	10	12	14
0,5	0,01	0,08	0,3	0,7	1	2	2,8	3,8	5	6,3	7,8	9,5	11	13	15

Tableau 2.5: Plan d'expérience pour la caractérisation avec le montage 3

Un lissage des signaux temporels est mené par l'application d'un algorithme de Golay-Savitzky avec une régression cubique sur 5 points et un polynôme de degré 3 pour prendre en compte des points d'inflexion. Chaque signal  $y(t)$  est lissé selon la formule :

$$y_i = \frac{1}{35}(-3y_{i-2} + 12y_{i-1} + 17y_i + 12y_{i+1} - 3y_{i+2}) \quad (2.7)$$

avec  $(h = t_{i+1} - t_i)$  :  $h$  le pas égal à 1/2048 secondes qui correspond à la fréquence d'acquisition des mesures.

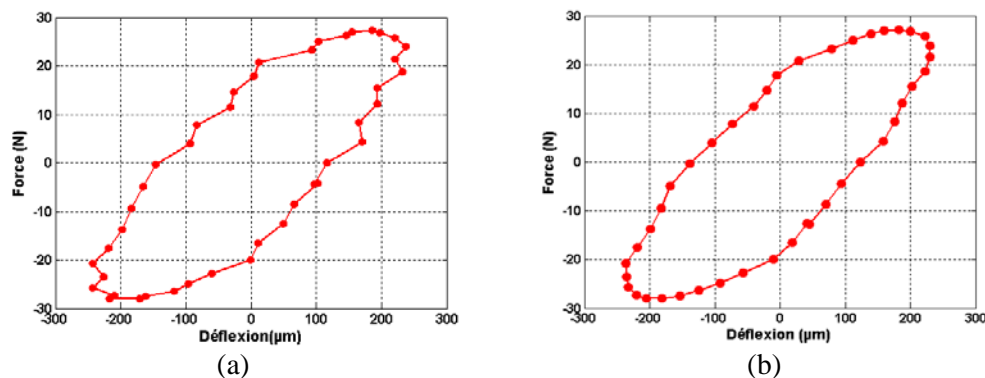


Figure 2-18 : Courbe brute (a) et lissée (b) pour le montage 2 à 50 Hz

La valeur mesurée au niveau du capteur de force piézoélectrique est la somme de la force d'inertie de l'équipage mobile et de la force de liaison:

$$F_{\text{Mesuré}}(t) = F_{\text{Liaison}}(t) + F_{\text{Inertie}}(t) \Rightarrow F_{\text{Liaison}}(t) = F_{\text{Mesuré}}(t) - m\ddot{u}(t) \quad (2.8)$$

Sous une excitation harmonique de type sinusoïdal, et sous l'hypothèse que ce mouvement soit bien respecté, le terme d'accélération est:

$$\ddot{u}(t) = -u_0 \omega^2 \sin 2\pi ft = -\omega^2 u(t) \quad (2.9)$$

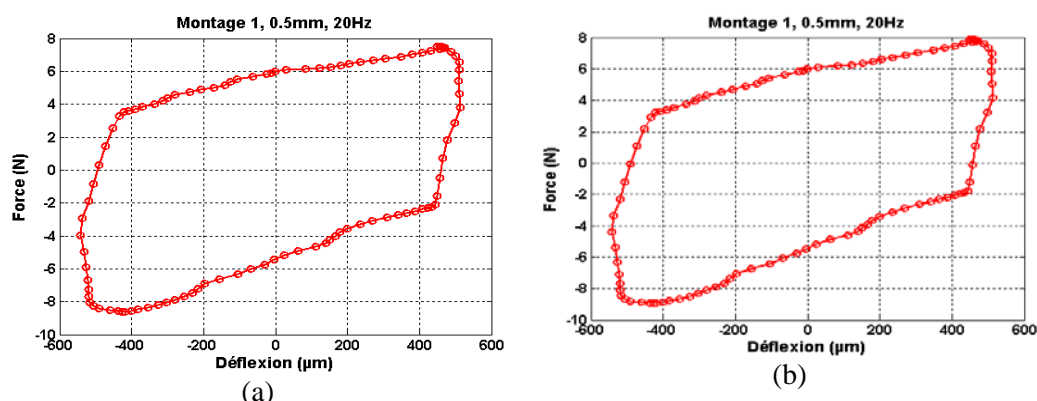


Figure 2-19. Montage 1, 20 Hz, 0.05mm, capteur piézoélectrique.  
Boucle effort-déflexion avec (a) et sans (b) l'effort d'inertie du montage

A basse fréquence, le terme d'inertie est négligeable et ses effets ne sont pas perçus, Figure 2.19. Ce terme augmentant avec le carré de la fréquence il devient en revanche rapidement important et non-négligeable et les courbes deviennent inexploitables s'il n'est pas déduit (Figure 2-20).

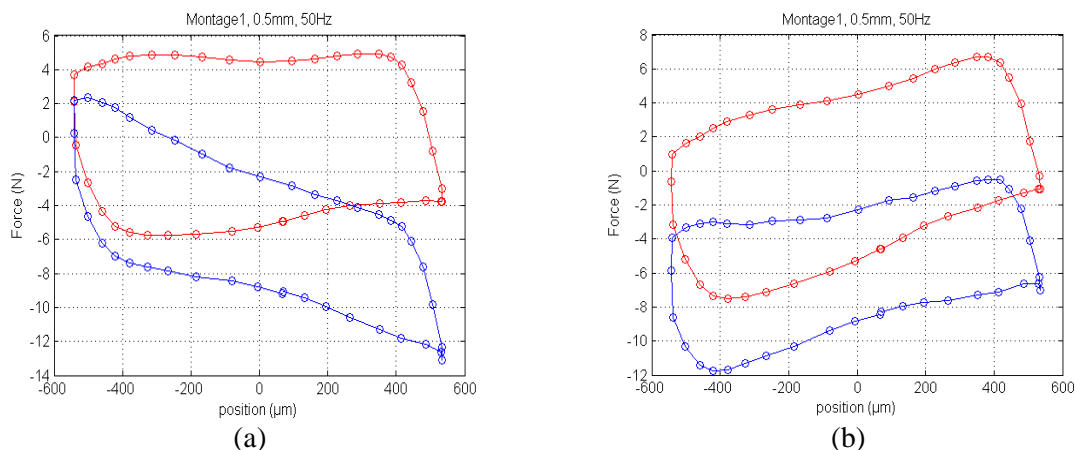


Figure 2-20. Montage 1, 50 Hz et 0,5 mm,  
capteur de force piézoélectrique (Trait rouge) et capteur de force en S (trait bleu).  
Boucle forces-déflexion avec (a) et sans (b) l'effort d'inertie.

### 2.3.3 Identification des paramètres non linéaires

L'objectif final de la phase de caractérisation est de fournir aux ingénieurs de simulation des mesures de paramètres pour chaque type de liaison afin d'améliorer les modèles numériques (1D et 3D) à travers un réglage des modèles de contact. Les valeurs de raideur et d'amortissement de chaque liaison ont été identifiées par l'intermédiaire de trois méthodes de traitement: raideur complexe, Lissajous et Kelvin-Voigt, voir le premier chapitre.

#### 2.3.3.1 Résultats de la vis de réglage : sens glissant

Il s'agit d'étudier la variation des paramètres de contacts, raideur et amortissement, avec l'excitation externe et ainsi connaître la formulation de contact excitant. Deux configurations des essais de caractérisation ont été réalisées : essai à fréquence d'excitation fixe avec une variation des amplitudes d'excitation et des essais à amplitude fixe pour des multiples fréquences d'excitation.



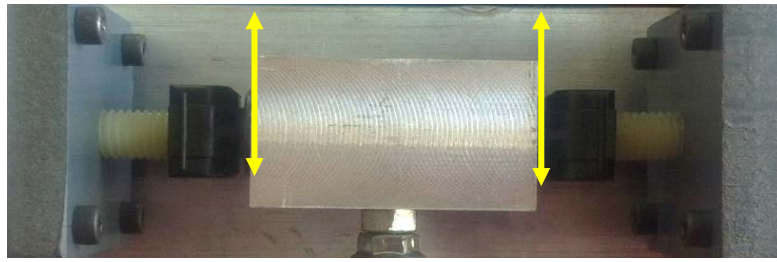
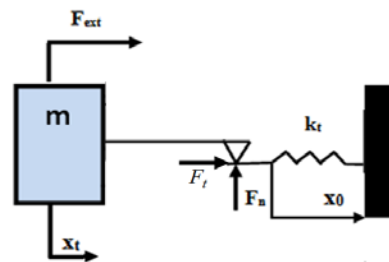


Figure 2-21 : Conditions aux limites d'essai de caractérisation avec le montage 1 (solllicitation radiale et verticale)

### • Influence d'amplitude d'excitation

Les boucles force-déflexion mesurées et tracées dans la Figure 2-22 montrent bien des alternances d'état de contact collant-glissant et des raideurs faible/forte caractéristiques des deux états. Ce comportement peut être modélisé avec le modèle de frottement de Masing :



A fréquence fixe, les portions de courbes sont quasi-parallèles entre elles, signe que leurs différentes raideurs ont des valeurs proches. La forme de ses boucles d'hystérésis indique la présence d'un phénomène non linéaire de type frottement.

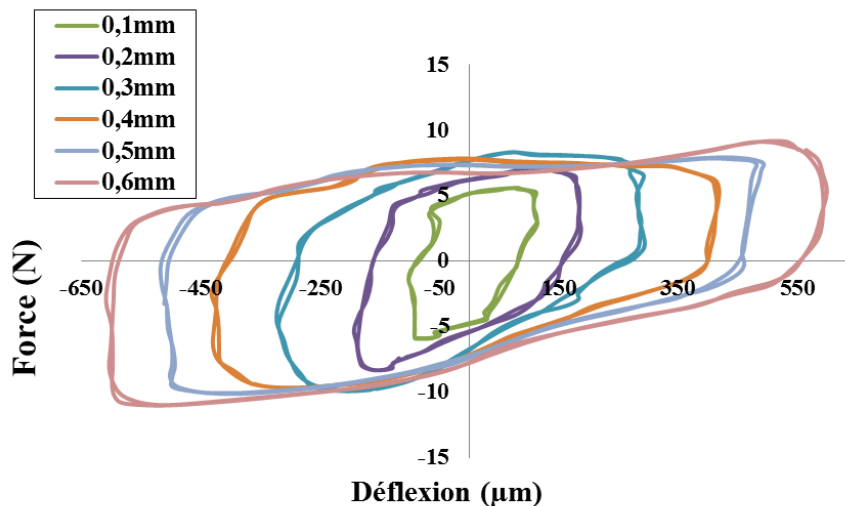


Figure 2-22 : Boucles d'hystérésis mesurées avec le montage 1 à une fréquence fixe de 33 Hz et pour différents niveaux d'amplitude d'excitation. Modèle Masing (traits pointillés)

La forme d'hystérésis, fait apparaître une rigidification (Figure 2-23) indice de l'existence d'une raideur qui s'ajoute aux raideurs de liaison au moment de la phase de glissement. Pour décrire ce comportement complexe, le modèle d'Al Majid et Dufour [ALM 20] peut être utilisé. Ce modèle repose sur l'identification des paramètres de contact en se basant sur l'analyse des asymptotes qui délimitent l'évolution de la force de restitution qui évolue selon le modèle Masing.

L'angle vif n'existe pas forcément à tout passage état bloquant – état glissant: le décollement progressif et le lissage des courbes l'expliquent. Les paramètres du modèle de Masing (raideurs de glissement et de blocage) sont identifiés pour reproduire les boucles d'hystérésis mesurées. Seulement à partir de quatre points expérimentaux, les différentes pentes sont identifiées. La Figure 2-24, montre trois cas de boucles mesurées et simulées avec le modèle de Masing, pour des mesures aux amplitudes 0.3, 0.5 et 0.7 mm et pour une fréquence fixe de 20 Hz.

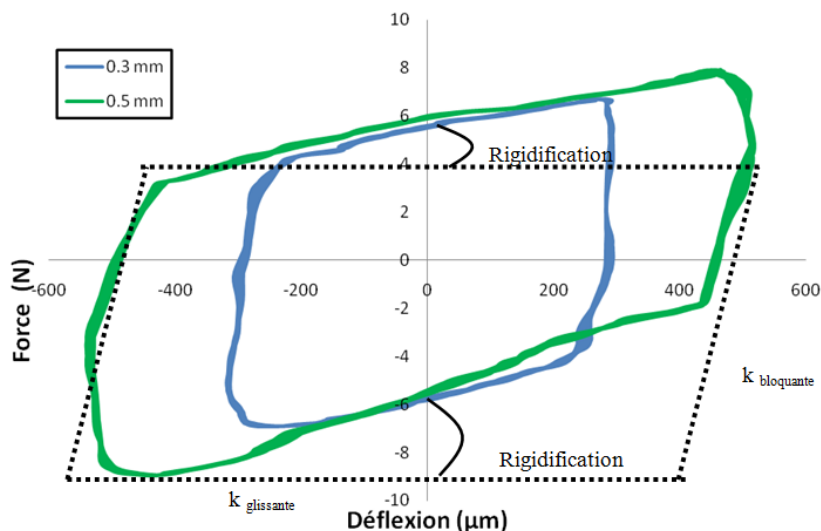


Figure 2-23 : Courbes d'hystérésis mesurées avec le montage 1 à une fréquence fixe de 20 Hz et pour différents niveaux d'amplitude d'excitation sans phénomène de rigidification

Jusqu'à un niveau d'accélération inférieur à 1.2 g, le modèle de Masing traduit bien l'évolution de la courbe d'hystérésis mesurée. Cependant au-delà de ce niveau d'accélération, la forme d'hystérésis se complexifie avec l'apparition d'un phénomène de dépassement (Figure 2-25). Bliman [BLI 95] et Canudas [CAN 95] ont proposé un modèle permettant la description d'un dépassement d'ordre 1. Ce phénomène de dépassement a été bien expliqué dans la thèse d'Elsa Piollet [PIO 14] pour modéliser le comportement en cisaillement du matériau enchevêtré-réticulé.

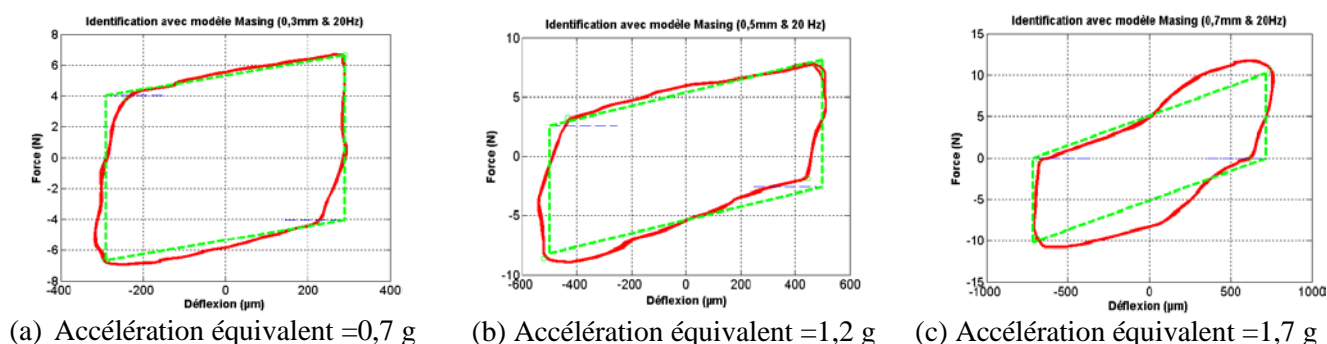


Figure 2-24 : Boucles force - déflexion mesurées (traits pleins rouges) et boucles d'hystérésis simulées avec le modèle (traits pointillés verts)

Cependant dans le cas de glissement de capsule dans la vis de réglage, il peut avoir une perte de la condition de symétrie de montage de caractérisation de deux capsules qui entraîne une raideur supplémentaire à la raideur de glissement initiale. Cela peut expliquer l'apparition du phénomène de dépassement à cause de l'indentation des pièces. Comme dans la suite de la thèse ces hypothèses sont favorisées face aux explications liées à un comportement des matériaux, le modèle de Masing est estimé suffisant pour décrire les phénomènes de frottement.

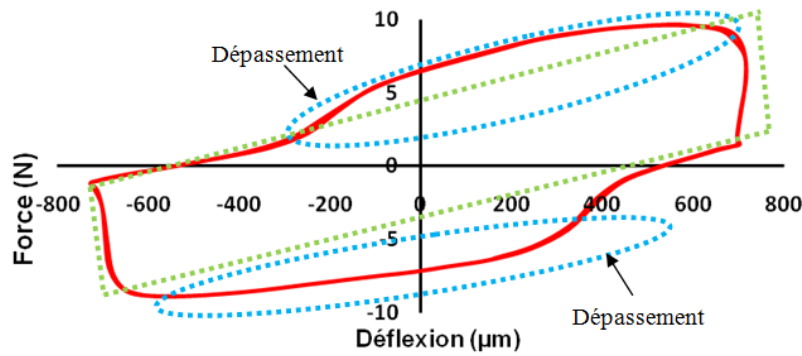


Figure 2-25 : Courbes hystérésis mesurées du montage 1 à une fréquence de 40 Hz pour une amplitude de 0.7 mm (rouge).

Le Tableau 2.6, présente les paramètres identifiés pour l'essai de caractérisation du montage 1 pour deux différentes amplitudes d'excitation de 0.3 et 0.5 mm à une fréquence fixe de 20 Hz (Figure 2-23). En faisant l'hypothèse, que les pentes horizontales et verticales correspondent respectivement aux états bloquant et glissant, une valeur moyenne de deux pentes horizontales supérieures et inférieures correspond donc à une estimation de raideur glissante. De la même façon, des deux pentes des verticales est déterminée une valeur moyenne de raideur bloquante.

	0,3 mm	0,5 mm	Différence (e %)
$k_{(bloquant)} (N / m)$	$2,1 \cdot 10^5$	$9,6 \cdot 10^5$	78
$k_{(glissant)} (N / m)$	$5,2 \cdot 10^3$	$6,3 \cdot 10^3$	17

Tableau 2.6: Raideur de contact évaluée avec le modèle d'identification pour le montage 1 pour une fréquence fixe 20 Hz et pour deux amplitudes d'excitation (0.3 et 0.5 mm)

Les valeurs moyennes de  $k_{bloquante}$  et  $k_{glissante}$  varient entre  $e=78\%$  et  $e=17\%$  pour les deux niveaux d'excitation 0.3 mm et 0.5mm. Ces premiers résultats montrent que les raideurs de glissement sont moins dépendantes de l'amplitude d'excitation que les raideurs bloquantes.

Pour mieux comprendre l'évolution des paramètres d'hystérésis, une deuxième configuration de test a été réalisée. Cette fois, l'amplitude d'excitation varie entre 0.2 et 0.7 mm pour une fréquence d'excitation égale à 33 Hz, qui correspond à une variation d'accélération équivalente entre [1,3g : 4,7g]. La fréquence d'excitation de 33Hz correspond à la première fréquence de résonance de projecteur complet mesurée au niveau de réflecteur. Le Tableau 2.7, présente les valeurs moyennes des paramètres identifiés durant ce test.

Amplitude d'excitation (mm)	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$k_{(bloquant)} (N / m)$	2,3E+05	2,2E+06	3,0E+06	2,8E+06	1,6E+06	7,0E+03
$k_{(glissant)} (N / m)$	1,0E+04	1,5E+04	5,4E+03	2,7E+03	5,7E+03	1,0E+05

Tableau 2.7 : Paramètres identifiés pour le modèle d'hystérésis sans dépassement pour le montage 1 à une fréquence fixe de 33 Hz

La Figure 2-26 présente l'évolution de la valeur moyenne de la raideur bloquante avec l'augmentation d'amplitude d'excitation. D'après ces mesures, la fonction décrivant la courbe de tendance de raideur bloquante a pour expression un polynôme du deuxième degré :

$$k_{bloquante} = -4,7 \cdot 10^7 u^2 + 4,2 \cdot 10^7 u - 6 \cdot 10^6 \quad N / m \quad (2.10)$$



La raideur bloquante augmente de l'état glissant pour  $u < 0,3 \text{ mm}$  et  $u > 0,7 \text{ mm}$  à un état mi-bloquant mi-glissant ( $u = 0,4 \text{ mm}$ ). L'état glissant fait augmenter le déplacement relatif entre les surfaces de la capsule et de la vis de réglage.

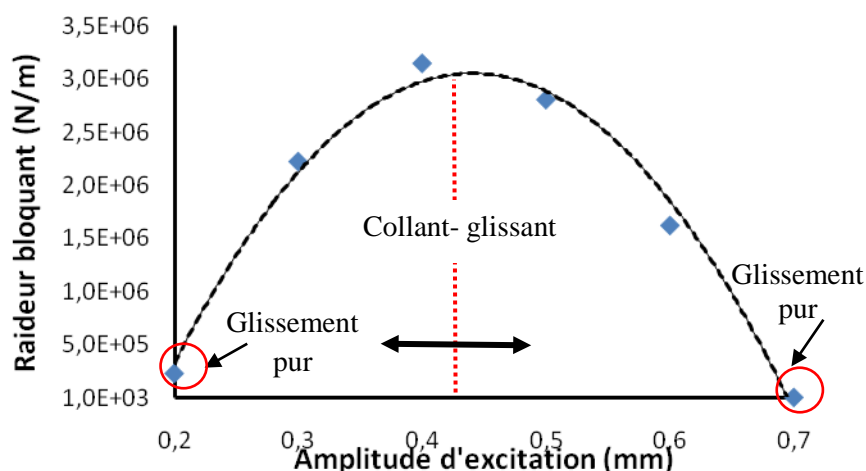


Figure 2-26 : Raideur bloquante identifiée pour les mesures à une fréquence fixe de 33 Hz

Le polynôme du second degré, voir l'équation 2.10 peut modéliser la loi de contact liant les déplacements aux efforts extérieurs. Cette formulation non linéaire est assez complexe à introduire dans une modélisation par éléments finis. Une autre approche sera proposée dans le chapitre 4 pour balayer cette difficulté.

Cependant dans l'état glissant, les raideurs mesurées évoluent différemment car une loi linéaire est utilisable, (Figure 2-27).

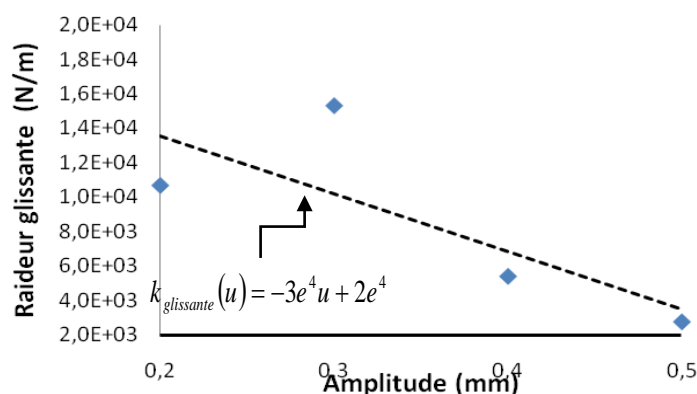


Figure 2-27 : Identification de loi de raideur glissante pour une fréquence fixe de 33 Hz

En conclusion, la force de contact dans le cas de frottement est une fonction composée de deux parties : une linéaire, liée à l'état de glissement et une autre non linéaire, qui traduit l'effet de frottement et la transition de l'état glissant à l'état bloquant.

### • Influence de fréquence d'excitation

La Figure 2-28 montre l'évolution des boucles mesurées pour différentes fréquences d'excitation. Un phénomène de changement de signe de la pente glissante et bloquante apparaît dès qu'une fréquence de 40 Hz est atteinte et pour un niveau d'excitation égale à 0.5 mm (Figure 2-29). Ce phénomène correspond à une disparition de la phase bloquante et la domination d'un état glissant au cours duquel la vis de réglage horizontal est tout le temps en glissement dans sa capsule.

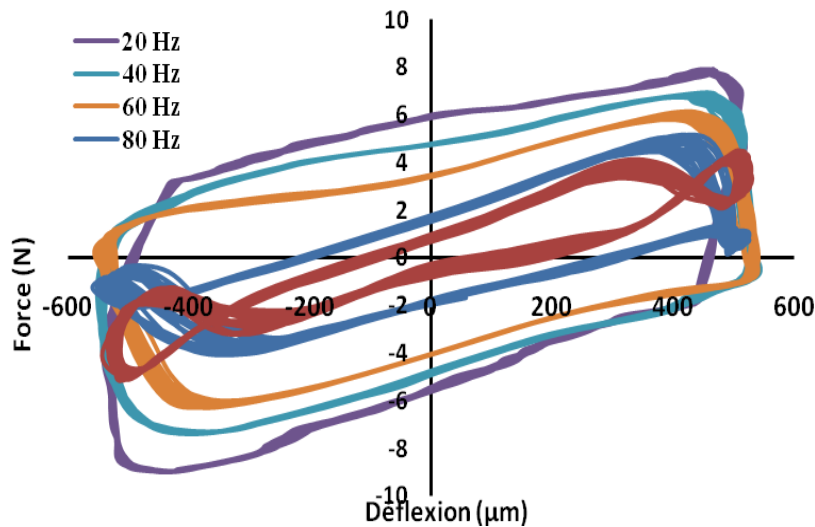


Figure 2-28 : Boucles force-déflexion mesurées avec le montage 1 à une amplitude fixe de 0.5 mm et pour différentes fréquences d'excitation

Dans la plupart des tests, le modèle de Masing a été suffisant pour cadrer la forme des boucles mesurées et pour prévoir les raideurs bloquantes et glissantes (Figure 2-29).

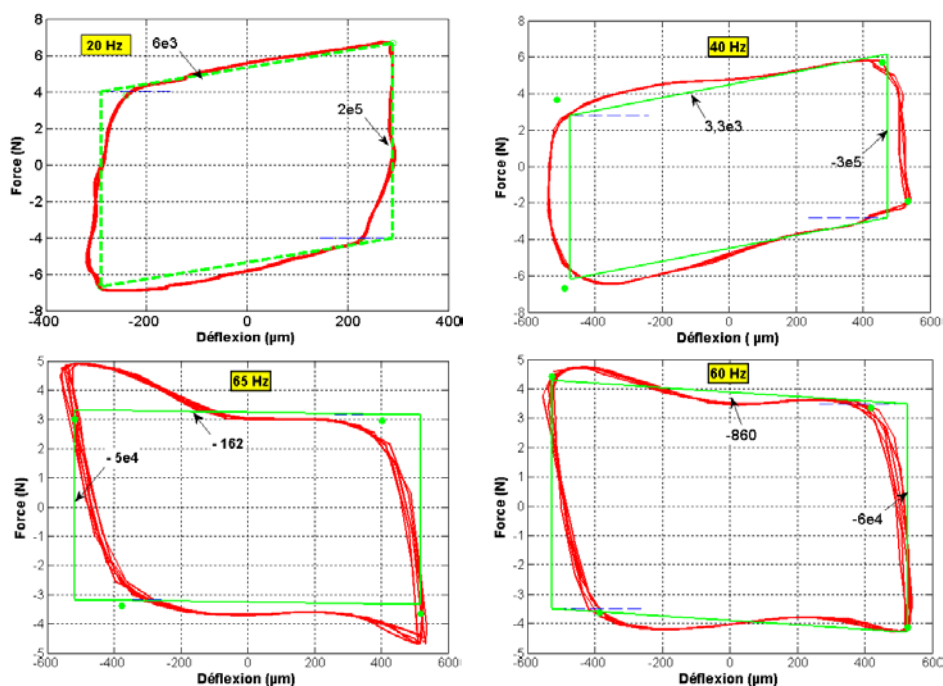


Figure 2-29 : Boucles d'hystérésis mesurées (traits pleins rouges) et boucles d'hystérésis simulées (traits pointillés verts)

L'expression de la fonction décrivant la courbe de tendance de la raideur bloquante pour toute la plage de fréquence de 20 Hz à 85 Hz (Figure 2-30) est la suivante :

$$k_{bloquante}(f) = 6 \times f^3 - 772 \times f^2 + 1,7e4 \times f + 2e^5 \quad (2.11)$$

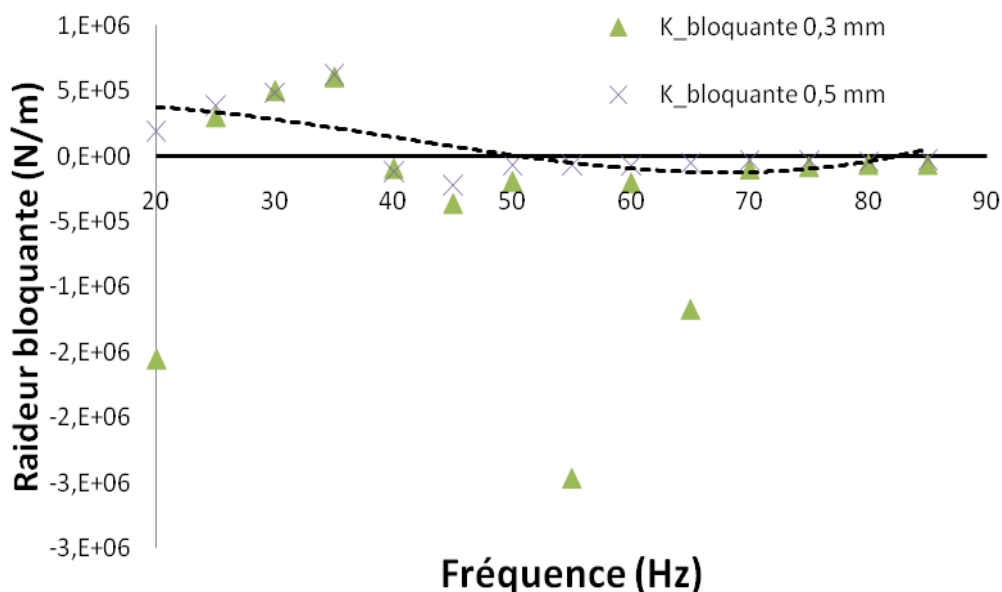


Figure 2-30 : Raideur bloquante identifiée pour deux niveaux d'amplitude (0.3 mm et 0.5 mm), les pointillés en noir sont la courbe tendance

Les raideurs bloquantes dépendent fortement de la fréquence d'excitation car au-delà de 35 Hz toutes les valeurs de raideurs bloquantes deviennent négatives signe de la disparition de la phase bloquante. Pour bien comprendre ce phénomène, la Figure 2-31 montre l'évolution de la raideur bloquante que dans la zone de fréquence de 20 Hz à 35 Hz.

