

SÉMINAIRE LAMCOS - MEGA

**Jeudi 2 Octobre 2003 à 14 heures
Amphitéâtre Godet**

L'approche du bipotentiel pour la modélisation des lois de comportement non associées

Géry de Saxcé, Université de Lille-I, Laboratoire de Mécanique de Lille,
UMR CNRS 8107, e-mail : gery.desaxce@univ-lille1.fr

En Elasticité, le potentiel permet de décrire un comportement mécanique réversible. L'essentiel de l'information sur le matériau est concentrée d'une manière concise et élégante dans une seule fonction. En arrière-plan, se profile toute la richesse du Calcul des Variations. Par définition, un potentiel est toujours différentiable et son gradient est unique, ce qui donne lieu à une loi univoque ou bijective. Comment passer aux matériaux dissipatifs où, comme en Plasticité, les lois sont souvent multivoques ? On invente un nouvel objet, le surpotentiel, pas forcément différentiable mais toujours convexe. Cette qualité est précieuse. On en dérive un gradient généralisé, le sous-gradient. Il n'est pas unique et c'est précisément ce qu'il faut pour décrire des lois multivoques dites associées ou de normalité. Ainsi, le calcul variationnel se généralise, mais avec quelques infractions. Les fonctionnelles étant convexes mais pas partout différentiables, leur minima sont caractérisés par des inéquations. Enfin, de même que tout potentiel a son complémentaire, tout surpotentiel a son dual. Le couple de surpotentiels ainsi formé doit satisfaire une inégalité fondamentale, celle de Fenchel.

Mais un nouvel obstacle surgit. Certaines lois sont non associées ! Une réponse consiste à construire une fonction des deux variables duales, biconvexe et satisfaisant une inégalité généralisant celle de Fenchel. Nous l'appelons bipotentiel. Physiquement, il représente la dissipation. Quant à la loi de comportement, elle se révèle associée mais sous la forme faible d'une relation implicite entre variables duales. Les exemples d'applications sont variées, de la loi de Coulomb, en passant par les lois de Plasticité des sols –telles que celles de Drucker-Prager et du Cam-Clay– ou la Plasticité et la Viscoplasticité cyclique des métaux à écrouissage cinématique non linéaire, jusqu'à la loi d'Endommagement de Lemaitre.

Et le Calcul des Variations ? Il s'étend assez naturellement grâce à un nouvel objet, la bifonctionnelle. Les principes variationnels subsistent mais ils sont couplés. Les théorèmes de borne de l'analyse limite et de l'adaptation plastique trouvent un cadre d'application plus vaste grâce précisément à la normalité, faible mais retrouvée. Du point de vue numérique, la méthode du bipotentiel suggère de nouveaux algorithmes, rapides et robustes, ainsi qu'un estimateur de l'erreur en loi de comportement permettant de juger de la qualité du maillage par éléments finis. Des applications à la Mécanique du contact, à la Dynamique des milieux granulaires et à la Plasticité illustrent l'intérêt de l'approche.