

Modélisation mécanique des milieux fibreux

Flexion des milieux de second gradient

R. Bai, B. Chen, B. Liang, S. Mathieu, Q. Steer
P. Boisse, J. Colmars, N. Hamila, N. Naouar

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures, UMR 5259
Mars 2020



Spécificité du comportement des renforts fibreux en flexion

Les renforts tissés pour matériaux composites sont classiquement modélisés à l'échelle macroscopique comme des **milieux continus**, pour favoriser les approches de type éléments finis. Le comportement formulé à l'échelle macroscopique traduit le comportement des mèches à l'échelle inférieure, l'échelle mésoscopique, qui est elle-même une homogénéisation du comportement des fibres qui la composent.

Les renforts textiles sont constitués de fibres avec de faibles diamètres (5 à 7 μm pour une fibre de carbone). Les fibres synthétiques (carbone ou verre) sont considérées comme **quasi-inextensibles**, et sont liées entre elles par différentes méthodes (tissage, couture, piquage, etc.). Des **glissements entre fibres** sont tout de même permis. Ces deux points sont les principales raisons du comportement spécifique des renforts fibreux. En première approximation on peut se représenter le comportement d'un empilement de fibres dans un plan comme celui d'un empilement de feuilles de papier (voir Figure 1).

Le glissement entre fibres a pour conséquence un comportement beaucoup plus **souple en flexion** que pour des matériaux continus classiques pour lesquelles les propriétés de flexion peuvent être directement déduites de la raideur en tension du matériau. Cette faible rigidité en flexion est une des conditions qui rend possible la mise en forme des renforts fibreux.

Dans le cas des renforts fibreux, les modèles classiques de coques ne s'appliquent pas dans leurs formes standards (Kirchhoff, Mindlin) ; la rotation des sections droites visibles sur la Figure 1 ne peuvent pas être déduites directement de la courbure, ni du déplacement. Il est donc nécessaire de développer d'autres approches.

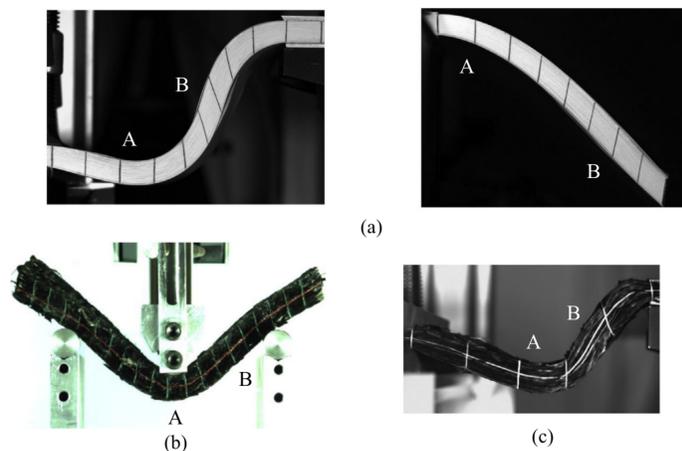


FIGURE 1 – Essais divers de flexion (a) empilement de feuilles de papier ; (b) renforts interlock ; (c) empilement multicouches de renforts. D'après [4]

Stratégies de modélisation : premier et second gradients

Les milieux fibreux sont souvent modélisés par des approches de premier gradient postulant un découplage énergétique des modes de déformation (Figure 2). L'énergie totale de déformation W , fonction du gradient de la transformation F , s'écrit :

$$W(F) = W_\lambda + W_\gamma + W_\tau + W_\mu \quad (1)$$

où W_λ est l'énergie de tension des fibres dans les directions de chaîne et de trame, W_γ l'énergie de cisaillement dans le plan du tissé (rotation des directions de fibres), W_τ l'énergie des cisaillements transverses, et W_μ l'énergie de compaction.