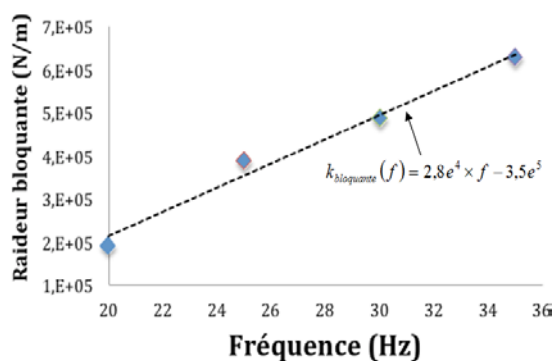


Figure 2-31 : Raideur bloquante pour des niveaux d'amplitude égale à 0.5 mm

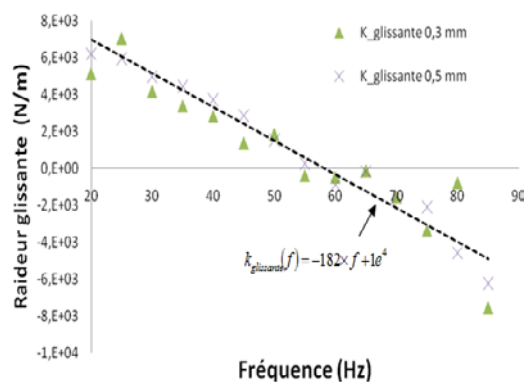


Figure 2-32 : Raideur glissante pour des amplitudes (0.3 mm et 0.5 mm)

Par contre, la raideur glissante est peu sensible à la fréquence d'excitation (voir Figure 2-32), surtout dans la plage des projecteurs [5Hz : 250 Hz]

En conclusion, l'effet de la fréquence sur les valeurs de raideurs glissantes et bloquantes dans la plage de 20 Hz à 45 Hz peut être modélisé par deux lois :

$$\begin{cases} k_{bloquante}(f) = 2,8e^4 \times f - 3,5e^5 \\ k_{glissante}(f) = -182 \times f + 1e^4 \end{cases} \quad (2.12)$$

### • Modèle retenu pour la vis de réglage sens glissant

Grâce aux deux études expérimentales précédentes, les raideurs glissantes et bloquantes sont estimées grâce aux deux lois en amplitude et fréquence d'excitation données par l'équation 2.13 et tracées dans la Figure 2-33 :

$$\begin{cases} k_{\text{bloquante}}(u, f) = 1,4e^7 \times u + 2,8e^4 \times f - 3,5e^5 \\ k_{\text{glissante}}(u, f) = 3e^4 \times u - 182 \times f + 1e^4 \end{cases} \quad (2.13)$$

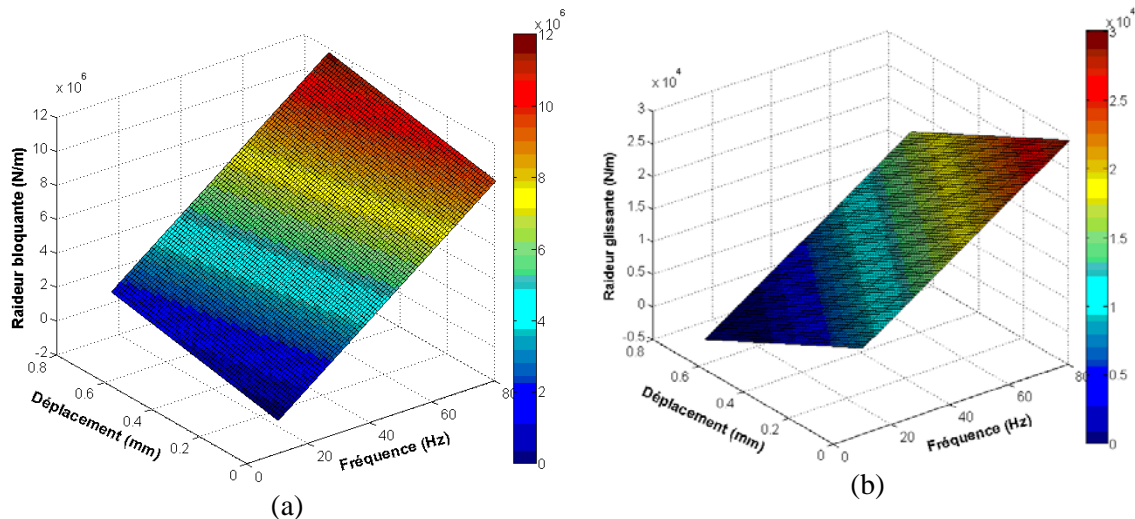


Figure 2-33 : Estimation des raideurs bloquante (a) et glissante (b) avec les lois identifiées expérimentalement

#### 2.3.3.2 Résultats vis de réglage : sens bloquant

Dans cette configuration de test du montage 2 (Figure 2-34), peu de glissement est possible entre capsule et vis de réglage en contact. La raideur et l'amortissement de contact dépendent majoritairement de la flexibilité des matériaux des deux pièces. La liaison testée se dégrade rapidement et les états de surfaces se détériorent même pour de faibles niveaux d'excitation (0.2mm). Cela ne pose pas de souci pour continuer à faire les tests sur ce montage car la liaison reste pincée par contre le nombre des essais est à réduire. Pour ces raisons seule l'influence de fréquence d'excitation est expérimentée.

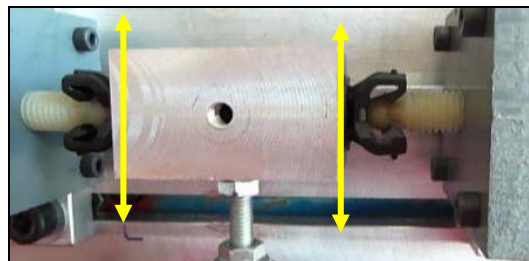


Figure 2-34 : Photo du Montage 2. Liaison vis/capsule dans le sens bloquant

## • Influence de fréquence d'excitation

La Figure 2-35 présente les boucles mesurées pour un déplacement de 0.25 mm et pour des fréquences d'excitation de 20 à 90 Hz. Le modèle viscoélastique supposé pour cette liaison s'avère approprié et l'algorithme d'identification réussit à bien estimer les paramètres cherchés (Figure 2-36).

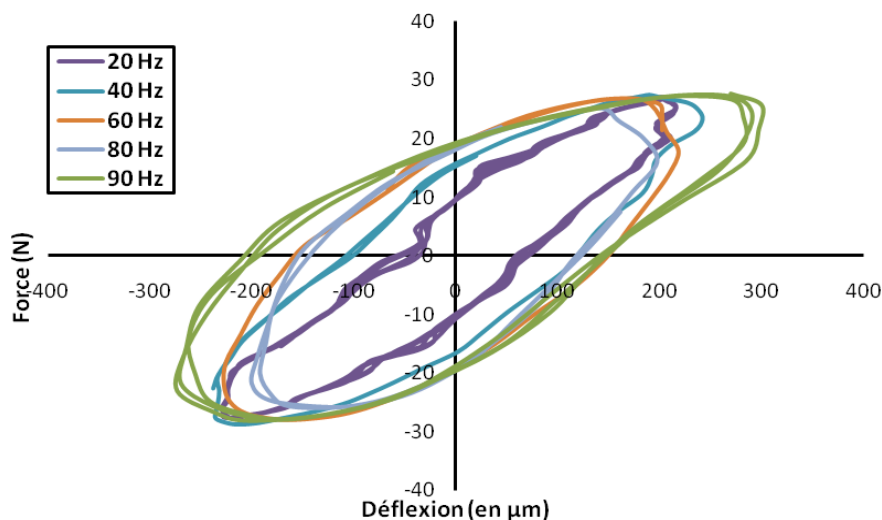


Figure 2-35 : Montage 2. Boucles mesurées à une amplitude fixe de 0.25 mm et pour des fréquences de 20 à 90 Hz

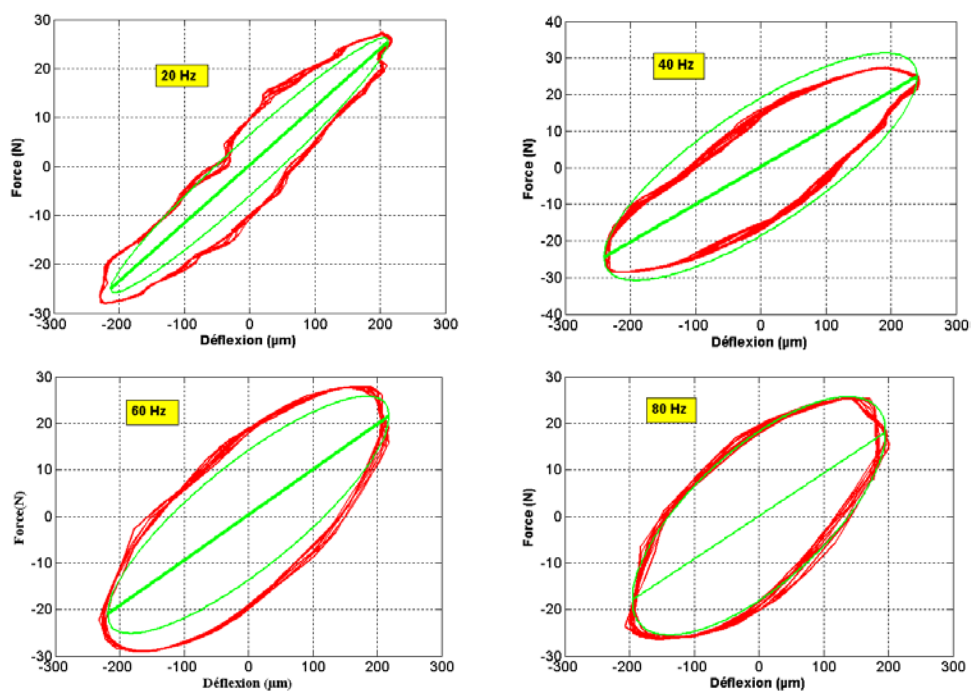


Figure 2-36 : Boucles forces-déflexion mesurées pour le montage 2, (traits rouges) et simulées avec un modèle viscoélastique (traits verts)

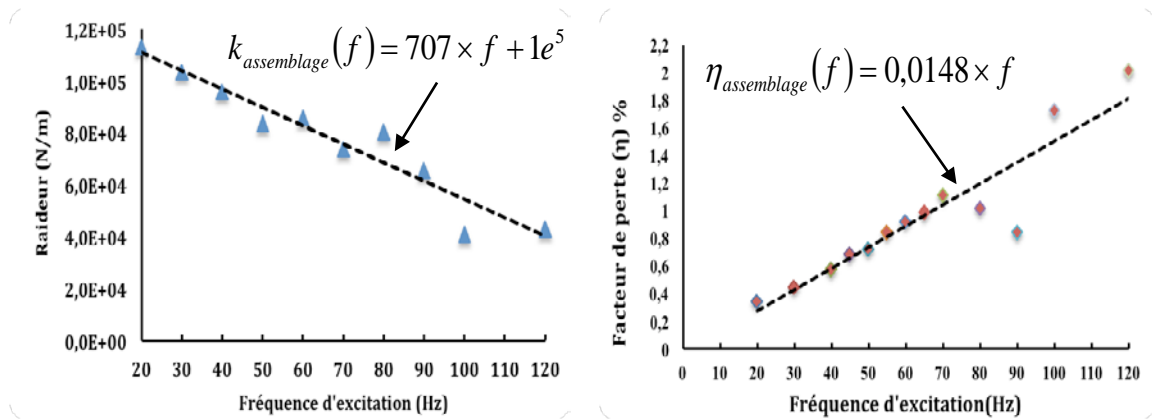


Figure 2-37 : Raideur (a) et facteur de perte (b)

- **Modèle retenu pour la vis de réglage sens bloquant**

La raideur de liaison dépend de la fréquence d'excitation du fait que la sensibilité est de l'ordre de 707. Le facteur de perte  $\eta$  augmente avec les fréquences d'excitations de 0.3% à 2% (Figure 2-37).

$$\begin{cases} k_{\text{assemblage}}(f) = 707f + 10^5 \text{ N/m} \\ \eta_{\text{assemblage}}(f) = 0,0148f \end{cases} \quad (2.14)$$

### 2.3.3.3 Résultats point fixe

Il s'agit de déterminer les paramètres d'une liaison avec jeu (Figure 2-38) et donc dans un premier temps d'identifier la taille de ce jeu et par la suite d'évaluer les paramètres de raideur hors et dans le jeu.



Figure 2-38 : Dispositif utilisé pour les essais de caractérisation ; (a) vue générale du montage 3 fixé sur le pot vibrant, (b) vue éclatée de la liaison capsule sphérique et la rotule du point fixe

- **Influence d'amplitude d'excitation**

Les amplitudes de l'excitation varient de 0,3 à 0,45 mm. Les boucles effort-déflexion radiales mesurée et tracées dans la Figure 2-39 ont un squelette à double pente dès la déflexion de 0,3mm qui traduit une raideur de jeu et une raideur de butée. Le léger décalage dans les déflexions négatives est imputable au montage. Le modèle de contact à double butée est tout indiqué et est construit sur les raideurs bloquantes et glissantes indiquées dans le Tableau 2.8.

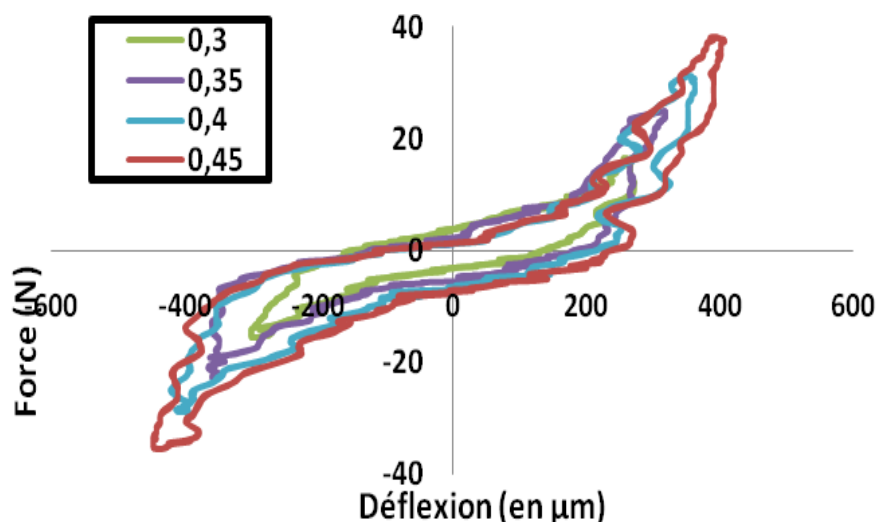


Figure 2-39 : Boucles mesurées à une fréquence fixe de 5Hz pour plusieurs amplitudes d'excitation en mm.

Amplitude d'excitation (mm)	Raideur butée (N/m)	Raideur dans le jeu (N/m)
0,3	1,29 <sup>E</sup> +05	3,20 <sup>E</sup> +04
0,35	4,55 <sup>E</sup> +05	2,95 <sup>E</sup> +04
0,4	1,29 <sup>E</sup> +05	4,03 <sup>E</sup> +04
0,45	2,24 <sup>E</sup> +05	4,85 <sup>E</sup> +04

Tableau 2.8 : Raideurs identifiées pour le modèle d'hystérésis pour le montage 3 à une fréquence fixe de 5 Hz

### • Influence de fréquence d'excitation

Les raideurs et jeux indiqués dans le Tableau 2.9 sont extraits des boucles effort-déflexion mesurées pour des fréquences d'excitation de 10 à 70 Hz. Les boucles sont quasi-symétriques par rapport à l'origine et accusent un raidissement dans les parties extrêmes où le jeu est consommé et où donc la force augmente à cause de la raideur de contact voir la Figure 2-40. Au-delà de 20 Hz la forme de la boucle mesurée accentue sa perte de symétrie signe de l'existence d'un décentrage.

Fréquence (Hz)	Valeur moyenne Raideur bloquante (N/m)	Valeur moyenne Raideur dans jeu (N/m)	Valeur moyenne jeu (mm)
10	1,76 <sup>E</sup> +05	3,32 <sup>E</sup> +04	0,4827
20	1,58 <sup>E</sup> +05	2,49 <sup>E</sup> +04	0,3491
50	3,34 <sup>E</sup> +05	1,55 <sup>E</sup> +04	0,2788
70	5,25 <sup>E</sup> +05	2,00 <sup>E</sup> +03	0,2339

Tableau 2.9 : Paramètres identifiés pour le modèle d'hystérésis avec modèle double butée pour montage 3 à une amplitude fixe 0,45 mm



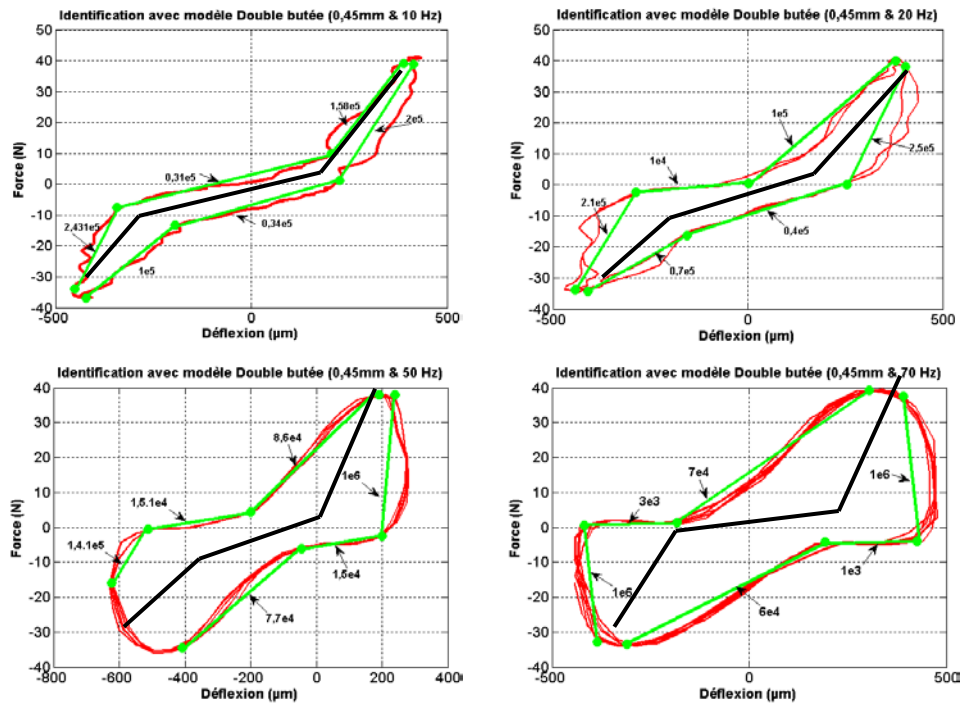
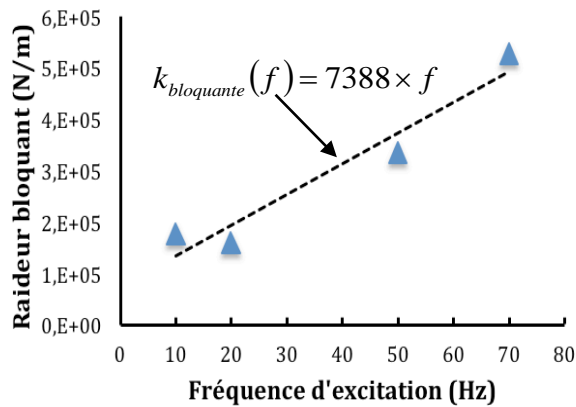


Figure 2-40 : Boucles mesurées (traits rouges), et boucles simulées avec un modèle double butée (traits noirs)

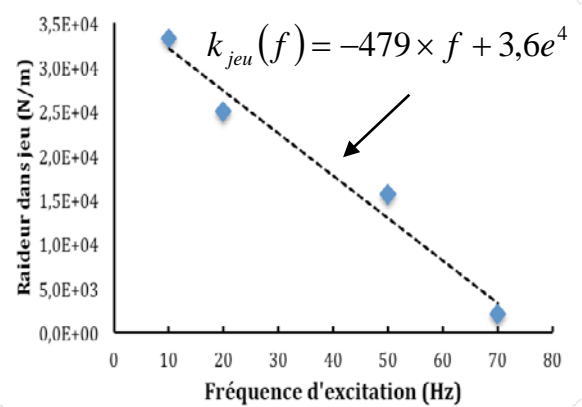
### • Modèle retenu pour liaison rotule

Les raideurs de butée et dans le jeu suivent les lois expérimentales linéaires (2.15) et sont tracées dans la Figure 2-41.

$$\begin{cases} k_{\text{Butée}}(f) = 7388f \text{ N/m} \\ k_{\text{jeu}}(f) = -479f + 3,6 \cdot 10^4 \text{ N/m} \end{cases} \quad (2.15)$$



(a) Raideur de butée



(b) Raideur dans le jeu

Figure 2-41 : Raideurs des boucles effort-déflexions mesurées pour une amplitude de 0.45mm pour des fréquences de 20 à 70 Hz



### 2.3.3.4 Synthèse

Les essais de caractérisation ont conduit à l'identification des modèles et les paramètres de contacts associés aux différents éléments de liaisons réflecteur-boîtier du projecteur. Les résultats confirment que les paramètres intrinsèques de contacts (amortissement, raideur bloquante, raideur glissante, raideur hors et dans le jeu) pour différent modèle (Masing, viscoélastique et double butée) dépendent à la fois de la fréquence et de l'amplitude d'excitation imposées. Les méthodes d'identification utilisée semblent être suffisantes pour décrire les différentes boucles force –déflexion mesurées.

Des essais supplémentaires sont nécessaires afin d'avoir des fonctions de tendance des raideurs et d'amortisseur de contact fiable qui peut couvrir toute la plage de fonctionnement des projecteurs.

## 2.4 Conclusion

La prise en compte des non-linéarités dans les études vibratoires nécessite de bien renseigner les modèles associés à ces phénomènes. A travers les différents essais expérimentaux mis en œuvre le long de ce chapitre, les non linéarités de comportement des liaisons mécaniques présentes dans les projecteurs ont été caractérisées et les paramètres des modèles associés déterminés.

Plusieurs techniques numériques d'identification des paramètres de contacts ont été utilisées et comparées. Le banc d'essai de caractérisation a contribué à la détermination des paramètres propres des modèles de chacune des liaisons pour améliorer les modèles de simulations.

Il a bien été prouvé que les liaisons mécaniques présentes dans le projecteur sont à l'origine de phénomènes non-linéaires. Quatre mécanismes (raidissement, assouplissement, saut et combinaison) sont mis en évidence.

Quatre modèles équivalents de liaisons ont été définis : le premier est le modèle de Masing pour décrire le frottement qui existe entre la vis de réglage horizontal et la capsule. Le deuxième modèle est de type viscoélastique pour modéliser la déformation viscoélastique lorsque la vis de réglage horizontale est dans une configuration totalement bloquante. Le troisième modèle est de type double butées, jeu ou cubique, pour modéliser le jeu existant dans la liaison sphérique (point fixe/capsule).

Avant d'implanter ces modèles de liaison dans un modèle d'ensemble de projecteurs, le chapitre suivant propose d'étudier ces modèles équivalents non linéaires avec des modèles réduits 1D représentatifs d'un projecteur (en terme de masse et raideur). Le but est le développement d'une maquette numérique pour estimer l'impact des non linéarités de liaison sur les fonctions de réponse en fréquences du projecteur.

# 3

## Dynamique non linéaire de projecteur avec des modèles réduits 1D

### SOMMAIRE

---

<b>3</b>	<b>Dynamique non linéaire de projecteur avec des modèles réduits 1D.....</b>	<b>66</b>
3.1	Calcul des solutions périodiques .....	67
3.1.1	Méthode de la balance Harmonique (HBM) .....	67
3.1.1.1	Principe de la méthode .....	67
3.1.1.2	Méthode AFT (Alternating Frequency Time) .....	70
3.1.1.3	Calcul de la Jacobienne .....	70
3.1.2	Technique de continuation .....	71
3.1.2.1	Continuation séquentielle .....	71
3.1.2.2	Continuation par pseudo longueur d'arc .....	72
3.1.3	Extension de la HBM pour des non linéarités fortes .....	73
3.2	Calcul de la stabilité .....	74
3.3	Cas tests.....	76
3.3.1	Oscillateur de Duffing. Modèle 1D équivalent du réflecteur .....	76
3.3.2	Modèle 2-ddl équivalent du projecteur.....	80
3.3.2.1	Présentation du modèle .....	80
3.3.2.2	Réponse linéaire .....	83
3.3.2.3	Cas 1 : Influence de non linéarité cubique .....	84
3.3.2.4	Cas 2 : Effet de non linéarité type jeu .....	86
3.4	Synthèse .....	89

---

Ce chapitre se focalise tout d'abord sur les différentes techniques numériques mises en place pour traiter les comportements non linéaires détectés et caractérisés dans le précédent chapitre : balance harmonique, technique de continuation et méthode de calcul local de stabilité.

Par la suite, un modèle réduit à un puis deux degrés de libertés qui se veut équivalent au comportement dynamique unidirectionnel (1D) d'un projecteur est proposé. Ainsi peuvent être réalisées des études paramétriques sur l'influence des paramètres de différents modèles non linéaires (non linéarité cubique et butée) sur les réponses dynamiques en régime stationnaire.

### 3.1 Calcul des solutions périodiques

Le modèle 1D de projecteur réduit a pour ambition d'aider à la conception de projecteur en répondant à plusieurs besoins du constructeur. Le premier besoin est de posséder un outil de prévision de la réponse d'un système où il est facile de manipuler des non linéarités et rapide de calculer des réponses. Le deuxième besoin est basé sur la volonté de développer un savoir-faire et une maîtrise des techniques de calculs non linéaires pour construire une base solide pour les développements futurs. Le troisième besoin, est d'avoir des résultats fiables pour réaliser des études comparatives type benchmark avec d'autres outils de calcul non linéaire.

Face à ces besoins, les approches de résolution temporelle et fréquentielle non linéaires présentées dans le premier chapitre sont des voies pour traiter d'une manière rigoureuse les différents types de non linéarités (cubique, jeu et frottement) présents dans les projecteurs d'automobile. Cependant seule l'intégration temporelle est utilisée pour prévoir le régime transitoire. Les techniques fréquentielles sont bien adaptées pour calculer rapidement le régime stationnaire.

Dans la démarche actuelle de la thèse, il s'agit de connaître l'influence des non linéarités sur le régime stationnaire. La méthode retenue est donc la méthode de balance harmonique avec multiple ordre de Fourier (M-HBM) qui est une méthode fréquentielle classique, généralement utilisée dans des cas de non linéarité faible mais il est également possible de l'utiliser dans des cas de non linéarités fortes. Les techniques qui pallient les difficultés de convergence sont aussi discutées dans ce chapitre.

#### 3.1.1 Méthode de la balance Harmonique (HBM)

##### 3.1.1.1 Principe de la méthode

L'équation de la dynamique non linéaire à résoudre est la suivante :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) - \mathbf{p}(t) = \mathbf{R}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), \omega) = 0 \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$ , représentent respectivement les matrices assemblées de masse d'amortissement et de rigidité. Le vecteur  $\mathbf{f}$  représente ici les efforts non linéaires de contact, le vecteur  $\mathbf{p}$  les efforts périodique extérieurs et  $\mathbf{q}$  le vecteur de déplacement.

En appliquant un vecteur force d'excitation  $\mathbf{p}(t)$  périodique il est raisonnable de supposer que la réponse en régime établi est périodique. Avec cette hypothèse, les grandeurs d'intérêt s'écrivent sous forme de série de Fourier :

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}_0 + \sum_{j=1}^N [\mathbf{Q}_{2j-1} \cos k_j \omega t + \mathbf{Q}_{2j} \sin k_j \omega t] \quad (3.2)$$

Cette équation a comme inconnue l'ensemble des coefficients de Fourier  $\mathbf{Q}_j (j = 0 \dots 2N)$  et  $k_j$  sont les harmoniques retenues dans la décomposition tronquée à l'ordre  $N$ . La grandeur  $\omega$  est la

pulsation fondamentale du système correspondant à la période de vibration  $T$  telle que  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . De la même façon, la force d'excitation et la force non linéaire peuvent être écrites sous la forme de série de Fourier :

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{P}_0 + \sum_{j=1}^N [\mathbf{P}_{2j-1} \cos k_j \omega t + \mathbf{P}_{2j} \sin k_j \omega t] \quad (3.3)$$

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{F}_0 + \sum_{j=1}^N [\mathbf{F}_{2j-1} \cos k_j \omega t + \mathbf{F}_{2j} \sin k_j \omega t] \quad (3.4)$$

Si on suppose que le vecteur  $\mathbf{A}$  :

$$\underset{n \times n(2N+1)}{\mathbf{A}} = [\mathbf{Id}, \mathbf{Id} \cos m_1 \omega t, \mathbf{Id} \sin m_1 \omega t, \dots, \mathbf{Id} \cos m_N \omega t, \mathbf{Id} \sin m_N \omega t] \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{Id}$  représente la matrice d'identité, les équations (1.2), (1.3), (1.4) se reformulent comme suit :

$$\underset{n \times 1}{\mathbf{q}(t)} = \underset{n \times n(2N+1)}{\mathbf{A}(\omega)} \cdot \underset{n(2N+1)}{\mathbf{Q}} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{A}(\omega) \mathbf{P} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{A}(\omega) \mathbf{F} \quad (3.8)$$

avec :

$$\underset{n(2N+1) \times 1}{\mathbf{Q}} = \left[ \underset{n \times 1}{\mathbf{Q}_0}, \mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_{2N-1}, \mathbf{Q}_{2N} \right]^T \quad (3.9)$$

Le vecteur de l'ensemble des coefficients de Fourier regroupent tous les degrés de liberté de déplacement. De même,  $\mathbf{P} = [\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_{2N-1}, \mathbf{P}_{2N}]^T$ ,  $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_0, \mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_{2N-1}, \mathbf{F}_{2N}]^T$  représentent respectivement l'ensemble des coefficients de Fourier des efforts extérieures et non linéaires. Les écritures (3.2), (3.3), et (3.4) sont introduites dans l'équation (3.1) ce qui conduit à l'équation :

$$\begin{aligned} & \mathbf{KQ}_0 + \sum [\mathbf{Q}_{2j-1} [\cos m_j \omega t (\mathbf{K} - m_j^2 \omega^2 \mathbf{M}) - m_j \omega \sin m_j \omega t] \\ & + \mathbf{Q}_{2j-1} [\sin m_j \omega t (\mathbf{K} - m_j^2 \omega^2 \mathbf{M}) + m_j \omega \mathbf{C} \cos m_j \omega t]] \\ & + \mathbf{A}(\omega) \mathbf{F}(\mathbf{Q}) - \mathbf{A}(\omega) \mathbf{P} = 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

qui prend la forme:

$$\mathbf{A}(\omega) \left( \underset{n(2N+1) \times n(2N+1)}{\mathbf{Z}(\omega)} \mathbf{Q} + \mathbf{F}(\mathbf{Q}) - \mathbf{P} \right) = 0 \quad (3.11)$$

Avec :

$$\mathbf{Z}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K} - k_1^2 \omega^2 \mathbf{M} & k_1 \omega \mathbf{C} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 \omega \mathbf{C} & \mathbf{K} - k_1^2 \omega^2 \mathbf{M} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{K} - k_n^2 \omega^2 \mathbf{M} & k_n \omega \mathbf{C} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -k_n \omega \mathbf{C} & \mathbf{K} - k_n^2 \omega^2 \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Une procédure de projection type Galerkin est par la suite appliquée. Les fonctions de pondération utilisées sont les fonctions trigonométriques  $(\cos m_j \omega t, \sin m_j \omega t)$  avec  $j$  allant de 1 à  $N$ . Cette procédure s'appelle la balance harmonique et elle conduit à avoir le système d'équation suivant:

$$\mathbf{R}(\mathbf{Q}, \omega) = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{Q} + \mathbf{F}(\mathbf{Q}) - \mathbf{P} = 0 \quad (3.13)$$

Cette équation a pour inconnue  $\mathbf{Q}$  avec une taille égale à  $n_{\text{HBM}} = n(2N + 1)$ , cependant il s'agit maintenant d'un système algébrique et non plus d'un système d'équations différentielles qui rend la tâche de résolution numérique plus facile à faire. Ensuite, pour trouver les solutions annulant le résidu  $\mathbf{R}$ , une méthode itérative de Newton-Raphson est appliquée, qui s'écrit comme suit :

$$\mathbf{Q}^{(k+1)} = \mathbf{Q}^{(k)} + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Q}} \right)_{/\mathbf{Q}^{(k)}}^{-1} \mathbf{R}(\mathbf{Q}^{(k)}) \quad (3.14)$$

avec  $\mathbf{R}(\mathbf{Q}^{(k)}) = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{Q}^{(k)} + \mathbf{F}(\mathbf{Q}^{(k)}) - \mathbf{P}$  le résidu de l'équation d'équilibre du mouvement à l'itération  $(k)$ , qui revient à l'écriture suivante:

$$\mathbf{Q}^{(k+1)} = \mathbf{Q}^{(k)} + \left( \mathbf{Z}(\omega) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}} \right)_{/\mathbf{Q}^{(k)}}^{-1} \mathbf{R}(\mathbf{Q}^{(k)}) \quad (3.15)$$

A chaque itération de Newton-Raphson, il faut calculer le résidu  $\mathbf{R}^{(k)} = \mathbf{R}(\mathbf{Q}^{(k)})$  et la matrice jacobienne du système  $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}}$ .

Pour calculer le résidu, il faut déterminer les forces non linéaires  $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ . Plusieurs méthodes sont disponibles : la première consiste à établir une relation analytique entre les deux grandeurs  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{Q}$ . Les formules analytiques reliant  $\mathbf{F}$  à  $\mathbf{Q}$  sont bien connues dans le domaine temporel à l'inverse dans le cas de domaine fréquentiel ils sont assez compliqués à définir. Pour bien comprendre cette difficulté, prenons l'exemple d'une force cubique. Dans le domaine temporel la formule est simple :  $\mathbf{f}(t) = \alpha \mathbf{q}(t)^3$ . Par contre dans le domaine fréquentiel, il faut dans un premier temps faire un développement de Fourier et après essayer de le simplifier. Le développement en série de Fourier d'une force cubique est  $\mathbf{F} = \left( \mathbf{Q}_0 + \sum_{j=1}^N \mathbf{Q}_{2j-1} \cos k_j \omega t + \mathbf{Q}_{2j} \sin k_j \omega t \right)^3$ . La simplification de cette opération est souvent compliquée à faire surtout avec un ordre de Fourier  $N$  élevé.

