

# **Proper Generalized Decomposition et réduction de modèle a priori pour la propagation d'incertitudes paramétriques dans les modèles de grande dimension**

Anthony Nouy

GeM – Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique  
CNRS, Université de Nantes, Centrale Nantes

Les méthodes spectrales stochastiques fournissent une démarche générale pour la résolution numérique d'une grande classe de modèles régis par des équations aux dérivées partielles stochastiques (EDPS) ou paramétrées. En permettant la construction d'une représentation explicite de la solution en fonction des paramètres aléatoires du modèle, ces méthodes permettent diverses analyses a posteriori telles que l'analyse statistique, l'analyse de sensibilité, l'optimisation ou encore l'analyse inverse.

Les approches de type Galerkin s'appuient sur une formulation faible des EDPS et l'introduction d'un espace d'approximation qui est le produit tensoriel d'espaces d'approximation déterministe et stochastique. Elles reposent sur un cadre mathématique rigoureux permettant une bonne maîtrise de l'approximation. Cependant, la dimension des problèmes à résoudre est telle que l'utilisation de techniques de résolution classiques n'est plus envisageable. De plus, ces approches nécessitent une bonne maîtrise de la structure mathématique du modèle afin d'étendre au cadre stochastique les solveurs déterministes usuels.

On exposera une famille de méthodes alternatives, baptisées Generalized Spectral Decompositions ou plus récemment Proper Generalized Decompositions, qui tentent de pallier les limitations des approches classiques. Ces méthodes reposent sur la construction a priori d'une décomposition en variables séparées de la solution, qui exploite la structure produit tensoriel de l'espace de travail. Elles peuvent s'interpréter comme une généralisation des décompositions spectrales de type Karhunen-Loève et sont applicables à une large classe de problèmes formulés sur des espaces produits tensoriels.

Dans le contexte des problèmes stochastiques, on utilise tout d'abord ces méthodes pour la séparation des variables déterministes et des variables aléatoires. Elles permettent ainsi la construction a priori d'une représentation (quasi)optimale de la solution aléatoire sous la forme d'une série de produits de fonctions déterministes et de fonctions stochastiques. Cette séparation déterministe/stochastique ne répond cependant pas à la malédiction de la dimensionnalité, associée à l'augmentation dramatique de la dimension des espaces d'approximation stochastique, lorsqu'on travaille avec un grand nombre de paramètres aléatoires. Afin de vaincre cette malédiction, on utilise alors une extension multi-dimensionnelle des Proper Generalized Decompositions pour la représentation en variables séparées des fonctions stochastiques, les variables séparées étant ici les différents paramètres aléatoires du modèle. Pour de nombreux modèles, la stratégie proposée permet ainsi de construire une solution approchée vivant dans des espaces d'approximation de très grande taille ( $10^{50}$ ,  $10^{100}$ , ...), cette solution étant inaccessible par des approches traditionnelles.