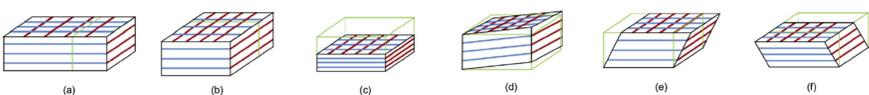


FIGURE 2 – Modes de déformation des renforts dans les modèles de premier gradient. D'après [1]

Dans le cadre de la simulation des mises en forme, de nombreux travaux ont montré l'importance d'ajouter à ces modes des **rigidités de flexion hors plan** dans les directions de fibres [1, 3, 5] notamment dans le but de décrire convenablement la formation des plis.

Le LaMCoS travaille à différents modèles permettant de modéliser la flexion des renforts fibreux. Ces approches peuvent être :

- des approches de premier gradient enrichies par l'ajout d'une énergie de flexion hors-plan (W_κ) et l'utilisation d'éléments de coque classiques,
- des approches de coques spécifiques aux renforts fibreux,

Toutes ces approches, dites de **second gradient**, sont comparées à des méthodes utilisant des formulations de milieux généralisés développées en collaboration avec d'autres laboratoires ([2]).

Milieu de premier gradient « corrigés »

La première méthode de modélisation consiste à enrichir les approches de premier gradient (eq.1) et d'y ajouter une énergie de flexion hors-plan de second gradient ; des éléments de coque *rotation-free* couplés à la **méthode des éléments voisins** [3] sont alors utilisés pour le calcul des courbures.

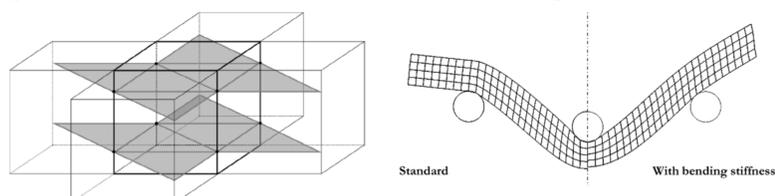


FIGURE 3 – (gauche) Éléments volumique de premier gradient enrichis par des éléments de coque *rotation-free*. (droite) Comparaison du modèle standard (premier gradient) avec l'approche corrigée pour la flexion 3 points. D'après [5]

Élément de coque spécifique pour les milieux fibreux

Une seconde approche consiste à développer de nouveaux éléments de coque épaisse spécifiques pour les renforts fibreux. L'élément de coque développé dans [4] repose sur une cinématique de Ahmad ; le renfort épais y est modélisé comme l'empilement de fibres quasi-inextensibles. La cinématique de rotation des vecteurs matériels y est essentiellement pilotée par la rigidité des fibres. Les résultats d'un tel élément sont cohérents avec les résultats expérimentaux (Figure 5).

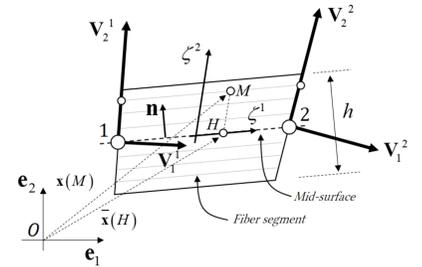


FIGURE 4 – cinématique de l'élément de coque épaisse fibreuse, d'après [4]

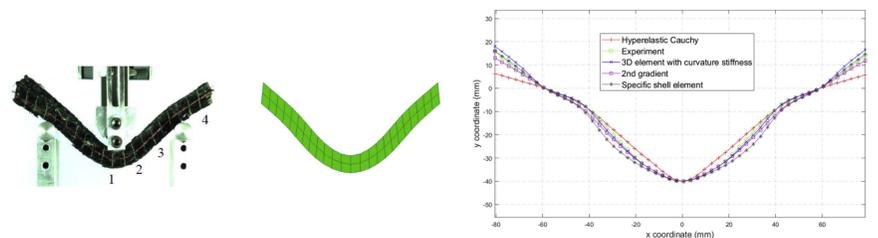


FIGURE 5 – (gauche) Simulation de l'essai de flexion 3 points avec l'élément de coque fibreuse ; (droite) Comparaison des modèles de premier gradient, de premier gradient corrigé, de coque épaisse spécifique et de milieu généralisé, avec le résultat expérimental en flexion 3 points.