Pour évacuer ce problème, il est fait appel à la technique AFT (Alternating Frequency Time), dont le principe est d'évaluer les fonctions non linéaires dans le domaine temporel après avoir recalculé les coefficients de la série de Fourier dans le domaine fréquentiel (Figure 3-1) :

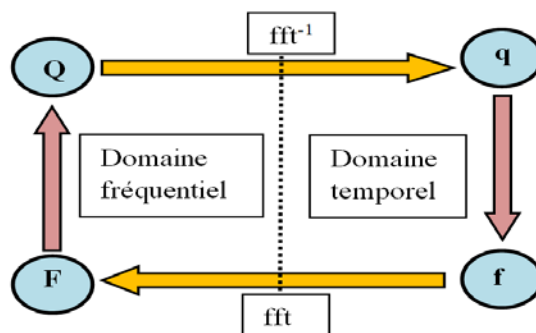


Figure 3-1: Méthode AFT (Alternating Frequency Time)

### 3.1.1.2 Méthode AFT (Alternating Frequency Time)

Cette technique consiste à exploiter le fait que la force non linéaire reste facile à exprimer dans le domaine temporel. A chaque itération de l'algorithme de Newton-Raphson, les déplacements sont basculés dans le domaine temporel par transformation de Fourier inverse. Une fois dans le domaine temporel, les efforts non linéaires sont obtenus à travers les formules non linéaires connues, puis sont ensuite basculés dans le domaine fréquentiel par une transformée de Fourier directe. La précision des résultats calculés dépend essentiellement de l'échantillonnage temporel et du nombre d'harmoniques retenues dans la décomposition en série de Fourier.

### 3.1.1.3 Calcul de la Jacobienne

La méthode de calcul de la matrice Jacobienne se base sur les expressions analytiques de la dérivée des efforts non linéaires par rapport aux déplacements dans le domaine temporel. Elle se qualifie de méthode dite semi-analytique et s'écrit :

$$\mathbf{J}(\mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{(0,0)} & \dots & \mathbf{J}^{(0,2j-1)} & \mathbf{J}^{(0,2j)} & \dots & \mathbf{J}^{(0,2M-1)} & \mathbf{J}^{(0,2M)} \\ \vdots & \dots & \ddots & & & & \vdots \\ \mathbf{J}^{(2i-1,0)} & \dots & & \ddots & & & \vdots \\ \mathbf{J}^{(2i-1,0)} & \dots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \dots & & & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{J}^{(2M-1,0)} & \dots & & & & & \vdots \\ \mathbf{J}^{(2M,0)} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathbf{J}^{(2M,2M)} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

avec :

$$\mathbf{J}^{(0,0)} = \int_0^T \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} dt \quad (3.17)$$

$$\mathbf{J}^{(0,2j-1)} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \cos k_j \omega t - k_j \omega \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \sin k_j \omega t \right) dt \quad (3.18)$$

$$\mathbf{J}^{(0,2j)} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \cos k_j \omega t + k_j \omega \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \sin k_j \omega t \right) dt \quad (3.19)$$

$$\mathbf{J}^{(2i-1,0)} = \frac{2}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \cos k_j \omega t \right) dt \quad (3.20)$$

$$\mathbf{J}^{(2i,0)} = \frac{2}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \sin k_j \omega t \right) dt \quad (3.21)$$

$$\mathbf{J}^{(2i-1,2j-1)} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \cos k_j \omega t - k_j \omega \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \sin k_j \omega t \right) \cos k_j \omega t \right) dt \quad (3.22)$$

$$\mathbf{J}^{(2i-1,2j)} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \sin k_j \omega t + k_j \omega \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \cos k_j \omega t \right) \cos k_j \omega t \right) dt \quad (3.23)$$

$$\mathbf{J}^{(2i,2j-1)} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \cos k_j \omega t - k_j \omega \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \sin k_j \omega t \right) \sin k_j \omega t \right) dt \quad (3.24)$$

$$\mathbf{J}^{(2i,2j)} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \left( \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \mathbf{q}} \sin k_j \omega t + k_j \omega \frac{\partial \mathbf{f}(t)}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \cos k_j \omega t \right) \sin k_j \omega t \right) dt \quad (3.25)$$

### 3.1.2 Technique de continuation

Comme il est développé dans le paragraphe précédent, le problème non linéaire se réduit à la résolution de l'équation suivante :

$$\mathbf{R}(\mathbf{Q}, \omega) = 0, \quad (3.26)$$

où  $\mathbf{Q}$  est le vecteur inconnu et  $\omega$  un paramètre d'équation de mouvement.

L'idée de continuation intervient lorsque, partant d'un vecteur initial  $\mathbf{Q}_0$  pour une valeur donnée  $\omega_0$ , il convient de s'intéresser à son devenir lorsque  $\omega$  varie. Plusieurs techniques existent pour déterminer cette évolution.

#### 3.1.2.1 Continuation séquentielle

La façon la plus simple consiste à effectuer une continuation séquentielle avec un léger changement de la valeur de paramètre évolutif  $\omega$ . Une fois la réponse connue pour une certaine valeur du paramètre, la valeur du paramètre  $\omega$  est légèrement augmentée (ou diminuée) et une nouvelle procédure de Newton-Raphson est entamée avec une condition initiale égale à la solution du pas précédent :

$$\omega_{j+1} = \omega_j + \Delta\omega, \quad (3.27)$$

$$\mathbf{Q}_{\omega_{j+1}}^{(0)} = \mathbf{Q}_{\omega_j}, \quad (3.28)$$

où  $\mathbf{Q}_{\omega_j}$  représente la solution convergée pour la valeur  $\omega_j$  du paramètre  $\omega$ , voir le schéma de la Figure 3-2. Cette technique a l'avantage d'être simple à programmer. En revanche, il ne lui est pas possible de calculer correctement la solution surtout si cette dernière varie fortement même pour un faible incrément  $\omega$ , ce qui est le cas phénomène de saut dans la réponse fréquentielle de l'oscillateur de Duffing, voir la FRF présentée dans la Figure 2.7.

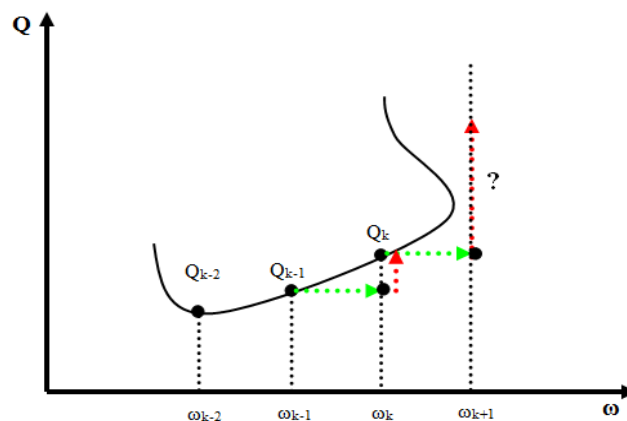


Figure 3-2 : Illustration du schéma de la procédure de continuation séquentielle

### 3.1.2.2 Continuation par pseudo longueur d'arc

La méthode de continuation par pseudo longueur d'arc se base essentiellement sur une étape de prédiction et une autre de correction. L'idée de cette méthode est simple : utiliser le point solution courant connu et la « direction » de la branche en ce point pour prédire le prochain point en avançant avec une certaine distance dans cette direction. Si la branche est une droite, la prochaine point solution se trouve sur la bonne branche. Par contre, si la branche est légèrement courbée, le prochain point tombera légèrement à côté. Mais dans le cas d'une forte déviation de la courbe, la prédiction sera d'autant plus mauvaise. Cela nécessite une correction de le premier point (non solution) et de le mettre sur la bonne branche de solution.

Partant par un point initial  $(\mathbf{Q}_0, \omega_0)$ , le vecteur tangent en ce point  $\mathbf{Q}_0 = \left. \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \omega} \right|_{\mathbf{Q}_0, \omega_0}$  est

déterminé en calculant la solution de système linéaire suivant :

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Q}}(\mathbf{Q}_0, \omega_0) \dot{\mathbf{Q}}_0 = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \omega}(\mathbf{Q}_0, \omega_0), \quad (3.29)$$

où  $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Q}} = \mathbf{R}_{\mathbf{Q}}$  est la Jacobienne du système et  $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \omega} = \mathbf{R}_{\omega}$  sa dérivée par rapport  $\omega$ .

L'équation (3.25) a l'inconvénient de contenir la matrice Jacobienne  $\mathbf{R}_{\mathbf{Q}}$  qui devient inversible quand un point limite est atteint et pour lequel la branche solution devient instable. Il est alors préférable d'exprimer le paramètre  $\mathbf{Q}$  et  $\omega$  en fonction d'un paramètre de chemin (s) indépendant dont une possible façon de le définir est d'utiliser la technique de la pseudo-longueur d'arc de Keller. Un point délicat de la méthode de prédiction-corrrection est l'estimation de la taille de chaque pas  $\Delta s$  [SAM 12]. En effet, une taille trop grande peut faire diverger l'algorithme alors qu'une taille trop petite entraîne un temps de résolution trop important.

Sous l'hypothèse de petites variations, le développement en série de Taylor de l'équation (3.26) au premier ordre donne:

$$\mathbf{R}(\mathbf{Q}_{i+1}, \omega_{i+1}) \approx \mathbf{R}(\mathbf{Q}_i, \omega_i) + \Delta \mathbf{Q} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Q}} + \Delta \omega \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \omega}, \quad (3.30)$$

Avec :

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Q}} = \mathbf{Z}(\omega) + \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{Q}} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \omega} = \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \omega} \mathbf{Q} \quad (3.32)$$

Le vecteur tangent  $t_{(i)} = [\Delta \mathbf{Q}_{(i)}^T, \Delta \omega_{(i)}]$  est de norme :

$$\|t_{(i)}\|^2 = \Delta \mathbf{Q}_{(i)}^T \Delta \mathbf{Q}_{(i)} + \Delta \omega_{(i)}^2 \quad (3.33)$$

Soit  $a_{(i)} = \Delta \omega_{(i)}$ ,  $\Delta \mathbf{Q}_{(i)} = a_{(i)} \Delta \hat{\mathbf{Q}}_{(i)}$ . Le vecteur tangent de norme (3.33) est égal à 1  $\|t_{(i)}\|^2 = 1 \Leftrightarrow a_{(i)}^2 (\Delta \hat{\mathbf{Q}}_{(i)}^T \Delta \hat{\mathbf{Q}}_{(i)} + 1) = 1$ , qui vient à trouver :

$$a_{(i)} = \pm \frac{1}{\sqrt{(\Delta \hat{\mathbf{Q}}_{(i)}^T \Delta \hat{\mathbf{Q}}_{(i)} + 1)}} \quad (3.34)$$



Le signe de  $a_{(i)}$  est choisi pour que les deux vecteurs tangents successifs conservent le même sens. Une fois que le vecteur tangent normalisé est calculé, la prédiction est réalisée à partir de la dernière solution convergée obtenue :

$$\mathbf{Q}_{(i+1)}^{(0)} = \mathbf{Q}_{(i)} + \Delta s_{(i)} \mathbf{t}_{(i)}, \quad (3.35)$$

avec  $\Delta s_{(i)}$  la taille du pas tangent.

L'étape de correction est basée sur le calcul de la solution orthogonale au vecteur tangent. Cela se traduit par la résolution, pour chaque itération de Newton-Raphson, du système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}^k}{\partial \mathbf{Q}} & \frac{\partial \mathbf{R}^k}{\partial \omega} \\ \Delta \mathbf{Q}_i^T & \Delta \omega_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{Q}^{k+1} \\ \Delta \omega^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{R}^k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Cette méthode est par la suite utilisée car elle est plus robuste que la méthode de continuation séquentielle et garantit le suivi des branches solutions pour tout type de non linéarités.

### 3.1.3 Extension de la HBM pour des non linéarités fortes

La méthode HBM nécessite quelques améliorations pour qu'elle puisse traiter aussi bien des comportements faiblement ou fortement non linéaires et ainsi construire avec précision une solution périodique.

- **Pas adaptatif**

Dans la technique de continuation par pseudo longueur d'arc, la valeur de pas de la continuation  $\Delta s$  joue sur la précision de la solution recherchée. La méthode proposée adapte la valeur de pas en fonction de la difficulté de convergence de la méthode de Newton-Raphson. Ainsi, après chaque solution calculée, la valeur de  $\Delta s$  est ajoutée avec la formule suivante :

$$\Delta s_{(i+1)} = \Delta s_{(i)} \times 2^{\frac{n_{iter} - n_{opt}}{n_{opt}}} \quad (3.37)$$

avec  $n_{iter}$  et  $n_{opt}$  représentant respectivement, le nombre d'itérations au point  $i$  et le nombre ciblé d'itération souhaité qui est compris généralement entre 1 et 3.

- **Adimensionnement numérique des équations**

D'un point de vue numérique, le mauvais conditionnement de la matrice utilisée lors des itérations de Newton-Raphson introduit plusieurs problèmes de convergence. En effet les différents sous-blocs  $\frac{\partial \mathbf{R}^k}{\partial \mathbf{Q}}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{R}^k}{\partial \omega}$ ,  $\Delta \hat{\mathbf{Q}}_{(i)}^{(k)}$  et  $\Delta \omega_{(i)}$  peuvent avoir des ordres de grandeurs très différents. L'idée donc est d'homogénéiser ces ordres de grandeurs par une technique d'adimensionnement et ainsi avoir un vecteur tangent  $\mathbf{t}$  contenant des valeurs de mêmes ordres de grandeurs. Pour cela, une technique d'adimensionnement numérique est appliquée sur les équations du mouvement comme suit:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{q}(t)) = \mathbf{p}(t) \quad (3.38)$$

Il convient de définir donc deux paramètres ( $t_c$  et  $l_c$ ) représentant respectivement, le temps et une dimension caractéristique du problème. Généralement  $t_c = T = \frac{2\pi}{\omega}$  correspondant à la période fondamentale cherchée de la réponse. Le choix de paramètre  $l_c$  dépend du type de non linéarité du

contact étudié. Par exemple pour la non linéarité type cubique,  $l_c$  est égale à la valeur du coefficient  $k_{nl}$ , par contre pour une non linéarité type jeu,  $l_c$  est égale à la valeur du jeu.

Une fois ces valeurs caractéristiques déterminées, deux variables adimensionnées sont fixées,  $\bar{t} = \frac{t}{t_c}$  et  $\bar{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q}}{l_c}$ , et intégrées dans l'équation de mouvement :

$$\frac{l_c}{t_c^2} \mathbf{M}\ddot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) + \frac{l_c}{t_c} \mathbf{C}\dot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) + l_c \mathbf{K}\bar{\mathbf{q}}(\bar{t}) + \mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}(\bar{t})) = \mathbf{p}(\bar{t}) \quad (3.39)$$

Cette nouvelle équation mène au changement de résidu  $\mathbf{R}$  :

$$\mathbf{R}(\bar{\mathbf{Q}}, \bar{\omega}) = \mathbf{Z}(\bar{\omega})\bar{\mathbf{Q}} + \mathbf{F}(\bar{\mathbf{Q}}) - \mathbf{P} = 0 \quad (3.40)$$

La grandeur physique  $\mathbf{Q}$  est retrouvée avec :  $\mathbf{Q} = l_c \bar{\mathbf{Q}}$

### 3.2 Calcul de la stabilité

Le principal inconvénient de la méthode de la balance harmonique est que les solutions calculées peuvent converger vers des solutions instables de système, or seulement les solutions stables peuvent être identifiées d'un point de vue expérimental. Il est primordial d'ajouter une procédure de stabilité pour bien identifier ces deux branches stable et instable.

Parmi les techniques utilisées pour déterminer l'état de stabilité on trouve la théorie de Floquet et la technique basée sur les exposants de Lyapunov. Différentes variantes de ces techniques existent dans la littérature [DUF 98], [BER 00], [TON 90] [FRI 77] et [NEC 13].

Une étude comparative sur les techniques de calcul de stabilité a été récemment proposée dans la thèse de Peletan [PEL 12]. Il a montré l'avantage d'utiliser la théorie de Floquet avec description temporelle du problème. D'après cette étude la méthode de calcul de la matrice par intégration temporelle simple-passe avec schéma de Newmark (noté Nm 1-passe) a montré un gain considérable au niveau de temps de calcul (Figure 3-3). Pour ces raisons seule la méthode Nm-1 passe a été utilisée.

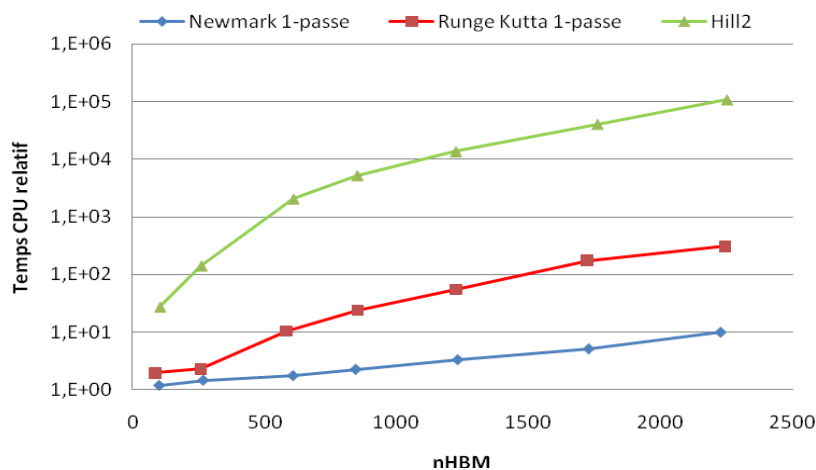


Figure 3-3 : Étude comparative entre différentes techniques de calcul de stabilité [PEL 12]

La démarche générale de calcul de stabilité selon la théorie de Floquet adapté avec la méthode de balance harmonique est présentée dans la Figure 3-5. L'approche consiste à réaliser une FFT inverse sur la solution périodique pour obtenir la solution dans le domaine temporel. Ensuite, il s'agit

de calculer par intégration successive la matrice  $\mathbf{A}$  de monodromie et de déterminer ses valeurs propres. La méthode de Newmark a été utilisée afin de résoudre le système linéarisé d'ordre 1 suivant :

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\mathbf{Y} \quad (3.41)$$

Avec

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1} \left( -\mathbf{K} + \frac{\partial \mathbf{F}_{nl}}{\partial \mathbf{Q}} \Big|_{\mathbf{Q}_0} \right) & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

La stabilité est donc définie selon le spectre des valeurs propres de la matrice de Floquet (monodromie). Dans le cas où le module de toutes les valeurs propres ( $\lambda_i$ ) est strictement inférieur à 1, il y a stabilité linéarisée. Par contre si au moins une valeur propre a un module supérieur à 1, le système est dit instable.

Une bifurcation, passage d'un état stable vers un autre état instable, selon la théorie de Floquet se produit quand le plus grand des multiplicateurs de Floquet ( $\lambda$ ) atteint le cercle unité. A ce point, quatre types d'instabilité peuvent se produire (Figure 3-4). Il faut toutefois remarquer que la solution périodique  $\bar{\mathbf{Q}}_0$  calculée par la HBM est une approximation. Si la balance harmonique ne contient pas assez d'harmoniques, la jacobienne  $\frac{\partial \mathbf{F}_{nl}}{\partial \mathbf{Q}} \Big|_{\mathbf{Q}_0}$  n'est pas assez précise. Des exemples de cette hypothèse sont montrés dans la section suivante.

L'ensemble de ces techniques a été implanté dans Matlab, afin de traiter en particulier les modèles réduits du projecteur.

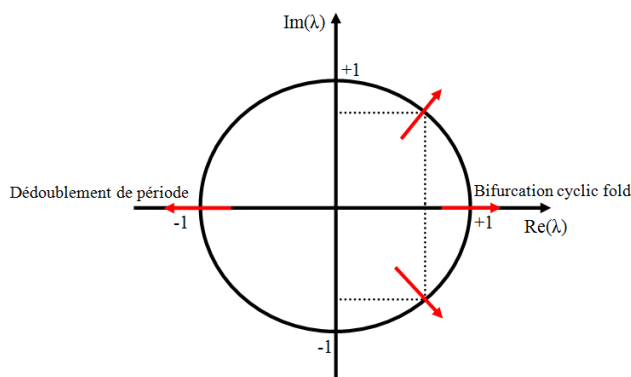


Figure 3-4 : Type des bifurcations selon la théorie de Floquet

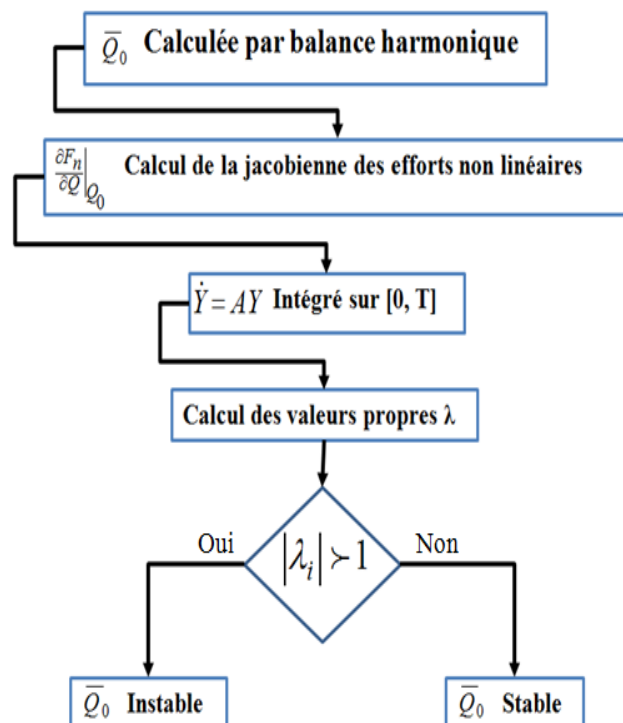


Figure 3-5 : Intégration du calcul de stabilité dans la démarche de calcul HBM

### 3.3 Cas tests

Il s'agit ici d'analyser l'influence de liaisons non linéaires sur le comportement dynamique unidirectionnel de deux modèles réduits du projecteur. Le premier, à un degré de liberté, est équivalent au réflecteur monté sur une suspension non linéaire. Le second, à deux degrés de liberté, englobe réflecteur et le sous ensemble boîtier-glace. Le boîtier-glace est monté sur une suspension linéaire. Le réflecteur est relié au boîtier par une liaison non linéaire.

#### 3.3.1 Oscillateur de Duffing. Modèle 1D équivalent du réflecteur

Soit l'équation de mouvement de l'oscillateur de Duffing, représenté dans Figure 3.6 :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + k_{nl}x^3(t) = p \cos \omega t, \quad (3.43)$$

avec  $m=0.3\text{Kg}$ ,  $k=10^4 \text{ N/m}$ ,  $k_{nl}= 10^{10} \text{ N/m}^3$ ,  $c=10 \text{ N.s/m}$ ,  $p=10 \text{ N}$ .

Les valeurs de ce modèle ont été choisies pour représenter le comportement d'un réflecteur attaché à un support fixe. Les valeurs de masse, raideur, amortissement et effort extérieur sont représentatifs d'un cas réel. La force non linéaire, tracée dans la Figure 3-7, est cubique : le déplacement à la puissance cubique  $x^3$  est multiplié par le coefficient constant  $k_{nl}$ . La réponse fréquentielle est déterminée grâce à l'algorithme présenté dans la Figure 3-5. L'intérêt de ce type de modèle revient est de montrer plusieurs phénomènes non linéaires détectés dans la réponse du projecteur. Dans la Figure 3-8, les trois mécanismes de raidissement, d'assouplissement et de saut ont bien identifiés grâce au changement de signe de coefficient ( $k_{nl}$ ).

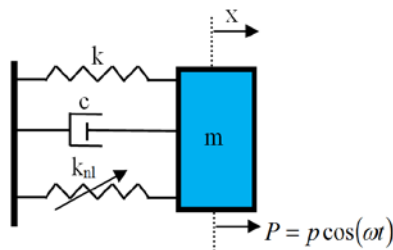


Figure 3-6 : Schéma de l'oscillateur de Duffing

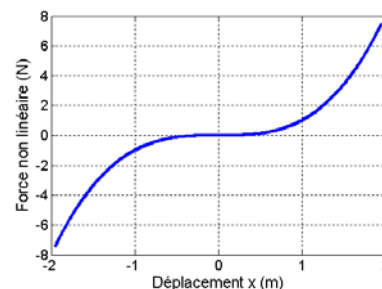


Figure 3-7 : Forme de la force non linéaire type cubique

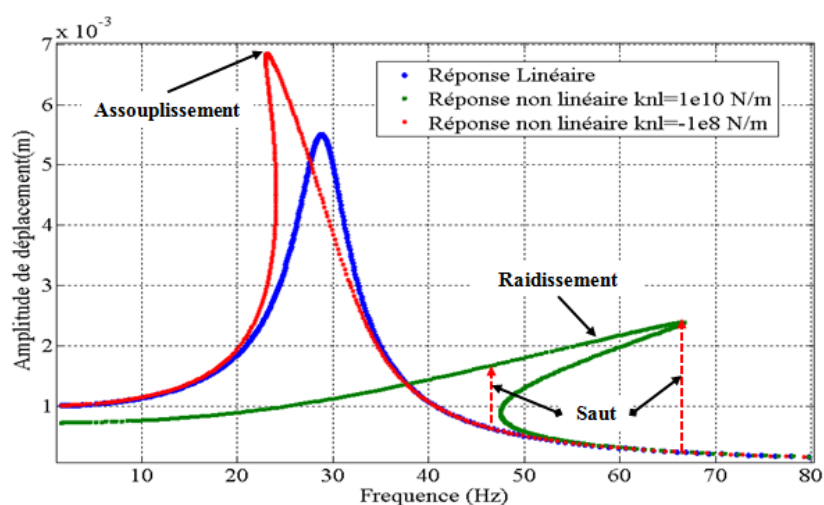


Figure 3-8 : Exemple des présences des mécanismes non linéaires : assouplissement, raidissement et saut

Dans ces exemples, le phénomène de résonance dépend de la valeur de  $k_{nl}$  et du niveau d'excitation  $p$ , voir la Figure 3-9 et la Figure 3-10.

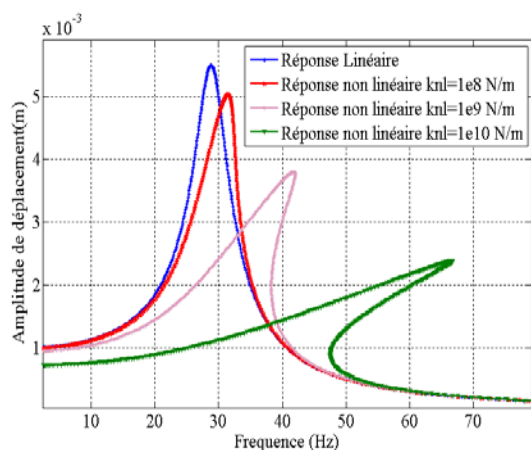


Figure 3-9 : Effet coefficient  $k_{nl}$  sur la réponse de l'oscillateur de Duffing

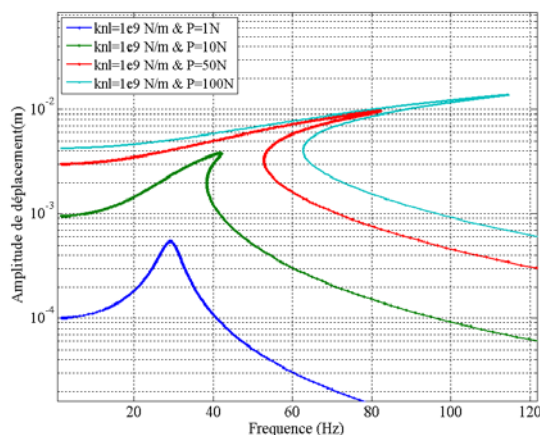


Figure 3-10 : Effet de l'amplitude d'excitation  $p$  sur la réponse de modèle Duffing

La théorie de Floquet et la méthode Nm 1-passe implémentées dans Matlab pour les études de stabilité utilisent 256 intervalles réguliers avec des paramètres du schéma de Newmark ( $\gamma = 0.5$  et  $\beta = 0.25$ ). Les valeurs propres de la matrice de monodromie ainsi que l'état de convergence de la solution après une perturbation sur une période d'excitation sont déterminées suite à une analyse de stabilité de la solution périodique. Un exemple de résultat de l'analyse sur stabilité de l'oscillateur de Duffing, Figure 3-11, met en évidence la présence d'une bifurcation de type cyclic fold, Figure 3-4. Les deux solutions périodiques stable et instable coexistent et se rejoignent à une valeur critique.

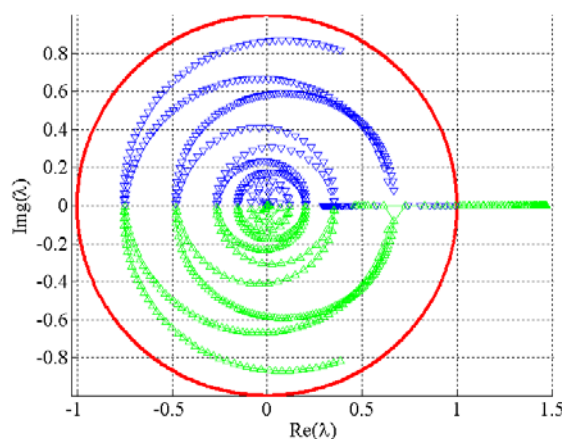


Figure 3-11 : Bifurcation de l'oscillateur de Duffing avec  $N=3$  ;  $k_{nl}=10^9$  N/m ;  $p=10N$

Une analyse locale après bifurcation est nécessaire afin de prédire le comportement du système. La transition d'un bassin d'attraction stable vers un autre instable peut engendrer un phénomène physique de saut de la réponse au passage de la valeur critique de bifurcation. C'est le cas de l'oscillateur de Duffing où la bifurcation se produit à la valeur des fréquences critiques  $f_1^{cri}$  et  $f_2^{cri}$ , comme le montre la Figure 3-12. Entre ces deux valeurs critiques deux solutions stables peuvent coexister, et au-delà de ces valeurs, la solution instable et stable se rejoignent.

La précision d'identification de ces deux valeurs critiques de fréquence dépend de l'ordre de Fourier  $N$  choisi : se restreindre à l'ordre fondamental détermine le point du retournement avec une erreur. Pour corriger cela, il faut augmenter l'ordre de Fourier à  $N=3$  qui influe essentiellement sur

l'estimation de la force non linéaire avec la méthode AFT. Il est à noter qu'augmenter l'ordre enrichit la réponse calculée, voir la sous harmonique vers 10 Hz.

Malgré que la solution instable est non observable physiquement, elle révèle une importance notable. Elle délimite les bassins d'attraction de toutes les solutions stables qui peuvent éventuellement coexister. Dans l'exemple de l'oscillateur de Duffing, les deux valeurs des fréquences critiques dépendent, du modèle de contact sélectionné ( $k_{nl}>0$ : Raidissement ou  $k_{nl}<0$ : Assouplissement), de valeur de raideur de contact  $k_{nl}$  et de l'amplitude d'excitation  $p$ . Une autre visualisation de bifurcation type cyclic fold est montrée dans la Figure 3-13, où l'amplitude et la phase des valeurs propres sont tracées en fonction des fréquences d'excitation.

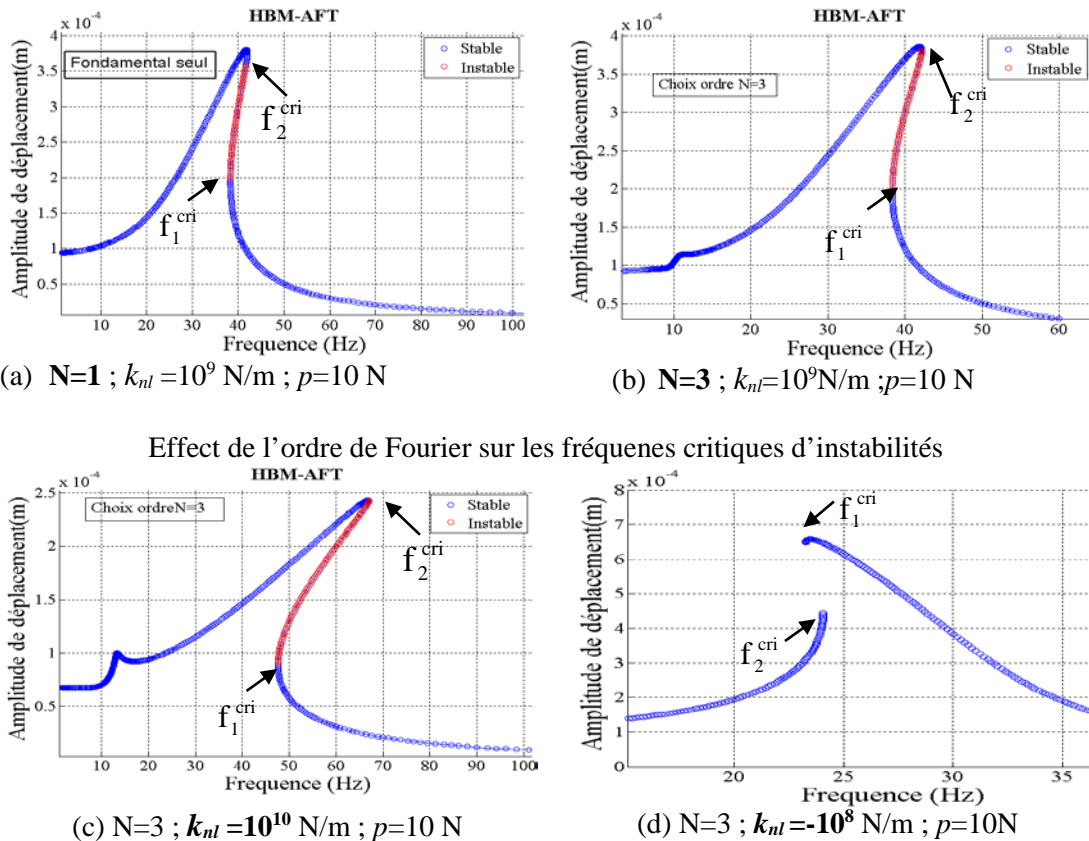
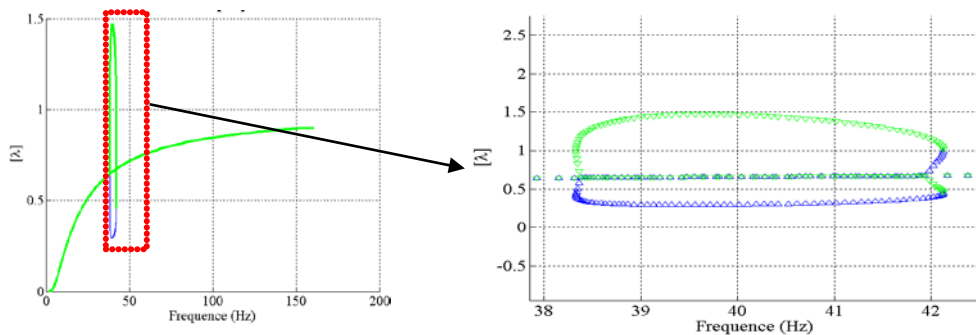
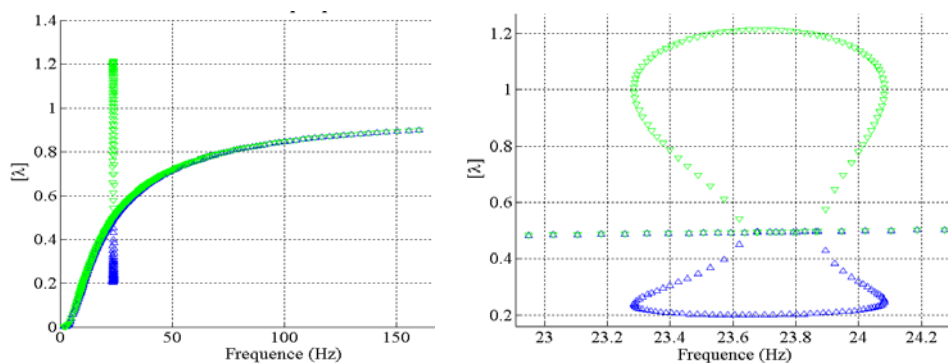


Figure 3-12 : Impact de l'ordre de Fourier  $N$  et de raideur de contact  $k_{nl}$  sur les fréquences critiques d'instabilités ( $f_1^{cri}$  et  $f_2^{cri}$ )

La réponse linéaire de l'oscillateur de Duffing (équivalent d'un réflecteur) donne un mode à 30 Hz. L'intégration d'une force élastique cubique dans le modèle de contact réflecteur-support fixe, ajoute ou supprime une raideur supplémentaire au niveau du contact qui décale la fréquence. Selon le sens de balayage de fréquence d'excitation (montant ou descendant), les fréquences critiques obtenues après un calcul de stabilité, donnent l'effet de la non linéarité sur la fréquence et sur l'amplitude du pic de résonance. La bifurcation de type cyclic fold se traduit aussi par une rupture de symétrie du pic de résonance. D'une façon générale, les FRF mesurées sur les réflecteurs testés confirment la présence de ce type de bifurcation. Les phénomènes de saut et la perte de symétrie ont bien été observés.

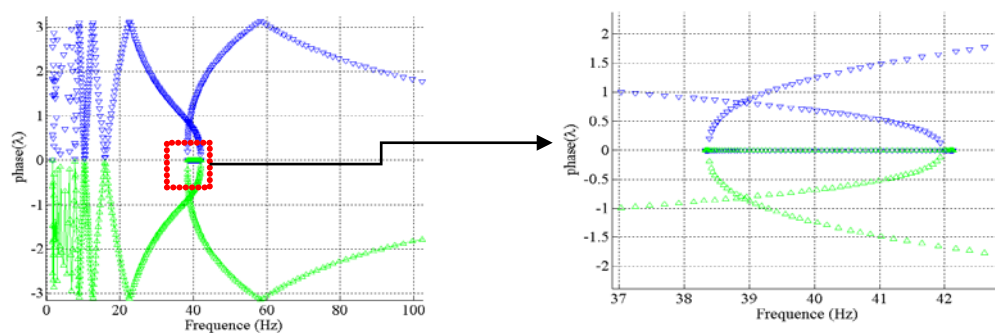


$$N=3 ; k_{nl}=10^9 \text{ N/m} ; p=10\text{N}$$

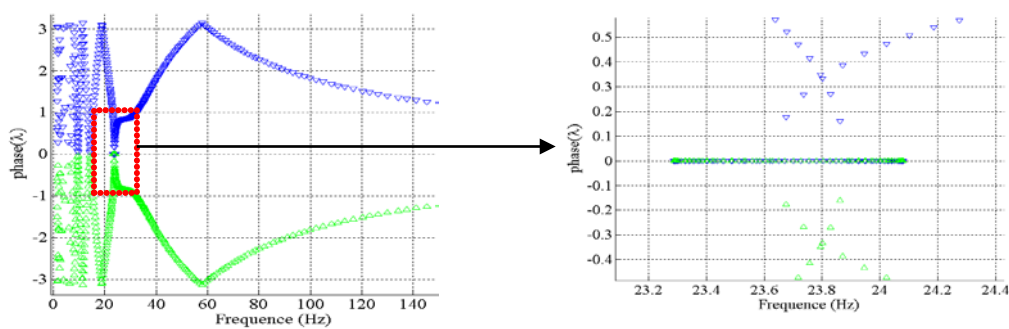


$$N=3 ; k_{nl}=-10^8 \text{ N/m} ; p=10\text{N}$$

Figure 3-13 : Diagramme de stabilité de l'oscillateur de Duffing avec



$$N=3 ; k_{nl}=10^9 \text{ N/m} ; p=10\text{N}$$



$$N=3 ; k_{nl}=-10^8 \text{ N/m} ; p=10\text{N}$$

Figure 3-14 : Diagramme de stabilité de phase pour oscillateur de Duffing avec



### 3.3.2 Modèle 2-ddl équivalent du projecteur

Il s'agit de vérifier la pertinence de l'intégration de système d'identification non linéaire dans la méthodologie de simulation actuelle et de comprendre l'effet des différentes non-linéarités sur la réponse du projecteur, différentes études numériques ont été effectuées sur un modèle non-linéaire à deux degrés de liberté (2 ddl).

#### 3.3.2.1 Présentation du modèle

La Figure 3-15 montre le modèle non-linéaire (2 ddl) du projecteur choisi en raison de sa simplicité pour faciliter la compréhension des phénomènes entrant en jeu dans la liaison du réflecteur à l'ensemble boîtier-glace.

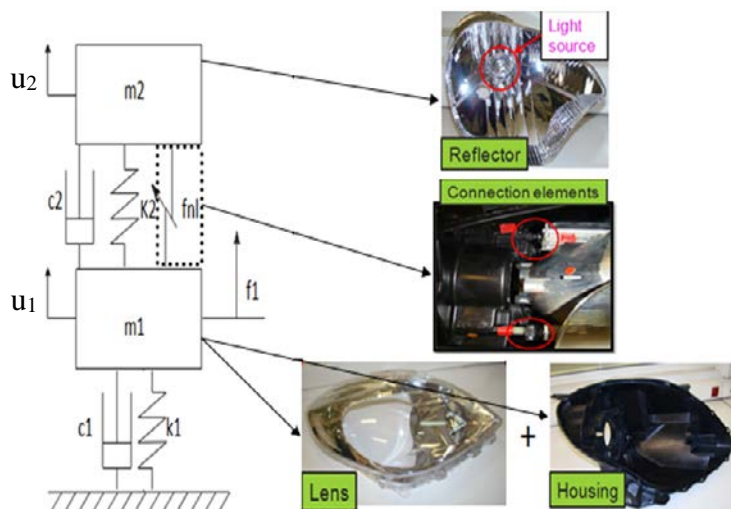


Figure 3-15: Modèle 1D d'un projecteur

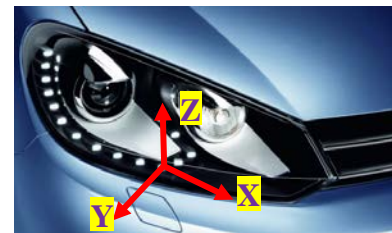


Figure 3-16 : Repère de référence (X, Y et Z) lié à la voiture

Soit  $u_1$  et  $u_2$ , les déplacements respectivement d'un point de réflecteur et d'un point de l'ensemble boîtier-glace,  $k_1$  et  $k_2$  deux raideurs,  $c_1$  et  $c_2$  sont les amortissements visqueux et  $f_1$  est l'amplitude de la force externe appliquée sur le solide de masse  $m_1$ .

Ce modèle décrit le comportement d'un projecteur dans une seule direction avec 2 ddl aussi seules deux fréquences de résonance sont calculables. Cette modélisation 1D, vise le comportement dynamique dans la direction le plus endommagement du produit qui est selon la direction verticale Z, voir la Figure 3-16.



#### Points de mesures

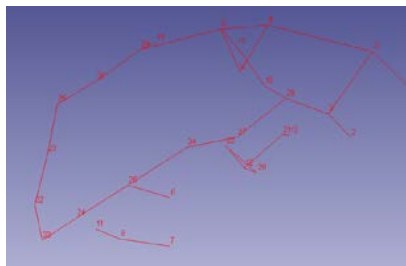


Figure 3-17 : Essai d'analyse modale avec réponse impulsionnelle sur un projecteur complet

Seuls les deux modes qui participent fortement dans la direction Z sont pris en compte. Pour estimer donc toutes les valeurs numériques mentionnées, une analyse modale expérimentale est réalisée sur un projecteur complet (Figure 3-17). Le protocole de mesure suit la démarche d'analyse modale avec la technique du marteau itinérant. Les positions de deux accéléromètres installés sur le projecteur correspondent aux points d'énergie cinématiques maximales (Figure 3-18). La liste des



fréquences de résonance identifiées après la synthèse modale et les facteurs participation mesurés avec les deux accéléromètres dans les trois directions (X Y Z) sont regroupés dans le Tableau 3.1. Les deux modes qui répondent bien dans la direction Z que soit pour un point du réflecteur ou du boîtier ont pour fréquences de résonance 49 Hz et 129 Hz.

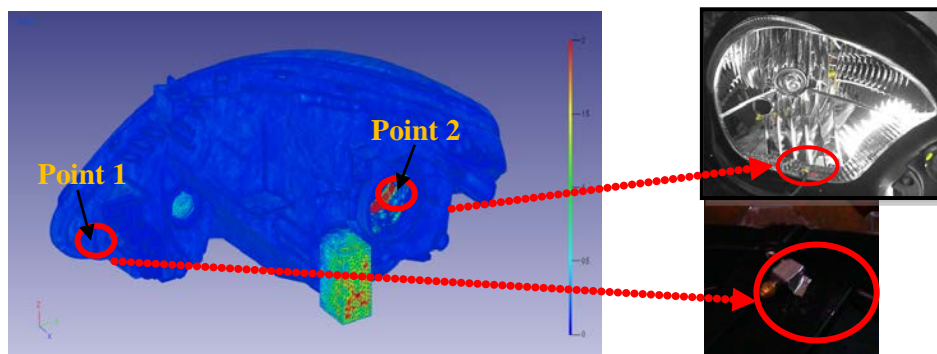
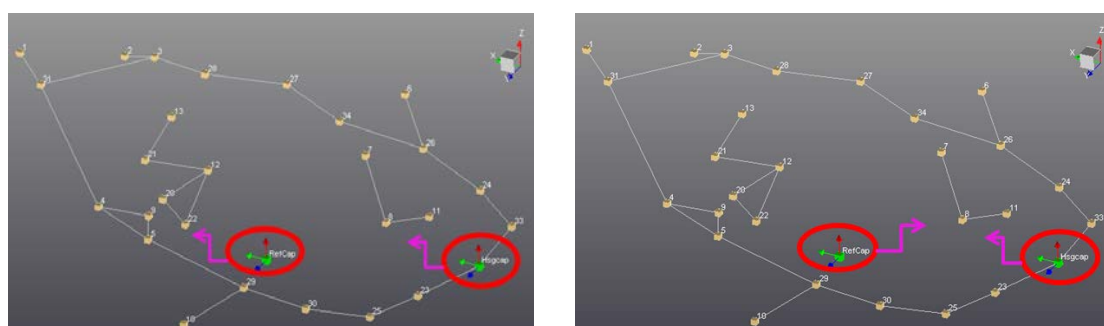


Figure 3-18 : Choix des positions de fixation des deux accéléromètres

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Amplitude	49 Hz	63 Hz	71 Hz	77 Hz	87 Hz	100 Hz	112 Hz	129 Hz	131 Hz	142 Hz
Point 1 : +X	0	0	0.3	0.1	0.3	0.2	0.3	0.1	0.4	0
Point 1 : +Y	0.1	0	0.3	0	0.1	0.1	0.1	0.3	0.7	0
Point 1 : +Z	0.8	0	0.1	0.3	0	0	1	0.4	0	0
Point 2 : +X	0.2	0.3	1	0.4	1	1	0.3	0	0	0.4
Point 2 : +Y	0.1	0.7	0.8	1	0.3	0	0.4	1	1	0.8
Point 2 : +Z	1	1	1	0.3	1	0.9	0.3	0.6	0.3	1

Tableau 3.1 Facteurs de participations modales et fréquences de résonance mesurés



Mouvement en phase à 49 Hz

Mouvement en opposition de phase à 129 Hz

Figure 3-19 : Analyse du comportement de deux points de mesure aux deux fréquences de résonance (49 Hz et 129 Hz)

Pour trouver ces deux fréquences (49 Hz et 129 Hz) avec le modèle 1D proposé, les valeurs numériques présentées dans le Tableau 3.2, ont été calées.

$m_1$	$m_2$	$k_1$	$k_2$	$c_1$	$c_2$
1.31 Kg	0.35 Kg	1.7 <sup>e</sup> 5 N/m	1.6 <sup>e</sup> 5 N/m	10 N/m/s	10 N/m/s

Tableau 3.2 : Paramètres du modèle 1D du projecteur à 2ddl

Le système de deux équations du mouvement équivalent au modèle à 2 ddl est:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_1 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{nl1} \\ f_{nl2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_0 \cos \omega t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Le vecteur de force non linéaire  $\mathbf{f}_{nl} = [f_{nl1} \ f_{nl2}]^T$  représente les non linéarités concentrées entre les ddl  $u_1$  (boitier + glace) et  $u_2$  (réflecteur) et regroupe donc les non linéarités présentes dans les éléments de liaisons (vis de réglage horizontal et vertical et point fixe) reliant le réflecteur au boitier.

Le chapitre 2 a montré l'existence des phénomènes non linéaires dans les projecteurs, ainsi après caractérisation, les différentes non linéarités sont modélisées par des modèles équivalents non linéaires (jeu, variation de raideur de contact, viscoélastique, modèle de Masing et de frottement de Coulomb, etc...). La suite de ce chapitre, étudie seulement les non linéarités de type cubique et jeu.

Soit le vecteur de déflexion,  $\xi = u_1(t) - u_2(t)$

**Cas 1:** Le vecteur de la non linéarité cubique est alors défini par:

$$\mathbf{f}_{nl} = [k_{nl}\xi^3 - k_{nl}\xi^3]^T \quad (3.45)$$

**Cas 2:** Le vecteur de non linéarité de jeu est estimé selon le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{f}_{nl} = [k_c \xi - k_c \xi]^T & \text{if } |\xi| < e \\ \mathbf{f}_{nl} = [k_c \xi + \sin g(\xi)(k_n + k_c)e - k_n \xi - \sin g(\xi)(k_n - k_c)e]^T & \text{if } |\xi| > e \end{cases} \quad (3.46)$$

avec  $k_c$  et  $k_n$  les deux raideurs de contact (hors et dans le jeu) et  $e$  la valeur de jeu.

Pour estimer la valeur de la force extérieure à introduire dans le modèle 1D, est entrepris une simulation harmonique sur le modèle avec des éléments finis 3D du projecteur complet avec une accélération constante de 1g et une fréquence d'excitation variante entre [5Hz et 250 Hz]. En traçant les réponses fréquentielles (FRF) en différents points et la force est déduite grâce à la formule suivante:

$$F = \alpha ma \quad (3.47)$$

avec  $F$ , amplitude de la force extérieure,  $\alpha$ , pourcentage de la masse en mouvement au mode sollicité,  $m$ , masse totale du produit,  $a$ , amplitude d'accélération maximale.

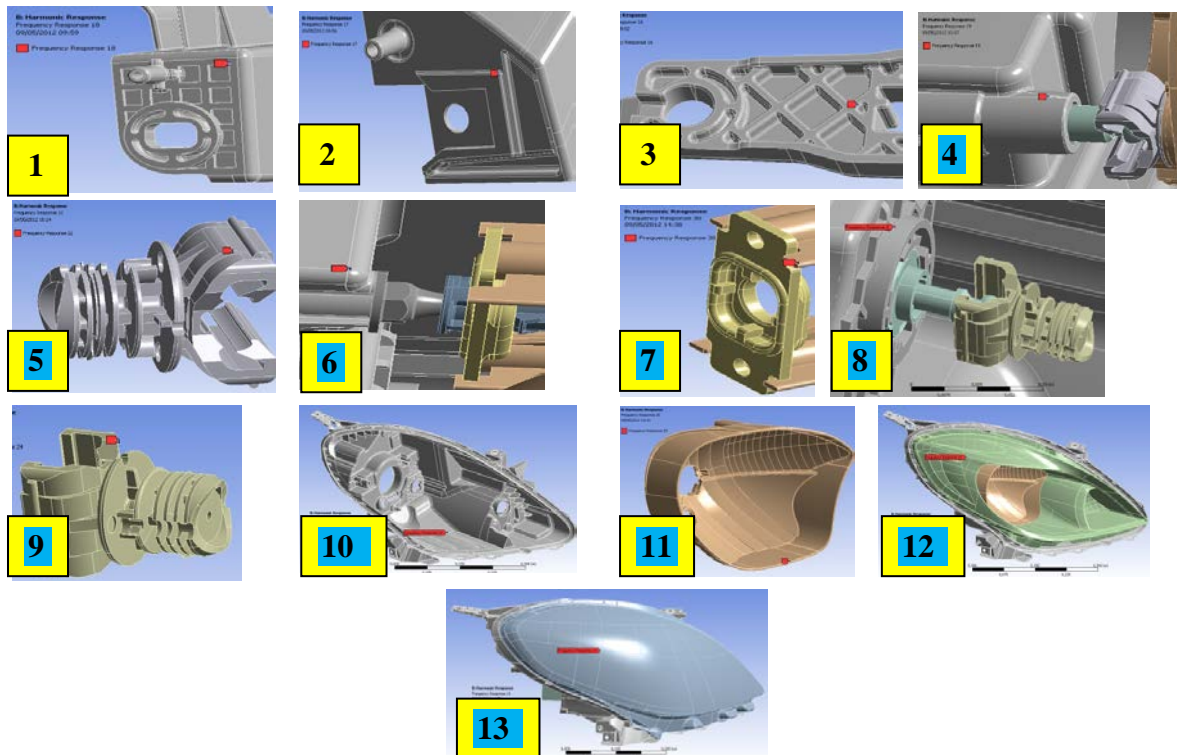


Figure 3-20 : Points de calcul de différentes valeurs de la force

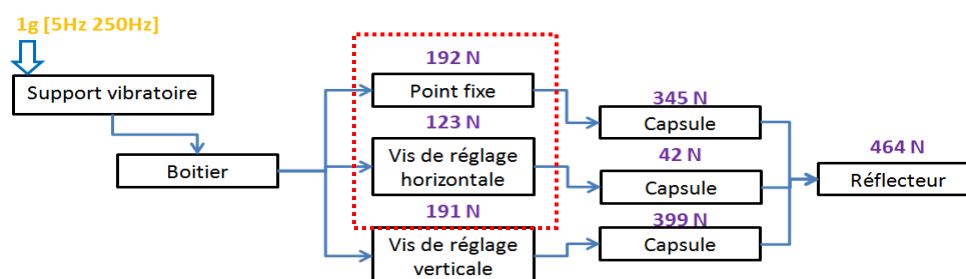


Figure 3-21 : Schéma de transmission de la force d'excitation en plusieurs points du projecteur

La masse totale du projecteur est  $m=2.3$  Kg et les facteurs de participation de masse pour chaque mode sont déterminés à partir d'une simulation modale sur le projecteur complet. En prenant compte les modes qui participent dans la direction Z, est extrait le niveau de force transmis pour chaque nœud, voir la Figure 3-20. Le Tableau 3.3, regroupe la distribution des valeurs de forces commençant par les pattes de fixation du boîtier support de vibration jusqu'au réflecteur passant par les éléments des liaisons. Il convient d'estimer la force à introduire sur le boîtier précisément aux niveaux des zones de liaisons boîtier/réflecteur (Figure 3-21). Dans la suite de ce chapitre, le niveau d'excitation dans un premier temps est fixé à 100 N, ensuite, une étude de sensibilité vis-à-vis de ce facteur est proposée.

N°	Point	Maximum amplitude (m/s <sup>2</sup> )	Fréquence (Hz)	Participation factor (% Z)	Force (N)
1	Patte de fixation 1	0,79	54,5	0,58	14
2	Patte de fixation 2	7,67	123,5	0,077	3
3	Patte de fixation 3	0,58	90,5	0,079	2
4	Boîtier près de vis de réglage horizontal	81,4	54,5	0,58	123
5	Capsule horizontal	170,5	78	0,1	42
6	Boîtier près du point fixe	132,7	54,5	0,58	192
7	Capsule point fixe	245,7	54,5	0,58	345
8	Boîtier près de vis de réglage vertical	132	54,5	0,58	191
9	Capsule verticale	285,6	54,5	0,58	399
10	Centre boîtier	114,9	54,5	0,58	168
11	Réflecteur	334	54,5	0,58	464
12	Masque	107	123,5	0,077	21
13	Glace	59	123,5	0,077	12

Tableau 3.3 : Valeur des forces en différents points d'un projecteur

### 3.3.2.2 Réponse linéaire

La réponse linéaire du modèle à 2ddl, Figure 3-22, montre les FRF linéaires calculées pour les deux ddl  $u_1$  et  $u_2$ .

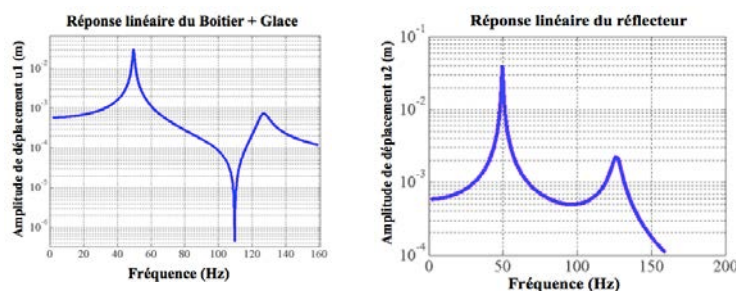


Figure 3-22 : FRF linéaire pour une excitation  $P_0=100$ N

### 3.3.2.3 Cas 1 : Influence de non linéarité cubique

Le premier cas test est le modèle à 2ddl présenté précédemment avec intégration d'une non linéarité cubique. Deux variantes de ces modèles ont été testées (Figure 3-23). Dans la première variante, la non linéarité est positionnée entre le boîtier et le support vibrant. Ceci n'est pas forcément une représentation réelle du cas du projecteur, puisque toutes les non linéarités identifiées résident entre le réflecteur et le boîtier. Cependant cette configuration, montre l'effet des non linéarités sur la première fréquence de résonance de projecteur à 49 Hz (Figure 3-25) du fait que l'élément non linéaire est attaché au boîtier qui est bien sollicité pour les deux modes. Par contre dans la seconde variante, l'élément non linéaire est entre réflecteur et boîtier (Figure 3-26), et c'est le mode 2 qui est le plus fortement affecté par la liaison non linéaire car les deux degrés de liberté sont en opposition de phase. Le calcul HBM a été effectué dans un premier cas avec une seule d'harmonique,  $N=1$ .

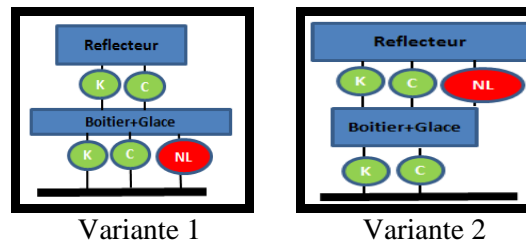


Figure 3-23 : Les deux variantes de la position de la non linéarité cubique

Selon la signe de la valeur du coefficient de raideur cubique  $k_{nl}$ , les deux phénomènes typiques d'une non linéarité cubique : assouplissement et raidissement ont été observés (la Figure 3-25).

Dans la phase de caractérisation des éléments de liaisons réflecteur-boîtier (variance 2), une dépendance entre les caractéristiques mécanique (raideur et amortissement) et les contraintes extérieures a été mise en évidence. Pour simuler ces comportements, plusieurs études de sensibilité des réponses dynamiques de modèle projecteur vis-à-vis les raideurs ont été réalisées.

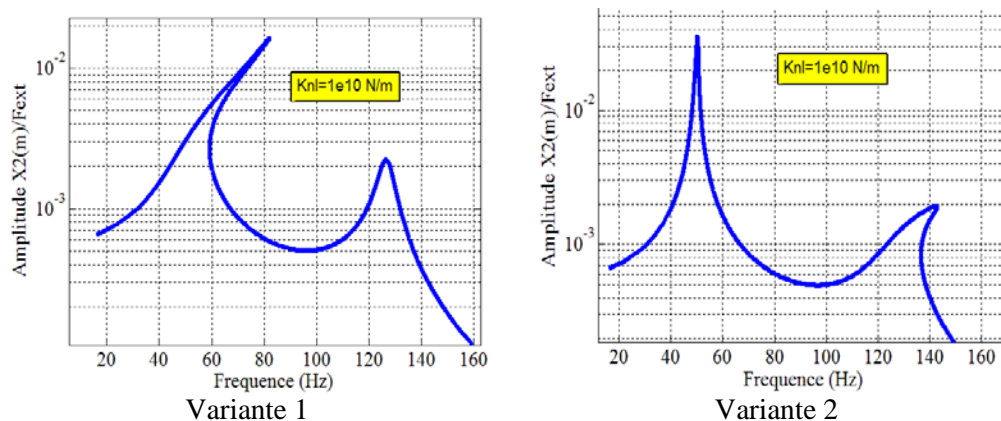
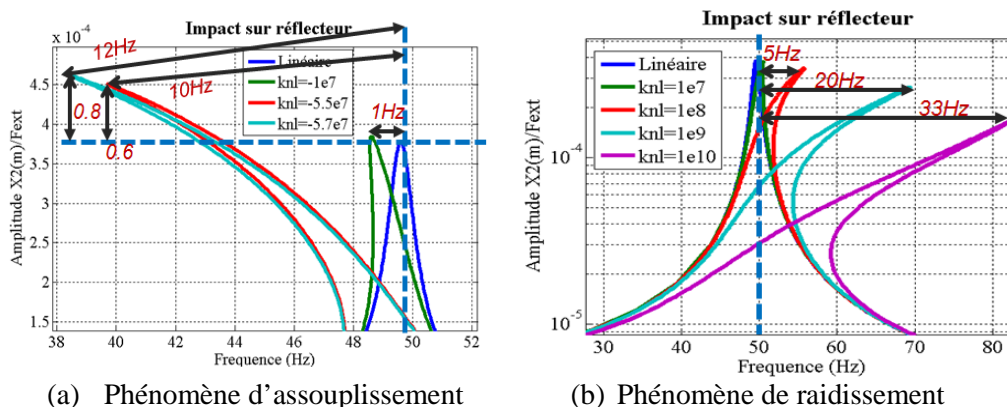


Figure 3-24 : Effet de la position de non linéarité sur la réponse dynamique pour un ordre de Fourier  $N=1$  et  $P_0=100N$

Dans l'intervalle de fréquence 20 Hz~80 Hz, la première fréquence de projecteur, variance 1, tend à se décaler vers des fréquences plus hautes (+33 Hz) dans le cas de phénomène de raidissement et inversement vers -12 Hz pour le cas d'un assouplissement. Une bifurcation de type cyclic fold est alors observée dans cette zone de fréquence, un saut de réponse se produit, au-delà de cette zone le même comportement dynamique a lieu puisque le deuxième pic de résonance ressemble à celui du système linéaire.





(a) Phénomène d'assouplissement (b) Phénomène de raidissement  
Figure 3-25 : Modèle 2ddl, variante 1. Courbe de réponse de réflecteur (m2) pour plusieurs valeurs de coefficient  $k_{n1}$  pour un ordre de Fourier  $N=1$  et  $P_0=100N$

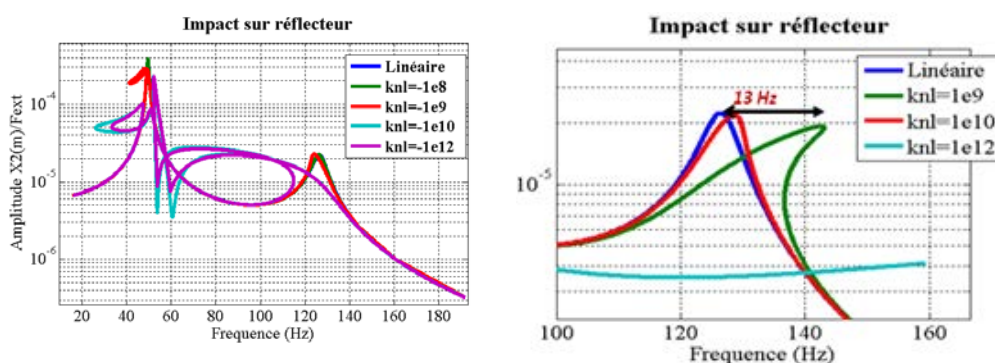


Figure 3-26 : Modèle 2ddl, variante 2. Courbe de réponse de réflecteur (ddl  $u_2$ ) pour plusieurs valeurs de coefficient  $k_{n1}$  pour un ordre de Fourier  $N=1$  et  $P_0=100N$

Cependant dans le cas de variante 2, deux bifurcations de type fold existent autour des fréquences de résonance de projecteurs (49 Hz et 120 Hz). Elles s'accompagnent d'un autre saut de réponse plus marqué que le cas de variante 1 et le cas de variante 2 avec raidissement surtout pour le deuxième mode (Figure 2-27). Cette complexité est liée à la difficulté de la transition d'un état de non contact à un état contact permanent et la prise de contact se fait avec une manière progressive.

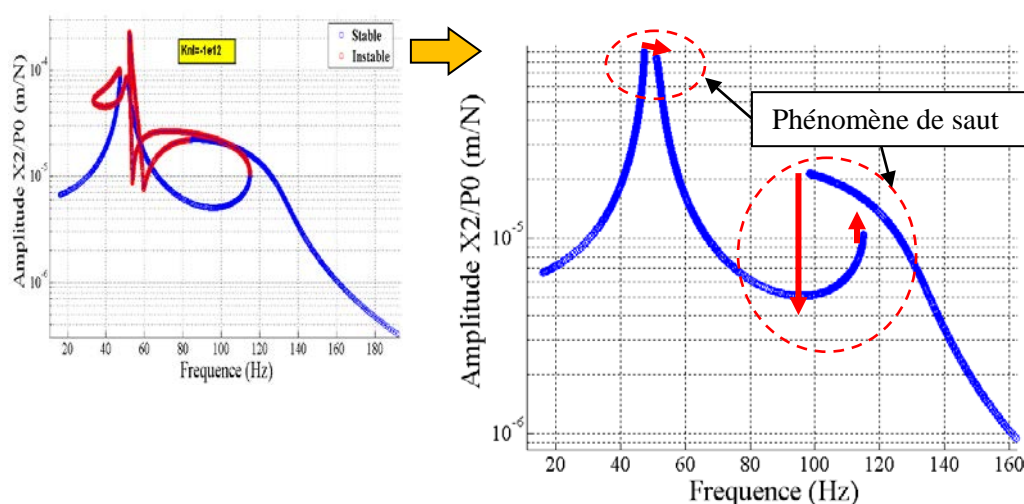


Figure 3-27 : Variante 2. Identification des branches stable et instable avec  $k_{n1} = -10^{12} \text{ N/m}^3$ ,  $N=1$  et  $P_0=100N$

### 3.3.2.4 Cas 2 : Effet de non linéarité type jeu

Le deuxième cas test intègre entre le réflecteur et le boîtier une non linéarité de type jeu, modélisée avec deux ressorts de raideurs différentes, voir la Figure 3-28.