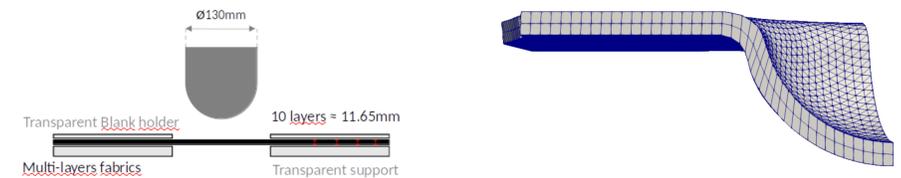


FIGURE 6 – Simulation de mise en forme hémisphérique avec un élément de coque fibreuse. Thèse en cours de R. Bai.

Flexion membranaire des renforts

Des travaux récents au laboratoire [6] ont montré qu'il était possible d'utiliser les éléments *rotation-free* couplés à la méthode des éléments voisins pour le calcul de la flexion des fibres dans le plan du renfort.

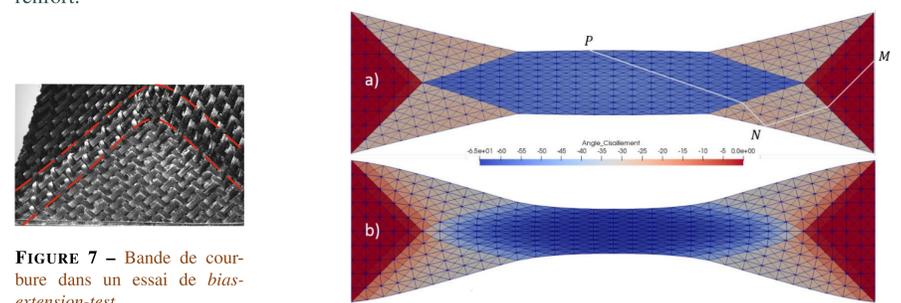


FIGURE 7 – Bande de courbure dans un essai de *bias-extension-test*



FIGURE 8 – Solution du *bias-extension-test* avec des éléments de coque *rotation-free* ; (a) sans prise en compte de l'énergie de flexion dans le plan ; (b) avec prise en compte de l'énergie de flexion dans le plan [6].

Conclusions et Travaux en cours

- le comportement spécifique des renforts fibreux en flexion est lié à la quasi-inextensibilité des fibres et aux glissements relatifs entre fibres
- des stratégies numériques ont été mises en place :
 - correction des modèles de premier gradient par des éléments de coques classiques
 - développement d'éléments de coques spécifiques pour les renforts fibreux.
- ces modèles, efficaces numériquement, donnent des solutions très proches des modèles de milieux généralisés.
- simulation de mise en forme à l'aide d'éléments de coque épaisse spécifique aux fibreux
- développement de modèles incluant la flexion des fibres dans le plan du tissé.
- développement des simulations de renforts épais et multicouches.

Références

- [1] P. Boisse, J. Colmars, N. Hamila, N. Naouar, and Q. Steer. Bending and wrinkling of composite fiber preforms and prepregs: a review and new developments in the draping simulations. *Composites Part B: Engineering*, 141 :234 – 249, 2018.
- [2] Manuel Ferretti, Angela Madeo, Francesco dell'Isola, and Philippe Boisse. Modeling the onset of shear boundary layers in fibrous composite reinforcements by second-gradient theory. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, 65(3) :587–612, June 2014.
- [3] N. Hamila, P. Boisse, F. Sabourin, and M. Brunet. A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation. 79(12) :1443–1466.
- [4] B. Liang, J. Colmars, and P. Boisse. A shell formulation for fibrous reinforcement forming simulations. 100 :81–96.
- [5] S. Mathieu, N. Hamila, F. Bouillon, and P. Boisse. Enhanced modeling of 3d composite preform deformations taking into account local fiber bending stiffness. 117 :322–333.
- [6] Quentin Steer. *Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux cousus (NCF) : étude expérimentale et numérique de l'influence de la couture*. PhD thesis, INSA Lyon, 2019.