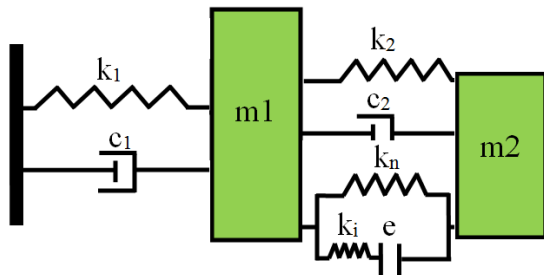


Figure 3-28 : Modèle équivalent d'un non linéarité type jeu

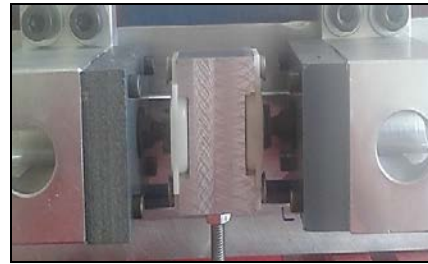


Figure 3-29 : Identification du jeu dans le montage 3 pendant essai de caractérisation

Les paramètres sont tirés des essais de caractérisation de la liaison point fixe/capsule sphérique. Deux cas donc se présentent dans cette configuration : quand le jeu  $e$  est ouvert, l'élément non linéaire a comme raideur globale  $k_n$  d'où  $k_{nl}=k_n$  et quand il est fermé, la raideur  $k_i$  s'ajoute ce qui conduit à la raideur  $k_{nl}=k_n + k_i$ . Même si la valeur  $k_i$  est faible par rapport  $k_n$  il reste important de la prendre en considération pour éviter des problèmes de convergence de la méthode HBM

La Figure 3-30, présente l'effet des raideurs de liaison sur les fréquences de résonance en tenant le jeu fermé. Ces résultats montrent que les deux fréquences de résonance commencent à être impactées par le changement de raideur de contact quand la raideur dépasse  $10^4$  N/m. La première fréquence de résonance est peu sensible 5 Hz de variation maximum, par contre la deuxième fréquence de résonance atteint 30 Hz de variation. De plus au-delà de  $k_{nl}>10^5$  N/m le deuxième pic (mode à 129 Hz) disparaît de fait que les deux masses  $m_1$  et  $m_2$  deviennent rigidement solidaires. Plus le contact est rigide moins la non linéarité joue un rôle.

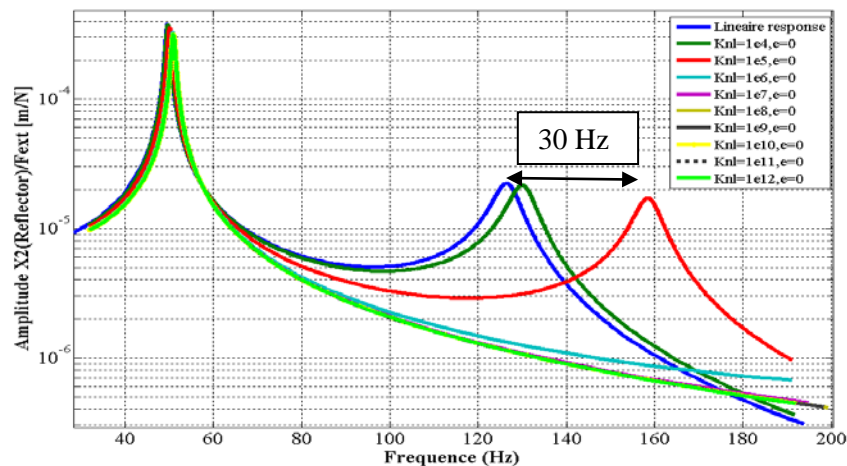


Figure 3-30 : Influence de raideur de contact normale pour  $e=0$  mm,  $P_0=100$  Newton et  $N=1$

Une bifurcation de type cyclic fold se produit à 50 Hz pour le modèle de projecteur avec un jeu de 4 mm (Figure 3-31), le multiplicateur principal quitte le cercle unité par + 1. Quelque soit la configuration, la branche suivie continue d'exister au-delà de la bifurcation mais sous forme instable qui peut joindre le cas d'une bifurcation transcritique (Figure 3-32 et Figure 3-33) où le point d'équilibre passe de stable à instable avec la présence d'un phénomène d'écrêtage

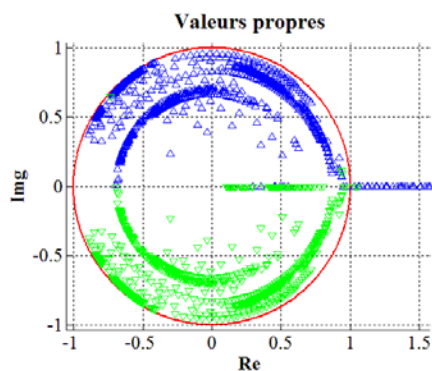
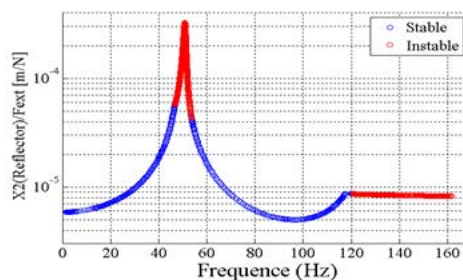
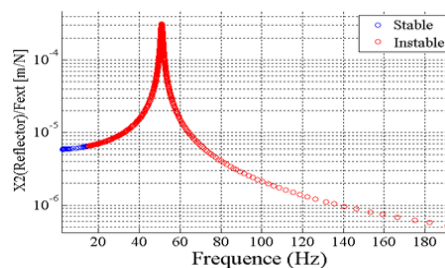


Figure 3-31 : Bifurcation type cyclic fold. Modèle de projecteur avec jeu,  $k_n=10^6$  N/m et  $e=0,4$  mm

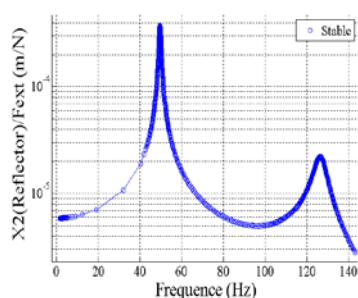


(a)  $e=0,1$  mm : Bifurcation cyclic fold et bifurcation transcritique

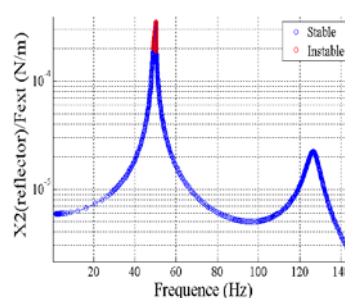


(b)  $e=1$  mm: Bifurcation pitchfork et sous-critique

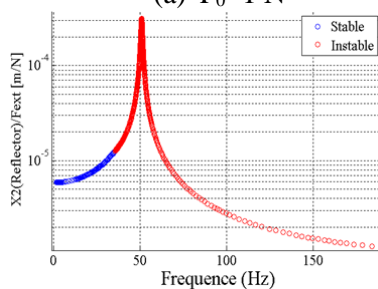
Figure 3-32 : Branches stables et instables pour deux valeurs de jeu  $e$  avec  $k_n=10^{11}$  N/m et  $P_0=100$  N



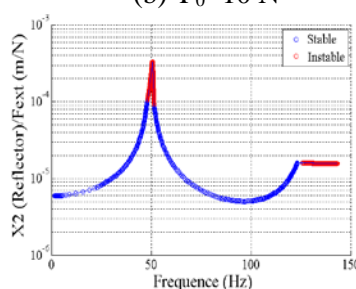
(a)  $P_0=1$  N



(b)  $P_0=10$  N



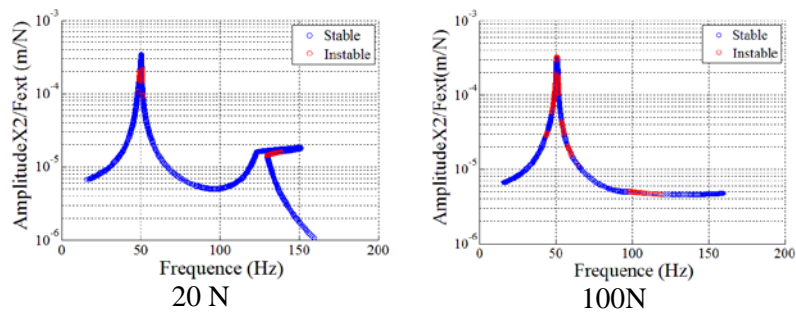
(c)  $P_0=100$  N



(d)  $P_0=50$  N

Figure 3-33 : Branches stable et instable avec l'excitation externe  $P_0$  pour  $k_n=10^{11}$  N/m et  $e=0,4$  mm

Un troisième type de bifurcation type fourche super-critique (ou pitchfork) est présent dans certain cas (Figure 3-34). Un état stable devient instable en s'entourant de deux points d'équilibre stables.



Bifurcation type pitch-fork  
Figure 3-34 : Branches stable et instable avec l'excitation externe  $P_0$   
pour  $k_n=10^6\text{N/m}$  et  $e=0,4\text{ mm}$

A l'exception de bifurcation type pitch-fork sous-critique, l'analyse locale de la stabilité donne le comportement du projecteur après bifurcation et ainsi l'effet de non linéarité de jeu sur sa dynamique.

L'effet de jeu et de raideur de contact sur la première et la deuxième fréquence de résonance est présenté dans la Figure 3-35.

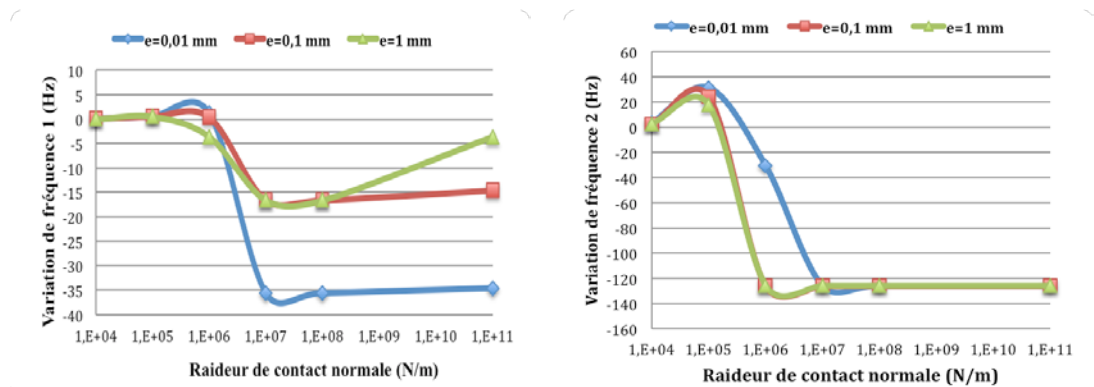
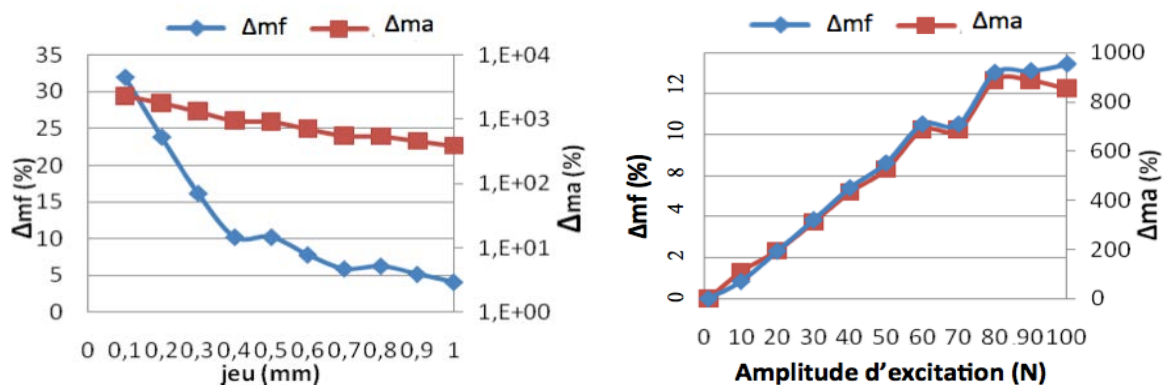


Figure 3-35 : Influence de raideur de contact et jeu sur les fréquences de résonance

Pour mieux cerner l'impact des différents paramètres de modèle de jeu sur les FRF du réflecteur  $u_2$ , les deux paramètres d'amplitude et de fréquence définis par (2.2) et (2.3) renseignent sur la pertinence d'utilisation d'une approche linéaire ou non linéaire (Figure 3-36).



(a)  $k_n=10^{11}\text{N/m}$  et  $P_0=100\text{ N}$

(b)  $k_n=10^{11}\text{N/m}$  et  $e=0,4\text{ mm}$

Figure 3-36 : Evaluation des risques de non linéarité type jeu



## 3.4 Synthèse

Ce chapitre a mis en œuvre plusieurs techniques de calcul et d'analyse des réponses dynamiques non linéaires stationnaires. La maquette numérique construite est basée sur la méthode de la balance harmonique associées à une analyse de stabilité. Deux cas de modèles réduits 1D de projecteur ont été testés intégrant des non linéarités cubique et de jeu. Les FRF simulées ont montré des phénomènes non linéaires (raidissement, assouplissement, bifurcation-saut, et écrêtage) observés sur les FRF mesurées sur le projecteur entier et décrites au chapitre 2.

Ainsi les résultats obtenus sont essentiellement qualitatifs car l'analyse s'est limitée volontairement à une, voire deux équations, pour bien comprendre les phénomènes fondamentaux. L'outil développé ouvre la voie pour intégrer en parallèle différents types de non linéarité et ainsi jouer avec leurs paramètres pour maîtriser le comportement dynamique par voie passive. Prévoir plus précisément la réponse 3D du projecteur automobile dans son entier, en prenant en compte les couplages multidirectionnels, la flexibilité de la majorité de ses organes, les différentes positions et orientation des éléments de liaison nécessite de recourir à des analyses aux éléments finis. Cela fait l'objet du chapitre suivant.

# 4

## Dynamique de projecteur avec un modèle 3D

### SOMMAIRE

---

<b>4</b>	<b>Dynamique de projecteur avec un modèle 3D.....</b>	<b>90</b>
4.1	Contexte de l'étude.....	91
4.1.1	Méthodes de simulation dynamique d'Ansys.....	92
4.1.2	Modèle éléments finis 3D.....	96
4.2	Analyse modale .....	99
4.3	Modélisation du banc de caractérisation .....	101
4.3.1	Mise en place.....	101
4.3.2	Hypothèses de contact.....	102
4.3.3	Validité de la modélisation.....	103
4.3.4	Etude d'influence .....	104
4.3.4.1	Influence de la pression de contact.....	104
4.3.4.2	Influence du coefficient de frottement .....	105
4.3.4.3	Synthèse.....	106
4.4	Modèle 3D équivalent de projecteur .....	107
4.4.1	Modèle initial .....	107
4.4.2	Cas test .....	109
4.4.3	Recalage de paramètres de contacts .....	110
4.5	Conclusion.....	112
<b>5</b>	<b>Conclusion et perspectives.....</b>	<b>113</b>
5.1	Conclusion générale .....	113
5.2	Perspective : .....	114

---

## 4.1 Contexte de l'étude

Dans la suite logique de la démarche d'identification de comportement non linéaire, l'étape finale de ce travail consiste à améliorer les modèles numériques éléments finis utilisés pour réaliser des analyses modales et des réponses harmoniques. Plusieurs contraintes industrielles sont à observer avant de préconiser toute modification sur le processus de calcul utilisé dans les projets. Pour pouvoir cerner l'ensemble de ces contraintes, une analyse fonctionnelle est présentée dans la Figure 4-1.

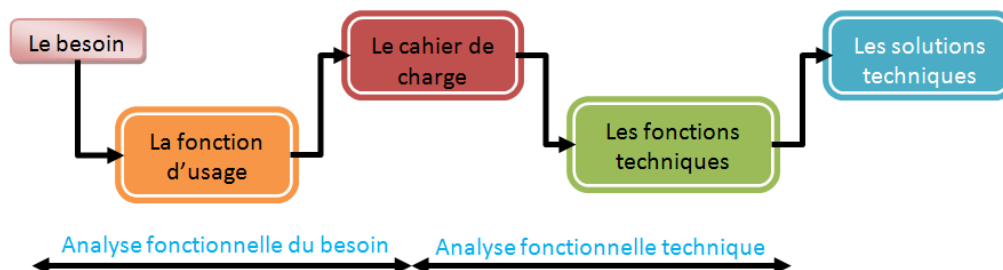


Figure 4-1: Contraintes d'intégration d'une nouvelle méthode de calcul non linéaire

Le premier besoin est de trouver une méthode pour diminuer l'écart actuel entre les résultats mesurés et calculés et pour améliorer les critères de validation des modèles numériques. Les critères d'appréciation sont donc jugés selon l'écart entre les FRF mesurées et calculées. En analysant le cahier des charges imposé en simulation, il convient de connaître la base modale avant tout calcul de réponse dynamique. Le Tableau 4.1, regroupe les besoins à satisfaire pour développer une nouvelle méthodologie de calcul.

<b>FP1</b>	<b>Améliorer les modèles de contacts</b>
<b>FC1</b>	Bonne précision
<b>FC2</b>	Convergence numérique assurée
<b>FC3</b>	Coût CPU faible
<b>FC4</b>	Rapidité et simplicité de la mise en œuvre
<b>FC5</b>	Compatibilité avec d'autre code de calcul

Tableau 4.1: Contraintes des usages fonctionnelles

Le chapitre 3 a proposé une méthode de calcul (M-HBM) pour prévoir le comportement dynamique d'un système comportant différents types de non linéarités. Comme la méthode n'a été appliquée qu'au modèle académique 1D, il s'agit ici de l'étendre à un système à plusieurs milliers de ddl représentatifs d'un projecteur automobile. La technique de condensation dynamique de Craig-Bampton est bien adaptée aux structures avec des non linéarités localisées mais nécessite un développement spécifique et coûteux en temps. De plus les projecteurs ont la particularité d'avoir des phénomènes non linéaires combinés, comme le frottement entre les surfaces des contacts avec jeu.

Une autre alternative est d'améliorer les modèles éléments finis utilisant Ansys le code de calcul employé par le service Recherche et Développement pour s'assurer de l'utilisation de l'approche proposée dans le contexte industriel.

### 4.1.1 Méthodes de simulation dynamique d'Ansys

Le logiciel de calcul des structures par la méthode des éléments finis (EF) Ansys, propose trois types d'analyse pour prendre en compte le frottement :

- a- L'analyse non linéaire perturbée complète. Elle est la plus précise pour modéliser le problème de contact, et utilise des solutions statiques non linéaires à la fois pour établir les contacts initiaux et calculer les contacts glissants,
- b- L'analyse non linéaire perturbée partielle. Elle est la plus utilisée quand une solution non linéaire est nécessaire pour établir les contacts mais une analyse linéaire est utilisée pour calculer les contacts glissants.
- c- L'analyse linéaire non précontrainte. Elle est efficace lorsque les effets des contraintes dans les composants ne sont pas critiques. Cette méthode nécessite moins de temps d'exécution que les deux premières autres méthodes, car aucune solution non linéaire de base est nécessaire. La matrice de raideur de contact est basée sur l'état de contact initial.

Les avantages et inconvénients des trois méthodes sont rassemblés le tableau 4.2.

Méthode d'analyse	Avantage	Inconvénient
<b>a) Non linéaire perturbée complète</b>	Précision.	Temps de calcul long. Problème de convergence.
<b>b) Non linéaire perturbée partielle</b>	Pas de problème de convergence. Effets des précontraintes inclus.	Moins précis que la méthode (a).
<b>c) Linéaire non précontrainte</b>	Temps de calcul rapide. Pas de problème de convergence. Bonne méthode pour effectuer des études paramétriques.	Moins précis que la méthode (a). Effets de pré-contraintes non inclus

Tableau 4.2: Avantage et inconvénients des différentes méthodes d'Ansys pour prendre en compte les contacts

Le Tableau 4.3 présente les quatre solveurs disponibles sous Ansys.

N° solveur	Nom	Solveur linéaire	Solveur non linéaire	Intégration temporelle	Type de problème
1	Transitoire	Non	Oui	Oui	Dynamique non linéaire
2	Statique non linéaire	Oui	Non	Incrémentale	Statique non linéaire
3	Quasi-statique	Non	Oui	Incrémentale	Quasi-statique non linéaire
4	Modal avec superposition	Oui	Non	Oui / Modale	Dynamique linéaire

Tableau 4.3: Solveurs de calcul dynamique disponibles sous Ansys

- **Technique transitoire non linéaire**

La méthode avec un schéma temporel de résolution accepte des calculs dynamiques linéaires et non linéaires. L'avantage est l'intégration de toutes les quantités matricielles (matrices de masse, de raideur et d'amortissement) dans la recherche des réponses dynamiques. Cela rend donc la possibilité

d'étudier tout type de non linéarités (contact, grand déplacement, matériau). La boîte non linéaire d'Ansys permet de :

- Générer automatiquement le pas d'intégration temporelle adapté au type de problème traité pour minimiser ainsi le temps de calcul. Cette option peut être désactivée.
- Utiliser la méthode d'arctangent pour contrôler efficacement la solution des systèmes non linéaires.
- Recourir à la méthode de Newton Raphson pour trouver les points annulant le résidu.

Cependant la technique d'intégration temporelle est très couteuse en temps et la bonne convergence des résultats de simulations n'est pas forcément assurée. De plus la boîte de calcul dynamique non linéaire n'est aujourd'hui disponible que dans Ansys classique (APDL), et nécessite l'utilisation de plusieurs commandes sous Workbench. Ces inconvénients et ces complexités de mettre en œuvre ont exclu le recours à ce genre de calcul non linéaire en bureau d'étude.

- **Technique statique non linéaire**

La deuxième méthode pour traiter des phénomènes non linéaire est le type de simulation statique non linéaire. Elle peut être utile dans l'application industrielle pour connaître par exemple la position d'équilibre statique sous gravité. Avec ce type de technique le problème mécanique revient à résoudre d'une manière itérative ce système matriciel :

$$\mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{F}(\mathbf{u}) \quad (4.1)$$

Avec  $\mathbf{K}$  la matrice de raideur,  $\mathbf{u}$  le vecteur de déplacements et  $\mathbf{F}$  est le vecteur force. Ansys propose la méthode de résolution itérative de Newton-Raphson. A chaque itération de Newton Raphson, le changement de raideur est identifié avec le changement de courbe de force déflexion. Ainsi le problème est de trouver un équilibre entre les efforts internes de chaque degré de liberté avec l'effort extérieur selon le système d'équations suivant:

$$\mathbf{K}\Delta\mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{F}^{\text{NR}} \quad \text{Avec } \mathbf{F} - \mathbf{F}^{\text{NR}} = \mathbf{R} \quad (4.2)$$

Une méthode incrémentale est alors utilisée pour rechercher les points annulant le résidu  $\mathbf{R}$ . Plusieurs normes sont définies sous Ansys pour vérifier la convergence et la précision de cette quantité. Toutes les méthodes de contrôles de solutions non linéaires présentes dans le calcul transitoire sont disponibles pour ce type de calcul.

- **Technique quasi-statique non linéaire**

Cette technique utilise le solveur statique non linéaire pour offrir une réponse dynamique plus riche que la réponse avec une analyse modale linéaire simple. En effet dans cette procédure la matrice de raideur calculée à chaque itération peut être utilisée dans une analyse modale classique pour connaître l'impact du changement de raideur sur les fréquences de résonances et sur les modes associés. Ensuite chaque analyse modale est bouclée avec une analyse forcée type harmonique ou aléatoire.

Dans le bloc statique, toutes les non linéarités de type frottement ou jeu sont intégrées dans la matrice de raideur  $\mathbf{K}$ . La présence de phénomène de frottement entre différents éléments de liaison peut introduire une asymétrie de la matrice de raideur  $\mathbf{K}$ . Une commande est alors introduite afin de donner la possibilité de réaliser de calcul dynamique avec une matrice de raideur asymétrique. La nouvelle matrice de raideur est telle que :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{sym}} + \mathbf{K}_{\text{unsym}} \quad (4.3)$$

avec  $\mathbf{K}_{\text{sym}}$  matrice symétrique de la raideur de la structure,  $\mathbf{K}_{\text{unsym}}$  matrice dissymétrique de la raideur introduite par frottement et dépendant du coefficient de frottement  $\mu$ . Telle que la matrice de rigidité est construite, Ansys assemble l'ensemble des termes de rigidités associés aux éléments du modèle, ce qui constitue une matrice de raideur naturellement symétrique définie positive, vu que le système modélisé est conservatif. L'apparition de termes non symétrique vient de l'introduction du frottement aux interfaces, modélisé par l'intermédiaire des éléments (numériques) de contact.

Soit  $\mathbf{K}_{\text{num}}$  la raideur numérique de contact entre deux nœuds aux interfaces, on peut exprimer ainsi les efforts de contacts et de couple frottant transitant par les interfaces en fonction des ddl :

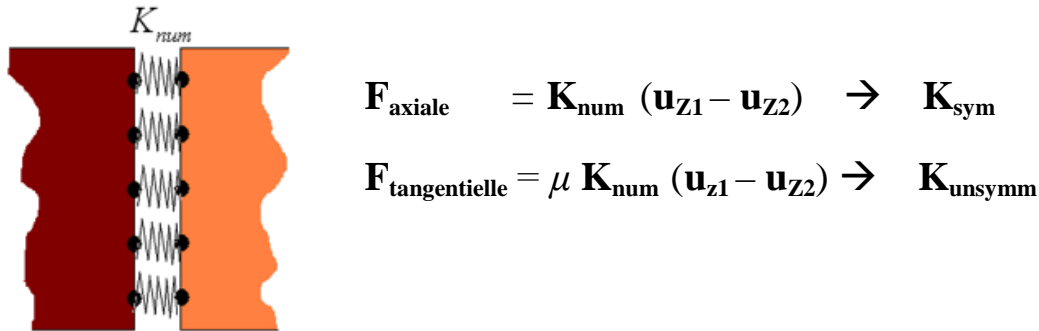


Figure 4-2 : Représentation des raideurs symétriques et non symétriques de contact

La code de calcul sépare les éléments contribuant aux termes dissymétriques, stockés dans  $\mathbf{K}_{\text{unsymm}}$  vis à vis des termes symétriques, correspondant à la raideur axiale de contact, stockés dans  $\mathbf{K}_{\text{sym}}$ . Ainsi, le modèle sans les termes  $\mathbf{K}_{\text{sym}}$  correspond à la représentation élément fini du projecteur sans frottement, tandis que l'adjonction des termes  $\mathbf{K}_{\text{unsymm}}$  ne fait qu'introduire le  $\mu$  dans les équations d'équilibre dynamique du système.

Lors d'un calcul de type non symétrique (extraction complexe par projection modale), Ansys effectue d'abord une recherche des modes réels (antype, modal). Ces modes réels, calculés à partir de la seule matrice de rigidité symétrique, sont donc indépendants du coefficient de frottement utilisé. Cependant, il n'est pas possible d'utiliser la même base de modes réels pour n'importe quels calculs de modes complexes, le solveur Unsym ne le permettant pas contrairement au module QRDamp.

En résumé, du problème initial:

$$\left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \right] \{\mathbf{u}\} = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_{NL} \quad (4.4)$$

les modes propres associés non amortis sont obtenus en résolvant :

$$\left[ -\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} \right] \{\boldsymbol{\varphi}\} \quad (4.5)$$

$$\text{Avec } \{\boldsymbol{\varphi}\} = \{\boldsymbol{\varphi}_r\} + \{\boldsymbol{\varphi}_c\} \quad (4.6)$$

où  $\boldsymbol{\varphi}_r$  et  $\boldsymbol{\varphi}_c$ , respectivement modes propres réels et complexes. Pour cela, on calcule tout d'abord les modes réels (indépendant de  $\mathbf{K}_{\text{unsymm}}$  donc indépendant du coefficient de frottement) :

$$\left[ -\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}_{\text{sym}} \right] \{\boldsymbol{\varphi}_r\} \quad (4.7)$$

Les matrices de masse et de rigidité complètes sont ensuite réduites dans la base des modes réels :

$$\begin{cases} \{\boldsymbol{\varphi}_r\}^T \mathbf{M} \{\boldsymbol{\varphi}_r\} = \mathbf{M}_r \\ \{\boldsymbol{\varphi}_r\}^T \mathbf{K} \{\boldsymbol{\varphi}_r\} = \mathbf{K}_r \end{cases} \quad (4.8)$$

Enfin, la recherche des modes propres complexes est effectuée dans cet espace réduit pour chaque valeur du coefficient de frottement étudié :

$$\left[ -\omega^2 \mathbf{M}_r + \mathbf{K}_r \right] \{\boldsymbol{\varphi}_c\} = 0 \quad (4.9)$$

Les valeurs propres (à savoir, les fréquences) auront une partie réelle et imaginaire si la matrice d'amortissement  $\mathbf{C}$  et / ou de raideur non symétrique  $\mathbf{K}$  sont présentes. La composante imaginaire reflète la fréquence amortie. La composante réelle indique la stabilité du mode. Les modes instables ont la partie réelle de la valeur propre positive. Les vecteurs propres sont aussi complexes dans les deux cas exprimant une propagation de la forme de mode dans le cas de la partie imaginaire non nulle.

- **Technique modale linéaire**

Dans le calcul modal linéaire, les raideurs de contacts de différentes pièces sont intégrées comme des constantes dans la matrice de raideur  $\mathbf{K}$ . Cependant dans une démarche de recalage, les valeurs des raideurs de contact peuvent être imposées pour correspondre aux raideurs mesurées provenant des essais de caractérisation dynamique.

### 4.1.2 Modèle éléments finis 3D

Le projecteur retenu pour réaliser l'application industrielle est présenté dans la Figure 4-3. Il est maillé avec 595171 éléments tétraédriques Solide187 équivalents à 1097916 nœuds. Les conditions aux limites appliquées, représentées dans la Figure 4-4, correspondent à la fixation du boîtier sur la carrosserie de la voiture.

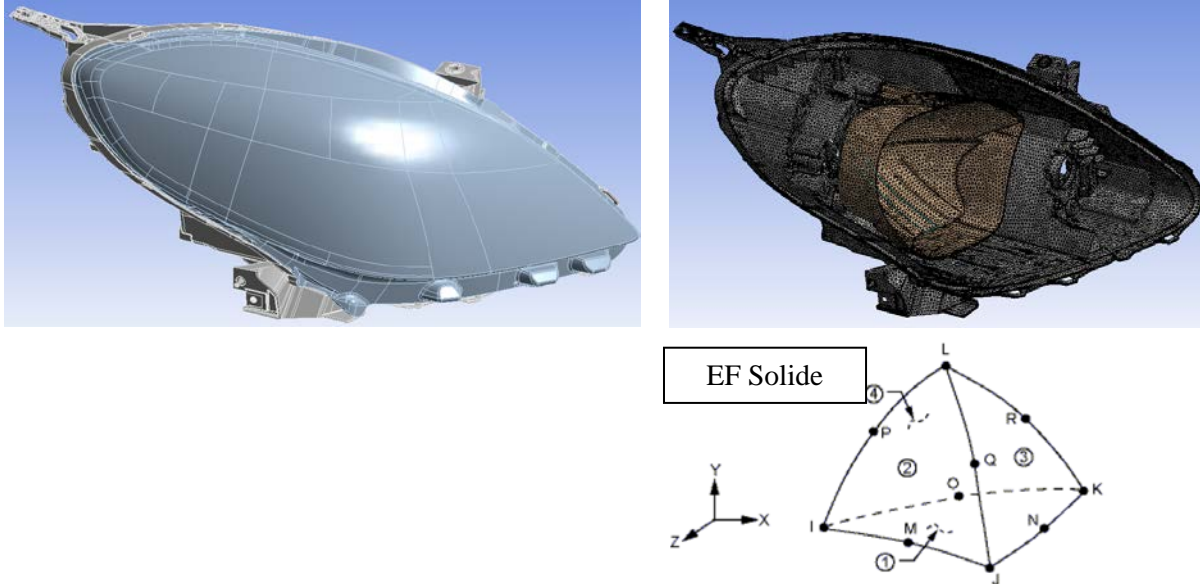


Figure 4-3: Modèle éléments finis de projecteur

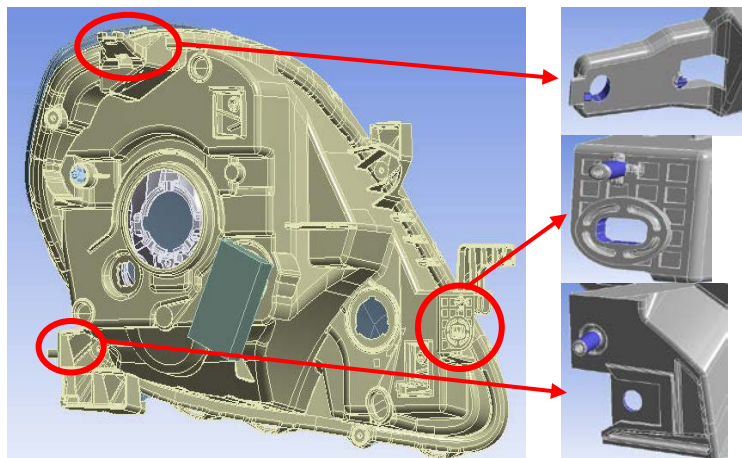


Figure 4-4: Conditions aux limites appliquées au projecteur

La Figure 4-5, montre un exemple de choix des surfaces maître (rouge) et esclave (bleu) de contact. Ces surfaces de contact sont soit totalement rigides (tous les nœuds appartenant à la même surface sont rigidement solidaires) ou soit totalement flexibles. Cette dernière option est retenue dans la modélisation à entreprendre.

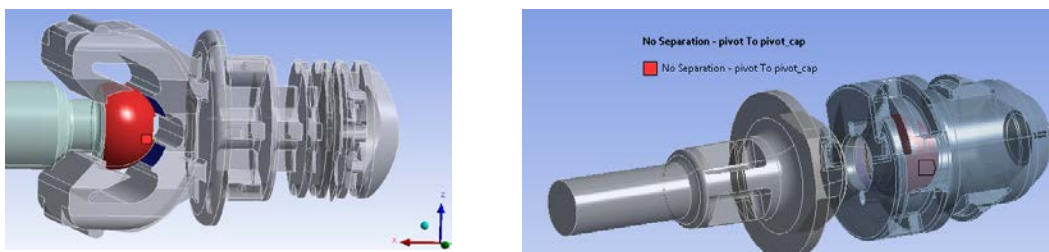


Figure 4-5: Exemples des sélections des surfaces de contact



Plusieurs modèles de contact et de formulation sont disponibles sous Ansys (Tableau 4.4).

Eléments	12/52	178	48/49	175	171/174
Type	Nœud-nœud	Nœud-nœud	Nœud-surface	Nœud-surface	Surface-surface
Glissement	Petit	Petit	grand	Grand	grand
Ordre important					Oui
Lagrange augmenté		Oui	Oui	Oui	Oui
Pure pénalité		Oui		Oui	Oui
Raideur de contact	Définie par utilisateur	Semi-automatique	Définie par utilisateur	Semi-automatique	Semi-automatique

Tableau 4.4: Eléments de contacts Ansys

Les connecteurs de ces surfaces sont de type contact 178, voir le Tableau 4. 4 et la Figure 4-6. Ils supportent les deux méthodes de résolution de contact (Pure pénalité et Lagrange augmenté) pour bien représenter le comportement élastique de jonction. Dans le cas des modèles du projecteur, il n'est pas nécessaire qu'un élément de connexion intègre une loi élastoplastique. La formulation type pure pénalité est par la suite utilisée car intègre les paramètres mécaniques du modèle de contact à l'inverse de la méthode de Lagrange augmenté. Ainsi le problème de contact revient seulement à bien estimer le vecteur de charge introduit au niveau de contact  $\mathbf{F}_l^{nr}$  utilisé par la suite dans la boucle de Newton-Raphson pour résoudre le résidu de la formulation éléments finis :

$$\mathbf{F}_l^{nr} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_n \\ \mathbf{F}_{sy} \\ \mathbf{F}_{sz} \\ -\mathbf{F}_n \\ -\mathbf{F}_{sy} \\ -\mathbf{F}_{sz} \end{pmatrix} \mathbf{F}_n = \begin{cases} 0 & \text{if } \mathbf{u}_n \leq 0 \\ \mathbf{K}_n \mathbf{u}_n & \text{if } \mathbf{u}_n > 0 \end{cases} \mathbf{F}_t = \begin{cases} \mathbf{K}_t \mathbf{u}_t & \text{if } \sqrt{\mathbf{F}_{ty}^2 + \mathbf{F}_{tz}^2} - \mu \mathbf{F} < 0 \text{ (Contact bloqué)} \\ \mathbf{K}_n \mathbf{u}_n & \text{if } \sqrt{\mathbf{F}_{ty}^2 + \mathbf{F}_{tz}^2} - \mu \mathbf{F} = 0 \text{ (Contact glissant)} \end{cases} \quad (4.10)$$

avec  $\mathbf{F}_n$  le vecteur de force de contact normale,  $\mathbf{F}_{sy}$   $\mathbf{F}_{sz}$  les vecteurs de forces tangentielles de contact dans la direction y et z,  $\mathbf{u}_n$  le jeu entre les deux nœuds,  $\mathbf{u}_y$  déplacement dans la direction y,  $\mu$  coefficient de frottement activé avec une commande. Les deux paramètres clés dans cette approche sont les raideurs de contact, normale  $\mathbf{K}_n$  et tangentielle  $\mathbf{K}_t$ .

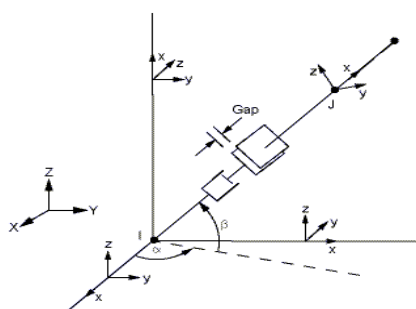


Figure 4-6: Géométrie de l'élément fini CONTA178

Les trois éléments de contacts sources de non linéarités sont ceux caractérisés dans le chapitre 2. La cinématique de contact sous Ansys est bien définie. Les 6 degrés de liberté peuvent être soit contraints auquel cas le comportement du connecteur ne joue aucun rôle sur ce ddl, soit libres (Figure 4-8).

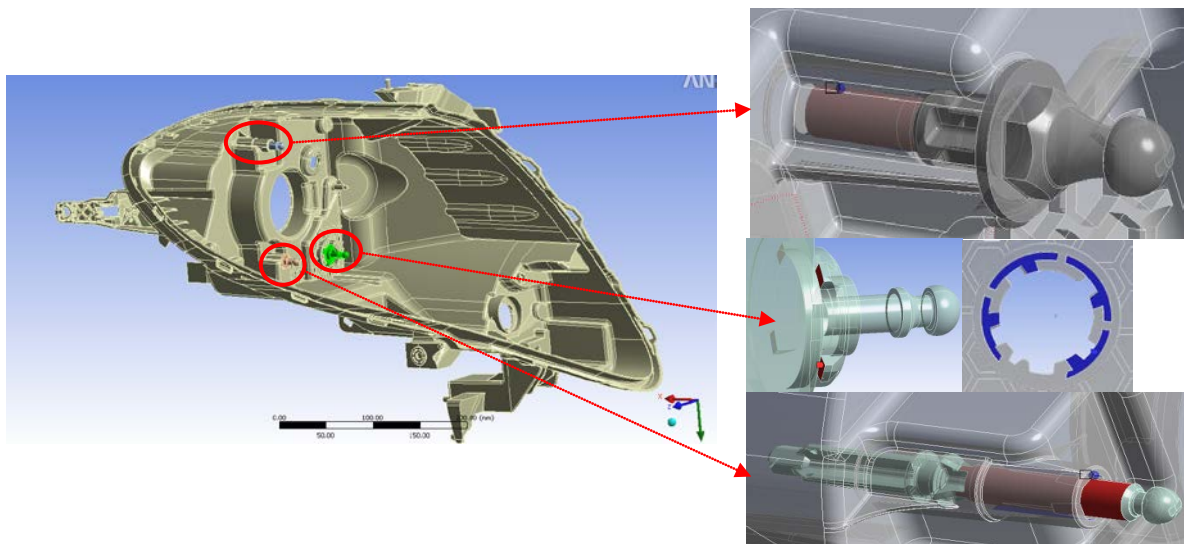


Figure 4-7: Surface des contacts entre les éléments de liaison et le boîtier

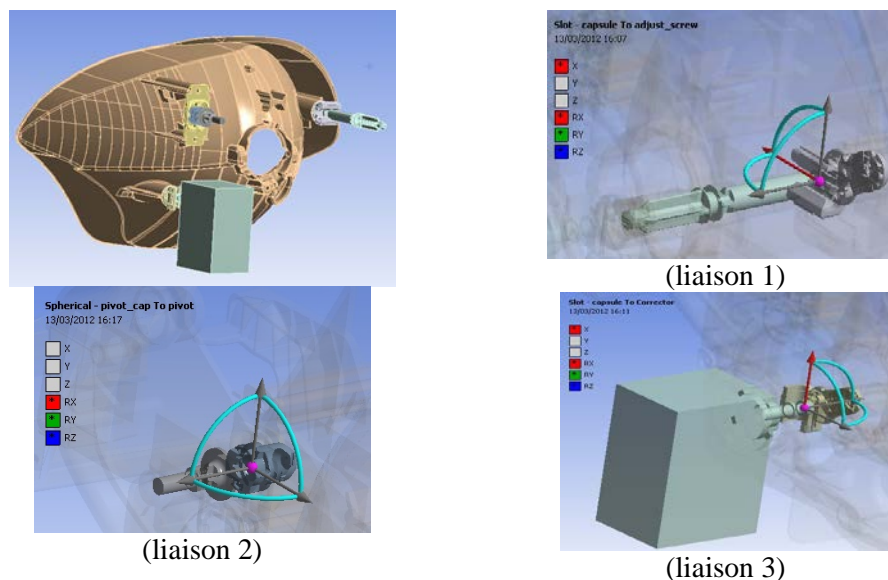


Figure 4-8: Cinématique des éléments connecteurs de contact

Dans la suite de ce chapitre trois modèles éléments finis sont employés :

- Le premier modèle EF est utilisée pour réaliser l'analyse modale du projecteur complet en rendant les liaisons rigides.
- Le deuxième modèle est construit pour bien caler les paramètres des liaisons. Pour cela sont modélisés par EF les montages du banc d'essai de caractérisation des pièces de liaisons réflecteur/boîtier (Figure 2-14 et Figure 2.15). La méthode de calcul statique non linéaire est choisie pour réaliser cette étude.
- Le troisième modèle vise à étudier l'influence des raideurs de contacts sur les réponses dynamiques de projecteur afin de proposer une amélioration de la méthode de calcul modal existante.

## 4.2 Analyse modale

L'analyse modale est réalisée en prenant en compte toutes les spécifications préalablement mentionnées mais en rendant les liaisons rigides. Les premières formes modales calculées sont présentées dans la Figure 4-9.

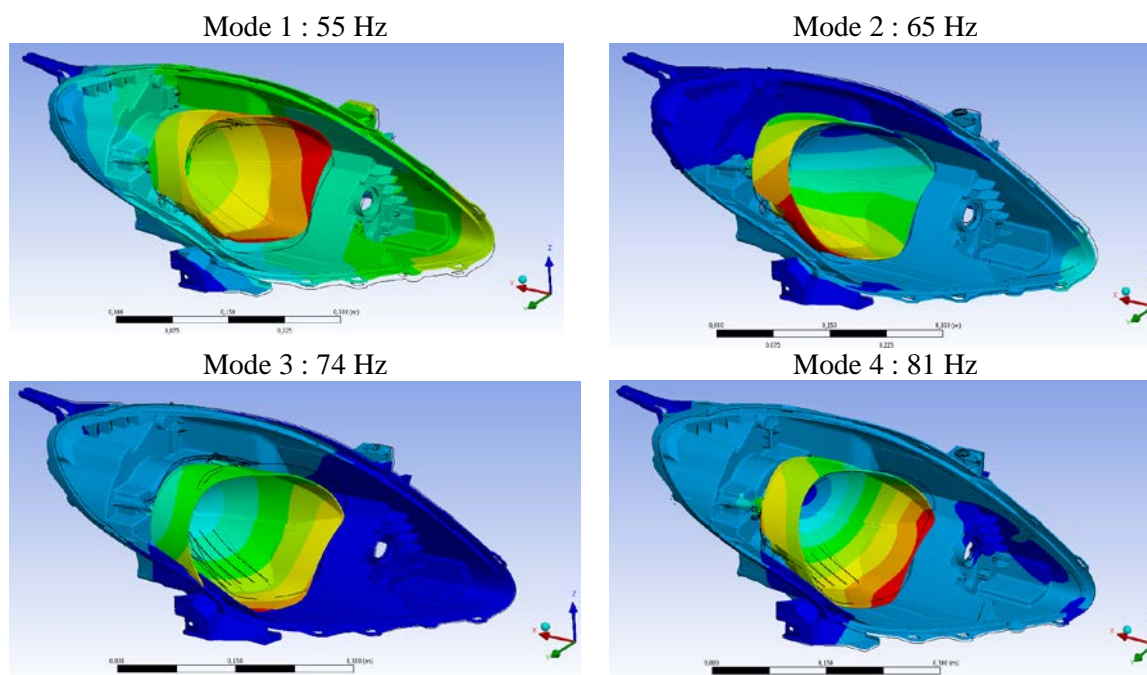


Figure 4-9: Fréquences de résonance et modes calculés

La première fréquence de résonance est à 55 Hz et correspond au mouvement de l'ensemble réflecteur et boîtier dans la direction Z. La Figure 4-10, montre les facteurs de participation, ratio de chaque masse modale et de la masse totale du modèle.

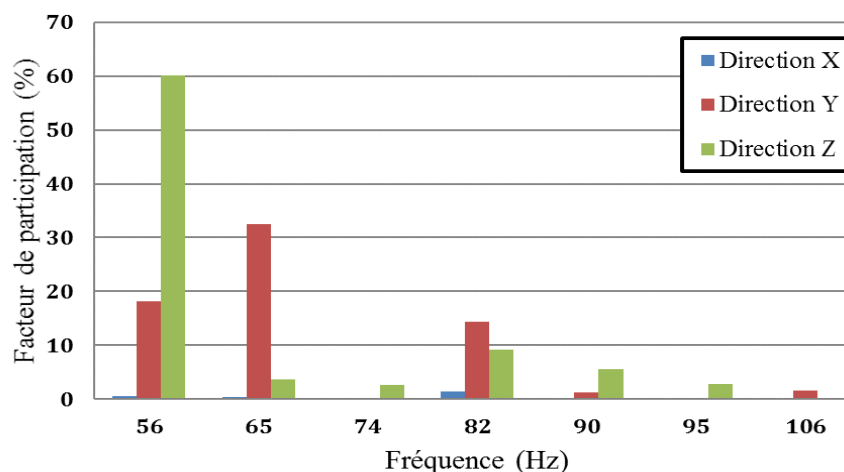


Figure 4-10: Facteurs de participation modale calculés dans les trois directions (X, Y et Z), avec un choix de raideur de contact rigide

Le Tableau 4.5 compare les résultats des analyses modales numérique et expérimentale en utilisant deux critères pour valider expérimentalement le modèle. Le premier critère de validation est basé sur la différence relative entre les fréquences de résonance calculées et mesurées (DIF). Si  $DIF < 10\%$ , la corrélation est considérée acceptable (OK), autrement elle est classée (KO). Le deuxième critère est basé sur la comparaison des formes modales calculées et mesurées en utilisant le critère de MAC (Modal Assurance Criterion) : OK si  $MAC > 70$  et KO dans le cas où  $MAC < 70$ .

Le Tableau 4.5, regroupe les résultats des corrélations modales pour les 15 premiers modes. Seuls 5 modes sur 15 ont pu être identifiés et seulement trois modes de fréquence 55Hz, 90Hz et 157 Hz respectent les deux critères de validation DIF et MAC. Cela montre que la base modale calculée n'est pas satisfaisante et que cela impactera forcément les réponses dynamiques calculées (niveau de déplacement, déformation et contrainte) surtout dans le cas d'utilisation de la méthode de superposition modale.

N°	Fréquences de résonance calculées (Hz)	Fréquences de résonance mesurées (Hz)	Différence relative (%)	MAC	Statut	
					DIF	MAC
1	55	49	11	80	OK	OK
2	65	82	-25	63	KO	KO
3	74	71	4	<20	KO	KO
4	81	Mode absent			KO	KO
5	86	Mode absent			KO	KO
6	90	87	4	79	OK	OK
7	101	77	24	32	KO	KO
8	106	100	6	<20	KO	KO
9	122	112	8	<20	KO	KO
10	123	129	-5	<20	KO	KO
11	129	131	-2	<20	KO	KO
15	157	142	9	72	OK	OK

Tableau 4.5: Comparaison des bases modales calculées et mesurées selon le MAC

Les FRF forcées mesurées sur le pot vibrant ont montré un premier pic de résonance vers 33 Hz (Figure 2-7) qui fait une différence de -22Hz et -17 Hz avec les résultats modaux calculés et mesurés avec une réponse impulsionnelle. Au-delà que les modèles de calculs actuels ne fournissent pas tous les modes présents dans la structure, la méthode de mesure de réponse impulsionnelle modale avec marteau est insatisfaisante pour valider totalement les calculs dynamiques. Le fait de ne pas identifier ce mode de 33 Hz peut s'expliquer par :

- Le mode de 55 Hz, a été décalé vers 33 Hz à cause de la présence des comportements non linéaires non pris en compte dans les modèles de calcul linéaire et aussi non intégrés dans le logiciel de post-traitement des essais modaux.
- Un nouveau mode à 33 Hz lié à des paramètres physiques non encore inclus dans les calculs est apparu.

Les techniques décrites précédemment permettent de reproduire un comportement dynamique d'un projecteur dans des conditions proches des essais statiques, modaux et harmoniques. Afin d'améliorer la modélisation pour augmenter la fiabilité de résultats, il s'agit maintenant de mieux connaître les forces de contact à introduire. Pour cela les montages de caractérisation des liaisons sont modélisés par EF dans ce qui suit.

## 4.3 Modélisation du banc de caractérisation

Les analyses précédentes confirment que le comportement des éléments de liaison dépend fortement des niveaux d'excitations imposées. Différents modèles de contacts peuvent coexister à la fois mais l'influence de chaque élément de liaison sur la réponse dynamique globale du projecteur n'est pas encore cernée. Les résultats de caractérisation discutés dans le chapitre 2, montrent un début d'explication sur l'influence des raideurs de contact sur les efforts de contact des liaisons (vis de réglages horizontale et verticale et point fixe).

L'objectif principal de l'étude suivante est de comprendre et de maîtriser les niveaux des forces de contacts qui surviennent lors des essais de caractérisation. Puis des études d'influence sont présentées tout le long de cette section afin d'identifier les paramètres responsables des phénomènes.

### 4.3.1 Mise en place

Pour réaliser ce travail, un modèle éléments finis proche du banc de caractérisation a été créé (Figure 4-11). Les mêmes conditions aux limites des essais ont été respectées: les deux vis de réglages sont fixées aux niveaux de deux extrémités et l'excitation est appliquée au niveau de la pièce métallique comme présenté dans la Figure 4-13. Deux configurations des montages sont étudiées afin de valider les résultats de simulation en sens glissant et bloquant de la vis dans sa capsule (Figure 4-12).

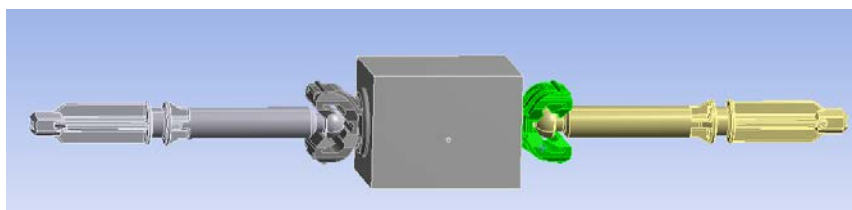
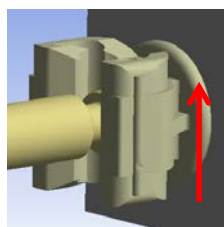
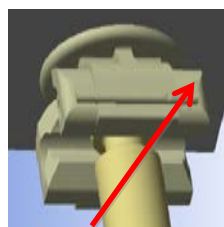


Figure 4-11 : Modèle de CAO utilisé pour le maillage EF



Sens glissant



Sens bloquant

Figure 4-12 : Modèles de caractérisation en sens bloquant et en sens glissant

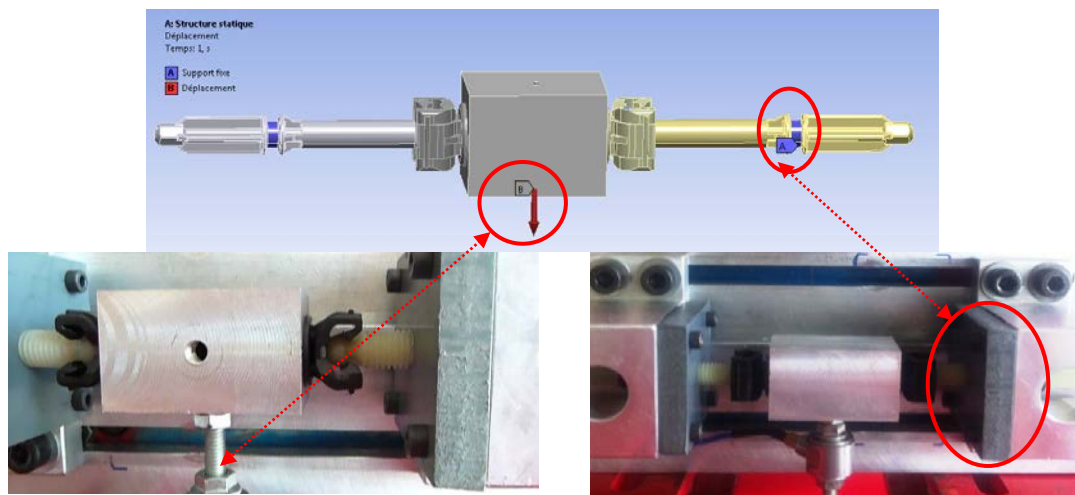


Figure 4-13 : Conditions aux limites du banc de caractérisation



### 4.3.2 Hypothèses de contact

La liaison entre les deux capsules et le bloc métallique est modélisée par un contact totalement lié avec une loi type pure pénalité (Figure 4-14). Pour les liaisons capsules/ vis de réglages, un modèle de contact avec frottement type Coulomb est utilisé avec une loi type Lagrange augmenté (Figure 4-15).

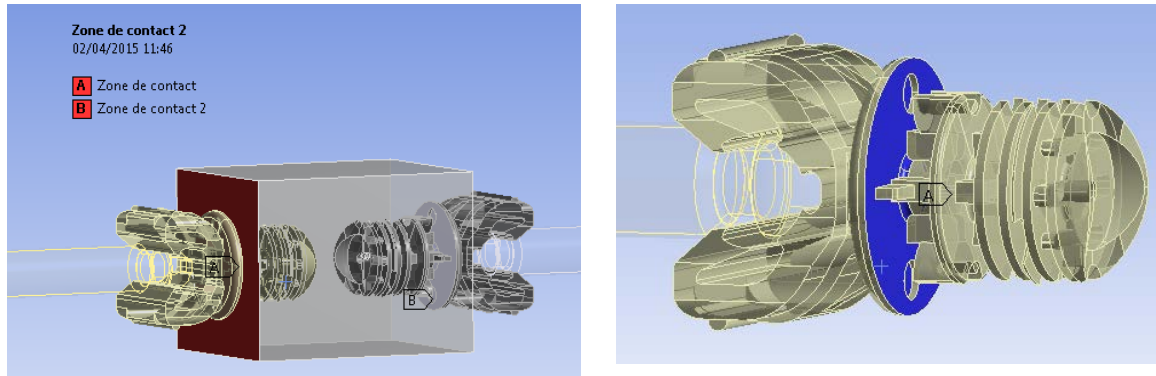


Figure 4-14 : Contact totalement lié entre capsules et pièce métallique

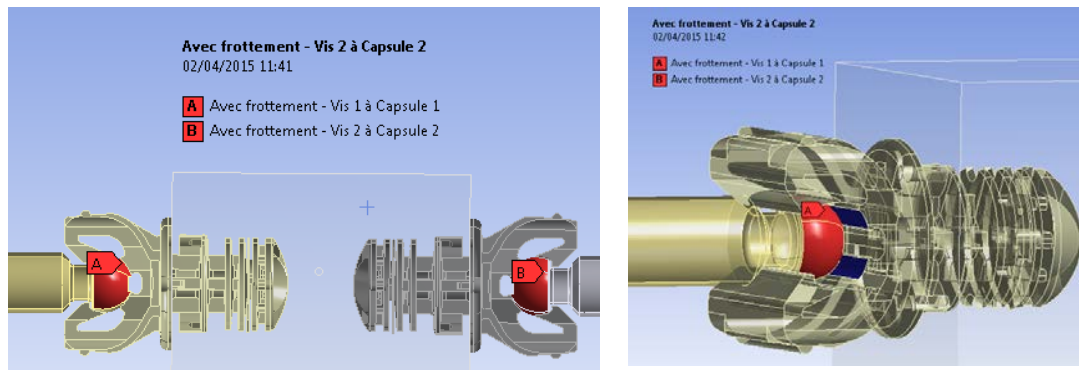
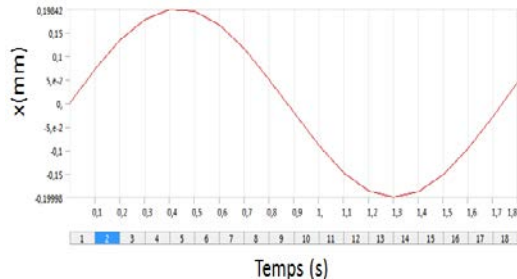


Figure 4-15 : Contact avec frottement entre capsules et vis de réglage

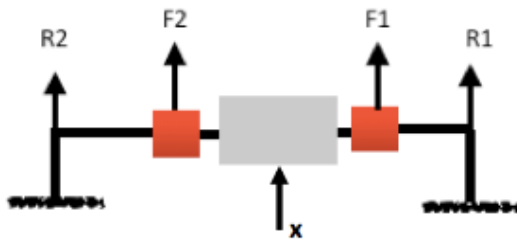
L'effet de frottement dans le calcul de force de contact est introduit seulement dans le cas où le solveur de calcul des raideurs non-symétriques est activé. Pour cela une insertion de commande (antype, static nropt, unsym ) est nécessaire.

### 4.3.3 Validité de la modélisation

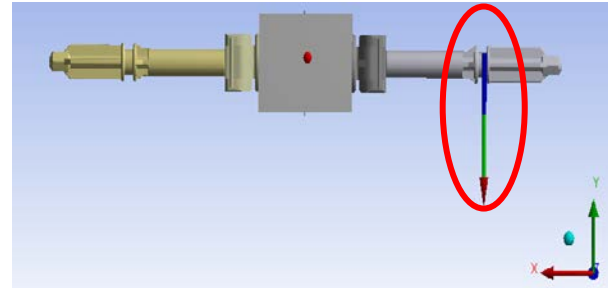
Pour tracer les courbes force/déflexion calculées avec une simulation quasi-statique, l'amplitude d'excitation type déplacement imposé est discrétisée à plusieurs pas de temps (18 pas dans cet exemple) et à chaque pas de temps la valeur de force de réaction support de fixation de vis de réglages est calculée (R1 et R2).



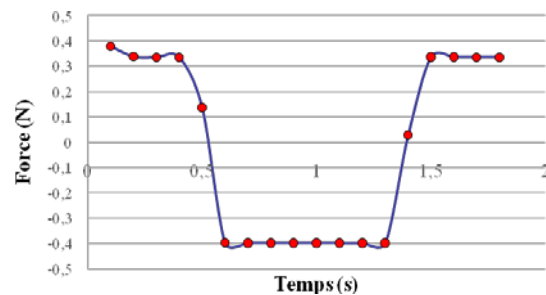
Profil d'excitation : déplacement échantillonné en 18 pas de temps



R1 et R2 : forces de réaction ; F1 et F2 ; forces de contact ; x : déplacement imposé.



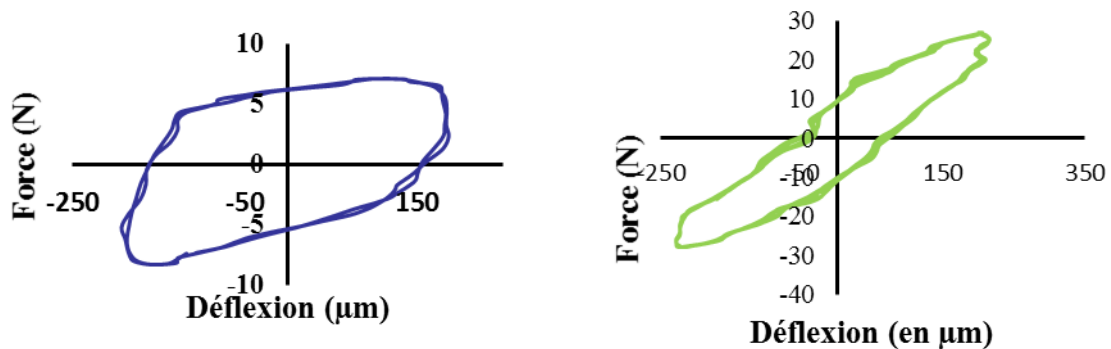
Point de récupération de force de contact



Exemple de profil de force de contact F1

Figure 4-16 : Estimation de force de contact pour tracer les courbes force/déflexion

Les deux courbes force/déflexion mesurées à reproduire avec le modèle éléments finis de banc sont présentées dans la Figure 4-17



(a) Boucle force/déflexion mesurée dans le sens glissant pour une excitation périodique d'amplitude 0.2 mm et une fréquence de 33 Hz

(b) Boucle force/déflexion mesurée dans le sens bloquant pour 0.25 mm et 20 Hz

Figure 4-17 : Boucles mesurées de références pour les calculs quasi-statiques

### 4.3.4 Etude d'influence

#### 4.3.4.1 Influence de la pression de contact

Pour bien maintenir l'assemblage vis/capsule, une précontrainte a été prévue dès la phase de conception de capsule. Les éléments de contact linéaire d'Ansys ne prennent pas en compte cette pression ou cette force supplémentaire. Etant donné que cette valeur de précontrainte est inconnue et que par souci de simplification du modèle numérique, un déplacement est imposé sur la facette extérieure de capsule dans la direction normale afin d'exercer une pression supplémentaire sur les éléments de contact vis/ capsule voir la Figure 4.20. La configuration glissante de banc de caractérisation est choisie pour réaliser cette étude d'influence. Un coefficient de frottement de 0.3 a été utilisé pour modéliser le frottement vis/capsule de deux matériaux : le polyamide 66 chargé à 30% fibres et le polyacétal (PA66-30FV/ POM ).

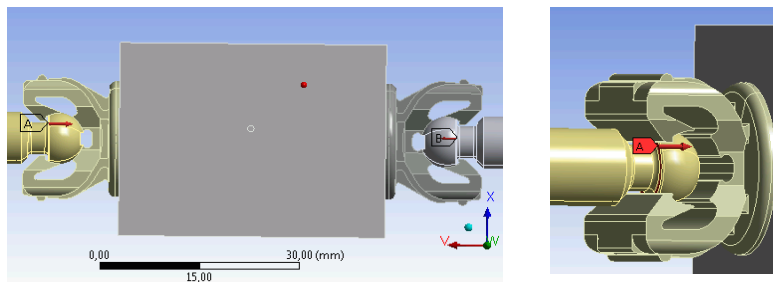


Figure 4-18 : Prise en compte de précontrainte capsule/vis de réglage

La Figure 4-19, montre que le niveau de précontrainte capsule/vis a une influence non négligeable sur la pression de contact. La pression de contact augmente de 0,7 MPa (cas sans précontrainte,  $x1=0$  mm) et à 26 MPa (cas avec précontrainte,  $x1=0.03$  mm).

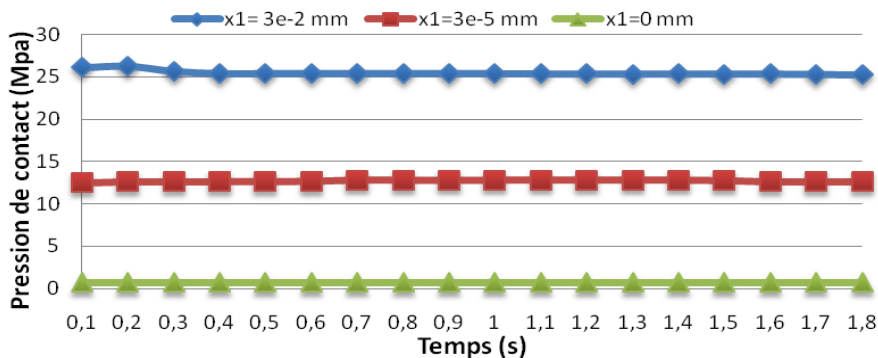


Figure 4-19 : Influence de précontrainte sur la pression de contact

Les boucles force-déflexion calculées (Figure 4-20) et mesurées (Figure 4-17) sont alors comparées. Dans le cas de configuration glissante et pour une excitation périodique extérieure de 0.2 mm avec une fréquence de 33Hz, la valeur maximale de force de contact varie de 0,4 N (cas sans précontrainte) et à 30 N (cas avec une forte contrainte). La valeur de pression de contact qui correspond au niveau de la force de contact le plus proche de la mesure est de 12 Mpa qui est alors retenue pour la suite de l'étude d'influence.



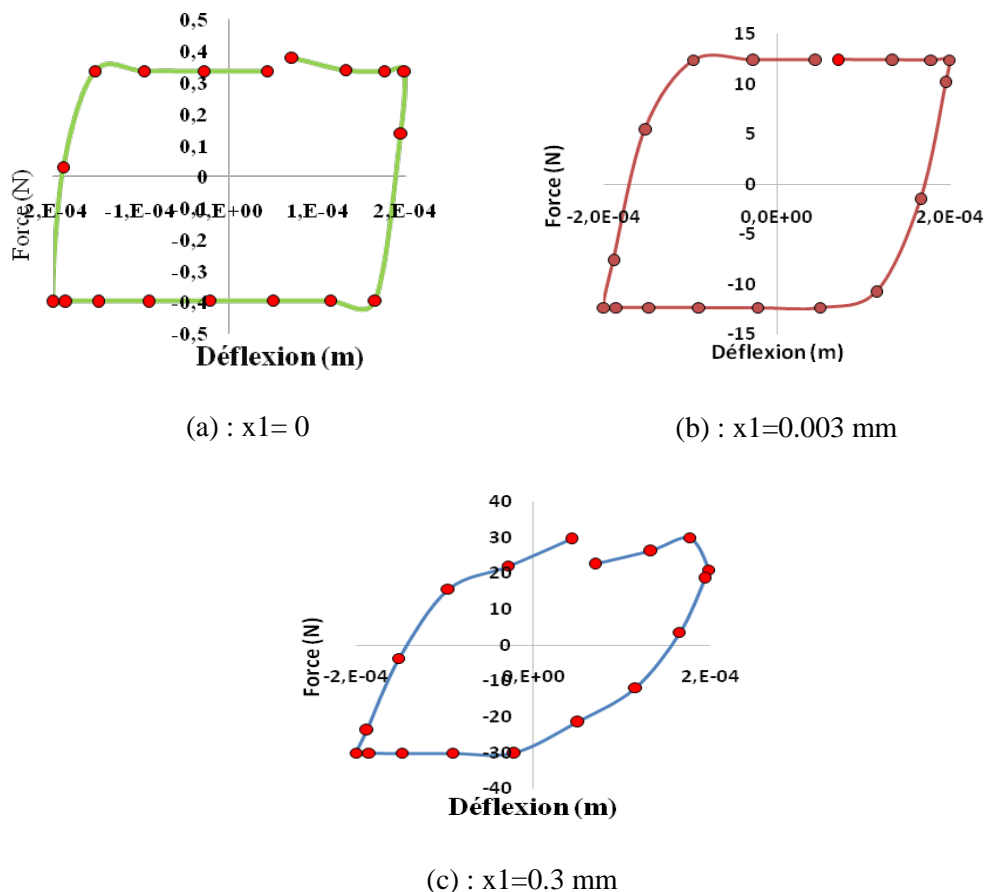


Figure 4-20 : Effet de précontrainte  $x_1$  sur les forces de contact avec  $\mu=0.3$

#### 4.3.4.2 Influence du coefficient de frottement

Afin de montrer l'effet de coefficient de frottement  $\mu$  sur les raideurs des contacts et ainsi choisir la valeur qui correspond au mieux au modèle de contact vis/capsule une étude d'influence a été menée sur le modèle de banc de caractérisation. La Figure 4-21 présente trois boucles de force/déflexion calculées avec trois valeurs du coefficient de frottement ( $\mu=0.2$ ,  $\mu=0.3$  et  $\mu=0.4$ ). La valeur maximale de force de contact augmente de 6 N jusqu'à atteindre 15 N. Selon ces résultats, la valeur du coefficient de frottement qui correspond à la valeur de force de contact mesurée est de  $\mu=0.2$ .

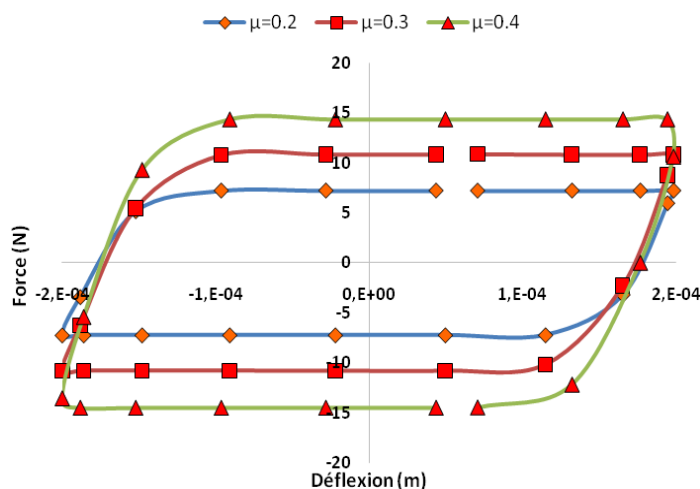


Figure 4-21 : Effet de coefficient de frottement sur courbe de force/déflexion

Dans un calcul statique non linéaire, il est possible dans Ansys d'actualiser les valeurs de raideurs de contact voir l'équation (4.7). Pour illustrer cette hypothèse, est tracée dans la Figure 4-21 la variation de raideur tangentielle en cours de temps pour deux valeurs de coefficient de frottement ( $\mu=0.2$  et  $\mu=0.3$ ). A l'instant  $t=0.6$  s, la valeur de raideur tangentielle varie de  $2.1 \cdot 10^6$  N/m à  $1.8 \cdot 10^6$  N/m pour  $\mu=0.3$  et de  $1.4 \cdot 10^6$  N/m à  $1.2 \cdot 10^6$  N/m pour  $\mu=0.2$ . Cela signifie que le choix de valeur de frottement conditionne le niveau de raideur tangentielle utilisé et ainsi influence forcément l'évaluation de la force de contact.

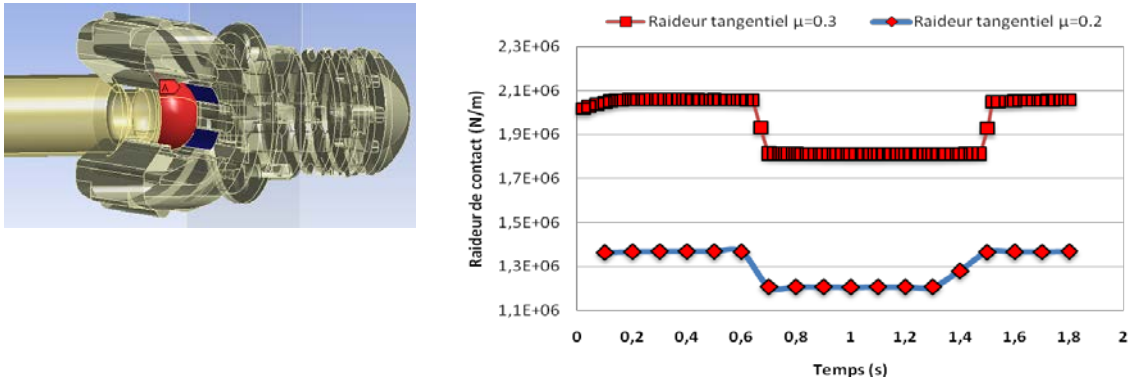


Figure 4-22 : Effet de coefficient de frottement sur les raideurs de contact tangentiel

#### 4.3.4.3 Synthèse

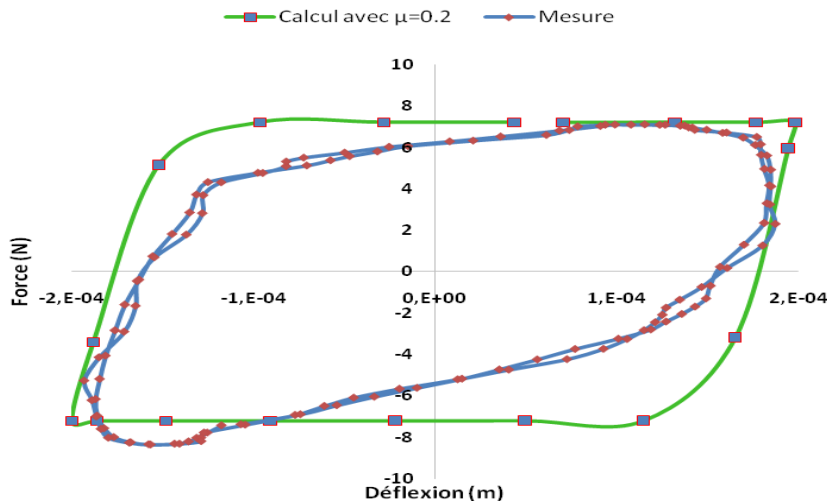


Figure 4-23 : Comparaison des boucles force/déflexion calculées et mesurées pour la liaison vis/capsule dans le sens glissant

La reproduction des phénomènes non linéaires avec des modèles numériques montre la bonne prise en compte des éléments nécessaires à son apparition. Selon les résultats de l'analyse d'influence présentée précédemment, la pression de contact est fixée à une valeur de 12 MPa et le coefficient de frottement  $\mu=0.2$ .

La Figure 4-23 montre une comparaison entre boucles force/déflexion mesurées et calculées avec ces valeurs pour une excitation périodique d'amplitude 0.2 mm et une fréquence de 33 Hz. Ces résultats montrent une modélisation satisfaisante du banc de caractérisation.

Cependant l'influence des raideurs de contact sur les résultats dynamiques reste à évaluer. Une analyse modale numérique et expérimentale sur le banc de caractérisation pourrait montrer l'impact de paramètre de contact sur les fréquences et sur les niveaux vibratoires.

## 4.4 Modèle 3D équivalent de projecteur

L'objectif de cette section est d'étudier l'influence de raideurs de contact sur les réponses dynamiques d'un modèle éléments finis d'un projecteur complet. Un calcul modal est réalisé pour identifier les formes modales du projecteur. Ensuite une analyse harmonique basée sur la méthode de superposition modale est entreprise afin de déterminer les niveaux des accélérations du réflecteur et du boîtier.

### 4.4.1 Modèle initial

Le dispositif utilisé pour mesurer les réponses fréquentielles d'un projecteur est le même que le montage 2 embarqué sur le pot électrodynamique et présenté dans la Figure 2-4. Un calcul harmonique avec une excitation périodique d'amplitude d'accélération de 1g et une fréquence d'excitation variant entre 5Hz et 250 Hz a été réalisé. L'ensemble des points choisis pour tracer les FRF calculés correspondent aux points de mesures (Figure 4-24).

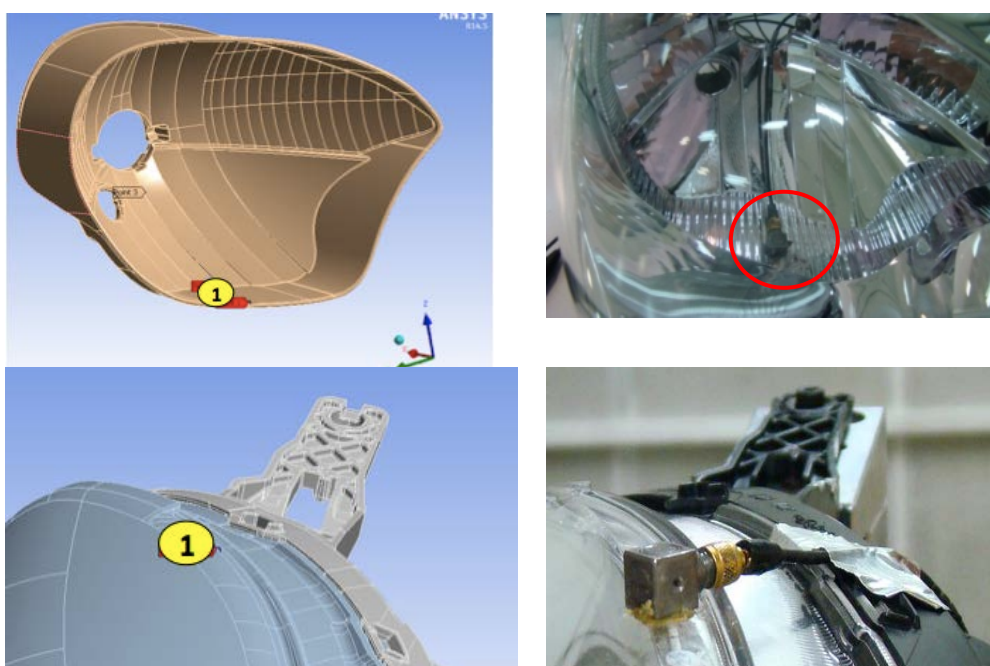


Figure 4-24 : Point de validation de niveau de vibration sur réflecteur et sur boîtier

Sans spécifier les valeurs de raideurs utilisées pour modéliser les contacts, Ansys utilise des valeurs arbitraires qui ne traduisent pas les propriétés physiques du modèle (Tableau 4.6). Dans le cas de calcul linéaire sans frottement, seuls des raideurs normales de contacts sont utilisées, les valeurs tangentielles restant nulles.

L'exploitation des FRF mesurées lors des essais sur l'excitateur donne un amortissement modal global de 4% qui est utilisé dans les calculs des FRF.

N	Liste des liaisons	Raideur normale (N/m)	Raideur tangentielle (N/m)
1	Vis de réglage horizontale capsule	$2,6 \cdot 10^{10}$	0
2	Vis de réglage verticale capsule	$1,3 \cdot 10^{10}$	0
3	Point fixe capsule	$7,5 \cdot 10^{10}$	0

Tableau 4.6 : Raideurs utilisées dans le modèle EF d'Ansys

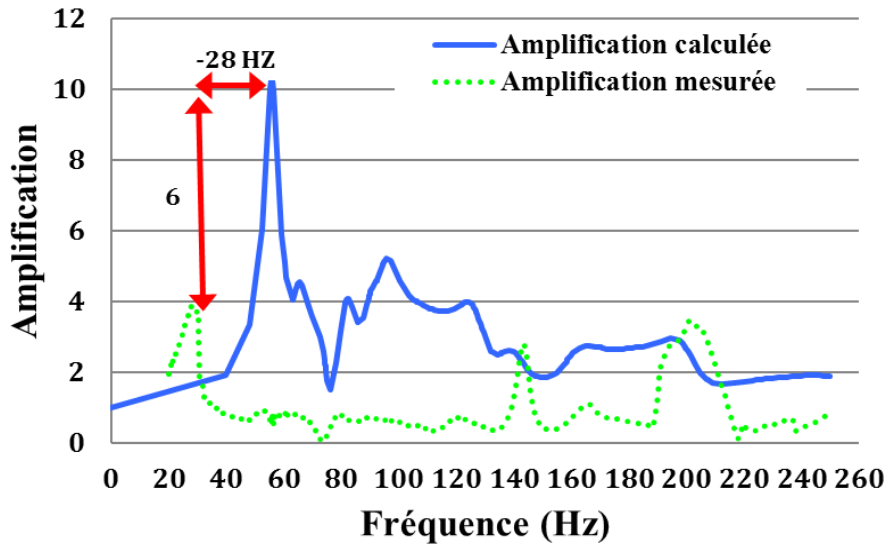


Figure 4-25 : Comparaison des FRF calculées et mesurées sur réflecteur dans la direction Z

La comparaison des FRF du réflecteur (Figure 4-25) montre des écarts notables entre le calcul et la mesure. Par exemple pour le réflecteur le premier pic de résonance calculé a une différence par rapport à la mesure de -28 Hz en fréquence et de +6 en amplification. Ces écarts sont essentiellement imputables à la base modale mal estimée et aux modèles de contact trop rigides. Ceci est confirmé par les plus faibles écarts tant en amplitude qu'en fréquence entre les FRF calculées et mesurées sur la glace (Figure 4-26) car celle-ci étant collée sur le boîtier est moins dépendante de liaisons non linéaires.

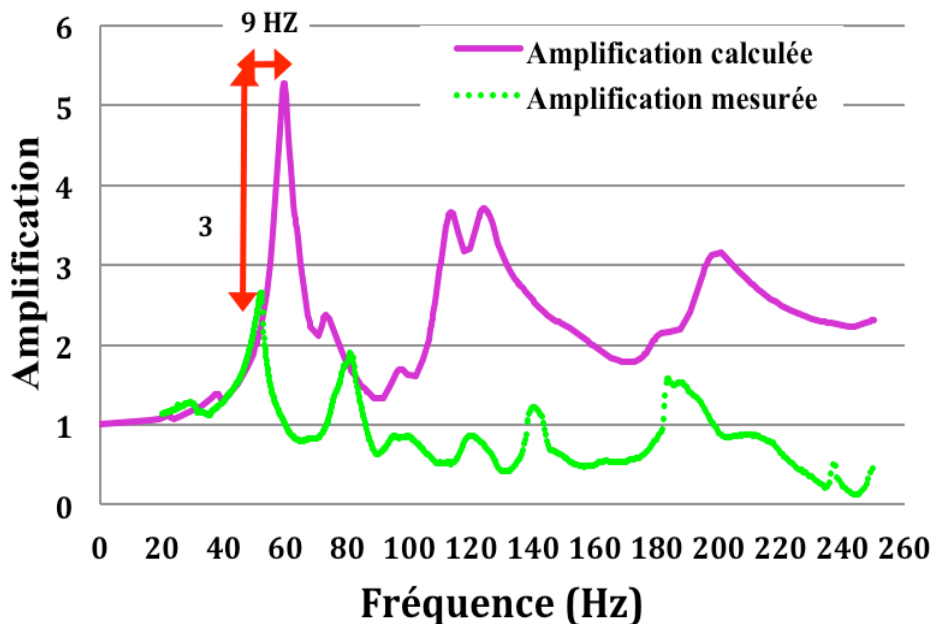


Figure 4-26 : Comparaison des FRF calculées et mesurées sur la glace dans la direction Z

#### 4.4.2 Cas test

Dans le but de connaître l'effet des raideurs sur les modes de projecteur deux cas tests sont traités (Tableau 4.7).

- Le premier test vise à connaître l'effet des raideurs tangentielles sur les fréquences et les niveaux des FRF. Pour cela, sont gardées les valeurs des raideurs normales du modèle initial et sont introduites les valeurs de raideurs tangentielles estimées à partir des essais de caractérisation.
- Le deuxième test vise à démontrer l'influence des raideurs normales sur les modes de projecteur. Pour cela sont affaiblies les raideurs normales mais gardées les raideurs tangentielles du Test 1.

L'utilisation des éléments de contact type CONTA178 schématisé dans la Figure 4-6, avec une loi de contact type pure pénalité, présente l'avantage de définir des raideurs de contact physique qui peuvent être sélectionnées avec l'ajout d'une commande APDL (rmodif, cid). Les liaisons 1 et 3, représentées dans la Figure 4-8, ont les mêmes propriétés de contact en sachant toutefois que l'orientation du sens de glissement diffère. Les raideurs de contact choisies dans les deux cas de tests se rapprochent de niveaux de raideurs de contact mesurés précédemment dans la phase de caractérisation.

Cependant il faut noter qu'il y a une différence entre les raideurs estimées dans les tests de caractérisation et celles utilisées dans le calcul modal du projecteur complet. Les raideurs des contacts mesurées dans la direction bloquante et glissante des liaisons réflecteur-boîtier intègrent aussi les raideurs structurales des pièces (capsule et vis) dans les trois directions. De plus, les différents modèles des contacts identifiés dans la phase de caractérisation intègrent l'influence de la fréquence et de l'amplitude d'excitation à l'inverse de celles utilisées dans le calcul modal linéaire.

A ce niveau d'étude l'objectif principal reste de montrer l'effet de ces raideurs sur la dynamique globale du projecteur et d'améliorer la prévision du premier phénomène de résonance pour lequel les effets non linéaires sont les plus important.

Liaisons	Test 1		Test 2	
	Raideurs normales calculées	Raideurs tangentielles mesurées	Raideurs normales mesurées	Raideurs tangentielles mesurées
Vis de réglage horizontale /capsule	$2,6 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^4$
Vis de réglage verticale/ capsule	$1,3 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^4$
Point fixe/capsule	$7,5 \cdot 10^{10}$	$3,3 \cdot 10^4$	$1,7 \cdot 10^5$	$3,3 \cdot 10^4$

Tableau 4.7: Spécification des raideurs de contacts calculées ou mesurées

Dans les deux cas tests présentés dans le Tableau 4.7, seules les raideurs bloquantes diffèrent. Dans le test 1 elles sont issues du calcul par EF et dans le test 2 elles sont issues de la mesure.

### 4.4.3 Recalage de paramètres de contacts

Plusieurs méthodes et outils numériques sont disponibles pour proposer un recalage global des masses, raideurs et amortissement dans leur ensemble, sans qu'il y ait un réel sens physique. La méthode proposée dans la thèse réside dans l'idée de vouloir corriger les paramètres de contacts responsables de la création des phénomènes non linéaires observés précédemment. L'enjeu principal du recalage est donc avant tout la localisation des zones qui ont des paramètres erronés. Dans notre étude, il s'agit des liaisons du réflecteur qui ont des raideurs mesurées et calculées différentes.

Dans la suite, seuls les paramètres de raideur des liaisons sont recalés ce qui joue à la fois sur les raideurs et les masses modales. Une liaison souple confine l'énergie de déformation au boîtier seul. Une liaison rigide répartit l'énergie de déformation dans le boîtier et le réflecteur : la moindre force d'excitation sollicite plusieurs modes du réflecteur. Les réponses sont calculées avec les valeurs de raideurs figurant dans le Tableau 4.6. La répartition des masses modales est un bon indicateur pour connaître les coefficients de transmission des efforts et la répartition de l'énergie dans les composants du système optique.

L'analyse modale par EF avec les deux cas, donne les modes de réflecteur à 22 Hz, 32 Hz et 40 Hz absents dans le modèle initial (Figure 4-27). Ceci est intéressant car ces fréquences se rapprochent de celles observées avec essais harmoniques réalisés sous différents niveaux d'excitations (0,6 g, 1g, 2g et 4g). En assouplissant les liaisons boîtier-réflecteur, la répartition des masses modales calculées évolue par rapport à celle du modèle initial, voir la Figure 4-28.

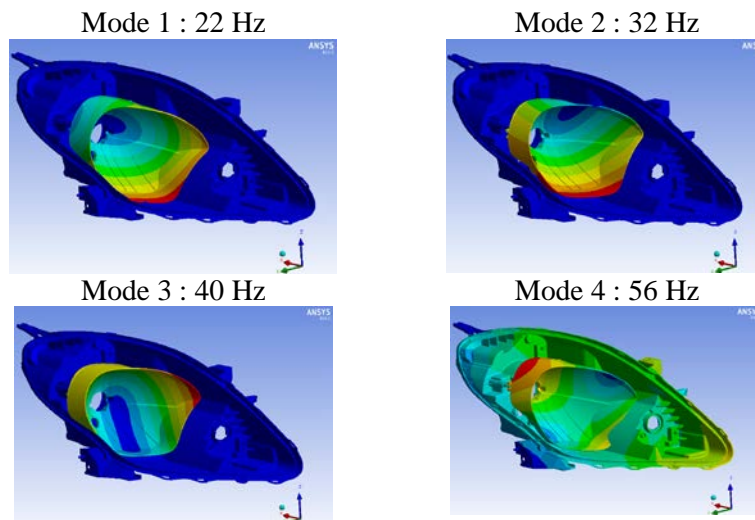


Figure 4-27 : Modes de déformation de projecteur en utilisant les raideurs de contact du test 1 et de test 2

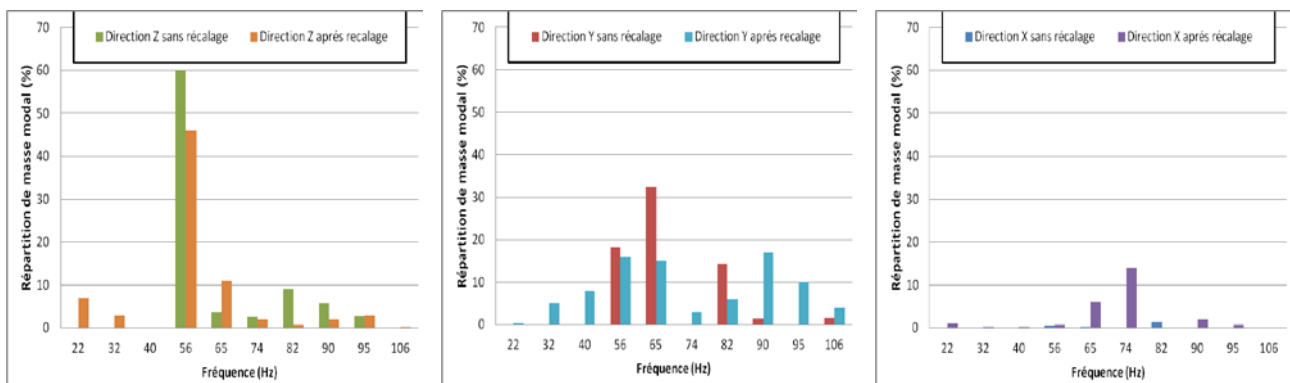
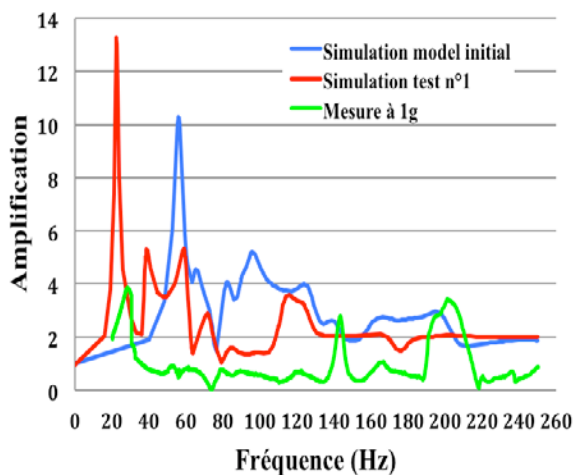


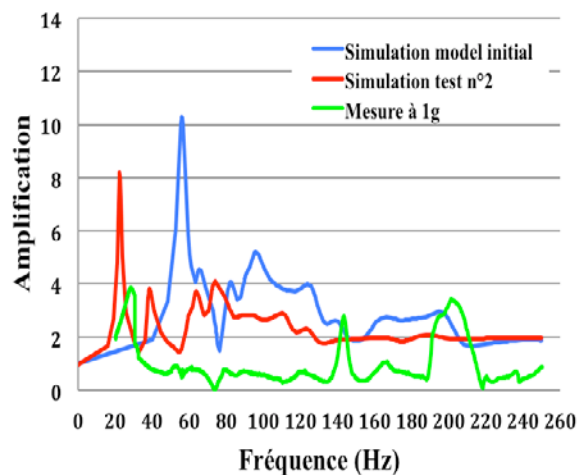
Figure 4-28 : Répartition des masses modales avec et sans recalage des raideurs de contact du Test 1

Pour avoir une idée de l'impact du changement des raideurs de contacts (tangentielle et bloquantes) des liaisons réflecteur-boîtier sur les niveaux vibratoires, des calculs harmoniques linéaires sur une plage de fréquence de 0 à 250 Hz sont réalisés en utilisant la base modale recalée précédemment avec les tests 1 et 2. Figure 4-29 et Figure 4-30 montrent les FRF calculées et mesurées sur mêmes points de réflecteur et de boîtier-glace.

La prise en compte des raideurs tangentielles réflecteur/boîtier donne une meilleure prévision des niveaux de vibration. Les améliorations sont significatives et démontrent que le modèle 3D du projecteur est fort sensible aux raideurs.

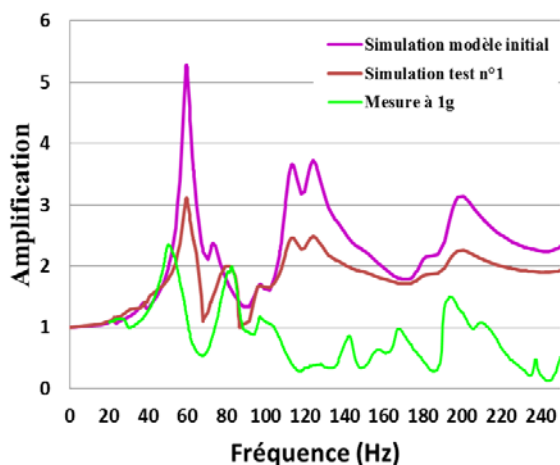


(b) : FRF avec recalage des raideurs du test 1

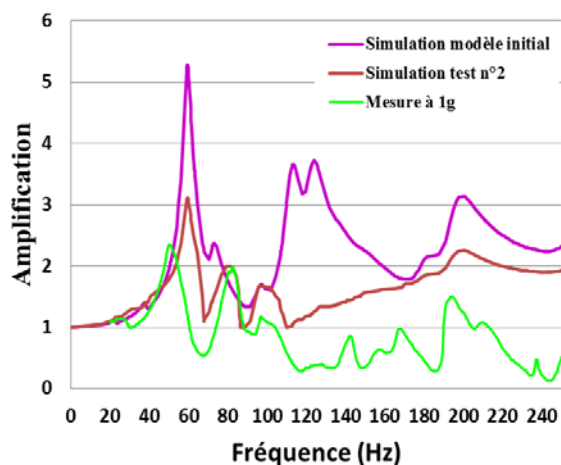


(a) : FRF avec recalage des raideurs du test 2

Figure 4-29 : Résultats des FRF du réflecteur avec et sans recalage des raideurs des liaisons



(a) : Résultats après recalage des raideurs du test 1



(b) : Résultats après recalage des raideurs du test 2

Figure 4-30 : Résultats des FRF de la glace et de boîtier avec et sans recalage

## 4.5 Conclusion

Les études d'influence montrent une forte dépendance à tous les paramètres des non linéarités étudiées. Les algorithmes (statique non linéaire, modale et harmonique) utilisés ont une influence sur la précision des résultats sur le temps de calcul et sur la convergence.

La méthode statique non linéaire a permis de reproduire numériquement l'évolution des raideurs de contact mesurées lors des essais de caractérisation des pièces de liaison. L'influence de pression de contact, de coefficient de frottement joue un rôle important dans ce type de calcul statique non linéaire. Cependant à cause de temps de calcul mis en place (48h), cette méthode ne peut pas être appliquée sur un modèle éléments finis d'un projecteur. Un effort de simplification et de réduction des différentes géométries de projecteur est nécessaire afin de diminuer le nombre de ddl.

L'influence des raideur de contact sur les modes propres, sur les fréquences de résonance et sur les niveaux de vibration de projecteur a été étudiée avec des simulations modales et harmoniques. Le recalage des valeurs de raideurs normale et tangentielle des liaisons améliorent les FRF calculées du réflecteur et du boîtier. En particulier la FRF calculée sur la glace du boîtier est très satisfaisante au regard de la mesure.



# 5 Conclusion et perspectives

## 5.1 Conclusion générale

L'objectif principal des travaux présentés est de disposer d'un modèle EF pour simuler numériquement le comportement dynamique de projecteurs d'éclairage automobile avec des non linéarités localisées, et plus précisément les fonctions de réponses fréquentielles associées en conditions opérationnelles stationnaires.

En comparant les FRF mesurées et calculées de façon linéaire, les écarts non négligeables montrent qu'il convient d'améliorer le modèle aux éléments finis actuellement utilisé en conception. Les travaux de cette thèse ont clairement montré que ces écarts sont majoritairement imputables aux non linéarités des liaisons des composants du projecteur.

Par ailleurs le projecteur possède plusieurs composants de géométries rendues complexes notamment par leurs fonctionnalisations et les raidisseurs des coques. Son modèle doit alors posséder une maille fine pour être représentatif de cet ensemble, ce qui conduit à disposer d'un maillage de plus d'un million de ddl. Calculer les FRF en plusieurs points du projecteur avec un tel modèle prenant aussi en compte les multiples nonlinéarités introduites par les liaisons et résolu avec une intégration temporelle pas-à-pas, devient vite rédhibitoire, car les temps CPU sont trop longs (48h) . Il faut en particulier atteindre pour chaque fréquence de forçage le régime stationnaire avant de passer à l'incrément fréquentiel suivant et cela pour une large bande fréquentiel.

Un volet expérimental important a été nécessaire pour caractériser les trois types de non linéarité (jeu-butée, collé-glissant et raidissant) résidant dans les liaisons réflecteur-boitier. Des montages spécifiques ont été conçus et construits. Les campagnes d'essais ont donné des boucles effort-déflexion radiales des liaisons d'intérêt, ont servi d'une part à choisir des modèles de Masing, non linéaire par morceau, de kelvin-Voigt et d'autre part à caler leurs paramètres pour plusieurs amplitudes et fréquences du forçage de type déplacement imposé et contrôlé.

Pour analyser l'influence de ces non linéarités, la thèse a intégré des modèles réduits à 1D, construits sous Matlab, et représentatifs de deux sous-ensembles du projecteur. Les techniques de la dynamique numérique non linéaire ont été utilisées pour aller rechercher rapidement les solutions périodiques avec la méthode de la balance harmonique et associer à une méthode de continuation pour posséder l'ensemble des branches solutions du système dynamique. Grâce à ces modèles à 1 ou 2 ddl, des analyses d'influence des paramètres des non linéarités sur les FRF ont été menées. Les calculs ont démontré le rôle des non linéarités sur les phénomènes qui distordent les FRF tels que les raidissements, les assouplissements, les bifurcations, les écrêtages qui sont aussi observés sur les FRF mesurées du projecteur. De plus a été proposé un indicateur de non linéarité qui aide à la décision d'intégrer un phénomène non linéaire dans la modélisation.

Pour calculer les FRF du projecteur complet il a fallu faire appel à la méthode des Eléments Finis et à Ansys, code de calcul utilisé par la R&D du constructeur de projecteur. Comme ce code ne possède pas de modules de calcul non linéaire de recherche de solution périodique, telle que la

méthode de balance harmonique, et comme l'intégration temporelle n'est pas envisageable pour les raisons exposées ci avant, il a fallu se tourner sur la démarche de calcul suivante.

- Afin de reproduire les boucles effort-déflexion des liaisons mesurées, un modèle éléments finis du banc de caractérisation a été mis en place pour reproduire les boucles force/déflexion mesurées. Une technique d'intégration temporelle « quasi-statique non linéaire » a été utilisée. Plusieurs études de sensibilité sur différents paramètres (coefficient de frottement, pression de contact, raideur de contact) ont permis d'obtenir une bonne corrélation. Néanmoins des mesures spécifiques sont nécessaires pour confirmer les valeurs des paramètres utilisés. Le temps de calcul assez important de ce modèle éléments finis limite l'exploitation de la méthode pour réaliser des calculs non linéaires quasi-statiques d'un projecteur complet. Un travail important reste à faire pour que le modèle ainsi réduit puisse servir à réaliser une intégration temporelle non linéaire.

- En s'inspirant des résultats obtenus dans la phase de caractérisation des liaisons et aussi pour faire face à la difficulté que représente la modélisation des non linéarités aux interfaces frottantes des pièces des liaisons, un modèle éléments finis de projecteur complet enrichi par le recalage des raideurs de contact a été mis en place. Cependant ce modèle EF développé, objectif de la thèse, à une validité limitée. Seuls les modes de boîtier peuvent être simulés correctement. Toutefois, il permet de trouver les modes de réflecteur absents précédemment et ainsi réaliser des calculs harmoniques aboutissant à des niveaux des vibrations proches de mesure.

En final, une stratégie globale permettant un processus sur l'identification des comportements non linéaire (détection, caractérisation et modélisation) a été définie. Plusieurs méthodes de modélisations ont été envisagées puis testées.

## 5.2 Perspective :

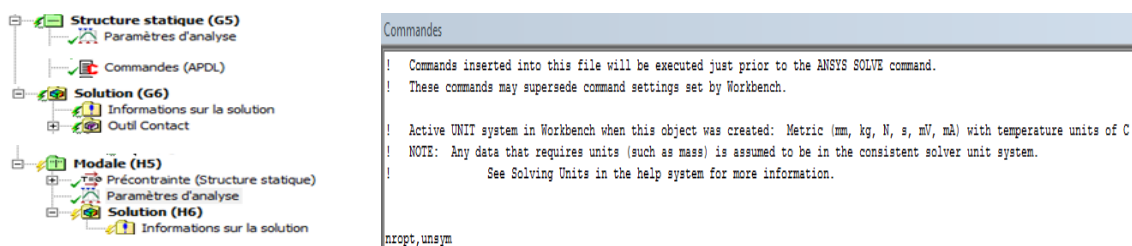
Les acquis de cette thèse constituent une base conséquente pour poursuivre l'amélioration de la prévision du comportement dynamique non linéaire de projecteur automobile. Plusieurs axes de travail sont envisageables :

- Réduction de taille de modèle éléments finis. Enrichi par le recalage des raideurs de contact le modèle doit être réduit afin d'essayer de mettre en place une procédure de calcul des FRF. La méthode de Craig et Bampton est à utiliser car bien adaptée au cas du projecteur avec des non linéarités localisés.
- Développement d'un code de calcul EF pour traiter les applications industrielles à plusieurs centaines de milliers d'équations et intégrant des méthodes spectrales, type HBM, pour la recherche des solutions périodiques. Ce type de codes reste pour l'instant et essentiellement l'apanage des laboratoires de recherche, bien que des codes comme Code\_Aster et CAST3M ont commencé à les implémenter.
- Fort de la possibilité de calculer des FRF avec non linéarité de structures industrielles, il est alors envisageable de développer une démarche pour adapter et combiner les paramètres des non linéarités pour contrôler par voie passive les réponses dynamiques de tout équipement embarqué et en particulier de projecteur automobile.

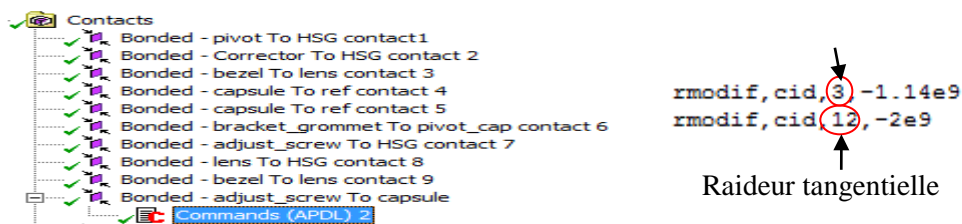
# Annexe1 :

## Caractéristique d'essai de caractérisation

- Pot vibrant Gearing & Watson V617-DSA4-8k, Amplitude maximum 25mm, plage de fréquence de 0 à 200Hz.
- Laser micro-epsilon ILD 1400-20 : précision de 670nm, sensibilité de 0.2V/mm.
- Capteur en S TME F501TC : étendue de mesure (EM) de +/- 500 daN, erreur de linéarité de 0.05\*EM, erreur d'hystérésis de 0.03\*EM.
- Capteur Piézoélectrique DTRAN 1051v, sensibilité de 22.48mV/N.
- Système d'acquisition OROS (OR34) échantillonne à 2048 Hz.
- Accéléromètre PCB M353B33, sensibilité de 99mV/g (fixé au pot).



Commande APDL pour réaliser des calculs dynamiques avec une matrice de raideur asymétrique



Procédure de réglage des raideurs de contacts

## Bibliographie

**[ALM 02] Al Majid A., Dufour R.**

“Formulation of a hysteretic restoring force model. Application to vibration isolation”, *Nonlinear Dynamics*, Springer Verlag (Germany), 2002, pp. 69-85.

**[ALM 04] Al Majid A., Dufour R.**

“Harmonic Response of a Structure Mounted on an Isolator Modelled with a Hysteretic Operator: Experiments and Prediction”. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, vol. 277, n°1, pp. 391–403.

**[ALB 00] Al Bedoor B.O.**

“Transient Torsional and Lateral Vibrations of Unbalanced Rotors with Rotor-to-Stator Rubbing.” *Journal of Sound and Vibration*, 2000, vol. 229, n°3, pp. 627-645.

**[ALS 11] Al Sayed B.**

“Comportement dynamique des ensembles tournants de turbomachines. Maîtrise des effets des dispositifs de liaisonnement amortisseurs”. Thèse, LaMCoS, INSA Lyon, 2011, Disponible sur : <http://theses.insa-lyon.fr/publication/2011ISAL0022/these.pdf>

**[AMB 04] Ambrosio F.**

“Comportement dynamique des structures en présence de frottement sec. Application aux ensembles aubés”. Thèse, LaMCoS, INSA Lyon, 2004, Disponible sur : <http://theses.insa-lyon.fr/publication/2004ISAL0074/these.pdf>

**[BAT 08] Batailly A.**

“Simulation de l’interaction Rotor/stator Pour Des Turbo-Machines Aéronautiques en Configuration non-Accidentelle”, Thèse ECN, Ecole Centrale de Nantes, 2008, Disponible sur : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00364945/document>.

**[BAT 10] Batailly A., Legrand M., Cartraud P., Pierre C.**

“Assessment of Reduced Models for the Detection of Modal Interaction through Rotor Stator Contacts.” *Journal of Sound and Vibration*, 2010, vol. 329, n° 26, pp. 5546-5562.

**[BAS 07] Bastien J., Michon G., Manin L., Dufour R.**

“An analysis of the modified dahl and masing models: Application to a belt tensioner.” *Journal of Sound and Vibration*, 2007, vol. 302, n°4-5, pp. 841–864.

**[BER 00] Berlioz A., Dufour R., Sinha S.C**

“Bifurcation in a nonlinear auto parametric system using experimental and numerical investigation.” *Nonlinear Dynamics*, 2000, vol. 23, n° 2, pp. 175-187.

**[BLI 90] Bliman P.A.**

“Etude mathématique d’un modèle de frottement sec : le modèle de P.R. Dahl.”, Thèse de doctorat en mathématiques et automatique, 1990, Paris : Université de Paris IX-Dauphine.

**[BLI 95] Bliman P.A., Sorine M.**

“Easy-to-use realistic dry friction models for automatic control.”, 3rd European Control Conference, Rome, Italy, 1995, pp. 3788–3794.

- [Bow 50] Bowden, F.P., Tabor, D.,**  
 “The friction and lubrication of solids.”, Oxford at the Clarendon Press, 1950.
- [CAN 95] Canudas de Wit C., Olsson H., Astrom K.J. et al**  
 “A new model for control of systems with friction.” IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, vol. 40, n°3, pp. 419-425.
- [CHA 08] Chatelet E., Michon G., Manin L. et al**  
 “Stick/slip phenomena in dynamics: Choice of contact model. Numerical predictions & experiments.” Mechanism and Machine Theory, 2008, vol. 43, n° 10, pp. 1211–1224.
- [CHE 97] Chen S.L, Gérardin M.**  
 “Finite Element Simulation of Nonlinear Transient Response due to Rotor-Stator Contact.” Engineering Computations, 1997, vol. 14, n° 6, pp. 591-603.
- [CHO 02] Choisy S.**  
 “Investigation on the Whirling Motion of Full Annular Rotor Rub.” Journal of Sound and Vibration, 2002, vol. 258, pp.191-198.
- [CHO 00] Chong Y. H., Imregun M.**  
 “Use of Reciprocal Modal Vectors for Nonlinearity Detection”, 2000, Archive of Applied Mechanics, vol.70, n°7, pp. 453-462.
- [CHO 87] Choy F.K., Padocan J.**  
 “Non-Linear Transient Analysis of Rotor-Casing Rub Events.” Journal of Sound and Vibration, 1987, vol. 113, n°3, pp. 529-545.
- [CHU 98] Chu F., Zhang Z.**  
 “Bifurcation and Chaos in a Rub-Impact Jeffcott Rotor System.” Journal of Sound and Vibration, 1998, vol. 210, n° 1, pp. 1-18.
- [COO 02] Cook R.D., Malkus D.S., Pelsha M.E.**  
 “Concepts and applications of finite element analysis.” New York: Joh, Wiley& sons, 2002, pp.719.
- [DAH 85] Dahl P.R, Wilder R.**  
 “Math model of hysteresis in piezo-electric actuators for precision pointing systems.” Guidance and control, 1985, pp: 61-88.
- [DIO 13] Dion J.L, Chevallier G, Penas O, Renaud F.**  
 “A new multicontact tribometer for deterministic dynamic friction identification.” Wear, 2013, Vol. 300, n° 1–2, pp. 126–135.
- [DUF 12] Dufour R., Baguet S., Hentz H.**  
 “Nonlinear Dynamics Course.”, INSA Lyon, 2012.
- [DUF 98] Dufour R., Berlioz A.**  
 “Parametric instability of a beam due to axial excitations and to boundary conditions.”, ASME journal of vibration and acoustics, 1998, vol. 120, n° 2, pp. 461-467.
- [EDW 99] Edward S., Lees A.W., Friswell M. I.**  
 “The Influence of Torsion on Rotor/stator Contact in Rotating Machinery.” Journal of Sound and Vibration, 1999, vol. 225, n° 4, pp. 767-778.

- [ELI 04] Elizalde H.**  
Non-Linear Modal Analysis Methods for Engineering Structures. PhD Thesis, Imperial College, 2004, London.
- [EWI 01] Ewins, D.J.**  
"Modal analysis and experimental application." In Encyclopedia of Vibration, 2001, pp. 29–38.
- [EWI 87] Ewins D.J. and He.**  
"A Simple Method of Interpretation of the Modal Analysis of Nonlinear Systems", Proceedings of IMAC, 1987, vol.3, London.
- [FEN 02] Feng Z., Zhang X.Z.**  
"Rubbing Phenomena in Rotor-Stator Contact." Chaos, Solitons & Fractals, 2002, vol. 14, n° 2, pp. 257-267.
- [FEST 13] Festjens H., Chevallier G., Dion J.L.**  
"A numerical tool for the design of assembled structures under dynamic loads." International Journal of Mechanical Sciences, 2013, Vol. 75, pp. 170–177
- [FRI 77] Friedmann P., Hammond C.E., Tze-Hsin W.**  
"Efficient Numerical Treatment of Periodic Systems with Application to Stability Problems", Int. J. for Num. Methods in Eng., 1977, Vol. 11, pp. 1117-1136.
- [GJI 99] Gjika K., Dufour R.**  
"Rigid Body and Nonlinear Mount Identification: Application to Onboard Equipment with Hysteretic Suspension." Journal of Vibration and Control, 1999, vol. 5, n° 1, pp. 75-94.
- [GJI 96] Gjika K, Dufour R., Ferraris G.**  
"Transient Response of Structures on Viscoelastic or Elastoplastic Mounts: Prediction and Experiment." Journal of Sound and Vibration, 1996, vol. 198, n° 3, pp. 361-378.
- [HER 09] Hot A., Kerschen G., Foltête E., Cogan S.**  
Crissement d'embrayage: analyse linéaire, non linéaire et étude expérimentale" Thèse, Ecole centrale de Lyon, 2009.
- [HOT 12] Hot A., Kerschen G., Foltête E., Cogan S.**  
"Detection and Quantification of Non-Linear Structural Behavior Using Principal Component Analysis." Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, vol. 26, pp. 104-116.
- [IBR 09] Brahim S., Patel B., Nath Y.**  
"Modified shooting approach to the non-linear periodic forced response of isotropic composite curved beams" . International Journal of Non-Linear Mechanics, vol. 44, no 10, 2009, p. 1073 - 1084
- [IWA 66] Iwan W.D.**  
"A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response". Journal of Applied Mechanics, 1966, vol. 33, pp. 893-900.
- [IWA 67] Iwan W.D.**  
"On a Class of Models for the Yielding Behaviour of Continuous and Composite Systems." Journal of Applied Mechanics, 1967, vol. 34, n° 3, pp. 612-617.

**[IWA 73] Iwan W.D.**

“A Generalisation of the Concept of Equivalent Linearisation.” International Journal on Non-Linear Mechanics, 1973, vol. 13, pp.71-78.

**[JAU 11] Jaumouillé V.**

“Dynamique des structures à interfaces non linéaires extension des techniques de balances harmonique.” Thèse Centrale de Lyon, 2011.

**[JMA 15] Jmal. H, Ju M.L., Dupuis R.**

“Generalization of the memory integer model for the analysis of the quasi-static behaviour of polyurethane foams.” Journal of Mechanical Science and Technology , 2015, vol. 11, n° 28, pp. 4651-4662.

**[JMK 92] Ko J.M., Ni Y.Q., Tian Q.L.**

“Hysteretic Behavior and Emperical Modeling of a Wire-Cable Vibration Isolator”, 1992, vol. 7, n° 2, pp. 111-127.

**[JON 01] Jones D.G.,**

“Handbook of Viscoelastic Vibration Damping”, Wiley New Tork, 2001.

**[KAC 11] Kacem N., Baguet S., Hentz S., Dufour R.**

“Computational and quasi-analytical models for non-linear vibrations of resonant MEMS and NEMS sensors”, International Journal of Non-Linear Mechanics, Elsevier, 2011, vol. 46, n° 3, pp. 532-542.

**[KER 06] Kerschen G., Worden K., Vakakis A.F., Golinval J.C.**

“Past, Present and Future of Nonlinear System Identification in Structural Dynamics.” Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, vol. 20, n°3, pp. 505-592.

**[KIM 93] Won-Jin K., Park Y.S.**

“Non-Linearity Identification and Quantification Using an Inverse Fourier Transform.”, Mechanical Systems and Signal Processing, 1993, vol. 7, n° 3, pp. 239-255.

**[KOH 04] Koh K.H., Griffin J.H., Filippis S., Akay A.**

“Characterization of Turbine Blade Friction Dampers.” ASME Turbo Expo, 2004, vol. 6, pp. 237-245.

**[KOZ 86] Kozin, F., Natke H.G.**

“System Identification Techniques.” International Centre for Mechanical Sciences, 1986, Vol. 303, pp. 137-200

**[KRY 43] Kryloff N., Bogoliubov N.**

“Introduction to Nonlinear Mechanics.” Princeton University Press, 1943, vol. 11.

**[LARS 00] Lars P., Walter S., Karl P.**

“Optimization of Interblade Friction Damper Design.” ASME Turbo Expo edition, 2000, vol. 4, Munich, Germany.

**[LAU 82] Lau S.L., Cheung Y.K.**

“Incremental Time-Space Finite Strip Method for Nonlinear Structural Vibrations.” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1982, vol. 10, n° 2, pp. 239-253.

- [LAU 82] Lau S.L., Cheung Y.K., Wu S.Y.**  
“A Variable Parameter Incrementation Method of Dynamic Instability of Linear and Nonlinear Systems.” *Journal of Applied Mechanics*, 1982, vol.49, n° 4, pp. 849-853.
- [LIN 05] Linck V.**  
“Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant : mise en évidence d'instabilités locales de contact.” Thèse LaMCoS 2005, INSA-Lyon France. [insa-lyon.fr/publication/2005ISAL0048/these.pdf](http://insa-lyon.fr/publication/2005ISAL0048/these.pdf)
- [MAC 95] Mackay D.J.C.**  
“Bayesian Neural Networks and Density Networks.” *Proceedings of the Third Workshop on Neutron Scattering Data Analysis*, 1995, vol. 354, n° 1, pp. 73-80.
- [MAN 10] Manin L., Dufour R., Baranger T., Levecque N.**  
“Nonlinear dynamic interactions between a cable with no axial preload and its casing. Application to automotive gearshift command systems.” *International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA)*, 2010, Leuven, Belgium, pp. 15.
- [MAN 14] Manin L., Andrianoely MA., Ferraris G., Baranger T., Dufour R.**  
“Nonlinear dynamic interactions between a cable and its casing: Application to automotive gearshift command system.” *ISMA 2014*, September 15-17, Leuven
- [MEN 96] Menq C. H, Bielak J, Griffin J.H.**  
“The influence of microslip on vibratory response, part I: A new microslip model.” *Journal of Sound and Vibration*, 1985, vol. 107, pp. 279-293.
- [MEN 96] Menq C. H, Bielak J, Griffin J.H.**  
“The influence of microslip on vibratory response, Part II: A comparison with experimental results.” *Journal of Sound and Vibration*, 1985, vol. 107, pp. 295-307.
- [MEN 98] Menq C.H, Yang B.D.**  
“Nonlinear spring resistance and friction damping of frictional constant having two dimensional motion.” *Journal of Sound and Vibration*, 1998, vol. 217, pp. 127-143.
- [MIN 49] Mindlin R.D.**  
“Compliance of Elastic Bodies in Contact.” *Journal of Applied Mechanics*, 1949, vol. 16, pp. 259-268.
- [MIC 05a] Michon G, Manin L., Dufour R.**  
“Hysteretic behavior of a belt tensioner: modeling and experimental investigation.” *Journal of Vibration and Control*, 2005, vol. 11, n° 9, pp. 1147– 1158.
- [MIC 05b] Michon G., Manin L., Parker R. G., Dufour R.**  
“Duffing Oscillator With Parametric Excitation: Analytical and Experimental Investigation on a Belt-Pulley System.” *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2008, vol. 3, 031001.
- [NAY 79] Nayfeh A.H, Mook D.T.**  
*Nonlinear Oscillations*. John Wiley & Sons, 1979, Virginia, USA.



- [NEC 13] Nechak L, Berger. S, Aubry. E.**  
 “Non-intrusive generalized polynomial chaos for the robust stability analysis of uncertain nonlinear dynamic friction systems”, *Journal of Sound and Vibration*, 2013, vol 5, n° 332 , pp 1204-1215
- [NGU 14] Nguyen V.N., Baguet S., Lamarque C-H., Dufour R.**  
 “Bifurcation-based micro/nano-electromechanical mass detection”, *Nonlinear Dynamics*, Springer Verlag, 2014, vol. 79, n° 1, pp. 647-662.
- [NIY 98] Ni, Y.Q., J.M. Ko, Wong C.W.**  
 “Identification of nonlinear hysteretic isolators from periodic vibration tests.” *Journal of Sound and Vibration*, 1998, vol. 217, n° 4, pp. 737-756.
- [OLI 11] Olivier T.,**  
 “Dynamique Linéaire et Non Linéaire de Structures Élastiques et Piézoélectriques”. Habilitation, 2011, École Normale Supérieure de Cachan.
- [PEL 12] Peletan L.**  
 “Stratégie de Modélisation Simplifiée et de Résolution Accélérée En Dynamique Non Linéaire Des Machines Tournantes. Application Au Contact Rotor-Stator.” Thèse LaMCoS, 2012, INSA-Lyon, France. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00808515/>
- [PET 06] Peter W.**  
 “ Computational contact mechanics ” Springer-Verlag, 2006, pp. 22-25
- [PEY 10] Peyret N, Dion J.L., Chevallier G., Argoul P.**  
 “Micro-slip induced damping in planar contact under constant and uniform normal stress.” *International Journal of Applied Mechanics*, 2010, vol. 2, n° 2, pp. 281-304.
- [PIE 85] Pierre C., Ferri A., Dowell E. H.**  
 “Multi-Harmonic Analysis of Dry Friction Damped Systems Using an Incremental Harmonic Balance Method.” *Journal of Applied Mechanics*, 1985, vol. 52, n° 4, pp. 958-964.
- [PIO 14] Piollet E.**  
 “Amortissement non-linéaire des structures sandwichs à matériau d’âme en fibres enchevêtrées.” Thèse, Ecole Doctorale Aéronautique et Astronautique (EDAA), 2014, Institut Clément Ader/CIRIMAT
- [POP 03] Popp K., Panning L., Sextro W.**  
 “Vibration Damping by Friction Forces: Theory and Applications.” *Journal of Vibration and Control*, 2003, vol. 9, n° 3-4, pp. 419-448.
- [POP 07] Popprath S, Ecker H.**  
 “Nonlinear Dynamics of a Rotor Contacting an Elastically Suspended Stator.” *Journal of Sound and Vibration*, 2007, vol. 308, n° 3-5, pp. 767-784.
- [PTD 78] P.T.D S., Iwan W.D.**  
 “On the Existence and Uniqueness of Solutions Generated by Equivalent Linearisation.” *International Journal on Non-Linear Mechanics*, 1978, vol. 13, n° 2, pp. 71-78.
- [PUS 99] Púst L, Peterka F, Stépán G, et al.**  
 “Nonlinear Oscillations in Machines and Mechanisms Theory.” *Mechanism and Machine Theory*, 1999, vol. 34, n° 8, pp. 1237-1253.

- [REM 96] Rémouga Y, Dufour R.**  
“Response of a Non-Linear Mechanical System to an Accelerogram of Known PSD.” *Mécanique Industrielle et Matériaux*, 1996, vol. 49, n° 2, pp. 53-112.
- [ROU 10] Roucoules C., Chemin F., Cros C.**  
“FRF Prediction and Durability of Optical Module and Headlamp.” *Vehicule noise and vibration (ISMA)*, 2010, Leuven, Belgium.
- [ROU 08] Roucoules C., Sommerschuh S., Cros C.**  
“Finite Element Vibration Model Validation of Optical Module and Headlamp.” *Vehicule noise and vibration (ISMA)*, 2008, Leuven, Belgium.
- [SAM 12] Sami, K.**  
“Méthodes numériques pour les systèmes dynamiques non linéaires. Application aux instruments de musique auto-oscillants.” *CNRS Laboratoire de mécanique et d'acoustique, Aix -marseille*
- [SAN 96] Sanliturk K.Y, Ewins D.J.**  
“Modelling Two-Dimensional Friction Contact and Its Application Using Harmonic Balance Method.” *Journal of Sound and Vibration*, 1996, vol. 193, n° 2, pp. 511-523.
- [SIN 04] Singh, Worden R.K., Tomlinson G.R.**  
“Nonlinearity in Structural Dynamics: Detection, Identification and Modelling.”, *Institute of Physics Publishing.*” *Journal of Sound and Vibration*, 2004
- [SIN 02] Sinou, J. J.,**  
“Synthèse non-linéaire des systèmes vibrants. Application aux systèmes de freinage.” *Thèse, Ecole Central de Lyon*, 2002
- [SJO 95] Sjöberg J., Qinghua Z., Lennart L., et al.**  
“Nonlinear Black-Box Modeling in System Identification: A Unified Overview.” *Trends in System Identification*, 1995, vol. 31, pp. 1691-1724.
- [THA 04] Thacker H.S.W., Doebling M., Hemez C.**  
“Concepts of Model Verification and Validation” *Los Alamos National Laboratory, LA-14167-MS*, 2004, [http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/ Public/36/030/36030870.pdf](http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/Public/36/030/36030870.pdf)
- [THO 92] Thouverez F.**  
“Identification temporelle des structures non-linéaires.” *Thèse Ecole Centale Lyon*, 1992. [http://bibli.ec-lyon.fr/exl-doc/TH\\_T1474\\_fthouverez.pdf](http://bibli.ec-lyon.fr/exl-doc/TH_T1474_fthouverez.pdf)
- [TIB 14] Tiboaca D.**  
“Bayesian Parameter Estimation and Model Selection of a Nonlinear Dynamical System Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo.” *ISMA*, 2014, Leuven, Belgium.
- [TOM 10] Thomas B., Manin L., Goge Ph., Dufour R.**  
“A rubber mount model. Application to automotive equipment suspension.” *ISMA Conference on Advanced Acoustics and Vibration Engineering – Leuven*, September 2010
- [TOM 87] Tomlinson G.R.**  
“Developments in the Use of the Hilbert Transform for Detecting and Quantifying Non-Linearity Associated with Frequency Response Functions.” *Mechanical Systems and Signal*, 1987, vol. 1, n° 2, pp. 151-171.

**[TON 90] Tondl A., Nabergoi R.**

“Nonlinear Dynamics 1, 131-141, Model simulation of parametric excited ship rolling.” Nonlinear Dynamics 1, 1990, pp. 131-141

**[VAN 02] Vanhoenacker K., Schoukens J., Swevers J., et al.**

“Summary and Comparing Overview of Techniques for the Detection of Nonlinear Distortions.” Proceedings of ISMA, 2002, Leuven, Belgium.

**[VAN 00] Vanlanduit S., Joannes S., Patrick G., et al.**

“Detection and Localization of Nonlinearities Using a Scanning Laser Vibrometer.” Proceedings ISMA 25, Noise and Vibration Engineering, 2000, Leuven, Belgium.

**[WIL 10] Wilkes J. C, Childs D.W., Dyck B., et al.**

“The Numerical and Experimental Characteristics of Multimode Dry-Friction Whip and Whirl.” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, vol.132, n° 5.

**[WON 93] Wong C.W., Ni Y.Q., Ko J.M.**

“Steady-State Dynamic Response of Structures With Nonlinear Hysteretic Isolators.” The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 1993, vol. 8, n° 1, pp. 63-78.

**[WYC 92] Wyckaert K.**

“Development and Evaluation of Detection and Evaluation Schemes for the Nonlinear Dynamical Behaviour of Mechanical Structures.”, PhD Thesis, 1992, In Katholieke Universiteit Leuven: Division PMA.

**[ZHI 93] Zhi Zhua Zhong.**

“Finite Element Procedures for Contact Impact Problems.” OUP Oxford, 1993.



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : **HMID**

DATE de SOUTENANCE : 13 décembre 2016

Prénoms : **Abdelhak**

TITRE : **Dynamique d'équipements avec des non linéarités de liaisons localisées. Application aux systèmes optiques d'éclairage**

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2016LYSEI139

Ecole doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité : MECANIQUE - GENIE MECANIQUE - GENIE CIVIL

RESUME :

La thèse concerne la prévision du comportement dynamique non linéaire d'équipements embarqués tels que les systèmes optiques d'éclairage automobiles. Les travaux de recherche menés se concentrent sur la construction de modèles pour simuler numériquement les phénomènes vibratoires en jeu, afin de prévoir la réponse harmonique de l'équipement composé essentiellement d'un boîtier clos par une glace, dans lequel est orienté par des liaisons un réflecteur équipé d'une lampe. Ces travaux ouvrent ainsi la voie à des préconisations d'évolutions dans la conception mécanique du projecteur pour augmenter sa durabilité et le confort de vision.

En effet les essais pratiqués montrent que de forts niveaux de vibrations endommagent les composants du projecteur et détériorent la stabilité du faisceau d'éclairage. Afin d'éviter de telles nuisances, la conception du projecteur doit être adaptée grâce à un modèle mécanique qui intègre des comportements non linéaires causés essentiellement par les liaisons pour prévoir le mieux possible les niveaux de vibrations du projecteur embarqué.

L'état de l'art est réalisé sur les comportements dynamiques non linéaires, les modèles et méthodes de résolution associés, puis les estimateurs existants de quantification des non linéarités. Les essais d'analyse modale réalisés mettent en évidence la présence de phénomènes non linéaires dus à de multiples causes (jeux-butées, frottements, stick-slip, ...) localisées dans les liaisons réflecteur-boîtier. Les caractérisations expérimentales menées sur les liaisons, délivrent des boucles efforts-déflexion qui montrent différents types de comportement non linéaire, aident au choix des modèles les plus pertinents et au calage de leurs paramètres. Les limites de validité des modèles de calculs linéaires sont déterminées par des critères formulés empiriquement.

Les modèles non linéaires de liaison sélectionnés sont intégrés dans un modèle réduit à un puis à deux degrés de liberté d'un projecteur. La représentativité du modèle est évaluée sur la base des analyses modales mesurées du projecteur. Les équations décrivent le comportement dynamique de projecteur et les non linéarités sous l'hypothèse de régime stationnaire. La méthode de balance harmonique associée à une technique de continuation par longueur d'arc résout rapidement les équations et détermine avec précision les réponses dynamiques établies. L'étude est complétée par l'analyse de stabilité selon la théorie de Floquet qui met en évidence la présence des branches de solutions stables ou instables.

Enfin des réponses harmoniques sont calculées avec un modèle aux éléments finis du projecteur complet. Les calculs sont basés sur l'identification des modes qui reposent sur la répartition des masses dans la structure, la nature des liaisons. Des études d'influence sont réalisées. Les paramètres étudiés sont les raideurs et précontraintes de contact, le coefficient de frottement, l'amortissement introduit. Leurs impacts sur les niveaux des vibrations sont quantifiés ce qui amène au recalage du modèle éléments finis pour améliorer les résultats modaux du projecteur automobile et sa réponse harmonique forcée.

**MOTS CLE** : Dynamique non linéaire, isolation vibratoire, modèle de contact, caractérisation expérimentale, modèle de Masing, méthode de la balance harmonique, théorie de Floquet, méthode de continuation, analyse modale, réponse harmonique.

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures, LaMCoS, UMR CNRS 5259, de l'INSA Lyon

Directeur de thèse : Professeur Régis DUFOUR

Président de jury :

Composition provisoire du jury :

DION Jean-Luc Professeur, ENSISA (Rapporteur)

MICHON Guilhem, Professeur, ISAE (Rapporteur)

DUFOUR Régis, Professeur, INSA Lyon (Directeur de thèse)

MANIN Lionel, Maître de Conférences, INSA Lyon (Co-Directeur)

ROUCOULES Christine/ Experte Vibration, VALEO VISION (Co-encadrante industrielle)